Appiani alexandrini [illegible]

Dla Compª Jesus [illegible]

del Colleg.o d.la Comp.a Gesu d.la Cong.ne N. d. Pag.   Pe.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICAE COLLECTIONES

À FEDERICO COMMANDINO VRBINATE

IN LATINVM CONVERSÆ, ET COMMENTARIIS ILLVSTRATAE.

PISAVRI,
Apud Hieronymum Concordiam,
M. D. LXXXVIII.
Superiorum Conceſſu.

del Colleg.o d.la Comp.a [illegible] d.la Congreg.ne di Gesù. P.E.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICAE COLLECTIONES

À FEDERICO
COMMANDINO
VRBINATE
IN LATINVM CONVERSÆ,
ET COMMENTARIIS
ILLVSTRATAE.

PISAVRI,
Apud Hieronymum Concordiam,
M. D. LXXXVIII.
Superiorum Concessu.

SERENISSIMO FRANC.CO MARIAE II. VRBINI DVCI:

Valerius Spacciolus S. P. D.

EX plurimis operibus, quæ nimia cum cura, & diligentia conſcripſerat Federicus Commandinus Vrbinâs, ſocer meus, qui te Sereniſſime, & Opt. Princeps Patrem, & Dominum ſemper agnouit, & debitam tibi beneuolentiam præſtitit, vnius Pappi Alexandrini mathematicæ collectiones in latinum ab eo verſæ, & commentarijs, & caſtigationibus refertæ, atque nonnullis exornatę figuris, remanſerant; quòd quantumcunque vel ingenij viribus, vel aſſiduo labore pręſtare potuit, in huius celeberrimi authoris illuſtranda, & emendanda ſcripta collatum fuit, vt veluti Augiæ ſtabulum pœnitus eſſent purgata: coniectura enim prouidebat, ſe de huius diſciplinæ ſtudioſis omnibus optime meriturum. Hoc igitur opus tam præclarè texuit, præter quędam admodum pauca, quæ incohata reliquit; vt trium menſium ſpatio ad ſummum, in lucem, & in apertum proferre, ac typis imprimere, nominique tuo conſecrare, & te, vt aliorum etiam operum maximè concupiuerat, tanquam Patronum, & tutorem conſtituere, ſibi certiſſimum eſſet. At ſtatim ſenſit, non licere cuiquam mortalium, quid facturus, aut non facturus ſit, certò pronunciare, & morte cōſilia ſœpe noſtra contringi. Nam graui, & mortifero affectus morbo, cum maximo omnium mœrore, & dolore ereptus eſt nobis, & Pappus ipſe a mathematicis omnibus vehementer exoptatus, diu, multùmque latens, in luctu quodam modo iacuit: non ſolùm quia Commandinum hoc eſt fideliſſimum interpretem, & Patronum ſuum amiſerat; ſed quia ſibi fieri non poſſe videbatur, vt in doctiſſimorum hominum, ſuìque cupidiſſimorum manus aliquando veniret: duæ nanquè Commandini filiæ, quibus vniuerſa patris hæreditas venerat, per aliquot annos inter ſe non leuiter deſiuerunt. Quo circa Pappus angebatur (vt ita dicam) compreſſus, & diutius multò quidem comprimendus erat, niſi tu Clementiſſime Princeps, cum moleſtè ferres, tam eximium opus perire, cùmque cuperes præſtantiſſimis ingenijs prodeſſe, quæ huius Commandini noſtri compoſitionis miro tenerentur deſiderio, & authoris præſertim nomini conſulere, cúi immortales debentur laudes, Piſauri Ciuitate tua illum accuratiſſimè, & impenſè excudendum curâſſes. Quamobrem te duce Dux Sereniſſime in lucem Pappus editur; per te cum Commandino lætiſſimus Italia tota vagatur, atque adeò vniuerſo terrarum orbe, per te plaudente literatorum cœtu viget latinè redditus; Sed quo tempore exoritur Pappus? eo nimirum, quo multò magis optandum, quàm ſperandum putarem. Hinc facile cognoſcitur, quanti litteras facias; facias verò? cui non patet, te ſic ingenuas artes omnes amplexum eſſe, vt opinione quoque, ac iudicio hominum non opes, quę tibi ſunt ampliſſimæ, non Vrbes, & hunc Principatum tibi à tuis relictum, non quidquid ſpeciem quandam dignitatis, & gloriæ habere putatur, tanti ducere videaris. Teſtes nos Populi tui, qui te in literas quotidie abditum videmus, nec continuò principatus tui adminiſtrationem deſerere: propterea quod in magna ſtudiorum occupatione commoda omnia, voluptatèſque contemnis; in animo puritatem, in actionibus prudentiam, in victu abſtinentiam, in Dei cultu vigilantiam, denique ſingularem in omni vita moderationem, temperantiámque ſeruas. Ecquis eſt, qui tuas non admiretur virtutes, nec colat? quis (inquam) te, tanquam clariſſimum lumen, &

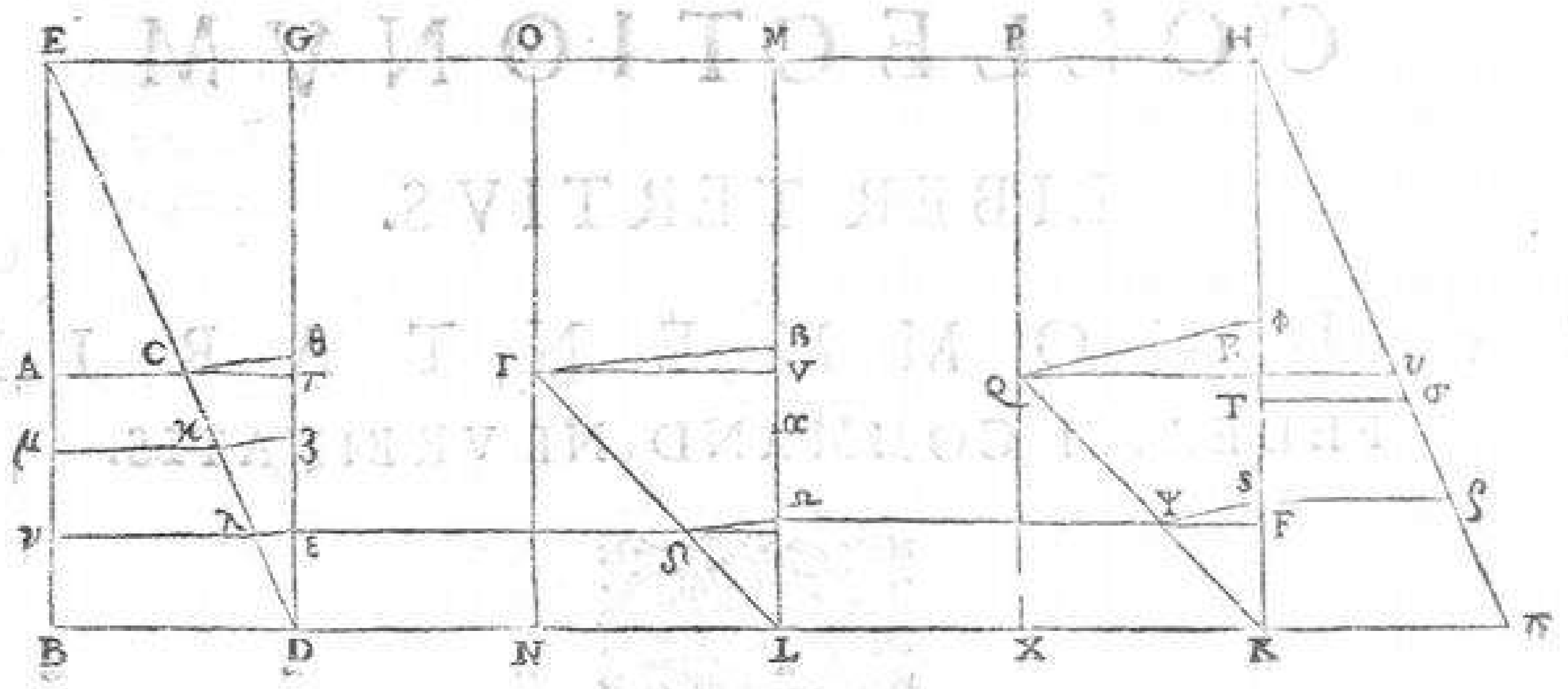
ornamentum, non veneratur? Ecquis liberalitatem magnificentiam tuam non expertus eſt? Ecquis te minimi cuiuſque beneficij immemorem ſenſit? quod, ita ſit, vel ex hoc ipſo intelligitur: non enim oblitus es te ab ineunte ętate Commandino pręceptore in mathematicis diſciplinis plurimùm profeciſſe, & propterea, & ipſum, & familiam, & Patriam eius laudibus ornare maximis voluiſſe, cum tuo iuſſu, tua opera tuàque pecunia Pappum in lucem edi iuſſeris. Quo nobis tam ſingulari beneficio metum abſterſiſti, ne, quas partes ſibi Commandinus ſumpſerat, eas aliquis alius pręoccuparet. Hoc eſt maximũ, hoc glorioſiſſimum authori. Hoc nos, qui pendemus ab eo, ſed ego in primis, cuius maximè omnium intereſt; cum alterá ex filiabus (vt tu nôſti) vxorem duxerim, tibi tantum debemus, quantum perſoluere difficile eſt. Verùm quoniam per mortem non licuit ei hunc celſitudini tuę librum dicare, nec mihi per diſſenſiones ipſas (alioquin hac in re illius voluntati, vt cœteris in rebus obſecuturus eram) tanto tuo beneficio deuincti his literis noſtrum eſſe duximus, eximię tuę in familiam noſtram voluntatis tibi nos non immemores declarare: nam de referenda gratia, quòd cogitemus nihil eſt: iſtius enim in nos meriti magnitudiné, atque pręſtantiam conſiderantes, & quàm diſpari in ordine, & fortuna vtrique verſamur, (quod tu maximus es Dominus, ego verò minimus ſeruus) mihi pręter ſummam voluntatem ad tanti officij remunerationem reliquum nihil eſſe video. Hoc ergo ſupereſt, vt à DEO Opt Max. tibi diutiſſimam, & feliciſſimam vitam precemur. Vale.

CANDIDO LECTORI.

HABES candide lector Pappi Alexandrini mathematicas collectiones à Federico Commandino in latinam linguam translatas, & commentariis illuſtratas, iandiu tibi promiſſas, & fortaſſe a te deſideratas. Quod nũc habeas, & diutius illas morari non coactus fueris, id totum Franciſco Mariæ Sereniſſimo Vrbini Duci, acceptũ referre debes: is enim tua, & Cõmãdini cauſa, quia illius hæredes nunquam hucuſque in harum impreſſione concordes fuerunt, ſuis hortationibus & impenſis, vt ederentur, curauit. Quòd huic operi primus, & ſecundus liber deſunt, edaci rerum tempori non Commandini negligentiæ eſt adſcribendum: tantam enim diligentiam in illis perquirendis adhibuit, quãta forſam in reperiendis tot aliis antiquorum mathematicorum libris illi opus fuit: non tamen propterea quod ita ſit, timeas, te ex eo parùm in Geometria profecturum, & operam in illius lectione ponendam perditurum: nam niſi ego decipior, & Commandinus ipſe decipiebatur, contrarium experiere. Si hoc opus non ita vt alia ab eodem authore edita expolitum videbitur, mortem, quæ illum nobis nimis propere ſubripuit, &, ne ſummam illi imponeret manum, impediuit, accuſa; non illum, nec eius hæredes: nam licet tu primo aſpectu forſitan ab eis, vt nonnulli ante impreſſionem cupiebant, deſideres, vt onus libri corrigendi, & poliendi alicui mandauiſſent, & non tibi reſeruaſſent: tamen re maturius perſpecta, cognoſces eos, quanuis id commode facere potuiſſent, quia non deerant viri Geometriæ periti, qui hanc curam ſuſcepiſſent, prudenter iudicaſſe cum conſenſerint magis tibi, & Commandino expedire, ſi, vt repertus eſt liber, nulla ne addita quidem, nec dempta ſyllaba, imprimeretur. Quod igitur ita factum fuit, Aequi bonique conſule, & libenter librum lege, & cum tibi authoris labores profuiſſe perſpicies, gratias, pro illo Diuinam Miſericordiam implorando, referre non detrectabis. Vale.

PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICARVM
COLLECTIONVM
LIBER TERTIVS.
CVM COMMENTARIIS
FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

QVICVMQVE ea, quæ in Geometria inueſtigantur, diligentius expendere volunt, ò Cratiſte, omne problema appellari exiſtimant. in quo aliquid faciẽdum, & conſtruendum proponitur. Theorema vero, in quo aliquibus poſitis conſequens ad ea, & omnino contingens conſideratur, cum antiquorũ alij problemata omnia, alij theoremata eſſe dixerint. Qui igitur theorema proponit, ſciẽs quodammodo conſequens eius, putat quæſtione dignum, & non aliter recte proponat. Qui vero proponit problema, ſiquidem indoctus eſt, & omnino rudis, quamquam proponat id, quod conſtrui quodammodo non poſſit, dignus venia eſt, & culpa vacat. quærentis enim officium eſt, & hoc determinare, & id, quod fieri, & quod minime fieri poteſt. & ſi fieri poteſt, quando, & quomodo, & quotupliciter fieri poſſit. Quòd ſiquis imperite proponat, cum mathematicas ſcientias profitentur, non eſt extra culpam. Nuper quidam eorum, qui mathematicas ſcientias profiteatur, per tuas problematum propoſitiones imperite nobis determinarunt. de quibus & ſimilibus oportebat nos ad tuam, & ſtudioſorum vtilitatem in tertio libro collectionum mathematicarum demonſtrationes afferre. Primum igitur problema quidam, qui magnus Geometra videbatur, inſcite determinauit. etenim datis duabus rectis lineis duas medias proportionales in continua analogia inuenire, ſeſe dixit per planorum contemplationem. voluitque vir ille nos, cum conſtructionem ab ipſo factam diligenter expendiſſemus, de ea reſpondere. Quæ quidem hoc modo ſe habet.



Sint duæ rectæ lineæ AB AC ad rectos inter ſe angulos: & a puncto B ducatur BD ipſi AC parallela: ponaturque ipſi AB æqualis BD, & iungatur DC, quæ ipſi BA in E occurrat. a puncto autem E ducatur EH parallela ipſi AC; producaturque BD: & a puncto D ducatur DG parallela BE: & ipſi BD æquales ponantur DN, NL, LX, XK. deinde per puncta N L X K ducantur NO LM XP, KH ipſi BE parallelę: & ponatur KR æqualis BA, ſeceturq; bifariam in puncto S: & vt KH ad HS, ita fiat SH ad HT. vt autem, SH ad HT, ita TH ad Hφ: & a recta linea XP auferatur QX æqualis AB. iunganturq; QK Qφ. atq; a puncto S ipſi Qφ parallela ducatur SΨ. a pūcto autē Ψ ducatur ΨΩ parallela KX.
A & ſit vt LM ad MΩ, ita ΩM ad Mα, vtq; ΩM ad Mα, ita αM ad Mβ, & ab ipſa
ON auferatur Nγ ęqualis AB: iunganturque γL γβ. Deinde a puncto Ω ipſi
βγ parallela ducatur Ωδ, & a δ ipſi LN parallela δε, & ut DG ad Gε, ita
B ſit εG ad Gζ. ut autem εG ad Cζ, ita ζG ad Gθ. iungaturque θC, & ipſi θC
parallelę ducantur ζκελ. poſtremo ducantur a punctis κ λ ipſis AC BD parallelæ κμ λν. oſtendendum eſt ipſarum AC BD medias proportionales eſſe μκ, νλ.

Hæc igitur ille conſcribens mihi tradidit, non continentia demonſtrationē propoſiti problematis. Sed quoniam & Hieronymus philoſophus, & alij complures ex eius amicis, qui mihi cogniti erant, voluerunt me de propoſita conſtructione interim reſpondere, cum ille demonſtrationem facere promiſiſſet. hæc habui nunc quæ dicerem. Eum ſcilicet non recte, ſed perperam conſtructione vſum fuiſſe. bipartito enim ſecans rectam lineam RK in S, & ut KH ad HS, ita faciens SH ad HT; conſtituit in eadem proportione, & TH ad Hφ. neceſſe autem omnino eſt neque illum, neque nos punctum ſectionis in tertia proportione, velut Φ inuenire. Hac igitur dubitatione ad cauſam eius conſequente, oſtendit ſe non intelligere hoc conſequens. nam cum determinari non poſsit ſectionis punctum, vt Φ
C in tertia proportione, niſi prius ponatur proportio, quam habet KH ad HR, hoc

eſt

eſt BE ad EA, non ſolum ipſe conatur quærere, quod inueniri non poteſt, ſed C
etiam nos cenſet. Itaque poſita proportione, quam KH habet ad HR; hoc eſt
BE ad EA, & data HK, datur minor recta linea tertiæ proportionis. datũ aũt
eſt punctum H. ergo & alterum extremum minimæ rectæ lineę eſt datum. quod
vel inter HR, vel inter RT cadere manifeſto cõſtat. At punctum T etiam cadere
inter RS demonſtrabimus. & prius punctum φ aliquando quidem cadere
inter HR, aliquando autem inter RT iuxta poſitionem proportionis, quam
habet KH data ad HR. ponatur enim primum data proportio KH ad HR,
hoc eſt BE ad EA, vel BA ad AC dupla. proportio igitur & KH ad HR eſt
ea quam habent duo ad vnum, videlicet quattuor ad duo. quam & proportio KH
ad HS eſt, quam habent quattuor ad tria. atque eſt vt KH ad HS. videlicet vt
quattuor ad tria, ita SH ad HT, hoc eſt ita 3 ad $2\frac{1}{4}$. Vt autem 3 ad $2\frac{1}{4}$, D
ita $2\frac{1}{4}$ ad aliam quandam. Si igitur ita fiat, erit ad minorem, quàm ſint 2, hoc
eſt, quam ſit HR, ita vt minor recta linea tertię proportionis, & omnium minima
minor ſit, quam HR; & ſectionis punctum ut φ inter HR cadat. Sed ſit
data proportio quadrupla. ergo ipſius KH ad HR proportio eſt, quam habent
8 ad 2: & proportio KH ad HS, quam habent 8 ad 5. eſt autem ut 8 ad 5, E
ita 5 ad $3\frac{1}{8}$: & vt 5 ad $3\frac{1}{8}$, ita $3\frac{1}{8}$ ad minorem, quàm ſint 2. quare rurſus
tertiæ proportionis ſectio inter HR cadit. ponatur deinde proportio KH ad
HR quintupla. ergo proportio KH ad HR eſt, quam habent 10 ad 2. & proportio
KH ad HS, quam habent 10 ad 6. Sed ut 10 ad 6, ita 6 ad $3\frac{1}{2}$
& $\frac{1}{10}$, hoc eſt ad $3\frac{3}{5}$ & ut 6 ad $3\frac{3}{5}$, ita $3\frac{3}{5}$ ad maiorẽ, quam 2. atq; eſt
HR 2. cadit igitur ſectionis pũctum tertiæ proportionis inter RT. &
manifeſtum eſt omnes quidẽ proportiones, quæ ſunt minores quadrupla facere
talem ſectionem inter RH; quæ vero maiores quintupla facere ſectionis punctum
inter RT, quemadmodum & lemma huiuſmodi proportionis utile
præmiſimus. Itaque quoniam oſtendimus ſectionis punctum vt φ aliquando
cadere inter HR, aliquando inter RT, quod ab eo animaduerſum
non eſt ob eam, quam diximus, cauſſam. ipſe autem dicit, propoſitum
oſtendit, ſiue punctum φ ſit inter HR, ſiue inter RT: illud ante
omnia conſiderare oportet. Vbicumque ſumat punctum φ ſiue infra
R, ſiue ſupra, non eſſe, ut SH ad HT, hoc eſt ut KH ad HS, ita &
TH ad HR. Si igitur dixerit, fiat ut KH ad HS, ita SH ad HT, &
TH ad HR, ipſe per ſeſe redarguitur, ſumens quæſitum ut conceſſum. F
protracta enim XK, ipſique XK facta æquali Kϖ, & iuncta ϖH, atque G
per puncta STR ductis parallelis ipſi Kϖ, factum erit, quod quæritur. &
perſpicuum eſt quo pacto hoc ſequatur. Erat namque & ut Kϖ ad Sρ, ita H
Sρ ad Tσ, & Tσ ad RY. æqualis autem eſt Kϖ ipſi BD, & KR ipſi BA,
& BE ipſi KH, ita ut & AC ſit æqualis Rυ, & duarum BD AC, hoc
eſt duarum Kϖ Rυ inuentæ ſint duę mediæ proportionales Sρ Tσ, quod
fieri non poteſt: nimirum recta linea exiſtente HK, & puncto in ipſa R.
non enim per contemplationem eam, quæ in plano fit inter RK duo puncta
velut T S ſumi poſſunt, ita ut ſit ſicut KH ad HS, ſic SH ad HT, & TH
ad HR. & quamquam ſumat F pro S, tamen problema fieri nequit. quod
natura ſolidum eſt. quare & ipſe ſciens quæſitum ut conceſſum ſumi, non
auſus eſt dicere alterum minimæ rectæ lineæ terminum eſſe punctum R.
ſupra uero, hoc eſt inter RH ſumens ipſum ad φ reliquam conſtructionem
complet, ut uult. & nihilominus imprudens in difficultatem ab initio
propoſitum delabitnr, non enim quod pluribus agens falſa ſcribere voluerit; ut
quoſcumq; in errorẽ induceret, ſed ꝗ in ipſis rationes non rectæ cõcludẽtes afferat.
vt oſtendã prius in corrupto, ac ſano modo percurrẽs id, quod proponitur. deinde
reprehendens eius poſitionẽ nõ recte ſumptam. Quoniam igitur data eſt propor- K

tio KH ad HR, atque eſt data KH (hoc enim ponere oportet) data erit & HR, & reliqua RK. Sed & SR, quæ dimidia eſt ipſius RK erat autem & RH data tota igitur HS data erit quare & data proportio KH ad HS. atque eſt vt KH ad HS, ita SH ad HT. & data eſt SH, vt oſtenſum fuit ergo & HT erit data. Eadem ratione data erit & Hϕ quare & data differentia rectarum linearum HR Hϕ: & inuentum eſt ϕ inter HR, ſicut & per numeros demonſtratum iam fuit. Et quoniam data eſt differentia ϕR & RQ recta linea coniungens, quæ eſt ęqualis XK, datum erit ſpecie & magnitudine triangulum orthogonium ϕQR. L angulus igitur RϕQ eſt datus, qui eſt æqualis angulo exteriori KSψ. ergo & M producta Ωψ ad F datum erit SFψ triangulum orthogonium & ſpecie, & magnitudine. quoniam enim data eſt vtraque ipſarum RK RQ data erit & QK & proportio QK ad Kψ eſt data; quòd eadem ſit datæ proportioni ϕK ad KS. quare & data ψK. ſed & ψS eſt data, ſiquidem & vt ϕK ad KS, ita ϕQ ad ψS. & oſtenſa eſt data ϕQ data igitur & ψS. erat autem & angulus ψSK datus. ergo & triangulum ψSF orthogonium ſpecie & magnitudine dabitur. quare & ψF parallela ipſi XK & in directum ipſi ψω. data igitur & ω L æqualis FK: & quoniam HK eſt æqualis ML, minor autem ω L, quam SK. etenim ω L eſt æqualis ipſi KF atque eſt vt KH ad HS, ita SH ad HT, & TH ad Hϕ, vt autem LM ad Mω, ita ωM ad Mα, & αM, ad Mβ; erit Mβ maior, quàm Hϕ. etenim & hoc deinceps demonſtrabitur. ergo & reliqua βL minor eſt, quàm ϕK. Rurſus quoniam data eſt ωL, cum oſtenſa ſit æqualis ipſi FK datæ; data autem & LM, quòd & KH: erit proportio LM ad Mω data. atque eſt ut LM ad Mω, ita & ωM ad Mα: & data eſt ωM. ergo & Mα, dabitur. Eadem ratione dabitur quoque Mβ. quare & punctum β, eſt datum; quod poſitum ſit vbi vult, vel inter VM, vt nunc eſt, vel inter Vα, nempe recta linea VL ęquali poſita vnicuique ipſarum KR AB, QX ΓN. Si enim dicit β cadere in V, quæſitum nihilominus, ut conceſſum ſumit. apparet namque rurſus in recta linea ML poſitione data, & puncto aliquo in ipſa dato V ſumere inter LV duo puncta ω, A, & facere vt LM ad Mω, ita ωM ad Mα, & αM ad MV; quod nullus ipſorum concedit. Hoc enim & antiqui quærentes dubitarunt, per plana inuenire, vt etiam demonſtrabo illorum N verba apponens. & ipſe nihil habet dicere, quod hoc refellat. cum dicamus. Si V neceſſario eſt ſectionis punctum tertiæ proportionis, oſtende neque inter Vα, neque inter MV cadere poſſe. etenim nos in principio oſtendimus punctum ϕ cadere & ſupra R & infra. cadit namque iuxta poſitionem propoſitionis. Similiter igitur reſolutione procedente ex eo, quod datur triangulum V, β, Γ, ſpecie & magnitudine, quamuis β ſectionis punctum cadat inter Vα. dato autem & δ, ω, L triangulo quemadmodum ſupra, & data δ, ε, dabitur enim proportio DG ad G, ε. hoc eſt proportio, ζG ad Gθ & nullo modo rurſus DG ad GE, cum æquales ponatur, & nunc KR, hoc eſt AB ipſi D, τ, quamquam θ velit cadere inter, ζ, τ, nihil enim habet dicere, quod refellat; audiens a nobis oſtende neque inter τ, G, neque inter τ, ζ cadere. Si autem ex conceſſione ſimpliciter velit huiuſmodi ſectionis punctum eſſe in τ, quæſitum etiam nunc vt conceſſum ſumit.

Quod ſi ipſi non concedatur ſectionem eſſe in puncto τ, quoniam neque R concedimus in recta linea KH demonſtrationem facere. & ſi aliquod aliud inter εG ſumere velit, ut ζ, ipſe non nouit, quomodo deceptus θ ſumit. Sed vt vult, ponatur ſeparabile eſſe ſecundum τ, & coniungens θ, C, ducenſque ipſi C, θ parallelas, ζ κ, ε, λ, per κ, λ, vero ipſi AC parallelas. κμ, λν, oſtendit ſe non intellexiſſe problema. etenim recta linea θC non facta parallela ipſi EG angulus CθG obtuſus quidem eſt, puncto θ inter Gτ, cadente, acutus autem θ cadente inter τζ, namque angulus ad τ, rectus eſt, ſecundum quem dumtaxat problema efficitur. Quòd ſi quis concedat, quemadmodum ſupra diximus, in recta linea DG poſitione data, & puncto dato τ, ſumere duo puncta, velut ε, ζ, ita ut quam proportionem habet DG ad G, ε, habeat εG ad Gζ, & ζG ad Gτ.

hoc

hoc autem non dato, quod propoſitum eſt ab eo per plana inueniri non poterit; vt etiam per numeros ipſos congruenter reſolutioni, ijs, qui velint, perſuadere licebit, vtentibus tabula Ptolemæi de rectis lineis in circulo datis. Sed de hoc dubitare vna cum alijs ſatius erat, quàm ita inuenire. Nos autem ea, quę ſuperius poſita ſunt, nunc oſtendemus.

COMMENTARIVS.

Et ſit vt LM ad MΩ, ita ΩM ad Mα] *Græcus codex mendoſe habebat.* καὶ ἔϛω ὡς λμ ϖρὸς μω, οὕτως ἡ ω μ ϖρὸς μθ *cum legendum ſit* ϖρὸς μα. A

Et ipſi θC parallelæ ducantur, ζκ, ελ. poſtremo ducantur a punctis κ, λ ipſis AC BD parallelæ κμ, λν. oſtendendum eſt ipſarum AC BD medias proportionales eſſe μκ, νλ,] *Græcus codex* καὶ ἄχθωσαν τῇ θ Γ ϖαράλληλοι αἱ, ζ κ ε α, καὶ ἀϖὸ τῶν κ α τοῖς α γ β α ϖαράλληλοι αἱ κ μ α ν δεῖξαι, &c. αἱ μ κ ν α. *Sed legendum* καὶ ἤχθωσαν τῇ θ γ ϖαράλληλοι αἱ, ζ κ ε ν, καὶ ἀϖὸ τῶν κ λ ταῖς α γ β δ ϖαράλληλοι αἱ κ μ, λ ν δεῖξαι αἱ μ κ, ν λ. B

Niſi prius ponatur proportio, quam habet KH ad HR, hoc eſt BE ad EA.] *Græcus codex,* μὴ ϖρότερον ὑϖοτεθέντος τοῦ λόγου ὃν ἔχει ἡ κ δ ϖρὸς κ ρ, τουτέϛι τὸν ὃν ἔχει ἡ η ϖρὸς την β α. *Sed legendum puto ex iis, quæ deinceps ſequuntur.* ὃν ἔχει ἡ κ θ ϖρὸς θ ρ τουτέϛι τὸν ὃν ἔχει ἡ β ε ϖρὸς την ε α. C

Vt autem 3 ad 2 $\frac{1}{4}$, ita 2 $\frac{1}{4}$ ad aliam quandam] *Græcus codex* ὡς δὲ καὶ τὰ γ ϖρὸς τὰ δύο καὶ δ, οὕτως αὐτὰ τὰ β δ ϖρός ἄλληλα. *Sed legendum* ϖρὸς ἄλλην τινα. D

Et proportio KH ad HS, quam habet 10 ad 6.] *Græcus codex* καὶ τῆς κθ ἄρα ϖρὸς την θ σ λόγος ἐϛὶν, ὃν τὰ ε ϖρος τὰ ϛ. *Sed legendum* ὃν τὰ ι ϖρὸς τὰ 5. E

Ipſe per ſeſe redarguitur, ſumens quæſitum ut conceſſum] *Græcus codex* αὐτόθεν ἐλέγχεται τὸ ζητούμενον ἐν ὁμολογούμενον λαβὼν *lege* τὸ ζητούμενον ὡς ὁμολογούμενον λαβών. F

Atque per puncta STR ductis parallelis ipſi Kϖ factum erit quod quæritur] G *Græcus codex hoc loco, & infra corruptus erat, quem nos reſtituimus.*

Erat namque & ut Kϖ ad ϛρ, ita ϛρ ad Tσ] *Sequitur hoc ex 4. ſexti elementorum ob triangulorum ſimilitudinem.* H

Quoniam igitur data eſt proportio KH ad HR.] *Græcus codex* ἐϖεὶ τοίνυν δοθείσης ἐϛὶν ὁ τῆς κ θ ϖρὸς θ ρ *lege* ἐϖεὶ τοίνυν δοθεὶς ἐϛὶν ὁ τῆς κθ ϖρὸς θ ρ. K

Angulus igitur RφQ eſt datus, qui eſt æqualis angulo exteriori KSΨ] *Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἡ ὑϖὸ ρ φ γονία καὶ ἴση ἐϛὶν τῇ ὑϖὸ κ σ φ ἐκτος γωνία. *Sed legendum* δοθεῖσα ἄρα ἡ ὑϖὸ ρφχ γωνία. καὶ ἴση ἐϛιν τῇ ὑϖὸ κσΨ ἐκτός γωνία. L

Ergo & producta AΨ ad F datum erit SFΨ triangulum orthogonium ſpecie & magnitudine] *Græcus codex* ἐκβληθείσης ἄρα &c. τῷ εἴδει οὕτως. *Legendum arbitror* τῷ εἴδει καὶ μεγέθει, *quod ex iis, quæ ſequuntur manifeſto apparet.* M

Si N neceſſario eſt ſectionis punctum tertiæ proportionis] *Græcus codex* εἰ τὸ ϛ ἐϛὶν ἐξ ἀνάγκης τὸ τῆς τομῆς σημεῖον τοῦ τρίτου λόγου. *Sed pro* ϛ *ego libenter ponerem* β. *hoc eſt V vt nos vertimus.* N

THEOREMA PRIMVM, PROPOSITIO I.

Sit quędam recta linea AG diuiſa in partes æquales ad puncta BCDEF. Dico ut AC ad CB, ita eſſe BC ad ipſius CB dimi-

diam

diam: & vt AD ad DB, ita BD ad DC, & tertiam ipſius C CB: vt autem AE ad EB, ita BE ad EC, & ipſius CB quartam: & vt AF ad FB, ita BF ad FC, & quintam CB: Denique vt AG ad GB, ita BG ad GC, & ipſius CB ſextam.

Perſpicuum autem eſt numeris ſemper hoc pacto aſſumptis, vt datus rectarum linearū æqualium numerus a puncto A A ad numerum vnitate minorē, ita eſſe numerū B unitate minorem ad alium adhuc eo minorem vnitate, & particulam ipſius CB, quæ datæ rectarum linearum æqualium multitudini reſpondent.

COMMENTARIVS.

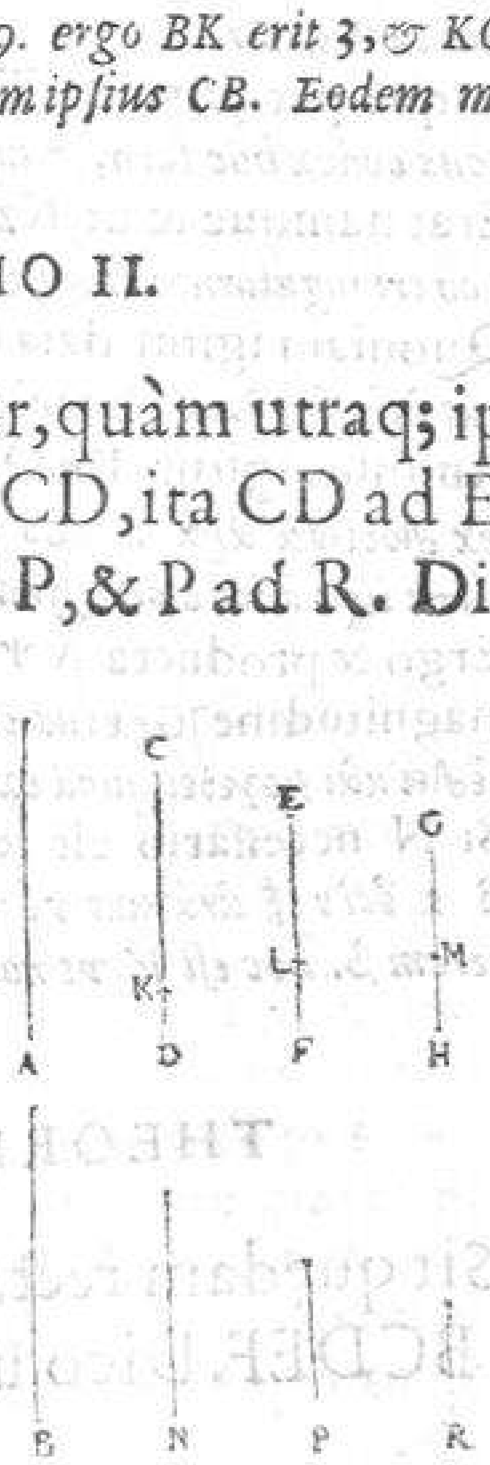
A [Dico vt AC ad CB, ita eſſe BC ad ipſius CB dimidiam] *Vt enim AC ad eius dimidiam CB, ita & BC ad eius dimidiam.*

B Et ut AD ad DB, ita BD ad DC, & tertiam ipſius CB] *Fiat enim vt AB ad BD, ita BH ad HD. erit componendo, ut AD ad DB, ita BD ad DH; & quarum partium AD eſt 9, earum DB eſt 6: & DH 4. ergo BH eſt 2, & HC 1. Vt igitur AD ad DB, ita BD ad DC, & CH, hoc eſt ipſius CB tertiam.*

C Vt autem AE ad EB, ita BE ad EC, & ipſius EB quartam] *Rurſus fiat ut AB ad BE, ita BK ad KE: quare & componendo, vt AE ad EB, ita erit BE ad EK. Quarum vero partium AE eſt 16, earum EB eſt 12, & EK 9. ergo BK erit 3, & KC, 1. Vt igitur AE ad EB, ita BE ad EC, & CK, videlicet quartam ipſius CB. Eodem modo & reliquæ demonſtrabuntur.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sint ęquales rectæ lineæ, A, B; & CD minor, quàm utraq; ipſarum A B; maior vero, quàm N: fiatq; ut A ad CD, ita CD ad EF, & EF ad GH: vt autem B ad N, ita fiat N ad P, & P ad R. Dico ipſam R, quàm GH minorem eſſe.



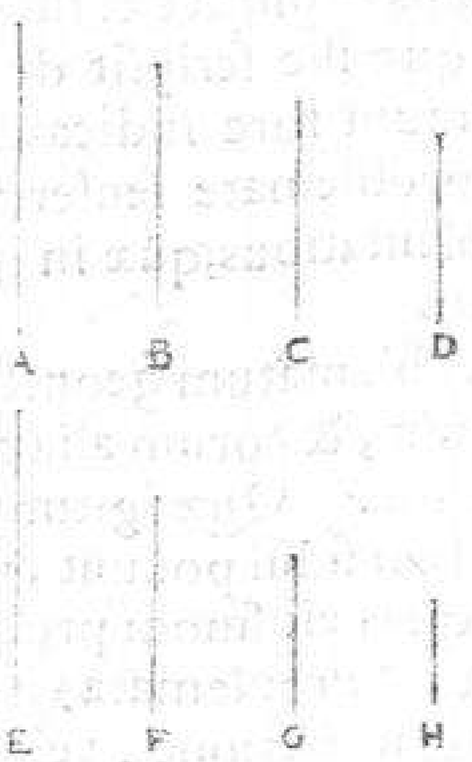
Quoniā enim CD maior eſt, quam N; ponatur ipſi N æqualis CK. ergo ut A ad CK, ita B ad N. Rurſus quoniā ut A ad CD, ita CD ad EF; fiat ut A ad CK, ita CK ad CL. eſt autem & ut B ad N, ita N ad P: atq; eſt A quidem ipſi B æqualis; CK vero ęqualis N. ex ęquali igitur ut A ad EL, ita B ad P. ideoq; EL ipſi P æqualis erit. Eadem ratione, cum ſit ut A ad CD, ita CD ad EF, & EF ad GH; erit & ut A ad CK, ita CK ad EL, & EL ad minorem, quàm GH ſit ad GM. Itaque quoniam ut CK ad EL, ita EL, ad GM; & ut N ad P, ita P ad R; eſt aūt CK æqualis N, & EL ęqualis P; erit GM ipſi R æqualis; ac ꝓpterea R minor, quā GH.

22 quinti
9

ALITER

Sit A æqualis E, maior autem B, quàm F: & fiat vt A quidem ad B, ita B ad C, & C ad D. vt vero E ad F, ita F ad G, & G ad H. Dico D maiorem eſſe, quàm H.

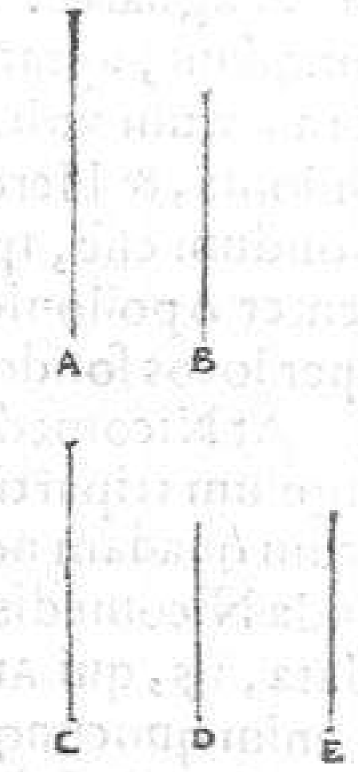
Quoniam enim B maior eſt, quàm F, & A ipſi E eſt æqualis; habebit B ad A maiorem proportionem, quàm F ad E: 8. quinti & contra A ad B minorem habebit, quam E ad F. vt autem E ad F, ita F ad G, & ut A ad B, ita B ad C; ergo B ad C mino- 11. quinti rem habet proportionem, quam F ad G. & ut B ad C, ita C ad D. quare C ad D minorem propoſitionem habet, quam F ad G. Sed ut F ad G, ita G ad H. ergo C ad D minorem habet, quam G ad H. Quoniam igitur A ad B minorem habet proportionem, quam E ad F. B uerò ad C minorem, quam F ad G; & C ad D minorem, quam G ad H; habebit ex æquali A ad D minorem proportionem, quam E ad H, vt deinceps oſtendetur. & ſunt A E inter ſe æquales. maior igitur eſt D quam H, 10. quinti quod demonſtrare oportebat.



THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Habeat A ad B minorem proportionem, quàm C ad D. Dico & permutando A ad C minorem proportionem habere, quàm B ad D.

Fiat ut A ad B, ita C ad E. maior igitur eſt E quam 10. quinti D. Et quoniam vt A ad B, ita C ad E; erit permutando, 8. quinti ut A ad C, ita B ad E. Sed B ad E minorem habet proportionem, quam B ad D. ergo & A ad C minorem proportionem habebit, quam B ad D.

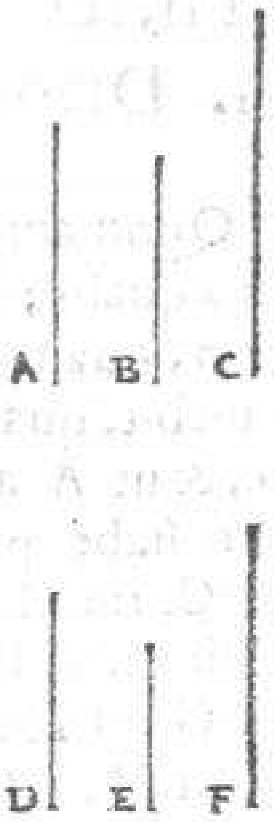


THEOREMA IIII. PROPOSITIO IIII.

Hoc demonſtrato, habeat A ad B minorem proportionem, quàm D ad E: & B ad C proportionem minorem

rem habeat, quàm E ad F. Dico exęquali A ad C minorem habere proportionem, quàm D ad F.

Quoniam enim A ad B minorem proportionem habet, quam D ad E; habebit permutando A ad D minorem proportionem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E minorem, quam C ad F. ergo rurſus permutando A ad C minorem habet proportionem, quam D ad F.



Quæ igitur me præmiſiſſe oportebat, hęc ſunt. Itaque omittens explicare & tibi, & iis, qui in geometria exercitati ſunt, ea, quæ ille ſcripſit de conſtructione, & quæ nos obiecimus; optimum fore iudicaui, ſi exponerem quid antiqui de dicto problemate ſenſerint: & primum nonnulla dicerem de problematibus, quæ in geometria conſiderantur, inde ſumpto initio.

ἐπίπεδα, στερεὰ, γραμμικά.

Problemata plana.

Problemata ſolida.

Coni ſectiones nō facile eſt ī plano deſignare.

Problematum geometricorum antiqui tria genera eſſe ſtatuerunt, & eorum alia quidem plana appellari, alia ſolida, alia linearia. Quæ igitur per rectas lineas, & circuli circumferentiam ſolui poſſunt, merito plana dicantur; etenim lineæ, per quas eiuſmodi problemata ſoluuntur, in plano ortum habent. A Problemata vero quæcunque ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione, vel pluribus, ſolida appellantur namque ad conſtructionem neceſſe eſt ſolidarum figurarum ſuperficiebus, nimirum conicis vti. Reſtat tertium genus, quod lineare appellatur. Lineæ enim alię præter iam dictas in conſtructionem aſſumuntur, varium, & tranſmutabilem ortum habentes, quales ſunt helices, & quas græci τετραγωνίζουσας appellant, nos quadrantes dicere poſſumus. B conchoides, & ciſſoides, quibus quidem multa, & admirabilia accidunt. Cum igitur tales ſint problematum differentiæ, antiqui geometræ problema ante dictum in duabus rectis lineis, quod natura ſolidum eſt, geometrica ratione C innixi conſtruere non potuerunt, quoniam neque coni ſectiones facile eſt in plano deſignare. inſtrumentis autem ipſum in operationem manualem, & commodam, aptamque conſtructiouem mirabiliter traduxerunt, quod videre licet in eorum voluminibus, quæ circumferuntur, vt in Eratoſthenis meſolabo, in Philonis, & Heronis mechanicis, & catapulticis. Hi enim aſſerentes problema ſolidum eſſe, ipſius conſtructionem inſtrumentis tantum perfecerunt, congruenter Apollonio pergæo, qui & reſolutionem eius fecit per coni ſectiones: alij per locos ſolidos Ariſtæi: nullus autem per ea, quæ proprie plana appellantur. At Nicomedes, & ratione illud fecit per lineam conchoidem, per quam & angulum tripartito diuiſit. Exponemus igitur quattuor eius conſtructiones vna cum quadam noſtra tractatione. Quarum prima quidem eſt Eratoſthenis, ſecunda Nicomedis, tertia Heronis, maxime ad manuum operationem accommodata, ijs, qui Architecti eſſe volunt. vltima autem eſt a nobis inuenta. ſolido enim quocunque dato, alterum ſolidum dato ſimile conſtruitur ad datam proportionem, ſi duabus datis rectis lineis, duæ medię in continua analogia aſſumantur, ut inquit Hero in mechanicis, & catapulticis.

COMMENTARIVS.

Problematum vero quæcumque ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua A
coni ſectione, vel pluribus, ſolida appellantur] *Græcus codex ſic habet*, παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. *ego libentius legerem* παραλαμβανομένης εἰς τὴν κατασκευὴν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν.

Quales ſunt helices, & quas Græci τετραγωνίζουσας appellant] *Græcus codex* B
mancus eſt, qui ſic habet, ὁποῖαι τυγχάνουσιν . . . . . καὶ τετραγωνίζουσαι. *Fortaſſe autem legendum erit*, ὁποῖαι τυγχάνουσιν αἱ ἕλικες, καὶ τετραγωνίζουσαι.

Quoniam neque coni ſectiones facile eſt in plano deſignare] *In Græco codice* C
legitur. ἐπεὶ μὴ δὲ τὰς τοῦ κώνου τομὰς ῥᾴδιον ἐν ἐπιπέδῳ γράφειν ἦν. *quæ vero ſequuntur ſuperuacanea, & abolenda cenſeo, vt pote librarii errore inſerta.* ὡς δεῖ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ.

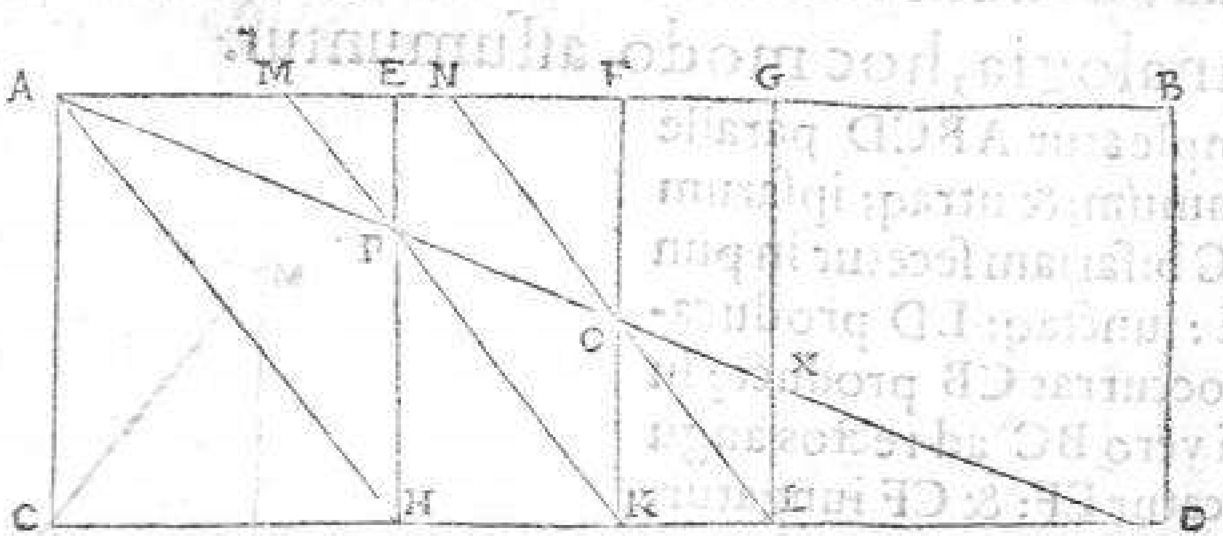
Solido enim quocumque dato, alterum ſolidum dato ſimile conſtituitur ad da- D
tam proportionem] *Græcum codicem ita corrigemus.* στερεὸν γὰρ παντὸς δεδομένου, ἕτερον στερεὸν ὅμοιον τῷ δοθέντι κατασκευάζεται πρὸς τὸν δοθέντα λόγον.

PROBLEMA I. PROPOSITIO V.

Duabus datis rectis lineis, duas medias proportionales in continua analogia inuenire.

VT ERATOSTHENES.

Sit plinthium cōpactum ABCD, & in ipſo triangula orthogonia æqualia AEH, MFK, NGL; quæ rectos angulos habeāt ad pūcta EFG: & triangulū quidē AEH affixū maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD, ita ut MF in regula AB feratur, canalē per totū habēte & vertex K i CD;



A

nempè canali per totam longitudinem excauato: Similiter & triangulum NGL in regulis AB, CD, per dictos canales moueatur. His igitur hoc modo præparatis, ſi quis velit cubum cubi duplum facere, aſſumens AC ipſius LX duplam. diſtrahenſque triangula MFK, NGL, quoad puncta AX in eadem recta linea conſtituantur, in qua triangulorum ſectiones P O, contingat rectam lineam APOX occurrentem ipſi CD in R; hoc enim neceſſario fieri oportet. Et ita quod propoſitum eſt, aſſequetur. Nam cum ſit, ut AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK, & PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL, & OK ad LX; erunt linearum AC, LX, duæ mediæ PH, OK, in continua analogia; atq; eſt AC dupla LX. cubus igitur, qui fit ex AC duplus erit eius, qui ex PH cubi. Quòd ſi cubus ad cubū aliam quandam proportionē habeat, eandem habere oportet AC ad LX, & reliqua ſimili ratione conſtruentur. Ex quo perſpicue conſtat fieri non poſſe, vt propoſitum per plana ſoluatur.

COMMENTARIVS.

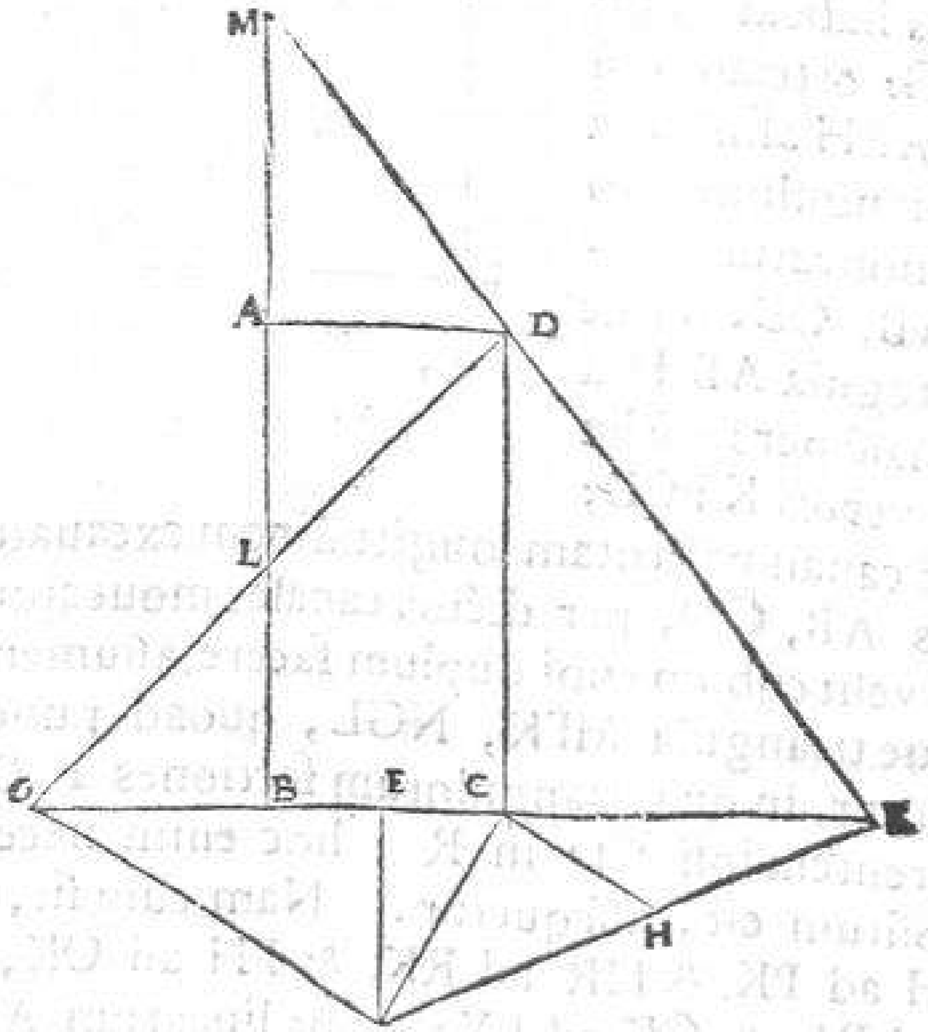
A Et triangulum quidem AEH affixum maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD] *Ex epiſtola Eratoſthenis, quæ legitur in commentariis Eutocii in ſecundum librum Archimedis de Sphæra, & Cylindro, apparet ipſum voluiſſe medium parallelogrammum, ſeu triangulum affixum eſſe, & manere, non primum. Sed res in idem recidit. nam etiam ſi vltimum maneat, & alia duo moueantur, idem planè continget. græcus autem codex corruptus eſt, & mancus, qui fortaſſe ita reſtituetur.* τὸ δὲ μ ζ κ τὴν κίνησιν ἐχέτω ἐπὶ τῶν α β, γ δ κανόνων, *adſcribantur reliqua ex codice manuſcripto.*

B Nam cum ſit vt AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK] *Ex quarta propoſitione ſexti libri elementorum; ſunt enim triangula ARC, PRH inter ſe ſimilia, itemque ſimilia ARH, PRK. quare vt AC ad PH, ita AR ad RP: & vt AR ad RP, ita & AH ad PK, & HR ad RK.*

C Et PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL, & OK ad LX] *Rurſus enim fiunt triangula PRH, ORK ſimilia, & ſimilia PRK, ORL, Vt igitur HR ad RK, ita eſt & PH ad OK, & PR ad RO. Sed vt PR ad RO, ita PK ad OL, & KR ad RL. atque ob eandem cauſam, vt KR ad RL, ita OK ad XL. Ex quibus ſequitur per undecimam quinti elementorum, vt AC ad PH, ita eſſe PH ad OK, & OK ad XL.*

VT NICOMEDES.

Duabus datis rectis lineis CD, DA; duæ mediæ in continua analogia, hoc modo aſſumuntur.



Compleatur ABCD parallelogrammum; & utraq; ipſarum AB, BC bifariam ſecetur in punctis LE: iunctaq; LD producatur: & occurrat CB productę in G; ipſi vero BC ad rectos angulos ducatur EF: & CF iungatur, A quæ ſit æqualis AL. iungatur pręterea FG, & ipſi parallela ſit CH. Quòd cum angulus contineatur KCH, a dato puncto F ducatur FHK, quæ faciat lineam HK ipſi AL, vel CF ęqualem. hoc enim fieri poſſe per lineam conchoidem oſtenſum eſt. & iuncta KD producatur, occurratq; ipſi BA productæ in puncto M. Dico vt DC ad CK, ita eſſe CK ad MA, & MA ad AD. Quoniam enim BC bifariam ſecta eſt in E, & ipſi adiicitur CK; rectangulum BKC vna cum quadrato ex CE æquale eſt quadrato ex EK. commune apponatur ex EF 6. ſecundi.

quadra-

quadratum. ergo rectangulum BKC vna cum quadratis ex CE, EF; hoc eſt vna
cum quadrato ex CF æquale eſt quadratis ex KE, EF, hoc eſt quadrato ex FK. 2. Sexti.
Et quoniam vt MA ad AB, ita eſt MD ad DK; vt autem MD ad DK, ita BC
ad CK; erit ut MA ad AB, ita BC ad CK, atque eſt ipſius AB dimidia AL, A
& ipſius BC dupla CG. eſt igitur & vt MA ad AL, ita GC ad CK, ſed ut GC B C
ad CK, ita FH ad HK, propter lineas parallelas GF, CH. quare & componendo D
vt ML ad LA, ita FK ad KH. Sed AL ponitur æqualis HK, quoniam & ipſi CF. 2. sexti.
ergo & ML æqualis erit FK. & quadratum ex ML quadrato ex FK æquale. eſt 6ſecundi
autem quadrato ex ML æquale rectangulum BMA vna cum quadrato ex AL: &
quadrato ex FK æquale oſtenſum eſt rectangulum BKC vna cum quadrato ex CF.
quorum quidem quadratum ex AL eſt æquale quadrato ex CF; ponitur enim AL
ipſi CF ęqualis. ergo & reliquum BMA rectangulum æquale eſt reliquo BKC. 14 sexti.
vt igitur MB ad BK, ita CK ad MA. Sed ut MB ad BK, ita DC ad CK. qua- 4. sexti.
re ut DC ad CK, ita eſt CK ad MA. vt autem MB ad BK, ita MA ad AD. 4. sexti.
ergo & vt DC ad CK, ita CK ad MA, & MA ad AD.

COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri poſſe per lineam conchoidem oſtenſum eſt] *Quomodo illud per li- A
neam conchoidem fiat, vide in quarto libro propoſitione 24. & apud Eutocium in commentariis in ſecundum librum Archimedis de ſphæra & cylindro.*

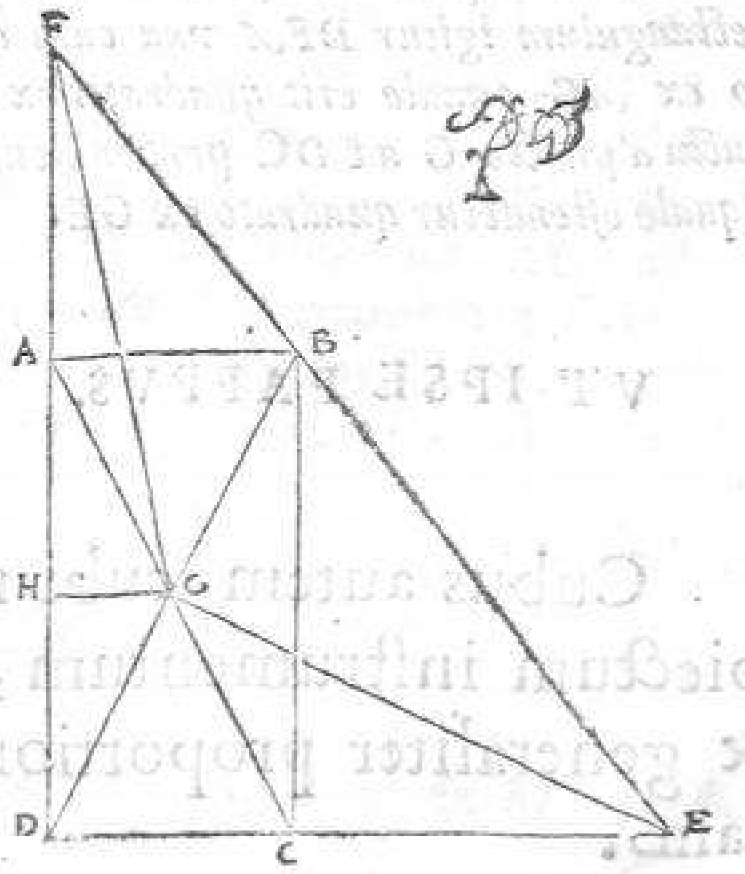
Et ipſius BC dupla CG] *Ob ſimilitudinem namque triangulorum DGC, LGB, ut DC B
ad LB, ita eſt CG ad GB. Sed* AB *hoc eſt DC dupla eſt ipſius LB. ergo &* CG *ipſius* GB *dupla erit. ac propterea etiam dupla ipſius* BC.

Eſt igitur, & ut MA ad AL, ita GC ad CK] *Quoniam enim eſt ut MA ad AB,* C
ita BC *ad* CK: *& ut* BA *ad AL, ita* CG *ad* BC; *erit ex æquali in perturbata ratione, ut MA ad AL, ita* GC *ad CK.*

Quare & componendo, ut ML ad LA, ita FK ad KH, ſed AL ponitur æqualis HK, D
quoniam & ipſi CF. ergo & ML æqualis erit FK] *Ex antedictis namque & undecima quinti lib. elementorum ſequitur ut MA ad AL, ita eſſe FH ad HK. ergo & componendo, vt ML ad LA, ita FK ad KH, permutandoque vt ML ad FK, ita LA ad KH. ſed LA eſt æqualis KH, quare & ML ipſi FK æqualis erit.*

VT HERO.

Quo autem modo poſſimus, duabus rectis lineis duas medias proportionales organice inuenire, oſtẽdemus; quoniã problema hoc, vt etiã inquit Hero, ſolidũ ẽ. exponemꝰ igitur demõſtrationẽ ad manuũ operationes maxime accõmodatã.



Sint enim datę rectę lineę AB, BC ad rectos īter ſe angulos cõſtitutæ, quarũ oporteat duas medias proportionales inuenire. Compleatur ABCD parallelogrammũ, & DC, DA producantur; iunganturq; DB, AC: & aptetur regula ad punctũ B, quæ quidem mota ſecet lineas CE, AF, quoad ea, quæ a puncto G ducitur

ad ſectionem CE, ęqualis fiat illi, quæ ab eodem puncto G ad ſectionem AF ducitur. Itaque factum iam ſit, & regulæ poſitio ſit EBF, æquales autem EG GF. Dico rectas lineas AF, CE medias proportionales eſſe ipſarum AB, BC.
A Quoniam enim parallelogrammum ABCD rectangulum eſt, quattuor rectæ
B lineę DG, GA, BG, GC æquales ſunt inter ſeſe. & quoniam æquales ſunt DG,
GA; & ducta eſt GF, rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG æquale erit quadrato ex GF. Et eadem ratione rectangulum DEC vnà cum quadrato ex CG, æquale eſt quadrato ex GE. & ſunt æquales FG, GE. ergo & rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG erit æquale rectangulo DEC vna cum quadrato ex CG. quorum quadratum ex CG eſt æquale quadrato ex GA. reliqaum igitur rectangulum DEC rectangulo DFA eſt æquale.
14 sexti ergo vt ED ad DF, ita FA ad CE. vt autem ED ad DF, ita & BA ad AF,
4 & EC ad CB. quare & vt BA ad AF, ita & FA ad CE; & EC ad CB. rectarum igitur linearum AB, BC mediæ proportionales ſunt AF, CE.

COMMENTARIVS.

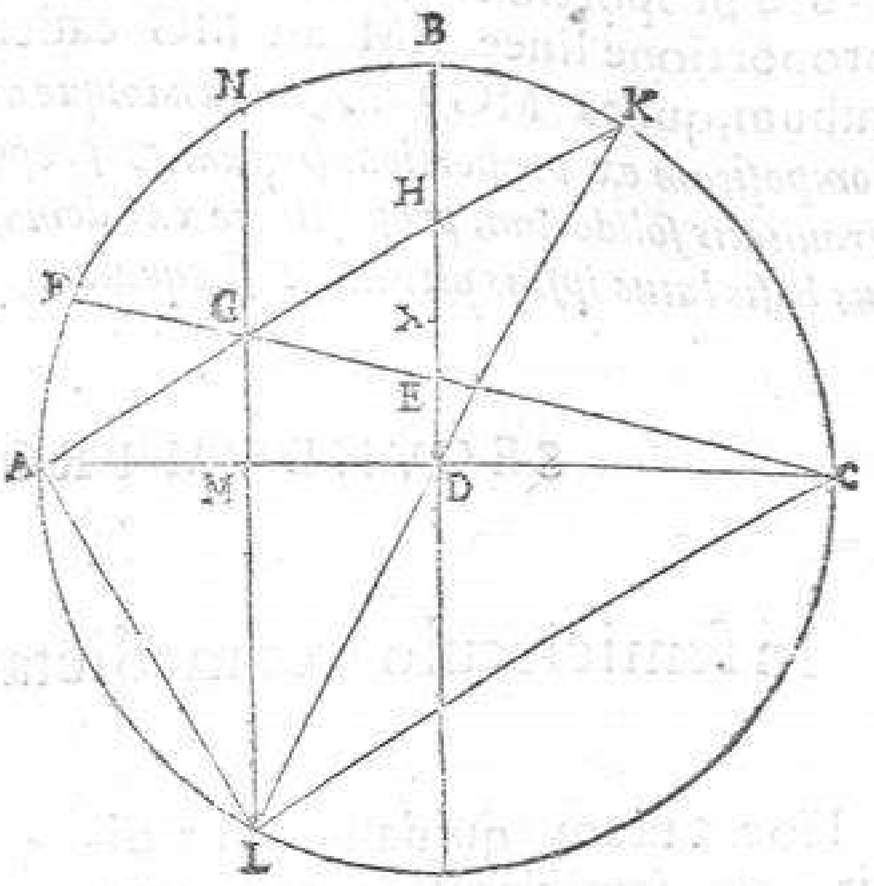
A Quoniam enim parallelogrammum ABCD rectangulum eſt, quattuor rectæ lineę DG, GA, BG, GC, æquales ſunt inter ſeſe] *Sunt enim trianguli ABC duo latera CB, BA æqualia duobus lateribus BC, CD trianguli DCB, & angulus ad B rectus æqualis recto ad C. ergo & baſis AC baſi BD æqualis erit. Sed AGB*
29 primi *angulus eſt æqualis angulo DGC, quòd ſint ad verticem; & angulus ABG æqualis eſt angulo CDG, anguluſque BAG ipſi DCG. triangulum igitur ABG triangulo CDG ſimile; & vt AB ad BG, ita CD ad DG: & permutando vt AB ad CD, ita BG, ad GD. ergo BG, GD æquales ſunt. & eodem modo oſtendentur æquales AG, GC. vt igitur BG ad GD, ita AG ad GC. & componendo vt BD ad DG, ita AC ad CG rurſusque permutando vt BD ad AC, ita DG ad GC. Sunt autem BD, AC æquales; quod oſtenſum fuit. ergo & æquales DG, GC, & propterea BG, GA, & omnes inter ſe æquales.*

B Et quoniam æquales ſunt DG, GA; & ducta eſt GF; rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG ęquale erit quadrato ex GF] *Ducatur a puncto G ad*
4. sexti. *AD perpendicularis GH. erit triangulum AGH triangulo DGH ſimile: & vt GH ad HA, ita GH ad HD. ergo AH eſt æqualis HD. Et quoniam AD bifa-*
6 secūdi *riam ſecta eſt in H: & ipſi adiicitur AF, rectangulum DFA vna cum quadrato ex AH æquale eſt quadrato ex HF. commune apponatur quadratum ex GH,*
47 primi *rectangulum igitur DFA vna cum quadratis ex AH, HG: hoc eſt una cum quadrato ex AG æquale erit quadratis ex FH, HG, videlicet quadrato ex FG. & ſimiliter ducta a puncto G ad DC perpendiculari, rectangulum DEC una cum quadrato ex CG æquale oſtendetur quadrato ex GE.*

VT IPSE PAPPVS.

Cubus autem cubi non ſolum duplus inuenitur per ſubiectum inſtrumentum, quod a nobis excogitatum eſt, ſed & generaliter proportionem habens quamcumque imperatam.

Deſcri-



Deſcribatur enim ſemicirculus ABC: & a centro D ad rectos angulos ducatur DB; & moueatur regula circa A punctum, ita ut unus quidem eius terminus clauulo quopiam ſuperponatur puncto A, reliqua uero pars circa clauulum, veluti circa centrum inter BC moueatur. His hoc modo conſtructis propoſitum ſit duos cubos inuenire, qui inter ſe datam proportionem habeant. Fiat proportio BD ad DE eadem, quę proportio data; & iuncta CE producatur ad F. moueatur autem regula inter BC, donec pars eius interiecta inter lineas FE, EB æqualis ſit ei, quæ inter BE rectam lineam & circumferentiam BKC interiicitur. hoc enim tentantes ſemper, & regulam transferentes facile aſſequemur. factum igitur iam ſit, & regula poſitionem habeat
AGHK, ita ut GH, HK inter ſe ſint ęquales. Dico cubum factum ex linea
BD ad cubum ex linea DH datam habere proportionem: videlicet quę eſt BD
ad DE. Intelligatur enim circulus completus: iunctaque KD producatur
ad L, & LG iungatur. parallela igitur eſt LG ipſi BD, propterea quòd & 2. sexti.
KH eſt ęqualis HG, & KD ipſi DL. Iungantur etiam AL, LC, Et quo-
niam angulus GAL in ſemicirculo rectus eſt; & perpendicularis AM: erit Cor.8.
vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, hoc eſt, vt recta linea CM ad
rectam MA, ita quadratū ex AM ad quadratum ex MG: etenim ut LM ad MA, ita
eſt MA ad MG. ergo & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita A
quadratum ex AM ad quadratum ex MG, & recta linea CM ad MA. com- B
munis apponatur proportio AM ad MG. ergo proportio compoſita ex pro-
portione CM ad MA, & proportione AM ad MG, uidelicet proportio C
CM ad MG, eadem eſt, quæ componitur ex proportione quadrati ex AM
ad quadratum ex MG; & ex proportione rectæ lineę AM ad MG. Sed pro-
portio compoſita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, &
ex proportione rectæ lineæ AM ad MG, eadem eſt, quam habet cubus, qui fit
ex AM ad cubum, qui ex MG. ergo & CM ad MG proportio, eadem eſt, 4. sexti.
quam cubus ex AM habet ad cubum ex MG. Sed ut CM quidem ad MG, ita
CD ad DE, hoc eſt BD, ad DE. Vt autem AM ad MG, ita AD ad
DH, hoc eſt BD ad DH. ergo & ut BD ad DE, quę eſt proportio data,
ita cubus ex BD ad eum, qui fit ex DH cubum: Si igitur fiat ut BD ad DH,
ita DH ad aliam quampiam, ut DX; erunt rectarum linearum BD DE duæ mediæ proportionales, DH, DX.

COMMENTARIVS.

Ergo & ut quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratum ex AM ad A
quadratum ex MG.] *ex 22. Sexti.*

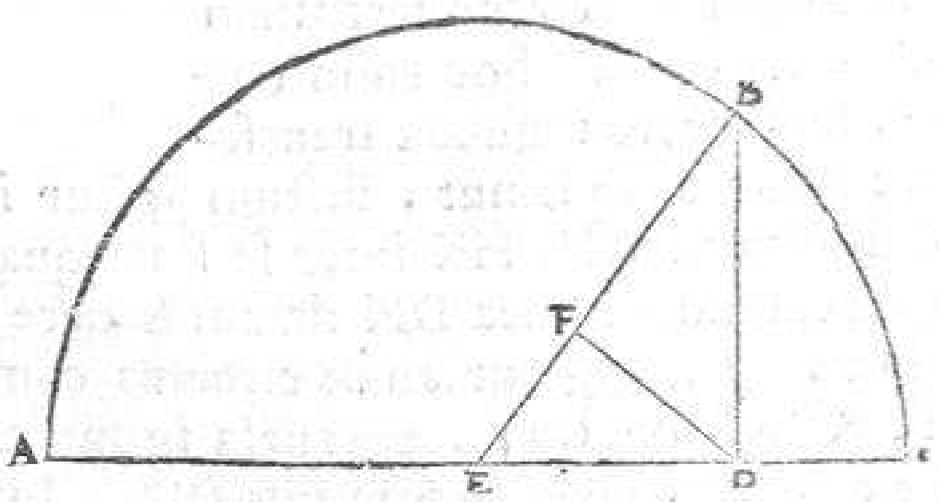
Et recta linea CM ad MA] *Rurſus enim quoniam angulus ALC in ſemicirculo eſt* B
rectus & perpendicularis LM, erunt tres rectæ lineæ CM, ML, MA in continua analogia.

gia. quare ut CM ad MA, ita quadratum ex CM, ad quadratum ex ML, hoc eſt quadratum ex LM ad quadratum ex MA.

C Sed proportio compoſita ex proportione quadrati AM ad quadratum MG, & proportione lineę AM ad MG eadem eſt, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG] *Priſmata namque omnia, & pyramides inter ſe proportionem habent compoſitam ex proportione baſium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum, propoſitione xxi. demonſtrauimus. Eſt enim cubus priſma quoddam, cuius baſis latus ipſius altitudini eſt æquale.*

SECVNDVM PROBLEMA HOC ERAT.

In ſemicirculo tres medietates ſumere.



Hoc autem quidam alius dixit, & ſemicirculum exponens
ABC, cuius centrum E, aſſumenſque in recta linea AC quodvis punctum D & ab eo ad rectos
angulos EC ducens DB, ipſam
EB coniunxit. ad quam a pun-
A cto D ducta DF perpendiculari,
tres medietates ſimpliciter in ſemicirculo exponi aſſeruit. ipſam
quidam EC mediam arithmeticam; DB geometricam, & BF
harmonicam. At uero BD me-
B diam eſſe inter AD, DC in geometrica analogia, & EC mediam inter AD, DC
8. sexti. in medietate arithmetica perſpicuum eſt. vt enim AD ad DB, ita eſt DB ad
C DC: & ut AD ad ſeipſam, ita exceſſus ipſarum AD, AE, hoc eſt AD, EC ad
exceſſum EC, CD. Quo autem pacto FD media ſit in harmonica medietate,
vel qualium rectarum linearum, non dixit, ſed tantum affirmauit tertiam eſſe
proportionalem rectarum linearum EB, BD, ignorans ab ipſis EB, BD, BF,
D quæ ſunt in geometrica analogia, medietatem harmonicam formari. oſtendetur
enim a nobis inferius, duas EB, & tres DB, & unam BF, coaceruatas efficere maiorem extremitatem harmonicæ medietatis; & duas BD, & unam BF efficere mediam; unam uero BD, & unam BF, minimam. Sed primum de tribus medietatibus diſſerendum eſt; ſecundo loco de iis, quæ in ſemicirculo, deinde de aliis tribus, quæ ipſis opponuntur ſecundum antiquos: poſtremo de quattuor medietatibus, quę ſunt apud recentiores, ex eorum ſententia, & quo pacto vnaquęque decem medietatum per geometricam analogiam inueniri poſſit. ut & id quod propoſitum eſt, pluribus redarguamus.

DIFFINITIONES.

μεσότης
medietas
ἀναλογία
analogia

Differt autem medietas ab analogia, nam ſiquid eſt analogia, hoc & medietas eſt; ſed non contra. medietates enim tres

ſunt,

ſunt arithmetica, geometrica & harmonica. Arithmetica quidem medietas dicitur, quando tribus exiſtentibus terminis medius vnum extremorum pari exceſſu quantitate ſuperat, & a reliquo ſuperatur, vt habet 6 ad 9 & ad 3, vel quãdo ſit vt primus terminus ad ſeipſum, ita primus exceſſus ad ſecundum. prima vero intelligere oportet ſuperantia.

Arithmetica medietas

Geometrica medietas, quæ propriè analogia dicitur; quando ſit vt medius terminus ad vnum extremorum, ita reliquus ad medium vt habet 6 ad 12, & ad 3; & aliter quando ſit vt primus terminus ad ſecundum, ita primus exceſſus ad ſecundum.

Geometrica.

E Harmonica autem medietas eſt, quando medius terminus eadem parte & ſuperat vnum extremorum, & a reliquo ſuperatur; vt habet 3 ad 2 & ad 6; vel quando ſit vt primus terminus ad tertium, ita primus exceſſus ad ſecundum, vt habent. 6 3 2.

Harmonica.

F His poſitis inueniemus ſimul tres medietates in minimis rectis lineis numero quinque.

COMMENTARIVS.

A Ipſam quidem AC mediam arithmeticam] *græcus codex* τὴν μὲν ε δ μέσην ἀριθμητικὴν *ſed mendoſe legendum enim eſt* τὴν μὲν ε γ μέσην ἀριθμητικὴν

B Et EC mediam inter AD DC in medietate arithmetica perſpicuum eſt] *Et hoc loco græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur*, ἡ δὲ δε τῆς α δ δγ. *corrige* ἡ δὲ εγ τῆς α δ δγ.

C Et vt AD ad ſeipſam, ita exceſſus ipſarum AD, AE, hoc eſt AD, EC ad exceſſum EC, CD.] *Oſtendit* EC *mediam eſſe inter* AD DC *in medietate arithmetica ex diffinitione ipſius, eſt enim arithmetica medietas, vt ipſe inferius ſcribit, quando tribus exiſtentibus terminis medius vnum extremorum pari exceſſu ſuperat, & a reliquo, ſuperatur. vt habet 6 ad 9 & ad 3, vel quando ſit, vt primus ad ſeipſum, ita primus exceſſus ad ſecundum, eſt igitur vt* AD *ad ſeipſam, ita exceſſus primi & ſecundi* AD, EC, *hoc eſt* AD, AE, *qui eſt* ED *ad exceſſum ſecundi, & tertij* EC, CD, *qui eſt idem* ED, *ſunt enim* AE EC *inter ſe æquales, cum* E *circuli centrum ponatur.*

D Oſtendetur enim a nobis inferius duas EB & tres DB &c:] *in 20. huius.*

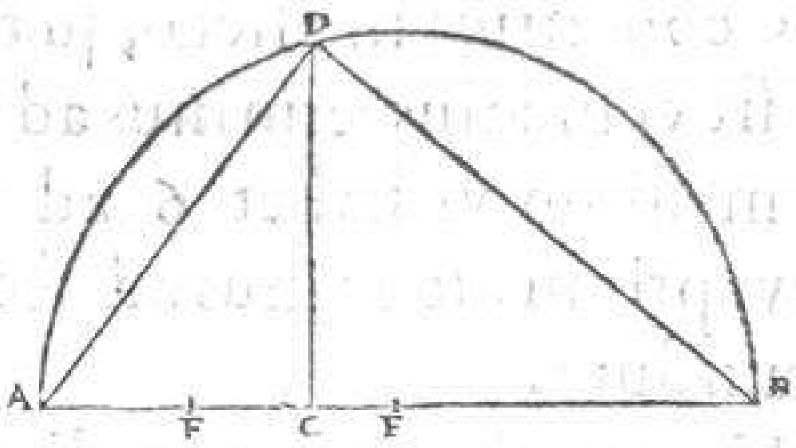
E Harmonica autem medietas eſt, quando medius terminus eadē parte & ſuperat vnum extremorum & a reliquo ſuperatur, vt habet 3 ad 2 & ad 6] *Nam 3 ſuperat 2 dimidia parte ipſius 2 & ſeparatur a 6 itidem dimidia ipſius 6.*

F His poſitis inueniemus ſimul tres medietates in minimis rectis lineis numero quinque] *De his poſterius in xv. huius.*

PROBLEMA II. PROPOS. VI.

Oporteat autem primum datis rectis lineis AB, BC mediam in geometrica analogia inuenire.

Ducatur ad rectos angulos CD, & AB in puncto *E* bifariam ſecetur: circa centrum vero *E* per B circumferentia deſcripta ſecet eam, quæ ad rectos angulos ducta eſt in *D*; & coniungenti puncta BD æqualis auferatur BF, erit BF media, quam quærebamus. iuncta enim DA, rectum angulum con-
A tinet cum BD, propterea quod vtraque ipſarum BE, EA æqualis eſt ei, quę
B DE puncta coniungit: eſt autem & angulus ad C rectus, æquiangulum igitur ABD triangulum triangulo BC*D*: & ob id latera, quæ circa B communem ipſorum angulum, ſunt proportionalia. ergo vt AB ad B*D*, ita DB ad BC: linearum igitur AB, BC media eſt BD, & ipſi æqualis BF.



COMMENTARIVS.

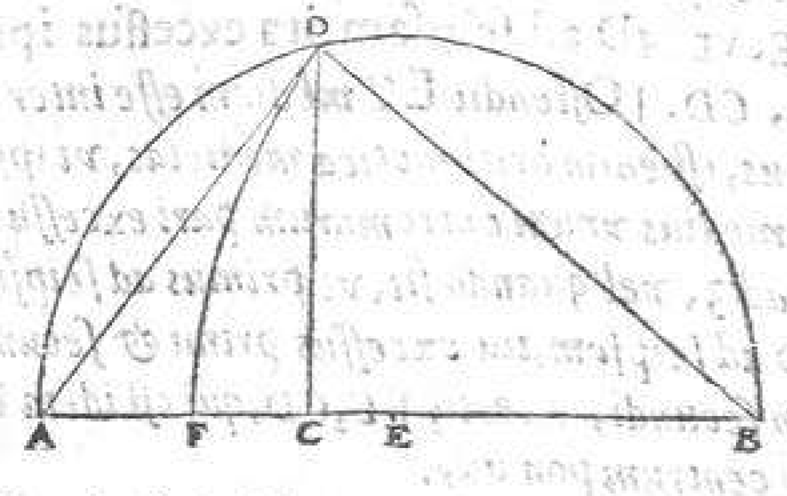
A Propterea quod vtraque ipſarum BE, C*A* æqualis eſt ei, quæ *D*E coniungit.] *eſt enim ADB ſemicirculi circumferentia, quæ rectum angulum comprehendit, ex 33. tertii libri elementorum.*

B Aequiangulum igitur eſt AB*D* triangulum triangulo BCD] *ex octaua ſexti elementorum.*

PROBLEMA III. PROPOS. VII.

Datis rectis lineis AB, BF; minorem extremam ſumere.

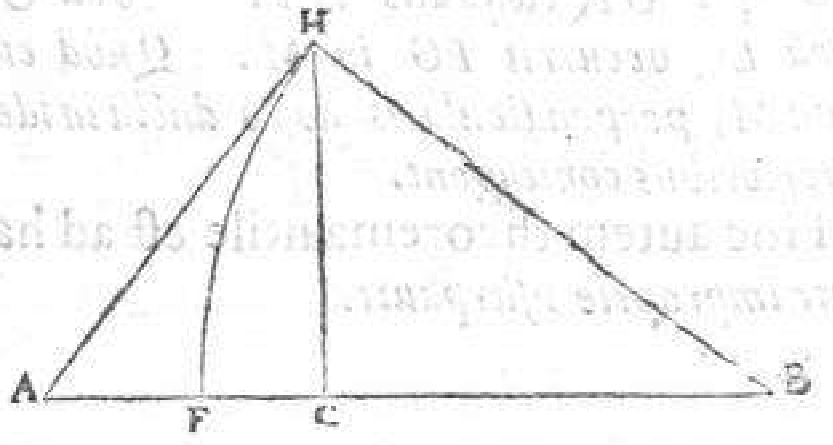
Secetur AB bifariam in E, & circa centrum E per B circumferentia deſcribatur; quam circumferentia circa B centrum per F deſcripta ſecet in puncto D: & perpendicularis ducatur DC. facta eſt igitur *B*C tertia proportionalis ipſarum *AB* BF, quod ex antedictis in media proportionali demonſtrari facile poteſt.



Et manifeſtum eſt ſi data analogiæ proportio dupla ſit, ita vt AB ſit quadrupla BC, quæ ipſi BD æqualis ponitur dimidia erit AB, videlicet EB. Et ſi proportio maior ſit, quam dupla, erit dimidia minor: Si vero minor, quàm dupla, dimidia maior erit.

PROBLEMA IIII. PROPOSITIO VIII.

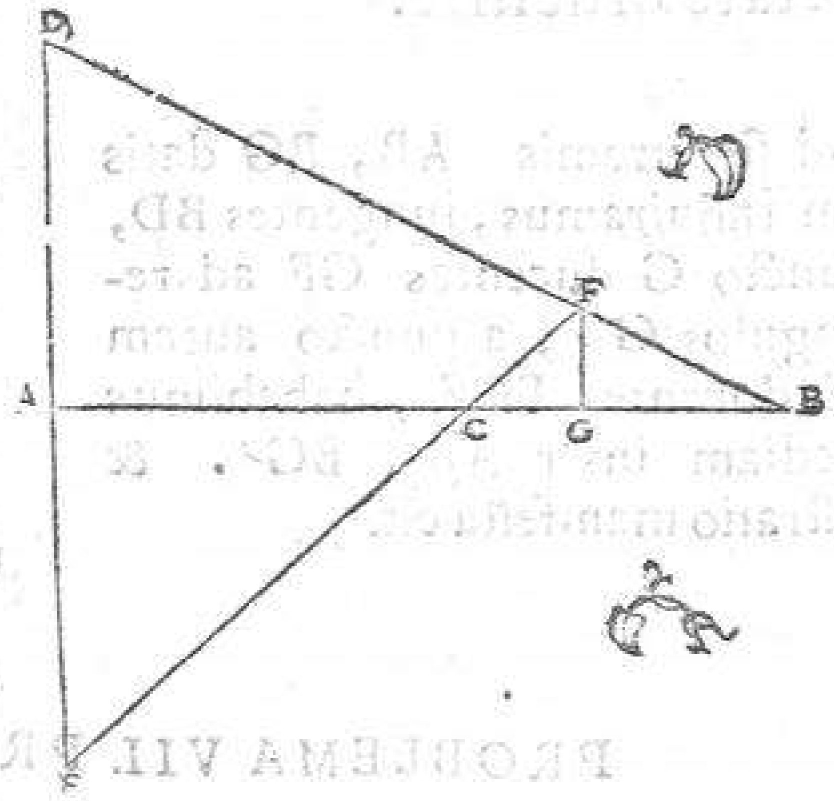
Datis rectis lineis FB, BC maiorem extremam inuenire.



Ducatur ad rectos angulos CH, quam circumferentia circa B centrum per F deſcripta ſecet in H, & ipſi BH iunctę ad rectos angulos ducatur HA. ergo AB eſt tertia proportionalis ipſarum CB, BF, hoc enim ex ante demonſtratis perſpicue conſtat.

PROBLEMA V. PROPOSITIO IX.

Datis rectis lineis AB, BC minorem extremam in harmonica medietate inuenire. A

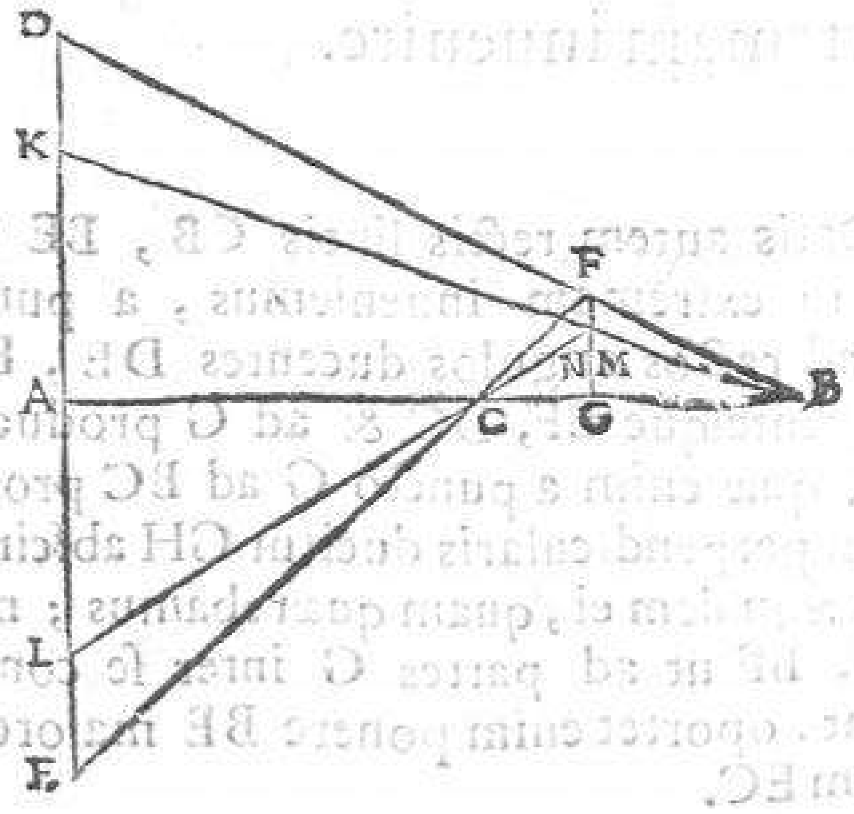


4. sexti.

Rurſus ſint duæ rectæ lineę AB, BC; & ad rectos angulos ipſi AB ducatur DAE, ita ut DA ſit æqualis AE: iūganturq; BD, ECF: & a pūcto F ad CB perpendicularis ducatur FG. Dico ut AB ad BG, ita eſſe ipſarū AB, BC exceſsū ad exceſsū CB, BG. Quoniā.n.ē, vt AB ad BG, ita DA ad FG; hocē AE ad FG: eſt.n. AE ipſi AD æqualis: erit ut AB ad BG, ita AE ad FG. Sed vt AE ad FG ita AC ad CG: propterea ꝙ triangula ACE, CFG æquiāgula ſunt. vt igitur AB ad BG, ita AC ad CG. atq; eſt AC exceſſus rectarum linearū AB, BC. & CG exceſſus ipſarum CB BG. ergo ut AB BG, ita ipſarū AB BC exceſſus ad exceſſum CB BG. Hoc aūt theorema vtile eſt ad harmonicam medietatem. prima enim eſt AB, ſecunda BC, tertia BG. B

COMMENTARIVS.

A



Datis rectis lineis AB, BC minorē extremā in harmonica medietate inuenire.] *propoſitionē hāc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa, quemadmodum, & in iis, quæ ſequuntur.*

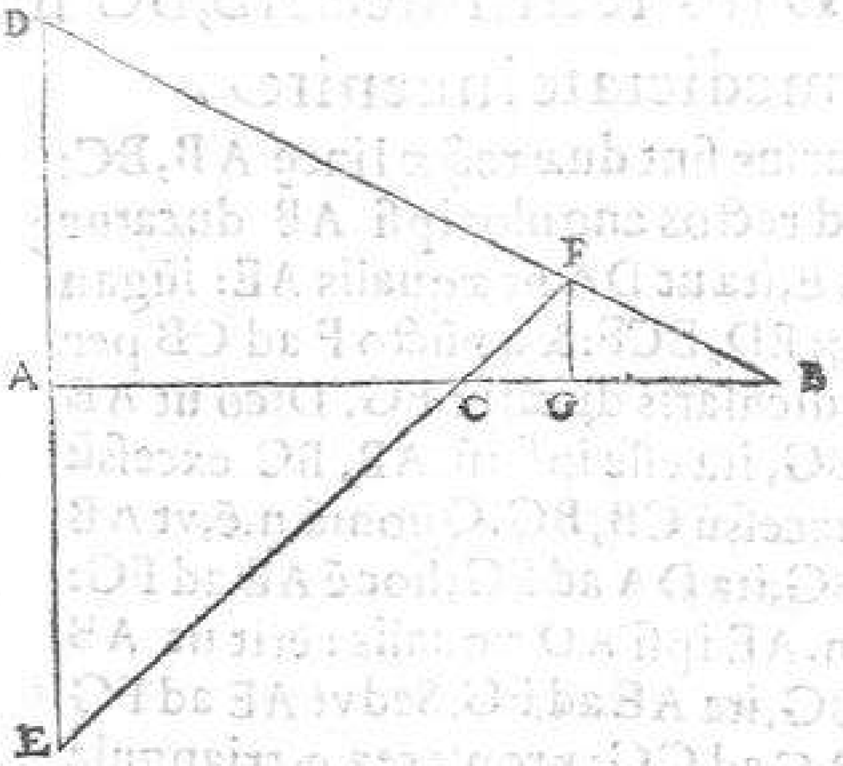
Animaduertēdū aūt ē Pappū nō determinare magnitudinē rectarū linearū DA, AE ꝓpterea ꝙ vtcumq; ſumantur, ſiue maiores, ſiue minores, idem prorſus contingat neceſſe eſt ſumantur enim aliæ duæ KA AL, ita tamen ut inter ſe æquales ſint: & iuncta KB, *quæ rectam lineam FG in puncto M ſecet, ducatur LC. Dico LC productam occurrere ipſi FG in M. Si enim fieri poteſt, occurrat in alio puncto, videlicet in N. Quoniam igitur demonſtra-*

uimus, vt AB ad BG, ita eſſe AC ad CG: Vt autem AB ad BG, ita KA ad MG: & vt AC ad CG, ita AL ad NG. Ob ſimilitudinem triangulorum ALC, CNG; erit vt KA ad MG, ita AL ad NG: permutandoque vt KA ad AL, ita MG ad GN. eſt autem KA æqualis AL. ergo & MG ipſi GN æqualis erit. Sed & inæqualis; quod fieri non poteſt. recta igitur linea LC occurrit FG in M. Quòd cum KB, LC inter ſe conueniant in FG ad punctum M, perpendicularis ab eo ducta in idem punctum G cadet. & omnia ſimiliter atque in ſuperioribus contingent.

B Hoc autem theorema utile eſt ad harmonicam medietatem] *Theorema pro problemate impropríe vſurpauit.*

PROBLEMA VI. PROPOSITIO X.

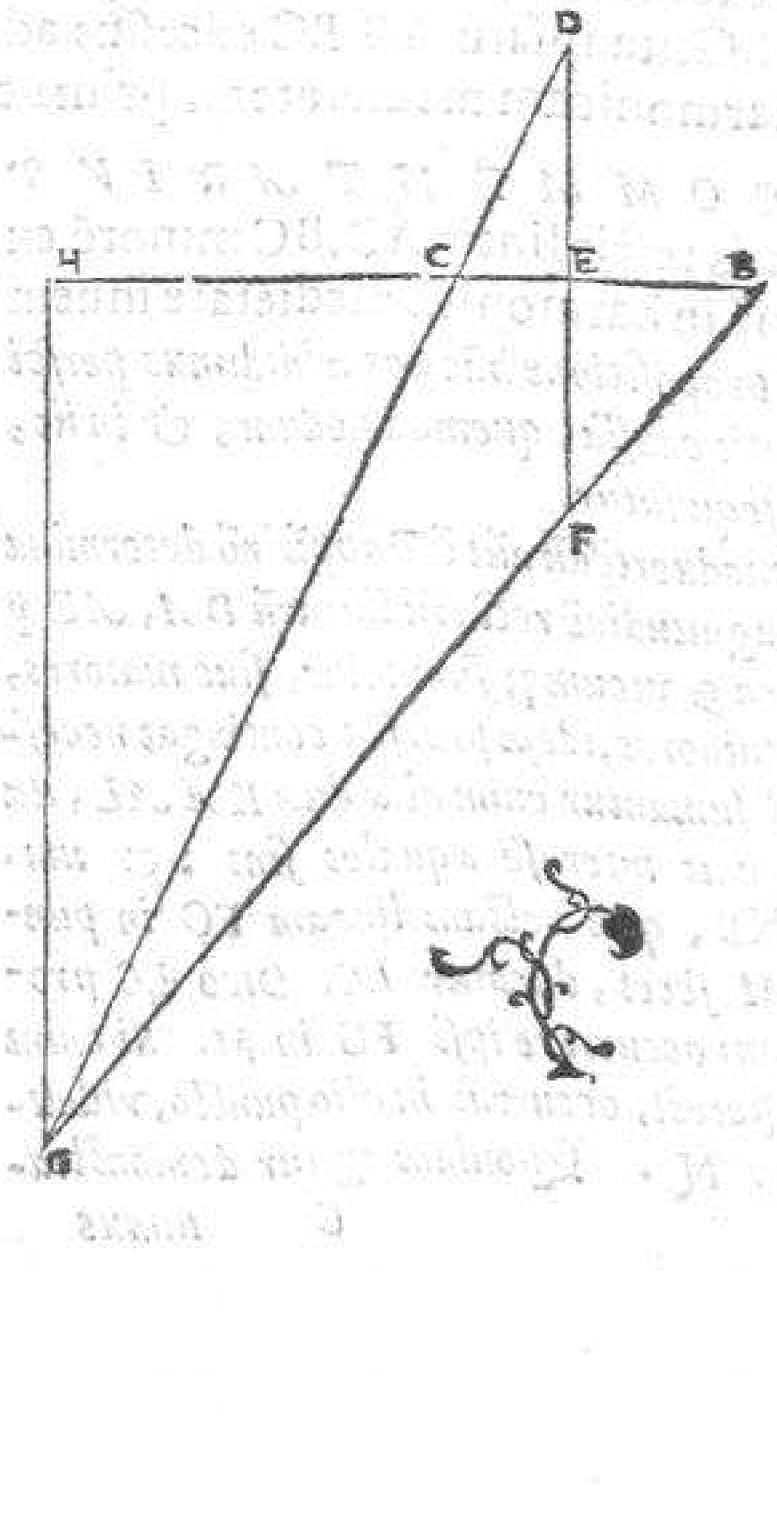
A Datis rectis lineis AB, BG mediam in harmonica medietate inuenire.



Quòd ſi extremis AB, BG datis mediam inquiramus, iungentes BD, & a puncto G ducentes GF ad rectos angulos GB, a puncto autem F ad E ducentes FCE, habebimus CB mediam inter AB, BG. & demonſtratio manifeſta eſt.

PROBLEMA VII. PROPOSITIO XI.

A Datis rectis lineis CB, BE in harmonica medietate maiorem extremam inuenire.



Datis autem rectis lineis CB, BE maiorem extremam inueniemus, a puncto E ad rectos angulos ducentes DE, EF, iungenteſque BF, DC & ad G producentes. quæ enim a puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abſcindit HB æqualem ei, quam quærebamus; nam CD, BF ut ad partes G inter ſe conuenient. oportet enim ponere BE maiorem, quam EC.

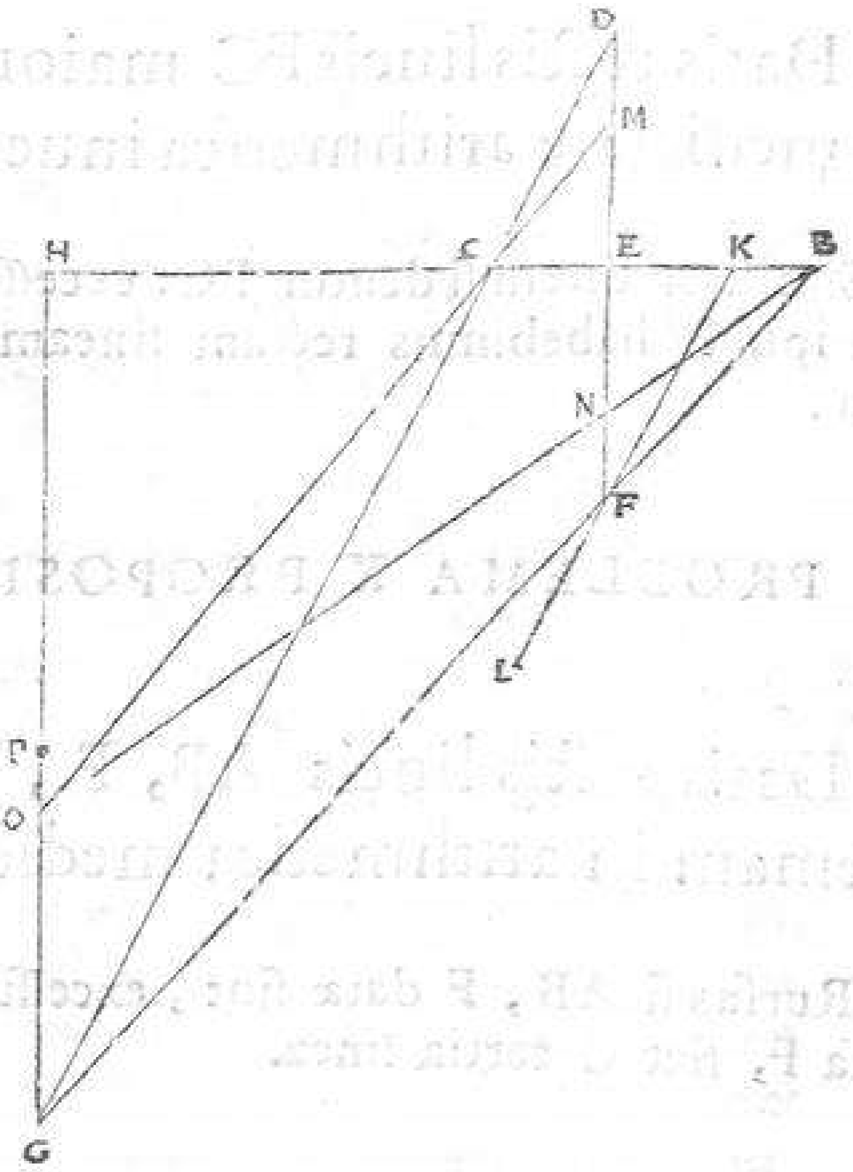
A, B, C (margin letters beside the lines of the preceding paragraph)

COMMENTARIVS.

A puncto E ad rectos angulos ducentes DE, EF] *Intelligendum autem DE,* A *EF inter ſe æquales eſſe, vt in ſuperioribus.*

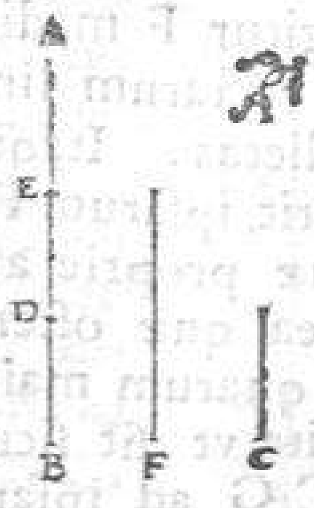
Quæ enim a puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abſcin- B dit HB æqualem ei, quam quærebamus] *Vt enim HB ad BE, ita eſt HG ad EF, hoc eſt ad* 4. sexti. *DE ei æqualem. Sed vt HG ad DE, ita eſt HC ad CE ob ſimilitudinem triangulorum CGH, CDE. Vt igitur HB ad BE, hoc eſt vt primus terminus ad tertium, ita HC ad CE, videlicet exceſſus primi, & ſecundi ad exceſſum ſecundi & tertii.*

Nam CD, BF vt ad partes G inter ſe conuenient. Oportet enim ponere BE ma- C iorem, quàm EC.] *In Græco codice legitur* δεῖ γὰρ ὑποτίθεσθαι τὴν β γ μείζονα τῆς θ γ. *Sed puto legendum* τὴν β ε μείζονα τῆς ε γ. *quoniam in medietate harmonica tertius terminus maior eſt exceſſu, quo medius ipſum tertium ſuperat. Vt enim HB ad BE, ita HC ad CE: & permutando vt BH ad HC, ita BE ad EC. Sed BH maior eſt, quàm HC. ergo & BE, quam EC maior erit. Itaque a recta linea BE abſcindatur EK æqualis CE, & iuncta KF producatur ad L.* 25 4 primi *erunt duæ DE, EC æquales duabus FE, EK & angulus DEC æqualis angulo FEK. ergo & baſis baſi, triangulumque CDE triangulo KFE, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. angulus igitur EFK eſt æqualis angulo* 27 primi *EDC: & ob id recta linea KFL parallela* 29 primi *eſt ipſi DC: & duo anguli CDF, DFL duobus rectis ſunt æquales. quod cum ita ſit, duo anguli CDF, DFG erunt minores duobus rectis. ac propterea rectæ lineæ DC, BF inter ſe ad partes G neceſſario conuenient. Vtcumque autem ſumantur rectæ lineæ DE, EF modo æquales ſint, idem continget. ſint enim aliæ duæ ME, ON, & ducta BN producatur vſque ad HG in O, iungaturque MC. Dico MC protractam occurrere ipſi HG in puncto O. Si enim fieri poteſt, occurrat in alio puncto, quod ſit P. Et quoniam vt* 4. sexti. *HB ad BE, ita eſt HC ad CE: vt autem HB ad BE, ita HO ad EN: & vt HC ad CE, ita HP ad EM, erit HO ad EN, vt HP ad EM. & permutando HO ad HP; vt NE ad EM. eſt autem NE æqualis EM. ergo & HO ipſi HP eſt æqualis. Sed & inæqualis, quod fieri non poteſt. conuenient igitur vtræque BN, MC in HG, atque ad punctum O. quare perpendicularis ab eo ducta in idem punctum H cadet, & eadem quæ in ſuperioribus ſequentur.*



PROBLEMA VIII. PROPOS. XII.

Datis rectis lineis AB, C, mediam in arithmetica medietate inuenire.

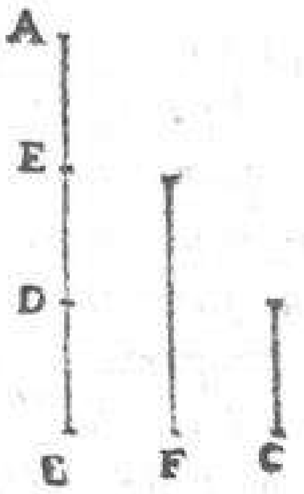


Rurſus datis rectis lineis AB, C, quarum maior AB, mediam in æquali exceſſu inueniemus hoc modo. Ponatur ipſi C ęqualis BD, & DA bifariam ſecetur in E: & ipſi BE ponatur æqualis F. conſtat igitur F rectam lineam eſſe quam quærebamus.

COMMENTARIVS.

Ponatur ipſi C ęqualis BD, & DA bifariam diuiditur in E] *Græcus codex* χαὶσθω τῇ γ ἴση ἡ δ ε, καὶ ἡ δ α δίχα τετμήσθω τὸ ε κ. *Sed legendum erit hoc pacto, vt arbitror,* κείσθω τῇ γ ἴση ἡ β δ, καὶ δ α δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ ε.

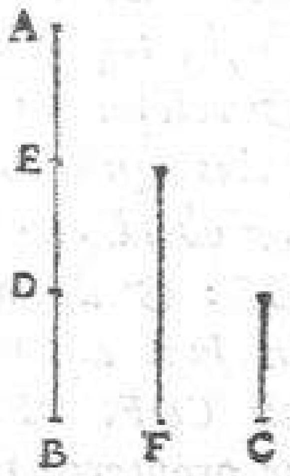
PROBLEMA IX. PROPOSITIO XIII.



Datis rectis lineis FC maiorem extremam in medietate arithmetica inuenire.

Similiter autem ſi dentur FC, exceſſum earum addentes ipſi F habebimus rectam lineam ipſi AB æqualem.

PROBLEMA X. PROPOSITIO XIIII.

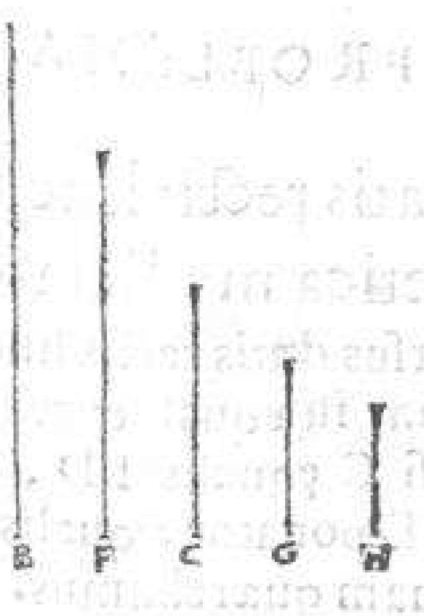


Datis rectis lineis AB, F, minorem extremam in arithmetica medietate inuenire.

Rurſus ſi AB, F datæ ſint, exceſſu earum ablato ab ipſa F, fiet C tertia linea.

PROBLEMA XI. PROPOSITIO XV.

Tres medietates ſimul in minimis rectis lineis numero quinque inuenire.



Sit igitur F media inter AB C in exceſſu æquali, erit rectarum linearum AB, F, C arithmetica medietas. Itaque fiat ut F ad C, ita C ad G: & erit ipſarum F, C, G, medietas geometrica, quæ proprie analogia appellatur, Quòd ſi per ea quæ oſtenſa ſunt, datis rectis lineis CG, quarum maior ſit C, tertiam inueniamu-H, ita vt ſit ſicut C ad H, ſic exceſſus ipſas rum C G ad ipſarum G H exceſſum, erit & recterum linearum C G H harmonica medietas.

Ea-

Eadem autem proportio eſt rectæ lineæ AB ad C, quæ eſt C ad A H; qui ſunt extremi termini in arithmetica, & harmonica medietate. ergo quinque numero erunt minimæ rectæ lineæ, tres medietates continentes, quæ etiam inter ſe incommenſurabiles eſſe poſſunt.

ALITER.

Idem in minimis numeris inuenire.

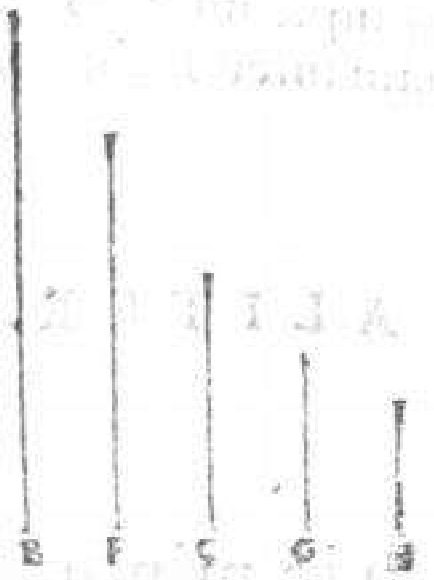
Simul autem & per quinque minimos numeros conſtituuntur in multiplicibus, ſuperparticularibus, & reliquis proportionibus. poſita nimirum unitate indiuiſibili. In dupla enim proportione ipſius AB ad C, erunt minimi numeri facientes id, quod propoſitum eſt, 12, 9, 6, 4, 3. In tripla autem proportione. 18, 12, 6, 3, 2. & manifeſtum eſt quomodo oporteat & in aliis proportionibus minimos numeros trium medietatum inuenire. At ſi ſeorſum unamquamque in tribus terminis exponere quis uelit; ex iis, quæ antedicta ſunt, illud perſpicue conſtat. In arithmetica quidem medietate erunt minimi numeri 3, 2, 1; in B geometrica autem 4, 2, 1. Et minimi numeri datæ proportionis in C æquemultiplices, & ſuperparticulares, & in reliquos tranſmutentur. Vt in proportione dupla AB ad C, quam habet 2 ad 1, ordinabimus pro 2, 4; & pro 1, 2: in exceſſu ęquali 2. & quoniam ipſorum medium eſt, quod & pari quantitate ſuperat, & ſuperatur, fiet recta linea F unitatum trium media. proportio autem F ad C eſt ſeſquialtera, vt 3 ad 2, & cum eadem ſit C ad G, non faciet problema unitate indiuiſibili manente. Omnia igitur ter multiplicentur, & fient pro 4 quidem 12, pro 3 uero 9, & pro 2, 6, & re- D cta linea G fiet unitatum 4, & H 3. ergo trium medietatum numeri erunt, 12, 9, 6, 4, 3.

COMMENTARIVS.

Eadem autem proportio eſt rectæ lineę AB ad C, quæ eſt C ad H.] A *Exponatur recta linea KL ipſi AB æqualis, quæ ſecetur in punctis M N O ita vt LM quidem ſit æqualis lineæ F; LN uero C æqualis, & LO, ipſi G. Quoniam igitur in lineis KL, LM, LN medietas arithmetica conſiſtit, erunt exceſſus KM, MN inter ſe æquales. & quoniam in ipſis ML, LN, LO conſiſtit geometrica medietas ſiue analogia, vt ML ad LN, ita erit NL ad LO. hoc eſt vt tota ad totam, ita pars ad partem. ergo & MN reliqua ad reliquam NO, vt ML ad LN. Sed cum ML ſit maior, quàm LN; erit & MN quàm NO maior, ex demonſtratis a nobis ad ſextamdecimam quinti libri elementorum, abſcindatur a linea MN ipſa NQ, quæ ſit æqualis NO. vt autem ML ad LN, ita & omnes antecedentes MN,*

19 quinti

ML ad



ML ad omnes conſequentes NO, *LN* , *ex duodecima quinti libri elementorum. Sed lineis MN, ML æquales ſunt KM ML, hoc eſt* KL : *ipſis vero* NO NL *ſunt æquales* QN, NL, *hoc eſt QL . Vt igitur KL ad LQ, ita ML ad* LN *& permutando ut KL ad LM, ita QL ad* LN. *ergo reliqua KQ ad* MN *reliquam erit ut KL ad LM. Sed vt* MN *ad* NO, *ita ML ad* LN : *quod ſuperius demonſtratum fuit. quare ex æquali vt KQ ad* NO, *hoc eſt ad* QN , *ita KL ad* LN. *Itaque fiat, vt KQ ad* QN , *hoc eſt vt KL ad* LN , *ita* NO *ad OP. erit componendo vt* KN *ad* NQ, *ita* NP *ad PO, permutandoq; vt* KN *ad* NP, *ita* NQ *ad PO hoc eſt* NO *ad OP . erat autem* NO *ad OP, vt* KL *ad* LN. *Vt igitur KL ad LN, ita* KN *ad* NP. *quare reliqua* NL *ad LP reliquam, ut* KL *ad* LN , *hoc eſt vt* NO *ad OP : ac propterea LP æqualis erit linea H ; & vltimus terminus in harmonica medietate. Vt igitur KL ad* LN, *videlicet ut AB ad C, ita* NL *ad LP, hoc eſt C ad H. quod demonſtrare oportebat.*

B In geometrica autem 4 2 1] *Græcus codex ſic habet* ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς ϛ γ β *Sed mendoſe . non enim in his terminis 6 3 2 geometrica analogia conſiſtit . legendum autem puto* ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς δ β α *vel* θ γ α.

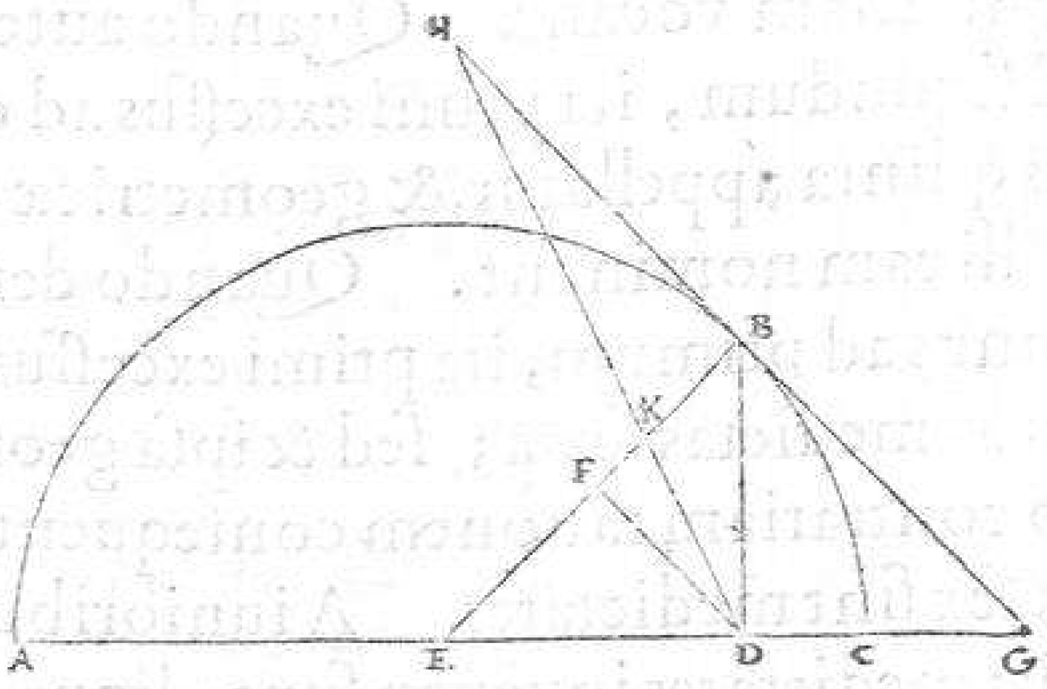
C Et minimi numeri datæ proportionis in æque multiplices , & ſuperparticulares , & reliquos tranſmutentur] *In Græco codice legitur .* καὶ τῶν κατὰ τὸν διδόμενον λόγον πυθμένων εἰς τοὺς ἰσάκις πολλαπλασίους, καὶ τοὺς ἐπιμορίους μεταλαμβανομένων , καὶ τοὺς λοιποὺς *quamquam nonnulla deſiderari videantur . per* πυθμένας *autem intellige numeros in qualibet proportione minimos , qui ſunt veluti radices quædam , a quibus reliqui gignuntur . Diophantes* ὑποστάσεις *appellat . Videtur autem docere quo pacto inueniantur minimi numeri, tres medietates continentes .*
Si enim velimus primum terminum in arithmetica medietate ad vltimum , vt AB ad C proportionem habere duplam , ita faciemus . Primum exponentur minimi numeri in proportione dupla, qui ſunt 2 1. Sed quoniam inter hos non cadit numerus medius, pro 2 quidem 4, & pro 1 , 2 accipiemus , quorum medius in arithmetica medietate eſt 3. oportet autem 2 ad alium numerum eam proportionem habere, quam habet 3 ad 2 . videlicet ſeſquialteram , quod cum fieri non poſſit , vnitate indiuiſibili manente, neceſſe erit ad alios tranſire . eos igitur duplabimus , & erunt 8 6 4. Sed cum rurſus non detur tertius numerus in geometrica analogia , eoſdem triplabimus , vt ſint 12 , 9, 6. & ſi fiat vt 9 ad 6, ita 6 ad alium, erit is numerus 4. tertius autem in medietate harmonica, & vltimus erit 3 ; nam vt 6 ad 3, ita exceſſus ipſorum 6, 4, qui eſt 2 ad exceſſum 4, 3; videlicet ad 1. At ſi velimus AB ad C triplam proportionem habere , exponentur minimi numeri eius proportionis, qui ſunt 3, 1, & horum dupli 6, 2 , quorum medius eſt 4. vt autem 4 ad 2, ita 2 ad 1. cumque vlterius progredi non liceat, ad eorum duplos deueniemus , videlicet 12, 8, 4. in quibus tertius quidem numerus geometricæ medietatis datur qui eſt 2, tertius autem harmonicæ dari non poteſt . Itaque triplabimus , & fient 18, 12, 6. quartus autem erit 3, & vltimus 2. Numeri igitur trium medietatum in tripla proportione minimi erunt 18. 12. 6. 3. 2. & eodem modo in aliis.

D Omnia igitur ter multiplicentur] *Græcus codex* πάντα ἄρα τρεῖς. *lege* τρίς.

PROBLEMA XII. PROPOSITIO XVI.

In ſemicirculo tres medietates conſtituere.

Hæc igitur de tribus medietatibus ex antiquorum ſententia dicta ſint, At vero fieri poſſe, vt in ſemicirculo etiam tres medietates in minimis rectis lineis numero ſex conſtituantur, ex his manifeſtum fiet.



Exponatur enim ſemicir-
culus, habens BD per- A
pendicularem, & EB eã,
quæ ex centro, & rurſus
perpendicularem DF.
ducatur autem per B re-
cta linea HG circulum con
tingens, productaq; ECG,
ponatur ipſi BG æqualis B
BH, & DKH iungatur.
Dico EK in harmonica me
dietate inter BE EF, me-
diam eſſe, quarum maxima
BE, & EF minima.
Quoniam enim anguli ad
BF recti ſunt, parallela
eſt DF ipſi HG. atque
eſt EGB triangulum triangulo EFD æquiangulum. & triangulum BHK C
triangulo KDF. vt igitur BE ad EF, ita BG ad FD. eſt autem BG ęqualis BH.
ergo & ut BE ad EF. ita BH ad DF. ſed ut BH ad DF, ita BK ad KF. atque eſt
BK rectarum linearum BE EK exceſſus: & KF exceſſus ipſarum KE, EF. qua-
re ut BE ad EF, ita exceſſus rectarum linearum BE EK ad ipſarum KE EF ex-
ceſſum. harmonicam igitur medietatem continent rectę lineæ BE, EK, EF, quarũ
media EK, maxima BE, & EF minima. Oſtenſum autem eſt rectas lineas quidem
AD, EC, CD arithmeticam medietatem continere. ipſas uero EG EC ED geome- D
tricam. tres igitur medietates in ſemicirculo ordinatę ſunt.

COMMENTARIVS.

Habens BD perpendicularem] *Græcus codex* ἔχον τὴν β δ καθ᾽ ἕκαστον. *lege* ἔχον τὴν β δ κάθετον. A

Et DKH iungatur] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ κ θ. *lege* ἡ δ κ δ. B

Et triangulum BHK triangulo KDF.] *Græcus codex* τὸ δὲ β θ κ τρίγωνον τῷ ε ζ δ. *lege* τῷ κ ζ δ. C

Ipſas uero EG, EC, ED geometricam] *Eſt enim ex corollario octauæ ſexti elementorum, EB, hoc eſt EC, media proportionalis inter EG ED.* C

Quoniam autem Nicomachus pythagoreus, & quidam alij non ſolum de primis tribus medietatibus diſſeruerunt, quæ maxime utiles ſunt ad antiquorum lectiones; ſed etiam de aliis tribus ex antiquorum ſententia; & inſuper de quatuor aliis, quæ a iunioribus inuentę ſunt: conabimur etiam de iis accurate, diligenterque conſcriberę, veteres imitati, qui quidem a maiori termino ordientes; tres prędictas medietates expoſuerunt; a minori vero maiora metientes, tres alias, quæ a primis differunt.

DIFFINITIONES.

Medietas.

Quarta.
Quinta.

Sexta.

Exceſſus primus.
Secũdus.
Tertius.

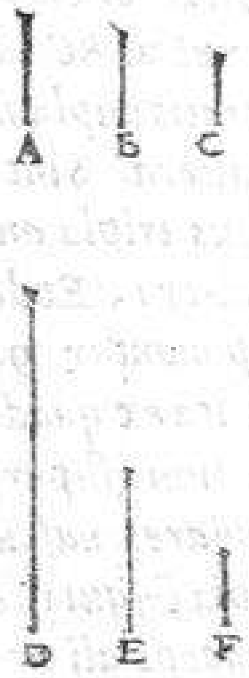
Medietas ſeptima.
Octaua.
Nona.
Decima.
analogia
Proportionis cuiuſq; principium ęqualitas eſt.
Geometrica medietas & ſeipſam, & alias medietates conſtituit.

Quando enim ſit, vt tertius terminus ad primum, ita primi termini exceſſus ad exceſſum ſecundi, medietatem harmonicæ contrariam vocant. Quando autem ſit, vt tertius terminus ad ſecundum, ita primi exceſſus ad exceſſum ſecundi, medietas quinta appellatur, & geometricæ contraria; ſic enim nonnulli eam nominant. Quando denique ſit, vt ſecundus terminus ad primum, ita primi exceſſus ad exceſſum ſecundi, vocatur medietas ſexta; ſed & ipſa geometricę contraria dicitur; ob contrariam rationem conſequentiam, vt ex eorum ſententia ſex ſint medietates. A iunioribus autem, vt dixi, quattuor aliæ medietates inuentæ ſunt, aliqua ex parte vtiles; qui quidem & propriis terminis vtuntur. exceſſum enim, quo primus terminus ſuperat ſecundum, primum exceſſum vocant; eum vero, quo ſecundus ſuperat tertium, ſecundum; & quo primus tertiũ ſuperat, tertium appellant; intelligentes, vt etiam in principio diximus, pro primo termino maximum, pro ſecundo mediũ, & pro tertio minimum. Et quando ſit, vt tertius exceſſus ad primum, ita ſecundus terminus ad tertium; vocant ſeptimam medietatem. Quando ſit, vt tertius exceſſus ad primum, ita primus terminus ad ſecundum, octauam medietatem nominant. Quando ſit, vt tertius exceſſus ad primum, ita primus terminus ad tertium, nonam. Quando autem ſit vt tertius exceſſus ad ſecundum, ita ſecundus terminus ad tertium; decimam medietatem appellant. His igitur terminis poſitis ortus decem medietatem explicabimus & per geometricam analogiam, vt dictum eſt. Analogia autem ex proportionibus conſtat. At proportionis cuiuſque principium ęqualitas eſt. Geometrica igitur medietas, cum ex ęqualitate primum ortum habeat, & ipſa ſeipſam, & alias medietates conſtituit, oſtendens (quemadmodum diuiniſſimus Plato inquit) analo-

giæ

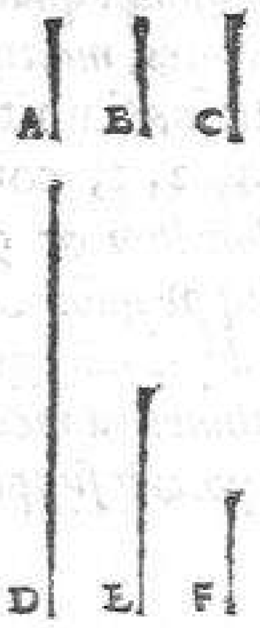
gię naturam, cauſam harmoniæ omnibus; & rationalis, ordinatique ortus. Dicit enim unum uinculum eſſe mathematum omnium. Cauſa autem ortus, & vinculum omnibus ijs, quæ generantur, eſt analogię diuina natura. Itaque decem medietatum conſtitutio per geometricam analogiam oſtendetur; hoc prius conſiderato.

THEOREMA V. PROP. XVII.



Sint tres termini proportionales A B C, & vtrique A C vna cum duobus B æqualis ponatur D: Vtrique autem BC ęqualis ſit E, & ipſi C ęqualis F. Dico D E F terminos proportionales eſſe.

Quoniam enim eſt, vt A ad B, ita B ad C, erit & componendo ut vterque AB ad B, ita uterque BC ad C. ergo & omnes antecedentes ad omnes conſequentes ſunt in eadem proportione, uidelicet, ut uterque AB una cum utroque BC ad vtrumque BC, ita uterque BC ad C. & eſt vtrique AB vna cum utroque BC æqualis D; vtrique autem BC æqualis E; & F ipſi C æqualis: tres igitur termini D E F proportionales ſunt in ea proportione, quam habet uterque AB ad B.



PROBLEMA XIII. PROPOS. XVIII.

Geometricas medietates per analogiam inuenire.

Itaque ſi ponantur æquales ABC, fient DEF in dupla analogia. Vterque enim AC una cum duobus B duplus eſt vtriuſque BC. Vterque uero BC ipſius C eſt duplus. At ABC in dupla analogia conſtitutis, ſi quidem A eorum maximus ſit, fient DEF in tripla analogia. Si vero ſit minimus in ſeſquialtera. Vterque enim AB ipſius B triplus eſt, ſi quidem A ſit duplus ipſius B; ſeſquialter uero ſi A ſit ipſius B dimidius. & ita a proportionibus, quæ deinceps ſunt; conſequentes & multiplices, & ſuperparticulares inuenientur. & rurſus ſi unitates ſint ABC, geometrica medietas, quę eſt DEF in minimis numeris 4, 2, 1 conſiſtere dicetur.

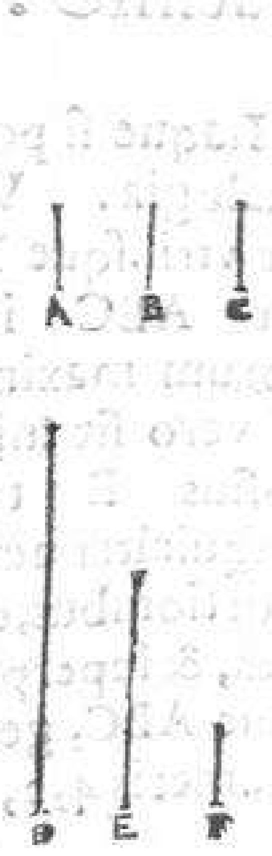
COMMENTARIVS.

A Vterque enim AB ipſius B triplus eſt, ſiquidem A ſit duplus ipſius B, ſeſquialter uero ſi A ſit ipſius B dimidius] *In Græco codice ſic legitur.* καὶ γὰρ συναμφοτέρου α β γ τοῦ β τριπλάσιος μὲν ἔςιν, εἰ διπλάσιος ἔιη ὁ β τοῦ α. ἡμιόλιος δὲ ἡ θ α τοῦ β ἥμισις ἔιη. *Sed legendum videtur.* καὶ γὰρ συναμφότερος α β τοῦ β τριπλάσιος μὲν ἔςιν, εἰ διπλάσιος ἔιη ὁ α τοῦ β, ἡμιόλιος δὲ εἰ α τοῦ β ἥμισις ἔιη. *Eſt enim D ad E, vt AB ad B, vel vt BC ad C ex iis, quæ ante demonſtrata ſunt. Poſtquam vero oſtendit ex analogia æqualitatis duplam analogiam generari, nunc declarat quomodo ex dupla fiat tum tripla, tum ſeſquialtera. Sint enim ABC in dupla analogia, ita vt A ſit 4, B 2, C 1, fiet D 9, E 3, F 1. in quibus tripla anologia conſiſtit. Sit rurſus A 1, B 2, C 4, erit D 9 E 6 F 4; in quibus eſt ſeſquialtera, Eodem modo ex tripla analogia gignitur & quadrupla, & ſeſquitertia. nam ſi ABC ponantur 9, 3, 1 fient DEF, 16, 4, 1; & ſi ponantur 1, 3, 9. fient 16, 12, 9. & ita ex quadrupla oritur quintupla, & ſeſquiquarta. & deinceps reliquæ tum multiplices, tum ſuperparticulares. Ex ſuperparticularibus vero & multiplices ſuperparticulares naſcuntur & ſuperpartientes. quippe cum ex ſeſquialtera 9, 6, 4 naſcatur dupla ſeſquialtera 25, 10, 4; ex qua rurſus fit tripla ſeſquialtera 49, 14, 4; & deinceps aliæ. Ex ſubſequialtera vero 4, 6, 9 naſcitur ſuperbipartiens tertias 25, 15, 9. ex qua fit dupla ſuperbipartiens tertias. 64, 24, 9. deinde reliquæ. At ex ſeſquitertia 16, 12, 9, fit dupla ſeſquitertia 49, 21, 9. deinde tripla ſeſquitertia 100, 30, 9. deinde aliæ. Ex ſubſeſquitertia vero 9, 12, 16 fit ſupertripartiens quartas 49, 28, 16. ex qua dupla ſupertripartiens quartas 121, 44, 16; & reliquæ. Ex quibus perſpicue apparet ipſam æqualitatis analogiam omnes alias, nimirum multiplices, ſuperparticulares, ſuperpartientes, multiplices ſuperparticulares, & multiplices ſuperpartientes generare.*

B Et rurſus ſi unitates ſint ABC geometrica medietas, quę eſt DEF in minimis numeris 4, 2, 1, conſiſtere dicetur] *Sunt enim 4, 2, 1 minimi numeri in dupla analogia, quemadmodum & 9, 3, 1. in tripla. & 16, 4, 1. in quadrupla, & reliqui, de quibus diximus. quippe quòd ABC vnitates ponuntur. In græcis codicibus ſequitur harmonica medietas. Sed quoniam geometrica, & ſeipſam & reliquas generat. vt dictum eſt, videtur deſiderari arithmetica medietas, quæ fortaſſe intercidit, quemadmodum & ſeptima. Nos igitur eam, vt fieri poterit ſupplere aggrediemur.*

PROBLEMA XIIII. PROPOS. XIX.

Arithmeticam medietatem per analogiam conſtituere.



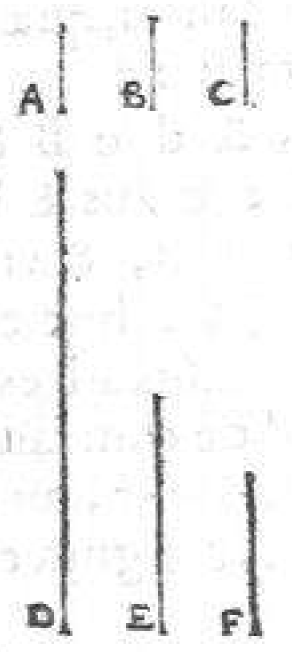
A Exponantur tres termini proportionales A B C, & duobus quidem A, & duobus B, & uni C æqualis ſit D. Vni uero A, uni B, & uni C ſit E æqualis; & uni C æqualis F. Dico D E F arithmeticam medietatem conſtituere. Vt enim duo A, duo B, & unus C ſunt ad ſeipſos, hoc eſt ut D ad ſeipſum, ita AB ad ſeipſos. Sed AB ſunt exceſſus, quo duo A, duo B, & unus C ſuperant ABC, hoc eſt ipſorum D E exceſſus: ſuntque iidem A B exceſſus,

quo

quo A B C ſuperant ipſum C, hoc eſt exceſſus E F, ergo vt D ad ſeipſum, ita D E exceſſus ad exceſſum E F. Quando autem ſit; ut primus terminus ad ſeipſum, ita primus exceſſus, ad exceſſum ſecundum, arithmetica medietas eſt. Quòd ſi A B C vnitates ponantur, minimi numeri 5, 3, 2 eam continebunt.

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XX.

Harmonicam medietatem per analogiam conſtituere.



Harmonica medietas per analogiam ita conſtituetur, A
Ponantur tres termini proportionales A B C, & duo- B
bus quidem A, & tribus B & vni C ſit æqualis D.
duobus autem B & vni C ſit E æqualis, & vni B
& vni C æqualis F. Dico D E F harmonicam con-
ſtituere medietatem. Quoniam enim proportionales
ſunt A B C, erunt vt duo A vnà cum B ad B,
ita duo B una cum C ad C. & omnes ad omnes, vi- C
delicet vt duo A vna cum tribus B & vno C ad
BC, hoc eſt ut D ad F, ita duo A vna cum B ad B. D
Sunt autem duo A vna cum B exceſſus, quo duo A una
cum tribus B, & uno C ſuperant duos B, & vnum C,
hoc eſt exceſſus ipſorum D E: & vnus B exceſſus eſt, quo
duo B, & vnus C ſuperant BC, hoc eſt exceſſus EF.
Quando autem ſit, vt D ad F, ita exceſſus DE ad FF exceſſum; medie-
tas harmonica eſt. & manifeſte patet, ſi A B C vnitates ponantur, eam con- E
ſiſtere in minimis numeris 6, 3, 2.

COMMENTARIVS.

Harmonica medietas per analogiam ita conſtituetur] *In Græcis codicibus hæc* A
*leguntur, quæ nos omittenda cenſuimus, tamquam ſuperuacanea, & ab alio aliquo in-
ſerta.* καὶ τῆς ἰσότητος ἐν τῇ τάξει τῆς ἀναλογίας διαφόρως κανταῦτα καὶ τοὺς ἑξῆς
παραλαμβανομένης.

Et duobus quidem A, & tribus B, & uni C ſit æqualis D] *Græcus codex.* καὶ B
δύο μὲν τοῖς δ, καὶ τρισὶ τοῖς δύο. *Sed corrige.* καὶ δύο μὲν τοῖς α, καὶ τρισὶ
τοῖς β.

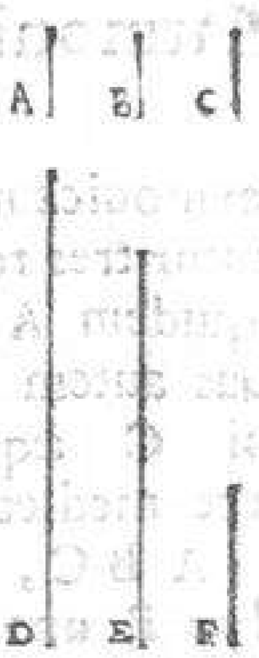
Ita duo B una cum C ad C, & omnes ad omnes, videlicet ut duo A &c.] C
Græcus codex. οὕτω δύο οἱ δύο μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς
πάντας δύο ὁ ε α. *Sed legendum,* οὕτω δύο οἱ β μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ,
καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο οἱ α.

Ita duo A una cum B ad B] *Græcus codex* οὕτω δέοι α μετὰ τοῦ β πρὸς D
τὸν β. *lege* οὕτω δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β.

Et manifeſte patet, ſi A B C ſimiliter unitates ponantur, eam conſiſtere in E
minimis numeris 6, 3 2.] *Græcus codex* καὶ [illegible] ὅτι λέγει τὰ μὲν &c. *lege*
καὶ δῆλον ὅτι λέγοι τ' ἂν ἐν

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XXI.

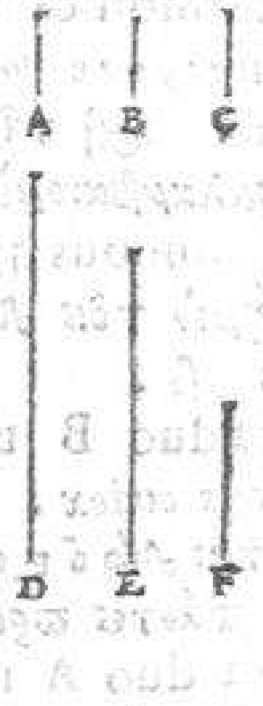
Harmonicæ contrariam medietatem per analogiam conſtituere.



Harmonicæ contraria medietas ex analogia ſic conſtituetur. Poſitis terminis proportionalibus ABC, duobus quidem A, & & tribus B, & vni C æqualis ſit D. duobus uero A, & duobus B, & uni C ſit E æqualis: & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF medietatem dictam efficere. Rurſus enim ſimiliter atque in iis, quæ oſtenſa ſunt, ut D ad F, ita erunt duo A vna cum B ad B, & ſunt duo A una cum B exceſſus, quo duo A, & duo B & vnus C ſuperant unum B, & unum C, hoc eſt exceſſus E F. Vnus autem B exceſſus eſt, quo duo A, & tres B, & vnus C ſuperant duos A, & duos B, & vnum C, hoc eſt exceſſus D E. Vt igitur F ad D, ita D E exceſſus ad exceſſum EF, quod pertinet ad medietatem harmonicæ contrariam. perſpicuum autem eſt, ſi A B C vnitates ponantur, medietatem eam in minimis numeris conſtitui 6, 5, 2. & figura eſt eadem.

PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XXII.

Quintam, & geometricæ contrariam medietatem per analogiam conſtituere.



Quinta medietas ex analogia in hunc conſtituetur modum. Exponantur tres proportionales termini A B C, & uni quidem A, & tribus B, & uni C, ęqualis ſit D; vni autem A, & duobus B, & uni C æqualis E; ſitque F vni B, & uni C æqualis. Dico DEF quintam medietatem conſtituere. Quoniam enim ob analogiam eſt ut A vna A cum B ad B, ita B una cum C ad C; erit & vt uterque antecedens A B una cum utroque BC ad vtrumque conſequentem B C, hoc eſt vt E ad F, ita vterque AB ad B. Eſt autem uterque AB exceſſus, quo vnus A, & duo B, & unus C ſuperant vnum B B, & unum C. hoc eſt exceſſus E F; & B. eſt exceſſus, quo unus A, & tres B, & unus C ſuperant vnum C D A, & duos B, & unum C; hoc eſt exceſſus D E. Vt igitur F ad E, ita DE exceſſus ad exceſſum EF, quod quintæ medietati accidit. & dicetur conſiſtere in minimis numeris, 5, 4, 2. cum ABC unitates ponentur, figura autem eadem erit.

COMMENTARIVS.

Erit & vt vterque antecedens AB &c.] *Græcus codex* ἔσται καὶ συναμφότερος. A
Sed legendum ἔσται καὶ ὡς συναμφότερος.

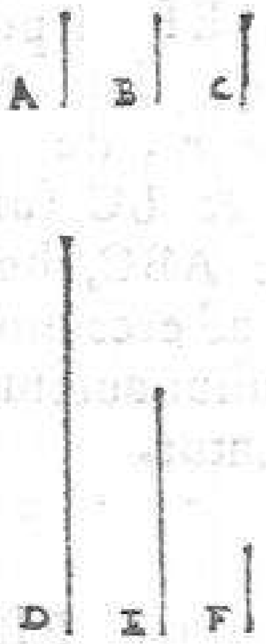
Hoc eſt exceſſus EF] *Græcus codex* τουτέστιν ἡ τῶν δ ε ὑπεροχή. *corrige* τουτέστιν B
ἡ τῆς ε ζ ὑπεροχή.

Hoc eſt exceſſus D E] *Græcus codex* τουτέστιν ἡ τῆς ε ζ ὑπεροχή. *lege* τουτέστιν C
ἡ τῆς δ ε ὑπεροχή.

Vt igitur F ad E, ita D E exceſſus ad exceſſum E F] *Græcus codex* ὡς ἄρα D
ὁ ε πρὸς τὸν ζ, οὕτως ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεροχήν. *Sed legendum*
vt opinor ὡς ἄρα ὁ ζ πρὸς τὸν ε, οὕτως ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεροχήν.
Quoniam enim ex antedictis ſequitur, vt E ad F, ita eſſe E F exceſſus ad exceſſum DE, erit & conuertendo vt F ad E, ita exceſſus DE ad EF exceſſum. Eodem modo & in ſequenti problemate concludit.

PROBLEMA XVIII. PROPOS. XXIII.

Sextam, & geometricę contrariam medietatem per analogiam conſtituere.



Sexta medietas ex analogia ſic conſtituetur. Exponatur
eadem analogia terminorum A B C; & vni quidem A, &
tribus B, & duobus C ſit æqualis D. Vni vero A
& duobus B, & uni C ęqualis E: & ſit F exceſſus, quo
vterque AB ſuperat C. Dico DEF propoſitam efficere
medietatem. Quoniam enim per analogiam eſt, vt
A una cum duobus B ad vtrumque AB, ita B una
cum duobus C ad utrumque BC: & omnes antecedentes
ad omnes conſequentes in eadem ſunt proportione.
vt A & tres B & duo C ad utrumque AB vna cum vtroque
BC, hoc eſt ut D ad E; ita B una cum duobus
C ad vtrumque BC. & eſt B quidem una cum duobus
C exceſſus, quo A una cum duobus B & uno C ſuperat A
exceſſum, quo vterque AB ipſum C ſuperat; hoc
eſt exceſſus EF. Vterque autem BC eſt exceſſus, quo B
A una cum tribus B, & duobus C ſuperat ipſam A una cum duobus B, & uno C,
hoc eſt D E exceſſus. Vt igitur E ad D, ita D E exceſſus ad exceſſum E F. Qua- C
re DEF ſextam medietatem efficiunt. quæ quidem ſimiliter conſtituitur in minimis numeris 6, 4, 1. ſi A B C unitates ponantur. Et eſt eadem figura.

COMMENTARIVS.

Et eſt B quidem una cum duobus C exceſſus, quo A una cum duobus B, A
& vno C ſuperat exceſſum, quo vterque AB ipſum C ſuperat] *Eſt enim B vnà cum duobus C, & vna cum exceſſu, quo vterque AB ſuperat C æqualis ipſi A vna cum duobus B, & vno C, vt mox oſtendetur. quare ſequitur vt B vna cum duobus C*

ſit exceſſus, quo A vna cum duobus B & vno C ſuperat exceſſum, quo vterque AB ſuperat C. Illud autem ſic patet. nihil enim aliud eſt exceſſus, quo AB ſuperat C, niſi AB dempto ab eis C. ergo ſi A B vna cum duobus C, & cum AB dematur C relinquentur duo B una cum C & A, hoc eſt A vna cum duobus B & vno C, Græcus autem codex ita habet, τῆς ὑπεροχῆς, ἧ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β μετὰ τοῦ συναμφοτέρου τοῦ β γ. *Sed legendum puto,* τῆς ὑπεροχῆς, ἧ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β τοῦ γ.

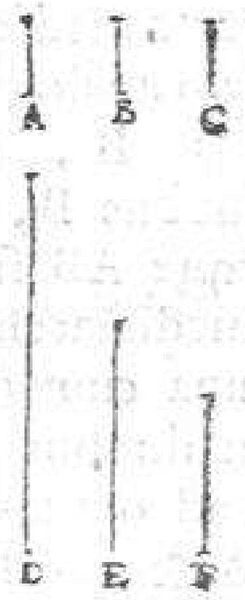
B Vterque autem BC eſt exceſsus, quo A vna cum tribus B, & duobus C ſuperat ipſum A una cum duobus B & vno C] *Græcus codex* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ἧ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῆς δύο, καὶ δύο τῆς τριῶν ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῆς δύο, καὶ ἑνὸς τοῦ γ. *Sed mendoſe, corrigendus enim eſt hoc modo.* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ἧ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῆς β, καὶ δύο τῆς γ, ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῆς β, καὶ ἑνὸς τοῦ γ.

C Vt igitur E ad D, ita DE exceſsus ad exceſsum E F.] *Conuertendo ſcilicet. Oſtenſum enim eſt, vt D ad E, ita eſſe exceſſum EF ad exceſſum DE.*

Sequens problema intercidit in græcis codicibus, quod nos nequid deſideretur ſupplere tentauimus in hunc modum.

PROBLEMA XIX. PROPOSITIO XXIIII.

Septimam medietatem per analogiam conſtituere.



Exponantur tres proportionales termini ABC, & uni quidem A, duobus B, & duobus C ſit D æqualis: uni uero A, uni B & uni C ſit æqualis E, & uni B & uni C æqualis F. Dico DEF ſeptimam medietatem conſtituere. eſt enim ut E ad F, ita ABC ad BC. Sed ABC ſunt exceſsus, quo unus A, duo B, & duo C ſuperant BC, hoc eſt D F exceſſus. & BC ſunt exceſſus, quo unus A duo B, & duo C ſuperant ABC, hoc eſt exceſſus DE. Vt igitur E ad F, ita DF exceſſus ad exceſſum DE. quod ad ſeptimam pertinet medietatē. Conſtituitur autem ea in minimis numeris 5, 3, 2. Si ABC vnitates ponantur.

PROBLEMA XX. PROPOSITIO XXV.

Octauam medietatem per analogiam conſtituere.

Octaua autem medietas ex analogia hoc modo conſtituetur. Exponantur proportionales termini ABC: & duobus quidem A, & tribus B, & uni C æqualis ſit D. vni uero A, & duobus B, & uni C ſit E æqualis; & duobus B, & uni C æqualis F. Dico DEF octauam medietatem conſtituere. Quoniam enim per analogiam, ut duo A una cum B ad utrumque AB, ita duo B una cum C ad utrumque BC; & omnes ad omnes, ut duo A, & tres B, & unus C ad unum A, & duos B, & unum C, hoc eſt vt D ad E, ita duo A una cum B ad vtrumque AB. & ſunt duo A una cum B exceſſus, quo duo A, & tres B, & unus C ſuperant duos B, & unum C, hoc eſt exceſſus ipſorum DF: uterque autem AB eſt exceſſus, quo duo A, & tres B & vnus C ſuperant unum A, & duos B & unum C, hoc eſt D E exceſſus. Vt igitur D ad E, ita exceſſus DF ad DE exceſſum. quod octauam medietatem efficit; quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3 cum ABC vnitates ponantur. A B C

COMMENTARIVS.

Ita duo A una cum B ad utrumque AB] *Græcus codex* οὕτως δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς συναμφότερον τὸν ζ ε. *lege* πρὸς συναμφότερον τὸν α β. A

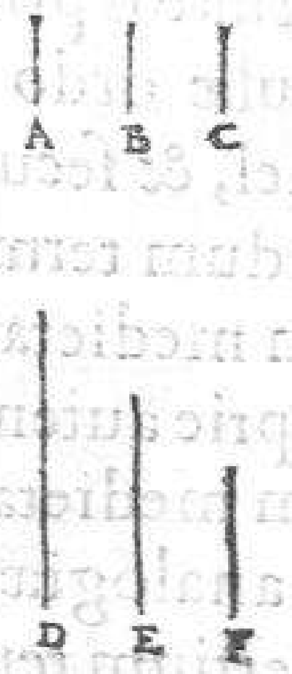
Vt igitur D ad E, ita exceſſus DF ad DE exceſſum.] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ζ, ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς α ζ ὑπεροχήν. *Sed corrigendum, vt opinor,* καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ε, ἡ τῆς δ ζ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς δ ε ὑπεροχήν, B

Quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3] *Græcus codex* καὶ λέγοιτ᾽ ἂν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς η δ γ. *lege* ϛ δ γ. *qui numeris harmonicam quoque medietatem continent. Vt enim primus ad tertium, ita primus exceſſus ad ſecundum.* C

PROBLEMA XXI. PROPOSITIO XXVI.

Nonam medietatem per analogiam conſtituere.

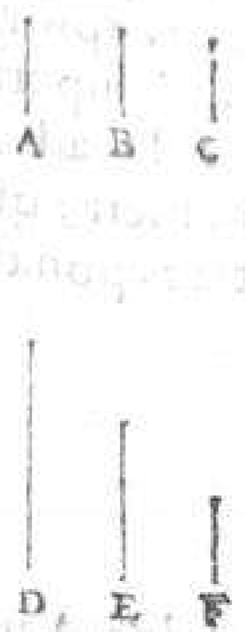
Nona medietas ex analogia ita conſtituetur. Poſitis enim ABC proportionalibus, uni quidem A, & duobus B, & uni C ęqualis ſit D. vni uero A, & uni B, & uni C ſit E æqualis. & uni B & uni C æqualis F. Dico DEF nonam continere medietatem. Quoniam enim eſt, vt uterque AB ad B, ita uterque BC ad C. & omnes ad omnes. Vt A una cum duobus B, & uno C ad utrumque BC, hoc eſt ut D ad F, ita uterque AB ad B. Sed uterque AB eſt exceſſus, quo unus A, & duo B, & unus C ſuperant utrumque BC, hoc eſt D F exceſſus. B uero eſt exceſſus, quo unus A, & duo B, & unus C ſuperant unum A, & unum B, & unum C, hoc eſt exceſſus DE. Vt igitur D ad F, ita D F exceſſus ad exceſſum DE. quod nonæ medietatis proprium eſt. & continent ipſam minimi numeri 4, 3, 2 ſi A B C unitates ſimiliter ponantur: atque eſt eadem figura.



PROBLEMA XXII. PROPOSITIO XXVII.

Decimam medietatem per analogiam conſtituere.

Decima medietas ex analogia hoc modo conſtituetur. Rurſus poſitis tribus proportionalibus ABC, ſit ipſis quidem ABC æqualis D; ipſis vero BC ſit E æqualis, & ipſi
A C æqualis F. Dico DEF decimam medietatem conſtituere. Quoniam enim eſt, vt vterque BC ad C, hoc eſt ut E ad F, ita vterque AB ad B. & eſt vterque AB exceſſus,
B quo ABC ſuperant ipſum C, hoc eſt DF exceſſus. B vero exceſſus, quo BC ſuperant C; hoc eſt exceſſus EF. eſt igitur vt E ad F, ita DF exceſſus ad exceſſum EF, quod decimæ medietati accidit. & conſtituunt ipſam minimi numeri 3, 2, 1. poſitis nimirum ABC vnitatibus.



COMMENTARIVS.

A Quoniam enim eſt, ut uterque BC ad C] *Gracus codex* ἐπεὶ γὰρ ὡς συναμφότερος
B α β πρὸς τὸν γ, *lege* β γ πρὸς τὸν γ.

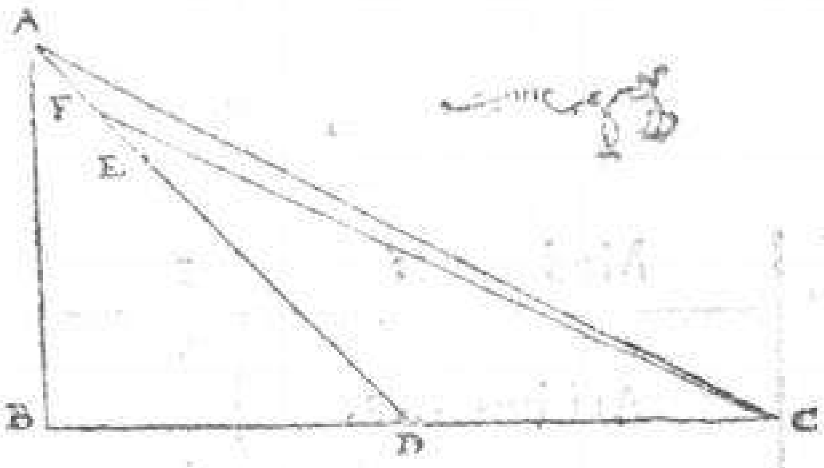
B vero exceſſus, quo BC ſuperant C.] *Gracus codex* ὁ δὲ β ᾗ ὑπερέχουσιν οἱ α β γ τοῦ γ. *lege* οἱ β γ τοῦ γ.

Exponuntur autem commoditatis cauſſa, & numeri deinceps, a quibus vnuſquiſque terminus analogiæ multiplicatus ſingulas medietates conſtituit. & apponuntur minimi numeri, qui eas continent: vt in tabula extæ medietatis. primus quidem ordo, 1, 3, 2. Significat primum analogiæ terminum ſemel ſumptum, & ſecundum ter, & tertium bis ſumptum, coaceruatos primum medietatis terminum complere. Secundus tabulæ ordo 1, 2, 1, ſignificat primum analogiæ terminum ſemel, & ſecundum bis, & tertium ſemel ſumptum complere ſecundum terminum medietatis. tertius autem ordo in aliis quidem medietatibus ſimpliciter, vt deſcriptum eſt, compoſitus; proprie autem in hac 1, 1, 1, vti ante diximus, ſignificat tertium medietatis terminum fieri ab exceſſu, quo primus terminus analogiæ ſemel ſumptus, & ſecundus item ſemel, coaceruati. tertium terminum ſemel ſumptum ſuperant. at numeri, qui ſunt in tabula 6, 4, 1, ipſam continent medietatem. Vt enim ſecundus terminus ad primum, hoc eſt ut quattuor vnitates ad ſex, ita exceſſus primi, & ſecundi, hoc eſt exceſſus, quo ſex unitates ſuperant quattuor, videlicet vnitates duæ ad exceſſum ſecundi, & tertii termini, quo ſcilicet quattuor vnitates unam ſuperant, hoc eſt unitates tres. Vtraque enim vtriuſque proportio ſubſeſquialtera eſt. nam quattuor unitates ad ſex, & duæ ad tres eandem habeat proportionem, nimirum ſubſeſquialteram. Similia & in aliis tabulis intelligentur.

Medietates	1	2	3	Minimi numeri continentes medietates.		
Arithmetica.	2 1	3 2 1	1 1 1	6	4	2
Geometrica.	1	2 1	1 1 1	4	2	1
Armonica.	2	3 2 1	1 1 1	6	3	2
Contraria.	2 2	3 2 1	1 1 1	6	5	2
5	1 4	3 4 1	1 1 1	5	4	2
6	1 1 1	3 4 1		6	4	1
7	7	Atticus.		7	4	3
8	2 1 1	3 2 2		6	4	3
9	1 1	2 4 1		4	3	2
10		1 1		3	2	1
11	1					

PROBLEMA XXIII. PROPOSITIO XXVIII.

Tertium problema erat huiuſmodi.

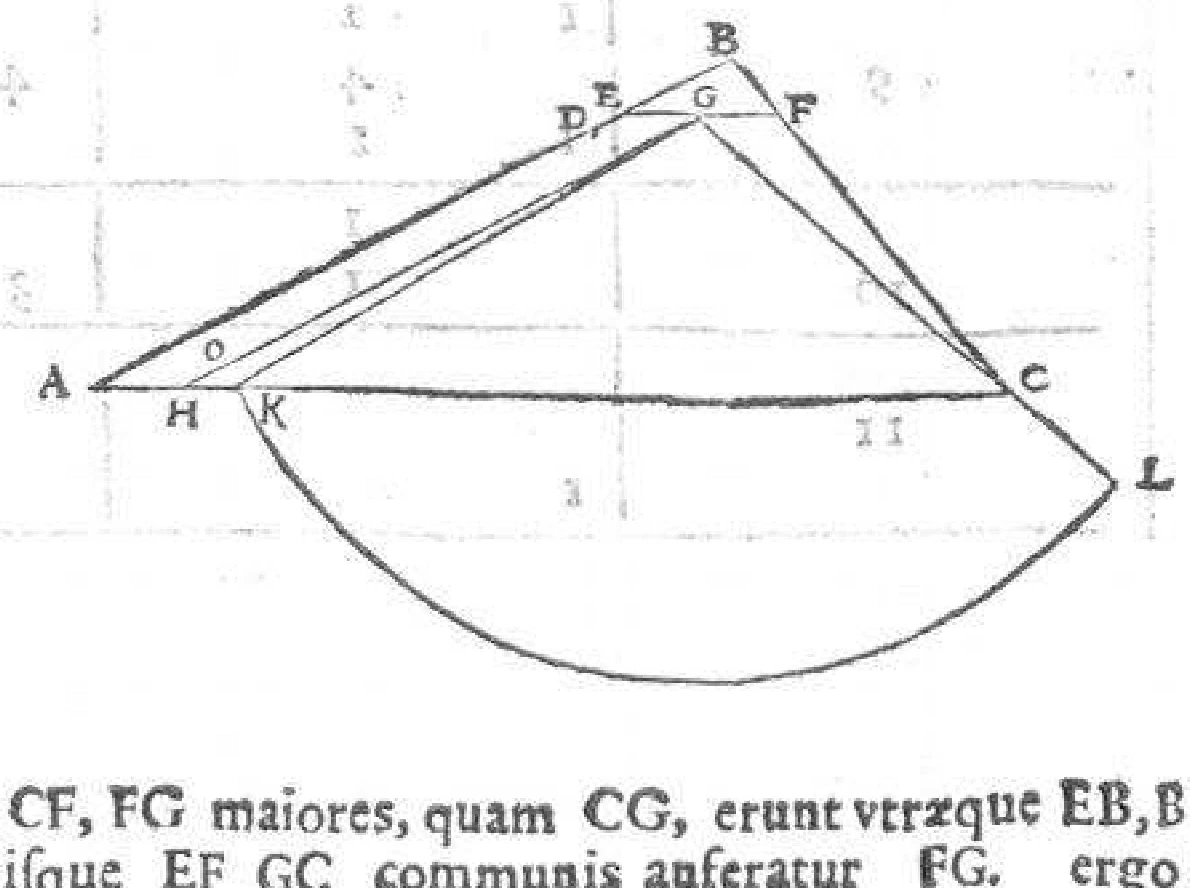


Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad B, & ducatur quædam recta linea AD: ponatur autem DE ipſi AB æqualis, & EA bifariam ſecta in F; iunctaque FC, ducere duo latera DF FC intra triangulum, maiora vtriſque ſimul BA AC, quæ ſunt extra. Et id quidem manifeſtum eſt. Quoniam enim CF FA hoc eſt CF FE maiores ſunt, quàm CA: æqualis autem DE ipſi AB; erunt CF FD duabus CA AB maiores. Satius autem erat illud in hunc modum proponere.

Triangulo orthogonio quouis dato ABC, ſumere aliquod punctum intra triangulum, & ab ipſo rectas lineas ducere: vnam quidem, quæ ſecet BC; aliam vero, quæ ad C tendat, ita vt vtræque ſimul maiores ſint iis, quæ ſunt extra. Vt ſcilicet cum is, qui proponit, lineam AD duxerit vtcumque, feceritque DE æqualem ipſi AB; & ſecuerit bifariam AE in F, oſtendat punctum F problema efficere, iuncta enim CF, duæ rectæ lineæ CF FD duabus, quæ ſunt extra CA AB maiores erunt. Sed hoc quomodocumque proponere quis velit, infinite oſtendi poſſe manifeſtum eſt. Non inopportunum autem videtur generalius de eiuſmodi problematibus diſſerere, à parodoxis Erycemi, quæ circumferuntur, initium facientes.

PROBLEMA XXIIII. PROPOSITIO XXIX.

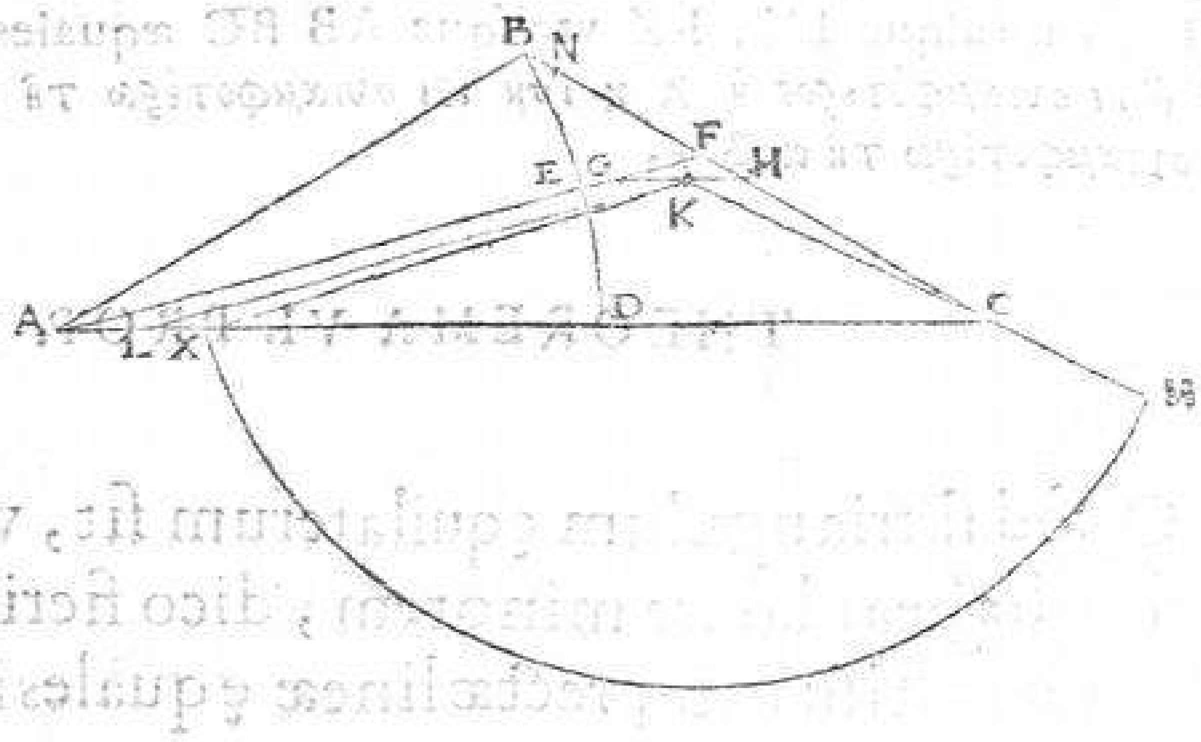
In omni triangulo præterquā in æquilatero, & ęquicruri baſim latere minorem habente, fieri poteſt, vt in baſi intra conſtituantur duæ rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra, ſimul ſumptæ.



Sit prius triangulum nō æquicrure ABC, quod habeat AB maiorem, quàm BC, & ſecentur vtræque ſimul AB, BC bifariam in D: & inter D B ſumatur quoduis punctam E; ipſi vero AC parallela ducatur EF, in qua ſumpto quouis puncto G ducatur GH parallela ipſi AE, & iuncta GC producatur. Itaque quoniam EB, BF maiores ſunt, quam EF; & CF, FG maiores, quam CG, erunt vtræque EB, BC vna cum GF maiores vtriſque EF GC communis auferatur FG. ergo &

vtræque

vtræque EB, BC vtriſque EG GC maiores ſunt: & multo maiores, quam GC. Sit
vtriſque EB, BC æqualis GL: & circa centrum G per L deſcribatur circuli circumferentia LKO, quæ vtramque CH, HG ſecabit, propterea quod AE. hoc eſt HG ma- A
ior ſit vtriſque EB, BC, hoc eſt GL. iungatur KG. Dico utraſque HG, GK, utriſque B
AB, BC ęquales eſſe; quod quidem manifeſte conſtat. eſt enim GH ipſi AE æqua-
lis, & KG æqualis GL, videlicet vtriſque EB, BC: & hoc infinite fieri poteſt. Sit dein- C
de triangulum ęquicrure D
ABC, habens AB quidem ipſi BC æqualem, AC vero maiorem vtraque ipſarum, & circa centrum A per B deſcribatur circuli circumferentia BED; & ducatur recta linea quidem AEF ſecans BC extra circuli circumferentiam: ſumaturque in linea EF quoduis punctum G, & ipſi AC parallela ducatur GH. ſumpto autem



in linea GH puncto K, ducatur KL parallela AF; iunctaq; KC ad M producatur: &
ipſi EG æqualis abſcindatur BN. erit igitur AG, hoc eſt KL æqualis utriſq; AB, BN, E
& reliqua NC minor, quam KL. Et quoniam HF, FG maiores ſunt, quam HG; & F G
CH, HK maiores, quam KC; erunt vtræque CF FG una cum HK maiores utriſque H
KC, GH. communis auferatur HK, ergo reliquæ, videlicet vtręque CF, FG maiores
ſunt vtriſque CK, KG. communis apponatur AG, vtræque igitur AF, FC ſunt maiores ipſis AG, GK, KC. Sed vtriſque AF, FC maiores ſunt vtræque AB, BC. ergo AB, K
BC ipſis AG, GK, KC maiores ſint neceſſe eſt. quarum utræque AB, BN ipſi AG sũt L
æquales. reliqua igitur NC maior eſt vtriſque GK, KC, & multo maior, quam KC.
Itaque ipſi NC æqualis ponatur KM: & circa centrum K per M deſcripta circuli cir M
cumferentia ſecet CL in X, & iungatur KX. Dico utraſque LK, KX utriſque AB, BC N
æquales eſſe. quod quidẽ perſpicue apparet. eſt enim KL ęqualis vtriſque AB, BN:
& KX ipſi KM, hoc eſt ipſi NC æqualis. & hoc infinite fieri poteſt.

COMMENTARIVS.

Propterea quod AE, hoc eſt HG maior ſit utriſque EB, BC] *Eſt enim ex 34 primi* A
Elementorum HG æqualis ipſi AE: & eſt AE maior vtriſque EB, BC, quòd AD ſit dimidia vtrarumque ſimul AB, BC, hoc eſt vtriſque DB, BC æqualis.

Iungatur KG] *Intellige circuli circumferentiam LKO ſecare KH in puncto K.* B

Et KG æqualis GL] *Sunt enim a centro ad circuli circumferentiam.* C

Et hoc infinite fieri poteſt] *Nam rectæ lineæ DB, EF infinite ſecari poſſunt.* D

Erit igitur AG, hoc eſt KL æqualis utriſque AB, BN] *Græcus codex* ἔσαι οὖν E
ἡ α β. *Sed legendum* ἔσαι οὖ ἡ α η. *eſt enim AE æqualis AB, quòd a centro ad circumferentiam: & ipſi EG æqualis facta eſt BN. ergo AG, hoc eſt LK vtriſque AB BN eſt æqualis.*

Et reliqua NC minor, quam KL] *poſuimus enim AB, BC inter ſe æquales eſſe, Quòd* F
cum KL ſit æqualis utriſq; AB, BN, maior erit, quam BC, & multo maior, quam NC.

Et quoniam HF FG quidem maiores ſunt, quam HG] *Græcus codex*, καὶ ἐπεὶ αἱ G
μὲν θ ἡ ς τῆς μείζονες εἰσὶν. *lege* αἱ μὲν θ ζ η.

Erunt utręque CF FG una cum HK maiores utriſque KC GH] *Græcus codex* H
συναμφότερος ἄρα αἱ η γ ζ η. *lege* συναμφότερως ἄρα αἱ γ ζ η.

K Sed utriſque AF FE maiores ſunt utræque AB BC] *Ex 21 primi libri elementorum.*

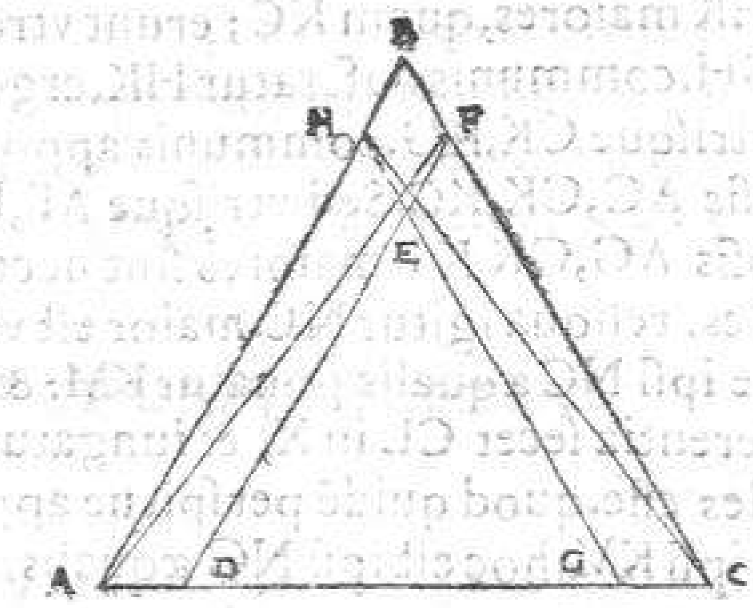
L Quarum vtræque AB BN] *Græcus codex* ὧν συναμφότερος ἡ α β μ, *Sed legendum* ἡ α β γ.

M Et circa centrum K per M deſcripta circuli circumferentia ſecet CL in X] *Quoniam enim NC, hoc eſt KM minor eſt, quam KL; circuli circumferentia ipſam CL inter L & C ſecabit.*

N Dico utraſque LK, KX vtriſque AB BC æquales eſſe] *Græcus codex* λέγω δὴ ὅτι συναμφότερος ἡ λ κ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ η α β γ. *lege* ἡ λ κ ξ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ α β γ.

THEOREMA VI. PROP. XXX.

Quòd ſi triangulum æquilaterum ſit, vel æquicrure, quod baſim habeat latere minorem, dico fieri non poſſe, vt intra ipſum conſtituantur rectæ lineæ æquales ijs, quę ſunt extra: ſed intra minores erunt.



Sit enim ABC triangulum æquilaterum, vel æquicrure habens AC baſim minorem vtraque ipſarum AB BC; & intra conſtituantur aliquæ rectæ lineæ DE, EG. Dico eas minores eſſe, quàm AB BC. Producatur DE vſque ad F, & AF iungatur. Itaque quoniam æqualis eſt BAC angulus angulo BCA; erit angulus BCA maior ipſo FAC.
36 primi Sed angulo BCA maior eſt angulus FDA. ergo FDA angulus angulo FAD multo maior erit; & ideo AF
A maior eſt, quàm FD. Et quoniam angulus AFB maior eſt, quàm BCA: & BCA ob hypotheſim non minor, quam ABC, erit AFB maior, quam ABF; & propterea AB quam AF maior. Sed AF maior oſtenſa eſt, quam FD.
B ergo AB quam FD eſt maior, & multo maior, quam ED. Similiter oſtendetur &
C BC maior, quam GE. minores igitur ſunt DE, EG ipſis AB, BC.

COMMENTARIVS.

A Et BCA ob hypotheſim non minor, quàm ABC] *Si enim triangulum ABC æquilaterum ſit, angulus BCA æqualis eſt angulo ABC: ſi vero æquicrure, quod baſim habeat latere minorem, angulus BCA angulo ABC eſt maior: quippe cui maius latus ſubtenditur.*

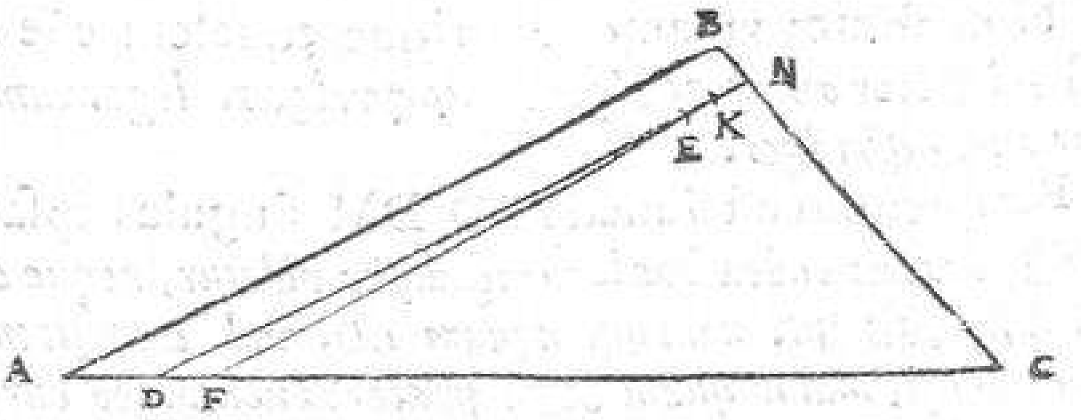
B Similiter oſtendetur & BC maior, quam GE] *producta nimirum GE uſque ad AB, vt in punctum H, & iuncta CH.*

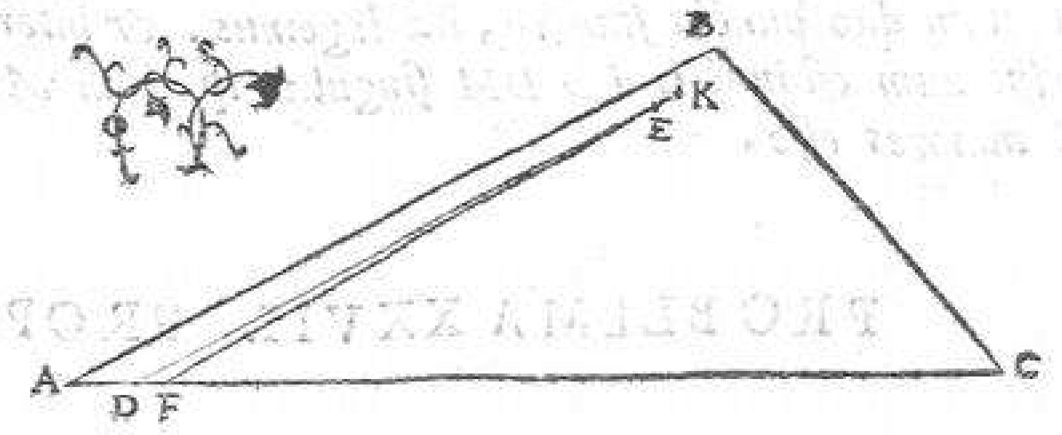
C Minores igitur ſunt DE EG ipſis AB, BC.] *Græcus codex* ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ ν δ τῆς α β, *corrige,* ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ δ ε ε η. τῶν α β β γ.

PROBLEMA XXV. PROPOSITIO XXXI.

In quibus trianguliſ intra conſtituuntur rectę lineæ ęquales ijs, quę ſunt extra, in his & maiores intra conſtitui poſſunt ſimul ſumptæ.

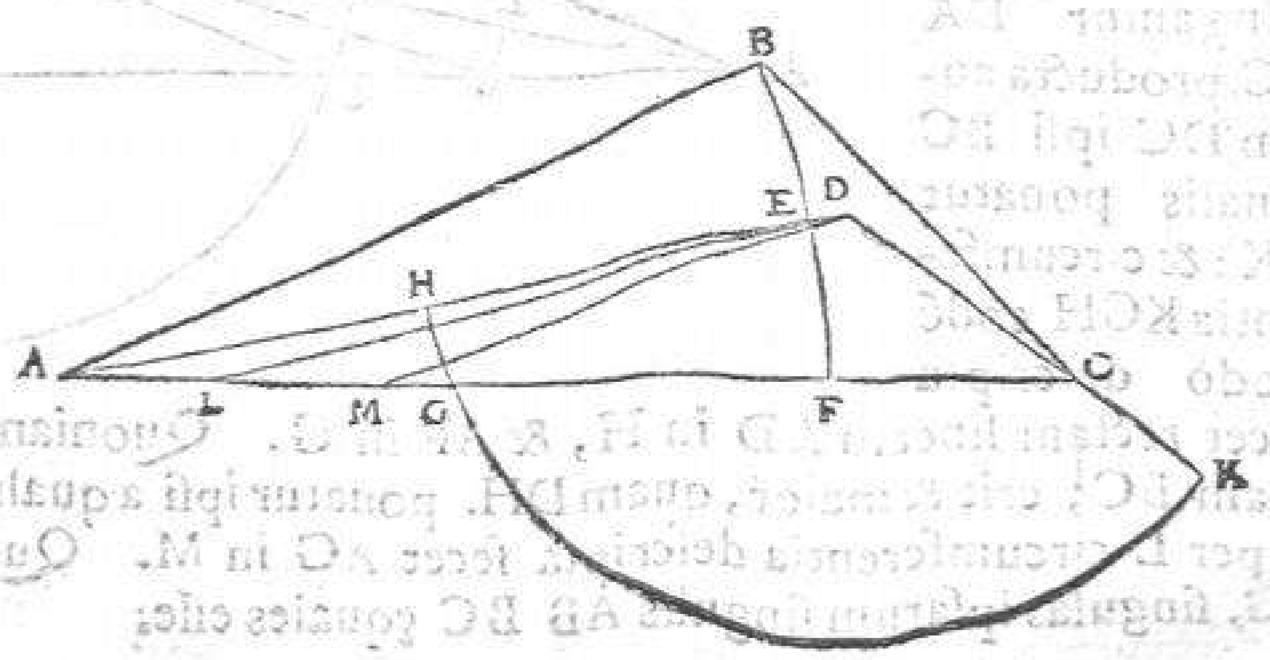
Sint enim in triãgulo ABC lineæ DE EF æquales ipſis AB BC: & producatur vna ipſarum intra, ut DE uſque ad N; & inter E N ſumatur quod vis punctum K, iungaturque KF. erunt vtique DK, KF maiores, quã DE EF: & ideo maiores, quam ABC. Manifeſtum autem eſt etiam ſi intra triãgulum ABC ſumatur punctum K, ita ut rectæ lineæ DE EF. ab ipſis DK KF contineantur, quemadmodum apparet in ſecunda figura; nihilominus idem continget. & vtroque modo infinite erit propoſitum.





PROBLEMA XXVI. PROPOS. XXXII.

Et cum hoc admirabile videatur ijs, qui geometrię ignari ſunt, admirabilius erit, non ſolum vtramq; vtriq; ęqualem eſſe, A vel maiorem, ſed etiam ſingulas earum, quę intra conſtituũtur ſingulis earũ, quę extra, & æquales, & maiores eſſe poſſe, quod ita oſtenditur.



Sit triangulũ ABC habens AB quidem nõ minorẽ BC; AC uero utraq; ipſarũ maiorẽ: & circa centrũ A per B deſcri-

batur circuli circumferentia BEF; ſumaturque inter ipſam, & rectam lineam BC quoduis punctum D; & AD, DC iungantur. Itaque quoniam AD maior eſt, quam AB, & propter hypotheſim maior, quam BC; DC uero, quam BC minor: ſi producentes DC vnamquamque ipſarum DH DK ipſi BC æqualem faciamus, circulus, qui circa centrum D per HK deſcribitur, rectam lineam AF
B ſecabit. ſecet in puncto G: & inter AG quęuis puncta ſumantur LM. perſpicuum eſt iunctis LD DM, ſingulas ipſarum ſingulis AB, BC eſſe maiores.

COMMENTARIVS.

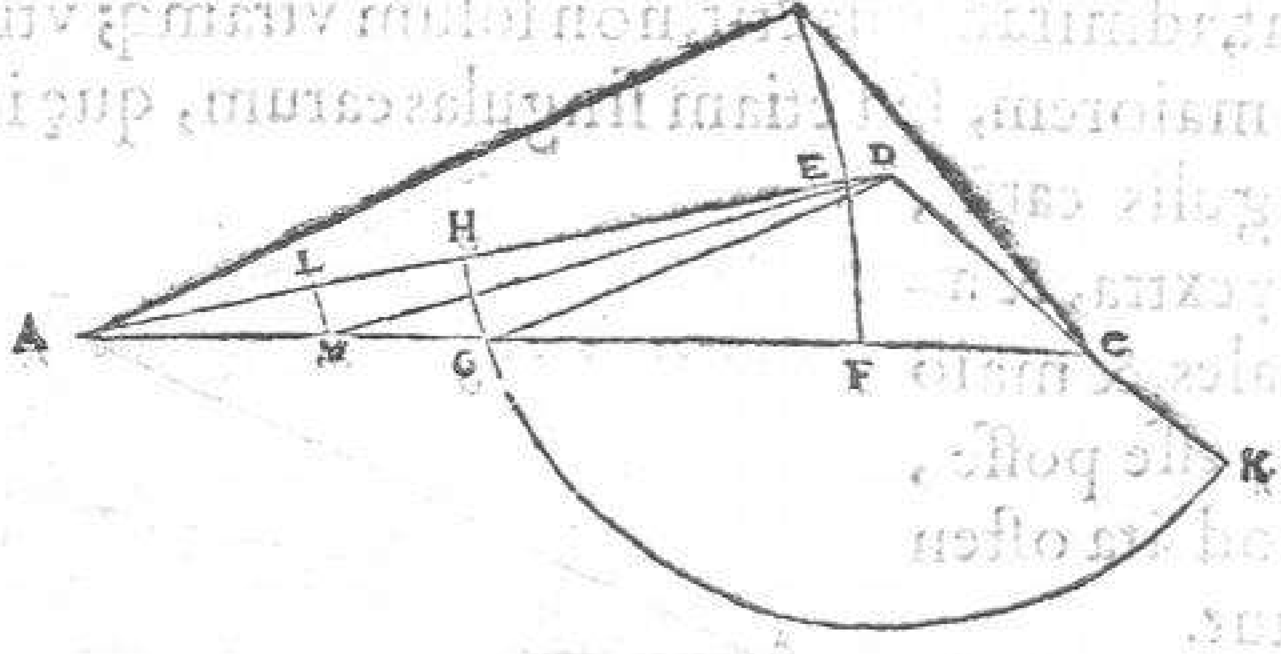
A Non ſolum vtramque vtrique ęqualem eſſe, uel maiorem] *Græcus codex τὸ μὴ μόνον συναμφοτέρον συναμφοτέρας. legendum vt opinor τό μὴ μόνον συναμφότερον συναμφοτέρῳ.*

B Perſpicuum eſt iunctis LD DM ſingulas ipſarum ſingulis AB BC eſſe maiores] *Græcus codex hoc loco mendoſus videtur, neque enim LD DM neceſſariò ſunt maiores ipſis AB BC. nam quamquam LD, vel DM ſit maior, quam BC, nulla eſt neceſsitas vt etiam ſit maior quam AB. præterea non video cur inter AG duo puncta ſumantur, cum vnum ſatis ſit. quare ita legendum ſuſpicor, & inter AG quod vis punctum ſumatur L. perſpicuum eſt iuncta DL ſingulas ipſarum AD DL ſingulis AB BC maiores eſſe. vel ſi placet etiam duo puncta ſumere, ita legemus. & inter AG quauis puncta ſumantur LM. perſpicuum eſt iunctis LD DM ſingulas ipſarum AD DL, vel AD DM ſingulis AB BC maiores eſſe.*

PROBLEMA XXVII. PROPOSITIO XXXIII.

Quòd ſi velimus ſingulas ſingulis æquales eſſe, oportebit ponere AC maiorem, quam AB; & CB, quam BA minorem.

Sit enim, vt dictum eſt, & ſimiliter circumferentia BEF deſcribatur; ſumaturq; punctum D, & iungantur DA DC. producta autem DC ipſi BC ęqualis ponatur DK: & circumferentia KGH eodẽ modo deſcripta



A B Secet rectam lineam AD in H, & AF in G. Quoniam igitur AB maior eſt,
C quam BC; erit & maior, quam DH. ponatur ipſi æqualis DL. & circa centrum D per L circumferentia deſcripta ſecet AG in M. Quare conſtat iunctis MD, DC, ſingulas ipſarum ſingulis AB BC ęquales eſſe.

COMMENTARIVS.

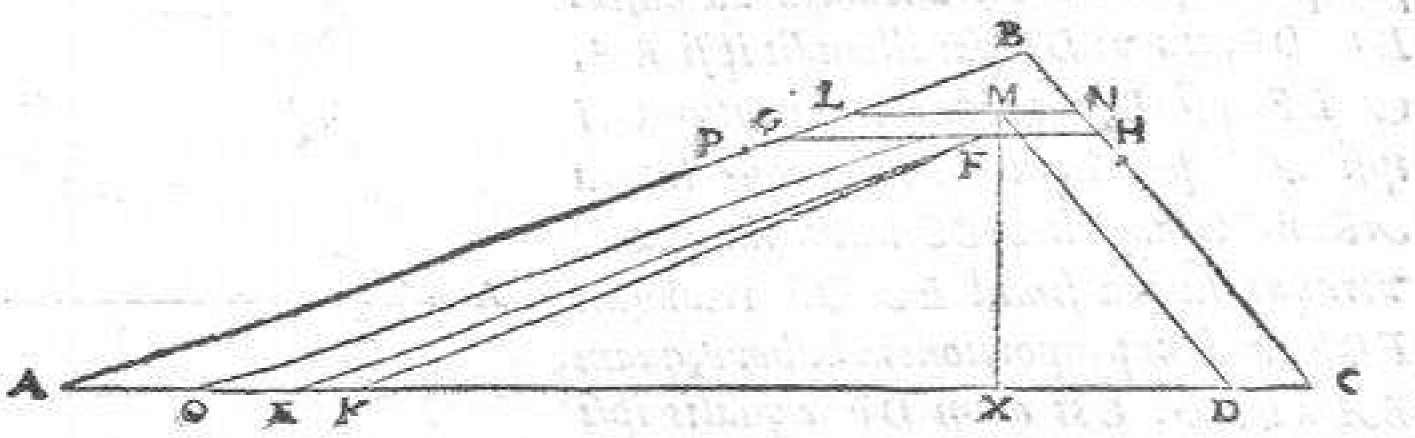
Secet rectam lineam AD in H, & AF in G.] *Græcus codex* τεμνέτω τὴν α δ κατὰ τὸ θ, τὴν δὲ α ζ κατὰ τὸ υ. *lege* τεμνέτω τὴν α δ κατά τὸ θ, τὴν δέ α ζ κατά τὸ η. A

Quoniam igitur AB maior eſt, quàm BC] *Græcus codex* ἐπεὶ δὲ μείζων ἡ α δ τῆς β γ. *Ego legendum puto* ἡ α β τῆς β γ. B

Ponatur ipſi æqualis DL] *Videlicet ipſi AB.* C

PROBLEMA XXVIII. PROPOS. XXXIIII.

Multo autem admirabilius videbitur, ſi rectæ lineæ, quæ in baſi intra triangulum conſtituntur, non ſolum æquales, vel maiores ſint lateribus continentibus, ſed etiam ad ea datam habeat proportionem.



Conſtruantur
enim rectæ lineæ
EF FK ipſis AB
BC æquales.
quod quidem fieri A
poſſe in principio
dictum eſt:
& ſecentur vtraq; B
ſimul AB, BG bifariam
in P: ipſi C
uero AC parallela ducatur GFH: & FE parallela ſit ipſi AB: ſitque proportio D
BA ad AL eadem, quæ proportio data: & parallela ducatur LMN: & in E
LMN ſumatur punctum M, ita ut per ipſum ductæ MO, MD ipſis BA BC parallelæ F G
punctum F comprehendant. erit & vtrarumque AB BC, hoc eſt EF H
FK ad utraſque AL, NC, hoc eſt ad OM MD proportio data. In triangulo K
igitur OMD intra exiſtentes EF FK ad rectas lineas OM MD quæ ipſas conti-
nent, datam habent proportionem. Sed quoniam LMN debet cadere ſupra L
GFH, oportebit rectam lineam BA minorem eſſe, quàm duplam ipſius AL. quare M
& proportio data neceſſario minor erit, quàm dupla. Conſtat autem quo maior N
ſit AB ipſa BC, & quo angulus B ſit obtuſior, eo rectas lineas EF FK ad
duplam proportionem magis accedere, & multo magis, ſi EF FK non ſint æquales O
ipſis AB BC, ſed maiores. & adhuc magis ſi ducta perpendiculari MX, rectæ P
lineæ EF FK cum ipſis OM MX comparentur, poſſumus autem & aliis modis
idem efficere. ſed unus hic nobis ad oſtenſionem ſatis ſit.

COMMENTARIVS.

Quod quidem fieri poſſe in principio dictum eſt] *In 29. huius.* A

Et ſecentur utræque ſimul AB BC bifariam in P.] *Græcus codex mendoſus eſt,* B qui ſic habet, καὶ τὸν μὲν ϖ δίχα . . . . : . συναμφότερον τὴν α β γ. fortaſſe autem legendum erit, quemadmodum in 29. καὶ τετμήσθω μὲν συναμφότερος ἡ α β γ κατὰ τὸ ϖ. quamquam ſuperuacanea omnino eſſe videantur, neque enim rectæ lineæ EF FK ipſis AB BC æquales conſtitui poſſunt, niſi prius AB BC ſimul ſumptæ biſariam ſecentur, vt in 29. apparet.

C Ipſi vero AC parallela ducatur GFH] *hoc eſt ducatur per F ipſi AC parallela GH. Græcus codex* ἡ δὲ θ η ζ ϖαράλληλος ἤχθω τῇ α γ. *Sed corrigendū* ἡ δὲ η ζ θ *&c.*

D Sitque proportio BA ad AL eadem, quę proportio data] *Græcus codex corrigendus eſt, in quo legitur* καὶ τῷ δοθέντι λόγῳ ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς α β ϖρὸς β λ. *lege* ὁ τῆς β α ϖρὸς α λ:

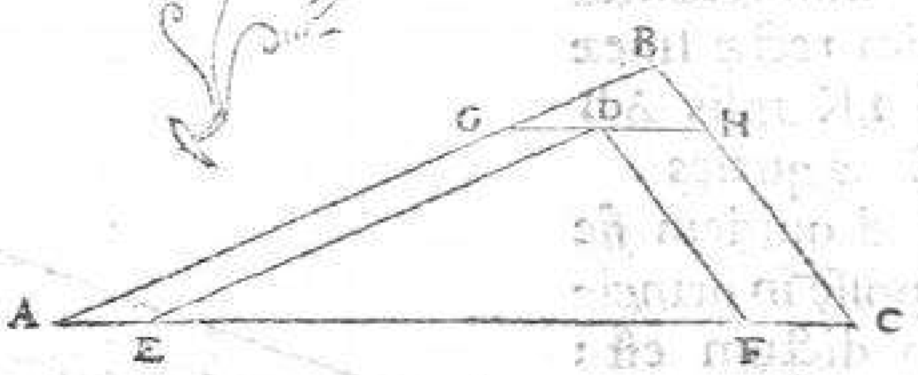
E Et parallela ducatur LMN] *hoc eſt parallela ipſi AC Græcus codex* καὶ ϖαράλληλος ἤχθω ἡ δ μ ν. *lege* ἡ λ μ ν, *vel* ἡ λ ν, *quod magis placet.*

F Et in LMN ſumatur punctum M] *Græcus codex* καὶ ἐπὶ τῆς λ ζ ν. *lege* λ μ ν, *vel potius* λ ν.

G Ita vt per ipſum ductæ MO MD ipſis BA BC parallelæ punctum F comprehendant] *Græcus codex* ὥστε διὰ τοῦ ταῖς β α, β γ ϖαραλλήλους ἀγομένας τὰς μ θ, μ δ ϖεριλαμβάνειν τὸ ζ. *corrige* ὥστε διὰ τοῦ μ ταῖς β α, β γ ϖαραλλήλους ἀγομένας τὰς μ ο, μ δ ϖεριλαμβάνειν τὸ ζ

H Erit & vtrarumque AB, BC, hoc eſt EF FK ad vtraſque AL NC, hoc eſt ad OM MD proportio data] *vtraque enim latera AB, BC ad vtraque OM MD eandem habent proportionem, quam BA ad AL. quod nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.*

Sit triangulum ABC, intra quod ſumpto quouis puncto D, ducantur ad baſim DE, DF, ita vt DE parallela ſit ipſi BA, & DF ipſi BC: & per D ducatur GH ipſi AC parallela dico vtraque latera AB, BC trianguli ABC ſimul ſumpta ad vtraque latera ſimul ED DF trianguli EDF eandem proportionem habere, quam



34 primi *BA ad AG. Eſt enim DE æqualis ipſi*
elem. *GA, & DF æqualis HC: & vt AB ad BG, ita CB ad BH ob triangulorum ABC, GBH*
4. Sexti. *ſimilitudinem. quare per conuerſionem rationis, vt BA ad AG, ita BC ad CH: &*
12. quinti *vt omnes ad omnes, ita vna ad vnam; videlicet vt AB BC ad AG, HC, hoc eſt ad ED DF, ita BA ad AG.*

K In triangulo igitur OMD intra exiſtentes EF FK ad lineas OM, MD, quę ipſas continent, datam habent proportionem] *Græcus codex* ἐν ἄρα τῷ ο μ δ τριγώνῳ ἐντὸς οὖσαι αἱ ε ζ η ϖρὸς τὰς α β γ ϖεριεχούσας *&c. lege* ϖρὸς τὰς ο μ δ ϖεριεχούσας.

L Sed quoniam LMN debet cadere ſupra GFH] *niſi enim ſupra caderent rectæ lineæ OM MD ipſas EF FK non continerent.*

M Oportebit rectam lineam BA minorem eſſe, quam duplam ipſius AL] *Secentur vtraque AB BC ſimul ſumptæ biſariam in puncto P; erit BA minor, quàm dupla ipſius AP, recta autem linea GFH cadit ſupra P, alioqui non eſſent EF FK æquales ipſis AB BC, vt ex 29 huius conſtare poteſt. & cum LMN cadat ſupra GFH, neceſſe eſt BA ipſius AL multo minorem eſſe, quàm duplam.*

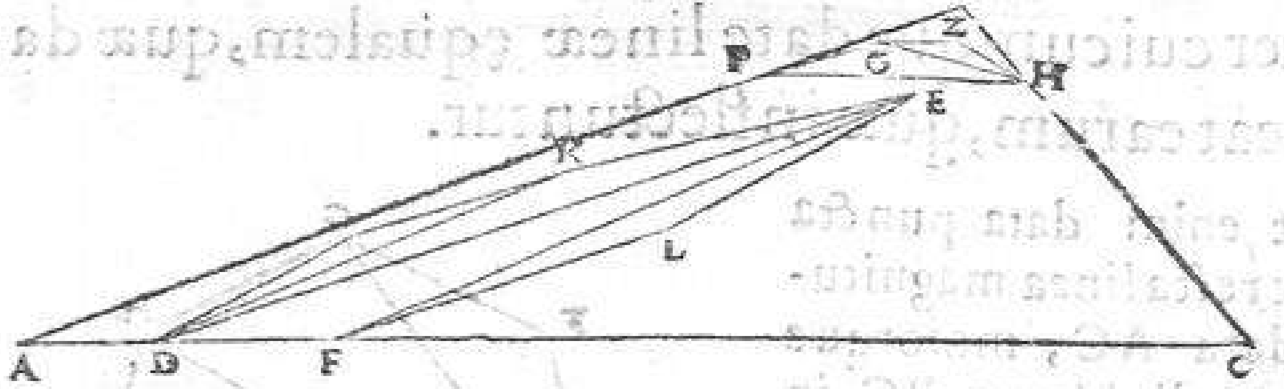
N Conſtat autem quo maior ſit AB ipſa BC, & quò angulus B ſit obtuſior; eò rectas lineas EF FK ad duplam proportionem magis accedere] *quò enim AB magis ſuperat BC, eò punctum P magis accedit ad A, & proportio BA ad AL augeri poteſt, vt ad duplam propius accedat. Quò autem angulus B obtuſior eſt, eò maior ſit baſis adeo vt rectæ quidē lineæ EF FK augeantur, ſi non æquales eſſe debēt; rectæ vero ipſas continentes OM, MX minuantur: nempe ducta MX perpendiculari, quæ minor eſt, quàm MD. vt in ſubiecta figura apparet, manentibus enim lateribus AB, BC ſi angulus* *obtuſior ſit, augetur quidem baſis AC; perpēdicularis uero ad baſim ducta imminuitur. Quādo autem hoc facere velimus, oportebit punctum M ita ſumere, vt ducta perpendicularis MX punctum F intra triangulum OMX comprehendat.*

Et multo magis ſi EF FK non ſint æquales ipſis AB BC, ſed maiores] *hoc eſt rectæ lineę EF FK cum ipſis OM MD comparatæ ad duplam proportionem magis accedent, ſi eas non ęquales ipſis AB BC, ſed maiores efficere uoluerimus. In quibus enim triangulis intra conſtituuntur rectę lineę ęquales iis, quę ſunt extra, in his & maiores intra cōſtitui poſſunt, vt demonſtratum eſt in 31. huius.* O

Et adhuc magis, ſi ducta perpendiculari MX, rectæ lineæ EF FE cum ipſis OM MX comparentur] *hoc eſt accedent EF FK adhuc magis ad duplam proportionem, ſi ducta perpendiculari MX non amplius cum OM MD, ſed cum ipſis OM MX comparentur. Græcus codex* καὶ μάλλον ἐπὶ κάθετον ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινόμενα. *forte legendum erit* καὶ μάλλον καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινομέναι. *uel hoc modo* καὶ μάλλον ἐν καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινόμεν. P

PROBLEMA XXIX. PROPOSITIO XXXV.

Non ſolum autem in trianguli baſi rectæ lineæ intra conſtituuntur, vtræque ſimul maiores ijs, quæ ſunt extra, ſed etiam in quadrilatero duæ tribus maiores, & tres item maiores tribus, & ſimiliter in alijs, quæ plura habeat latera, poſſunt quotquot intra conſtitui maiores quotquot ijs, quæ ſunt extra.



Si enim ſit triāgulum ABC, in quo conſtituātur rectæ lineæ DE EF maiores, quā AB BC; & ducatur quæuis linea PH ſupra E; erūt DE EF maiores ipſis AP, PH, HC in quadrilatero APHC & ſi aliqua inflectatur, ut DKE, tres ſimul DK, KE, EF maiores erunt tribus AP PH HC. Si vero inflectatur PGH; rurſus erunt duæ DE EF; iteq; tres DK, KE, EF maiores quattuor AP, PG, GH, HC in quinquelatero, & ſi inflectatur ELF, erunt & quattuor DK KE EL, LF maiores, quàm quattuor AP, PG, GH, HC. At ſi inflectatur PGZH, & ad plura puncta, quàm GZ, & ipſorum KD inflexio fiat, idem planè continget, atque hoc infinite, quotquot proponat quis intra, quotquot ijs, quæ ſunt extra maiores eſſe, eodem modo conſtruetur. A B C

COMMENTARIVS.

Erūt DE EF maiores ipſis AP, PH, HC.] *Nā tres lineę AP, PH, HC, minores ſunt duabus AB, BC; quòd PB BH ipſi PH ſunt maiores ex 20. primi libri elementorum.* A

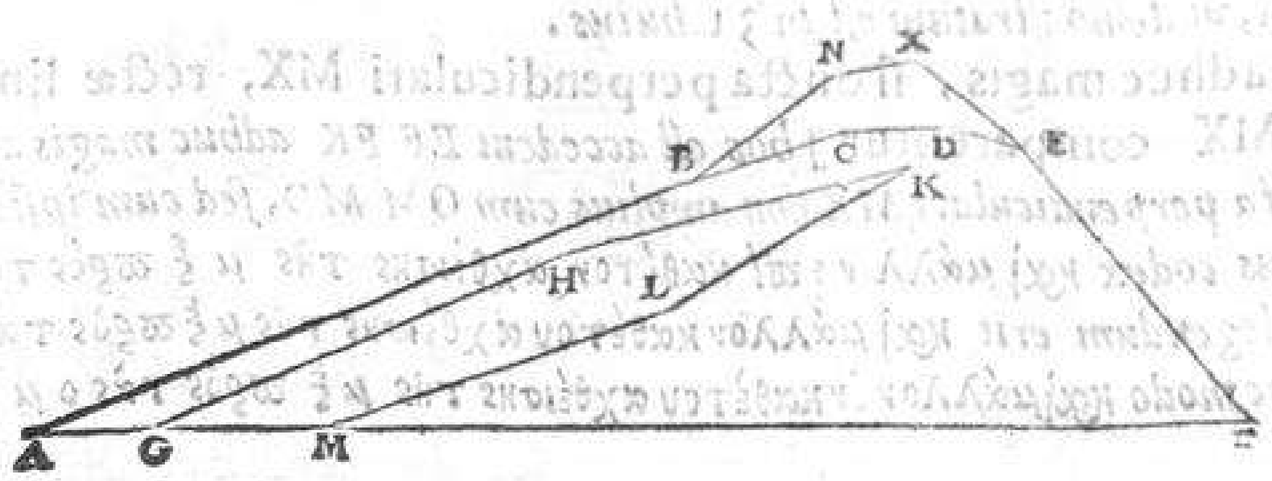
Si vero inflectatur PGH] *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituendū cenſuimus.* B

Rurſus erunt duæ DE EF, itemque tres DK, KE, EF maiores quattuor AP PG, GH, HC] *ſunt enim PG, GH adhuc minores ipſis PB, BH ex 21. primi libri elementorum.* C

PROBLEMA XXX. PROPOSITIO XXXVI.

Fieri autem poteſt, vt & quæ intra continentur, quotquot ijs, quæ extra, ſimul ſumptæ omnes ſint æquales.

A Si enim conſtituantur, vt demõſtratum eſt, GH, HK, KL, LM maiores ipſis AB, BC, CD, DE, EF. & inflectatur BNXE æque maior ipſa BCDE.
B factũ iã erit, quod proponebatur.



COMMENTARIVS.

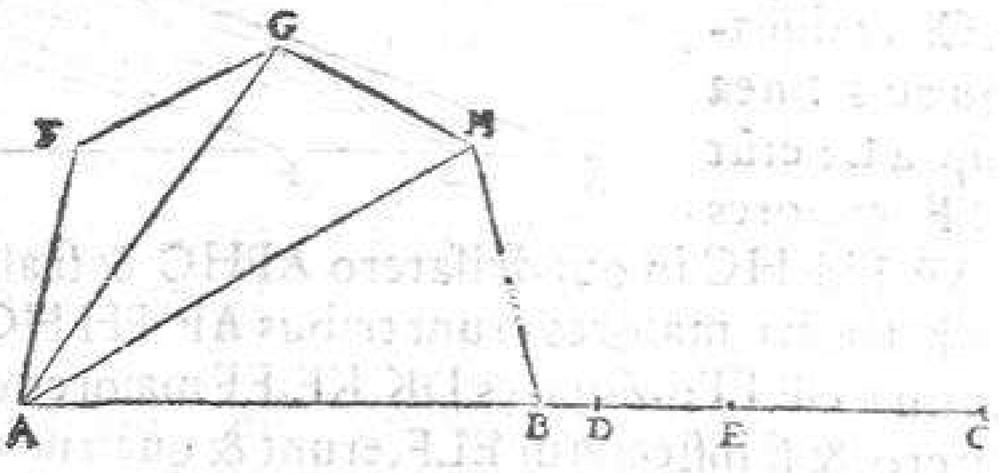
A Si enim conſtituantur] *Græcus codex* κατασκευσθεισῶν γὰρ μείζων ὅσων δὴ τῶν α β. *forte legendum* μείζων ὄυσων τῶν α β.

B Et inflectatur BNXE æque maior ipſa BCDE. factum iam erit, quod proponebatur] *Hoc eſt inflectatur BNXE, ita vt ſit æqualis ipſi BCDE, & exceſſui, quo GHKLM ſuperat ABCDEF. atque illud quidem facile fiet ex iis, quæ ſequuntur.*

PROBLEMA XXXI. PROPOS. XXXVII.

At facile eſt à duobus punctis BE inflectere BNXE generaliter cuicumque datę lineæ ęqualem, quæ datum numerum habeat earum, quæ inflectuntur.

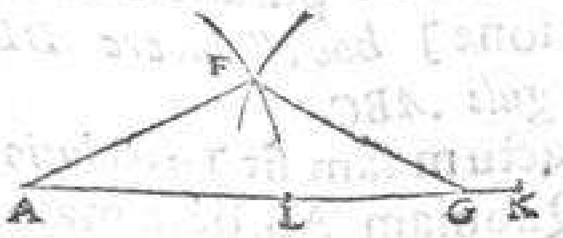
Sint enim data puncta AB: & recta linea magnitudine data AC, maiorque
A AB: & diuidatur BC in quotcunque rectas lineas BD, DE EC vna minores, quam ſit numerus earum,
B quæ inflectuntur, & AFG quidem inflectatur adeo, vt ſuperet AG quantitate lineæ BD. hoc enim facile fieri poteſt. ACH vero inflectatur, ut ſuperet AH quantitate DE, & AHB ſuperet AB ipſa EC. numerus igitur rectarum linearum AF FG GH, HB eſt æqualis dato, & quæ ex omnibus conſtat, eſt ipſi AC ęqualis: etenim hoc ex conſtructione ipſa intelligere haud difficile erit; & quod infinite fieri poteſt.



COMMENTARIVS.

A Et diuidatur BC in quotcumque rectas lineas BD, DE, EC una minores, quã ſit numerus earum, quæ inflectuntur] *Si enim quattuor ſint, quæ inflecti debent, diuidatur BC in tres partes; ſi quinque in quattuor. & ita in aliis. græcus codex ita habet* καὶ διῃρήσθω ἡ β γ &c. μία ἐλάσσονα, *lege* ἐλάσσονας.

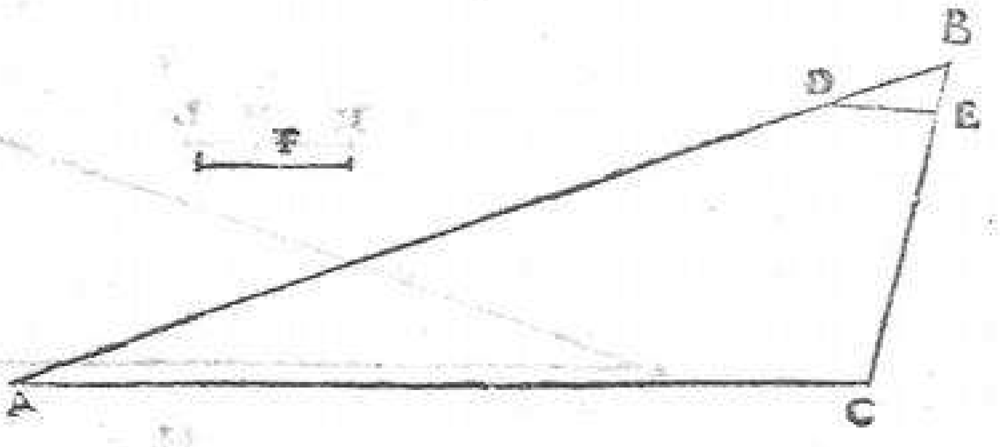
B Et AFG quidem inflectatur, adeo vt ſuperet AG quantitate lineæ BD. hoc enim facile fieri poteſt] *ſit enim recta linea AG, cui adiiciatur GK ipſi BD æqualis, & AK vtcumque in puncto L ſecetur. deinde ex centro A, & interuallo AL deſcribatur circulus. & rurſus ex centro G & interuallo KL deſcribatur alius circulus, qui priorẽ in puncto F ſecet: iunganturque AF, FG. erit inflexa linea AFG æqualis ipſi AK. & ob id rectam lineam AG quantitate GK, hoc eſt BD ſuperabit. illud vero infinite fieri poſſe perſpicuum eſt, quòd ipſa AH itidem infinite ſecetur Græcus codex corruptus eſt, in quo ita legitur* καὶ ἡ μεν αζιζη. *lege* καὶ ἡ μεν αζη



Numerus igitur rectarum linearum AF, FG, GH, HB eſt ęqualis dato, & quæ ex omnibus conſtat eſt ipſi AC æqualis: etenim hoc ex conſtructione ipſa intelligere haud difficile erit] *ſint enim data puncta AB, à quibus inflectere oporteat quattuor rectas lineas, ita vt ſimul ſumptæ ſint æquales ipſi AC datæ neceſſe autem eſt AC maiorem eſſe, quàm AB. diuidatur, BC in tres partes quomodocumque BD, DE, EC. & à duobus punctis AB, vt dictum eſt, inflectatur AHB ita ut ſuperet AB quantitate EC, & rurſus à duobus punctis AH inflectatur AGH vt ſuperet AH quantitate DE poſtremo à pũctis AG inflectatur AFG ſuperãs AG ipſa BD. dico rectas lineas AF, FG, GH, HB datæ rectæ lineæ AC æquales eſſe ſunt enim AF, FG æquales ipſis AG, BD. & AG, GH æquales ipſis AH, DE: & AH, HB æquales AB EC. quare ſublatis vtrinque communibus AG, AH, relinquentur AF FG, GH, HB æquales ipſis AB, BD, DE, EC hoc eſt lineæ AC.* C

PROBLEMA XXXII. PROPOSITIO XXXVIII.

Fieri etiam poteſt vt parallelogrammũ inueniatur, in cuius baſi intra conſtituantur duæ rectæ lineæ tribus continentibus æquales, atque etiam maiores. hoc prius demonſtrato.



A B Sit AB data maior BC quam in proportione. ducere DE parallelam, & facere vt AD ad vtraſque DE BC in data ſit proportione. C D Factum iam ſit. quoniam AB data maior eſt BC, quam in proportione, erit proportio ipſius AB ad BC una cum data, quæ ſit F. eadem autem eſt proportio & AD ad vtraſque DE, BC. ergo & reliquæ BD eadem erit ad E F excellum ipſarum F, DE. ſed F eſt data. data igitur DE. & ideo poſitione G data. quare ſi AB maior ſit quam dupla ipſius BC, poterimus ducere DE parallelam, & facere vt AD vtrarumque DE, BC ſit dupla.

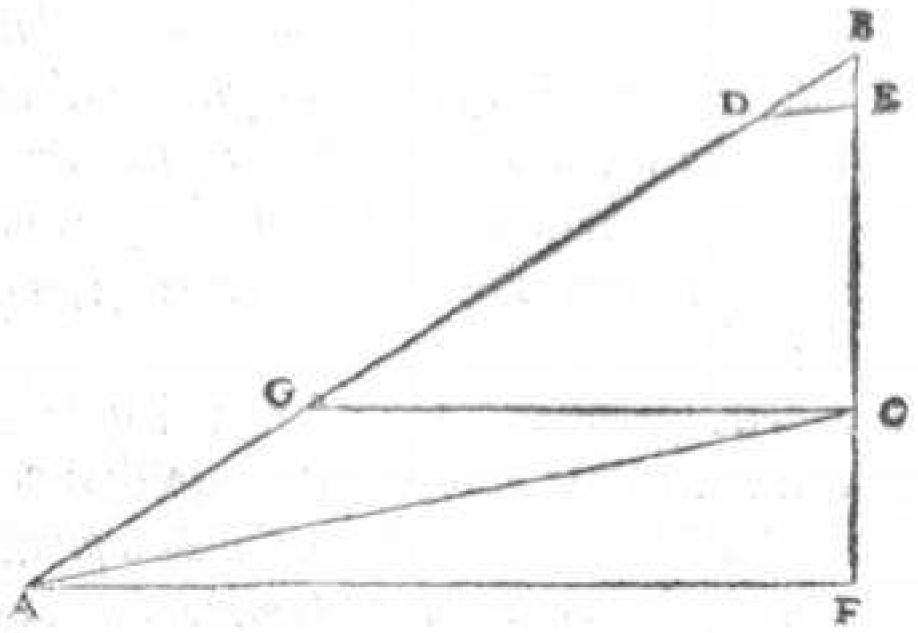
COMMENTARIVS.

A Sit AB data maior BC quam in proportione] *magnitudo magnitudine dato maior eſt, quam in proportione, quando ablato dato reliquum ad idem proportionem habeat datam, vt Euclides in libro datorum diffiniuit. & ſimiliter magnitudo magnitudine dato minor eſt quam in proportione, quando appoſito dato totum ad idem proportionem habeat datam.*

B Ducere de parallelam, & facere vt AD ad vtraſque DE BC in data ſit proportione] *hoc eſt ducere DE parallelam ei, quæ puncta AC coniungit, videlicet baſi trianguli ABC.*

C Factum iam ſit] *reſolutio eſt problematis.*

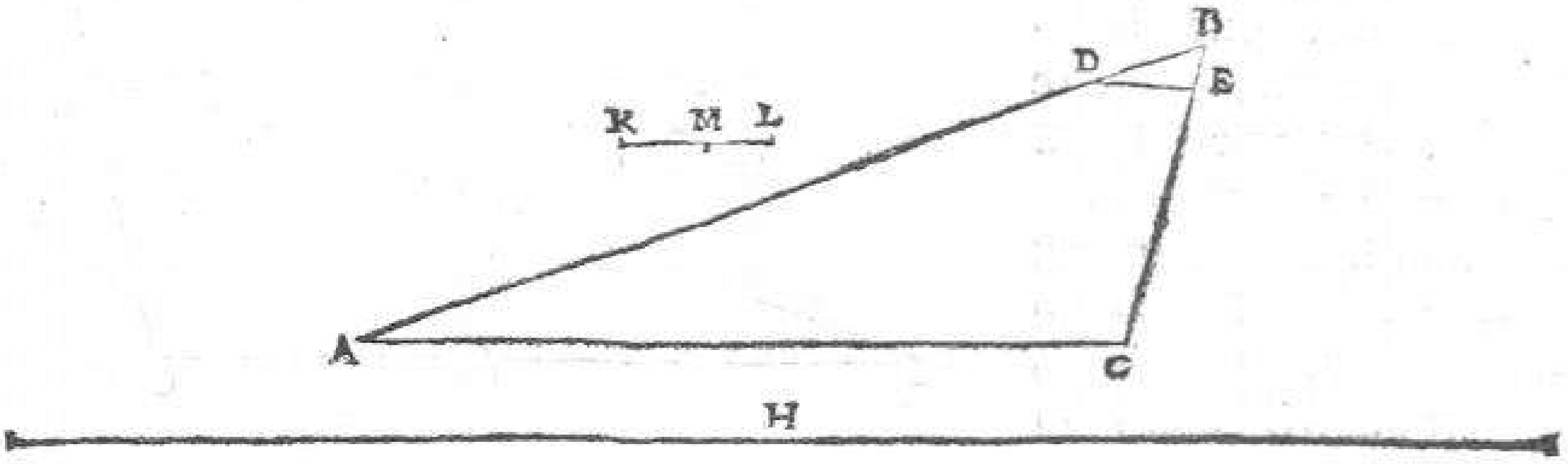
D Quoniam AB data maior eſt BC, quam in proportione, erit proportio ipſius AB ad BC vna cum data, quæ ſit F] *ſit AB maior BC quàm in proportione, data linea AG, iungaturque GC; & per A ducatur AF ipſi GC parallela, habebit GB ad BC proportionem datam ex diffinitione: vt autem GB ad BC, ita AB ad BF. reliqua igitur AG ad reliquam CF erit vt AB ad BF. Et eſt data AG, quare & CF data erit: ex quibus ſequitur vt AB ad BC vna cum data CF proportionem datam habeat. quam vero nos CF dicimus, ipſe vno tantum elemento F expreſſit.* 2 datorũ



F Eadem autem eſt proportio AD ad vtraſque DE BC] *expoſitione ſcilicet.*

F Ergo & reliquæ BD eadem erit ad exceſſum ipſarum F DE] *quoniam enim vt AB ad BC vna cum F, ita eſt AD ad BC vna cum DE, erit reliqua BD ad id quod relinquitur, demptis BC & DE ab ipſis BC & F, hoc eſt dempta DE ab F, vt AB ad BC vna cum F, quare BD datam habebit proportionem ad exceſſum, quo ipſam F DE excedit.* 19 quinti

G Sed F eſt data, data igitur DE, & ideo poſitione data] *obſcure nimis, & anguſte hoc explicaſſe videtur Pappus, ex quibus non facile appareat, quo loco D ipſam AB ſecet. non enim compoſitionem, & fortaſſe non integram reſolutionem appoſuit. quamobrem nos vt ea, quæ deſiderari videntur, ſuppleamus. pro viribus enitemur.*

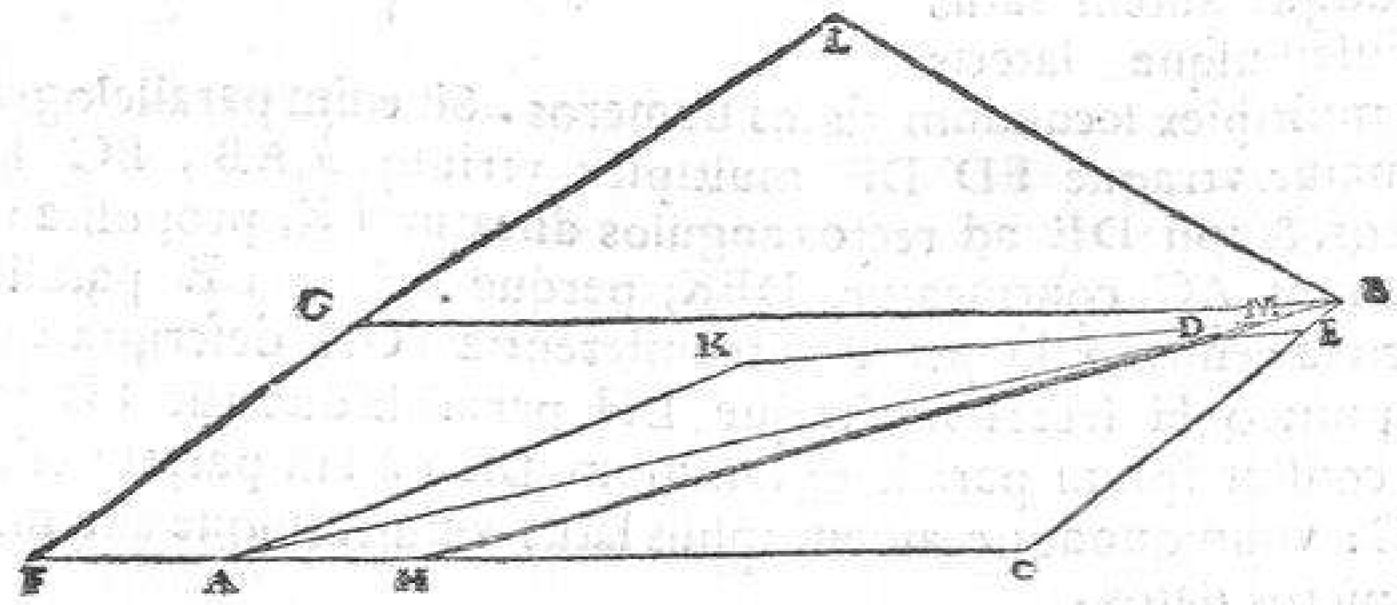


Ponatur iam factum eſſe, & ſit ipſi DE æqualis KM. quoniam igitur AB data maior eſt BC, quã in proportione, habebit AB ad BC una cũ alia aliqua data quæ ſit KL eandem proportionem. Sed & eandem habet AD ad vtraſque DE, BC, hoc eſt KM, BC. ergo reliqua BD ad reliquam ML eandem proportionem habeat, neceſſe eſt. vt autem CA ad AB, ita eſt ED ad DB. triangula enim ABC DBE inter ſe ſunt ſimilia ob lineas parallelas. & vt DB ad ML, ita fiat alia quæpiam, in qua H ad CA. erit ex æquali in perturbata ratione vt H ad AB, ita DE, hoc eſt KM ad ML.

Com-

Compoſitio reſolutioni congruens erit. fiat enim H ad AC in data proportione; & diuidatur KL in puncto M, ita ut KM ad ML eam proportionem habeat, quam H ad AB. Rurſus ut CA ad AB, ita fiat KM ad aliam, quæ ſit BD; & a puncto D ipſi AC parallela ducatur DE. Dico AD ad utraſque DE BC in data proportione eſſe. nam cum DE parallela ſit ipſi AC, triangula ABC, DBE inter ſe ſimilia erunt: & vt CA ad AB, ita ED ad DB. Sed & ita erat KM ad eandem DB. ergo DE ipſi KM eſt æqualis. Præterea vt H ad AB, ita facta eſt KM ad ML, hoc eſt DE ad ML: & ut BA ad AC, ita BD ad DE. quare ex æquali in perturbata ratione ut H ad AC, ita BD ad ML. & ideo DB ad ML eſt in data proportione. Itaque quoniam ut AB ad BC, & KL ita eſt DB ad ML, erit & reliqua AD ad reliquas KM, & BC, hoc eſt DE, BC, ut AB ad BC, & KL. ergo AD ad utraſque DE BC in data proportione erit. quod ipſum facere oportebat.

PROBLEMA XXXIII. PROPOSITIO XXXIX.



Exponatur huiuſmodi triãgulum ABC, ita ut AB maior ſit, quam dupla BC: ſitque AC ipſius BC dupla. & ducatur DE parallela, quæ faciat ad duplã utrarũq; DE, BC: ipſius vero DE dupla ponatur FA in recta linea AC: & parallelogrammũ compleatur. Quoniam igitur FA quidem dupla eſt DE, AC uero dupla CB, erit tota FC, hoc eſt GB dupla utrarumque DE, BC: & propterea ipſi AD æqualis. & quoniam AD maior eſt, quam dupla BC, ducatur DH ipſius BC dupla. ergo DH eſt æqualis ipſis GF, BC. oſtenſa autem eſt DA æqualis GB. rectæ igitur lineæ AD, DH ipſis FG GB, BC ſunt æquales. atque eſt parallelogrammum FG BC. Conſtat præterea AD, DH maiores eſſe poſſe ipſis A
FG, GB, BC. & ſumpto aliquo puncto K rectę lineę AK KD, DH multo maiores erunt iis, quę ſunt extra. At ſi quo illæ maiores ſunt, inflectatur GLB eo- B
dem ipſo maior, quàm GB; erunt & AK, KD, DH æquales ipſis FG, GL, LB, BC in quinquelatero, & in aliis, quæ plura latera habent, idem ſeruabitur modus, quemadmodum & in iis, quæ in quouis quadrilatero conſtituuntur, prius demonſtratum fuit.

COMMENTARIVS.

Conſtat pręterea AD, DH maiores eſſe poſſe ipſis FG GB, BC] *Si enim* A
inter D, & B aliud punctum ſumatur, vt M, & AM MH iungantur, erunt hæ maiores, 21 primi
quam AD, DH, videlicet quam FG, GB, BC. Ipſe uero Pappus illud punctum ſimiliter eodem elemento D notauit.

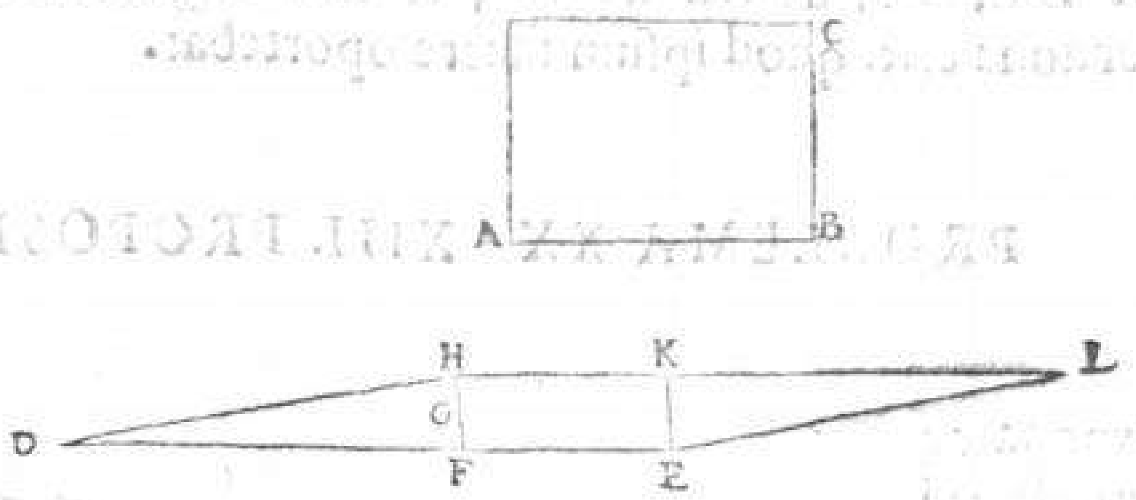
At ſi quo illę maiores ſunt, inflectatur GLB eodem ipſo maior, quam GB, erunt B

& AK,

& AK, KD, DH æquales ipſis FG, GL LB, BC] *hoc eſt ſi inflectatur GLB, quæ ſuperet GB eadem quantitate, qua rectæ lineæ AK, KD DH ſuperant ipſas FG, GB, BC.*

PROBLEMA XXXIIII. PROPOSITIO. XL.

Ex ijs, quæ ante dicta ſunt, & hæc ſequuntur.



Dato ſpacio parallelogrammo fieri poſſe vt alterum parallelogrammum inueniatur, A quod quidem ſit propoſita pars dati parallelogrammi; B vnumquodque autem latus vniuſcuiuſque lateris ſit multiplex ſecundum datos numeros. Sit enim parallelogrammum ABC, & ſumatur vtraque ED DF multiplex vtriuſque AB, BC ſecundum numeros C D datos, & ipſi DE ad rectos angulos ducatur EK, propoſita vero pars parallelogrammi AC contineatur DEK; perque K ipſi DE parallela ducatur HKL: & circa centrum D per F circumferentia FGH deſcripta rectam lineam HKL E F in puncto H ſecet: iunctæque DH parallela ducatur EL Iam ex conſtructione conſtat ipſum parallelogrammum DL datam partem eſſe parallelogrammi AC: vnumquodque autem ipſius latus vniuſcuiuſque eſſe multiplex ſecundum numeros datos.

COMMENTARIVS.

A Quod quidem ſit propoſita pars dati parallelogrammi] *hoc eſt vel dimidia, vel tertia, vel alia quæcumque imperata ſit.*

B Vnumquodque autem latus vniuſcuiuſque lateris ſit multiplex ſecundum datos numeros] *vt exempli gratia DE ſit ipſius AB dupla, & DF vel dupla vel tripla, vel vtcumque multiplex ipſius* BC: *non ſolum autem multiplex, ſed & quamcumque datam proportionem habens.*

C Et ipſi DE ad rectos angulos ducatur EK] *Græcus codex* καὶ ἤχθω ἡ δε πρὸς ὀρθὰς ἡ ε κ. *lege* καὶ ἤχθω τῇ δε.

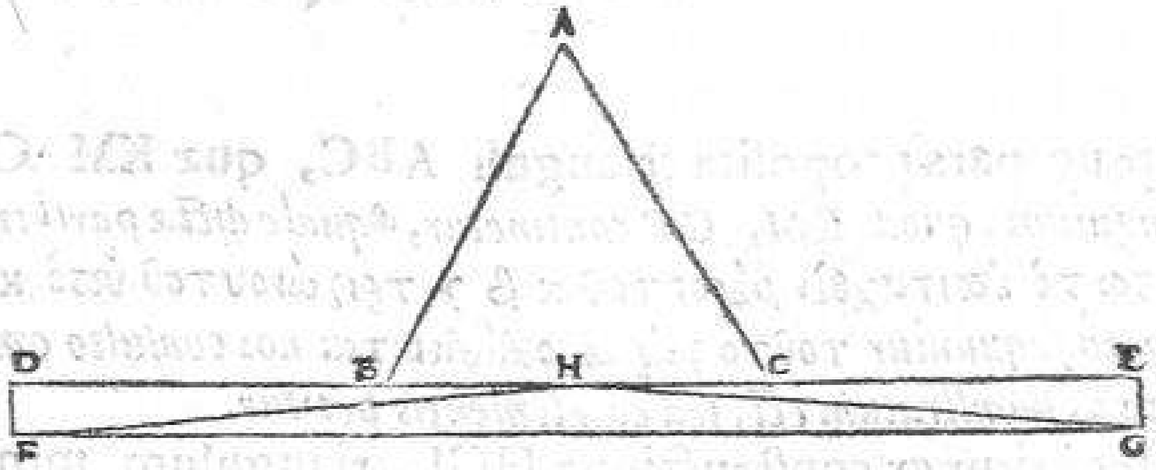
D Propoſita vero pars parallelogrammi AC contineatur DEK] *hoc eſt pars propoſita dati parallelogrammi AC ad lineam DE applicata latitudinem faciat EK, ita vt rectangulum DEK dictæ parti ſit æquale. Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθω τὸ ὑπὸ δ ε θ κ τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ α γ παραλληλογράμμου. *Sed corrige* τὸ ὑπὸ δ ε κ.

E Iunctæque DH parallela ducatur EL] *Græcus codex* καὶ ἐπιζευχθεῖσαι τῇ δ θ παράλληλος καὶ ἤχθω ἡ ε λ. *lege* καὶ ἐπιζευχθείσῃ τῇ δ θ παράλληλος ἤχθω ἡ ε λ.

F Iam ex conſtructione conſtat ipſum parallelogrammum DL datam partem eſſe parallelogrammi AC] *Græcus codex* δηλονότι ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μεν τὸ δ λ παραλλκλόγραμμον τοῦ δοθέντος μερος ἐστὶ τοῦ α γ ὀρθογωνίου *ſed fortaſſe legendũ* δῆλον ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ δ λ παραλληλόγραμμον τὸ δοθὲν μέρος ἐστὶ τοῦ α γ παραλληλογράμμου.

PROBLEMA XXXV. PROPOSITIO XLI.

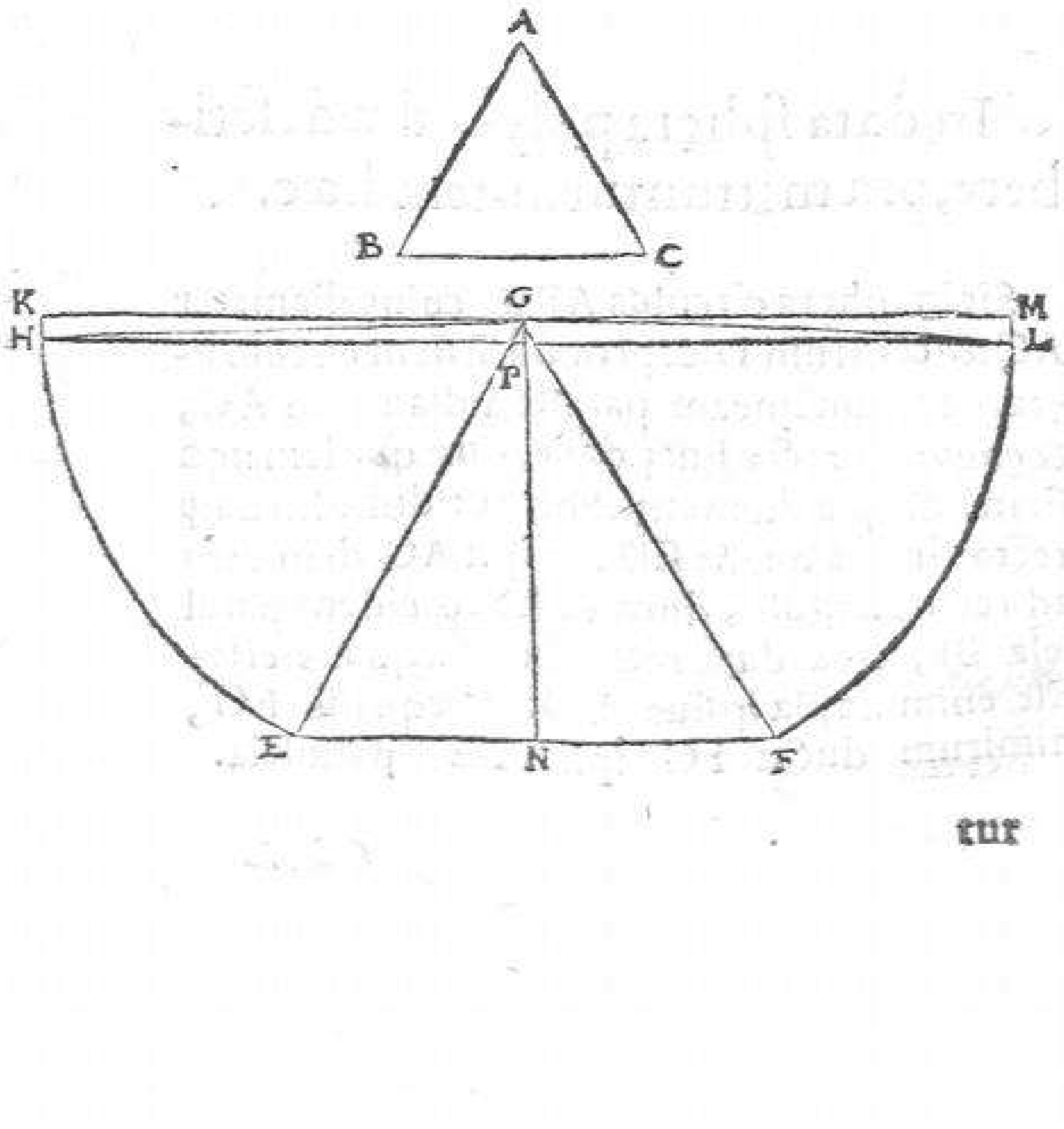
Rurſus triangulo dato minus triangulum inuenitur habens unumquodque laterum vnoquoque latere maius.



Sit enim triangulum ABC : & producatur baſis BC ex utraque parte; ponaturque ipſi quidem AB æqualis BD, ipſi vero AC æqualis CE; & ad rectam lineam DE triangulo ABC æquale parallelogrammum DG applicetur : & ſumpto quouis puncto H in linea BC iungantur FH HG. quoniam igitur AB æqualis eſt BD, erit DH maior, quam BA. & ſimiliter oſtendemus EH quam AC maiorem eſſe. eſt autem & FG maior quam BC. ergo tres lineæ HF, FG, GH maiores ſunt ipſis AB, BC, CA. & quoniam parallelogrammum DG duplum eſt trianguli FHG, & triangulo ABC æquale, erit ABC triangulum, quod minora latera habet, triangulo FGH maius.

PROBLEMA XXXVI. PROP. XLII.

Hoc quidem inter admirabilia numeratur: fiet autem admirabilius, ſi triangulum inueniatur, quod ſit pars dati trianguli, & vnumquodque latus uniuſcuiuſque lateris multiplex ſit ſecundum datos numeros, vt in parallelogrammo ante dictum eſt.



Sit enim triangulum ABC: & aliud triangulum EFG conſtituatur, habens vnumquodque latus uniuſcuiusque lateris triãguli ABC multiplex ſecundum datos numeros, uel etiam maius quam multiplex: & circa centrum G per E quidem circumferentia deſcribatur EHK, per F uero circumferentia FLM : & per G ipſi EF parallela duca-

A tur KGM a puncto autem G ad EF perpendicularis agatur GN: ſitque pars
propoſita trianguli ABC, quæ KM, & GP continetur: & ipſi KM parallela du
catur HPL, & HG, GL iungantur. Patet igitur ex conſtructione triangulum
HGL minus eſſe, quam dimidium ſumptæ partis trianguli ABC, nam HL mi-
C nor eſt, quam KM. & vnumquodque latus ipſius uniuſcuiuſque lateris trianguli
ABC multiplex ſecundum datos numeros, vel etiam maius, quam multiplex et-
enim HL maior eſt, quam EF.

COMMENTARIVS.

A Sitque pars propoſita trianguli ABC, quæ KM GP continetur] *hoc eſt ſit rectangulum, quod KM, GP continetur, æquale dictæ parti trianguli ABC. græcus codex.* καὶ ἔστω τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ α β γ τριγώνου τοῦ ὑπὸ κ μ η π. *lege* τὸ ὑπὸ κ μ, η π. *quæ vero ſequuntur* τοῦτο γάρ προδέδεικται *nos conſulto omiſimus. neque enim hoc a Pappo ante demonſtratum eſt, ſed ex elementis petitur.*

B Patet igitur ex conſtructione HGL triangulum minus eſſe, quàm dimidium ſumptæ partis trianguli ABC] *Eſt enim rectangulum, quod HL, & GP continetur, minus contento KM, & GP, quod HL minor ſit, quam KM ex quintadecima tertii libri* 41 primi *elementorum. triangulum autem HGL dimidium eſt eius, quod HL, & GP continetur. ergo triangulum HGL minus eſt dimidio rectanguli ex KM, & GP; hoc eſt minus dimidio ſumptæ partis trianguli ABC.*

C Et vnumquodque latus ipſius vniuſcuiuſque lateris trianguli ABC vel multiplex ſecundum datos numeros, vel maius quam multiplex] *quoniam enim trianguli EGF latera multiplicia facta ſunt laterum trianguli ABC ſecundum datos numeros, erunt & trianguli HGL latera vel multiplicia ſecundum datos numeros, vel etiam maiora, quam multiplicia: nam latera quidem HG, GE inter ſe æqualia ſunt, vt pote quæ a centro ad circumferentiam ducuntur; & eadem ratione latera LG, GF æqualia. latus vero HL maius eſt latere EF ex eadem 15. tertii elementorum. Græcus codex* ἑκάστη δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης τῆς τοῦ α β γ μείζων ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμούς *legendum autem* ἑκάστη δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης τῆς τοῦ α β γ ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς ἢ μείζων ἢ πολλαπλασία.

PROBLEMA XXXVII. PROPOSITIO XLIII.

A In data ſphęra polyhedra deſcribere, præmittuntur autem hæc.

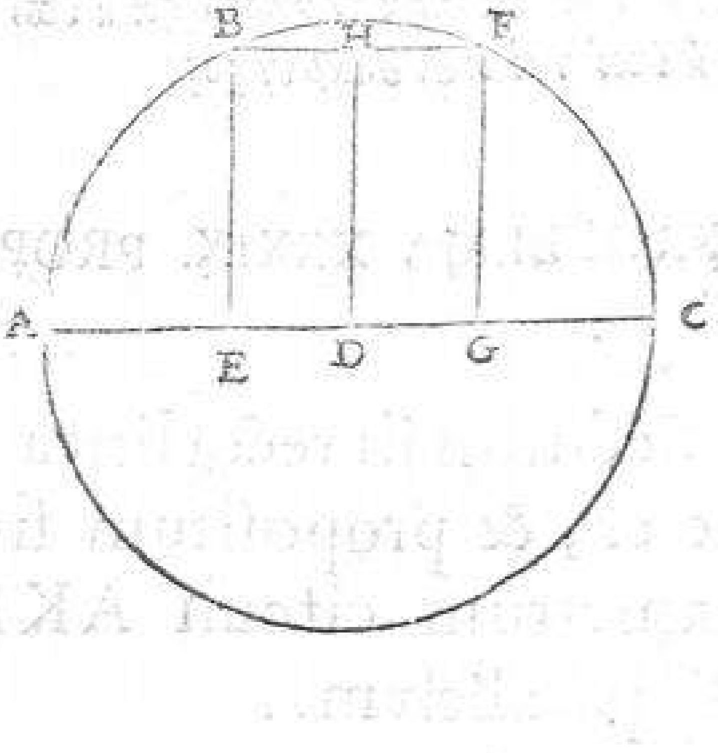
Sit in ſphęra circulus ABC, cuius diameter
AC, & centrum D. & propoſitū ſit in circūlo a-
ptare rectam lineam parallelā diametro AC,
& ęqualem rectæ lineę datæ, quæ quidem non
B ſit maior ipſa diametro. Ponatur dimidio datę
rectæ lineæ æqualis ED; & ipſi AC diametro
C ad rectos angulos ducatur EB, & eidem paral
lela BF, quæ datæ rectæ lineæ æqualis erit.
Eſt enim dupla ipſius ED, & æqualis EG,
nimirum ducta FG ipſi BE parallela.

COMMENTARIVS.

In data ſphęra polyhedra deſcribere. pręmittuntur autem hæc] *In Græco codice* A
εἰς δοθεῖσαν σφαῖραν ἐγγράψαιτε πολύεδρα. lege ἐγγράψαι τὰ πολύεδρα in iis uero, quæ ſe-
quuntur, vereor ne aliquid deſit, ut ita legatur προγράφεται δὲ τάδε ἔστω ἐν σφαίρᾳ
κύκλος.

Ponatur dimidio datę rectæ lineæ æqualis ED] *Græcus codex κείσθω ἡ δοθείσῃ* B
ἴση ἡ ε δ. Sed mendoſe. legendum enim erit κείσθω τῇ ἡμισείᾳ τῆς δοθείσης ἴση ἡ ε δ.

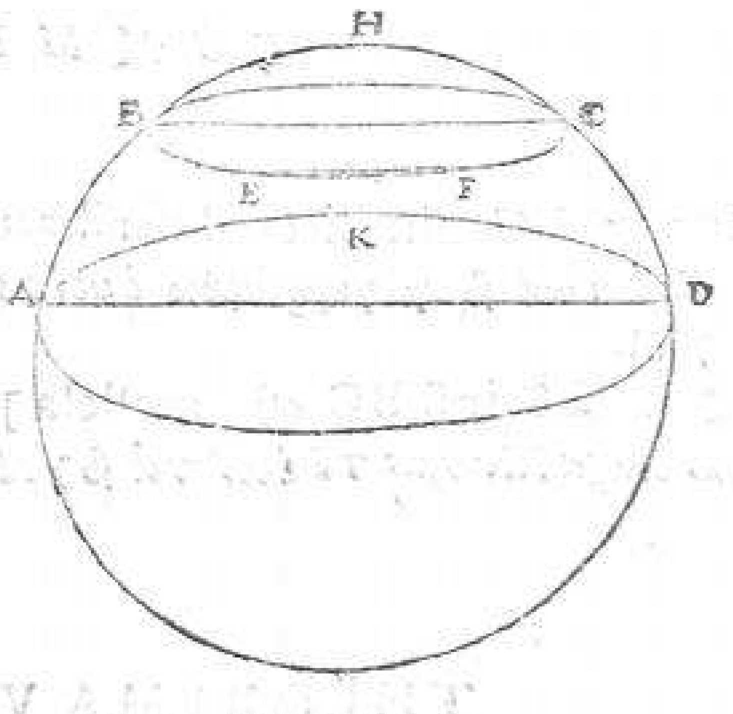
Et eidem parallela BF, quæ datæ rectæ li- C
neæ ęqualis erit] *ducatur a puncto D ad BF* 28 primi
perpendiculari DH. erit ea parallela ipſi EB, 3 tertii.
& lineam BF bifariam ſecabit in H. ergo
BH eſt ęqualis HF: & ideo tota FB du-
pla ipſius BH, hoc eſt ipſius ED, quod cum
data recta linea etiam ſit dupla ED, erit BF datę 9 quinti.
rectæ lineę ęqualis.



PROBLEMA XXXVIII. PROPOSITIO XLIIII.

Sint in ſphæra paralleli circuli AKD BEFC. & per puncta BC ducta recta linea ſit circuli diameter. propoſitum autem ſit ducere diametrum circuli AKD ipſi BC diametro parallelā. A

Ducatur per puncta BC planum ad circu B
lum rectum, quod faciat ſectionem circulum
maximum ABCD. ergo ABCD circulus tran C
ſibit per polos ipſorum, & circulum quoque
AKD bifariam ſecabit. iuncta igitur recta li- D
nea AD diameter eſt ipſi BC parallela. &
id quidem manifeſtum eſt. ſecetur nam-
que circumferentia BC bifariam in puncto
H. & quoniam HA eſt æqualis HD, ex po E
lo enim ſunt, quarum HB eſt ęqualis HC,
erit & reliqua AB reliquæ CD æqualis dia- F
meter igitur AD diametro BC eſt paral- G
lela.



COMMENTARIVS.

Ipſi BC diametro parallelam] *Græcus codex παράλληλον τῇ ἐπὶ τῶν β γ διαμέτρῳ,* A
quæ verba nos ita vertenda duximus, & infra in aliquot locis.

B Quod faciat ſectionem circulum maximum ABCD] *Græcus codex* καὶ ϖοιήσει τὸ μὲν αβγδ μέγιςος κύκλος. *corrige* καὶ ϖοιήσει τομὴν αβγδ μέγιςον κύκλον.

C Ergo ABCD circulus tranſibit per polos ipſorum, & circulum quoque AKD bifariam ſecabit] *Ex 13. primi libri ſphæricorum Theodoſii. Græcus codex* αβγδ ἄρα ἥξει διὰ τῶν ϖολλῶν αὐτῶν. *corrige* διὰ τῶν ϖόλων αὐτῶν.

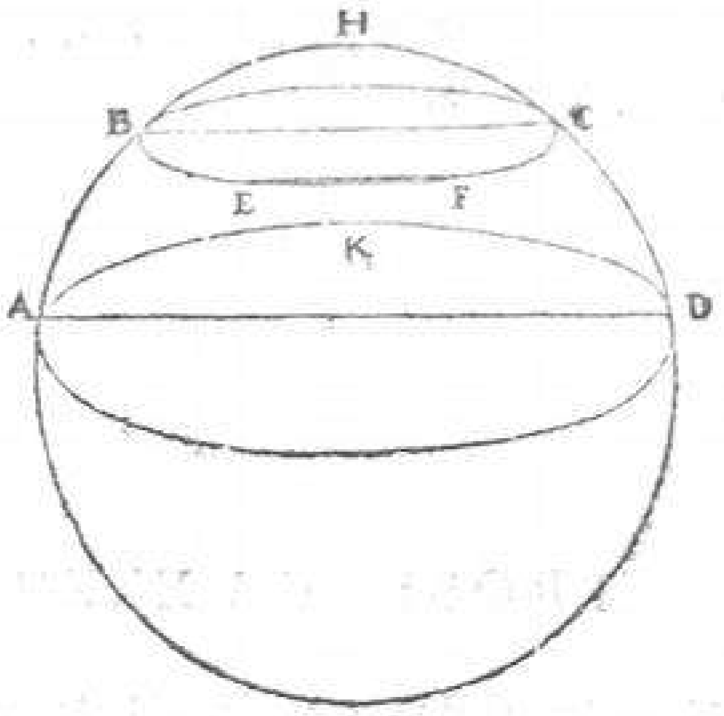
D Iuncta igitur recta linea AD diameter eſt ipſi BC parallela, & id quidem manifeſtum eſt] *Græcus codex* ὁ ἄρα ἐϖὶ τὰ αβ ἐϖιζευγνυμένη διάμετρός ἐςι τῇ ἐϖὶ τὰ βγ ϖαράλληλος, ἐςι δὲ φανερόν. *Sed legendum* ὁ ἄρα ἐϖὶ τὰ αδ.

E Et quoniam HA eſt æqualis HD, ex polo enim ſunt] *Græcus codex* ἐϖεὶ οὖν ἡ θα τῇ θδ ἴση ἐςὶν ἐκ ϖόλλων γάρ. *corrige* ἐκ ϖόλων γάρ, *uel* ἐκ ϖόλου γάρ.

F Erit & reliqua AB reliquæ CD æqualis] *illud etiam per ſe patet ex 10 ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.*

H Diameter igitur AD diametro BC eſt parallela] *Ex 16. vndecimi elementorum. Græcus codex* ϖαράλληλος ἄρα ἡ ἐϖὶ τὰ αδ διαμέτρῳ τῇ ἐϖὶ τὰ βγ διαμέτρῳ. *corrige* ἡ ἐϖὶ τὰ αδ διάμετρος.

PROBLEMA XXXIX. PROP. XLV.



Sed non ſit recta linea EF diameter, & propoſitum ſit ducere diametrum circuli AKD lineæ EF parallelem.

Ponatur vtraque EB, FC ęqualis dimi-
dio exceſſus, quo ſemicirculus circumferen-
A tiam EF excedit: & per BC ſimiliter deſcriba
tur circulus maximus ABCD, erit igitur AD
diameter circuli AKD parallela ipſi EF; quo
B niam & ipſi BC eſt parallela.

COMMENTARIVS.

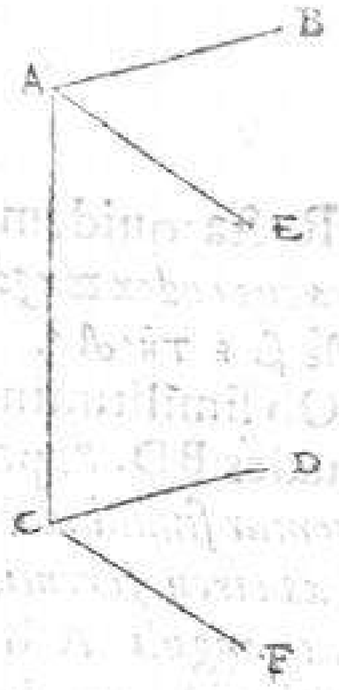
A Et per BC ſimiliter deſcribatur circulus maximus ABCD] *Græcus codex* καὶ διὰ τῶν βγ γεγράφθω ὁμοίως μέγιςος ὁ αβγδ. *corrige* μέγιςος κύκλος αβγδ.

B Quoniã & ipſi BC eſt parallela] *Ex 9. undecimi elementorum. Græcus codex* ὅτι καὶ αὐτὴν ϖαραλλήλας τῇ ἐϖὶ τὰ βγ. *lege* ὅτι καὶ αὐτὴ ϖαράλληλος τῇ ἐϖὶ τὰ βγ.

THEOREMA VII. PROPOSITIO XLVI.

Sint in planis parallelis parallelæ rectæ lineæ AE CF, & in eiſdem planis ducãtur AB, CD ad eaſdẽ partes plani per AE CF produ-

producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant. dico rectas lineas AB, CD inter ſe parallelas eſſe. hoc eſt planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD.



Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea una cum CF C
angulum æqualem angulo BAE. quod eſt abſurdum. æqua- D
lis enim ponitur BAE angulus angulo DCF.

COMMENTARIVS.

Et in eiſdem planis ducantur AB, CD ad eaſdem partes plani per AE, EF producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant] *Græcus codex* καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς ἐπιπέδοις διήχθωσαν αἱ α β, γ δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ διὰ τῶν α ε γ ζ ἐμβαλλομένου ἐπιπέδων *lege* ἐκβαλλομένου ἐπιπέδου. A

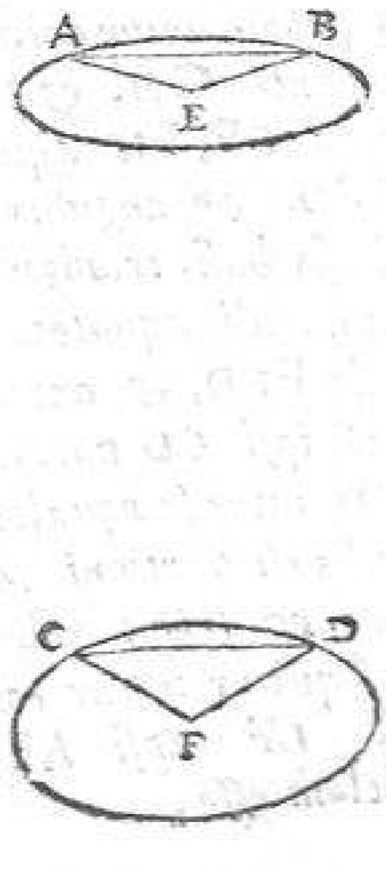
Dico rectas lineas AB CD inter ſe parallelas eſſe, hoc eſt planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD] *Idem enim eſt dicere rectas lineas AB, CD inter ſe parallelas eſſe & ab eodem fieri plano. nam cum plana parallela ab aliquo plano ſecantur, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt ex 16. vndecimi libri elementorum.* B

Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea una cum CF angulum æqualem angulo BAE. quod eſt abſurdum] *Si enim planum per BAC ductum non faciet rectã lineam CD, ſed aliam quampiam, erit ea parallela lineę AB ex 16. vndecimi iam dicta. & ex decima eiuſdem, cum CF angulum continebit æqualem angulo BAE, quod fieri non poteſt. ponebatur enim angulus DCF angulo BAE æqualis. Gręcus codex mendoſus eſt, vt arbitror, qui ſic habet.* ἐπεὶ γὰρ ἑτέραν ποιήσει ἐκεῖ περιέξει μετὰ τῆς γ δ γωνίας ἴσον τῇ ὑπὸ β α γ ὅπερ ἐστιν. *ego ita legerem* εἰ γὰρ ἑτέραν ποιήσει ἐκεῖ, περιέξει μετὰ τῆς γ ζ γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ β α ε ὅπερ ἐστιν ἄτοπον. C

Aequalis enim ponitur BAE angulus angula DCF] *Græcus codex* ἴση γάρ, ὑποκεῖσθαι ἡ ὑπὸ β α ε τῇ ὑπὸ δ γ ζ *puto legendum* ἴση γὰρ ὑπόκειται, &c. D

THEOREMA VIII. PROP. XLVII.

Ex hoc & illud conſtat. Si in planis parallelis circuli ſint, ut inferius deſcripti, & in ipſis rectæ lineæ parallelę AB, CD, quę ad eaſdem partes centrorum EF ſimiles circulorum portiones abſcindant, recta quidem linea AE ipſi CF; recta uero BE ipſi DF parallela erit. A



Ob ſimilitudinem enim portionum fiunt anguli A C B
inter ſe æquales; itemque ęquales BD: & parallelæ AE, CF, & BE, DF in planis parallelis.

COMMENTARIVS.

A Recta quidem linea AE ipſi CF: recta vero BE ipſi DF parallela erit] *Græcus codex* παράλληλος ἔσται ἡ μὲν αθ τῇ γζ, ἡ δὲ β η τῇ δζ. *lege* ἡ μὲν αε τῇ γζ, ἡ δὲ β ε τῇ δζ.

B Ob ſimilitudinem enim portionum fiunt anguli A C inter ſe æquales, itemque æquales BD, & parallelæ AE CF & BE DF] *Similes enim circulorum portiones continentur ſimilibus circumferentiis, & rectis lineis quæ eas abſcindunt, vt in propoſitis portionibus circumferentiæ AB CD ſimiles ſunt, quibus æquales inſiſtunt anguli AEB, CDF. reliqui igitur anguli A B reliquis angulis CD ſunt æquales. & cum latera ſint æqualia, erit angulus A æqualis angulo B, & eadem ratione angulus C angulo D æqualis. ergo angulus BAE eſt æqualis angulo DCF, & angulus ABE æqualis ipſi CDF. itaq; cum AB parallela ſit CD, & angulus BAE ſit æqualis angulo DCF, erit ex antecedente AE ipſi CF parallela, & BE parallella DF. Græcus codex* ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῆς τμημάτων ἔσται α β καὶ αἱ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις. καὶ παράλληλοι αἱ α ε γ ζ. καὶ β ε δ ζ ἐν παραλλήλοις ἐπιπέδοις. *corrigendum autem vt opinor.* ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῆς τμημάτων αἵ τε α γ, καὶ αἱ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις, καὶ παράλληλοι αἱ α ε γ ζ, καὶ β ε δ ζ.

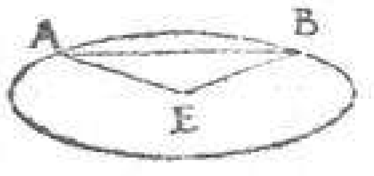
THEOREMA IX. PROPOS. XLVIII.

A Si vero rectæ lineæ parallelæ, quæ ſimiles circulorum portiones abſcindunt, non ſint ad eaſdem partes centrorum; quæ a centris ad terminos parallelarum, non ſimiliter poſitos ducuntur, parallelæ erunt.

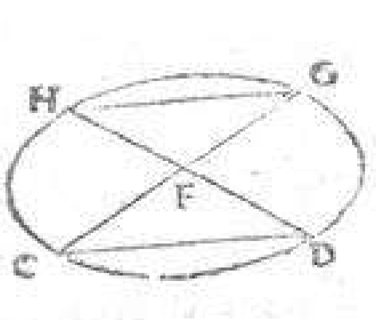
B Oſtenditur enim hoc ſimiliter, atque in ſuperiori figura.

COMMENTARIVS.

A Si uero rectæ lineæ parallelę, quæ ſimiles circulorum portiones abſcindunt] *Græcus codex* ἐὰν δ᾽ ἔσι τὰ ὅμοια τῆς τμήμα τῆς κύκλων, *&c. forte legendum* ἐὰν δὲ τὰ ὅμοια τμήματα τῆς κύκλων.



B Oſtenditur enim hoc ſimiliter, atque in ſuperiori figura] *producantur enim CF, DF vſque ad circumferentiam in puncta GH, & HG iungatur. erunt trianguli FGH duo latera GF, FH æqualia duobus lateribus CF, FD trianguli FCD. & angulus GFH æqualis angulo CFD. ergo & baſis baſi, triangulumque triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. cum igitur angulus FGH ſit æqualis angulo FCD, & angulus FHG angulo FDC; recta linea HG ipſi CD parallela erit: & circulorum portiones HG, CD inter ſe æquales erunt, & ſimiles. ergo HG portio ſimilis eſt portioni AB, ſuntque ad eaſdem partes centrorum: & HG parallela eſt ipſi AB, quoniam & ipſi CD. ſequitur igitur ex antecedenti rectam lineam HF, hoc eſt DF ipſi AE, & GF, hoc eſt CF ipſi BE parallelam eſſe.*

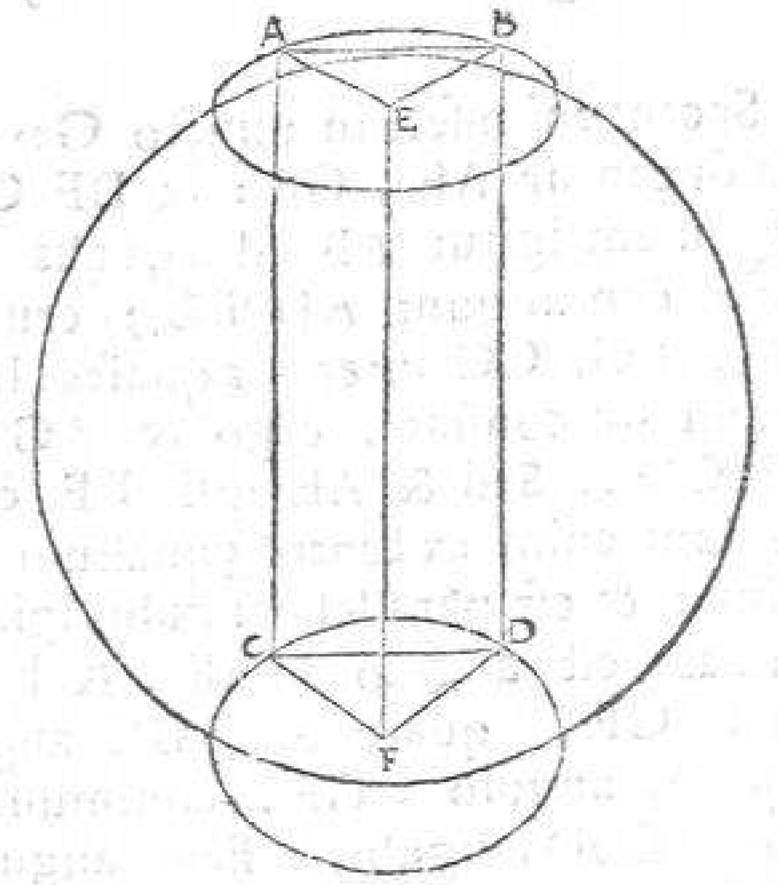


THEO-

THEOREMA X. PROP. XLIX.

Sint in ſphæra circuli æquales, & paralleli AB CD: & ad A
caſdem partes centrorum æquales, & parallelæ rectæ lineæ B
AB, CD. dico rectas lineas, quæ earum terminos AB CD C
coniungunt, æquales, & parallelas eſſe, & ad plana circulorum perpendiculares.

Manifeſtum autem eſt ex iis, quæ prius o- D
ſtenſa ſunt iunctę enim AE, CF parallelæ e-
runt, & ſunt, inter ſe ęquales. ergo & AC, EF E
tum ęquales ſunt, tum parallelę. ſimiliter &
EF, BD. eſt autem EF perpendicularis ad
circulorum plana, etenim circa eoſdem po-
los ſunt; & recta linea per polos ipſorum du- F
cta a d vtrumque eſt perpendicularis, & per G
eorum centra, & ſphęrę tranſibit, vt eſt in
ſphęricis. rectę igitur lineæ AC, BD
& æquales ſunt, & parallelæ inte ſeſe,
atque ad plana circulorum perpendicu- H
lares.



COMMENTARIVS.

A Sint in ſphæra circuli æquales, & paralleli] *Græcus codex* ἔσωσαν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι. *Sed videtur legendum.* ἔσωσαν ἐν σφαίρᾳ ἴσοι, καὶ παράλληλοι.

B Et a d eaſdem partes centrorum æquales & parallelæ rectæ lineæ AB, CD] *Græcus codex* καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς κέντρων ἴσαι, καὶ παράλληλοι, *quibus hæc addenda videntur* αἱ α β, γ δ.

C Dico rectas lineas, quæ earum terminos AECD coniungunt æquales. & parallelas eſſe] *Græcus codex* ὅτι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα αὐτῆς τὰ γ η. *videtur legendum* τὰ πέρατα αὐτῶν τὰ α β γ δ.

D Iunctæ enim AE, CF parallelæ erunt] *Ex 47. huius.*

E Et ſunt inter ſe æquales] *Sunt enim ex centro circulorum.*

F Etenim circa eoſdem polos ſunt] *Ex prima ſecundi libri Sphæricorum Theodoſii.*

G Et recta linea per polos ipſorum ducta ad utrumque eſt perpendicularis, & per eorum centra, & ſphæræ tranſibit] *Ex decima primi libri sphæricorum.*

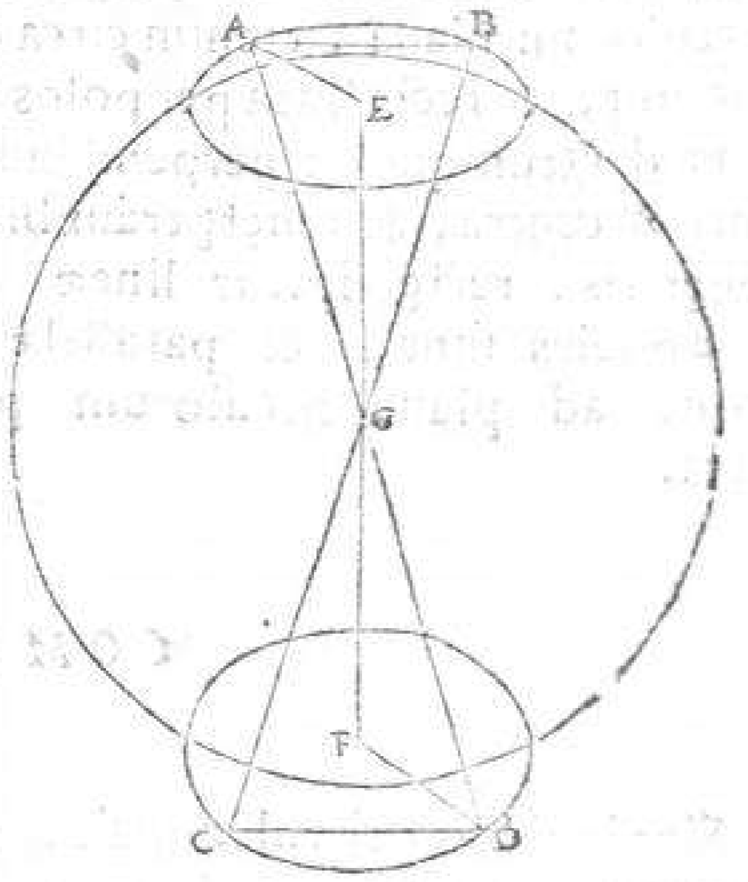
H Rectæ igitur lineæ AC BD & æquales ſunt, & parallelę inter ſeſe, atque
ad plana circulorum perpendiculares] *Aequales quidem ſunt. & parallelæ inter ſe,* 33 primi
quòd & ęquales, & parallelas AB CD coniungunt: perpendiculares vero ad circulorum plana hoc modo oſtendentur. Quoniam enim AC EF parallelę ſunt, atque eſt EF perpen-

perpendicularis ad circulorum plana; erit AC *ad plana eorundem perpendicularis ex* 8. *vndecimi elementorum. Rurſus quoniam* AC *BD ſunt parallelę, & AC perpendicularis ad circulorum plana, neceſſe eſt B D ad plana eorundem perpendicularem eſſe. Græcus codex* καὶ αἱ α γ β δ ἄρα ἴσαι τε καὶ ὀρθαί εἰσι πρὸς τοῖς κύκλοις. *Sed legendum cenſeo, vt propoſitioni reſpondeat.* καὶ αἱ α γ β δ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοι, καὶ ὀρθαὶ πρὸς τοῖς κύκλοις.

THEOREMA XI. PROPOSITIO L.

Non ſint autem ad eaſdem partes centrorum æquales & parallelæ AB, CD. Dico rectas lineas, quę earum terminos coniungunt, & inter ſeſe, & ſphęrę diametro ęquales eſſe.

Secent enim ſeſe in puncto G: & ad centra ducantur AE, GE: & DF GF.
A Quoniam igitur AB eſt æqualis CD, & ipſas coniungunt AD BC; erunt rectæ
lineę BG, GC inter ſe æquales. hoc enim
B manifeſte conſtat. ergo & AG æqualis
eſt GD. Sed & AE ipſi DF eſt æqualis, ſunt enim ex centro ęqualium circulo-
C rum: & eſt parallela; angulus igitur GAE
æqualis eſt angulo GDF: & baſis EG
baſi GF. quare & AGE angulus eſt
ęqualis angulo DGF. communis apponatur EGD angulus. fient anguli AGE
EGD, qui ſunt æquales duobus rectis, ipſis EGD DGF æquales, ergo & EGD
DGF duobus rectis ęquales erunt; ac propterea EG GF in eadem recta linea conſti
tuuntur. oſtenſa eſt autem EG æqualis GF.
D punctum igitur G ſphęræ eſt centrum, cum
E circuli æquales ponantur: lineęque AD BC
ipſius ſphærę diametri, & inter ſe æquales.



COMMENTARIVS.

A. Quoniam igitur AB eſt ęqualis CD, & ipſas coniungunt AD BC: erunt rectæ lineæ BG GC inter ſe ęquales, hoc enim manifeſte conſtat] *Eſt enim angulus AGB ad verticem ęqualis angulo* CGD, *& angulus DAB angulo* ADG *ęqualis, ob lineas parallelas: angulusque* CBA *angulo* BCD. *triangulum igitur AGB triangulo* CGD *æquiangulum eſt; & ideo ut AB ad BG, ita DC ad* CG: *& permutando ut AB ad* CD, *ita* BG *ad* CG. *& ſunt AB CD inter ſe ęquales. ergo & BG ipſi* GC *æqualis erit. & eadem ratione AG ipſi GD ęqualis demonſtrabitur. In Græco autem codice nonnulla interciderunt, quę ego ita reſtituerem.* αἱ δ ἄρα β η η γ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. *poſt quę verba ſtatim ſequitur.* τοῦτο γὰρ μικρόν ἐστιν. *Sed vel legendum eſt* τοῦτο γὰρ φανερόν ἐστιν. *vel ita intelligendum, ut illud perfacile, & nullo negocio oſtendi poſſit.*

15 primi
29 primi
4 Sexti.

Ergo

Ergo, & AG ęqualis eſt GD] *quomodo hoc ſequatur iam diximus. Græcus autem codex mancus eſt, qui fortaſſe ſic reſtituetur.* ὥϛε καὶ ἡ ΑΗ τῇ ΗΔ ἴση ἐϛί B

Et eſt parallela] *parallela enim eſt AE ipſi DF, vt in 48 huius demonſtratum fuit.* C

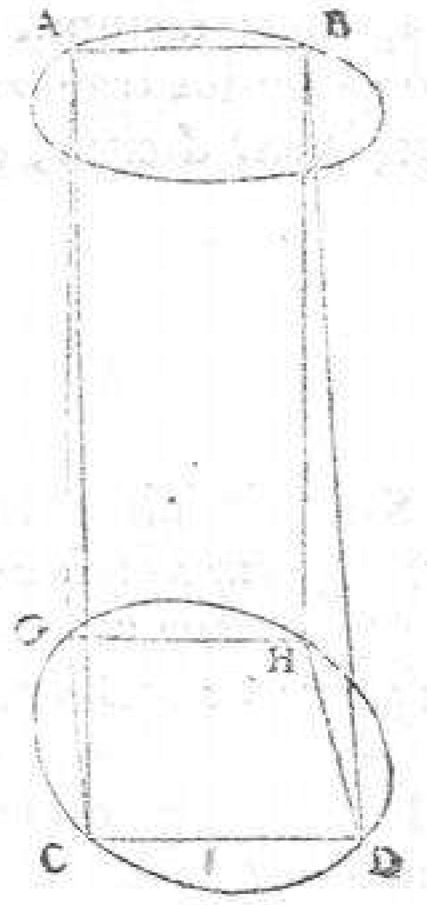
Punctum igitur G ſphæræ eſt centrum, cum circuli ęquales ponantur] *ex 6 primi libri ſphæricorum.* D

Lineęque AD BC ipſius ſphærę diametri, & inter ſe æquales] *cum enim AD BC ſint ſphæræ diametri, neceſſariò æquales ſunt, ex quo ſequitur AD BC & inter ſeſe, & ſphæræ diametro æquales eſſe, quod oſtendere oportebat.* E

THEOREMA XII. PROP. LI.

Si vero ad eaſdem partes iungantur AC A
BD, æquales erunt inter ſeſe, & cum AB, B
CD rectos angulos continebunt.

Aptata enim in circulo recta linea GH ipſi CD C
æquali, & parallela, erit HG perpendicularis ad v- D
tramque ipſarum GC GA, & ad earum planum. quare & CD. rectum igitur eſt angulus ACD. ſimiliter & reliqui recti erunt.



COMMENTARIVS.

Si vero ad eaſdem partes iungantur AC BD] *hoc eſt, ſi non interſecent ſeſe, vt proxime dictum eſt, ſed A cum C, & B cum D iungatur.* A

Aequales erunt interſeſe] *Hoc non demonſtrauit Pappus, quòd perſpicue appareat. nam cum rectas lineas AB, CD æquales, & parallelas ad eaſdem partes coniungant, & æquales, & parallelæ ſint, neceſſe eſt.* B

Aptata enim in circulo recta linea GH ipſi CD æquali & parallela] *in eodem circulo, in quo eſt CD, aptetur ex altera parte recta linea GH ipſi CD æqualis, & parallela, vt ſit portio GH ſimilis portioni CD; & portioni AB, quæ eſt in oppoſito circulo ad eaſdem centri partes. quod quomodo fieri oporteat, nos in 48 huius oſtendimus.* C

Erit HG perpendicularis ad vtramque ipſarum GC, GA, & ad earum planum. quare & CD] *iunctis enim AG, BH, CG, DH; erunt AG, BH, ad circulorum plana perpendiculares, vt in 49 huius demonſtratum eſt. quare anguli AGH, BHG ſunt recti. ſed & recti ſunt CGH, DHG, quod in ſemicirculo ſint, vt nos proxime demonſtrabimus. Cum igitur recta linea GH duabus rectis lineis AG GC in communi ſectione ad angulos rectos inſiſtat, ducto etiam per ipſas plano ad rectos angulos erit, ex 4 vndecimi elementorum. quare ex 8 eiuſdem & CD quæ ipſi eſt parallela. Eodem modo oſtendemus CD ad angulos rectos eſſe plano per BH HD ducto, anguli igitur* D

ACD,

ACD, BDC, CAB, DBA *omnes recti erant. Græcus codex* ἔϛαι ἡ θη ὀρθὴ πρὸς ἑκατέραν τῆς θγ αγ. *Sed legendum* πρὸς ἑκατέραν τῆς ηγ ηα.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO LII.

A B Si ſint in ſphæra rectæ lineæ parallelæ, quę ipſarum terminos ex eadem parte coniungunt, æquales erunt inter ſeſe. Si vero etiam æquales ſint parallelæ, & illæ parallelæ erunt; & cum ſubiectis parallelis rectos angulos continebunt.

C Illud autem manifeſte patet. producto namque per lineas parallelas plano, fiet
D circulus in quo ſunt dictæ parallelæ. & quæ eas coniungunt, cum ſint inæquales,
E trapezium faciunt. Si vero etiam æquales ſint parallelæ, quæ ipſas coniungunt, non amplius trapezium, ſed vel quadratum, vel altera parte longius, quod græce ἑτερόμηκες dicitur, continent.

COMMENTARIVS.

A Si ſint in ſphæra rectę lineæ parallelæ] *Græcus codex* ἐὰν ὦσιν αἱ σφαίραι παράλληλοι. *lege* ἐὰν ὦσιν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι.

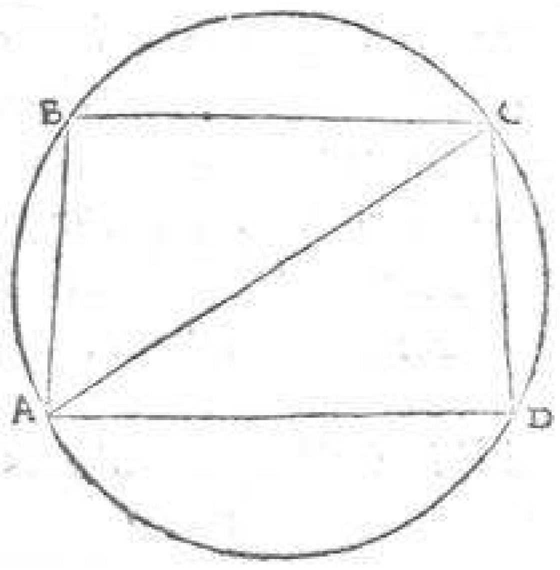
B Quæ ipſarum terminos ex eadem parte coniungunt] *Græcus codex* αἵ τὰ ὁμοταγῆ πέρατα τὰ αὐτῶν ἐπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα ὁμοταγῆ *ſi verbum verbo reddere velimus, dicemus terminos eiuſdem ordinis, ſed nos ita vertere maluimus.*

C Producto namque per lineas parallelas plano, fiet circulus, in quo ſunt dictæ parallelę] *Ex prima primi libri ſphæricorum Theodoſii, nam lineæ parallelæ in vno & eodem ſunt plano, ex earum diffinitione. quod tamen Vitellio in principio ſuæ perſpectiuæ demonſtrare aggreſſus eſt.*

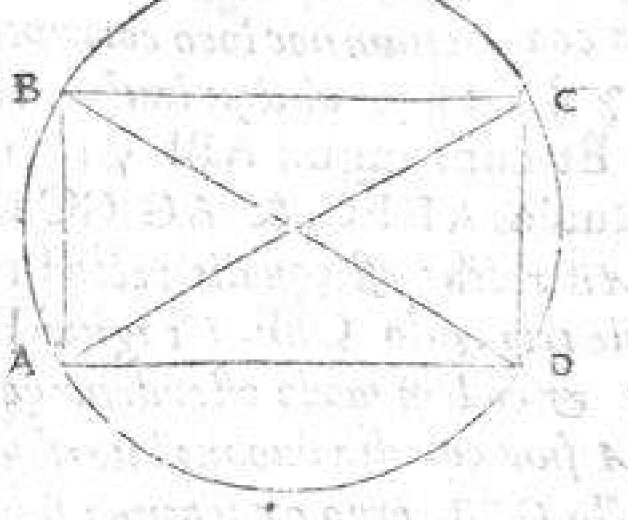
D Et quę eas coniungunt cum ſint inæquales trapezium faciunt] *Ad horum explicationem ſequens lemma præmittemus.*

Rectæ lineæ parallelæ in circulo circumferentias æquales intra ſeſe concludunt.

Sit circulus ABCD & in eo rectæ lineæ parallelæ AD BC. Dico circumferentiam AB circumferentiæ CD æqualem eſſe. Iungatur enim AC. erit angulus ACB æqualis angulo CAD. 29 primi *Sed angulus quidem ACB circumferentiæ AB inſiſtit: angulus vero CAD circumferentiæ CD. circumferentia igitur AB circumferentiæ CD eſt æqualis. in æqualibus enim circulis æquales anguli æqualibus circumferentiis inſiſtunt.* 26 tertii.



Itaque hoc demonſtrato, iungantur AB, CD. erunt igitur hæ inter ſe æquales, quoniam & circumferentiæ. 29 tertii. *& ſi quidem parallelæ inæquales ponantur, trapezium continebunt, vt in ſuperiori figura; ſi vero æquales, non trapezium, ſed vel quadratum, vel altera parte longius, quòd parallelas ad rectos angulos coniungant.*

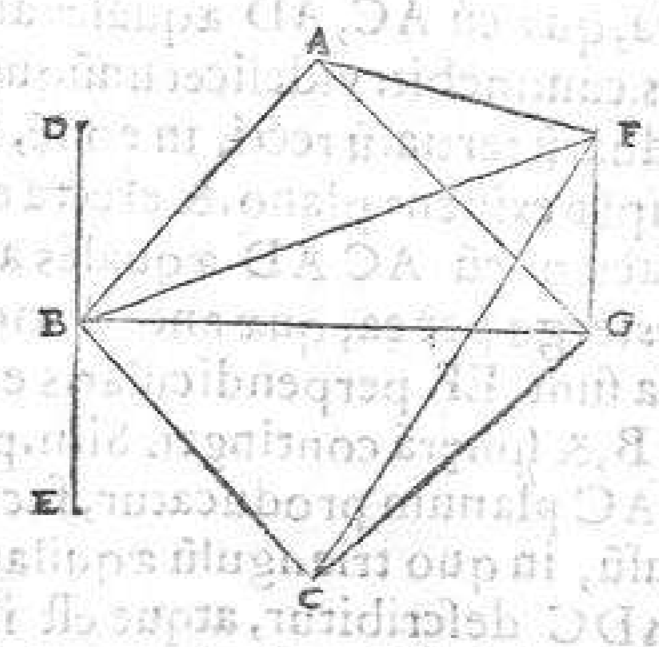


Sint enim æquales AD BC, & iungantur AC, BD, quæ circuli diametri erunt, cum eius circumferentiam in partes æquales ſecent. nam circumferentia BC eſt æqualis circumferentiæ AD, & circumferentia AB circumferentiæ CD, ut demōſtratum fuit. anguli igitur ABC CDA in ſemicirculo recti ſunt, & ſimiliter recti BCD DAB. græcus codex καὶ αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἐξ ἀρχῆς παραλλήλους ἀνυούσας τραπέζιον ποιήσουσιν. *forte per* ανυούσας *legendum eſt* ανίσας. 28 tertii.

Si uero etiam ęquales ſint parallelæ, quę ipſas coniungunt, non amplius trapeziū, ſed uel quadratum, vel altera parte longius continent] *Hunc locum nos reſtituimus, nam in gręco codice legitur* ἂν δὲ καὶ ἴσαι ὦσιν αἱ παράλληλοι, ἐπιζευγνύουσαι αὐτὰς οὐκ ἔτι τραπέζιον, ἀλλὰ ἑτερόμηκες τεριέξουσιν. *lege* ἀλλὰ τετράγωνον, ἢ ἑτερόμηκες περιέξουσιν. *nihil enim prohibet, quo minus etiam quadratum conſtituatur.* E

THEOREMA XIIII. PROPOSITIO LIII.

Sint in ſubiecto plano rectę lineæ AB BC, quæ cum DBE in eodem plano exiſtente æquales angulos contineant: & erigatur BF, ita vt cum vtraque AB BC æquales faciat angulos. A Dico FB ad DE perpendicularem eſſe.



Ducatur ad ſubiectum planum perpendicularis FG; & ad ipſas AB BC perpendiculares ducantur GA GC; iunganturque FA FC GB. B C erunt FA FC ad AB BC perpendiculares. & cū anguli ABF CBF ſint æquales, & AB BC inter ſe æquales erunt. itemque æquales AF FC, & AG GC. & angulus ABG æqualis angulo CBG. Sed & DBA angulus angulo EBC æqualis ponitur. ergo & totus æqualis toti. ac propterea GB ad DE eſt perpendicularis. eſt autem & FG perpendicularis ad planum. recta igitur linea FB ad DE perpendicularis erit.

COMMENTARIVS.

Et erigatur BF, ita ut cum utraque AB BC æquales faciat angulos] *Erigatur adeo vt ſit ad planum inclinata.* A

Ducatur ad ſubiectum planum perpendicularis FG] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, qui fortaſſe ita reſtituetur.* ἤχθω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὴ ἡ ζη. B

Et ad ipſas AB BC perpendiculares ducantur GA GC; iunganturq; FA, FC, GB. C

erunt FA FC ad AB perpendiculares] *Quoniam enim FG perpendicularis eſt ad ſubie-*
18 vnde- *ctum planum, etiam planum, quod per GF FA ducitur, ad idem planum rectum erit. ergo*
cimi. *FA ad AB eſt perpendicularis. Et eodem modo perpendicularis oſtendetur FC ad CB. Græ-*
cus codex etiam hoc loco corruptus, & mancus eſt, qui forte ita reſtituetur. καὶ ἐπὶ τὰς αβ
βγ ἡ κα κγ. αἱ ἄρα ἐπιζευχθεῖσαι ζα ζγ ὀρθαὶ ἔσονται ἐπὶ τὰς αβ βγ.

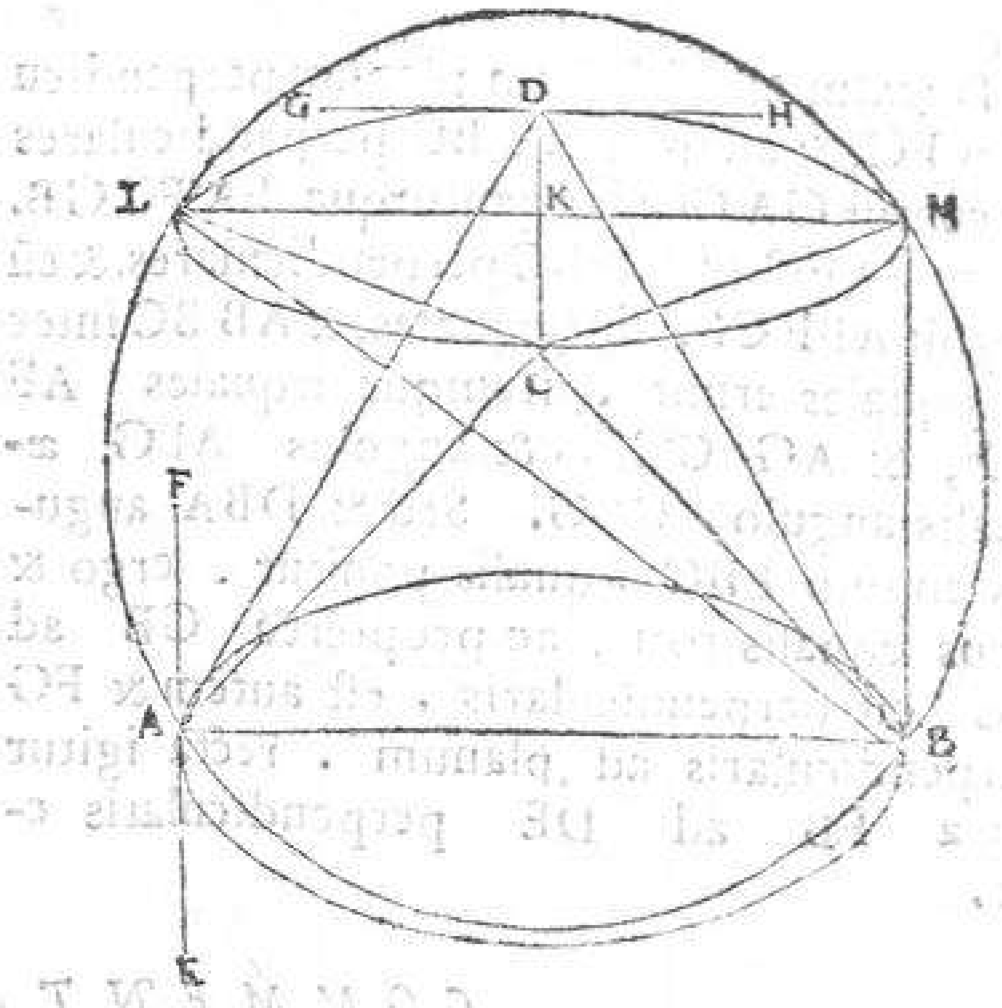
D Et cum anguli ABF CBF ſint ęquales, & AB BC inter ſe æquales erunt: itemque
æquales AF FC, & AG GC.] *Ponuntur enim ęquales anguli ABF CBF, & angulus*
FAB rectus eſt ęqualis recto FCB. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum ABF ſi-
mile triangulo CBF. Vt igitur FB ad BA, ita FB ad BC. quare AB ipſi BC eſt ęqua-
lis. & eodem modo oſtendetur ęqualis AF ipſi FC. Rurſus trianguli ABG duo latera GB
BA ſunt ęqualia duobus lateribus GB BC trianguli CBG, & angulus GAB rectus æqualis
recto GCB. ergo ex ſeptima ſexti libri elementorum triangulum ABG triangulo CBG ſimi-
le erit, & AG ipſi GC ęqualis. Græcus codex ita, vt opinor, corrigetur. καὶ διὰ τὸ
ἴσας εἶναι τὰς αβζ γβζ γωνίας ἴσαι ἔσονται, καὶ αἱ αβ βγ, καὶ ζα ζγ, καὶ κα κγ.

E Et angulus ABG ęqualis angulo CBG] *Quod triangula ABG CBG ſunt ſimi-*
lia, ut oſtenſum eſt.

F Eſt autem & FG perpendicularis ad planum: recta igitur linea FB ad DE per-
18 vnde- pendicularis erit] *Cum FG ſit perpendicularis ad ſubiectum planum, & planum, quod*
cimi. *per FG GB tranſit, ad illud rectum erit, ex quo ſequitur, ut FB ad BE, hoc eſt ad DE*
ſit perpendicularis.

PROBLEMA XL. PROPOSITIO LIIII.

In data ſphæra pyramidem deſcribere.



Sit iam deſcripta, & ſint angulorũ
puncta, quæ ab ipſa efficiuntur in ſu
perficie ſphæræ ABCD. ducatur au-
tem per A recta linea EF ipſi CD pa
A rallela, quæ cũ AC, AD æquales an-
gulos continebit: videlicet unũquẽ-
que duarũ tertiarũ recti, in eodẽ, in
B quo ipſæ exiſtens plano. & erecta eſt
AB faciens cũ AC AD æquales an-
C gulos. ergo per ea, quæ ante demon
ſtrata ſunt, EF perpendicularis erit
ad AB, & ſphęrã continget. Si. n. per
1. ſphęri. DA, AC planum producatur, faciet
circulũ, in quo triangulũ æquilate-
D rũ ADC deſcribitur, atque eſt ipſi
CD parallela EF. recta igitur linea
EF circulum continget. quare & ip-
E ſam ſphæram. Itaque per rectas li-
neas EF AB productum planũ ſe-
ctionem faciet in ſphæra circulũ, cu
ius diameter AB, propterea quòd ad cõtingẽtẽ EF ſimiliter eſt perpendicularis. & ſi
F per D ipſi AB parallela ducatur GH, ſphęrã cõtinget, & ad ipſã perpẽdicularis erit
G H CD. Si uero per GH, CD planũ producatur circulũ faciet, cuius diameter CD, æqua
lẽ, & parallelũ circulo diametrũ habẽti AB, parallelæ. n. sũt EF CD, & AB GH. duca
K tur per K cẽtrum ipſi CD ad rectos angulos LM. parallela igitur eſt LM ipſi AB.

& ſi iungantur BL, BM, erit BM quidem ad vtramque ipſarum AB LM, & ad L
plana circulorum perpendicularis: BL vero ſphæræ erit diameter, quod antea de-
monſtratum eſt. Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM quadrato ex MC eſt du M
plum, erit & quadratum ex BC duplū quadrati ex CM. & rectus eſt angulus BMC. N O
ergo BM eſt æqualis MC: & propterea quadratum ex LM quadrati ex MB duplū. P
quadratum igitur ex BL ſeſquialterum eſt quadrati ex LM. eſt autem data BL Q
ſphęræ diameter. data igitur erit & LM diameter circuli. quare & AB; circuliq́ue 2 datorū
poſitione dati; & data ABCD puncta.

Compoſitio autem manifeſta erit. Oportebit namque in ſphæra deſcribere R
duos circulos ęquales, & parallelos, ita vt diameter ſphærę poteſtate ſeſquialtera ſit
vniuſcuiuſque eorum diametri. & duas diametros ducere parallelas AB, S
LM, quemadmodum docuimus. atque per centrum ipſi LM ad rectos an-
gulos ducatur CD, vt ABCD ſint puncta angulorum ipſius pyramidis.
At demonſtratio reſolutioni contrario modo reſpondebit: eritque ſimul de-
monſtratum ſphæræ diametrum lateris pyramidis poteſtate ſeſquialteram eſſe.

COMMENTARIVS.

Quæ cum AC AD æquales angulos continebit, videlicet vnumquemq; duarum A
tertiarum recti] *Nam cum recta linea EAF parallela ſit ipſi CD, erit angulus DAF æqua* 29 primi
leș angulo ADC: & angulus CAE ipſi ACD. Sed anguli ADC ACD in triangulo ęquilatero
inter ſe ęquales ſunt, continentque duas tertias recti, ergo & unuſquiſque angulorum DAF
CAE duas recti tertias continebit.

Et erecta eſt AB ęquales angulos faciens cum AC AD] *Sunt enim anguli quoque* B
BAC BAD duarum tertiarum recti.

Ergo per ea, quę ante demonſtrata ſunt EF perpendicularis erit ad AB] *vi-* C
delicet in antecedente.

Atque eſt ipſi CD parallelę EF, recta igitur linea EF circulum continget, qua- D
re & ipſam ſphęram] *Quoniam enim EF parallela eſt ipſi CD, ſi a puncto A ipſi EF ad*
rectos angulos ducatur AK, ſecabit ea CD bifariam, atque ad angulos recto, & per centrum
tranſibit quare EF circulum & propterea ipſam ſphęram contingat neceſſe eſt, ex 16 tertii
libri elementorum, & 17 primi libri conicorum Apollonii.

Itaque per rectas lineas EF AB productum planum ſectionem faciet in ſphæra E
circulum, cuius diameter AB, propterea quòd ad contingentem EF ſimiliter eſt
perpendicularis] *Recta enim linea circulum contingens ad diametrum eſt perpendicularis.*
ex eadem 16. tertii libri elementorum.

Et ſi per D ipſi AB parallela ducatur GH ſphęram continget] *Continget enim cir* F
culum factum a plano per GH DA ducto, in quo eſt triangulum DAB.

Et ad ipſam perpendicularis erit CD] *Ex antecedenti ſcilicet.* G

Si vero per GH, CD planum producatur circulum facies, cuius diameter CD, æ- H
qualem, & parallelum circulo diametrum habenti AB: parallelę enim ſunt EF CD,
& AB GH] *Sequitur illud ex 15. undecimi elem. etenim duę rectæ lineæ ſeſe tangētes EF AB*
duabus rectis lineis ſeſe tangentibus CD GH parallelæ ſunt, & non in eodem plano. ergo plana,
quæ ipſas ducūtur paralle la erūt. circuli aūt sūt æquales cū æquales habeāt diametros AB CD.

Parallela igitur eſt LM ipſi AB] *Ex 9. vndecimi libri elementorum. vtraque enim LM* K
AB *eidem GH eſt parallela.*

Et ſi iungantur BL BM, erit BM quidem ad utramque ipſarum AB LM, & ad pla L
na circulorū perpendicularis; BL vero ſphæræ erit diameter, quod antea demōſtra
tū eſt] *videlicet in 49. & 50. huius. Græcus codex* κἂν ἐπιζευχθῶσιν αἱ β γ β κ *lege* β λ β μ.

Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM quadratum ex MC eſt duplum] *Iun* M
gantur MC, CL quæ inter ſe æquales ſunt, & ideo quadratum ex MC quadrato ex CL eſt æ- pē.primi
quale. quadratum autem ex LM æquale eſt duobus quadratis ex MC CL, cum angulus

MCL in ſemicirculo ſit rectus. ergo quadratum ex LM quadrati ex MC duplum erit. Gręcus codex ἐπὶ τῆς τὸ ἀπό τῆς λμ διπλάσιον τὸν ἀπὸ τῆς α μ γ, ἐπιζευχθείσης. *forte legendum* ἐπεὶ τὸ ἀπό τῆς λμ διπλάσιον τὸν ἀπὸ τῆς μγ.

N Erit & quadratum ex BC duplum quadrati ex CM] *Eſt enim BC ipſi AB, videlicet ipſi LM æqualis. Gręcus codex* ἔσται καὶ τὸ ἀπό τῆς βγ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς γ β. *lege* ἀπὸ τῆς γ μ.

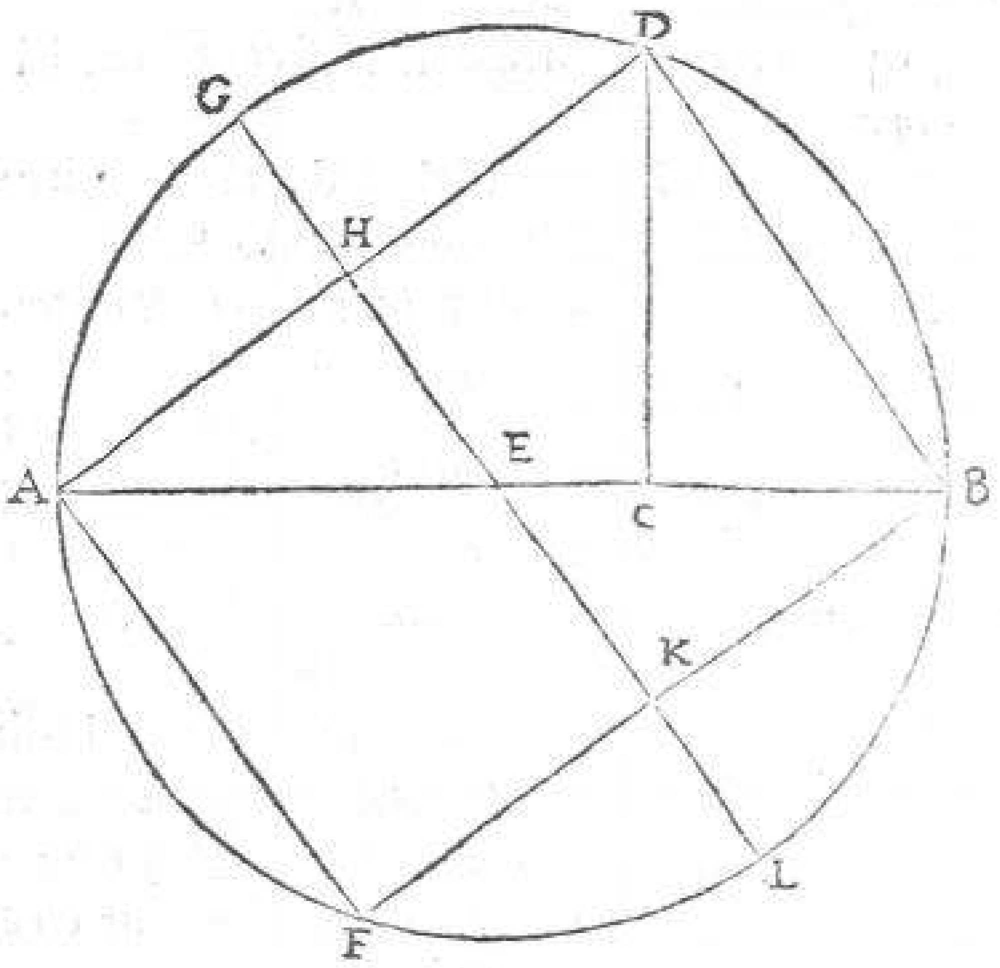
O Et rectus eſt angulus BMC] *Nam cum BM ſit perpendicularis ad planum circuli DMCL, & ad omnes rectas lineas, quę ipſam contingunt, in dicto plano rectos efficit angulos.*

P Ergo BM eſt æqualis MC, & propterea quadratum ex LM quadrati ex MB duplum.] *Eſt enim quadratum ex BC ęquale duobus quadratis ex BM MC, & eſt duplum quadrati ex MC, ut oſtendimus. quadratum igitur ex BM quadrato ex MC eſt ęquale. ideoque quadratum ex BC, hoc eſt quadratum ex LM. quadrati ex MB duplum erit. Gręcus codex* ἔσται δι πλάσιον ἡ ἀπὸ λμ. *lege* ἔσται διπλάσιον τό ἀπὸ λμ.

Q Quadratum igitur ex BL ſeſquialterum eſt quadrati ex LM] *Rurſus enim quoniam rectus eſt angulus BML, erit quadratum ex BL ęquale duobus quadratis ex BM ML, quorum quadratum ex LM duplum eſt quadrati ex MB. ergo quadratum ex BL quadrati ex LM ſeſquialterum erit. Gręcus autem codex ita reſtituendus eſt.* ἡμιόλιον ἄρα τὸ ἀπὸ βλ τοῦ ἀπὸ λμ. καὶ ἐστι δοθεῖσα ἡ βλ διάμετρος τῆς σφαίρας. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ λμ τοῦ κύκλου διάμετρος.

R Oportebit namque in ſphęra deſcribere duos circulos æquales, & parallelos, ita ut diameter ſphæræ poteſtate ſeſquialtera ſit uniuſcuiuſque eorum diametri] *Quo modo hoc efficiatur ipſe non docet, ſed nos breuiter explicabimus.*

Sit enim ſphęra, cuius centrum E, ſe-
ceturque plano per E ducto; ut ſit ſe-
ctio maximus circulus ABD: & iun-
gatur AEB, quæ circuli diameter erit.
Itaque ſecetur AB *in C, ita ut AC ſit*
dupla ipſius CB, & per C ipſi AB
ad rectos angulos ducatur CD, iun-
Cor.8.Sexti. *ganturque AD DB. erunt triangula*
ABD ADC inter ſe ſimilia, & ut BA
4.Sexti. *ad AD, ita DA ad AC. quare vt*
Co.20.sexti. *prima ad tertiam, ita quadratum, quod*
ſit a prima ad quadratum, quod a ſecun-
da; hoc eſt vt BA ad AC, ita ex AB
quadratum ad quadratum ex AD.
eſt autem BA ſeſquialtera AC, cum
ipſius CB *ſit tripla. ergo & qua-*
dratum ex BA quadrati ex AD ſeſquial
terum erit. Compleatur *parallelogram*
mum ADBF: & per E ipſis AF BD
parallela ducatur altera diameter



GHEKL, vt ſecet AD in H, & FB in K. Si igitur ſphęra ſecetur per H K duobus planis ad diametrum GL rectis, erunt ſectiones circuli ęquales, & paralleli: & unius quidem diameter erit AD, centrum H, & polus G: alterius uero diameter FB, centrum K, & polus L. cum enim GL per centrum ducta ſecet AD FB ad angulos rectos, & bifariam ſecabit. ergo in ſphęra deſcripti ſunt duo circuli ęquales & paralleli, ita ut diameter ſphęrę poteſtate ſeſquialtera ſit uniuſcuiuſque eorum diametri, quod facere oportebat.

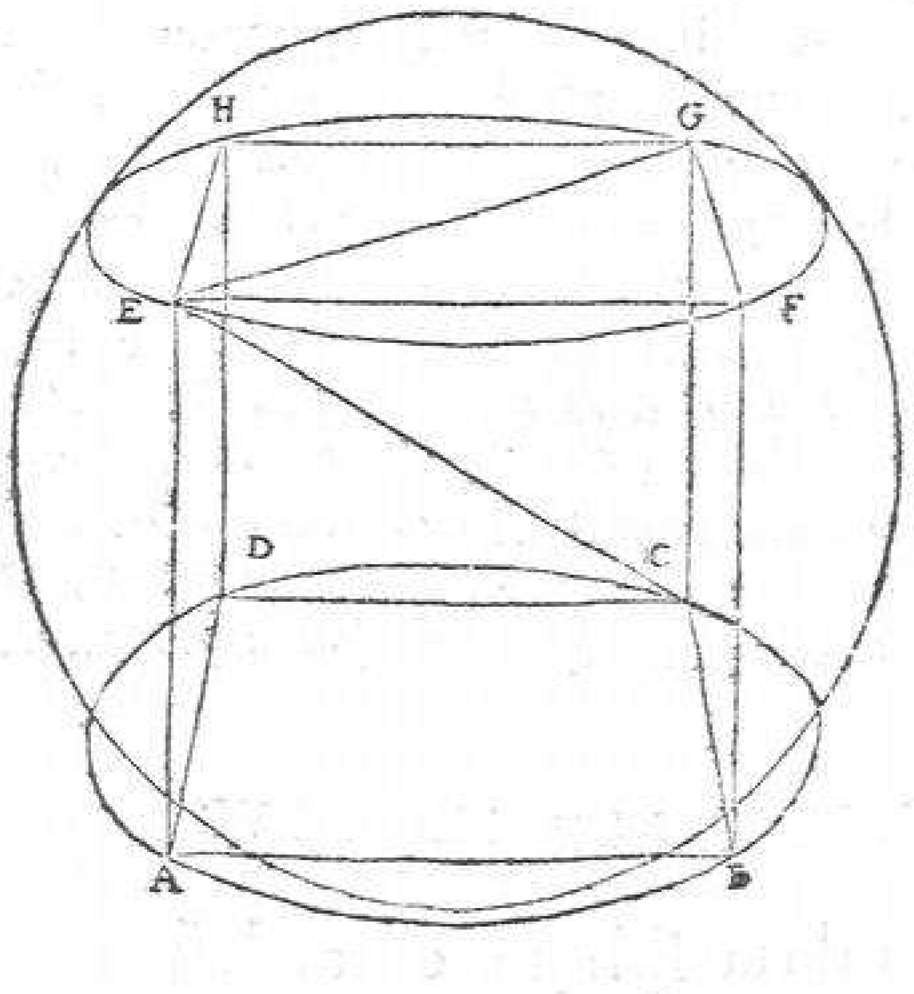
S Et duas diametros ducere æquidiſtantes AB LM, quemadmodum docuimus] *Deſcribantur igitur in ſphęra duo circuli, ut dictum eſt, & per polos eorum ducto plano, fiet ſectio maximus circulus, cuius & circulorum parallelorum communes ſectiones ſint AB, LM. erunt hę circulorum diametri inter ſe ęquales, & parallelę, ut in ſphęricis demon-*

ſtratum eſt. Deinde per centrum circuli, cuius diameter LM, atque ipſi ad angulos rectos ducatur CD. Dico ABCD eſſe puncta angulorum ipſius pyramidis in ſphęra deſcriptę. Iungatur enim BL, quę diameter erit ipſius ſphęrę, vt ſuperius demonſtratum eſt in 50. huius. Et quoniam quadratum diametri ſphęrę ſeſquialterum eſt vniuſcuiuſque quadratorum ex AB LM, erit quadratum ex BL ſeſquialterum quadrati ex LM; & eſt angulus BML rectus. ergo quadratum ex LM quadrati ex MB eſt duplum. Sed & duplum eſt quadrati ex MC; eſtque angulus BMC rectus. quadratum igitur ex BC duplum eſt quadrati ex BM. & propterea quadratum ex BC æquale quadrato ex LM: & recta linea BC ipſi LM, hoc eſt ipſi AB æqualis. Eodem modo oſtendetur CA æqualis AB. ergo triangulũ ABC æquilaterum eſt. rurſus quoniam quadratum ex LM duplum eſt quadrati ex MB, & duplum quadrati ex MD iuncta, angulusque BMD rectus, ſequitur, vt etiam quadratum ex BD ſit duplum quadrati ex BM. & ob id recta linea BD æqualis LM, videlicet ipſi AB. non aliter oſtendetur AD æqualis AB. eſt autem CD ipſi AB æqualis, cum ſint æqualium circulorum diametri. triangula igitur ABC, ADB, BDC CDA æquilatera ſunt, & inter ſe ęqualia, ex quibus pyramis ipſa conſtat. ergo pyramis in ſphęra deſcripta eſt, cuius quidem anguli ſunt ABCD, vt proponebatur.

PROBLEMA XLI. PROPOSITIO LV.

In data ſphæra cubum deſcribere. A

Sit iam deſcriptus: & ſint in ſuper-
ficie ſphęrę pũcta angulorum ipſius
ABCD EFGH: & per ea producan-
tur plana, quæ facient ſectiones cir-
culos æquales, & parallelos, etenim B
quadrata cubi, quæ in ipſis æqua-
lia, & parallela ſunt. Iungatur CE C
ſphæræ diameter, & EG. Quo-
niam igitur quadratum ex GE
duplum eſt quadrati ex GH, hoc
eſt quadrati ex GC, & eſt angulus
CGE rectus, erit quadratum ex
CE quadrati ex EG ſequialterum:
datum autem eſt quadratum ex
CE. ergo & quadratum ex EG
datum erit. atque eſt AG diame-
ter circuli EFGH. quare & cir-
culus ipſe, circulusque ABCD, &
quadrata, quæ in ipſis, & puncta angulorum cubi dabuntur.



Compoſitio quoque manifeſta erit. oportet enim in ſphæra deſcribere duos cir- D
culos parallelos, quorum diametri æquales ſint, & earum ſphæræ diameter pote-
ſtate ſit ſeſquialtera. deinde in vno ipſorum deſcribere quadratum ABCD: & re- E
ctæ lineę BC in altero parallelam, & æqualem ducere FG, quemadmodum an- F
tea generaliter cuicumque datæ ęqualem ducere oſtendimus. & ab ipſa quadratũ
EFGH complere, atque ita cubum habere deſcritum. demonſtrabitur enim con- G
gruenter reſolutioni BFGC quadratum eſſe, & reliqua, quæ ſequuntur; ſimulque H
demonſtratum erit ſphærę diametrum poteſtate triplam eſſe lateris ipſius cubi, &
circulos eoſdem, tum pyramidis, tum cubi angulos continere. ſiquidem in ipſa py-
ramide diameter ſphæræ cuiuſcumque circulorum diametri poteſtate erat ſeſ-
quialtera.

COMMENTARIVS.

A In data ſphæra cubum deſcribere] *Græcus codex* εἰς τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν κύκλον ἐγγράψαι. *lege* κύβον ἐγγράψαι.

B Etenim quadrata cubi, quę in ipſis æqualia, & parallela ſunt] *Græcus codex.* καὶ γὰρ τὰ ἐν αὐτοῖς τετράγωνα τοῦ του κύβου. *legendum puto* τοῦ κύβου.

C Iungatur CE ſphęræ diameter] *Græcus codex.* καὶ ἔσται ἐπεζευγμένη ἡ γε, *ſed legendum, vt arbitror,* καὶ ἔστω ἐπεζευγμένη ἡ γε.

D Oportet enim in ſphæra deſcribere duos circulos parallelos, quorum diametri æquales ſint: & earum ſphæræ diameter poteſtate ſit ſeſquialtera.] *hoc eſt oporten in ſphæra deſcribere duos circulos æquales & parallelos, ita vt diameter ſphæræ vniuſcuiuſque eorum diametri poteſtate ſit ſeſquialtera, quod quomodo fiat, nos proxime oſtendimus.*

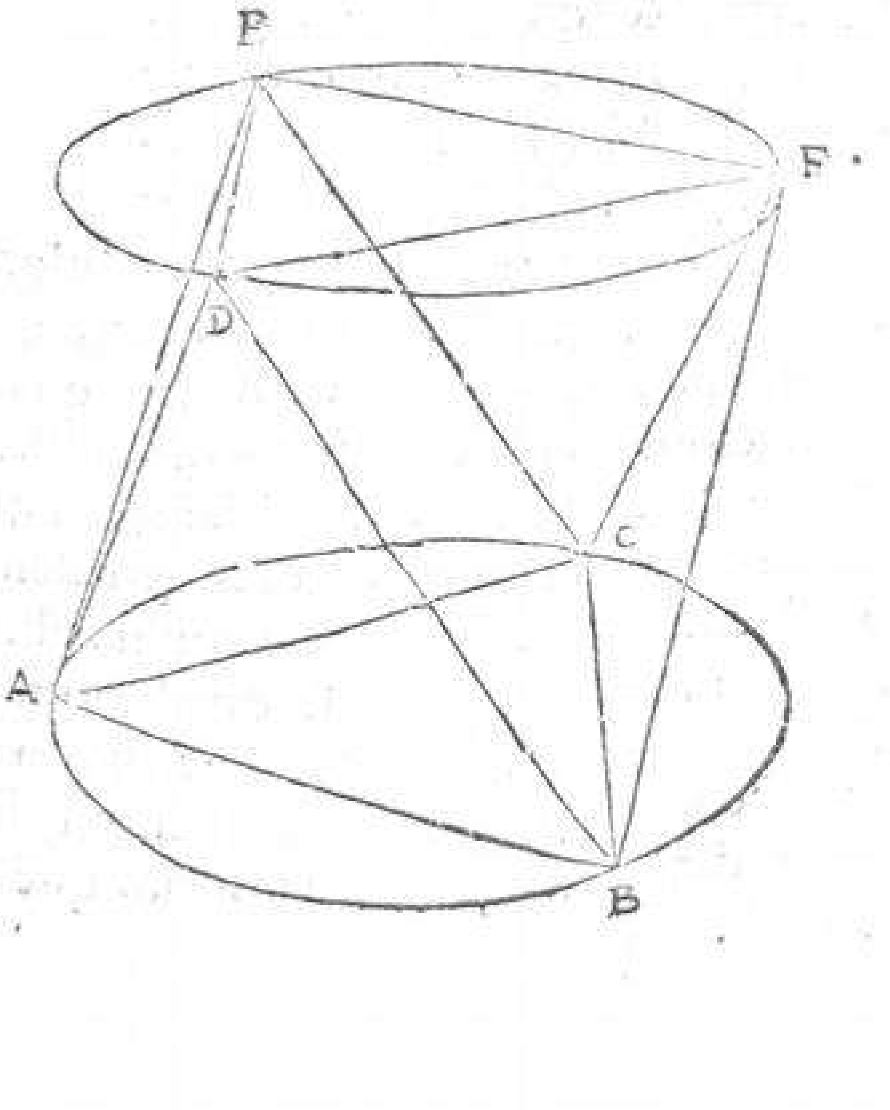
E Et rectæ lineæ BC in altero circulo parallelam & æqualem ducere FG] *Primum enim ex 45 huius ducemus in altero circulo diametrum parallelam ipſi BC deinde ex 43. in eodem circulo aptabimus FG diametro quidem parallelam, ipſi vero BC æqualem.*

F Quemadmodum antea generaliter cuicumque datæ æqualem ducere oſtendimus] *In 43. huius. oportet tamen datam rectam lineam diametro non eſſe maiorem.*

G Atque in cubum habere deſcriptum] *Græcus codex.* καὶ ἔχειν τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον. *lege* τὸν κύβον.

H Demonſtrabitur enim congruenter reſolutioni BFGC quadratum eſſe & reliqua, quæ ſequuntur] *Iungantur CE EG. erit CE ipſius ſphæræ diameter ex 50. huius: & EG diameter circuli ex iis, quæ demonſtrauimus in 52. huius. angulus autem CGE eſt rectus, nam CG BF perpendiculares ſunt ad plana circulorum. ex 49. huius, quare & ad omnes rectas lineas, quæ in eis ipſas contingunt.* 3. diffin. und. *Cum igitur quadratum ex CE ſeſquialterum ſit quadrati ex EG, & quadratum ex EG duplum quadrati ex FG: ſitque angulus CGE rectus; erit quadratum ex CE, quadrati ex FG triplum. Rurſus quadratũ ex CE cum ſeſquialterum ſit quadrati ex EG; erit quadrati ex GC triplum. quadratũ igitur ex FG quadrato ex GC eſt æquale: & recta linea FG æqualis ipſi GC. Sunt autem FB GC inter ſe æquales, & anguli CGF BFG recti. ergo FGC quadratũ erit. & eadem rõne AEFB, AEHD, DHGC quadrata demonſtrabuntur. Cubus igitur conſtitutus eſt in data ſphæra, quod facere oportebat.*

PROBLEMA XLII. PROP. LVI.



In data ſphęra octaedrũ deſcribere.

Deſcriptum iam ſit. ſintque puncta angulorum ipſius in ſuperficie ſphæræ ABC DEF: & plana, quę per ea ducuntur, circulus faciant ABC DEF. A Quoniam igitur a puncto D in ſuperficiem ſphæræ ęquales rectę lineę incidunt DA DB DE DF, erunt puncta AE. FB in eodem plano: etenim quę a centro ſphęrę ad ipſa ducũtur, ęquales ſunt: & ſunt æquales inter ſe

AB

AB AE BF FE, & in circulo . quadratum igitur AEFB, & EF ipſi AB paralle-
la. Similiter & DE parallela eſt BC, & DF ipſi AC. Circuli igitur paralleli C
ſunt, & æquales inter ſe, quoniam & quæ in ipſis triangula æquilatera ſunt æqua- D
lia. Et cum in ſphęra ęquales, & paralleli circuli ſint, atque in ipſis rectæ lineæ
æquales, & parallelæ AB EF, quæ non ſunt ad eaſdem partes centrorum, erit E
iuncta AF diameter ſphæræ, & AE FB cum AB FE rectos angulos contine F
bunt; vt ante demonſtratum fuit. ſunt autem æquales AE EF. ergo quadra-
tum ex AF quadrati ex FE eſt duplum. Sed cum quadratum diametri circu- G
li DEF ſit ſeſquitertium quadrati ex EF, erit quadratum ex AF quadrati
diametri circuli DEF ſeſquialterum. data igitur eſt diameter, & circulus, qua H
re & ABC, & puncta, quæ ab ipſis fiunt. K

Compoſitio autem manifeſta erit. oportet enim ſimiliter in ſphæra deſcribe
re duos circulos æquales, & parallelos, quorum vniuſcuiuſque diametri ſphæræ
diameter poteſtate ſit ſeſquialtera. & in altero quidem ipſorum deſcribere trian
gulum æquilaterum ABC; in altero autem ducere rectam lineam EF ipſi AB L
æqualem, & parallelam. & ab ipſa triangulum DEF deſcribere. atque ita o- M
ctaedrum habere conſtitutum. ſimul vero demonſtrata eſt ſphærę diameter po
teſtate dupla lateris octaedri. conſtatque ad pyramidis, cubi, & octaedri deſcri-
ptionem eoſdem aſſumi circulos, quorum polyedra in eandem ſphæram accom-
modantur : & eundem circulum cubi quadratum, & octaedi triangulum com-
prehendere.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur à puncto D in ſuperficiem ſphæræ æquales rectæ lineę cadunt DA DB DE DF, erunt puncta AE FB in eodem plano] *erunt enim in plano circuli, cuius polus eſt D, ex poli diffinitione apud Theodoſium in primo libro ſphæricorum.*

B Etenim quæ à centro ſphæræ ad ipſa ducuntur æquales ſunt] *Ex lineis, quæ à centro ad ea puncta ſuperficiei ſphæræ ducuntur, oſtendere poſſumus, communem ſectionem ſphæræ, & plani illius, quod per dicta puncta tranſit, circulum eſſe, quemadmodum in prima propoſitione primi libri ſphæricorum Theodoſii.*

C Similiter & DE parallela eſt BC, & DF ipſi AC] *rurſus enim quoniam à puncto A æquales rectæ lineæ AB AC AD AC in ſphæræ ſuperficiem cadunt, erunt puncta BCDE in circumferentia eiuſdem circuli, cuius polus eſt A: & ſunt inter ſe æquales BC CE ED DB. ergo BCED quadratum erit. & DE ipſi BC parallela. Eadem quoque ratione ſumpto B polo, DF ipſi AC parallela demonſtrabitur.*

D Circuli igitur paralleli ſunt] *ex 15 vndecimi libri elementorum. quippe cum non ſolum duæ rectæ lineæ ſeſe tangentes duabus rectis lineis ſeſe tangentibus parallelæ ſint, ſed etiam tres, quæ non ſunt in eodem plano.*

E Erit iuncta AF diameter ſphæræ] *ex 50 huius.*

E Et AE FB cum AB FE rectos angulos continebunt] *ex 51 huius, quamquam hoc etiam aliter pateat. nam puncta ABFE in circumferentia eiuſdem circuli eſſe, & quadratum continere ſupra demonſtratum eſt.*

G Sed cum quadratum diametri circuli DEF ſit ſeſquitertium quadrati ex EF] *eſt enim quadratum ex EF triplum quadrati eius, quæ ex centro circuli, vt demonſtratum eſt in duodecima tertiidecimi libri elementorum. Sed quadratum diametri circuli eſt eiuſdem quadruplum. ergo quadratum diametri ad quadratum ex EF eſt, vt quattuor ad tria, hoc eſt ipſius ſeſquitertium.*

H Data igitur eſt diameter, & circulus] *cum enim data ſit proportio diametri ſphæræ ad diametrum circuli; ſitque data ſphæræ diameter, & diameter circuli dabitur, ac propterea ipſe circulus.*

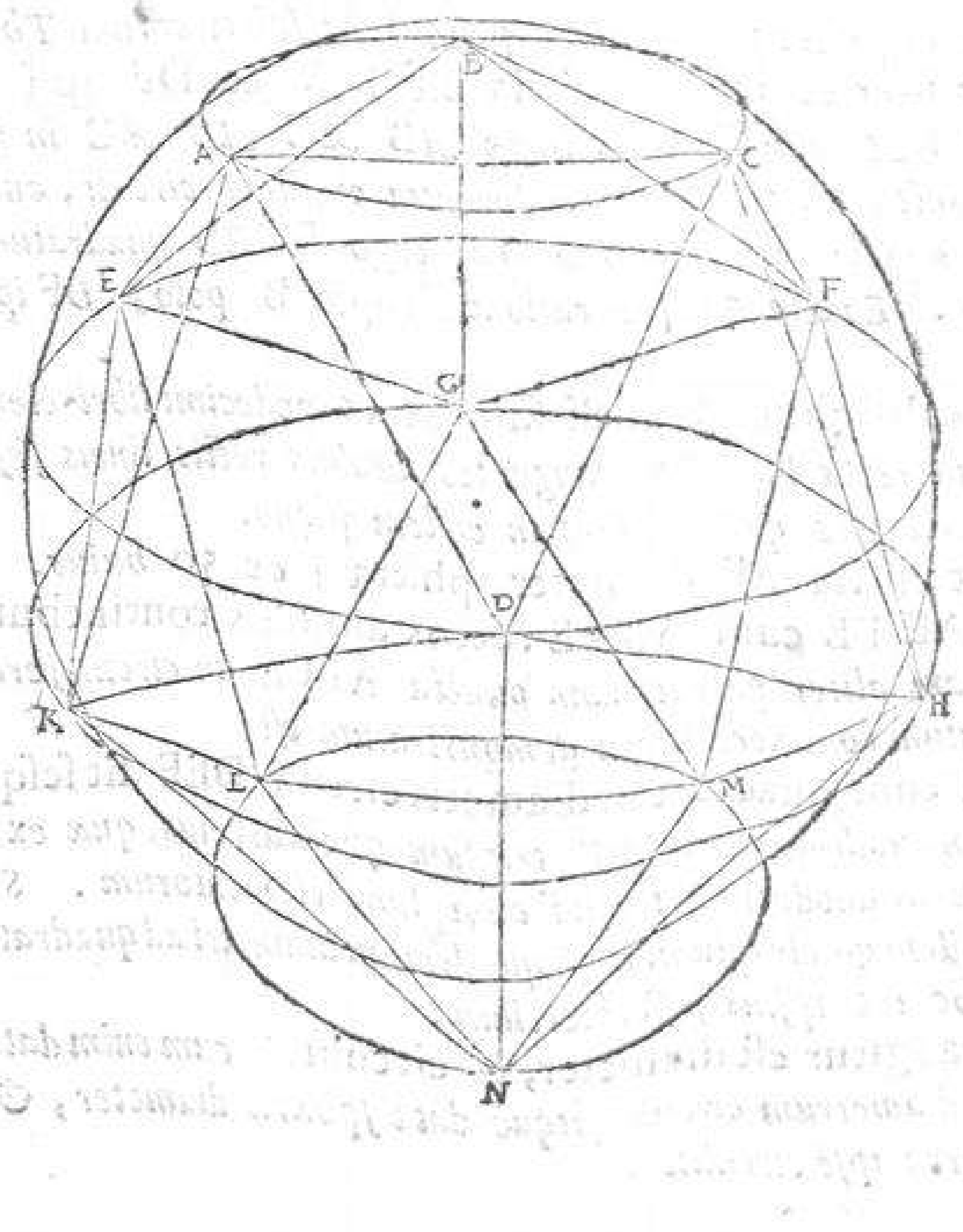
K Quare & ABC, & puncta, quæ ab ipſis fiunt] *Græcus codex ὅσαι καὶ ὁ α β γ. καὶ ἀπ' αὐτῶν σημεῖα fortaſſe autem legendum erit ὅσαι καὶ τὸ α β γ, vt per α β γ triangulum intelligatur. Dato namque circulo, datur & triangulum æquilaterum in ipſo deſcriptum, & puncta, quæ ab eius angulis efficiuntur.*

L In altero autem ducere rectam lineam EF ipſi AB ęqualem & parallelam] *ex 43 & 45 huius, ita tamen vt EF ad alteras centri partes aptetur.*

M Atque ita octaedrum habere conſtitutum] *iunctis videlicet DA AE, EC, CF, FB, BD deſcriptum erit octaedrum. triangula enim æquilatera ABC DEF æqualia ſunt, cum in circulis æqualibus deſcribantur. Et quoniam in circulis æqualibus, & parallelis ABC, DEF ſunt rectæ lineæ AB EF ęquales, & parallelę, non tamen ad eaſdem partes centrorum, erunt iunctæ AF BE ipſius ſphæræ diametri ex 50 huius, & ex 51 AE BF inter ſe ęquales, & cum AB EF rectos angulos continebunt; quadratum igitur ex AF æquale eſt duobus quadratis ex AB BF, eſt autem duplum quadrati ex AB, vt ſuperius oſtenſum fuit. ergo & ipſius quadrati ex BF duplum erit. & ob id quadrata ex AB BF inter ſe æqualia, & æquales rectæ lineæ AB BF. Sed AE eſt æqualis BF. quare omnes AB, BF, FE, EA inter ſe æquales erunt. Rurſus quoniam BC DE æquales ſunt, & parallelæ, & non ad eaſdem partes centrorum, erunt iunctæ BE CD diametri ſphæræ. & eodem modo BC, CE, ED, DB inter ſe æquales oſtendentur. poſtremo cum AC DF æquales, & parallelæ ſint, ſimiliter demonſtrabimus CA, AD DF FC æquales eſſe. ergo ſequitur triangula ABD, DAE, ACE ECF, CBF, FBD æquilatera eſſe, & ipſis ABC DEF æqualia. ex quibus octaedrum conſtat, octaedrum igitur in data ſphæra conſtitutum eſt, quod fecisse oportebat.*

ROBLEMA XLIII. PROPOSITIO LVII.

In data ſphæra icoſaedrum deſcribere.



Sit iam deſcriptū: & in ſuperficie ſphæræ ſint puncta angulorum ipſius ABC, DEF, GHK, LMN. Itaque quoniam a puncto B ad ſuperficiem cadunt rectæ lineę AB, BC, BF, BG BE inter ſe æquales, puncta ACFGE in vno erunt plano:

A etenim quę a centro ſphære ad ipſa ducuntur, æquales ſunt. & æquales inter ſe AC CF FG GE EA, & ſunt in circulo. æquiangulum igitur eſt

B AEGFC pentagonū. ſimiliter & pentagona KEBCD, DHFBA AKLGB, AKNHC, CHMGB, æquilate-

ra ſunt, & æquiangula, & in vno plano ſita. atque erit AC quidem ipſi EF iunctæ
parallela, EF vero parallela KH, & KH ipſi LM, quoniam LGFHM pentagonum C D
eſt. Eodem modo oſtendentur rectæ lineæ coniungentes puncta BC,ED,
GH,LN parallelæ eſſe,& itidem parallelæ,quæ puncta BA FD GK MN coniũgũt.
Similiter & circulus circa ABC puncta ęqualis, & parallelus oſtendetur circulo E
qui eſt circa LMN; æqualia enim & ſimilia in ipſis triangula ſunt ABC LMN.
circuli vero, qui circa puncta DEF, KGH æquales ſunt,& paralleli,ſiquidem triangula,
quæ in ipſis æqualia, & æquilatera ſunt, vnumquodque enim latus pentagoni
angulum ſubtendit. Quoniam igitur circuli in ſphæra circa DEF KGH æquales
ſunt, & in ipſis æquilaterorum triangulorum latera parallela EF, KH, quę non
ſunt ad eandem centrorum partes; erit recta linea coniungens FK diameter ſphæræ F
: & angulus FEK rectus; quod ante demonſtratum eſt. Et quoniam pentagonum G H
eſt GEACF, ſi recta linea EF extrema, ac media ratione ſecetur: erit maior
eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet,quam latus hexagoni
ad decagoni latus: & vtraſque poteſt FK, propterea quòd EK ipſi AC eſt æqualis. K
habebit igitur FK diameter ſphęræ ad EF proportionē eandē,quā pētagoni latus L
ad latus hexagoni: ad AC vero, eādē quā pētagoni latus ad latus decagoni. atq; M
eſt data ſphærę diameter. ergo & vtraque EF AC data erit,& ob id quæ ex centro N
circulorum, quæ ſunt poteſtate tertia pars rectarũ linearum EF AC. & circuli ipſi,
& qui item eis ſunt æquales, & paralleli iuxta puncta angulorum ipſius polyedri.

Compoſitio autem manifeſta erit: oportebit enim exponere duas rectas lineas,
ad quas diameter ſphæræ eam proportionem habeat, quam pentagoni latus
ad latus hexagoni, & ad latus decagoni. & in ſphæra duos circulos deſcribere,
quorum quæ ex centro ſint poteſtate tertia pars dictarum linearum, vtraque
vtriuſque, vt circuli DEF ABC: & ad alteras partes centri ſphęræ deſcribere
circulos æquales ipſis, & parallelos KGH LMN: & in vnoquoque triangulo O
aptare latera parallela AC EF, KH LM ad oppoſitas centri partes: & omnia
triangula ſimiliter iuxta polygoni angulos deſcribere: & demonſtratio ex ipſa P
reſolutione in promptu erit. Simul vero deprehenſum eſt ſphæræ diametrum Q
poteſtate triplam eſſe lateris pentagoni in circulo DEF deſcripti. etenim KF
ad FE eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus hexagoni.
At FE ad latus hexagoni in eodem circulo deſcripti habet eam proportionem,
quam latus trianguli ad hexagoni latus: atque eſt latus trianguli poteſtate triplum
lateris hexagoni. Tripla eſt igitur poteſtate KF ſphærę diameter ad latus
pentagoni in circulo DEF deſcripti.

COMMENTARIVS.

Etenim quæ a centro ſphæræ ad ipſa ducuntur, ęquales ſunt] *Gręcus codex* καὶ A
ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. *Sed legendum vt opinor* καὶ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς
σφαίρας, *quemadmodum in antecedente.*

Similiter & pentagona KEBCD DHFBA, &c.] *Corrigendus Gręcus codex, vt* B
ex noſtra verſione apparet.

Atque erit AC quidē ipſi EF iunctæ parallela] *Hoc nos demōſtrauimus in libro de cen*- C
tro grauitatis ſolidorum propoſitione prima. in Gręco codice deſideratur παράλληλος, *vt ita*
legendum ſit. καὶ ἔσται ἡ μὲν αγ τῆ εζ ἐπιζευχθείσει παράλληλος.

EF vero parallela KH] *Vtraque enim ipſi AC eſt parallela.* D

Similiter & circulus circa ABC puncta æqualis, & parallelus oſtendetur circulo, E
qui circa LMN, qualia enim & ſimilia in ipſis triangula ſunt ABC LMN]
Sunt enim AC LM inter ſe parallelæ, quòd ſint parallelę eidem KH. & eadem ratione parallelæ
CB LN. ergo quę per ipſas tranſeunt plana, parallela ſunt, propterea que 9 vndec.
circulus ABC circulo LMN eſt parallelus. æqualis autem eſt, cum triangulum ABC æqua 15

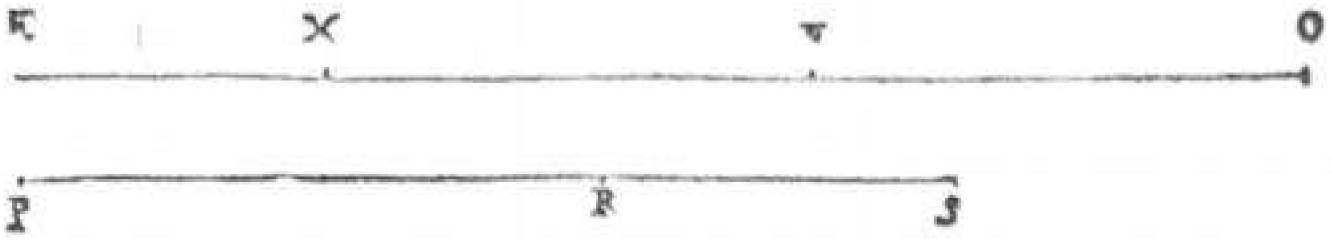
le & ſimile ſit triangulo LMN. Eodem modo ęquales, & paralleli oſtendentur circuli circa DEF KGH.

F Erit recta linea coniungens FK ſphęrę diameter] *ex 50. huius.*

G Et angulus FEK rectus] *ex 51 huius.*

H Et quoniam pentagonum eſt GEACF, ſi recta linea EF extrema, ac media ratione ſecetur, erit maior eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni ad decagoni latus] *Sit recta linea EF extrema, ac media ratione ſecta in puncto X, ita ut FX ſit maior portio. erit FX æqualis lateri pentagoni, hoc eſt æqualis ipſi AC ex octaua tertii decimi libri elementorum. producatur EF uſque ad O, ut FO ſit æqualis FX. tota EO ſecta erit extrema, ac media ratione; atque eius maior portio erit* EF, *ex quinta eiuſdem. Sit deinde* PR *latus hexagoni, & RS latus decagoni in eodem circulo deſcripti. rurſus ex nona eiuſdem erit PS extrema, ac media ratione ſecta in puncto R, & PR erit maior portio ipſius. Quoniam igitur duę rectæ lineæ EO PS extrema, ac media ratione ſecantur, erit EF ad FO, ut PR ad RS. Sed PR ad* RS *eam proportionem habet, quam hexagoni latus ad latus decagoni. ergo & EF ad FO, hoc eſt ad AC eandem proportionem habebit. Græcus codex* ἡ ἄρα ε α ϖρὸς τὴν α Γ λόγον ἔχει *lege* ἡ ἄρα ε ζ ϖρὸς τὴν α Γ.

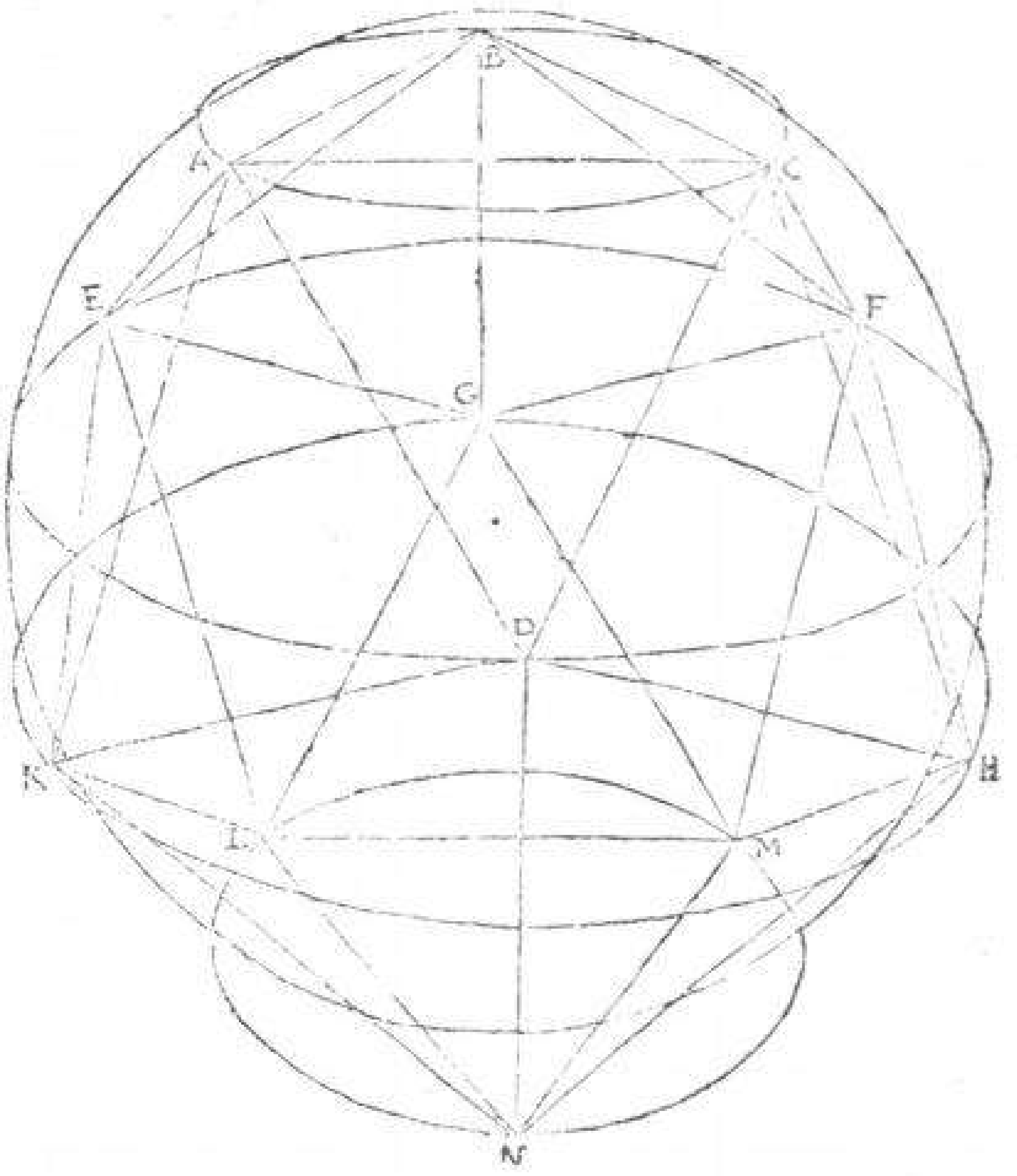
Ex ulti. 14. ele. uel ex 44 quinti libri Pappi.



K Et utraſque poteſt FK, propterea quod EK ipſi AC eſt æqualis] *Quoniam. n. angulus* FEK *rectus eſt, quadratum ex* FK *eſt æquale duobus quadratis ex* FE *EK, hoc eſt* FE *AC. eſt .n.* EK *ipſi AC ęqualis. Græcus codex* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν τῆ α Γ. *lege* τὴν ἐκ τῆ α Γ.

L Habebit igitur FK diameter ſphęrę ad EF proportionē eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni] *latus namque pētagoni poteſt & hexagoni, & decagoni latus in eodē circulo deſcriptorū ex 10. tertii decimi ele.*

M Ad AC uero eandem, quam pētagoni latus ad latus decagoni] *Nam cum ſphærę diameter* FK *ad* EF *proportionem habeat eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni,* EF *uero ad AC eandem habeat, quam hexagoni latus ad latus decagoni, habebit ex ęquali ſphæræ diameter ad AC eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni.*

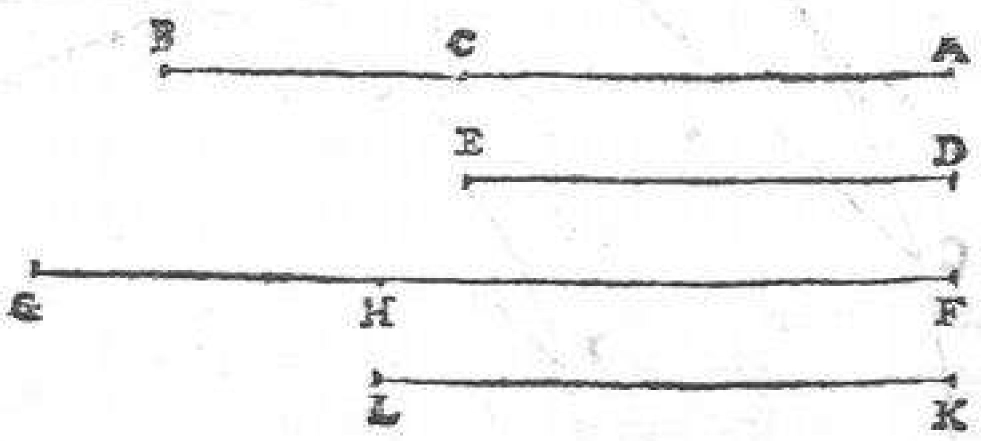


Et ob id quæ ex centris circulorum, quæ ſunt poteſtate tertia pars rectarum linearum EF AC] *Eſt enim latus trianguli ęquilateri poteſtate triplum eius, quę ex centro circuli, ex 12. eiuſdem. Gręcus codex.* ὥσαι καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῆς κύκλων τρίτον μέρος ἴσαι δυνάμει τῆς ε ζ α γ. *lege* τρίτον μέρος οὖσαι δυνάμει τῆς ε ζ α γ. N

Et in vnoquoque triangulo aptare latera parallela AC EF, KH LM ad oppoſitas centri partes, & omnia triangula ſimiliter iuxta polygoni angulos deſcribere] *Verbi gratia in circulis DEF, ABC ita triangula aptabimus, vt trianguli DEF latus EF parallelum ſit lateri AC trianguli ABC, & ad oppoſitas centri partes ſtatuatur. deinde iungemus AB BF, AD DC. & eodem modo in reliquis faciemus.* O

Et demonſtratio ex ipſa reſolutione in promptu erit] *Habet enim DE latus trianguli in circulo DEF deſcripti ad AB latus trianguli deſcripti in circulo ABC eam proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni; Sed quam proportionem habet latus hexagoni ad latus decagoni, in eodem circulo deſcriptorum, eandem habet recta linea, quę pentagoni ęquilateri, & æquianguli angulum ſubtendit ad ipſum pentagoni latus, vt deinceps oſtendetur. ergo DE pentagoni angulum ſubtendit, cuius latus eſt AB. & propterea DA AE ſunt eiuſdem pentagoni latera ipſi AB ęqualia. Eadem ratione & DF pentagoni angulum ſubtendet: eruntque DC CF eius latera ęqualia ipſi AB. Rurſus cum EF pentagoni angulum ſubtendat, erunt EB BF eidem ęqualia. atque ideo omnia triangula æquilatera, & inter ſe æqualia erunt. Non aliter ad oppoſitas partes centri ſphęrę ex triangulis KGH LMN oſtendemus reliqua triangula æquilatera, & ęqualia eſſe, ex quibus icoſaedrum ipſum conſtat. Icoſaedrum igitur in data ſphæra deſcriptum eſt, quod feciſſe oportebat.* P

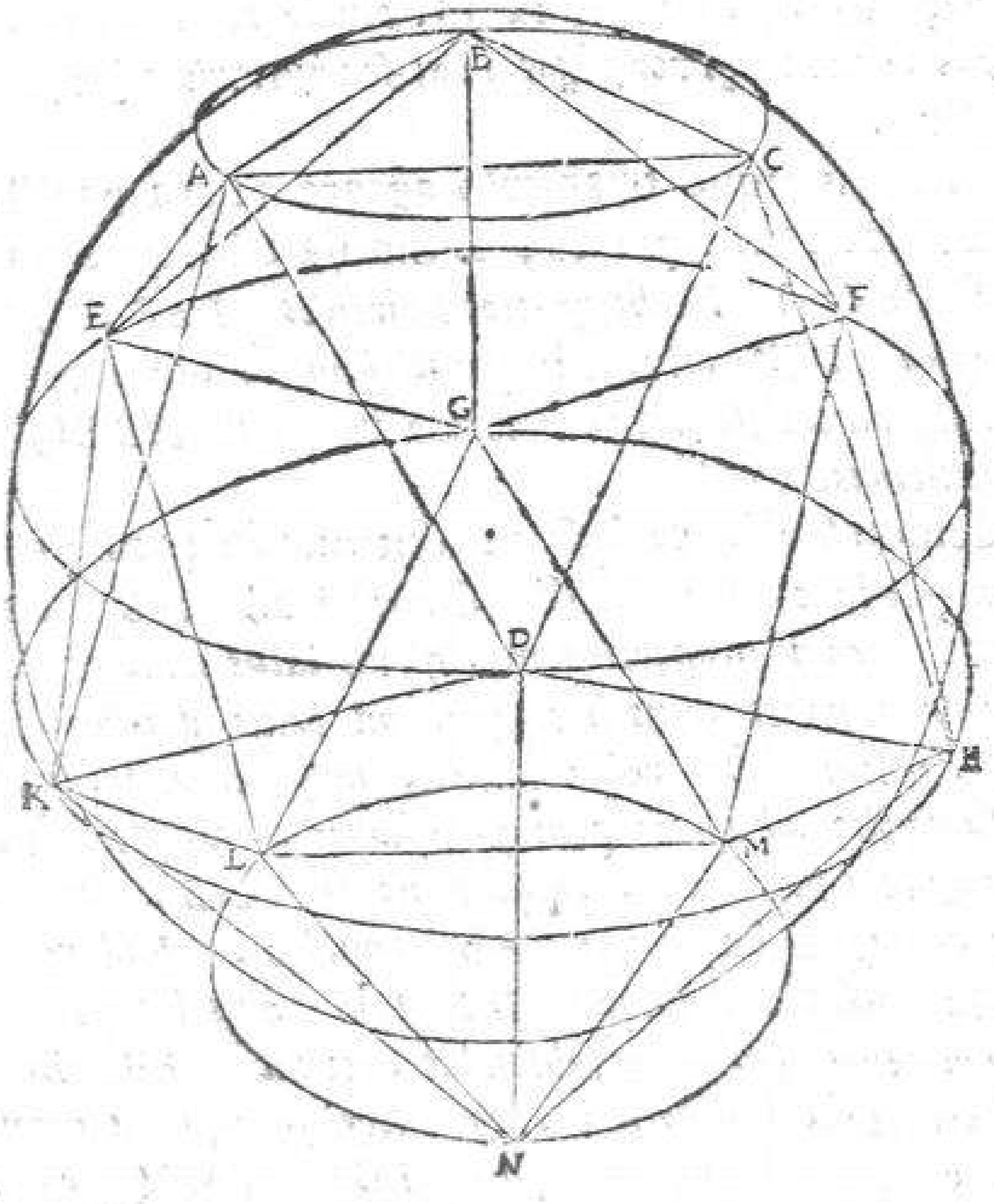
Quod autem poſitum eſt, ſic oſtendetur.

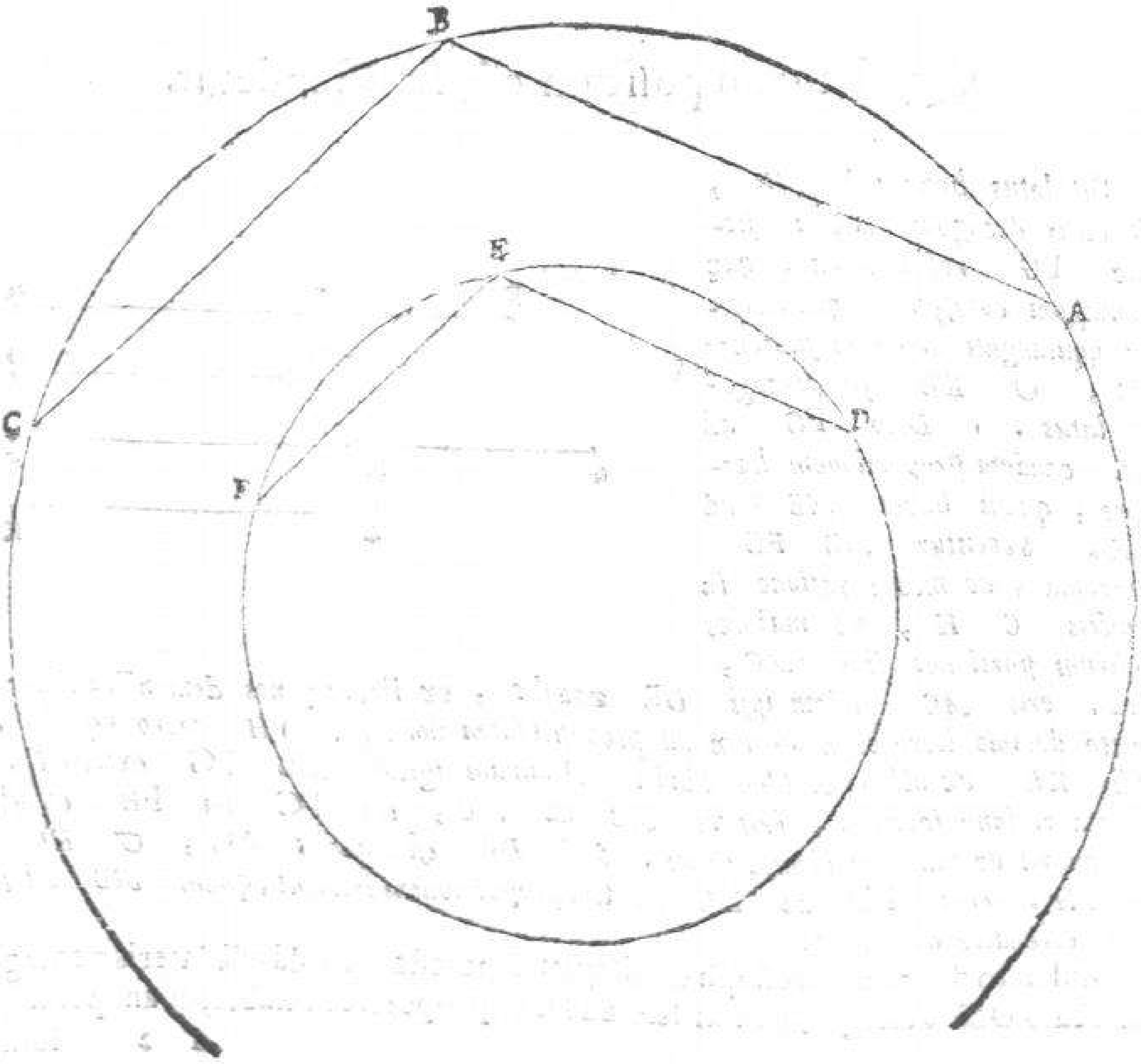


Sit latus hexagoni AB, & latus decagoni DE: ſitque FG recta linea, quę pentagoni cuiuſpiam ęquilateri, & ęquianguli angulum ſubtendat, & KL ſit pentagoni latus. Dico FG ad KL eandem proportionem habere, quam habet AB ad DE. Secentur AB FG extrema, ac media ratione in punctis C H, vt maiores ipſarum portiones ſint AC, FH. erit AC quidem ipſi DE æqualis, ex iis, quę nos demonſtrauimus, in tertio decimo libro elementorum ad propoſitionem nonam. FH vero ęqualis erit ipſi KL ex octaua eiuſdem libri. Quoniam igitur AB FG extrema, ac media ratione ſecantur, erit vt AB ad AC, ita FG ad FH ex ultima quarti decimi libri elementorum. Sed DE eſt æqualis AC, & KL ipſi FH. ergo FG ad KL eandem proportionem habebit, quam AB ad DE. quod oſtendere oportebat.

Simul uero deprehenſũ eſt ſphærę diametrũ poteſtate triplá eſſe lateris pentagoni in circulo DEF deſcripti, etenim KF ad FE eá proportione habet, quám pentagoni Q

latus ad latus hexagoni.] *Deſcribatur circulus ABC, cuius ea, quæ ex centro æqualis ipſi EF: & in ipſo latus pentagoni AB, & latus hexagoni BC. erit AB æqualis KF diametro ſphęrę, & BC ęqualis EF. deſcribatur etiam circulus DEF, cuius ea, quę ex centro ſit poteſtate tertia pars ipſius EF, & rurſus in ipſo latus pentagoni DE & hexagoni EF, habebit AB ad BC proportionem eandem, quam DE ad EF. Sed latus BC eſt poteſtate triplum lateris EF. ergo & la-*

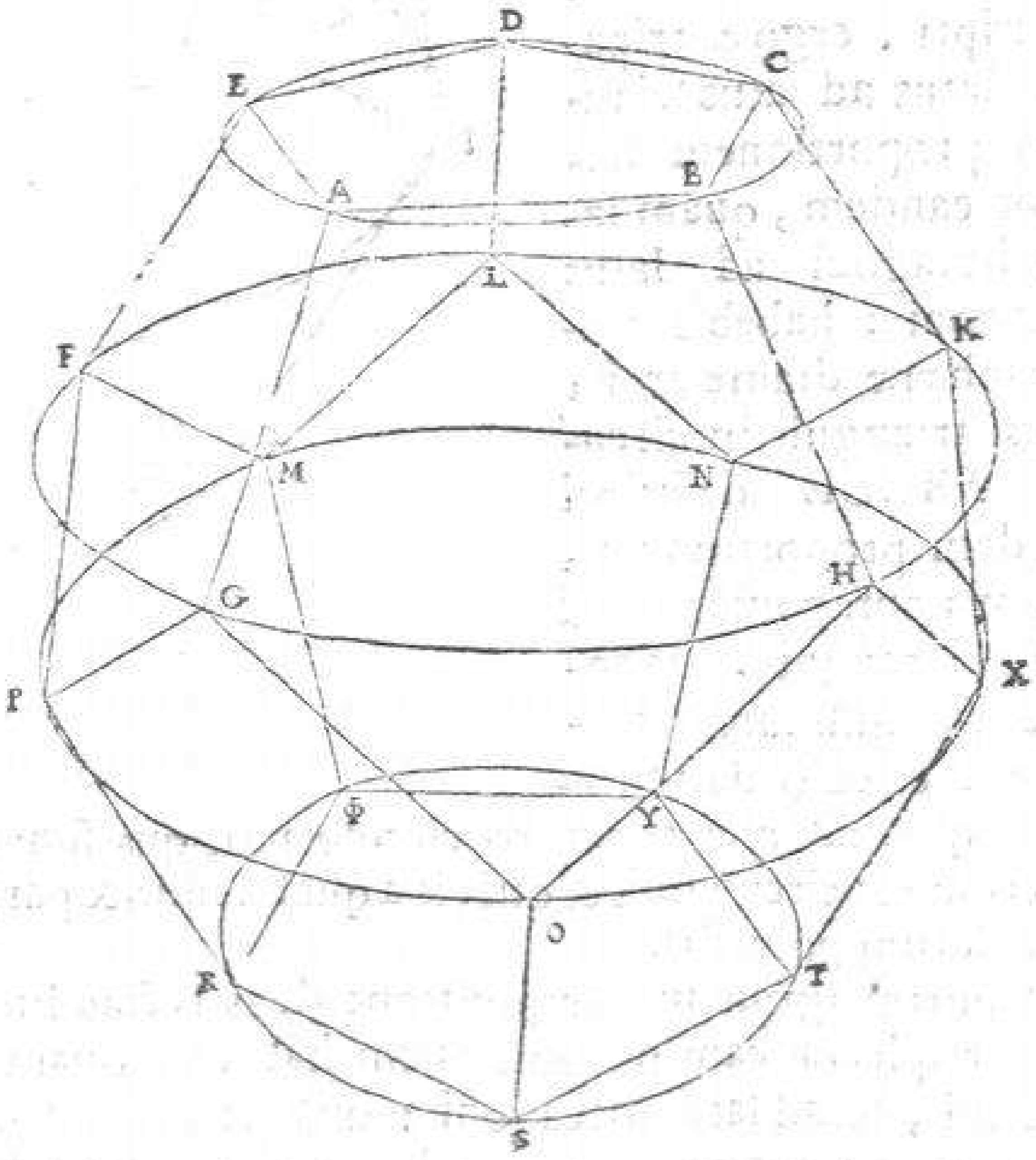




tus AB, hoc eſt ſphæræ diameter KF poteſtate tripla erit ipſius DE lateris pentagoni in circulo DEF deſcripti.

PROBLEMA XLIIII. PROPOSITIO LVIII.

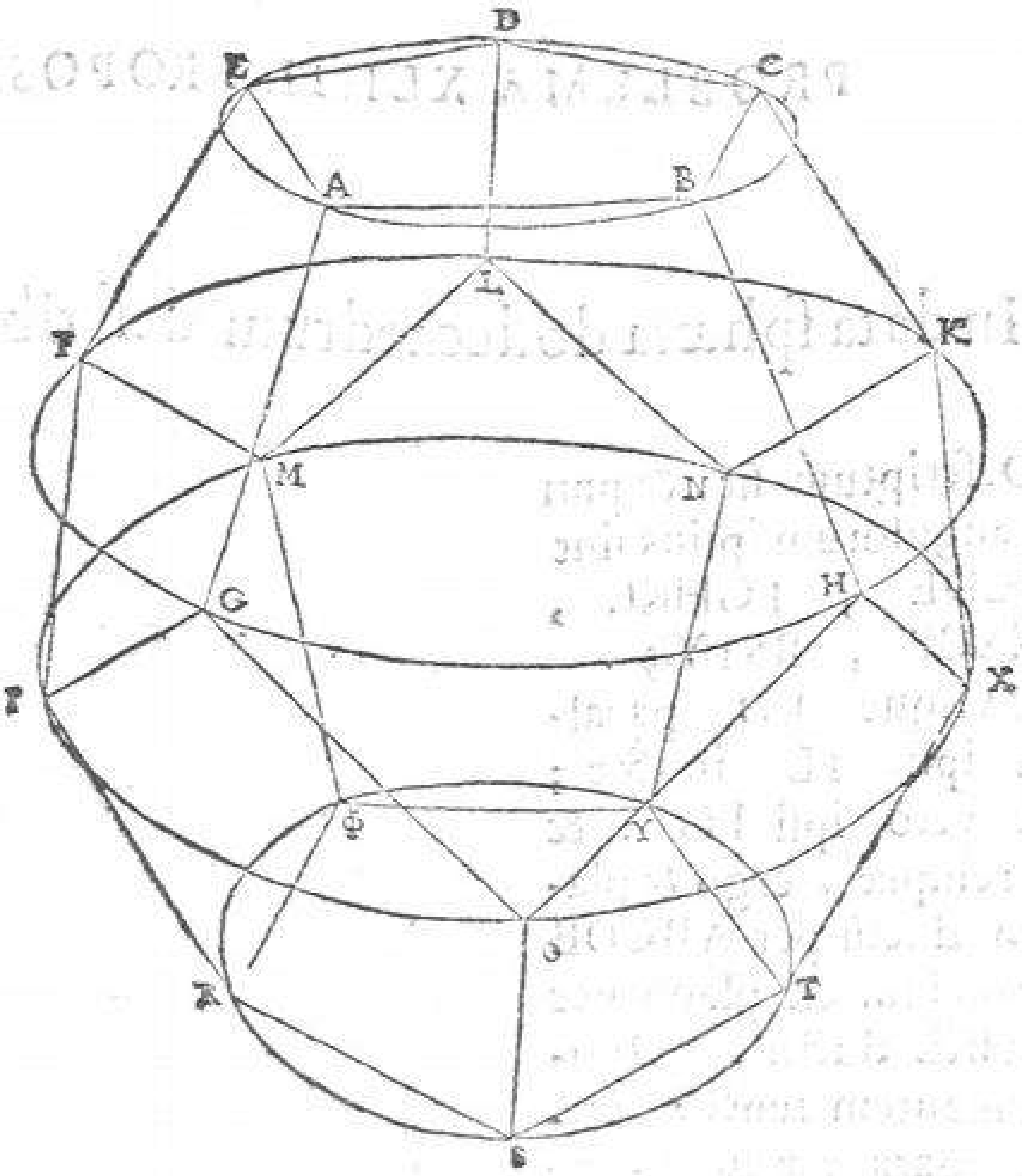
In data ſphæra dodecaedrum deſcribere.



Deſcriptum ſit, & pun-
cta angulorum ipſius ſint
ABCDE, FGHKL,
MNXOP, RSTYϕ.
erit vtique ED paral-
lela ipſi FL iunctæ;
AE vero ipſi FG: &
ita reliquæ. ergo & pla- A
num ductũ per ABCDE
parallelum eſt plano per
FGHKL ducto. Quo-
niam autem iunctæ OA
XC parallelæ ſunt, v-
traque enim ipſi BH eſt
parallela, ſuntque æqua-
les: & ipſę OX, AC B
inter ſe parallelæ erunt.
quare & ST, ED, i-
temque SR CD, & re-
liquæ. plana inſuper
omnia, quæ per ipſas
ducuntur parallela ſunt.
Intelligantur igitur cir-
culi per ipſa deſcripti in-
ter ſe paralleli. erit cir-
culus quidem circa ABCDE æqualis ei, qui circa RSTYϕ, nam pen-
tangona in ipſis deſcripta æqualia ſunt: circulus vero circa FGHKL ęqua-
lis ei, qui circa MNXOP; cum pentagona ſint æqualia. atque eſt CL pa- C
rallela XY, vtraque enim ipſi KN eſt parallela. puncta igitur LCXY
in uno erunt plano. & ipſa iungentes æquales ſunt: quòd pentagonorum D
æqualium angulos ſubtendant. ſunt autem in circulo. ergo LCXY qua- E G
dratum eſt. & ob id recta linea XL iuncta poteſtate dupla eſt ipſius LC, F
hoc eſt ipſius FL. & angulus XLF rectus; in æqualibus enim circulis
æquales, & parallelæ ſunt OX FL. quadratum igitur ex FX triplum H
eſt quadrati ex FL. & eſt FX ſphæræ diameter ex iis, quæ ante de-
monſtrauimus. neque enim OX, FL ſunt ad eaſdem partes centrorum. K
quare diameter ſphęræ ad FL eam proportionem habebit, quam trian-
guli latus ad latus hexagoni in circulo FGHKL deſcriptorum. habet au- L
tem FL ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni latus ad M
latus trianguli. ergo ex æquali diameter ſphæræ ad latus trianguli eandem N
proportionem habebit, quam pentagoni latus ad latus hexagoni. habet au- O

tem

tem & FL ad ED proportionem eam, quã latus hexagoni ad decagoni latus. etenim FL extrema, ac media ratione ſecta, maior eius portio eſt ED, proptereaquòd pentagoni angulum ſubtendit, cuius latus ED. Q Sed ut FL ad ED ita trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus R decagoni: habebit igitur ſphæræ diameter ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcripti eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni. ideoque trianguli latus in vtroque circulo datum erit. quare & quæ ex centro circulorum, quæ ſunt poteſtate tertia pars dictorum laterum: & circuli ipſi, & qui eis æquales ſunt, & paralleli iuxta puncta, quæ in ipſis angulorum polyedri.



Oportet igitur in compoſitione duas rectas lineas exponere, ad quas diameter ſphæræ eam proportionem habeat, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni; quas etiam in icoſaedro expoſuimus: & deſcribere duos circulos parallelos in ſuperficie ſphæræ ad eaſdem partes centri locatos, vt FGHKL, ABCDE, quorum quę ex centris poteſtate ſunt tertia pars expoſitarum rectarum, utraque utriuſque. & alios duos circulos his æquales; & parallelos ad alteras partes centri ſphæræ, vt MNXOP, RSTYφ & aptare latera pentagonorum ED, FL, OX ST inter ſe parallela, ab ipſiſque pentagona deſcribere, per quæ polygoni anguli conſtituentur. manifeſtum autem eſt ex conſtructione, circulos continentes dodecaedri angulos eoſdem eſſe, qui angulos icoſaedri continent. & præterea eundem circulum comprehendere triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.

COMMENTARIVS.

A Et ita reliquæ] *Hoc eſt AB ipſi GH parallela, BC ipſi HK, & CD ipſi KL.*

Et

B Et ipſæ OX AC inter ſe parallelæ erunt] *Græcus codex* καὶ αἱ ἐπὶ τὰ οαξγ ἄρα ϖαράλληλοι. *lege* καὶ αἱ ἐπὶ τὰ οξ, αγ ἄρα ϖαράλληλοι.

C Atque eſt CL parallela XY] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ἡ ἐπὶ γλ ϖαράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ ξυ, *lege* ἐπὶ τὰ ξυ.

D Puncta igitur LCXY in uno erunt plano] Ex 2. *vndecimi. Græcus codex.* ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ ἔσαι τὰ λΓξη *lege* λΓξυ.

E Quod pentagonorum æqualium angulos ſubtendant] *Græcus codex* ἴσων γόις τετραγώνων ὑποτείνουσιν γωνίας. *lege* ἴσων γὰρ ϖενταγώνον.

F Sunt autem in circulo] *Nam ſi per puncta LCXY planum ducatur, ſectio circulus erit ex prima ſphæricorum Theodoſii.*

G Ergo LCXY quadratum eſt] *Quæ enim æquales, & parallelas rectas lineas in circulo coniungunt, cum ipſis rectos continent angulos, & 52. huius Græcus codex.* τετράγωνος ἄρα ἡ λγξυ *lege* τετράγωνον ἄρα τὸ λγξυ.

H Et angulus KLF eſt rectus, inæqualibus enim circulis ęquales, & parallelę ſunt OX FL] *Ex 51. huius.*

K Et eſt XF ſpheræ diametrę ex iis, quę ante demonſtrauimus. neque enim OX FL ſunt ad eaſdem partes centrorum] *Ex 50. huius. Græcus codex* οὐ γὰρ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς κέντρων εἰσιν αἱ εζ ζλ. *lege* αἱ οξ ζγ.

L Quare diameter ſphærę ad FL eam proportionem habebit, quam trianguli latus ad latus hexagoni in circulo FGHKL deſcriptorum] *Eſt enim trianguli æquilateri latus poteſtate triplum eius, quæ ex circuli centro, hoc eſt lateris hexagoni, ex 12. tertiidecimi libri elementorum. Græcus codex* ἕξει οὖν ἡ τῆς &c. ϖρὸς ἑξαγώνου εἰς τὴν ζηθκλ κύκλων ἐγγεγραμμένων. *lege* εἰς τὸν ζηθκλ κύκλον ἐγγεγραμμένον.

M Habet autem FL ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni latus ad latus trianguli] *Eſt enim FL pentagoni latus in circulo FGHKL. quare ad latus trianguli, quod in eodem circulo deſcribitur, eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus trianguli.*

N Ergo ex æquali diameter ſphæræ ad trianguli latus eandem proportionem habebit, quam latus pentagoni ad latus hexagoni] *In perturbata ſcilicet proportione. intellige autem latus trianguli in circulo FGHKL deſcripti.*

O Habet autem & FL ad ED proportionem eam, quam hexagoni latus ad latus decagoni] *Græcus codex.* ἐπεὶ δὲ καὶ τῆς ζλ λόγος τὴν εδ, ὅν ἡ τὸν ἑξαγώνου ϖρὸς τὴν τὸν ϖριγώνου. *ego ita legendum puto.* ἔχει δὲ καὶ ἡ ζλ ϖρὸς τὴν εδ λόγον, ὅν ἡ τὸν ἑξαγώνου ϖρὸς τὴν δεκαγώνου.

P Etenim FL extrema, ac media ratione ſecta, maior eius portio eſt ED, propterea quòd pentagoni angulum ſubtendit, cuius latus ED] *Quomodo hoc ſequatur diximus in antecedente. Græcus codex,* οὗ ϖλευρὰ ἡ ελ. *lege* οὗ ϖλευρὰ ἡ εδ.

Q Sed ut FL ad ED, ita trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus decagoni] *Hoc eſt ut latus pentagoni in circulo FGHKL ad latus pentagoni in circulo ABCDE, ita & trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE.*
R *Sed pentagoni latus ad latus pentagoni eam proportionem habere oſtenſum eſt, quam latus hexagoni ad latus decagoni. ergo & trianguli latus ad latus trianguli eandem habebit proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Græcus codex mancus eſt, ita qui habet.* ἕξει ἄρα &c. ὃν τὸν ἑξαγώνου *adde* ϖρὸς τὴν τὴν τὸν δεκαγώνουν.

S Habebit igitur ſphæræ diameter ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcripti eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni] *Ex ęquali ſcilicet quemadmodum nos ſupra docuimus.*

T Et aptare latera pentagonorum ED, FL, OX ST inter ſe parallela; ab ipſiſ-

que

que pentagona deſcribere, per quę polygoni anguli conſtituentur] *Quoniam igitur latus trianguli in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcripti, habet eam proportionem; quam latus hexagoni ad latus decagoni, habebit & latus pentagoni in circulo FGHKL ad latus pentagoni in circulo ABCDE, videlicet GH ad AB eandem proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Sed quam proportionem habet hexagoni latus ad latus decagoni, eandem habet recta linea, quę angulo pentagoni æquilateri, & ęquianguli ſubtenditur ad pentagoni latus, vt ſupra oſtenſum eſt. ergo GH ſubtenditur angulo pentagoni, cuius latus eſt AB. & ſunt GO OH pentagoni latera, ipſi AB ęqualia. Quod cum plani AGOHB, & ipſius ſphęrę communis ſectio ſit circulus, erit circumferentia GOH dupla circumferentię AB. & ſimiliter circumferentię AG BH ſimul ſumptę duplæ erunt eiuſdem AB circumferentiæ. & ſunt æquales, propterea quòd AB GH inter ſe parallelę ſunt. ergo & rectę lineæ AG BH æquales erunt ipſi AB, & pentagonum ęquilaterum, & ęquiangulum erit AGOHB, ipſi ABCDE ęquale. Eodem modo & reliqua pentagona æqualia oſtendentur, tum quę ad pentagonum ABCDE adhærent, tum quæ ex altera parte centri ſphæræ adhærent ad ipſum RSTYΦ. dodecaedrum igitur in data ſphæra conſtitutum eſt, quod feciſſe oportuit.*

T Et præterea eandem circulum comprehendere triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem ſphæra deſcriptorum] *Hoc ſeorſum demonſtratum eſt in 2. quarti decimi elementorum; & ab ipſo Pappo in 48. quinti libri.*

TERTII LIBRI FINIS.

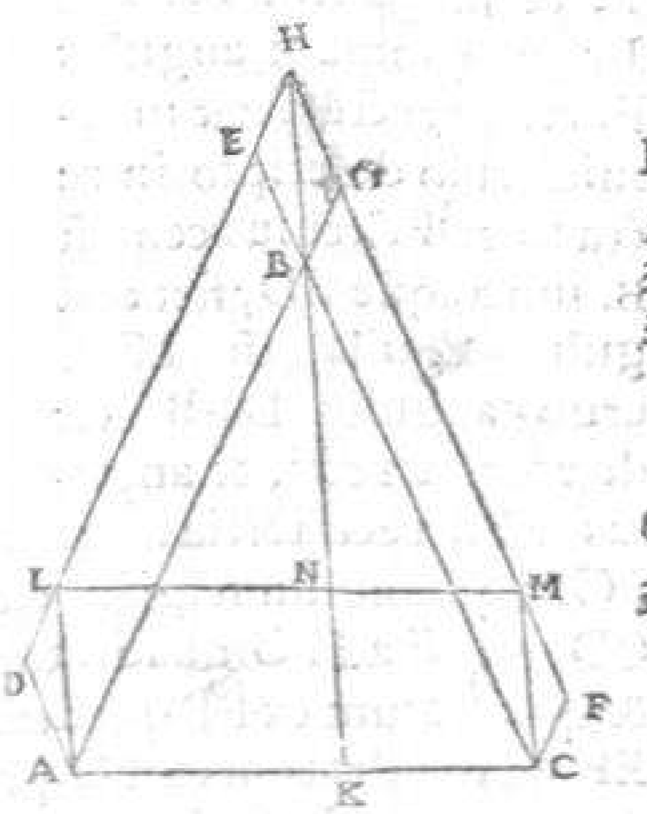
PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER QVARTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

SI ſit triangulum ABC, & ab ipſis AB BC deſcribantur quæuis parallelogrãma ABED, BCFG, & rectæ lineæ DE FG producantur ad H, iungaturq; HB: fient parallelogrãma ABED, BCFG ęqualia parallelogrammo contento ACHB, in angulo, qui utrisque BAC, DHB ſit ęqualis. A



Producatur enim HB ad K, & per AC ipſi KH parallelæ ducantur AL, CM, & LM iungatur. Itaq; quoniam parallelogrammum eſt ALHB, erunt AL BH æquales, & parallelæ. B Similiter ęquales, & parallelæ MC 34 primi. HB. ergo & LA MC æquales, & parallelæ ſint, neceſ 30 ſe eſt, & propterea LM AC. parallelogrammum igi 33 tur eſt ALMC in angulo LAC, hoc eſt in angulo æquali utriſque BAC DHB. eſt enim angulus DHB ipſi LAB æqualis. & quoniam DABE parallelogrã- C nium eſt ęquale parallelogrammo LABH, etenim in 35 primi eadem baſi AB, & in eiſdem parallelis AB DH conſiſtit, parallelogrammum autem LABH parallelogrammo LAKN eſt æquale, cum ſit in eadem baſi LA, & in eiſdem parallelis LA HK: erit parallelogrammum ADEB ęquale parallelogrammo LAKN. & ob eandem cauſſam parallelogrammum BGFC parallelogrammo KNMC. parallelogramma igitur DABE BGFC parallelogrammo LACM æqualia ſunt, hoc eſt ei, quod ACHB continetur, in angulo LAC, qui eſt ęqualis utriſque BAC, BHL. atque hoc multo vniuerſalius D eſt, quam quod in triangulo rectangulo de quadratis in elementis demonſtratur.

K COM-

COMMENTARIVS.

A Et ab ipſis AB BC deſcribantur quæuis parallelogramma] *Græcus codex*: καὶ ἀπὸ τῶν αβ βγ ἀναγραφῇ τυχόντα σημέια παραλληλόγραμμα. *lege* τυχόντα παραλληλόγραμμα.

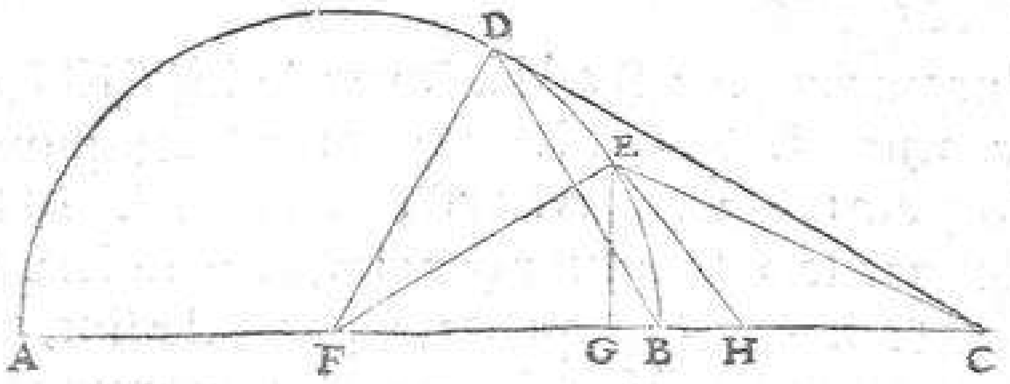
B Itaque quoniam parallelogrammum eſt ALHB] *Græcus codex* ἐπὶ παραλληλόγραμμον ἐςι. *lege* ἐπεὶ.

C Et quoniam DABE parallelogrammum] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ δαβε παραλληλόγραμμον. *lege* τὸ δα βε παραλληλόγραμμον.

D Atq; hoc multo uniuerſalius eſt, quã quod in triãgulo rectãgulo de quadratis in elementis demonſtratur] *videlicet in 47. primi lib. elementorum. idem etiam demonſtratur in 31. ſexti libri de aliis figuris ſimilibus. ſed illud in triangulo rectangulo tantum, hoc in omni triangulo. illud de quadratis tantum, uel figuris ſimilibus, hoc vniuerſe de omnibus parallelogrammis etiam inter ſe diſsimilibus.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sit ſemicirculus in recta linea AB, rationalem habens diametrum : & ei, quæ eſt ex centro æqualis, & ipſi AB in directum ſit BC; contingens autem CD : & circumferentia BD
A bifariam ſecetur in puncto E, & CE iungatur. **Dico CE**
irrationalem eſſe, quæ minor appellatur.



Sumantur enim centrum ſemicirculi, quod ſit F, & iungantur FD FE. Itaque quoniam angulus FDC eſt rectus, erit in ſemicirculo deſcripto in recta linea FC, cuius centrũ B. iunctaque BD, fiet triãgulum æquilaterũ BFD. ergo angulus DFB eſt duæ tertiæ recti, & angulus EFB recti tertia. Ducatur a puncto E ad AB diametrum perpendicularis
B EG. æquiangulum igitur eſt CFD triangulum triangulo EFG : atque eſt ut FC ad
4.sexti. CD, ita EF ad FG. quadratum autem ex FC ſeſquitertium eſt quadrati ex CD. ergo
C & quadratum ex EF quadrati ex FG ſeſquitertium erit; habebitque quadratum ex EF ad quadratum ex FG proportionem eam, quam 16 ad 12; ſed proportio quadrati ex CF ad quadratum ex FE eſt, quam habet 64 ad 16. quadratum igitur ex CF ad quadratum ex FG eſt, ut 64 ad 12. Sit FB quadrupla ipſius BH. atque eſt ipſius BF dupla FC. quare proportio CF ad FH eſt ut 8 ad 5, & proportio FH ad HC ut 5 ad 3. proportio igitur quadrati ex CF ad quadratum ex FH erit, ut 64 ad 25. oſtenſum autem eſt quadratum ex CF ad quadratum ex FG ita eſſe, ut 64 ad 12. ergo & quadratum ex HF ad quadratum ex FG eſt ut 25 ad 12. pro-

pterea

tereaque HF FG rationales ſunt potentia ſolum commenſurabiles : & HF
plus poteſt , quam FG quadrato rectæ lineæ ſibi incommenſurabilis longitudine
. eſtque tota FH commenſurabilis rationali AB. apotome igitur D
quarta eſt GH, rationalis autem FC, & ipſius dupla. ergo recta linea, quæ poteſt E F
id, quod bis continetur FC GH, irrationalis eſt, quæ minor appellatur.
Sed & CE poteſt id, quod bis FC GH continetur. quare CE eſt minor. At
vero CE poſſe id, quod bis continetur FC GH, ex his manifeſtum erit, Iungatur
EH. Et quoniam quadratum ex CE æquale eſt quadratis ex EH HC G
vna cum eo, quod bis CH HG continetur. & ſunt quadrata ex EH HF æqualia H
& quadrato ex EF, & ei, quod bis continetur FH HG. eſt igitur ut quadratum
ex CE ad quadrata ex EH HC una cum contento bis CH HG, ita quadrata
ex EH HF ad quadratum ex EF una cum eo, quod bis FH HG continetur.
& vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia, & quadratum ex CE æquale eſt quadratis K
ex EH HC, & ei, quod bis CH HG continetur. quadrata igitur ex
CE EH HF æqualia ſunt quadratis ex EH HC EF, & contento bis CH HG
una cum contento bis FH HG, hoc eſt ei, quod bis CF HG continetur. commune prima ſe
auferatur quadratum ex EH. ergo reliqua quadrata ex CE HF ſunt æqualia cundi.
quadratis ex EF HC una cum eo, quod bis continetur CF HG. quorum
quadratum ex FH eſt æquale quadratis ex EF HC. eſt enim quadratum
ex FH 25, quadratum uero ex HC eſt 9, & quadratum ex
EF 16. reliquum igitur quadratum ex EC eſt æquale ei, quod bis FC
GH continetur.

COMMENTARIVS.

Dico CE irrationalem eſſe, quę minor appellatur] *Gręcus codex ſic habet.* A
ἔυτως ἤ γε. *lege* ὅτι ἤ γε.

Aequiangulum igitur eſt CFD triangulum triãgulo EFG] *Quoniam enim angulus* B
DFC eſt duæ tertię recti, & rectus FDC, erit DCF recti tertia. atque eſt EFG item tertia recti.
angulus igitur DCF eſt æqualis angulo EFG: anguluſque FDC rectus æqualis recto FGE.
quare & reliquus reliquo æqualis, & triangulum CFD triangulo EFG æquiangulum.

Quadratum autem ex FC ſeſquitertium eſt quadrati ex CD] *Eſt enim CF ipſius FD* C
dupla. & idcirco quadratũ ex CF quadruplũ eſt quadrati ex FD. Sed cũ angulus FDC ſit rectus,
erit quadratum ex CF quadratis ex FD DC æquale. ergo quadratum ex FC quadrati ex 47 pri.
CD ſeſquitertium eſt, quod ad illud eam proportionem habeat, quam 4. ad 3.

Apotome igitur quarta eſt HG] Ex 4. *tertiarum diffinitionum decimi libri elem.* D

Rationalis autem FC, & ipſius dupla] *Eſt enim FC æqualis diametro AB, quę rationalis* E
ponitur : atque eſt rationalis ipſius dupla, nimirum ipſi commenſurabilis ex 6. diffinitione
decimi libri.

Ergo recta linea, quæ poteſt id, quod bis continetur FC GH irrationalis eſt, quæ F
minor appellatur] *ex 95. decimi libri element. Nam quod bis continetur FC GH*
eſt æquale contento dupla ipſius FC, quæ itidem eſt rationalis, vt ipſa GH apotome quarta.
Græcus codex ἡ ἄρα δυναμένη τὸ ὑπὸ ζγηθ ἄλογός ἐστιν, *lege* ἡ ἄρα δυναμένη τὸ δὶς
ὑπὸ ζγηθ.

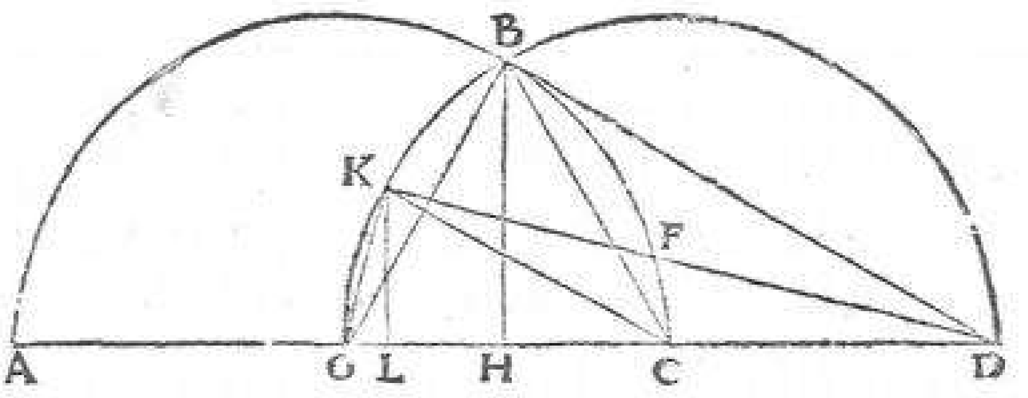
Et quoniam quadratum ex CE æquale eſt quadratis ex EH HC una cum eo, quod G
bis CH HG continetur] Ex 12. *ſecundi libri elementorum.*

Et ſunt quadrata ex EH HF ęqualia & quadrato ex EF, & ei, quod bis continetur H
FH HG] *Ex 13. eiuſdem libri.*

Et ut unum ad unum, ita omnia ad omnia] Ex 12. *quinti libri elementorum.* K

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

A Sit ſemicirculus in recta linea AC rationalem habens diametrum: & ei, quæ ex centro çqualis ſit CD, ſitque contingens B DB, & angulus CDB bifariam ſecetur recta linea DF. Dico DF eſſe exceſſum, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit.



Sumantur enim centrum ſemicirculi, quod ſit G; iungaturque BG, & in ipſa GD ſemicirculus GB deſcribatur, & C producatur DFK. æqualis igitur eſt BK circumferentia circumferentiæ KG. ducatur ad ipſam AC perpendicularis KL. Et quoniam BG eſt latus hexagoni, erit KL lateris hexagoni dimidia; producta enim duplam circumferentiæ KG ſubtendit. ergo BG ipſius KL eſt dupla; hoc eſt D CK dupla ipſius KL. atque eſt angulus LC rectus. quadratum igitur ex KC ſeſquitertium eſt quadrati ex CL: hoc eſt quadratum ex DC quadrati ex CL. E ergo DC CL rationales ſunt potentia ſolum commenſurabiles: & DC plus poteſt, quam CL quadrato rectæ lineę ſibi commenſurabilis longitudine: & maior DC cō F menſurabilis eſt rationali AC. ergo DL ex binis nominibus eſt prima. rationa- G lis autem GD. recta igitur linea, quæ poteſt ſpacium contentum GD DL irratio- H nalis eſt, quę ex binis nominibus appellatur: poteſt autem ipſum DK. quoniã enim K triangulum GDK ęquiangulum eſt trianguio DKL, erit ut GD ad DK, ita KD ad DL. ergó DK ex binis nominibus eſt. Et quoniam angulus BGG eſt duæ tertiæ recti, & BG eſt æqualis GC, erit triangulum BGC æquilaterum. ducatur perpendicularis BH, dupla igitur eſt GC, hoc eſt DC ipſius CH. Oſtenſum eſt autem quadratum ex DC quadrati ex CL ſeſquitertium. ergo quadratum ex LC triplum eſt quadrati ex CH. ac propterea LC CH rationales ſunt potentia ſolum commenſurabiles: & LC plus poteſt, quam CH quadrato rectæ lineæ ſibi longitudine incommenſurabilis; minuſque nomen CH commenſura- L M bile eſt rationali AC. quare LH apotome eſt quinta. oſtenſum autem eſt rectangulum, quod DG LH continetur, quadrato ex KF æquale eſſe. atque eſt N LH quidem apotome quinta; DG vero rationalis. ergo KF eſt quæ cum rationale medium totum efficit. & oſtenſa eſt DK ex binis nominibus. quare DF eſt exceſſus, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit.

COMMENTARIVS.

A Sit ſemicirculus in recta linea AC] *Gręcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* ἡμικύκλιον τὸ ἀπό τῆς α Γ. *lege* ἐπὶ τῆς α Γ.

Dico DF eſſe exceſſum, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum ratio- B
nali medium totum efficit.] *Græcus codex* οὕτως ἡ δζ. *legendum* ὅτι ἡ δζ.

Aequalis igitur eſt BK circumferentia circumferentiæ KG] *Græcus codex* C
mancus eſt, qui in hunc modum reſtituetur ἴση ἄρα ἐςὶν ἡ β κ περιφέρεια τῇ περιφε-
ρείᾳ κ η.

Quadratum igitur ex KC ſeſquitertium eſt quadrati ex CL] *quomodo hoc ſe-* D
quatur ſuperius dictum eſt.

Et DC plus poteſt, quàm CL quadrato rectæ lineę ſibi commenſurabilis lõ- E
gitudine] *Gręcus codex* καὶ ἡ δ γ τῆς γλ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ
lege τῷ ἀπὸ συμμέτρου.

Ergo DL ex binis nominibus eſt prima] *ex prima ſecundarum diffinitionum deci-* F
mi libri elementorum.

Recta igitur linea, quæ poteſt ſpacium contentum GD DL irrationalis eſt, G
quæ ex binis nominibus appellatur] *ex* 55 *decimi libri elementorum.*

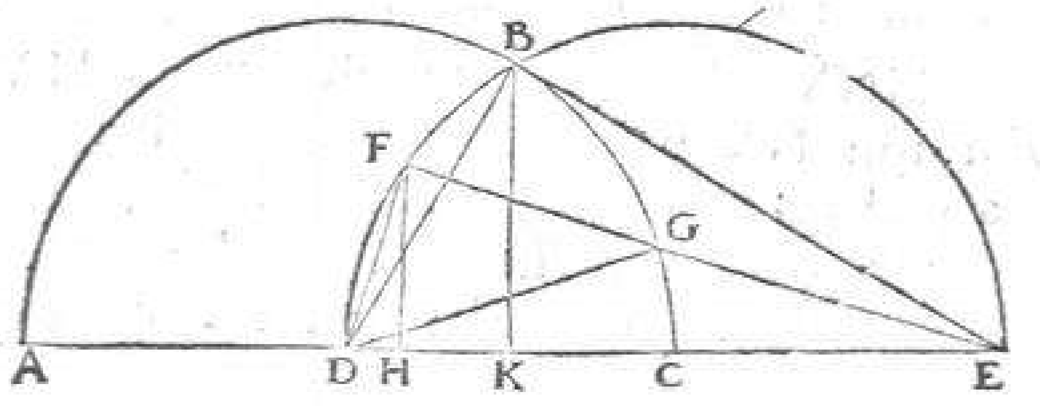
Quoniam enim triangulum GDK æquiangulnm eſt triangulo DKL] *ex* 8 H
ſexti elementorum Græcus codex. διὰ γὰρ τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ η δ κ τρίγωνον τῷ η λ
κ τριγώνῳ *lege* τῷ δ λ κ τριγώνῳ

Erit vt GD ad DK, ita KD ad DL] *ex* 4 *ſexti libri elementorũ. ex quibus, & ex* K
17 *eiuſdem libri ſequitur quadratum ex DK rectangulo GDL ęquale eſſe.*

Quare LH apotome eſt quinta] *ex quinta tertiarum diffinitionum decimi libri. poſt* L
*hæc in græco codex multa leguntur, quæ cum ſuperuacanea viſa ſint, nos conſulto omi-
ſimus.*

Oſtenſum autem eſt rectangulum, quod DG LH continetur quadrato ex M
KF ęquale eſſe] *Vbi hoc oſtenſum ſit nondum comperi, niſi fortaſſe ipſe oſtenderit in ſu-
perioribus, quod tamen non apparet. nos autem illud ipſum oſtendere ſequenti lemmate ni-
temur.*

Sint duo ſemicirculi ABC DBE: ſitque AD ęqualis ipſi DC: & ſumpto in circumferentia BD quouis puncto F, ducatur EF, quæ circumferentiam BC ſecet in G. & à punctis FB ad AC perpendiculares ducantur FH, BK. Dico rectangulum, quod ED HK continetur, quadrato ex FG æquale eſſe.



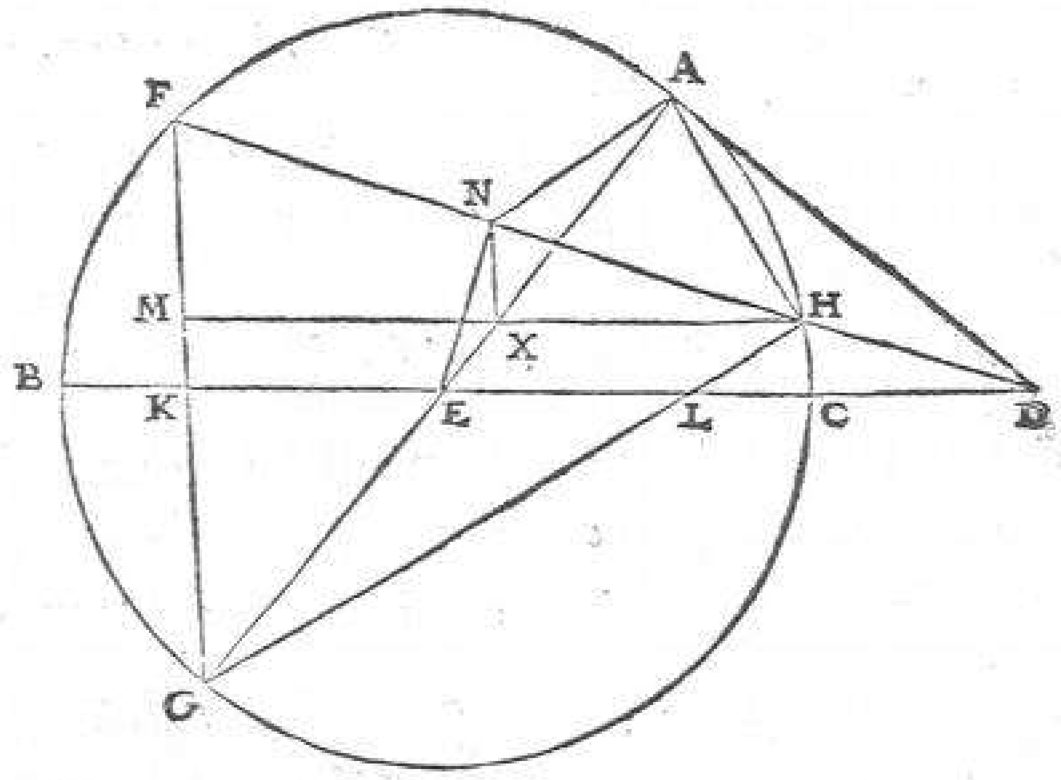
*Iungantur DB DG, quæ inter ſe æquales erunt, cum ſint à centro ad circumferentiam.
Et quoniam BD media proportionalis eſt inter ED DK ex
corollario 8 ſexti elementorũ,
erit quadratum ex BD, hoc eſt* 17. Sexti.
*quadratum ex DG rectangulo
EDK æquale. & eadem ratione iuncta DF, quadratum ex
FD ęquale eſt rectãgulo EDH.
quòd cum angulus DFG ſit rectus, quadratum ex DG ęquale eſt duobus quadratis, quæ* 47. primi
fiunt ex DF FG. rectangulum autem EDK eſt æquale duobus rectangulis, rectangulo Prima
ſcilicet EDH, & ei quod ED HK continetur. quorum rectangulum quidem EDK o- ſecundi.
*ſtenſum eſt æquale quadrato ex DG, rectangulum vero EDH æquale quadrato ex DF.
reliquum igitur rectangulum, quod continetur ED HK reliquo quadrato ex FG ęquale
erit, quod oportebat demonſtrare.*

Ergo KF eſt quæ cum rationali medium totum efficit] *ex* 96 *decimi li-* N
bri elementorum.

THEO-

THEOREMA IIII. PROPOSITIO IIII.

Sit circulus ABC, cuius centrum E, diameter BC, &
recta linea contingens AD, quæ cum BC in puncto D
conueniat. Ducatur autem DF, & iuncta AE producatur
A ad G, & FKG & GLH iungantur. Dico KE ipſi
EL æqualem eſſe.



Factum iam ſit, & ipſi KL parellela
B C ducatur HXM. ergo
MX eſt æqualis XH. ducatur
etiam a puncto E ad FH perpendicularis
D EN. æqualis igitur
eſt FN ipſi NH. erat autem
E F & MX æqualis XH. ergo
NX ipſi FM eſt parallela. &
angulus HNX æqualis eſt angulo
G NFM, hoc eſt angulo
HAX. & in circulo ſunt puncta
H K ANXH. eſt igitur angulus
ANH æqualis angulo AXH,
L M videlicet angulo AEL. & propterea
in circulo ſunt puncta
N AEND; rectus eſt enim vterque angulorum EAD END.
O Componetur autem ſic: Quoniam vterque angulorum EAD, END eſt
rectus, puncta ADEN in circulo erunt. æqualis igitur eſt angulus AND angulo
P AED. Sed angulus AED eſt æqualis angulo AXH, propterea quòd parallelæ
ſunt ED, XH. ergo in circulo ſunt ANXH puncta: & angulus HAX
Q angulo HNX eſt æqualis. angulus autem HAX æqualis eſt angulo HFM. ergo
FM ipſi NX eſt parallela. & eſt FN æqualis NH. quare & MX ipſi
R XH æqualis erit. eſtque vt XG ad GE, ita & XM ad EK, & HX ad LE.
S vt igitur XM ad EK, ita HX ad LE. & permutando. æqualis autem eſt
MX ipſi XH, ergo & KE ipſi EL eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

A Dico KE ipſi EL ęqualem eſſe.] *Græcus codex ὄυτως ἴση ἐςὶν. ἡ κε τῆ ελ. ſed forte legendum erit ὅτι ἴση ἐςὶ ἡ κε τῆ ελ.*

B Factum iam ſit] *hoc eſt ponatur KE æqualis EL.*

C Ergo MX eſt æqualis XH] *ob ſimilitudinem triangulorum MGX KGE; & XGH EGL.*

D Aequalis igitur eſt FN ipſi NB] *ex 3 tertii libri elementorum.*

E Ergo NX ipſi FM eſt parallela] *ex 2 ſexti elementorum. intelligatur autem iuncta NX Græcus codex ἴση ἄρα ἐςὶν ἡ νξ τῆ μζ. Sed legendum, vt opinor, παράλληλος ἄρα ἡ νξ τῆ μζ.*

F Et angulus HNX ęqualis eſt angulo NFM] *Ex 29. primi elementorum.*

G Hoc eſt angulo HAX] *Sunt enim anguli HAG, HFG æquales, ex 21. tertii libri elementorum.*

H Et in circulo ſunt puncta ANXH] *Hoc eſt in circuli circumferentia. Quoniam enim anguli HAX HNX ęquales ſunt, erunt puncta HANX in circumferentia eiuſdem circuli, ex conuerſa 21. tertii libri elementorum.*

K Eſt igitur angulus ANH æqualis angulo AXH] *Nam cum puncta HANX ſint in circumferentia eiuſdem circuli, anguli ANH, AXH æquales erunt, ex 21. tertii elementorum.*

L Videlicet angulo AEL] *ex 29. primi elementorum, quòd XH EC ſint parallelæ.*

M Et propterea in circulo erunt puncta AEND] *Quippe cum anguli AND, AED æquales ſint.*

N Rectus eſt enim uterque angulorum EAD, END] *Ob id etiam puncta AEND erunt in circumferentia circuli, quod anguli EAD* END *inter ſe ſint æquales, nempe recti.*

O Componetur autem ſic] *Hic incipit compoſitio, quam præcedere debet constructio eadem, quæ in reſolutione facta eſt.*

P Propterea quòd parallelæ ſint ED XH] *Græcus codex* διὸ τὰς παραλλήλους τὰ ε ξ θ. *forte legendum* διὰ τὰς παραλλήλους τὰς ε δ, ξ θ.

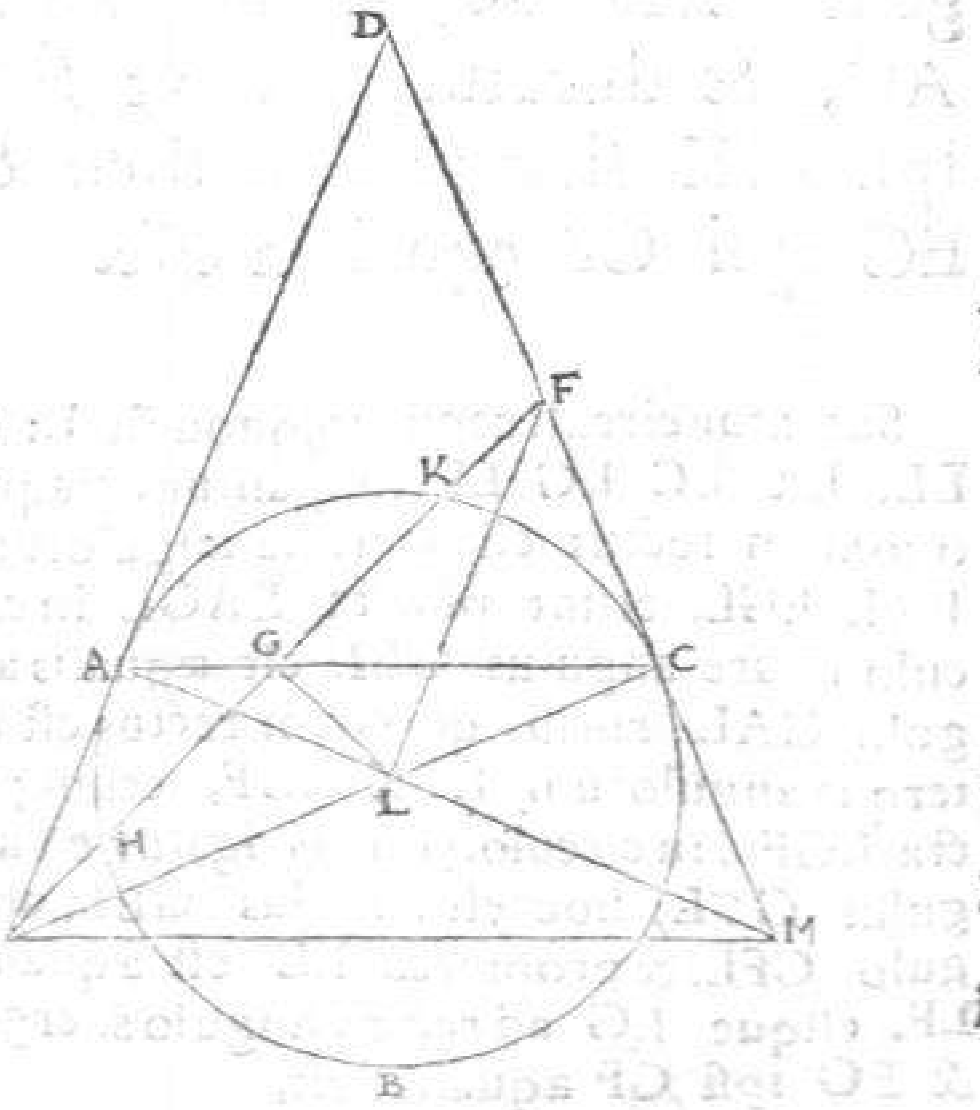
Q Angulus autem HAX eſt æqualis angulo HFM] *Ex 21. tertii elementorum, unde ſequitur, ut HNX angulus angulo HFM ſit ęqualis: & idcirco recta linea FM parallela ſit ipſi NX. Gręcus codex* ἀλλ' ἡ ὑπὸ θ α ξ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θ ν ξ. *Sed legendum* τῇ ὑπὸ θ ζ μ.

R Eſtque ut XG ad GE, ita & XM ad EK, & HX ad LE] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ὡς ἡ ξ ν πρὸς κ ε, οὕτως ἡ μὲν ξ μ πρὸς ε κ: τῇ δὲ θ ξ πρὸς λ ε. *legendum autem* καὶ ἔστιν ὡς ἡ ξ η πρὸς η ε, οὕτως ἡ μὲν ξ μ πρὸς ε κ, ἡ δὲ θ ξ πρὸς λ ε.

S Vt igitur XM ad EK] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ ξ μ πρὸς θ κ. *lege* πρὸς ε κ.

THEOREMA V. PROPOS. V.

Sit circulus ABC, &
contingentes rectæ lineæ
AD DC: iungatur autem
AC, & ducatur EF; ſit-
que EG æqualis GF. A
Dico & HG ipſi GK æ- B
qualem eſſe.



Ducatur ipſi AC parallela EM:
ſumaturque circuli centrum L.
& iungantur LA LF LC LM
LG. Quoniam igitur EG eſt
æqualis GF, & ME ipſi CF æqua- C
lis erit. atque eſt ad angulos re-
ctos ipſi CL: ergo LF eſt æ- D
qualis LM. & quoniam æqualis
eſt AD ipſi DC, erit AE ęqua- E

lis MC. eſt autem & AL ipſi LC æqualis, & angulus OAL rectus æqualis re
4. primi cto MCL ergo & EL æqualis LM, hoc eſt LF. Sed EG æqualis eſt GF;
F eſt igitur GL ad EF perpendicularis. quare HG ipſi GK æqualis erit.
3. tertij

COMMENTARIVS.

A Et ducatur EF, ſitque EG æqualis GF] *hoc eſt ducatur EF, ita vt EG ipſi GF ſit æqualis, Græcus codex* καὶ διήχθω ἡ ΕΖ. ἔσω ἴση ἡ ΗΘ τῇ ΗΖ. *legendum* καὶ διήχθω ἡ ΕΖ, καὶ ἔσω ἴση ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ.

B Dico & HG ipſi GK æqualem eſſe] *ſecet enim recta linea EF circuli circumferentiam in punctis HK. Græcus codex* οὕτως καὶ *poſt quę nonnulla deſiderantur. Ego ſic reſtituendum puto.* ὅτι καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΗΚ ἐστιν ἴση.

C Quoniam igitur EG eſt æqualis GF, & MC ipſi CF æqualis erit] *ex 2 ſexti elementorum. nam in triangulo EFM recta linea EM ipſi AC eſt parallela.*

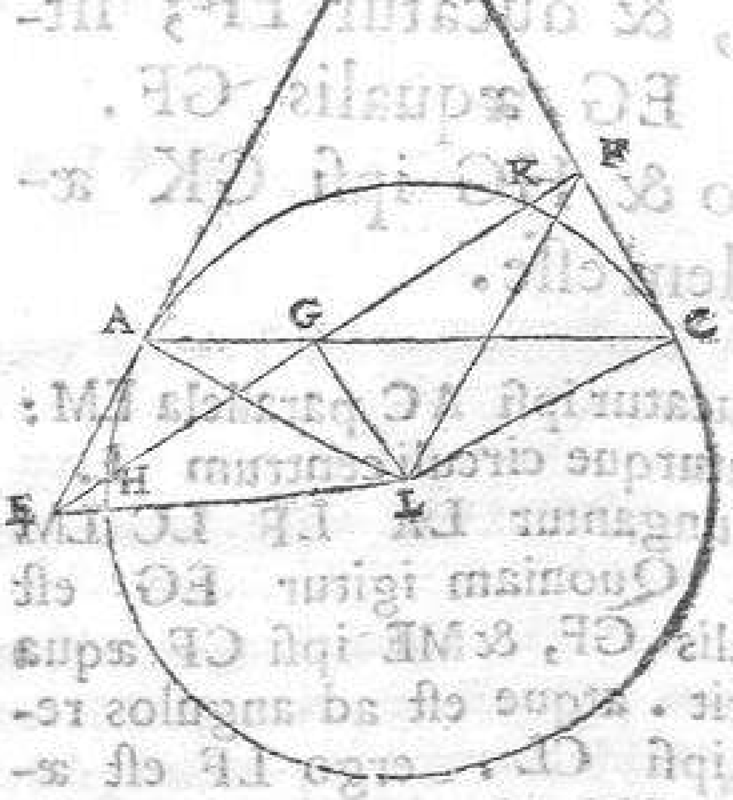
D Atque eſt ad angulos rectos ipſi CL. ergo LF eſt ęqualis LM] *Quoniam enim recta linea MCF tangit circulum in puncto C, continebit LC cum ipſa angulos rectos ex 18 tertii; & ſunt trianguli LFC duo latera LC CF æqualia duobus lateribus*
4. primi *LC CM trianguli LMC. ergo & baſis FL baſi LM æqualis erit.*

E Et quoniam ęqualis eſt AD ipſi DC, erit AE æqualis MC] *primum horum patet ex 36 tertii libri elementorum, videlicet ex ſecundo corollario, nos ad ipſam addidimus. & cum recta linea EM parallela ſit ipſi AC, fiunt triangula ADC EDM*
4. ſexto *inter ſe ſimilia. quare vt AD ad DC, ita ED ad DM. æquales autem ſunt AD DC ergo & ED DM æquales erunt; à quibus ſi auferantur AD DC, relinquetur AE ipſi MC ęqualis.*

F Eſt igitur GL ad EF perpendicularis] *Aequalia enim ſunt, & ſimilia triangula EGL GLF, quę ex æqualibus lateribus conſtant. ergo anguli ad G inter ſe æquales, & idcirco recti ſunt.*

THEOREMA VI. PROP. VI.

Sit circulus ABC, & contingentes AD DC; iungaturque AC, & ducatur EF, vt HG
A ipſi GK ſit æqualis. dico & EG ipſi GF ęqualem eſſe.



Sumatur circuli centrum, quod ſit L: & EL, LA LC LG LF iungantur. itaque quoniam rectus eſt vterque angulorum EAL EGL, erunt puncta EAGL in cir
B C culo quare angulus GEL eſt æqualis an
D gulo GAL rurſus quoniam rectus eſt vterque angulorum LGK LCF, erunt pũ
E cta LGFC in circulo. ęqualis igitur eſt angulus GCL, hoc eſt angulus GEL, angulo GFL. & propterea EL eſt æqualis LF, eſtque LG ad rectos angulos. ergo & EG ipſi GF æqualis erit.

COMMENTARIVS.

Dico EG ipſi GF æqualem eſſe] *Græcus codex* ὄυτως καὶ ἡ ε η τῆ η ζ ἐστιν ἴση *Ego* A
ſimiliter legerem ὅτι καὶ ἡ ε η τῆ κ ζ ἐστὶν ἴση.

Erunt puncta EAGL in circulo] *Hæc nos addidimus quæ in græco non erant, ſed tamen* B
deſiderari videbantur.

Quare angulus GEL eſt æqualis angulo GAL] *Græcus codex* ἴση ἐστιν ἡ ὑπὸ τῶν C
η ε λ γωνία &c. *Ego totum hunc locum ita reſtituerem.* ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῆς ὑπὸ
τῆς ε α λ, ε η λ, ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὰ ε α η λ σημεῖα ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η ε λ γωνία τῇ ὑπὸ
η α λ.

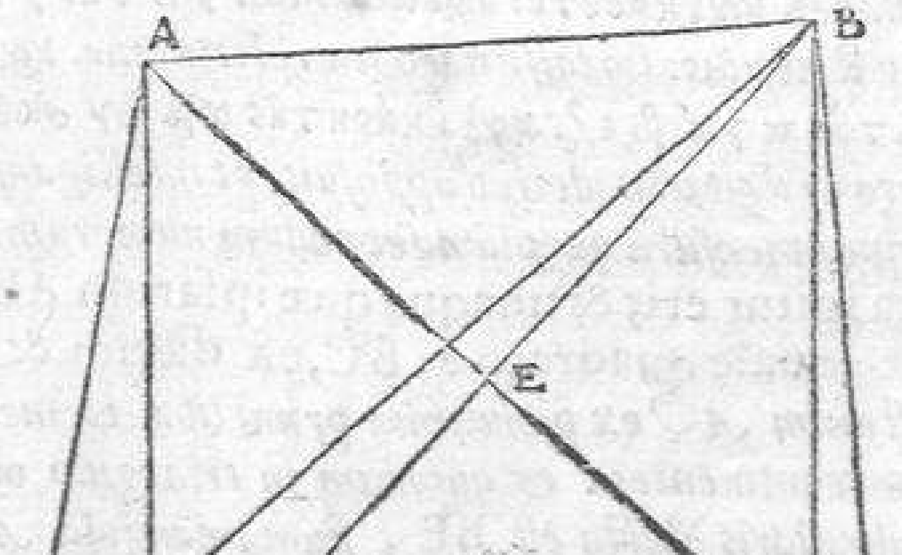
Rurſus quoniam rectus eſt vterque angulorum LGK LCF, erunt pũcta LGCF D
in circulo] *Græcus codex corruptiſsimus ẽ, in quo ſic legitur.* ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῆς ἀπὸ
τῆς λ η κ λ γ ζ κύκλων, ἐστὶ τὰ λ η γ ζ σημεῖα. *ego ſic legẽdũ arbitror.* ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα
τῆς ὑπὸ τῆς λ η κ λ γ ζ ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὰ λ η γ ζ σημεῖα.

Aequalis igitur eſt angulus GCL, hoc eſt angulus GEL angulo GFL] *Eſt enim* E
angulus GCL æqualis angulo GAL in triangulo æquicruri ALC. Sed angulo GAL æqualis erat angulus GEL. ergo anguli GCL GEL inter ſe æquales ſunt. Græcus codex ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η λ Γ γωνία. *lege* ἡ ὑπὸ τῶν η Γ λ γωνία.

Si ſint tres circuli poſitione, & magnitudine dati, qui ſeſe contingant, & qui ipſos comprehendit circulus magnitudine datus erit. præmittuntur autem hæc.

THEOREMA VII. PROPOS. VII.

Sit quadrilaterum ABCD, rectum angulum habens ABC, & datam vnamquamque rectarum linearum AB BC CD DA. oſtendendum eſt rectam lineam, quæ BD puncta coniungit, datam eſſe.

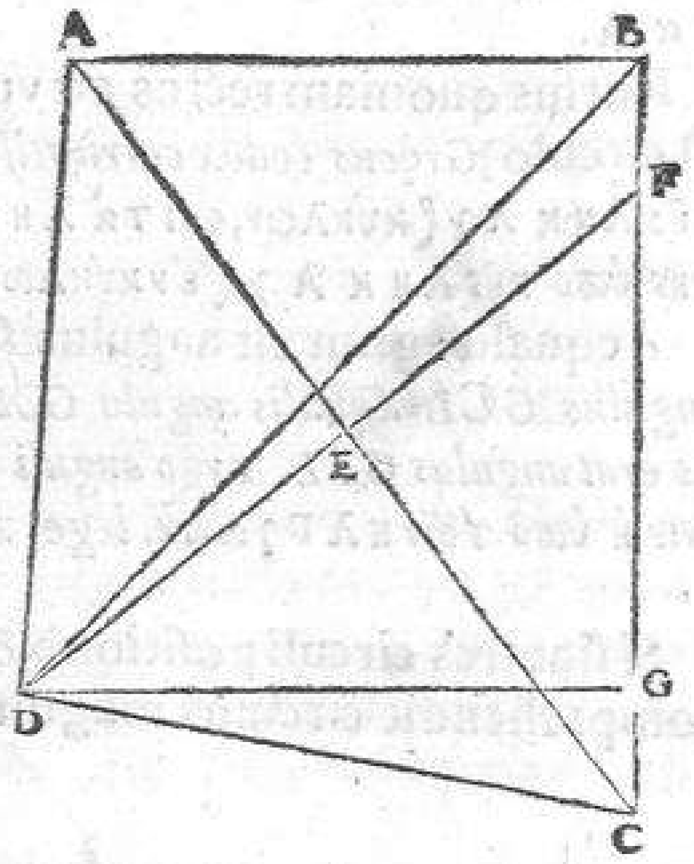


Iungatur AC, & perpendiculares A
ducantur, ad CD quidẽ recta linea
AG; ad AC uero ipſa BEF. & data
eſt in numeris vnaquæq; ipſarũ
AB BC: anguluſque ABC ẽ rectus,
& perpendicularis BE. data igitur B
erit & unaquæque ipſarũ AE, EC,
AC, BE. rectãgulũ. n. ACE cum ſit
æquale quadrato ex BC eſt datũ; &
data AC. quare & AE EC datæ erũt.
Rurſus qm̃ unaquæque rectarũ
linearũ AC CD DA eſt data: & eſt C
AG perpendicularis, data erit & D
vnaquæque ipſarum DG GC. etenim exceſſus, quo quadratum ex AC ſuperat E
quadratum ex DA, ad rectam lineam CD applicatas datũ facit exceſſum, quo recta
linea CG ipſam GD ſuperat, quod lemmate demonſtratũ eſt, adeo ut DG GC, AG
datæ ſint. Et quoniam triangulum AGC triangulo CEF æquiangulum eſt, vt F
GC ad CE, ita erit & AC ad CF, & AG ad EF. atque eſt proportio GC ad CE

data. datæ igitur erunt & CF FE. Sed & ipſæ EB BC. ergo & vnaquæque ipſa-
G rum FB BC CD eſt data. ducatur ad CF perpendicularis BH. datę igitur ſunt
H FH HC BH. quare & vtraque ipſarum DH HB eſt data. angulus autem BHD eſt rectus. ergo & BD data erit.

ALITER.

Ducatur ad AC perpẽdicularis DE, & ad F. produca-
K tur. Quoniam igitur data eſt vnaquęquæ rectarũ linearum AD DC CA, & perpendicularis DE, vtraque etiam AE EC erit data. & cum triangulum ABC triangulo CEF æquiangulum ſit, ut CE ad EF, ita erit CB ad BA. data eſt autem ipſius CB ad BA proportio. quare & proportio CE ad EF data erit. eſtque CE data. data igitur & EF. Sed & data DE. ergo tota DF erit data. Eadem ratione dabitur utraque ipſarum BF FC. Vt enim
L AC ad CB, ita FC ad CE. & data eſt proportio AC ad CB. quare & proportio FC ad CE dabitur. & eſt data CE. data igitur erit & CF. Rurſus a puncto D ducatur perpendicularis DG. data eſt igitur utraque ipſarum DG GF. ergo utraque BG GD
M data. & angulus ad G eſt rectus. quare & BD data erit.



COMMENTARIVS.

A Et perpendiculares ducantur; ad CD quidem recta linea AG; ad AC uero ipſa BEF. & data eſt unaquæquæ ipſarum AB BC] *Gracus codex corruptus, & mancus eſt, qui ſic habet.* καὶ κάθετοι ἤχθωσαν ἐπὶ μὲν τὴν γ δ ἡ α η, ἐπὶ δὲ τὴν τῶν α β β γ. δοθεῖσα ἐστιν ἡ ἐν ἀριθμοῖς. *fortaſſe uero ita reſtituetur.* καὶ καθετοι ἤχθωσαν, ἐπὶ μὲν τὴν γ δ ἡ α η, ἐπὶ δὲ τὴν α γ ἡ β ε ζ. καὶ ἑκάστη τῆς α β β γ δοθεῖσά ἐστιν ἐν ἀριθμοῖς, καὶ ὀρθή ἐστιν, &c. *illud uero* ἐν ἀριθμοῖς *idcirco appoſuit, vt intelligamus rectas lineas illas in numeris datas eſſe, nempe quas menſura quępiam ſecundum numerum metitur notum.*

B Data igitur erit & unaquæquæ ipſarum AE, EC, AC BE. rectangulũ enim ACE cum ſit ęquale quadrato ex BC, eſt datum, & data AC. quare & AE EC datæ erunt] *Data eſt enim AC ex penultima primi libri elementorum, quod datę ſint AB, BC, rectum angulum continentes: & quoniam in triangulo orthogonio ABC ab angulo recto ad baſim*
8. Sexti. *perpendicularis ducta eſt BE, fiunt triangula ABE EBC ſimilia toti, & inter ſeſe.*
17 ſexti. *quare cum ſit ut AC ad CB, ita BC ad CE, erit rectangulum ACE quadrato ex BC æquale. datum autem eſt quadratum ex BC, quòd & ipſa BC, & eſt AC data. ergo & CE data erit. Similiter & AE erit data. rectangulum namque CAE æquale eſt quadrato ipſius AB. Quod cum datæ ſint AE EC, & quadrata earum data erunt. ergo & datum quadratum ex BE: vtraque enim quadrata, quæ ex BE EC æqualia ſunt quadrato ex BC: & vtraque ex BE EA quadrata quadrato ex AB ſunt æqualia. Græcus codex* καὶ γὰρ τὸ ὑπὸ α γ ε ὂν τῷ ὑπὸ β γ γίνεται δοθέν. *legendum autem.* καὶ γὰρ τὸ ὑπὸ α γ ε ἴσον ὂν τῷ ἀπὸ β γ γίνεται δοθέν. καὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ α γ. ὥστε ἑκάστη τῆς α ε ε γ ἐστὶ δοθεῖσα.

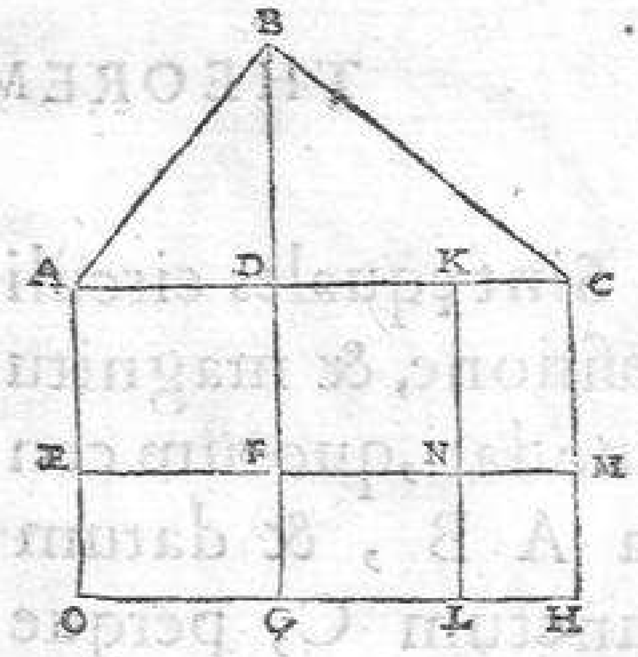
Et eſt AG perpendicularis] *Corrigendus græcus codex, qui ſic habet.* καὶ κάθετός ἐστιν C ἡ λη. *lege* ἡ αη.

Data erit & unaquæque ipſarum DG GC] *Demonſtratur hoc ſequenti lemmate. quã* D *quam ex 13. propoſitione ſecundi libri elementorum demonſtrari poteſt. nam ſi dimidium exceſſus, quo quadrata ex AC CD ſuperant quadratum ex AD, applicetur ad rectam lineam CD latitudinem faciet ipſam CG.*

Etenim exceſſus, quo quadratum ex AC ſuperat quadratũ ex DA ad rectã lineam E CD applicatus datum facit exceſſum, quo recta linea CG ipſam GD ſuperat, quod lemmate demonſtratum eſt] *Vbi hoc lemma ſit non uidi. Sed tamen nos illud idem demonſtrare aggrediemur.*

LEMMA.

Sit triangulum ABC, cuius latus BC maius ſit latere AB: & a puncto B ad AC perpendicularis ducatur BD. Dico ſi exceſſus, quo quadratum ex CB ſuperat quadratum ex BA ad rectam lineam AC applicetur, latitudinem facere exceſſum, quo recta linea CD ipſam DA ſuperat.



Fiat. n. ex recta linea AD quadratũ AEFD, & ex recta linea DC quadratum DGHC. deinde a recta linea DC abſciſſa DK ipſi AD æquali, per K ducatur KL parallela DG, & EF producatur ad M, ut rectam lineã KL in puncto N ſecet, & parallelogrammum ACHO compleatur. erit quadratum NH, quod fit ex recta linea KC, & DN quadratum æquale quadrato DE, ac propterea gnomõ KHF erit exceſſus, quo quadratũ DH ſuperat quadratũ DE. Sed parallelogrammũ EG ẽ æquale parallelogrãmo GN, cũ rectæ lineæ EF FN ſint æquales: & parallelogrãmũ GN æquale parallelogrãmo NC. ergo parallelogrãmũ EG ipſi NC æquale erit, & totũ EH parallelogrammum gnomoni KHF æquale. Quoniã igitur quadrato ex AB æqualia 47 primi ſunt utraque quadrata ex AD DB, & quadrato ex BC æqualia quadrata ex BD DC, ſublato communi quadrato ex BD, erit exceſſus, quo quadratũ ex CD ſuperat quadratum ex DA idem, quo quadratum ex CB quadratum ex BA ſuperat. Sed quadratum ex CD ſuperat quadratum ex DA gnomone KHF, hoc eſt parallelogrãmo EH. ergo parallelogrammũ EH eſt exceſſus, quo quadratum ex CB ſuperat quadratum ex BA. qui quidem exceſſus applicatus ad rectam lineam EM, hoc eſt ad AC latitudinem efficit HM, hoc eſt KC. atque eſt KC exceſſus, quo recta linea CD ipſam DA ſuperat. patet igitur uerum eſſe illud, quod proponebatur.

Et quoniam triangulum AGC triangulo CEF æquiangulum eſt] *Eſt enim an-* F *gulus ACG vtrique communis, & angulus FEC rectus æqualis recto AGC. quare & reliquus reliquo æqualis.*

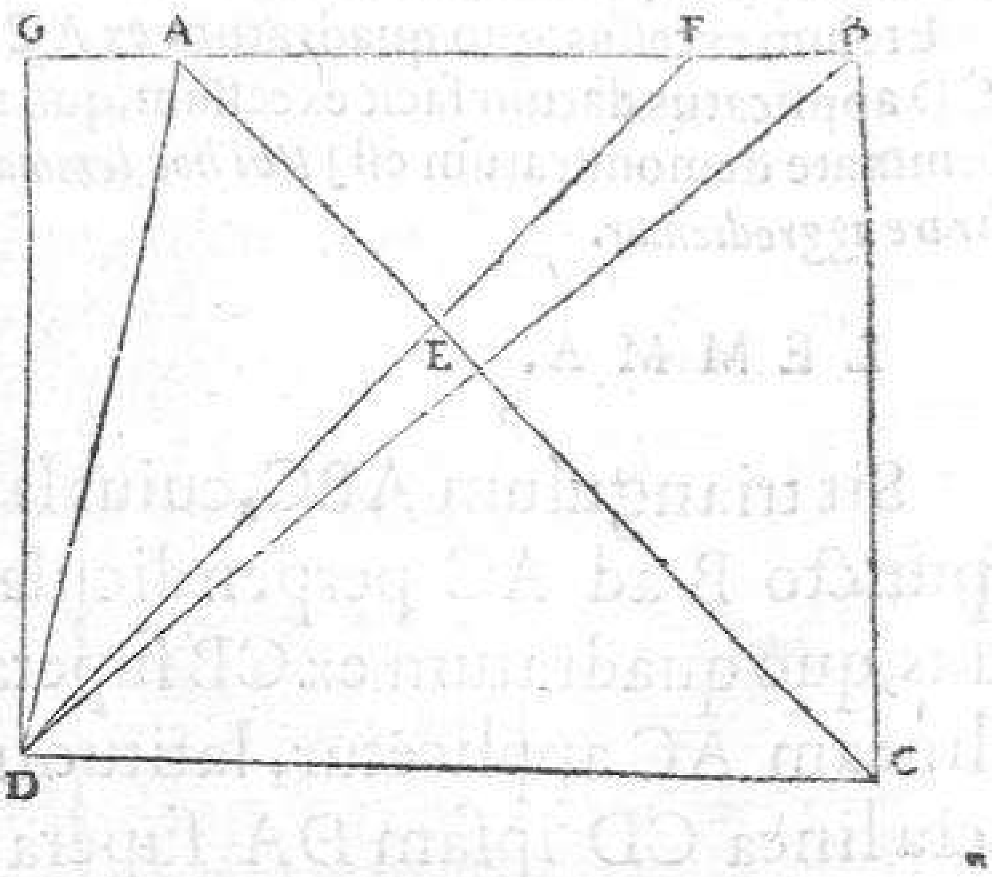
Datæ igitur ſunt FH HC BH] *Ex præmiſſo lemmate, quemadmodum ex DG GC AG.* G

Angulus autem BHD eſt rectus] *Græcus codex* καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ βθα *corrige* H ἡ ὑπὸ βθδ.

Quoniam igitur data eſt unaquęque rectarum linearum AD DC CA, & per- K pendicularis DE, erit & utraque ipſarum AE EC data] *Hoc concludetur quemadmodum in antecedente. Gręcus codex* ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἑκάστη τῆς αδ δγ γα, καὶ κάθετος ἡ δε, δοθεῖσα ἐστὶ ἑκατέρα τῆς αε εγ. *lege* καὶ ἑκατέρα τῆς αε εγ.

Et data eſt proportio AC ad CB. quare & proportio FC ad CE dabitur. & eſt CE data. data igitur & CF] *Cum autem* CF *data ſit, & tota* CB, *erit &* BF *data. In greco codice multa deſiderari uidentur; qui ſic habet.* καὶ δοθεὶς ὁ τῆς αγ πρὸς γβ λόγος. *ego hac addenda cenſeo.* δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ τῆς ζγ πρὸς γε λόγος. καὶ δοθεῖσα ἐστιν ἡ γε. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ γζ.

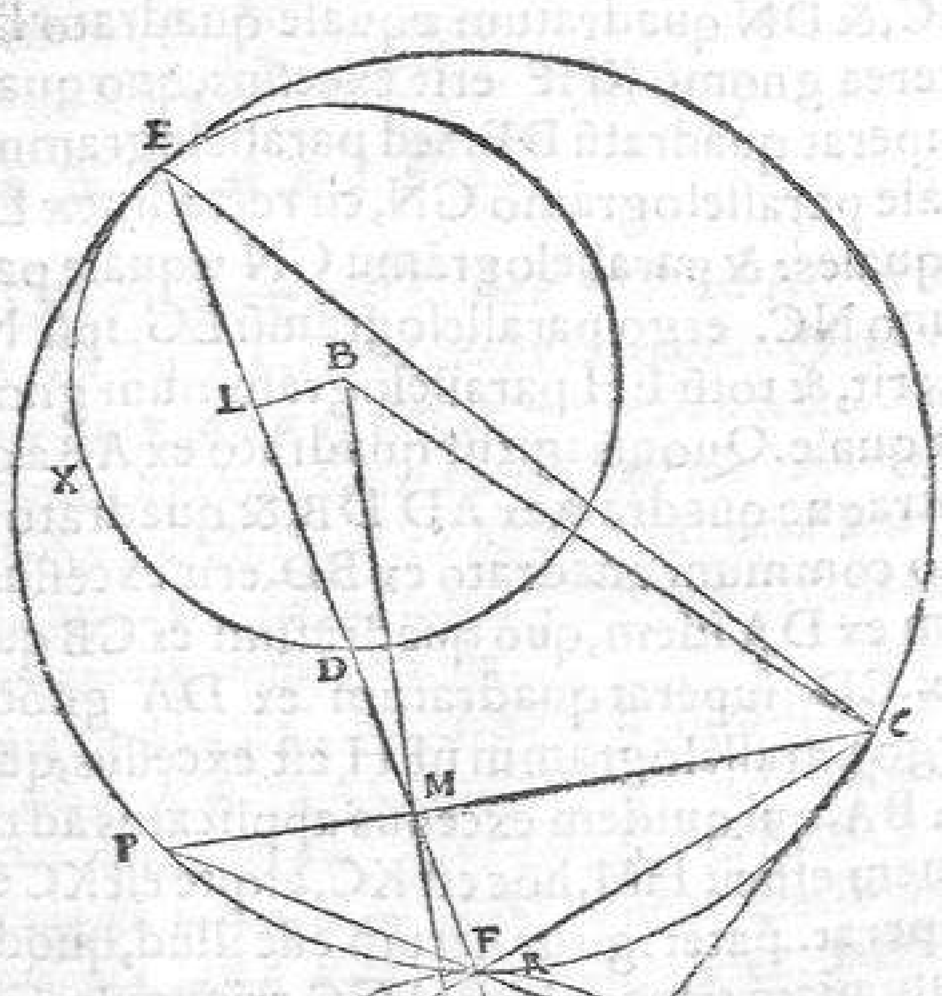
Quare & BD data erit] *Hoc modo propoſitum demonſtrabitur, quando recta linea DE producta cadit in* BC. *Quod ſi in AB cadat, vt in ſubiecta figura, erit triangulum AEF triangulo ABC ſimile. quare vt AB ad* BC, *ita AE ad EF. & eſt AE data. ergo &* EF. *Sed & data DE. & tota igitur DF data erit. vt autem BC ad CA, ita EF ad FA. & data eſt EF. quare & FA. Sed & AB data. ergo &* BF *dabitur. Rurſus a puncto D ad AB perpendicularis ducatur DG. erunt AG GF DG datæ. ergo &* GB*. atque eſt angulus ad* G *rectus. &* BD *igitur data erit.*



THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

A Sint ęquales circuli poſitione, & magnitu

B C dine dati, quorum centra A B, & datum punctum C, perque C deſcribatur circulus CEF, contingens circulos, quorum centra AB. Dico ipſius diametrum datam eſſe.



D Iungantur EFG CFH,

E CMP AB CE PFK HK. fit igitur GH ipſi CE parallela, propterea quod anguli ad uerticem EFC GFH æquales ſunt, & ſimiles circumferentiæ EPF GKF; & triangulum CEF triangulo FHG æquiangulum. Eadem quoque

F ratione & HK ipſi PC eſt parallela, & æquales ſunt circu-

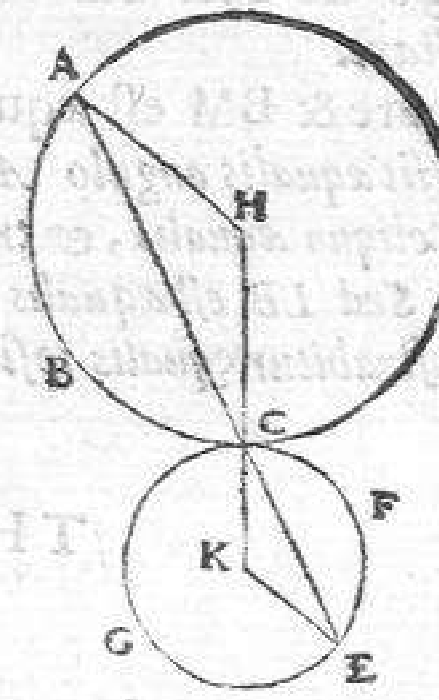
circuli,quorum centra AB. æqualis igitur eſt FG ipſi DE. ducantur perpendiculares AS BL. G ergo AS ipſi BL eſt æqualis. quare & BM æqualis MA, & H K LM ipſi MS. duo enim triangula BLM, ASM duos angulos ad uerticem æquales habent, & rectos angulos ad puncta LS. habent autem & unum latus vni lateri æquale,& perpendiculare,videlicet BL ipſi AS. Et data eſt unaquęque ipſarum ML LB MS SA, & ita FG DE, & BL LS. data igitur & vtraque ipſarum BM MA. Sed & utraque AC CB eſt data. poſitione.n.ſunt ABC puncta. quare triangulũ ABC ſpecie eſt datum. ergo & data erit CM, perpendiculari ſcilicet a puncto C ad ipſam AB ducta. Et quoniam data eſt NR diameter circuli GHK, & data MA, erit & reliqua MR data. Rurſus quoniam datum eſt rectangulum NMR, datum erit & ipſum GMF, hoc eſt EMF, hoc eſt CMP. & data eſt CM. data igitur & CP. Itaque cum circulus,cuius centrum A poſitione, ac magnitudine datus ſit, & data poſitione,ac magnitudine CP; ductęque ſint PFK,CFH,ita ut CP parallela ſit ipſi KH; data erit & diameter circuli circa triangulum CFP,hoc eſt CEF deſcripti.

COMMENTARIVS.

Sint æquales circuli poſitione, & magnitudine dati,quorum centra AB] *Circulos magnitudine datos hoc loco intelligere oportet, vt arbitror, quemadmodum ſupra, nempe quorum diametri in numeris dantur.* A

Et datum punctum C] *Vt datę quoque ſint rectæ lineę, quę a puncto C ad circulorum centra A B pertinent.* B

Perque C deſcribatur circulus CEF contingens circulos,quorum centra A B] *Contingat dictos circulos in punctis EF.* C

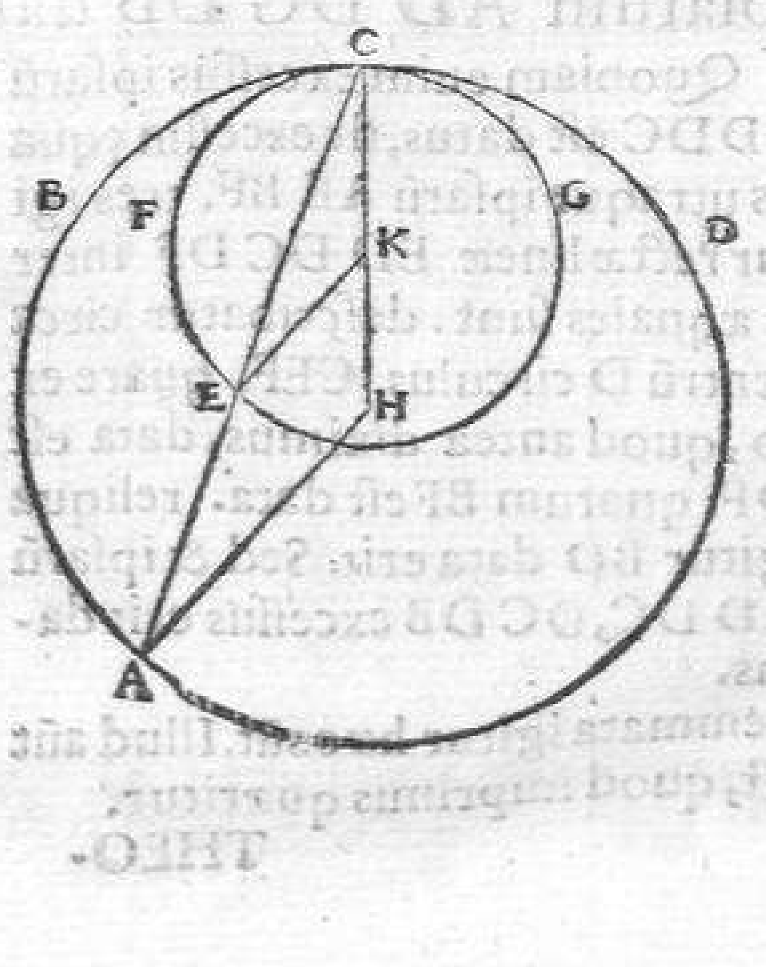


Iungantur EFG,CFH, CMP, AB CE PFK, HK] *Iungantur EF CF, & producantur, ut ſecet circulum, cuius centrum A in punctis GH. deinde iuncta AB, quę ſecet rectam lineam EF in M, ducatur CMP. & rurſus iuncta PF, productaque ad K, iungatur HK.* D

Fit igitur GH ipſi CE parallela, propterea quod anguli ad uerticem EFC GFH ęquales ſunt, & ſimiles circumferentiæ EPF GKF, & triangulum ECF, triangulo FHG eſt æquiangulum] *Ad hoc demonſtrandum infraſcripto lemmate utemur.* E

LEMMA.

Si duo circuli ſe mutuo, ſiue intus, ſiue extra contingant, recta linea, quæ per contactum ducitur, ſimiles eorum circumferentias abſcindit.



Sint duo circuli ABCD,FFCG,qui ſeſe in pũcto C contingant: & per C ducatur recta linea AB utrumque eorum ſecans. Dico circumferentiam ABC circumferentiæ EFC ſimilem eſſe. Sumantur enim circulorum centra HK, ut circuli ABCD centrum ſit H, circuli uero EFCG ſit centrum K, iungan-

turque

turque HA, KE, & HK, quæ per contactum C tranſibit ex 11. & 12. tertii libri elementorum. Itaque quoniam angulus ACH eſt æqualis angulo ECK, & circa alios angulos, qui ad HK latera ſunt proportionalia, eſt enim AH æqualis HC, quod a centro ad circumferentiam, & EK ipſi KC, & reliquorum vterque eſt recto minor: triangula AHC, EKC inter ſe ſimilia erunt, & angulus AHC angulo EKC æqualis. circumferentia igitur ABC ſimilis eſt circumferentię EFC, & idcirco reliqua ADC reliquæ EGC ſimilis. atque illud eſt quod oportebat demonſtrare.

Cum igitur circumferentia EPF ſimilis ſit circumferentiæ GKF, erit angulus ECF æqualis angulo FHG. Sed anguli ad verticem EFC GFH ſunt æquales. reliquus igitur angulus CEF reliquo HGF æqualis erit. & triangulum triangulo æquiangulum. quare ex 28. primi ſequitur rectam lineam HG ipſi CE parallelam eſſe.

F Eadem quoque ratione & HK ipſi PC eſt parallela] *Eſt enim ex iis, quę demonſtrata ſunt, circumferentia PF ſimilis circumferentię FK, & circumferentia CF ipſi FH. quare & angulus PCF angulo FHK eſt æqualis, angulusque CPF angulo HKF; & qui ad verticem PFC ipſi HFK, & triangulum FPC triangulo FHK ęquiangulum. recta igitur linea HK rectæ PC eſt parallela.*

G Aequalis igitur eſt FG ipſi DE] *Quoniam enim circumferentia EXD ſimilis eſt circumferentiæ EPF, atque eidem ſimilis eſt FKG circumferentia; erit & circumferentia EXD circumferentiæ FKG ſimilis, & ſunt æqualium circulorum. recta igitur linea ED rectę FG æqualis erit.*

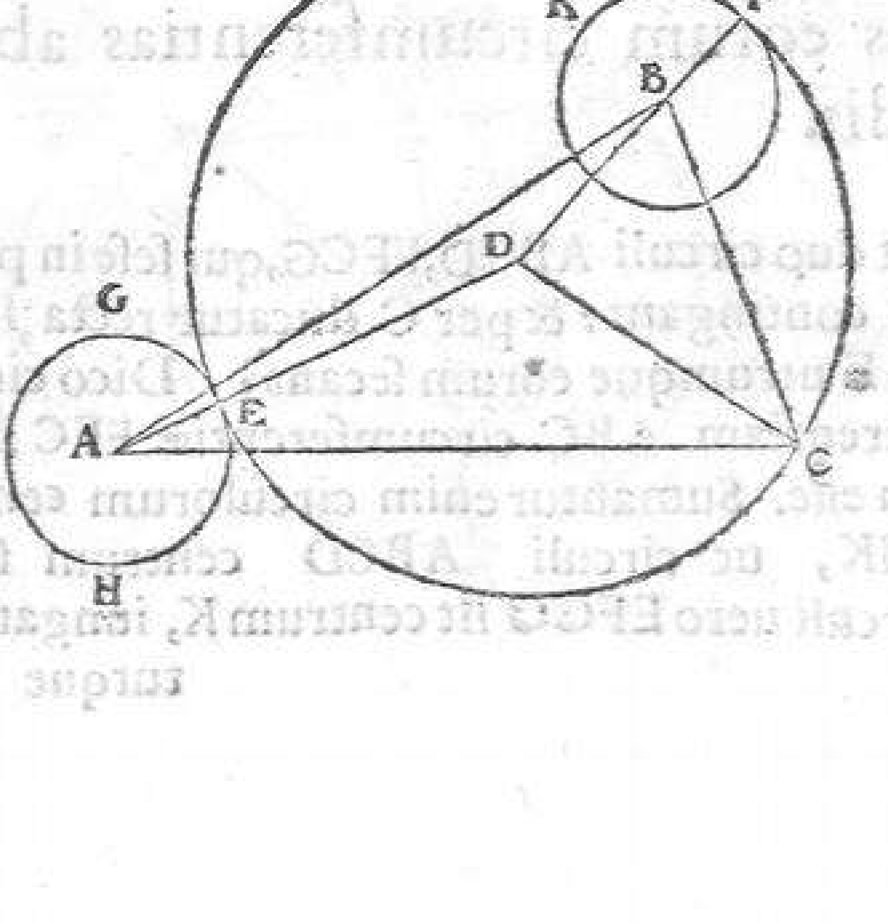
H Ergo AS ipſi BL eſt æqualis] *In circulo enim ęquales rectæ lineæ ęqualiter a centro diſtant.*

K Quare & BM eſt æqualis MA, & LM ipſi MS] *Nam cum angulus ad verticem BML ſit æqualis angulo AMS, & rectus angulus ad L ęqualis recto ad S; erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. Vt igitur LB ad SA, ita BM ad MA. Sed LB eſt æqualis SA. ergo & BM ipſi MA æqualis erit. & eadem ratione LM demonſtrabitur ęqualis ipſi MS.*

THEOREMA IX. PROPOS. IX.

Sit triangulum ABC, habens unumquodque latus datum; & punctum intra D: & quo ſuperat AD ipſam DC, eo ſuperet CD ipſam DB; ſitque exceſſus datus. Dico unamquamque ipſarum AD DG DB datam eſſe.

Quoniam enim exceſſus ipſarũ AD DC eſt datus, ſit exceſſui ęqualis utraque ipſarũ AE BF. tres igitur rectæ lineæ ED DC DF inter ſe æquales ſunt. deſcribatur circa centrũ D circulus CEF. quare ex eo, quod antea diximus, data eſt DF. quarum BF eſt data. reliqua igitur BD data erit. Sed & ipſarũ AD DC, DC DB exceſſus erit datus.

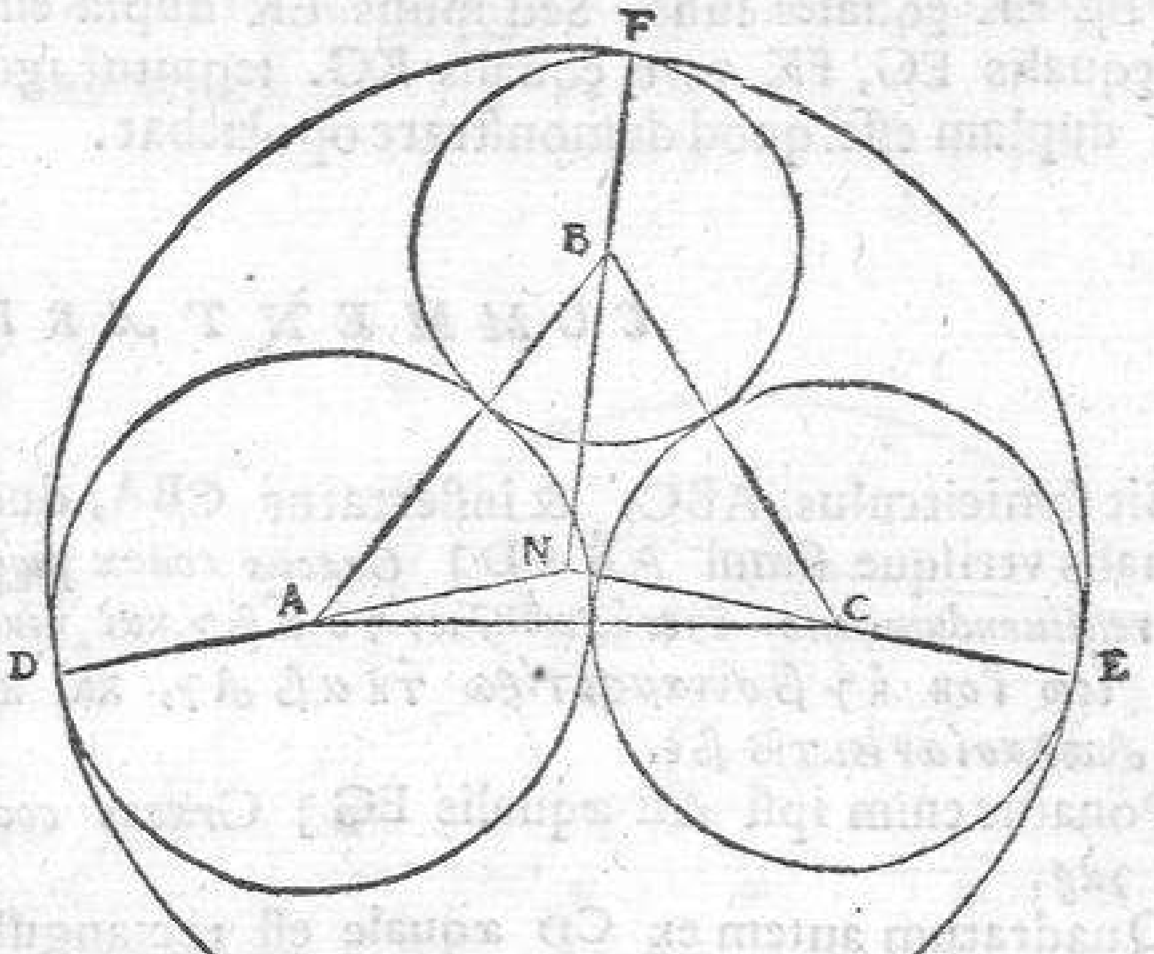


Lemmata igitur hæc ſũt. Illud aũt eſt, quod imprimis quæritur.

THEOREMA X. PROPOSITIO X.

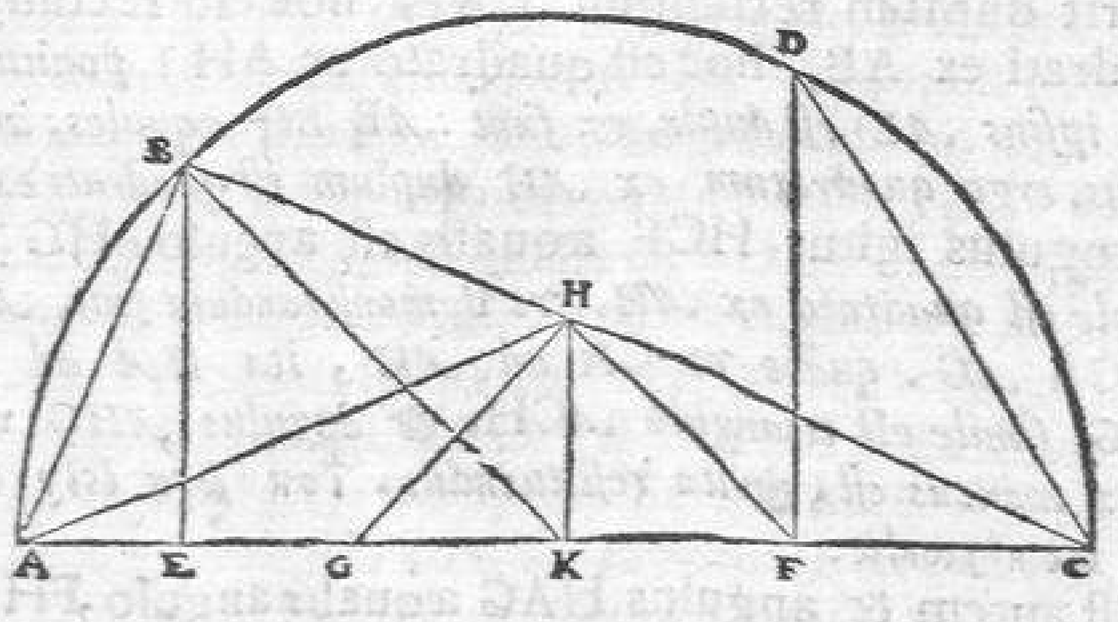
Sint tres circuli inæquales, qui ſeſe contingant, & datas habeant diametros, quorum centra ABC: & circa ipſos ſit circulus contingens DEF, cuius oporteat diametrum inuenire.

Sit autem ipſius centrũ N: & centra ABC iungãtur, AB AC CB, & præterea NAD NBF NCE ducantur. Itaque quoniam diametri circulorum, quorum centra ABC, datæ ſunt, fiet etiam vnaquæque ipſarum AB BC CA data, & differentiæ ipſarũ AN NC NB datæ. ex eo igitur, quod ante deſcriptum fuit, data eſt AN. ſed & AD data. quare circuli DEF diameter dabitur, & hoc quidem vnum terminum habet. reliqua autem ſubſcribam.



THEOREMA XI. PROP. XI.

Sit ſemicirculus ABC, & inflectatur CBA. ducaturque CD ita, vt CB ſit æqualis vtriſque ſimul AB CD, & perpẽdiculares BE DF ducantur. Dico AF ipſiꝰ BE duplã eſſe.



Ponatur enim ipſi AE æqualis EG: & BH æqualis AB, iunganturque AH HG HF: & ducta HK perpendiculari, iungatur

tur BK. Quoniam igitur CB æqualis eſt vtriſque AB DC, quarum BH ipſi
BA eſt æqualis, reliqua HC reliquæ CD æqualis erit; ergo quadratū ex CD eſt
C æquale quadrato ex GH. quadratum autem ex CD æquale eſt rectangulo
D ACF. rectangulum igitur ACF quadrato ex GH eſt æquale, & ob id angu-
E lus FHC ęqualis eſt angulo HAG. rurſus quoniam rectangulum CAE ęqua-
F le eſt quadrato ex AB, erit duplum rectanguli CAE, hoc eſt rectangulum
G CAG, æquale duplo quadrati ex AB, hoc eſt quadrato ex AH. angulus igitur
H HCF æqualis eſt angulo AHG. eſt autem & angulus HAG æqualis angulo
K FHC. ergo reliquus AGH reliquo HFC eſt æqualis, ac propterea GH ęqualis
L HF. & ducta eſt HK perpendicularis; quare FK ipſi KG æqualis erit. Et quo-
M niam vterque angulorum ABH AKH rectus eſt, & quadrilaterum ABH eſt in
N circulo, angulus BHA æqualis erit angulo BKA; angulus autem BHA eſt di-
midia pars recti. ergo & dimidia recti eſt BKA. rectus autē BEK angulus. qua-
6. primi. re BE EK ęquales ſunt. Sed ipſius EK dupla eſt AF, quoniam AE quidē
eſt ęqualis EG, FK vero ęqualis KG. ſequitur igitur rectam lineam AF ipſius
BE duplam eſſe. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sit ſemicirculus ABC, & inflectatur CBA, ducaturque CD, ita ut CB ſit ęqualis vtriſque ſimul AB CD] *Græcus codex magna ex parte mancus eſt, quem ita reſtituendum puto.* ἔϛω ἡμικύκλιον τὸ αβγ, καὶ κεκλάϛθω ἡ γβα, καὶ διήχθω ἡ γδ· καὶ ἔϛω ἴση ἡ γβ συναμφοτέρῳ τῇ αβ δγ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν βε δζ. ὅτι ἡ αζ διπλασίων ἐϛὶ τῆς βε.

B Ponatur enim ipſi AE æqualis EG] *Græcus codex* καὶ κείϛθω γάρ. *lege* κεῖϛθω γάρ.

C Quadratum autem ex CD æquale eſt rectangulo ACF] *eſt enim CD media proportionalis inter AC CF. nam ducta AD erit ex octaua ſexti elementorum triangulum ADC ſimile triangulo CFD, & vt AC ad CD, ita DC ad CF.*

D Et ob id angulus FHC ęqualis angulo HAG] *Quoniam ob ſimilitudinem triangulorum ADC CFD, vt AC ad CD, hoc eſt ad CH, ita DC ad CF, hoc eſt HC ad CF, erit triāgulū AHC triangulo HCF ſimile ex 6 ſexti elementorum, cum circa eundem angulum, qui adeſt ad C latera proportionalia ſint, ergo & anguli angulis æquales, quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.*

E Rurſus quoniam rectangulum CAE æquale eſt quadrato ex AB] *namque AB media proportionalis eſt inter CA AE ex octaua ſexti elementorum.*

F Erit duplum rectanguli CAE, hoc eſt rectangulum CAG ęquale duplo
quadrati ex AB, hoc eſt quadrato ex AH] *ponitur enim AE ęqualis EG, quare*
AG ipſius AE eſt dupla. & ſunt AB BH æquales, anguluſque ABH in ſemicirculo
45. primi *rectus. ergo quadratum ex AH duplum eſt quadrati ex AB.*

G Angulus igitur HCF æqualis eſt angulo AHG] *quoniam rectangulum CAG*
17. ſexti. *æquale eſt quadrato ex AH, vt demonſtrandum fuit, AH media proportionalis erit in-*
6 *ter CA AG. quare vt CA ad AH, ita HA ad AG. rurſus igitur triangulum*
AHG ſimile eſt triangulo ACH, & angulus AHG angulo ACH æqualis. Græcus
codex mancus eſt, & ita reſtituendus. ἴση ἄρα ἐϛὶν ἡ ὑπὸ τῆς θγζ γωνία τῇ ὑπὸ
τῆς αθη γωνία.

H Eſt autem & angulus HAG æqualis angulo FHC] *ex eo, quod proxime demonſtratum eſt.*

K Ergo reliquus AGH reliquo HFC eſt ęqualis] *hoc eſt reliquus angulus trianguli AHG æqualis reliquo trianguli HCF, vt etiam triangula AHG HCF ſimilia ſint.*

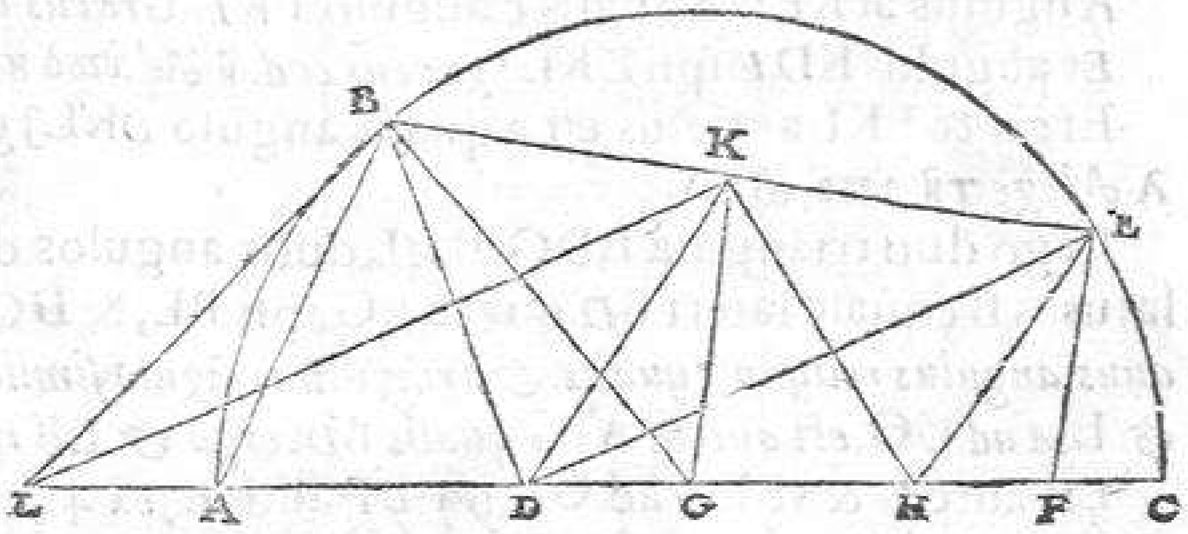
Ac propterea GH ęqualis HF] *cum enim anguli AGH HFC ſint æquales, & reliqui* L
ex duobus rectis HGF HFC æquales erunt, itemque æquales rectæ lineæ GH HF. 6.primi.

Et quadrilaterum ABHK eſt in circulo [*Si enim circa diametrum AH circulus de-* M
ſcribatur, per BK puncta tranſibit. 31 tertii

Angulus BHA ęqualis erit angulo BKA [*Quippe cum in eadem circuli portione* N
conſiſtant.

THEOREMA XII. PROPOS. XII.

Sit ſemicirculus ABC, & inflectatur ABD, ſitque AB æqualis BD: ipſi uero BD ducatur ad rectos angulos DE, & BE iungatur; cui ad rectos angulos ducatur EF: ſitque centrum G; & ut AG ad GD, ita ſit DH ad HF, & iungatur HE. Dico angulũ BED angulo DEH æqualem eſſe.



Ducatur a puncto G ad BE perpendicularis GK, & iungatur KD, ergo BK ē æqualis KE, 3. tertii. atque eſt āgulus BDE rectus: tres igitur rectæ lineæ BK KD A KE inter ſe æquales ſũt; & GK 28.prim. parllela eſt ipſi EF. B Itaque quoniam angulus KED eſt ęqualis 5. primi. āgulo DEH, C atq; eſt DK æqualis KE; erit angulus KDE ęqualis 28.primi angulo KED. & idcirco KDE āgulus ipſi DEH ē æqualis. & DK parallela eſt EH. Ducatur ipſi DE parallela KL, & CD ad L producatur, iũgaturque BL: Quoniam igitur KL quidem ipſi DE parallela eſt: KG vero parallela. EF, & KD ipſi EH, erit triangulum 4. ſexti. KLG æquiangulum triangulo EDF, & triangulum DKG triangulo HEF. quare vt LG ad GK, ita DF ad FE: & vt KG ad GD, ita EF ad FH: ergo ex æquali vt LG ad GD ita DF ad FH: & diuidendo vt LD ad DG, ita DH ad HF, ponebatur autem & D vt DH ad HF, ita AG ad GD: vt igitur LD ad DG, ita DH ad HF, hoc eſt AG ad GD. 9 quinti. quare LD ipſi AG eſt æqualis. & ob id LA ipſi DG. Sed & AB eſt æqualis BD. ergo E F LB ipſi BG æqualis erit. At BG eſt æqualis vtrique LD AG. ergo BL ipſi LD. Quo- G niam enim KL parallela eſt DE, & DK ipſi KE, æqualis; erit BKL angulus æqualis an- 4. primi. gulo LKD. & quoniam BK æqualis eſt KD, & angulus BKL angulo DKL. erit & BL 5. primi. ipſi LD æqualis. Compoſitio vero reſolutioni congruens erit. Quoniam enim DK H K æqualis eſt KE, & angulus KDE angulo KED eſt æqualis. angulus autem KED ęqua- L lis eſt angulo BKL: & angulus KDE ipſi DKL ob lineas parallelas KL, ED. ergo & 5. primi BKL angulus eſt æqualis angulo DKL, Sed & BK æqualis eſt KD. baſis igitur BL baſi LD æqualis erit. quare & angulus LBD angulo BDA, hoc eſt angulo DAB, hoc eſt M ABG. cõis auferatur angulus ABD. reliquus igitur LBA æqualis eſt reliquo DBG. Sed & BDG æqualis ipſi BAL. ergo duo triãgula BDG BAL duos angulos duobus ãgulis ęquales habẽt, & latus AB ęquale lateri BD. quare BG ipſi BL, & DG ipſi LA ē ęqualis, ꝓptereaq; LD ipſi AG. Itaq; qm̃ vt AG ad GD, ita poniť eẽ DH ad HF, atq; ē AG ęqualis LD, erit vt LD ad DG, ita DH ad HF: & cõponẽdo vt LG ad GD, ita DF

NO ad FH, eſt autē & vt LG ad GK, ita DF ad FE. & vt KG ad KG ad GD, ita EF ad FH. P & angulus EFH eſt æqualis angulo KGD ob lineas parallelas EF KG. ergo angulus EHF angulo KDG eſt ęqualis: & idcirco recta linea KD rectæ EH parallela. angulus igitur KDE, hoc eſt KED angulo DEH æqualis erit. 28 prim. 29

COMMENTARIVS

A Tres igitur rectæ lineę BK KD KE inter ſe æquales ſunt] *Si enim centro K & interuallo KB circulus deſcribatur, tranſibit is per punctum D. ergo KD ipſi KB eſt æqualis.*

B Itaque quoniam angulus KED eſt æqualis angulo DEH & reliqua] *Hic incipit reſolutio. ponit enim illud, quod demonſtrare oportet.*

C Et idcirco KDE ipſi DEH eſt æqualis.] *Græcus codex.* ὅτι ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ γδε τῇ ὑπὸ δεσ ἴση ἐστιν. *lege* τῇ ὑπὸ δεθ.

D Et ob id LA ipſi DG] *Nempe ablata vtrique communi AD.*

E Ergo LB ipſi BG æqualis erit] *Quoniam enim AB eſt æqualis BD, erunt anguli BAD, BDA inter ſe æquales; & itidem æquales, qui ex duobus rectis relinquuntur BAL BDG. ergo & baſis LB baſi BG eſt æqualis.* 3 primi.

F At BG eſt æqualis vtrique LD AG] *Etenim LD oſtenſa eſt æqualis AG, & eſt AG ipſi GB æqualis; a centro namque ad circumferentiam ducuntur.*

G Quoniam enim KL parallela eſt DE, &, DK ipſi KE ęqualis, erit BKL angulus æqualis angulo LKD] *Aliter oſtendit BL LD æquales eſſe. nam cum KL DE ſint parallelæ, ſitque DK æqualis KE; erit angulus BKL æqualis angulo KED. Sed angulus KED eſt æqualis angulo KDE. hoc eſt angulo LKD. angulus igitur BKL angulo LKD eſt æqualis.* 5 prim. 29

H Angulus āt KED æqualis ē angulo BKL] *Græcus c.* ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ κδε *lege* ὑπὸ κεδ.

K Et angulus KDE ipſi DKL] *græcus cod.* ἡ δὲ ὑπὸ κδε τῇ ὑπὸ βκλ. *lege* τῇ ὑπὸ δκλ.

L Ergo & BKL angulus eſt æqualis angulo DKL] *græcus codex* καὶ ἡ ὑπὸ βκλ τῇ κλδ *lege* τῇ ὑπὸ δκλ.

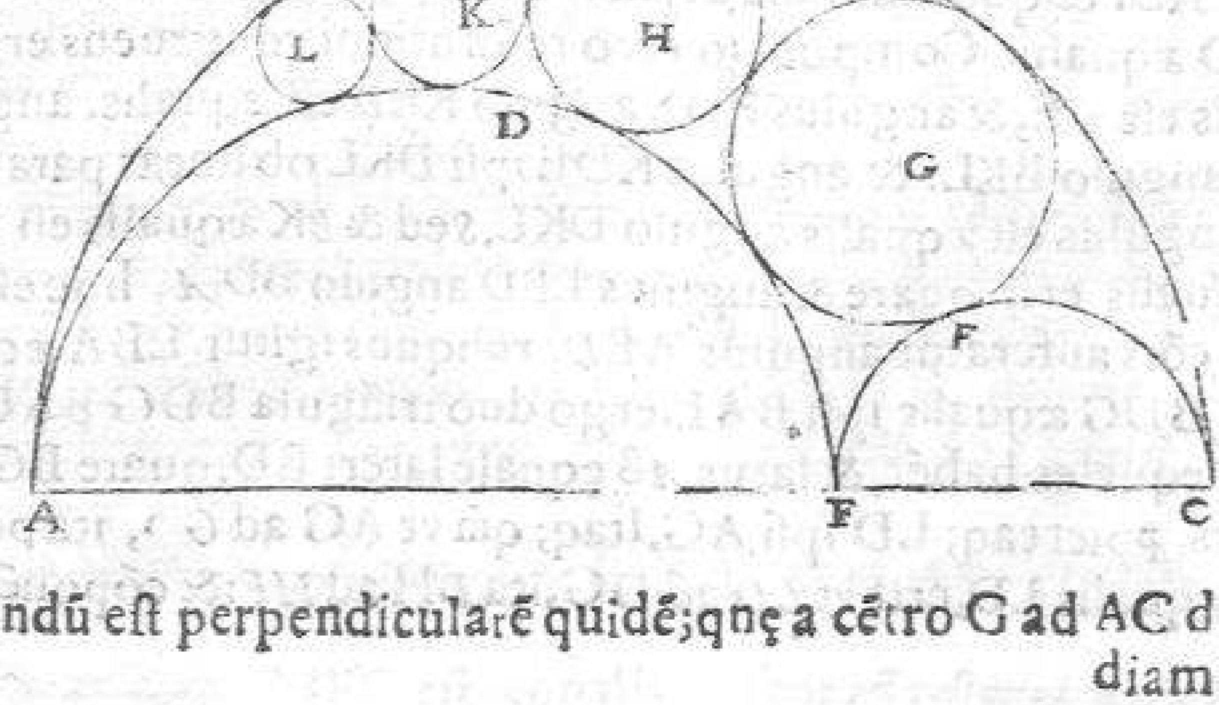
M Ergo duo triangula BDG BAL duos angulos duobus angulis ęquales habēt, & latus AB ęquale lateri BD. quare BG ipſi BL, & DG ipſi LA eſt ęqualis] *Erit n. et reliquus angulus reliquo æqualis. & triāgulū triāgulo ſimile. quare vt AB ad BD ita LB ad BG & LA ad DG. eſt autem AB æqualis BD. ergo & LB ipſi BG, & LA ipſi DG eſt æqualis.*

N Eſt autem & vt LG ad GK, ita DF ad FE] *ex 4 ſexti element. Nā cum rectæ lineæ LK DE parallelæ ſint, itemque parallelæ KG EF, erunt triangula LKG DEF inter ſe ſimilia.*

O Et vt KG ad GD, ita EF ad FH] *Eſt enim vt LG ad GK, ita DF ad FE, & conuertendo vt KG ad GL, ita EF ad FD. Sed vt LG ad GD, ita DF ad FH. ergo ex æquali vt KG ad GD ita EF ad FH.*

P Ergo angulus EHF angulo KDG eſt æqualis.] Nam cum ſit *vt KG ad GD, ita EF ad FH: & angulus ad G ſit æqualis angulo ad F: erunt & reliqui anguli reliquis angulis ęquales, ex 6. ſexti libri elementorum.*

Circūfertur in quibuſdā libris antiqua propoſitio huiuſmodi.



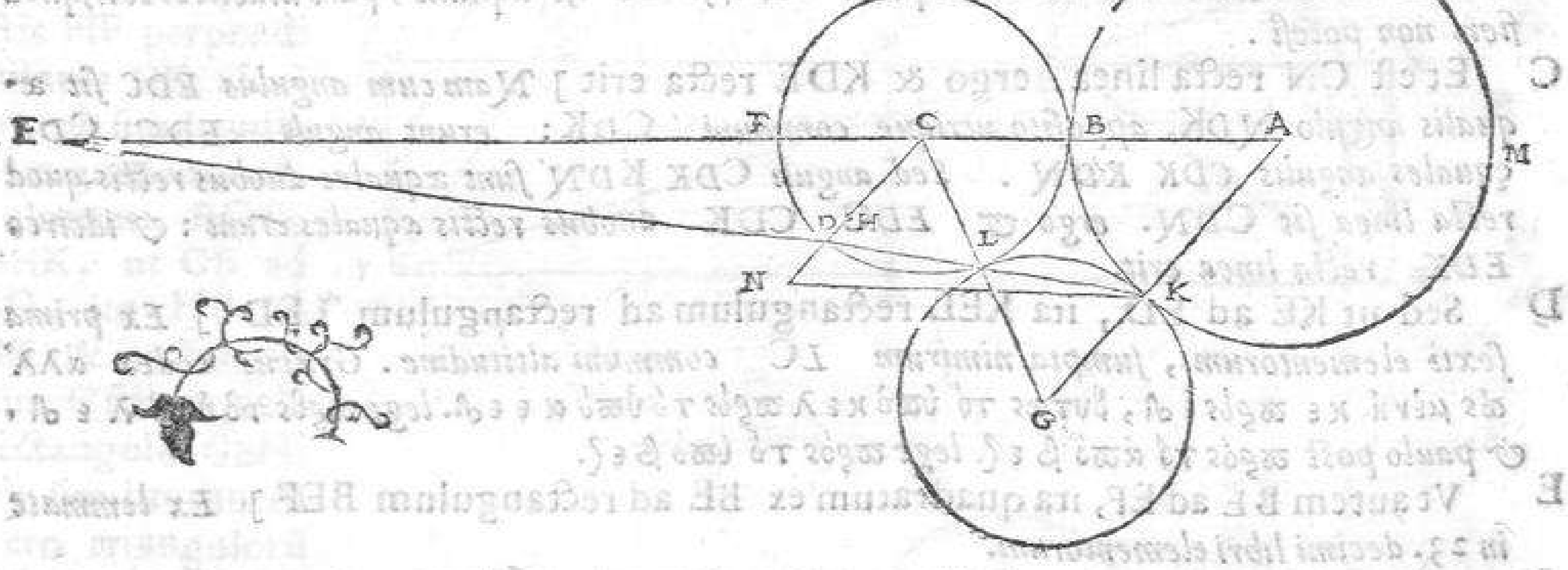
Ponātur tres ſemicirculi ſeſe cōtingentes ABC, ADE, EFC: & in ſpacio inter ipſorū circūferētias intereiecto, quod ἄρβηλον vocāt, deſcribātur quotcūque circuli, qui tū ſemicirculos, tū ſeſe mutuo cōtingant, vt circa centra GHKL, oſtendendū eſt perpendicularē quidē; quę a cētro G ad AC ducitur,

diametro

diametro circuli circa G deſcripti ęqualem eſſe. perpendicularem uero, quæ ab H ducitur, duplam eſſe diametri circuli circa H deſcripti: & quæ a K ducitur, triplam: & quæ deinceps, multiplices eſſe propriarum diametrorum iuxta numeros deinceps ſeſe vnitate ſuperantes, infinitę facta circulorum deſcriptione. Sed prius lemmata nonnulla demonſtrabuntur.

THEOREMA XIII. PROPOS. XIII.

Sint duo circuli FB BM circa centra AC, quæ ſeſe in B contingant, & eorũ maior
ſit BM. ſit prętęrea alius circulus KL circa centrum G, ipſos contingens in KL, & iun A
gantur CG AG, quæ per KL tranſibunt. iunctaq; KL, & producta ſecabit quidẽ cir-
culum CB, rectæ uero lineæ, quæ centra AC producitur, occurret: propterea quod
trapezii AKLC latus AK maius eſt latere CL. occurrat autem in E, ſecans circulum
in D. oſtendendum eſt ut AB ad BC, ita eſſe AE ad EC. Eſt autem manifeſtũ, iuncta A
CD. etenim fiunt triangula CDL LKG æquiangula, quæ angulos ad uerticẽ ęquales
habent, & latera proportionalia, ita ut alterni anguli GCD CGA ſint æquales, &
ſit CD parallela ipſi AK. Vt igitur AE ad EC, ita AK ad CD, hoc eſt ita AB ad BC. 4. ſexti



Cõuerſum quoq; huius perſpicuũ eſt. ſi.n. ſit ut AB ad BC, ita AE ad EC, erit KD in eadem recta linea, in qua DE.

Parallela.n. eſt AK ipſi CD. & ut AB ad BC, hoc eſt ut AE ad EC, ita AK ad CD. In eadẽ igitur recta linea eſt KD, in qua DE. Si.n. recta linea, quæ per KE ducitur nõ trãſeat per D, ſed per H, erit ut AE ad EC, ita AK ad EH, quod fieri nõ poteſt. ſimiliter neque extra D trãſibit, ſecans CD productã, ut in pũcto N. nã rurſus erit ut AE ad EC, ita AK ad CM, quod itidẽ fieri nõ põt. ut.n. AE ad EC, ita eſt AK ad CD. vel hoc modo Ducatur per K ipſi AE parallela KN. erit ACNK. parallelogrammum, & AK ęqualis CN. Et qm̃ ut AE ad EC, ita AK, hoc eſt CN ad CD; erit diuidẽdo ut AC ad CE, ita ND ad DC. & permutãdo, ut AC, hoc ẽ ut KN ad ND, ita EC ad CD. ſũtq; circa ęquales angulos, qui ad NC latera proportionalia. Simile igitur eſt triangulũ EDC triãgulo DNK. quare angulus EDC angulo NDK eſt æqualis. & eſt CN recta linea, ergo & KDE recta erit. Dico p̃terea KEL rectãgulũ quadrato ex EB ęquale eẽ.

19 quin. Quoniam enim ut AE ad EC, ita AB ad BC, hoc eſt ad CF; erit & reliqua
2. sexti. BE ad reliquam EF, ut AE ad EC, hoc eſt ut KE ad ED. Sed ut KE ad ED,
D ita KEL rectangulum ad rectangulum LED. vt autem BE ad EF, ita quadra
E tum ex BE ad rectangulum BEF. atque eſt rectangulum LED æquale rectangu-
F lo BEF, rectangulum igitur KEL quadrato ex EB æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Etenim fiunt triangula CDL LKG æquiangula, quæ angulos ad verticem æquales habent, & latera proportionalia, ita ut alterni anguli GCD CGA ſint ęquales: & *ſit* CD parallela ipſi AK] *Quoniam enim trianguli CDL angulus CLD eſt æqualis angulo KLG trianguli LKG, & circa alios angulos DCL LGK latera proportionalia, immo uero æqualia, aliorum autem uterque eſt minor recto: triangula CDL LKG ęquiangula erunt, & angulus GCD angulo CGA æqualis. ergo recta linea CD rectæ AK parallela erit. Græcus codex* γίνεται γὰρ ἰσογώνια τὰ γδλ λκη. τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥσαι, ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ δηγ γηα γωνίας ἐναλλὰξ, καὶ παράλληλον τὴν Γδ καὶ τῇ ακ *lege* γίνεται γὰρ ἰσογώνια τὰ Γδλ λκη τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα. ὥσαι ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ ηγδ γηα γωνίας ἐναλλὰξ. καὶ παράλληλον τὴν γδ τῇ ακ.

B Erit & ut AE ad EC, ita AK ad CH, quod fieri non poteſt.] *Eſt enim ut AE ad EC, ita AK ad CD. quare CH ipſi CD eſt æqualis, pars uidelicet toti, quod fieri non poteſt.*

C Et eſt CN recta linea. ergo & KDE recta erit] *Nam cum angulus EDC ſit æqualis angulo NDK, appoſito utrique communi CDK: erunt anguli EDC CDK ęquales angulis CDK KDN. Sed anguli CDK KDN ſunt æquales duobus rectis, quod recta linea ſit CDN. ergo & EDC CDK duobus rectis æquales erunt: & idcirco EDK recta linea erit.*

D Sed ut KE ad ED, ita KEL rectangulum ad rectangulum LED] *Ex prima ſexti elementorum, ſumpta nimirum LC communi altitudine. Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ κε πρὸς εδ, οὕτως τὸ ὑπὸ κελ πρὸς τὸ ὑπὸ αεεδ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ λεδ. *& paulo poſt* πρὸς τὸ ἀπὸ βεζ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ βεζ.

E Vt autem BE ad EF, ita quadratum ex BE ad rectangulum BEF] *Ex lemmate in 23. decimi libri elementorum.*

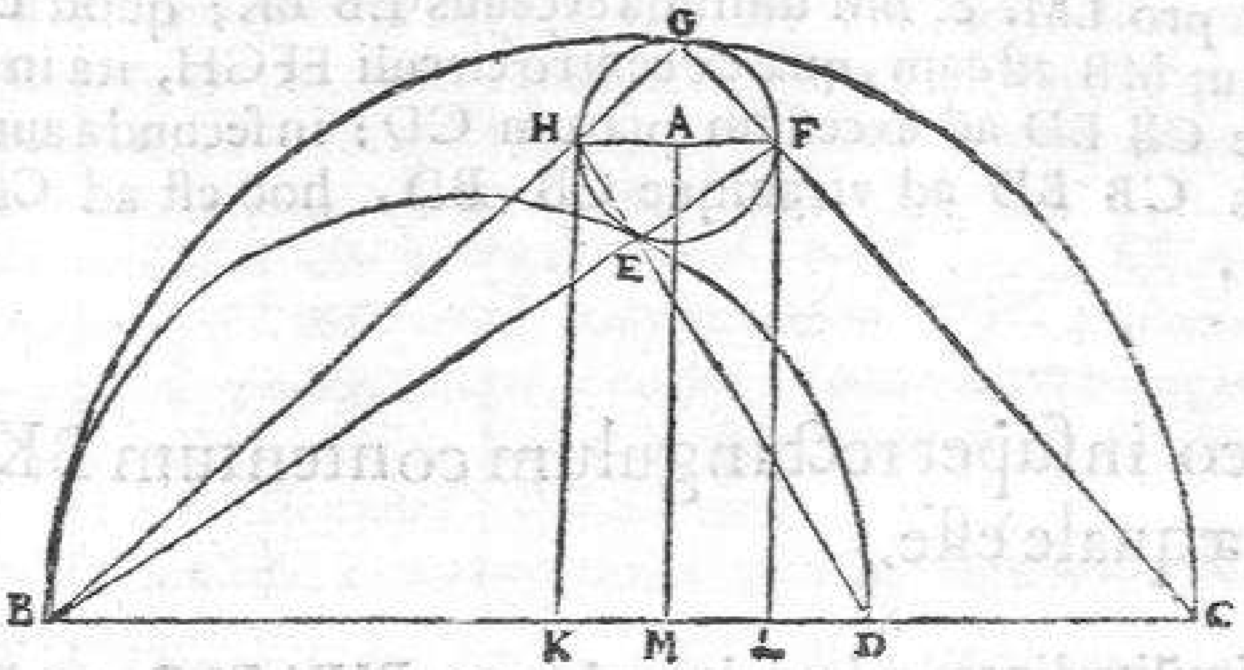
F Atque eſt rectangulum LED æquale rectangulo BEF] *Ex 36. tertii elementorum, videlicet ex primo corollario, quod nos in ipſam conſcripſimus.*

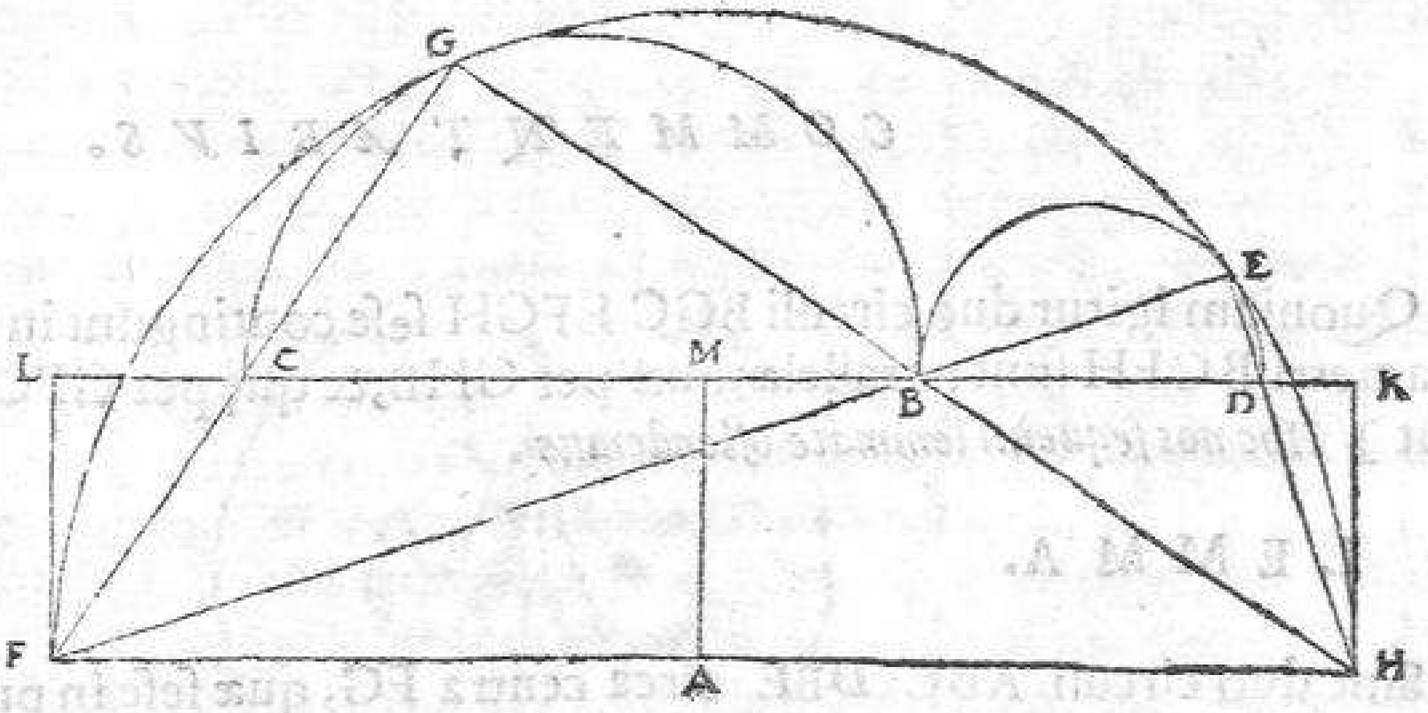
THEOREMA XIIII. PROPOSITIO XIIII.

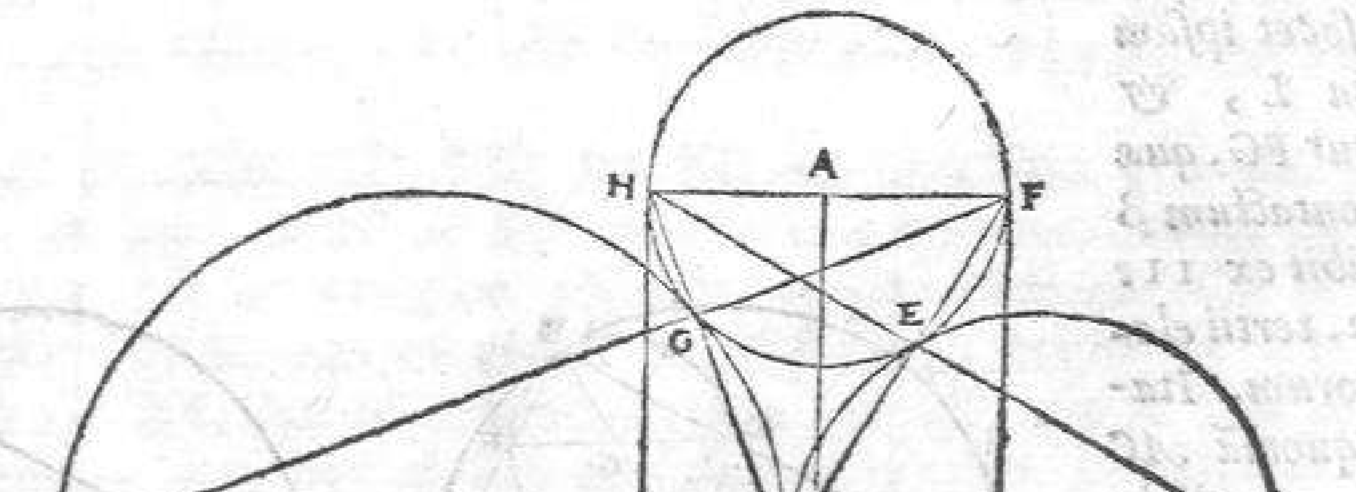
Sint duo ſemicirculi BGC BED: & ipſos contingat circulus EFGH: a cuius centro A ad BC baſim ſemicirculorum perpendicularis ducatur AM. Dico ut MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita eſſe in prima figura vtramque ſimul CB BD ad earum exceſſum CD; in ſecunda vero, & tertia figura, ita eſſe exceſſum CB BD ad vtramque ipſarum CB BD.

Duca-

Ducatur per A
ipſi BC parallela A
HF. Quoniam
igitur duo circuli
BGC EFGH ſeſe
contingunt in pũ-
cto G, & eorum
diametri BC FH
ſunt parallelæ,
quæ per GHB, &
quæ per GFC du
citur recta linea
erit. Rurſus quo
niam duo circuli
BED, EFGH ſeſe
in puncto E con-
tingunt, & paral-
lelæ ſunt eorũ dia
metri HF BD; re
cta linea erit tum
quæ per FEB, tum
quæ per HED
tranſit. Ducan-
tur etiam a pun-
ctis HF perpendi
culares HK FL. B
erit ob ſimilitudi-
nem quidem triã-
gulorum BGC,
BHK, ut CB ad C
BG, ita HB ad 16 sexti.
BK: & rectangu-
lum CBK æquale
rectangulo GBH.
ob ſimilitudinem
uero triangulorũ
BFL BED, ut DB
ad BE, ita FB ad
BL: & DBL rectã
gulum æquale re-
ctangulo FBE.
rectangulum au-
tem GBH eſt æ- D
quale ipſi FBE.
ergo & CBK re-







ctangulum rectangulo DBL æquale erit. Quod ſi a puncto F perpendicula- E
ris ducta cadat in D, erit rectangulum CBK æquale quadrato ex DB. In pri- F
ma igitur figura erit ut CB ad BD, ita LB ad BK. quare & ut utraque CB BD G
ad earum exceſſum CD, ita utraque LB BK ad earum exceſſum KL. & eſt u-
triuſque LB BK dimidia BM, propterea quod KM eſt æqualis HA, ipſius ve- H
ro LK dimidia eſt MK. vt igitur utraque CB BD ad DC, ita BM ad MK.
In ſecunda autem & tertia figura, quoniam rectangulum CBK communiter o-
ſtenſum eſt æquale rectangulo DBL, erit ut CB ad BD, ita LB ad BK. & com- 14 sexti
ponendo

K ponendo vt CD ad DB, ita LK ad KB. quare & ut CD ad exceſſum CB BD,
L ita KL ad exceſſum LB BK. atque eſt ipſius KL dimidia, quæ ex centro circuli
M EFGH pro LM. & BM dimidia exceſſus LB BK; quòd LM ſit æqualis AF.
N ergo & ut MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita in prima quidem figura
O utraque CB BD ad exceſſum ipſarum CD; in ſecunda autē, & tertia figura, ita
exceſſus CB BD ad vtramque CB BD, hoc eſt ad CD ex conuerſa ſcilicet
ratione.

P Dico inſuper rectangulum contentum BK LC quadrato ex AM æquale eſſe.

Q Ob ſimilitudinem enim triangulorum BHK FLC, vt BK ad KH, ita eſt FL
16 sexti ad LC. & quod continetur BK LC eſt æquale contento HK FL; hoc eſt quadra-
R to ex AM. Quod cum ſit ut BC ad CD, ita BL ad LK, rectangulum con-
tentum BC & KL, hoc eſt diametro circuli æquale erit contento BL & DC.
S & cum ſit ut BD ad DC, ita BK ad KL, rectangulum, quod continetur BD
& KL, hoc eſt diametro circuli, rectangulo contento BK & DC æquale erit.

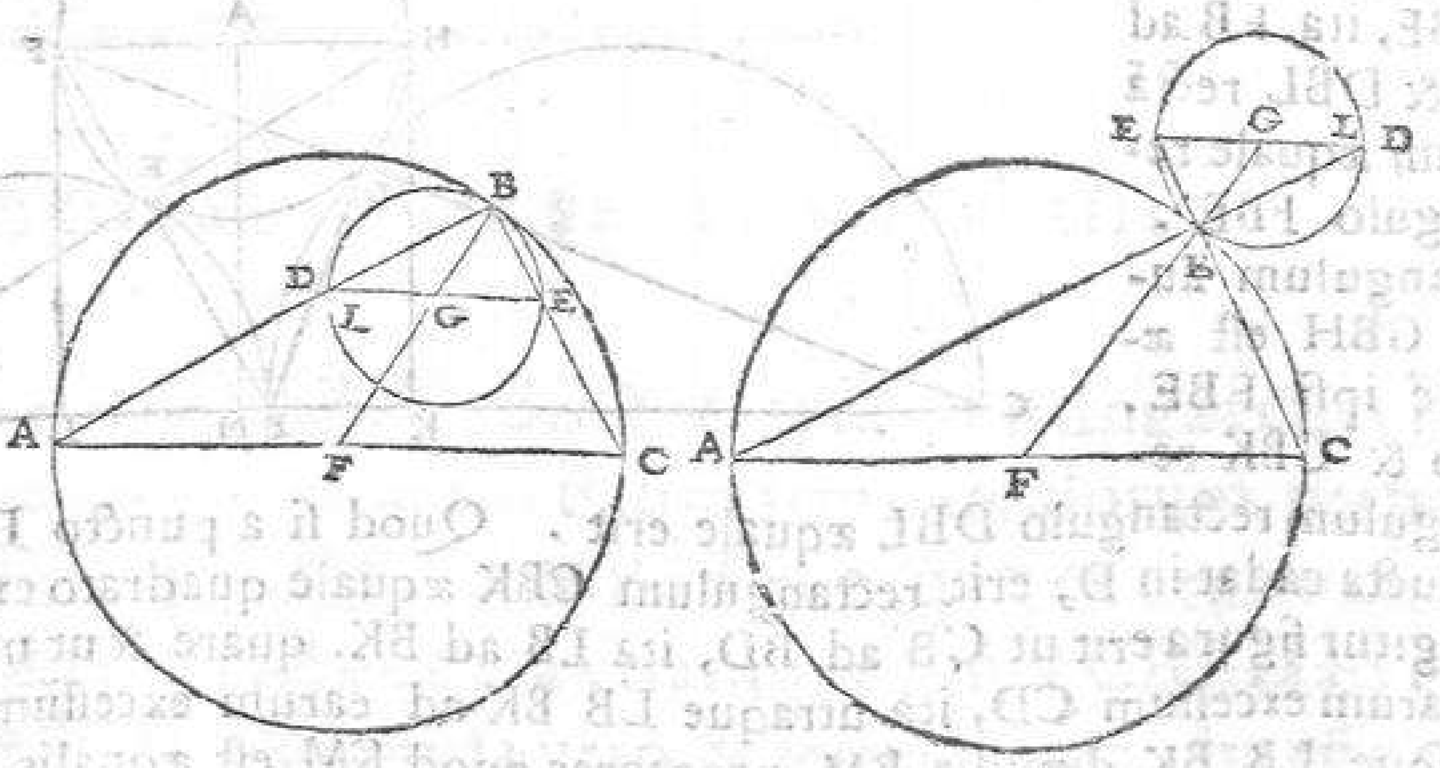
COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur duo circuli BGC EFGH ſeſe contingunt in puncto G, & eorum diametri BC FH ſunt parallelæ; quæ per GHB, & quę per GFC ducitur recta linea erit] *Hoc nos ſequenti lemmate oſtendemus.*

LEMMA.

Sint duo circuli ABC DBE circa centra FG, quæ ſeſe in puncto B contingant; & per FG ducantur diametri inter ſe parallelę AFC DGE, iunganturque AB CB. Dico rectam lineam AB per punctum D, & rectam CB per punctum E tranſire. hoc eſt ADB, CEB rectas lineas eſſe.

Iuncta enim AB ſecet ipſam DE in L, & ducatur FG, quæ per contactum B tranſibit ex 11. & 12. tertii elementorum. Itaque quoniā AC DE parallelæ ſunt, fient triangula ABF LBG inter ſe ſimilia. angulus .n. BLG 29 prim. *eſt æqualis angulo BAF, & angulus LBG vel vtrique communis, uel ad uer-*



ticem

ticem ergo & reliquus reliquo ęqualis. vt igitur BF ad FA, ita BG ad GL. ſed vt BF ad FA, ita eſt BG ad GD. nam BF eſt æqualis FA, & BG ipſi GD, cum ſint à centro ad circumferentiam. quare ex 9. quinti ſequitur GL ipſi GD ęqualem eſſe. & LD vnum, atque idem punctum recta igitur linea eſt ADB. Eodem modo demonſtrabimus CEB rectam lineam eſſe; atque illud eſt, quod demonſtrare oportebat.

B Erit ob ſimilitudinem quidem triangulorum BGC BHK &c.] *Eſt enim angulus ad B, vel vtrique communis, vel aduerticem: angulus autem BGC in ſemicircurlo rectus ęqualis recto ad K. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit. triangula quoque BFL, BED ſimilia ſunt, cum angulus ad B ſit vtriſque communis, vel aduerticem; & BED rectus ęqualis recto, qui ad L.*

C Vt CB ad BG, ita HB ad BK.] *Græcus codex.* ὡς ἡ βγ πρὸς βκ, οὕτως ἡ βθ πρὸς τὴν θκ. *lege* πρὸς τὴν βκ.

D Rectangulum autem GBH eſt in æquale ipſi FBE] *ex 36 tertii libri elementorum in prima & tertia figura, in ſecunda verò ob ſimilitudinem triangulorum BEH BGF erit vt GB ad BF, ita EB ad BH.*

E Quòd ſi a puncto F perpẽdicnlaris ducta cadat in D, erit rectangulum CBK ęquale quadrato ex DB] *erit enim punctum L idem quod D, & recta linea DB eadem, quæ BL.*

F In prima igitur figura erit vt CB ad BD, ita LB ad BK] *Quoniam rectangulum CBK eſt æquale rectangulo DBL, vt CB ad BD, ita eſt LB ad BK, ex 14 ſexti elementorum. quare per conuerſionem rationis vt BC ad CD, ita BL ad LK. Sed vt vtraque CB BD ad CB, ita vtraque LB BK ad LB. ex æquali igitur vt CB BD ad DC, hoc eſt ad earum exceſſum, ita LB BK ad earum exceſſum KL. vt autem LB BK ad exceſſum KL, ita dimidia ipſarum LB BK ad dimidium exceſſus KL; hoc eſt ita BM ad MK, vt oſtendetur. ergo vt CB BD ad DC, ita BM ad MK. At vero BM dimidiam eſſe ipſarum LB BK perſpicue conſtat. namque LB excedit BK magnitudine KL & eius dimidia eſt KM, quæ ipſi BK addita totius dimidiam reddit.*

G Quare vt vtraque CB BD ad earum exceſſum CD, ita & vtraque LB BK ad earum exceſſum KL] *Gręcus codex mancus eſt, quem ita reſtituendum puto.* ὥστε καὶ ὡς συναμφότερος ἡ γβ βδ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν γδ, οὕτως καὶ συναμφότερος ἡ λβ βκ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν κλ.

H Propterea quod KM eſt ęqualis HA, ipſius vero LK dimidia eſt MK] *eſt enim KM ipſi HA, quę eſt ex centro circuli EFGH æqualis, & ML æqualis AF. ergo ipſius KL dimidia eſt KM, quemadmodum & ipſius HF dimidia eſt HA. Græcus codex* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν κμ τῇ μα. *ſed legendum puto.* τῇ μλ, *vel potius* τῇ θα.

K Quare & vt CD ad exceſſum CB BD, ita KL ad exceſſum LB BK.] *Quoniam enim vt CB ad BD, ita LB ad BK, erit per conuerſionem rationis, vt CB ad exceſſum CB BD, ita LB ad exceſſum LB BK. vt autem vtraque CB BD ad CB, ita vtraque LB BK ad LB. ergo ex æquali vt CB BD, hoc eſt vt CD ad exceſſum CB BD, ita LB BK, hoc eſt LK ad exceſſum LB BK. ſed vt LK ad exceſſum LB BK, ita dimidia LK, hoc eſt LM ad dimidium exceſſus LB BK, hoc eſt ad MB. vt igitur LM ad MB, ita CD ad exceſſum CB BD. & conuertendo vt BM ad ML, hoc eſt ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita exceſſus CB BD ad CD.*

L Atque eſt ipſius KL dimidia, quæ ex centro circuli EFGH pro LM] *Nam KL eſt æqualis ipſi HF diametro circuli EFGH. quare eius dimidia eſt AF, quæ ex centro eiuſdem circuli, hoc eſt LM.*

M Et BM dimidia exceſſus LB BK, quòd LM ſit æqualis AF] *Abſcindatur à recta linea LM ipſa MN æqualis MB. & cum LM ſit æqualis MK, & NM ipſi MB, erit & reliqua LN æqualis BK. ergo BN eſt exceſſus, quo LB ipſam BK excedit, & eius dimidia eſt BM. Græcus codex.* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν λμ τῇ κκ. *lege* τῇ κζ.

Ergo

N Ergo & ut MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita in prima quidem figura vtraque CB BD ad exceſſum ipſarum CD] *Hoc ſuperius concluſum eſt. Græcus codex ὅπως ἡ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς. Sed legendum uidetur οὕτως ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς.*

O In ſecunda autem, & tertia figura, ita exceſſus CB BD ad utramque CB BD, hoc eſt ad CD, ex conuerſa ſcilicet ratione] *Vt nos proxime oſtendimus.*

P Dico inſuper rectangulum contentum BK LM &c.] *Græcus codex τὰ δ' ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῆς β κ λ μ. Sed forte legendum erit. λέγω ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῆς βκ λμ quemadmodum in antecedente.*

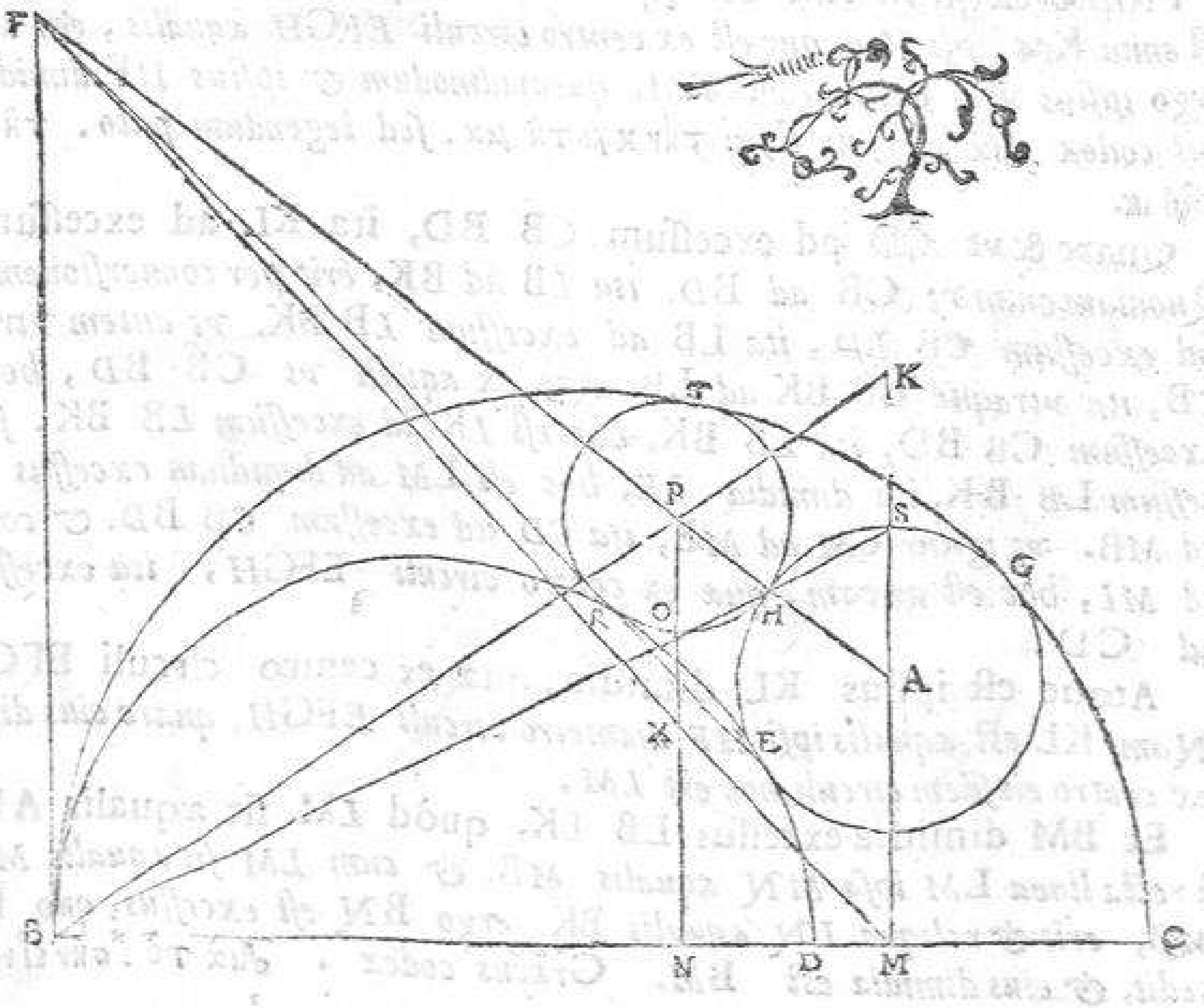
Q Ob ſimilitudinem enim triangulorum BHK FLC] *Oſtenſum eſt ſuperius triangula BGC BHK ſimilia eſſe. Sed triangulum FLC eſt ſimile triangulo BGC, quòd angulus ad C uel communis ſit, uel ad uerticem: angulus autem ad L rectus æqualis recto BGC. quare & triangulo BHK ſimile erit. & angulus FCL angulo BHK æqualis.*

R Quòd cum ſit ut BC ad CD, ita BL ad LK] *Quoniam enim rectangulum CBK æquale eſt rectangulo DBL, quod ſuperius demonſtratum fuit, ut CB ad BD, ita eſt LB ad BK. quare in prima figura ob conuerſionem rationis, ut BC ad CD, ita erit BL ad LK. In ſecunda uero, & tertia figura, erit conuertendo vt DB ad BC, ita KB ad BL: componendoque ut DC ad CB, ita KL ad LB: & rurſus conuertendo ut BC ad CD, ita BL ad LK.*

S Et cũ ſit ut BD ad DC, ita BK, ad KL] *Quoniã. n. ut BC ad CD, ita eſt BL ad LK, erit in prima figura diuidẽdo ut BD ad DC, ita BK ad KL. At in ſecunda & tertia figura. Quoniã ut CB ad BD, ita LB ad BK, componendo, conuertendoque ut BD ad DC, ita erit BK ad KL.*

THEOREMA XV. PROPOS. XV.

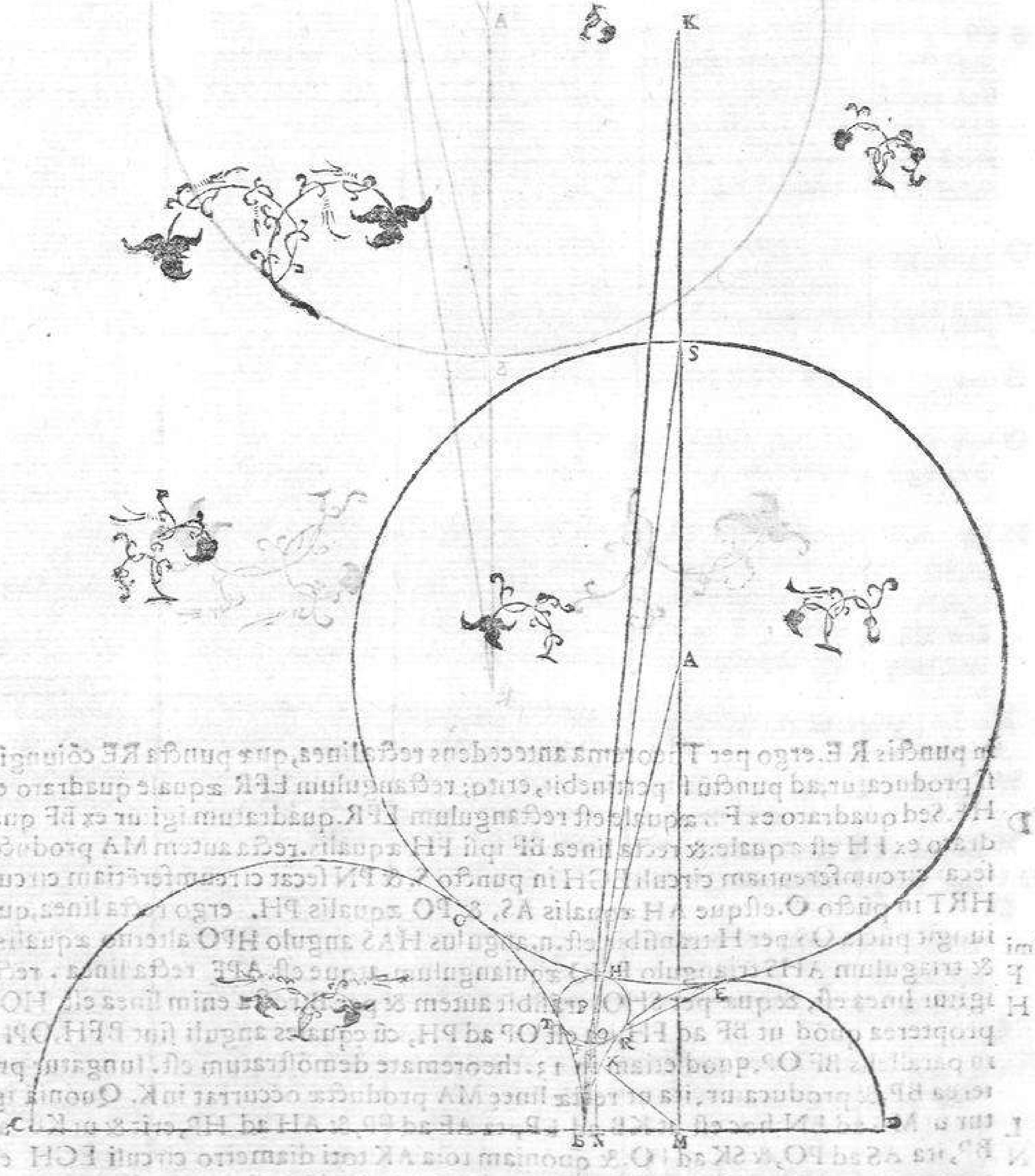
Iiſdem poſitis deſcribatur circulus HRT, qui & ſemicirculos iam dictos, & circulum EGH contingat in punctis HRT, atque a centris A P ad BC baſim perpendiculares ducantur AM PN. Dico vt AM vnà cum diametro circuli EGH ad diametrum ipſius, ita eſſe PN ad circuli HRT diametrum.

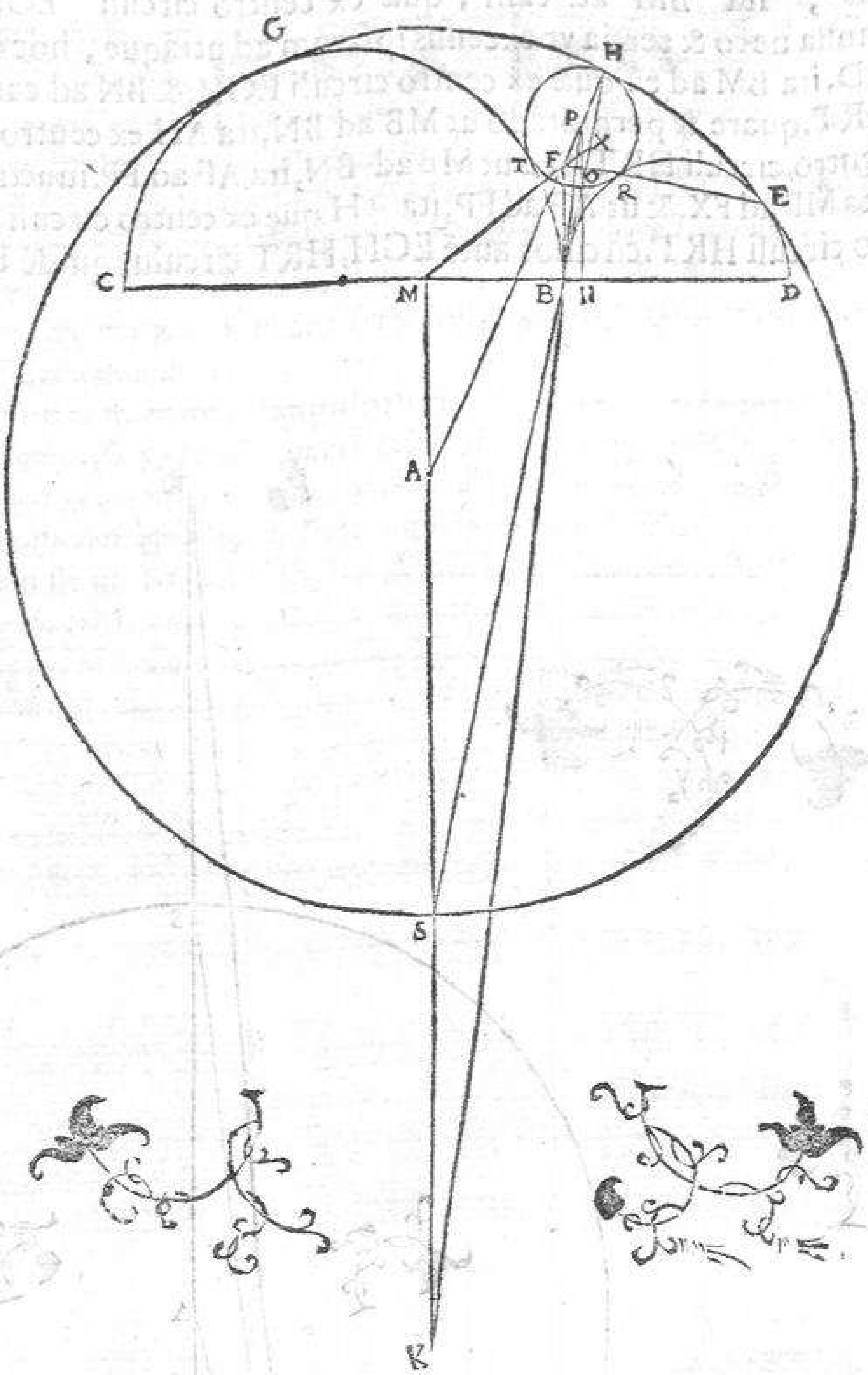


coroll. 16 tertii. Ducatur ipſi BD ad rectos angulos BF, quæ ſemicirculũ BGC continget. & iũcta AP producatur

A in F. Quoniam

niam igitur per ea, quæ ante oſtenſa ſunt, ut utraque CB BD ad exceſſum ipſarum CD, ita BM ad eam, quæ ex centro circuli EGH in prima figura, in ſecunda uero & tertia vt exceſſus ipſarum ad utrãque, hoc eſt ut exceſſus CB BD ad CD, ita BM ad eã quæ ex centro circuli EGH; & BN ad eam, quæ ex centro circuli HRT. quare & permutãdo ut MB ad BN, ita AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT. Sed ut MB ad BN, ita AF ad FP. iuncta. n. FM erit ut MB ad BN, ita MF ad FX. & ut AF ad FP, ita AH quę ex centro circuli EGH ad HP, quæ ex centro circuli HRT. circulos autẽ EGH, HRT circulus quidẽ BRE cõtingit C





in punctis R E. ergo per Theorema antecedens recta linea, quæ puncta RE cõiungit,
ſi producatur, ad punctũ F pertinebit, eritq; rectangulum EFR æquale quadrato ex
D HF. Sed quadrato ex FB æquale eſt rectangulum EFR. quadratum igitur ex BF qua-
drato ex FH eſt æquale: & recta linea BF ipſi FH æqualis. recta autem MA producta
ſecat circumferentiam circuli EGH in puncto S. & PN ſecat circumferẽtiam circuli
HRT in pũcto O. eſtque AH æqualis AS, & PO æqualis PH. ergo recta linea, quæ
29 primi iungit pũcta OS per H tranſibit. eſt. n. angulus HAS angulo HPO alterno æqualis.
E F & triãgulum AHS triangulo PHO æquiangulum. atque eſt APF recta linea. recta
G H igitur linea eſt, & quæ per SHO. trãſibit autem & per B; recta enim linea eſt HOB
propterea quòd ut BF ad FH, ita eſt OP ad PH, cũ ęquales anguli ſint BFH, OPH.
in parallelis BF OP. quod etiam in 13. theoremate demõſtratum eſt. Iungatur præ
terea BP, & producatur, ita ut rectæ lineę MA productæ occurrat in K. Quoniã igi
K L tur ut MB ad BN, hoc eſt ut KB ad BP, ita AF ad FP, & AH ad HP, erit & ut KB ad
M N BP, ita AS ad PO, & SK ad PO. & quoniam tota AK toti diametro circuli EGH eſt
O P æqualis: & ut MK ad KS, ita NP ad PO; erit & ut MK ad KA, hoc eſt ut MA una cum
diametro circuli EGH ad diametrum ipſius, ita NP ad circuli HRT diametrũ. quod
demonſtrare oportebat.

COM-

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur per ea, quę ante oſtenſa ſunt] *In antecedente.*

Ita BM ad eam, quæ ex centro circuli EGH in prima figura, in ſecunda uero & tertia.] *Vide ne Græcus codex mancus ſit, in quo legitur.* οὕτως ἡ β μ ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ὡς ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν &c. *Ego enim ita legerem* οὕτως ἡ β μ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε η θ κύκλου ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας καὶ τρίτης, *&c. tertiam autem figuram nos addidimus, quę in græco codice non erat.* A

Sed ut MB ad BN, ita AF ad FP. iuncta enim FM erit ut MB ad BN, ita MF ad FX] *Iungatur FM ita ut rectam lineam NP in puncto X ſecet. erit ob ſimilitudinem triangulorum MBF MNX, ut MB ad BN, ita MF ad FX. Vt autem MF ad FX, ita AF ad FP, ob triangulorum AFM, PFX ſimilitudinem. ergo ut MB ad BN, ita AF ad FP. Sed ut MB ad BN, ita erat AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT. Vt igitur AF ad FP, ita AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT.* B

Sed quadrato ex FB ęquale eſt rectangulum EFR] *Ex 36 tertii libri elementorum recta enim linea FB contigit circulum BRED, & FE in punctis RE eundem ſecat.* C

Et triangulum AHS triangulo PHO æquiangulum.] *Ex 6. ſexti elementorum. ſunt enim circa æquales angulos HAS HPO latera proportionalia.* D

Atque eſt APF recta linea. recta igitur linea eſt, & quę per SHO ducitur] *Quomodo hoc ſequatur diximus in 13. huius.* E

Tranſibit autem & per B] *Hoc eſt recta linea OS, quę tranſit per H, ut demonſtratum eſt, tranſibit etiam per B. Græcus codex* ἥξει δὲ καὶ διὰ τοῦ β ε. *lege* διὰ τοῦ β. G

Recta enim linea eſt HOB, propterea quòd ut BF ad FH, ita eſt OP ad PH &c.] *Etenim oſtenſa eſt BF æqualis FH. atque eſt OP ęqualis PH, quòd a centro ad circumferentiam. & cum circa æquales angulos latera proportionalia ſint, erunt triangula BFH OPH inter ſe ſimilia, & ut HF ad FB, ita HP ad PO quare ſi BH non tranſiret per O, ſed per aliud punctum, ſequeretur totum parti æquale eſſe. quod fieri non poteſt.* H

Hoc eſt ut KB ad BP] *Ob ſimilitudinem videlicet triangulorum KBM PBN.* K

Ita AF ad FP] *Quod ſuperius demonſtratum fuit.* L

Erit & ut KB ad BP, ita AS ad PO] *Erit enim ut KB ad BP, ita AH ad HP, hoc eſt ita AS ad PO, nam HA AS æquales ſunt, itemque æquales HP PO.* M

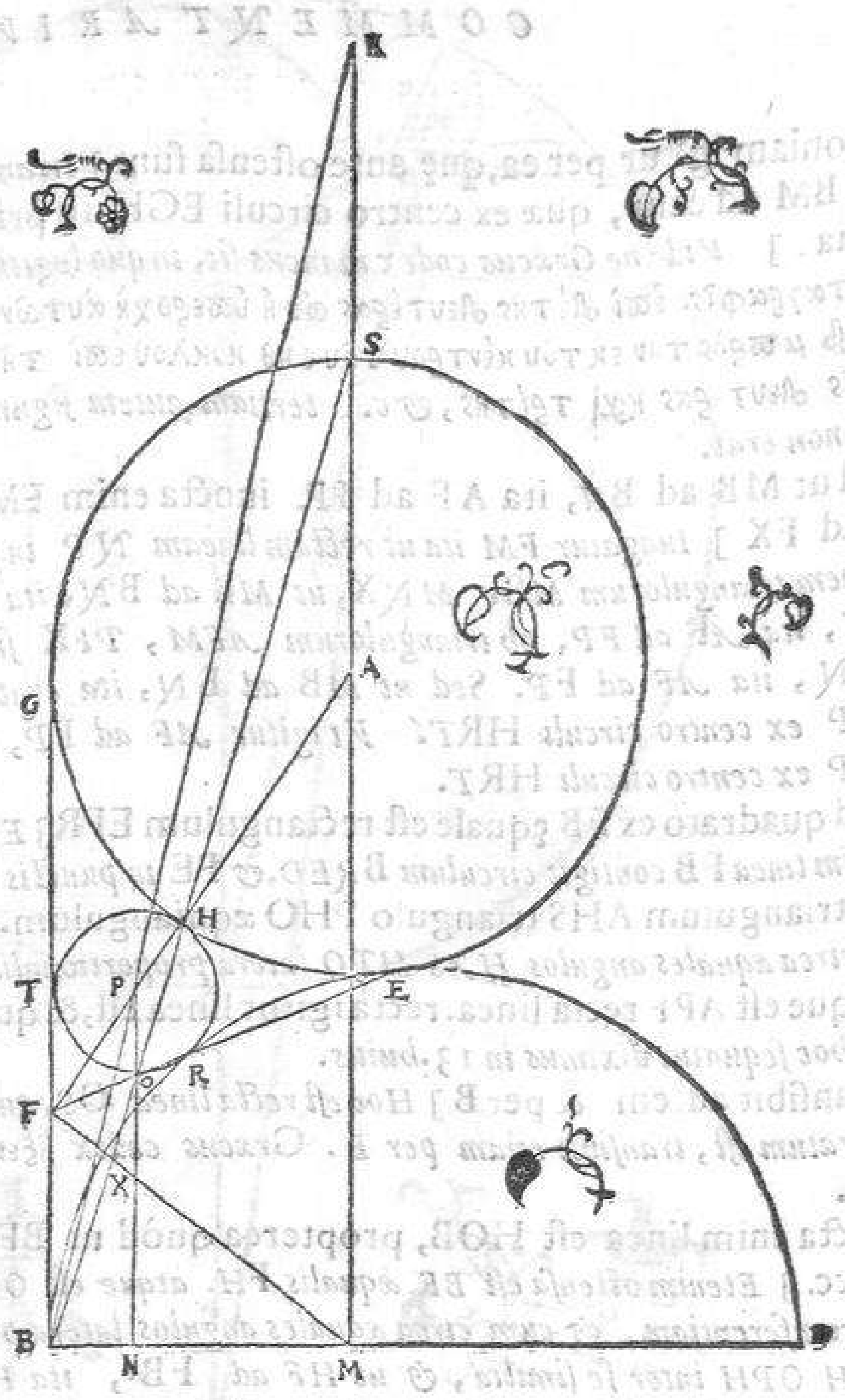
Et SK ad PO] *Ob ſimilitudinem triangulorum KBS PBO, erit ut KB ad BP, hoc eſt ut AS ad PO, ita KS ad PO. ergo AS SK inter ſe ęquales ſunt. In græco codice legitur* καὶ ἡ σ κ σ κ. *Sed legendum arbitror* καὶ ἡ σ κ πρὸς π ο N 9. quinti. O

Et ut MK ad KS, ita NP ad PO] *Rurſus ob ſimilitudinem triangulorum SBM OBN, itemque triangulorum KBS PBO erit ut SB ad BO, ita MS ad NO, & ita SK ad OP. quare ut MS ad NO, ita SK ad OP: permutandoque ut MS ad SK, ita NO ad OP. & componendo ut MK ad KS, ita NP ad PO.* P

Erit & ut MK ad KA, hoc eſt ut MA una cum diametro circuli EGH &c.] *Videlicet ad conſequentium dupla, ut MK ad duplam KS, hoc eſt ad KA, ita NP ad duplam PO; hoc eſt ad circuli HRT diametrum.*

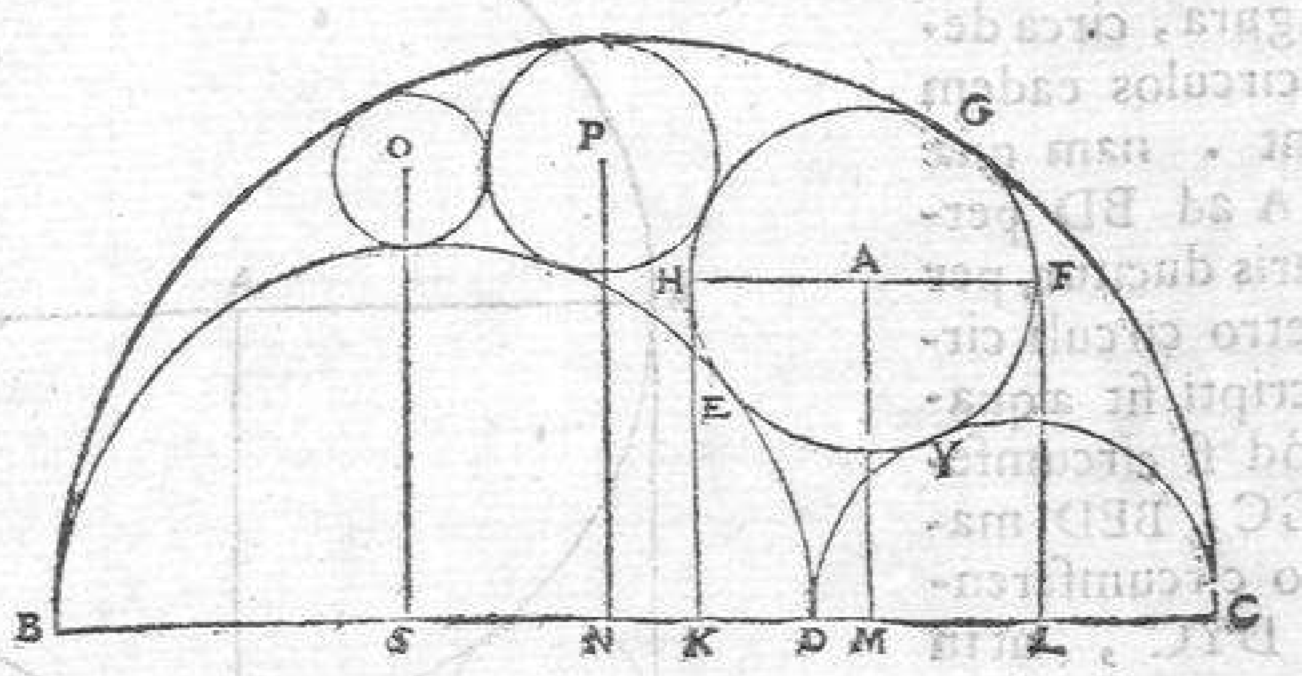
Quòd ſi pro circumferentia ſemicirculi BGC ſit recta linea BG ad ipſam BD perpendicularis, nihilominus circa deſcriptos circulos eadem contingent.

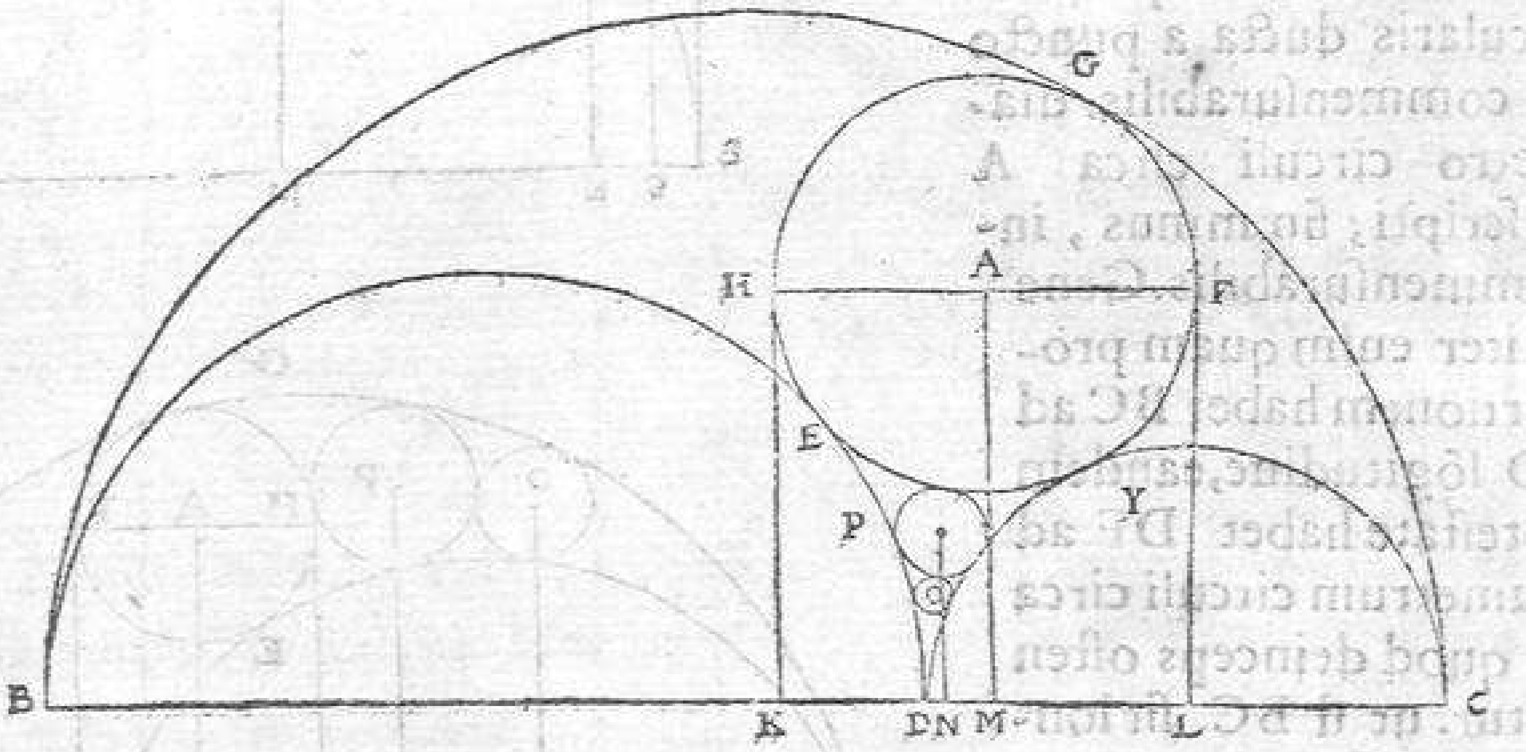
Deſcribatur enim circulus EGH circa centrum A, qui & circumferentiam BED, & rectam lineā BG contingat. in punctis EG, deinde circa P alius circulus HRT deſcribatur, contingens circulum EGH, circumferentiam BED, & rectā lineā in pūctis HRT. & a centris A P ad BD baſim ductis perpendicularibus AM PN fiant alia omnia, quæ dicta ſunt, vt in quarta figura apparet. Quoniam igitur perpendicularis BG contingit circulos EGH, HRT, & ipſis AM, PN eſt parallela, erit BM æqualis ei, quæ ex centro circuli EGH, & BN ęqualis ei, quæ ex cētro circuli HRT quare ut MB ad BN, ita eſt AH ex cētro circuli EGH ad PH ex centro circuli HRT. & ſimiliter atque in ſuperioribus tandē oſtendemus, ut MA una cum diametro circuli EGH ad ipſam diametrum, ita eſſe NP ad diametrum circuli HRT.



THEOREMA XVI. PROP. XVI.

His præmonſtratis. e ponatur ſemicirculus BGC, & in baſi ipſius quoduis punctum ſumatur D: & in BD, DC ſemicirculi deſcribantur BED DYC, deſcribantur etiam in loco inter tres circumferentias interiecto, qui ἄρβηλον appellatur, circuli quotcumque ſeſe mutuo, & ſemicirculos contingentes circa centra APO, a quibus ad BC perpendiculares ducantur AM, PN, OS. Dico rectam quidem lineam AM diametro circuli circa A deſcripti æqualem eſſe; ipſam vero PN duplam diametri circuli circa P; & OS diametri circa O triplam, & quæ deinceps propriarum diametrorum multiplices eſſe iuxta numeros ſequentes, qui ſeſe vnitate ſuperant.

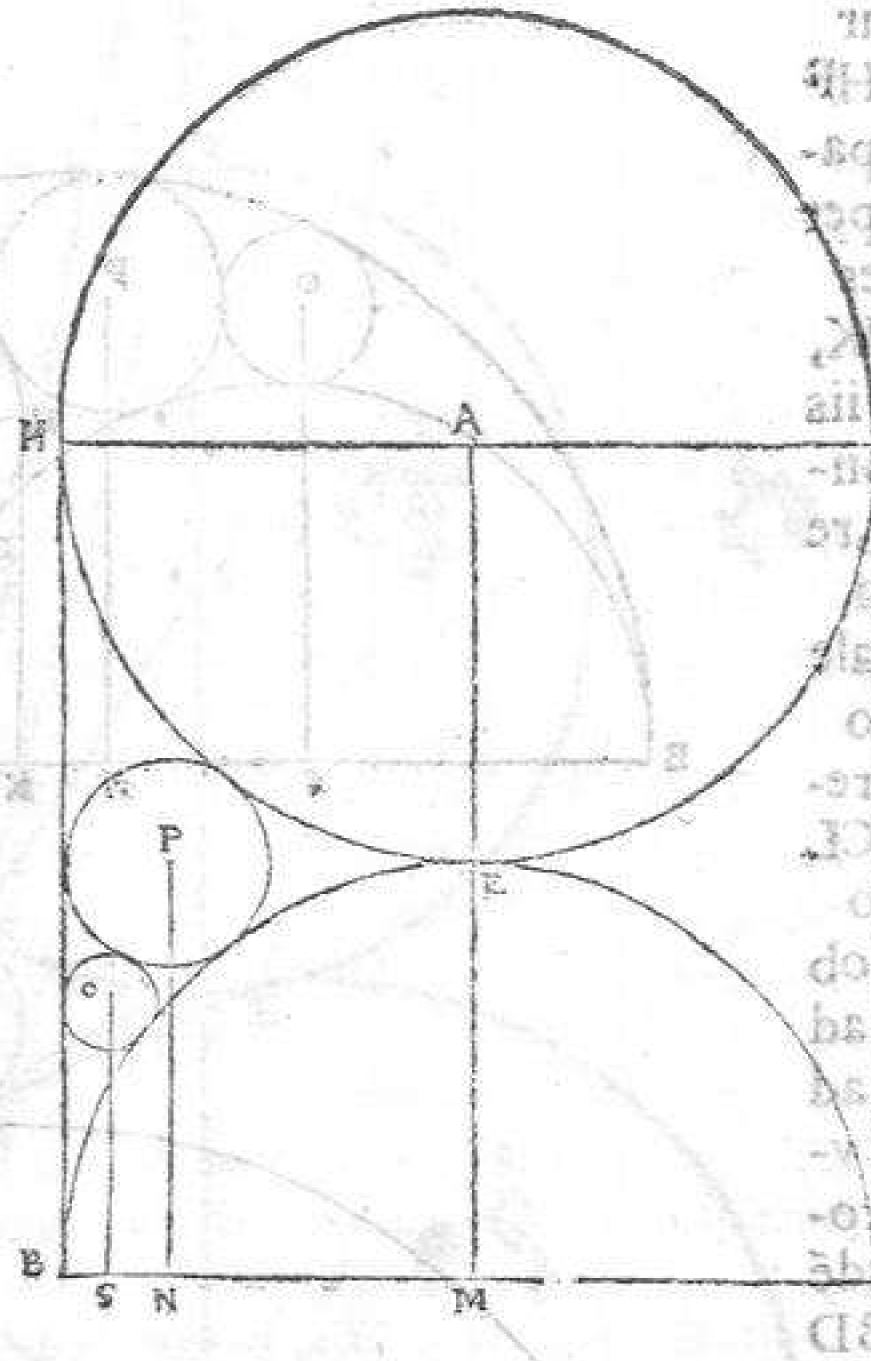




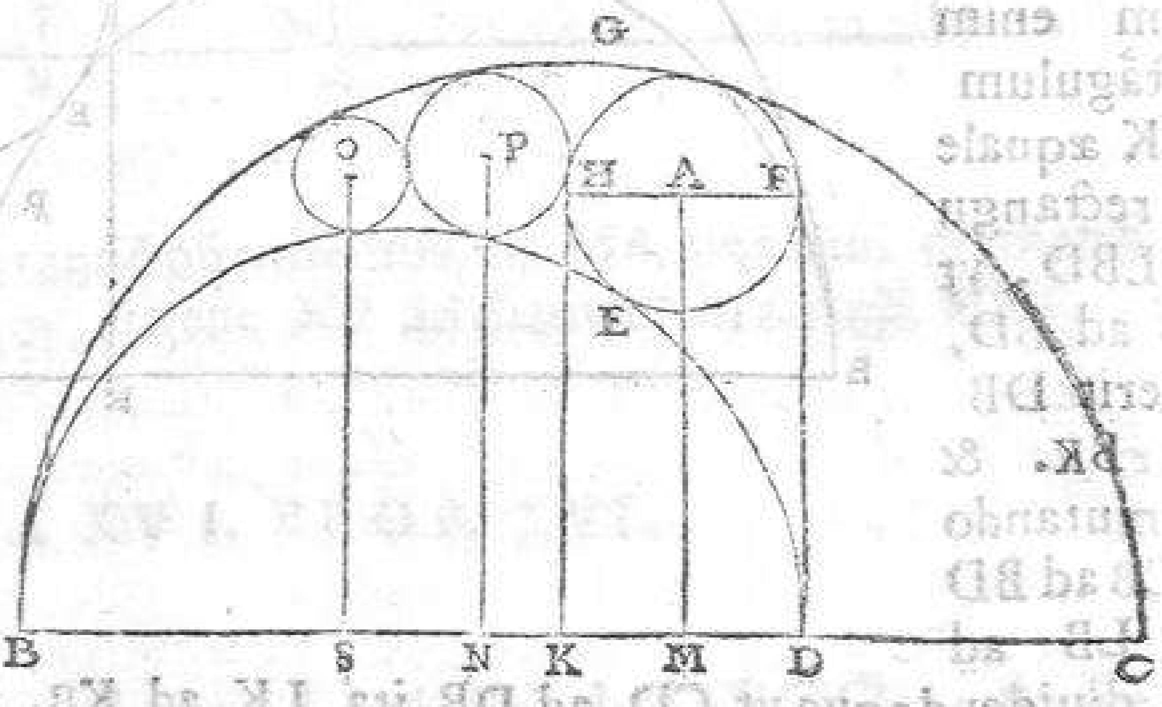
Ducatur A diameter HF ipſi BC parallela, & perpẽdiculares ducãtur HK, FL, B erit ex iis quæ demonſtrata ſunt, rectangulum CBK æquale rectangulo LBD, & rectãgulũ BCL rectangulo KCD. & ob C id vt BK ad KL, ita KL ad LC, quòd vtraque proportio eadẽ ſit, quæ BD ad DC. Quoniam enim rectãgulum CBK æquale eſt rectangulo LBD, vt 24 ſexti CB ad BD, ita erit DB ad BK. & permutando vt CB ad BD ita LB ad BK, diuidendoque vt CD ad DB, ita LK ad KB. & conuertendo vt BD ad DC, ita BK ad KL. rurſus quoniam rectangulum BCL rectangulo KCD eſt æquale, erit ut BC ad CK, ita DC ad CL. & permutando vt BC ad CD, ita KC ad CL. diuidendoque vt BD ad DC, ita KL ad LC. erat autem & vt BD ad DC, ita BK ad KL. ergo & vt BK ad KL, ita KL ad LC. & propterea 17 ſexti rectangulum, quod BK CL continetur, quadrato ex KL eſt ęquale. D ſed antea oſtenſum eſt rectangulum contentum BK CL æquale eſſe quadrato ex AM. recta igitur linea AM eſt ęqualis KL, hoc eſt ipſi FH diametro circuli circa A deſcripti. Et quoniam ut AM vna cum FH ad FH, ita eſt PN ad diametrum circuli circa P deſcripti, quod etiam demonſtratum fuit; atque eſt AM una cum in antecedente FH dupla ipſius FH: erit & PN diametri circuli circa P dupla. ergo PN una cum diametro circuli circa P tripla eſt ipſius diametri, & eandem proportionẽ E

habet

habet OS ad diametrum circuli circa O. recta igitur linea OS diametri circuli circa O eſt tripla. & ſimiliter perpendicularis circuli ſequentis diametri quadrupla erit. & perpendiculares, quæ deinceps ſunt, propriarum diametrorum multiplices inuenientur iuxta numeros unitate ſe inuicem ſuperantes. & hoc infinite contingit.



F Si autem pro circumferentiis BGC, DYC ſint A rectæ lineæ perpendiculares ad BD, ut apparet in tertia figura, circa deſcriptos circulos eadem contingent. nam quæ a puncto A ad BD per- B pendicularis ducitur, per ſeſe diametro circuli circa A deſcripti fit æqualis. Quòd ſi circumferentiæ BGC, BED maneant, pro circumferentia uero DYC, ut in quarta figura, recta linea ponatur DF perpendicu- G laris ad BC, quæ in numeris quadratam rationem habeat, erit perpendicularis ducta a puncto A commenſurabilis diametro circuli circa A deſcripti; ſin minus, in- H commenſurabilis. Generaliter enim quam proportionem habet BC ad CD lõgitudine, eandem poteſtate habet DF ad diametrum circuli circa A. quod deinceps oſten- K detur. ut ſi BC ſit longitudine quadrupla ipſius CD, erit DF, uidelicet quæ a puncto A perpẽdicularis ducitur, longitudine dupla diametri circuli circa A: & perpendicularis, quæ a puncto P tripla, & quę ab O quadrupla. & ita deinceps iuxta numeros conſequentes.



COMMENTARIVS.

A Ducatur diameter HF ipſi BC parallela] *Diameter videlicet circuli circa A deſcripti.*

B Erit ex iis, quæ demonſtrata ſunt, rectangulum CBK æquale rectangulo LBD,

LBD, & rectangulum BCL æquale rectangulo KCD] *In quartadecima huius.*

Et ob id ut BK ad KL, ita KL ad LC, quod utraque proportio eadem ſit, C quæ BD ad DC.] *hoc ipſe inferius manifeſte oſtendit.*

Sed antea oſtenſum eſt rectangulum contentum BK, CL æquale eſſe quadra- D to ex AM] *in 14 huius.*

Ergo PN una cum diametro circuli circa P tripla eſt ipſius diametri, & ean- E dem proportionem habet OS ad diametrum circuli circa O] *rurſus quoniam eſt vt NP vna cum diametro circuli circa P ad ipſam diametrum, ita OS ad diametrum circuli circa O; & NP vna cum diametro circuli circa P tripla eſt eiuſdem diametri; erit & OS diametri circa O tripla.*

Sit autem pro circumferentiis BGC DYC ſint rectæ lineæ perpendiculares F ad BD, vt apparet in tertia figura circa deſcriptos circulos eadem contingent.] *ſint rectæ lineæ BH DF ad BD perpendiculares: & deſcribatur circulus HEF circa centrum A, ita vt ſemicirculi BED circumferentiam, & lineas BH DF contingat: ſitque eius diameter HF ipſi BD parallela, erit HF æqualis BD: & a puncto A ducta* 34 primi *perpendicularis AM æqualis erit ipſi HF; etenim ex duabus circulorum æqualium ſemidiametris AE EM conſtabit. deinde in loco intermedio deſcribantur circuli quotcumque, qui tum ſeſe, tum circumferentias circulorum, tum rectam lineam BH contingant, vt circa centra P O. & ad baſim BD perpendiculares ducantur PN OS. Dico in his quoque idem, quod in ſuperioribus contingere. Quoniam enim ex iis, quæ nos in antecedentem demonſtrauimus, vt MA vna cum diametro circuli circa A ad ipſam diametrum, ita eſt PN ad diametrum circuli circa P; atque eſt MA vna cum diametro circuli circa A dupla ipſius diametri: erit & PN dupla diametri circuli circa P. rurſus quoniam vt PN vna cum diametro circuli circa P ad eandem diametrum, ita OS ad diametrum circuli circa O; erit OS diametri circuli circa O tripla: & ita in aliis.*

Quæ in numeris quadratam rationem habent] *hoc eſt quæ ad diametrum circuli* G *circa A deſcripti proportionem habeat eandem, quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Græcus codex* ἡ δξ ὀρθὴ πρὸς τὴν βγ τετραγωνικὸν ἐν ἀριθμοῖς λόγον ἐχούσης, *vel legendum* ἡ δξ ὀρθὴ &c. λόγον ἔχουσα. *vel aliqua deſiderantur, in iis vero, quæ ſequuntur pro* δξ *vbique ſcribendum* δζ.

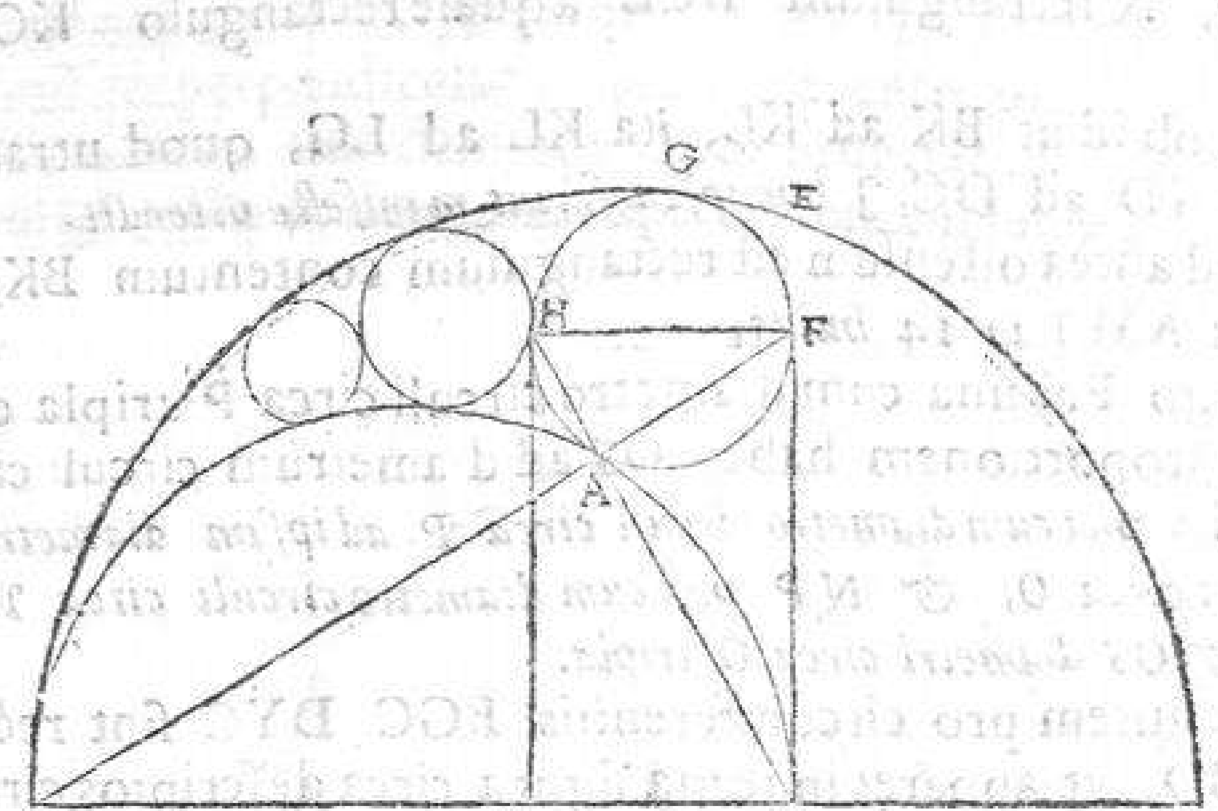
Generaliter n. quã proportionem BC ad CD longitudine, eandem poteſta- H te habet DF ad diametrum circuli circa A] *Græcus codex* καθόλου γὰρ ὃν ἔχει λόγον ἡ βγ πρὸς τὴν γδ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον δυνάμει ἡ δζ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ περὶ τὸ α κύκλου. *Ego addendum cenſeo* μήκει; *vt ita legatur.* καθόλου γὰρ ὃν ἔχει λόγον μήκει ἡ βγ πρὸς τὴν γδ *&c.*

Vt ſi BC ſit longitudine quadrupla ipſius CD, erit DF &c.] *Si enim BC* A *ad CD longitudine ſit vt 4 ad 1, erit & DF ad FH vt 4 ad 1. longitudine vero vt 2 ad 1.*

THEOREMA XVII. PROPOS. XVII.

B

Quod autem poſitum eſt, ſequenti lemmate oſtendetur. Sint ſemicirculi BGC BAD, & perpẽdicularis DF, & circulus contingens HGFA. Dico vt BC ad CD longitudine, ita eſſe poteſtate DF ad diametrum circuli HGFA.



A Ducatur diameter
B HF. ergo rectæ li-
neæ ſunt FAB HAD.
& ducta perpendicu-
C lari HK, erit ex iam
demonſtratis rectan-
gulum CBK quadra-
to ex BD æquale.
D Vt igitur BC ad CD,
ita BD ad DK; hoc
E eſt ad HF. Sed vt BD
ad HF, ita DA ad
F AH: & ut DA ad AH,
ita quadratum ex DF
ad quadratum ex FH.
triangulum enim re-
ctangulum eſt HFD: & ad ſubtenſam perpendicularis ducitur FA. ergo & ut BC
ad CD, ita quadratum ex FD ad quadratum diametri circuli HGFA.

COMMENTARIVS.

A Ducatur diameter HF] *Diameter ſcilicet circuli contingentis, quæ ipſi* BC *ſit parallela.*

B Ergo rectæ lineæ ſunt FAB HAD] *Hoc eſt* F*AB eſt una, & eadem recta linea, & ſimiliter* H*AD, quod apparet ex lemmate in* 14. *huius a nobis conſcripto.*

C Erit ex eam demonſtratis rectangulum CBK quadrato ex BC æquale] *In quartadecima huius.*

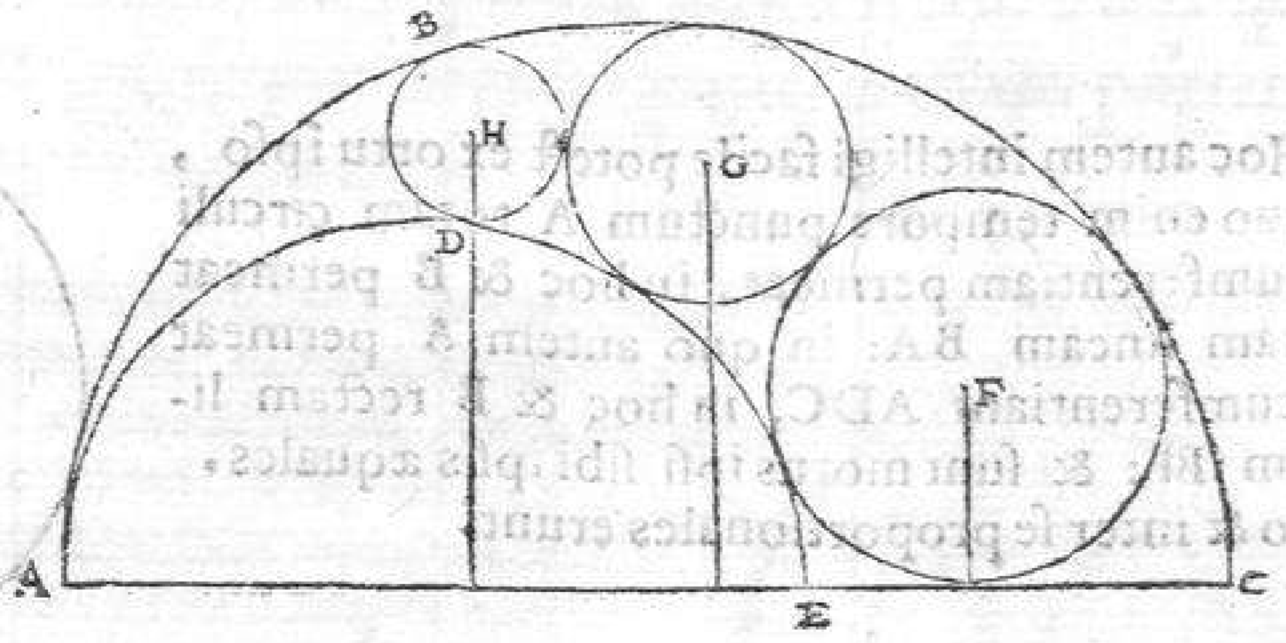
D Vt igitur BC ad CD, ita BD ad DK] *Quoniam rectangulum* CBK *æquale eſt quadrato ex* BD, *erit ut* CB *ad* BD, *ita* DB *ad* BK. *quare per conuerſionem rationis, ut* BC *ad* CD, *ita* BD *ad* DK.

E Sed ut BD ad HF, ita DA ad AH] *Ex* 4. *ſexti elementorum, propterea quod triangula* B*AD* H*AF ſimilia ſunt.*

F Et ut DA ad AH, ita quadratum ex DF ad quadratum ex FH] *Cum enim in triangulo orthogonio* H*F*D *ab angulo recto ad* H*D ſubtenſam perpendicularis ducta ſit*
8. sexti. F*A, fiunt triangula ſimilia toti & inter ſeſe. ergo ut* D*A ad* A*F, ita* F*A ad* A*H. Sed ut* D*A ad* A*F, ita* D*F ad* F*H. vt igitur* D*A ad* A*H, hoc eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, quadratum uidelicet ex* D*A ad quadratum ex* AF; *hoc eſt quadratum ex* DF *ad quadratum ex* FH. *quare ut* D*A ad* A*H, ita quadratum ex* DF *ad id, quod ex* FH *deſcribitur quadratum.*

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XVIII.

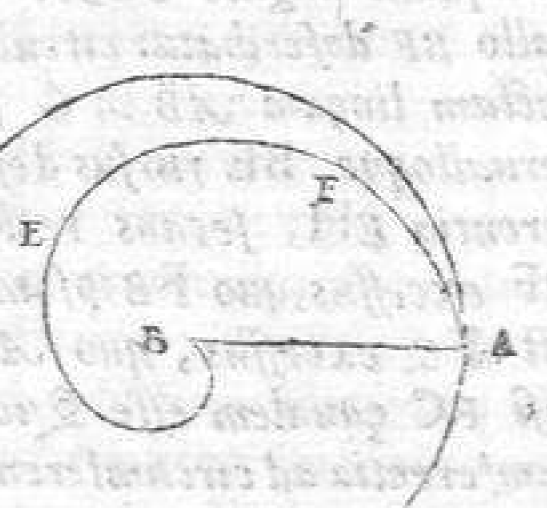
Ex iam dictis lemmatibus & illud demonſtratur. Sint ſemicirculi ABC ADE, & deſcribantur circuli eorum circumferentias contingentes, vt circa centra FGH, & alij deinceps, qui ipſis cohæreant, quemadmodum in ſuperioribus manifeſtum eſt, perpendiculares, quæ ab F ad AC ducitur, ei, quæ ex centro circuli circa F deſcripti ęqualem eſſe. Dico perpendicularem a puncto G ductam eius, quę ex centro circuli circa G eſſe triplam; perpendicularem vero ab H quintuplam, & quę ſequuntur perpendiculares earum, quę ex centris multiplices eſſe iuxta numeros deinceps impares.



Quoniam enim ante demonſtratum eſt, vt perpendicularis, quæ a puncto F ducitur unà cum diametro ad ipſã diametrum, ita eſſe perpendicularem a pũcto G ad propriam diametrum. & eſt perpendicularis a puncto F una cũ diametro ipſius diametri ſeſquialtera, erit eius quæ ex centro tripla. Rurſus quoniam, vt perpendicularis a pũcto G una cum diametro ad diametrum, ita eſt perpendicularis ab H ad diametrum ipſius. perpendicularis autem a puncto G una cum diametro ad diametrum proportionem habet eam, quam 5 ad 2. ergo & perpendicularis a puncto H ad diametrum eandem habebit proportionem: ac propterea eius, quæ ex centro quintupla erit. Similiter & aliæ perpendiculares earum, quæ ex centris multiplices iuxta numeros deinceps impares demonſtrabuntur.

Theorema de helica, ſeu linea ſpirali in plano deſcribenda, propoſuit quidẽ Conon Hamius geometra: Archimedes vero admirabili quadam aggreſsione demonſtrauit. Itaque dicta linea ciuſmodi ortum habet.

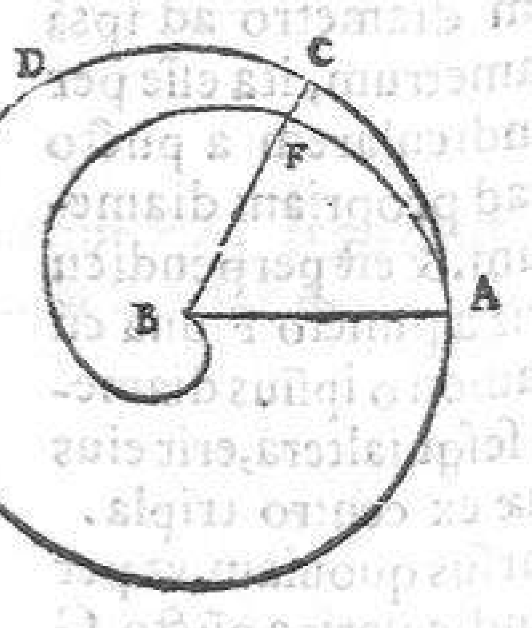
Sit circulus, cuius centrum B, & ea quæ ex centro BA: moueaturque BA, ita vt punctum B maneat, & ipſum A æqualiter feratur in circuli circumferentia. Simul vero aliquod punctum ab ipſo B incipiens in recta linea BA feratur æqualiter uſque ad A. & in æquali tempore B permeet rectam lineam BA, & A ipſam circuli circumferentiam. Punctum igitur in ipſa BA motum ſecundum circulationem deſcribet lineam, qualis eſt BEFA. & eius quidem principium erit punctum B; principium circulationis BA; ipſa uero linea, helix, ſeu linea ſpiralis appellatur, cuius principale accidens ciuſmodi eſt.



THEOREMA XIX. PROPOS. XIX.

Si ad lineam ſpiralem quæpiam recta linea ducatur, vt BF, & producatur. erit ut tota circuli circumferentia ad circumferentiam ADC, ita recta linea AB ad rectam BF.

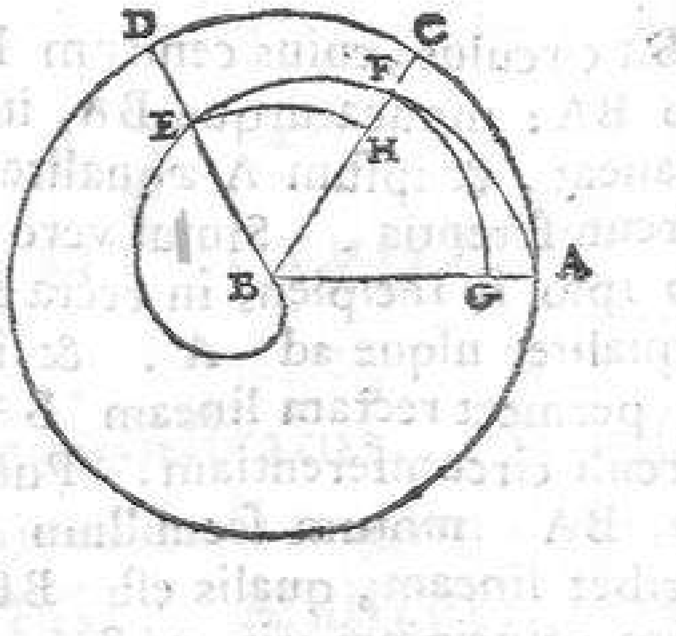
Hoc autem intelligi facile poteſt ex ortu ipſo, in quo enim tempore punctum A totam circuli circumferentiam permeat, in hoc & B permeat rectam lineam BA: in quo autem A permeat circumferentiam ADC, in hoc & B rectam lineam BF: & ſunt motus ipſi ſibi ipſis æquales. ergo & inter ſe proportionales erunt.



THEOREMA. XX. PROPOSITIO. XX.

Sed & illud manifeſtum eſt, rectas lineas, quęcumque à pũcto B ad ipſam ſpiralem ductæ angulos ęquales continent, ęqualiter ſeſe inuicem excedere.

COMMENTARIVS.

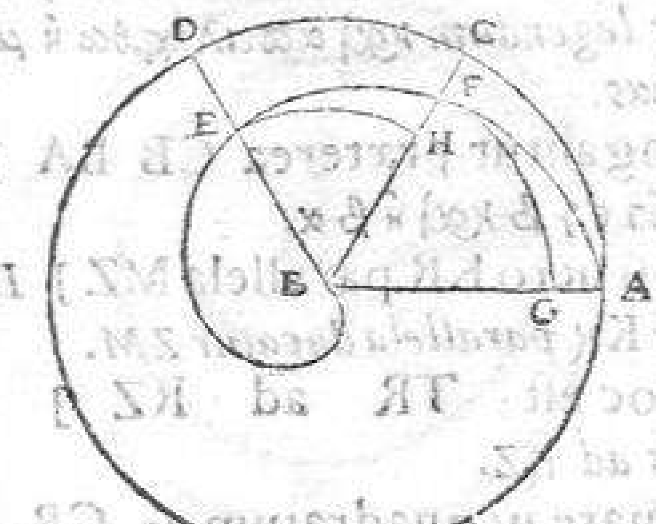


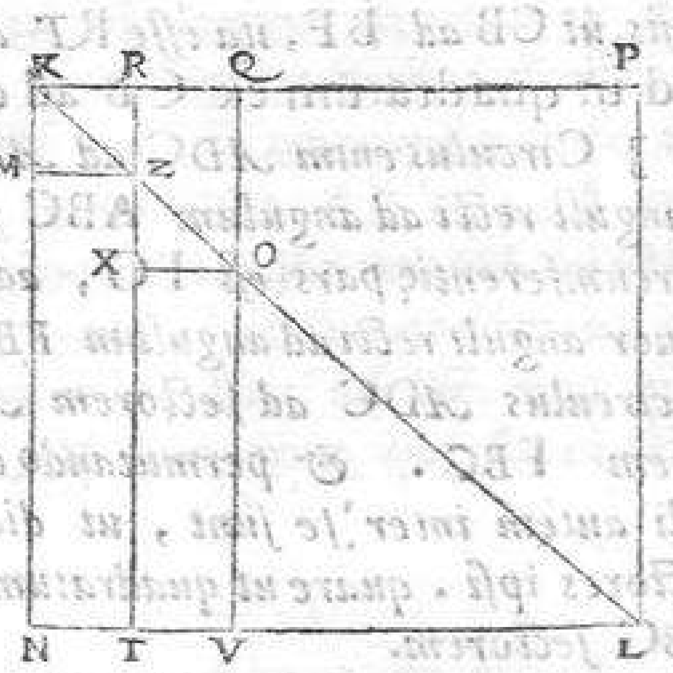
Sit circulus ADC, *&* *helix* BEFA, *ducanturque rectę lineæ* BA, BFC, BED, *ita vt angulus* DBC *ſit æqualis angulo* CBA. *centro autem* B, *& interuallo* BF *deſcribatur circuli circumferentia* FG, *quæ rectam lineam* AB *in* G *ſecet. & eodem centro, interualloque* BE *rurſus deſcribatur circuli circumferentia* EH, *ſecans rectam lineam* BC *in* H. *erit* HF *exceſſus, quo* FB *ipſam* BE *excedit. &* GA *hoc eſt* FC *exceſſus, quo* AB *excedit* BF. *Dico* HF *ipſi* FC *ęqualem eſſe. Quoniam enim eſt ut tota circumferentia ad circumferentiam* ADC, *ita recta linea* AB *ad rectam* BF; *erit per conuerſionem rationis, vt tota circumferentia ad circumferentiam* CA, *ita recta linea* AB *ad* CF *rectam. Rurſus quoniam ut tota circumferentia ad circumferentiam* AD, *ita recta* AB *ad rectam* DE; *erit per conuerſionem rationis, & tota circumferentia ad circumfe-*

rentiam DCA, ita recta AB ad rectam CH. & conuertendo, vt circumferentia DCA ad totam circumferentiam, ita recta CH ad rectam AB. quare ex æquali, ut circumferentia DCA ad circumferentiã AC, ita recta HC ad ipſam CF. & diuidendo, ut circumferentia DC ad circumferentiam CA, ita recta HF ad FC rectam. Sed circũferentia DC eſt æqualis circumferentiæ CA, quod & angulus DBC angulo CBA. ergo recta linea HF rectæ FC æqualis erit, quod oportebat demonſtrare.

THEOREMA XXI. PROP. XXI.

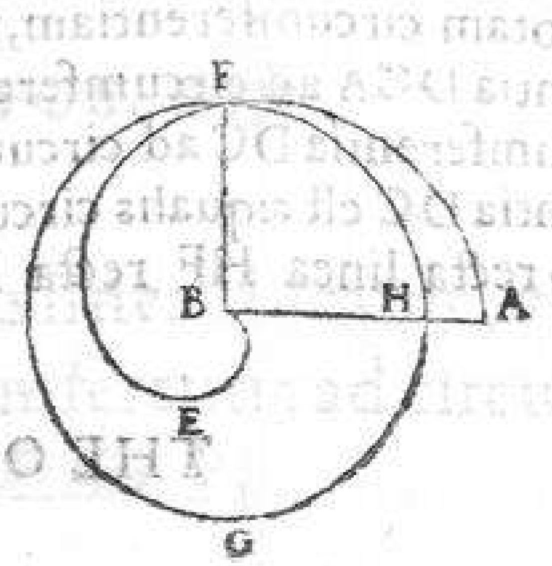
Quibus poſitis oſtendetur figuram contentam linea ſpirali, & recta, quæ eſt in principio circulationis, tertiam partem eſſe circuli ipſam comprehendentis.





Sit enim & circulus, & prędicta linea: & ex-
ponatur parallelogrammum rectangulum
KNLP: ſumaturque AC circumferentia, pars
quædam circumferentiæ circuli: & ſumatur re- A
cta linea KR ipſius KP eadem pars. iungantur
præterea CB BA: & rectæ lineæ quidem KN B
parallela ducatur RT, ipſi uero KR parallela
MZ, & circa B centrum deſcribatur circumferẽ- C
tia FG. Quoniam igitur eſt ut recta linea BA
ad AG, hoc eſt BC ad CF, ita tota circuli cir-
cũferentia ad circumferentiam CA: hoc. n.
ſpiralis lineæ principale eſt accidens. Vt autem
circuli circumferentia ad ipſam CA, ita PK ad D
KR: & ut PK ad KR, ita LK ad KZ, hoc eſt TR ad
RZ. vt igitur BC ad CF, ita TR ad RZ: & per E
conuerſionem rationis. quare ut quadratũ ex
GB ad quadratum ex BF, ita quadratũ ex RT F
ad id, quod ex TZ quadratum. Sed ut quadra-
tum ex CB ad quadratum ex BF; ita ABC ſe- G
ctor ad ſectorẽ FBG. & vt quadratum ex RT ad
quadratũ ex TZ, ita cylindrus a parallelogrã-
mo KT circa axem NT factus ad cylindrum a
parallelogrammo MT circa eundẽ axem. Vt
igitur ABC ſector ad ſectorem FBG, ita cylindrus a parallelogrãmo KT circa axem NT, ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem. Similiter quoque ſi circũferentię AC ponamus æqualem CD, ipſi autem KR rectæ lineę æqualem ponamus RG, & eadem conſtruamus, erit ut DBC ſector ad ſectorẽ EBH, ita cylindrus a parallelogrammo RV circa axem TV ad cylindrum a parallelogrammo VX circa eundem axem. Simili ratione procedentes demonſtrabimus, vt totus circulus ad omnes figuras ex ſectoribus inſcriptas lineę ſpirali, ita eſſe cylindrum a parallelogrammo NP circa axem NL ad omnes figuras ex cylindris ipſi cono, qui fit a triangulo KNL circa autem LN inſcriptus. & rurſus ut circulus ad omnes figuras ex ſectoribus circumſcriptas lineę ſpirali, ita eſſe cylindrum ad omnes figuras ex cylindris eidẽ cono circumſcriptas. Ex quo manifeſtum eſt circulum ad eam figuram, quæ inter lineã ſpiralem & rectam AB interiicitur, ita eſſe ut cylindrus ad conum. Circulus igitur triplus eſt prædictæ figuræ, quod demonſtrare oportebat.

Eodem modo demonſtrabimus. Si etiam ducatur quæpiam recta linea ad ſpiralem, ut BF, & per F circa B centrum, deſcribatur circulus; figuram contentam linea ſpirali FEB, & recta FB tertiam partem eſſe figuræ eius, quæ circunferentia circuli FGH, & rectis lineis FB BH continetur.



COMMENTARIVS.

A Sumaturque AC circumferentia pars quędam circumferentiæ circuli] *Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθω ἡ μὲν κ β γ περιφέρεια μέρος ἐστι τὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας *Videtur legendum* καὶ ἀπειλήφθω ἡ μὲν α γ περιφέρεια μέρος τὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

B Iungantur præterea CB BA] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἥτε γ β καὶ ἡ κα. *lege* ἥτε γ β καὶ ἡ β α.

C Ipſi uero KR parallela MZ] *Iungatur enim* KL, *quæ lineam* RT *in* Z *ſecet, & a puncto* Z *ipſi* KR *parallela ducatur* ZM.

D Hoc eſt TR ad RZ] *Vt enim* LK *ad* KZ, *ita* TL, *hoc eſt* TR *ipſi æqualis ad* RZ.

E Quare ut quadratum ex CB, ad quadratum ex BF, ita quadratum ad RT ad id, quod ex TZ quadratum] *Ex* 22. *ſexti elementorum. ſequitur enim per conuerſionē rationis, ut* CB *ad* BF, *ita eſſe* RT *ad* TZ.

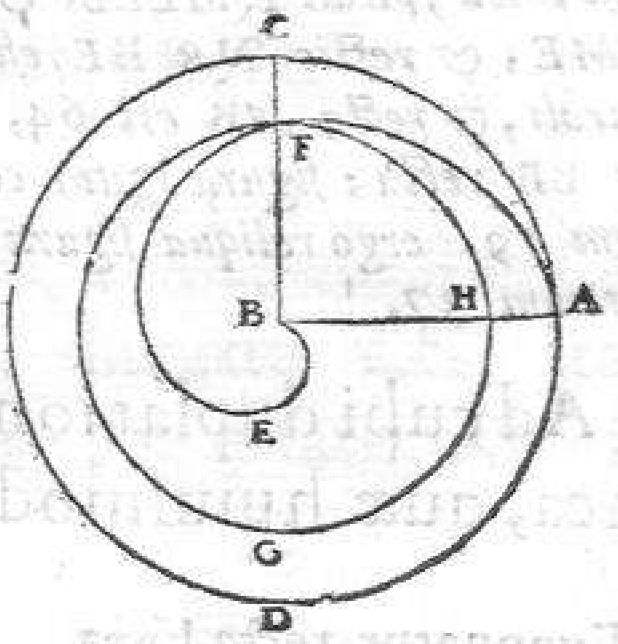
F Sed ut quadratum ex CB ad quadratum ex BF, ita ABC ſector ad ſectorem FBG] *Circulus enim* ADC *ad* ABC *ſectorem eandem proportionem habet, quam quattuor anguli recti ad angulum* ABC *ex ultima ſexti elementorum: & ſimiliter circulus, cuius circumferentię pars eſt* FG, *ad ſectorem* FBG *habet eandem proportionem, quam quattuor anguli recti ad angulum* FBG. *Sed cum anguli* ABC FBG *ſint æquales, habebit circulus* ADC *ad ſectorem* ABC *eandem proportionem, quam alius circulus ad ſectorem* FBG. *& permutando circulus ad circulum eandem, quam ſector ad ſectorem. circuli autem inter ſe ſunt, ut diametrorum, uel ſemidiametrorum quadrata. ergo & ſectores ipſi. quare ut quadratum ex* CB *ad quadratum ex* BF, *ita erit ſector* ABC *ad* FBG *ſectorem.*

duodecimi.

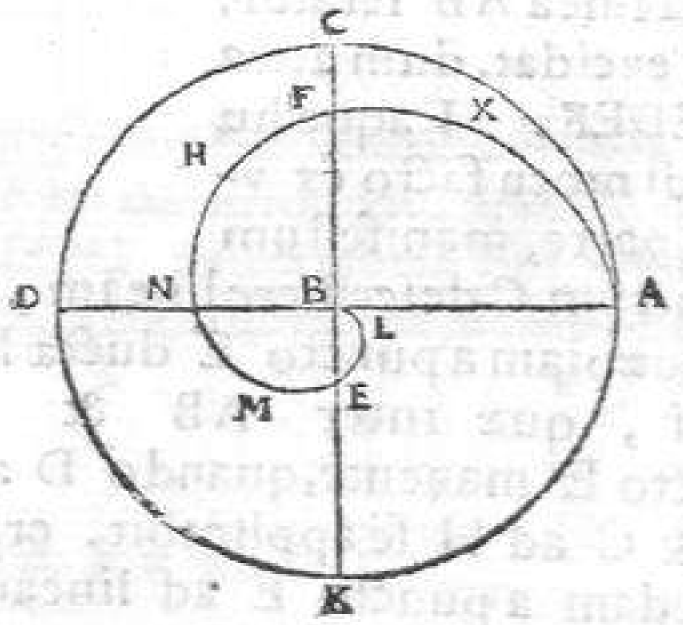
G Et ut quadratum ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylidrus a parallelogrammo KT circa axem NT factus ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem] *Cylindrus a parallegrammo* KT *circa axem* NT *factus baſim habet circulum, cuius ſemidiameter eſt* KN, *uel* RT, *& altitudinem* NT: *cylindrus autem factus a parallelogrammo* MT *circa eundem axem, baſim habet circulum, cuius ſemidiameter* MN, *uel* ZT, *& altitudinem eandem. Hi igitur cylindri cum altitudinem eandem habeant, inter ſe ſunt, ut eorum baſes; baſes autem ut diametrorum, uel ſemidiametrorum quadrata. Vt igitur quadratum ex* RT *ad quadratum ex* TZ, *ita cylindrus factus a parallelogrammo* KT *circa axem* NT *ad cylindrum a parallegrammo* MT *circa eundem axem.*

THEOREMA XXII. PROPOS. XXII.

Deiceps autem theorema circa eandem lineam notatione dignum conſcribemus. Sit enim & circulus prædictus in ortu, & linea ſpiralis eadem AFEB. Dico iam ſi ducatur quæpiá recta linea, vt BF, eſſe figuram contentam tota linea ſpirali, & recta AB, ad eam quæ linea ſpirali FEB, & BF recta continetur, vt cubus, qui fit à recta linea AB ad cubum, qui ab ipſa FB.



Deſcribatur enim circulus per F circa centrum B, qui ſit FGH. Itaque quoniam ut figura, quæ linea ſpirali AFCB, & recta AB continetur ad figuram contentam ſpirali FEB & recta FB, ita eſt ACD circulus ad figuram circumferentia FGH, & FB BH rectis lineis contentam. vtrumque enim vtriuſque tertiam partem eſſe iam oſtenſum fuit. circulus autẽ ACD ad ſpacium contentum rectis lineis FB FH & circumferentiam FGH proportionem habet compoſitam ex ea, quam habet ACD circulus ad circulum FGH, & ex ea, quam circulus FGH habet ad ſpacium rectis lineis FB BH, & FGH circumferentia contentum. Sed vt ACD circulus ad circulum FGH, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BF: & vt circulus FGH ad dictum ſpacium, ita tota ipſius circumferentia ad circumferentiam FGH; hoc eſt ACD circuli circumferentia ad ipſam CDA, hoc eſt propter accidens ſpiralis lineæ, recta linea AB ad BF rectam; figura igitur, quę linea ſpirali & recta AB continetur, ad contentam ſpirali, & recta BF proportionem habet compoſitam ex ea, quam habet quadratum ex AB ad quadratum ex BF, & ex ea, quam recta linea AB habet ad BF. A hæc autem proportio eadem eſt, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum.



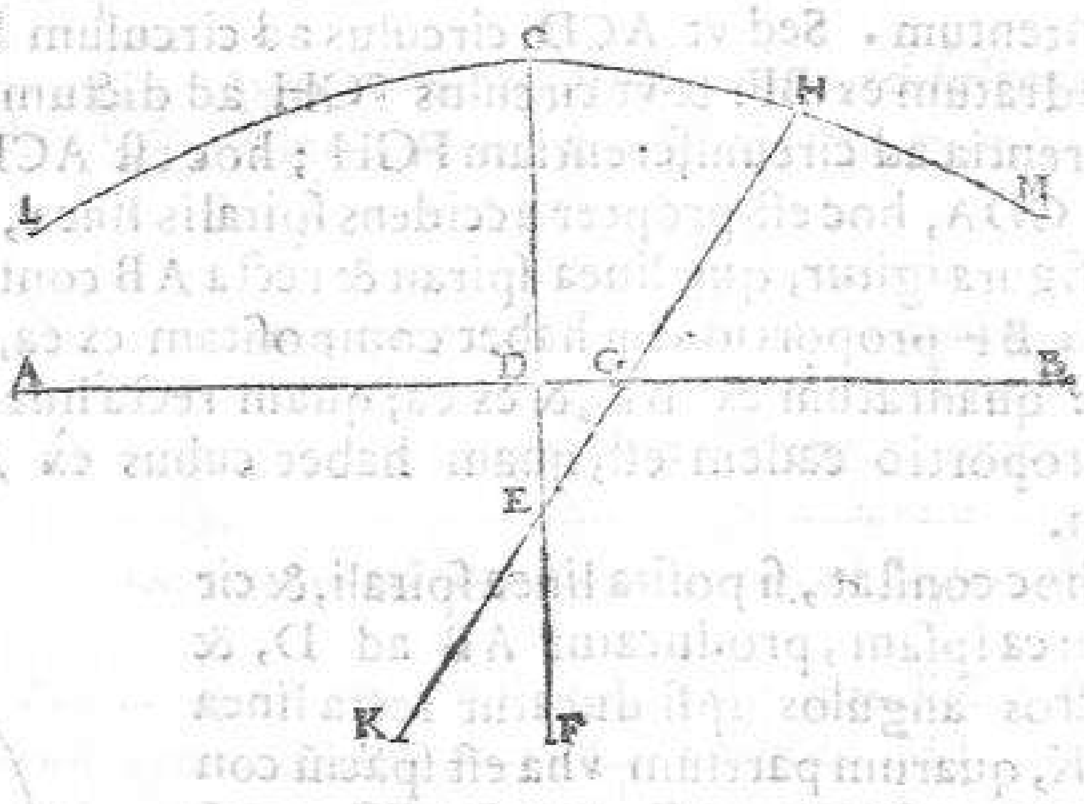
B Ex hoc conſtat, ſi poſita linea ſpirali, & circulo circa ipſam, producatur AB ad D, & ad rectos angulos ipſi ducatur recta linea CFBEK, quarum partium vna eſt ſpaciũ contentum linea ſpirali BLE, & recta BE, earũ illud quidem, quod continetur ſpirali NME & rectis NB BE eſſe ſeptem, & quod continetur ſpirali FHN, & rectis FB BN vndeuiginti: quod vero ſpirali AXF & rectis AB BF continetur triginta ſeptem. perſpicua enim hęc ſunt ex præoſtenſo theoremate. Et quarum AB recta eſt quattuor, earum ipſam quidem FB eſſe trium, NB autem duarum, & BE vnius. quod etiam perſpicuum eſt ex accidente lineæ ſpiralis, & ex eo, quod circumferentiæ AC CD DK KA inter ſe æquales ſunt.

COMMENTARIVS.

A Hæc autem proportio eadem eſt, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum] *Hoc nos oſtendimus in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione 21.*

B Ex hoc conſtat, ſi poſita linea ſpirali, & circulo circa ipſam producatur AB ad D &c.] *Quoniam enim tota circuli circumferentia in quattuor partes æquales diuiſa eſt per diametros AD CK, quæ ſeſe ad rectos angulos ſecant, ſi AB ponatur eſſe partium quattuor, erit BF trium, NB duarum, & BE vnius. Quoniam igitur figura, quæ continetur linea ſpirali, & recta AB ad figuram linea ſpirali BLE & recta BE contentam, eſt vt cubus ex recta linea AB factus ad cubum ex ipſa BE; & cubus ex AB eſt partium 64, cubus autem ex BE partis vnius: quarum partium figura contenta linea ſpirali, & recta AB eſt 64, earum unius eſt figura contenta linea ſpirali BLE, & BE recta. Rurſus quarum partium figura contenta linea ſpirali & recta AB eſt 64, earumdem 8 eſt figura, quæ linea ſpirali NMLEB, & NB recta continetur. quare figura contenta linea ſpirali NME, & rectis NB BE eſt ſeptem. & ſimiliter quarum partium figura contenta linea ſpirali, & recta AB eſt 64, earum 27. eſt figura contenta linea ſpirali FHNMELB, & BF recta: figura igitur contenta ſpirali FHN, & FB BN rectis lineis eſt partium 19. ergo reliqua figura, quæ ſpirali AXF, & rectis AB BF continetur, erit partium 37.*

Ad cubi duplationem excogitata eſt a Nicomede quædam linea, quæ huiuſmodi ortum habet.



Exponatur recta linea AB, cui ad rectos angulos ducatur CDF, & in ipſa CDF ſumatur aliquod punctum datum E. atque puncto E in eodē loco manente, recta linea CDEF feratur in recta ADB, per punctum E attracta, ita ut D ſemper in recta linea AB feratur, & non excidat. dum attrahitur EDEF. Itaque huiuſmodi motu facto ex vtraque parte, manifeſtum eſt punctum C deſcribere lineam, qualis eſt LCM, cuius accidens eſt, ut ſi recta linea quæpiam a puncto E ductæ lineæ LCM occurrat, ipſam CD æqualem eſſe ei, quæ inter AB & LCM interiicitur. manente enim AB, & puncto E manente, quando D ad G ſe applicauerit, congruet recta CD cum GH, & C ad H ſe applicabit. ergo CD ipſi GH eſt æqualis. ſimiliter & ſi alia quædam a puncto E ad lineam ducatur, erit ea, quæ inter lineam, & AB rectam interiicitur, ipſi CD æqualis. Vocatur autem, inquit, recta linea quidem AB, regula; punctum E polus: CD interuallum: quoniam huic æquales ſunt, quæ ipſi LCM occurrunt. linea uero LCM uocetur conchoides prima. nā & ſecunda & tertia, & quarta exponitur, quæ ad alia theoremata vtiles ſunt.

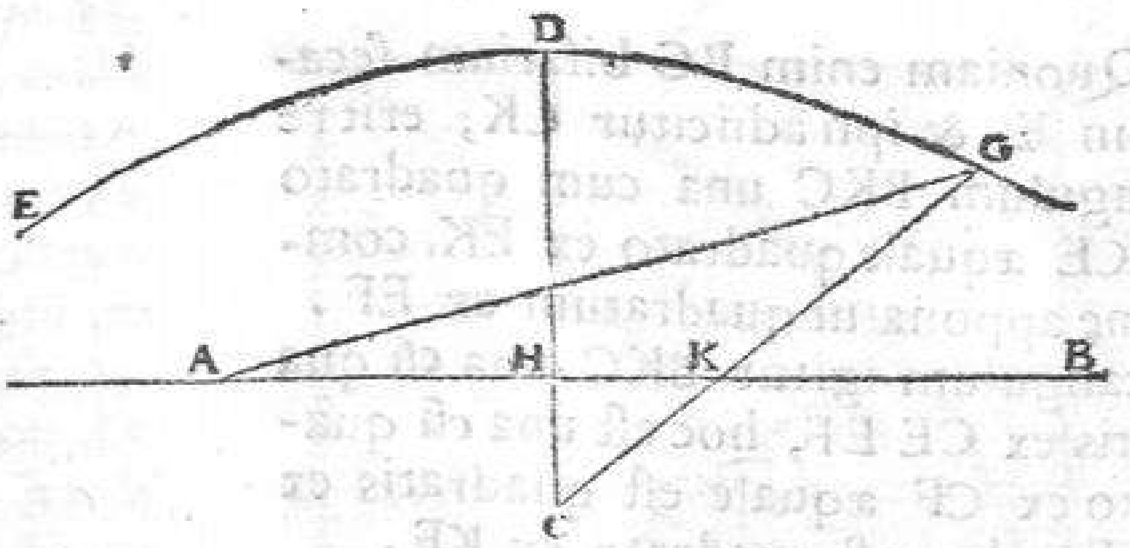
At vero inſtrumentaliter poſſe lineam deſcribi, & ſemper ad regulam magis accedere, hoc eſt omnium perpendicularium, quæ ab aliquibus punctis lineæ LCM ad AB ducuntur, maximam eſſe CD; quæ autem ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe maiorem. & ſi recta linea quædam inter regulam, & conchoidem cadat, producaturque, eam a conchoide ſecari Nicomedes ipſe demonſtrauit, ✱ & nos in Analemma Diodori, cum vellemus angulum tripartito ſecare, prædicta linea uſi ſimus.

COMMENTARIVS.

Nicomedes ipſe demonſtrauit] ✱ *Vide Eutocium in commentariis in ſecundum librum Archimedis de ſphæra, & cylindro; vbi & hoc demonſtratur, & alia omnia fuſius explicantur.*

PROBLEMA I. PROPOSITIO XXIII.

Ex his autem manifeſtum eſt fieri poſſe, vt angulo dato, videlicet GAB, & puncto extra ipſum C, ducatur CG, ita vt KG, quæ interijcitur media inter lineam, & ipſam AB fiat ęqualis rectæ lineæ datæ.



Ducatur enim perpendicularis a puncto C ad AB, quæ ſit CH: & producatur, ſitque DH datæ rectæ lineæ æqualis: & polo quidem C, & interuallo dato, uidelicet DH, regula autem AB deſcribatur linea conchoides prima EDG. occurrit igitur ipſi AG ex eo, quod dictum eſt, occurrat in G, & iungatur CG. ergo & KG rectæ lineę datæ ęqualis erit. Quidam vero commoditatis cauſſa aptantes regulam ad punctum C, ipſam uſque eò commouent, quoad quæ interiicitur ✱ media inter AB rectam, & lineam EDG experientia fiat datæ rectę lineæ ęqualis. hoc enim exiſtente id, quod initio propoſitum eſt, demonſtratur. Dico autem, cubus cubi duplus inuenitur.

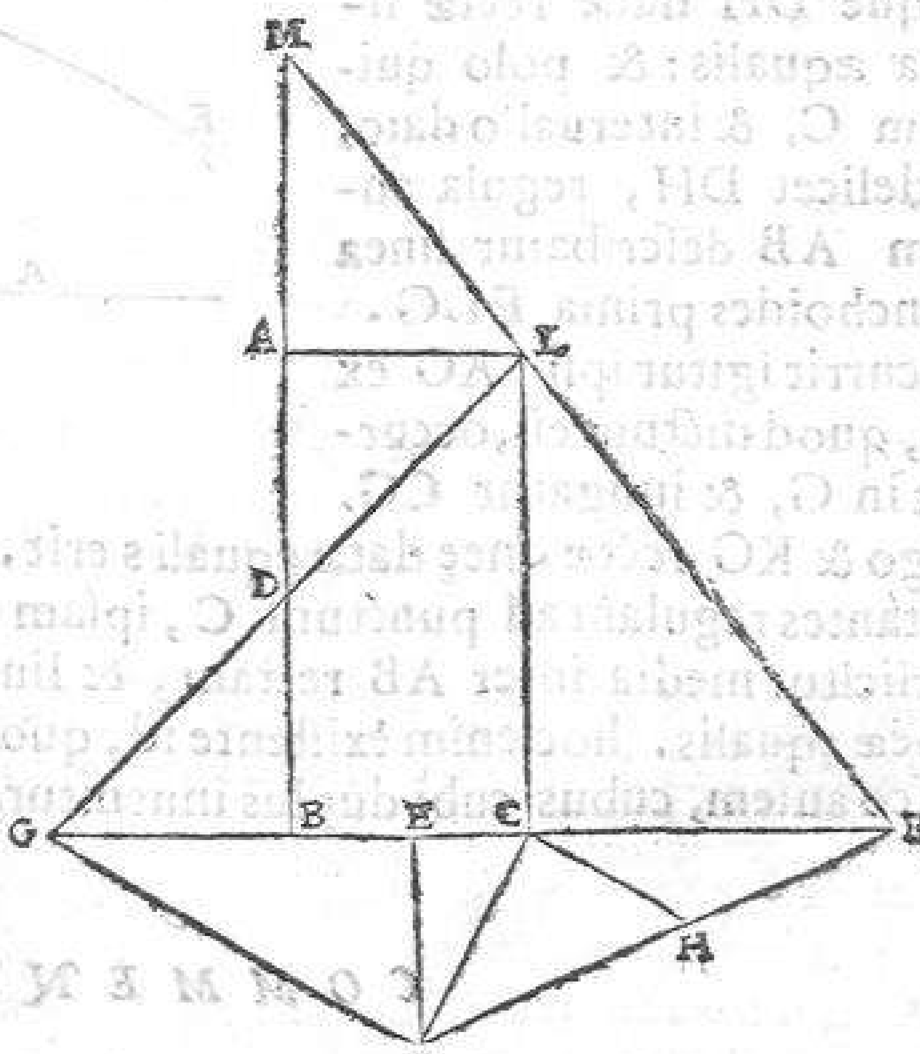
COMMENTARIVS.

Inter AB rectam, & lineam EDG experientia fiat datæ rectę lineę ęqualis] ✱ *Vide ne legendum ſit, inter AB rectam, & lineam AG. illud enim hoc pacto abſque linea conchoide perfici poteſt.*

PROBLEMA II. PROP. XXIIII.

Sed prius duabus datis rectis lineis duæ mediæ in continua analogia aſſumuntur. quorum Nicomedes quidem conſtructionem tantum expoſuit: Nos vero & demonſtrationem conſtructioni accommodabimus; hoc modo

Sint duę rectę lineę CL LA ad rectos inter ſe angulos, quarum oportet duas medias proportionales in continua analogia inuenire: compleaturque ABCL parallelogrammum; & utraque ipſarum AB BC in punctis DE bifariam ſecetur: & iuncta DL producatur, ut occurrat rectæ lineæ CB productæ in puncto G: ipſi autem BC ſit ad rectos angulos EF, & ducatur CF, quæ ſit æqualis AD: & iuncta FG ipſi parallela ſit CH. angulo autem exiſtente KCH a dato puncto F ducatur FHK, faciens HK ipſi AD, uel CF ęqualem. (hoc enim per lineam conchoidem fieri poſſe iam oſtenſum eſt) & iuncta KL producatur, ut occurrat rectæ lineæ AB protractæ in puncto M. Dico ut LC ad CK, ita eſſe CK ad MA; & MA ad AL.



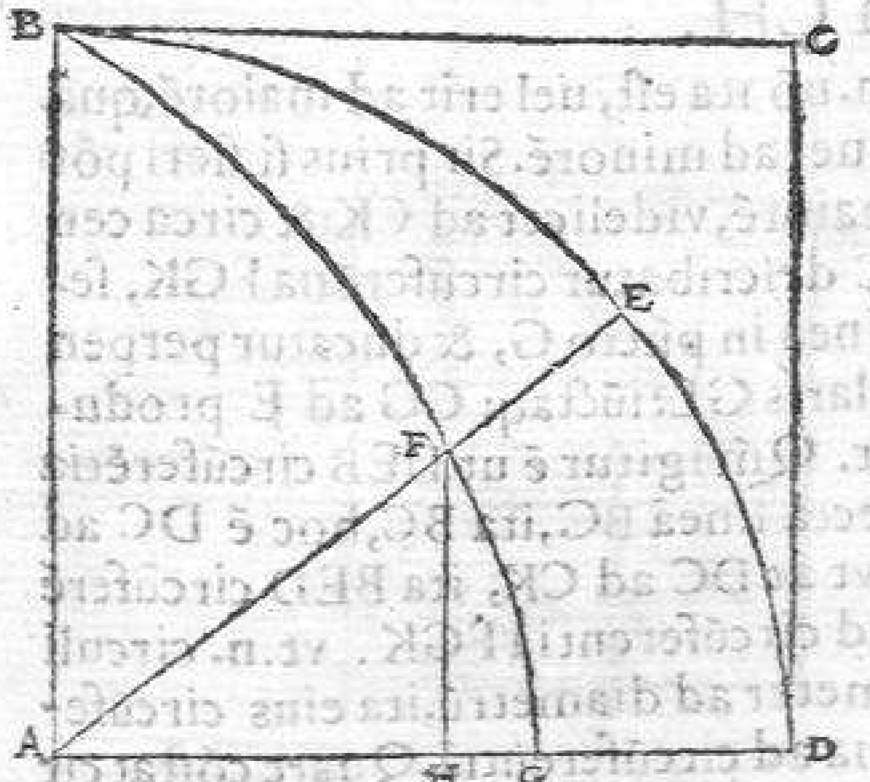
Quoniam enim BC bifariam ſecatur in E, & ipſi adiicitur CK; erit rectangulum BKC una cum quadrato ex CE æquale quadrato ex EK. commune apponatur quadratum ex EF. rectangulum igitur BKC una cũ quadratis ex CE EF, hoc eſt una cũ quadrato ex CF æquale eſt quadratis ex KE EF, hoc eſt quadrato ex KF. Et quoniam ut MA ad AB, ita ML ad LK: ut autem ML ad LK: ita BC ad CK: erit & ut MA ad AB, ita BC ad CK. atque eſt ipſius quidem AB dimidia AD: ipſius uero BC dupla CG. ergo & ut MA ad AD, ita erit GC ad CK. Sed ut GC ad CK, ita FH ad HK, propter lineas parallelas GF, CH. componendo igitur ut MD ad DA, ita eſt FK ad KH. æqualis autem ponitur AD ipſi HK, quoniam & ipſi CF. ergo & MD ipſi FK æqualis erit: & quadratum ex MD quadrato ex FK æquale. atque eſt quadrato quidem ex MD æquale rectangulum BMA una cum quadrato ex AD. Sed quadrato ex FK ęquale demonſtratum eſt rectãgulum BKC una cum quadrato ex CF. quorum quadratum ex AD æquale eſt quadrato ex CF, quòd AD ipſi CF æqualis ponatur. ergo & BMA rectangulum rectangulo BKC eſt æquale: & ut MB ad BK, ita KC ad MA. vt autem MB ad BK, ita LC ad CK. quare ut LC ad CK, ita MA ad AL. Vt igitur LC ad CK, ita erit CK ad MA, & MA ad AL.

PROBLEMA III. PROPOSITIO. XXV.

Itaque cum hoc demonſtratũ ſit, perſpicuum eſt, quomodo oporteat dato cubo alium cubũ in data proportione inuenire.

Sit enim data proportio, quam habet recta linea A ad B rectam: & ipſarum AB duæ mediæ proportionales in continua analogia aſſumantur, uidelicet C D. erit igitur ut A ad B, ita cubus, qui fit ab A ad eum, qui a C cubum. hoc enim ex ipſis elementis manifeſte conſtat.

Ad circuli quadraturam aſſumpta eſt a Dinoſtrato, & Nicomede, & nonnullis iunioribus quędam linea, cui ab accidente, quod circa ipsã, nomẽ impoſitum eſt. Vocetur. n. ab ipſis τετραγωνίζουσα, hoc eſt linea quadrans. & ortum habet eiuſmodi.

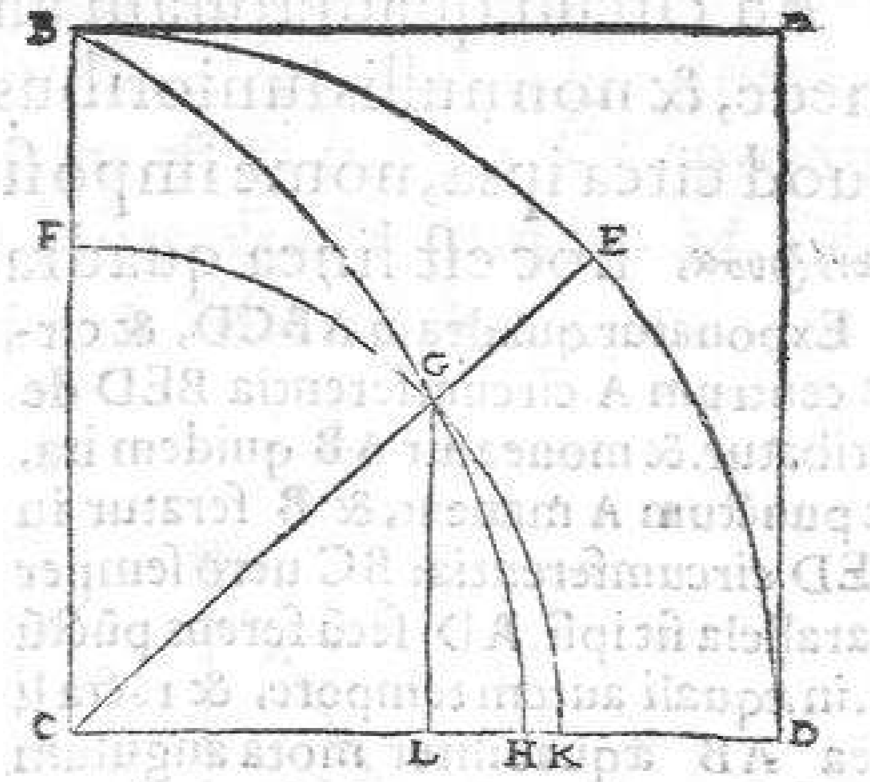


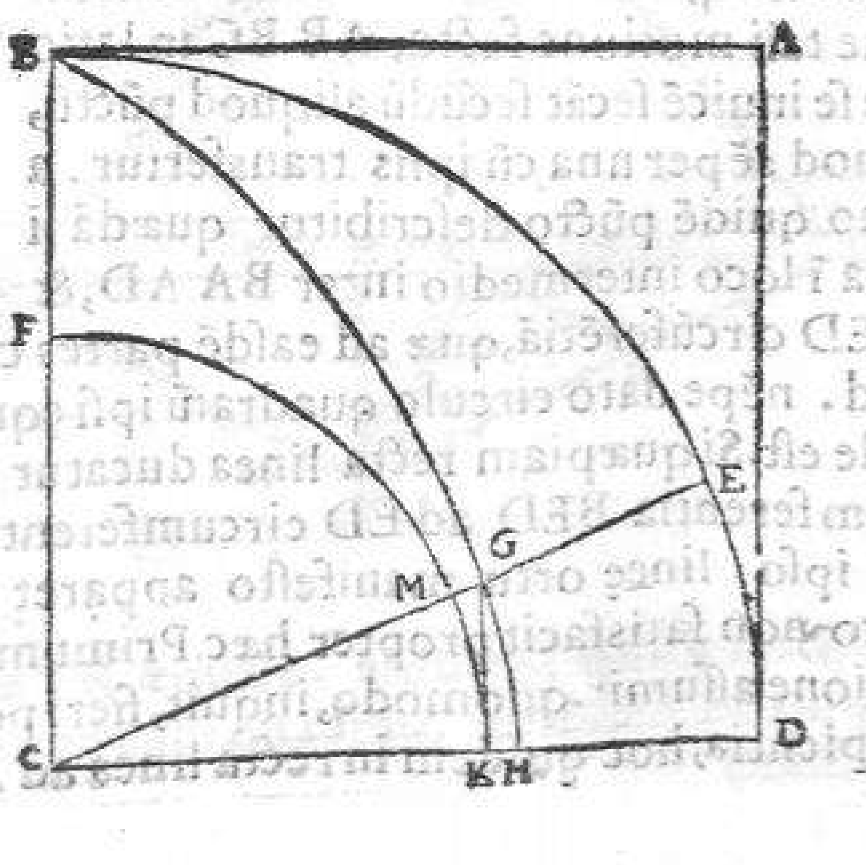
Exponatur quadratũ ABCD, & circa centrum A circumferentia BED deſcribatur. & moueatur AB quidem ita, vt punctum A maneat, & B feratur in BED circumferentia: BC uero ſemper parallela ſit ipſi AD ſecũ ferens pũctũ B. in æquali autem tempore, & recta linea AB æquabiliter mota angulum BAD, hoc eſt punctum B circumferentiam BED percurrat, & BC ipſam BA lineam; hoc eſt B punctũ in linea BA feratur. cõueniet igitur BC cũ AD; vbi primũ vtræq; AB BC inter ſe cõgruẽt. Itaque tali motione facta, AB BC in latione ſe inuicẽ ſecãt ſecũdũ aliquod pũctũ, quod ſẽper una cũ ipſis transfertur. a quo quidẽ pũcto deſcribitur quædã linea ĩ loco intermedio inter BA AD, & BED circũferẽtiã, quæ ad eaſdẽ partes cõcaua hẽt, ut BFG. & videtur utilis eẽ ad illud. nẽpe dato circulo quadratũ ipſi ęquale inuenire. Principale ãt eius ſymptoma tale eſt. Si quæpiam recta linea ducatur ad circumferentiam, ut AFE, erit tota circumferentia BED ad ED circumferentiam, ut recta linea BA ad FH. hoc enim ex ipſo lineę ortu manifeſto apparet. Hęc autem linea ſpero iure ac merito non ſatisfacit propter hæc. Primum. n. ad quod uidetur utilis eſſe, hoc in ſuppoſitione aſſumit. quomodo, inquit, fieri põt, ut duo pũcta ab ipſo B principiũ motus capientia; hoc quidem in recta linea ad A, illud uero in circumferentia ad D in æquali tēpore ſimul reſtituãtur, niſi prius proportio rectę lineæ AB ad circũferẽtiã BED cognita ſit? In hac.n.proportione, & motuũ uelocitates ſint, neceſſe eſt. nã quo pacto arbitrantur ea ſimul reſtitui, velocitatibus temere, & nulla ratione utentia? niſi forte quiſpiam dicat, hoc caſu euenire, quod eſt abſurdum. Præterea terminus, quo ipſi utuntur ad circuli quadraturam, videlicet quo loco punctum ſecet rectam lineam AD non inuenitur. Intelligatur.n.quæ dicta ſunt in propoſita figura, quando rectæ lineę CB BA motæ ſimul reſtituuntur, congruunt rectæ lineæ AD, neque ſeſe amplius ſecant, ceſſat.n.ſectio antequam ipſi AD congruant. quæ quidẽ ſectio terminus factus eſt lineæ, in quo cum ipſa AD recta linea conuenit: ni forte intelligamus lineam productam, quemadmodum poſuimus rectas lineas uſque ad ipsã AD. quod tamen ex eorum principiis non ſequitur. Sed utcumque ſumatur punctum G, præcedere debet proportio circumferentiæ ad rectam lineam. niſi.n.ea detur, illud fieri nequaquam poteſt. An oportet nos eorum, qui talem lineam inuenerunt, opinionem ſecutos, ipſam admittere, quę quodammodo mechanica eſt, & ad multa problemata ipſis mechanicis conducit. Sed multo magis admittendum eſt problema, quod per ipſam demonſtratur.

THEOREMA XXIII. PROPOS. XXVI.

Quadrato enim exiſtente ABCD, & circũferentia BED circa centrum C, & linea quadrante BHG facta, ſicuti dictum eſt, oſtenditur ut DEB circumferentia ad rectam lineam BC, ita eſſe BC ad ipſam CH.

Si.n.nõ ita eſt, uel erit ad maiorẽ, quã CH, uel ad minorẽ. Sit prius ſi fieri põt ad maiorẽ, videlicet ad CK: & circa centrũ C deſcribatur circũferẽtia FGK, ſecãs lineã in pũcto G, & ducatur perpendicularis GL: iũctaq; CG ad E producatur. Qm̃ igitur ẽ ut DEB circũferẽtia ad rectã lineã BC, ita BC, hoc ẽ DC ad CK. vt ãt DC ad CK, ita BED circũferẽtia ad circũferentiã FGK. vt.n. circuli diameter ad diametrũ, ita eius circũferentia ad circũferentiã. Quare cõſtat circũferentiã FGK rectę lineę BC ęqualẽ ẽẽ. Et qm̃ pp accidẽs lineę, ut BED circũferẽtia ad circũferẽtiã ED, ita ẽ recta linea BC ad GL, erit ut circũferẽtia FGK, ad GK circũferẽtiã, ita BC ad GL. & oſtẽſa ẽ FGK circũferẽtia rectę lineę BC æqualis; ęqualis igitur ẽ circũferẽtia GK ipſi GL rectę, quod eſt abſurdũ. ergo nõ eſt ut circũferentia BED ad rectam BC ita BC ad maiorem, quam CH. Dico præterea neque ad minorem. Si.n.fieri





poteſt,

poteſt, ſit ad CK: & circa C centrum deſcribatur circumferentia FMK. & ad rectos angulos ipſi CD ducatur KG ſecans lineã quadrantem in G: & iuncta CG producatur ad E. Similiter iam dictis oſtendemus circumferentiã FMK rectæ lineę BC eſſe ęqualem. & ut BED circumferentia ad circumferentiam ED, hoc eſt vt circũferẽtia FMK ad MK, ita eſſe BC rectam ad rectam GK. ex quibus ſequitur circumferentiam MK rectæ lineæ KG ęqualem eſſe. quod eſt abſurdum. non igitur erit ut circũferentia BED ad rectam BC, ita BC ad minorem, quam CH. oſtenſum autem eſt, neq; ad maiorem. ergo ut circumferentia BED ad rectam BC, ita eſt BC ad ipſam CH. Sed & illud manifeſtum eſt, tertiam proportionalem ipſarum HC, CB circumferentiæ BED æqualem eſſe; & eius quadruplam æqualem circumferentiæ totius circuli.

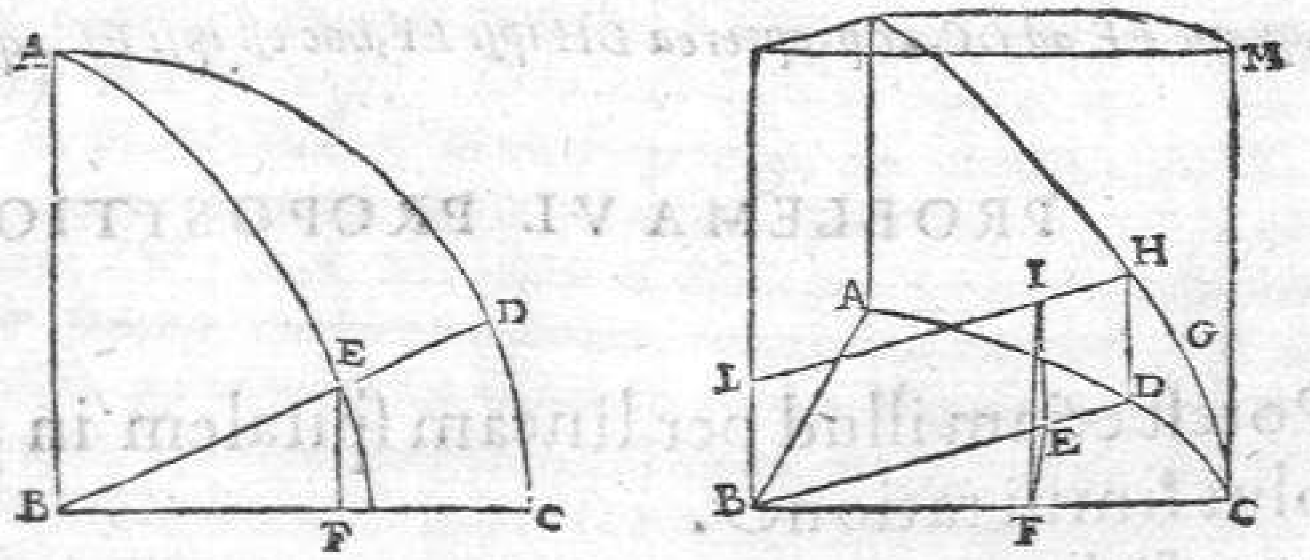
PROBLEMA IIII. PROP. XXVII.

Itaque inuenta recta linea circumferentiæ circuli ęquali perſpicuum eſt quomodo oporteat, & ipſi circulo æquale quadratum facile & nullo negotio conſtiruere.

etenim quod circuli ambitu & ea, quæ ex centro continetur, duplum eſt ipſius circuli, ut Archimedes demonſtrauit.

PROBLEMA V. PROPOSITIO XXVIII.

Hic igitur lineę ortus magis mechanicus eſt, ut dictum fuit, geometrice uero per locos, qui ad ſuperficies dicuntur, reſolui poteſt, hoc modo



Sit circuli quadrãs A
poſitione datꝰ ABC,
& ducatur, ut contingit B
recta linea BD: &
ad BC perpendicularis
EF, quæ ad circũferentiam
DC proportionem datã habeat. C
Dico punctũ E
ad lineam eſſe. Intelligatur. n. a circumferentia D
ADC recti cylindri ſuperficies, &
in ipſa linea ſpiralis deſcripta, quæ poſitione detur CCH, ſitq; HD latus cylindri, E F
& ad planũ circuli perpẽdiculares ducãtur EI BL, videlicet ad rectos angulos erectæ, G
& per H ipſi BD parallela HL. Itaque quoniã proportio rectæ lineę EF ad circũferentiã H
DC eadẽ eſt, quæ proportio CE, hoc eſt DH ad circũferẽtiã DC propter lineã ſpiralẽ, & data eſt proportio rectæ lineæ CE ad DC: & proportio EF ad DC erit data: ſuntq; FE EI poſitione. ergo & iũcta FI poſitione erit. & eſt ad BC perpẽdicularis. eſt ãt FI in plano, quare & punctũ I: atq; eſt in ſuperficie: fertur. n. BL & per lineã ſpiralẽ HGC, & per LB rectã lineã, quæ & ipſa poſitione datur, cũ ſit ſubiecto plano parallela. ad lineã igitur eſt punctũ I, ergo & E. Hoc quidẽ uniuerſe reſolutũ eſt. Si autem rectæ lineæ EF proportio ad DC circumferentiam eadem ſit, quæ rectę BA ad circumferentiam ADC, prædicta linea quadrans efficitur.

COMMENTARIVS.

A Sit circuli quadrans poſitione datus ABC] *Sit enim B circuli centrum, & BA* BC *ex centro circuli, &* ADC *quarta pars circumferentiæ ipſius.*

B Et ducatur vt contingit recta linea BD, & ad BC perpendicularis EF, quæ ad circumferentiam DC proportionem datam habeat] *Ex centro* B *ducatur vtcumque BD, & ſumpto in BD puncto E, ducatur ad* BC *perpendicularis* EF, *ita vt EF ad circumferentiam* CD *datam habeat proportionem, videlicet eam, quam recta linea AB habet ad circumferentiam* ADC.

C Dico punctum E ad lineam eſſe] Hoc *eſt punctum E eſſe in linea quadrante.*

D Intelligatur.n.a circumferentia ADC recti cylindri ſuperficies] Hoc *ẽ intelligatur cylindri recti quarta pars cuius baſis ſit circũferẽtia* ADC, *& altitudo* CM *ipſi AB æqualis.*

E Et in ipſa linea ſpiralis deſcripta, quæ poſitione detur CGH] *Deſcribetur autem linea ſpiralis in dicti cylindri ſuperficie, ſi intelligatur in linea CM punctum aliquod incipiẽs a* C *æqualiter ferri uſque ad M, & eodem tempore lineam* C*M rectam ad planum circuli permeare circumferentiam CDA punctũ etenim illud lineam ſpiralem deſcribet, cuius principale accidens eſt, vt ſumpto quouis puncto in ipſa, quod exempli gratia ſit H, ductaque HD ad planũ perpendiculari, habeat HD ad circumferentiam DC eam proportionem, quam tota CM habet ad circumferentiam CDA. illud vero ita eſſe ex ipſo ortu manifeſto apparet.*

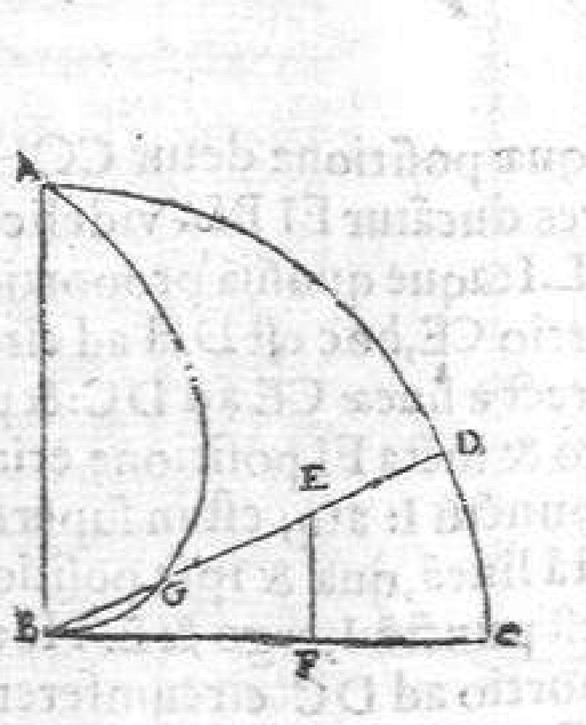
F Sitque HD latus cylindri.] *Hoc eſt ſit DH perpendicularis ad circuli planum, inſtar lateris cylindri.* Grecus *autem codex ſic habet* καὶ ϖ λ τοῦ κυλίνδρου ἡ θ δ. *Sed ſcribendum puto* καὶ ϖλευρα τοῦ κυλίνδρου ἡ θ δ.

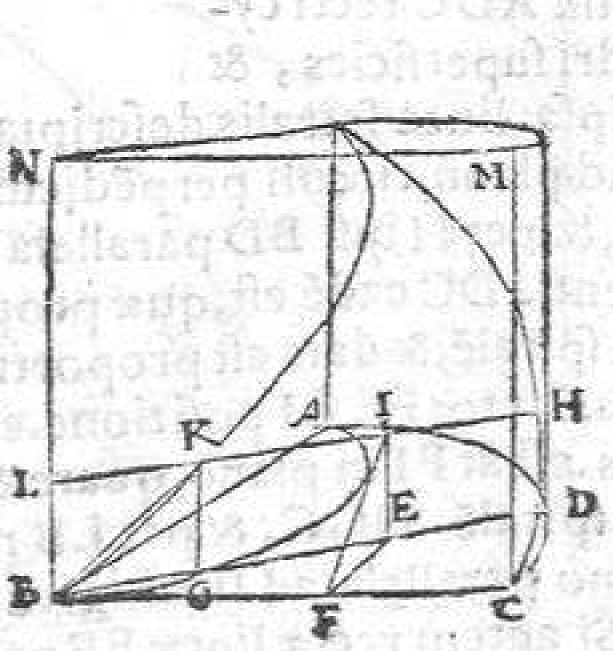
G Videlicet ad rectos angulos erectæ] *Græcus codex* ἀνεσταμέναι ὀρθαὶ, *quæ tamen mihi quodammodo ſupernacanea videntur.*

H Et per H ipſi BD parallela HL] *Occurret autem HL rectæ EI in puncto I, quoniã DH eſt æqualis ipſi EI, quòd utraque eidem EF ſit æqualis. Cum enim DH ad circumferentiã* DC *eandem proportionem habeat, quam tota* CM, *hoc eſt AB ad circumferentiam ADC propter lineam ſpiralem in cylindri ſuperficie deſcriptam, habeatque EF ad DC eandem proportionem, quam AB ad circumferentiam ADC ex poſitione; habebit DH ad DC eandem proportionem, quam EF ad DC, ac propterea DH ipſi EF, hoc eſt ipſi EI æqualis erit.*

PROBLEMA VI. PROPOSITIO XXIX.

Poteſt etiam illud per lineam ſpiralem in plano deſcriptam reſolui ſimili ratione.





Sit.n.rectæ lineę EF ad circũferẽtiã DC proportio eadẽ, quæ ipſius AB ad circũferentiam
A ADC. & ĩ quo tẽpe recta linea AB circa B pũctum mota pertrãſit circumferẽtiã ADC, pũctũ, quod eſt in ea incipiens a B peruenit ad

ad C, ipſius AB poſitionem aſſumens, & faciat lineam ſpiralem BGA. eſt igi- B
tur vt AB ad BG, ita ADC circumferentia ad circumferentiam CD: & permu-
tando vt BA ad circumferentiam ADC, ita BG ad CD circumferentiam. Sed
& EF ad CD eandem proportionem habet. æqualis igitur eſt BG ipſi EF. du 9 quint.
catur ad planum perpendicularis GK, ipſi BG æqualis. ergo punctum K eſt in C
ſuperficie cylindrica; in qua eſt linea ſpiralis. ſed eſt etiam in ſuperficie conica. D E
iuncta enim BK in conica fit ſuperficie, quæ per dimidium recti inclinata eſt ad
ſubiectum planum, ducta per datum punctum B. ergo ad lineam eſt ipſum K.
ducatur per K ipſi EB parallela LKI, & ad planum perpendiculares erigantur
BL EI in ϖληκτοειδει. igitur eſt ſuperficie LKI. fertur enim per rectam lineam F
BL, & per lineam ſperalem poſitione datam. ergo K & I ſunt in ſuperficie. Sed
& in plano. eſt enim FE ipſi EI æqualis, quoniam & ipſi BG. & fit poſitione
FI, quippe quòd ad BC eſt perpendicularis. ad rectam igitur lineam eſt punctũ
I. ergo & E. & manifeſtum eſt, ſi angulus ABC ſit rectus, lineam quadrantem,
de qua proxime dictum eſt oriri.

COMMENTARIVS.

Et in quo tempore recta linea AB circa B punctum mota pertranſit circumferentiam ADC, punctum quod in ea eſt, incipiens a B, peruenit ad C, ipſius AB poſitionem aſſumens] *Hęc pertinet ad deſcriptionem lineæ ſpiralis in plano, de qua ſuperius dictum eſt.* A

Eſt igitur vt AB ad BG, ita ADC circumferentia ad circumferentiam CD] *hoc lineę ſpiralis in plano deſcriptæ peculiare eſt accidens, vt ipſe etiam adnotauit.* B

Ergo punctum K eſt in ſuperficie cylindrica, in qua eſt linea ſperalis] *recta enim linea à puncto H, quod eſt in ſuperficie cylindrica, & in linea ſpirali ducta æquidiſtanter ipſi BD, occurrit lineæ GK in puncto K, cum GK ſit æqualis ipſi BG, hoc eſt LF, & ob id ipſi etiam DH.* C

Sed eſt etiam in ſuperficie conica] *ducatur à puncto B recta linea BN perpendicularis ad planum, & æqualis ipſi BA: & intelligatur recta linea OP æqualis BC, eandemque ipſi poſitionem habens, ita vt punctum O idem ſit quod B, & P idem quod C. Intelligatur præterea punctum aliquod incipiens ab O æqualiter ferri in linea OP: & in quo tempore punctum pertranſit OP, linea BC circa B mota percurrat circumferentiam CDA, ſimulque linea OP feratur duabus motionibus, vna quidem eleuando ſeſe à linea BC, continenter ipſi parallela, ita vt punctum O feratur in linea BN: altera vero, vt ſimul cum linea BC circumferatur. & in quo tempore punctum O ſe applicat ad N, linea BC vna cum NO ipſa pertrãſeat circumferentiam CDA. deſcribet enim punctũ illud lineam ſpiralem in conica ſuperficie. cuius vertex eſt BON in ea erit punctum K. principale autem eiuſmodi lineæ ſpiralis accidens eſt, vt ſumpto quouis puncto in ipſa, velut K, & ab eo ducta KG perpendiculari ad planum, habeat KG ad circumferentiam CD proportionem eandem, quam tota BN, hoc eſt BA habet ad circumferentiam CDA.* D

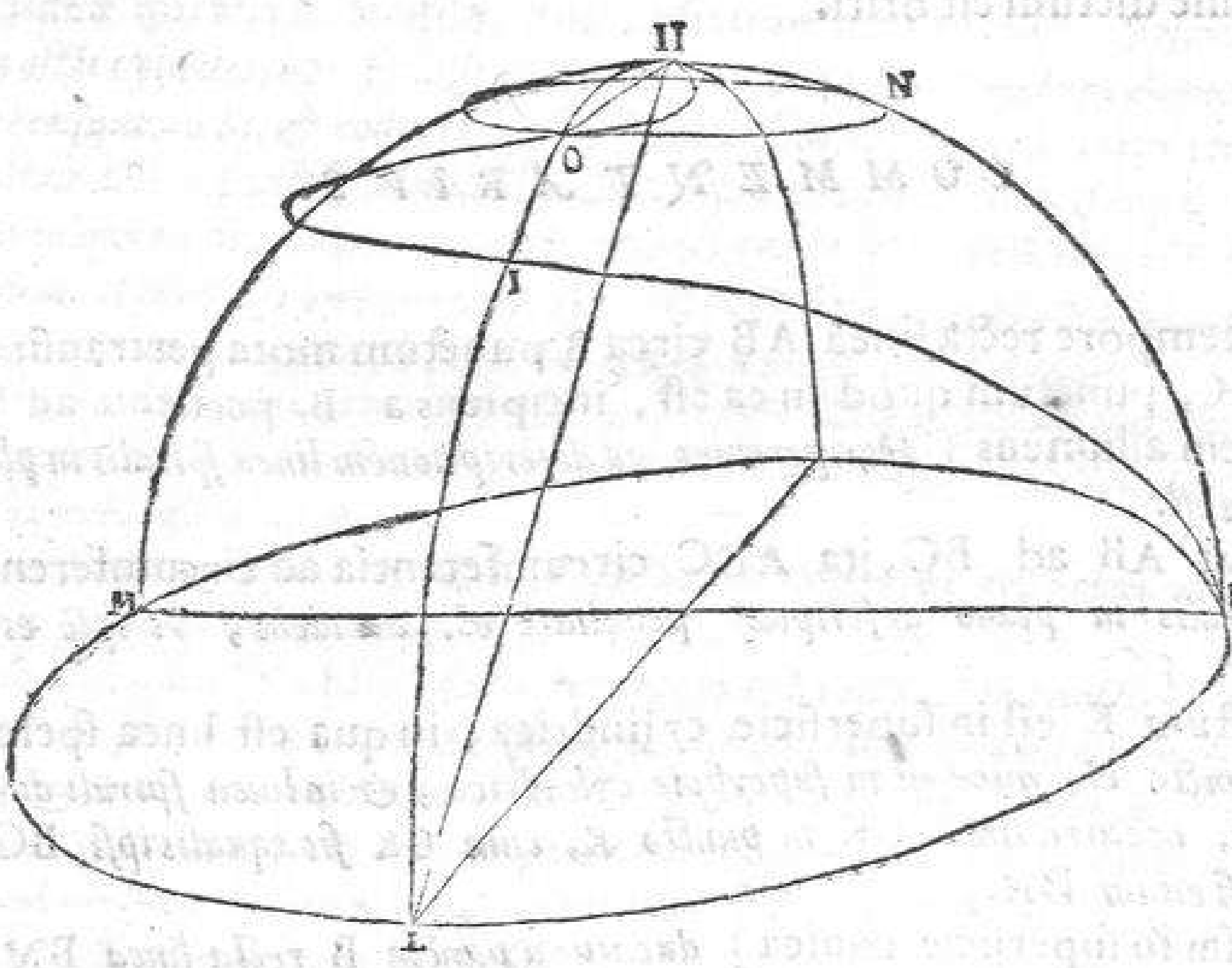
Iuncta enim BK in conica fit ſuperficie, quæ per dimidium recti inclinata eſt ad ſubiectum planum] *nam cum BG GK ęquales ſint, & angulus BGK rectus, erit vterque angulorum GKB KBG dimidius recti, ſuperficies autem coni inclinata eſt ad ſubiectum planum per angulum KBG. quare & per dimidium recti inclinata erit.* E

In ϖληκτοειδει igitur eſt ſuperficie LKI] *ſuperficierum ϖληκτοειδῶν inferius mẽtionẽ facit. quę ãt ſint, & cur ita dicãtur nuſquã me legiſſe memini, ſed vide ne legendũ ſit. ἐν κυλινδροειδει ἄρα ἐϖιφανεία ἡ λκι, hoc eſt in cylindrica igitur ſuperficie eſt LHI. ſuperius enim de cylindrica ſuperficie loquens eiſdem ferre verbis vſus eſt.* F

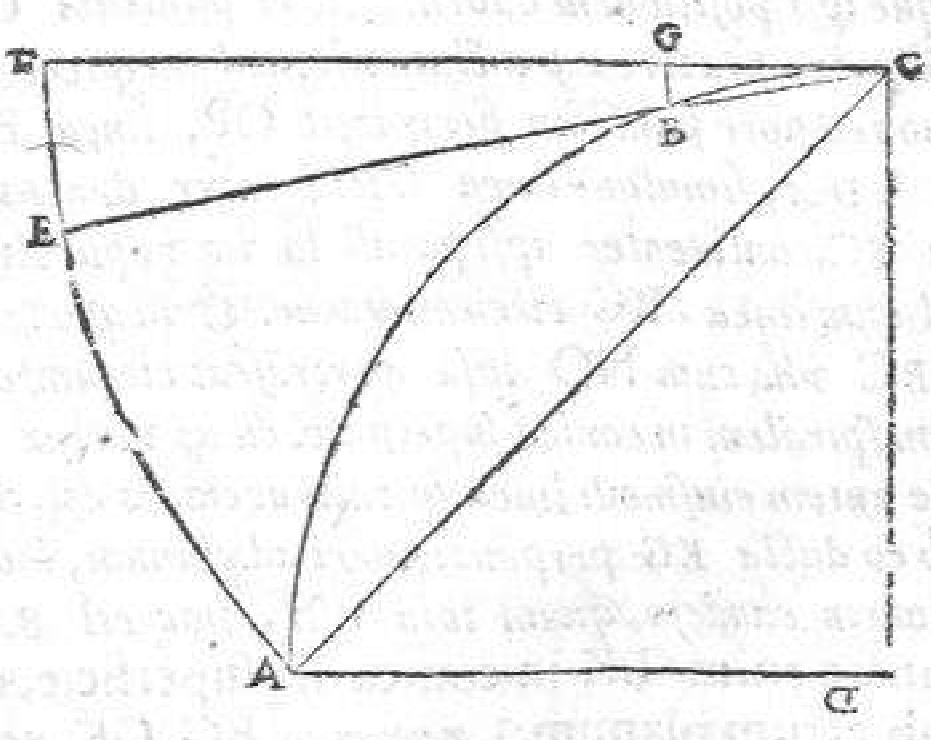
PRO-

PROBLEMA VII. PROPOSITIO. XXX.

Quemadmodum in plano intelligitur facta linea ſpiralis, dum punctum fertur in recta linea, quæ circulum deſcribit. & A præterea dum punctum fertur in vno latere ſuperficiem deſcribente, ita & in ſphæra conſequens eſt intelligere lineam ſpiralem deſcribi, hoc modo.



B Sit in ſphæra circulus maximus KLM circa polum H: atque a puncto H maximi circuli quarta pars deſcribatur HNK, & circumferentia HNK circa punctum H manẽs feratur in ſuperficie, vt ad partes LM, quo ad rurſus in eundem locũ reſtituatur, a quo moueri cæpit. ſimul vero aliquod punctum in ipſa latum, videlicet ab H ad K conuertatur. deſcribet utique illud in C ſuperficie lineam ſpiralem, qualis eſt ipſa HOIK. & quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo H deſcripta ad circumferentiam KL, eandem habeat circumferentia LH ad ipſam HO, Dico ſi exponatur quarta pars maximi circuli in ſphæra deſcripti, cuius circumferentia ABC, & centrum D; iungaturque CA; vt dimidie ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem HOIK, & circumferẽtiam HNK interijcitur, ita eſſe ABCD ſectorem ad circuli portionem ABC. ducatur enim recta linea circumferentiam contingens CEF, & circa centrum C per A deſcribatur circumferentia AEF.



æqualis

æqualis igitur eſt ABCD ſector ſectori AEFC: angulus enim ad punctum D
duplus eſt anguli ACF, & quadratum, quod fit ex DA dimidium eſt eius, quod
ex AC. Dico igitur & vt iam dictæ ſuperficies inter ſe ſunt ita eſſe AEFC ſecto- E
rem ad portionem circuli ABC. & quę pars eſt circumferentia KL totius circu- F
li circumferentię, eadem pars ſit circumferentia FE ipſius FA. iungaturque EC.
erit & circumferentia BC ipſius ABC eadem pars. quę autem pars eſt KL totius G
circumferentię, eadem eſt & HO ipſius HOL. atque eſt æqualis HOL ipſi ABC.
ergo HO ipſi BC eſt æqualis. Deſcribatur circa polum H circumferentia ON:
& per B circa centrum C deſcribatur BG. Quoniam igitur ut ſuperficies H
ſphęrica LKH ad ſuperficiem OHN, ita tota dimidię ſphæræ ſuperficies ad ſu-
perficiem portionis ſphęræ, cuius ea, quę ex polo eſt HO; vt autem dimidię ſphę- K
ræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, ita eſt quadratum rectæ lineæ, quæ
HL puncta coniungit ad quadratum eius, quæ coniungit HO: hoc eſt quadra-
tum ex EC ad CD, quod fit ex CB quadratum: erit & ut ſector in ſuperficie L
ſphæræ LKH ad ſectorem OHN, ita ſector EFC ad ſectorem BGC. Similiter
demonſtrabimus & ut omnes in dimidia ſphæra ſectores æquales ſectori KLH,
qui ſcilicet ſunt tota dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſectores circa lineam ſpiralem
deſcriptos; reſpondenteſque ipſi NHO, ita eſſe omnes ſectores in AFC ipſi EFC
æquales, hoc eſt totum AFC ſectorem ad ſectores deſcriptos circa portionem cir
culi ABC, qui ipſi BGC reſpondent. Eodem modo oſtendetur & ut dimidiæ
ſphæræ ſuperficies ad ſectores inſcriptos lineæ ſpirali, ita eſſe ſectorem AFC ad ſe-
ctores portioni ABC inſcriptos. quare & ut dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuper
ficiem, quæ inter lineam ſpiralem, & circumferentiam HNK interiicitur, ita erit
ſector AFC, hoc eſt quarta pars circuli ABCD ad ABC portionem.
Itaque concluditur ex hoc ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem, & circumferen-
tiam HNK interiicitur, portionis circuli ABC octuplam eſſe. quoniam & M
dimidiæ ſphæræ ſuperficies ſectoris ABCD eſt octupla. Superficies autem inter
lineam ſpiralem, & baſim dimidiæ ſphæræ interiecta octupla eſt trianguli ACD,
hoc eſt æqualis ei, quod a diametro ſphæræ fit quadrato.

COMMENTARIVS.

Et pręterea dum punctum fertur in uno latere, ſuperficiem deſcribente] *Hoc* A
dictum eſt, propter lineam ſpiralem, quæ in ſuperficie conica & cylindrica deſcribitur. in
quo enim tempore punctum latus coni, uel cylindri pertranſit, in eo & dictum latus fer-
tur in ſuperficie coni uel cylindri, quoad rurſus in eundem locum, a quo moueri ceperat,
reſtituatur.

Atque a puncto H maximi circuli quarta pars deſcribatur HNK] *Hoc eſt deſcri* B
batur quarta pars circumferentię maximi circuli.

Et quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo H de- C
ſcripta ad circumferentiam KL, eandem habeat circumferentia LH ad ipſam
HO] *Sit autem nunc circumferentia* LH *quadrupla circumferentiæ* HO. *quoniam poſi-*
ta eſt tota maximi circuli circumferentia KLM circumferentiæ KL quadrupla.

Aequalis igitur eſt ABCD ſector ſectori AEFC: angulus enim ad pun- D
ctum D duplus eſt anguli ACF, & quadratum, quod fit ex DA dimidium eſt
eius, quod ex AC] *Quoniam enim circulus, cuius ſemidiameter AD dimidius*
eſt eius, cuius ſemidiameter AC, Sunt enim circuli inter ſeſe ut diametrorum, uel
ſemidiametrorum quadrata; erit quarta pars circuli, cuius ſemidiameter AD
æqualis octauę parti circuli, cuius ſemidiameter AC. Sed ABCD ſector eſt quar-
ta pars circuli, cuius ſemidiameter AD, & ſector AEFC octaua pars eius,
cuius ſemidiameter AC, etenim angulus ADC rectus eſt, & angulus ACF
dimi-

dimidius recti, cum ſit æqualis angulo CAD . *quare ſequitur ſectorem* ABCD *ſectori* AEFC *æqualem eſſe.*

E Dico igitur, & vt iam dictæ ſuperficies inter ſe ſunt, ita eſſe AEFC ſectorem ad portionem circuli ABC] *Hoc eſt dico vt dimidiæ ſphærę ſuperficies ad ſuperficiē, quę inter ſpiralem lineam* HOIK, *& circumferentiam* HNK *interiicitur, ita eſſe* ABCD *ſectorē, hoc eſt ſectorem* AEFC *ipſi ęqualem ad portionem circuli* ABC.

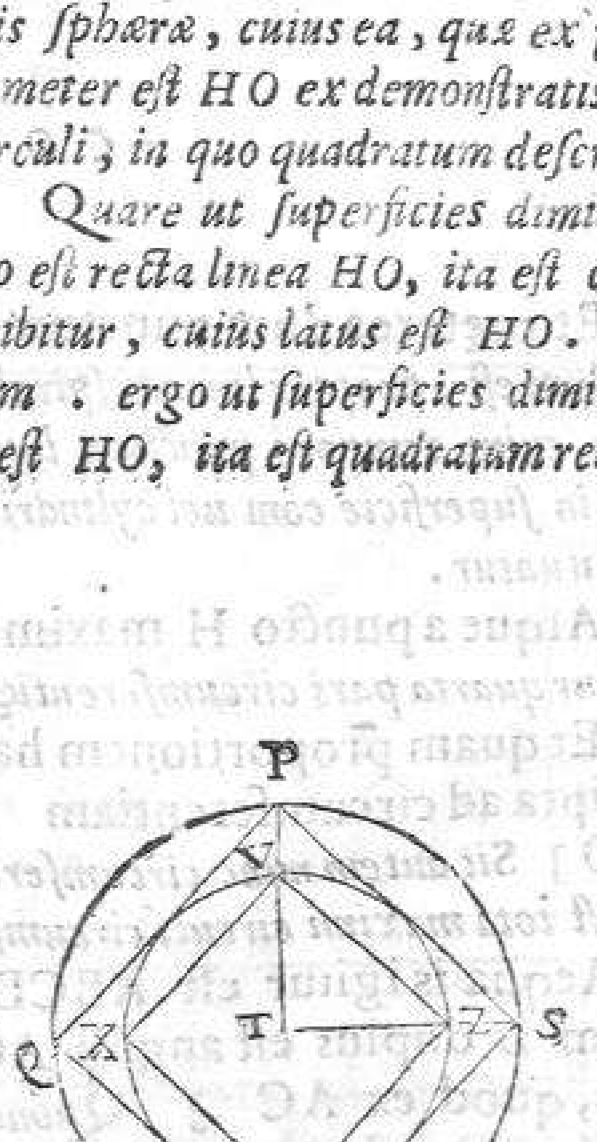
F Et quæ pars eſt circumferentia KL totius circuli circumferentię, eadem pars ſit circumferentia FE ipſius FA] *Sit autem circumferentia* FE *quarta pars ipſius* FA *circumferentię, quoniam &* KL *circumferentia eadem pars eſt circumferentiæ totius circuli.*

G Erit & circumferentia BC ipſius ABC eadem pars] *Quoniam enim eſt, vt circumferentia* EF *ad circumferentiam* FA, *ita angulus* ECF *ad* FCA *angulum: & vt angulus* ECF *ad* FCA *angulum, ita circumferentia* BC *ad circumferentiam* CA*: erit vt circumferentia* EF *ad circumferentiam* FA, *ita circumferentia* BC *ad* CA *circumferentiā. Sed circumferentia* EF *quarta pars eſt circumferentiæ* FA. *ergo & circumferentia* BC *circumferentiæ* CA *eadem pars erit.*

H Quoniam igitur vt ſuperficies ſphærica LKH ad ſuperficiem OHN, ita tota dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt HO] *Ex 15. quinti libri elementorum. eſt enim ſuperficies ſphærica* LKH, *hoc eſt ſector in ſuperficie ſphæræ* LKH, *quarta pars ſuperficiei dimidiæ ſphæræ. & ſector* OHN *portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea* HO, *eadem pars. Græcus codex corruptus eſt, vt puto, qui ſic habet.* ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνειαν οὐκ ἐκ τοῦ πόλου ἐςὶν ἡ θο. *Sed legendum erit* ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ τμήματος ἐπιφάνειαν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ πόλου ἐςὶν ἡ θο.

K Vt autem dimidię ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, ita eſt quadratum rectæ lineæ, quę HL puncta coniungit ad quadratum eius, quę coniungit HO, hoc eſt quadratum ex EC ad id, quod fit ex CB quadratum] *Nam ſuperficies dimidiæ ſphæræ ex iis, quæ Archimedes demonſtrauit in primo libro de ſphæra & cylindro propoſitione 31. dupla eſt circuli in ſphæra maximi, in quo quadratum deſcribitur, cuius latus eſt recta linea* HL*: & ſuperficies portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea* HO, *cum ſit æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt* HO *ex demonſtratis ab Archimede eodem in loco propoſitione 40. dupla eſt eius circuli, in quo quadratum deſcribitur, cuius latus eſt recta linea* HO, *ut mox demonſtrabitur. Quare ut ſuperficies dimidiæ ſphæræ ad ſuperficiem portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea* HO, *ita eſt circulus in ſphæra maximus ad circulum, in quo quadratum deſcribitur, cuius latus eſt* HO.
2.duode. *Vt autem circulus ad circulum, ita eſt quadratum ad quadratum. ergo ut ſuperficies dimidię*
11 quinti *ſphæræ ad ſuperficiem portionis ſphæræ, cuius ea, quę ex polo eſt* HO, *ita eſt quadratum rectæ linęę* HL *ad quadratum rectæ* HO.

Sit circulus PQRS *circa centrum* T, *cuius ſemidiameter ſit æqualis rectæ lineæ* HO, *& in eo quadratum* PQRS. *rurſus in quadrato* PQRS *deſcribatur alius circulus* VXYZ, *& in eo quadratum* VXYZ. *erit circulus* PQRS *circuli* VXYZ *duplus, quo-*
2.duode. *niam & quadratum* PQRS *duplum eſt quadrati* VXYZ, *quod nos in Commentariis in ſecundam proportionem duodecimi libri elementorum demonſtrauimus. Dico ſemidiametrum circuli* PQRS *æqualem eſſe lateri quadrati* VXYZ, *hoc eſt rectam lineam* PT *ipſi* VX *eſſe æqualem. quod quidem manifeſte patet. Quoniam enim quadratum ex* PS *ęquale eſt duobus quadratis ex* PT TS, *erit quadratum ex* PS *quadrati ex* PT *duplum. Sed eſt etiam duplum*
9.quitni *quadrati ex* VZ. *ergo quadratum ex* PT *ęquale eſt*



qua-

quadrato ex VZ. & ob id recta linea PT rectæ VZ ęqualis. Circulus autem PQRS eſt ęqualis ſuperficiei portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea HO. quare ſuperficies dictę portionis dupla eſt eius circuli, in quo quadratum deſcribitur, cuius latus eſt recta linea HO. quod oportebat demonſtrare. Græcus codex. πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θ ο η τὸ ἀπὸ τῆς ε γ τετράγωνον. *sed corrigẽdũ* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θ ο, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ε γ τετράγωνον.

L Erit & ut ſector in ſuperficie ſphæræ LKH ad ſectorem OHN, ita ſector EFC ad ſectorem BGC] *Sequitur ex iam dictis per 11. quinti elementorum, ut ſector in ſuperficie ſphærę LKH ad ſectorem OHN, ita eſſe quadratum ex EC ad quadratum ex CB. Sed ut quadratum ex EC ad quadratum ex CB, ita eſt ſector EFC ad ſectorem BGC. quod nos ſupra demonſtrauimus. Vt igitur ſector in ſuperficie ſphæræ LKH ad ſectorem OHN, ita ſector EFC ad BGC ſectorem.*

M Quoniam & dimidiæ ſphęræ ſuperficie ſectoris ABCD eſt octupla] *Eſt enim ſuperficies dimidię ſphæræ dupla maximi in ſphæra circuli, hoc eſt circuli eius, cuius quarta pars eſt ſector ABCD.*

N Hoc eſt æqualis ei, quod a diametro ſphæræ fit quadrato] *Quadratum enim, quod fit a diametro ſphæræ duplum eſt quadrati, cuius latus eſt AC. triangulum autem ACD, huius ipſius quadrati quarta pars eſt. ex quo ſequitur, quadratum diametri ſphæræ trianguli ACD octuplum eſſe.*

A Antiqui Geometrę datum angulum rectilineũ tripartito ſecare volẽtes ob hanc cauſſam hęſitarunt. Problematũ, quæ in Geometria conſiderantur, tria eſſe genera dicimus. & eorũ alia quidẽ plana, alia ſolida, alia vero linearia appellari. Quę igitur per rectas lineas, & circuli circũferentiam ſolui poſſunt, merito dicũtur plana; lineę enim per quas talia problemata inueniũtur, in plano ortũ habent. Quæcũque vero ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionẽ aliqua coni ſectione, uel etiã pluribus, ſolida appellata ſunt, quoniã ad conſtructionem ſolidarũ figurarũ ſuperficiebus videlicet conicis uti neceſſariũ eſt. Relinquitur tertiũ genus problematũ, quod lineare appellatur; lineę enim aliæ præter iã dictas in conſtructionẽ aſſumuntur, quæ uariũ, & difficilẽ ortũ habent, ex inordinatis ſuperficiebus, & motibus implicatis factæ. Eiuſmodi uero ſunt etiã lineæ, quæ in locis ad ſuperficiem dictis inueniuntur, & aliæ quędã magis varię, & multę a Demetrio Alexãdrino ἐν ταῖς γραμμικαῖς ἐπιστάσεσι, hoc ẽ in linearibus aggreſsionibus, & a Philone Tyaneo ex implicatione πλεκτοειδῶν, & aliarum varii generis ſuperficierũ inuentæ, quæ multa, & admirabilia ſymptomata cõtinẽt. & nõnullæ ipſarũ a iunioribus dignæ exiſtimatę ſunt, de quibus longus ſermo haberetur. Vna autem aliqua ex ipſis eſt, quæ & admirabilis a Menelao appellatur.

Problematum genera tria.

B Problemata plana.

Problemata ſolida.

Problemata linearia.

Lineæ in locis ad ſuperficiẽ dictis Plectoides ſuperficies.

C Ex hoc genere ſunt lineę helices, & quadrantes, & cõchoides, & ciſſoides. videtur autẽ quodammodo peccatũ non paruum eſſe apud Geometras, cũ problema planũ per conica, vel linearia ab aliquo inuenitur. & ut ſummatim dicã, cũ ex improprio ſoluitur genere, quale eſt in quinto libro conicorum Apollonii problema in parabola: & in libro de lineis ſpiralibus Archimedis: aſſumpta ſolida inclinatio in circulo. fieri enim poteſt, ut nullo vtentes ſolido problema ab ipſo deſcriptũ inueniamus. Dico aũt circumferentiam circuli in prima circulatione deſcriptã demonſtrare æqualem rectę lineæ, quę a principio lineæ ſpiralis ad rectos angulos ducitur ei, quæ eſt circulationis principiũ, & a recta linea ſpiralẽ cõtingẽte terminãtur: Itaque cũ huiuſmodi ſit problematum differẽtia, antiqui Geometræ problema iam dictum in angulo, quod natura ſolidũ eſt, per plana inquirentes inuenire non potuerunt. nondum enim ipſis cognitę erant coni ſectiones, & ob eam cauſſam hęſitarunt. Poſtea uero angulũ tripartito diuiſerunt ex conicis, ad inuentionem infraſcripta inclinatione utentes.

Lineæ helices, quadrãtes

D conchoides, & ciſſoides.

στερεὰ νεῦσις.

COMMENTARIVS.

A Problematum, quæ in Geometria conſiderantur, tria eſſe genera dicimus] *De his eadem ferè in tertio libro conſcripta ſunt.*

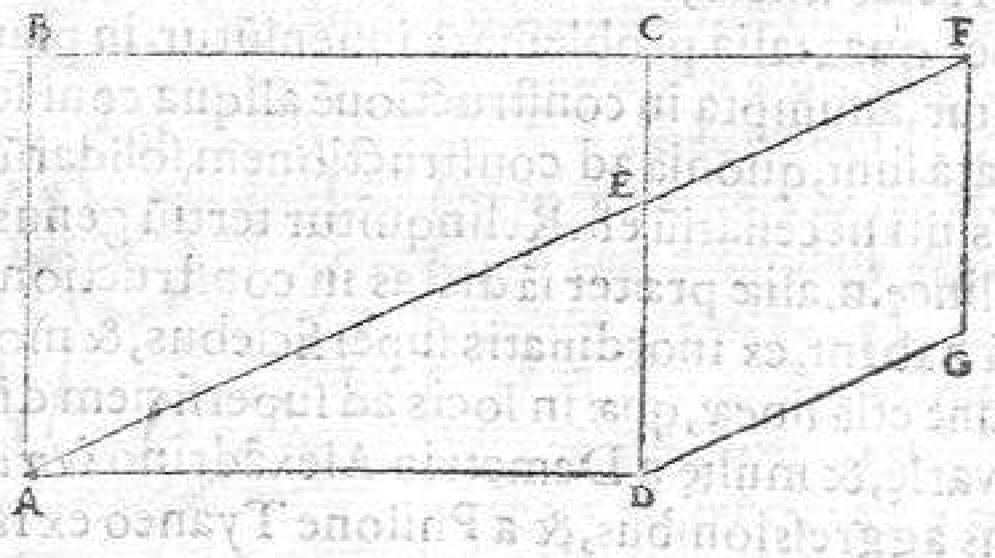
B Quęcumque uero ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione] *Græcus codex* ὅσα δὲ λύεται προβλήματα παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. *Nos corrigendum duximus* εἰς τὴν κατασκευήν.

C Fieri enim poteſt, ut nullo utentes ſolido problema ab ipſo deſcriptum inueniamus] *Vitellio enim in primo libro perſpectiuæ propoſitione 128. problema illud per rectas lineas, & circuli circumferentiam abſoluit.*

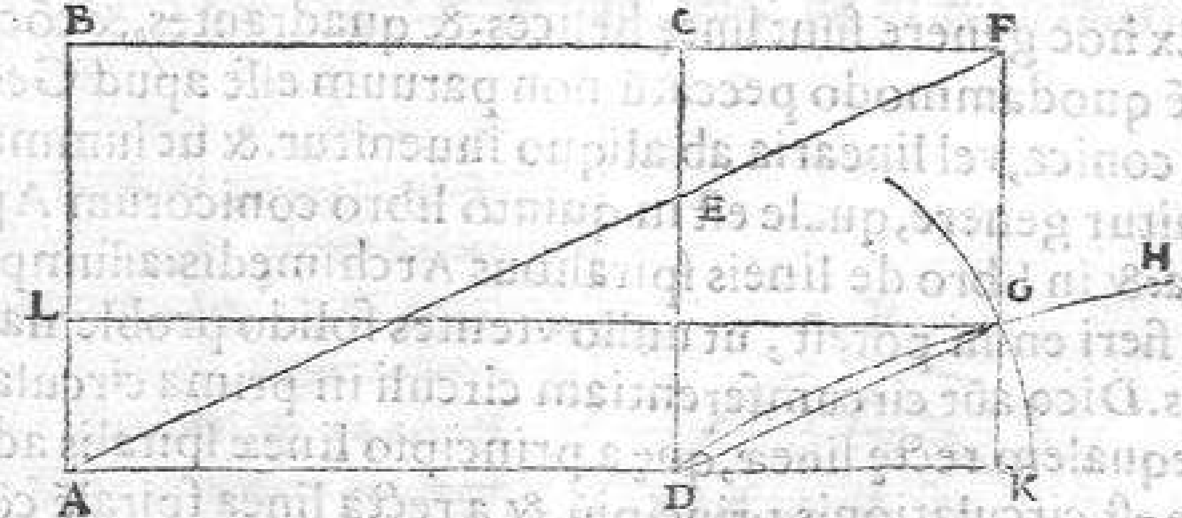
D Dico autem circumferentiam circuli in prima circulatione deſcriptam, &c.] *Græcus codex* λέγω δὴ &c. τῇ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη εὐθεία τῇ ἐκ τῆς γενέσεως τῆς ἐφαπτομένης τῆς ἕλικος. *Nos ex ipſo Archimede hunc locum reſtituimus. quam uero Archimedes* τὰν ἀρχὰν τῆς περιφορᾶς, *Pappus* τὴν ἐκ τῆς γενέσεως *videtur appellare; tum hic, tum inferius propoſitione 35. Sed fortaſſe ſic legendum erit.* τῇ ἐκ τῆς γενέσεως καὶ περατουμένῃ ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης τῆς ἕλικος.

PROBLEMA VII. PROP. XXXI.

A Dato parallelogrammo rectangulo ABCD, & producta BC, opus ſit ducere rectam lineam AE, & facere EF datę rectæ lineę æqualem.



B Factū iā ſit, & ipſis EF, ED parallelæ
ducatur DG GF. Qm̄
igitur data eſt EF, & eſt ęqualis
ipſi DG, erit ēt DG data:
C & datū eſt pūctū D. ergo G ē
ad circūferētiā circuli poſitione
D datā. Et qm̄ rectangulum
BCD datū ē, atq; ē ęquale rectangulo
cōtēto BF DE; datū
erit, & qđ BF DE continetur,
hoc eſt rectangulū BFC. punctum
E igitur G eſt ad hyperbolen,
ſed eſt etiam ad circuli circumferētiā poſitione datā. ergo & ipſum G datū erit



Cōponetur āt problema hoc modo. Sit datū parallelogrāmū ABCD: & recta linea M magnitudine data. ſit āt ipſi æqualis DK. & per D quidem circa aſymptotos ABC hyperbole deſcribatur DGH; hoc enim deinceps oſtendemus: per K vero circa centrum D deſcribatur circuli circumferentia KG, ſecans hyperbolen in puncto G: & ducta GF ipſi DC parallela, iungatur FA. Dico EF rectæ lineæ M æqualem eſſe. Iungatur enim GD, & ipſi
F KA parallela ducatur GL. rectangulum igitur FGL, hoc eſt BFG æquale eſt
G rectangulo CDA, hoc eſt BCD. quare ut FB ad BC, videlicet ut CD ad DE,
14 ſexti. ita DG ad FG. ergo ED eſt ęqualis FG. & ideo parallelogrammum eſt DEFG.
9 quinti. eſt igitur EF ipſi DG, hoc eſt DK, hoc eſt ipſi M æqualis.

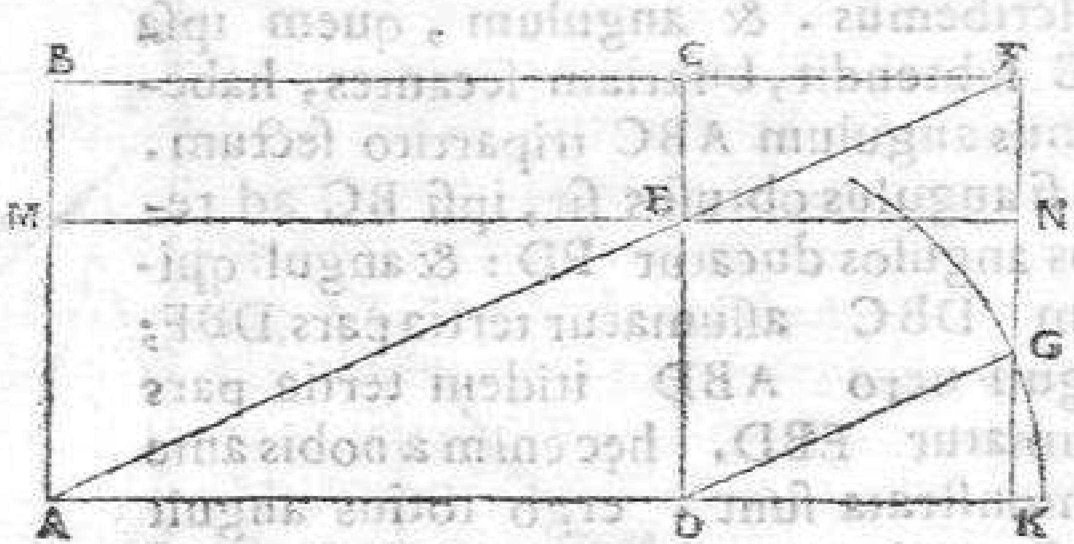
COMMENTARIVS.

Et producta BC opus sit ducere rectam lineam AE, & facere EF datæ rectę lineæ æqualem] *Hoc eſt producta BC opus ſit ducere rectam lineam AEF, quæ cum BC conueniat in puncto F, ita ut EF ſit datę rectæ lineæ æqualis.* A

Et ipſis EF ED parallelæ ducantur DG GF] *Grecus codex* καὶ ταῖς ε ζ ζ δ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δη η θ. *Sed legendum* καὶ ταῖς ε ζ ε δ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δ η η ζ. B

Ergo G eſt ad circumferentiam circuli poſitione datam] *Nam ſi centro D, & interuallo DK circuli circumferentia deſcribatur, erit ea poſitione data: & per punctum G tranſibit.* C

Et quoniam rectangulum BCD datum eſt, atque eſt æquale rectangulo contento BF DE; datum erit, & quod BF DE continetur, hoc eſt rectangulum BFG] *Ducatur per E recta linea MEN ipſi BCF parallela. erit ex 43. primi libri elementorum rectangulum BCE æquale rectangulo DEN, hoc eſt ei, quod DE CF continetur: Cum igitur rectangulo contento BF DE æqualia ſint duo rectangula, videlicet rectangulum BC DE contentum, hoc eſt ADE; & contentum CF DE, hoc eſt ECB ipſi æquale: erit totum rectangulum BCD ęquale ei, quod BF DE, hoc eſt quod BF FG continetur. Græcus codex.* καὶ ἐστιν ἴσον τὸ ὑπὸ β ε ζ δ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ β ε ζ δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ β θ η. *Sed ita legendum arbitror.* καὶ ἐστιν ἴσον τῷ ὑπὸ β ζ ε δ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ β ζ ε δ. τουτέστι τὸ ὑπὸ β ζ η. D



8. secun.

Punctum igitur G eſt ad hyperbolem] *Ex conuerſa 12. ſecundi libri conicorum Apollonii. ſequitur enim vt punctum G ſit ad hyperbolem eandem. in qua eſt punctum D. Græcus codex* τὸ η ἄρα πρὸς ὑπερβολήν. *ego legerem* πρὸς ὑπερβολῇ. *Vt alibi ſæpius.* E

Rectangulum igitur FGL, hoc eſt BFG æquale eſt rectangulo CDA, hoc eſt BCD] *Ex 12. ſecundi libri conicorum Apollonii.* F

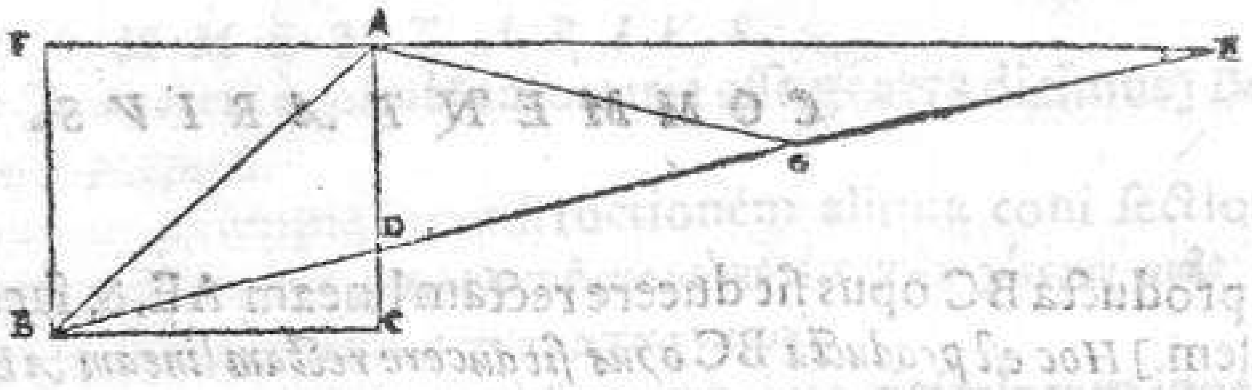
Quare ut FB ad BC, uidelicet ut CD ad DE, ita DC ad FG] *Eſt enim ut FC ad CB, ita FE ad EA: componendoque ut FB ad BC, ita FA ad AE: & ob ſimilitudinem triangulorum CEF AED. ut FE ad EA, ita CE ad ED. & rurſus componendo ut FA ad AE, ita CD ad DE. vt igitur FB ad BC, ita erit CD ad DE.* G

2. sexti

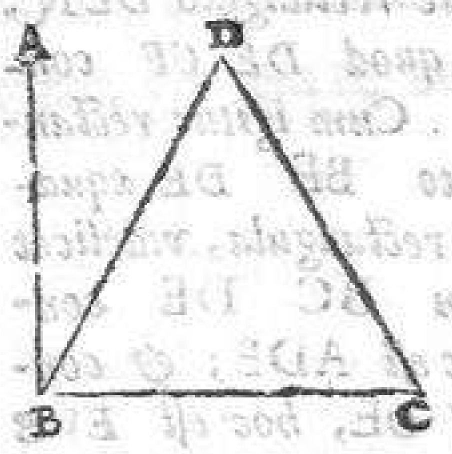
21 quinti

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO. XXXII.

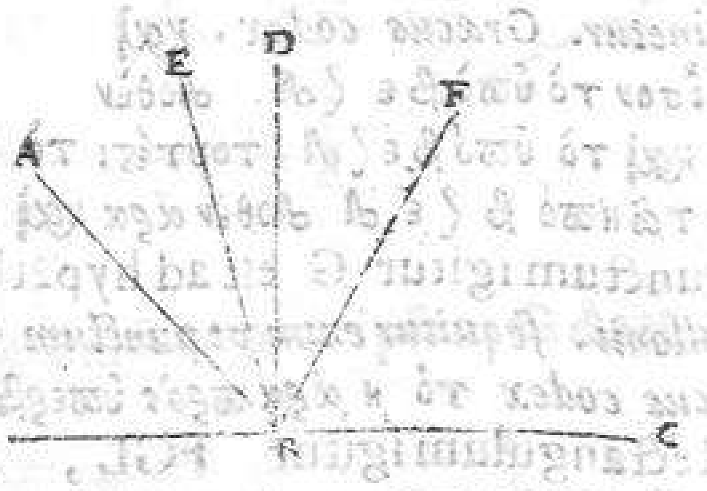
Hoc autem demonſtrato. datus angulus rectilineus tripartito ſecabitur in hunc modum.



Sit enim primũ angulus acutus ABC, & ab aliquo puncto ducatur perpendicularis AC: completoque parallelogrãmo CF producatur FA uſq; ad E. Cum igitur parallelogrammum rectangulum ſit, ponatur inter EAC recta linea ED tendens in B, quæ duplæ ipſius AB ſit ęqualis. hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt. Itaque dati anguli ABC, dico tertiam partem eſſe EBC.
B ſecetur ED bifariam in puncto G, & AG iungatur. Tres igitur rectæ lineæ DG GA GE æquales ſunt; & DE dupla ipſius AG. Sed & ipſius AB eſt dupla. ergo BA eſt æqualis AG, & ABD angulus angulo AGD æqualis. angulus autem AGD eſt duplus anguli AED, hoc eſt ipſius DBC. Quòd ſi angulum ABD bifariam ſecemus, erit angulus ABC tripartito ſectus.



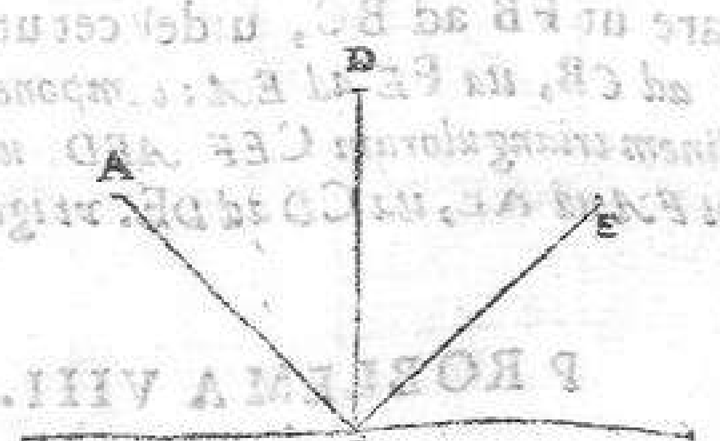
Si uero datus angulus ſit rectus, aſſumemus quandam rectam lineam BC,
C atque ab ipſa triangulum ęquilaterũ BDC deſcribemus. & angulum, quem ipſa DC ſubtendit, bifariam ſecantes, habebimus angulum ABC tripartito ſectum. At ſi angulus obtuſus ſit, ipſi BC ad rectos angulos ducatur PD: & anguli quidem DBC aſſumatur tertia pars DBF; anguli uero ABD itidem tertia pars aſſumatur EBD. hęc enim a nobis ante demonſtrata ſunt. ergo totius anguli ABC tertia pars erit EF. & ipſi EBF ęqualem conſtituentes ad utramque ipſarum AB BC, datum angulum tripartito ſecuerimus.



COMMENTARIVS.

A Hoc enim fieri poſſe iam demonſtratũ eſt] *In antecedente.*

B Tres igitur rectæ lineę DG GA GE æquales ſunt] *Nam ſi centro* G *& interuallo* G*E circulus deſcribatur, tranſibit per puncta AD. angulus enim EAD eſt rectus. ergo DG, GE, GA inter ſe æquales ſint, neceſſe eſt.*

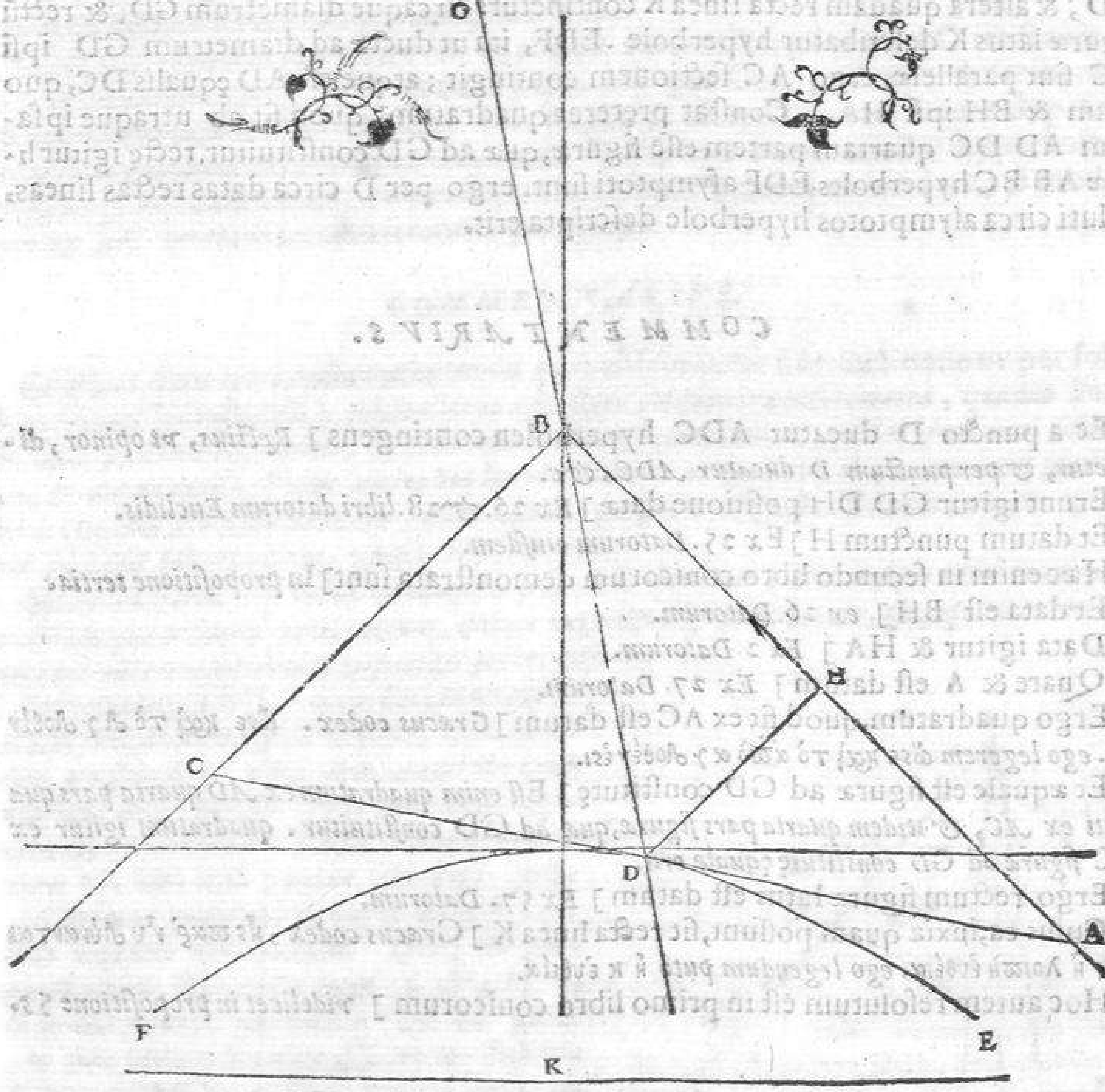


C Atque ab ipſa triangulum ęquilaterum BDC deſcribemus] *Trianguli enim æquilateri angulus, uidelicet DBC duas recti tertias continet. ergo angulus ABD ipſius ABC tertia pars eſt.*

PRO-

PROBLEMA IX. PROP. XXXIII.

Problema autem poſitum nunc reſoluemus.



Duabus rectis lineis AB BC poſitione datis, & dato puncto D, per D circa
aſymptotos AB BC hyperbolen deſcribere. Factum iam ſit, ſitque hyperbole de
ſcripta EDF: & a puncto D ducatur ADC hyperbolē cōtingēs, & diameter GBD. A
rectæ vero lineæ BC parallela ducatur DH. erunt igitur GD DH poſitione datæ, B
& datum punctum H. Et quoniam hyperboles aſymptoti ſunt AB BC, & contingens C
AC, erit AD æqualis DE, & quadratum, quod fit ab vtraque ipſarum æquale
quartæ parti figuræ, quæ eſt ad GD. hæc enim in ſecundo libro conicorum demōſtrata D
ſunt. præterea quoniam CD eſt æqualis DA, erit & BH ipſi HA æqualis. 2 ſexti.
& data eſt BH. data igitur & HA: & datum punctum H. quare & A eſt datū. E F
dataque poſitione ADC, & AC magnitudine ergo quadratum, quod fit ex AC G
eſt datum, & æquale eſt figuræ ad GD conſtitutæ, data igitur erit & dicta figura; H K
& data GD, etenim dupla eſt ipſius BD magnitudine datæ, cum datum ſit

vtrumque

L vtrumque punctorum BD. ergo rectum figuræ latus eſt datum. Itaque factum problema tale. Duabus rectis lineis poſitione, & magnitudine datis, videlicet M GD & recto latere, circa diametrum GD deſcribere hyperbolem, cuius ea, iuxta quam poſſunt, ſit recta linea K: & ductę ordinatim ad GD parallelę ſint N rectæ lineę AC poſitione datæ. hoc autem reſolutum eſt in primo libro conicorum. Componetur autem hoc modo. Sint rectæ lineæ AB BC poſitione datę, datumque punctum D: & ipſi quidem BC parallela ducatur DH, ipſi uero BH ęqualis ſit HA: iuncta AD in C producatur. iuncta deinde BD producatur: & ipſi BD ponatur ęqualis BG. quadrato autem ex AC æquale ſit id, quod GD, & altera quadam recta linea K continetur: circaque diametrum GD, & rectũ figuræ latus K deſcribatur hyperbole EDF, ita ut ductæ ad diametrum GD ipſi 9. ſecun. AC ſint parallelæ. ergo AC ſectionem contingit; atque eſt AD ęqualis DC, quo conic. A- niam & BH ipſi HA. Conſtat pręterea quadratum, quod ſit ab utraque ipſarum pol. 33. AD DC quartam partem eſſe figuræ, quæ ad GD conſtituitur. rectę igitur lineæ AB BC hyperboles EDF aſymptoti ſunt. ergo per D circa datas rectas lineas, ueluti circa aſymptotos hyperbole deſcripta erit.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto D ducatur ADC hyperbolen contingens] *Rectius, vt opinor, diceretur, & per punctum D ducatur ADC, &c.*

B Erunt igitur GD DH poſitione datæ] *Ex 26. & 28. libri datorum Euclidis.*

C Et datum punctum H] *Ex 25. Datorum eiuſdem.*

D Hæc enim in ſecundo libro conicorum demonſtrata ſunt] *In propoſitione tertia.*

E Et data eſt BH] *ex 26. Datorum.*

F Data igitur & HA] *Ex 2. Datorum.*

G Quare & A eſt datum] *Ex 27. Datorum.*

H Ergo quadratum, quod fit ex AC eſt datum] *Græcus codex.* ὥϛε καὶ τὸ δ γ δοθέν ἐϛι. *ego legerem* ὥϛε καὶ τὸ ἀπὸ α γ δοθέν ἐϛι.

K Et æquale eſt figuræ ad GD conſtitutę] *Eſt enim quadratum ex AD quarta pars quadrati ex AC, & itidem quarta pars figuræ, quæ ad GD conſtituitur. quadratum igitur ex AC figuræ ad GD conſtitutę ęquale erit.*

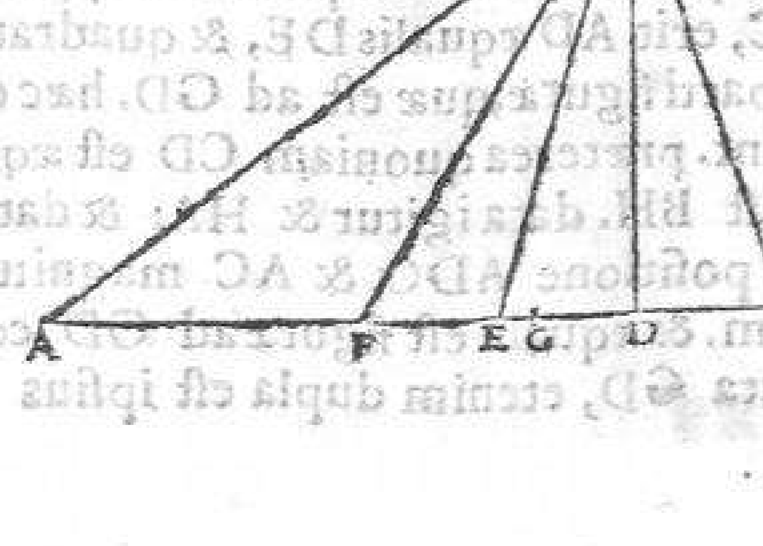
L Ergo rectum figuræ latus eſt datum] *Ex 57. Datorum.*

M Cuius ea, iuxta quam poſſunt, ſit recta linea K] *Græcus codex,* ἧς παρ' ἣν δύνανται ἔϛαι ἡ λοιπὴ εὐθεῖα. *ego legendum puto* ἡ κ εὐθεῖα.

N Hoc autem reſolutum eſt in primo libro conicorum] *videlicet in propoſitione 53.*

PROBLEMA X. PROPOSITIO XXXIIII.

A **Et aliter datę circumferentię tertia pars abſcinditur ſine inclinatione per ſolidũ locum huiuſmodi.**



B C Sit recta linea poſitione data, quæ per AC ducitur: & a datis in ea pũctis AC inflectatur ABC, quę faciat angulum ACB duplum anguli CAB, Dico punctum B eſſe ad hyper-

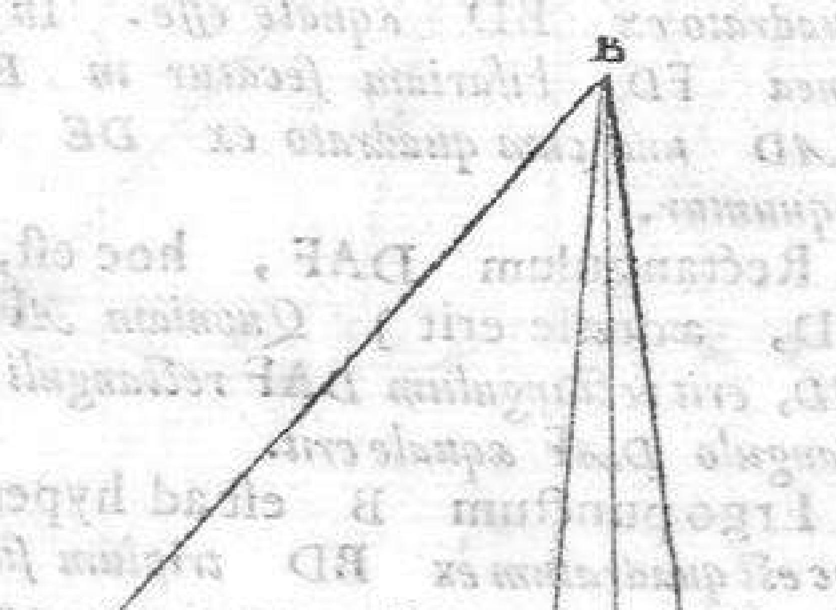
hyperbolen. Ducatur perpendicularis BD, & ipſi CD æqualis abſcindatur DE. D
ergo iuncta BE æqualis erit EA, ponatur etiam ipſi DE æqualis EF. quare FC E
tripla erit CD. ſit & AC ipſius CG tripla. datum igitur erit punctum G; & re F G
liqua AF tripla ipſius GD, & quoniam quadratorum ex BE EF exceſſus eſt H
quadratum ex BD; eſt autem & rectangulum DAF eorumdem exceſſus: rectan K
gulum DAF, hoc eſt quod ter ADG continetur, quadrato ex BD æquale erit. L
ergo punctum B eſt ad hyperbolen, cuius tranſuerſum quidem latus figuræ ad M
axem conſtitutæ eſt AG, rectum vero ipſius AG tripla. Et manifeſtum eſt pun N
ctum C abſcindere ad uerticem ſectionis rectam lineam CG, quæ eſt dimidia
tranſuerſi lateris figuræ, uidelicet ipſius AG.

Compoſitio autem manifeſta eſt. oportebit enim rectam lineam AC ita ſecare, O
vt AG ſit dupla ipſius GC: & circa axem AG per G hyperbolen deſcribere,
cuius rectum figuræ latus ſit ipſius AG tripla. & oſtenditur eam facere duplam
angulorum proportionem, quam diximus. perſpicue etiam conſtat hyperbolen
ita deſcriptam datæ circuli circumferentiæ tertiam partem abſcindere, ſi modo
puncta AC termini circumferentiæ ponantur.

COMMENTARIVS.

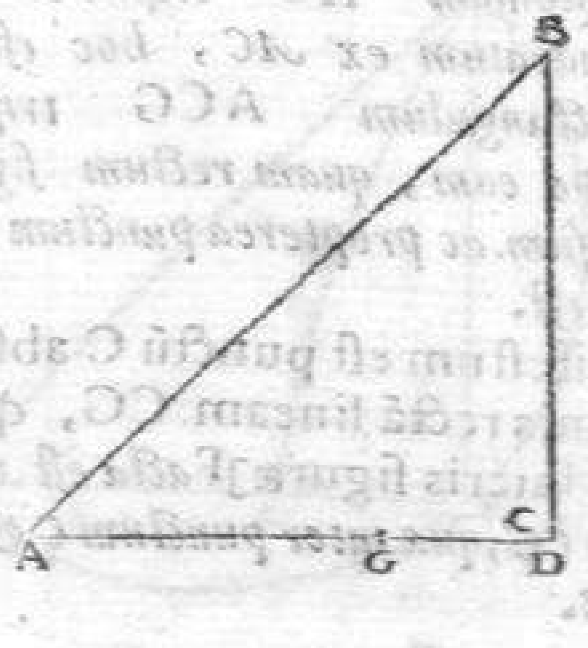
Et aliter datæ circumferentiæ tertia pars abſcindetur ſine inclinatione per ſoli- A
dum locum huiuſmodi] *ſolidos locos appellare conſueuerunt Geometræ, quando lineæ*
per quas problema reſoluitur, à ſolidorum ſectione ortum habent, quales ſunt coni ſectio-
nes, & aliæ nonnullæ. Vtitur autem hoc loco hyperbole. neque enim ab vno duntaxat puncto,
ſed à pluribus problema efficitur, quod inferius perſpicue apparet. Græcus codeex. χωρι-
σῆς νεύσεως *ſed legendum* χωρὶς τῆς νεύσεως.

Sit recta linea poſitione data, quæ per AC ducitur] *Hic incipit reſolutio proble* B
matis, in quo primum quæri videtur, datum angulum tripartito ſecare, quanquam ex eo, &
data circuli circumferentia tripartito ſecari poſſit.



Inflectatur ABC, quæ faciat angulũ C
ACB duplum anguli CAB] *Græcus co*
dex. κεκλάσω ἡ αβγ διπλασιαν ποιοῦσα
τὴν ὑπὸ αβγ γωνίαν τῆς ὑπὸ γαβ. *legē-*
dum autem κεκλάσθω ἡ αβγ διπλασίαν ποι-
οῦσα τὴν ὑπὸ αγβ γωνίαν τὴν ὑπὸ γαβ.

Ducatur perpendicularis BD, & ipſi D
CD æqualis abſcindatur DE] *cũ per-*
pendicularis BD *cadit inter A & C, vt*
in prima figura, abſcinditur DE ex parte
A; cum vero cadit extra C, vt in ſecunda
figura, abſcinditur ex altera parte: & ita in-
telligendum de linea EF. *quòd ſi cadat in*
ipſum C, *neque puncto E, neque puncto*
F *ad demonſtrationem opus erit.*



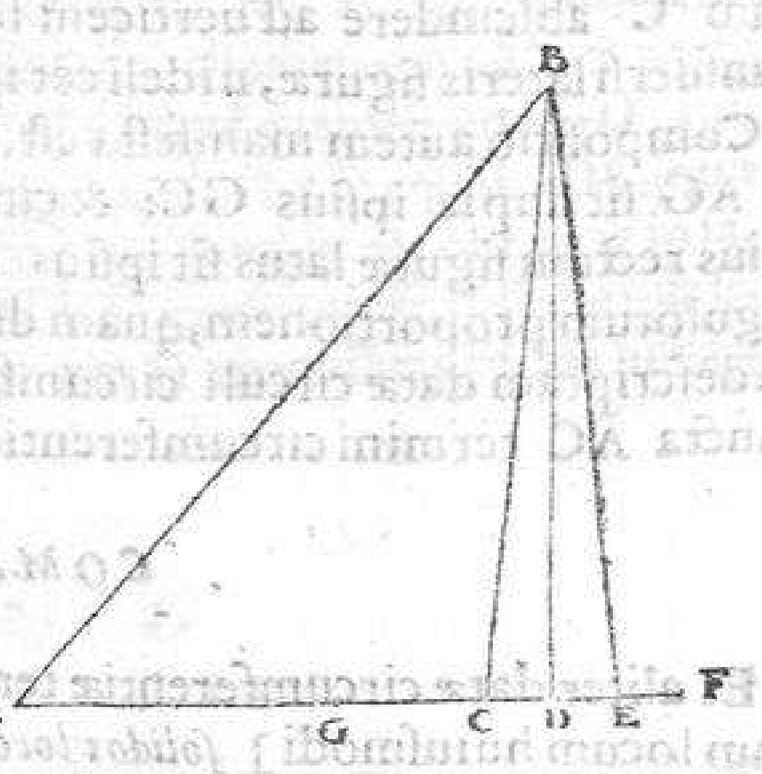
Ergo iuncta BE æqualis erit EA] E
Quoniam enim ED eſt æqualis DC, & BD
vtrique communis, anguli que ad D recti;
erit & baſis EB *baſi* BC *æqualis, & angulus*
BEC æqualis angulo BCE, *quare* BEC *eſt du* 4 32 primi.
plus anguli BAE, *& eſt æqualis vtriſque*
BAE ABE. ergo & ipſi inter ſe ſunt æqua
les, & æqualia, quæ ipſis ſubtenduntur latera 6 primi.
BE EA. & ita quidem argumentabimur, cũ
Perpendicularis BD cadit inter A & C.

Cum

Cum autem extra cadit, ut in ſecunda figura, hoc modo. quare reliquus ex duobus rectis BEF ęqualis eſt angulo BCA, & idcirco duplus anguli BAE, & alia, quæ ſequuntur. Sed cum perpendicularis cadit in C, ſequitur AC CB inter ſe ęquales eſſe. Cum enim angulus ACB duplus ſit anguli BAC, erit reliquus ABC ipſi BAC neceſſario æqualis.

F Datum igitur erit punctum G] *Data enim erit magnitudine CG ex 2. datorum, ſed & poſitione data, ſiquidem & tota AC. Quòd cum datum ſit punctum C, etiam ipſum G dabitur ex 27. eiuſdem.*

G Et reliqua AF tripla ipſius GD] *Ex 19. quinti elementorum. At in ſecunda figura ſequitur, hoc ex 12. eiuſdem. quoniam enim AC eſt tripla CG, & FC tripla CD, erunt omnes antecedentes AC CF, hoc eſt AF omnium conſequentium GC CD, hoc eſt GD triplę.*

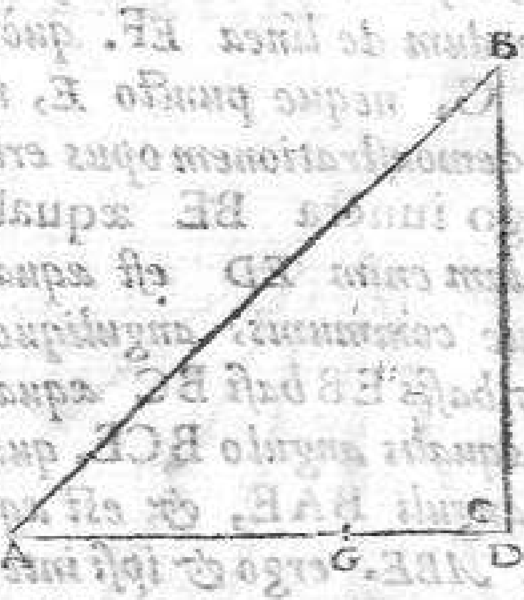


H Et quoniam quadratorum ex BE EF exceſſus eſt quadratum ex BD] *Facta eſt enim FE æqualis ED; quadratorum uer; ex BE EF exceſſus eſt quadratum ex BD. quod quadrata ex BD DE quadrato ex EB ſint æqualia, ex 47. primi libri elementorum. Græcus codex* καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ β ε ε ζ ὑπεροχή ἐστιν. *Sed legendum puto,* καὶ ἐπεὶ τῶν ἀπὸ β ε ε ζ ὑπεροχή ἐστιν τὸ ἀπὸ β δ.

K Eſt autem & rectangulum DAF eorumdem exceſſus] *Nam cum recta linea DF bifariam ſecetur, in puncto E, atque ei adiiciatur FA, erit rectangulum DAF una cum quadrato ex FE æquale ei, quod fit ex CA quadrato, ex 6. ſecundi libri elementorum. ergo rectangulum DAF eſt exceſſus quo quadratum ex AE, hoc eſt quadratum ex BE ſuperat quadratum ex EF. Quare colligitur rectangulum DAF quadrato ex BD æquale eſſe. In ſecunda uero figura ita dicemus. Quoniam recta linea FD bifariam ſecatur in E, atque ei adiicitur DA, rectangulum FAD una cum quadrato ex DE æquale eſt quadrato ex EA, & reliqua, quæ ſequuntur.* 1. sexti.

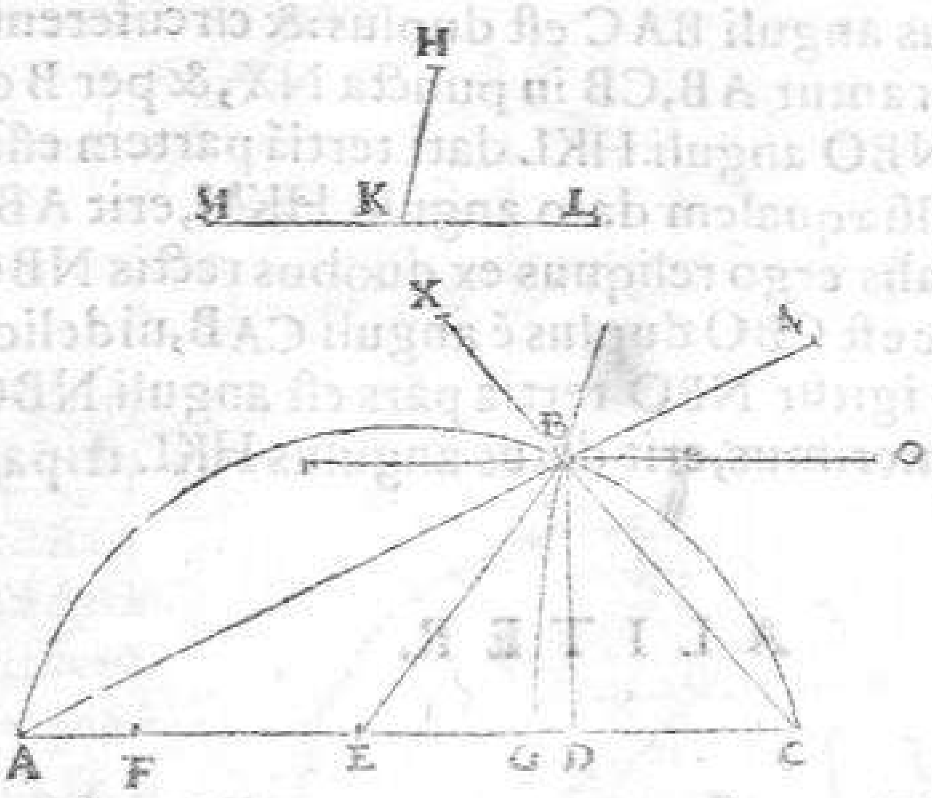
L Rectangulum DAF, hoc eſt, quod ter ADG continetur, quadrato ex BD, æquale erit] *Quoniam AF tripla eſt ipſius GD, ſumpta communi altitudine AD, erit rectangulum DAF rectanguli ADG triplum. ergo quod ter continetur ADG rectangulo DAF æquale erit.*

M Ergo punctum B eſt ad hyperbolen cuius &c.] *Cum enim rectangulum DAF, hoc eſt quadratum ex BD triplum ſit rectanguli ADG, habebit quadratum ex BD ad rectangulum ADG proportionem eandem, quam figuræ rectum latus a tranſuerſum. quare ex conuerſa 21. primi libri conicorum punctum B in hyperbola erit. At ſi perpendicularis cadit in C, ut in tertia figura, ita argumentabimur. Quoniam AC tripla eſt ipſius CG, habebit quadratum ex AC, hoc eſt quadratum ex BC ad rectangulum ACG triplam proportionem, nempe eam, quam rectum figuræ latus habet ad tranſuerſum. ac propterea punctum B in hyperbola ſit, neceſſe eſt.* 1. sexti.



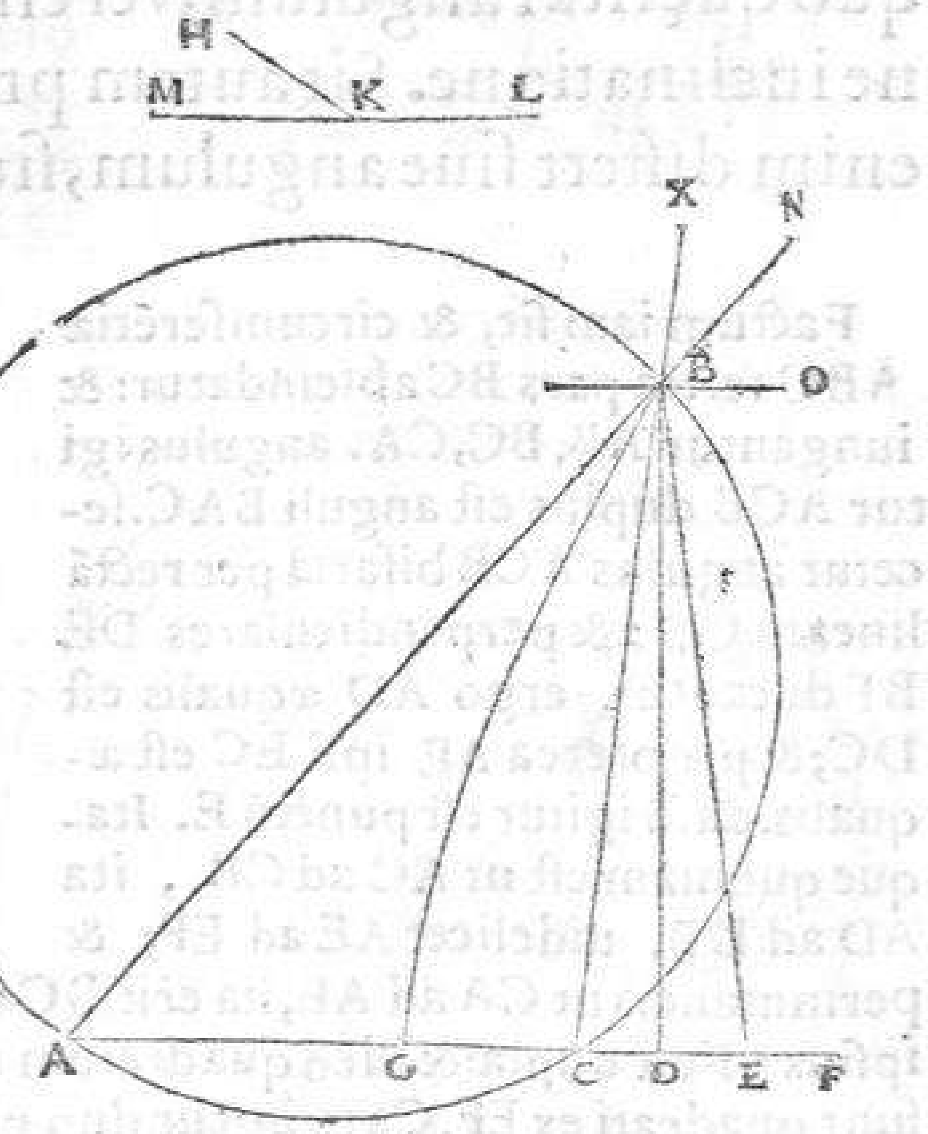
N Et manifeſtum eſt punctũ C abſcindere ad verticẽ ſectionis rectã lineam CG, quæ eſt dimidia tranſuerſi lateris figuræ] *Facta eſt .n. AC ipſius CG tripla. ergo CG, quæ inter punctum C & uerticẽ ſectionis interiicitur tranſuerſi lateris figuræ dimidia erit.*

Cõpoſitio ãt manifeſta eſt] *Sit recta linea AC poſitione, & magnitudine data, quæ ita ſecetur ĩ pũcto G, ut AG ſit dupla ipſius GC. datus ãt ãgulus rectilineus, quẽ tripartito ſecare oporteat, ſit HKL: & producta LK ad M, erit ãgulus HKM reliquus ex duob. rectis ẽt datus. Itaq; ĩ data recta linea AC deſcribatur portio circuli capiẽs angulũ dato angulo HKM æqualẽ: & circa axẽ AG per G deſcribatur hyperbole, cuius trãſuerſũ quidẽ figuræ latus ſit AG, rectũ vero ipſius AG triplũ, & ſecet circuli circũferẽtiã in B. deinde a puncto B ad AC perpẽdicularis ducatur; quæ uel cadet intra pũctũ C, vel extra, uel in ipsũ C. cadat primũ intra, uel extra, et ſit BD. & ipſius DG tripla ſit AF, & FD bifariã in pũcto E ſecetur: iunganturque AB BE BC. Quadratũ igitur ex BD ad rectãgulũ GDA eandẽ proportionẽ hẽt, quã figuræ rectũ latus ad trãſuerſũ, ex 21 1. lib. coni. & ideo quadratũ ex BD triplũ eſt rectãguli GDA. rectãgulũ ãt DAF ẽ eiuſdẽ triplũ, ꝙ AF tripla ſit ipſius GD. ergo rectangulũ DAF quadrato ex BD æquale erit. Sed quadratũ ex BD eſt exceſſus, quo quadratũ ex BC ſuperat quadratũ ex ED rectangulũ ãt DAF eſt exceſſus, quo quadratũ ex AE ſuperat quadratum ex EF, hoc eſt quadratũ ex ED. Eſt. n. rectangulum DAF una cũ quadrato ex EF æquale quadrato ex AE. quare ſequitur, ut quadratũ ex AE quadrato ex EB ſit æquale. ergo recta linea AE eſt æqualis EB, et angulus ABE ãgulo EAB. Cum igitur AE ſit tripla ipſius cC, & AF tripla GD: erit reliqua FC ipſius CD tripla. & ob id FD dupla DC. Sed eſt etiam dupla ipſius ED. ergo ED DC æquales ſunt. ac propterea æquales inter ſe EB· BC: & angulus BCE angulo BEC æqualis. Sed in prima figura angulus BEC, in ſecũda ãt angulus BEF duplus ẽ anguli BAC. angulus igitur BCA anguli CAB eſt duplus: ideoq; circũferentia AB circũferentiæ BC dupla erit. Quòd ſi perpendicularis cadat in punctum C, oſtendetur ſimiliter quadratum ex BD triplum rectanguli GDA, & cum AC ſit tripla CG, erit & quadratum ex AC rectanguli GCA triplũ: quadratũ igitur ex AC æquale eſt quadrato ex CB: & recta*



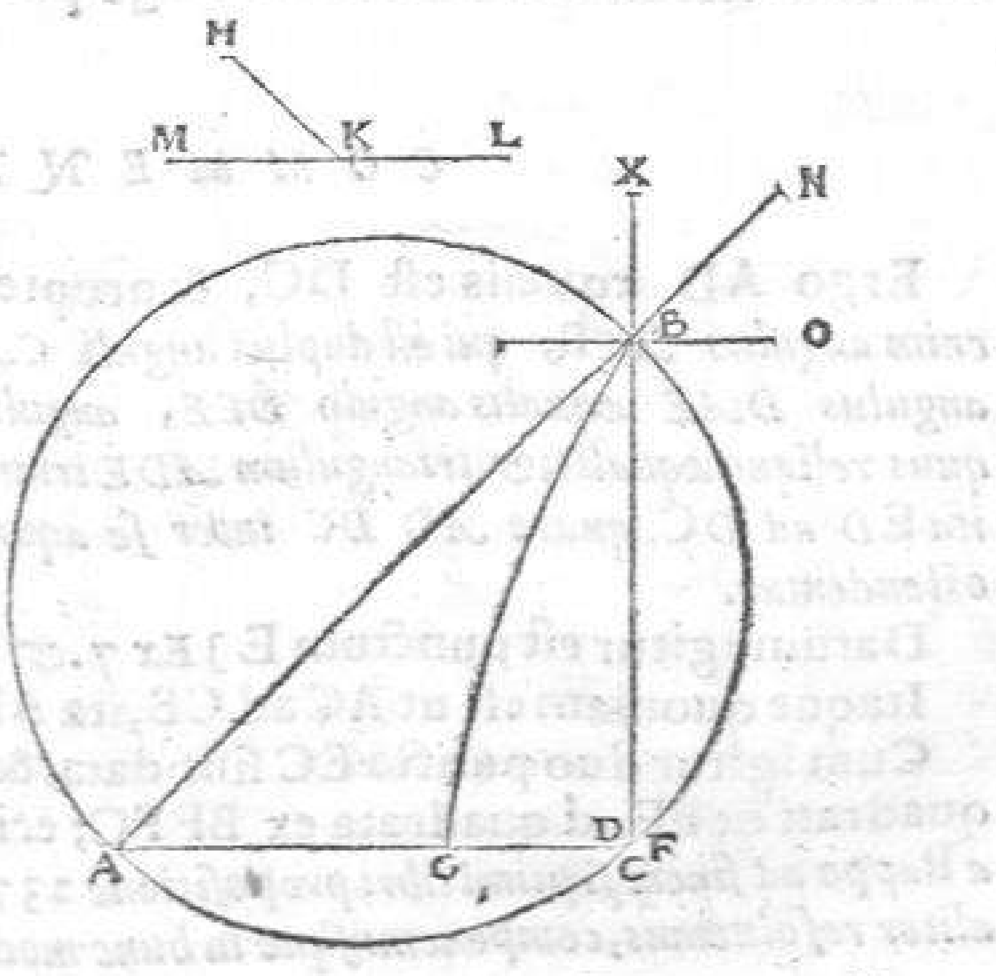
4 dator.

33 tertii element.



1.sexti.

6 secun. libri.



5 primi

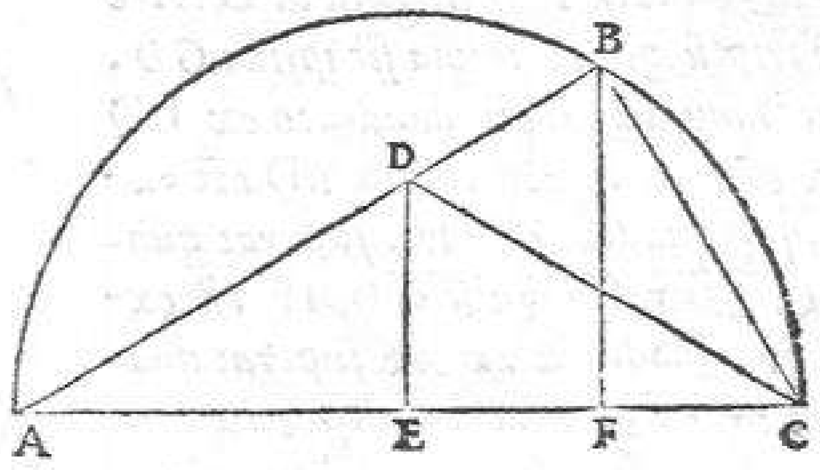
ul.sexti

E linea AC rectæ CB, anguluſque ABC angulo BAC ęqualis. ergo angulus BCA rectus anguli BAC eſt duplus: & circũferentia AB dupla circũferentiæ BC. Itaq; producantur AB, CB in puncta NX, & per B ducatur BO ipſi AC parallela. Dico angulũ NBO anguli HKL dati tertiã partem eſſe. Quoniã.n. circuli portio ABC capit angulũ æqualem dato angulo HKM, erit ABC angulus, hoc eſt XBN angulo HKM ęqualis. ergo reliquus ex duobus rectis NBC eſt ęqualis ipſi HKL. angulus aũt; BCA, hoc eſt CBO duplus ẽ anguli CAB, uidelicet ipſius NBO, ut demonſtratũ fuit. angulus igitur NBO tertia pars eſt anguli NBC; hoc eſt HKL. At ſi angulũ OBC bifariã ſecuerimus, erit datus angulus HKL tripartito ſectus.

ALITER.

Expoſuerunt nonnulli reſolutionem eius problematis, in quo quęritur angulum, vel circumferentiam tripartito ſecare ſine inclinatione. Sit autem proportio in circumferentia, nihil enim differt ſiue angulum, ſiue circumferentiam ſecemus.

Factum iam ſit, & circumferẽtiæ
ABC tertia pars BC abſcindatur: &
iungantur AB, BC, CA. angulus igitur
ACB duplus eſt anguli BAC. ſecetur
angulus ACB bifariã per rectã
lineam CD: & perpendiculares DE
A BF ducantur. ergo AD æqualis eſt
DC; & propterea AE ipſi EC eſt æqualis.
B datũ igitur eſt punctũ E. Itaque
C quoniam eſt ut AC ad CB, ita
AD ad DB, uidelicet AE ad EF; &
permutando ut CA ad AE, ita erit BC ad EF: dupla ãt eſt CA ipſius AE. ergo & BC
ipſius EF eſt dupla: & ideo quadratum ex BC, hoc eſt quadrata ex BF FC quadrupla
D ſunt quadrati ex EF. Cum igitur duo puncta EC ſint data; & ſit BF perpendicularis,
ſitq; proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF FC; erit punctũ B ad hyperbolẽ.
Sed & ad circuli circumferentiã. ergo pũctũ B eſt datũ. & cõpoſitio manifeſta eſt.



COMMENTARIVS.

A Ergo AD æqualis eſt DC, & propterea AE ipſi EC eſt æqualis] *Quoniam*
enim angulus ACB, qui eſt duplus anguli CAB, bifariam ſectus eſt recta linea CD, erit
angulus DAE æqualis angulo DCE, anguli uero ad E vtrique recti ſunt. ergo & reli-
quus reliquo æqualis, & triangulum ADE triangulo EDC ęquiangulum. Vt igitur ED ad DA,
4 sexti. *ita ED ad DC. quare AD DC inter ſe æquales ſunt. & eodem modo AE EC ęquales*
9 quinti. *oſtendentur.*

B Datum igitur eſt punctum E] *Ex 7. & 27. Datorum.*

C Itaque quoniam eſt ut AC ad CB, ita AD ad DB] Ex 3. *ſexti elementorum.*

D Cum igitur duo puncta EC ſint data, & ſit BF perpendicularis, ſitque proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF FC; erit punctũ B ad hyperbolẽ.] *Demõſtratur hoc a Pappo ad finem ſeptimi libri propoſitione 237. Sed tamen nos id, quod propoſitum eſt, etiam aliter reſoluemus, componemuſque in hunc modum.*

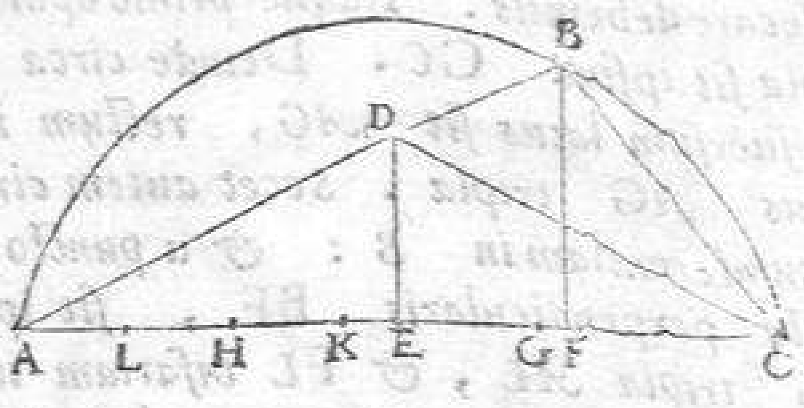
Con-

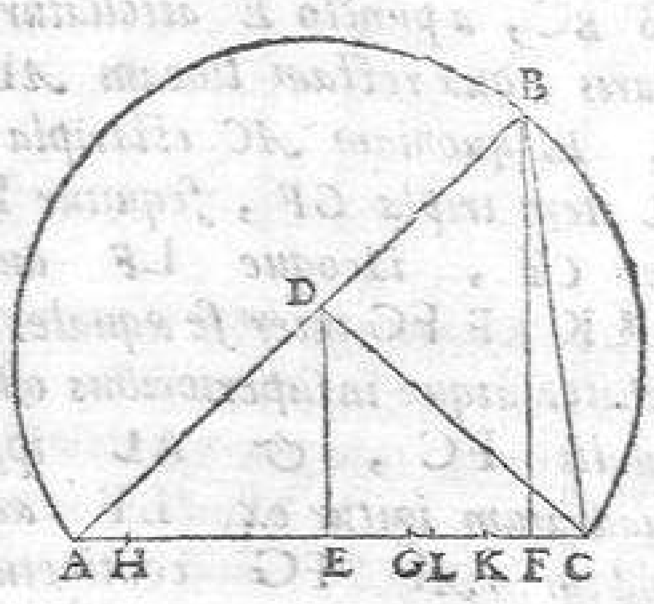
Conſtruantur eadem, quæ dicta sũt, & ductis perpẽdicularibus DE BF, ponatur ipſi quidẽ FE æqualis EH, ipſi uero CF ęquales ſint FK, KL: & ſit AG dupla GC. Eodẽ, quo ſupra, modo oſtẽdetur AL tripla GF, atq; erit AH ęqualis CF, & AL æqualis HK. Cũ. n. AE ſit æqualis EC, & HE ipſi EF, relinquetur AH æqualis FC, hoc eſt ipſi KL. quare in prima, & ſecunda figura, cõi HL ablata, vel addita, in tertia vero addita cõi AK, erit AL ipſi HK æqualis. Itaque quoniã, ut ante demõſtratũ eſt, quadrata ex BF FC ſunt quadrupla quadrati ex FE, quadratũ aũt ex FH eſt eiuſdem quadruplũ, quòd FE ſit æqualis EH, erit quadratũ ex FH æquale quadratis ex BF FC. Sed in prima, & ſecũda figura quadrato ex FH ęqualia ſunt quadrata ex FK KH. una cũ duplo rectanguli FKH, hoc eſt una cum rectangulo FLA: eſt enim LF dupla ipſius FK, & LA æqualis KH. quadrato autem ex KH, hoc ẽ quadrato ex LA una cum rectangulo FLA eſt æquale rectangulũ FAL. In tertia uero figura quadrato ex FH, hoc ẽ quadrato ex AK ęquale eſt rectãgulum LAF una cũ quadrato ex FK, quippe cũ recta linea LF bifariã ſecetur in K, atq; ei addatur FA. ergo rectãgulũ FAL una cũ quadrato ex FK ęquale ẽ quadratis ex BF FC. quorũ quadratũ eſt FK eſt ęquale quadrato ex FC. relinquitur igitur ut rectãgulũ FAL quadrato ex BF ſit æquale. At rectãgulũ FAL ęquale ẽ ei, quod ter AF FG cõtinetur. quare ex iã demõſtratis cõſtat pũctũ B eſſe in hyperbola: cuiꝰ tranſuersũ latꝰ eſt AG, rectũ uero ipſius AG tripla. Quòd ſi a pũcto B perpendicularis ducta cadat in C, ut in quarta figura, quoniam angulus ACB rectus duplus ẽ anguli BAC: erit & ABC angulus angulo BAC, & recta linea BC ipſi CA æqualis. quadratũ igitur ex BC ęquale eſt quadrato ex CA. Sed quadratũ ex CA triplũ ẽ eius, quod AC CG continetur: eſt. n. AC ipſius CG tripla. ergo ut quadratum ex BC triplum eſt rectanguli ACG. ac propterea punctum B ſimiliter ẽ in hyperbola, cuius trãſuerſum latus AG, & rectum ipſius AG tripla.

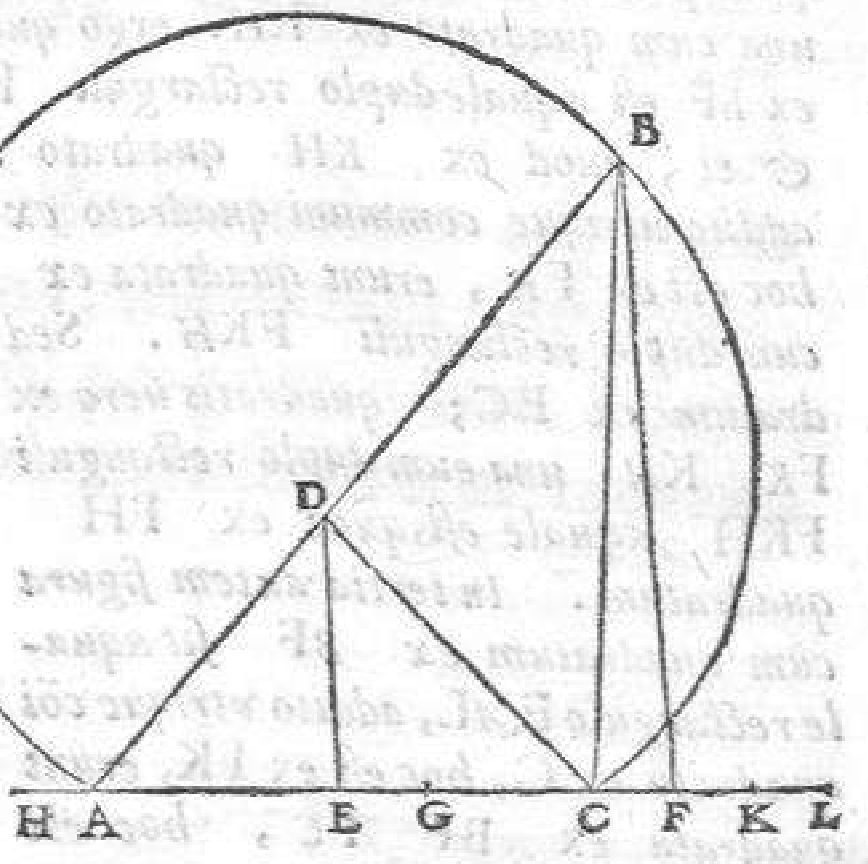
4.secun.

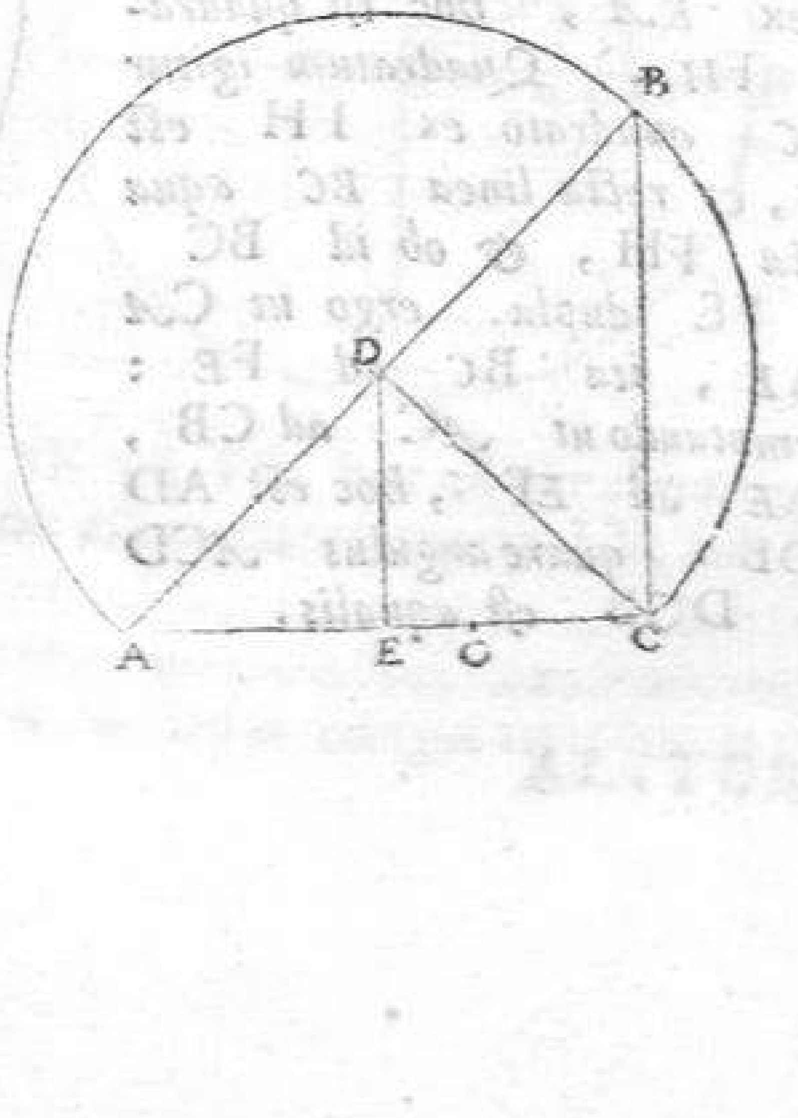
3.secun

6.secun.



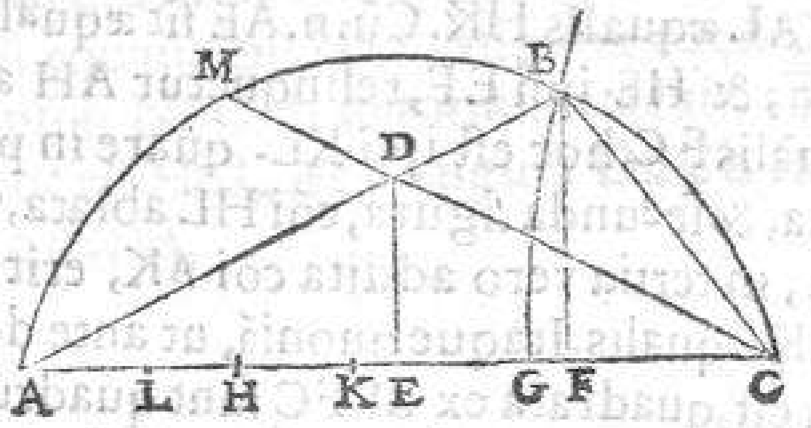


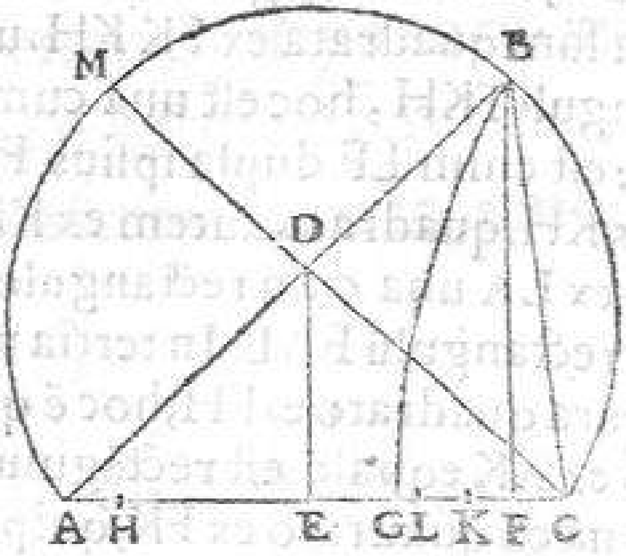


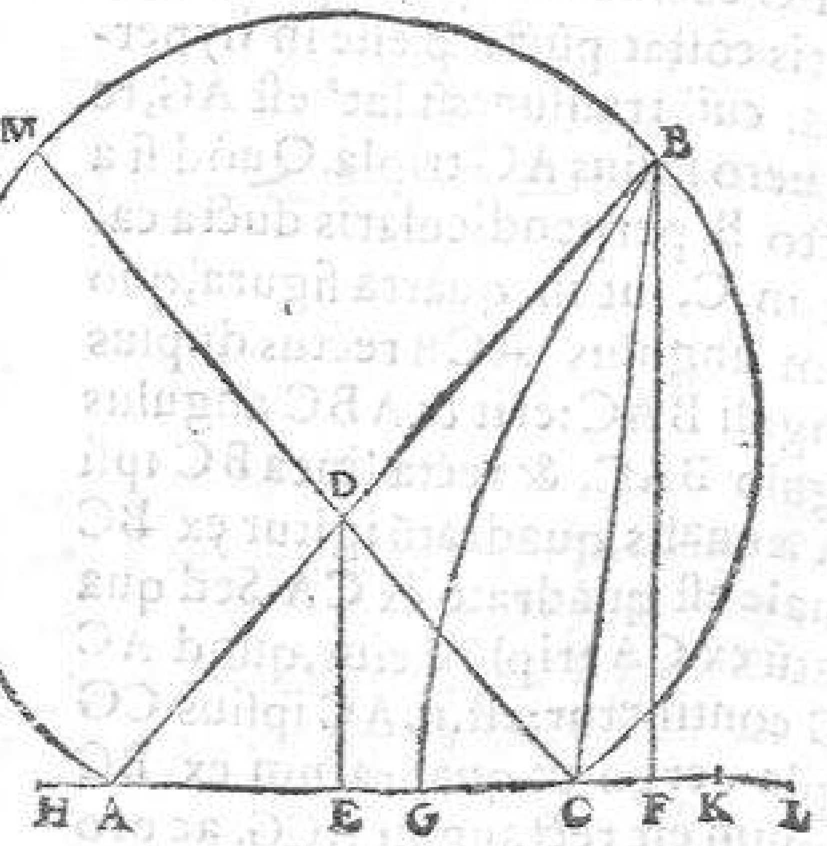


E Et compoſitio manifeſta eſt] *Sit enim circumferentia* ABC *quam tripartito ſecare debemus. Itaque primo oportet rectam lineam* AC *ita ſecare, ut* AG *dupla ſit ipſius* GC. *Deinde circa axem* AG *per* G *deſcribere hyperbolen, cuius tranſuerſum latus ſit* AG, *rectum uero ipſius* AG *tripla. Secet autem circuli circumferentiam in* B: *& a puncto* B *ducta perpendicularis* BF, *ſit ipſius* FG *tripla* AL, *&* FL *bifariam in* K *ſecetur. Rurſus* AC *ſecetur bifariam in* E, *ipſique* FE *ſit æqualis* EH, *& iunctis* AB BC, *a puncto* E *attollatur perpendicularis, quæ rectam lineam* AB *ſecet in* D. *Et quoniam* AC *eſt tripla* CG, *&* AL *item tripla* GF, *ſequitur* LC *triplam eſſe* CF, *ideoque* LF *duplam* FC, *&* LK KF FC *inter ſe æquales eſſe. quare ſimiliter atque in ſuperioribus oſtendetur,* AH *æqualis* FC, *&* AL *ipſi* HK. *Quadratum igitur ex* BF *æquale eſt ei, quod ter* AF FG *continetur, videlicet rectangulo* FAL. *rectangulum autem* FAL *in prima, & ſecunda figura æquale eſt rectangulo* FLA *una cum quadrato ex* LA: *quod quidem eſt æquale duplo rectanguli* FKH. *una cum quadrato ex* KH. *ergo quadratum ex* BF *eſt æquale duplo rectanguli* FKH, *& ei, quod ex* KH *quadrato. quare addito utrique communi quadrato ex* FC, *hoc eſt ex* FK, *erunt quadrata ex* BF FC *æqualia quadratis ex* FK KH *una cum duplo rectanguli* FKH. *Sed quadratis quidem ex* BF FC *æquale eſt quadratum ex* BC; *quadratis uero ex* FK KH *una eum duplo rectanguli* FKH *æquale eſt, quod ex* FH *quadratum. In tertia autem figura cum quadratum ex* BF *ſit æquale rectangulo* FAL, *addito vtrique cõi quadrato ex* C, *hoc eſt ex* FK, *erunt quadrata ex* BF FC, *hoc eſt quadratum ex* BC *æqualia rectangulo* FAL *una cum quadrato ex* FK: *hoc eſt æqualia quadrato ex* KA, *hoc eſt quadrato ex* FH. *Quadratum igitur ex* BC *quadrato ex* FH *eſt æquale, & recta linea* BC *æqualis rectæ* FH, *& ob id* BC *ipſius* FE *dupla. ergo ut* CA *ad* AE, *ita* BC *ad* FE: *& permutando ut* AC *ad* CB, *ita* AE *ad* EF, *hoc eſt* AD *ad* DB. *quare angulus* ACD *angulo* DCB *eſt æqualis.*

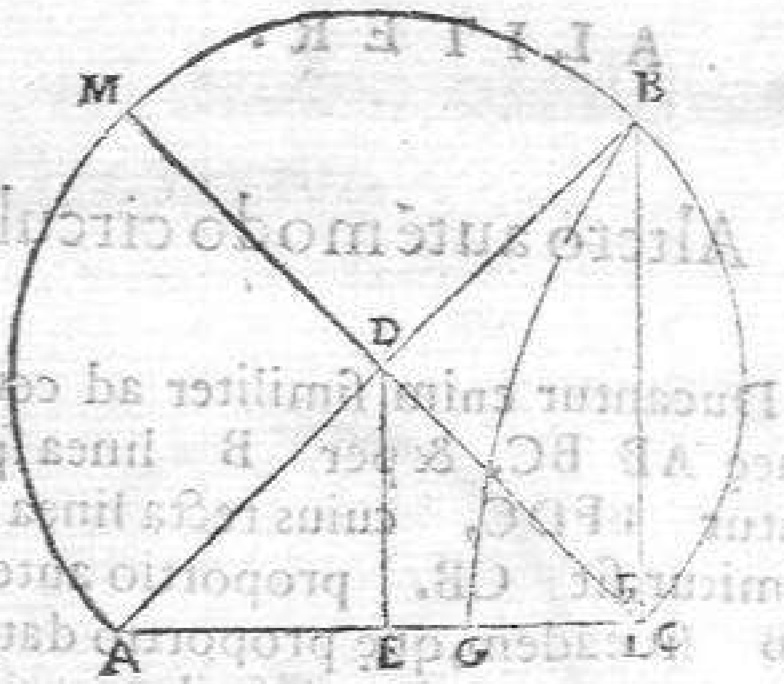
6 secun.







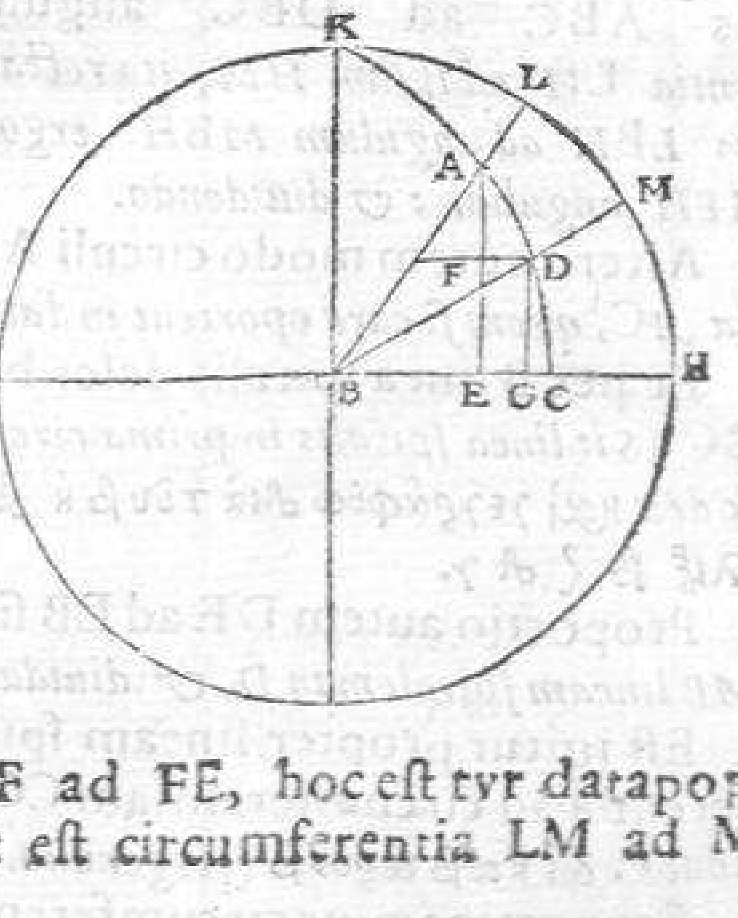
At in



At in quarta figura cum perpendicularis à puncto B cadit in C, erit propter hyperbolen quadratum ex BC triplum eius, quod AC CG continetur. ſed quadratum ex AC eſt eiuſdem triplum, quod AC tripla ſit ipſius CG. ergo quadratum ex AC quadrato ex CB eſt æquale, & ipſa AC æqualis CB. Et quoniam CE eſt dimidia ipſius AC, erit & ipſius BC dimidia. Rurſus igitur vt CA ad AE, ita eſt BC ad CE: & permutando vt AC ad CB, ita AE ad EC, hoc eſt AD ad DB. quare angulus DCA angulo DCB eſt æqualis. & producta CD ad circumferentiam in M, erit circumferentia CB æqualis circumferentiæ BM. Quoniam igitur æquales ſunt AE EC, & DE vtrique communis, angulique ad E recti, erit & baſis AD baſi DC æqualis, & triangulum ADE triangulo DEC ſimile. ergo angulus DAC æqualis eſt angulo DCA, & circumferentia CB circumfer entiæ AM. ſed etiam æqualis erat circumferent æ BM. circumferentia igitur ABC in tres partes æquales AM MB BC ſecta eſt, quod feciſſe oportuit.

PROBLEMA XI. PROPOS. XXXV.

Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito ſecare ſolidum eſt, ut ante oſtendimus, ſed datum angulum, vel circumferentiam ſecare in datam proportionem lineare eſt, & à iunioribus demonſtratum fuit, conſcribetur tamen à nobis dupliciter.



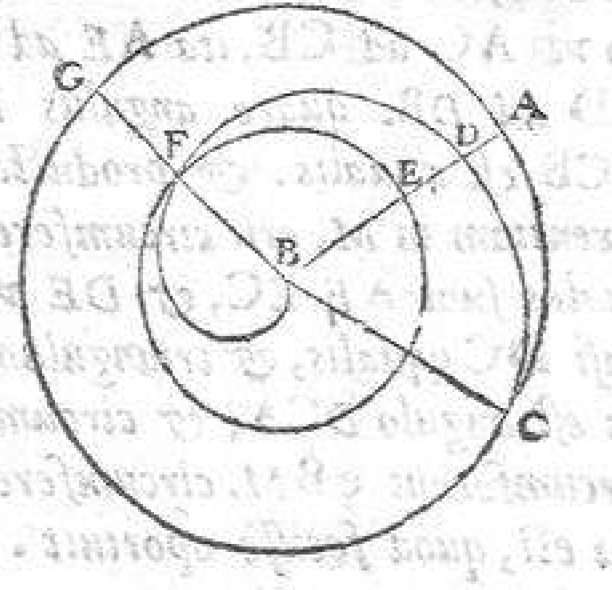
Sit enim circlui KLH circumferentia
LH, & oporteat ipſam in datam propor- A
tionem ſecare. Ducantur ad centrum re-
ctæ lineæ LB BH. & ipſi BH ad rectos
angulos attollatur BK, per K vero linea
quadrans KADC deſcribatur. & perpen-
dicularis ducta AE ſecetur in F, ita vt AF
ad FE datam proportionem habeat, in
quam volumus angulum ſecare; & ipſi
quidem BC parallela ſit FD. iungatur au- B
tem BD, & DG perpendicularis ducatur.
Quoniam igitur ob lineæ accidens eſt, vt C
AE ad DG, hoc eſt ad FE, ita angulus
ABC ad DBC angulum, erit diuidendo vt AF ad FE, hoc eſt tyr datapoportio, ita ABD angulus, ad angulum DBC, hoc eſt circumferentia LM ad MH circumferentiam.

ALITER

ALITER.

D Altero autē modo circuli AGC ſecatur circumferētia AC.

E Ducantur enim ſimiliter ad centrum rectæ lineę AB BC, & per B linea ſpiralis deſcribatur BFDC, cuius recta linea; quę in ortu F ſumitur, ſit CB. proportio autem DE ad EB ſit eadem, quę proportio data. & per E circa centrum B deſcribatur circuli circumferentia EF, quæ lineam ſpiralem in puncto F ſecet: iunctaque BF ad G producatur. G eſt igitur propter lineam ſpiralem ut DB ad BF, hoc eſt ad BE, ita AGC circumferentia ad circumferentiam CG: & diuidendo, vt DE ad EB, ita circumferentia H AG ad ipſam GC. At proportio DE ad EB eſt eadem, quæ proportio data. proportio igitur circumferentiæ AG ad GC eadem erit.



COMMENTARIVS.

A Et oporteat ipſam in datam proportionem ſecare] *Vel legendum, & oporteat ipſā, vel angulum in datam proportionem ſecare, uel illud ſubintelligendum, quod & ante propoſitum eſt, & in fine concluditur.*

B Iungatur autem BD] *Intelligendum autem rectam lineam BD produci ad circumferentiam in M.*

C Quoniam igitur ob lineæ accidens, eſt ut AE ad DG, hoc eſt ad FE, ita angulus ABC ad DBC angulum] *Eſt enim ob lineę quadrãtis accidens, vt circumferentia LH ad ipſam HM, ita recta linea AE ad DG. vt autem LH ad HM, ita angulus LBH ad angulum MBH. ergo ut AE ad DG, hoc eſt ad FE, ita angulus LBH ad MBH angulum: & diuidendo.* ult. ſexti

D Altero autem modo circuli AGC ſecatur circumferentia AC] *Si enim circumferētia AC, quam ſecare oporteat in datam proportionem.*

E Et per B linea ſpiralis deſcribatur BFDC, cuius recta linea, quæ in ortu ſumitur BC] *Sit linea ſpiralis in prima circulatione deſcripta quæ terminetur in puncto C. Græcus codex* καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β ἡ β ξ δ γ, *Sed ſcribendum* καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β ἡ ἕλιξ β ζ δ γ.

F Proportio autem DE ad EB ſit eadem, quæ proportio data] *Secet enim recta linea AB lineam ſpiralem in D, & diuidatur DB in datam proportionem ad punctum E.*

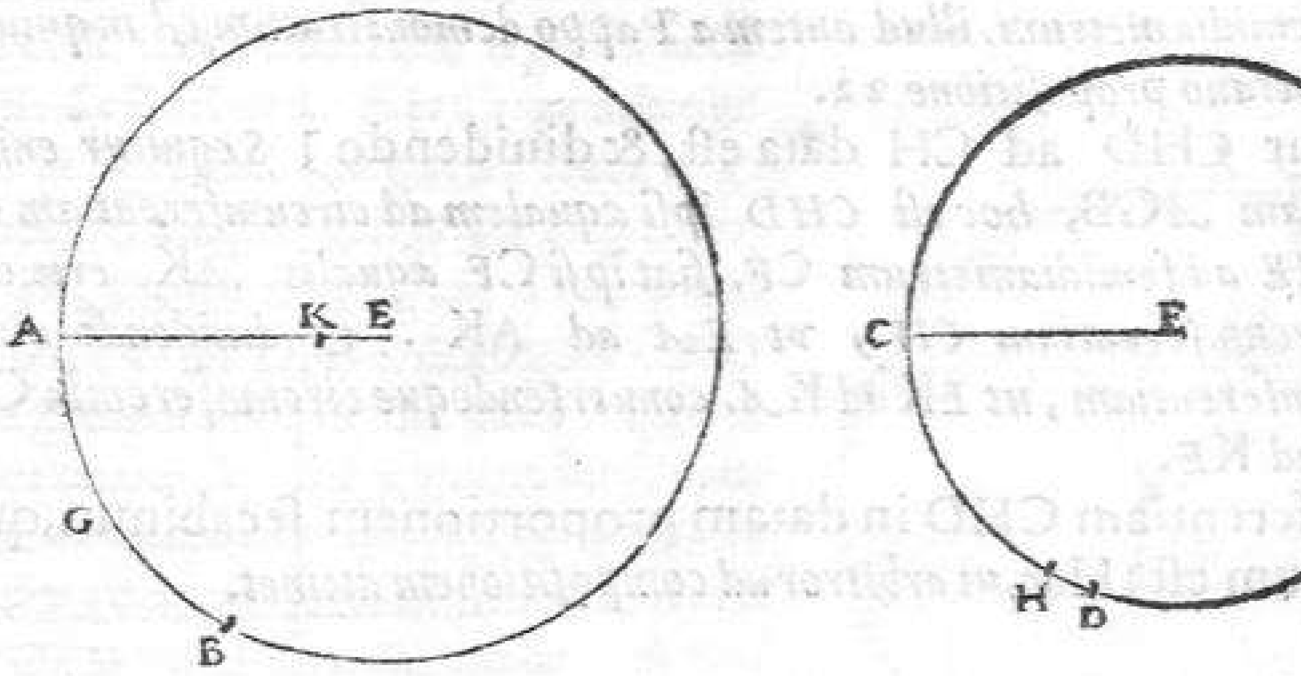
G Eſt igitur propter lineam ſpiralem ut DB ad BF, hoc eſt ad BE, ita AGC circũferentia ad circumferentiam CG] *Ex 14. libri Archimedis de lineis ſpiralibus. Græcus codex.* ὡς ἡ α β πρὸς β ζ. *legendum autem* ὡς ἡ δ β πρὸς β ζ.

H Proportio igitur circumferentiæ AG ad GC eadem erit] *Sed & angulus uel potius ſpacium ABC in datam proportionem ſecatur. Vt enim circumferentia AG ad circumferentiam GC, ita angulus ABG ad GBC angulum.*

PRO-

PROBLEMA XII. PROPOS. XXXVI.

Ex hoc manifeſtum eſt fieri poſſe, vt à duobus circulis inæqualibus æquales circumferentię abſcindantur.



Factum enim ſit, & abſciſſę ſint æquales circunferentiæ AGB CHD. ſit autē maior circulus circa centrum E. circumferentia igitur ſimilis ipſi CHD maior eſt, quàm AGB. ſit ipſi AGB ſimilis circumferentia CH. ergo proportio circumferētiæ AGB ad CH eſt data, eadem enim eſt, quam habent totæ circulorum circumferentiæ, vel circulorum diametri. æqualis autem eſt circumferentia AGB ipſi CHD. proportio igitur CHD ad CH data eſt: & diuidendo. quare circumferentiam CHD in datam proportionem ſecabimus, quemadmodum antea traditum eſt. A B G D E F

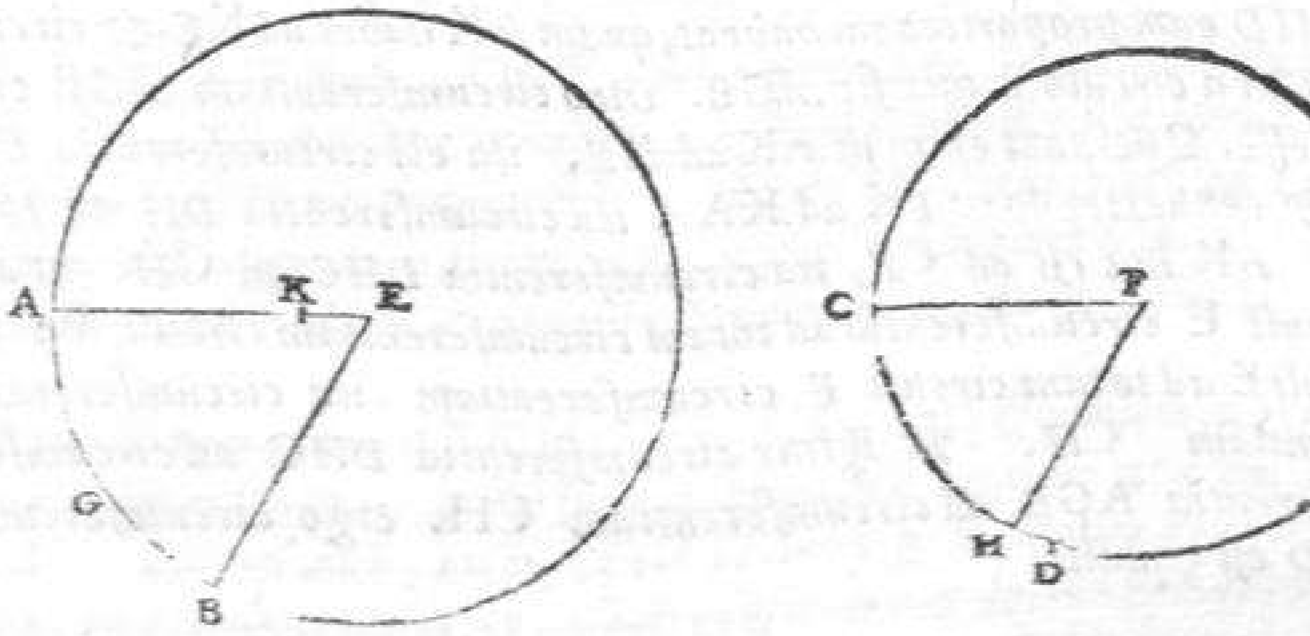
COMMENTARIVS.

Factum iam ſit] *reſolutio eſt problematis:* A

Circumferentia igitur ſimilis ioſi CHD maior eſt, quam AGB] *ſit circulus circa centrum E maior circulo circa centrum F. Itaque cum circumferentia maioris circuli CHD ęqualis ſit circumferentiæ AGB circuli maioris, ſi à circulo AGB abſcindamus circumferentiam ſimilem ipſi CHD, erit ea maior, quàm circumferentia AGB.* B

Sit ipſi AGB ſimilis circumferentia CH] *Græcus codex.* ἔϛω σὺν τῆ κηβ ὁμοία ἡ γλ. *ego legendum puto* ἔϛω τῆ κηβ ὁμοία ἡ γθ. C

Ergo proportio circumferentię AGB ad CH eſt data, eadem enim eſt, quam habeat totę circulorū circumferentiæ, vel circulorū diametri.] *iungantur AE EB, CF, FH. quoniam igitur circūferentia AGB ſimilis eſt circumferentiæ CH, erit angulus* D

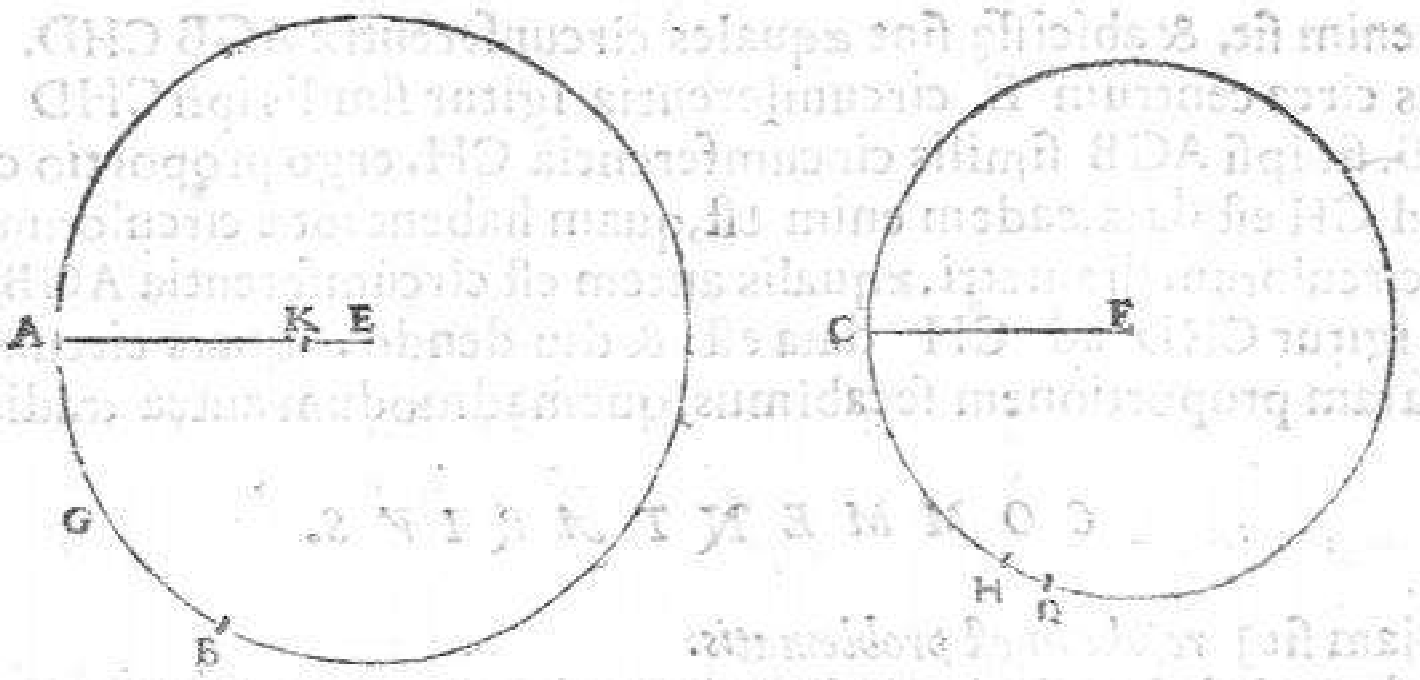


ACB

7. quinti *AEB æqualis angulo CFH. ergo quattuor anguli recti ad angulum AEB eandem habent proportionem quam ad angulum CFH. Vt autem quattuor recti ad angulum AEB, ita tota circuli E circumferentia ad circumferentiam AGB. & ut quattuor recti ad angulum CFH, ita* 11 quinti *tota circuli F circumferentia ad circumferẽtiam CH. ergo ut tota circuli E circumferentia ad circumferentiam AGB, ita tota circuli F circumferentia ad circumferentiam CH, & permutando ut tota circuli E circumferentia ad totam circuli F circumferentiam, ita circumferentia AGB ad circumferentiam CH. Sed ut tota circuli E circumferentia ad totam circũferentiam circuli F, ita diameter circuli E ad diametrum circuli F. hoc eſt ita ſemidiameter cir*15 quinti*culi E ad circuli F ſemidiametrum. illud autem a Pappo demonſtratum eſt in quinto libro propoſitione 11. & in octauo propoſitione 22.*

E Proportio igitur CHD ad CH data eſt, & diuidendo] *Sequitur enim ex antedictis circumferentiam AGB, hoc eſt CHD ipſi æqualem ad circumferentiam CH ita eſſe, vt ſemidiameter AE ad ſemidiametrum CF. fiat ipſi CF æqualis AK. erit circumferentia CHD ad circumferentiam CH, vt EA ad AK. & diuidendo circumferentia DH ad HC circumferentiam, ut EK ad KA. conuertendoque circumferentia CH ad HD, ut AK, hoc eſt ut CF ad KE.*

F Quare circumferentiam CHD in datam proportionem ſecabimus, quemadmodum antea traditum eſt] Hoc, *ut arbitror ad compoſitionem attinet.*

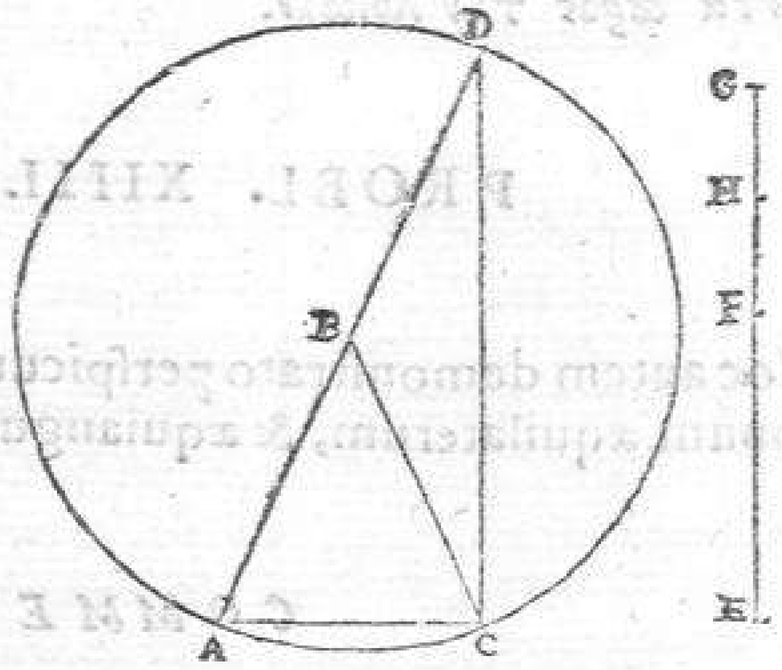


Sint circuli inæquales magnitudine dati circa centra EF: ſitque circulus E maior: & ſit circuli F circumferentia CHD, cui æqualem a circulo E abſcindere oporteat. Iungatur CF, & ſit circuli E ſemidiameter AE, a qua abſcindatur AK æqualis ipſi CF. & cum datæ ſint AE CF, erit & KE data, & data proportio CF, hoc eſt ipſius AK ad KE. Itaque cir- 4 1 dator. *cumferentiam CHD ex demonſtratis in datam proportionem ſecabimus in puncto H; ita ut CH ad HD eam proportionem habeat, quam AK habet ad KE. & circumferentiæ CH ſimilis abſcindatur a circulo E, quæ ſit AGB. Dico circumferentiam AGB circumferentiæ CHD æqualem eſſe. Quoniam enim ut AK ad KE, ita eſt circumferentia CH ad HD circumferentiam: & conuertendo ut EK ad KA, ita circumferentia DH ad HC: componendoque ut EA ad AK hoc eſt ad CF, ita circumferentia DHC ad CH. vt autem AE ad CF, ita tota circuli E circumferentia ad totam circumferentiam circuli F: & vt tota circumferentia circuli E ad totam circuli F circumferentiam, ita circumferentia AGB, ad circumferentiam CH. vt igitur circumferentia DHC ad circumferentiam CH, ita circumferentia AGB ad circumferentiam CH. ergo circumferentia AGB circumferen-* 9 quinti. *tiæ CHD eſt æqualis.*

PROBLEMA XIII. PROP. XXXVII.

Aequicrure triangulum cõſtituere, cuius uterq; angulorum A
qui ad baſim, habeat ad reliquum proportionem datam.

Factum iam illud ſit; cõſtituaturque triã-
gulum ABC: & circa centrum B per pũcta
AC circulus deſcribatur ADC; producatur-
que AB in D, & DC iungatur. Itaq; quoniam B
proportio anguli CAB ad angulum C
ABC data eſt, atque eſt anguli ABC dimidius
angulus, qui ad D; erit & anguli CAD
ad ADC angulum proportio data. quare D
& circumferentiæ DC ad circumferẽtiam ul.sexti.
AC. Et cum circumferentia ACD ſemicirculi
in datam proportionem ſecetur, datũ E
erit & punctum C, & triangulum ABC
ſpecie erit datum.



Componetur autem hoc modo. Sit.n. proportio data EF ad FG, quã utrũque angulorum, qui ad baſim, habere oportet ad reliquum: & FG bifariam ſecetur in puncto H. exponaturq; circulus ADC circa cẽtrum B, & diametrum AD: & ſecetur ACD circumferentia in C, ita ut circũferentia DC ad CA eam proportionem habeat, quam EF ad FH; hoc.n. ante traditum eſt, & uniuerſe quo pacto data circumferentia in datam proportionem ſecetur & iungantur BC CA CD. Quoniam igitur ut circumferentia DC ad CA circumferentiã, hoc eſt ut DAC angulus ad angulum ADC, ita eſt EF ad FH, & conſequentiam dupla. ergo ut angulus CAB ad angulum ABC, ita EF ad FG. æquicrure igitur triangulũ conſtitutum eſt ABC, cuius uterque angulorum, qui ad baſim, ad reliquum proportionem habet datam.

COMMENTARIVS.

Aequicrure triangulum conſtituere, &c.] *Græcus codex*. ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσας. *lege* συστῆσαι. A

Producaturque AB ad D] *Græcus codex*. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ α δ ἐπὶ τὸ δ. *legendum* ἡ αβ ἐπὶ τὸ δ. B

Itaque quoniam proportio anguli CAB ad angulum ABC data eſt, &c.] *Græcus codex*. ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῶν αβ γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν αβγ, καὶ ἔστι τῆς ὑπὸ α β ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ δ *lege* ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῶν γαβ γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν αβγ, καὶ ἐστι τῆς ὑπὸ αβγ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ δ. C

Erit & anguli CAD ad ADC angulum proportio data] *Ex* 8. *libri datorum*. D

Datũ erit punctum C & triangulum ABC ſpecie erit datum] *Quoniam.n. circumferẽtia ACD ſemicirculi data in datam proportionem ſecatur, data erit utraque ipſarum AC CD ex ſeptima libri datorum. Sed eſt datũ punctũ A uel D, ergo & C datum erit ex* 27. *datorum. Quòd cũ datę ſint circumferentiæ, in quibus anguli conſiſtunt, & ipſi anguli dabuntur. quare triangulum ABC ſpecie datum erit ex* 40. *eiuſdem. Græcus codex*. δοθὲν ἐστι καὶ δοθὲν τὸ εἴδει τὸ αβγ τρίγωνον. *lege* δοθὲν ἐστι τὸ γ καὶ δοθὲν τῷ εἴδει τὸ αβγ τρίγωνον. E

G Componetur autem hoc modo] *Gracus codex συμβήσεται δὲ οὕτως. lege συνθήσεται δὲ οὕτως.*

Hoc eſt ut DAC angulus ad angulum ADC, ita EF ad FH.] *Gręcus codex.* τουτέστι ὡς αδγ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδγ οὕτως ἡ εζ καὶ τὰ διπλάσια τῶν ἑπομένων.
H *corrige* τουτέστι ὡς δαγ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδγ, οὕτως ἡ εζ πρὸς ζθ, καὶ τὰ διπλάσια τῶν ἑπομένον.

K Ergo ut angulus CAB ad angulum ABC] *Gręcus codex ὡς ἄρα ἡ ὑπὸ γδβ. lege ἡ ὑπὸ γαβ.*

Cuius uterque angulorum qui ad baſim ad reliquum proportionem habet datam] *Gręcus codex* λογὸν ἔχουσα τὸν δοθέντα πρὸς τῆ λοιπῆ *lege* λόγον ἔχουσαν τὸν δοθέντα πρὸς τὴν λοιπήν.

PROBL. XIIII. PROP. XXXVIII.

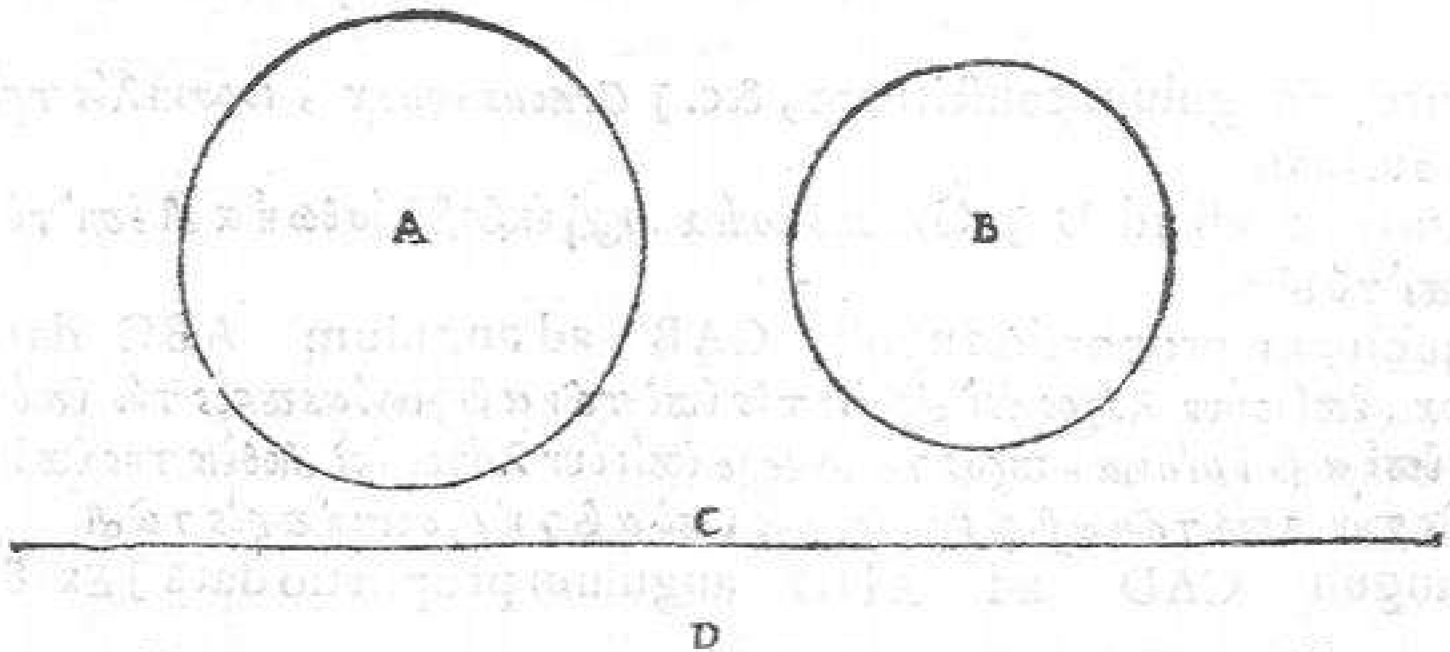
Hoc autem demonſtrato perſpicuum eſt fieri poſſe, ut in circulo deſcribatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum, habens quotquot quis latera propoſuerit.

COMMENTARIUS.

Hoc autem demonſtrato] *Si enim heptagonum in circulo deſcribere velimus, vtemur triangulo æquicrure, cuius anguli, qui ad baſim, reliqui tripli ſint. Deinde ex demonſtratis eos tripartito ſecantes, habebimus totam circuli circumferentiam in ſeptem partes æquales diuiſam, ſi uero nonagonum, vtimur triangulo ęquicrure, cuius anguli ad baſim reliqui quadrupli ſint. & eodem modo in aliis.*

PROBL. XV. PROP. XXXIX.

Quomodo autem inueniatur circulus, cuius circumferentia rectæ lineæ datæ ſit æqualis, facile eſt cognoſcere.



Inuēta iam ſit circūferentia circuli A rectæ lineæ C æqualis. & exponatur circu-
A lus quiuis B; atque eius circūferentiæ per lineā quadrantē æqualis inueniatur recta
B linea D. ut igitur C ad D, ita quæ ex centro circuli A ad eam, quæ ex centro
C circuli B. ſed rectæ lineæ D ad C proportio eſt data. proportio igitur earum,

quæ ex cētro inter ſe data erit. atq; eſt data quæ ex cētro circuli B. ergo & quæ ex cētro circuli A erit data. Quare & datus ipſe A circulus. & cōpoſitio manifeſta eſt.

COMMENTARIVS.

Atque eius circumferentię per lineam quadrantem ęqualis inueniatur recta li- A
nea D] *Ex 27. huius.*

Vt igitur C ad D, ita quę ex cētro circuli A ad eā, quę ex centro circuli B] *Ex iis, quæ* B
a Pappo demonſtrantur in 5. lib. propoſitione 11. & in 8. propoſitione 22.

Sed rectæ lineæ D ad C proportio eſt data] *Ex prima datorū utraque. n. earū data ē Græ* C
cus codex. λέγω δὲ τῆ̃ς Δ πρὸς γ δοθεὶς. *ego legendum puto* λόγος δὲ τῆς πρὸς γ δοθεὶς.

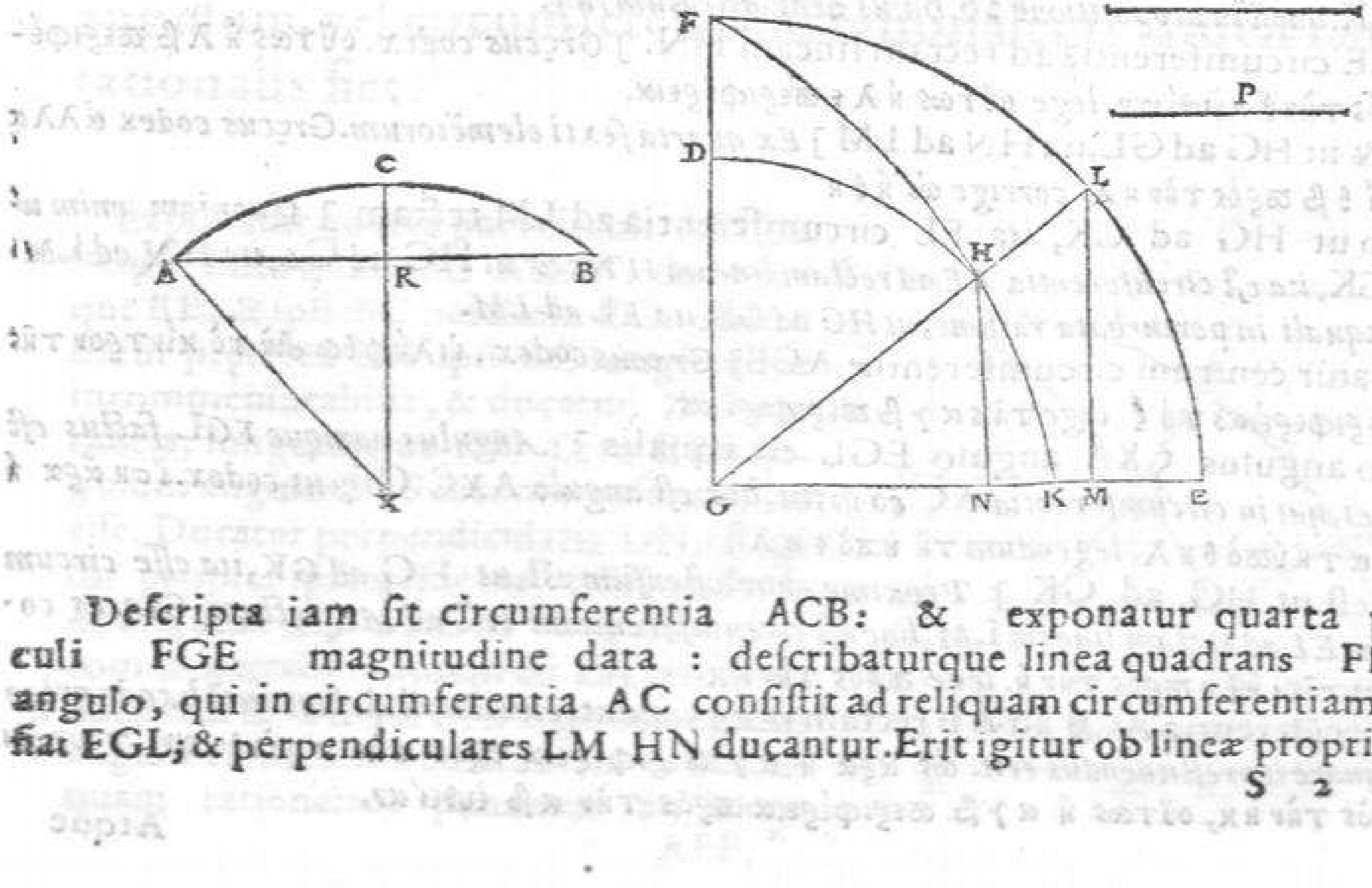
Ergo & quæ ex centro circuli A erit data] *Ex 2. datorum.*

Quare & datus ipſe A circulus] *Per diffinitionem quinti libri datorum.* D

Et compoſitio manifeſta eſt] *Sit recta linea data* C, *& oporteat circulum inuenire, cuius* E
circumferentia ſit æqualis rectæ lineæ C. *Exponatur circulus B; atq; eius circumferentiæ per li* F
neam quadrantem, æqualis inueniatur D *recta linea: fiatque ut D ad* C, *ita quæ ex centro circu*
li B *ad aliam: ex centro A, interuallo autem dictæ lineæ circulus A deſcribatur. Dico circūfe-*
rentiam circuli A datæ rectæ lineæ C *ęqualem eſſe. Quoniam enim ut* D *ad* C, *ita quæ ex cētro*
circuli B *ad eam, quę ex centro circuli* A, *ut autem quæ ex centro circuli* B *ad eam, quæ ex cen*
tro circuli A, ita circuli B *circumferentia ad circumferentiam circuli* A; *erit ut* D *ad* C, *ita*
circumferentia circuli B *ad circuli A circumferentiam. & permutando ut D ad circumferen-*
tiam circuli B, in C *ad circumferentiam circuli* A. *Sed D eſt æqualis circumferentiæ circuli B.*
ergo & C circumferentiæ circuli A *æqualis erit.*

PROBLEMA XVI. PROP. XL.

Recta linea AB poſitione & magnitudine data, per puncta AB deſcribere circumferentiam circuli, quę ad rectam lineam AB proportionem datam habeat.



Deſcripta iam ſit circumferentia ACB: & exponatur quarta pars cir- A B
culi FGE magnitudine data : deſcribaturque linea quadrans FHK: & C
angulo, qui in circumferentia AC conſiſtit ad reliquam circumferentiam ęqualis
fiat EGL; & perpendiculares LM HN ducantur. Erit igitur ob lineæ proprietatem, D

E vt circumferentia ELF ad rectam lineam FG, hoc eſt vt LG ad GK,
F G ita LE circumferentia ad rectam lineam HN. Sed & ut HG ad GL,
ita HN ad LM. ergo ut HG ad GK, ita EL circumferentia ad LM rectam.
H Sumatur centrum circuli ACB, quod ſit X, & perpendicularis ad AB ducatur
K XYC. ergo angulus CXA angulo EGL eſt ęqualis, & ſunt centra XG.
L Vt igitur AC circumferentia ad rectam lineam AR, hoc eſt ut HG ad
M N GK, ita circumferentia ACB ad AB rectam. atque eſt ACB circumferen
tiæ ad rectam AB proportio data. quare & proportio HG ad GK dabi-
O P tur. & data eſt GK. data igitur erit & GH, ac propterea punctum H
Q eſt ad circuli circumferentiam. Sed & ad lineam FHK, ergo datum erit.
& HL poſitione data, quare & datus angulus EGL. atque eſt æqualis an-
gulo CXA. recta uero linea XC data eſt poſitione, & datum punctum A. poſitio-
ne igitur eſt AX. quare & circumferentia ACB.

R Compoſitio autem manifeſta eſt. Oportet autem datæ proportioni conſti-
tuere eandem, quæ eſt DG ad GK; & circa centrum G per D circumfe-
rentiam deſcribere, & ſumere punctum H, in quo ipſa lineam quadrantem
ſecat. præterea iungere HG, & AB ſecantes bifariam, perpendicularemque
S ſtatuentes RX, ducere XA, quæ una cum XR contineat angulum angulo KGH
T æqualem. & circa centrum X per A deſcribere circuli circumferentiam ACB; ha
bereque proportionem eius ad baſim AB datæ proportioni eandem.

COMMENTARIVS.

A Deſcripta iam ſit circumferentia ACB] *Græcus codex* γεγράφθω ἡ α γ ε, *Scribe* ἡ α γ β.

B Et exponatur quarta pars circuli FGE magnitudine data] *Græcus codex* καὶ ἐκκείσθω τεταρτημόριον κύκλου θέσει δεδομένου τὸ ζ η θ, *lege* τὸ ζ η ε.

C Et angulo qui in circumferentia AC conſiſtit ad reliquam circumferentiam æqualis fiat EGL.] *Vereor ne locus corruptus ſit. impropriè enim dici uidetur reliqua circūferentia ea, quæ eſt quartę partis circuli FLE.*

D Erit igitur ob lineæ proprietatem ut circumferencia ELF ad rectam lineam FG, hoc eſt ut LG ad GK] *Eſt enim ut circumferentia ELF ad rectam FG, ita FG, hoc eſt LG ad GK. quod in propoſitione 26. huius demonſtratum fuit.*

E Ita LE circumferentia ad rectam lineam HN.] *Gręcus codex.* οὕτως ἡ λ β ϖεριφέρεια ϖρὸς τὴν θ ν εὐθεῖαν. *lege* οὕτως ἡ λ ε ϖεριφέρεια.

F Sed & ut HG ad GL, ita HN ad LM] *Ex quarta ſexti elemētorum. Gręcus codex* ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ θ β ϖρὸς τὴν η λ. *corrige* ὡς ἡ θ η

G Ergo ut HG ad GK, ita EL circumferentia ad LM rectam] *Quoniam enim ut LG ad GK, ita eſt circūferentia LE ad rectam lineam HN; & ut HG ad GL, ita HN ad LM: erit ex æquali in perturbata ratione, ut HG ad GK, ita EL ad LM.*

H Sumatur centrum circumferentiæ ACB] *Græcus codex.* εἰλήφθω δὴ τὸ κέντρον τῆς α β γ ϖεριφερείας τὸ ξ. *lege* τῆς α γ β ϖεριφερείας.

K Ergo angulus CXA angulo EGL eſt æqualis] *Angulus namque EGL factus eſt æqualis ei, qui in circumferentia AC conſiſtit, hoc eſt angulo AXC. Gręcus codex.* ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γ ξ α τῇ ὑπὸ θ η λ. *legendum* τῇ ὑπὸ ε η λ

L Hoc eſt ut HG ad GK] *Proxime enim oſtenſum eſt, ut FG ad GK, ita eſſe circumferentiam EL ad rectam lineam LM, hoc eſt circumferentiam AC ad AR rectam. Græcus codex.* τουτέστιν ἡ θ η ϖρὸς τὴν ἡ. *lege* ϖρὸς τὴν η κ.

M Ita circūferentia ACB ad AB rectam] *Ex 15. quinti elemētorū. deſunt autē hæc in gręco codicē. quare ita reſtituendus erit.* ὡς ἄρα ἡ α γ ϖεριφέρεια τρὸς τὴν α ρ εὐθεῖαν, τουτέστιν ἡ θ η τρὸς τὴν η κ, οὕτως ἡ α γ β ϖεριφέρεια ϖρὸς τὴν α β εὐθεῖαν.

Atque

Atque eſt ACB circumferentiæ ad rectam AB proportio data] *Græcus codex* N
καὶ λόγος τῆς αβλ πρὸς τὴν αβ. lege καὶ λόγος τῆς αγβ πρὸς τὴν αβ δοθεὶς ſed fortaſſe verbum illud δοθεὶς conſulto omiſit breuitatis cauſſa, & in antecedentibus, & in iis, quæ ſequuntur, quemadmodum verbum λέγω. nam pro λέγω ὅτι vbique ferrè ὅτι tantum ſcribit.

Data igitur erit & GH [*ex ſecunda libri datorum.* O

Ac propterea punctum H eſt ad circuli circumferentiam] *ſi enim centro G &* P
interuallo GH circuli circumferentia deſcribatur, punctum H ad ipſam circumferentiam erit.

Et HL poſitione data] *vide ne legendum ſit & GHL poſitione data.* Q

Oportet enim datæ proportioni conſtituere eandem, quæ eſt DG ad GK.] R
Sit data proportio, quam habet O ad P: & fiat ut P ad O, ſic KG ad GD. eſt autem data GK. ergo & ipſa DG. erit igitur conuertendo DG ad GK, ut O ad P. Græcus codex habet. δεῖ γὰρ &c. τὸν τῆς ζη πρὸς ηδ. ego legendum puto τὸν τῆς δη πρὸς ηκ. quod ex ipſa reſolutione colligitur.

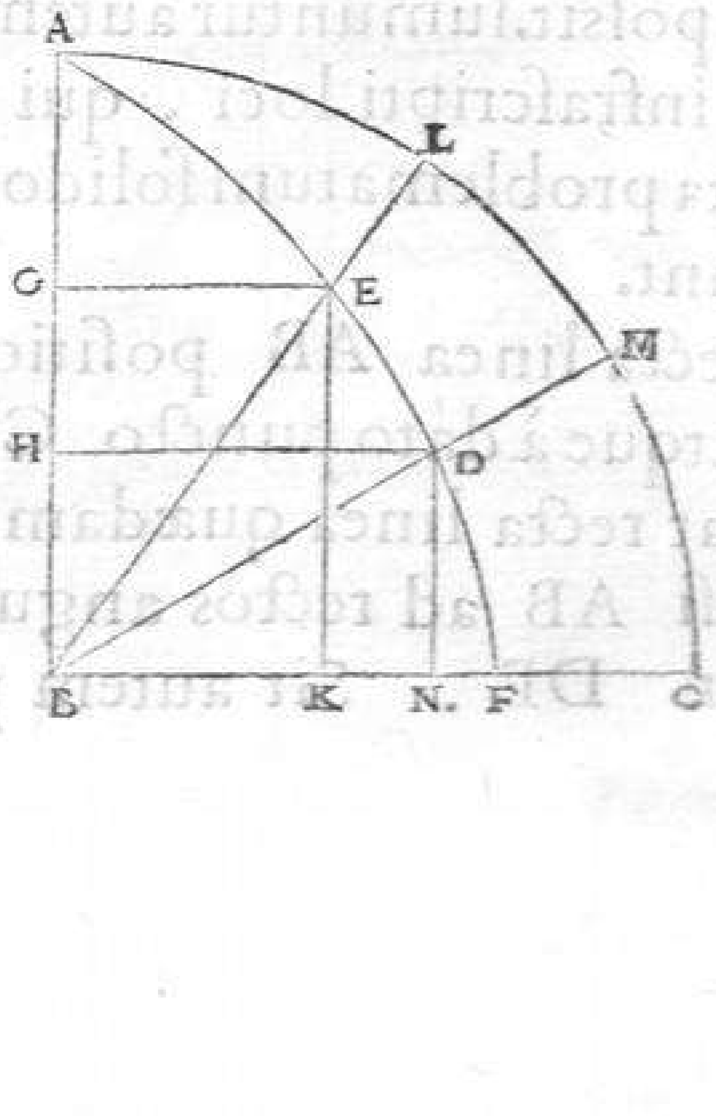
Ducere XA, quæ una cum XR contineat angulum angulo KGH æqualem] S
conſtituatur ad rectam lineam AB, & ad punctum in ea A angulus BAX æqualis angulo MLG, vel NHG. erit & reliquus AXR reliquo HGK æqualis.

Habereque proportionem eius ad baſim AB datę proportioni eandem] *eſt* T
enim proportio DG ad GK, hoc eſt HG ad GK eadem, quæ proportio data. & ut HG ad GK, ita circumferentia EL ad LM rectam, hoc eſt circumferentia AC ad rectam AR. ut autem AC ad AR, ita circumferentia ACB ad rectam AB. ergo ut DG ad GK, ita circumferentia ACB ad AB rectam.

PROBLEMA XVII. PROPOS. XLI.

Non incredibile autem eſt, angulos incommenſurabiles in- A
ueniri. per hoc enim, & per eundem circulum incommenſura
biles ſumuntur circumferentiæ. & quamquam ponamus, unú B
angulum, vel circumferentiam rationalem, tamen reliqua ir-
rationalis fiet.

Exponatur quarta pars circuli ABC, &
in ipſa linea quadrans AEDF: ducatur- C
que BE, & ipſi BC parallela EG. abſcin- D
datur pręterea BH ipſi BG longitudine
incommenſurabilis, & ducatur DH pa-
rallela, iungaturque DB. Dico EBF an-
gulum angulo DBF incommenſurabilem
eſſe. Ducatur perpendicularis DN, eſt igi- E
tur propter ipſam lineam, vt EK ad DN,
ſic angulus EBF ad DBF angulum. in- F
commenſurabilis autem eſt EK ipſi DN,
quoniam & GB ipſi BH. ergo & angulus G
angulo eſt incommenſurabilis. & quam-
quam rationalem ponamus angulum
ABF,



ABF, & recti dimidium, tamen angulus DBF irrationalis erit.

COMMENTARIVS.

A Non incredibile autem eſt angulos incommenſurabiles inueniri.] *Græcus codex* οὐκ ἀπίθανον δὲ οὐδὲ αἱ γωνίας ἀσυμμέτρους εὑρεῖν. *ego legendum arbitror* οὐδὲ τὰς γωνίας ἀσυμμέτρους εὑρεῖν.

B Et quamquam ponamus unum angulum, uel circumferentiam rationalem, tamen reliqua irrationalis fiet] *Græcus codex* κἂν ἑητὴν ὑποστησώμετα τὴν μίαν γωνίαν, ἡ περιφέρεια . . . ἡ λοιπὴ γενήσεται. *Sed legendum puto.* κἂν ῥητὴν ὑποστησώμετα τὴν μίαν γωνίαν ἢ περιφέρειαν, ἄλογος ἡ λοιπὴ γενήσεται.

C Et in ipſa linea quadrans AEDF] *Græcus codex* καὶ ἐν αὐτῇ *lege* ἐν αὐτῷ.

D Abſcindatur præterea BH ipſi BG longitudine incommenſurabilis] *Ex* 11. *decimi libri elementorum.*

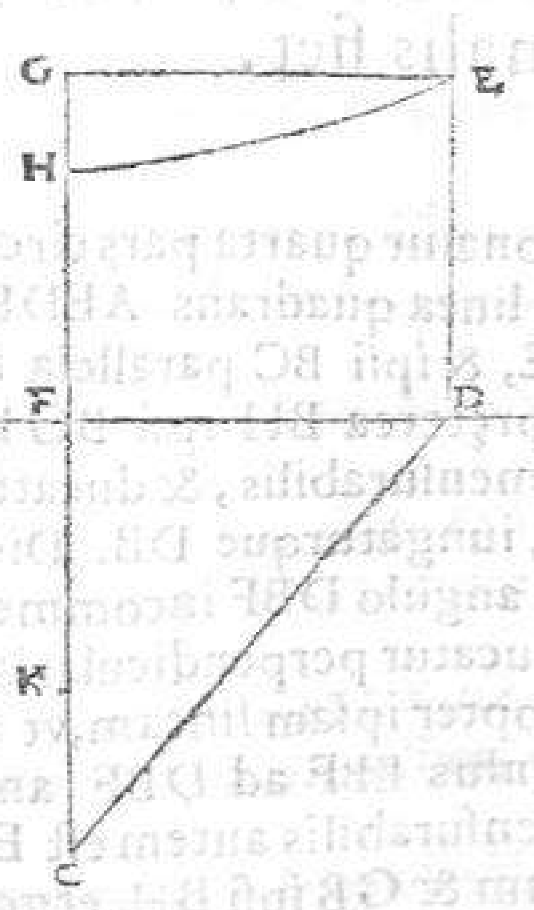
E Eſt igitur propter ipſam lineam, ut OK ad DN, ſic angulus EBF ad DBF angulum] *Intelligantur BE BD produci vſque ad circumferẽtiam circuli in puncta* LM. *erit ob quadrãtis lineæ accidens, vt circumferentia* LC *ad* CM *circumferentiam, ita recta* ul. sexti. *linea* EK *ad rectam* DN. *Sed & ut circumferentia* LC *ad CM, ita angulus* LBC 11. quin. *ad angulum* MBC. *ergo ut* EK *ad* DN, *ita angulus LBC, hoc eſt EBC ad angulum* MBC, *hoc eſt* DBC. *Græcus codex* ὡς ἡ ν τῇ δν. *Sed videtur legendum* ὡς ἡ εκ πρὸς δν.

F Incommenſurabilis autem EK ipſi DN, quoniam & GB ipſi BH] *Eſt enim EK æqualis GB, & DN ipſi HB. Græcus codex* ἀσύμμετρος δὲ ἡ ογ τῇ δν ἐπεὶ καὶ ἡ θ τῇ βκ. *legendum autem* ἀσύμμετρος δὲ ἡ εκ τῇ δν, ἐπεὶ καὶ ἡ β τῇ βθ.

G Ergo & angulus angulo eſt incommenſurabilis] *Hoc eſt angulus EBF angulo DBF. Sequitur autem hoc ex* 10. *Decimi elem.*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XLII.

Inclinationis eius, quę ab Archimede ſumpta eſt in libro de lineis ſpiralibus, reſolutionem ordinaui, ut eum librum percurrens hęſitare non poſſit. ſumuntur autem ad ipſam infraſcripti loci, qui ad alia multa problematum ſolidorum vtiles ſunt.



Sit recta linea AB poſitione data, atque à dato puncto C ipſi occurrat recta linea quædam CD, & ipſi AB ad rectos angulos ducatur DE. Sit autem proportio CD ad DE data. Dico punctum E ad hyperbolen eſſe.

Ducatur per C recta linea CF ipſi DE parallela. datum igitur eſt punctum F. & ducatur EG parallela ipſi AB. ſitque proportio CF ad utramque ipſarum FH FK eadem, quæ proportio CD ad DE. ergo utrumque punctorum HK datum erit. Itaque quoniam ut quadratum ex CD ad quadratum ex DE, ita eſt quadratum ex CF ad quadratum ex FH; erit & reliqui quadrati ex FD, hoc eſt EG ad reliquum rectangulum KGH proportio data. & ſunt data KH. ergo punctum E eſt ad hyperbolen, quæ per puncta HE tranſit. B

COMMENTARIVS.

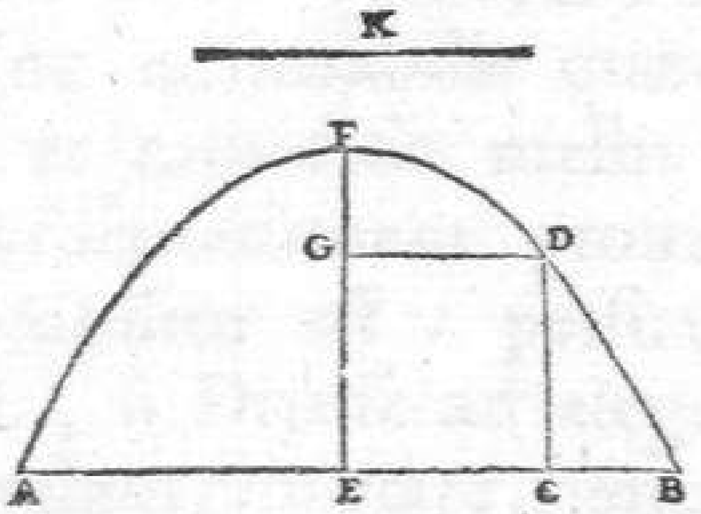
Itaque quoniam ut quadratum ex CD ad quadratum ex DE, ita eſt quadra- A
tum ex CF ad quadratum ex FH, &c.] *Quoniam enim eſt vt totum quadratum ex*
CD ad totum quadratum ex DE, *ita quadratum ex* CF *ad quadratum ex FH, videlicet*
pars ad partem, erit reliquum quadratum ex FD, hoc eſt EG *ad reliquum rectangulum*
KGH, ut totum ad totum. quadratum namque ex CD *eſt æquale quadratis ex CF* FD*: &* 47 primi
quadratum ex DE æquale quadratis ex FH *HG, & duplo rectanguli* FHG, *hoc eſt re-* 4. secun.
ctangulo KHG. *rectangulum uero* KGH *æquale eſt rectangulo* KHG *una cum eo, quod ſit* 3 secun.
ex HG quadrato.

Ergo punctum E eſt ad hyperbolen, quæ per puncta HE tranſit] *Erit enim eius* B
hyperbolę tranſuerſum latus HK, & rectum illud, quod HK eſt, ut quadratum ex EG ad rectan
gulum HGK, ex 21. primi libri conicorum Apollonii.

THEOREMA XXVI. PROPOS. XLIII.

Sit recta linea AB poſitione, & magnitudine data, & ad rectos angulos ipſa CD. Sit autem rectangulum ACB ęquale ei, quod data recta linea, ex CD continetur. Dico punctum D poſitione parabolen contingere.

Secetur AB bifariam in puncto E, &
ad rectos angulos ducatur EF: qua-
drato autem ex EB ęquale ſit quod con-
tinetur data recta linea, & ipſa EF. da-
tum igitur eſt punctum F. & ipſi AB
parallela ducatur DG. ergo reliquum
quadratum, uidelicet ex EC, hoc eſt A
ex DG eſt æquale ei, quod data recta
linea & FG continetur. atque eſt da-
tum punctum F. punctum igitur D
poſitione contingit parabolen, quæ per B
AFB tranſit, cuius axis eſt EF.



COMMENTARIVS.

A Ergo reliquum quadratum, uidelicet, ex EC, hoc eſt ex DG eſt æquale ei, quod
5.secun. data recta linea, & FG continetur] *Eſt enim rectangulum ACB una cum quadrato ex*
1.secun. *EC, æquale ei, quod ſit ex EB quadrato. rectangulum uero, quod continetur data recta linea K, & ipſa EF æquale eſt duobus rectangulis, rectangulo ſcilicet contento recta linea K, & EG: & contento eadem K & ipſa GF.*

B Punctum igitur D poſitione contingit paraboleu, quę per AFB trãſit, cuius axis eſt EF] *Quoniam enim quadratum ex BE æquale eſt ei, quod data recta linea K, & EF continetur, quadratum autem ex DG eſt æquale contento eadem K & GF; erit quadratum ex BE ad quadratum ex DG, ut EF ad FG. quare ex 21. primi libri conicorum puncta DB ſunt in parabola; cuius axis EF, & recta linea K data, iuxta quam poſſunt, quæ a ſectione ad diametrum ordinatim applicantur.*

QVARTI LIBRI FINIS.

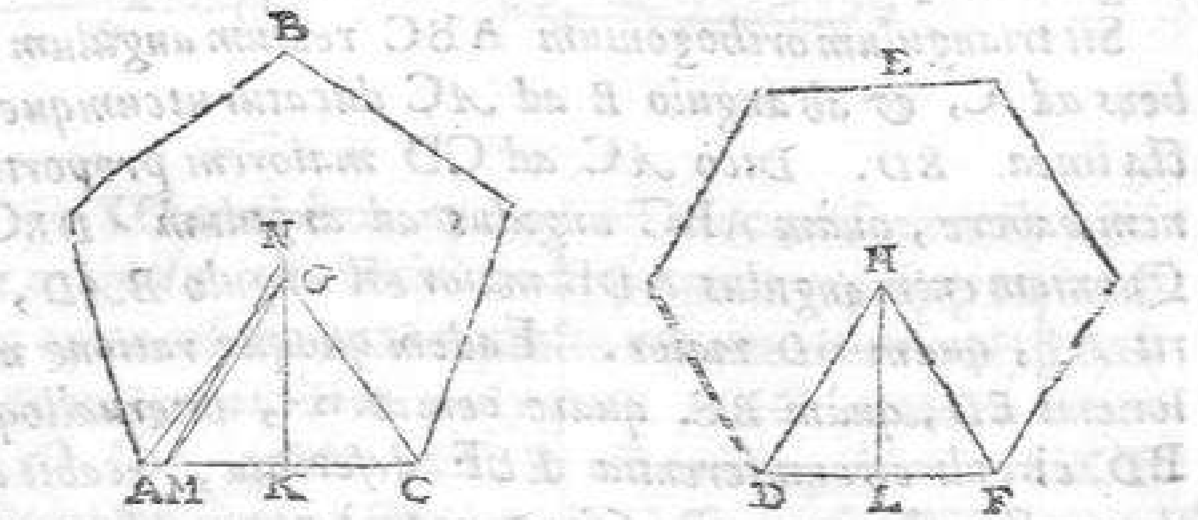
PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM
LIBER QVINTVS.
CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

SAPIENTIAE & diſciplinarum cognitionem optimam quidem, & perfectiſsimam Deus hominibus impartiuit. Animalium vero rationis expertium nonnullis particulam quandam aſsignauit. Hominibus igitur tamquam ratione utentibus permiſit, vt omnia ratione, ac demonſtratione facerent. at reliquis animalibus ſine ratione, quod utile eſt, & vitæ conducens, ipſum ſolum ex quadam naturali prouidentia habere donauit. Hoc autem intelligere quis poſsit ita eſſe, tum in alijs multis animalium generibus, tum maxime in apibus. ordo enim, & ad eas, quæ in ipſarum republica imperant admirabilis quædam obedientia, ambitio pręterea, & munditia mellis copiam congerit. at circa ipſius conſeruationem prouidentia, & diſpenſatio multo admirabilior eſt. perſuaſiſsimum enim habentes, ut par eſt, à Dijs ſe ad elegantes homines ambroſię particulam quandam reportare, hanc non temere in terram, uel in lignum, uel in aliam aliquam informem,

formem, & inordinatam materiam effundunt; ſed ex ſuauiſſimis floribus, qui in terra naſcuntur, colligentes, optima fingunt ex ijs in mellis receptaculum vaſa, quæ græce κήρια, latine faui appellantur; omnia quidem æqualia, ſimilia, & inter ſe cohærentia, ſpecie autem hexagona. At vero ea ex quadam geometrica prouidentia conſtruere ſic planum fiet. Omnes enim arbitrantur oportere figuras inter ſe cohærentes eſſe, & latera habere communia, vt ne aliud quippiam incidens in loca, quę interijciuntur, eorum opera labefactet, & corrumpat. Itaque tres figurę rectilineę & ordinatæ, quod propoſitum eſt, efficere poſſunt. Dico figuras ordinatas, quę & ęquilaterę ſunt, & æquiangulę. ordinatæ uero, & diſsimiles ipſis apibus non placuerunt. Aequilatera igitur triangula, & quadrata, & hexagona abſque aliis figuris diſsimilibus loca replentibus poſſunt appoſita ſibi ipſis latera habere communia: hæc enim per ſeſe locum, qui eſt circa idem punctum, replere poſſunt. aliæ vero figuræ ordinatę non poſſunt. nam locus qui eſt circa idem punctum repletur, tum a ſex triangulis æquilateris, & per ſex angulos, quorum unuſquiſque eſt duarum tertiarum recti; tum a quattuor quadratis, & quattuor angulis rectis ipſius; tum a tribus hexagonis, & tribus hexagoni angulis, quorum vnuſquiſque rectum, & recti tertiam continet. Sed pentagona tria minora ſunt, quàm ut poſsint replere locum, qui circa idem punctum conſiſtit; quattuor uero ſunt maiora. Tres quidem anguli pentagoni quattuor rectis minores ſunt; etenim unuſquiſque continet rectum, & recti quintam: quattuor autem anguli maiores ſunt quattuor rectis. At neque heptagona tria circa idem punctum conſtitui poſſunt, aptatis inter ſeſe lateribus: tres enim heptagoni anguli quattuor rectis ſunt maiores, quòd unuſquiſque rectum, & tres recti ſeptimas contineat. Eadem ratio multo magis accommodabitur ijs, quę plures angulos habent. Cum igitur tres figurę ſint, quę per ſeipſas locũ circa idem punctum conſiſtentẽ replere poſſunt, triangulum ſcilicet, quadratum, & hexagonum, apes illam, quę ex pluribus angulis conſtat, ad ſtructuram ſapienter delegerunt, vtpote ſuſpicantes eam plus mellis capere, quàm vtramque reliquarum. Et apes quidem illud tantum, quod ipſis vtile eſt, cognoſcunt, videlicet hexagonum quadrato, & triangulo eſſe maius, & plus mellis capere poſſe; nimirum ęquali materia in conſtructionem vniuſcuiuſque conſumpta. nos vero, qui plus ſapientiæ, quàm apes habere profitemur, aliquid etiam magis inſigne inueſtigabimus. figurarum enim planarum, quæ cum ęquilaterę, & æquiangulę ſint, ambitum æqualem habent, ea ſemper maior eſt, quę ex pluribus angulis conſtat. circulus uero omnium eſt maximus; ſi modo ęquali ipſis ambitu comprehendatur.

THEOREMA I. PROP. I.

Prius autem oſtendemus polygonorum ordinatorum, quæ angulos quidem numero inęquales habent, ambitum uero æqualem, illud quod ex pluribus angulis conſtat, ſemper etiam maius eſſe.



Sint duo polygona æquilatera, & æquiangula ABC DEF, & ſint æquales quidem ipſorũ ambitus: polygonũ vero DEF plures angulos habeat. Dico DEF ipſo ABC polygono maius eſſe. Sumptis .n. circulorũ, circa ipſa deſcriptorum cẽtris G H demittantur perpendiculares GK HL: & iungantur AG GC, DH, HF. Itaque quoniã polygonum DEF plures angulos habet, quàm ipſum ABC, recta linea DF pluries metitur ambitum polygoni DEF, quam AC ambitum ipſius ABC. ergo AC maior eſt, quam DF; ambitus enim æquales ponuntur. & idcirco AK, quam DL eſt maior, cum utraque utriuſque dimidia ſit. ponatur ipſi DL æqualis KM, & iungatur MG. A Quoniam igitur quæ pars eſt recta linea AC polygoni ABC ambitus, eadem eſt pars angulus AGC quattuor rectorum. quòd polygonum æquilaterum ſit. & ſimiliter quæ pars eſt DF ambitus polygoni DEF, eadẽ eſt angulus DHF quattuor rectorũ. & ſunt ambitus inter ſeſe ęquales, itemque duo recti æquales duobus rectis. Vt igitur AC ad ABC ambitum, ita angulus AGC ad quattuor rectos. & vt ambitus DEF, hoc eſt ABC ad DF, ita quattuor recti ad angulum DHF, ergo ex æquali 15 quin. ut AC ad DF, ita angulus AGC ad DHF angulum. & propterea ut AK ad LD, B hoc eſt ad KM, ita AGK angulus ad ipſũ DHL. ſed AK ad KM maiorẽ proportionẽ habet, quam angulus AGK ad MGK angulum, hoc enim in lemmatibus in ſphærica demonſtratum eſt. ergo AGK angulus ad angulum DHL maiorem proportionem habet, quam AGK angulus ad ipſum MGK. maior igitur eſt an-

gulus MGK angulo DHL. eſt autem angulus ad K rectus æqualis recto ad L.
quare reliquus GMK angulus reliquo HDL minor erit. fiat angulo HDL ęqualis
C angulus KMN. atque eſt DL ęqualis MK. ergo & LH ipſi KN eſt ęqualis.
maior igitur eſt LH quàm KG. & ſunt ambitus inter ſe æquales, ergo rectangulum
contentum LH & ambitu DEF maius eſt eo, quod KG & ambitu ABC
D continetur. ſuntque polygona dictorum rectangulorum dimidia. maius igitur eſt
DEF polygonum polygono ABC.

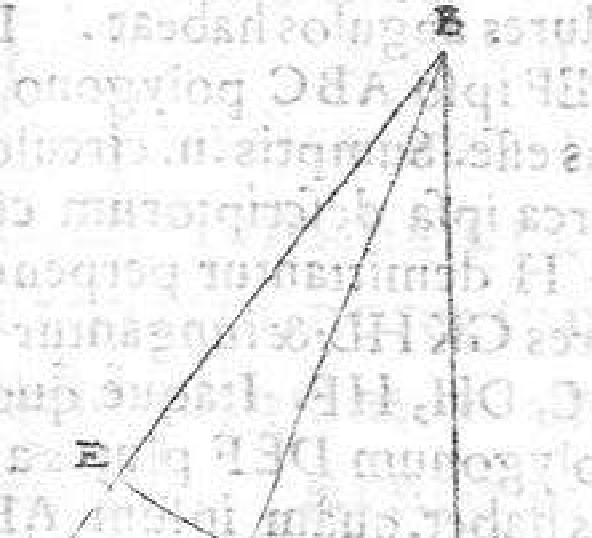
E Eſt enim altitudo inæqualis, ambitu eodem exiſtente duorum rectilineorum;
& baſes inæquales HL, GK: & ut HL baſis ad baſim GK, ita parallelogrammum
conſtans ex HL, & ambitu polygoni DEF ad parallelogrammum ex GK,
& ambitu polygoni ABC; & dimidia polygona inęqualia. ergo DEF ipſo
ABC eſt maius.

COMMENTARIUS.

A Quoniam igitur quæ pars eſt recta linea AC polygoni ABC ambitus, eadem
28 tertii 27 eſt pars angulus AGC quattuor rectorum.] *Cum enim polygoni latera inter ſe ęqualia*
ſint, erunt & circumferentiæ, quas auferunt, æquales, quibus etiam æquales anguli ad
centrum inſiſtent. & cum circa centrum ſit ſpactum quattuor rectis angulis æquale, ſi ab eo
ad laterum extrema rectæ lineæ ducantur, diuident quattuor rectos in tot partes æquales, quot
ſunt polygoni latera. ergo quam proportionem habet polygoni latus ad omnia latera,
hoc eſt ad totum eius ambitum, eandem angulus, qui lateri inſiſtit, habet ad quattuor
rectos.

B Sed AK ad KM maiorem proportionem habet, quam angulus AGK ad MGK
angulum.] *Illud nos hoc lemmate demonſtrabimus.*

Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens
ad C, & ab angulo B ad AC ducatur utcumque recta
linea BD. Dico AC ad CD maiorem proportionem
habere, quàm ABC angulus ad angulum DBC.
Quoniam enim angulus ADB maior eſt angulo BAD, erit
18 pri. *AB, quàm BD maior. Eadem quoque ratione maior*
erit BD, quàm BC. quare centro B, interualloque
BD circuli circumferentia EDF deſcripta, ſecabit quidem
rectam lineam AB (ſecet in E) extra ipſam vero
BC cadet. & producatur BC vt dictam circumferentiam
8 quinti *ſecet in F. triangulum igitur ABD ad triangulum*
DBC maiorem proportionem habet, quam EBD
ſector ad ſectorem DBF. eſt enim triangulum ABD
maius ſectore EBD, & triangulum DBC ſectore DBF
1. sexti. *minus. vt autem triangulum ABD ad triangulum DBC,*
ul. sexti. *ita recta linea AD ad ipſam DC: & ut ſector EBD*
ad ſectorem DBF, ita angulus ABD ad DBC angulum. ergo recta linea AD ad DC recta
maiorem proportionem habebit, quàm ABD angulus ad angulum DBC, & componendo
ex 28. quinti elementorum a nobis addita, habebit AC ad GD maiorem
proportionem, quam angulus ABC ad DBC angulum, quod demonſtrare oportebat.



C Atque eſt DL æqualis MK. ergo & LH ipſi KN eſt æqualis] *Quoniam enim angulus*
KMN factus eſt æqualis ipſi HDL, & angulus ad K rectus æqualis recto ad L, erit & reliquus
reliquo æqualis, & NMK triangulum triangulo HDL ſimile. vt igitur DL ad LH, ita
MK ad KN. & permutando ut DL ad MK, ita LH ad NK. Sed DL eſt æqualis MK,
14. quin. *ergo & LH ipſi KN æqualis erit.*

Suntque

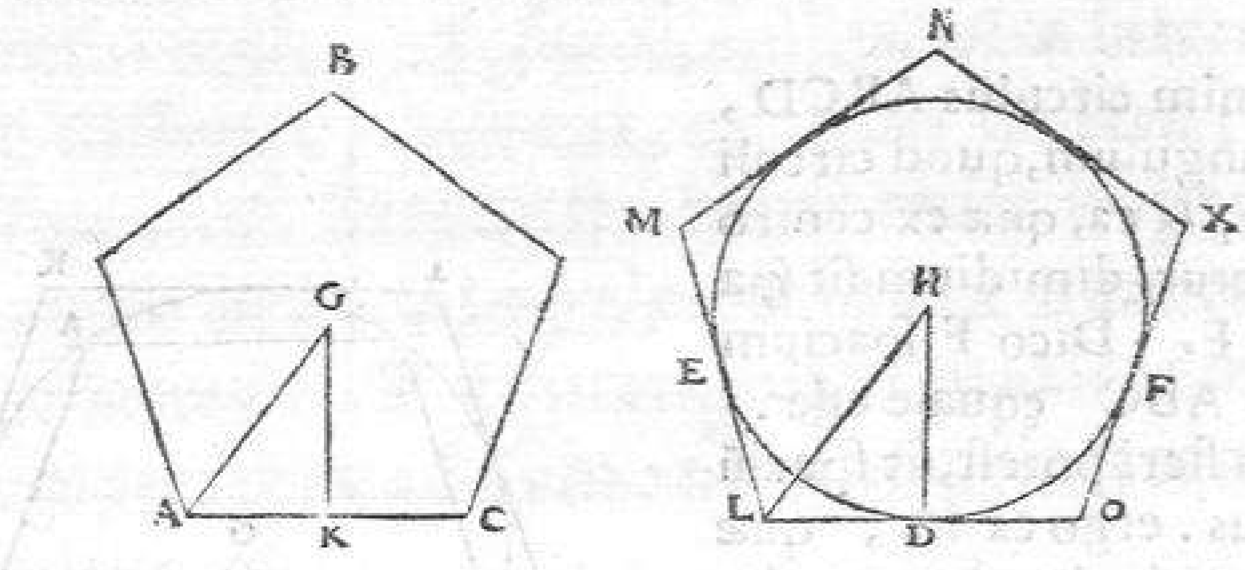
Suntque polygona dictorum rectangulorum dimidia] *Nam triangulum HDF dimidium eſt rectanguli, quod DF & HL continetur.* D 41.primi

Eſt enim altitudo inæqualis & C.] *vide ne hoc ſcholium quoddam ſit, librarii incuria hoc loco incertum.* E

THEOREMA II. PROPOS. II.

Sit rurſus polygonum ABC æquilaterum, & ęquiangulum, quod ambitum habeat circuli DEF circumferentiæ æqualem. Dico circulum DEF polygono ABC maiorem eſſe.

Sumatur enim cir
culi DEF centrum
H, & circuli circa po
lygonum ABC de-
ſcripti centrum G.
deinde circa circu-
lum deſcribatur po-
lygonum ſimile po-
lygono ABC, quod
ſit LMNXO: iunga-
turque HD, & a pun A
cto G ad AC per-
pendicularis ducatur
GK. Quoniam igitur polygoni LMNXO ambitus maior eſt circumferentia cir-
culi DEF, vt in libro de ſphæra, & cylindro ab Archimede ponitur, quippe quod B
ipſam comprehendat; circuli uero circumferentia æqualis eſt ambitui polygoni
ABC: erit & polygoni LMNXO ambitus ambitu polygoni ABC maior. ſunt-
que polygona ſimilia. ergo maior eſt LD, quam AK; & eſt triangulum AGK ſi-
mile triangulo LHD, cum tota polygona ſimilia ſint. maior igitur eſt DH, quam C
GK; ęqualis autem circuli DEF circumferentia ambitui polygoni ABC. ergo re-
ctangulum contentum DH, & circuli DEF circumferentia maius eſt eo, quod
GK & ambitu polygoni ABC continetur, atque eſt rectangulum contentum DH,
& circuli DEF circumferentia duplum circuli DEF, vt etiam ab Archimede in D
libro de circuli dimenſione oſtenſum fuit. quod autem continetur GK & polygo-
ni ABC ambitu duplum eſt ipſius polygoni ABC, & eorum dimidia circulus
igitur polygono ABC maior erit.



COMMENTARIVS.

Iungaturque HD, & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK] *vel intellige polygonũ LMNXO circa circulũ DEF ita deſcriptum, ut latus LO circulum contingat in D, tunc enim HD ad LO perpendicularis erit ex 18 tertii libri elementorum. vel locus mendoſus eſt, quem ita corrigemus. & ducatur a puncto H ad LO perpendicularis HD: & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK, & LH AG iungantur.* A

Vt

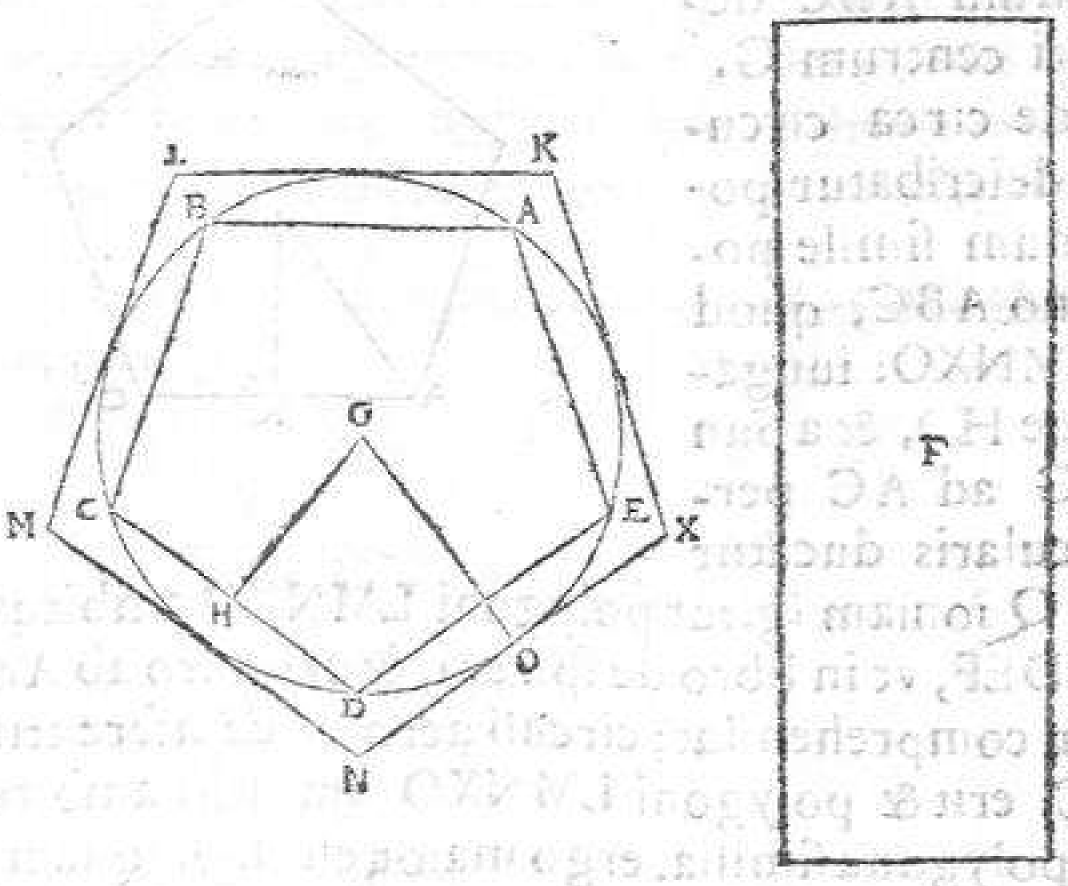
B Vt in libro de ſphæra, & cylindro ab Archimede ponitur] *Videlicet in principio.*

C Maior igitur eſt DH, quam GK] *Quoniam enim triangula ſimilia ſunt, ut LD ad DH, ita eſt AK ad KG: & permutãdo ut LD ad AK, ita DH ad KG. Sed LD maior eſt, quam AK. ergo & DH quam KG. eſt maior.*

D Vt etiam ab Archimede in libro de circuli dimenſione oſtenſum fuit] *In Græco codice legitur* ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. *Sed puto legendum* ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου μετρήσεως.

THEOREMA III. PROP. III.

At vero rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quę ex centro continetur, circuli duplum eſſe demonſtrauit Archimedes, tamen nihilominus deinceps demonſtrabitur, ut ne libro Archimedis ob hoc vnum tantum theorema indigeamus.



Sit enim circulus ABCD, & rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, dimidium ſit ſpacium F. Dico F ſpacium circulo ABC ęquale eſſe. Si enim fieri poteſt, ſit ſpaciũ F minus. ergo ex iis, quæ tradentur in duodecimo elementorum libro, poſſumus in circulo ABCD polygonũ deſcribere, ita ut deſcriptum polygonum ſpacio F ſit maius, ſi prius in circulo quadratum deſcribatur, & relictarum portionum circumferentiæ ſemper bifariam ſecentur, quoad relinquantur quædam portiones minores eo exceſſu, quo circulus ABCD ſpacium F excedit. deſcribatur, ſitque ABCDE, & a centro G ad vnum aliquod latus polygoni ABCDE, videlicet ad CD perpendicularis GH ducatur. Itaque quoniam circuli ABCD ambitus maior eſt ambitu polygoni ABCDE, & ea, quæ ex centro circuli maior, quam GH; erit rectangulum contentum ambitu circuli ABCD, & ea, quæ ex centro maius rectangulo, quod continetur polygoni ABCDE ambitu, & recta linea GH, & ipſorum dimidia. ergo ſpacium F maius eſt polygono ABCDE, quod fieri non poteſt. ponitur enim minus. non igitur circulus ABCD ſpacio F eſt maior. Dico eam neque minorem eſſe. Si enim fieri poteſt, ſit minor. ergo circa circulum ABCD polygonum deſcribere poſſumus, ita ut F ſpacium polygono deſcripto iam ſit, ſi prius circa circulum deſcribatur quadratum, & relictis circumferentiis ſemper bifariam diuiſis, contingentes ducantur, quouſque figurarum extra deſcriptarum relinquantur portiones quædam minores exceſſu, quo ſpacium F circulum ABCD * excedit. hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt. Deſcribatur igitur polygonum ſicuti diximus, & ſit KLMNX. iungaturque a centro G ad unum contactuum,

ctuum, uidelicet ad O recta linea GO. itaque quoniam polygoni KLMNX ambitus maior eſt ambitu circuli ABCD, rectangulum factum ex ambitu polygoni KLMNX & recta linea GO, maius eſt eo, quod fit ex circuli ABCD ambitu, & eadem GO. & ipſorum dimidia. ergo KLMNX polygonum ſpacio F eſt maius. quod fieri nequit. ponitur enim minus. Non igitur ſpacium F maius eſt circulo ABCD. oſtendimus autem neque minus eſſe. ego eſt æquale. atque eſt ſpacij F duplum, illud quod ambitu circuli ABCD, & ea, quæ ex centro continetur.

COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt] *videlicet in duodecimo elementorum libro propoſitione* 2. Nos *autem hunc locum emendauimus. nam in* Græco *codice legebatur.* τουτο γὰρ ὡς δυνατὸν ἀνάγκη γενέσθαι δειχθύσεται. *vbi fortaſſe legendum eſt* τοῦτο γὰρ ὡς δυνατον γενέσθαι δέδεικται. *

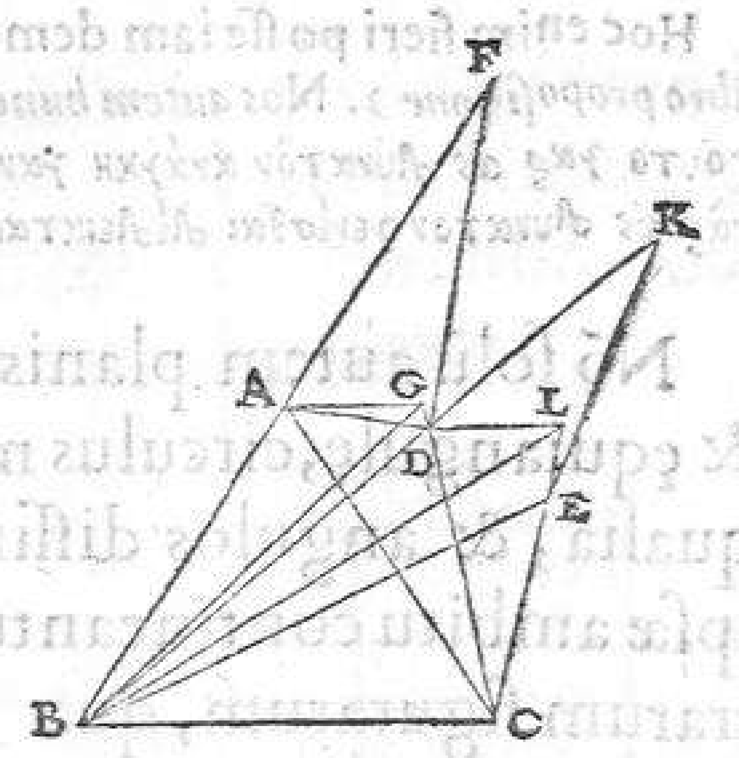
Nō ſolū autem planis figuris ordinatis, quę ęquilaterę ſunt, & ęquiangulę, circulus maior eſt, ſed etiam ijs, quæ latera inęqualia, & angulos diſſimiles habent, quando eodem, quo ipſæ ambitu contineantur. demonſtrabitur enim iſoperimetrarum figurarum, quæ multos angulos & latera numero æqualia habeant; ęquilateram, & ęquiangulam maximam eſſe. Prius tamen theoremata, quæ ad demonſtrationem huius aſſumuntur, conſcribemus.

THEOREMA IIII. PROPOS. IIII.

Sit triangulum ABC, maiorem habens AB, quā BC: ſitque recta linea E minor quidē, quā AB, maior uero, quam BC, dico fieri poſſe, ut in ipſa AC duę rectæ lineæ conſtituantur, ita vt vtræque ſimul æquales ſint ipſis AB BC, vna autē earum rectæ lineæ E ſit æqualis. quo enim AB BC ſuperant ipſam E, ſit F. ergo F minor quidem eſt, quàm AB, maior autem, quam BC; quoniam vtręque AB BC æquales ſunt ipſis EF; quarum E maior eſt, quam BC, & minor, quam AB. Quoniam igitur AC CB maiores ſunt, quam AB, atque eſt E, quam CB maior, & F minor, quam AB: erunt AC E multo maiores, quam F. ſimiliter quoniam AC CB maiores ſunt, quam AB, & F maior, quā CB, & E minor, quā AB: erunt AC F, quā E multo maiores. poteſt igitur ex AC E F triangulum conſtitui. conſtituatur & ſit ACD. conſtat igitur ſi quidem E F æquales ſint, triangulum ACD eſſe æquicrure. ſi vero inæquales, maiorem earum rectæ lineæ CD æqualem eſſe.

THEOREMA V. PROPOS. V.

Iſoperimetrorum triangulorum, & eandem baſim habentium æquicrure maximum eſt: & id, quod ad ęquicrure magis accedit, ſemper eſt maius.

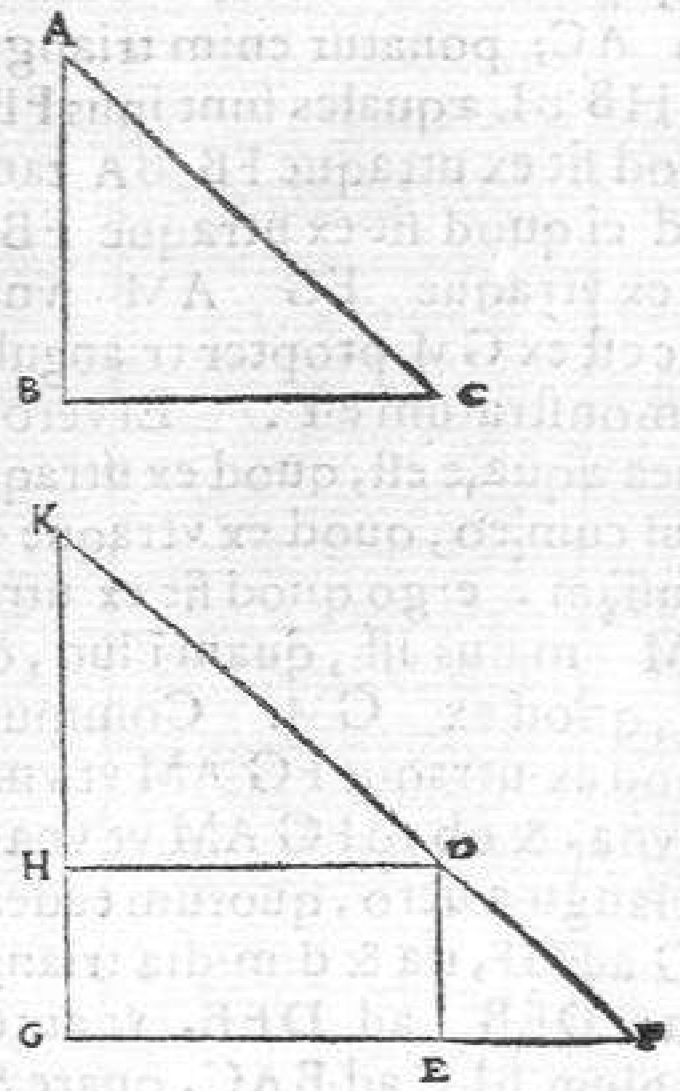


In baſi enim BC ſint triangula iſoperimetra, æquicrure quidem ABC; BDC vero ad æquicrure magis accedens, quam BEC, id quod ex iis, quæ proxime demonſtrata ſunt, conſtitui poteſt. Dico triangulum ABC maximum eſſe; & BDC maius quàm BEC. producatur BA, & ipſi CA æqualis ponatur AF; iunganturque FD, DA. Quoniam igitur FD, DB maiores ſunt, quam BF: erunt etiam maiores, quam BA AC: eſt enim AC æqualis AF. Sed BA AC æquales ſunt ipſis BD DC. ergo & BD DF, quam BD DC maiores erunt: & communi BD ablata, reliqua FD maior eſt, quam DC. duæ igitur FA AD duabus CA AD æquales ſunt altera alteri, & FD baſis maior baſi DC. ergo angulus FAD angulo DAC eſt maior: ac propterea angulus FAC maior eſt, quã duplus anguli DAC. Sed anguli ABC eſt duplus, hoc eſt anguli ACB; cum triangulum æquicrure ſit. angulus igitur ACB maior eſt angulo DAC. ponatur ipſi ACB æqualis angulus CAG. erit AG parallela BC: quòd anguli alterni æquales ſint. producta igitur CD ad G, & iuncta BG, conſtat ABC triangulum triangulo BDC maius eſſe: eſt enim BAC triangulo BGC æquale. Rurſus producatur BD ad K: ponaturque ipſi DC æqualis DK, & KE ED iungantur. & quoniam BE EK maiores ſunt, quam BK: hoc eſt, quam BD, DC: hoc eſt quam BE EC, communi ablata BE: erit reliqua EK, quam EC maior. Itaque duæ KD, DE duabus CD DE æquales ſunt, altera alteri, & baſis KE maior baſi EC. angulus igitur KDE angulo CDE eſt maior. quare KDC angulus maior eſt, quam duplus anguli CDE: & anguli DCB minor, quam duplus: etenim DCB angulus maior eſt angulo DBC, quòd ABC ACB ęquales ſint. maior igitur eſt DCB, quam CDE. conſtituatur ad rectam lineam CD, & ad punctum D angulus CDL ipſi DCB æqualis. perſpicuum eſt DL inter DE DK intermediam parallelam eſſe ipſi BC, ob angulos alternatim ęquales. producta igitur CE vſque ad LD parallelam, quæ occurrat in L, & BL iuncta, erit BDC triangulum æquale triangulo BLC, cum ſint in eadem baſi BC, & inter duas parallelas BC DL. quare triangulum ABC maius erit triangulo BEC, quod quidem ipſo BLC eſt minus.

THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

Rurſus ſint duo triangula orthogonia ſimilia ABC, DEF, quæ angulos FC æquales habeant. Dico quadratũ quod fit ex AC, DF tanquã ex una linea ęquale eſſe ei, quod ex BC, EF ut una linea, & ei, quod ex AB DE ſimiliter ut una linea efficitur.

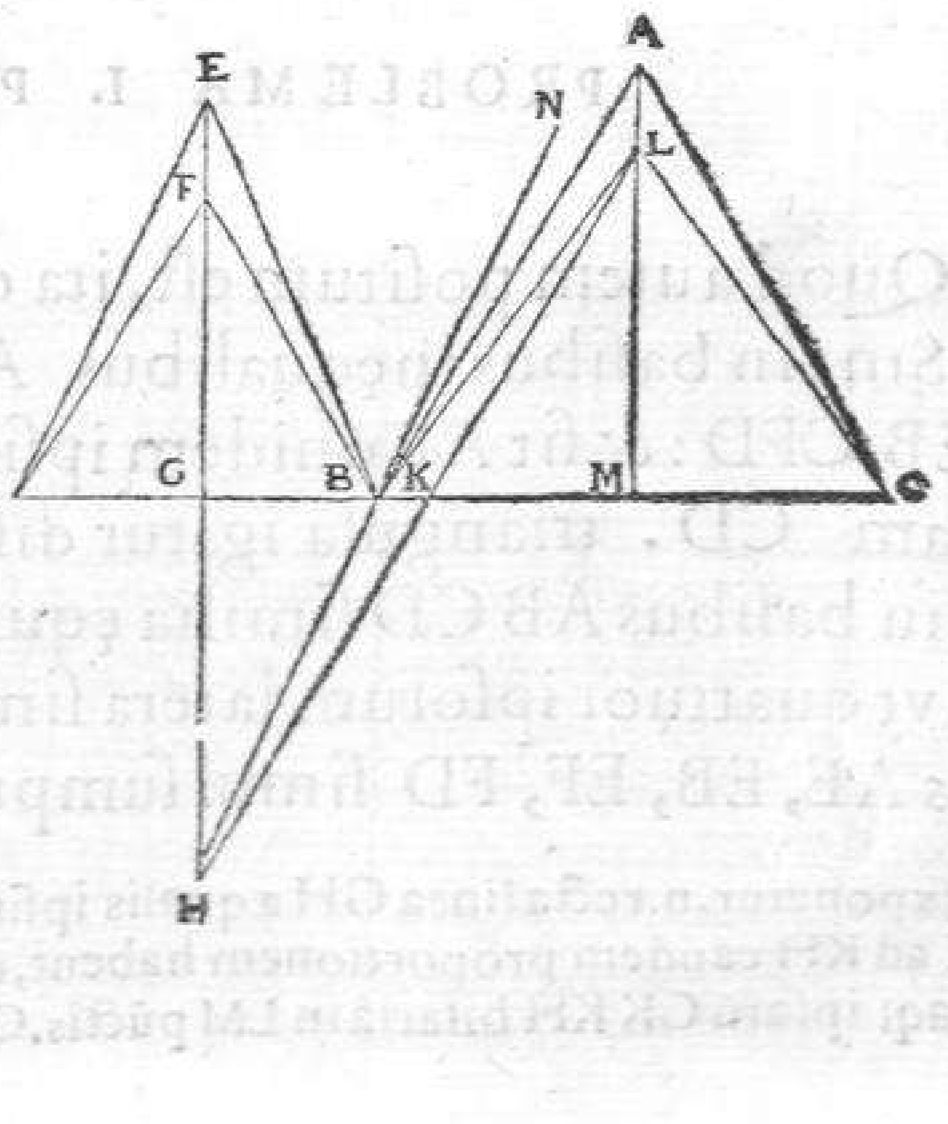
Producatur enim FE ad G. ponaturque EG æqualis BC: & per G ipſi DE parallela occurrãt FD pertractæ in K: & p D ducatur DH parallela FG. Quoniã igitur DH æqualis eſt EG in parallelogrammo, hoc eſt ipſi BC, & KDH angulus angulo F, hoc eſt angulo C eſt æqualis: & rectus angulus H recto B: reliquuſque K æqualis reliquo A: erunt triangula KHD ABC æquiangula, & inter ſe ęqualia, ergo quadratum quod fit ex KF æquale eſt eis, quæ ex KG GF fiũt. hoc eſt quod ex AC DF tamquam ex una linea eſt æquale ei, quod ex AB DE, ut una linea, & ei, quod ex BC EF ſimiliter ut una linea efficitur.



THEOREMA VII. PROP. VII.

Similia & ęquicruria triãgula, utraq; ſimul vtriſque ſimul triangulis, quę in eiſdem baſibus conſtituuntur æquicruribus, & diſsimilibus quidẽ tũ interſeſe, tum ſimilibus, iſoperimetris autem, ſunt maiora.

Sint ſimilia, & æquicruria triã gula DFB, BAC: & in eiſdem baſibus conſtituantur alia æquicruria triangula DEB BLC, iſoperimetra quidem ipſis DFB, BAC, diſsimilia autem neceſſario, quod anguli inæquales ſint: hoc enim conſtrui poſſe deinceps oſtendetur. Dico triangula DFB BAC utraque utriſque DEB, BLC maiora eſſe. Iungantur EF AL & ad baſes producantur. ſecabunt utique eas bifariam, & ad rectos angulos, sũt enim DE EF ipſis BE EF æquales: & baſes ęquales DF FB; cũ æquicruria triangula ſint: angulique æquales, & ſimilia triangula DEF FEB. quare & æqua-



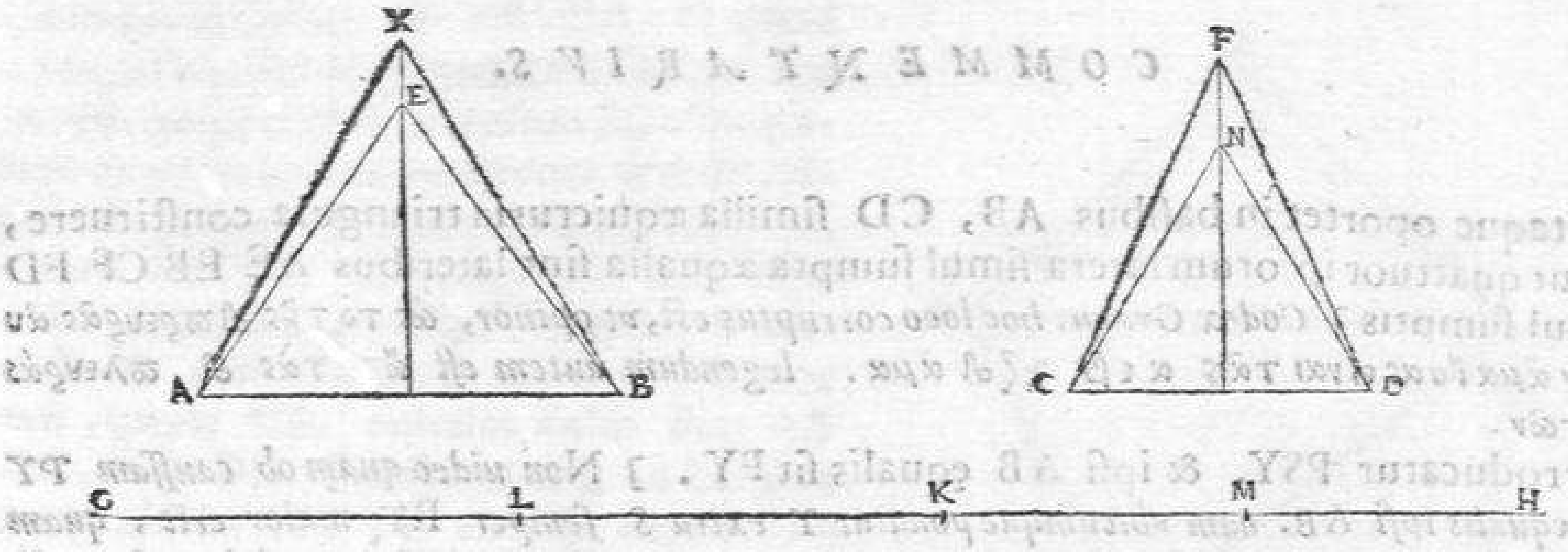
les anguli extrinſeci FF, quòd intrinſecis æquales ſint æquales autem ; & anguli DB, & reliqui item GG. recti igitur ſunt: lineæque DG GB ęquales : & ſimiliter æquales BM MC, & anguli MM recti. Itaque ſecent in punctis GM: & producatur EG, ipſique ponatur æqualis GH; & BH iungatur. angulus igitur EBG angulo HBG æqualis erit. Sed EBG angulus maior eſt angulo ABC, quoniam & maior angulo FBG ipſi æquali. Similia enim triangula ſunt DFB BAC. ergo & HBG angulus angulo ABC eſt maior: & recta linea coniungens puncta HL ipſam BM, ſecat, poſita nimirum recta DBC, & HBN extra ipſam AB protracta; quoniam minor eſt ABC angulus angulo HBG, hoc eſt NBC, qui eſt ad verticem, & multo minor angulus LBK, ita ut BM ab HL ſecetur in K. & manifeſtum eſt HL non ſecare ipſam MC, ut ne LM productam in alio puncto, quam in L ſecet. Cum igitur DE CB, BL LC ſint æquales ipſis DF FB BA AC; ponatur enim triangula iſoperimetra: & earum dimidiæ EB BL, hoc eſt HB BL æquales ſunt ipſis FB BA. & HB BL ſunt maiores, quam HL. ergo quod fit ex utraque FB BA tamquam ex una linea maius eſt eo, quod fit ex HL. Sed ei quod fit ex utraque FB BA tamquam ex una linea æquale eſt, quod fit ex vtraque FG AM vna cum eo, quod ex vtraque GB BM vt vna linea, hoc eſt ex GM propter triangulorum GFB BAM ſimilitudinem: hoc enim ante demonſtratum eſt. Ei vero, quod fit ex HL, hoc eſt ex utraque HK KL vt vna linea æquale eſt, quod ex utraque LM GH vt vna linea, hoc eſt LM GE vt vna, ſimul cum eo, quod ex vtraque GK KM vt vna: hoc eſt ex GM, propter eandem cauſſam. ergo quod fit ex utraque FG AM vt linea una, ſimul cum eo, quod ex GM maius eſt, quam illud, quod fit ex vtraque EG LM vt vna ſimul cum eo, quod ex GM. Commune auferatur, quod fit ex GM. reliquum igitur, quod ex utraque FG AM vt vna linea, maius eſt eo, quod ex utraque EG LM vt vna. & ob id FG AM vt vna longitudine maior eſt, quam EG LM vt vna linea. 1. ſexti. Triangula uero, quorum eadem eſt altitudo, ita ſe habeat, ſic vt baſes. ergo vt EG ad GF, ita & dimidia triangulorum EGB ad FGB; & tota triangula eorum dupla DEB ad DFB. vt autem LM ad MA, ita MLC triangulum ad MAC: & duplum BLC ad BAC. quare & componendo vt EG LM ad FG AM, ita DEB BLC triangula ad triangula DFB BAC, etenim & hoc quoque deinceps oſtendetur. minor autem eſt utraque EG LM, quam utraque FG AM. ergo & triangula DEB, BLC vtraque vtriſque triangulis DFB BAC minora erunt.

PROBLEMA I. PROPOS. VIII.

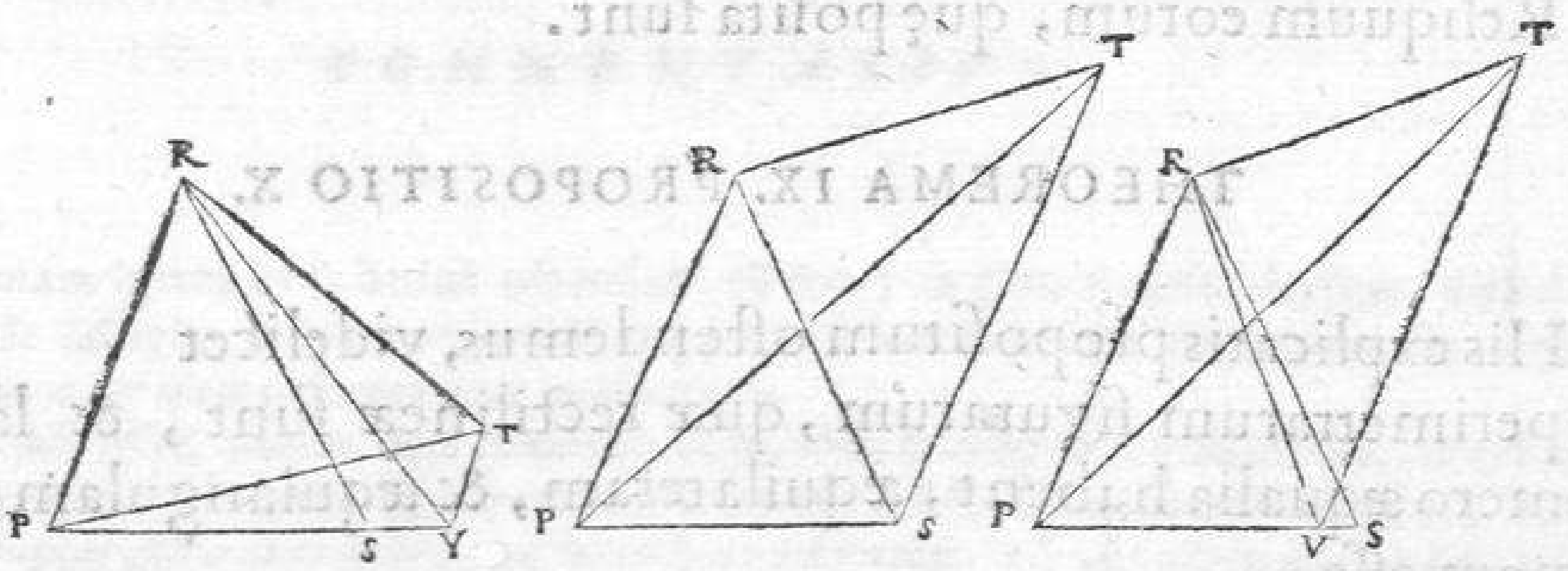
Quod autem poſitum eſt, ita oſtendetur.

Sint in baſibus inęqualibus AB CD ęquicruria triangula AEB CFD: & ſit AE quidem ipſi CF ęqualis; AB vero maior, quam CD. triangula igitur diſsimilia ſunt. Itaque oportet in baſibus AB CD ſimilia ęquicruria triangula conſtituere, ita vt quattuor ipſorum latera ſimul ſumpta ęqualia ſint lateribus AE, EB, EF, FD ſimul ſumptis.

Exponatur.n. recta linea GH æqualis ipſis AE EB CF FD: & ſecetur in K, ita ut GK ad KH eandem proportionem habent, quã AB baſis ad baſim CD. ſecetur etiã utraq; ipſarũ GK KH bifariã in LM pũctis. Quoniã igitur GH vtriſq; AB CD eſt maior,



ior,quòd & ipſæ AE EB,CF FD:& ut AB ad CD, ita GK ad KH: erit & GK maior, quàm AB:& KH,quam CD maior.ſecta aũt eſt utraque ipſarũ GK KH bifariã.ergo rectarũ linearũ AB, GL LK quæque duæ reliqua maiores ſunt,quõcũque ſũptę. Similiter & ipſarũ CD KM MH.Cõſtituatur igitur ex AB,GL LK triangulũ AXB.manifeſtũ eſt ipſũ cadere extra rectas lineas AE EB, propterea quòd GL LK maiores ſũt,quã AE EB:ſunt.n. AE EB ipſius GH dimidia, cũ AE EB æquales ſint ipſis CF FD:& quattuor latera ſimul,rectæ lineæ GH æqualia.GK uero maior,quã dimidia GH.præterea ex CD,KM MH cõſtituatur CND triangulũ.eadem rõne intra cadẽt; atque erũt ea triãgula inter ſe ſimilia,qm̃ ut AB ad CD,ita ẽ GK ad KH:earũq. dimidiæ GL KM,& LK ad MH:& quæ ipſis æquales cõſtitutæ ſũt, AX ad CN,& BX ad DN.ſed AEB triãgulũ triãgulo CFD interdũ quidẽ ẽ maius,interdũ minus,interdũ uero ipſi æquale.Sit.n.triãgulũ PRS habẽs PR æqualẽ FC,& RS ęqualẽ FD,& PS ipſi CD.æqualia igitur ſũt,& ſimilia inter ſe triãgula CFD PRS.& qm̃ AB maior ẽ, quã



CD,hoc eſt,quã PS,& AE EB ſũt æquales PR RS,quòd & ipſis CF FD;utraq;vtriq;
erit angulus AEB,quã PRS maior,quòd & maior, quã CFD. ponatur angulo AEB
æqualis angulus PRT,ipſique RS æqualis RT,& PT iũgatur. ergo triãgulũ PRT e- B
quale ẽ & ſimile triãgulo AEB. producatur PSY,& ipſi AB æqualis ſit PY.& iũgatur C
RY.maior igitur ẽ RY,quã RS,& quã RT.utraque.n.PR RT ipſi RS ẽ æqualis.trian
gulũ aũt PRT uel æquale ẽ triãgulo PRS,ſi ducta TS parallela ſit ipſi RP, & alterni
anguli RPT PTS æquales ſint,triãgula.n.in eadẽ ſũt baſi RP,& ĩ eiſdẽ parallelis RP,
TS.uel ipſo ẽ maius, ſi TY parallela ſit ipſi RP:&angulus PTY alterno RPT.ſit ęqua
lis.rurſus.n.PRT triãgulũ ſit æquale triãgulo RYP.maius ãt triãgulũ PRY triãgulo
PRS.ergo & RPT triãgulũ triãgulo PRS ẽ maius. Qđ ſi TV ſit parallela RP, ob an
gulos alternos æquales RPT PTV: & PRT triangulum æquale erit triangulo RPV,
ita ut triãgulũ PRS maius ſit triãgulo PRV, hoc ẽ triãgulo PRT.ergo AEB triãgulũ
ęquale exiſtẽs ipſi PRT,uel maius ẽ,uel minus,uel ęquale triãgulo PRS,hoc ẽ CFD.

COMMENTARIVS.

A Itaque oportet in baſibus AB, CD ſimilia æquicruria triangula conſtituere, ita ut quattuor ipſorum latera ſimul ſumpta æqualia ſint lateribus AE EB CF FD ſimul ſumptis] *Codex Græcus hoc loco corruptus eſt, vt opinor,* ὡς τὸ τῆς δ παρευγᾶς αὐτῶν ἅμα ἴσας εἶναι ταῖς α ε β γ ζ δ ἅμα. *legendum autem eſt* ὥστε τὰς δ πλευρὰς αὐτῶν.

B Producatur PSY, & ipſi AB ęqualis ſit PY.] *Non uideo quam ob cauſſam PY fiat æqualis ipſi AB. nam vbicumque ponatur Y extra S ſemper RY maior erit, quam RS, quod maiori angulo ſubtendatur. præterea cum a puncto T ducta parallela ipſi PR cadit extra S, nulla eſt neceſsitas, ut ſemper cadat in Y. poteſt enim etiam inter SY, & extra cadere. quare uidetur legendum, producatur PS in Y, & RY iungatur, ita enim Y quodlibet punctum notabit extra S, quemadmodum & V quodlibet intra S notat.*

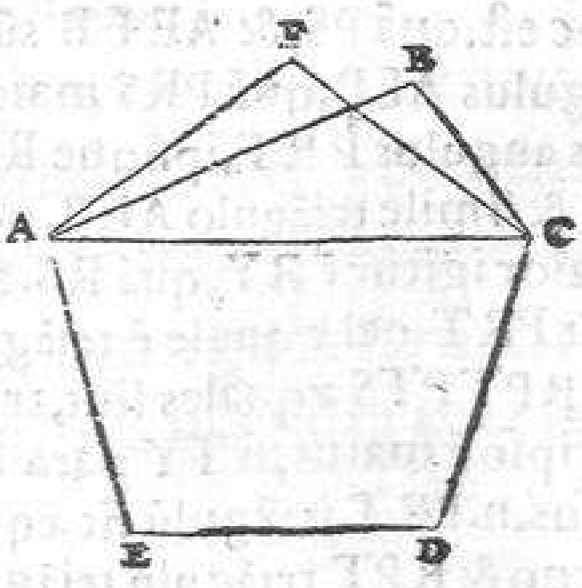
C Triangulum autem PRT uel æquale eſt triangulo PRS ſi ducta TS parallela ſit ipſi RP, & alterni anguli RPT, PTS æquales ſint] *Satis erat alterum ipſorũ dixiſſe, hęc enim ſeſe mutuo conſequuntur. nam ſi TS parallela eſt ipſi RP, & alterni anguli ſunt æquales, & ſi alterni anguli ſunt ęquales, & TS parallela eſt ipſi RP. quod ex 27. & 29. primi libri elementorum manifeſto apparere poteſt.*

THEOREMA VIII. PROPOSITIO. IX.

Reliquum eorum, quę poſita ſunt.

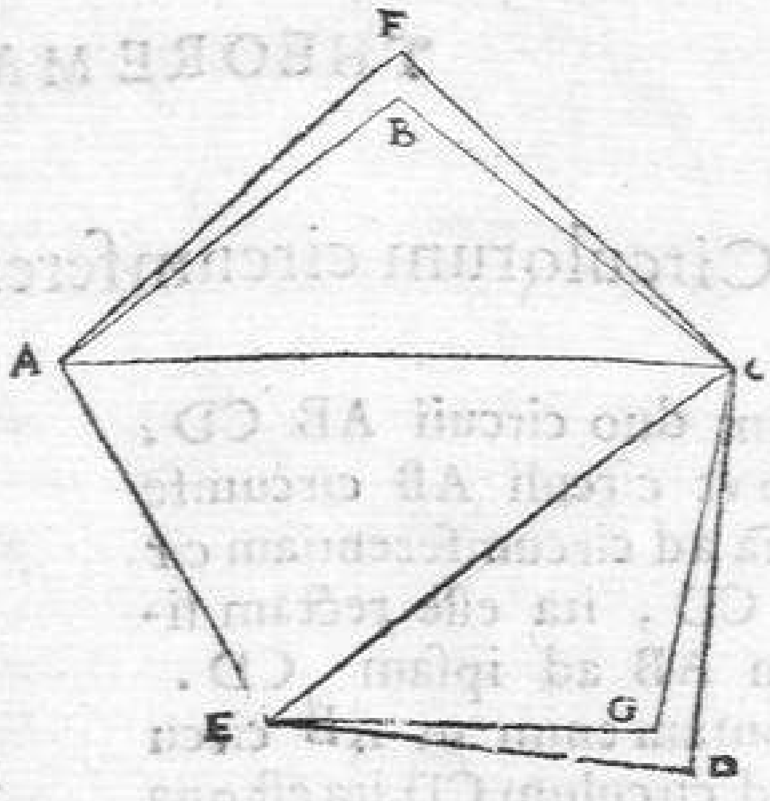
THEOREMA IX. PROPOSITIO X.

His explicatis propoſitum oſtendemus, videlicet Iſoperimetrarum figurarum, quæ rectilineæ ſunt, & latera numero æqualia habent, æquilateram, & æquiangulam maximam eſſe.



Sit enim multilaterum ABCDE maximum eorum, quæ ipſi iſoperimetra ſunt, & latera numero æqualia habeat. Dico æquilaterum eſſe. non enim, ſed ſi fieri poteſt, ſint latera AB BC inæqualia, & iungatur AC, in qua triangulum ęquicrure AFC conſtituatur, ita ut utraque ſimul AF FC utriſque ſimul AB BC ęqualia
A ſint, per 4. huius. Quoniam igitur in 5. huius oſtenſum eſt, Iſoperimetrorum triangulorũ, quæ in eadem baſi conſiſtant, maximum eſſe æquicrure, triangulum AFC triangulo ABC maius erit. quare addito communi ACDE quadrilatero, erit aliquod ſpacium FCDEA maius maximo ABCDE, iſoperimetrum ipſi, & latera numero

æqualia



æqualia habens, quod fieri non poteſt. æquilaterum igitur eſt ABCDE. & quod ad æquilaterum magis accedit, ſemper maius eſt. quippe cum oſtenſum ſit, triangulum quod magis ad æquicrure accedit, ſẽper eſſe maius. Dico prçterea quinque laterum ABCDE æquiangulum eſſe. non enim, ſed ſi fieri poteſt, ſit angulus B angulo D maior. ergo & recta AC maior erit, quam CE. æquales enim ſunt AB BC, CD DE. Conſtituantur in baſibus inęqualibus AC CE ſimilia æquicruria triangula, vt in 8. huius oſtẽſum eſt, AFC, CGE, quę utraque latera AF, FC, CG, GE ſimul ſumpta æqualia habeant vtriſque AB BC CD DE ſimul ſumptis. triangula igitur conſtituta AFC CGE ſimul maiora erunt, ijs, quę a principio ABC, CDE. etenim hoc quoque in 7. oſtenſum eſt. & communi appoſito ACE triangulo idem abſurdum ſequetur. nam AFCGE maius erit maximo ABCDE, & B iſoperimetrum ipſi, & latera numero æqualia habens. ergo æquiangulum eſt ABCDE quinquelaterum. Iſoperimetrarum igitur figurarũ, quæ rectilineę ſũt, & latera numero æqualia habent, maxima eſt æquilatera, & æquiangula, & ſimul conſtat omnium iſoperimetrarum figurarum circulum maximum eſſe, quoniam circulus iſoperimetra figura ordinata, quæ æquilatera eſt, & æquiangula, maior oſtenſus eſt.

COMMENTARIVS.

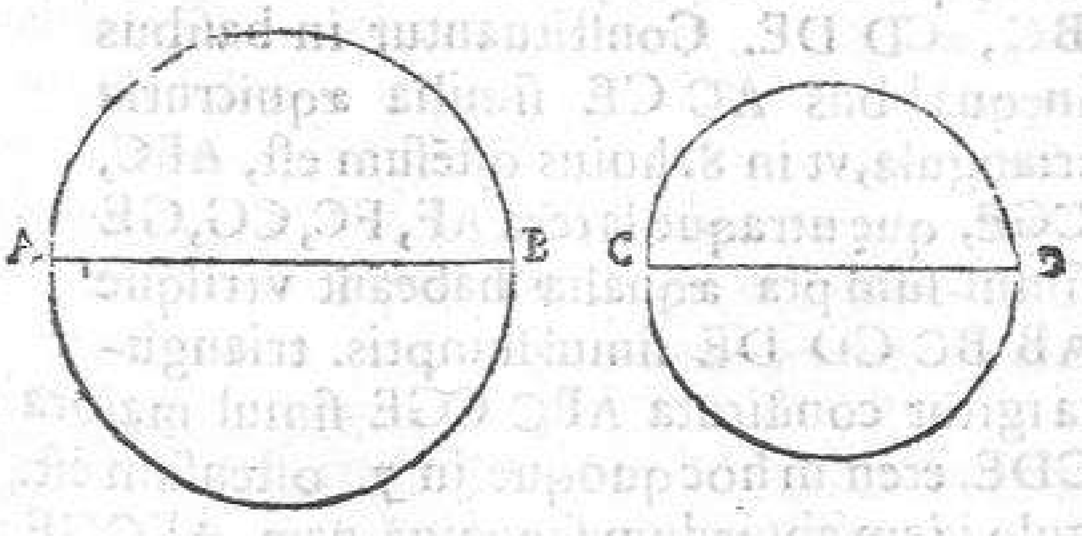
Quoniam igitur in 5. huius oſtenſum eſt &c.] *in Græco codice legitur.* ἐπεὶ οὖν πρὸ τριῶν ἐδείχθη. *ſed cum propoſitio ea quinta ſit iuxta noſtram diuiſionem, ita vertere maluimus & idem obſeruauimus in aliis locis.* A

Nam AFCGE maius erit maximo ABCDE, & iſoperimetrum ipſi, & latera numero æqualia habens. ego æquiangulum eſt ABCDE quinquelaterum] *Hoc loco corruptus eſt Græcus codex, qui fortaſſe ita reſtituetur.* τὸ γὰρ αζγηε μεῖζον ἔσται τοῦ αβγδε μεγίστου, ἰσοπερίμετρου αὐτῷ, καὶ ἰσαρίθμους πλευρὰς ἔχον. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδε πεντάπλευρον. B

Eiuſdem contemplationis eſt & illud. Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam habent, maxima eſt ſemicirculus. Hoc autem demonſtrabimus, ſi prius ea, quæ ad id ſumuntur, conſcribemus.

THEOREMA IX. PROPOS. XI.

Circulorum circumferentię inter ſe ſunt, vt diametri.



Sint duo circuii AB CD: Dico vt circuli AB circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita eſſe rectam lineam AB ad ipſam CD. Quoniam enim ut AB circulus ad circulum CD, ita eſt quadratum ex AB ad quadratum ex CD; ſed circuli AB quadruplum eſt rectangulũ, quod continetur recta linea AB, & circuli circumferentia; circuli vero CD quadruplum eſt rectangulum recta linea CD, & circuli circumferentia contentum, quod quidem antea demonſtratum eſt: erit ut rectangulum, contentũ AB recta linea, & circumferentia circuli AB, ad rectangulum, quod recta linea CD, & circuli CD circumferentia continetur, ita quadratum ex AB ad id, quod fit ex CD quadratum. & permutando vt rectangulum contentum recta linea AB, & AB circumferentia ad quadratum ex AB, ita rectangulum, quod continetur CD recta linea, & circumferentia CD ad quadratum ex CD. Vt igitur circuli AB circumferentia ad rectam lineam AB, ita circumferentia circuli CD ad rectam CD. & permutando ut AB circuli circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita recta linea AB ad CD rectam.

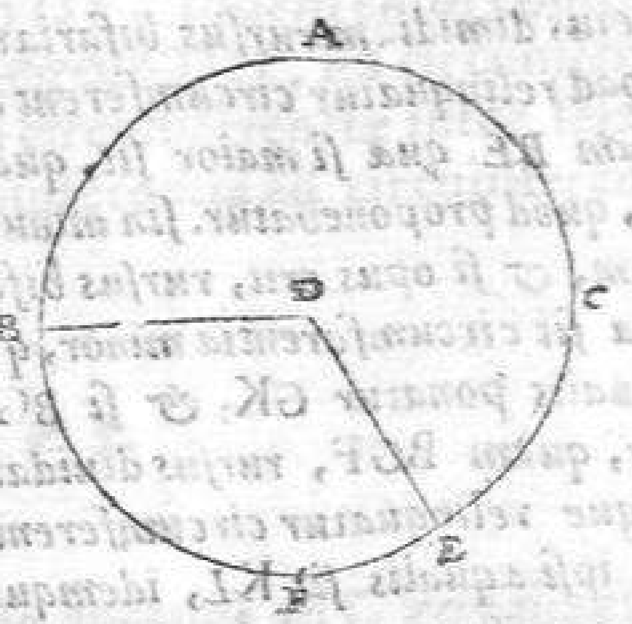
ALITER.

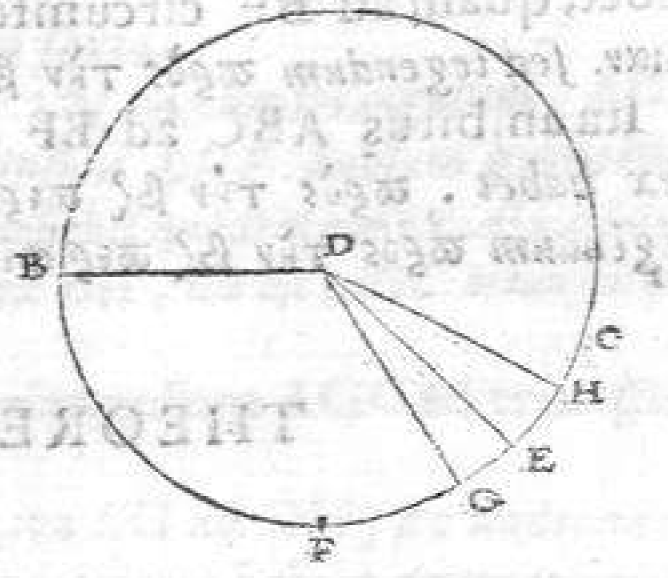
Hoc etiam demonſtrabitur non aſſumendo rectangulum, quod diametro circuli, & circumferentia continetur, circuli quadruplum eſſe. polygona enim ſimilia in circulis deſcripta, uel circumſcripta ambitus habent, qui quidem inter ſe ſunt, ut quæ ex centris circulorum. ergo & circulorum circumferentię eandē inter ſe, quam diametri proportionem habent.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XII.

Rurſus ſit circulus ABC circa centrum D, cuius ea quę ex centro DB: & a puncto D ducatur quædam recta linea DE. Dico ut circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFE, ita eſſe circulum ABC ad BDE ſectorem.

Si igitur





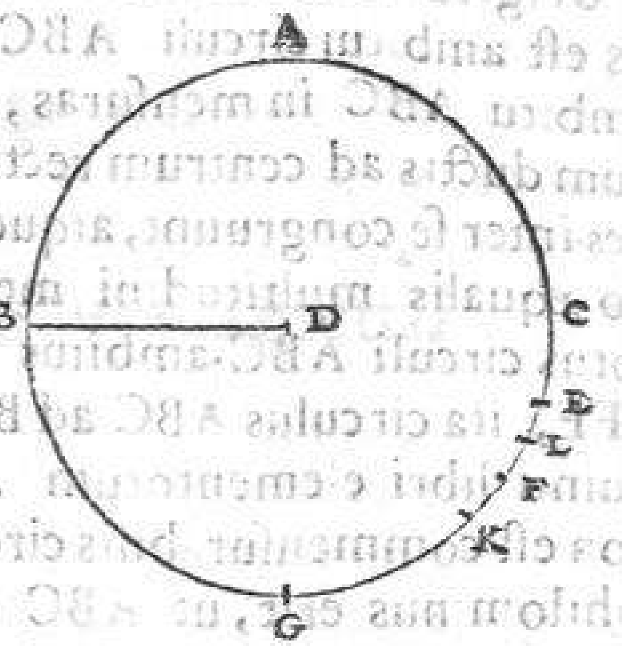
Si igitur circumferentia BFE commenſurabi-
lis eſt ambitui circuli ABC, quoniam diuiſo
ambitu ABC in menſuras, & a punctis diuiſio-
num ductis ad centrum rectis lineis, ſectores om
nes inter ſe congruunt, atque eſt eorum multitu-
do æqualis multitudini menſurarum: erit ut
totus circuli ABC ambitus ad circumferentiam
BFE, ita circulus ABC ad BDE ſectorem, ex 15.
quinti libri elementorum. Quòd ſi ambitus A
non eſt commenſurabilis circumferentiæ BFE
nihilominus erit, ut ABC circulus ad ſectorem
BDE, ita ambitus ABC ad BFE circumferentiã.
Sit enim, ſi fieri poteſt, ut ABC circulus ad ſecto
rem BDE, ita ambitus ipſius ABC ad circumfe
rentiam BF prius minorem, quam BFE. & ſuma- B
tur alia quædam circumferentia BG maior quidé
quam BF, minor uero, quam BFE, atque ambitui
ABC commenſurabilis: ut eſt lemma ſphæricorũ,
iungaturque DG. eſt igitur ex antedictis, & ut
circulus ABC ad BDG ſectorem, ita ABC ambi-
tus circuli ad BFG circumferentiam. Sed am- C
bitus ABC circuli ad circumferentiam BFG, mi
norem proportionem habet, quam ad BF circum
ferentiam, hoc eſt, quàm ABC circulus ad ſecto-
rem BDE. ergo circulus ABG ad ſectorem BDG
minorem proportionem habebit, quam ad BDE
ſectorem, quod eſt abſurdum. non igitur eſt, ut ABC circulus ad ſectorem BDE, ita D
ambitus ABC ad circumferentiam minorem, quam BFE. Dico inſuper neque ad
maiorem, quam BFE. Si enim fieri poteſt, ſit ad circumferentiam BEC. & ſimiliter
circumferentia quędam BEH ſumatur, maior quidem quam BFE, minor acro, quã
BEC, ſed ambitui circuli ABC commenſurabilis, & iungatur DH. Rurſus quoniam
ut ABC circulus ad ſectorem BDH, ita eſt ambitus circuli ABC ad BEH circũferen
tiam: ambitus uero ABC ad circumferentiam BEH maiorem proportionem ha-
bet, quam ad BEC circumferentiam, hoc eſt quam ABC circulus ad ſectorẽ BDE:
habebit circulus ABC ad ſectorem BDH maiorem proportionem quam ad ſecto-
rem BDE, quod itidem eſt abſurdum. non igitur ut ABC circulus ad ſecto-
rem BDE, ita eſt ambitus ipſius ABC ad circumferentiam maiorem, quam ſit
BFE. oſtenſum autem eſt, neque ad minorem. ergo ut circulus ABC ad ſectorem
BDE, ita ambitus ipſius ABC ad BFE circumferentiam.

COMMENTARIVS.

A Quòd ſi ambitus non eſt commenſurabilis circumferentiæ BFE nihilominus erit, ut ABC circulus ad ſectorem BDE, &c.] *Græcus codex.* εἰ δὲ μὴ ἐστι σύμμετρος τῇ β ζ ε περιφερείᾳ μὴ δὲ ἐστιν ὡς ὁ αβγ κύκλος πρὸς τὸν β δε τομέα. *Sed corruptus eſt, ut opinor, & fortaſſe ita corrigendus.* εἰ δὲ μὴ ἐστι σύμμετρος τῇ β ζ ε περιφερείᾳ, ὁμοίως ἐστὶν ὡς ὁ αβγ κύκλος πρὸς τὸν β δε τομέα.

B Et ſumatur alia quędam circumferentia BG, maior quidem, quam BF, minor uero, quam BFE, atque ambitui ABC commenſurabilis, ut eſt lemma ſphæricorum] *Vbi hoc lemma ſit, nondum noui, ſed tamen illud ita faciemus.*

Diuidatur



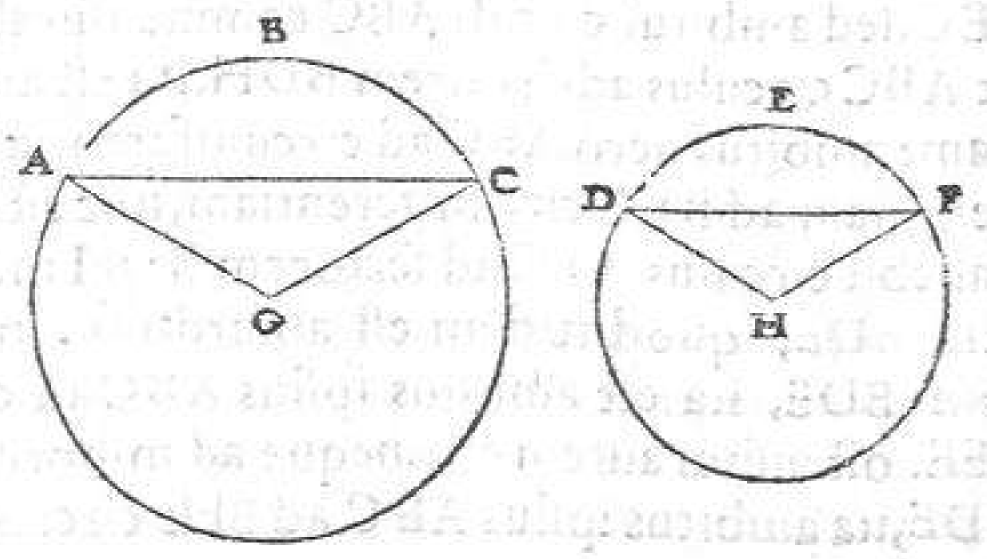
1 decimi *Diuidatur circuli ABC circumferentia bifariam, & eius dimidium rurſus bifariam: idque ſemper fiat, quoad relinquatur circumferentia quædam BG minor, quam BE. quæ ſi maior ſit, quam BF, factum iam erit, quod proponebatur. ſin minus, diuidatur BG bifariam, & ſi opus erit, rurſus bifariam, quouſque reliqua ſit circumferentia minor, quam GE, cui quidem æqualis ponatur GK, & ſi BGK adhuc non ſit maior, quam BGF, rurſus diuidatur GK, eiuſque, quouſque relinquatur circumferentia minor, quam KE, & ipſi æqualis ſit KL, idemque ſemper fiat, quoad tandem ſumatur circumferentia minor quidem, quam BE, maior vero, quam BF. quod ipſum facere oportebat.*

C Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam BFG minorem proportionem habet, quam ad BF circumferentiam] *in greco codice legitur* πρὸς τὴν εζη περιφέρειαν. *ſed legendum* πρὸς τὴν βζη περιφέρειαν.

D Ita ambitus ABC ad BF circumferentiam, minorem, quam BFE] *Græcus codex habet.* πρὸς τὴν βζ περιφέρειαν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τῆς βεζ περιφερείας. *ſed legendum* πρὸς τὴν βζ περιφέρειαν ἐλάσσονα οὖσαν τῆς βεζ περιφερείας.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIII.

Similes circulorum portiones interſe ſunt; vt baſium quadrata, & circumferentiæ ipſarum interſe, vt baſes.



Sint ſimiles circulorum portiones ABC, DEF. Dico ut portio quidem ABC ad DEF portionem, ita eſſe quadratum ex AC ad quadratum ex DF: vt autem ABC circumferentia ad circumferentiam DEF, ita AC ad DF. compleantur circuli, ſumanturque ipſorum centra GH, & iungantur AG GC DH HF. Quo-
A niam igitur ſimiles ſunt ABC, DEF portiones; angulus ad G æqualis eſt angulo ad H; triangulumque AGC triangulo DHF ſimile, & ABC circumferentia ſimilis circum-
B ferentiæ DEF. ergo ut circulus ABC ad AGCB ſectorem, ita ambitus circuli
C ABC ad ABC circumferentiam hoc eſt quattuor recti ad angulum G. ut autem DEF circulus ad ſectorē DHFE, ita ambitus circuli DEF ad DEF circũferentiã, & quattuor recti ad H angulum. Sed angulus H angulo G eſt æqualis. ergo ut ABC circulus ad ſectorem AGCB, ita circulus DEF ad DHFE ſectorem: & permutando ut ABC circulus ad circulum DEF, ita AGCB ſector ad DHFE ſe-
2 duodecimi. ctorem. & ut circulus ad circulum, ita quadratum ex AG ad quadratum ex DH: hoc eſt AGC triangulum ad triangulum DHF. Vt igitur AGCB ſector ad ſe-
C ctorem DHFE, ita triangulũ AGC ad DHF triangulum: & reliqua portio ABC
E ad portionem DEF, vt triangulum AGC ad triangulum DHF; hoc eſt vt quadratum

dratum ex AC ad id, quod ex DF quadratum. Dico præterea ut ABC circumferen
tia ad circumferentiam DEF, ita AC baſis ad baſim DF. Iiſdem enim conſtructis
vt ABC circuli circumferentia ad circumferentiam circuli DEF, ita circumferentia
ABC ad DEF circumferentiã. Vt autem circulorum circumferentiæ inter ſeſe, ita 11 huius
AG ad DH, hoc eſt AC ad DF. Vt igitur ABC circumferentia ad circumferentiam F G
DEF, ita baſis AC ad DF baſim.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur ſimiles ſunt ABC DEF portiones, angulus ad G æqualis eſt angulo ad H] *Ex ſimilium circuli portionum diffinitione.* A

Ergo ut circulus ABC ad AGCB ſectorem, ita ambitus circuli ABC ad ABC circumferentiam] *Ex antecedenti.* B

Hoc eſt quattuor recti ad angulum G] *Ex vltima ſexta.* C

Hoc eſt AGC triangulum ad triangulum DHF] *Nam cum triangulum AGC ſimile ſit triangulo DHF, habebit triangulum AGC ad ipſum DHF duplam proportionem eius, quæ eſt AG ad DH ex 19. sexti. & ex 20 eandẽ habebit quadratum ex AG ad quadratum ex DH. vt igitur quadratum ex AG ad quadratum ex DH, ita eſt AGC triangulum ad triangulum DHF.* D

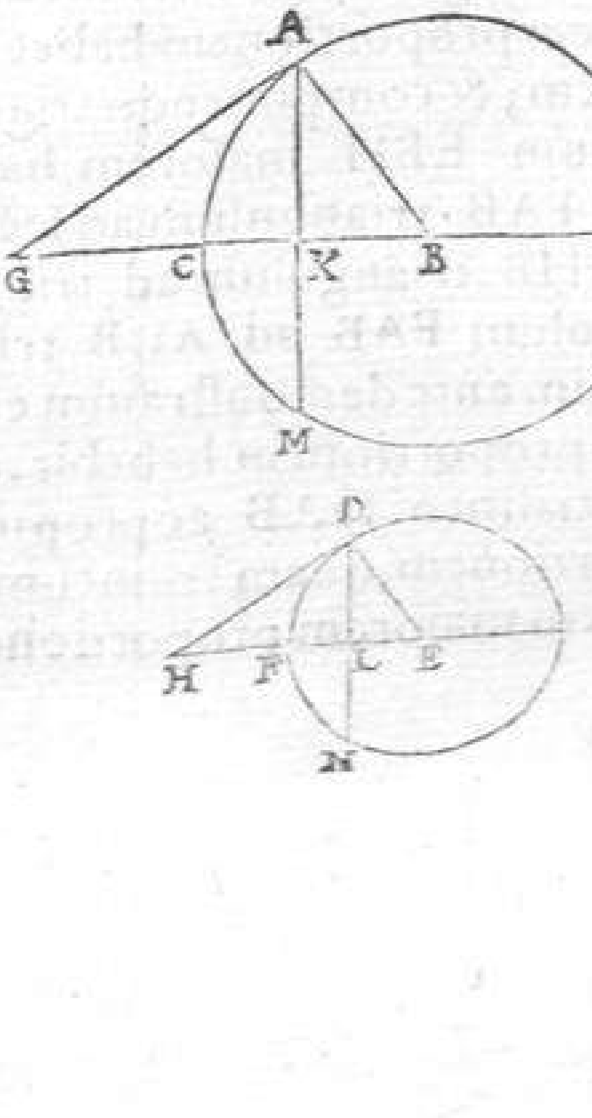
Et reliqua portio ABC ad portionem DEF, ut triangulum AGC ad triangulum DHF] *Ex 19. quinti.* E

Vt autem circulorum circumferentiæ inter ſeſe, ita AG ad DH] *Ex undecima huius. Circulorum enim circumferentiæ eandem inter ſe proportionem habent, quam ipſorum diametri, & earum dimidiæ, quæ ex centris circulorum.* F

Hoc eſt AC ad DF] *Ex 4. ſexti ob triangulorum AGC DHF Similitudinem.* G

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIIII.

Sint duo circuli; & ad ipſorum cẽtra æquales anguli ABC DEF. & contingentes quidem rectæ lineę ſint AG DH; perpendiculares uero AK DL. oſtendendum eſt, ut AGK triangulum ad trilineum ACK, ita eſſe triangulum DHL ad DFL trilineum.



Hoc autem ex antedictis manifeſtum eſt.
triangulum enim AGK ſimile ſit triangulo A
DHL: & ACK trilineum ſimile trilineo B
DFL: & utrumque ad utrumque eandem pro- C
portionem habet, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL.

COMMENTARIVS.

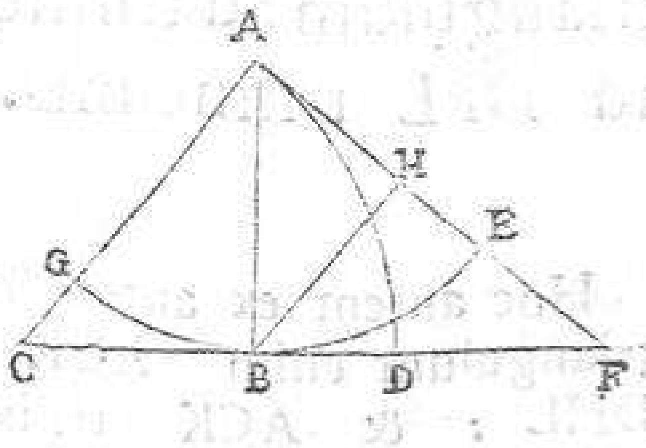
A Triangulum enim AGK ſimile fit triangulo DHL] *Ponitur namque angulus ad B æqualis angulo ad E: & ſunt anguli GAB HDE recti ex 18. tertii: & ob id inter ſe æquales, ergo & reliquus æqualis reliquo, & triangulum ABG triangulo DEH ſimile. Sed triãgulo ABG ſimile eſt triangulum AGK, & triangulo DCH ſimile triangulum DHL, ex 8. ſexti. ergo & triangula AGK DHL inter ſe ſimilia erunt.*

B Et ACK trilineum ſimile trilineo DFL] *Cum enim anguli ad B E ſint æquales, erunt & circumferentiæ AC DF inter ſe ſimiles: & productæ AK DL uſque ad alteram circumferentię partem in punctis M N ſimiles circulorum portiones abſcindent, ACM DFN: quarum dimidiæ ACK DFL etiam ſimiles ſunt.*

C Et utrumque ad vtrumque eandem proportionem habet, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL] *Triangulum enim AGK ad triangulum DHL ipſi ſimile eandem habet proportionem, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL, ex iis quæ nos proxime* 15 quinti *tradidimus. portio autem ACM ad DFN portionem, hoc eſt earum dimidia, uidelicet, ACK trilineum ad trilineum DFL. ex antecedenti eam proportionem habet, quam quadratũ ex AM ad quadratum ex DN: hoc eſt quam quadratum, ex AK ad id quod fit ex DL quadratum triangulum igitur AGK ad triangulum DHL eandem proportionem habebit, quam trilineum ACK ad trilineum DFL. & permutando AGK triangulum ad trilineum ACK habebit eandẽ, quam triangulum DHL ad DFL trilineum.*

THEOREMA XIIII. PROPOS. XV.

Sit triangulum orthogonium ABC: & circa centrum C per A deſcribatur circumferentia AD. rectus autem eſt angulus ad B. oſtendendũ eſt ſectorẽ ACD ad ABD trilineum maiorem proportionem habere, quàm angulus rectus ad BCA angulum.



16 tertii Ducatur ipſi CA ad rectos angulos AF, quæ circumferentiam AD contingit: & per B circa centrum A deſcribatur circumferentia EBG: atque ad AF perpendicularis BH ducatur. Quoniam igitur EBF trilineum ad trilineum EBH maiorem proportionem habet, quam ad EAB 26 quin, ſectorem; & componendo triangulum FHB ad trilineum EBH maiorem habet proportionem, quam FAB triangulum ad ſectorem EAB; ut autem FHB triangulum ad trilineum EBH; ita A triangulum FAB ad ADB trilineum; quòd æquales ſunt anguli EAB ACD; B C hoc enim ante demonſtratum eſt: & triangulum FAB ad BAD trilineum ma- 10 8 quinti iorem proportionem habebit, quam ad ſectorem EAB. maior igitur eſt EAB ſector trilineo DAB ac propterea EAB ſector ad ſectorem BAG maiorem habet proportionem, quam trilineum DAB ad BAG ſectorẽ. ſed trilineũ DAB ad BAG ſectorem maiorem proportionem habet, quã ad triangulum ABC. multo igitur

maio-

maiorẽ hẽt EAB ſector ad ſectorem BAG, quã trilineũ DAB ad BAC triangulũ. Vt autem ſector EAB ad BAG ſectorem, ita angulus FAB ad angulum BAC. ergo angulus FAB ad BAC angulũ maiorem proportionẽ habet, quam DAB trilineũ ad triangulum BAC. & conuertendo triangulũ BAC ad BAD trilineum maiorem habet proportionem, quam BAC angulus ad angulum BAF: componendoque ſector DCA ad ABD trilineum maiorem proportionem habet, quam FAC angulus ad angulum FAB; hoc eſt, quam angulus rectus ad ACB angulum. eſt enim angulus FAB ęqualis ipſi ACB, quòd in orthogonio triangulo FAC, perpendicularis eſt AB, & triangulum FAB triangulo ACF eſt ſimile. ult.ſexti. 26 quin. 28. quin. 8. ſexti.

COMMENTARIVS.

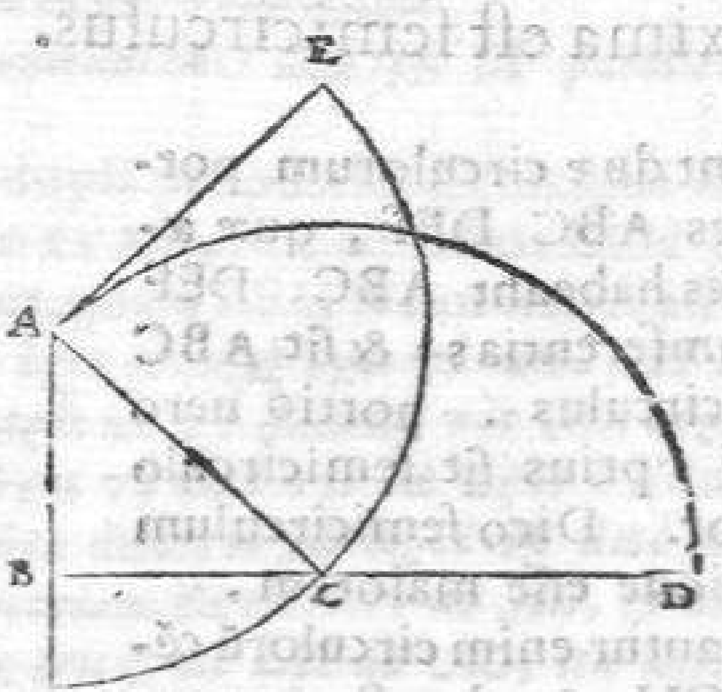
Quòd æquales ſunt anguli EAB ACD] *Ex 8. ſexti. eſt enim triangulum FAC orthogonium, & ab angulo recto ad baſim perpendicularis ducitur AB. quare ABF triangulum ſimile eſt triangulo CAF, anguluſque FAB angulo FCA æqualis.* A

Hoc enim ante demonſtratum eſt] *In antecedente.* B

Et triangulum FAB ad BAD trilineum maiorem proportionem habebit, quam ad ſectorem EAB] *Ex 13. quinti.* C

THEOREMA XV. PROPOS. XVI.

Sit rurſus triangulorum orthogonium ABC, rectum angulum habens ad B: & circa centrum C per A circuli circumferentia deſcribatur. Dico ACD ſectorem ad trilineum ABD maiorem proportionem habere, quam angulus rectus ad ACD angulum.



Ducatur ipſi AC ad rectos angulos AE: & producta BA per C punctũ circa centrum A deſcribatur circuli circũferentia ECF. Quoniam igitur circa eãdem ſemidiametrum CA deſcriptę ſunt circumferẽtiæ AD ECF; conſtat eas eſſe ęqualiũ circulorũ: & angulus ACD maior eſt angulo CAE. ergo ſector ACD ſectore ACE eſt maior: & ob id maiorẽ proportionẽ hẽt ACD ſector ad triangulum ABC, quã ſector ACE ad idem triangulũ: & multo maiorem, quam ſector ACE ad ſectorem ACF. vt autem ACE ſector ad ſectorẽ ACF, ita angulus EAC ad CAF angulum, ergo ACD ſector ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam EAC angulus ad angulum CAF. & conuertendo, componendoque, & rurſus cõuertendo maiorem proportionem habet ACD ſector ad trilineum ABD, quã angulus EAC ad EAF angulum: hoc eſt quam rectus angulus ad angulum ACD. eſt. n. angulus EAF æqualis angulo ACD, quoniam & ACD æqualis eſt recto CBA, & BAC angulo. A 8 quinti. B ult.ſexti. C D

COMMENTARIVS.

A Et angulus ACD maior eſt angulo CAE] *Angulus enim ACD exterior (ex 32 primi) æqualis eſt duobus interioribus, & oppoſitis ABC BAC, quorum ABC eſt rectus. ergo angulus ACD recto maior erit, videlicet angulo CAE, quem rectum eſſe poſuimus.*

B Et multo maiorem, quam ſector ACE ad ACF ſectorem] *Nam ſector ACE ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam ad ſectorem ACF, quippe qui triangulo ABC eſt maior, ex 8. quinti.*

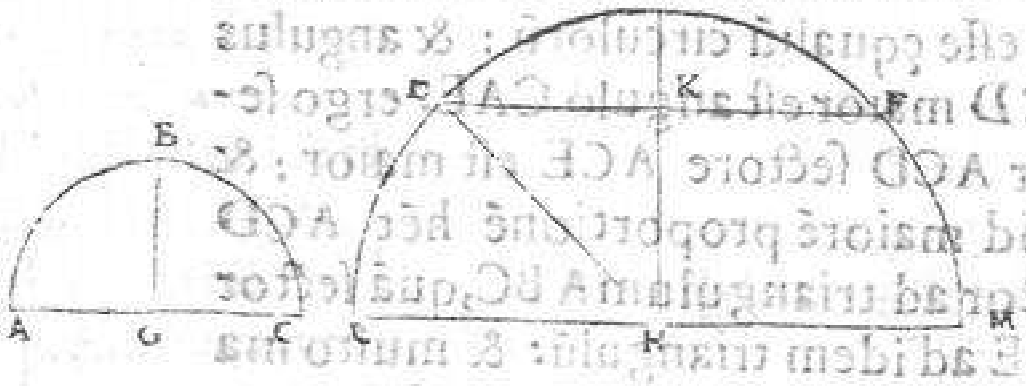
C Et conuertendo, componendoque & ruſus conuertendo maiorem proportioné habet ACD ſector ad trilineum ABD, quam angulus EAC ad angulum EAF] *Quoniam enim ACD ſector ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam EAC angulus ad angulum CAF, habebit conuertendo ex 26. quinti, ABC triangulum ad ſectorem ACD minorem proportionem, quam angulus CAF ad EAC angulum: componendoque ex 28. eiuſdem ABD trilineum ad ſectorem ACD minorem proportionem habebit, quàm angulus EAF ad EAC angulum; & ruſus conuertendo ſector ACD ad ABD trilineum maiorem habebit proportionem, quam EAC angulus ad angulum EAF. In Græco codice legitur* καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι καὶ ἀναστρέψαντι μείζονα λόγον ἔχει, &c.] *Sed corrupta, ut opinor, etenim conuerſa ratione, & compoſita tantum utimur, non item rationis conuerſione.*

D Eſt enim angulus EAF æqualis angulo ACD, quoniam & ACD ęqualis eſt recto CBA, & BAC angulo.] *Ex 32. primi elementorum.*

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVII.

His pręmiſſis theorema propoſitum, quod comparatiuum eſt, ita demonſtrabimus.

A Circuli portionum, quę ęqualem circumferentiam habent, maxima eſt ſemicirculus.



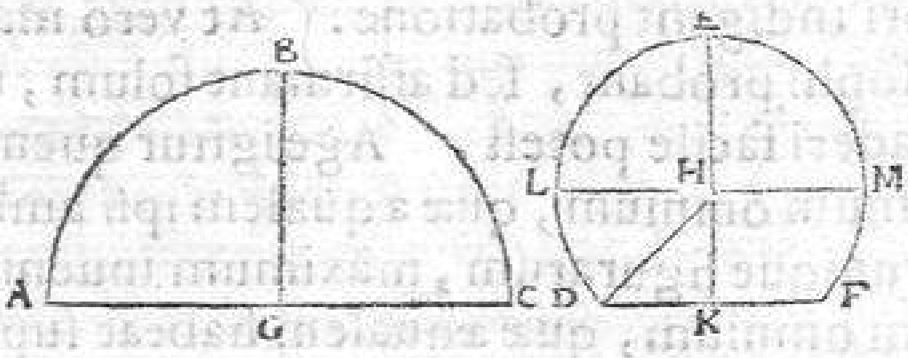
Sint duæ circulorum portiones ABC DEF, quæ æquales habeant ABC DEF circumferentias: & ſit ABC ſemicirculus. portio uero DEF prius ſit ſemicirculo minor. Dico ſemicirculum portione eſſe maiorem. Sumantur enim circulorũ cẽtra GH, & ad rectos angu-

B los ſit GB: a puncto autem H ad DF perpendicularis ducatur HKE: & ipſi DF parallela LM, iungaturque DH. Quoniam igitur ut circumferentia LE ad

11 huius AB circumferentiam, ita eſt recta linea LH ad rectam AG. Circulorum enim circumferentiæ inter ſeſe ſunt, ut diametri. Sed circumferentia AB æqualis eſt ipſi DE circumferentiæ. Vt igitur circumferentia LE ad ED, ita eſt LH

ul. se. C ad AG. & vt LE ad ED, ita ſector LHE ad EHD ſectorem. habet autem quadratum

dratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem eius, quam habet
LH ad AG. ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc eſt ſector LEH D
ad ſectorem ABG. duplam proportionem habebit eius, quam LCH ſector habet
ad ſectorem DCH. ac propterea inter ſectorores LCH ABG medius proportio
nalis eſt ſector DEH. & quoniam per lemma ante demonſtratum ſector DEH ad E
trilineum EDK maiorem proportionem habet, quam rectus angulus; hoc eſt angu
ſlus LHE ad ipſum DHE; hoc eſt quam LHE ſector ad ſectorem DHE. ut autem F
ſector LHE ad DHE ſectorem, ita DHE ſector ad ſectorem ABG. ergo ſector
DHE ad DEK trilineum maiorem proportionem habet, quam idem ſector ad ſe-
ctorem ABG. maior igitur eſt ABG ſector trilineo DKE: & eorum dupla. ergo 8 quinti
ABC ſemicirculus portione DEF eſt
maior. Sit rurſus portio DEF ma-
ior ſemicirculo. Dico itidem ſemi-
circulum portione maiorem eſſe. cõ
ſtruantur enim eadem, quæ ſupra.
Similiter demonſtrabimus, ut LHE
ſector ad ſectorem DHE, ita eſſe ſe-
ctor em DHE ad ipſum ABG, quod
æquales ſint AB DE circumferẽtiæ.
Et quoniam ob ſecundum lemma ſe G
ctor DHE ad DKE trilineum maio-
rem proportionem habet, quam rectus angulus, uidelicet LHE ad angulũ DHE,
hoc eſt, quam LHE ſector ad ſectorem DHE, hoc eſt, quam ſector DHE ad ABG
ſect orem; erit ABG ſector trilineo DEK maior: & eorum dupla. maior igitur eſt
ABC ſemicirculus portione DEE. ex quibus ſequitur omnium circuli portionũ,
quæ æquales habent circumferentias, ſemicirculum maximum eſſe.



COMMENTARIVS.

Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam, habent maxima eſt ſemi- A
circulus] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa, quæ in græco non erant.*

Et ipſi DF parallela LM] *Intelligatur per H centrum duci LM ipſi DF parallela.* B
quæ ſit LHM.

Habet aũt quadratũ ex LH ad quadratũ ex AG duplã proportionẽ eius, quã hẽt C
LH ad AG. ergo quadratũ ex LH ad quadratum ex AG, hoc eſt ſector LEH ad
ſectorem ABG duplam proportionem habebit eius, quam LEH ſector habet ad ſe
ctorem DEH.] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur.* καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αη διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς δθλ πρὸς ηα. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δθλ πρὸς
τὸ ἀπὸ αη. *ita vero corrigendus eſt, vt opinor* καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς αη διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς λθ πρὸς αη, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ αη.
Quoniam enim vt circumferentia LE *ad* ED *circumferentiam, ita eſt* LH *ad* AG, *& rur*
ſus vt LE *ad* ED, *ita ſector* LHE *ad* EHD *ſectorem; erit & ut* LH *ad* AG, *ita* LEH
ſector ad ſectorem DCH. *Quòd cum quadratum ex* LH *ad quadratum ex* AG *duplam pro*
portionem habeat eius, quam habet LH *ad* AG *ex 2. ſexti; duplam quoque proportionẽ*
habebit eius, quam ſector LEH *habet ad* DEH *ſectorem.*

Ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc eſt ſector LEH ad ſe- D
ctorem AGB] *ſemicirculus enim* LEM *ad ſemicirculum* ABC *ex 13 huius, eam pro*
portionem habet, quam quadratum ex LM *ad quadratum ex* AC, *hoc eſt quam quadra-*
tum ex LH *ad quadratum ex* AG. *& eorum dimidia; ſector igitur* LEH *ad ſectorem* ABG
eſt ut quadratum ex LH *ad quadratum ex* AG.

Et

E Et quoniam per lemma ante demonſtratum] *Ex* 15. *huius.*

F Vt autem ſector LHE ad DHE ſectorem, ita DHE, ſector ad ſectorem ABG. ergo ſector DHE ad DEK trilineum, &c.] *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituimus.* ὡς δὲ ὁ λθε τομεὺς πρός τόν δθε, οὕτως ὁ δθε τομεύς πρός τόν αβγ τομέα. ὁ ἄρα δθε τομεύς πρός τὸ δεκ τρίγραμμον.

G Et quoniam ob ſecundum lemma] *Ex* 16. *huius.*

Primum & effectorem omnium Deum mundo ſphæricam figuram merito, ac iure dediſſe philoſophi aſſerunt, cum omnium optimam, pulcherrimamque delegiſſet, quæ ipſi ſphæræ inſunt naturalia ſymptomata dicentes, præterea & illud addunt, omnium ſolidarum figurarum, quæ æqualem ſuperficiem habeat, ſpheram maximam eſſe. Itaque alia quidem, quæ ipſi dicunt ineſſe perſpicua ſunt, & minori indigent probatione. At vero maiorem eſſe aliis figuris, neque ipſi philoſophi probant, ſed affirmant ſolum, neque ſine maxima contemplatione perſuaderi facile poteſt. Age igitur quemadmodum in ſuperioribus, circulum maximum omnium, quæ æqualem ipſi ambitum habent, ordinatarum, multiangularumque figurarum, maximum inuenimus, & nunc, quod conſequens eſt, ſpheram omnium, quæ æqualem habeat ſuperficiem, ordinatarum, ac ſolidarum figurarum maximam oſtendere enitamur. Sed prius de ſolidis ipſis, cum quibus ſphæram conferri oportet, pauca diſſeramus. Multæ enim intelligi poſſunt ſolidæ figuræ, varias ſuperficies habentes; magis autem quis exiſtimauerit dignas, de quibus dicatur, eas, quæ ordinate eſſe videntur. & ex his multo magis tum conos, tum cilyndros, tum quæ polyedra appellantur. hæc autem ſunt, non ſolum quæ apud Diuiniſſimum Platonem quinque figuræ, videlicet tetraedrum, hexaedrum, octaedrum, & dodecaedrum, & quintum icoſaedrum, ſed etiam quæ ab Archimede inuenta ſunt, numero tredecim; æquilateris quidem, & æquiangulis polygonis, non autem ſimilibus contenta. Primum enim octaedrum eſt, quod quattuor triangulis, & totidem hexagonis continetur. tria vero deinceps, quattuordecim baſium, quorum primum continetur octo triangulis, & octagonis ſex. Secundum quadratis ſex, & hexagonis octo. tertium triangulis octo, & ſex quadratis. Poſtea duo vigintiſex baſium, quorum primum octo triangulis, & duodeuiginti quadratis continetur. Secundum quadratis duodecim, hexagonis octo, & ſex octagonis. Deinde tria triginta duarum baſium, quorum primum triangulis uiginti, & duodecim decagonis conſtat. Secundum pentagonis duodecim & viginti hexagonis. tertium triangulis viginti, & quadratis duodecim. poſt hæc vnum eſt, octo & triginta baſium, quod conſtat triginta duobus triangulis, & quadratis ſex. Hoc ſequuntur duo ſexaginta duarum baſium, quorum primum viginti triangulis, quadratis triginta, & pentagonis duodecim comprehenditur. Secundum triginta quadratis, hexagoni viginti, & decagonis duodecim. Denique vltimum nonaginta duarum baſium, quod triangulis octoginta, & duodecim decagonis continetur. Quot autem angulos ſolidos habent vnaquęquæ tredecim figurarum polyedrarum, & quot latera, hoc modo comperiemus. Quarum enim ſimpliciter polyedrarum figurarum ſolidi anguli tribus planis angulis conſtant, enumeratis angulis planis, quos habent omnes polyedri baſes, facti numeri tertia pars eſt numerus ſolidorum angulorum. quarum autem polyedrarum angulus ſolidus quattuor planis angulis continetur, enumeratis omnibus angulis planis, quos habeat polyedri baſes, numeri eius quarta pars eſt angulorum ſolidorum numerus. Simili ratione quarum polyedrarum angulus ſolidus quinque planis angulis comprehenditur, quinta pars multitudinis angulorum planorum, eſt numerus ſolidorum angulorum multitudinis. At vero multitudinem laterum, quæ vnaquæque polyedrarum figurarum habet, hoc modo

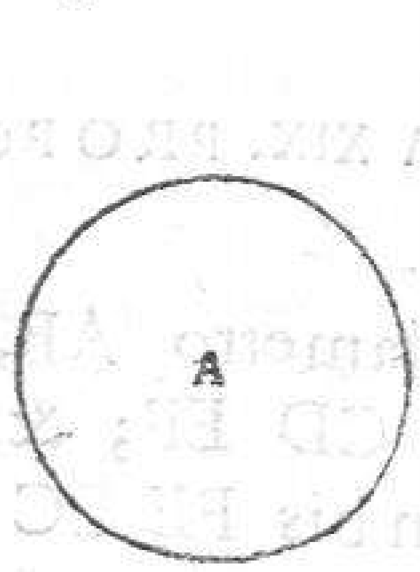
inue-

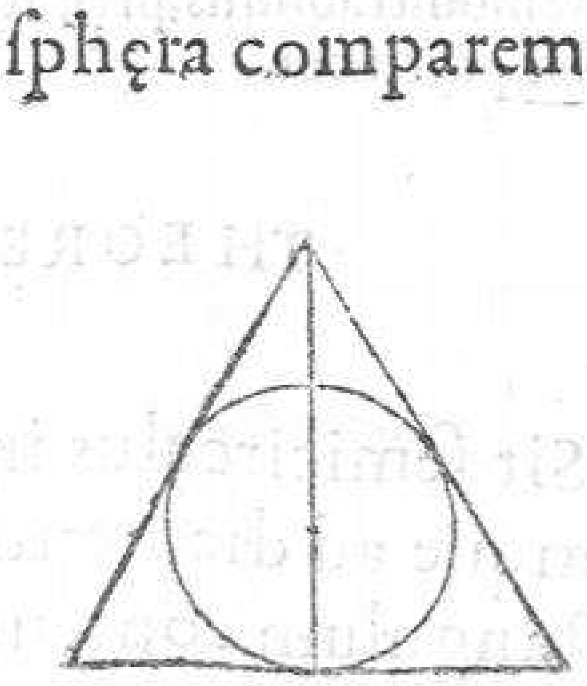
inueniemus. enumeratis enim omnibus lateribus, quæ habeat ſuperficies polyedrū continentes, eorum numerus æqualis eſt multitudini planorum angulorū. Sed quoniam duorum planorum vnumquodque latus commune eſt, patet dimidium multitudinis numerū eſſe laterum polyedri. Primum igitur tredecim diſsimilium polyedrorū, cum triangulis quattuor, & totidem hexagonis cōtinetur, angulos quidē ſolidos habet duodecim, latera autē duodeuiginti. etenim quattuor triangulorum anguli duodecim ſunt, & latera duodecim. quattuor aūt hexagonorum anguli uiginti quattuor, & vigintiquattuor latera. numeroq; omni facto 36. neceſſe eſt ſolidorū angulorū numerum. numeri prædicti tertiam partem eſſe; quonia & vnuſquiſq; ſolidorū ipſius angulorū tribꝰ angulis planis continetur. At laterū multitudo dimidia pars eſt ipſius numeri, videlicet 36. ita vt latera ſint duodeuiginti. Eorū uero, quę ex quattuordecim baſibus conſtant, primū continetur octo triangulis, & quadratis ſex, ita ut duodecim ſolidos angulos habeat, vnuſquiſq; .n. ipſius angulus quattuor angulis planis comprehenditur, latera autem habeat vigintiquattuor. Secundū, quod continetur quadratis ſex, & octo hexagonis, habebit ſolidos angulos uigintiquattuor: vnuſquiſq; .n. angulorum ex tribus angulis planis conſtat: & habebit latera triginta ſex. Eorū, quæ ſex et uiginti baſes habeat. Primū quod triangulis octo, & duodeuiginti quadratis continetur, habebit ſolidos angulos uigintiquattuor, & quadraginta octo latera: Secundū, quod continetur duodecim quadratis hexagonis octo, & octagonis ſex, habebit ſolidos angulos 48. latera 72. Eorū, quæ ex 32. baſibus cōſtant, primum, quod cōtinetur triangulis viginti, & duodecim pētagonis, habebit ſolidos angulos 30. latera 60. Secundū, quod continetur duodecim pētagonis, & hexagonis viginti, habebit ſolidos angulos 60. latera 90. Tertiū, quod uiginti triangulis, & decagonis duodecim continetur, habebit ſolidos angulos 60. latera 90. Illud āt, quod ex 38. baſibus conſtat, quoniam continetur triangulis 32. & quadratis ſex, habebit ſolidos angulos 40. latera 60. Eorū, quę ex duabus & ſexaginta baſibus cōſtant, primum, quod continetur triangulis 20. quadratis 30. & 12. pentagonis, habebit ſolidos angulos 60. latera 120. Secundum quod continetur 30. quadratis, 20. hexagonis, & decagonis 12. habebit ſolidos angulos 120. latera 180. Poſtremo quod ex duabus & nonaginta baſibus conſtat, quoniam triangulis 80. ex pentagonis duodecim continetur, habebit ſolidos angulos 60. latera 150. Hæ igitur figuræ, uel angulos diſſimiles habent, uel inæqualibus, & diſsimilibus polygonis continentur, ob perturbationem, confuſionemque omittantur. Eas autem, quæ quinque figurę appellantur, operæ pretium eſt cum ſphæra comparare. quoniam enim æqualibus, & ſimilibus planis continentur, ſolæ angulos ſolidos æquales habeat, ideoque magis ordinatæ ſunt, quam reliquæ. At plures his quinque figuris inueniri nō poſſe, quæ æqualibus, & ſimilibus æquilateris polygonis comprehendantur, tum ab Euclide, tum ab aliis quibuſdam demonſtratum iam fuit.

THEOREMA XVII. PROP. XVIII.

Itaque hęc ipſa polyedra primum cum ſphęra comparemus.

Sit enim ſphæra quidem, in qua A, una uero prędictarum quinque figurarum, quæ totam ſuperficiem ſuperficiei ſphæræ A ęqualem habeat. Dico ſphæram maiorē eſſe. Intelligatur





gatur enim ſphæra intra polyedrum deſcripta, ita vt plana ipſam continentia tangat. maior igitur polyedri ſuperficies, quàm ſuperficies deſcriptæ ſphæræ, cum ipſam contineat. ſed ſuperficies polyedri æqualis eſt ſuperficiei ſphæræ A. ergo & ſphæræ ſuperficies A ſuperficie ſphęræ intra polyedrum deſcriptæ maior erit. ac propterea quæ ex centro ſphæræ A maior eſt, quam quę ex centro ſphęrę deſcriptæ. ſphæræ autem A ſuperficies æqualis eſt ſuperficiei polyedri. Conus igitur baſim habens circulum ęqualem ſuperficiei ſphęrę A, maior eſt pyramide, cuius baſis eſt rectilineum ęquale ſuperficiei polyedri, & altitudo quę ex centro ſphærę intra ipſum deſcriptę. Sed conus æqualis eſt ſphęræ A. hoc enim ex ijs, quæ ab Archimede demonſtrata ſunt in libro de ſphæra, & cylindro, & aliter ex lemmatibus, quæ a nobis ſubiiciuntur, perſpicue conſtat. pyramis autem polyedro eſt æqualis. ergo & ſphæra A propoſito polyedro maior erit. Habent autem comparationẽ quandam inter ſeſe & hę quinque figuræ, de qua deinceps conſiderabimus. Oſtẽditur namque poſitis æqualibus ſuperficiebus, ſolidum, quod plures baſes habet, ſemper etiam maius eſſe, vt coſaedrũ maius dodecaedro, & dodecaedrũ octaedro & octaedrum cubo, & cubum pyramide, ſimile enim quiddam in hiſce ſolidis addidit, atque in planis polygonis, in quibus cum æquales ambitus habeant, ſemper maius eſt id, quod pluribus angulis continetur. omnibus autem maior eſt circulus, quemadmodum & nunc oſtenſa eſt ſphæra, polyedris maior.

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XIX.

Conſtat præterea & conum & cylindrum, qui ſuperficiem habeant ſphæræ ſuperficiei ęqualem, ipſa ſphæra minores eſſe.

Etenim conus baſim habeas æqualem ſuperficiei ſphęræ, & totam ſuperficiem ſuperficie ſphæræ maiorem, ſphæræ æqualis deprehenditur, cum ipſius altitudo ei, quæ ex centro ſphęrę ſit æqualis. Cylindrus autem baſim habens eandem, quã conus. quæ eſt æqualis ſuperficiei ſphęræ, & altitudinem, tertiam partem axis coni, quippe qui eſt æqualis cono, ſpæræ etiam ęqualis inuenitur, cum maiorem, quàm ipſa ſuperficiem habeat. nam duę cylindri baſes duplę ſunt baſis coni, hoc eſt ſuperficiei ſphęræ. ergo cum utraque figura ſuperficiem habeat ſuperficiei ſphęræ æqualem, tunc ſphæra neceſſario utraque ipſarum maior erit.

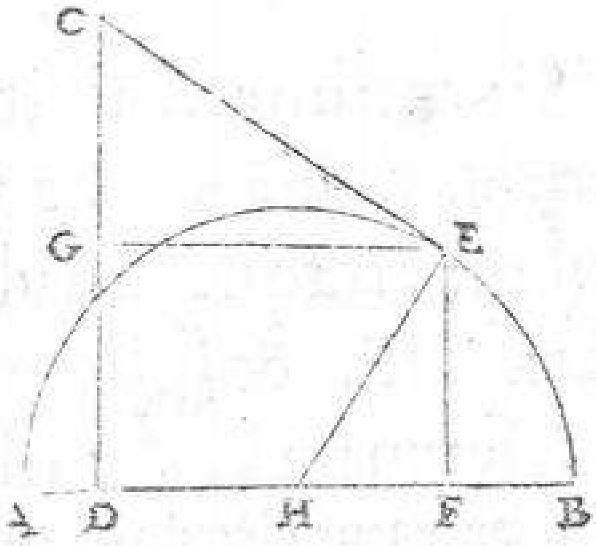
Hęc igitur de comparatione ſphęrę cum quinque figuris, & cum conis & cylindris dicta ſint. Quæ vero ab Archimede, vt diximus, ſunt demonſtrata, & nos aliter demonſtrabimus, pręmittentes lemmata nonnulla, quæ ad eorum demonſtrationes pertinent.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XX.

Sit ſemicirculus in diametro AB, & perpendiculares vtcumque ad diametrum CD EF; & contingens CE. Dico rectangulum contentum bis FE EC æquale eſſe ei, quod AB DF continetur.

Ducatur

Ducatur enim a puncto E ad CD perpendicula-
ris EG, & ſumpto H centro iungatur EH. Quoniā A
igitur rectus eſt angulus CEH, erit CEG reliquus
reliquo FEH æqualis. ſed & rectus ad F æqualis eſt
recto ad G. æquiangulum igitur eſt CEG triangulū
triangulo HEF; & ut FE ad EH, ita GE ad EC. ergo 4 sexti.
rectangulum, quod continetur FE EC ęquale eſt B
contento HE EG. ac propterea quod bis contine-
tur FE EC contento bis HE EG eſt æquale. Sed con 15. quin.
tento bis HE EG æquale eſt quod AB DF cōtinetur C
eſt. n. GE ipſi DF æqualis. rectangulū igitur contē
tum bis FE EC æquale eſt ei, quod continetur AB
DF. quare & contentum utraque ipſarum ſimul EF
DG, & CE ęquale eſt ei, quod AB DF continetur.



COMMENTARIVS.

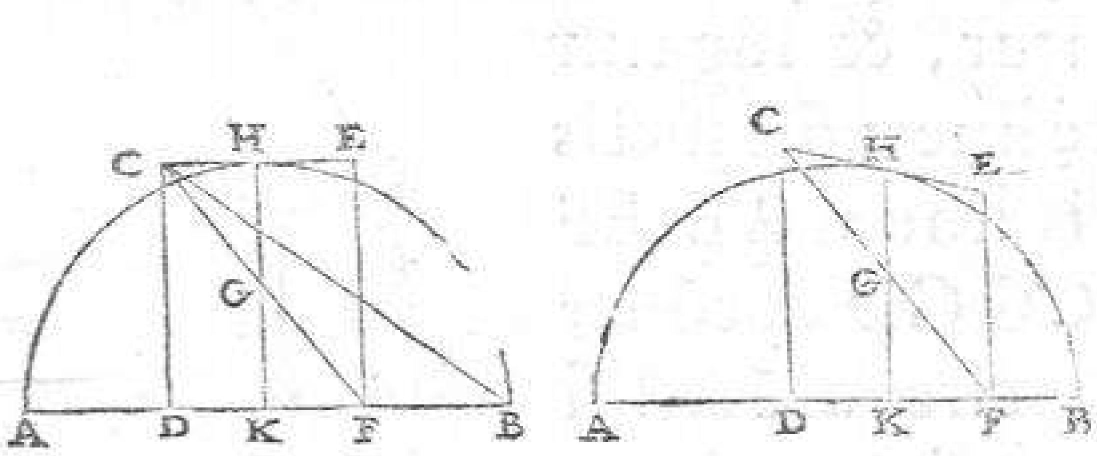
Erit CEG reliquus reliquo FEH æqualis] *Cum enim ab angulo* CEF, *ex altera quidē parte auferatur angulus rectus* CEH, *ex altera uero rectus* FEG; *erit & reliquus* HEF *reliquo* CEG *æqualis,* A

Ergo rectangulum, quod cōtinetur FE EC ęquale eſt contento HE EG] *ex 16. ſexti libri elementorum.* B

Sed contento bis HE EG æquale eſt quod AB DF continetur] *Eſt enim* AB *ipſius* HE *dupla.* C

THEOREMA XX. PROPOS. XXI.

Sint rurſus ad diametrum vtcũque perpendiculares CD EF: & CHE ſemicirculum contingens, ita vt CH ipſi HE ſit ęqualis. Dico rectangulum contentum AB DF ęquale eſſe ei, quod utraque ſimul CD EF, & CE continetur.



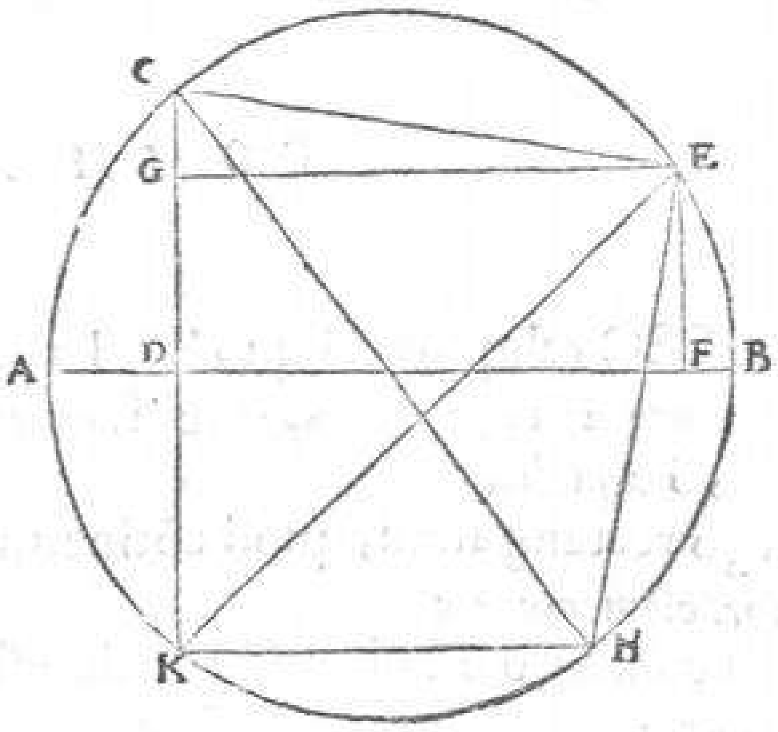
Ducatur enim perpendicularis HK, & CGF iungatur. Itaque quoniam parallelæ ſunt CD HK, EF, & CE ipſius CH eſt dupla; erit & EF dupla HG: & CD ipſius GK. ergo & utraque ſimul CD EF ipſius HK eſt dupla. & ex eo, quod proxime oſtendimus rectangulum contentum bis KH HC eſt æquale ei, quod continetur AB DK, & ipſorum dupla. rectangulum igitur contentum utraque ſimul CD EF, & CE æquale eſt ei, quod AB DF continetur.

4. sexti
2. quinti.

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXII.

Sit rurſum ſemicirculus, & recta linea vt contingit CE; perpendicularesque CD EF. Dico rectangulum, quod continetur vtraque ſimul CD EF, & CE ęquale eſſe contento recta linea DF, & ſubtendente circumferentiam, quæ una cum circumferentia CE ſemicirculum perficit.

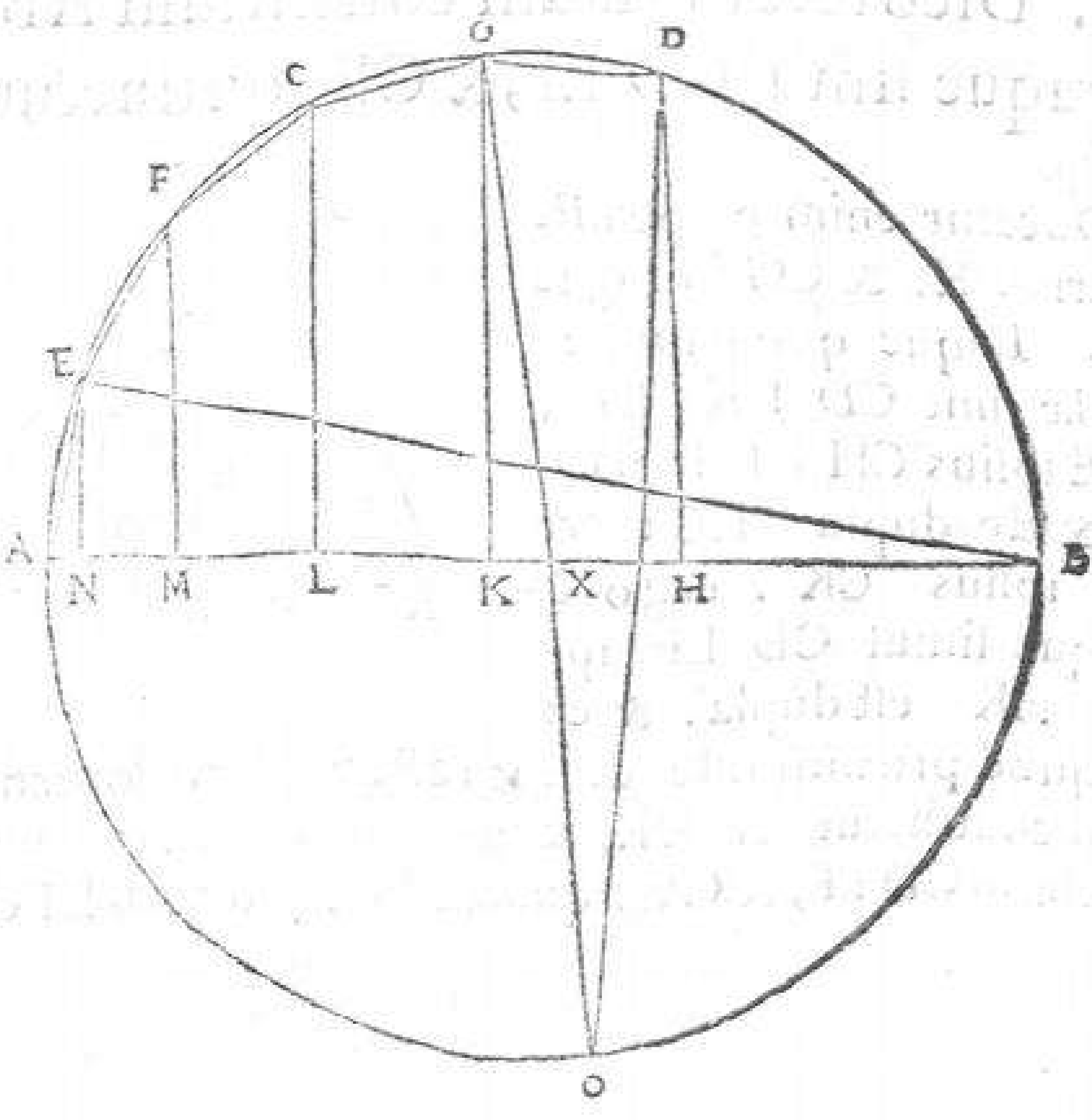
Compleatur circulus, ſitq; ipſius diameter CH, & producta CD in K, ad ipſam perpendicularis ducatur EG: & FH EK iūgantur. Quoniā igitur AB ſecat CK ad rectos angulos, æqualis ē CD ipſi DK. Sed & GD
3 tertii. eſt æqualis EF; & DF ipſi GE. quæ uero reli
34 primi quam ſemicircurli CEH circumferentiam
21 tertii. ſubtendit, eſt FH. Itaque quoniam angulus K eſt æqualis angulo H, & HEC angulus in ſemicirculo rectus æqualis recto ad G; erunt triangula HEC KEG
4 sexti. æquiangula. ergo ut HE ad EC, ita
16 sexti KG ad GE. & ob id rectangulum contentum HE EG, hoc eſt HE DF ęquale eſt ei, quod GK CE, hoc eſt ei, quod utraque ſimul CD EF & CE continetur.



THEOREMA XXII. PROP. XXIII.

Et ex hoc manifeſtum eſt, ſi alicuius ſemicirculi ACB circumferentia quędā vt ACD in quotcūque partes ęquales diuidatur, & iūgātur rectę lineę; q̃ a iūctis rectis lineis AE EF FC CG GD ex cōuerſione circa axē AB fiūt ſuperficies ęquales ſūt circulo, cuiꝰ ſemidiameter, (iūcta EB) poteſt id, quod EB AH continetur.

Superficies .n. quæ fit a GD ē æqualis circulo, cuius ſemi-



ſemidiameter pōt id, quod cōtinetur vtraq; ſimul GK DH,& GD; quarũ media proportionalis
eſt ſemidiameter dicti circuli. dicit enim Archimedes. Si conus iſoſceles A
plano ſecetur, baſi parallelo; ſuperficiei coni, quæ inter parallela plana intericitur
æqualis eſt circulus, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter latus coni,
quod eſt inter plana parallela, & rectam lineam æqualem utriſque ſemidiametris
circulorum; qui in parallelis planis conſiſtunt. ergo ſuperficies facta a GD eſt æqualis
circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod utraque ſimul GK DH, & GD continetur.
quod quidem demonſtratum eſt æquale ei, quod continetur EB KH. Superficies B
vero quæ fit a CG ſimiliter ęqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id,
quod continetur EB LK; etenim completo circulo, & recta linea æquali ipſi EB per
G in circulum aptata, quod continetur ipſa & LK eſt æquale contento utraque ſimul
CL GK, & CG & ſuperficies facta a CF æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter
poteſt illud, quod continetur EB MN; hoc enim eſt æquale ei, quod utraque ſimul
LN FM, & EF continetur. & in reliquis eodem modo. At conica ſuperficies facta ab C
extrema AE ęquali eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod EB AN continetur.
quod quidem eſt æquale rectangulo AEN. triangula namque AEB AEN
NEB æquiangula ſunt, & ſuperficies facta ab AE æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter
poteſt id, quod AE EN continetur; hoc enim Archimedes ipſe demōſtrauit.
ergo ſuperficies facta ab omnibus DG GC CF FE EA compoſita æqualis eſt circulo,
cuius ſemidiameter poteſt id, quod EB AH continetur. Perſpicuum autem
eſt, ſi tota ſemicirculi circumferentia in partes æquales diuidatur, quarum una
ſit AE, & inter ſe iungantur; ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex
ſimili conuerſione æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt illud, quod EB
BA continetur.

COMMENTARIVS.

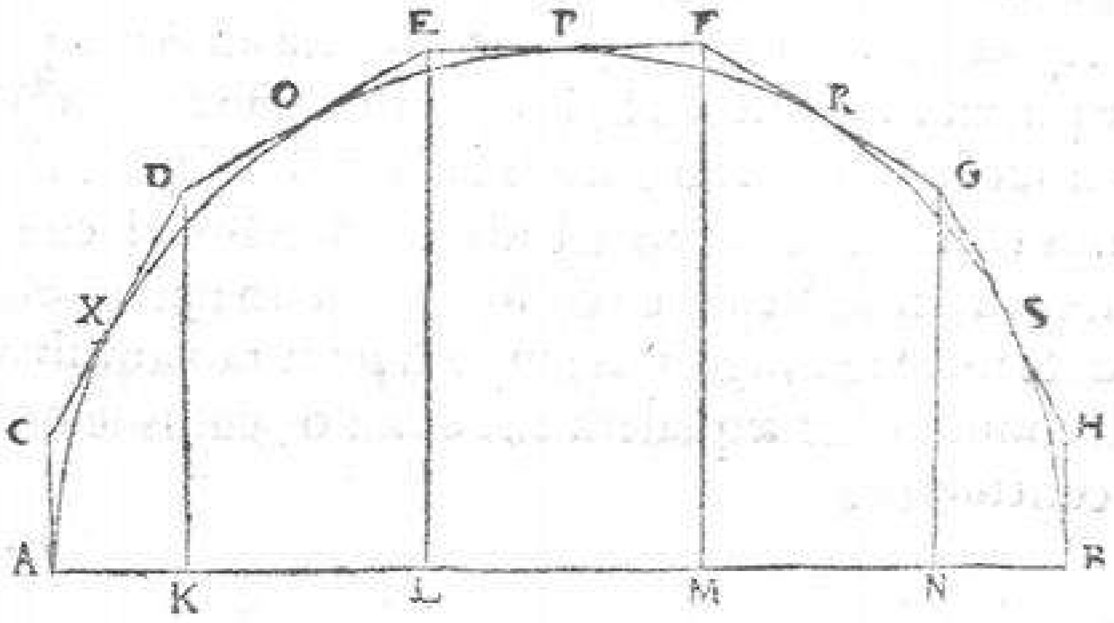
A Dicit enim Archimedes, ſi conus iſoſceles, &c.] *In propoſitione 16. primi libri de*
ſphæra & cylindro.

B Quod quidem demonſtratum eſt æquale ei, quod continetur EB KH] *Compleatur*
enim circulus, cuius centrum X, & ducta GX *producatur ad circumferentiam in*
O, iungaturque DO; erit circumferentia DBO ea, quæ una cum GD *ſemicirculum perficit.*
quare ex antecedente contentum utraque ſimul GK DH & GD *ęquale eſt ei, quod DO*
KH *continetur. Sed cum circumferentia* GDBO *ſit ſemicirculi, æqualis erit circumferentiæ*
ACB. *atque eſt circumferentia GD æqualis ipſi AE. ergo & reliqua DBO reliquæ ECB*
eſt ęqualis. & ob id recta linea DO æqualis eſt rectæ EB. *contentum igitur utraque ſimul* GK 29 tertii
DH, & GD eſt æquale ei, quod EB KH *continetur.*

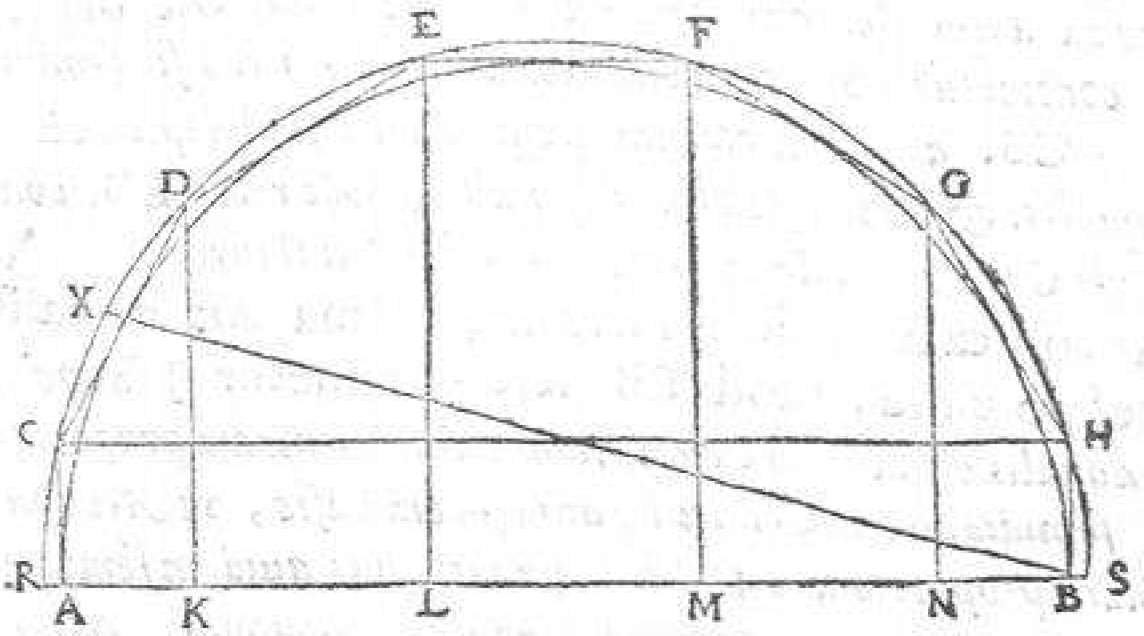
C At conica ſuperficies facta ab extrema AE æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter
poteſt id, quod EB AN continetur] *Superficies namque conica, quæ fit ab*
AE *æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter AE latus coni, &*
EN ſemidiametrum circuli, qui eſt coni baſis, ut Archimedes in primo libro de ſphæra, &
cylindro propoſitione 14. *demonſtrauit. quæ quidem ſemidiameter poteſt id, quod* AE EN 17 sexti
continetur. Cum autem in triangulo orthogonio AEB *ab angulo recto ad baſim perpendicularis*
ducatur EN, *erunt triangula AEN* ENB *ſimilia toti, & inter ſeſe.* 8 sexti.
ergo ut AN ad NE, *ita eſt* AE *ad* EB: *& ideo quod continetur* AN *EB* 4
eſt æquale contento AE *EN. Superficies igitur conica facta ab AE eſt æqualis circulo,*
cuius ſemidiameter poteſt id, quod AN EB continetur.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIIII.

Diuidatur autem rurſus ſemicirculi circumferentia in quotcumque partes ęquales, in quibus contingentes ducantur, ſicuti in deſcriptione apparet. Dico ſuperficies, quæ fiunt ab ipſis CD DE EF FG GH ex ſimili conuerſione, ęquales eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt AB.



Ducantur perpendiculares a punctis DEFG ad diametrum. Itaque cum CX ſit æqualis ipſi XD, & perpendiculares CA DK; rectangulum BAK æquale eſt ei, quod vtraque CA DK & CD continetur.
A hoc enim in theoremate 21. priùs oſtenſum eſt. ſed ſuperficies facta a CD æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur utraque
B CA DK, & CD, ex eodem 16. Archimedis theoremate. circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id, quod BA AK continetur, ęqualis eſt ſuperficiei factæ a CD. Similiter & circulus, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur AB KL, cũ rurſus DO æqualis ſit OE, eſt ęqualis ſuperficiei, quæ fit a DE. & ita in aliis, quę ſequun-
C tur. ergo & circulus, cuius ſemidiameter AB ęqualis eſt ſuperficiei factę ab omni-
D bus CD, DE, EF, FG, GH. Vel hoc modo.



Idem polygonum ACDEFGHB inſcribatur alteri ſemicirculo, circa idem centrum, cuius ſemidiameter ſit RS: & perpẽdiculares ſimiliter
E ducantur. erit vtique CD ipſius AC dupla, & GH dupla HB, ex eo, quod propoſitum eſt. & idcir-
F co CD una cũ DH ęqualis eſt ipſi XDS, ſubtẽdit enim circũferentiã CDH iuncta CH, quæ eſt æqualis ipſi AC, hoc eſt ipſi XDS. ergo ex 21. theoremate, quod continetur CH AK, hoc eſt BAK rectangulum æquale eſt ei, quod utraque CA DK, & CD continetur. & quod continetur AB KL eſt æquale contento utraque DK EL, & DE. & in reliquis eodem modo. quare omnia omnibus ſunt æqualia. Circulus igitur, cuius ſemidiameter eſt AB æqualis erit ſuperficiebus, quæ ab ipſis CD DE EF FG GH fiunt.

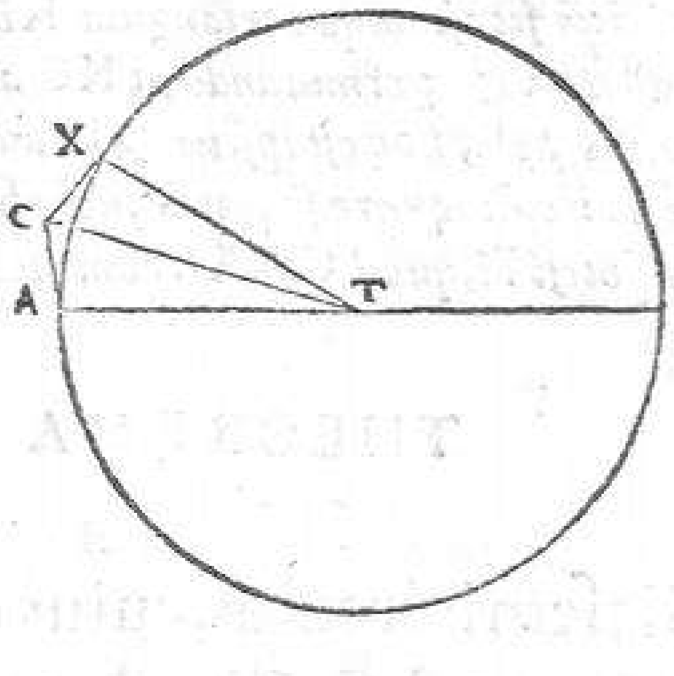
COMMENTARIVS.

Hoc enim in theoremate 21 prius oſtenſum eſt] *Græcus codex ſic habet.* τοῦτο γάρ βγ θεωρήματι προδέδεικται. *Sed quoniam theorema illud in diuiſione noſtra vigeſimum primum obtinet locum, ita vertere maluimus.* A

Ex eodem 16 Archimedis theoremate] *in Græco codice legitur* διὰ τὸ αὐτὸ ἀρχιμήδους ιζ θεώρημα. *Sed fortaſſe corrigēdū eſt* 15, *namque illud theorema eſt ſextumdecimum primi libri de ſphæra, & cylinvro.* B

Frgo & circulus, cuius ſemidiameter AB æqualis eſt ſuperficiei factę ab omnibus CD, DE, FF, FG, GH] *poteſt enim ſemidiameter* AB *id quod* AB, *& omnibus eius portionibus,* AK, KL LM MN NB *continetur, ex prima ſecundi libri elementorum Animaduertendum autem eſt rectam lineam contingentem* AC *ipſi* CX *æqualem eſſe, &* XD *ipſi* DO, *& ita in reliquis:* C

Sit enim circuli centrum T, *& ducātur* CT, XT. *Quoniam igitur trianguli* ACT *angulus ad* A *rectus æqualis eſt recto ad* X *trianguli* XCT; *& circa angulos, qui ad* T, *latera ſunt proportionalia, immo vero æqualia. eſt enim* TA *æqualis* TX, *cum ſint a centro ad circumferentiam, &* CT *utrique communis: reliquorum autem angulorum, qui ad* C *vterque eſt recto minor. triangulum igitur* ACT *triangulo* XCT *æquiangulum eſt, ex 7 ſexti libri elementorum: & ut* TA *ad* AC, *ita eſt* TX *ad* XC: *& permutando, ut* TA *ad* TX, *ita* AC *ad* CX, *ſed* TA, TX *ſunt æquales. ergo & ęquales* AC CX. *Eodem modo, & in reliquis demonſtratio fiet. ex quibus ſequitur* DC *ipſius* CA *duplam eſſe, &* GH *duplam ipſius* HB.



Vel hoc modo] *Illud idem aliter oſtendit, nempe alio polygono circa triangulum deſcripto, cuius idem ſit centrum, & diameter* RS. D

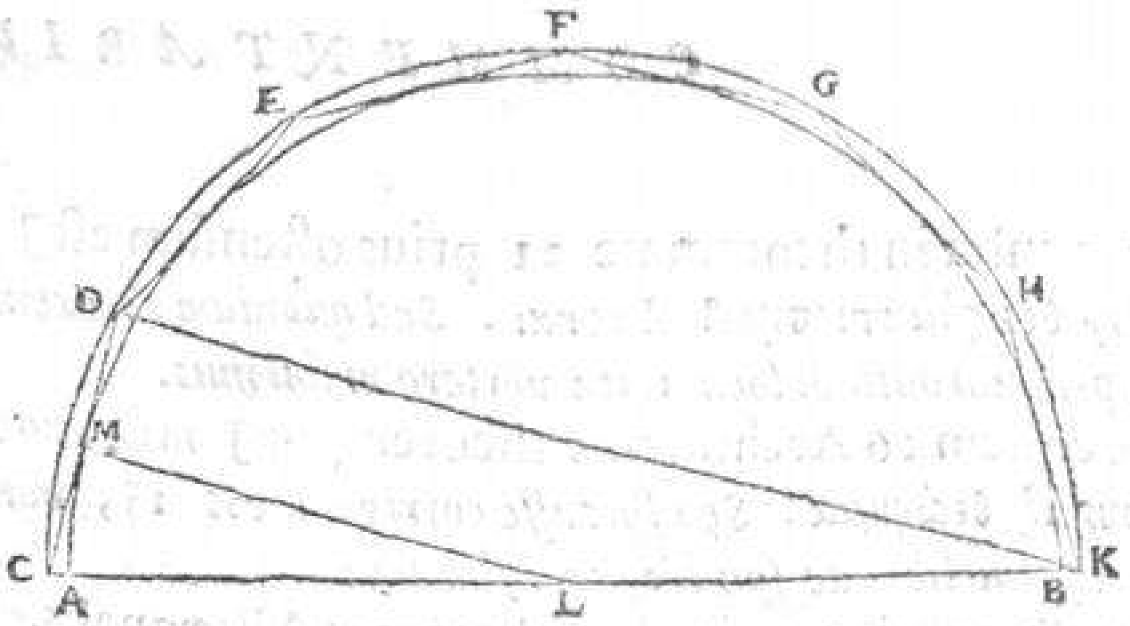
Erit utique CD ipſius AC dupla, & CH dupla HB.] *quod nos proxime oſtendimus.* E

Et idcirco CD vna cum DH æqualis eſt ipſi XDS] *Græcus codex habet.* καὶ διὰ τοῦτο ἡ γδ μετὰ τῆς δθ ἴση τῇ δθσ. *Sed mendoſe, vt arbitror. neque enim* CDH *ipſi* DHS *eſt æqualis. Quamobrem nos hunc locum reſtituimus aptata in ſemicirculum figura, ita ut circumferentia* CD *bifariam ſecetur in* X, *& iungatur* XS. *namque fiet* CX *æqualis* RC, *&* HS. *Quod ſi a ſemicirculo auferantur* RC SH, *quæ vtraque ſimul ſunt æquales* RX, *relinquetur circumferentia* CDH *ipſi* XDS *æqualis, uidelicet ei, quæ una cū* RX, *hoc eſt una cum* CD *ſemicirculum complet. recta igitur linea* CH, *quæ ei ſubtenditur, hoc eſt* AB, *ipſi* XS *ęqualis ſit neceſſe eſt.* F

Ex iis, quę hoc loco demonſtrata ſunt, conſtat ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus AC CD DE EF FG GH HB *æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt* AB, *vna cum duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt ipſi* CA, *vel* HB *æquales.*

Sed illud quoque demonſtrare oportebat,

De-



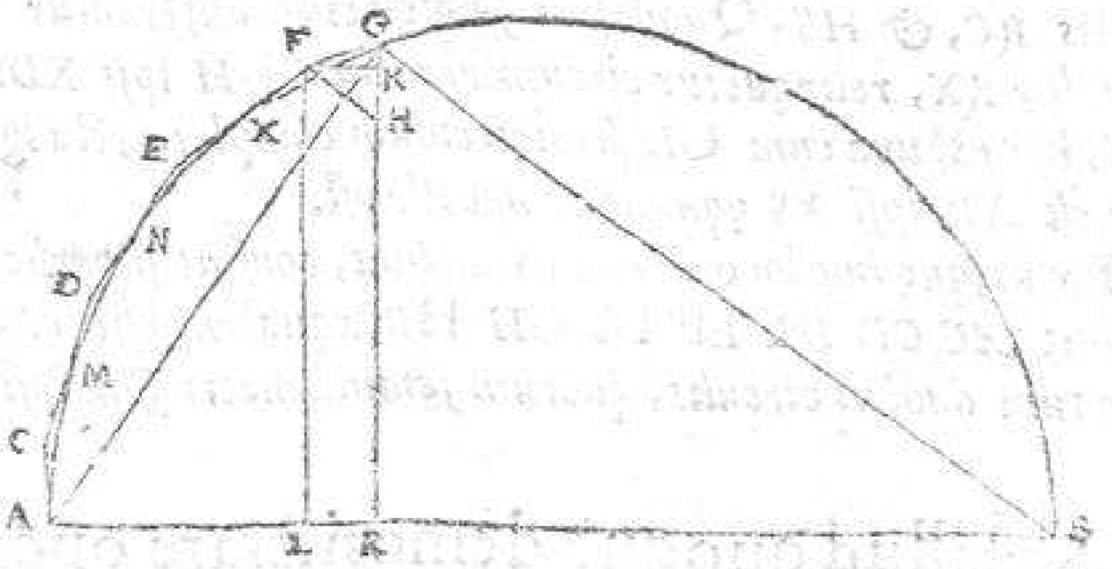
Deſcribatur circa ſemicirculum, cuius diameter AB polygonum æquilaterũ CDEFGHK. quod quidem ab altero ſemicirculo CDK circa idem centrum comprehendatur. Dico ſuperficiem, quæ fit a lateribus CD DE EF FG GH HK ex conuerſione circa CK æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod CK AB continetur.

Polygonum enim ſemicirculo circumſcriptum, cuius diameter AB, inſcriptum eſt ſemicirculo CDK. ergo ſi DK iungatur, ſuperficies facta ab omnibus polygoni lateribus æqualis erit circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod continetur DKC ex demonſtratis in 23. huius. Sed DK ipſi AB eſt æqualis, ut perſpicue apparet. Sit enim centrum L, & a puncto L ad punctum, in quo CD ſemicirculum contingit, ducatur LM. erit LM ad CD perpendicularis, & ipſi DK parallela; quod angulus CDK in ſemicirculo etiam rectus ſit: ſientque triangula KDC LMC inter ſe ſimilia. Ut igitur CK ad KD, ita eſt CL ad LM: & permutando ut KC ad CL, ita DK ad ML. eſt autem KC dupla CL. ergo & DK ipſius ML, hoc eſt ipſius AL dupla erit. ac propterea DK erit ęqualis ipſi AB diametro minoris circuli. quare ſequitur ſuperficiem factam a polygoni lateribus, circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod CK AB continetur, æqualem eſſe.

18 tertii
28 primi

THEOREMA XXIIII. PROPOS. XXV.

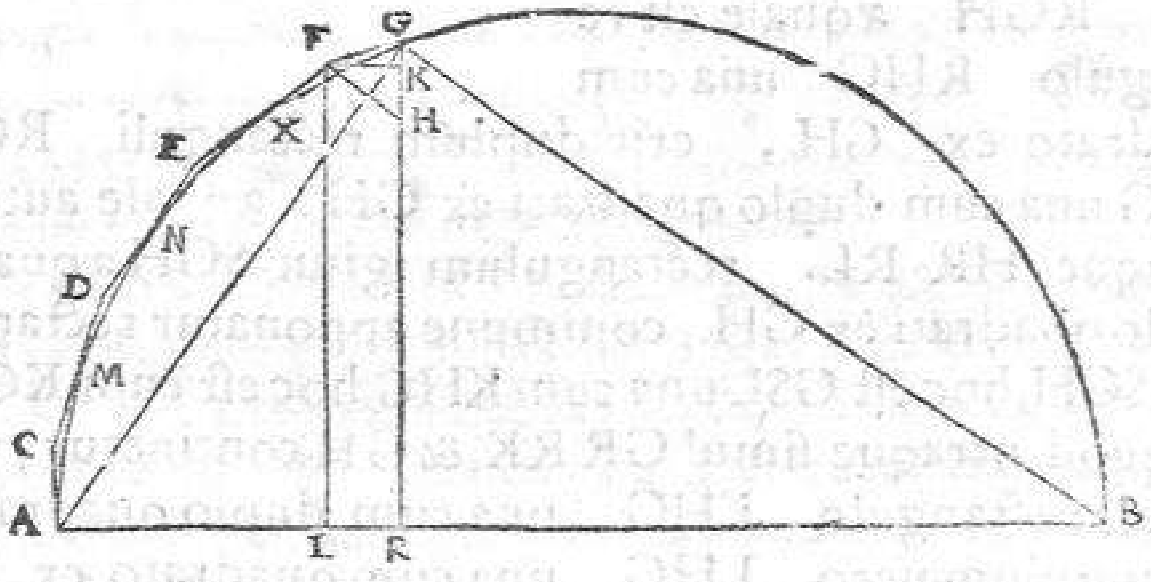
Sit ſemicirculus, cuius diameter AB, & ducatur recta linea ut contingit AG, diuidaturque AG circumferentia in quotcumque partes ęquales in MNX: a punctis uero AG, & à diuiſionibus ducātur rectæ lineę contingentes AC CD DE EF FG. & ipſi FG ęqualis fiat GH; perpendiculari exiſtēte GR. Dico ſi circa axem AB ſemicirculus conuerſus in priorem locum reſtituatur; ſuperficiem factam ab omnibus AC CD DE EF FG maioré eſſe, quam circulú, cuius ſemidiameter eſt AG, circulo, cuius ſemidiameter poteſt dimidiú eius, quod fit a recta linea HF.



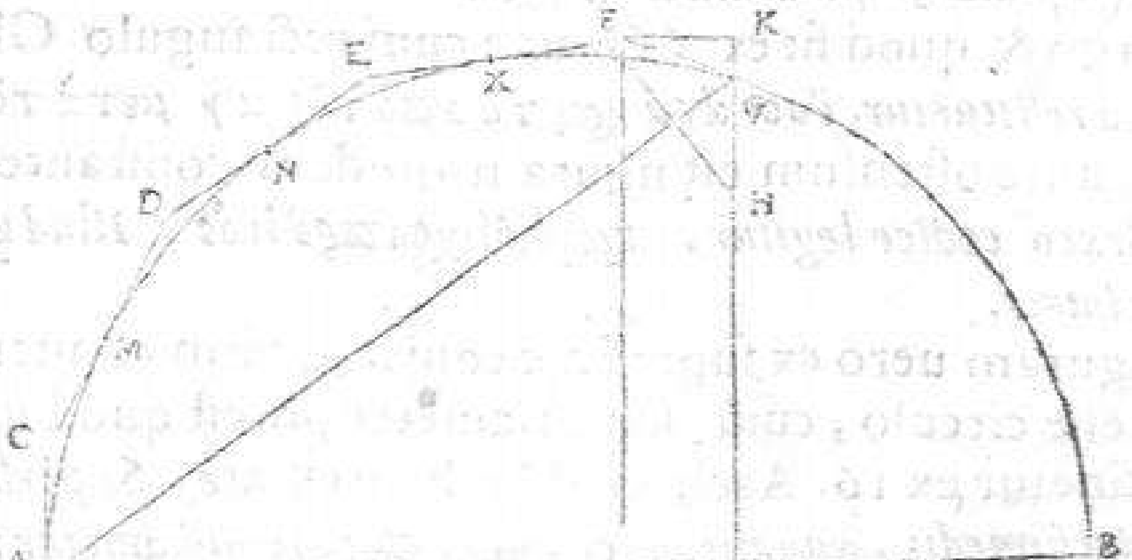
Ducantur perpendiculares a puncto F, ad rectam quidem lineam AB ipſa FL; ad GR uero FK. quę quidem FK, cum an-

gulus

gulus FGH ſit acutus, inter G H cadet; cum autem obtuſus, cadet extra G, vt in figuris aparet. Itaque quoniam rectangulum contentum bis RGH, vel RGF æquale eſt ei, quod AB LR cōtinetur. hoc enim in xx. theoremate eſt demōſtratum. B commune apponatur rectangulum BAL vna cum GHK. ergo rectangulū BAL vna cum eo, quod BA LR continetur, & GHK æquale eſt contento bis RGH vna cum BAL & GHK. ſed rectangulo BAL vna cum eo, quod BA LR C continetur, hoc eſt rectangulo BAR æquale eſt, quod fit ex AG. ergo & quod D E fit ex AG vna cum rectangulo GHK eſt æquale contento bis RGH vna cū GHK, & BAL. contento autem bis RGH vna cum GHK æquale eſt quod vtraque ſimul GR RK, & GH continetur vna cum quadrato ex GH. hoc namque deinceps demonſtrabitur. ergo quod fit ex AG vna cum GHK eſt æquale rectangulo BAL, & ei, quod continetur vtraque ſimul GR RK, & GH vna cum quadrato ex GH. Quoniá autem circuli inter ſe eandem proportionem habent, quam diametrorum, & ſemidiametrorum quadrata; & ante oſtenſum eſt figuram quidem conſtantem ex ſuperficiebus conicis, quæ fiunt a contingentibus CD DE EF, ęqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt, F quod continetur BAL; figuram vero ex conica G ſuperficie, quæ in conuerſione fit ab ipſa FG æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod vtraque ſimul GR RK & GH continetur ex 16 Archimedis theoremate, & figura, quę fit a CA circulus eſt, cuius ſemidiameter poteſt id quod fit a GH: erunt H tres circuli, hoc eſt ſuperficies facta ab AC CD DE EF FG maior eſt, quam cir K culus, cuius ſemidiameter poteſt, quod fit ab AG circulo, cuius ſemidiameter poteſt, quod GHK continetur, hoc eſt dimidium eius, quod fit ab FH. At vero dimi L dium eius, quod ab FH æquale eſſe ei, quod continetur GHK ex his patet. Nam in prima figura, cum angulus FGH acutus eſt, quod fit ab FH vna cum eo, quod bis HGK continetur, æquale eſt duobus quadratis ex FG GH per 13 ſecundi libri elementorum. ergo dimidiū eius, quod fit ab FH vna cum rectāgulo HGK æquale eſt quadrato ex HG, quòd ęquales ſint FG GH. Sed quadratum ex HG eſt æquale rectangulo HGK una cum ipſo GHK. quare ſubiato communi HGK, ſecundi. erit reliquum, videlicet dimidium eius, quod fit ab FH reliquo GHK ęquale.



Cum autem angulus FGH ſit obtuſus, vt in ſecunda figura, rurſus rectangulum KHG æquale eſt dimidio eius, quod fit ab FH, quoniam enim quod fit ab FH maius eſt, quam quadrata ex FG GH, eo quod bis HGK continetur, erit dimidium eius, quod fit ab FH



maius

maius, quam quadratum ex GH, rectangulo HGK. quadratum igitur ex GH vna cũ rectangulo HGK ęquale eſt dimidio eius, quod fit ab FH. ſed quadratum ex GH vna cum HGK rectangulo eſt ęquale rectangulo KHG ex 3. ſecundi libri elementorum.
M dimidium igitur eius, quod ab FH rectangulo KHG eſt æquale. Et quoniam di-
N midium eius, quod ab FH ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG; conſtat ſuperficiem factam ab AC CD DE EF FG, circulo, cuius ſemidiameter eſt AG una cũ duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt FG, minorem eſſe.

Quod autem bis continetur RGH una cum rectangulo KHG, æquale eſſe ei, quod utraque ſimul GR RK, & GH continetur, una cum quadrato ex GH, ita demonſtrabimus.

O Ponatur rectę lineæ, GR
3 secun. æqualis RS, & ipſi HR
æqualis RL, reliqua igitur
LS ipſi GH eſt æqualis.
Itaque quoniam rectangulum RGH æquale eſt rectangulo RHG una cum
15 quin. quadrato ex GH, erit duplum rectanguli RGH æquale duplo rectanguli RHG una cum duplo quadrati ex GH. æquale autem inter ſe ſunt GR RS;
P itemque HR RL. rectangulum igitur SGH æquale eſt rectangulo LHG una cũ duplo quadrati ex GH. commune apponatur rectangulum KHG. ergo rectangu-
Q R lum SGH, hoc eſt GSL una cum KHG, hoc eſt cum KGH, & quadrato ex GH. videlicet quod utraque ſimul GR RK, & GH continetur, una cum quadrato ex GH eſt æquale rectangulo LHG una cum duplo quadrati ex GH, & rectangulo KHG. rectangulum uero LHG una cum quadrato ex GH æquale eſt rectangulo LGH. & quadratum ex GH eſt æquale ei, quod GH LS continetur. rectangulum igitur SGH videlicet, quod bis continetur RGH una cũ rectangulo KHG ęquale eſt ei, quod utraque ſimul GR RK, & GH continetur una cum quadrato ex GH.

COMMENTARIVS.

A Dimidium eius, quod fit a recta linea HF] *Græcus codex habet* τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἴσῃ τῇ θζ. *Sed nos perſpicuitatis cauſſa ita vtendum cenſuimus.*

B Hoc enim in xx. theoremate eſt demonſtratum] *In Græco codice legitur.* τοῦτο γὰρ ἐν τῷ δευτέρῳ θεωρήματι δέδεικται.

C Sed rectangulo BAL vna cum eo, quod BA LR, continetur, hoc eſt rectangulo BAR] *ex prima ſecundi libri elementorum.*

D Aequale eſt quod fit ex AG] *Iuncta enim BG triangula ABG AGR ſimilia ſunt ex octaua ſexti libri elementorum. ergo vt BA ad AG, ita GA ad AR, ac propterea rectangulo*
4
17 sexti. *BAR æquale eſt quadratum ex AG.*

E Ergo & quod fit ex AG una cum rectangulo GHK] *Græcus codex mancus eſt, qui ita reſtituetur.* ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ηθκ.

F Et ante oſtenſum eſt figuram quidem conſtantem ex ſuperficiebus conicis.] *In Græco codice legitur.* καὶ ἐδείχθη πρὸ ἑνός. *Illud uero oſtenſum eſt in 24. propoſitione huius.*

G Figuram uero ex ſuperficie conica, quæ in conuerſione fit ab ipſa FG æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod utraque ſimul GR RK, & GH continetur ex 16. Archimedis theoremate] *Superficies conica, quæ fit ab FG ex 16. Archimedis, æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur utraque ipſarum GR FL, & FG. Sed cum RK ſit æqualis FL, & GH æqualis ipſi*

FG,

FG, contentum utraque GR RK, & GH eſt ęquale ei, quod utraque GR FL, & FG continetur.

Et figura quæ fit a CA circulus eſt, cuius ſemidiameter poteſt id, quod fit a GH] *Facta eſt. n. GH æqualis FG, hoc eſt ipſi AC, namque AC CM MD DN NE EX XF FG inter ſe ſunt æquales, quod a nobis ſupra demonſtratum fuit.* H

Erunt tres circuli, hoc eſt ſuperficies facta ab AC CD DE EF FG maior, quam circulus, cuius ſemidiameter poteſt quod fit ab AG, circulo, cuius ſemidiameter põt quod GHK continetur] *Ex iis, quę dicta ſunt, ſequitur tres circulos, hoc eſt ſuperficiē factam ab omnibus AC CD DE EF FG æqualem eſſe duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt AG, & ei cuius ſemidiameter poteſt quod GHK continetur.* K

Hoc eſt dimidium eius, quod fit ab FH. At uero dimidiam eius, quod ab FH æquale eſſe ei, quod continetur GHK ex his patet] *Gręcus codex mancus eſt, quē ita reſtituemus* τουτέστι τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ζθ. ὅτι δὲ τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ζθ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ηθκ δῆλον ἐντεῦθεν. L

Et quoniam dimidiũ eius, quod ab FH ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG] *Dimidium. n. eius quod ab FH, hoc eſt rectangulum GHK ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG. quod quidem in prima figura manifeſte patet, in qua rectangulum GHK minus eſt quadrato ex GH, hoc eſt quadrato ex FG. quare multo minus duplo eiuſdem. In ſecunda uero figura rectãgulum GHK, hoc eſt ex 3. ſecundi lib. elem. quadratum ex GH una cũ rectangulo HGK, idcirco minus erit duplo quadrati ex FG, quod rectangulũ HGK minus ſit quadrato ex GH. etenim recta linea GK ſemper minor eſt, quam FG, quæ maiori angulo ſubtenditur.* M

Conſtat ſuperficiem factam ab AC CD DE EF FG circulo, cuius ſemidiameter eſt AG una cum duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt FG, minorem eſſe] *Superficies facta ab AC CD DE EF FG demonſtrata eſt ęqualis duobus circulis, uidelicet circulo, cuius ſemidiameter eſt AG, & circulo, cuius ſemidiameter poteſt dimidium eius, quod fit ab FH. Sed cum dimidium eius, quod ab FH ſemper minus ſit duplo quadrati ex FG, erit dicta ſuperficies ab AC CD DE EF FG minor tribus circulis, uidelicet circulo, cuius ſemidiameter eſt AG, & duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt FG.* N

Ponatur rectæ lineę GR æqualis RS & ipſi HR æqualis RL] *Hęc demonſtratio ad ſecũdam tantum figuram pertinet; nam primæ figuræ ſequens theorema ſeorſum aptatum eſt.* O

Rectangulum igitur SGH æquale eſt rectangulo LHG una cũ duplo quadrati ex GH] *Nam rectangulum SGH duplum eſt rectangulũ RGH, quod SG dupla ſit ipſius GR RG: & rectangulum LHG duplum eſt rectanguli RHG cum LH ſit dupla ipſius HR.* P

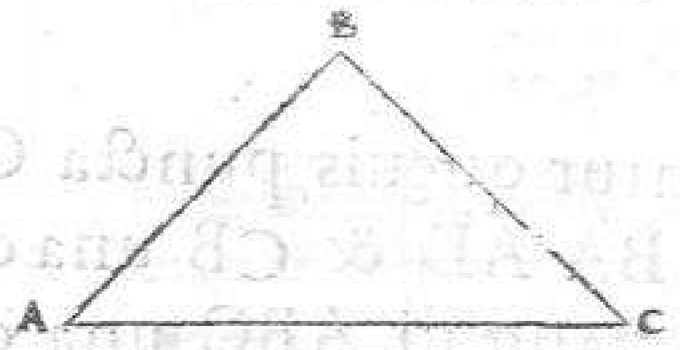
Vna cum KHG, hoc eſt cum KGH & quadrato ex GH] *Sequitur hoc ex 3. ſecundi libri elementorom.* Q

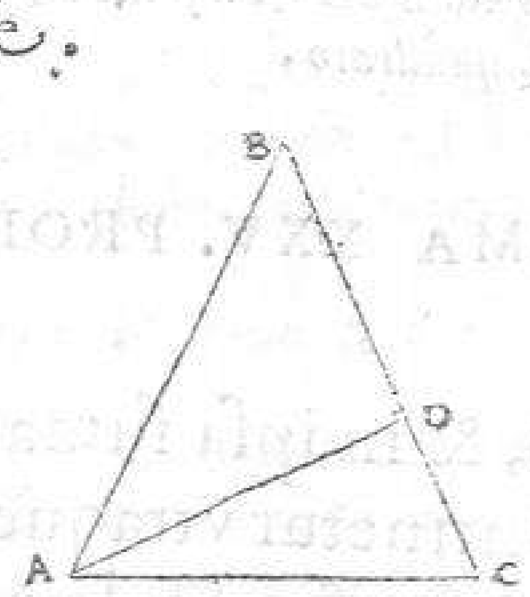
Videlicet, quod utraque ſimul GR RK, & GH cõtinetur, vna cũ quadrato ex GH] *Quod. n. continetur utraque ſimul GR RK, & GH eſt æquale duobus rectãgulis SGH, et KGH* R

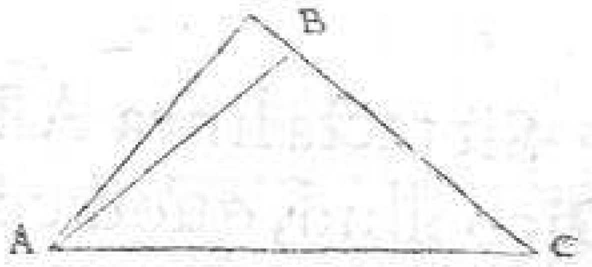
Ex iam demonſtratis duo huiuſmodi theoremata elici poſſunt.

THEOREMA PRIMVM.

Sit triangulum ęquicrure ABC, & a puncto A ad ipſam BC perpendicularis ducatur AD. Dico rectãgulum DCB dimidio quadrati ex AC ęquale eſſe.







Vel igitur angulus ABC rectus eſt, uel acutus, vel obtuſus. Si quidem rectus, quod propo-

ſitum

47 primi *ſitum eſt, manifeſto conſtat, punctum enim D in ipſum B cadet. & cum quadratum ex AC æquale ſit duobus quadratis ex AB DC, erit DCB rectangulum, hoc eſt quadratum ex BC æquale dimidio quadrati ex AC, cum AB BC inter ſe ſint ęquales. Si vero ſit acutus, cadet D* 13 ſecun. *inter B & C, vt in ſecunda figura. & quadratum ex AC una cum duplo rectanguli CBD æquale erit duobus quadratis ex AB BC. dimidium igitur quadrati ex AC una cũ rectangulo CBD eſt æquale quadrato ex BC. at quadrato ex BC æqualia ſunt vtraque rectangula ſimul CBD DCB. ergo communi ſublato CBD, relinquetur rectangulum DCB dimidio quadrati ex AC æquale. Quòd ſi angulus ABC ſit obtuſus, cadet D in ipſam AB productam extra B, ut in tertia figura. Itaque quoniam quadratum ex AC ſuperat quadrata ex AB BC duplo rectanguli CBD;* 12 ſecun. *dimidium quadrati ex AC ſuperabit quadratum ex BC rectangulo CBD. quadratum igitur ex BC una cum rectangulo CBD eſt æquale dimidio quadrati ex AC. Sed quadrato ex* 3 ſecun. *BC una cum rectangulo CBD æquale eſt DCB rectangulum. ergo rectangulum DCB dimidio quadrati ex AC æquale erit.*

THEOREMA II.

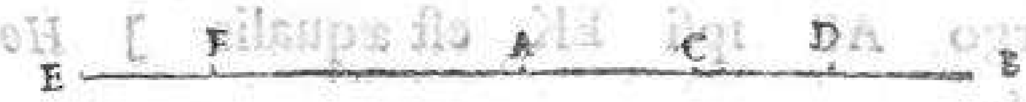
Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur quęuis puncta CD. Dico duplum rectanguli ADC una cum BCD rectangulo ęquale eſſe ei, quod vtraque BA AD, & CD continetur, una cum quadrato ex CD.

Producatur AB ex parte A, ſitq; EA æqualis AD, & FA ęqualis AC. erit & EF reliqua reliquę CD ęqualis. 3 ſecun. *Quoniam igitur ADC rectangulũ æquale eſt rectangulo ACD, una cũ eo, quod fit ex CD quadrato: duplum rectanguli ADC ęquale erit duplo rectanguli ACD, & duplo quadrati ex CD. Sed EDC rectangulum duplum eſt rectanguli ADC cum ED dupla ſit ipſius DA. & eadem ratione rectangulum FCD rectanguli ACD eſt duplum. rectangulum igitur EDC æquale eſt rectangulo FCD, & duplo quadrati ex CD. commune apponatur rectangulum BCD. ergo EDC rectangulum una cum rectangulo BCD eſt æquale rectangulo FCD una cum duplo quadrati ex CD, & rectangulo BCD. rectangulo autem EDC una cũ ipſo BCD,* 3 ſecun. *hoc eſt una cum rectangulo BDC, & quadrato ex CD æquale eſt id, quod continetur EB & CD, hoc eſt quod continetur utraque BA AD & CD una cum quadrato ex CD. at rectangulo FCD una cum quadrato ex CD æquale eſt FDC rectangulo. quadrato autem ex CD æquale eſt id, quod EF & CD continetur. ergo rectangulum EDC, hoc eſt duplum rectanguli ADC una cum rectangulo BCD eſt æquale ei, quod utraque BA AD & CD continetur, una cum eo, quod fit ex CD quadrato.*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVI.

Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur quęuis puncta CD. Dico illud, quod continetur vtraque BA AD & CB una cum quadrato ex CB, ęquale eſſe duplo rectanguli ABC una cum BCD rectangulo.

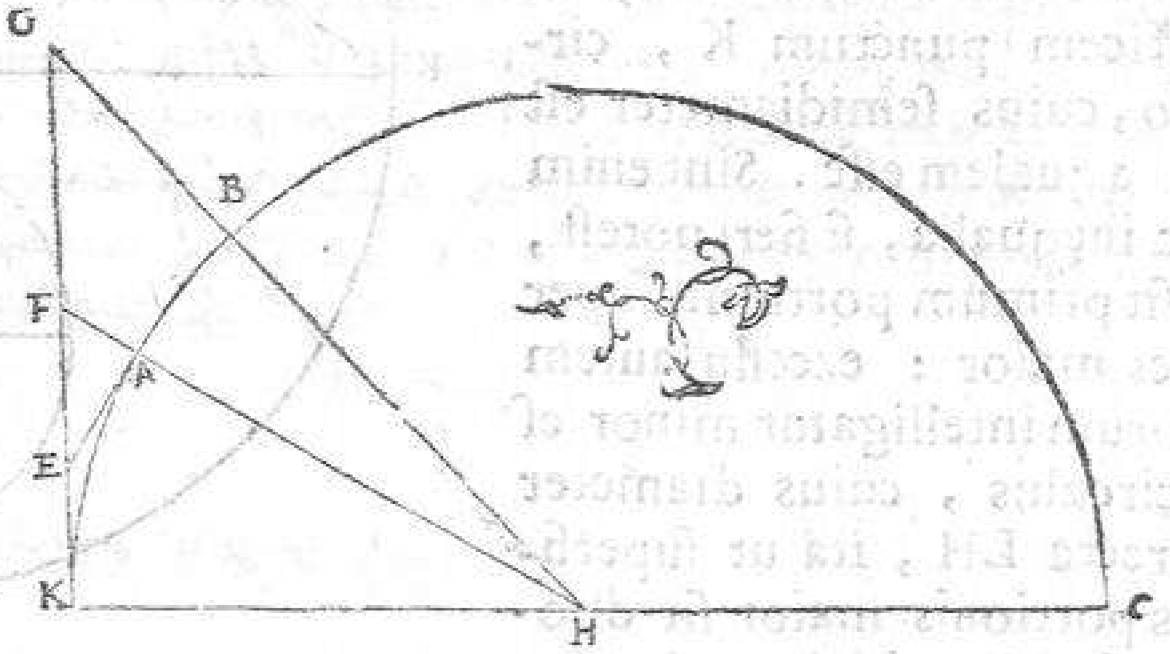
Pona-



[Ponatur ipſi AD æqualis AE, & ipſi AC æqualis AF. reliqua igitur CD æqualis erit EF. Itaq; cum ABC rectangulum æquale ſit rectãgulo ACB vna cũ quadrato ex CB per 3. theorema ſecũdi libri elementorum; erit rectanguli ABC duplum æquale duplo rectanguli ACB vna cum duplo quadrati ex CB. duplo autem rectanguli ACB ęquale eſt rectangulũ FCB; etenim FC ipſius CA eſt dupla. rectangulum igitur FCB una cum duplo quadrati ex CB æquale eſt duplo rectanguli ABC. commune apponatur rectangulum, quod continetur CB & EF, hoc eſt rectangulum BCD. ergo rectangulum ECB vna cum duplo quadrati ex CB eſt æquale duplo rectanguli ABC vna cum BCD rectangulo. Sed rectangulo ECB vna cum duplo quadrati ex CB æquale eſt rectangulum EBC vna cum quadrato ex CB: rectangulum enim ECB una cum quadrato ex CB A eſt ęquale ipſi EBC rectangulo, ex eodem theoremate ſecundi libri elementorũ. ergo rectangulum EBC, hoc eſt id, quod utraque BA AD, & CB continetur, una cum quadrato ex CB, eſt æquale duplo rectanguli ABC una cum BCD rectangulo.

PROBLEMA II. PROPOS. XXVII.

Sit aliqua circuli circumferentia KBC, & recta linea D. Dico fieri poſſe, vt infinite abſcindatur circumferentia KA quæ ipſius KBC pars exiſtat, ita vt ductæ contingentes AE KE minores ſint, quam D recta linea.



Sit enim recta linea contingens KG ipſi D ęqualis, A & ad centrũ ducatur GBH. Itaque ſecãtes circũferẽtiã KBC bifariã, & rurſus eius dimidium bifariam. hocq; ſemper facientes, B relinquemus quãdã circumferẽtiã, ut KA, quæ minor erit, quã KAB. & ducatur recta linea AE poſitione contingẽs. ergo AE ipſi EK eſt ęqualis. & factum iam erit, C quod proponebatur. ducta enim per HA recta linea ad F, erunt KE EA, quam KF minores, D propterea quòd FE maior eſt vtraque ipſarum AE EK, cum angulus FAE ſit rectus: & multo minores, quam D, quę ipſi KG ęqualis ponitur.

COMMENTARIVS.

Sit. n. recta linea cõtingẽs KG ipſi D æquales. & ad cẽtrũ ducatur] GBH *græcus codex mẽdoſus eſt, qui ſic hẽt.* ὡς γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἐλάσσων τῆς δ, καὶ ἐπὶ τό κέντρον ἡ γβη *corrigendus autem hoc modo.* ἔστω γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἴση τῇ δ, καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ ηβθ. *recta enim linea KG non minor, quam D, ſed ipſi æqualis ponitur, quod etiam apparet ex iis, quę ad finem ſcripta ſunt.* A

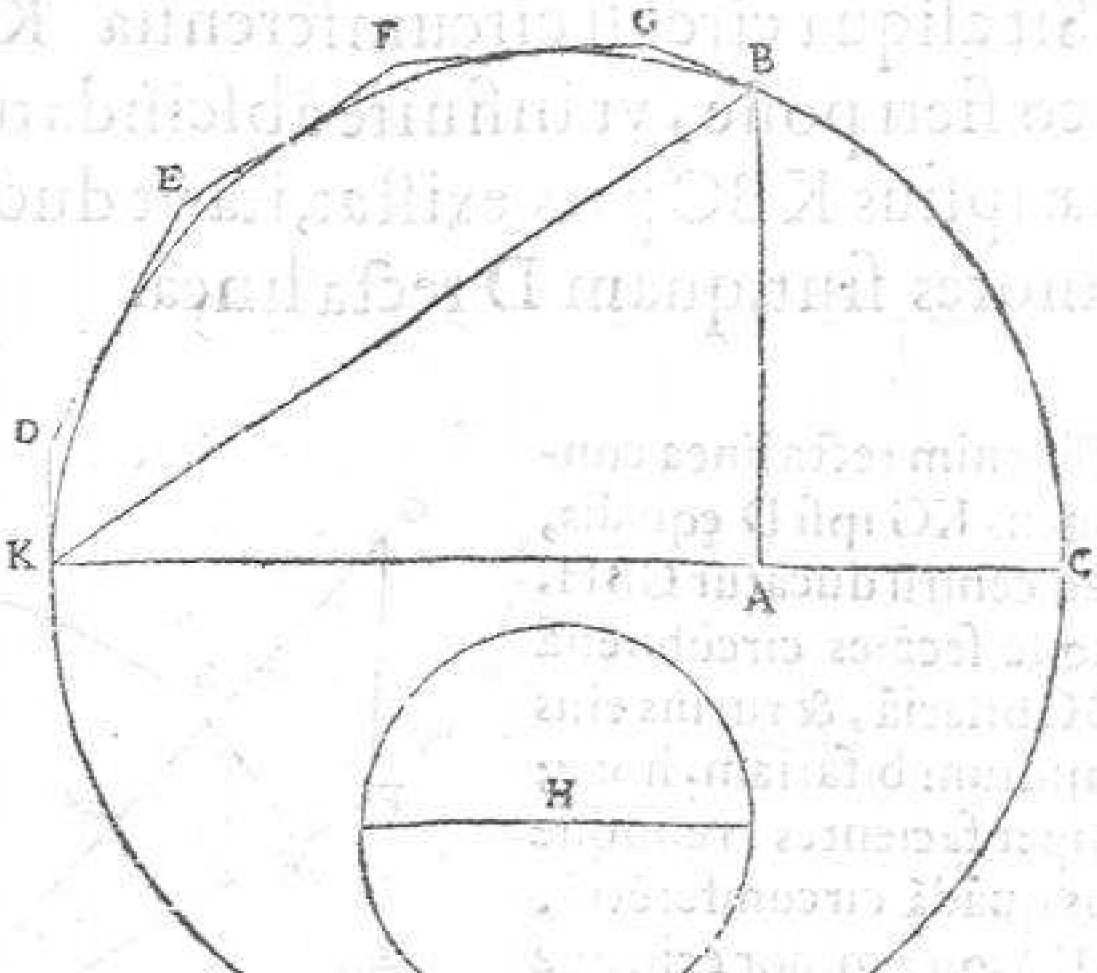
B Relinquemus quandam circumferentiam, ut KA, quæ minor erit, quam KAB] *Ex prima decimi libri elementorum.*

C Ergo AE ipſi EK eſt æqualis] *Hoc nos ſupra in 24. huius demonſtrauimus.*

D Propterea quod FE maior eſt utraque ipſarum AE, EK, cum angulus FAE ſit rectus] *Recta enim linea* FE, *quæ recto angulo ſubtenditur, maior eſt ipſa* EA *ex 19. primi elementorum; & cum* EK *ſit utrique communis, erit tota* KF *maior, quam ipſæ* AE EK. *nam ſi æqualibus, inæqualia addantur, tota erunt inæqualia. Græcus autem codex ſic habet* ὀρθῆς οὔσης τῆς ὑπὸ ζαε, *corrige* ὀρτῆς οὔσης τῆς ὑπὸ ζαε.

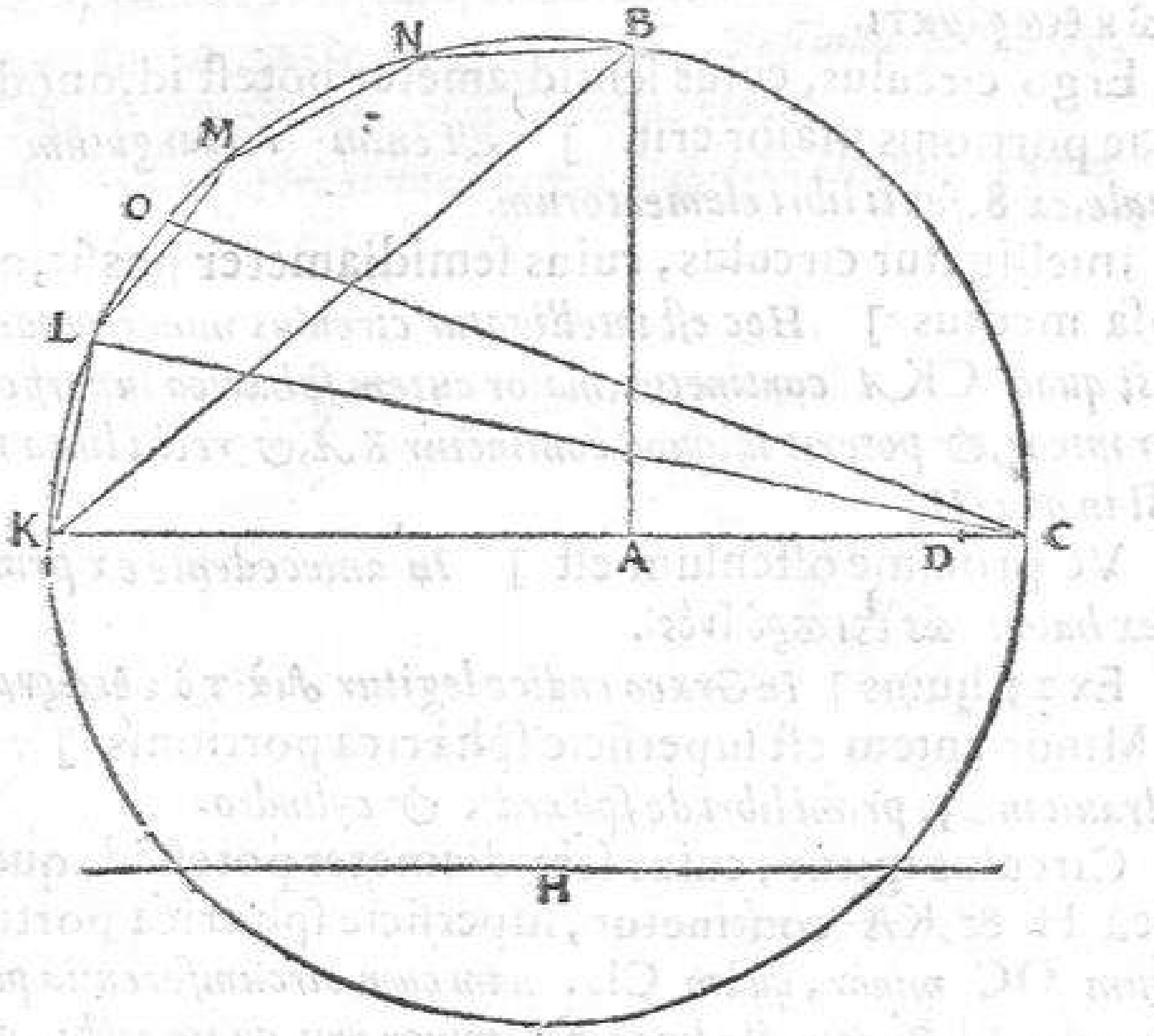
THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVIII.

Omnis portionis ſphęrę curua ſuperficies ęqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter eſt ęqualis ei, quę ex polo ipſius portionis.



Sit enim portio ſphærę, cuius polus eſt punctum K, & quæ ex polo KB. Circulus autem maximus per K B tranſiens ſit, cuius diameter KC, ad quam perpendicularis ducatur BA. Dico ſphæricam ſuperficiem portionis, quæ baſim habet circulum, cuius ſemidiameter AB, & verticem punctum K, circulo, cuius ſemidiameter eſt KB æqualem eſſe. Sint enim hæc inęqualia, ſi fieri poteſt, & ſit primum portionis ſuperficies maior: exceſſu autem ipſorum intelligatur minor eſſe circulus, cuius diameter
A eſt recta LH, ita ut ſuperficies portionis maior ſit duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt KB, & eo, cuius diameter eſt H. diuidaturque circumferentia KB in quotcumque partes æquales, & contingentes ducantur, quemadmodum in figura apparet, ita ut unaquæque ipſarum minor ſit
B ea, quæ poteſt octauam partem quadrati, quod ſit ex recta linea H. hoc enim
C fieri poſſe iam demonſtratum eſt. Quoniam igitur quadratum ex H maius
D eſt eo, quod octies ſit ex GB; & circulus circa diametrum H maior erit duobus circulis, quorum ſemidiameter eſt GB. hi enim duo circuli una cum cir-
E culo, cuius ſemidiameter eſt KB, vt demonſtratum fuit in 25. huius, maiores ſunt ſuperficie facta a rectis lineis contingentibus, quæ quidem circa portionem ſphæræ deſcripta eſt. erit igitur ipſa ſuperficies minor, & ſuperficies portionis ſphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cu-

ius ſemidiameter eſt KB, & circulo, cuius diameter eſt H. atqui maior ponebatur. quod eſt abſurdum.



Sed ſit circulus, cuius
ſemidiameter KB maior
ſuperficie ſphærica por-
tionis. ergo circulus, cu- F
ius ſemidiameter poteſt
id, quod CKA continetur
curua ſuperficie portio-
nis maior erit. Intelliga- G
tur circulus, cuius ſemi-
diameter poſſit id, quod
continetur DKA, inter
ipſa medius. maior igitur
eſt KC, quam recta linea
H. ſit ipſi H æqualis CO.
& diuidatur circumferen
tia KOB in quotcumque
partes ęquales, quarum
vnaquæque ſit minor cir-
cumferentia KLO, vt pro H
xime oſtenſum eſt: iun-
ganturque KL LM MN
NB. ſuperficies igitur quę
ab ipſis fit ex conuerſione circa axem KA, quonſque ad priorem locum redeat,
comprehenditur à ſuperficie portionis, eandemque baſim habet; & eſt ęqualis cir
culo. cuius ſemidiameter (iuncta CL) poteſt id, quod LC & KA continetur
ex 23 huius; minor autem eſt ſuperficie ſphærica portionis. circulus igitur, cuius K L
ſemidiameter poteſt id, quod OC, & KA, hoc eſt quod recta linea H & KA cō M
tinetur, ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit. ſed & maior, cum ſit me
dius inter portionem, & circulum, cuius ſemidiameter KB. quod fieri non po- N
teſt. ex quibus ſequitur ea inter ſe ęqualia eſſe. Conſtat pręterea ſi punctum A ſit O
centrum, portionem eſſe dimidiam ſphæram. atque erit totius ſphæræ ſuperficies P
ęqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt KC, id quod etiam ex vtriſque portioni- Q
bus qualeſcumque ſint, concludi poterit.

COMMENTARIVS.

Ita vt ſuperficies portionis maior ſit duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſe A
midiameter eſt KB, & eo, cuius diameter eſt H] *Græcus codex diminutus eſt, & ita
corrigendus.* ὥςε τὴν ἐπιφάνιαν τοῦ τμήματος μείζονα ἶναι τῶν δύο κύκλων, οὗ τε
ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐςὶν ὑ κβ, καὶ οὗ διάμετρος ἐςὶν ἡ θ; καὶ διηρήσθω ἡ κβ περιφέ-
ρεια εἰς ἴσας ὁποσαοῦν.

Hoc enim fieri poſſe, iam demonſtratum eſt] *In antecedente.* B

Quoniam igitur quadratum ex H maius eſt eo, quod octies fit ex GB.] *In* C
Græco codice habetur. ἐπεὶ οὖν μείζονίς ἐςι τὸ ἀπὸ θ. *ſed legendum* ἐπεὶ οὖν μεῖζον
ἐςι τὸ ἀπὸ θ.

Et circulus circa diametrum H maior erit duobus circulis, quorum ſemidia- D
meter eſt GB] *Quadratum enim ex dupla ipſius GB quadruplum eſt eius, quod fit ex
GB, per 20 ſexti libri elementorum. & duo huiuſmodi quadrata ſimul ſumpta eiuſdem*

ſunt

2. duod. *ſunt octupla : & minora quadrato ex* H . *& cum circuli eandem inter ſe proportionem habeant, quam ipſorum quadrata, erit circulus circa diametrum H maior duobus circulis, quorum diameter eſt dupla ipſius* GB, *hoc eſt quorum ſemidiameter eſt* GB.

E Vt demonſtratum fuit in 25. huius] *In Græco codice legitur* ὡς προδέδεικται τῷ η θεωρήματι.

F Ergo circulus, cuius ſemidiameter poteſt id, quod CKA continetur, curua ſuperficie portionis maior erit.] *Eſt enim rectangulum* CKA *quadrato ex* KB *æquale, ex 8. ſexti libri elementorum.*

G Intelligatur circulus, cuius ſemidiameter poſſit, quod continetur DKA inter ipſa medius] *Hoc eſt intelligatur circulus minor quidem circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod* CKA *continetur, maior autem ſphærica ſuperficie portionis. erit eius ſemidiameter minor, & poterit id, quod continetur KA, & recta linea minore, quam* KC, *quæ ſit DK, hoc eſt in qua H.*

H Vt proxime oſtenſum eſt] *In antecedente ex prima decimi libri. Græcus autem codex habet* ὡς ἐϛι πρό ἑνός.

K Ex 23. huius] *In Græco codice legitur* διὰ τὸ ε θεώρημα.

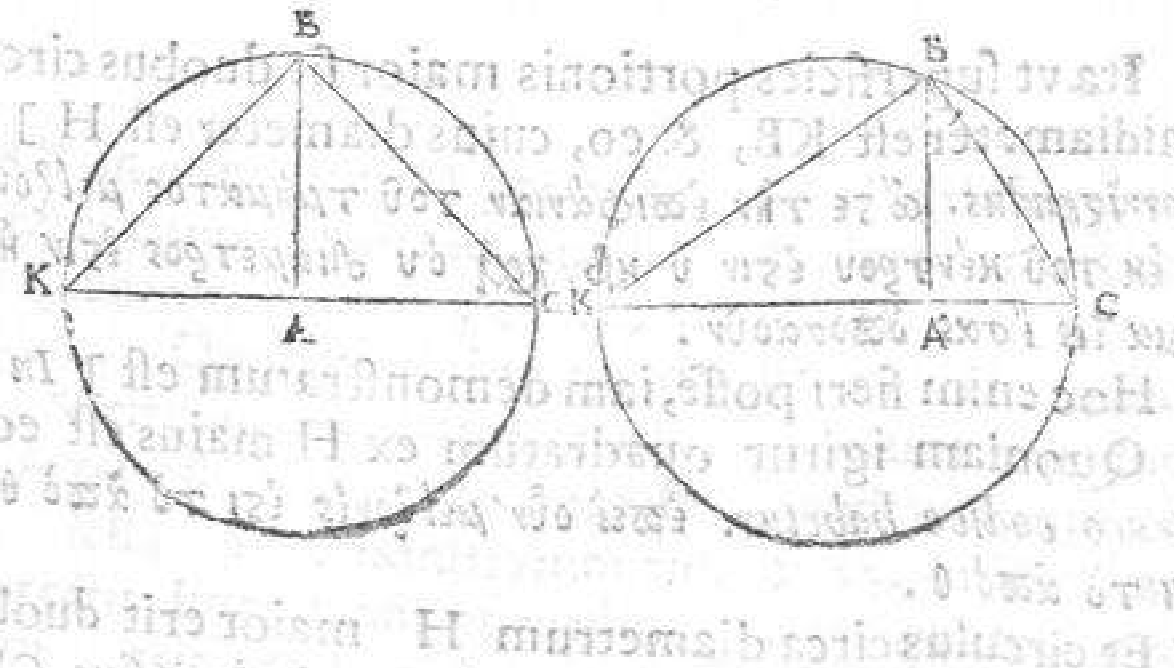
L Minor autem eſt ſuperficie ſphærica portionis] *Ex iis, quæ Archimedes demonſtrauit in 23. primi libri de ſphæra, & cylindro.*

M Circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id, quod OC & KA hoc eſt recta linea H & KA continetur, ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit.] *Eſt enim* OC *minor, quàm* CL. *nam cum circumferentia ponatur* KL, *minor, quam circumferentia* KLO, *& recta linea* KL *minor erit, quam recta, quæ ipſi* KO *ſubtenditur, ideoque quadratum ex* KL *minus quadrato ex* KO. *reliquum igitur quadratum ex* LC *reliquo ex* OC *maius erit, & ob id recta linea* LC *maior, quam recta* OC; *ſunt enim utraque quadrata ex* KL LO, *& ſimiliter utraque ex* KO OC *eidem quadrato ex* AE *æqualia, per 47. primi libri elementorum. quare circulus, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur* OC KA *minor eſt eo, cuius ſemidiameter poteſt id. quod* LC KA *continetur, ac propterea circulus, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur* OC KA *ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit.*

N Cum ſit medius inter portionem, & circulum, cuius ſemidiameter KB] *Hoc eſt medius inter portionis ſuperficiem, & circulum, cuius ſemidiameter eſt* KB.

O Conſtat præterea ſi punctum A ſit centrum, portionem eſſe dimidiam ſphærã] *Græcus codex mendoſus eſt, & fortaſſe, ita corrigendus.* καὶ δῆλον ὡς ἄν τό α κέντρον ᾖ γίνεται τὸ τμῆμα ἡμισφαίριον,

P Atque erit totius ſphæræ ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt KC] *Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur.* καὶ ἔϛαι ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ὅλης ἴση κύκλῳ ὅυση ἐκ τοῦ ἐϛιν ἡ κ γ η. *legendum autem, ut arbitror,* ἴση κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐϛιν ἡ κ γ. *Si igitur manente* KC *ſemicirculus* KBC *conuertatur, quouſque ad priorem locum redeat, portio* KBA *dimidiam ſphæram deſcribet, & ſimiliter* CBA *reliquam dimidiam, eritque ex iam demonſtratis dimidiæ ſphæræ* KBA *curua ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt* KB. *& alterius dimidiæ* CBA *ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter* CB. *ergo totius ſphæræ ſuperficies erit æqualis circulo, cuius ſemidiameter* KC. *eſt enim quadratũ ex* KC *duobus quadratis ex* KB BC *æquale per 47. primi libri elementorum.*

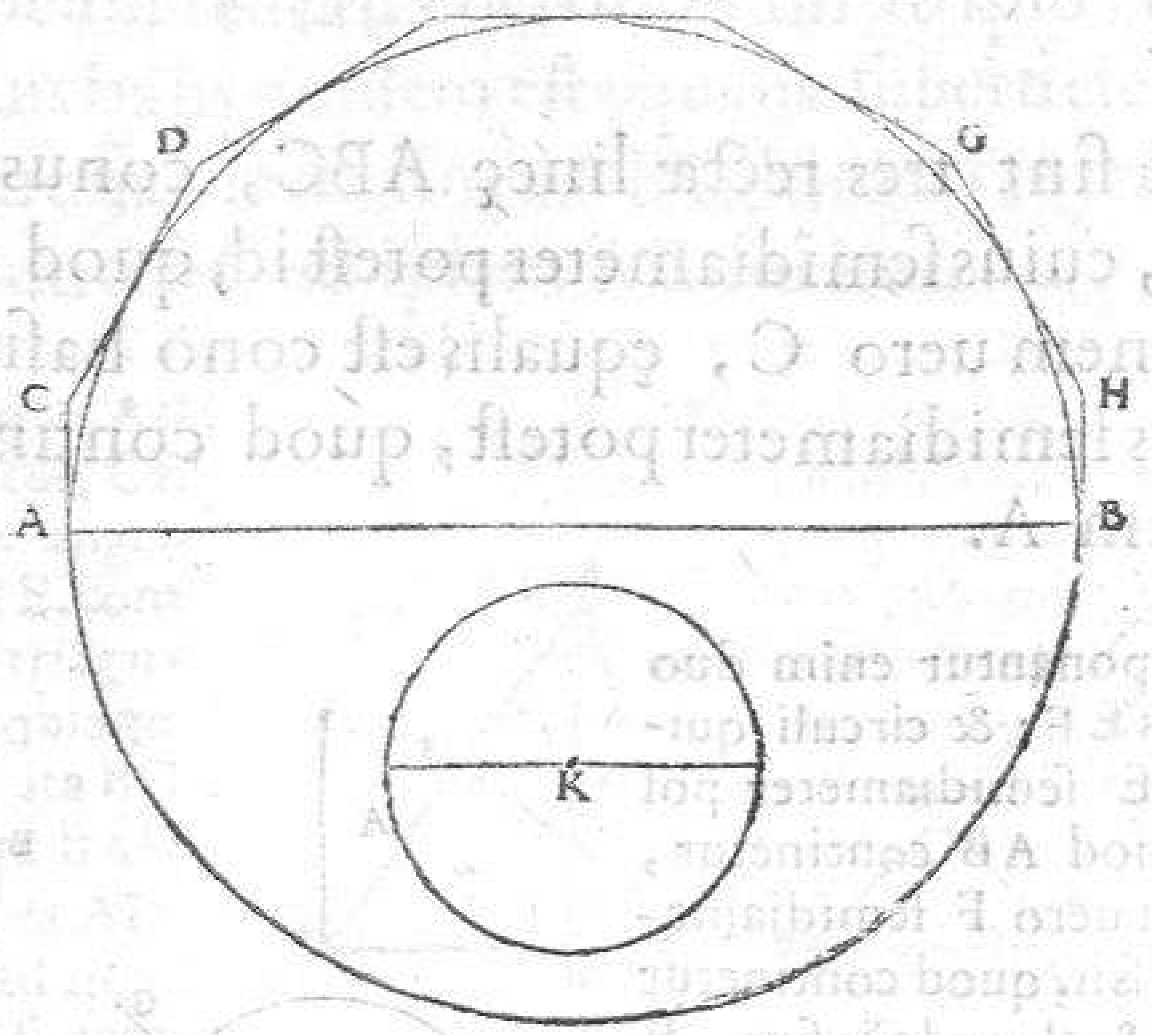


Ex

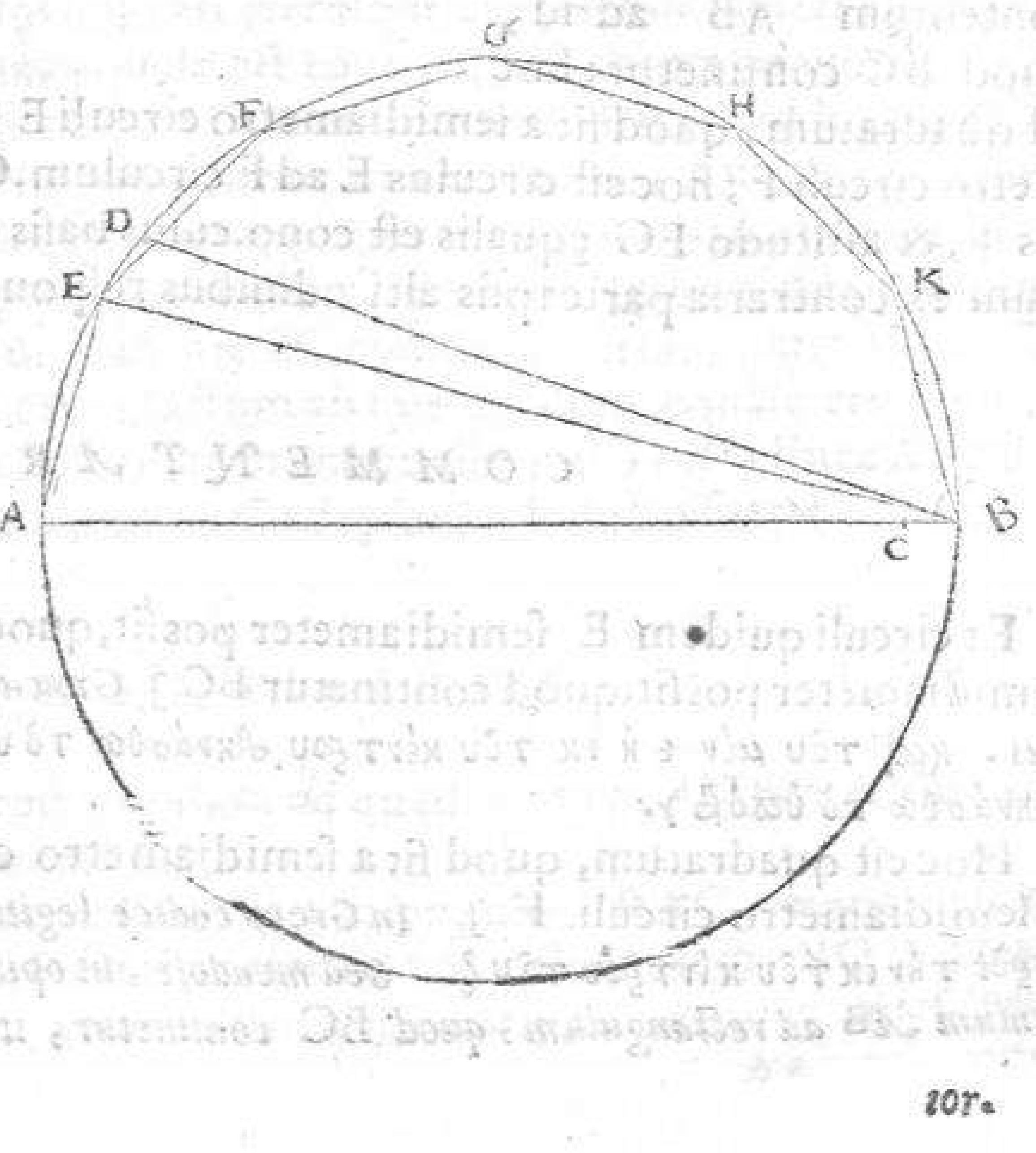
Ex quibus perſpicue patet, totius ſphærę ſuperficiem circuli in ſphæra maximi quadruplam eſſe.

Id, quod etiam ex vtriſque portionibus, qualeſcumque ſint concludi poſſent] Q *Sed non cadat punctum A in centrum, vt in ſecunda figura. Eodem modo demonſtrabitur totius ſphęræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt* KC. *etenim quadratum ex* KC *pariter eſt æquale duobus quadratis ex* KB BC. *Poſſumus etiam ex iis, quæ præmiſſa ſunt, aliter ipſius ſphæræ ſuperficiem oſtendere, hoc modo.*

Sphæræ totius ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter diametro circuli in ea maximi eſt æqualis.



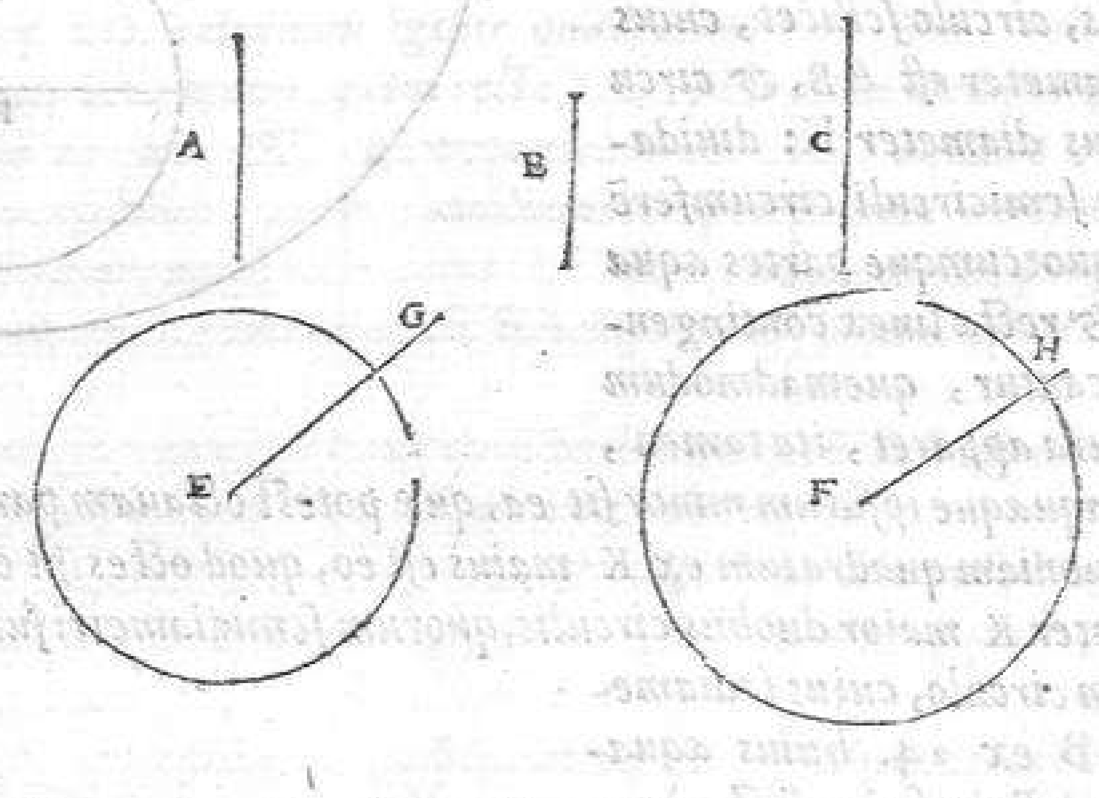
Sit ſphæra, & circulus in ea maximus, cuius diameter eſt AB. Dico totius ſphæræ ſuperficiem circulo, cuius ſemidiameter eſt AB, æqualem eſſe. niſi enim ita ſit, erit ſphæræ ſuperficies, vel maior, vel minor dicto circulo. ſit primum maior, ſi fieri poteſt, & exceſſu ipſorum intelligatur minor circulus, cuius ſemidiameter eſt recta linea K, *ita vt ſuperficies ſphæræ maior ſit duobus circulis, circulo ſcilicet, cuius ſemidiameter eſt* AB, *& circulo, cuius diameter* K: *diuidaturque ſemicirculi circumferētia in quotcumque partes æquales: & rectæ lineæ contingentes ducantur, quemadmodum in figura apparet, ita tamen, vt vnaquæque ipſarum minor ſit ea, quæ poteſt octauam partem quadrati rectæ lineæ* K. *Itaque quoniam quadratum ex* K *maius eſt eo, quod octes fit ex* AC, *erit & circulus, cuius diameter* K *maior duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt* AC. *qui quidem duo circuli vna cum circulo, cuius ſediameter* AB *ex* 24. *huius æquales ſunt ſuperficiei factæ à rectis lineis contingentibus, quæ circa ſphæram deſcripta eſt. ergo ea ſuperficies minor erit, & ſuperficies ſphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter* AB, *& circulo, cuius diameter* K. *ſed & maior ponebatur. quod fieri non poteſt. Quòd ſi circulus, cuius ſemidiameter AB ſuperficie ſphærica ſit minor, intelligatur alius circulus inter ipſa medius, cuius ſemidiameter poſſit id, quod* CAB *continetur, hoc eſt minor quidē circulo cuius ſemidiameter* AB *ſphærica autem ſuperficie mi-*



ior erit C*A minor,quam* AB. *Sit ipſi* C*A æqualis* BD, *& ſemicirculi* ADB *circumferentia diuidatur in quotcumque partes æquales, quarum vnaquæque ſit minor, quam* AD: *junganturque* AE EF FG GH HK KB BE. *ergo ſuperficies, quæ ab ipſis fit ex conuerſione circa* AB, *æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod continetur* EBA *ex* 23. *huius. & cum a ſuperficie ſphæræ comprehendatur, ea minor erit. eſt autem* DB *minor, quam* BE, *quòd* DA, *maior ſit, quam* AE: *circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt, quod* CBA, *hoc eſt quod* CAB *continetur, multo minor erit ſuperficie ſphæræ. Sed & maior, quod eſt abſurdum.* Ex *quibus ſequitur ſuperficiem ſphæræ circulo, cuius ſemidiameter* AB *æqualem eſſe, quod demonſtrare oportebat.*

THEOREMA XXVII. PROPOS. XXIX.

Si ſint tres rectæ lineę ABC, conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod AB continetur, altitudinem uero C, ęqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur BC, & altitudinem A.



A Exponantur enim duo circuli E F: & circuli quidem E ſemidiameter poſſit, quod AB continetur, circuli uero F ſemidiameter poſsit. quod continetur BC, & altitudo ipſius E ſit EG ęqualis C: altitudo autem F ſit FH æqualis A. Quoniam igitur ut 1.sexti. B A ad C, hoc eſt ut FH ad EG, ita rectangulum contentum AB ad id, quod BC continetur; hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro circuli E ad quadratum, quod a ſemidia- C metro circuli F; hoc eſt circulus E ad F circulum. Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E, & altitudo EG ęqualis eſt cono, cuius baſis circulus F, & altitudo FH, baſes enim ex contraria parte ipſis altitudinibus reſpondeat.

COMMENTARIVS.

Et circuli quidem E ſemidiameter poſſit, quod AB continetur, circuli uero F ſemidiameter poſſit, quod continetur BC] *Græcus codex mancus eſt, atque ita corrigẽdus.* καὶ τοῦ μὲν ε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ κ β; τοῦ δὲ ζ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ β γ.

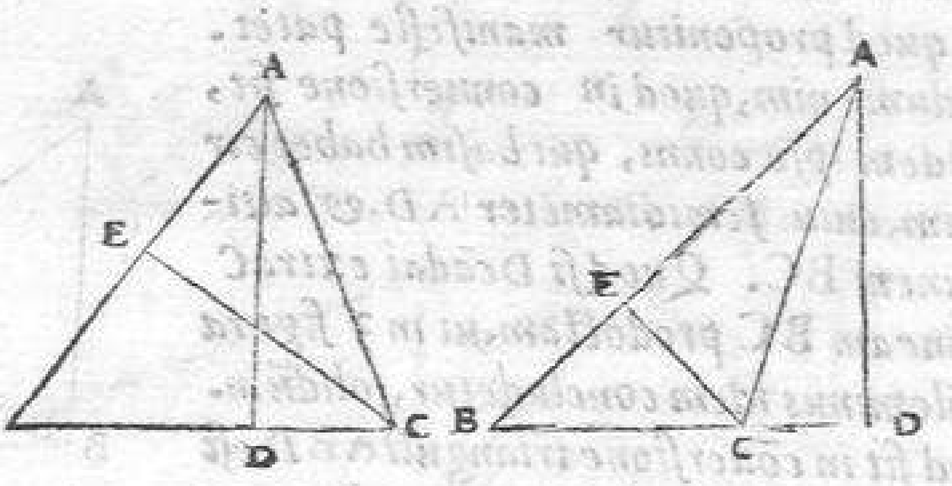
B Hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro circuli E ad quadratum, quod a ſemidiametro circuli F] *In Gręco codice legitur,* τουτέστι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ. *Sed mendoſe, ut opinor, non enim eſt, ut rectangulum contentum* AB *ad rectangulum, quod* BC *continetur, ita ſemidiameter circuli* E *ad ſemidiametrum*

metrum circuli F. quare fortaſſe ita legendum erit. τουτέςι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ.

Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E. & altitudo EG, ęqualis eſt cono, cuius baſis circulus F & altitudo FH.] Ex 15. *duodecimi libri elementorum.* C

THEOREMA XXVIII. PROP. XXX.

Sit triangulum ABC, & manente BC uſque eò conuertatur, quoad in eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum æquale eſſe cono, cuius baſis quidem eſt ęqualis ſuperficiei conicę, quę in conuerſione fit a recta linea AB, altitudo autem perpendicularis, quę a puncto C ad ipſam AB ducitur. 9 quinti.



A punctis enim AC ad ipſas AB BC perpendiculares ducantur, CE AD. Et quoniam rectus angulus ad D ęqualis eſt recto ad E, communis autem, qui ad B; erit triágulum ABD triangulo BCE ęquiágulum. quare ut BA ad AD, ita BC ad CE. Sed ut BA ad AD, ita BAD rectangulum ad quadratū ex AD. vt igitur rectangulū BAD ad quadratum ex AD, ita BC ad CE. ergo conus baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod BAD continetur, altitudinem vero CE æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem BC, quoniā rurſus ipſorū baſes reſpondent altitudinibus ex contraria parte. solidum autem quod in conuerſione fit a triágulo BAC ęquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem BC. ergo idem ſolidum æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur BAD, & altitudinem CE. Sed hic circulus eſt æqualis ſuperficies conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea AB per 14 theorema Archimedis. omnis enim coni æquicruris ſuperficies excepta baſi, eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter coni latus, & ſemidiametrum circuli, qui eſt coni baſis. Si igitur manente BC conuerſum triangulum in eundē locum reſtituatur, a quo moueri cæpit, factum ab ipſo ſolidum æquale erit cono, cuius baſis eſt ęqualis ſuperficiei conicę, quę in conuerſione fit a recta linea AB, altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto C ad ipſam AB ducta fuerit.

4 sexti. A

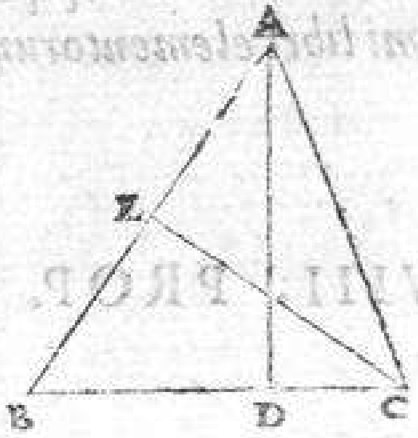
15. duod. B

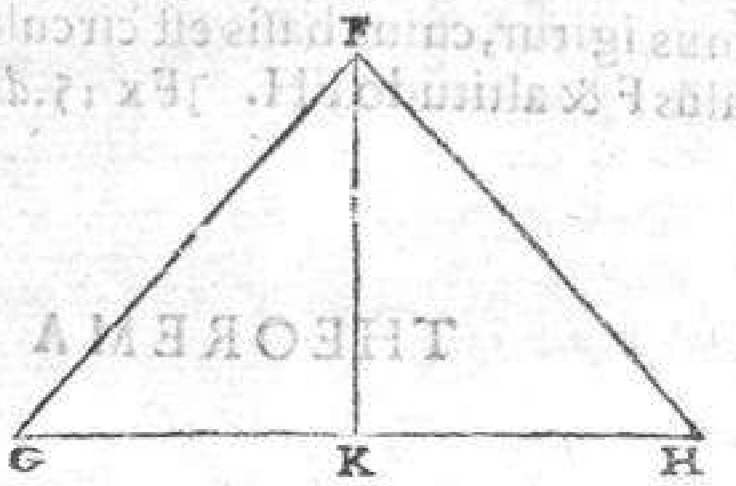
C

COMMENTARIVS.

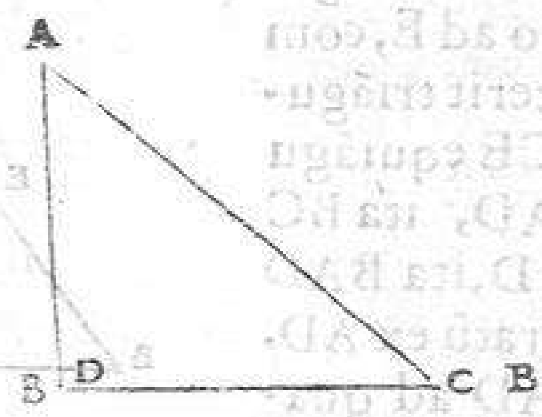
Sed vt BA ad AD, ita BAD rectangulum ad quadratum ex AD] *Ex prima ſexti, uel ex lemmate in 23. decimi libri elementorum.* A

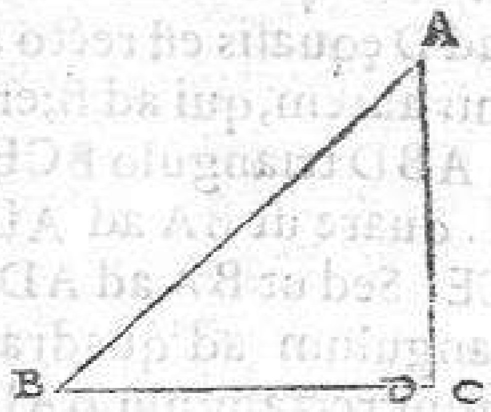
Solidum autem, quod in conuerſione fit a triangulo BAC æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem BC] *Punctum enim D vel cadit inter BC uel in alterum ipſorum, uel extra. cadat primum* B



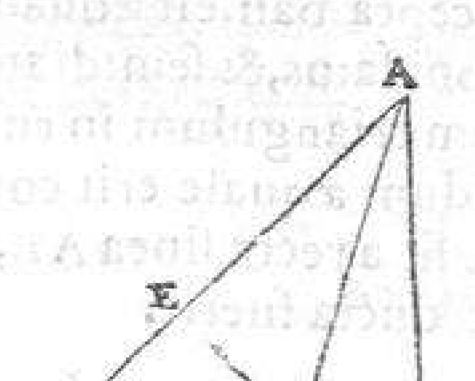


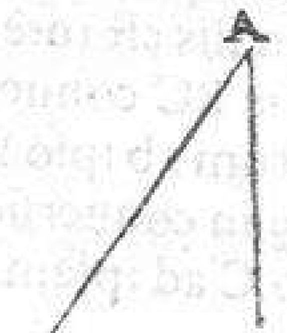
inter BC, ut in prima figura. Si igitur manente BC triangulum BAC conuertatur fiet ſolidum conſtans ex duobus conis, quorum baſis eſt eadem, videlicet circulus, cuius ſemidiameter AD, & alterius quidem altitudo BD, qui dicatur conus BAD: alterius uero CD, qui dicatur CAD. Sit pretcrea alius conus FGH, baſim habens æqualem circulo, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem FK, quę ipſi BC ſit ęqualis. erit hic conus æqualis duobus conis iam dictis. Vt.n. BAD conus ad conũ, CAD ita altitudo BD ad DC altitudinem ex 14. duodecimi libri elementorum. & componendo, vt duo dicti coni ad conum CAD, ita BC ad CD. Sed ut conus FGH ad eundem conũ CAD. ita FK, hoc eſt BC ad CD. duo igitur coni BAD CAD. hoc eſt ſolidum ex ipſis conſtans, ę-
9 quinti. quale eſt cono FGH, hoc eſt cono, baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem BC. Si autem punctum D cadat in B, uel in C, ut in ſecunda figura, quod proponitur manifeſte patet. Solidum enim, quod in conuerſione fit, eſt idem ipſe conns, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem BC. Quod ſi D cadat extra C in lineam BC prodoctam, ut in 3. figura nihilominus idem concludetur, ſolidũ.n. quod fit in cõuerſione trianguli ABD eſt ęquale cono baſim habenti circulũ cuius ſemidiameter AD, & altitudinẽ BD. ſolidũ uero quod fit a triãgulo ACD ęquale eſt cono baſim habenti eandem, & altitudinem CD, ergo reliquum ſolidum, quod fit a triangulo ABC eſt æquale cono, qui eſt in eadem baſi, & altitudinem habet reliquam, videlicet BC.

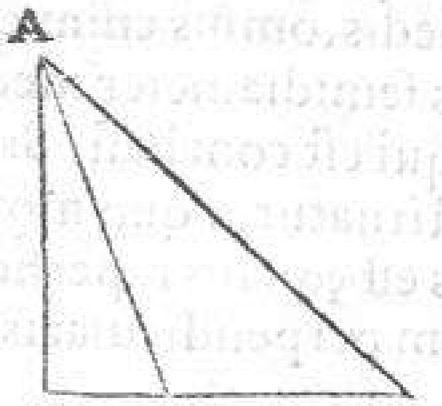




Sed vt illud manifeſtius conſtet, intelligãtur tres coni in eadem baſi, in circulo ſcilicet, cuius ſemidiameter AD. ſitque unius quidem altitudo BC, qui dicatur conus BAC, alterius autem altitudo CD, qui dicatur CAD, & tertii altitudo BD, qui dicatur BAD. Itaque ut conus BAC ad conum CAD, ita eſt altitudo BC, ad CD. quare & cõponendo ut utrique coni BAC CAD ad conũ CAD, ita BD ad DC. conus aũt BAD ad eundẽ CAD eſt ut BD ad DC. ergo utrique coni BAC CAD cono BAD sũt æquales. si igitur a cono BAD auferatur conus CAD, relinquetur BAC conus. quare ſolidũ, qđ ĩ cõuerſione fit a triãgulo BAC ẽ ęquale cono baſim hñti circulũ, cuius ſemidiameter AD, & altitudinẽ BC. Eodẽ mõ fiet demõſtratio ſi pũctũ D cadat extra B. ut in 4. figura. erunt.n. duo coni CAB, BAD uni cono CAD æquales. quare ſi ab eo auferatur BAD, reli







quus

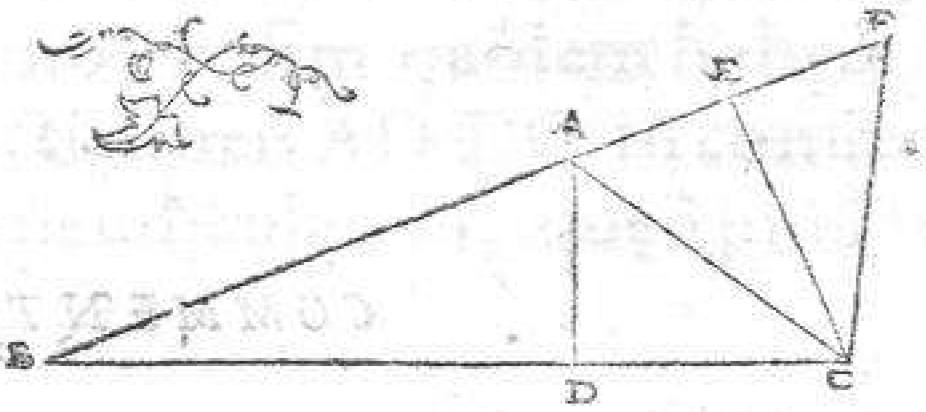
quus erit conus CAB, qui baſim habebit circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinē CB.

Si igitur manente BC conuerſum triangulum in eūdem locum reſtituatur, a quo moueri cæpit] *In Græco codice legitur* ἐν ἄρα μενούσης τῆς βγ. *legendum uero, ut opinor,* ἐὰν. ἄρα.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXXI.

a

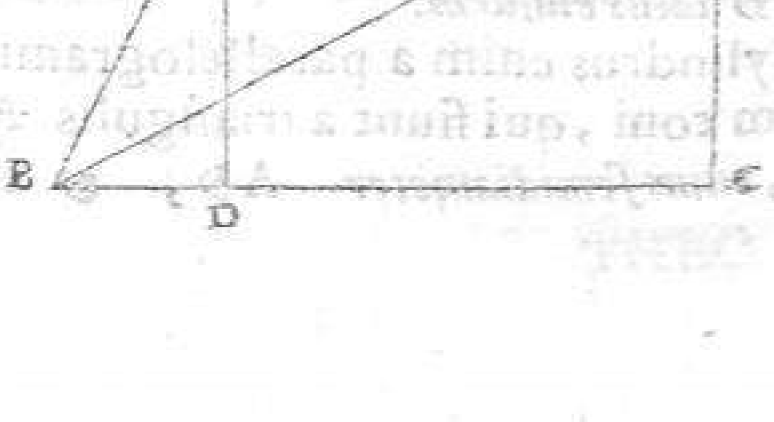
Sit rurſus triangulum ACF, & recta linea, vt contingit BC; qua manente conuertatur triangulum quouſque ad eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum ęquale eſſe cono, baſim quidem habenti circulum ęqualem ſuperficiei, quę in conuerſione fit a recta linea AF, altitudinem vero perpendicularem, quę a puncto C ad ipſam AF ducitur.



Producatur FA vſque ad B. ergo ob id, quod proxime oſtendimus, ſolidum a triāgulo ABC factum ęquale eſt cono, qui baſim habet æqualem ſuperficiei coni, quæ fit a recta linea AB, altitudinem uero perpendicularem a puncto C ad BA ductam. ſolidum autem, quod fit a triangulo BFC ſimiliter eſt ęquale cono baſim habenti æqualem ſuperficiei coni, quæ fit a BF, & eandem altitudinem. reliquum igitur ſolidum a triangulo ACF factum ęquale erit cono baſim habenti æqualem ſuperficiei coni, quę fit ab AF, & altitudinem eandem, videlicet perpendicularem, quæ a puncto C ad AF ducitur.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXXII.

Sit recta linea AF parallela ipſi BC, & perpendiculares CF AD ducātur. Dico ſolidū a triāgulo ABF in cōuerſione factū ęquale eſſe cono baſim quidē habenti circulū, cuius ſemidiameter eſt CF, altitudinē uero rectę lineę AF, hoc eſt ipſius DC duplam.

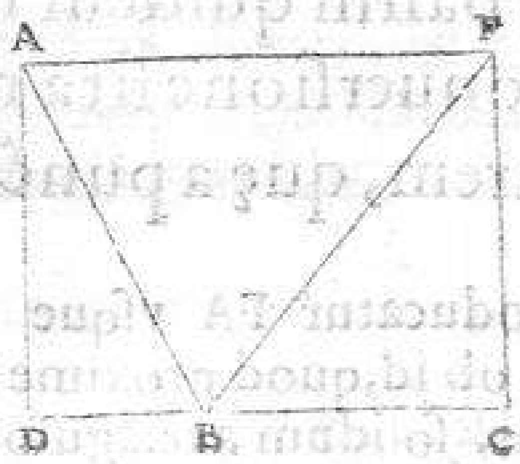


Quoniā.n. cylindrus, qui fit a parallelogramo AC æqualis eſt cono baſim quidē habēti AD, altitudinē uero ipſius DC triplam; conus autem qui fit a triangulo ABD baſim eandem habet, & altitudinē BD: erit ſolidum factum a triangulo ABD vna cum parallelogrammo ADCF æquale cono baſim habenti eandem, &

altitudinem BD una cum tripla ipſius DC. communis auferatur conus, qui fit a triangulo BCF, eandemque baſim habet, & altitudinem BD una cum DC ſemel ſumpta. reliquum igitur ſolidum factum a triangulo ABF æquale eſt cono eandem baſim habenti CF, & altitudinem ipſius DC, uel AF duplam.

Sed illud etiam conſtat, ſuperficiei cylindricę, quæ fit ab AF æqualem eſſe circulum, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter cylindri latus, & diametrum baſis cylindri. hoc enim Archimedes in 13. theoremate primi libri de ſphęra & cylindro demonſtrauit. quare ſuperficies, quæ fit ab AF æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod bis FCD continetur,

Si uero B cadat inter D C, quod propo-
E ſitum eſt facilius oſtendetur. cylindrus enim a parallelogrammo ADCF factus, eandemque baſim habens, quam coni qui fiunt a triangulis ABD BC, & altitudinem DA, ipſos excedit cono, qui eſt in eadem baſi, & altitudinem habet ipſius DC duplam. quare & ſolidum a triangulo ABF factum eidem cono eſt ęquale. quod oſtendere oportebat.



COMMENTARIVS.

A Dico ſolidum a triangulo ABF in conuerſione factum, æquale eſſe cono baſim quidem habenti circulum, cuius ſemidiameter eſt CF &c.] *Intelligatur circa manentem rectam lineam BDC conuerti parallelogrammum AC una cum ABD triangulo.*

B Aequalis eſt cono baſim quidem habenti AD.] *Hoc eſt æqualis cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter AD.*

C Altitudinem uero ipſius DC triplam] *Eſt enim conus, qui baſim habet circulum,*
10 duod. *cuius ſemidiameter AD, & altitudinem triplam ipſius DC, tertia pars cylindri*
14 *baſim eandem habentis, & ęqualem altitudinem: cuius ipſius cylindri tertia quoque pars eſt cy*
9 quinti *lindrus, qui in eadem baſi conſtituitur, & altitudinem habet DC. hic igitur cylindrus æqualis eſt cono baſim eandem habenti, & altitudinem ipſius DC triplam.*

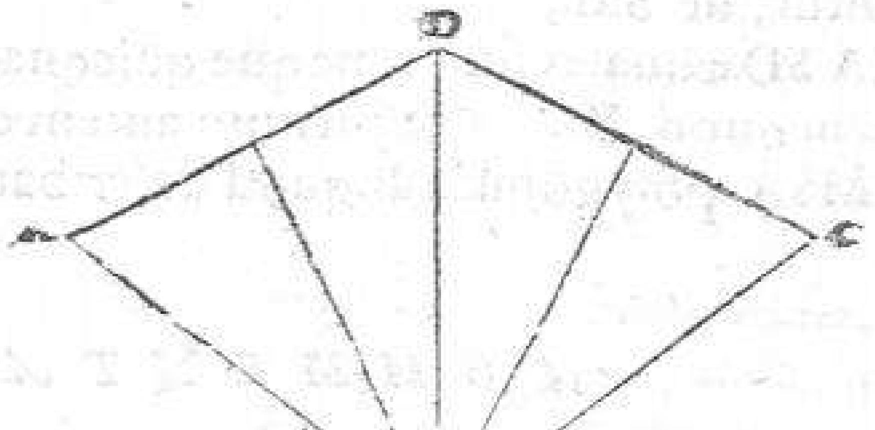
D Quare ſuperficies, quę fit ab AF æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod bis FCD continetur] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur* ὥςε ἡ ὑπὸ τῆς α β γινομένης ἐπιφανειας, ἴση ἐςι τῷ δὶς ἀπὸ τῶ ζ γ δ. *corrigendus autem eſt in hanc ſententiam,* ὥςε ἡ ἀπὸ τῆς α β γινομένης ἐπιφάνεια ἴση ἐςὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ δὶς ὑπὸ ζ γ δ. *nam ſi cylindri ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter cylindri latus, & diametrum baſis cylindri, ut Archimedes demonſtrauit in xiii. theoremate primi libri de ſphæra, & cylindro, erit ſuperficies facta ab AF æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod dupla ipſius FC continetur, & CD: hoc eſt quod bis FCD continetur. eſt enim FC ſemidiameter baſis cylindri, & CD latus eiuſdem.*

E Cylindrus enim a parallelogrammo ADCF factus, eandemque baſim habens, quam coni, qui fiunt a triangulis ABD FBC, &c.] *Cylindrus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem DC eſt æqualis cono, qui baſim eandem*

dem habet, & altitudinem ipſius DC triplam. At duo coni, qui fiunt à triangulis ABD FBC ſunt æquales cono baſim habenti eandem, & altitudinem DC, vt ſuperius demonſtratum eſt. ergo cylindrus hunc ipſum conum excedit cono, qui baſim eandem habet, & altitudinem duplam ipſius DC. ſed etiam excedit ſolido, quod fit a triangulo ABF. dictum igitur ſolidum eidem cono æquale ſit neceſſe eſt. In Græco codice legitur. ὁ γὰρ ὑπὸ τοῦ αδγζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ὑπὸ τοῦ αβδ ζβγ τριγώνου *&c. legendũ autem eſt, vt opinor.* ὁ γὰρ ἀπὸ τοῦ αδγζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ἀπὸ τῶν αβδ ζβγ τριγώνων γινομένοις κώνοις.

THEOREMA XXXI. PROP. XXXIII.

Sit quadrilaterum ABCD, à puncto B ad ipſas AD DC perpendiculares ductę ſint ęquales. ducatur autem recta linea quædam BE, & ea manente conuertatur quadrilaterum quouſque in eundem locum reſtituatur. Dico ſolidum à quadrilatero factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quę a rectis lineis AD DC in conuerſione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quę à puncto B ad vnam ipſarum AD DC ducitur.

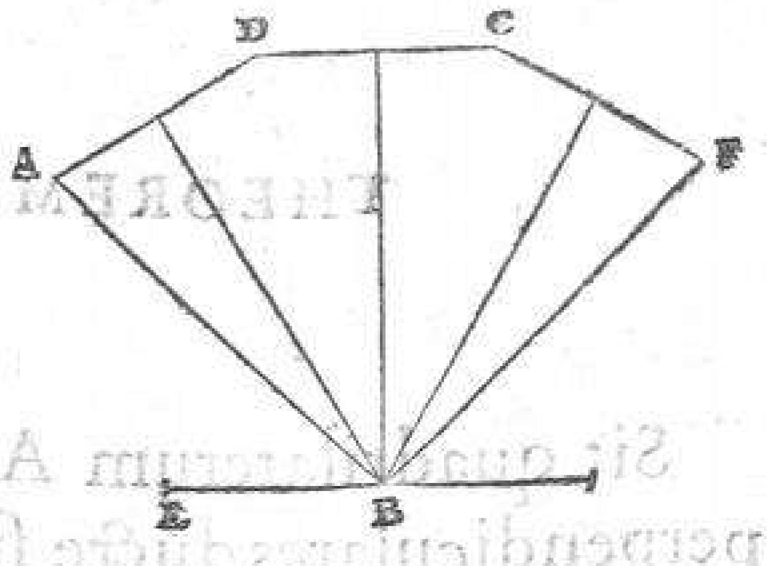


Iungatur BD. ergo ſolidum a quadrilatero factum eſt idem, quod fit a triangulis ABD DCB. & proxime oſtenſum eſt, quod fit a triãgulo ABD æquale eſſe cono baſim habenti æqualem ſuperficiei factæ ab ipſa AD altitudinem vero perpendicularem a puncto B ad AD, vel DC ductam: quod autẽ fit a triangulo DBC æquale cono, cuius baſis eſt æqualis ſuperficiei factę a DC, & altitudo eadem. ergo totum ſolidum a quadrilatero factum æquale erit cono baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ ab ipſis AD DC in conuerſione fiunt, altitudinam vero perpendicularem, quæ a puncto B ad alterum ipſarum AD DC ducta fuerit.

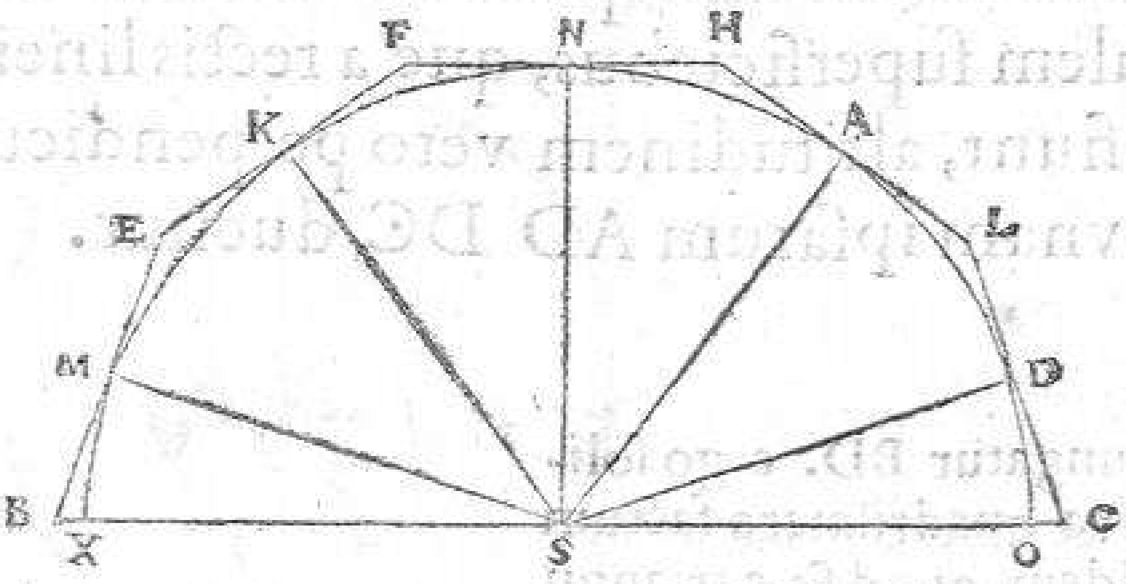
THEO-

THEOREMA XXXII. PROPOS. XXXIIII.

Quòd ſi pro quadrilatero quinquelaterum ſit DABFC, & quotcumque latera habens, ita ut a puncto B ad vnamquamque ipſarum AD DC CF perpendiculares ductæ ſint ęquales, ſimiliter oſtendetur ſolidum a polygono factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti ęqualem ſuperficiebus, quæ ab ipſis AD DC CF fiunt; altitudinem uero vnam aliquam dictarum perpendicularium. & nihil differt, ſi extrema ipſi AB congruat.



A Idem autem eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculum, cuius centrum S polygonum aliquod B deſcribatur, quotcumque latera habeas ut BEFHLC, & manente BC polygonum conuertatur, quouſque ad eundem locum redeat, ſolidum ab ipſo factũ, quod etiam deſcriptũ eſt circa ſphæram, quã facit ſemicirculus, æquale eſt cono, baſim quidẽ habenti ſuperficiẽ, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem uero ſemidiametrum ſphæræ. omnes enim perpendiculares, quæ a puncto S ad latera ducuntur, ut SM, SK, SN, SA SD æquales ſunt. neque quicquam differt, ſi D idem ſit, quod O, uel M idem quod X. Perſpicuum autem eſt, etiam ſi circa ſectorem circuli, ut XSA, vel MSA polygonum aliquod deſcribatur, eadem prorſus demonſtrari.



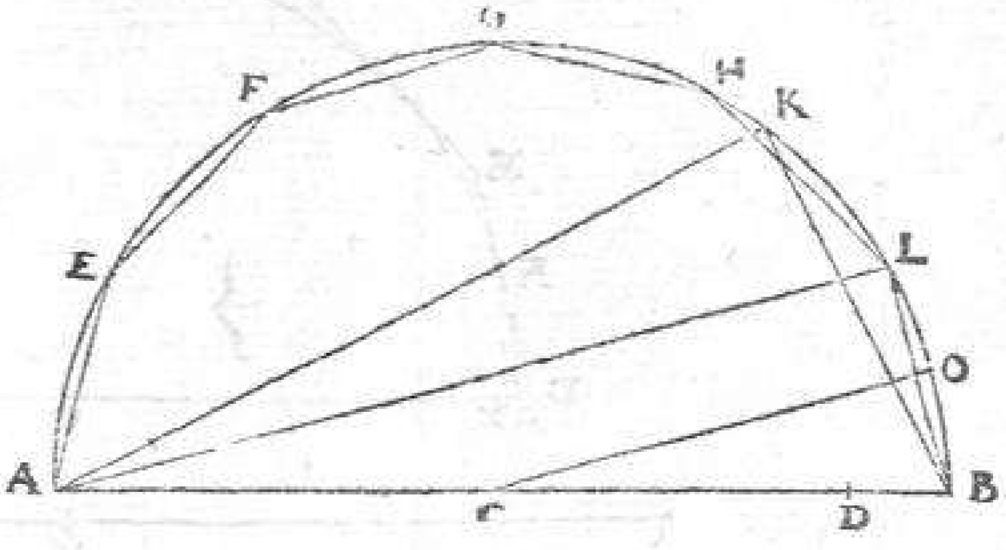
COMMENTARIVS.

A Idem autẽ eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculũ, cuius centrum S, polygonũ aliquod deſcribatur, quotcumque latera habens, &c.] *Non n. quadrilaterum, uel quinquelaterum, vel plurilaterum eiuſmodi fieri poteſt, niſi circa ſemicirculi circumferentiam deſcribatur. Idẽ quoque intelligendũ eſt de polygono æquilatero ſemicirculi circumferentiæ inſcripto, nam ſi diametro manente conuertatur, quouſque ad eundem locum redeat, ſolidum ab ipſo factum, quod & ſphæræ inſcriptum eſt, æquale erit cono baſim habenti ſuperficiem, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem uero perpendicularem, quę a centro ad vnum aliquod latus ducta fuerit.*

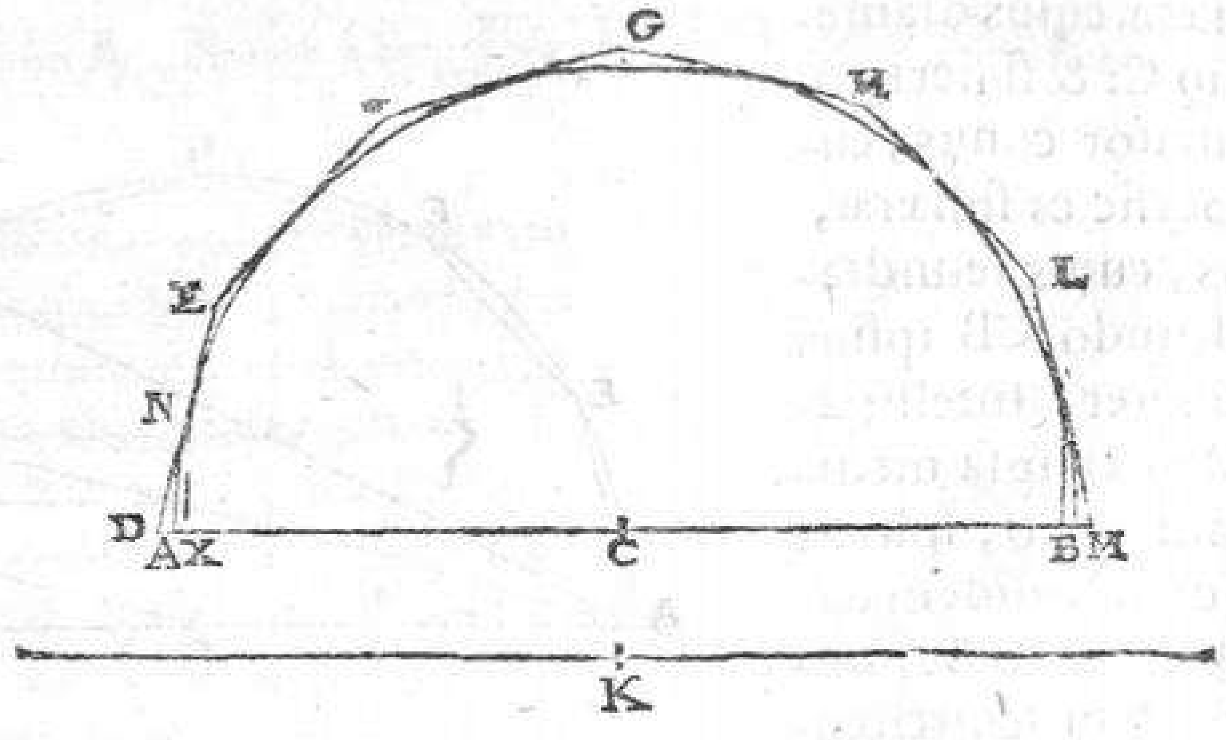
B Quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram, quã facit ſemicirculus] *Gręcus codex.* ὃ δὴ καὶ περιγέγραπται περὶ τὴν σφαῖραν καὶ ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον. *Sed legendum puto,* περὶ τὴν σφαῖραν ἣν ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον.

THEOREMA XLI. PROPOS. XLI.

Omnis ſphæra æqualis eſt cono, cuius baſis quidem eſt ſuperficies ſphære, altitudo vero eiuſdem ſemidiameter.



Sit enim ſphæra, cuius diame- A
ter AB, centrum C: & ſi fieri po-
teſt, ſit primũ maior conus, cu-
ius baſis eſt ſuperficies ſphæræ,
hoc eſt circulus, cuius ſemidia-
meter AB, & altitudo CB ipſius B
ſpæræ ſemidiameter. Intelliga-
tur alius conus inter ipſa medi-
us, hoc eſt minor cono, ſphæra
autem maior, cuius quidem ba-
ſis eadem ſit, & altitudo BD mi- C
nor. quam CD. & in ſemicircu- D
lo AEB ducatur AK, quæ poſſit
id quod bis continetur AB CD. ergo reliquum, hoc eſt, quod bis ABD contine- E
tur, æquale eſt ei, quod fit à BK. & eorum dimidia; videlicet quod continetur
ABD æquale ei, quod BK & eius dimidia continetur. quod enim continetur bis F
ABD vna cum contento bis AB CD., hoc eſt, quod bis ABC continetur æquale eſt G
quadrato ex AB. quadratum autem ex AB quadratis ex AK KB eſt æquale, cum
angulus ad K in ſemicirculo rectus ſit. Deſcribatur in ſemicirculo polygonũ æqui-
laterum, quod latera habeat numero paria AEFGHLB, ita vt circumferentia BL H
minor ſit quam BLK. quod quidem fieri poteſt. ſecantes enim ſemicirculum bi-
fariam, & rurſus dimidiam circumferentiam bifariam ſecantes, atque hoc facien-
tes ſemper, tandem relinquemus circumferentiam minorem, quam BLK, vt BL. & I
iuncta AL, ducatur ipſi parallela CO. Quoniam igitur triangulum ALB æquian- K
gulum eſt COB triangulo, & dupla eſt AL ipſius CO, & LB dupla BO; eſtque LB LM
minor, quam AL: erit quod continetur AL CO maius eo, quod LB & eius dimi- N
dia continetur. Eadem quoque ratione ſi per C. ipſi AK parallelam duxerimus O
vſque ad KB: erit quod parallela ex AK continetur, maius eo, quod continetur KB, P
aque eius dimidia contentum igitur AL CO multo maius eſt eo, quod eiſdem cõ- Q
tinetur. hoc eſt ABD rectangulo. quare conus baſim quidem habens circulum, R
cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur AL CO, altitudinem vero AB, ma-
ior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod ABD S
continetur, & altitudinem AB. Sed conus baſim habens circulum, cuius ſemidia-
meter poteſt, quod continetur AL CO, & altitudinem AB, æqualis eſt cono baſim
habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod AL, AB continetur, & alti-
tudinem CO. hic igitur conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter põt
quod LAB, & altitudinẽ CO, maior ẽ cono baſim habẽte circulũ, cuius ſemidiameter
poteſt, quod ABD, continetur, & altitudinẽ AB: hoc eſt maius cono huic ęquali, qui T
baſim habet circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero BD. vt enim
quadratum ex AB ad ABD rectangulum, ita AB ad BD. & oſtenſum eſt in 23. hu- V
ius ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex ſimili conuerſione, æqua
lem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod LAB continetur, conus igitur
baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod LAB continetur, & altitu
dinem CO, qui quidem eſt ęqualis figuræ ſolidæ in ſphæra deſcriptæ, maior eſt co- X
no baſim habente circulum, cuius ſemidiameter AB. & altitudinem BD. quare & ſo Y
lida figura iam dicta maior eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt AB, altitudo au-
tem BD. ſed etiam hic conus poſitus eſt maior ſphæra. ſolida igitur figura in ſphę- Z
ra deſcripta multo maior erit, quam ipſa ſphęra. quod fieri non poteſt.



Sit autem ſphæra minor dictus conus, baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter
eſt AB, altitudinem vero CB, hoc eſt conus baſim habens circulum,
cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem AB. vt enim AB
ad BC, ita eſt quadratum ex AB ad ABC rectangulum. & inter ſphæram & conum
intelligatur alius conus medius, cuius baſis ſit eadem, & altitudo recta linea K maior,
quam AB. circa ſemicirculum vero deſcribatur polygonum æquilaterum, ita vt
α vnum latus DE minus ſit exceſſu, quo recta linea K ipſam AB excedit. atque eſt DE
β maior, quã vtraque ſimul DA BM, ſiquidem & DN maior eſt, quam DA. ergo DM,
γ quam K minor erit. Quoniam autem ſuperficies, quæ a polygono fit ex ſimili conuerſione
δ circa axem DM æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt, quod DM
AB continetur, patet ſolidum a polygono factum, quod etiam deſcriptum eſt circa
ſphæram, quam facit ſemicirculus, æquale eſſe cono baſim habenti circulum, cuius
ſemidiameter poteſt quod continetur DM AB, & altitudinem CB ipſius ſphæræ
ſemidiametrum ex 35. huius. Sed conus baſim habens circulum cuius ſemidiameter
poteſt quod continetur DM AB, & altitudinem CB, æqualis eſt cono baſim
habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinẽ
DM, cum baſes ex contraria parte altitudinibus reſpondeant. eſt enim vt id, quod
continetur DM AB ad rectangulum ABC, ita DM ad BC. Solidum igitur a polygono
factũ æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod
ABC continetur, & altitudinem DM. eſt autem K maior, quam DM: & conus baſim
habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem
K, minor eſt ſphæra. quare ſolidum circa ſphæram deſcriptum ipſa ſphæra multo
minus erit. quod fieri non poteſt. conus igitur ſphæra neceſſario eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

Sit enim ſphæra, cuius diameter AB, centrum C] *Græcus codex ἔςω γὰρ σφαῖρα, ἧς*
A *διάμετρος ἡ α δ. Sed legendum ἡ α β.*

Hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB] *Ex 29. huius.*

B Et altitudo BD. minor, quam CD] *Græcus codex ὕψος δὲ ἡ βδε legendum autem*
C *ἡ β δ.*

Et in ſemicirculo AEB ducatur AK, quæ poſſit id, quod bis continetur,
D AB GD.] *Græcus codex corruptus eſt, vt opinor, qui ſic habet, κὲ ἡμικυκλίου οὗτος*

τοῦ α β ε ἐδειχθη ἤ. *Sed forte legendum erit.* καὶ ἡμικυκλίου ὄντος τοῦ α ε β ἤχθω ἡ α κ.

E Et eorum dimidia, videlicet quod continetur ABD ęquale ei, quod BK & eius dimidia continetur] *Græcus codex.* καὶ τὰ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ α β δ ἶσόν ἐςι τῷ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τά β κ. *legendum autem puto.* καὶ τὰ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ α β δ ἴσον ἐςι τῷ ὑπὸ τῆς ἐπὶ τά β κ, καὶ τῆς ἡμισείας.

F Hoc eſt quod bis ABC continetur æquale eſt quadrato ex AB] *Ex prima ſecundi libri elementorum.*

G Quadratum autem ex AB quadratis ex AK KB eſt æquale] *Ex penultima primi libri elementorum. Grecus autem codex diminutus eſt, & ita reſtituetur.* τουτέςι τό δὶς ὑπὸ α β γ ἴσόν ἐςι τῷ ἀπὸ τῆς α β. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς α β ἐςιν ἴσον τοῖς ἀπὸ α κ κ β.

H Quod quidem fieri poteſt] *Ex prima decimi libri elementorum.*

K Et iuncta AL ducatur ipſi parallela CO] *Ducatur* CO *vſque ad* LB, *quā in O ſecet.*

L Quoniā igitur triangulum ALB ęquiangulū eſt COB triāgulo] *eſt.n.angulus OCB ęqualis angulo LAB, & COB ęqualis ipſi ALB ex 21. primi libri elementorum. ergo & reliquus reliquo ęqualis erit.*

M Et dupla eſt AL ipſius CO, & LB dupla BO] *vt.n. BA ad AL, ita ē BC ad CO: & permutādo ut AB ad BC, ita AL ad CO sed AB ē dupla BC, ergo & AL ipſius CO dupla erit. Eodem modo demonſtrari poteſt LB dupla BO, quod tamen per ſe patet ex tertia tertii lib. element. recta enim linea CO ſecat LB ad rectos angulos. ergo & bifariam ſecat.*

N Eſtq; LB minor quam AL] *Quoniam.n. BD poſita eſt minor, quam DC, erit quod bis continetur ABD, hoc eſt quadratū ex BK minus eo, quod bis AB CD cōtinetur, hoc ē quadrato ex KA. ergo BK minor eſt, quā KA. Sed cum BL ſit minor, quā BK, quadratū ex BL minus ē quadrato ex BK. quare reliquum quadratum ex AL maius eſt reliquo ex AK quadrato. eſt.n. quadratum ex AB æquale duobus quadratis ex AL LB: itemque duobus ex AK KB. ergo AL maior eſt, quam AK. multo igitur minor erit LB, quam AL.*

Erit quod continetur AL CO maius eo, quod LB ex eius dimidia cōtinetur] *Hoc eſt maius eo, quod continetur LBO. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ α λ γ ο μειζόν ἐςι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς λ β. *sed legendum arbitror.* τὸ ἄρα ὑπὸ α λ γ ο μεῖζόν ἐςι τοῦ ὑπὸ λ β καὶ τῆς ἡμισείας τῆς λ β *Hæc quidem uera ſunt, ſed quid conferant ad demonſtrationem non video. ſatis enim erat demonſtrare id, quod continetur AL CO maius eſſe eo, quod KB & eius dimidia continetur, hoc eſt rectangulo ABD.*

O Eadem quoque ratione ſi per C ipſi AK parallelā duxerimus uſque ad KB] *Corruptus eſt hoc loco græcus codex, quem nos in eam ſententiam corrigemus.*

P Maius ē eo, quod cōtinetur KB atq; eius dimidia] *græcus codex* μεῖσον ἐςι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆ κ β εὐθείας. *sed legēdū puto* μεῖζον ἐςι τοῦ ὑπὸ τῆς κ β καὶ τῆς ἡμισείας τῆς κ β εὐθείας.

Q Cōtētū igr̄ AL CO multo maiꝰ ē eo, qđ eiſdē cōtinetur] *hic ēt corrigēdus ē gręcus codex*

R Hoc ē ABD rectāgulo] *rectāgulū.n. ABD æquale ē dimidio quadrati ex KB, hoc ē ei, qđ KB et eius dimidia cōtinetur. grçcus codex* τουτέςι τὸ ὑπὸ α δ β. *sed legēdū* τουτέςι τὸ ὑπὸ α β δ.

S Sed conus baſim habens circulū, cuius ſemidiameter poteſt quod cōtinetur AL CO, & altitudinē AB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod AL AB continetur, & altitudinē CO] *Ex 15. duodecimi libri elementorum.*

T Qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem uero BD] *græcus codex* οὗ ἡ μὲν βάσις ἐςι κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐςιν ἡ δ β, ὕψος δὲ ὑ δ. *sed legendū eſt ut arbitror* οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐςιν ἡ α β, ὕψος δὲ ἡ β δ.

V Et oſtenſū eſt in 23. huius] *in græco codice legitur* καὶ δέδεικται τῷ δ θεωρήματι.

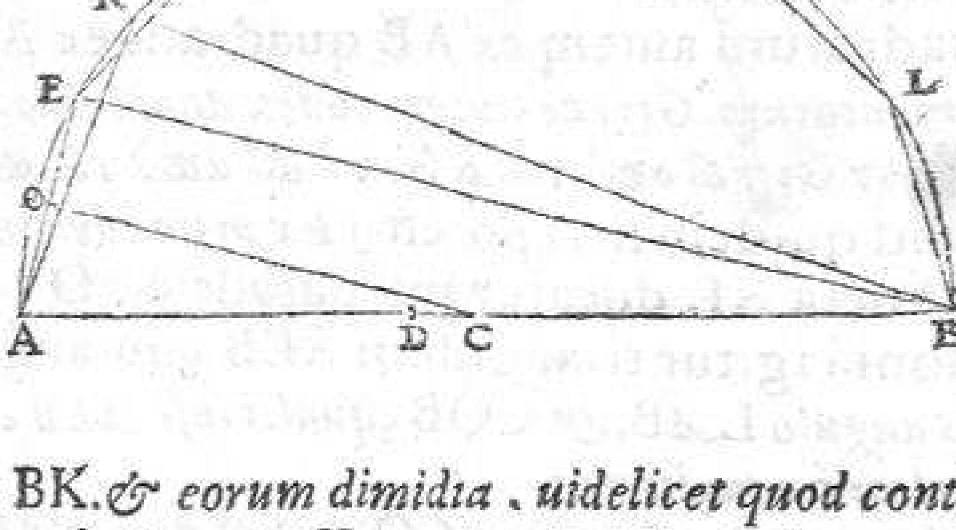
X Qui quidem eſt æqualis figuræ ſolidę in ſphæra deſcriptæ] *Ex 35 huius.*

Y Quare & ſolida figura] *in Græco codice legitur* ὡς δὲ καὶ τὸ *lege* ὥςε καὶ τό.

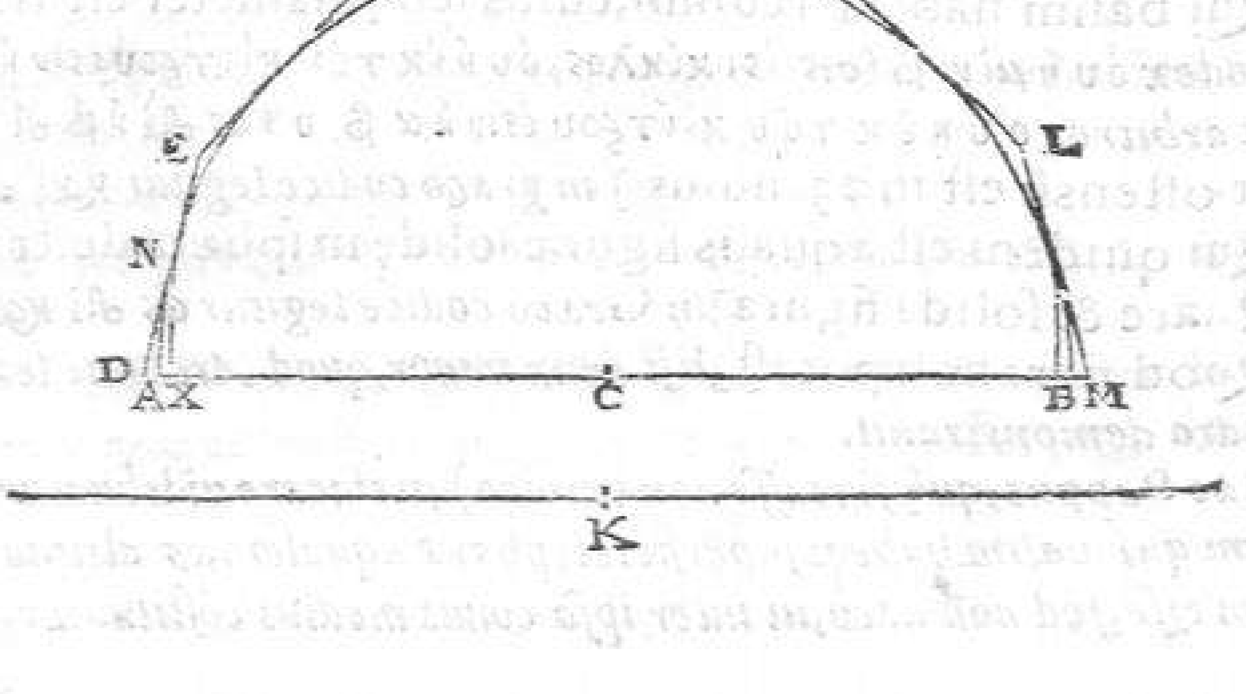
Quod fieri non poteſt] *Eſt enim minor, quod Archimedes in 23. primi libri de ſphęra, & cylindro demonſtrauit.*

Z *Hæc Pappus, quę fortaſſe non omnino ſatisfacere uidebuntur, poſſet enim quis plane dicere, conum qui baſim habeat ſuperficiei ſphæræ æqualem, & altitudinem CB, ſphæra quidem maiorem eſſe, ſed non adeo, ut inter ipſa conus medius cōſtituatur, eādē baſim habēs, et altitudinē*

BD, *quæ minor ſit, quam* CD. *quinimmo eius coni altitudinem multo maiorem eſſe, quam* BD. *oportet namque exceſſu quantulocumque dato conſequi id, quod fieri non poteſt. quamobrem ego ita demonſtrandum cenſerem.*



Sit ſphęra, cuius diameter AB, *centrum* C: *& ſi fieri poteſt, ſit primū maior conus, cuius baſis ē ſuperficies ſphæræ, hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter* AB, *& altitudo* AC, *uidelicet ipſius ſphæræ ſemidiameter. Sit alius conus inter ipſa medius, hoc ē minor cono, ſphæra āt maior, cuius baſis eadē ſit, & altitudo* AD, *minor quidē, quā* AC, *maior uero, quā* DC. *& deſcripto circa* AB *ſemicirculo ducatur* AK, *quæ poſsit id, quod bis cōtinetur* ABDC. *erit reliquū quod bis* BAD *cōtinetur æquale ei, quod fit a* BK. *& eorum dimidia. uidelicet quod continetur* BAD *æquale dimidio eius, quod fit a* BK, *hoc eſt ei, quod* BK *& eius dimidia cōtinetur. Deſcribatur in ſemicirculo polygonum æquilaterum, quod latera habeat numero paria* AEFGHLB, *ita ut circūferentia* AE *minor ſit quā* AEK, *quod facile fieri pōt: & iuncta* EB *per* C *ducatur* CO *ipſi parallela. Itaq; quoniā triangulū* ABE *triāgulo* ACO *ē ęquiāgulum, & eſt* BA *dupla* AC, *&* BE *ipſius* CO *dupla erit. poſita eſt āt* AE *minor, quā* AK, *& ob id quadratū ex* AE *minus erit quadrato ex* AK. *ergo reliquū quadratū ex* EB *maius eſt quadrato ex* BK. *vtraque. n. quadrato ex* AB *ſunt æqualia ex penultima primi lib. elemen. & dimidiū quadrati ex* EB, *hoc eſt quod continetur* EB *& eius dimidia* CO, *maius dimidio quadrati ex* BK, *hoc eſt eo, qđ* BK *& eius dimidia continetur, uidelicet* BAD *rectangulo. conus igitur baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* EB, CO *continetur & altitudinē* AB, *maior eſt cono baſim habēti circulū, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur* BAD, *& altitudinem* AB. *Sed conus ba-*
15. duo. *ſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur* EBCO, *& altitudinem* AB *æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* EBA *continetur, altitudinem āt* CO. *vt. n. rectangulum contentum* BECO *ad rectāgulum* EBA, *ita eſt* CO *ad* AB. *& rurſus conus baſim habens circulū, cuius ſemidiameter pōt quod* BAD *continetur, & altitudinē* AB *æqualis eſt cono baſim habenti circulū, cuius ſemidiameter* AB, *& altitudinem* AD. *quoniā ut quadratum ex* AB *ad rectangulū* BAD, *ita eſt* BA *ad* AD. *ergo conus baſim habens circulū, cuius ſemidiameter poteſt quod* EBA *continetur, & altitudinē* CO *maior eſt cono baſim habente circulū, cuius ſemidiameter eſt* AB, *& altitudinē* AD. *Sed demonſtratū eſt in 23. huius ſuperficiei conicę, quæ in conuerſione fit ab omnibus polygoni lateribus ęqualē eſſe circulū, cuius ſemidiameter pōt, quod* EBA *continetur. conus igitur baſim habēs circulū, cuius ſemidiameter pōt quod* EBA *continetur, & altitudinē* CO, *qui eſt æqualis ſolidæ figuræ in ſphæra deſcriptæ maior ē cono baſim habēte circulū, cuius ſemidiameter* AB, *& altitudinē* AD. *ergo et ſolida figura ī ſphęra deſcripta maior ē cono, cuius baſis ſemidiameter ē* AB, *& altitudo* AD. *hic āt conus poſitus ē maior quā ſphæra ſolida igitur figura in ſphæra dſcripta multo ni.tor erit, quā ipſa ſphæra quod fieri minime poteſt.*



A Atque eſt DE maior, quā utraq; ſimul DA BM, ſiquidē & DN maior ē, quā DA] *Secetur*

tur DE *bifariam in puncto* N, *a quo ad diametrum perpendicularis ducatur* KX. *erit* ND, *quæ maiori angulo, uidelicet recto ſubtenditur, maior quam* DX, *& multo maior, quam* DA. *Eodem modo ex altera parte oſtendetur dimidium lateris* ML *maius eſſe, quam* BM. *quare tota* DE *maior erit, quam utraque* DA BM *ſimul ſumpta. In Græco codice legitur* καὶ ἐστι μείζων ἡ δε τῆς βαβζ, ἐπεὶ καὶ ἡ μδ τῆς δα. *Sed nos ita legendum duximus.* καὶ ἐστί μείζων ἡ δε τῆς δα δμ, ἐπεὶ καὶ ἡ νδ τῆς δα. *Quoniam enim in polygoni lateribus erat elementum* ζ, *nos pro* ζ *hic repoſuimus* EC, *& ad medium lateris* DE *aptauimus* N, *perpendicularemque* NX *duximus, ut omnia magis perſpicua eſſent, quamquam in figura. græcis codicis nihil horum omnino apponeretur.* β

Ergo DM, quam K minor erit] *Ponitur enim* K *maior, quam utraque ſimul* AB DE. *& cum rurſus* DE *maior ſit, quam utraque* DA BM, *erit ipſa* K *multo maior, quam* DM.

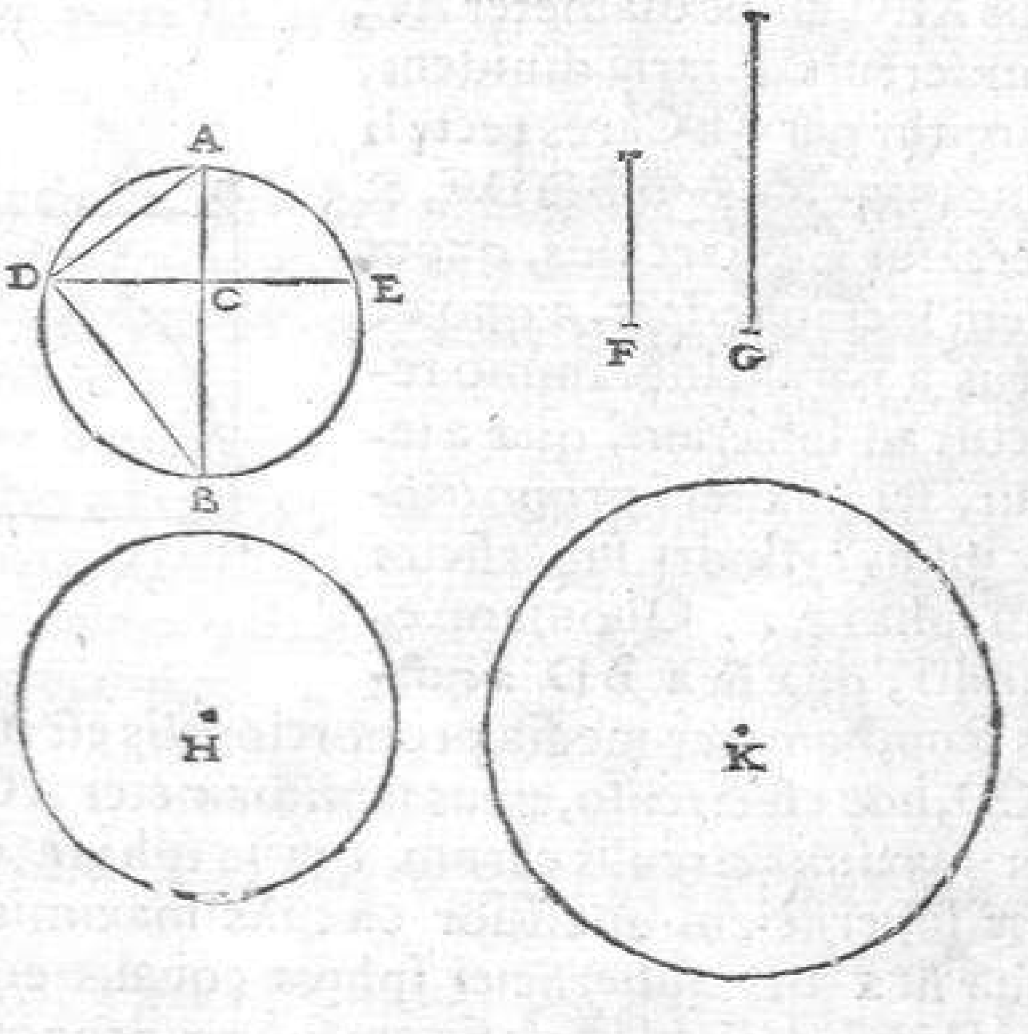
Quoniam autem ſuperficies, quæ a polygono fit & reliqua] *Græca uerba magna ex parte corrupta eſſe arbitramur, & ita reſtituenda, ut ex iis, quæ nos uertimus colligi poteſt. An uero hoc Pappus, aut aliud quippiam intelligi uoluerit, alii conſiderabunt.* γ

Aequalis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt, quod DM AB continetur] *Hoc a Pappo demonſtratum non eſt in iis, quæ extant, ſed a nobis in commentariis in 24 huius.* δ

Ex 35. huius] *In Græco codice legitur* διὰ τὸ κ θεώρημα. ε

THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIO XXXVI.

Sphæra data, & data proportione, ſuperficiem ſphęrę, plano ita ſecare, vt portionum ſuperficies inter ſe proportionem habeant eandem datę proportioni.



Sit enim ſphæra, cuius maximus circulus ADBE, diameter AB, & data proportio
quam habet F ad G: ſeceturque AB in C, ita vt AC ad CB eandẽ habeat proportionẽ,
quam F ad G, & per C ducto plano ad rectos angulos ipſi AB ſecetur ſphæra. ſit
aũt communis ſectio DE, & iunctis AD DB. exponantur duo circuli HK, ut H quidẽ
ſemidiametrũ habeat ipſi AD æqualẽ, K vero habeat æqualẽ ipſi DB. erit igitur circulus
H ęqualis ſuperficiei portionis DAE, & K æqualis ſuperficiei DBE portionis.
A hoc. n. ante demonſtratũ eſt. Et quoniã rectus angulus eſt ADB, & perpendicularis
B DC; vt AC ad CB, hoc eſt vt F ad G, ita erit quadratum ex AD ad quadratũ ex DB,
videlicet quadratum ſemidiametri circuli H ad quadratum ſemidiametri ipſius K,
hoc eſt circulus H ad K circulum, hoc eſt ſuperficies portionis ſphæræ DAE ad ſuperficiem
DBE portionis.

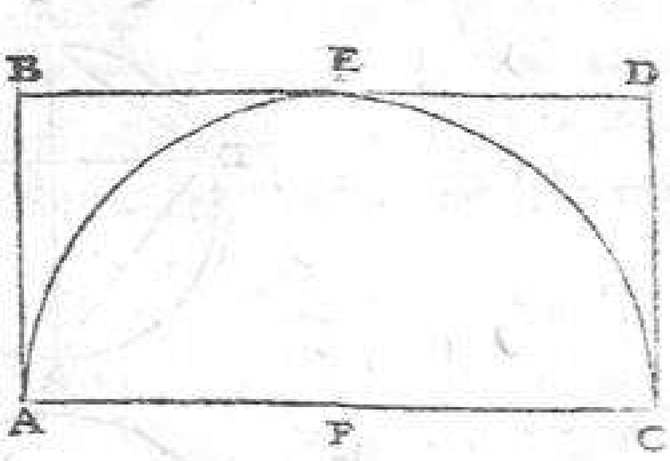
COMMENTARIVS.

A Hoc enim ante demonſtratum eſt] *In 29. huius.*

B Vt AC ad CB, hoc eſt vt F ad G, ita erit quadratum ex AD ad quadratũ ex DB] Ex 8. *propoſitione ſexti libri elem. fiunt enim triangula ACD DCB ſimilia toti, & inter ſeſe. quare ut AC ad CD, ita DC ad CB. vt autem AC ad CD, ita AD ad DB. ergo ex 20. eiuſdẽ ut prima AC ad tertiam CB, ita quadratum primæ AC ad quadratum ſecundę CD, hoc eſt ita quadratum ex AD ad id, quod fit ex DB quadratum.*

THEOREMA XXXV. PROPOS. XXXVII.

Quæ cum ita ſint, perſpicue conſtat cylindrum, cuius baſis ęqualis ſit maximo in ſphęra circulo, & altitudo ęqualis diametro ſphęrę, ipſius ſphęrę ſeſquialteram eſſe; & eius ſuperficiem ſuperficiei itidem ſphęrę ſeſquialteram.



Sit. n. ſemicirculus AEC, cuius diameter AC,
& punctum E circumferentiã bifariã diuidens,
& centrum F. Cum igitur per AEC tres rectę lineæ
contingentes ducantur, ut AB BD DC, &
manente AC conuertatur ſemicirculus, quonſque
rurſus ad eundem locum redeat, a quo cæpit
moueri, cylindrus a parallelogrammo rectangulo
ABCD factus ad ſphæram, quæ a ſemicirculo
deſcribitur, ſeſquialterã proportionem
habebit, quã & ipſius cylindri ſuperficies
A habet ad ſuperficiem ſphæræ. Quoniam enim
ſuperficies cylindri, quæ fit a BD æqualis
eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter BD, & utramque
B ipſarum ſimul AB CD, hoc eſt circulo, cuius ſemidiameter AC; hic autem circulus
C æqualis eſt quattuor maximis circulis earum, qui in ſphæra deſcribuntur, atque
oſtenſum eſt ſphæræ ſuperficiem quattuor circulis maximis æqualem eſſe: erit
& ſuperficies, quæ fit a BD ſuperficiei ſphęræ ęqualis. ergo una cum duobus
circulis, qui ſunt baſes cylindri, ad ſuperficiem ſphærę proportionem habet, quam
ſex ad quattuor, videlicet ſeſquialteram. Et quoniam conus baſim habens æqualem
D ſuperficiei ſphęræ, & altitudinẽ ſphęrę ſemidiametrũ, ipſi ſphęrę eſt æqualis; erit

conus baſim habens circulum in ſphæra maximum, & altitudinem eandem, quarta
pars ipſius ſphęræ. Sed & hic conus ſexta pars eſt cylindri, qui eandem baſim habet,
& altitudinem ſphæræ diametrum, quare ſequitur cylindrum ipſum ſphæræ E
ſeſquialterum eſſe.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim ſuperficies cylindri, quæ fit a BD æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter BD, & vtramque ipſarum ſimul AB CD] *ex 13 primi libri Archimedis de ſphęra ex cylindro. eſt enim ſuperficies cylindri facta à BD æqualis circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter latus cylindri BD, & baſis diametrum. Quòd cum BD ſit æqualis diametro baſis, erit & inter ipſas media eidem æqualis. oſtenſum autem eſt ſuperius in 24. huius, etiam ſi circumferentia ſemicirculi non in duas, ſed in quotcunque partes æquales diuidatur; atque a diuiſionibus rectæ lineæ contingentes ducantur, ſuperficiem a contingentibus factam æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt AC.*

B Hic autem circulus æqualis eſt quattuor maximis circulis eorum, qui in ſphæra deſcribũtur.] *circuli enim inter ſeſe duplam eius, quæ eſt diametrorum, proportionem habent, videlicet quadruplam, cum eorum diametri ſint duplæ.*

C Atque oſtenſum eſt ſphęrę ſuperficiem quattuor circulis maximis ęqualem eſſe.] *Ex 31 primi libri Archimedis de ſphęra, & cylindro. ſed & ſuperius oſtenſum eſt in 29 huius, ſphære ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter AC.*

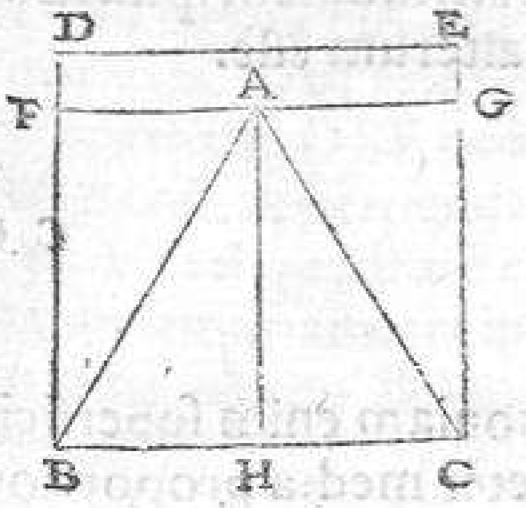
D Ipſi ſphæræ eſt æqualis; erit conus baſim habens circulum in ſphæra maximum,
& altitudinem eandem, quarta pars ipſius ſphæræ. ſed & hic conus ſexta pars eſt
cylindri, qui eandem baſim habet, & altitudinem ſphæræ diametrum.] *Hæc autẽ
omnia nos ſuppleuimus, quæ in græco codice deſiderari videbantur. conus enim baſim habens
circulum maximum in ſphæra, & altitudinem ſphære diametrum, tertia pars eſt ipſius cylindri.
At conus baſim habens eandem, & altitudinem ſemidiametrum ſphęræ, dimidia pars eſt* 4. duodecimi.
dicti coni. hic igitur conus cylindri ſexta pars neceſſario erit.

E Quare ſequitur cylindrum ipſum ſphærę ſeſquialterum eſſe.] *Nam cum ſphæra contineat quattuor eiuſmodi conos, quorum cylindrus continent ſex, habebit cylindrus ad ſphæram proportionem eandem, quam ſex ad quattuor, videlicet ſeſquialteram.*

Hæc igitur dicta ſint de iis, quæ Archimedes in libro de ſphæra & cylindro demonſtrauit. deinceps uero (ut polliciti ſumus) comparationes quinque figurarum, quæ æqualem ſuperficiem habent, deſcribemus, videlicet pyramidis, cubi, octaedri, dodecaedri, & icoſaedri. quarum quidem demonſtrationes non per reſolutiuam methodum, vt nonnulli antiquorum fecerunt, in prædictis figuris, ſed per compoſitiuam a nobis ad id, quod manifeſtius eſt, ac breuius redactę ſunt. quoniam & lemmata omnia tum parua, tum magna ob multos, qui diſcendi ſtudio flagrant, diſpoſui numero quattuordecim; tot enim hoc loco indigemus. ad comparationes autem hæc præmittimus.

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVIII.

In omni triangulo æquilatero, quadratum, quod ab vno latere fit, maius eiuſdem eſt, quam duplum dicti trianguli, minus vero, quam quadruplum.



Sit enim triangulum æquilaterum ABC:
ſitque ad baſim BC perpendicularis AH, quæ
ſcilicet ipſam bifariam ſecat, & a BC deſcribatur
quadratum BDEC, quod quidem triangu-
lum ABC ſuperabit, cum perpendicularis AH
trianguli latere minor ſit. & per A ipſi BC paral-
lela ducatur FAG. Quoniam igitur AB pote-
A ſtate quadrupla eſt ipſius BH, erit AB ſeſqui-
tertia ipſius AH poteſtate, hoc eſt DB ipſius
BF. eſt igitur DB minor, quam dupla BF.
atque vt DB ad BF, ita eſt BE quadra-
tum ad parallelogrammum FC. ergo & BE qua-
dratum parallelogrammi FC minus eſt, quam
B duplum, & minus quam quadruplum triangu
li ABC: quadratum igitur BE minus eſt, quam quadruplum, maius vero, quam
duplum trianguli ABC.

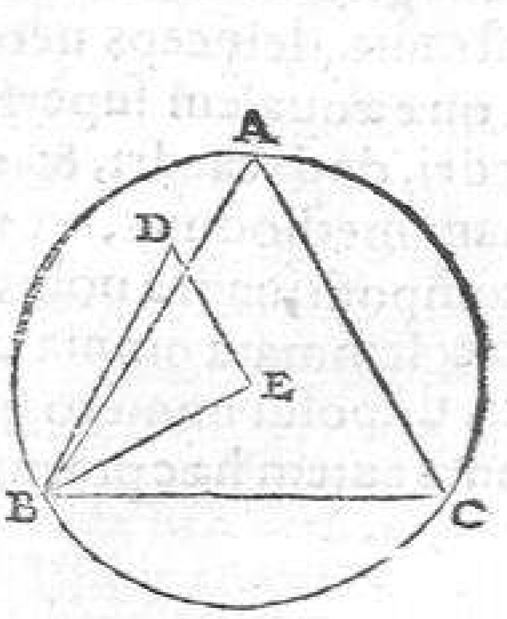
COMMENTARIVS.

A Erit AB ſeſquitertia ipſius AH poteſtate] *Ex penultima primi libri ele-
mentorum. Hoc etiam per ſeſe a nobis demonſtratum eſt in commentariis in xii. propoſitionē
tertii decimi libri.*

B Et minus quam quadruplum trianguli ABC] *Eſt enim parallelogrammum FC trian
guli ABC duplum ex 41. primi libri elementorum. Græcus codex mancus eſt, qui ita reſtitue-
tur.* καὶ ἐλάσσον ἢ τετραπλάσιον τοῦ αβγ τριγώνου.

THEOREMA XXXVII. PROP. XXXIX.

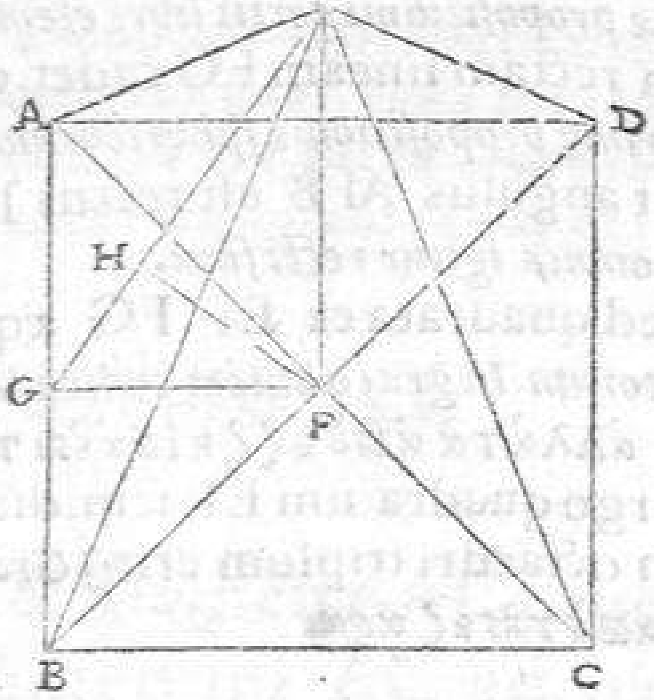
Quę a centro ſphęrę ad planum octaedri perpendicularis ducitur, poteſtate tertia pars eſt ſemidiametri ſphęrę.



Sit triangulum ſphæræ octaedrum comprehendē-
tis ABC, in ſphæra exiſtens, & circa ipſum circu-
lus. a ſphæræ autem centro D ad circuli planum per
A pendicularis DE. erit ex ſphæricis punctum E
circuli centrum. Iungantur EB BD. Dico qua
dratum ſemidiametri ſphæræ BD quadrati ipſius
B DE triplum eſſe. Quoniam enim in octaedro o-
C ſtenſa eſt ſphærę diameter poteſtate dupla lateris o-
ctaedri; eſt autem & ſemidiametri ſphæræ, quadru-
pla poteſtate: quadratum ex BC quadrati ex BD
D duplum erit. Et quoniam quadratū ex BC triplum ē
quadrati ex BE per 12. tertiidecimi libri element. &
quadrati ex BD duplum, erit quadratum ex BD ſe-
ſquialterum quadrati ex BE. ſed quadratis ex BE ED quadratum ex BD eſt ęquale.
E ergo quadrata ex BE ED quadrati ex BE ſeſquialtera sūt; ac propterea quadratum
ex BE duplum eſt quadrati ex ED. quadrata igitur ex BE ED, hoc eſt quadratum ex
BD quadrati ex DE eſt triplum.

ALITER.

Exponatur quadratum, in quo dimidium
octaedri ſit ABCDE: & iungantur AC BD
diametri ipſius quadrati, & EF. ergo EF ſe- F
midiameter eſt ſphæræ comprehendentis o-
ctaedrum, ut in elementis demonſtratum eſt. G
ducatur a centro F ad ipſam AB perpendicu
laris FG. erit AG ipſi GB ęqualis, iungãtur- H
que EG EB. Et quoniam æquilaterũ eſt trian K
gulum ABE, & AG æqualis GB; tranſibit L
EG per centrum circuli circa triãgulum ABE O
deſcripti. ergo quæ a puncto F ad planũ ABE
trianguli perpendicularis ducitur in rectam li
neam EG cadet, cadat vt FH. Itaque quoniã M
AF æqualis eſt FB, & angulus AFB eſt rectus, N
erit FAG dimidius recti. ſed & rectus eſt FGA.
reliquus igitur AFG eſt recti dimidius. & ob 6. primi elementorum.
id AG eſt ęqualis GF; quadratumque ex AF
quadrati ex FG duplum. eſt antem AF ęqua- 47. primi elemen.
lis FE. ergo quadrata ex EF FG tripla ſunt
quadrati ex FG. ſed quadrata ex EF FG ęqualia ſunt quadrato ex EG, propte O
rea quod EF perpendicularis eſt ad quadratum ABCD. quadratum igitur ex
EG quadrati ex GF eſt triplum. atque ut EG ad GF, ita EF ad FH, cum æqui- 8. ſexti
angula ſint EFG EFH triãgula. ergo quadratũ EF ſemidiametri ſphærę quadrati P
FH perpendicularis ad planum octaedi triplum erit.



COMMENTARIVS.

A Erit ex ſphæricis punctum E circuli centrum] *ex corollario primæ propoſitionis ſphæricorum Theodoſii.*

B Quoniam enim in octaedro oſtenſa eſt ſphærę diameter poteſtate dupla lateris octaedri] *in 14 tertii decimi libri elementorum.*

C Eſt autẽ & ſemidiametri ſphæræ quadrupla poteſtate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit] *etenim* BC *eſt octaedri latus. & BD ſemidiameter ſphæræ. In græco codice legitur* ἐϛὶ δέ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας δυναμει τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ βγ τοὺ ἀπὸ βδ. *ſed legendum.* ἐϛὶ δέ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας δυνάμει τετρακπλάσια. διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ βγ τοῦ ἀπὸ βδ.

D Et quoniã quadratum ex BC triplũ eſt quadrati ex BE per 12. tertij decimi libri elementorum, & quadrati ex BD duplũ erit quadratũ ex BD ſeſquialterum quadrati ex BE] *Quarum n. partium quadratum ex* BC *eſt ſex, earum quadratum ex* BE *eſt duarum, & quadratũ ex* BD *trium. Græcus codex habet* διὰ τὸ θ τοῦ ιγ ϛοιχίου. *ſcribendum autem* διὰ τὸ ιβ τοῦ ιγ ϛοιχίου.

E Ergo quadrata ex BE ED quadrati ex BE ſeſquialtera ſunt.] *In græco codice legitur* τὸ ἄρα ἀπὸ βεδ ἡμιόλιον τοῦ ἀπὸ βε. *ſed legendum vt arbitror,* τὰ ἄρα ἀπὸ βε εδ ἡμιόλια τοῦ ἀπὸ βε.

F Et EF] *Intelligantur diametri ipſius quadrati* AC BD *ſeſe in puncto* F *ſecantes.*

G Vt in elementis demonſtratum eſt] *Videlicet in 14. tertiidecimi libri elementorum.*

H Erit AG ipſi GB æqualis] *Sunt enim anguli FAB FBE inter ſe æquales, ex quinta primi libri elementorum, & æquales qui ad G recti ergo & reliqui reliquis æquales*
4. sexti. *ſunt, & triangulū FAG triangulo FBG ſimile. cum igitur ſit ut FG ad GA, ita FG ad GB; erit*
9. quinti. *AG ipſi GB æqualis.*

K Iunganturque EG EB] *Græcus codex habet.* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ε η. *ego legendum puto* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ε η καὶ ε β.

L Tranſibit EG per centrum circuli circa triangulum ABE deſcripti] *Ex corollario primæ propoſitionis tertii libri elementorum.*

M In rectam lineam EG cadet. cadat ut FH] *Cadet autem in centrum circuli ex corollario primę propoſitionis ſphęricorum Theodoſii.*

N Et angulus AFB eſt rectus] *Nam circa centrum F conſiſtunt quattuor anguli ęquales. omnes igitur recti ſunt.*

O Sed quadrata ex EF FG æqualia ſunt quadrato ex EG] *Ex 47. primi libri elementorum. In græco autem codice legitur* ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ε ζ η ἰσόν ἐστι τῷ ἀπὸ θ η. *ſed legendum* ἀλλὰ τὰ ἀπὸ ε ζ ζ η ἴσα ἐστι τῷ ἀπὸ ε η.

P Ergo quadratum EF ſemidiametri ſphæræ quadrati FH perpendicularis ad planum octaedri triplum erit] *Græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ τῆς θ ζ. ἄρα. *ſed corrigendum* καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ε ζ ἄρα.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XL.

A Sit triangulum æquilaterum ABC in ſphæra deſcriptum, ſphæræ autem centrum D, a quo ad trianguli planum ducatur perpendicularis DE. ergo E eſt centrum circuli circa triangulum ABC deſcripti, in prima ſphęricorū Theodoſii. vt in ſphęricis demonſtratum fuit: & iūcta AE producatur. Dico rectam lineam AE ipſius EF duplam erit.

B C Iungantur enim BE EC, quæ inter ſe æquales ſunt. & quoniam vterque angulorum BAE EBF tertia pars eſt recti, erit uterque BEF
C ABF duæ tertię recti, & triangulum ABF trian-
D gulo BEF æquiangulum. eſt igitur ut AB ad BF, ita BE, hoc eſt AE ad EF. Sed AB eſt
E dupla BF. ergo & AE ipſius EF dupla erit.

COMMENTARIVS.

A Et iuncta AE producatur] *videlicet uſque ad trianguli baſim, quam ſecet in puncto F.*

B Iungantur enim BE EC, quæ inter ſe æquales ſunt] *Quòd a centro circuli ad circumferentiam ducantur, quibus etiam eſt ęqualis AE.*

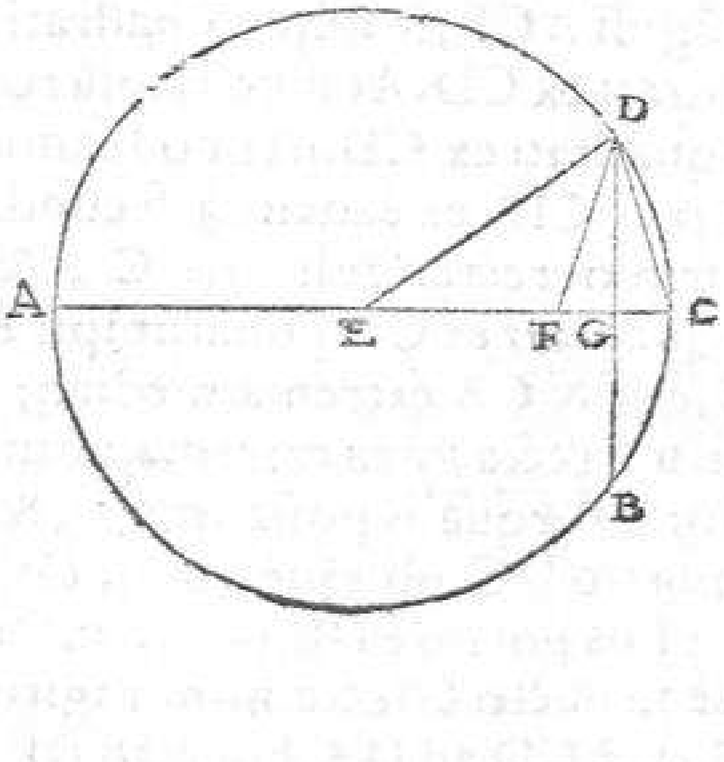
Et quoniam uterque angulorum BAE EBF tertia pars eſt recti, erit vterq; BEF ABF duæ tertiȩ recti] *Recta. n. linea AE ab angulo trianguli æquilateri ducta per centrũ circuli, qui circa triangulum deſcribitur, baſim bifariam ſecat, & ad ipſam eſt perpendicularis, vt nos demonſtrauimus in commentariis in ſecundam propoſitionem tertiidecimi libri elem. quare angulus BAF eſt æqualis angulo FAC. Quòd cum trianguli æquilateri angulus duas recti tertias contineat, erit BAF angulus tertia pars recti, itidemque angulus EBA, qui ipſi eſt æqualis, & reliquus angulus EBF ex quo ſequitur angulum BEF duas recti tertias eſſe, videlicet ipſis BAE EBA interioribus & oppoſitis æqualem ex 32 primi elementorum.* C

Eſt igitur ut AB ad BF, ita BE, hoc eſt AE ad EF] *Ex 4. ſexti lib. elem.* D

Ergo & AE ipſius EF dupla erit.] *Simile quippiam a nobis demonſtratum eſt in commentariis in primam propoſitionem quartidecimi libri elementorũ, eã ſcilicet, quæ a centro circuli ad latus trianguli æquilateri perpendicularis ducitur, dimidiã eſſe eius, quȩ ex centro circuli. eſt enim E centrum circuli circa triangulum ABC deſcripti, & AE æqualis ei, quȩ ex centro.* E

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XLI.

Sit circulus ABCD circa centrum E, & diameter AC; pentagoni autem latus ſit DGB ſecans diametrum AC ad rectos angulos, & ipſi CG ȩqualis ponatur GF. Dico rectam lineam EC extrema, ac media ratione ſecari in F, & EF maiorem portionem eſſe.



Iungantur enim ED FD CD. & quoniã CD circumferentia eſt decagoni, quòd DCB pentagoni ſit; angulus DEC continet duas quintas recti quare uterque angulorũ ECD EDC quattuor recti quintas continet. Sed FG eſt æqualis GC, & communis DG, quæ ipſam ad rectos ſecet angulos. ergo & FD æqualis erit DC, ac propterea angulus DFC angulo DCF æqualis continebit quattuor quintas recti. continet autem FED duas quintas recti, reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit: eritque DEF angulus angulo FDE æqualis. quare & latus EF æquale lateri FD, hoc eſt ipſi DC. Itaque quoniam EDC angulus angulo ECD, videlicet ipſi DFC eſt æqualis, & communis DCF: erit reliquus DEC æqualis reliquo FDC, & triangulum DEC triangulo FDC æquiangulum. Vt igitur EC ad CD, ita eſt DC ad CF, ideoque ECF rectangulum quadrato ex CD eſt æquale. Sed CD ȩqualis eſt EF. rectangulum igitur ECF quadrato ex EF ȩquale erit. ergo recta linea EC extrema, ac media ratione ſecta eſt in F. atque eſt EF maior eius portio.

A

B

COMMENTARIVS.

A Et quoniam CD circumferentia eſt decagoni, quod DCB pentagoni ſit] Nã *cum recta linea AC ſecet ipſam DB ad rectos angulos, & circumferentiam DB bifariam ſecabit, quod ex 30 tertij libri elementorum manifeſto patere poteſt.*

B Ergo & FD æqualis erit DC] Ex *quarta propoſitione primi libri elementorum.*

C Reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit.] *Eſt enim angulus exterior* DFC *duobus interioribus, & oppoſitis æqualis ex 32. primi libri elementorum.*

Ex iis autem, quę hoc loco demonſtrantur, ſatis conſtare poteſt, ſi hexagoni latus extrema, ac media ratione ſecetur, maiorem eius portionem eſſe latus decagoni.

THEOREMA XL. PROPOSITIO XLII.

Si recta linea extrema, ac media ratione ſecetur, quod fit a tota ad id quod quinquies fit a minori portione maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria.

Recta.n.linea AB extrema, ac media rõne ſecetur in C,
ſitq; minor ipſius portio CB. Dico quadratũ ex AB ad
id, quod quinquies fit a CB maiorẽ hẽre proportionẽ,
quã quattuor ad tria. ponatur ipſi CB æqualis CD. Quoniã igitur AB extrema, ac
media rõne ſecatur in C, erũt quadrata ex AB BC æqualia triplo quadrati ex AC, ex
A 4. theoremate tertiidecimi lib. elem. hoc eſt ęqualia triplo rectãguli ABC. ſed triplũ
B rectãguli ABC æquale ẽ triplo rectãguli ACB, & triplo quadrati ex BC. etem̃ quod
C ſemel ABC cõtinetur æquale ẽ rectãgulo ACB, & ei, quod fit ex BC quadrato ex 3.
ſec. lib. ele. & ablato cõi quadrato ex BC, erit reliquũ ex AB quadratũ æquale triplo
D rectãguli ACB, & duplo quadrati ex BC, hoc ẽ ęquale triplo rectãguli ACD, & duplo
quadrati ex CD. At uero triplũ rectãguli ACD ẽ æquale triplo rectãguli ADC, & tri
plo quadrati ex CD. nã quod ſemel ACD cõtinetur, ẽ ęquale rectãgulo ADC, & qua
E drato ex CD. ex eadem 3. ſecundi libr. element. Quadratum igitur ex AB ęquale
eſt triplo rectanguli ADC, & quintuplo quadrati ex CD, hoc eſt quintu-
plo quadrati ex CB. ponatur ipſi AD æqualis DE: perſpicuũ ẽ AD minorẽ eſſe, quam
F DC, q̃m & CA extrema, mediaq; rõne ſecatur, & maior portio ipſius ẽ DC. Genera
liter. n. ſi recta linea extrema, ac media rõne ſecetur, ut AB, cuiꝰ minor portio ſit CB,
ipſiq; CB æqualis ponatur CD, & AC extrema, ac media rõne ſecta erit, & eius ma-
ior portio DC. ob eãdẽ quoq; cãm & DC extrema ac media rõne ſecatur in E; & ma
G ior ipſius portio ẽ DE, poſita. n. CB ipſi DC æquali, erit tota AB extrema, ac media
rõne in pũcto C ſecta. minor igitur ẽ EC, quã utraq; ipſarũ AD DE, quoniã ut AC ad
CD, ita ẽ CD ad DA, hoc ẽ ad DE. & diuidẽdo ut AD ad DC, ita CE ad ED. minor
H aũt eſt AD, quã DC. ergo & CE, quã ED minor erit. Quadruplũ igitur DEC rectãgu
li maius eſt rectãgulo DCE. cõe apponatur, uidelicet quadruplũ rectanguli DCE. er
K go quadruplũ DEC, & quadruplum DCE rectãguli, hoc eſt quadruplum quadrati,
L quod fit ex DE maiora ſunt quintuplo rectanguli DCE. ſed quadruplum DEC re-
ctãguli, & quadruplũ quadrati ex DE ęqualia sũt quadruplo rectãguli CDE. quadru
M plũ igitur rectanguli CDE maius eſt quintuplo ipſius DCE. Rurſus cõmune appo-
natur quintuplum rectanguli CDE. erit nonuplum rectanguli CDE maius quintu-
N plo DCE, & quintuplo CDE rectanguli, hoc eſt maius quintuplo quadrati ex DC.
O triplum igitur rectanguli ADC ad quintuplũ quadrati ex DC maiorẽ proportionẽ
habet,

habet, quam ad nonuplum rectanguli ADC. proportio autem tripli ADC ad nonuplũ ADC rectãguli eſt, quam habet vnũ ad tria. ergo triplũ rectãguli ADC ad quintuplum quadrati ex DC maiorem habet proportionem, quam unum ad tria. & componendo triplum rectanguli ADC, & quintuplum quadrati ex DC, hoc eſt quadrati ex CB ad quintuplum quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quã quattuor ad tria. Sed demonſtratum eſt triplum rectanguli ADC, & quintuplum quadrati ex CB quadrato ex AB æquale eſſe. ergo quadratum ex AB ad quintuplũ quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria. P

COROLLARIVM.

Ex quo manifeſte conſtat quadratum ex AB quintuplo quadrati ex CB maius eſſe.

COMMENTARIVS.

Hoc eſt æqualia triplo rectanguli ABC] *Eſt enim rectangulum ABC æquale quadrato ex AC, quod AB extrema, ac media ratione ſecetur in C.* A

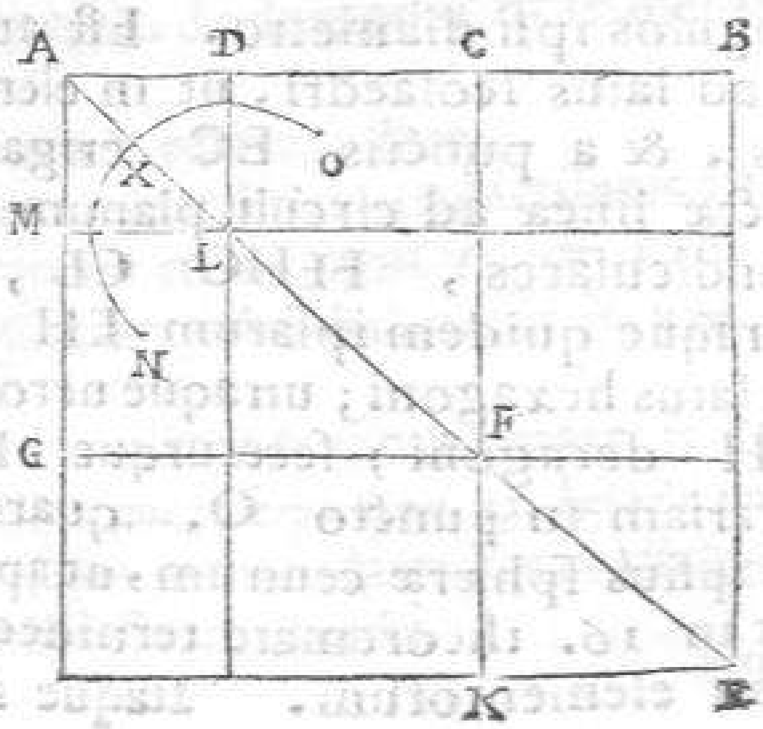
Etenim quod ſemel ABC continetur æquale eſt rectangulo ACB & ei, quod fit ex BC quadrato] *Græcus codex* ἐπεὶ καὶ τὸ ἅπαξ ἀπὸ αβ ἴσόν ἐστι τῷ ἀπὸ αβγ, καὶ τῷ ἀπὸ βγ. *Sed legendum eſt.* ἐπεὶ καὶ τὸ ἅπαξ ὑπὸ αβγ ἴσόν ἐστι τῷ ὑπὸ αγβ καὶ τῷ ἀπὸ βγ. B

Ex tertia ſecundi libri elementorum] *Poſt hæc in græco codice nonnulla leguntur, quæ nos conſulto reliquimus, ne idem fruſtra iteretur.* C

Hoc eſt æquale triplo rectanguli ACD, & duplo quadrati ex CD] *Facta eſt enim CD ipſi CB æqualis.* D

Quadratum igitur ex AB æquale eſt triplo rectanguli ADC & quintuplo quadratis ex CD] *Namque erat æquale triplo rectanguli ADC, & triplo quadrati ex CD una cum duplo quadrati ex BC hoc eſt quadrati ex CD.* E

Generaliter enim ſi recta linea extrema, ac media ratione ſecetur, ut AB, cuius minor portio ſit CB, ipſiq; CB æqualis ponatur CD; & AC extrema, ac media ratione ſecta erit, atque eius maior portio DC.] *Sit rectæ lineæ AB quadratum AE, & dupla figura deſcribatur. Quoniam igitur AB extrema, ac media ratione ſecta eſt in C, quod AB BC continetur, uidelicet rectangulum CE eſt æquale quadrato ex AF. Sed ipſi CE æquale eſt GE rectangulum. ergo GE quadrato AF eſt æquale. Itaque ſi a rectangulo GE auferatur quadratum FE, & a quadrato AF auferatur LF quadratum, quod quidem eſt æquale quadrato FE, cum DC CB ſint æquales inter ſe: reliquum GK rectangulum, hoc eſt rectangulum MF nempe DF gnomoni NXO æquale erit. a quibus ablato communi LC, erit reliquum DG rectangulum æquale quadrato LF. At uero rectangulum DG ipſis CA AD continetur, & quadratum LF fit a DC. Vt igitur AC ad CD, ita CD ad DA. Sed AC maior eſt, quam* F



CD. *ergo & CD, quam* DA *maior erit. recta igitur linea* AC *extrema, ac media ratione ſecatur in* D, *& maior eius portio eſt* CD, *quod oportebat demonſtrare.*

G Poſita enim CB ipſi CD æquali, erit tota AB extrema, ac media ratione ſecta in C] *Ex 5. tertiidecimi libri elementorum.*

H Quadruplum igitur DEC rectanguli maius eſt rectangulo DCE] *Rectangulum. n.* DCE *eſt æquale rectangulo* DEC, *& quadrato ex* EC, *quæ multo minora ſunt quadruplo rectã guli* DEC.

K Hoc eſt quadruplum quadrati, quod fit ex DE] *Rectangulum namque* DCE *quadrato ex* DE *eſt æquale. ob extremam, ac mediam rationem.*

Sed quadruplum DEC rectanguli, & quadruplum quadrati ex DE æqualia ſunt quadruplo rectanguli CDE] *Rectangulum enim* DEC, *& quadratum ex* DE *ęqualia ſunt rectangulo* CDE, *ex 3. ſecundi libri elementorum.*

M Quadruplum igitur rectanguli CDE maius eſt quintuplo ipſius DCE] *Grçcus codex mancus eſt, qui ſic reſtituetur,* τὸ ἄρα τετράκις ὑϖὸ γ δ ε μεῖζον τοῦ ϖεντάκις ὑϖὸ δ γ ε.

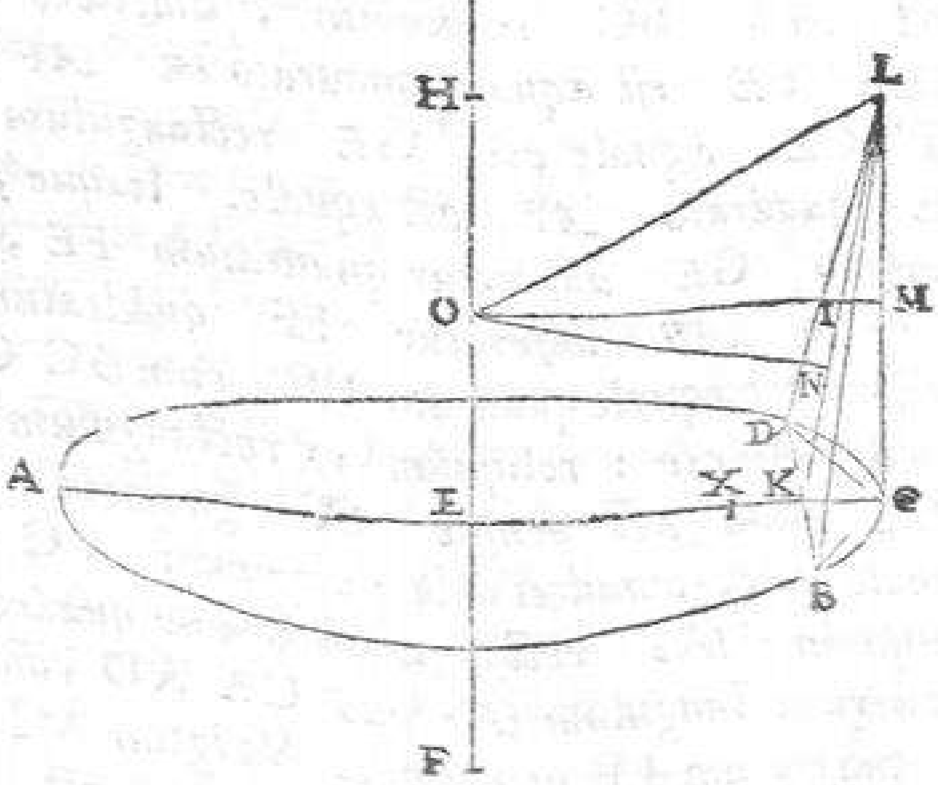
N Hoc eſt maius quintuplo quadrati ex DC] *Sunt enim rectangula* CDE DCE *quadrato ex* DC *æqualia: ex 2. ſecundi libri elementorum.*

O Triplum igitur rectanguli ADC ad quintuplum quadrati ex DC maiorẽ proportionem habet, quam ad nonuplum rectanguli ADC] *Ex octaua quinti libri elementorũ pro rectangulo autem* CDE *aſſumpſit* ADC, *quod eſt æquale ipſi* CDE. *ſunt enim* AD DE *inter ſe æquales.*

P Et componendo triplum rectanguli ADC, & quintuplum quadrati ex DC, hoc eſt quadrati ex CB ad quintuplum quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quam quatuor ad tria] *Ex 28 quinti libri elementorum, quam nos addidimus. Græcus codex.* τὸ ἄρα τρὶς ὑϖὸ α δ γ καὶ ϖεντάκις ἀϖὸ δ γ, τουτέστι τὸ ϖεντάκις ἀϖὸ γ β μείζονα λόγον ἔχει, ἤϖερ δ ϖρὸς γ. *lege* τουτέστι τὸ ϖεντάκις ἀϖὸ γ β ϖρὸς τὸ ϖεντάκις ἀϖὸ γ β μείζονα λόγον ἔχει, ἤϖερ δ ϖρὸς γ.

THEOREMA XLI. PROP. XLIII.

Poteſtate duodecuplum perpendicularis eius, quę a centro ſphærę icoſaedrum comprehendentis ad vnum aliquod icoſaedri planum ducitur, maius eſt poteſtate quintuplo lateris icoſaedri.



A Exponatur circulus ABC ſuſcipiens pentagonum dodecaedri, ut in elementis: ſitque AC circuli diameter, centrum E, & DKB pentagoni æquilateri latus ad rectos angulos ipſi diametro. Eſt autem illud latus icoſaedri, ut in elemen-

B C tis. & a punctis EC erigantur rectæ lineæ ad circuli planum perpendiculares, FEHG CL, & utraque quidem ipſarum EH CL ſit latus hexagoni; utraque uero EF GH decagoni; ſeceturque EH

D bifariam in puncto O, quare O eſt ipſius ſphæræ centrum, ut apparet in 16. theoremate tertiidecimi libri elementorum. Itaque iun-

gãtur

gantur LD LB LK BC. Et quoniam hexagoni latus eſt CL, & BC latus deca-
goni, angulusque BCL rectus; erit BL pẽtagoni latus per 10. theorema tertijdeci
mi libri elementorum. Similiter & LD, & BD. triangulum igitur BLD ęquilate
rum eſt ex ijs, quæ icoſaedrum continent. Rurſus quoniam. LK perpendicularis
eſt ad BD, & planum per AC KL ductũ, quod tranſit per parallelas EG CL,
rectum erit ad ipſam BD, ac propterea BD ad dictum planum eſt perpendicula-
ris. hæc enim in ſolidis elementorum oſtenſa ſunt. ergo omnia, quæ per
BD tranſeunt plana, quorum vnum eſt triangulum BLD, recta ſunt ad pla-
num per OG CL, inquo eſt triangulum GKL. quare & triangulum BLD
ad ipſum CKL rectum erit: Ducatur ad rectam lineam KL perpendicularis
ON. duo igitur plana CKL BDL inter ſe recta ſunt. & ad communem ipſorum
ſectionem KL in uno plano perpendicularis eſt ON. ergo & ON ad triangulum G H
BLD eſt perpendicularis, quod cum LB dupla ſit ipſius BK, erit & LN ipſius
NK dupla ex 40 huius ſecetur CL bifariam in puncto M, & OM iungatur. e-
rit utique OM parallela ipſi EC. eſt enim EO æqualis CM, quoniam & CL EH K
duplæ, & parallelę ſunt. pręterea LI eſt æqualis IK, etenim in triangulo CKL ipſi L
CK æquidiſtans ducta eſt IM. atque eſt LM æqualis MC, & LN ipſius NK du-
pla. Quarum igitur partium KL eſt ſex, earum LN erit quattuor, & KN duarũ,
& vtraque LI IK trium, & reliqua NI vnius. ergo LI tripla eſt ipſius IN. Dico
duodecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD æqualia eſſe. Ponatur ipſi M
CK æqualis KX. Itaque ex 41 huius recta linea EC extrema ac media ratione ſe
cta eſt in X, cuius maior portio EX, & ex 42 huius quadratum ex EC maius eſt N
quintuplo quadrati minoris portionis XC. ergo quadratum, quod fit ex EC qua
drati ex CX maius eſt, quam quintuplum. quadrati vero ex CK maius, quam ui O
gintuplum. atque eſt ut quadratum ex EC ad quadratum ex CK, ita quadratum P
ex LC ad quadratum ex CK, hoc eſt quadratum ex ON ad quadratum ex NI; Q
æquiangula enim ſunt triangula ONI, LIM, LKC. quadratum igitur ex ON ma
ius eſt viginti quadratis ex NI. & 36. quadrata ex ON 720. quadratis ex NI ſũt R
maiora. ſed 720. quadrata ex NI ſunt 80. quadrata ex LI, etenim LI oſtenſa S
eſt tripla ipſius IN. octaginta uero quadrata ex IL ſunt 20. quadrata ex LK, T
quod KL ipſius LI ſit dupla. At 20. quadrata ex KL ſunt 15 quadrata ex BD: V
æquilaterum namque eſt triangulum DBL, perpendicularisque LK, & BD ipſius X
KL poteſtate ſeſquitertia. ergo 36. quadrata ex ON quindecim quadratis ex BD Y
ſunt maiora. & ob id duodecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD ma- Z
iora erunt; quod oſtendere oportebat.

COMMENTARIVS.

Exponatur circulus ABC ſuſcipiens pentagonum dodecaedri, ut in elementis] A
propiſitione 16. tertii decimi libri.

Eſt autem illud latus icoſaedri, ut in elementis] *eodem in loco.* B

Et a punctis EC origantur rectæ lineæ ad circuli planũ perpendicularis FEHG, C
CL] *intelligatur FE dodecaedri latus eſſe infra planum circuli ABCD, & EHG ſupra,*
quarum EH eſt latus hexagoni, & HG dragoni. Gręcus codex habet. ἁι ζε ηγα *ſed le-*
gendum ζεηθ γλ.

Quare O eſt ipſius ſphęræ centrum, ut apparet in 16 theoremate tertijdeci- D
mi libri elementorum.] *Eſt enim FEGH ſphæræ diameter, quæ ex latere hexagoni*
EH, & duobus decagoni FE HG in eodem circulo deſcriptorum lateribus conſtat. centrum
igitur ſphærę eſt punctum illud, quod latus hexagoni biſariam diuidit.

Rurſus

E Rurſus quoniam LK perpendicularis eſt ad BD, & planum per AC KL ductum, quod tranſit per parallelas EG CL rectum erit ad ipſam BD, ac propterea BD ad dictum planum eſt perpendicularis] *Cum enim recta linea BD duabus rectis lineis AC LK ſeſe mutuo ſecantibus, in communi ſectione ad angulos rectos inſiſtat: & ad earum planum perpendicularis erit, ex 4. undecimi libri elementorum. Græcus autem codex habet.* καὶ ἐπεὶ ἡ λκ τῇ βδ, καὶ τὸ α διὰ τῶν αγκλ ἄρα ἐπίπεδον, ὅπερ ἐστὶν ἡ ο διὰ τῶν εη γλ παραλλήλων, ὀρθόν ἐστι πρὸς τὴν βδ. *Sed legendum, vt arbitror.* καὶ ἐπεὶ ἡ λκ τῇ βδ, καὶ τὸ διὰ τῶν α κ ἄρα γκ λ ἐπίπεδον ὅπερ ἐστὶν διὰ τῶν ε η γ λ παραλλήλων, ὀρθόν ἐστι πρὸς τὴν βδ.

F Ergo omnia, quę per BD tranſeunt plana, quorum vnum eſt triangulum BLD recta ſunt ad planum per EG CL] Ex 18. *vndecimi libri elementorum.*

G Ergo & ON ad triangulum BLD eſt perpendicularis] Ex 4 *diffinitione vndecimi libri elementorum atque erit punctum N centrum circuli, triangulum BLD comprehendentis ex corollario primę ſphęricorum Theodoſii.*

H Quod cum LB dupla ſit ipſius BK, erit & LN ipſius NK dupla ex 40. huius] *In ea .n. oſtenditur LN duplam eſſe ipſius NK ex eo, quod LB ipſius BK ſit dupla. In græco codice legitur.* καὶ διπλῆ ἐστιν ἡ λβ τῆς ο κ. *corrigendum autem* τῆς βκ.

K Erit vtique OM parallela ipſi EC. eſt enim EO æqualis CM, quoniam & CL EH duplæ & parallelæ ſunt] Ex 33. *primi libri elementorum.*

L Præterea LI eſt æqualis IK, In triangulo enim CKL ipſi CK parallela ducta eſt IM] Ex 2. *ſexti libri elementorum.*

M Ponatur ipſi CK æqualis KX] *In greco codice legitur* κείσθω τῇ κγ ἴση ἡ κξ ἡ ογ. *sed legendum* ἴση ἡ κξ.

N Cuius maior portio EX] *Grecus codex* καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστι τὸ ϛ. *lege* τὸ εξ.

O Quadrati uero ex CK maius, quam vigintuplum] *Quadratum enim ex CX quadruplum eſt quadrati medietatis CK, cum proportionem habeat duplam eius, quæ eſt XC ad CK, ex 20 ſexti libri elementorum.*

P Atque eſt ut quadratum ex EC ad quadratum ex CK, ita quadratum ex LC ad quadratum ex CK] Ex 7. *quinti libri elementorum: poſitæ enim ſunt EC CL inter ſe æquales.*

Q Aequiangula enim ſunt triangula ONI LIM LKC] *Triangulum namque LIM ſimile eſt triangulo LKC propter lineas IM KC parallelas. Sed trianguli ONI rectus angulus ad N eſt æqualis recto ad C, uel M, & angulus OIN æqualis ipſi LIM, qui ad uerticem conſtituitur. ergo & reliquus reliquo æqualis. Græcus codex hoc loco corruptus eſt.*

R Et 36. quadrata ex ON 720. quadrati ex NI ſunt maiora] *Quam .n. proportionē habet 1 ad 20 eandem 36. habet ad 720.*

S Sed 720 quadrata ex NI ſunt 80. quadrata ex LI] *Nam cum LI tripla ſit ipſius IN, erit quadratum ex LI nonuplum quadrati ex IN, ac propterea unumquodque quadratorum ex LI continebit 9 quadrata ex IN. octoginta igitur quadrata ex LI ſunt 720. quadrata ex IN.*

T Octoginta uero quadrata ex CL ſunt 20. quadrata ex LK] *Eſt .n. quadratum ex KL quadrati ex LI quadruplum.*

V Quod KL ipſius LI ſit dupla] *Græcus codex* διπλῆ γάρ ἡ δκ τῆς δι, *sed legendum.* διπλῆ γάρ ἡ λκ τῆς λι.

X At 20. quadrata ex KL ſunt 15. quadrata ex BD æquilaterum namque eſt triangulum DLB, perpendicularisque LK, & BD ipſius KL poteſtate ſeſquitertia] *Eſt enim quadratum ex BD, videlicet quadratum ex BL æquale duobus quadratis ex BK KL. Sed quadratum ex LB quadruplum eſt quadrati ex BK. ergo quadratum ex LB reliqui quadrati ex KL ſeſquitertium erit. Græcus codex.* εἴκοσι δὲ τὰ ἀπὸ κλ ιέ τῶν ἀπὸ βδ μείζονα, *Sed legendum*

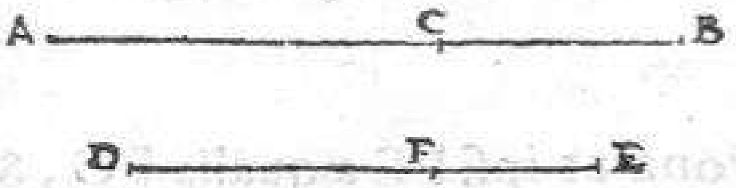
dum vt opinor, ἴικοσι δὲ τὰ ἀπὸ κλ ιέ τὰ ἀπὸ βδ. *neque enim 20. quadrata ex* KL 15 *quadratis ex* BD *ſunt maiora, ſed ipſis æqualia, vt manifeſto apparet.*

Ergo 36. quadrata ex ON quindecim quadratis ex BD ſunt maiora.] *hoc* Y *eſt primum maius eſt vltimo. Græcus codex* ὥστε λς τὰ δ ἀπὸ ον ιέ τῶν ἀπὸ βδ. *legendum autem.* ὥστε λς τὰ ἀπὸ ον ιε' τῶν ἀπὸ βδ μείζονα.

Et ob quindecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD maiora erunt] Z *ex 15 quinti libri elementorum; vtrumque enim vtriuſque tertia pars eſt.*

THEOREMA XLII. PROP. XLIIII.

Si duæ rectæ lineę extrema, ac media ratione ſecentur, in ſubiecta ſunt anologia.



Secetur enim AB extrema, ac media ratione in C, ita vt maior ipſius portio ſit AC. ſimiliter & DE ſecetur in F, ſitque maior portio DF. Dico vt tota AB ad maiorem eius portionem AC, ita eſſe & totam DE ad maiorem portionem DF. Quoniam enim ABC rectangulũ æquale eſt quadrato ex AC, rectangulum vero DEF æquale quadrato ex DF; erit vt ABC rectangulum ad quadratum ex AC, ita rectangulum DEF ad quadratum ex DF. vt igitur quadruplum rectanguli ABC ad quadratum ex AC, ita quadruplum rectanguli DEF ad quadratum ex DF: & componendo, vt quadruplum rectanguli ABC una cum quadrato ex AC ad quadratum ex AC, ita quadruplum rectanguli DEF una cum quadrato ex DF ad quadratum ex DF. Sed quadruplum rectanguli ABC una cum quadrato ex AC eſt quadratum quod fit ex vtraque AB BC per octauum Theorema ſecundi libri elementorum & quadruplum rectanguli DEF una cum quadrato ex BF eſt quadratum, quod fit ex vtraque DE EF. ergo ut quadratum ex vtraque AB BC ad quadratum ex AC, ita quadratum ex vtraque DE EF ad quadratum ex DF. & longitudine ut vtraque AB BC ad AC, ita vtraque DE EF ad DF. componendoque vt vtraque AB BC una cũ AC, hoc eſt duæ AB ad AC, ita vtraque DE EF una cum DF, hoc eſt duæ DE ad DF; & antecedentium dimidia, vt AB ad AC, ita DE ad DF. EX quo manifeſte patet, ſi ſint duæ rectæ lineæ æquales vt AB DF, quarum vtraque extrema, ac media ratione ſecetur, in punctis CF, erunt maiores portiones ipſarum æquales inter ſe, & minores ſimiliter æquales. Quoniam enim demonſtratũ eſt, vt AB ad AC, ita eſſe DE ad DF; & permutando erit vt AB ad DE, ita AC ad DF.

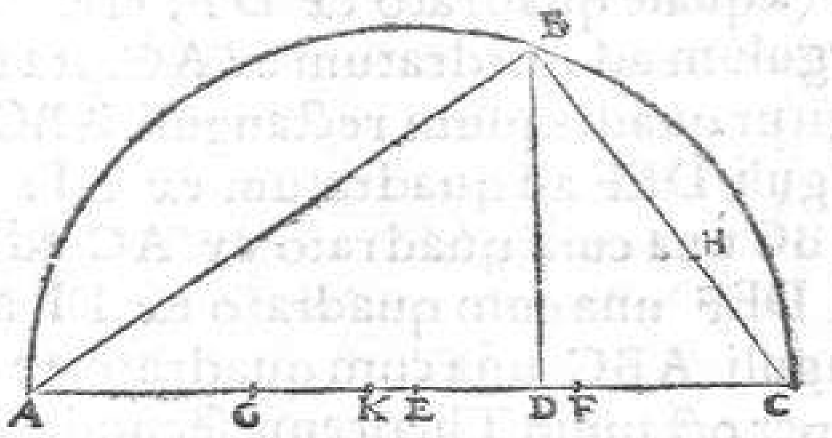
COMMENTARIVS.

Hoc ſimiliter demonſtratum eſt in quartodecimo libro elementorum, propoſitione VII.

THEO-

THEOREMA XLIII. PROPOS. XLV.

Sit ſemicirculus ABC, cuius centrum E: ſitque AC tripla CD: & ipſi AC ad rectos angulos DB; & AB BC iungan A tur. erit AC ipſius CB poteſtate tripla, vt enim AC ad CD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ob triangulorum ABC BCD ſimilitudinem. Itaque ſecetur BC extrema, ac media ratione in H, vt maior portio ſit BH: & fiat B CE poteſtate quintupla ipſius EF; quòd quidem fieri poteſt. etenim CE, cum ſit longitudine tripla ipſius ED, poteſtate no- C nupla erit. Dico proportionem BH ad CF poteſtate eſſe eam, quam habent quinque ad tria.

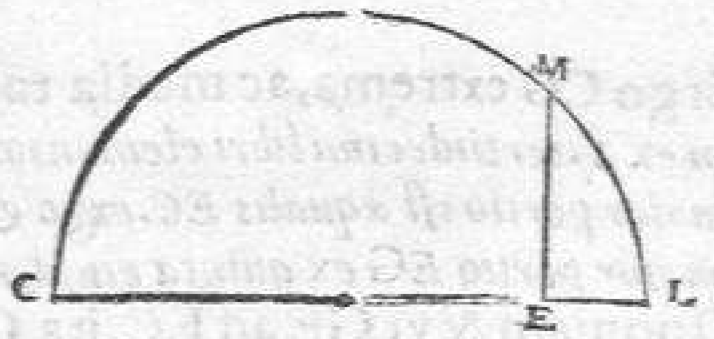


Ponatur ipſi FE æqualis FG, & FG extrema ac media ratione ſecetur in K, vt FK ſit maior ipſius portio. & quoniam recta linea CE ſui ipſius portionis EF quintuplum poteſt, & dupla ipſius EF extrema, ac media ratione ſecatur in K: erit KF æqualis FC per ſecundum theorema tertiidecimi libri D elementorum. quare & CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in F, cuius maior portio FG. Sed ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, vt CB ad BH, ita CG ad GF, hoc eſt GF ad FC: & permutando ut BC ad FG, ita E BH ad CF. Quoniam igitur AC ipſius quidem CB poteſtate tripla eſt, ipſius uero GF quintupla: quarum partium AC poteſtate eſt quindecim, earum CB eſt quinque, & FG trium. ergo BC ad FG poteſtate eam proportionem habet, quā quinque ad tria. quare & BH ad FO poteſtate habet eandem, quam quinque ad tria.

COMMENTARIVS.

A Erit AC ipſius CB poteſtate tripla: vt enim AC ad CD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Nam cum triangula ABC BDC ęquiangula ſint, ex 8. ſexti libri elementorum, erit ut AC ad CB in triangulo ABC, ita BC ad CD in triangulo BDC. ergo AC ad CD, hoc eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum primi AC ad quadratum CB ſecundæ ex corollario 20. eiuſdem.*

Quod quidem fieri poteſt] *Sit recta linea CE, quæ producatur in L, ita ut CE ipſius EL ſit quintupla; & circa diametrum CL deſcribatur ſemicirculus CML; perque E ipſi CL ad rectos angulos ducatur EM. erit CE ipſius EM poteſtate quintupla. Vt enim CE ad EM, ita ME ad EL. quare ut CE ad EL, ita quadratum ex CE ad quadratum ex EM. Si igitur EF fiat æqualis EM, factum iam erit, quod oportebat.* B



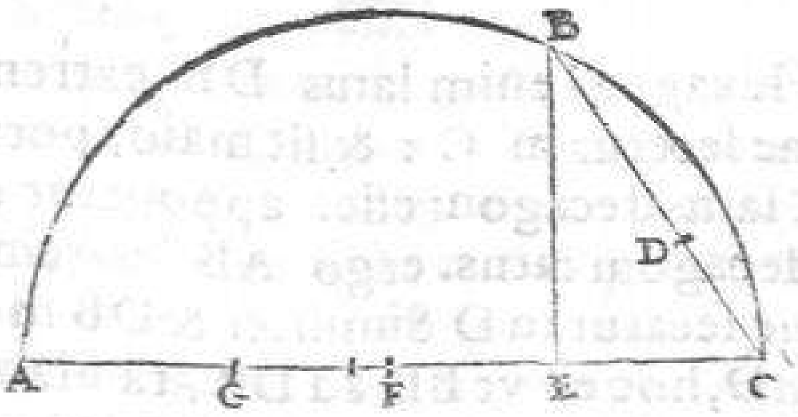
Etenim CE cum ſit longitudine tripla ipſius ED, poteſtate nonupla erit] *Eſt enim AC longitudine tripla ipſius CD, quare AD dupla eſt DC. Itaque quoniam tota AC dupla eſt totius CE, & pars AD itidem dupla partis DC, erit & reliqua CD dupla reliquę DE, & tota CE ipſius ED tripla.* C

Quare & CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in F, cuius maior portio FG] *Ex 5. tertiidecimi libri elementorum.* D

Quoniam igitur AC ipſius quidem BC poteſtate tripla eſt, ipſius vero GF quintupla.] *Horum primum ante demonſtratum eſt, ſecundum uero manifeſte patet. Nam cum CE ipſius EF poteſtate ſit quintupla, erit & dupla ipſius CE, hoc eſt AC dupla EF, uidelicet FG ſimiliter quintupla poteſtate ex 15 quinti libri elementorum.* E

THEOREMA XLIIII. PROPOSITIO XLVI.

Rurſus ſit ſemicirculus ABC, cuius centrum F, & quadratum ex CF quintuplum quadrati ex FE. ipſi vero AC ad rectos angulos ſit BE, & iuncta BC extrema, ac media ratione ſecetur in D, vt BD ſit portio maior. Dico quadrata ex CB BD quadrati ex CE quintupla eſſe.



Ponatur FG æqualis EF. ergo CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in E, atque eius maior portio EG. & quoniam rectangulum GCE æquale eſt quadrato ex EG, ipſa uero EC eſt æqualis AG, quoniam & EF ipſi FG; erit AEC rectangulum quadrato ex EG æquale. eſtque vt quadratum quidem ex EG, hoc eſt rectangulum AEC ad quadratum ex EC, ita quadratum ex CB ad quadratum ex BD, quoniam & ut GE ad EC, ita CB ad BD. vt autem rectangulum AEC ad quadratū ex EC, ita AE ad EC. hoc. n. per primam ſexti libri elem. oſtenditur, deſcripto ſcilicet quadrato ab ipſa EC, & cōpleto in AE parallelogrammo. vt igitur AE ad EC, ita quadratum ex CB ad id, quod fit ex BD quadratum; & componendo ut AC ad CE, hoc eſt ut quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ita quadrata ex CB BD ad quadratum ex BD. eſt autem, & ut quadratum ex BC ad quadratum ex EG, ita quadratum ex BD ad quadratum ex CE. ex æquali igitur vt quadratum ex AC ad quadratum ex EG, ita quadrata ex CB BD ad quadratum ex CE. Sed quadratum ex AC quintuplum eſt quadrati ex EG. ergo & quadrata ex CB BD quadrati ex CE quintupla erunt. quod demonſtrare oportebat.

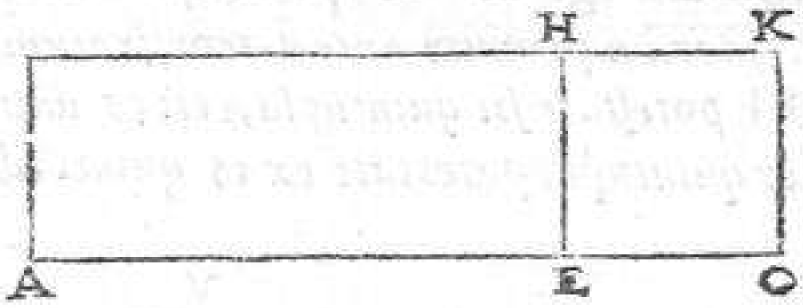
A
B
C
D
E

COMMENTARIVS.

A Ergo CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in E, atque eius maior portio EG] *Nam ex 2. tertiidecimi libri elementorum recta linea EG extrema ac media ratione ſecatur, cuius maior portio eſt æqualis EC. ergo & tota CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in E, cuius maior portio EG ex quinta eiuſdem.*

B Quoniam & vt GE ad EC, ita CB ad BD] *Ex 22. ſexti libri elementorum. Cum enim GE extrema, ac media ratione ſecetur, atque eius maior portio ſit æqualis EC, ut proxime dictum eſt, erit ex 44. huius ut GE ad EC, hoc eſt ad maiorem eius portionem, ita & CB ad BD.*

C Hoc enim ex prima ſexti elementorum oſtenditur, deſcripto ſcilicet quadrato ab ipſa EC, & completo in AE parallelogrammo] *Deſcribatur ex EC quadratũ HECK. & parallelogrammum compleatur. erit AH rectangulum, quod AEC continetur. ergo ut rectangulum AH ad HC quadratum, ita AE ad EC ex prima sexti: ſed illud per ſeſe patet ex lemmate in 23 decimi libri elem.*



D Et componendo ut AC ad CE, hoc eſt ut quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Ob ſimilitudinem triangulorum ABC BEC nempe ducta AB, quemadmodum in antecedenti oſtendimus*

E Eſt autem & ut quadratum ex BC ad quadratum ex EG, ita quadratum ex BD ad quadratum ex EC] *Eſt enim ex 45. huius ut CB ad BD, ita GE ad EC. ergo & permutando ut RC ad EG, ita BD ad CE.*

THEOREMA XLV. PROPOS. XLVII.

Hexagoni latere extrema, ac media ratione ſecto, maior portio eius eſt decagoni latus.

Hexagoni enim latus DB extrema, ac media ra-
tione ſecetur in C : & ſit maior portio DC. Dico
DC latus decagoni eſſe. apponatur enim DA, quæ
A ſit decagoni latus. ergo AB extrema, ac media ra-
B tione ſecatur in D. Similiter & DB in C ſecatur. quare per octauum lemma ut AB
C ad BD, hoc eſt vt BD ad DA, ita BD ad DC. æqualis igitur eſt AD ipſi DC. Sed CD
D eſt latus decagoni. ergo & DC decagoni latus erit.

COMMENTARIVS.

A Ergo AB extrema, ac media ratione ſecatur in D] *Ex 9. tertiidecimi libri elementorum.*

B Quare per octauum lemma] *Nam inter quattuordecim lemmata, quæ ad comparationes quinque figurarum præmittit, octauum tenet locum. eſt autem 44. huius.*

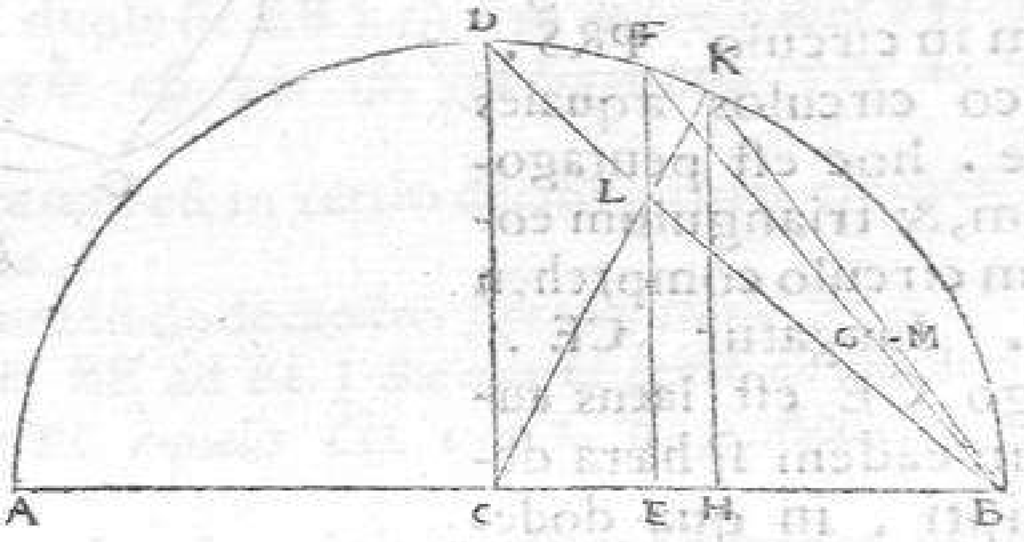
Ita BD ad DC] *In codice græco mendoſe legitur.* οὔτως ἡ α β ϖρός δγ *cum legendum* C
ſit ὅυτως ἡ β δ ϖρὸς δγ.

Aequalis igitur eſt AD ipſi DC] *Ex 9. quinti elementorum.*

Ergo & DC decagoni latus erit] *Nos autem hoc aliter demonſtrauimus in cõmentariis* D
in 9. tertiidecimi libri elementorum propoſitione prima. E

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVIII.

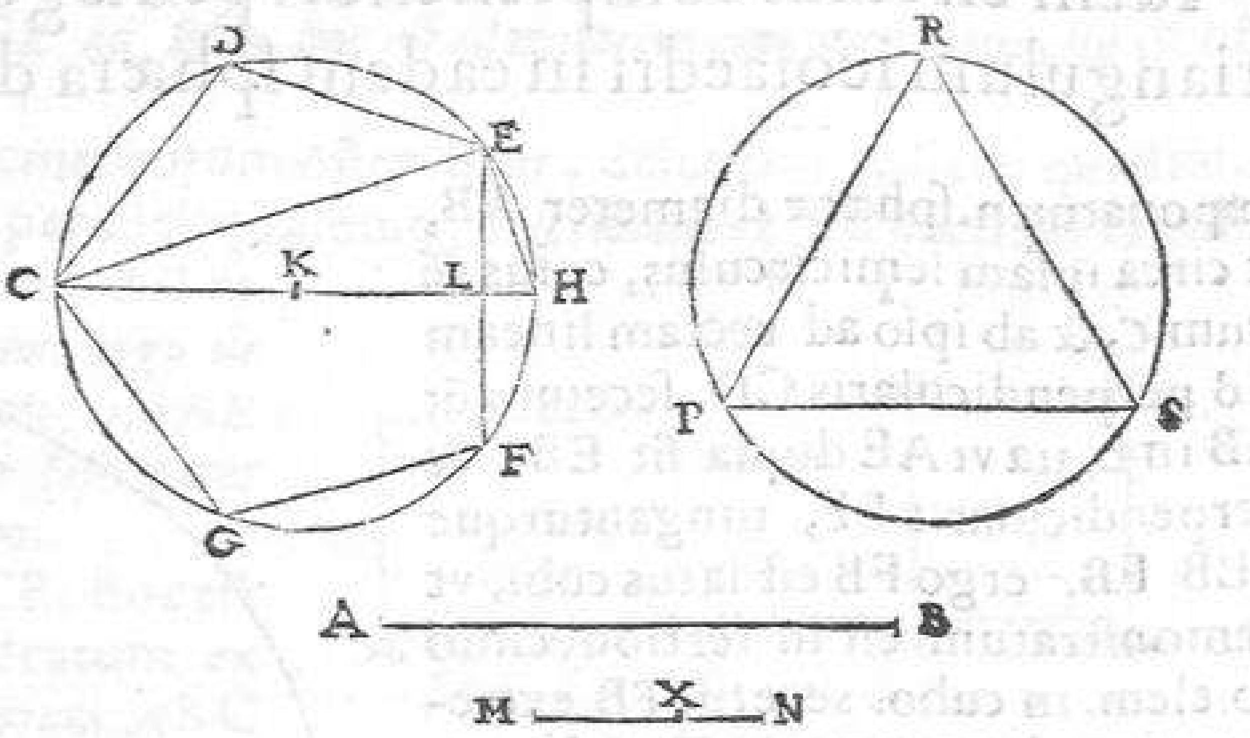
Idem circulus comprehendit pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.



Exponatur .n. ſphæræ diameter AB,
& circa ipſam ſemicirculus, cuius cẽ-
trum C, & ab ipſo ad rectam lineam
AB perpendicularis CD. ſecetur aũt A
AB in E, ita vt AE dupla ſit EB, & B
perpendicularis EF, iunganturque
DLB FB. ergo FB eſt latus cubi, vt
demonſtratum eſt in tertiodecimo
lib. elem. in cubo. ſecetur FB extre-
ma, ac media ratione in G, & ſit ma-
ior portio FG. erit FG dodecaedri C
latus, ut in tertiodecimo libr. elem.
in dodecaedro. iuncta autem CL
producatur in K, & perpendicularis ad AB agatur KH; iũctaque KB extrema ac me-
dia ratione ſecetur in M; & LM ſit maior portio. Quoniã igitur AB dupla eſt BC, &
AE itẽ dupla EB: erit & reliqua BE reliquæ EC dupla. ſed BE eſt æqualis EL, propte- D
rea quòd vt BC ad CD, ita eſt BE ad EL. ergo & LE dupla eſt EC. ſed & KH ipſius E
HC eſt dupla. quadruplũ igitur eſt quadratũ ex KH quadrati ex HC. & ideo quadra-
tũ ex KC quintuplũ eſt quadrati ex CH. quare & quadratum ex BC quadrati ex CH
quintuplum erit. ergo KB eſt latus icoſaedri, quod demonſtratum fuit in tertiode- F
cimo libro elem. Quoniam igitur in nono quidem lemmate demonſtratur propor- G
tionem quadrati ex FG ad quadratum ex BH eſſe eam, quam habent quinq; ad tria:
in decimo autem quadrata ex BK KM quintupla eſſe quadrati ex BH: erunt quadra- H
ta ex BK KM quadrati ex FG tripla. Itaque exponatur circulus comprehendens ico- K
ſaedri triangulũ, & a centro ducta recta linea, ut contingit, NX, extrema, ac media
ratione ſecetur in O, ſitque maior portio ipſius NO. ergo NO eſt decagoni latus,
quod ante oſtenſum eſt. & quoniam latus triãguli æquilateri deſcripti in circulo, cu-
ius centrũ N, poteſtate triplũ eſt ipſius NX ſemidiametri, ut in tertiodecimo lib. ele- L
men. demonſtratur, erat autẽ trianguli latus KB: quadratũ ex KB quadrati ex NX ẽ
triplum. & ſunt utræque extrema, ac media ratione ſectæ ergo ex ante demõſtratis, M
vt BK ad NX, ita KM ad NO: & eorũ quadrata & vt vnum ad vnũ, ita omnia ad om-
nia. quadrata igitur ex BK KM tripla ſunt quadratorũ ex NX NO. ſed oſtẽſa ſũt qua- N
drata ex BK KM tripla quadrati ex FG. ergo quadrata ex NX NO quadrata ex FG
æqualia erunt. atque eſt NX latus hexagoni, & NO decagoni quare FG eſt latus pen-
tagoni in eodem circulo, cuius centrum N deſcripti, quod etiam in tertiodecimo
libro elem. demonſtratur. recta uero linea FG cum ſit pentagoni, & dodecaedri la- prop. 10.
tus erit. idem igitur circulus triangulum icoſaedri, & dodecaedri pentagonũ com-
prehendit.

ALITER.

Idem circulus comprehendit icoſaedri triangulum, & dodecaedri pentagonum.



Exponatur quædam
ſphæra, & in ipſa dode-
caedrum, & icoſaedrũ
deſcribantur. ſitque do
decaedri quidem penta
gonum CDEFG circu
lo CDE contentum,
icoſaedri vero triangu-
lum in circulo PRS.
Dico circulos æquales
eſſe. hoc eſt pentago-
num, & triangulum eo-
dem circulo comprehen
di. Iungatur CE.
ergo CE eſt latus cu-
bi in eadem ſphæra de-
ſcripti, in qua dode-
prop.17. caedrum. hoc enim de
monſtratum fuit in tertiodecimo libro elementorum. Sumatur circuli centrum
O K, & ab ipſo perpendicularis KL producatur AD CH, & iungatur EH. er-
P go EH eſt decagoni latus. & quoniam quadratum ex CH, hoc eſt quadrata ex
CE EH quadrupla ſunt quadrati ex HK, erunt quadrata ex CE, EH HK qua-
drati ex HK quintupla. Sed quadratis ex EH HK æquale eſt id, quod fit ex EF
quadratum: etenim latus pentagoni poteſt & hexagoni, & decagoni latus in eo-
prop.10. dem circulo deſcriptorum, quod in tertiodecimo libro elementorum demonſtra-
tum eſt. quadrata igitur ex CE EF quintupla ſunt quadrati ex HK. Itaque
exponatur & ſphæræ diameter AB, & recta quædam linea MN, ita ut quadra-
Q tum ex AB quintuplum ſit quadrati ex MN. eſt autem & ſphæræ diameter po-
teſtate quintupla ſemidiametri circuli, in quo deſcribitur icoſaedrum, vt oſtenſum
prop.16. eſt in tertiodecimo libro elementorum. ergo MN eſt ſemidiameter circuli, in
quo icoſaedrum deſcribitur. Secetur MN extrema, ac media ratione in X,
vt maior ipſius portio ſit MX. Eſt igitur MX decagoni latus per quartum lem-
R ma. & quoniam quadratum ex AB quadrati quidem ex MN quintuplum eſt, qua
prop.15. drati uero ex CE latere cubi triplum, vt in tertiodecimo libro elementorum; erunt
T tria quadrata ex CE quinque quadratis ex MN ęqualia. Sed ut tria quadra-
ta ex CE ad tria quadrata ex DE, ita quinque ex MN quadrata ad quin-
que quadrata ex MX, etenim cubi latere extrema, ac media ratione ſecto, portio
prop.17. maior eſt dodecaedri latus; ut oſtenditur in tertiodecimo libro elementorum.
V tria igitur quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE æqualia ſunt quinque qua-
dratis ex MN, & quinque quadratis ex MX. quinque autem quadrata ex MN,
& quinque quadrata ex MX ſunt æqualia quinque quadratis ex RS: ut in tertio-
prop.16. decimo libro elementorum oſtenſum eſt in icoſaedro. ergo quinque quadrata ex
X RS æqualia ſunt tribus ex CE quadratis, & tribus quadratis ex DE. Sed quinque
quidem

quidem quadrata ex RS æqualia ſunt quindecim quadratis ſemidiametri circuli circa PRS triangulum deſcripti per 12. tertii decimi libri elementorum; tria uero quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE ſunt æqualia quindecim quadratis ſemidiametri circuli, qui circa pentagonum CDEFG deſcribitur, cum demonſtratum ſit quadrata ex CE EF quadrati ex HK quintupla eſſe. quindecim igitur quadrata ſemidiametri circuli circa triangulum PRS, ſunt ęqualia quindecim quadratis ſemidiametri circuli circa CDEFG pentagonum deſcripti. quare & vnum vni æquale, diameterque diametro, & circulus circulo eſt æqualis. Idem igitur circulus comprehendit dodecaedri pentagonum, & triangulum icoſaedri in eadem ſphęra deſcriptorum.

COMMENTARIVS.

Secetur autem AB in E, ita vt AE dupla ſit EB] *Græcus codex habet* καὶ τετμήσθω ἡ αβ ὥστε διπλασίαν εἶναι τὴν αβ τῆς εβ. *ſed legendum* τὴν αε τῆς εβ. A

Ergo FB eſt latus cubi, ut demonſtratum eſt in tertio decimo libro elementorum in cubo] *propoſitione* 15. *& vltima.* B

Vt in tertio decimo libro elementorum in dodecaedro] *propoſitione* 17. C

Propterea quod ut BE ad CD, ita eſt BE ad EL] *Ex quarta ſexti ob ſimilitudinem triangulorum* BDC, BLE. *eſt autem BC æqualis CD, cum* C *ſit ſemicirculi centrum. ergo &* BE *ipſi* EL *eſt æqualis.* D

Sed & KH ipſius HC eſt dupla. quadruplum igitur eſt quadratum ex KH quadrati ex HE.] *ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum* LCE KCH. *in gręco codice legitur* ἀλλὰ καὶ ἡ κθ τῆς ε γ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ εκ τοῦ γε. *ſed corrigendum* ἀλλὰ καὶ ἡ κθ τῆς θγ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τό ἀπὸ κθ τοῦ ἀπὸ θγ. E

Ergo KB eſt latus icoſaedri, quod demonſtratum fuit in tertiodecimo libro elementorum] *propoſitione* 16. *& ultima.* F

Quoniam igitur in nono quidem lemmate demonſtratur proportionem quadrati ex FG ad quadratum ex BH eſſe eam, quam habent quinque ad tria *videlicet in* 46. *huius.* G

In decimo autem quadrata ex BK KM quintupla eſſe quadrati ex BH.] *in* 47 *huius.* H

Erunt quadrata ex BK KM quadrati ex FG tripla] *Nam cum quadratum quidem ex* FG *ad quadratum ex* BH *proportionem habeat, quam quinque ad tria, quadrata vero ex* BK KM *ad idem quadratum ex* BH *eam habeat, quam quinque ad vnum, hoc eſt quam quindecim ad tria, habebunt quadrata ex* BK KM *ad quadratum ex* FG *proportionem eandem, quam quindecim ad quinque, videlicet triplam. In græco codice omnia ferè ſunt corrupta; qui ſic habet* ἐν δὲ τῷ εβω τὰ ἀπὸ βζ ζθ πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ βθ. τὰ ἄρα ἀπὸ βζ ζθ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ζη. *ego ſic corrigendum arbitror.* ἐν δὲ τῷ ι τὰ ἀπὸ βκ κμ πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ βθ. τὰ ἄρα ἀπὸ βκ κμ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ζη. K

Vt in tertiodecimo libro elementorum demonſtratur] *propoſitione* 12. L

Ergo ex ante demonſtratis vt BK ad NX, ita KM ad NO, & eorum quadrata, & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. quadrata igitur ex BK KM tripla ſunt quadratorum ex NX NO] *eſt enim ex* 45. *huius vt* BK *ad* KM, *ita* XN *ad* NO, *permutandoque vt* BK *ad* XN, *ita* KM *ad* NO. *& vt quadratum ex* BK *ad quadratum ex* NX, *ita quadratum ex* KM *ad quadratum ex* NO. *vt autem vnum ad vnum,* M 22. ſexti. 12. quinti.

ita omnia ad omnia. Sed quadratum ex BK *triplum eſt quadrati ex* NX*: quadrata igitur ex* BK KM *quadratorum ex* NX NO *ſunt tripla. In codice gręco legitur.* διά τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ἐστιν ὡς ἡ βζ τῆς νξ, ἡ ζη πρὸς νο, καὶ τὰ τετράγωνα, καὶ ὡς ἔμπροσθεν πάντα πρὸς πάντα, τὰ ἄρα ἀπὸ βκη τῶν ἀπὸ ξνο ἐστι τριπλάσια. *quę nos ita emendauimus,* διὰ τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ἐστὶν ὡς ἡ βκ πρὸς νξ, ἡ κμ πρὸς νο καὶ τὰ τετράγωνα. καὶ ὡς ἓν πρὸς ἕν, πάντα πρὸς πάντα. τὰ ἄρα ἀπὸ βκμ τῆς ἀπὸ ξνο ἐστι τριπλάσια.

N Sed oſtenſa ſunt quadrata ex BK KM tripla quadrati ex FG] *Græcus codex habet.* ἐδείχθη δὲ καὶ τοῦ ἀπὸ ζη τὰ ἀπὸ τῆς βζζν τριπλάσια. *sed legendum* τὰ ἀπὸ τῆς βκκμ τριπλάσια.

O Ergo EH eſt decagoni latus] *Etenim* CH *circumferentiam pentagoni* EF *bifariam diuidit in* H, *quod in* 41. *huius adnotauimus.*

P Hoc eſt quadrata ex CE EH] *Ex penultima primi elementorum.*

Q Ita vt quadratum ex AB quintuplum ſit quadrati ex MN] *Hoc quomodo fieri poſſit nos ſupra oſtendimus in commentariis in* 45. *huius.*

R Eſt igitur MX decagoni latus per 11. lemma] *Videlicet per præcedentem.*

S Erunt tria quadrata ex CE quinque quadratis ex MN æqualia] *Quoniam enim quarum partium quadratum ex* AB *eſt quindecim, earum quadratum quidem ex* MN *eſt triū, quadratum uero ex* CE *quinque, erunt tria ex* CE *quadrata quadrato ex* AB *æqualia: & quinque quadrata ex* MN *ſimiliter æqualia eidem quadrato ex* AB*. tria igitur ex* CE *quadrata quinque quadratis ex* MN *ęqualia erunt.*

T Sed vt tria quadrata ex CE ad tria quadrata ex DE, ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX.] *Secetur cubi latus* CE *extrema, ac media ratione, erit maior eius portio æqualis lateri pentagoni* DE, *hoc eſt lateri dodecaedri ex* 8. *tertiidecimi libri elementorum, &* 17. *eiuſdem. ergo ut* CE *ad maiorem portionem* DE, *ita &* MN *ad* MX*: &* ex .. hui⁹ *ut quadratum ex* CE *ad quadratum ex* DE, *ita quadratum ex* MN *ad quadratum ex* MX. ex .. sex. *Vt autem quadratum ex* CE *ad quadratum ex* DE, *ita tria ex* CE *quadrata ad tria quadrata ex* 15 quinti DE. *& ut quadratum ex* MN *ad quadratum ex* MX, *ita quinque ex* MN *quadrata ad quinque quadrata ex* MX. *vt igitur tria quadrata ex* CE *ad tria quadrata ex* DE, *ita quinque quadrata ex* MN *ad quinque ex* MX *quadrata.*

V Tria igitur quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE æqualia sūt quinque quadratis ex MN, & quinque quadratis ex MX] *Quoniā.n. oſtenſū eſt, ut tria quadrata ex* CE *ad tria quadrata ex* DE, *ita eſſe quinq; quadrata ex* MN *ad quinq. ex* MX *quadrata, erit permutādo ut tria quadrata ex* CE *ad quinque quadrata ex* MN, *ita tria quadrata ex* DE *ad quinq. quadrata ex* MX. *& ut unum ad unū, ita omnia ad omnia. Vt igitur tria quadrata ex* CE *ad quinque quadrata ex* MN, *ita tria quadrata ex* CE, *& tria quadrata ex* DE *ad quinque quadrata ex* MN *& quinque quadrata ex* MX. *Sed tria quadrata ex* CE *ſunt æqualia quinq; quadratis ex* MN*: ergo tria quadrata ex* CE, *& tria quadrata ex* DE *quinque quadratis ex* MN *& quinque quadratis ex* MX *æqualia erunt.*

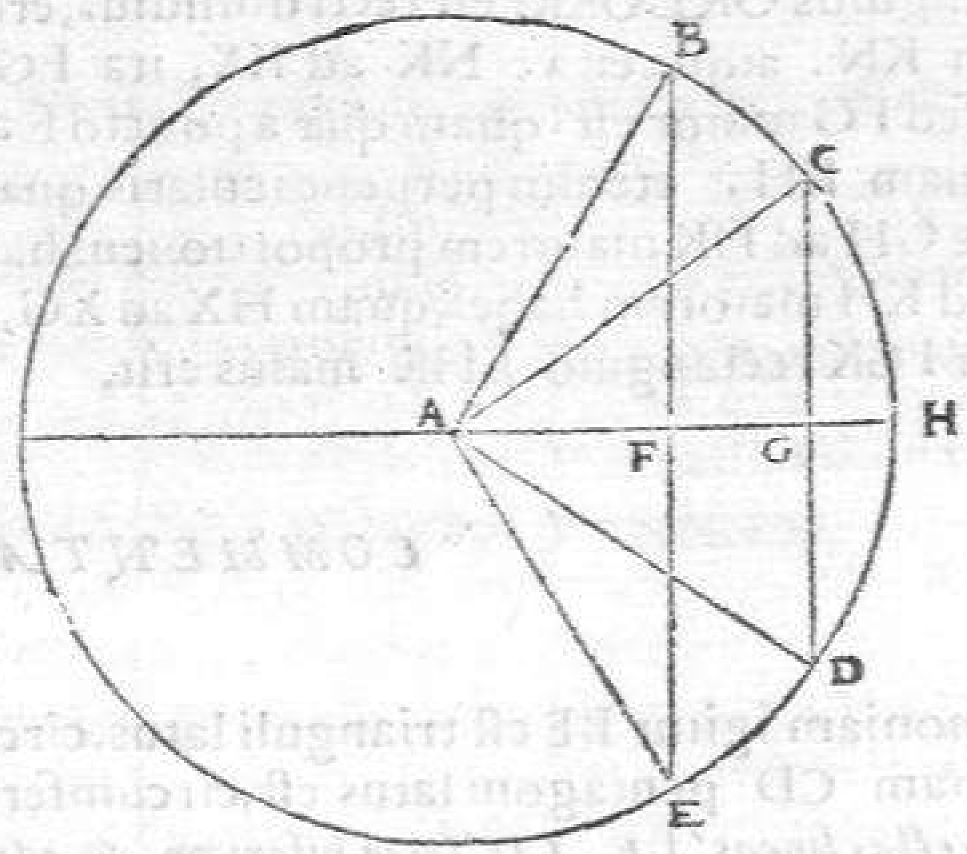
X Sed quinque quidem quadrata ex RS æqualia ſunt quindecim quadratis ſemidiametri circuli, &c.] *In Græcis codicibus mendoſe legitur.* ἀλλὰ πεντε μὲν τὰ ἀπὸ ρσ ἴσα ἐστι δὲ καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τοῦ κέντρου. *scribendum autem* ἀλλὰ πέντε μὲν τὰ ἀπὸ ρσ ἴσα ἐστι δέκα καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τοῦ κέντρου. *& ita inferius multis in locis.*

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLIX.

Duodecim pentagona maiora ſunt viginti triangulis, quæ in eodem circulo deſcribuntur.

Sic

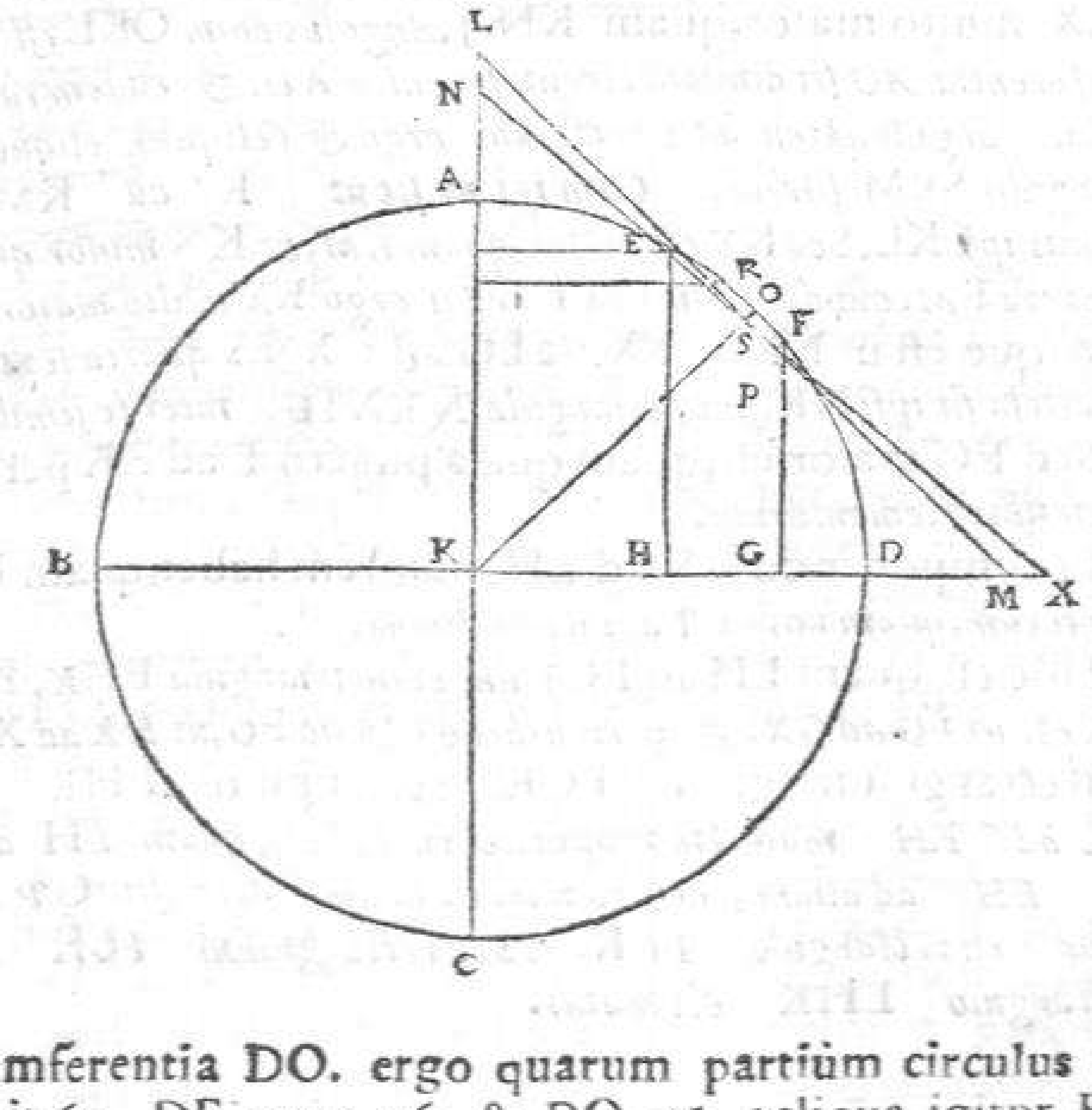
Sit circulus cōprehendens triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri BCDE, & in ipſo deſcribatur trianguli quidē latus BE, pentagoni uero CD, quæ interſe parallela ſint. ſumatur autem circuli centrum A, & ab ipſo ad parallelas perpendicularis ducatur AFGH, iunganturque AB, AC AD AE. **A** Quoniam igiturBE eſt trianguli latus, circumferentia BH hexagoni eſt. rurſus quoniam CD pentagoni latus eſt, circumferentia CH eſt decagoni, & perpendiculares ſunt BF CG. maius igitur eſt CGA rectangulum rectangulo BFA ex eo, quod mox demōſtrabitur; proptereaque triangulū ADD maius eſt triangulo ABE. & ſexaginta triangula ACC ſexaginta triangulis ABE ſunt maiora. At ſexaginta quidem triangula ACD dodecaedrum eſt, **B** vnumquodque enim pentagonum quinque triangula habet ipſi ACD ſimilia. ſexaginta vero triangula ABE icoſaedrum eſt, cum vnumquodque triangulum tria triangula contineat ſimilia ipſi ABE. duodecim igitur pentagona maiora ſunt viginti triangulis eorum, quæ in eodem circulo deſcribuntur.



Quod autem poſuimus, ita demonſtrabitur.

THEOREMA XLVIII. PROP. L.

Sit circul⁹ ABCD, cuius centrum K, diametrique ad rectos angulos in terſeſe AC BD: & hexagoni quidem circumferentia DE, decagoni vero DF: & EH FG ad diametrum BD perpendiculares. Dico FGK rectangulum rectāgulo EHK maius eſſe.



Sit enim octanguli circumferentia DO. ergo quarum partium circulus eſt 360, earum DE quidem erit 60, DF vero 36, & DO 45. reliqua igitur FO eſt

C D eſt 9, & OE 15. ponatur ipſi FO ęqualis OR. erit & reliqua AR æqualis DF.
E iunctæ autem FE FR producantur. ſintque rectæ lineæ NLFX LRFM. & iun-
F cta KO ipſam FR bifariam & ad rectos angulos ſecat. ſecet in S. & quoniã vter-
que angulus OKL OKM eſt recti dimidius, erit KM æqualis KL, & KX multo maior,
G quam KN. atque eſt vt NK ad KX, ita FG ad GX. minor igitur eſt FG quam
H GX, ſed FG maior eſt quam quæ a puncto E ad AK perpendicularis ducitur: hoc
8. quinti eſt, quam KH. etenim perpendicularis, quæ a puncto R ducitur æqualis eſt FG.
K quare GH ad HK maiorem proportionem habet, quam ad GX, & componendo
L M GK ad KH maiorem habet, quam HX ad XG, hoc eſt quam EH ad FG, rectãgulum
igitur FGK rectangulo EHK maius erit.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur BE eſt trianguli latus, circumferentia BH hexagoni eſt. rurſus quoniam CD pentagoni latus eſt, circumferentia CH eſt decagoni] *Nam cum AH rectas lineas BE, CD ſecet bifariam, & ad rectos angulos, circumferentias quoque BE CD bifariam ſecabit ex 30 tertii elementorum. in Gręco codice legitur.* ἡ γβ ἄρα δωδεκαγώνου ἐστὶ *lege* δεκαγώνου.

B At ſexaginta quidem triangula ACD dodecaedrum eſt, &c.] *Dodecaedrum, & icoſaedrum hoc loco pro dodecaedri, & icoſaedri ſuperficie uſurpauit.*

C Erit & reliqua AR æqualis DF.] *Punctum enim O circumferentiam DA bifariam ſecat. quare æqualibus utrinque ſublatis, reliqua ęqualia erunt.*

D Iunctæ enim FE, FR producantur.] *Producantur ſcilicet in utramque partem quouſque diametros productas ſecent.*

E Et iuncta KO ipſam FR bifariam, & ad rectos angulos ſecat.] *Intelligantur enim iũ-*
11. ſexti. *ctæ KR KF. & quoniam circumferentiæ RO OF æquales ſunt, erunt anguli RKS SKF*
1. quinti *æquales. ſunt autem ęquales & qui ad RF. reliquus igitur reliquo eſt æqualis, & ob id uterque rectus. quod cum KO ipſam FR ad rectos angulos ſecet, bifa-*
3. tertii. *riam quoque ſecabit.*

F Et quoniam uterque angulus OKL OKM eſt recti dimidius, erit KM æqualis KL, & KX multo maior, quam KN.] *Angulus enim OKL eſt dimidius recti LKM, quod circumferentia AO ſit dimidia circumferentiæ AD. & eadem ratione angulus OKM eſt recti di-*
9. quinti. *midius anguli autem ad S recti ſunt. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum LKS triangulo SKM ſimile. Cum igitur ſit ut SK ad KM, ita SK ad KL, erit KM ęqualis ipſi KL. Sed KX eſt maior, quam KM, & KN minor quam KL. recta enim linea FX cadit extra FM, quod FN intra FL cadat. ergo KX multo maior erit, quam KN.*

G Atque eſt ut NK ad KX, ita FG ad GX] *Ex quarta ſexti elementorum. Nam cum FG parallela ſit ipſi NK, ſunt triangula NKX FGX inter ſe ſimilia.*

H Sed FG maior eſt, quam quæ a puncto E ad AK perpendicularis ducitur] Ex 15. *tertii libri elementorum.*

K Et componendo GK ad KH maiorem habet, quam HX ad XG] Ex 28. *quinti elementorum, quam nos ex Pappo addidimus.*

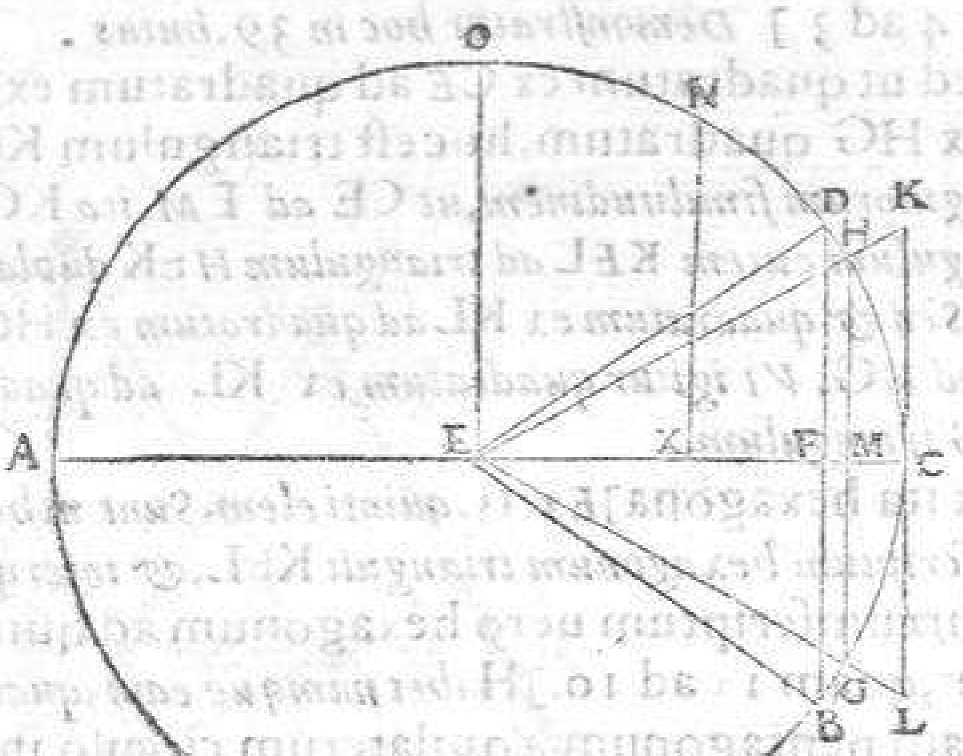
L Hoc eſt, quam EH ad FG] *Sunt enim triangula EHX, FGX inter ſe ſimilia. ergo EH ad HX eſt ut FG ad GX. & permutando EH ad FG, ut HX ad XG.*

M Rectangulum igitur FGK rectangulo EHK maius erit] *Quoniam enim GK ad KH maiorem proportionem habet, quam EH ad FG, fiat ut GK ad KH,*
8. quinti. *ita EH ad aliam, erit ea minor, quam FG: ſit GP. rectangulum igitur PGK*
16 ſexti *æquale eſt rectangulo EHK. Sed rectangulum FGK maius eſt ipſo PGK, ergo & rectangulo EHK eſt maius.*

THEO-

THEOREMA XLIX. PROP. LI.

Si triangulum æquicrure habens angulum ad uerticẽ quattuor quintarum recti, & triangulum ęquilaterum ipſi æquale conſtituatur; quadratum lateris triãguli æquilateri ad quadratum unius laterum æqualium ęquicruris minorẽ proportionẽ habebit, quam quadratũ totius rectæ lineę extrema, ac media ratione ſectæ ad id, quod quinquies fit a minori portione.



Sit enim triangulum æquicrure
BDE, angulum habens ad E quat-
tuor quintarum recti, & circulo com
prehenſum, cuius centrum E, & dia
meter AEFC ad lineam BD perpẽdi
cularis. ergo BFD ẽ latus pẽtagoni.
Si igitur utramque circumferentia-
rum CG CH dodecaedri aſſuma-
mus, iungamusque GH EG EH, erit
EGH triangulum ęquilaterum. & ſi A
rectam lineam contingentem KCL B
ducamus, triangulum quoque EKL
æquilaterum erit. Quod ſi velimus
aptare triangulum æquale triangulo
BDE, cadet illud inter triangula
HEG, KEF, hoc eſt triangulo HEG
maius erit, & triangulo KEL minus,
quod ſic oſtenditur. Quoniam enim C
proportio quadrati ex HE ad qua-
dratum ex EM eſt ea, quam habent
4 ad 3, eſt autem HE ęqualis EC; e-
rit & quadrati ex CE proportio ad
quadratum ex EM, quam habent 4
ad 3, ſed ut quadratũ ex CE ad quadratũ ex EM, ita quadratũ ex KL ad id, quod fit D
ex HG quadratũ, hoc eſt triangulũ KEL ad triangulũ HE ; & ita hexagona. circum
ſcriptum igitur hexagonum ad inſcriptum proportionẽ habet, quam 4 ad 3, hoc eſt,
quam 12 ad 9. Circumſcriptum vero hexagonũ ad quinque triangula KEL eam pro F
portionem habet, quam 12 ad 10. ergo quinque triangula KEL inſcripto hexagono
ſunt maiora, & multo maiora inſcripto pentagono. nã pentagonum ęquilaterum cir G
culo inſcriptum inſcripto hexagono eſt minus. triangulũ igitur DEB minus ẽ trian
gulo KEL. Dico & triãgulo HEG maius eſſe. ſumatur. n. CN circũferentia hexagoni
& perpẽdicularis ducatur NX. Itaq; quoniã ex antecedente rectãgulum DFE maius
eſt NXE rectãgulo, & æquale ẽ NXE rectangulũ rectãgulo HME, omnia. n. omnibus H
ſunt æqualia. erit rectangulum DFE rectãgulo HME maius. quare & DEB triangu
lum maius eſt triangulo HEG. & ideo ſi triangulũ ęquilaterũ æquale triãgulo DFB
conſtituatur, ita ut baſis ipſius parallela ſit ipſi HG uel KL, inter KH cadet. Quoniã K
igitur oſtenſum eſt in ſexto lemmate, recta linea extrema, ac media ratione ſecta,
quadratum totius ad id, quod quinquies fit a minori portione, maiorem propor-
tionem habere, quam 4 ad 3. habet autem quadratum xe KE ad quadratum ex

Ee EC

E C, hoc eſt ad quadratum ex EH proportionem eandem, quam 4 ad 3. ergo totius rectæ lineæ quadratum ad id, quod quinquies fit a minori portione multo maiorem proportionem habebit, quam quadratum lateris trianguli ęquilateri, quod inter KE HE cadit, ad quadratum ex EH, hoc eſt ad quadratum ex ED lateris æquicruris. 8 quinti. L

COMMENTARIVS.

A Erit EGH triangulum æquilaterum] *Quoniam enim utraque GC CH circumferentia eſt dodecagoni, erit tota GCH circumferentia hexagoni, & recta linea GMH hexagoni latus, quod quidem ſemidiametro eſt æquale. triangulum igitur EGH æquilaterum eſt.*

B Et ſi rectam lineam contingentem KCL ducamus, triangulum quoque EKL æquilaterum erit] *Hoc ita intelligẽdum eſt, ut recta linea circulum contingens in C ab EH producta ſecetur in K, & ab EG in L. fiunt enim triangula EHG EKL ſimilia, quod HG KL inter ſeſe parallelæ ſint.*

C Quoniam enim proportio quadrati ex HE ad quadratum ex EM eſt ea, quam habent 4 ad 3] *Demonſtratur hoc in 39. huius.*

D Sed ut quadratum ex CE ad quadratum ex EM, ita quadratum ex KL ad id, quod fit ex HG quadratum, hoc eſt triangulum KEL ad triangulum HEG] *Eſt enim ob triangulorum ſimilitudinem, ut CE ad EM, ita KC ad HM, & ita eorum dupla KL ad HG. triangulum autem KEL ad triangulum HEK duplam habet proportionem eius, quam KL ad HG. Sed & quadratum ex KL ad quadratum ex HG duplam proportionem habet eius, quam KL ad HG. Vt igitur quadratum ex KL ad quadratum ex HG, ita triangulum KEL ad HEG triangulum.*

E Et ita hexagona] *Ex 15. quinti elem. Sunt n. hexagona ſextupla triangulorum, nempe circumſcriptum hexagonum trianguli KEL, & inſcriptum trianguli HEG ſextuplum.*

F Circumſcriptum uero hexagonum ad quinque triangula KEL eam proportionẽ habet, quam 12 ad 10.] *Habet namque eam, quam 6 ad 5.*

G Nam pentagonum æquilaterum circulo incriptum inſcripto hexagono eſt minus] *Latus enim pentagoni ęquilateri in circulo deſcripti, ex iis, quæ a Ptolemæo in magna conſtructione tradita ſunt, minus eſt triginta tribus partibus earum, quarum diameter circuli eſt 120. ergo totus pentagoni ambitus minor eſt 165. partibus. hexagoni uero latus cõtinet 30. earundem partium, & totus ambitus 180. pentagoni igitur ambitus ambitu hexagoni eſt minor. Sed cum in prima huius oſtenſum ſit, polygonorum ordinatorum quæ angulos quidẽ numero inęquales habent, ambitum vero æqualem, illud, quod ex pluribus angulis conſtat ſemper maius eſſe, ſi pentagonum, & hexagonũ æquali ambitu cõſtituantur, pentagonũ minus erit hexagono. At pentagoni ęquilateri ambitus minor eſt ambitu hexagoni in eodem circulo deſcriptorũ. ergo dictum pentagonum hexagono multo minus ſit neceſſe eſt.*

H Et æquale eſt NXE rectangulum rectangulo HME, omnia enim omnibus sũt æqualia] *Ducatur a centro E ipſi AC ad rectos angulos EO & cum CN ſit circumferentia hexagoni, erit reliqua NO dodecagoni circumferentia ipſi CH æqualis, & HO circumferentia hexagoni æqualis CN. ergo recta linea NX eſt æqualis ei, quæ a puncto H ad EO diametrum perpendicularis ducitur, uidelicet ipſi ME, & HM ſimiliter ęqualis perpendiculari a puncto N ad EO ductæ: hoc eſt EX. rectangulũ igitur HME rectangulo NXE eſt æquale.*

K Quoniam igitur oſtenſum eſt in ſexto lemmate] *Videlicet in 42. huius.*

L Ad quadratum ex EH, hoc eſt quadratum ex ED lateris æquicruris.] *In Græco codice legitur* πρὸς τὴν εθ τουτέστι τὴν εδ τοῦ ἰσοσκελοῦς, *ſed mendoſe, ut opinor. legendum enim erit* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εθ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς εδ ἰσοσκελοῦς.

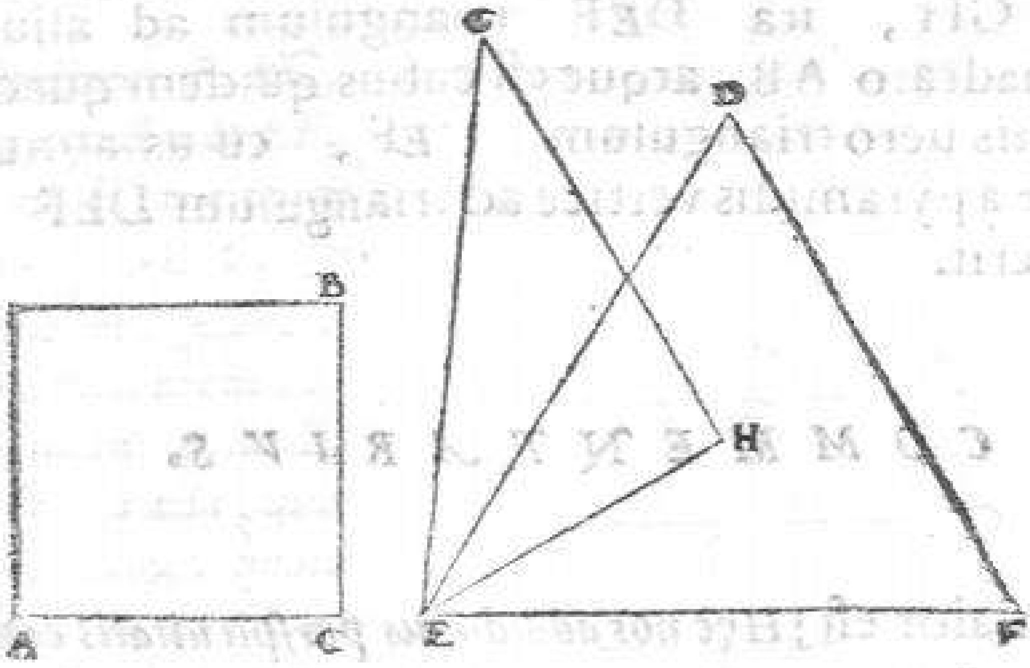
THEO-

THEOREMA L. PROPOSITIO LII.

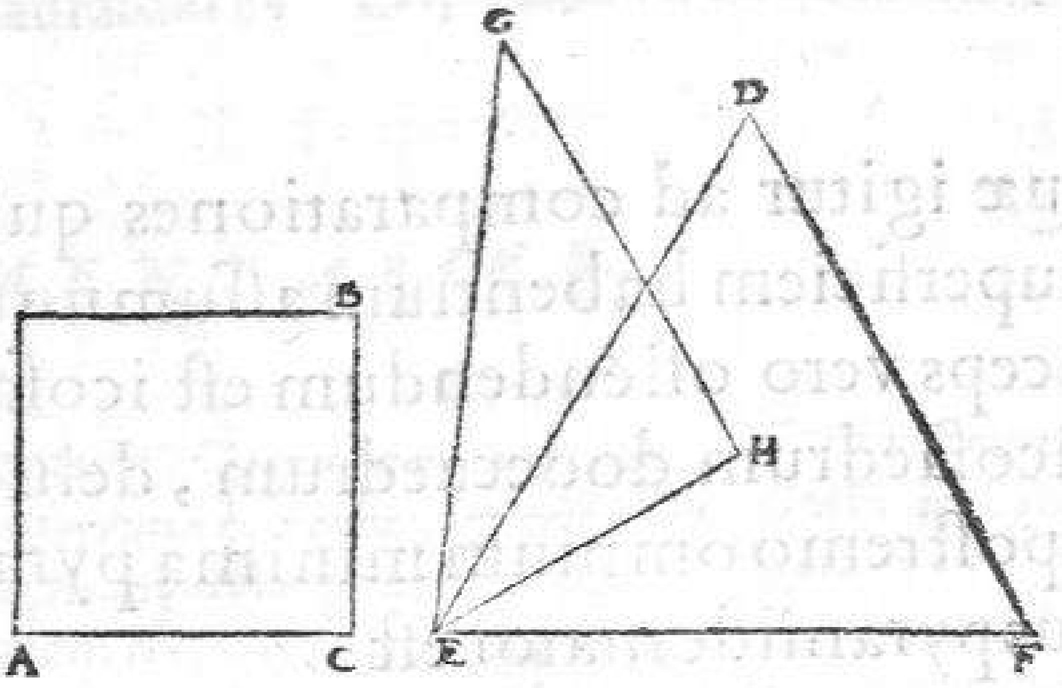
Quæ igitur ad comparationes quinque figurarum æqualem ſuperficiem habentium aſſumuntur, ſeorſum poſita ſint. Deinceps vero oſtendendum eſt icoſaedrum maximum eſſe, poſt icoſaedrum dodecaedrum, deinde octaedrum, deinde cubus, poſtremo omnium minima pyramis

Cubus pyramide maior eſt A

Sit enim primum de cubo, & pyramide ſermo, ſitque cubi ABC quadratum AB, & pyramidis triangulum DEF.



Quoniam igitur æquales ponuntur figurarum ſuperficies, erunt ſex quadrata
AB æqualia quattuor triangulis DEF. ergo proportio trianguli DEF ad AB
quadratum eſt ea, quam habent 3 ad 2. ducatur a pyramidis vertice ad planum B
perpendicularis GH, & EH iungatur. perſpicuum eſt H centrum eſ- C
ſe circuli circa triangulum DEF deſcripti. quadratum igitur ex DE, hoc eſt D
quadratum ex EG triplum eſt quadrati ex EH, atque eſt angulus EHG rectus. qua- E
re proportio quadrati ex GE ad quadratum ex GH eſt, quam habent 3 ad 2, hoc
eſt quam 54 ad 36. quadrati autem ex GH ad quadratum tertiæ partis GH F G
proportio eſt, quam habent 36 ad 4. ergo proportio quadrati ex GE, H
hoc eſt ex EF ad tertiæ partis GH quadratum eſt, quam habent 54 ad 4.
Et quoniam in omni triangulo æquilatero quadratum, quod ab vno latere fit, K
minus eſt, quam quadruplum dicti trianguli, erunt quattuor triangula
DEF, quæ ſunt ſex quadrata AB, maiora quadrato ipſius EF. ergo AB L
quadratum ad quadratum ex EF maiorem proportionem habet, quam 1 ad



6, hoc eſt quam 9 ad 54. quadrati autem ex EF ad quadratum tertiæ partis GH proportio eſt, quam habet 54 ad 4, ut oſtenſum fuit. M & ex æquali quadratum AB hoc eſt quadratum ex AC ad quadratum tertiæ partis GH maiorem proportionem habet, quam 9 ad 4. ergo & longitudine recta linea AC ad tertiam partem GH maiorem habet proportionem, quam 3 ad 2. Sed oſtenſum eſt proportioné trianguli DEF ad AB quadratum eſſe eam, quam habent 3 ad 2. triangulum igitur DEF ad AB quadratum minorem proportionem habet, quam recta linea AC ad tertiam partem GH & ex contrario recta linea AC ad tertiam partem GH maiorem proportionem habet, N quam triangulum DEF ad AB quadratum. Si igitur faciamus ut AC ad tertiam partem GH, ita DEF triangulum ad aliud quippiam; erit O ad ſpacium minus quadrato AB. atque eſt cubus quidem quadratum AB, cuius P altitudo AC: pyramis uero triangulum DEF, cuius altitudo eſt tertia pars perpendicularis, quæ a pyramidis vertice ad triangulum DEF ducitur. ergo cu- Q bus pyramide maior erit.

COMMENTARIVS.

A Cubus pyramide maior eſt] *Hęc nos addidimus perſpicuitatis cauſa, ut eſſent loco propoſitionis.*

B Ducatur a pyramidis uertice ad planum perpendicularis GH] *Græcus codex* ἤχθω δὴ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς πυραμίδος ἐπίπεδον. *sed legendum* ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον, *hoc eſt ad planum trianguli DEF.*

C Perſpicuum eſt H centrum eſſe circuli circa triangulum DEF deſcripti] *Intelligantur iunctæ DH HF GF. Quoniam igitur recta linea GF eſt æqualis GE, & quadratum ex GF quadrato ex GE æquale erit. quadrato autem ex GF æqualia ſunt vtraque quadrata ex GH HF, quod angulus GHF ſit rectus: & quadrato ex GE ſimiliter ęqualia ſunt utraque quadrata ex GH HE. ergo quadrato ex GH HF quadratis ex GH HE ſunt æqualia. & ablato communi quadrato ex GH, relinquetur quadratum ex HF æquale quadrato ex HE. ergo recta linea HF eſt æqualis HE. Eodem quoque modo oſtendetur HD ipſi HE æqualis. tres igitur rectæ lineæ HF, HE, HD ſunt æquales inter ſeſe. ergo ex 9. tertii elementorum H eſt centrum circuli circa DEF triangulum deſcripti.*

D Quadratum igitur ex DE, hoc eſt quadratum ex EG triplum eſt quadrati ex EH] *ex 12. tertiidecimi libri elementorum.*

E Quare proportio quadrati ex GE ad quadratum ex GH eſt, quam habent 3 ad 2] *Quadratum enim ex GE eſt æquale duobus quadratis ex EH HG. Quod cum quadratum ex GE ad quadratum ex EH ſit ut 3 ad 1, erit quadratum ex EG ad quadratum ex GH, ut 3 ad 2.*

Hoc

Hoc eſt quam 54. ad 36.] *ex 15. quinti. eſt enim vtrumque vtriuſque octodedecuplum, vel duodeuigintuplum.* F

Quadrati auté ex GH ad quadratũ tertiæ partis GH proportio eſt quam habent 36. ad 4.] *Nam proportio quadrati ex GH ad quadratum tertiæ partis ipſius eſt duplaeius, quam habet GH ad tertiam partem GH, videlicet nonupla. Græcus codex.* τοῦ ἀπὸ ηθ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ γ. *lege* τοῦ δὲ ἀπὸ ηθ· *&c.* G 20.ſexti.

Ergo proportio quadrati ex GE hoceſt ex EF ad tertię partis GH quadratum eſt, quam habent 54. ad 4.] *videlicet ex ęquali. Græcus autem codex habet,* καὶ τοῦ ἀπὸ ηε ἄρα, τουτέστι τοῦ ἀπὸ εζ πρὸς τὸ ἀπὸ τριγώνου τῆς ηθ. *ſed legendum,* τουτέστι τοῦ ἀπὸ εζ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ τρίτου τῆς ηθ. H

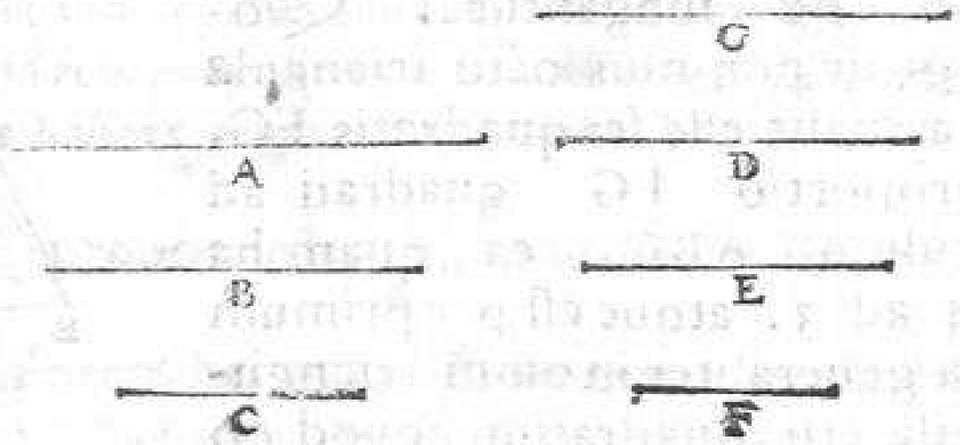
Et quoniam in omni triangulo æquilatero quadratum, quod ab vno latere fit minus, eſt quam buadruplum dicti trianguli] *ex 39. huius.* K

Quæ ſunt ſex quadrata AB] *in Græco codice legitur* ἅπερ ἐστὶν ἓξ τετράγωνα ἀπὸ αγ. *Sed quoniam quadratum quod fit ab AC eſt ipſum AB, nos ita vertere maluimus, quod & obſeruauimus aliis in locis.* L

Et ex æquali quadratum AB, hoc eſt quadratum ex AC ad quadratum tertiæ partis GH maiorem proportionem habet, quam 9. ad 4.] *Hoc in elementis perſeſe demonſtratum non eſt, ſed tamen facile demonſtrabitur hoc modo.* M

Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales, habeatque prima priorum ad ſecundam maiorem proportionem, quam prima poſteriorum ad ſecundam, ſecunda vero priorum ad tertiam eandem proportionem habeat, quam ſecunda poſteriorum ad tertiam, etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem proportionem habebit, quàm prima poſteriorum ad tertiam.

Sint tres magnitudines A B C, *& aliæ ipſis numero æquales* D E F, *habeat autem* A *ad* B *maiorem proportionem, quam* D *ad* E, *&* B *ad* C *habeat eandem, quam* E *ad* F. *Dico* A *ad* C *maiorem habere proportionem, quam* D *ad* F. *fiat enim vt* A *ad* B, *ita alia, quæ ſit* G *ad* E, *erit* G *maior, quam* D. *ex æquali igitur ut* A *ad* C, *ita eſt* G *ad* F. *ſed* G *ad* F *maiorem habet proportionem, quam* D *ad* F. *ergo ex 13. quinti libri elementorum* A *ad* C *maiorem proportionem habebit, quam* D *ad* F. *quod demonſtrandum fuerat.*



Si igitur faciamus vt AC ad tertiam partem GH, ita DEF triangulum ad aliud quippiam, erit ſpacium minus quadrato AB] *Hoc eſt ſi fiat ut AC ad tertiam partem GH, ita DEF triangulum ad aliud ſpacium, quod ſit quadratum K. erit illud quadrato AB minus ex octaua quinti elementorum. quare priſma baſim habens triãgulum DEF & altitudinem tertiam partem GH, ęquale erit priſmati, cuius baſis ſpacium K, quod eſt minus quadrato AB, & altitudo AC. baſes enim altitudinibus ex contraria parte reſpondent. quod quidem ex vndecimo, & duodecimo libro elementorum facile conſtare poteſt, & demonſtratur a nobis in commentariis, in IX. propoſitionem duodecimi libri elementorum.* N

Atque eſt cubus quidem quadratum AB, cuius altitudo AC] *eſt enim cubus priſma, cuius baſis AB quadratum, & altitudo AC æqualis ſcilicet lateri ipſius baſis, quippe cum ſex quadratis æqualibus contineatur.* O

Pyramis vero triangulum DRF, cuius altitudo eſt tertia pars perpendicularis, quæ a pyramidis vertice ad triangulum DRF ducitur.] *hoc eſt pyramis eſt æqualis priſmati, cuius baſis eſt triangulum DEF, & altitudo tertia pars perpendicularis* P

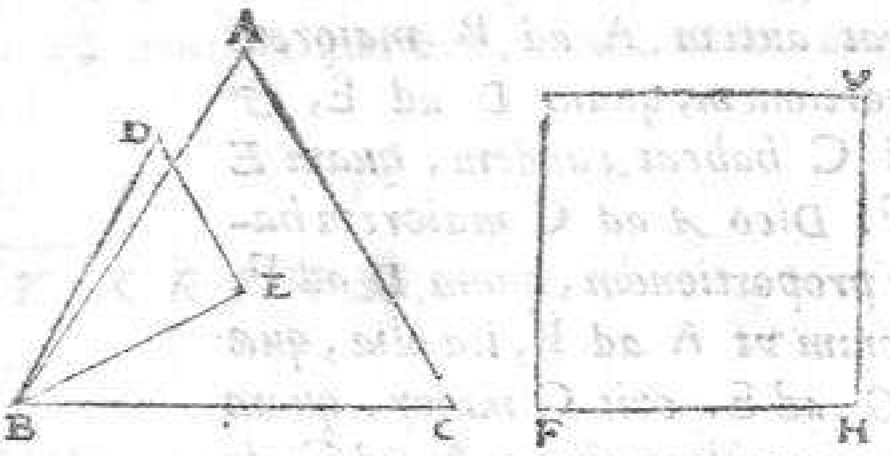
GH

GH. priſma enim baſim habens triangulum DEF, *& altitudinem GH eſt triplum pyrami*
dis, quæ eandem baſim habet, & altitudinem æqualem ex corollario ſeptimæ duodecimi libri
elementorum, atque eſt triplum priſmatis, cuius eadem eſt baſis, & altitudo tertia pars ip-
ſius GH priſmata namque omnia & pyramides, quę in eiſdem, uel æqualibus baſibus con-
ſtituuntur, eam inter ſe proportionem habent, quam altitudines, ut nos demonſtrauimus
9 quinti. *in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione 20. pyramis igitur baſim habens trian-*
gulum DEF, *& altitudinem* GH *eſt æqualis priſmati, cuius eadem eſt baſis, & altitudo*
tertia pars ipſius GH.

Q Ergo cubus pyramide maior erit] *Cubus enim maior eſt priſmate, cuius baſis eſt mi*
nor quadrato AB, & altitudo AC, nam cum altitudinem æqualem habeant; inter ſeſe
ſunt, ut ipſorum baſes ex 32. undecimi libri elementorum, ex quo ſequitur cubum pyra-
mide maiorem eſſe.

THEOREMA LI. PROPOS. LIII.

Octaedrum cubo maius eſt.



Sit enim octaedri quidem triangu-
lum ABC, cubi vero quadratum
FG, & a centro ſphæræ octaedrum
comprehendentis ducatur ad ABC
triangulum perpendicularis DE,
& DB BE iungantur. Quo-
niam igitur ponimus octo triangula
ABC æqualia eſſe ſex quadratis FG,
erit proportio FG quadrati ad
38 huius triangulum ABC, ea, quam ha-
bent 4 ad 3. atque eſt per primum
A lemma generaliter in omni triangu-
lo æquilatero, quadratum, quod ab
uno latere fit, maius eſt, quam du-
plum dicti trianguli. ergo quadra-
8 quinti. tum ex BC maius eſt ſex partibus earum, quarum quadratum FG eſt quat-
39.huius tuor, ac propterea 4 ad 6, hoc eſt 36 ad 54 maiorem proportionem habent,
quam FG quadratum ad quadratum ex BC. Et quoniam per ſecundum
lemma proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DE eſt ea, quam ha-
B bent 3 ad 1: quadratum autem ex BD æquale eſt quadratis ex BE ED;
erit proportio quadrati ex DE ad quadratum ex EB, eadem, quæ eſt 1 ad
2. Sed proportio quadrati ex BC ad quadratum ex BE eſt eadem, quæ
6 ad 2 ex duodecima tertiidecimi libri elementorum. ergo proportio quadra-
ti ex DE ad quadratum ex BC eſt 1 ad 6, videlicet 9 ad 54. proportio
C autem quadrati tertiæ partis ipſius DE ad quadratum ex DE eſt 1 ad 9, etenim
D longitudine tripla poteſtate nonupla ſunt. quadrati igitur tertiæ partis DE
E proportio ad quadratum ex BC eſt 1 ad 54. oſtenſum autem eſt 36. ad 54
maiorem habere proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC.
ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem proportionem habet, quam quadratum FG
ad quadratum tertiæ partis DE, & longitudine 6 ad 1 maiorem habet pro-
F portionem, quam recta linea FH ad tertiam ipſius DE partem. At propor-
tio ſex quadratorum FG ad unum eſt, quam habeat 6. ad 1. & ſunt ſex qua-
drata

drata FG æqualia octo triangulis ABC. octo igitur triangula ABC ad quadratum FG maiorem proportionem habet, quam recta linea FH ad tertiam partẽ DE. atque eſt octaedrum quidem octo triangula ABC, quorum altitudo eſt tertia pars DE, cubus autem quadratum FG, cuius altitudo FH. octaedrum igitur ipſo cubo eſt maius. 7.quinti. G

COMMENTARIVS.

Quadratum, quod ab vno latere fit maius eſt, quam duplum dicti trianguli] *In Græcis codicibus mendoſe legitur.* τοῦ ἀϖὸ μιᾶς ϖλερᾶς τετραγώνου μεῖζον ἢ διϖλάσιον, *legendum enim erit,* τὸ ἀϖὸ μιᾶς ϖλευρᾶς τετράγωνον. A

Sed proportio quadrati ex BC ad quadratum ex BE eſt eadem, quę 6. ad 2. ex 12. tertijdecimi libri elementorum. ergo proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BC eſt 1. ad 6. videlicet 9. ad 54.] *Quoniam enim quadratum ex BC ad quadratum ex BE, eſt vt 6. ad 2. erit & conuertendo quadratum ex BE ad quadratum ex BC vt 2. ad 6. ex ęquali igitur quadratum ex DE ad quadratum ex BC eſt ut 1. ad 6. hoc eſt vt 9. ad 54. Græcus codex habet.* τοῦ δὲ ἀϖὸ βγ ϖρὸς τὸ ἀϖὸ βε, ὃν ἓξ ϖρὸς δ, διὰ τὸ ιζ τοῦ ιγ ϛοιχεῖον. λόγος ἄρα τοῦ ἀϖὸ δε ϖρὸς τὸ ἀϖὸ βγ ὃν α ϖρὸς γ. *ſed legendum* τοῦ δὲ ἀϖὸ βγ ϖρὸς τὸ ἀϖὸ βε ὃν ἓξ ϖρὸς β, διὰ τὸ ιβ τοῦ ιγ ϛοιχείου. λόγος ἄρα τοῦ ἀϖὸ δε ϖρὸς τὸ ἀϖὸ βγ ὃν ά ϖρὸς ϛ'. B

Etenim longitudine tripla poteſtate nonupla ſunt] *Habent enim quadrata interſeſe duplam proportionem eius, quæ eſt laterum ſimilis rationis ex 20. ſexti elementorum. In gręco codice hæc leguntur.* καὶ τὰ μήκει ἐϖίτριτα δυνάμει ἔνατε ἐϛι. *quæ nos ſuſtulimus tamquam ſuperuacanea, quoniam ad rem propoſitam nihil conferunt. ſunt etiam corrupta. nam quę longitudine ſeſquitertiam habent proportionem, videlicet, quam 4. ad 3. poteſtate habeat eam, quam 16. ad 9.* C

Quadrati igitur tertiæ partis DE proportio ad quadratum ex BC eſt 1. ad 54.] *videlicet ex ęquali.* D

Oſtenſum autem eſt 36. ad 54. maiorem habent proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem propoſitionẽ habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiæ partis DE.] *Nam cum ſit quadratum tertiæ partis DE ad quadratum ex BC, vt 1. ad 54. & conuertendo erit quadratum ex BC ad quadratum tertiæ partis DE, vt 54. ad 1. ſed 36. ad 54. maiorem proportionem habet, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem habebit proportionem, quam quadratum FG ad tertię partis DE quadratum. Cur autem hoc ſequatur, nos in antecedente demonſtrauimus* E

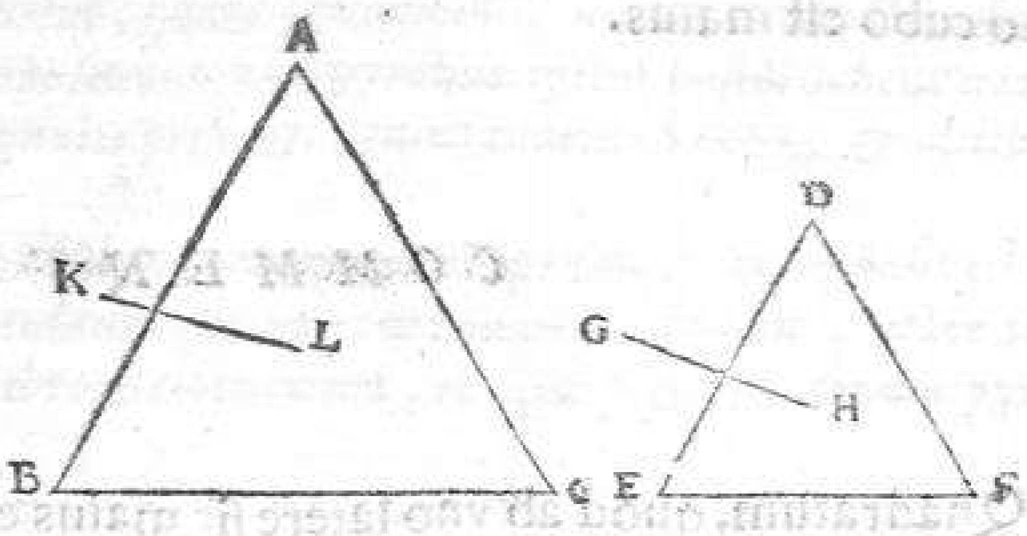
Et ſunt ſex quadrata FG æqualia octo triangulis ABC] *In gręco codice mendoſe legitur.* καὶ ἐϛι τὰ ϛ τετράγωνα ἴσα ἠ τετραγώνοις τοῖς αβγ, καὶ ἠ ἄρα &c. *corrige* καὶ ἐϛι τὰ ϛ τετράγωνα ἴσα ἠ τριγώνοις τοῖς αβγ. ἡ ἄρα &c. F

Atque eſt octaedrum quidem octo triangula ABC, quorum altitudo eſt tertia pars DE] *hoc eſt octaedrum eſt ęquale octo priſmatibus, quorum baſes triangula ABC & altitudo tertia pars DE, ſunt enim ea æqualia octo pyramidibus baſes eaſdem habentibus, & altitudinem DE, ex quibus octaedrum ipſum conſtare manifeſtum eſt.* G

THEOREMA LII. PROPOSITIO. LIIII.

Icoſaedrum octaedro eſt maius.

Siт octaedri quidem triangulum ABC, icoſaedri uero DEF, & ducantur a centris ſphærarum ſolida comprehendentium ad eorum plana perpendiculares GH KL. Quoniam igitur demonſtratum eſt in ſeptimo theoremate præmiſſorum duodecim quadrata ex GH maiora eſſe quinque quadratis ex EF, quinque vero quadrata ex EF ſunt duo quadrata ex BC, quoniam
A & quinque triangula DEF duobus triangulis ABC ſunt æqualia. etenim horum quadrupla videlicet viginti triangula DEF æqualia ſunt octo triangulis ABC: & vt triangulum ad triangulum, ita quadra-
20 sexti. tum ad quadratum. cum figuræ ſimiles inter ſeſe duplam proportionem habeant
A eius, quæ eſt laterum ſimilis rationis. duo autem quadrata ex BC ſunt duodecim quadrata ex KL: nam proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL eſt quam habent 6 ad 1. erunt duodecim quadrata ex GH duodecim quadra-
B tis ex KL maiora: ergo recta linea GH maior eſt, quam KL, & tertia pars
C GH maior, quam tertia KL. & quoniam icoſaedrum quidem eſt viginti triangula DEF, quorum altitudo eſt tertia pars GH; octaedrum vero octo triangula ABC, altitudinem habentia tertiam partem KL: & ſunt viginti triangula DEF octo triãgulis
D ABC æqualia, vt poſuimus, icoſaedrum octaedro maius erit.



COMMENTARIVS.

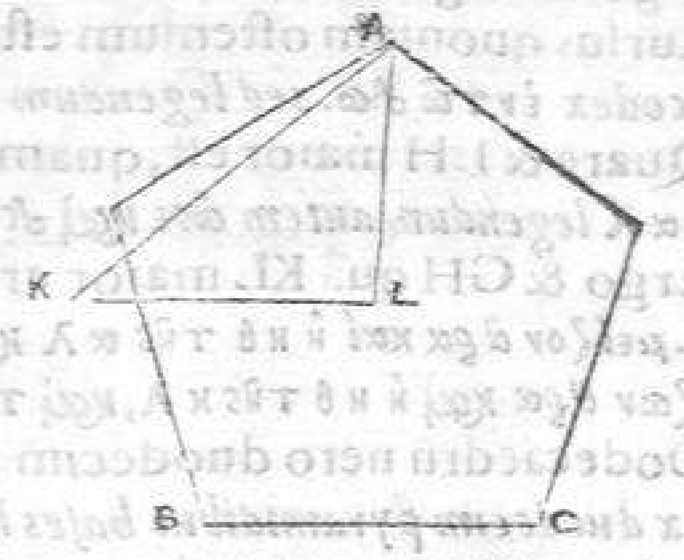
A Duo autem quadrata ex BC ſunt duodecim quadrata ex KL. nam proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL eſt quam habent 6 ad 1.] *Hoc demonſtratum eſt in antecedenti. In Græco autem codice legitur.* δύο δὲ τὰ ἀπὸ αβγ δ ιβ ἐςὶ τὰ ἀπὸ κλ πρὸς δὲ ε δὲ ὁ γὰρ λόγος τοῦ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ κλ, ὃν ἓξ πρὸς ἕνα. *ita ut legendum putem* δύο δὲ τὰ ἀπὸ βγ ιβ ἐςὶ τὰ ἀπὸ κλ. ὁ γὰρ λόγος, &c.

B Ergo recta linea GH maior eſt quam KL] *Nam cum ſint duodecim quadrata ex GH maiora duodecim quadratis ex KL, erit quadratum ex GH quadrato ex KL maius, & idcirco recta linea GH maior ipſa KL.*

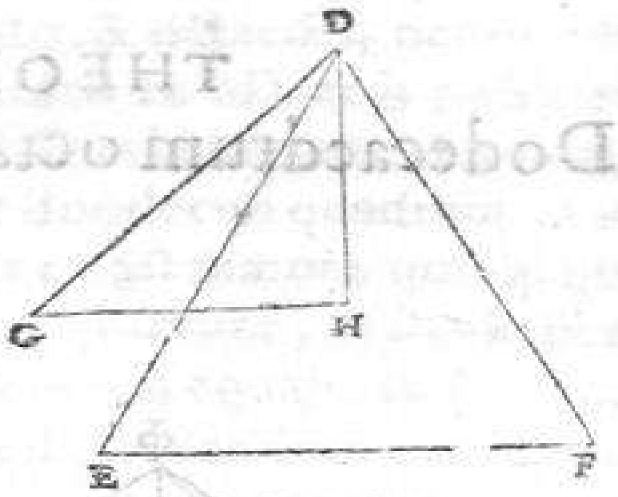
C Et quoniam icoſaedrum quidem eſt uiginti triangula DEF, quorum altitudo eſt tertia pars GH] *Icoſaedrum enim conſtat ex uiginti pyramidibus, baſes habentibus triangula DEF, & altitudinem GH, quæ quidem ſunt æquales viginti priſmatibus, quorum eædem baſes, & altitudo tertia pars GH, ut demonſtratum iam fuit.*

D Icoſaedrum octaedro maius erit] *Viginti enim priſmata quorum baſes ſunt triangula DEF, & altitudo tertia pars GH maiora ſunt octo priſmatibus, baſes habentibus triangula ABC, & altitudinem tertiam partem KL, quod altitudo altitudine maior ſit. nam cum in æqualibus baſibus conſtituantur, eandem inter ſe proportionem habent, quam altitudines poſſumus etiam hoc probare ex pyramidibus ipſis abſque priſmatibus, quæ quidem inter ſe ſunt, ut earum altitudines, quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum, propoſitione 20. demonſtrauimus.*

THEOREMA LIII. PROP. LV.



Sit. n. pentagonũ quidem ABC vnum aliquod pen
tagonorum dodecaedri, triangulum vero DEF vnũ
triangulorũ icoſaedri. & a centris ſphærarũ ſolida
cõprehendentium ad plana DEF ABC perpendicu
lares ducantur GH KL, unganturque GD DH KA
AL. Quoniã igitur oſtenſum eſt in 12. theoremate
præmiſſorum, eundem circulum cõprehendere, & 49 huius
pentagonum dodecaedri, & triãgulum icoſaedri in A
eadem ſphæra deſcriptorum erit AL quidem ſemi B
diameter circuli icoſaedri triangulũ cõprehenden-
tis, & KL perpendicularis a centro ſphæræ ad ipſum C
triangulum: recta uero linea KA ſphęræ ſemidia-
meter. ſed & triangulũ GHD ſimiliter accipiẽdũ
eſt, quod triãgulo KLA eſt ſimile. ut. n. ſphæræ do
decaedrum comprehendẽtis diameter ad AL, ita
& diameter ſphæræ comprehentis icoſaedrum ad
DH: & ut latus trianguli æquilateri deſcripti ĩ cir
culo, qui triangulum icoſaedri, & pentagonũ do-
decaedri comprehendit ad AL, ita ED ad DH. vt
igitur KA ſemidiameter ſphæræ ad AL, ita GD ſe
midiameter ſphærę ad DH: & anguli ad LH ſunt
recti. ergo triangulum AKL ſimile eſt triangulo D
DGH. rurſus quoniã oſtenſum eſt in 14. theorema E
te præmiſſorum 20. triangula DEF, hoc eſt duode
cim ABC pentagona maiora eſſe viginti triangulis deſcriptis in circulo pentago-
num ABC comprehendente, perſpicue conſtat, & circulum deſcriptum circa DEF
maiorem eſſe eo, qui circa ABC pentagonum deſcribitur. quare & DH maior eſt, F
quam AL. ſuntque triangula DGH AKL ſimilia. vt igitur DH ad HG, ita AL ad LK;
& permutando ut DH ad AL, ita HG ad LK maior autem eſt, quam AL.
ergo & GH quam KL maior erit, & tertia pars GH maior quã tertia KL. eſt autem G
icoſaedrum viginti triangula DEF, quorum altitudo tertia pars GH: dode- H
caedrum uero duodecim pentagona ABC, quorum altitudo tertia pars KL: &
poſita ſunt viginti triangula DEF duodecim pentagonis ABC æqualia. Icoſae- K
drum igitur dodecaedro eſt maius.



COMMENTARIVS.

Eundem circulum comprehendere, & pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τῆς εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου τῷ δωδεκαέδρῳ. *ego ita legendum arbitror*, ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε πεντάγωνον τοῦ δωδεκαέδρου, καὶ τὸ τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τῶν εἰς αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων. A

Erit AL quidem ſemidiameter circuli icoſaedri triangulum comprehendentis] *Videlicet comprehendentis pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum* B

Sed & triãgulum GHD ſimiliter accipiendum eſt, quod triãgulo KLA eſt ſimile.] *Nam & DH eſt ſemidiameter circuli comprehendentis triangulum icoſaedri, & penta-* C *gorum dodecaedri. Sed neque eſt idem circulus, qui circa pentagonum* ABC, *neque eadem ſphæra. ponuntur enim nunc duodecim pentagona* ABC *viginti triangulis* DEF *æqualia, quod non fieret in eodem circulo, quippe cum demonſtratum ſit in* 49. *huius duodecim pentagona uiginti triangulis in eodem circulo deſcriptis maiora eſſe.*

D Ergo triangulum AKL ſimile eſt triangulo DGH] *Ex* 7. *ſexti libri elementorum.*

E Rurſus quoniam oſtenſum eſt in quartodecimo Theoremate præmiſſorum] *Græcus codex* ἐν τῷ δῳ. *sed legendum* ἐν τῷ ιδῳ.

F Quare & LH maior eſt, quam AL] *Græcus codex* φανερόν ὥστε καὶ ἡ δ ε ζ μεῖζον ἐστιν ἢ τῆς α λ *legendum autem* ὥστε καὶ δ θ μεῖζον ἐστι τῆς α λ.

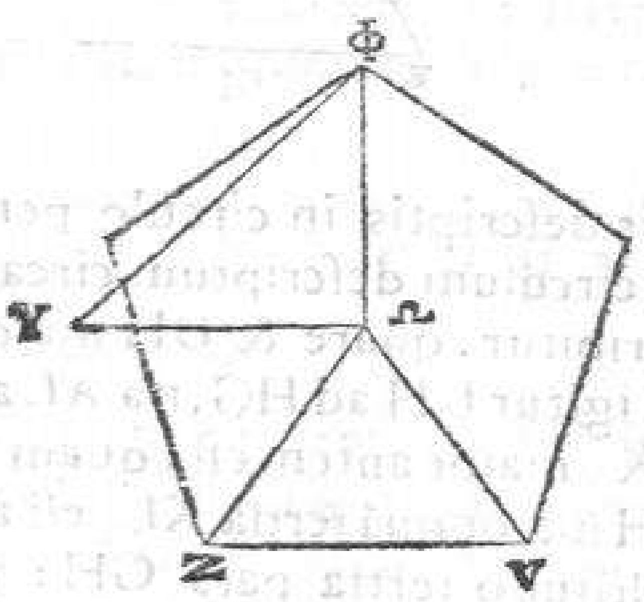
G Ergo & GH quã KL maior erit, & tertia pars GH maior, quã tertia KL] *Græcus codex.* μεῖζον ἄρα καί ἡ η θ τῆς α λ καὶ τὸ τρίγωνον ἄρα τῆς η θ τοῦ τριγώνου τῆς κ λ. *lege* μείζων ἄρα καὶ ἡ η θ τῆς κ λ, καὶ τὸ τρίτον ἄρα τῆς η θ τοῦ τρίτον τῆς κ λ.

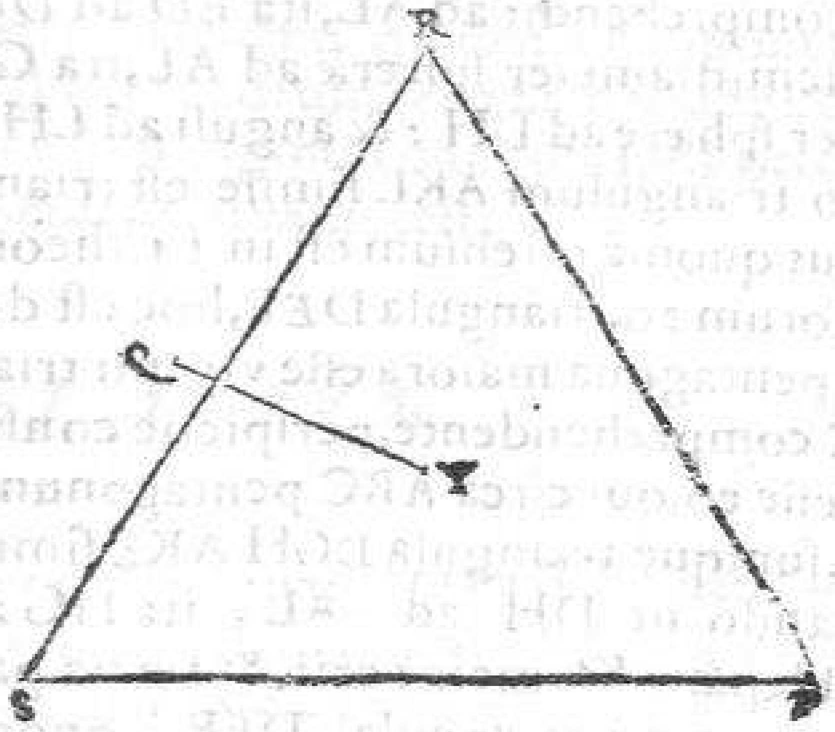
H Dodecaedrũ uero duodecim pẽtagona ABC, quorũ altitudo tertia pars KL] *cõſtat. n. ex duodecim pyramidibus baſes habẽtibus pentagona* ABC *&* *altitudinem* KL, *quæ ſunt æquales duodecim priſmatibus, quorum eadem baſes &* *altitudo tertia pars* KL.

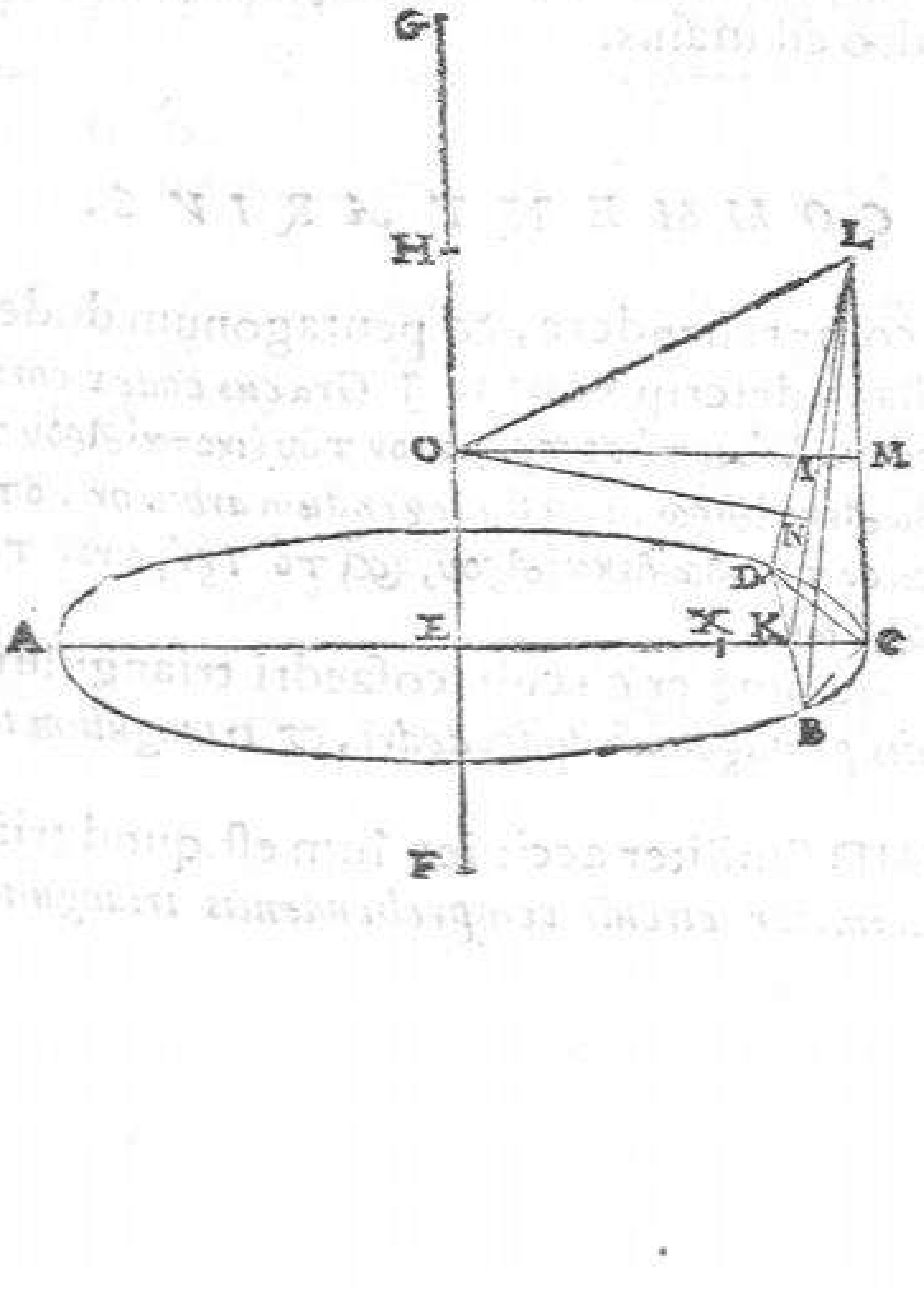
K Icoſaedrum igitur dodecaedro eſt maius] *Nam altitudo* GH *maior eſt altitudine* KL. *poteſt etiam idem concludi ex ipſis pyramidibus.*

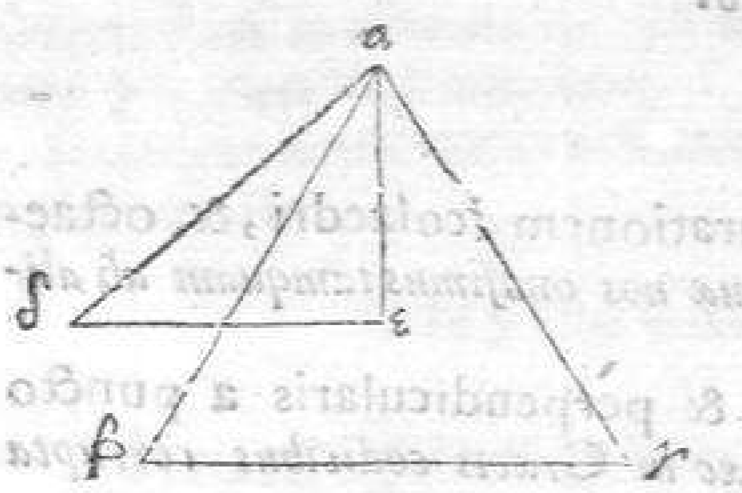
THEOREMA LIIII. PROP. LVI.

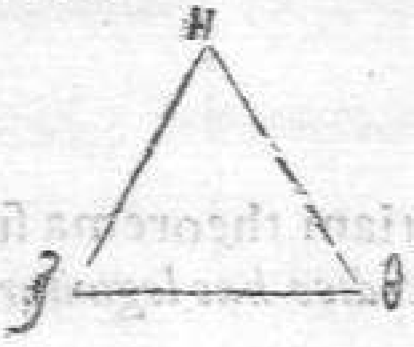
Dodecaedrum octaedro eſt maius.











Sit dodecaedri pẽtagonũ φzν, & γΩ perpẽdicularis a cẽtro ſphęræ dodecaedrũ cõ
prehẽdẽtis ad pẽtagonũ φzν ducta: iũgaturq. Ωφ, Ωz Ων, γφ. octaedri uero triangulũ
PRS, & ſit ſimiliter perpẽdicularis Q⸸ quã oſtẽdere oportet minorẽ perpẽdiculari
γΩ. Exponatur ẽt theorema ſũptũ ad cõparationẽ icoſaedri, & octaedri, per qᵈ oſtẽ A
ditur duodecim quadrata ex ON maiora eẽ quinq; quadratis ex BD. ſit ãt & αβγ triã B
gulũ icoſaedri, & perpẽdicularis a pũcto δ ſit δε, ut ĩ pręcedẽti theoremate. ſimile igi C
tur ẽ φΩγ triãgulũ triãgulo αεδ & triãgulo ONL (& ſũt duodecim quadrata ex δε D
maiora quinq. quadratis ex βγ, hoc ẽ duodecim quadrata ex γΩ maiora quinq; qua E
dratis ex Ωφ) Itaq; qm̃ per 14. lẽma oſtẽſũ ẽ, ſi ſit triãgulũ æquicrure, ut Ωzν habeas
angulũ ad Ω quattuor quintarũ recti, & triãgulũ æquilaterũ ipſi ęquale, ut ζηθ, qua-
dratũ ex ζη ad quadratũ ex Ωz minorẽ proportionẽ hẽt, quã quadratũ totius rectæ li-
neæ extrema, ac media rõne ſectæ ad id, quod quinquies fit a minore portione; & re
cta linea EC extrema, ac media rõne ſecta ẽ in X. ergo quadratũ ex EC ad quinq qua
drata ipſius XC maiorẽ proportionẽ hẽt quã quadratũ ex ζη ad quadratũ ex Ωz, hoc
ẽ quindecim quadrata ex ζη ad quindecim quadrata ex Ωz. & qm̃ 8. triangula PRS F
æqualia ſũt 12. pẽtagonis φzν, hoc ẽ 60. triãgulis Ωzν, erunt 2. triãgula PRS æqualia G
15. triãgulis Ωzν, hoc ẽ 15. triãgulis ζηθ, & propterea duo quadrata ex PS æqualia ſũt H
15. quadratis ex ζη. quadratũ igitur ex EC ad quinq. quadrata ipſius XC. maiorẽ pro
portionẽ hẽt, quã duo quadrata ex PS ad 15. quadrata ex Ωφ. eſt. n. Ωz æqualis Ωφ K
duo uero quadrata ex PS ſũt 12 quadrata ex Q⸸, ut demõſtratũ ẽ in cõparatione cu
bi, & octaedri. ergo quadratũ ex EC ad quinq. quadrata ex CX maiorẽ proportionẽ
hẽt, quã 12. quadrata ex Q⸸ ad 15. quadrata eſt Ωφ. eſt ãt XK æqualis KC. quadratũ 15. quin.
igitur ex EC ad 20. quadrata ex KC maiorẽ hẽt proportionẽ, quã 12. quadrata ex Q⸸ L
ad 15. quadrata ex Ωφ, & idcirco 36. quadrata ex EC, hoc eſt 36. quadrata ex CL ad
720. quadrata ex KC maiorẽ proportionẽ hẽt, quã 12. quadrata ex Q⸸ ad 15. qua-
drata ex Ωφ. ſed ut LC ad CK, ita LM ad MI, & ut LM ad MI, ita ON ad NO. ergo 36.
quadrata ex ON ad 720. quadrata ex NI, hoc ẽ ad 80. quadrata ex LI: etenim in 7. lẽ M
mate. oſtenſa eſt LI tripla ipſius IN, hoc eſt ad 20. quadrata ex KL, hoc eſt ad 15. qua 4. huiu
drata ex BD maiorẽ proportionẽ habere, quã 12. quadrata ex Q⸸ ad 15. quadrata N
ex Ωφ. eſt. n. BD ptãte ſeſquitertia ipſius KL. quare & 12. quadrata ex ON ad quinq. O P
quadrata ex BD maiorẽ habent proportionẽ, quam 12. quadrata ex Q⸸ ad 15. qua-
drata ex Ωφ. ſed quinque quadrata ex BD ſunt 15. quadrata ex NL ut demõſtratum
eſt in tertiodecimo libro elem. cũ pũctũ N centrũ eſt circuli circa triangulũ deſcri Q
ptũ quare 12. quadrata ex ON ad 15. quadrata ex NL, hoc ẽ 12 quadrata ex δε ad 15. R
quadrata ex εα maiorẽ proportionẽ habent, quã 12. quadrata ex Q⸸ ad 15. quadrata S
ex Ωφ. atque eſt ſimile triangulum δαε triangulo γφΩ. duodecim igitur quadrata ex T
γΩ ad quindecim quadrata ex Ωφ maiorẽ proportionẽ habent, quã 12. quadrata ex V
Q⸸ ad 15 quadrata ex Ωφ. ideoque perpendicularis γΩ maior eſt, quam Q⸸. & po X
nuntur ſuperficies figurarum ſolidarum ęquales. dodecaedrum igitur octaedro ma
ius ſit neceſſe eſt.

COMMENTARIVS.

A Exponatur etiam theorema ſumptum ad comparationem icoſaedri, & octaedri] *In Græco codice hæc leguntur,* ὅυ σημεῖον ἀςὴρ, *quæ nos omiſimus tamquam ab aliquo addita.*

B Sit autem & α β γ triangulum icoſaedri, & perpendicularis a puncto δ ſit δ ε ut in præcedenti theoremate] *Hæc in Græcis codicibus corrupta ſunt.*

C Simile igitur eſt φΩR triangulum triangulo α ε δ, & triangulo ONL] *Hoc in præcedenti demonſtratur. Græcus autem codex ita corrigendus eſt.* ὅμοιον ἄρα τὸ φων, τῷ τε αεδ τριγώνῳ, καὶ τῷ ονλ.

D Et ſunt 12 quadrata ex δ ε maiora quinque quadratis ex β Γ.] *Vera hæc quidem ſunt, ſed quid ad demonſtrationem conferant, non uideo.*

E Hoc eſt duodecim quadrata ex τ Ω maiora quinque quadratis Ω φ] *corrupta hęc ſunt, vt opinor, neque enim vera. quare ſi quis ea una cum antedictis de medio tollat, fortaſſe non errabit.*

F Et quoniam 8 triangula PRS æqualia ſunt 12 pentagonis φ Z ν] *Ex poſitione ſcilicet, græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* καὶ ἐπισχομένη τρίγωνα τὰ σρϖ ἴσα. *legendum autem puto,* καὶ ἐπεὶ η τρίγωνα τὰ σρϖ ἴσα.

G Hoc eſt 15 triangulis ζ η θ] *Ponitur enim triangulum ζ η θ æquilaterum, & triangulo Ω Z ν æquale.*

H Et propterea dato quadrata ex PS æqualia 15. quadratis ex ξ η] *Nam triangulorũ, & quadratorum proportio eadem eſt, vt ſuperius potuit.*

K Dico uero quadrata ex PS ſunt 12 quadrata ex Q τ, vt demonſtratum eſt in comparatione cubi, & octaedri] *Hoc eſt in propoſitione 43. huius, in qua demonſtratur quadratum ex Q τ ad quadratum ex PS eam proportionem habere, quam 1 ad 6.*

L Hoc eſt 36 quadrata ex CL] *Poſita eſt enim CL ipſi LC æqualis.*

M Hoc eſt ad 80 quadrata ex LI, etenim in ſeptimo lemmate oſtenſa, eſt LI, &c.] *Græcus codex hēt,* τουτέστι ϖ τ, τὰ ἀπὸ λι. τριπλάσια γάρ ἐν τῷ δ^{ω} λήμματι ἐδείχθη ἡ λι. *lege* τουτέστι τὰ ἀπὸ λι. τριπλάσια γάρ ἐν τῷ ζ^{ω}.

N Hoc eſt ad 20. quadrata ex KL] *In Græco codice legitur,* τουτέστι κ' τὰ ἀπὸ κδ. *corrige* τὰ ἀπὸ κλ.

O Eſt enim BD poteſtate ſeſquitertia ipſius KL] *Rationem reddit cur 20 quadrata ex KL ſint 15 quadrata ex BD. in Græco legitur* ἐπίτριτος γάρ ἡ βδ τῆς κλ δυναμει .. τε. *lege* δυνάμει.

P Quare & duodecim quadrata ex ON ad quinque quadrata ex BD maiorem proportionem habent, &c.] *Ex 15. quinti, quam enim proportionem habent 36 ad 15. eandem 12. habeat ad 5. græcus codex* τε καὶ ἡ ιβ τὰ ἀπὸ ο ν. *ſed fortaſſe legendum* ὥστε καὶ ιβ τὰ ἀπὸ ον.

Q Nam punctum N centrum eſt circuli circa triangulum deſcripti] *Conſtat hoc ex ſecundo corollario primæ propoſitionis ſphæricorum Theodoſii.*

R Hoc eſt 12 quadrata ex δ ε ad quindecim quadrata ex ε α] *Sunt enim ea triangula inter ſe ſimilia, ut dictum eſt.*

S Atque eſt ſimile triangulum δ α ε triangulo τ φ Ω] *In Græcis codicibus,* καὶ ἐστιν ὅμοιον τῷ λ δ η ε τρίγωνον τῷ υφω τριγώνῳ *lege* τὸ δαε τρίγωνον τῷ, υφω τριγώνῳ.

Maio-

T Maiorem proportionem habet, quàm 12. quadrata ex Qψ ad 15 quadrata ex Ωφ] *In græco codice hęc deſiderantur.* μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ιβ τὰ ἀπὸ χψ πρὸς ιε τὰ ἀπὸ ωφ.

V Ideoque perpendicularis γΩ minor eſt, quam Qψ] *ſequitur enim ex* 0. *quinti elementorum quadratum ex* γΩ *maius eſſe, quam quadratum ex* Qψ. *ergo & recta linea* γΩ *quam* Qψ *maior erit.*

X Dodecaedrum igitur octaedro maius ſit, neceſſe eſt] *reliqua concludenda ſunt, vt in ſuperioribus.*

THEOREMA LV. PROPOS. LVII.

Harum igitur quinque figurarum, quæ polyedra appellantur, eam quę plures habet baſes, multo maiorem eſſe ex iam demonſtratis conſtat. At vero præter has quinque alias inueniri non poſſe, quæ æqualibus & ſimilibus æquilateris polygonis contineantur, ex his etiam quis diſcat.

Omnem ſolidum angulum ex tribus ad minimum angulis planis cōſtare neceſſarium eſt: & qui ipſum continent, ſiue tres, ſiue plures ſint, quattuor rectis angulis omnino ſunt minores. ex 21. vndecimi. Itaque fieri non poteſt, ut angulus ſolidus hexagoni angulis, aut alicuius rectilinei, quod plures angulos habent, comprehendatur. etenim tres ad minimum anguli, qui ipſum comprehendere poſſunt, non ſunt quattuor rectis minores. Ex pentagoni vero tribus angulis conſtitui poteſt, vt in dodecaedro. Rurſus quattuor quidem anguli, vel plures ipſius quadrati continere ſolidum angulum non poſſunt, non enim ſunt minores quattuor rectis. Tres autem angulum cubi continent. Eadem ratione & trianguli æquilateri ſex anguli, vel plures non ſunt quattuor rectis minores, ac propterea non continent angulum ſolidum. At quinque, & quattuor, & tres continere poſſunt. quinque enim icoſaedri, quattuor octaedri, & tres pyramidis angulum continent. Ex quibus manifeſto apparet, præter hos non eſſe alium angulum ſolidum ex æqualibus polygoni angulis conſtante. Quare neque aliud polyedrum inueniri poteſt, præter quinque iam dicta quod æqualibus & ſimilibus æquilateris polygonis contineatur.

QVINTI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER SEXTVS.

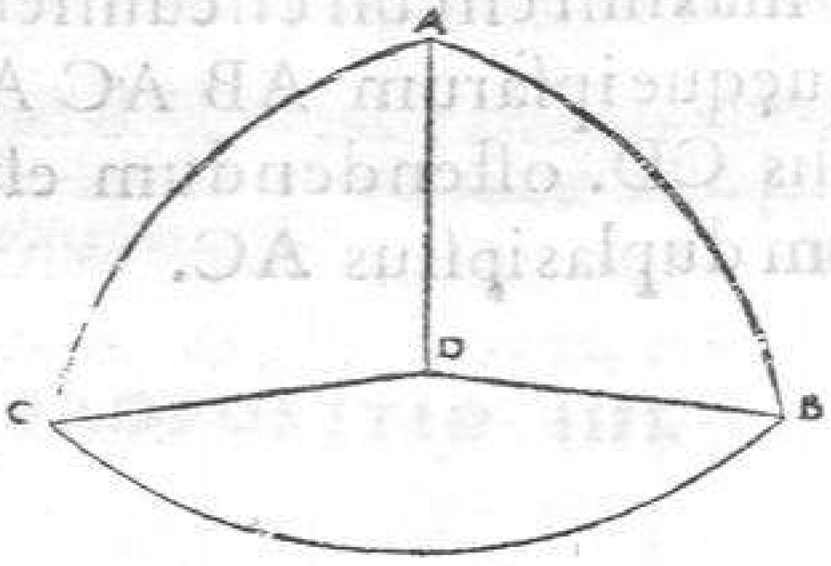
CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

MVLTI eorum, qui aſtronomicum locum pertractant, cum propoſitiones negligenter intelligant, alia quidem apponunt tamquam neceſſaria; alia vero ut non neceſſatra prætermittunt. dicunt enim in ſecundo theoremate tertii libri ſphęricorũ Theodoſii, oportere vnumquemque duorum maximorum circulorum ab eo, qui per polos ſphęrę tranſit ad rectos angulos ſecari. hoc autem non ſemper ita ſe habet, Similiter & in ſecundo theoremate phęnomenon Euclidis, prætermittunt, quoties zodiacus circulus bis ad horizontem fit rectus. & in quarto theoremate libri de diebus & noctibus Theodoſium falsò exponunt. Et nonnulla alia deinceps tamquam non neceſſaria prętermittunt, quorum unumquodque nos explicabimus.

THEOREMA I. PROPOSITIO. I.

Si in ſphæræ ſuperficie tres maximorum circulorum circumferentiæ ſe mutuo ſecent, quarum vnaquæq; ſit ſemicirculo minor, duę reliqua maiores erunt, quomodocunque ſumptæ.

Secent enim ſeſe maximorum circulorum circumferentiæ in punctis ABC. Dico duas reliqua maiores eſſe quomodocunque ſumptas. Sumatur enim centrum ſphæræ, idem quod & circumferentiarum AB BC CA centrum. & ſit D, iunganturque DA DB DC. Quoniam igitur ſolidus angulus, qui eſt ad D tribus angulis planis ADB BDC CDA continetur, A
quilibet duo ſunt reliquo maiores, quomodocumque ſumantur, & anguli ADB BDC
CDA circumferentiis AB BC CA inſiſtũt. B
duæ igitur reliqua maiores ſunt, quomodocumque ſumptæ. Hanc autem figuram Menelaus in ſphæricis τρίπλευρον C
appellat.



COMMENTARIVS.

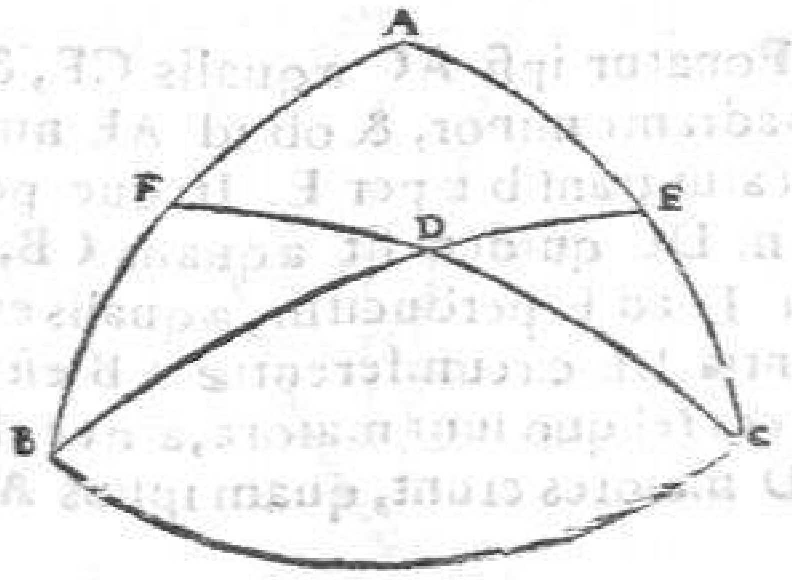
A Quilibet duo ſunt reliquo maiores, quomodocunque ſumantur] *Ex 20. vndecimi Euclidis.*

B Duæ igitur reliqua maiores ſunt, quomodocumque ſumptæ] *Anguli enim eandem inter ſe proportionem habent, quam ipſæ circumferentię, quibus inſiſtunt, ex ultima ſexti elementorum.*

C Hanc autem figuram Menelaus in ſphæricis τρίπλευρον appellat] *Nos multorum exemplo triangulum ſphæricum dicemus.*

THEOREMA II. PROPOSITIO. II.

Si in uno latere triãguli ſphærici duæ circulorum maximorum circumferentię intra conſtituantur, hæ reliquis duobus trianguli lateribus minores erunt.

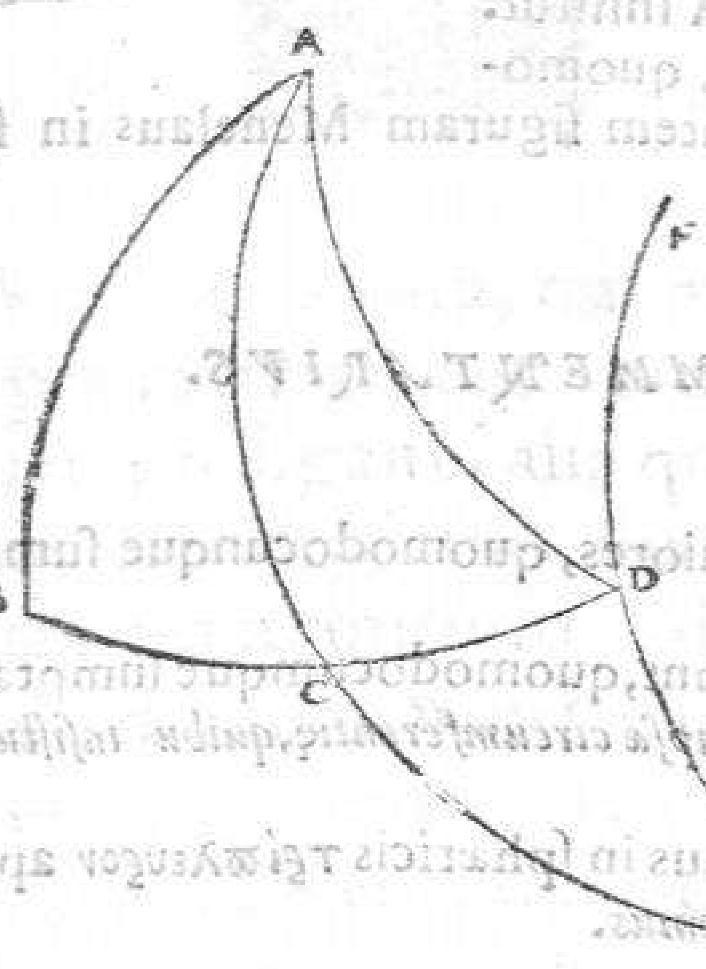


Trianguli enim ABC in vno latere BC duæ circulorum maximorum circumferẽ ciæ intra cõſtituãtur BD DC. Dico BD DC ipſis BA AC minores eẽ. Qm̃.n. omnis triãguli ſphærici duo latera reliquo ſunt maiora, erũt CE ED maiora reliquo CD, cõmune apponatur ED. ergo CE EB ipſis CD DB maiora erunt. Rurſus qm̃ omnis trianguli latera reliquo ſunt maiora, erunt BA AE maiora ipſo EB. commune apponatur EC. quare BA AC maiora ſunt, quam BE EC. ſed BE EC ſunt maiora, quàm BD DC. multo igitur BA AC ipſis BD DC maiora erunt.

ex proxime demonſtratio.

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Trium circulorum maximorum circumferentiæ AB AC AD maximi circuli circumferentiam ED ſecent, ſit autem vnaquęque ipſarum AB AC AD minor quadrante, & ſit BC ęqualis CD. oſtendendum eſt vtraſque BA AD maiores eſſe, quàm duplas ipſius AC.



Ponatur ipſi AC æqualis CE, & quoniam AC eſt minor quadrante, erit & CE
A quadrante minor, & ob id AE minor ſemicirculo. non igitur circulus AD ſi cõ-
B pleatur tranſibit per E. Itaque per ED maximus circulus EDF deſcribatur. &
C cum DC quidem ſit æqualis CB, AC vero ipſi CE, erit recta linea, quæ a pun-
D cto D ad E perducitur, æqualis ei, quę ab A perducitur ad B. ergo circumferentia DF circumferentiæ AB eſt æqualis. Quoniam autem omnis trianguli duo latera reliquo ſunt maiora, atque eſt DE æqualis AB, & EC ipſi CA, vtræque BA
E AD maiores erunt, quam ipſius AC duplæ.

COM-

COMMENTARIVS.

Non igitur circulus AD ſi compleatur, tranſibit per E] *Maximi enim circuli in ſphæra ſeſe bifariam ſecant ex* 11. *primi ſphæricorum* Theodoſii. A

Itaque per ED maximus circulus EDF deſcribatur] Ex 20. *primi ſphęricorum Theodoſii.* B

Erit recta linea, quæ a puncto D ad E perducitur ęqualis ei, quæ ab A perducitur ad B] Ex 3 *tertii libri ſphæricorum Theodoſii.* C

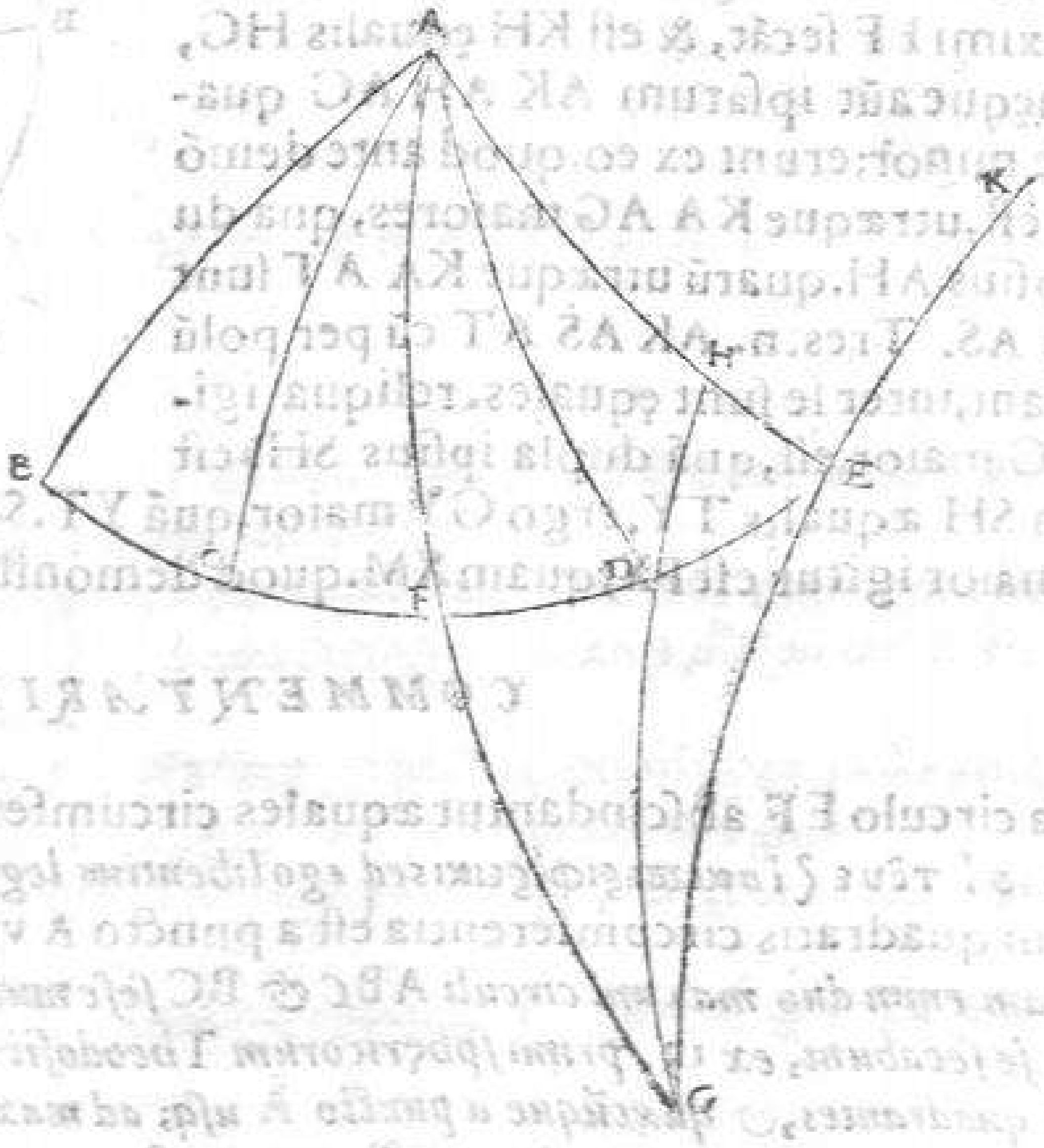
Ergo circumferentia DE circumferentiæ AB eſt æqualis] *Ex* 28. *tertii libri elementorum.* D

Vtræque BA AD maiores erunt, quam ipſius AC duplæ] *Etenim in* AED *triãgulo* ED DA *maiores ſunt, quam* AE. *Sed* BA AD *ſunt ęquales ipſis* ED DA, *&* AE *dupla eſt* AC. *utręque igitur* BA AD *maiores ſunt, quam duplæ ipſius* AC. E

THEOREMA IIII. PROPOSITIO IIII.

Quattuor circulorum maximorum circumferentiæ AB AC AD AE maximi circuli circumferentiam BE ſecent. ſitque BC æqualis DE, & unaquæque ipſarum AB AC AD AE quadrante minor. Oſtendendum eſt utraſque BA AE utriſque CA AD maiores eſſe.

Secetur CD bifariam in F, & per AF maximus circulus AFG deſcribatur: ponaturque ipſi AF æqualis FG. deinde per GE quidem deſcribatur maximus circulus GEK: per GD uero maximus circulus GDH. Quoniam igitur GF eſt ęqualis FA, & DF ipſi FC, erit etiã DG ęqualis CA: & eadẽ ratione EG ęqualis BA, & cũ in trianguli GEA uno latere GA duæ circumferentię AD DG intra conſtituantur: erant AD DG minores, quam AE EG. ergo AE EG ipſis AD DG ſunt maiores. eſt autem EG æqualis AB, & GD ipſi AC. utraq; igitur BA AE utriſque CA AD maiores erunt. quod demonſtrare oportebat.



COMMENTARIVS.

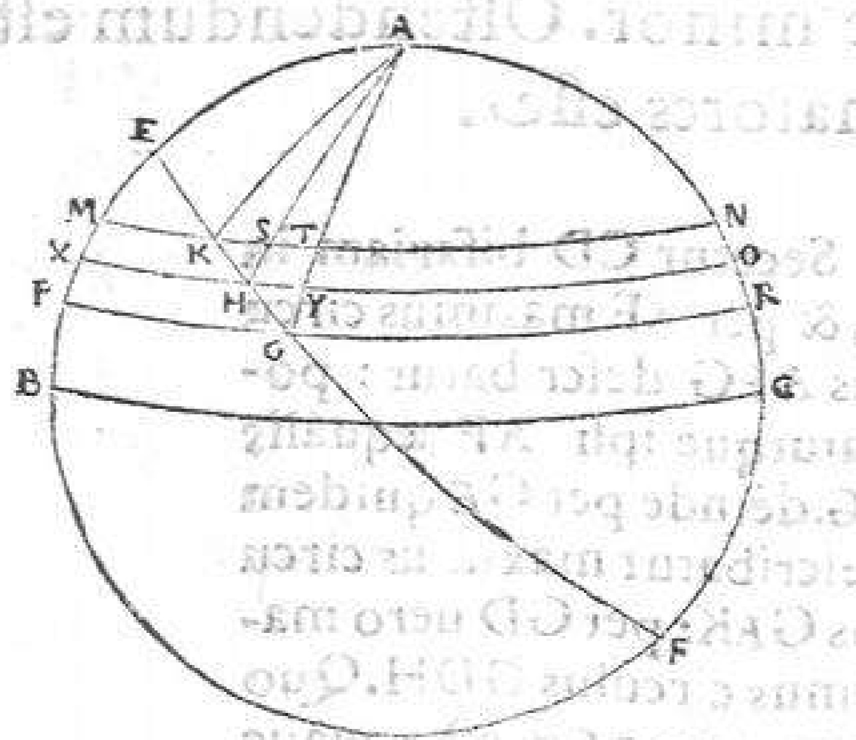
Erit etiam DG æqualis CA : & eadem ratione EG ęqualis BA] *Ex iis, quæ in antecedenti dicta ſunt.*

Erunt AD DG minores, quam AE EG] *Ex 2. huius.*

THEOREMA V. PROPOSITIO. V.

His pręmiſsis quintum theorema tertij libri ſphæricorum
Theodoſij aliter oſtendere poſſumus.
Sit in circumferentia maximi circuli ABC parallelorum polus
A: & hunc duo maximi circuli ad rectos angulos ſecent, quorũ
BC quidem ſit unus parallelorũ, EF verò ad parallelos obliquus:
A & a circulo EF abſcindantur ęquales circumferentiæ deinceps
ad eaſdem partes GH HK, perque puncta GHk circuli paralleli
ipſi BC deſcribantur, qui ſint MN XO PR. Oſtendendũ eſt
PX maiorem eſſe, quam XM.

Deſcribantur.n.per A, & per unũquodque punctorum KHG maximi circuli AK
AH AG. manifeſtum eſt unamquamq; cir-
cũferentiarũ AK AH, AG quadrãte mino-
B rẽ eſſe. nam quadrantis circumferentia eſt
a puncto A uſque ad maximum circulum
BC. Quoniã igitur triũ circulorũ maximo
rum circumferentię AK AH AG circũferen
tiã maximi EF ſecãt, & eſt KH ęqualis HG,
unaquęque aũt ipſarum AK AH AG qua-
C drante minor; erunt ex eo, quod ante demõ
ſtratũ eſt, utræque KA AG maiores, quã du
D plæ ipſius AH. quarũ utræque KA AT ſunt
duplæ AS. Tres.n. AK AS AT cũ per polũ
tranſeant, inter ſe ſunt ęquales. reliqua igi-
E tur TG maior eſt, quã dupla ipſius SH. eſt
F autem SH æqualis TY. ergo GY maior, quã YT. Sed GY eſt æqualis PX, & YT ipſi
XM. maior igitur eſt PX, quam XM. quod demonſtrare oportuit.



COMMENTARIVS.

A Et a circulo EF abſcindantur æquales circumferentię] *Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθωσαν ἐπὶ τοῦ ε ζ ἴσαι περιφέρειαι *sed ego libentius legerem* ἀπὸ τοῦ ε ζ.

B Nam quadratis circumferentia eſt a puncto A uſque ad maximũ circulum BC] *Quoniam enim duo maximi circuli* ABC *&* BC *ſeſe mutuo ſecant ad rectos angulos, etiam bifariam ſe ſecabunt, ex 13. primi ſphęricorum* Theodoſii. *quare circumferentię* AB AC *ſunt circuli quadrantes, & quæcũque a puncto* A *uſq; ad maximum circulum* BC *ducuntur.*

C Erunt ex eo, quod ante demonſtratum eſt, utræque KA AG maiores, quam duplæ ipſius AH] *Ex 3. huius.*

Tres enim AK AS AT cum per polum tranſeant, inter ſe ſunt æquales] *Nam cum A ſit polus circuli MN, rectæ lineæ, quæ ab A ad puncta KST ducuntur, inter ſe ſunt æquales. ex poli diffinitione. & ideo circumferentiæ maximorum circulorum* AK AS AT *etiam inter ſe æquales erunt. ex 28. tertii libri elementorum.* D

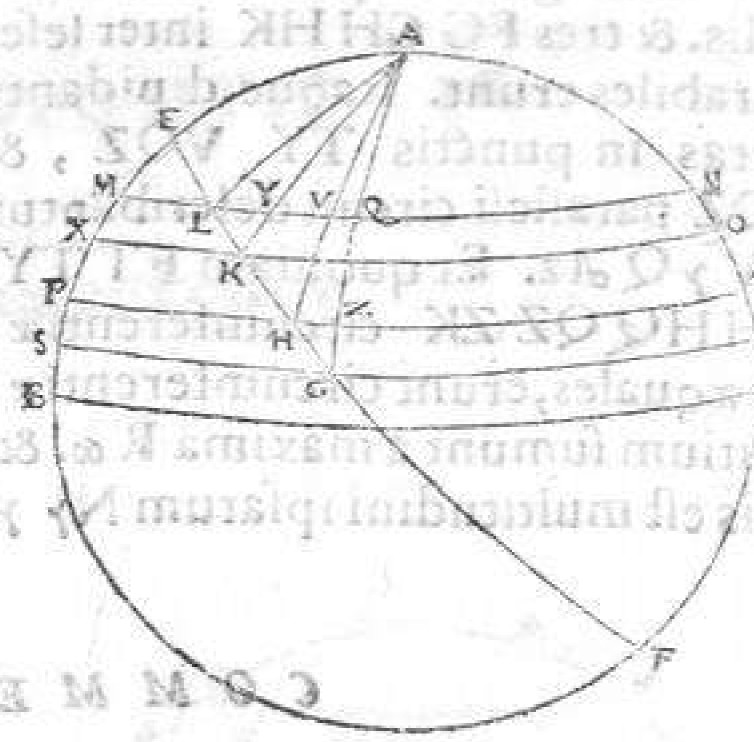
Eſt autem SH æqualis TY] *ex 10. ſecundi libri ſphæricorum* Theodoſii. E

Sed GY eſt æqualis PX, & YT ipſi XM] *Ex eadem.* F

THEOREMA VI. PROPOSITIO. VI.

Illud autem oſtendatur, etiam ſi circumferentiæ æquales nõ ſint continuatę, hoc enim Theodoſius non demonſtrauit.

Sit eadem figura, & æquales circumferentiæ GH KL. paralleli autem ſint MN A
XO PR ST: & per A & per vnumquodque
punctorum GHKL maximi circuli deſcribantur AG AH AK AL. erunt hæ circumferentiæ quadrante minores: & per B
quartum theorema ex præcedentibus vtræ C
que LA AG maiores erunt vtriſque KA D
AH. vtreque vero LA AQ utriſque YA E
AV ſunt æquales, etenim ex polo ſunt circuli MN. reliqua igitur QG utriſque VH YK ſunt maiores. Sed VH eſt ęqualis QZ. ergo reliqua ZG maior eſt, quam YK. At ZG æqualis eſt SP, & YK ipſi MX. maior igitur eſt, & SP, quam MX. quod oſtendendum fuit.



COMMENTARIVS.

Paralleli autem ſint MN XO PR ST.] *Græcus codex* καὶ ἔςωσαν αἱ ϖαϱάλληλοι οἱ μνξ ο ϖ ϱ σ τ, *ego legendum puto.* καὶ ἔςωσαν ϖαϱάλληλοι A

Et per quartum theorema ex pręcedentibus vtræque LA AG maiores erunt vtriſque KA AH] *Græcus codex* καὶ ἔςαι &c. συναμφοτέϱου τῆς κα θ μείζων ὤν. *ſed legendum arbitror* σαναμφοτέϱου τῆς κ α θ μείζων. B

Vtræque vero LA AQ utriſque YA AV ſunt æquales, etenim ex polo ſunt circuli MN] *Græcus codex* συναμφότεϱος δὲ ε &c. διὰ τὸ α. *hęc ego delenda puto.* C

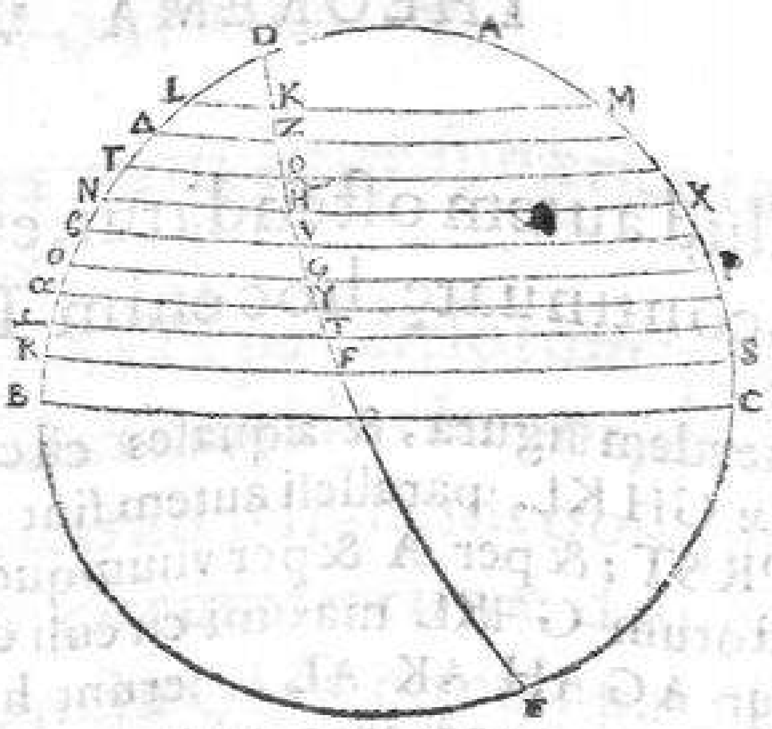
Reliqua igitur QG utriſque VH YK ſunt maiores] *Gręcus codex* λοιπὴ ἄϱα η χν. *lege* ἡ χη D

Sed VH eſt æqualis QZ] *Græcus codex,* ἴση δὲ ἡ φ θ τῆ χ τ. *lege* τῆ χ ψ. E

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

Item aliter oſtendendum ſit.

In circumferentia enim maximi circuli
A ABC ſit polus parallelorum: & hunc ad rectos angulos ſecent duo circuli DE BC. quorum BC quidem ſit parallelus, DE vero ad parallelos obliquus: & a circulo DE abſciſsis æqualibus circumferentiis deſcribantur circuli paralleli LM NX OP RS. Dico RO ipſa NL maiorem eſſe. Vel igitur FG eſt commenſurabilis ipſi GH, vel non. Sit primum commenſurabilis, & ſit FG æqualis HK. ergo HK ipſi GH eſt commenſurabilis. & tres FG GH HK inter ſeſe commenſurabiles erunt. Itaque diuidantur in menſuras in punctis TY VQZ, & per TYVQZ paralleli circuli deſcribantur ΩT AY βV γQ δZ. Et quoniam FT TY YG GV VH HQ QZ ZK circumferentiæ inter
B ſe ſunt æquales, erunt circumferentiæ R ω ω A AO Oβ βN Nγ γδ δL inæquales, quę initium ſumunt a maxima R ω. & multitudo circumferentiarum R ω ω A AO æqualis eſt multitudini ipſarum Nγ γΔ ΔL. maior igitur eſt RO, quam NL.



COMMENTARIVS.

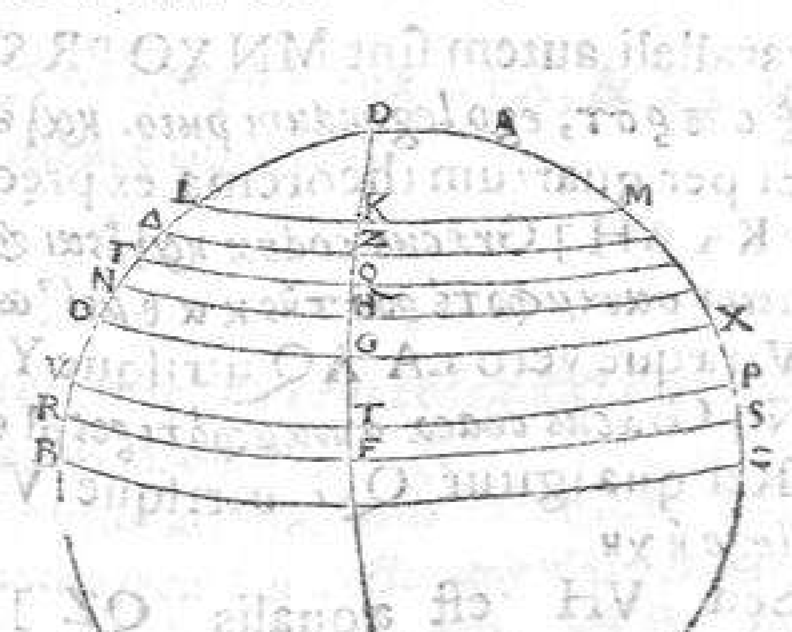
A Et hunc ad rectos angulos ſecent duo circuli DE B C] *Maximi ſcilicet.*

B Erunt circumferentiæ R ω ω A AO Oβ βN Nγ γδ δL inæquales quę initium ſumũt a maxima R ω] *Ex quinta huius. Gręcus codex* καὶ ἄρα ρω ωα αο *&c.* γδ δλ λνίσοι εἰσίν. *ego legendum puto* αἱ ἄρα ρω ωα αο *&c.* γδ δλ ἄνισαι εἰσίν.

THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

Sed iiſdem poſitis non ſit FG commenſurabilis ipſi GH. Dico & ſic RO maiorem eſſe, quam NL.

Si enim non ita ſit, vel æqualis erit, uel minor. Sit primum minor: ipſique RO æqualis ponatur N γ. & cum tres magnitudines ſint eiuſdem generis LN N γ NO, ſumatur ipſi quidem NO cõmenſurabilis, maior autem,



tem, quam NΓ, & minor quã NL, quæ ſit NΔ: & paralleli circuli ſint QΓ ZΔ, ponatur A
que ZH æqualis GT, & circulus parallelus ſit TV. Quoniam igitur utraque ZH B
GT commenſurabilis eſt ipſi GH, atque eſt OV maior, quam NΔ, erit RO, quam
NΔ multo maior. Sed RO eſt æqualis NΓ. ergo Nγ maior erit ipſa NΔ minor maio- C
re, quod fieri non poteſt. non igitur RO minor eſt, quam NL. D

COMMENTARIVS.

Ponaturque ZH æqualis GT] *Et ſint ipſi GH commenſurabiles, vt deinceps ponitur.* A
Græcus codex καὶ κείσθω τῃ φθ ἴση ἡ υτ. *lege* τῇ ητ.

Quoniam igitur utraque ZH GT commenſurabilis eſt ipſi GH, atque eſt OV ma- B
ior, quam NΔ] *Ex quinta huius. ponitur enim TG æqualis HZ. Græcus codex.* ἐπεὶ οὖν &c.
τῶν ψθ υτ τῇ ηθ. *lege* τῶν ψθ ητ τῇ ηθ.

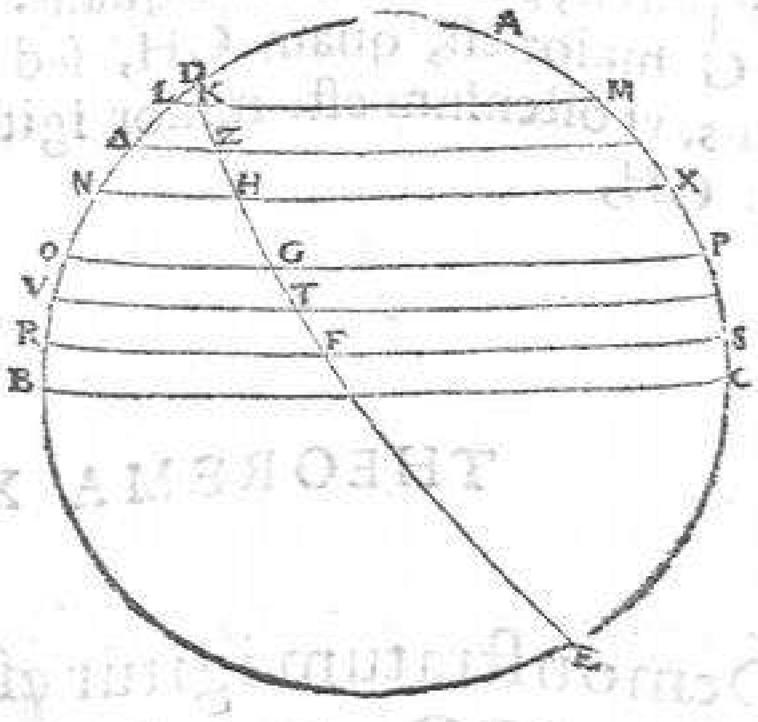
Sed RO eſt æqualis Nγ] *Ex poſitione ſcilicet.* C

Non igitur RO minor eſt, quam NL] *Græcus codex* οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ρο τῆς D
υδ. *ſed potius legendum arbitror* τῆς υλ.

THEOREMA IX. PROPOSITIO. IX.

Iiſdem poſitis. Dico neque æqualem eſſe.

Si enim fieri poteſt, ſit æqualis, ſecenturque FG HK bifariam in punctis TZ, & ſint circuli paralleli TV ZΔ. Quoniam igitur FT TG æquales ſunt, erunt RV VO inæquales, incipientes a maxima RV. Rurſus
quoniam æquales ſunt HZ ZK, erunt NΔ A
ΔL inæquales. incipientes a maiori NΔ. B
Itaque cum RV ſit maior, quam VO, & NΔ maior, quam ΔL, erit RO maior, quam dupla ipſius NΔ. quod fieri non poteſt. non igitur RO eſt æqualis NL. oſtenſum autem eſt neque minorem eſſe. quare RO, quam NL neceſſario maior erit.



COMMENTARIVS.

Erunt NΔ ΔL inæquales, incipientes a maiori NΔ] *Græcus codex* ἄνισοι γάρ εἰσιν αἱ A
νδ δλ ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης νδ. *vide ne legendum ſit* ἀπὸ μείζονος νδ, *non enim* νδ *maxima eſt, quamquam maior ſit ipſa* δλ.

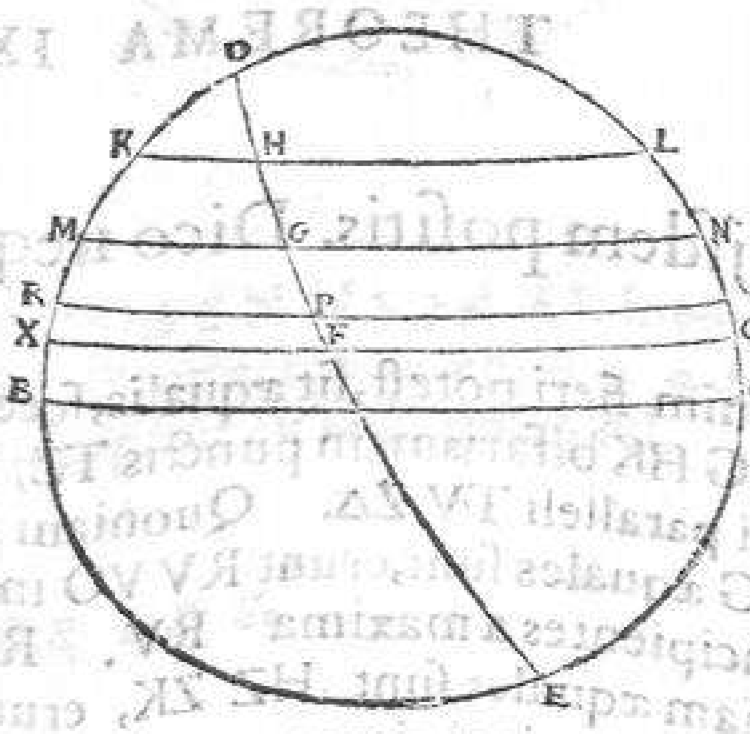
Itaque cum RV ſit maior, quam VO, & NΔ maior, quam ΔL, erit RO maior, B
quam dupla ipſius NΔ, quod fieri non poteſt] *Græcus codex*, ἐπεὶ νῦν μείζων ἐστὶν &c.

ὅπερ ἀδύνατον προδέδεικται. Videtunr hoc loco nonnulla deſiderari. ergo enim ita demonſtrandum cenſerem. Itaque cum Nδ maior ſit, quam δL, erit NL minor, quam dupla ipſius Nδ Rurſus cũ RV ſit maior, quã VO, & Nδ, maior quã δL; ſitque VO maior, quã Nδ, vt demonſtratum eſt ſuperius, erit RO maior, quam dupla Nδ Sed NL eſt æqualis RO. ergo NL maior erit, quam dupla ipſius Nδ. quod fieri non poteſt. demonſtrata eſt enim minor.

THEOREMA X. PROP. X.

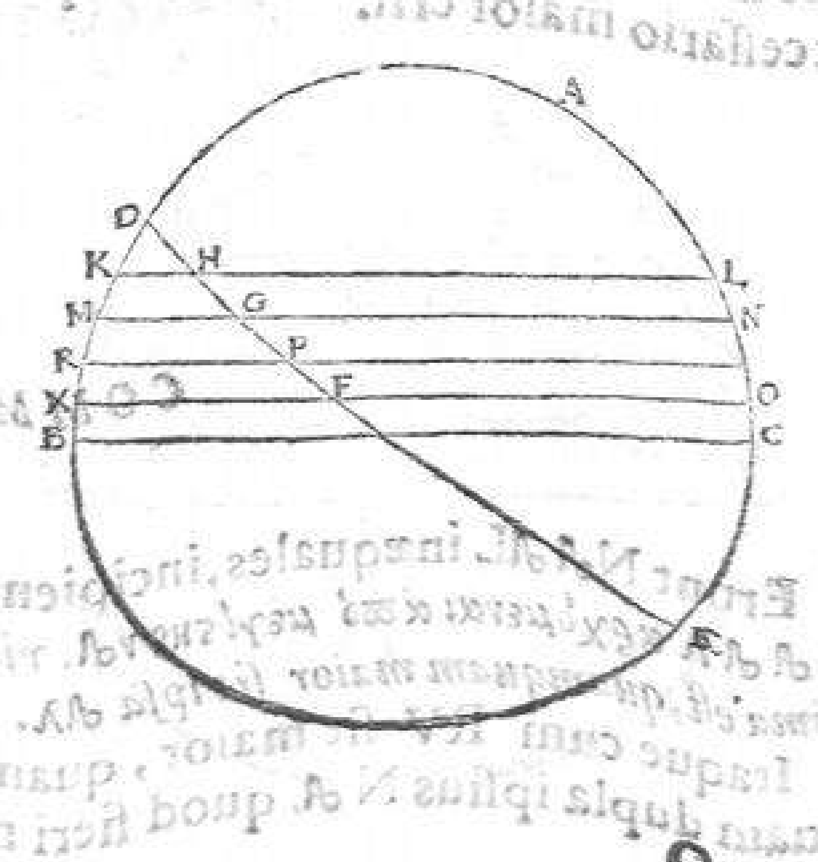
Rurſus in maximi circuli circumferentia ſit polus parallelorum, & ipſum ad rectos angulos ſunt circuli BC DE. ſint autem paralleli KL MN XO, & ſit XM ęqualis MK. Dico FG minorem eſſe, quam GH.

Si enim minor non ſit, vel æqualis eſt, vel maior. ſed non ęqualis FG ipſi GH. maior enim eſt XM, quam MK, non eſt autem maior. non igitur FG eſt ęqualis GH. Dico pręterea non eſſe maiorem. Sit enim ſi fieri poteſt, & ipſi GH ęqualis ponatur GP. Itaque quoniam PG eſt ęqualis GH, erit RM maior, quam MK. multo igitur maior eſt XM, quam MK. quod fieri non poteſt; ponitur enim æqualis. non ergo FG maior eſt, quam GH, ſed neque æqualis, vt oſtenſum eſt. minor igitur FG, quam GH,



THEOREMA XI. PROPS. XI.

Demonſtratum igitur eſt ſi ſit circulus ABC, & ipſum ſecent duo maximi circuli BC DE ad rectos angulos: aſſumanturque æquales circumferentię FG GH, & paralleli circuli KL MN XO deſcribantur, erit XM maior, quã MK. Sit nunc FG maior, quam GH. Dico XM, quam MK multo maiorem eſſe.



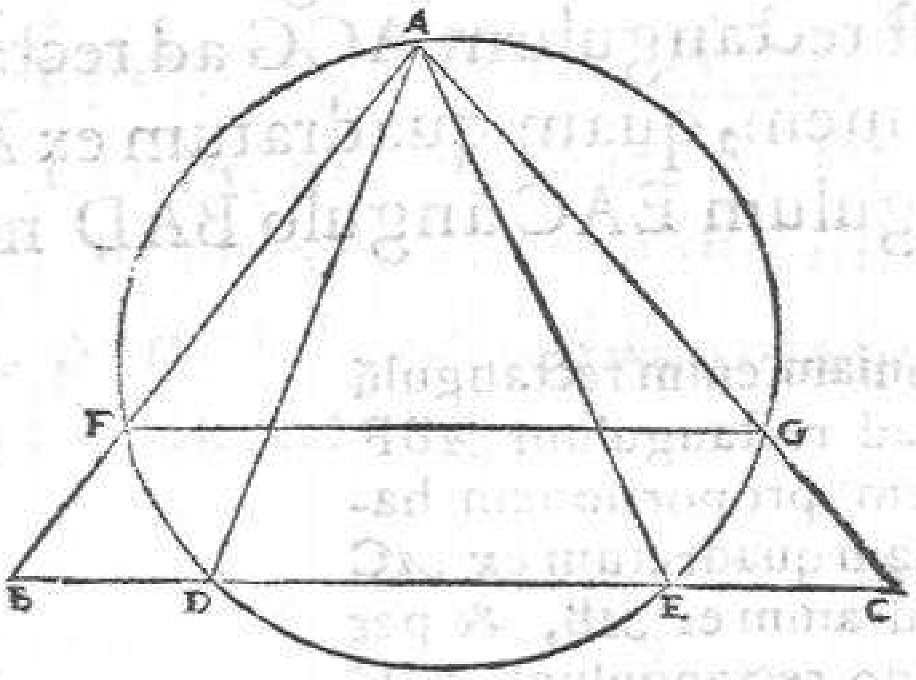
Quoniam enim FG maior eſt, quam GH, ponatur ipſi GH æqualis GP: & parallelus circulus PR deſcribatur. Itaque cum PG ſit æqualis GH, erit RM quã MK maior. multo igitur maior eſt XM, quam MK. quare ſi FG ſit maior, quam GH, fiet & XM, quam MK multo maior.

De inſtantia, quæ fit in ſextum Theorema tertii libri ſphæricorum Theodoſii.

LEMMA.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XII.

Sit triangulum ABC, & ducantur duæ rectæ lineę DA AE in angulis æqualibus BAD EAC. Dico ut rectangulum DCE ad rectangulum EBD, ita eſſe quadratum ex AC ad quadratum ex AB.



Deſcribatur circa triangulũ ADE circulus, & FG iungatur. A
ergo FG eſt parallela ipſi BC, B
propterea ꝙ circumferẽtia FD C
circũferẽtiæ EG ẽ ęqualis. Vt igitur D
AC ad CG, ita eſt AB ad BF: & ideo ut quadratũ ex AC ad rectangulum ACG, ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum. Sed rectangulum quidem ACG eſt æquale rectãgulo DCE, rectangulum uero ABF ęquale rectangulo EBD. quare ut quadratum ex AC ad rectangulum DCE, ita quadratum ex AB ad EBD rectangulum. & permutando ut quadratum ex AC ad quadratum ex AB, ita DCE rectangulum ad rectangulum EBD.

COMMENTARIVS.

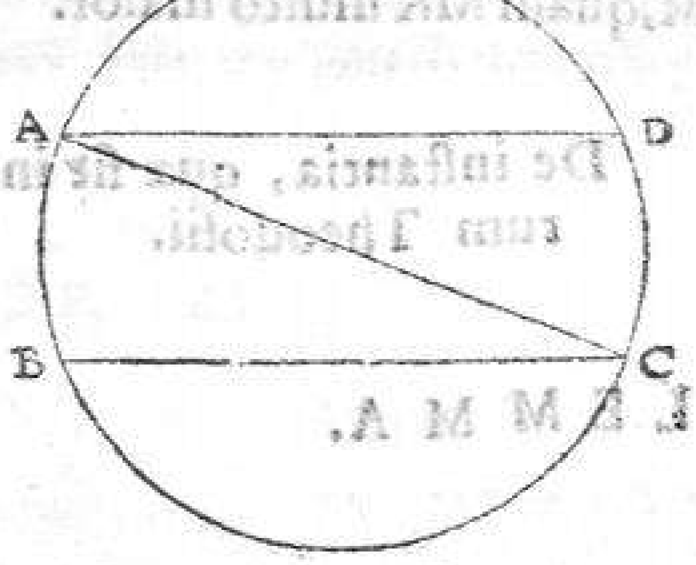
Deſcribatur circa triangulum ADE circulus, & FG iungatur] *Secet enim circulus rectas lineas* AB AC *in punctis* FG. A

Ergo FG eſt parallela ipſi BC, propterea quod circumferentia FD circũferẽtiæ EG eſt æqualis.] *Illud autem hoc lemmate demonſtrabimus.* B

Sit circulus ABCD, *ſitque circumferentia* AB *æqualis circumferentiæ* CD, *&* AD BC *iungantur. Dico rectam lineam* AD *ipſi* BC *parallelam eſſe.*

Iunga-

Iungatur enim AC. & quoniam circumferentia
27. tertii *AB eſt æqualis circumferentiæ CD, erit angulus*
27 primi *ACB æqualis angulo DAC. ergo AD ipſi BC eſt*
parallela.



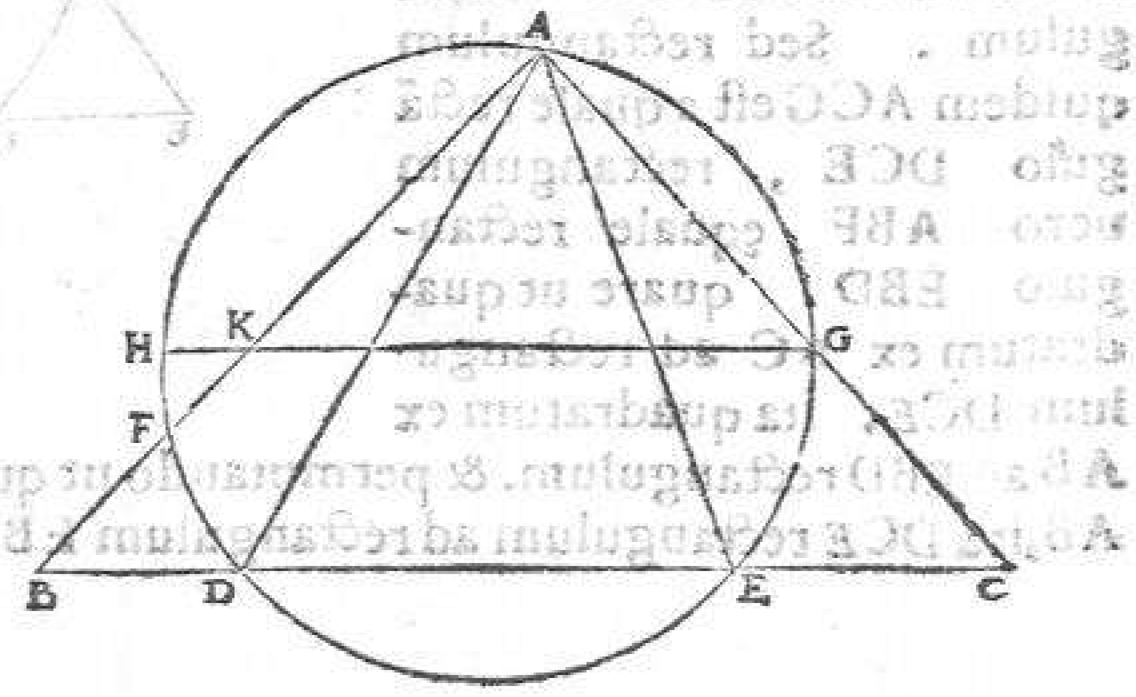
C Vt igitur AC ad CG, ita eſt AB ad BF] *ex 4. ſexti libri elementorum ob triangulorum ſimilitudinem.*

D Et ideo vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG, ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum] *Quoniam enim vt AC ad CG, ita*
lem. 23. decimi *eſt AB ad BF; vt autem AC ad CG, ita quadratum ex AC ad rectangulum ACG; & vt AB ad* BF, *ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum; erit vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG, ita quadratum ex AB ad rectangulum ABF.*

E Sed rectangulum quidem ACG eſt æquale rectangulo DCE, rectangulum vero ABF æquale rectangulo EBD] *ex 36. tertii elementorum.*

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIII.

Habeat autem rectangulum DCE ad rectangulum EBD, hoc eſt rectangulum ACG ad rectangulum ABF maiorem proportionem, quam quadratum ex AC ad quadratum ex AB. Dico angulum EAC angulo BAD maiorem eſſe.



Quoniam enim rectangulū ACG ad rectangulum ABF maiorem proportionem habet, quam quadratum ex AC
A ad quadratum ex AB, & permutando rectangulum ACG ad quadratum ex AC maiorē habebit proportionem, quam rectangulum ABF ad id, quod
B fit ex AB quadratum. ſed vt rectangulum quidem ACG ad quadratum ex AC, ita eſt CG ad AC: vt autem rectangulum ABF ad quadratum ex AB, ita BF ad AB.
C ergo AC ad CG minorem proportionem habet, quam AB ad BF. ſi igitur fiat,
8. quinti. vt AC ad CG, ita AB ad aliam quandam, erit ad maiorem, quam BF. ſit autem
D ad BK, & iuncta GK ad H producatur. parallela igitur eſt BC ipſi GH. atque
E eſt circumferentia EG æqualis circumferentię DH. ergo EG maior eſt, quam DF, ac propterea angulus CAE angulo BAD eſt maior.

COMMENTARIVS.

Et permutando rectangulum ACG ad quadratum ex AC maiorem habebit proportionem, quam rectangulum ABF ad id, quod fit ex AB quadratum] *Ex 27. quinti libri elementorum, quam nos ex Pappo addidimus.* A

Sed ut rectangulum quidem ACG ad quadratum ex AC, ita eſt CG ad AC, ut autem, &c.] *Ex prima ſexti libri elementorum. Gręcus codex hoc loco corrigendus eſt.* B

Ergo AC ad CG minorem proportionem habet, quam AB ad BF.] *Ex antedictis ſequitur CG ad AC maiorem habere proportionem, quam BF ad AB. ergo conuertendo ex 26 quinti elementorum, AC ad CG minorem habet proportionem, quam AB ad BF. prior autem concluſio, aut deſideratur, aut a Pappo breuitatis cauſſa omiſſa eſt.* C

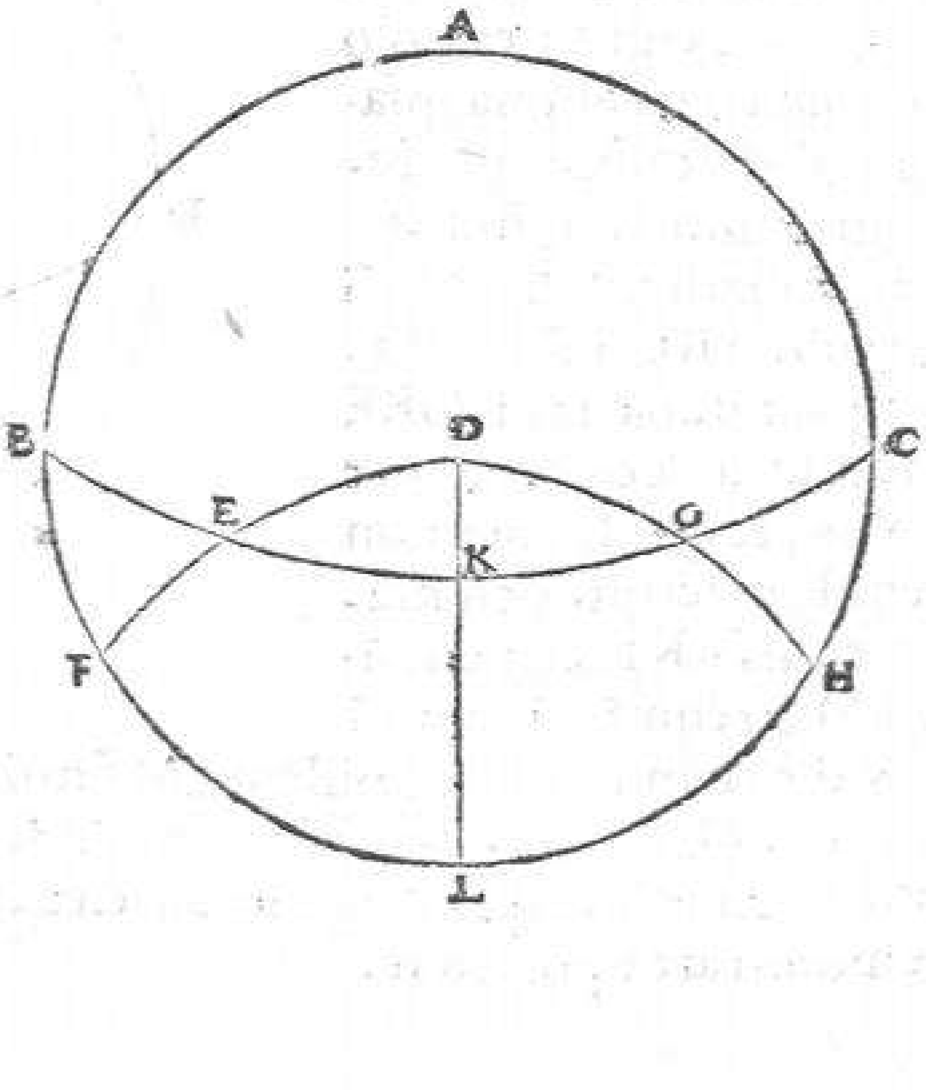
Parallela igitur eſt BC ipſi GH] *Ex 2. ſexti. ſexti elementorum, ſequitur n. diuidendo ut AG ad GC, ita AK ad KB.* D

Atque eſt circumferentia EG æqualis circumferentiæ DH] *Nam rectæ lineæ in circulo parallelæ circumferentias æquales intra ſeſe concludunt; quod nos demonſtrauimus in cōmentariis in 52. tertii libri huius.* E

THEOREMA XIIII. PROPOSITIO XIIII.

Duo maximi circuli ABC, BEGC ſeſe mutuo ſecent: ſitque circuli ABC polus D. & deſcribantur maximi circuli DF DH: & ſit circumferentia BE circumferentiæ CG æqualis. oſtendendum eſt rectam lineam, quæ a puncto D ad E ducitur ęqualem eſſe rectæ lineæ a puncto D ad G ductæ. A

Secetur circūferētia EG bifa-
riā in K, & per DK circulus ma-
ximus DKL deſcribatur. Quo-
niam igitur BE eſt æqualis GC
& EK ipſi KG, erit tota BK toti
KC æqualis. & per bipartitam B
ſectionem circuli BEGC, & per
polos circuli ABC deſcriptus
eſt circulus maximus DKL. er-
go DKL trāſibit etiam per po-
los circuli BEGC, & ad ipſum
rectus erit. Et quoniam dia-
metro circuli KBC, quę a K
ſumit initium, recta circuli por
tio inſiſtit, & inſiſtentis por-
tionis circumferentia ſecta eſt
in D, eſtque EK ęqualis KG,
recta linea ducta a puncto D C
ad E ęqualis erit ei, quæ
ab eodem puncto D ad G
ducitur.



COMMENTARIVS.

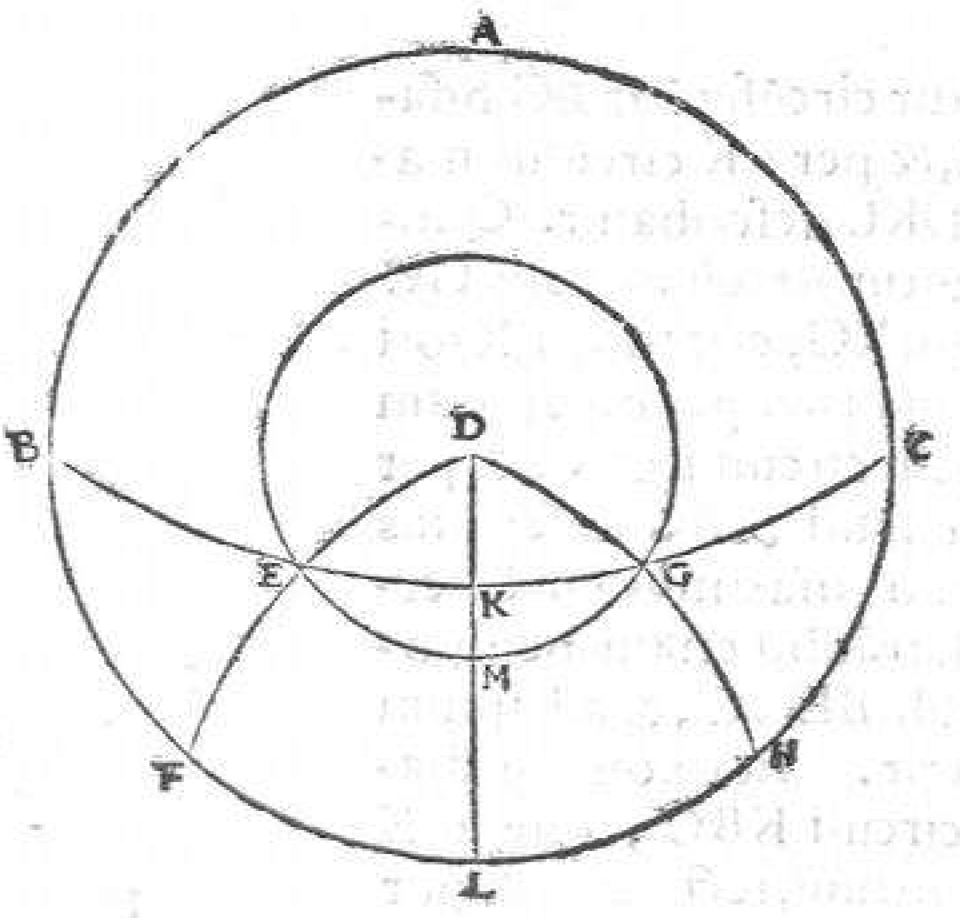
A Et deſcribantur maximi circuli DF DH; & ſit circumferentia BE circumferentię CG æqualis] *Hoc eſt deſcribantur maximi circuli* DF DH *ſecantes circulum* BEGC *in pũctis* EG, *ita ut circumferentia* BE *ſit æqualis circumferentiæ* GC.

B Et per bipartitam ſectionem circuli BEGC, & per polos circuli ABC deſcriptus eſt circulus maximus DKL ergo DKL trãſibit & per polos circuli BEGC, & ad ipſũ rectus erit.] *Quoniam.n.circulus* DKL *ſecat circulum* ABC *per polos, bifariam & ad rectos angulos ſecat ex* 15 *primi libri ſphæricorum Theodoſii. quod cum tranſeat per bipartitam ſectionem circuli* BEGC, *etiam per polos eius tranſibit, & ad ipſum rectus erit ex conuerſa* 9. *ſecundi libri ſphæricorum eiuſdem Theodoſii.*

C Recta linea ducta a puncto D ad E æqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur] Ex 12. *ſecundi libri ſphæricorum eiuſdem.*

THEOREMA XV. PROPOSITIO XV.

Sint maximi circuli ABC BEGC, & ipſius ABC polus ſit D, deſcribantq; maximi circuli DEF DGH, & circumferentię EG bipartitio ſit K. Dico ſiquidem BE ſit ęqualis GC, & FL ipſi LH eſſe æqualem. Si autem BE ſit maior, quàm GC, & FL maiorem eſſe, quàm LH; & ſi minor minorem.



Sit enim prius BE æqualis GC, Dico & FL æqualem eſſe A ipſi LH. Quoniam enim BE ipſi GC eſt æqualis, erit & recta linea, quæ a puncto D ad E ducitur æqualis ei, quæ a D ducitur ad G. circulus igitur ex polo D, & interuallo vna aliqua ipſarum DE DG deſcriptus per reliquum punctum tranſibit. B Itaque deſcribatur, & ſit EMG erit is circulo ABC parallelus. C D Quonia igitur duo circuli GKE EMG ſe mutuo ſecant, & per vnius polos, & per bipartitam ſectionem K deſcriptus eſt maximus circulus DKL; erit circũferentia EM circumferãtiæ MG E æqualis. Sed circumferentia quidem EM ſimilis eſt circumfereutię FL; circumferentia uero MG ſimilis circumferentię LH. ergo & FL ipſi LH ſimilis erit. & ſunt eiuſdem circuli. æqualis igitur eſt circumferentia FL circumferentiæ LH, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Erit & recta linea, quæ a puncto D ad E ducitur, ęqualis ei, quæ a D ducitur ad G.] *Ex antecedente.* A

Itaque deſcribatur, & ſit EMG] *Græcus codex* γεγράφθω καὶ ἴσω ἡ ηκε. *uidetur legendum,* καὶ ἴσω ἡ εμη. B

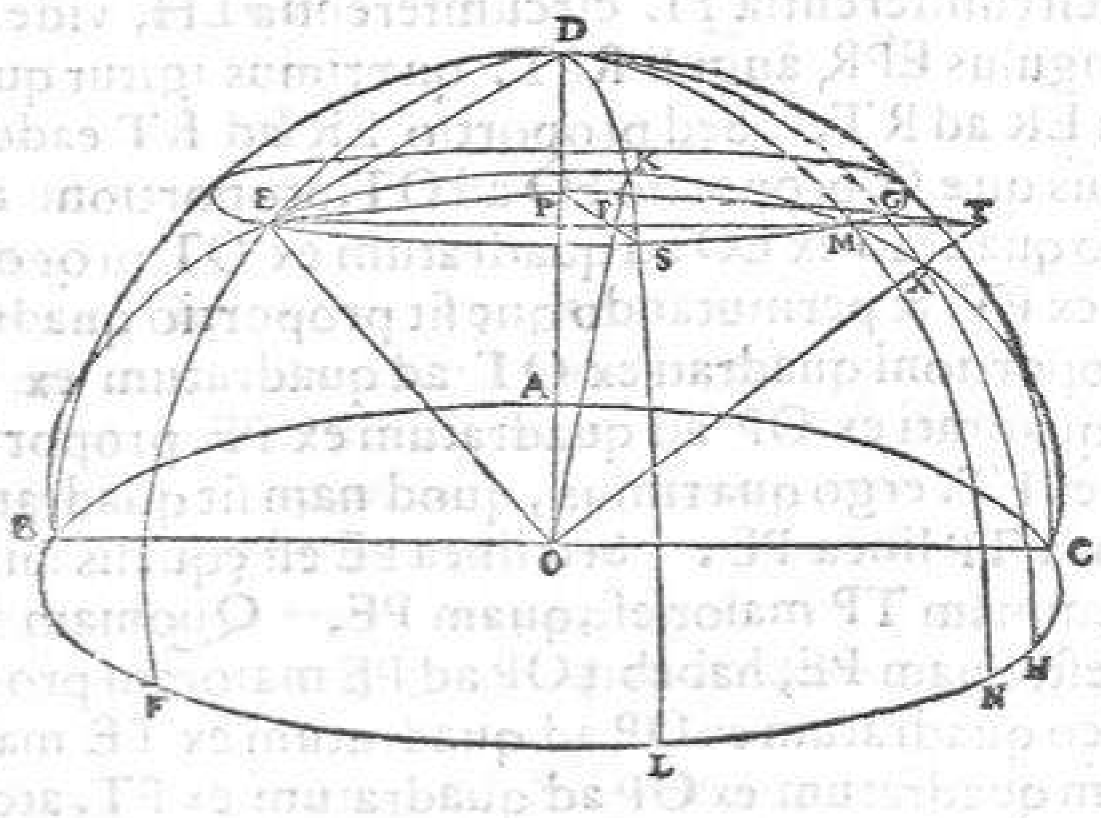
Erit is circulo ABC parallelus] *Ex prima ſecundi libri ſphęricorum Theodoſii.* C

Quoniam igitur duo circuli GKE EMG ſe mutuo ſecant, & per unius polos, & per bipartitam ſectionem K deſcriptus eſt maximus circulus DKL, erit circumferē-tia EM circumferentiæ MG æqualis.] *Cum enim circulus DKL tranſeat per bipartitam ſectionem circuli EKG, etiam per polos ipſius tranſibit. & cum duo circuli GKE, EMG ſe mutuo ſecent, maximus circulus DKL per eorum polos ductus bifariam ſecat portiones ipſorum. ergo EM eſt æqualis MG.* D ex cōuerſa 9.2.ſp. Theod. 9 2.ſphę. Theod.

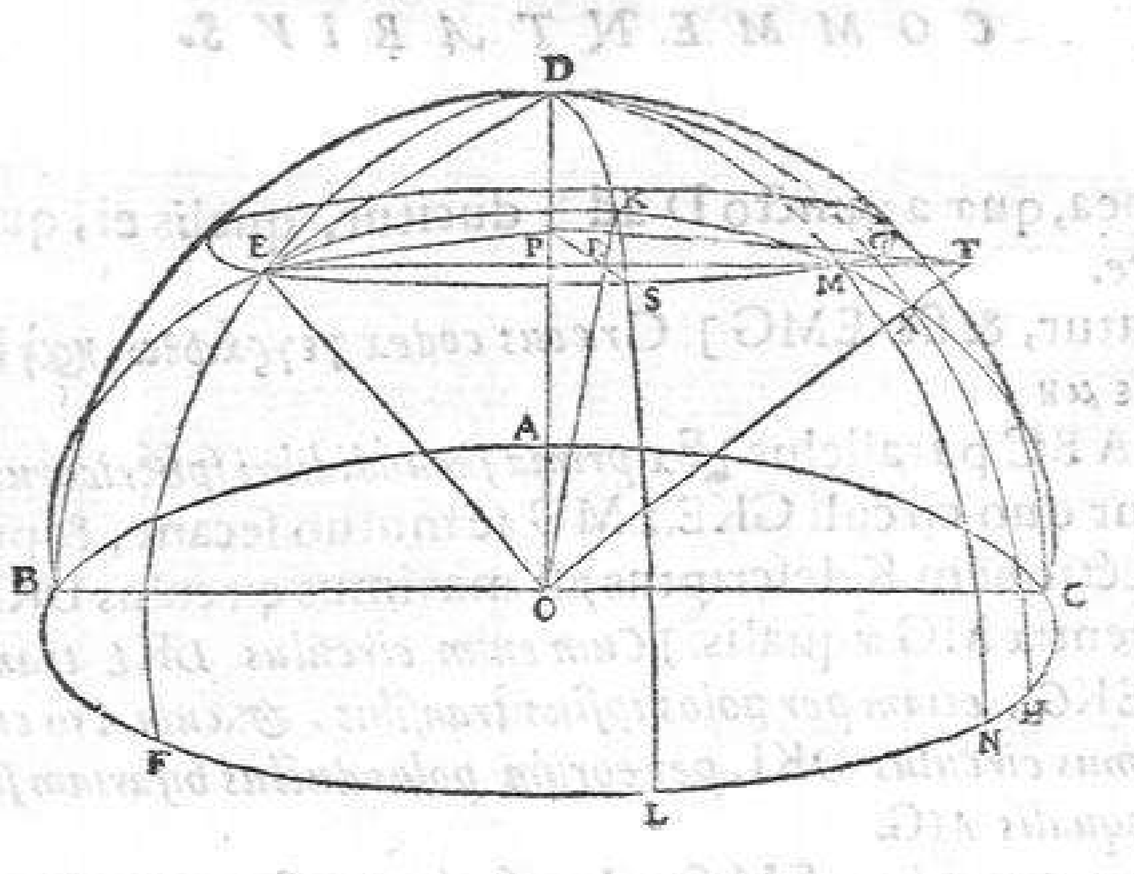
Sed circumferentia quidem EM ſimilis eſt circumferentiæ EL] *Ex 10. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.* E

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVI.

Ponatur eadem figura, & BE ſit maior, quam XC, æqualis autem EK ipſi KX. Dico FL, quam LH maiorem eſſe.



Ponatur CM ęqualis BE: & maximus circulus DMN deſcribatur. Quoniā igitur BE eſt ęqualis MC, erit recta linea a pūcto D ad E ducta æqualis ei, quæ a pūcto D ad M ducitur. quare circulus ex polo D, & interuallo una ipſarū DE DM deſcriptus per reliquū punctū tranſibit. Itaq; tranſeat, & ſit SEM: ſumaturq; centrū ſphæræ O, & iungatur OD. erit OD ad planū circuli SME perpendicularis, etenim punctum D eſt circuli polus: atque erit centrum circuli MSE in recta linea DO, quod ſit P. & iuncta EM producatur ad T: & PG ad T. iungāturque OE, ORK PR, RS. Et quoniam C D E



F punctum P eſt in plano circuli MES, & vtrumque ipſorum R S, erunt tria puncta
G in eodem circuli plano. Rurſus quoniam OD eſt in plano circuli DKL, &
punctum P in eodem plano erit. eſt autem & recta linea ORK in circuli DKL
plano. ergo & punctum R. Sed & S. recta igitur linea eſt PRS. Eadem ratio-
H ne & PGT eſt recta linea; etenim puncta PT ſunt in plano circuli ESM. ſed & in
K plano circuli DGXH. quare & punctum G eſt in eadem planorum ſectione, nempe
L M circuli ESM, & circuli DXH. recta igitur linea eſt PGT. Et cum circumferen-
N tia EK ſit æqualis circumferentiæ KX, erit & angulus EOK angulo KOX æqua-
O lis. ergo proportio EO ad OT eadem eſt, quæ proportio ER ad RT. ſed quoniã
P Q quærimus, quæ ſit circumferentia EL circumferentiæ LH, videlicet ES ipſi SG,
quærimus qui ſit angulus EPR anguli RPT. quærimus igitur quę ſit proportio EP
ad PT proportioni ER ad RT. Sed proportio ER ad RT eadem eſt, quæ EO ad
OT. ergo quærimus quæ ſit proportio EO ad OT, proportioni EP ad PT. & ob
id, quę ſit proportio quadrati ex EO ad quadratum ex OT proportioni quadrati ex
EP ad quadratum ex PT: & permutando quę ſit proportio quadrati ex EO ad qua-
T draturũ ex EP proportioni quadrati ex OT ad quadratum ex TP. diuidendoq;
quæ ſit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE proportioni quadrati ex
OP ad quadratum ex PT. ergo quærimus, quod nam ſit quadratum TP quadrato
PE. & quæ nam linea TP lineæ PE. Sed linea PE eſt ęqualis lineæ PG. habet au-
S tem comparationem, nam TP maior eſt, quam PE. Quoniam igitur TP maior
8. quinti. eſt, quam PG, hoc eſt, quam PE, habebit OP ad PE maiorem proportionem, quam
OP ad PT. & ideo quadratum ex OP ad quadratum ex PE maiorem proportio-
nem habebit, quam quadratum ex OP ad quadratum ex PT. atque eſt quadratum
quidem ex EO quadratis ex EP PO æquale, rectus enim eſt angulus
EPO quadratum vero ex TO ęquale quadratis ex TP PO, quod angulus TPO
T rectus ſit. quadratum igitur ex EO ad quadratum ex EP maiorem pro-
V portionem habet, quam quadratum ex OT ad quadratum ex TP. & per-
mutando quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportio-
X nem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PT. Itaque quoniam qua-
dratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam
quadratum ex EP ad quadratum ex PT, & EO ad OT maiorem pro-
portionem habebit, quam EP ad PT: ac propterea angulus EPS maior erit
angulo SPT. ergo circumferentia ES, maior eſt, quam circumferentia SG.

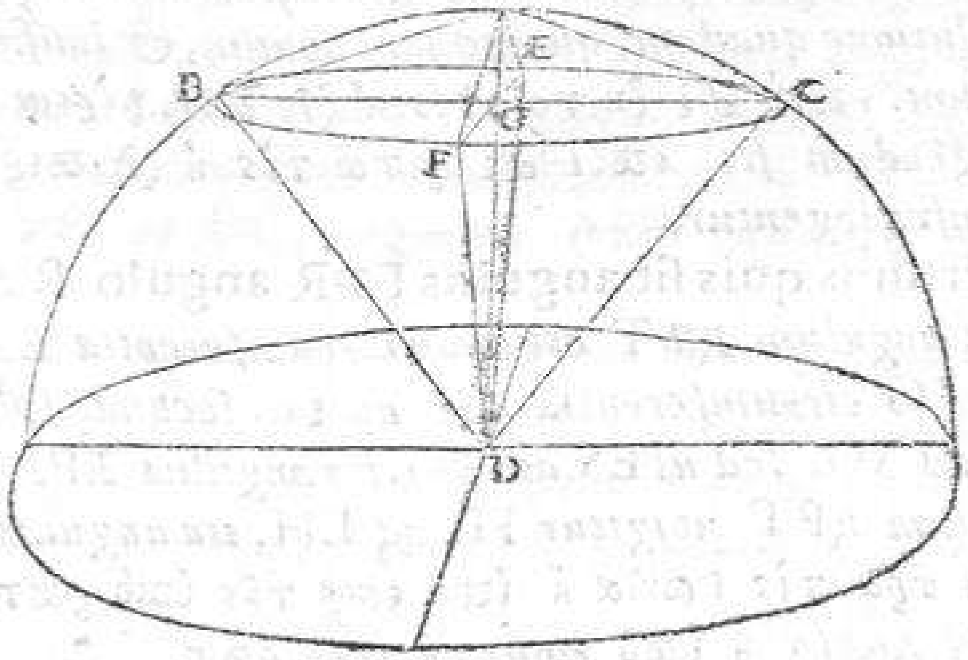
Sed circumferentia quidem ES ſimilis eſt circumferentiæ FL, circumferentia uero SG ſimilis circumferentiæ LH. maior igitur eſt circumferentia FL, quam circumferentia LH. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Erit recta linea a puncto D ad E ducta æqualis ei, quę a puncto D ad M ducitur] *Ex 14. huius.* A

Erit OD ad planum circuli SME perpendicularis, etenim punctum D eſt circuli polus, atque erit centrum circuli SME in recta linea DO, quod ſit P] *Illud demonſtrabimus in hunc modum, quoniam in ſphæricis per ſe demonſtratum non inuenitur.* B

Sit ſphæra ABC, cuius centrum D, & in ea circulus BFCE, cuius polus A, & iūgatur AD, circuli plano in G occurrens. Dico AD perpendicularem eſſe ad dictum planum, & per circuli centrum tranſire.



Ducantur enim rectæ lineæ BGC EGF, & iungātur AB BD AE ED AC CD AF FD. Quoniam igitur ex diffinitione poli, rectę lineæ AB AE AC AF inter ſe ęquales ſunt, itemque æquales DA DB DE DC DF, quod a centro ad circumferentiam ducuntur, erunt triangula BAD EAD CAD FAD æqualia, & ſimilia: ideoque anguli ad A omnes ſunt æquales. ſunt autem duę BA AG æquales duabus EA AG. ergo & baſis BG baſi EG, & reliqui anguli reliquis angulis ęquales, quibus æqualia latera ſubtenduntur. 4 primi. *angulus igitur AGB eſt æqualis angulo AGE. Eadem ratione, & rectæ lineæ CG FG tum inter ſe ſe, tum ipſis BG EG æquales demonſtrabuntur. & ſimiliter anguli AGC AGF demonſtrabuntur ęquales ipſis AGB AGE. ergo omnes recti ſunt. Quod cum BG GC EG GF inter ſe ſint æquales, erit punctum G circuli centrum.* 9. tertii *& cum recta linea AG duabus rectis lineis BC EF ſe inuicem ſecantibus in communi ſectione ad angulos rectos inſiſtat, illa etiam ducto per ipſas plano ad rectos angulos erit.* 4. undec. *recta igitur linea AD ad planum circuli BFCE eſt perpendicularis, & per ipſius centrum tranſit. quod demonſtrandum propoſuimus.*

Et iuncta EM producatur ad T] *Erit recta linea EM communis ſectio circuli SEM, & circuli maximi BEKMC, quæ uſque eo producatur, quoad plano circuli DXH in puncto T occurrat.* C

Et PG ad T] *Hoc eſt iungantur PG GT. Græcus codex ſic habet* καὶ ἡ σ ξ ἐπὶ τὸ τ. *ſed legendum puto* καὶ ἡ π η ἐπὶ τὸ τ. D

Iunganturque OE ORK PR RS] *Iuncta OK ſecet rectam lineam EM in puncto R. ſecabit enim eam cum in eodem exiſtat plano, ut dictum eſt.* E

Rurſus quoniam OD eſt in plano circuli DKL, & punctum P in eodem plano erit] *Nam cum punctum O ſit ſphæræ centrum, erit etiam centrum circuli maximi DKL. ergo OD eſt in eius plano. Sed oſtenſum eſt punctum P eſſe in ipſa OD. erit igitur P in plano circuli DKL. Græcus codex.* πάλιν ἐπεὶ ἡ ο δ ἐν τῷ τοῦ δ ε λ ἐπιπέδῳ ἐστιν. *legendum autem puto* δ κ λ, *& ita inferius.* F Cor. primæ ſphęricorum Theod.

Eſt

G Eſt autem & recta linea ORK *in circuli* DKL plano. ergo & punctum R. ſed & S. recta igitur linea eſt PRS] *Quoniam.n.tria puncta* PRS *ſūt in duobus planis, videlicet in plano circuli* MES, *& circuli* DKL, *erunt in ipſorum communi ſectione. ergo* PRS *recta linea eſt ex* 3. *undecimi libri elementorum.*

H Etenim puncta PT ſunt in plano circuli SEM] *punctum namque* P *eſt circuli* SEM *centrum, & punctum* T *in linea* EM *producta.*

K Sed & in plano circuli DGXH] *recta enim linea* OPD *eſt in plano circuli* DGXH, *& punctum* T *in plano eiuſdem circuli producto,*

L Quare & punctum G ē in eadem planorum ſectione, nempe circuli EſM, & circuli DXH] *Nam linea* PG *eſt in communi dictorum planorum ſectione, in qua etiam eſt* T, *ſi plana ipſa extra ſphæram producantur. ergo* PGT *recta linea erit. Græcus codex* καὶ τὸ ηθλε κατ αὐτην ἐςὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων. *ſed legendum arbitror.* καὶ τὸ η ἄρα κατ` αὐτὴν ἐςί τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων.

3. vndecimi.

M Erit & angulus EOK angulo KOX ęqualis] *ex* 27. *tertii libri elementorum.*

N Ergo & proportio EO ad OT eadem eſt, quę proportio ER ad RT] *ex* 3. *ſexti elementorum.*

O Sed quoniam quærimus quę ſit circumferentia FL circumferentiæ LH, videlicet ES ipſi SG] *Hoc eſt quomodo ſe habeat circumferentia* FL *ad circumferentiam* LH, *videlicet* ES *ad* SG. *Vtrum ne maior ſit, an minor, vel æqualis. vtitur autem hoc loco Pappus reſolutione quadam, quamquam nouum, & inuſitatum loquendi modum vſurpet. Eius uerba hæc ſunt.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς ἡ ζλ περιφέρεια τῆς λθ, τουτέςι ἡ εσ τῆς ση. *ſed vide ne corrigendum ſit.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς ἡ ζλ περιφέρεια τῇ λθ, τουτέςι ἡ εσ τῇ ση. *ex iis quæ infra legentur.*

P Quærimus quis ſit angulus EPR angulo RPT] *Hoc eſt quomodo ſe habeat angulus* EPR *ad angulum* RPT. *eſt enim circumferentia* ES *ſimilis circumferentiæ* FL, *& circumferentia* SG *circumferentiæ* LH *ex* 10. *ſecundi ſphæricorum Theodoſii. ergo ut* FL *ad* LH, *ita* ES *ad* SG. *ſed ut* ES *ad* SG, *ita angulus* EPS *ad angulum* SPG, *hoc eſt angulus* EPR *ad angulum* RPT. *ut igitur* FL *ad* LH, *ita angulus* EPR *ad* RPT *angulum. Græcus codex* ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ επρ τῆς ὑπὸ ρπτ. *& hoc loco corrigendum puto.* ζητήσω ἄρα τίς λωνία ἡ ὑπὸ επρ τῇ ὑπὸ ρπτ.

Q Quærimus igitur quæ ſit proportio EP ad PT proportioni ER ad RT] *uidelicet quæ ſit proportio* EP *ad* PT *comparata proportioni* ER *ad* RT. *& ita intellige ea, quæ ſequuntur.*

R Diuidendoque quæ ſit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE, proportioni quadrati ex OP ad quadratum ex PT] *Quoniam enim anguli* EPO TPO *recti ſunt, quadratum ex* EO *æquale erit quadratis ex* EP PO, *& quadratum ex* TO *æquale quadratis ex* TP PO. *quadratum igitur ex* EO *ſuperat quadratum ex* EP *quadrato ex* PO: *& ita quadratum ex* TO *ſuperat quadratum ex* TP *eodem ex* PO *quadrato.*

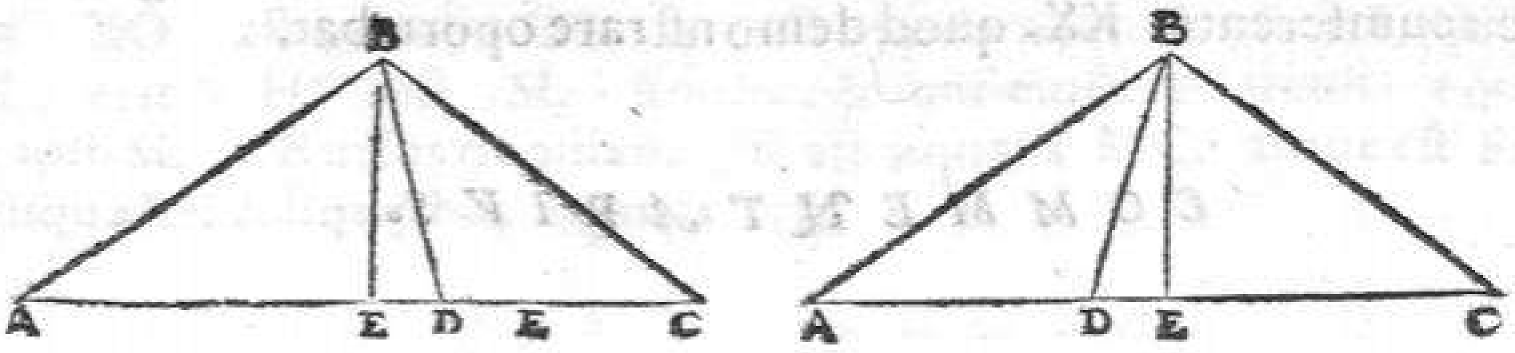
S Quoniam igitur TP maior eſt, quam PG, hoc eſt, quam PE, habebit OP ad PS maiorem proportionem, quam OP ad PT] *Hic incipit compoſitio, quæ reſolutioni iam dictę reſpondet.*

T Quadratum igitur ex EO ad quadratum ex EP maiorem proportionem habet, quam quadratum ex OT ad quadratum ex TP,] *Componendo ſcilicet ex* 28. *quinti elementorum, quam nos addidimus.*

V Et permutando quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam EP ad PT.] *ex* 27. *eiuſdem libri.*

X Itaque quoniam quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PT, & EO ad OT maiorem habebit, quam EP ad PT, ac propterea angulus EPS maior erit angulo SPT] *Quoniam enim* EO *ad* OT *maiorem habet proportionem, quam* EP *ad* PT, *& vt* EO *ad* OT, *ita* ER *ad* RT, *habebit* ER *ad* RT *maiorem proportionem, quam* EP *ad* PT. *Quod cum ita ſit, erit angulus* EPR *maior angulo* RPT. *Illud autem hoc modo demonſtrabimus.*

Sit triangulum ABC, & in baſi AC ſumatur punctum D, ita vt AD ad DC maiorem proportionem habeat, quam AB ad BC, & iungatur BD. Dico angulum ABD angulo DBC maiorem eſſe.



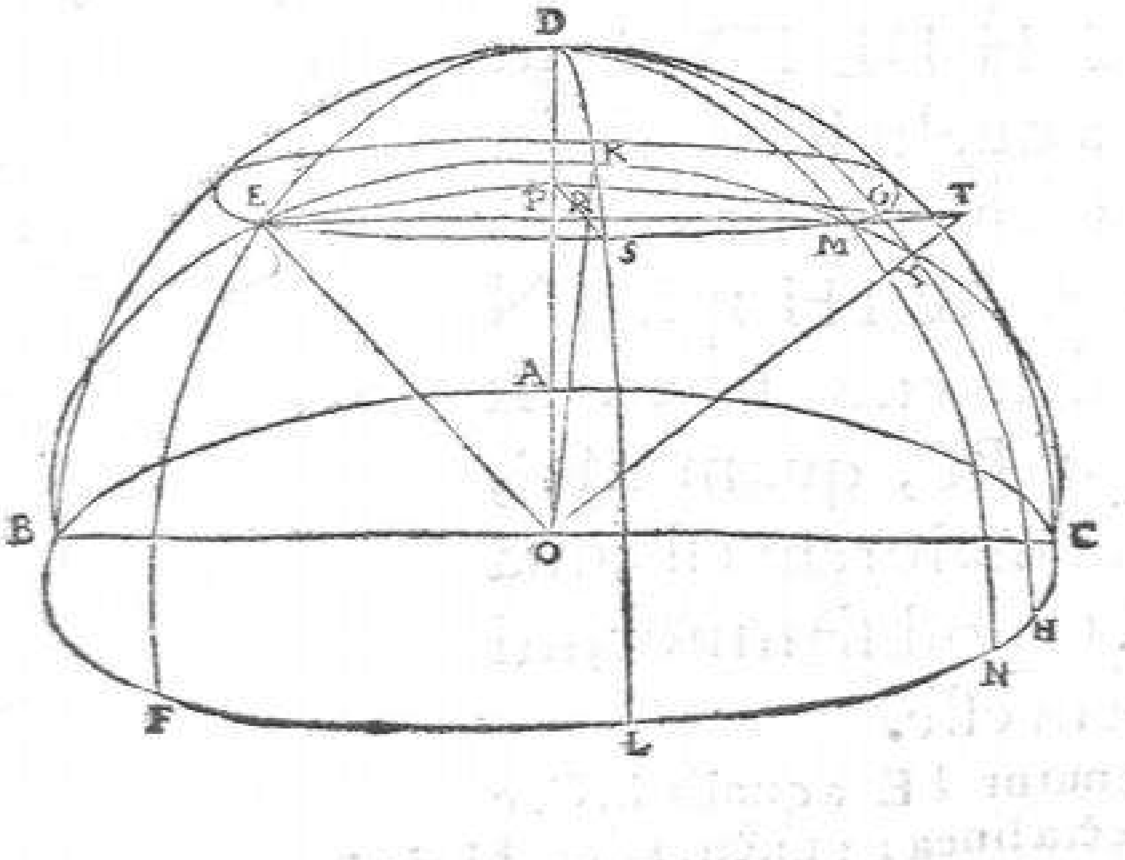
*Fiat enim vt AB ad BC, ita AE ad EC. cadet E inter A & D. Si enim fieri poteſt, cádat
inter D & C. Quoniam igitur AD ad DC maiorem proportionem habet, quam AB ad BC, 27quinti
hoc eſt quam AE ad EC, habebit etiam permutando AD ad AE maiorem proportionẽ, quam
DC ad CE. Sed DC maior eſt quam CE. ergo & AD quam AE multo maior erit, pars, quã
totum. quod fieri non poteſt. Cadit igitur E inter A & D. iunctaque BE, erit angulus ABE 3.sexti.
æqualis angulo EBC. Sed ABD angulus maior eſt angulo ABE, hoc eſt EBC. ergo angulus
ABD angulo DBC multo maior erit. Eodem modo demonſtrabimus ſi AD ad DC
minorem proportionem habeat, quam AB ad BC, angulum ABD minorem eſſe angulo DBC.*

Maior igitur eſt circumferentia FL, quam circumferentia LH] *Reliquum erat oſtendere ſi BE ſit minor, quam GC, & FL, quam LH minorem eſſe. Sed quoniam illud ex antecedentibus facile conſtare poteſt, conſulto omiſſum videtur. Cum enim CX minor ſit, quam EB, oſtenditur circumferentiam HL miuorem eſſe circumferentia LF.* Y

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVII.

Sed ſit FL æqualis LH. Dico EK, quam KX minorem eſſe.

Quoniam enim æqua- 27 tertii
lis eſt FL ipſi LH, an-
gulus EPS ęqualis erit an-
gulo SPT. proportio i- 3.sexti
gitur EP ad PT eadẽ eſt,
quę proportio ER ad RT.
Sed cum quæramus quæ
ſit circumferentia EK cir- A
cumferentiæ KX, quære-
mus quis ſit EOK angu- B
lus angulo KOT. Itaque
quęremus, quæ ſit propor



rio

tio EO ad OT proportioni ER ad RT. At proportio ER ad RT eadem eſt, quę EP ad PT. quæremus igitur quæ proportio ſit EP ad PT proportioni EO ad
C OT. habet autem comparationem. Quoniam igitur EO ad OT maiorem propor-
D tionem habet, quam EP ad PT: hoc enim oſtenſum eſt, & vt EP ad PT, ita ER
E ad RT, habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT. ac propterea angulus EOK minor erit angulo KOT. circumferentia igitur EK minor eſt, quam circumferentia KX. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sed cum quæramus quę ſit circumferentia EK circumferentiæ KX, quæremus quis ſit EOK angulus angulo KOT] *Et hoc loco reſolutione quadam vtitur Pappus quemadmodum ſupra. anguli enim eandem inter ſe proportionem habent, quam circumferentiæ. ex vltima ſexti elementorum, &c. Græcus codex.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὶ περιφέρεια ἡ εκ τῆ κξ ζητήσω ἄρα τι γωνία ἡ ὑπὸ εοκ τῆς ὑπὸ κοτ. *legendum puto* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὶς περιφέρεια ἡ εκ τῆ κξ ζητήσω ἄρα τὶς γωνία ἡ ὑπὸ εοκ τῆ ὑπὸ κοτ.

B Itaque quęremus quæ ſit proportio EO ad OT proportioni ER ad RT] *Ex hac enim cognitionem angulorum accipimus, vt ſupra apparuit.*

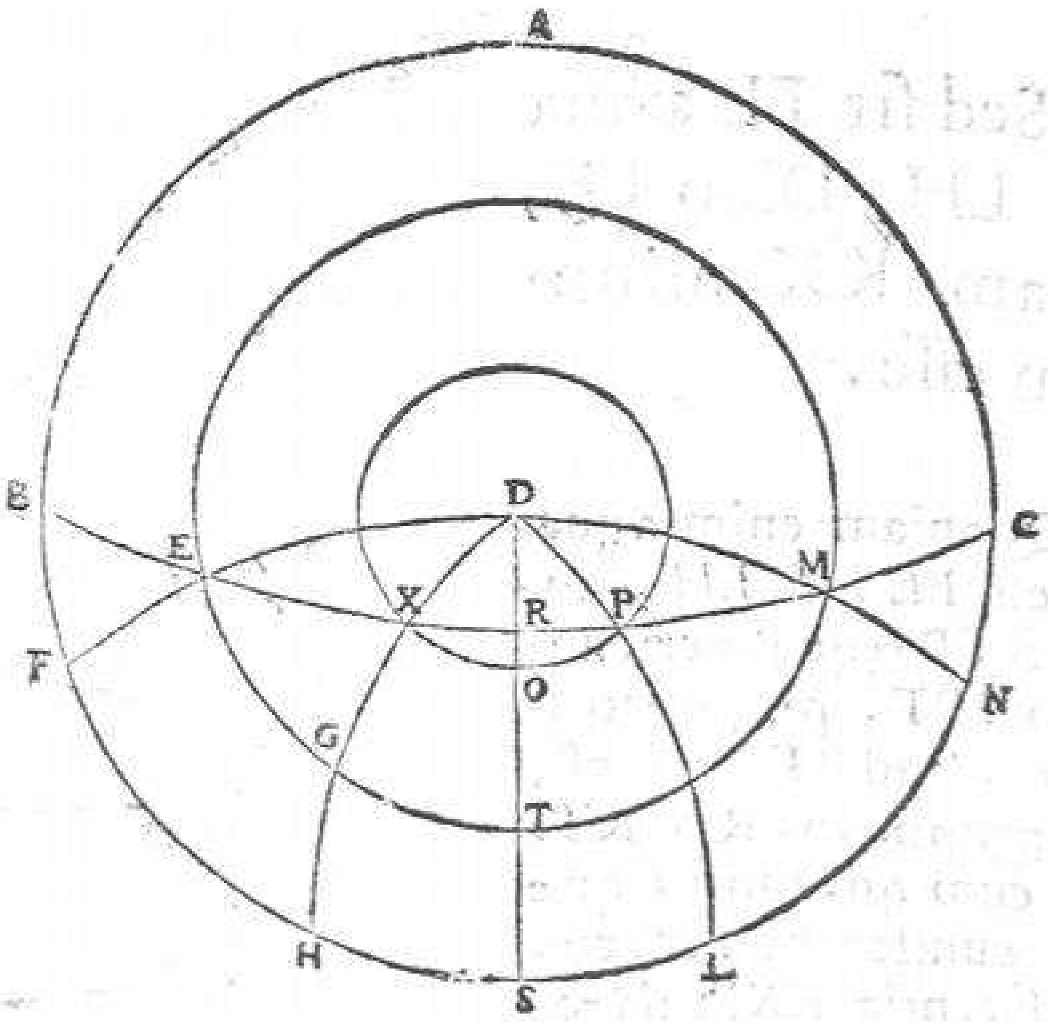
C Quoniam igitur EO ad OT maiorem proportionem habet, quam EP ad PT] *compoſitio eſt reſolutioni reſpondens.*

D Hoc enim oſtenſum eſt] *in antecedente.*

E Habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT, ac propterea angulus EOK minor erit angulo KOT] *Ex iis, quæ nos in commentariis antecedentis demonſtrauimus.*

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO. XVIIII.

Secēt ſe inuicem duo maximi circuli ABC BRC, & circuli ABC polus ſit D. deſcribanturque maximi circuli DF DH DL DN. & ſit EX æqualis PM. Dico ſiquidem BE ſit æqualis MC, & FH ipſi LN ęqualem eſſe. ſi vero ſit maior BE, quam MC, & FH maiorem eſſe, quã LN. Quod ſi minor, minorem eſſe.



Ponatur BE æqualis MC. ergo recta linea a puncto D ad M ducta æqualis eſt ei, quæ a puncto D ad E ducitur.

tur. quare circulus ex polo D & interuallo una ipſarum DE DM deſcriptus, per re-
liquum punctum tranſibit. deſcribatur, ſitque ETM, & XP bifariam ſecetur in
R. & per DR deſcribatur maximus circulus DRS. Quoniam igitur EX eſt ęqua
lis PM, & BE æqualis MC, erit tota BX ipſi PC æqualis. & ideo recta linea, quæ a
puncto D ad X ducitur, æqualis eſt rectæ lineæ a puncto D ad P ductę.
Itaque ex polo D, interualloque vna ipſarum DX DP circulus XOP deſcribatur.
Et quoniam XO eſt æqualis OP: & XO quidem ſimilis eſt HS, OP uero ſi- B
milis ipſi SL, erit & HS ipſi SL ſimilis. & ſunt eiuſdem circuli. æqualis igi- C
tur eſt HS ipſi SL Rurſus quoniam EB eſt æqualis MC, atque eſt FS æqua-
lis SN, & reliqua FH reliquę NL æqualis erit.

COMMENTARIVS.

Deſcribanturque maximi circuli DF DH DL DN.] *Ita vt circulus quidem* A
DF ſecet circulum BRC in E, circulus autem DH ſecet eundem in X, & DL in P, & DN in M.

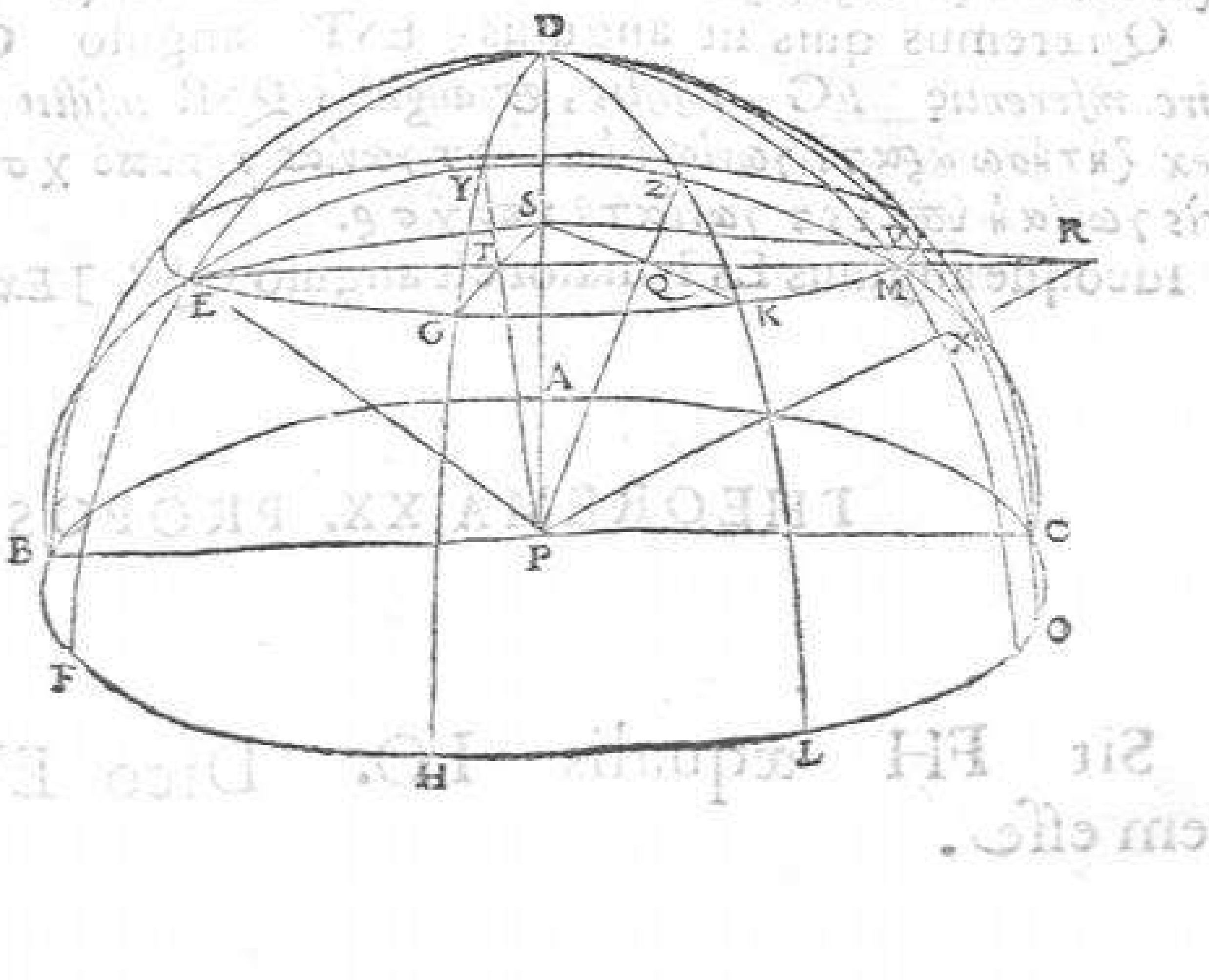
Et quoniam XO eſt æqualis OP &c.] *Quomodo hoc ſequatur. oſtendimus in commentariis in 15. huius.* B

Erit & HS ipſi SL ſimilis, &c] *Similes circumferentiæ dicuntur in diuerſis circulis,* C
nam quæ in eodem circulo ſunt, æquales appellantur. quare breuius concludi poterat in hunc modum. Quoniam XO eſt æqualis OP, atque eſt XO ſimilis ipſi HS, & OP ſimilis ipſi SL, erit & HS ipſi SL æqualis.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XIX.

Ponatur eadem figura. Sit autem BE maior, quam CX, & EY æqualis XZ: deſcribaturque per DZ circulus maximus DZKL. Dico FH maiorem eſſe, quam LO.

Cōſtruatur.n.figura ſi A B
militer atq.ſupra. *E*t qm̄
angulus EPT ęqualis eſt
QPR, erit ut quadratū C
ex RP ad quadratum ex
PE, ita rectāgulū TRQ
ad rectāgulū QEΓ. *S*ed D
cū quæramus quæ ſit cir- E
cūferentia FH circumfe-
rentiæ LO, hoc eſt circū-
ferentia EG ipſi KV, quę-
remus quis ſit angulus
*E*ST angulo QSR. ergo
quæremus quæ ſit pro-
portio quadrati ex *E*S
ad quadratū ex SR pro-
portioni rectāgul QET
ad rectāgulū TRQ hoc



eſt proportioni quadrati ex EP ad quadratum ex PR. habet autem com-
parationem. atque eſt proportio quadrati ex EP ad quadratum ex PR
maior proportione, quam habet quadratum ex ES ad quadratum ex SR: hoc
14 huius enim ſimiliter, vt ſupra oſtendemus. Sed ut quadratum ex EP ad quadratum
ex PR, ita rectangulum QET ad rectangulum TRQ. quare QET
F rectangulum ad rectangulum TRQ maiorem proportionem habet, quam qua-
dratum ex ES ad quadratum ex SR. ideoque angulus EST maior eſt angulo QSR.
Circumferentia igitur FH, quam circumferentia LO maior erit.

COMMENTARIVS.

A Conſtruatur enim figura ſimiliter atque ſupra.] *Ponatur CM æqualis BE. erit recta linea a puncto D ad E æqualis rectæ ab eodem puncto D ad M: & circulus ex polo D, internalloque vna ipſarum DE DM deſcriptus per alterum punctum tranſibit, qui ſit EGKMV. deinde per DY maximus circulus DYGH deſcribatur, & per DX deſcribatur DVXO. centrum autem ſphęræ ſit P. quare ducta PD perpendicularis eſt ad planum circuli EGKMV, & per eius centrum, quod ſit S tranſibit, vt nos proxime demonſtrauimus. Iungatur EM, & producatur quouſque plano circuli DVXO in puncto R occurrat. erit EM communis ſectio maximi circuli BEYZXC, & circuli EGKMV. Iungatur pręterea PE PY PZ PX, itaut PY ſecet rectam lineam EMR in T, & PZ eandem ſecet in Q. denique iungantur SE ST TG SQ QK SV VR. eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus STG SQK SVR rectas lineas eſſe. cum ſint communes ſectiones plani circuli EGKMV, & circulorum maximorum DYGH DZKL DVXO.*

B Et quoniam angulus EPT æqualis eſt angulo QPR] *Ex 27. tertii elementorum, etenim angulus EPT circumferentiæ EY inſiſtit, & angulus QPR inſiſtit circumferentiæ ZX.*

C Erit ut quadratum ex RP ad quadratum ex PE, ita rectangulum TRQ ad rectangulum QET] *Ex 12. huius.*

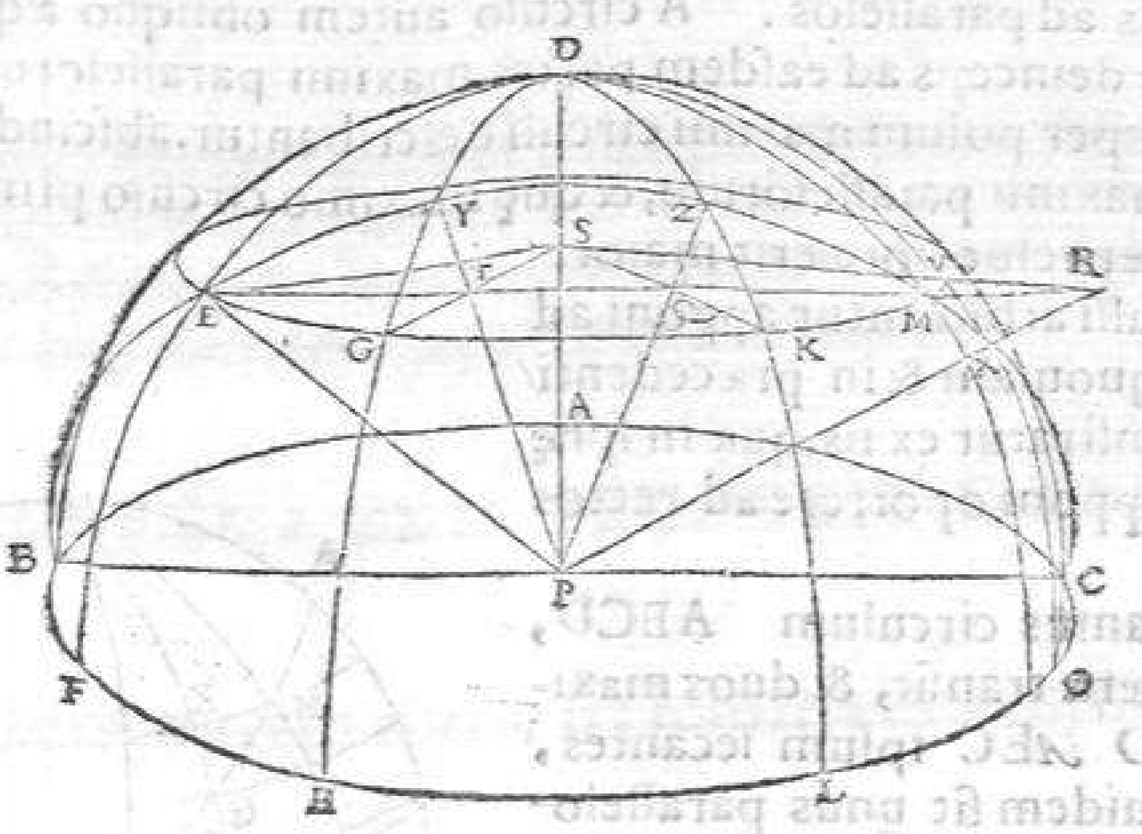
D Sed cum quæramus, quæ ſit circumferentia FH circumferentiæ LO,
hoc eſt circumferentia EG circumferentię KV] *Eſt enim circumferentia EG ſi-*
10. ſecun. *milis circumferentiæ FH, & circumferentia KV ipſi LO. Græcus codex.* καὶ ἐπεὶ
ſphærico. ζητῶ τί ἡ ζθ περιφέρεια τῆς λο, τουτέστιν ἡ εη τῆς κφ. *sed legendum arbitror.* καὶ ἐπεὶ
Theod. ζητῶ τίς ἡ ζθ περιφέρεια τῆ λο, τουτέστιν ἡ εη τῆ κφ.

E Quæremus quis ſit angulus EST angulo QSE] *Angulus enim EST circumferentię EG inſiſtit, & angulus QSR inſiſtit circumferentiæ KV. Græcus codex* ζητήσω ἄρα τί γωνία ἡ ὑπὸ εστ γωνίας τῆς ὑπὸ χσϱ. *legendum puto* ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ εστ γωνία τῆ ὑπὸ χσϱ.

F Ideoque angulus EST maior eſt angulo QSR] *Ex 13. huius.*

THEOREMA XX. PROPOSITIO XX.

Sit FH æqualis LO. Dico EY, quam ZX minorem eſſe.



Quoniam. n. circumferentia FH eſt æqualis circũferentiæ LO, & EG circũferentia circũferentiæ KV æqualis erit, nã ſimilis eſt circũferentia FH circumferentiæ EG, & circumferentia LO ipſi KV. ergo & angulus EST angulo QSR eſt æqualis, ac propterea quadrati ex ES ad quadratũ ex SR proportio eadẽ eſt, quæ proportio rectanguli QET ad rectangulum TRQ. Quoniam igitur querimus, quæ ſit circumferẽtia EY circumferentiæ ZX, queremus quis ſit angulus EPT angulo QPR. ego queremus, quæ ſit proportio quadrati ex EP ad quadratum ex PR. proportioni rectãguli QET ad rectangulũ TRG, hoc eſt quadrati ex ES ad quadratũ ex SR. habet autẽ comparationẽ. Itaque cũ quadratũ ex EP ad quadratũ ex PR maiorẽ proportionem habeat, quã quadratum ex ER ad quadratũ ex SR, hoc eſt quam rectangulum QET ad rectangulũ TRQ, habebit rectangulũ, QET ad rectangulũ TRQ minorẽ proportionẽ, quã quadratũ ex EP ad quadratũ ex PR. quare angulus EPT minor eſt angulo QPR. circumferentia igitur EY, quam circumferentia ZX minor erit. 12 huius A B C

COMMENTARIVS.

Quoniã igitur quærimus, quæ ſit circũferẽtia EY circũferentiæ ZX, quærimus quis ſit angulus EPT angulo QPR] *Græcus codex corruptus eſt & mãcus, quẽ ita reſtituemus.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὶς ἡ ευ τῇ ψξ, ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ επτ τῇ ὑπὸ χπρ. A

Itaque cum quadratum ex EP ad quadratum ex PR maiorem proportionem habeat, quam quadratum ex ES ad quadratum ex SR] *Conſtat hoc ex iis, quæ demonſtrata ſunt in 16. huius.* B C

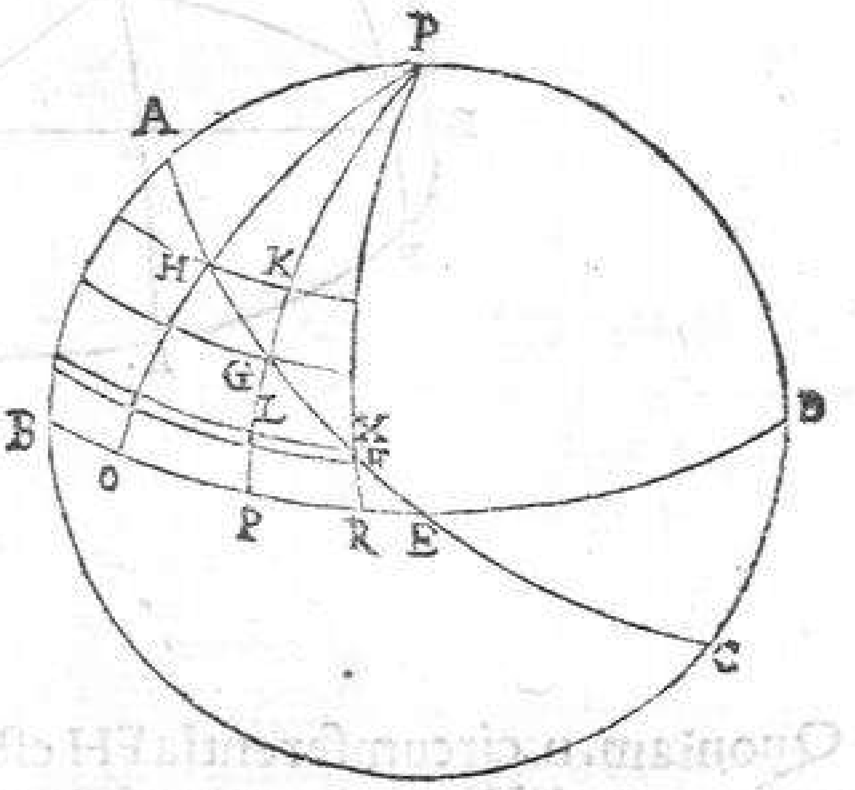
Quare angulus EPT minor eſt angulo QPR] Ex 13. *huius*.

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXI.

His præmiſſis demonſtrabimus id, ad quod hæc aſſumpta ſunt.

✻ Si in circumferentia maximi circuli ſit polus parallelorum, & hunc duo circuli maximi ad rectos angulos ſecent, quorum alter quidem ſit parallelorum vnus, alter vero obliquus ad parallelos. A circulo autem obliquo æquales circumferentiæ aſſumantur deinceps ad eaſdem partes maximi parallelorum. perque diuiſionum puncta, & per polum maximi circuli deſcribantur. abſcindent hi inæquales circumferentias maximi parallelorum; & quę maximo circulo primum poſito propinquior eſt, ſemper remotiore erit maior.

Hoc loco nonnulli arbitrantur apponi ad rectos angulos, quoniam & in præcedenti theoremate demonſtratur ex iis, quæ in ſphęrica aſſumuntur, apponi oportere ad rectos angulos.



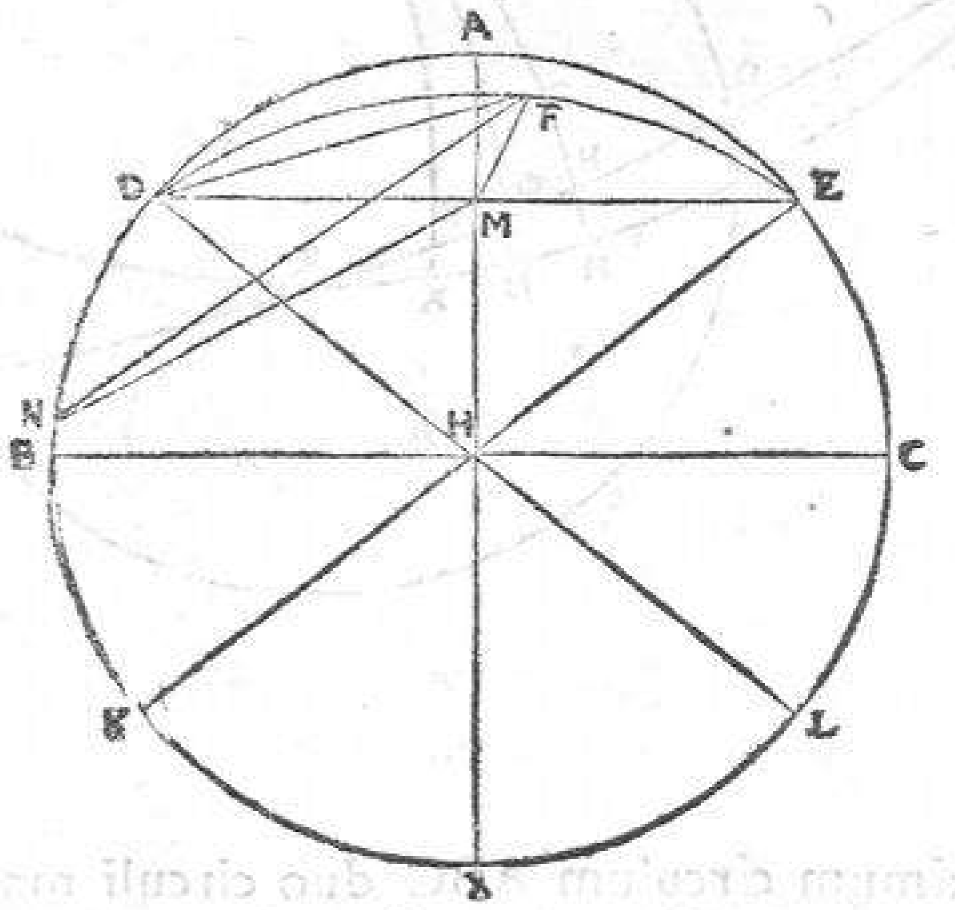
Si enim exponamus circulum ABCD, qui per polos ſphæræ tranſit, & duos maximos circulos BED ÆC ipſum ſecantes, quorum BED quidem ſit unus parallelorum, ÆC uero ad parallelos obliquus: deinde a circulo ÆC æquales circumferentias abſcindamus FG GH: & per puncta FGH parallelos ipſi BED deſcribamus, non omnino ſecabunt circumferẽtiam AB, niſi ſit AE non maior quadrante. præterea oſtenditur in ſphæricis apponi ad rectos angulos, ut ſit quadrantis circumferẽtia. alii autem apponi arbitrantur ad rectos angulos in ſexto theoremate, propterea quod, ut inquiunt, per præcedens demonſtratur. ibi vero vtile eſt ad rectos angulos, quod ita deeſt inuſitatum. dicet enim aliquis nequaquam per præcedens theorema, vbi vtile eſt hoc apponi, demõſtres, ſiquidem & alia demonſtratio, qua pręcedente non vtitur, propoſitum oſtendit. aliqui uero exiſtimant ob hoc apponi, deſcribentes enim parallelos circulos, & ponentes ipſi KG ęqualem KL; perque L parallelum circulum LX deſcribentes, ita argumentantur. Quoniam AEC BED circulum ABCD ad rectos angulos ſecant, erit EB quadrantis circumferentia. ergo LX minor eſt quadrante proprii circuli, vt dicant. Quoniam igitur in circuli XL recta linea, quæ incipit a puncto X, recta portio inſiſtit XL, & quæ ipſi continuata eſt, diuiditurque inſiſtentes portionis circumferentia in partes inęquales ad L, atque eſt minor, quam dimidia erit recta linea, quæ a puncto X ad L ducitur, omnium minima. ad hoc putant utile eſſe illud, ad rectos angulos, vt XL minor ſit, quam dimidia inſiſtẽtis portionis. quod eſt abſurdum. ſiue enim ſit maior quam dimidia, ſiue minor, ſiue dimidia, quod propoſitum eſt, contingit. Nam ſi in circulo, ut PH ducatur recta linea diametro parallela, quemadmodum communis ſectio circulorum PX, LX, quæ incipit a puncto X, parallela ei, quę a puncto H incipit, & in ipſa portio inſiſtat, ut XL, ſumaturque in portione quoduis punctum, vt L: recta linea ab L ad X ducta minor eſt omnibus, quæ ab L ducitur ad circumferentiam, quę inter diametrum, & ipſi parallelam interiicitur, pertingunt: vt mox demonſtrabimus. quare non propter hoc appoſiti ſunt circuli ad rectos angulos. Sed quoniam contingit, quando AE ſit quadrantis circumferentia, maiorem omnino fieri OP, quam PR, quando autem maior, vel minor, interdum quidem maiorem fieri OP, quam PR, interdum minorem, interdum uero ipſi æqualem. hoc enim deinceps oſtendetur.

COMMENTARIVS.

Si in circumferentia maximi circuli ſit polus parallelorum, & hunc duo maximi circuli ad rectos angulos ſecent, quorum &c.] *Hoc eſt ſextum Theorema tertii libri ſphæricorum* Theodoſii. *ſed in græco codice deſiderantur ea uerba* πρὸς ὀρθὰς, *non.n. Pappus negat hæc apponi, ſed longe alia ratione, atque nonnulli arbitrati ſint.* *

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXII.

Oſtendendum autem nunc ſit lemmation, quod in ipſum aſſumitur.



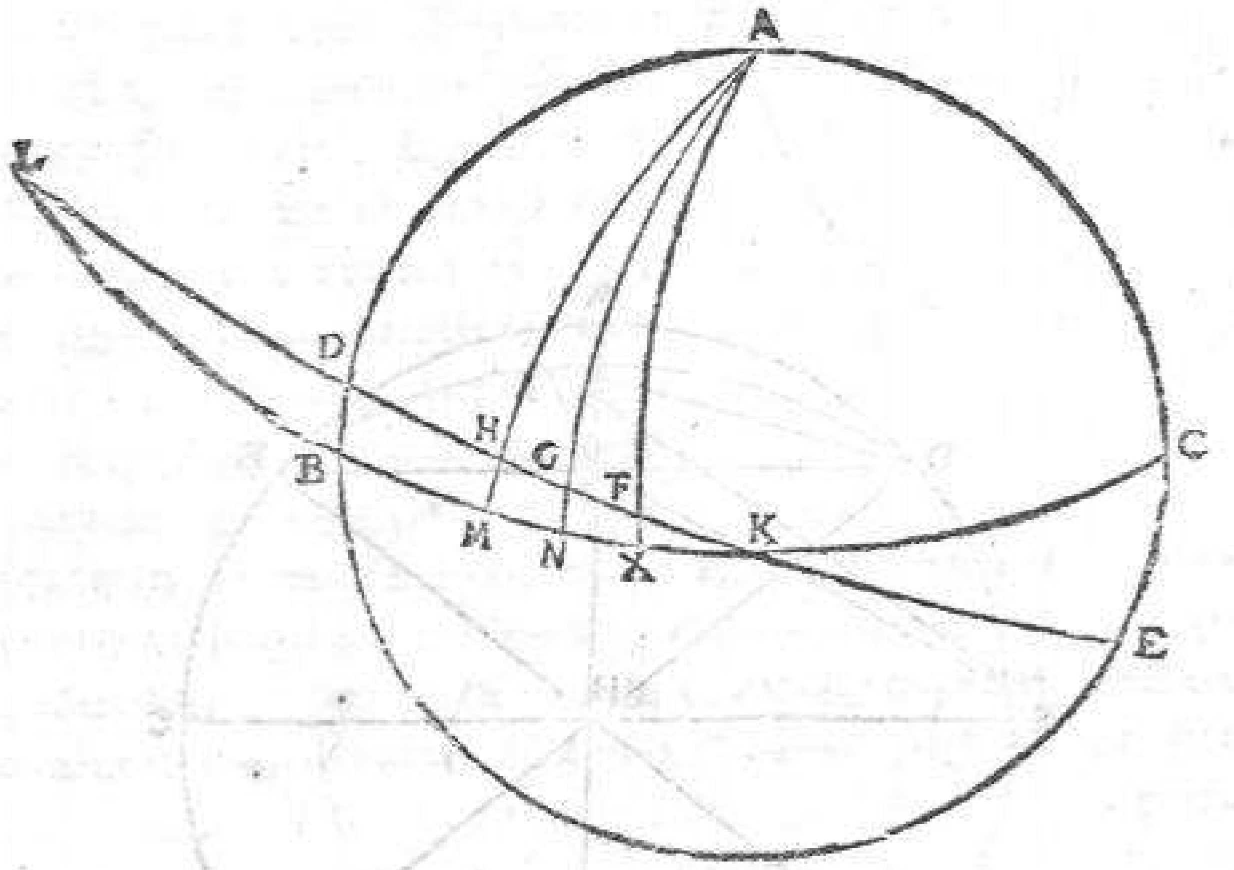
Sit ABC circulus, cuius diameter BC, & huic parallela ducatur DE. in ipſa uero DE inſiſtat circuli portio ad circulum ABC recta, in qua ſumatur punctum F, & DF iungatur. Dico FD non ſolum minimam eſſe rectarum linearum, quæ a puncto F ad circumferentiam DB pertingunt, ſed etiam ſi ducantur diametri EHK, DHL, minimam eſſe earum, quę pertingunt ad circumferentiam DK. Ducatur enim recta linea quędam FN, & a puncto F ad ſubiectum planum perpendicularis agatur, cadet ea in communem plano- 38.unde.
rum ſectionem, cadat ut FM, & MN iungatur. Itaque quoniam quęrimus, ſi FN maior ſit, quam FD, quæremus, ſi quadratum ex NF ſit maius quadrato ex FD. Sed quadrato quidem ex NF æqualia ſunt quadrata ex NM MF. quadrato autem ex FD ęqualia ſunt quadrata ex DM MF. Dico igitur NM maiorem eſſe, quam MD. iungatur MH, & ad

pun-

7. tertii. puncta XA producatur. erit AX circuli ABC diameter. atque erit, MX maxima, minima uero MA, & quæ centro propinquor eſt, remotiore erit maior. ergo MN maior eſt, quam MD.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO. XXIII.

His præmonſtratis oſtendendum ſit theorema, quando per polum, & per abſciſſas à circulo obliquo æquales circumferentias circuli deſcribuntur.



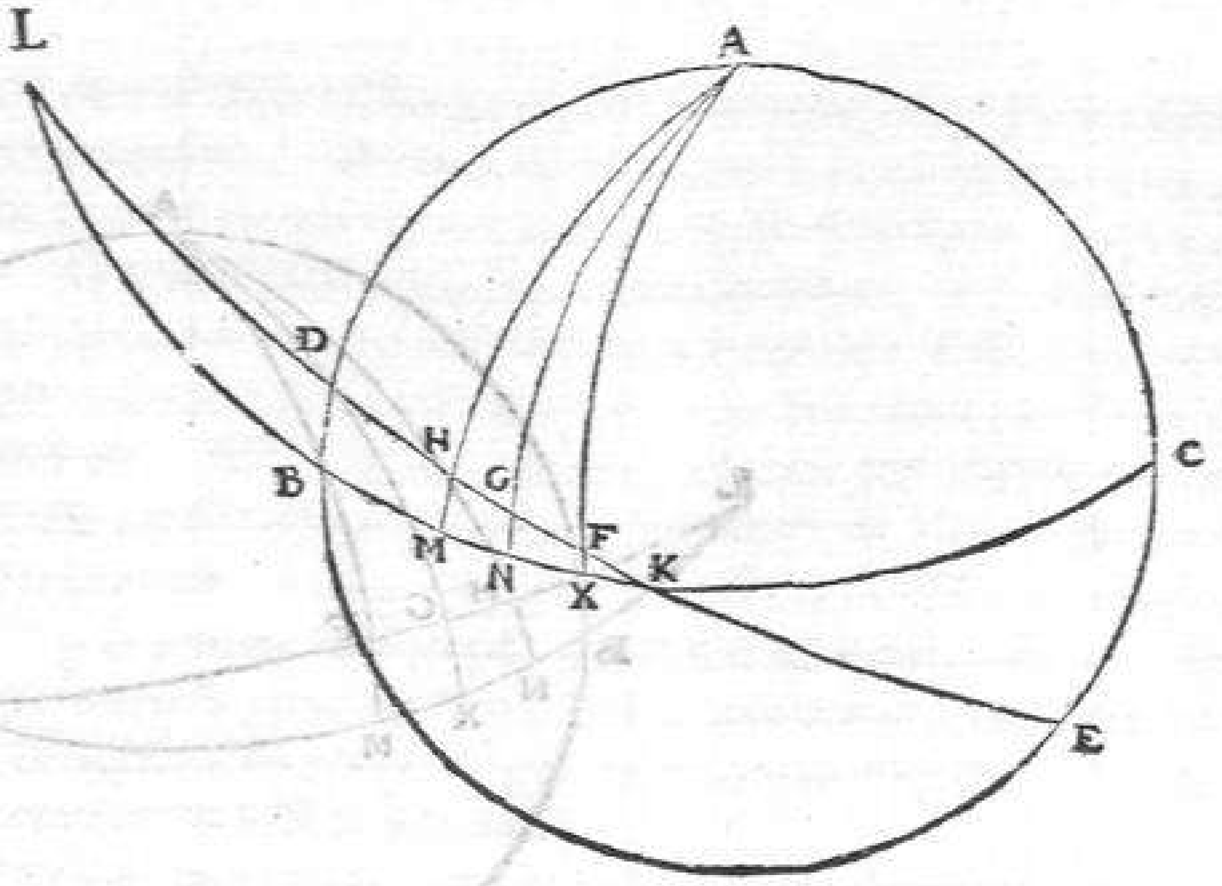
In ſphera enim maximum circulum ABC duo circuli maximi BC, DE ad rectos angulos ſecent, quorum BG quidem ſit vnus parallelorum, DE vero ad parallelos obliquus. abſcendanturque æquales circumferentiæ FG GH, & polus parallelorum ſit A, & maximi circuli AM AN AX, deſcribantur. Oſtendendum eſt circumferentiam MN circumferentia NX maiorem eſſe. appoſitum eſt ad rectos angulos vt fiat problema. compleantur circuli BC DE ad L. & cum KD ſit circumferentia quadrantis, ſed & DL; erit LH maior, quam FK. Quoniam igitur duo circuli maximi CBL EDL ſe mutuo ſecant, & circuli CBL polus eſt A; deſcribunturque maximi circuli AM AN AX; & IH maior eſt, quam FK, & HG æ-
16. huius qualis GF; erit & MN, quam NX maior ex iis, quæ ante demonſtrata ſunt atque illud eſt, quod oſtendere oportebat.

THEOREMA XXIIII. PROPOSITIO XXIIII.

Itaque dico ſi non apponatur ad rectos angulos, non fieri ea, quæ in propoſitione continentur.

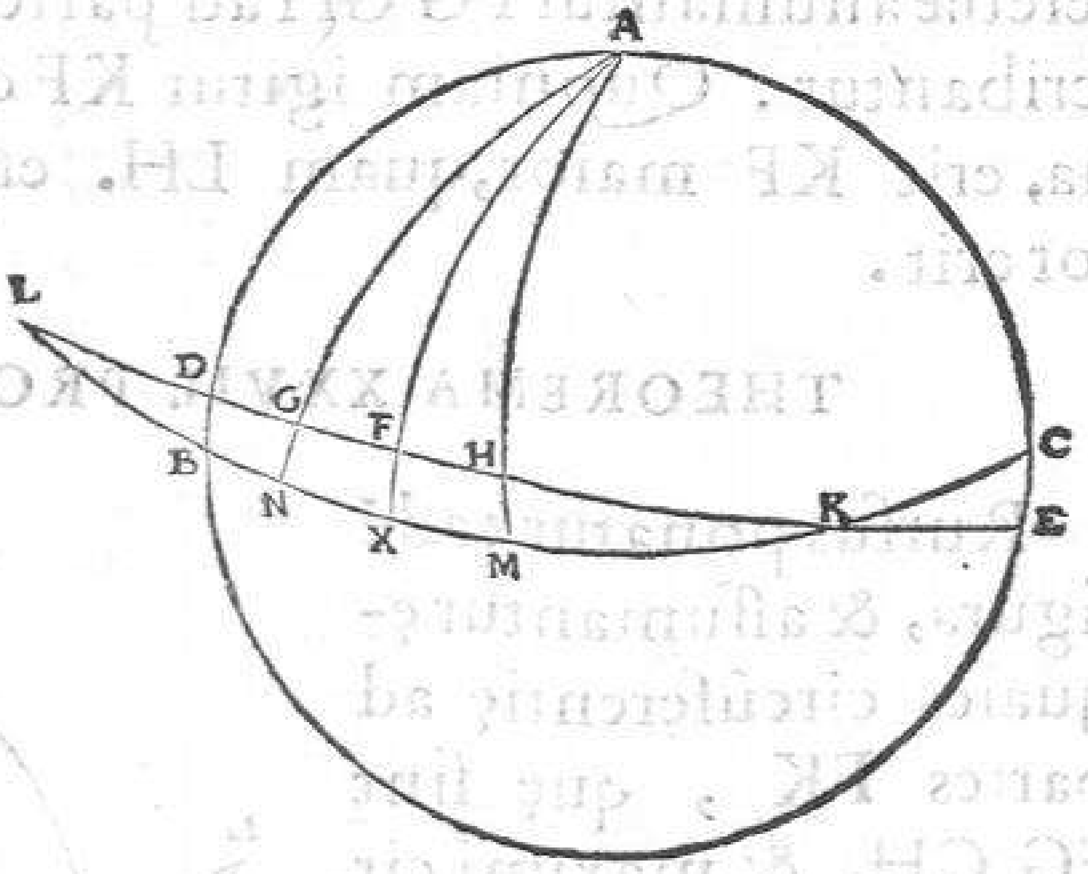
Ponatur

Ponatur eadem, & ſit KD quadrante minor. fiet & hoc pacto problema. abſcindantur enim æquales circumferentiæ FG, GH & circuli AM AN AX deſcribantur. Quoniam igitur KD minor eſt quadrante, ſemicirculi autem KL: erit LD quadrante maior. maior igitur eſt LH, quam KF. & ideo MN maior, quam NX. quod oſtendendum fuerat. 16 huius



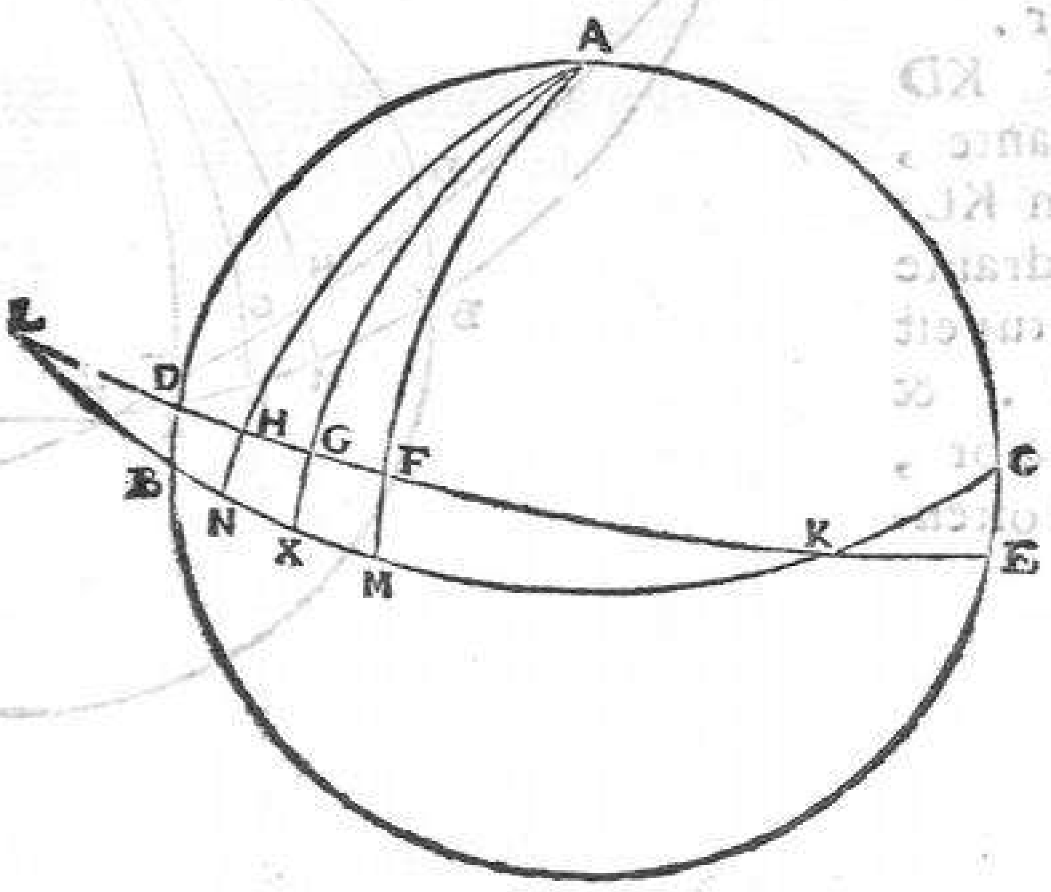
THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXV.

Ponatur eadem figura. vt ſit KD maior quadrante: ſit autem quadrans KF. erunt abſciſſæ circumferentiȩ ęquales, ſiue aſſumantur ex vtraque parte ipſius F, ſiue ad partes FD, ſiue ad partes FK. aſſumantur enim ex vtraque parte ipſius F, & ſint GF FH: deſcribanturque maximi circuli, & circuli BC ED compleantur. Itaque quoniam ſemicirculi eſt KL, & KF quadrantis, & reliqua LF quadrantis erit. æqualis igitur LF ipſi FK; quarum GF eſt æqualis FH. ergo reliqua LG reliquæ HK, ac propterea NX ipſi XM eſt ęqualis. quare ſit KD maior ſit quadrante, & ſit quadrantis KF: ex utraque autem parte ipſius F æquales circumferentiȩ aſſumantur, non fiet problema.



THEO.

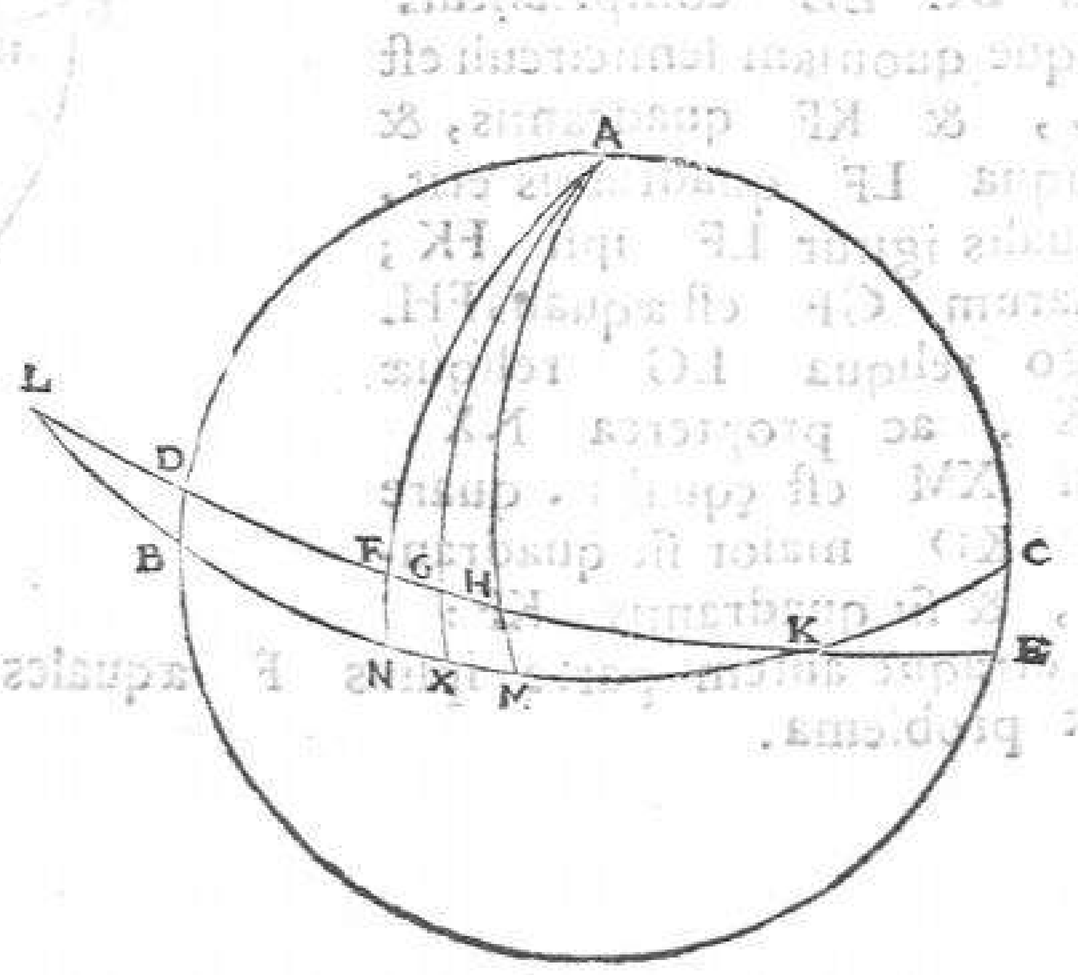
THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVI.



Sed ponatur eadẽ figura, ſitq; quadrantis kF, & ęquales circũferẽtiæ aſſumantur FG GH ad partes DF, & maximi circuli deſcribantur. Quoniam igitur KF quadrantis eſt circumferentia, erit KF maior, quam LH. ergo & XM, quam NX maior erit.

THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXVII.

Rurſus ponatur eadẽ figura, & aſſumantur ęquales circũferentię ad partes FK, quę ſint FG GH, & maximi circuli deſcribãtur, AHM AFN, AGX. quoniã igitur quadrãtis eſt KF, ſed & FL quadrantis, erit LF æqualis FK, quarũ HG eſt æqualis GF. reliqua igitur KH minor eſt,



quam

quàm LF, & ob id MX minor, quam XN. quod oſtendere oportebat.

Itaque demonſtratum eſt, ſi circuli ad rectos angulos ſe mutuo ſecent, omnino fieri ea, quę in propoſitione continentur. ſi vero non ſecent ſeſe ad rectos angulos, & ſit KD minor quadrante, rurſus omnino eadem, quæ ſunt in propoſitione, contingent. quòd ſi KD ſit quadrante maior, non omnino, ſed ſi conſtituamus KH quadrantem, & circumferentię aſſumptæ æqualiter diſtent a puncto H; maximi circuli deſcripti ęquales circumferentias intra ſeſe comprehendent. Si vero æquales circumferentiæ in HD aſſumantur, circuli per polos deſcripti eam quę propinquior eſt circulo a principio poſito, faciet remotiore minorem, quod ſi circumferentiæ aſſumantur in HK, continget id, quod in propoſitione continetur, hoc eſt circuli per polos deſcripti abſcindent eam, quæ propinquior eſt maximo circulo a principio poſito, remotiore maiorem. quare ſi circuli non ſeſe ad rectos angulos ſecent, continget illud quidem, quod in propoſitione, nō omnino autem, niſi circumferentiæ in HK aſſumantur.

Quoniam tres ſolæ differentiæ poſitionis circulorum maximorum in ſphæra conſiderantur, vel enim oportet ipſos rectos eſſe ad axem, vel per polos ſphęræ, vel ad axem inclinatos, in tribus his demonſtrationes facit Autolycus.

Et quoniam primum, ſecundum, & tertium theorema in prædictis tribus poſitionibus circulorum contemplatur, idcirco vniuerſe in ipſis totam ſphæram comprehendit. ſiue enim maximum circulum rectum ad axem ponamus, omnia puncta, quæ ſunt in ſuperficie ſphæræ, ſphæra ipſa conuerſa, circulos parallelos deſcribunt, eoſdem, quos ſphęra polos habentes. & rurſus in ęquali tempore ſimiles circumferentias parallelorum, puncta pertranſeunt; & quas circumferentias pertranſeunt in ęquali tempore, ipſæ ſimiles ſunt. ſiue rurſus per polos ſphæræ, vel obliquum ad axem ponamus, hęc eadem contingent. Quapropter in tota ſphæra demonſtrationes facit in his theorematibus. Quartum autem theorema vni tantum poſitioni congruit, quando maximus circulus rectus ſit ad axem. nempe omnia puncta, quæcumque in ſphæra ſumuntur, neque oriri, neque occidere, quod & characteriſticum eſt & proprium huius poſitionis.

Quintum theorema & ipſum characteriſticum eſt, & proprium poſitionis, quæ per polos ſphęræ. in nulla enim alia duarum poſitionum, omnia quæ ſunt in ſuperficie ſphęræ puncta & occidunt, & oriuntur, præter quam in hac ſola.

Sextum theorema characteriſticum eſt & ipſum reliquæ poſitionis, videlicet obliquæ ad axem. nulla enim aliarum poſitionum habet maximum circulum cōtingentem duos circulos ęquales, & parallelos, quorum alter eſt in apparenti hemiſphærio ſemper apparens, alter vero in occulto ſemper occultus. nam cōtingit quidem omnis circulus maximus in ſphæra duos circulos æquales, & parallelos ſed non ſemper apparentes, neque ſemper occultus. per pulchre igitur, & optima ratione Autolycus vniuerſalia theoremata præmittēs, deinceps propria, & characteriſtica dictarum poſitionum explicat, quę ſcilicet in unaquaque particula im fieri contingit; & reliqua, quæ communia ſunt, theoremata, & quæ in vna ſola poſitione ſeruantur, ſed & in ſecundo deinceps ordine ponit. Mox igitur ſeptimum theorema ſeruatur tum in recta poſitione, quæ eſt per polos, tum in obliqua ad axem. oſtendimus enim nos, quomodo theorema ſeruari poſſit in poſitione, quæ eſt per polos. in reliqua autem poſitione ſeruari minime poteſt. quod neque oriantur, quę illic ſunt, neque occidant. Octauum theorema dicitur in ſola obliqua ad axem poſitione. in poſitione enim, quę eſt per ſphæræ polos, quæ ſimul oriuntur puncta ſimul etiam occidunt: & quę ſimul occidunt, ſimul oriuntur, ſiquidem illic omnes circuli ſecantes horizontem, ab ipſo bifariam ſecantur. & ſemicirculos ſupra horizontem, & ſub horizonte habent. quamobrem ſimul orientia ſimul etiam occidunt; & è contrario. Similiter & nonum theorema in eadem poſitione ſola aſſumit. vult enim circulos ipſum contingentes nullum alium contingere, niſi eum, qui ſemper apparet. Decimum vero & in poſitione, quæ eſt per polos, & in obliqua ad axem ſeruatur. ſed ipſe tantum mentionem facit demonſtrationis, quę fit in obliqua poſitione. nos autē oſtendimus etiam in illa poſitione ſeruari. In recta quidem ad axem diximus quomodo qui tranſit per polos ſphęræ non erit bis rectus ad horizontem, ſed ſemper rectus. In vndecimo theoremate difficiliorem poſitionem aſſumpſit, videlicet obliquam ad axem, cum dicat obliquus exiſtens ad axem, & maiores contingit, quam qui a principio contingebat, ſciens poſitionis per polos, quam ipſe omiſit, facilem eſſe demonſtrationem. oſtendimus enim nos, quomodo etiam in illa poſitione, ſecundum omnem horizontis locum, inter parallelos, quos contingit interiectum, ortus & occaſus efficit. In duodecimo theoremate perſpicuum eſt ipſum ſolum obliquæ poſitioni accidere, & congruere. Sed & illud non ignorare oportet, maximos quidem circulos ad axem rectos plures eſſe non poſſe, ſed vnus tantum & vnius. per polos autem ſphęræ, & obliquos ad axem eſſe infinitos. & qui per polos ſphærę omnes ſphæra conuerſa ſibi ipſis congruunt: obliqui autem omnes non item, niſi qui eundem parallelum contingunt. parallelus autem eoſdem, quos ſphæra polos habet, atque eſt ad axem rectus. Numquid igitur propter hoc & Autolycus incipiens exponere, quæ conſequuntur propria, & characteriſtica vnicuique poſitioni, a ſimpliciſſima, & prima eſt orſus. ipſa autem eſt, quæ maximum circulum habet ad axem rectum. vnica quidem eſt hæc poſitio, vt diximus, & mutationē nullam recipit. poſt hanc ordine ſimpliciorem expoſuit, quæ eſt per polos ſphęræ, ſecundum quam diximus, infinitos circulos per ſphęræ polos deſcribi poſſe, omnes ſibi ipſis congruentes, propterea quod poli ſtabiles, & immutabiles ſunt. alia autem poſitio habet hoc quidem in aliquibus, vt diximus, in aliquibus vero non habet. hāc igitur tertiam in ordine poſuit: aliam autem in ſecundo loco conſtituit. Hæc igitur dicta ſunt ratione argumenti.

μονογενής.

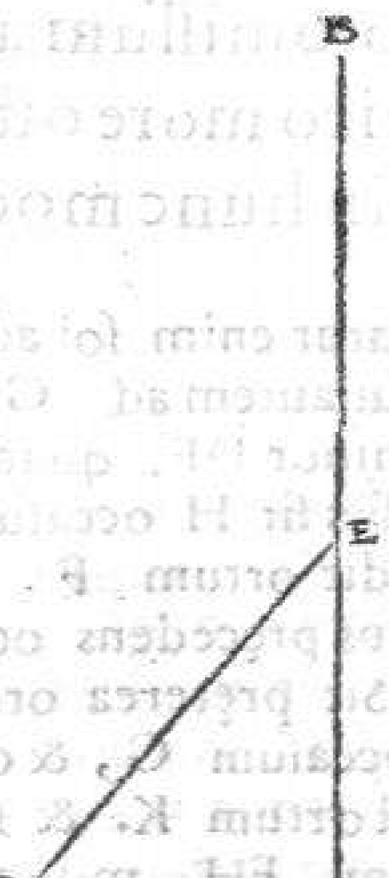
Quæritur autem in hoc libro, quod ſoluere neceſſarium eſt, quomodo puncta, quæ non ſunt intra axem, ſed in ſuperficie ſphæræ circulos deſcribant ſimul cum ſphæra conuerſa. Si enim puncta ſtarent, & non ſimul cum ſphæra conuerteretur, veriſimile eſſet dicere lineam in ſuperficie ſphæræ factam ab aliquo puncto, circuli circumferentiam eſſe. Si autem rurſus & ſphæra conuerteretur, & punctum æqualiter ferretur, in ipſa ſimul conuerſum, derelictum quidem, vel ſenſim excurrens ad eaſdem partes ſphæræ, & ſic haberet aliquam rationem. derelictum enim a ſphæra neceſſario loco permutans, continuitate quadam lineam gigneret in ſuperficie ſphæræ. Senſim uero excurrens eadem ratione circulum deſcribere poſſet. Sed neque derelictum, neque ſenſim excurrens, ſemper autem eundem locum in ſphæra tenens, ipſa conuerſa admirabile forte uideatur, quomodo circulum deſcribat. neceſſe enim eſt eum, qui deſcribit, circa ſtabile aliquod deſcribere. Si autem id, circa quod deſcribit, non ſtat, deſcribere quomodo poſſit. omnia igitur puncta, quę in ſphera ſunt, ipſa conuerſa non ſtant, ſolus autem ſtat axis. & a puncto, quod ſemper fertur, ad ſtantem perpendicularis actu cum axe conuenit, videlicet in puncto. quare neceſſe eſt punctum, in quo rectæ lineę conueniunt, ſtare: quoniam & ipſe axis. & cum punctum quidem in axe ſit, perpendicularis autem actu ſit in ſphæra: ſphæra ipſa conuerſa ſimul circumagere recta linea una cum ſolido termino, qui eſt in ſuperficie ſphæræ. ſtat autem punctum in axe. neceſſe igitur eſt circumacta hac recta linea ſimul cum ſphęra, quatenus quidem ſphęra fertur mota: quatenus uero terminatur ſtante, & non mutante terminos, ipſam in

plano

plano ferri. ſtat autem illud planum, in quo fertur, & non alibi eſt, quam in ipſa ſphęra. Itaque quoniam planum ſtabile ponitur, in quo fertur dicta linea, & in ipſo ſumuntur duo quęuis puncta, videlicet lineæ motæ termini, & quod eſt ad axem, & quod eſt ad ſuperficiem ſphæræ. fieri autem poteſt, vt in plano omni centro. & interuallo dato circulus deſcribatur; centro quidem puncto, quod eſt in axe, interuallo autem puncto, quod in ſuperficie ſphæræ circulus deſcriptus in plano deſcribetur, in quo fertur dicta linea. punctum igitur in axe ſtans cauſa fuit, cur circulus a puncto, quod eſt in ſuperficie ſphærę deſcriberetur. quippe quod niſi aliquo ſtante deſcribi non poſſet. quare non poteſt problema effici, niſi perpendicularis ad axem ſtantem actu ſit. præterea & illud ſciendum eſt, quando perpendicularem agit ad axem, & planum, quod per axem, & perpendicularem ducitur, producit, tamquam in ſphæra manente hoc efficiens, neque enim conuerſa ſphæra perpendicularis ad axem agi poteſt. oportet namque prius planum ſupponere, vt cum in eo exiſtat recta linea, & quod vis punctum, a puncto ipſo perpendicularis ad rectam lineam agatur. puncto autem lato in conuerſione ſphæræ, atque ad innumerabilia plana accidente, & ſtante recta linea, non poteſt ad ipſam agi perpendicularis. Sed quando punctum ſtet, & recta linea, tunc ipſis in plano intellectis, poterit a puncto ad rectam lineam perpendicularis duci.

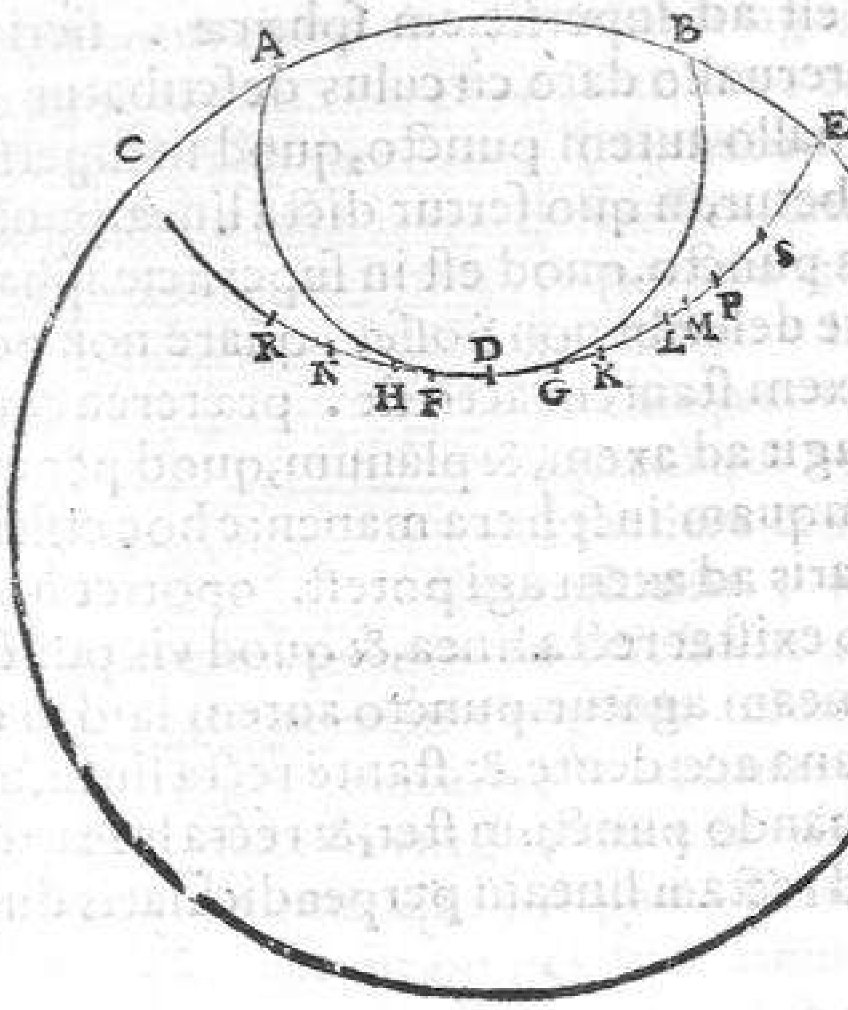
THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXVIII.

At vero perpendicularem a quouis puncto eorum, quæ ſunt in ſphæra, ad axem ductam, intra ſphæram cum ipſo conuenire ſic demonſtrabitur.

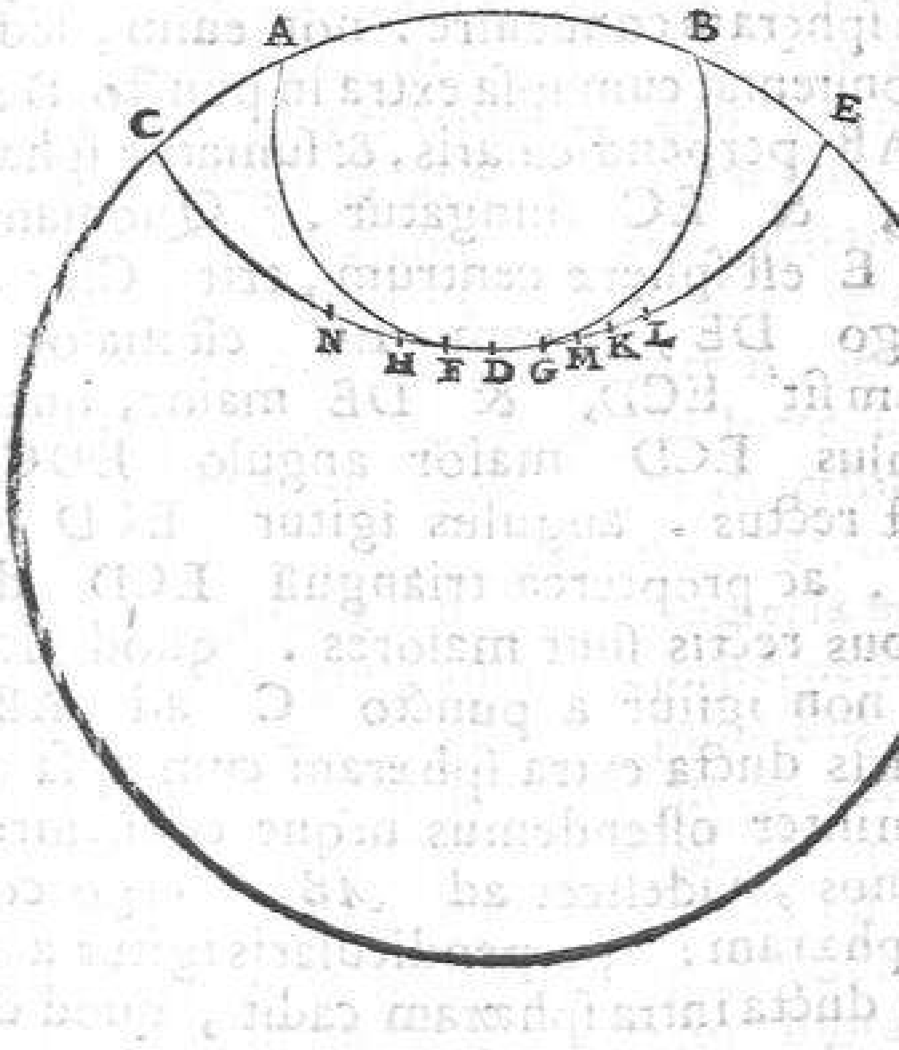


Sit enim ſphæra, cuius axis AB, poli autem AB puncta: & ſumatur in ſuperficie ſphæræ quoduis punctum C, ducaturque ad AB perpendicularis. Dico ipſam cũ AB intra ſphęram conuenire. non enim, ſed ſi fieri poteſt, conueniat cum ipſa extra in puncto D: ſitque CD ad AB perpendicularis, & ſumatur ſphærę centrum E, & EC iungatur. Quoniam igitur punctum E eſt ſphęræ centrum, erit CE æqualis EA. ergo DE, quam EC eſt maior & cum triangulum ſit ECD, & DE maior, quam EC, erit angulus ECD maior angulo EDC. Sed EDC eſt rectus. angulus igitur ECD maior eſt recto. ac propterea trianguli ECD duo anguli duobus rectis ſunt maiores. quod fieri non poteſt. non igitur a puncto C ad AB perpendicularis ducta extra ſphæram cum ipſa conuenit. Similiter oſtendemus neque conuenire ad axis terminos, videlicet ad AB. ergo conueniet intra ſphæram: perpendicularis igitur a puncto C ad AB ducta intra ſphæram cadit, quod demonſtrare oportebat.

In quarto theoremate Theodoſius falſo exponitur. Cum enim demonſtraſſet diem NH maiorem eſſe die MP, ſimiliter exiſtimatur demonſtrare, noctẽ, quæ pręcedit diẽ NH, eſſe minorem nocte inſequente diẽ MP. Sit. n. ante ortum N occaſus R, & ipſi RN æqualis ponatur PS, & ſit facta ratio in ſubiecta figura. Siquidem igitur minor eſſet NH quã MP, fieret & tota ND, quam tota DP minor. & comparationes æqualium circumferentiarũ NR PS ſimiliter perficerentur. Nunc autem quoniã minor eſt HD, quam DM, maior autem HN, quam MP, non conſtat & totam DN, tota DP minorem eſſe. poteſt enim & æqualis fieri, & maior. At non exiſtente minori ND non adhuc poterimus dicere circumferentiam NR in minori tempore occultum hemiſphęrium permutare, quam PS. oportebat igitur Theodoſium prius oſtendere circumferentias compoſitas noctium ac dierum in parte DC ſemper minores eſſe circumferentiis compoſitis in parte DE. & ita inferre. reliqua etiam ſimiliter eadem oſtendi, & in ſubiecta figura.

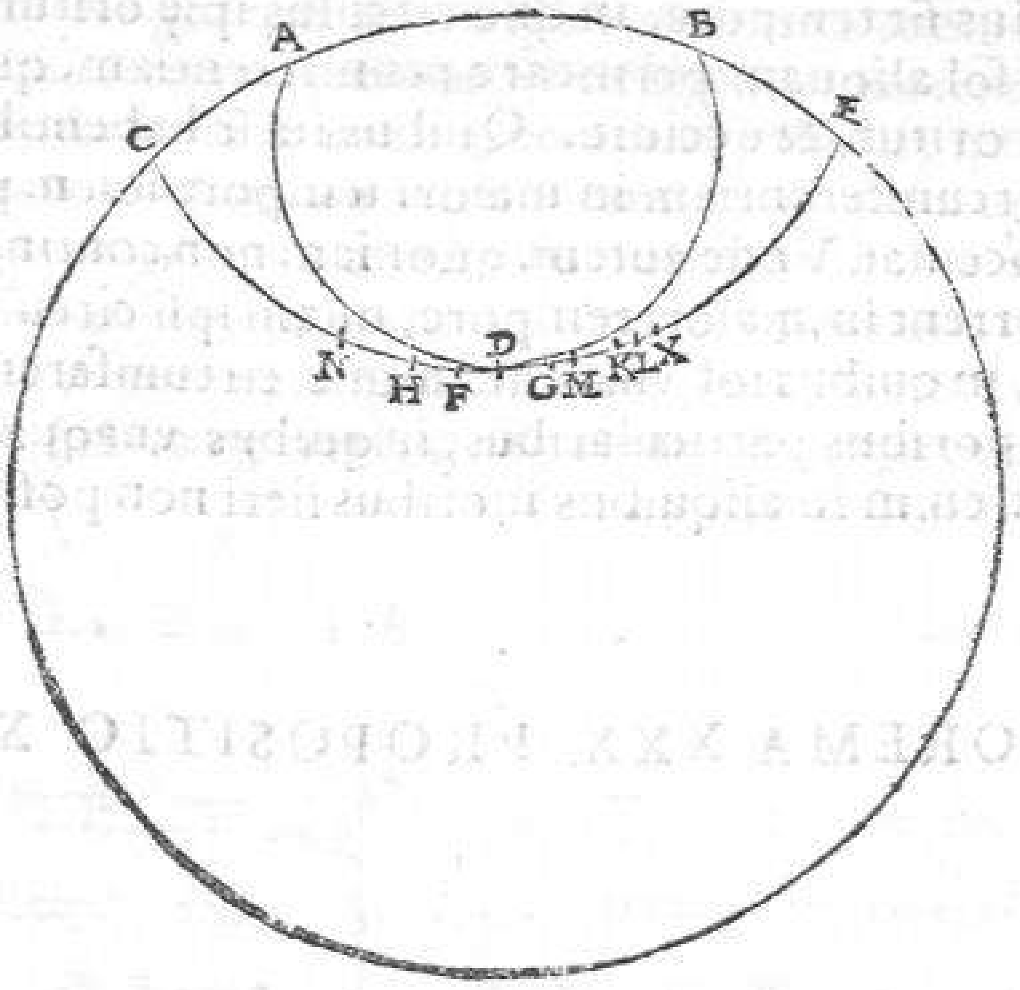


THEOREMA XXIX. PROPOSITIO. XXIX,



Nos autem a Theodoſio omiſſum aſtronomico more oſtendimus in hunc modum.

Oriatur enim ſol ad F, occidat autem ad G. ſitque minor DF, quam DG. & rurſus ſit H occaſus, qui præcedit ortum F. & ſit N ortus pręcedens occaſum H. Sit pręterea ortus K poſt occaſum G, & occaſus L poſt ortum K. & ſit nox quidem FH minor nocte GK, dies autem HN die KL maior. Dico totam DN noctem tota DL minorem eſſe. Nam ſi non ita ſit, uel ęqualis erit, vel maior. Si primum æqualis. Itaque quoniam minor eſt DF, quam DG, & FH, quam GK, erit tota DH minor, quam tota DK. Sit ipſi DH ęqualis MD. eſt autem & tota ND toti DL æqualis. ergo reliqua HN eſt æqualis reliquæ ML. Cum igitur ſol oriens ad N, occidat ad H in quo tempore ſol circumferentiam HN pertranſit, ipſa HN permutat apparens hæmiſphærium. in æquali autem tempore ſol pertranſit HN, & ipſi æqualem ML, ergo in æquali tempore ſol pertranſit ML, & HN apparens hemiſphærium permutat. Sed in ęquali tempore HN apparens hemiſphærium permutat, & ipſa ML; æquales enim ſunt, ab ęſtiuo contactu æqualiter diſtantes. In æquali igitur tempore ſol pertranſit ML, & ML apparens hemiſphærium permutat. At ſol quidem pertranſit ML in eodem tempore, in quo utramque MK KL pertranſit. ML vero permutat apparens hemiſphærium, in quo MK oritur, & KL apparens hemiſphærium permutat. ergo in æquali tempore ſol vtramque MK KL pertranſit, & MK quidem oritur, KL uero permutat apparens hemiſphærium. quorum tempus in quo ſol pertranſit KL eſt æquale tempori, in quo KL apparens hemiſphęrium permutat; oritur enim ſol ad K, & occidit ad L. reliquum igitur tempus, in quo ſol pertranſit MK æquale eſt tempori, in quo MK oritur. hoc autem fieri non poteſt. quamcumque enim circumferentiam ſol in maiori tempore percurrit, quam ipſa oriatur, uel occidat. quod deinceps oſtendemus. non igitur ND eſt æqualis DL.



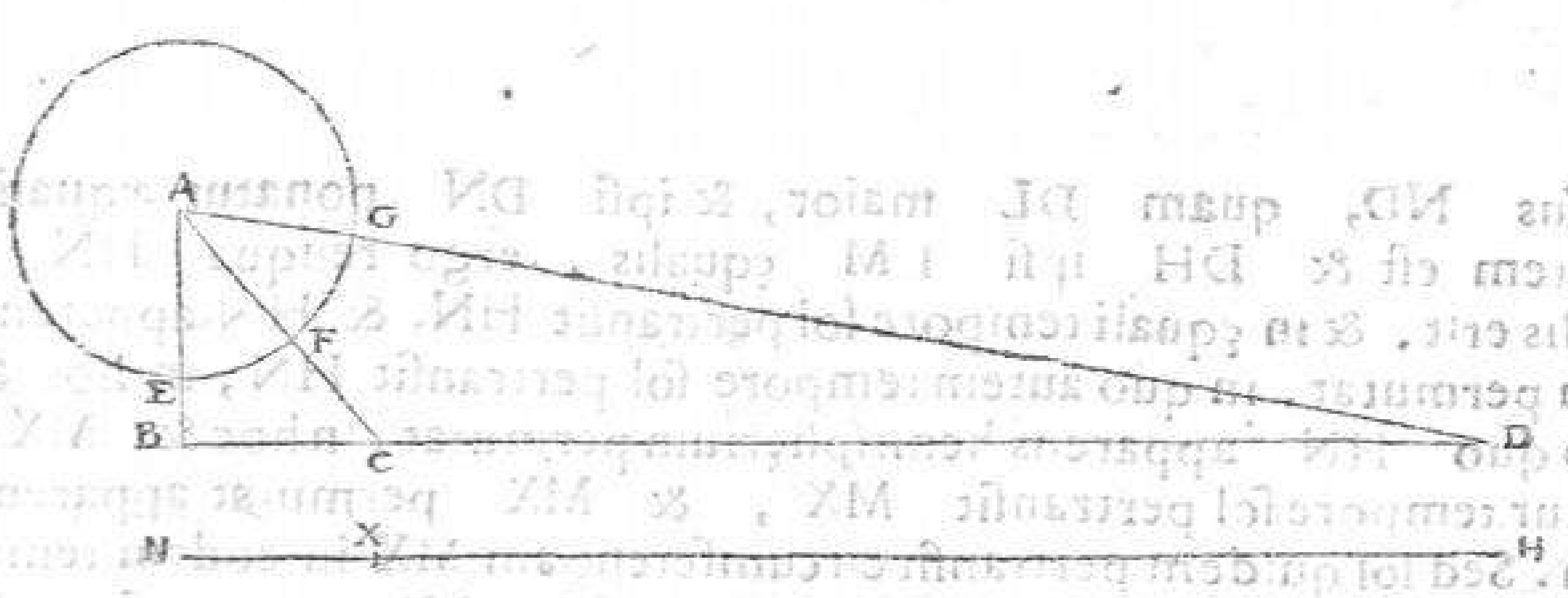
Sit rurſus ND, quam DL maior, & ipſi DN ponatur æqualis DX. poſita autem eſt & DH ipſi DM ęqualis. ergo reliqua HN reliquæ MX ęqualis erit. & in ęquali tempore ſol pertranſit HN, & HN apparens hemiſphærium permutat. in quo autem tempore ſol pertranſit HN, in hoc & ipſam MX: & in quo HN apparens hemiſphęrium permutat, in hoc & MX. In ęquali igitur tempore ſol pertranſit MX, & MX permutat apparens hemiſphęrium. Sed ſol quidem pertranſit circumferentiam MX in eodem tempore, in quo unamquamque circumferentiarum MK KL LX pertranſit. Circumferentia igitur MX permutat apparens hemiſphærium in eodem tempore, in quo MK oritur, KL hemiſphęrium permutat, & LX occidit; tempus autem, in quo ſol pertranſit KL eſt ęquale tempori, in quo KL apparens hemiſphærium permutat. reliquum igitur tempus, in quo ſol pertranſit MK

æquale

ęquale eſt tempori, in quo MK oritur. & tempus, in quo pertranſit LX eſt ęquale tempori, in quo LX occidit. quod fieri non poteſt; ſiquidem omnem circumferentiam ſol in maiori tempore percurrit, quam ipſa oriatur, vel occidat. quare ND non eſt maior, quam DL. oſtenſum autem eſt neque eſſe æqualem. ergo ND quam DL minor erit. ſimiliter oſtendemus etiam in iis, quæ ſequatur. Itaque his ante demonſtratis, & Theodoſii demonſtratio procedit, quemadmodum diximus.

At vero omnem circumferentiam in maiori tempore ſolem pertranſire, quam ipſa oriatur, vel occidat, nunc oſtendemus. videbitur autem hoc aliquibus manifeſtum eſſe, & demonſtratione non indigere. Quoniam enim ſol in anno circulum percurrit, ipſe autem circulus in nocte, & die oritur, fit tempus, in buo ſol circulũ percurrit, multiplex temporis eius, in quo ſol oritur. Itaque cum in maiori tempore ſol circulum procurrat, quam ipſe circulus oriatur, & particulares circuli circumferentias ſol in maiori tempore percurret, quam ipſæ circumferentiæ oriãtur, vel occidant. quare manifeſtum eſt propoſitum, & maiori conſideratione non indiget. ad quos dicendum eſt, ſi particulares Zodiaci circumferentię, quare æquales ſunt, inæquali tempore orientur, vel rurſus occiderent. manifeſtũ nobis eſſet quod dicitur. æqualiter enim oriretur circulus, & ſic tempora inter ſe compararentur, quoniam & ſol æqualiter motus in æquali tempore æquales circumferentias percurrit. Nunc autem ſole æqualiter percurrente circulum, & ipſo circulo inęqualiter ortus, & occaſus faciente, nobis dicere non licebit, cum tempus, in quo ſol percurrit circulum maius ſit tempore, in quo circulus ipſe oritur, maius eſſe tempus particulare, in quo ſol aliquam permeat circumferentiam, quam tempus in quo illa circumferentia & oritur, & occidit. Quibus ita ſe habentibus non adhuc perſpicuum eſt, omnem circumferentiam in maiori tempore ſolem percurrere, quã ipſa oriatur, vel rurſus occidat. Vnde autem. quoniam non contingit, ut ſol quidem totum circulum percurrent in maiori tempore, quam ipſi circulus oriatur, tempora autem particularia, in quibus ſol vnamquamque circumferentiam circuli percurrit, minora ſint temporibus particularibus, in quibus vnaquæque circuli circumferentia oritur. Illud enim in aliquibus motibus fieri non poſſe ex hoc conſtat.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXX.



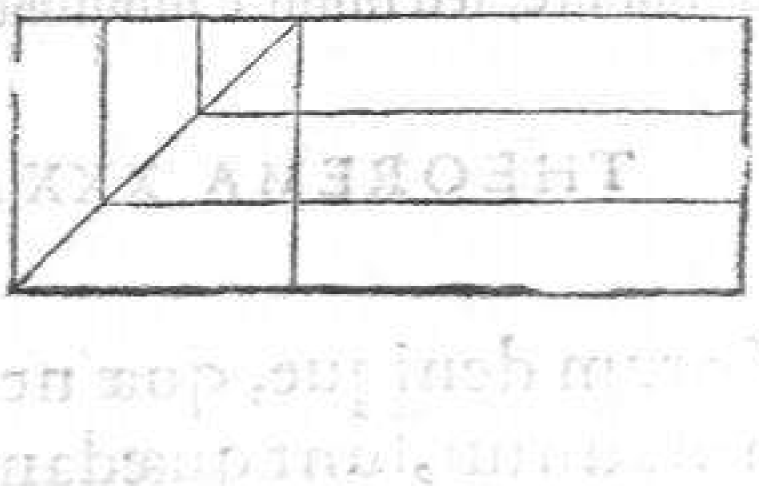
Sit triangulum orthagonium ABD, rectum angulum habens ad B. & circa cen-
A trum A deſcribatur circulus. deinde exponatur recta linea quædam OH ipſi BD
B æqualis: & punctum quidem N æqualiter latum pertranſeat NH in horis decem; pun-

punctum autem B in quo ſcilicet AB occurrit BD, pertranſeat ipſam BD in ho-
ra vna: ſeceturque circumferentia EG bifariam in F: & iuncta AF in C produca-
tur. Quoniam igitur in quo quidem tempore punctum E pertranſit EG in hoc
punctum B pertranſit BD; in quo autem E pertranſit EF, in hoc & B ipſam BC;
atque eſt tempus, in quo E pertranſit EG duplum temporis, in quo pertranſit
EF: erit & tempus, in quo B pertranſit BD, temporis, in quo pertranſit BC, du-
plum. ſed B pertranſit BD in hora vna. ergo & B. ipſam BC in dimidia hora per
tranſibit. Quod cum circumferentia EF æqualis ſit circumferentię FG, erit & an- vltima
gulus EAF angulo FAG ęqualis. vt igitur vtraque DA AB ad AB, ita eſt DB ſexti.
ad BC. centupla autem eſt vtraque DA AB ipſius AB. quare & DB ipſius BC eſt C
cētupla. Itaq; fiat vt DB ad BC, ſic HN ad VX, erit & HN. cētupla NX. atq; eſt BD D
æqualis NB. ergo & BC ipſi NX eſt æqualis. Quoniam igitur punctum N æqualiter
motum ponitur pertranſire NH in horis decem, centeſimam ipſius partem in de-
cima parte vnius horæ pertranſibit. punctum autem B inęqualiter motum per-
tranſit BC in dimidia hora. Itaque duobus motibus exiſtentibus, vno quidem in-
æquali, altero autem æquali, totum quidem tempus, in quo N pertranſit NH æ-
qualiter, maius eſt toto tempore, in quo B pertranſit BD inęqualiter. tempus au
tem particulare, in quo N pertranſit NX, minus eſt tempore particulari, in quo
B ipſam BC pertranſit quare nihil prohibet etiam in motu ſolis, & circuli ortu i-
dem fieri 13. ſolem quidem in maiori tempore pertranſire circulum, & ipſum cir-
culum in minori tempore oriri. Rurſus autem e contrario aliquas circuli circumfe
rentias oriri in maiori tempore, & ſolem ipſas in minori tempore, pertranſire, di-
minuta nimirum ortus circuli velocitate. vnde igitur? quod non adeo diminuitur,
vt aliqua ipſius circumferentia in maiori tempore oriatur, quam illam ſol pertran
ſeat. Itaque oportet nos conſiderare, vtrum tandem Zodiaci uelocitas ſit ex nume-
ro eorum, quæ infinite augentur, & infinite minuuntur, vel eorum, quæ infinite
quidem augentur, non autem infinite minuuntur, vel eorum, quæ infinite minuun
tur, non autem infinite augentur, vel quæ neque infinite minuuntur, neque infini-
te augentur. Ea enim circa aliquas magnitudines contingere ex his conſtat.

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXI.

Eorum, quæ infinite augentur, & infinite minuuntur, ſunt magnitudines quędam, ſiquidem omni propoſita magnitudine maiores fiunt, & rurſus minores, quæcunque in problematibus indeterminatis efficiuntur.

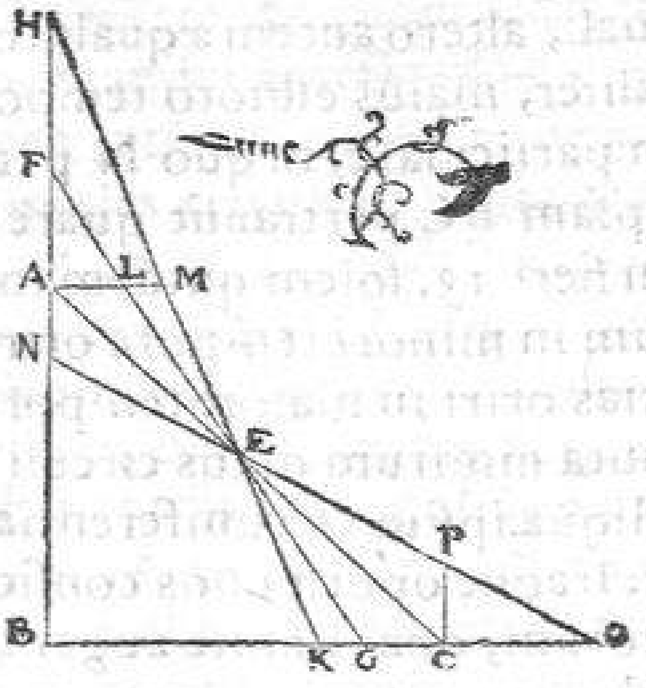
Fieri namque poteſt, ut circa datā rectā lineam applicato quocūque ſpacio, quod quadrato excedat, maius ſpacium quadrato excedens, & rurſus minus applicetur, & hoc infinite. In hac igitur magnitudo applicata augetur infinite, & infinite minuitur.



THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXII.

Eorum vero, quæ infinite augentur, non autem infinite minuuntur, eſt id, quod fit in deſcripto triangulo.

Si enim ſit triangulum ABC, & AC bifariam ſecetur in E, ducaturque per E recta linea FEG, erit triangulum FGB maius triangulo ABC. & rurſus ducta HEK, triangulum BHK triangulo FGB maius erit. & ſemper ductis rectis lineis infinite, augebitur triangulum. numquam tamen ducta linea triangulum efficiet minus triangulo ABC. Hæc igitur magnitudo augetur quidem infinite, non autem infinite minuitur, ſed eſt aliqua magnitudo minor triangulo ABC, quæ non eſt triangulum.



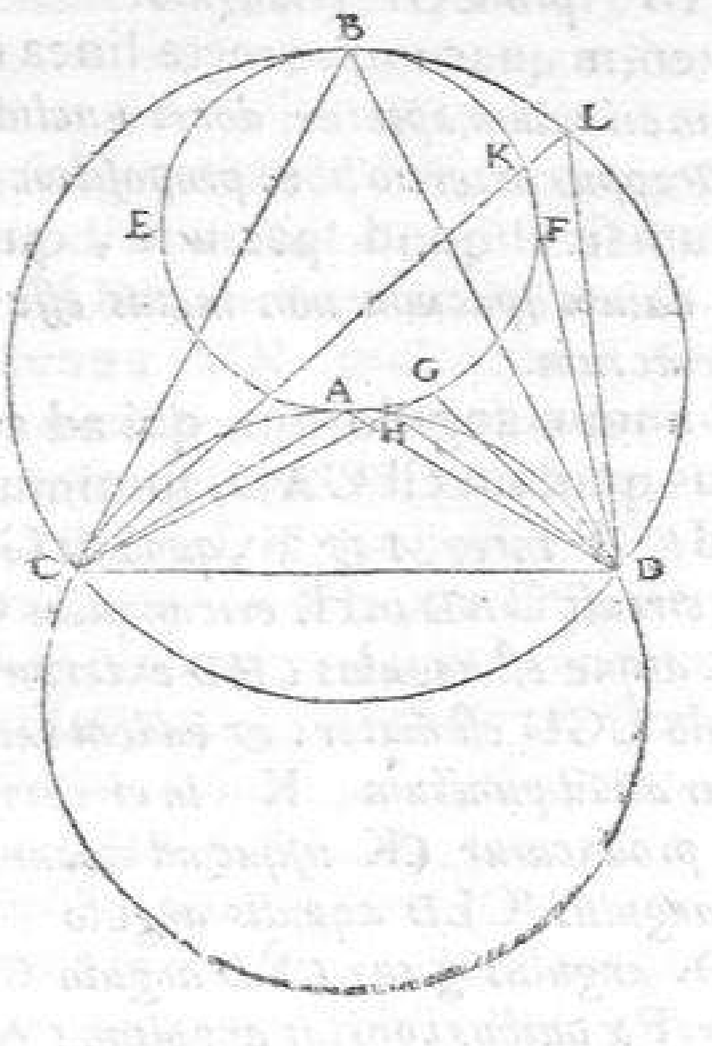
THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXIII.

At eorum, quę non augentur infinite, infinite autem minuuntur, eſt id quod cõtingit in recta linea in circulum aptata. non enim quacumque propoſita magnitudine maiorem in circulum aptare poſſumus, nam cum determinata ſit magnitudo diametri, non licet ea maiorem aptare. diminutio autem infinite fieri poteſt, etenim quacumque recta linea minorem aptare licet. Idem etiam conſtat ex eo, quod non omne datum ſpacium ad datam rectam lineam applicatur, deficiẽs figura quadrata, ſiquidem applicatũ ſpaciũ infinite augeri nõ poteſt: cũ ſit aliquod ſpaciũ, quo maius applicare nõ poſſumus. minuẽtes autem poſſumus omni ſpacio propoſito minus applicare. quę quidem magnitudo applicata conſideratur in iis, quę non augentur infinite, ſed infinite minuuntur.

THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIO XXXIIII.

Eorum denique, quæ neque infinite augentur, neque infinite minuuntur, ſunt quædam magnitudines determinatæ, velut hoc, quod ſequitur.

Si enim ſint duo circuli ſeſe contingentes in puncto A, alius autem circulus vnum eorum contingat in B, & alterum in punctis CD ſecet. atque ab ipſis CD ad contactus circulorum ſuſſectantur rectæ lineæ CA AD CB BD. Omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli BEAF conſtituuntur, maximus quidem eſt CAD, minimus uero CBD. In hoc igitur magnitudo anguli diminuta non infinite diminuitur, ſed eſt aliqua anguli magnitudo, qua minor adhuc fieri non poteſt. & rurſum angulus auctus non augetur infinite, ſed eſt aliqua magnitudo anguli determinata, qua maior adhuc fieri non poteſt. L



COMMENTARIVS.

Sit triangulum orthogonium ABD rectum angulum habens ad B] *Adde, ſint autem duo latera DA AB centupla ipſius AB. hoc enim a Pappo inferius ponitur.* A

Et circa centrum A deſcribatur circulus] *Videlicet EFG.* B

Vt igitur utraque DA AB ad AB, ita eſt DB ad BC] *Eſt enim ex tertia ſexti elementorum, ut DA ad AB, ita DC ad CB, & componendo ut DA AB ad AB, ita DB ad BC.* C

Centupla autem eſt utraque DA AB ipſius AB] *Expoſitione ſcilicet, ut ante diximus.* D

Centeſimam ipſius partem in decima parte vnius horę pertranſibit] *grecus codex corruptus eſt, in quo legitur τὸ ἀεκ ἑκατοσὸν ἀυτης μέgος ἐν ὥgαις δίκα τῷ διαλεύσεται. legendum autem uidetur. ἐν ὥgας δεκάτω.* E

Erit triangulum FGB maius triangulo ABC] *Ducatur per A recta linea AL parallela ipſi BC, quę ſecet FE in L. Et quoniam angulus AEL eſt æqualis angulo ad verticem CEG, & angulus LAE angulo GCE; angulusque ALE angulo CGE ob lineas parallelas, erit triangulum AEL triangulo CEG æquiangulum. vt igitur AE ad EL, ita CE ad EG. & permutando ut AE ad EC, ita LE ad EG. poſita autem eſt AE æqualis EC. quare & LE ipſi EG æqualis erit. & eodem modo oſtendetur AL æqualis GC. ergo triangulum AEL eſt æquale triangulo CEG, & addito utrique communi trapezio ABGE, erit triangulum ABC trapezio ABGL æquale. Sed triangulum FBG maius eſt trapezio ABGL, ſuperat enim ipſum triangulo FAL. triangulum igitur FBG triangulo ABC eſt maius.* F

Et rurſus ducta HEK, triangulum BHK triangulo FGB maius erit] *Secet. n. HE ipſam AL productam in M. Rurſus eodẽ modo, quo ſupra demonſtrabimus triangulũ BHK triãgulo ABC maius eſſe, & ipſa ſuperare triãgulo HAM: quod quidem maius eſt triangulo FAL. ſed triãgulũ FBG ſuperabat idẽ triãgulũ ABC triãgulo FAL. triangulũ igitur HBK triãgulo FBG maius ſit neceſſe eſt. Similiter a puncto N infra A ſumpto, & ducta NEO, de-* G *monſtrabitur triangulum* NBO *maius triangulo* ABC. *nam per* C *ducta* CP *ipſi* AB *parallela, erit trapezium* NBCP *triangulo* ABC *ęquale. ergo triangulum* NBO *ſuperat triangulum* ABC *ipſo* COP *triangulo.*

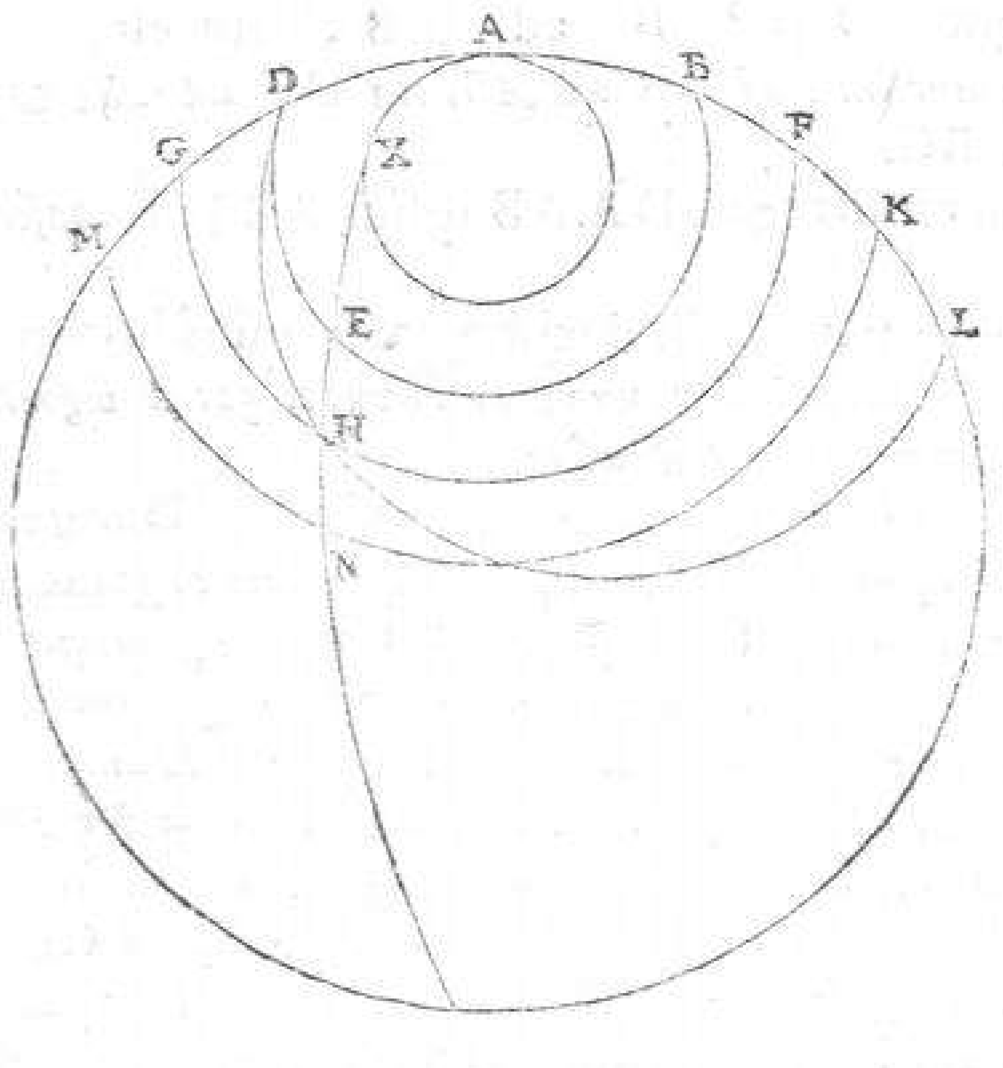
H Etenim quacunque recta linea minorem aptare licet.] *Quomodo autem recta linea data in circulum aptetur. docet Euclides in quarto libro elementorum propoſitione prima, & ipſe Pappus in tertio libro propoſitione 43.*

K Cum ſit aliquod ſpacium, quo maius applicare non poſſumus] *Oportet enim datum ſpacium non maius eſſe eo, quod ad dimidiam applicatur ex 28. ſexti libri elementorum.*

L Omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli BEAF conſtituuntur, maximus quidem eſt CAD, minimus uero CBD] *Sumatur punctum in circumferentia circuli* BEAF *inter A & F, quod ſit* G, *&* CG GD *iungātur, ita ut* CG *ſecet circumferentiam circuli* CAD *in* H. *erit angulus* CHD *æqualis angulo* CAD *ex 21. tertii libri elementorum. atque eſt angulus* CHD *exterior maior interiori & oppoſito* CGD, *angulus igitur* CAD *angulo* CGD *eſt maior. & eadem ratione maior quocunque alio oſtendetur. Rurſus ſumatur aliud punctum* K *in circumferentia eiuſdem circuli inter B &* F, *& iunctis* CK KD *producatur* CK *uſque ad circumferentiam circuli* CBD *in* L, *&* DL *iungatur. erit angulus* CLD *æqualis angulo* CBD. *Sed angulus interior* CLD *minor eſt exteriore* CKD. *angulus igitur* CBD *angulo* CKD *eſt minor. & ita quocumque alio minor demonſtrabitur. Ex quibus conſtat angulum* CAD *omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli* BEAF *aptantur, maximum eſſe, &* CBD *minimum.*

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXV.

His igitur pręmiſsis nunc demonſtrabimus zodiaci uelocitatem diminutam nunquam velocitate ſolis minorem eſſe. ſed quamcumque circumferentiam zodiaci ſolem in maiori tempore pertranſire, quam ipſa oriatur, uel rurſus occidat.



Sit enim horizon quidem AB, æſtiuus tropicus BED, zodiacus DHL, maximus autem parallelorum KNM, ſitque principium cancri in occaſu, & abſcindatur quæpiam zodiaci circumferentia DH. Dico ſolem in maiori tempore circumferentiã DH per-

DH per-

DH pertranſire, quam ipſa DH occidat. deſcribatur enim per H maximus circulus HX, qui circulum arcticum contingat. Et quoniam ſphæræ diameter ad diametrũ A æſtiui tropici poteſtate eandem habet proportionem, quam 629 ad 529. etenim recta linea a centro ſphærę ad centrum tropici ducta, longitudine eam proportionem habet ad ſemidiametrum tropici, quam 10. ad 23; erit ſphæræ diameter minor, quã dupla diametri tropici. quare dupla diametri ſphærę minor erit, quam quadrupla diametri tropici. Sed dupla diametri ſphæræ ad diametrum circuli BED maiorem proportionem habet, quã circumferentia MN ad DH circumferentiã ex 12. theoremate tertii libri ſphæricorum. ergo circumferentia MN multo minor erit, quam quadrupla circumferentiæ DH. Et quoniam mundi velocitas velocitatis ſolis maior eſt, quam quadrupla, C & mundus quidem per circulũ KNM, ſol autem per DHL fertur, in quo tempore ſol pertranſit circumferentiam DH, in hoc punctum N maiorem circumferentiam, quam NM pertranſit: etenim N æquæ velociter, atque mundus fertur. In maiori igitur tempore ſol pertranſit circumferentiam DH, quam N ad M perueniat. Deſcribatur per H parallelus circulus GHF; in equali autem tempore N ad M peruenit, & H ad G. Similes enim circumferentiæ ſunt NM D HG. ergo in maiori tempore ſol circumferentiam DH pertranſit, quam H perueniat ad G. In quo autem tempore H peruenit ad G circumferentia DH occidit. in E maiori igitur tempore ſol pertranſit DH, quam DH occidat. Sed inæquali tempore occidit DH, & circumferentia ipſi æqualis, & oppoſita, quæ eſt poſt capricornũ, oritur, & æquales ipſas circũferentias ſol in æquali tempore pertranſit. quare & in maiori tempore ſol pertranſit circumferentiam, quæ eſt poſt capricornum, quã ipſa oriatur, fecimus autem mentionem de his zodiaci circumferentiis, quoniã illa videtur F in maiori tempore occidere, & hęc in maiori tempore oriri. Cum igitur circũferentia, quæ a contactu cancri in maiori tempore occidere oſtenſa ſit, quam reliquæ omnes circumferentię zodiaci circuli, atque oſtenſa ſit in minori tempore occidere, quam ipſam ſol pertranſeat, multo magis reliquæ circumferentię in minori tempore occident, quam ipſas ſol pertranſeat. Rurſus quoniam circumferentia, quæ eſt a contactu capricorni in maiori tempore oritur, quam reliquæ omnes zodiaci circumferentiæ, oſtenſa eſt autem in minori tempore oriri, quam ipſam ſol percurrat, multo magis reliquę circumferentiæ zodiaci in minori tempore orientur, quam ipſas ſol percurrat.

COMMENTARIVS.

Et quoniam ſphæræ diameter ad diametrum æſtiui tropici poteſtate eandem A habet proportionem, quam 629, ad 529, etenim recta linea a centro ſphæræ ad centrum tropici ducta longitudine proportionem habet ad ſemidiametrum tropici, quam 10 ad 23] *Sinus enim rectus maximę declinationis ſolis, uidelicet gradiuum* 23 $\frac{1}{2}$ *eſt* 23 9 24 *earum partium, quarum ſemidiameter ſphærę eſt* 60000. *&* *ſinus rectus reſidui maximæ declinationis. hoc eſt ſemidiameter tropici eſt* 55023. *habet autem* 23924 *ad* 55023 *eandem ferè proportionem, quam* 10 *ad* 23.

Erit ſphæræ diameter minor, quam dupla diametri tropici] H*abet enim ſphæræ diameter ad diametrum tropici eam ferè proportionem, quam* 25 $\frac{2}{25}$ *ad* 23. B

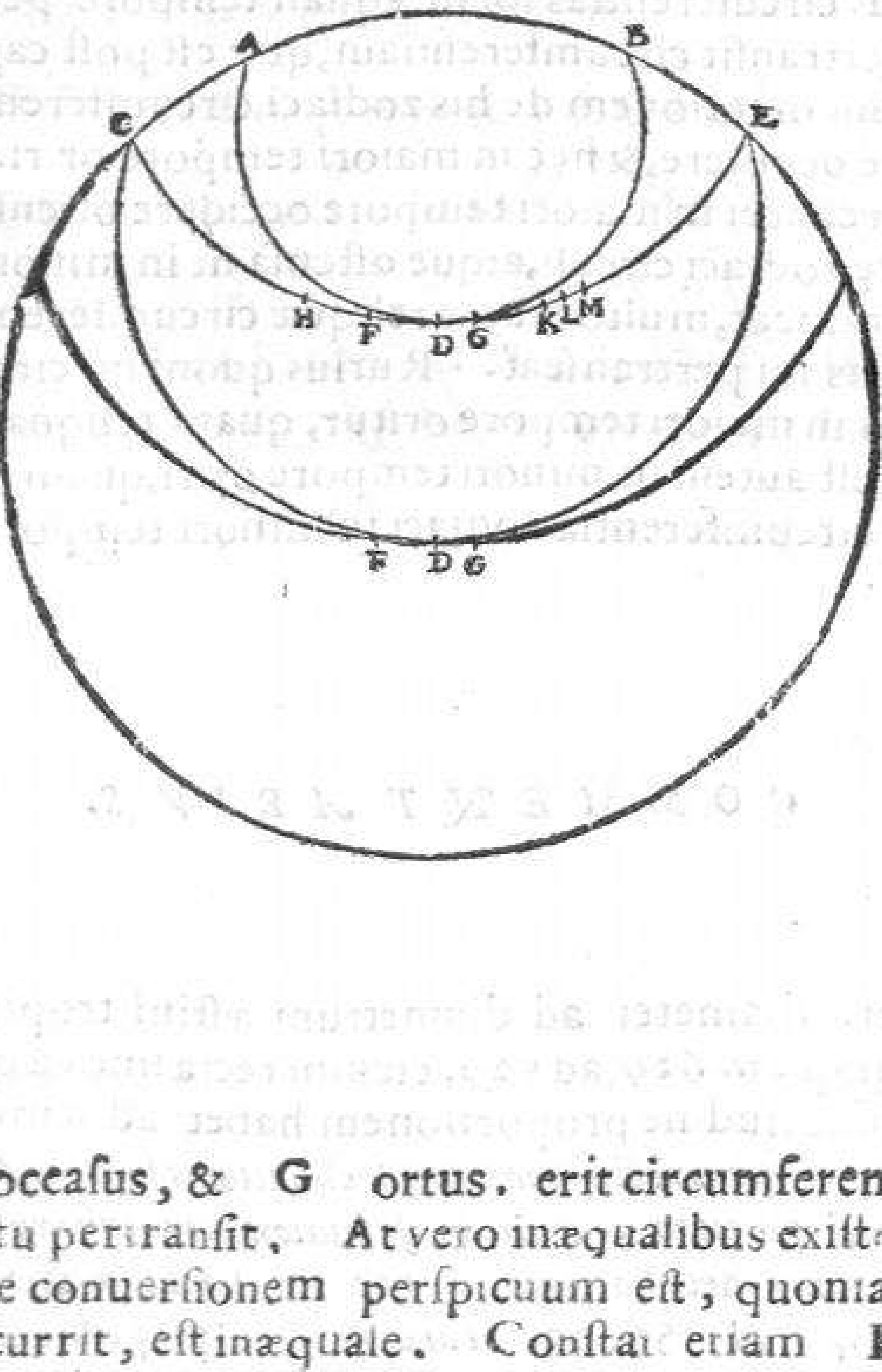
Et quoniam mundi uelocitas uelocitatis ſolis maior eſt, quam quadrupla] *Velocitates enim inter ſeſe eandem habent proportionem, quam tempora,* C *in quibus idem ſpacium percurritur, conuerſo tamen modo.* Nam cum ſol *in anno zodiacum percurrat, zodiacus autem in die naturali oriatur, uel occidat. Mundi velocitas ad uelocitatem ſolis erit, vt tempus annuum, ad vnius diei tempus.* Velocitas *igitur mundi maior eſt, quam quadrupla uelocitatis ſolis. eſt enim maior, quam trecentum ſexagintupla.*

D Similes enim ſunt circumferentiæ NM HG] *Ex 13. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.*

E Sed in æquali tempore occidit DH, & circumferentia ipſi æqualis & oppoſita, quę eſt poſt capricornum oritur] *Ex 11. phænomenon Euclidis.*

F Quoniam illa videtur in maiori tempore occidere, & hæc in maiori tẽpore oriri] *Ex 12. & 13. phænomenon Euclidis.*

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVI.



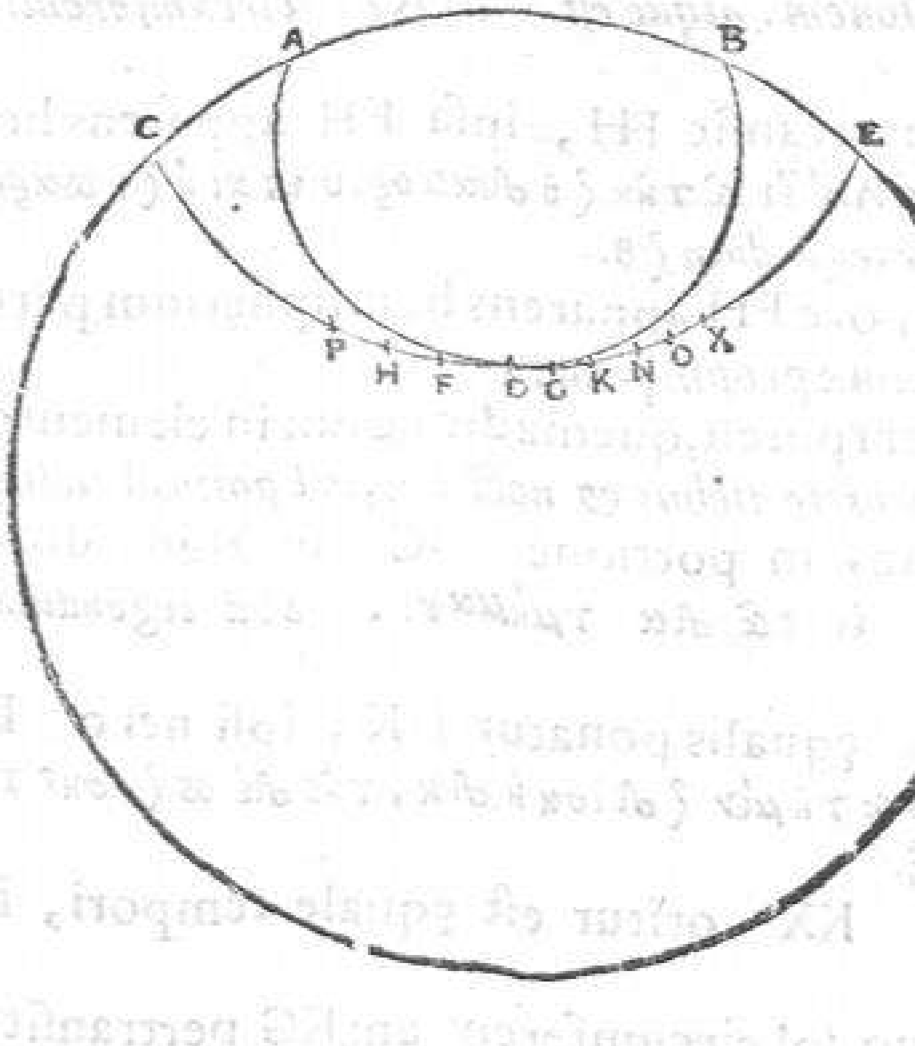
A Quòd ſi F ſit occaſus, & G ortus. erit circumferentiæ FG tempus, in quo ipſam ſol noctu pertranſit, At vero inæqualibus exiſtentibus FD DG, non fieri media nocte conuerſionem perſpicuum eſt, quoniam & tempus ipſius FD, quam ſol percurrit, eſt inæquale. Conſtat etiam FDG circumferentiæ noctem maximam eſſe omnium earum, quę in anno contingunt, cuius principiũ eſt æſtiua conuerſio, quippe cum in maximo tempore circumferentia FDG occultum hemiſphærium permutat.

THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XXXVII.

Oſtendenda autem nunc ſint, & quę ex vtraque parte.

Sitque primum FD maior, quam DG, & ſit ipſius F occaſus ortus H: & C
circumferentiæ FH æqualis ſit KG circumferentia. in æquali igitur tempore ſol
circumferentias FH KG pertranſit. Sed in quo tempore pertranſit FH, D
ipſa FH apparens hemiſphærium permutat. In minori autem tempore FH E
apparens hemiſphærium permutat, quam KG. ergo in minori tempore ſol pertranſit circumferentiam KG, quam KG apparens hemiſphærium permutat. In quo igitur tempore KG apparens hemiſphęrium permutat, ſol circumferentiam pertranſibit maiorem circumferentiam KG. pertranſeat circumferentiam GL. Itaque cum punctum K in occidente ſit, ſol exiſtens ad L ſupra terram erit. Vt igitur pertineat ad accidentem, circumferentiam quandam pertranſibit. pertranſeat LM. ergo in quo tempore GM permutat apparens hemiſphęrium in hoc & ſol ipſam GM circumferentiam pertranſit. atque eſt GM maior, quam FH, quare dies in ſemicirculo DE maiores ſunt diebus, qui in ſemicirculo CD
contingunt. Hoc igitur demonſtrari poteſt, quemadmodum in elemento. F
Sed quoniam FD eſt maior, quam DG, & FH quam GM minor, HD ad DM
nullam habet comparationem. quare demonſtratio ſimiliter non procedet, niſi de- G
monſtrauerimus in portione DC utraſque dies ac noctes utriſque diebus, ac noctibus in portione DE maiores eſſe. oportet igitur nos prędicta uti demonſtratione, ut & noctes inter ſe comparentur.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XXXVIII.



Itaque ſit ante H ortum occaſus P, &, ipſi quidem FD ęqualis ponatur DK: ipſi

uero

vero PF ęqualis KX. Et quoniam PF eſt ęqualis KX, in æquali tempore ſol vtramque ipſarum pertranſibit. in quo autem tempore pertranſit FP,
K mundi conuerſio ſit, & ipſius FP occaſus. Sed tempus, in quo KX ori-
L tur, eſt æquale tempori, in quo occidit PF. tempus igitur, in quo ſol pertranſit KX, eſt conuerſionis mundi tempus, & ortus KX circumferentiæ. tem-
M pus autem, in quo ſol circumferentiam KG pertranſit, maius eſt tempore or-
N tus KG. ergo tempus, in quo ſol pertranſit GX, maius eſt conuerſione mundi, & ipſius GX ortu. quare in mundi conuerſione, & GX ortu ſol minorem circumferentiam pertranſibit, quam ſit GX. pertranſeat GO. puncto igitur X in ortu exiſtente, ſol cum ſit ad O exortus iam eſt. & ob id in quo tempore ſol ad orientem ſit, minorem adhuc circumferentiam percurret, quam GO. ſit GN. erit igitur N punctum orientale poſt ortum G. & nox, cuius ortus N minor nocte, cuius occaſus P. Similiter autem & reliqua oſtendentur. & ſi qua inſtantia fiat, in figura, in qua ortus vel occaſus ſit in æſtiua conuerſione, ſimiliter ſoluitur.

COMMENTARIVS.

A At uero inæqualibus exiſtentibus FD DG non fieri media nocte conuerſionem perſpicuum eſt, quoniam & tempus ipſius FD, quam ſol percurrit, eſt in æquale] *Ex iis, quæ tradit Theodoſius in quarto theoremate primi libri de diebus, & noctibus.*

B Conſtat etiam FDG circumferentiæ noctem maximam eſſe omnium earum, quę in anno contingunt, cuius principium eſt ęſtiua conuerſio. quippe cum in maximo tempore circumferentia FDG occultum hemiſphærium permutet] *Vera hæc ſunt de nocte, in qua fit hyemalis conuerſio, quæ ex quarto theoremate iam dicto manifeſto appareat.*

C Sitque primum FD maior, quam DG, & ſit ipſius F occaſus, ortus H] *Redit ad æſtiuam conuerſionem. atque eſt* FDG *circumferentia noctis, in qua ea contingit.*

D Sed in quo tempore pertranſit FH, ipſa FH apparens hemiſphærium permutat] *Grçcus codex.* ἀλλ' ἐν ᾧ τὴν ζθ διαπορεύεται ἡ ζη παραλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον. *loco* ζη *uidetur legendum* ζθ.

E In minori autem tempore FH apparens hemiſphęrium permutat, quam KG] *Eſt enim* KG *conuerſioni æſtiuæ propinquior.*

F Hoc igitur demonſtrari poteſt, quemadmodum in elemento.] *Per elementum fortaſſe intelligit Theodoſii libros de diebus & noctibus, uel potius Euclidis phænomena.*

G Niſi demonſtrauerimus in portione DC utraſque dies, ac noctes, &c.] *In Græco codice legitur.* ἐν τῷ δα τμήματι. *Sed legendum arbitror* ἐν τῷ δγ τμήματι

H Et ipſi quidem FD ęqualis ponatur DK, ipſi uero PF æqualis KX] *Græcus codex.* καὶ κείσθω τῇ μὲν ζδ ἴση ἡ δκ, τῆς δὲ πζ ἴσης τῇ κξ. *legendum autem uidetur* τῇ δὲ πζ ἴση ἡ κξ.

K Sed tempus, in quo KX oritur eſt ęquale tempori, in quo occidit PF]

. . . . . .

L Tempus autem, in quo ſol circumferentiam KG pertranſit, maius eſt tempore ortus KG] *Ex iis, quæ Pappus ſupra demonſtrauit.*

M Quare in mundi conuerſione, & GX ortu ſol minorem circumferentiam pertranſibit, quam ſit GX] *Græcus codex* ἐν ἄρα κόσμου περιστροφῇ καὶ τῆς ηξ ἀνατολῆς, γίνεται ὁ ἥλιος, *&c. expungendum eſt illud verbum* γίνεται.

Pertranſeat GO] *Græcus codex.* διεληλυθέτω τὴν ηλ. *ſed legendum puto.* τὴν ηο. N

Ariſtarchus in libro de magnitudinibus, & diſtantijs ſolis, & lunæ ſex ponit, nempe hæc.

Primum, lunam a ſole lumen accipere. ſecundum, terram puncti, ac centri habere rationem ad ſphęram lunæ. tertium, cum luna dimidiata nobis apparet, vergere in noſtrum viſum circulum maximum, qui lunę opacum & ſplendidum determinat. Quartum, cum luna dimidiata nobis apparet, tunc ipſam a ſole diſtate minus quadrante, quadrantis parte trigeſima, pro eo, quod eſt, diſtante partes octoginta ſeptem. hæ enim minores ſunt quam nonaginta partes quadrantis, partibus tribus, quæ ſunt trigeſima pars nonaginta. Quintum, vmbræ latitudinem eſſe duarum lunarum. ſextum, lunam ſubtendere quintamdecimam partem ſigni.

Harum autem poſitionum, prima quidem, tertia, & quarta ferè cum Hipparchi, & Ptolemei poſitionibus conſentiunt, luna enim a ſole ſemper illuminatur, præterquam in ecclipſi, quo tempore lucis expers fit, incidens in vmbram, quam ſol oppoſitus a terra iacit, conicam formam habentem, & circulus determinans lacteum, quod eſt ex illuminatione ſolis, & cineritium, qui proprius lunæ color eſt, haud differens a maximo circulo in dimidiatis ad ſolem conſtitutionibus, quam proxime ad quadrantem in Zodiaco conſpectum, ad uiſum noſtrum uergit. hoc enim circuli planum, ſi producatur, etiam per viſum noſtrum tranſibit, quamcumque poſitionem habeat luna primæ, vel ſecundæ dimidiatæ apparitionis. reliquas autē poſitiones diſcrepantes comperierunt dicti mathematici, propterea quod neque terra puncti, ac centri rationem habeat ad lunæ ſphęram ſecundum ipſos, ſed ad ſphęram inerrantium ſtellarum. neque vmbræ latitudo ſit duarum diametrorum lunę: neque ipſius lunæ diameter ſubtendat circumferentiam maximi circuli, ſecundum mediam eius diſtantiam, quintamdecimam partem ſigni, videlicet partes duas. Hipparcho enim diameter lunæ circulum hunc ſexcenties, & quinquagies metitur. & circulum vmbrę metitur bis, & ſemis ſecundum mediam diſtantiam in coniunctionibus. At Ptolomeo diameter ipſius lunæ ſecundum maximam quidem diſtantiam ſubtendit circumferentiam 0. 31, 20. ſecundum minimam vero 0. 35. 20. A
& diameter circuli vmbrę ſecundum maximam lunę diſtantiam 0. 40. 40. ſecundum minimam 0. 4 6. vnde ipſi differentes rationes tum diſtantiarum, tū magnitudinum ſolis & lunæ collegerunt. Ariſtarchus autē dictas poſitiones ſecutus ad verbum ita ſcribit. B

Itaque colligitur diſtantiam ſolis a terra maiorem quidem eſſe, quam duodeuigintuplam diſtantiæ lunę: minorem vero quam vigintuplam, & eandem proportionem habere ſolis diametrum ad diametrum lunæ, quod habetur ex poſitione, quæ eſt circa dimidiatam lunam. ſolis autem diametrum ad diametrum terræ in maiori proportione eſſe, quam 19. ad 3. & in minori, quam 43 ad 6. ex ratione diſtantiarum, & poſitione circa vmbram, & ex eo, quod luna quintam decimam ſigni partem ſubtendit. C

Golligitur, inquit, vt deinceps, velut qui hæc paulo poſt demonſtraturus ſit lēmata ad demonſtrationes vtilia præmittens. Ex quibus omnibus concludit, ſolem ad terram maiorem quidem proportionē habere, quam 6859. ad 27. minorem vero, quam 79507 ad 216. terræ diametrum ad diametrum lunę in maiori propor D

tione

E tione eſſe, quam 108 ad 43; & minori, quam 60 ad 19. Terram
vero ad lunam in maiori eſſe proportione, quam 1259712 ad 79507, &
minori, quam 216000. ad 6859. At Ptolemæus in libro quinto magnæ
F conſtructionis demonſtrauit, quarum partium ſemidiameter terræ eſt vnius, ea-
G rum lunæ maximam diſtantiam in coniunctionibus eſſe. 64. 10, & ſolis 1210.
ſemidiametrum lunæ 0. 17, 33. & ſemidiametrum ſolis 5. 30. ergo quarum
partium diameter lunæ eſt vnius, earum diameter quidem terræ eſt $3\frac{2}{5}$ ſolis autem
H $18\frac{4}{5}$. terræ igitur diameter tripla eſt diametri lunæ, & adhuc duab. quin-
tis maior. Solis diameter diametri quidem lunæ duodeuigintupla eſt, &
K adhuc maior quattuor quintis, diametri autem terræ quintupla, & adhuc dimidio
maior. ex quibus & ſolidorum corporum proportiones manifeſtæ ſunt. Quo-
niam enim cubus unius eſt 1 cubus autem $3\frac{2}{5}$ eſt earumdem $39\frac{1}{4}$ pro-
L xime, & cubus $18\frac{4}{5}$ ſimiliter $6644\frac{1}{2}$ proximè. quarum par-
tium lunæ ſolida magnitudo eſt unius, earum magnitudo terræ e-
M N rit $39\frac{1}{4}$, & ſolis $6644\frac{1}{2}$. quare magnitudo ſolis centies, & ſeptua-
gies proxime terræ magnitudinem continet, & hæc hactenus dicta
ſint. comparationis cauſſa dictarum magnitudinum, & diſtantiarum deſcribemus
autem vnum lemma ex iis, quæ traduntur in quartum theorema eiuſdem libri inqui-
ſitione dignum.

COMMENTARIVS.

A At Ptolemęo diameter ipſius lunæ, ſecundum maximam quidem diſtantiam ſubtendit circumferentiam 0. 31. 20. ſecundum minimam uero 0. 35. 20] *Hoc eſt ſubtendit circumferentiam minutorum 31, & 20 ſecundorum, vt nunc loquuntur. Græcus autem codex* κατὰ δὲ πτολεμάιον, *&c.* κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα ο λα κ, κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λε κ. *Sed legendum videtur,* κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα ο λα κ, κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λε κ.

B Et diameter circuli vmbræ ſecundum maximam lunę diſtantiam 0 40. 40. ſecundum minimam 0. 46.] *Græcus codex* ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κύκλου τῆς σκιᾶς κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόσιμα τῆς σελήνης α μ μ, κατὰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα μ ς. *Sed videtur legendum* μ. μ. *vel* o. μ. μ, *uel* o μ. μ. κατὰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα μ ε λ η, *quemadmodum in codice Ptolemæi impreſſo legitur.*

C Collegitur igitur diſtantiam ſolis a terra maiorem quidem eſſe, quam duodeuigintuplam diſtantiæ lunæ] *In Græco codice Ariſtarchi ita ſcriptum inuenitur.* ἐπιλογίζεται οὖν τὸ τοῦ ἡλίου ἀπόστημα ἀπὸ τῆς γῆς, τοῦ τῆς σελήνης ἀποστήματος μεῖζον μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον. ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον διὰ τῆς περὶ τὴν διχοτομίαν ὑποθέσεως. τὸν αὐτὸν δὲ λόγον ἔχειν τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν σελήνης διάμετρον τὴν δὲ τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχειν, ἢ ὃν τὰ ιθ πρὸς γ. ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν μγ πρὸς ς διὰ τοῦ εὑρεθέντος περὶ τὰ ἀποστήματα λόγου τῆς περὶ τὴν σκίαν ὑποθέσεως, καὶ τοῦ τὴν σελήνην ὑπὸ πεντεκαιδέκατον μέρος ζωδίου ὑποτείνειν.

D Ex quibus omnibus concludit ſolem ad terram maiorem quidem proportionem habere, quam 6856 ad 27, minorem uero, quam 79507 ad 216] *Græcus codex* συνάγει δ' ἐκ πάντων, *&c.* ἐλάσσονα δὲ λόγον ἢ ὃν τὰ μ θφζ πρὸς ις. *lege* ἐλάσσονα δὲ λόγον ἢ ὃν τὰ μ θφζ πρὸς σις.

E Terram uero ad lunam in maiori eſſe proportione, quam 1259712 ad 79507, & in minori, quam 216000 ad 6859] *Græcus codex*

dex ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ὃν μείζονι λόγῳ ἢ ὃν τὰ σκε μ,ν,θ 𐅵 ιβ πρὸς μθ φζ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν μ, κας πρὸς, νς, ωνθ. *legendum autem, vt puto.* ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι λόγῳ, ἢ ὃν τὰ μ′ κεθ 𐅵 ιβ πρὸς μ′ θ φζ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν μ κα, ς ωνθ.

Quarum partium ſemidiameter terræ eſt vnius, earum lunæ maximam diſtantiam in conuentionibus eſſe 64. 10, & ſolis 1210.] *Græcus codex.* τοιούτων τὸ μὲν τῆς σελήνης ἐν ταῖς συζυγίαις μέγιστον ἀπόστημα ξδ γ, τὸ δὲ τοῦ ἡλίου αωι *lege ex Ptolemæi codice* ξδ ι, τὸ δὲ τοῦ ἡλίου, ασι. F

Semidiametrum lunę 0.17.33. & ſemidiametrum ſolis 5 30.] *Græcus codex* ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου σελήνης ο ιζ λγ ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ο ις μ. *videtur autem legendum* ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου σελήνης ο ιζ λγ ἡ δὲ ἐκ κέντρου τοῦ ἡλίου ε, λ. G

Terræ igitur diameter tripla eſt diametri lunæ, & adhuc duabus quintis maior] H *Græcus c.* καὶ ἡ μὲν τῆς γῆς ἄρα διάμετρος τῆς σεληνιακῆς τριπλάσιά ἐστι καὶ τοῖς γει μείζων *lege ex Ptolemæo.* καὶ τοῖς βε μείζων.

Diametri autem terrę quintupla; & adhuc dimidio maior] *Græcus codex* ἢ τῆς δὲ γῆς πενταπλάσια, *&c. delenda eſt dictio* ἢ. K

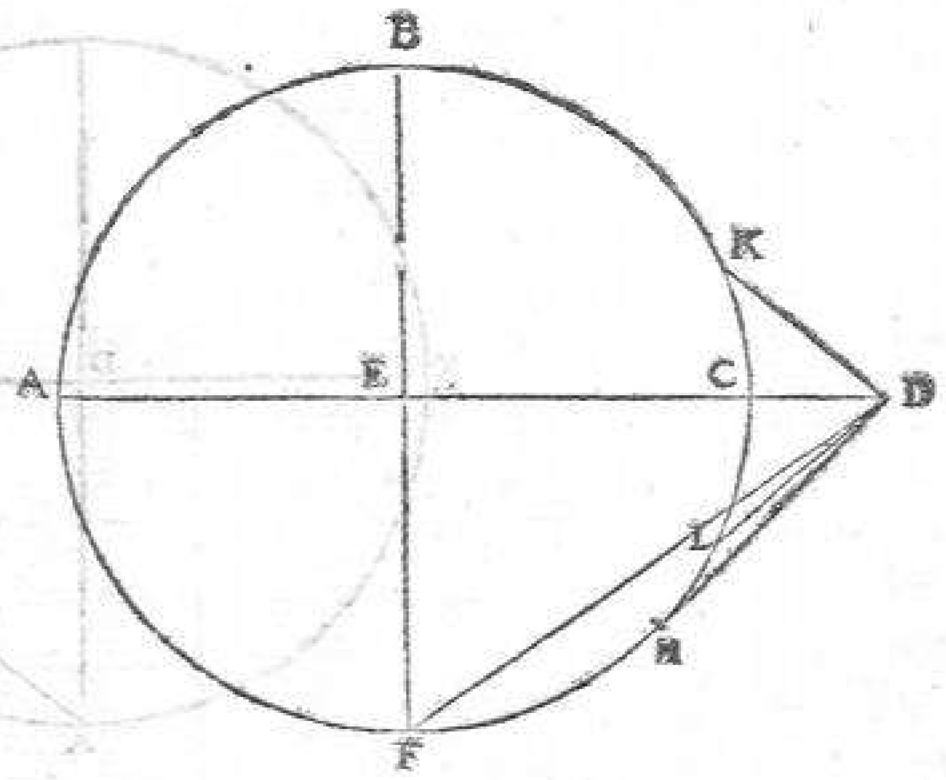
Et cubus 18 $\frac{4}{5}$ ſimiliter 6644 $\frac{1}{2}$ proxime] *Græcus codex* ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ιη καὶ δὲ ὁμοίως, ν, ςχμδ ι ἔγγιστα *lege* ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ιη καὶ δὲ ὁμοίως ςχμδ ι ἔγγιστα. L

Et ſolis 6644 $\frac{1}{2}$ *Græcus codex* τὸ δὲ τοῦ ἡλίου, μςχδ ι *lege* τὸ δὲ τοῦ ἡλίου ςχμδ ι: M

Quare magnitudo ſolis centies & ſeptuagies proxime terræ magnitudinem continet] *Græcus codex* ἑκατοντακαιεβδομηκονταπλάσιον μεῖζον ἄρα ἔγγιστα τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς. *legendũ puto.* ἑκατοντακαιεβδομηκονταπλάσιον ἄρα ἔγγιστα τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς. N

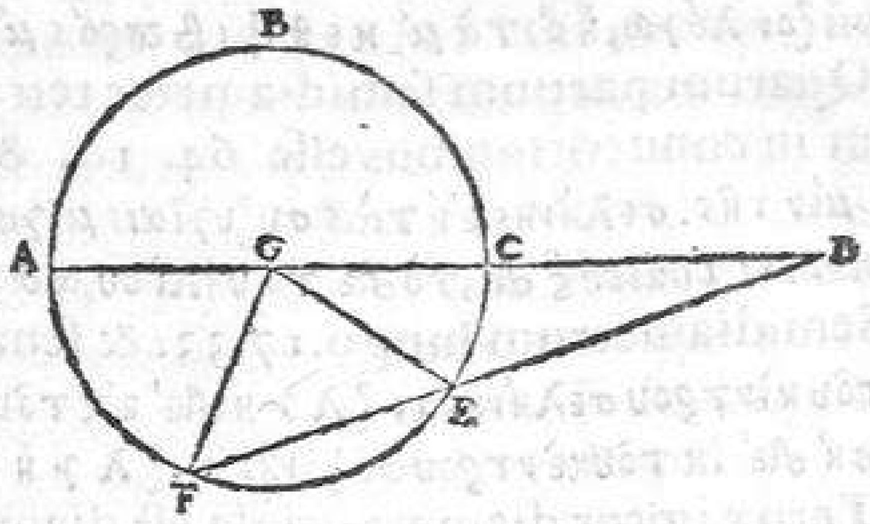
THEOREMA XXXIX. PROPOS. XXXIX.

Sit circulus ABC, cuius diameter producta ACD, centrum E, a puncto E ipſi ACD ad rectos angulos ducatur BEF. ab ipſo autem D ducatur DH, circulum ABC contingens: & dimidiæ ipſius FH æqualis ponatur ad vtraſque partes C, videlicet KC CL, iunganturque KD DL FD. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem eſſe, præmittuntur autem hæc.



THEOREMA XL. PROPOS. XL.

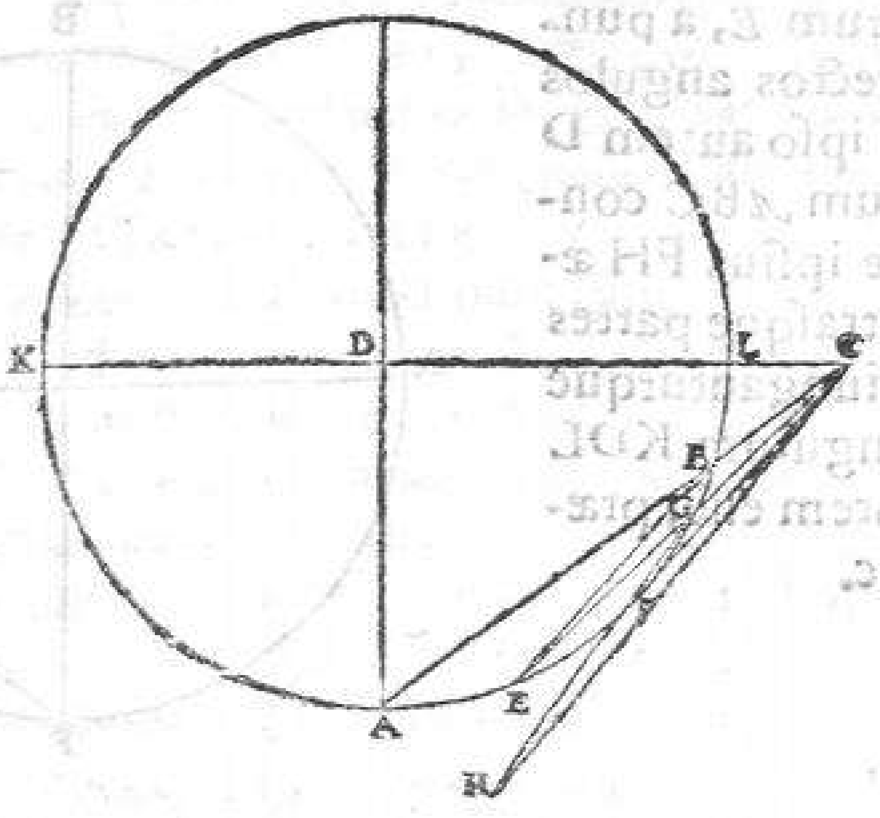
Sit circulus ABC, cuius diameter producta ACD: & a puncto D ducatur quæpiam recta linea DEF. Dico circumferentiam AF circumferentia CE maiorem eſſe.



Sumatur enim circuli centrum G & GF GE iungantur; erit angulus ad F angulo ad E æqualis. & quoniam triangulum eſt GFD, & angulus exterior AGF maior eſt interiori & oppoſito eo, qui ad F, hoc eſt eo, qui ad E: angulus autem ad E maior eſt angulo DGE propterea quod eſt extra triangulum: erit angulus; AGF angulo EGD maior, & ſunt ad centrum. circumferentia igitur AF maior eſt circumferentia CE, quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA XLI. PROPOS. XLI.

Sit circulus AB, cuius centrum D, & extra circulum punctũ
A C, ducanturque CDK, & circulum contingens CF. deinde
per D centrum ad rectos angulos ipſi KL diametro agatur
B DA. ſeceturque AF circumferentia bifariam in puncto E.
& CBA CGE iungantur. Dico angulum ACE angulo ECF maiorem eſſe.



8.quinti. Iungantur enim EB FG, & quoniam EB maior eſt, quam FG, & BC minor, quam CG, habebit EB ad BC maiorem proportionem, quam FG ad GC. itaque fiat vt
21.tertii EB ad BC, ita HG ad GC, & HC iungatur. Quoniã igitur anguli ABE EGF inter ſe æ-
C quales ſunt, quod & circumferentia AE circumferentiæ EF, & reliqui anguli EBC
13 primi FGC æquales: & circa æquales angulos latera ſunt proportionalia: erit triangulum
6.ſexti. EBC triangulo HGC æquiangulum. ergo anguli ACE ECH inter ſe ęquales ſunt. angulus igitur ACE angulo ECF eſt maior.

COM-

COMMENTARIVS.

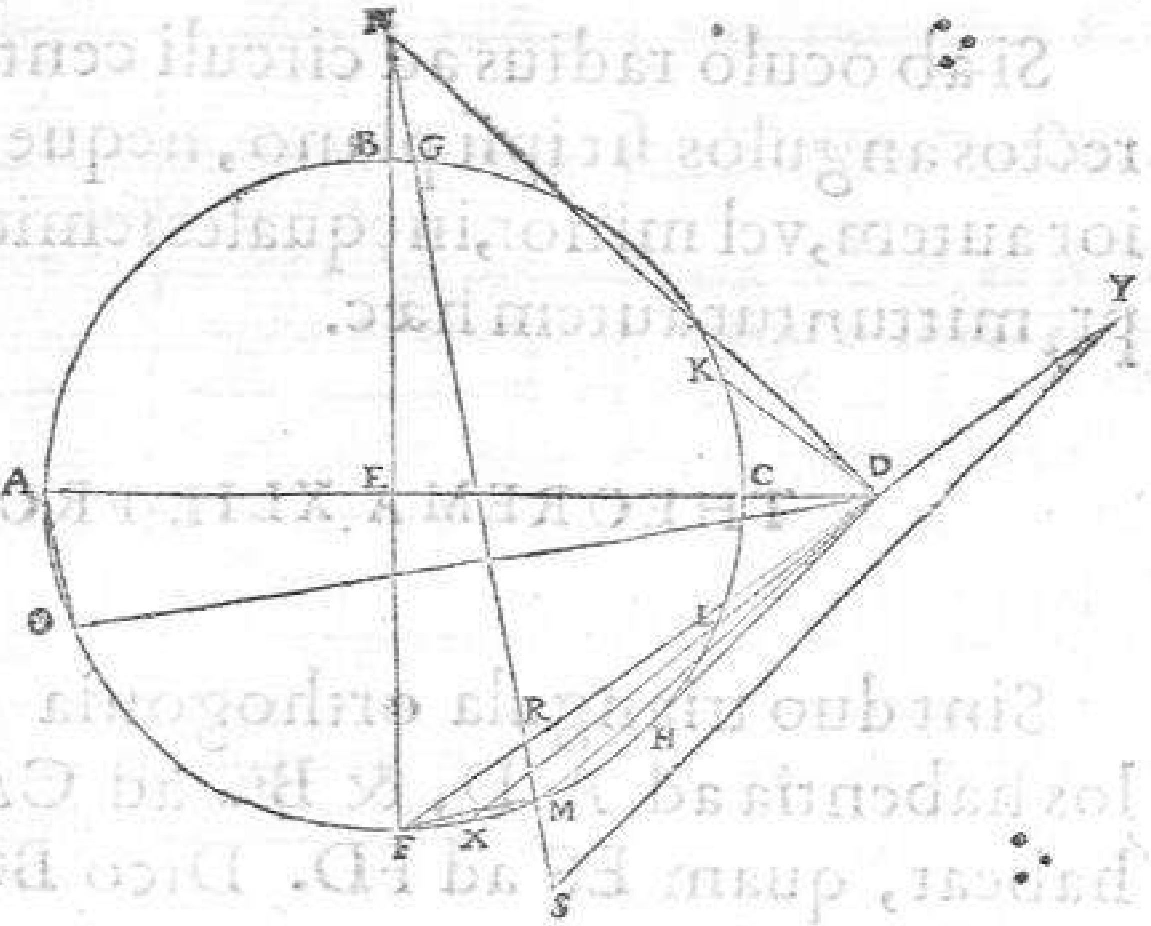
Ducanturque CDK, & circulum contingens CF] *Græcus codex* καὶ διήχθω ἡ γ δ δ κ *lege* καὶ διήχθω ἡ γ δ κ. A

Et CBA CGE iungantur.] *Græcus codex.* καὶ ἐπεζεύχθωσαι αἱ γ β α γ η ε. *lege* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γ β α γ η ε. B

Quod & circumferentia AE circumferentiæ EF] *Græcus codex* ἐπεὶ καὶ περιφέρεια ἡ α ε περιφερείας τῆς ε ζ. *lege* περιφερείᾳ τῇ ε ζ. C

Sit denique eadem figura, quæ prius, & eadem maneant. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem eſſe.

Secetur circumferentia FH bifariam in puncto M, & iungatur MD. conſtat igitur ex eo, quod proxime oſtenſũ ẽ, angulũ FDM maiorẽ eſſe angulo MDH. producantur FEB DL ad pũcta NX: ſitque ipſi AD æqualis NF, & NM ND iungatur. itaque quoniam circulus ẽ ABC, cuius diameter producta ACD, & a pũcto 40 huius
D acta ẽ DLX ad concauã circũferẽtiã, erit circũferẽtia AX, maior quã circũferẽtia CL. Sed CL eſt ęqualis FM, vtraq; n. eſt circũferẽtię FH dimidia, circũferentia igitur AX maior eſt, quã FM. ponatur ipſi FM æqualis circũferẽtia AO, iungãturq; AO OD. & qm̃ circũferentia AFC ſemicirculi æqualis eſt circumferẽtię ſemicirculi FCB, quarũ AO ẽ æqualis MF, erit & reliqua OC reliquæ



MB æqualis. ſed circũferẽtiæ quidẽ OC inſiſtit DAO angulus, circũferẽtiæ vero MB.
inſiſtit angulus NFM, ergo angulus DAO ẽ æqualis angulo NFM. atq; ẽ uterq; recto
minor, & cũ AD ſit æqualis FN, & AO ipſi FM, duæ DA AO duab. NF FM æquales
sũt. & angulus DAO ẽ æqualis angulo NFM. quare & baſis OD baſi NM, & reliqui ãguli 4 primi.
reliquis angulis sũt æquales: angulus igitur ADO ẽ æqualis angulo FNM. Rurſus
qm̃ ſemicirculi circũferẽtia ẽ FAB, erit FABG ſemicirculo maior, cui inſiſtit ãgulus 31 tertii
FMG, ergo FMG angulus maior eſt recto, & ipſi ſubtẽditur recta linea FR, ãgulo A
ãt acuto RFM ſubtenditur RM. quare FR maior ẽ, quã RM. itaq; producatur RM ad 19 primi
S: & ipſi FR ęqualis ponatur RS. Et qm̃ tota ACD æqualis ẽ toti FBN, quarũ AE ẽ ęqualis
EF: erit reliqua ED ipſi EN æqualis. ioq; angulus EDN ẽ ęqualis ãgulo END 5. primi.
& NDR maior angulo DNR. quare latus NR latere RD eſt maius producatur RD B
ad Y, ponaturque ipſi NR æqualis RY, & SY iungatur. Quoniam igitur FR ẽ ęqualis
RS, & NR ipſi RY, duæ FR RN duabus SR RY æquales ſunt: & angulus FRN æqualis
angulo SRY, quod ſint ad uerticem. ergo & baſis NF baſi SY, & reliqui anguli
reliquis angulis æquales. quare angulus RFN eſt æqualis angulo RSY. ſed angulus C
RMD maior eſt angulo RSY, cũ ſit extra triangulũ angulus igitur RMD angulo D
RFN eſt maior. eſt autem & FRN angulus æqualis angulo MRD. quare & reliquus
FNR maior reliquo RDM. At oſtenſũ ẽ angulum FNR angulo ADO eſſe æqualem.
angulus igitur ADO angulo RDM eſt maior, ac propterea ADX angulus multo
maior eſt angulo RDM. anguli autem ADX duplus eſt angulus KDL, & anguli

RDM minor, quam duplus oſtenſus eſt angulus FDH. ergo KDL angulus angulo FDH maior erit.

COMMENTARIVS.

A Et ipſi ſubtenditur recta linea FR] *Recta enim linea NM ſecat FD in puncto* R.

B Quare latus NR latere RD eſt maius] *Angulus enim* NDR *cũ ſit maior angulo EDN, ipſo DNR multo maior erit, quare & latus* NR *latere* RD *eſt maius.*

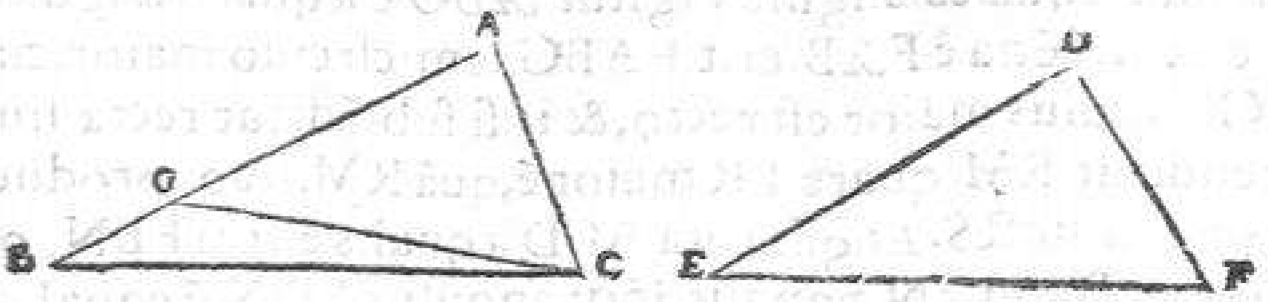
C Sed angulus RMD maior eſt angulo RSY] *Græcus codex*. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ρμσ μείζων ἐςὶ τῆς ὑπὸ ρσυ. *lege* ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ρμδ.

D Angulus igitur RMD angulo RFN eſt maior] *Græcus codex* καὶ ἡ ὑπὸ μρδ ἄρα μείζων ἐςὶ τῆς ὑπὸ ρζν. *lege* καὶ ἡ ὑπὸ ρμδ.

Si ab oculo radius ad circuli centrum pertingens, neque ad rectos angulos ſit ipſi plano, neque ſemidiametro æqualis, maior autem, vel minor, inæquales ſemidiametri circuli apparebũt. præmittuntur autem hæc.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLII.

Sint duo triangula orthogonia ABC DEF rectos angulos habentia ad A D, & BC ad CA maiorem proportionem habeat, quam EF ad FD. Dico BCA angulum angulo EFD maiorem eſſe.



Quoniam enim BC ad CA maiorem proportionem habet, quam EF ad FD, &
A poteſtate, diuidendoque & longitudine, habebit BA ad AC maiorem proportio-
B nem, quam ED ad DF. Fiat ut ED ad DF, ſic GA ad AC. manifeſtum eſt enim
C GA minorem eſſe, quam AB, & GC iungatur. triangulum igitur AGC
D ſimile eſt triangulo DEF, & ACG angulus angulo DFE æqualis. ergo angulus ACB maior eſt angulo DFE.

COMMENTARIVS.

A Et poteſtate, diuidendoque & longitudine habebit BA ad AC maiorem proportionem, quam ED ad DF] *quoniam enim BC ad CA maiorem habet proportionẽ, quam EF ad FD, habebit quadratum ex BC, hoc eſt quadrata ex BA AC, quæ ipſi ſunt æqualia, ad quadratum ex CA maiorem proportionem, quam quadratum ex EF, hoc eſt quam quadrata ex ED DF ad quadratum ex DF. ergo & diuidendo quadratum ex BA ad quadratum ex AC maiorem habet proportionem, quamquod fit ex ED quadratum ad quadratum ex DF, & ideo recta linea BA ad ipſam AC maiorem habet proportionem, quã ED ad DF.*

B Manifeſtum eſt enim GA minorem eſſe, quam AB] *ex 8. quinti elementorum.*

C Triangulum igitur AGC ſimile eſt triangulo DEF] *ex 6. ſexti elementorum.*

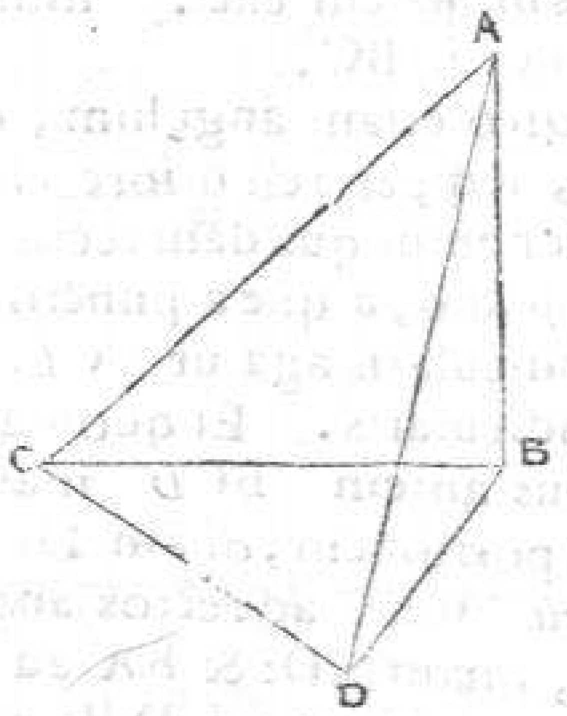
D Ergo angulus ACB maior eſt angulo DFE.] *poſſumus etiam conuerſam huius ita demonſtrare.*

Maneant enim eadem, quæ prius, & ſit angulus BCA maior angulo EFD. Dico BC ad CA *maiorem habere proportionem, quam* EF *ad FD.*

Quoniam enim angulus BCA maior eſt angulo EFD, ad rectam lineam AC & ad punctũ in ea C conſtituatur angulus ACG æqualis angulo EFD. ergo & reliquus AGC reliquo 23.primi DEF *eſt æqualis, & triangulum triangulo ſimile. quare GA ad AC eſt ut ED ad DF,* 41 ſexti. *& ob id quadratum ex GA ad quadratum ex AC eſt, ut quadratum ex ED ad quadratum ex DF. & componendo quadrata ex GA AC ad quadratum ex AC, ut quadrata ex ED DF ad quadratum ex DF. ſed quadrata ex BA AC maiora ſunt quadratis ex GA AC quadrata igitur ex BA AC, hoc eſt quadratum ex BC ad quadratum ex AC maiorem proportionem habet, quam quadrata ex GA AC ad quadratum ex AC, hoc eſt quam quadrata ex ED DF, uidelicet quadratum ex EF ad quadratum ex FD. ergo BC ad CA maiorem habet proportionem, quam EF ad FD. quod oportebat demonſtrare.*

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLIII.

Ducatur à ſublimi puncto A ad ſubiectum planum perpendicularis AB, cui in puncto B occurrat. ſit autem in plano recta linea CD, & à puncto B ad CD perpẽdicularis agatur BD; iungaturque AD. Dico & AD ad ipſam DC perpendicularem eſſe.



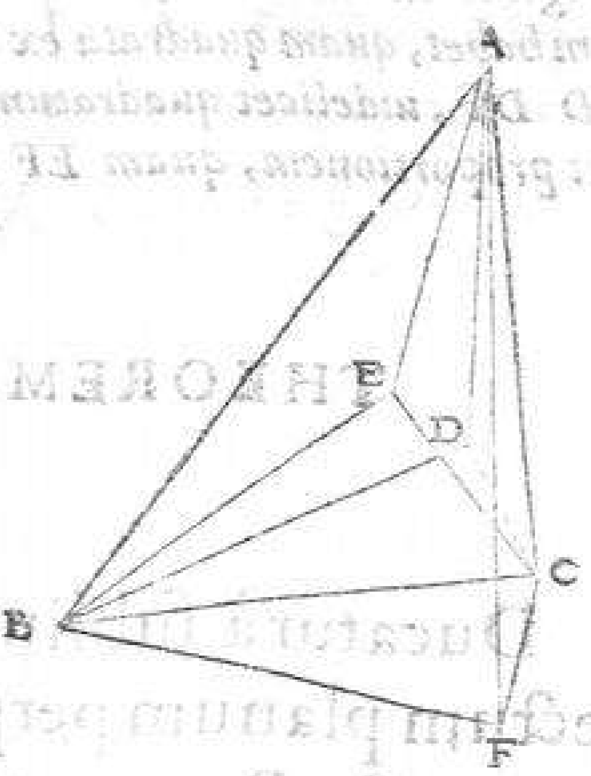
Sumatur in recta linea CD quoduis punctum C, & AC CB iungantur. Itaque quoniam AB perpendicularis eſt ad ſubiectum planum, angulus ABC rectus erit. ergo quadratum ex 3. diffi. AC eſt æquale quadratis ex AB BC. quadrato aute ex BC æqualia sũt quadrata eandem. ex BD DC. quadratum igitur ex AC eſt ęquale quadratis ex AB BD DC. ſed 47.primi

quadratis

quadratis ex AB BD æquale eſt id, quod fit ex AD quadrato: ergo quadratum ex AC quadratis ex AD DC æquale erit, ac propterea rectus eſt angulus ADC. recta igitur linea AD ad ipſam DC eſt perpendicularis, quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA XLIIII. PROPOSITIO XLIIII.

A puncto ſublimi A ad ſubiectum planum recta linea ducatur AB, quæ ad planum non ſit perpendicularis, & a puncto A ad idem planum perpendicularis ducatur, ipſi occurrens in C, iungaturque CB. Dico angulum ABC minimum eſſe omnium, qui continentur recta linea AB, & qualibet earum, quæ a puncto B in ſubiecto plano ducuntur, atque eum, qui ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorem. duos autem tantum æquales conſtitui ad utraſque ipſius partes.



Ducatur enim quæpiam recta linea BD in ſubiecto plano & a puncto C ad ipſam perpendicularis agatur CD: & AD iungatur. eſt igitur AD ad DB perpendicularis ob id,
19 primi quod proxime oſtenſum fuit. Et quoniam re-
8 quinti. ctus eſt angulus ACD, maior eſt DA, quam
4 huius AC. ergo BA ad AC maiorem proportionem habet, quam BA ad AD, & ſunt anguli BCA BDA recti. maior igitur eſt BAC angulus angulo BAD ex eo, quod ante demonſtratum eſt. quare reliquus angulus ABC minor eſt angulo ABD. Similiter oſtendemus angulum ABC omnibus aliis minorem eſſe. minimus igitur eſt angulus ABC.

Dico etiam angulum, qui ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorem. Ducatur enim quædam recta linea BE in ſubiecto plano, atque a puncto C ad ipſam perpendicularis agatur CE, & AE iungatur. ergo AE ad EB eſt per-
ex antec. pendicularis. Et quoniam rectus angulus BDC eſt æqualis recto CEB, an-
A gulus autem BCD maior eſt angulo BCE, habebit EC ad CB maiorem
B proportionem, quam DC ad CB. multo igitur maior eſt EC, quam CD.
10 quinti & eſt CA ad rectos angulos utrique ipſarum CD CE. quare EA maior
C eſt, quam AD: & BA ad AD maiorem proportionem habet, quam ad AE:
ſuntque anguli ad D E recti. ergo angulus BAD maior eſt angulo BAE.
D angulus igitur ABD angulo ABE eſt minor. Dico præterea duos tantum
conſtitui æquales ad utraſque partes ipſius. Conſtituatur enim ad CB rectam
lineam, atque ad punctum in ea B in ſubiecto plano angulus CBF æqua-

lis

lis angulo CBD, & a puncto C ad BF perpendicularis ducatur CF, & AF iungatur. Quoniam igitur angulus CBD æqualis eſt angulo CBF. eſt autem & rectus CDB ęqualis recto CFB, & latus CB vtrique triangulorum cõmune, erit & BD æqualis BF, & CD ipſi CF. eſt etiam AC perpendicularis ad vtramque DC CF. ergo & AD eſt æqualis AF. Quòd cum DB ſit æqualis BF, communis autem BA, & baſis DA æqualis baſi AF; angulus ABD angulo ABF æqualis erit. Eodem modo oſtendemus angulo ABD nullum alium cõſtitui ęqualem. angulus igitur ABC minimus eſt, & qui ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior. duo autem tantum æquales ex vtraque eius parte conſtituuntur. E

COMMENTARIVS.

Angulus autem BCD maior & angulo BCE] *nam cum recta linea* BF *ſit extra ipſam* BD, *angulus* CBD *minor eſt angulo* CBE. *quare* BCD *angulus angulo* BCE *maior erit.* A

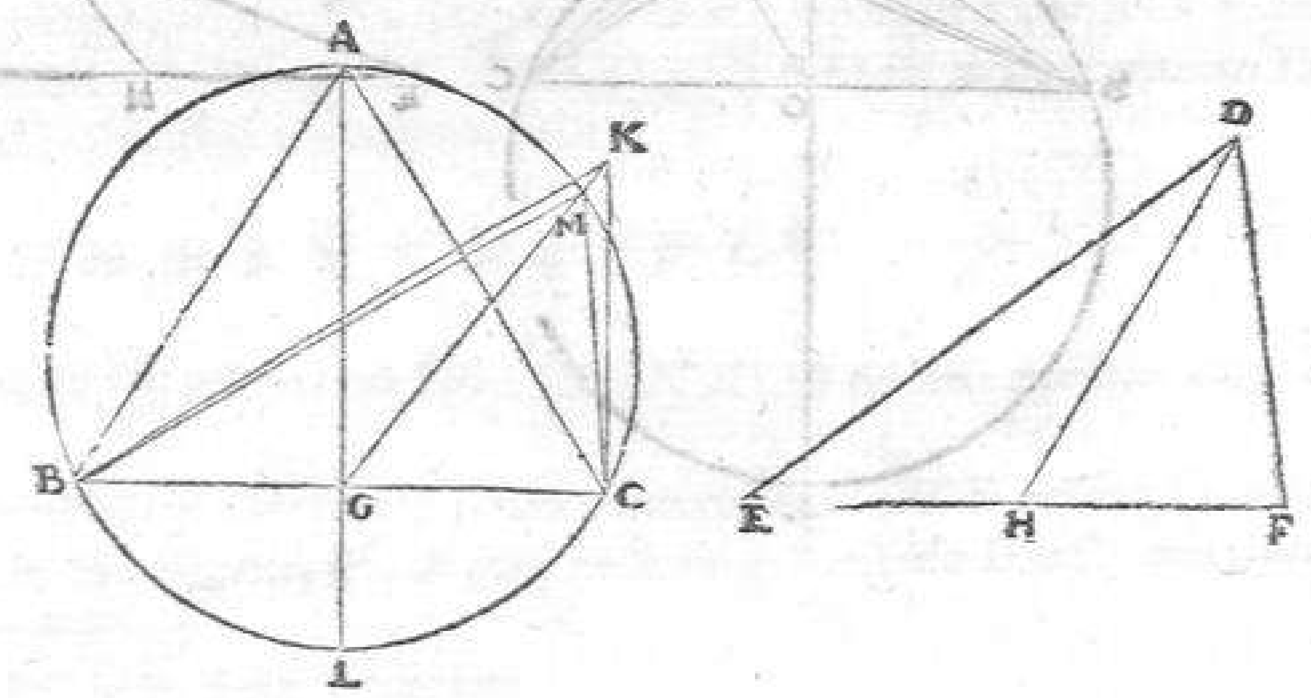
Habebit EC ad CB maiorem proportionem, quam DC ad CB] *Quoniam enim triangula* BDC BEC *orthogonia ſunt, atque eſt angulus* BCD *maior angulo* BCE, *habebit* BC *ad* CD *maiorem proportionem, quam* BC *ad* CE *ex conuerſa* 42. *huius, quam nos demonſtrauimus. ergo conuertendo ex* 26. *quinti* DC *ad* CB *minorem proportionem habebit, quam* EC *ad* CB: *ac propterea* EC *ad* CB *minorem proportionem habet, quam* DC *ad* CB. B

Quare EA maior eſt, quam AD] *Nam cum* EC *maior ſit, quam* CD, *erunt quadrata ex* EC CA *maiora quadratis ex* DC CA. *ſed quadratis ex* EC CA *æquale eſt quadratum ex* AE, *&* *quadratis ex* DC CA *ęquale eſt quadratum ex* AD. *ergo quadratum ex* EA *maius eſt quadrato ex* AD. *& ob id recta linea* EA, *quam* AD *eſt maior.* C

Ergo angulus BAD maior eſt angulo BAE.] *ex* 42. *huius.* D

Erit & BD ęqualis BF, & CD ipſi CF] *ſunt enim triangula* BDC BFC *inter ſe ſimilia, quare vt* CB *ad* BD, *ita* CB *ad* BF, *& permutando vt* CB *ad ſeipſam, ita* DB *ad* BF. *ergo* DB *ipſi* BF *eſt æqualis, & eadem ratione* DC *eſt æqualis* CF. E 4. ſexti.

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLV.



Sint duo triãgula ABC DEF, quæ BC EF æquales habeant, ſecẽturque BC EF bifariã in pũctis GH; & iũgantur AG DH, quæ etiã inter ſe ſint æquales. & ſit AG quidem ad BC perpendicularis, DH vero non perpendicularis ad EF: ſitque AG maior, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF maiorem eſſe.

Deſcribatur circa ABC triangulum circulus ABC: & producatur AG ad L. Quoniam

A niam igitur AG maior eſt, quam GB, atque eſt AL diameter: erit centrum cir-
B culi inter AG. hoc enim deinceps oſtendetur. quare maxima eſt AG, & ipſi pro-
pinquior remotiore maior eſt. Conſtituatur angulo DHF æqualis angulus CGM.
ergo AG, hoc eſt DH maior eſt, quam GM. ponatur ipſi DH æqualis GK, & BK KC
iungantur. erit angulus EDF æqualis angulo BKC. Sed angulus BAC angulo BKC
C eſt maior. angulus igitur BAC angulo EDF maior erit.

COMMENTARIVS.

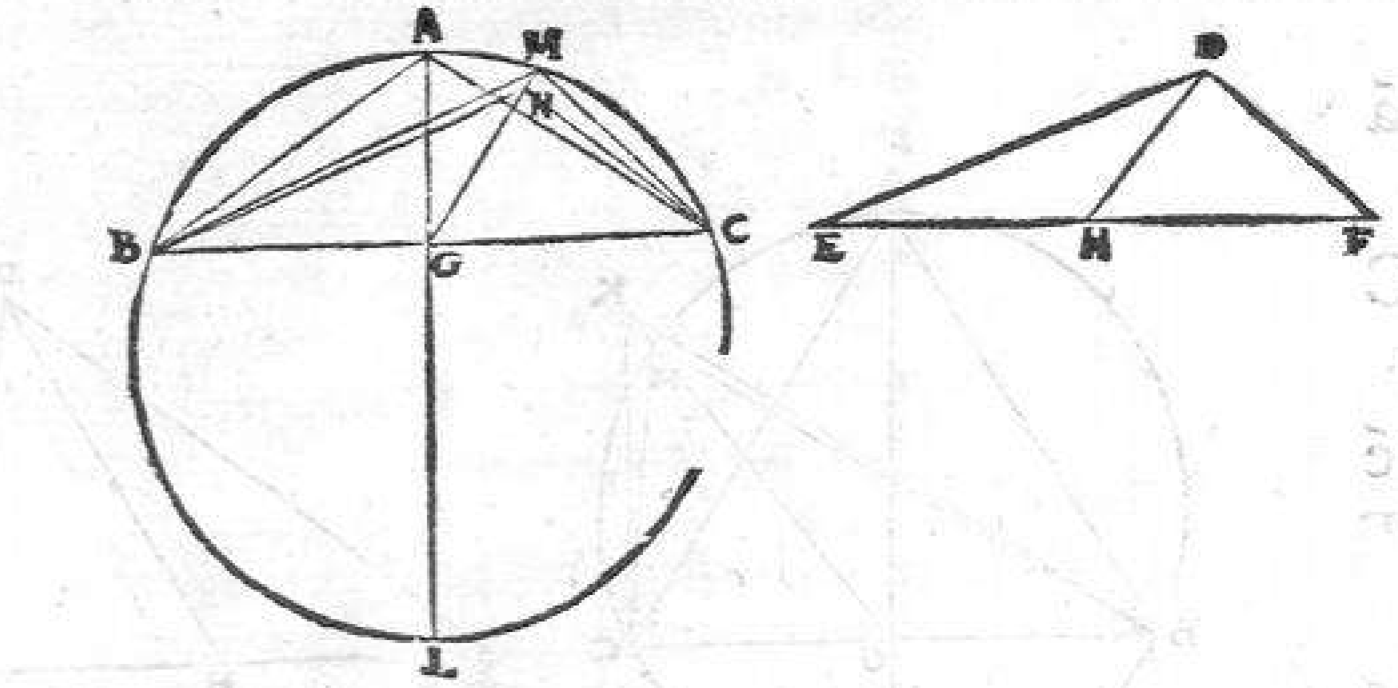
A Erit centrum circuli inter AG. hoc enim deinceps oſtendetur] *In 47. huius.*

B Quare maxima eſt AG, & ipſi propinquior remotiore maior eſt] Ex 7. *tertii libri elementorum.*

C Sed angulus BAC angulo BKC eſt maior] *Iungantur BM MC. erit angulus BMC ęqualis angulo BAC ex 21. tertii elementorum, & ex 21. primi maior angulo BKC. angulus igitur BAC angulo BKC eſt maior.*

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVI.

Iiſdem poſitis ſit AG minor, quam GB. Dico angulũ BAC angulo EDF minorem eſſe.



Conſtituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. Et quoniam AG minor eſt,
A quam GB, & eſt diameter AL, centrum circuli erit inter LG. ergo minima eſt AG, &
B GM maior, quam AG, hoc eſt quam DH. ponatur ipſi AG æqualis GN. & BN NC
C iungantur. ęqualis igitur eſt angulus EDF angulo BNC. ſed angulus BNC maior,
eſt angulo BAC. ergo angulus EDF angulo BAC eſt maior.

COMMENTARIVS.

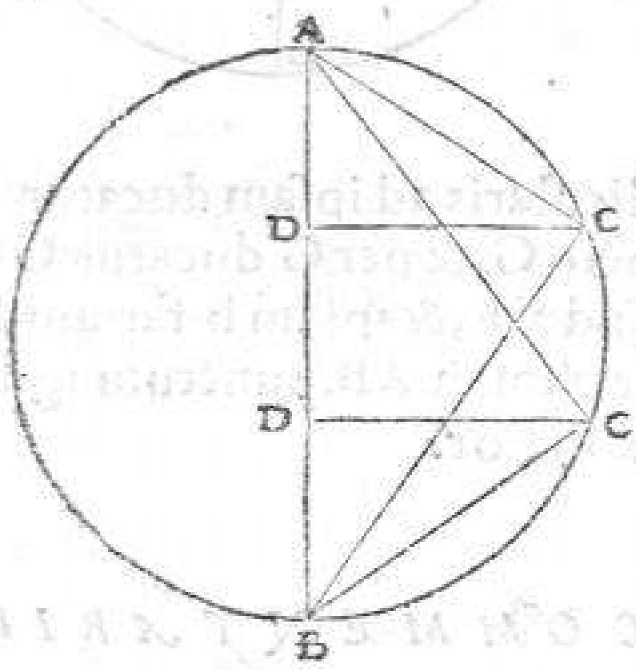
Centrum circuli erit inter LG] *Quod in ſequenti oſtenditur.* A

Ergo minima eſt AG, & GM maior, quam AG] *Ex 7. tertii elementorum.* B

Sed angulus BNC maior eſt angulo BAC] *Iunctis enim rurſus* BM MC, *erit angulus* C
BMC *æqualis angulo* BAC, *& angulo* BNC *minor. ex quo ſequitur angulum* BAC *angulo* BNC, *hoc eſt angulo* EDF *eſſe minorem, quod demonſtrare oportebat.*

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLVII.

Sit circulus ABC, cuius diameter AB, & in ipſa ſumpto quouis puncto D, ducatur DC vtrumque, & ſit AD maior, quam DC. Dico AD etiam ipſa DB maiorem eſſe.



Iungantur AC CB. & quoniã angulus ACD eſt maior angulo CAD, erit reliquus A B
DCB reliquo DBC minor. ergo maior eſt CD, quam DB. eſt autem & AD maior, C
quam DC. multo igitur maior eſt AD, quam DB. Quod ſi AD ſit minor, quam DC, D
ſimiliter oſtendemus & AD ipſa DB minorem eſſe. E

COMMENTARIVS.

Et quoniam angulus ACD eſt maior angulo CAD] *Ex 18. primi. ponitur enim* AD *maior, quam* DC. A

Erit reliquus DCB reliquo DBC minor] *Nam cum angulus* ACB *rectus ſit æqualis* B
duobus angulis DAC, DBC *ſitque angulus* DCA *pars recti maior angulo* DAC, *erit reliqua eius pars* DCB *minor angulo* DBC.

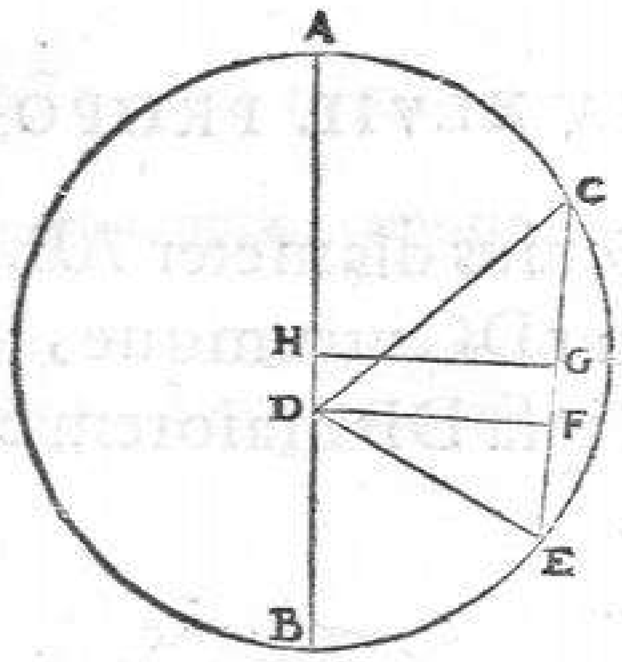
Ergo maior eſt CD, quam DB.] *Ex 19. primi.* C

Multo igitur maior eſt AD, quam DB] *Ex hoc conſtat circuli centrum eſſe inter* D
AD, *quod demonſtrandum fuit.*

Quod ſi AD ſit minor, quam DC, ſimiliter oſtendemus & AD ipſa DB minorem eſſe.] *Sit enim* AD *minor, quam* DC, *& ſimiliter iungantur* AC CB. *angulus igitur* DCA *minor eſt angulo* DAC, *& ideo reliquus* DCB *reliquo* DBC *maior erit. ergo* DC *minor eſt, quam* DB. *Sed* AD *eſt minor, quam* DC. *multo igitur minor eſt, quam ipſa* DB, *& circuli centrum inter* DB *continetur. quod demonſtrare oportebat.* E

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO XLVIII.

Sit circulus ABC; cuius diameter AB, & in ipſa ſumpto D puncto, ducantur DC DE, ſitque CD maior, quam DE. Dico AD ipſa DB maiorem eſſe.



Iungatur CE, & perpendicularis ad ipſam ducatur DF. maior igitur CF, quã FE.
A ſecetur CE bifariam in puncto G, & per G ducatur GH, quæ ipſi DF parallela ſit. er
B go GH perpendicularis eſt ad CE, & ipſam bifariam ſecat. in recta igitur linea GH
C eſt circuli centrum. Sed eſt etiam in AB. punctum igitur H circuli centrum erit, ac
propterea AD quam DB eſt maior.

COMMENTARIVS.

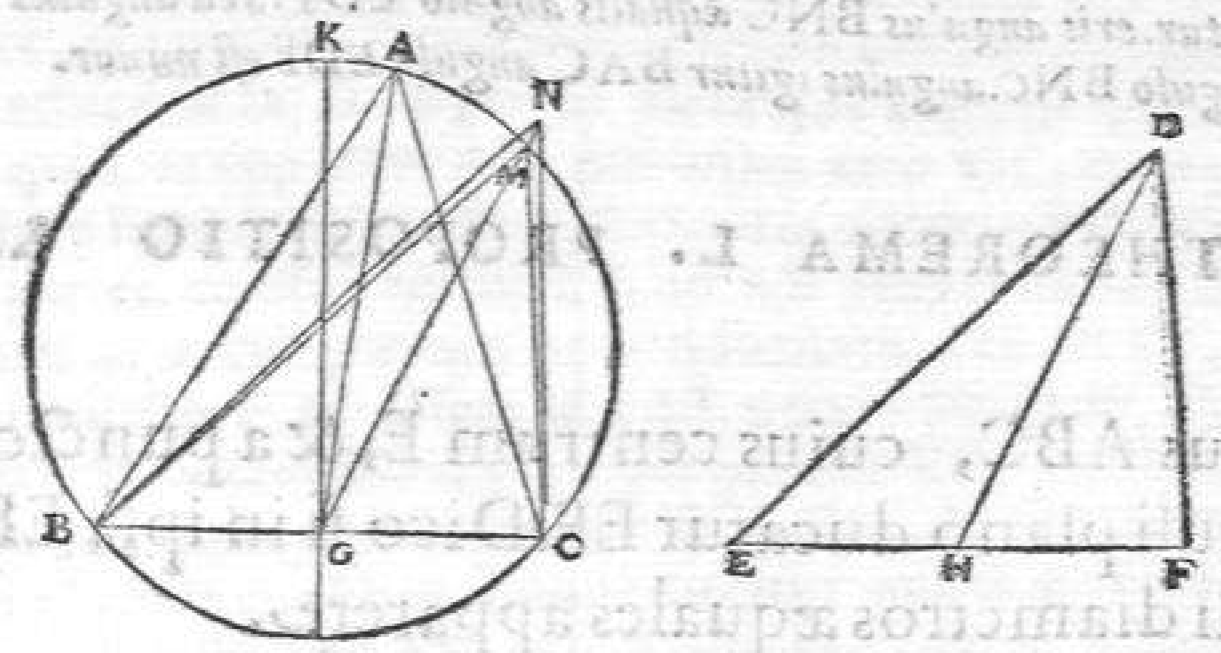
A Maior igitur eſt CF, quam FE] *Quoniam enim CD maior eſt, quam DE, erit quadratum ex CD quadrato ex DE maius. Sed quadrato quidem ex CD æqualia ſunt quadrata ex DF FC quadrato autem ex DE æqualia quadrata ex DF FE. quadrata igitur ex DF FC maiora ſunt quadratis ex DF FE, & ſublato communi quadrato ex DF, relinquetur quadratum ex CF maius quadrato ex FE. ergo recta linea CF, quam FE eſt maior.*

B Ergo GH perpendicularis eſt ad CE] *ex 29. primi elementorum.*

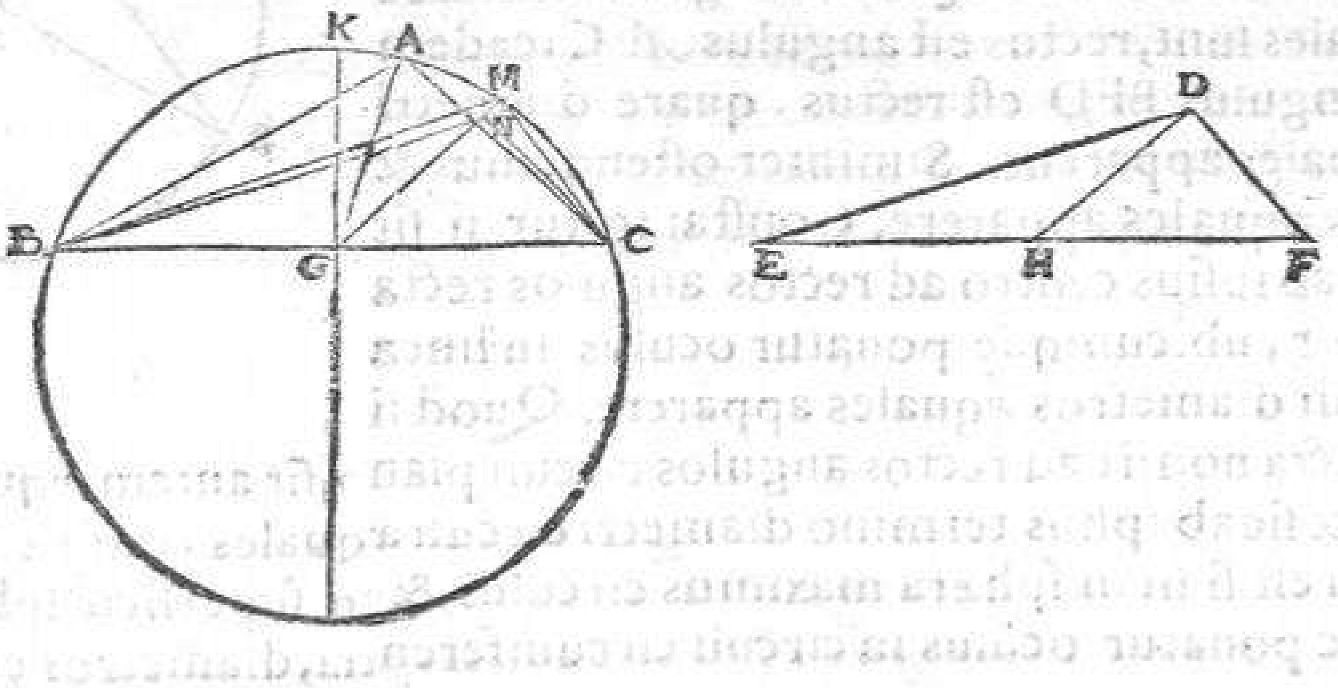
C In recta igitur linea GH eſt circuli centrum] *Ex corellario primæ tertii elem.*

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO XLIX.

Sint duo triangula ABC DEF, ęquales habentia BC EF, & ſecentur BC EF bifariam in punctis GH, iunganturque AG, DH, quę etiam inter ſe ſint æquales; & neutra ipſarum ſit perpendicularis ad baſim: angulus autem AGC ſit maior angulo DHF. Dico ſi maior quidem ſit AG, quam GC, etiam angulum BAC angulo EDF maiorem eſſe, ſi uero minor, eſſe minorem.



Deſcribatur rurſus circa ABC triangulũ circulus ABC, & a pũcto G ipſi BC ad rectos A
angulos ducatur GK, quæ circuli diameter erit. Sit prius AG maior, quam GC. B
ex eo igitur, quod oſtenſum fuit, KG maior eſt, quam GA, etenim maxima eſt GK, & C
ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior. conſtituatur angulo DHF æqualis angulus
CGM. ergo GA, hoc eſt DH maior eſt, quam GM. ponatur ipſi DH æqualis
GN; & BN NC iungantur. angulus igitur BNC eſt æqualis angulo EDF, ideoq; angulus
BAC angulo EDF eſt maior. At ſi AG ſit minor, quã GC, ſimiliter demonſtrabimus D
BAC angulum angulo EDF minorem eſſe. quod demonſtrare oportebat. E



COMMENTARIVS.

Deſcribatur rurſus circa ABC triangulum circulus ABC] *Hæc nos addidimus, quæ* A
in græco codice non erant, ſed tamen deſiderari videbantur, vel ſaltem ex antedictis ſubintelligenda ſunt.

Quæ circuli diameter erit] *Ex corollario primæ tertii elementorum.* B

Ex eo igitur, quod oſtenſum fuit KG maior eſt, quam GA, etenim maxima ẽ GK, C
& ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior] *Quoniam .n. AG maior eſt, quam GC,*
erit ex antecedente KG maior, quam GL. ergo GK maxima eſt, & quæ ipſi propinquior ſemper
remotiore eſt maior; & idcirco KG maior, quam GA græcus codex μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ κη.
Vide ne legendum ſit μεγίστη γάρ ἐστιν ἡ κη

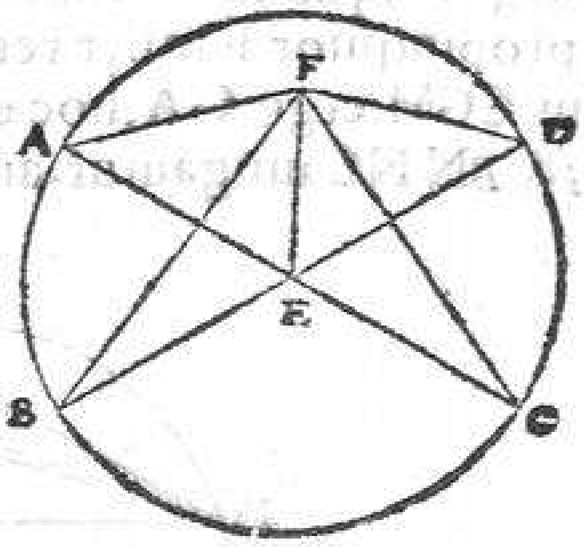
Ideoque angulus BAC angulo EDF eſt maior] *Angulus enim BMC, hoc eſt BAC eſt* D
maior angulo BN , hoc eſt angulo EDF.

At ſi AG ſit minor, quã GC, ſimiliter demõſtrabimus BAC angulũ angulo EDF mi- E
norem eſſe.] *Sint eadẽ quæ prius, & conſtituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. erit ex*
iam demonſtratis KG minor, quã GM. ergo KG minima eſt, & ipſi propinquior remotiore eſt
minor. minor igitur eſt AG, hoc eſt DH, quam GM. ponatur ipſi AG æqualis GN,

& BN NC iungantur. erit angulus BNC æqualis angulo EDF. Sed angulus BMC, hoc eſt BAC minor eſt angulo BNC. angulus igitur BAC angulo EDF eſt minor.

THEOREMA L. PROPOSITIO L.

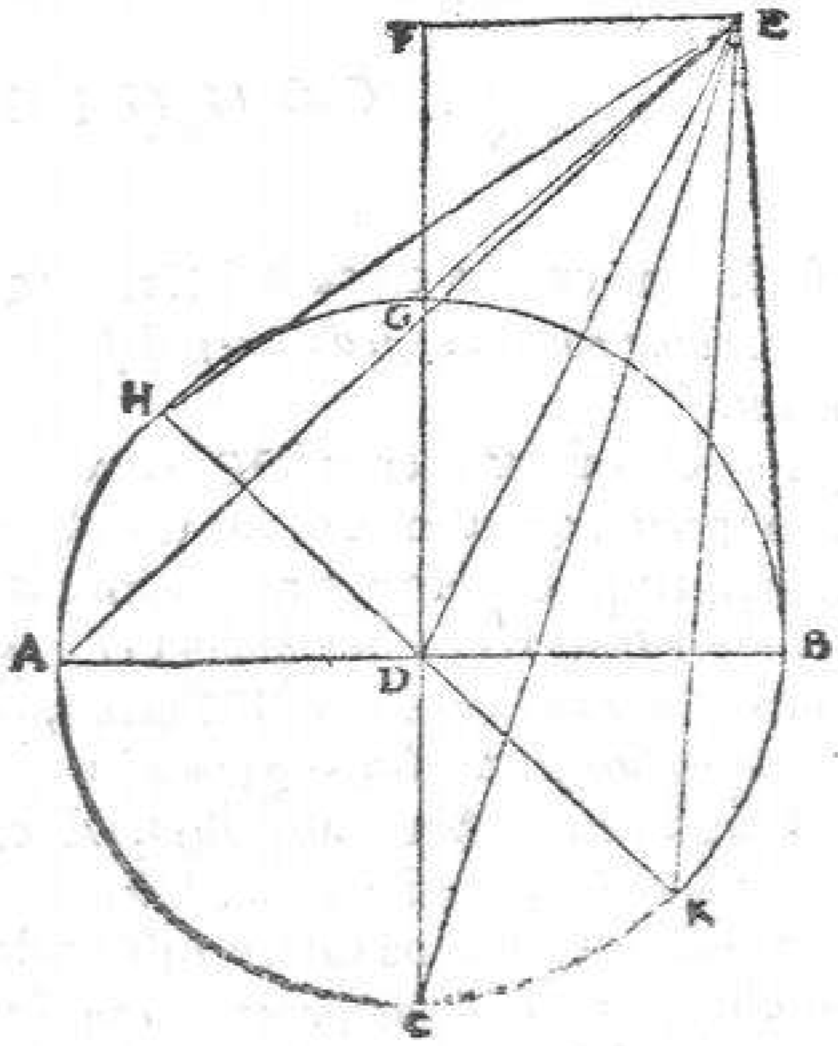
Sit circulus ABC, cuius centrum E, & a puncto E ad rectos angulos circuli plano ducatur EF. Dico ſi in ipſa EF oculus ponatur, circuli diametros æquales apparere.



Hoc autem manifeſtum eſt, etenim omnes rectæ lineę a puncto F ad circuli circumferentiam pertinentes, inter ſe ęquales ſunt, & ęquales angulos continent. Sed non ſit EF ad rectos angulos circuli plano. ſit aūt æqualis ſemidiametro circuli. *D*ico oculo ad punctum F conſtituto, & ſic diametros æquales apparere. *D*ucantur enim duę diametri AC BD, & iungantur AF FB CF FD. Quoniam igitur tres E*A* EC EF æquales ſunt, rectus eſt angulus *A*FC. eadem ratione & angulus BFD eſt rectus. quare diametri AC BD ęquales apparenr. Similiter oſtendemus & alias omnes æquales apparere. Conſtat igitur ſi ſit circulus & ab ipſius centro ad rectos angulos recta linea ducatur, ubicumque ponatur oculus in linea ducta, circuli diametros æquales apparere. Quod ſi a centro ducta non ſit ad rectos angulos circuli plano, ſit autem æqualis ſemidiametro circuli, & ſic ab ipſius termino diametri circuli æquales conſpicientur. Ex quo manifeſtum eſt ſi ſit in ſphæra maximus circulus, & in ſuperficie ſphæræ quomodocunque tunc ponatur oculus in circuli circumferentia, diametros ęquales videri.

THEOREMA LI. PROP. LI.

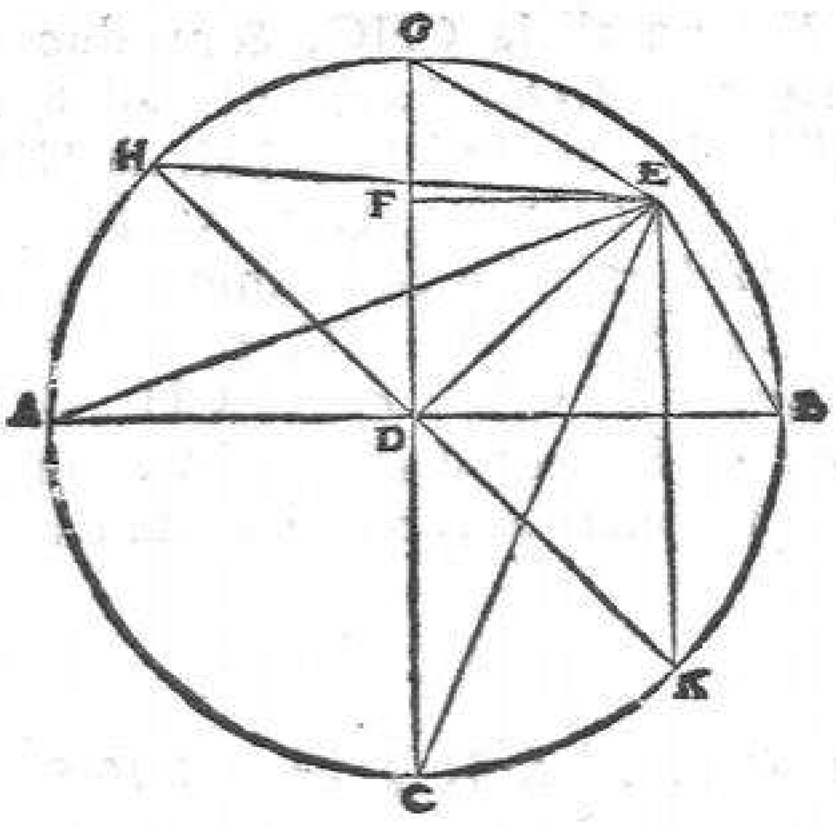
Si ſit circulus, & a centro ipſius erigatur quædam recta linea, neque ad rectos angulos circuli plano, neque ſemidiametro circuli æqualis, & in termino lineæ erectæ oculus ſtatuatur; circuli diametri inæquales apparebunt.



Sit circulus ABC, cuius centrum D, & a puncto D erigatur recta linea DE, uſque ad rectos angulos circuli plano, neque æqualis ſemidia-

metro

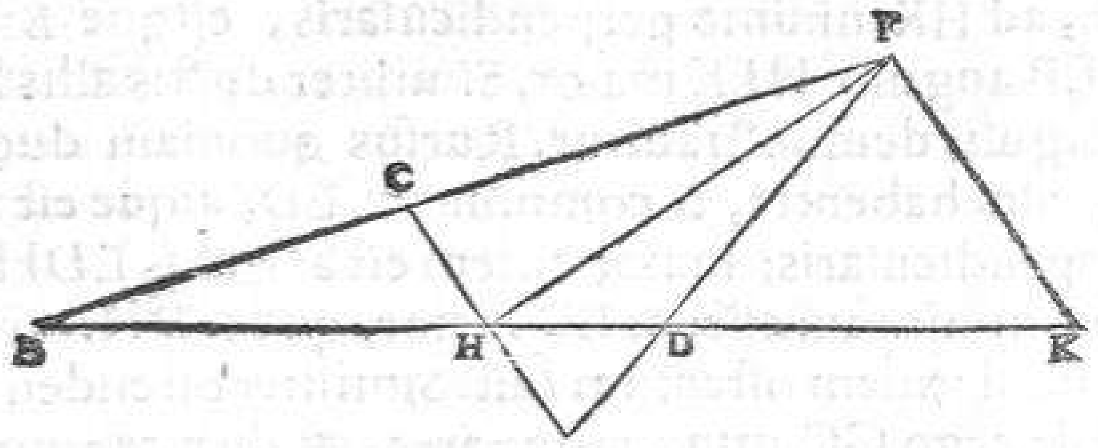
metro circuli, & oculus ad E ſtatuatur. Sit autem primum DE ſemidiametro circuli ABC maior. & a puncto E ad circuli planũ ducatur perpendicularis EF. iũctaque FGD producatur in C. & per D ad rectos angulos ipſi GC ducatur AB. Dico maximam quidem apparere AB, minimam vero GC, & quæ propinquior eſt ipſi GC remotiore ſemper minorem videri, duas autem tantum videri ęquales ad vtraſque ipſius partes. conſtat igitur ED ad AB perpendicularem eſſe. ſiquidem a puncto ſublimi E ad circuli planum perpendicularis acta eſt EF, & ducta quauis 43 huius recta linea AB a puncto F ad ipſam acta eſt perpendicularis FD, & iuncta eſt ED. conſtat præterea ex iam dictis angulum quidem EDF minimum eſſe, & qui ipſi 44 huius propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorem; duos autem tantum æquales ad utraſque ipſius partes conſtitui. Itaque ducatur quædam recta linea HK. ergo ED non eſt perpendicularis ad HK. nam ſi perpendicularis ſit, cum ſit perpendicularis ad AB, erit & ad planum circuli perpendicularis, quod fieri non poteſt. non igitur ED perpẽdicularis eſt ad HK. iũgãtur EA EB, EH EK EG EC. Et quoniã duo triangula ſunt EAB EHK. baſes AB HK æquales habentia, quarum vtrique bifariam ſecatur in puncto D: & eſt ED eadem in vtroque triangulo, ad AB quidem perpendicularis, ad HK minime perpendicularis, eſtque ED maior, quam DA: erit angulus AEB angulo HEK maior. Similiter ductis aliis lineis eodem modo maior omnibus angulis demonſtrabitur. Rurſus quoniam duo triangula ſunt 45 huius EGC EHK baſes æquales habentia, & communem ED; atque eſt ED ad neutram ipſarum GC HK perpendicularis; maior autem eſt angulus EDH, etenim oſtenſum eſt angulum EDG minimum eſſe: & ED maior, quam DH: erit angulus HEK angulo GEC maior, quod itidem oſtenſum fuit. Similiter oſtendemus angulũ GEC omnium minimum eſſe ergo GC minima apparet, & duæ tantum æquales ex utraque 47 huius parte ipſius videbuntur. quoniam duo tantum anguli ex utraque parte 44 huius ipſius EDF æquales conſtitutur. Quod ſi ED minor ſit, quã DA, ſimiliter demõſtrabimus GC quidem maximã uideri, AB uero minimam; & quæ propinquior eſt ipſi AB remotiore ſemper minorem: duas autem tantum ex utraque parte ipſius GC, uel AB æquales apparere. Quoniam igitur circulus videtur ellipſis imaginẽ oculo repreſentare, & centrum ipſius apparet ellipſis centrum, inſtantiam non paruam τυχοῦσαν. habet theorema, demonſtrare etenim poſſumus aliquod aliud punctum in circulo



culo lineæ, cuius imago repreſentatur, centrum apparere. præmittitur autem lemmatium huiuſmodi.

THEOREMA LII. PROPOSITIO LII.

Sit vt recta linea BK ad KD, ita BH ad HD, & ſit angulus BFH æqualis angulo HFD, iungaturque KF. Dico HFK rectum angulum eſſe.



Ducatur per H ipſi KF parallela CHG, & producatur FD uſque ad G.
Itaque quoniam, vt BK ad KD, ita eſt BH ad HD, erit permutando, vt
A KB ad BH, ita KD ad DH. Sed vt KB ad BH, ita FK ad CH. Vt igitur FK
B ad CH, ita KD ad DH. Et vt KD ad DH, ita FK ad HG, æquiangula e-
nim ſunt triangula FDK DCH. ergo FK ad vtramque ipſarum eandem proportio-
C nem habet, ac propterea CH eſt æqualis HG. & ut CH ad HG, ita CF ad FG.
eſt igitur CF ipſi FG æqualis. Quod cum CH ſit æqualis HG, com-
munis autem FH, & baſis GF æqualis baſi FC, erit angulus CHF æqualis
D angulo FHG; & uterque ipſorum rectus. rectus igitur eſt & HFK angulus, quod CG
FK inter ſe parallelæ ſint.

COMMENTARIVS.

A Sed ut KB ad BH, ita FK ad CH] *Ex 4. ſexti elementorum, ſimilia enim ſunt triangula* FBK, CBH.

B Et ut KD ad DH, ita FK ad HG] *Ob ſimilitudinem triangulorum* FDK DHG.

C Et ut CH ad HG, ita CF ad FG] *Ex 3. ſexti elementorum, angulus enim* CFG *a recta linea FH bifariam ſecatur.*

D Rectus igitur eſt & HFK angulus, quod CGFK inter ſe parallelę ſint] *Ex 29. primi elementorum. Quoniam autem Pappus huius quodammodo conuerſa utitur, non inutile erit eam quoque demonſtrare, quę eſt huiuſmodi. Sit ut* BK *ad* KD, *ita* BH

ad

ad HD. & ſit angulus HFK rectus iunganturque BF FD. Dico angulum BFH angulo HFD æqualem eſſe.

Ducatur per H ipſi FK parallela CHG, & FD ad G producatur. ſimiliter ut ſupra
demonſtrabitur CH æqualis HG atque erunt anguli CHF FHG recti interſe æquales ſunt 29.primi
autem duę FH HG æquales duabus FH HG ergo & baſis triangulumque triangulo, & re 4. primi
liqui anguli reliquis angulis æquales erunt; quibus æqualia latera ſubtenduntur: angulus igi-
tur BFH angulo HFD eſt æqualis. Sed & aliam eiuſdem conuerſam hoc modo demonſtra-
bimus.

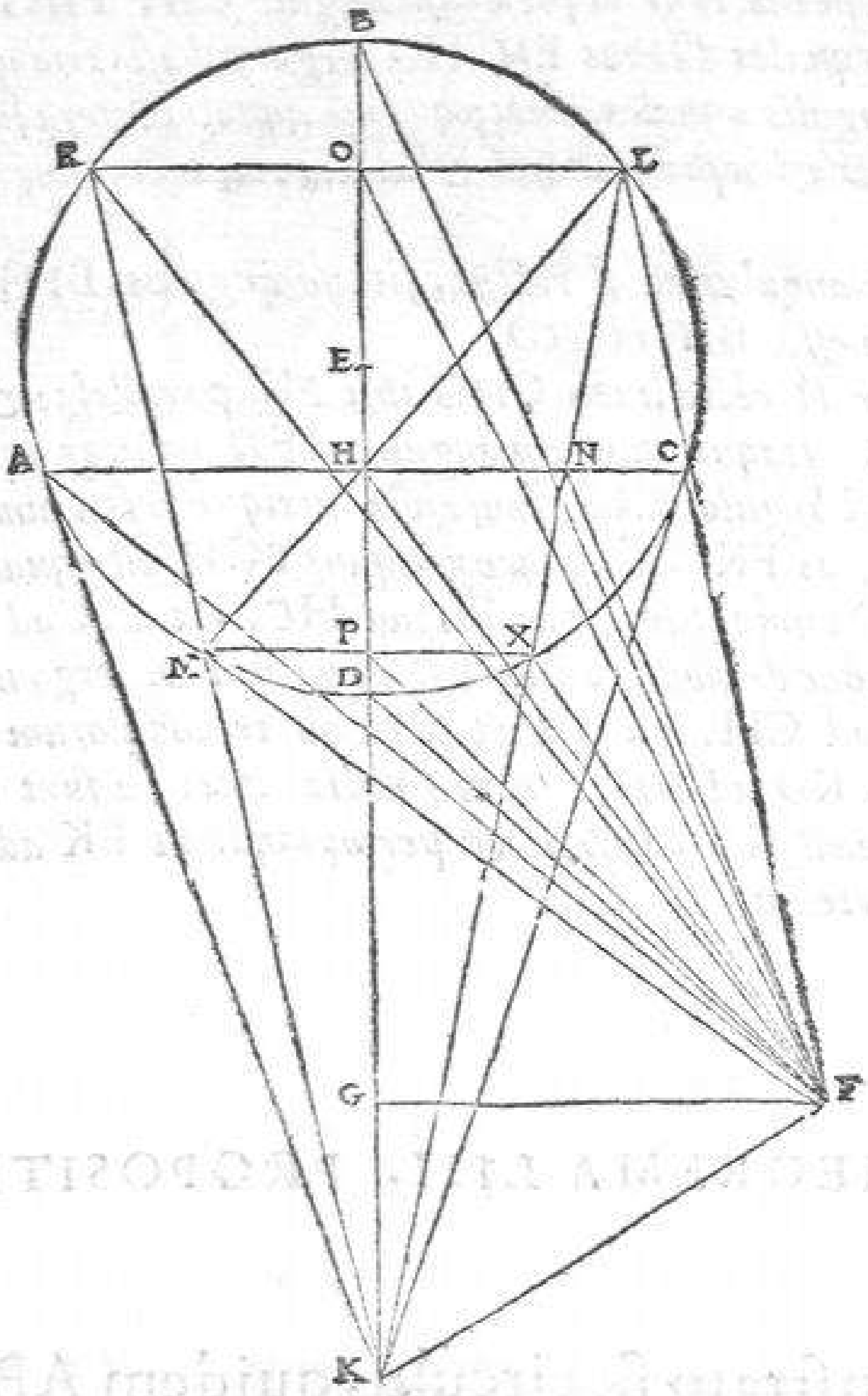
Sit trianguli HFK angulus ad F rectus, ſitque angulus BFH ęqualis angulo HFD. Dico vt BK ad KD, ita eſſe BH ad HD.

Ducatur rurſus per H recta linea CHG ipſi FK parallela: & FD producta conuenia
cum CH in puncto G. Itaque quoniam angulus CFH ponitur ęqualis angulo HFG. & an
gulus FHC æqualis eſt angulo FHG. ſunt enim utrique recti, nimirum æquales recto HFK,
ob rectas lineas parallelas FK CG. quare reliquus FCH eſt æqualis reliquo FGH; & trian 29.primi
gulum triangulo ſimile. cum igitur ſit ut FH ad HC, ita FH ad HG; erit CH ipſi HG
æqualis. & eadem ratione demonſtrabitur FC æqualis FG. ergo ut FK ad CH. ita eſt FK 9. quinti.
ad HG. Sed vt FK ad CH, ita KB ad BH ob triangulorum FBK CBH ſimilitudinẽ. 7. quinti.
& ut FK ad HG, ita KD ad DH, nam ſimilia inter ſe ſunt triangula FDK HDG. vt 4. ſexti.
igitur KB ad BH, ita eſt KD ad DH. & permutando vt BK ad KD, ita. BH ad HD.
quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LIII.

Hoc pręmonſtrato ſit circulus quidem ABCD circa cẽtrum E: viſus autem F non ſit in eodem plano, & perpendicularis; quæ à puncto F ad planum circuli ducitur, videlicet FG nõ cadat in E centrum, iunctaque EG producatur ad puncta BK, & FD FB iungantur. angulus autem BFD bifariam ſecetur à recta linea FH: ipſique DB ad rectos angulos ducatur AHC. & AK KC circulum contingant, Dico viſu in F poſito circulum ABCD ellipſim apparere, quę centrum habeat punctum H (non vt quidem arbitrantur punctũ O) axes autem coniugatos AC BD. & quæ ad BD ordinatim applicantur, eſſe & videri parallelas ipſi AC. quę vero applicãtur ad AC, deduci quidem à puncto K, videri autem ipſi BD parallelas. & eadem apparere circa viſam ellipſim, quæ & coni ſectioni accidunt.

Iun-



Iungantur AF FC. erit angulus AFH æqualis angulo HFC. eſt autem & angu-
B lus HFB angulo HFD æqualis. ergo AH apparet æqualis HC & BH ipſi HD.
Quod ſi alia recta linea ducatur, ut LHM, Dico eam apparere bipartito ſectam in
C puncto H. Iungantur enim LK KM MX, & MF FX, FN, FL, LK. Quoniam igi-
D E tur ob lineas contingentes ut BK ad KD, ita eſt BH ad HD. atque eſt angulus
F BFH æqualis angulo HFD; erit HFK angulus rectus hoc enim ante demonſtra-
tum eſt. Et puoniam planum, quod per BFK tranſit, rectum eſt ad planum,
quod per AFC, etenim AC eſt perpendicularis ad planum BFK, & ad communem
ſectionem HF in uno planorum acta eſt FK perpendicularis; erit FK perpen-
dicularis ad planum per AFC; & propterea angulus NFK eſt rectus. atque
G eſt ut LK ad KX, ita LN ad NX. æqualis igitur eſt angulus LFN angulo
H NFX. quare LN apparet æqualis ipſi NX. eſt autem & ut LF ad FX, ita LN
K ad NX. Sed FX eſt æqualis FM. iuncta enim MX fit parallela ipſi AC. &
L ut LN ad NX, ita LH ad HM. ergo angulus LFH eſt æqualis angulo HFM,
M & LH ipſi HM æqualis videtur. Similiter & ſi alia recta linea per H ducatur,
apparebit bifariam ſecta in H: punctumque H ellipſis centrum apparet, axeſque
coniugati AC BD: & quæ quidem ipſi AC ſunt parallelæ bifariam ſecantur a
recta linea BD. quę uero ducuntur a puncto K, a recta linea AC ſecari viden-
N tur, quemadmodum in ipſa LX demonſtratum eſt. Itaque dico rectas lineas,
quæ

quæ a puncto K ducuntur, ipſi BD parallelas apparere. ducatur. n exempli cauſa LK & perpendicularis LO. quæ ad R producatur: iunganturque OF FP FR. Quoniā igi- O P
tur ut LK ad KX, hoc eſt ut LR ad XM, ita LF ad FX; atque eſt LF æqualis FR, & XF Q
ipſi FM: erit angulus LFR æqualis angulo XFM, & ideo angulus LFO angulo XFP R
ęqualis. & OL æqualis apparet PX. ergo LX BD parallelæ uidebuntur, quoniā & perpendiculares inter ipſas interiectæ ęquales apparent.

COMMENTARIVS.

Iunctaque EG producatur ad puncta BK, & FD, FB iungantur] *Recta enim linea EG circulum in D ſecet, & producta ſecet eundem in B.* A

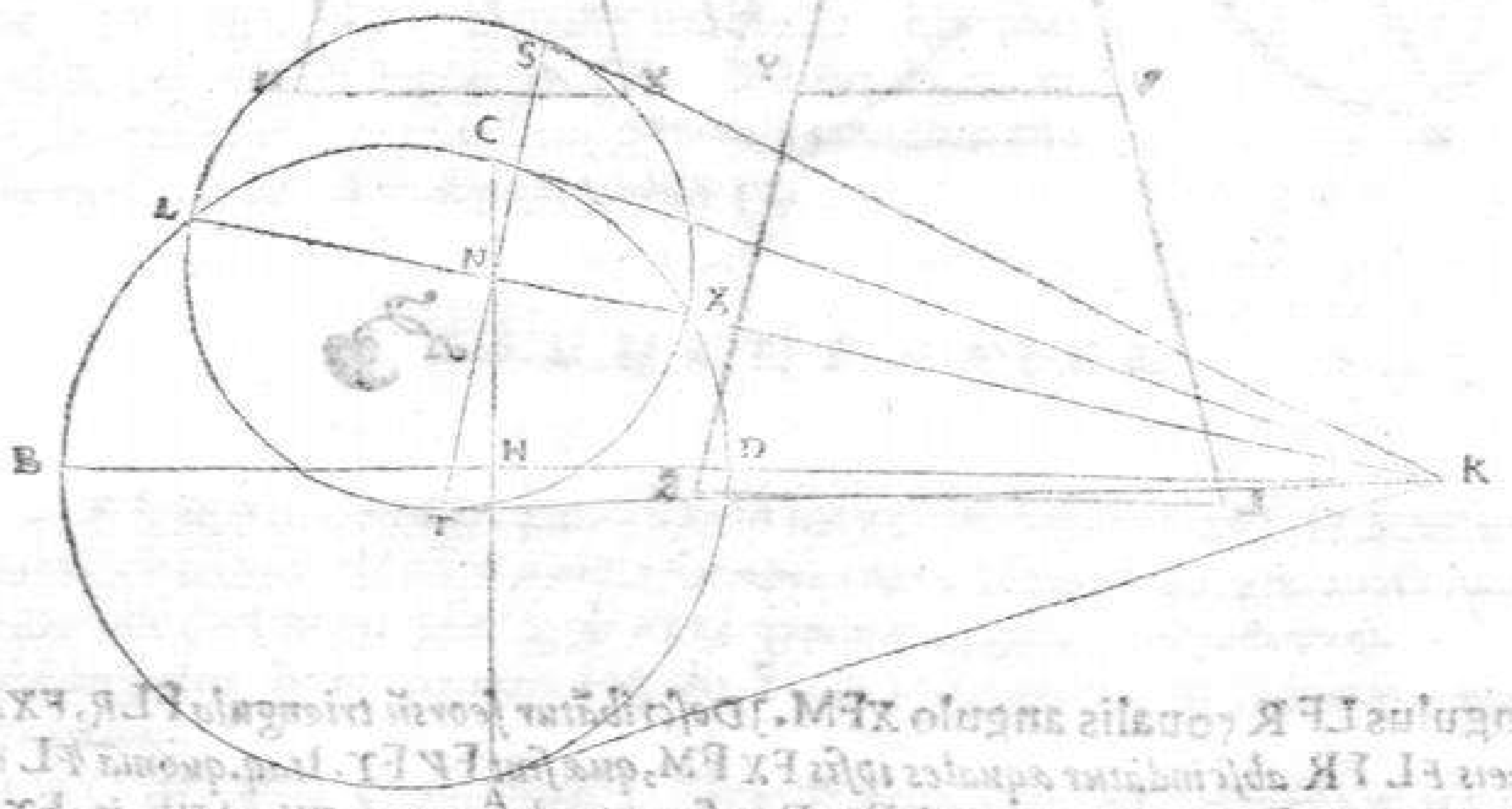
Ergo AH apparet æqualis HC, & BH ipſi HD] *ex 7. ſuppoſitione opticos Euclidis.* B

Iungātur enim LK, KM, MX, & MF FX FN FL FK] *Græcus codex* ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἵ τε λκ κμ μξ καὶ αἱ μζ ζξ ζη ζλ καὶ ἡ ζκ *loco* ζκ *lege* ζν. C

Quoniam igitur ob lineas contingentes, ut BK ad KD ita eſt BH ad HD.] *Hoc a Pappo demonſtratur libro ſequenti propoſitione 154. lemmate autem 28. in libros poriſmatum.* D

Atque eſt angulus BFH æqualis angulo HFD, erit HFK angulus rectus: hoc enim ante demonſtratum eſt] *In præcedenti ſcilicet lemmate.* E

Et quoniam planum, quod per BFK tranſit rectum eſt ad planum, quod per AFC etenim AC eſt perpendicularis ad planum BFK, & ad communem ſectionem HF in uno planorum acta eſt FK perpendicularis: erit FK perpendicularis ad planū per AFC. *Quoniam. n. planum BFK rectum eſt ad planum circuli ABCD, & ad communem ipſorū ſectionem BD acta eſt perpendicularis AC, erit ex 4. diffi. undecimi AC perpendicularis ad planum BFK. Rurſus cum AC exiſtens in plano AFC ſit perpendicularis ad HF communem ſectionem planorum, nempe plani AFC, & plani BFK, ſitque perpendicularis ad planū BFK, ſequitur ex eadem 4. diff. planum BFK rectum eſſe ad planum AFC. ergo KF, quæ in plano BFK perpendicularis eſt ad FH communem dictorum planorum ſectionem, erit etiam ad planum AFC perpendicularis.* F



Atque ē ut LK ad KX, ita LN ad NX] *Deſcribatur circa diametrū LX circulus SLT, & per punctum N ipſi LK ad rectos angulos ducatur SNT, & SK KT iungantur. erit quadratum quidem ex NS. hoc eſt rectangulū SNT ęquale rectāgulo LNX, hoc eſt rectāgulo CNA. quadratū uero ex NK æquale eſt duob' quadratis ex NH HK. quorū quadratū ex NH unā cū rectāgulo CNA eſt æquale quadrato ex CH. ergo quadrata ex SN NK, hoc ē quadratū ex KS ē ęquale quadratis ex CH HK. videlicet quadrato ex CK. Sed quadratū ex CK æquale eſt rectangulo* G

BKD, *hoc eſt rectangulo* LKX. *quadratum igitur ex* KH *rectangulo* LKC *eſt æquale. ac propterea* KS *circulum ipſum contingit. & ita demonſtrabitur* TK *circulum contingere. ergo ex demonſtratis a* Pappo, *ut* LK *ad* KX, *ita erit* LN *ad* NX.

H Aequalis igitur ē āgulus LFN angulo NFX] *ex iis, quę nos in antecedēte demōſtrauimus.*

K Eſt autē & ut LF ad FX, ita LN ad NX] *Ex 3. ſexti elementorum. Græcus codex* καὶ ἔσω ὡς λζ πρὸς ζξ, ἡ κλ πρὸς νξ *legen̄* λν πρὸς νξ.

L Et ut LN ad NX, ita LH ad HM] *Ex 2. ſexti elementorum.*

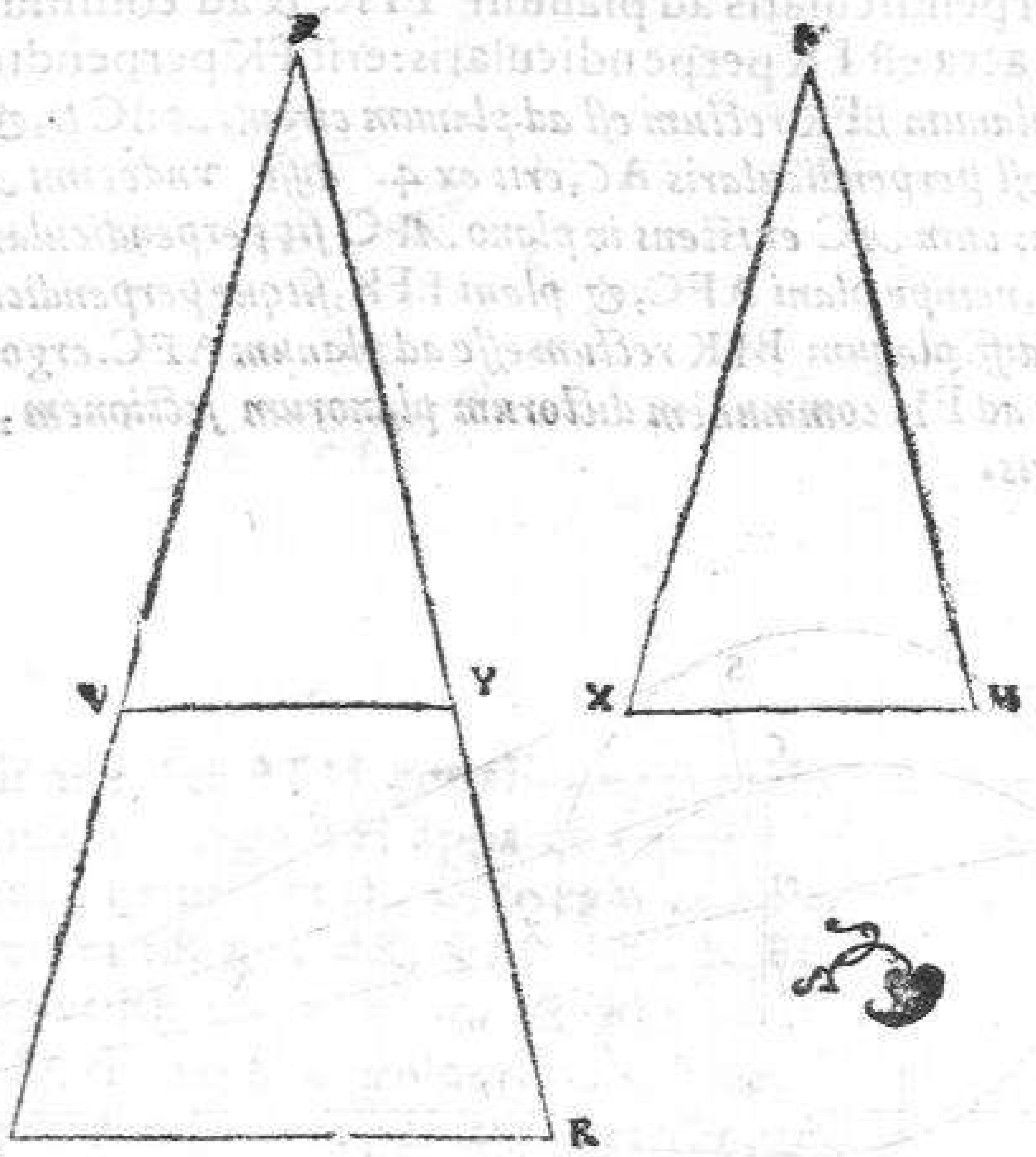
M Ergo angulus LFH eſt æqualis angulo HFM] *Ex eadem 3. ſexti elem.*

N Itaq; dico rectas lineas, quę a pūcto K ducūtur, ipſi BD parallelas apparere.] *gręcus codex* λέγω ὅτι φαίνονται τῇ σδ παράλληλοι αἱ ἀπὸ τοῦ κ διαγόμεναι. *lege* τῇ βδ.

O Junganturque OF FP FR] *Grçcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ θζ ζπ ζρ. *legendum autem uidetur* αἱ οζ. ζπ. ζρ.

P Quoniam igitur ut LK ad LX, hoc eſt ut LR ad XM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* LKR *XKM.*

Q ita LF ad FX] *Eſt enim ut* LK *ad* KX, *ita* LN *ad* NX, *& ut* LN *ad* NX, *ita* LF *ad* FX. *ergo ut* LK *ad* KX, *ita* LF *ad* FX.



Q Erit angulus LFR ęqualis angulo XFM.] *Deſcribātur ſeorſū triangula* FLR, *FXM: & a rectis lineis* FL FR *abſcindātur æquales ipſis* FX FM, *quæ ſint* FV FY. *Itaq. quoniā* FL FR *inter ſe æquales ſūt, itēq;* FV FY, *quod & ipſæ* FX, FM *ſint æquales, erit ut FV ad* VL, *ita* FY *ad* YR. *quare* VY *parallela eſt ipſi* LR, *& triāgulū* VFY *ſimile ē triāgulo* LFR *vt igitur* LF *ad* FV, *ita* LR *ad* VY. *Sed ut* LF *ad* FX, *hoc eſt ad* FV, *ita erit* LR *ad* XM. *ergo* LR *ad* VY *eandem proportionem habet, quam ad* XM, *ac propterea* XM *eſt æqualis* VY. *Quòd cum duę* FX FM *ſint æquales duabus* FV FY, *& baſis* XM *baſi* VY, *angulus* XFM *angulo* VFY *æqualis erit. angulus igitur* LFR *angulo* XFM *eſt ęqualis.*

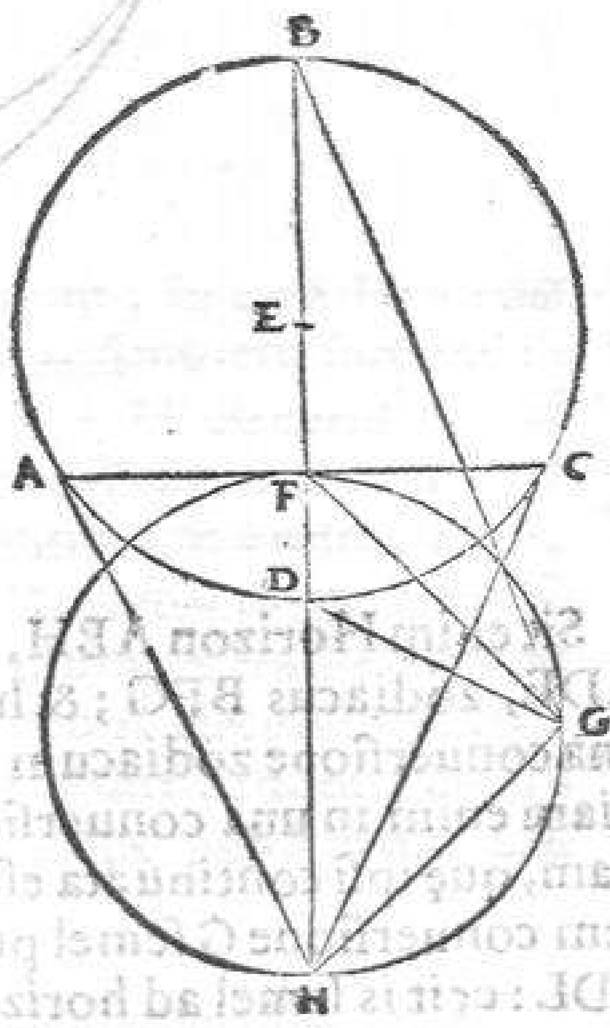
R Et ideo angulus LFO angulo XFP æqualis] *Eſt enim angulus* LFO *anguli* LFR *dimidius, & angulus* XFP *dimidius anguli* XFM. *Græcus codex,* καὶ ἡ ὑπὸ λζρ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ξζμ. *lege* καὶ ἡ ὑπὸ λζο ἄρα, *&c.*

THEOREMA LIIII. PROPOSITIO LIIII.

Hoc demonſtrato admirabilius problema demonſtrare poſſumus, ita proponentes.

Circulo poſitione dato, & dato puncto in plano circuli intra circumferentiam ipſius, viſui locum inuenire, a quo circulus ellipſis videatur, centrum habens intra circumferentiam datum.

Sit datus quidem circulus ABCD circa centrum E, datum autem intra punctum F: & oporteat locum inuenire, a quo circulus ellipſis videatur, centrum habens F punctum. Iungatur FE, & ex utraque parte producatur. deinde per punctum F ipſi FE ad rectos angulos ducatur AC, atque a punctis AC in plano circuli contingentes, ducantur AH HC, & in FH ſemicirculus FGH deſcribatur, ad circuli planum rectus. Dico ſi ſumatur quoduis punctum in tota circumferētia FGH, & uiſus in eo conſtituatur, circulum ellipſim videri A
centrum habentem punctum F. Sumatur enim G punctum, & GB GF GD GH iungantur. Itaque quoniam ob lineas contingentes, ut BH ad HD, ita eſt BF ad FD, & FGH angulus eſt rectus: erit angulus BGF æqualis angulo FGD. quare BF ipſi FD æqualis uidetur. Conſtat B
autem & AF videri æqualem FD. Et ſimiliter, ut ſupra demonſtrabitur ellipſis apparentis centrum eſſe punctum F: & AC BD axos coniugatos. C



COMMENTARIVS.

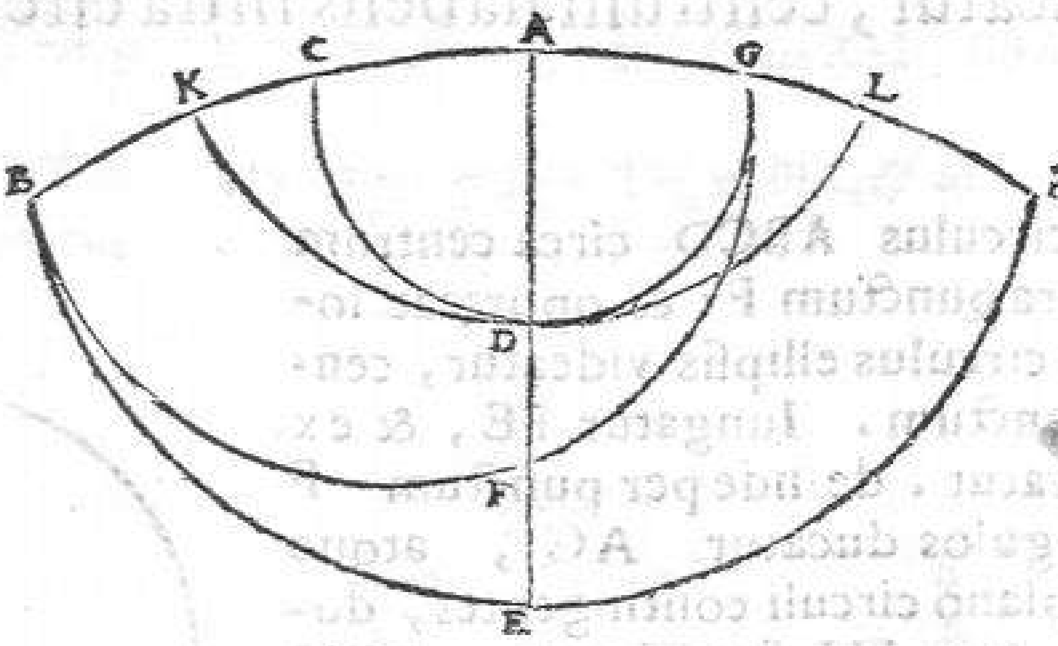
A Dico ſi ſumatur quoduis punctum in tota circumferentia FGH, & uiſus in eo conſtituatur, circulum ellipſim uideri] *Græcus codex.* λέγω δὴ ὅτι ὁποῖον ἂν ληφθῇ σημείων ἐφ' ὅλης τὰς ζηθ περιφερείας πρὸς αὐτὸ τεθεῖσα ἡ ὄψις. *lege* πρὸς αὐτῷ.

B *Erit angulus BGF æqualis angulo FGD.*] *Quomodo hoc ſequatur, nos ſupra demonſtrauimus.*

C Et AC BD axes coniugatos] *Græcus codex,* καὶ συζυγεῖς ἄξο ες ὑι αβγδ. *lege* αἱ αγβδ.

THEOREMA LV. PROPOSITIO LV.

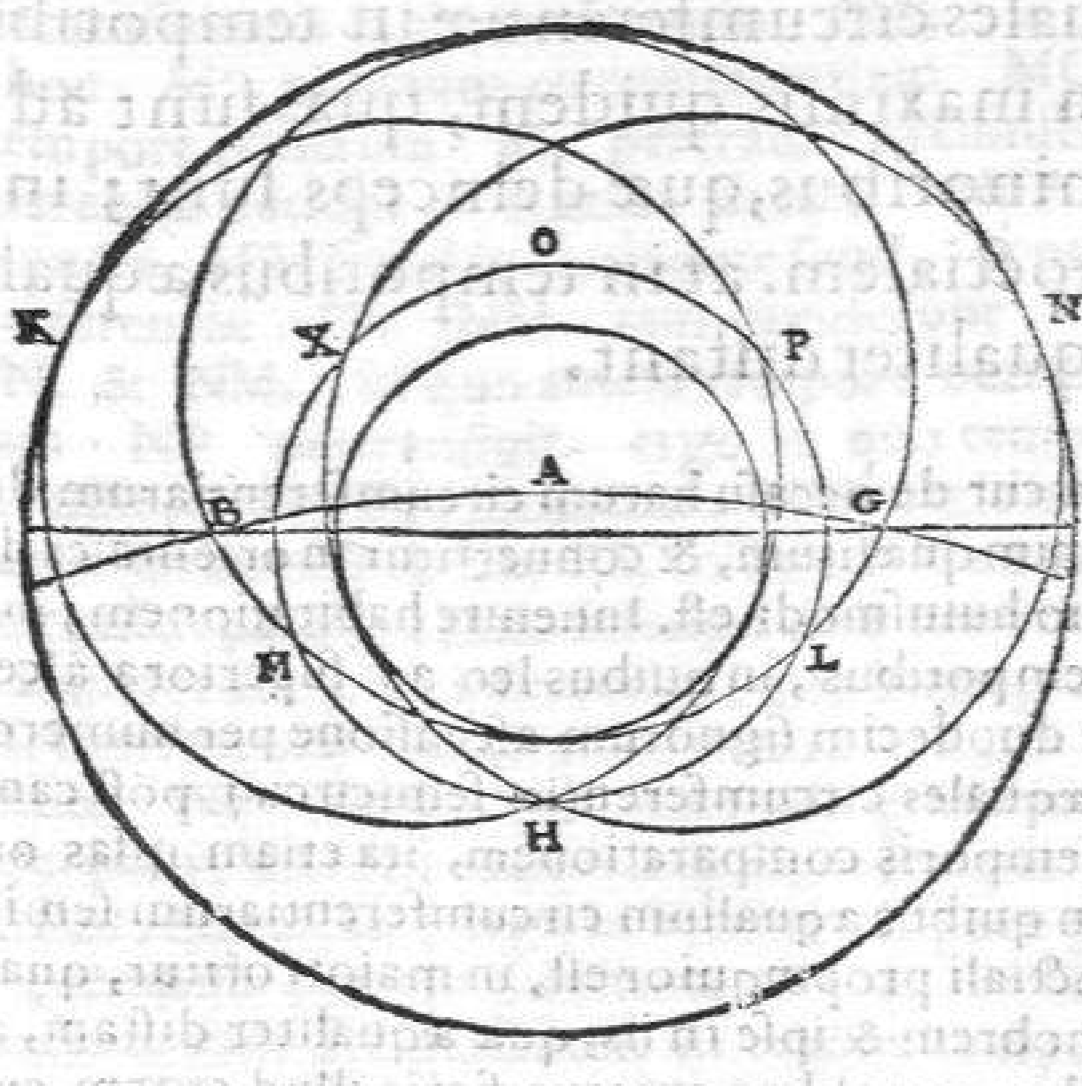
In ſecundo theoremate phænomenon Euclidis prætermittitur demonſtratio huius. Si polus horizontis ſit inter tropicos, vel in aliquo ipſorum, quoties zodiacus rectus fiat ad horizontem in vna conuerſione. Quare nos demonſtrabimus. Siquidem polus horizontis ſit in aliquo tropicorum, ſemel zodiacum rectum eſſe ad horizontem in vna conuerſione, ſi vero ſit inter tropicos, bis rectum eſſe.



Sit enim Horizon ABH, tropicus æſtiuus CG, hyemalis BH, meridianus autem ADE, zodiacus BFG; & horizontis polus in tropico æſtiuo, qui ſit D. Dico in vna conuerſione zodiacum BFG ſemel eſſe rectum ad horizontem ABH. Quoniam enim in una conuerſione punctum G circumferentiam GC pertranſit, atque éam, quę ipſi continuata eſt ſub terra, & rurſus ad eundem locum redet: in hac autem conuerſione G ſemel peruenit ad polum D, & zodiacus poſitionem ſumit in 15 primi ſphęric. Theodo. KDL: erit is ſemel ad horizontem rectus; etenim per polos eius tranſit. Similiter autem & ſi polus horizontis ſit in hyemali tropico, ut E, zodiacus ſemel erit rectus ad horizontem. Conſtat enim duos horizontis polos non eſſe in tropico ſiue ęſtiuo, ſiue hyemali, nam diametrum ſphęræ non recipit circulus aliquis minor maximo. quare vterque tropicorum non tranſiens per centrum ſphætæ, duos polos horizontis non recipit. punctum igitur G ſub terra non tranſit per alterum polum horizontis, ſed vterque tropicorum unum recipit polum. Quoniam enim G per diametrum opponitur ipſi B, atque habet G poſitionem ad polum D, habebit B ſub terra in tropico hyemali alterum horizontis polum ipſi D oppoſitum. Non igitur in altero duorum tropicorum ſunt duo poli, ſed uterque in utroque tropicorum exiſtit:

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LVI.

Sit polus horizontis inter tropicos, videlicet H. Dico zodiacũ bis fieri rectum ad horizontem in vna conuerſione.



Deſcribatur enim Zodiacus BMG. & ſit parallelus circulus, in quo H fertur MOL. Itaque puncto L ad H applicato Zodiacus BMG poſitionem ſumens in NHX rectus ſit primo ad horizootem. Rurſus cum punctum M circumferentiã MOH pertranſierit in conuerſione, atque ad H ſe applicuerit, Zodiacus poſitionẽ ſumens in KHPC rectus ſecundo ſit ad horizontem.) ſola enim LM puncta ex ijs, quę ſunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ML, in circulo MOL feruntur, & bis tantummodo faciunt Zodiacum ad horizontem rectum, per polum H tranſeuntia in vna mundi conuerſione. nam vtrumque punctorum ML totum circulum MOL percurrit. quare & per omnia puncta circumferentię circuli in una conuerſione trãſeunt puncta ML. ergo & per H in una conuerſione vtrumque punctorum LM tranſibit. A B C

COMMENTARIVS.

Et ſit parallelus circulus, in quo H fertur MOL] *videlicet parallelus, qui in vna conuerſione deſcribitur à polo horizontis, hoc eſt à puncto H. Gręcus codex* ἔϛω δὲ καθοῦ φέρεται παραλλήλου κύκλου τό θ σημέιον ὁ μλθ. *ſed puto legendum* ὁ μολ. A

Itaque puncto L ad H applicato, Zodiacus BMG poſitionem ſumens in NHX rectus ſit primo ad horizontem] *ex* 15. *primi ſphęricorum* Theodoſii, *cum per polos eius tranſeat.* B

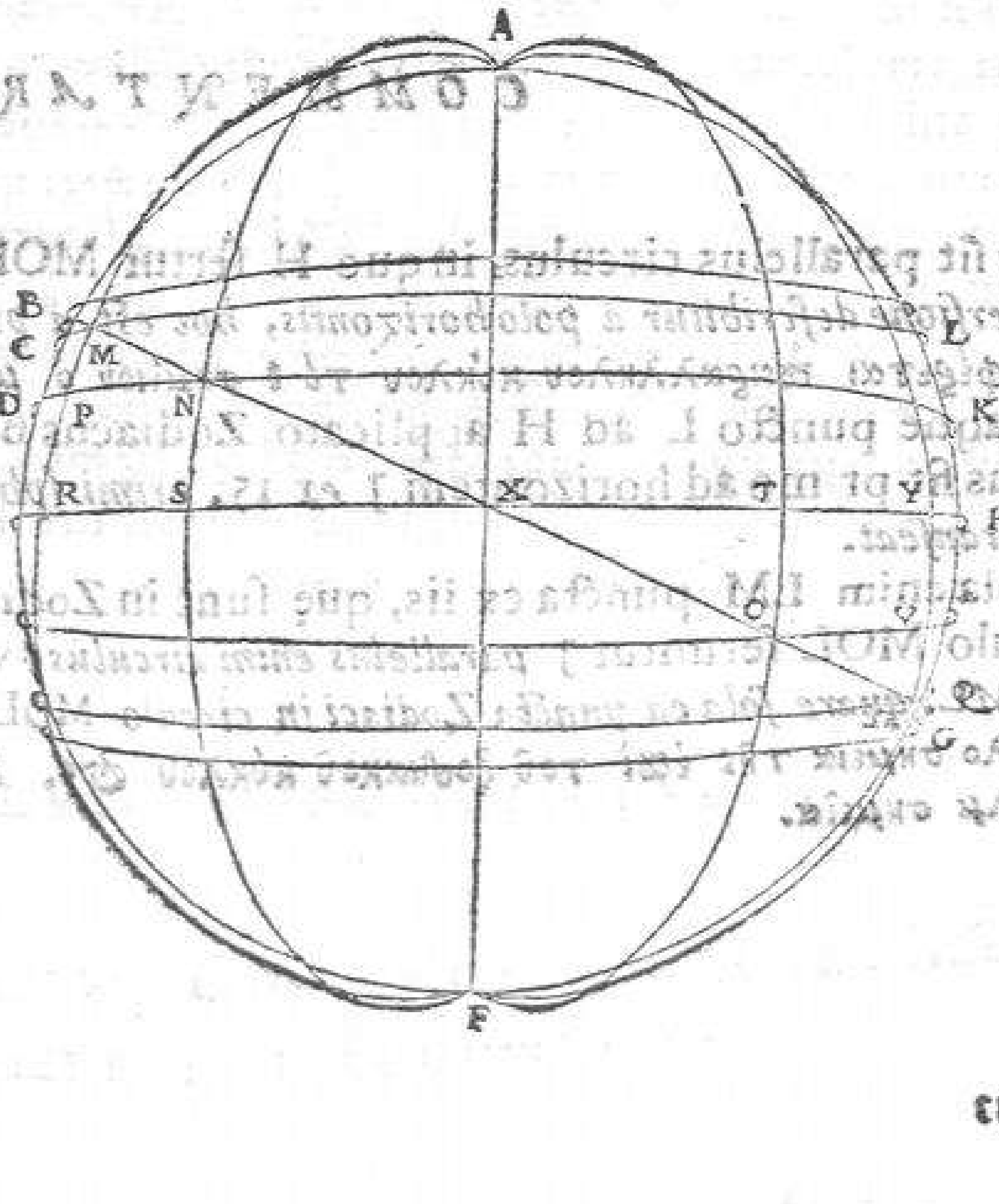
Sola enim LM puncta ex iis, quę ſunt in Zodiaco, & quæ in parallelo *M*L in circulo MOL feruntur] *parallelus enim circulus* MOL *ſecat Zodiacum in duobus punctis ML. quare ſola ea puncta Zodiaci in circulo* MOL *feruntur. Gręcus codex* μόνα γὰρ τὰ λο σημεια τῆς ἐπὶ τοῦ ζοδιακοῦ κύκλου &c. *legendum autem arbitror* μόνα γὰρ τὰ λμ σημεῖα. C

In duodecimo theoremate dicit Euclides. Semicirculi poſt Cancrum æquales circumferentiæ in temporibus inęqualibus A occidunt, & in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps ſunt; in minimis vero quæ ad æquinoctialem. at in temporibus æqualibus quæ ab æquinoctiali æqualiter diſtant.

Quæritur autem cur de occaſu harum circumferentiarum dicit, de ortu autem non itē, ſuperat enim quæſitum, & conuertitur in orientales determinationes. tota namque tractatio huiuſmodi eſt. Inuenire habitationem, in qua exempli gratia cancer in iiſdem temporibus, in quibus leo ad ſuperiora aſcendat. Hipparchus autem in libro de duodecim ſignorum aſcenſione per numeros oſtendit, nō perinde ut occidūnt æquales circumferentiæ ſemicirculi poſt cancrum. quæ inter ſe quandam habent temporis comparationem, ita etiam ipſas oriri. etenim quaſdā eſſe habitationes, in quibus æqualium circumferentiarum ſemicirculi poſt cācrum, ſemper ea, æquinoctiali propinquior eſt, in maiori oritur, quam quæ ad contactus tropicorum. quamobrem & ipſe in iis, quæ æqualiter diſtant, ab æquinoctiali, dixit, & in temporibus ęqualibus exortus fieri. illud autem ex demonſtratione in phænomenis perſpicuum eſt. Similiter & in ſemicirculo poſt capricornum inquit, æquales circumferentię in temporibus inæqualibus oriuntur. & in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus, in minoribus, quæ has conſequuntur, in minimis vero quæ ad ęquinoctialem. at inæqualibus quæ ab æquinoctiali ęqualiter diſtant. de occaſu autem ipſorum nihil dicit. ratio enim demonſtrationis in orientales incidit determinationes. atque eſt tractatio de his à Menelao Alexandrino conſcripta; de qua poſterius agemus.

THEOREMA LVII. PROPOS. LVII.

Si igitur per polos parallelorum ſit horizon, ita demonſtrabitur.



Sit horizon per polos parallelorum ABCDEFH, & ſemicirculus Zodiaci poſt cancrum BXG: maximus autem parallelorū ſit HXE, & diuidatur quadrās BNX in partes æquales in punctis MN, & per A & vtrumque MN maximi circuli deſcri-B bantur. tranſibunt vtique etiam per alterum polum, qui ſint AMF ANF, & rurſus per M N deſcriban-

tur

tur paralleli circuli CML DNK. Quoniam igitur vnuſquiſque ſemicirculorum
AMF ANF congruit ipſi ADF ſemicirculo occidentali, ſimul enim
occidit MB circumferentia & circumferentia CM; in quo autem tempore
MO occidit, in hoc M punctum circumferentiam MC pertranſiuit: ſequitur
vt in quo tempore punctum M pertranſit circumferentiam MC, in hoc
& MB circumferentia occidat. Rurſus circulo AMF horizontis poſitionem
aſſumente, puncta MP ſimul in horizonte ſunt, & puncto N facto in
horizonte, circumferentiæ PN NM iam occiderunt. ſimul enim occidit
circumferentia PN, & NM. in quo autem tempore occidit NP, punctum
N circumferentiam NP pertranſiuit. ergo in quo tempore N circumferentiam
NP pertranſit, in hoc circumferentia NM occidit. Similiter & in quo
tempore X pertranſit circumferentiam XS, in hoc NX circumferentia occidit.
Itaque quoniam per polos parallelorum deſcripti ſunt maximi circuli, ſimiles abſcindent C
eorum parallelorum circumferentias, quæ inter ipſos interiiciuntur.
Similis igitur eſt circumferentia MC circumferentiæ DP, & circumferentiæ ER.
circumferentia autem NP ſimilis ipſi SR. Et quoniam æquales ſunt BM D
MN, NX, & per polos maximi circuli deſcribuntur, erit ER maior, quam
RS, & RS maior, quam SX. ergo in maiori tempore punctum R circumferentiam
RE pertranſit, quam punctum S circumferentiam SR: &
punctum S circumferentiam SR pertranſit in maiori tempore, quam punctum
X circumferentiam XS. Sed in quo quidem tempore punctum R circumferentiam
RE pertranſit, in hoc & punctum M circumferentiam MC. in quo autem
punctum S circumferentiam SR, in hoc & N circumferentiam NP. in maiori igitur
tempore punctum M circumferentiam MC pertranſit, quam punctum N circũferentiam
NP: & punctum N circumferentiam NP in maiori tempore,
quam punctum X circumferentiam XS. Sed in quo tempore punctum M
pertranſit circumferentiam MC, in hoc & BM circumferentia occidit: in quo autem
punctum N pertrãſit NP, in hoc occiditur MN, & in quo X pertranſit XS,
in hoc & NX occidit. quare in maiori quidem tempore occidit BM, in minori autem
MN, & in minimo NX. Simili ratione, & quę ſunt in quadrante XG demõſtrabuntur.
At vero in maiori tempore oriri BM, quam MN, & MN in maiori,
quam NX ſic oſtendemus. ſecetur enim quadrans XG ſimiliter, ut BX in punctis
Oω, & per polum A, & puncta Oω maximi circuli deſcribantur FOA. FωA.
Eodem modo demonſtrabitur circumferentia HY maior, quam ſimilis circumferentiæ E
YT, & YT maior, quam ſimilis ipſi TX & circumferentiæ circulorum
parallelorum maximo. Circumferentia igitur Qω maior eſt, quam ſimilis circumferentiæ
VO: & VO maior, quam ſimilis circumferentiæ TX. & ob id punctum
ω in maiori tempore circumferentiam ωQ pertranſit, quam punctum O circũferentiam
OV. & punctũ O in maiori tempore pertranſit circumferentiam OV, quã
X circumferentiam XT. Sed in quo tempore ω pertranſit circumferentiam ωQ, in
hoc circumferentia ωG oritur. in quo autem tempore O pertranſit OV, in hoc oritur
circumferentia Oω. & in quo X pertranſit XT, in eo oritur XO. In maiori igitur tempore
circumferentia quidem Gω oritur, quam circumferentia ωO. circumferentia
uero ωO oritur in maiori tempore, quam circumferentia OX. ſed in eodem tẽpore
unaquęque circumferentiarum Gω ωO OX oritur, in quo unaquæque ipſarum BM
MN NX. hoc eſt Gω quidem in eodem tempore, in quo BM, & ωO in eodem, in quo
MN, OX autem in eodem, in quo NX. hoc enim & in elemento demonſtratum eſt. ergo F
in maiori quidem tempore oritur circumferentia BM, in minori autem circumferentia G
MN, & in minimo circumferentia NX oritur.

COMMENTARIVS.

A Et in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps ſunt; in minimis vero, quæ ad æquinoctialem] *Græcus codex* καὶ ἐν μεγίςοις ἀι πρὸς ταῖς συναφαίς τῶν τροπικῶν ἐν ἐλαχίςοις θ αἱ πρὸς τὴν ἰσημερινῷ. *Sed corrige ex Euclide ipſo.* καὶ ἐν πλοίςοις μὲν οἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῆς τροπικῶν, ἐν ἐλάσσουσοι δὲ ἀι ἐξ τούτων, ἐν ἐλαχίςοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ.

B Tranſibunt vtique etiam per alterum polum] *ſi enim non tranſeant per alterum polum, maximi circuli ſeſe biſariam non ſecabunt, quod eſt abſurdum ex 11. primi ſphæricorum Theodoſii.*

C Itaque quoniam per pollos parallelorum deſcripti ſunt maximi circuli, ſimiles abſcindent parallelorum circumferentias, quæ inter ipſos interiiciuntur] *ex 10. ſecundi ſphæricorum Theodoſii.*

D Et quoniam æquales ſunt BM MN NX, & per polos maximi circuli deſcribuntur, erit ER maior, quam RS, & RS maior quam SX] *ex 6. tertii libri ſphæricorũ Theodoſii, & ex 21. huius.*

E Eodem modo demonſtrabitur circumferentia HY maior, quam ſimilis circumferentiæ YT, & YT maior, quam ſimilis ipſi TX; & circumferentiæ circulorum parallelorum maximo] *Demonſtrabitur enim ſimiliter ex 6. tertii libri ſphæricorũ Theodoſii, & ex 21. huius circumferentiam HY maior, quam circumferentia YT, & rurſus YT maior, quam TX. Et cum ſint circumferentiæ eiuſdem circuli, erit HY maior, quam ſimilis ipſi YT, & YT maior, quam ſimilis TX. ſed circumferentia Qω ſimilis eſt circumferentię HY, & circumferentia VO ſimilis circumferentię YT. circumferentia igitur Qω maior eſt, quam ſimilis circumferentię VO, & VO maior, quam ſimilis ipſi YT.*

F Hoc enim & in elemento demonſtratum eſt] *Demonſtratur etiam ab Euclide hoc loco, circumferentias, quę ab ęquinoctiali æqualiter diſtant, in temporibus ęqualibus, & occidere, & oriri.*

G Ergo in maiori quidem tempore oritur circumferentia BM, in minori autẽ circumferentia MN, & in minimo circumferentia NX oritur] *Gręcus codex* ἀνατέλλει ἄρα ἐν πλέιονι χρόνω ἡ μβ, ἐν ἐλαχίστω δὲ ἡ νξ. *ſed corrige.* ἀνατέλλει ἄρα ἐν πλείςω χρόνω ἡ μβ, ἐν ἐλασσονι δὲ αἱ μν, ἐν ἐλαχίστω δὲ ἡ νξ.

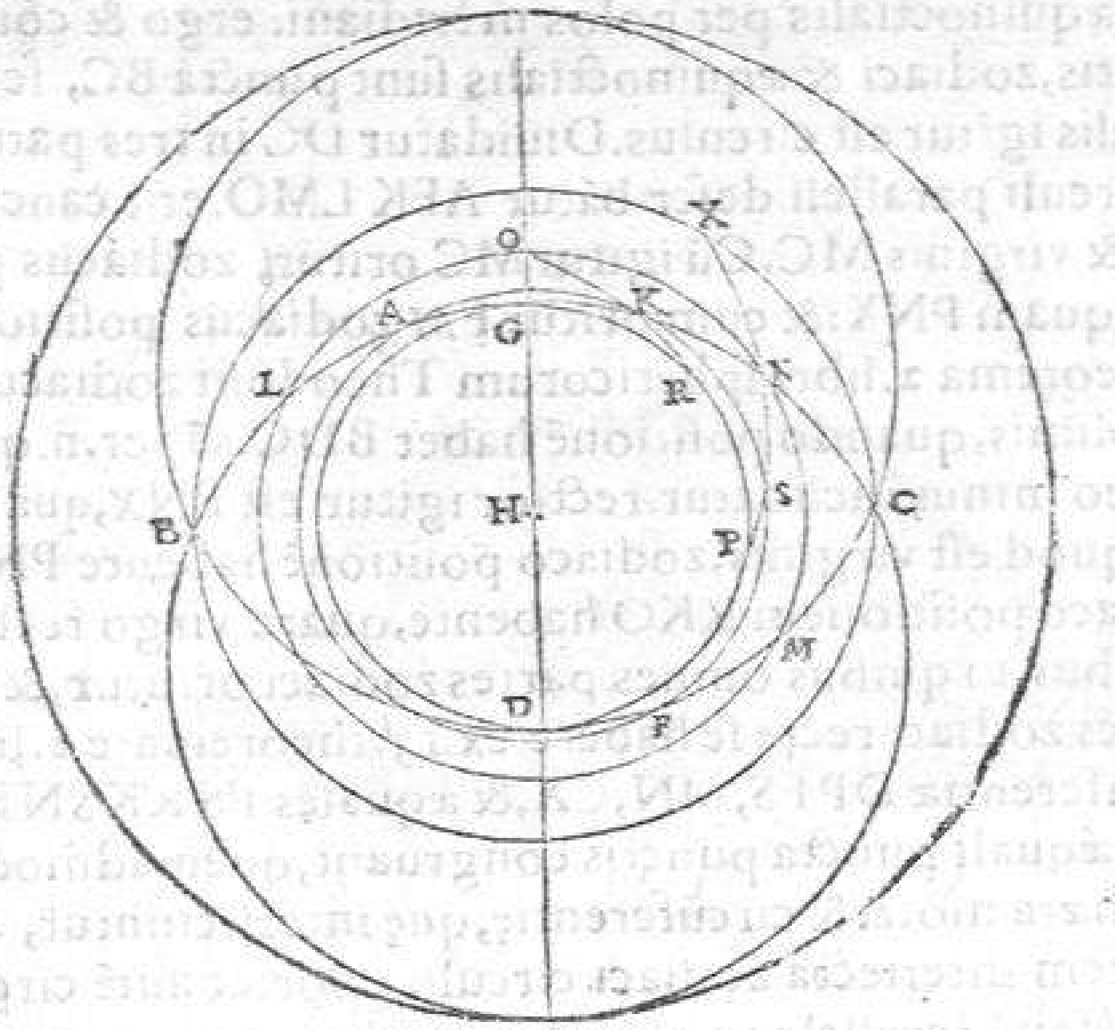
Oſtenſum igitur eſt ex æqualibus circumferentis ſemicirculi quidem poſt cancrum, eam, quæ propinquior eſt tropico æſtiuo in maiori tempore occidere, quam quæ remotior eſt, ſemicirculi vero poſt capricornum, qui propinquior eſt hyemali tropico in maiori tempore oriri, quam quæ remotior. Si verò aliquis quæſierit, an econtra eueniat, vt ſcilicet ex æqualibus circumferentijs ſemicirculi poſt cancrum, ſemper quæ propinquiores ſunt tropico æſtiuo in maiori tempore oriantur, quam quæ ſunt remotiores. Dicendum eſt non in omni habitatione hoc contingere poſſe. ſiquidem oſtendetur in aliquibus horizõtibus virginem rectiorem aſcendere, quam leonem, & contra

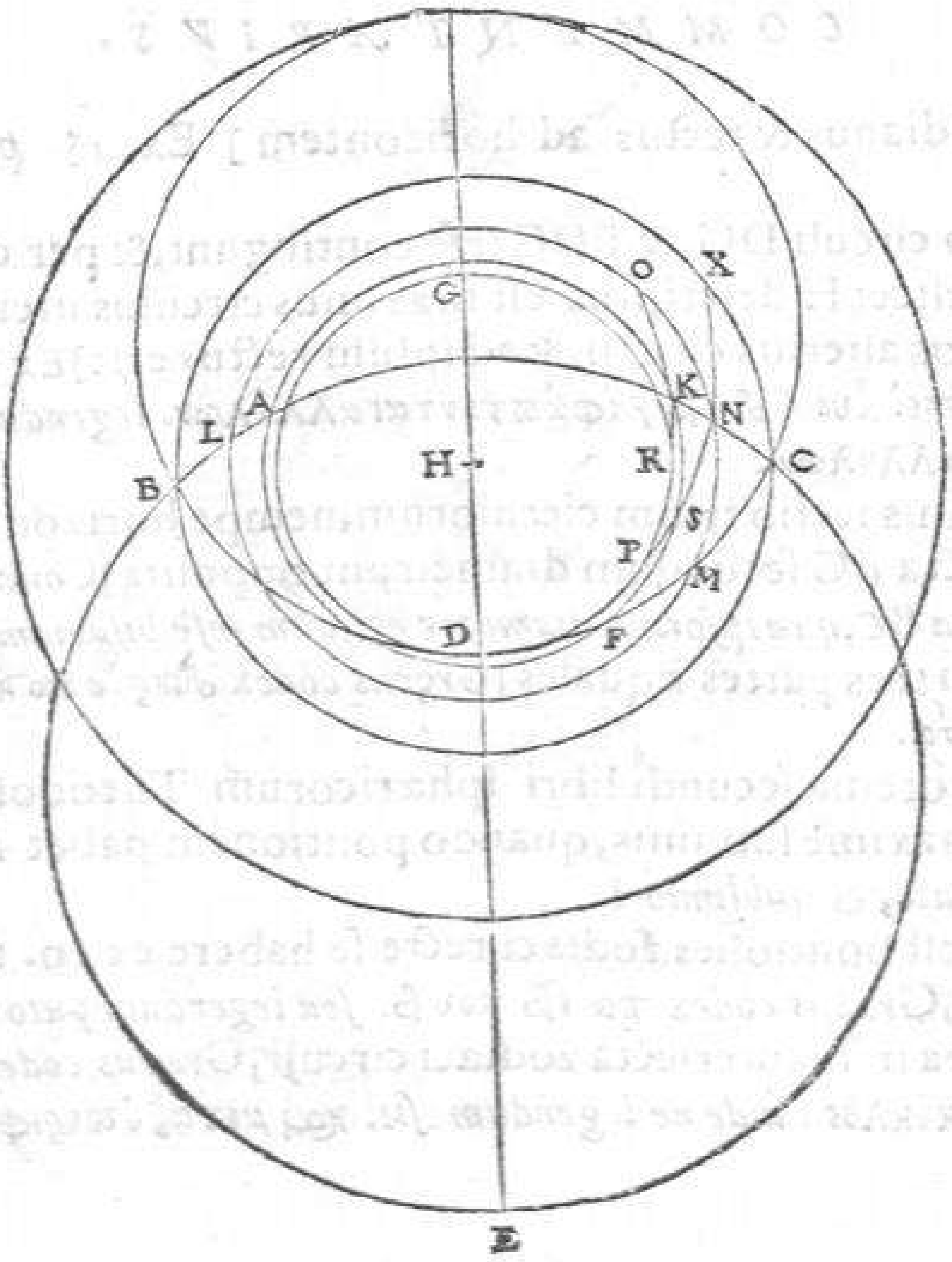
leonem

leonem in maiori tempore oriri, quam virginem. & leonem rectius aſcendere, & in maiori tempore oriri, quam cancrum.

THEOREMA LVIII. PROPOS. LVIII.

At in omni climate, vbi ortus & occaſus eſt duodecim ſignis, virginem rectiorem aſcendere, quam leonem, ita oſtendetur.





Sit horizõ ABC, tropicus aũt ęſtiuus DG, & in primo quidẽ caſu cõtingat horizon
tem in ſecundo aũt ſecet: & polus ipſius ſit H: perq; H & horizõtis polos deſcriba-
A tur maximus circulus GHE. erit igitur meridianus & rectus ad horizontem, etenim
per polos ipſius eſt deſcriptus. deſcribatur ẽt per D zodiacus circulus BDC, & ſit BC
B circulus æquinoctialis, vt eſt. Itaque quoniã circuli DG, & BDC ſeſe contingũt, & per
contactum D, & per polos vnius DG, videlicet H deſcriptus eſt maximus circulus
meridianus GHDE. tranſibit etiã per polos alterius circuli BDC, & ad ipſum rectus
erit. quare & zodiacus erit ad meridianũ rectus, & propterea per polos eius traſibit.
C eſt aũt & horizon, & æquinoctialis per polos meridiani. ergo & cõis ſectio triũ cir-
culorũ, nẽpe horizontis, zodiaci & æquinoctialis ſunt puncta BC, ſecundũ diametrũ
D oppoſita. æquinoctialis igitur eſt circulus. Diuidatur DC in tres partes ęquales in pũ
ctis FM. & per FM circuli paralleli deſcribãtur AFK LMO. erit cancri quidem ſignũ
DF, leonis uero FM, & virginis MC. Cũ igitur MC oritur, zodiacus poſitionẽ quãdã
habebit, habeat eam, quam PNX: & cum oritur FM zodiacus poſitionẽ habeat, quã
E RKO. ergo per 22. theorema 2. libri ſphęricorum Theodoſii zodiacus rectiſſimus ẽ,
videlicet maxime ſublimis, quando poſitionẽ habet BDC. ſẽper. n. quo propinquior
eſt contactui æſtiuo, eo minus inclinatur. rectior igitur eſt PNX, quã RKO. & NX qui
dem ſignum oritur, quod eſt virginis, zodiaco poſitionẽ habente PNX: KO autẽ leo-
nis ſignũ oritur zodiaco poſitionem RKO habente, quare virgo rectior aſcẽdit, quã
F leo in iis habitationibus, in quibus omnes partes zodiaci oriũtur, & occidunt. & ma
nifeſtum eſt poſitiones zodiaci recte ſe habere ex 13. theoremate 2. libri ſphæricorũ,
ſimiles. n. ſunt circumferentiæ DPFS, MN, CX, & æquales PS RK SN KO, ita ut cõuer
ſa ſphęra in tempore æquali puncta punctis congruant, quemadmodum demonſtra
tum eſt in libro de ſphæra mota: & circũferentię, quę interiiciuntur, æquales ęquali-
G bus. & circũferentia item interiecta zodiaci circuli. oportet autẽ circũferentia æqua
lem ipſi MC inter eoſdem parallelos eſſe: propterea quod aſcenſio ipſius MC eadẽ
ſumitur, quę NX. non procedit autem theorema in maiori eleuatione, quando hori-
zon contingat maiores circulos, quam quos zodiacus contingit.

COMMENTARIVS.

A Erit igitur meridianus & rectus ad horizontem] Ex 15. *primi libri ſphæricorum Theodoſii.*

B Itaque quoniam circuli DG, & BDC ſeſe contingunt, & per contactum, & per polos unius DG, videlicet H deſcriptus eſt maximus circulus meridianus GHDE, tranſibit etiam per polos alterius circuli, & ad ipſum rectus erit] *Ex 5. ſecundi libri ſphęricorum. Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἡ δη βγ ἐφάπτονται ἀλλήλων. *legendum puto.* ἐπεὶ οὖν ὁ δη κ βδγ ἐφάπτονται ἀλλήλων.

C Ergo & communis ſectio trium circulorum, nempe horizontis, zodiaci, & æquinoctialis ſunt puncta BC ſecundum diametrum oppoſita] *Communis ſectio dictorũ circulorum eſt recta linea BC, quæ ipſorum diameter eſt, cum ſeſe bifariam ſecent.*

D Diuidatur DC in tres partes æquales] *Gręcus codex* διῃρήσθω ἡ δγ εἰς δύο ἴσα. *legendum puto* εἰς τρία ἴσα.

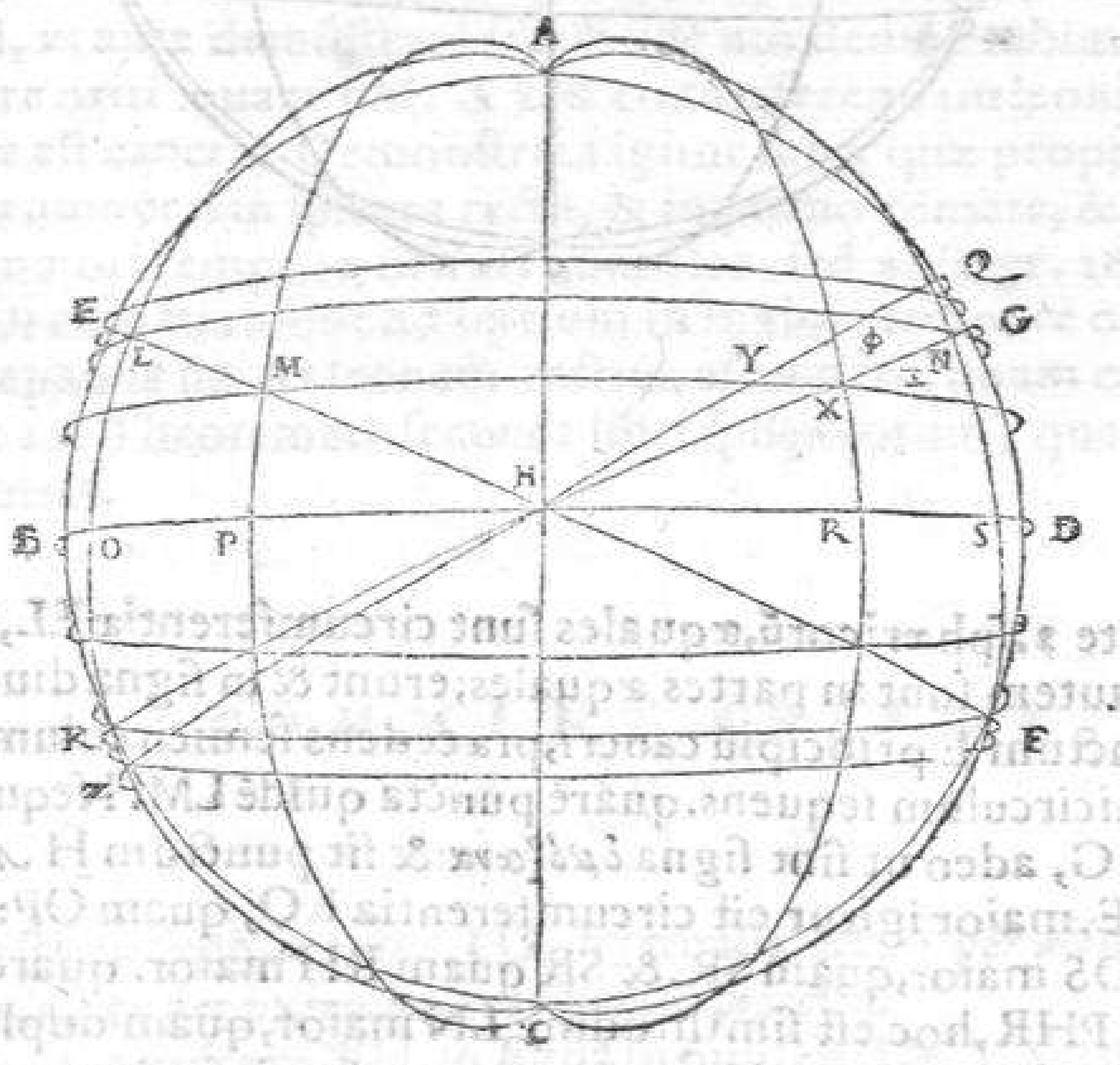
E Ergo per 22. theorema ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii zodiacus rectiſſimus eſt, uidelicet maxime ſublimis, quando poſitionem habet BDC.] *Rectiſſimum dixit pro minus inclinato, & ſublimiori.*

F Et manifeſtum eſt poſitiones zodiaci recte ſe habere ex 10. theoremate ſecundi libri ſphæricorum] *Græcus codex* τῷ ιβ τοῦ β. *ſed legendum puto* τῷ ιγ.

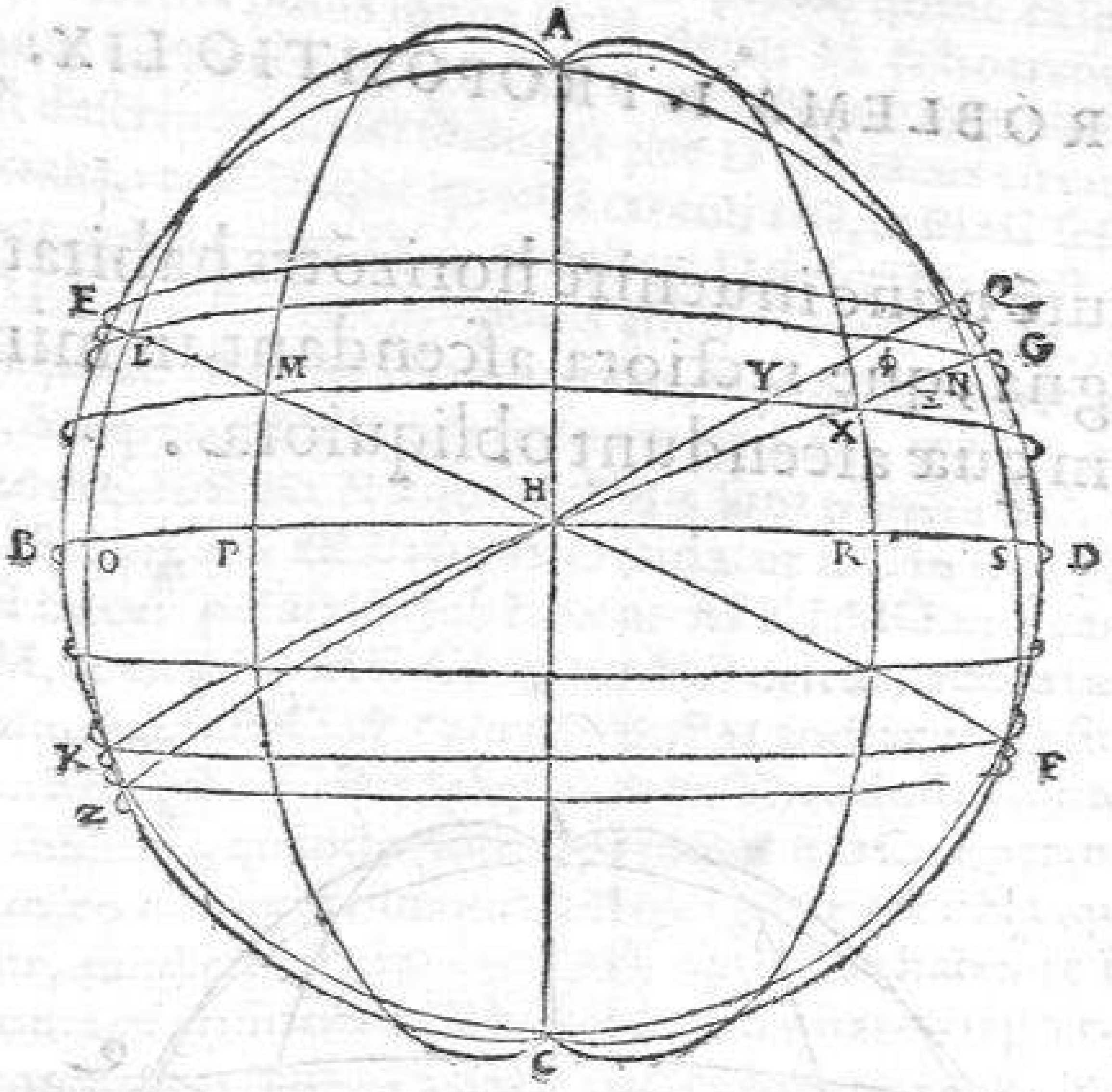
G Et circumferentia item interiecta zodiaci circuli] *Græcus codex* καὶ μεταξὺ περιφέρεια ὁ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλος. *uide ne legendum ſit.* καὶ μεταξὺ περιφέρεια ἡ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου.

PROBLEMA I. PROPOSITIO LIX.

Oporteat autẽ nunc inuenire horizõtes habitationũ, in quibus zodiaci ſigna, quę rectiora aſcendant, in minori tempore oriuntur, quam quæ aſcendunt obliquiora.



Exponatur maximus circulus ABCD pro horizõte, qui per polos parallelorũ trãſit, ſintque poli AC, & per ipſos maximus circulus AHC, hoc ẽ meridianus. Sit autẽ A
æſtiuus ſemicirculus EG, hyemalis KF. Zodiaci poſitio interdum quidem ſit EHF,
interdum uero GHK. & orientales partes ſint, quæ ad puncta GDF. diuidaturque B
quadrans EH in ſigna in punctis LM. Quoniam igitur horizon tranſit per polos
ſphæræ, hoc eſt ęquinoctialis, ad ipſum rectus erit. quare & æquinoctialis ẽ ad horizontẽ rectus, & per polos eius tranſit. ẽ autẽ & meridianus per polos horizontis. quare communis ſectio ęquinoctialis, & meridiani ſunt poli horizontis, & per ipſos æ- C
quinoctialis continenter fertur. At zodiacus ſecundum duo puncta tantũ, quæ ſunt D
principia arietis & libræ, fertur per communes ſectiones æquinoctialis & meridiani.
ergo circumferentia ab horizonte ad polũ ẽ quadrantis, uidelicet partiũ nonaginta.
Et ſunt in horizonte puncta tropicorũ EG KF a quib. ad meridianũ ẽ quadrãtis cir E
cũferẽtia. ergo quadrãs ẽ a pũctis EG KF ad cõe pũctũ ęquinoctialis circuli, & meridiani, & poli horizõtis, quod ẽ H. deſcribantur ẽt per LMH paralleli circuli LN, MX F
BHO. erit utique BOD ęquinoctialis, ut ante dictũ ẽ. poſtremo deſcribatur per polũ G
A, & per unũquodque pũctorũ LM NX maximi circuli AO AP, AR AS. Et quoniam H



ex 13. theoremate 2. ſphæricorũ, æquales ſunt circumferentiæ EL, GN, & LM NX, &
MH XH. diuiſæ autem ſunt in partes æquales; erunt & in ſigna diuiſæ, & inter ſe ęqua
K les. atque eſt punctum E principiũ cancri, præcedens ſemicirculum: & punctũ G prin
cipiũ cancri ſemicirculum ſequens. quare puncta quidẽ LMH ſequũtur E, pũcta vero
NXH præcedũt G, adeo ut ſint ſigna ὁμόζωνα: & ſit punctum H Arietis ſecundũ G,
L & librę ſecundũ E. maior igitur eſt circumferentia B O, quam OP: & OP maior, quá
M PH. Similiter & DS maior, quam SR. & SR quam RH maior. quare OHS maior erit,
N quá dupla ipſius PHR, hoc eſt ſimilitudine LN maior, quam dupla ipſius MX. ſit Lφ
ſimilitudinę dupla MX: & per φH maximus circulus deſcribatur QφHZ. erit is re-
ctus ad ABCD horizontem. etenim punctum H eſt horizontis polus. Itaque dico ſi
conſtituamus horizontem uel QφHZ uel GHK, qui æſtiuum tropicum EG contin-
O git, in habitatione, quę cadit inter QG, oſtendetur virgo rectior aſcendere, quá leo,
P in maiori autem tẽpore leo oriri, quã virgo. Quoniam. n. poſuimus talẽ horizontem
maiores circulos non contingere, quam ſint circuli tropici, conſtat ex eo, quod antę
demonſtratum eſt virginem rectiorem aſcendere, quam leonem. ponatur primũ ho
rizon GHK, & ſit ipſius orientalis ſemicirculus GHK, meridiano exiſtente ABCD ad
parallelos & ad GHK recto. tropicus igitur æſtiuus EG erit circulus arcticus horizõ
tis GHK. atque erit cancri ſignum EL, leonis LM, & virginis MH. circumferentia au
tem MH rectior eſt, quam LM, & eſt MH virginis. ergo MH rectior aſcendit, quam
LM. Dico LM in maiori tempore oriri, quam MH. Quoniam. n. demonſtratũ ẽ LN ſi
militudine maiorẽ eſſe, quá duplá ipſius MX, & in quo quidẽ tẽpore punctũ L circũ-
ferentiá NL pertrãſit, oritur LH, etenim cum L a puncto N orientis incipiat pertran
ſire LN, aſcẽdet LH, nãque H ẽ in horizõte oriẽtali, in quo aũt tẽpore pũctũ M circũfe
rentiam XM pertranſit, eadem ratione MH oritur; conſtat LH in maiori tempore
oriri, quam ut duplum eius, in quo oritur MH. quare maius eſt tempus ortus
LM, quã MH. Si enim a tempore ortus LH auferatur tempus MH minus, quam
dimidium, quod tempus LH ſit maius, quam duplum, relinquetur tempus
ipſius

ipſius LM maius, quam dimidium temporis LH, maius exiſtẽs tẽpore MH, quod eſt minus, quam dimidium LH. Rurſus ſit alter horizon QφHZ meridiano exiſtẽte ABCD, recto ad parallelos, & ad QφHZ horizontem. nam cum H ſit meridiani polus, recti adinuicem erunt. Dico in maiori tempore oriri LM, quam MH. Q Quoniam enim ablata eſt Lφ ſimilitudine dupla ipſius MX, manifeſtum eſt Lφ maiorem eſſe, quam duplam MY. nam punctum Y cadit inter MX. ſiquidem cõſtat HφQ non tranſire per MX; fierent enim HM XH maximorum circulorum diametri, quę quidem ſunt minores totis ſemicirculis EMHF GXHK. quod fieri non poteſt. Sed neque extra MX, etenim tranſibit etiam per φ, ut poſitum eſt: & per Hφ deſcriptus circulus rurſus ſecabit maximos circulos ELF GXK in alio pũcto, atque erit ſectio minor ſemicirculo, quæ eſt in puncto H, quod fieri non poteſt. cadet igitur punctum Y inter MX. ſed in quo quidem tempore punctum L circumferentiam φL percurrit incipiens a puncto φ orientalis horizontis, oritur LH. in quo autem tempore M percurrit YM circumferentiam, incipiens a pũcto Y orientalis horizontis, MH oritur. quare perſpicuum eſt in maiori tempore oriri LM, quã MH, vt ante demõſtratũ fuit. Eodẽ mõ demõſtrabimus circũferentiã EL in maiori tẽpore oriri quam LM. & LM circumferentiam leonis rectius aſcendere quam EL, quæ eſt cancri. Demonſtrata igitur ſunt, quæ proponebantur. Secundum Problemæum vero in ſphæra recta, & in primo climate, & ſecundo concorditer. cancer in maiori tempore oritur, quam leo. ſed poſt gr. 16. M 27. eleuationis poli ſecundi climatis uſque ad tertium in maiori tempore oritur leo, quam cancer, ita vt diſcrepantia ſit. At leonem rectius aſcendere, quam cancrum demonſtrabitur rurſus ex 21. Theoremate ſecundi libri ſphęricorum; quemadmodum in antecedenti lemmate.

COMMENTARIVS.

A Sit autem æſtiuus ſemicirculus EG, hyemalis KF,] *per æſtiuum circulum intelligere tropicum cancri, & per hyemalem tropicum capricorni.*

B Diuidaturque quadrans EH in ſigna in punctis LM] *Gręcus codex* καὶ διῃρήσθω τὸ εθ τεταρτημόριον εἰς τὰ ζώδια κ τὰ λ μ. *ego legendum puto.* κατὰ τὰ λ μ.

C Quare communis ſectio æquinoctialis, & meridiani ſunt poli horizontis.] *In ſphęra recta, de qua nunc ſermo eſt, æquinoctialis & verticalis iidem ſunt, communis autem ſectio verticalis, & meridiani eſt gnomon, ut ſcribit Ptolemæus in libro de analẽmate cuius termini ſunt poli horizontis. ſed fortaſſe hoc dixit Pappus intelligens per ęquinoctialẽ, & meridianum circumferentias tantum eorum circulorum, quarum communes ſectiones ſunt horizontis poli, & eadem ratione in antecedenti theoremate dixit communem ſectionem triũ circulorum, nempe horizontis, Zodiaci, & æquinoctialis eſſe puncta* BC *ſecundum diametrum oppoſita.*

D At Zodiacus ſecundum duo puncta tantum, quæ ſunt principia Arietis & libræ fertur per communes ſectiones ęquinoctialis & meridiani] *Gręcus codex corruptus eſt, vt reor, in quo legitur.* ὁ δὲ ζωδιακὸς ζ ζογοῦ ὁ τὸν κοινῶν τομῶν. *ſed vide ne legendum ſit* διὰ τὸν κοινῶν τοπῶν.

E Et ſunt in horizonte puncta tropicorum EG KF, a quibus ad meridianum eſt quadrantis circumferentiæ] *& hoc loco Græcus codex corruptus eſt, ni fallor, qui ſic habet.* καὶ ἐισὶν ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος τὰ εη κζ ὄντα τὸν ἀφ᾽ ὧν σημεῖα τὸν τροπικῶν ἐπὶ τὸν μεσημβρινὸν τεταρτημόριον. *fortaſſe vero ita corrigetur.* τὰ εη κζ ὄντα σημεῖα τὸν τροπικῶν, ἀφ᾽ ὧν ἐπὶ τὸν μεσημβρινὸν. &c.

F Ergo quadrans eſt a punctis EG KF ad commune punctum ęquinoctialis circuli, & meridiani, & poli horizontis, qui eſt H.] *Quod in principio poſuit nunc demonſtrat, poſuit enim ſupra EH quadrantem eſſe, cum dixit diuidatur quadrans EH in ſigna in punctis LM.*

G Deſcribantur etiam per LMH paralleli circuli LN MX BHD] *Græcus codex καὶ διὰ τῶν λ μ θ παράλληλοι γεγράφθωσαν αἱ λ μ ν ξ. lege οἱ λ ν μ ξ. parallelus autem LN quadrantem zodiaci GH in puncto N ſecet, & MX eundem ſecet in X.*

H Et quoniam ex 13. theoremate ſecundi libri ſphæricorum æquales ſunt circumferentiæ EL GN & LM NX, & MH XH: diuiſæ autem ſunt in partes æquales: erunt & in ſigna diuiſæ, & inter ſe æquales] *Quadrans EH diuiſus eſt in tres partes æquales, hoc eſt in ſigna EL LM MH. Sed cum ęquales ſint EL GN, & LM NX & MH XH, erit & quadrans GH in totidem partes æquales diuiſus; videlicet in ſigna, & omnes hæ circumferentię inter ſe æquales erunt. Græcus codex καὶ ἐπειδὴ τῷ ιβῳ τοῦ δευτέρου &c. theorema illud eſt tertiūdecimum ſecundi libri, non duodecimum, quare ſcribendum erit ιγῳ.*

K Atque eſt punctum E principium cancri præcedens ſemicirculum, & punctum G principium cancri ſemicirculum ſequens] *Punctum enim E eſt principium cancri, L principium leonis, M virginis, & H libræ. rurſus H eſt principium Arietis, X principiū tauri, N geminorum, & G cancri*

L Et libræ ſecundum E] *Græcus codex καὶ συζύγου ὁ κατὰ τὸ ε, uel legemus καὶ ζυγοῦ uel συζύγου pro eodem accipiemus.*

M Maiori igitur eſt circumferentia BO, quam OP, & OP maior, quam PH. Similiter & DS maior, quam SR, & SR, quam RH maior] *Ex 6. tertii libri ſphæricorum, uel ex 21. huius.*

N Quare OHS maior erit, quam dupla ipſius PHR, hoc eſt ſimilitudine LN maior, quam dupla ipſius MX] *Eſt enim ex 10. ſecundi libri ſphæricorum LN ſimilis ipſi OHS, & MX ſimilis PHR.*

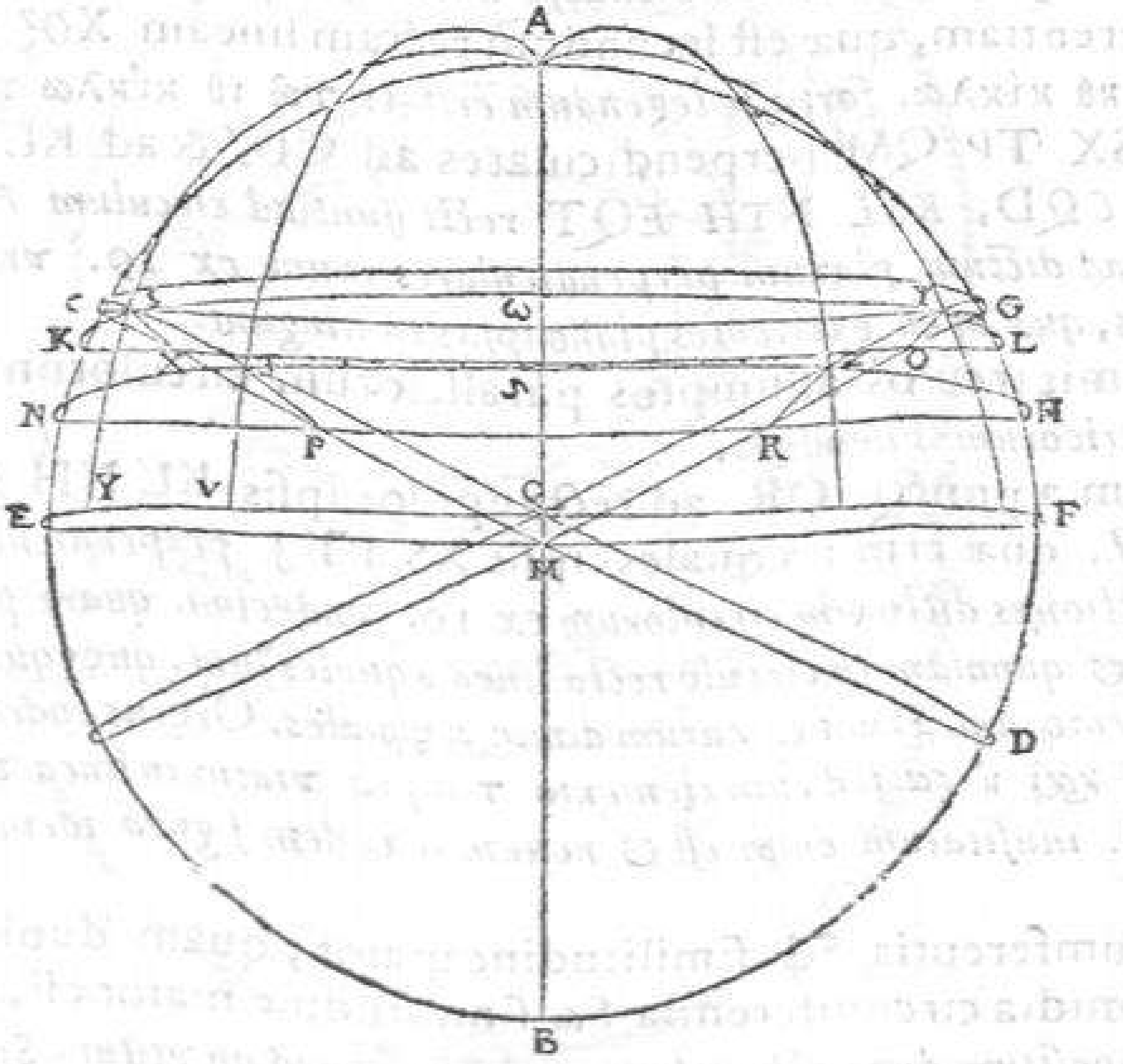
O In maiori autem tempore leo oriri, quam virgo] *Græcus codex ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ παρθένου ἀνατέλλων ſed legendum ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ὁ λέων παρθένου ἀνατέλλων.*

P Quoniam enim poſuimus talem horizontem maiores circulos non contingere] *Græcus codex. ἐπείπερ ἐν πλείονι χρόνο ὑπεστησάμην ὁρίζοντα &c. delenda ſunt ea verba ἐν πλείονι χρόνῳ, ut opinor.*

Q Siquidem conſtat HΦQ non tranſire per MX, fierent enim HM XH maximorum circulorum diametri, quæ quidem ſunt minores totis ſemicirculis EMHF, GXHK, quod fieri non poteſt.] *Probat punctum Y cadere, inter MX. nam ſi non cadit inter MX, uel cadet in ipſis MX punctis, uel extra. cadat primum in punctis MX. & quoniam maximi circuli GXHK QΦHZ ſecant ſe ſe in puncto H, & in puncto M, uel X, ut ponitur, erunt iunctæ HM HX ſemidiametri maximorum circulorum & circumferentiæ HM HX ſemicirculi, quod circuli maximi bifariam ſe ſecent. atqui HM HX ſunt minores ſemicirculis, ponebantur enim ſemicirculi totæ circumferentiæ EMHF GXHK. quod fieri non poteſt. Si autem punctum Y cadit extra X, maximus circulus QΦHZ ſecabit maximum circulum CXHK in alio puncto inter XN. ſecet in Ξ. ergo iuncto HΞ diameter eſt maximorum circulorum, & circumferentia HΞ ſemicirculus, quę eſt ſemicirculo minor, quod eſt abſurdum. Quod ſi Y cadat extra M, rurſus maximus circulus QΦHZ ſecabit maximum circulum EMHF in alio puncto, quam H, & idem, quod prius abſurdum ſequitur Græcus codex, ut opinor, corruptus eſt: ita enim habet ὅτι μὲν γὰρ &c. γίνονται γὰρ διάμετρος τῶν μεγίστων κύκλων αἱ θ μ ξ θ ἐλάσσονος γὰρ &c. καὶ ἔσται ἡ κοινὴ τὸ ἐλάσσονος ἡμικυκλίου ἡ ἀπὸ τοῦ ε ὅπερ ἀδύνατον. Sed forte corrigetur in hunc modum. γίνονται γὰρ διάμετροι τῶν μεγίστων κύκλων &c. ἐλάσσονες γὰρ &c. καὶ ἔσται ἡ τομὴ τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμικυκλίου ἡ ἀπὸ τοῦ θ.*

THEOREMA LIX. PROPOSITIO LX.

Sit per polos ſphere circulus ABCD, poli autem ſphæræ A
AB. & ſit alius circulus maximus CD, obliquus quidem ad pa
rallelos, rectus vero ad circulum ABCD, & diuidatur quadrans
CQ in tres partes æquales ad puncta ST, & per STQ deſcribá
tur circuli paralleli: ſintque ipſorum, & circuli ABCD commu-
nes ſectiones CD KL NH EF, quæ quidem & diametri fiunt. B
Sit præterea ipſi kL parallela CG. æſtiuus igitur tropicus circa C
CG deſcriptus rectus eſt ad circulum ABCD, continget enim
in C. & iungatur MG. Dico circumferentiam, quæ eſt ſecun D E
dum rectam lineam XO, habetque baſim ipſi XO æqualem
ſimilitudine maiorem eſſe, quam duplam circumferentiæ, quæ
eſt ſecundum rectam PR in circulo NH.



Intelligantur enim communes ſectiones omnium circulorum. erunt vtique SX F
TP QM perpendiculares ad CD; & ad KL NH EF. Deſcribantur per STQ
& per A circulorum maximorum circumferentiæ AY AN AQ quare AQ G
ſemicirculos aſſumptos parallelorum circulorum bifariam ſecat. Ducantur etiam H
a punctis OR ad rectos angulos ipſis KL NH in planis ſemicirculorum O↓
RZ; quæ erunt æquales ipſis XS PT. ergo & circumferentiæ ſecundum rectas li
neas XO PR erunt S↓ TZ. eſt igitur circumferentia S↓ ſimilitudine ma- K
ior

ior quam dupla circumferentiæ TZ quare & dimidia circumferentia Sω ſimilitu-
L dine maior eſt, quam dupla dimidiæ Tς. Sed circumferentia quidem Sω ſimilis eſt
M circumferentiæ YQ, circumferentia vero Tς ſimilis ipſi VQ. Similitudine igitur
circumferentia YQ maior eſt, quam dupla circumferentiæ VQ. quod quidem ita
ſe habet. nam circumferentia ST æqualis eſt circumferentiæ TQ. & per polum,
N & per STQ maximi circuli deſcribuntur. hoc enim in ſphæricis demonſtratum
eſt.

COMMENTARIVS.

A Sit per polos ſphæræ circulus ABGD] *Hoc theorema uidetur quodammodo ſuper uacaneum. quod enim in eo demonſtratur, ſatis ſuperque demonſtratum iam fuit.*

B Quę quidem & diametri ſiunt] *Nam CD maximi circuli CQD diameter eſt, & KL NH EF ſunt diametri parallelorum circulorum.*

C Aeſtiuus igitur tropicus circa CG deſcriptus rectus eſt & ad circulum ABCD. continget enim in C] *Græcus codex ſic habet* ὁ ἄρα περὶ τὴν γν θ   ὀρτὸς ἐςὶ πρὸς τὸν αβγδ ἡ γν ἐφάψεται γὰρ κατὰ τὸ γ. *ego ſic legendum puto.* ὁ ἄρα περὶ τὴν γη θ   ὀρτὸς ἐςὶ πρὸς τὸν αβγδ ἐφάψεται γὰρ κατὰ τὸ γ. *per* θ   *ante videtur ſignificari* θερινὸς παράλληλος, *videlicet tropicus æſtiuus: qui cum hoc loco inſtar ſit circuli arctici, ut ſupra dictum eſt, horizontem in C vel G contingit.*

D Et iungatur MG] *Græcus codex mendoſe habet* μν *pro* μη

E Dico circumferentiam, quæ eſt ſecundum rectam lineam XOζ] *Græcus codex.* φημὶ δὴ &c τῷ ηθ κύκλῳ. *fortaſſe legendum erit* ἐν τῷ νθ κύκλῳ. *vel* τοῦ νθ κύκλου.

F Eruntutique SX TP QM perpendiculares ad CD, & ad KL NH EF] *Quoniam enim circuli CQD, KSL NTH EQT recti ſunt ad circulum ABCD, communes ipſorum ſectiones ad dictum planum perpendiculares erunt ex 19. vndecimi ergo & ad omnes rectas lineas, quæ in eo exiſtentes plano ipſas contingunt.*

30.eſt vn decimi.

G Quare AQ ſemicirculos aſſumptos parallelorum circulorum bifariam ſecat] *ex 9 ſecundi ſphæricorum Theodoſii.*

H Ducantur etiam a punctis OR ad rectangulos ipſis KL NH in planis ſemicirculorum O↓ RZ, quæ erunt æquales ipſis XS PT] *perpendiculares enim O↓ RZ ſunt communes ſectiones dictorum circulorum ex 19. vndecimi. quare per eorum plana tranſeunt neceſſe eſt. & quoniam in circulo rectæ lineæ æquales ſunt, quę ęqualiter à centro diſtãt ex 14. tertii elementorum, erunt & earum dimidiæ ęquales.* Gręcus codex ἤχθωσαν δὲ καὶ ἀπὸ &c. ἥτε οτ καὶ ἡ ςα. *ſed cum elemento* τ *ſupra vtatur in linea* πτ, *viſum eſt pro* τ *hoc loco ponere* ↓. *inuſitatum enim eſt & nouum in eadem figura idem elementum bis ſumere.*

K Eſt igitur circumferentia S↓ ſimilitudine maior, quam dupla circumferentiæ TZ. quare & dimidia circumferentia Sω ſimilitudine maior eſt, quam dupla dimidiæ Tς] *Ad propoſitum demonſtrandum reſolutione quadam vtitur. Si enim ponamus circumferentiam S↓ ſimilitudine maiorem eſſe, quam duplam circumferentiæ TZ, erit dimidia circumferentia Sω ſimilitudine maior, quam dupla dimidię Tς.*

L Sed circumferentia quidem Sω ſimilis eſt circumferentiæ YQ, circumferẽtia vero Tς ſimilis ipſi VQ.] *poſt quæ in gręco codice hæc leguntur.* ἡ δὲ υχ τῆς τς μείζων *quę nos delenda arbitramur, niſi forte legendum ſit* ἡ δὲ υχ τῆς φχ μείζων.

M Similitudine igitur circumferentia YQ maior eſt, quam dupla circumferentis VQ. quod quidem ita ſe habet.] *ſequitur hoc ex eo, quod ante poſitum eſt, & ita ſe habet: quare & illud ex quo ſequitur neceſſario verum erit.*

N Hoc enim in ſphæricis demonſtratum eſt] *videlicet in 6. tertii libri ſphæricorum,*

& a Pappo in 59. huius.

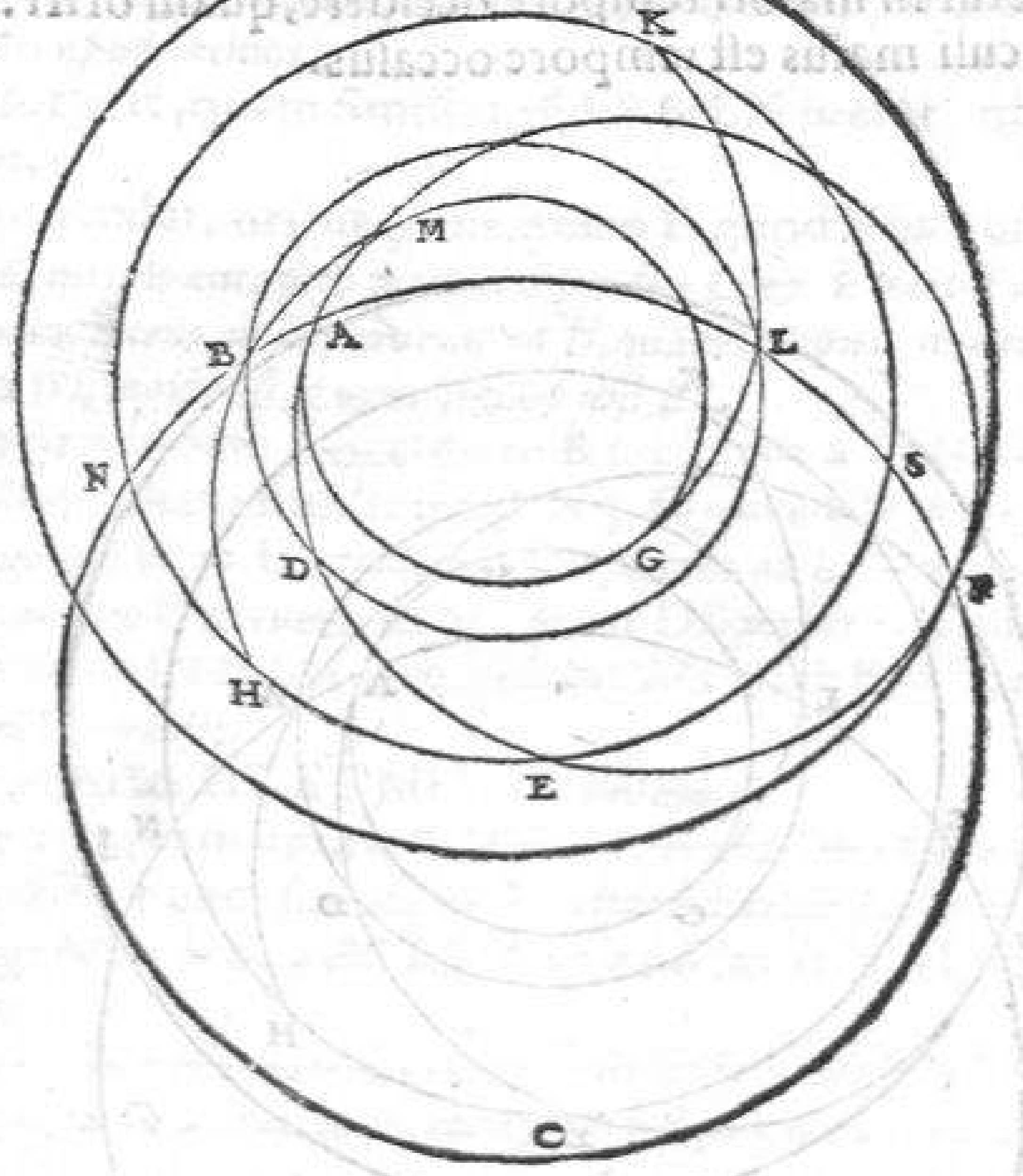
Compoſitio autem ita fiet.

Quoniam enim circumferentia ST eſt æqualis circumferentiæ TQ, & per polum A, & per puncta STQ maximi circuli deſcribuntur, erit YV maior, quam VQ, & ob id YQ maior, quã dupla VQ. Sed Sω ſimilis eſt ipſi YQ, & Tς ſimilis VQ ergo Sω ſimilitudine maior eſt, quam dupla Tς, & ita earum duplæ, videlicet Sψ ſimilitudine maior, quam dupla ipſius TZ.

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXI.

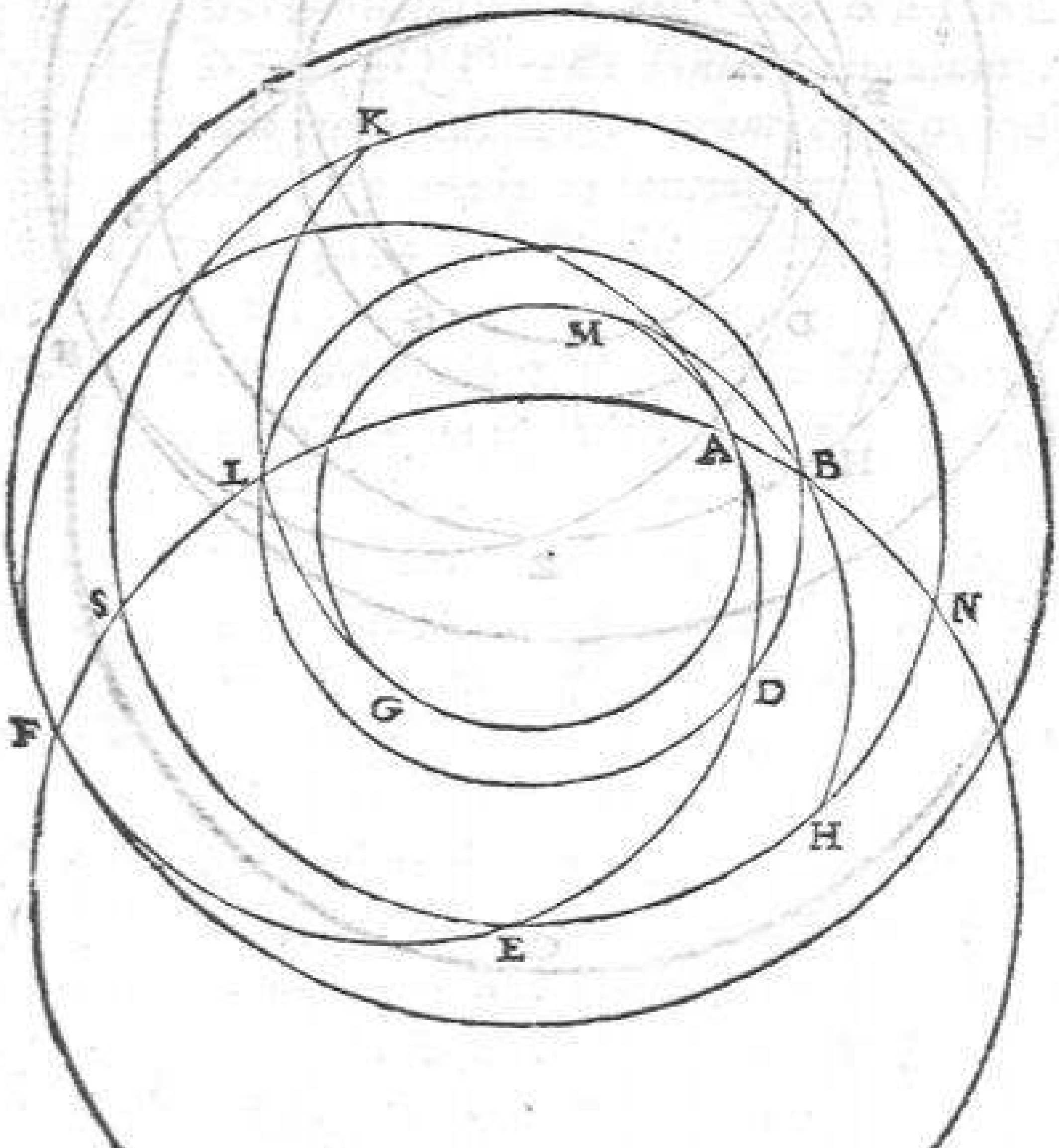
Et illud, quod prętermiſſum eſt in duodecimo, & tertiodecimo theoremate.

Circumferentiarum, quæ ſunt in ſemicirculo poſt cancrum, quælibet in maiori tempore oritur, quam occidit. Earum vero, quæ in reliquo ſemicirculo poſt capricornum quælibet in maiori tempore occidit, quam oritur.



Sit enim in ſphera horizon ABC. zodiaci vero ſemicirculus poſt cancrum in apparenti hemiſphærio ADF. Ergo A eſt principium cancri præcedens ſemicirculũ in occaſu. Sit etiam æſtiui tropici portio ſupra terram AG, & auferatur quædam zodiaci circumferentia DE. Dico DE in maiori tẽpore oriri, quam occidere. A

B Deſcribantur.n. per pũcta DE paralleli circuli BDL NHEK. Itaque DL maior erit,
C quã ſimilis ipſi ES, & EN maior, quã ſimilis DB. Cũ.n. D præcedat oritur prius, quã
E, quod ſequitur: & incipit D moueri a puncto L, & E a puncto S. eſt igitur DL maior,
D quã ſimilis ES, quòd & tẽpus eſt maius. Et quoniam D prius quã E, occidit in B,
incipiens a D: & E occidit in N incipiens ab E, erit BD minor, quam ſimilis ipſi EN.
Deſcribãtur per BL circuli maximi contingentes circulũ AG, qui ſint HBM, KLG.
circũferentia igitur DE oritur quidem poſitionem habens KL, quando punctum K
circũferentiam KS pertranſierit occidit autẽ poſitionem habens BH, quando H per
trãſierit circũferentiã HN, etenim poſitiones ſunt eiuſdẽ circuli zodiaci ADEM H
E GLK, quæ ſimiles circumferentias cõcludunt AG DL EK, & MA BD HE. quare DL
maior eſt, quam ſimilis ES, & EN maior, quã ſimilis DB, ut ẽt demonſtratũ fuit. ſunt
F præterea æquales GK AE MH, quod utraque ipſarum MH GK ſit ęqualis ipſi AE. &
idcirco congruunt inter ſeſe. adhuc puncta KLG ſimul perueniunt ad EDA, ſimiliter
& EDA ad HBM; æquales.n. ſunt & KL ED HB. quare & circumferentiæ KL
ED HB inter ſe congruunt. Dico KS circumferentiam circumferentia NH maiorem eſſe. Quoniam enim DL ſimilis eſt ipſi EK, & DB ipſi
G EH, erit ẽt tota LB toti HK ſimilis. Sed LB maior eſt, quã ſimilis NS. ergo & HK ẽ maior,
H quã ſimilis NS. & sũt eiuſdẽ circuli. quare KH, quã NS eſt maior. cõis auferatur
K HS. reliqua igitur KS maior eſt, quã HN. videlicet tempus ortus circũferentiæ DE
L maius tẽpore occaſus. Et quoniã ex vndecimo theoremate phænomenon Euclidis.
M Aequaliũ circumferentiarũ circuli zodiaci, & ex diametro oppoſitarũ, in quo tẽpore una oritur, altera occidit: & in quo tempore una occidit, altera oritur; ſi ipſi DE ſumatur æqualis circumferentia ex diametro oppoſita in altero ſemicirculo poſt capricornum, oſtendetur in maiori tempore occidere, quam oriri. tempus enim ortus alterius ſemicirculi maius eſt tempore occaſus.



Iiſdẽ poſitis in ſecũdo caſu theorematis, ſit ſemicirculi poſt capricornũ portio ſupra

terram

terrã AEF:& auferatur circumferentia quædã DE. Dico DE in maiori tempore oc-
cidere, quam oriri. Conſtruantur eadem. Et quoniam A eſt principium cãcri ſequẽs
ſemicirculum, & F principium capricorni ſemicirculum præcedens, erit F occidẽta-
le, & A orientale, ergo DE oritur quidem poſitionem habens BH, quando H circum-
ferentiam NH pertranſierit, quare & oritur puncto D, ſequente quodammodo cir- N
cumferentiam DE in ortu ſecundum B:& puncto E pręcedente ſupra terram ſecun-
dum H: cũ pertranſierit circumferentiam NH ab ortu B. occidit autem poſitionẽ ha-
bens KL, quando K circumferentiam KS pertranſierit. ergo & occidit pũcto E pręce-
dente circumferentiam DE, cum prius occiderit circumferentia KS & puncto D ſub- O
ſequente in occaſu L. & prius oſtenſa eſt circumferentia SK maior, quã circũferentia
NH, quare, & tempus occaſus circumferentię DE maius erit tempore ortus.

Sed hęc ſatis in librum phænomenon Euclidis. At uero ea, quæ ad ortus, & occaſus ſignorum zodiaci pertineat, imperfecta reliquiſſe, ſe non ignorare arbitror. ſingula autem horum ex libris a Ptolemęo de hac re conſcriptis, abunde, facileque cognoſcere licebit.

COMMENTARIVS.

A Ergo A eſt principium cancri præcedens ſemicirculum in occaſu] *Græcus codex* τὸ α ἄρα καρκίνου ο ἡγουμένου τοῦ ἡμικυκλίου. *Sed puto legendum* τό α ἄρα καρκίνου ο ἡγούμενου τοῦ ἡμικυκλίου, *& videtur nota illa* O *ſignificare principium ſigni, quemadmodum & in omnibus tabulis apud latinos.*

B Itaque DL maior erit, quam ſimilis ipſi ES, & EN maior, quam ſimilis DB] *Hoc ipſe deinceps probat,*

C Cum enim D præcedat, oritur prius, quam E, quod ſequitur &c.] *Quoniã enim D prius oritur, quam E, incipit autem D moueri a puncto L, & E incipit a puncto S, maius erit tẽpus, in quo punctum incipiens ab L peruenit ad D, quam tempus, in quo punctum incipiens ab S peruenit ad E. ergo DL maior eſt, quam ſimilis ipſi ES.*

D Et quoniam *D* priuſquam E occidit in B incipiens a D, & *E* occidit in N incipiens ab E, erit BD minor, quam ſimilis ipſi EN] *Quoniam D prius occidit, quam E, occidit autem D in B incipiens a D, & E occidit in N, incipiens ab E, tempus in quo D peruenit ad B, minus erit tempore, in quo E peruenit ad N. quare DB minor eſt, quam ut ſit ſimilis ipſi EN.*

E Quæ ſimiles circumferentias concludunt AG DLEK, & MA BDHE] *Ex 13. ſecundi libri ſphęricorum Theodoſii.*

F Sunt præterea æquales GK AE MH] *Ex eadem.*

G Sed LB maior eſt, quam ſimilis NS] *ex 20. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.*

H Ergo & HK maior quam ſimilis NS] *Deſiderabantur hæc in græco codice, quę nos reſtituimus ita enim legendum erit.* ἡ δὲ λβ τῆς νσ μείζων ἐστὶν, ἡ ὅμοια, καὶ ἡ θκ ἄρα τῆ νσ μείζων ἐστιν ἡ ὅμοια.

K Quare KH, quam NS eſt maior, communis auferatur HS] *Græcus codex* ἡ ἄρα κθ τῆς νσ κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡθσ. *Sed legendum puto* ἡ ἄρα κθ τῆς νσ μείζων ἐστί. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ θσ.

L Reliqua igitur KS maior eſt, quam HN, videlicet tempus ortus circumferentiæ DE maius tempore occaſus] *Græcus codex.* λοιπὴ ἄρα &c. ὁ ἀνατολικὸς τῆς δε περιφερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου τῆς θν. *Sed legendum uidetur.* ὁ ἀνατολικὸς χρόνος τῆς δε περιφερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου τῆς θν.

M Et quoniam ex undecimo theoremate phænomenon Euclidis. Aequalium circũferentiarum circuli zodiaci, & ex diametro oppoſitarum] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ τοῦ ιαου &c. ἐν ᾧ χρόνῳ αἱ ἴσαι περιφέρειαι κατὰ διάμετρον οὖσαι, ἐν ᾧ χρόνῳ &c. *Sed uide ne legendum ſit, quemadmodum in Euclide ipſo.* τοῦ τῶν ζωδίων κύκλου τὸν ἴσων καὶ ἀπεναντίον περιφερειῶν, ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει, ἡ ἑτέρα δύνει.

N Quare & oritur puncto D ſequente quodammodo circumferentiam DE in ortu ſecundum B] *Gręcus codex corruptus eſt, vt opinor, qui ſic habet.* ὥστε καὶ ἀνατέλλει τὸ δ ἑπόμενον τῇ δε περιφερείᾳ ὃν τρόπον πρὸς τῇ ἀνατολῇ. *Sed uide ne legendum ſit.* ὥστε καὶ ἀνατέλλει τοῦ δ ἑπομένου τῇ δε περιφερείᾳ &c.

O Ergo & occidit puncto *E* pręcedente circumferentiam DE cum prius occiderit circumferentia KS. & puncto *D* ſubſequente in occaſu L] *Græcus codex & hoc loco corruptus uidetur.* ὥστε καὶ ἔδυνεν ἡγουμένης τῆς δε περιφερείας προδυνούσης τῆς κσ περιφερείας τοῦ δ ἑπομένου ὄντος κατὰ τῆς δύσεως τοῦ λ. *Sed forte legendum erit* ὥστε καὶ ἔδυνεν τοῦ ε ἡγουμένου τῆς δε περιφερείας προδυνούσης τῆς κσ περιφερείας, τοῦ δ ἑπομένου ὄντος πρὸς τῇ δύσει κατὰ τὸ λ.

SEXTI LIBRI FINIS.

PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICARVM
COLLECTIONVM
LIBER SEPTIMVS.
CVM COMMENTARIIS
FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

⁂

LOCVS, qui vocatur ἀναλυόμενος, hoc eſt reſolutus ò Hermodore fili, vt ſummatim dicam, propria quędam eſt materia poſt communium elementorum conſtitutionem, ijs parata, qui in geometricis ſibi comparare volunt vim, ac facultatem inueniendi problemata, quæ ipſis proponuntur: atque huius tantummodo vtilitatis gratia inuenta eſt. Scripſerunt autem hac de re tum Euclides, qui elementa tradit, tum Apollonius Pergęus, tum Ariſtęus ſenior, Quę quidem per reſolutionem & compoſitionem procedit. Reſolutio igitur eſt via a quæſito tamquam conceſſo per ea, quæ deinceps conſequuntur ad aliquod conceſſum in compoſitione: in reſolutione enim id quod quęritur tamquam factū ponentes, quid ex hoc contingat, conſideramus: & rurſum illius antecedens, quouſque ita progredientes incidamus in aliquod iam cognitum, uel quod ſit è numero principiorum. Et huiuſmodi proceſſum reſolutionem appellamus, veluti ex contrario factam ſolutionem. In compoſitione autem per conuerſionem ponentes tamquam iam factum id, quod poſtremum in reſolutione ſumpſimus: atque hic ordinantes ſecundũ naturam ea antecedentia, quę illic conſequentia erant; & mutua illorum facta compoſitione ad quæſiti finem peruenimus, & hic modus vocatur compoſitio. Duplex autem eſt reſolutionis genus, alterum quidem, quod veritatem perquirit, & contemplatiuum appellatur: alterum vero, quo inueſtigatur id, quod dicere propoſuimus, vocaturque problematicum. In cõtemplatiuo igitur genere quod quæritur, vt iam exiſtens, & vt verum ponentes per ea, quæ deinceps conſequuntur tamquam vera, & quæ ex poſitione ſunt, procedimus ad aliquod conceſſum. quod quidem ſi verum ſit, verum erit & quæſitum; & demonſtratio, quæ reſolutioni ex contraria parte reſpondet. Si vero falſo euidenti occurramus, falſum erit & quæſitum. In problematico autem genere, quod propoſitum eſt vt cognitũ ponentes, per ea, quæ deinceps conſequuntur, tamquam vera procedimus ad aliquod conceſſum, quod quidem ſi fieri, cõparirique poſſit (quod datum vocant mathematici) etiam illud, propoſitum eſt, fieri poterit, & rurſus demonſtratio reſolutioni ex contraria parte reſpondens. At ſi euidenti, quod fieri nõ poſſit, occurramus: & problema itidem fieri non poterit. Determinatio autem eſt, quæ declarat quando, & qua ratione, & quot modis problema fieri poſſit. Hęc igitur de reſolutione, & compoſitione dicta ſint.

Dictorum autem librorum, qui ad reſolutum locum pertinent, ordo talis eſt. Euclidis datorum liber vnus. Apollonij λόγου ἀποτομῆς, hoc eſt de proportionis ſectione libri duo. χορίου ἀποτομῆς, hoc eſt de ſpacij ſectione duo. ἐπαφῶν hoc eſt tactionũ duo. Euclidis poriſmatum tres. Apollonij νεύσεων, hoc eſt inclinationum duo. Eiuſdem τόπων ἐπιπέδων, hoc eſt planorum locorum duo. Conicorum octo. Ariſtæi τόπων στερεῶν, hoc eſt locorum ſolidorum quinque Euclidis τόπων πρὸς ἐπιφάνιαν, hoc eſt locorum ad ſuperficiem duo. Eratoſthenis de medietatibus, duo. Itaque omnes libri ſunt numero triginta & vnus, quorũ periochas, vel argumenta vſque ad Apollonij conica tibi expoſuimus ad contemplationem, & multitudinem locorum, & de terminationum,& caſuum in vnoquoque libro. Sed etiam lemmata, quę requiruntur, & in librorum tractatione nullam, vt arbitramur, quæſtionem omiſimus.

De datis Euclidis.

Primus autem liber, qui eſt datorum, theoremata nonaginta continet, quorum primum quidem vniuerſe in magnitudinibus diagrammata xxiij; vigeſimum quartum vero eſt in rectilineis proportionalibus ſine poſitione. at quæ deinceps ſequuntur quattuordecim ſunt in rectis lineis poſitione datis. Quę vero ſequuntur decem in triangulis ſpecie datis ſine poſitione. Quę ſequuntur ſex in parallelogrammis, & applicationibus ſpaciorum ſpecie datorum. Eorum, quæ deinceps ſunt, quinque, primum quidem eſt in lineis; quattuor vero in ſpacijs triãgulis, quòd differentiæ quadratorum laterum ad ipſa triangula ſpacia proportionem habeant datam. Quæ ſequuntur ſeptem vſque ad ſeptuageſimum tertium in duobus parallelogrãmis, quod ob poſitiones in angulis proportionem inter ſe datã habeant. aliqua autem horum epilogos ſimiles habent in duobus triangulis. In ſequentibus vero ſex diagrammatibus vſque ad ſeptuageſimum nonum; duo quidem ſunt in triangulis; quattuor vero in pluribus rectis lineis proportionalibus. Quæ deinceps ſunt tria in duabus rectis lineis proportionalibus, quæ datum ſpacium continent. At quæ in omnibus octo vſque ad nonaginta in circulis oſtenduntur, vel magnitudine tantum datis, vel etiam poſitione, nimirum rectis lineis per datum punctum ductis.

De Libris Apollonij λογου ἀπο τομῆς hoc eſt de proportionis ſectione,

Librorum autem de proportionis ſectione, qui duo ſunt, propoſitio eſt vna ſubdiuiſa. quare & unam propoſitionem ita deſcribemus.

Per datum punctum rectam lineam ducere ſecantem à duabus rectis lineis poſitione datis ad data in ipſis puncta lineas, quæ proportionem habeant eandem datæ proportioni.

Contingit autem figuras differentes eſſe & numero plures ob ſubdiuiſionem factam, & linearum datarum inter ſe poſitionem, & differentes caſus puncti dati: & ob reſolutiones, cõpoſitioneſquè ipſorum, & determinationum. Habet enim primus liber de proportionis ſectione locos ſeptem, caſus viginti quattuor, & determinationes quinque, quarum tres quidem maximæ, duę vero minimę ſunt, atque eſt maxima ad tertium caſum quinti loci, minima ad ſecundum ſexti, & ſeptimi loci. maximæ autem ad ſexti, & ſeptimi quartos caſus. Secundus liber de proportionis ſectione habet locos viginti quattuor, caſus ſexaginta tres, & determinationes ex primo libro, totus enim ad primum librum refertur. & lemmata viginti. Habent autem duo libri de proportionis ſectione theoremata centrum octoginta vnum, ſed ſecundum Periclem etiam plura.

De libris χωρίου ἀπο τομῆς hoc eſt de ſpacij ſectione

Libri de ſpacij ſectione duo ſunt; problema autem vnũ bis ſubdiuiſum, & vna propoſitio, quæ alia quidem habet ſuperiori ſimilia, ſed eo tantum differt, quòd in illa oportet duas rectas lineas abſciſſas datam habere proportionem, in hac autem datum ſpacium continere. dicetur enim ſic.

Per datum punctum rectam lineam ducere ſecantem à duabus rectis lineis poſitione datis ad data puncta, lineas, quæ ſpacium contineant dato ſpacio æquale. Et hæc ob eandem cauſſam multitudinem habet figurarum. Itaque primus liber de ſpacij ſectione habet locos ſeptem, caſus vigintiquattuor, & determinationes ſeptem, quarũ quattuor maximæ, & tres minimæ. & maxima quidem eſt ad ſecundum caſum primi libri, ad primum, & ſecundum caſum quarti loci, & ad ſexti loci tertium. minima vero ad tertium caſum tertij loci, ad quartum caſum quarti loci, & ad primum ſexti loci. Secundus autem liber de ſpacij ſectione habet locos treſdecim, caſus ſeptẽ, & determinationes ex primo libro, ad ipſum enim refertur. & cõtinet primus liber theoremata quadraginta octo. ſecundus ſeptuaginta ſex.

De libris διωρισμένης τομῆς id eſt determinatæ ſectionis.

Poſt hęc ſequuntur determinatæ ſectionis libri duo, quorũ ſimiliter propoſitionẽ vnã dicere licet, atq; hanc diſiunctã. Datã infinitam rectam lineã vno puncto ſecare, ita vt interiectarũ linearũ ad data ipſius puncta, vel vnius quadratũ, vel rectangulũ duabus contentum datã proportionẽ habeat, vel ad rectangulũ cõtentũ vna ipſarum interiecta, & alia extra data, vel duabus interiectis contentum punctis ad vtraſq; partes datis. huius igitur velut bis diſiunctæ, & difficiles determinationes habẽtis demonſtratio per plura fiat neceſſe eſt. demonſtrauit autem hãc rurſus Apollonius, in nudis rectis lineis vſitato, ac peruulgato modo tentãs, vt & in ſecundo libro primorũ elemẽtorũ Euclidis, & rurſus eandẽ demonſtrauit ad inſtitutionẽ magis accõmodate, & ingenioſe per ſemicirculos. Primus autẽ liber habet problemata ſex, epitagmata ſexdecim, & determinationes quinq;, quarum quattuor maximę, atq; vna minima. & ſunt maximę ad ſecũdũ epitagma ſecundi problematis, ad tertiũ quarti problematis, ad tertiũ quinti, & ad tertiũ epitagma tertij problematis. Secundus liber determinatę ſectionis continet problemata tria, epitagmata nouem, & determinationes tres; quarum minimę quidẽ ſunt ad tertium primi, & ad tertium ſecundi; maxima autem ad tertium tertij problematis. Lemmata primi libri ſunt viginti ſeptẽ, ſecundi libri vigintiquattuor. Theoremata autem duorũ librorum determinatę ſectionis ſunt octoginta tria.

De libris ἐπαφῶν id eſt tactionum.

Deinceps ſequuntur duo libri tactionũ, Propoſitiones autem in ipſis videntur eſſe plures, ſed nos vnam poſuimus, quæ ſic habet. Punctis, & rectis lineis, & circulis tribus quibuſcunq; poſitione datis circulum deſcribere per vnumquodque datorú punctorum, qui vnamquamque linearum datarum cõtingat. Huius ob multitudinem datorum in poſitionibus ſimiliũ, vel diſſimilium particulares propoſitiones differentes fieri neceſſarium eſt. ex tribus enim diſſimilibus generibus triadis differentiæ inordinatæ fiunt numero decem; vel enim data tria puncta; vel tres rectæ lineæ; vel duo puncta, & recta linea; vel duæ rectæ lineæ, & punctum; vel duo puncta, & circulus; vel duo circuli, & punctum, vel duo circuli, & recta linea; vel punctum, & recta linea, & circulus; vel duæ rectæ lineæ, & circulus; vel tres circuli. Horum prima duo oſtenſa ſunt in quarto libro primorum elementorum, quæ ab eo ſcripta ſunt: illud enim, tribus datis punctis, quę non ſint in recta linea, idem eſt, quod circa datú triangulum circulum deſcribere. at illud datis tribus rectis lineis, quę non ſint parallelæ, ſed omnes inter ſe conueniant, idẽ eſt, quod in dato triangulo circulum deſcribere. etenim ſi duæ ſint parallelæ, & vna incidat, eſt veluti pars ſextæ ſubdiuiſionis. Deſcribuntur in his omnia, & ſex, quæ deinceps ſunt in primo libro. duo vero reliqua, videlicet duabus datis rectis lineis in circulo, vel tribus datis circulis tantum, in ſecundo libro. cum autem ob multas tum circulorum, tum rectarum linearum inter ſe poſitiones, quæ pluribus determinationibus indigent, homogeneæque ſunt, ac eiuſdem naturæ cum prædictis tactionibus, multitudo quędam oriatur problematum, factum eſt, vt ab ijs, qui libros digeſſerunt, omiſſa fuerit in hoc ſecundo libro, a nonnullis autem priori libro addita ſit. Erat enim breuis, introductionique imprimis accommodatus, in eoque abſoluebatur vniuerſum genus tactionum. Rurſus autem vnica tantũ propoſitione omnia cõplectar, quę quidẽ hypotheſi a prędicta deficiat, epitagmate vero abundet. eſt autem huiuſmodi. Ex punctis, & rectis lineis, & circulis quibuſcumque duobus datis circulum deſcribere magnitudine datum, qui per datum pũctum, vel data puncta tranſeat; contingat autem vnamquãque datarum linearum. hęc continet problematum ſpecies numero ſex: ex tribus enim diſſimilibus generibus dualitatis differẽtiæ inordinatæ fiunt numero ſex. nam vel duobus datis pũctis, vel duabus datis rectis lineis, vel duobus datis circulis, vel pun-

cto,

cto, & recta linea, vel puncto, & circulo, vel recta linea, & circulo, datum magnitudine circulum deſcribere, vt dictum eſt. hæc autem reſoluere, & componere, & determinare ſecundum daſum.

Itaque primus liber tactionum habet problemata ſeptem. Secundus problemata quattuor. lemmata autem duorum librorum ſunt vigintiunum; theoremata ſexaginta.

De Poriſmatibus.

Poſt ipſas autem tactiones ſequuntur Euclidis poriſmata tribus voluminibus contenta; opus quidem artifitioſiſſimum, ac perutile ad reſolutionem obſcuriorum problematum, ac eorum generum, quæ haud comprehendunt eam, quæ multitudinem prębet naturam. nihil vero additum eſt ijs, quæ Euclides primũ ſcripſit, præterquam quod nonnulli inepti, qui ante nos fuerunt, ſecundas deſcriptiones paucis ipſorum addiderunt. Et cum vnumquodque numerum demonſtrationis pręfinitum habeat, quemadmodum oſtendimus, hi vnam ſolummodo pro ſingulis poriſmatibus ex Euclide demonſtrationem apponentes eam maximè obſcurarunt. At vero hæc ſubtilem, naturalemq; in ſe habent contemplationem, & neceſſariam, & admodum vniuerſalem, & ijs, qui hæc valent perſpicere, atque inueſtigare, etiam ſuauem. Horum autem ſpecies omnes neque theorematum ſunt, neque problematum, ſed mediam quodammodo inter hęc formam, ac naturam habent, ita vt eorum propoſitiones formari poſſint, vt theorematum, vel vt problematum. quo factum eſt, vt ex multis Geometris alij quidẽ ea genere eſſe theoremata, alij vero problemata opinati ſint, dum ad ſolam tantùm propoſitionis formam reſpicerent. Horum autem trium differentiam veteres multo melius cognouiſſe ex diffinitionibus perſpicuum eſt. dixerunt enim theorema eſſe, quod proponitur in ipſis propoſiti demonſtrationem. Problema, quod affertur in conſtructionem propoſiti. Poriſma vero, quod proponitur in poriſmum, hoc eſt in inuentionem, & inueſtigationem propoſiti. immutata autem eſt hæc poriſmatis diffinitio à iunioribus, qui nequeunt omnia inueſtigare, ſed his elementis vtuntur, & oſtendunt ſolummodo quod hoc eſt, quod quæritur, non autem illud ipſum inueſtigant. cumque & ex diffinitione ipſa, & ex ijs, quæ nobis tradita ſunt, redarguerentur ab accidente ſic poriſma diffinierunt. Poriſma eſt quod hypotheſi deficit à locali theoremate, Huius autem generis poriſmatum loci ipſi ſunt vna ſpecies; atque de hac ipſa abunde tractatur in reſoluto loco; ſeorſum autem à poriſmatibus collecta, inſcriptaque, ac tradita ſunt, quod magis diffuſa, & copioſa ſit cęteris ſpeciebus. Locorum igitur ſpecies ſunt decem: ſiquidem alij ſunt planotum, alij ſolidorum, alij linearium: & in ijs, quæ ad medietates pertinent. Sed & hoc poriſmatibus contingit, nempe propoſitiones habere diſſectas ob difficultatem multarum rerum, quæ ſubintelligi conſueuerunt, ita vt complures geometræ aliqua ex parte ea aſſequantur, quæ vero magis neceſſaria ſunt, ſignificata ignorant. facillimum autem eſt multa in his vna propoſitione complecti, propterea quòd & ipſe Euclides non multa de vnaquaque poſuerit ſpecie, ſed cauſſa oſtendendæ multæ copiæ, in qua pauca ad principium primi libri poſuit. conſimilia ab vberrima illa ſpecie locorum, vt numero decem. quare cum has vna propoſitione comprehendi poſſe intelligeremus, ita deſcripſimus.

Si in tria puncta in vna recta linea, vel parallela alia data ſint, reliqua vero præter vnum tangant poſitione datum rectam lineam, & hoc poſitione datam rectam lineam tanget. hoc eſt quattuor quidem rectis lineis tantum; quarum non plures, quàm duæ per idem punctum tranſeunt, ignoratur autem in omni propoſita multitudine verum quod in ea ineſt ſic appellatum. Si quotcumque rectę linef ſeſe mutuo ſecent, non plures, quàm duę per idem punctum, omnia autem in vna ipſarum data ſint, & vnumquodque eorum, quę ſunt in altera tangat poſitione datam rectam lineam, vel vniuerſalius hoc modo. Si quotcumque rectæ lineæ ſeſe mutuo ſecent, non plures quàm duæ per idem punctum, omnia autem in vna ipſarum data ſint, & reliquorum multitudinem habentium triangulum numerum, huius latus ſingula habet puncta tangentia rectam lineam poſitione datam, quorum triũ non ad angulum exiſtens trianguli ſpacij vnumquodque reliquum punctum rectam lineam poſitione datam tanget. Euclidem vero non veriſimile eſt ignorare hoc, ſed principium dumtaxat ſtatuere, & in omnibus poriſmatibus apparet principia, & ſeminaria ſola multarum, ac magnarum multitudinum ab eo iacta, quorum vnumquodque non iuxta poſitionum differentias diſtinguere oportet, ſed iuxta differentias accidentium, & quæſitorum. Et poſitiones quidem omnes inter ſe differunt, cum ſpecialiſſimæ ſint. accidentium, vero & quæſitorum vnumquodque vnum, & idem exiſtens multis poſitionibus differentibus contingit, eo quòd genere ſint eadem. Itaque in primo libro hæc genera quęſitorum in propoſitionibus ſtatuere oportet. in principio quidem ſeptimi, diagramma hoc. Si à duobus datis punctis ad rectam lineam poſitione datam rectæ lineę inflectantur, abſcindat autem vna à recta linea poſitione data ad datum in ipſa punctum, abſcindet & altera ab altera proportionem habens datam. In ijs autem, quę ſequuntur. Quòd hoc punctum tangit poſitione datam rectam lineam. Quòd proportio huius ad hanc data eſt. Quòd proportio huius ad apotomen. Quòd hęc poſitione data eſt. Quòd hęc ad datum punctum vergit. Quòd proportio huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quòd proportio huius ad aliquam ab hoc ductę. Quòd proportio huius ſpacij ad id, quod data recta linea, & hac continetur. Quòd huius ſpacij alterum quidem eſt datum, alterum proportionem habet ad apotomen. Quòd hoc ſpacium, vel hoc vua cum aliquo ſpacio dato eſt, illud aut proportionem habet ad apotomen. Quòd hæc cum qua ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad aliquàm ab hoc, vt dato. Quòd id quod ſub dato, & hac æquale eſt ei, quod ſub dato, & ab hoc vt dato. Quòd proportio huius, & huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quòd hæc abſcindit a poſitione datis datum continentes.

At in ſecundo libro poſitiones quidem alię, quęſitorum autem plurima eadem ſunt, quę in primo libro. Eximia vero hęc. Quòd hoc ſpacium vel proportionem habet ad apotomen, vel vna cum dato proportionem habet ad apotomen. Quòd proportio huius ſub his ad apotomen. Quòd proportio huius ſub vtroque horum, & vtrorumque horum ad apotomen, Quòd hoc ſub hac, & vtraque hac: & huius ad quam hęc proportionem habet datam: & hoc ſub hac, & hac ad quam hęc proportionem habet datam ad apotomen. Quòd vtriuſque proportionis ad aliquam huius vt dati. Quod datum ſub datis. In tertio libro plures ſunt poſitiones in ſemicirculis, paucę autem in circulis, & circulorum portionibus. Quęſitorum autem multa ſimilia ſunt antedictis. Eximia vero hęc. Quód proportio huius ſub his ad hoc ſub his. Quòd proportio huius ab hac ad apotomen. Quòd hoc ſub his, huic ſub dato, & aſſumpta ſub perpendiculari vſque ad datum. Quòd vterque, & ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad apotomen. Quòd eſt aliquod datum punctum, à quo iunctę ad datum continent ſpecie triangulum. Quòd eſt aliquod datum punctum, à quo iunctæ rectæ lineæ ad hoc ęquales aſſumunt circumferentias. Quòd quę in paratheſi erit, vel vna cum aliqua recta linea ad datum punctum vergente datum continet angulum. Habent autem tres libri poriſmatum lemmata 38. ipſa vero theoremata ſunt 101.

De locis planis.

Locorum omnium alij ſunt ἐφεκτικοί, hoc eſt in ſe ipſis tantum conſiſtentes, de quibus & Apollonius ante propria elementa dicit puncti quidem locum eſſe punctum, lineæ locum lineam; ſuperficiei ſuperficiem, & ſolidi ſolidum. alij autem διεξοδικοί, hoc eſt ſeſe extra tendentes vt puncti locum lineam, lineæ ſuperficiem, ſuperficiei ſolidum. locorum autem, qui in reſoluto loco alij quidem poſitione dati ἐφεκτικοὶ ſunt, alij autem plani dicti, & ſolidi, & lineares: διεξοδικοὶ vero ſunt punctorum, & alij ad ſuperficies. ἀναστροφικοὶ quidem punctorum, διεξοδικοὶ, autem linearum. lineates loci ex ijs qui ſunt ad ſuperficies demonſtrantur. dicuntur autem plani loci tum hi, de quibus agemus, tum vniuerſe quicunque ſunt rectæ lineæ, vel circuli. Solidi loci quicumque ſunt conorum ſectiones, parabolæ, vel ellipſes, vel hyperbolæ. lineares loci quicumque lineæ ſunt, neque rectæ, neque circuli, neque aliqua dictarum coni ſectionum. loci autem ab Eratoſthene inſcripti ad medietates ex prędictis genere ſunt a proprietate hypotheſeon in illis. Antiqui igitur horum planorum ordinem reſpicientes elementa tradiderunt, quem cum negligerent poſteriores, alios appoſuerunt, tamquam non infinitos multitudine, ſi quis velit aſcribere quę ordinem illum conſequantur. itaque ponam propoſiti quidem poſteriora, ordine autem priora, vna propoſitione comprehendens hoc modo. Si duæ lineæ agantur, vel ab vno dato puncto, vel a duobus, & vel in rectam lineam, vel parallelæ, vel datum continentes angulum, vel inter ſe datam proportionem habentes, vel datum comprehendentes ſpacium: contingat autem terminus unius locum planum poſitione datum, & alterius terminus locum planum poſitione datum continget, interdum quidem eiuſdem generis, interdum uero diuerſum, & interdum ſimiliter

militer poſitum ad rectam lineam, interdum contrario modo. Hæc autem fiunt iuxta differentias ſubiectorum. At propoſita in principio quidem tertij libri à Charmandro his congruunt. Si rectę lineę poſitione datę vnus terminus datus ſit, & alter circumferentiam concauam poſitione datam continget. Si à duobus punctis datis inflectantur rectę lineę datum angulum continentes. commune ipſorum punctum continget circumferentiam concauam poſitione datam. Si trianguli ſpacij magnitudine dati baſis poſitione, & magnitudine data ſit, vertex ipſius rectam lineam poſitione datam continget. Alia autem huiuſmodi. Si rectę lineę magnitudine datę, & cuipiam poſitione datę ęquidiſtantis vnus terminus contingat rectam lineam poſitione datam, & alius terminus rectam lineam poſitione datam continget. Si à puncto quodam ad poſitione datas duas rectas lineas parallelas, vel inter ſe conuenientes ducantur rectę lineę in dato angulo, vel datam habentes proportionem, vel quarum vna ſimul cum ea, ad quam altera proportionem habet datam, data fuerit, continget punctum rectam lineam poſitione datam. Et ſi ſint quotcunque rectę lineę poſitione datę: atque ad ipſas à quodam puncto ducantur rectę lineę in datis angulis, ſit autem quod data linea, & ducta continetur vna cum contento data linea, & altera ducta ęquale ei, quod data, & alia ducra; & reliquis continetur punctum ſimiliter rectam lineam poſitione datam continget. Si ab aliquo puncto ad poſitione datas parallelas ducantur rectę lineę in datis angulis, quę ad puncta in ipſis data abſcindant rectas lineas, vel proportionem habentes, vel ſpacium continentes datum, vel ita ut ſpecies ab ipſis ductis vel exceſſus ſpecierum æqualis ſit ſpacio dato, punctum continget poſitione datas rectas lineas. Secundus autem liber hęc continet.

Si à datis punctis rectę lineę inflectantur, & ſunt quę ab ipſis fiunt dato ſpacio differentia, punctum poſitione datas rectas lineas continget. Si ſint in proportione data vel rectæ lineæ vel circumferentiæ. Si ſit poſitione data recta linea, & in ipſa datum punctum, à quo ducatur quædam linea terminata, à termino autem ipſius ducatur & ad poſitionẽ, & ſit quod fit à ducta ęquale ei, quod à data, & abſciſſa, vel & ad datũ punctum, vel ad alterum punctum datum, vel ad alterum datum in linea data poſitione, terminus ipſius poſitione datam circumferentiam continget. Si à duobus punctis datis rectæ lineæ inflectantur, & ſit quod ab vna efficitur eo, quod ab altera dato maior, quàm in proportione punctum poſitione datam circumferentiam continget. Si à quotcumque datis punctis ad pũctum vnum inflectantur rectæ lineæ: & ſint ſpecies, quæ ab omnibus fiunt dato ſpacio æquales punctum continget poſitione datam circumferentiam. Si à duobus punctis datis inflectantur rectæ lineę; à puncto autem ad poſitione ductam lineam abſciſſa à recta linea poſitione data ad datum pnnctum, & ſint ſpecies ab inflexis æquales ei, quod à data, & abſciſſa continetur, punctum ad inflexiouem poſitione datam circumferentiam continget. Si in circulo poſitione dato ſit datum punctum, perque ipſum agatur quædam recta linea, & in ipſa punctum extra ſumatur; ſit autem quod fit à linea ducta vſque ad punctum intra datum æquale ei, quod à tota & extra ſumpta, vel ſoli, vel vna cum eo, quod duabus, quæ intra circulum portionibus continetur: punctum extra ſumptum poſitione datam rectam lineã continget. Et ſi hoc quidem punctum contingat poſitione datam rectam lineam circulus autem non ponatur, quæ ſunt ad vtraſque partes dati puncti, contingent poſitione eandem datam circumferentiam. habent autem planorum locorum duo libri theoremata, vel diagrammata centum quadraginta ſeptem, lemmata autem octo.

De inclinationibus περὶ νεύσεων.

Inclinare dicitur linea ad punctum, ſi producta ad ipſum peruenit; vniuerſe autem idem eſt ſiue ad aliquod punctum inclinare linea dicatur, ſiue aliquod in ipſa ſit punctum datum, ſiue per datum punctum exiſtat. Inſcripſerunt autem hæc, inclinationes ab vno eorum, quæ dicta ſunt. Et cum hoc ſit problema vniuerſale. Duabus lineis poſitione datis inter ipſas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertineat: in hac particularibus ſubiecta differentia habẽtibus, alia quidem erant plana, alia ſolida, alia vero linearia. Ex planis autem, quæ ad multa vtiliora ſunt eligentes problemata hæc oſtenderunt. Poſitione dato ſemicirculo, & recta linea ad rectos angulos baſi ſit duorum ſemicirculorum in directum baſes habentium inter duas lineas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad ſemicirculi angulum pertingat. Rhombo dato, & vno latere producto aptare ſub angulo exteriori magnitudine datam rectam lineam, quæ ad oppoſitum angulum pertineat. Circulo poſitione dato aptare rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertineat. Horum autem in primo libro, quod in vno ſemicirculo, & recta linea oſtenſum eſt, quattuor habens caſus, & quod in circulo duos habens caſus, & quod in rhombo ſimiliter duos caſus habens. At in ſecundo libro in duobus ſemicirculis poſitione decem caſus habente. In his autem ſubdiuiſiones plures determinantes cauſa magnitudinis rectę lineę. Hęc igitur in reſoluto loco plano, hoc eſt quę & priora. oſtenduntur ſeorſum à medietatibus Eratoſthenis: etenim illa poſteriora ſunt. Poſt plana ſolidorum ordo contemplationem. ſolida autem vocant problemata, non quę in ſolidis figuris pręponantur; ſed quę cũ non poſſint oſtẽdi per plana, per conicas lineas oſtẽdantur. quare de his prius ſcribere neceſſariũ eſt. Erant igitur conicorũ elementorũ primum Ariſtęi ſenioris libri quinq; velut ijs, qui hęc percipere poſſent cum breuitate conſcripti. itaque inclinationum libri duo habent theoremata, vel diagrammata centum vigintiquinque, lemmata autem triginta octo.

De conicis Apollonij.

Euclidis libros quattuor conicorum cum Apollonius expleuiſſet, ac quattuor alios adiunxiſſet, octo conicorum libros confecit. Ariſtæus autem, qui ſcribit ea, quæ ad hoc vſque tempus tradita ſunt, ſolidorum locorum libros quinque conicis cohærentes vocauit. Et qui ante Apollonium fuerunt trium conicarum linearum, vnam quidem coni acutianguli, alterum rectanguli, tertiam vero obtuſianguli coni ſectionem appellarunt. Quoniam autem in vnoquoque horum trium conorum differenter ſectorum: tres lineę fiunt, dubitans, vt apparet Apollonius, cur uam, qui ante ſe hanc tractationem expleuerant, vnam quidem acutianguli coni ſectionem vocauerunt, quę poteſt & rectanguli, & obtuſianguli coni eſſe; alteram rectanguli, quę poteſt & in acutiangulo, & obtuſiangulo cono reperiri; tertiam vero obtuſiangulo, quæ & in acutiangulo, & rectágulo cono ineſſe poteſt, mutatis nominibus, quę quidẽ acutianguli coni ſectio nominatur, ellipſim appellat, quæ rectanguli parabolen, quæ vero obtuſianguli hyperbolen, vnicuique ab aliquo proprio accidente nomen, imponens ſpacium enim quoddam ad lineam quampiam comparatũ in acutianguli coni ſectione deficiens fit quadrato, in obtuſianguli coni ſectione quadrato excedens; in rectanguli vero vni ſectione neque deficiens, neque excedens. Hoc autem illi accidit, quòd non conſiderauit iuxta vnum dumtaxat caſum plani conum ſecantis, & tres lineas gignentis in vnoquoque conorum aliam, neque aliam fieri lineam, quam a coni proprietate nominarũt. Si enim ſecans planum ducatur vni laterum coni æquidiſtans, vna tantum ex tribus lineis efficitur ſemper eadem, quá Ariſtæus illius coni ſectionem appellauit. Apollonius igitur quę continent ab ipſo conſcripti conicorú octo libri, dicit, ſummatim colligens in proœmio libri primi, hoc modo. Continet autem primus liber generationes trium coni ſectionum, & earũ, quæ oppoſitæ dicuntur; itemque principalia ipſarum accidentia a nobis & vberius, & vniuerſalius, quàm ab alijs, qui de ea re ſcripſerunt, elaborata. Secundus liber tractat ea, quæ attinent ad diametros, & ad axes ſectionum, & ad lineas illas, quæ cum ſectione, non conueniunt, quæ a Græcis ἀσὺμπτωτοι appellantur, tum de alijs diſſerit, quę & generalem, & neceſſariam vtilitatem ad determinationes afferunt. quas autem vocem diametros, & quos axes ex hoc libro cognoſces. Tertius liber continet multa, & admirabilia theoremata, quæ vtilia erunt & ad ſolidorum locorum compoſitiones, & ad determinationes, quorum complura & pulcherrima, & noua ſunt. Hæc nos perpendentes animaduertimus non poſitam eſſe ab Euclide rationem componendi loci ad tres, & quattuor lineas, verum ipſius tantummodo particulam quandam, atque hanc non ſatis fœliciter: non enim fieri poterat, vt ea compoſitio recte perficeretur abſque ijs, quæ a nobis inuenta ſunt. Quartus liber tradit quot modis conorum ſectiones inter ſe ſe, & circuli circumferentiæ occurrere poſſint; & multa alia ad pleniorem doctrinam; quorum nihil ab ijs, qui ante nos fuerunt, memoriæ proditum eſt; coni ſectio, & circuli circumferentia, & oppoſitæ ſectiones ad quot puncta oppoſitis ſectionibus occurrant. Reliqui autem quattuor libri ad abundantiorem ſcientiam pertinent. Quintus enim de minimis, & maximis magna ex parte agit. Sextus de æqualibus, & ſimilibus coni ſectionibus. Septimus continet theoremata, quæ determinandi uim habent. Octauus problemata conica determinata. Et hæc quidem Apollonius. Quem autem dicit in tertio libro locum ad tres, & quattuor lineas ab Euclide perfectum non eſſe, neque ipſe perficere poterat, neque aliquis alius: ſed neque paululum quid addere ijs, quę Euclides ſcripſit per ea tantum conica, quæ vſque ad Euclidis tempora præmonſtrata ſunt, vt etiam ipſe teſtatur dicens, fieri non poſſe vt locus perficeretur abſque ijs, quæ ipſe ſcribere coactus ſit. Euclides autem ſecutus Ariſtęum ſcriptorẽ luculentum in ijs, quæ de conicis tradiderat: neque anteuertens, neque volens eorum tractationem deſtruere, cum mitiſſimus eſſet, & benignus erga omnes, præſertim eos, qui mathematicas

ticas diſciplinas aliqua ex parte augere, & amplificare poſſent, vt par eſt, & nullo modo infenſus, ſed accuratus, non arrogans, velut hic, quantum oſtendi potuit de loco per eius conica memorię prodidit. non addens perfectum illud, abſolutumq; eſſe; tunc enim neceſſario reprehendi poſſet: nunc vero haudquaquam illud faciendum eſt; ſiquidem & ipſe in conicis plęraque imperfecta relinquens non ſatis ea valet tueri. Adijcere autem loco, quę deerant, facile potuit, animo comprehendens ea, quę ab Euclide de loco ſcripta fuerant, & dans operam Euclides diſcipulis Alexandrię longo tempore, ex quo adeo excellentem in mathematicis habitum eſt aſſecutus, neque uſquam deceptus eſt. At locus ad tres, & quattuor lineas, in quo magnifice ſe iactat, & oſtentat nulla habita gratia ei, qui prius ſcripſerat, eſt huiuſmodi. Si poſitione datis tribus rectis lineis ab vno, & eodem puncto ad tres lineas in datis angulis rectę lineę ducantur, & data ſit proportio rectanguli contenti duabus ductis ad quadratum reliquę: punctum contingit poſitione datum ſolidum locum, hoc eſt vnam ex tribus conicis ſectionibus. Et ſi ad quattuor rectas lineas poſitione datas in datis angulis lineæ ducantur; & rectanguli duabus ductis contenti ad contentum duabus reliquis proportio data ſit: Similiter punctum datam coni ſectionem poſitione continget. Si quidem igitur ad duas tantum locus planus oſtenſus eſt. Quòd ſi ad plures, quã quattuor punctum continget locos non adhuc cognitos, ſed lineas tantum dictas; quales autem ſint, vel quam habeant proprietatem, non conſtat. earum vnam, neque primam, & quę manifeſtiſſima videtur, compoſuerunt oſtendentes vtilem eſſe. propoſitiones autem ipſarum hę ſunt.

Si ab aliquo puncto ad poſitione datas rectas lineas quinque ducantur rectę lineę in datis angulis, & data ſit proportio ſolidi parallelepipedi rectanguli, quod tribus ductis lineis continetur ad ſolidum parallelepipedum rectangulum, quod continetur reliquis duabus, & data quapiam linea, punctum poſitione datum lineam continget. Si autem ad ſex, & ſit data proportio ſolidi tribus lineis contenti ad ſolidum, quod tribus reliquis continetur; rurſus punctum continget poſitione datam lineã.

Quod ſi ad plures quam ſex , non adhuc habent dicere , data ſit proportio cuiuſpiam contenti quattuor lineis ad id quod reliquis continetur . quoniam non eſt aliquid contentum pluribus quam tribus dimenſionibus.

Acquieſcunt autem his , qui paulo ante talia interpretati ſunt . neque vnum aliquo pacto comprehenſibile ſignificantes quod his continetur , licebit autem per coniunctas proportiones hæc , & dicere , & demonſtrare vniuerſe in dictis proportionibus , atque his in hunc modum . Si ab aliquo puncto ad poſitione datas rectas lineas ducantur rectæ lineæ in datis angulis , & data ſit proportio coniuncta ex ea , quam habet vna ductarum ad vnam , & altera ad alteram, & alia ad aliam , & reliqua ad datam lineam , ſi ſint ſeptem ; ſi vero octo , & reliqua ad reliquam : punctum continget poſitione datas lineas . & ſimiliter quotcumque ſint impares , vel pares multitudine , cum hæc vt dixi , loco ad quattuor lineas reſpondeant , nullum igitur poſuerunt ita vt linea nota ſit . hæc reſpicientes minime extolluntur , quemadmodum antiqui , & vnuſquiſque eorum , qui meliora conſcribunt .

Ego autem & à principio in mathematicis verſatus , & in materia quæſtionum à natura propoſita videns omnes commotos erubui , cum & multo meliora oſtenderim , & quæ multam afferant vtilitatem .

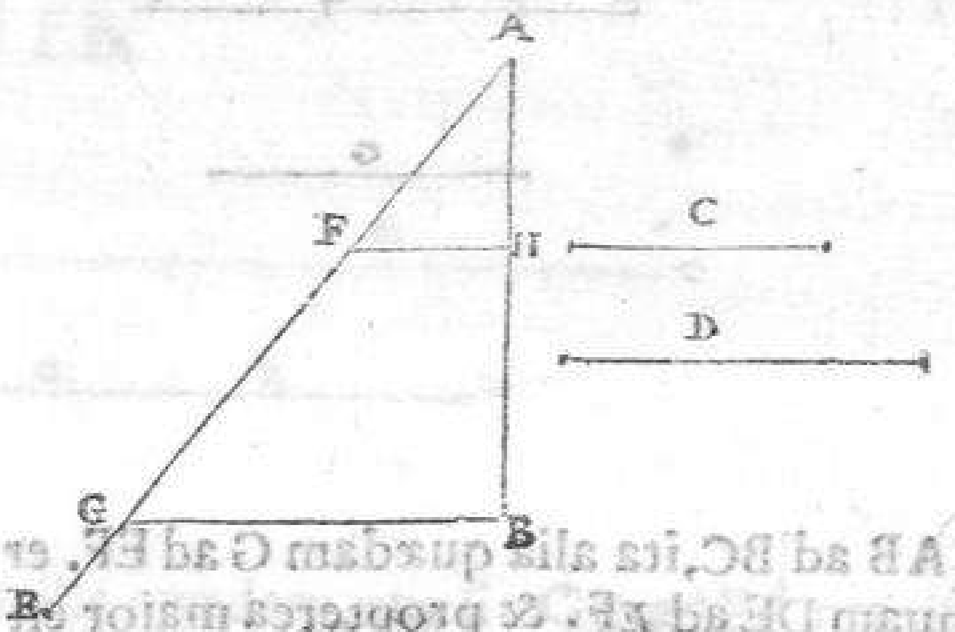
Sed ne vacuis manibus difficultati huic ceſſiſſe videar, hæc legentibus tradam . Perfectorum vtrorumque ordinum proportio compoſita eſt ex proportione amphiſmatum , & rectarum linearum ſimiliter ad axes ductarum à punctis , quæ in ipſis grauitatis centra ſunt .

Imperfectorum autem proportio compoſita eſt ex proportione amphiſmatum , & circumferentiarum , & circumferentiarum à punctis , quæ in ipſis ſunt centra grauitatis , factarum . Harum circumferentiarum proportio diuiditur in proportionem ductarum linearum , & earum , quas continent ipſarum extrema ad axes

xes angulorum. continent autem hunc propoſitiones fere exiſtentes vna multa, & varia theoremata & linearum, & ſuperficierum, & ſolidorum omnia ſimul vna demonſtratione, & quæ nondum demonſtrata ſunt, & quę & in duodecimo libro horum elementorum. Itaque habent omnes libri conicorum Apollonij theoremata, vel diagrammata quadringinta octoginta ſeptem, lemmata vero quę in ipſa ſunt, nonaginta.

PROBLEMA I. PROPOS. I.

Datam rectam lineam in datam proportionem ſecare.

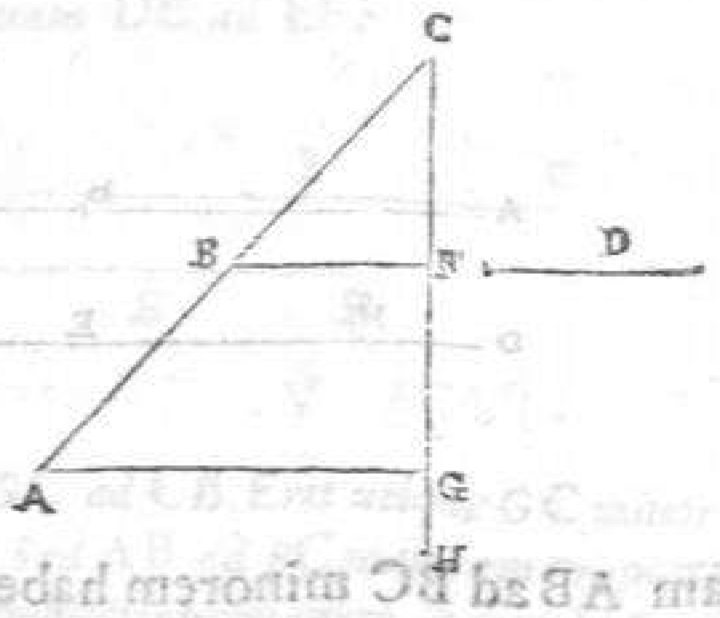


Sit data quidem recta linea AB, data autem proportio, quam habet C ad D: & oporteat ſecare AB in propoſitionem C ad D.

Inclinetur ad AB in quouis angulo recta linea AE, & ipſi C æqualis abſcindatur AF, ipſi vero D æqualis FG: & iuncta BG, ducatur FH ei parallela. Quoniam igitur vt AH ad HB, ita eſt AF ad FG; eſt autem AF æqualis C, & FG ipſi D: erit vt AH ad HB, ita C ad D. ergo AB ſecta eſt in puncto H. quod facere oportebat.

PROBLEMA. II. PROPOS. II.

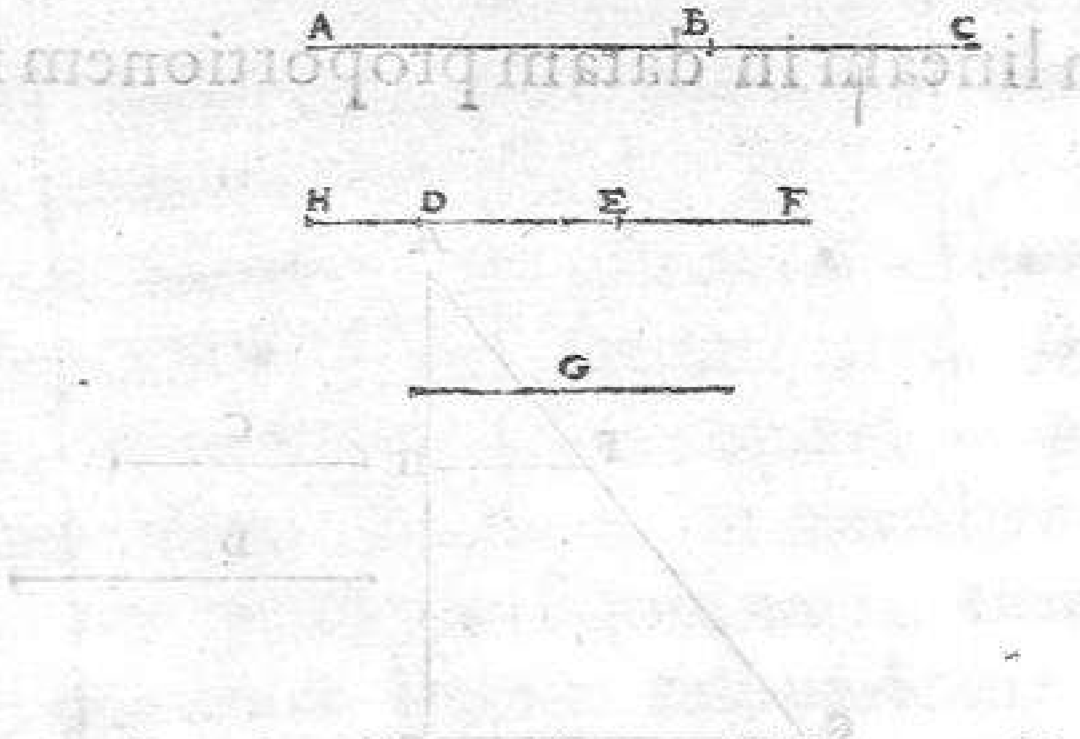
Tribus datis rectis lineis AB BC & D, inuenire vt AB ad BC, ita aliam quandam ad D.



Rurſus inclinetur ad AC recta linea CH in quouis angulo, & abſcindatur CF æqualis D. iunctaque BF, ipſi parallela ducatur AG. ergo rurſus vt *AB* ad BC, ita erit GF ad *FC*, hoc eſt ad *D*. inuenta igitur eſt FG. ſimiliter & ſi recta detur, quartam inueniemus.

THEOREMA I. PROPOS. III.

Habeat AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico & componendo AC ad CB maiorem proportionem habere, quam DF ad FE.



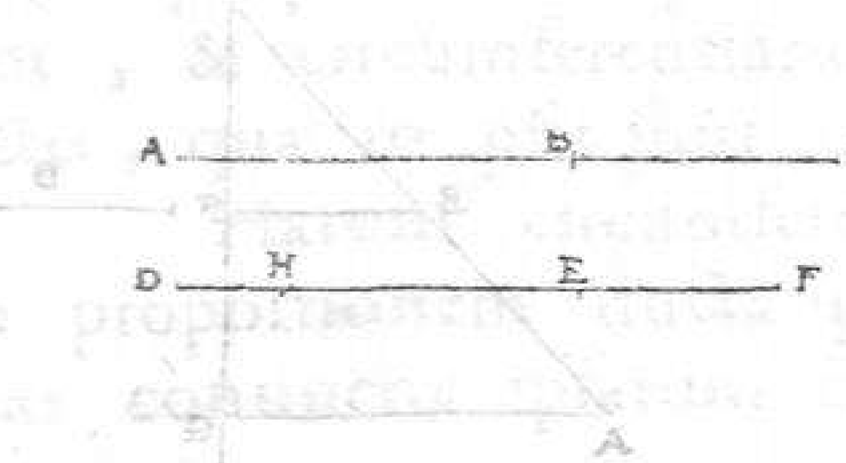
Fiat enim vt AB ad BC, ita alia quædam G ad EF. ergo G ad EF maiorem proportionem habet, quam DE ad *EF*. & propterea maior eſt G, quam DE. ponatur ipſi *G* æqualis HE. Quoniam igitur vt *AB* ad *BC*, ita eſt HE ad *EF*; erit componendo vt AC ad CB, ita HF ad FE. ſed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE. ergo & AC ad CB maiorem proportionem habebit, quam D*F* ad FE.

COMMENTARIVS.

Sed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE.] *ex 8. quinti græcus autem codex ſic habet* τὸ δὲ θζ πρὸς τὸ ζε. *poſt quæ verba hæc addenda ſunt.* μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ δζ πρὸς τὸ δε.

THEOREMA II. PROPOS. IV.

Rurſus AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF. Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quam DF ad FE.



Rurſus enim quoniam AB ad BC minorem habet proportionem, quam DE ad *EF*, ſi fiat vt AB ad BC, ita alia quædam ad *EF*, quę ſit HE; erit ea minor, quam DE. &

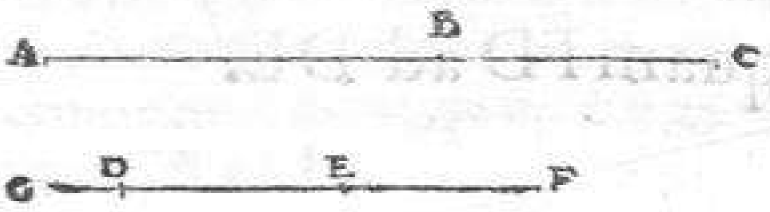
DE. & vt AC ad CB, ita erit HF ad FE. Sed HF ad FE, minorẽ habet proportionem, quã DF ad FE. ergo & AC ad CB minorem proportionem habebit, quam DF ad FE.

COMMENTARIVS.

Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quam DF ad FE] *Intellige componendo.* ✻

THEOREMA III. PROPOSITIO V.

Habeat rurſus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico & permutando AB ad DE maiorem proportionẽ habere, quam BC ad EF.



Fiat enim ut AB ad BC, ita alia quædam, quæ ſit GE ad EF. manifeſtum eſt eam maiorem eſſe, quam DE. quare permutando ut AB ad GE, ita eſt BC ad EF. habet autem AB ad DE maiorem proportionem, quam AB ad GE, hoc eſt, quam BC ad EF. ergo AB ad DE maiorem proportionem habebit, quam BC ad EF. io. 8 quinti

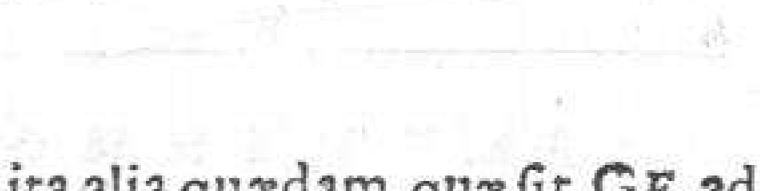
Eadẽ ratione & ſi AB ad BC minorem habeat proportionem, quam DE ad EF, ſequetur etiam permutando AB ad DE minorem proportionẽ habere, quã BE ad EF.

Erit enim ut AB ad BC, ita alia quędam ad EF, quę minor ſit, quam DE. reliqua uero eadem erunt. ✻

COMMENTARIVS.

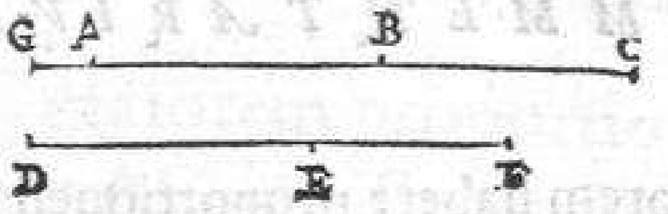
Quæ minor ſit, quam DE] *Græcus codex* ὅτι ϖρὸς ἐλάσσονα τοῦ δε. *vide ne legendum ſit.* ὅτι ἐλάσσον τοῦ δε. *Mirum autem videtur* Pappum *hoc loco diuiſiuam rationem prætermiſiſſe, cum præſertim ea ſæpe utatur; niſi forte temporis iniuria interciderit, quod credibilius eſt: nos igitur eam ſupplere aggrediemur.* ✻

Habeat *A*C *ad* CB *maiorem proportionem, quam* DF *ad* FE. *Dico & diuidendo* AB *ad* BC *maiorem proportionem habere, quam* DE *ad* EF.



Fiat ut DF *ad* FE, *ita alia quępiam* GC *ad* CB. *Erit utique* GC *minor, quam* AC. *& erit diuidendo* GB *ad* BC, *vt* DE *ad* EF. *Sed* AB *ad* BC *maiorem proportionem habet, quã* GB *ad* BC, *ergo &* AB *ad* BC *maiorem habebit proportionem, quam* DE *ad* EF. io. quinti

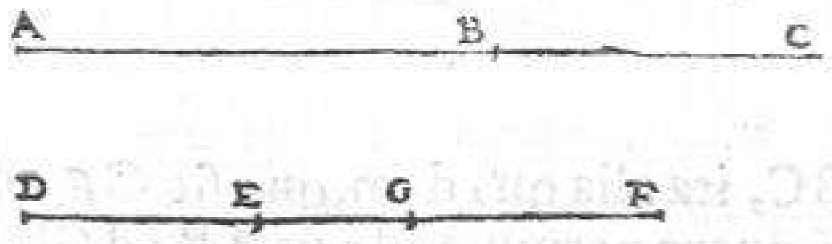
Habeat rurſus AC ad CB minorem proportionem, quam DF ad FE, & diuidendo AB ad BC minorem proportionem habebit, quam DE ad EF.



10 quinti Fiat.n.rurſus ut DF ad FE, ita alia quædã GC ad CB. erit GC maior, quã AC. atq;
8. quinti erit diuidendo GB ad BC, vt DE ad EF. Sed AB ad BC minorẽ habet proportionẽ, quam GB ad BC. quare & minorem habebit, quam DE ad EF.

THEOREMA IIII. PROPOSITIO VI.

Habeat AC ad CB maiorem proportionem, quam DF ad FE. Dico per conuerſionem rationis CN ad AB minorem habere proportionem, quam FD ad DE.



8. quinti Fiat enim vt AC ad CB, ita DF ad aliam quandam. erit vtique ad minorẽ, quam FE. Sit autem FG. quare per cõuerſionem rationis, vt CA ad AB, ita erit FD ad DG. * Sed FD ad DG minorem proportionem habet, quam FD ad DE. ergo & CA ad AB minorem habebit proportionem, quam FD ad DE.

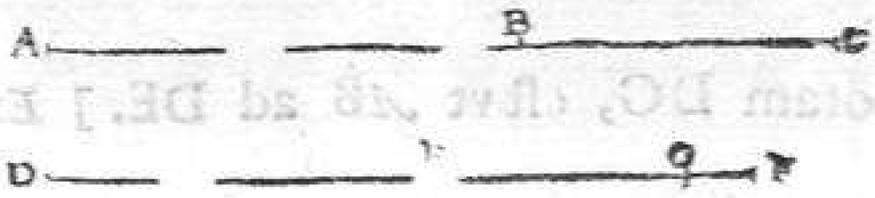
Similiter autem & ſi AC ad CB minorem proportionem habent, quam DF ad FE, habebit per cõuerſionem rõnis CA ad AB maiorẽ proportionẽ, quã FD ad DE. Erit enim ut AC ad CB, ita DF ad maiorem, quam FE. reliqua vero manifeſta erunt.

COMMENTARIVS.

* Ergo & CA ad AB minorem habebit proportionem, quam FD ad DE] *Vide ne hæc in Græco codice deſiderentur.* καὶ τὸ αγ ἄρα πρός τὸ αβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τό ζδ πρός τό δε.

THEOREMA V. PROPOSITIO VII.

Habeat rurſus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico conuertendo CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED.



Fiat enim ut AB ad BC, ita DE ad aliam aliquam, erit ad minorem, quam EF, vt ad EG. conuertendo igitur ut CB ad BA, ita eſt GE ad ED. Sed GE ad ED minorem proportionem habet, quam FE ad ED. ergo CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad ED. A B

Similiter autem & ſi AB ad BC minorem proportionem habeat, quã DE ad EF, conuertendo CB ad BA maiorem habebit proportionem, quam FE ad ED. C

Erit enim ut AB ad BC, ita DE ad maiorem, quam EF, reliqua, quæ ſequuntur perſpicua ſunt.

Ex his autem conſtat ſi AB ad BC maiorem proportionem habeat, quam DE ad EF, & FE ad ED maiorem habere proportionem, quam CB ad BA. Quod ſi AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF, & FE ad ED minorem habebit proportionem, quam CB ad BA.

COMMENTARIVS.

Vt ad EG] *Græcus codex* ὥςε ϖρὸς τὸ ε κ. *ego legerem* ὡς ϖρὸς τὸ ε κ. A

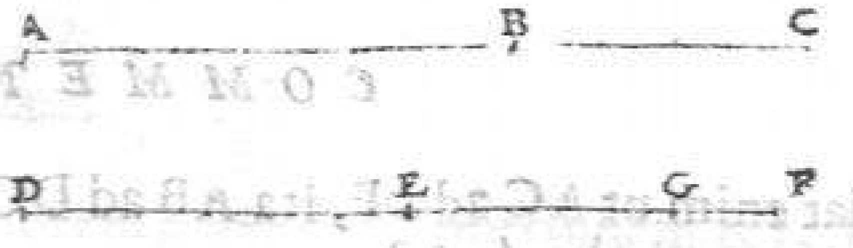
Ego CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad ED. *In Græco codice hæc deſiderari uidentur.* καὶ τὸ γβ ἄρα ϖρὸς τὸ βα ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ζε ϖρὸς τὸ εδ. B

Similiter autem & ſi AB ad BC minorem proportionem habeat, quã DE ad EF] *Græcus codex.* ὁμοίως δὴ κἂν τὸ αβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει. *Sed videtur legendum* ὁμοίως δὴ, κἂν τὸ αβ ϖρὸς τὸ βγ ἐλάσσονα λόγον ἔχει. C

THEOREMA VI. PROPOSITIO VIII.

Habeat AB ad DE maiorem proportionem, quam BC ad EF. Dico & AB ad DE maiorem habere proportionem quam AC ad DF.

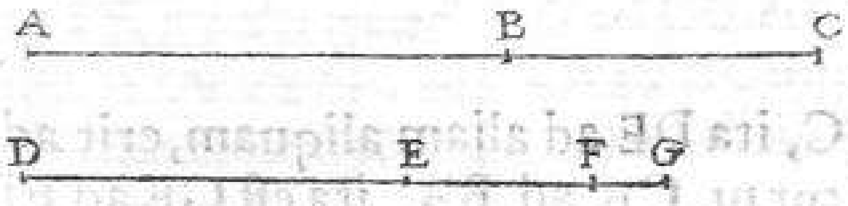
Fiat enim ut AB ad DE, ita BC ad aliã. erit utiq; ad minorẽ, quã EF, ſit ad EG. tota igitur AC ad totam DG, eſt vt AB ad DE. Sed AC ad DG maiorem proportionem habet, quãad DF. ergo & AB ad DE maiorem habebit proportionẽ, quam AC ad DF. A



Et manifeſtum eſt totam AC ad totam DF minorem proportionē habere, quam
B AB ad DE. & ſi minor ſit proportio partis, totius maior erit.

COMMENTARIVS.

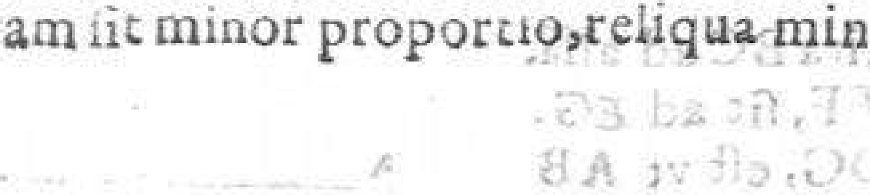
Tota igitur AC ad totam DG, eſt vt AB ad DE.] *Ex 12. quinti.*



B Et ſi minor ſit proportio partis, totius maior erit] *Hoc eſt ſi AB ad DE minorem proportionem habeat, quam BC ad EF, habebit AC ad DF maiorem proportion em, quam AB ad DE. Fiat enim, vt AB ad DE, ita BC ad aliam, quæ ſit EG. erit igitur GE maior, quam EF. atque erit AC ad DG, ut AB ad DE. Sed AC ad DG minorem proportionem habet, quam ad DF. ergo & AB ad DE minorem habebit proportionem, quam AC ad DF: & propterea AC ad DF maiorem proportionem habebit, quam AB ad DE. Gręcus codex. κἂν ἔλασσον τὸ μέρος μείζων ὅλης quæ verba fortaſſe deprauata ſunt, & ita reſtituenda. κἂν ἔλάσσων τοῦ μέρους, μείζων ὅλης.*

THEOREMA VII. PROPOSITIO IX.

Habeat rurſus tota AC ad totam DF maiorem proportionem, quam AB ad DE. Dico & reliquam BC ad reliquam EF maiorem proportionem habere, quam AC ad DF.



A Fiat enim ut AC ad DF, ita AB ad DG. ergo & reliqua BC ad reliquam GF eſt vt
B AC ad DF. Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG. ergo & BC ad EF maiorem habebit proportionem, quam AC ad DF.
C Si uero totius ad totam ſit minor proportio, reliqua minor erit.

COMMENTARIVS.

A Fiat enim ut AC ad DF, ita AB ad DG.] *In Græco codice hæc deſiderantur, πεποιήσθω γὰρ ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν δζ.*

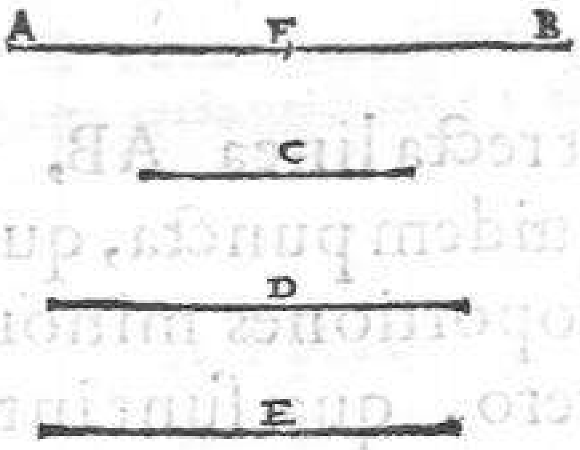
Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG] *in Græco codice nonnulla deſiderantur. quare ita reſtituendus erit.* ἡ δὲ βγ πρὸς τὴν εζ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ζη.

Si vero totius ad totam ſit minor proportio, reliqua minor erit] *Græcus codex* ἐὰν δὲ ὅλη πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσων, ἡ λοιπὴ μείζων. *Sed legendum puto* ἐὰν δὲ ὅλης πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσων, ἡ λοιπὴ ἐλάσσων. *Si enim tota AC ad totam DF minorem proportionem habeat, quam AB ad DE & reliqua BC ad EF minorem habebit, quam AC ad DF.*

THEOREMA VIII. PROPOSITIO X.

Sit AB maior, quam C, D vero æqualis E. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam D ad E.

Ponatur enim ipſi C æqualis BF. eſt igitur vt BF ad C, ita D ad E. Sed AB ad C maiorem proportionem habet, quam BF ad C. ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam D ad E.

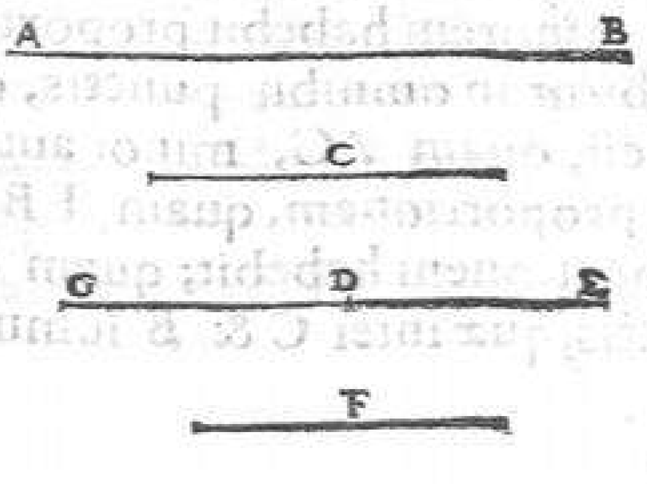


Et manifeſtum eſt ſi AB ſit minor, quam C, AB ad C minorem proportionem habere, quam D ad E, ob conuerſam ſcilicet rationem.

THEOREMA IX. PROPOSITIO XI.

Sed ſit AB maior, quam C, & DE minor, quam F. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam DE ad F. A

Quod quidem patet ſine demonſtratione. Si enim æquali exiſtente DE ipſi F, AB ad C maiorem habet proportionem, quam DE ad F, eo minori exiſtente multo maiorem proportionem habebit, Ob demonſtrationem vero hoc modo. B



Quoniam enim maior eſt AB quam C, ſi fiat vt AB ad C ita alia quędam ad F, erit ea maior, quam F. quare & maior, quam DE. Sit igitur ipſi ęqualis GE, ergo GE ad F maiorem proportionem habet, quam DE ad F. Sed ut GE ad F, ita AB ad C. ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam DE ad F.

Et manifeſtum eſt, vbi minor, ſemper minorem habere proportionem & rectāgulum contentum AB & F maius eſſe eo, quod C & DE continetur. quippe cum ipſi ęquale ſit rectangulum ex C & EG, quod quidem rectāgulo ex C & DE eſt maius. C D

COMMENTARIVS.

A Sed ſit AB maior, quam C, & DE minor, quam F. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam DE ad F.] *Græcus codex* ἔλκσσον δὲ τὸ δ τοῦ ζ ε ὅτι &c. ἤπερ τὸ δ πρὸς τὸ ε. *ſed legendum* ἔλασσον δὲ τὸ δε τοῦ ζ. ὅτι &c. τὸ δε πρὸς τὸ ζ.

B Quod quidem patet ſine demonſtratione] *Græcus codex* φανερὸν μὲν οὖν καὶ διὰ ἀποδείξεως. *legendum autem* καὶ ἄνευ ἀποδείξεως, *nam paulo poſt ita ſcribit.* διὰ ἀποδείξεως δὲ οὕτως.

C Et manifeſtum eſt vbi minor, ſemper minorem habere proportionem [*Si AB ſit minor, quam C, non propterea ſequitur vt AB ad C minorem habeat proportionem, quam DE ad F, niſi vel DE ſit maior, quam F, vel ipſi æqualis.*

D Quippe cum ipſi æquale ſit rectangulum ex C & EG] *ex 16. ſexti libri elementorum.*

THEOREMA X. PROPOS. XII.

Sit recta linea AB, & ſecetur in puncto C. Dico omnia quidem puncta, quæ ſunt inter A & C, diuidere AB in proportiones minores ea, quæ eſt AC ad CB. omnia vero, quæ ſunt inter C & B diuidere eãdem in proportiones maiores.

Sumantur enim puncta ex vtraque parte ipſius C, quæ ſint DE. Quoniam igitur DA minor eſt, quam AC, maior autem DB, quam BC; habebit DA ad
A AC minorem proportionem, quam DB ad BC. quare permutando AD ad
B DB minorem habebit proportionem, quam AC ad CB. Eodem modo demonſtrabitur in omnibus punctis, quæ ſunt inter A & C. Rurſus quoniam EA ma-
ex ante- ior eſt, quam AG, minor autem EB, quam BC, habebit EA ad AC maio-
cedente. rem proportionem, quam EB ad BC. ergo permutando AE ad EB maiorem
5. huius. proportionem habebit; quam AC ad CB. ſimiliter demonſtrabimus & in reliquis punctis, quæ inter C & B ſumuntur.

COMMENTARIVS.

Habebit DA ad AC minorem proportionem, quam DB ad BC] *ſequitur hoc ex iis, quæ proxime demonſtrata ſunt. Græcus codex* ἡ δὲ δα πρὸς

τὴν

τὴν αγ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, &c. *videtur legendum* ἡ δα ἄρα πρὸς τὴν αγ.

B Quare permutando AD ad DB minorem habebit proportionem, quam AC ad CB] *Ex 5. huius, Græcus codex* ἐναλλὰξ ἡ αδ πρὸς τὴν δβ. *Sed legendum puto* ἐναλλὰξ ἄρα.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XIII.

Si ſit recta linea AB, quæ bifariam in puncto C ſecetur, rectāgulum, quod punctum C abſcindit, videlicet ACB maximum eſt omnium, quæ a quoquam alio abſcindantur.

Si enim ſumatur punctum D, erit rectangulum ADB vna cum quadrato ex CD, æquale quadrato ex AC, hoc eſt ACB rectangulo: quare rectangulum ACB eſt maius. Eadem ſequentur, & ad alteras partes.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIIII.

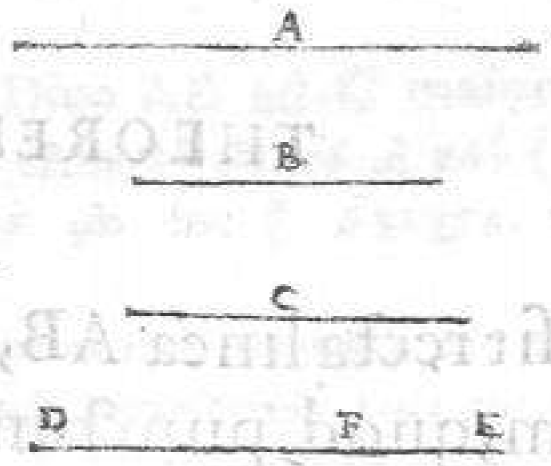
Dico inſuper punctum, quod ipſi C propinquius eſt, ſemper maius ſpacium efficere eo, quod eſt remotius.

Sumatur enim aliud punctum E inter A & D. oſtendendum eſt rectangulū contentum ADB maius eſſe eo, quod AEB continetur. Quoniam enim rectangulum ADB una cum quadrato ex DC ęquale eſt quadrato ex AC: eſt autem & rectāgulum AEB una cum quadrato ex EC ęquale quadrato ex AC: erit rectangulum ADB vna cum quadrato ex DC ęquale rectangulo AEB vna cum quadrato ex CE. quorum quadratum ex DC minus eſt quadrato ex CE. reliquum igitur rectangulum ADB rectangulo AEB eſt maius.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XV.

Si enim ſit A vna cum B æquale ipſi C vna cum DE, ſit autē DE maius, quam B; erit A ipſo C maius.

Ponatur ipſi B æquale DF. ergo *A* vna cum DF æquale eſt D*E* una cum C. commune auferatur DF. reliquum igitur A eſt æquale ipſis C & FE, ac propterea A quam C maius erit.



COMMENTARIVS.

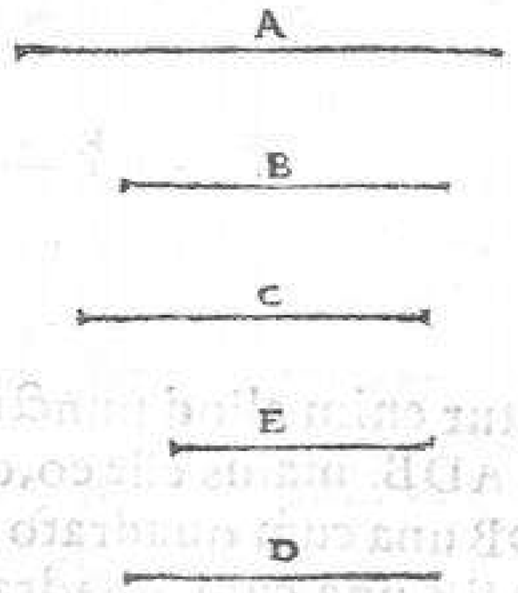
A Quorum quadratum ex DC minus eſt quadrato ex C*E*] *Græcus codex corruptus eſt in quo legitur.* ὧν τὸ ἀπὸ δζ ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ Γε. *ſed legendum* ὧν τὸ ἀπὸ δγ.

B Sit autem *DE* maius, quam B, erit *A* ipſo C maius] *In græco codice aliqua deſiderantur, qui ſic habet.* μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ α τοῦ Γ. *legendum autem in hanc ſententiã* μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ δε τοῦ β. ὅτι μεῖζον τὸ α τοῦ γ.

THEOREMA XIIII. PROPOS. XVI.

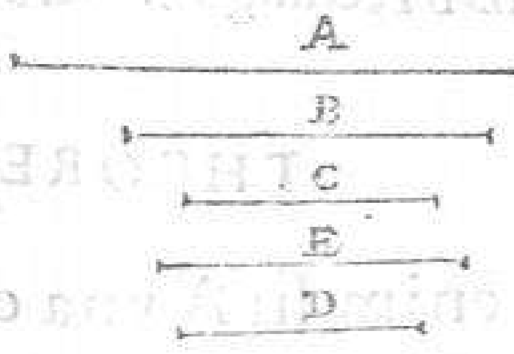
Habeat A ad B maiorem proportionem, quam C ad D. Dico rectangulum contentum rectis lineis AD maius eſſe eo, quod ipſis BC continetur.

Fiat enim ut A ad B, ita C ad E. ergo C ad E maiorem proportionem habet, quam ad D, & idcirco E quam D eſt minor. *Itaque* ſumpta *A* communi altitudine erit rectangulum ex A E minus rectangulo ex *A* D. 16.ſexti. ſed rectangulum ex A E rectangulo ex BC eſt æquale. rectãgulũ igitur ex BC minꝰ eſt rectãgulo ex *A* D: & ob id rectangulum ex A D rectangulo ex BC eſt maius.



Similiter etiam ſi minor ſit proportio rectangulum rectangulo minus erit.

Sed rurſus ſit rectangulum ex *A*D rectangulo ex BC maius. Dico *A* ad B maiorem proportionem habere, quam C ad D.



Ponatur enim rectangulo ex *A*D æquale rectangu-
A B lum ex BE erit rectangulum ex B*E* maius eo, quod ex
C BC. quare & E maior, quã C. ut autẽ A ad B, ita E ad
D D. ſed E ad *D* maiorem habet proportionem, quam C
ad *D*. ergo & *A* ad *B* proportionem maiorem habebit
quam C ad D.

COMMENTARIVS.

A Erit rectãgulũ ex BE maius eo, quod ex BC] *Græcus codex.* γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τοῦ ὑπὸ τῶν β ε τοῦ ὑπὸ τῶν β γ, *sed legendũ.* γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τοῦ ὑπὸ τῶν β ε.

B Quare & E maior, quam C] *Græcus codex* ὥστε καὶ ἡ β τῆς γ μείζων. *lege* ὥστε καὶ ἡ ε τῆς γ μείζων.

C Vt autem A ad B, ita E ad D] *Ex 16. sexti elementorum. Græcus autem codex corruptus uidetur, ego ita restituendum puto* ὡς δὲ ἡ α πρὸς τὴν β, οὕτως ἡ ε πρὸς τὴν δ, ἡ δὲ ε πρὸς τὴν δ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ. καὶ ἡ α ἄρα πρὸς τὴν β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ. *Sed & illud idem aptius, breuiusque concludi potest non mutata priori figura hoc modo. Ponatur rectangulo ex* BC *æquale rectangulum ex* AE. *erit* E *minor, quam* D, *&* *ut* A *ad* B, *ita erit* C *ad* E. *Sed* C *ad* E *maiorem habet proportionem, quam ad* D. *ergo &* A *ad* B *maiorem proportionem habebit, quam* C *ad* D.

D Ergo & A ad B proportionem maiorem habebit, quam C ad D] *Eodem modo, si rectangulum ex* AD *minus sit rectangulo ex* BC, *demonstrabitur* A *ad* B *minorem habere proportionem, quam* C *ad* D.

THEOREMA XV. PROPOSITIO XVII.

Sint duæ rectæ lineæ AB BC, & inter AB BC media proportionalis sit BD, ipsique AD æqualis ponatur DE. Dico rectam lineam CE esse excessum, quo vtręque AB BC excedunt eam, quę potest id, quod quater AB BC continetur.

Quoniã.n. vtræq; AB BC excedũt vtrasq; AB BE recta linea CE, erit CE excessus,
quo vtræq; AB BC vtrasque AB BE excedunt: vtręque aũt AB BE. sunt duæ BD: & A
duæ BD possunt id, quod quater continetur AB BC. ergo CE est excessus, quo utrę- B
que AB BC excedunt eam, quę potest id, quod quater AB BC continetur.

COMMENTARIVS.

A Vtræque autem AB BE. sunt duæ BD.] *Nam utræque* AB BE *sunt æquales his tribus* AD DB BE, *duæ uero* BD *sunt æquales ipsis* BD BE ED, *quarum* ED *est æqualis ipsi* AD: *Quoniam igitur utreque* AB BE, *& duæ* BD *eisdem sunt æquales & inter se æquales sint necesse est.*

B Et duæ BD possunt id, quod quater continetur AB BC] *Cũ.n.* BD *sit media propor-*

tionalis inter AB BC, erit eius quadratum rectangulo ABC æquale. Sed quadratum duplę ipſius BD quadruplum eſt quadrati ex BD, hoc eſt rectanguli ABC. ergo duæ BD poſſunt quadruplum rectanguli ABC, videlicet id, quod quater AB BC continetur.

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVIII.

* Sit rurſus ipſarum AB BC media proportionalis BD: & ipſi AD æqualis ponatur DE. Dico CE conſtare ex utriſq; AB BC, & ea, quæ poteſt id, quod quater AB BC continetur.

Quoniam enim CE conſtat ex CD DE, atque eſt AD æqualis DE conſtabit CE ex AD DC, hoc eſt ex vtriſque AB BC & duabus BD. duæ autem BD poſſunt id, quod quater continetur AB BC. ergo CE conſtat ex vtriſque AB BC, & ea, quæ poteſt id, quod quater AB BC continetur.

COMMENTARIUS.

* Sit rurſus ipſarum AB BC media proportionalis BD] *Hoc loco BD non abſcinditur ab ipſa AB, quemadmodum in ſuperiori, ſed extra ipſam ſumitur, ut in figura apparet.*

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XIX.

Rurſus ipſarum AB BC media proportionalis ſit BD, & ipſi CD ponatur æqualis DE. Dico AE eſſe exceſſum, quo utræque AB BC excedut eã, quę poteſt id, quod quater AB BC cõtinetur.

* Quoniam.n.vtręq; AB BC excedunt vtraſq; EB BE ipſa AE, vtreque vero, EB BC ſunt duæ BD. hoc eſt quæ poteſt id, quod quater continetur AB BC. ergo AE eſt exceſſus, quo utręq; AB BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB BC continetur.

COM.

COMMENTARIVS.

Vtręque vero EB BC sunt duę BD] *Quoniam enim utræque* EB BC *sunt æquales bis, videlicet* ED DC, *&* *duplę* CB; *duæ uero* BD *æquales sunt duplæ* DC, *&* *duplę* CB, *quarũ dupla* DC *est æqualis ipsis* ED DC: *erunt utraq;* EB BC, *&* *duę* BD *inter se necessario æquales.* ※

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XX.

Rursus ipsarum AB BC media proportionalis sit BD, & ipsi CD ęqualis ponatur DE. Dico AE constare ex vtrisque AB BC, & ea, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.

COMMENTARIVS.

Cũ. n. AE constat ex AD DE, sitq; DE æqualis CD, cõstabit AE ex AD DC, hoc est utrisque AB BC, & duab. BD. At duę BD possunt id, quod quater cõtinetur AB BC. ergo AE cõstat ex utrisq; AB BC, & ea, quæ põt id, quod quater AB BC cõtinetur.

Hęc sumuntur ad sectionem proportionis, hæc autem ad spacii sectionem, differenter tamen.

Problema in secundũ de sectione proportionis, vtile ad epilogũ tertiidecimi loci.

εἰς τὴν τοῦ λόγου ἀποτομὴν εἰς τὴν τοῦ χωρίου ἀποτομὴν ἀνακαιφαλαίωσιν.

PROBLEMA III. PROPOSITIO XXI.

Datis duabus rectis lineis AB BC & producta AD, sumere datum punctum D faciens proportionem BD ad DA, eandem, quæ est ipsius CD ad excessum, quo vtræque AB BC excedunt eam, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.

Sed aliter cõstitui nõ potest, nisi utræque DB AC æquales sint excessui EA. totaque A

DA toti AB, & adhuc EA AC CB inter ſe proportionem habeant, quã numerus quadratus ad quadratum numerum & BC ipſius DE ſit dupla.

B Factum iam ſit, & exceſſus ſit AE. ex ijs enim quæ ſuperius dicta ſunt ipſum inue
C nimus. eſt igitur vt BD ad DA, ita CD ad AE: & permutando, diuidendoque
erit ſpacium ſpacio æquale, videlicet rectangulum contentum BC EA æquale re-
ctangulo CDE. datum autem eſt rectangulum ex BC EA. ergo & rectangulum
CDE erit datum. & ad datam rectam lineam CE applicatur, excedens figura qua-
D drata. datum igitur eſt punctum D.

Componetur autem hoc pacto.

Sit exceſſus EA, & rectangulo ex BC EA ęquale applicetur ad rectam lineam CE,
E excedens figura quadrata, quod ſit CDE. Dico D punctum quæſitum
eſſe.

F Quoniam enim rectangulum ex BC EA æquale eſt rectangulo CDE, erit ob proportionem, & componendo, permutandoque, ut BD ad DA, ita CD ad EA, quęquidem eſt exceſſus.

G Eodem modo fiet, ſi velimus ſumere punctum faciens, ut BD ad DA, ita CD ad rectam lineam, conſtantem ex vtrique AB BC, & ex ea, quę poteſt id, quod quater AB BC continere.

COMMENTARIVS.

A Sed aliter conſtitui non poteſt, niſi utreque DB AC æquales ſint exceſſui ea, totaque DA toti AB, & adhuc EA, AC CB inter ſe proportionem habeant, quam numerus quadratus ad quadratum numerum, & BC ſit ipſius DE dupla] *Vereor ne hæc ab aliquo addita ſint; non enim uideo cur problema aliter conſtitui non poſſit.*

B Et exceſſus ſit AE, ex iis enim, quæ ſuperius dicta ſunt ipſum inuenimus] *Ex 17. huius.*

C Et permutando, diuidendoque erit ſpacium ſpacio æquale] *Quoniam enim ut* BD *ad* DA, *ita eſt* CD *ad* AE, *erit permutando ut* BD *ad* DC, *ita* DA *ad* AE: *& diuidendo ut* BC *ad* CD, *ita* DE *ad* EA. *ergo rectangulum ex* BC EA *æquale eſt rectangulo* CDE.

D Datum igitur eſt punctum D] *Ex 59. libri datorum.*

E Et rectangulo ex BC EA ęquale applicetur ad rectam lineã CE, excedens figura quadrata, quod ſit CDE] *Ex 29. ſexti libri elementorum.*

F Erit ob proportionem, & componendo, permutandoque ut BD ad DA, ita CD ad EA, quæ quidem eſt exceſſus] *Eſt enim* BC *ad* CD, *ut* DE *ad* EA, *& componendo* BD *ad* DC, *ut* DA *ad* AE, *permutandoque ut* BD *ad* DA, *ita* CD *ad* AE.

G Eodem modo fiet, ſi velimus ſumere punctum faciens ut BD ad DA, ita CD ad rectam lineam, &c.] *Quænam ſit recta linea, quę conſtet ex utrique* AB BC *& ex ea, quę poteſt, quod quater* AB BC *continetur, apparet ex 18. huius.*

Primns liber de proportionis ſectione habet locos ſeptem, caſus vigintiquattuor, & determinationes quinque, quarum tres ſunt maximę, & duæ minimę, atque eſt maxima quidem ad tertium caſum quinti loci, minima uero ad ſecundum caſum ſexti loci, & ad eundem ſeptimi. maxima etiam eſt ad quartos caſus ſexti, & ſeptimi loci.

Secundus liber de proportionis ſectione habet locos ſeptem, caſus vigintiquattuor, & determinationes ſeptem. quarum quattuor ſunt maximæ, & tres minimę.

& ma-

& mazima quidem eſt ad ſecundum caſum primi loci, & ad primum quartũ loci, & ad tertium tertii, & ad quartum quarti, & ad primum ſexti.

Secundus liber de ſpacii ſectione habet locos tredecim, caſus ſeptem, determinationes quattuor ex primo, in idem reducuntur.

Quæret fortaſſe aliquis cur ſecundus liber de proportionis ſectione habet locos quattuordecim, ſecundus autem de ſpacii ſectione habet locos tredecim: habet autem ob hanc cauſam, quod ſeptimus locus in libro de ſpacii ſectione tamquam manifeſtus omittitur. Nam ſi utręque parallelæ lineæ in terminos cadant, qualeſcumque ducantur, ſpacium datum abſcindunt, etenim æquale eſt contento rectis lineis, quę inter terminos, & utrarumque linearum a principio poſitione datarũ congreſſum interiiciuntur. in libro autem de proportionis ſectione non adhuc ſimiliter contingit. ob hoc igitur excedit loco vno in ſecundum ſecundi. & reliqua . . . .

De determinata ſectione liber primus.

LEMMA I.

Vtile ad primum pręceptum quinti problematis. ἐπίταγμα. LEM.I.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XXII.

Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur tria puncta CDE, ſitque ADC rectangulum rectangulo BDE æquale. Dico vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC.

Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt BDE rectangulo, erit ut A B
AD ad DB, ita ED ad DC. tota igitur AE ad totam BC eſt ut ED ad DC: & 14 ſexti.
conuertendo. rurſus quoniam rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale, C
ut AD ad DE, ita erit BD ad DC. ergo tota AB ad totam CE eſt ut BD ad DC. erat autem ut BC ad AE, ita CD ad DE. quare proportio compoſita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE eſt eadem, quæ componitur ex proportione BD ad DC, & proportione CD ad DE. Sed proportio D
quidem compoſita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE eſt rectanguli ABC ad AEC rectangulum: proportio uero compoſita ex proportione BD ad DC, & ex proportione CD ad DE eſt ea, quam habet BD ad DE. Vt igitur BD ad DE, ita ABC rectangulum ad rectangulum AEC, quod demonſtrare oportebat.

ALITER.

LEMMA. II. Quoniam rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, ob proportionem, &
tota ad totam, erit vt AE ad BC, ita AD ad DB. componendoque ut utræque AE
E CB ad BC, ita AB ad BD. quod igitur continetur utriſque AE CB, & BD æquale
F eſt rectangulo ABC. Ruſus quoniam eſt ut AD ad DB, ita AE ad DE; & tota AE
ad totam BC eſt vt ED ad DC. quare conuertendo, componendoque id quod cõ
tinetur utriſque AE CB, & ED eſt æquale rectangulo AEC. oſtenſum autem eſt,
G quod continetur vtriſque AE CB, & BD æquale eſſe rectangulo ABC. permutando
igitur ut rectangulum contentum vtriſque AE CB & BD ad contentum vtriſ-
H que AE CB, & DE, hoc eſt ut BD ad DE, ita erit rectangulum ABC ad AEC rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Erit ut AD ad DB, ita ED ad DC] *ex 14. ſexti elementorum.*

B Tota igitur AE ad totam BC eſt ut ED ad DC] *ex 12. quinti elementorum: Hæc autem omnia nos reſtituimus, quæ deerant in Græco codice. quare ita legendum erit* καὶ ὅλη ἄρα ἡ αβ πρὸς ὅλην τὴν γε ἐστὶν ὡς βδ πρὸς δγ.

C Erat autem ut BC ad AE, ita CD ad DE] *demonſtratum etenim eſt totam AE ad totam BC eſſe, vt ED ad DC. quare conuertendo, vt BC ad AE, ita erit CD ad DE. Græcus codex* τῶν δὲ καὶ ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν εα, *legendum* ἡ βγ πρὸς τὴν εα.

D Sed proportio quidem compoſita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE eſt rectanguli ABC ad AEC rectangulum] *ex 23. ſexti elementorum.*

E Quoniam rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, ob proportionem, & tota ad totam, erit ut AE ad BC, ita AD ad DB] *eſt enim ex 14. ſexti ut AD ad DB ita ED ad DC. quare ex 12. quinti ut AE ad BC, ita eſt AD ad DB.*

F Quod igitur continetur utriſque AE CB, & BD æquale eſt rectangulo ABC] *ex 16. ſexti.*

G Permutando igitur ut rectangulũ contentũ utriſque AE CB, & BD ad contentũ vtriſque AE CB & DE] *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituemus.* ἐναλλὰξ ἄρα γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αε γβ καὶ τῆς βδ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αε γβ καὶ τῆς δε.

H Hoc eſt, vt BD ad DE] *rectangula enim, quorum eadem eſt altititudo ita ſe habent ſicuti baſes ex prima ſexti elementorum.*

ALITER.

LEMMA. III. In primum præceptum quinti problematis, præmonſtratis tamen duobus, quæ deinceps exponentur.

THEOREMA XX. PROPOS. XXIII.

Sit recta linea AB æqualis CD, & in ipſa CD ſumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum ACD æquale eſſe, & rectãgulo AED, & rectangulo BEC.

Secetur BC bifariam in F. ergo rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF A
æquale eſt quadrato ex FD. eadem ratione rectangulum AED vna cum qua-
drato ex FE ęquale eſt quadrato ex FD. quare rectangulum ACD una cum qua-
drato ex CF æquale æquale eſt rectangulo AED vna cum quadrato ex FE,
hoc eſt una cum rectangulo BEC, & eo, quod fit ex CF quadrato. commune aufera- B
tur quadratum ex CF. reliquum igitur rectangulum ACD æquale eſt rectangulo
AED & rectangulo BEC.

COMMENTARIVS.

Ergo rectangulum ACD una cum quadrato ex CF ęquale eſt quadrato ex FD] A
Ex 5. *ſecundi elementorum.*
Hoc eſt vna cum rectangulo BEC, & eo, quod fit ex CF quadrato] *Rectangulũ enim* B
BEC *una cum quadrato ex* CF *æquale eſt quadrato ex FE per 6. eiuſdem.*

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXIIII.

Iiſdem poſitis ſit punctum E extra lineam AD. Dico LEMM. IIII.
rurſus rectangulum BEC rectangulo AED, & rectangulo A
BDC æquale eſſe.

Secetur rurſus BC bifariam in puncto F. erit rectangulum BEC una cum B
quadrato ex CF ęquale quadrato ex FE. ergo rectangulum BEC una cum C
quadrato ex CF æquale eſt rectangulo AED una cum eo, quod fit ex DF qua-
drato, hoc eſt una cum rectangulo BDC, & quadrato ex CF. commune aufe- D
ratur quadratum ex CF. reliquum igitur rectangulum BEC æquale erit rectangu- E
lo AED, & rectangulo BDC.

COM-

COMMENTARIVS.

A Dico rurſus rectangulum BEC rectãgulo AED, & rectangulo BDC æquale eſſe.] *Græcus coddx* ὅτι πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν βεγ ἴσον τῶ ὑπὸ τῶν αδε. *ſed legendum videtur.* τῶ ὑπὸ τῆς αεδ.

B Erit rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex FE] *ex ſexta ſecundi elementorum.*

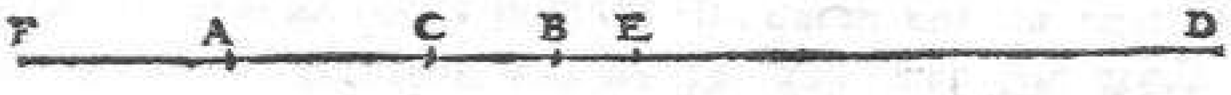
C Ergo rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale eſt rectangulo AED vna cum eo, quod fit ex DF quadrato] *rectangulum enim* AED *vna cum quadrato ex* DF *ſimiliter æquale eſt quadrato ex* FE. *per ſextam ſecundi elementorum Græcus codex* ἴσον ἐϛὶ τῶ ὑπὸ αδε. *ſed legendum* τῶ ὑπὸ αεδ

D Hoc eſt vna cum rectangulo BDC, & quadrato ex CF] *eſt enim rectangulum* BDC *vna cum quadrato ex* CF *æquale quadrato ex* DF *per ſextam eiuſdem. Græcus codex.* τουτέϛι τῶ ὑπὸ βγδ καὶ τοῦ ἀπὸ γζ. *ego legendum puto.* τοὐτεϛι του ὑπὸ βδγ, καὶ τοῦ ἀπὸ γζ.

E Reliquum igitur rectangulum BEC æquale erit rectangulo AED, & rectangulo BDC.] *Græcus codex* τῶ ὑπὸ τῶν αδε. *ſed legendum.* τῶ ὑπὸ τῶν αεδ.

THEOREMA XXII. PROPOS. XXV.

LEMMA. V. A His præmonſtratis oſtendendum eſt ſi rectangulum ABC æquale ſit rectangulo DBE, vt DB ad BE, ita eſſe rectangulum ADC ad AEC rectangulum.



Ponatur ipſi CE æqualis FA. Quoniam igitur rectangulum ABC æquale eſt
B rectangulo DBE, commune apponatur rectangulum FBE ergo totum rectangu
C lum ex DF BE æquale eſt rectangulo FBE & rectangulo ABC. hæc autem ex an-
D tecedenti æqualia ſunt rectangulo FCE, hoc eſt rectangulo AEC. aſſumatur ex-
trinſecus rectangulum FDE. ergo ut rectangulum FDE ad rectangulum ex FD
E F BE, videlicet ut DE ad EB, ita rectangulum FDE ad rectangulum AEC. & com
ponendo ut DB ad BE, ita rectangulum FDE vna cum rectangulo AEC ad re-
ctangulum AEC. ſed rectangulum FDE vna cum rectangulo AEC æquale eſt re
ctangulo ADC ex antecedenre· ut igitur DB ad BE, ita rectangulum ADC ad re
ctangulum AEC.

COMMENTARIVS.

Vt DB ad BE, ita eſſe rectangulum ADC ad AEC rectangulum] *Græcus codex γίνεται ὡς ἡ δβ πρὸς βγ. sed legendum πρὸς βε.* A

Ergo totum rectangulum ex DF BE æquale eſt rectangulo FBE, & rectangulo ABC] *Rectangulum enim ex DF BE, æquale eſt duobus rectangulis DBE, & FBE ex prima ſecundi elementorum. Græcus codex ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ δζβ ἴσον ἐστὶ τῷ τε &c. legendum autem eſt ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ δζ, βε ἴσον ἐστὶ τῷ τε &c.* B

Hæc autem ex antecedenti æqualia ſunt rectangulo FCE] *ex 23. huius.* C

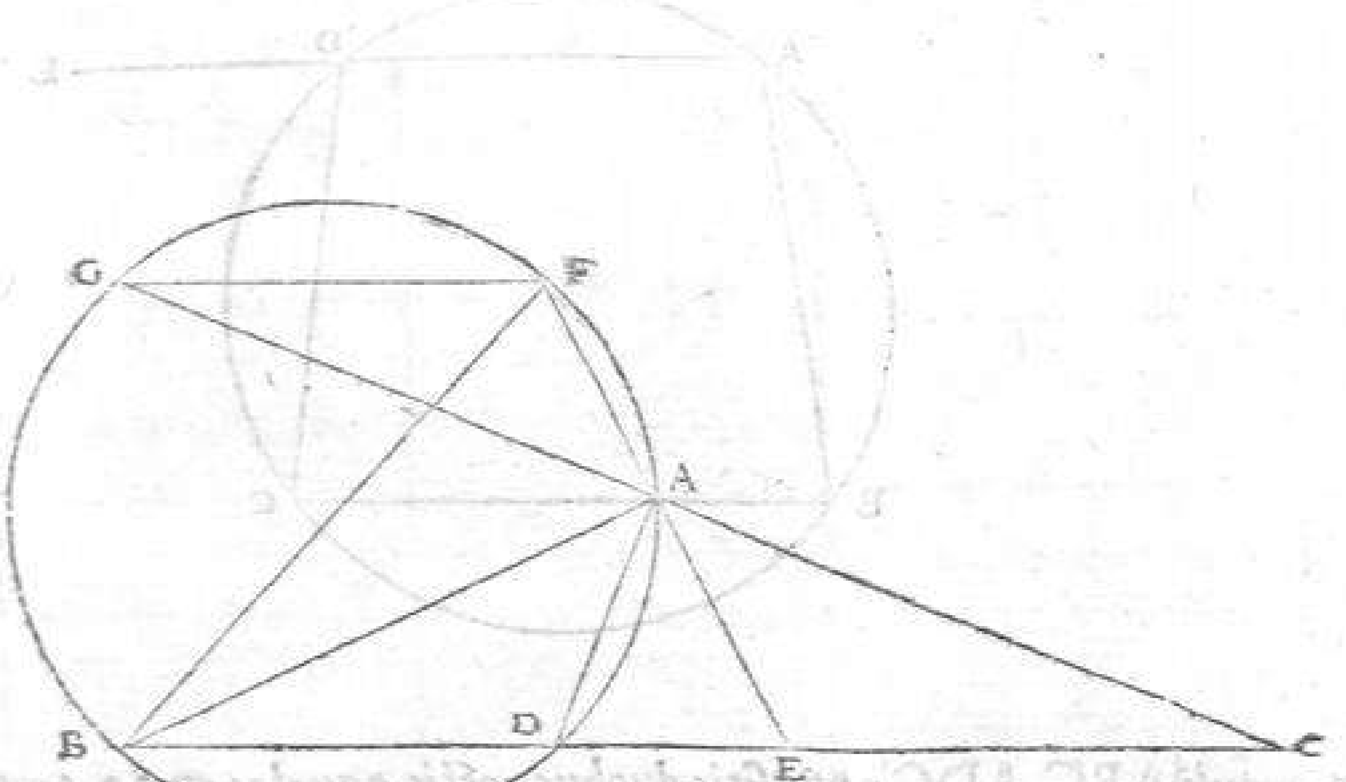
Hoc eſt rectangulo AEC] *Quoniam enim FA facta eſt æqualis CE, ſi addatur utrique communis AC, erit FC æqualis AE, & ideo ex prima ſexti elementorum rectangulum FCE rectangulo AEC eſt æquale.* D

Videlicet ut DE ad EB] *ex prima ſexti elementorum.* E

Ita rectangulum FDE ad rectangulum AEC, & componendo, ut DB ad BE, ita rectangulum FDE una cum rectangulo AEC ad rectangulum AEC. Sed rectangulũ FDE una cum rectangulo AEC æquale eſt rectangulo ADC ex antecedente] *Hunc locum ita reſtituendum cenſuimus In Græco enim codice ſic legebatur οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν αεγ διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν αδγ. ſed forte ita reſtituetur. οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ζδε πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βε, οὕτω τὸ ὑπό τῶν ζδε μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αεγ πρὸς τὸ ὑπό τῶν αεγ ἀλλὰ τὸ ὑπό τῶν ζδε μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αεγ διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδγ.* F

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXVI.

Si ſit triangulum ABC, & duæ rectæ lineæ ducantur, vt AD AE, ita ut anguli BAC DAE duobus rectis ſint ęquales; erit ut rectangulum BCD ad rectangulum BED, ita quadratum ex CA ad quadratum ex AE. LEM. VI



Sit. n. circa triãgulũ
ABD circulũ deſcri
bamus, & lineas EA A
CA producamus ad
pũcta FG, transfere
tur rectãgulũ quidẽ B
BCD ad rectangulũ
GCA, rectangulũ ve
ro BED ad rectãgu-
lũ FEA, & oportebit C
permutãdo quęrere,
ſi ẽvt rectãgulũ GCA
ad quadratũ ex CA,
ita rectangulũ FEA
ad quadratũ ex EA.
hoc autẽ idẽ eſt, ac
ſi quæratur, ſi eſt ut GC ad CA, ita FE ad EA. ſi igitur GF parallela ẽ ipſi BC, erit ut D
GC ad CA, ita FE ad EA. parallela eſt autem. Quoniam enim anguli BAC DAE E

F G duobus rectis ſunt æquales, erit DAE angulus æqualis ipſi BAG. Sed angulus quidẽ
H DAE eſt ęqualis angulo FBD extra quadrilaterum; angulus uero BAG æqualis angu
K lo BFG. angulus igitur FBD angulo BFG ęqualis erit. & ſunt alterni. ergo GF parallela eſt ipſi BC. hoc autem eſt quod quęrebatur.

COMMENTARIVS.

A Transferetur rectangulum quidem BCD ad rectangulum GCA, rectangulũ vero BED ad rectangulum FEA] *Hoc eſt rectangulum GCA erit loco rectanguli BCD, ut pote ipſi ęquale, & rectangulum FEA loco rectanguli BED ex 36. tertii elem.*

B Et oportebit permutando quærere, ſi eſt vt rectangulum GCA ad quadratum ex CA, ita rectangulum FEA ad quadratum ex EA] *Si n. hoc demonſtratum fuerit, ſequetur permutando ut rectangulum GCA ad rectangulum FEA, hoc eſt ut rectangulum BCD ad rectangulum BED, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AE, quod demonſtrare oportet. Gręcus codex* καὶ δεήσει ἐναλλὰξ ζητῆσαι ὡς τὸ ὑπὸ τὸν ηγα. *ego legendum arbitror,* καὶ δεήσει ἐναλλὰξ ζητῆσαι εἰ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ τὸν ηγα.

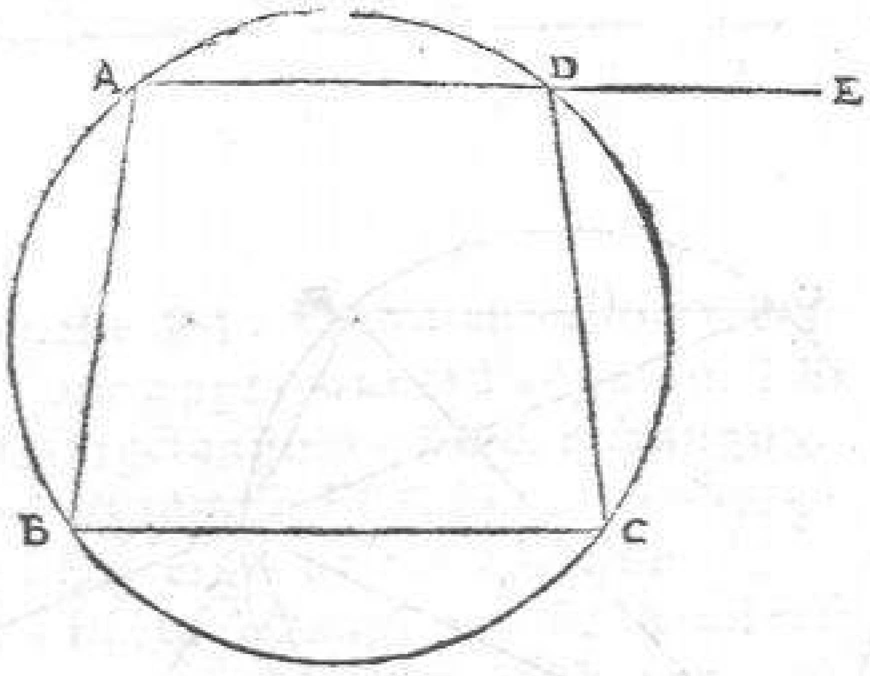
C Hoc autem idem eſt, ac ſi quæratur, ſi eſt ut GC ad CA, ita FE ad EA] *vt enim rectangulum GCA ad quadratum ex CA, ita GC ad CA: & ut rectangulum FEA ad quadratum ex EA, ita FE ad EA ex prima ſexti elementorum.*

D Si igitur GF parallela eſt ipſi BC, erit ut GC ad CA, ita FE ad EA] *Fient. n. triangula AFG AEC inter ſe ſimilia. quare ut GA ad AF, ita erit CA ad AE, & permutando ut GA ad AC, ita FA ad AE, componendoque ut GC ad CA, ita FE ad EA.*

E Erit ut GC ad CA, ita FE ad EA] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erãt. quare ita legendum erit.* εἰ ἄρα ἐστὶν ἡ ηζ παράλληλος τῇ βγ γίνεται ὡς ηγ πρὸς τὴν γα οὕτως ἡ ζε πρὸς τὴν εα. ἐστὶ δέ.

F Erit DAE angulus æqualis ipſi BAG] *Sunt enim & anguli GAB BAC æquales duobus rectis. ergo dempto communi angulo BAC, erit reliquus DAE reliquo BAG æqualis*

G Sed angulus quidem DAE eſt æqualis angulo FBD extra quadrilaterum] *Hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus ſit quadrilaterum ABCD in circulo deſcriptum, & AD ad E producatur. Dico angulum CDE angulo ABC æqualem eſſe.*



Sunt. n. anguli ABC ADC oppoſitis duobus rectis æquales ex 22. tertii element. ſed & anguli ADC CDE ſunt æquales duobus rectis. dempto igitur communi angulo ADC, relinquetur angulus CDE angulo ABC æqualis. Eodem modo in reliquis angulis demonſtratio fiet.

H Angulus uero BAG æqualis angulo BFG] *Ex 21. tertii elementorum.*

K Et ſunt alterni ergo GF parallela eſt ipſi BC.] *ex 27. primi elementorum. Græcus codex* καὶ εἰσὶν ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν &c. *legendum* καὶ εἰσὶν ἐναλλὰξ παράλληλος ἄρα ἐστίν.

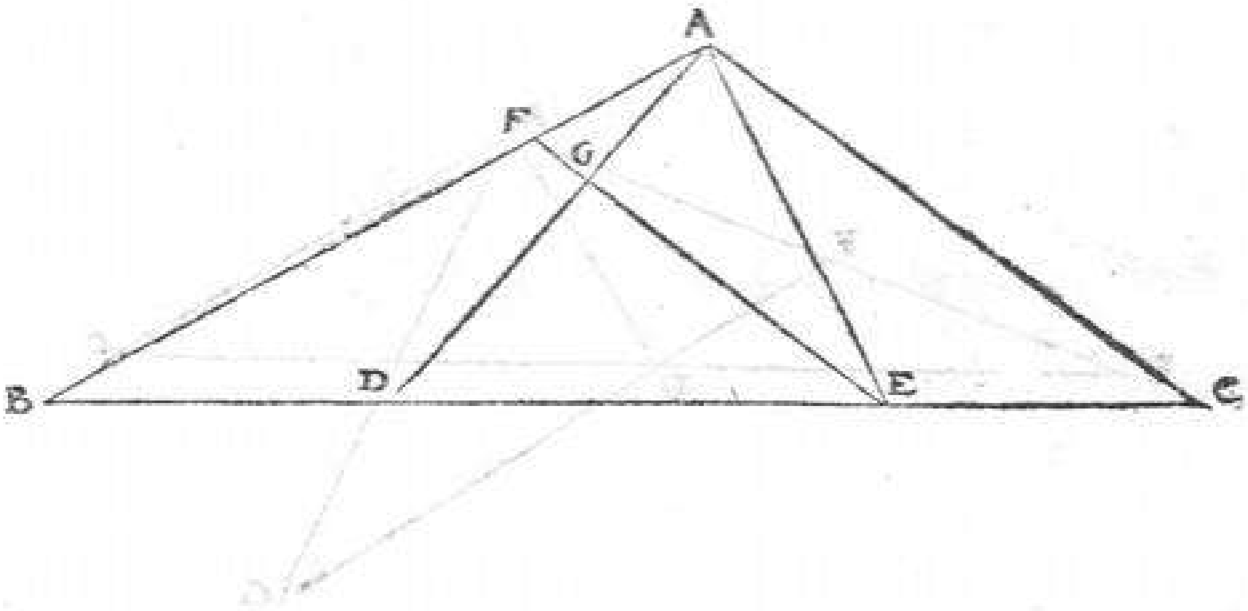
THEO.

THEOREMA XXIIII. PROPOSITIO XXVII.

ALITER.

LEM. VII.

Sint in triangulo ABC anguli BAC DAE duobus rectis ęquales. Dico ut rectangulum CBE ad rectangulum CDE, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AE. A



Ducatur per *E* ipſi *A*C parallela EF. æqualis igitur ē angulus DAE angulo AF*E* B
& propterea rectangulum FEG quadrato ex AE eſt æquale. Itaque quoniam ut AC C
ad F*E*, ita eſt CB ad BE. Vt autem CA ad GE, ita C*D* ad DE, erit proportio compoſi D
ta ex CA ad FE, & ex CA ad G*E* eadem, quæ componitur ex CB ad BE, & ex C*D* ad E F
DE. Sed proportio compoſita ex CA ad F*E*, & ex CA ad GE eſt quadrati ex G
C*A* ad rectangulum F*E*G, hoc eſt ad quadratum ex *AE*. compoſita uero ex propor
tione CB ad B*E*, & ex proportione C*D* ad DE eadē eſt, quæ rectanguli CBE ad C*D*E
rectangulum. eſt igitur ut rectangulum CB*E* ad rectangulum CDE, ita quadratum
ex C*A* ad quadratum ex *AE*.

COMMENTARIVS.

Dico ut rectangulum CB*E* ad rectangulum C*DE*, ita eſſe quadratum ex CA ad A
quadratum ex *AE*] *Græcus codex* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ γβδ πρὸς τὸ ὑπὸ βεδ *sed legen*
dum eſt ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ γβε πρὸς τὸ ὑπὸ γδε, *ut ex concluſione apparet.*

Aequalis igitur eſt angulus *DAE* angulo *A*FE] *Anguli enim* BAC *DAE ſunt ęqua-* B
les duobus rectis, ut poſuimus. Sed & anguli BAC *A*FE *æquales ſunt duobus rectis ex* 29. *pri*
mi elem. quare ſublato communi angulo B*A*C, *relinquitur angulus* D*A*E *ipſi* AF*E* *ęqualis.*

Et propterea rectangulum FEG quadrato ex A*E* eſt æquale] *Quoniam.n. trianguli* C
AG*E* *angulus* GA*E* *eſt æqualis angulo* *A*F*E* *trianguli* F*A*E, *& angulus* A*E*F *eſt utrique com*
munis: erit & reliquus reliquo æquales triangulumque triangulo ſimile. quare ut F*E* *ad* E*A*,
ta eſt AE *ad* EG *rectangulum igitur* FEG *quadrato ex* AE *æquale erit.*

Itaque qm̄ ut AC ad FE ita eſt CB ad BE.] *Ob trianguloꝝ* ABC FB*E* *ſimilitudinem.* D

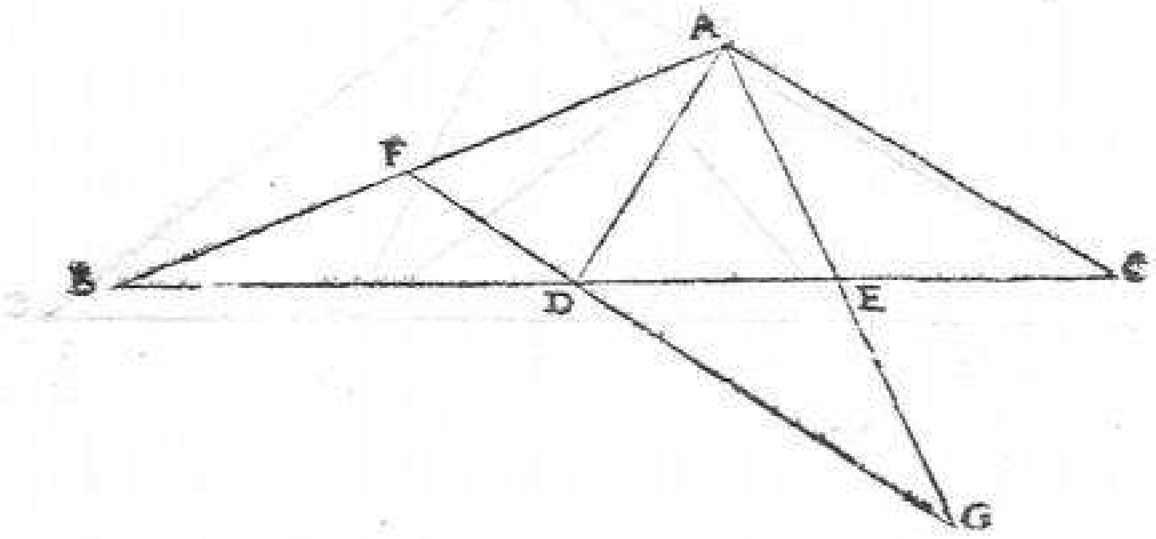
Vt autem CA ad GE, ita CD ad D*E*] *Ob ſimilitudinem triangulorum* A*D*C GDE. E

Erit proportio cōpoſita ex CA ad F*E*, & ex CA ad GE &c.] *Græcus codex* ὁ ἄρα συναμ F
μένος ἔκ τε τοῦ τῆς γα πρὸς ζε καὶ αὐτοῦ τῆς γδ πρὸς ηε. *ſcribēdū āt* καὶ τοῦ τῆς γα πρὸς ηε.

G Sed proportio compoſita ex CA ad FE, & ex CA ad GE eſt quadrati ex CA ad rectangulum FEG &c.] Ex 23. *ſexti elementorum.*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVIII.

LEM. VIII. Sit rurſus vterque angulorum BAE CAD rectus. Dico ut rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AD.



A B Ducatur per D ipſi AC parallela FG, & in quo puncto conuenit cum AE ſit G: rectus igitur eſt angulus ADF. Sed & rectus eſt FAG. ergo rectangulum FDG quadrato ex DA eſt æquale. & ut quadratum ex CA ad quadratum ex AD, ita quadratum ex CA ad FDG rectangulum. Sed proportio quadrati ex CA ad rectangulum FDG compoſita eſt ex proportione, quam habet CA ad DG; hoc eſt CE ad ED, & ex proportione, quam CA habet ad FD, hoc eſt CB ad BD. C D proportio autem compoſita ex proportione CE ad ED, & ex proportione, CB ad BD eadem eſt, quę rectanguli BCE ad rectangulum BDE. Vt igitur rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita eſt quadratum ex CA ad quadratum ex AD.

COMMENTARIVS.

A Rectus igitur eſt angulus ADF] *Ex 29. primi elementorum parallelæ enim ſunt AC FG, & angulus DAC eſt rectus.*

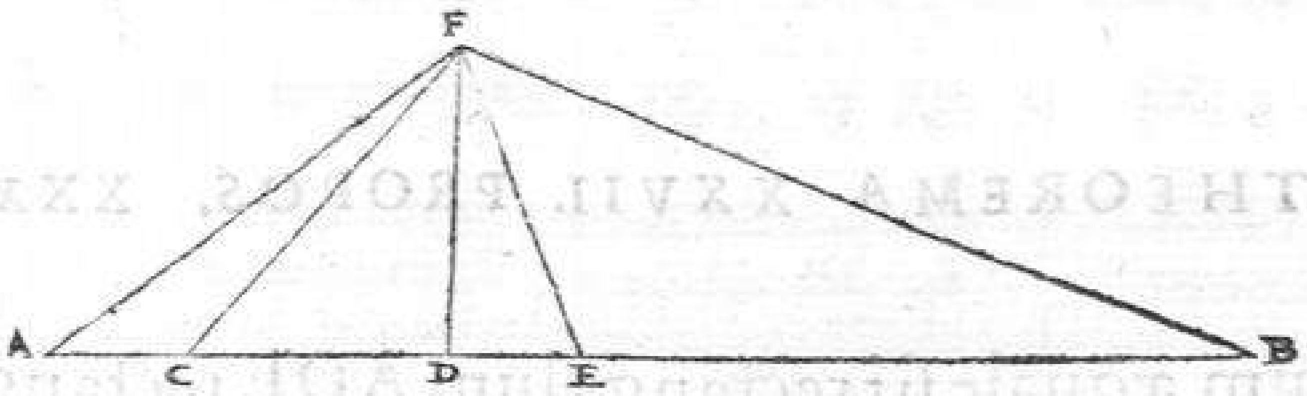
B Ergo rectangulum FDG quadrato ex DA eſt æquale] *Ex 8. & 17. ſexti elementorum.*

C Hoc eſt CE ad ED] Ex 4. *ſexti ob ſimilitudinem triangulorum AEC DEG.*

D Hoc eſt CB ad BD] *Similia enim ſunt triangula ABC FBD.*

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXIX.

**Quod cum ita ſit antedictum lemma aliter demonſtrabi- LEMM. IX.
mus. videlicet vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad A
rectangulum AEC.**



Erigatur a puncto *D* quæuis recta linea *DF*, & rectangulo A*D*C æquale pona-
tur quadratum ex DF; iunganturque AF CF EF, BF. Quoniam igitur rectan B
gulum ADC æquale eſt quadrato ex DF, erit angulus CFD angulo A ęqualis.
Rurſus quoniam rectangulum BDE ęquale eſt quadrato ex *DF*, angulus DFE an-
gulo B æqualis erit. Sed & angulus CFD æqualis eſt angulo A. totus igitur
angulus CFE angulis AB eſt æqualis. anguli autem AB una cum angulo AFB
duobus rectis æquales ſunt. ergo & anguli AFB CFE ſunt æquales duobus rectis. C
eſt igitur ob lemma pręcedens vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectā D
gulum ABC ad rectangulum A*E*C. Sed vt quadratum ex BF ad quadratum ex
FE, ita eſt B*D* ad *DE*. Vt igitur BD ad *DE*, ita ABC rectangulum ad rectan-
gulum A*E*C.

COMMENTARIVS.

Quod cum ita dictum ſit ante dictum lemma aliter demonſtrabimus] *Lemma il-* A
lud demonſtratum eſt in 22. huius. Sit enim recta linea AB, in qua ſumantur tria puncta C*D*E,
*ut ſit rectangulum A*DC *ęquale rectangulo* B*D*E. *erit ut* BD *ad* DE, *ita rectangulum*
*A*BC *ad AE*C *rectangulum.*

Quoniam igitur rectangulum ADC ęquale eſt quadrato ex DF, erit angulus B
CFD angulo A æqualis] E*ſt enim ex 14. ſexti elementorum, ut AD ad* D*F*, *ita* F*D*
ad DC. *quare triangulum* AD*F ſimile eſt triangulo* FDC; *quod angulus* C*DF*
ſit utrique communis, & circa ipſam latera proportionalia. angulus igitur CF*D an-*
gulo D*A*F *æqualis erit. & eadem ratione colligitur angulum* DF*E angulo* D*B*F
eſſe ęqualem.

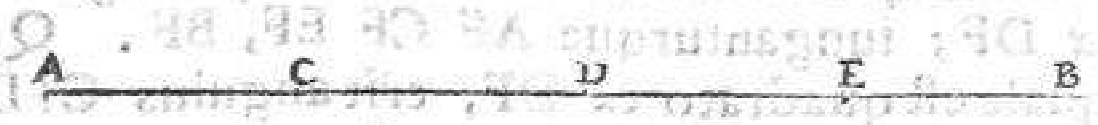
C Eſt igitur ob lemma præcedens vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita
rectangulum ABC ad rectangulum AEC] *ex 26. huius.*

D Sed ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita eſt BD ad DE] *Quoniam enim*
4.ſexti. *triangulum BDF ſimile eſt triangulo FDE, erit ut BD ad DF, ita FD ad DE. & ideo ut pri-*
coro.26. *ma ad tertiam, ita quadratum primę ad ſecundę quadratum, hoc eſt vt BD ad DE, ita qua-*
ſexti. *dratum ex BD ad quadratum ex DF. ſed rurſus ut BD ad DF, ita BF ad FE ob ſimilitudi-*
4.ſexti. *nem eorundem triangulorum BDF FDE. & ut quadratum ex BD ad quadratum ex DF, ita*
quadratum ex BF ad quadratum ex FE. ergo ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita
BD ad DE. Græcus codex ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ βζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζε, οὕτως ἐστὶν ἡ βδ
πρὸς δε. *poſt quæ hęc leguntur.* ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ βδε τῷ ἀπὸ δζ. *quæ omnino de*
lenda ſunt. non enim illud ex ante dictis ſequitur, quod in principio ponebatur.

LEMMA vtile ad ſecundum præceptum eiuſdem problematis.

THEOREMA XXVII. PROPOS. XXX.

LEMMA. X. Rurſus cum æquale ſit rectangulum ADE rectangulo BDC, oſtendendum eſt ut BD ad DC, ita eſſe ABE rectangulum ad rectangulum ECA.



A B Quoniam enim eſt ut BD ad DE, ita AD ad DC, erit tota BA ad totam CE, vt BD
C ad DE. Rurſus quoniam ut BD ad DA, ita ED ad DC, erit reliqua BE ad reliquam
D AC, ut ED ad DC. erat autem & ut BD ad DE, ita AB ad CE. ergo proportio com
E poſita ex proportione, quam habet BD ad DE, & ex ea, quam ED habet ad DC,
quæ quidem eſt proportio BD DC, eadem eſt, quæ componitur ex proportione
23.ſexti. AB ad CE, & proportione OB ad AC: quæ eſt proportio rectanguli ABE ad rectan
F gulum ECA. ut igitur BD ad DC, ita erit rectangulum ABE ad OCA rectangu
lum. quod demonſtrare oportebat.

B A L I T E R.

14. ſexti. Quoniam eſt ut AD ad DB, ita CD ad DE, erit reliqua AC ad reliquam EB, ut
19.quinti AD ad DB: & componendo ut utræque AC EB ad EB, ita AB ad BD. rectãgulum
16.ſexti. igitur, quod continetur utriſque AC EB, & BD æquale eſt rectangulo ABE. Rur
G ſus quoniam ut BD ad DA, ita eſt ED ad DC, erit reliqua BE ad reliquam CA, ut
ED ad DC. & componendo, ut utræque CB AC ad AC, ita EC ad CD. ergo
rectangulum, quod utriſque EB AC, & CD continetur, rectangulo ECA eſt equa
H le. Oſtenſum autem eſt rectangulum contentum utriſque AC EB, & BD æquale eſſe
rectangulo ABE. ut igitur rectangulum contentum utriſque AC EB, & BD
ad

ad contentum vtriſque AC EB, & CD, hoc eſt vt BD ad DC, ita eſt rectangulũ ABE ad rectangulum ECA. quod oſtendere oportebat.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim eſt, ut BD ad DE, ita AD ad DC] *Ex 14. ſexti elementorum.* A

Erit tota BA ad totam CE, ut BD ad DE] *ex 12. quinti elementorum.* B

Rurſus quoniam ut BD ad DA, ita ED ad DC] *ex 14. ſexti elementorum.* C

Erit reliqua BE ad reliquam AC, ut ED ad DC] *ex 19. quinti elementorum.* D

Ergo proportio compoſita ex proportione, quam habet BD ad DE, & ex ea, quã ED habet ad DC, quæ quidem eſt proportio BD ad DC] *Proportio enim compoſita ex proportione* BD *ad* DE, *&* *ex proportione* ED *ad* DC, *eſt proportio rectanguli* BDE *ad rectangulum* CDE, *hoc eſt BD ad DC.* E

Vt igitur BD ad DG] *Græcus codex* ἐστιν ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δε. *legendum autem videtur.* ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ. F

Erit reliqua BE ad reliquam CA, vt ED ad DC] *Grecus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ βε πρὸς λοιπὴν τὴν γα ἐστὶν ὡς εἷς τῶν λόγων· ὡς ἡ εδ πρὸς τὴν δγ. *Sed nos uerba illa* ὡς εἷς τῶν λόγων *conſulto omiſimus tamquam ſuperuacanea, & ab aliquo addita.* G

Oſtenſum autem eſt rectangulum contentum vtriſque AC EB, & BD æquale eſſe rectangulo ABE. Vt igitur rectangulum contentum vtriſque AC EB, & BD ad contentum, &c.] *In Greco codice hæc deſiderantur.* ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αβε. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αγ εβ, καὶ τῆς βδ πρὸς τὸ &c. H

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXXI.

ALITER.

Hoc autem oſtenſo ſit AB æqualis CD, & ſumatur punctum aliquod E. Oſtendendum eſt rectangulum AED rectangulo ACD, & rectangulo BEC æquale eſſe. LEMM. XII.

Secetur BC bifariam in puncto F. erit rectangulum AED una cum quadrato ex EF æquale quadrato ex DF: rectangulum autem ACD una cum quadrato ex CF eſt æquale ei quod fit ex DF quadrato. ergo rectangulum AED una cum qua-

quadrato ex EF æquale eſt rectangulo ACD vna cum quadrato ex CF; hoc eſt una cum rectangulo BEC & quadrato ex EF. commune auferatur quod ſit ex EF quadratum. reliquum igitur rectangulum AED rectangulo ACD & rectangulo BEC æquale erit.

THEOREMA XXIX. PROPOS. XXXII.

LEMMA XIII. Hoc demonſtrato ſit rectangulum ABC æquale rectangulo DBE. Dico ut DB ad BE, ita eſſe ADC rectangulum ad rectangulum AEC. A B

Ponatur ipſi CD æqualis AF, erit ob antecedens rectangulum FBD æquale re-
ctangulo FCD, & rectangulo ABC. Quoniam autem rectangulum ABC rectan-
C gulo DBE eſt æquale, quodcumque eorum auferatur a rectangulo FBD, reliquum
D E erit rectangulum FCD, hoc eſt ADC æquale rectangulo ex DB & FE. Rurſus quo-
F niam rectangulum ABC eſt æquale rectangulo DBE, erit ob proportionem, & di-
G uidendo vt AE ad EB, ita DC ad CB, hoc eſt FA ad BC. tota igitur FE ad totã EC
16.ſexti. eſt ut AE ad EB, & propterea rectangulum FEB eſt æquale rectangulo CEA. oſtẽ-
ſum autem eſt rectangulum ex FE & BD æquale rectangulo ADC. quare permu-
1.ſexti. tando ut rectangulum ex FE & BD ad rectangulum FEB, hoc eſt, vt DB ad BE,
ita rectangulum ADC ad AEC rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Sit rectangulum ABC æquale rectangulo DBE] *Græcus codex* ἴσω τὸ ὑπὸ τῶν αβγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν δβ. *legendum autem.* τῷ ὑπὸ τῶν βδε

B Dico ut DB ad BE, ita eſſe ADC rectangulum ad rectangulum AFC.] *Græcus codex* ὅτι ἐςίν τ οὕτω τὸ ὑπὸ αεδ. *ſed ſcribendum* οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν αδγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ.

C Quodcumque eorum auferatur a rectangulo FBD, reliquum erit rectangulum FCD] *Demonſtratum etenim eſt rectangulum FBD æquale duobus rectangulis, uidelicet rectangulo ABC, & rectangulo FCD.*

D Hoc eſt ADC] *quippe cum AF poſita ſit æqualis ipſi CD.*

E Aequalis rectangulo ex DB & FE] *Nam rectangulum FBD ex prima ſecundi eſt æquale duobus rectangulis, rectangulo ſcilicet ex DB & FE & rectangulo DBE. quare* *re ablato rectangulo* DBE *relinquetur rectangulum ex* DB *&* FE. *rectangulum igitur* FCD, *hoc eſt* ADC *rectangulo ex* DB *&* FE *æquale erit.*

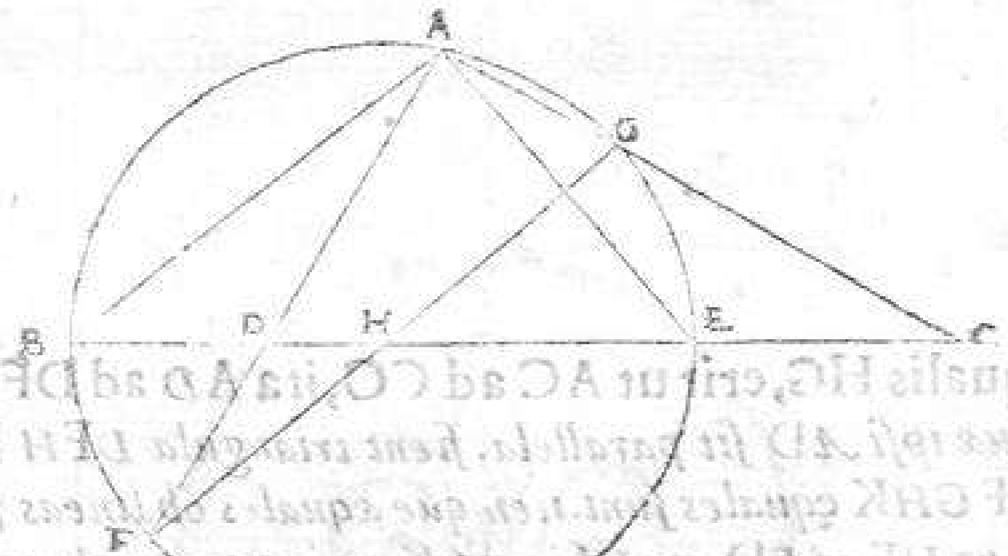
Erit ob proportionem, & diuidendo vt AE ad EB, ita DC ad CB] *Eſt enim ut* AB *ad* BE, *ita* DB *ad* BC *quare diuidendo ut* AE *ad* EB, *ita* DC *ad* CB. F

Tota igitur FE ad totam AC eſt vt AE ad EB] *Ex* 12. *quinti.* G

THEOREMA XXX. PROPOS. XXXIII.

Hoc pręmiſſo idem aliter demonſtrabitur. A

Sit triangulum ABC, & intra ducantur rectæ lineæ AD AE, B LEMM.
quæ utrumque angulorum BAE CAD rectum efficiant, Dico ut rectangurum BCE ad rectangulum BDE, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AD. XLII



Deſcribatur circa ABE triangulũ circulus ABFG, & FG iungatur. Quoniã igitur C
rectus eſt uterque angulorũ BAE CAD, erit utraque BE FG circuli diameter. quare D
centrum eius eſt punctum H. & cum FH ſit ęqualis HG, erit ut AC ad CG, ita AD ad E
DF: & conuertendo. ſed ut GC ad CA, ita eſt rectangulum ACG ad quadratum ex
CA, hoc eſt rectangulum BCE ad id, quod ex CA quadratum: & ut FD ad DA, ita F
rectangulum FDA ad quadratum ex DA, hoc eſt rectangulum BDE ad quadratum G
ex DA, permutando igitur ut BCE rectangulum ad rectangulum BDE, ita erit quadratum ex CA ad quadratum ex AD.

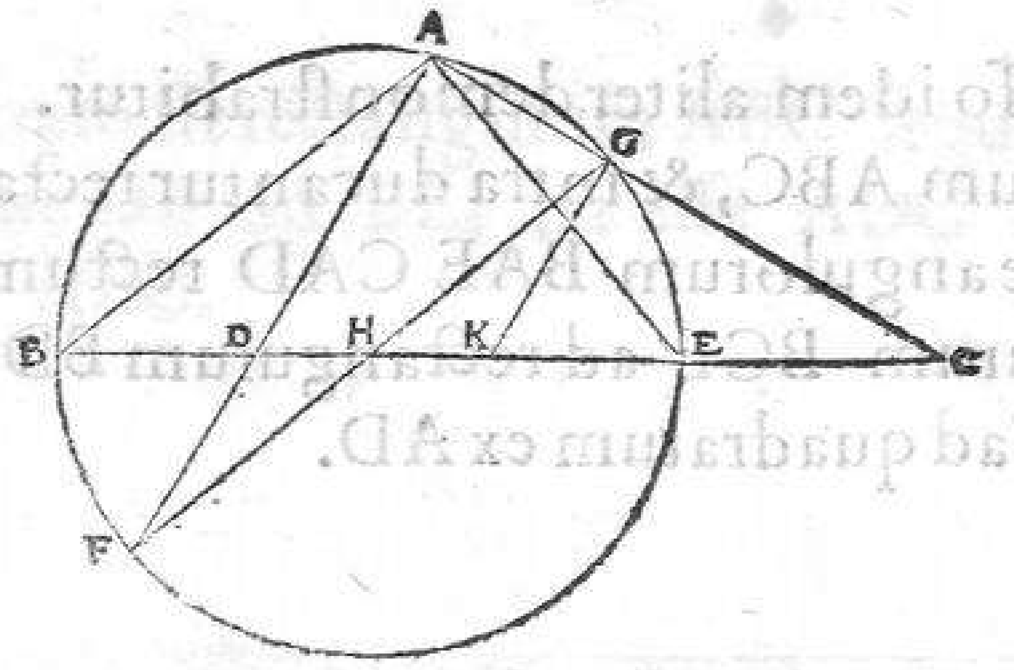
COMMENTARIVS.

Hoc præmiſſo idem aliter demonſtrabitur.] *Hoc ſcilicet quod ſequitur.* A

Sit triangulum ABC, & intra ducantur rectæ lineæ AD AE, quæ utrumque angulorum BAE CAD rectum efficiant.] *Oportet autem angulum* BAC *obtuſum eſſe alioqui, quod proponitur fieri non poſſet.* B

C Deſcribatur circa ABE triangulum circulus ABFG] *Hoc eſt circa triangulum ADE deſcribatur circulus, & producta AD ipſum in puncto F ſecet; recta vero linea AC ſecet in G.*

D Erit vtraque BE FG circuli diameter] *ex 31. tertii elementorum.*



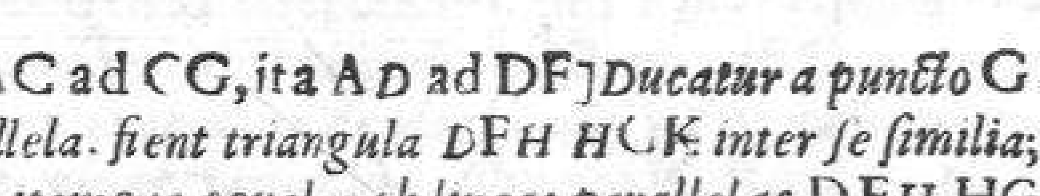
E *Et cum FH ſit æqualis HG, erit ut AC ad CG, ita AD ad DF*] *Ducatur a puncto G ad BE recta linea GK, quæ ipſi AD ſit parallela. fient triangula DFH HGK inter ſe ſimilia; anguli. n. ad verticẽ DHF GHK ęquales ſunt. itemque æquales ob lineas parallelas DFH HGK, & HDF HKG. quare ut HF ad FD, ita HG ad GK. & permutando ut FH ad HG, ita DF ad GK. ſunt autem ęquales FH HG ergo & DF GK æquales erunt; & ideo ut AD ad GK, ita AD ad DF. Sed ut AC ad CG, ita AD ad GK ob triangulorum ACD GCK ſimilitudinem: vt igitur AC ad CG, ita AD ad DF.*

F Hoc eſt rectangulum BCE ad quadratum ex CA] *Ex 36. tertii elementorum.*

G Hoc eſt rectangulum BDE ad quadratum ex DA] *Ex 35. eiuſdem.*

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXIIII.

LEMM. XV. Quod cum ita ſit, antedictum lemma aliter demonſtrabitur videlicet vt BD ad DC, ita rectangulum ABE ad rectangulum ACE.



A Erigatur a puncto D ipſi AB ad rectos angulos DF, & alterutri rectangulorum ADE BDC æquale ponatur quadra-

B tum DF, & AF FC FE FB iungantur. erit uterque angulorum AFE CFB rectus. quare ex antecedente ſequitur, vt rectangulum ABE ad rectangulum ACE, hoc eſt ECA, ita eſſe quadratũ ex BF ad quadratum ex FC. vt C autem quadratum ex BF ad quadratum ex FC, ita eſt BD ad DC. ergo ut BD ad DC, ita eſt ABE rectangulum ad rectangulum ACE.

COMMENTARIVS.

Quod cum ita ſit antedictum lemma aliter demonſtrabitur] Hoc eſt 32. *huius. Sit enim recta linea AB, in qua ſumantur tria puncta CDE, ita ut rectangulum ADE ſit æquale rectangulo BDC. Dico ut BD ad DC, ita eſſe rectangulum ABE ad ACE rectangulum. Græcus codex* οὕτω τὸ ὑπὸ αβγ πρὸς τὸ ὑπὸ αγε. *sed legendum* τὸ ὑπὸ τῶν αβε πρὸς τὸ ὑπὸ αγε. A

Erit vterque angulorum AFE CFB rectus] *Ex conuerſa octauæ ſexti elementorum.* B

Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FC, ita eſt BD ad DC] *Sunt.n.tres rectæ lineæ proportionales BD DF DC. quare ex corollario 20.ſexti, ut quadratum ex BD ad quadratum ex DF, ita eſt BD ad DC. Sed ut BD ad DF, ita eſt BF, ad FC ob triãgulorũ BDF BFC ſimilitudinẽ & ob id ut quadratum ex BD ad quadratum ex DF, ita quadratũ ex BF ad quadratum ex FC. vt igitur quadratum ex BF ad quadratum ex FC, ita erit BD ad DC.* C

IN PRIMVM præceptum ſexti problematis.

THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXV.

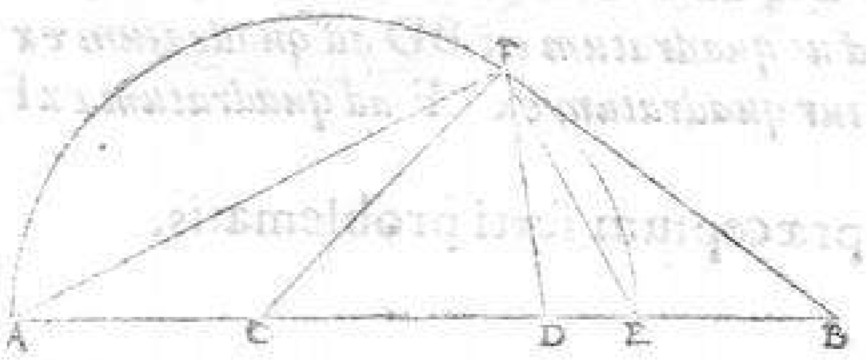
Sit recta linea AB; & in ipſa tria puncta CDE, ſitque rectangulum ABE æquale rectangulo CBD. Dico ut AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED. LEMM. XVI.

Quoniam enim rectangulum ABE eſt æquale rectangulo CBD, erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuerſionem rationis, vt exceſſus ipſarum AC DE ad AC, ita DA ad AB. ergo rectangulum, quod continetur exceſſu ipſarũ AC DE, & AB eſt æquale rectangulo DAC. Rurſus quoniam ut AC ad DE, ita CB ad BE, erit diuidendo ut exceſſus AC DE ad DE, ita CE ad EB. quod igitur continetur exceſſu AC DE & EB rectangulo CED eſt æquale. oſtenſum autẽ eſt rectangulum contentum exceſſu AC DE & AB æquale rectãgulo DAC. ergo permutando ut rectangulum contentum exceſſu AC DE & AB ad contentũ exceſſu AC DE & EB, hoc eſt ut AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED. A B C

ALITER per coniunctam proportionem.

D Quoniam eſt vt AB ad BC, ita DB ad BE, erit reliqua AD ad reliquam CE ut AB ad BC. Rurſus quoniam ut AB ad BD, ita CB ad BE, reliqua AC ad DE reliquam eſt ut CB ad BE. quare proportio compoſita ex proportione AB ad BC, & proportione CB ad BE, quæ quidem eſt proportio AB ad BE, eadem eſt, quæ componitur ex proportione AD ad CE, & AC ad DE, quæ eſt rectanguli
B DAC ad rectangulum CED.

ALITER.



LEMM. VIII.

E Deſcribatur in recta linea AE ſemicirculus AFE, & ducatur contingens BF, iun-
F G ganturque AF CF DF EF. Quoniam igitur BF quidem circulum contingit, ſe-
H cat autem BA, rectangulum ABE æquale eſt quadrato ex BF. Sed rectangulum
K ABE rectangulo CBD æquale ponitur. ergo rectangulum CBD quadrato ex BF
L M æquale erit. & ideo BFD angulus æqualis eſt angulo BCF. quorum angulus BFE
N O eſt æqualis ipſi FAC. reliquus igitur DFE reliquo AFC eſt æqualis. ergo ut rectā-
P gulum DAC ad rectangulum CED, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Sed vt quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita eſt AB ad BE. vt igitur AB ad BE, ita erit DAC rectangulum ad rectangulum CED.

COMMENTARIVS.

A Erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuerſionem rationis, ut exceſſus ipſarum AC DE ad AC, ita DA ad AB] *Quoniam enim rectangulum ABE æquale eſt rectangulo CBD, vt AB ad BC, ita eſt DB ad BE. ergo reliqua AD ad reliquam CE, ut AB ad BC: & per conuerſionem rationis ut AD ad exceſſum ipſarum AD CE, hoc eſt ipſarum AC DE, ita BA ad AC: conuertendoque & permutando, ut exceſſus ipſarum AC DE ad AC, ita DA ad AB. Græcus codex.* ἔςιν ἄρα ὡς ἡ τῶν α γ ε β ὑπεροχὴ πρός τὴν α γ, οὕτως ἡ β α πρὸς τὴν α δ. *Sed legendum*

vide

videtur ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τῶν αγ εδ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ δα πρὸς τὴν αβ.

Ergo rectangulum, quod continetur exceſſu AC DE & AB] *Gręcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αγ εβ *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αγ εδ. B

Rurſus quoniam ut AC ad DE, ita CB ad BF] *Rurſus enim cum rectangulum ABE rectangulo CBD ſit æquale, erit ut AB ad BD, ita CB ad BE. ergo reliqua AC ad DE, eſt vt CB ad BE. Græcus codex* πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ αε πρὸς τὴν εδ. *lege* ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν εδ C

Aliter per coniunctam proportionem] *Gręcus codex* ἄλλως τὸ αὐτοῦ συνημμαίνου *ego legendum arbitror* ἄλλως τὸ αὐτὸ διὰ τοῦ συνημμένου. D

Deſcribatur in recta linea *AE* ſemicirculus *AFE*] *Maneant autem eadem, quæ ſupra, ut ſcilicet rectangulum ABE rectangulo CBD ſit æquale.* E

Iunganturque AF CF DF EF] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ δζ εζ. *Addendum* γζ F

Secat autem BA] *Græcus codex* τέμνει δὲ ἡ βδ, *corrige* ἡ βα. G

Sed rectangulum ABE rectangulo CBD æquale ponitur] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αβε τῷ ὑπὸ γβδ. *lege* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αβε ἴσον τῷ ὑπὸ γβδ. H

Ergo rectangulum CBD] *Græcus codex*, καὶ τὸ ὑπὸ βγδ ἄρα. *Scribe* τὸ ὑπὸ γβδ. K

Et ideo BFD angulus eſt æqualis angulo BCF] *Quoniam enim rectangulum CBD eſt ęquale quadrato ex BF, ut CB ad BF, ita erit FB ad BD. ergo triangulum CBF ſimile eſt triangulo FBD, & propterea angulus BFD angulo BCF eſt ęqualis.* L

Quorum angulus BFE eſt ęqualis ipſi FAC] *Rurſus quoniam rectangulum ABE quadrato ex BF eſt æquale, ut AB ad BF, ita eſt FB ad BE. triangulum igitur ABF ſimile eſt triangulo FBE, & angulus FAB, hoc eſt FAC ęqualis angulo BFE* M

Reliquus igitur BFE reliquo AFC eſt æqualis] *Etenim angulus BCF exterior eſt æqualis utriſque interioribus, & oppoſitis CAF AFC. quare ſi ab angulo BCF auſeratur CAF reliquus erit AFC angulus.* N

Ergo ut rectangulum DAC ad rectangulum CED, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FE] Ex 12. *ſexti libri huius.* O

Sed ut quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita eſt AB ad BE] *Eſt enim triangulum ABF ſimile triangulo FBE, vt demonſtratum fuit. quare ut BA ad AF, ita eſt BF ad FE: & permutando vt AB ad BF, ita AF ad FE. ergo vt quadratum ex AB ad quadratum ex BF, ita eſt quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Rurſus ut AB ad BF, ita eſt FB ad BE. Vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex BF, hoc eſt vt quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita erit AB ad BE.* P

THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXVI.

Lemma vtile ad primum præceptum primi problematis. A
LEMM. XIX.
Rurſus cum rectangulum ABE ęquale ſit rectangulo CBD, oſtendendum eſt ut CB ad BD, ita eſſe rectangulum ACE ad B rectangulum ADE.

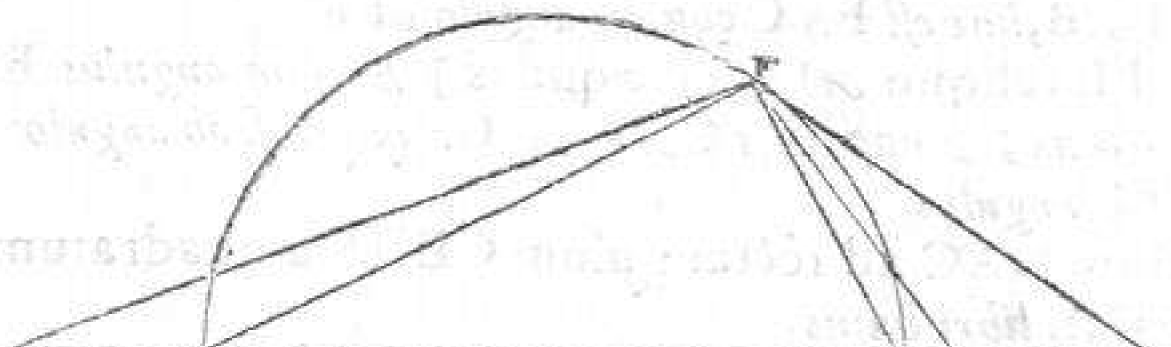
Quoniam enim ut AB ad BD, ita eſt CB ad BE, erit reliqua AC ad reli- C

quam

D quam DE, vt CB ad BE. *E*adem ratione & reliqua *AD* ad *C*E reliquam erit ut *DB*
E ad *BE*. & conuertendo. proportio igitur compoſita ex proportione C*B* ad BE, &
F proportione EB ad *B*D, quæ quidem eſt proportio CB ad B*D*, eadem eſt, quæ com
ponitur ex proportione AC ad DE & ex proportione CE ad AD, quæ eſt propor-
G tio rectanguli ACE ad rectangulum *ADE*. ergo ut CB ad BD, ita erit ACE rectã
gulum ad rectangulum *ADE*.

ALITER.

Quoniam ut *AB* ad B*D*, ita eſt CB ad BE, erit reliqua AC ad reliquam *D*E, vt
LEMM. CB ad B*E*, & per conuerſionem rationis, vt *A*C ad exceſſum ipſarum *A*C DE, ita
XX. CB ad C*E*. rectangulum igitur ACE eſt ęquale ei, quod continetur exceſſu ipſa-
H rum *AC DE* & *B*C. Rurſus quoniam reliqua *A*C ad reliquam DE, eſt ut AB ad
16.ſexti. BD, erit diuidendo ut exceſſus *A*C *D*E ad *DE*, ita D*A* ad DB. ergo rectangulũ
K A*D*E eſt æquale rectangulo contento exceſſu AC DE & DB. vt igitur rectangu-
1.ſexti. lum contentum exceſſu AC DE & BC ad contentum exceſſu AC *D*E & *DB*, hoc
eſt ut CB ad BD, ita ACE rectangulum ad rectangulum A*D*E.



ALITER.

LEMM. Deſcribatur in recta linea CD ſemicirculus CFD. & ducatur contingens BF.
XXI iunganturque *A*F CF DF EF. itaque cum rectangulum ABE æquale ſit rectangu
L M lo CBD, rectangulum autem C*B*D æquale quadrato contingentis BF, & rectangu
36.tertii lum A*B*E quadrato contingentis BF æquale erit. angulus igitur BFE eſt æqualis
N angulo A. ſed & totus angulus *B*FD æqualis eſt toti FCB. ergo reliquus EF*D* re-
O liquo AFC. ut igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulũ ACE
P Q ad AD*E* rectangulum. Sed ut quadratum ex CF ad quadratum ex F*D*, ita CB ad
R *BD*. ergo ut *CB* ad BD, ita A*C*E rectangulum ad rectangulum A*D*E.

COMMENTARIUS.

Lemma utile ad primum præceptum primi problematis] *vereor ne locus corruptus ſit. ſuperius enim poſuit lemmata utilia ad primum & ſecundum præceptum quinti problematis.*

Rurſus cum rectangulum ABE æquale ſit rectangulo CBD] *Manentibus ſcilicet iiſdem, quę ſupra.* B

Erit reliqua AC ad reliquam DE, ut CB ad BE.] *Græcus codex* λοιϖὴ ἄρα &c. ἐστιν ὡς εἰς τῶν λοιϖῶν, ὡς ἡ γβ ϖρὸς τὴν βε. C

Eadem ratione & reliqua AD ad CE reliquam erit ut DB ad BE, & conuertendo] *Rurſus enim quoniam eſt, vt AB ad BC, ita DB ad BE, erit reliqua AD ad CE, vt DB ad BE quare conuertendo ut CE ad AD ita EB ad BD.* D

Proportio igitur compoſita ex proportione CB ad BE] *Grǽcus codex* ὥστε ὁ συνημμένος λοιϖός. *corrige* λόγος. E

Quæ quidem eſt proportio CB ad BD] *Græcus codex* ὅτι ἐστιν αὐτὸς τῷ τῆς γβ ϖρὸς τὴν βε. *lege* ϖρὸς τὴν βδ. F

Et ex proportione CE ad AD] *Græcus codex*. καὶ ἡ βγ ϖρὸς τὴν βδ. *legendum eſt* καὶ ἡ γε ϖρὸς τὴν αδ. G

Vt AC ad exceſſum ipſarum AC DE, ita CB ad CE] *Græcus codex*. ὡς ἡ αγ ϖρὸς τὴν αδ γε ὑϖεροχήν. *lege* ϖρὸς τὴν αγ δε ὑϖεροχήν. H

Vt igitur rectangulum contentum exceſſu AC DE &c.] *Græcus codex hoc loco mancus eſt, in quo legitur* ὡς ἄρα τὸ ὑϖὸ τῆς τῶν αβ γδ ὑϖεροχῆς καὶ τῆς δβ *legendum autem* ὡς ἄρα τὸ ὑϖὸ τῆς τῶν αγ δε ὑϖεροχῆς καὶ τῆς βγ ϖρὸς τὸ ὑϖὸ τῆς τῶν αγ δε ὑϖεροχῆς καὶ τῆς δβ K

Et ducatur contingens BF] *Græcus codex* ἐφαϖτομένη ἤχθω ἡ γζ. *ſcribendum* ἡ βζ. L

Iunganturque AF CF DF EF] *Græcus codex* καὶ ἐϖεζεύχθωσαν αἱ αζ δζ. *Sed ſcribendum* αἱ αζ γζ δζ εζ. M

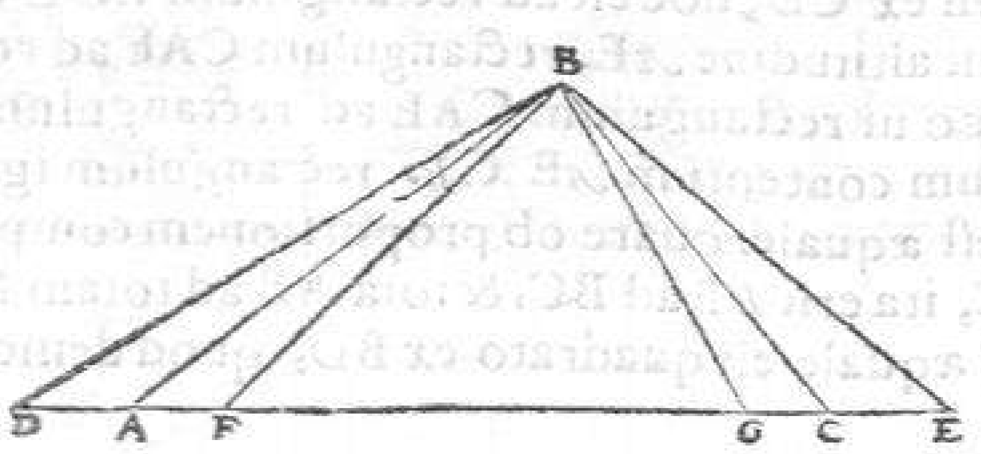
Angulus igitur BFE eſt æqualis angulo A] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ABF FBE. N

Sed & totus angulus BFD æqualis eſt toti FCB] *Ob ſimilitudinem triangulorum* CBF FBD. O

Ergo reliquus EFD reliquo AFC] *Eſt enim angulus FCB æqualis utriſque interioribus & oppoſitis CAF & AFC.* P

Vt igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulum ACE ad ADE rectangulum] *Illud autem hoc lemmate oſtendemus.* Q

Sit triangulum orthogonium ABC rectum habens angulum ad B, & ex parte quidem A ducatur utcumque extra triangulum recta linea BD, ex parte autem C ducatur ſimiliter extra triangulum recta BE, ita vt angulus CBE ſit æqualis angulo DBA. Dico ut quadratum ex AB ad quadratum ex BC, ita eſſe rectangulum DAE ad rectangulum DCE.



Fiant rurſus intra triangulum alij duo anguli prædictis ęquales, nempe ductis rectis lineis BF BG, videlicet angulus ABF ęqualis angulo DBA, & angulus GBC æqualis ipſi CBE, erit ex 12. ſexti libri huius, ut quadratum ex AB ad quadratum ex BC, ita rectangu-

lum

lum GAF ad rectangulum FCG. Et quoniam trianguli ABC angulus ad B rectus eſt, & angulus GBC eſt æqualis angulo CBE, erit ex iis, quæ nos demonſtrauimus in commentariis in 51. ſexti libri huius ut AE ad EC, ita AG ad GC, & eadem ratione, vt CD ad DA, ita CF ad FA. quare conuertendo erit ut AD ad DC, ita AF ad FC. proportio autem rectanguli GAF ad rectangulum FCG componitur ex proportione AF ad FC, & proportione AG ad GC. Sed AF ad FC erat ut AD ad DC: & AG ad GC, ut AE ad EC. proportio igitur compoſita ex proportione AD ad DC, & proportione AE ad EC, quæ eſt rectāguli DAE ad rectāgulū DCE, eadem eſt, quæ componitur ex proportione AF ad FC, & proportione AG ad GC. quare rectangulum DAE ad rectangulum DCE eſt ut rectangulum GAF ad rectangulum FCG. ſed rectangulum GAF ad rectangulum FGC eſt vt quadratum ex AB ad quadratum ex BC. vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex BC, ita eſt rectangulum DAE ad rectangulum DCE. quod demonſtrandum proponebatur.

R Sed ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD] *Eſt enim ob ſimilitudinem triangulorum CBF FBD ut CF ad FD, ita CB ad BF. & ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita quadratum ex CB ad quadratum ex BF. Rurſus ut CB ad BF, ita BF ad BD. ergo ut quadratum ex CB ad quadratum ex BF, hoc eſt ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD.*

THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIO XXXVI.

LEMM. XXII. Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur duo puncta CD, A ſit autem vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale eſſe.

B Ponatur ipſi CD æqualis DE. diuidendo igitur ut AC ad CB, ita rectangulum C CAE ad quadratum ex CD; hoc eſt ad rectangulum EDC. ut autem AC ad CB, ita ſumpta communi altitudine AE, rectangulum CAE ad rectangulum, quod AE D CB continetur. ergo ut rectangulum CAE ad rectangulum EDC, ita rectangulū 9.quinti. CAE ad rectangulum contentum AE CB. rectangulum igitur contentum AE CB E rectangulo EDC eſt æquale. quare ob proportionem componendoque ut AD ad 12.quiti. DE, hoc eſt ad DC, ita erit DB ad BC, & tota AB ad totam BD, ut DB ad BC. ergo rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BD, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sit autem vt AB ad BC] *Græcus codex corrigendus eſt, in quo legitur.* ἔϛω δὲ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βδ. *lege* πρὸς τὴν βγ.

Diui-

Diuidendo igitur ut AC ad CB, ita rectangulum CAE ad quadratum ex CD, hoc eſt ad rectangulum EDC] *Quoniam enim ut AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC, erit diuidendo, ut AC ad CB, ita exceſſus, quo quadratum ex AD ſuperat quadratū ex DC ad ipſum quadratum ex DC. quadratum autem ex AD ſuperat quadratum ex DC, hoc eſt quadratum ex DE, quadrato ex AE, & duplo rectanguli AED, hoc eſt rectangulo AEC. eſt enim ED æqualis DC. Sed quadrato ex AE & rectangulo AEC æquale eſt rectangulum CAE. Vt igitur AC ad CB, ita rectangulum CAE ad quadratum ex CD, hoc eſt ad rectangulum EDC. Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* ὄυτω τὸ ὑπὸ γδ πρὸς τὸ ἀπὸ ε δ. *corrige* ὄυτω τὸ ὑπὸ γ αε πρὸς τὸ ἀπὸ γδ. B 4.secun. 3.secun.

Vt autem AC ad CB, ita ſumpta communi altitudine AE, rectangulum, &c.] *Græcus codex.* ὄυτως ἐστὶ κοίνον ὕψος παραληφθείσης τῆς αε. *ſed forte legendum eſt.* ὄυτως ἐστὶ κοινοῦ ὕψους παραληφθείσης τῆς αε. C

Ergo, ut rectangulum CAE ad rectangulum EDC, ita rectangulum CAE ad rectāgulum contentum AE CB] *In Græco codice hæc deſiderantur* ὄυτω τὸ ὑπὸ τῶν γαε πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς αεγβ. D

Quare ob proportionem, componendoque ut AD ad DE hoc eſt ad DC, ita erit DB ad BC.] *Quoniam.n. rectangulū ex AE & CB eſt æquale rectangulo EDC, erit ut AE ad ED, ita DC ad CB: & componendo ut AD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC.* E

Ergo rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BD] *Ex 17. ſexti elementorum. Græcus autem codex.* ἴσον ἐστὶ τῷ βδ. *lege* τῷ ἀπὸ βδ. F

THEOREMA XXXV. PROPOS. XXXVIII.

Sit rurſus vt AB ad BC, ita quadratū ex AD ad quadratū ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD ęquale eſſe. LEMM. XXIII.

Ponatur ipſi CD æqualis DE. erit diuidendo ut AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum EAC ad rectangulum, quod EA BC continetur; ita EAC rectangulū ad rectāgulū CDE. rectangulū igitur cōtētū EA BC rectangulo CDE æquale erit. & ob proportionē, diuidēdoq; vt AD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC. ergo & reliqua AB ad BD reliquam eſt ut DB ad BC. rectangulū igitur ABC quadrato ex BD eſt ęquale. A B

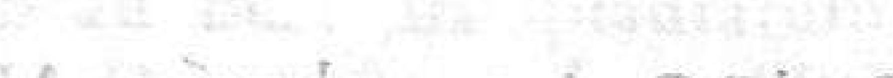
COMMENTARIVS.

Erit diuidēdo ut AC ad CB, hoc eſt ut rectangulū EAC ad rectāgulū quod EA BC continetur; ita EAC rectangulū ad rectangulū CDE] *Erit .n. diuidendo ut AC ad CB, hoc eſt ut rectangulum EAC ad rectangulum ex EA BC, ita exceſſus, quo quadratum ex AD excedit quadratum ex DC, hoc eſt EAC rectangulum ad quadratum ex DC, hoc eſt ad rectangulum CDE. quomodo autem hoc ſequatur, nos proxime oſtendimus.* A

B Et ob proportionem, diuidendoque ut AD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC, ergo & reliqua AB ad BD reliquam, eſt ut DB ad BC.] *Eſt enim vt AE ad ED, ita DC ad CB: & diuidendo ut AD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC. reliqua igitur AB ad reliquam BD eſt ut DB ad BC. Græcus autem codex corruptus ut opinor. ita enim habet.* ὅυτως ἡ αγ πρὸς τὴν γβ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ γβ πρὸς λοιπὴν τὴν δβ ἐστιν ὡς ἡ α γ πρὸς τὴν γβ *Sed legendum puto.* οὕτως ἡ δβ πρὸς τὴν βγ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ αβ πρὸς λοιπὴν τὴν βδ ἐστιν ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βγ.

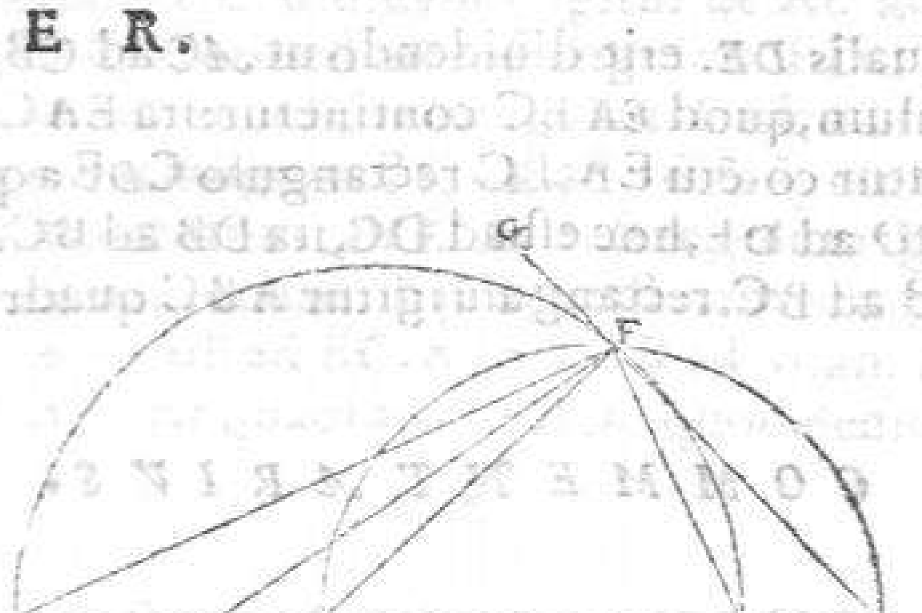
THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXIX.

LEMM. XXIIII. Sit recta linea AB, & in ipſa tria puncta CDE. Sit autem vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Dico ut rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita eſſe quadratum ex BC ad quadratum ex CE.



A Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita ut rectangulum AFD rectangulo BFE ſit æquale. Vt igitur AF ad FD, ita eſt rectangulum BAE ad rectangulum BDE. eſt
C enim lemma in determinata ſectione. ſed vt rectangulum BAE ad rectangulũ BDE, ita eſt quadratũ ex AC ad quadratum ex CD. ergo & ut AF ad FD, ita quadratũ ex
D AC ad quadratum ex CD. rectangulum igitur AFD, hoc eſt rectangulum BFE qua-
E drato ex FC eſt æquale. ergo ut BF ad FE, ita quadratum ex BC ad quadratũ ex CE.
F Sed ut BF ad FE, ita eſt rectangulum ABD ad rectangulum AED. vt igitur rectãgulum ABD ad rectangulum AED ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE.

A L I T E R.



G Deſcribantur in rectis lineis AE DB ſemicirculi AFE DFB: & iungatur AF FC
H FD FE FB. Itaque quoniam anguli AFB DFE duobus rectis ſũt æquales, vt rectangulum

lum BAE ad rectangulum BDE, ita erit quod fit ex AF quadratum ad quadratum ex FD. Sed ut rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita eſt quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FD: & ideo ut AC ad CD, ita eſt AF ad FD.
quare angulus AFD bifariam ſectus eſt recta linea CF. At producta BF ad K L
punctum G, angulus DFE æqualis eſt angulo GFA. totus igitur EFC
angulus toti CFG eſt æqualis. ergo ut BC ad CE, ita eſt BF ad FE. & ut M
quadratum ex BC ad quadratum ex CE, ita quadratum ex BF ad quadratum ex N
FE. Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum AED. quare ut rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita ut rectangulum AFD rectangulo BFE ſit æquale] *Secetur BD ad punctum F in proportionem eam, quam habet AB ad DE. ex 10 ſexti elementorum, uel ex prima huius. & factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim eſt vt tota AB ad totam DE, ita BF ad FD, erit reliqua AF ad reliquam FE, ut AB ad DE, hoc eſt vt BF ad FD. rectangulum igitur AFD rectangulo BFE eſt æquale.*

B Vt igitur AF ad FD, ita eſt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, eſt enim lemma in determinata ſectione] *videlicet ex 22. huius.*

C Sed ut rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita eſt quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Ex *poſitione. Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑϖὸ βαε ϖρὸς τὸ ὑϖὸ βαε. *lege* ϖρὸς τὸ ὑϖὸ βδε.

D Rectangulum igitur AFD, hoc eſt rectangulum BFE quadrato ex FC eſt æquale] *Ex 37. huius.*

E Ergo ut BF ad FE, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE] *Ex conuerſa 38. huius.*

F Sed ut BF ad FE, ita eſt rectangulum ABD ad rectangulum AED] *Ex 22. huius.*

G Itaque quoniam anguli AFB DFE duobus rectis ſunt æquales] *Anguli enim AFE DFB vtrique recti ſunt, quod in ſemicirculo, & angulus DFB eſt æqualis duobus angulis DFE EFB. quare angulus AFE vna cum duobus angulis DFE EFB eſt æqualis duobus rectis. Sed angulus AFB eſt æqualis angulo AFE una cum angulo EFB. anguli igitur AFB DFE duobus rectis æquales ſint neceſſe eſt.*

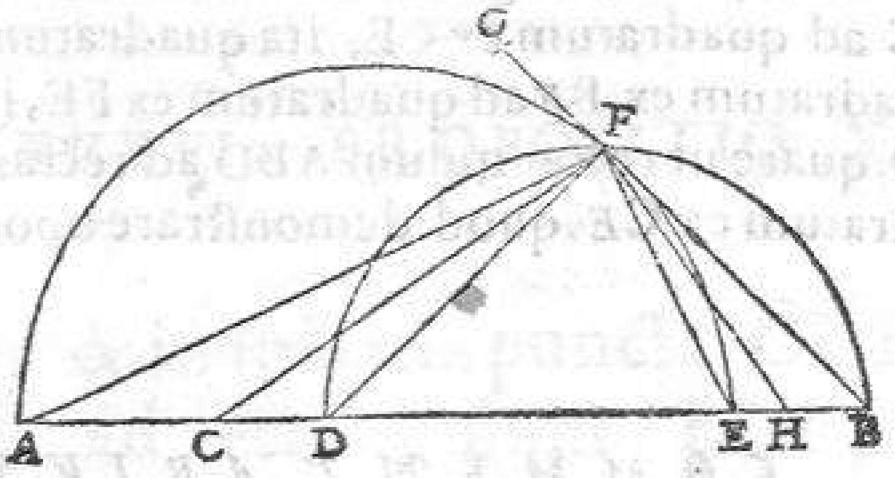
H Vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FD] *Ex 26 huius. in Græco codice multa deſiderantur, vt ita legendum ſit.* ἐστιν ἄρα ὡς τὸ ὑϖὸ β α ε ϖρὸς τὸ ὑϖὸ β δ ε, οὕτω τὸ ἀϖὸ α ζ ϖρὸς τὸ ἀϖὸ ζ δ. ἀλλ᾽ ὡς τὸ ὑϖὸ β α ε ϖρὸς τὸ ὑϖὸ β δ ε, οὕτως νῦν τὸ ἀϖὸ α γ ϖρὸς τὸ ἀϖὸ γ δ.

K Quare angulus AFD bifariam ſectus eſt recta linea FC] *Ex 3. ſexti elementorum.*

L At producta BF ad punctum G angulus DFE æqualis eſt angulo GFA] *Anguli enim AFB DFE duobus rectis ſunt æquales, vt demonſtratum eſt, ſed & duobus rectis æquales ſunt AFB AFG. quare dempto communi angulo AFB reliquus DFE reliquo GFA æqualis erit.*

Ergo ut BC ad CE, ita BF ad FE] *Secetur angulus EFB recta linea FH. erit angulus*

EFH æqualis angulo AFC. eſt autem angulus AFE in ſemicirculo rectus, cui quidem æquales ſunt duo anguli AFC CFE. Sed angulus EFH eſt æqualis ipſi AFC. ergo & duo anguli CFE EFH vni recto ſunt æquales: ac propterea CFH angulus rectus eſt.



Itaque quoniam triangulum CFH orthogonium eſt, & angulus EFH eſt æqualis angulo HFB, erit ex iis, quæ nos demonſtrauimus ad 51. ſexti libri huius, ut CB ad BH, ita CE ad EH. & permutando, ut BC ad CE, ita BH ad HE. Sed ut BH ad HE, ita BF ad FE ex tertia ſexti elementorum. Vt igitur BC ad CE, ita erit BF ad FE.

N Et vt quadratum ex BC ad quadratum ex CE, ita quadratum ex BF ad quadratũ ex FE] *Gręcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* καὶ ὡς τὸ ἀπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ *&c. legendum autem* καὶ ὡς τὸ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ γε, οὕτω τὸ ἀπὸ βζ πρὸς τὸ ἀπὸ βζ.

O Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum AED] Ex 26. *huius.*

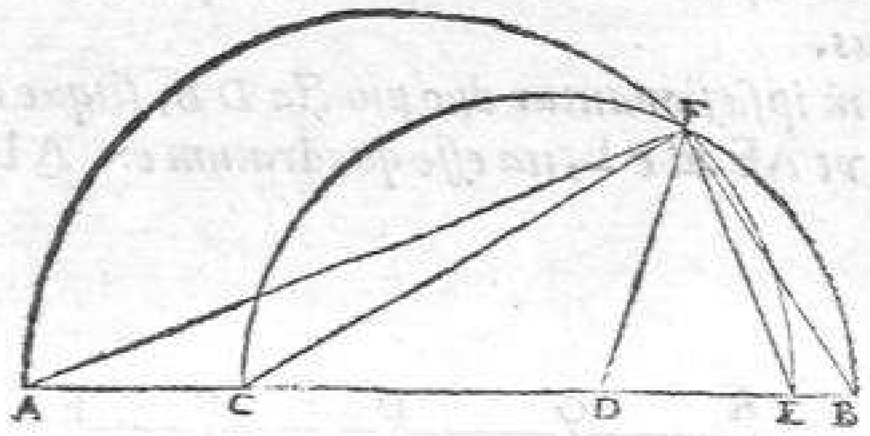
THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XL.

Sit rurſus ut rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CD ad quadratum ex DE. Dico ut rectangulum EAC ad rectangulum CBE, ita eſſe quadratum ex AD ad quadratum ex DB. LEMM. XXVI.

A Sumatur rurſus æqualitatis punctum F, ut rectangulum AFB rectangulo CFE
B ſit æquale. eſt igitur vt CF ad FE, ita rectangulum ACB ad AEB rectangulum.
C Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CD ad id,
D quod fit ex DE quadratum. æquale igitur eſt rectangulum CFE, hoc eſt AFB qua-

quadrato ex FD. quare vt AF ad FB, ita quadratum ex AD ad quadratum ex E
DB. Sed ut AF ad FB, ita eſt rectangulum EAC ad CBE rectangulum. eſt F
igitur ut rectangulum EAC ad rectangulum CBE, ita quadratum ex AD ad
quadratum ex DB.

ALITER.



Deſcribantur circa AE CB ſemicirculi AFE CFB, & iungantur AF CF DF EF
BF. erit angulus AFC angulo EFB æqualis. eſt igitur ut rectangulum ACB ad re- G
ctangulum AEB, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FE. Vt autem rectan- H
gulum ACB ad rectangulum AEB, ſic erat quadratum ex CD ad quadratum ex
DE. ergo & ut quadratum ex CD ad quadratum ex DE, ita quadratum ex CF
ad quadratum ex FE. æqualis igitur eſt angulus CFD angulo DFE. Sed & an- K
gulus AFE æqualis eſt angulo BFE. ergo totus AFD angulus toti BFD
eſt æqualis. ac propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita qua L
dratum ex AD ad quadratum ex DB. Vt autem quadratum ex AF ad M
quadratum ex FB, ita rectangulum EAC ad rectangulum CBE. ergo ut rectan
gulum EAC ad CBE rectangulum, ita quadratum ex AD ad quadratum ex
DB, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

Sumatur rurſus æqualitatis punctum F, ut rectangulum AFB rectangulo CFE A
ſit æquale] *Sumatur inter* AC *punctum* G, *ita ut* GC *ſit ęqualis ipſi* EB: *fiatque ut*
AG *ad* GC, *ita* AE *ad* EF. *& factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim eſt*
ut AG *ad* GC, *ita* AE *ad* EF, *erit componendo ut* AC *ad* CG, *hoc eſt ad* EB, *ita*
AF *ad* FE. *ergo reliqua* CF *ad* FB *erit ut* AF *ad* FE, *ac propterea rectangulum* AFB *re*
ctangulo CFE *eſt æquale.*

Eſt igitur ut CF ad FE, ita rectangulum ACB ad AEB rectangulum.] *Quo-* B
niam enim rectangulum AFB *eſt æquale rectangulo* CFE, *ut* AF *ad* FE, *ita eſt*
CF *ad* FB. *ergo reliqua* AC *ad reliquam* BE *eſt vt* AF *ad* FE, *videlicet ut*
CF *ad* FB ∷ *& per conuerſionem rationis ut* AC *ad exceſſum ipſarum* AC BE, *hoc*
eſt ad AG, *ita* FC *ad* CB, *conuertendoque ut* GA *ad* AC, *ita* BC *ad* CF. *rectan-*
gulum igitur contentum AG CF *eſt æquale rectangulo* ACB. *Rurſus quoniam ut* AC
ad BE, *ita eſt* AF *ad* FE, *erit diuidendo ut* AG *ad* BE, *ita* AE *ad* EF. *ergo*
rectangulum contentum AG EF *eſt æquale rectangulo* AEB. *erat autem rectangulum*
contentum AG CF *æquale rectangulo* ACB. *quare ut rectangulum contentum* AG CF *ad*
rectan-

rectangulum ACB, *ita contentum* AG EF *ad rectangulum* AEB: & *permutando ut rectangulum contentum* AG CF *ad contentum* AG EF, *hoc eſt ut* CF *ad* FE, *ita rectangulum* ACB *ad rectangulum* AEB.

Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratū ex CD ad id, quod fit ex DE quadratum] *ita enim ponitur: ex quibus conſtat ut* CF *ad* FE, *ita eſſe quadratum ex* CD *ad quadratum ex* DE.

Aequale igitur eſt rectangulum CFE, hoc eſt rectangulum AFB quadrato ex FD] *Quoniam enim in recta linea* CF *ſumuntur duo puncta* D E, *eſtque ut* CF *ad* FE, *ita quadratum ex* CD *ad quadratum ex* DE; *erit ex* 37. *huius rectangulum* CEF, *quadrato ex* FD *æquale.*

E Quare ut AF ad FB, ita quadratum ex DA ad quadratum ex DB] *hoc nos ſequēti lemmate demonſtrabimus.*

Sit recta linea AF, & *in ipſa ſumantur duo puncta* D B, *ſitque ut rectangulum* AFB *quadrato ex* FD *æquale. Dico vt* AF *ad* FB, *ita eſſe quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DB.

Ponatur ipſi BD *æqualis* DG. & *quoniam rectangulum* AFB *eſt æquale quadrato ex* FD,
14.ſexti. *vt* AF *ad* FD, *ita erit* DF *ad* FB, & *diuidendo ut* AD *ad* DF, *ita* DB *ad* BF. *permutando-*
que vt AD *ad* DB, *hoc eſt ad* DG, *ita* DF *ad* FB, & *rurſus diuidendo, vt* AG *ad* GD, *ita*
16.ſexti. DB *ad* BF. *rectangulum igitur contentum* AG BF *eſt æquale rectangulo* GDB. *quare ut re-*
9.quinti. *ctangulum* BAG *ad rectangulum contentum* AG BF, *ita rectangulum* BAG *ad* GDB *rectan-*
1. ſexti. *gulum. Sed ut rectangulum* BAG *ad contentum* AG BF, *ita eſt* AB *ad* BF. *vt igitur* AB
ad BF, *ita* BAG *rectangulum ad rectangulum* GDB, *hoc eſt ad quadratum ex* GD, *eſt enim*
3.ſecūdi. GD *ipſi* DB *æqualis*, & *rectangulo quidem* BAG *eſt æquale quadratum ex* AG *una cum re-*
ctangulo AGB: *rectangulo autem* AGB *æquale eſt duplum rectanguli* AGD. *ergo ut* AB
ad BF, *ita quadratum ex* AG *vna cum duplo rectanguli* AGD *ad quadratum ex* DG. & *cō-*
ponendo ut AF *ad* FB, *ita quadrata ex* AG GD *vna cum duplo rectanguli* AGD *ad quadra-*
4.ſecūdi. *tū ex* DG. *quadratis autem ex* AG GD *una cum duplo rectāguli* AGD *æquale eſt quadratum*
ex AD. *vt igitur* AF *ad* FB, *ita quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DG, *hoc eſt ad qua-*
dratum ex DB.

F Sed ut AF ad FB, ita eſt rectangulum EAC ad CBE rectangulum] *Ex* 35. *huius. etenim in recta linea* AF *ſumuntur tria puncta* CEB, *atque eſt rectangulum* AFB *æquale rectangulo* CFE.

G Erit angulus AFC angulo EFB æqualis] *eſt enim rectus angulus* AFE *æqualis recto* CFB. *quare dempto communi angulo* CFE, *reliquus* AFC *reliquo* EFB *æqualis erit.*

H Eſt igitur ut rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FE] *ex demonſtratis a nobis ad* 36. *huius.*

K Aequalis igitur eſt angulus CFD angulo DFE] *ex* 3. *ſexti elementorum. ſequitur enim ex ante dictis,* & 22. *ſexti vt* CD *ad* DE, *ita eſſe* CF *ad* FE.

L Ac propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita quadratum ex AD
3.ſexti. ad quadratum ex DB.] *Quoniam enim angulus* AFD *eſt æqualis angulo* BFD, *ut* AD
ad DB, *ita eſt* AF *ad* FB. *quare ex* 22. *ſexti ut quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FB,
ita quadratum ex AD *ad quadratum ex* DB.

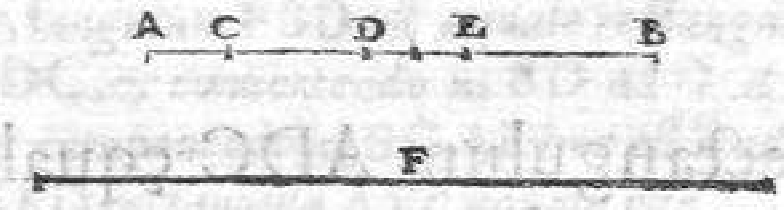
M Vt autem quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita rectangulum EAC ad rectangulum CBE.] *Ex* 12. *ſexti libri huius.*

LEM-

LEMMATA in Secundum librum de determinata ſectione.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XLI.

Sit recta linea AB, in qua ſumantur tria puncta CDE, ita LEM.I.
vt rectangulum ADC ſit æquale rectangulo BDE: & vtriſque AE CB æqualis ponatur recta linea F. Dico rectangulum A
quidem FAD rectangulo BAE æquale eſſe. rectangulum autẽ B
FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale.



Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale, erit ob propor- C
tionem, & conuertendo, & tota ad totam, componendoque ut BC AE, hoc eſt F ad
AE, ita BA ad AD. rectangulum igitur FAD eit æquale rectangulo BAE. Rurſus D
quoniam tota AE ad totam CB, eſt ut ED ad DC, erit componendo ut utraque E
AE CB ad CB, hoc eſt ut F ad CB, ita CE ad CD. ergo rectangulum FCD rectangulo
BCE æquale erit. Eodem modo in reliquis fient igitur quattuor, ut dictum eſt. F

COMMENTARIVS.

Dico rectangulum quidem FAD rectangulo BAE æquale eſſe] *Græcus codex* ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαθ ἴσον τὸ ὑπὸ βαε, *ſed legendum.* ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαδ. A

Rectangulum autem FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale] *Græcus codex corruptus eſt, & in eo multa deſiderari videntur. qui ſic habet.* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν αβγ τὸ δὲ ὑπὸ ζδε τῷ ὑπὸ αεγ. *legendum autem erit, vt opinor,* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ ἴσον τῷ ὑπὸ βγε, τὸ δὲ ὑπὸ ζβδ τῷ ὑπὸ αβγ, τὸ δὲ ὑπὸ ζεδ τῷ ὑπὸ αεγ.

Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale, erit ob pro- B
portionem, & conuertendo & tota ad totam, componendoque vt BC AE hoc eſt F ad AE, ita BA ad AD] *Nam cum rectangulum* ADC *æquale ſit rectangulo* BDE, *erit ut* AD *ad* DE, *ita* BD *ad* DC, *& conuertendo, ut* ED *ad* DA, *ita* CD *ad* DB,

com-

componendoque vt EA ad AD, ita CB ad BD, permutandoque & conuertendo vt BC ad AE ita BD ad DA, & rurſus componendo vt BC AE hoc eſt F ad AE, ita BA ad AD. Græcus codex, ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν αδΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βδε] *Ita legendum.* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν αδΓ.

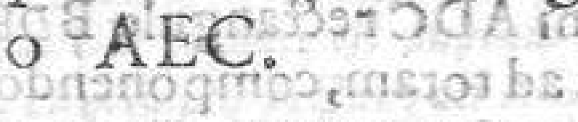
D Rectangulum igitur FAD eſt æquale rectangulo BAE] *Ex 16. ſexti libri elementorum. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ζαδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν βδε. *lege* ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν βαε.

E Rurſus quoniam tota AE ad totam CB eſt vt ED ad DC] *Quoniam ut EA ad AD, ita CB ad BD, & permutando ut AE ad CB, hoc eſt ut tota ad totam, ita AD ad DB, hoc eſt ita pars ad partem, erit & reliqua ED ad reliquam DC, vt tota AE ad totam CB. Græcus codex* ὡς ἡ εδ πρὸς τὴν αγ. *lege* πρὸς τὴν δγ. 19.quiti.

F Eodem modo & in reliquis] *Rurſus quoniam vt AE ad BC, ita AD ad DB, & componendo vt AE BC, hoc eſt F ad BC, ita AB ad BD; rectangulum FBD æquale eſt rectangulo ABC. Denique quoniam vt tota BC ad totam AE, ita BD ad DA, erit reliqua CD ad reliquam DE, vt tota BC ad totam AE: & componendo ut BC AE, hoc eſt F ad AE, ita CE ad ED. rectangulum igitur FED rectangulo AEC eſt æquale.*

THEOREMA XXXIX. PROPOS. XXXXII.

LEMM. II. Sit rurſus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, A & vtriſque AE CB æqualis ponatur recta linea F. Dico rurſus quattuor fieri, videlicet rectangulum quidem FAD æquale B rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE, æquale; rectangulumquè FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC.



C Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque vt vtraque AE CB ad NE, ita BA ad AD. vtrçque igitur AE CB æquales ſunt ipſi F. ergo vt F ad AE, ita BA ad AD: & ideo rectangulum FAD æquale eſt rectangulo BAE. Rurſus quoniam ut AD ad DB, ita ED ad DC, erit reliqua AE ad reliquam CB, ut ED ad DC. quare componendo ut AE BC, hoc eſt ut F ad BC, ita D EC ad CD. rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit. Eadem & E in duobus reliquis oſtendemus. quattuor igitur fient, vt proponebatur.

COMMENTARIVS.

Sit rurſus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex.* ἔσω νῦν πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν α γ δ ἴσον τῷ *&c. lege* τὸ ὑπὸ τῶν α δ γ. A

Videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE æquale] *Græcus codex hoc loco corruptus eſt, & mancus, in quo legitur.* τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζ α β ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν β γ ε. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν *&c. legendum autem eſt.* τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζ α δ. ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν β α ε, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζ γ δ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν β δ ε. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν &c. B

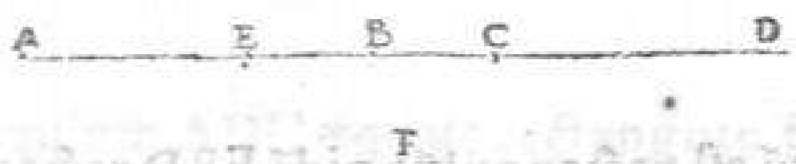
Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque ut utreque AE CB ad AE, ita BA ad AD] *Quoniam rectangulũ ADC æquale eſt rectangulo BDE, ut AD ad DB, ita erit ED ad DC, & conuertendo ut BD ad DA, ita CD ad DE. ergo reliqua CB ad AE reliquam ut BD ad DA, & componendo ut CB AE ad AE, ita BA ad AD.* C D

Rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit] *Græcus codex pro* β γ ε *mendoſe habet* β ε γ.

Eadem & in reliquis duobus oſtendemus] *Rurſus.n.quoniam ut AD ad totam DB, ut ED ad DC, reliqua AE ad CB reliquam erit, ut AD ad DB: & componendo AE CB, hoc eſt F ad CB, ut AB ad BD. ergo rectangulum FBD eſt æquale rectangulo ABC. poſtremo quoniam ut AD ad DB, ita ED ad DC, & conuertendo ut BD ad DA, ita CD ad DE, erit reliqua BC ad AE, ut CD ad DE. & componendo ut BC AE hoc eſt F ad AE, ita CE ad ED. ex quibus ſequitur rectangulum FED rectangulo AEC æquale eſſe.* E

THEOREMA XL. PROPOS. XLIII.

Sit autem punctum extra totam lineam, & ſit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE. Dico rurſus ſi linearum AE CB exceſſui æqualis ponatur F, quattuor fieri. videlicet rectangulũ quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum uero FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectãgulo ABC, & rectangulum FDE rectangulo AEC. LEMM. III. A B C



Quoniam.n.rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, erit ob proportionẽ, & reliqua ad reliquam, & per conuerſionem rationis, eſt igitur ut AE ad exceſſum linearum AE CB, ita DA ad AB. ſed ipſarum AE CB exceſſus eſt F. ergo rectangulum FAD eſt æquale rectangulo BAE. Rurſus quoniam reliqua AE ad reliquam BC eſt, ut ED ad DC, erit diuidendo, ut exceſſus linearum AE BC ad BC, ita EC ad CD. rectangulum igitur contentum exceſſu ipſarum AE BC, & CD, hoc eſt rectangulum FCD eſt æquale rectangulo BCE. Eadem & in reliquis duobus oſtendentur. fiunt igitur quattuor ea, quæ proponebantur. D E

COMMENTARIVS.

A Sit autem punctum extra totam lineam] *Græcus codex* ἔςω δὲ ἐκτὸς τῆς ὅλης τὸ σημεῖον. *fortaſſe autem legendum erit.* τὰ σημεῖα. *poſſunt enim extra totam lineam* AB *eſſe tria puncta* ECD, *itemque duo* CD.

B Et ſit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex* καὶ ἔςω τὸ ὑπὸ τῶν δαγ τῷ ὑπὸ τῶν βδε. *ego legendum arbitror.* καὶ ἔςω τὸ ὑπὸ τῶν αδγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βδε.

C Rectangulum vero FCD æquale rectangulo BCE] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ βγε. *ſed legendum* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ τῷ ὑπὸ βγε.

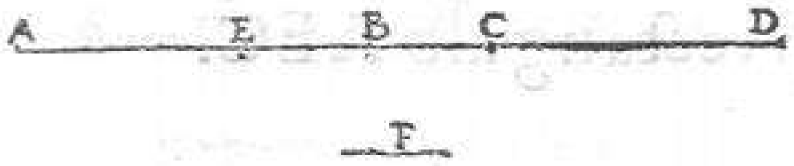
D Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, erit ob proportionem, & reliqua ad reliquam, & per conuerſionem rationis. eſt igitur ut AE ad exceſſum linearum AE CB, ita DA ad AB] *Quoniam enim rectangulum* ADC *æquale eſt rectangulo* BDE, *erit vt* AD *ad* DB, *ita* ED *ad* DC. *ergo reliqua* AE *ad* BC *reliquam eſt, vt* AD *ad* DB. *& per conuerſionem rationis ut* AE *ad exceſſum ipſarum* AE BC, *ita* DA *ad* AB.

E Eadem & in reliquis duobus oſtendentur] *Quoniam* AE *ad* BC *eſt vt* AD *ad* DB, *diuidendo exceſſus ipſarum* AE BC, *hoc eſt* F *ad* BC *erit ut* AB *ad* BD. *rectangulum igitur* FBD *eſt æquale rectangulo* ABC. *Rurſus cum ſit* AE *ad* BC, *ut* ED *ad* DC, *erit per conuerſionem rationis, ut* AE *ad exceſſum* AE BC, *hoc eſt ad* F, *ita* DE *ad* EC, *& propterea rectangulum* FDE *rectangulo* AEC *æquale erit.*

THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLIIII.

LEMM. IIII. Hoc autem demonſtrato facile inuenietur, quæ in primum de determinata ſectione iiſdem poſitis in hunc modum.

✻ Dico vt BD ad DE, ita eſſe rectangulũ ABC ad rectãgulũ AEC.



Quoniam.n.demonſtratũ eſt rectangulũ quidẽ FBD rectangulo ABC æquale, rectangulum uero FDE ęquale rectangulo AEC, erit ut rectangulum FDB ad rectãgulum FDE, hoc eſt ut BD ad DE, ita rectangulum ABC ad AEC rectangulum.

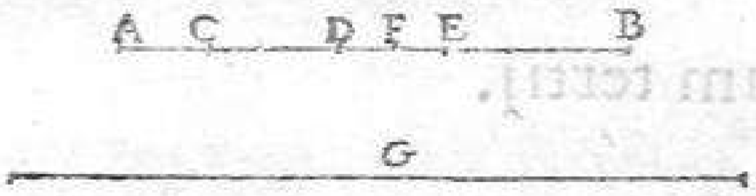
COMMENTARIVS.

✻ Dico vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur.* οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν αεγ. *legendum autem* οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν αβγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ.

IN PRIMVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLII. PROPOS. XLV.

Sit rurſus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, LEMM.
& quoduis punctum F. Dico ſi vtriſque AE CB ponatur A
æqualis G, rectangulum AFC excedere rectangulum BFE,
rectangulo GDF.



Quoniam.n.prius demonſtratum eſt rectãgulũ GDE æquale rectangulo AEC,cõ B
mune auferatur rectangulum GFE.reliquũ igitur rectangulũ GDF eſt exceſſus, quo C
rectangulũ AEC,excedit rectangulũ GFE. Quo aũt rectangulũ AEC ipſũ GFE exce D
dit,ablato cõmuni rectangulo AEF,eodẽ rectangulũ,quod continetur AE CF excedit rectangulum contentum BC FE. & quo rectangulum ex AE CF excedit rectangulum ex BC FE. ablato communi rectangulo CFE,eodem rectangulum AFC excedit rectangulum BFE. rectangulum igitur AFC ipſum BFE excedit rectangulo GDF. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Sit rurſus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex mancus eſt,in* A
quo legitur. ἔστω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν βδε. *ſed legendum.* ἔστω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν αδγ τῷ ὑπὸ τῶν βδε.

Quoniam enim prius demonſtratum eſt rectangulum GDE æquale rectangulo B
AEC] *videlicet in lemmate primo uel in* 41.*huius.*

Reliquum igitur rectangulum GDF eſt exceſſus, quo rectangulum AEC C
excedit rectangulum GFE] *Nam ſi a rectangulo* GDE *auferatur rectangulum* GFE, *relinquitur* GDF *rectangulum. ergo rectangulum* GDF *eſt etiam exceſſus, quo rectangulum* AEC *ipſum* GFE *excedit.*

Quo aũt rectangulũ AEC ipſũ GFE excedit,ablato cõmuni rectangulo AEF,eodẽ D
rectangulũ,quod continetur AE CF excedit rectangulũ contentum BC EF] *Rectangulum enim* AEC *eſt æquale rectangulo* AEF *una cum rectangulo contento* AE CF,*ex prima ſecundi elementorum. & eadem ratione rectangulum* GFE *eſt æquale rectangulo* AEF *una*

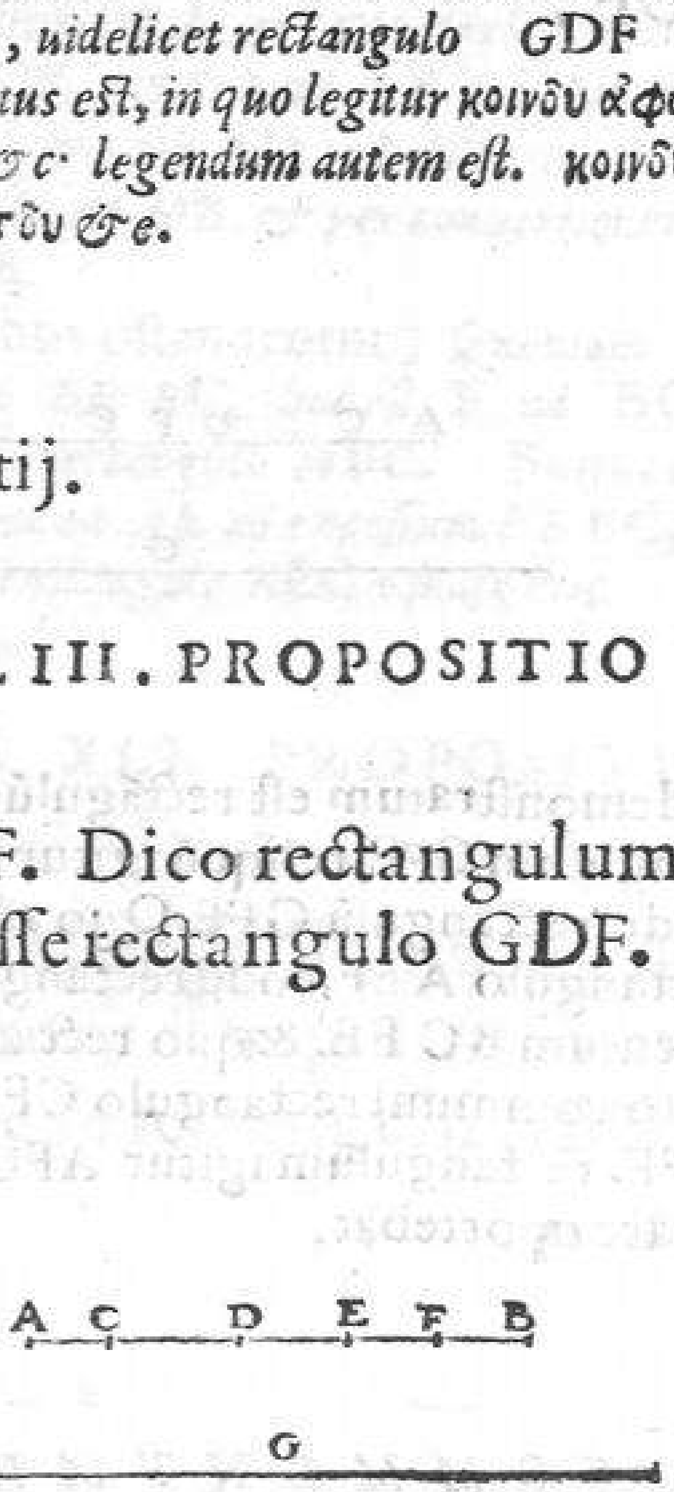
cum rectangulo contento BC FE, *ponitur enim G utriſque* AE BC *æqualis. Itaque ſi a rectangulo* AEC *auferatur rectangulum* AEF, *relinquitur rectangulum contentum* AE CF: *& ſi a rectangulo* GDF *idem* AEC *auferatur, reliquum eſt rectangulum, quod* BC FC *continetur. rectangulum igitur contentum* AE FC *eodem exceſſu ſuperat rectangulum contentum* BC EF, *quo rectangulum* AEC *ipſum* GEF *ſuperabat. Græcus codex* ὡς δὲ ὑπερέχει τὸ &c. τούτῳ ὑπερέχει τοῦ ὑπὸ τῆς α ε γ ζ τὸ ὑπὸ τῆς β γ ζ ε. *ſed legendum eſt.* ὡς δὲ ὑπερέχει τὸ &c. τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν α ε γ ζ τοῦ ὑπὸ τῆς β γ δ ε.

E Et quo rectangulum ex AE CF excedit rectangulum ex BC FE, ablato communi rectangulo CFE, eodem rectangulum AFC excedit rectangulum BFE] *Nam rectangulum contentum* AE CF *eſt æquale rectangulo* CFE *una cum rectangulo* AFC *ex prima ſecundi elementorum. & ſimiliter rectangulum contentum* BC FF *eſt æquale rectangulo* CFE *una cum rectangulo* BFE, *ablato communi rectangulo* CFE, *reliquum rectangulum* AFC *eodem illo exceſſu, uidelicet rectangulo* GDF *reliquum rectangulum* BFE *excedit. Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur* κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν β ζ ε &c. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α ζ ε τοῦ &c. *legendum autem eſt.* κοινοῦ ἀφαιθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν γ ζ ε &c. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α ζ γ τοῦ &c.

Aliud in tertium tertij.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLVI.

LEMM. VI. A B Sit inter EB punctum F. Dico rectangulum AFC una cum rectangulo EFB æquale eſſe rectangulo GDF.



in 1. lem. C Quoniam igitur ante oſtenſum eſt rectangulum GDE rectangulo AEC æquale, commune apponatur rectangulum GEF. totum igitur rectangulum GDF æquale eſt rectangulo AEC, rectanguloque AEF, & rectangulo, quod BC EF continetur. 2. ſecun. D Sed rectangulum AEC una cum rectangulo AEF eſt totum rectangulum contentum AE CF. Rectangulum igitur GDF eſt æquale rectangulo contento AE CF, & ei, quod continetur CB EF. At rurſus rectangulum contentum CB EF eſt æquale rectangulo CFE & rectangulo EFB: rectangulum uero ex AE CF una cum rectangulo CFE eſt totum rectangulum AFC. Sed habebamus etiam rectangulum EFB. ergo rectangulum GFD æquale eſt rectangulo AFC & rectangulo EFB.

COMMENTARIVS.

Sit inter EB punctum F.] *Græcus codex* ἔστω μετὰ τὸ σημεῖον τῶν ε β τὸ ζ. *ſed legendum puto.* ἔστω σημεῖον μεταξὺ τοῦ ε β τὸ ζ. A

Dico rectangulum AFC una cum rectangulo EFB] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α ζ δ. *lege* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α ζ γ. B

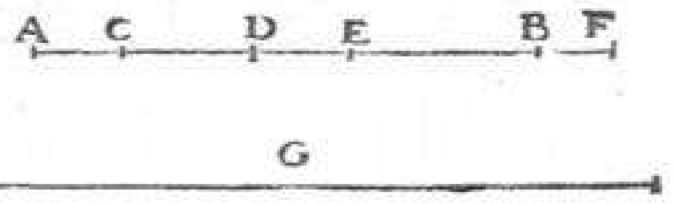
Totum igitur rectangulum GDF æquale eſt rectangulo AEC, rectanguloque AEF & rectangulo, quod BC EF continetur.] Eſt *enim totum rectangulum* GDF *æquale duobus rectangulis, videlicet rectangulo* GDE, *&* *rectangulo* GEF, *rectangulum autem* GEF *æquale itidem eſt duobus, rectangulo ſcilicet* ∀EF, *&* 17. *quod continetur* CB EF, *etenim* G *utriſque* AE CB *æqualis ponitur.* Græcus codex. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς η β ζ. *lege* τὸ ὑπὸ τῆς η δ ζ. C

Rectangulum igitur GDF eſt æquale rectangulo contento &c.] *Græcus codex.* οὖν τὸ ὑπὸ η ζ δ. *lege* τὸ ὑπὸ η δ ζ. D

IN Primum Præceptum tertij problematis.

THEOREMA XLIIII. PROPOSITIO XLVII.

Sit rurſus punctum F extra lineam AB. Oſtendendum eſt rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GDF. LEMM. VII. A



Quoniam enim rectangulum GDB eſt æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GBF. totum igitur rectangulum GDF æquale eſt rectangulo ABC, rectanguloque GBF, hoc eſt rectangulo contento AE BF, & rectangulo CBF. rectangulum autem ABC una cum rectangulo CBF eſt totum rectangulum, quod AF CB continere. ergo rectangulum GDF eſt æquale rectangulo contento AF CB, & contento AE BF. Sed rectangulum contentum AF CB una cum contento AE BF eſt exceſſus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB. rectangulum igitur GDF eſt exceſſus, quo AFC rectãgulum ipſum EFB excedit. D E

COMMENTARIVS.

Sit rurſus punctum F extra lineam AB.] *Græcus codex* ἔστω πάλιν A

τὸ

τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς δαβ τὸ ζ. *ſed legendum puto* ἔσω πάλιν τὸ σημεῖον ἐκτὸς τῆς αβ τὸ ζ.

B Quoniam enim rectangulum GDB eſt æquale rectangulo ABC] *quod in primo lemmate demonſtratum fuit.*

C Totum igitur rectangulum GDF æquale eſt rectangulo ABC, rectanguloque GBF hoc eſt rectangulo contento AE, BF, & rectangulo CBF.] *eſt enim rectangulum* GDF *æquale rectangulo* GDB *una cum rectangulo* GBF, *& rectangulum* GBF *rurſus æquale rectangulo contento* AE BF *& rectangulo* CBF, *quod* G *utriſque* AE CB *ſit æqualis. rectangulum igitur* GDF *æquale eſt rectangulo* ABC *vna cum rectangulo contento* AE BF, *& rectangulo* CBF. *Græcus codex.* τουτέστι τῷ τε ὑπὸ αε βζ καὶ τοῦ ὑπὸ βζ. *lege* καὶ τῷ ὑπὸ γβζ.

D Sed rectangulum contentum AF CB vna cum contento AE BF eſt exceſſus,
1. ſecūdi quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB.] *nam rectangulum* AFC *eſt æquale rectangulo contento* AF CB *vna cum rectangulo* AFB, *hoc eſt vna cum rectangulo contento* AE BF, *& rectangulo* EFB. *rectangulum igitur* AFC *excedit rectangulum* EFB *rectangulo contento* AF CB *vna cum contento* AE BF, *Græcus codex.* ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν δζγ τοῦ ὑπὸ τῶν εβζ. *ſed legendum* τὸ ὑπὸ τῶν αζγ τοῦ ὑπὸ τῶν εζβ

E Rectangulum igitur GDF eſt exceſſus, quo AFC rectangulum ipſum EFB excedit] *Græcus codex pro* ηδζ *habebat* ηβζ.

IN SECVNDVM PRAECEPTVM EIVSDEM PROBLEMATIS.

THEOREMA XLV. PROPOS. XXXXVIII.

LEMM. VIII. Sit rectangulum ADC æquale rectangulo EDB, ſitque punctum F inter D C, & vtriſque AE CB æqualis ponatur
A G. Dico rectangulum EFB excedere rectangulum AFC rectá-
B gulo GDF.

Quoniam enim rectangulum GDC æquale eſt rectangulo BCE, commune auferatur rectangulum GFC. reliquum igitur rectangulum GDF eſt exceſſus, quo ECB rectangulum excedit rectangulum GFC. quo autem rectangulum ECB ex-
A cedit rectangulum GFC, communi ablato rectangulo BCF, eodem rectangulum, quod EF CB continetur, excedit rectangulum contentum AE FC. & quo rectangulum contentum EF CB excedit contentum AE FC addito communi rectan-
B C gulo EFC, eodem rectangulum EFB excedit rectangulum AFC. rectangulum igitur EFB excedit ipſum AFC rectangulo GDF.

COMMENTARIVS.

Eodem rectangulum, quod EF CB continetur, excedit rectangulum contentum AE FC] *Gracus codex* τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῆς εζγβ τοῦ ὑπὸ τῶν εζγβ τοῦ ὑπὸ τῶν αβζγ. *lege* τοῦ ὑπὸ τῶν αεζγ. A

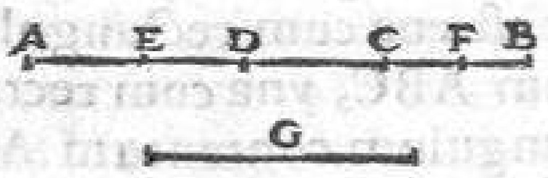
Addito communi rectangulo EFC] *Gręcus codex* κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ εζγ. *Sed ratio cogit, vt legatur* προσκοινοῦ τεθέντος εζγ. B

Eodem rectangulum EFB excedit rectangulum AFC] *Gręcus codex* τοῦτω ὑπερέχει τὸ ὑπὸ εζδ τοῦ ὑπὸ αζγ. *lege* τὸ ὑπὸ εζβ. C

IN SECVNDVM PRAECEPTVM SECVNDI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLIX.

Sed ſit punctum F inter C B. Dico rectangulum AFC unà cum rectangulo BFE ęquale eſſe rectangulo GDF. LEMM. IX.



Quoniam enim rectangulum GDC æquale eſt rectangulo BCE, commune addatur rectangulum GCF. totum igitur GDF eſt æquale rectangulo BCE vna cum rectangulo GCF, hoc eſt vna cum rectangulo contento AE CF, & rectangulo BCF. rectangulum autem ECB vna cum rectangulo BCF eſt totum quod EF CB continetur. ergo rectangulum contentum EF CB una cum contento AE CF eſt æquale rectangulo GDF. Sed rectangulum quidem contentum EF CB eſt æquale rectangulo EFC, & rectangulo BFE. rectangulum autem EFC una cum rectangulo contento AE CF eſt totum rectangulum AFC. rectangulum igitur AFC una cum rectangulo BFE eſt æquale ipſi GDF rectangulo. A B

COMMENTARIVS.

Dico rectangulũ AFC una cũ rectãgulo BFE æquale eſſe rectãgulo GDF] *Gracus codex* ὅτι γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν αζγ μετὰ τοῦ αζε *lege* μετὰ τοῦ ὑπὸ βζε. A

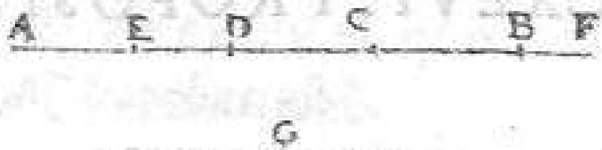
Ergo

B Ergo rectangulum contentum EF CB vna cum contento AE CF] *Græcus codex.* γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ εζ γβ μετὰ τοῦ ὑπὸ αβ γζ *&c. lege.* μετὰ τοῦ ὑπὸ αε γζ

IN SECVNDVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA XLVII. PROPOS. L.

LEMM. X. Sit punctum F extra lineam AB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GDF.



A Quoniam enim rectangulum GDB eſt æquale rectangulo ABC, commune ap-
B ponatur rectangulum GBF, totum igitur GDF eſt æquale rectangulo ABC
vna cum rectangulo GBF, hoc eſt vna cum rectangulo contento AE BF, & rectan-
C gulo CBF. rectangulum autem ABC, vna cum rectangulo CBF eſt totum, quod
D AF CB continetur. ergo rectangulum contentum AF CB una cum contento AE
E BF eſt æquale rectangulo GDF. Sed contentum AF CB vna cum contento AE
BF eſt exceſſus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB. rectangulum
igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim rectangulum GDB eſt ęquale rectangulu ABC] *ex tertio lemmate.*

B Commune apponatur rectangulum GBF. totum igitur GDF. &c.] *Græcus codex.* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν ηδζ. *ſed legendum puto.* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν ηβζ. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ηδζ.

C Eſt totũ, quod AF CB cõtinetur] *Græcus codex.* ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αη γβ. *lege.* τὸ ὑπὸ αζ γβ.

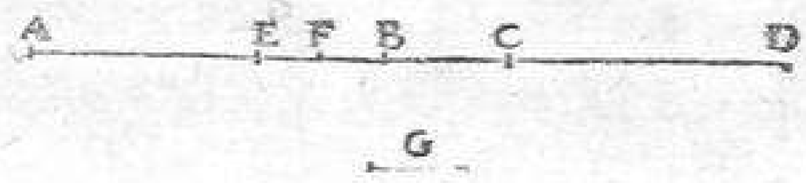
D Eſt æquale rectangulo GDF] *Græcus codex.* ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ηαζ. *lege* τῷ ὑπὸ ηδζ.

E Sed contentum AF CB vna cum contento AE BF eſt exceſſus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB] *rectangulum enim* AFC *eſt æquale duobus rectangulis, nempe rectangulo contento* AF CB, *&* *rectangulo* AFB, *quorum rectangulum* AFB *eſt itidem æquale rectangulo contento* AE BF *&* *rectangulo* EFB. *rectangulum igitur* AFC *excedit rectangulum* EFB *rectangulo contento* AF CB *&* *contento* AE BF.

IN TERTIVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO LI.

Sit rectangulum ADC rectangulo BDE ęquale: & excessui linearum AE BC æqualis ponatur G: sumaturque F punctum inter EB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GFD. LEMM. XL.



Quoniam .n. rectangulum GBD est æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GBF, totũ igitur GFD ęquale est rectangulo ABC una cũ rectãgulo GBF, hoc est una cũ rectangulo, quod excessu linearũ AE BC & BF cõtinetur. Sed rectangulum ABC est id, quod continetur AF BC una cum rectangulo FBC. rectangulum igitur GFD est æquale rectangulo contento AF BC una cũ rectangulo CBF, & eo, quod excessu ipsarum AE BC, & BF continetur. rectangulum autem CBF una cum eo, quod excessu AE BC, & BF continetur totũ est rectangulum contentum AE FB. ergo rectangulum GFD est ęquale rectangulo contento AF BC, & contento AE FB. Sed rectangulum AF BC contentum una cum cõtento AE FB est excessus quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB, rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF. quod demonstrare oportebat. A B C D

COMMENTARIVS.

Quoniam enim rectangulum GBD est æquale rectangulo ABC.] *Ex tertio lẽmate. Grecus autem codex.* ἐπεὶ γάρ τὸ ὑπὸ τῶν ηβδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγβ *lege* τῷ ὑπὸ αβγ. A

Rectangulum autem CBF una cum eo, quod excessu AE BC & BF continetur totũ est rectangulum contentum AE FB] *Est .n.* AE *æqualis excessui, quo ipsa excedit* BC *una cum* BC, *& propterea rectangulum contentum* AEFB *est æquale rectangulo* CBF, *una cum eo, quod excessu ipsarum* AE BC, *&* BF *continetur Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ γβ βζ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν αγ γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βζ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αεζ. *lege* τὸ δὲ ὑπὸ γβ βζ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν αε γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βζ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αε ζβ B

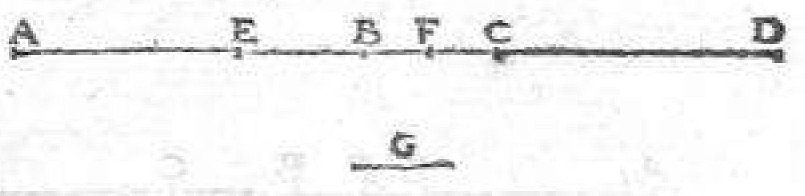
*E*rgo rectangulum GFD est æquale rectangulo contento AF BC.] *Græcus codex* τὸ ὑπὸ ηζδ ἴσον ἐστὶ τῷ τε *&c. lege* τὸ ὑπὸ ηζδ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τε *&c.* C

Sed rectangulum AF BC contentum una cum contento AE FB est excessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB] *Quomodo hoc sequatur nos proxime explicauimus.* D

IN PRIMVM PRAECEPTVM SECVNDI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLIX. PROPOS. LII.

LEMM. XII. Ijſdē poſitis ſit pūctū F inter BC. Dico rectangulū AFC una cum rectangulo EFB æquale eſſe ei, quod G & FD continetur.



A Quoniā n. rectangulū GCD æquale eſt rectangulo ECB, cōmune apponatur rectā-
B gulum GFC, totū igitur GFD eſt æquale rectangulo ECB, & rectangulo GFC. Sed
rectangulū quidē GFC eſt id, quod exceſſu ipſarū AE BC, & FC continetur. rectan-
C gulū autē ECB eſt rectangglū BCF & contentū EF BC. ergo rectangulū GFD æqua
D le eſt rectangulo contento EF CB, & rectanguloq; BCF & ei quod exceſſu AE BC, &
E CF continetur. rectangulū uero contentum exceſſu AE BC & CF una cū rectangulo
F BCF eſt totum rectangulum contentum AE CF. rectangulū igitur GFD eſt ęquale
rectangulo cōtento AE CF, & contento EF CB. At rectangulum quidē contentū EF
BC eſt rectangulum EFC & rectangulum EFB; rectangulum autem EFC una cum
contento AE FC eſt totum rectangulum AFC. Sed habebamus etiam rectangulum
EFB. rectangulum igitur AFC una cū rectangulo EFB æquale eſt rectangulo GFD,
quod demonſtrandum proponebatur.

COMMENTARIVS.

A Commune apponatur rectangulum GFC] *Græcus codex* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ κζ. *lege* τὸ ὑπὸ κζγ.

B Totum igitur GFD eſt æquale rectangulo ECB] *Græcus codex* ἀνάλογον ἄρα. *ego legendum puto* ὅλον ἄρα.

Rectangulum autem ECB eſt rectangulum BCF & contentum EF BC] *Hoc eſt rectangulum* ECB *eſt æquale rectangulo* BCF *&* *contento* EF BC.

D Ergo rectangulum GFD æquale eſt rectangulo contento EF BC] *Græcus codex* γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ κζδ ἴσον τῷ ὑπὸ εζβ. *lege* τῷ ὑπὸ εζβγ.

E Rectangulum uero contentum exceſſu AE BC & CF] *Non ſunt hæc in græco codice, quæ tamen deſiderari videntur, ut ita legendum ſit.* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αε βγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ μετὰ τοῦ ὑπὸ βγζ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αεγζ. *eſt autem rectangulum contentum* AE CF *æquale rectangulo contento exceſſu ipſarum* AE BC *&* CF *una cum rectangulo* BCF, *quoniam* AE *eſt æqualis exceſſui, quo excedit* CB, *&* *ipſi* CB, *ut ſuperius dictum fuit.*

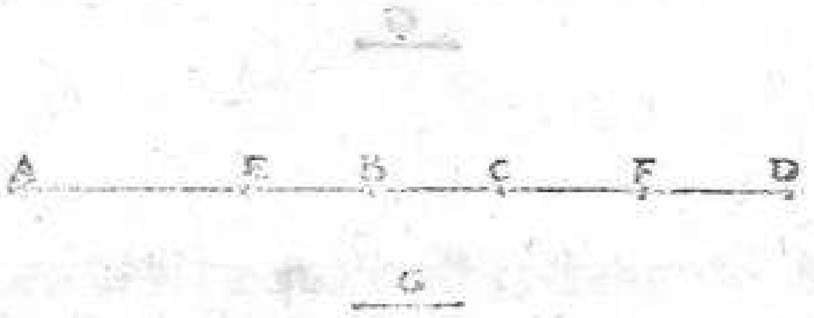
At rectangulum quidem contentum EF BC eſt rectangulum EFC & rectangulũ EFB *Hoc eſt rectangulum contentum EF BC eſt æquale rectangulo EFC una cum rectãgulo EFB Græcus autem codex corruptus eſt, qui ſic habet* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ εζ βγ τό τε ὑπὸ εζ ζγ ἐστι καὶ τὸ ὑπὸ βγ γβ *ſed legendum puto* τό τε ὑπὸ εζ ζγ ἐστι καὶ τὸ ὑπὸ εζ ζβ F

Rectangulum autẽ EFC una cum contento AE FC eſt totum rectãgulum AFC] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ βζΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ αεζγ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αγζ *corrige* τὸ δὲ ὑπὸ εζγ μετὰ τοῦ ὑπὸ αε ζγ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αζΓ. G

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA L. PROPOSITIO LIII.

Sit rurſus punctum F inter CD. Dico rectangulum AFC minus eſſe, quam rectangulum EFB rectangulo GFD. LEMM. XIII.



Quoniam.n.rectangulum GCD eſt ęquale rectangulo ECB, commune auferatur GCF rectangulũ. reliquũ igitur GFD eſt exceſſus, quo rectangulum ECB ſuperat rectangulum GCF, hoc eſt id, quod exceſſu AE BC & CF continetur. Quo autẽ rectangulum ECB ſuperat rectangulum contentum exceſſu AE BC & CF, A addito communi rectangulo FCB, B eodem rectangulum contentum EF BC ſuperat contentũ AE CF. C & rurſus communi addito EFC rectangulo, eodem rectangulum EFB ſuperat ipſum AFC. ergo rectangulum AFC minus eſt, quam rectangulum EFB rectangulo GFD.

COMMENTARIVS.

Hoc eſt id, quo exceſſu AE BC, & CF continetur] *Grecus codex* τουτέστι τοῦ ὑπὸ καὶ τῶν αε γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ. *lege* τουτέστι τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν α εγβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ. A

Quo autem rectangulum ECB ſuperat rectangulum contentum &c.] *Græcus codex* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αζβ. *lege* τὸ ὑπὸ εζβ. B

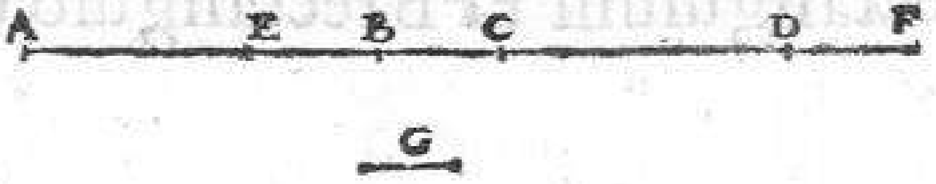
Eodem rectangulum contentum EF BC ſuperat contentum AE CF] *Rectangulum enim* EF BC *contentum eſt æquale rectangulo* ECB *una cum rectangulo* FCB, *& rectangulum contentum AE* CF *rurſus eſt æquale rectangulo contento exceſſu* AE BC, *&* CF *una cum rectangulo* ECB. C

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LI. PROPOS. LIIII.

Sed ſit punctum F extra. Dico rurſus rectangulum AFC ſuperare rectangulum EFB rectangulo GDF.

LEMM. XIIII.



Quoniam enim rectangulum GCD eſt æquale rectangulo ECB, vtraque auferantur a rectangulo GCF. reliquum igitur GDF eſt exceſſus, quo GCF rectangulum ſuperat ipſum ECB & communi addito rectangulo BCF, eodem exceſſu rectangulum contentum AE CF ſuperat contentum EF BC, etenim exceſſus AE
B CB una cum BC eſt ipſa AE. Quo autem rurſus rectangulum contentum AE CF ſuperat contentum EF BC, addito communi rectangulo EFC, eodem rectangulum AFC ſuperat ipſum EFB. rectangulum igitur AFC ſuperat rectangulum EFB rectangulo GDF.

(A at the line "ferantur a rectangulo GCF.")

COMMENTARIVS.

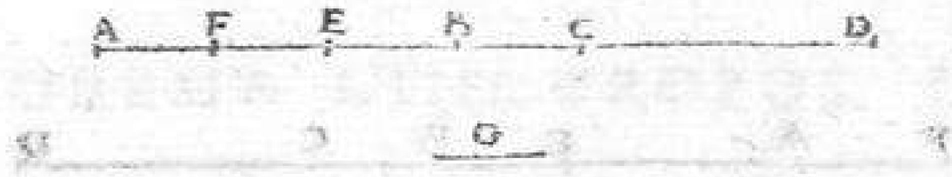
A Reliquum igitur GDF] *Græcus codex* ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ η δζ. *ſed ego potius legendum cenſeo* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ η δζ.

B *Etenim* exceſſus AE CB una cum BC eſt ipſa AE] *Græcus codex* ἡ ἄρα τῶν αε γβ ὑπεροχὴ μετὰ τῆς β γ ἡ α ε ἐστιν. *ego potius legerem* ἡ γὰρ τῶν αε γβ ὑπεροχὴ &c. *videtur enim reddere rationem, cur rectangulum contentum* AE CF *ſit æquale rectangulo* GCF, *hoc eſt rectangulo contento exceſſu linearum* AE CB, & CF *una cum rectangulo* BCF, *quam nos ſupra attulimus. quare opportunius feciſſet Pappus, ſi hoc in undecimo lemmate explicaſſet.*

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LII. PROPOS. LV.

Sit punctum F inter AE. Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo EFB æquale eſſe rectangulo GFD. LEMM. XV.



Quoniam enim rectangulum GBD æquale eſt rectangulo ABC, commune addatur rectangulum GBF. totum igitur GFD eſt ęquale rectanguloque ABC & rectangulo GBF. A Sed rectangulum quidem ABC æquale eſt rectangulo contento AF BC, & rectangulo FBC: rectangulum vero contentum exceſſu AE BC, & FB B una cum rectangulo CBF æquale eſt rectangulo, quod AE BF continetur. C At rectangulum contentum AE BF eſt rectangulum BFE, & rectangulum AFB, D quod quidem AFB una cum eo, quod continetur AF BC eſt rectangulum AFC, rectangulum igitur AFC una cum rectangulo BFE æquale eſt rectangulo GFD, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Totum igitur GFD eſt æquale rectanguloque ABC, & rectangulo GBF] A *Hoc eſt æquale rectangulo ABC vna cum eo, quod continetur exceſſu linearum AE BC & BF.*

Rectangulum uero contentum exceſſu AE BC, & BF una cum rectangulo CBF B æquale eſt rectangulo, quod AE BF continetur] *Eſt enim AE æqualis exceſſui, & ipſi CB.*

At rectangulum contentum AE BF eſt rectangulum BFE & rectangulum AFB] C *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, in quo legitur* ἄρα ἐστι τό τε ὑπὸ β ζ γ καὶ τὸ ὑπὸ α ζ β *fortaſſe uero ita reſtituetur.* τὸ ὑπὸ α ε β ζ ἄρα ἐστι τό τε ὑπὸ β ζ ε καὶ τὸ ὑπὸ α ζ β, *uel hoc modo* τὸ δὲ ὑπὸ α ε β ζ ἐστι τό τε ὑπὸ β ζ ε &c *rectangulum enim contentum AE BF eſt æquale rectangulo BFE una cum rectangulo AFB ex prima ſecundi elementorum.*

Quod quidem AFB una cum eo, quod continetur AF BC eſt rectangulum AFC] D *Græcus codex* ὃ μετὰ τοῦ ὑπὸ α δ β ἐστι τὸ ὑπὸ α ζ γ. *ſed legendum puto* ὃ μετὰ τοῦ ὑπὸ α ζ β γ ἐστι τὸ ὑπὸ α ζ γ.

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LVI.

LEMM. XVI. Sit rurſus punctum F extra. Dico rectangulum AFC minus eſſe, quàm rectangulum EFB, rectangulo GFD.

A Quoniam enim rectangulum GAD eſt æquale rectangulo BAE, commune ap-
ponatur rectangulum GAF. totum igitur rectangulum GDF eſt æquale rectan-
B guloque BAE, & rectangulo contento exceſſu AE BC & AF. Rurſus commune ap-
ponatur rectangulum, quod FA BC continetur. Sed rectangulum quidem con-
tentum exceſſu AE BC & AF una cum contento FA BC æquale eſt rectangu-
lo FAE. rectangulum vero BAE vna cum rectangulo FAE totum eſt rectangu-
lum contentum FB AE. quod igitur FB AE continetur æquale eſt rectangulo-
que GDF & rectangulo contento FA BC. quare GDF eſt exceſſus, quo rectãgu-
lum contentum FB AE ſuperat contentum FA BC. ſed quo rectangulum ex FB
C AE ſuperat rectangulum ex FA BC, addito communi rectangulo BFA, eodem
& rectangulum BFE ſuperat rectangulum CFA. rectangulum igitur BFE ſupe-
rat rectangulum CFA rectangulo GDF. Quare CFA rectangulum minus eſt,
D quam rectangulum BFE rectangulo GDF, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Commune apponatur rectangulum GAF] *Græcus codex. pro* καὶ *mendoſe habebat* καδ.

B Rurſus commune apponatur rectangulum, quod FA BC continetur] *Græcus codex corruptus eſt & mancus, in quo legitur* τὸ ὑπὸ ζβ αε λοιπὸν τὸ ὑπὸ

ὑπὸ ζαβγ. *ego reſtituendum puto in hanc ſententiam.* πάλιν κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ζαβγ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῆς τῶν αεβγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς αζ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζαβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ζαε τὸ δὲ ὑπὸ βαε μετὰ τοῦ ὑπὸ ζαε ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ζβ. αε. τὸ ἄρα ὑπὸ ζβαε ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ η δζ καὶ τῷ ὑπὸ γαβγ. ὥστε τὸ ὑπὸ η ζδ ἡ ὑπεροχή ἐστιν &c.

Sed quo rectangulum ex FB AE ſuperat rectangulum ex FA BC addito communi rectangulo BFA, eodem & rectangulum BFE ſuperat rectangulum CFA] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζβαε τοῦ ὑπὸ ζαβγ ὑπερέχει. κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ βζα, τοῦτο ὑπερέχει ᾧ καὶ τὸ βζε τοῦ ὑπὸ γζα *ſed legendum cenſeo.* ἀλλ᾽ ᾧ. τὸ ὑπὸ ζβαε τοῦ ὑπὸ ζαβγ ὑπερέχει, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ βζα, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ βζε τοῦ ὑπὸ γζα. C

Quare CFA rectangulum minus eſt, quam rectangulum BFE rectangulo GDF] *Græcus codex* ὥστε τὸ ὑπὸ γζ ἀπὸ τοῦ ὑπὸ βζε. *lege* τὸ ὑπὸ γζα τοῦ ὑπὸ βζε. D

IN TERTIVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA LIIII. PROPOS. LVII.

Sit AB æqualis ipſi CD, & quoduis punctum E inter BC puncta. Dico rectangulum AED ſuperare rectangulum BEC rectangulo ACD. LEMM. XVII. A

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt rectangulo AEC, & rectangulo cõtento AE CD, quorum rectangulum AEC rurſus eſt æquale rectangulo BEC, & rectangulo contento AB EC; erit rectangulum AED æquale rectangulo BEC una cum rectangulo contento AB EC, & contento AE CD. rectangulum igitur AED ſuperat rectangulum BEC rectanguloque contento AB EC, hoc eſt ECD, etenim AB CD æquales ſunt, & rectangulo contento AE CD: Sed rectangulum ECD, & contentum AE CD ſunt totum rectangulum ACD. ergo rectangulum AED ſuperat rectangulum EC rectangulo ACD. B C D E

COMMENTARIVS.

Sit AB æqualis ipſi CD] *Græcus codex.* ἔστω ἡ αβ τῇ γδ. *fortaſſe addendum erit uerbũ* ἴση, *vel ſubintelligendum, & ſimiliter in lemmate, quod ſequitur.* A

B Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt rectangulo AEC, & rectangulo contento AE CD, quorum rectangulum AEC rurſus eſt æquale rectangulo BEC, & rectangulo contento AB; EC] *Hæc nos perſpicuitatis gratia latius explicauimus.*

C Rectangulum igitur AED ſuperat rectangulum BEC &c.] *Græcus codex.* τὸ ἄρα ὑπὸ αγδ τοῦ ὑπὸ βε εγ. *lege* ἄρα ὑπὸ αε εδ τοῦ ὑπὸ βε εγ.

D Et rectangulo contento AE CD] *Græcus codex.* καὶ τὸ ὑπὸ αγ γδα *lege* καὶ τῷ ὑπὸ αε γδ.

E Sed rectangulum ECD & contentum AE CD ſunt totum rectangulum ACD] *Grecus codex mancus eſt hoc loco, & fortaſſe ita reſtituetur* ἀλλὰ τὸ τό τε ὑπὸ εγ γδ καὶ τὸ ὑπὸ αε γδ γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ αγ γδ.

IN TERTIVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS

THEOREMA LV. PROPOSITIO LVIII.

LEMM. XVII.

A Sit AB æqualis CD, & ſumatur punctum E inter C D. Dico rectangulum AED vna cum rectangulo BEC æquale eſſe rectangulo ACD.

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt rectangulo contento AC ED, & rectangulo CED, comune apponatur rectangulum BEC. rectangulum igitur AED vna cum rectangulo BEC eſt æquale rectangulo contento AC ED, rectanguloque CED, & rectangulo BEC. ſed rectangulum quidem CED una cum re-
B
C ctangulo BEC totum eſt rectangulum contentum BD CE, hoc eſt ACE, æquales
D enim ſunt & totæ lineæ AC BD. rectangulum vero contentum AC ED una cum rectangulo ACE eſt æquale rectangulo ACD.

COMMENTARIVS.

A Dico rectangulum AED una cum rectangulo BEC æquale eſſe rectangulo ACD] *Græcus codex hoc loco corruptus eſt, & mancus, in quo legitur*

legitur. ὅτι τό ὑπὸ αεεδ ἴσον ἐςὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν αγεδ, καὶ τῷ ὑπὸ γεεδ. καὶ κοινὸν προσκείσθω, *&c. ego ita reſtituendum cenſeo.* ὅτι τὸ ὑπὸ αεεδ ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ αγδ. ἐπεὶ λαζ τὸ ὑπὸ τῶν αεεδ ἴσον ἐςὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν αγεδ, καὶ τῷ ὑπὸ γεεδ. κοινὸν προσκείσθω.

B Sed rectangulum quidem *CE*D una cum rectangulo B*E*C] *Græcus codex.* ἀλλά τὸ μὲν ὑπὸ γεεβ *lege* τὸ μὲν ὑπὸ γεεδ.

C Aequales enim ſunt, & totæ lineæ AC *BD*] *Nam cum* AB, CD *æquales ponantur, addaturque communis* BC, *erit* AC *ipſi* BD *neceſſario æqualis.*

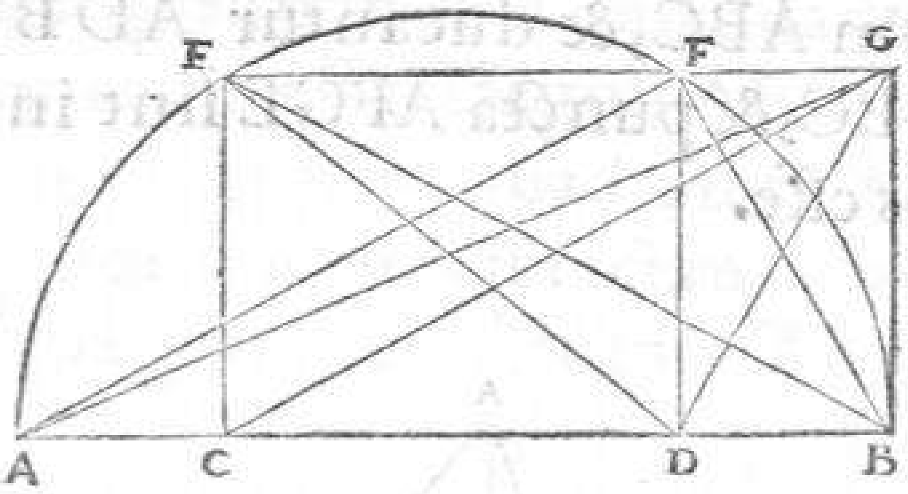
D Rectangulum uero contentum *A*C *E*D una cum rectangulo *A*CE eſt æquale rectangulo ACD] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν αγεδ μετὰ τοῦ ὑπὸ βεεγ ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ αγδ. *ego legendum arbitror* μετὰ τοῦ ὑπὸ αγε ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ αγδ.

IN MONACHOS PRIMI SECVNDI, ET TERTII EPITAGMATIS.

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LIX.

LEMM. XIX.

Semicirculo exiſtente AEB, & diametro AB, exiſtentibuſque perpẽdicularibus CE DF, & ducta recta linea EFG, & ad ipſam perpẽdiculari BG, tria porrò cõtingũt, videlicet rectãgulum quidem CBD æquale eſſe quadrato ex BG; rectãgulũ vero contentũ AC BD quadrato ex FG, & contentũ AD CB quadrato ex EG.



Iungantur enim GC G*D* AF *AD* AGFB. Quoniam igitur rectus eſt angulus, qui A
ad F, & perpendicularis FD, erit angulus *DF*B angulo BA F æqualis. Sed angulus B
quidem *DF*B eſt æqualis angulo *D*GB. angulus uero B*A*F (iuncta EB) eſt æqualis an C
gulo *B*EF, hoc eſt angulo BCG. angulus igitur *D*GB angulo BCG æqualis erit. & pro D
pterea rectangulum CBD eſt æquale quadrato ex BG. eſt autem & totũ rectangulũ
*A*BD æquale quadrato ex BF. reliquum igitur quod AC DB continetur eſt æquale 8. ſexti.
quadrato ex F*G*. rurſus quoniam rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BE, quo E
rum rectangulum CBD eſt æquale quadrato ex *B*G, erit reliquum contentũ AD CB F
quadrato ex EG æquale. contingunt igitur tria, quæ proponebantur.

COMMENTARIVS.

A Sed angulus quidem DFB eſt æqualis angulo DGB] *Quoniam n. quadrilateri DBFG duo anguli oppoſiti FDB BGF recti ſunt, erunt reliqui duo æquales duobus rectis, nā quadrilateri cuiuſque anguli quattuor rectis ſunt æquales; cum in duo triangula diuidantur. ergo ex conuerſa 22. tertii elementorum quattuor puncta* FD BG *ſunt in circumferentia eiuſdem circuli. angulus igitur DFB angulo DGB eſt æqualis.*

B Angulus vero BAF (iuncta EB) eſt æqualis angulo BEF] *Ex 21. tertii elementorum.*

C Hoc ē angulo BCG] *quod eodē modo demōſtrabimus, quo ſupra angulum* DFB *æqualem eſſe angulo* DGB. *Sunt enim rurſus puncta* ECBG *in eiuſdem circuli circumferentia.*

D Et propterea rectangulum CBD eſt æquale quadrato ex BG.] *Quoniam. n trianguli* CBG *angulus* BCG *eſt æqualis angulo* BGD, *& angulus ad* B *rectus: erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. ergo ut* CB *ad* BG, *ita eſt* GB *ad* BD. *rectangulum igitur* CBD *quadrato ex* BG *eſt æquale.*

E Reliquum igitur, quod AC DB continetur eſt æquale quadrato ex FG] *Nā rectangulum quidem* ABD *eſt æquale rectangulo* CBD *una cum rectangulo contento* AC DB *ex prima ſecundi elementorum, quadratum uero ex* FB *æquale eſt quadrato ex* BG *una cū quadrato ex* FG *ex 47. primi elementorum.*

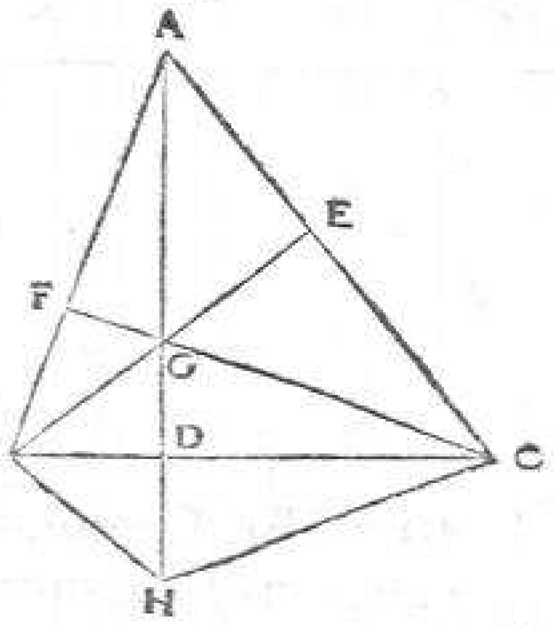
F Erit reliquū contentum AD CB quadrato ex EG æquale] *Rurſus. n. eadem ratione rectangulum* ABC *ęquale eſt rectangulo* CBD *una cum eo, quod* AD CB *continetur.*

IN MONACHVM TERTII PROBLEMATIS.

LEMM. XX.

THEOREMA LVII. PROPOSITIO LX.

A Sit triangulum ABC, & ducantur AD BE CF, ſitq; AD perpendicularis ad BC, & puncta AFGE ſint in circulo. Dico angulos ad F E rectos eſſe.



B Producatur. n. AD, & ipſi GD æqualis ponatur DH, iungāturque BH HC. ęqualis
C igitur ē angulus H angulo BGC, hoc eſt ipſi FGE. ſed angulus FGE una cū angulo A
D æqualis eſt duobus rectis. ergo & BHC angulus una cum angulo A duobus rectis
E ē æqualis. In circulo igitur sūt ABHC pūcta. & ideo angulus BγG æqualis ē angulo
F BCH, hoc eſt GCD. ſunt aūt & anguli ad G ſecundū verticē inter ſe æquales. reliquus
igitur angulus ad D ē ęqualis reliquo ad F. ſed āgulus ad D ē rectus. ergo & rectus, q

ad

ad. Eadem ratione & angulus, qui F ad E eſt rectus anguli igitur ad FE pūcta recti ſunt, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Et puncta AFGE ſint in circulo] *In Græco codice legitur.* ἐν κύκλῳ δὲ τὰ ζ ε σημεια. *ſed puto legendum* τὰ α ζ η ε σημεια. A

Aequalis igitur eſt angulus H angulo BGC.] *Quoniam enim trianguli* CGD *duo latera* GD DC *ſunt æqualia duobus lateribus* HD DC *trianguli* CHD, *& anguli ad* D *recti, erit & baſis* GC *baſi* CH *æqualis, & angulus* DGC *æqualis angulo* DHC, *& eodem modo demonſtrabitur angulus* BGD *æqualis angulo* BHD. *totus igitur angulus* BGC *toti* BHC *ē ęqualis.* B

Sed angulus FGE una cum angulo A æqualis eſt duobus rectis] Ex 22. *tertii elementorum. Græcus codex* ἀλλὰ μὴ ὑπὸ ζαε. *lege* ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ζαε.

In circulo igitur ſunt ABHC puncta] *Ex conuerſa* 22. *tertii elementorum. græcus codex* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ α β γ σημεῖα. *lege* τὰ α β θ γ σημεῖα. D

Et ideo angulus BAG æqualis angulo BCH] *Ex* 21. *tertii element.* E

Reliquus igitur angulus ad D æqualis eſt reliquo ad F] *Græcus codex* λοιπὸν ἄρα ἡ δ. *lege* λοιπὴ ἄρα ἡ δ. F

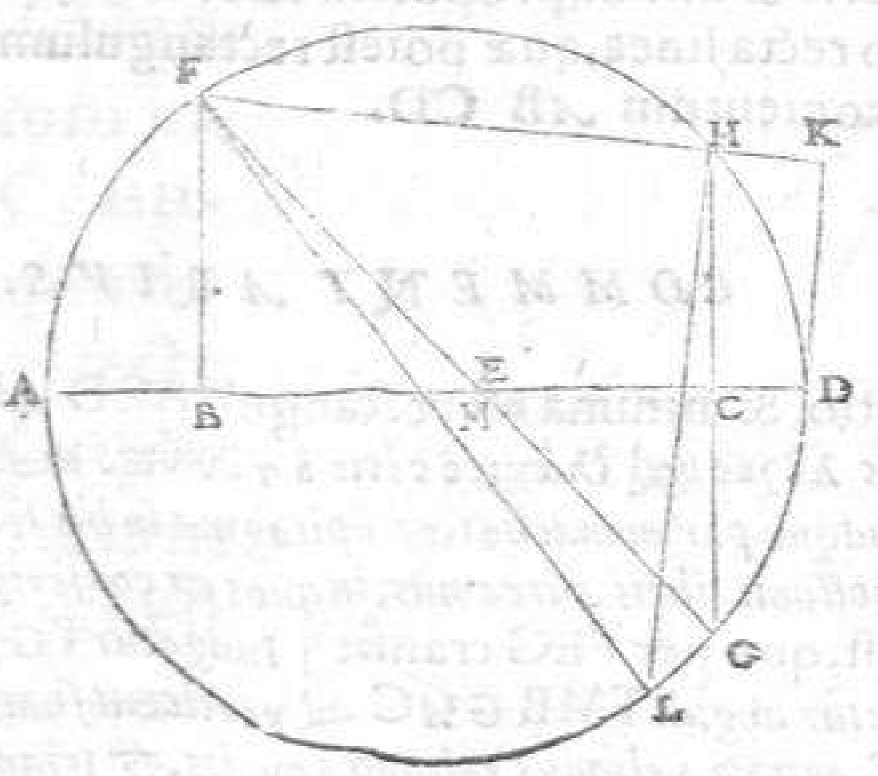
Eadem ratione & angulus, qui ad E eſt rectus] *Græcus codex* διὰ τὰ αὐτὰ καὶ μὴ πρὸς τῷ ε. *lege* καὶ ἡ πρὸς τῷ ε. G

MONACHVS PRIMI PROBLEMATIS TERTII EPITAGMATIS.

THEOREMA LVIII. PROPOS. LXI.

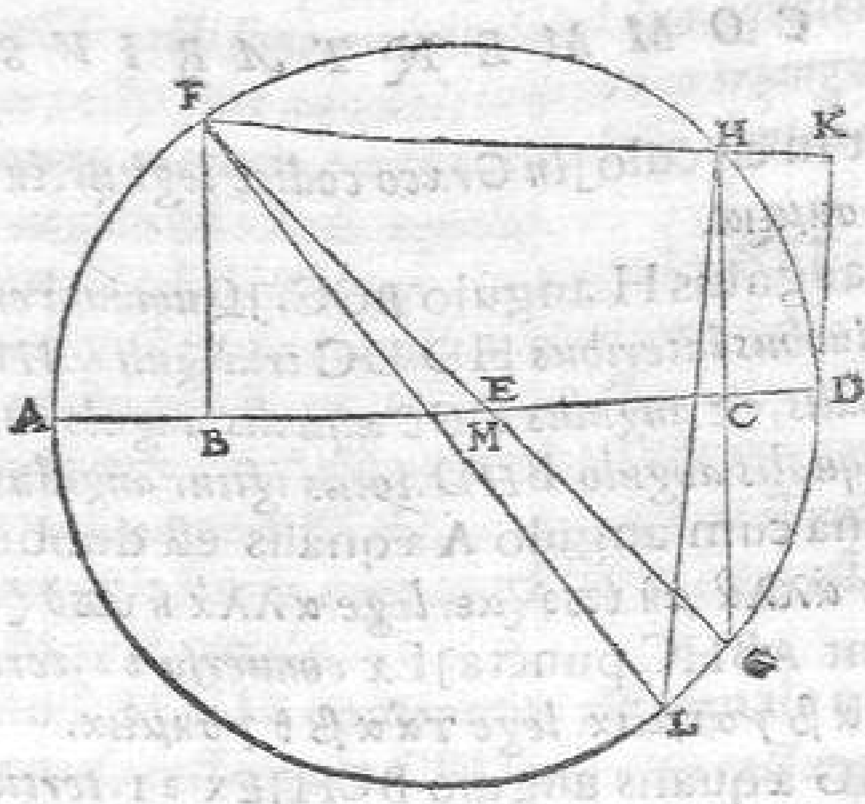
LEMM. XXI.

Tribus datis rectis lineis AB BC CD ſi fiat ut rectāgulū ABD ad rectāgulū ACD, ita quadratū ex BE ad quadratū ex EC, ſingularis proportio, & minima eſt rectāguli AED ad rectāgulū BEC. Itaq; dico eandem eſſe, quę eſt quadrati ex AD ad quadratū exceſſus, quo recta linea, quę poteſt rectangulum contentum AC BD excedit eam quæ poteſt contentum AB CD.



μοναχός A

Deſcribatur circulus circa AD, & BF CG perpēdiculares ducātur. Qm̄ igitur eſt ut rectangulū ABD ad rectangulū ACD, hoc eſt ut quadratū ex BF ad quadratū ex CG ita quadratū ex BE ad id, quod ex EC quadratum, erit ēt longitudine, ut BF ad



B CG, ita BE ad EC, ergo recta linea eſt, quæ per FEG tranſit. ſit FEG, & CG ad H producatur: iuncta vero FH producatur ad K, atq; ad ipſam perpendicularis agatur DK.
C ergo per antecedens lēma rectangulū contentum AC BD eſt æquale quadrato ex
59 huius FK: rectangulū vero contentum AB CD quadrato ex HK æquale. reliqua igitur FH eſt exceſſus, quo recta linea, quę poteſt rectangulum contentum AC BD excedit eā, quæ poteſt contentum AB CD. ducatur per centrum FL, & HL iungatur. Itaq; quoniam rectus angulus FHL eſt æqualis recto ECG, & angulus ADL æqualis ei, qui ad
D G, æquiangula erunt triangula, & ideo ut LF ad FH hoc eſt ut AD ad FH, ita GE ad
E EC. ergo & ut quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita quadratum ex GE ad qua-
F dratum ex EC: & rectangulum GEF, hoc eſt AED ad rectangulum BEC. eſt autem
μοναχός rectanguli quidem AED ad rectangulum BEC ſingularis & minor proportio; FH uero eſt exceſſus, quo recta linea, quæ poteſt rectangulum contentum AC BD, hoc eſt quadratum ex FK, excedit eam, quæ poteſt contentum AB CD, hoc eſt quadratū
μοναχός ex HK. ergo ſingularis & minor proportio eadem eſt, quæ quadrati ex AD ad quadratum exceſſus, quo recta linea, quæ poteſt rectangulum contentum AC BD excedit eam, quæ poteſt contentum AB CD.

COMMENTARIVS.

A Singularis proportio, & minima eſt rectanguli AED ad rectangulum BEC.] *Græcus codex* ὁ μοναχὸς λόγος καὶ ἐλάχιστός ἐστιν ὁ τοῦ ὑπὸ αεδ πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ. *quibus uerbis quid ſignificetur, quidque per monachos, & epitagma in his lemmatibus intelliget, ſatis percipi non poteſt, cum* Apollonii *libris careamus, in quos ea conſcripta ſunt.*

B Ergo recta linea eſt, quæ per FEG tranſit] *Iungatur* FG *ſecans rectam lineam* AD *in puncto* M. *Quoniam igitur anguli* FMB GMC *ad verticem ſunt æquales, & angulus ad* B *rectus æqualis recto ad* C, *erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* MFB *triangulo* MGC
4. sexti *ſimile. ergo ut* FB *ad* BM, *ita* GC *ad* CM: *& permutando ut* FB *ad* GC, *ita* BM *ad* MC. *erat autem ut* FB *ad* GC, *ita* BE *ad* EC. *quare & ut* BE *ad* EC, *ita eſt* BM *ad* MC: *& componendo ut* BC *ad* CE, *ita* BC *ad* CM. *ergo* CM *ipſi* CE *eſt æqualis, & punctum* M *idē, quod* E. *recta igitur linea eſt, quæ per* FEG *tranſit.*

Iuncta vero FH producatur ad K, atque ad ipſam perpendicularis agatur DK] C *Græcus codex* ἐπεζευχθεῖσα δὲ ἡ ζθ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ η καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ δη. *ſed pro* η *hoc loco reponendum eſt* κ. *& ita inſertus.*

Et ideo ut LF ad FH, hoc eſt ut AD ad FH.] *Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν θζ. *lege* ὡς ἡ λζ πρὸς τὴν θζ. *nam cum LF per centrum tranſeat, circuli diameter erit ipſi AD æqualis.* D

Ergo & ut quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita quadratum ex GE ad quadratum ex EC.] *Ex 22. ſexti elementorum. Græcus codex mancus eſt, in quo legitur.* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ εη πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. *lege* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ θζ, οὕτως τὸ ἀπὸ εη πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. E

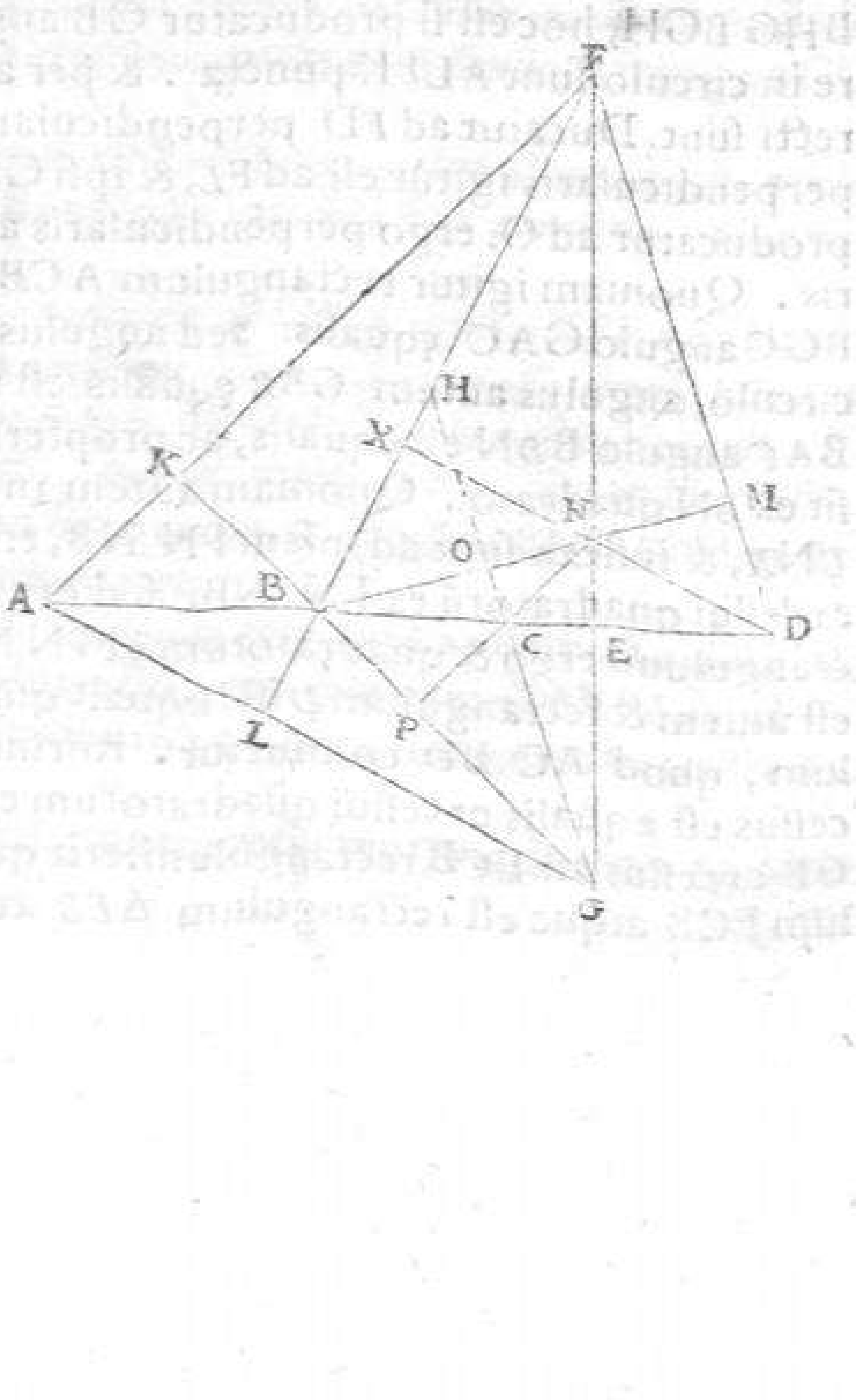
Et rectangulum GEF, hoc eſt AED ad rectangulum BEC.] *Namque ut quadratum ex GE ad quadratum ex EC, ita eſt rectangulum GEF ad rectangulum BEC, quod mox oſtendetur. ergo ut quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita rectangulum GEF, hoc eſt rectangulum AED ad rectangulum BEC. Quoniam enim triangulum EGC ſimile eſt triangulo EFB, ut GE ad EF, ita eſt CE ad EB. Sed ut GE ad EF, ita quadratum ex GE ad rectangulum GEF: ut autem CE ad EB, ita quadratum ex CE ad CEB rectangulum quare ut quadratum ex GE ad rectangulum GEF ita quadratum ex CE ad rectangulum CEB; & permutando ut quadratum ex GE ad quadratum ex EC, ita rectāgulum GEF ad rectangulū CEB. vereor tamen ne in græco codice nonnulla deſiderentur.* F

Ergo ſingularis & minor proportio eadem eſt, quę quadrati ex AD ad quadratū exceſſus, quo recta linea quæ poteſt rectangulum contentum AC BD excedit eam, quæ poteſt contentum AB CD.] *Græcus codex* ὥστε ὁ μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς αδ πρὸς τῷ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ αβ γδ. ὅπερ. *legendum autem* ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ αγ βδ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ. ὅπερ. G

MONACHVS TERTII PROBLEMATIS SECVNDI EPITAGMATIS. LEMM. XXII.

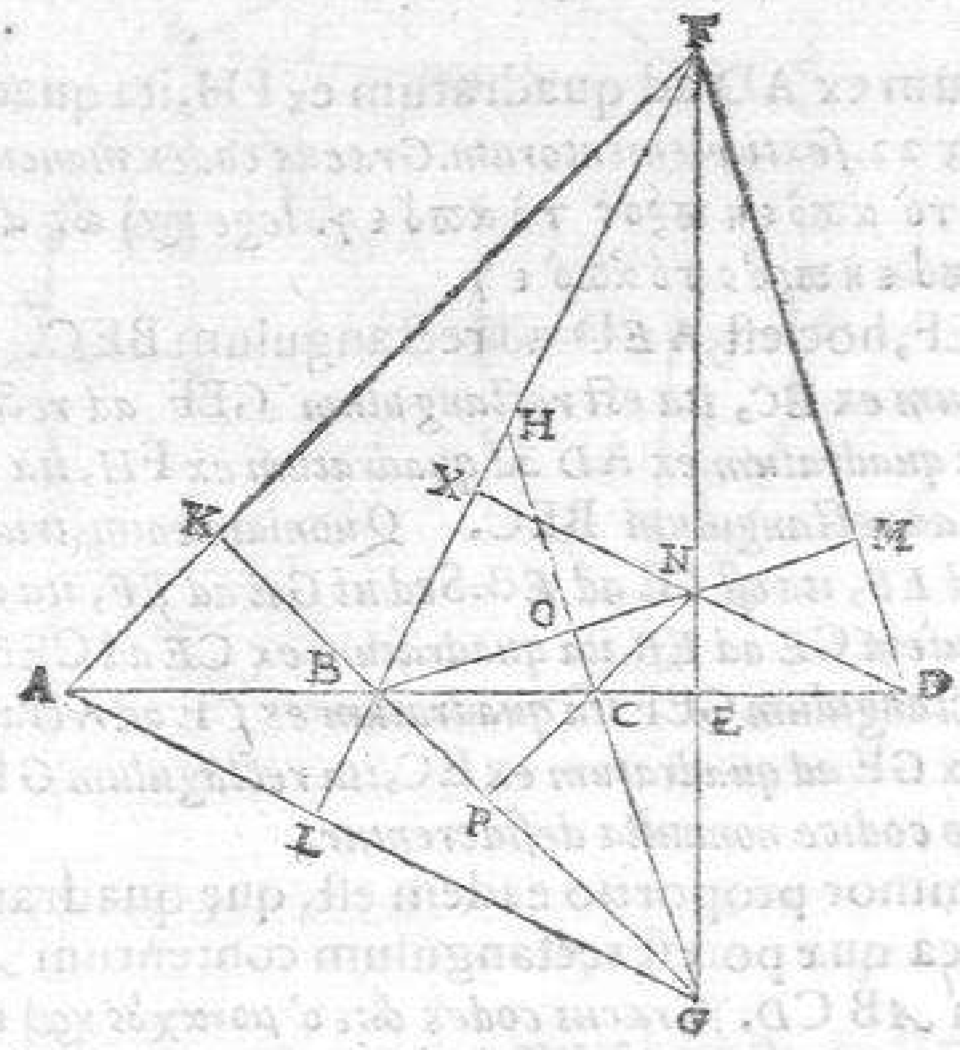
THEOREMA LIX. PROPOS. LXII.

Rurſus tribus datis rectis lineis AB BC CD, ſi fiat ut rectangulum ADB ad rectāgulum ACB, ita quadratum ex DE ad quadratū ex EC, ſingularis & minor proportio eadem eſt, quę quadrati rectę lineæ cōſtantis ex ea, quę poteſt rectangulum contētum AC BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD BC ad quadratum ex DC. A



Ducatur a puncto *E* ipſi AD ad rectos angulos *EF*, & producatur,

ſitque



ſitque rectāgulo *A*DB æquale quadratum ex FD, & ipſi F*D* parallela ducatur GC,
B Quoniam igitur ut rectangulum A*D*B ad rectangulum *A*CB, ita eſt quadratum
ex DE ad quadratum ex *EC*, hoc eſt quadratum ex DF ad quadratum ex CG; at-
C D que eſt rectangulum *A*DB quadrato ex F*D* ęquale: erit & rectangulum ACB æqua
E le quadrato ex CG. *I*ungantur A*F F*B AG GB. *I*taque cum rectangulum ADB ſit
F æquale quadrato ex DF, angulus BFD æqualis eſt angulo FAB. eſt autem & BGC
G H angulus angulo B*A*G æqualis. Sed & angulus BFD angulo BHG, anguli igitur
K L BHG BGH, hoc eſt ſi producatur GB angulus KBF æqualis eſt angulo LAK. qua-
re in circulo ſunt ALBK puncta. & per antecedens lemma anguli ad K L puncta
M recti ſunt. Ducatur ad *F*D perpendicularis BM, & iuncta DN ad X producatur.
N perpendicularis igitur eſt ad F*L*, & ipſi GL parallela. Rurſus autem iuncta GC
O producatur ad O. ergo perpendicularis ad BN; eſt enim FD ad BM perpendicula
P ris. Quoniam igitur rectangulum ACB æquale eſt quadrato ex CG, erit angulus
Q R BGC angulo GAC ęqualis. Sed angulus quidem BGC æqualis eſt angulo CNB in
S circulo, angulus autem GA*B* ęqualis eſt ipſi BDN in parallelis. ergo & angulus
T BA*C* angulo B*D*N eſt ęqualis, ac propterea rectangulum D*B*C æquale eſt ei, quod
V fit ex *B*N quadrato. Quoniam autem in triangulo BDF acta eſt perpendicularis
*D*N*X*, & inflexæ ſunt ad ipſam FN NB, erit quadratorũ ex FD DB exceſſus æqualis
X exceſſui quadratorũ ex FN NB. ſed exceſſus quadratorum ex FD *D*B eſt ABD re
ctangulum. ergo & quadratorum ex FN NB exceſſus eſt idem rectangulum ABD.
Y eſt autem & rectangulum *D*BC æquale quadrato ex BN. quare NF poteſt rectangu
lum, quod AC BD continetur. Rurſus quoniam quadratorum ex NG GB ex-
Z ceſſus eſt æqualis exceſſui quadratorum ex NC CB, quadratorum autem ex NC
CB exceſſus eſt ECB rectangulum. erit quadratorum ex NG GB exceſſus rectangu
& lum ECB atque eſt rectangulum A*EB* æquale quadrato ex *B*G. ergo NG poteſt

to-

totum rectangulum, quod AD BC continetur. Sed & FN poteſt rectangulum β
contentum ACBD. Itaque quoniam rectus eſt angulus FKG, & perpendicularis Γ
AE, erit rectangulum AEB rectangulo FEG æquale. ergo vt rectangulum AEB 7.quinti.
ad rectangulum CE D, ita eſt rectangulum FEG ad rectangulum CED. vt autem Δ
rectangulum FEG ad rectangulum CED, ita quadratum ex FG ad quadratum ex
CD. & vt igitur rectangulum AEB ad rectangulum CED, ita quadratum ex FG
ad quadratum ex CD. eſtque rectanguli quidem AEB ad rectangulum CED vnica,
& minor proportio, recta uero linea FEG conſtat ex ea, quæ poteſt rectangulum ε
contentum AC BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD BC. proportio igitur vnica, ζ
& minor, eadem eſt, quæ quadrati rectæ lineæ conſtantis ex ea, quæ poteſt rectangulum
contentum AC BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD BC ad quadratum
ex CD.

COMMENTARIVS.

Rurſus tribus datis rectis lineis AB BC CD, ſi fiat ut rectangulum ADB ad A
rectangulum ACB, ita quadratum ex DE ad quadratum ex EC] *Græcus codex.*
ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αδζ πρός τό ὑπό αεγ, *lege* ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αδβ
πρὸς τὸ ὑπὸ αγβ.

Quoniam igitur ut rectangulum ADB ad rectangulum ACB, ita eſt quadratū B
ex DE ad quadratum ex EC] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ αδβ πρὸς ὑπὸ αβγ
lege πρὸς τὸ αγβ.

Hoc eſt quadratum ex DF ad quadratum ex CG] *Eſt enim ob ſimilitudinem triangulorum* C
DEF CEG, *ut* DE *ad* EC, *ita* DF *ad* CG.

Atque eſt rectangulum ADB quadrato ex FD ęquale, erit & rectangulum ACB D
æquale quadrato ex CG] *Ex 14. primi elementorum:*

Itaque cum rectangulum ADB æquale ſit quadrato ex DF, angulus BFD ęqualis E
eſt angulo FAB] *Quoniam enim rectangulum* ADB *eſt æquale quadrato ex* DF, *erit*
ex 17. ſexti elementorum, ut AD *ad* DF, *ita* FD *ad* DB: *& ſunt circa angulum* ADF *latera*
proportionalia. triangula igitur ADF FDB *inter ſe ſimilia erunt: ideoque angulus* BFD *æqualis*
erit angulo FAD.

Eſt autem & BGC angulus angulo BAG æqualis] *Rurſus quoniam rectangulum* F
ACB *æquale eſt quadrato ex* CG, *ut* AC *ad* CG, *ita erit* GC *ad* CB *ex eadem 17. ſexti. & circa*
angulum ACG *ſunt latera proportionalia. ergo triangulum* BCG *ſimile eſt triangulo* GCA,
angulusque BGC *angulo* CAG *ęqualis.*

Sed & angulus BFD eſt æqualis angulo BHG] Ex 29. *primi elementorum. producta* G
nimirum GC *neque ad* BF *in* H; *facta eſt enim* GC *ipſi* FD *parallela* : *Græcus codex.*
ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ α ζ δ. *lege* ἡ ὑπὸ βζδ.

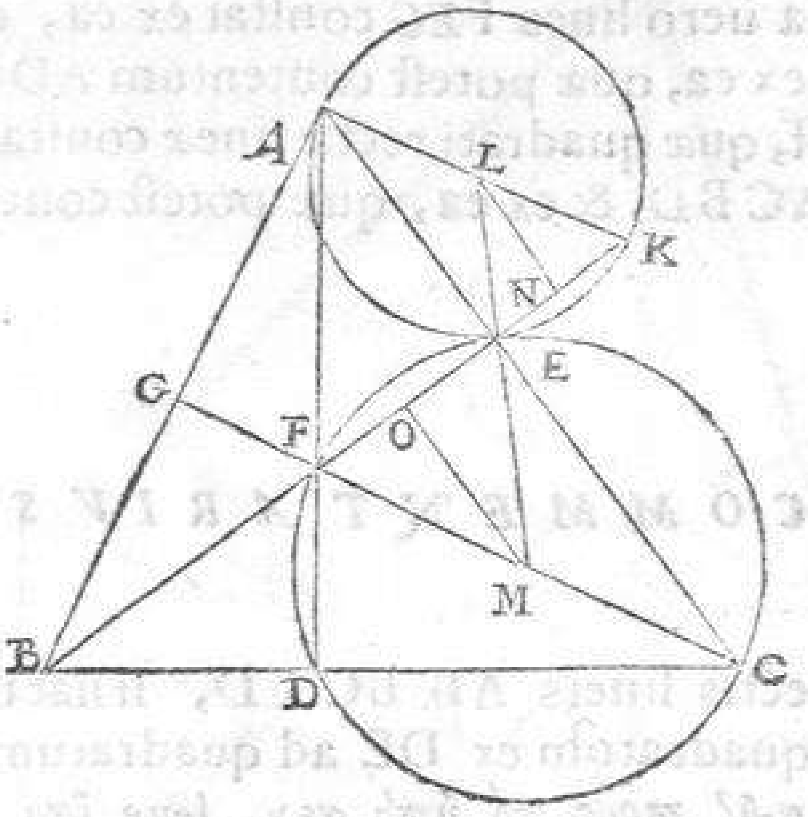
Anguli igitur BHG BGH, hoc eſt ſi producatur GB, angulus KBF æqualis eſt angulo
LAK] *Nam cum demonſtratum ſit angulum* BFD *æqualem eſſe angulo* FAD, *itemque*
angulum BGC *angulo* BAG, *erunt duo anguli* BFD BGH, *hoc eſt duo anguli* BHG
BGH *æquales duobus angulis* FAD BAG, *hoc eſt angulo* LAK, *qui ex his conſtat, ſed*
producta GB *angulus* KBF *eſt æqualis duobus interioribus, & oppoſitis* BHG BGH *ex 32. primi*
elem. angulus igitur KBF *angulo* LAK *æqualis erit.*

Quare in circulo ſunt ALBK puncta] *Quoniam enim angulus* KBF *eſt æqualis angulo* K
LAK, *& anguli* KBF KBL *æquales ſunt duobus rectis, erunt quadrilateri* AKBL *anguli* LAK
KBL *oppoſitis duobus rectis æquales. ergo ex conuerſa 22. tertii elem. quattuor puncta* ALBK
in circuli circumferentia ſit neceſſe eſt.

Et per antecedens lemma anguli ad KL puncta recti ſunt] *videlicet per 60. huius.* L

Et

M Et iuncta DN ad X producatur. perpendicularis igitur eſt ad FL, & ipſi GL parallela] *Hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.*



Sit triangulum acutiangulum ABC, & ducatur perpendicularis AD, à puncto autem B
ad AC rurſus perpendicularis ducatur BE ſecans AD in F: & iuncta CF in G producatur.
tur. Dico CG ad AB perpendicularem eſſe. Ducatur enim à puncto A ipſi AB ad rectos an-
gulos AK, & producatur BE, ita ut cum AK in K puncto conueniat. ſeceturque FE bifariã
31. tertii. *in M, & centro quidem M, interuallo autem MF. circulus FEC deſcribatur, qui tranſibit*
per E: angulus enim FEC rectus eſt. ſimiliter ſecta AK bifariam in L, centro L interuallo au-
31. tertii. *tem LK alius circulus deſcribatur AEC, qui per E tranſibit. Iungatur LM, quæ itidẽ tran-*
ſibit per E punctum ex 12. tertii. Denique a punctis LM ad BK perpendiculares ducantur
28. primi *LN MO, quæ inter ſe parallelæ erunt. ęqualis igitur eſt KN ipſi NE, & EO ipſi OF. Ita-*
3. tertii. *que quoniam angulus MEO eſt ęqualis angulo LEN, aduerticẽ enim ſunt, & angulus MOE*
rectus æqualis recto LNE, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum EOM triangulo
4. ſexti. *ENL æquiangulum. quare vt LE ad EM, ita NE ad EO, & permutando vt LE ad*
EN, ita ME ad EO. ſed vt NE ad EK eius duplam, ita OE ad EF eius duplam. ex ęquali
6. ſexti. *igitur ut LE ad EK, ita ME ad EF. & ſunt circa æquales angulos KEL FEM latera pro-*
portionalia. triangulum igitur EMF triangulo ELK æquiangulum eſt; & angulus EFM an-
29. primi *gulo EKL æqualis, ideoque FM ipſi LK eſt parallela. Sed KA perpendicularis eſt ad*
BA. ergo & CG ad eandem perpendicularis erit. quod oportebat demonſtrare.

N Rurſus autem iuncta GC producatur ad O, ergo perpendicularis eſt ad BN;]
Atqui prius ducta eſt GC cum facta ſit ipſi FD parallela, & producta eſt ad BF in H, a-
lioqui non eſſet angulus BHG æqualis angulo BFD, vt dictum eſt. vel igitur hæc corrupta sũt,
29. primi *vel intelligendum GC productam ſecare ipſam BM ad rectos angulos, atque in puncto O,*
propterea quod FD, quæ ipſi parallela eſt, eadem ad rectos angulos ſecat.

O *Eſt* enim FD ad BM perpendicularis.] *namque ducta eſt ad FD perpendicularis BM. Græcus codex habet* καὶ γάρ ἡ κθ ἴση τῆς νβ, *ſed opinor legendum* καὶ γάρ ἡ ζθ ἴση τῆς νβ.

P Quoniam igitur rectangulum ACB æquale eſt quadrato ex CG] *Hoc enim ſuperius demonſtratum fuit.*

Erit

Erit angulus BGC angulo GAC æqualis] *Qua ratione hoc ſequitur nos proxime explicauimus.* Q

Sed angulus quidem BGC æqualis eſt angulo CNB. in circulo] *Quomodo anguli BGC CNB æquales ſint in circulo conſiderare poſſumus. namque & aliter idem oſtendere. producatur NC vſque ad BG in P. & quoniam in triangulo BGN ductæ ſunt perpendiculares, ad BN quidem GO ad NG vero BE, erit ex ijs, quæ proxime demonſtrata ſunt, NCP ad BG perpendicularis. quare angulus CPG rectus eſt æqualis recto CON, atque eſt PCG angulus æqualis angulo OCN cum ſint aduerticem; reliquus igitur PGC reliquo CNB eſt æqualis.* R

Angulus vero GAB æqualis eſt ipſi BDN in parallelis] *ex 29. primi eſt enim AC ipſi DN parallela quod ſupra demonſtrauit.* S

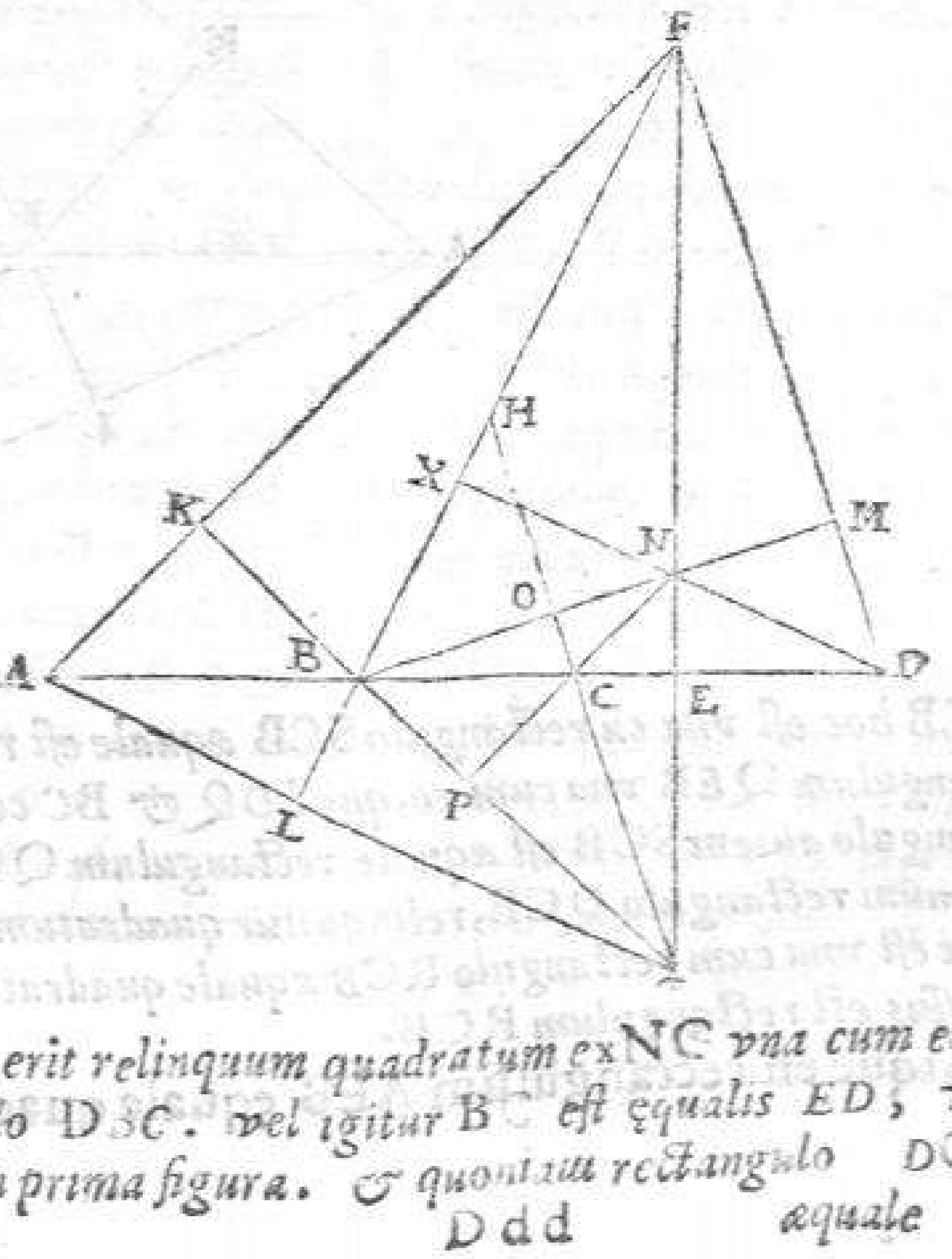
Ac propterea rectangulum DBC æquale eſt ei, quod fit ex BN quadrato] *Quoniam enim angulus BNC æqualis eſt angulo BDN, vt oſtenſum fuit, atque eſt angulus NBC vtrique communis, erit & reliquus BCN reliquo BND æqualis, & triangulum BNC æquale triangulo BDN. ergo vt DB ad BN, ita eſt NB ad BC: & ob id rectãgulũ DBC eſt æquale quadrato ex BN. græcus co.* τὸ ἄρα ὑπὸ βδγ ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ βν τετραγώνῳ *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ δβγ. T

Quoniam autem in triangulo BDF acta eſt perpendicularis DNX, & inflexæ ſunt ad ipſam FN NB, erit quadratorum ex FD DB exceſſus æqualis exceſſui quadratorum ex FN NB] *Eſt enim quadratum ex FD æquale duobus quadratis ex FX XD, & quadratum ex DB æquale quadratis ex BX XD. quare ſublato communi quadrato ex DX, erit exceſſus, quo quadratum ex FD ſuperat quadratum ex DB idem, quo quadratum ex FX ſuperat quadratum ex BX & ſimili ratione exceſſus, quo quadratum ex FN ſuperat quadratum ex NB idem, quo quadratum ex FX ſuperat quadratum ex BX. exceſſus igitur quadratorum ex FD DB eſt idem, ſiue æqualis exceſſui quadratorum ex FN NB.* V

Sed exceſſus quadratorum ex FD DB eſt ABD rectangulum] *poſitum eſt enim quadratum ex FD æquale rectangulo ADB, rectangulum autem ADB æquale eſt rectangulo ABD vna cum quadrato ex BD ex tertia ſecundi elementorum. quadratum igitur ex FD ſuperat quadratum ex BD rectangulo ABD.* X

Quare NF poteſt rectangulum, quod AC BD continetur] *Quoniam enim quadratorum ex FN NB exceſſus eſt rectangulum ABD, & quadratum ex BN eſt æquale rectangulo DBC, erit quadratum ex FN æquale rectangulo ABD vna cum DBC rectangulo. ſed rectangulo ABD vna cum rectangulo DBC æquale eſt rectangulum, quod AC BD continetur ex prima ſecundi libri elementorum. quadratum igitur ex FN eſt æquale rectangulo contento AC BD, ideoque recta linea FN poteſt rectangulum quod AC BD continetur.* Y

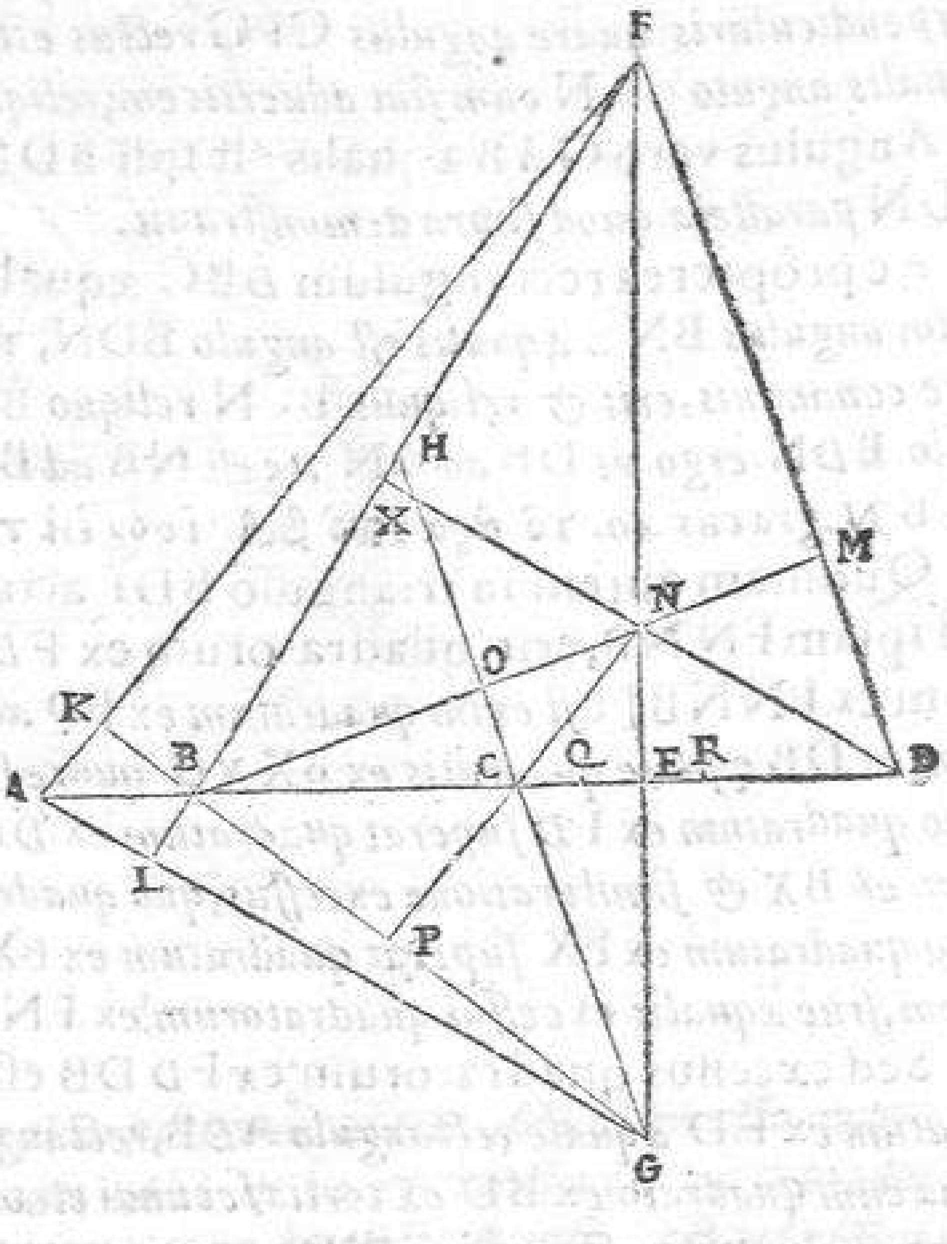
Quadratorum autem ex NC CB exceſſus eſt ECB rectangulum] *Quoniam enim triangulum obtuſiangulum eſt NBC, & a puncto N ad BC protractam ducta eſt perpendicularis NE, erit quadratũ ex NC minus, quam quadrata ex NB BC, rectãgulo, quod bis EBC continetur, vt nos demonſtrauimus ad 13 ſecundi libri elementorum. ergo quadratum ex NC vna cum rectangulo, quod bis EBC continetur eſt æquale quadratis ex NB BC, hoc eſt æquale rectangulo DBC, & ei quod fit ex BC quadrato. demonſtratum etenim eſt rectangulũ DBC quadrato ex NB ęquale eſſe. ſed rectangulo DBC eſt ęquale rectangulum DCB vna cum quadrato ex BC per 3. ſecundi elementorum, rectangulo autem EBC eſt ęquale rectangulũ ECB vna cum quadrato ex BC. quadratũ igitur ex NC vna cum duobus quadratis ex BC, & eo, quod bis ECB continetur eſt ęquale duobus quadratis ex BC, & rectãgulo DCB.* Z

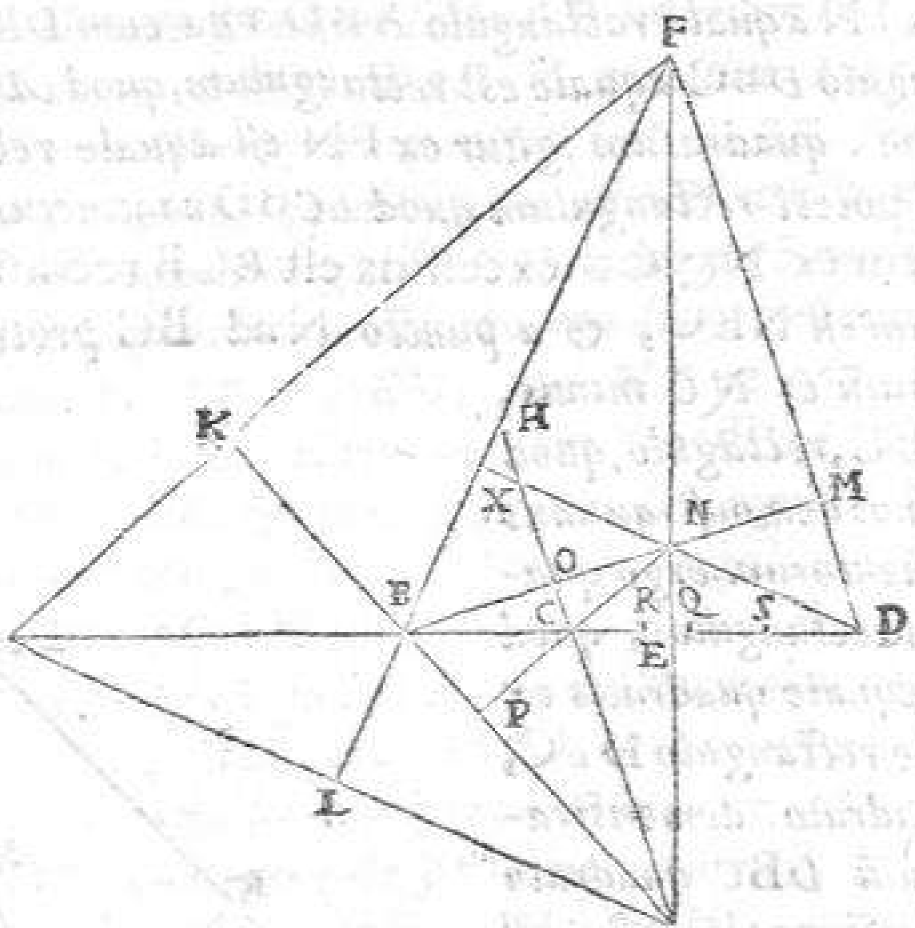


quare ſublatis vtrinq; duobus quadratis ex BC, erit reliquum quadratum ex NC vna cum eo, quod bis ECB continetur, ęquale rectangulo DBC. vel igitur BC eſt ęqualis ED, vel maior, vel minor. Sit primum ęqualis, vt in prima figura. & quoniam rectangulo DCB

æquale

æquale eſt rectangulum ECB vna cum eo, quod ED BC continetur, hoc eſt vna cũ quadrato ex 1 .ſecũdi BC, ſublato ex vtriſque rectangulo ECB, erit quadratũ ex NC vna cũ rectangulo ECB æquale quadrato ex BC. exceſſus igitur quadratorũ ex NC CB eſt rectangulũ ECB. ſed ſit BC maior, quam ED, vt in ſecunda figura, & ipſi DE addatur EQ, ita vt DQ ſit æqualis BC, & ipſi QE æqualis ponatur ER. Dico quadratorũ ex NC CB exceſſum eſſe rectangulum RCB. Quoniã enim quadratũ ex NC vna cũ eo, quod bis ECB cõtinetur, eſt æquale rectãgulo DCB vt proxime demonſtratum eſt, rectangulo autem DCB æquale eſt rectangulum QCB, vna cum eo, quod continetur DQ, & BC, hoc eſt vna cum quadrato ex BC; & rectãgulo ECB 1 .ſecũdi æquale eſt rectangulũ QCB, & id, quod EQ BC continetur, ſublato communi QCB rectãgulo, erit quadratum ex NC vna cum rectangulo ECB, & eo, quod continetur EQ BC æquale ei quod ex BC quadrato ſed rectangulũ RCB eſt æquale rectangulo ECB & ei, quod EQ, hoc eſt RE, & CB cõtinetur. quadratum igitur ex BC ſuperat quadratum ex NC, rectangulo RCB, ideoque rectangulum RBC eſt exceſſus quadratorum ex NC CB. Poſtremo ſit BC minor, quam ED, & ab ipſa ED abſcindatur DQ æqualis BC, ponaturque ER ipſi EQ ęqualis, & ipſi CE æqualis ES, erit QS æqualis ipſi CR, & rectangulum SCB æquale ei, quod bis ECB continetur. Dico rurſus quadratorũ ex NC CB exceſſum eſſe rectangulum RCB. Quoniam enim rurſus quadratum ex NC vna cum eo, quod bis continetu ECB hoc eſt vna cũ rectangulo SCB æquale eſt rectãgulo DCB & rectãgulo DCB eſt æquale rectangulum QEB vna cum eo, quod DQ & BC continetur, hoc eſt vna cum quadrato ex BC, rectangulo autem SCB eſt æquale rectangulum QCB, & id, quod Q & BC continetur, ſublato comuni rectangulo QCB, relinquitur quadratum ex NC vna cum eo, quod QS CB continetur, hoc eſt vna cum rectangulo RCB æquale quadrato ex BC. quadratorum igitur ex NC CB exceſſus eſt rectangulum RCB.





Atque eſt rectangulum AEB ęquale quadrato ex BG] Rurſus quoniam BCG triangulum obtuſiangulum eſt, & ad BC protractam ducitur perpendicularis GE, erit quadratũ ex GG minus, quam quadrata ex CB BG, rectãgulo, quod bis EBC continetur. ergo quadratũ ex GC una cum rectangulo, quod bis continetur EBC æquale eſt quadratis ex CB BG. ſed quadrato ex GC æquale erat rectãgulũ ACB, rectãgulo aũt ACB eſt æquale rectãgulũ ABC una cũ quadrato ex BC. ergo rectãgulũ ABC una cũ quadrato ex BC, & eo, quod bis EBC cõtinetur ẽ æquale quadratis ex CB BG. dẽpto igitur cõi quadrato ex BC, relinquere rectãgulum ABC una cũ eo, quod bis continetur EBC æquale eſt quadrato ex BG. Quod ſi AB ſit æqualis BE, ſitque BC ipſius CE dupla, ut in prima figura apparet, rectãgulũ AEB quadrato ex BG ęquale erit, cũ ſit æquale rectãgulo ABC una cũ eo, quod bis EBC cõtinetur. illud vero nos hoc mõ demonſtrabimus. eſt.n. rectangulũ AEB æquale rectangulo ABE una cum quadrato ex EB, & rectangulum ABE æquale rectangulo ABC, una cũ, quod fit ex AB & CE. Rurſus quadrato ex EB æqualia ſunt quadrata ex EC CB una cũ eo, quod bis ECB continetur. At ex altera parte rectãgulũ bis contentũ EBC eſt æquale ei, quod bis ECB continetur, & duobus quadratis ex BC. quorũ rectangulum ABC, & id quod bis continetur EBC, quadratumque ex BC utriſque cõia ſunt. reliquũ eſt, ut oſtendamus rectangulũ, quod fit ex AB CE una cũ quadrato ex EC, æquale eſſe ei, quod ex CB quadrato. ſecetur BC bifariã in puncto Q. itaque quoniã BC bifariã ecta eſt in Q atque ipſi adiicitur QE, erit rectangulũ BEC una cum quadrato ex GQ æquale ſquadrato ex QE. ſed rectãgulo quidẽ BEC eſt æquale illud, quod fit ex AB CE, quadrato autẽ ex CQ æquale quadratũ ex CE, & denique quadrato ex GE, æquale ex BC quadratũ; namque poſita ẽ AB æqualis BE, & BC ipſius CE dupla. rectãgulũ igitur quod fit ex AB CE una cũ quadrato ex EC æquale ẽ quadrato ex CB, ideoque rectangulum AEB eſt æquale rectangulo ABC una cum eo, quod bis EBC continetur, hoc eſt æquale quadrato ex BG quod oſtendendũ erat. uidetur autem Pappi demonſtratio congruere in eo tantum caſu, in quo AB BE æquales ſunt, itemque æquales inter ſe BC ED, & ipſius CE duplæ, ut in prima figura.

β Ergo NG põt totũ rectangulũ, quod AD BC cõtinetur] Quoniam.n. rectãgulũ EBC eſt exceſſus quadratorũ ex NG GB, erit quadratum ex NG æquale rectãgulo AEB dẽpto ex eo prius EBC rectangulo, quod quidẽ ẽ æquale rectãgulo quod AD BC cõtinetur. hoc ẽ rectangulũ contentũ AD BC una cũ rectãgulo ECB eſt æquale rectãgulo AEB, ut demõſtrabitur. eſt .n. ex antedictis rectangulũ AEB æquale & rectangulo ABC una cũ eo, quod fit ex AB CE, et quadratis ex EC CB una cũ rectãgulo, quod bis ECB cõtinetur. Rurſus rectangulũ contentũ AD BC ẽ æquale rectãgulo ABC, quadratoq. ex BC, & rectãgulo ECB, una cũ eo, qđ ED BC cõtinetur, hoc ẽ una cũ quadrato ex BC. quib. addatur exceſſus, uidelicet rectãgulũ EBC. eorum ãt omniũ rectãgulũ qdẽ ABC, quadratũq. ex BC, & id, qđ bis EBC continetur utriſq; sũt cõia, rectangulũ uero, qđ A cõtinetur B CE una cũ quadrato ex EC iã demõſtratũ fuit æquale quadrata ex BC. quare oĩa oĩbus ęqualia ſunt. ex quibus ſequitur quadratũ ex NG ęquale eſſe rectãgulo, quod fit ex AD BC, proptereaq. ipſam NG poſſe rectangulum, quod AD BC continetur.

Γ Itaq; qm̃ rectus ẽ angulus FKG, & perpẽdicularis AE, erit rectãgulũ AEB rectãgulo FEG æquale] Nã cũ angulus ad K rectus ſit æqualis recto ad E, & angulus KBA ad verticẽ æqualis ãgulo EBG, erit & reliquꝰ reliquo æqualis, & triãgulũ AKB ſimile triãgulo GEB. ſed & triãgulũ AEF ſimile ẽ triãgulo AKB, eſt.n. angulus KAB utriq; cõis, & rectus AEF ęqualis recto AKB. quare & reliquus reliquo æqualis. triangulum igitur AEF ſimile ẽ triangulo GEB, & ut AE ad EF, ita eſt GE ad EB, ideoque rectangulum AEB æquale eſt rectangulo FEG.

δ Vt ãt rectangulũ FEG ad rectangulũ CED, ita quadratũ ex FG ad quadratũ ex CG] Qm̃.n. rectæ lineę FD GC parallelę sũt, & in ipſas incidit FG, angulus EFD æqualis ẽ angulo EGC, ẽq; ãgulus FED rectus æqualis recto GEC. ergo & reliquus reliquo æqualis, et triãgulũ EFD triãgulo EGC ſimile. vt igitur FE ad EG, ita ẽ DE ad EC: & permutando, ut FE ad ED, ita GE ad EC. quare ex 12. quinti. ut FE ad ED, ita FG ad CD. Rurſus qm̃ ut FE ad EG, ita DE ad EC, erit ex 1. diffin. ſexti rectãgulũ FEG ſimile rectãgulo DEC. ſimilia ãt polygona in dupla sũt proportione homologorũ laterũ. ergo rectangulũ FEG ad rectãgulũ DEC duplã hẽt proportionẽ eius, quæ ẽ FE ad ED, hoc ẽ FG ad CD. ſed & quadratũ ex FG ad quadratum ex CD duplã proportionẽ hẽt eius, quæ eſt FG ad CD. vt igitur rectangulũ FEG ad rectangulum CED, ita eſt quadratum ex FG ad quadratum ex CD. Græcus codex. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ γεδ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς γδ. lege οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ζη πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γδ.

ε Recta vero linea FEG conſtat ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD BC] *Græcus codex* ἡ δὲ εζη ἡ συγκειμένη ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβΓδ. *lege* ἡ δὲ ζεη ἡ συγκειμένη ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγβδ καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αδβγ.

ζ Proportio igitur unica, & minor eadem eſt, quę quadrati rectæ lineæ conſtantis ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD BC ad quadratum ex CD] *Græcus codex* ὁ ἄρα ἔστι μοναχὸς καὶ ἐλάσσον λόγος. ὁ αὐτὸς ἔστι τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγεδ, καὶ τῆς τὸ ὑπὸ αβ γδ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κδ. *lege* ὁ ἄρα ἔστι μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγβδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αδβΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γδ.

IN TERTIVM EPITAGMA TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXIII.

LEMM. XXIII.

A Sit AB quidem æqualis CD, rectangulum autem BEC rectãgulo ABD maius. Dico rectangulum BAC ſuperare rectangulum AED ipſo BDC rectangulo.

B Quoniam enim rectangulum BEC ęquale eſt & rectangulo BCE, & quadrato ex
C EC, hoc eſt & rectangulo CED vna cum rectangulo ECD; rectangulum autẽ BCE
D una cum ECD rectangulo totum eſt rectangulum, quod BD CE continetur, hoc eſt
E rectangulum ACE: erit rectangulum BEC æquale rectanguloque ACE, & re-
F ctangulo CED. Sed rectangulum ACE æquale eſt & rectangulo, quod contine
G tur AC ED, & rectangulo ACD; rectangulum uero contentum AC ED una cum
H rectangulo CED totum eſt AED rectangulum. factum igitur eſt rectangulum BEC
æquale rectanguloque AED, & rectangulo ACD; quod eſt rectangulum BDC. quare
BEC rectangulum ſuperat rectangulum AED rectangulo BDC.

COMMENTARIVS.

Dico rectangulum BEC ſuperare rectangulum AED ipſo BDC rectangulo] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ βεγ τοῦ ὑπὸ αεδ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ βγδ. *lege* τῷ ὑπὸ βδγ.

Quoniam enim rectangulum B*E*C æquale eſt & rectangulo BCE, & quadrato ex B
EC] *Ex 3. ſecundi elementorum.*

Hoc eſt & rectangulo CED una cum rectangulo *E*CD.] Ex 2. *eiuſdem.* C

Rectangulum autem BC*E* una cum *E*C*D* rectangulo totum eſt rectangulũ, quod D
BD CE continetnr.] Ex *primi eiuſdem.*

Hoc eſt rectangulum ACE] *Quoniam enim* AB *eſt æqualis* C*D, addita utrique communi* E
BC, *erit* AC *ipſi* BD *æqualis. ergo rectangulum* ACE *eſt æquale ei, quod* BD CE
continetur.

Erit rectangulum BEC æquale rectanguloque ACE, & rectangulo C*E*D] F
Græcus codex τὸ ἄρα ὑπὸ βεγ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ γαε, καὶ τῷ ὑπὸ γεδ. *lege* τῷ τε ὑπὸ
αγε καὶ τῷ ὑπὸ γεδ.

Sed rectangulum ACE æquale eſt & rectangulo, quod continetur AC ED, & re- G
ctangulo ACD] Ex *prima ſecundi elementorum. Gręcus codex* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ βγε ἴσον
ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ αγεδ καὶ τῷ ὑπὸ αγγε *lege* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ αγε ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ
αγεδ καὶ τῷ ὑπὸ αγγδ.

Rectangulum uero contentum AC ED una cum rectãgulo CED totum eſt AED H
rectangulum] Ex *eadem.*

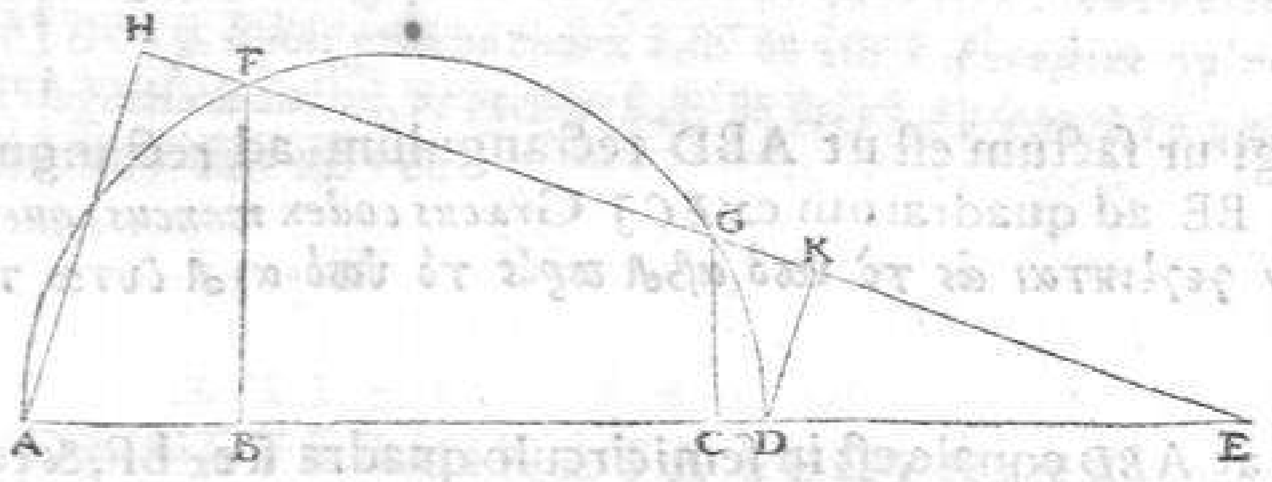
Quod eſt rectangulum BDC] *Eſt enim* BD *ipſi* AC *æqualis, ut ſuperius dictum eſt. Gręcus codex* ὅ ἐστὶ τὸ ὑπὸ βαδγ. *lege* τὸ ὑπὸ βδδγ.

LEMM. XXIIII.

MONACHVS TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LXI. PROPOS. LXIIII.

Tribus datis rectis lineis AB CD DE, ſi fiat ut rectangulum A
ABD ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratũ
ex EC, ſingularis & maxima proportio eſt rectanguli AED ad
rectangulum BEC. Dico eandem eſſe, quæ quadrati ex AD B
ad quadratum rectæ lineæ, quę componitur ex ea, quę poteſt re
ctangulum cõtentũ AC BD, & ex ea, quę poteſt cõtẽtũ AB CD.



Deſcribatur in recta linea *AD* ſemicirculus AFGD: & ad rectos angulos ipſi A*D* E
agantur BF, CG. Quoniam igitur factum eſt ut ABD rectangulum ad rectangulũ C
AC*D*,

D ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC; rectangulo autem ABD æquale
eſt in ſemicirculo quadratum ex BF, & rectãgulo ACD æquale quadratum ex CG:
C erit ut quadratum ex BF ad quadratum ex CG, ita quadratum ex BE ad id, quod
E fit ex EC quadratum, & longitudine ut BF ad CG, ita BE ad EC: ſuntque BF CG pa-
F rallelæ. ergo recta linea eſt, quæ per FGE tranſit. & producatur, atque ad ipſam a-
gantur perpendiculares AH DK. Quoniam igitur ſingularis & maxima proportio
G eſt rectanguli AED ad rectangulum BEC, rectangulum autem FEG rectangulo
H AED eſt ęquale; erit ſingularis & maxima proportio eadem, quæ rectanguli FEG
K ad rectangulum BEC. ut autem rectangulum FEG ad rectangulum BEC, ita eſt
L ob lineas parallelas quadratum ex GE ad quadratum ex EC; hoc eſt quadratum
M ex AE ad quadratum ex EH, in circulo enim ſunt puncta HACG, cum anguli ad
N H G recti ſint. Vt autem quadratum ex AE ad quadratum ex EH, ita eſt quadra-
O tum ex AD ad quadratum ex HK ob parallelas. ſingularis igitur & maxima pro-
P portio eſt quadrati ex DA ad quadratum ex HK. ſed HG quidem poteſt rectangu-
lum contentum AC BD; GK uero poteſt, quod AB CD continetur. quare ſingu-
laris, & maxima proportio eadem eſt, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ li-
neæ, quæ componitur ex ea, quæ poteſt rectãgulum contentum AC BD, & ea, quæ
poteſt id, quod AB CD continetur.

COMMENTARIVS.

A Tribus datis rectis lineis AB CD DE, ſi fiat ut rectangulum ABD ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC] *Græcus codex habet* τριῶν δοθεισῶν ευτισῶν τῶν αβ γδ εζ προστιθεμένης τινὸς, ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ, οὕτω τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ εδα. *ſed legendum vt opinor* τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν αβ γδ δε, ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ οὕτω τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. *verba autem illa* προστιθεμένης τινὸς, *tamquam ſuperuacanea, & ab aliquo addita omiſsimus.*

B Dico eandem eſſe, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quæ componitur ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AB CD] *Græcus codex* λέγω δὴ ὅτι ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς αδ πρὸς ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ἀπὸ τῶν αε βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ. *lege* ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν αγ βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ.

C Quoniam igitur factum eſt ut ABD rectangulum ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC] *Græcus codex mancus, quem nos ita reſtituemus.* ἐπεὶ οὖν γεγένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ οὕτω τὸ ἀπὸ β ε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ.

D Rectangulo ãt ABD ęquale eſt in ſemicirculo quadratũ ex BF, & rectangulo ACD æquale buadratum ex CG] *ex 8. & 17. ſexti libri elementorum, eſt enim* BF *media proportionalis inter* AB BD; *itemque* CG *media proportionalis inter* AC CD.

E Et longitudine ut BF ad CG, ita BE ad EC] *ex 22. ſexti. Græcus codex tantum habet,* καὶ μήκει, *nos autem perſpicuitatis cauſſa ita uertendum cenſuimus.*

Ergo

F Ergo recta linea eſt, quæ per FGE tranſit] *Ex lemmate quod nos in 41. huius oſtendimus*

G Rectangulum autem FEG rectangulo AED eſt æquale] *Ex corollario 36. tertij elementorũ græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζεη ὁ ἄρα *&c. ſed legendum* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζεη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αεδ. ὁ ἄρα *&c.*

H Erit ſingularis & maxima proportio eadem, quæ rectanguli FEG ad rectangulum BEC] *græcus codex* ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ζεη πρός τὸ ὑπὸ βεΓ. *lege* ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ βεΓ.

K Vt autem rectangulum FEG ad rectangulum BEC, ita eſt ob lineas parallelas quadratum ex GE ad quadratum ex EC] *ſunt enim rectangula FEG BEC interſe ſimilia, cum ob ſimilitudinem triangulorum FEB GEC, vt FE ad EG, ita ſit BE ad EC. rectæ lineæ autem figuræ ſimiles in dupla ſunt proportione homologorum laterum. ergo rectangulum FEG ad rectangulum BEC duplam habet proportionem eius, quam GE habet ad EC ſed & eandem habet quadratum ex GE ad quadratum ex EC. vt igitur rectangulum FEG ad rectangulũ BEC, ita eſt quadratum ex GE ad id, quod ex EC quadratum. græcus autem codex corruptus & mancus eſt qui ita reſtituetur.* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ βεΓ, οὕτως ἐστὶν ἐν παραλλήλῳ τὸ ἀπὸ ηε πρὸς τὸ ἀπὸ εΓ.

L Hoc eſt quadratum ex AE ad quadratum ex EH] *ob triangulorum AEH GEC ſimilitudinem. nam cum puncta HACG ſint in circulo, erit angulus AHE in ſemicirculo rectus æqualis recto GCE; eſtque angulus ad E vtrique communis. reliquus igitur HAE reliquo CGE æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit. quare vt GE ad EC, ita AE ad EH, & vt quadratum ex GE ad quadratum ex EC, ita quadratum ex AE ad quadratum ex EH. græcus codex.* τουτέστι τὸ ἀπὸ αε πρὸς τὸ ἀπὸ εδ. *lege* πρὸς τὸ ἀπὸ εθ.

M In circulo enim ſunt puncta HACG. cum anguli ad HG recti ſint] *Ex conuerſa 22. tertii elementorum. quoniam enim quadrilateri HACG anguli ad HG recti ſunt, erunt reliqui duobus rectis æquales.*

N Vt autem quadratum ex AE ad quadratum ex EH, ita eſt quadratum ex AD ad quadratum ex HK ob parallelas] *Nam cum DK ſit perpendicularis ad HE, erit angulus DKE ex tertio æqualis interiori, & oppoſito AHE quare DK parallela eſt ipſi AH; & triangulum KED ſimile triangulo AEH. vt igitur AE ad EH, ita DE ad EK. & quoniam vt tota ad totam, ita pars ad partem. erit & reliqua AD ad reliquam HK, vt AE ad EH, & ideo quadratum ex AD ad quadratum ex HK eſt vt quadratum ex AE ad quadratum ex EH.*

O Singularis igitur & maxima proportio eſt quadrati ex DA ad quadratum ex HK] *græcus codex* ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ δα πρὸς τὸ ἀπὸ θη. *lege* πρὸς τὸ ἀπὸ θκ *& ita ſupra.*

P Sed HG quidem poteſt rectangulum contentum AC BD, GK vero poteſt quod AB CD continetur] *Ex 59. huius græcus codex* ἡ δὲ θη ἐστιν ἡ δυναμένη τό τε ὑπὸ τῶν αΓ βδ, καὶ τὸ ὑπὸ αβ Γδ. *legendum autem, vt opinor,* ἡ δὲ θη ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ τῶν αΓ βδ, καὶ ἡ ηκ ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ αβ Γδ.

DE DETERMINATA SECTIONE.

Primus liber de determinata ſectione habet problemata ſex, præcepta ſexdecim, determinationes quinque, quarum maximæ quidem quattuor, minima vero vna. & ſunt maximæ hæ. videlicet ea, quæ ad ſecundum præceptum ſecundi problematis, & quæ ad tertium quarti problematis, & ad tertium quinti, & ad tertium ſexti. minima autem, quæ ad tertium præceptum tertij problematis.

Secundus liber habet problemata tria, præcepta nouem, & determinationes tres,

quarum

quarum minimæ quidem duæ, maxima vero vna. & ſunt minimæ, quæ ad tertium præceptum primi problematis, & quæ ad tertium ſecundi maxima autem quæ ad tertij problematis.

INCLINATIONVM LIBER PRIMVS

LEMMA VTILE AD PRIMVM PROBLEMA

THEOREMA LXII. PROPOS. LXV.

LEM. I. Sit AB maior, quam CD, & rectangulum AEB rectangulo CFD æquale. Dico AE maiorem eſſe, quam CF.

Secetur vtraque ipſarum bifariam in punctis GH. manifeſto conſtat GB maiorem eſſe, quam HD. Itaque quoniam rectangulum AEB æquale eſt rectangulo CFD, & A quadratum ex GB quadrato ex HD maius; erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex GB maius rectangulo CFD vna cum quadrato ex HD. ſed rectangulum quidē AEB vna cum quadrato ex GB æquale eſt quadrato ex GE, rectangulum vero CFD B vna cum quadrato ex HD æquale quadrato ex HF. quadratum igitur ex GE quadrato ex HF eſt maius. & ob id recta linea GE maior, quam recta HF. eſt autem & AG maior, quam CH. ergo tota AE, maior, quam tota CF. ſimiliter autem & ſi minor ſit AB, quam CD; & rectangulum AEB rectangulo CFD æquale, erit tota AE, quam tota CF minor.

COMMENTARIVS.

A Erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex CB maius rectangulo CFD vna cū quadrato ex GD] *græcus codex* μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ αεβ μετὰ τοῦ ἀπὸ θδ. *ſed legendum* μετὰ τοῦ ἀπὸ ηβ, τοῦ ὑπὸ Γζδ μετὰ τοῦ ἀπὸ θδ.

B Sed rectangulum quidem AEB vna cum quadrato ex GB æquale eſt quadrato ex GE] *ex 6. ſecundi libri elementorum.*

THEOREMA LXIII. PROPOS. LXVI.

LEMM. II.

Sit AB maior, quam CD, & ſecetur CD bifariã in puncto E. Conſtat igitur fieri poſſe, ut ad rectam lineam AB applicetur rectangulũ ęquale rectangulo CED. etenim rectãgulũ CED quadrato ex CE eſt æquale, & quadratũ ex CE minus quadrato dimidiæ ipſius AB. Applicetur, ſitque rectangulum AFB, & AF ſit maior, quam FB. Rurſus igitur conſtat maiorem eſſe AF, quam CE; & BF minorem, quam ED.

Eſt enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris eſt dimidia. vt autem A
AF ad CE, ita ED ad FB. minor igitur eſt FB, quam ED. quod demonſtrare B
oportebat. C

COMMENTARIVS.

A Eſt enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris eſt dimidia] *Græcus codex ἡ μὲν γὰρ αζ τῆς μείζονος ἐστιν ἡμίσεια, ἡ δὲ γε τῆς ἐλάττονος ἡμισείας. ego uel ita legendum puto, uel in hanc ſententiam. ἡ μὲν γὰρ αζ τῆς μείζονος μείζων ἐστιν ἡ ἡμίσεια, ἡ δὲ γε τῆς ἐλάττονος ἐστιν ἡμίσεια.*

B Vt autem AF ad CE, ita ED ad FB] *Rectangulum namque* AFB *ponitur æquale rectãgulo* CED. *ergo ut* AF *ad* CE, *ita* ED *ad* FB, *& cum* AF *ſit maior, quam* CE, *erit &* ED, *quam* FB *maior, ex iis, quæ demonſtrauimus in* 16. *quinti elementorum.*

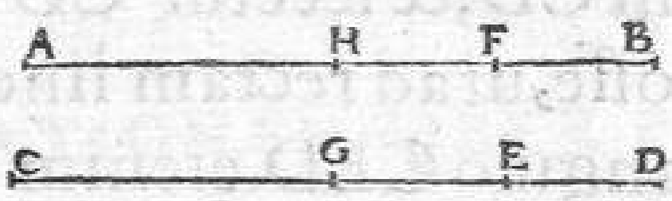
C Minor igitur eſt FB, quam ED] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa.*

THEOREMA LXIIII. PROPOSITIO LXVII.

LEMM. III.

Sit rurſus AFB rectangulum rectangulo CED æquale, & AB minor, quam CD: ſitque DE minor, quam EC, & BF A minor

B minor, quam FA. Dico & AF minorem, quam CE, & FB, quam ED maiorem eſſe.



C Secentur AB, CD bifariam in punctis HG. minor igitur eſt AH, quam CG, & quadratũ ex AH quadrato ex CG minus. D Sed quadratũ quidem ex AH eſt æquale rectãguloque AFB & quadrato ex HF: quadratũ uero ex CG ęquale rectanguloque CED, & quadrato ex GE. ergo rectangulum AFB una cũ quadrato ex HF minus eſt rectangulo CED una cũ quadrato ex GE, quorũ rectangulũ AFB ponitur ęquale rectangulo CED, reliquũ igitur quadratũ ex HF quadrato ex GE eſt minus, & ob id recta linea HF minor, quam ipſa GE. erat autem & AH minor, quam CG. tota igitur AF, E quam tota CE, eſt minor, & reliqua FB maior, quam reliqua ED.

COMMENTARIVS.

A Sitque DE minor, quam EC, & BF minor, quam FA] *Græcus codex.* καὶ ὅτι ἐλάσσων μὲν ἡ δε τῆς εγ ἐστι δὲ ἡ βζ τῆς ζα *ſed forte legendum erit.* καὶ ἔτι ἐλάσσων μὲν δε τῆς εγ ἡ δὲ β ζ τῆς ζα.

B Dico & AF minorem, quam CE, & FB, quam ED maiorem eſſe.] *Græcus codex* ὅτι καὶ ἡ αζ τῆς γε ἐλάσσων ἐστι, *ſed hæc addenda ſunt, ut opinor,* ἡ δὲ ζβ τῆς εδ μείζων. *In concluſione enim utraque inferuntur.*

C Minor igitur eſt AH, quam CG, & quadratum ex AH quadrato ex CG minus.] *Græcus codex* ἐλάσσων ἄρα ἐστι καὶ ἡ αθ τῆς γη ἔσω καὶ τὸ *&c ſed uerbum illud* ἔσω *delendum puto, tamquam ſuperuacaneum.*

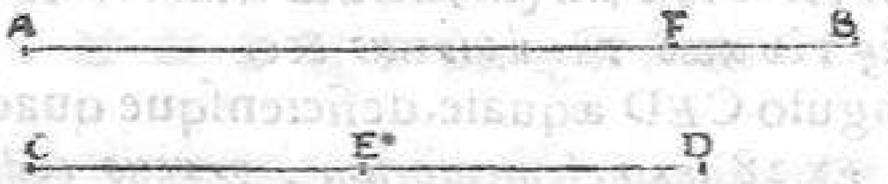
D Sed quadratum quidem ex AH eſt æquale rectanguloque AFB & quadrato ex HF, quadratum uero ex CG æquale rectanguloq; CED & quadrato ex GE] *gręcus codex* ἀλλα τὸ μὲν ἀπὸ αζ ἄρα ἴσον ἐστι τῷ τε ὑπὸ γεδ καὶ τῷ ἀπὸ ηε. *ſed corruptus eſt, & mancus qui fortaſſe ita reſtituetur.* ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ αθ ἴσον ἐστι τῷ τε ὑπὸ αζβ καὶ τὸ ἀπὸ θζ· τὸ δὲ ἀπὸ γη ἴσον τῷ τε ὑπὸ γεδ, καὶ τῷ ἀπὸ ηε.

E Et reliqua FB maior, quam reliqua ED] *Græcus codex* ἡ δὲ λοιπὴ τῆς λοιπῆς μείζων. *Sed nos perſpicuitatis cauſſa ita uertendum duximus.*

THEOREMA LXV. PROPOS. LXVIII.

Sit rurſus AB maior, quã CD, & ſecetur CD in puncto E, ita A ut DE non ſit minor, quã EC. manifeſtum eſt fieri poſſe, ut rectangulo CED ęquale applicetur ad rectam lineam AB deficiens quadrata figura. Quoniam enim DE non eſt mi-

minor, quam EC, vel ipſi æqualis erit, vel maior, & ſi quidem B
æqualis rectangulum CED minus eſt quadrato, quod fit a dimidia ipſius AB. Si autem maior, multo minus erit, etenim minus
eſt eo, quod a dimidia ipſius CD efficitur. poteſt igitur rectangulo C
CED æquale, deficienſque quadrata figura ad rectam lineam AB applicari. Itaque applicetur, & ſit rectangulū AFB.
& ipſius AB maior portio ſit AF. Dico FB minorem eſſe, D
quam CE.



Quoniam enim DE non eſt minor, quam EC, vel æqualis erit, vel maior, ſit primum æqualis. & cum AB ſit maior, quam CD, ſitque AF quidem maior, quam dimidia ipſius AB, DE vero ipſius CD dimidia, erit AF maior, quam DE: atque ē vt AF ad DE, ita CE ad FB. maior igitur eſt CE, quam FB, ac propterea FB, quam CE E
minor.

Sit deinde maior DE quam EC, & ſecetur CD quidem bifariam in puncto G, AB F
uero bifariam in H ſecetur. Quoniam igitur maior eſt AB, quam CD, ipſius autem AB dimidia eſt HB, & ipſius CD dimidia CG, erit HB, quam CG maior, ideoq; quadratum ex HB maius quadrato ex CG. sed quadratum ex HB æquale eſt rectangulo AFB, & quadrato ex FH, quadratum vero ex CG æquale rectangulo CED & G H
quadrato ex EG. ergo rectangulum AFB una cum quadrato ex FH maius eſt rectangulo CED vna cum quadrato ex EG, quorum rectangulum AFB æquale eſt ipſi CED rectangulo. reliquum igitur quadratum ex HF maius eſt quadrato ex EG, & ipſa HF maior, quam EG. eſt autem & AH maior, quam DG. quare tota AF, quam DE eſt maior. atque eſt ut AF ad DE, ita CE ad FB. maior igitur eſt CE, K L
quam FB, & ob id FB, quam CE minor erit, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Manifeſtum eſt fieri poſſe, vt rectangulo CED æquale applicetur ad rectã lineam AB deficiens quadrata figura.] *Græcus codex* φανερὸν μὲν οὖν ὅτι ἔϛι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλῖν ἐλλεῖπον τετράγωνον. *ſed uidetur legendum* ὅτι δυνατὸν ἐϛι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετραγώνῳ.

B Et ſi quidem æqualis, rectangulum CED minus eſt quadrato, quod fit a dimidia ipſius AB, ſi autem maior, multo minus erit; etenim minus eſt eo, quod a dimidia ipſius CEF efficitur.] *Græcus codex*, καὶ εἰ μὲν ἴσον, τὸ ὑπὸ γεδ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ ἡ δὲ μείζων πολλῷ ἐλάσσονός ἐϛι τὸ ὑπὸ Γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ. καὶ Γ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, &c. *ſed legendum opinor.* καὶ εἰ μὲν ἴση, τὸ ὑπὸ Γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ ἔλασσον ἐϛιν· εἰ δὲ μείζων, πολλῷ ἔλασσόν ἐϛι τὸ ὑπὸ Γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ, καὶ γὰρ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, &c.

C Poteſt igitur rectangulo CED æquale, deficienſque quadrata figura ad rectam lineam AB applicari] *Ex 28 ſexti elementorum. græcus codex* δὲ ἄρα ἐϛι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴση παρὰ τῆς αβ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετράγωνον. *ſed uidetur legendum.* δύνατον ἄρα ἐϛι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον τετραγώνῳ.

D Dico FB minorem eſſe, quam CE] *Græcus codex* ὅτι δὲ ἐλάσσων ἐϛιν ἡ ζβ. *ego legendum puto* ὅτι δὴ &c.

E Atque eſt vt AF ad DE, ita CE ad FB] *Ex 14. tertii elementorum.*

F Ipſius autem AB dimidia eſt HB, & ipſius CD dimidia CG] *græcus codex* καὶ ἐϛι τῆς μὲν αβ ἄρα ἡ θβ, τῆς δὲ Γδ ἄρα ὑ γη. *corrige* καὶ ἐϛι τῆς μὲν αβ ἡμίσεια ἡ θβ, τῆς δὲ Γδ ἡμίσεια ἡ Γη.

G Quadratum vero xe CG æquale eſt rectangulo CED, & quadrato ex EG] *Cræcus codex*, τὸ δὲ ἀπὸ ζθ τὸ δὲ ἀπὸ γη ἴσον ἐϛι τῷ τε, &c. *delenda ſunt uerba illa* τὸ δὲ ἀπὸ ζθ.

H Ergo rectangulum AFB una cum quadrato ex FH maius eſt rectangulo CED, una cum quadrato ex EG] *græcus codex* μεῖζον ἄρα ἐϛι τὸ ὑπὸ αζβ μετὰ τοῦ ἀπὸ ζθ, τῷ ἀπὸ αεδ. *lege* τοῦ ἀπὸ Γεδ.

K Atque eſt ut AF ad DE, ita CE ad FB.] *græcus codex*, καὶ ἔϛιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν δε οὕτως ἡ αβ πρὸς τὴν ζβ. *lege* οὕτως ἡ Γε πρὸς τὴν ζβ.

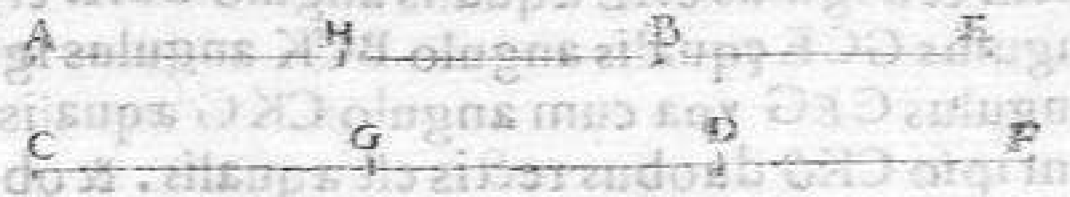
L Maior igitur eſt CE, quam FB, & ob id FB, quam CE minor erit] *Græcus codex* μείζων ἄρα καὶ ἡ αε τῆς ζβ. ὥϛε ἐλάσσων ἐϛιν ἡ ζβ τῆς αε. *lege* μείζων ἄρα καὶ ἡ Γε τῆς ζβ, ὥϛε ἐλάσσων ἐϛιν ἡ ζβ τῆς Γε.

IN SEXTVM PROBLEMA.

THEOREMA LXVI. PROPOS. LXIX.

LE. V.

Sit minor quidem AB, quam CD, æquale autem rectangulum AEB rectangulo CFD. Dico AE, quam CF minorem eſſe.



Secentur AB CD bifariam in punctis HG. erit HB minor, quam GD. quoniam
igitur rectangulum CFD æquale eſt rectangulo AEB, quadratum autem ex HB mi- 6.ſecũdi.
nus quadrato ex GD, erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex HB, hoc eſt qua- 6.ſecũdi.
dratum ex HE, minus rectangulo CFD vna cum quadrato ex GD, hoc eſt minus qua
drato ex GF. ergo HE, quam GF eſt minor. eſt autem & AH minor, quam CG. tota *
igitur AE minor erit, quam tota CF. ſimiliter autem ſi tota, quam tota maior fuerit.

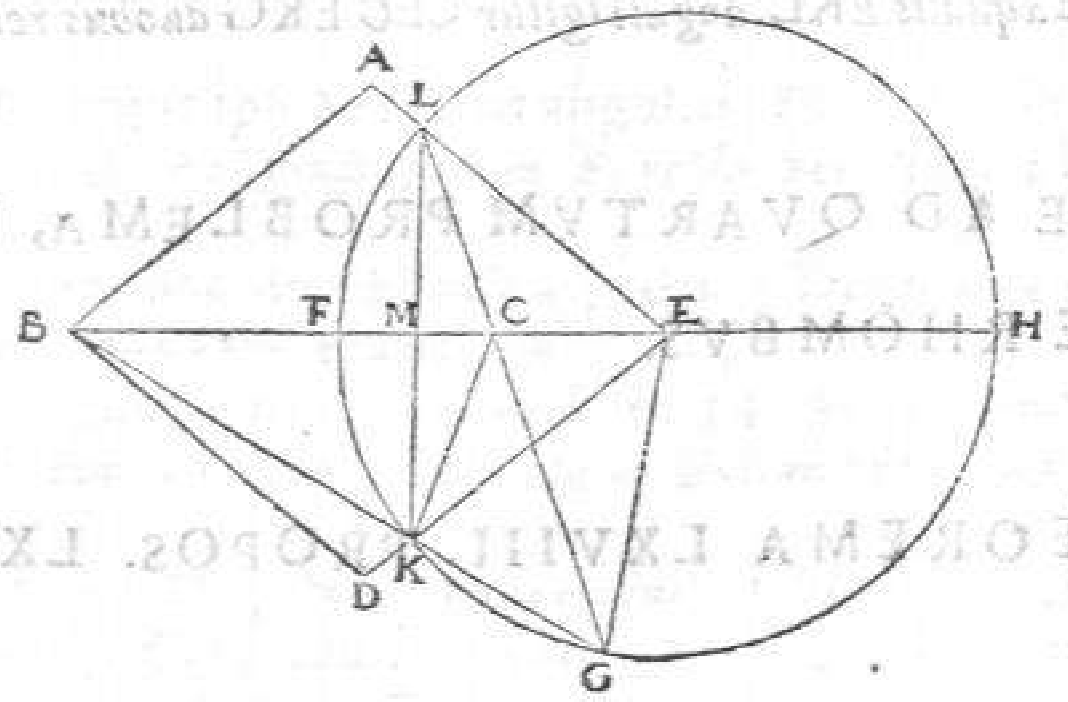
COMMENTARIVS.

Similiter autem ſi tota, quam tota maior fuerit] *græcus codex* ὁμόιως κἄν μεῖζων ἡ *
ὅλη τῆς ὅλης. *ſed vereor ne aliqua deſiderentur, in hanc ſententiam ſimiliter ſi tota, quam tota maior fuerit, hoc eſt ſi tota* CF *ponatur maior, quam tota* AE, *demonſtrabitur* CD, *quam* AB *maiorem eſſe. quamquam ego non* μεῖζων, *ſed* ἐλάσσων *libentius legerem, ut eſſet quaſi antecedentis conuerſa.*

IN OCTAVVM PROBLEMA.

THORFMA LXVII. PROPOS. LXX.

Rhombo exiſtente AD, cuius diameter BCE, ſi ipſarum BE LEM. VI.
EC ſumatur media proportionalis EF, & centro quidem E, in- A
teruallo autem EF circulus FGH deſcribatur, producaturque
LCG; erit recta linea, quæ per puncta GKB tranſibit.



Iungantur enim EG CK BK KG. Quoniam igitur angulus BCF eſt æqualis angu- C B
lo FCK, & ex utraque parte diametri circuli ſunt LC, CK interſe æquales, quod lemmate

5. primi. mate demonſtratum eſt, & æqualis LE ipſi EK; erit angulus CLE æqualis angulo
D CKE. ſed CLE angulus æqualis eſt angulo CGE. angulus igitur CGE angulo CKE
eſt æqualis. eſt autem & angulus CKE æqualis angulo CBK. ergo & CBK æqualis eſt
E ipſi CGE. ſed & angulus GCE ęqualis angulo BCK angulus igitur CEG angulo CKB
F G æqualis erit. ſed angulus CEG vna cum angulo CKG æqualis eſt duobus rectis. ergo & CKB vna cum ipſo CKG duobus rectis eſt æqualis. & ob id recta linea eſt, quæ
14. prim. per BKG puncta tranſit.

COMMENTARIVS.

A Si ipſarum BE EC ſumatur media proportionalis EF] *græcus codex* ἐὰν τῶν βε εγ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ βζ. *ſed ego legendum arbitror* ἡ εζ *propter ea, quæ ſequuntur.*

B Iungantur enim EG CK EK KG] *græcus codex* ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ λε εκ βκ κη. *legendum autem puto* αἱ εη εκ βκ κη. *etenim* λε εκ *quæ continentur in lateribus rhombi, iam ductæ ſunt.*

C Quoniam igitur angulus LCF eſt æqualis angulo FCK, & ex vtraque parte diametri circuli ſunt LC CK inter ſe æquales, quod lemmate demonſtratum eſt] *vbi hoc lemma ſit, nondum comperi. ſed hoc perſpicue apparere poteſt ducta* LK, *quæ diametrum ſecet in puncto* M. *Quoniam enim* BCE *diameter eſt rhombi, erit angulus* LEB *angulo* KEB
æqualis ſed trianguli ELM *duo latera* LE EM *ſunt æqualia duobus lateribus* KE EM *triangu-*
3. ſexti. *li* EKM. *ergo & baſis* LM *eſt æqualis baſi* MK; *& anguli* LME EMK *vtriq. recti ſunt. Rurſus cum trianguli* CLM *duo latera* LM MC *æqualia ſint duobus lateribus* KM MC, *erit & baſis* LC *baſi* CK. *& reliqui anguli reliquis angulis æquales.*

D Eſt autem & angulus CKE æqualis angulo CBK] *Quoniam enim circuli* FGH *ſemidiameter media proportionalis eſt inter* BE EC, *erit vt* BE *ad* EK *ita* KE *ad* EC. *quare triangulum* KCE *triangulo* BKE *ſimile erit, & angulus* CKE *angulo* KBE *æqualis.*

E Sed & angulus GCE æqualis angulo BCK] *Angulus enim* LCB *eſt æqualis angulo* KCB, *ut demonſtratum eſt, atque æqualis ipſi* GCE, *qui eſt ad uerticem. ergo & angulus* KCB *angulo* GCE *eſt æqualis.*

F Angulus igitur CEG angulo CKB æqualis erit] *uidelicet reliquus reliquo æqualis hęc autem nos addidimus, quæ in græco codice deſiderari uidebantur, ut ita reſtituendus ſit.* ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ηγε τῇ ὑπὸ βγκ ἴση ἐστί, καὶ ἡ ὑπὸ γεη ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ γκβ.

G Sed angulus CEG vna cum angulo CKG æqualis eſt duobus] *Angulus enim* BEG
una cum angulis EGB GBE *eſt æqualis duobus rectis. ſed angulo* EGB *æqualis eſt angulus*
32. prim. 5. primi. EKG. *& angulo* GBE *æqualis* EKL. *anguli igitur* CEG EKG *duobus rectis æquales erunt.*

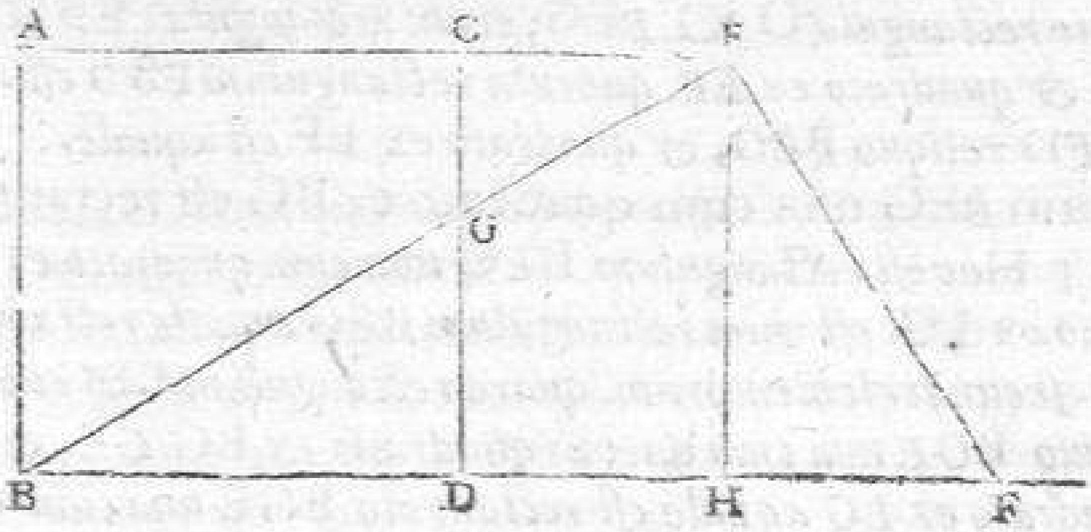
LEMMA VTILE AD QVARTVM PROBLEMA, FACIENS EADEM, QVÆ RHOMBVS.

THEOREMA LXVIII. PROPOS. LXXI.

LEM. VII.

A Sit quadratum AD, & ducatur BGE, atque ipſi ad rectos angulos EF. Dico quadrata ex CD GE quadrato ex DF ęqualia eſſe.

Ducatur



Ducatur per E ipſi CD parallela EH. rectus igitur eſt angulus CEH.
eſt autem & rectus FEG. ergo & angulus CEG angulo FEH eſt æqualis. B
Sed & rectus angulus FHE æqualis eſt recto BDG, atque eſt EH æqualis BD. æ- C
qualis igitur eſt EF ipſi BG. Quoniam autem quadratum ex BF eſt æqua D
le quadratis ex BE EF, quorum rectangulum ex EF BD æquale eſt rectangulo E
EBG; in circulo enim ſunt DFEG puncta, erit reliquum BFD æquale re- F
ctangulo BEG, & quadrato ex EF, hoc eſt quadrato ex BG. Sed rectan G
gulum BEG una cum quadrato ex BG eſt rectangulum EBG una cum qua-
drato ex EG. rectangulum igitur BFD eſt æquale rectangulo EBG, hoc H
eſt FBD, & quadrato ex GE. Commune auferatur rectangulum BDF. ergo K
reliquum quadratum ex FD quadratis ex BD GE, hoc eſt quadratis ex CD GE L
eſt æquale.

COMMENTARIVS.

Et ducatur BGE, atque ipſi ad rectos angulos EF] *Intelligatur recta linea* BGE A
ſecare CD *in puncto* G, *&* AC *productam in* E, *recta vero linea* EF *ſecare* BD *produ-
ctam in* F.

Ergo & angulus CEG angulo FEG eſt æqualis] *Dempto namque communi angulo* B
GEH, *reliquus* CEG *reliquo* FEH *æqualis erit.*

Atque eſt EH æqualis BD] *Eſt enim ex* 34. *primi elementorum* EH *æqualis* C
CD: *uidelicet ipſi* DB, *quod eſt etiam quadrati latus. Gręcus codex* καὶ ἔϛιν ἴση ἡ ε θ τῇ βλ.
lege τῇ β δ.

Aequalis igitur EF ipſi BG] *Nam cum angulus* CEG *ſit æqualis angulo* FEH, D
vt oſtenſum eſt, ſicque ipſi CEG *ęqualis* GBD, *erit &* GBD *ipſi* FEH *ęqualis.
atque eſt rectus* BDG *æqualis recto* FHE. *ergo & reliquus reliquo, & trian-
gulum* BDG *triangulo* EHF *ſimile. Vt igitur* HE *ad* EF, *ita* DB *ad* BG: *& permu-
tando ut* HE *ad* BD, *ita* EF *ad* BG. *eſt autem* HE *æqualis* BD. *ergo &* EF *ipſi* BG *eſt æ-
qualis.*

Quorum rectangulum ex EF BD ęquale eſt rectangulo EBG] *ex* 36 *tertii elemen-* E
torum.

In circulo enim ſunt DFEG puncta] *ex conuerſa* 22 *tertii elementorum, quoniam* F
angu-

anguli oppoſiti GDF, FEG *recti ſunt, quare & reliqui* DGE EFD *duobus rectis ſunt æquales. Græcus codex* ἐν κύκλω γάρ ἐςι τὰ δζθη σημέια *ſed legendum* δζεη.

G Erit reliquum BFD æquale rectangulo BEG, & quadrato ex EF] *Quoniam enim quadratum ex* BF *æquale eſt duobus quadratis ex* BE EF, *quadrato autem ex* BF *æqualia ſunt vtraque rectangula* FBD BFD, *ex* 2. *ſecundi elementorum; & eadem ratione quadrato ex* BE *æqualia vtraque rectangula* OBG BEG; *erunt rectangula* FBD BFD *æqualia rectangulis* EBG, BEG *& quadrato ex* EF. *quorum rectangulum* FBD *eſt æquale rectangulo* EBG. *reliquum igitur* BFD *reliquo* BEG, *& quadrato ex* EF *eſt æquale.*

H Sed rectangulum BEG una cum quadrato ex BG eſt rectangulum EBG vna cum quadrato ex EG] *Hoc eſt rectangulum* BEG *una cum quadrato ex* BG *eſt æquale rectangulo una cum quadrato ex* EG. *eſt enim rectangulum* BEG *æquale rectangulo* BGE *una cum quadrato ex* EG *ex* 3. *ſecundi elementorum. quare rectangulum* BEG *una cum quadrato ex* BG *eſt æquale rectangulo* BGE *una cum duobus quadratis ex* BG GE. *& ſimiliter rectangulum* EBG *una cum quadrato ex* EG *æquale eſt rectangulo* BGE *una cum quadratis ex* BG GE. *ergo cum eiſdem ſint æqualia, & inter ſe æqualia erunt.*

K Commune auferatur rectangulum BDF] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur.* τὸ ὑπὸ βζδ, *cum legendum ſit* τὸ ὑπὸ βδζ.

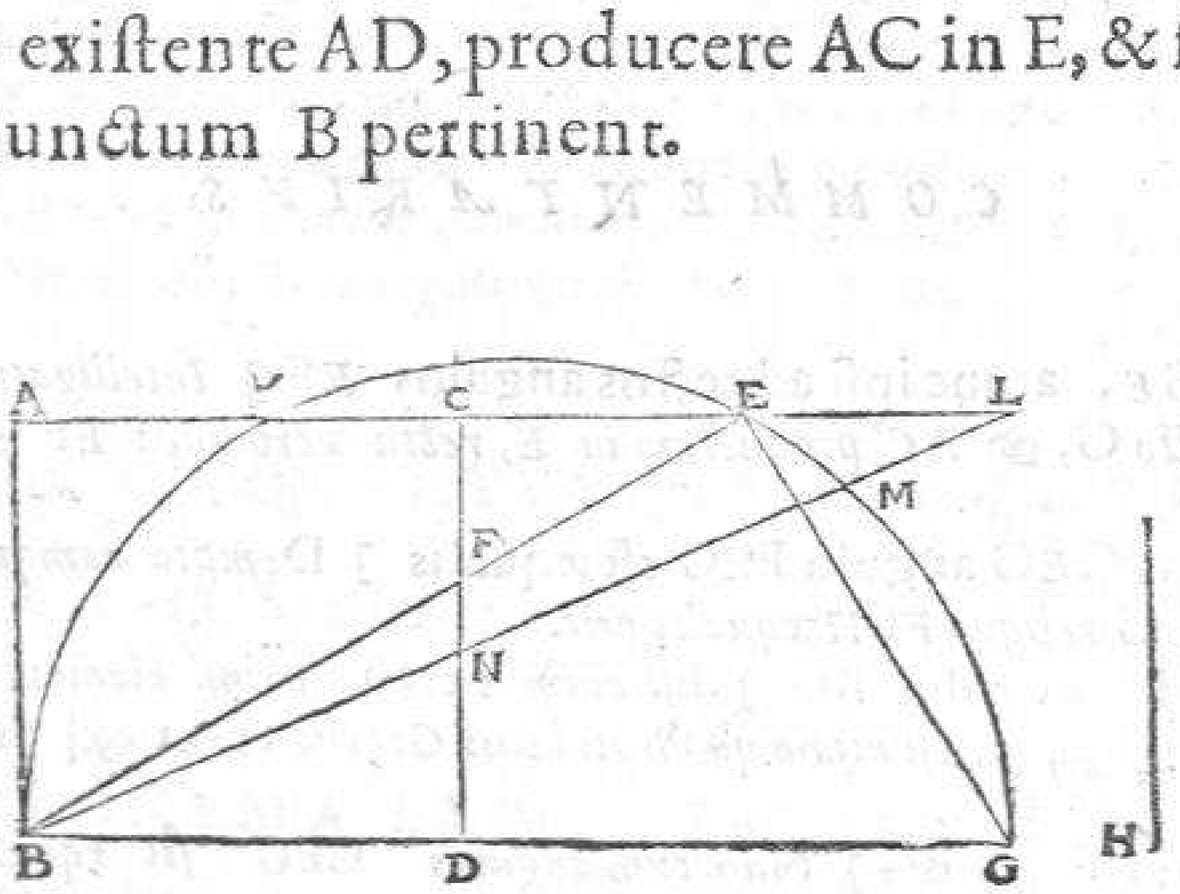
L Ergo reliquum quadratum ex FD quadratis ex BD GE, hoc eſt quadratis ex CD GE eſt æquale] *Eſt enim ex iam dictis rectangulum* BFD *æquale rectangulo* BDF *& quadrato ex* FD.

PROBLEMA VT HERACLITVS.

PROBLEMA *IIII.* PROPOS. *LXXII.*

LEMM. V.*II.* Quadrato exiſtente AD, producere AC in E, & facere EF datam quæ ad punctum B pertinent.

A



B Factum iam illud ſit, & a puncto E ipſi BE ad rectos angulos ducatur EG. Quo-

C niam igitur quadrata ex CD FE æqualia ſunt quadrato ex DG. & data ſunt quæ ex CD FE quadrata; etenim vtraque ipſarum magnitudine datur datum igitur eſt quadratum ex DG. quare & ipſa DG, & tota BG magnitudine data eſt. Sed & poſitione. ergo ſemicirculus in recta linea BG deſcriptus poſitione datur; & tranſit per punctū E. ergo pūctū E. poſitione circumferentiā contingit. Sed & poſitione rectā lineā AE. datum igitur eſt, ſed & B datum. quare recta linea BE poſitione dabitur. D E F G H

Componetur autem hoc modo.

Sit quadratum quidem AD, data autem recta linea H. & quadratis ex CD & H ęquale ſit quadratum ex DG. maior igitur eſt GD, quam DC. quare & rectangulum GDB maius eſt quadrato ex DC. & ideo ſemicirculus in recta linea BG deſcriptus tranſibit ſupra punctum C. deſcribatur, & ſit BKEG, producaturque AC ad E, & BE EG iungantur. ergo quadrata ex CD EF æqualia ſunt quadrato ex DG. ſed quadrato ex DG ponebantur æqualia quadrata ex CD H. quadrata igitur ex CD H, quadratis ex CD EF ſunt æqualia. & ob id quadratum ex H æquale eſt quadrato ex EF, & recta linea H rectæ EF æqualis. eſt autem EF data. ergo EF problema efficit. itaque dico eam ſolam hoc efficere. ducatur enim altera quædam linea BL; quæ ſi problema efficit, erit NL ęqualis EF. maior autem eſt FB, quam NB. tota igitur BL minor eſt, quam BE. quod fieri non poteſt: eſt enim BL etiam maior. non igitur BL problema efficit, ſed ſola BE. K L M

Vt autem cognoſcamus vtra ipſarum maior ſit, demonſtrabimus hoc pacto.

Quoniam maior eſt BL, quam BE, & BF maior, quam BN, erit reliqua NL maior, quam FE; & manifeſtum eſt eam, quæ puncto C propinquior eſt, remotiore ſemper minorem eſſe. N

COMMENTARIVS.

Quadrato exiſtente AD producere AC in E, & facere EF datam, quæ ad pūctū B pertineat] *Græcus codex mancus eſt, & corruptus, ut opinor, in quo legitur.* τετραγώνου ὄντος θέσει τὸ αδ θεῖναι δοθεῖσαν τὴν εζ νεύουσαν ἐπὶ τὸ β *fortaſſe autem ita reſtituetur* τετραγώνου ὄντος τοῦ αδ, ἐκβάλλειν αγ ἐπὶ τὸ ε, καὶ ποιεῖν δοθεῖσαν τὴν εζ, νεύουσαν ἐπὶ τὸ β. *Eadem forma loquendi vſus eſt Pappus in problemate* XVI. *huius libri his uerbis.* θέσει δεδομένων τῶν αβ αγ ἀγαγεῖν παρὰ θέσει τὴν δε, καὶ ποιεῖν δοθεῖσαν τὴν δε. A

Factum iam illud ſit, & a puncto E ipſi BE ad rectos angulos ducatur EG] *græcus codex corruptus eſt, in quo legitur* γεγονέτω καὶ ἀπὸ τοῦ ε σημείου τῇ βε ὀρθογώνιου εὐθεῖα γὰρ ἤχθω ἡ εη *ſed forte legendum erit.* καὶ ἀπὸ τοῦ ε σημείου ὀρθὴ ἤχθω ἡ εη. B

Quoniam igitur quadrata ex CD FE æqualia ſunt quadrato ex DG] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν τὰ ἀπὸ τῶν γδ ζε τετράγωνα ἐστι τῷ ἀπὸ δη τετραγώνῳ *ſed legendum eſt* τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ *&c.* C

Et tranſit per punctum E] *Ex* 31. *tertii elementorum, uel eius conuerſa.* D

Ergo punctum E poſitione circumferentiam contingit] *Græcus codex* τὸ ε ἄρα θέσει περιφέρεα ἅπτεται. *ego legerem.* περιφερείας ἅπτεται. E

Sed & poſitione rectam lineam AE] *Gręcus codex* ἀλλὰ καὶ θέσει ἐθκεία, καὶ θέσει εὐθεῖα τῆς αε. *lege* ἀλλὰ καὶ θέσει εὐθείας τῆς αε. F

Datum igitur eſt] Ex 25. *datorum Euclidis.* *Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἐστίν. *ſed forte legendum* δοθὲν ἄρα ἐστίν. G

Quare recta linea BE poſitione dabitur.] *Ex* 26. *datorum.* H

K Ergo quadrata ex CD EF æqualia ſunt quadrato ex DG] Ex *antecedēti lemmate. grę cus codex* τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ εζ τετράγωνον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τῷ ἀπὸ δη τετραγώνῳ. *sed legē dum arbitror.* τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ εζ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ δη τετραγώνῳ.

L Erit NL æqualis EF] *Græcus codex* ἔσται ἴση ἡ κλ τῇ εζ. *lege* ἡ νλ τῇ εζ.

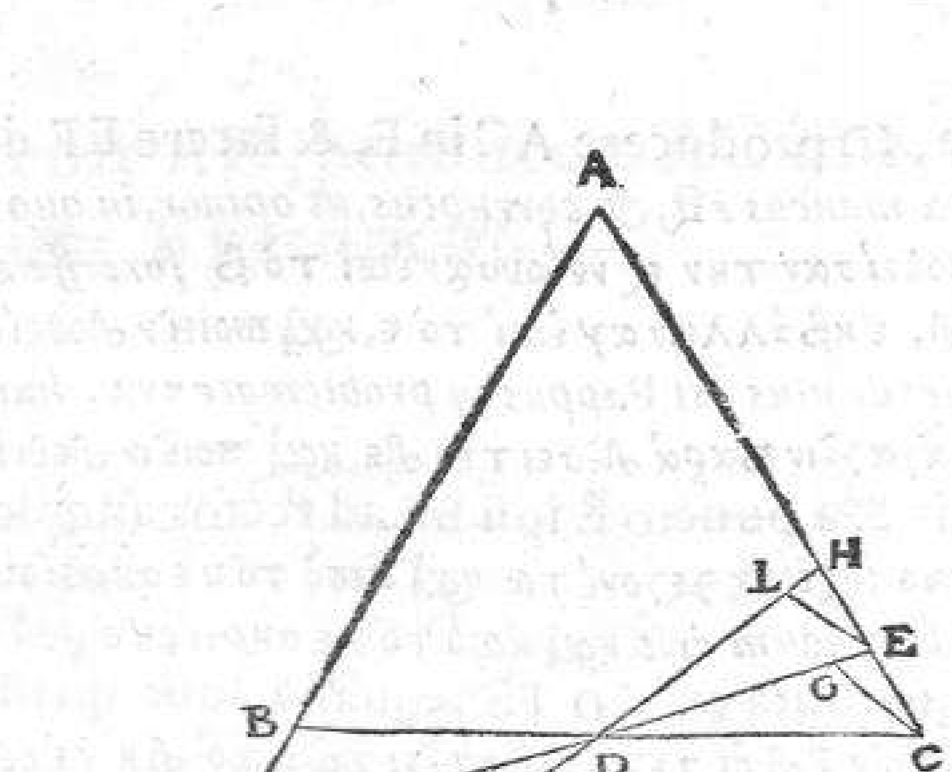
M Eſt enim BL etiam maior] *Secet enim* BL *circuli circumferentiam in puncto* M: *erit* BM *maior, quam* BE *ex iis, quæ nos demonſtrauimus in octauam propoſitionem libri* Archime*dis de lineis ſpiralibus. ergo* BL, *quam* BE *multo maior erit. poteſt etiam illud aliter demonſtrari, vt inferius apparebit.*

N Quoniam maior eſt BL, quam BE, & BF maior quam BN, erit reliqua NL maior quam FC] *Eſt. n. quadratum ex* BL *æquale duobus quadratis ex* BA AL; *quadratum autem ex* BE *æquale quadratis ex* BA AE. *& cum quadratum ex* AL *ſit maius quadrato ex* AE, *quod* AL *maior, quam* AE; *erit quadratum ex* BL *maius quadrato ex* BE, *& ideo* BL, *quam* BE *maior. Rurſus quadratum ex* BF *æquale eſt duobus quadratis ex* BD DF, *& quadratum ex* BN *itidem æquale quadratis ex* BD DN. *Quod cum* DF, *ut maior, quam* DN, *erit quadratum ex* BF *maius quadrato ex* BN, *& ipſa* BF, *quam* BN *maior. Similiter & in aliis idem contingere demonſtrabimus. Itaque cum* BL *ſit maior, quam* BE, *&* BF *maior, quam* BN, *ſequitur* NL, *quam* FE *multo maiorem eſſe. Græcus codex ut opinor, corruptus eſt, qui ſic habet.* ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῆς βε ἡ δὲ τῆς βν, λοιπὴ ἄρα ἡ νλ τῆς ζγ μείζων ἐστί. *sed legendum puto* ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ μὲν βλ τῆς βε ἡ δὲ βζ τῆς βν λοιπὴ ἄρα ἡ νλ τῆς ζε μείζων ἐστί.

LEMMA VTILE AD DETERMINATIONEM NONI THEOREMATIS, VT IN ANTIQVIS.

THEOREMA LXIX. PROPOS. LXXIII.

LE. IX. Sit BA æqualis AC, & ſecetur BC in pūcto D bifariā. Dico BC minimā eſſe omniū rectarum linearū, quæ per D ducuntur.



Ducatur. n. altera quędam EF, & AB ad F producatur. erit EF maior, quam CB.

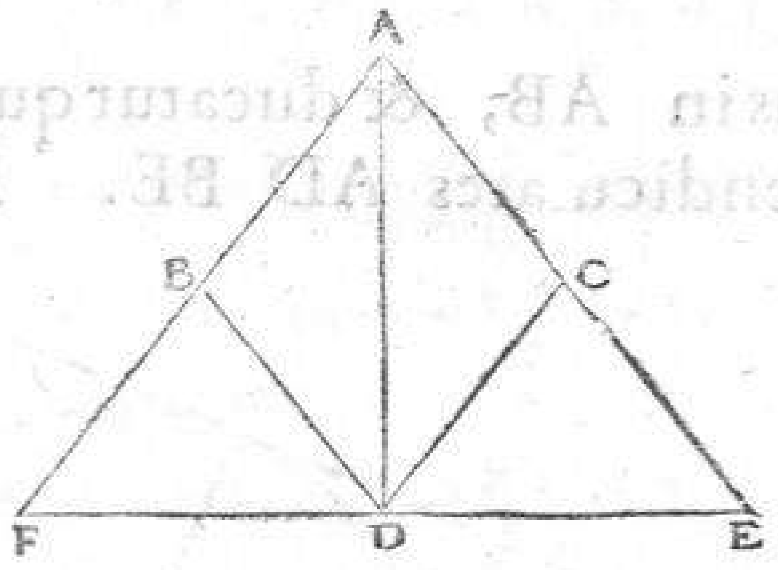
Quo-

Quoniam n. angulus ABC, videlicet angulus C maior eſt angulo BFE, poterimus ab angulo *C* auferre angulũ ipſi BF*E* æqualem. ſit ei ęqualis DCG. eſt igitur ut F*D* ad DB, ita *CD* ad DG. ſed *F*D maior eſt, quam DB. ergo & C*D*, quam DG maior. Itaq; A B
quoniam maior eſt FD, quam DB, hoc eſt, quam DC, & *D*C maior, quam DG, erit FD omniũ maxima, & DG minima. & quoniã quattuor rectæ lineæ proportionales C
sũt FD *D*B DC DG, atque eſt maxima quidẽ FD, minima vero DG, erit FG maior, quã BC. ergo BC cũ ſit minor, quam F*G*, multo minor erit, quam EF. Similiter de- D E
monſtrabimus BC minorem eſſe omnibus rectis lineis, quæ per punctũ *D* ducũtur. F
Dico inſuper propinquiorem ipſi BC remotiore minorem eſſe.

Ducatur. n. alia quæpiã HK, & angulo K æqualis conſtituatur *D*EL. illud enim fieri poteſt. Rurſus maior eſt KD, quam *D*F, & ED, quã DL maior. quare tota KL maior eſt, quam EF, & propterea KH, quam EF multo maior erit. minor igitur ẽ EF, quam HK: Ex quibus ſequitur BC eſſe minorem omnibus, quæ per D ducantur, & quæ ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore minorem eſſe.

THEOREMA LXX. PROPOSITIO LXXIIII. LEMM. X.

Quod cum ita ſit manifeſta erit determinatio.



Si enim exponamus rhombum A*B*CD, & iungentes AD, ducamus ipſi ad rectos angulos EF, quę cum ipſis *A*C AB in punctis EF conueniat, oportet determinare, utrum maxima ſit, an minima omnium rectarum linearum, quæ per punctum D ducantur. & quoniam diagonios eſt A*D*, & ipſi AD perpendicularis EF, factum erit triangulum æquicrure EAF, habens latus EA ipſi *A*F æquale. ergo per antecedens lemma ſit EF minor omnibus rectis lineis, quę per *D* ducuntur, & ipſi propinquior ſemper remotiore minor eſt.

COMMENTARIVS.

Eſt igitur ut FD ad *D*B, ita C*D* ad *D*G] Ex 4. *ſexti elementorum*. *Nam cum an-* A *gulus* DCG *ſit ęqualis angulo* BFD, *& angulus* GDC *ad verticem æqualis ipſi* BDF, *& reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit.*

B Sed FD maior eſt, quam DB] Ex 19. *primi angulus enim* ABC *exterior maior eſt interiori* BFD. *& eadem ratione angulus* FBD *maior eſt angulo* ACB, *hoc eſt ipſo* ABC. *angulus igitur* FBD *angulo* BFD *multo maior eſt, & ideo à maiori latere ſubtenditur.*

C Erit FD omnium maxima, & DG minima.] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erãt, ſed tamen aliqua in eandem ſententiam deſiderari videbantur, ſic enim in eo legitur.* ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστιν ἡ ζδ τῆς δβ, τουτέστι τῆς δγ, ἀλλὰ ἡ δγ τῆς μείζων ἐστιν ἐπεὶ οὖν τέσσαρες *&c. fortaſſe vero hæc addenda erunt.* μεγίστη ἄρα ἐστιν ἡ ζδ, ἐλαχίστη δὲ ἡ δη.

D Erit FG minor, quam BC] *Sequitur hoc ex ultima quinti libri elementorum. conſtat namque* FG *ex maxima, & minima;* BC *uero ex reliquis duabus.*

E Ergo BC cum ſit minor, quam FG, multo minor erit, quam EF] *Græcus codex* ὥστε ἡ βγ ἐλάσσων ἐστι τῆς ζη, πολλῷ ἐλάσσων ἐστι τῆς εζ. *sed vide ne legendum ſit.* ὥστε ἡ βγ ἐλάσσων οὖσα τῆς ζη, πολλῷ ἐλάσσων ἐστι τῆς εζ.

F Similiter demonſtrabimus BC minorem eſſe omnibus rectis lineis, quæ per punctum D ducuntur] *Poſt hæc in græco codice nonnulla leguntur, quę nos conſulto omiſimus, ueluti parum neceſſaria.*

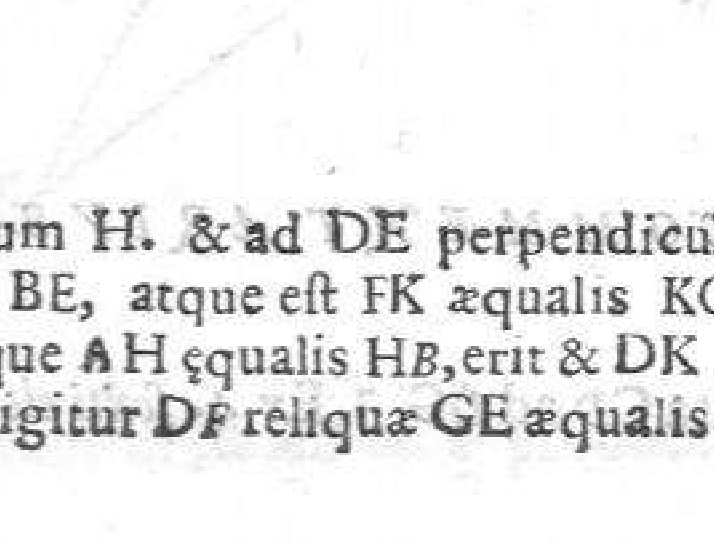
νεύσεων.

INCLINATIONVM LIBER PRIMVS.

LEM. I.

THEOREMA LXXI. PROPOS. LXXV.

Sit ſemicirculus in AB, & ducatur quęuis recta linea DE
A & ad ipſam perpendiculares AD BE. Dico DF ipſi GE
æqualem eſſe.



B Sumatur enim centrum H. & ad DE perpendicularis agatur HK. parallela igi
C D tur eſt HK ipſis AD BE, atque eſt FK æqualis KG. Et quoniam tres paralle-
E læ ſunt AD HK BE, eſtque AH ęqualis HB, erit & DK ipſi KE æqualis. quarum FK
eſt æqualis KG, reliqua igitur DF reliquæ GE æqualis erit. Conſtat præterea DG
F ipſi FE ęqualem eſſe.

COM-

COMMENTARIVS.

Et ad ipſam perpendiculares AD BE] *Græcus codex.* καὶ ἐπ᾽ αὐτὴν κάθετοι αἱ α δ βε θ κ. *ſed delendum illud* θ κ. A

Sumatur enim centrum H.] *Græcus codex* εἰλήφθω τὸ τοῦ θ. *lege* εἰλήφθω τό κέντρον τό θ. B

Parallela igitur eſt HK ipſis AD BE.] Ex 28. *primi elementorum.* C

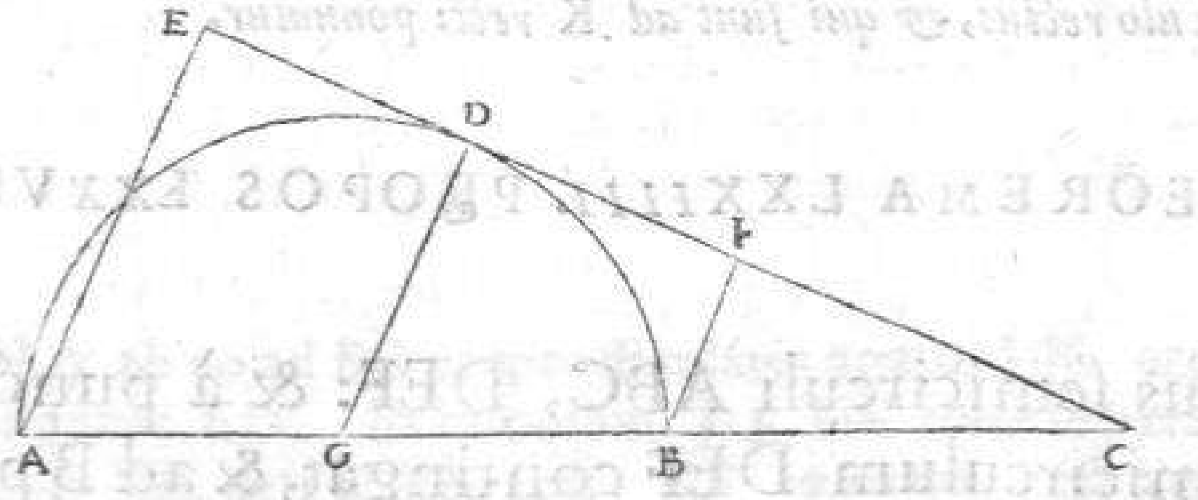
Atque eſt FK æqualis KG] *Ex 3. tertii elementorum.* D

Erit & DK ipſi KE æqualis] *Hoc vel ex 34. primi, uel ex 2. ſexti elementorum facile concludemus.* E

Conſtat præterea DG ipſi FE æqualem eſſe] *Addita nimirum utraque communi* FG. F

THEOREMA LXXII. PROPOSITIO LXXVI. LEM. II

Sit rurſum ſemicirculus in AB, & contingens ducatur CD, producaturque, & ad ipſam perpendiculares agantur AE BF. Dico rurſus ED ipſi DF ęqualem eſſe.



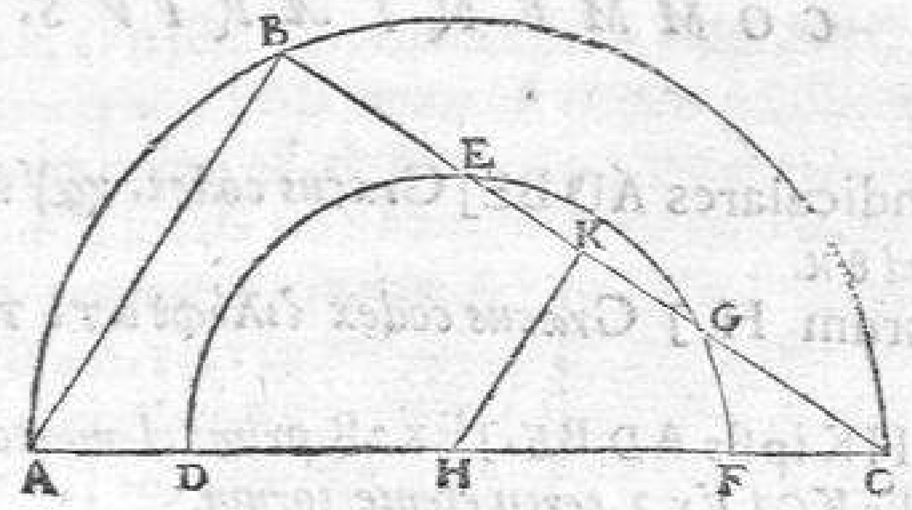
Sit centrum G, & DG iungatur. ergo DG ipſis AE BF parallela eſt, ſunt enim recti anguli qui ad D. Quoniam igitur tres ſunt parallelæ AE GD BF, atque eſt AG æqualis GB, erit & ED ipſi DF æqualis.

IN QVINTVM PROBLEMA.

THEOREMA LXXIII. PROPOS. LXXVII. LEMM. III.

Sint duo ſemicirculi in AC, videlicet ABC DEF, ſitq; AD ęqualis CF: & a puncto C ducatur CB. Dico BE ipſi GC ęqualẽ eſſe.

Quo-



Quoniam enim AD æqualis eſt CF, ſemicirculi circa idem centrum conſiſtunt. ſumatur ſemicirculorum centrum H, & ab H ad EG perpendicularis agatur HK. B æqualis igitur eſt EK ipſi KG. Itaque iungatur AB. & quoniam parallelæ ſunt AB HK, atque eſt AH æqualis HC, erit & BK ęqualis KC, quarum EK ipſi KG eſt æqualis. reliqua igitur BE reliquæ GC æqualis erit. Manifeſtum quoque eſt & BG ipſi EC eſſe æqualem.

COMMENTARIVS.

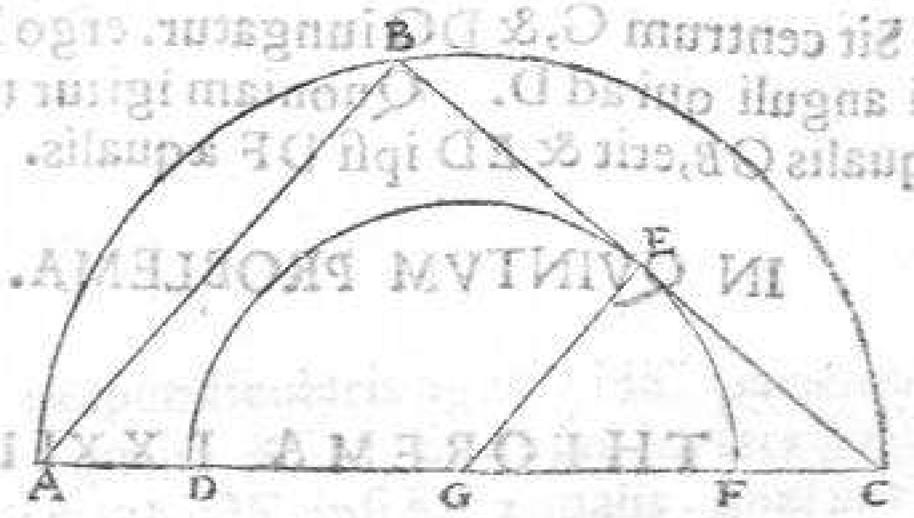
A Et a puncto C ducatur CB] *Intellige CB ſemicirculum ſecare.*

B *Et quoniam parallelæ ſunt AB HK] ex 28. primi elementorum; eſt enim angulus ABC in ſemicirculo rectus, & qui ſunt ad K recti ponuntur.*

THEOREMA LXXIIII. PROPOS. LXXVIII.

LEMM. IIII. Sint rurſus ſemicirculi ABC, DEF: & à puncto C ducatur CE quę ſemicirculum DEF contingat, & ad B producatur. Dico BE ipſi EC æqualem eſſe.

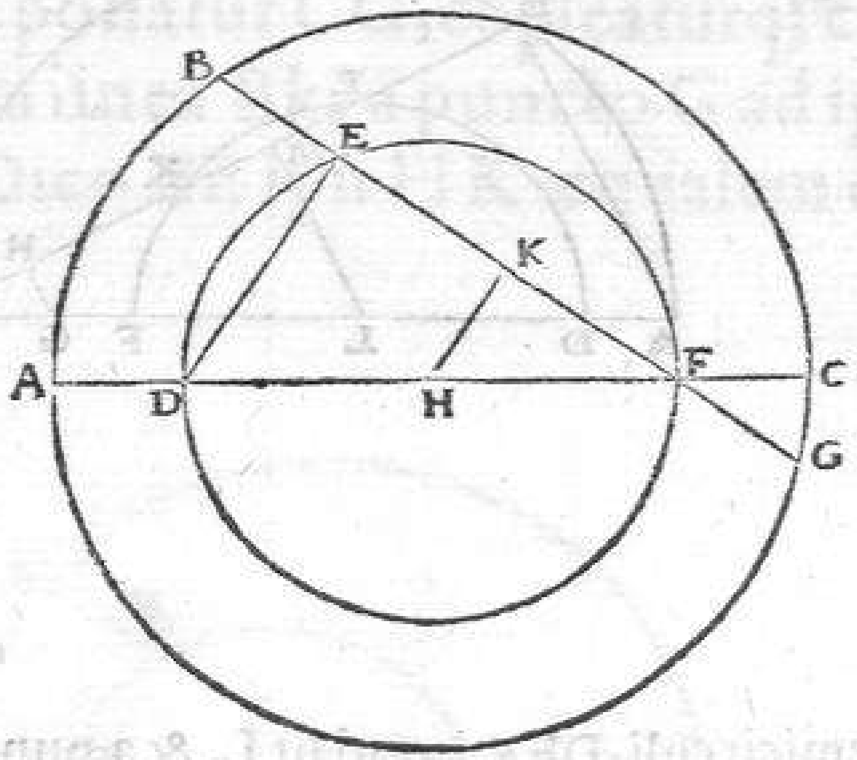
Cum enim AD ſit æqualis FC, conſtat ſemicirculos circa idem centrum eſſe ſumatur rurſus eorum cẽtrum G,
18. tertii. & iungantur GE AB angulus igitur
13. ad E rectus eſt, ſed & rectus, qui ad B. ergo AB ipſi EG eſt parallela, atque eſt AG æqualis GC æqualis igitur eſt BE ipſi EC.



IN SEPTIMVM.

THEOREMA LXXV. PROPOSITIO LXXIX. LEM.V

Sint rurſus ſemicirculi ABC DEF, & ſit AD æqualis FE, com pleatur autem maior circulus, & per F ducatur quædam recta linea BG. A Dico BE ipſi FG æqualem eſſe.



Sit centrum H, & ab eo ad BG perpendicularis agatur HK. ergo BK eſt æqualis KG. Itaque iungatur ED. Et quoniam DE HK inter ſe parallelæ ſunt, atque eſt DH æqualis HF, erit & EK ipſi KF æqualis. B eſt autem & tota BK æqualis toti KG. reliqua igitur BE reliquæ FG æqualis erit. Conſtat etiam BF ipſi EG æqualem eſſe.

COMMENTARIVS.

Et per F ducatur quędam recta linea BG.] *Græcus codex* καὶ διὰ τοῦ δ ζ ἤχθω τὶς ἡ βη *lege* καὶ διὰ τοῦ ζ. A

Erit & EK ipſi KF æqualis] *Græcus codex.* ὅλη γάρ ἐϛι καὶ ἡ εκ τῇ κζ. *ego legendum puto* ἴση ἄρα ἐϛι καὶ ἡ ε κ τῇ κζ, *quamquam illud per ſe patet ex 3. tertii elementorum, adeo ut ad propoſitum oſtendendum minime opus ſit ducere rectam lineam* ED. *Quoniam enim a cētro* H *ad* BG *perpendicularis acta eſt* HK, *erit &* BK *ęqualis* KG, *& eadem ratione* EK *æqualis* KF. *reliqua igitur* BE *reliquæ* FG *eſt æqualis. quod demonſtrare oportebat.* B

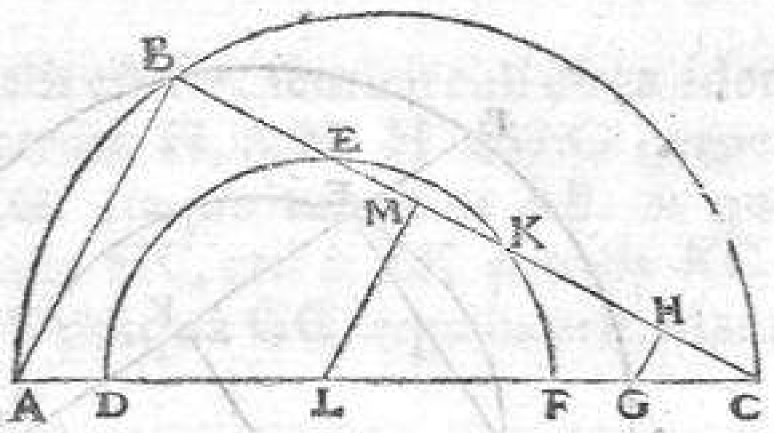
IN

IN NONVM.

LE. VI.

THEOREMA LXXVI. PROPOS. LXXX.

Sint duo ſemicirculi ABC DEF, & ipſi AD æqualis ponatur FG. ducta autem BC à puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH. Dico BE ipſi KH æqualem eſſe.



Sumatur centrum ſemicirculi DEF, quod ſit L, & a puncto L ad EK perpendicularis ducatur LM. æqualis igitur eſt EM ipſi MK. & quoniam AD eſt æqualis FG, & DL ipſi LF, tota AL toti LG æqualis erit. ſunt autẽ tres parallelæ AB LM GH: ergo BM eſt æqualis MH; quarum EM æqualis eſt MK. reliqua igitur BE reliquę KH eſt æqualis. manifeſtum quoque eſt BK ipſi EK æqualem eſſe.

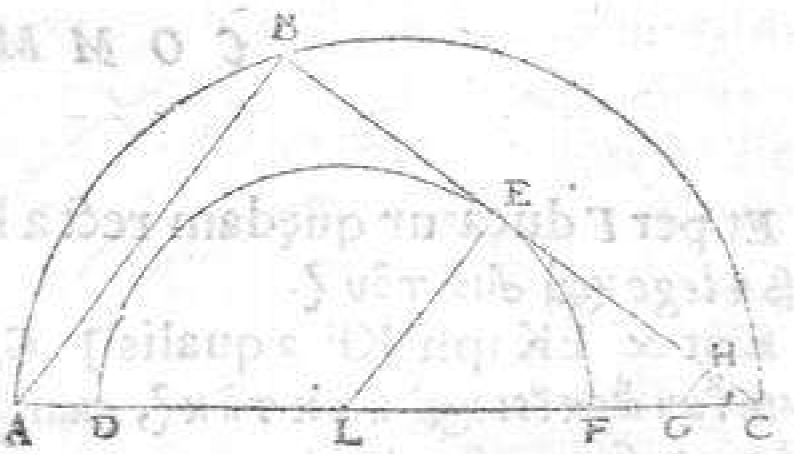
THEOREMA LXXVII. PROPOSITIO LXXXI.

LEMM. VII. *

Iiſdem poſitis contingat BC ſemicirculum DEF. Dico rurſus BE ipſi EH eſſe ęqualem.

18. tertii.

Rurſus ſumatur centrum ſemicirculi DEF, quod ſit L, & iungatur LE. perpẽdicularis igitur eſt ad BC, & factæ ſunt tres parallelæ AB LE GH, atque eſt AL æqualis LG. ergo & BE ipſi EH æqualis erit.



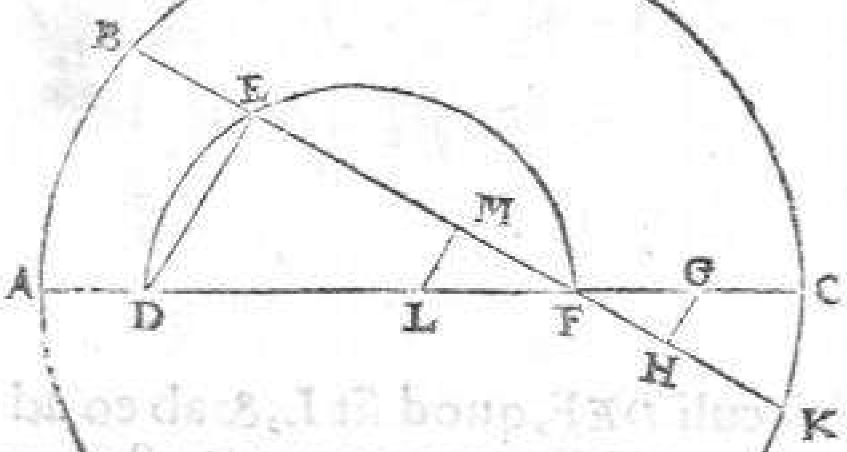
COMMENTARIVS.

Iiſdem poſitis contingat BC ſemicirculum DEF] *Gręcus codex* τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐφάπτεται ἡ βγ τοῦ δεζ ἡμικυκλίου. *lege* ἐφαπτέσθω. ✣

IN OCTAVVM.

THEOREMA LXXVIII. PROPOS. LXXXII. LEM. VIII.

Sint duo ſemicirculi ABC DEF, & ſit AD minor, quam CF, ipſi vero AD ęqualis ponatur CG, cōpleaturq; circulus BAKC, & ducta quæuis recta linea Bk, a puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH. Dico BE ipſi HK æqualem eſſe.



Sumatur centrū circuli ABC, quod ſit L. & a puncto L ad EF perpendicularis agatur LM. æqualis igitur eſt BM ipſi MK. quoniam autē AL eſt ęqualis LC, & AD ipſi GC, erit reliqua DL reliquæ LG æqualis. & ſunt tres parallelæ DE, LM GH. ✣ ergo EM eſt æqualis MH. eſt autem tota EM æqualis toti MK. reliqua igitur BE reliquæ HK eſt ęqualis. perſpicuum autem eſt & BH ipſi EK eſſe æqualem.

COMMENTARIVS.

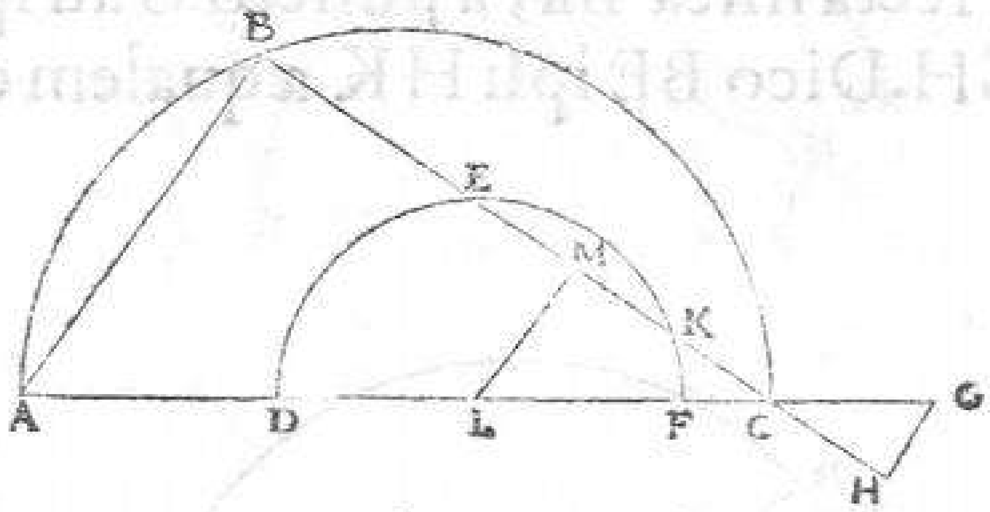
Ergo EM eſt æqualis MH] *Quoniam enim ut* DL *ad* LF, *ita eſt* EM *ad MF, & ut* LF *ad* FG, *ita MF ad FH, ob triangulorum* LMF GHF *ſimilitudinem, erit ex æquali ut* DL *ad* FG, *ita EM ad* FH. *Rurſus quoniam ut LF ad* FG, *ita* MF *ad* FH. *erit componendo,* ✣

nendo, conuertendoque ut FG ad GL, ita FH ad HM. ergo rurſus ex æquali ut DL ad LG, ita EM ad MH. eſt autem DL æqualis LG. ergo & EM ipſi MH ęqualis erit.

IN DECIMVM SEPTIMVM.

THEOREMA LXXIX. PROPOSITIO LXXXII.

LE. IX. Iiſdem poſitis ſit AD maior, quam FC, & ipſi ęqualis ponatur FG, ductaque BCH ad ipſam perpendicularis agatur GH. A Dico BE ipſi KH æqualem eſſe.



Sumatur centrum ſemicirculi DEF, quod ſit L, & ab eo ad EK perpendicularis agatur LM. ergo EM eſt æqualis MK. Et quoniam AD eſt ęqualis FG, & DL ipſi LF, B erit tota AL toti LG ęqualis. & ſunt rurſus tres parallelæ BA ML GH. æqualis igitur eſt BM ipſi MH, quarum EM eſt æqualis MK. ergo reliqua BE reliquæ KH eſt æqualis. manifeſtum autem eſt & BK ipſi EH æqualem eſſe.

COMMENTARIVS.

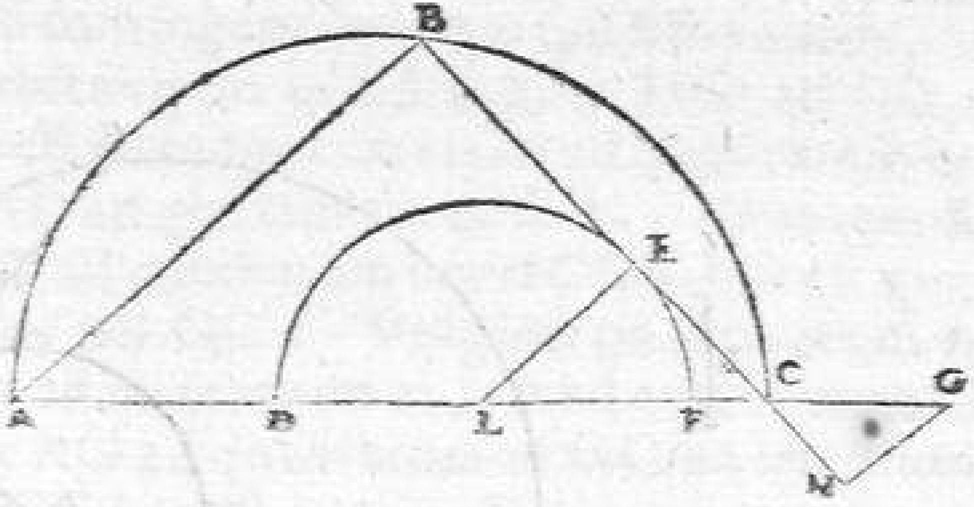
A Dico BE ipſi KH æqualem eſſe] *Græcus codex* ἐπεὶ ἴση ἐστιν ἡ βε τῆ κθ. *lege* ὅτι ἴση ἐστιν ἡ βε τῆ κθ.

B Aequalis igitur eſt BM ipſi MH] *Hoc eodem modo demonſtrabitur, quo ſupra demonſtratum eſt EM ipſi MH æqualem eſſe.*

THEOREMA LXXX. PROPOSITIO LXXXIIII.

Iiſdem poſitis contingat BC ſemicirculum DEF. Dico BE ipſi EH æqualem eſſe.

Suma-

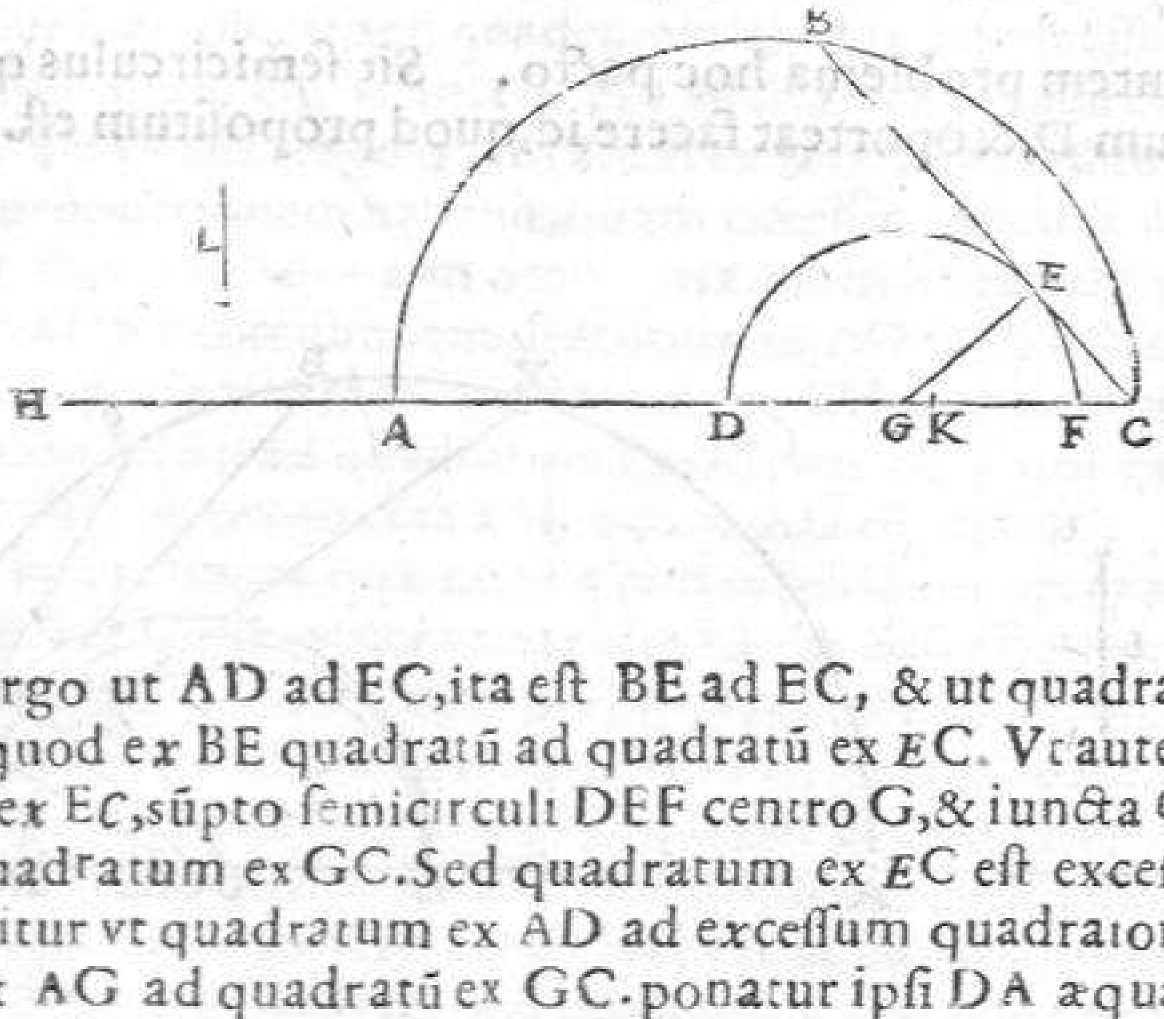


Sumatur rurſus ſemicirculi DEF centrum L,&LE iungatur.ergo perpendicularis eſt ad BH.& ob id tres parallelæ ſunt *AB* LE GH,atque eſt AL æqualis LG:ęqualis igitur eſt BE ipſi EH.

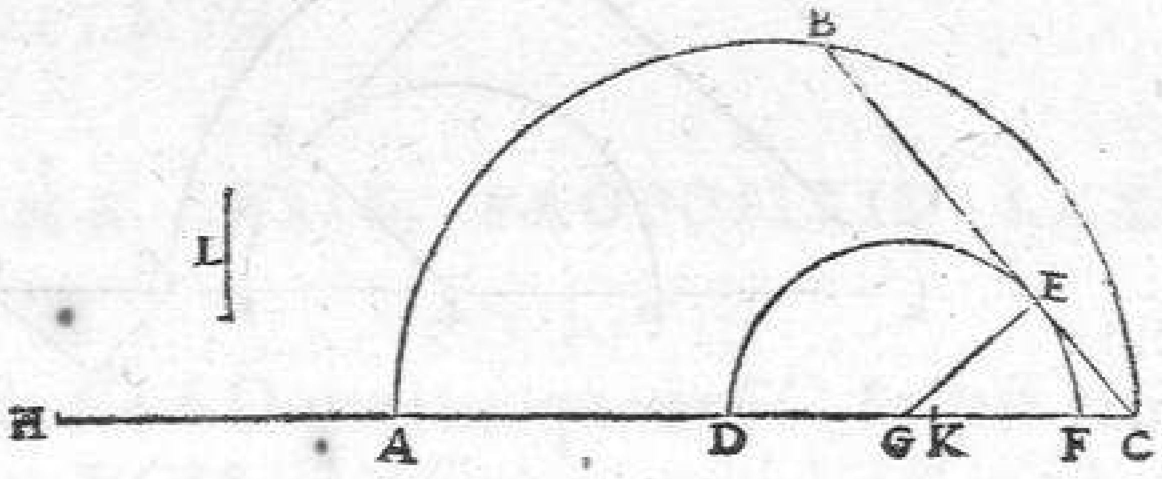
PROBLEMA VTILE AD COMPOSITIONEM DECIMI SEPTIMI.

PROBLEMA V. PROPOS. LXXXV.

Semicirculo poſitione dato ABC, & dato puncto D, deſcri- LEM. XI. A
bere per D ſemicirculum,qualis eſt DEF, ita vt ſi ducatur con-
tingens BC, fiat AD ipſi BE ęqualis.



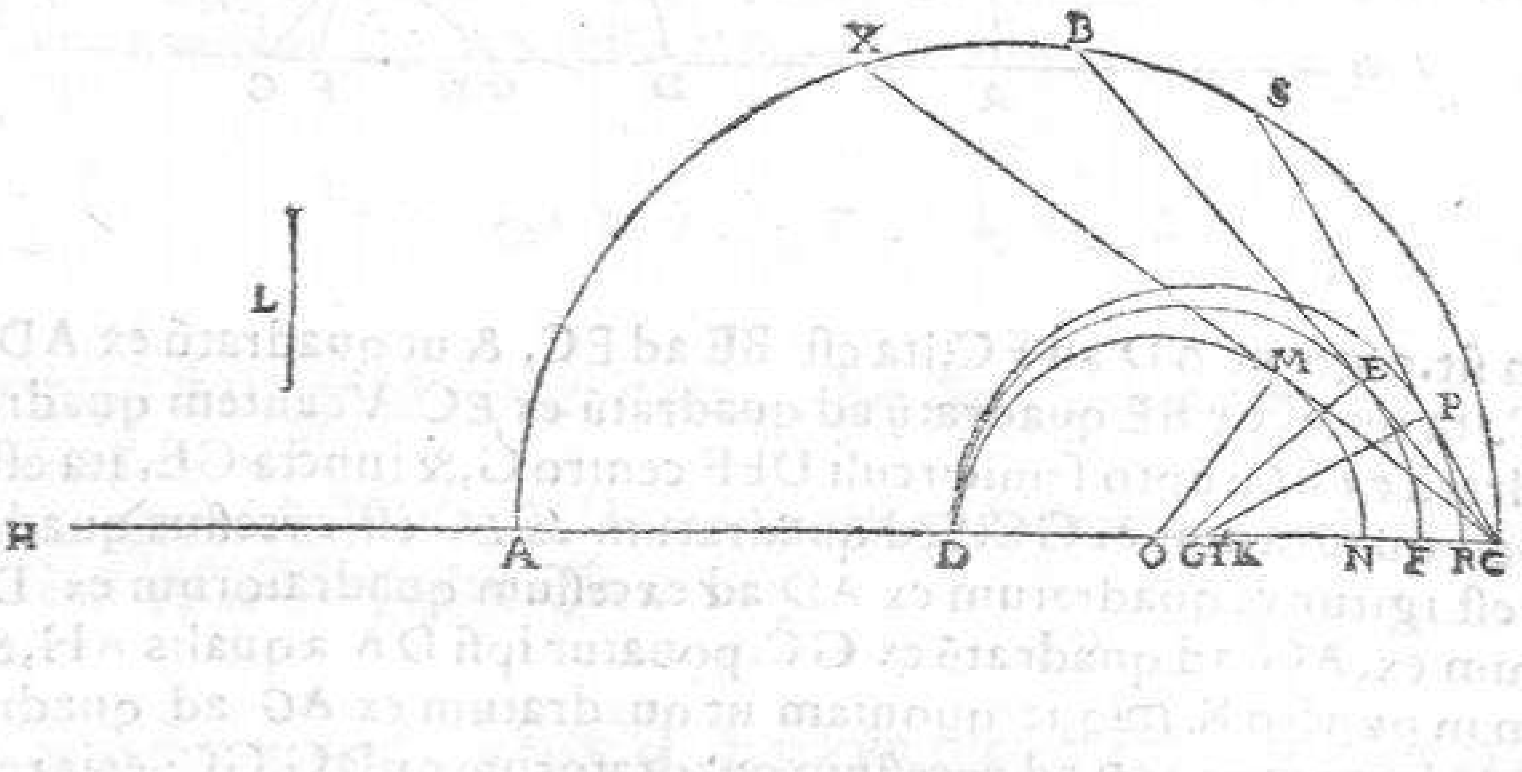
Factũ iam ſit.ergo ut AD ad EC,ita eſt BE ad EC, & ut quadratũ ex AD ad qua-
dratũ ex EC.ita quod ex BE quadratũ ad quadratũ ex *E*C. Vt autem quadratum ex B
B*E* ad quadratũ ex E*C*,sũpto ſemicirculi DEF centro G,& iuncta GE, ita eſt quadra
tum ex *A*G ad quadratum ex GC.Sed quadratum ex *E*C eſt exceſſus quadratorum
ex *EG* GC. eſt igitur vt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG GC, C
ita quadratum ex AG ad quadratũ ex GC.ponatur ipſi DA æqualis AH,& ſecetur
D*C* bifariam in puncto K.*I*taque quoniam ut quadratum ex A*G* ad quadratum ex
GC,ita eſt quadratum ex *AD* ad exceſſum quadratorum ex DG GC; erit reliquum , D
videlicet rectangulum DGH ad reliquum quadratũ ex GD:hoc eſt HG ad GD; vt E
vna proportionum,nempe vt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG
GC.hoc eſt quod bis *DC* & L continetur ad id, quod bis continetur *D*C CK. datum
autem eſt quadratum ex AD.ergo & id,quod bis continetur DC & L &quod ſemel



G continetur datum erit. atque eſt data DC. ergo & L data. Quoniam autem eſt,
vt HG ad GD, ita quadratum ex AD, hoc eſt quod bis continetur DC & L ad
H K id,quod bis DC & GK continetur; hoc eſt ut L ad GK. rectangulum igitur HGK
L rectangulo contento L & GD eſt æquale, & ſunt tres rectę lineæ datæ HD, DK L.
M ergo deductum eſt ad determinatam ſectionem. Datis tribus rectis lineis HD,
N DK L, ſecare DK in puncto G, & facere proportionem rectanguli HGK ad rectangulum LGD æqualis ad æquale. hoc autem manifeſto conſtat. & eſt indetermina-
O tum. ergo datum eſt punctum G, & ſemicirculi DEF centrum. poſitione igitur eſt
P ſemicirculus, & a dato puncto C recta eſt contingens BC. quare poſitione
Q eſt BC.

Idem autem congruet ſi punctum infra ſumatur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit ſemicirculus quidem ABC, datum autem punctum D, & oporteat facere id, quod propoſitum eſt.



Ponatur quadrato ex AD ęquale id, quod bis DC & L continetur, ipſi uero DA æqualis ponatur AH, & DC bifariam in puncto K diuidatur. Itaque datis tribus rectis lineis HD DK L, ſecetur DK in G, ut faciat proportionem rectan-

guli ex L & DG ad rectangulum HGK ęqualis ad ęquale, & circa centrum G ſemicirculus
DEF deſcribatur. Dico ſemicirculum DEF problema efficere. ducatur
enim BC ſemicirculum contingens. erit AD ipſi BE æqualis. Nam cum rectangulum
HGK æquale ſit rectangulo ex L & GD, vt HG ad GD, ita erit L ad GK.
Sed ut HG ad GD, ita eſt rectangulum HGD ad quadratum ex GD, hoc eſt exceſſus
quadratorum ex GA AD ad quadratum ex GD. Vt autem L ad GK, ita id, quod S
bis continetur L & DC ad contentum bis DC GK, hoc eſt quadratum ex AD ad exceſſum
quadratorum ex DG GC. Vt igitur quadratorum ex GA AD exceſſus ad
quadratum ex GL, ita eſt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG GC.
ergo ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita quadratum A ex D ad exceſsũ T
quadratorum ex DG GC, hoc eſt ad exceſſum quadratorum ex CG GE, hoc eſt ad
quadratum ex EC. Vt igitur quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita quadratum
ex AD ad quadratum ex EC. Sed ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC,
ita eſt quadratum ex BE ad quadratum ex EC. ergo ut quadratum ex BE
ad quadratum ex EC, ita quadratum ex AD ad id, quod ex EC quadratum.
quadratum igitur ex AD æquale eſt quadrato ex BE, ideoque recta linea
AD ipſi BC eſt æqualis. & manifeſtum eſt BE maiorem eſſe, quam EC. etenim V
ut HG ad GD, ita erat quadratum ex AD ad quadratum ex EC. maior autem ē HG, X
quam GD. ergo & quadratum ex AD maius eſt quadrato ex EC: ac propterea AD, Y
quam EC eſt maior: & multo maior, quam FC. Semicirculus igitur DEF problema
efficit. Dico autem eum ſolum hoc efficere. Deſcribatur enim alter ſemicirculus
DMN, & ducatur contingens CMX. Itaque ſi DMN etiam
problema efficit, erit AD æqualis MX, & ſumpto ſemicirculi DMN centro, quod ſit
O, iungatur OM. ergo congruentur reſolutioni, rectangulum HOK æquale erit rectangulo Z
LDO, quod eſt abſurdum; nam in determinata ſectione demonſtratum
fuit maius eſſe non igitur ſemicirculus DMN efficit problema. Similiter oſtendemus α
neque aliud vllum efficere præterquam ipſum DEF. ergo DEF ſolus problema
efficit. Vt autem cognoſcamus vtrum ipſorum maius abſcindet ita oſtendemus. β
Quoniam enim in determinata ſectione demonſtratum eſt, rectangulum
LDO minus rectangulo HOK, habebit L ad OK minorem proportionem, quã HO γ δ
ad OD. Sed vt L ad OK, ita eſt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex
DO OC. quod oſtenſum eſt. vt autem HO ad OD. ita exceſſus quadratorum ex OA
AD ad quadratum ex OD. ergo quadratum ex AD ad exceſſum quadratorũ ex DO ε
OC minorem proportionem habebit, quam exceſſus quadratorum ex OA AD ad ζ
quadratum ex OD. & omnia ad omnia maiorem habebunt proportionem, quam
quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DO OC, hoc eſt ad quadratum ex η
CM. quadratum igitur ex AD ad quadratum ex CM minorem proportionem habet,
quam quadratum ex AO ad quadratum ex OC, hoc eſt quam quadratum ex XM ad
quadratum ex MC, & propterea XM, quam AD eſt maior. Non aliter oſtendemus
& omnes rectas lineas, quæ inter A & B interiiciuntur, maiores eſſe, quam AD;
quæ vero inter B & C eſſe minores. Si enim rurſus deſcribamus ſemicirculum DPR, θ
contingentemque ducamus: & eadem quę prius conſtruantur, erit centrum ſemicirculi
DPR uidelicet T ad alteras partes puncti G. & in ſectione determinata rectangulum
HGK maius erit rectangulo HTK. atque eadem ratione AD, quam SP erit κ
maior. ergo ſemicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes habent, maiorem λ
faciunt eam, quam AD, qui vero remotiores ſunt, faciunt minorem. fieri igitur poteſt,
vt per punctum D deſcribantur ſemicirculi, ita ut linea contingens vnumquemque
ipſorum protracta ad circumferentiam maioris ſemicirculi faciat eam, quæ inter
contactum, & dictam circumferentiam interiicitur, æqualem ipſi AD. & rurſus
maiorem & faciat minorem.

COMMENTARIVS.

A Ita ut ſi ducatur contingens BC, fiat ND ipſi BE æqualis] *intellige BC contingere ſemicirculum DEF in puncto E.*

B Vt autem quadratum ex BE ad quadratum ex EC, ſumpto ſemicirculi DEF centro G, & iuncta GE, ita eſt quadratum ex AG ad quadratum ex GC] *ſi enim iungatur AB, parallela erit ipſi GE, quod angulus ABC in ſemicirculo rectus eſt; & rectus GEC. ergo ut BE ad EC, ita AG ad GC. & ob id quadratum ex BE ad quadratum ex EC, ita quadratum ex AG ad quadratam ex GC. Græcus autem codex mendoſe habet.* τὸ ἀπὸ δη πρὸς τὸ ἀπὸ ηγ, *cum legendum ſit* τὸ ἀπὸ αη πρὸς τὸ ἀπὸ ηγ.

28.primi
31.18.tertii.
2.ſex.22.

C Sed quadratum ex EC eſt exceſſus quadratorum ex EG GC] *nam quadratum ex GC æquale eſt duobus quadratis ex GE EC ex 47. primi elementorum. Græcus codex* ἀλλὰ τὸ ἀπὸ εγη τῶν ἀπὸ εη ηγ ἐστὶν ὑπεροχή. *lege* τὸ ἀπὸ εγ

D Eſt igitur ut quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG GC &c.] *Quoniam enim quadratum ex EC eſt exceſſus quadratorum ex EG GC, atque eſt DC æqualis GE, erit etiam exceſſus quadratorum ex DG GC. ergo ut quadratum ex BE, hoc eſt ut quadratum ex AD ipſi æquale ad exceſſum quadratorum ex EG GC, ita quadratum ex AG ad quadratum ex GC.*

E Erit reliquum, uidelicet rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD, hoc eſt HG ad GD, ut una proportionū, nempe ut quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG GC] *nam cum ſit ut totum quadratum ex AG ad totum quadratum ex GC, ita quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG GC, videlicet pars ad partem erit reliquum rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD, ut quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG GC eſt enim quadratum ex AG æquale quadrato ex AD, & rectangulo HGD, quoniam recta linea HD bifariam ſecatur in A, atque ipſi adiungitur DC: quadratum autem ex GC eſt æquale quadrato ex EC, qui eſt exceſſus quadratorum ex DG GC; & quadrato ex GE, hoc eſt GD. ſed ut rectangulum HGD ad quadratum ex GD, ita eſt HG ad GD. ergo HG ad GD eſt ut quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG GC. Græcus codex* λοιπὴ πρὸς λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ δηθ. *ſed puto legendum* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ δηθ πρὸς λοιπὸν τὸ ἀπὸ ηδ.

6.ſecūdi.
47.primi
1.ſexti.

F Hoc eſt quod bis DC & L continetur ad id, quod bis continetur DC GK] *fiat quadrato ex AD æquale id, quod bis continetur DC, ut alia quadam linea, quæ ſit L. & quoniam DF bifariam ſecatur in G, atque ipſi adiungitur FC, erit rectangulum DCF una cū quadrato ex CF æquale quadrato ex GC. ſed rectangulo DCF æquale eſt id, quod bis continetur DC GK; cum FC ſit dupla ipſius GK, ut mox oſtendemus. ergo quod bis DC GK continetur, eſt exceſſus quadratorum ex FG GC, hoc eſt DG GC. eſt igitur HG ad GC, ut quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG GC, hoc eſt quod bis continetur DC & L ad id, quod bis DC GK continetur. At uero FC ipſius GK duplam eſſe perſpicue apparet. eſt enim DC dupla ipſius CK, & DF dupla FG. ergo & reliqua FC reliquę GK dupla erit. Græcus codex corruptus eſt, & mancus, in quo legitur.* τουτέστι πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγλ. δοθὲν δὲ τὸ ἀπὸ αδ. *ego ſic reſtituendum cenſeo* τουτέστι τὸ δὶς ὑπὸ δγλ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγ ηκ. δοθὲν δὲ τὸ ἀπὸ αδ.

19.quīti.

G Atque eſt data CD. ergo & L data] *ex 57. datorum Euclidis.*

H Hoc eſt ut L ad GK] *Ex prima ſexti elementorum.*

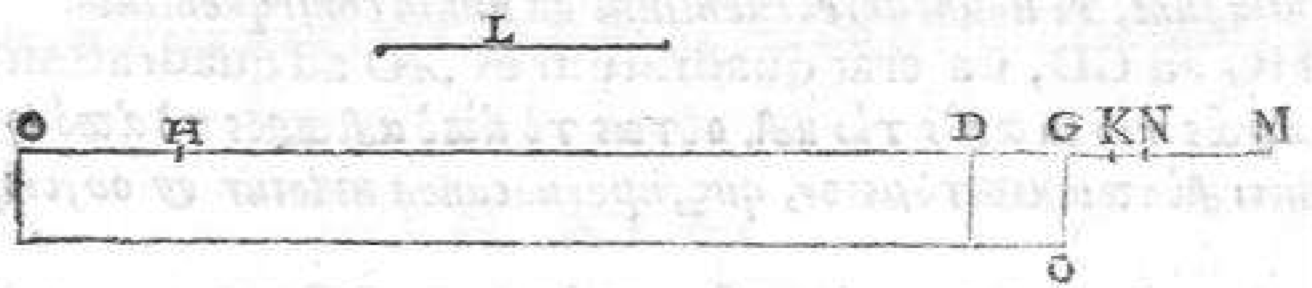
K Rectangulum igitur HGK rectangulo ex L & GD eſt æquale] *ex 16. ſexti elementorum.*

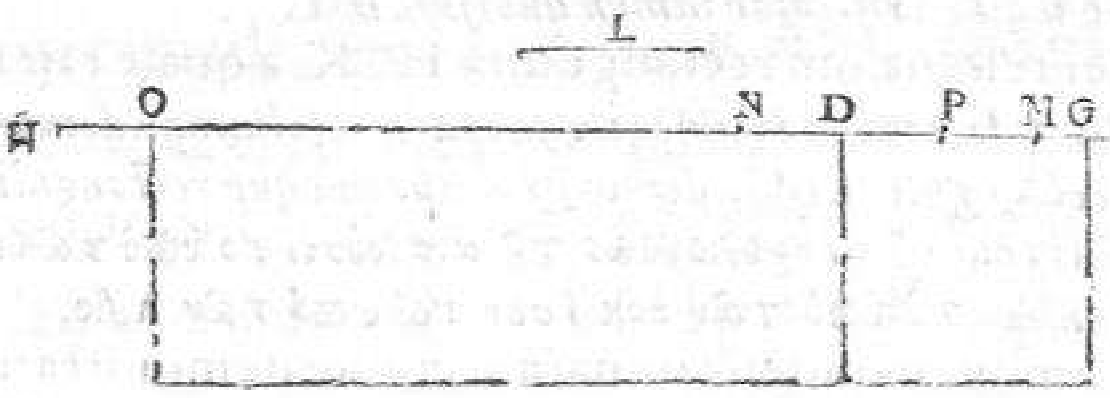
L Ergo deductum eſt ad determinatam ſectionem.] *Græcus codex* ἀπῆκται εἰς διωρισμένης, *ſed vide ne legendum ſit* ἀπῆκται εἰς διωρισμένην *vt intelligatur* τομήν.

Datis

Datis tribus rectis lineis HD DK *L* ſecare DK in puncto G, & facere proportionē M rectanguli HGK ad rectangulum LGD ęqualis ad æquale, hoc autem manifeſto conſtat] *Illud, vt opinor, manifeſtum tunc erat ex demonſtratis ab Apollonio in libris de ſectione determinata, his autem temporibus non item, cum Apollonii libris careamus. quare nos problema eiuſmodi explicare tentabimus. hoc pacto.*

Sint datæ rectæ lineæ HD, DK, L. oportet ipſam DK ita ſecare in puncto G, ut rectangulum HGK æquale ſit rectangulo, quod L & DG continetur.





Adiiciatur rectæ lineæ HD linea DM, quę ſit æqualis L, & ab ipſa HM abſcindatur MN æqualis DK, fiatque DO æqualis NH. & ſi quidem DM ſit minor, quam DK, ut in ſecunda figura, fiat KP æqualis MD. erunt ND DP MK HO inter ſe æquales, & OP æqualis HD. Itaque ex 29. ſexti elementorum ad rectam lineam OD rectangulo HDK ęquale rectangulum applicetur, excedens ſigura quadrata, quod ſit OGQ. Dico DK in G ſectam eſſe, vt proponebatur. Quoniam enim rectangulum OGQ. hoc eſt OGD eſt æquale rectangulo HDK, erit ex 14. ſexti elementorum KD ad DG, vt OG ad HD: & diuidendo KG ad GD, vt exceſſus, quo OG ſeparat HD ad HD, videlicet in prima quidem figura, ut utraque OH DG hoc eſt DGKM ad HD: in ſecunda vero ut PG ad HD, & ut vnū ad vnum, ita antecedentia omnia ad omnia conſequentia, nempe vt KG ad GD, ita KG una cum exceſſu, quo OG ſuperat HD, hoc eſt in prima figura ita DM ad HD DG, hoc eſt ad HG: & in ſecunda figura, ita PK hoc eſt DM ad HG. rectangulū igitur HGK eſt æquale rectāgulo GDM, uidelicet ei, quod L & DG continetur. illud autem eſt quod facere oportebat.

Et eſt indeterminatum] *Cum enim problematum alia determinata ſint, alia indeterminata, hoc ex eorum numero eſt, quæ indeterminata appellantur, quod ut fieri poſſint nulla indigent determinatione.* N

Poſitione igitur eſt ſemicirculus] Ex *6. diffinitione libri datorum.* O

Quare poſitione eſt BC] *Non ſolum data eſt poſitione* BC, *ſed & magnitudine ex 91. libri datorum.* P

Q Idem autem congruet, ſi punctum infra ſumatur]

R Vt HG ad GD, ita erit L ad GK] *ex 14 ſexti elementorum Græcus codex* ὡς ηθ πρὸς τὴν ηδ οὕτως ἐςὶ τὴν ηκ *lege* οὕτος ἐςὶν ἡ λ πρὸς τὴν ηκ.

S Vt autem L ad GK, ita id, quod bis continetur L & DC ad contentum bis DC GK] *Cręcus codex* ὡς δὲ ἡ ηλ πρὸς τὴν ηκ, οὕτως ἐςὶ τὸ δὶς ὑπὸ δλγ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγ ηκ *legendum autem puto* ὡς δὲ ἡ λ πρὸς τὴν ηκ, οὕτως ἐςὶ τὸ δὶς ὑπὸ λ δ γ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγ ηκ.

T Ergo ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG GC] *ex 12. quinti elementorum. Omnia enim antecedentia ad omnia conſequentia ſunt, vt unum antecedentium ad unum conſequentium.*

V Etenim ut HG ad GD, ita erat quadratum ex AD ad quadratum ex EC] *Græcus codex* ἔχομεν γὰρ ὡς τὴν θη πρὸς τὴν ηδ, οὕτως τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. *poſt, quæ ſequũtur hæc* ἀναβαίνει δὲ ἐπισκεπτόμενον, *quę ſuperuacanea uidetur & ob ſcriptoris negligentiam inſerta.*

X Ergo & quadratum ex AD maius eſt quadrato ex EC] *Græcus codex* μεῖζον τὸ ἀπὸ αδ τοῦ ἀπὸ εγ *&c. ego legerem* μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ αδ τοῦ ἀπὸ εγ.

Y Et multo maior, quam FC] *intelligatur a puncto E ab DC ducta perpendicularis EY, erit, YC maior, quam FC. ſed cum EC maiori angulo ſubtendatur, maior eſt, quam YC, ergo AD, quam FC multo maior erit. vide tamen quorſum hæc.*

Z Ergo congruenter reſolutioni rectangulum HOK æquale erit rectangulo LDO] *ſi ponatur MX æqualis AD, eodem modo, quo ſupra in reſolutione demonſtratum fuit, rectangulum HGK æquale rectangulo LDG, demonſtrabitur quoque rectangulum HOK rectangulo LDO æquale. Gręcus codex* ἔςαι ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει τὸ ὑπὸ τῶ θεκ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν λδο. *ego legendum cenſeo.* τὸ ὑπὸ τῶν θοκ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν λδο.

α Quod eſt abſurdum. nam indeterminata ſectione demonſtratum fuit maius eſſe.] *Eſt enim rectangulum HOK maius rectangulo HGK ex 14. huius libri. ſed rectangulum LDO minus eſt rectangulo LDG, quod DO ſit minor, quam DG. ergo rectangulum HOK rectangulo LDO multo maius erit. Græcus codex* ἐν γὰρ τῇ διωρισμένῃ δέδεικται μείζων. *lege* μεῖζον.

β Ergo DCF ſolus problema efficit] *Græcus codex* τὸ δζε ἐςὶ μόνον ποιεῖ τὸ πρόβλημα. *lege* τὸ δζε ἄρα μόνον ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

γ Habebit L ad OK minorem proportionem, quam HO ad OD] *ex 16. huius.*

δ Sed ut L ad OK, ita eſt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DO OC] *Græcus codex* ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ κο πρὸς λ οὕτως ἐςὶ τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δθ οκ ὑπεροχήν. *legendum autem puto.* ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ λ πρὸς οκ. οὕτως ἐςὶ τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δο ογ ὑπεροχήν

ε Vt autem HO ad OD, ita exceſſus quadratorum ex OA AD ad quadratum ex OD] *Gręcus codex* ὡς δὲ ἡ θο πρὸς οδ, οὕτως ἐςὶν ἡ ἀπὸ η α δ πρὸς τὸ ἀπὸ οχ *lege* ὡς δὲ θο πρὸς οδ, οὕτως ἐςὶν ἡ τῶν ἀπὸ οα αδ ὑπεροχὴν πρὸς τὸ ἀπὸ οδ.

ζ Ergo quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DO OC minorem proportionem habebit, &c.] *Græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ αδ ἄρα πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ οδ δγ ὑπεροχήν. *lege* πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δο ογ ὑπεροχήν.

η Et omnia ad omnia maiorem proportionem habebunt, quam quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DO OC] *videlicet omnia antecedentia ad omnia conſequentia, hoc eſt exceſſus quadratorum ex OA AD una cum quadrato ex AD ad exceſſum quadratorum ex DO OC una cum quadrato ex OD maiorem habebunt proportionem, quam quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DO OC ex 8 huius libri ſed exceſſus quadra-*
6. ſecũdi. *torum ex OA AD eſt rectangulum HOD, rectangulum autem HOD una cũ quadrato ex AD eſt æquale quadrato ex AO. Rurſus exceſſus quadratorum ex DO OC, hoc eſt MO OC eſt*

qua-

quadratum ex MC, quod vna cum quadrato ex DO, hoc eſt MO eſt æquale quadrato ex OC. quadratum igitur ex AO ad quadratum ex OC maiorem proportionem habet, quam quadratũ ex AD ad quadratũ ex MC. Græcus codex καὶ πάντα πρὸς πάντα ὡς τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ γο οδ ὑπεροχήν. *lege* καὶ πάντα πρὸς πάντα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ γο ο δ ὑπεροχήν.

Quæ vero inter BC interiiciuntur, eſſe minores] *Græcus codex* αἱ δὲ μεταξὺ τῶν βε. θ
lege τῶν βγ.

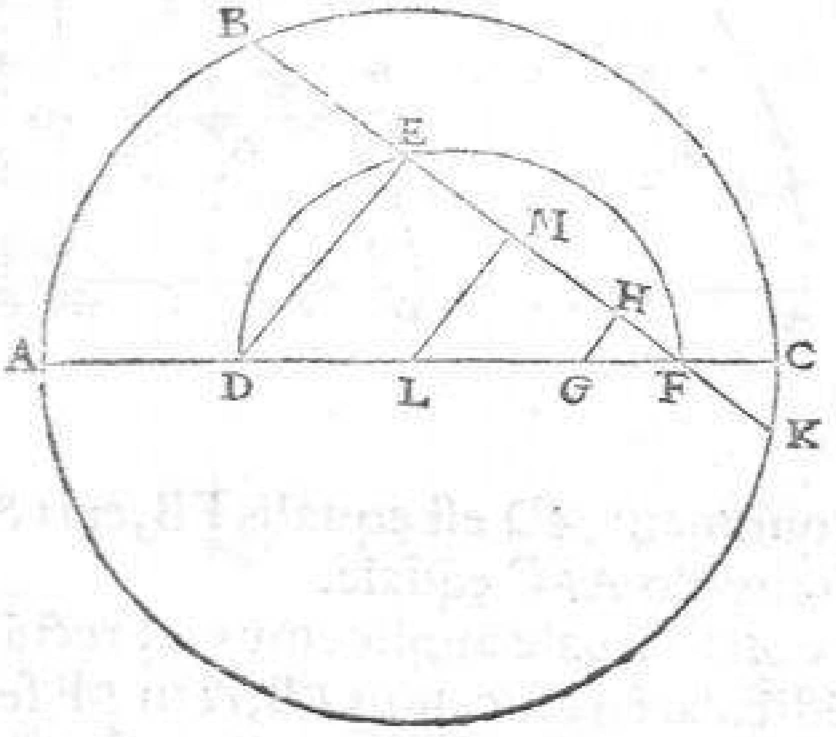
Et in ſectione determinata rectangulum HGK maius erit rectangulo HTK.] *Græcus codex* ἐν δὲ τῇ διωρισμένῃ μείζων ἔσται τὸ ὑπὸ λαγ τοῦ ὑπὸ θτκ. *ego legendum puto* τὸ ὑπὸ θηκ τοῦ ὑπὸ θτκ. κ

Ergo ſemicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes habet maiorẽ faciunt eam, quam AD, qui uero remotiores ſunt, faciunt minorem.] *Græcus codex* ὥστε τὰ μὲν ἔγγιστα τοῦ α, &c. μείζονα ποιεῖ τὴν αδ. *forte legendum erit* μείζονα ποιεῖ τῆς αδ. λ

IN XIX.

THEOREMA LXXXI. PROPOSITIO LXXXVI. LEM. XII.

Sint rurſus ſemicirculi, maior autem AD, quam CF, & ipſi AD æqualis ponatur CG, ductaque BEF a puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH, & compleatur circulus ABC, producaturque BF uſque ad K. Dico BH ipſi EK æqualem eſſe, A B



Sumatur centrum circuli ABC, quod ſit L, & ab eo ad BK perpendicularis ducatur LM, ergo BM eſt æqualis MK. Itaque quoniam AL eſt æqualis LC, & AD ipſi GC, erit reliqua DL reliquæ LG æqualis, & ſunt tres parallelæ DE LM GH. quare EM eſt æqualis MH. eſt autem & tota BM ęqualis toti MK. reliqua igitur BE reliquæ HK eſt ęqualis. ex quibus conſtat & BH ipſi EK æqualem eſſe. C

COMMENTARIUS.

A Ductaque BEF a puncto G ad ipsam perpendicularis agatur GH] *Græcus codex* καὶ διαχθείσης τῆς βεκ ἀπό τοῦ η ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω η ηθ. *lege* καὶ διαχθείσης τῆς βεζ *&c. inferius enim addit* καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ βζ ἐπί τό κ.

B Et compleatur circulus ABC]*Græcus codex* καὶ προσαναπεπληρώσθω τὰ βγ ἡμικύκλια. *ego legendum puto* καὶ προσαναπεπληρώσθω ὁ αβγ κύκλος.

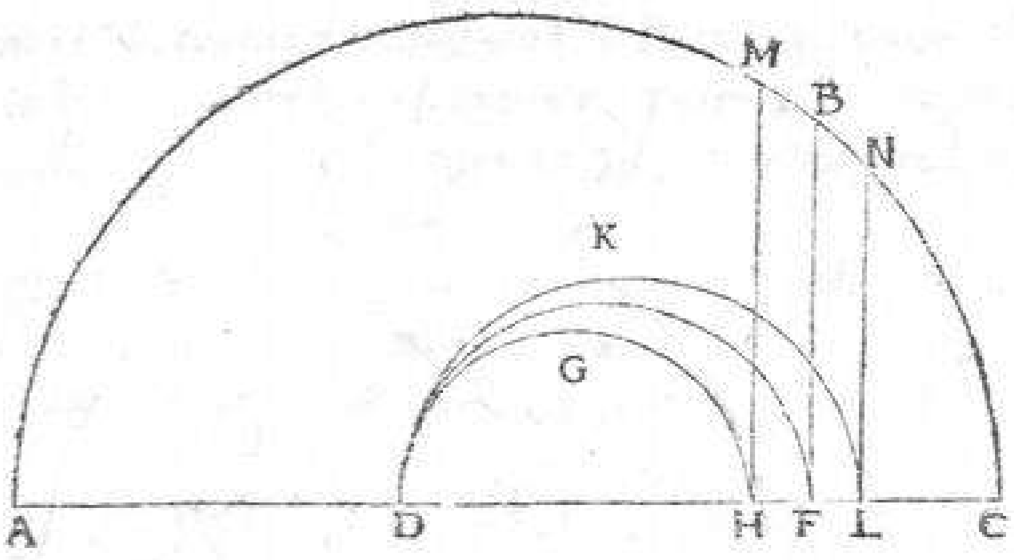
C Erit reliqua DL reliquæ LG ęqualis]*Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ αλ λοιπῇ τῇ λη ἐστιν ἴση *lege* λοιπὴ ἄρα ἡ δλ λοιπῇ τῇ λη ἐστιν ἴση.

PROBLEMA IN IDEM.

LEM. XIII.

PROBLEMA VI. PROPOS. LXXXVII.

Semicirculo exiſtente ABC, & puncto D, deſcribere in AC per D ſemicirculum, ita ut ſi ducatur contingens FB, ſit AD ipſi FB æqualis.



A Factum iam ſit. & quoniam AD eſt ęqualis FB, erit & quadratum ex AD quadrato ex FB, hoc eſt rectangulo AFC ęquale.
B Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectã lineã AC deficiẽs figura quadrata, ut AFC, perpẽdicularẽq; ducamus FB, & in DF ſemicirculũ DEF deſcribamus;
C D linea BF ſemicirculũ cõtinget, atq; erit ęqualis ipſi AD. hoc ãt fit, quãdo AD minor
E ẽ, quã dimidia ipſius AC. Itaq; hoc inuẽto ſi ꝑ D alii ſemicirculi deſcribãtur ut DGH DKL, & cõtingẽtes ducãtur HM LN, erit HM quidẽ maior, quã AD, LN uero minor.
F G Qm̃. n. AD minor eſt, quã DC, erit HM inter DC, & per F quidẽ non tranſibit, accide
H ret. n. AD ipſi FC ęqualẽ eſſe: quod eſt abſurdũ. & multo minus erit inter FC. qm̃ rurſus accideret AD minorẽ eſſe, quã FC, quod itidẽ ẽ abſurdũ. ẽ. n. & maior, ut in proble
K mate, quod a principio poſitũ ẽ. quare pũctũ H erit inter FD. maius ãt eſt rectãgulũ
L AHG, hoc eſt quadratũ ex MH rectãgulo AFC, videlicet quadrato ex FB. ergo & maius quadrato ex AD, & propterea HM, quã AD ẽ maior. recta uero linea LN eſt inter FC, quoniã rectangulum AL minus eſt quadrato ex AD, quod & minus ſit rectangulo

gulo AFC. quadratum igitur ex LN minus eſt quadrato ex AD. quare ipſa LN quam AD eſt minor. Similiter & omnes rectæ lineæ, quæ ſunt ad partes C. & generaliter ſemicirculis quidem ad punctum C accedentibus, linea contingens minor eſt, quam AD; recedentibus autem ab eo ſemper eſt maior. poſſumus igitur in AC per D ſemicirculum deſcribere, vt rectæ lineæ contingentes interdum quidem æquales ſint ipſi AD, interdum uero maiores, & interdum minores.

COMMENTARIVS.

A Factum iam ſit] *Reſolutio problematis, quæ breuiſsima eſt, compoſitio enim vt videtur incipit ab eo loco. Si igitur quadrato ex AD ęquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, &c.*

B Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, vt AFC &c.] *Hoc fiet per 28. ſexti libri elementorum.*

C Linea BF ſemicirculum continget] *Ex 16. tertii elementorum.*

D Atque erit æqualis ipſi AD] *Cum enim BF ſit media proportionalis inter AF FC, erit quadratum eius æquale rectangulo AFC, hoc eſt quadrato ex AD: ideoque BF ipſi AD eſt æqualis.*

E Hoc autem fit quando AD minor eſt, quam dimidia ipſius AC] *Nam ſi AD uel dimidia ſit ipſius AE, vel maior, quam dimidia, rectæ lineæ contingentes ſemicirculos, qui per D tranſeunt ſemper minores erunt, quam AD.*

F Quoniam enim AD minor eſt, quam DC, erit HM inter DC. ac per F quidem non tranſibit, accideret enim AD ipſi FC æqualem eſſe, quod eſt abſurdum.] *Ego arbitror hunc locum corruptum eſſe, non enim video, cur eiuſmodi verbis opus ſit, cum propoſitum, quam expeditiſsime concludi poſsit hoc pacto.*

Itaque hoc inuento ſi per D ſemicirculi deſcribantur, vt DGH DKL, & contingentes ducantur HM LN, neceſſe eſt puncta HL, vel cadere inter DF, vel inter FC. Si enim aliquod eorum caderet in F eſſet idem ſemicirculus, qui DF, quod non ponitur. Cadat igitur punctum H inter DF; & punctum L cadat inter FC. Dico HM maiorem eſſe, quam AD, & LN minorem. Quoniam enim rectangulum AHC maius eſt rectangulo AFC ex 14. huius, atque eſt rectangulo AHC æquale quadratum ex HM, & rectangulo AFC ęquale quadratum ex FB, erit quadratum ex HM quadrato ex FB, hoc eſt quadrato ex AD maius. & ob id recta linea HM maior, quam AD. Rurſus quoniam rectangulum ALC minus eſt rectangulo AFC, hoc eſt quadratum ex LN minus quadrato ex FB, erit quadratum ex LN quadrato ex AD minus, & ipſa LN minor, quam AD. Similiter, & omnes rectæ lineæ, &c.

G Ac per F quidem non tranſibit, accideret.n. AD ipſi FC ęqualē eſſe, quod ē abſurdū] *uide ne legendum ſit, accideret enim HC ipſi FC æqualem eſſe, quod eſt abſurdum.*

H Et multo minus erit inter FC, quoniam rurſus accideret AD minorem eſſe, quam FC, quod itidem eſt abſurdum.] *Et fortaſſe hoc loco legendum erit, quoniam rurſus accideret HC minorem eſſe, quam FC, quod itidem eſt abſurdum.*

K Vt in problemate, quod a principio poſitum eſt.]

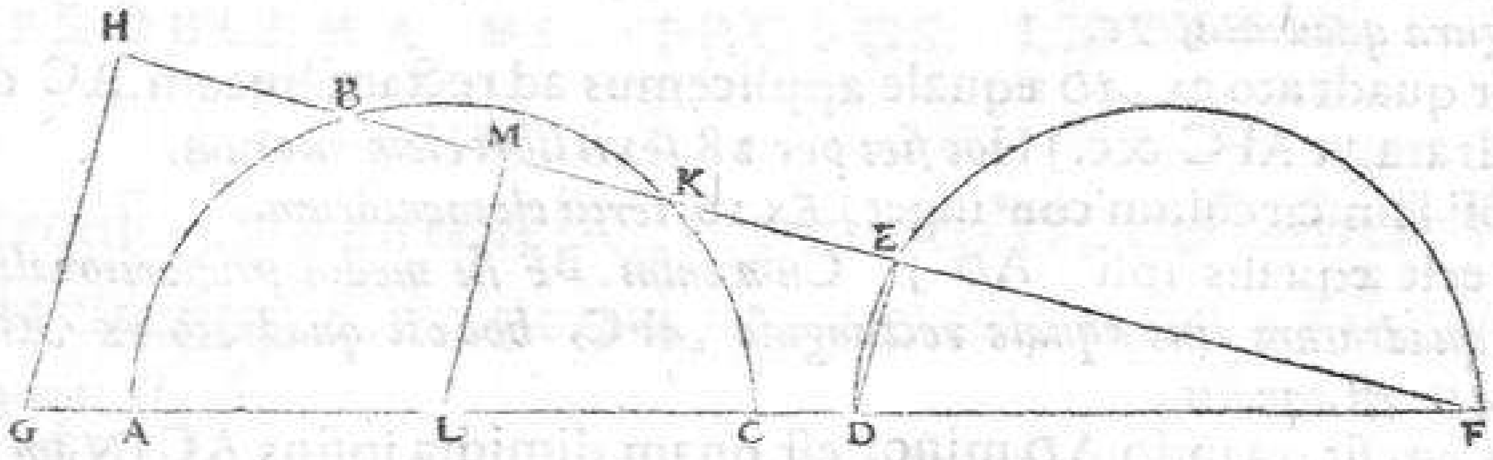
L Maius autem eſt rectangulum AHC, hoc eſt quadratum ex MH rectangulo AFC] *Ex 14. huius libri.*

IN XX.

LEM. XIIII.

THEOREMA LXXXII. PROPOSITIO LXXXVIII.

Sint ſemicirculi ABCDEF: & ipſi CD ęqualis ponatur AG, ducta autem FB ad eam perpendicularis agatur GH. Dico HB ipſi KE æqualem eſſe.



Sumatur centrum ſemicirculi ABC, quod ſit L, & a puncto L ad BF perpendicularis ducatur LM. ergo *BM* æqualis eſt MK: Quoniam autem GA eſt æqualis CD, & AL ipſi LC, erit tota GL toti LD æqualis. ſuntq; tres parallelę GH LM DE. ergo HM eſt æqualis M*E*, quarum B*M* ęqualis eſt MK. reliqua igitur HB reliquæ KE æqualis erit. conſtat etiam HK ipſi BE eſſe æqualem.

THEOREMA LXXXIII. PROPOS. LXXXIX.

LEM. XV.

Iiſdem exiſtentibus contingat BF in B. Dico rurſus HB ipſi BE æqualem eſſe.

Suma-

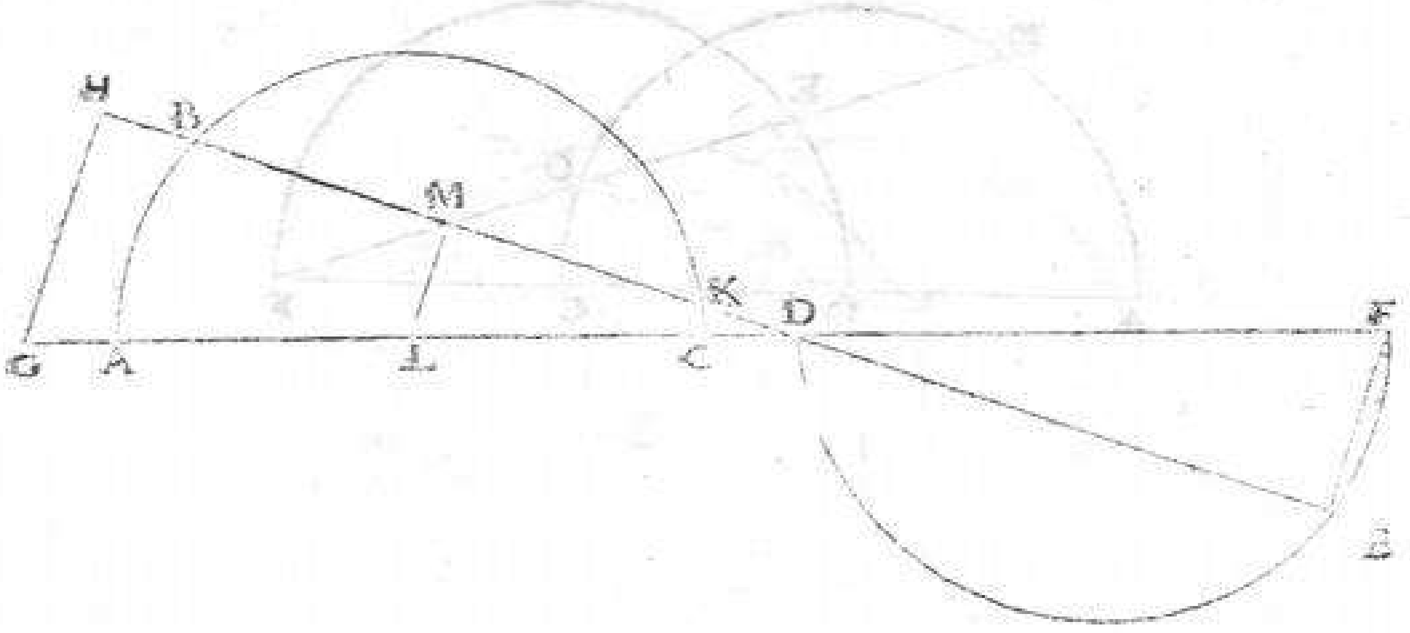
Sumatur enim rurſus centrum ſemicirculi ABC, quod ſit K, & iungatur KB perpendicularis igitur eſt ad BF. Et quoniam in tribus parallelis GH KB DE æqualis eſt GK ipſi KD, & HB ipſi BE æqualis erit. M

IN XXIIII.

THEOREMA LXXXIIII. PROPOSITIO XC.

LEM. XVI.

Sint ſemicirculi ABC DEF, & ponatur AG ęqualis CD, ducta autem EH ad eam perpendicularis agatur GH. Dico HB ipſi KD æqualem eſſe. A



Sumatur ſemicirculi ABC centrum L, & ducatur LM perpendicularis. ergo BM eſt æqualis MK. & quoniam GA eſt æqualis CD, & AL ipſi LC, erit tota GL æqualis toti LD. & ſunt parallelæ GH LM EF. æqualis igitur eſt & HM ipſi MD, quarum BM eſt ęqualis MK. ergo reliqua HB reliquæ KD ęqualis erit. B C

COMMENTARIVS.

Dico HB ipſi KD æqualem eſſe] *Græcus codex* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ θκ τῇ κε. *ſed legendum puto* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ θβ τῇ κδ. A

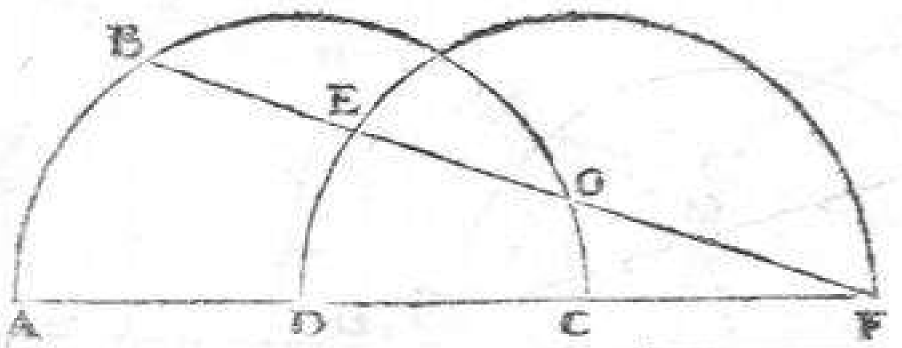
Et quoniam GA eſt æqualis CD, & AL ipſi LC, erit tota GL æqualis toti LD] B *Græcus codex* ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ηα τῇ γζ. ἡ δὲ αλ τῇ λγ, ὅλη ἄρα ἡ ηλ ὅλῃ τῇ αζ ἐστιν ἴση. *ſed corrige* ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ηα τῇ γδ, ἡ δὲ αλ τῇ λγ, ὅλη ἄρα ἡ ηλ τῇ λδ. ἐστὶν ἴση.

Ergo reliqua HB reliquæ KD æqualis erit] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ θβ λοιπῇ τῇ κε ἐστιν ἴση: *lege* λοιπῇ τῇ κδ ἐστιν ἴση. *poſt hęc in Græco codice leguntur.* καὶ ἐφάπτηται φανερὸν ἡ γὰρ ἀπὸ τῶν τοῦ κέντρου ἐπιζευχθεῖσα ἐπὶ τὴν ἁφὴν, *quæ nos & ſuperuacanea, nihilque ad rem pertinentia omittenda duximus.* C

IN XXIIII.

THEOREMA LXXXV. PROPOS. XCI.

Sint duo ſemicirculi, vt ABC DEF, ſitque AD æqualis DC, & ducatur FB. Dico & BE ipſi EG æqualem eſſe.

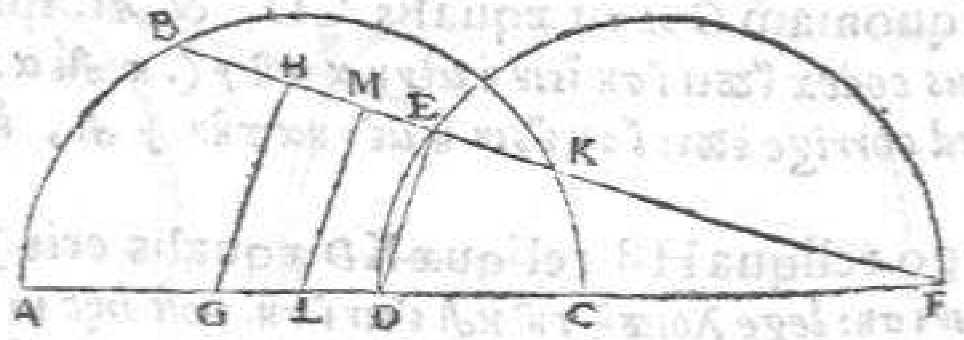


31.tertii. 3.tertii. Hoc autem perſpicue conſtat; ſi enim iungatur DE, erit angulus DEF in ſemicirculo rectus, atque eſt DE a centro ſemicirculi ABC. ergo BE ipſi EG eſt æqualis.

IN XXV.

THEOREMA LXXXVI. PROPOS. XCII.

Iiſdem exiſtentibus ſit AD maior, quam DC, & ipſi DC æqualis ponatur AG, ducaturque GH ad BF perpendicularis. Dico BH ipſi EK æqualem eſſe.



Quoniam enim maior eſt AD quam DC, centrum ſemicirculi ABC eſt inter G D, quod ſit L. & rurſus ducatur perpendicularis LM. ergo BM eſt æqualis MK: Et quoniam AG quidem æqualis eſt DC, AL vero ipſi LC, erit reliqua

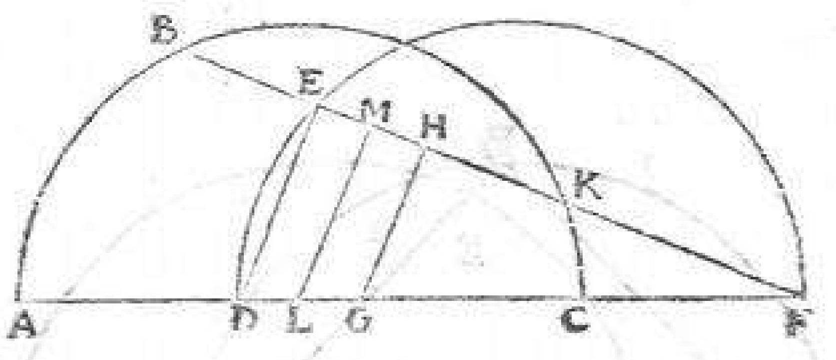
GL ipſi LD æqualis. ſuntque tres parallelæ GH LM DE. ergo & HM eſt æqualis ME. erat autem & tota BM æqualis toti MK. reliqua igitur BH reliquæ OK æqualis erit.

IN XXVI.

THEOREMA LXXXVII. PROPOSITIO XCIII.

LEM. XIX.

Sit AD minor, quam DE, & ponatur CG ipſi AD æqualis, ducaturque perpendicularis GH. Dico BE æqualem eſſe ipſi KH.



Quoniam enim minor eſt AD, quam DC, erit centrum ſemicirculi ABC inter DG. Sit L. & a puncto L ad FB perpendicularis ducatur LM. æqualis igitur eſt BM ipſi MK. Et quoniam AD æqualis eſt CG, & AL ipſi LC reliqua DL reliquæ GL A eſt æqualis. & ſunt tres parallelæ DE LM GH. ergo & EM eſt æqualis MH. ſed & tota B LM toti MK. reliqua igitur BE reliquæ KH æqualis erit.

COMMENTARIVS.

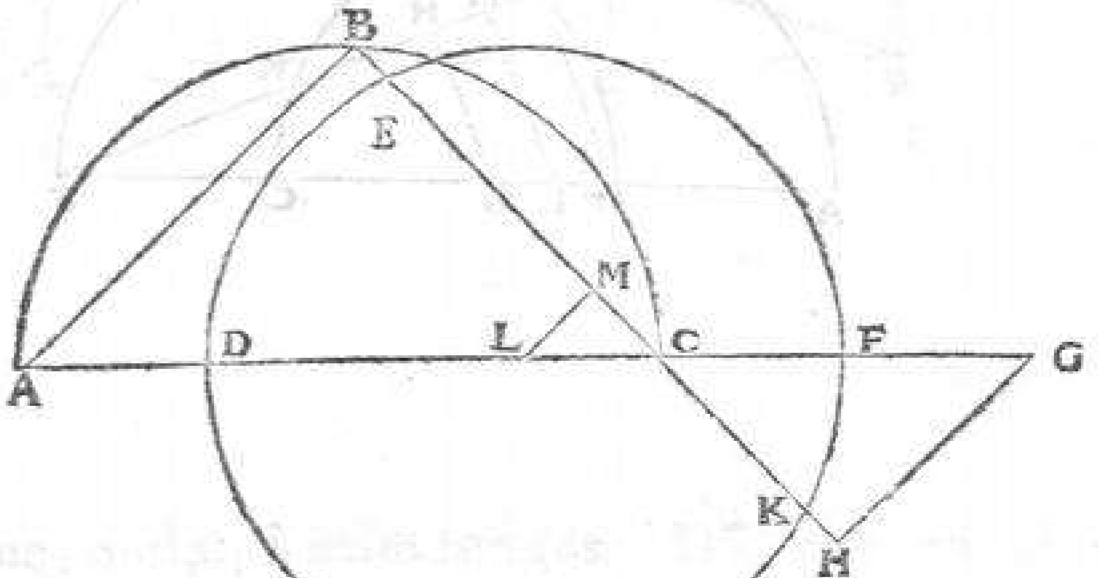
Et quoniam AD æqualis eſt CG, & AL ipſi LC, reliqua DL reliquę LG eſt æqualis] A *Græcus codex hoc loco mancus eſt, in quo legitur.* ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ λη, *ſed legendum eſt* ἐπεί δέ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ γη, αδὲ αλ τῇ λγ, λοιπὴ ἄρα ἡ δλ λβιπῇ τῇ λη ἴση ἐστί.

Sed & tota BM toti MK] *Græcus codex* ἐστὶ δὲ καὶ ὅλη ἡ εμ ὅλῃ τῇ μκ ἴση: *lege* καὶ ὅλη B ἡ βμ ὅλῃ τῇ μκ ἴση. *In græcis codicibus ſequuntur duo lemmata, quæ cum nihil aliud contineant, niſi quod in duobus præcedentibus demonſtratur, ſuperuacanea uiſa ſunt, quare nos ea conſulto omiſimus.*

IN XXXIIII.

THEOREMA LXXXVIII. PROPOS. XCIIII.

Sint ſemicirculi ABC DEF. & ſit DC maior, quam CF, ipſi
A vero AD æqualis ponatur FG, & circulus DEF compleatur;
Ducaturque BCH, & à puncto G ad BC perpendicularis agatur
B GH. patet igitur GH extra circulum cadere, etenim ipſi
parallela AB extra cadit. Dico BE æqualem eſſe KH.



C Quoniam DC maior eſt, quam CF, circuli DEF centrum erit inter C D. ſit L: & perpendicularis ducatur LM. Quod cum AD quidem ſit æqualis FG, DL vero ipſi LF, erit tota AL toti LG æqualis. & ſunt tres parallelæ AB LM; GH. ergo
D & BM eſt æqualis MH, quarum EM æqualis eſt MK. reliqua igitur BE reliquę KH æqualis erit. conſtat præterea BK ipſi EH æqualem eſſe.

COMMENTARIVS.

A *Et circulus DEF compleatur, ducaturque BCH*] *Græcus codex* καὶ πρὸς ἀναπεπληρώσθω ὁ κύκλος. *ſed forte legendum* ὁ δεζη κύκλος *vt in ſequenti lemmate. intelligendum autem eſt rectam lineam BCH ſecare circulum in punctis EK.*

Etenim

Etenim ipſi parallela AB extra cadit] *Grœcus codex* παράλληλος γάρ γίνεται τῇ αβ ἡ δε αβ ὑποπίπτει. καὶ ἡ ηθ ἄρα ὑποπίπτει. *vel pro* ὑποπίπτει *ſcribendū* ἐκτὸς πίπτει, *vel idem ſignificat.* B

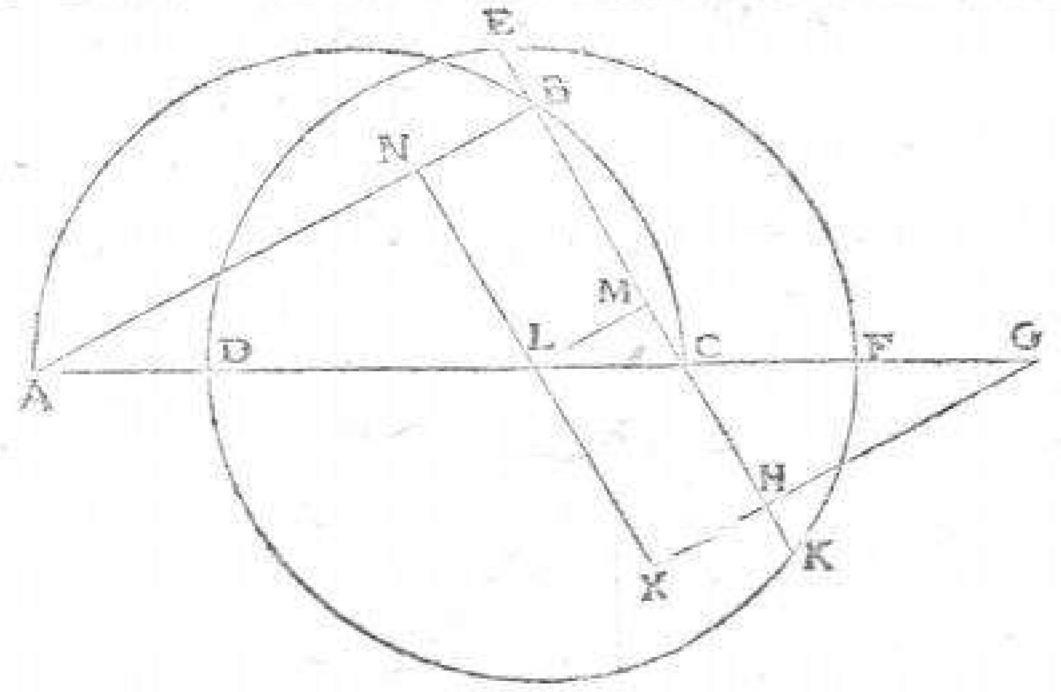
Circuli DEF centrum erit inter CD] *Gracus codex* ὁ τοῦ δεζ ἡμικυκλίου κέντρον μεταξύ ἐστι τῶν γ δ: *Nos circuli potius, quam ſemicirculi centrum vertere maluimus : non enim ſemicirculus manet, ſed completus eſt circulus.* C

Ergo & BM eſt æqualis MH] *Cur hoc ſequatur ex parallelis diximus ſupra in commentariis in 82. huius.* D

THEOREMA LXXXIX. PROPOSITIO XCV.

LEM. XXI.

Sint rurſus ſemicirculi ABC DEF, & maior DC, quam CF, ipſi autē AD ponatur æqualis FG. cōpleaturq; DEFK circulus; & ducta EBK, a puncto G ad eam perpendicularis agatur GH. A patet igitur GH cadere intra circulum, quoniam & AB ipſi parallela intra cadit. Dico EB æqualem eſſe HK.



Sit. n. centrū L, & rurſus perpendicularis LM. ergo EM eſt ęqualis MK. Et quoniā in tribus parallelis AB LM, GH æqualis eſt AL ipſi LG, erit & BM æqualis MH. B eſt autem & tota EM toti MK ęqualis. reliqua igitur EB reliquæ HK æqualis erit.

COMMENTARIVS.

Et ducta EBK a puncto G ad eam perpendicularis agatur GH] *Ducatur a puncto A ad circumferentiam ſemicirculi* ABC, *recta linea* AB *quæ circulum* DEFK *ſecet, & iūcta* BC *producatur, vt eundem circulum ſecet in punctis* EK. A

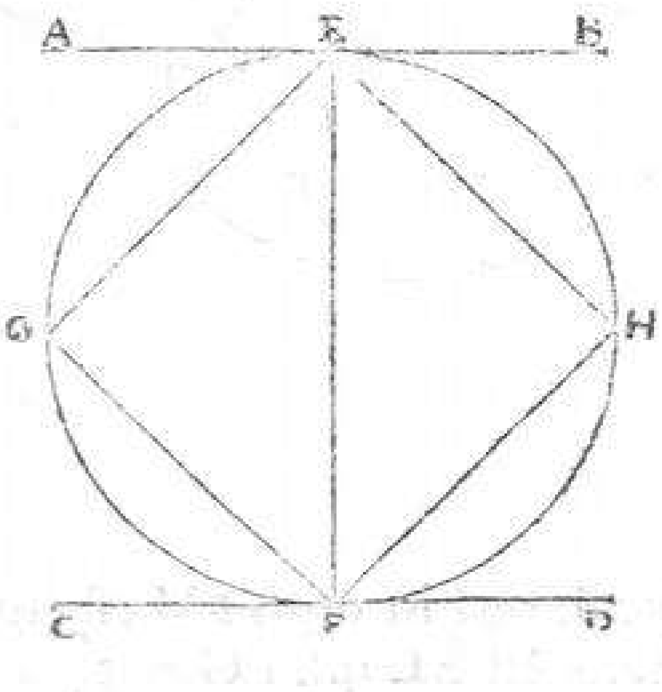
Et quoniā in tribus parallelis AB LM GH æqualis eſt AL ipſi LG, erit & BM æqualis MH] *Ducatur per L ipſi BH parallela* NLX, *ut rectā lineā* AB *ſecet in puncto* N, *&* GH B *productam in X, erunt triangula* ANL GXL *inter ſe ſimilia. vt igitur AL ad LN, ita* GL *ad LX: & permutando ut AL ad LG, ita NL ad LX. Sed AL eſt æqualis LG. ergo &* NL *ipſi LX, hoc eſt* BM *ipſi* MH *æqualis erit.*

νεύσεων. Primus liber inclinationum habet problemata nouem. determinationes tres. & ſunt tres minores, videlicet quæ ad nonũ; ſecundus liber inclinationum habet problemata quadraginta quinque, & determinationes tres, videlicet, quæ ad ſeptimum decimum problema; ad vndeuigeſimum, & vigeſimum tertiũ, & ſunt tres minores.

TACTIONVM LIBER PRIMVS.

THEOREMA XC. PROPOSITIO XCVI.

LEM. I. Sint duæ rectæ lineæ AB CD, quas contingat circulus EF, in EF punctis, & iungatur EF. Dico eam circuli EF diametrum eſſe.



Sumãtur in circũferentia circuli pũcta GH, & EG GF FH HE iũgãtur. Quoniã igitur
A AE quidẽ contingit, ſecat aũt EF, erit AEF angulus æqualis angulo, qui cõſiſtit in al
terna circuli portione, videlicet EHF. & eadẽ ratione angulus DFE æqualis ẽ angulo
B C FGE, qui in altera portione cõſiſtit. ergo angulus EHF angulo EGF ẽ ęqualis. & ſunt
æquales duobus rectis. quare uterque ipſorũ rectus eſt; & uterq; ſemicirculus EHF
D EGF. diameter igitur eſt EF ipſius EF circuli, quod demonſtrare oportebat

COM.

COMMENTARIVS.

Erit AEF angulus æqualis angulo, qui conſiſtit in alterna circuli poſitione, videlicet EHF. & eadẽ rõne angulus DFE æqualis ẽ angulo FGE, qui in alterna portione cõſiſtit] Ex 32. *tertii elem. Grecus autẽ codex.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αεζ γωνία τῇ ἐν τῷ ε ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ. *lege* ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ. *& paulo poſt* ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ δζε ἐναλλάξ. *lege* ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζηε. A

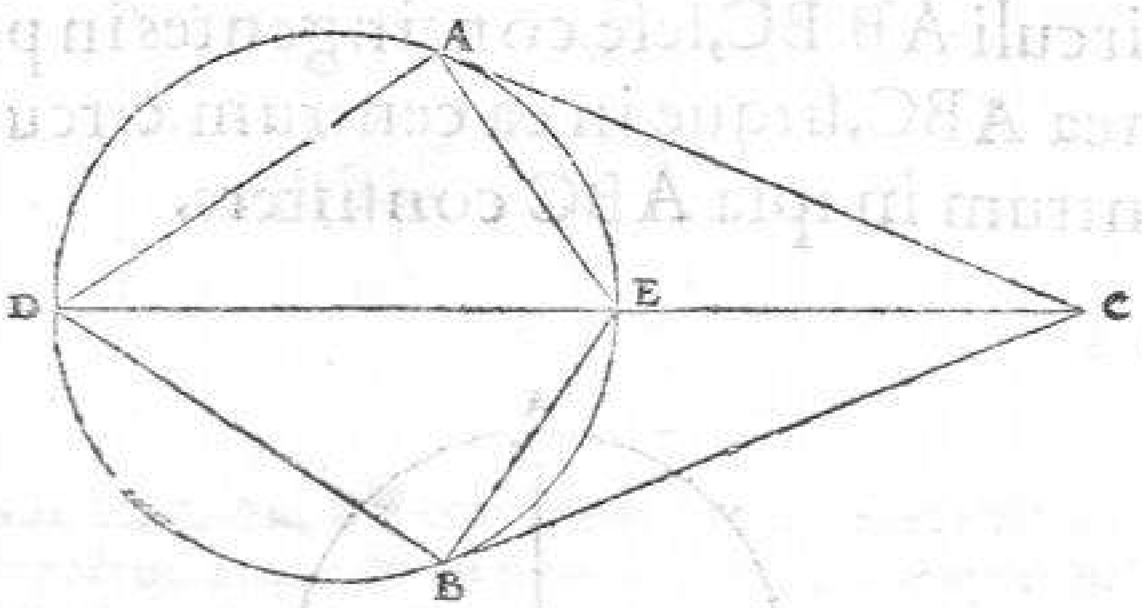
Ergo angulus EHF angulo EGF eſt ęqualis] *Eſt enim angulus AEF æqualis angulo DFE ex 29. primi elementorum.* B

Et ſunt æquales duobus rectis] Ex 22. *tertii elementorum.* C

Diameter igitur eſt EF ipſius EF circuli] *Huius conuerſa ab Apollonio demonſtratur in 27. ſecundi libri conicorum, non ſolum in circulo, ſed etiam in ellipſi.* D

THEOREMA XCI. PROPOSITIO XCVII. LEM. II.

Sit circulus ABD, quem contingant rectæ lineæ BC CA; & angulus C bifariam ſecetur recta linea CD. Dico in CD circuli ABD centrum conſiſtere. A



Iungantur DA AE DB BE. Et quoniã contingit quidẽ AC, ſecat autẽ CD, erit rectangulum DCE æquale quadrato ex CA. ergo angulus DAC eſt æqualis angulo AEC. & eadẽ ratione angulus DBC angulo BEC, ſed angulo EAC æqualis ẽ angulus EBC. angulus igitur DAE ãgulo DBE ẽ æqualis. ergo rectus uterq; ipſorũ, & DE diameter eſt circuli ABD. Ex quo ſequitur, ut in ipſa CD circuli ABD centrũ conſiſtat. B C D E

COMMENTARIVS.

Quem contingant rectæ lineę BC CA] *A puncto C procedentes rectæ lineæ CA CB circulum contingant in punctis AB.* A

Iungantur DA AE DB BE] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ δα αε δβ βε. *Ego legendum puto* ἐπεζεύχθωσαν *ſine particula* καὶ. B

Et quoniam contingit AC, ſecat autem CD, erit rectangulum DCE ęquale quadrato ex AE] *Ex 36. tertii elementorum.* C

D Ergo angulus DAC eſt æqualis angulo AEC] *Videtur hic locus in græco codice totus corruptus eſſe, qui ſic habet* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ δαγ γωνία τῇ ὑπὸ αγδ γωνίᾳ διὰ ταῦτα καὶ ἡ ὑπὸ δαε γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ βγδ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ αγδ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ βγδ γωνία, *neque enim angulus* DAC *æqualis eſt angulo* ACD, *neque* DAE *ipſi* BCD. *Sed forte legẽdum̃ erit hoc pacto.* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ δαγ γωνία τῇ ὑπὸ αεγ γωνίᾳ. διὰ ταῦτα καὶ ἡ ὑπὸ δβγ γωνία τῇ ὑπὸ βεγ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ εαγ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ εβγ γωνία. *vereor tamen ne multa deſiderentur.*

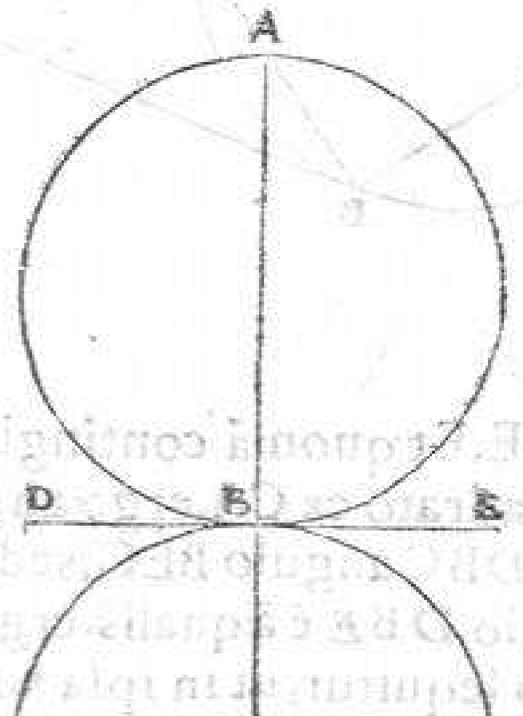
E Angulus igitur DAE angulo DBE eſt ęqualis] *Ego hoc ita demonſtrarem. Quoniam* CA *quidem circulum contingit,* CD *vero ſecat, erit rectangulum* DCE *æquale quadrato ex* CA. *& eadem ratione idem rectangulum* DCE *æquale erit quadrato ex* CB. *quadratũ igitur ex* CA *æquale eſt quadrato ex* CB. *ideoque recta linea* CA *rectæ* CB *eſt æqualis. Sed angulus* ACE *æqualis eſt angulo* BCE. *ergo & baſis* AE *baſi* EB, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales: videlicet angulus* CAE *angulo* CBE, *& angulus* AEC *ipſi* BEC. *Rurſus quoniam rectangulum* DCE *æquale eſt quadrato ex* CA, *ut* DC *ad* CA, *ita eſt* AC *ad* CE. *& ſunt circa æquales angulos latera proportionalia. triangulum igitur* CAE *ſimile eſt triãgulo* CDA. *Et eodem modo demonſtrabitur triangulum* CBE *ſimile triangulo* CDB. *ergo angulus* DAC *eſt æqualis angulo* AEC, *& angulus* DBC *angulo* BEC, *& ob id angulus* DAC *æqualis eſt angulo* DBC. *Sed angulus* EAC *eſt ęqualis angulo* EBC: *vt demonſtratum fuit. reliquus igitur angulus* DAE *reliquo* DBE *eſt æqualis.*

IN XII.

LEM. III.

THEOREMA XCII. PROPOSITIO XCVIII.

Sint duo circuli AB BC, ſeſe contingentes in puncto B, & ducatur recta linea ABC, ſitque in ea centrum circuli AB. Dico & circuli BC centrum in ipſa ABC conſiſtere.



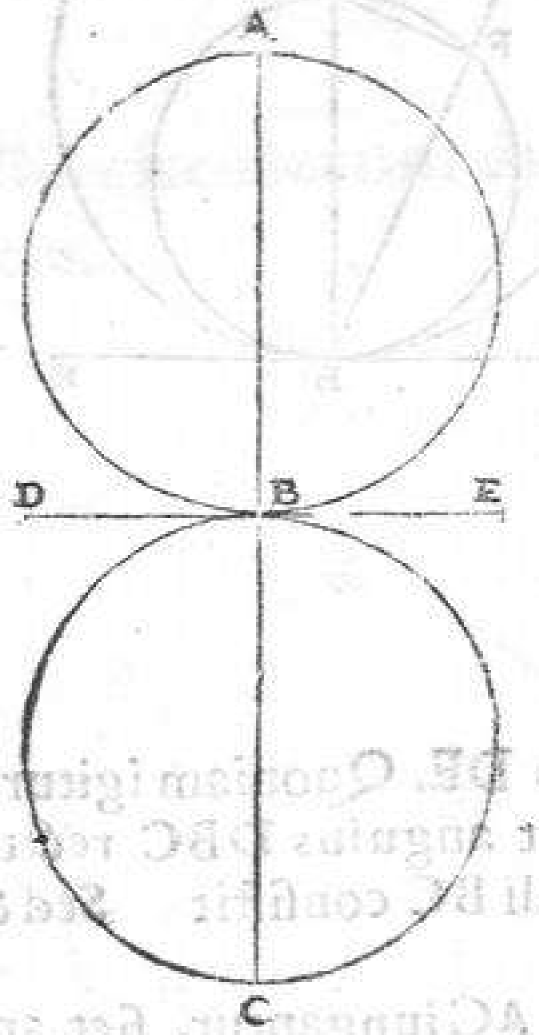
Ducatur DBE, quę vtrumque circulum contingat. rectus igitur eſt angulus ABD & qui deinceps angulus DBC eſt rectus; contingitque DE circulum BC. centrũ igitur circuli BC in ipſa BC conſiſtit. Similiter & centrum circuli AB.

THEO-

THEOREMA XCII. PROPOS. XCIX.

LEM. IIII.

Sint rurſus AB BC circulorum diametri. Dico circulos AB BC ſe inuicem contingere. A



Ducatur rurſus DE, quæ circulum AB contingat. rectus igitur eſt angulus ABD, & qui deinceps DBC eſt rectus. atque eſt in ipſa *BC* centrum circuli BC, ergo DE circulum BC contingit. Sed & contingit AB circulum in B puncto. circulus igitur A*B* circulum BC in puncto B contingat neceſſe eſt, in eadem figura. B

COMMENTARIVS.

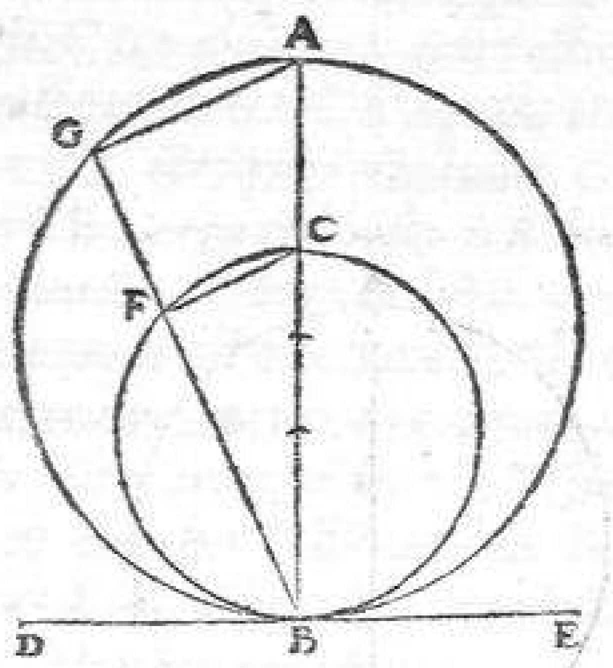
Sint rurſus AB BC circulorum diametri] *Græcus codex* ἔστωσαν πάλιν αἱ αβ βγ κύκλων *ſed forte addendum erit* διάμετροι. A

Atque eſt in ipſa BC centrum circuli BC] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur,* καὶ ἐστιν ἑκατέρα κέντρον ἡ βγ. B

THEOREMA XCIIII. PROPOS. C.

Sint duo circuli AB BC ſeſe in puncto B contingentes, & ducatur ACB, ſitque in ea centrum circuli AB. Dico & circuli BC centrum eſſe in ipſa BC.

Duca-



A B Ducatur circulos contingens DE. Quoniam igitur DE circulum AB contingit, C & per centrum ducitur AB; erit angulus DBC rectus ducta autem eſt a tactu BC. ergo in ipſa BC centrum circuli BC conſiſtit. Sed & illud idem conſtat hoc modo.

D Si enim ducatur BFG, & CF AG iungantur, fiet angulus DBF æqualis vtrique ipſorum BAG BCF. ergo angulus CFB eſt æqualis angulo AGB. atque eſt angulus AGB rectus. rectus igitur eſt & BFC, & idcirco in ipſa BC eſt cẽtrũ BC circuli. Eadem quoque ratione ſi ponamus centrum circuli BC eſſe in linea AB, oſtendemus etiam in ipſa circuli AB centrum ineſſe.

COMMENTARIVS.

A Ducatur circulos contingens DE] *tranſibit ea neceſſario per punctum* B, *alioqui vtroſque circulos non contingeret.*

B Quoniam igitur DE circulum AB contingit, & per centrum ducitur AB] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ δε τοῦ αβ κύκλου διὰ τοῦ κέντρου ἡ αβ. *vide ne legendum ſit* διὰ δὲ τοῦ κέντρου ἡ αβ. *vel* καὶ διὰ τοῦ κέντρου ἡ αβ.

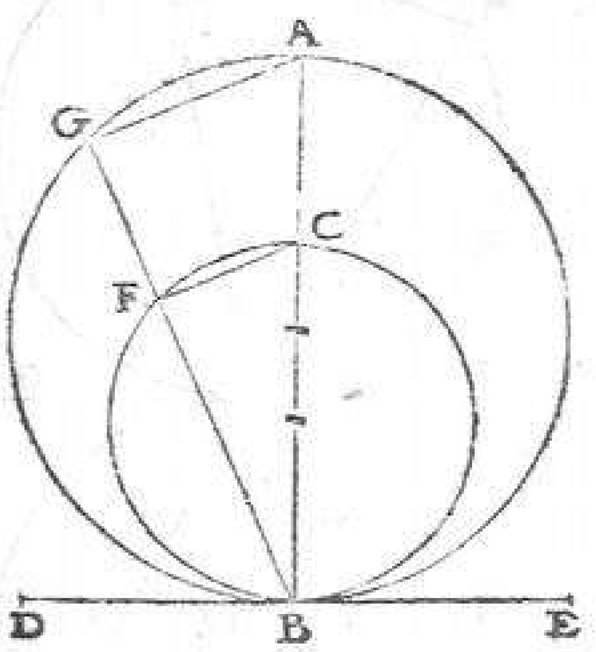
C Ducta autem eſt a tactu BC. ergo in ipſa BC centrum circuli BC conſiſtit] *Græcus codex* καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῆς βε. ἐπὶ τὴν βγ τὸ κέντρον ἄρα ἐστὶ τοῦ βΓ κύκλου. *ſed fortaſſe legendum erit.* καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς ἡ βΓ. ἐπὶ τῆς βγ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βγ κύκλου.

Si enim ducatur BFG, & EF AG iungantur, fiet angulus DBF ęqualis vtrique ipſorum BAG, BCF. ergo & angulus CFB eſt æqualis angulo AGB] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* εἰ γὰρ διαχθῇ ἡ βζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γζ κη γένοιτο ἂν ἴση ἡ ὑπὸ δβζ γωνία ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν εζγ αηβ γωνία. *fortaſſe autem hoc pacto reſtituetur.* εἰ γὰρ διαχθῇ ἡ βζη, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γζ αη, γένοιτο ἂν ἴση ἡ ὑπὸ δβζ γωνία ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν βαη, βγζ. ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ γζβ γωνία τῇ αηβ. *angulus enim* DBF *ex* 32. *tertii elementorum æqualis eſt utrique ipſorum* BAG BCF. *& quoniam angulus ad* B *eſt communis utriſque triangulis,* ABG CBF, *erit & reliquus* CFD *æqualis reliquo* AGB *æqualis.* D

THEOREMA XCV. PROPOS. CI.

LEM. VI.

Sed rurſus ſint AB BC circulorum diametri. Dico circulos ſeſe inuicem contingere.



Ducatur recta linea DBE, quæ circulum AB contingat. erit angulus ABE rectus, atque eſt diameter BC. ergo DE circulum BC contingit in puncto B. Sed & contingit circulum AB in eodem B puncto. Circulus igitur AB circulum BC in puncto B contingit, in eadem figura. A B

COMMENTARIVS.

Ergo DE circulum BC contingit in puncto B] *Græcus codex* ἡ ἄρα ἐφαπτομένη τοῦ βγ κύκλου κατὰ τὸ β σημεῖον *ego legendum arbitror* ἡ δε ἄρα ἐφάπτεται τοῦ βγ κύκλου κατὰ τὸ β σημεῖον. *poſtea ſequuntur hæc.* εἰ γὰρ ἐκβληθείη ἡ γζ ἐπὶ τὸ δ, γένοιτο ἂν τὸ ὑπὸ γδζ ἴσον τῷ ἀπὸ δβ διὰ τὸ ὀρθὴν γίνεσθαι τὴν πρὸς τῷ ζ γωνίαν οὔσης τῆς πρὸς τῷ β ὀρθῆς. *quæ nos veluti ſuperuacanea omiſimus.* A

Sed & contingit circulum AB in eodem B puncto] *Græcus codex* ἀλλὰ γὰρ καὶ τοῦ αβ κύκλου. *libentius legerem* ἀλλὰ καὶ τοῦ αβ κύκλου. B

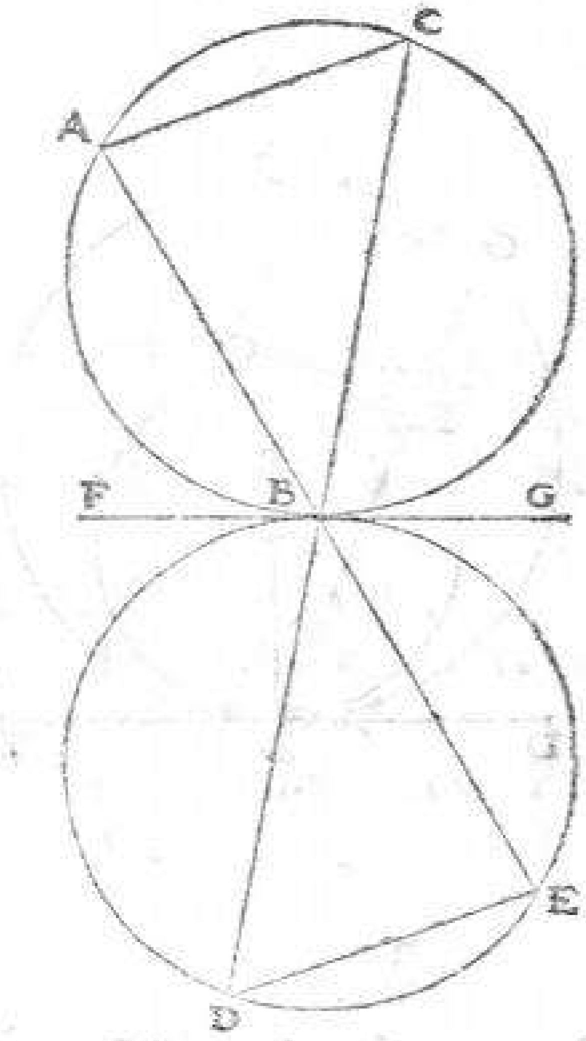
IN XVI.

THEOREMA CXVI. PROPOS. CII.

LE. VII Sint duo circuli ABC DEB ſe inuicem contingentes in pũcto B; & per B ducantur CBD ABE, iunganturque AC DE. Dico rectas lineas AC DE interſe parallelas eſſe.

C

D



Ducatur enim recta linea FG circulos contingens in *B* puncto. Et quoniam *BF*
A quidem circulum contingit, B*A* uero ſecat; erit angulus *ABF* angulo *ACB* æqualis:
32. tertii *Et* eadem ratione angulus GBE æqualis angulo *EDB*. angulus igitur *ACB* angulo
B EDB æqualis erit. & ſunt alterni. ergo AC ipſi *DE* eſt parallela. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

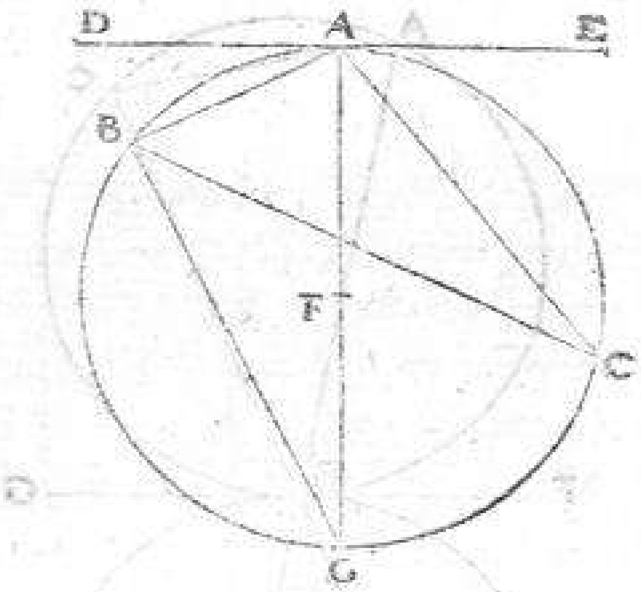
A Et eadem ratione angulus GBE æqualis angulo *EDB*] *Græcus codex* ἴση ἐςὶ τῇ ὑπὸ εβη γωνίᾳ. *lege* τῇ ὑπὸ εδβ γωνίᾳ.

An-

Angulus igitur ACB angulo EDB ęqualis erit] *Etenim æquales ſunt ABF GBF anguli ex 15 primi elementorum. Græcus autem codex.* καὶ ἡ ὑπὸ αβγ ἄρα *&c. lege* καὶ ἡ ὑπὸ αγβ ἄρα.

THEOREMA XCVII. PROPOSITIO CIII.

Sit circulus ABC, iungáturq; AB BC AC: & a puncto A duca- A
tur recta linea AE, ita vt angulus B angulo EAC ſit æqualis. Di- B
co DE circulum ABC in puncto A contingere. C



Si recta linea AC tranſit per centrũ, illud manifeſte patet; ſit.n. angulus EAC rectus, cũ rectus ſit angulus ad B. hoc autem demonſtratum eſt. Si vero non tranſit per centrum ſit centrum F; & ducta AF producatur ad G iungaturque BG. rectus igitur angulus ABG. Et quoniam angulus quidem EAC angulo ABC eſt ęqualis, angulus uero GAC in eadem portione eſt æqualis angulo GBC; erit totus EAG angulus ęqualis angulo ABG. Sed angulus ABG eſt rectus. rectus igitur & EAG, atq. eſt AF ſemidiameter. ergo DE circulum ABC contingit. hoc enim demonſtratum eſt. D

COMMENTARIVS.

Iunganturque AB, BC AC] *Græcus codex.* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αβ βγ. *ego addendum cenſeo* αγ. A

Ita ut angulus B angulo EAC ſit æqualis] *Græcus codex* ὥστε ἴσην εἶναι τὴν γ γωνίαν τῇ ὑπὸ εαγ γωνίᾳ *lege* τὴν β γωνίαν. B

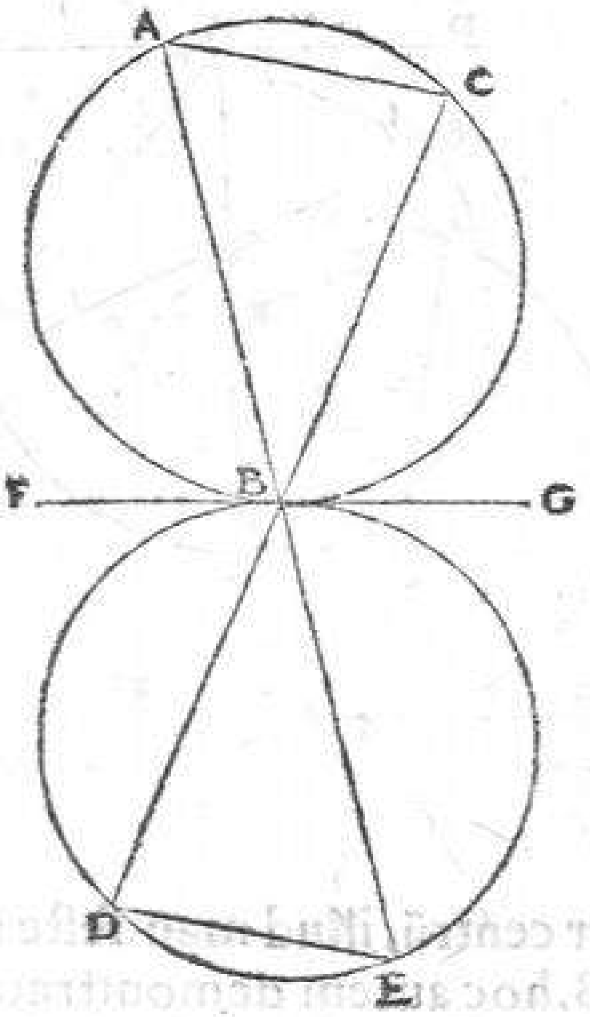
Dico DE circulum ABC in puncto A contingere] *Græcus codex.* ὅτι ἐφάπτεται ἡ δε τοῦ αβ κύκλου *lege* τοῦ αβγ κύκλου. C

Ergo circulum ABC contingit] *Ex 16. tertii elementorum. Græcus autem codex* ἐφαπτομένη ἄρα ἡ δε. *legendum, vt arbitror,* ἐφάπτεται ἄρα ἡ δε. D

LEM. IX.

THEOREMA XCVII. PROPOSITIO CIIII.

Quòd cum ita ſit præcedentis conuerſa demonſtrabitur, nempe. Parallelis exiſtentibus AC DE circulos ABC DBE ſe inuicem contingere in puncto B.



Ducatur rurſus recta linea FG, circulum ABC contingens. ergo angulus ABF eſt æqualis angulo C. Sed angulus ABF eſt etiam æqualis angulo EBG. angulus autem D angulo C alterno eſt æqualis: & angulus GBE angulo D. quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, recta linea FG circulum DBE contingit. sed & contingit circulum ABC in puncto B. circulus igitur ABC circulum DBE in puncto B contingit.

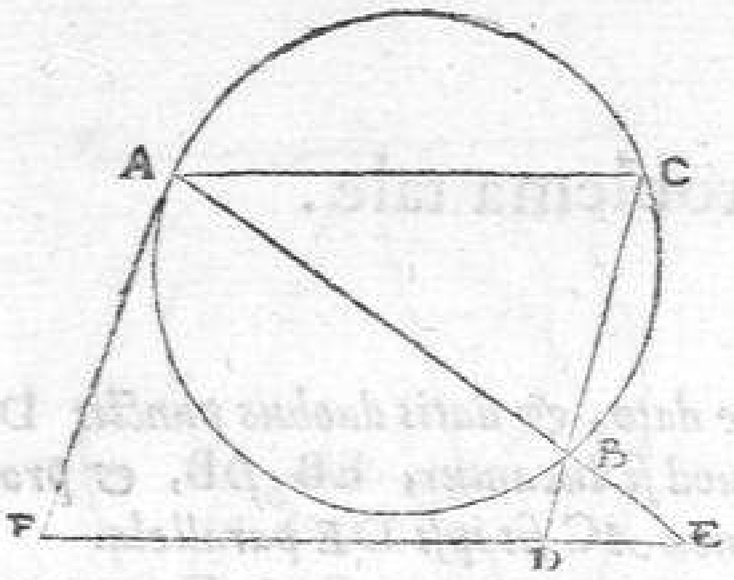
PROBLEMA IN IDEM.

LEM. X

PROBLEMA VII. PROPOS. CV.

Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE,
A ab ipſis DE ſi inflectatur DBE, & producatur, facere AC ipſi DE parallelam.

Factum



Factum iam ſit,& ducatur contingens FA. Quoniã igitur AC parallela ẽ ipſi DE,
angulus C angulo CDE eſt æqualis. ſed ẽt eſt ęqualis angulo FAE, etenim FA circu-
lũ cõtingit,& AE ſecat angulus igitur FAE ęqualis eſt angulo CDE, ac propterea in C
circulo ſũt A BDF pũcta. ergo rectãgulũ AEB rectangulo FED eſt æquale. datũ aũt
eſt rectangulum AEB,quod æquale ſit quadrato lineæ cõtingẽtis. quare & rectangu
lum DEF eſt datũ,& data DE. data igitur & EF. ſed & poſitione, atque eſt datum pũ D
ctum E. ergo & ipſum F. A dato autem puncto F. ducta eſt recta linea FA,quę circu-
lum ABC poſitione datum contingit. ergo & FA poſitione, & magnitudine datur. E
& eſt datum punctum F. datum igitur & A. ſed & E datum. poſitione igitur eſt AE.
eſt autem & circulus poſitione. ergo & punctum B. at datum eſt vtrumque ipſorum
DE. vtraque igitur DB BE poſitione erit data.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus quidem ABC: data autẽ duo puncta DE. & quadrato rectę lineæ con-
tingentis ponatur æquale id,quod DE, & alia quadã linea EF cõtinetur. deinde a pũ
cto F ducatur recta linea FA, circulũ ABC cõtingens, & iũgatur AE. ducta uero DB
producatur ad C,& AC iungatur. Dico AC ipſi DE parallelã eſſe. Quoniã.n. rectãgu
lũ FED æquale eſt quadrato rectæ lineæ contingentis,& eidem æquale eſt rectãgulũ
AEB; erit AEB rectangulum rectangulo FED ęquale. In circulo igitur ſunt FABD F
puncta, ideoq. FAE angulus æqualis ẽ angulo BDE. ſed & angulus FAE æqualis ẽ an
gulo, qui in alterna circuli portione cõſiſtit, videlicet ipſi ACB. angulus igitur ACB
angulo BDE eſt æqualis. & ſunt alterni. ergo AC ipſi DE parallela ſit neceſſe eſt.

COMMENTARIVS.

Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE, ab ipſis DE ſi inflectatur A
DBE. & producatur, facere AC ipſi DE parallelã] *græcus codex* θέσει δοθέντος κύκλου
τοῦ αβγ καὶ δύο δοθέντων τῶν δε, ἀνδοθῆ ἡ δβε, καὶ ἐκβληθῆ ποιεῖν παράλληλον τὴν αγ
τῇ δε *qui locus corruptus uidetur, & fortaſſe eũ ita reſtituemus.* θέσει δοθέντος κύκλου &c.
ἐὰν κλασθῇ ἡ δβε καὶ ἐκβληθῇ ποιεῖν παράλληλον τὴν αγ τῇ δε. *Eodem.n. loquendi modo
vſus eſt Pappus in quarto libro propoſitione* 34. θέσει ἡ διὰ τῶν αγ καὶ ἀπὸ δοθέντων ἐπ᾽
αὐτῆς τῶν αγ κεκλάσθω ἡ αβγ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ αγβ γωνίαν τῇ ὑπὸ γαβ.

& in hoc eodem libro propoſitione 117 ἀπὸ τῶν θ ζ κεκλάσθω θ γ ζ ὥστε παράλληλον εἶναι τὴν βη τῇ θζ. *& in Euclides ſeu Theon in tertio libr. elementorum propoſitione* 20. κεκλάσθω δὴ πάλιν, καὶ ἔστω γωνία ἑτέρα ἡ ὑπὸ β δ γ, καὶ ἐπεζευχθεῖσα ἡ δε ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ η.

Erit autem problema tale.

Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE inuenire in circuli circumferentia punctum B, ad quod ſi ducantur, EB DB, & producantur in AC puncta, ianganturque AC DE, recta linea AC ſit ipſi DE parallela.

B Factum iam ſit, & ducatur contingens FA] *Græcus codex* γεγονέτω καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ἡ ζι *lege* ἡ ζα.

C Ac propterea in circulo ſunt ABDF puncta] *Quoniam enim angulus FAB eſt æqualis angulo BDE, & duo anguli BDE BDF ſunt æquales duobus rectis; erunt & anguli FAB BDF duobus rectis æquales. ergo quadrilateri ABDF reliqui anguli AFD DBA duobus rectis æquales ſunt: ex quibus ſequitur per conuerſam 22. tertii elementorum puncta ABDF in circuli circumferentia eſſe.*

D Data igitur & EF] *videlicet magnitudine ex 53. datorum. Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ βζ. *lege* καὶ ἡ εζ.

E A dato autem puncto F ducta eſt recta linea FA, quæ circulum ABC poſitione datum contingit] *Græcus codex* ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ αβγ ἐφάπτεται πρὸς εὐθεῖαν ἦκται ἡ ζα. *ſed legendum puto.* ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ αβγ ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἦκται ἡ ζα.

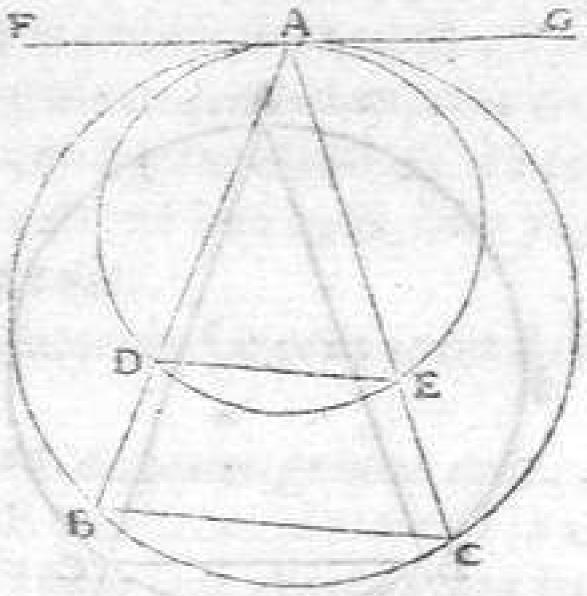
F In circulo igitur ſunt FABD puncta, ideoque FAE angulus æqualis eſt angulo BDE] *Ex conuerſa 36. tertii elementorum ſequitur quattuor puncta FABD in circuli circumferentia eſſe. ergo anguli FAB BDF ſunt æquales duobus rectis ex 22. tertii. ſed & duobus rectis æquales ſunt anguli BDF BDE dempto igitur communi angulo BDF reliquus FAE reliquo BDE æqualis erit. græcus autem codex corruptus eſt & mancus, qui ſic habet* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζαε γωνία τῇ ὑπὸ βδε γωνίᾳ *& fortaſſe ita reſtituetur.* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αβδζ σημεῖα· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζαε γωνία τῇ ὑπὸ βδε γωνίᾳ.

IN XIIII.

LEM. XI.

THEOREMA XCIX. PROPOSITIO CVI.

Sint duo circuli ABC ADE, qui ſeſe in puncto A contingant, & a puncto A ducantur rectæ lineæ ADB AEC, & DE BC iungantur. Dico DE ipſi BC parallelam eſſe.



Ducatur a puncto A recta linea contingens FG. angulus igitur FAB vtriq; ACB A B
AED eſt æqualis, & ob id ACB angulus æqualis eſt angulo AED. ergo DE ipſi BC C
eſt parallela. Sed ſit parallela DE ipſi BC. Dico circulos ABC ADE ſe mu- D
tuo contingere. Ducatur enim recta linea FG, quę circulum ABC contingat.
ergo FAD angulus eſt æqualis angulo C. Sed angulus C æqualis eſt angulo
E. angulus igitur FAD angulo E eſt æqualis. ideoque FG circulum E
ADE contingit; hoc enim ante demonſtratum eſt. circuli igitur ABC ADE in F
puncto A ſeſe contingunt.

COMMENTARIVS.

Ducatur a puncto A recta linea contingens FG] *Hoc eſt ducatur per punctum A recta linea contingens* FG. A

Angulus igitur FAB utrique ACB AED eſt æqualis] *Ex 32. tertii elementorum.* B

Ergo DE ipſi BC eſt parallela] *ex 28. primi elementorum.* C

Sed ſit parallela DE ipſi BC] *Deſiderantur hæc in græco codice. quare legendum puto* ἀλλὰ παράλληλος ἔστω ἡ δε τῆ βγ. ὅτι ἐφάπτονται &c. D

ideoque FG circulum ADE contingit, hoc enim ante demonſtratum eſt] *In propoſitione 103, & lemmate 8. ex præcedentibus.* E

Circuli igitur ABC ADE in puncto A ſe mutuo contingunt.] *Hæc eſt principalis concluſio, quę in græco codice deſideratur:* F

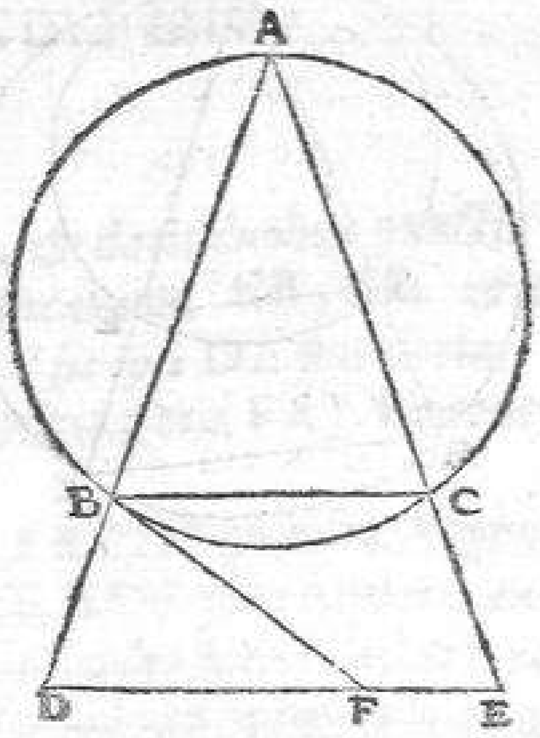
PROBLEMA IN IDEM.

PROBLEMA VIII. PROPOS. CVII.

LEM. XII.

Circulo poſitione dato ABC, & datis duobus punctis DE inflectere DAE, & facere BC ipſi DE parallelam.

Factum



Factum iam ſit, & à puncto ducatur contingens BF. Itaque quoniam contingit
32. tertii quidem *BF*, ſecat autem BC, erit angulus FB*C* hoc eſſe *D*FB æqualis angulo A. *In*
B circulo igitur ſunt AB *E*F puncta, & ideo rectangulum ADB rectangulo E*D*F eſt
29. prim. æquale. datum autem eſt ADB rectangulum, quod æquale ſit quadrato contingen-
36. tertii tis. quare & rectangulum EDF eſt datum, & data DE ergo & DF. ſed & poſitione, &
C datum punctum D. datum igitur, & F. à dato igitur puncto F ad circulum poſitione
53 dato- datum contingens ducta eſt FB. ergo F*B* poſitione eſt data, & datum punctum *B*.
rum. ſed & D datum. poſitione igitur eſt BD. quod cum circulus *A*BB poſitione ſit, da-
25 dato- tum erit & punctum A. eſt autem & C datum. vtraque igitur iſtarum DA A*E* poſi
rum. tione data erit.
D
E
F

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus ABC, data verò puncta D*E* & quadrato contingentis æquale ponatur
rectangulum EDF. atque a puncto F ducatur recta linea FB, qui circulum ABC cõ
G tingat: iunctaque DB ad A producatur, & iungantur *A*E BC. *D*ico BC ipſi DE pa-
H rallelam eſſ. Quoniam enim rectangulum E*D*F ęquale eſt quadrato contingentis
& eidem æquale eſt rectangulum A*D*B, erit rectangulum ADB rectangulo *ED*F æ-
quale. In circulo igitur ſunt puncta ABFE. ideoque angulus A, hoc eſt CBF eſt æ-
qualis angulo *B*FD; etenim B*F* circulum contingit, & BC ſecat & ſunt anguli alterni
K ergo BC ipſi DE eſt parallela.

COMMENTARIVS.

A Circulo poſitione dato, & datis duobus punctis D*E* inflectere DAE, & facere *B*C ip-
ſi DE parallelam] *græcus codex* θέσι ὄντος τοῦ κύκλου τοῦ αβγ, καὶ δύο δοθέντων τῶν
δε

δε κλᾶν δοθ'ισαν τὴν δαε καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βγ τῇ δε. *sed ex iis, quæ in antecedenti dicta sunt forte legendum erit hoc modo.* καὶ δύο δοθέντων τῶν δε κλάσαι τὴν δαε καὶ ποιεῖν *&c. necesse enim est inuenire punctum B, ita vt ducta DBA AE, & iunctis BC DE sit BC ipsi DE parallela.*

In circulo igitur ABEF pũcta] *Quoniã.n. angulus DFB est æqualis angulo A, & sũt anguli DFB BFR æquales duobus rectis, erũt & quadrilateri ABFE anguli BAE BFE oppositi æquales duobus rectis. puncta igitur ABFE in circulo sint necesse est ex conuersa 22. tertii elem.* B

Datum autem est ADB rectangulum, quod æquale sit quadrato contingentis] C *Græcus codex corruptissimus est, in quo legitur* δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ λα ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς βζ δοθέντι. *ego legendum puto.* δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ αδβ, ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς βζ ἐφαπτομένης. *vel* ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς βζ δοθείσης.

Positione igitur est BD] *Ex 26. datorum.* Græcus codex θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ αδ. *ego legerem* ἡ βδ. D

Datum erit & punctum A] *ex 25. datorum. græcus codex* δοθὲν ἄρα τὸ δ *lege* τὸ α. E

Vtraque igitur ipsarum DA AE positione data erit] *Ex 26. datorum.* Græcus codex δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δα αε τῇ θέσει *lege* δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν *&c.* F

Iunctaque DB ad A producatur] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δβγ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α *lege* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δβ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α. G

Quoniam enim rectangulum EDF æquale est quadrato contingentis, & eidẽ æquale est rectangulum ADB, erit rectangulum ADB rectangulo EDF æquale. in circulo igitur sunt puncta ABFE.] *Hoc loco in græco codice multa desiderantur, ut forte restituendus sit in hanc sententiam.* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ εδζ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ αδβ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ αδβ τῷ ὑπὸ εδζ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αβζε σημεῖα. H

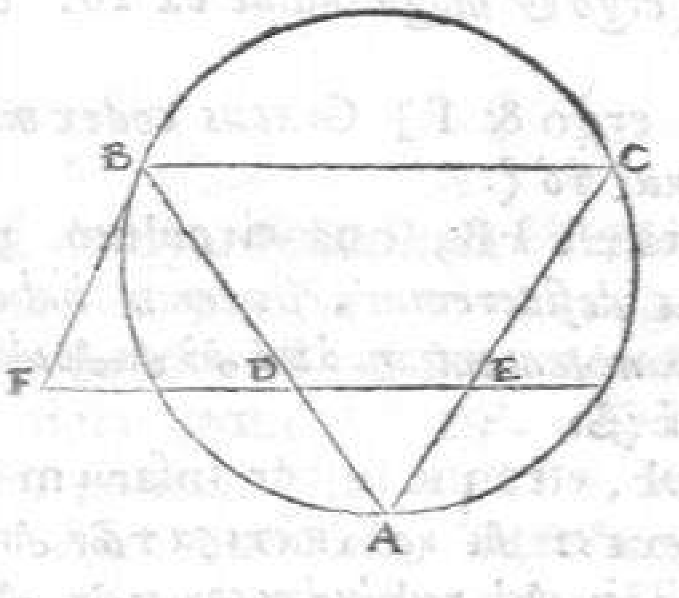
Et sunt anguli alterni. ergo BC ipsi DE est parallela.] Ex 27. *primi elementorum. græcus codex* καί εἰσιν ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ἡ βγ τῇ δε. *lege* καί εἰσιν ἐναλλὰξ παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ βγ τῇ δε: K

PROBLEMA IN XVIII.]

PROBLEMA IX. PROPOS. CVIII.

LEM. XIII.

Circulo ABC positione dato, & datis duob. pũctis DE, ab ipsis DE inflectere DAE, & facere BC ipsi DE parallelam.



Factum iam sit, & a puncto B ducatur recta linea BF, circulum ABC contingens.

32.tertii. gens. ergo angulus FBD eſt æqualis angulo C, hoc eſt angulo E. *In* circulo igitur
B ſunt BFAE puncta. quare rectangulum BDA eſt æquale rectangulo FDE. datum au-
29 primi. tem eſt BDA rectangulum etenim a puncto dato A ad rectam lineam poſitione da-
C tam acta eſt ADB, quæ datum angulum efficit. ergo & rectangulum FDE eſt da-
D tum, atque eſt data DE. data igitur & FD: eſtque datum punctum D, ergo & F a da
E to igitur puncto F ducta eſt FB, quæ circulum poſitione datum contingit. ergo po
57.dato- ſitione eſt FB, ac propterea punctum B datum. ſed & D poſitione igitur DB. eſt
rum. autem & circulus poſitione. ergo punctum A eſt datum. ſed & vtrumque punctum
27. DE. vtraque igitur ipſarum DA AE poſitione data erit.
F
25.
G

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus ABC poſitione datus. data autem duo puncta DE, & ducatur recta
S linea ADB vtaumque, & rectangulo ADB ponatur æquale rectangulum EDF, hoc
eſt ducatur BF circulum ABC contingens, iungaturque AEC. Quoniam igitur an-
gulus FBD eſt æqualis angulo ad E, in circulo enim ſunt ABEF puncta, ſed & FBD
K angulus angulo C eſt æqualis, contingit namque FB, & BA ſecat, erit & angulus C æ-
qualis. ergo BC ipſi DE eſt parallela.

COMMENTARIVS.

A Ab ipſis DE inflectere DAE, & facere BC ipſi DE parallelam] *græcus codex* ἀπὸ τῶν δε κλ ἀν δοθ῀ τὴν αλε, καὶ ποιεῖν τὴν δε παράλληλον τῇ βγ. *fortaſſe autem legendum erit.* ἀπὸ τῶν δε κλάσαι τὴν δαε καὶ ποιεῖν τὴν βγ παράλληλον τῇ δε.

B In circulo igitur ſunt BFAC puncta] *Ex conuerſu 22. tertij elementorum.*

C Quare rectangulum *BDA* eſt æquale rectangulo FD*E*] *Ex 35. tertii elementorum.*

D Etenim a puncto dato A ad rectam lineam poſitione datam acta eſt ADB, quæ datum angulum efficit] *Græcus codex* ἀπὸ γὰρ δοθέντος τοῦ α εἰς θέσει δεδομένην γωνίαν διῆκται ἡ αδβ. *vide ne aliqua deſiderentur ſequitur autem ex 30. datorum rectam lineam ADB datam eſſe poſitione. ergo & magnitudine ex 26. eiusdem rectangulum igitur ADB datum erit.*

E Eſtque datum punctum D ergo & F] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur* καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ δ *adde* δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ζ.

F A dato igitur puncto F ducta eſt FB, quæ circulum poſitione datum contingit] *In græco codice nonnulla deſiderentur, ſic enim habet* κύκλου ἄρα ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ζβ. *ſed reſtituendus eſt in hanc ſententiam* ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ζβ.

G Sed & vtrumque punctum DE, vtraque igitur ipſarum DA AC poſitione data erit] *Ex 26. datorum græcus codex* ἔστι δὲ καὶ ἑκάτερα τῶν δε δοθέντων δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκάτερα τῶν δα αε τῇ θέσει. *lege* ἔστι δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν δε δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δα αε τῇ θέσει

H Hoc eſt ducatur BF circulum ABC contingens, iungaturque AEC] *græcus codex* τουτέστι τοῦ αβγ κύκλου ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ βζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γεα, *vereor tamen, ne aliqua deſiderentur.*

Contin-

Contingit namque FB, & BA ſecat] *Græcus codex* ἐφάπτεται γὰρ καὶ τέμνει. *Nos tamen perſpicuitatis cauſſa ita vertere maluimus. Hæc autẽ magis perſpicua eſſent, ſi in hunc modum explicarentur.* K

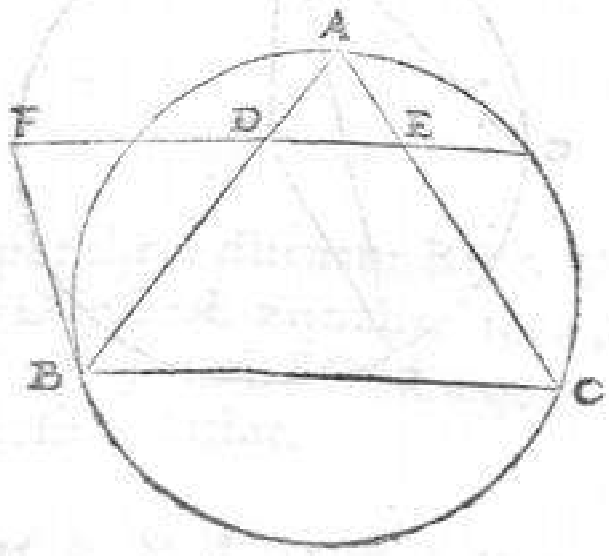
Ducatur per punctum D recta linea vtcumque ADB, & rectangulo ADB æquale ponatur rectangulum EDF. Ducta igitur FB vel circulum ABC contingit, vel non. Si quidem contingit, iungatur AE & producatur in C. Sin minus, ducatur a puncto F alia recta linea FB circulum contingens in B, & rurſus ducantur BDA AEC. Quoniam igitur rectangulum FDE eſt æquale rectangulo BDA, erunt puncta ABEF in circuli circumferentia, ex conv. *& idcirco angulus FBA æqualis angulo FEA,* 25. tertii. *ſed & æqualis eſt angulo BCA: contingit enim FB, & ſecat BA.* 21 tertii. 32 tertii. *angulus igitur BCA æqualis eſt angulo FEA. quare BC ipſi DE eſt parallela.* 25 primi

PROBLEMA IN XIX.

PROBLEMA X. PROPOS. CIX.

LEM. XIIII.

Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE, inflectere DAE, ita vt BC ipſi DE ſit parallela.



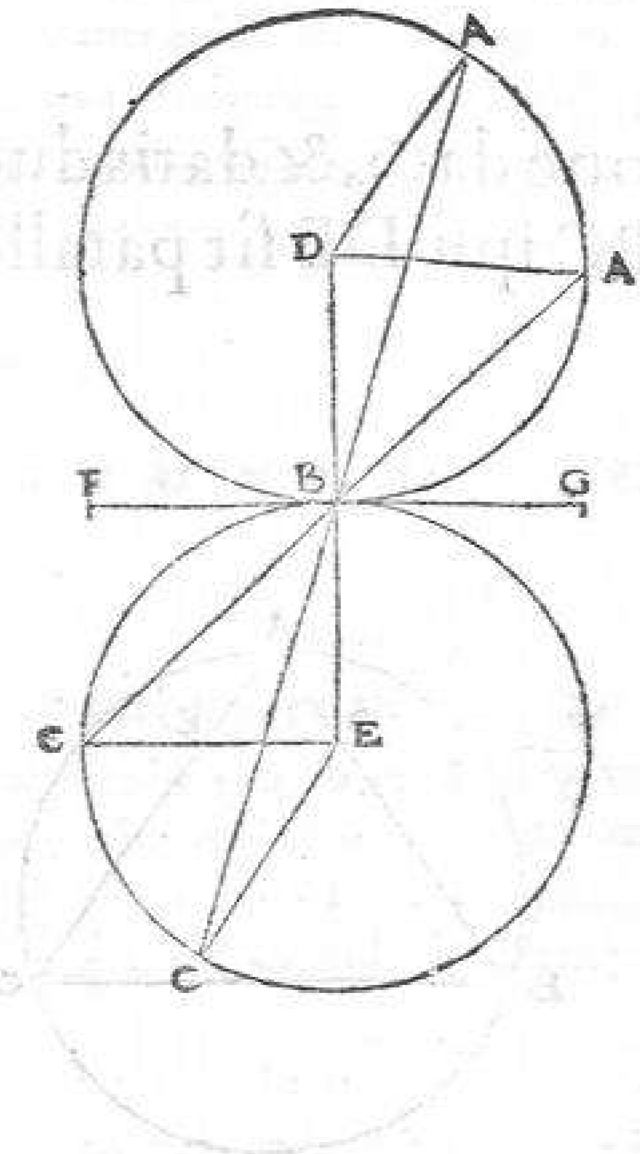
Factum iam ſit, & ducatur recta linea circulum contingens BF. erunt igitur rurſus in circulo AFBE puncta, & rectangulum ADB rectangulo EF æquale erit. datum autem eſt ADB rectangulum. ergo & ipſum EDF: & data eſt DE. data igitur & DF. Sed etiam poſitione datum eſt punctum D. quare & F. poſitione igitur eſt BF. Sed & circulus. ergo punctum B eſt datum; & data DE puncta. vtraque igitur ipſarum DA AE data erit: quod ſimiliter atque ſupra, demonſtrabimus, & compoſitio ſimiliter erit eadem, quæ ſupra.

IN XXIIII.

LEM. XV.

THEOREMA C. PROPOS. CX.

Cõtingant ſeſe duo circuli AB BC in pũcto B,& ſumátur ipſorum centra DE,iungãturq; AD DB CE EB. Sit ãt AD ipſi CE parallela. Dico rectas lineas eſſe, quæ per DBE ABC tranſeunt.



18.tertii. Ducatur.n.recta linea FG,circulos AB BC cõtingẽs.ex cẽtro autẽ eſt DB.ergo angulus DBF eſt rectus.& eadẽ rõne rectus ẽ angulus FBE.recta igitur linea eſt, quæ
29.primi tranſit per DBE.Itaque quoniam AD eſt æqualis DB,& CE ipſi EB,erit ut AD ad DB,ita CE ad EB. & ſunt circa æquales angulos *DE* latera proportionalia,angulus
A igitur DBA eſt ęqualis angulo CBE,atque eſt recta linea DBE. ergo etiam recta
B eſt,quæ per ABC tranſit,quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Angulus igitur DBA eſt æqualis angulo CBE] *Sequitur enim ex 7.ſexti triangulum ADB triangulo* CEB *ſimile eſſe.*

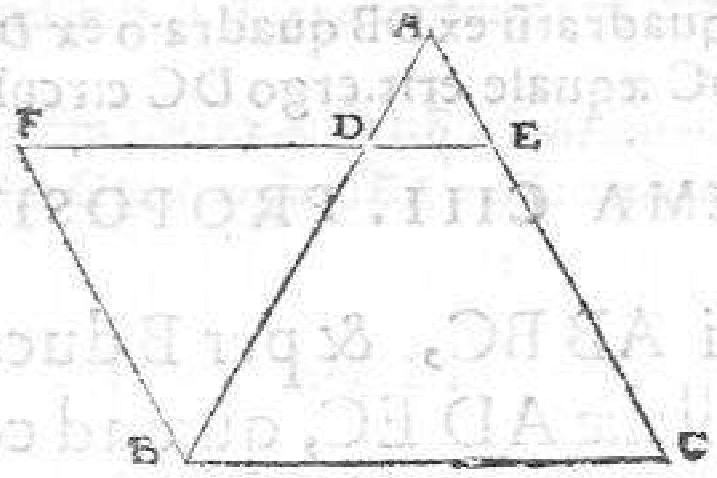
B Atque eſt recta linea DBE ergo etiam recta eſt,quæ per ABC tranſit] *Angulus namque* ABD,*hoc eſt* EBE, CBA *ſunt æquales duobus rectis . quare per* 14. *primi elementorum recta linea eſt* ABC.

IN XXV.

THEOREMA CI. PROPOS. CXI.

LEM. XVI.

Aequale exiſtente AB ipſi BC, AD vero ipſi DE, & parallela exiſtente DE ipſi BC, oſtendendum eſt rectam lineam eſſe, quę per AEC tranſit.



Iungantur AE EC, & ipſi AE parallela ducatur BF, & ED ad F producatur. ergo A
DF eſt ęqualis DB. eſt autem & AD ipſi DE æqualis. tota igitur AB toti FE æqualis B
erit. ſed AB eſt æqualis BC. & BC igitur ipſi FE eſt æqualis. atq; eſt parallela, recta igitur linea eſt AEC, quod manifeſto conſtat.

COMMENTARIVS.

Ergo DF eſt ęqualis DB] *Quoniam enim* FB *parallela eſt ipſi* AE, *fient triangula* ADE A
BDF *ſimilia inter ſe. quare ut* AD *ad* DE, *ita* BD *ad* DF. *Sed* AD *poſita eſt æqualis* DE *ergo* BD *ipſi* DF *æqualis erit ex iis, quæ nos demonſtrauimus ad* 16. *quinti elementorum.*

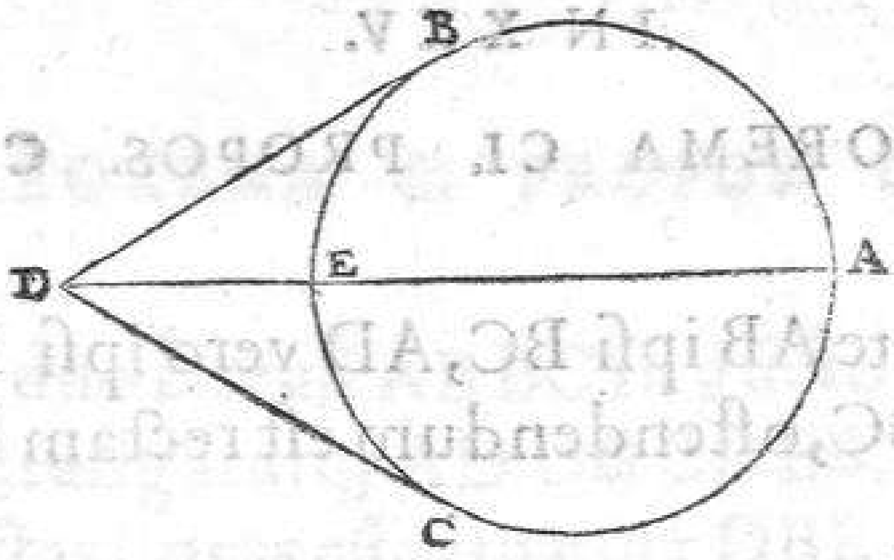
Atque eſt parallela: recta igitur linea eſt AEC, quod manifeſto conſtat] *Anguli. n.* B
BCE CEF *ſunt duobus rectis æquales; & angulus* BFE *eſt æqualis angulo* BCE. *Sed eſt etiam æqualis ipſi* DEA *ob triangulorum ſimilitudinẽ. angulus igitur* DEA *æqualis eſt angulo* BCE, *& ideo anguli* DEC DEA *duobus rectis æquales ſunt. ergo recta linea eſt* EAC.

IN XXXI.

THEOREMA CII. PROPOSITIO CXII.

LEM. XVII.

Si ſit circulus ABC, & ducãtur duæ rectæ lineæ BD DC, quę æquales ſint, & cõtingat BD. Dico etiã DC circulũ contingere.

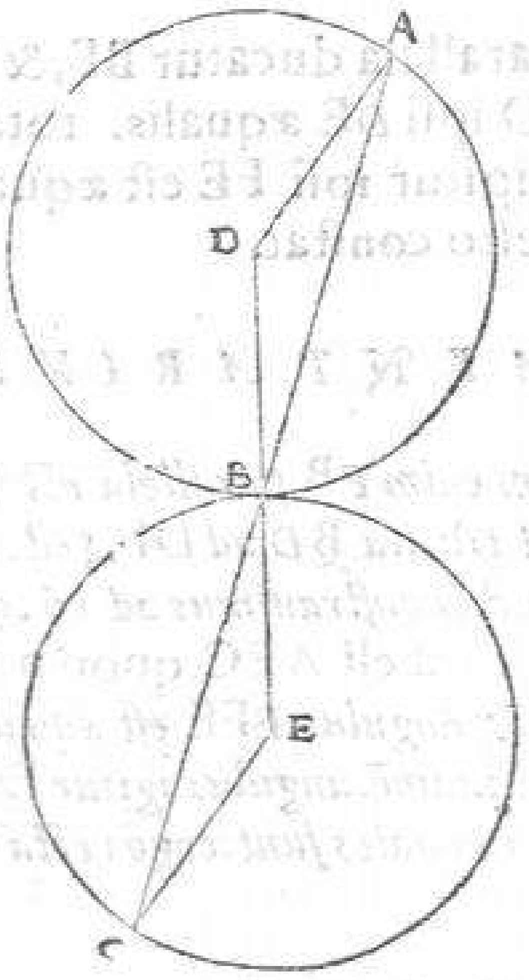


Hoc autem manifeſtum eſt. ducta namque DEA erit rectangulum ADE æquale quadrato ex DB. ſed quadratũ ex DB quadrato ex DC eſt æquale. rectangulũ igitur ADE quadrato ex DC æquale erit. ergo DC circulũ ABC cõtingat neceſſe eſt. 37. tertii.

LEM. XVIII.

THEOREMA CIII. PROPOSITIO CXIII.

Sint duo circuli AB BC, & per B ducatur quædã recta linea ABC, & duæ parallelæ AD EC, quæ ad centra circulorum pertineant. Dico circulos AB BC ſeſe contingere in puncto B.



Sumantur circulorũ cẽtra DE, & DB BE iungantur. recta igitur linea eſt, quæ per

DBE

DBE tranſit, parallelæ enim ſunt AD EC: & ut AD ad DB, ita eſt CE ad EB. ſiunt B
autem duo triangula, vnum angulum vni angulo æqualem habentia, videlicet an- C
gulum A ipſi C, & circa alios angulos DE latera proportionalia. æquiangula igitur 29 primi
triangula ſunt, & angulus ABD angulo CBE eſt æqualis. atq. eſt recta linea ABC. 7. ſexti.
recta igitur & DBE. Itaque quoniam recta linea eſt, quę per centrum circulo D
rum, & contactum tranſit: circuli AB BC ſeſe in puncto B contingunt, quod 12 tertii
oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

Recta igitur linea eſt, quæ per DBE tranſit] *Hoc apparet ex iis, quæ deinceps ſequuntur. non autem ex antecedentibus.* A

Parallelæ enim ſunt AD EC] *Græcus codex* παράλληλος ἄρα ἔϛιν ἡ αδ τῇ γε *sed arbitror legendum.* παράλληλος γὰρ *hoc enim ante poſitum eſt.* B

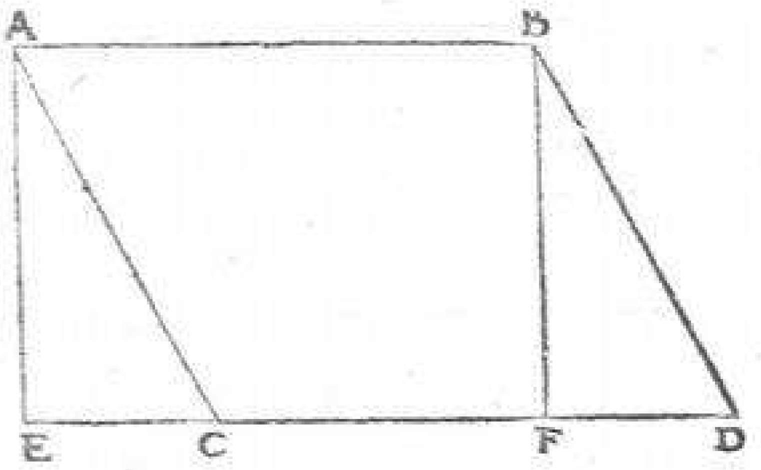
Et ut AD ad DB, ita eſt CE ad EB] *Græcus codex* καὶ ἔϛιν ὡς ἡ αδ πρός αβ. *lege* ὡς ἡ αδ πρὸς δβ. C

Atque eſt recta linea ABC. recta igitur & DBE] *Sunt enim anguli* DBA DBC *æquales duobus rectis, hoc eſt anguli* CBE CBD. *ergo* DBE *recta linea erit.* D

IN LII.

THEOREMA CIIII. PROPOS. CXIIII. LEM. XIX.

Sit AB quidem parallela CD; AC vero ipſi BD æqualis, angulo ACD obtuſo exiſtente, & BDC acuto. Dico AD parallelogrammum eſſe.



Quoniam enim obtuſus eſt angulus ACD, acutus autem BDC, ſi a A
punctis AB ad ipſam CD perpendiculares ducantur, ea quidem, quæ a pun- B

ćto A ducitur extra *E* cadet, quæ verò a punćto B cadit intra D. itaque cadant, & 18. prim. ſint D*E* *B*F. parallela igitur eſt *AE* ipſi BF. ſed & AB ipſi CD, & ſunt anguli ad EF recti. ergo & FD eſt æqualis EC, totaque EF toti CD. æqualis igitur eſt & AB C ipſi CD.

COMMENTARIVS.

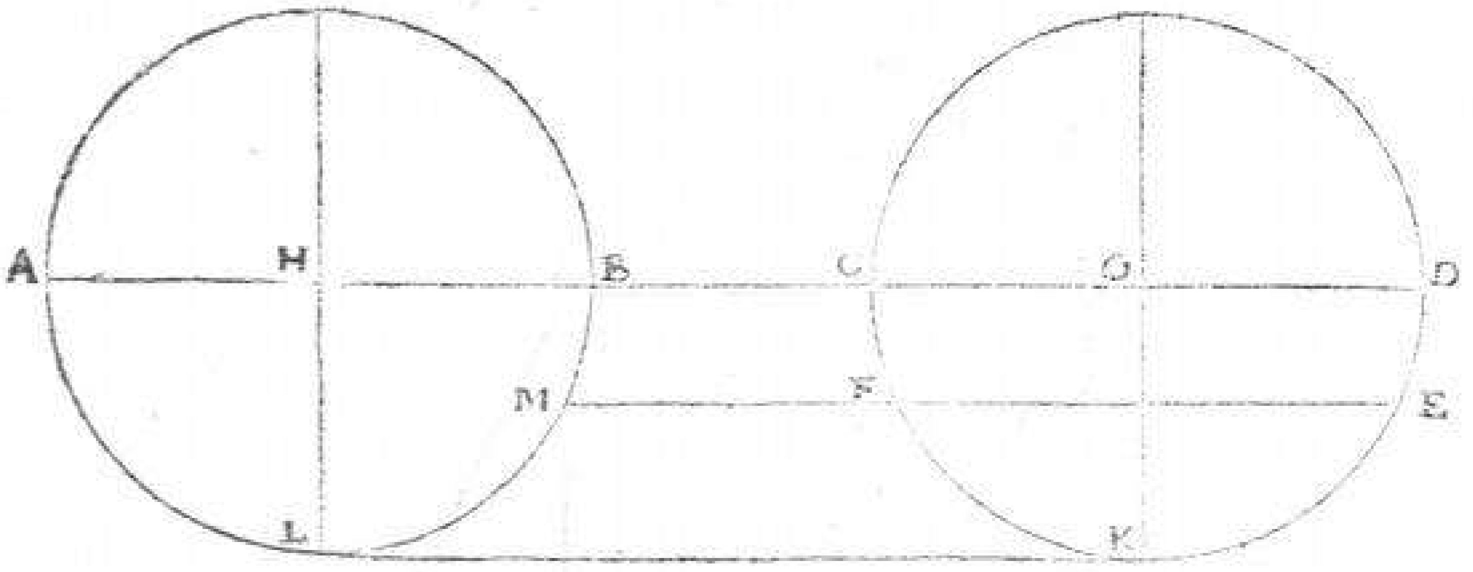
A Acutus autem BDC] *græcus codex* ὀξεια δέ ἡ ἱπὸ αγδ. *lege* ἡ ὑπὸ βγδ.

B Ea quidem, quæ a punćto A ducitur extra C cadit, quæ verò a punćto *B* cadit intra D.] *Græcus codex* ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ α ἐκτὸς τοῦ γ ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ β ἐντὸς τοῦ δ. *videtur deſiderari verbum* πίπτουσι.

C Ergo & FD eſt æqualis EC] *Quoniam enim parallelæ ſunt* AE BF, *itemque* AB CD, *erit* AF *parallelogrammum, &* AE *æqualis* BF. *quòd cum anguli ad* EF *recti ſint, quadratum ex* AC *æquale erit duobus quadratis ex* AE EC. *& eadem ratione quadratum ex BD* 47. prim. *æquale quadratis ex* BF FD. *quadrata igitur ex* AE *E*C *quadratis ex* BF F*D* *æqualia ſunt, ponebantur enim* AC BD *inter ſe æquales. ergo demptis vtrinque æqualibus quadratis ex* AE *BF, reliqua quadrata ex* EC FD *æqualia erunt: & ideo EC* F*D inter ſe æquales. græcus autem codex* ἴσι ἄρα ἐσὶ καὶ ἡ βδ τῆ αγ. *ego legendum puto* ἡ ζδ τῆ εγ.

THEOREMA CV. PROPOSITIO CXV.

Sint duo circuli AB CD inter ſe æquales, & per centra ducatur AD, ipſi verò CD parallela EF. Dico EF productam etiam circulum AB ſecare.



A 18. prim. Sumantur circulorum centra GH, & a punćtis GH ad rećtos angulos ipſi AD B ducantur GK HL. ergo GK eſt æqualis HL. ſed & parallela: quare & KL ipſi GH eſt corol. 16 æqualis & parallela, & ob id anguli ad KL recti ſũt, & ſũt ex cẽtro GK HL: recta igi tertii. tur linea KL circulos contingit. Itaque perſpicuum eſt eũ, quæ circulum CD cõtingit,

git, contingere etiam circulum AB. ergo EF ſecans circulum CD & ipſum AB ſecat. D
producta enim cadet inter BL, quemadmodum EF inter CK continetur.

COMMENTARIVS.

Et a punctis GH ad rectos angulos ipſi AD ducantur GK, HL. ergo GK eſt æqualis HL.] *Ex prima diffinitione tertii elementorum. Græcus autem codex corruptus eſt, & mancus, quem ita reſtituendum puto.* ἀπὸ τῆς η θ σημέιων τῆ αδ ὀρθὰι ἤχθωσαν αἱ ηκ κλ. ἴση ἄρα ἐστιν ἡ ηκ τῆ θλ. A

Quare & KL ipſi GH eſt æqualis, & parallela] *Ex 33. primi elementorum. Græcus autem cedex.* καὶ ἡ ηλ τῆ ηθ ἴση ἐστι καὶ παράλληλος. *ſed fortaſſe legendum eſt* καὶ ἡ κλ ἄρα τῆ ηθ ἴση ἐστι, καὶ παράλληλος. B

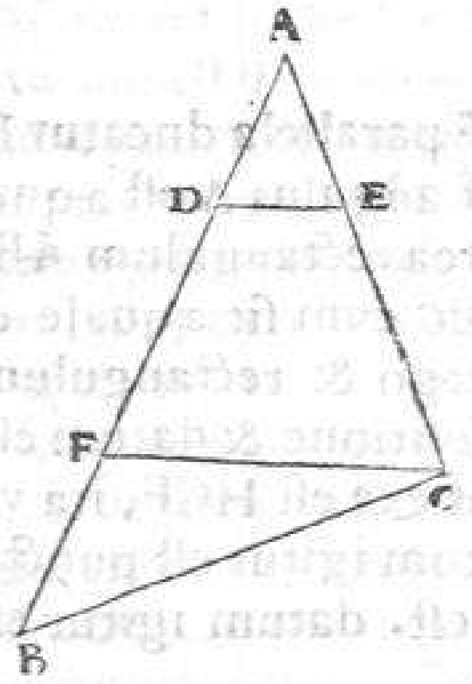
Itaque perſpicuum eſt eam, quæ circulum CD contingit, contingere etiam circulum AB] *Græcus codex* φανερὸν οὖν ὅτι ἡ τοῦ δε ἐφάπτεται καὶ τοῦ αβ. *ſed legendum arbitror* φανερὸν οὖν ὅτι ἡ τοῦ γδ ἐφαπτομένη ἐφάπτεται καὶ τοῦ αβ. C

Producta enim cadet inter BL, quemadmodum EF inter CK continetur.] *Græcus codex hoc loco corruptiſsimus eſt, quem ego in eam ſententiam reſtituendum arbitror.* D

THEOREMA CVI. PROPOS. CXVI.

LEM. XXI.

Sit DA quidem ęqualis AE, BD vero maior, quam CE, & DE iungatur. Dico DE productam cum BC conuenire.



Ponatur ipſi CE æqualis DF, & CF iungatur. ergo CF parallela eſt ipſi DE, & conuenit cum BC. & DE igitur cum BC conueniet. A B

COMMENTARIVS.

Ergo EF parallela eſt ipſi DE.] *Ex 2. ſexti elementorum.* A

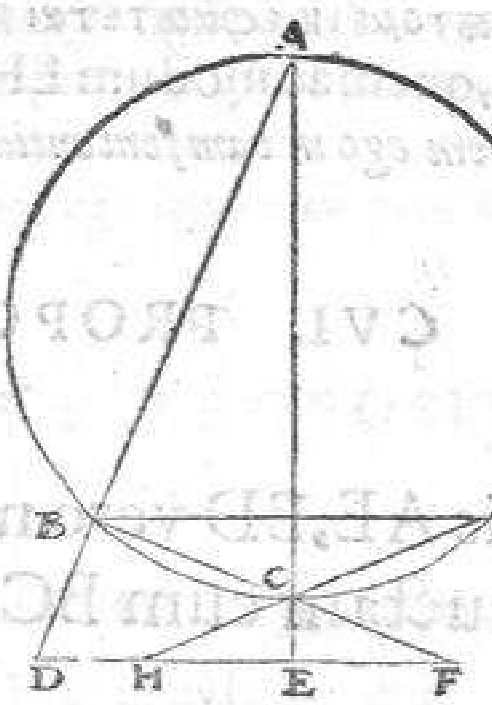
Et DE igitur cum BC conueniet] *Ex demonſtratis a Proclo in commentariis in 29. primi libri elementorum, & a Vitellione in 2. propoſitione primi libri.* B

PRO-

PROBLEMA IN IDEM.

PORBLEMA XI. PROPOSITIO CXVII.

LEM. XXII. A Circulo ABC poſitione dato; & datis tribus punctis DEF in recta linea, in flectere DAE, & facere BC in directum ipſi CF.



B Factum iam ſit, & per B ipſi DF parallela ducatur BG, & iuncta GC ad H producatur. angulus igitur *BGC*, hoc eſt angulus A eſt æqualis angulo CHF. ergo in circulo ſunt ACHD pũcta. ac propterea rectangulum AEC æquale eſt rectangulo DEH
C
D
E datum autem eſt rectangulum A*EC* cum ſit æquale quadrato eius lineæ, quæ a pũcto *E* ducta circulum contingit. ergo & rectangulum DEH eſt datum. atque data
F
G eſt DE. data igitur & EH. ſed & poſitione. & datum eſt punctum E. quare & H. Itaque a duobus punctis datis HF inflexa eſt HCF, ita vt *BG* ipſi HEF parallela ſit. hoc autem ante demonſtratum eſt datum igitur eſt punctum C. ſed & E. ergo poſitione eſt CE, ſed & circulus datus eſt. datum igitur eſt punctum A. eſt autem AD datum. ergo DA poſitione datur.

35. datorum. 27. datorum. 20. datorum. 25.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus quidem ABC, data autem in recta linea tria puncta *DEF*. & quadrato eius lineę, quæ a puncto *E* ducta circulum contingit, æquale ponatur rectangulum DEH. & datis duobus punctis HF, ab ipſis in circulum inflectatur HCF, ita vt BG parallela ſit HF. iunctaque EC ad A producatur. Dico rectam lineam eſſe, quæ per ABD tranſit. Quoniam vtrumque; quod rectangulorum AEC DEH æquale eſt quadrato lineæ a puncto E contingentis, erit rectangulum A*E*C æquale rectangulo DEH. In circulo igitur ſunt puncta DHCA. & quoniam angulus BGC angulo

H
K
L
M

CHF eſt æqualis, angulus autem BGC æqualis angulo BAC in circulo, erit angulus BAC æqualis ipſi CHE: & ſunt in circulo ACHD puncta. ergo AB in eadem N recta linea conſtituitur, in qua eſt BC.

COMMENTARIVS.

Circulo ABC poſitione dato, & datis tribus punctis DEF in recta linea, inflectere DAE, & facere BC in directum ipſi CF.] *Græcus codex* θέσει ὄντος κύκλου τοῦ αβγ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων τῶν δεζ ἐπ' εὐθείας κἂν δοθεῖσαν τὴν δαε, καὶ ποιεῖν ἐπ' εὐθείας τὴν βγ τῇ γζ. *ſed forte legendũ erit ex iis, quæ ante dicta ſunt.* θέσει ὄντος κύκλου τοῦ αβγ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων τῶν δεζ ἐπ' εὐθείας, κλάζαι τὴν δαε, καὶ ποιεῖν ἐπ' εὐθείας τὴν βγ τῇ γζ. A

Angulus igitur BGC, hoc eſt angulus A eſt æqualis angulo CHF] *Angulus enim BGC ex 21. tertii elementorum eſt ęqualis angulo A. Sed & æqualis eſt angulo* CHF *ex 29. primi elementorum.* B

Ergo in circulo ſunt ACHD.] *Ex conuerſa 22. tertii elementorum. ſunt enim anguli CHF CHD, hoc eſt anguli DAC CHD duobus rectis æquales. hæc autem nos addidimus, quæ in Græco codice deſiderari videbantur. legendum igitur erit.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ βηγ γωνία, τουτέστιν ἡ α τῇ ὑπὸ γθζ γωνίᾳ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αγβδ σημεῖα τὸ ἄρα ὑπὸ αεγ *&c.* C

Ac propterea rectangulum AEC æquale eſt rectangulo DEH] *ex 36. tertii elem.* D

Datum autem eſt rectangulum AEC, cum æquale ſit quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit] *Ex eadem 36. tertii. recta uero linea ex puncto* E *circulum contingens data eſt, tum poſitione, tum magnitudine, quod datum ſit punctum E, & circulus ABC ſit poſitione datus.* E

Itaque a duobus punctis datis HF inflexa eſt HCF, ita ut BG ipſi HEF ſit parallela] *Græcus codex corruptus uidetur, qui ſic habet.* γέγονε δή μοι ἀπὸ δύο δοθέντων τῶν δζ κλ. ἂν καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βη τῇ θκζ. *ſed forte legendum.* γέγονε δή μοι ἀπὸ δύο δοθέντων τῶν θζ κλάζαι τὴν θγζ, καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βη τῇ θεζ. F

Hoc autem ante demonſtratum eſt] *In lemmate 10. ex antecedentibus.* G

Et quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit] *Græcus codex* καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἴσον κείσθω τὸ ὑπὸ δεθ. *ſed videtur legendum, ut infra,* καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἀπὸ τοῦ ε ἐφαπτομένης ἴσον κείσθω ὑπὸ δεθ. H

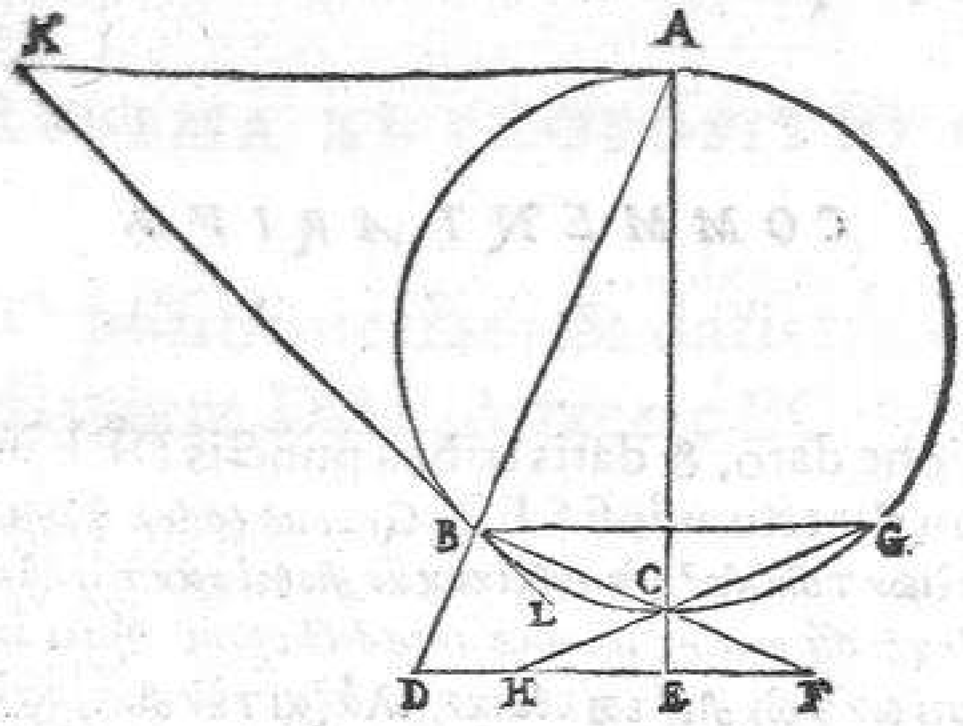
Et datis duobus punctis HF, ab ipſis in circulum inflectatur HCF] *Græcus codex* καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν θζ εἰς τὸν κύκλον ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω εὐθεῖα ὥστε παράλληλον εἶναι τὴν βη τῇ θζ. *ſed forte legendum erit,* ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω θγζ ὥστε *&c.* K

Iunctaque EC ad A producatur] *Hæc deſiderantur in græco codice, quæ nos ſuppleuimus. itaque legendum erit* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εγ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α. L

In circulo igitur ſunt puncta DHCA] *Ex conuerſa 36. tertii elementorum.* M

Ergo AB in eadẽ recta linea cõſtituitur, in qua ẽ BD.] *Quoniã. n. angulus* BAC *ẽ æqualis ipſi* CHE, *erũt anguli* B*AE CHD æquales duobus rectis, & sũt ĩ circulo ADHC. quadrilaterũ igitur ẽ* A*DHC in eo deſcriptũ, ex cõuerſa 22. tertii, & propterea recta linea eſt ABD ſi quis. n. cõcẽdat nõ eſſe ABD vnã rectã lineã, ſed duas & quinquelaterũ eẽ* AB*DHC, ducta recta linea* AD, *erit ãgulus* D*AC vel minor uel maior ãgulo* B*AC, & idcirco quadrilateri AD ãguli* D*AC* C*HD oppoſiti minores erũt, uel maiores duob. rectis, qđ minime eẽ põt. poſt hęc in græco codice nõnulla legũtur, quę fortaſſe ſuꝑuacanea sũt, neq;. n. qđ ſibi uelint ſatis intelligere poſſũ.* N

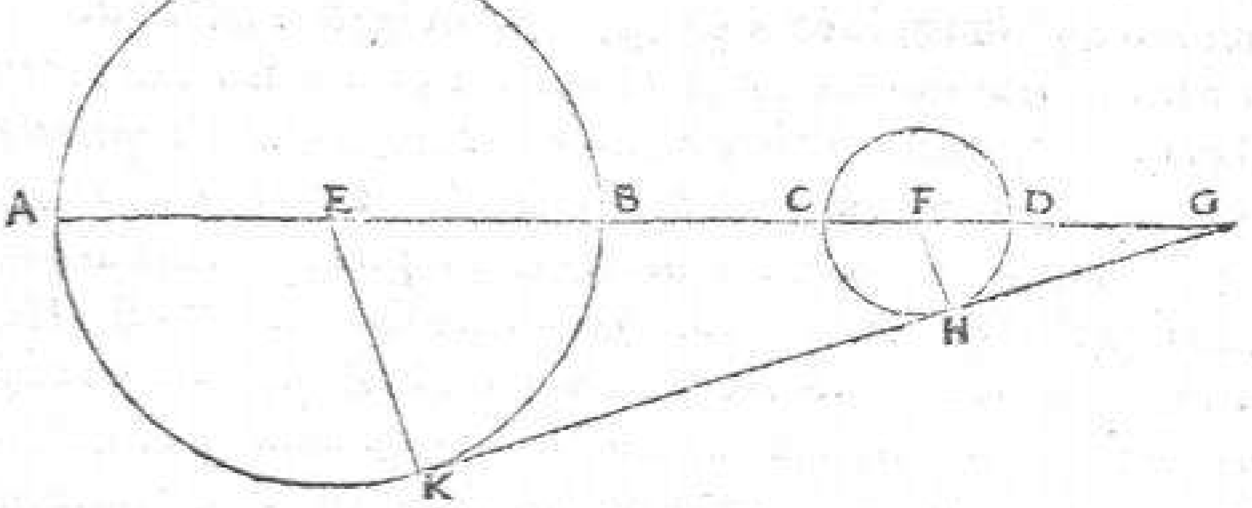
At uero ABD rectam lineam eſſe, etiam aliter oſtendere licet, hoc modo.



Ducatur duæ rectæ lineæ AK BL circulum ABC contingentes in punctis AB, quæ conueniant in K, erunt AK KB inter ſe æquales, quod manifeſto conſtat ex 36. tertii elem ergo angulus KAB eſt æqualis angulo KBA, hoc eſt angulo LBD ad verticem. ſed angulo KAB æqualis eſt angulus ACB, etenim AK circulum contingit, & AB ſecat. angulus igitur LBD angulo ACB eſt æqualis. angulo autem BAC æqualis eſt angulus CBL nam LB tangit, & BC ſecat. Sed tres anguli BAC ACB ABC ſunt æquales duobus rectis angulus vero CBD eſt ęqualis duobus angulis BAC ACB. ergo anguli CBA CBD duobus rectis ſunt æquales. ex quo patet ABD rectam lineam eſſe.

THEOREMA CVII. PROPOS. CXVIII.

A B Sint duo circuli AB CD, & producatur AD ad G, fiatque vt EG ad GF, ita ſemidiameter circuli AB ad circuli CD ſemidiametrum. Dico rectam lineam, quæ a puncto G ducta ſecat circulum CD, productam circulum quoque AB ſecare



Sumantur. n. circulorum centra EF, & a pũcto G ducatur GH, circulũ CD contingens, iungaturq; FH. & ipſi parallela ducatur EK. Quoniã igitur eſt vt EG ad GF, ita

EK

GK ad FH, recta linea est, quæ per GHK transit. & est angulus H rectus: rectus igitur est & K. quare si recta linea ducta a puncto G secat circulum CD, producta etiã AB circulum secabit. sed secãtes circulũ CD sunt inter DH. ergo producto inter KB erũt. atque est contingens GK. secat igitur quæ est inter BK DH sed eadem & circulũ AB secat recta igitur secans circulũ CD, & AB circulum secabit, si a pũcto G ducatur. C

COMMENTARIVS.

Et producatur AD ad G] *Græcus codex* καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ αδ. *vide ne addendum sit* ἐπὶ τὸ η. A

Fiatque ut EG ad GF, ita semidiameter circuli AB ad circuli CD semidiametrũ.] B *Græcus codex* καὶ πεποιήσθω ὡς εη πρὸς τὴν ηλ, οὕτως *&c. lege* ὡς εη πρὸς τὴν ηζ. *subintelligendum autem puncta* εζ *circulorum esse centra. quod ipse postea infert.*

Recta linea est, quæ per GHK transit] *Perspicuum hoc est, sed tamen nos lemmate ostendimus in commentariis in 10. libri Archimedis, de iis, quæ in aqua uehuntur.*

PRIMVS LIBER TACTIONVM HABET PROBLEMATA SEPTEM.

SECVNDVS PROBLEMATA QVATTVOR.

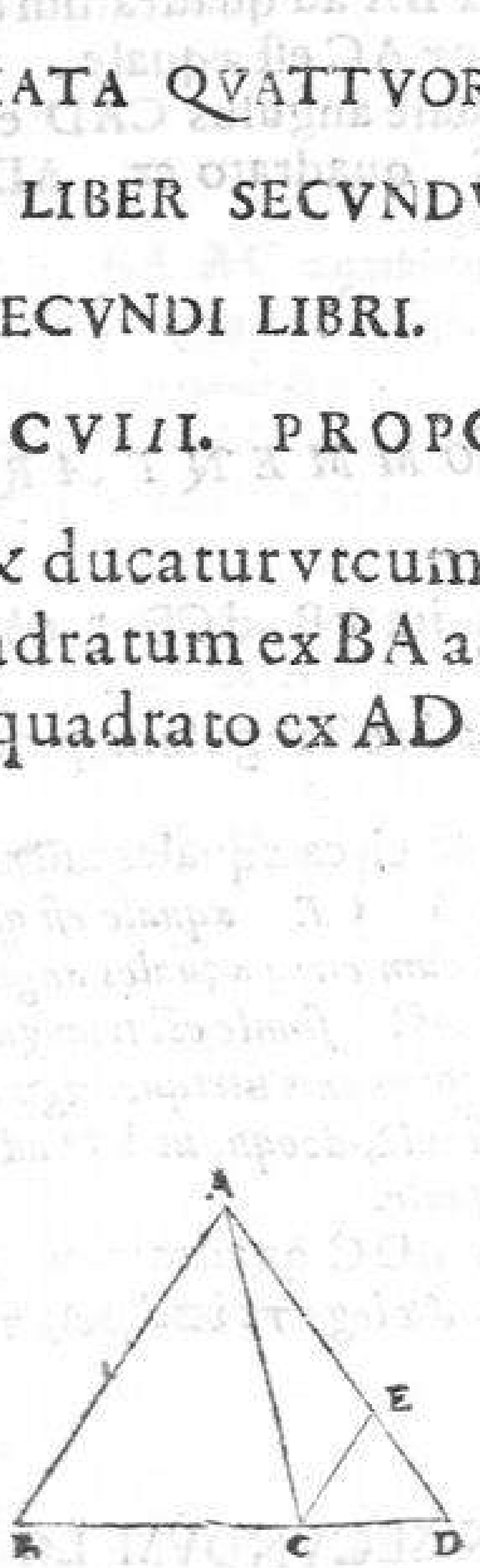
PLANORVM LOCORVM LIBER SECVNDVS.

IN PRIMVM LOCVM SECVNDI LIBRI.

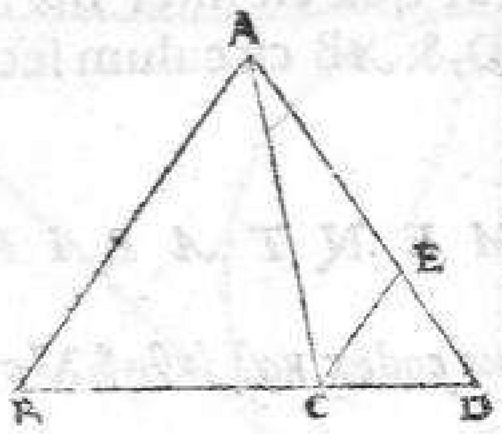
THEOREMA CVIII. PROPOS. CXIX.

LEM. XXIIII.

Sit triangulum ABC, & ducatur vtcumque recta linea AD. sitq; ut BD ad DC, ita quadratum ex BA ad quadratum ex AC. Dico rectangulum BDC quadrato ex AD æquale esse.



Ducatur per C ipsi AB parallela CE. ẽ igitur ut BD ad DC, ita AB ad CE, & ita quadra- A



B tum ex AB, ad rectangulum, quod AB & CE continetur. Vt autem BD
ad DC, ita erit quadratum ex BA ad quadratum ex AC. ergo rectangulum con-
C tentum AB & CE quadrato ex AC eſt æquale. ob proportionem igitur, & circa
æquales angulos alternos. quare angulus CAD eſt ęqualis angulo B, & pro-
D pterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit. hoc autem manifeſto patet.

COMMENTARIVS.

A Eſt igitur ut BD ad DC, ita AB ad CE] *Ob ſimilitudinem triangulorum ABD ECD.*

B Et ita quadratum ex AB ad rectangulum quod AB & CE continetur] *Ex lemmate in 23 decimi elementorum.*

C Ob proportionem igitur, & circa æquales angulos alternos, &c.] *Quoniam enim rectangulum contentum AB CE æquale eſt quadrato ex AC, vt BA ad AC, ita erit AC ad CE. & cum circa æquales angulos alternos BAC ACE latera proportionalia ſint, triangulum BAC ſimile eſt triangulo ACE. & angulus ABD æqualis angulo CAD. Sed angulus D eſt communis utrique. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum BAD triangulo ACD eſt ſimile, ideoque ut BD ad DA, ita AD ad DC, rectangulum igitur BDC quadrato ex AD eſt æquale.*

D Et propterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit] *Græcus codex* ὥστε ἴσον ἐστι τὸ ὑπὸ βαγ τῷ ἀπὸ δα *lege* τὸ ὑπὸ βδγ τῷ ἀπὸ δα.

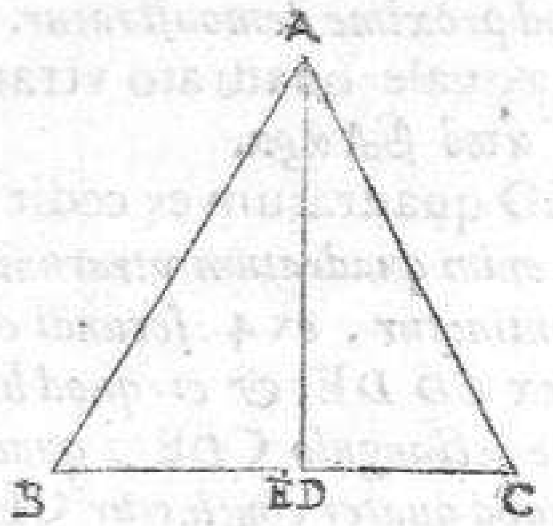
IN SECVNDVM LOCVM.

THEOREMA CIX. PROPOS. CXX.

A Sit triangulum ABC, & perpendicularis AD. Dico exceſſum quadratorum ex BA AC quadratorum ex AD DC

exceſ-

exceſſui æqualem eſſe. quòd ſi BC bifariam ſecetur in puncto E, erit quadratorum ex BA AC exceſſus id, quod bis BC, & ED continetur. B



Exceſſum igitur quadratorum ex BA AC æqualem eſſe exceſſui quadratorum ex AD DC perſpicue conſtat. eſt enim quadratum quidem ex AB æquale quadratis ex BD DA. quadratum uero ex AC quadratis ex AD DC æquale. Quo igitur quadratum ex AB excedit quadratum ex AC, eodem quadrata ex AD DB excedunt quadrata ex AD DC: & dempto communi quadrato ex AD, quo reliquum quadratum ex BD excedit quadratum ex DC, eodem & quadratum ex AB quadratum ex AC excedet. quadratorum autem ex BD DC exceſſus eſt id, quod bis BC ED continetur. ergo & quadratorum ex AB AC exceſſus idem erit. C D E

At vero quadratorum ex BD DC exceſſum eſſe id, quod bis continetur BC ED, hoc modo demonſtrabimus.

Quoniam enim BE æqualis eſt EC, erit BD æqualis utriſque CE ED: & quadratum ex BD ęquale quadrato vtrarumque CE ED. Sed utrarumque CE ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED, hoc eſt eo, quod bis continetur BC DE. exceſſus igitur quadratorum ex BD DC, eſt id, quod bis BC DE continetur.

COMMENTARIVS.

Dico exceſſum quadratorum ex BA AC quadratorum ex BD DC exceſſui æqualem eſſe] *Græcus codex* ὅτι μέν ἡ τῶν ἀπὸ βδ αγ ὑπεροχὴ *lege* ἡ τῶν ἀπὸ βα αγ ὑπεροχῇ. A

Quod ſi BC bifariam ſecetur in puncto E, erit quadratorum ex BA AC exceſſus id, quod bis BC & ED continetur] *Græcus codex* ἔαν δὲ ἡ βγ δίχα τμηθῇ B

τὸ

τόε ἡ τῶν ἀπὸ βδ ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ εδ. *lege* ἐὰν δὲ ἡ βγ δίχα τμηθῇ τῷ ε, ἡ τῶν ἀπὸ βα αγ ὑπεροχή ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ εδ. *poſſet etiam legi* ἡ τῶν ἀπὸ βδ δγ ὑπεροχή. *ſed illud magis placet.*

C Eſt enim quadratum quidem ex AB] *græcus codex* ἐστι γάρ τὸ μὲν ἀπὸ τῶν αβ, *lege* τὸ μὲν ἀπὸ τοῦ αβ, *vel potius* τὸ μὲν ἀπὸ αβ.

D Quadratorum autem ex BD DC exceſſus eſt id, quod bis BCED continetur] *Hoc deinceps probat. græcus codex* τῶν δὲ ἀπὸ βδ δγ, τὸ δὶς ὑπὸ βγ εδ. *ſed legendum puto:* τῶν δὲ ἀπὸ βδ δγ ὑπεροχή ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ εδ.

E Ergo & quadratorum ex AB AC exceſſus idem erit] *Hæc eſt concluſio ſecundæ partis, quæ pendet ex eo, quod proxime demonſtratur.*

F Et quadratum ex BD æquale quadrato vtrarumque CE ED] *græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ εδ ἄρα *lege* καὶ τὸ ἀπὸ βδ ἄρα.

G Sed vtrarumque CE ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED] *Eſt enim quadratum vtrarumque CE ED æquale quadratis ex CE ED; & ei, quod bis CED continetur. ex 4. ſecundi elementorum. quadratum autem ex CE rurſus eſt æquale quadratis ex CD DE, & ei. quod bis CDE continetur. ſed ex 3. eiuſdem rectangulum CED eſt æquale rectangulo CDE & quadrato ex ED. Quadratum igitur vtrarũque CE ED æquale erit ei, quod quater continetur CED vnà cum quadrato ex CD. ac propterea excedet quadratum ex CD eo, quod quater CED continetur.*

H Hoc eſt eo, quod bis continetur BCDE] *eſt enim BC ipſius CE dupla.*

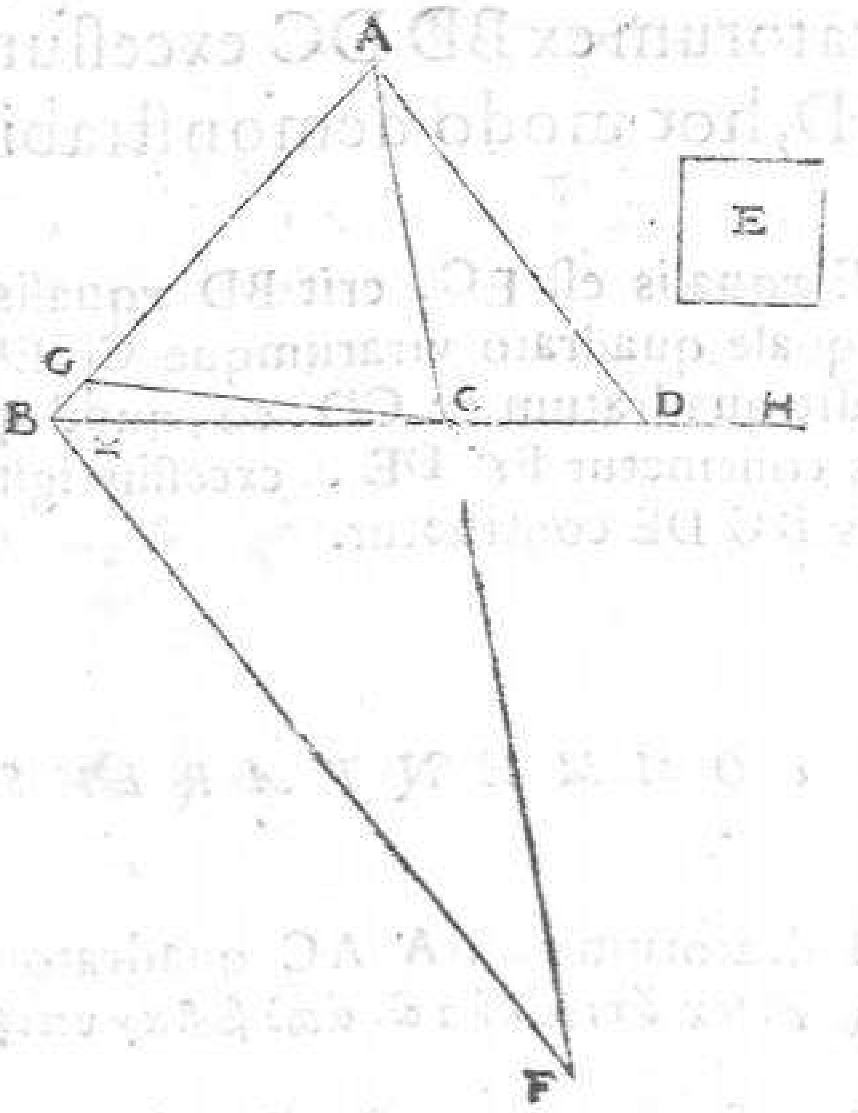
IN EVNDEM SI NON SIT PROPORTIO AEQVALIS.

AD AEQVALE.

THEOREMA CX. PROPOSITIO CXXI.

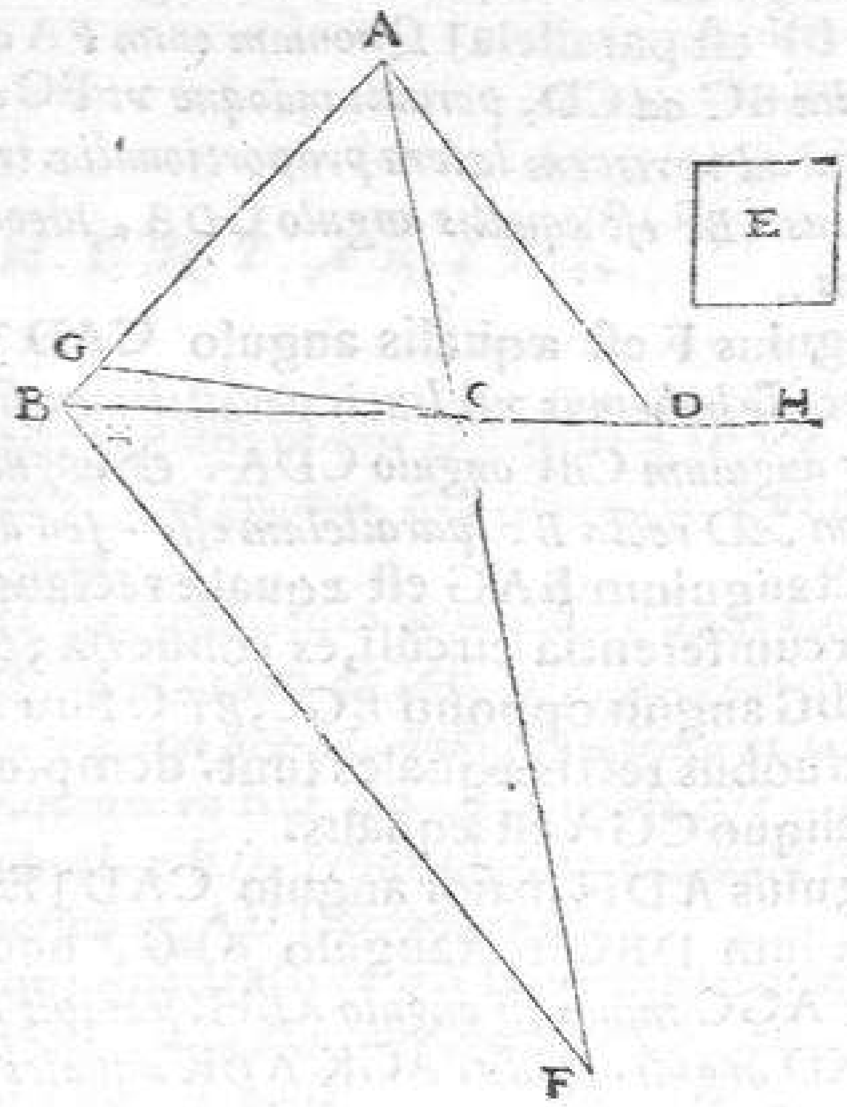
LEM. III.

A Sit triangulum ABC, & quadratum ex BA quadrato ex AC
B ſic dato maius, quàm in proportione. datum autem E: & pro-
C portio ſit BD ad DC. Dico rectangulũ DBC ſpatio E maius eſſe.



D Auferatur enim datum ſpacium, quod ſit ABG: reliqui igitur videlicet rectanguli

BAG



BAG ad quadratum ex AC proportio eſt data, nempe eadem, quæ BD ad DC. ponatur rectangulo BAG ęquale rectangulum FAC. erit rurſus reliqui rectan- E
guli FAC ad quadratum ex AC. hoc eſt rectæ lineæ FA ad AC proportio eadem, F
quæ BD ad DC. ergo AD ipſi BF eſt parallela; & idcirco angulus F eſt æqualis angulo CAD. Sed angulus F æqualis eſt angulo AGC. quare angulus G H
AGC angulo CAD eſt æqualis. atque eſt angulus ADH maior angulo CAD. K
angulus igitur ADH eſt maior angulo AGC. ergo rectangulum DBC rectangulo L
ABG, hoc eſt dato ſpacio E maius erit. M

COMMENTARIVS.

Et quadratum ex BA quadrato ex AC ſit dato maius, quam in proportione] *Magnitudo magnitudine dato maior eſt, quam in proportione, cum ablato dato reliquum, ad idē proportionem datam habuerit ex diffi. 11. libri Datorum Euclidis.* A

Datum autem E, & proportio ſit BD ad DC] *Græcus codex* δοθὲν μὲν τῶ ε λὸγω δὲ τῶ τῆς βδ πρὸς τὴν δγ. *Sed legendum eſt, ut puto,* δοθὲν μὲν τὸ ε, λόγος δὲ ὁ τῆς βδ πρὸς τὴν δγ. B

Dico rectangulum DBC ſpacio E maius eſſe.] *Græcus codex* ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ βδγ τοῦ ε χωρίου, *lege ut infra,* τὸ ὑπὸ δβγ τοῦ ε χωρίου. C

Reliqui igitur, uidelicet rectanguli BAG ad quadratum ex AC proportio eſt data] *Ex diffinitione iam dicta. Sunt enim rectangula ABG BAG ęqualia quadrato ex BA* D *ex 2 ſecundi element. græcus aũt codex* λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ βαη. *legẽdũ arbitror.* λοιποῦ ἄρα.

E Nempe eadem, quæ BD ad DC] *græcus codex* ὁ αὐτὸς τῷ τῆς βδ πρὸς τὴν αγ. *lege* πρὸς τὴν δγ.

F Erit rurſus reliqui rectanguli FAC ad quadratum ex AC] *græcus codex:* λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαγ πρὸς τὸ ἀπὸ αγ *& hoc loco legendum arbitrer.* λοιποῦ ἄρα.

G Ergo AD ipſi BF eſt parallela] *Quoniam enim FA ad AC. eſt vt BD ad DC, erit diuidendo, vt FC ad CA, ita BC ad CD, permutandoque vt FC ad CB, ita AC ad CD. & ſunt circa æquales angulos, qui ad verticem latera proportionalia. triangula igitur FCB ACD æquiangula ſunt, & angulus CBF eſt æqualis angulo CDA, ideoque AD ipſi BF eſt parallela ex 27. primi elementorum.*

H Et idcirco angulus F eſt æqualis angulo CAD] *Ex 29. eiuſdem quamquam ad hoc probandum non neceſſe habemus vti lineis parallelis. ex ſimilitudine enim triangulorum FCB ACD ſequitur & angulum CBF angulo CDA. & angulum BFC angulo CAD æqualem; & ob id rectam lineam AD rectæ BF parallelam eſſe. ſed angulus F æqualis eſt angulo AGC.*

K Quoniam rectangulum BAG eſt æquale rectangulo FAC, erunt quattuor puncta GBFC in circumferentia circuli, ex conuerſa 36. tertii elementorum, & idcirco quadulareri CFBG anguli oppoſiti BGC, BFC ſunt æquales duobus rectis. ſed & anguli BGC CGA duobus rectis æquales ſunt. dempto igitur communi angulo BGC, reliquus BFC reliquo CGA eſt æqualis.

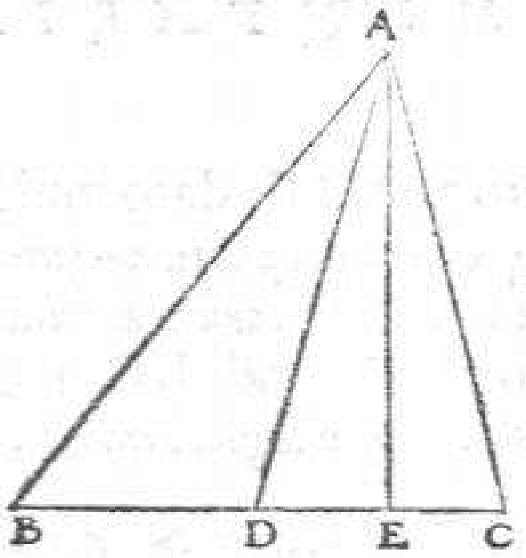
L Atque eſt angulus ADH maior angulo CAD] Ex 16. *primi elementorum.*

M Ergo rectangulum DBC rectangulo ABG, hoc eſt dato ſpacio E maius erit] *Nam cum angulus AGC minor ſit angulo ADH, fiat ipſi ADH æqualis angulus AGK. itaque quadrilareri AGKD anguli oppoſiti AGK ADK æquales ſunt duobus rectis, & AGKD puncta in circuli circumferentia erunt, ex conuerſa 22. tertii. ergo rectangulum ABG rectangulo DBK eſt æquale. ſed rectangulum DBC maius eſt rectangulo DBK, quòd CB ſit maior, quàm BK. rectangulum igitur DBC rectangulo ABG, videlicet ſpacio E dato eſt maius.* 23. prim.

IN TERTIVM LOCVM.

THEOREMA CXI. PROPOSITIO CXXII.

LEM. IIII. Sit triangulum ABC, & ducatur quædam recta linea AD, quę ipſam BC bifariam ſecet. Dico quadrata ex BA AC quadratorum ex AD DC dupla eſſe.



A Ducatur perpendicularis *AE.* erunt quadrata ex B*E* E*C* quadratorum ex BD DE dupla.

dupla. eſt autem & quadratum ex AE bis ſumptum vna cum quadrato ex DE bis B
ſumpto duplum quadrati ex AD; & quadrata ex BE EC una cum quadrato ex AE C
bis ſumpto quadratis ex BA AC ſunt æqualia: Quadrata igitur ex BA AC quadratorum ex AD DB, hoc eſt quadratorum ex AD DC dupla erunt.

COMMENTARIVS.

A Erunt quadrata & BE EC quadratorum ex BD DE dupla] *Ex 9. ſecundi elementorum græcus codex* τὰ δὲ ἀπὸ τῶν αε εγ τετράγωνα διπλάσιά ἐστὶ τῶν *&c. ego legendum puto* τὰ δέ ἀπὸ τῶν βε εγ τετράγωνα.

B Eſt autem & quadratum ex AE bis ſumptum una cum quadrato ex DE bis ſumpto duplum quadrati ex AD.] *Quadrata enim ex* AE ED *quadrato ex* AD *ſunt æqualia ex* 47. *primi elementorum ex quibus ſequitur per* 12. *quinti quadrata ex* BE EC *vna cum quadratis ex* AE ED *bis ſumptis quadratorum ex* BD DE AD *dupla eſſe. quorum quadratum ex* ED *bis ſumptum duplum eſt quadrati ex* ED. *reliqua igitur quadrata ex* BE EC *una cum quadrato ex* AE *bis ſumpto quadratorum ex* AD DB *ſunt pupla.*

C Et quadrata ex BE EC una cum quadrato ex AE bis ſumpto quadratis ex BA AC ſunt æqualia] *quadrata enim ex* BE EA *æqualia ſunt quadrato ex* AB, *quadrata vero ex* AE EC *quadrato ex* AC *ſunt æqualia ex* 47. *primi.*

D Quadrata igitur ex BA AC quadratorum ex AD DB, hoc eſt quadratorum ex AD DC dupla ſunt] *græcus codex* τὰ ἄρα ἀπὸ βα αγ διπλάσιά ἐστὶ τῶν ἀπὸ αδ δε τετραγώνων, τουτέστι τῶν ἀπὸ γδ εα τετραγώνων. *ſed legendum arbitror* διπλάσιά ἐστί τῶν ἀπὸ αδ δβ τετραγώνων, τουτέστι τῶν ἀπὸ γδ δα τετραγώνων.

THEOREMA CXII. PROPOS. CXXIII.

Proportione exiſtente AB ad BC, & ſpacio CA AD contento LEM. V.
ſi ipſarum DB BC media proportionalis BE ſumpta fuerit, oſtẽdẽdum eſt quadratum ex AE quadrato ex EC maius eſſe quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD.

Fiat enim ut AB ad BC, ita alia quępiã FE ad EC. ob proportionẽ igitur & diuiden A
do ut AC ad CB, ita eſt FC ad CE. quare & tota AF ad totã BE ẽ ut AC ad CB, & per B
mutando ut FA ad AC, ita EB ad BC. ut autẽ EB ad BC, ita DE ad EC, qđ BE ſit me C
dia proportionalis. ut igitur FA ad AC, ita eſt DE ad EC, & ſpaciũ ſpacio æquale. er D
go quod cõtinetur AF EC, æquale ẽ cõtẽto AC DE. ſed quod AF EC cõtinetur exce E
dit rectangulũ AEC rectangulo FEC. & quo rectangulũ ex AF EC excedit rectangu F

lum AEC, eo & rectangulum ex ACDE idem rectangulum excedit. rectangulum
G igitur ex ACDE maius eſt, quam rectangulum AEC rectangulo FEC. ſed quo re-
ctangulum ex ACDE excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE rectangu
lum CAD excedit. ergo quadratum ex AE maius eſt, quam rectangulum CAD re-
ctangulo FEC: rectangulum autem FEC ad quadratum ex EC eandem proportio-
nem habet, quam AB ad BC. quadratum igitur ex AE quadrato ex EC maius eſt,
quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD.

COMMENTARIUS.

A Ob proportionem igitur, & diuidendo, vt AC ad CB, ita eſt FC ad CE] *Quoniam enim vt AB ad BC ita eſt FE ad EC, erit diuidendo vt AC ad CB, ita FC ad CE.*

B Quare & tota AF ad totam BE eſt ut AC ad CB] *ex 12. quinti libri elementorum.*

C vt autem EB ad BC, ita DE ad EC, quod BE ſit media proportionalis] *facta eſt enim BE proportionalis media inter DB, & EC, quare vt DB ad BE, ita EB ad BC, diuidendoque vt DE ad FB, ita EC ad CB; & permutando vt DE ad EC, ita EB ad BC.*

D Et ſpacium ſpacio æquale] *Nam rectangulum contentum FA AE æquale eſt ei, quod ACDE continetur. ex 16. ſexti elementorum.*

Sed quod AFEC continetur excedit rectangulum AEC rectangulo FEC] *Rectangulum enim contentum AF EC ex 2. ſecundi elementorum eſt æquale duobus rectangulis, videlicet rectangulo AEC & rectangulo FEC. quare rectangulum AEC excedit rectangulo FEC. græcus codex* τὸ δὲ τετράκις ὑπὸ αζ γε τοῦ ὑπὸ αεγ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ζεγ. *ſed vt opinor legendum erit.* τὸ δὲ ὑπὸ αζ γε τοῦ ὑπὸ αεγ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ζεγ.

F Et quo rectangulum ex AF EC excedit rectangulum AEC, eo & rectangulum ex ACDE idem AEC rectangulum excedit rectangulum igitur ex ACDE maius eſt, quam rectangulum AEC rectangulo FEC.] *græcus codex* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ δε τοῦ ὑπὸ αεγ. μεῖζόν ἐστι τῷ ὑπὸ ζεγ. *ſed in eo multa deſiderari videntur, vt fortaſſe ita reſtituendus ſit.* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αζ γε τοῦ ὑπὸ αεγ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ὑπὸ αγ δε, τοῦ ὑπὸ αεγ. τὸ ἄρα ὑπὸ αγ δε τοῦ ὑπὸ αεγ μεῖζόν ἐστι τῷ ὑπὸ ζεγ.

G Sed quo rectangulum ex ACDE excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE rectangulum CAD excedit. ergo quadratum ex AE maius eſt, quam rectangulum CAD rectangulo FEC. rectangulum autem FEC ad quadratum ex EC eandem proportionem habet, quam AB ad BC] *græcus codex.* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ δε τοῦ ὑπὸ αεγ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ἀπὸ αε τοῦ ὑπὸ δεΓ. τὸ ἄρα ἀπὸ αΓ τετράγωνον. τοῦ ὑπὸ Γαδ μεῖζόν ἐστι τῷ ζε λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ εΓ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βΓ. *ſed mendoſe, vt opinor. fortaſſe vero ita legendum est.* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αΓ δε τοῦ ὑπὸ αεΓ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ ἀπὸ αε τοῦ ὑπὸ Γαδ. τὸ ἄρα ἀπὸ αε τετράγωνον τοῦ ὑπὸ Γαδ μεῖζον ἐστὶ τῷ ζεΓ. τὸ δὲ ὑπὸ ζεΓ λόγον ἔχει πρὸς τὸ ἀπὸ εΓ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βΓ. *quamquam hoc multa deeſſe iure merito exiſtimari poteſt. non enim ſatis aperte quod propoſitum eſt, concludit. eſſet autem illud manifeſtum hoc modo.*

Quoniam enim rectangulum ex ACDE æquale eſt rectangulo & AFEC, rectangulo au
1. ſecũdi *tem ex ACDE æquale eſt rectangulum AED vna cum rectangulo DEC, & rectangulo ex AF*
EC rurſus eſt æquale rectangulum ex ADEC una cum duobus rectangulis DEC FEC, ablato
communi DEC relinquetur rectangulum AED æquale rectangulo ex ADEC una cum FEC,
2. ſecũdi *addatur utrique rectangulum EAD. erit rectangulum AED una cum EAD, hoc eſt qua-*
dratum ex AE æquale rectangulo ex AD EC una cum rectangulis EAD
FEC. ſed rectangulo ex AD EC una cum EAD æquale eſt CAD rectangulum.

gulum, quadratum igitur ex AE æquale eſt rectangulo CAD vna cum ipſo FEC, ac propterea maius eſt, quam rectangulum CAD, rectangulo FEC. rectangulum vero FEC ad quadratum ex EC eſt vt FE ad EC, videlicet vt AB ad BC. ergo quadratum ex AE quadrato ex EC maius eſt, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD, quod demonſtrare oportebat. 1. ſexti.

THEOREMA CXIII. PROPOS. CXXIIII.

Sit proportio AB ad BC, ſpacium veró contentum CAD. ſi ipſarum DB BC media proportionalis ſumatur BE. Dico quadratum ex AE quadrato ex EC maius eſſe, quàm in proportione AB ad BC, rectangulo CAD. LEM. VI. A B

Fiat enim vt AB ad BC, ita alia quædam FE ad BC. deuidendo igitur & reliqua ad reliquam, eſt vt FA ad BE, ita AC ad CB. & permutando ut FA ad AC, ita EB ad BC. vt autem EB ad BC, ita DE ad EC. ergo & ut FA ad AC, ita DE ad EC; & ſpaciũ ſpacio æquale. Quod igitur FA CE continetur æquale eſt contento AC DE. commune apponatur rectangulum AEC una cum rectangulo CAD. quare totum, uidelicet quadratum ex AE eſt æquale toti rectangulo FEC una cum CAD. quadratum igitur ex AE quadrato ex EC maius eſt, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD. etenim FEC rectangulum ad quadratum ex EC eandem proportionē habet. C D E F G H

COMMENTARIVS.

Si ipſarum DB BC media proportionalis ſumatur BE] *græcus codex.* ἐὰν τῶν δα αβ μέση ἀνάλοσον ληφθὴ ἡ βε. *legendum puto* ἐὰν τῶν δβ βγ μέση ἀνάλογον ληφθὴ ἡ βε. A

Dico quadratum ex AE quadrato ex EC maius eſſe, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD] *in græco codice pro* γαδ *mendoſe vt opinor, legitur* βαδ. B

Fiat enim ut AB ad BC, ita alia quædam FE ad EC.] *græcus codex* οὕτως ἄλλη τις ἡ ες πρὸς τὴν εβ. *ſed videtur legendum* οὕτως ἄλλη τις ἡ ζε πρὸς τὰν εγ. C

Diuidendo igitur, & reliqua ad reliquam eſt ut FA ad BE ita AC ad CB] *Quoniam enim vt AB ad BC, ita FE ad EC, erit diuidendo vt AC ad CB, ita FE ad CE. quare reliqua FA ad reliquam BE eſt vt AC ad CB. græcus codex* διελόντι ἄρα καὶ λοιπὴ πρὸς λοιπήν ἐστιν ὡς ἡ ζγ πρὸς τὴν γε, *ſed legendum puto* ὡς ἡ ζα πρὸς τὴν βε. D

Vt autem FB ad BC, ita DE ad EC] *Erat enim vt DB ad BE, ita EB ad BC. quare per 12. quinti elementorum DE ad EC eſt vt EB ad BC. græcus codex mancus eſt, in quo legitur.* οὕτως ἡ εδ πρὸς τὴν εγ. *legendum autem eſt.* ὡς δὲ ἡ εβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ἡ εδ πρὸς τὴν εγ. E

F Ergo & vt FA ad AC, ita DE ad EC, & ſpacium ſpacio æquale] *Sequitur enim ex 16. ſexti elementorum, rectangulum contentum* F*A* CE *æquale eſſe ei, quod* AC *DE continetur. Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ ζα πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ δγ πρὸς τὴν γε. *lege* οὕτως ἡ δε πρὸς τὴν γε.

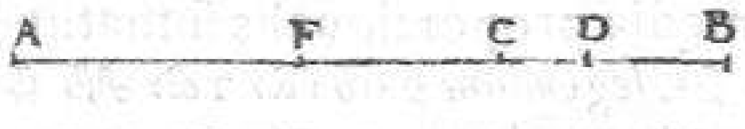
G Quod igitur FA CE continetur ęquale eſt contento AC DE] *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ζα γε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ εδγ. *lege* τῷ ὑπὸ εδ αγ.

H Commune apponatur rectangulum AEC vna cum rectangulo CAD quare totum, videlicet quadratum ex *A*E eſt æquale toti rectangulo F*E*C vna cum CAD.] *Rectangulum enim ex* *A*C DE *æquale eſt rectangulo* *A*CD *& rectangulo* *A*CE. *Sed rectangulo quidem* *ACD* *vna cum rectangulo* C*AD eſt æquale quadratum ex* *A*C. *rectangulo autem* *ACE* *una cum quadrato ex* *AC* *æquale eſt rectangulum* E*A*C : *& duobus rectangulis* E*A*C, *AE*C *quadratum ex AE eſt ęquale.* R*urſus duobus rectangulis, videlicet rectangulo contento* FA CE, *&* A*E*C *æquale eſt rectangulum* F*E*C. *quadratum igitur ex* *AE* *rectangulo* F*E*C *una cum rectangulo* C*A*D *æquale erit.* *Græcus codex* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ δεγ μετὰ τοῦ ὑπὸ γαδ ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ δε ἴσον ἐστὶ ὅλῳ, *&c. lege* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ αεγ μετὰ τοῦ ὑπὸ γαδ ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ αε ἴσον ἐστὶ ὅλῳ, *&c.*

LE. VII

THEOREMA CXIIII. PROPOS. CXXV.

A Sit recta linea AB, & duo puncta CD. Dico ſi quadratum ex AD, & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, componantur, fieri & quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad CB, & inſuper id, quod ad quadratum ex CD eandem, quam AB ad BC proportionem habet.



Fiat enim ut AC ad CB, ita FD ad DB. ergo & componendo, & reliqua ad

B C reliquam, erit *A*F ad reliquam CD, hoc eſt rectangulum contentum *A*F CD ad quadratum ex C*D*, vt AB ad BC. quod igitur ad quadratum ex

D DB eandem proportionem habet, quam *A*C ad CB, eſt rectangulum FDB. & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad ad CB eſt rectangulum ACB. Sed ad quadratum ex CD proportionem habens eandem, quam AB ad BC eſt id, quod AF CD continetur. Itaque dico quadratũ ex AD vna cum rectangulo FDB æquale eſſe rectangulo BAC una cum eo, quod AF CD continetur. auferatur enim commune rectangulum CAD. Dico reliquum ADC rectangulum una cum FDB æquale eſſe ei, quod continetur AC DB vna cum contento AF CD. Rurſus commune auferatur rectangulum, quod AF CD continetur. Dico rurſus rectangulum, FDC una cum FDB, hoc eſt totum quod continetur FD CB æquale eſſe contento AC DB. quod quidem ita ſe habet. ſunt enim quattuor rectæ lineæ AC CB, FD DB inter ſe proportionales. E F G H

COMMENTARIVS.

Dico ſi quadratum ex AD & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, componantur, fieri & quadratum ex AC &c.] *Græcus codex* ὅτι τὸ ἀπὸ αδ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς α γ πρὸς τὴν γδ συντεθεῖσεται, γίνεται *&c. vide ne legendum ſit* ὅτι ἐὰν τὸ ἀπὸ αδ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αγ πρὸς τὴν γβ συντεθεῖσεται, γίνεται &c. A

Fiat enim ut AC ad CB, ita FD ad DB] *Græcus codex* τῷ γὰρ τῆς α γ πρὸς τὴν Γ β λόγον ἔχον ὁ αὐτὸς γεγοιέτω ὁ τῆς ζ δ πρὸς τὴν δβ. *ego legendum puto.* τῷ γὰρ τῆς α γ πρὸς τὴν γ β λόγον ἔχοντι ὁ αὐτὸς γεγονέτω ὁ τῆς ζ δ πρὸς τὴν δ β. B

Ergo & componendo, & reliqua ad reliquam, erit AF ad reliquam CD, hoc eſt rectangulum contentum AF CD ad quadratum ex CD, ut AB ad BC.] *Quoniam enim ut* AC *ad* CB, *ita eſt* FD *ad* DB, *erit componendo ut* AB *ad* BC, *ita* FB *ad* BD. *quare & reliqua* AF *ad reliquam* CD *eſt ut* AB *ad* BC. *Sed ut* AF *ad* CD, *ita rectangulum, quod* AF CD *continetur ad quadratum ex* CD. *rectangulum igitur contentum* AF CD *ad quadratum ex* CD *eandem proportionem habet, quam* AB *ad* BC. *Græcus codex* καὶ συντεθέισεται ἄρα καὶ τὰ λοιπά: *ſed legendum arbitror.* καὶ συνθέντι ἄρα καὶ τὰ λοιπά. C

Quod igitur ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, eſt rectangulum FDB; & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad CB eſt rectangulum ACB] *Vt enim* AC *ad* CB, *ita* FD *ad* DB. *& ut* FD *ad* DB, *ita* FDB *rectangulum ad quadratum ex* DB. *rectangulum igitur* FDB *ad quadratum ex* DB *eſt vt* AC *ad* CB. *& eodem modo oſtendetur rectangulum* ACB *ad quadratum ex* CB *ita eſſe, ut* AC *ad* CB. *Græcus codex.* τὸ δὲ λόλον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ γ β ἐστὶ τὸ ὑπὸ α Γ β. *uide ne legendum ſit.* τὸ δὲ λογὸν ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ Γ β τὸν αὐτὸν τῷ τῆς α Γ πρὸς τὴν Γ β, ἐστὶ τὸ ὑπὸ α Γ β. D

Itaque dico quadratum ex AD una cum rectangulo FDB æquale eſſe rectangulo BAC una cum eo, quod AF CD continetur] *Pro quadrato ex* AC *& rectangulo* E

ACB

AC B aſſumpſit rectangulum B*AC, quod ipſis eſt æquale ex 3. tertii element. Græcus codex.* ὅτι οὖν τὸ ἀπὸ αδ μετὰ τὰ τοῦ ὑπὸ δγζ ἴσον ἐστι *&c. lege* ὅτι οὖν τὸ ἀπὸ αδ αετα τοῦ ὑπὸ ζδβ ἴσον ἐστι *&c.*

Dico reliquum A*D*C rectangulum vna cum FDB æquale eſſe ei, quod continetur
F AC DB una cum contento *A*F CD] *Nam ſi a quadrato ex AD auferatur rectãgulũ* DAC, *relinquetur rectangulum AD*C *ex 2. ſecundi elem. & ſi a rectangulo* BAC *idem rectangulum* D*A*C *auferatur, reliquum erit quod* DB AC *continetur, ex prima eiuſdem.*

G Rurſus commune auferatur rectangulum, quod AF CD continetur. *D*ico rurſus rectangulum FDC una cũ F*D*B, hoc eſt totũ, quod continetur FD C*B* æquale eſſe cõtento AC DB] *Si. n. a rectangulo* A*D*C *auferamus id, quod A*F CD *continetur, reliquum erit rectangulum F*DC, *Græcus codex* ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ζαγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβα γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ ζδ γβ. *ſed legendum puto.* ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ζδγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβ γίνεται &c.

H Quod quidem ita ſe habet. Sunt enim quattuor rectæ lineæ AC CB FD D*B* inter ſe proportionales.] *Quoniam eſt vt* AC *ad* CB, *ita* FD *ad DB, rectangulum contentũ* AC D*B æquale eſt ei, quod* CB F*D continetur. ex quo veluti per reſolutionem conſtat uerum eſſe illud, quod initio proponebatur. videlicet quadratum ex* AD *vna cum rectangulo* F*DB æquale eſſe rectangulo* B*A*C *vna cum eo, quod* AF C*D continetur. poſſumus etiam illud per compoſitionem concludere hoc modo.*

Quoniam rectangulum contentum CB FD *æquale eſt ei, quod continetur* AC *DB, addito vtrique communi rectangulo ex A*F CD, *erit rectangulum* A*DC una cum F*D B *æquale rectãgulo ex* AC *D*B *vna cum rectangulo ex* AF CD. *& rurſus addito communi rectangulo* C*A*D, *fiet quadratum ex* A*D vna cum rectangulo* FD*B æquale rectangulo* BAC *una cũ eo, quod* AF CD *continetur. Idem etiam continget, ſi punctum D extra rectam lineam* AB *ſumatur.*

LEM. VIII.

THEOREMA CXV. PROPOS. CXXVI.

A Sit recta linea AB poſitione data. & datum quoduis punctum C in ipſa AB. Dico quadratum ex AC, & id,
B quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet, æquale eſſe dato, & ei, quod ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum C, & illud, quod rectã lineam AB in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam.

Fiat enim proportio AD ad DB eadem, quæ proportio data. ergo & proportio

AD

AD ad DB data erit, & propterea datum est punctum D. Itaque quoniam recta C
linea est AB, & duo puncta DC, quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex
CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB, æquale erit quadrato ex AD; D
& ei, quod ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet.
& præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB E
ad BD. quadratum igitur ex AC, & id quod ad quadratum ex CB proportionem
habet, eandem, quam AD ad DB, hoc est datam, æquale est quadrato ex AD, & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB, hoc est æquale rectangulo BAD, videlicet dato, & adhuc æquale ei, quod ad quadratū ex DC eandē habet, quam AB ad BD proportionem, nimirum datam. Similiter, & si datum punctum C sit extra rectam lineam AB, eodem demonstrationis modo vtemur.

COMMENTARIVS.

A Sit recta linea *AB* positione data, & datum quoduis punctum C in ipsa AB. Dico quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet æquale esse dato, &c.] *Græcus codex* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ. καὶ τυχὸν τὸ Γ, ὅτι ἐστι δοθὲν ἐϖὶ τῆς αβ, ὥστε τὸ ἀϖὸ αΓ, καὶ τὸ λόγον ἔχον ϖρὸς τὸ ἀϖὸ τῆς γβ δοθὲν ἴσον ἐστι δοθέν. *Sed legendum suspicor,* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ καὶ τυχὸν τὸ Γ δοθὲν ἐϖὶ τῆς αβ. ὅτι τὸ ἀϖὸ αΓ, καὶ τὸ λόγον ἔχον ϖρὸς τὸ ἀϖὸ τῆς γβ δοθέντα ἴσον ἐστι δοθέντι.

B Et ei, quod ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum C & illud, quod rectam lineam *AB* in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam] *Hoc est ei, quod ad quadratum rectæ lineæ* C*D*, *vt infra apparebit, datam habeat proportionem. hæc autem nos suppleuimus, nam græcus codex corruptus, & mancus est, in quo legitur.* καὶ τὸ γόγον ἔχοντι ϖρὸς τὸ ἀϖὸ τῆς [illegible] ξὺ τοῦ δοθέντος, καὶ τοῦ ὑϖὸ γδ δοθέντος. *Sed quomodo legendum sit, diuinare nunc non licet.*

C Itaque quoniam recta linea est A*B*, & duo puncta CD, quadratum ex AC, & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet eādem, quam AD ad DB, æquale erit quadrato ex AD] *Ex antecedenti lemmate.*

Et ei, quod ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet, & præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB ad BD] *Græcus codex* καὶ τῷ λόγον ἔχοντι ϖρὸς τὸ ἀϖὸ αβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ ϖρὸς τὴν δβ. καὶ ἐν τῷ λόγον ἔχοντι ϖρὸς τὸ ἀϖὸ αβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ ϖρὸς τὴν βδ *sed legendum est.* καὶ τὸ λόγον ἔχοντι ϖρὸς τὸ ἀϖὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ ϖρὸς τὴν δβ. καὶ ἔτι τῷ λόγον ἔχοντι ϖρὸς τὸ ἀϖὸ δΓ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ ϖρὸς τὴν βδ. *quæ vero sequuntur in græco codice usque eo.* τὸ ἄρα ἀϖὸ α Γ *&c. superuacanea uidentur.*

E Quadratum igitur ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB, hoc est datam, æquale est quadrato ex AD, & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB, hoc est æquale rectangulo BAD, videlicet dato, & adhuc æquale ei, quod ad quadratum ex *DC* eandē habet, quam AB ad BD proportionem, nimirum datam] *Græcus codex corruptus, & mancus est, quem ita restituendum censeo.* Τὸ ἄρα ἀϖὸ αΓ, καὶ τὸ λόγον ἔχον ϖρὸς τὸ ἀϖὸ γβ, τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ ϖρὸς τὴν δβ, τουτέστι τῷ δοθέντι, ἴσον ἐστι τῷ τε ἀϖὸ αδ καὶ τῷ λόγον ἔχοντι ϖρὸς τὸ ἀϖὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ ϖρὸς τὴν δβ, τουτέστι τῷ τε ὑϖὸ βαδ, τουτέστι δοθέντι, καὶ τῷ λόγον ἔχοντι ϖρὸς τὸ ἀϖὸ δΓ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ ϖρὸς τὴν βδ, τουτέστι δοθέντι.

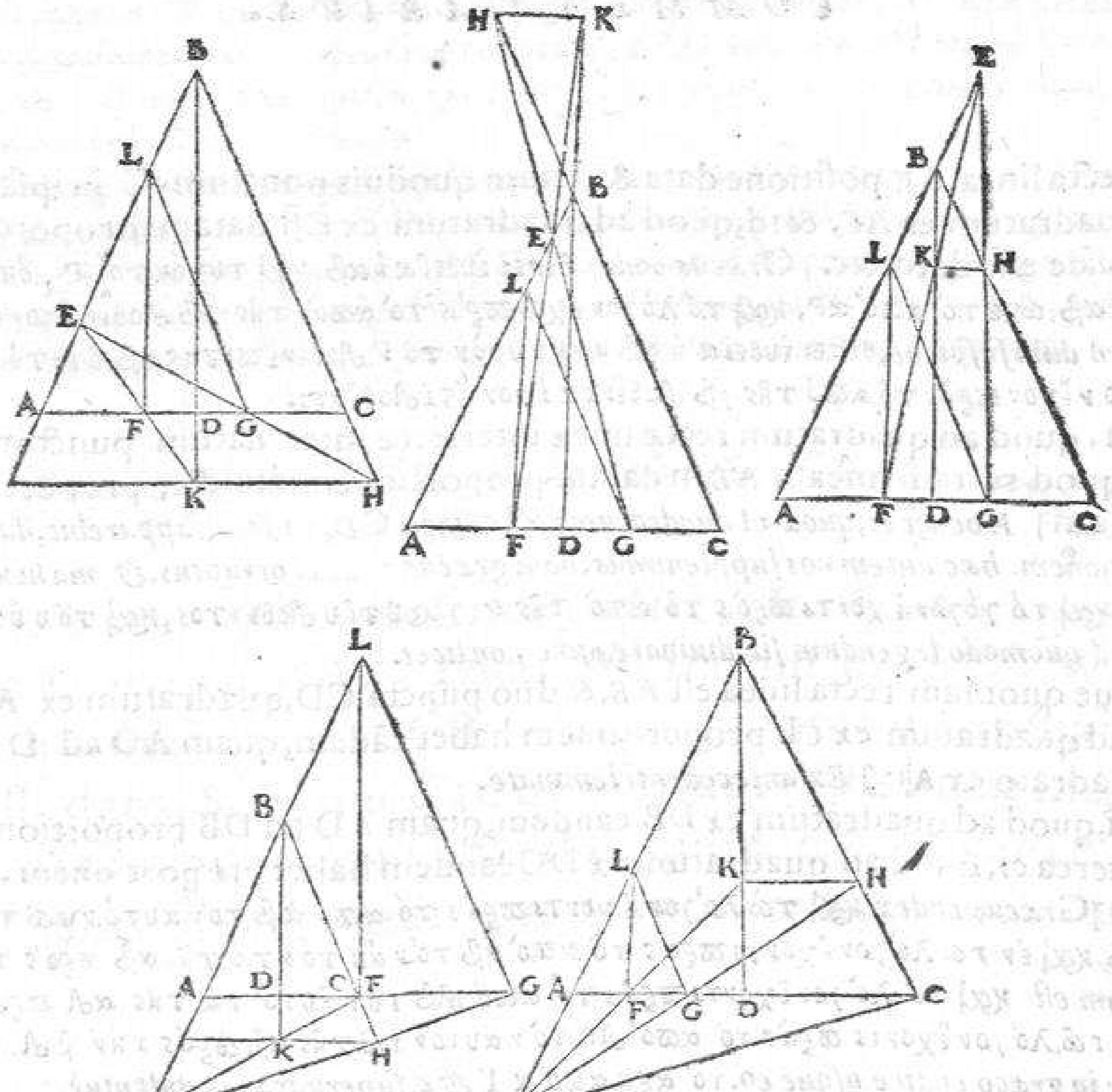
THEO-

PORISMATON LIBRI III.

IN PRIMVM PORISMA PRIMI LIBRI.

THEOREMA CXVI. PROPOS. CXXVII.

LEM. I. Sit deſcripta figura ABCDEFG, ſitq; ut AF ad FG, ita AD ad DC, & HK iungatur. Dico HK ipſi AC parallelam eſſe.



A Ducatur per F ipſi BD parallela FL. Quoniam igitur ut AF ad FG, ita eſt AD
B ad DC conuertendo, componendoque, & permutando. erit ut *D*A ad AF, hoc eſt in
C lineis parallelis, vt *B*A ad *A*L, ita C*A* ad *A*G, ergo LG ipſi *B*C parallela eſt. vt igi-
D tur AB ad BL; ita in parallelis EK ad KF, & EH ad HG. quare ut EK ad KF, ita eſt
E EH ad HG, ideoque HK ipſi AC eſt parallela.

THEO-

Per compoſitam vero proportionem hoc pacto.

Quoniam eſt ut AF ad FG, ita AD ad DC, conuertendo erit ut GF ad FA, ita CD ad DA: & componendo, permutandoque, & per conuerſionem rationis, ut AD ad DF, ita AC ad CG. Sed proportio AD ad DF compoſita eſt ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG. proportio igitur compoſita ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF eadem eſt, quę componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG communis auferatur proportio AB ad BE. reliqua igitur proportio EK ad KF eadem eſt, quæ proportio EH ad HG quare HK ipſi AG parallela eſt. F G H K L M

COMMENTARIVS.

Sit deſcripta figura ABCDEFG, ſitq. ut AF ad FG, ita AD ad DC, & HK iungatur] *Puncta ACDFG ponuntur in eadem recta linea, quę eſt trianguli ABC baſi. ſed punctum E ſumitur in AB etiam ex vtraque parte protracta. vbi vero conueniunt EG BC ponitur eH, & ubi conueniunt EF BD ponitur K.*

Erit ut DA ad AF, hoc eſt in lineis parallelis ut BA ad AL] *Quoniam enim FL parallela facta eſt ipſi DB vt DF ad FA, ita eſt BL ad LA. ergo & componendo ut DA ad AF, ita BA ad AL.* B

Ergo LG ipſi BC parallela eſt] Ex 2. *ſexti elementorum.* C

Vt igitur AB ad BL, ita in parallelis EK ad KF, & EH ad HG. quare ut EK ad KF, ita eſt EH ad HG] *Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ εβ πρὸς τὴν βλ, οὕτως ἡ ἐν παραλλήλῳ ἡ εκ πρὸς τὴν κζ. καὶ ὡς ἄρα ἡ εκ πρὸς τὴν κζ *&c. ſed legendum erit.* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ εβ πρὸς τὴν βλ, οὕτως ἡ ἐν παραλλήλῳ ἡ εκ πρὸς τὴν κζ, καὶ ἡ εθ πρὸς τὴν θη. καὶ ὡς ἄρα ἡ εκ πρὸς τὴν κζ &c. D

Ideoque HK ipſi AC eſt parallela] Ex 2. *ſexti. eſt enim diuidendo ut EF ad FK, ita EG ad GH.* E

Et componendo, permutandoque, & per conuerſionem rationis, ut AD ad DF, ita AC ad CG] *Quoniam n. eſt ut GF ad FA, ita CD ad DA, erit componendo, permutandoque ut DA ad AF, ita CA ad AG: & per conuerſionem rationis ut AD ad DF, ita AC ad CG. Græcus codex* συνθέντι καὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀναστρέψαντι ἔστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αζ, οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γη. *lege* ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν δζ, οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γη. F

Sed proportio AD ad DF compoſita eſt ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG] *eſt enim ut AD ad DF, ita AB ad BL, ob lineas parallelas DB FL. Sed proportio AB ad BL componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EB ad BL. ut autem EB ad BL, ita EH ad HG. proportio igitur AB ad BL, hoc eſt proportio AD ad DF compoſita eſt ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG.* G

Proportio igitur compoſita ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF eadem eſt, quæ componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG] *Rurſus enim proportio AB ad BL, componitur ex proportione AB ad BE & proportione EB ad BL, ſed ut EB ad BL, ita eſt EK ad KF ob lineas paralellas BK LF. proportio igitur AB ad BL, hoc eſt AD ad DF componitur ex proportione AB ad BE & proportione EK ad KF. ergo proportio compoſita ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF, eadem eſt, quę componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG. Vereor tamen, ne ante hæc in græco codice multa deſiderentur.* H

K Communis auferatur proportio AB ad BE] *Græcus codex* καὶ χ° ἐκκεκούσθω ὁ τῆς αβ πρὸς τὴν βε λόγος. *corrige* κ° ἐκκεκρούσθω *&c. nam per notam* κ° *ſignificatur* κοινὸς *hoc eſt communis, vt infra multis in locis.*

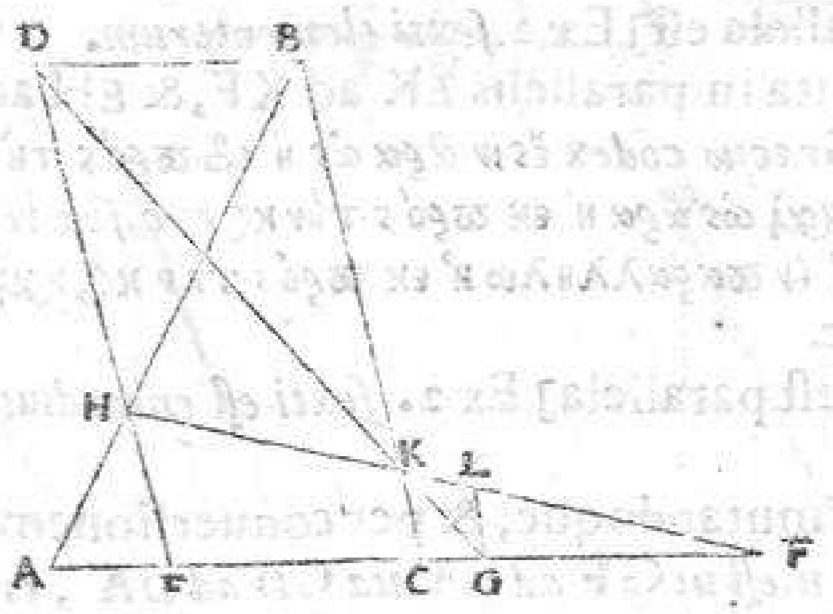
L . Reliqua igitur proportio EK. ad KF eadem eſt, quæ proportio FH ad HG] *Græcus codex* λοιπὸν ἄρα ὁ τῆς εκ πρὸς τὴν κζ λόγος ἐστὶ τῷ τῆς εθ πρὸς τὴν θη. *lege* λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς εκ πρὸς τὴν κζ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς εθ πρὸς τὴν θη.

M Quare HK ipſi AC parallela eſt.] *Ex 2. ſexti elementorum. Græcus codex* λόγος ἄρα ἐστὶν ἡ θκ τῇ αγ. *ego corrigendum puto.* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ θκ τῇ αγ.

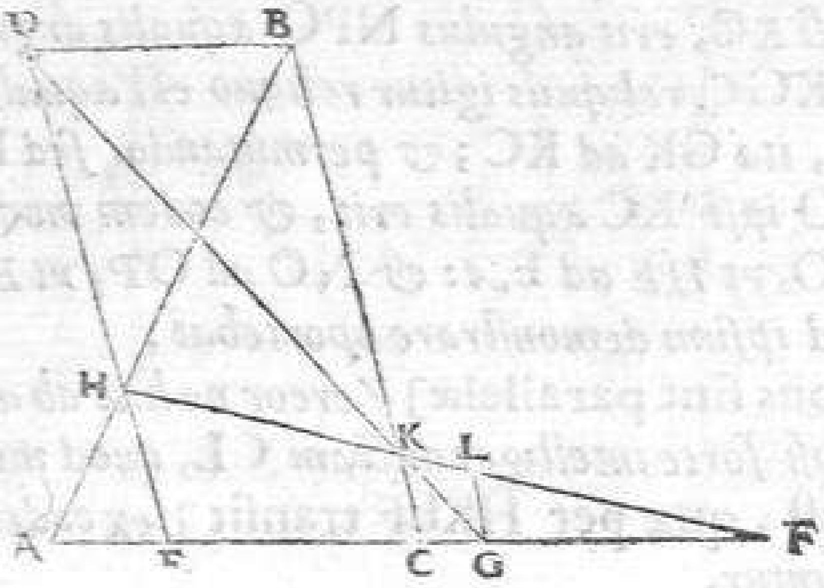
IN SECVNDVM PORISMA.

LE. II. **THEOREMA CXVII. PROPOSITIO CXXVIII.**

A Sit deſcripta figura ABCDEFGH, & ſit AF parallela ipſi DB. Vt autem AE ad EF, ita ſit CG ad GF. Dico rectam lineam eſſe quæ puncta HKF tranſit.

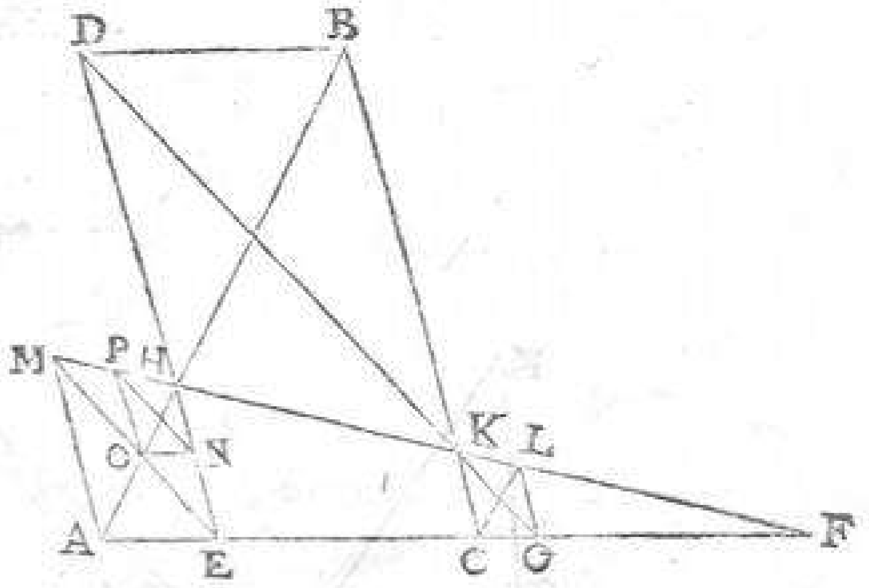


Ducatur per G recta linea GL parallela DE, & iuncta HK ad
B L producatur. Quoniam igitur eſt ut AE ad EF, ita CG ad GF,
C vt autem AE ad CG, ita eſt EH ad GL; & permutando, quod duæ duabus ſint pa-
D rallelæ. Vt igitur EF ad FG, ita EH ad GL. atque eſt EH parallela ipſi GL. ergo
recta linea eſt, quæ per HKLF tranſit.



COMMENTARIVS.

Sit diſcripta figura ABCDEFGH] *puncta* AECGF *ſumuntur in eadem recta linea, in qua conſiſtunt baſes triangulorum* ABCEDG. *punctum autem* H *ubi* DE *ſecat ipſum* AB, *&* K *ubi* DG *ſecat* BC. A



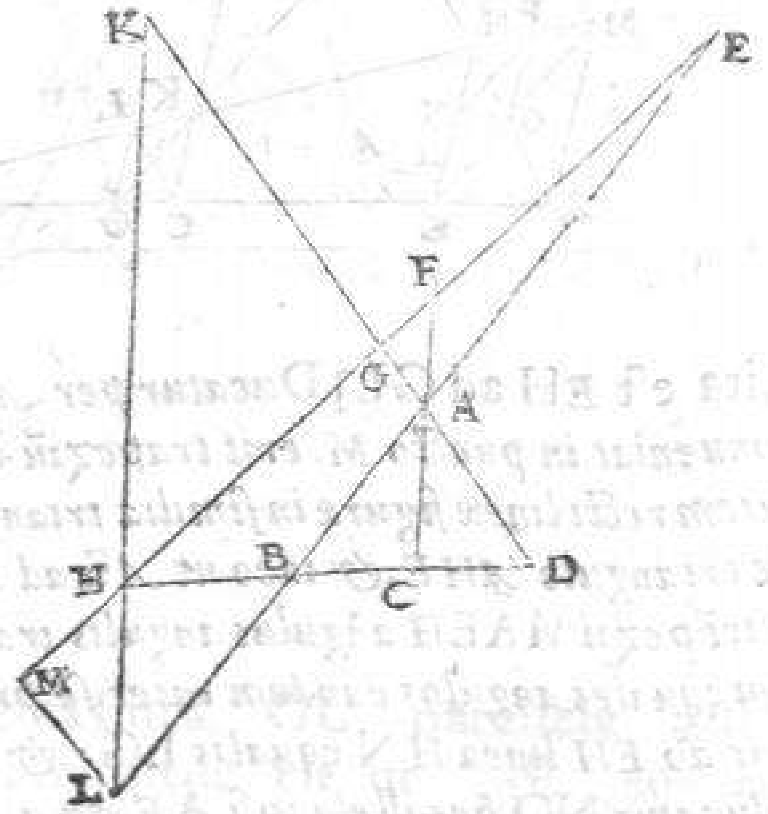
Sit autem AE ad CG, ita eſt EH ad GL] *Ducatur per* A *recta linea* AM *parallela ipſi* CB, *ut cum* KH *producta conueniat in puncto* M. *erit trapezium* MAEH *ſimile trapezio* KCGL, *ut monſtrabimus. ſimiles autem rectilineæ figuræ in ſimilia triangula diuiduntur quare iuncta* CL *fiet triangulum* CLG *ſimile triangulo* AHE, *& ideo ut* AE *ad* EH, *ita erit* CG *ad* GL; *Itaque conſtat ob lineas parallelas trapezii* MAEH *angulus angulis trapezii* KCGL *æquales eſſe. At uero latera, quæ ſunt circum æquales angulos eandem inter ſe proportionem habere, hoc modo demonſtrabitur. abſcindatur ab* EH *linea* HN *æqualis* LG: *& ab* HM *abſcindatur* HP *æqualis* LK. *deinde a puncto* N *ducatur* NO *parallela ipſi* AE, *& a puncto* P *ducatur parallela ipſi* MA, *quæ cum* NO *in puncto* O *conueniet. conuenient autem in linea* AH. *eſt enim ut* EH *ad* HN, *ita* AE *ad* ON: *& ſimiliter ut* MH *ad* HP, *ita* MA *ad* PO. *ergo ex lemmate, quod nos conſcripſimus in* 10 *propoſitionem libri Archimedis de iis, quæ in aqua vehuntur, recta linea eſt, quæ per* AOH *tranſit. Dico trapezium* POXH *æquale eſſe, & ſimile trapezio* KCGL. *nam cum circa æquales angulos, qui ad* H, *latera* NH HP *proportionalia ſint, immo uero æqualia, lateribus* GL LK, *erit triangulum* PHN *ſimile* B triangulo KLG. quare vt HP ad PN, ita eſt LK ad KG, & permutando vt HP ad LK, ita PN ad KG. ſed HP eſt æqualis LK. ergo & PN ipſi KG æqualis erit, & parallela, quod angulus HPN ęqualis ſit angulo LKG & HNP ipſi LGK. non aliter demonſtrabitur triangulũ MHE ſimile triangulo KLG, & ME parallela KG, hoc eſt ipſi PN. Rurſus quoniam PO parallela eſt MA, videlicet ipſi KC, erit angulus NPO æqualis angulo GKC. & eadem ratione angulus PNO æqualis ipſi KGC. reliquus igitur reliquo eſt æqualis, & triangulum triangulo ſimile. ergo vt NP ad PO, ita GK ad KC; & permutando. ſed NP eſt æqualis GK, vt demonſtratum eſt quare & PO ipſi KC æqualis erit, & eodem modo demonſtrabitur NO ęqualis CG. eſt igitur HN ad NO, vt HE ad EA: & NO ad OP, vt EA ad AM. & denique OP ad PH, ut AM ad MH. quod ipſum demonſtrare oportebat.

C Quod duæ duabus ſint parallelæ] *Vereor ne hæc ab aliquo addita ſint. non enim duæ duabus parallelæ ſunt, niſi forte intelligat ductam CL, quod mihi non placet.*

D Ergo recta linea eſt, quæ per HKLF tranſit] *ex eadem lemmate in 10. Archimedis de ijs, quæ in aqua uehuntur.*

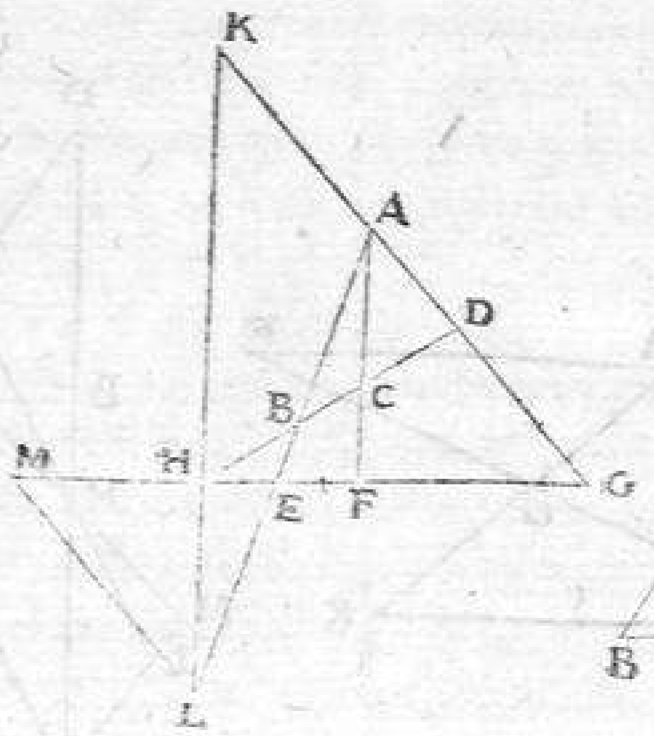
THEOREMA CXVIII. PROPOSITIO CXXIX.

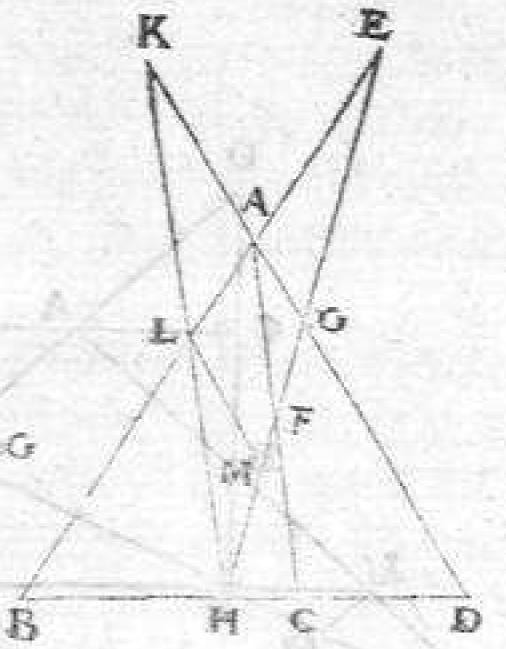
LEM. III. In tres rectas lineas AB CA AD ducatur duæ rectæ lineę HE HD. Dico vt rectangulum, quod continetur HE GF ad contentum HGFE, ita eſſe rectangulum contentum HB DC. ad contentum HD BC.

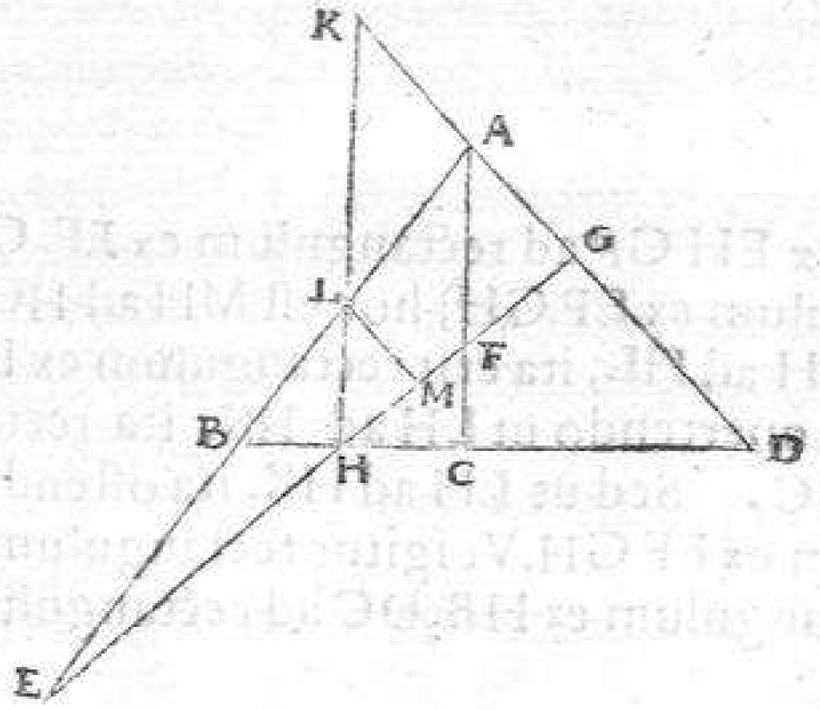


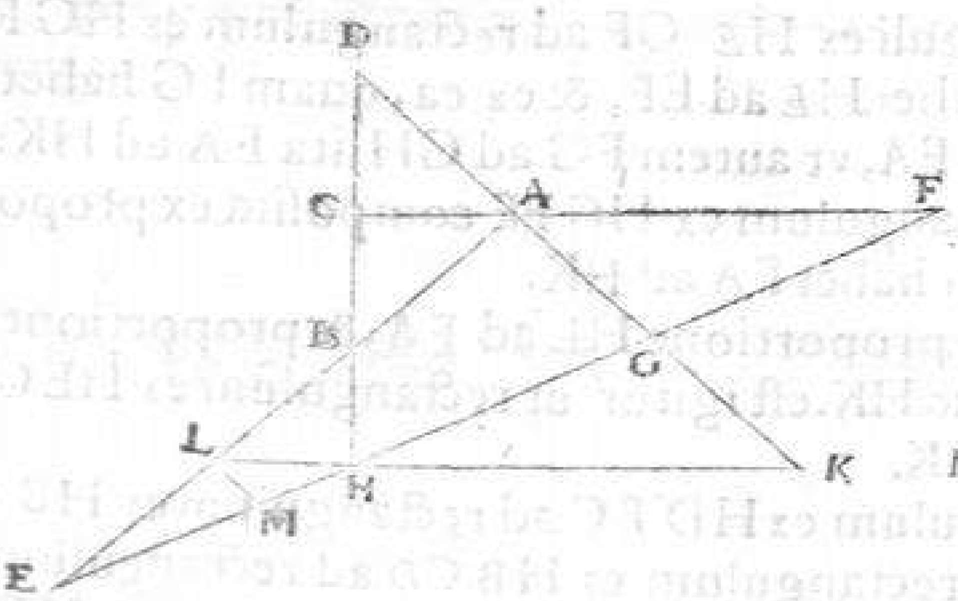
A Ducatur per H quidem linea KL parallela ipſi FCA, & DA AB cum ea conueniant in punctis KL; per L uero ducatur LM parallela DA, & cũ EH conueniat in M.

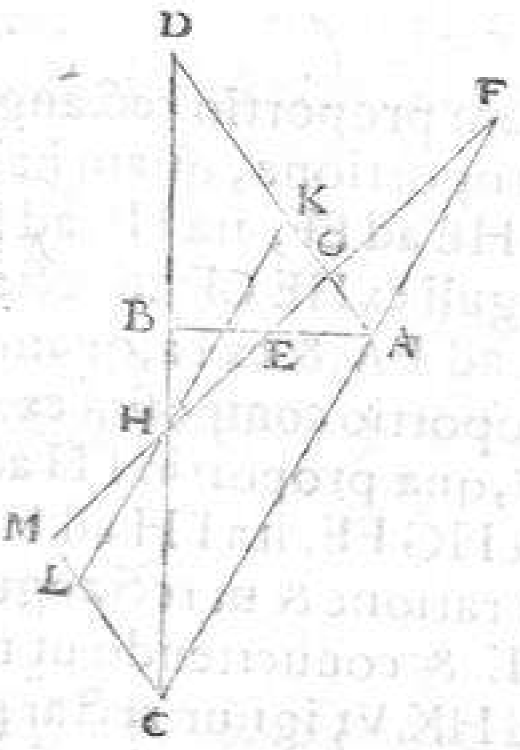
Itaque



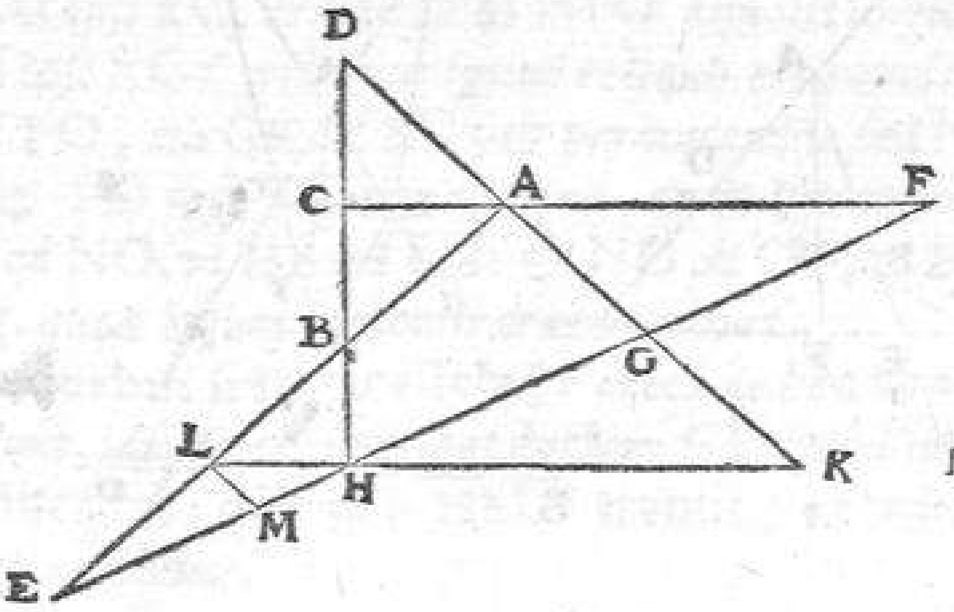


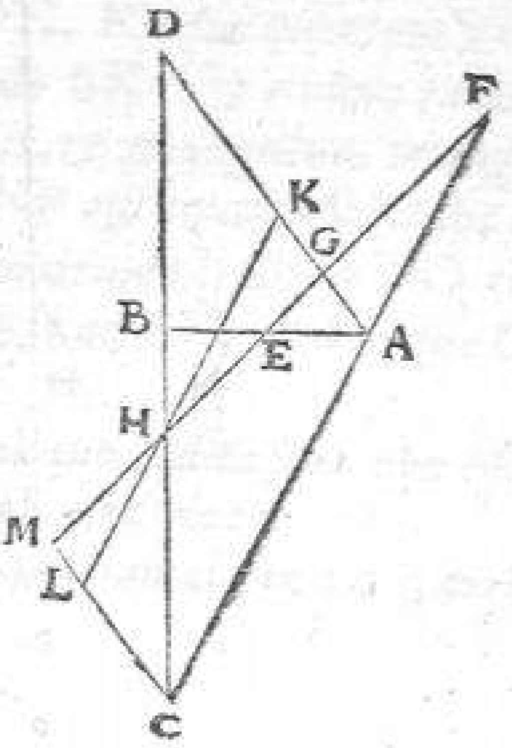






Itaque quoniam ut EF ad FA, ita EH ad HL, ut autem AF ad FG, ita LH ad A
HM, etenim HK & HG ad parallelas rectas lineas terminantur; erit ex æquali ut B
EF ad FG, ita EH ad HM. rectangulum igitur contentum HE GF æquale est con C
tento EF HM. Sed aliud rectangulum est, quod EF GH continetur. 16.sexti.
ergo





D ergo ut rectangulum ex EH GF ad rectangulum ex EF GH, ita eſt rectangulum
E F ex EF HM, ad rectangulum ex EF GH; hoc eſt MH ad HG: hoc eſt LH ad HK:
G Eadem ratione & ut KH ad HL, ita erit rectangulum ex HD BC, ad rectangulum
H ex HB CD. ergo & conuertendo ut LH ad HK, ita rectangulum ex HB CD ad
rectangulum ex HD BC. Sed ut LH ad HK, ita oſtendimus eſſe rectangulum ex
EH GF ad rectangulum ex EF GH. Vt igitur rectangulum ex EH GF ad rectangulū
ex EF GH, ita erit rectangulum ex HB, DC ad rectangulum ex HD BC.

Per compoſitam vero proportionem oſtendetur hoc modo.

Quoniam proportio rectanguli ex HE GF ad rectangulum ex HG FE compoſi-
ta eſt ex proportione, quam habet HE ad EF, & ex ea, quam FG habet ad GH, at-
K que eſt ut HE ad EF, ita HL ad FA, vt autem FG ad GH, ita FA ad HK: erit propor
L tio rectanguli ex HE GF ad rectangulum ex HG FE compoſita ex proportione, quā
habet HL ad FA, & ex ea, quam habet FA ad HK:

Sed proportio compoſita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK eadem eſt, quæ proportio LH ad HK. eſt igitur ut rectangulum ex HE GF ad rectangulum ex HG FE, ita LH ad HK.

Eadem ratione & ut rectangulum ex HD BC ad rectangulum ex HB CD, ita eſt KH ad HL. & conuertendo ut rectangulum ex HB CD ad rectangulum ex HD BC, ita LH ad HK. Vt igitur rectangulum ex HE GF ad rectangulum ex HG FE, ita rectangulum ex HB CD ad rectangulum ex HD BC.

COMMENTARIVS.

A Itaque quoniam ut EF ad FA, ita EH ad HL] Ex 4. *ſexti elementorum ob ſimilitudinem triangulorum* EAF ELH.

Vt

Vt autem AF ad FG, ita LH ad HM] *ſimilia enim ſunt triangula FAG, HLM.* C

Etenim HK & HG ad parallelas rectas lineas terminantur, *linea namque MHG, LHK ſunt inter parallelas ML CK. græcus codex* καὶ γὰρ ἡ θκ πρὸς τὴν θη ἐν παραλλήλῳ. *ſed forte legendum eſt* καὶ γὰρ ἡ θκ καὶ ἡ θκ ἐν παραλλήλῳ. B

Ergo vt rectangulum ex EH GF ad rectangulum ex EF GH, ita eſt rectangulum ex EF HM ad rectangulum ex EF GH.] *Ex 7. quinti elementorum.* D

Hoc eſt MH ad HG] *Ex prima ſexti.* E

Hoc eſt LH ad HK] *ob ſimilitudinem triangulorum HLM HKG.* F

Eadem ratione & vt KH ad HL, ita erit rectangulum ex HD BC ad rectangulum ex HB CD] *vt enim KH ad HL ita eſt rectangulum contentum KH CA ad contentum CA HL. ſed ex 23. ſexti elementorum proportio rectanguli ex KH CA ad rectangulum ex CA HL componitur ex proportione KH ad CA, & proportione CA ad HL. Vt autem KH ad CA, ita HD ad DC [ob ſimilitudinem triangulorum DKH DAC; & vt CA ae HL, ita CB ad BH: triangula enim DAC BLH ſimilia ſunt. ergo rectanguli ex KH CA ad rectangulum ex CA HL proportio componitur ex proportione HD ad DC, & proportione CB ae BH. ex quibus etiam compoſita eſt proportio rectanguli ex HD BC ad rectangulum ex HB DC. Vt igitur rectangulum ex KH CA ad rectangulum ex CA HL, hoc eſt ut KH ad HL, ita erit rectangulũ ex HD BC ad rectangulum ex HB CD.* G

Ergo & conuertendo vt LH ad HK] *græcus codex* ἀνάλογον ἄρα γίνεται ὡς ἡ λθ πρὸς τὴν θκ. *ſed puto legendum* ἀνάπαλιν ἄρα γίνεται. H

Atque eſt vt HE ad EF, ita HL ad FA] *ob ſimilitudinem triangulorum ELH EAF.* K

Vt autem FG ad GH, ita FA ad HK] *Etenim triangula FAG HKG ſimilia ſunt.* L

Sed proportio compoſita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK eadem eſt, quæ proportio LH ad HK] *Eadem enim eſt quæ proportio rectanguli ex HL FA ad rectangulum ex FA HK.* M

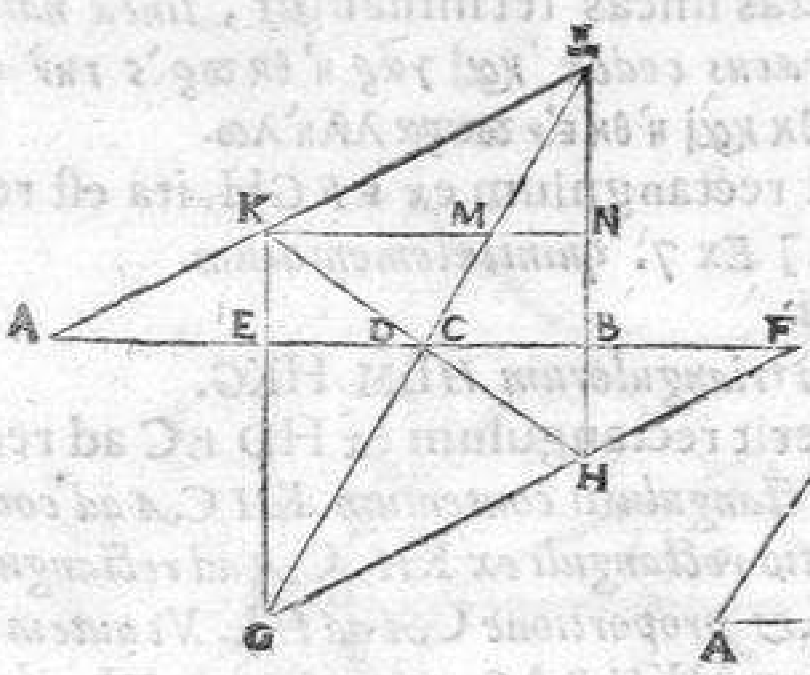
Eadem ratione & ut rectangulum ex HD BC ad rectangulum ex HB CD, ita eſt KH ad HL] *Proportio enim rectanguli ex HD BC ad rectangulum ex HB CD, componitur ex proportione HD ad DC & proportione CB ad BH. ſed ut HD ad DC, ita KH ad KA: & ut CB ad BH, ita CA ad HL. quod ſuperius explicatum eſt. ut igitur rectangulum ex HD BC ad rectangulum ex HD BC ad rectangulum ex HB CD, ita eſt rectangulum ex KH CA ad rectangulum ex CA HL, hoc eſt ita KH ad HL.* N

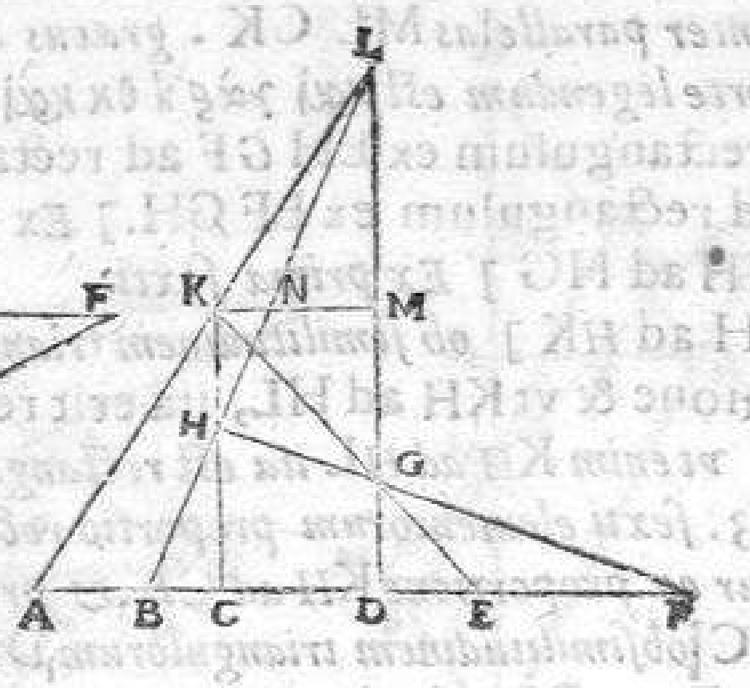
Vt igitur rectangulum ex HE GF ad rectangulum ex HG FE] *græcus codex.* τὴν δὲ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν θε ζη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν θη ζε. *lege* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν θε ζη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν θη ζε. O

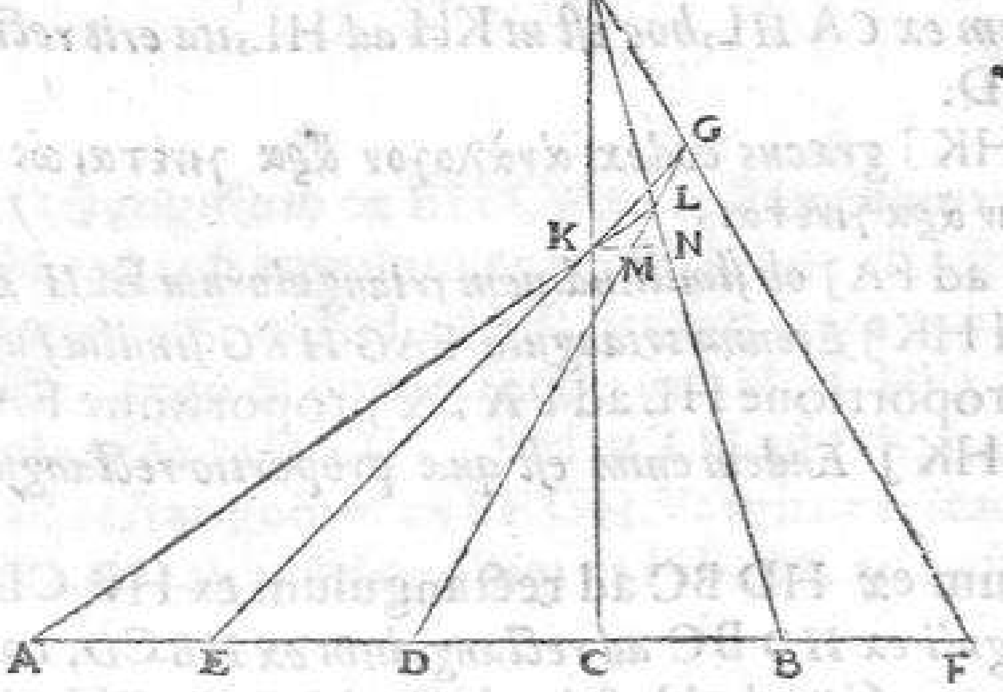
THEOREMA CXIX. PROPOSITIO CXXX.

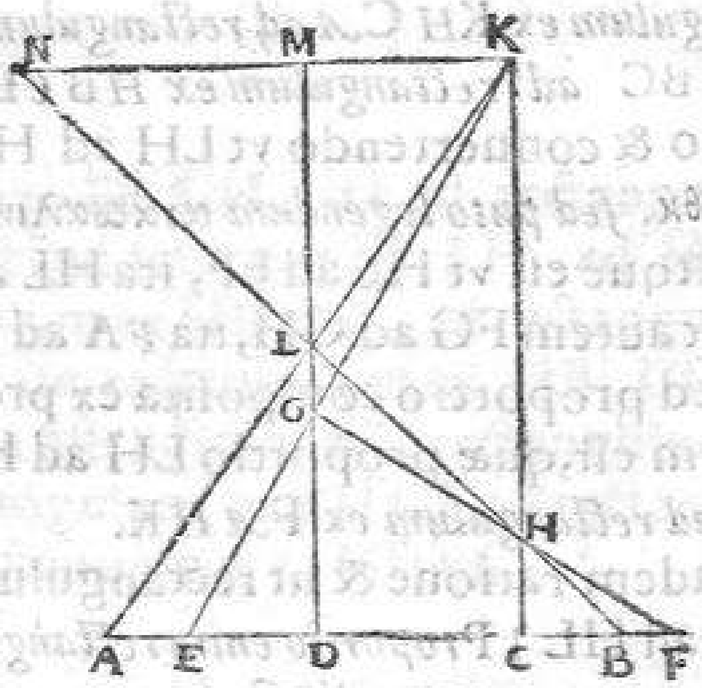
Sit deſcripta figura ABCDEFGHKLMNX, ſitque vt rectangulum quod continetur AF BC ad contentum AB FC ita rectangulum quod continetur AF DE ad contentum AD EF. Dico rectam lineam eſſe, quæ per puncta HGF tranſit. LEM. IIII. A

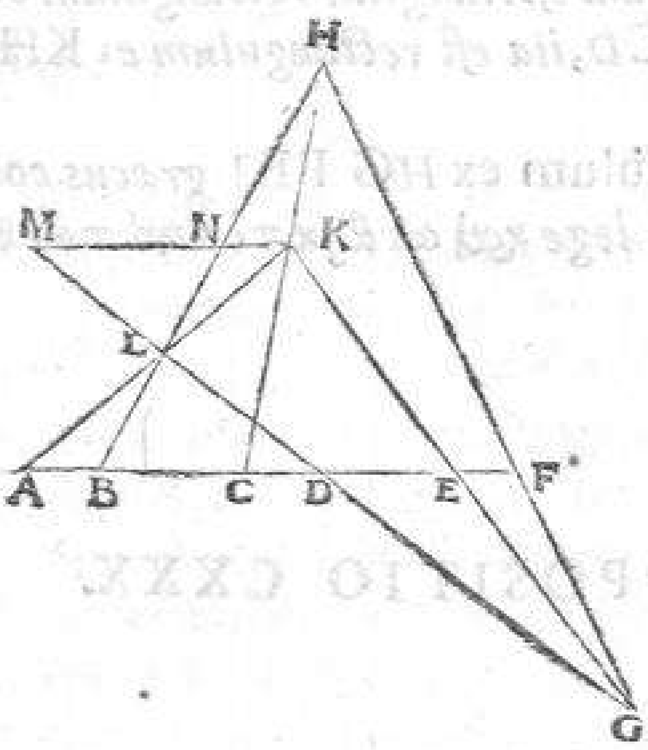
Quoniam

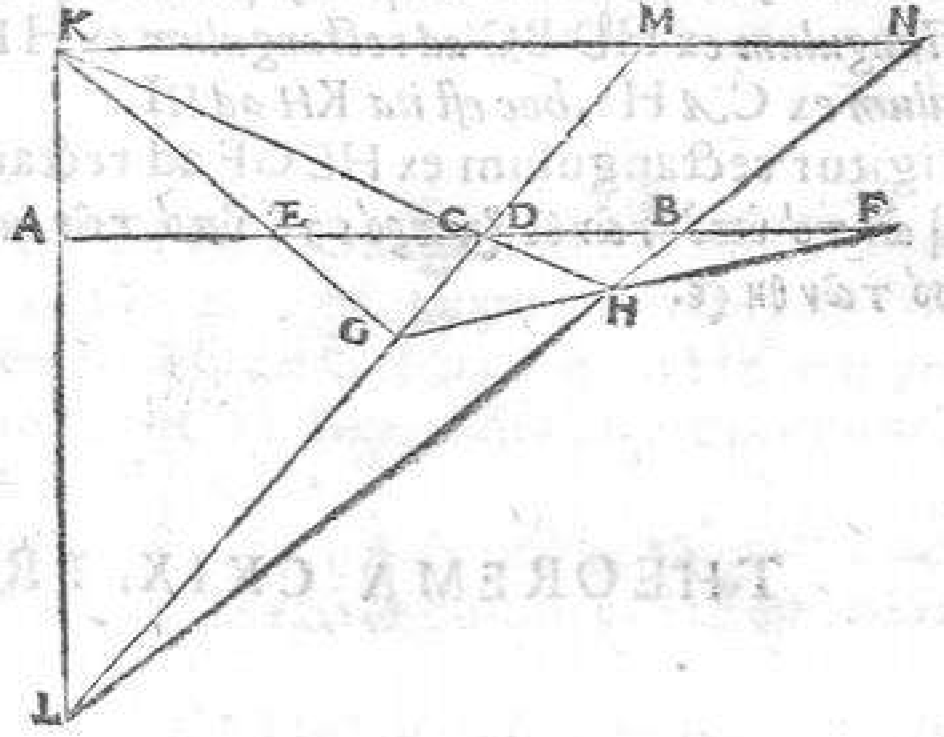

L
K
M
N
A
E
D
C
B
F
H
G

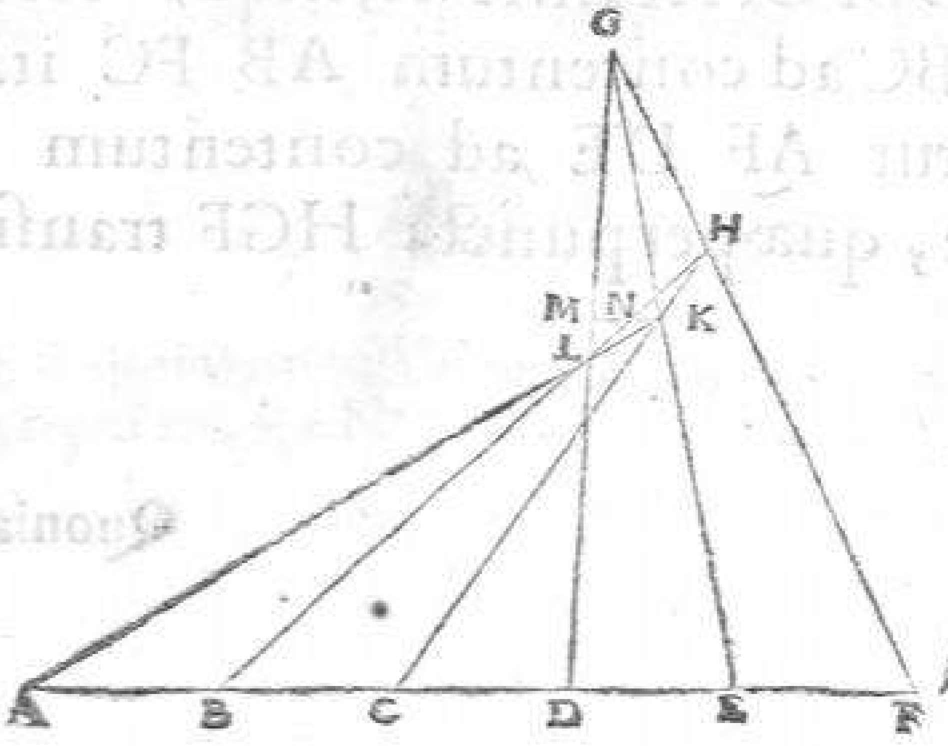

L
K
N
M
H
G
A
B
C
D
E
F

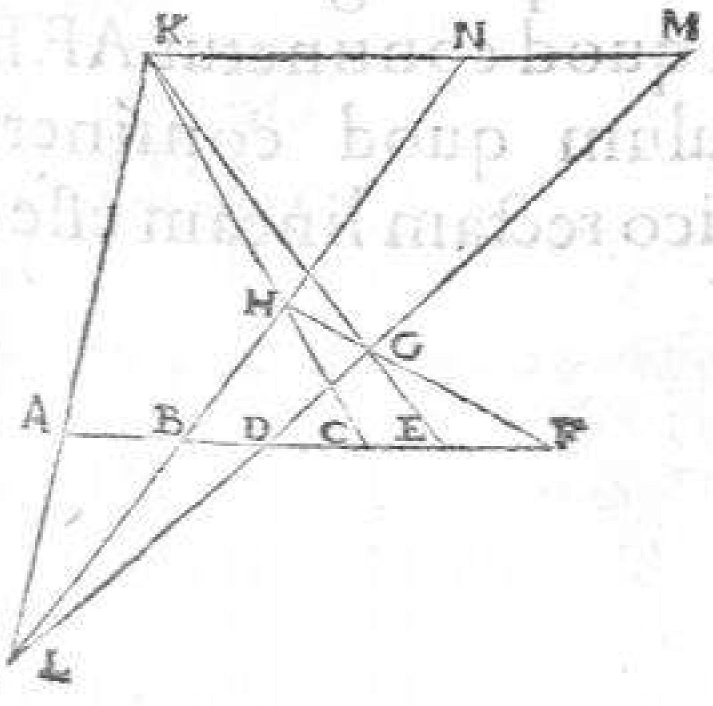

H
G
L
K
N
M
A
E
D
C
B
F


N
M
K
L
G
H
A
E
D
C
B
F


H
M
N
K
L
A
B
C
D
E
F
G


K
M
N
A
E
G
D
B
F
G
H
L


G
H
M
N
K
L
A
B
C
D
E
F


K
N
M
H
G
A
B
D
C
E
F
L

Quoniam enim eſt vt rectangulum ex AF BC ad rectangulum ex AB FG, ita re- I. ſexti.
ctangulum ex AF DE ad rectangulum ex AD EF; erit permutando vt rectangulum B
ex AF BC ad rectangulum ex AF DE, hoc eſt vt BC ad DE, ita rectangulum ex AB C
CF ad rectangulum ex AD EF. ſed ſi per K ipſi AD parallela ducatur KM, propor- D
tio BC ad DE compoſita erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM E
& inſuper ex proportione KM ad DE. proportio autem rectanguli ex AB CF ad re- F G
ctangulum ex AD EF compoſita eſt ex proportione BA ad AD, & proportione CF H
ad FE. communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad K
KM. erit reliqua proportio CF ad FE compoſita ex proportione BC ad KN hoc eſt L
CH ad HK, & proportione KM ad DE, hoc eſt KG ad GE. recta igitur linea eſt, quæ M
per HGF tranſit. nam ſi per E ipſi HC parallela ducatur EX, & iuncta HG protrahatur ad X, proportio quidem KG ad CE eadem eſt, quæ proportio KH ad EX. proportio autem compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX tranſmutatur in proportionem CH ad EX. & proportio CF ad FE eadem eſt, quæ CH ad EX, cum CH ipſi EX parallela ſit. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per HXF. hoc enim manifeſte conſtat. ergo & recta eſt, quæ per HGF tranſit.

COMMENTARIVS.

Sit deſcripta figura ABCDEFGHKLMNX] *græcus codex* καταγραφὴ ἡ αβ γδεζηθικλ. *ego legendum puto* ἡ αβγδεζηθ κλμνξ. A

Sed ſi per K ipſi AD parallela ducatur KM, proportio BC ad DE compoſite erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & inſuper ex proportione KM ad DE] *proportio enim* BC *ad* DE *aſſumpta media linea* CD, *componitur ex proportione* BC *ad* CD, *&* *proportione* CD *ad* DE. *ſed rurſus proportio* BC *ad* CD, *hoc eſt ad* KM, *aſſumpta media* KN *componitur ex proportione* BC *ad* KN, *&* KN *ad* KM. *proportio igitur* BC *ad* DE *compoſita eſt ex proportione* BC *ad* KN, *&* KN *ad* KM, *&* *inſuper ex proportione* CD, *hoc eſt* KM *ad* DE. *græcus codex* ἀλλ᾽ ὁ μὲν τῆς βγ πρὸς τὴν δε συνῆπται λόγος, ἐὰν διὰ τοῦ κ τῇ αζ παράλληλος ἀχθῇ ἡ κμ, ἔκ τε τοῦ τῆς βγ πρὸς κη, καὶ τῆς κη πρὸς κμ, καὶ ἔτι τὸ τῆς κμ πρὸς δε. *ſed videtur legendum* ἔκ τε τῆς βγ πρὸς κν, καὶ τῆς κν πρὸς κμ, καὶ ἔτι τοῦ τῆς κμ πρὸς δε. C

Proportio autem rectanguli ex AB CF ad rectangulum ex ADEG compoſita eſt ex proportione BA ad AD, & proportione CF ad FE] Ex 23. *ſexti elementorum græcus codex* καὶ τοῦ τῆς γζ πρὸς τὴν δε *lege* πρὸς τὴν ζε. D

Communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM] *Hoc eſt ex vna quidem parte auferatur proportio* BA *ad* AD, *ex altera uero auferatur proportio* NK *ad* KM, *quæ eadem eſt ob ſimilitudinem triangulorum* ALB KLN, *& triangulorum* ALD, KLM. *græcus code* K° ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς βα πρὸς αδ ὁ αὐτὸς ὢ τῷ τῆς ηκ πρὸς κμ. *lege* ὁ αὐτὸς ὢν τῆς νκ πρὸς κμ.

Erit reliqua proportio CF ad FE compoſita ex proportione BC ad KN hoc eſt CH ad HK] *ob ſimilitudinem triangulorum* BHC NHK. *græcus codex* ἔκ τε τοῦ τῆς βγ πρὸς τὴν κη *lege* πρὸς τὴν κν. E

Erit proportione KM ad DE, hoc eſt KG ad GE] *ſimilia enim ſunt triangula* KGM EGD F

Recta igitur linea eſt, quæ per HGF tranſit] *quomodo hoc ſequatur, deinceps oſtendit græcus codex* εὐθεῖα ἄρα ἡ διὰ τῶν θ η κ *lege* διὰ τῶν θ η ζ. G

Proportio quidem KG ad GE eadem eſt, quæ KH ad EF] *quod triangula* KHG EXG *ſimilia ſint.* H

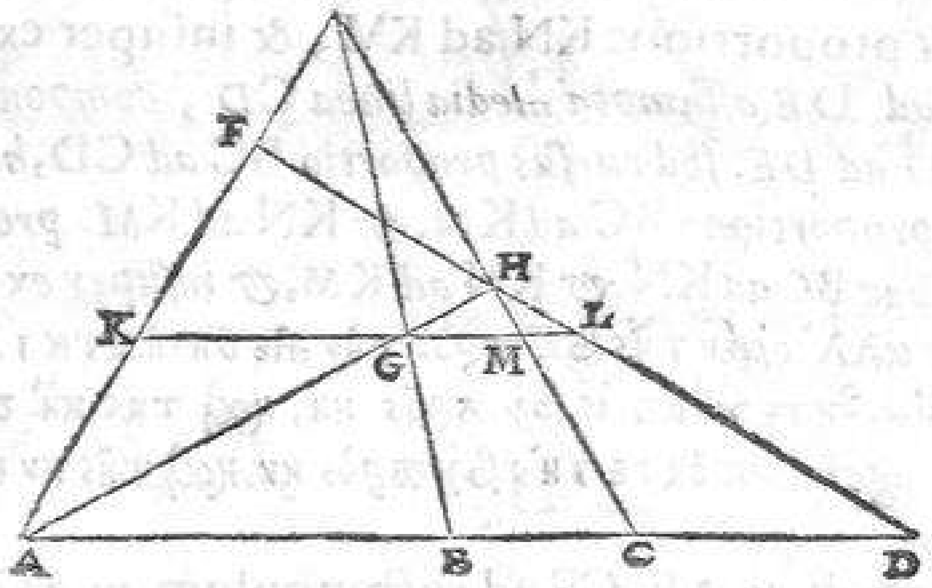
Proportio autem compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX tranſmutatur in proportionem CH ad EX] *propoſitio enim compoſita ex proportione* CH *ad* HK, *& proportione* HK *ad* EX *eadem eſt, quæ proportio* CH *ad* EX, *nempe aſſumpta media* HK. K

L Et proportio CF ad FE eadem eſt, quæ CH ad EX] *ſuperius enim demonſtratum eſt proportionem CF ad FE componi ex proportione CH ad HK, & proportione KG ad GE. ſed proportio KG ad GE eadem eſt, quæ KH ad EX. proportio igitur CF ad FE compoſita eſt ex proportionibus CH ad HK, & HK ad EX. ex quibus etiam componitur proportio CH ad EX. ergo ut CF ad FE, ita eſt CH ad EX. græcus codex* καὶ ὁ τῆς νζ πρὸς ζε λόγος ὁ αὐτὸς τῷ τῆς γθ πρὸς τὴν θζ *lege* πρὸς τὴν εξ.

M Hoc enim manifeſte conſtat] *Ex noſtro lemmate in 10. proportionem libri Archimedis de ijs, quę in aqua uehuntur.*

THEOREMA CXX: PROPOSITIO CXXXI.

LEM. V. Si ſit figura ABCDEFKH, ſit vt AD ad DC, ita AB ad BC. ſit igitur. vt AD ad DC, ita AB ad BC. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AGH tranſit.



Ducatur per G ipſi ad parallela KL. Itaque quoniam eſt ut AD ad DC, ita AB ad
A BC, ita KG ad GM: erit ut GL ad LM, ita KG ad GM. hoc eſt AD ad DC. quare per
B mutando. ut AD ad GL, ita CD ad LM: hoc eſt DG ad HL. atque eſt GL Parallela ip-
C D ſi AD. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per AGH. hoc enim manifeſto conſtat.
E F

COMMENTARIVS.

A Vt autem AD ad DC, ita GL ad LM] *ob ſimilitudinem triangulorum AHC GHL, & triangulorum CHD MHL. gręcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ αδ πρὸς τὴν δγ, οὕτως ἡ χκ πρὸς τὴν λμ. *ſed legendum puto* οὕτως ἡ ηλ πρὸς τὴν λμ.

Erit

Erit ut GL ad LM, ita KG ad GM.] *ex 11. quinti element. poſt quæ in græco codice hęc leguntur.* καὶ λοιπὴ ἡ ηλ πρὸς λοιπὴν τὴν λμ, ἐστιν ὡς ἡ κμ πρὸς τὴν λμ. *Sed nos ea, vti corrupta, & ſuperuacanea omiſimus.* B

Hoc eſt AD ad DC] *eſt enim vt* KG *ad* GM, *ita* AB *ad* BC *ob ſimilitudinem triangulorũ* KEG AEB, *& triangulorum* GEM BEC. *vt autem* AB *ad* BC, *ita ponitur eſſe* AD *ad* DC. *Græcus codex* τουτέστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αγ. *lege* πρὸς τὴν δγ. C

Quare permutando vt AD ad GL, ita CD ad LM] *Græcus codex* ἀναλογὸν ἔστιν ὡς ὑ αδ πρὸς τὴν ηδ, οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν λμ. *uide ne legendum ſit* ἐναλλὰξ ἐστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν ηλ οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν λμ.

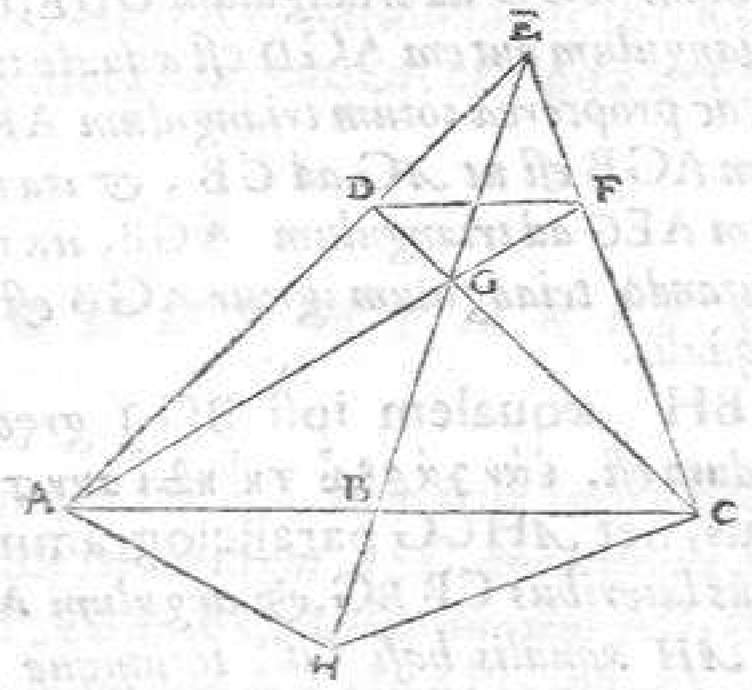
Hoc eſt DH ad HL] *Ex quarta ſexti elementorum, quod triangula* CHD MHL *ſint ſimilia.* E

Recta igitur linea eſt, quæ tranſit per AGH. hoc enim manifeſto conſtat] *Nam ſi iungatur* AH *tranſibit ea per* G, *alioqui ſequeretur partem toti æqualem eſſe; quod nos lemmate antedicto oſtendimus.* F

THEOREMA CXXI. PROPOS. CXXXII.

LEM. VI.

Rurſum ſi ſit deſcripta figura, & DF ipſi AC ſit parallela, erit AB ęqualis BC. Sit igitur æqualis. Dico DF ipſi AC parallelum eſſe. A

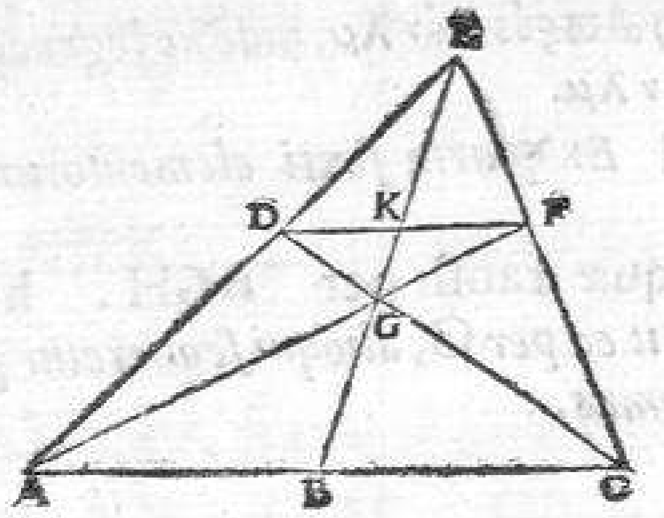


Quod quidẽ ita ſe hẽt. nã ſi ponamus BH æqualem ipſi GB, & AH HC iũgamus, fiet AHCG parallelogrammũ, ac propterea ut AD ad DE, ita CF ad FE. vtraque. n. dictarum proportionũ eadẽ eſt, quæ proportio HG ad GE. ergo DF ipſi AC ẽ parallela. B C D

COMMENTARIVS.

Rurſus ſi ſit deſcripta figura, & DF ipſi AC ſit parallela, erit AB æqualis BC.] *Non demonſtratur hoc a Pappo, ſed eius conuerſum. demonſtrabitur autem hoc modo.* A

Sit triangulum AFC, *& ipſi* AC *parallela ducatur* DF, *iunganturque* AF DC *ſeſe in puncto* G *ſecantes, & iuncta* CG *in* B *producatur. Dico* AB *ipſi* BC *æqualem eſſe.*



THEOREMA CXXI. PROPOS. CXXXII.

LEM. VI. A Rurſum ſit deſcripta figura, & DF ipſi AC ſit parallela, ſit AB equalis BC· Sit igitur æqualis. Dico DF ipſi AC parallelam eſſe.

Triangula enim DAF DCF *interſe ſunt æqualia ex 37. primi elementorum, & ablato com-*
muni triangulo DGF, *relinquetur* AGD *triangulum æquale triangulo* CGF. *vt autem* AD *ad*
DE, *ita triangulum* AGD *ad triangulum* DGE, *& ſimiliter ut* CF *ad* FE, *ita triangulum* CGF
ad triangulum FGE. *ſed ut* AD *ad* DE, *ita* CF *ad* FE *utraque enim proportio eadem eſt, quę*
2.ſexti. BK *ad* KE. *ut igitur triangulum* AGD *ad triangulum* DGE, *ita triangulum* CGF *ad* GFE *triã-*
gulum; & permutando. triangulum autem AGD *eſt æquale triangulo* CGF. *ergo & triangu-*
lum DGE *triangulo* FGE; *ac propterea totum triangulum* AFG *toti* CEG *æquale. At trian-*
gulum AEG *ad triangulum* AGB *eſt ut* AG *ad* GB, *& ita triangulum* CEG *ad triangulum*
CGB. *quare ut triangulum* AEG *ad triangulum* AGB, *ita triangulum* CEG *ad triangulum*
1.ſexti. *ad ipſum* CGB: *& permutando. triangulum igitur* AGB *eſt æquale triangulo* CGB, *& ob id*
recta linea AB *ipſi* BC *ęqualis.*

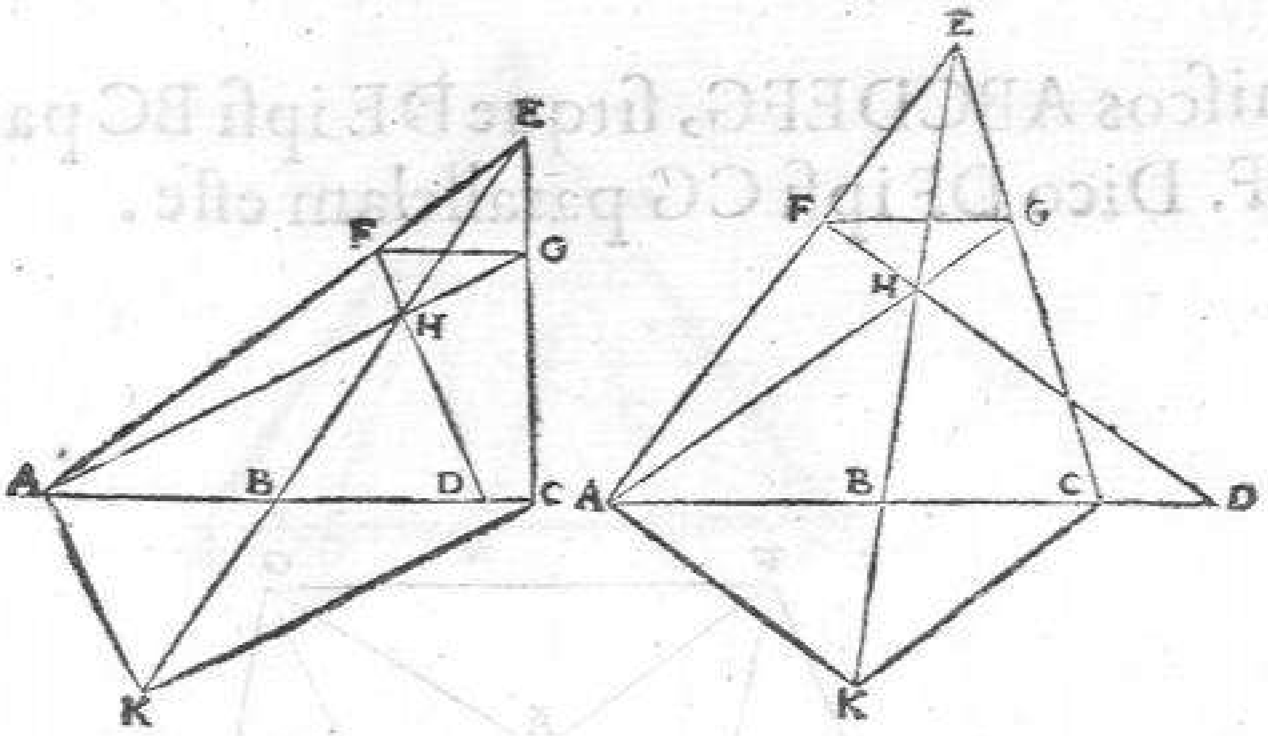
1.ſexti. B Nam ſi ponamus BH æqualem ipſi BG] *gręcus codx* ἐὰν γὰρ τὴν εβ θῶ τῇ
ηβ ἴσην τὴν βθ. *ſed legendum eſt.* ἐὰν γὰρ θῶ τὴν ηβ ἴσην τὴν βθ.

C Et AH HG iungamus, fiet AHCG parallelogrammum] *Quoniam enim duo latera*
AB BF *æqualia ſunt duobus lateribus* CB BG, *& angulum* ABH *eſt æqualis angulo ad verti-*
cem CBG. *erit & baſis* AH *æqualis baſi* GC *totumque triangulum toti triangulo & reli-*
qui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera ſubtenduntur. angulus igitur AHB
27.prim. *ipſi æqualis angulo* BGC, *ideoque recta linea* AH *rectæ* CG *parallela eſt. Eodem modo demon-*
ſtrabimus CH *parallelam eſſe ipſi* AG.

D Ac propterea vt AD ad DE, ita CF ad FE, vtraque enim dictarum proportionum
eadem eſt, quæ proportio HG ad GE] *cum enim* DGC *parallela ſit ipſi* AH *erit* AD *ad*
2.ſexti. DE, *ut* HG *ad* GE. *& eadem ratione cum parallela ſit* AGF *ipſi* HC, *ut* HG *ad* GE, *ita erit*
11.quint. CF *ad* FE. *ut igitur* AD *ad* DE, *ita* FR *ad* FR. *quare ex 2. ſexti* DF *ipſi* AC *parallela erit.*

THEOREMA CXXII. PROPOSITIO CXXXIII.

LEM. VII. A Sit deſcripta figura, & ipſarum CB BA ſumatur tertia propor-
tionalis BD. Dico FG ipſi AC parallelam eſſe.



Producatur EB, & per A ipſi DF parallela ducatur AK, & KC iungatur. Itaque quoniam eſt ut CB ad BA, ita AB ad BD, ut autem AB ad BD, ita KB ad BH; erit & ut CB ad BA, ita KB ad BH. ergo AH parallela eſt ipſi KC: Rurſus ut AF ad FE, ita CG ad GE, utraque enim dictarum eadem eſt, quæ proportio KH ad HE: quare FG ipſi eſt parallela. B C D E F G a.ſexti.

COMMENTARIVS.

Sit deſcripta figura, & ipſarum CB BA ſumatur tertia proportionalis BD. Dico FG ipſi AC parallelã eſſe] *Sit triangulum AEC, ducaturque ad baſim utcumque recta linea EB, & ut CB ad BA, ita fiat AB ad BD. poſtea ducatur AG, quæ ſecet EB in puncto H, & iuncta DH ad F producatur. iungaturque FG. Dico FG ipſi AC parallelam eſſe. græcus codex* ἔϛω καταγραφὴ κατὰ τῶν αβ βγ μέση ἀνάλογον ἔϛω ἡ αδ. *ſed legendum puto.* ἔϛω καταγραφὴ, καὶ τῶν γβ βα τρίτη ἀνάλογον ἔϛω ἡ αδ. A

Producatur EB, & per A ipſi DF parallela ducatur AK] *græcus codex* ἐκβληθεῖσα ἡ αβ, καὶ διὰ τοῦ α *&c. ego legerem* ἐκβεβλήσθω ἡ εβ. B

Vt autem AB ad BD, ita KB ad BH] *ob ſimilitudinem triangulorum ABK DBH.* C

Erit & ut CB ad BA, ita KB ad BH] *græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ γβ πρὸς τὴν βλ. *lege* πρὸς τὴν βα. D

Ergo AH parallela eſt ipſi KC] *eſt enim ut CB ad BA, ita KB ad BH: & permutando, ut CB ad BK, ita AB ad BH. & ſunt anguli ad B æquales. triangulum igitur CBK triangulo ABH æquiangulum eſt, & angulus BCK angulo BAH æqualis. quare AH ipſi KC eſt parallela græcus codex* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ γθ τῇ κγ: *lege* ἡ αθ τῇ κγ. E 6.ſexti. 27.primi.

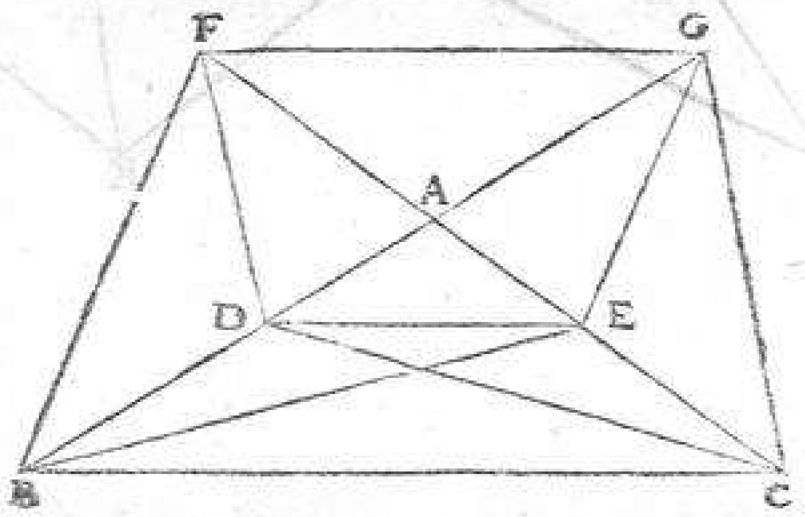
Rurſus ut AF ad FE] *græcus codex.* ἔστιν οὖν πάλιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν ζγ. *lege* πρὸς τὴν ζε. F

Vtraque

Vtraque enim dictarum eadem eſt, que proportio KH ad HE] *ex* 2. *ſexti. græcus codex pro* θε *habet* βθ.

THEOREMA CXXIII. PROPOS. CXXXIIII.

LEM. VIII. Sit bomiſcos ABCDEFG, ſitque DE ipſi BC parallela: & EG parallela BF. Dico DF ipſi CG parallelam eſſe.



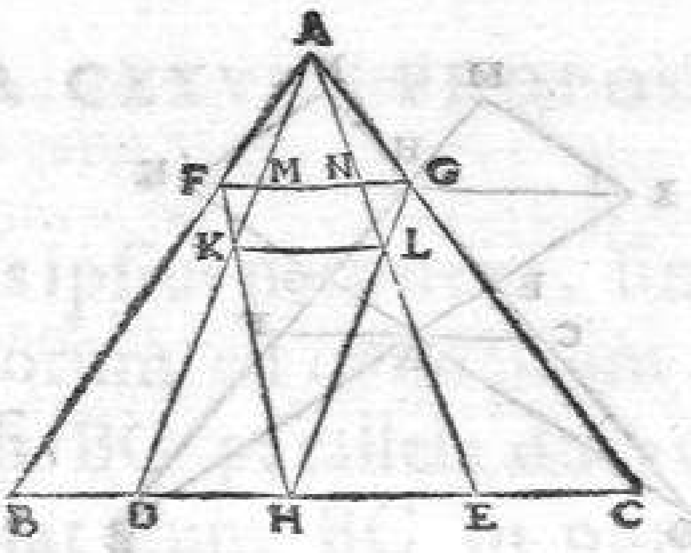
Iungantur BE, DC FG. erit triangulum DBE æquale triangulo *DCE*. communi apponatur triangulum. DAE. ergo totum A*BE* toti CD*A* eſt æquale. Rurſus quoniam BF parallela eſt ipſi EG, triacgulum B FE æquale eſt triangulo BF*G*. auferatur commune ABF. reliquum igitur *A*BE reliquo *AGF* æquale erit. ſed triangulũ AB*E* eſt æquale triangulo *A*CD. ergo & AC*D* ipſi *A*FG ęquale, & communi appoſito triãgulo *A*CG, fiet totum triangulum CDG æquale toti CFG. & eſt in eadem CG baſi. quare CG ipſi DF eſt parallela. 29. prim.

COMMENTARIVS.

* Sit bomiſcos *AB*CDEFG] *Huiuſmodi figuram idcirco* βωμὶσκον *appellauit, quod parui alteras imaginem referat.*

THEOREMA CXXIIII. PROPOS. CXXXV.

LEM. IX. Sit triangulum ABC, in quo ducantur rectæ lineæ AD AE: ipſique BC parallela ducatur FG, & inflectatur FHG. ſit autem vt BH ad HC, ita DH ad HE. Dico KL ipſi BC parallelam eſſe.



Quoniam enim eſt, ut BH ad HC, ita DH ad HE, erit reliqua BD ad reliquam EC, B
vt DH ad HE. ſed ut ad BD ad EC, ita FM ad NG. vt igitur FM ad NG, ita DH ad C
HE. & permutando vt FM ad DH, ita NG ad HE. vt autem FM ad DH, ita in lineis 2.ſexti.
parallelis FK ad KH: & vt NG ad HE, ita GL ad LH. ergo ut FK ad KH, ita GL ad LH. 30.prim.
parallela igitur eſt KL ipſi FG, & propterea ipſi BC.

COMMENTARIVS.

A Et inflectatur FHG] *græcus codex* καὶ κεκλάσθω ἡ ζη. *Vide ne legendum ſit* καὶ κεκλάσθω ἡ ζθη.

B Sed vt BD ad EC, ita FM ad NG. ut igitur FM ad NG, ita DH ad HE] *græcus codex mancus eſt, in quo legitur* ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν εγ, οὕτως ἐστὶν ἡ ζη πρὸς ιη, οὕτως ἐστὶν ἡ δθ πρὸς τὴν θε. *legendum autem eſt* ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν εγ, οὕτως ἐστὶν ἡ ζμ πρὸς νη, καὶ ὡς ἄρα ἡ ζμ πρὸς νη, οὕτως ἐστὶν ἡ δθ πρὸς τὴν θε.

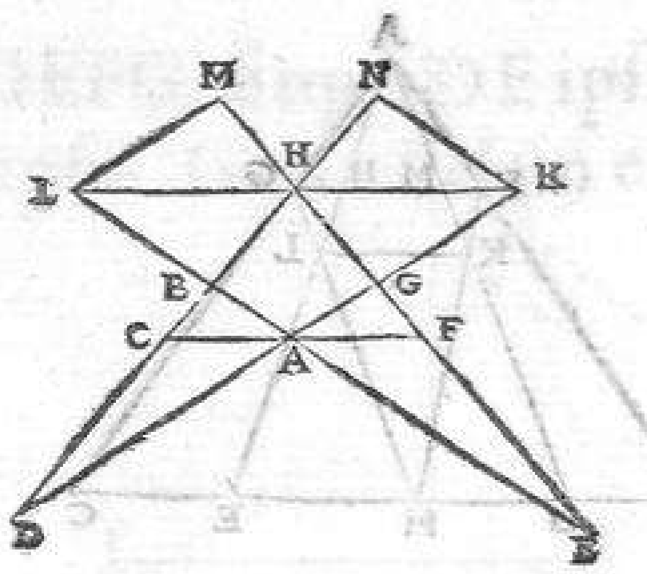
C Vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH: & ut NG ad HE, ita GL ad LH] *ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum* FKM DKH, *itemq; triangulorum* NLG HLE.

THEOREMA CXXV. PROPOS. CXXXVI.

LEM. X.

In duas rectas lineas BAE DAG duæ rectæ lineæ ducantur DH, HE, ſitque vt rectangulum quod continetur DH BC ad contentum DC BH, ita rectangulum contentum HG FE ad contentum HE FG. Dico rectam lineam eſſe, quæ per CAF puncta tranſit.

Ducatur



Ducatur per H ipſi CA parallela KL, quæ cum lineis AB AD in punctis KL
conueniat, & per L ipſi AD parallela agatur LM, producaturque EH ad
M. deinde per K parallela ipſi AB ducatur KN, & DH ad N producatur,
A Itaque quoniam ob lineas parallelas fit vt DH ad HN, ita DC ad CB, erit rectangulum
contentum DH CB æquale contento DC HN. Sed aliud aliquod rectangulum
eſt, quod DC BH continetur. ergo vt rectangulum contentum D H BC ad contentum
DC BH, ita contentum CD HN ad contentum DC BH, hoc eſt HN ad HB.
Sed vt rectangulum quidem contentum H D BC ad contentum DC BH, ita ponitur
B C eſſe contentum HG FE ad contentum HE FG. Vt autem NH ad HB,
ita KH ad HL, hoc eſt in lineis parallelis GH HM, hoc eſt rectangulum contentum
HG FE ad contentum HM FE. ergo ut contentum HG FE ad contentum
D HE FG, ita contentum HG FE ad contentum HM FE. rectangulum igitur contentum
HE FG æquale eſt contento HM FE. quare vt MH ad HE, ita GF ad
FE, componendoque & permutando, ut ME ad EG, ita HE ad EF. Sed ut M E ad
EG, ita eſt LE ad EA. & ut igitur LE ad EA, ita HE ad EF. & ideo AF
parallela eſt ipſi KL. Sed & CA. ergo recta linea eſt, quæ per CAF puncta tranſit,
quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Itaque quoniam ob lineas parallelas fit ut DH ad HN, ita DC ad CB] *Vt enim* DB *ad* BN, *ita* DC *ad* CB. *Vtraque enim ipſarum eadem eſt, quæ proportio* DA *ad* EK: *& permutando ut* BD *ad* DC, *ita* BN *ad* CH. *vt autem omnia ad omnia, ita vnum ad vnum ergo ut* ND *ad* DH, *ita* BD *ad* DC. *& per conuerſionem rationis, vt* DN *ad* NH, *ita* DB *ad* BC *diuidendoque ut* DH *ad* HN, *ita* DC *ad* CB.

B Vt autem NH ad HB, ita KH ad HL] *Similia enim ſunt triangula* KHN LHB.

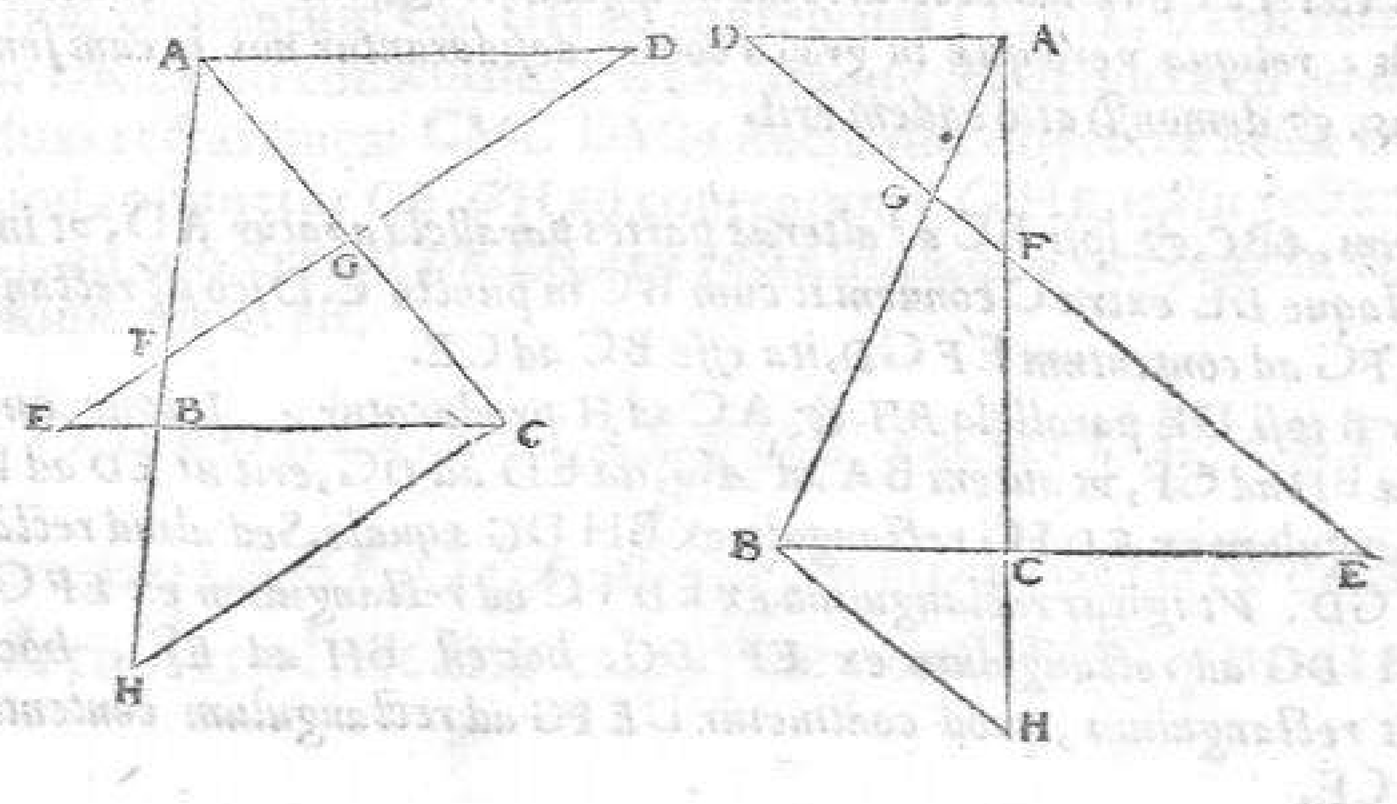
C Hoc eſt in lineis parallelis GH aũ HM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KGH LMH. *Græcus codex* τουτέστιν ἐν παραλλήλω ἡ νθ πρὸς τὴν θμ, *lege* ἡ ηθ πρὸς τὴν θμ.

Re-

Rectangulum igitur contentum HE FG æquale eſt contento HM FE. quare ut D
MH ad HE, ita GF ad FE.] Ex 9. *quinti elementorum. græcus codex mancus eſt, in quo legitur* ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ θμ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζε. *Sed eum ita reſtituemus,* ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ θε ζη τῷ ὑπὸ θμ ζε, καὶ ὡς ἄρα ἡ θμ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζε.

THEOREMA CXXVI. PROPOS. CXXXVII. LEM. VI.

Quę vero ad caſus ipſius pertinent, ſimiliter atque antedi-
cta oſtendemus, quorum eſt conuerſum, videlicet, Sit trian- A
gulum ABC & ipſi BC parallela ducatur AD. & du-
cta DE conueniat cum BC in puncto E. Dico ut re- B
ctangulum, quod continetur DE FG ad contentum EF
GD, ita eſſe CB ad BE.



Ducatur per C ipſi DE parallela CH, & AB ad H producatur: Itaque quo- C D
niam eſt vt CA ad AG, ita CH ad GF, & ut CA ad AG, ita ED ad DG: erit ut ED
ad DG, ita CH ad FG, ac propterea rectangulum contentum CH DG æquale eſt E
contento ED FG. Sed aliud aliquod rectangulum eſt, quod EF GD continetur.
ergo vt rectangulum contentum DE FG ad contentum DG EF, ita contentum CH
DG ad contentum DG EF, hoc eſt ita CH ad EF, hoc eſt CB ad BE. Ex quibus ſequi- F
tur vt rectangulum contentum DE FG ad contentum EF GD, ita eſſe CB ad BE.
Eadem ratione, & ſi ad alteras partes agatur parallela AD, atque a puncto D extra G
C, uelut ad E ducatur DE, vt rectangulum quod continetur DE FG ad contentum
EF GD, ita demonſtrabitur eſſe BC ad CE.

COMMENTARIVS.

A Quæ uero ad caſus ipſius pertinent, ſimiliter atque antedicta oſtendemus, quorum eſt conuerſum] *Græcus codex* τὰ δὲ πτωτικὰ αὐτοῦ ὁμοίως τοῖς προγεγραμμένοις, ὧν ἐστιν ἀντιστρέφιον *quibus verbis quid ſignificetur plane intelligere non poſſumus, cum periſmatum libris careamus.*

B Dico ut rectangulum, quod continetur DE FG ad contentum EF GD, ita eſſe CB ad BE.] *Græcus codex* ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ δε ζη πρὸς τὸ ὑπὸ εζ ηλ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ εζ ηδ.

C Itaque quoniam eſt vt CA ad AG, ita CH ad GF] *Ob ſimilitudinem triangulorum* CAH GAF.

D Et vt CA ad AG, ita ED ad DG] *Ob ſimilitudinem triangulorum* CGE AGD.

E Hoc eſt CB ad BE] *Similia enim ſunt triangula* CBG EBF.

F Ex quibus ſequitur vt rectangulum contentum DE FG ad contentum EFGL] *græcus codex* ἔστιν οὖν ὡς τὸ ὑπὸ δε ζη πρὸς τὸ ὑπὸ εζ ηλ *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ εζ ηδ.

G Eadem ratione, & ſi ad alteras partes agatur parallela AD, atque a puncto D extra C velut ad E ducatur DE, vt rectangulum, quod continetur DE FG ad contentũ EFGD, ita demonſtrabitur eſſe BC ad CE.] *græcus codex corruptus eſt, & mancus, vt videtur, qui ſic habet.* τὰ δ' αὐτὰ κἂν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἀχθῇ ἡ αδ παράλληλος, καὶ ἀπὸ τοῦ δ ἐκτὸς ὡς ἐπὶ τὸ γ διὰ τὴν εὐθεῖαν. *vide ne legẽdũ ſit* καὶ ἀπὸ τοῦ δ ἐκτὸς τοῦ γ ὡς ἐπὶ τὸ ε ἀχθῇ ἡ δε. *reliqua vero quæ in græco codice deſiderantur nos in eam ſententiam reſtituenda cenſemus. & demonſtratio eadem erit.*

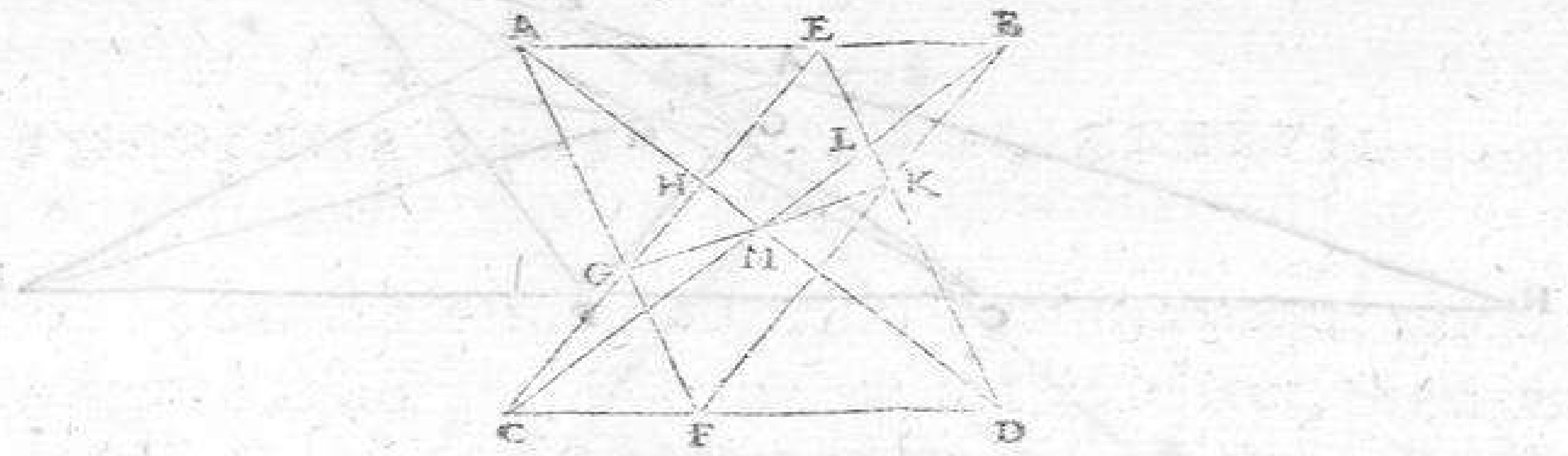
Sit triangulum ABC, & ipſi BC ad alteras partes parallela agatur AD, vt in ſubiecta figura apparet, ductaque DE extra C conueniat cum BC in puncto E. Dico ut rectangulum, quod continetur DE FG ad contentum EF GD, ita eſſe BC ad CE.

Ducatur per B ipſi DE parallela BH, & AC ad H producatur. Itaque quoniam eſt vt BA ad AG, ita BH ad GF, vt autem BA ad AG, ita ED ad DG, erit ut ED ad DG, ita BH ad FG, & rectangulum ex ED FG rectangulo ex BH DG æquale. Sed aliud rectãgulũ eſt quod continetur EF GD. Vt igitur rectangulum ex ED FG ad rectangulum ex EF GD, ita rectãgulum ex BH DG ad rectangulum ex EF DG, hoc eſt BH ad EF, hoc eſt BC ad CE. ergo vt rectangulum, quod continetur DE FG ad rectangulum contentum EF GD, ita erit BC ad CE.

LEM XII.

THEOREMA CXXVII. PROPOS. CXXXVIII.

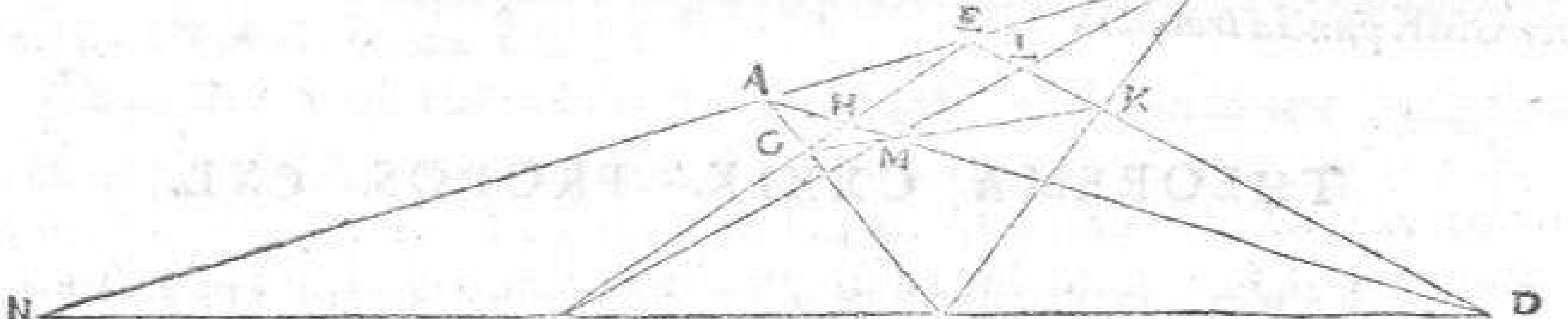
His autem demonſtratis, nunc oſtendendum eſt, ſi parallelæ ſint AB CD, atque in ipſas incidãt quædam rectæ lineæ AD AF BC BF & ED EC iungantur, rectam lineam eſſe, quæ per GMK puncta tranſit.



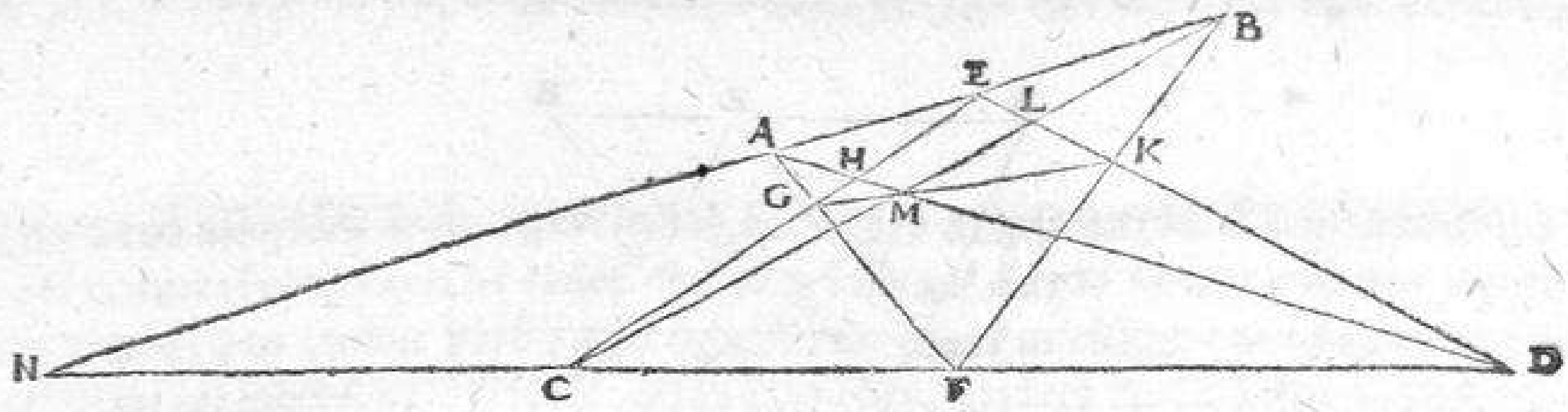
Quoniam enim triangulum eſt DAF, ipſique DF parallela eſt AE, & ducta eſt EC, conueniens cum DF in C, erit ob antecedens lemma, vt DF ad FC ita rectangulum quod continetur CE GH ad contentum CGHE. Rurſus quoniam triangulum eſt CF, & ipſi CD parallela eſt BE, duciturque ED conueniens cum CF in D, fiet vt CF ad FD, ita rectangulum contentum DE LK ad contentum DK LE, & conuertendo vt DF ad FC, ita rectangnlum contentum DK LE ad contentum DE LK. ſed ut DF ad FC, ita erat rectangulum, quod continetur CE GH ad contentum CG HE: vt igitur rectangulum contentum CE GH ad contentum CG HE, ita eſt rectangulum, quod continetur DK LE ad contentum DE LK. Itaque res deducta eſt ad decimum lemma nã cũ in duas rectas lineas CML DMH ductæ ſint duę rectæ lineæ EC ED, & ut rectã- In 10. lẽmate antecedentium.
gulum quod continetur CE GH ad contentum CG HE, ita ſit rectangulum contentum DK LE ad contentum DE LK, erit recta linea, quæ per puncta GMK tranſit. hoc enim demonſtratum eſt.

THEOREMA CXXVIII. PROPOS. CXXXIX.

Sed non ſint AB CD parallelæ, & in puncto N conueniant. Di- LEM. III.
co rurſus rectam lineam eſſe, quæ per GMK puncta tranſit. A



Quoniam enim in tres rectas lineas AN AF AD ab eodem puncto C ductæ ſunt
duę rectæ lineæ CE CD, ut rectangulũ, quod continetur CE GH ad cõtentũ CGHE B
ita eſt rectangulũ cõtentũ CN FD ad contentũ ND CF. Rurſus quoniã ab eodẽ pũcto
B in tres rectas lineas BN BC BF duę rectę lineę DE DN ducũtur, erit vt rectangulũ C



cōtentū NC FD ad contentum ND FC, ita quod continetur DK EL ad contentum DE KL. Sed ut rectangulum contentum NC FD ad contentum ND FC, ita demonſtratum eſt rectangulum contentum CE GH eſſe ad contentum CG HE. Vt igitur rectangulum contentum CE GH ad contentum CG HE, ita eſt D quod DK EL continetur ad contentum DE KL. & res deducta eſt ad idem, quod in parallelis. ergo ex iam dictis recta linea eſt, quæ per GMK puncta tranſit.

COMMENTARIVS.

A Et in puncto N conueniant] *Græcus codex pro* ν *habet* κ.

B Quoniam enim in tres rectas lineas AN AF AD ab eodem puncto C ductæ ſunt duæ rectę lineæ CE CD] *Græcus codex* ἐπεὶ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς αν αζ αδ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ κ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ γε γδ. *lege* ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ γ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ γε γδ.

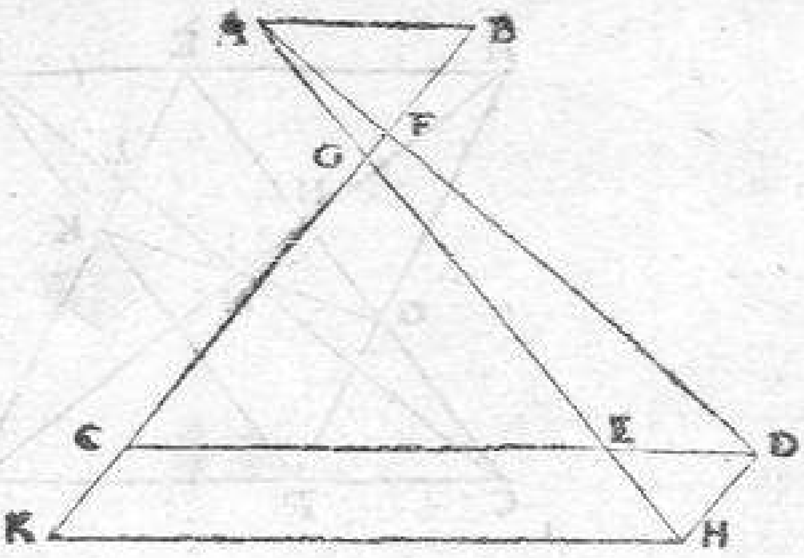
C Rurſus quoniam ab eodem puncto B inter rectas lineas BN BC BF] *Græcus codex* πάλιν ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ σημείου τοῦ δ τρεῖς εὐθείας, *&c. lege* ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ β εἰς τρεῖς εὐθείας.

D Et res deducta eſt ad idem, quod & in parallelis] *Hoc eſt res deducta eſt ad decimum lemma, quemadmodum & in parallelis. Quoniam enim in duas rectas lineas* CML DMH *ab eodem puncto* E *ductæ ſunt* EC ED, *atque eſt ut rectangulum, quod* CE GH *continetur ad contentum* CG HE, *ita rectangulum contentum* DK LE *ad contentum* DE LK, *recta linea erit, quæ per* GMK *puncta tranſibit.*

LEM. IIII.

THEOREMA CXXIX. PROPOS. CXL.

A Sit AB parallela CD, ducanturq; AD BC, & ſit in recta linea BG punctum F, ita ut quam proportionem habet DE ad EC, eandem habeat rectangulum contentum CB GF ad contentū FB CG. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AFD puncta tranſit.



Ducatur per D quidem ipſi BC parallela DH, & producatur AE ad H, per H vero agatur HK ipſi CD parallela, & BC ad K producatur. Itaque quoniam vt DE ad EC, ita eſt rectangulum, quod continetur CB GF ad contentum FB CG, vt autem DE ad EC, ita & DH ad CG, & rectangulum contentum DH BF ad contentum CG BF; erit rectangulum quod continetur CB GF æquale contento DH BF, ergo ut CB ad BF, ita DH, hoc eſt CK ad GF. & ob id tota KB ad totam BG eſt ut KC ad GF, videlicet ut DH ad FG. Sed ut KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AG, quare HA ad AG eſt vt DH ad FG; & ſunt DH FG parallelæ. recta igitur linea eſt quæ per AFD puncta tranſit. B C 14. ſexti. 9. quinti. 34. prim. 11. quinti D

COMMENTARIVS.

Et ſit in recta linea BG punctum F] *græcus codex* καὶ σημεῖον ἐϖὶ τῆς ζη τὸ ζ. *lege* ἐϖὶ τῆς βη τὸ ζ. A

Itaque quoniam ut DE ad EC, ita eſt rectangulum, quod continetur CB FG ad contentum FB CG] *Græcus codex* ἐϖεὶ οὖν ἔστιν ὡς ἡ δε ϖρὸς τὴν εγ, οὕτω τὸ ὑϖὸ γβ ζη ϖρός τὸ ὑϖὸ βγ ζη. *lege* ϖρὸς τὸ ὑϖὸ ζβ γη B

Vt autem DE ad EC, ita & DH ad CG, & rectangulum contentum DH BF ad contentum CG BF] *Similia namque ſunt triangula DEH CEG: & ut DH ad CG, ita rectangulũ contentum DH BF ad contentum* CG BF. C

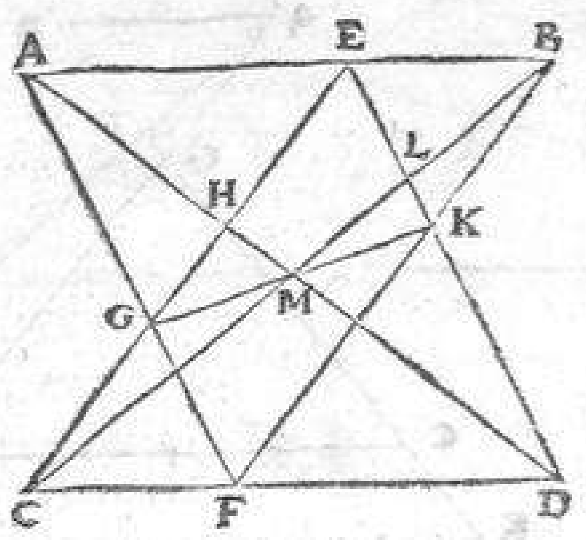
Sed ut KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AG] *ob ſimilitudinem triangulorum* KGH AGB. D

THEOREMA CXXX. PROPOSITIO CXLI.

LEM. XV.

Hoc præmiſſo ſit AB parallela CD. & in ipſas incidant rectæ lineæ AF FB, CE ED. iunganturque BC GK. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AMD puncta tranſit.

Iunga-



C D Iungatur DM & ad H producatur. Quoniam igitur extra triangulum BCF a verticis puncto B acta eſt BE parallela ipſi CD, & ducitur ED, ut CF ad FD, ita rectangulum quod continetur DE KL ad contentum EL KD. vt autem rectangulum contentum DE KL ad contentum EL KD, ita eſt rectangulum contentum CG HE, ad contentum CE GH. etenim in tres rectas lineas CL DH GK, ab eodem puncto E ductæ ſunt duæ rectæ lineę EC ED. ergo vt DF ad FE, ita eſt eectangulum, quod continetur CE GH ad contentum CG HE. atque eſt recta linea DM. quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, recta linea erit, quę per AMD puncta tranſibit.

COMMENTARIVS.

A Junganturque BC GK] *ſecet CE ipſam AF in G, & ED ſecet FB in K, iunctaque BC GK ſeſe in puncto M ſecent.*

B Dico rectam lineam eſſe, quæ per AMD puncta tranſit] *græcus codex* ὅτι εὐθεῖα ἐστιν ἡ διὰ τῶν η μ κ, *ſed legendum puto* ἡ διὰ τῶν α μ δ, *vt in concluſione, namque GMK recta ponitur.*

C Iungatur DM & ad H producatur] *græcus codex* ἐπεζεύχθω ἡ λμ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ κ. *ego legerem* ἐπεζεύχθω ἡ δμ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ θ.

D Quoniam igitur extra triangulum BCF a verticis puncto B acta eſt BE parallela ipſi CD, & ducitur ED, ut CF ad FD, ita eſt teiangulum, quod continetur DE KL ad contentum EL KD] *Ex vndecimo lemmate præmiſſorum.*

E Vt autem rectangulum contentum DE KL ad contentum EL KD, ita eſt rectangulum contentum CG HE ad contentum CE GH, etenim in tres rectas lineas CL, DH GK ab eodem puncto E ductæ ſunt duæ rectę lineæ FC ED] *Ex tertio lemmate. græcus codex* ὡς δθ τὸ ὑπὸ δε κλ πρὸς τὸ ὑπὸ δκ λβ. *ego legendum cenſeo,* πρὸς τὸ ὑπὸ ελ κδ.

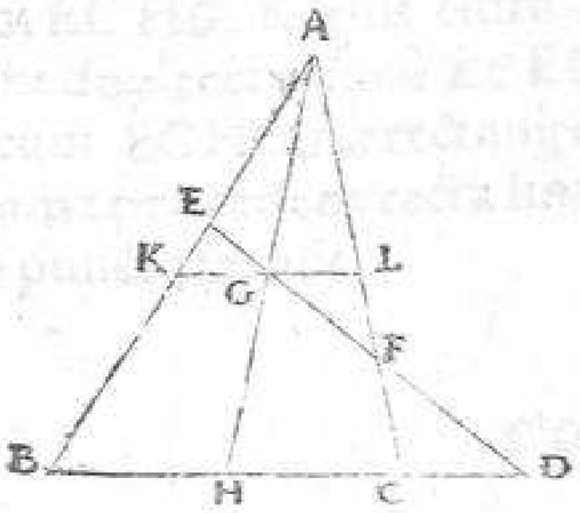
F Ergo ut DF ad FC, ita eſt rectangulum, quod continetur CE GH ad contentum CG HE] *Ex iam dictis ſequitur, ut CF ad FD, ita eſſe rectangulum contentum CG HE ad contentum*

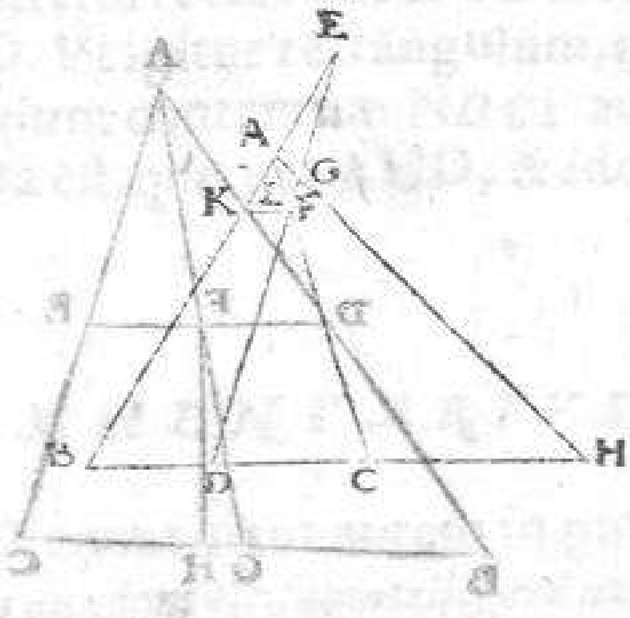
tentum CEGH. quare & conuertendo vt DE ad EG, ita rectangulum quod continetur CE GH ad contentum CG HE.

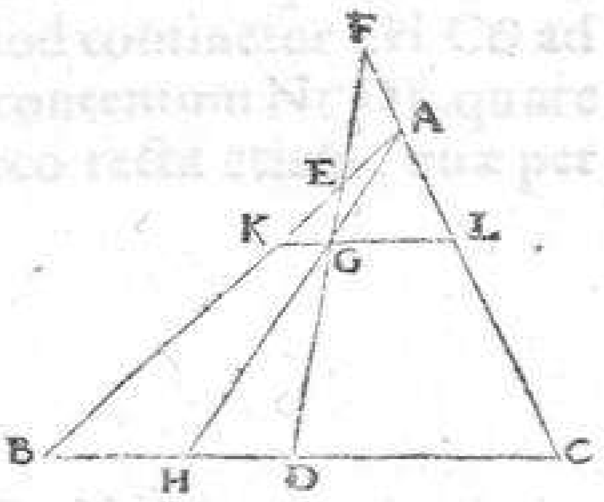
Atque eſt recta linea DMH. quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, recta linea erit & quæ per AMD puncta tranſibit] *græcus codex* καὶ ἐστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν κημ *vide ne legendum ſit* καὶ ἐστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν δμη, *nam ipſa e ex antecedenti lemmate conſtat rectam lineam eſſe, quæ AHD tranſit. ſed cum recta ſit DMH, etiam AMD recta erit.* G D

THEOREMA CXXXI. PROPOSITIO CXLII.

A LEM. XVI. In duas rectas lineas AB AC ab eodem puncto D duæ rectæ lineæ DB, DE ducantur, & in ipſis ſumantur puncta GH: ſitq; vt rectangulum, quod continetur EG FD ad contentum DE GF, ita rectangulum contentum BH CD ad contentum BD CH. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AGH puncta tranſit. D







Ducatur per G ipſi *BD* parallela KL. *Itaque quoniam eſt, ut rectangulum, quod continetur EG FD ad contentum *DE* FG, ita eſt rectangulum contentum BH CD ad contentum BD CH; proportio autem rectanguli contenti EG *GD* ad contentū *DE* FG compoſita eſt ex proportione, quam habet *GE* ad *ED*, hoc eſt KG ad *BD*, & ex proportione, quam *DF* habet ad FG, hoc eſt CD ad GL; & proportio rectanguli contenti BH CD ad contentum BD CH compoſita eſt ex proportione, quam habet HB ad B*D*, & ex ea, quam habet *D*C ad CH: erit proportio compoſita ex proportione KG ad BD & proportione *CD* ad GL; eadem, quæ componitur ex proportione HB ad BD & proportione DC ad CH. ſed proportio K*G* ad BD compoſita eſt ex proportione KG ad BH, & proportione HB ad BD. proportio igitur compoſita ex proportione K*G* ad BH & proportione HB ad BD, & inſuper ex proportione CD ad GL eadem eſt, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH. communis auferatur proportio H*B* ad BD. ergo reliqua proportio, quæ componi- 23. ſexti. A B C

tur

tur ex proportione KG ad BH & proportione CD ad GL, eadem eſt, quę proportio DC ad CH, hoc eſt proportio compoſita ex proportione DC ad GL, & proportione GL ad CH & rurſus communis auferatur proportio DC ad GL. reliqua igitur proportio KG ad BH eadem eſt, quæ proportio GL ad CH. & permutãdo ut KG ad GL,
D ita eſt BH ad HC. ſunt autem KL BH interſe parallelæ. ergo recta linea eſt, quę per AGH puncta tranſit.

COMMENTARIVS.

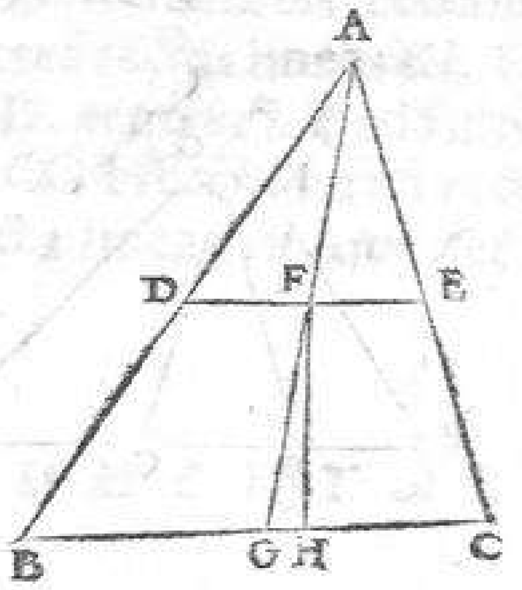
A Hoc eſt KG ad BD] *ob ſimilitudinem triangulorum* EGK EDB.

B Hoc eſt CD ad GL] *quod ſimilia ſint triangula* CFD LFG.

C Erit proportio compoſita ex proportione KG ad BD, & proportione CD ad GL, eadem, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH] *græcus codex* ἔκτε τοῦ τῆς βθ πρός θδ καὶ τοῦ τῆς αγ πρός γθ. *lege* ἔκτε τοῦ τῆς θβ πρός βδ, καὶ τοῦ τῆς δγ πρός Γθ.

D Ergo recta linea eſt quæ per AGH puncta tranſit] *Hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.*

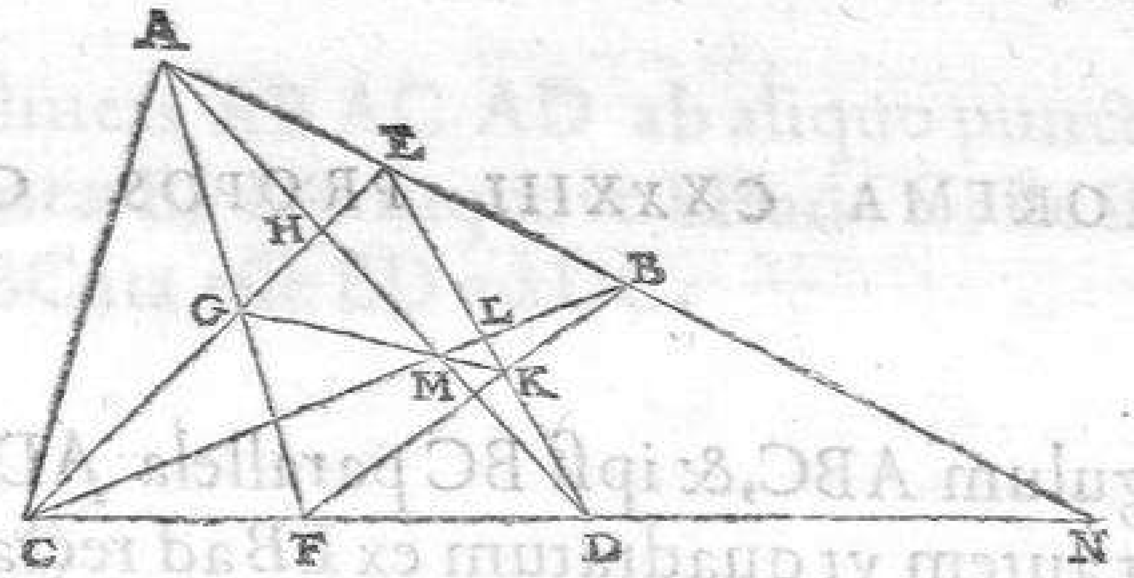
Sit triangulum ABC, *ipſique* BC *parallela ducatur* DE, *& in ea ſumpto quouis puncto* F *fiat ut* DF *ad* FE, *ita* BG *ad* GC. *Dico rectam lineam eſſe, quæ per* AF FG *puncta tranſit.*



Si enim fieri poteſt, producta AF *non cadat in* G *ſed in aliud punctum* H *inter* GC. *erit ob ſimilitudinem triangulorum* DAF BAH, *ut* DF *ad* FA, *ita* BH *ad* HA: *& rurſus ob ſimilitudinem triangulorum* FAE HAC, *ut* AF *ad* FE, *ita* AH *ad* HC. *ergo ex æquali ut* DF *ad* FE, *ita* BH *ad* HC. *ſed ut* DF *ad* FE, *ita erat* BG *ad* GC. *ut igitur* BH *ad* HC, *ita* BG *ad* GC, *& permutando ut* HB *ad* BG, *ita* HC *ad* CG. *eſt autem* HB *maior, quam* BG. *ergo &* HC *maior erit, quam* CG, *hoc eſt pars maior, quam totum. quod fieri non poteſt. idem ſequetur abſurdum, ſi* H *inter* BG *cadere ponatur. recta igitur linea eſt, quæ per* AFG *puncta tranſit.*

THEOREMA CXXXII. PROPOS. CXLIII.

LEM. XVII. Sed non ſit AB parallela CD, conueniant autẽ in puncto N.



Quoniam igitur ab eodem puncto D in tres rectas lineas BN; BC BF duę rectæ lineæ DE DN ductæ ſunt, vt rectangulum, quod continetur ND CF ad contẽtum NC DF, ita eſt rectãgulum contentum ED KL ad contentum EL KD. sed ut rectangulũ C
cõtentum ED KL ad contentum EL KD, ita rectangulum contentum EH CG ad cõ D
tentum EC HG. Rurſus enim in tres rectas lineas CL DH GK ab eodẽ puncto E du E
ctæ ſunt duæ rectæ lineæ EC ED. Vt igitur rectangulum, quod continetur EH CG ad F
cõtentum EC HG, ita rectangulum contentum ND CF ad contentum NC DF. quare ob lemma præcedens recta linea eſt, quæ per AHD, & idcirco recta etiam, quæ per AMD puncta tranſit.

COMMENTARIVS.

A

Sed non ſit AB parallela CD, conueniant autem in puncto N] *Hoc ex quintodecimo lemmate pendet, cuius veluti pars quædam eſt, ſubintelligere autem oportet, vt in ipſas* AB CD *incidant rectæ lineæ* AF FB, CE ED, *& ductis* BC GK, *quæ ſe in puncto* M *ſecent, iũgatur* DM *& ad* H *producatur. Dico rectam lineam eſſe, quæ per* AMD *puncta tranſit.*

Quoniam igitur ab eodem pũcto D in tres rectas lineas BN BC BF duæ rectæ li- B
neæ DE DN ductæ ſunt, vt rectangulũ, quod continetur ND CF ad contentũ NC DF, ita eſt rectangulum contentum ED KL ad contentum EL KD] *ex tertio lemmate præmiſſorum. græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ δ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς βη βγ βζ δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ δε δν, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ νλ γζ. *lege* εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς βν βγ βζ, δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ δε δν, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ νδ γζ &c.

Sed ut rectangulum contentum ED KL ad contentum EL KD, ita rectangulum C
contentum EH CG ad contentum EC HG. rurſus enim &c.] *Ex eodem tertio lemmate Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ εδ κλ πρὸς τὸ ὑπὸ ελ κδ, οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ εθ γν πρὸς τὸ ὑπὸ ε Γ θν. *lege* οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ εθ γη πρὸς τὸ ὑπὸ εγ θη.

Vt igitur rectangulum quod continetur EH CG ad contentum EC HG, ita con- D
tentũ ND CF ad contẽtum AC DF] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ εθ γν πρὸς τὸ ὑπὸ εγ θν, οὕτω τὸ ὑπὸ νλ Γζ. πρὸς τὸ ὑπὸ νδ γζ. πρὸς τὸ ὑπὸ νγ ζδ. *sed legendum puto* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ εθ Γη πρὸς τὸ ὑπὸ εγ θη, οὕτω τὸ ὑπὸ νδ Γζ πρὸς τὸ ὑπὸ νγ ζδ.

Quare ob lemma præcedens recta linea eſt, quæ per AHD [*Namque in duas rectas* E
lineas AN AF *ab eodẽ pũcto* C *duæ rectæ lineæ ducũtur* CE CF, *& in ipſis ſumũtur pũcta* HD

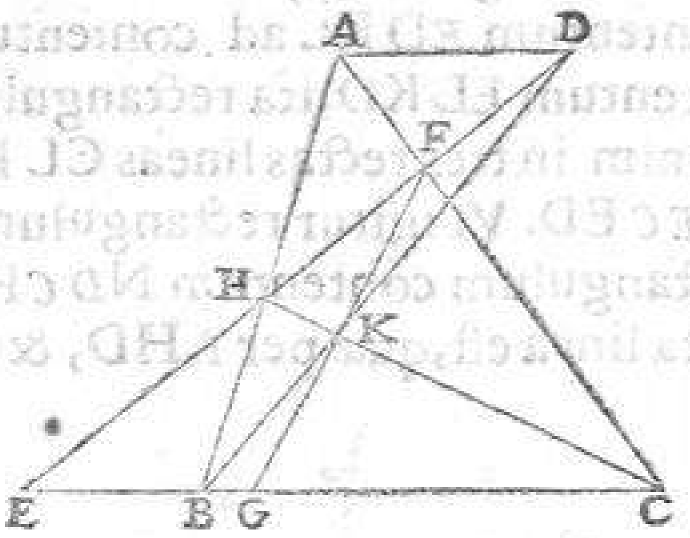
eſtque vt rectangulum, quod continetur EH CG *ad contentum* ECHG, *ita rectangulum contentum* ND CF *ad contentum* NCDF.

F *Et* idcirco recta etiam, quæ per AMD puncta tranſit] *Recta enim eſt* HMD, *quod cũ recta ſit* AHD, *etiam* AMD *recta erit.*

LEM. XVIII.

THEOREMA CXXXIII. PROPOS. CXLIIII.

Sit triangulum ABC, & ipſi BC parallela AD, ducanturque DE FG. Sit autem vt quadratum ex EB ad rectangulum ECB, ita BG ad GC. Dico ſi iungatur BD, rectam lineam eſſe, quę per HKC puncta tranſit.

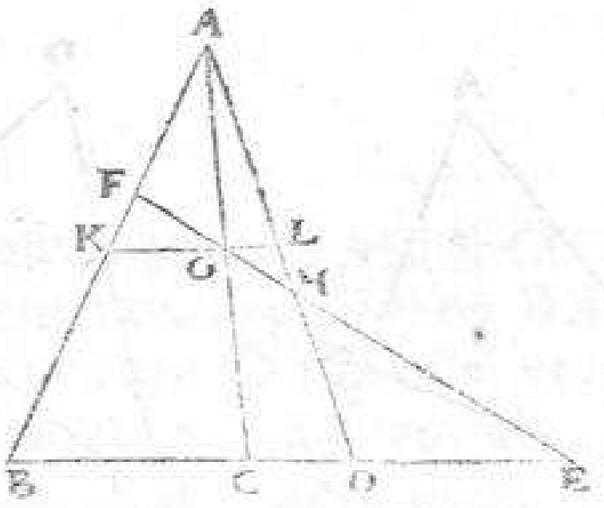


Quoniam enim eſt vt quadratum ex EB ad rectangulum ECB, ita BG ad GC, communis addatur proportio CE ad EB. eadem ſcilicet, quæ eſt rectanguli ECB ad EBC rectangulum. ergo ex æquali proportio quadrati ex EB ad rectangulum EBC, hoc eſt EB ad BC, eadem eſt, quæ componitur ex proportione BG ad GC, & proportione rectanguli ECB ad rectangulum EBC, hoc eſt CE ad EB. proportio igitur quadrati ex EB ad rectangulum EBC compoſita eſt ex proportione BG ad GC, & proportione CE ad EB, quæ eadem eſt, quam rectangulum contentum EC BG habet ad contentum EB CG. 4.ſexti. Vt autem EB ad BC, ita eſt ob præcedens lemma rectangulum, quod continetur DE FH ad contentum DF HE, ergo ut rectangulum, quod continetur CE BG ad contentum CG EB, ita eſt rectangulum contentum DE FH ad contẽtum DF HE. quare recta linea eſt, quæ per HKC puncta tranſit. hoc enim in iis, quæ ad conuerſum caſum pertinent demonſtratum eſt.

D

THEOREMA CXXXIIII. PROPOS. CXLV.

In tres rectas lineas AB AC AD ab aliquo puncto E ducantur duæ rectæ lineæ EF EB: ſitque vt EF ad FG, ſic EH ad HG. LEM. XIX.
Dico vt EB ad BC, ita eſſe ED ad DC.



Ducatur per G ipſi BE parallela KL. Itaque quoniam vt EF ad FG, ſic eſt
EH ad HG; vt autem EF ad FG, ſic EB ad GK: & ut EH ad HG, ſic DE ad GL: erit A
vt EB ad GK, ſic DE ad GL. & permutando vt BE ad ED, ita KG ad GL. ſed ut B
KG ad GL, ita BC ad CD: vt igitur BE ad ED, ita BC ad CD: permutandoque vt C
EB ad BC, ita ED ad DC. quæ vero ad caſus pertinent, ſimiliter explicabuntur.

COMMENTARIVS.

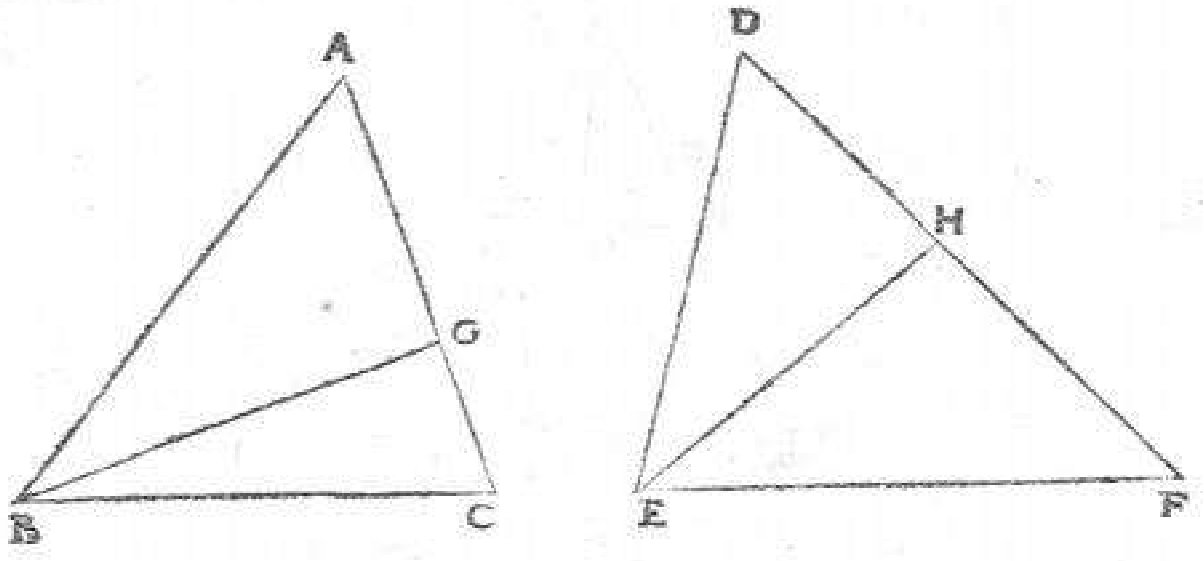
Vt autem EF ad FG, ſic EB ad GK] *Ob ſimilitudinem triangulorum* EFB GFK. A

Et vt EH ad HG, ſic DE ad GL] *Similia enim ſunt triangula* EHD GHL. B

Sed vt KG ad GL, ita BC ad CD] *Ob ſimilitudinem triangulorum* BAC KAG, *itemque triangulorum* CAD GAL. C

THEOREMA CXXXV. PROPOS. CXLVI.

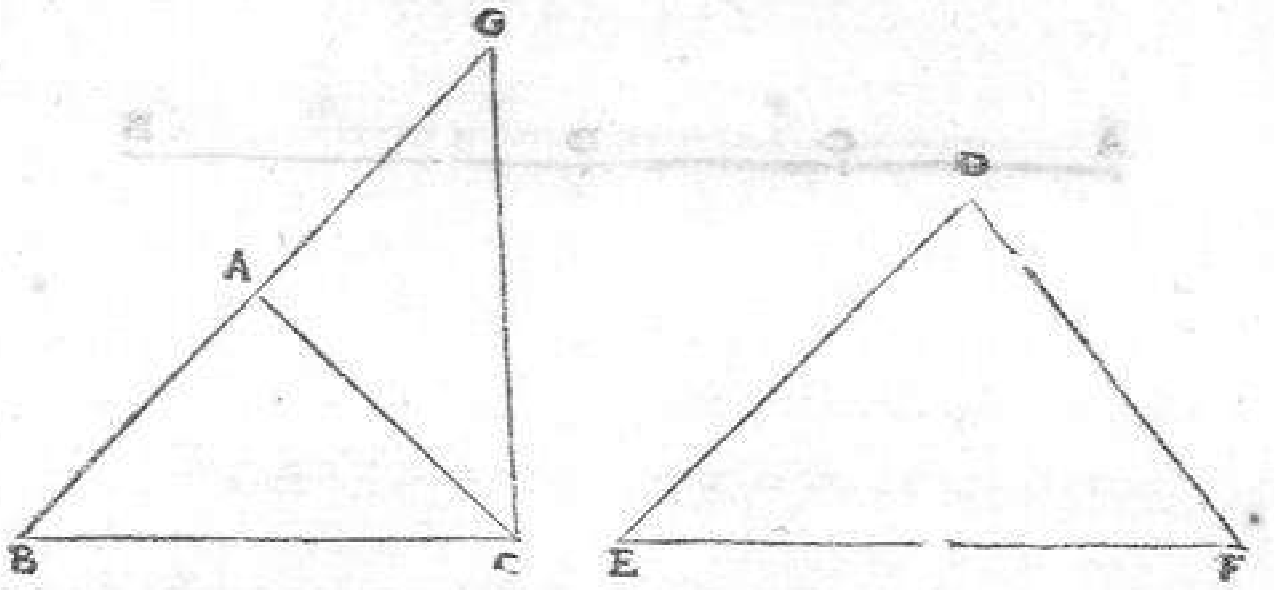
LEM. XX. Sint duo triangula ABC DEF, quæ æquales habeant angulos AD. Dico ut rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita eſſe ABC triangulum ad triaugulum DEF.



Ducantur catheti BG EH, & quoniam angulus A eſt æqualis angulo D, angulos autem G angulo H æqualis; erit ut AB ad BG, ſic DE ad EH. Sed ut AB ad BG, ſic eſt rectangulum BAC ad rectangulum, quod BG AC continetur. & ut DE ad EH, ſic rectangulum EDF ad rectangulum contentum EH DF. ergo ut rectangulum BAC ad rectangulum contentum BG AC, ita eſt rectangulum EDF ad contentum EH DF. & permutando. Sed ut rectangulum quod continetur BG AC ad contentum EH DF, ita eſt ABC triangulum ad triangulum DEF. utraque enim ipſarum BG EH cathetos eſt utriuſque dictorum triangulorum, & ut igitur rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita eſt ABC triangulum ad triangulum DEF. 4. ſexti.

LEM XXI. THEOREMA CXXXVI. PROPOS. CXLVII.

Sint anguli AD duobus rectis æquales. Dico ruſſus ut rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita eſſe triangulum ABC ad DEF triangulum.



Producatur BA, & ipſi BA ponatur ęqualis AG, & CG iungatur. Itaque quoniam anguli A D ſunt duobus rectis æquales, anguli vero BAC, CAG itidem æquales duobus rectis, erit CAG. angulus angulo D æqualis vt igitur rectangulum GA ad rectangulum EDF, ita AGC triangulum ad triangulum DEF. æqualis autem eſt CA ipſi AB, & triangulum AGC triangulo ABC ęquale. ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita ABC triangulum ad triangulum DEF. A B C

COMMENTARIVS.

Vt igitur rectangulum GAC ad rectangulum EDF, ita AGC triangulum ad triangulum DEF] *ob præcedens lemma græcus codex* ἔςιν οὖν τό ηκγ ϖρός τὸ ὑπὸ εδζ. *lege* ἔςιν οὖν τό ὑπὸ ηκγ ϖρὸς τὸ ὑπὸ εδζ. A

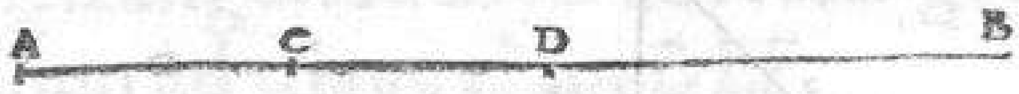
Et triangulum AGC triangulo ABC æquale] *Ex prima ſexti, eandem enim altitudinem habent, & æqualem baſim græcus codex* τὸ δὲ αηγ τρίγωνον τῷ αβγ τριγώνῳ *lege* τῷ ηβγ τριγώνῳ. B

Ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita ABC triangulum ad triangulum DEF] *Nam* BA *eſt ęqualis* AG, *&* BC *vtrique communis: triangulum vero* ABC *ad triangulum* DEF *eandem proportionem habet, quam* AGC *triangulum ad idem triangulum* EF, *ex* 7. *quinti elementorum*.

THEOREMA CXXXVII. PROPOS. CXLVIII.

Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur duo puncta CD. Sitque quod bis AB CD continetur æquale quadrato ex CB. Dico quadratum ex AD quadratis ex AC DB æquale eſſe. LEM. XXII.

Quoniam



Quoniam enim, quod bis continetur AB CD eſt æquale quadrato ex CB, commu
A ne auferatur contentum bis BDC. erit reliquum, quod bis ADC continetur quadra
B tis ex CD DB æquale. Rurſus commune auferatur quadratum ex CD, reliquum igi
C tur, videlicet contentum bis ACD vna cum quadrato ex CD equale eſt ei, quod fit
ex DB quadrato commune ad datur quadratum ex AC. ergo totum, quod ex AD
quadratum quadratis ex AC DB æquale rit.

COMMENTARIVS.

A Erit reliquum quod bis ADC continetur quadratis ex CD BD æquale] *Et enim quod bis* AB CD *continetur ex prima ſecundi elementorum eſt æquale quod bis continetur* ADC *& quod bis* BDC *continetur. quadrato autem ex* CB *æqualia ſunt quadrata ex* CD DB, *& quod bis* BDC *continetur, ex quarta eiuſdem.*

B Reliquum igitur, videlicet contentum bis ACD vna cum quadrato ex CD equale eſt ei, quod ſit ex DB quadrato.] *Rectangulum namque* ADC *eſt æquale rectangulo* ACD *& quadrato ex* CD *ex 3. eiuſdem. quare ſi ab eo, quod bis* ADC *continetur, auferamus quadratum ex* CD, *reliquum erit quod bis continetur* ACD *una cum eo, quod ex* CD *quadrato.*

Ergo totum, quod ex AD quadratum quadratis ex AC DB æquale erit] *quod enim bis* ACD *continetur una cum quadratis ex* AC DB *quadrato ex* AD *eſt æquale, ex quarta iam dicta.*

THEOREMA CXXXVIII. PROPOSITIO CXLIX.

LEM. XXIII. Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD. Dico tria contingere, videlicet rectangulum quidem, quod vtraque AD DC,
A & BD continetur æquale eſſe rectangulo ADC. rectangulum
B vero contentum vtraque AD DC, & CB æquale eſſe quadrato
ex DC. & rectangulum contentum vtraque AD DC, & AB quadrato ex AD æquale.

Quoniam

C Quoniam enim rectangulum ABC ęquale eſt quadrato ex BD, erit ob proportionem & tota ad totam, & conuertendo, componendoque vt vtraque CD *DA* ad *DA*, ita *CD* ad *DB*. rectangulum igitur, quod continetur vtraque AD *DC*, & BD rectangulo ADC eſt æquale. 16. ſexti. Rurſus quoniam tota AD ad totam DC eſt vt *D*B ad BC, componendo, vt vtraque *AD* DC ad *D*C, ita erit DC ad C*B*. quare rectangulum contentum vtraque A*D* DC & CB æquale eſt quadrato ex DC. Rurſus quoniam tota AD totam DC eſt ut AB ad BD, conuertendo, componendoque erit ut utraque CD *D*A ad D*A*, ita DA ad *A*B. ergo rectangulum, quod utraque *AD* *D*C & AB continetur ęquale eſt quadrato ex *A*D.

COMMENTARIVS.

A Rectangulum quidem, quod utraque AD DC, & B*D* continetur æquale eſſe rectangulo ADC] *græcus codex* τὸ μὲν ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αδ εγ καὶ τῆς βδ ἴσον *&c* *lege* τὸ μὲν ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αδ δγ καὶ τῆς βδ ἴσον. *&c.*

Rectangulum uero contentum utraque AD DC & CB æquale eſſe quadrato ex DC] *græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αδ εγ καὶ βδ ἴσον *&c. lege* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αδ δγ, καὶ γβ ἴσον. *&c.*

C Quoniam enim rectangulum *A*BC æquale eſt quadrato ex BD erit ob proportionem, & tota ad totam, & conuertendo, componendoque ut utraque CD DA ad D*A*, ita CD ad DB] N*am cum rectangulum* *A*BC *ſit æquale quadrato ex* BD, *erit ut* AB *ad* BD, *ita* DB *ad* BC: *& ut omnia ad omnia, ita unũ ad unum, hoc eſt ut tota* *A*D *ad totam* DC, *ita* DB *ad* BC. *& conuertendo, componendoque ut utraque* CD DA *ad* D*A*, *ita* CD *ad* DB. *græcus codex* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ βδ, ἀνάπαλιν καὶ ὅλη πρὸς ὅλην καὶ ἀνάπαλιν. *lege* ἀνάλογον καὶ ὅλη πρὸς ὅλην, καὶ ἀνάπαλιν.

THEOREMA CXXXIX. PROPOS. CL.

Si recta linea AB, & duo puncta CD, ſitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC DB continetur. Dico & quadratum ex AB quadratis ex AD CB æqualæ eſſe. LEM. XXII.

Quoniam

B Quoniam enim quadratum ex CD æquale eſt ei, quod bis continetur AC DB; erit contentum bis ACB æquale & quadrato ex CD, & ei, quod bis ACD continetur. cõmune addatur quadratum ex AC. ergo contentum bis ACB una cum quadrato ex
C
D AC æquale eſt ei, quod ex AD quadrato. rurſus commune addatur quadratum ex BC. totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD CB æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Sitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC DB continetur. *Dico & quadratum ex AB quadratis ex AD CB æquale eſſe*] *græcus codex* καὶ ἴσω τὸ ἀπὸ γδ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ αγβ διότι καὶ τὸ *&c. ego legengum puto.* καὶ ἔσω τὸ ἀπὸ γδ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ αγ δβ. ὅτι καὶ τὸ *&c.*

B Quoniam enim quadratum ex CD æquale eſt ei, quod bis continetur AC DB, erit contentum bis ACB æquale & quadrato ex AD, & ei quod bis ACD continetur] *Cum quadratum ex CD æquale ſit ei, quod bis continetur AC DB, addito vtrinque communi rectangulo, quod bis ACD continetur, erit contentum bis AC DB una cum contento bis ACD, hoc eſt contento bis ACB æquale quadrato ex AD una cum eo, quod bis ACD continetur græcus codex* ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ γδ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ αγβ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς γδ *&c. ſed legendum arbitror.* ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ γδ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ αγ δβ τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ αγβ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς γδ *&c.*

C Ergo contentum bis ACB una cum quadrato ex AC æquale eſt quadrato ex AD] *Nam quod bis continetur ACD una cum quadratis ex AC CD quadrato ex AD eſt æquale ex 4. ſecundi elementorum.*

D Totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD CB æquale erit] *Quadratum enim ex AB eſt æquale quadratis ex AC CB una cum eo, quod bis ACB continetur ex eadem quarta ſecundi.*

THEOREMA CXL. PROPOS. CLI.

LEM. XXV. Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD. Dico tria contingere, videlicet rectangulum, quod exceſſu ipſarum AD DC
A & BD continetur æquale eſſe rectangulo ADC. rectangulum vero contentum exceſſu ipſarum AD DC, & CB æquale eſſe qua-
B drato ex DC. & rectangulum contentum exceſſu AD DC & BA æquale eſſe quadrato ex AD.

Quoniam

Quoniam enim eſt vt AB ad BD, ita DB ad BC, erit reliqua ad reliquam, & diuidendo vt exceſſus ipſarum AD DC ad DC, ita AD ad DB, rectãgulũ igitur, quod exceſſu AD DC & DB continetur eſt æquale rectangulo ADC. Rurſus quoniã reliqua AD ad reliquam DC, eſt ut DB ad BC, diuidendo erit ut exceſſus AD DC ad DC, ita DC ad CB. ergo rectangulum contentum exceſſu AD DC & CB æquale eſt quadrato ex DC. Rurſus quoniam eſt vt AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo, diuidendoque vt exceſſus AD DC ad DA, ita DA ad AB. quare rectangulum, quod exceſſu AD DC, & AB continetur, quadrato ex AD eſt æquale. C

COMMENTARIVS.

Rectangulum vero contentum exceſſu ipſarum AD DC, & CB æquale eſſe quadrato ex DC] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν αδ δγ ὑφεροχῆς καὶ τῆς βδ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ. *legendum autem puto.* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδ δγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βγ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς δγ τετραγώνῳ. A

Et rectangulum contentum exceſſu AD DC, & BA æquale eſſe quadrato ex AD] *græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδα Γ ὑπεροχῆς &c. *lege* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδ δ Γ ὑπεροχῆς &c. B

Quoniam enim eſt vt AB ad BD, ita DB ad BC, erit reliqua ad reliquam, & diuidendo ut exceſſus ipſarum AD DC, ita AD ad DB] *Cum rectangulum ABC æquale ſit quadrato ex BD, erit ut AB ad BD, ita DB ad BC, ergo reliqua AD ad reliquam DC eſt ut AB ad BD, & diuidendo ut exceſſus ipſarum AD DC ad DC, ita AD ad DB. Græcus codex* ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς αβ πρὸς τὴν βδ, οὕτως ἡ βδ πρὸς τὴν δ Γ *lege* πρὸς τὴν β Γ. C

Rurſus quoniam eſt vt AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo, diuidendoq; vt exceſſus AD DC ad DA, ita DA ad AB] *Quoniam ut AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo ut CD ad DA, ita DB ad BA, & diuidendo ut exceſſus ipſarum AD DC ad DC, ita AD ad DB. quare ex æquali vt exceſſus AD DC ad DA, ita DA ad AB.* D

THEOREMA CXLI. PROPOS. CLII.

LEM. XXVI.

Sit ut AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratũ ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale eſſe.

A Ponatur enim ipſi CD æqualis DE ergo rectangulum EAC vna cum quadrato
ex CD, hoc eſt vna cum rectangulo CDE eſt æquale quadrato ex AD. Itaque quo-
niam eſt vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC, erit diuidendo
1.ſexti. ut AC ad CB, uidelicet vt rectangulum EAC ad rectangulum contentum EA BC, ita
9.quint. B rectangulum EAC ad rectangulum CDE. rectangulum igitur contentum EA BC
16.ſexti. rectangulo CDE eſt æquale. ergo ob proportionem & diuidendo vt AD ad DE, hoc
eſt ad DC, ita DB ad BC, & ideo reliqua AB ad reliquam BD eſt vt DB ad BC. rectã-
gulum igitur ABC quadrato ex BD æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Ergo rectangulum EAC vna cum quadrato ex ED, hoc eſt vna cum rectangulo CDE eſt æquale quadrato ex AD.] *Ex 6. ſecundi elementorum, etenim recta linea* EC *bifariam ſecatur in* D, *atque ei adiungitur* CA. *græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ εαγ μετὰ τοῦ ἀπὸ γδ τοῦ τέστι τὸ ὑπὸ γδε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αζ. *lege* τοῦ τέστι τοῦ ὑπὸ γδε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αδ.

B Ergo ob proportionem & diuidendo vt AD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC] *Quoniam enim rectangulum contentum* EA BC *eſt æquale rectangulo* CDE *ut* AE *ad* ED, *ita erit* DC *ad* CB: *& diuidendo ut* AD *ad* DE, *uidelicet ad* DC, *ita* DB *ad* BC. *græcus codex.* ἀνάπαλιν καὶ διελόντι ἔστιν ὡς ἡ αδ *&c. ergo legendum arbitror.* ἀνάλογον καὶ διελόντι. *neque enim permutata ratione ad hoc concludendum indigemus.*

C Et ideo reliqua AB ad reliquam BD eſt vt DB ad BC] Ex 19. *quinti elementorum. græcus codex* καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ αβ πρὸς λοιπὴν τὴν βδ ἐστὶν ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ. *ſed legendum* ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βγ.

THEOREMA CXLII. PROPOS. CLIII.

LEM. VII.

Sit rurſus vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC æquale eſſe quadrato ex BD.

Ponatur.n.similiter *DE* æqualis ipſi CD. erit rectãgulũ C*AE* una cũ quadrato ex CD, hoc eſt vna cũ rectangulo EDC æquale quadrato ex AD. atq; erit diuidẽdo vt AC ad CB, hoc eſt ut rectangulũ EAC ad rectangulũ cõtẽtũ *E*A CB, ita rectangulum CA*E* ad rectãgulũ EDC. æquale igitur ẽ rectãgulũ contẽtũ A*E* CB rectãgulo *E*DC:& ob proportionẽ,& cõponendo ut A*D* ad DE, videlicet ad *D*C, ita *D*B ad BC. quare & tota *A*B ad totã BD ẽ ut *D*B ad BC. rectãgulũ igitur ABC quadrato ex *BD* ẽ æquale. A B C

COMMENTARIVS.

Atque erit diuidendo ut AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum *EA*C ad rectãgulum contentum EA CB, ita rectangulum CAE ad rectangulum E*D*C] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur,* καὶ γὶνεται κατὰ διαίρεσιν ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν γβ τουτέστι ὡς τό ὑπὸ γαε πρὸς τὸ ὑπὸ εδγ *ſed ita reſtituendus erit.* τουτέστι ὡς τὸ ὑπὸ εαγ πρὸς τὸ ὑπὸ εα γβ, οὕτως τὸ ὑπὸ γαε πρός τὸ ὑπὸ εδγ. A

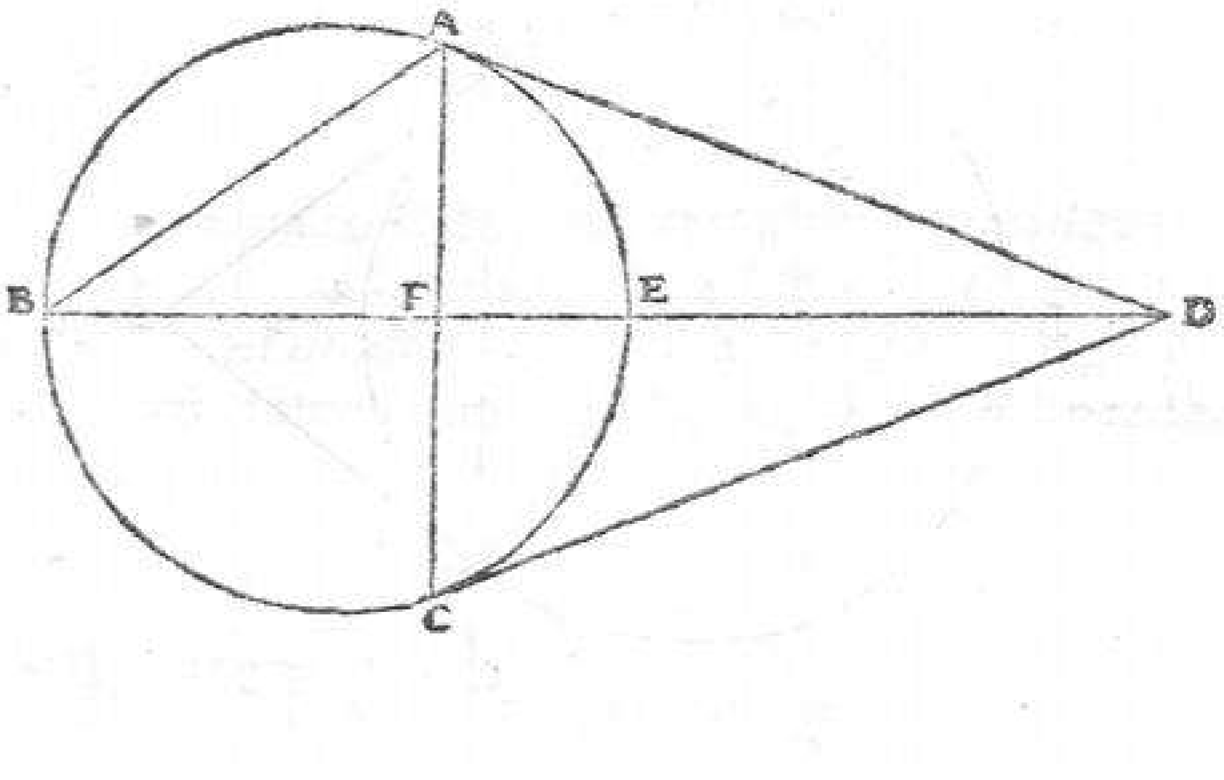
Et ob proportionem & componendo ut *AD* ad DE, videlicet ad *D*C, ita eſt DB ad BC] *Quoniã.n. rectãgulũ, quod cõtinetur* AE CB *ẽ æquale rectãgulo* EDC, *ut* *A*E *ad* ED, *ita erit* DC *ad* CB. *& cõponendo ut* AD *ad* DE *hoc eſt ad* DC, *ita* DB *ad* BC. *græcus codex* ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι ἔστιν ὡς αδ πρὸς τὴν δε *&c. ego legerem* ἀνάλογον καὶ συνθέντι. B

Quare & tota *AB* ad totam *B*D eſt ut DB ad BC] *Ex* 12. *quinti elementorum.*

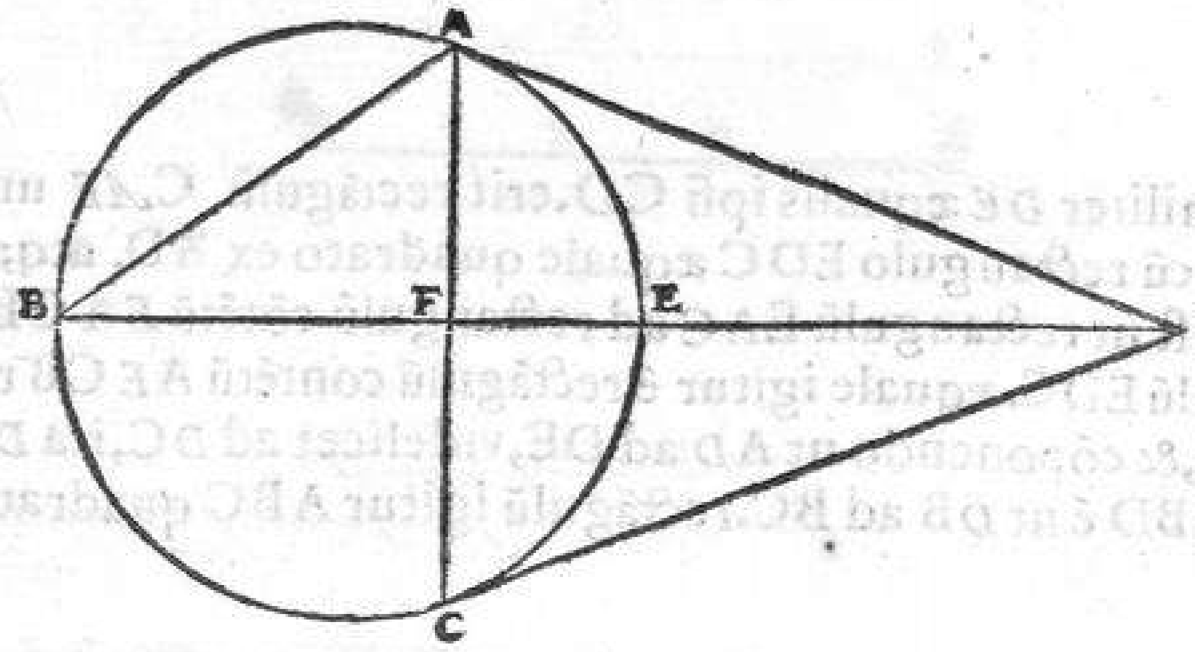
THEOREMA CXLIII. PROPOS. CLIIII.

LEM. XXVI.

Circulum ABC contingunt rectæ lineæ AD DC, & AC iungatur. Dico ut *B*D ad DE, ita eſſe BF ad FE.



Quoniam enim *A*D eſt æqualis DC, erit rectangulũ *A*FC una cum quadrato ex



FB æquale quadrato ex DA. Sed rectangulum AFC eſt æquale rectangulo BFE: & quadratum ex DA rectangulo BDE æquale. rectangulum igitur BFE una cũ quadrato ex DF eſt æquale rectangulo BDE. Quod quidem cum ita ſit, fiet vt BD ad DE, ita BF ad FE. F

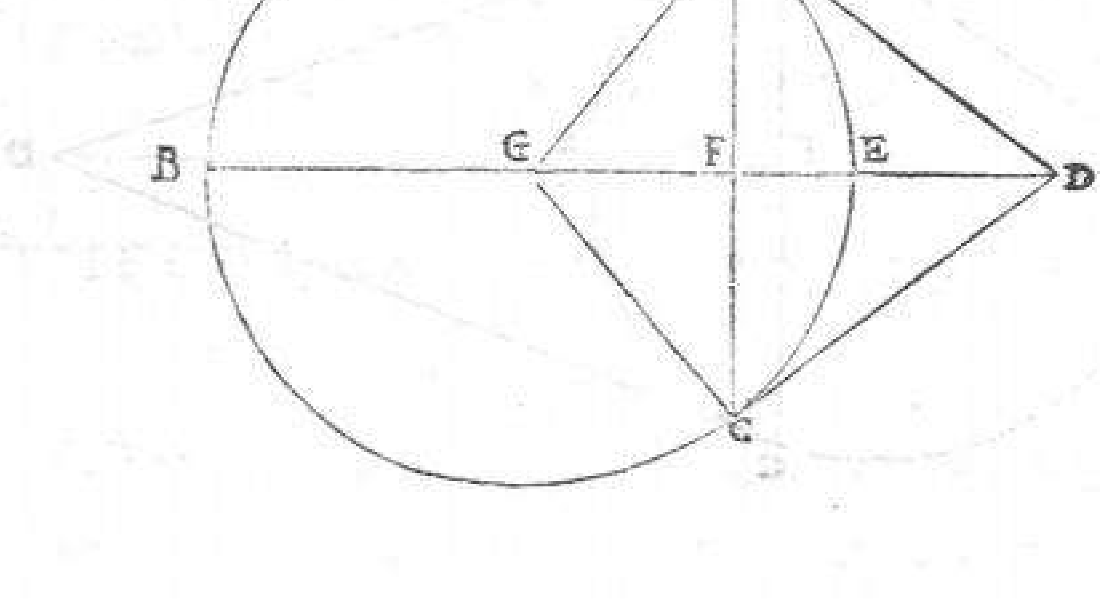
COMMENTARIVS.

Circulum ABC contingant rectæ lineæ AD DC] *Gręcus codex* κύκλου τοῦ αβγ ἐφαπτονται αἱ αδ δγ. *vide ne legendum ſit* ἐφαπτέσθωσαν. A

Quoniam enim AD eſt æqualis DC] *Vtriuſque enim quadratum rectangulo* BDE *eſt æquale ex 37. tertii elementorum.* B

Erit rectangulum AFC una cum quadrato ex FD ęquale quadrato ex DA]

C



Sit circuli ABC *centrum* G, *&* AG GC *iungantur, trianguli igitur* AGD *duo latera*

GA

GA AD *ſunt æqualia duobus lateribus* GC CD *trianguli* CGD, *&* GD *eſt vtrique commune. quare & anguli angulis æquales, videlicet angulus* ADF *æqualis ipſi* FDC *: & duo latera* AD DF *æqualia duobus lateribus* CD DF. *ergo & baſis* AF *baſi* FC, *& angulus* AFD *angulo* DFC *æqualis, ac propterea vterque rectus. quadratum igitur ex* AF, *hoc eſt rectangulū* AFC *una cum quadrato ex* FD *eſt ęquale quadrato ex* AD. *quod demonſtrare oportebat.*

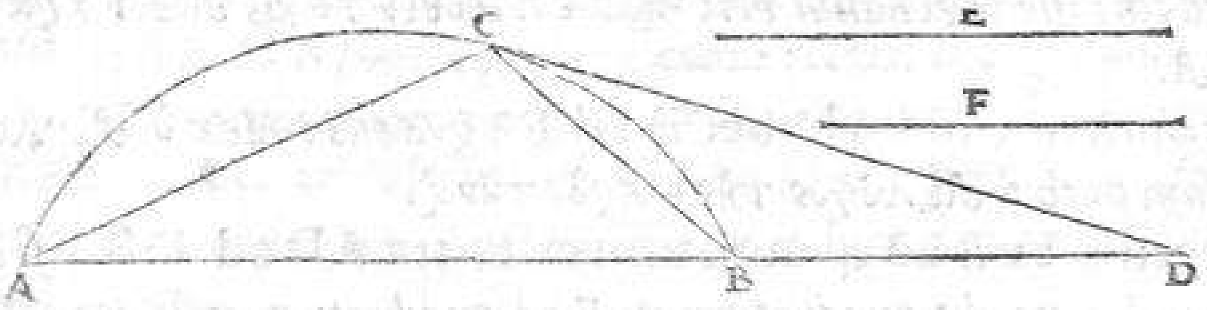
Sed rectangulum AFC eſt æquale rectangnlo BFE] *ex 35. tertii.*

Et quadratum ex DA rectangulo BDE ęquale] *ex 35. eiuſdem.*

Quod quidem cum ita ſit, fiet ut BD ad DE, ita BF ad FE] *Quoniam enim rectangulum* BFE *una cum quadrato ex* DF *eſt æquale rectangulo* BDE, *quadratum autem ex* DF *eſt* D E *æquale rectaugulo* DFE *vna cum rectangulo* FDE *: erunt rectangula* BFE DFE, *&* FDE, F *videlicet rectangulum, qnod continetur* BD FE *& rectangulum* FDE *æqualia rectāgulo* BDE. 2.secūdi *Sed rectangulo* BDE *ſunt æqualia duo rectangula, rectangulum ſcilicet contentum* BF 1.secūdi DE, *& rectangulum* FDE. *ablato igitur communi rectangulo* FDE, *relinquetur rectangulum contentum* BD FE *æquale contento* BF DE. *ergo ut* BD *ad* DE, *ita erit* BF *ad* FE.

PROBLEMA XII. PROPOS. CLV.

Circuli portione data in recta linea AB, inflectere ACB in data proportione. LEM. XXIX.



Factum iam ſit, & a puncto C ducatur recta linea contingens, quæ ſit ED. A Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ita eſt AD ad DB. proportio B C autem quadrati ex AC ad quadratum ex CB eſt data. ergo & proportio AD D ad DB data erit. atque eſt datum punctum B. ergo & D, & linea DB. quare & ipſa AD data.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit portio quidem circuli ACB. data autem proportio, quam habet E ad F, & E

F fiat vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita *A*D ad DB. ducaturque contingens
G DC, & AC C*B* iungantur. Dico rectas lineas AC C*B* problema efficere.
H Quoniam enim vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita est AD ad DB, vt autem *A*D ad DB, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB, propterea quod C*D*
22.sexti. circulum contingitur; erit vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita quadratum ex *A*C ad id, quod fit ex *C*F quadratum. quare & ut E ad F, ita AC ad CB. ergo ACB problema efficit.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto C ducatur recta linea contingens, quæ sit CD] *A centro circuli, cuius portio est A*CB *ducatur recta linea in* C, *atque ipsi ad rectos angulos agatur* CD, *erit* CD *circulum contingens*, ex 16. *tertii elementorum*.

B Vt igitur quadratum ex *A*C ad quadratum ex CB, ita est *A*D ad DB] *Quoniam enim* CD *circulum contingit, &* CB *secat, erit angulus* DCB *æqualis angulo* CAB *ex* 32. *tertii. sed angulus* CDB *est communis utrique triangulo* ACD CBD. *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile: ut igitur A*D *ad* DC, *ita* CD *ad* DB. *& ut* AD *ad* DC, AC *ad* CB. *ideoque ex corollario* 20. *sexti prima* AD *tertiam* DB *erit, ut quadratum primæ A*D *ad quadratum secundæ* DC, *hoc est ut quadratum ipsius* AC *ad quadratum* CB.

C Proportio autem quadrati ex *A*C ad quadratum ex CB est data. ergo & proportio AD ad DB data erit. *Nam cum data sit proportio A*C *ad* CB, *dabitur etiam proportio quadrati ex A*C *ad quadratum ex* CB. *græcus autem codex hoc loco corruptus est, & mancus, qui sic habet* λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ α γ πρὸς τὴν βδ δοθεν. *sed fortasse ita restituetur.* λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ἀπὸ γβ δοθεὶς. ὥστε καὶ ὁ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ.

D Atque est datum punctum B. ergo & D, & linea DB quare & ipsa AD data] *græcus codex etiam hoc loco corruptus est, in quo legitur.* καὶ ἔστι δύο δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ ὥστε καὶ τὸ βδ, ὅθεν . . . *sed fortasse legendum erit* καὶ ἔστι δοθὲν τὸ β, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ ὥστε καὶ ἡ δβ. ὅθεν καὶ ἡ αδ.

E Data autem proportio, quam habet E ad F] *græcus codex* ὁ δὲ λόγος ὁ τῆς θ πρὸς τὴν ζ *ergo legendum puto* ὁ δὲ λόγος τῆς ε πρὸς τὴν ζ.

Et fiat vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita AD ad DB] *si enim fiat, ut excessus, quo quadratum ex* E *excedit quadratum ex F ad quadratum ex* F, *ita* AB *ad* BD, *erit com-*
F *ponendo ut excessus, quo quadratum ex* E *excedit quadratum ex F una cum quadrato ex* F, *hoc est ut quadratum ex* E *quadratum ex* F, *ita* AD *ad* DB.

G Ducaturque contingens DC] Ex 17. *tertii elementorum.*

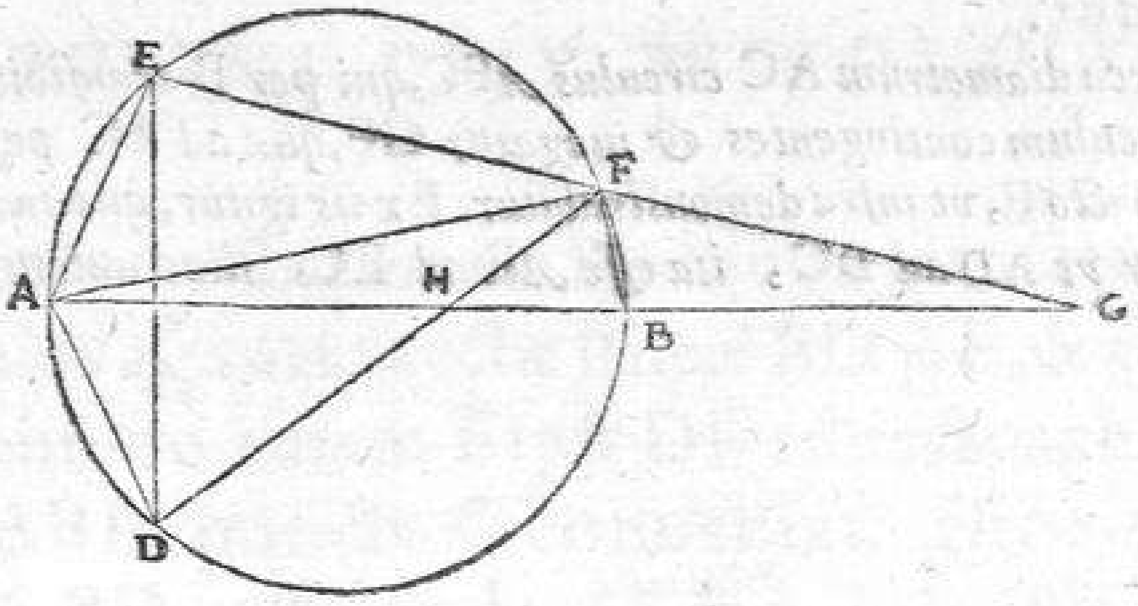
H Vt autem *AD* ad DB, ita quadratum ex *AC* ad quadratum ex CB] *Hoc superius demonstratum fuit.*

LEM. XXX.

THEOREMA CXLIIII. PROPOS. CLVI.

Sit circulus, cuius diameter AB, & a quo uis puncto ad ipsam perpendicularis agatur DE: ducaturque DF. iuncta vero EF producatur, vt cum diametro in puncto G conueniat. Dico vt AG ad GB, ita esse AH ad HB.

Iungantur



Iungantur enim DA ÆE AF. & quoniam *DE* perpendicularis eſt ad diametrum, erit angulus *D*AB æqualis angulo BAE. ſed angulus DAB æqualis eſt angulo,HF*B*, qui in eadem portione conſiſtit: & angulus BAE æqualis angulo BFG, qui eſt extra quadrilaterum. angulus igitur HFB angulo BFG eſt æqualis. atque eſt angulus AFB rectus. ergo ex lemmate vt AG ad GB, ita eſt AH ad HB. A B C D

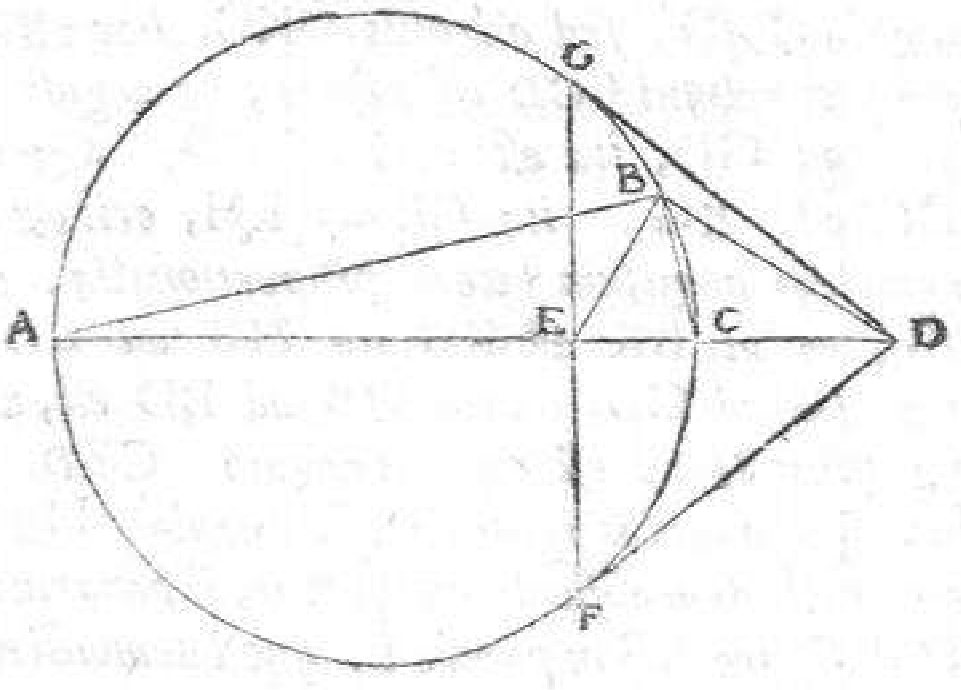
COMMENTARIVS.

Iungantur enim *DÆ* Æ ÆF] *uide ne addendum ſit* DB.

Et quoniam DE perpendicularis eſt ad diametrum, erit angulus *DÆ*B æqualis angulo B*ÆE*. ſed angulus *D*AB æqualis eſt angulo *H*FB, qui in eadem portione conſiſtit] *græcus codex corruptus eſt, ut uidetur. qui ſic habet* ἐπεὶ ὀυν ἐπὶ διαμέτρου κα θετος ἡ δε. ἴση ἐστιν ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ἐν τῷ αὐ τῷ τμήματι ἴση ἐστι τῇ ὑπὸ θζβ. *ſed forte reſtituetur in hunc modum* ἐπεὶ ουν ἐπὶ διαμέτρου κάθετος ἡ δε. ἴση ἐστιν ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ὑπὸ βαε. ἀλλ' ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θζβ. *angulus enim DÆ*B *eſt æqualis angulo H*F*B, hoc eſt D*F*B, quod in eadem ſit portione* D*ÆE*FB *ex* 21. *tertii elementorum.* A

Et angulus BAE æqualis angulo BFG. qui eſt extra quadrilareum] *Anguli enim in quadrilatero oppoſiti* BA*E E*F*B ſunt æquales duobus rectis. ſed & duobus rectis æquales ſunt anguli* EF*B* BFG. *dempto igitur cõmuni angulo E*FB, *reliquus* B*ÆE reliquo* FBG *eſt æqualis.* G

Ergo ex lemmate vt AG ad GB; ita eſt AH ad HB] *per lemma fortaſſe intelligit* 5 . *ſexti huius, uel potius eius conuerſum, quod nos eodem in loco demonſtrauimus. ſed & aliter demonſtrari poteſt hoc modo.* 22. tertii. 13. prim. D

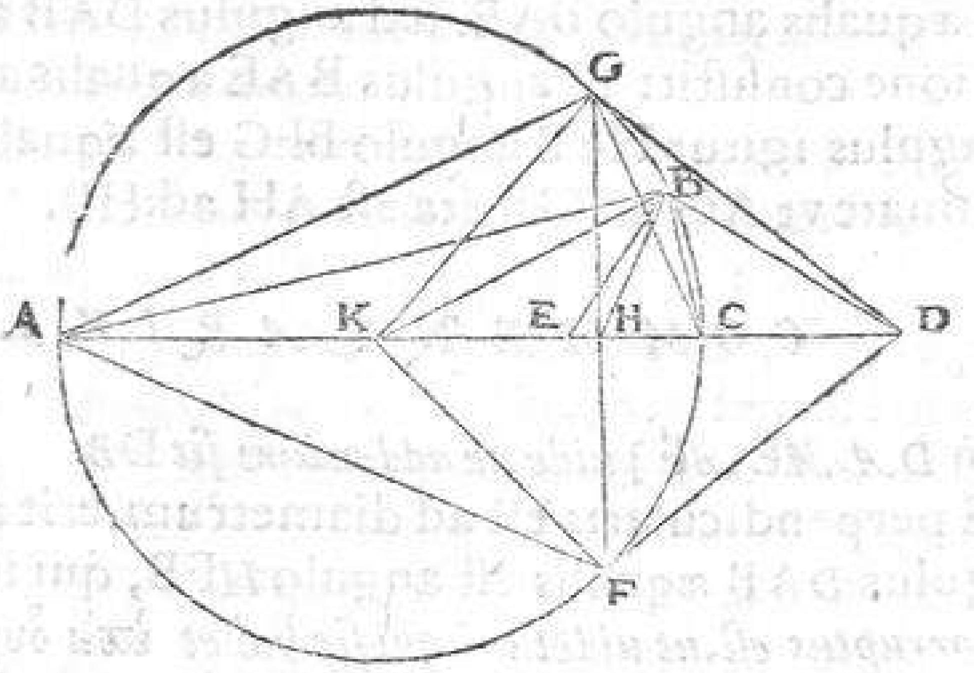


Sit triangulum orthogonium ABC, *rectum habens angulum ad* B: *& a puncto* B *ducta utcũ-*

que

que recta linea BD extra triangulum, fiat angulo CBD æqualis angulus CBE. Dico vt AD ad DC, ita eſſe AE ad EC.

Deſcribatur circa diametrum AC circulus AFC, qui per B tranſibit: atque a puncto D ducantur DF DG circulum contingentes & iungatur GF, quæ ad AC perpendicularis erit, & ipſam ſecabit in puncto E, vt infra demonſtrabitur. Ex iis igitur, quæ traditæ ſunt in lemmate 28. huius ſequitur vt AD ad DC, ita eſſe AE ad EC. Illud autem, quod poſitum eſt ita oſtendemus.

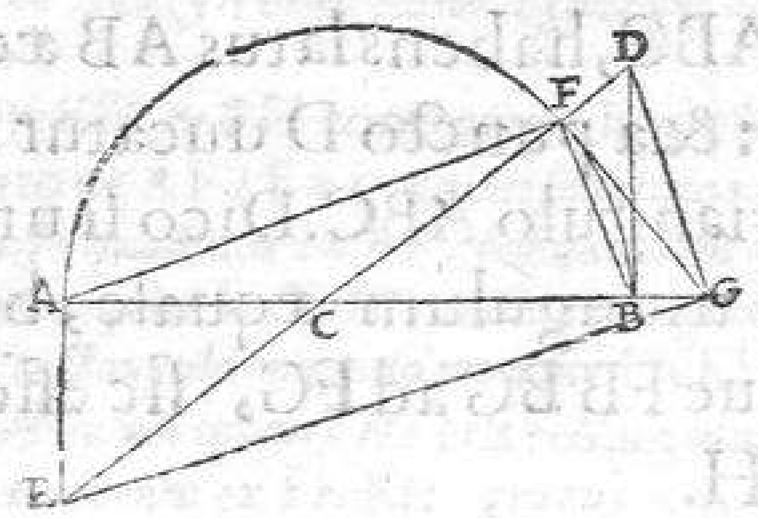


Si enim fieri poteſt, recta linea GF non ſecet AC in E, ſed in alio puncto. quod ſit H inter
EC. circuli centrum ſit K, & AF AG KF KG GC HB iungantur. erit KGD angulus rectus.
18.tertii & quoniam in triangulo orthogonio KGD ab angulo recto perpendicularis acta eſt GH, fient
8. ſexti. triangula KHC GHD ſimilia toti triangulo KGD, & inter ſeſe; eritque angulus HGD an-
5. prim. gulo GKD æqualis. angulus autem KFG eſt æqualis angulo KGF, & anguli ad H recti. ergo
& reliquus FKC reliquo GKC, circumferentiaque FC æqualis circumferentiæ CG, & angu-
vltima lus CAF, hoc eſt CGH angulo CAG. ſed angulus GKC, hoc eſt HGD duplus eſt anguli
ſexti. GAC, hoc eſt HGC. ergo & reliqui CGD eſt duplus, & anguli HGC. CGD inter ſe
27.tertii æquales ſunt, vt igitur HG ad GD, ita eſt HC ad CD. Quoniam uero ob triangulo-
21.tertii rum ſimilitudinem, vt DK ad KG, ita GK ad KH, erit & ut DK ad KB, ita BK
20.tertii ad KH: & ſunt circa eundem angulum latera proportionalia. triangulum igitur KBH
86.tertii ſimile eſt triangulo KDB, & vt BK ad KD, ita HB ad BD, ut autem BK ad KD,
3.ſexti hoc eſt ut GK ad KD, ita HG ad GD. quare HB ad BD eſt, ut HG ad GD, hoc eſt
8.ſexti. ut HC ad CD, ideoque angulus HBC eſt æqualis angulo CBD. ſed & angulus EBC
7.quint. æqualis erat eidem angulo CBD. angulus igitur EBC angulo HBC eſt æqualis, uidelicet
3.ſexti totum parti, quod fieri non poteſt. idem abſurdum ſequetur, ſi ponamus H cadere inter E & K.
ex quibus perſpicuum eſt GF ſecare AC in puncto E. quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA CXLV. PROPOS. CLVII.

LEM. XXXI.

Sit ſemicirculus recta linea AB, atque a punctis AB ipſi ACB ad rectos angulos agantur rectæ lineæ BD AE, & ducatur utcũque DE. a puncto autem F ipſi DE ad rectos angulos agatur FG, quæ cum AB in puncto G conueniat. Dico rectangulum contentum AE BD rectangulo AGB æquale eſſe.



Erit igitur ut EA ad AG, ſic GB ad BD, & circa æquales angulos latera ſunt pro- A B
portionalia. quare angulus AGE eſt æqualis angulo BDG. Sed angulus quidē AGE
æqualis eſt angulo AFE, qui in eadem portione conſiſtit: angulus vero BDG rurſus C
æqualis ipſi BFG, qui eſt in eadem portione. ergo angulus AFE æqualis eſt angulo
BFG. quod quidem ita ſe habet; cum vterque angulorum AFB EFG ſit rectus. D

COMMENTARIVS.

A Erit igitur ut EA ad AG, ſic GB ad BD.] *Ad hoc demonſtrandum vtitur reſolutiua methodo. Si enim ponatur illud ita eſſe, vt concludi oportet, videlicet rectangulum contentum* AE BD *æquale eſſe rectangulo* AGB *erit ex* 14 *ſexti element vt* EA *ad* AG, *ſic* GB *ad* BD.

B Et circa æquales angulos latera ſunt proportionalia] *Nam cum anguli ad* AB *recti ponantur, conſtat triangulum* AEG *triangulo* BGD *æquiangulum eſſe.*

C Sed angulus quidem AGE æqualis eſt angulo AFE, qui in eadem portione conſiſtit, angulus vero BDG rurſus æqualis ipſi BFG, qui eſt in eadem portione.] *Quoniã enim* EAG EFG *recti ſunt, ſi circa diametrum* EG *deſcribatur ſemicirculus, tranſibit per puncta* AF, *atque erit angulus* AFE *æqualis angulo* AGE, *qui in eadem eſt portione,* & *ſimiliter cum anguli* GBD GFD *ſint recti, circulus circa diametrum* GD *deſcriptus per* BF *tranſibit: eruntque anguli* BFG BDG *inter ſe æquales.*

D Quod quidem ita ſe habet cum uterque angulorum AFB EFG ſit rectus.] *Nam cum angulus* AFB *rectus ſit æqualis recto* EFG, *dempto ab utriſque communi angulo,* EFB *erit reliquus* AFE *reliquo* BFG *æqualis.*

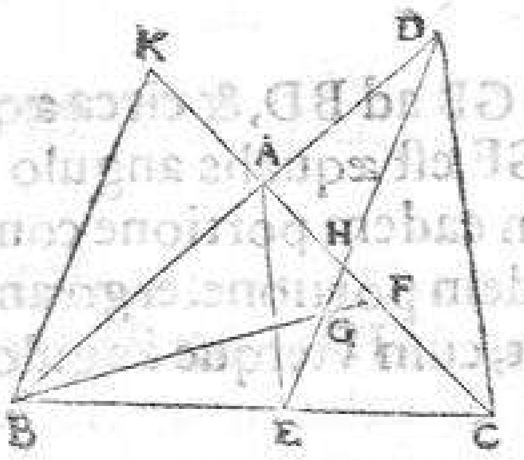
Compoſitio hoc modo.

Quoniam vterque angulorum AFB EFG eſt rectus, dempto cõmuni angulo EFB erit angulus AFE æqualis angulo BFG. ſed angulo quidem AFE æqualis eſt angulus AGE, qui in eadem portione conſiſtit: angulo autem BFG eadem ratione æqualis ẽ angulus BDG. angulus igitur AGE angulo BDG eſt ęqualis. atque eſt EAG rectis æqualis recto GBD. quare & reliquus æqualis reliquo, & triangulum triangulo ſimile erit. Vt igitur EA ad AG, ſic GB ad BD, & propterea rectangulum, quod continetur AE BD rectangulo AGB eſt æquale.

LEM. XXXII.

THEOREMA CXLVI. PROPOS. CLVIII.

A Sit triangulum ABC, habens latus AB æquale ipſi AC, producaturq; AB ad D: & a puncto D ducatur DE faciens triangulum BDE æquale triangulo ABC. Dico ſi unum ex æqualibus lateribus, quod eſt ad triangulum æquale, bifariam ſecetur, per lineam BF, vt vtraque FB BG ad FG, ſic eſſe quadratum ex AF ad quadratum ex FH.



B C Ducatur per B ipſi DE parallela BK, & CA ad K producatur. ergo vt vtraque FK
KH ad FH, hoc eſt vt rectangulum contentum vtraque FK KH, & FH ad quadratum
D ex FH, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FH. Quod autem vtraq; FK KH
& FH continetur, hoc eſt exceſſus quadratorum ex FK KH æquale eſt quadrato ex
E AF. exceſſus igitur quadratorum ex KF FN eſt quadratum ex KH. Sed quadratorũ
F ex KF FA exceſſus eſt rectangulum CKD. ergo rectangulum CKA quadrato ex KG
G eſt æquale; ac propterea vt CK ad KH, hoc eſt vt CB ad BE, ita HK ad KA; videlicet
DB ad BA. quod quidem ita ſe habet eſt enim AE ipſi DC parallela, quoniam DBE
triangulum æquale eſt triangulo ABC, & communi ablato ABE, reliquum DAE reliquo ACE eſt æquale, & in eadem baſi conſiſtit.

COMMENTARIVS.

Sit triangulum ABC habens latus AB æquale ipſi AC] *græcus codex* τρίγωνον τὸ αβγ ἴσην ἔχον τὴν αβ τῇ βγ, *lege* τῇ αγ. *etenim latus* AC *non* BC *bifariam ſecatur.* A

Ducatur per B ipſi DE parallela BK] *græcus codex corruptus eſt, & figura ipſa. ſic enim habet* ἤχθω διὰ τοῦ β τῇ δγ παράλληλος ἡ βκ. *lege* τῇ δε παράλληλος ἡ βκ. B

Ergo vt vtraque FK KH ad FH, hoc eſt vt rectangulum contentum vtraque FK KH & FH ad quadratum ex FH, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FH] *Rurſus per reſolutionem hoc oſtendit. ſi enim ponatur vt vtraque* EB BG *ad* FG, *ſic eſſe quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH, *ſequetur etiam ob ſimilitudinem triangulorum,* BK CEH *ut utraque* FK KH *ad* FH, *hoc eſt ut rectangulum contentum utraque* FK KH *&* FH *ad quadratum ex* FH, *ſic eſſe quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *græcus code* ὅτι ἄρα ἐστὶν ὡς *&c.* πρὸς τὸ ἀπὸ ζθ, οὕτω τὸ ἀπὸ ζθ τετράγωνον *legengum* οὕτω τὸ ἀπὸ αζ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ζθ τετράγωνον. C

Quod autem vtraque FK KH, & FH continetur, hoc eſt exceſſus quadratorum ex FK KH æquale eſt quadrato ex AF] *Ex 9. quinti ſequitur rectangulum contentum utraque* FK KH, *&* FH *æquale eſſe quadrato ex* AF. *ſed quoniam quadratum ex* FK *eſt æquale quadratis ex* KH HF *una cum eo, quod bis* KHF *continetur; quadratum autem ex* HF *una cum contento bis* KHF *æquale eſt rectangulo contento utraque* FK KH, *&* FH; *etenim utraque* FK KH *bis continet lineam* KH, *& ſemel ipſam* FH: *erit rectangulum, quod utraque* FK KH, *&* FH *continetur, exceſſus quadratorum ex* FK KH. *græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ζκθ, καὶ τῆς ζθ. *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ζκθ, καὶ τῆς ζθ. *uel aliqua deſiderantur.*

Exceſſus igitur quadratorum ex KF FA eſt quadratum ex KH] *Ex ante demonſtratis conſtat quadratum ex* KF *æquale eſſe quadratis ex* KH FA. *ergo quadratorum ex* KF FA *exceſſus eſt quadratum ex* KH. E

Sed quadratorum ex KF FA exceſſus eſt rectangulum CKA] *Rectangulum enim* CKA *una cum quadrato ex* AF *eſt æquale quadrato ex* FK, *ex 6. ſecundi elementorum.* F

Videlicet DB ad BA] *ob ſimilitudinem triangulorum* KBA HDA. G

Componetur autem hoc modo.

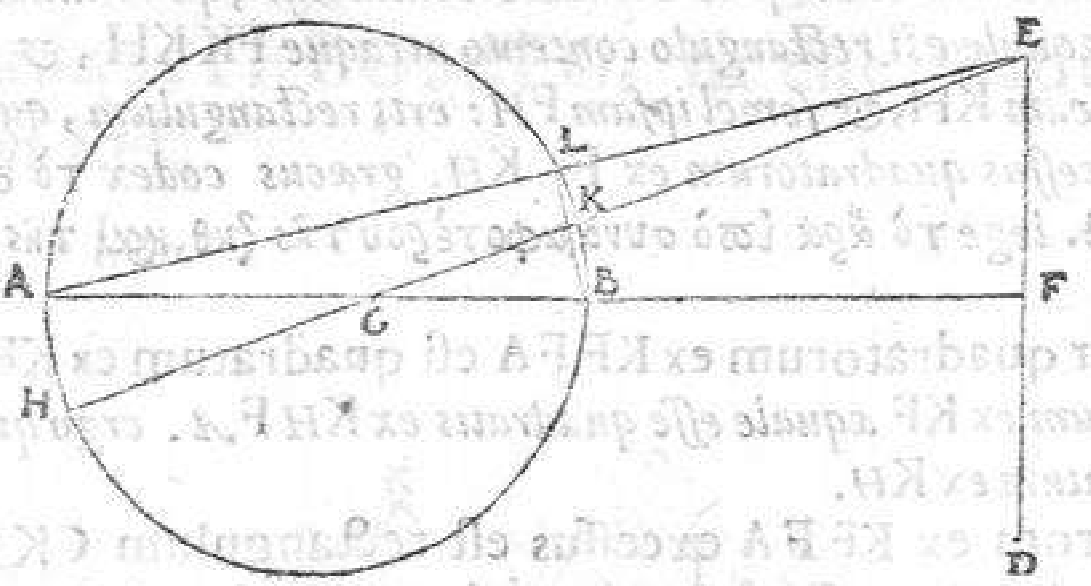
Quoniam triangulum DBE *eſt æquale triangulo* ABC, *dempto communi* ABE, *erit reliquum* DAE *reliquo* ACE *æquale. ergo recta linea* AE *parallela eſt ipſi* DC, *ac propterea ut* CB *ad* BE, *hoc eſt ut* CK *ad* KH, *ita* DB *ad* BA. *hoc eſt* HK *ad* KA. *ut igitur* CK *ad* KH, *ita* HK *ad* KA. *quare* CKA *rectangulum quadrato ex* KH *eſt æquale. ſed rectangulum* CKA *eſt exceſſus quadratorum ex* KF FA, *ergo & quadratorum ex* KF FA *exceſſus eſt quadratum ex* KH *& ob id quadratum ex* FA *eſt exceſſus quadratorum ex* FK KH. *quadratorum autem ex* FK KH *exceſſus eſt id, quod utraque* FK KH, *&* FH *continetur quod igitur vtraque* FK KH. *&* FH *continetur æquale eſt quadrato ex* FA. *quare vt rectangulum contentum vtraque* FK KH *&* FH *ad quadratum ex* FH, *hoc eſt vt vtraque* FK KH *ad* FH, *ita eſt quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *ſed vt vtraque* FK KH *ad* FH, *ita utraque* FB BG *ad* FG. *ergo ut utraque* FB BG *ad* FG, *ita eſt quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *quod demonſtrare oportebat.*

29. prim.
4. ſexti.

LEM.
XXXIII

THEOREMA CXLVII. PROPOS. CLIX.

Sit circulus circa diametrum AB, & AB producatur: ſitque ad quamlibet rectam lineam DE perpendicularis. rectangulo autem AFB æquale ponatur quadratum ex FG. Dico ſi quodcumque ſumatur punctum, vt E, atque ab eo ad punctum G recta linea ducta producatur ad H, rectangulum etiam HEK quadrato ex EG æquale eſſe.



✤ Iungantur AE BL, erit angulus ad L rectus. Sed & rectus qui ad F. rectangulum igitur AEL eſt æquale & rectangulo AFB & quadrato ex FE. rectangulum autem AEL æquale eſt rectangulo HEK; & rectangulum AFB quadrato ex FG. ergo rectangulum HEK quadratis ex EF FG, hoc eſt quadrato ex FG eſt æquale.

COMMENTARIVS.

✤ Rectangulum igitur AEL eſt æquale & rectangulo AFB, & quadrato ex FE]
4 ſexti *Quoniam enim angulus ALB rectus eſt æqualis recto AFE, & angulus ad A utriſque*
16.ſexti. *communis, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. quare cum ſit*
47 primi *ut FA ad AL, ita EA ad AB, erit rectangulum FAB æquale rectangulo EAL. quadratum*
2.secūdi. *autem ex AE eſt æquale duobus quadratis ex AF FE. Sed quadrato ex AE æqualia ſunt*

vira-

vtraque rectangula AEL EAL: *& ſimiliter quadrato ex* AF *æqualia vtraque rectangula* AFB FAB: *ergo rectangula* AEL EAL *æqualia ſunt rectangulis* AFB FAB *& quadrato ex* FE, *quorum rectangulum* FAB *eſt æquale rectangulo* EAL, *vt demonſtrauimus reliquum igitur rectangulum* AEL *rectangulo* AFB, *& quadrato ex* FE *æquale erit.*

THEOREMA CXLVIII. PROPOS. CLX.

LEM. XXXIV

Sit ut AB ad BC, ita AD ad DC, & AC bifariam in puncto E ſecetur. Dico tria contingere. videlicet rectangulum quidem BED ęquale eſſe quadrato ex EC: rectangulum vero BDE rectangulo ADC: & rectangulum ABC rectangulo EBD æquale eſſe.

Quoniam enim eſt ut AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo, & per ante A
cedentium dimidia, & conuerſionem rationis, vt BE ad EC, ita CE ad ED. rectan- B
gulum igitur BED quadrato ex EC eſt æquale. Commune auferatur quadratum C
ex DE. ergo rectangulum BDE, quod relinquitur, eſt ęquale rectangulo ADC. D
Rurſus cum rectangulum BED æquale ſit quadrato ex EC, vtraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC æquale eſt rectangulo EBD.

Sed ſit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo ADC: & ſecetur AC bifariam E
in E. Dico ut AB ad BC, ita eſſe AD ad DC.

Quoniam enim rectangulum BDE eſt æquale rectangulo ADC, commune F
apponatur quadratum ex DE, erit totum rectangulum BED quadrato ex CE ęquale. ergo ob proportionem, & per conuerſionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque ut AB ad BC, ita AD ad DC.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim eſt ut AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo, & per A
antecedentium dimidia, & conuerſionem rationis, ut BE ad EC, ita CE ad ED.] *Quoniam ut* AB *ad* BC, *ita* AD *ad* DC, *erit componendo ut utraque* AB BC *ad* BC,

ita

ita AC ad CD. & antecedentium dimidia, ut EB ad BC, ita EC ad CD, & per conuerſionem rationis ut BE ad EC, ita CE ad ED. græcus codex ὡς ἡ αε πρὸς τὴν εγ, ἡ εγ πρὸς τὴν εδ. *lege* ὡς ἡ βε πρὸς τὴν εγ, ἡ εγ πρὸς τὴν εδ.

B Rectangulum igitur BED quadrato ex EC eſt æquale.] *Ex 16. ſexti. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ αεδ ἴσον ἐςί τῷ ἀπὸ εγ. *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ βεδ ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ εγ.

C Commune auferatur quadratum ex DE. ergo rectangulum BDE quod relinquitur eſt æquale rectangulo ADC.] *eſt enim rectangulum BED æquale rectangulo BDE, & quadrato ex DE per tertiam ſecundi elementorum. rectangulum uero ADC una cum quadrato ex DE eſt æquale quadrato ex EC per quintam eiuſdem græcus codex* κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ γε τετράγωνον *lege* τὸ ἀπὸ δε τετράγωνον.

D Rurſus cum rectangulum BED æquale ſit quadrato ex EC, vtraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC æquale eſt rectangulo CBD] *Nam rectangulum ABC una cum quadrato ex CE eſt æquale quadrato ex BE per 6. ſecundi elementorum. at rectangulum EBD una cum rectangulo BED æquale eſt eidem quod ex BE quadrato per ſecundam eiuſdem. græcus codex* πάλιν τὸ ὑπὸ αεδ ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ αγ τετραγώνῳ *lege* πάλιν τὸ ὑπὸ βεδ ἴσον ἐςὶ τῷ ἀπὸ εγ τετραγώνῳ *& paulo poſt.* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αβγ ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ τῶν εβγ. *lege* τῷ ὑπὸ τῶν εβδ.

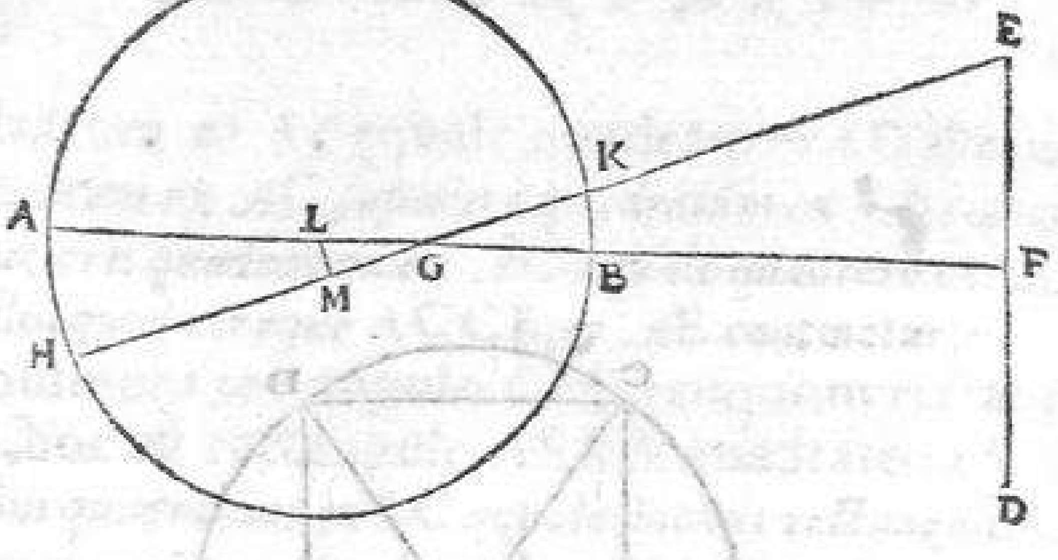
E Sed ſit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo ADC] *ſecundæ partis conuerſam demonſtrat obſequens lemma, quamquam facile ſit aliarum etiam conuerſas demonſtrare.*

F Ergo ob proportionem, & per conuerſionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque vt AB ad BC ita AD ad DC] *græcus codex.* ἀνάλογον καὶ δὶς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐςί *&c. ego legendum puto.* ἀνάλογον καὶ ἀναςρέψαντι καὶ δὶς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐςὶ *&c. Quoniam enim rectangulum BED eſt æquale quadrato ex CE; erit ut BE ad EC, ita CE ad ED, & per conuerſionem rationis ut EB ad BC, ita EC ad CD; & antecedentium dupla; ut AB BC ad BC, ita AC ad CD, & diuidendo ut AB ad BC, ita AD ad DC.*

LEM. XXXV.

THEOREMA CXLIX. PROPOS. CLXI.

His ita ſe habentibus, ſit circulus circa diametrum AB, producaturque AB, vt ad quamlibet rectam lineam DE ſit perpendicularis: & fiat vt AF ad FB, ita AG ad GB. Dico rurſus ſi quodcumque punctum ſumatur in recta linea ED, veluti E, & iuncta EG ad H producatur, vt HE ad EK, ita eſſe HG ad GK.



Sumatur centrum circuli, quod ſit L, & ab eo ad EH perpendicularis agatur LM. A
erit KM æqualis MH.
Quoniam autem rectus eſt vterque angulorum, qui ad *M* F, puncta, EF LM in B
circulo erunt. rectangulum igitur FGL æquale eſt rectãgulo AGB, propterea quòd C
vt AF ad *F*B, ita ſit AG ad GB. & ſecta eſt AB bifariam in puncto L. ergo & rectangulum D
eſt æquale rectangulo AGB, videlicet ipſi HGK, quod in circulo continetur, 35.tertii
& HK bifariam ſecta eſt in M. quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, E
vt HE ad EK, ita erit HG ad GK.

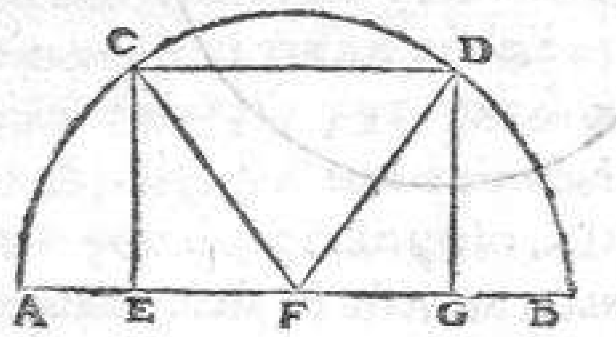
COMMENTARIVS.

Erit KM æqualis MH] *ex tertii rectis elementorum, recta enim linea* EG *circulum in puncto* A
K *ſecat*.
Quoniam autem rectus eſt vterque angulorum, qui ad M F, puncta EFLM in B
circulo erunt] *Nam ſi iuncta* EL *circa ipſam circulus deſcribatur per* M F *puncta* 31.tertii
tranſibit.
Rectangulum igitur FGL æquale eſt rectangulo AGB, propterea quod vt AF ad C
FB, ita ſit AG ad GB, & ſecta eſt AB bifariam in puncto L] Ex *ſecunda parte antecedentis lemmatis*.
Ergo & rectangulum EGM eſt æquale rectangulo AGB.] *Rectangulum enim* EGM D
æquale eſt rectangulo FGL *ex* 35. *tertii elementorum*.
Quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, vt *H*E ad EK, ita erit HG ad GK] E
ob conuerſam ſcilicet ſecundæ partis antecedentis lemmatis, quam proxime demonſtrauit.

LEM. XXXVI

THEOREMA CL. PROPOS. CLXII.

Sit ſemicirculus in recta linea AB, & ipſi AB parallela ſit CD: ducanturque CE DG perpendiculares. Dico AE ipſi GB æqualem eſſe.

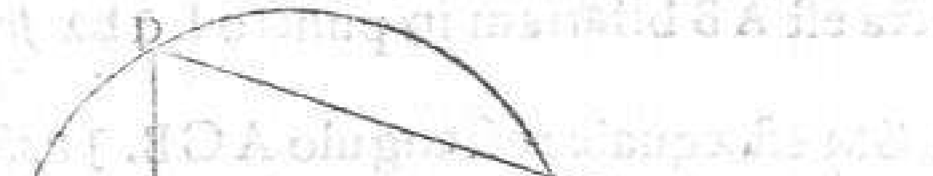


A Sumatur centrum circuli, quod ſit F, & CF FD iungantur. ergo CF eſt æqualis FD ac propterea quadratum ex CF quadrato ex FD æquale erit. ſed quadrato quidem ex CF æqualia ſunt quadrata ex CE EF, quadrato autem ex FD æqualia quadrata ex DG GF. ergo quadrata ex CE EF quadratis ex DG GF æqualia ſunt: quorum quadratum ex CE eſt æquale quadrato ex DG. reliquum igitur quadratũ ex EF reliquo ex FG quadrato eſt æquale. ideoque recta linea EF æqualis rectæ FG. eſt autem & tota AF æqualis toti FB. ergo & reliqua AE reliquæ GB æqualis erit. quod oportebat demonſtrare.

LEM. XXXVII.

THEOREMA CLI. PROPOS. CLXIII.

Sit ſemicirculus in recta linea AB, atque a quolibet pũcto C ducatur CD, & perpẽdicularis agatur DE. Dico quadratũ ex AC ſuperare quadratũ ex CD, eo quod vtraq. AC CB & AE cõtinetur.



A Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD, hoc eſt æquale

quale

æquale quadratis ex DE EC, & ei, quod vtraque AC CB, & AE continetur. quare ablato communi rectangulo CAE, reliquum rectangulum ACE est æquale quadrato ex B DE, hoc eſt rectangulo AEB, & quadrato ex CE, & ei quod AE CB continetur. Rurſusque C ablato communi quadrato ex CE, rectangulum AEC, quod relinquitur est D æquale rectangulo AEB, & contento AEBC. quod quidem ita ſe habet.

COMMENTARIVS.

A Erit igitur quadratum ex AC equale quadrato ex CD] *Per reſolutionem hoc oſtendit. Nam ſi ponatur quadratum ex AC ſuperare quadratum ex CD rectangulo, quod utraque AC CB & AE continetur, erit quadratum ex AC æquale quadrato ex CD, hoc eſt quadratis ex* DE EC, *&* *rectangulo, quod utraque* AC CB, *&* AE *continetur.*

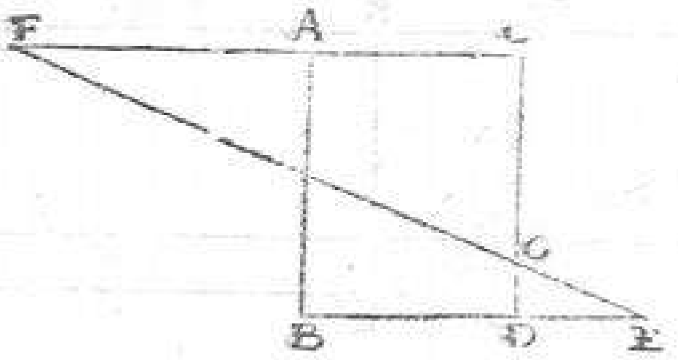
B Quare ablato communi rectangulo CAE, reliquum rectangulum ACE eſt æquale quadrato ex DE, hoc eſt rectangulo AEB & quadrato ex CE, & ei, quod AE CB continetur.] *Eſt enim quadratum ex* AC *æquale duobus rectangulis* CAE ACE *ex ſecunda ſecundi libri elementorum. græcus codex* λοιπὸν τὸ ὑπὸ αΓε ἴσον ἐςὶ τῶ τε ἀπὸ αε. *lege* ἀπὸ δε.

C Rurſusque ablato communi quadrato ex CE rectangulum AEC, quod relinquitur, eſt equale rectangulo AEB. & contento AE BC] Ex 3. *eiuſdem.*

D Quod quidem ita ſe habet] *Ex prima eiuſdem. quare conſtat uerum eſſe illud, quod proponebatur. Compoſitio autem manifeſta eſt.*

PROBLEMA XIII. PROPOS. CLXIIII.

Parallelogrammo AD poſitione dato, a dato puncto E ducere rectam lineam EF, & facere triangulum FCG parallelogrammo AD æquale. LEM. XXXVIII.



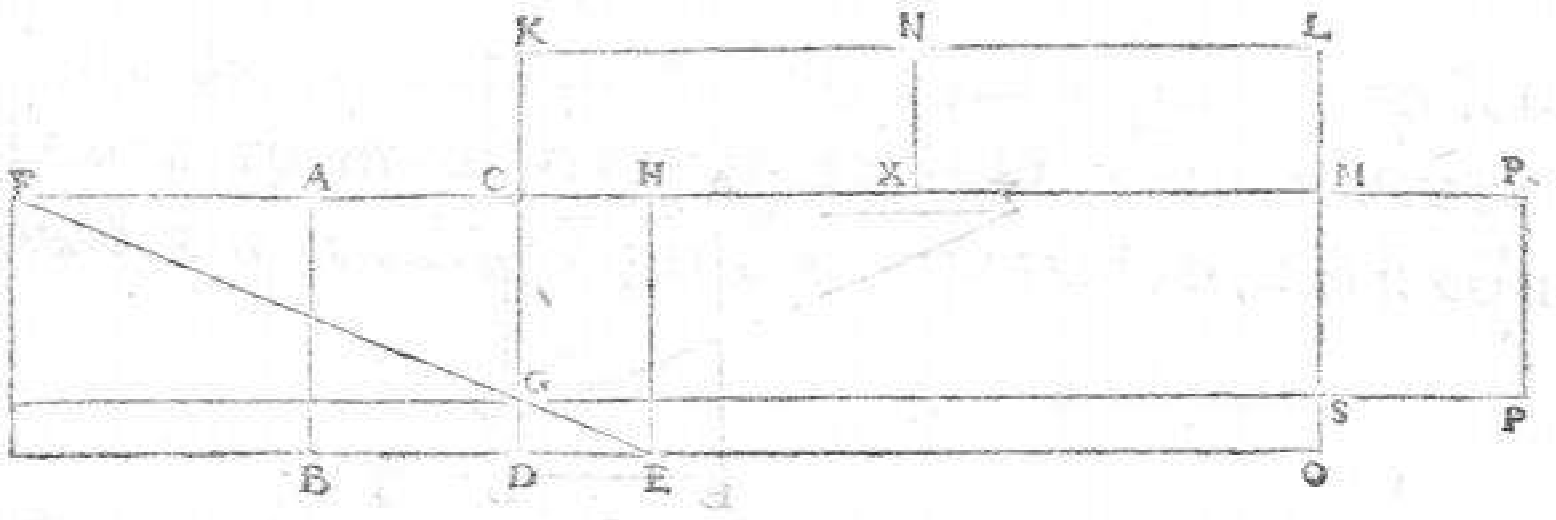
Factum iam ſit. Quoniam igitur FCG triangulum æquale eſt parallelogrãmo AD, parallelogrammum uero AD duplum eſt trianguli ADC; & triangulum FCG A trianguli ADC duplum erit. Sed ut triangulum ad triangulum, quod circa eundem angulum C conſiſtunt, ita rectangulum FCG ad rectangulum ACD. datũ autem eſt rectangulum ACD. ergo & ipſum FCG datum. & a dato puncto E ad rectas lineas AC CD datas poſitione ducta eſt EF in ſpacii reſectionem. poſitione igitur eſt ipſa EF.

Componetur autem ſic.

B Sit parallelogrammum quidem AD poſitione, datum autem punctum E: & a pun
C cto E in FC CD poſitione datas ducatur recta linea EF, reſecãs ſpacium FCG æqua
D le dato ſpacio, videlicet duplo ipſius ACD: & ex eiſdẽ, quæ in reſolutione dicta ſunt,
oſtendemus. triangulum FCG parallelogrammo AD æquale. recta igitur linea EF,
problema efficit, conſtat autem ipſam ſolam hoc efficere, quoniã & illa ſola eſt.

COMMENTARIVS.

A Sed vt triangulum ad triangulũ, quod circa eũdẽ angulũ C cõſiſtũt, ita rectãgulũ
41.prim. FCG ad rectãgulũ ACD] *ex 15. quinti element. eſt. n. rectangulum trianguli duplum.*
B Reſecans ſpaciũ FCG æquale dato ſpacio, videlicet duplo ipſius ACD] *græc. codex*
ἀποτέμνουσα χωρίον τὸ ὑπὸ ζγη ἴσον δοθέν τινι χωρίῳ τῷ διπλάσιον τοῦ ὑπὸ αγδ. *legen
dum autem eſt.* ἴσον δοθέντι χωρίῳ τῷ διπλασίονι τοῦ ὑπὸ αγδ.
C Et ex eiſdem, quæ in reſolutione dicta ſunt, oſtendemus, &c.] *Græcus codex* καὶ κα-
τὰ τὰ αὐτὰ τὴν ἀνάλυσιν. *lege,* τῇ ἀναλήσει.
D Recta igitur linea EF problema efficit] *Non docet Pappus quõ inueniendum ſit punctum
G. ſed veriſimile eſt hoc apparere ex libris de ſpacii ſectione ab Apollonio conſcriptis, qui in-
iuria temporum ad manus noſtras non peruenerunt.*



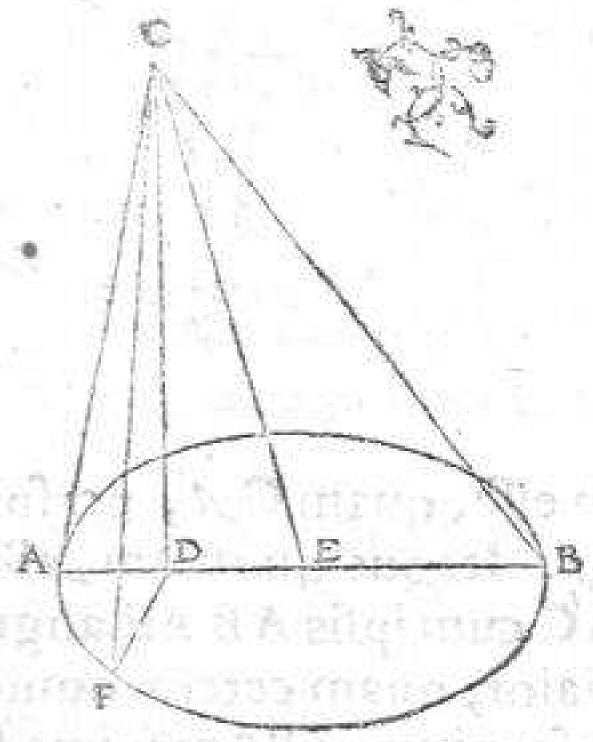
Nos igitur quo pacto illud fieri poſſit, demonſtrare aggrediemur. Maneãt eadem, quæ dicta ſunt, & a puncto E ipſi DC parallela ducatur EH, ut cum AC producta in H cõueniat. & rurſus producta DC fiat CK æqualis ipſi CH. atque ad rectam lineam CK applicetur parallelogrammum CKLM duplo parallelogrammi AD æquale. (42. prim.) *deinde ſecetur KL bifariã in N, & ducatur NX parallela KC, completoque parallelogrammo CDOM, rurſus ad rectam lineam CM applicetur parallelogrammum æquale parallelogrammo CDOM excedens figura quadrata, quod ſit CGPR* (29. ſexti.) *poſtremo iuncta EG ad F producatur. Dico iam factum eſſe, quod proponebatur, videlicet triangulũ FCG parallelogrammo AD æquale eſſe. Quoniam enim paral-*

parallegrammum CP æquale eſt parallelogrammo CO, ablato communi parallelogrammo CS, erit reliquũ parallelogrammũ GO æquale quadrato MP. ergo ut CM ad MS, hoc eſt ad CG, ita MS ad SO, hoc eſt CG ad GD. vt autem CG ad GD ob ſimilitudinem triangulorum FCG EDG, ita FC ad DE, hoc eſt ad CH. vt igitur MC ad CG, ita FC ad CH. ideoque parallelogrammum FCG eſt æquale parallelogrãmo MK, quod ſcilicet cõtinetur MC & CK, hoc eſt CH. & eorũ dimidia ſunt æqualia. sed triãgulum FCG parallelogrammi FCG dimidium eſt: & parallelogrammum CN dimidium parallelogrammi MK, ac propterea ęquale parallelogrammo AD. triãgulum igitur FCG parallelogrammo AD eſt æquale. quod ipſum facere oportebat.

IN PRIMVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLII. PROPOSITIO CLXV. LEM. I.

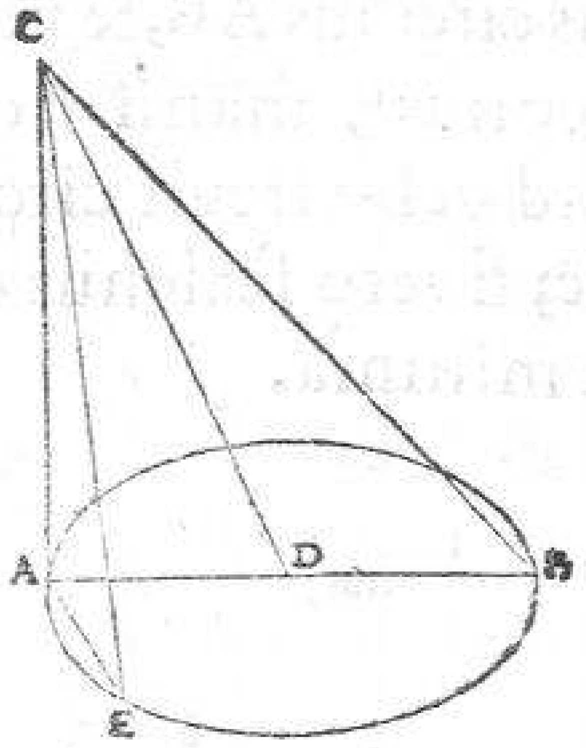
Sit conus, cuius baſis circulus AB, & vertex punctum C. Si igitur æquicruris eſt conus, manifeſto conſtat rectas lineas omnes, quæ ab ipſo C ad AB circuli circumferentiam ducuntur, inter ſe æquales eſſe; ſi vero ſcalenus eſt, oporteat inuenire quæ maxima ſit, & quæ minima.



Ducatur a puncto C ad planum circuli AB recta linea perpendicularis, quę primum cadat intra circulum, ſitque CD, & ſumatur centrum eius, quod ſit E, & iuncta DE producatur in vtramque partem ad puncta AB: deinde AC CB iungantur. Dico rectam lineã BC maximam eſſe, & AC minimam omnium, quæ a puncto C ad circulum AB pertinent. Ducatur enim alia quædam recta linea CF, & FD iungatur. maior igitur eſt BD, quam DF, communis autem CD, & anguli, qui ad D recti. ergo maior eſt BC, quam CF. eodem modo & CF maior oſtendetur, quam CA. ex quibus apparet rectam lineam CB omnium maximam eſſe, AC vero minimam. 7. tertii. 47. primi

THEOREMA CLIII. PROPOS. CLXVI.

LEM. II. Rurſus a puncto C perpendicularis ducta cadet in ipſam AB circuli circumferentiam, quæ ſit CA, & cum circuli centro D copulata AD producatur in B, & BC iungatur. Dico BC maximam eſſe, & AC minimam.

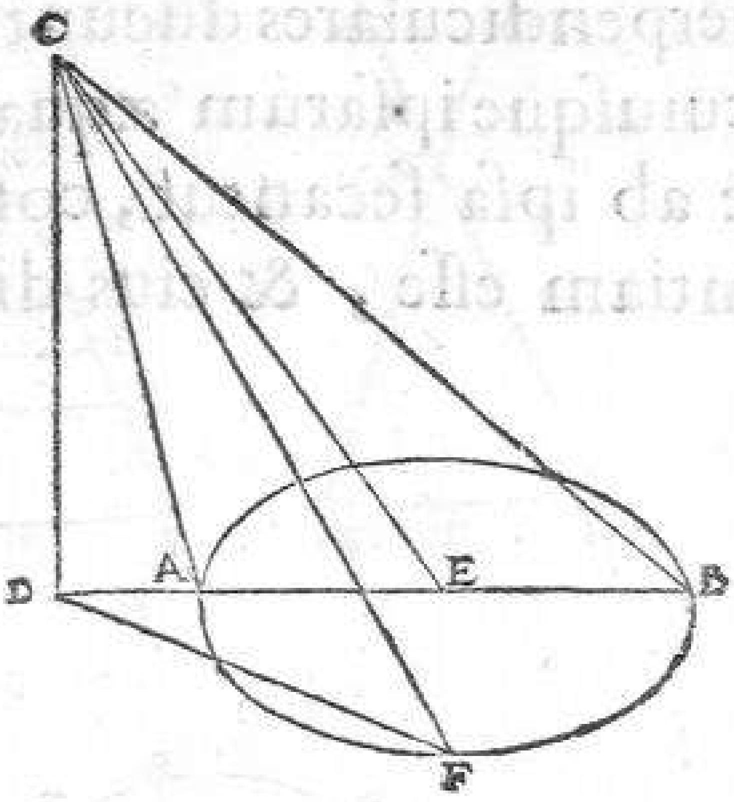


19.prim. 15.tertii Ipſam igitur CB maiorem eſſe, quam CA, perſpicuum eſt. ducatur autem alia quædam CE, & AE iungatur. Itaque quoniam AB diameter eſt, neceſſario maior erit, quam AE: & continet AC cum ipſis AB AE angulum rectum. ergo BC, quam CE maior erit, & ſimiliter maior, quam ceteræ omnes. Eodem modo & EC maior oſtendetur, quam CA. quare ſequitur vt BC maxima ſit, AC uero minima omnium, quæ ab ipſo C ad circulum AB pertinent.

THEOREMA CLIIII. PROPOS. CLXVII.

LEM III. Iiſdem poſitis cadat perpendicularis CD extra circulum, & ad E circuli centrum ducta DE producatur, iunganturque AC BC. Dico BC maximam, & AC minimam eſſe omnium, quæ a puncto C ad AB circulum perducuntur.

Conſtat



Conſtat namq; BC maiorem eſſe ipſa CA. Sed & maior erit omnibus, quæ ab ipſo C in circumferentiam circuli AB cadunt. Ducatur enim alia quædam recta linea CF, & DF iungatur, Cum igitur BD per centrum tranſeat, maior eſt autem, quam DF. eſt autem CD perpendicularis ad rectas lineas DB DF, quoniam & ad ipſum ſplanum. ergo maior erat BC, quam CF. & ſimiliter maior, quam aliæ omnes. perpicuum eſt igitur ipſam CB maximam eſſe At vero AC minimam hoc modo oſtendemus. Quoniam enim minor eſt AD, quam DF, atque eſt ad ipſas perpendicularis DC, minor erit AC, quam CF, & ita minor, quam aliæ. recta igitur linea AC minima eſt, & BC maxima omnium, quæ a puncto C ad AB circuli circumferẽtiam perducuntur.

8. tertii.
2. dif. un decimi.

Si ad aliquo puncto ad circumferentiam circuli, qui non ſit in eodem plano, in quo punctum, coniuncta recta linea in vtramque partem producatur, &c.

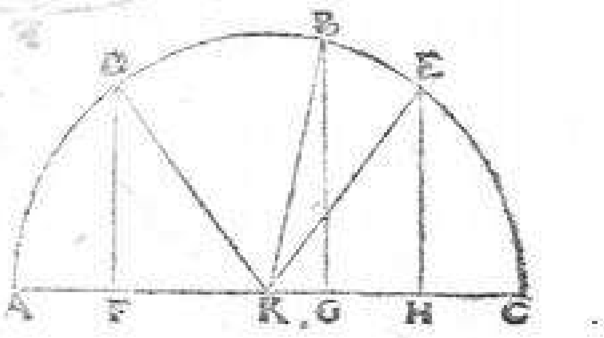
Diffi. pri. Apollo.

Conuenienter Apollonius addidit in vtramque partem producatur, cum uniuſcuiuſque coni ortum tradat. Si enim æquicruris ſit conus, fruſtra producere tur, quod recta linea, quæ conuertitur, circumferentiam circuli perpetuo contingit, quippe cum ab ea punctum manens ſemper æquali diſtet interuallo. Sed quoniam poteſt & ſcalenus eſſe conus, in quo, vt iam demonſtratum eſt, & maximum, & minimum latus inuenitur, neceſſario illud appoſuit, ut quæ minima eſt recta linea uſque adeo augeri intelligatur, quoad fiat maximæ æqualis, ac propterea circuli circumferentiam perpetuo contingat.

LEM. IIII.

THEOREMA CLV. PROPOS. CLXVIII.

Sit linea ABC,& poſitione data AC.Omnes autem, quæ ab ipſa ABC ad AC perpendiculares ducuntur,ita ſe habeant, vt quadratum vniuſcuiuſque ipſarum æquale ſit rectangulo baſis partibus, quæ ab ipſa ſecantur, contento. Dico ABC circuli circumferentiam eſſe, & eius diametrum rectam lineam AC.



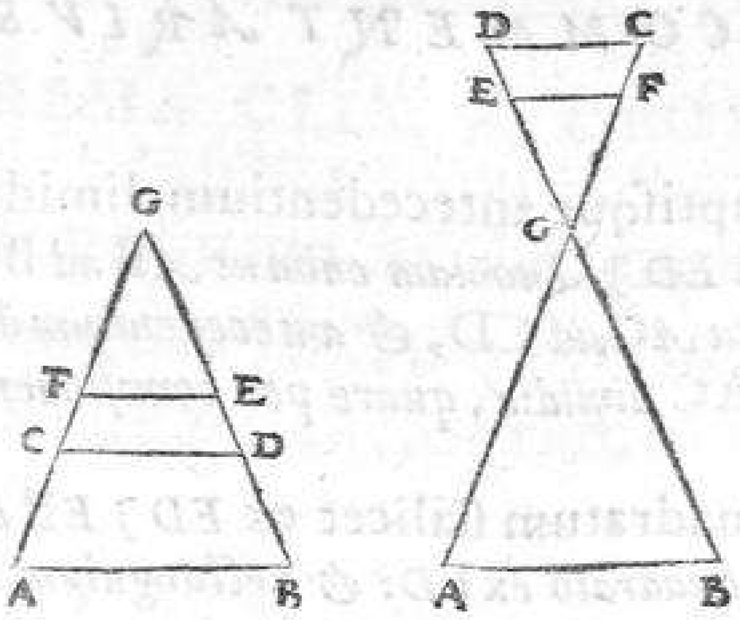
Ducantur enim a punctis DBE perpendiculares DF BG EH. ergo quadratum ex DF æquale eſt rectangulo AFC,& quadratum ex BG rectangulo AGC, quadratũ uero ex EH rectangulo AHC eſt æquale. ſecetur AC bifariam in K,& DK KB KE iungãtur. 1. Itaque quoniam AFC rectangulum una cum quadrato ex FK eſt æquale quadrato ex AK,& ipſi AFC æquale eſt quadratum ex DF; erit quadratum ex DF una cum quadrato ex FK, hoc eſt quadratum ex DK æquale ei, quod ex AK quadrato. ergo recta linea AK ipſi KD eſt æqualis. Similiter oſtendemus, & vnamquamque ipſarum BK EK ipſi AK vel KC æqualem eſſe. quare ABC circuli circumferentia eſt circa centrum K; hoc eſt circa diametrum AC.

LEM. V.

THEOREMA CLVI. PROPOS. CLXIX.

Sint tres rectæ lineæ parallelæ AB CD EF,& in ipſas ducãtur duæ rectæ AGFC BGED. Dico ut rectangulum, quod fit ex AB & EF ad quadratum ex CD, ita eſſe rectangulum AGF ad quadratum ex GC.

Quo-



Quoniam enim vt recta linea AB ad FE, hoc eſt vt rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex EF, ita recta linea AG ad ipſam GF, hoc eſt rectangulum AGF ad quadratum ex FG. erit vt rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex EF, ita rectangulum AGF ad quadratum ex FG. ſed vt quadratum ex EF ad quadratum ex CD ita quadratũ ex FG ad quadratum ex GC. ex æquali igitur ut rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex CD, ita rectangulum AGF ad quadratum ex GC. lem.i 23 decimi. 4. ſexti.

THEOREMA CLVII. PROPOS. CLXX.

LEM. VI.

Sit vt AB ad BC, ita AD ad DC, & ſecetur AC bifariam in puncto E. Dico rectangulum BED quadrato ex EC æquale eſſe: itemque rectangulvm ADC æquale rectaugulo BDE, & rectangulum ABC rectangulo EBD.

A Quoniam enim vt AB ad BC, ita eſt AD ad DC, erit componendo, ſumptiſque antecedentium dimidiis, & per conuerſionem rationis, ut BE ad EC, ita CE ad ED. re

ctangulum

17.ſexti. ctangulum igitur BED æquale eſt quadrato ex CE. commune auferatur, quadratum
B ſcilicet ex ED. ergo quod relinquitur rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æqua-
C le. Rurſus quoniam rectangulum BED æquale eſt quadrato ex CE, utraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC rectangulo EBD æquale erit. quæ omnia demonſtrare oportebat.

COMMENTARIUS.

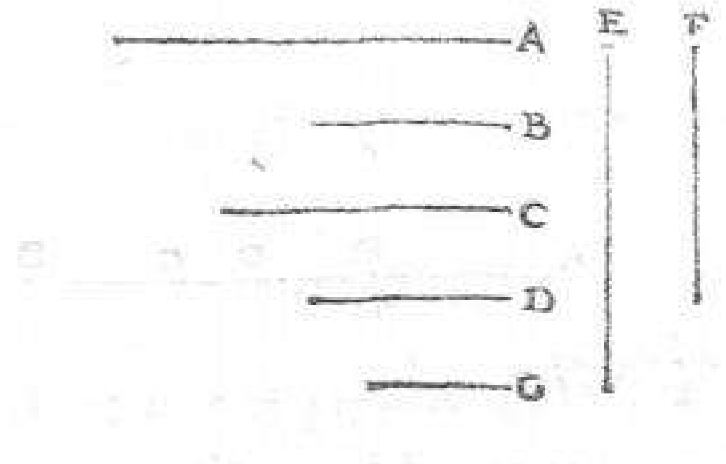
A Erit componendo, ſumptiſque antecedentium dimidiis, & per conſionem rationis ut BE ad EC, ita CE ad ED] *Quoniam enim ut* AB *ad* BC, *ita* AD *ad* DC, *erit componendo ut* AB BC *ad* CB, *ita* AC *ad* CD, *& antecedentium dimidia ut* EB *ad* BC, *ita* EC *ad* CD; *eſt enim* AE *ipſius* AC *dimidia. quare per comiſionem rationis ut* BE *ad* EC, *ita* CE *ad* ED.

B Commune anferatur quadratum ſcilicet ex ED] *Eſt enim quadratum ex* CE *æqua-*
6. ſecūdi *le rectangulo* ADC *una cum quadrato ex* ED: *& rectangulum* BED *æquale rectangulo* BDE
2. *una cum quadrato ex* ED. *quare ſublato communi, relinquitur rectangulum* ADC *rectangu-*
lo BDE *æquale.*

C Rurſus quoniam rectangulum BED æquale eſt quadrato ex EC, utraque anferantur a quadrato ex BE] *Nam cum ſecetur* AC *bifariam in* E, *atque ipſi adiiciatur* CB, *rectangulum* ABC, *una cum quadrato ex* CE *æquale eſt quadrato ex* EB. *rurſus quadrato ex* EB *æqualia ſunt utraque rectangula* EBD, BED. *ſi igitur a quadrato ex* BE *æquali auferantur, uidelicet rectangulum* BED *& quadratum ex* CE, *relinquitur rectangulum* ABC *rectangulo* EBD *æquale eſſe.*

THEOREMA CLVIII. PROPOS. CLXXI.

LEM. VII. Habeat A ad B proportionem compoſitam ex proportione C ad D & ex proportione E ad F. Dico C ad D proportionem compoſitam habere ex proportione A ad B, & proportione F ad E.

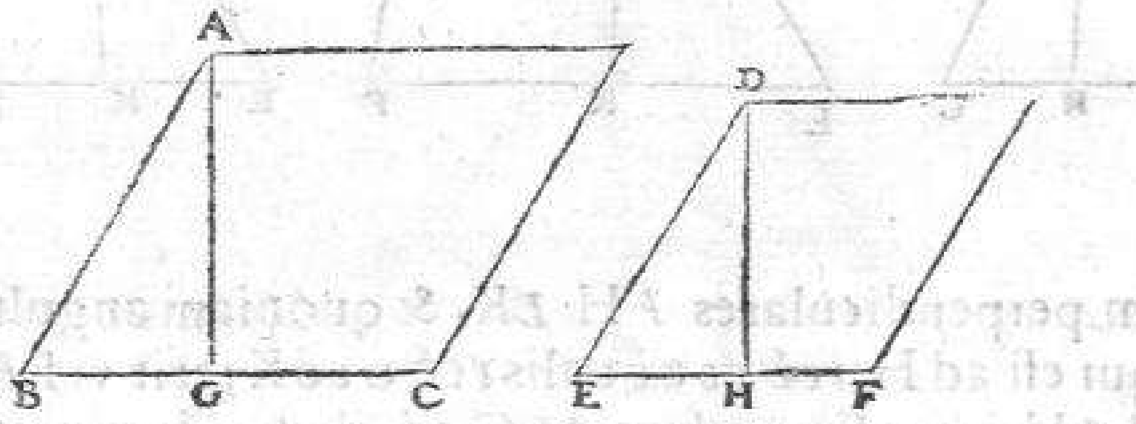


Fiat enim proportio D ad G eadem, quæ eſt E ad F. & quoniam proportio A ad
B com-

B compoſita eſt ex proportione C ad D, & proportione *E* ad F, hoc eſt D ad G; proportio autem compoſita ex proportione C ad D, & D ad G eſt eadem, quæ C ad G: erit ut A ad B, ita C ad G. Rurſus quoniam C ad D proportionem habet compoſitã ex proportione C ad G, & proportione C ad D; ſed proportio C ad G demonſtrata eſt eadem, quæ A ad B, & conuertendo proportio *G* ad *D* eadem eſt, quæ F ad E: habebit C ad D proportionem cõpoſitam ex proportione A ad B, & proportione F ad E.

THEOREMA CLIX. PROPOS. CLXXII.

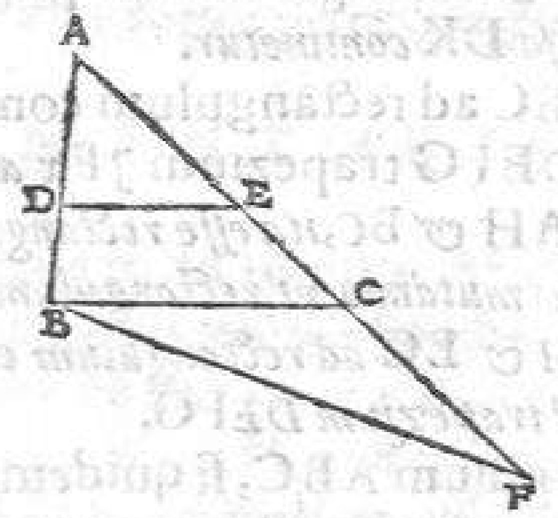
Sint duo parallelogramma AC DF æquiangula, quorum angulus B ſit æqualis angulo E. Dico vt rectangulum ABC ad rectangulum DEF, ita eſſe parallelogrammum AC ad DF parallelogrammum. LEM. VII.



Si enim anguli *BE* recti ſint, illud perſpicue conſtat, ſin minus, demittantur perpendiculares AG DH. & quoniam angulus *B* æqualis eſt angulo *E*, & angulus ad G rectus æqualis recto ad H; erit triangulum ABG triangulo *D*EH æquiangulum. quare ut B*A* ad AG, ita ED ad DH. ſed vt B A ad A*G*, ita reſtangulum ABC ad rectangulum, quod *A*G BC continetur, & vt E*D* ad *D*H, ita DEF rectangulum ad rectangulum contentum *D*H EF. ergo permutando vt rectangulum *A*BC ad rectangulum *D*EF, ita rectangulum quod continetur A *G* BC, hoc eſt parallelogrammum AC ad rectangulum contentum *DH EF*, hoc eſt ad parallelogrammum *D*F. 4 ſexti. 1 36.prim.

TEOREMA CLX. PROPOS. CLXXIII.

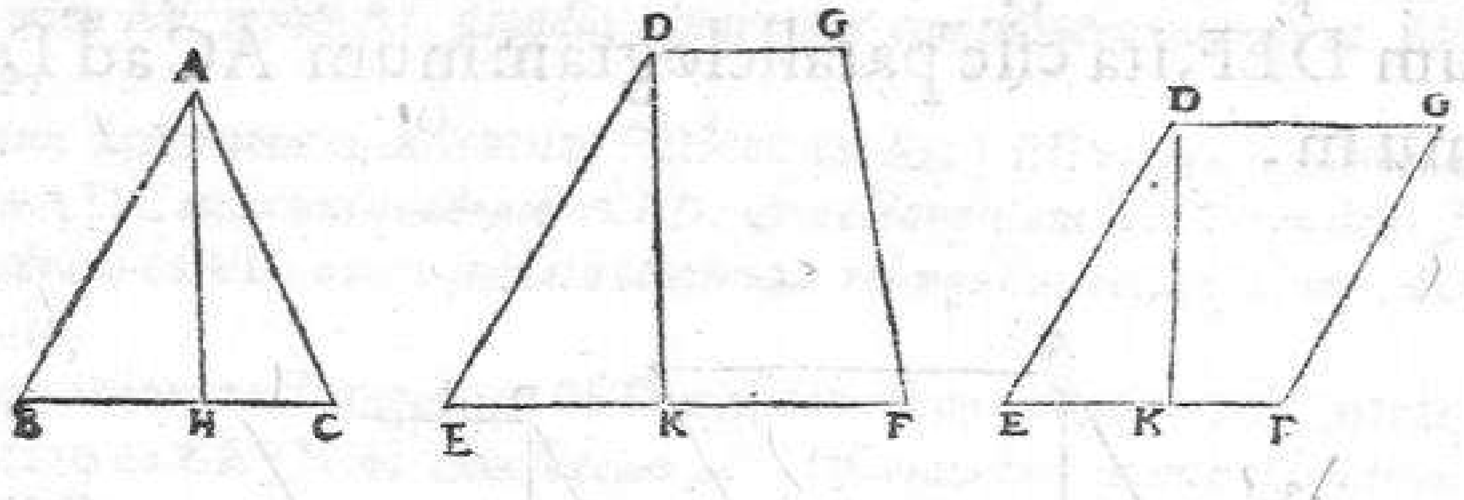
Sit triangulum ABC, ſitque BC parallela ipſi DE: & quadratum, quod ſit ex CA æquale ſit rectangulo FAE. Dico iam ſi iungantur DC BF rectam lineam BF ipſi DC parallelam eſſe. LEM. IX.



Hoc uero manifeſte patet. Quoniã enim ut FA ad AC, ita eſt CA ad AE; & ut C*A* ad AE, ita BA ad AD: erit ut F*A* ad AC, ita B*A* ad AD. ergo *D*C BF inter ſe parallelæ ſunt. 17 4 ſexti. 2

THEOREMA CLXI. PROPOS. CLXXIIII.

LEM X. Sit triangulum ABC, trapezium vero DEFG, ita vt ABC angulus angulo DEF ſit æqualis. Dico vt rectangulum ABC ad rectangulum, quod continetur vtraque ipſarum CLG EF & DE, ſic eſſe triangulum ABC ad trapezium DEFG.



Ducantur enim perpendiculares AH DK. & quoniam angulus ABC æqualis eſt angulo DEF, & qui eſt ad H rectus æqualis recto ad K; erit vt BA ad AH, ita ED ad DK. ſed ut BA ad AH, ita rectangulum ABC ad id, quod continetur AH BC. & ut 4 ſexti. 1 ED ad DK, ita rectangulum, quod continetur DG EF & DE ad contentum utraque DG EF & DK. eſt autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH BC: & trapezium DEFG dimidium eius quod continetur utraque DG EF & DK. ergo ut re-A ctangulum ABC ad rectangulum contentum utraque DG EF & DE, ita eſt triangulum ABC ad DEFG trapezium. quod ſi ABC triangulum ſit, & EF parallelogrammum, eadem ratione fiet, ut ABC triangulum ad DF parallelogrammum, ita eſſe re-B ctangulum ABC ad duplum rectanguli DEF.

C Ex quibus conſtat, rectangulum ABC ſiquidem DF parallelogrammum ſit, æquale eſſe duplo rectanguli DEF; ſi uero ſit trapezium æquale ei, quod utraque DG, EF & ipſa DA continetur.

COMMENTARIVS.

A Eſt autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH BC, & trapezium DEFG dimidium eius, quod vtraque DG EF & DK continetur] *Iuncta enim DF erit triangulum EDF dimidium rectanguli contenti EF & DK, & triangulum DFG itidem dimidium eius, quod continetur DG & DK. ergo totum trapezium DEFG dimidium eſt rectanguli, quod vtraque EF DG & ipſa DK continetur.*

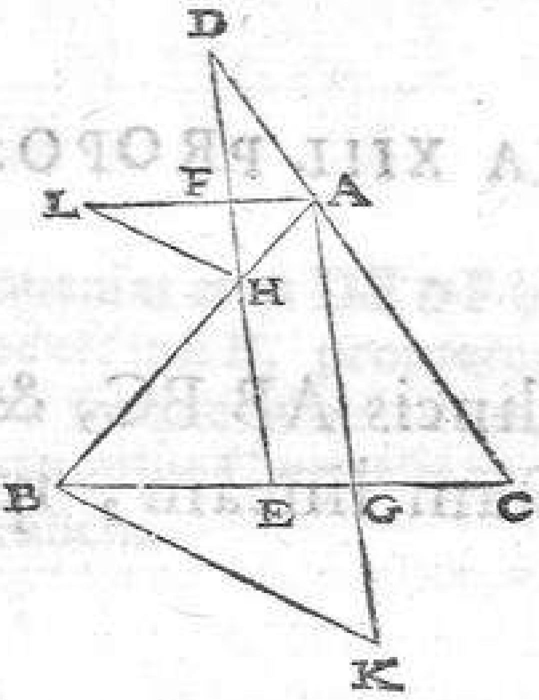
B Ergo vt rectangulum ABC ad rectangulum contentum vtraque DG, EF & DE, ita eſt triangulum ABC ad DEFG trapezium] *Ex antedictis enim colligitur, vt rectangulum ABC ad rectangulum ex AH & BC, ita eſſe rectangulum ex DG EF, & DE ad rectangulum ex DG EF & DK. quare permutando vt; rectangulum ABC ad rectangulum ex DG EF & DE, ita rectangulum ex AH & BC ad rectangulum ex DG EF & DK; & ita corũ dimidia, hoc eſt triangulum ABC ad trapezium DEFG.*

C Ex quibus conſtat rectangulum ABC, ſi quidem DF parallelogrammum ſit .] *Sequitur hoc quando triangulum ABC parallelogrammo, vel trapezio DEFG ſit æquale. quod etiam ab Eutocio demonſtratur in commentariis in 49. primi libri Apollonii. quare veriſimile eſt in Pappi verbis hoc loco nonnulla deſiderari.*

THEO.

ROBLEMA CLXII. PROPOS. CLXXV.

Sit triangulum ABC,& producta CA ad D ducatur, vt cõtin LEM.
git recta linea DHE, cui quidem parallela ducatur AG; ipſi ve- XI.
ro BC parallela AF. Dico vt quadratum ex AG ad rectangulum
BGC, ita eſſe rectangulum DFH ad quadratum ex FA.



Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK,& rectangulo DFH æquale
rectangulum AFL,& iungantur BKHL. Quoniam igitur angulus ad C æqualis eſt A
angulo BKG,& angulus DAL in circulo æqualis angulo FHL; erit & angulus GKB B
angulo FHL æqualis. ergo vt BG ad GK,ita LF ad FH. eſt autem vt AG ad GB, ita C
HE ad EB,& vt HE ad EB,ita HF ad FA.ut igitut AG ad GB, ita HF ad FA. ſed ut D
BG ad GK,ita alia quæpiam recta linea LF ad antecedentem FH. quare ex æquali in
perturbata analogia ut AG ad GK,ita LF ad FA. ut uero AG ad GK, ita quadra-
tum ex AG ad rectangulum AGK, hoc eſt ad rectangulum BGC, & ut LF ad FA, ita lem. i 23
rectangulum LFA,hoc eſt DFH ad quadratum ex FA.ergo ut quadratum ex AG ad decimi.
rectangulum BGC, ita rectangulum DFH ad quadratum ex FA. Sed licet illud
idem etiam per compoſitionem proportionum demonſtrare. Quoniam enim pro-
portio AG ad GB eſt eadem,quæ HE ad EB,hoc eſt HF ad FA;proportio autem AG
ad GC eadem,quæ DE ad EC, hoc eſt DF ad FA: erit proportio compoſita ex pro-
portione AG ad GB & ex proportione AG ad GC,quæ quidem eſt quadrati ex AG
ad rectangulum BGC,eadem,quæ componitur ex proportione HF ad FA,& ex pro E
portione DF ad FA.hæc autem eſt proportio rectanguli DFH ad quadratum ex FA.

COMMENTARIVS.

Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK, & rectangulo DFH æquale A
rectangulum AFL] *Græcus codex* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ βκγ ἴσον τὸ ὑπὸ αζλ *ſed legendum,
vt puto.* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ βηγ ἴσον τὸ ὑπὸ ακη, τῷ δὲ ὑπὸ δζθ ἴσον τὸ ὑπὸ αζλ. *Illud ve
ro ita intelligendum eſt, vt producatur AG ad K, & fiat rectangulum AGK rectangulo BGC
æquale, & rurſus producta AF ad L, fiat rectangulum AFL æquale rectangulo DFH.*

Quoniam igitur angulus ad C æqualis eſt angulo BKG, & angulus DAL in circu- B
lo æqualis angulo FHL] *Ex 21. tertii elementorum ſunt enim puncta ABKC in circumfe-
rentia eiuſdem circuli. cum rectangulum AGK æquale ſit rectangulo BGC ex conuerſa 35.
eiuſdem, & eadem ratione puncta ADLH cadent in circumferentia alterius circuli.*

C Erit & angulus GKB angulo FHL æqualis] *Namque angulus ad* C *angulo* DAL *eſt*
29.prim. *æqualis, quod* BC FA *parallelæ ſint.*

D Ergo vt BG ad GK, ita LF ad FH] *ſequitur enim ex iam dictis triangulum* LFH *triangulo* BGK *ſimile eſſe, quoniam angulus ad* K *angulo* FHL *eſt æqualis; vt demonſtratum fuit: & angulus* CFH *æqualis angulo* LAG, *hoc eſt ipſi* BGK. *ergo & reliquus reliquo æqualis erit.*

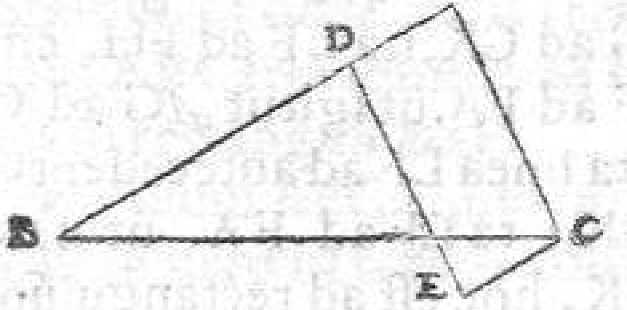
E Hæc autem eſt proportio rectanguli DFH ad quadratum ex FA] *Ex quibus fit vt rectangulum* DFH *ad quadratum ex* FA *eandem habeat proportionem, quam quadratum ex* AG *ad rectangulum* BGC. *quod quidem demonſtrare oportebat.*

IN SECVNDVM CONICORVM.

PROBLEMA XIII. PROPOS. CLXXVI.

LEM. I.

Datis duobus rectis lineis AB BC, & data recta DE, in ipſas AB BC coaptare rectam lineam, ipſi DE æqualem, parallelam.



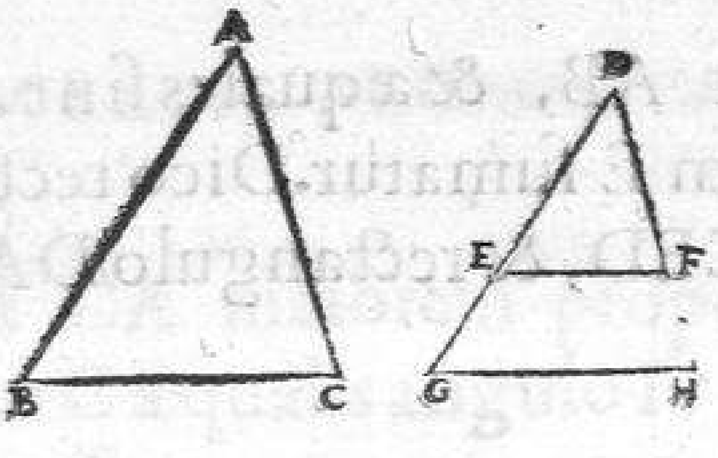
F Hoc autem manifeſtum eſt. nam ſi per *E* ducatur *E*C parallela *A*B, & per *C* ipſi *DE* parallela ducatur *CA*; erit AC *E*D parallelogrammum, & propterea *AC* ipſi DE
34.prim. & æqualis & parallela. quæ quidem in datas rectas lineas AB BC coaptata erit.

THEOREMA CLXIII. PROPOS. CLXXII.

LEM. II.

Sint duo triangula ABC DEF: ſitque vt AB ad BC, ita DE ad EF: & AB quidem ſit parallela DE; BC vero ipſi EF. Dico & AC ipſi DF parallelam eſſe.

Producatur



Producatur enim BC, & conueniat cum DE DF in punctis GH. eſt igitur angulus E ęqualis angulo G, hoc eſt ipſi B, propterea quod duę rectæ lineę AB BC duabus DE EF parallelæ ſunt. Itaque quoniam ut AB ad BC, ita eſt DE ad EF, & anguli ad BE ſunt æqualer; erit angulus C æqualis angulo F, hoc eſt angulo H. ergo recta linea AC ipſi DH eſt parallela.

THEOREMA CLXIIII. PROPOS. CLXXVIII.

LEM. III.

Sit recta linea AB, & æquales ſint AC DB, & inter CD ſumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum ADB una cũ rectãgulo CED æquale eſſe rectangulo AEB.

Secetur enim CD bifariam in F, quomcdocunque ſe habeat ad E punctum. & qnoniam rectangulum ADB una cum quadrato ex FD æquale eſt quadrato ex FB; quadrato autem ex F D rectangulum CED una cum quadrato ex FE eſt æquale, & quadrato ex FB æquale rectangulum AEB una cum quadrato ex FE: erit rectangulum ADB vna cum rectangulo CED, & quadrato ex FE, & æquale rectãgulo AEB. & ei, quod fit ex FE quadrato. commune auferatur quadratum ex FE. reliquũ igitur ADB rectangulum vna cum rectangulo CED æquale eſt rectangulo AEB.

THEO-

LE.xiii

THEOREMA CLXV. PROPOS. CLXXIX.

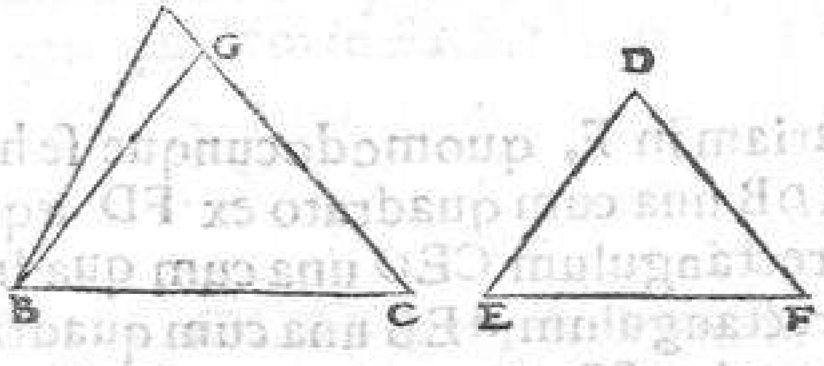
Sit recta linea AB, & æquales ſint AC DB: & inter CD quoduis punctum E ſumatur. Dico rectangulum AEB æquale eſſe rectangulo CED, & rectangulo DAC.

Secetur enim CD in F bifariam, quomodocunque ſe habeat ad punctum E. quare tota AF ipſi FB eſt æqualis. rectangulum igitur AEB una cum quadrato ex EF æquale eſt quadrato ex FA. Sed rectangulum DAC una cum quadrato ex CF, quadrato ex FA eſt æquale, ergo rectangulum AEB vna cum quadrato ex EF æquale eſt rectangulo DAC & ex CF quadrato. quadratum autẽ ex CF eſt æquale rectãgulo CED & quadrato ex EF. quare ſublato communi, nempe quadrato ex EF, erit quod relinquitur rectangulum AEB æquale rectangulo CED, & rectangulo DAC.

L.EV.

THEOREMA CLXVI. PROPOS. CLXXX.

Sint duo triangula ABC DEF, & ſit angulus quidem C æqualis angulo F, angulus uero B angulo E maior. Dico rectam lineam BC ad CA minorem proportionem habere, quàm EF ad FD.



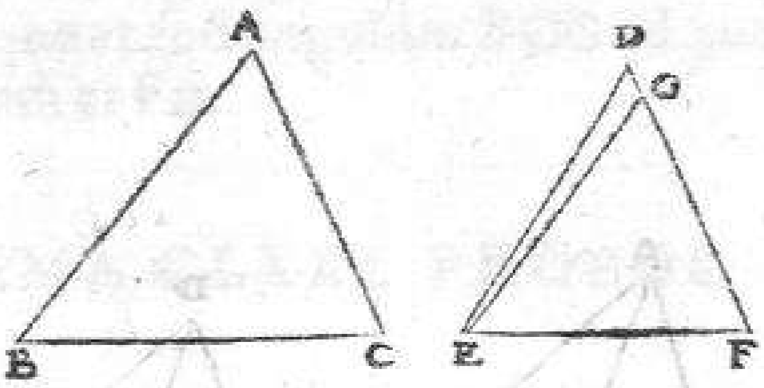
Conſtituatur enim angulus CBG æqualis angulo E, & angulus C eſt æqualis angu-

angulo F. ergo BC ad CG, ita *EF* ad *FD*. Sed BC ad CA minorem proportionem habet, quam BC ad CG. quare ex BC ad CA minorem habebit proportionem, quam *EF* ad FD.

THEOREMA CLXVII. PROPOS. CLXXXI.

LEM. VI.

Habeat rurſus BC ad CA maiorem proportionem, quam EF ad FD: & ſit angulus C æqualis angulo F. Dico angulum B angulo E minorem eſſe.

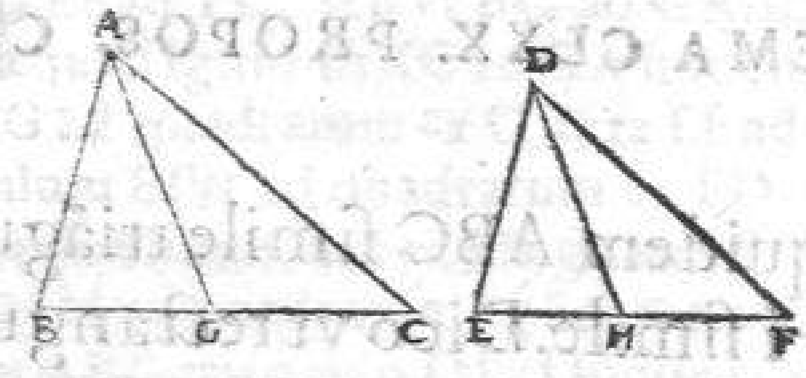


Quoniã.n. BC ad CA minorẽ proportionẽ habet, quam *EF* ad FD, ſi fiat ut BC ad *CA*, ita EF ad aliam quadam; erit ea minor, quam FD. Itaque ſit FG, & AG iungatur. Cum igitur circa æquales angulos latera proportionalia ſint, angulus *B* eſt æqualis angulo FEG, & propterea angulo E minor erit.

THEOREMA CLXVIII. PROPOS. CLXXXII.

LFM. VII.

Sint triãgula ſimilia ABC DEF, & ducãtur AG DH, ita ut ſit rectãgulũ BCG ad quadratũ ex CA, ſicut rectangulũ EFH ad quadratũ ex FD. Dico triãgulũ AGC triangulo DHF ſimile eſſe.



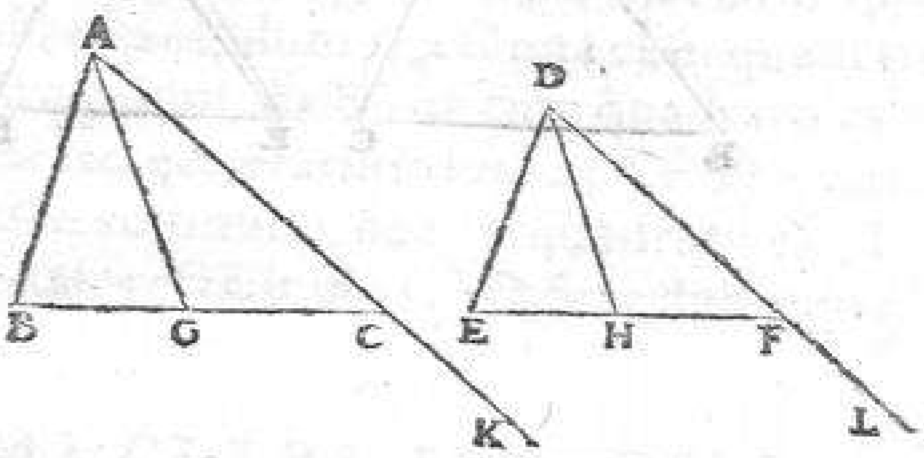
Quoniam enim eſt, ut rectangulum BCG ad quadratum ex *CA*, ita rectangulum

lum EFH ad quadratum ex FD, & proportio rectanguli BCG ad quadratum ex CA composita eſt ex proportione BC ad CA, & proportione GC ad CA; proportio autem rectanguli EFH ad quadratum ex FD componitur ex proportione EF ad FD, & proportione HF ad FD, quarum quidem proportio BC ad CA eadem eſt, quæ EF ad FD propter ſimilitudinem triangulorum: erit reliqua GC ad CA eadem, quæ HF ad FD. & ſunt circa æquales angulos latera proportionalia. ergo triangulum ACG triangulo DFH ſimile erit. Hoc igitur ex compoſita proportione in eum, quem diximus, modum, demonſtratur. Sed licet etiam aliter demonſtrare abſque compoſita proportione.

LE.viii

THEOREMA CLXIX. PROPOS. CLXXXIII.

ALITER.



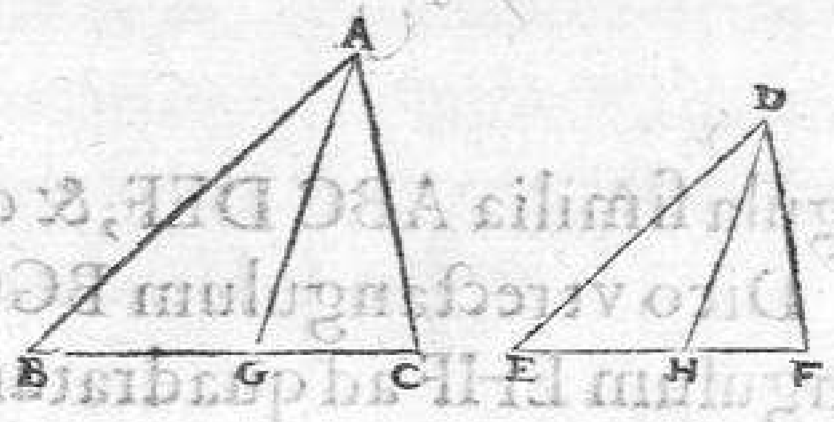
Ponatur enim rectangulo BCG æquale rectangulum ACK. ergo ut BC ad CK, ita AC ad CG. Rurſus ponatur rectangulo EFH æquale rectangulum DFL, erit ut EF ad FL, ita DF ad FH. Sed poſitum eſt ut rectangulum BCG, hoc eſt rectangulum ACK ad quadratum ex AC, videlicet ut AK ad CK, ita rectangulum EFH, hoc eſt DFL ad quadratum ex DF, videlicet ut DF ad FL. Ut autem BC ad CA, ita EF ad FD ob ſimilitudinem triangulorum. ergo ut BC ad CK, ita EF ad FL. ſed ut BC ad CK, ita AC ad CG, quod demonſtratum eſt. itemque ut EF ad FL, ita DF ad FH. quare ut AC ad CG, ita erit DF ad FH. & ſunt circa æquales angulos. triangulum igitur ACG ſimile eſt triangulo DFH. & eadem ratione triangulum AGB triangulo DHE, quod & ABC triangulum ipſi DEF ſimile ſit.

lemm.in 23.deci.

LE.IX.

THEOREMA CLXX. PROPOS. CLXXXIIII.

Sit triangulum quidem ABC ſimile triãgulo DEF, triangulũ vero ABG ipſi DEH ſimile. Dico ut rectangulũ BCG ad quadratum ex CA, ita eſſe rectangulum EFH ad quadratum ex FD.

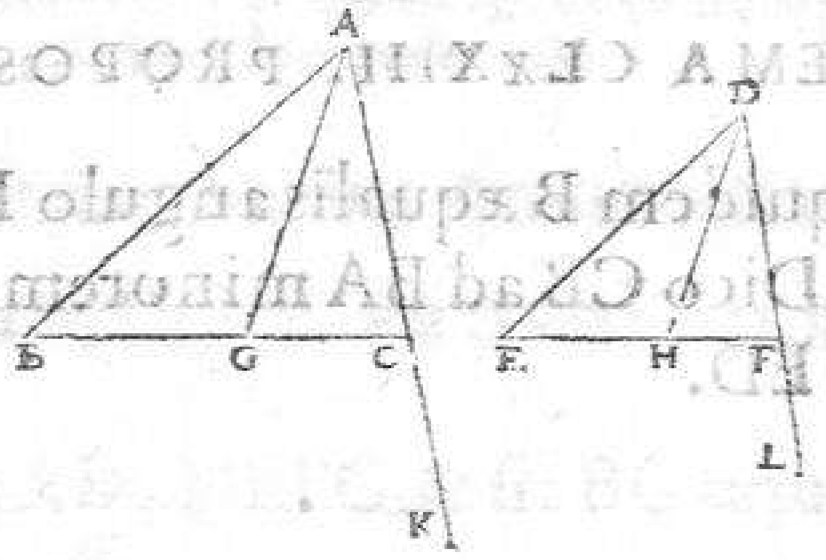


Quoniam.n.propter ſimilitudinem triangulorũm totus angulus A toti D eſt æqualis; angulus autem BAG æqualis ē angulo EDH: erit reliquus GAC reliquo HDF æqualis. ſed & angulus C ē æqualis angulo F. eſt igitur ut GC ad CA, ita HF ad FD. vt autem BC ad CA, ita EF ad FD. ergo & proportio compoſita compoſitæ proportioni eadem erit. idcircoque vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD.

THEOREMA CLXXI. PROPOS. CLXXXV.

LEM. X.

ALITER ABSQVE COMPOSITA PROPORTIONE.

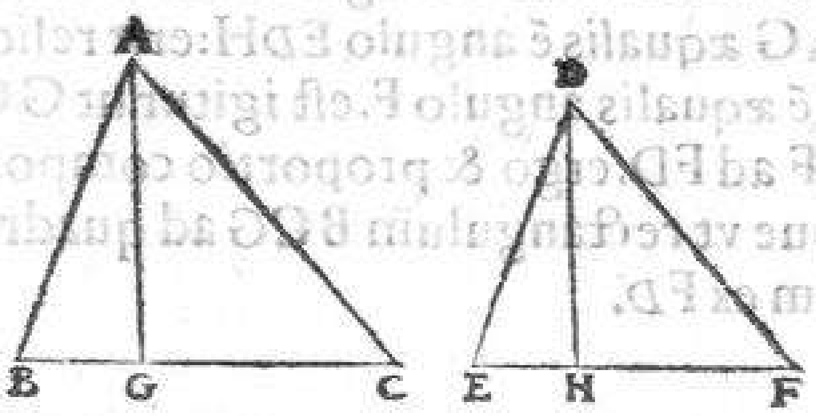


Pouatur rectangulo BCG æquale rectangulum ACK, & rectangulo EFH æquale rectangulum DFL; erit rurſus vt BC ad CK, ita AC ad CG. Vt autem EF ad FL, ita DF ad FH & eadem ratione, qua ſupra demonſtrabimus vt AC ad CG, ita eſſe DF ad FH. ergo vt BC ad CK, ita EF ad FL. ſed vt BC ad CA, ita EF ad FD ob triangulorum ſimilitudinem. ex æquali igitur ut KC ad CA hoc eſt vt rectangulum KCA, hoc eſt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita LF ad FD, hoc eſt rectangulum LFD, hoc eſt rectangulum EFH ad quadratum ex FD. quod demonſtrare oportebat. Similiter demonſtrabimus, ſint rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita fuerit rectangulum EFH ad quadratum ex FD. & triangulum ABC ſimile triangulo DEF; & triangulum ABG triangulo DEH ſimile eſſe.

LEM. xi

TEOREMA CLXXII. PROPOS. CLXXXVI.

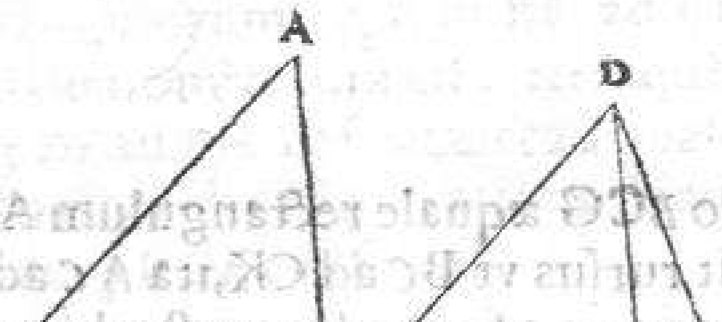
Sint duo triangula ſimilia ABC DEF, & ducantur perpendiculares AG DH. Dico vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita eſſe rectangulum EHF ad quadratum ex DH.



Hoc autem ex iis, quæ ſuperius dicta ſunt perſpicue conſtat.

THEOREMA CLXXIII. PROPOS. CLXXXVII.

LE. xii Sit angulus quidem B æqualis angulo E, angulus uero A angulo D minor. Dico CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED.

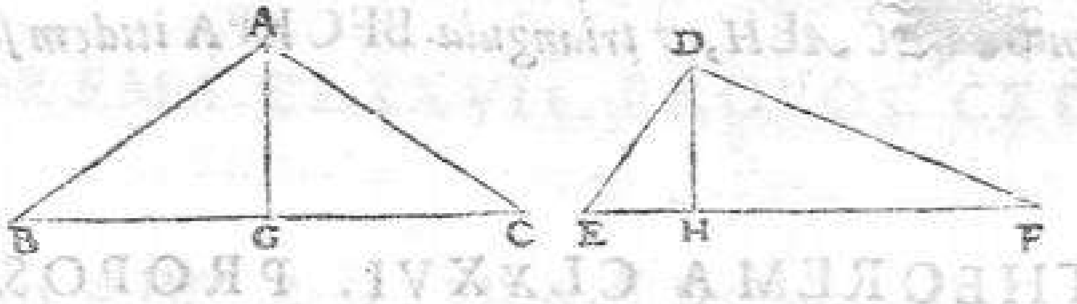


Quoniam.n. angulus A minor eſt angulo D, conſtituatur angulo A æqualis angulus EDG. eſt igitur vt CB ad BA, ita GE ad ED. Sed GE ad ED minorē habet proportionem, quam FE ad ED. ergo & CB ad BA minorem proportionem habebit, quam FE ad ED. ſimiliter & omnia alia eiuſmodi oſtendemus.

THEOREMA CLXXIV. PROPOS. CLXXXVIII.

LEM. VIII.

Sit vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH: & ſit BG quidem æqualis GC, CG vero ad GA minorem proportionem habeat, quam FH ad HD. Dico FH maiorem eſſe ipſa HE.



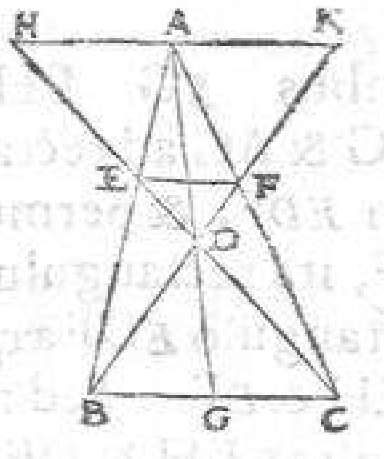
Quoniam.n.quadratum ex CG ad quadratum ex GA minorē proportionē habet,quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD,quadratum autem ex CG æquale eſt rectangulo BGC.habebit BGC rectangulum ad quadratum ex AG minorem proportionem,quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD.ſed ut BGC rectāgulum ad quadratum ex AG,ita poſitum eſt rectangulum EHF ad quadratū ex HD. ergo rectangulum EHF ad quadratum ex HD minorem proportionem habet , quā quadratum ex FH ad quadratum ex HD.maior igitur eſt quadratum ex FH rectangulo EHF. quare & recta linea FH ipſi HE maior erit.

IN TERTIVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLXXV. PROPOS. CLXXXIX.

LEM. I.

Sit deſcripta figura ABCDEFG, & ſit BG æqualis GC. Dico EF ipſi BC parallelam eſſe.



Ducatur.n.per A recta linea HK parallela BC, & BF CE ad puncta KH produca-

6.ſecũdi Secetur enim BE bifariam in F. ergo punctum F ipſam quoque *A*D bifariam ſecat & quoniam rectangulum CEB vna cum quadrato ex BF æquale eſt quadrato ex FE; rectangulum autem DEA vna cum quadrato ex AF æquale eſt quadrato ex FE; atque eſt quadratum ex *A*F æquale rectangulo CAB vna cum quadrato ex BF: ✻ commune auferatur quadratum ex BF. reliquam igitur rectangulum CEB æquale eſt rectangulo CAB una cum rectangulo *DEA* quare CEB rectangulum ſuperat rectangulum CAB ipſo *DE*A rectangulo. quod demonſtrare oportebat,

COMMENTARIVS.

✻ Commune auferatur quadratum ex BF] *ſequitur enim ex iam dictis rectangulum* CEB *una cum quadrato ex* BF *æquale eſſe rectangulis* DEA CAB *una cum eo, quod ex BF quadrato.*

THEOREMA CLXXIX. PROPOS. CXCIII.

LE. V. Si vero punctum E ſit inter A & B rectangulum CEB minus eſt, quã rectangulum CAB eodem ipſo ſpatio, videlicet rectangulo DEA, ✻ quod ſimili ratione demonſtrabitur.

COMMMENTARIVS.

✻ Quod ſimili ratione demonſtrabitur] *eſt enim rectangulum* CAB *una cum quadrato ex* BF *æquale quadrato ex* F*A*, *& rectangulum* DE*A* *una cum quadrato ex* EF *æquale eſt quadrato ex* F*A*: *quadratum uero ex* EF *eſt æquale rectangulo* CEB *una cum quadrato ex* BF. *ergo rectangulum* CAB *una cum quadrato ex* BF *æquale eſt rectangulis* DE*A* CEB *una cũ quadrato ex* BF *& dempto communi quadrato ex* BF, *relinquitur rectangulum* C*AB* *æquale rectãgulis* DE*A* CEB. *rectangulum igitur* CEB *minus eſt, quam rectangulum* C*AB*, *rectangulo* DEA.

THEO.

THEOREMA CLXXX. PROPOS. CXCIIII.

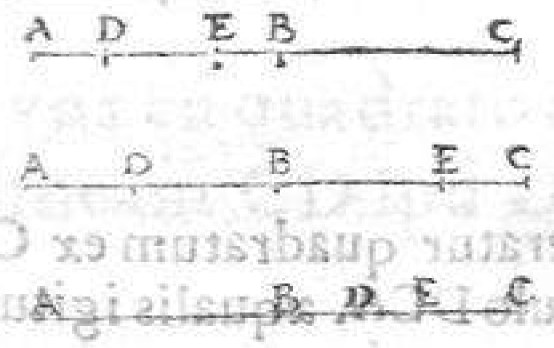
Quod ſi E punctum ſit inter B & C, eadem ratione rectangulum CEB minus eſt, quam rectangulũ AED rectangulo ABD. LEM. VI.

COMMENTARIVS.

Nam cum rectangulum AED vna cum quadrato ex EF æquale ſit quadrato ex FA, rectangulum vero ABD una cum quadrato ex BF eidem quadrato ex FA ſit æquale, & quadratum ex BF æquale rectangulo CEB una cum quadrato ex EF; dempto communi quadrato ex EF, ſequitur rectangulum AED æquale eſſe rectãgulo ABD una cum CEB rectangulo ergo CEB rectangulum minus eſt quam rectangulum AED rectangulo ABD, id quod demonſtrandum proponebatur. 9. & 10. ſecundi.

THEOREMA CLXXXI. PROPOS. CXCV.

Sit recta linea AB æqualis ipſi BC: & duo puncta DE ſumantur. Dico quadratum ex AB quater ſumptum æquale eſſe rectãgulo ADC bis, vna cum rectangulo AEC bis, & quadratis ex DB BE bis ſumptis. LEM. VII.



Hoc autem perſpicuum eſt, quadratum enim ex AB bis ſumptum propter bipartitas ſectiones æquale eſt rectangulo ADC bis, & quadrato ex DB bis: itemque quadratum ex AB bis eſt æquale rectangulo AEC bis & bis ei, quod fit ex EB quadrato. 5. ſecũdi.

THEO-

THEOREMA CLXXXII. PROPOS. CXCVI.

LEM. VIII.

Sit recta linea AB æqualis ipſi CD: & ſumatur punctum E. Dico quadrata ex AE ED æqualia eſſe quadratis ex BE EC, & rectangulo ACD bis ſumpto.

Secetur BC biſariam in F. & quoniam quadratum ex DF bis ſumptum æquale eſt rectangulo ACD bis, & bis quadrato ex CF; appoſito communi quadrato ex EF bis, erit rectangulum ACD bis una cum quadratis ex CF FA bis, æquale quadratis ex DF FE bis ſumptis. ſed quadratis ex DF FE bis ſumptis æqualia ſunt quadrata ex AE ED: quadratis autem ex CF FE bis ſumptis æqualia ſunt ex BE EC quadrata. quadrata igitur ex AE ED æqualia ſunt quadratis ex BE EC & rectangulo ACD bis ſumpto. 9. & 10. ſecundi.

THEOREMA CLXXXIII. PROPOS. CXCVII.

LE. IX.

Sit rectangulum BAC una cum quadrato ex CD æquale quadrato ex AD. Dico CD ipſi DB æqualem eſſe.

Commune enim auferatur quadratum ex CD. erit reliquum quod continetur AC DB æquale rectangulo DCA. æqualis igitur eſt DC ipſi DB.

COMMENTARIUS.

Hoc lemma eſt ueluti conuerſum ſextæ propoſitionis ſecundi libri elementorum, in cuius demonſtratione cum non nulla deſiderari uideantur, nos planius, & apertius explicare tentabimus, hoc modo.

Commune auferatur quadratum ex CD. *erit reliquum rectangulum* BAC *æquale rectangulo* DAC *vna cum rectangulo* DCA. *eſt enim ex ſecunda proportione ſecundi elementorum quadratum ex* AD *æquale rectangulo* BAC *vna cum rectangulo* ADC, *hoc eſt una cum rectāgulo* DCA, *&* *quadrato ex* CD *per tertiam eiuſdem ſed per primam rectangulum* BAC *æquale eſt rectangulo* DAC *una cum eo, quod* BD, *&* AC *continetur. quare rurſus ablato communi rectangulo* DAC *relinquitur rectangulum contentum* BD, *&* AC *æquale rectangulo* DCA *æqualis igitur eſt recta linea* CD *ipſi* DB.

THOREMA CLXXXIIII. PROPOS. CXCVIII.

LEM. X.

Sit rectangulum ACB una cum quadrato ex CD æquale quadrato ex DB. Dico rectam lineam AD æqualem eſſe ipſi DB.

Ponatur ipſi CD æqualis *DE*. ergo rectangulum CBE una cū quadrato ex *DE*, hoc quadrato ex CD æquale eſt quadrato ex DB, hoc eſt rectangulo *AC*B vna cum quadrato ex CD. quare rectangulū C*BE* eſt æquale rectangulo ACB, & propterea recta linea AC æqualis ipſi EB. sed & C*D* æqualis ipſi *DE*. tota igitur AD toti DB eſt æqualis,

COMMENTARIVS.

Hoc lemma conuerſum eſt quintæ propoſitionis ſecundi elementorum.

Quare rectangulum CBE eſt æquale rectangulo ACB] *Nempe ablato communi, videlicet quadrato ex* CD. ❈

THEOREMA CLXXXV. PROPOS. CXCIX.

LEM. XI.

Sit rurſus rectangulū BAC vna cū quadrato ex DB æquale quadrato ex AD. Dico rectam lineam CD ipſi DB eſſe æqualem.

Ponatur.n. ipſi DB ęqualis AE. & quoniam rectangulū B*A*C vna cum qua-

drato ex DB, hoc eſt cum quadrato ex EA æquale eſt quadrato ex AD, commune auferatur rectangulum DAC. ergo reliquum, quod BD & AC continetur, videlicet re-
B ctangulum EAC vna cū quadrato ex EA, quod eſt rectangulū CEA æquale eſt ipſi
C ADC rectangulo. quare recta linea EA, hoc eſt BD ipſi DC eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

A Commune auferatur rectangulum DAC] *eſt enim rectangulum BAC æquale rectangulo DAC una cum eo, quod BD & AC continetur. quadratum uero ex AD æquale eſt rectãgulo DAC una cum ADC rectangulo.*

B Quod eſt rectangulum CEA] *ex tertia ſecundi elementorum.*

C Quare recta linea EA, hoc eſt BD ipſi DC eſt æqualis.] *Quoniam enim rectangulum CEA æquale eſt rectangulo ADE, erit ut EC ad CD ita DA ad EE, & componendo ut ED ad DC, ita DE ad EA. ergo EA ipſi DC eſt æqualis.*

THEOREMA CLXXXVI. PROPOS. CC.

Sit recta linea AB, in qua ſumantur tria puncta CDE, ita ut BE ſit æqualis EC, & rectangulum AED, quadrato ex CE æquale. Dico ut BA ad AC, ita eſſe BD ad DC.

Quoniam n. rectangulum AED æquale eſt quadrato ex CE, erit ut AE ad EC,
A ita CE ad ED. quare per conuerſionem rationis, antecedentibuſque bis ſumptis, &
B diuidendo ut BA ad AC, ita erit BD ad DC.

COMMENTARIVS.

Hoc lemma, & quod ſequitur in græcis codicibus corruptiſsima ſunt, quæ nos reſtituimus.

A Erit vt AE ad EC, ita CE ad ED] *Hac nos addidimus perſpicuitatis cauſſa, in græco enim codice tantum legitur* ἀνάλογον

B Quare per conuerſionem rationis, antecedentibuſque bis ſumptis, & diuidendo vt BA ad AC, ita erit BD ad DC.] *Quoniam enim ut AE ad EC, ita CE ad ED, erit per conuerſionem rationis ut EA ad AC, ita EC ad CD; & antecedentium dupla ut BA, AC ad CA, ita BC ad CD: eſt enim BC ipſius CE dupla. ergo diuidendo ut BA ad AC, ita eſt BD ad DC.*

THEOREMA CLXXXVII. PROPOS. CCI.

Sit rurſus rectangulum BCD æquale quadrato ex CE; & AC ipſi CE æqualis. Dico rectangulum ABE rectanhulo CBD æquale eſſe.

LEM. XIII.

Quoniam enim rectangulum BCD quadtato ex CE eſt ęquale vt BC ad CE, hoc A
eſt ad CA, ita erit CE, hoc eſt AC ad CD. & tota ad totam, & per conuerſionem ratio
nis, & ſpacium ſpacio æquale. ergo rectangulum ABE æquale eſt CBD rectangulo. B
ſed illud etiam conſtat, rectangulum ſcilicet ADE ipſi BDC æquale eſſe. Si enim a
quadrato CE, & a rectangulo BCD anferatur commune quadratum ex CD, quæ relinquentur æqualia erunt.

COMMENTARIVS.

Et tota ad totam, & per conuerſionem rationis, & ſpatium ſpatio æquale] *Quoniã* A
enim eſt ut BC *ad* CA *ita* AC *ad* CD, *erit componendo ut tota* BA *ad* AC, *hoc eſt ad totam*
EC, *ita pars* AD *ad partem* DC. *ergo reliqua* BD *ad reliquam* DE, *ut* BA *ad* AC: *& per con-* 19.quiti
uerſionem rationis DB *ad* BE, *ut* AB *ad* BC. *rectangulum igitur* ABE *rectangulo* CBA *eſt* 16.ſexti.
æquale.

Sed hoc etiam aliter demonſtrare poſsimus] *Nam cum recta linea* AE *biſariam ſe-*
cetur in C, *atque ipſi addatur* EB, *erit rectangulum* ABE *una cum quadrato ex* EC *æquale qua* 6.ſecũdi
drato & CB. *ſed eidem quadrato ex* CB *æqualia ſunt utraque rectangula* CBD, BCD. *rectan-*
gulum igitur ABE *una cum quadrato ex* EC *ęquale eſt rectangulo* CBD *una cum rectangulo*
BCD. *quare ablato quadrato ex* EC *ab altera parte, & ab altera rectangulo* BCD, *quę inter ſe* 2.ſecũdi
æqualia ſunt, ſequitur rectangulum ABE *rectangulo* CBD *ęquale eſſe*.

Sed illud etiam conſtat, rectangulum ſcilicet ADE ipſi BDC æquale eſſe.] *Nam* B
cum AC *ſit æqualis* CE, *rectangulum* ADE *una cum quadrato ex* CD *æquale eſt quadrato ex*
CE. *ſed rectangulum* BDC *una cum quadrata ex* CD *eſt æquale rectangulo* BCD, *hoc eſt qua-* 5 ſecu;
drato ex CE. *quare ſublata communi quadrato ex* CD, *relinquitur rectangulum* ADE *rectan-* 3
gulo BDC *æquale*. 16.ſexti

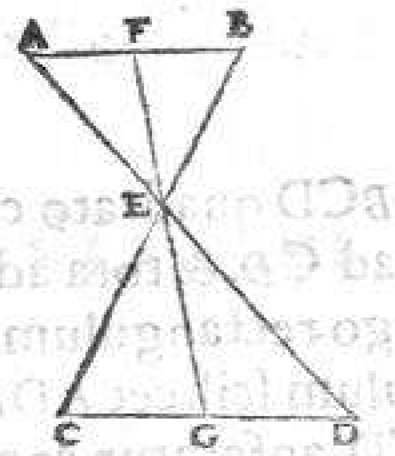
ALITER quoqueidem demonſtrari poteſt, hoc pacto.

Quoniam ut tota BA ad EC, ita eſt pars AD ad DC, erit & reliqua BD ad DE, ut AD ad DC; & propterea rectangulum ADE æquale eſt rectangulo BDC.

THEOREMA CLXXXVIII. PROPOS. CCII.

LEM. XIIII.

In duas parallelas AB CD per idem punctum E tres rectæ lineæ AED BEC, FEG ducantur. Dico ut rectangulũ AEB ad rectangulum AFB, ita eſſe rectangulum CED ad CGD rectangulum.



COMMENTARIVS.

Hoc per compoſitam proportionem manifeſtum eſt. vt enim AE ad ED, ita eſt AF ad DG: & ut BE ad EC, ita FB ad GC. & componuntur ex his proportionibus ſpatia. Conſtat igitur propoſitum.

Sed licet etiam aliter demonſtrare abſque compoſita proportione, hoc pacto.

Quoniam enim ut AE ad EB, ita eſt DE ad EC, erit rectangulum AEB ad quadratum ex EB, vt rectangulum DEC ad quadratum ex EC, vt autem quadratum ex EB ad quadratum ex BF, ita quadratum ex EC ad quadratum ex CG. quare ex æquali ut rectangulum AEB ad quadratum ex BF, ita rectangulum DEC ad quadratum ex CG. sed vt quadratum ex BF ad rectangulum BFA, ita quadratum ex CG ad rectangulum CGD. ex æquali igitur ut rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita rectangulum CED ad rectangulum CGD.

COMMENTARIVS.

✻ Hoc per compoſitam proportionem manifeſtum eſt] *Cum enim rectę lineæ* AB CD *inter ſe parallelæ ſint, erit* AEF *triangulum ſimile triangulo* DEG, *&* *triangulo* FEB *ſimile ipſi* GEC. *quare vt* EA *ad* AF, *ita* ED *ad* DG: *& vt* EB *ad* BF, *ita* EC *ad* CG. *proportio autem rectanguli* AEB *ad rectangulum* AFB *componitur ex proportione* EA *ad* AF, *& proportione* EB *ad* BF: *& proportio rectanguli* CED *ad rectangulum* CGD *componitur ex proportione* ED *ad* DG, *& proportione* EC *ad* CG. *quare cum proportiones,*

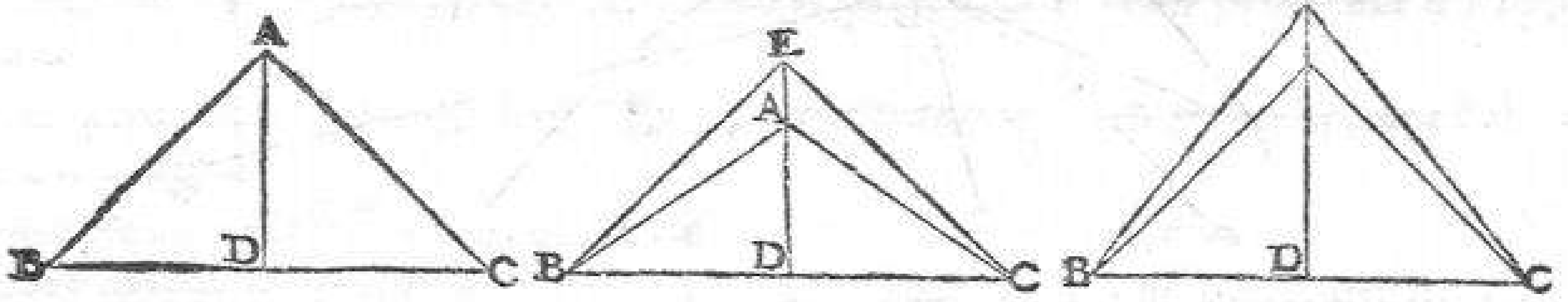
tiones, ex quibus componuntur, eadem ſint, ſequitur rectangulum AEB *ad* AFB *rectangulum, ita eſſe, vt rectangulum* CED *ad rectangulum* CGD.

IN QVINTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CLXXXIX. PROPOS. CCIII.

LEM. I.

Sit triangulum ABC, & ducatur perpendicularis AD. Dico ſi rectangulum BDC æquale ſit quadrato ex AD, angulum ad A rectum eſſe, ſi maius obtuſum, ſi vero minus acutum.



Sit primum æquale. ergo vt BD ad DA, ita eſt AD ad DC. & ſunt circa æquales an- A
gulos latera proportionalia. angulus igitur ad A æqualis eſt angulo ad D, ac pro- B
pterea angulus ad A rectus erit. Sed ſit maius. ponaturque ipſi æquale quadra-
tum ex DE, & BE EC iungantur. erit angulus BEC rectus. & ipſo maior eſt angulus
ad A. ergo angulus ad A eſt obtuſus. Sit denique minus, & ipſi æquale ponatur qua
dratum ex DF, iunganturque BF FC. erit BFC angulus rectus, atque eo minor eſt
angulus ad A. angulus igitur ad A acutus erit.

COMMENTARIVS.

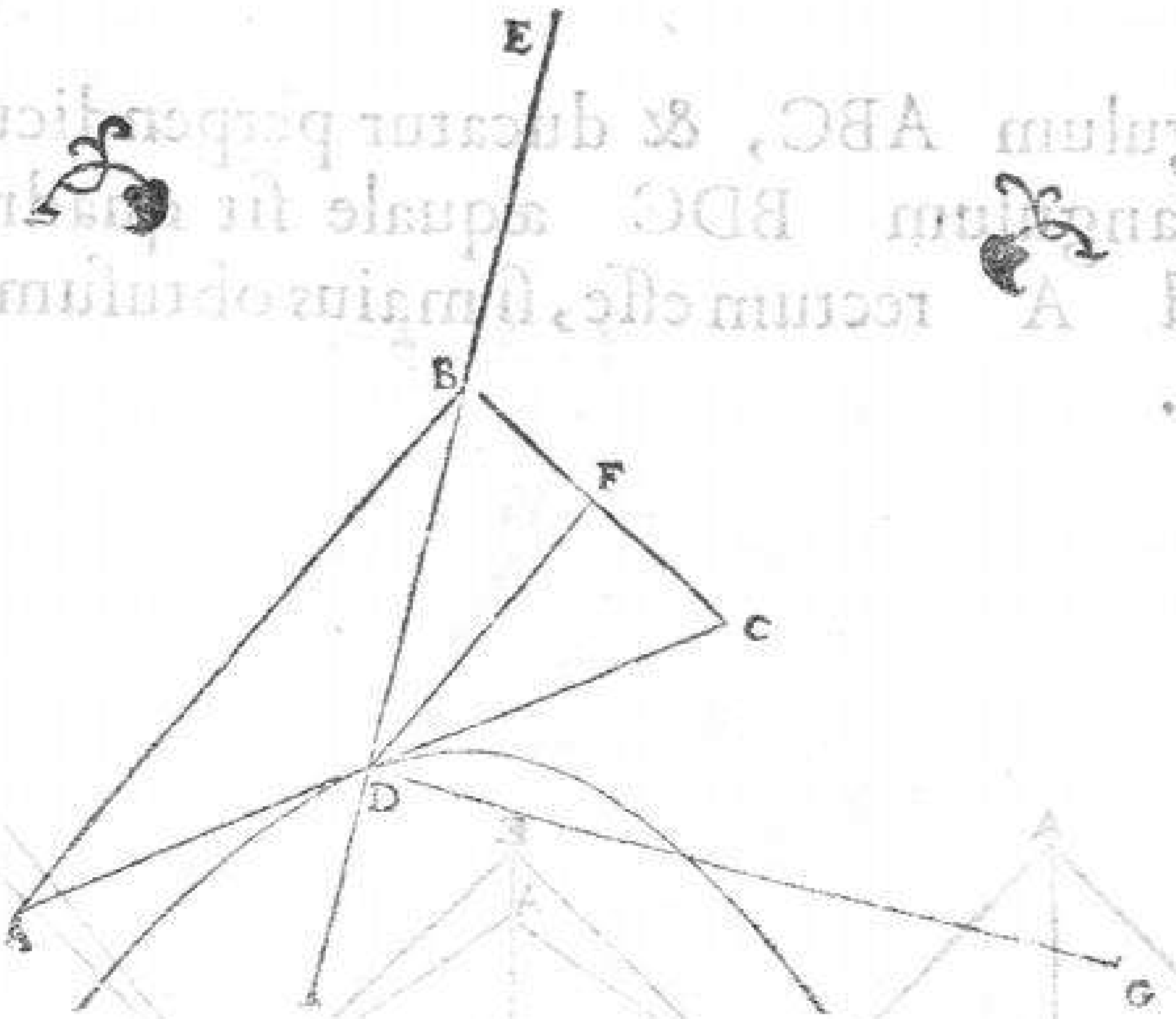
A Ergo vt BD ad DA, ita eſt AD ad DC. & ſunt circa æquales angulos latera proportionalia] Ex 14. *ſexti elementorum. Hæc autem nos ita vertimus perſpicuitatis cauſſa, nã in græco codice legitur.* ἀνάλογον ἄρα καὶ περὶ τὰς γωνίας.

B Angulus igitur ad A æqualis eſt angulo ad D, ac propterea angulus ad A rectus erit.] *Quoniam enim rectangulum* BDC *æquale eſt quadrato ex* AD, *vt* BD *ad* DA, *ita eſt* AD *ad* DC. *ſuntque circa æquales angulos, videlicet rectos, qui ſunt ad* D *latera proportionalia. triangulum igitur* ABD *triangulo* ADC *æquiangulum eſt, & angulus* ABD *angulo* DAC *æqualis. Sed duo anguli* ABD BAD *ſunt æquales uni recto, quare & ipſi* BAD DAC *hoc eſt angulus* BAC. *angulus igitur ad* A *eſt rectus.*

PROBLEMA XV. PROPOS. CCIIII.

LEM. II.

Duabus rectis lineis AB BC poſitione datis, & dato puncto D, per D circa aſymptotos AB BC hyperbolen deſcribere.



A B C Factum iam ſit ergo B eſt ipſius centrum iungatur DB, & producatur; quæ dia-
A meter erit, ponaturque ipſi DB æqualis BE. datum igitur eſt punctum B. quare &
D punctum E dabitur, & diametri terminus. ducatur a puncto D ad rectam lineam
BC perpendicularis DF. ergo & punctum F eſt datum. Rurſus ponatur ipſi BF æqua
27. datorum. lis FC. erit & C datum, & iuncta CD producatur ad G, quæ poſitione data erit. ſed &
25. datorum. poſitione eſt data AB. ergo & ipſum A. eſt autem & C datum. quare recta linea AC
magnitudine dabitur. & erit AD æqualis DC, proprerea quod BF eſt æqualis FC.
Itaque figuræ, quę ad diametrum ED conſtituitur, ſit DG rectum latus. vtraque igi
tur ipſarum AD DC poteſtate quarta pars erit rectanguli EDG. ſed & quarta pars
E eſt quadrati ex AC. rectangulum igitur EDG quadrato ex AC eſt æquale. datum
F autem eſt, quod fit ex AC quadratum. ergo & datum rectangulum EDG, & data eſt
G ED. quare & ipſa DG, & punctum G datur. Quoniam igitur poſitione datis duabus
H rectis lineis in plano, ED DG, quæ ad rectos angulos interſe conſtituuntur; & a dato
puncto D facta eſt ſectio hyperbole, cuius diameter quidem eſt ED, vertex autem
K D punctum & a ſectione ad diametrum ductæ in dato angulo ADB applicantur, &
LM poſſunt ſpecia adiacentia ipſi DG, latitudinemque habentia, lineas ex diametro ab-
N ſciſſas, quæ inter ipſas, & punctum D interijciuntur, & ex ſedentia figura ſimili ei, quę
rectis lineis EDG continetur; erit ipſa ſectio poſitione data.

Componetur autem problema in hunc modum.

Sint

Sint duæ rectæ lineæ *AB* BC poſitione datę, & datum punctum D, cunctaque *DB* O
producatur ad E, vt ſit BE ipſi DB æqualis. & ducatur perpendicularis *DF*, ponatur
que ipſi BF æqualis FE; & iuncta CD ad *A* producatur. atque ipſi *E*D aptetur ad re- P
ctos angulos DG, ita vt quadrato ex AC æquale ſit rectangulum E*DG*: & circa dia-
metrum *D*E hyperbole diſcribatur. vt in reſolutione ductum eſt. *D*ico eam proble-
ma efficere. Quoniam enim BF eſt æqualis FC, erit & *AD* ipſi DC æqualis. ergo vtra-
que ipſarum AD DC poteſtate quarta pars eſt quadrati ex AC. hoc eſt rectanguli
EDG, hoc eſt figuræ quæ ad diametrum E*D* conſtituitur demonſtratum etenim eſt Q
in ſecundo libro conicorum, rectas lineas *AB* BC ipſius hyperbolæ aſymptotos eſſe.

COMMENTARIVS.

A Datum igitur eſt punctum B] *Ex 25. libri datorum. ſunt enim AB AC poſitione datæ. Græcus codex* δοθὲν ἄρα ἐστὶν *adde* τὸ β.

B Quare & punctum E dabitur] *Ex 27. eiuſdem libri.*

C Ducatur a puncto D ad rectam lineam BC perpendicularis DF] *videtur hic locus corruptus eſſe non enim ducenda eſt DF ad ipſam BC perpendicularis, niſi quando AB BC rectum angulum continent, quippe cum neceſſe ſit rectam lineam DF ipſi AB parallelum eſſe. ſed fortaſſe dicemus hoc problema theoremati ſequenti tantum inſeruire, in quo aſymptoſi BA NG ad rectos interſe angulos ſtatuuntur. nam in quarto libro idem problema a Pappo aliter conſcribitur.*

D Ergo & punctum F eſt datum] Ex 25. *libri datorum. nam & recta linea* DF *poſitione datur ex 30. eiuſdem.*

E Quare recta linea AC magnitudine dabitur] *ex 26. eiuſdem.*

F Vtraque igitur ipſarum AD DC poteſtate quarta pars erit rectanguli E*DG*.] *Deſideratur in græco codice* τέταρτον *vel* δ.

G Quare & ipſa DG, & punctum G datur] *eſt enim ex 14. vel 77. ſexti elementorum, ut* ED *ad* AC, *ita AC ad DG: & data eſt AC. ergo & ipſa* DG. *eſtque datum punctum D: quare & ipſum* G *dabitur ex 27. datorum græcus codex* ἔσω δοθὲν τὸ η. *ego legendum puto* καὶ ἔστι δοθὲν τὸ η.

H Quoniam igitur poſitione datis duabus rectis lineis in plano ED DG] *græcus codex* ἐπεὶ οὖν θέσει δεδομένων δύο εὐθειῶν ἐπιπέδων. *ſed legendum ut opinor* δύο εὐθειῶν ἐν ἐπιπέδῳ.

K Et a dato puncto D facta eſt ſectio hyperbole.] *græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur.* καὶ ἀπὸ δοθέντος τῆς ὑπὸ αδ γε γίνεται ὑπερβολῆς διάμετρος μὲν ἡ εδ *&c. forte legendum eſt* καὶ ἀπὸ δοθέντος τοῦ δ γίνεται ὑπερβολή, ἧς διάμετρος μὲν ἡ εδ.

L Et poſſunt ſpatia adiacentia ipſi *D*G] *in græco codice mendoſe legitur* δα.

M Latitudineſque habentia lineas ex diametro abſciſſas &c.] *græcus codex* πλάτη ἔχοντα αὐται ἀφαιροῦσιν. *legendum* πλάτη ἔχοντα, ἃς αὗται ἀφαιροῦσιν.

N Et excedentia figura ſimili ei, quæ lineis *EDG* continetur] *græcus codex* ὑπερβάλλοντα εἴδει ὁμοίῳ τῷ ἀπὸ εδη, *lege* τῷ ὑπὸ εδη.

O Et ducatur perpendicularis DF] *uide quæ ſupra ſcripſimus in C.*

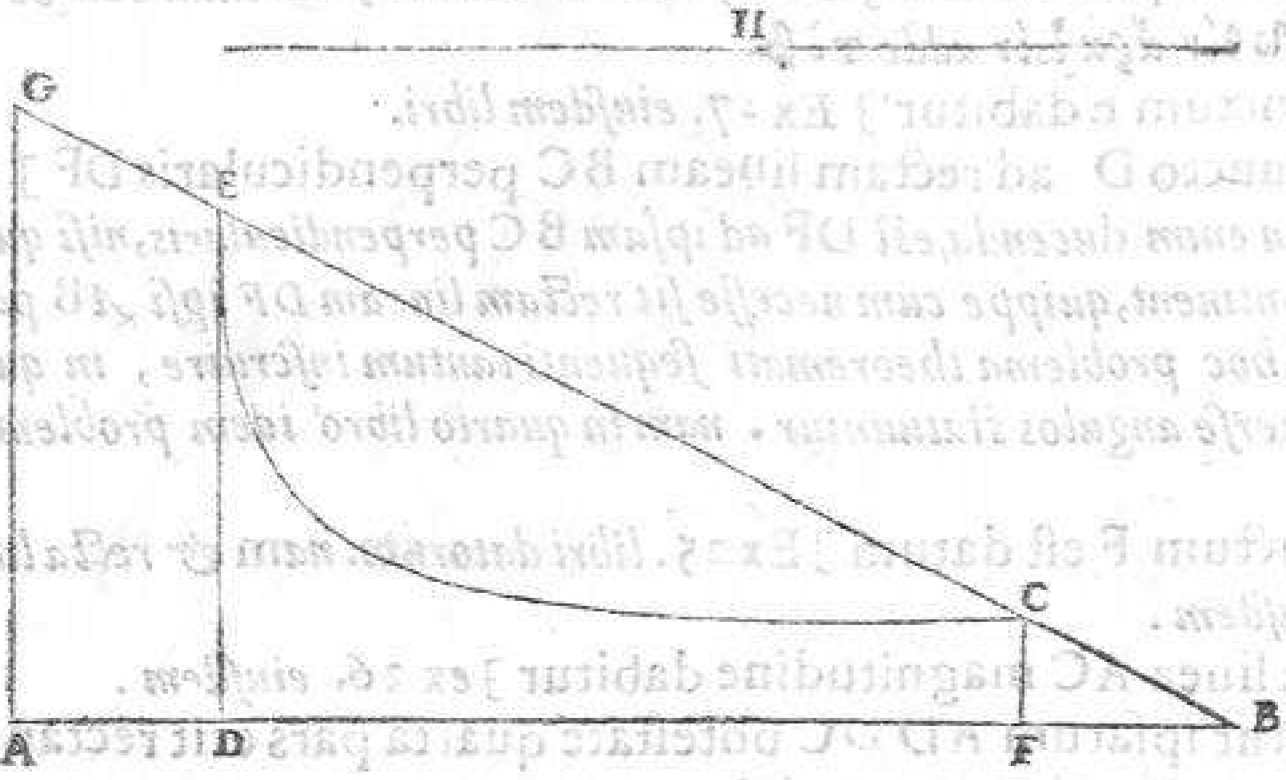
P Et circa diametrum D*E* hyperbole deſcribatur.] *Ex 53. primi conicorum.*

Q Hoc eſt figuræ, quæ ad diametrum E*D* conſtituitur] *græcus codex* τουτέστι τοῦ πρὸς τῇ εδ διαμέτρου εἴδει ἢ ὡς δυνάμει. *ego legerem,* τουτέστι τοῦ πρὸς τῇ γε διαμέτρῳ εἴδους.

THEOREMA CXC. PROPOS. CCV.

LEM. III.

A Sit recta linea AB poſitione data,& datum punctum C: ducaturque BC,& ponatur BD data, cui ad rectos angulos erigatur DE. Dico punctum E poſitione tangere coni ſectionem hyperbolen,quæ per punctum C tranſit.



B Ducatur perpendicularis CF: atque ipſi *BD* æqualis ponatur FA: ergo punctum
C A eſt datum. erigatur ipſi *BA* ad rectos angulos AG,quæ poſitione data erit, & re-
D ctæ lineæ BC productæ occurrat in G. Itaque duabus rectis lineis BA AG poſitione
E datis, & dato puncto C, hyperbole circa aſymptoſos GA AB deſcribatur. tranſibit
F igitur & per punctum E,propterea quod BC eſt æqualis EG: eſt enim tota *BD* toti
G *FA*,hoc eſt tota BE toti CG æqualis.

Componetur autem hoc modo.

H Sit recta linea AB data poſitione,datumque punctum C: & ducatur BC:recta ve-
ro linea, in qua H ſit data, cui æqualis ponatur FA; ducta ſcilicet CF perpendiculari:
K erigaturque AG ad rectos angulos,quæ ipſi BC in puncto G occurrat.& circa aſym
ptoſos GA AB per punctum C intra datum hyperbole deſcribatur. Dico eam pro-
blema efficere,hoc eſt ſi perpendicularis ducatur *ED*,rectam lineam *BD* ipſi H æqua
lem eſſe. Illud vero perſpicuum eſt propter aſymptoſos,cum EG ſit æqualis CB.er-
go & AD ipſi FB, & tota AF,hoc eſt H ipſi BD æqualis erit.

COMMENTARIVS.

Sit recta linea AB poſitione data, & datum punctum C] *græcus codex.* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ δοθεῖσα τὸ γ *ſed puto legendum* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ δοθεῖσα τὸ δὲ δοθὲν τὸ γ. A

Atque ipſi BD æqualis ponatur FA] *Hoc nos addidimus quæ in græco codice deſiderari videbantur. quare legendum erit* ἤχθω καὶ θετὸς ἡ γζ, καὶ τῇ βδ ἴση ἔστω ἡ ζα. B

Ergo punctũ A eſt datum] *Ex 27. datorum græcus autẽ codex habet* δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ. C

Quæ poſitione data erit] *Ex 30 datorum.* D

Hyperbole circa aſymptotos GA AB deſcribatur] *Ex antecedente in græco autem codice deeſt verbum* γεγράφθω. E

Tranſibit igitur & per punctum E propterea quod BC ſit ęqualis EG] *Ex 8 ſecundi libri conicorum.* F

Eſt enim tota BD toti FA, hoc eſt tota BE toti CG æqualis] *Quoniam enim datæ rectæ lineæ BD æqualis ponitur FA, & inter ſe parallelæ ſint CF DE AG, erit ex 2. ſexti elementorum, vt DF ad FB, ita EC ad CB, & componendo vt DB ad BF, ita EB ad BC, vt autem BF ad FA, ita BC ad CG. quare ex æquali vt BD ad FA, ita BE ad CG. atque eſt BD æqualis FA ergo & BE æqualis CG, & dempta vtrinque communi CE, erit reliqua BC reliquæ EG æqualis. In græco codice non nulla deeſſe videntur, qui ſic habet.* ἔστι καὶ ὅλη, καὶ ἴσαι διὰ τὸ προγεγραμμένον. G

Et ducatur BC] *In græco codice mendoſe, vt opinor, legitur* ἡ δὲ διάμετρος ἡ βγ *non enim BC eſt hyperbole diameter. Sed fortaſſe legendum erit* καὶ διήχθω ἡ βγ. H

Et circa aſymptoſos GA AB per punctum C intra datum hyperbole deſcribatur.] *Ex antecedente. ſecet autem dicta hyperbole rectam lineam BG in E puncto.* K

THEOREMA CXCI. PROPOS. CCVI.

Sit vt BA ad AC, ita quadratum ex BD ad quadratum ex LEM.
DC. Dico ipſarum BA AC mediam proportionalem eſſe AD. IV.

Ponatur ipſi CD ęqualis DE. ergo diuidendo vt BC ad CA, hoc eſt vt rectangulum CBE ad rectangulum, quod AC BE continetur, ita rectangulum CBE ad quadratum ex ED. rectangulum igitur contentum AC BE quadrato ex ED, hoc eſt rectangulo CDE eſt æquale. ergo ob proportionem, & componendo, vt BD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DA ad AC quare & tota ad totam videlicet vt BA ad AD, ita DA ad AC. ipſarum igitur BA AC media proportionalis eſt AD.

1. ſenti. A
9. quinti. B
C

COMMENTARIVS.

A Ita rectangulum CBE ad quadratum ex ED] *Quadratum enim ex BD ſuperat quadratum ex DC, hoc eſt ex DE, rectangulo CBE ex 6. ſecundi elementorum, cum recta linea CA biſariam ſecetur in D, atque ei ad iungatur EB.*

B 14.ſexto. Ergo ob proportionem & componendo, vt BD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DA ad AC] *Quoniam enim rectangulum contentum ACBE rectangulo CDE eſt æquale, vt BE ad ED, ita DC ad CA, & componendo vt BD ad de, hoc eſt ad DC, ita DA ad AC.*

C Quare & tota ad totum, videlicet vt BA ad AD, ita DA ad AC] *ſequitur namque ex duodecima quinti elementorũ, vt BD DA ad DC, CA, hoc eſt vt BA ad AD, ita DA ad AC.*

THEOREMA CXCII. PROPOS. CCVII.

LEM. V. Sit rectangulum ABC æquale duplo quadrati ex AC. Dico rectam lineam AC ipſi CB æqualem eſſe.

A Ponatur ipſi AC æqualis AD. erit rectangulum CDA æquale rectangulo ABC, &
B ſunt ad eandem recta lineam. ergo DA hoc eſt AC ipſi CB eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

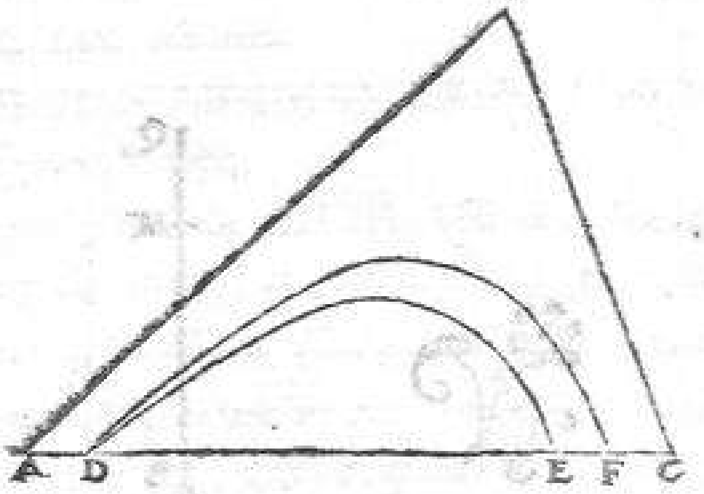
A 1. ſexti. Erit CD BA rectangulum æquale rectangulo ABC] *Eſt enim rectangulum CDA ad quadratum ex AC, vt DC ad CA uidelicet duplum, ac propterea rectangulum ADC duplo quadrati ex AC, hoc eſt rectangulo ABC eſt æquale.*

B 9.quinti. Et ſunt ad eandem rectam lineam] *namque ex 14. ſexti elementorum ut DC ad CB, ita eſt BA ad AD: & componendo ut DB ad BC, ita BD ad DA. quare ſequitur DA, hoc eſt AC ipſi CB æqualem eſſe.*

THEOREMA CXCIII. PROPOS. CCVIII.

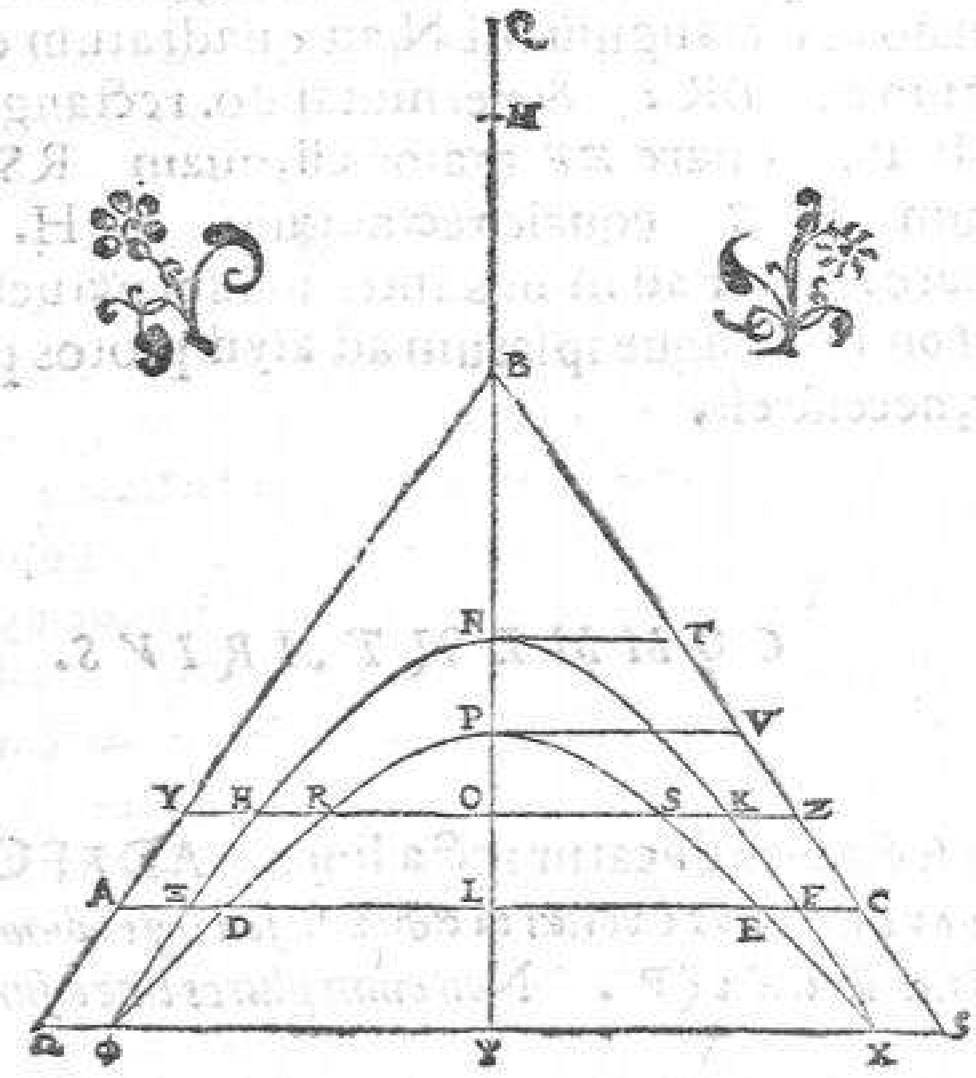
LEM. V. Circa eaſdem aſymptoſos AB BC, hyperbole DE DF deſcribantur. Dico eas interſe non conuenire.

Si enim

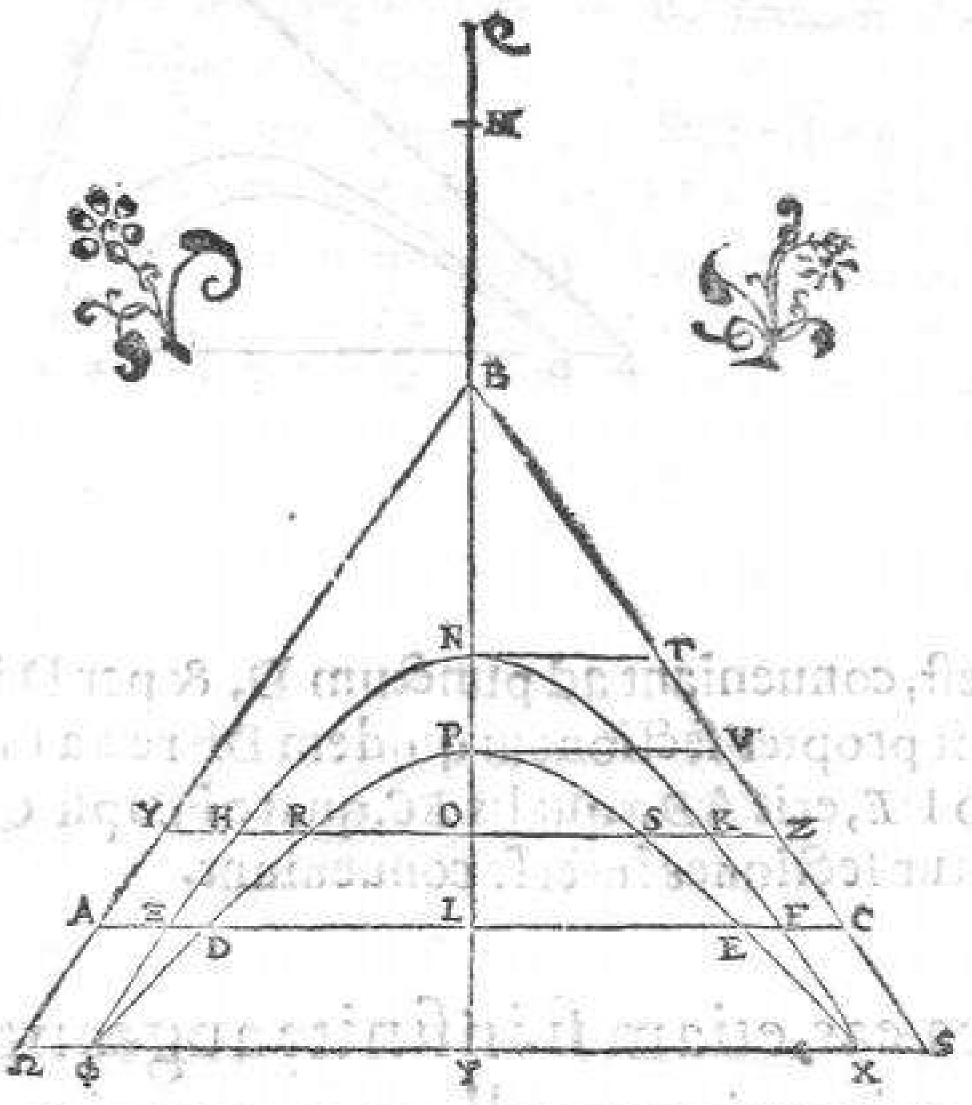


Si enim fieri poteſt, conueniant ad punctum D, & per D in ſectiones ducatur recta linea ADEFC. erit propter ſectionem quidem DF recta linea AD æqualis FC, propter ſectionem uero DE, erit AD æqualis EC. quare FC ipſi CE eſt æqualis. quod fieri non poteſt. non igitur ſectiones inter ſe conueniunt. A

Dico preterea eas, etiam ſi infinite augeantur ad ſeſe propius accedere, & ad minus interuallum peruenire.



Ducatur enim alia recta linea HK. & ſit diameter, cuius terminus pun C B



ctum M. erit igitur vt rectangulũ MLN ad quadratũ ex LΞ, ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum. vt autem MOP rectangulum ad quadratum ex OR, ita tranſuerſũ latus ad rectum. ergo vt rectangulũ MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR: & permutando. rectangulum vero MLN maius eſt rectangulo MOP. quare ΞF maior eſt, quam RS. atque eſt propter ſectiones rectangulum FDΞ æquale rectangulo KRH. minor igitur eſt XD, quam HR. quare ſemper ad minus interuallum perueniunt. Sed & illud facile conſtare poteſt. Si enim vtraque ipſarum ad aſymptotos propius accedit, & ad ſeſe propius accedant, neceſſe eſt.

COMMENTARIVS.

A Et per D in ſectiones ducatur recta linea ADEFC] *Græcus codex*. καὶ ἀπὸ τοῦ Δ διήχθωσαν εἰς τομὰς εὐθεῖαι αἱ αδλζεΓ. *ſed legendum puto*, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ διήχθω εἰς τομὰς εὐθεῖα ἡ αδεζΓ. *Non enim plures lineæ ſunt, ſed vna tantum in pluribus punctis ſecta.*

B Ducatur .n. alia recta linea HK] *Sint duæ hyperbolæ* ΞHNKF DRPSE *circa eaſdẽ aſymtos* AB BC *deſcriptæ, ut docetur in quarta propoſitione ſecundi libri conicorum, uel in* xxxiii. *quarti libri huius, uel in* cciiii. *huius, & intelligantur rectæ lineæ* AΞDLEFC, HROSK *ad earum diametrum* BL *ordinatim applicatæ, quæ inter ſe parallelæ erunt. vtraque enim parallela eſt rectæ lineæ in puncto* P, *uel* N *ſectionem contingenti ex* 5. *ſecundi libri conicorum.*

Et

C Et ſit diameter, cuius terminus punctum M] *Non poteſt idem terminus eſſe diametri utriuſque ſectionis. producatur enim LPNB diameter in puncta M Q ita ut MB ſit æqualis BN & GB æqualis BP. erit punctum M terminus diametri ſectionis ΞNF: & Q terminus diametri ſectionis DPE, quod B ſit utriuſque centrum quare mirum uidetur Pappum uno eodemque puncto M uti pro termino utriuſque diametri niſi forte intelligamus duo puncta, quę termini ſunt, eadem littera notati, quod nouum eſt, & inuſitatum.*

D Erit igitur vt rectangulum MLN ad quadratum ex LX, ita tranſuerſum figuræ latus ad latus rectum.] *Ex 21. primi libri conicorum.*

E Vt autem MOP rectangulum ad quadratum ex OR, ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum] *Hoc eſt ut rectangulum QOP ad quadratum ex OR, ita figuræ, quæ fit ad PQ diametrum ſectionis DPE tranuerſum latus ad rectum alia enim ſunt huius figuræ latera, atque ea de quibus proxime dictum eſt, quamquam eandem interſe proportionem habeant. nam ut figuræ, quæ fit ad NM diametrum ſectionis ΞNF tranſuerſum latus ad rectum, ita eſt figuræ, quæ fit ad diametrum PQ ſectionis DPE tranſuerſum latus ad rectum. quod facile demonſtrabitur hoc modo. Ducatur recta linea NT ſectionem ΞNF contingens in N. & ducatur PV, quę ſectionem DPE contingat in P. erunt NT PV parallelæ interſeſe, utraque enim parallela eſt rectæ lineæ AC, uel HK ex quinta ſecundi conicorum, & fient triangula BNT BPV ſimilia. ergo ut BN ad NT, ita BP ad PV & ut quadratum ex BN ad quadratum ex NT, ita quadratũ ex BP ad quadratum ex PV. ſed ut quadratum ex BN ad quadratum ex NT, ita figuræ quæ fit ad diametrum NM tranſuerſum latus ad rectum; ex ijs, quæ tradita ſunt in prima ſecundi conicorum. & eadem ratione ut quadratum ex BP ad quadratum ex PV, ita figuræ, quæ fit ad diametrum PQ tranſuerſum latus ad rectum. ergo ut figuræ ad diametrum NM tranſuerſum latus ad rectum, ita figuræ ad PQ diametrum tranſuerſum latus ad rectum. ex quibus conſtat hyperbolas ΞNF DPE interſe ſimiles eſſe, itemque alias, quæcumque circa eaſdem aſymptoſos hoc pacto deſcribuntur.* 5. ſecũdi conicorũ 4 22 ſexti

F Ergo vt rectangulum MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR] *ſequitur enim ex iam dictis ut rectangulum MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum QOP ad quadratum ex OR.*

Quare & permutando ut MLN rectangulum ad rectangulum QOP, ita quadratum ex LΞ ad quadratum ex OR.

G Rectangulum vero MLN maius eſt rectangulo MOP] *Hoc eſt rectangulum MLN maius rectangulo QOP, nam rectangulum MLN maius eſt rectangulo QLP. quare rectangulo QOP multo maius erit, quod punctum O ſupra L ſumatur. Illud autem ita demonſtrabimus. Rectangulum enim MLN æquale eſt rectangulo MNL una cum quadrato ex NL per 3 ſecundi elementorum, quorum quadratum ex NL eſt æquale duobus quadratis ex NP PL una cum eo quod bis NPL continetur. ſimiliter rectangulum QLP eſt æquale rectangulo QPL una cũ quadrato ex PL, quorum rectangulum QPL rurſus æquale eſt tribus rectangulis, rectangulo ſcilicet contento MN PL, & contento QM PL, & rectangulo NPL, quæ duo poſtrema rectangula æqualia ſunt ei, quod bis NPL continetur, eſt enim QM ipſi NP æqualis. Itaque ſublatis vtrinque communibus nempe quadrato ex PL, & rectangulo, quod bis continetur NPL, relinquitur ex altera quidem parte rectangulum MNL vna cum eo, quod ex NP quadrato. ex altera uero rectangulum contentum MN PL. ſed rectangulum MNL eſt æquale duobus rectangulis. videlicet rectangulo MNP, & ei, quod MN & PL continetur. rectangulum igitur MLN maius eſt, quam QLP, quadrato ex NP. & MNP rectangulo vt autem rectangulum MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum QLP ad quadratum ex LD, & permutando. ex quibus ſequitur quadratum ex ΞL maius eſſe quadrato ex LD. ergo recta linea ΞL maior eſt, quam LD, & tota ΣF, quam DE maior, & multo maior, quam RS. Hæc eo ſpectare videtur, ut oſtendat ſectionem DPE intra ipſam ΞNF contineri. quod tamen abſque his, ex alijs, quæ in principio dicta ſunt, ſatis conſtat ſi enim punctum P, per quod ſectio DPE tranſit, infra N ſumitur, & ſectiones inter ſeſe conuenire non poſſunt, ſuperuacaneum quodammodo fuit in his tantopere immorari. ſed vereor ne locus corruptus ſit, ut Pappus aliud quidpiam potius, quam hoc oſtendere uoluerit. non enim ex dictis apparet rectam lineam RK minorem eſſe, quam DF, quod ad propoſitum concludendum præmonſtraſſe oportebat.* 4. ſecũdi 1. ſecũdi

H Atque eſt propter ſectiones rectangulum FDΞ æquale rectangulo KRH] *Hæc nos ita reſtituimus, nam græcus codex habet,* καὶ ἐςὶ διὰ τομὰς ἴσον τὸ ὑπὸ ζδξ τῷ ὑπὸ σρθ, *& mendoſe vt videtur, rectangulum enim FDΞ eſt æquale rectangulo KRH vt demonſtrabimus, & ob id maius rectangulo SRH. Producatur KH ex vtreque parte adeo vt ſecet aſymptoſon AB in Y & BC in Z. Quoniam igitur vt YB ad BA, ita YZ ad AC, atque eſt YB minor, quā BA, erit & YZ quam AC minor. Sed ex ijs, quæ in 4. ſecundi conicorum demonſtrata ſunt AD minor eſt, quam YR. & FE minor, quam KZ. aſymptoſi enim & ſectio productæ ad ſeip-*
14. quīti *ſas proprius accedunt. quare ſi ex YZ demantur YR, KZ, & ex AC demantur AD FC, relinquitur RK multo minor, quam DF. Itaque propter ſectionem DPE rectangulum YRZ æquale eſt rectangulo ADC; vtraque enim ſunt æqualia quadrato ex PV per 10 ſecundi libri conicorum. & propter ſectionem ΞNF rectangulum YHZ eſt æquale rectangulo AΞC, quod vtraque ſint æqualia quadrato ex NT. rectangulum vero YHZ vna cum rectangulo HRK eſt ęquale rectangulo YRZ. & rectangulum AΞC vna cum rectangulo ΞDF æquale rectangulo ADC quod Pappus demonſtrauit in huius ergo ſi a rectangulo YRZ auferatur rectangulum YHZ relinquetur rectangulum HRK. & ſi a rectangulo ADC auferatur rectangulum AΞC, reliquū erit rectangulum ΞDF, ac propterea rectangulum HRK rectangulo ΞDF eſt æquale. ut igitur RK ad DF, ita eſt ΞD ad HR. ſed RK minor oſtenſa eſt, quam DF. ergo & ΞD, quam HR minor erit.*

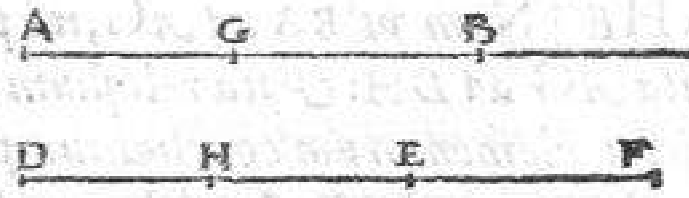
K Quare ſemper ad minus interuallum perueniunt.] *Non ſolum ad minus interuallū perueniunt, ſed ad interuallum quolibet dato interuallo minus. producantur enim ſectiones una cum aſymptoſis. quouſque interuallum, quod interrijcitur inter aſymptoſos & ſectionem DPE ſit dato interuallo minus. quod quidem fieri poſſe, ex 14. ſecundi conicorum apparet: erit tunc interuallum inter ſectiones interiectum multo minus interuallo dato. & quamquam hæ ſectiones infinite producantur, nunquam tamen inter ſe conueniunt ut a Pappo ſuperius eſt demonſtratum, & ex proxime traditis aliter demonſtrari poteſt in hunc modum. ſi enim fieri poteſt, conueniant in punctis ΦX, & ducatur recta linea ΦX diametrum ſecans in Ψ, quæ primum parallela ſit rectis lineis AC YZ, uidelicet ad diametrum BΨ ordinatim applicata: Eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus rectangulum MΨN maius eſſe rectangulo QΨP, & ut rectangulū MΨN ad quadratum ex ΨΦ, ita rectangulum QΨP ad idem quadratum ex ΨΦ, & permutando rectangulum MΨN ad rectangulum QΨP, ita quadratum ex ΨΦ ad ſeipſum. ergo rectangulum MΨN rectangulo QΨP eſt æquale. ſed & maius, quod eſt abſurdum.*

ALITER. Si ſectiones interſe conueniunt in ΦX producatur recta linea ΦX uſque ad aſymptotos in puncta ΩS. erit rectangulum ΩΦS propter ſectionem ΞNF æquale quadrato ex NT, & propter ſectionem DPE æquale quadrato ex PV. ergo quadratum ex NT quadrato ex PV æquale erit. Itaque quoniam vt quadratum ex NT ad quadratum ex PV, ita eſt quadratum ex NB ad quadratum ex BP, erit & quadratum ex NB æquale quadrato ex BP, & ideo recta linea NB rectæ BP æqualis, quod itidem eſt abſurdum. non igitur hæ ſectiones interſe conueniunt. Quod ſi recta linea ΦX non ſit parallela ipſis AC YZ diuidatur bifariam in puncto Ψ & iūcta ΨB producatur ad MQ, ſecet autem hyperbolas DPE ΞNF in punctis PN, & ab ipſis ducantur PV NΓ ſectiones contingentes, quæ ipſis AC YZ parallelę erunt ex 5. ſecundi conicorum, fiatque BM æqualis BN, & BQ æqualis BP, erit NM ſectionis ΞNF, & PQ ſectionis DPE diameter tranſuerſa quare ſimiliter vt ſupra demonſtrabimus nullo modo fieri poſſe, vt hæ ſectiones inter ſe conueniant.

L Sed & illud facile conſtare poteſt, ſi enim vtraque ipſarum ad aſymptoſos propius accedit, & ad ſeſe propius accedant neceſſe eſt] *uide quomodo hæc ratio neceſsitatem habeat. poſſet enim quis dicere, utramque ſectionem accedere quidem propius ad aſymptoſos, ſed tamen pari interuallo, ita ut ſemper ipſe ſeſe parallele ſint.*

THEOREMA CXCIV. PROPOS. CCIX.

Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF, vt autem BA ad AG, ita ED ad DH. Dico vt ſolidum baſim quidem habens quadratum ex CA, altitudinem vero AB ad ſolidum baſim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita eſſe cubum ex AG vna cum eo, quod ad cubum ex GB proportionem eandem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH vna cum eo, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod fit ex FE quadratum. LEM. VII.



Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE, erit vt quadratum ex CA ad quadra
tum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE. ſed vt quadratum ex CA ad B
quadratum ex AB, ita ſolidum baſim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB C
ad cubum, qui fit ex AB, ut autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE, ita ſoli- D
dum baſim habens quadratum ex FD & altitudinem DE ad eum, qui fit ex DR cubũ E
Hæc igitur eandem inter ſe proportionem habent. quare & permutando eſt autem F
vt cubus ex AB ad cubum ex DE, ita & cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex G
GB ad cubum ex HE. ſed vt cubus ex GB ad cubum ex hæ. ita ſolidum, quod ad cu- H
bum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum K
ex CB ad ſolidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE. vt igitur vnum antecedentium ad vnum conſequentium, ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia. quare ut ſolidum baſim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB, ad ſolidum baſim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita cubus ex AG una cum ſolido, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH una cum ſolido, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod fit ex FF quadratum.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE] *Eſt enim vt* AB *ad BC, ita* DE *ad EF. quare*

quare & componendo vt AC ad CB,*ita DF ad FE : & per conuerſionem rationis vt* CA *ad AB,ita FD ad DE.*

B Erit vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB,ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE] *in græco codice emendoſe legitur* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀϖὸ Γα ϖρὸς τὸ ἀϖὸ Γβ οὕτω τὸ ἀϖὸ ζδθ ϖρὸς τὸ ἀϖὸ δθ, *cum legendum ſit hoc modo*, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀϖὸ Γα ϖρὸς τὸ ἀϖὸ αβ, οὕτω τὸ ἀϖὸ ζδ ϖρὸς τὸ ἀϖὸ δε.

C Sed vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB,ita ſolidum baſim habens quadratum ex CA & altitudinem AB,ad cubum qui ſit ex AB] *græcus codex* ἀλλ᾽ ὡς μὲν τὸ ἀϖὸ Γα ϖρὸς τὸ ἀϖὸ αβ, κύβου ὕψος ἡ αβ, οὕτω τὸ στερεὸν *&c. ſed verba illa* κύβου ὕψος ἡ αβ, *ſuperuanea videntur,ideo a nobis omiſſa ſunt.*

D Vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE, ita ſolidum baſim habens quadratum ex FD,& altitudinem DE,ad eum,qui ſit ex DE cubum] *græcus codex* ὡς δὲ τὸ ἀϖὸ ζδ ϖρὸς τὸ ἀϖὸ δε, κοινὸν ὕψος ἡ δε, οὕτω τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον *&c. & hoc loco verba illa* κοινὸν ὕψος ἡ δε *tamquam ſuperuacanea omiſimus.*

E Hæc igitur eandem inter ſe proportionem habeãt. quare & permutando] *græcus codex* ταῦτα ἄρα ἀνάλογον, καὶ ἐναλλὰξ ἐστιν. *ſed nos perſpicuitatis cauſſa, ita vertendum duximus. ſequitur enim ex iam dictis ſolidum, cuius baſis eſt quadratum ex CA, & altitudo* AB *ad cubum ex* AB, *eandem proportionem habere, quam ſolidum, cuius baſis eſt quadratum ex* FD, *& altitudo* DE, *ad cubum ex* DE: *& permutando, ſolidum, cuius baſis quadratum ex CA & altitudo* AB *ad ſolidum, cuius baſis quadratum ex FD, & altitudo* DE, *eandem habere proportionem, quam cubus ex AB ad eum, qui ſit ex DE cubum.*

F Eſt autem vt cubus ex AB ad cubum ex DE, ita cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE] Nam *vt BA ad AG, ita poſuimus eſſe ED ad DH. ergo & permutando, vt* AB *ad* DE, *ita AG ad DH: & ita reliquum ad reliquum, hoc eſt* GB *ad HE. ex quibus per 37. vndecimi libri elementorum concluditur propoſitum. græcus codex.* ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ ἀϖὸ τῆς αβ καὶ ϖρὸς τὸν ἀϖὸ τῆς δε κύβον. *ſed legendum eſt.* ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ ἀϖὸ τῆς αβ ϖρὸς τὸν ἀϖὸ τῆς δε κύβον.

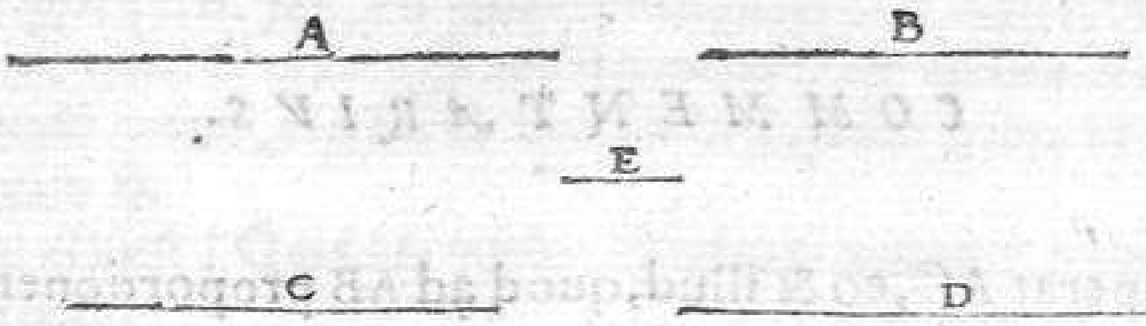
G Sed vt cubus ex GB ad cubum ex HE] *Hæc nos addidimus, quę in græco codice non erãt, vt ita legendum ſit* ἀλλ᾽ ὡς ὁ ἀϖὸ τῆς ηβ κύβος ϖρὸς τὸν ἀϖὸ τῆς θε κύβον.

H Ita ſolidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad ſolidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE] *ſit ſolidum* K *quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB: & ſit* L *ſolidum quod ad cubum ex* HE *eandem habet proportionem, quam quadratum ex* DF *ad quadratum ex* FE. *Quoniam igitur vt* AC *ad* CB, *ita eſt DF ad FE, erit & ut quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ita quadratum en* DF *ad quadratum &* FE. *ergo ſolidum* K *ad cubum ex GB eandem habet proportionem, quam ſolidum* L *ad cubum ex HE, & permutando ſolidum* K *ad ſolidum* L *eandem habet, quam cubus ex* GB *ad eum, qui ex* HE *cubum.* 22.ſexti.

K Vt igitur vnum antecedentium ad vnum conſequentium, ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia] *ex 12. quinti elementorum.*

THEOREMA CXCV. PROPOS. CCX.

Sit A vna cum B æquale ipſi C vna cum D. Dico quo A ſuperat C, eodem D ſuperare ipſum B.



Sit enim E illud, quo A ſuperat C,ergo A ipſis CE eſt æqualis. commune apponatur B,erunt AB æqualia ipſis CEB. ſed AB ipſis CD æqualia ponuntur: quare & CD æqualia ſunt ipſis CEB.commune auferatur C.reliquum igitur D reliquis BE eſt æquale. ac propterea D ſuperat B ipſo E.Quo igitur A ſuperat C,eodem & D ſuperat B.ſimiliter demonſtrabimus ſi quo A ſuperat C eodem D ipſum B ſuperet,AB ipſis CD æqualia eſſe. *

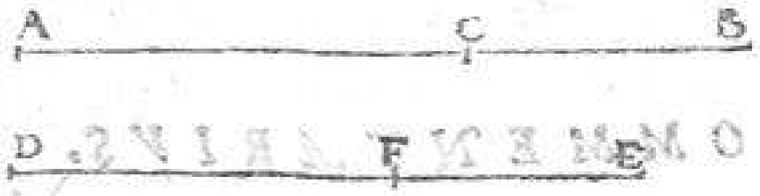
COMMENTARIVS.

Similiter demonſtrabimus,ſi quo A ſuperat C,eodem D ipſum B ſuperet, AB ipſis CD æqualia eſſe] *Hæc eſt conuerſa præcedentis.* *

Sit enim E quo A *ſuperat* C,*& quo* D *ſuperat* B.*ergo* A *ipſis* CE *eſt æquale ; & communi appoſito* B,*erunt* AB *æqualia ipſis* CEB. *Rurſus cum* D *ſuperet* B *ipſo* E, *ſequitur vt* D *ſit æquale ipſis* EB,*quare appoſito* C *vtrinque communi, fient* CD *ipſis* CEB *ęqualia. ſed eiſdem* CEB *æqualia erant* AB.*ergo* AB *ipſis* CD *æqualia ſint neceſſe eſt.*

THEOREMA CXC VI. PROPOS. CCXI.

Sint duæ magnitudines AB BG. Dico quo BA ſuperat AC, eo & illud,quod ad AB proportionem habet, ſuperare id,quod ad AC eandem habet proportionem, ſimiliter ad CB eandem proportionem habente. LEM. IX A.



Sit enim DE quidem, quod ad AB proportionem aliquam habet: DF vero, B quod ad AC proportionem habet eandem. reliquum igitur EF ad BC eandem proportionem habebit. atque est *EF* id, quo *DE* superat DF, hoc est, quo proportionem habens ad *AB* superat illud, quod ad AC proportionem habet eandem. 19.quinti.

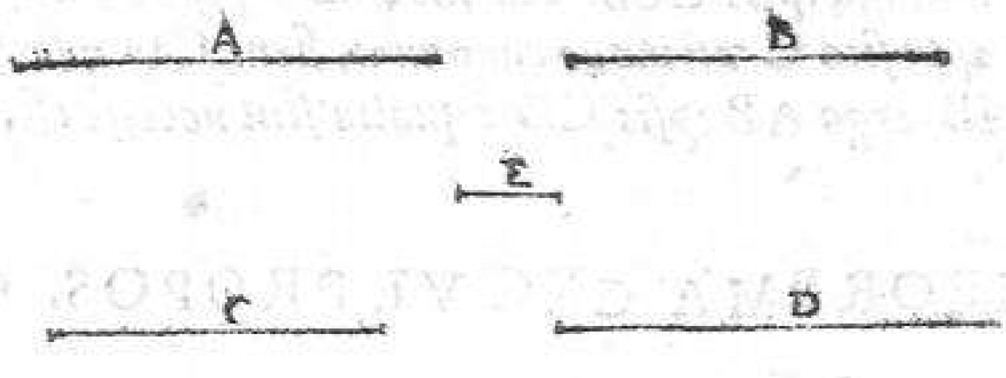
COMMENTARIVS.

A Dico quo BA ſuperat AC, eo & illud, quod ad AB proportionem habet, ſuperate id, quod ad *AC* eandem habet proportionem] *græcus codex* τὸν τῷ ὑπερέχει καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, τὸν λόγον ἔχοντος πρὸς τὸν αγ. *lege* τὸν τῷ ὑπερέχει καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ αβ τὸν λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ αγ.

B DF vero, quod ad AC proportionem habet eandem. reliquum igitur EF ad BC eãdem proportionem habebit] *græcus codex* τὸ δὲ πρὸς τὸ αγ τοῦ αὐτὸν λόγον ἔχον τῷ δζ λοιπὸν ἄρα τὸ εζ λόγον ἔχει τοῦ αὐτόν. *ſed legendum* τὸ δὲ πρὸς τὸ αγ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον τὸ δζ. λοιπὸν ἄρα τὸ εζ πρὸς τὸ βγ λόγον ἔχει τὸν αὐτόν.

THEOREMA CXCVII. PROPOS. CCXII.

LEM. X. Excedat E ipſum C minori exceſſu, quam quo D excedit B. Dico AB ipſis CD minora eſſe.



A Sit enim E exceſſus, quo *A* excedit C. ergo *AB* æqualia ſunt ipſis CEB. Quoniam autem A excedit C minori exceſſu, quam quo D ipſum B, & *A* excedit C ipſo E. erit **B** E minus exceſſu ipſorum DB. quare EB minora ſunt, quam D. commune apponatur **C** C. erunt CEB minora, quam *CD*. ſed CEB oſtenſa ſunt æqualia ipſis *AB*. ergo *AB*, quam CD minora erunt. ſimiliter & conuerſum oſtendetur. & quæ ſunt in ellipſi.

COMMENTARIVS.

A Ergo AB æqualia ſunt ipſis CEB] *ſequitur enim ex iam dictis* **A** *æquale eſſe ipſis* **EC.** *quare addito vtrique communi* B; *erunt* *AB* *ipſis* **CEB** *æqualia.*

Similiter

Similiter & conuerſum oſtendetur] *Hoc eſt, ſi* AB *minora ſint, quam* CD, *excedet* A B
ipſum C *minori exceſſu, quam quo* D *excedit* B.

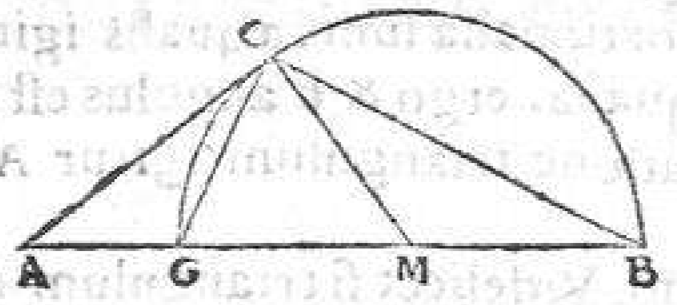
Sit enim E *exceſſus, quo* A *excedit* C. *ergo* A *ipſis* CE *eſt æquale: & addito communi* B, *erunt* AB *æqualia ipſis* CEB. *ſed* AB *minora ſunt, quam* CD. *ergo &* CEB *quam* CD *ſunt minora: commune auferatur* C. *erunt* CB *minora, quam* D, *& idcirco* D *excedet* B *minori exceſſu, quam ſit* E. *excedit autem* A *ipſum* C *exceſſu* E. *ſequitur igitur vt* A *minori exceſſu excedat* C, *quam* D *ipſum* B.

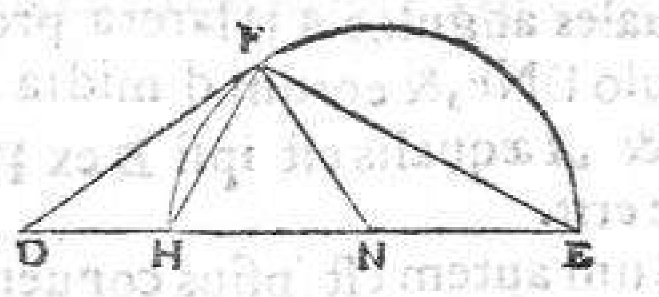
Et quæ ſunt in ellipſi] *Quid his verbis ſignificare voluerit, cum Apollonii libris careamus, diuinare non licet.* C

IN SEXTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

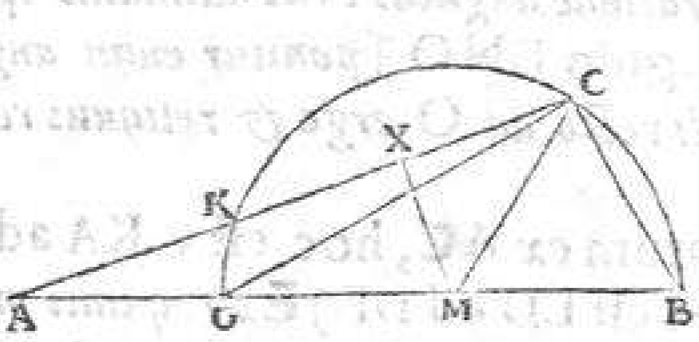
THEOREMA CXCIIX. PROPOS. CCXIII.

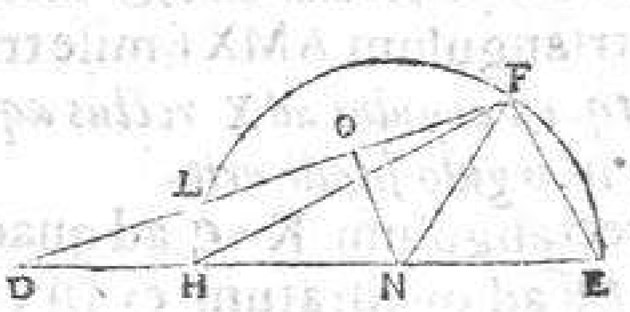
Sint duo triangula ambligonia ABC DEF, quæ obtuſos angulos habeant CF, & æquales acutos AD. ducantur autem rectæ lineæ CG FH ipſis CB FE perpendiculares: & ſit vt rectangulum BAG ad quadratum ex AC, ita rectangulum EDH ad quadratum ex DF. Dico triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe. LEM. I.

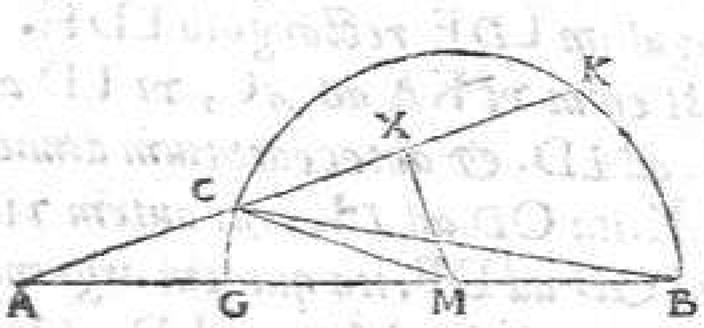


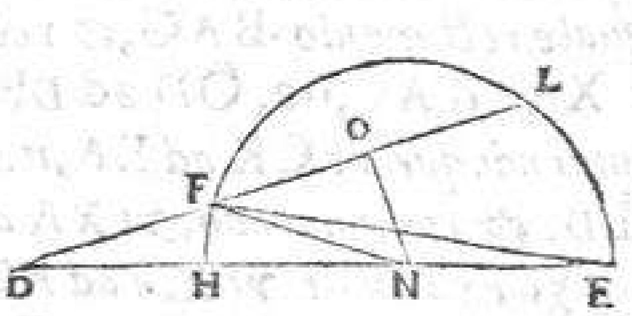


Deſcribantur enim in rectis GB HE ſemicirculi, qui etiam per CF tranſibunt: ſint 31.tertii
autem GCB HFE. vel igitur AC DF ſemicirculos contingunt, vel non contingunt. & ſi quidem contingunt, perſpicuum eſt triangula ABC DEF eſſe ſimilia. etenim ſumptis MN ſemicirculorum centris, iunctiſque MC NF, erunt anguli MCA NFD recti. & ſunt anguli ad A interſe æquales. ergo angulus AMC eſt æqualis angulo DNF, 18.tertii
itemque æquales eorum dimidii videlicet angulus B æqualis angulo E. ſed & angu- 32.primi
lus A ipſi D æqualis: triangula igitur ABC DEF interſe ſunt ſimilia. A

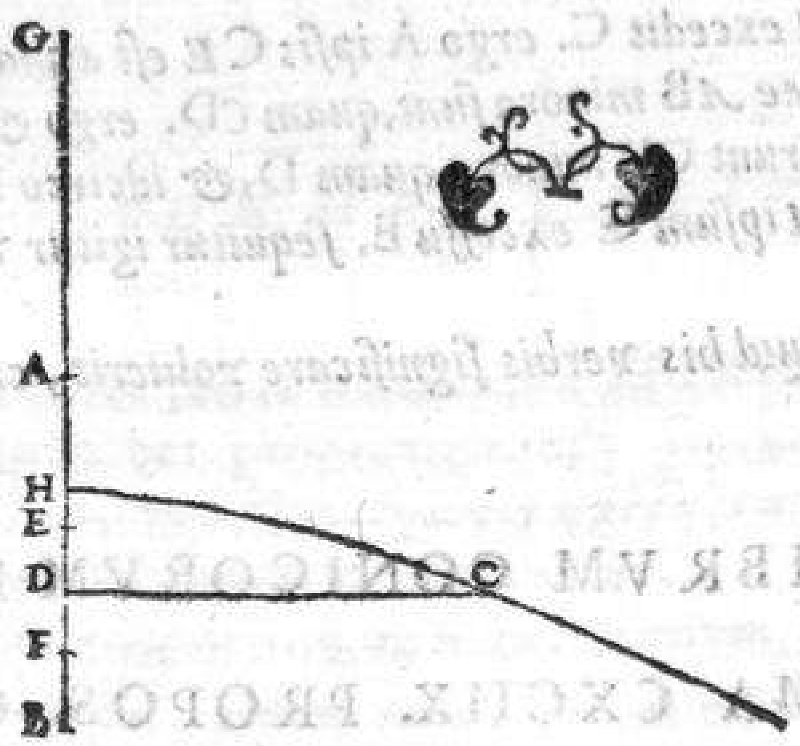








Si vero AC DF ſemicirculos non contingunt, ſed ſecant in punctis K L, ducantur



3.ſexti. tur ad AC DF rectæ lineę perpendiculares MX NO erit KX æqualis XC, & LO æqua-
B lis OF. eſt autem triangulum AMX ſimile triangulo DNO: quare vt XA ad AM,
4.ſexti. ita OD ad DN. Sed quoniam vt rectangulum BAG ad quadratum ex AC, ita eſt re-
C ctangulum EDH ad quadratum ex DF, erit & vt rectangulum KAC ad quadratum
8.ſexti. ex AC. hoc eſt vt KA ad AC, ita rectangulum LDF ad quadratum ex DF, hoc eſt
D E LD ad DF. quare & vt XA ad AC, ita OD ad DF. Sed & vt XA ad AM, ita OD ad DN
propter ſimilitudinem triangulorum. ergo ex æquali vt CA ad AM, ita FD ad DN.
F & circa æquales angulos AD latera proportionalia ſunt. æqualis igitur eſt angulus
AMC angulo DNF, & eorum dimidia æqualia. ergo & B angulus eſt æqualis angu-
lo E. Sed & A æqualis eſt ipſi D ex poſitione triangulum igitur ABC triangulo
DEF ſimile erit.

Manifeſtum autem eſt ipſius conuerſum. Videlicet ſi triangulum ABC ſimile ſit
triangulo DEF, & anguli BCG EFH recti, eſſe vt rectangulum BAG ad quadratum
ex AC, ita rectangulum ODH ad quadratum ex DF, nam propter ſimilitudinem
4.ſexti. triangulorum, vt BA ad AC, ita eſt ED ad DF. & ut GA ad AC, ita HD ad DF. quare
GH & compoſita proportio.

COMMENTARIVS.

A Itemque æquales eorum dimidij] *angulus enim AMC duobus interioribus, & oppoſi-*
5.primi. *tis eſt æqualis, videlicet angulis MBC BCM, qui etiam inter ſe æquales ſunt quare angu-*
lus MBC anguli AMC eſt dimidius, & eadem ratione angulus NEF dimidius ipſius DNF.

B Eſt autem triangulum AMX ſimile triangulo DNO] *ponitur enim angulus A angu-*
lo D æqualis, atq. eſt angulus ad X rectus æquali recto ad O ergo & reliquus reliquo æqualis.
& triangulum triangulo ſimile erit.

C Erit & vt rectangulum KAC ad quadratum ex AC, hoc eſt vt KA ad AC, ita re-
36.ſexti. ctangulum LDF ad quadratum ex DF. hoc eſt LD ad DF] Ex 7. *quinti nam rectangu-*
lum KAC eſt æquale rectangulo BAG, & rectangulum LDF rectangulo EDH.

D Quare & vt XA ad AC, ita, OD ad DF] *eſt enim vt KA ad AC, vt LD ad DF. quare*
conuertendo, diuidendoque vt CK ad KA, ita FL ad LD. & antecedentium dimidia vt XK ad
KA, ita OL ad LD: & componendo, vt XA ad AK. ita OD ad DL. erat autem vt KA ad AC,
ita LD ad DF. ergo ex æquali vt XA ad AC, ita OD ad DF. ita quidem argumentabimur in
prima figura. in ſecunda autem hoc modo. Quoniam vt KA ad AC, ita LD ad DF, erit diui-
dendo vt KC ad CA, ita LF ad FD, & antecedentium dimidia vt XC ad CA, ita OF ad FD,
componendoque vt XA ad AC, ita OD ad DF.

Sed vt X A ad AM, ita OD ad DN propter ſimilitudinem triangulorum. ergo ex æquali vt C A ad AM, ita FD ad DN] *Quoniam ut X A ad AC, ita OD ad DF, erit conuertendo ut C A ad AX, ita FD ad DO, ut autem X A ad AM, ita OD ad DN ob ſimilitudinem triangulorum AMX DNO. quare ex æquali ut C A ad AM, ita FD ad DN.* E

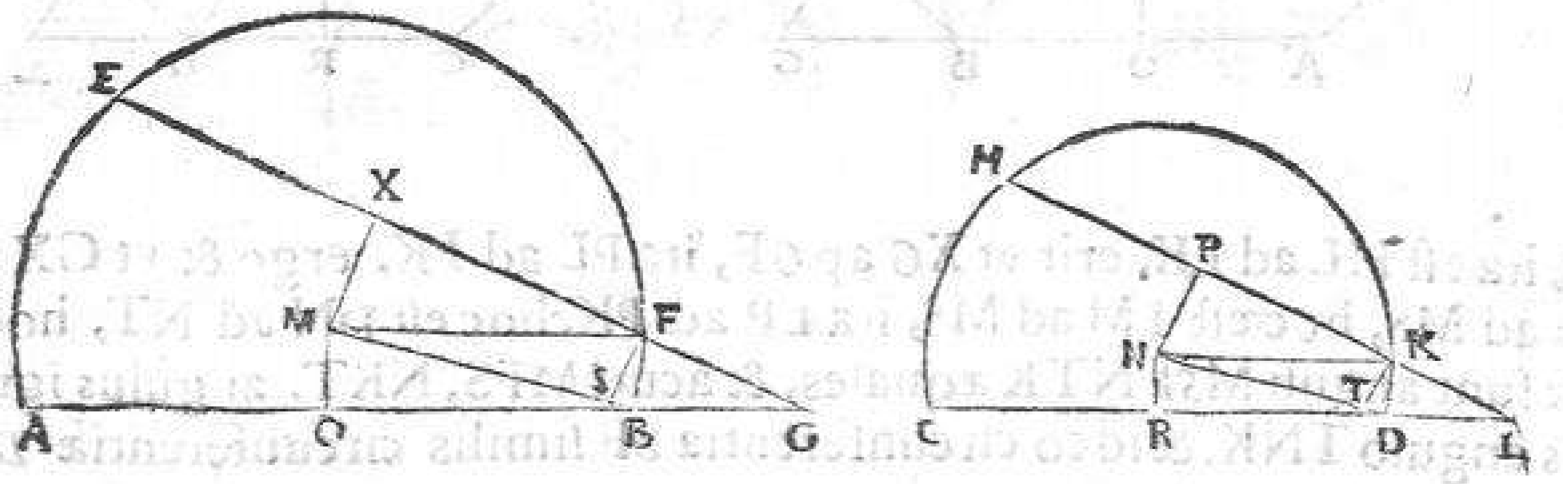
Aequalis igitur angulus AMC angulo DNF] *Ex antedictis & 6. ſexti libri elementorum, ſequitur triangulum ACM triangulo DFN ſimile eſſe; & ob id angulum AMC angulo DNF æqualem.* F

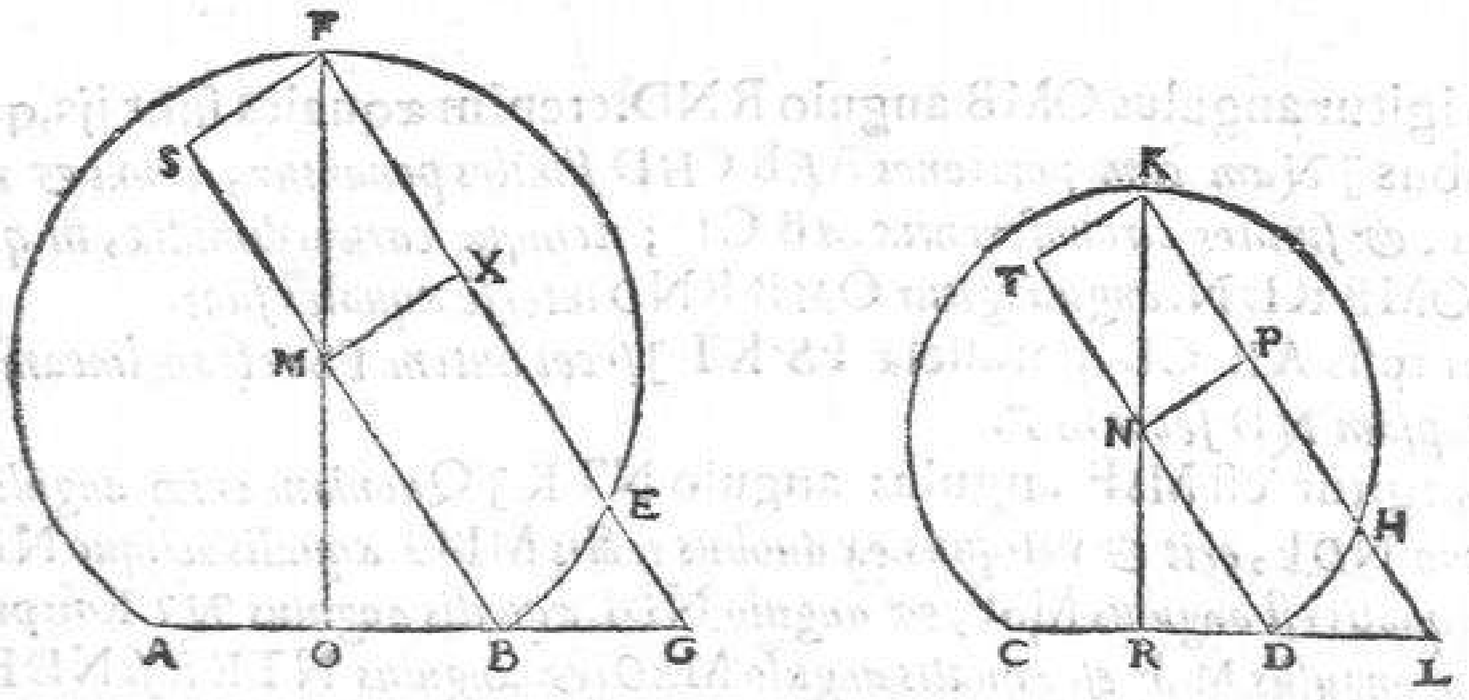
Et vt GA ad AC, ita HD ad DF] *Nam cum triangulum ABC ſimile ſit triangulo DEF, erit angulus ACB æqualis angulo DFE: atque eſt angulus BCG rectus æqualis recto EFH. reliquus igitur GCA reliquo HFD eſt æqualis, AC propterea AGC angulus æqualis ipſi DHF, triangulumque ACG triangulo. DFH ſimile. ut igitur GA ad AC, ita HD ad DF.* G 4. ſexti.

Quare & compoſita proportio] *proportio enim compoſita ex proportione BA ad AC, & proportione GA ad AC, quæ quidem eſt rectanguli BAG ad quadratum ex AC, erit eadem quæ componitur ex proportione ED ad DF & proportione HD ad DF, uidelicet, quæ eſt rectanguli EDH ad quadratum ex DF.* H

THEOREMA CXCIX. PROPOS. CCXIIII.

Sint duæ portiones ſimiles in rectis lineis AB CD ſemicirculo maiores, & ducantur EFG HKL, ſit autem vt EG ad GF, ita HL ad LK. oſtendendum eſt circunferentiam BF circumferentiæ DK ſimilem eſſe. LEM. II.

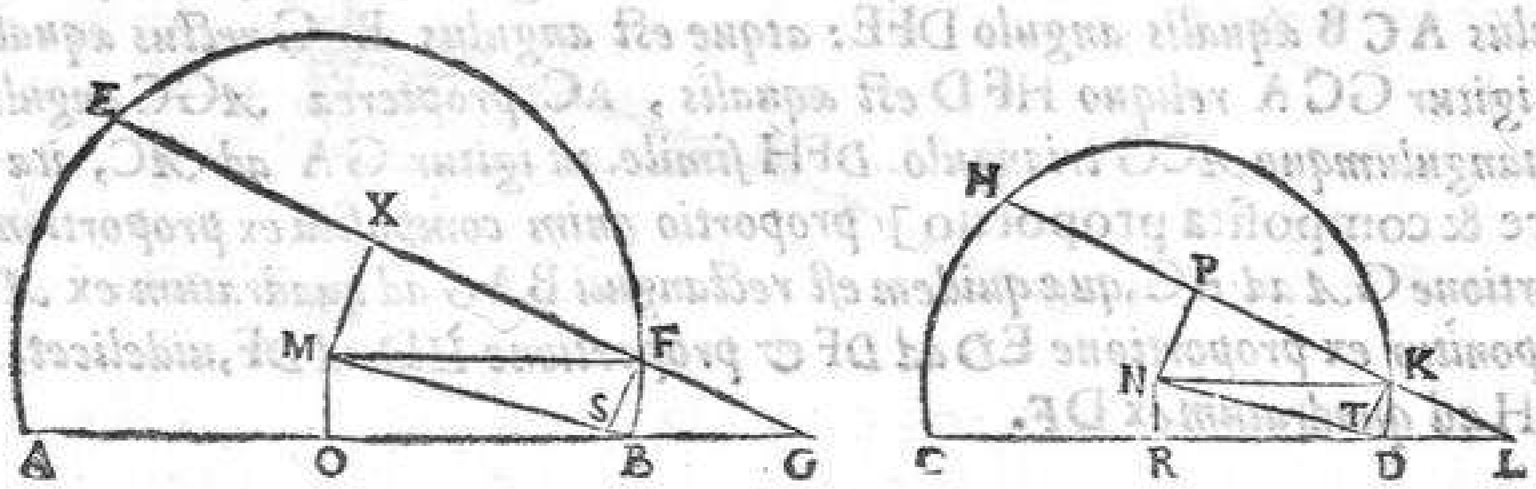


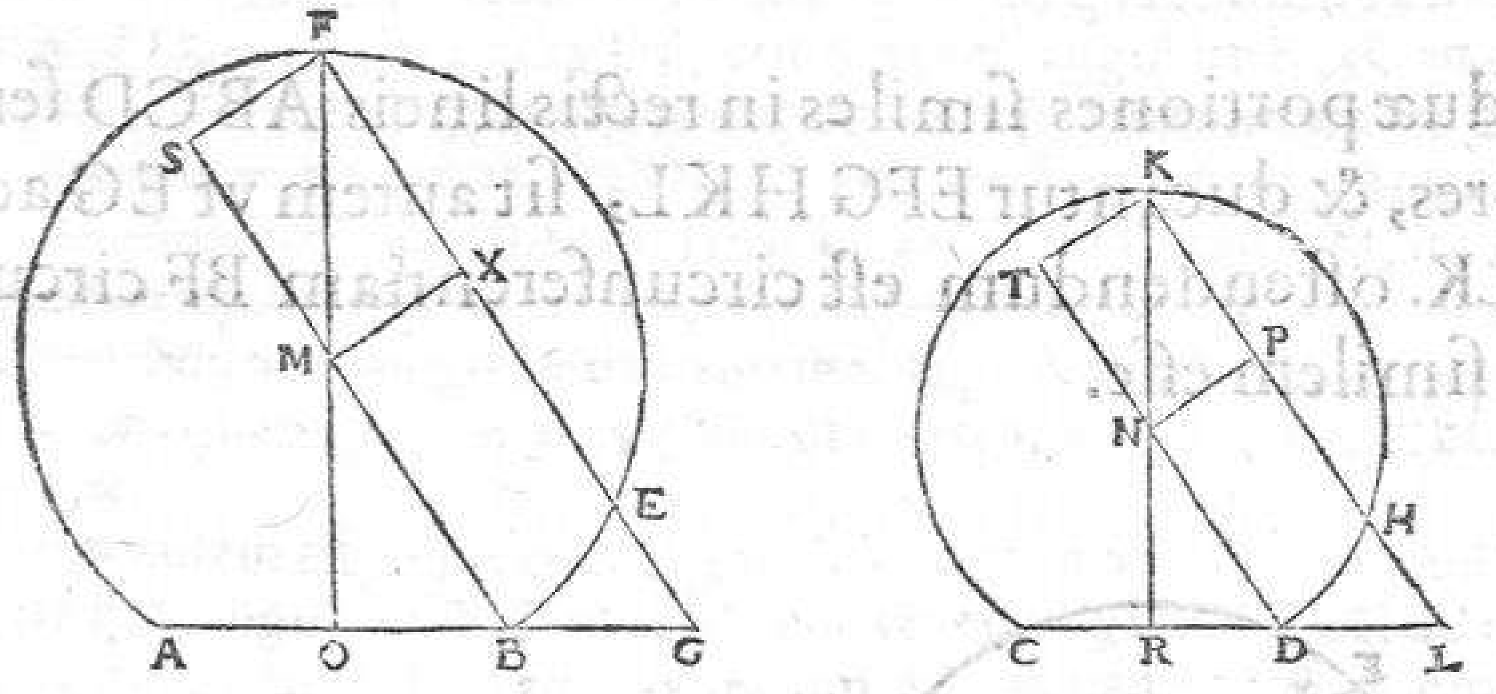


Sumantur circulorum contra M N, ducanturque perpendiculares MX MO NP

NR, &

A NR, & MB ND iungantur. æqualis igitur eſt angulus OMB angulo RND, etenim æquales ſunt ijs, qui in ſingulis portionibus.& ſunt anguli ad O R recti : ergo & an-
B gulus MBO angulo NDR eſt æqualis. Ducantur ipſis AB CD parallelæ FSKT, &t MF
C NK iungantur. æqualis igitur eſt MSF angulus angulo NTK., Itaque quoniã vt EG.





D ad GF, ita eſt HL ad LK, erit vt XG ap GF, ita PL ad LK. ergo & vt GX ad XF, hoc
E eſt BM ad MS, hoc eſt FM ad MS, ita LP ad PK, hoc eſt DN ad NT, hoc eſt KN ad
F NT : & ſunt anguli MSF NTK æquales, & acuti MFS, NKT. angulus igitur SMF eſt
G æqualis angulo TNK. & ideo circunferentia BF ſimilis circunferentiæ DK.

COMMENTARIV

A Angulis igitur angulus OMB angulo RND. etenim æquales ſunt ijs, qui in ſingulis portionibus] *Nam cum portiones* AEB CHD *ſimiles ponantur, erunt & reliquæ portiones ſimiles, & ſimiles circunferentiæ* AB CD; *itemque earum dimidiæ, in quibus conſiſtunt anguli* OMB RDN. *anguli igitur* OMB RND *interſe æquales ſunt.*

B Ducantur ipſis AB CD parallelæ FS KT] *ſecet autem* FS *rectam lineam* MB *in puncto* S, *&* KT *ipſam* ND *ſecet in T.*

C Aequalis igitur eſt MSF angulus angulo NTK] *Quoniam enim angulus* MBO *eſt*
29.primi *æquales angulo* NDE, *erit & reliquus ex duobus rectis* MBG *æqualis reliquo* NDL. *Sed angulo* MBG *æqualis eſt angulus* MSF, *& angulo* NDL *æqualis angulus* NTK *in primo caſu, in ſecundo autem angulus* MSF *eſt æqualis angulo* MBO. *& angulus* NTK *ipſi* NDR.

D Erit ut ad GF ita PL ad LK] *eſt enim vt* EG *ad* GF, *ita* HL *ad* LK. *quare diuidendo vt* EF *ad* FG, *ita* HK *ad* KL : *& antecedentium dimidia vt* XF *ad* FG, *ita* PK *ad* KL, *componendoque vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK. *in ſecundo autem caſu ita dicemus. Quoniam ut* EG *ad*

GF, *ita*

GF, *ita* HL *ad* LK *erit conuertendo. diuidendoque ut* XG *ad* GE, *ita* PL *ad* LH, *vt autem* EG *ad* GX, *ita* HL *ad* LK. *ergo ex æquali vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK.

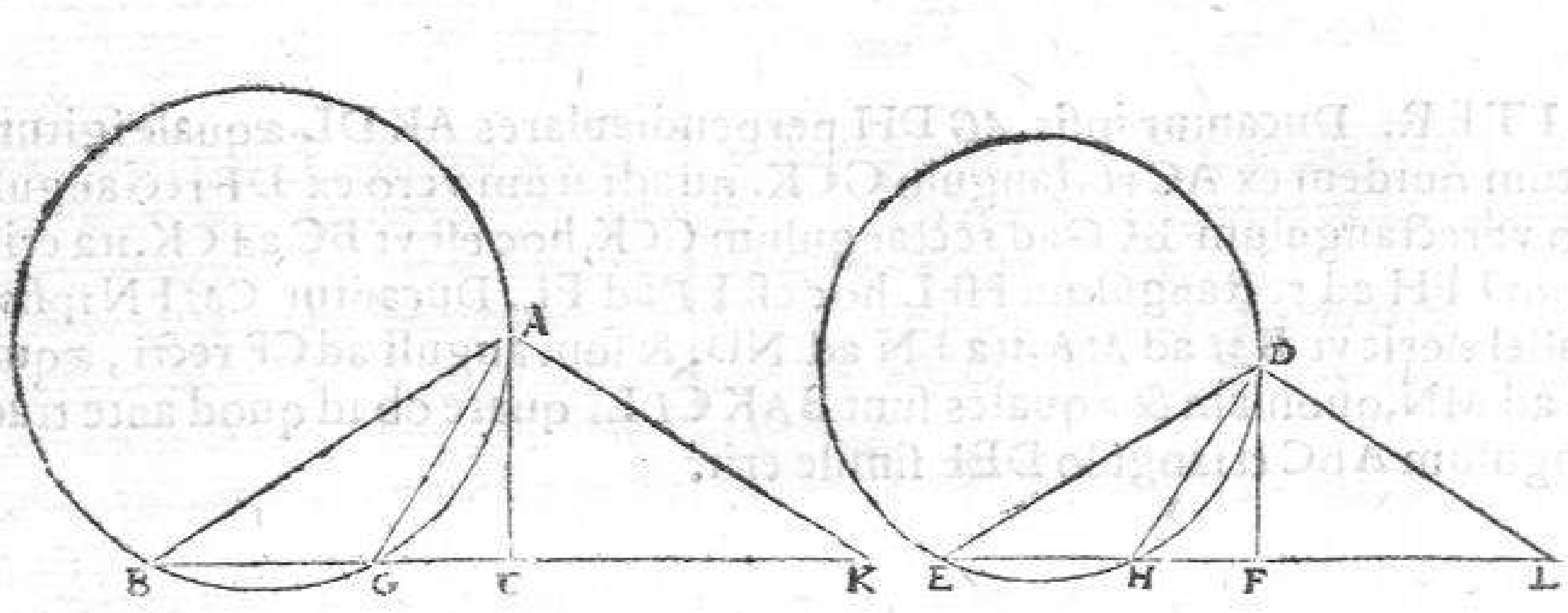
Ergo & vt GX ad XF, hoc eſt vt BM ad MS, hoc eſt FM ad MS, ita LP ad PK. hoc E
eſt DN ad NT, hoc eſt KN ad NT.] *Quoniam ut* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK, *erit in primo caſu per conuerſionem rationis, in ſecundo autem caſu conuertendo, diuidendoque & rurſus conuertendo, vt* GX *ad* XF, *ita* LP *ad* PK. *Sed vt* GX *ad* XF, *ita* BM *ad* MS. *Si enim* MB
XG *produci intelligantur, quouſque interſe coeant in puncto* Y, *erit vt* MB *ad* BY, *ita* XG *ad* 2. ſexti.
GY, *vt autem* YB *ad* BS, *ita* YG *ad* GF. *ergo ex æquali vt* MB *ad* BS, *ita* XG *ad* GS, *& per conuerſionem rationis in primo caſu, in ſecundo autem conuertendo, diuidendoque ut* BM *ad* MS, *ita* GX *ad* XF. *& eadem ratione demonſtrabitur, vt* DN *ad* NT, *ita* LP *ad* PK. *græcus autem codex mancus eſt & ita reſtituendus.* ὄυτως ἡ λπ πρὸς πκ, τουτὲσιν ἡ δν πρὸς ντ, τουτέσιν ἡ κν πρὸς ντ.

Et ſunt anguli MSF, NTK æquales, & acuti MFS NKT] *anguli enim* SFX TKP *ſunt* F
recti. quare MFS NKT *neceſſario acuti erunt.*

Angulus igitur SMF eſt æqualis angulo TNK] *Ex ijs, quæ dicta ſunt, ſequitur per* G
ſeptimam ſexti libri elementorum triangulum MSF *triangulo* NTK *ſimile eſſe. ergo angulus* SMF *angulo* TNK *eſt æqualis, ac propterea in primo caſu circunferentia* BF *ſimilis eſt circumferentiæ* DK. *in ſecundo autem caſu angulus* FMB *reliquus ex duobus rectis eſt æqualis angulo* KND. *quare & circumferentia* BEF *circumferentiæ* DHK *ſimilis eſſe concludetur.*

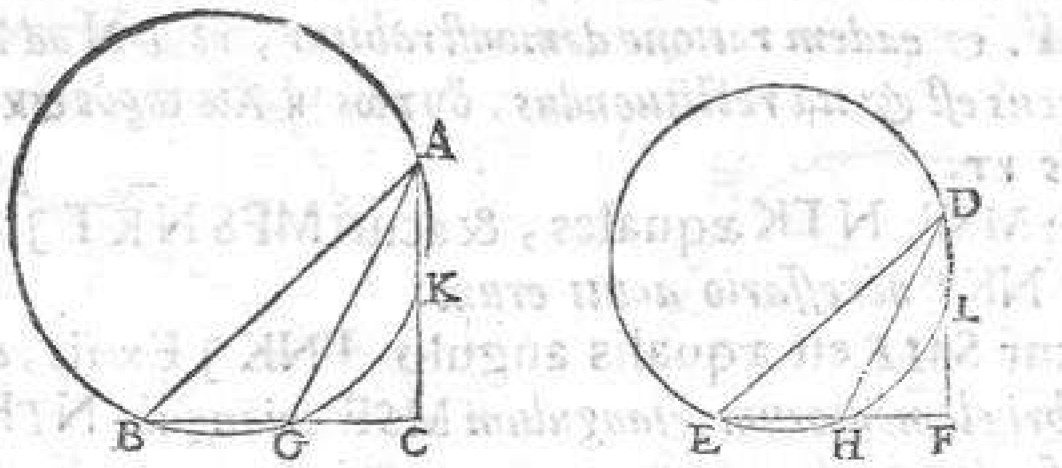
THEOREMA CC. PROPOS. CCXV.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos CF rectos ha- LEM. III.
beant, & ducantur AG DH in æqualibus angulis BAG EDH. A
Sit autem vt rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita rectan
gulum EFH ad quadratum ex DF. Dico triangulum ABC trian B
gulo DEF ſimile eſſe.

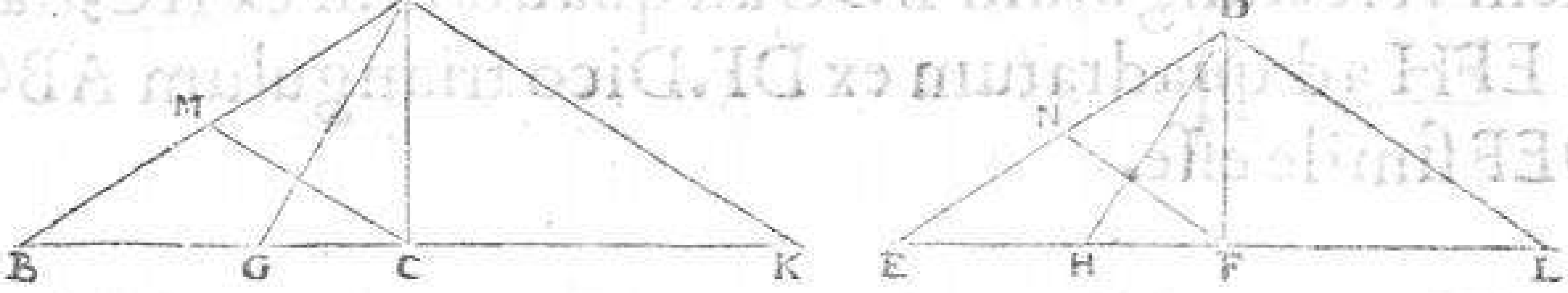


Deſcribantur enim circa triangula ABG DEH circulorum portiones BAG EDH, C
quæ interſe ſimiles erunt. Vel igitur AC DF portiones contingunt, vel non. contin- D E
gent primum ergo rectangulum quidem BCG æquale eſt quadrato ex AC, hoc eſt F
rectangulo GCK, ſi ipſi AG ad rectos angulos ducatur AK. rectangulum vero EFH G
æquale eſt quadrato ex DF, hoc eſt rectangulo HFL. ſi ducatur DL ad rectos angulos

KH gulos ipſi DH. quare BC eſt æqualis CK, & EF ipſi FL. At perpēdiculares ſunt AC
DF. angulus igitur BAK duplus eſt anguli BAC, & angulus EDL duplus an-
L guli EDF. ęquales autem ſunt BAK EDL, etenim BAG angulus æqualis eſt angulo
EDH, & rectus GAK recto HDL. quare & anguli BAC EDF æquales erunt; & ſunt
recti anguli CF. ſimile igitur eſt triangulum ABC triangulo DEF. Non contingant



autem AC DF, ſed in punctis KL ſecent. eſt igitur vt rectangulum KCA ad quadra-
M tum ex CA, hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt
NO ita LF ad FD: & ſunt ſimiles maiores portiones BAG EDH. ergo circumferentia AG
ſimilis eſt circumferentiæ DH, ac propterea angulus B angulo H eſt æqualis. trian-
gulum igitur ABC triangulo DEF ſimile erit.



P
8. & 17. ſexti
ALITER. Ducantur ipſis AG DH perpendiculares AK DL. æquale igitur eſt qua
dratum quidem ex AC rectangulo GCK. quadratum vero ex DF rectangulo HFL.
Q ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK, hoc eſt vt BC ad CK, ita erit rectan
R gulum EFH ad rectangulum HFL. hoc eſt EF ad FL. Ducantur CM FN ipſis AK DL
parallelæ, erit vt BM ad MA, ita EN ad ND. & ſunt anguli ad CF recti, æquales au-
ST tem ad MN, quoniam & æquales ſunt BAK CDL. quare ob id quod ante traditũ eſt,
triangulum ABC triangulo DEF ſimile erit.

COMMENTARIVS.

A Et ducantur AGDH in æqualibus angulis BAG EDH] *Hoc eſt ducantur AG DH ita vt æquales angulos contineant; cum BA ED. hoc eſt vt anguli BAG EDH ſint æquales.*

B Dico triangulum ABC triangulo EEF ſimile eſſe] *græcus codex corruptus eſt, & mancus, qui ſic habet.* ὅτι ὅμοιον ἐστὶ τῷ αβγ τριγώνῳ. *legendum autem eſt* ὅτι ὅμοιον ἐστὶ τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ.

Deſcriban-

Deſcribantur enim circa triangula ABG DEH circulorum portiones BAG EFH] *in græco codice deſideratur* εζθ. C

Quæ inter ſe ſimiles erunt] *Ex diffinitione ſimilium portionum. angulus enim* BAG *angulo* EDH *æqualis ponitur.* D

Vel igitur A C DF portiones contingunt, vel non] *græcus codex* ἤτοι ἐφάπτονται αἱ αγ δζ. *ſed legendum puto.* ἤτοι δὴ ἐφάπτονται αἱ αγ δζ. E

Ergo rectangulum BCG æquale eſt quadrato ex AC] *Ex 36. tertij libri elementorum.* F

Hoc eſt rectangulo GCK, ſi ipſi AG ad rectos angulos ducatur AK &c.] *Ducta namque* AK *ad rectos angulos ipſi* AG, *erit rectangulum* GCK *æquale quadrato ex* AC. *ergo rectangulum* BCG *rectangulo* GCK *eſt æquale. & ob eandem cauſſam rectangulum* EFH *rectangulo* HFL *æquale oſtendetur. græcus codex mendoſus eſt, ſic enim habet* τουτέστιν ἐὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγάγω τῇ αη τὴν ακ, τὸ ὑπὸ τῶν ηγκ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν εζθ τῷ ἀπὸ δζ. τουτέστιν ἐὰν ὀρθὴν ἀγάγω τὴν δλ τῇ δθ τῷ ὑπὸ ζλ *quare legendum erit* τουτέστιν ἐὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγάγω τῇ αη τὴν ακ τῷ ὑπὸ τῶν ηγκ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν εζθ τῷ ἀπὸ δζ, τουτέστιν ἐὰν ὀρθὴν ἀγάγω τὴν δλ τῇ δθ τῷ ὑπὸ θζλ. G 8. & 17. sexti.

Quare BC eſt æqualis CK] *cum enim rectangulum* BCG *ſit æquale rectangulo* GCK, *vt* BC *ad* CG, *ita erit* CK *ad* CG. *eſt igitur* BC *ipſi* CK *æqualis. & eadem ratione* EF *æqualis* FL. H 14. sexti. 9. quinti.

Et EF ipſi FL] *græcus codex* ἡ δὲ ηζ τῇ ζλ *lege* ἡ δὲ εζ τῇ ζλ. K

Et perpendiculares ſunt AC DF. angulus igitur BAK duplus eſt anguli BAC, & angulus EDL duplus anguli EDF] *Quoniam* BC *eſt æqualis* CK, *&* EF *ipſi* FL, *ſuntque* AC DF *perpendiculares: erunt trianguli* ABC *duo latera* AC CB *æqualia duobus lateribus* AC CK *trianguli* AKC, *& ſunt anguli ad* C *æquales, nempe recti: baſis igitur* BA *eſt æqualis baſi* AK, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales. angulus igitur* BAC *æqualis eſt angulo* KAC, *& ideo totus angulus* BAK *duplus anguli* BAC. *eodem modo demonſtrabimus angulum* EDL *anguli* EDF *duplum eſſe.* L

Eſt igitur vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt ita LF ad FD] *Erat enim vt rectangulum* BCG *ad quadratum ex* CA, *ita rectangulum* EFH *ad quadratum ex* FD. *ſed rectangulo* BCG *æquale eſt rectangulum* KCA, *& rectangulo* EFH *æquale rectangulum* LFD. *ergo vt rectangulum* KCA *ad quadratum ex* CA, *hoc eſt vt* KC *ad* CA, *ita rectangulum* LFD *ad quadratum ex* FD, *hoc eſt* LF *ad* FD. *græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet* ἔστιν ὡς ἡ κγ πρὸς γα, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν λδζ πρὸς τὸ ἀπὸ δζ. *ego ſic legendum puto* ἔστιν οὖν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν κγα πρὸς τὸ ἀπὸ γα, τουτέστιν ὡς ἡ κγ πρὸς γα, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν λζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δζ. M

Et ſunt ſimiles maiores portiones] *ponuntur ſiquidem anguli* BAG EDH *inter ſe æquales; & ſunt acuti, quoniam & ipſi* BAC EDF *etiam acuti ſunt. græcus codex* καὶ ἔστιν ὅμοιοι μείζονα τμήματα. *ego legerem* καὶ ἔστιν ὅμοια μείζονα τμήματα. N

Ergo circumferentia AG ſimilis eſt circumferentiæ DH] *Ex antecedente.* O

Ducantur ipſi AG DH perpendiculares AK DL] *In græco codice hoc loco eadem, quæ ſupra iterantur, & ideo nos omittenda cenſuimus.* P

Ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK] *in græco codice pro* βγη *mendoſe legitur* βγκ. Q

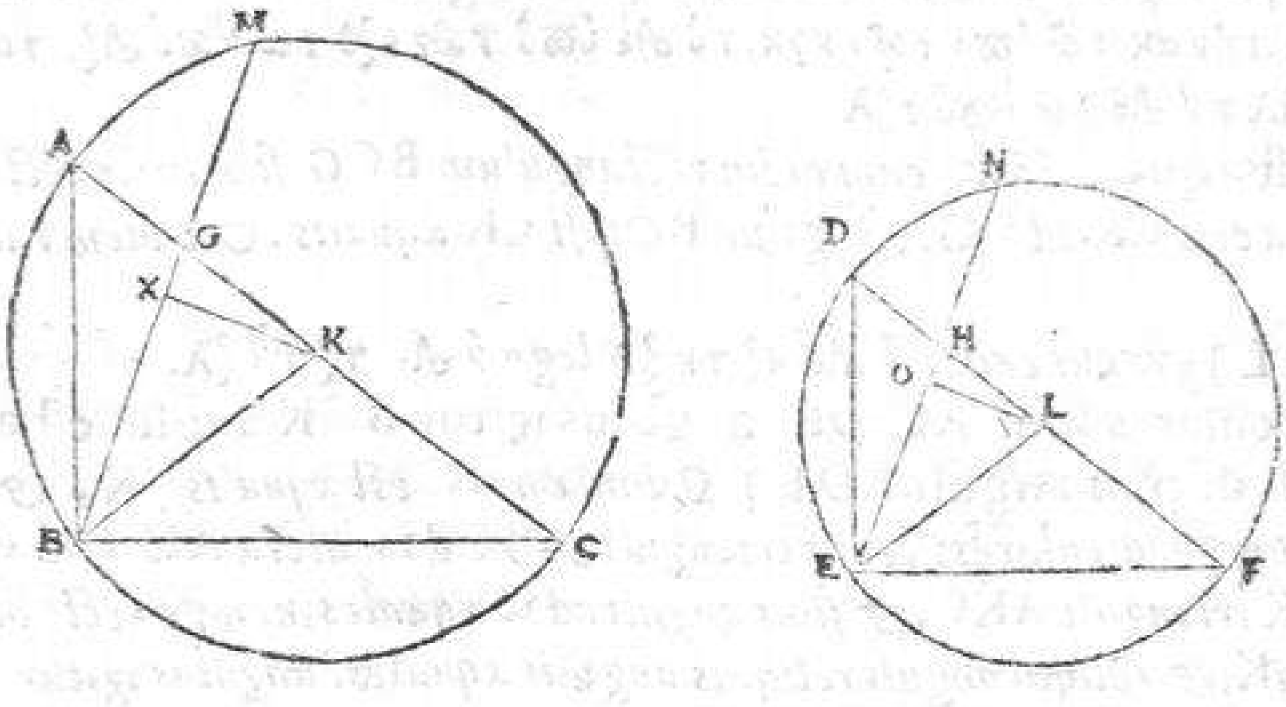
Hoc eſt EF ad FL] *græcus codex* ἡ θζ πρὸς ζλ, *lege* ἡ εζ πρὸς ζλ R

Quoniam & æquales ſunt BAK EDL] *græcus codex* καὶ τῶν αἱ ὑπὸ βακ εδλ. *ſed fortaſſe legendum erit.* καὶ γὰρ αἱ ὑπὸ βακ εδλ. *vel* ἔτι καὶ αἱ ὑπὸ βακ εδλ S

Quare ob id, quod ante traditum, triangulum ABC triangulo DEF ſimile erit.] T

THEOREMA CCI. PROPOS. CCXVI.

LE. IV. Sint duo triangula, quæ rectos angulos habeant ad puncta BE, & ducantur BG EH in æqualibus angulis AGB DHE. ſit autem vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE. oſtendendum eſt triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe.



Deſcribantur circa triangula circuli, & ipſorum centra ſumantur KL. perſpicue
conſtat ea eſſe ad eaſdem partes punctorum GH. nam ſi fieri, poteſt, ſit K quidem
A inter CG puncta, L vero inter DH, producanturque BG EH ad puncta MN, & a
puncto K ad MB perpendicularis ducatur KX, quæ inter GB cadet, eritque angulus
B AGB obtuſus, eſt autem æqualis angulo DHE, quare & DHE obtuſus erit, & acu-
C tus DHN. perpẽdicularis igitur a puncto L ad EN ducta cadit inter HN. cadat, &
D ſit LO. erit NO æqualis OE. ergo NO, quã HE maior eſt: & NH multo maior, quã
E HE, & rectangulum NHE, hoc eſt DHF maius quadrato ex HE. eſt autem vt rectan-
F gulum DHF ad quadratum ex HE, ita rectangulum AGC ad quadratum ex GB.
31. tertii quod eſt abſurdum. eſt enim & minus, quoniam MG minor eſt, quam GB, & rectã
2. ſexti. gulum MGB minus quadrato ex GB. non igitur centro K inter GC exiſtente, erit
G L inter DH. ſit inter HF. & ad eaſdem partes ducatur perpendicularis LO. Itaque
H quoniam vt rectangulum AGC, hoc eſt MGB ad quadratum ex GB, hoc eſt vt MG
K ad GB, ita rectangulum DHF, hoc eſt NHE ad quadratum ex HE, hoc eſt NH ad
L HE, & ſecantur MB NE bifariam in punctis XO; erit vt BX ad XG, ita EO ad OH.
M ſed & vt GX ad XK, ita HO ad OL; recti enim ſunt anguli ad XO, & æquales qui ad
GH. ergo ex æquali vt BX ad XK, ita EO ad OL. & ſunt circa æquales angulos. qua-
re angulus BKX eſt ęqualis angulo ELO. eſt autem & XKG angulus æqualis angulo
OLH. totus igitur BKG toti ELH æqualis erit, & eorum dimidia æqualia. ergo & an
gulus ACB æqualis ipſi DFE. ſuntque recti ad BE. ſimile igitur eſt triangulum ABC
triangulo DEF.

Manifeſtum autem eſt & huius conuerſum, videlicet ſi triangulum ABC ſimile
N ſit triangulo DEF, & triangulum GBC triangulo HEF, eſſe vt rectangulum AGC
ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE.

COMMENTARIVS.

A Quæ inter GB cadet, eritque angulus AGB obtuſus] *Angulus enim BGC eſt acutus, & propterea CGM obtuſus. ſi enim caderet inter GM, eſſent trianguli duo anguli duobus rectis maiores. quod eſt abſurdum. At ſi angulus BGC obtuſus ſit vt in alia figura, perpendicularis KX inter GM cadat neceſſe eſt.*

B Cadat, & ſit LO] *in græco codice mendoſe legitur* λθ.

C Erit NO æqualis OE] *Ex 3. tertii libri elementorum græcus codex. pro* νο *habebat* νθ, *& ita in iis, quæ proxime ſubſequuntur.*

D Hoc eſt DHF maius quadrato ex HE] *Ex 35. tertii libri elementorum græcus codex.* του τέςι τοῦ δεζ. *ſed legendum* τουτέςι τὸ δεζ.

E Quod eſt abſurdum] *Nam cum ſit rectangulum DHF maius quadrato ex HE, vt demonſtratum eſt, & rectangulum AGC quadrato ex GB maius, erit. ſed & minus quod fieri non poteſt.*

F Erit L inter DH] *græcus codex* τὸ λ ἔςαι μεταξὺ τῶν δε. *ſed legendum* μεταξὺ τῶν δθ.

G Hoc eſt NH ad HE] *Deſiderantur hæc in græco codice, quare ita reſtituendus erit.* οὕτω τὸ ὑϖὸ δθζ, τουτέςι τὸ ὑϖὸ νθε ϖρὸς τὸ ἀϖὸ θε, τουτέςι ἡ νθ ϖρὸς θε.

H Erit vt BX ad XG, ita EO ad OH] *ſecetur BX in puncto P ita vt XP ſit æqualis XG, & ſimiliter ſecetur EO in R vt OR ſit æqualis OH. erit PG exceſſus, quo BG excedit GM. & RH exceſſus, quo EH excedit HN. Quoniam igitur vt MG ad GB, ita NH ad HE, erit conuertendo vt BG ad GM ita EH ad HN: & per conuerſionem rationis, vt BG ad GP, ita EH ad HR: & conſequentium dimidia, vt BG ad GX, ita EH ad HO: & denique diuidendo vt BX ad XG, ita EO ad OH.*

K Sed & vt GX ad XK, ita HO ad OL] *ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum KGX LHO. ſunt enim anguli recti ad XO, & æquales ad GH, quoniam AGB DHE æquales ponebantur. ergo & reliqui reliquis ſunt æquales.*

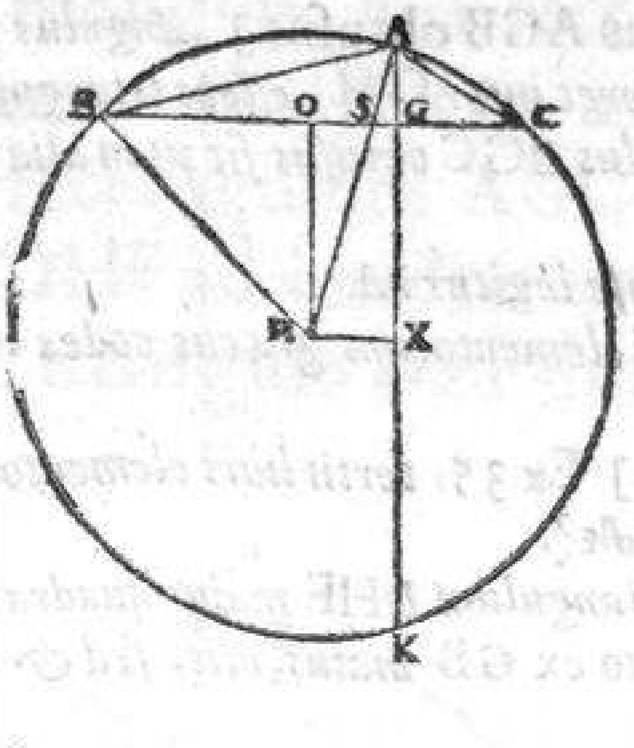
L Et ſunt circa æquales angulos] *ſequitur enim ex 6. ſexti elementorum triangula BXK EOL ſimilia eſſe.*

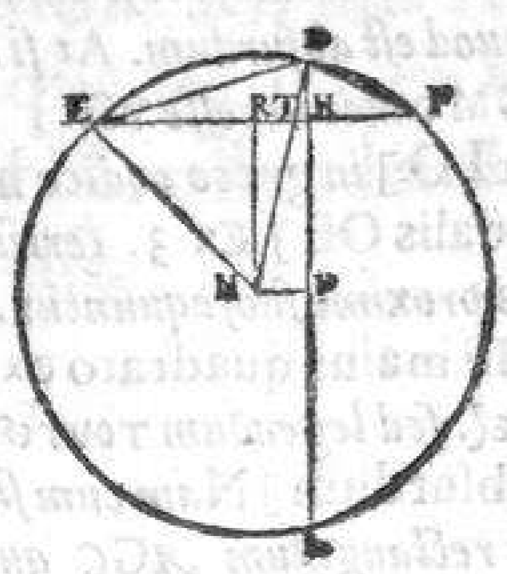
M Ergo & angulus ACB æqualis ipſi DFE] *ex 20 tertii elementorum.*

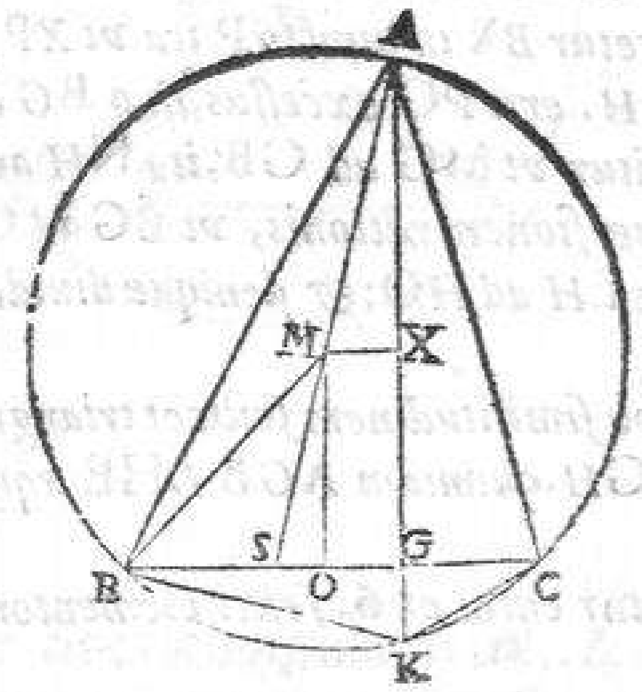
N Manifeſtum autem eſt & huius conuerſum, videlicet ſi triangulum ABC ſimile ſit triangulo DEF] *ſi enim triangulum ABC ſimile ſit triangulo DEF, & triangulum GBC triangulo HEF, erit etiam triangulum ABG triangulo DEH ſimile. ergo vt AG ad GB, ita DH ad HE, & vt CG ad GB, ita FH ad HE. proportio igitur compoſita ex proportione AG ad GB & proportione CG ad GB, quæ quidem eſt proportio rectanguli AGC ad quadratum ex GB,* 4. ſexti. *eadem erit, quæ componitur ex proportione DH ad HE, & proportione FH ad HE, quæ eſt rectanguli DHF ad quadratum ex HE. ergo vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE.*

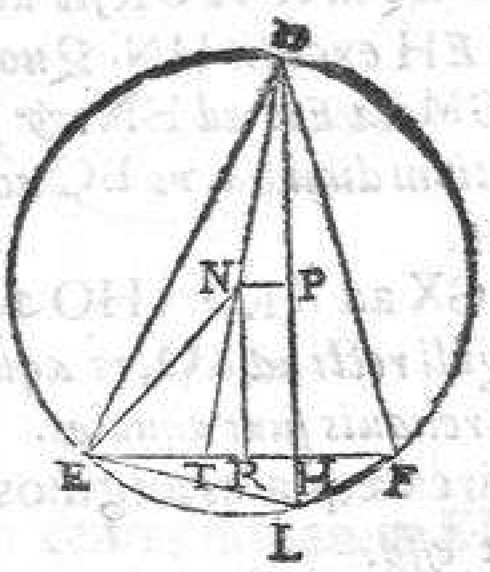
THEOREMA CCII. PROPOS. CCXVII.

LEM. V. Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos AD æquales habeant; non autem rectos, & perpendiculares ducantur AG DH: A ſitque vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum B EHF ad quadratum ex DH: & rectarum linearum BC EF maiores portiones ſint BG EH. Dico triangulum ABG triangulo DEH, & reliquum reliquo ſimile eſſe.









Circumſcribantur circuli, & producantur AG DH ad puncta KL. Sumantur autẽ
C MN circulorum centra, atque ab ipſis ad rectas lineas AK BC DL EF perpendicula-
D res ducantur MX MO NP NR. Ex ijs igitur, quæ ante dicta ſunt, vt KG ad GA, ita e-
rit LH ad HD. quare & vt AX ad XG, ita DP ad PH. Iungantur AM DN ſed vt AX
a. ſexti. quidem ad XG, ita AM ad MH: vt vero DP ad PH, ita DN ad NT. ergo & vt AM ad
MS, ita DN ad NT. Iungantur præterea BM EN. Itaque quoniam portio BAC ſimilis
E eſt portioni EDF, erit & reliqua BKC reliquæ ELF ſimilis: & ideo anguli in ipſis ęqua-
F les, & eorum ſinguli æquales ſingulis. anguli igitur BMO ENR æquales ſunt in pri-
G mo caſu, in ſecundo autem caſu ex appoſitis conſtat angulum BMO æqualem eſſe
H angulo ENR, quoniam & anguli, qui in portionibus BAC EDF. eſt igitur vt BM ad
K L MO, hoc eſt vt AM ad MO, ita EN ad NR, hoc eſt DN ad NR. eſt autem ut AM ad
M MS, ita DN ad NT. quare ex æquali ut OM ad MS, ita RN ad NT. ſuntque anguli, qui
N ad OR recti; acuti autem qui ad ST. æqualis igitur eſt angulus OMS angulo RNT ſed
O & angulus BMO angulo ENT eſt æqualis. ergo & ęqualis BMS ipſi ENT, ac propte-
rea angulus C angulo F ęqualis. triangula igitur inter ſe omnino ſimilia erunt.

Poteſt autem vnius angulorum ſiue obtuſorum, ſiue acutorum præmiſſa demon-
ſtratione & reliquum oſtendi hoc modo. Ponatur enim primum demonſtratum iã
eſſe

eſſe in angulis obtaſis æqualibus, ut dictum eſt, & oporteat in æqualibus angulis acutis BAC EDF demonſtrare triangula ſimilia eſſe. Rurſuſque circumſcribãtur circuli, & productis AG DH ad puncta KL, iungantur BK KC EL LF. æquales igitur ſunt & anguli BKC ELF obtuſi. Et quoniam eſt vt rectangulum BGC, hoc eſt AGK ad quadratum ex AG, videlicet vt KG ad GE, ita rectangulum EHF, hoc eſt DHL ad quadratum ex DH, videlicet LH ad HD: erit ut quadratum ex AG ad quadratum ex GK, ita quadratum ex DH ad quadratum & HL. eſt autem & vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH. ergo ex æquali vt rectangulum BGC ad quadratum ex GK, ita rectangulum EHF ad quadratum ex HL: & ſunt æquales anguli obtuſi BKC ELF, & perpendiculares KG LH. ex ijs igitur, quæ ante tradita ſunt, triangulum quidem BKG ſimile eſt triangulo ELH. triangulum vero CKG triangulo FLH. quare & triangulum ABG triangulo DEH eſt ſimilie: & triangulum ACG triangnlo DFH. ergo & totum triangulum ABC ſimile eſt toti DEF.

O

P

COMMENTARIVS.

A Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos AD æquales habeant, non autem rectos] *græcus codex* ἔϛω δύο τρίγωνα τὰ αβγ δεζ ἴσας ἔχοντα τὰς α δ γωνίας μὴ ὀρθὴ τε καὶ κάθετος ἤχθωσαν αἱ αγ δθ. *fortaſſe aũt legendũ eſt* μὴ ὀρθὰς δὲ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ αη δθ. *de ijs enim, quæ rectos angulos habent, & ſuperius dictum eſt, & infertus paulo poſt dicetur.*

B Sitque ut rectangulum BGC ad quadratum ex AG. &c.] *græcus codex* ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν βηγ *&c. Sed legendum arbitror* ἔϛω τε ὡς τὸ ὑπὸ τῶν βηγ.

C Ex ijs igitur, quę ante dicta ſunt ut KG ad GA, ita erit LH ad HD] *eſt enim ut rectangulum* BGC, *hoc eſt rectangulum* KGA *ad quadratum ex* GA, *hoc eſt* KG *ad* GA, *ita rectangulum* EHF, *hoc eſt* LHD *ad quadratum ex* HD, *hoc eſt* DH *ad* HD.

D Quare & ut AX ad XG, ita DP ad PH.] *Quoniam enim ut* KG *ad* GA, *ita* LH *ad* HD, *erit per conuerſionem rationis ut* KG *ad exceſſum, quo* KG *ſuperat* GA, *hoc eſt ad duplum ipſius* GX, *ita* LH *ad duplum ipſius* HP *& conſequentium dimidia ut* KG *ad* GX, *ita* BH *ad* HP, *& diuidendo ut* KX, *hoc eſt* AX *ad* XG, *ita* LP, *hoc eſt* DP *ad* PH.

E Et ideo anguli in ipſis æquales, & eorum ſinguli æquales ſingulis. anguli igitur BMO ENR ęquales ſunt in primo caſu. in ſecundo autem caſu &c.] *Cum portio* BKC *ſimilis ſit portioni* ELF. *anguli in ipſis æquales ſunt; Sed angulo qui in portione* BKC *æqualis eſt angulus* BMO, *ut proxime explicauimus. angulo autem qui in portione* ELF *eſt æqualis angulus* ONR. *ergo anguli* BMO ENR *interſe ſunt æquales. atque hoc in primo caſu. nam in ſecundo illud per ſe ſe coſtat, ponitur enim angulus* BAC *æqualis angulo* EDF *quare &* BMO *ipſi* ENR *æqualis erit in gręco codice pro* βμο *mendoſe legitur* βμθ, *& ita in ijs, quę ſequuntur, ponitur* θ *loco ipſius.*

F Eſt igitur vt BM ad MO, hoc eſt vt AM ad MO, ita EN ad NR, hoc eſt DN ad NR] *Quoniã n. angulus* BMO *eſt æqualis angulo* ENR, *anguliq; ad* ND O R, *& reliquus reliquo æqualis erit, & triangulum* BMO *triangulo* ERN *ſimile ergo vt* BM, *hoc eſt* AM *ad* MO, *ita* EN, *hoc eſt* DN *ad* NR, *& conuertendo vt* OM *ad* MA, *ita* RN *ad* ND.

G Suntque anguli, qui ad O R recti, acuti autem, qui ad ST] *Ex iis ſequitur per ſeptimam ſexti elementorum triangulum* MOS *ſimile eſſe triangulo* NRT, *& angulum* OMS *angulo* RNT *æqualem.*

H Sed & angulus BMO angulo ENR eſt æquales.] *quod ante demonſtratum fuit gręcus codex.* ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ρομ τῇ ὑπὸ ερν ἐϛὶν ἴση. *ſed arbitror legendum.* ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν βμο τῇ ὑπὸ ενρ ἐϛὶν ἴση.

K Ergo & æqualis BMS ipſi ENT] *In primo caſu erit totus angulus* BMS *ex duobus æqualibus conſtans æqualis toti* ENT *in ſecundo autem caſu, erit reliquus* EMC *reliquo* ENT *æqualis.*

L Ac propterea angulus C angulo F æqualis] *Quoniam enim angulus* BMS, *hoc eſt* BMA *in primo caſu eſt æqualis angulo* ENT, *hoc eſt* END, *erit circumfeentia* BA *ſimilis circumferentiæ* ED. *& ideo angulus* C *angulo* F *æqualis. in ſecundo autem caſu, quoniam angulus* BMS *eſt angulis angulo* ENT, *reliquus ex duobus rectis* BMA *reliquo* END *æqualis erit; circumferentiaque* BA *circumferentiæ* KD *ſimilis, & angulus* C *angulo* F *æqualis.*

M Triangula igitur interſe omnino ſimilia erunt.] *ponitur enim angulus* BAC *æqualis angulo* EDF *ergo & reliquus* B *reliquo* O *æqualis, & triangulum* ABC *triangulo* DEF *ſimile. Sed & utrique anguli, qui ad* GH *recti. ſunt. quare & reliquus* BAG *reliquo* EDH, *reliquuſque* CAG *reliquo* FDH *æqualis. triangulum igitur* ABG *triangulo* DEH; *& triangulum* ACG *triangulo* DFH *ſimile erit.*

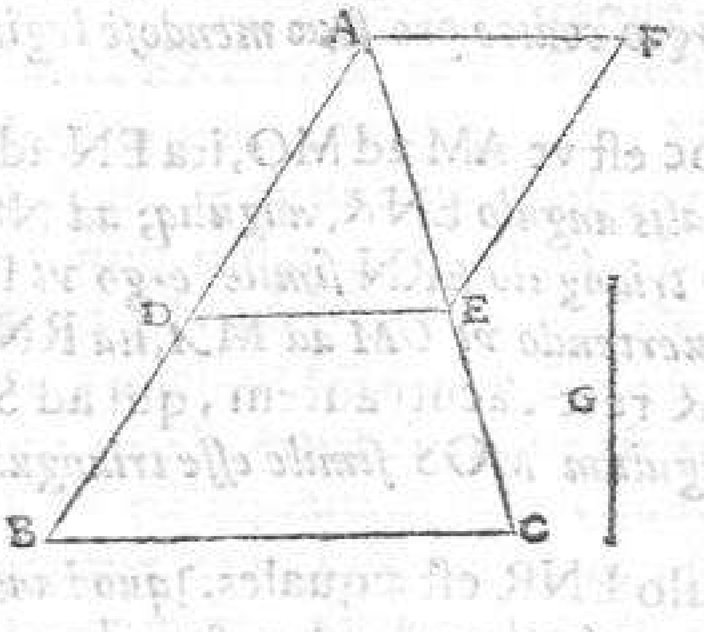
N Poteſt autem vnius angulorum ſiue obtuſorum. ſiue acutorum præmiſſa demonſtratione & reliquum oſtendi] *græcus codex.* δύναται δὲ καὶ τῆς μιας γωνίας ἢ τῶν ἀμβλειῶν ἢ ὀξεια προγεγραμμένης τῆς δείξεως. τὸ λοιπὸν ἀποδοῦναι οὕτως. *Sed legendum arbitror.* δύναται δὲ καὶ τῆς μιᾶς γωνίας ἢ τῶν ἀμβλειῶν ἢ τῶν ὀξειῶν προγεγραμμένης τῆς δείξεως τὸ λοιπὸν ἀποδυῦναι οὕτως.

O Et oporteat in æqualibus angulis acutis BAC EDF demonſtrare triangula ſimilia eſſe] *græcus codex pro* βαγ εδζ *habebat* αβγ εδζ *& mendoſe, ut arbitror.*

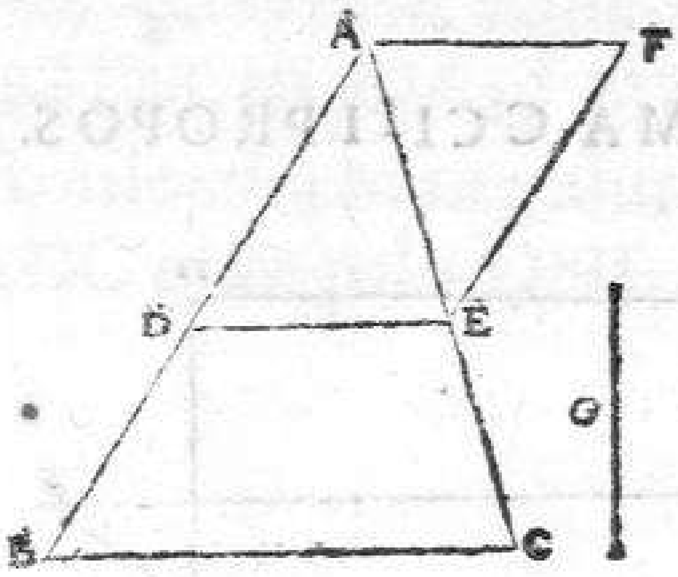
P Quare & triangulum ABG triangulo CEH eſt ſimile & triangulum ACG triangulo DFH] *Quoniam enim triangulum* BGK *ſimile eſt triangulo* EHL, *erit angulus* BKG *hoc eſt* BKA *æqualis angulo* ELD, *& ideo circumferentia* BA *ſimilis circumferentiæ* ED, *anguluſque* BCA *angulo* EDF *æqualis. Rurſus quoniam triangulum* CGK *ſimile eſt triangulo* FHL, *angulus* CKA *æqualis erit angulo* FLD. *circumferentiaque* AC *circumferentiæ* DF *ſimilis, & angulus* ABC *angulo* DEF *æqualis. ſunt autem anguli ad* GH *recti. reliqui igitur anguli reliquis æquales erunt; & triangulum* ABG *ſimile triangulo* DEH, *& triangulum* ACG *triangulo* DFH: *& denique totum triangulum* ABC *ſimile toti* DEF. *græcus codex.* ὥστε καὶ τὸ μὲν αβγ τρίγωνον τῷ δεθ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. *Sed legendum* ἐστὶν ὅμοιον

PROBLEMA XVI. PROPOS. CCXVIII.

A LEM. VI. Rectis lineis AB AC poſitione datis ducere DE parallelam rectæ lineæ poſitione datæ: & facere ipſam DE datam.



Factum iam ſit, & per A ipſi DE parallela ducatur AF. ergo AF parallela eſt rectæ



eſt rectæ lineæ poſitione datæ atque eſt datum punctum A, poſitione igitur eſt B
AF. Ducatur per *E* linea *EF* parallela ipſi AB. ergo AF eſt æqualis DE. data au- 34 prim. C
tem eſt DE. quare & AF data. ſed & poſitione. & datum punctum A. datum igi- D
tur & *F*. Itaque per datum punctum *F* ducta eſt FE parallela ipſi AB poſitione da- 28. datorum.
tę. poſitione igitur eſt FE. ſed & poſitione AC. ergo & punctum E eſt datum. &
per ipſum ducta eſt DE lineæ poſitione datæ parallela. quare & *DE* poſitione da- E
tur. 28. datorum.

Componetur autem problema hoc modo.

Sint duæ rectæ lineæ AB AC poſitione datæ. data autem magnitudine ſit recta linea in qua G, cui autem parallelæ ducantur ſit AF. & ponatur AF ipſi G æqualis, & per F quidem ducatur FE parallela AB. per E vero ducatur ED parallela EF. Dico ipſam *D*E problema efficere.

Quoniam enim DE æqualis eſt ipſi AF, & AF æqualis ipſi G, videlicet lineæ datæ erit & DE datæ lineæ G æqualis. ergo *D*E problema efficit. manifeſtum autem eſt ipſam ſolam hoc efficere. nam quæ propinquior eſt ipſi *A*, ſemper remotiore eſt minor.

COMMENTARIVS.

Et facere ipſam DE datam] *hoc eſt datum magnitudine, uel rectæ lineæ magnitudini datæ æqualem.* A

Poſitione

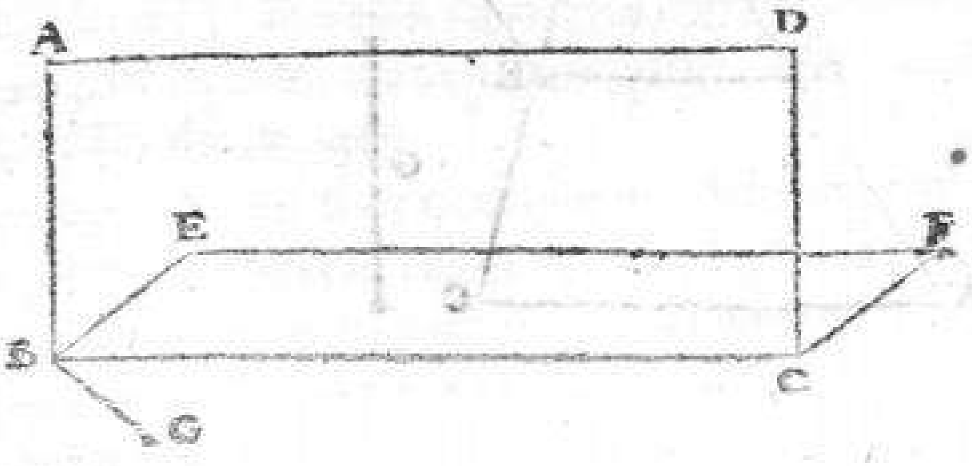
B Poſitione igitur eſt AF] Ex 28. *libri datorum.*

C Date autem eſt DE. quare & AF data] *magnitudine ſcilicet. græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ δε. *ſed legendum puto.* δοθεῖσα δὲ ἐστὶν ἡ δε, *in reſolutione enim ponitur DE data*

D Datum igitur & F.] Ex 27. *libri datorum.*

E Ergo & punctum E eſt datum] Ex 25. *eiuſdem.*

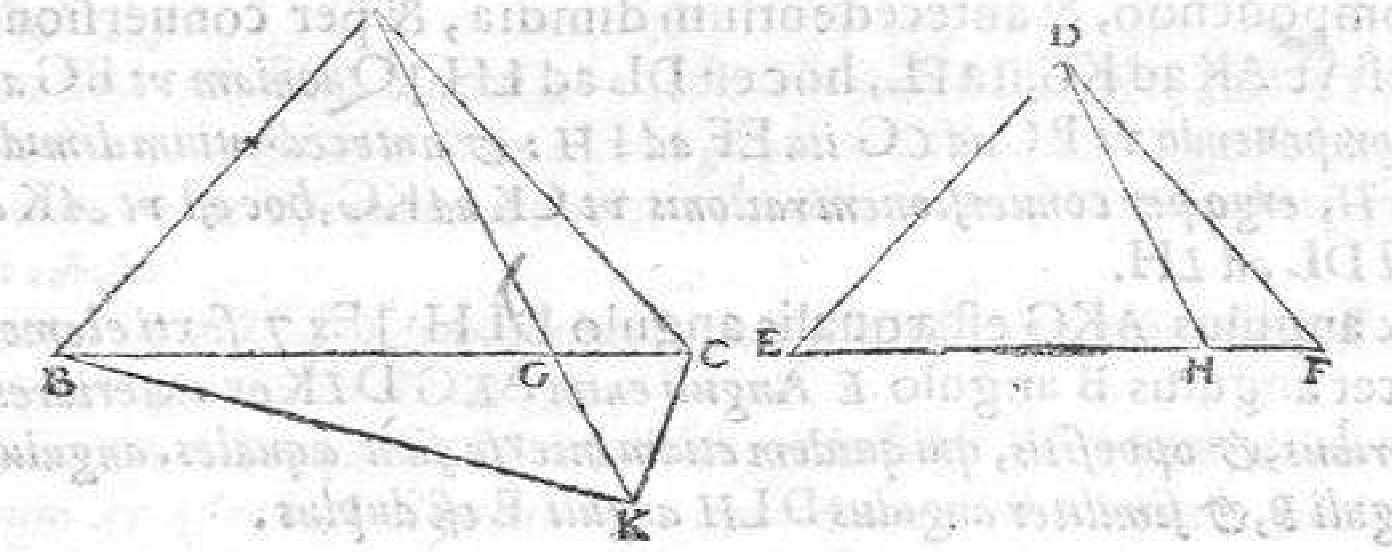
THEOREMA CCIII. PROPOS. CCX X.



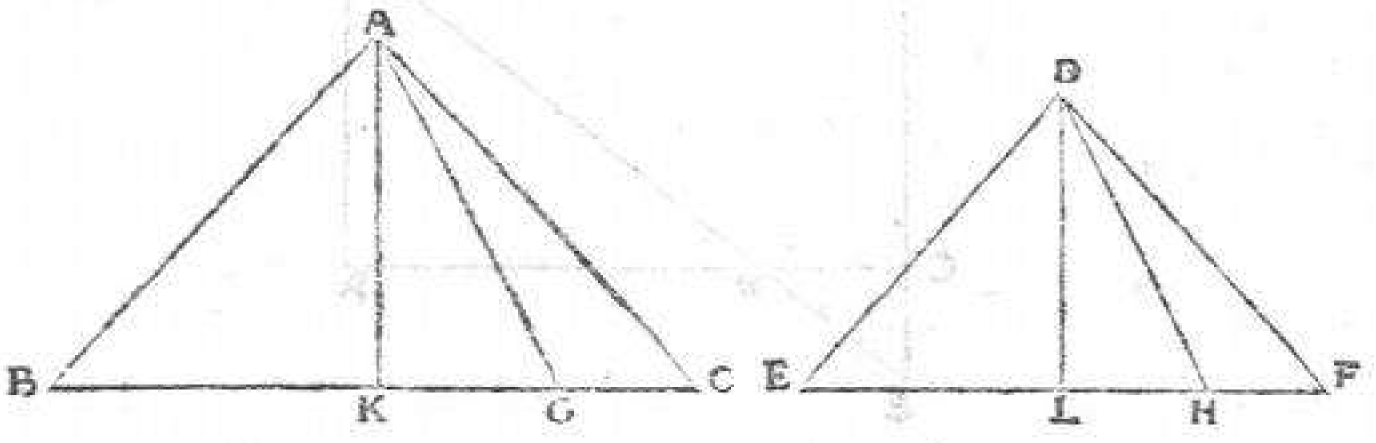
THEO-

THEOREMA CCIV. PROPOS. CCXX.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos AD rectos habeant, & ducantur AG DH in æqualibus angulis AGB DHE, ſit autem vt BG ad GC, ita EH ad HF. Dico triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe; triangulumque AGB triãgulo DHE & triangulum AGC triangulo DHF. LEM. VIII.



Producatur AG, & fiat vt DH ad HE, ita CG ad GK, & BK KC iungantur. æqualis A
igitur angulus eſt DEH angulo CKG. & quoniam vt BG quidem ad GC, ita EH ad
HF, vt autem CG ad GK, ita DH ad HE. ergo ex æquali in perturbata analogia vt BG
ad GK, ita DH ad HF. & ſunt circa æquales angulos. ęqualis igitur eſt angulus BKG 6. ſexti.
angulo F. oſtenſum autem eſt angulum quoque CKG angulo E æqualem eſſe. & ſunt B
anguli EF recto æquales. ergo angulus BKG rectus eſt. ſed & rectus BAC ex poſitio
ne. in circulo igitur ſunt puncta AB CK, & ob id AKC angulus, hoc eſt DEH æqualis C
ipſi ABC. ſed & angulus AGB poſitus eſt æqualis angulo DHE. triangulum igitur
ABG triangulo DEH eſt ſimile; & eadem ratione triangulum AGC ſimile eſt trian D
gulo DHF.



ALITER ET MELIVS Secentur BC EF bifariam in punctis KL: & iungã-
tur AK DL. Qnoniam igitur vt BG ad GC, ita EH ad HF; erit componendo, & antece E
dentium dimidia, & per conuerſionem rationis, vt CK, hoc eſt vt AK ad KG, ita EL,
hoc eſt DL ad LH: & ſunt anguli quidem ad GH puncta æquales anguli vero KAG
LDH vtrique ſimul acuti. ergo & angulus AKG eſt æqualis angulo DLH, & eorum F
dimidij, videlicet angulus B angulo E, ſed & angulus G angulo H eſt æqualis. ſimi- G
le igitur eſt triangulum ABG triangulo DEH, & eadem ratione triangulum AGC
triangulo DHF ſimile.

COMMENTARIVS.

A AEqualis igitur eſt angulus DEH angulo CKG] *Quoniam enim ut DH ad HE, ita* CG *ad* KG, *atque eſt angulus* CGK *ęqualis angulo* AGB, *hoc eſt ipſi* DHE; *erit triangulū* CGK *triãgulo* DHE *ſimile. & idcirco angulus* CKG *angulo* DEH *æqualis.* 6. ſexti.

B Et ſunt anguli EF recto æquales] *eſt enim angulus* EDF *rectus græcus codex.* καὶ εἰσὶν αἱ εζ ὀρθαὶ ἴσαι. *legendum* ὀρθῆ ἴσαι

C Et ob id AKC angulus, hoc eſt DEH æqualis ipſi ABC] *ex 21 tertij elementorum. græcus codex.* τουτέστιν ἡ ὑπὸ δζθ τῇ ὑπὸ αβγ. *ſed legendū eſt.* τουτέστιν ἡ ὑπὸ δεθ τῇ ὑπὸ αβγ.

D Et eadem ratione triangulum AGC ſimile triangulo DHF] *Namque angulus* AKB, *hoc eſt* DHF *eſt ęqualis angulo* ACB, *& angulus* AGC *ponitur ęqualis angulo* DHF *ergo & reliquus reliquo æqualis; & triangulum triangulo ſimile erit.* 21. tertij

E Erit componendo, & antecedentium dimidia, & per conuerſionem rationis, vt CK, hoc eſt vt AK ad KG, ita FL, hoc eſt DL ad LH] *Quoniam vt* BG *ad* G , *ita* EH *ad* HF, *erit componendo vt* BC *ad* CG *ita* EF *ad* FH: *& antecedentium dimidia, vt* KC *ad* CG. *ita* LF *ad* FH, *ergo per conuerſionem rationis vt* CK *ad* KG, *hoc eſt vt* AK *ad* KG, *ita* FL *ad* LH, *hoc eſt* DL *ad* LH.

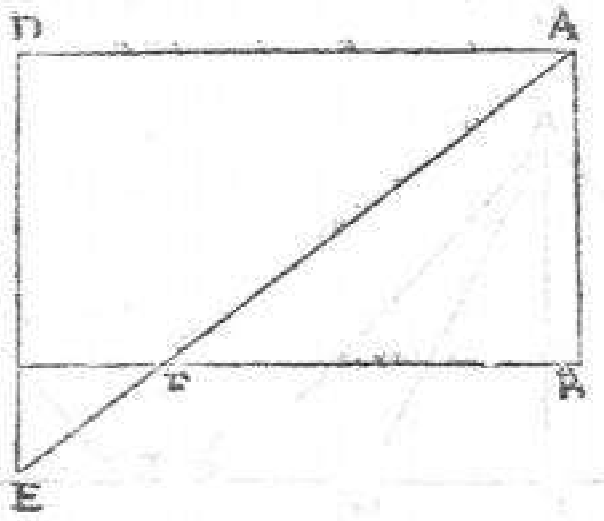
F Ergo & angulus AKG eſt æqualis angulo DLH] *Ex 7. ſexti elementorum.*

G Videlicet angulus B angulo E] *Anguli enim* AKG DLK *ex exteriores æquales ſunt duobus interioribus, & oppoſitis, qui quidem etiam inter ſe ſunt æquales. angulus igitur* AKG *duplus eſt anguli* B, *& ſimiliter angulus* DLH *anguli* E *eſt duplus.*

IN SEPT. ET OCTAVVM LIBRVM CONICORVM LEM.

THEOREMA CCV. PROPOS. CCXXI.

LEM. I. AB Sit parallelogramum rectangulum AC, & ducatur EFA. Dico rectangulum EAF rectangulo EDC, & triangulo CBF æquale eſſe.



C D E F Quoniam enim quadratum ex EF æquale eſt quadratis ex EC CF, & quadrata & EA AF ſunt ęqualia quadratis ex ED DA, hoc eſt quadratis ex ED CB, & quadratis, ex AB BF, hoc eſt ex CD BF. ſed quadratis ex EA AF ęqualia ſunt rectangula EAF EFA vna cum quadratis ex EF FA, quorum rectangulum EFA vna cum quadrato ex FA eſt ęquale rectangulo EAF; quadratis autem ex ED DC eadem ratione æquale eſt quod bis EDC continetur vna cū quadrato x CE, & ſimiliter quadratis ex CB BF ęquale eſt contentum bis CBF vna cum quadrato ex CF: erit quod bis cōtinetur

EAF

EAF vna cum quadrato ex EF æquale ei, quod bis ADG continetur vna cum quadrato ex CE, & ei, quod bis continetur CBF vna cum quadrato ex CF. at quadrato ex EF æqualia ſunt quadrata ex EGC F, vt dictum eſt. reliquum igitur, videlicet quod bis continetur EAF æquale eſt ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod bis CBF continetur. & ideo rectangulum EAF rectangulo EDC, & rectangulo CBF eſt æquale, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Et ducetur EFA] *græcus codex.* καὶ διήχθω ἡ εζ. *ego legendum puto* εζα. A

Dico rectangulum EAF rectangulo EDC, & rectangulo CBF æquale eſſe] *græcus codex.* ὅτι τὸ ὑπὸ εαζ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ζγβ καὶ τῷ ὑπὸ εγδ. *ſed legendum eſt* τῷ τε ὑπὸ ζβγ, καὶ τῷ ὑπὸ εδγ. B

Et quadrata ex EA AF ſunt æqualia quadratis ex ED DA &c.] *Ex 47 primi elementorum græcus codex.* ὧν τὰ ἀπὸ τῶν εαζ τετράγωνα *Sed videtur legendum* καὶ τὰ ἀπὸ τῶν εαζ τετράγωνα *vel ut in ſequenti lemmate.* ἔστι δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν εαζ τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν εδα. C

Hoc eſt quadratis ex ED CB] *græcus codex.* τουτέστι τοῖς ἀπὸ τῶν εδγ *Sed ex ijs, quæ ſequuntur legendum arbitror* ἀπὸ τῶν εδ γδ. D

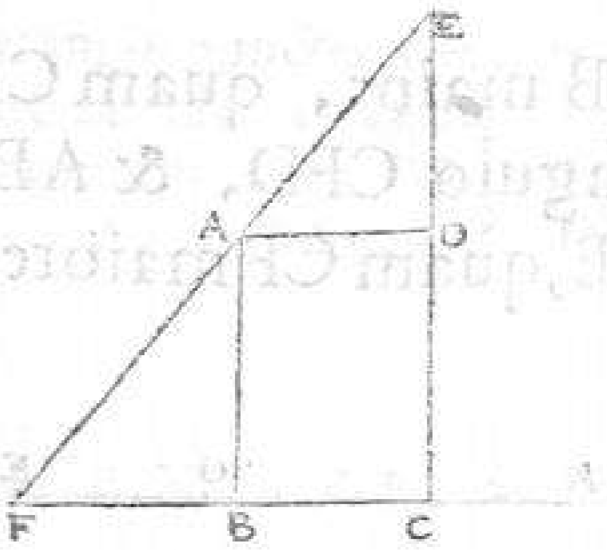
Sed quadratis ex EA AF æqualia ſunt rectangula EAF EFA vna cum quadratis ex EF FA] *eſt enim ex 4 ſecundi elementorum quadratum ex EA æquale quadratis ex EF FA & ei, quod bis EFA continetur. Sed ei, quod ſemel EFA continetur una cum quadrato ex FA æquale eſt rectangulum EAF ex tertia eiuſdem. Hæc autem omnia nos addidimus uſque ad eum locum. Reliquum igitur &c. nam in græco codice multa in eandem ſententiam deſiderari uidebantur.* E

Quorum rectãgulum EFA vna cum quadrato ex FA eſt æquale rectangulo EAF] *Ex tertia ſecundi libri elementorum. erit igitur quadratis ex EA AF æquale quod bis EAF continetur una cum quadrato ex EF.* F

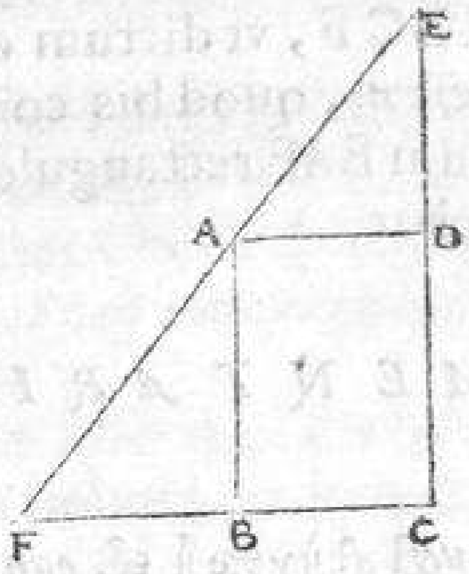
THEOREMA CCVI. PROPOS. CCXXII.

LEM. II.

Sit parallelogramum rectangulum AC, & ducatur EAF. Dico rectangulum EDC vna cum rectangulo CBF æquale eſſe rectangulo EAF.



Quoniã.n. quadratũ ex EF æquale eſt quadratis ex EC CF, & ſunt quadrata ex EA 47 primi



AF æqualia quadratis ex ED DC CB BF; erit & quod bis EAF continetur æquale ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod bis continetur CBF. C rectangulum igitur EAF rectangulo EDC vna cum rectangulo CBF eſt æquale.

COMMENTARIVS.

A Aequale eſſe rectangulo EAF] *in græco codice mendoſe legebatur* εδζ.

B Et ſunt quadrata ex EA AF ęqualia quadratis ex ED DC CB BF] *Eſt enim quadratũ ex* EA *æquale quadratis ex* ED DA, *hoc eſt quadratis ex* ED CB, *&* *quadratum ex* AF *ęquale quadratis ex* AB BF, *hoc eſt* DC BF *græcus codex* εδ δγ *habebat* εδ δζ.

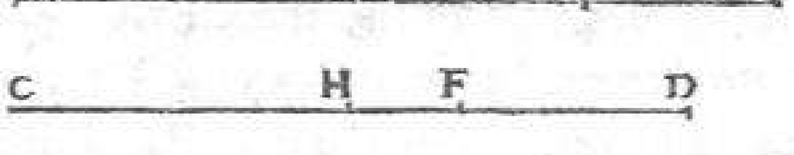
C Erit & quod bis EAF continetur ęquale ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod bis continetur CBF.] *Quadratum namque ex* EF *æquale eſt quadratis ex* EC CF. *Sed quadrato ex* EC *æqualia ſunt quadrata ex* ED DC *vna cum eo, quod bis continetur* EDC. *& quadrato ex* CF *pariter æqualia ſunt quadrata ex* CB BF *vna cum eo, quod bis* CBF *continetur. Rurſus quadratum ex* EF *æquale eſt quadratis ex* EA AF, *& ei, quod bis continetur* EAF. *quadratis autem ex* EA AF *ſunt ęqualia quadrata ex* ED DC, CB BF. *Quadrata igitur ex* ED DC CB BF *vna cum eo, quod bis continetur* EDC *& eo, quod bis* CBF *continetur ęqualia ſunt quadratis ex* ED DC CB BF, *& ei, quod bis* EAF *continetur quare ablatis communibus quadratis, erit reliequum, quod bis continetur* EAF *æquale ei, quod bis continetur* EDC *& ei, quod bis* CBF *continetur.*

47. prim.
4. ſecũdi
47. prim.

THEOREMA CCVII. PROPOS. CCXXIII.

LEM. III.

A Sit recta linea AB maior, quam CD, ſitque rectangulum AEB æquale rectangulo CFD, & AE CF ſint maiores earum portiones. Dico AE, quam CF maiorem eſſe.



B Secentur totę lineę AB CD bifariam in punctis GH. maior igitur eſt GB, quam HD, &

HD, & ideo quadratum ex *GB* quadrato ex HD eſt maius. ſed rectangulum AEB æquale eſt rectangulo CFD. ergo & quadratum ex GE maius eſt quadrato ex HF, & recta linea GE quam *HF* maior. eſt autem & *A*G maior, quam *C*H. tota igitur *A*E, quam tota *C*F maior erit. C D

COMMENTARIVS.

Sitque rectangulum *AE*B æquale rectangulo *CF*D] *græcus codex* καὶ ἴσον ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΖΔ. *ſed legendum puto.* καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ ΑΕΒ τῷ ὑπὸ ΓΖΔ. A

Maior igitur eſt GB, quam HD] *Ex* 14 *&* 15 *quinti elementorum græcus codex.* μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΒ τῆς ΔΕ. *ſed legendum* τῆς ΔΘ. B

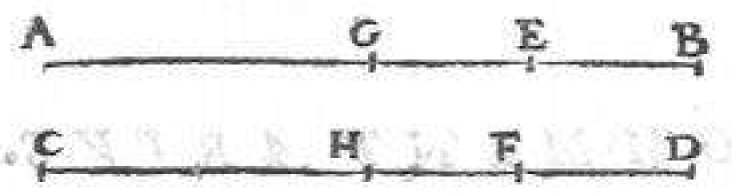
Et ideo quadratum ex GB quadrato ex HD eſt maius] *græcus codex* ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ ΗΕ μεῖζον τοῦ ἀπὸ ΔΘ τετραγώνου. *lege* ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΗΒ μεῖζον τοῦ ἀπὸ ΔΘ τετραγώνου. C

Ergo & quadratum ex *GE* maius quadrato ex *F*H] *eſt enim quadratum ex* GB *maius quadrato ex* HD. *ſed quadratum ex* GB *æquale eſt rectangulo AE*B *vna cum quadrato ex* GE, *& quadratum ex* HD *æquale eſt rectangulo* CFD *vna cum quadrato ex* HF. *ergo rectangulum AE*B *vna cum quadrato ex* G*A maius eſt rectangulo* CF*D vna cum quadrato ex* HF. *rectangulum autem A*EB *ponitur æquale rectangulo* CF*D quadratum igitur ex A*E *quadrato ex* FD *eſt maius.* D

TEOREMA CCIIX. PROPOS. CCXXIV.

LEM. IV.

Sit rectangulum AEB æquale rectangulo CFD æqualibus exiſtentibus AB CD. Dico maiores portiones AE CF inter ſe æquales eſſe. A



Secentur enim *A*B CD bifariam in punctis GH. erit GB æquales HD. quare & quadratum ex GB quadrato ex H*D* eſt æquale. ſed & rectangulum A*EB* eſt æquale rectangulo CFD. quadratum igitur ex GE æquale eſt quadrato ex HF ac propterea recta linea *GE* ipſi HF æqualis; eſt autem & AG æqualis CH. ergo tota AE toti CF æqualis erit. B D

COMMENTARIVS.

Dico maiores portiones A*E* CF inter ſe æquales eſſe.] *græcus codex* ὅτι τὰ μείζονα τμήματα τὰ ΑΕ ΓΖ ἐστὶ τὸ ΔΕΦΗΣ *ſed vt puto legendum eſt* ὅτι τὰ μείζονα τμήματα τὰ ΑΕ ΓΖ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα. A

Secetur

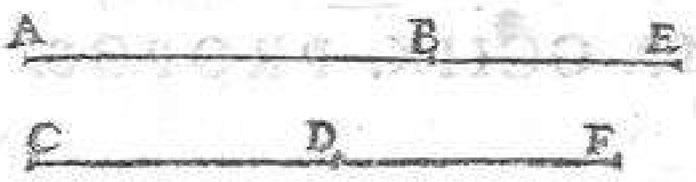
B Secetur enim AB. CD bifariam in punctis GH] *græcus codex* τμήματα γὰρ τὰ αβ γδ δίχα τοῖς ηθ. *Sed legendum erit* τετμήσθωσαν γὰρ αἱ αβ γδ *&c.*

C Erit GB æqualis HD] *Hæc omnia vſque ad finem nos addidimus, quod in græco codice multa in eandem ſententiam deſiderari videbantur.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηβ τῇ θδ ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ηβ ἴσον τῷ ἀπὸ θδ τετραγώνῳ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑπὸ αεβ ἴσον τῷ ὑπὸ γζδ. καὶ τὸ ἀπὸ ηε ἄρα ἴσον τῷ ἀπὸ θζ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηε τῇ θζ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ αη ἴση τῇ γθ. ὅλη ἄρα ἡ αε ὅλῃ τῇ γζ ἐστὶν ἴση.

D Quadratum igitur ex GE æquale eſt quadrato ex HF] *Eſt enim rectangulum AEB vna cum quadrato ex GE æquale quadrato ex GB, & rectangulum CFD vna cum quadrato ex HF ſimiliter æquale quadrato ex HD. demptis igitur æqualibus rectangulis AEB CFD, reliqua interſe æqualia erunt.*

THEOREMA CCIX. PROPOS. CCXXV.

LEM. V. Sit AB quidem maior, quam CD, BE vero minor, quam DF, maiori exiſtente AB, quam BE: & CD maiori, quam DF. Dico exceſſum ipſarum AB BE exceſſu BD DF maiorem eſſe.



⁂ Quoniam enim AB maior eſt, quam CD, erit ipſarum AB BE exceſſus maior exceſſu CD BE. ſed exceſſus CD BE maior eſt exceſſu CD DE, quod EB minor ſit, quam DF. exceſſus igitur ipſarum AB BE exceſſu CD DF multo maior erit.

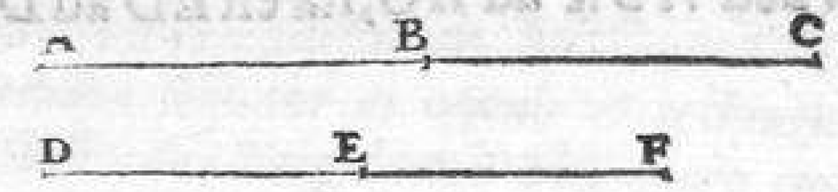
COMMENTARIVS.

⁂ Quoniam enim AB maior eſt, quam CD, erit ipſarum AB BE exceſſus maior exceſſu CD BE] *græcus codex.* ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶ τῆς τῶν γδ εβ ὑπεροχῆς. *Sed fortaſſe legendum erit.* ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ αβ τῆς γδ, μείζων ἄρα ἡ τῶν αβ βε ὑπεροχὴ τῆς τῶν γδ εβ ὑπεροχῆς.

PROBLEMA CCX. PROPOS. CCXXVI.

LEM. VI. Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF. Dico rectangulum cõtentum AC DF quadruplum eſſe rectanguli, quod AB DE continetur.

Quoniam



Quoniam enim CA dupla eſt ipſius AB, ſumpta DE communi altitudine, erit
rectangulum ex CA DE duplum rectanguli ex AB DE. Rurſus quoniam FD dupla
eſt DE, ſumpta communi altitudine AC rectangalum ex AC DF duplum erit rectanguli A
ex AC DE. ſed rectangulum ex AC DE duplum eſt rectanguli ex AB DE. rectangulum B
igitur ex AC DF rectanguli ex AB DE quadruplum erit.

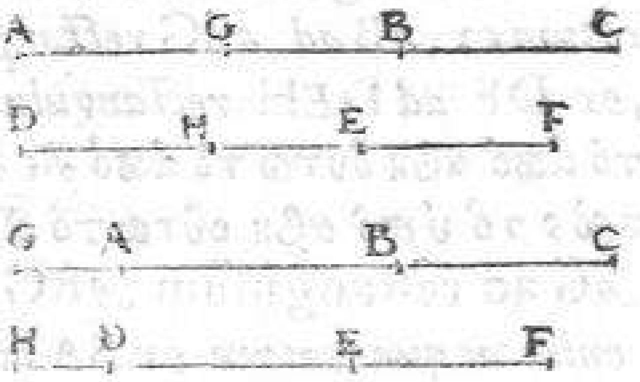
COMMENTARIVS.

Sed rectangulum ex AC DE duplum eſt rectanguli ex AB DE] *græcus codex* ἀλλὰ
τὸ ὑπὸ αγ δζ τοῦ ὑπὸ αγ δε. *ſed legendum puto* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αγ δε τοῦ ὑπὸ αβ δε. A

Rectangulum igitur ex AC DF rectanguli ex AB DE quadruplum erit] *Hæc nos*
addidimus perſpicuitatis cauſſa, quæ fortaſſe in græco codice deſiderantur, vt ita legendum ſit. B
τὸ ἄρα ὑπὸ αγ δζ τετραπλάσιον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ αβ δε.

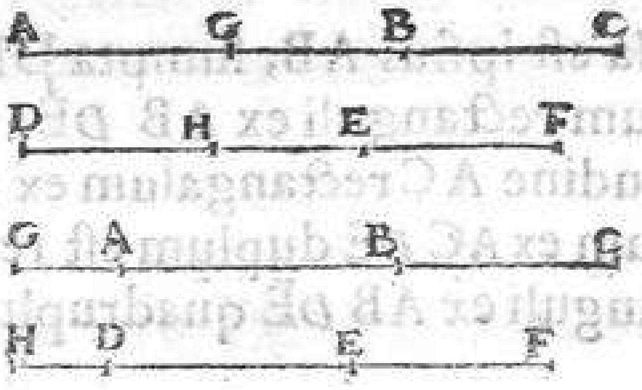
TEOREMA CCXI. PROPOS. CCXXVII.

Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF: vt autem AB ad BG, ita DE LEM. VII.
ad EH. Dico vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita A
eſſe rectangulum DEH ad DHF rectangulum.



Quoniam enim vt AB ad BG, ita DE ad EH, erit per conuerſionem rationis vt 23. ſexti.
BA ad AG, ita ED ad DH. ergo vt quadratum ex BA ad quadratum ex AG, ita quadratum B
ex ED ad quadratum ex DH. ſed & vt quadratum ex AB ad rectangulum C
ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum. vt igitur quadratum ex AG ad
rectangulum

rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH. quoniam autem vt AB ad BC, ita ponitur DE ad EFO erit conuertendo, componendoque vt CA ad AB, ita FD ad DE. Sed vt BA ad AG, ita eſt ED ad DH. ex æquali igitur vt CA ad



DE AG, ita FD ad DH. ergo vt CG ad GA, ita FH ad HD. ac propterea vt rectangulum CGA ad quadratum ex GA, ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD. vt autem quadratum ex AG ad. rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum F DEH. ergo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DEH rectangulum ad rectangulum DHF.

OMMENTARIVS.

A Dico vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita eſſe rectangulum DEH ad DHF rectangulum] *græcus codex* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αηβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αβγ οὕτω τὸ ὑπό τῶν δεθ πρὸς τό ὑπὸ τῶν δεζ. *Sed ut puto legendum erit.* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αβη πρὸς τό ὑπό τῶν αηγ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν δεθ πρὸς τό ὑπὸ τῶν δθζ. *quod ex iis, quæ ſequuntur manifeſto apparet.*

B Sed & vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum] *Eſt enim quadratum ex AB ad ABG rectangulum, ut AB ad BG ex prima ſexti elementorum: & quadratum, ex DE ad DEH rectangulum, ut DE ad EH. græcus codex.* ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τό ἀπὸ αβη οὕτω τὸ ἀπὸ δε πρὸς τό ἀπὸ δεθ. *ſed legendum eſt.* ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ὑπὸ αβη, οὕτω τὸ ἀπὸ δε πρὸς τό ὑπο δεθ.

C Vt igitur quadratum ex AG ad reſtangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH] *Quoniam enim vt quadratum ex BA ad quadratum ex AG, ita quadratum ex ED ad quadratum ex DH, conuertendo, vt quadratum ex GA ad quadratum ex AB, ita erit quadratum ex HD ad quadratum ex DE. Sed vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum ergo ex æquali vt quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad DEB rectangulum. græcus codex.* οὕτω τὸ ἀπὸ δθ πρὸς τὸ ὑπό δεζ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ δεθ .

D Ergo vt CG ad GA, ita FH ad HD] *Diuidendo ſcilicet,*

E Ac propterea vt rectangulum EGA ad quadratum ex GA, ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD] Ex *prima ſexti elementorum græcus codex.* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ

ἀπὸ

ὑπὸ τοῦ πρὸς τὸ ἀπο. *vel igitur legendum eſt* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ οὕτω τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ, *vel quod magis placet* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ ΓΗΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΚ οὕτω τὸ ὑπὸ ΖΘΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΔ.

Ergò vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DEH rectangulum ad rectangulum DHF.] *Ex antedictis ſequitur ex æquali vt rectangulum AGC ad rectangulum ABG, ita rectangulum DHF ad rectangulum DEH. quare conuertendo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita rectangulum DEH ad rectangulum DHF. græcus codex.* οὕτω τὸ ὑπὸ ΔΕΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΖ. *Sed videtur legendum* πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΘΖ. *quam quam iiſdem poſitis ſequatur, vt rectangulum ABG ad rectangulum ABC, ita eſſe DEH rectangulum ad rectangulum DEF & vt rectangulum AGB ad rectangulum ABC, ita rectangulum DHE ad DEF rectangulum, quę quidem omnia ex his per facile, & nullo negotio demoſtrabuntur.*

THEOREMA CCXII. PROPOS. CCXXVIII.

Sint quadrata ex AB BC data, & datus eorum exceſſus. Dico vtramque ipſarum AB BC datam eſſe.

Ponatur ipſi CB æqualis BD, datum igitur eſt & rectangulum CAD. quare & A
quod bis CAD continetur eſt datum; eſt enim rectangulum CAD quadratorum ex B
AB BC exceſſus. ergo datum eſt vtrumque quadratorũ ex CA AD: & ob id quadra- CD
tum vtriuſque CA AD datum erit. Sed BA ipſius CA AD dimidia eſt data igitur eſt EF
BA. quare & BC eſt data. GHK

COMMENTARIVS.

Sint quadra ex AB BC data] *Intellige vtraque quadrata ſimul ſumpta data eſſe, videlicet compoſitum ex ipſis, nam ſi ea ſcorſum data ſint, fruſtra illud, quod datum eſſet, quęreretur.* A

Datum igitur eſt & rectangulum CAD] *græcus codex.* δοθὲν ὅτι ἄρα ἐςὶ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΓΑΔ *lege* δοθὲν ἄρα ἐςὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑΔ. B

Quare & quod bis CAD continetur eſt datum.] *Ex 2. libri datorum.* C

Eſt enim rectangulum CAD quadratorũ ex AB BC exceſſus.] *Ex 6. ſecundi elementorum. nam cum CD bifariam ſecetur in B & ipſi adiiciatur DA, erit rectangulum CAD vna cum quadrato dimidiæ videlicet BC æquale quadrato ex AB.* D

Ergo datum eſt vtrumque quadratorum ex CA AD] *Ex 2. datorum, ſunt enim quadrata ex CA AD dupla quadratorum ex AB BC. quæ data ſunt per 10. ſecundi elementorum.* E

Et ob id quadratum vtriuſque CA AD datum erit] *videlicet quadratum ipſarum CA AD ac ſi vna linea eſſent. Quoniam enim quadrata ex CA AD data ſunt, & datum eſt, quod bis CAD continetur, & quadratum rectæ lineæ, quæ ex ipſis CA AD conſtat datum erit ex 4. ſecundi elementorum & ob id datum eius latus nempe recta linea ex CA AD.* F

Sed BA ipſius CA AD dimidia eſt] *græcus codex.* καὶ ἐςιν αὐτῆς ἡμίσεια δύο αἱ ΒΑ. *lege* καὶ ἐςιν αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ΒΑ. G

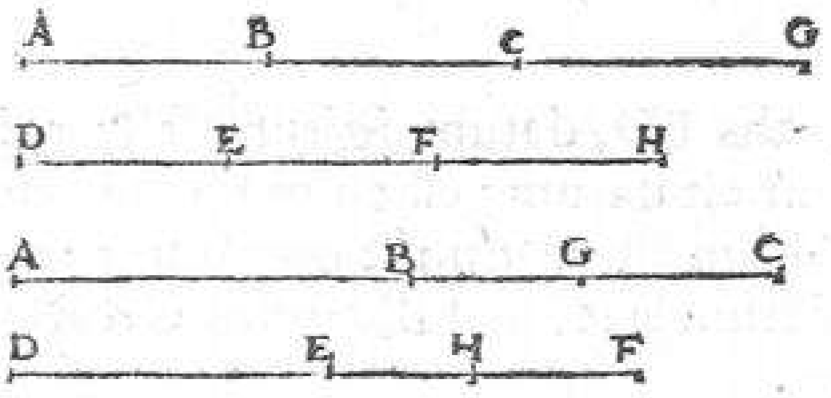
Data igitur eſt BA] *Ex 2. libri datorum.* H

Quare & BC eſt data] *Nam cum data ſit AB, & eius quadratum dabitur. ſunt autem vtraque quadrata ex AB BC data; ergo & quadratum, ex BC, & ipſa BC detur neceſſe eſt. ſed & aliter idem demonſtrare poſſumus hoc modo.* K

Ponatur ipſi CB æqualis BD. datum igitur eſt rectangulum CAD, eſt enim dictorum quadratorum exceſſus, ergo rectangulum CAD una cum quadrato ex BC eſt æquale duobus quadratis ex AB BC dempto ab ipſis quadrato ex BC. addatur utriſque quadratum ex BC. ergo rectangulum CAD una cum duobus quadratis ex BC eſt æquale quadratis ex AB BC. Itaque de quadratis ex AB BC dematur rectangulum CAD, erit quod relinquitur datum, cum utraque data ſint, atque erit æquale duobus quadratis ex BC. quare & duo quadrata ex BC erunt data, & unum ipſorum. recta igitur linea BC, & idcirco ipſa AB data erit.

THEOREMA CCXIII. PROPOS. CCXXIX.

AB Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, ſitque vt CB ad BG, ita FE ad EH. Dico vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita eſſe rectangulum DHE ad rectangulum EFH.



C D E F Quoniam enim vt CB ad BA, ita FE ad ED, vt autem CB ad BG, ita FE ad EH; erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE. ſed ut quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF: & vt quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad rectangulum EFH. ex æquali igitur vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita rectangulum DHE ad EFH rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC] *græcus codex* ἔστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ γδ. *lege* τῇ γβ.

B Ita FE ad EH] *græcus codex* οὕτως ἡ θε πρὸς εζ. *lege* οὕτως ἡ ζε πρὸς εθ.

C Quoniam enim ut CB ad BA, ita FE ad ED] *Ego potius legendum cenſeo. Quoniam ut AB ad BC, ita DE ad EF; & ita in græco codice corrigendum.*

D Erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE] *Quoniam enim ut* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF, *& ut* CB *ad* BG, *ita* FE *ad* EH;

erit ex

erit ex æquali ut AB ad BG, ita DE ad EH: & cõponendo ut AG ad GB, ita DH ad HE; sed ut AG ad GB, ita quadratum ex AG ad rectangulum AGB: ut autem DH ad HE, ita quadratum ex DH ad DHE rectangulum. ergo & ut quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE.

Sed vt quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF.] *Erat enim ut AG ad GB, ita DH ad HE; & ut GB ad BC, ita HE ad EF. quare rursus ex æquali ut AG ad BC, ita DH ad EF, & ideo ut quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF.* E 22. sexti.

Et vt quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad rectangulum EFH] *Namque ut CB ad BG, ita erat FE ad EH. quare conuertendo, ut GB ad BC, ita HE ad EF, diuidendoque, & rursus conuertendo, ut BC ad CG, ita EF ad FH. ergo ut quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad EFH rectangulum.* F lem. 23. decimi.

THEOREMA CCXIV. PROPOS. CCXXX.

Sit AB æqualis BC, & BD minor, quam BE. Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE. LEM. X. A

Quoniam enim AB est æqualis BC, & BD minor, quam BE; erit CD maior, quam AE. ergo & CE maior, quam AD. rectangulum igitur ADB minus est rectangulo CEB: & rectangulum BCD rectangulo BAE maius. quare rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem proportionem habet, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE. B CD E

COMMENTARIVS.

Sit AB æqualis BC, & BD minor, quam BE. Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE.] *græcus codex mancus est, qui sic habet.* ἔστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ βγ, ἐλάσσων δὲ ἡ βδ τῆς τῶν βγδ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ τῶν γεβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βαε. *restituendus autem erit in hunc modum.* ἔστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ βγ, ἐλάσσων δὲ ἡ βδ τῆς βε ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βγδ ἔλασσον λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ τῶν γεβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βαε. A

Erit CD maior, quam AE. ergo & CE maior, quam AD] *Nam cum sint æquales AB BC, sitque BD minor, quam BE, erit reliqua DC maior quam reliqua AE. quare addita vtrisque communi ED, fiet CE maior, quam AD.* B C

Rectangulum igitur ADB minus est rectangulo CEB] *Est enim AD minor, quam CE, & DB minor, quam BE.*

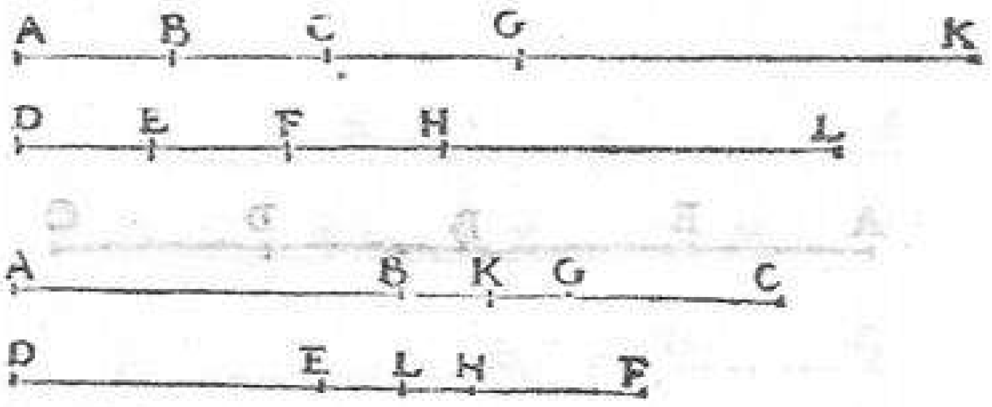
Et rectangulum BCD rectangulo BAE maius] *nam CB est æqualis BA, & CD maior quam AE.* D

E Quare rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem proportionem habet,
quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE] *Rectangulum enim ADB ad rectan-*
8.quinti. *gulum BCD minorem proportionem habet, quam ad rectangulũ BAE. ſed rectangulum ADB*
ad rectangulum BAE ad huc minorem habet proportionem, quam rectangulum CEB ad rectan
gulum BAE. rectangulum igitur ADB ad rectangulum BCD multo minorem proportionem ha
bebit, quam CEB rectangulum ad rectangulum BAE. græcus codex τὸ ἄρα ὑπὸ δαβ πρὸς
τὸ ὑπὸ βγδ. *legendum autem* τὸ ἄρα ὑπὸ αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ βγδ.

THEOREMA CCXV. PROPOS. CCXXXI.

LEM. XI.

A Oſtendendum nunc ſit præcedentis conuerſum. Sit enim AB æqualis BC, & DE ipſi EF: ſitque vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita rectangulũ DHE ad rectangulum EFH. Dico vt CB ad BG, ita eſſe FE ad EH.



Ponatur rectangulo quidem AGB æquale rectangulum contentum CG AK, rectã
B gulo autem DHE æquale id, quod EH HL continetur. eſt igitur vt rectangulum con
tentum AK CG ad rectangulum BCG, hoc eſt vt AK ad BC, ita rectangulum conten
C tum DLFH ad rectangulum EFH, hoc eſt ita DL ad EF. ſed & vt CB ad BA, ita FE
D ad ED. ergo AB BC CK reſpondent ipſis DE EF FL in eadem proportione, hoc eſt vt
E KC ad CB, ita LF ad FE. quoniam autem rectangulum AGB æquale eſt ei, quod AK
CG continetur; vtrumque eorum auferatur a rectangulo contento AK BG. reliquũ
igitur rectangulum BGK eſt æquale contento AK BC. ergo vt rectangulum conten-
7.quinti. tum AK BC ad quadratum ex BK, ita eſt rectangulum BGK ad quadratum ex BK. &
F eadem ratione vt rectangulum contentum DL EF ad quadratum ex EL, ita rectangu
lum EHL ad quadratum ex EL. atque eſt vt rectangulum contentum AK BC ad qua
dratum ex BK, ita rectangulum contentum DL EF ad quadratum ex EL, ob analogiã
G ſimilium portionum. ergo & vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita rectan-
H gulum EHL ad quadratum ex EL. & ſunt eędem portiones BG EH. eſt igitur vt GB
ad BK, ita HE ad EL; ac propterea vt GB ad BC, ita HE ad EF.

COMMENTARIVS.

A Oſtendendum nunc ſit præcedentis conuerſum] *videlicet conuerſum noni lemmatis.*

B Ponatur rectangulo quidem AGB æquale rectangulum contentum CG AK] *græcus codex* κείσθω τὸ μὲν ὑπὸ αηβ ἴσον τῷ ὑπὸ γη ακ. *ego potius legerem*. κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ κηβ ἴσον τὸ ὑπὸ γη ακ *propter ea, quæ ſequuntur.*

C Hoc eſt vt KC ad CB, ita LF ad FE] *Quoniam enim eſt vt CB ad BA, ita FE ad ED, erit componendo, conuertendoque vt BA ad AC, ita ED ad DF. Rurſus quoniam vt AK ad BC, ita DL ad EF; & vt CB ad BA, ita FE ad ED: ex æquali vt KA ad AB, ita erit LD ad DE. ſed vt BA ad AC, ita ED ad DF. ergo rurſus ex æquali, vt CA ad AC, ita LD ad DF: diuidendoque vt KC ad CA, ita LF ad FD: & conſequentium dimidia, vt KC ad CB, ita LF ad FE.*

D Vtrumque eorum auferatur a rectangulo contento AK BG] *græcus codex* ἀμφοτέρων ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ακβ. *ſed puto legendum* ἀμφότερον ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ακ βη.

E Reliquum igitur rectangulum BGK eſt æquale contento AK BC] *Eſt enim rectangulum AGB vna cum rectangulo BGK æquale rectangulo contento AK CG ex prima ſecundi elementorum. & ob eandem cauſſam rectangulum contentum AK CG vna cum eo, quod AK BC continetur eſt æquale eidem rectangulo contento AK BG. quare ſi a rectangulo contento AK BG auferatur æqualia rectangula, videlicet AGB, & contentum AK CG, relinquentur rectangula BGK, & contentum AK BC, quæ etiam interſe æqualia erunt. græcus codex.* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βα ηκ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ακ βγ. *ſed legendum, vt opinor,* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βη ηκ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ακ βγ.

F Et eadem ratione vt rectangulum contentum DL EF ad quadratum ex EL, ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL] *Nam cum rectangulum DHE ponatur æquale rectangulo contento DL FH, ſi eorum vtrumque auferatur a rectangulo contento DL EH, erit reliquum rectangulum EHL æquale reliquo, quod DL EF continetur græcus codex* διὰ ταῦτα δὴ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αλ εζ. *lege* τὸ ὑπὸ τῶν δλ εζ.

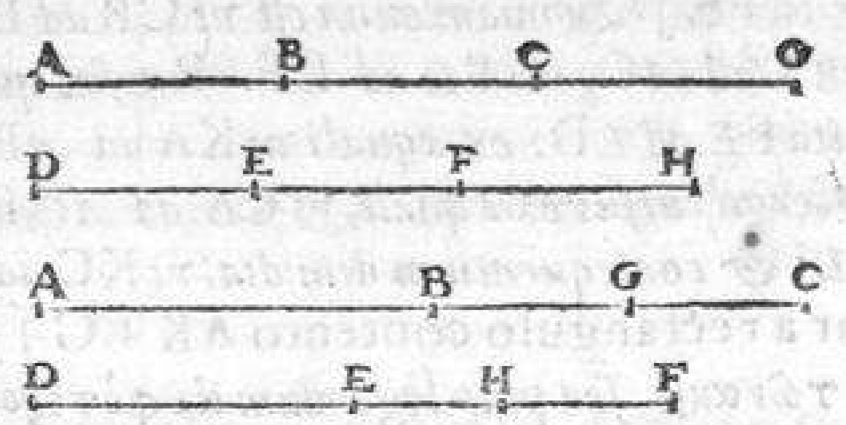
G Ergo vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL] *græcus codex* οὕτω τὸ ἀπὸ ηθα πρὸς τὸ ἀπὸ αε *ſed legendum puto* οὕτω τὸ ὑπὸ εθλ πρὸς τὸ ἀπὸ ελ.

H Et ſunt eædem portiones BG EH. eſt igitur vt GB ad BK, ita HE ad EL, ac propterea vt GB ad BC, ita HE ad EF] *Quoniam enim vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita eſt rectangulum EHL ad quadratum ex EL, & proportio quidem rectanguli BGK ad quadratum ex BK componetur ex proportione GB ad BK, & proportione GK ad KB; proportio autem rectanguli EHL ad quadratum ex EL componitur ex proportione HE ad EL, & proportione HL ad LE; ſuntque eædem portiones BG EH, & GK HL, & BK EL: erit vt GB ad BK, ita HE ad EL. ſed ſuperius demonſtratum eſt, vt KC ad CB, ita eſſe LF ad FE. quare componendo vt KB ad BC, ita eſt LE ad EF. erat autem vt GB ad BK, ita HE ad EL. ex æquali igitur vt GB ad BC, ita HE ad EF, & conuertendo vt CB ad BG, ita FE ad EH quod demonſtrandum proponebatur græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ηβ πρὸς βκ, οὕτως ἡ λε πρὸς εθ. *legendum autem eſt.* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ηβ πρὸς βκ, οὕτως ἡ θε πρὸς ελ.

TEOREMA CCXVI. PROPOS. CCXXXII.

LEM. XII.

A Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, habeatque BC ad CG maiorem proportionem, quam EF ad FH. Dico in primo quidem caſu & AG ad BC, maiorem proportionem habere, quam
B DH ad EF: in ſecundo autem caſu minorem.



C Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem habet, quam EF ad FH, ha-
D bebit in primo caſu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH: in ſecun-
E do autem caſu maiorem. quare & AB ad BG in primo caſu minorem proportionẽ
F habet, quam DE ad EH. ſed in ſecundo caſu maiorem. ergo GA ad AB in primo ca
G ſu maiorem habet proportionem, quam HD ad DE, & in ſecundo caſu minorem. eſt
autem vt AB ad BC, ita DE ad E*F. ex* æquali igitur in primo caſu AG ad BC maio-
rem proportionem habebit, quam LH ad EF: & in ſecundo caſu minorem.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC] *græcus codex* ἔϛω ἡ μὲν αβ τῇ βγ. *ego legendum puto.* ἔϛω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ βγ.

B Dico in primo quidem caſu & AG ad BC maiorem proportionem habet, quam DH ad EF] *græcus codex* ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως καὶ ἡ αη πρὸς τὴν ηγ. *lege* πρὸς τὴν βγ.

C Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem, habet, quam EF ad FH] *græcus codex* ἐπεὶ γὰρ ἡ βγ πρὸς ζη μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ζε πρὸς εθ. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων. *quo in loco multa deſiderari videntur; vt ita legendum ſit.* ἐπεὶ γὰρ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εζ πρὸς ζθ, ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἡ γβ πρὸς βη ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ζε πρὸς εθ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζονα.

D Habebit in primo caſu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH, in ſecundo autem caſu maiorem] *videlicet per conuerſionem rationis per 30. quinti libri elementorum ex editione noſtra.*

E Quare & AB ad BG in primo caſu minorem proportionem habet, quam DE ad EH. ſed in ſecundo caſu maiorem] *Quoniam enim AB ad BC eſt vt DE ad EF, & CB ad BG minorem habet proportionem, quam FE ad FH; habebit ex æquali AB ad BG proportionem minorem, quam DE ad EH, quod a nobis demonſtratum eſt in commentariis, in 52. quinti libri huius. & eodem modo in ſecundo caſu, AB ad BG maiorem habebit proportionem, quam DE ad EH.*

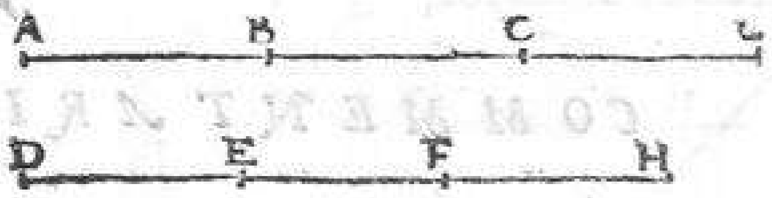
F Ergo GA ad AB in primo caſu maiorem habet proportionem quam HD ad DE] *Cum AB ad BG in primo caſu minorem proportionem habeat, quam DE ad EH, & componendo per 28. quinti elementorum ex editione noſtra, AG ad GB minorem habebit proportionem, quam DH ad HE. quare & per conuerſionem rationis per 30. eiuſdem GA ad AB habebit maiorem proportionem, quam HD ad DE. & ita in ſecundo caſu minorem habere demonſtrabitur.*

G Ex æquali igitur in primo caſu AG ad BC maiorem proportionem habebit, quam DH ad EF, & in ſecundo caſu minorem] *Ex demonſtratis a nobis in 52. quinti libri huius, ut dictum eſt.*

THEOREMA CCXVII. PROPOS. CCXXXIII.

LEM. XIII.

Sit rurſus AB æqualis BC, & DE ipſi EF: habeatque AG ad GB minorem proportionem, quam DH ad HE. Dico & BC ad CG minorem proportionem habere, quam EF ad FH. A



Quoniam enim per conuerſionem rationis, & diuidendo GB ad BA, hoc eſt ad BC maiorem proportionem habet, quam HE ad ED, hoc eſt ad EF, habebit per conuerſionem rationis, & diuidendo BC ad CG minorem proportionem, quam EF ad FH. B

COMMENTARIVS.

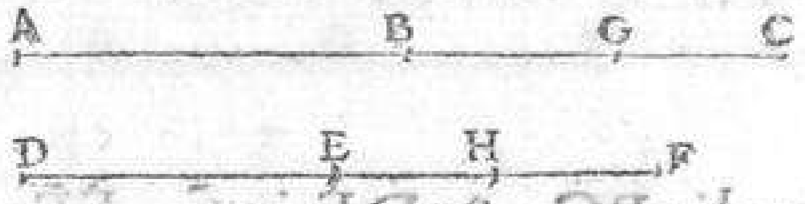
A Dico & BC ad CG minorem proportionem habere, quam EF ad FH] *græcus codex* ὅτι καὶ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εζ πρὸς τὴν ζθ. *ſed mendoſe, ut opinor, nam uidetur legendum* ἐλάσσονα λόγον ἔχει.

B Quoniam enim per conuerſionem rationis & diuidendo, GB ad BA, hoc eſt ad BC maiorem proportionem habet, quam HE ad ED, hoc eſt ad EF] *Quoniam* AG *ad* GB *minorem proportionem habet, quam* DH *ad* HE, *habebit per conuerſionem rationis* GA *ad* AB *maiorem proportionem, quam* HD *ad* DE, *& diuidendo per 29. quinti ex editione noſtra* GB *ad* BA, *uidelicet ad* BC *maiorem, quam* HE *ad* ED, *hoc eſt ad* EF. *Ruſuſque per conuerſionem rationis* BG *ad* GC *minorem habebit proportionem quam* EH *ad* HF, *& rurſus diuidendo* BC *ad* CG *minorem, quam* EF *ad* FH. *græcus codex etiam hoc loco corruptus eſt, in quo legitur* μείζονα λόγον ἔχει, *cum legendum ſit* ἐλάσσονα λόγον ἔχει. 30. quinti

THEOREMA CCXIIX. PROPOS. CCXXXIV.

LEM. XIV.

Sit AB æqualis BC, & DE ipſi EF, habeatque AG ad GB maiorem proportionem, quam DH ad HE. Dico BG ad GC minorem proportionem habere, quam EH ad HF.



B Quoniam enim diuidendo AB. hoc eſt CB ad BG maiorem proportionem habet, quam DE, hoc eſt FE ad EH, habebit per conuerſionem rationis, ac diuidendo BG ad GC minorem proportionem, quam EH ad HF.

ge.quiti.

COMMENTARIVS.

A Dico BG ad GC minorem proportionem habere, quam EH ad HF] *græcus codex* ὅτι ἡ βη ϖρὸς ηγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤϖερ ἡ εβ ϖρὸς τὴν θζ, *legendum* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤϖερ ἡ εθ ϖρὸς τὴν θζ.

C Quoniam enim diuidendo AB hoc eſt CB ad BG maiorem proportionem habet, quam DE, hoc eſt FE ad EH] *græcus codex* ἐϖεὶ γὰρ κατὰ διαίρεσιν ἡ αβ τουτέστιν ἡ βι ϖρὸς τὴν γη. *ſed legendum* τουτέστιν ἡ γβ ϖρὸς τὴν βη.

IN LOCO AD SVPERFICIEM.

TEOREMA CCXIX. PROPOS. CCXXXV.

LEM I.

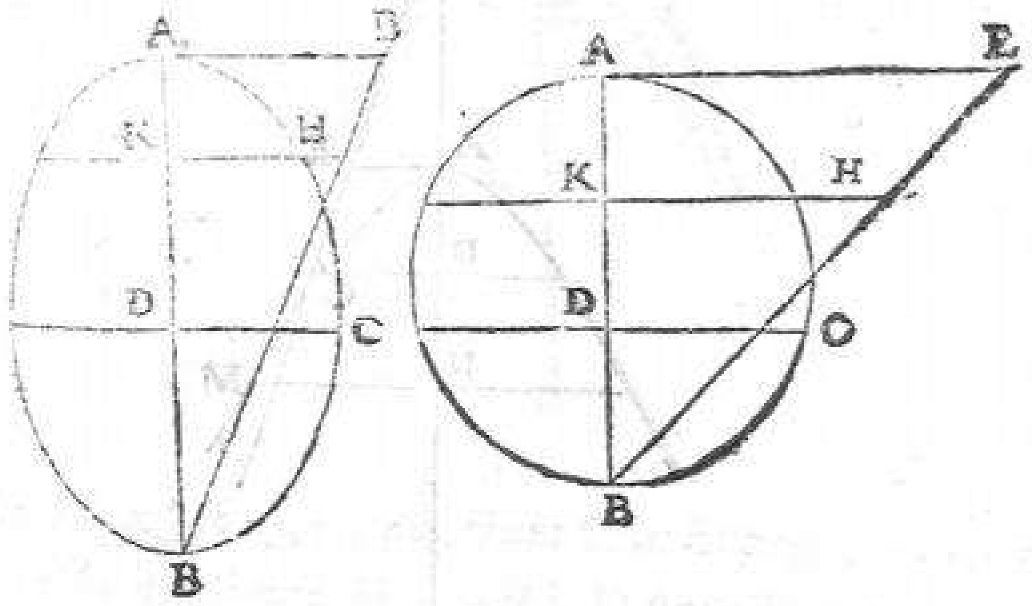
A Si ſit recta linea AB, & CD rectæ lineę poſitione datæ parallela ſitque proportio rectanguli ADB ad quadratum ex DC data; punctum C conicam lineam continget.

B Si igitur recta linea AB poſitione priuetur; & puncta AB data non ſint, fiat autem

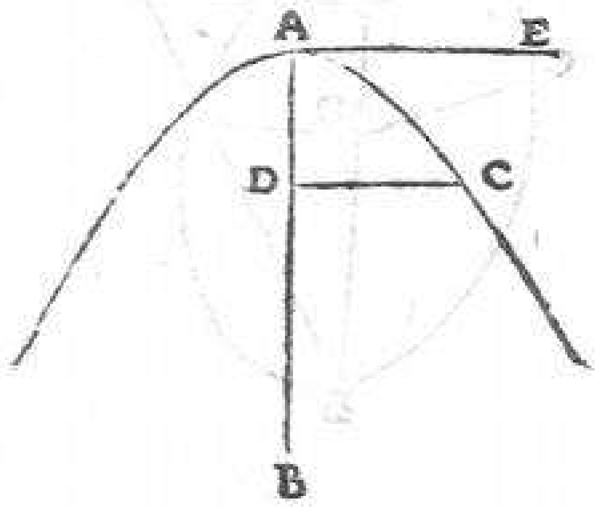
tem recta linea ad rectas lineas AE FB poſitione datas, punctum C in ſublime eleuatum, erit ad ſuperficiem poſitione datum; hoc autem oſtenſum eſt.

COMMENTARIVS.

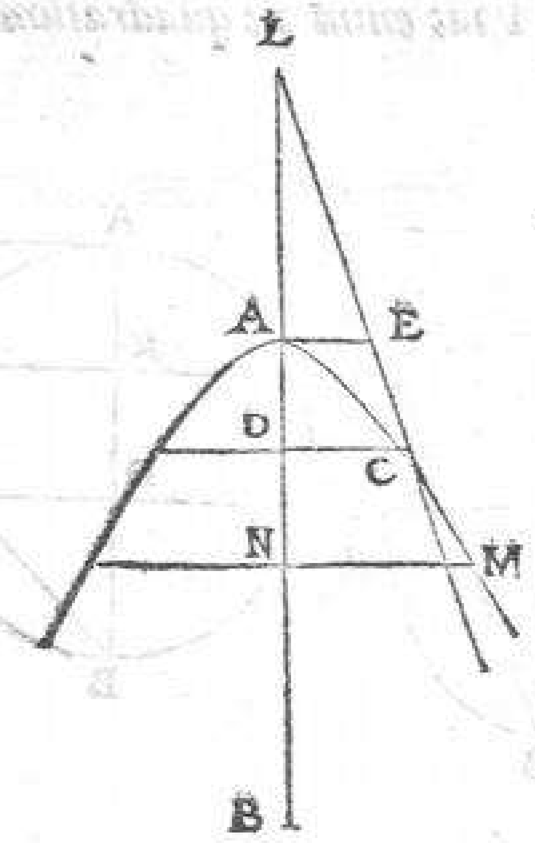
Punctum C conicam lineam continget] *Sit recta linea* DC *ipſi* AE *parallela, vel igitur angulus* ADC *eſt rectus, vel non rectus, & quadratum ex* DC *vel eſt æquale rectangulo* ADB*, vel inæquale. Sit primum* ADC *angulus rectus & quadratum ex* DC *inæquale rectangulo* ADB*, erit punctum* CD *in ellipſi. Fiat enim vt quadratum ex* DC *ad rectangulum* ADB*, ita* A



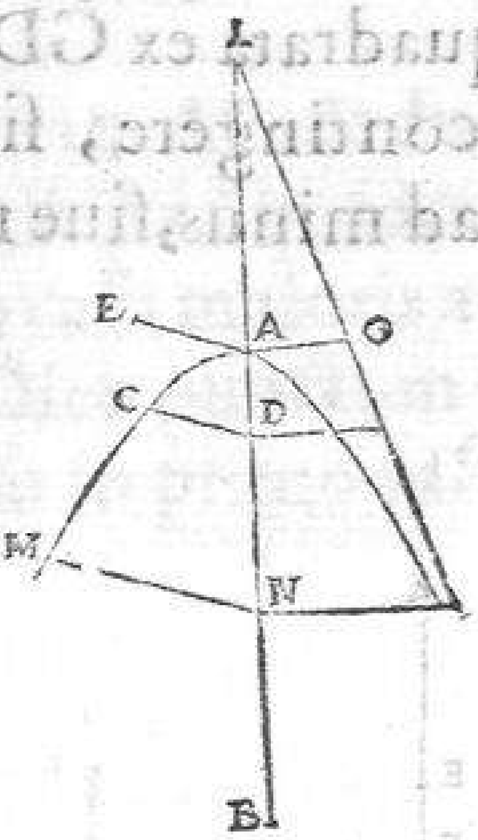
recta linea AE *ad ipſam* AB*. Itaque datis duabus rectis lineis terminatis* BA AE *inueniatur ex 54. primi libri conicorum circa diametrum* AB *coni ſectio, quæ ellipſis appellatur in eodem plano, in quo ſunt dictæ lineæ, ita vt vertex ſit punctum* A *& rectũ figurę latus* AE*: ductæ vero a ſectione ad diametrum* AB *in angulo recto applicentur, & poſſint ſpacia adiacentia ipſi* AE*, quæ latitudines habeant rectas lineas intertectas inter ipſas, & punctum* A*, deficiantque figura ſimili, & ſimiliter poſita ei, quæ rectis lineis* BA AE *continetur. Quoniam igitur quadratum ex* DC *ad rectangulum* ADB *eſt vt rectum figuræ latus* EA *ad tranſuerſum* AB*, erit ex 21. primi libri conicorum punctum* C *in ellipſi: & ſimiliter ductis alijs lineis a ſectione ad* AB*, quæ ipſi* CD *ſint parallelæ vt* HK*, habebit quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *proportionem datam, videlicet eam, quam habet quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB*. quare ellipſis* AHCB *locum efficiet. Si vero angulus* ADC *ſit rectus, & quadratum ex* DC *æquale rectangulo* ADB*, punctum* C *in circulo circumferentia erit. eſt enim* CD *media proportionalis inter* AD DB*: & ſimiliter a circumferentia circuli ad diametrum ductis alijs lineis ipſi* DC *parallelis, velut* HK*, idem plane continget, vt ſcilicet quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *eandem proportionem habeat, quam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB*, & circumferentia* AHCB *locum efficiet. Sed fieri etiam poteſt, vt punctum* C *ſit in parabola, ſi ex 52. primi conicorum in ipſa* AD *inueniatur coni ſectio, quæ parabole appellatur, ita vt eius*



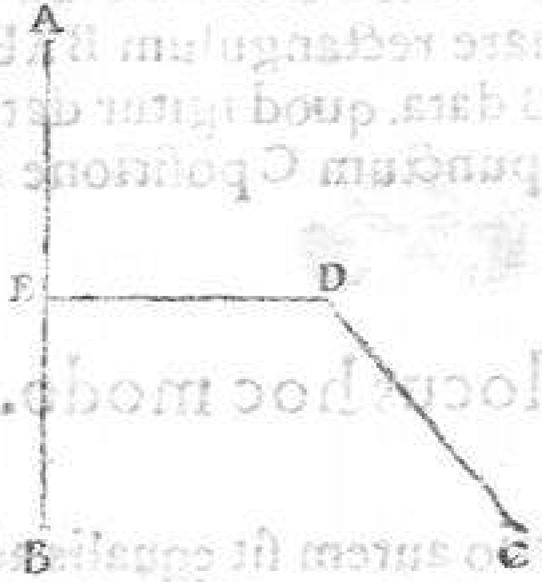
vertex ſit punctum A, & quæ a ſectione ad diametrum applicantur, parallelæ ipſi DE, poſſint rectangulum contentum recta linea, quæ eſt inter ipſum, & punctum A, & altera quædam data linea, quæ ſit æqualis DB. Sit præterea AD minor quam DB, vt in alia figura, productaque DA ad L, ſit DL ipſi DB æqualis. & vt quadratum ex CD ad rectangulum ADB, hoc eſt ad rectangulum ADL, ita fiat recta linea AE ad AL. Datis igitur duabus rectis lineis terminatis LA AE ex 53. primi libri conicorum inueniatur hyperbole, ita vt eius diameter ſit LAD, vertex punctum A, & rectum figuræ latus AE, quæ uero a ſectione ad diametrum in recto angulo applicantur, poſsint rectangula adiacentia ipſi AE, & latitudines habeant rectas lineas interiectas inter ipſas & punctum A, excedantque figura ſimili & ſimiliter poſita ei, quæ LA AE continetur. Itaque quoniam quadratum ex CD ad rectangulum ADL eſt vt figuræ rectum latus EA ad tranſuerſum AL, erit punctum C in hyperbola ex 21. primi conicorum: & a ſectione ad diametrum ductis alijs lineis, quæ parallelæ ſint ipſi CD, ut MN, habebit quadratum ex MN ad rectangulum ANL eandem proportionem, quam quadratum ex CD ad rectangulum ADL, & linea ACM locum efficiet. Quod ſi angulus ADC non ſit rectus, ſiue quadratum ex CD ſit æquale rectangulo ADB ſiue in ęquale, fiat ut quadratum ex CD ad rectangulum ADB ita recta linea quædam OA ad AB, quæ cum ipſa AB rectos angulos continent: & ex 54. primi conicorum inueniatur ellipſis, cuius diameter AB, & rectum figuræ latus AO. erit eadem ratione punctum C in ellipſi, & ducta alia linea a ſectione ad diametrũ, quæ ipſi CD ſit parallela habebit quadratum ex HK ad rectangulum AKB eandem proportionem, quam quadratũ ex CD ad rectan-



ad rectangulum AD B, *& linea* AHC *locum efficiet. Si vero* AD *ſit minor, quam* DB *producta* DA *ad* L, *ita vt ſit* DL *ipſi* DB *æqualis, & quam proportionem habet quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADL, *habeat recta linea* OA *ad* AL, *quæ cum* AL *rectos contineat angulos. & rurſus ex 53. primi conicorum inueniatur hyperbole, cuius vertex punctum* A, *rectumque figuræ latus* OA *& tranſuerſum* AL. *erit punctum* C *in hyperbola ex 21. primi conicorum, & a ſectione ad diametrum ducta alia linea* MN *ipſi* CD *parallela, erit quadratum ex* MN *ad rectangulum* ANL *vt quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADL, *& linea* ACM *locum efficiat neceſſe eſt, & ſi quidem angulus* ADC *ſit rectus, erunt* AB AL *principales diametri ſectionum, nempe ellipſis & hyperbole, ſi vero acutus vel obtuſus non erunt principales.*



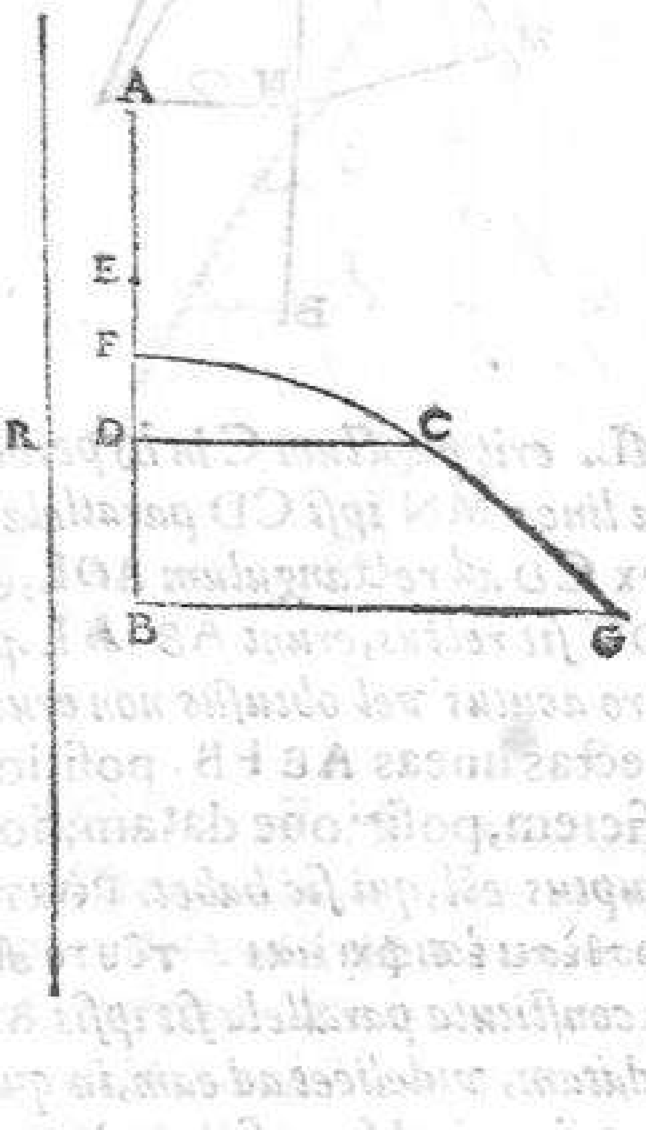
Fiat autem recta linea ad rectas lineas AE FB. poſitione datas, punctum C in ſublime eleuatum erit ad ſuperficiem, poſitione datam; hoc autem oſtenſum eſt.] *græcus codex hoc loco, vt opinor corruptus eſt, qui ſic habet.* γένηται δὲ προσθέσει εὐθεια ταῖς αε βζ. τό Γ μετεωρισθὲν γίνεται προσθέσει ἐπιφανείας. τοῦτο δὲ ἐδείχθη. *fortaſſe autem hoc dicit Si recta linea* DC *in ſublimi conſtituta parallela ſit ipſis* AE BF *poſitione datis, erit punctum* C *ad ſuperficiem poſitione datam, videlicet ad eam, in qua ſunt* EA AB BF, *& loci qui fiunt a ſectionibus, niſi fallor, erunt ij, qui ad ſuperficiem dicuntur.* B



Si ſit recta linea AB *poſitione data, datumque punctum* C *in eodem plano, & ducatur* CD *& præterea ducatur* DE *parallela rectæ lineæ poſitione datæ; ſit autem data proportio ipſius* CD *ad* DE. *Dico punctum* D *poſitione contingere conicam ſectionem. oſtendetur autem ſit, præmeſſo huiuſmodi loco.*

THEOREMA CCXX. PROPOS. CCXXXVI.

LEM. III. Datis duobus punctis AB, & perpendiculari DC, ſit proportio quadrati ex AD ad quadrata ex GD DB data. Dico punctũ C conicam ſectionem contingere, ſiue ſit proportio æqualis ad æquale, ſiue maioris ad minus, ſiue minoris ad maius.



A Sit enim primum proportio æqualis ad æquale. & quoniam quadratum ex AD
eſt æquale quadratis ex CD DB, ſi ponatur ipſi BD æqualis DE, erit rectangulum
BAE ęquale quadrato ex DC. ſecetur AB bifariam in F. punctum igitur F eſt datũ.
B atque eſt AE dupla ipſius FD. quare rectangulum BAE eſt quod bis AB FD conti-
CD netur. eſt autem dupla ipſius AB data. quod igitur data linea, & FD continetur qua
E drato ex DC eſt æquale. & ideo punctum C poſitione contingit parabolen, quæ per
punctum F tranſit.

Componetur autem locus hoc modo.

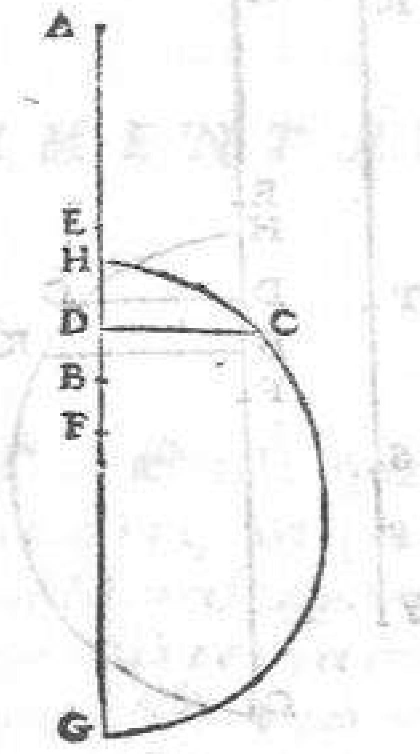
Sint data puncta AB: proportio autem ſit ęqualis ad æquale. ſeceturque AB bifa-
riam in F, & ipſius AB ſit dupla recta linea, in qua R. Quod cum linea FB poſitione
data ſit, quæ terminatur ad punctum F, linea autem R ſit magnitudine data, circa
F axem FB deſcribatur parabole FG, ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto, veluti C,
& ab eo ducta perpendiculari CD, rectangulum contẽtum recta linea R, & FD ęqua
le ſit quadrato ex DC; & ducatur perpendicularis BG. Dico lineam CG ipſius para-
G bolæ partem eſſe. Ducatur enim perpendicularis CD, & ipſi BD æqualis ponatur
DE. Quoniam igitur AB quidem dupla eſt ipſius BF, & EB dupla BD, erit & AE ip-
ſius FD dupla: & rectangulum BAE æquale ei, quod bis AB FD continetur, hoc eſt

quadrato

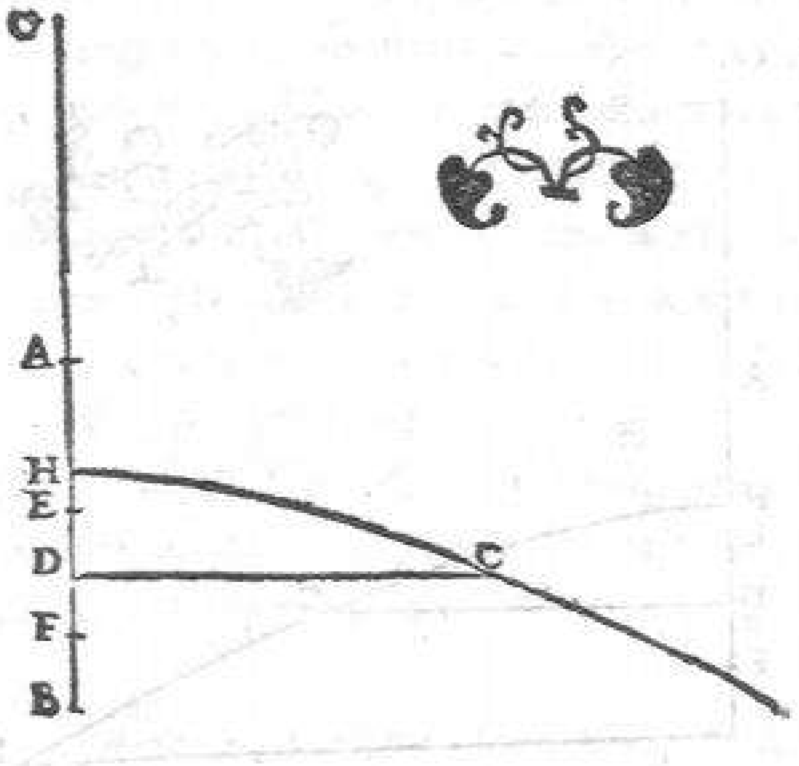
quadrato ex DC. commune apponatur quadratum ex ED, quod eſt æquale quadrato ex DB. totum igitur quadratum ex AD ęquale eſt quadratis ex CD DB, & propterea linea FCG locum efficit.

THEOREMA CXXI. PROPOS. CCXXXVII.

Sint rurſus duo puncta data AB: & ducatur DC perpendicu
laris: ſit autem quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB propor- LEM.
tio data; in primo quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo IV.
autem minoris ad maius. Dico punctum C contingere coni ſe- H
ctionem, videlicet ellipſim in primo caſu, in ſecundo autem K
hyperbolen.



Quoniam enim proportio quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB eſt data, fiat ip
ſi eadem proportio quadrati ex ED ad quadratum ex D B. erit ED in primo caſu ma L
ior quam DB, in ſecundo autem minor. Ponatur ipſi ED æqualis DF. & quoniam da M

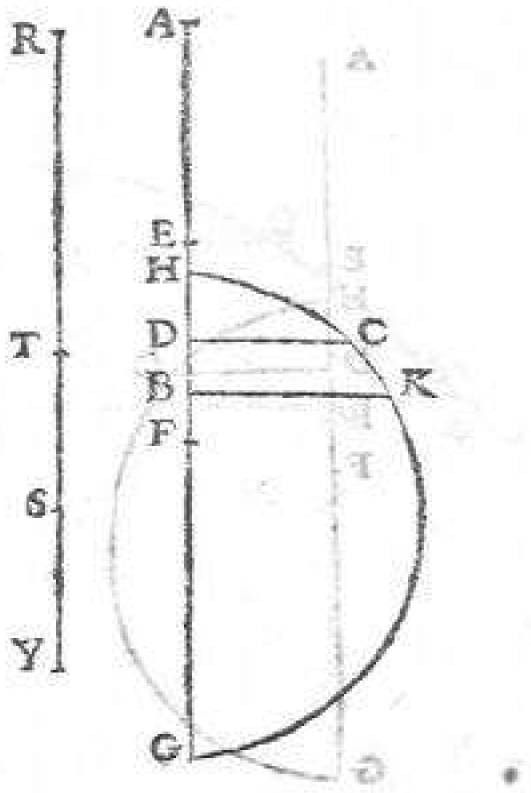


ta eſt proportio quadrati ex A D ad quadrata ex CD DB, atque eſt eadem proportio
quadrati ex ED ad quadratum ex DB, erit reliqua rectanguli FAE ad quadratum N
ex DC proportio data. Quod cum data ſit ſit proportio ED ad DB, & proportio FB O
ad ED

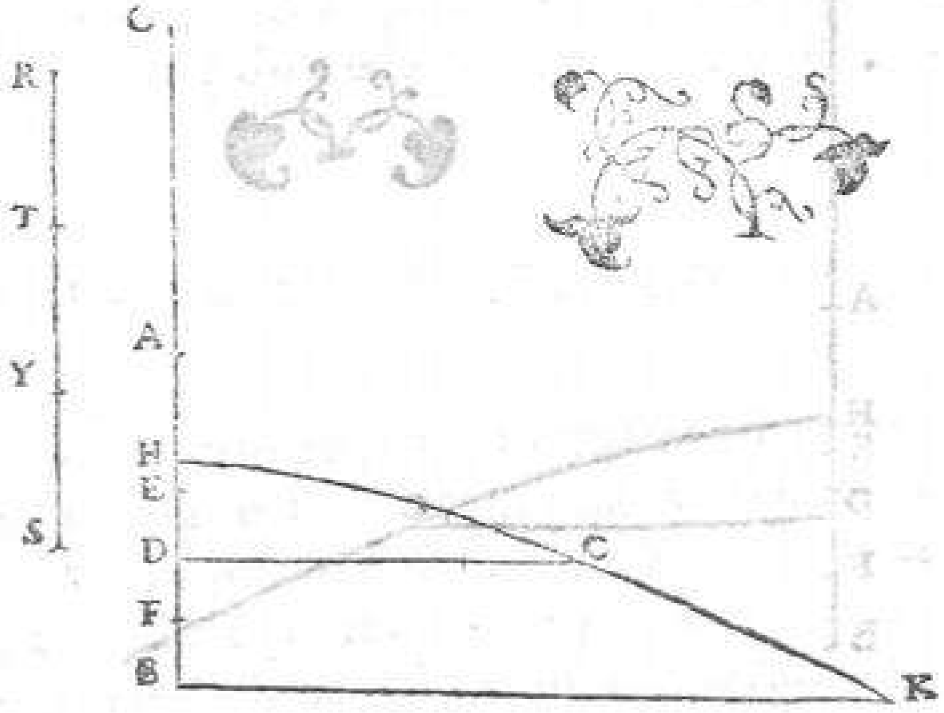
P ad BD dabitur cui eadem fiat proportio AB ad BG. ergo & totius AF ad DG pro-
Q portio data erit. Rurſus quoniam data eſt proportio ED ad DB, eadem fiat propor
R tio AH ad HB. quare & AB ad BH proportio data eſt, & datum punctum H. reliqua
S igitur AE ad HD proportio erit data & data proportio rectanguli FAE ad rectan-
T gulum HDG: rectanguli vero FAE ad quadratum ex CD proportio eſt data. quare
V X & data proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC. ſuntque duo puncta data
Y Z HG. ergo in primo caſu punctum C ellipſim, in ſecundo autem hyperbolen contingit.

Componetur autem locus hoc pacto.

α Sint duo puncta data AB. data autem proportio ſit quadrati ex RT ad quadratū
β ex TS, in primo quidem caſu maioris ad minus; in ſecundo autem minoris ad ma-
γ ius. & ipſi RT æqualis ponatur TY, fiatque vt YS ad ST, ita AB ad BG: vt autem
δ RT ad TS, ita fiat AH ad HB. & circa axem HG deſcribatur in primo caſu ellipſis, in



ε ſecūdo autem hyperbole, ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto, veluti C, & ducta perpendiculari CD, ſit proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC, compoſita ex proportione, quam habet TS ad SY, & ex ea, quam habet TS ad SR, & ex data proportione, quæ eſt quadrati ex RT ad quadratū ex TS: & ducatur perpēdicularis BK.



ζ Dico lineam HK facere id, quod præcipitur. Agatur enim perpendicularis CD, &
η fiat vt AB quidem ad BG, ita FB ad BD, vt autem AH ad HB, ita ED ad DB, quare pro

portio

portio quidem DG ad AF eadem erit, quæ proportio GB ad BA, hoc eſt TS ad SY. proportio autem HD ad AE eadem, quæ TS ad SR. illud enim in reſolutione demõſtratum eſt. ergo rectanguli HDG ad rectangulum FAE proportio compoſita eſt ex proportione, quam habet TS ad SY, & ex ea, quam habet TS ad SR. ſed rectan- θ
gulum HDG ad quadratum ex DC proportionem habet compoſitam ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad SR, & ex data proportione, quæ quidem eſt
quadrati ex RT ad quadratum ex TS. rectangulum autem HDG ad quadratum ex κ
DC rurſus proportionem habet compoſitam ex proportione rectanguli HDG ad rectangulum FAE, & proportione rectanguli FAE ad quadratum ex CD. atque eſt λ
proportio rectanguli HDG ad rectangulum FAE eadem, quæ componitur ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad SR. reliqua igitur rectãguli FAE ad quadratum ex DC proportio eadem eſt, quæ proportio quadrati ex RT ad quadratum μ
ex TS, hoc eſt quadrati ex ED ad quadratum ex DB: & omnia ad omnia. ergo vt ν
quadratum ex AD ad quadrata ex CD DB, ita quadratum ex RT ad quadratum ex TS; hoc eſt proportio data. quare HK pars ſectionis locum efficit.

COMMENTARIVS.

Et quoniam quadratum ex AD eſt æquale quadratis ex CB DB, ſi ponatur ipſi A
BD æqualis DE, erit rectangulum BAE æquale quadrato ex DC] *Cum enim CB bifariam ſecetur in D, atque ei adiungatur AE; rectangulum BAE vna cum quadrato ex ED eſt* 3.secũdi.
æquale quadrato ex AD. ſed quadrato ex AD æqualia erunt quadrata ex CD DB. ergo ablato vtrinque æquali, videlicet quadrato ex ED ex altera parte, ex altera autem quadrato ex DB, relinquitur rectangulum BAE quadrato ex CD æquale.

Atque eſt AE dupla ipſius FD] *eſt enim AB dupla ipſius BF, & EB dupla BD. ergo &* B
reliqua AE reliquæ FD dupla erit. 19.quiti

Eſt autem dupla ipſius AB data] *Ex 2. libri datorum.* C

Quod igitur data linea, & FD continetur quadrato ex DC eſt æquale] *Ponatur re-* D
cta linea in qua R dupla ipſius AB ergo vt recta linea R ad AB, ita eſt AE ad FD. rectangulum igitur contentum ipſa R & FD eſt æquale rectangulo BAE, hoc eſt quadrato ex DC. græ- 16.quiti
cus codex τὸ ἄρα ὑπὸ δοθὲν, καὶ τῆς βγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δγ. *legendum autem eſt, vt opinor.* τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης, καὶ τῆς ζδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς δγ.

Et ideo punctum C poſitione contingit parabolen, quæ per punctum F tranſit] E
Ex 11. primi libri conicorum Apollonij eſt enim R linea iuxta quam poſſunt, quæ a ſectione ad diametrum ordinatim applicantur. græcus codex τὸ γ ἄρα ἅπτεται θέσει παραβολὴ ἐρχομένη διὰ τοῦ ζ. *lege* παραβολῆς ἐρχομένης διὰ τοῦ ζ.

Circa axem FB parabole FG deſcribatur, ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto, ve- F
lut C, & ab eo ducta perpendiculari BD] *Ex 52. primi libri conicorum. græcus codex* ὥστε ὅιον ἐὰν ἀπ' αὐτῆς σημεῖον ληφθῇ ὡς τὸ γ. *lege* ἐὰν ἐπ' αὐτῆς.

Et ipſi BD æquale ponatur DE] *græcus codex* καὶ τῇ γδ ἴση κείσθω ἡ δε. *lege* καὶ τῇ G
βδ ἴση κείσθω ἡ δε.

Et ducatur DC perpendicularis] *græcus codex* καὶ ἐφάπτεται ἡ δγ καὶ ὀρθή. *ego le-* H
gendum puto καὶ κατήχθω ὀρθὴ ἡ δγ, *vel aliter in eandem ſententiam.*

In primo quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius]
græcus codex ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων πρὸς μείζονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας K
μείζων

μείζων ϖρὸς ἐλάσσονα. *ſed mendoſe, vt opinor, legendum enim eſt* ἐπὶ μὲν τῆς ϖρώτης ϖτώσεως μείζων ϖρὸς ἐλάσσονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων ϖρὸς μείζονα *niſi forte per proportionem datam intelligamus eius conuerſam, videlicet, quæ eſt quadratorum ex* CD DB *ad quadratum ex AD, quemadmodum inferius in ea, quæ ſequitur.*

L Fiat ipſi eadem proportio quadrati ex ED ad quadratum ex DB. erit ED in primo caſu maior, quam DB, in ſecundo autem minor] *Iungatur* CB. *& vt* AD *ad* CB, *ita fiet ED ad DB ex* 2. *huius. erit igitur vt quadratum ex AD ad quadratum ex* CB, *hoc eſt*
22. ſexti. *ad quadrata ex CD DB, ita quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DB *græcus codex* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ἀπὸ βδ ϖρὸς τὸ ἀπὸ δε. ἐπὶ μὲν οὖν τῆς ϖρώτης ϖτώσεως ἐλάσσων ἐστὶν ἡ βα τῆς δε, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων ἐστὶν ἡ βδ τῆς δε *ſed legendum eſt.* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ἀπὸ εδ ϖρὸς τὸ ἀπὸ δβ. ἐπὶ μὲν οὖν τῆς ϖρώτης ϖτώσεως μείζων ἐστὶν ἡ εδ τῆς δβ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων ἐστὶν ἡ εδ τῆς δβ.

M Ponatur ipſi ED æqualis DF] *græcus codex* κείσθω ὅτι τῇ εδ ἴση ἡ δζ. *lege* κείσθω τῇ εδ ἴση ἡ δζ.

N Erit reliqua rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio data] *Eſt enim rectangulum FAE vna cum quadrato ex* ED *æquale ei, quod fit ex* AD *quadrato. ergo rectangu-*
5. ſecũ di. *lum* FAE *ad quadratum ex DC eſt vt quadratum* AD *ad quadrata ex CD* DB, *vel vt quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DB. *græcus codex* καὶ λοιϖὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ζαε *&c. lege* καὶ λοιϖοῦ ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαε ϖρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος ἐστὶ δοθείς.

O Quod cum data ſit proportio ED ad DB, & proportio FB ad BD dabitur] *Quoniam enim* ED *ad* DB, *hoc eſt FD ad DB datam habet proportionem, & ad reliquam* BF *da-*
5. datorũ *tam proportionem habebit ex* 5 *libri datorum. quare ex* 8. *eiuſdem* FB *ad* BD *datam proportionem habeat neceſſe eſt, ita quidem argumentabimur in primo caſu, in ſecundo autem hoc modo. Quoniam* FD *ad* DB *datam habet proportionem, & reliqua* FB *ad* BD *proportionem datam habebit. græcus codex.* ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς εδ ϖρὸς δβ, καὶ τῆς ζδ ϖρὸς δβ. *ego legendum puto* καὶ τῆς ζβ ϖρὸς βδ.

P Cui eadem fiat proportio AB ad BG] *In ſecundo caſu ſumatur punctum* G *ad partes* A, *alioqui quæ deinceps dicuntur vera non eſſent.*

Q Ergo & totius AF ad DG proportio data erit] Q*uoniam enim eſt vt FB ad* BD, *ita* AB *ad* BG, *erit in primo caſu ex* 12. *quinti elementorum tota* AF *ad totam* DG, *vt* AB *ad* BG *ſed in ſecundo caſu hoc modo. Quoniam tota* AB *ad totam* EG *eſt, vt pars* FB *ad partem* BD, *erit reliqua* AF *ad reliquam* DG, *vt* AB *ad* BG. *proportio igitur* AF *ad* DG *eſt data ex quibus manifeſte conſtat in ſecundo caſu punctum* G *ad partes* A *ſumi oportere. ſi enim ad alteras, partes nullo modo ſequeretur* AF *ad* DG *ita eſſe, vt* AB *ad* BG *quod quidem in compoſitione concludetur, ut apparebit, namque* AF *minor eſt, quam* AB. *ſed* DG *multo maior eſſet, quam* BG.

R Rurſus quoniam data eſt proportio AD ad DB, eadem fiat proportio AH ad HB] *Diuidatur* AB *in datam proportionem, quæ eſt* ED *ad* DB *ex* 10. *ſexti elementorum græcus codex* ϖάλιν ἐπεὶ λόγος ἐστὶ δοθεὶς, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς αβ ϖρὸς βθ Nos *autem perſpicuitatis cauſſa addidimus* ED *ad* DB. *ſed quæ ſequuntur ita legenda cenſemus.* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς αθ ϖρὸς θβ.

S Quare & AB ad BH proportio data eſt, & datum punctum H.] V*traque enim ipſarum* AH HB *eſt data ex* 7. *libri datorum. ergo & earum proportio, & proportio totius* AB *ad* BH *dabitur ex prima & ſexta eiuſdem libri.*

T Reliqua igitur AE ad HD proportio erit data] N*amque vt* AH *ad* HB, *ita eſt ED ad* DB: *& componendo vt* AB *ad* BH, *ita* EB *ad* BD. *quare & reliqua* AE *ad reliquam* HD *eſt vt* AB *ad* BH. *data igitur erit proportio* AE *ad* HD. *græcus codex* καὶ λοιϖὸς τῆς αε ϖρὸς εδ *ſed legendum* καὶ λοιϖὸς τῆς αε ϖρὸς θδ.

V Et data proportio rectanguli FAE ad rectangulum HDG] *Rectangulum enim FAE ad rectangulum* HDG *proportionem habet compoſitam ex datis proportionibus, videlicet ex proportione* AF *ad* DG *& proportione* AE *ad* HD.

X Rectanguli vero *FAE* ad quadratum ex CD proportio eſt data] Ex *antecedentibus.*

Quare

Quare & data proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC] *Ex 8. libri datorum.* Y

Ergo in primo caſu punctum C ellipſim, in ſecundo autem hyperbolen contingit] *Eſt enim in primo caſu HG ellipſis diameter: in ſecundo autẽ caſu GH eſt diameter hyperbolæ, quæ ex ipſa ſumitur.* Z

Data autem proportio ſit quadrati ex RT ad quadratum ex TS] *græcus codex.* ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ρτ πρὸς τσ. *ſed videne legendum ſit* ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ. *In reſolutione enim data proportio erat quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB. hæc autem eadem eſt, quam quadratum ex RT habet ad quadratum ex TS, vt deinceps apparebit.* α

In primo quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius] *Corrigendus etiam eſt hoc loco græcus codex, qui ſic habet.* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων πρὸς μείζονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων πρὸς ἐλάσσονα. *legendum enim eſt* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσσονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μείζονα. β

Et circa axem GH deſcribatur in primo quidem caſu ellipſis, in ſecundo autem hyperbole] *Deſcribatur in primo caſu ellipſis circa axem HDG, in ſecundo autem deſcribatur hyperbole circa axem GH productam, hoc eſt circa HB, ita vt punctum H ſit ipſius vertex.* γ

Ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto veluti C &c.] *Hoc eſt ita vt GH tranſuerſum figuræ latus ad rectum compoſitam proportionem habeat ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad ST, & ex data proportione, vt enim rectangulum HDG ad quadratum ex DC, ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum ex 21 primi libri conicorum.* δ

Quę eſt quadrati ex RT ad quadratũ ex TS] *græcus codex.* ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ρσ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ *lege* ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ *&c.* ε

Dico lineam HK facere id, quod præcipitur] *Hoc eſt lineam HCK, quæ ſectionis pars eſt. græcus codex.* ὅτι ἡ βκ ποιεῖ τὸ ἐπὶ ταγμα *ſed legendum arbitror* λέγω ὅτι ἡ θκ *&c.* ζ

Quare proportio quidem DG ad AF eadem erit, quæ GB ad BA] *Ex hoc loco colligitur in ſecundo caſu punctum G ad partes A ſumendum eſſe, vt ſupra admonuimus.* η

Et ex data proportione] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice deſiderari videbantur, vt ita legendum ſit.* ἀλλ᾽ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ θδη πρὸς τὸ ἀπὸ δγ τοῦ συνημμένον ἔχει λόγον ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ τσ πρὸς συ καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ τσ πρὸς σρ, καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ὁ δοθεὶς λόγος, καὶ ἔστιν ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ. *quæ vero ſequuntur* ἐλάσσων πρὸς μείζονα *nos delenda cenſemus.* θ

Reliqua igitur rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio eadem eſt, quæ quadrati ex RT ad quadratum ex TS.] *græcus codex.* λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ θδη πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος. *legendum autem, ut puto* λοιπὸς ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαε πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος. κ

Hoc eſt quadrati ex ED ad quadratum ex DB] *græcus codex.* τουτέστι τῷ τοῦ ἀπὸ εδ πρὸς τὸ ἀπὸ αβ *lege* πρὸς τὸ ἀπὸ δβ. λ

Et omnia ad omnia] *Quoniã enim proportio rectanguli FAE ad quadratum ex DC eadem eſt, quæ quadrati ex RT ad quadratum ex TS, hoc eſt quadrati ex ED ad quadratum ex DB; erit omnium antecedentium ad omnia conſequentia eadem proportio, videlicet rectanguli FAE vna cum quadrato ex ED, hoc eſt quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB.* μ

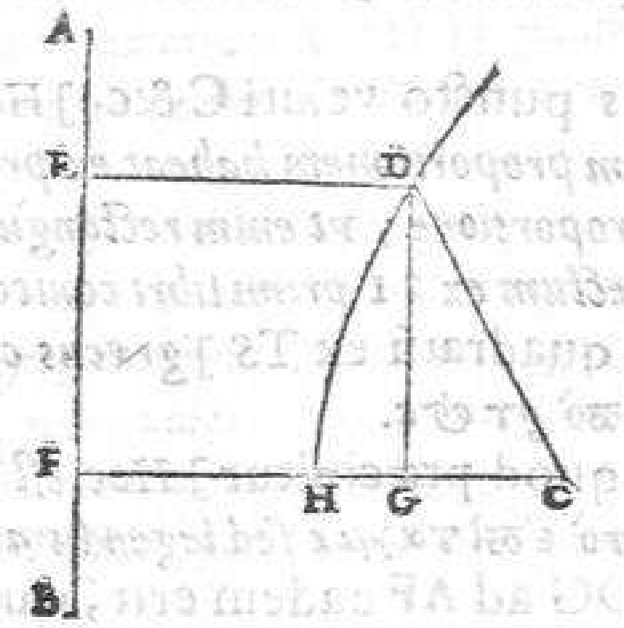
22.quĩti
5.ſecũdi.

Ergo vt quadratum ex AD ad quadrata ex CD DB, ita quadratum ex RT ad quadratum ex TS] *græcus codex.* ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὰ ἀπὸ βη. *ſed legendum* πρὸς τὰ ἀπὸ γδ δβ. ν

TEOREMA CCXXII. PROPOS. CCXXXVIII.

His ita habentibus tranſeamus ad id, quod initio proponebatur.

LEM. V Sit recta linea poſitione data AB, & datum punctum C, in eodem plano, ducaturque CD, & perpendicularis DE. proportio autem data ſit CD ad DE. Dico punctum D coni ſectionem contingere, & ſi quidem proportio ſit æqualis ad æquale, erit ea ſectio parabole, ſi vero minoris ad maius, ellipſis; quòd ſi maioris ad minus erit hyperbole.



Sit primum proportio æqualis ad æquale, hoc eſt ſit primum CD æqualis DE. oſtendendum eſt punctum D parabole contingere. Ducatur perpendicularis CF, ipſi vero AB parallela ducatur DG. & quoniam quadratum ex ED æquale eſt quadrato ex DC, æqualis autem ED ipſi FG & quadratum ex DC æquale quadratis ex A DG GC: erit quadratum ex FG quadratis ex DG GC æquale; atque eſt recta linea FC data poſitione; & duo puncta FC data; ergo punctum D parabolen contingit ex eo, quod ante demonſtratum eſt.

Componetur autem hoc modo.

Sit recta linea AB poſitione data, datumque punctum C, & ducatur prrpendi- B cularis CF. Itaque cum CF detur poſitione, & dentur duo puncta FC, inueniatur parabole DH, ita vt ſumpto in ea quouis puncto, veluti D, & data DG perpendiculari, quadratum ex FG ſit æquale quadratis ex DG GC. Dico lineam DH locum efficere. hoc eſt ducta quauis linea, vt CD, & perpendiculari DE, lineam CD ipſi DE æqualem eſſe. ducatur enim perpendicularis DG. ergo propter parabolen quadratum ex FG eſt æquale quadratis ex DC GC. atque eſt ipſi quidem FG æqualis ED, quadratis vero ex DG G C æquale quadratum ex DC. ergo quadratum ex CD quadrato ex DE eſt æquale, ac propterea CD ipſi DE æqualis. linea igitur DH, quę eſt pars ſectionis locum efficit.

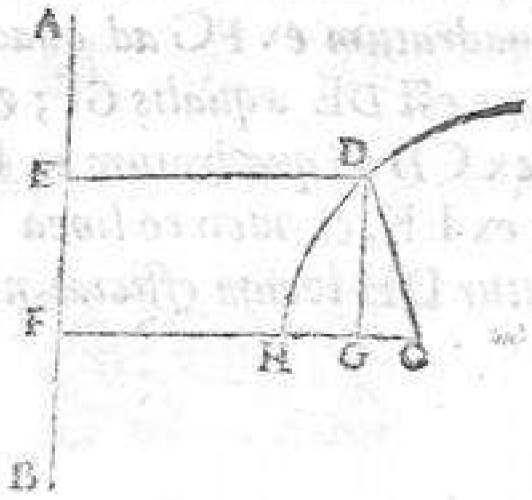
COM-

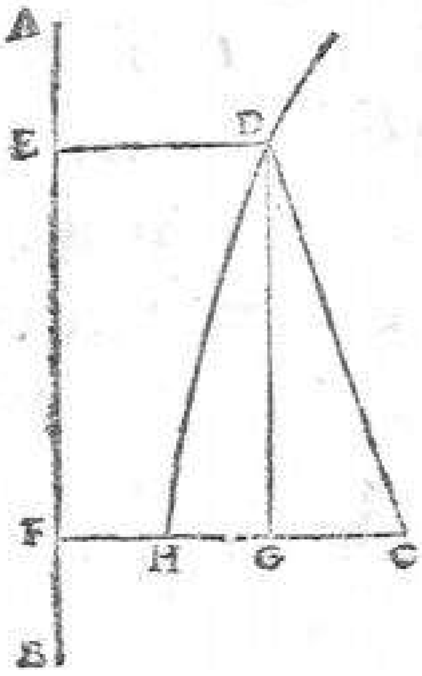
COMMENTARIVS.

Atque eſt recta linea FC data poſitione] Ex 30. *libri datorum.*

Inueniatur parabole *DH*, ita vt ſumpto in ea quouis puncto &c.] Ex ijs, *quæ ſuperius tradita ſunt.* A B

Deſideratur vt apparet, vltima pars huius theorematis quam nos ſupplere aggrediemur.





Sint eædem, quæ prius, & ſit proportio data CD ad DE minoris ad maius vel maioris ad minus, hoc eſt ſit CD minor, quam DE, vel maior Oſtendendum eſt punctum D in primo caſu ellipſim, in ſecundo autem hyperbolen contingere. fiant enim omnia, quæ ſuperius dicta ſunt, erit quadratum ex FG maius quadratis ex DG GC, vel minus atque eſt FC poſitione data, & data puncta FC. punctum igitur D ex iam demonſtratis ellipſim, vel hyperbolen continget.

Componetur autem in hunc modum.

Sit rurſus aecta linea AB poſitione data, & datum punctum C. ſit autem data proportio, quam habet KL ad LM; in primo caſu maioris ad minus, in ſecundo minoris ad maius. ducaturque perpendicularis CF. & cum CF ſit poſitione data, & data puncta FC, inueniatur ex iam dictis, in primo quidem caſu ellipſis, in ſecundo autem hyperbole DH, ita vt ſumpto in ea quouis puncto D, & ducta perpendiculari DG, quadratum ex FG ad quadrata ex DG GC eandem proportionem habeat, quam quadratum ex KL ad quadratum ex LM. Dico lineam DH locum efficere. Hoc eſt ſi ducatur quæuis recta linea, vt CD, & perpendicularis DE, lineam CD ad DE eam habere proportionem, quam ML ad LK. ducatur enim perpendicularis DG. ergo propter ellipſim uel hyperbolen quadratum ex FG ad quadrata ex DG GC eſt ut quadratum ex KL ad quadratum ex BA. atque eſt DE æqualis GF; & quadratum ex CD quadratis ex DG GC æquale. ergo quadratum ex CD ad quadratum ex DE eam habet proportionem, quam quadratum ex ML ad quadratum ex LK. & idcirco linea CD ad DE eandem proportionem habebit, quam ML ad LK. linea igitur DH locum efficiat, neceſſe eſt.

SEPTIMI LIBRI FINIS.

PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICARVM
COLLECTIONVM
LIBER OCTAVVS.
CVM COMMENTARIIS
FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

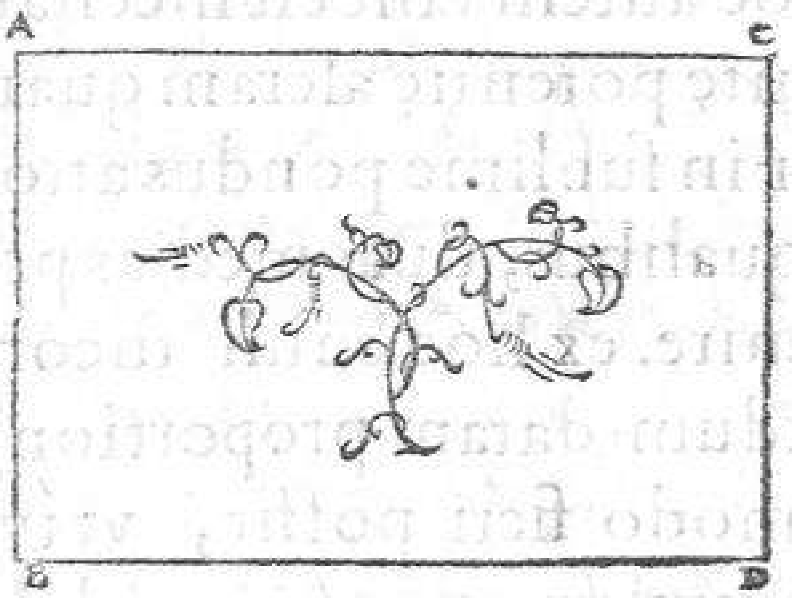
* * *

CVM mechanica contemplatio fili Hermodore multis, & magnis vitæ noſtræ rationibus conducat, iure optimo a philoſophis maxima laude digna exiſtimata eſt: & omnes mathematici non mediocri ſtudio in eam incũbunt;etenim fere prima phyſiologiam,quę in elementorum mundi materia verſatur, attingit. nam cum ſtatum & corporum lationem, motumque ſecundum locum in vniuerſo contempletur, horum quidem, quæ natura ſunt, cauſas reddit;illa autem a natura ſua decedere cogens extra propria loca in contrarios motus transfert,quod per ea theoremata,quę ex ipſa materia decidunt, excogitat. Mechanicæ vero alteram partem rationalem eſſe, alteram manuum opera indigere, ſentit Hero mechanicus. & rationalem quidem partem ex geometria,& arithmetica,& aſtronomia, & ex phiſicis rationibus conſtare: eam vero,quę manuum opera indiget,ex æraria, & ędificatoria & teſtonica, & pictura, & in omnibus manuum exercitatione. atque eum quidem in ſupradictis ſcientijs a prima ętate verſatus ſit,& prædictas artes calluerit,quique acri ſit ingenio, optimum fore & inuentorem, & architectum mechanicorum operum: cum fieri non poſſit, vt quis tantopere in his diſciplinis excellat, ſimulque prædictas artes diſcat. præcipit autem ei, qui mechanica opera tractare velit, vt proprias artes ad manum habeat, quibus cum opus ſit, in ſingulis vtatur. & maxime omnium neceſſariæ artes ſunt ad vitæ vſus, mechanicę poſt architectonicam: & ars manganorum, qui & ipſi mechanici ab antiquis appellati ſunt. magna enim pondera machinis adhibitis præter naturam in altitudinem tollunt, minori potentia mouẽtes: & ars conficiendi inſtrumenta ad bellum neceſſaria, quę & mechanica vocantur. Sagittæ enim, & lapides, & tela, & his ſimilia emittuntur in longiſſima viæ ſpacia per cata pultas, quæ ab ipſis conſtruuntur. ad hæc ars, eorum, qui μηχανοποιοὶ, hoc eſt machinas conficientes appellantur; ex multa enim profunditate aqua facilius attollitur, per inſtrumenta ad ipſam ex hauriendam excogitata. vocant autem mechanicos antiqui etiam eos, qui admirationem pariunt, quorum alij quidem per ſpiritus artem exercent, vt Hero πνευματικοῖς. alij per neruos, & funes animatorum motus imitari videntur. vt Hero ad τομάτοις καὶ ζυγίοις. alij vero per ea, quę in aqua vehuntur, vt Archimedes ὀχουμένοις; vel horologijs per aquam conſtructis. vt Hero ὑδρείοις. quæ etiam vidẽtur communem habere rationem cum gnomonica contemplatione. Mechanicos inſuper vocant eos, qui nouerunt ſphęropæias conficere. a quibus imago cęli conſtruitur per æqualem, & circularem aquæ motum. Horum autem omnium cauſſam, & rationem cognouiſſe aiunt quidam ſyracuſanum Archimedem. is enim ſolus noſtris temporibus varia, & natura, & intelligentia vſus eſt ad omnia perſcrutanda; quemadmodum & Gẽminus mathematicus aſſerit in libro de mathematicarum diſciplinarum ordine. Carpus autem antiochenſis quodam in loco dicit Archimedem ſyracuſanum vnum dumtaxat librum mechanicum compoſuiſſe de ſphęropęia, hoc eſt de ſphęræ conſtructione. de alijs vero ſibi ſcribendum non exiſtimaſſe, quamuis apud multos ob mechanicam facultatem ſummo in honore ſemper fuerit, & ad mirabilis magno quodam ingenio habitus ſit, adeo, vt adhuc apud omnes homines eius fama mirandum in modum celebretur. ſed de ijs quæ præcipua ſunt, & geometricam, arithmeticamque contemplationem continent, quamquam ea breuiſſima videantur eſſe, diligenter conſcripſit, tanto, vt apparet, prędictarum ſcientiarum amore inflammatus, vt nihil extrinſecus in eas introducendum ſtatuerit. ipſe au tem corpus, & alij quedam iure optimo vſi ſunt Geometria etiam ad aliquas artes, Geometria enim nihil lęditur, quę multas artes ſtabilire conſueuit, quando eis adiungatur. Itaque cum ſit tamquam mater artium non læditur, quod curam habeat organicę, & architectonicę. neque enim propterea quod ſimul ſit cum ea, quæ terras dimetitur, & cum gnomonica, & mechanica, & ſcenographia aliqua ex parte læditur. ſed contra potius videtur eas promouere, quod et honoretur, & ab ipſis pro dignitate ornetur, Cum igitur eiuſmodi ſit mechanica ſcientia ſimul & ars, & in tot partes diuidatur, exiſtimaui recte ſe habere, ſi & breuius, & apertius conſcripſero ea, quæ ratione geometrica in contemplationem veniunt, & quæ, quod ad motum grauium attinent, maxime ſunt neceſſaria. & theoremata tam quę apud veteres poſita, quam quæ a nobis vtiliter adinuenta ſunt, & magis exquiſita ratione, quam ea, quę a prioribus conſcripta eſt. vt Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod ad ſubiectum planum datū angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua pondus in plano inclitato ducatur. hoc autem vtile eſt mechanicis manganarijs, addentes enim inuentę potentię aleram quandam virorum potentiam confidenter in ſublime pondus attollunt. & Datis duabus rectis lineis inęqualibus, duas medias proportionales in cōtinua analogia inuenire. ex hoc enim theoremate omnis ſoleda figura data ſecundum datam proportionem & augetur, & minuitur. & quomodo fieri poſſit, vt tympano dato ſi & data multitudine ſcytularum ipſius, vel dentium apponatur ei tympanum datum habens dentium multitudinem. & appoſiti tympani diameter inueniatur. quod quidem tum ad multa vtile eſt, tum ad artem eorum, qui machaninas cōficiunt propter conſtitutionem ſcytulatorum tympanorum. Horum autem vnumquodque in proprio loco perſpicuum fiet, etiam cum alijs, quæ architecto, & mechanico vtilia ſunt, ſi prius ea, quæ tractationem de centro grauium continent, explicauerimus. Quid igitur ſit graue, & quid leue, & quæ cauſſa ſit, cur corpora ſurſum, & deorſum feratur: & hoc ipſum ſurſum, ac deorſum quo modo intelligatur, & quibus terminis circumſcribatur, nihil a nobis in præſentia in medium afferri oportet, quoniam hæc

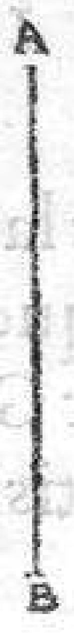
a Ptoa Ptolemæo in mechanicis declarata ſunt. Centrum autem grauitatis vniuſcuiuſque corporis, quod eſt principium & elementum tractationis de centro grauium, ex quo & reliquæ mechanicæ partes dependent, quid nam ſit, & quid ſibi velit, dicendum, ex hoc enim, vt opinor, & reliqua, quæ in hac tractatione conſiderantur, perſpicua erunt. Dicimus autem centrum grauitatis vniuſcuiuſque corporis eſſe punctum quoddam intra poſitum a quo ſi graue dependens mente concipiatur, dum fertur, quieſcit, & ſeruat eam, quam in principio habebat, poſitionem, neque in ipſa latione circumuertitur.

PROBLEMA I. PROPOS. I.

Hoc autem punctum non ſolum in corporibus, quæ certum ſeruant ordinem, ſed etiam in iis, quæ temere & caſu formata ſunt, iuuenitur, ratione quadam perſuaſum huius modi.



Ponatur planum rectum ABCD ad mundi centrum vergens, in quo & corpora grauia prorſus inclinationem habere videntur, & ſit recta linea AB perpendicularis plano, in quo incedimus. ſi igitur aliquod corpus graue conſtituatur in AB recta linea, ita vt omnino a plano producto ſecetur, habebit aliquando poſitionem talem, vt maneat immotum, & non decidat. quod cum ita factum ſit, ſi intelligatur planum ABCD productum, ſecabit vtique ſuper impoſitum corpus in duas partes æqualium momentorum, quæ circa planum, veluti circa punctum ſuſpentionis in libra, inter ſe æqueponderabunt. Rurſus tranſpoſitū corpus grauē in altera parte attingat rectam lineam AB. habebit circum actum aliquando poſitionem eam, vt dimiſſum maneat, & non decidat. Itaque ſi rurſus intelligatur planum ABCD productum in partes æqueponderantes corpus ſecabit, & priori plano ſecanti occurret. ſi enim non occurrat, eędem partes inter ſe, & æqueponderantes, & non æqueponderantes erunt. quod eſt abſurdum.



ALITER. His autem explicatis rurſus intelligatur recta linea AB perpendicularis ad planum, in quo incedimus, videlicet ad ipſius mundi centrum vergens; & ſimiliter corpus graue in puncto A conſtituatur, recta linea AB tamquam baſi innixum ſtabit aliquando corpus in puncto, ita vt maneat, ſiquidem & in plano ipſius poterat quieſcere Si igitur eo manente recta linea AB, producatur, aliqua pars ipſius in propoſita figura comprehendetur. Itaque intelligatur manens, & rurſus in alia parte corpus lineæ imponatur, ita vt quieſcat. Dico rectam lineam AB productam occurrere ei, quæ prius in figura fuerat comprehenſa. Si enim non occurret, poterunt quædam plana per vtramque earum ducta ſibi ipſis intra figuram non occurrere, & vnumquod quæ ipſorum diuidere corpus graue in partes æqueponderantes, & non æqueponderantes, quod eſt abſurdum. ergo dictæ lineæ intra figuram ſibi ipſis occurrent. Similiter, & ſi iuxta alias poſitiones corpus in puncto A ſtatuatur, ita vt maneat, producta recta linea AB occurret alijs prius intra figuram comprehenſis. quare conſtat rectas lineas ſi ita duci intelligantur, ſeſe in vno puncto ſecare. hoc autem punctum centrum grauitatis appellatur. conſtat præterea corpus graue, ſi ex centro appenſum mente concipiatur, non circumuerti, ſed manere, ſeruans in latione quamcumque in principio habebat poſitionem. omnia enim, quæ per ipſum ducuntur plana in partes æqueponderantes corpus diuidunt. neque vlla conuerſionis cauſſa admitti poteſt, cum iuxta omnem poſitionem partes ipſius æquepõderantes ex vtraque parte centri conſtituantur. Hoc igitur eſt, quod tractationem de centro grauium maxime continet. addiſces autem ea, quæ ad elementa pertineat, per hanc demonſtrata, ſi legas Archimedis librum de æqueponderantibus, & Heronis mechanica. Sed quæ non ita multis cognita ſunt, deinceps conſcribemus, nempe hæc.

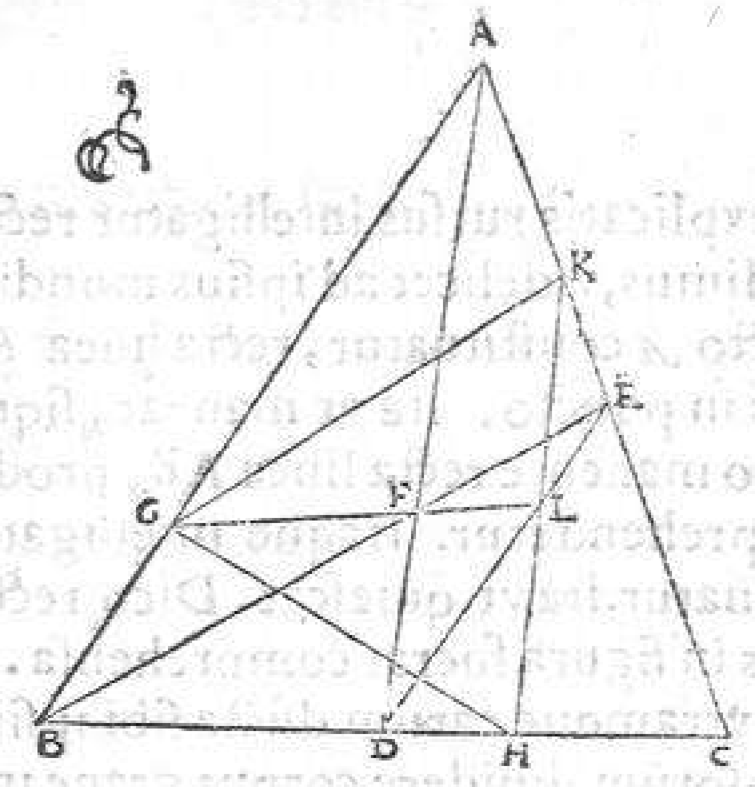
cõuerti.

COMMENTARIVS.

Habebit aliquando poſitionem talem, vt maneat immotum, & non decidat] *Corpora enim grauia deorſum feruntur ſecundum rectam lineam ad horizontem perpendicularem; quæ per centrum grauitatis eorum ducitur, quare corpus ſuper impoſitum plano ad horizontem recto tunc ſolum manebit, & non decidet, cum centrum grauitatis eius ſupra planum directe conſtiterit, quippe a quo vlterius deſcendere prohibentur. etenim aduertendum autem eſt, vt cẽtrum grauitatis hoc modo inueniamus, non ſatis eſſe corpus graue plano bis imponere: duorum etenim planorum communis ſectio eſt recta linea. Oportebit igitur & tertio idem efficere. & in quo puncto dicta linea a plano ſecetur, illud grauitatis eſſe centrum manifeſto apparebit.* *

THEOREMA I. PROPOS. II.

Sit triangulum ABC cuius latera in eandem proportionem ſecentur a punctis GHK, ſitque AG ad GB, vt BH ad HC, & CK ad KA: & coniungantur GH HK KG. Dico triangulorũ ABC GHK idem eſſe grauitatis centrum.



Secentur enim BC CA bifariam in punctis DE: & AD BE iungantur. ergo pun
ctum F, in quo conueniunt, eſt centrum grauitatis trianguli ABC. nam ſi triangulũ
in aliquo plano recto conſtituatur ſecundum rectam lineam AD, in neutram partem
verget, quod triangulum ABD triangulo ACD ſit æquale. ſimiliter triãgulum ABC.
ſecundum rectam lineam BE in plano recto conſtitutum in neutram verget partem
A quod æqualia ſint triangula ABE BCE. & cum in vtraque rectarum linearum AD
BE triangulum æqueponderet, commune ipſorum punctum F grauitatis centrum
erit. oportet autem intelligere punctum F, vt antedictum eſt, in medio triãguli ABC,
B quod ſcilicet æque craſſum, & æqueponderans ponitur. conſtat præterea AF ipſius
FD duplam eſſe, & BF duplam FE & vt CA ad AE, ita eſſe AB ad DE, & BF ad FE,
& AF ad FD: propterea quod triangula DFE ABF æquiangula ſunt. itemque æqui-
C angula CDE ABC. iungatur igitur DE, quæ ſecet HK in L. & quoniam proportio BH
ad HC compoſita eſt ex proportione BH ad HD, & proportione DH ad HC; eſt au-
tem componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK, & antecedentium dimidia vt DC ad
D CH, ita EA ad AK, & per conuerſionem rationis vt CD ad DH, ita AE ad EK, ſed CD
ipſi DB eſt æqualis, & AE æqualis EC: erit vt BD ad DH, ita CE ad EK: & componen
do vt BH ad HD, ita CK ad KE. ergo & proportio AG ad GB componitur ex pro-
E portione CK ad KE, & proportione DH ad HC. componitur autem ex eiſdem etiam
proportio DL ad LE. atque eſt HL ipſi LK ęqualis vt demonſtrabitur. quare & vt AG
ad GB, ita eſt DL ad LE. ſuntque parallelæ AB DE: & iunctæ AD BE ſe mutuo ſecãt
F in F. ergo recta linea eſt, quæ per puncta GFL tranſit. hoc enim infra oſtendetur,
quamquam parui ſit momenti. Itaque quoniam vt BF ad FE, ita GF ad FL, & eſt BF
G dupla FE; erit & GF ipſius FL dupla. triangulum autem GHK latus HK bifariam di
uiditur in L, eſtque GF dupla FL. punctum igitur F centrum eſt grauitatis triangu
H li GHK. erat autem & trianguli ABC centrum, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Commune ipſorum punctum F grauitatis centrum erit] *Hoc idem Archimedis aliter demonſtrauit in libro de æqueponderantibus.* A "

Conſtat præterea AF ipſius FD duplam eſſe, & BF duplam FE] *Quoniam enim* BC CA *in punctis* DE *bifariam ſecantur, erit vt* BD *ad* DC, *ita* AE *ad* EC. *quare ducta* DE *ipſi* AB *parallela erit, & idcirco triangulum* CDE *ſimile eſt triangulo* CBA, *itemque* DFC *triangulum triangulo* AFB *ſimile. Cum igitur ſit vt* BC *ad* CD, *ita* BA *ad* DE, *erit* BA *ipſius* DE *dupla. ſed vt* BA *ad* DE, *ita* AF *ad* FD, *&* BF *ad* FE. *ergo* AF *dupla eſt* FD, *&* BF *ipſius* FE. *Hoc autem nos aliter demonſtrauimus in commentarijs in ſextam propoſitionem libri Archimedis de quadratura parabolæ.* B "

Eſt autem componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK] *Ponitur enim vt* BH *ad* HC, *ita eſſe* CK *ad* KA. *quare & componendo vt* BC *ad* CH, *ita* CA *ad* AK. C "

Ergo & proportio AG ad GB componitur ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC] *Ex antedictis ſequitur proportionem* BH *ad* HC *compoſitam eſſe ex proportione* CK *ad* KE, *& proportione* DH *ad* HC. *ſed vt* BH *ad* HC, *ita poſita eſt* AG *ad* GB *quare &* AG *ad* GB *proportio ex eiſdem proportionibus componatur, neceſſe eſt.* D "

Componitur autem ex eiſdem etiam proportio DL ad LE: atque eſt HL ipſi LK æqualis] *Hæc duo inferius demonſtrantur.* E "

Ergo recta linea eſt, quæ per puncta GFL tranſit; hoc enim infra oſtendetur, quam quam parui ſit momenti] *Hoc quoque infra oſtendit Pappus. græcus autem codex, vt arbitror, mendoſus eſt.* " F "

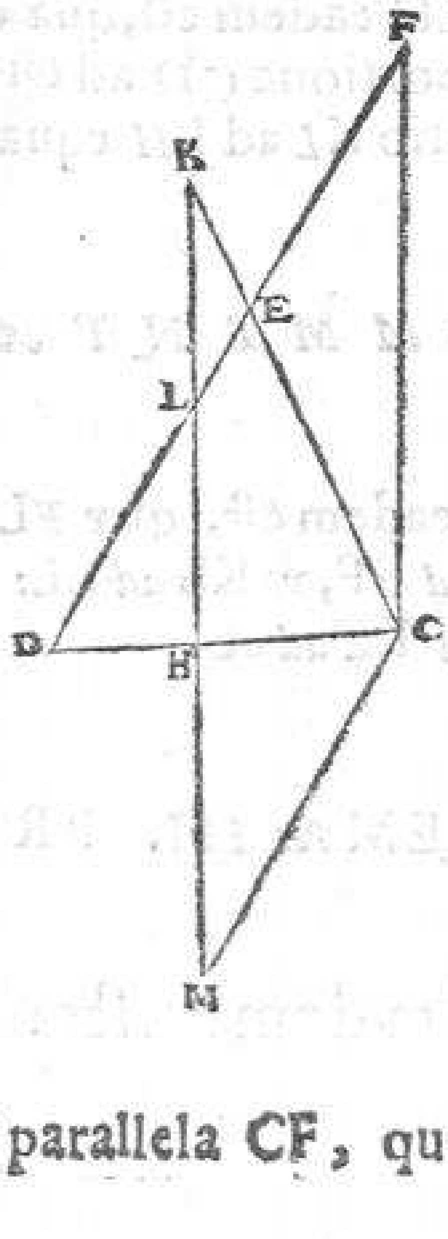
Trianguli autem GHK latus HK bifariam diuiditur in L] *Hunc locum nos ita reſtituimus. in græco enim codice legebatur* τριγώνου δὴ τοῦ ηθκ διχοτομία τὸ γ. G "

Punctum igitur F centrum eſt grauitatis trianguli GHK] *Ex ante demonſtratis.* H "

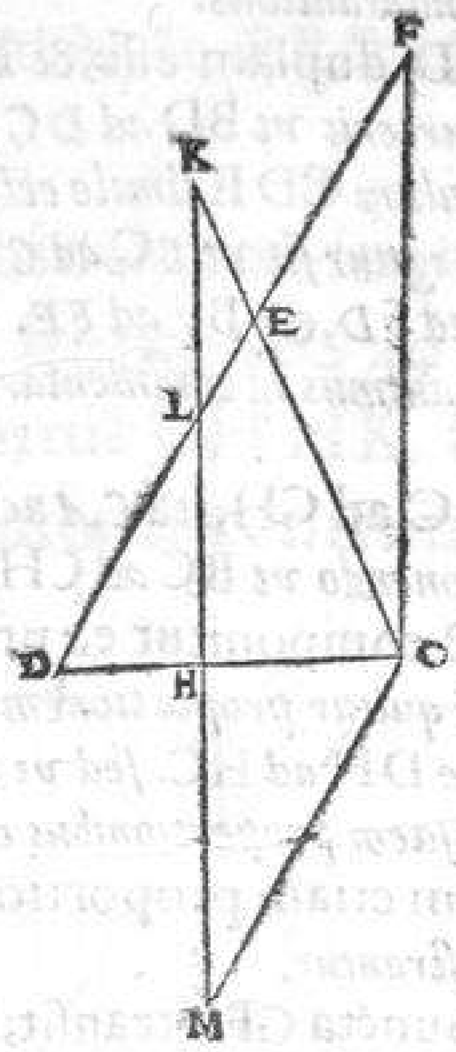
THEOREMA II. PROPOS. III.

Quod autem ante poſitum eſt, ſic demonſtrabitur.

Sit enim vt CD ad DH, ita CE ad EK: & iungantur DE HK ſeſe in puncto L ſecantes. Dico HL ipſi LK æqualem eſſe: & proportionem DL ad LE componi ex proportione DH ad HC, & proportione CK ad KE.



Ducatur enim per C ipſi HK parallela CF, quæ lineę DE productæ occurrat



in F. Quoniam igitur duæ rectæ lineæ ſunt DL LE, & extrinſecus aſſumitur LF; erit
2,ſexti. proportio DL ad LE compoſita ex proportione DL ad LF, & proportione FL ad LE.
※ ſed proportio DH ad HC eadem eſt, quæ proportio DL ad LF, cum parallelæ ſint
CF KH. proportio autem CK ad KE eadem eſt, quæ FL ad LE, quod triangula CEF
KFL æquiangula ſint. ergo proportio DL ad LE componitur ex proportione DH
ad HC, & proportione CK ad KE. Eadem ratione oſtendetur proportio KL ad LH
componi ex proportione KE ad EC, & proportione CD ad DH, ducta ſcilicet per C
linea CM ipſi ED parallela; quæ lineæ KH productæ occurrat in M. Rurſus enim cũ
duæ rectæ lineæ ſint KL LH, & extrinſecus aſſumatur LM, proportio KL ad LH componitur
ex proportione KL ad LM, & proportione ML ad LH. ſed proportio KL ad
LM eadem eſt, quæ KE ad EC, quod rurſus parallelæ ſint ED CM. proportio autem
ML ad LH eſt eadem, quæ CD ad DH, quoniam triangula DHL CHM æquiangula
ſunt. proportio igitur KL ad LH eadem eſt, quæ componitur ex proportione KE ad
EC, hoc eſt HD ad DC, & proportione CD ad DH, quæquidem proportionem efficit
æqualitatis. ergo & proportio KL ad LH æqualitatis proportio eſt, & ob id KL ipſi
LH eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

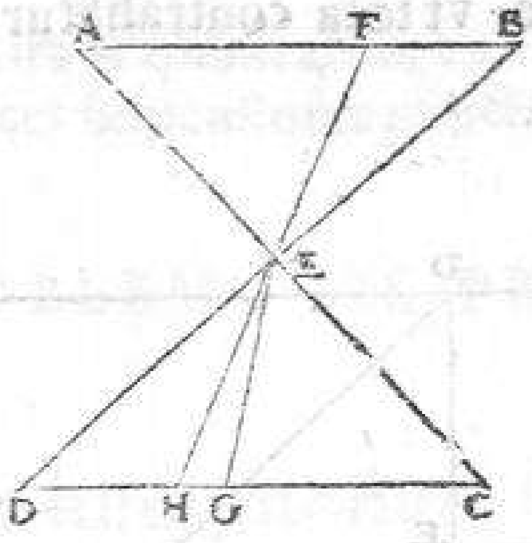
※ Proportio autem CK ad KE eadem eſt, quæ FL ad LE, quod triangula CEF KEL æquiangula ſint.] *eſt enim* CE *ad* EF, *vt* KE *ad* EL: *permutandoque* CE *ad* EK, *vt* FE *ad* EL: *& componendo* CK *ad* KE, *ut* FL *ad* LE.

THEOREMA III. PROPOS. IIII.

Sed quod reliquum, ita demonſtraditur.

Sit

Sit AB parallela ipſi CD, & vt AF ad FB, ita CH ad HD: iunganturque AC BD ſeſe in puncto E ſecantes. Dico lineam, quæ per FEH ducitur, rectam eſſe.



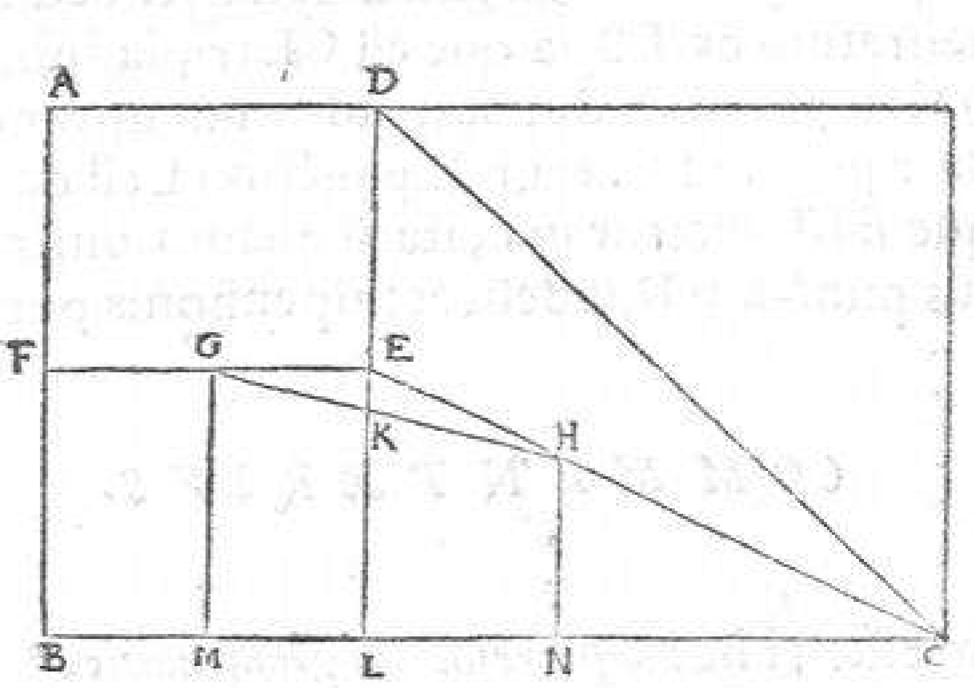
Si enim non. ſit FEG recta. & quoniam vt AF ad CG, ita FE ad EG; vt autem FE ad EG, ita FB ad GD: erit vt AF ad CG ita FB ad GD: & permutando vt AF ad FB, hoc eſt CH ad HD, ita CG ad GD. quod fieri non poteſt. linea igitur, quæ per FEH ducitur, neceſſario recta erit. *

COMMENTARIVS.

Et quoniam vt AF ad CG, ita FE ad EG] ſi enim FEG recta linea intelligatur, erunt triangula AEF CEG ſimilia: itemque ſimilia inter ſeſe, triangula FEB. GED. *

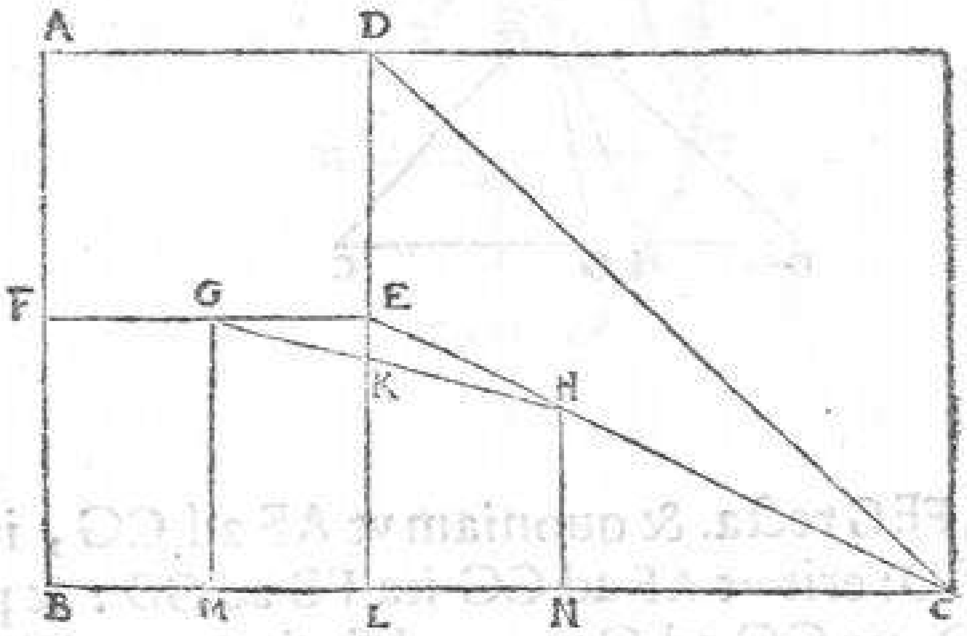
PROBLEMA II. PROPOS. V.

Dato parallelogrammo rectangulo AC ducere rectam lineã DC, ita vt ſi trapezium ABCD ex puncto D ſuſpendatur, rectæ lineæ AD BC parallelæ ſint horizonti.



Ponatur iam factum eſſe. ergo recta linea, quæ per D, & per centrum grauitatis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipſam BC eſt perpendicularis. ſit autem DL, quæ in E. bifariam ſecetur. itemque AE ſecetur bifariam in F: & FE EC iungantur. ſecetur præterea CE in H, ita vt CH dupla ſit ipſius HE, & EF bifariam ſecetur in G. A B

C in G iunganturque GH ſecans DL in K. punctum igitur G eſt centrum grauitatis pa-
D rallelogrammi BD. & H eſt centrum grauitatis trianguli CDL. quare totius trapezij
grauitatis centrum eſt in recta linea GH. ſed eſt etiam in ipſa DL. ergo K trapezij
ABCD grauitatis centrum erit. parallelogrammi autem BD centrum grauitatis
eſt G: & trianguli DLC centrum H. vt igitur parallelogrammum BD ad triangulum
DCL, ita eſt HK ad KG. Si enim contra intelligamus parallelogrammi quidem
BD grauitatem in ipſo ita ſe habere, vt tota contrahatur ad G, trianguli vero DCL



totam grauitatem contractam ad H; erit recta linea GH inſtar libræ, in cuius extremis
partibus dictæ grauitates conſiſtunt. & ſi GH ſecetur in K, ita vt quam proportionem
habet grauitas in G ad grauitatem in H, hoc eſt paralelogrammum BD ad
triangulum DCL, eandem habeat HK ad KG, iuxta proportionem diſtantiarum in
E libra: quæ ex contraria parte grauitatibus reſpondent: erit punctum K ex quo grauitates
ipſæ æqueponderant, ergo & trapezium ABCD æque ponderat ex puncto K
ſuſpenſum. Ducantur a punctis GH ad BC perpendiculares GM HN. & quoniam
vt BD parallelogrammum ad triangulum DCL, ita HK ad KG, vt autem parallelogrammum
1. ſexti. ad triangulum, ita BL ad dimidiam ipſius LC: & vt HK ad KG, ita NL
ad LM, propterea quod in lineas parallelas GM EL HN ductæ ſunt GKH MLN: erit
vt BL ad dimidium LC, ita NL ad LM, hoc eſt ad dimidium LB. Vt igitur BL ad
16. ſexti. LC, ita NL ad duplam ipſius LM, hoc eſt ad LB; & idcirco quadratum ex BL æquale
F eſt rectangulo CLN. quare vt CL ad LB, ita BL ad LN. Sed vt CL ad LN, ita quadratum
ex CL ad quadratum ex LB. atque eſt CL tripla ipſius LN quoniam & CE
tripla eſt CH. eſt enim CH ipſius HE dupla. quadratum igitur ex CL triplum eſt quadrati
ex LB. & ſunt data puncta BC. ergo & punctum L eſt datum: ac propterea datum
G punctum D. Itaque ſi BC ſecetur in L, ita vt quadratum ex CL triplum ſit quadrati
ex LB, habebimus punctum D, videlicet ſuſpenſionis punctum.

COMMENTARIVS.

A Ponatur iam factum eſſe] *Hic incipit reſolutio problematis.*

B Ergo recta linea, quæ per D, & per centrum grauitatis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipſam BC eſt perpendicularis] *Eſt enim ſuſpenſionis punctum & centrum grauitatis ſuſpenſi in eadem recta linea ad horizontem perpendiculari, quod nos demonſtrauimus in commentariis in 6. propoſitionem libri Archimedis de quadratura parabolæ.*

C Punctum igitur G eſt centrum grauitatis parallelogrammi BD] *Ex nona primi libri Archimedis de æque ponderantibus.*

Et H eſt centrum grauitatis trianguli DCL] *Ex ante demonſtratis.* D

Erit punctum *K*, ex quo grauitates ipſæ æqueponderaut] Ex *octaua eiuſdem libri Archimedis.* E

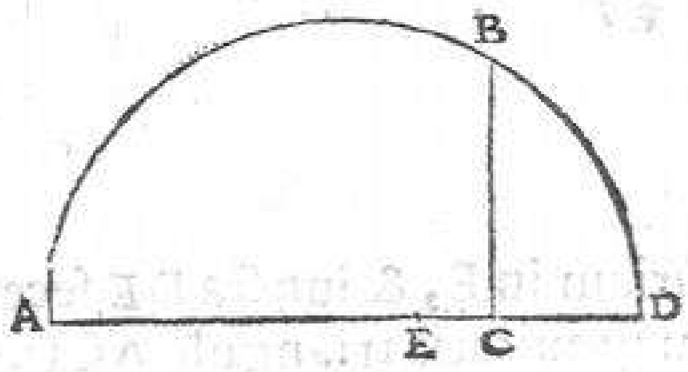
Quare vt CL ad L*B*, ita BL ad *L*N] *Ex* 14 *ſexti, quamquam hoc breuius concludi poterat. cum enim demonſtratum ſit, vt B*L *ad* LC, *ita eſſe* NL *ad* LB, *erit conuertendo vt* CL *ad* LB, *ita* BL *ad* LN. F

Itaque ſi BC ſecetur in L, ita vt quadratum ex CL triplum ſit quadrati ex *LB*, habebimus punctum D, videlicet ſuſpenſionis punctum] *compoſitio eſt problematis.* G

PROBLEMA III. PROPOS. VI.

At vero linea BC in hunc modum ſecabitur.

Rectam lineam datam ita ſecare, vt maior ipſius pars minoris poteſtate ſit triqla.

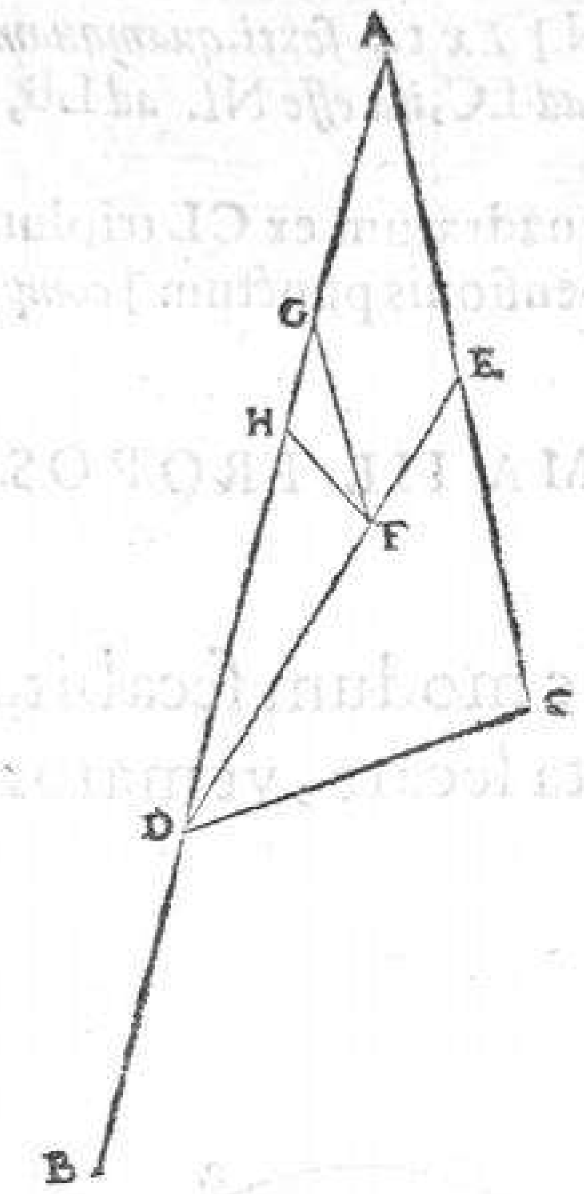


Sit recta linea AD, quæ ſecetur in C, ita vt AC ſit tripla ipſius CD, & in AD deſcripto ſemicirculo ABD, ducatur CB ad rectos angulos ipſi AD, fiatque vt *AC* ad CB, ita AE ad E*D* Dico AE ipſius ED poteſtate triplam eſſe. Quoniam enim BC media eſt proportionalis inter AC CD, erit vt AC ad C*D*, ita quadratum ex AC ad quadratum ex C*B*, hoc eſt quadratum ex AE ad id quod e*x* ED quadratum. ergo AE ipſius ED poteſtate eſt tripla. Similiter etiam in datam proportionem poteſtate ſecabitur AD, & omnis recta linea date. cor. 20. ſexti.

THEOREMA IV. PROPOS. VII.

Sint poſitione datæ rectæ lineæ AB AC: datumque punctum B: & ducatur CD, quæ ſecet datam proportionem rectæ lineæ AC ad BD. demonſtrandum eſt centrum grauitatis trianguli ACD conſiſtere in recta linea poſitione data.

Diuidatur



C Diuidatur AC bifariam in E, & iuncta DE ſecetur in F, ita vt EF tertia pars ſit
D ipſius ED. erit F centrum grauitatis trianguli ACD, hoc enim ſuperius demonſtra-
E tum eſt. ducatur FG parallela ipſi AE, & ſit lineæ AB tertia pars AH. eſt autẽ & AG
F tertia pars lineæ AD, quoniam & EF ipſius ED eſt tertia. reliqua igitur HG tertia
G eſt reliquæ BD: & data eſt proportio BD ad AC. itemque prodortio AC ad FG; eſt
H enim AC ipſius FG tripla, cum AD ſeſquialtera ſit ipſius DG, hoc eſt AE ſeſquialte-
K ra FG, & ſit CA ipſius AE dupla. proportio igitur HG ad GF eſt data, & datus an-
L gulus ad G, quoniam & qui ad A. idcircoque angulus GHF eſt datus; & datum pũ
M ctum H. ergo recta linea HF poſitione data erit. in qua quidem eſt punctum F, vi
delicet grauitatis centrum.

COMMENTARIVS.

A Datumque punctum B] *Quoniam enim datur punctum* B, *recta linea* AB *non ſolum poſitione, ſed etiam magnitudine data erit ex 26. libri datorum. punctum vero* C *non eſt datum, namque* AC *datur poſitione tantum.*

B Quæ ſecet datam proportionem lineæ AC ad BD] *Hoc eſt quæ ſecet* AB *in* D, *ita vt* AC *ad* BD *quamcumque datam proportionem habeat.*

C Et iuncta DE ſecetur in F ita vt EF tertia pars ſit ipſius ED] *Hunc locum nos ita reſtituimus, nam in græco codice legitur.* καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ δε τετμήσθω κατὰ τὸ ζ, ὥστε τὴν εζ τρίτον μέρος εἶναι τοῦ ζδ. *lege* τοῦ εδ. *ſi enim* EF *tertia pars ſit ipſius* FD, *punctum* F *non erit centrum grauitatis trianguli* ABC, *quod ex ante demonſtratis perſpicue conſtat.*

E Ducatur FG parallela ipſi AE, & ſit lineæ AB tertia pars AH] *Hunc etiam locum nos reſtituimus græcus enim codex ſic habet.* ἤχθω δὴ τῇ αη παράλληλος ἡ ζη, καὶ τῆς αε τρίτον μέρος ἔστω ἡ αθ. *lege* ἤχθω δὴ τῇ αε παράλληλος ἡ ζη, καὶ τῆς αβ τρίτον μέρος ἔστω ἡ αθ.

Quoniam

Quoniam & EF ipſius ED eſt tertia] *In græco codice etiam hoc loco mendoſe legebatur.* ἐπεὶ καὶ ἡ εζ τῆς ζδ. *lege* τῆς εδ. E

Et data eſt propoſitio BD ad AC.] *In græco codice non nulla deſiderari videntur. vt legendum ſit* καὶ ὁ λόγος τῆς βδ πρὸς τὴν αγ δοθείς. F

Itemque proportio AC ad FG : eſt enim AC ipſius FG tripla, cum AD ſeſquialtera ſit ipſius DG, hoc eſt AE ſeſquialtera FG, & ſit CA ipſius AE dupla] Hęc *etiam nos reſtituimus nam græcus codex corruptus eſt; & mancus, in quo legitur.* τῆς δὲ αγ πρὸς τὴν ζε, τριπλάσιων γάρ αὐτῆς ἐστίν, ὅτι καὶ ἡ μὲν δε τῆς δη ἡμιόλια ἐστί, τουτέστιν ἡ αε διπλῆ. *ſed legendum puto* τῆς δὲ αγ πρὸς τὴν ζη, τριπλάσιον γάρ αὐτῆς ἐστὶν, ὅτι καὶ ἡ μὲν δα τῆς δη ἡμιόλια ἐστὶ, τουτέστιν ἡ αε τῆς ζη ἡμιόλια, ἡ δὲ γα τῆς αε διπλῆ. *At vero proportionem AC ad FG datam eſſe, manifeſte patet, vt enim AD ad DG, ita AE ad FG, atque eſt AD ſeſquialtera DG. ergo & AE ipſius FG ſeſquialtera. Sed; AC eſt dupla ipſius AE quare AC ipſius FG tripla erit.* G 4.ſexti.

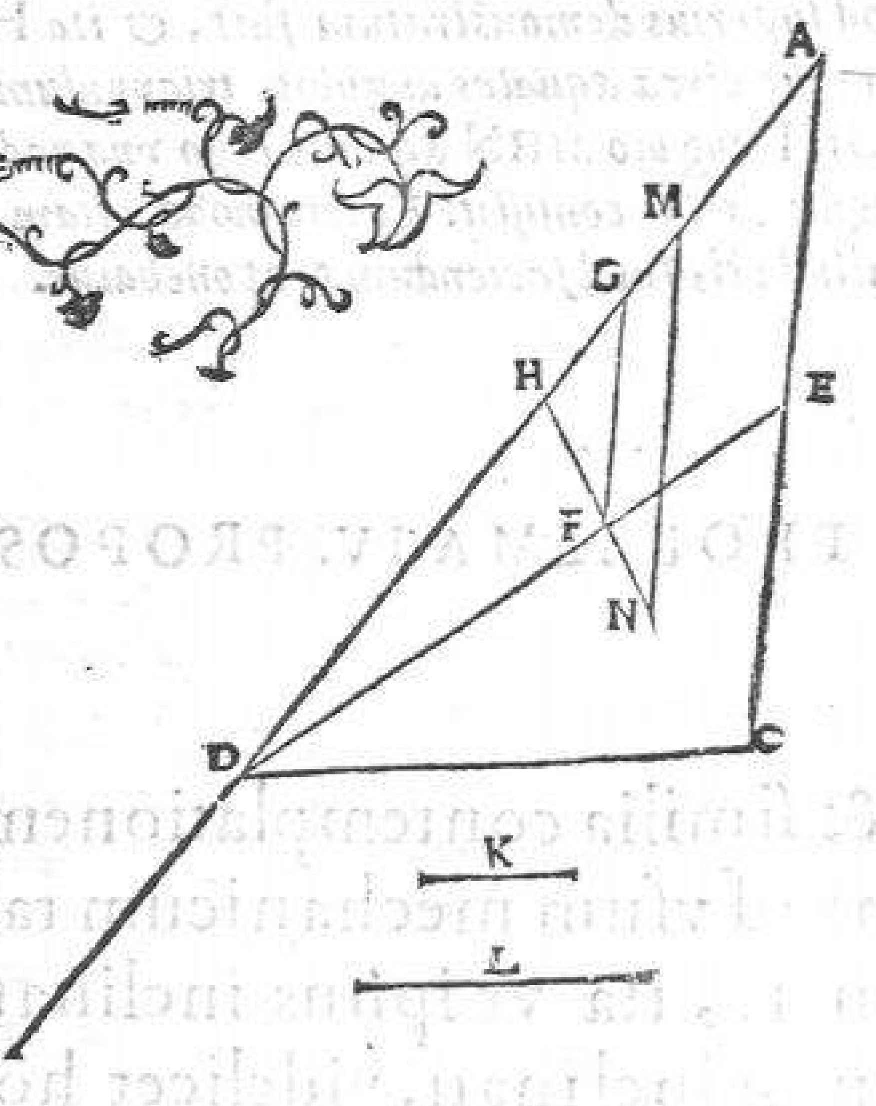
Proportio igitur HG ad GF eſt data] *Eſt enim BD tripla HG. & ſimiliter AC ipſius FG tripla : quod iam demonſtrauimus, ut igitur BD ad AC, ita eſt HG ad GF. Sed proportio BD ad AC eſt data. ergo etiam data erit proportio HG ad GF.* H

Idcircoque angulus GHF eſt datus] *Nam cum angulus HGF ſit datus, & data, proportio HG ad GF, etiam triangulum FGH dabitur ſpetie. & propterea angulus GHF erit datus.* K 4.dator.

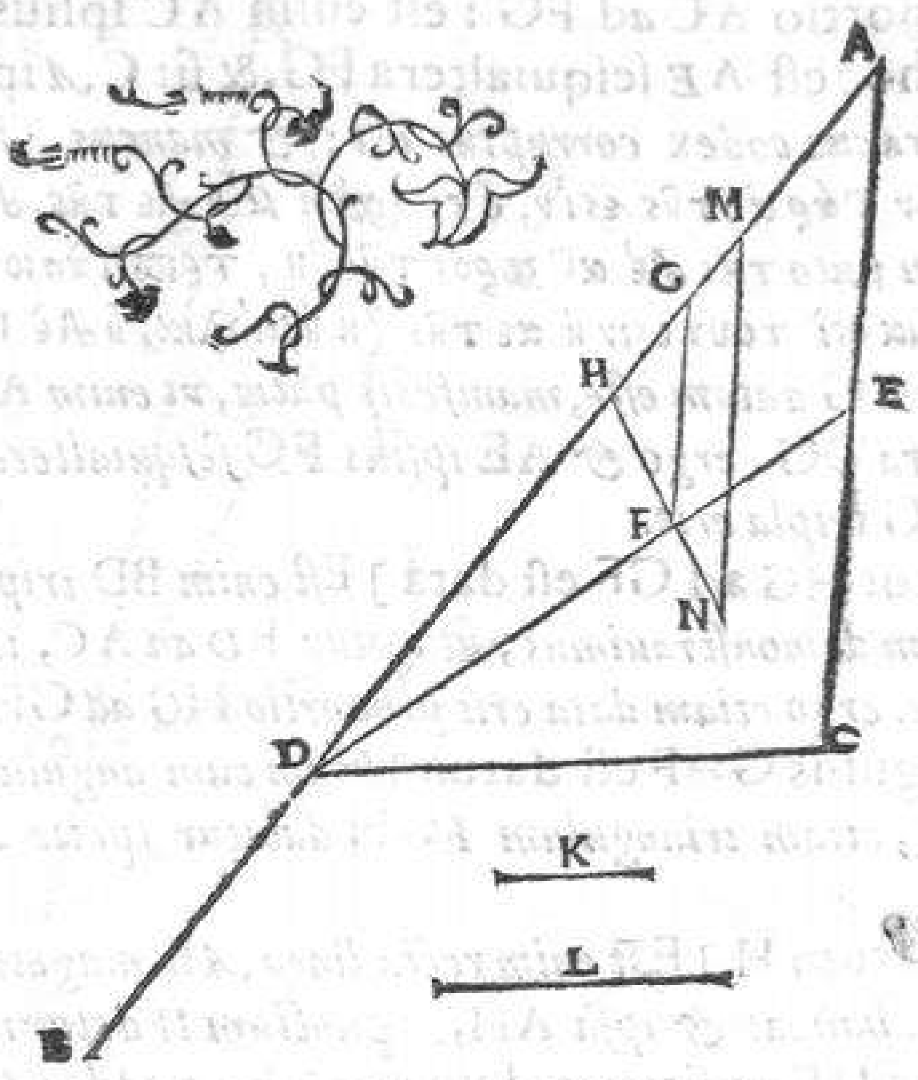
Et datum punctum H] *Eſt enim recta linea AB magnitudine data: quæ cum ad AH proportionem datam habeat, & ipſa AH, & punctum H detur neceſſe eſt.* L 2.datorũ

Ergo recta linea HF poſitione data erit] *Ex 29 libri datorum. Itaque his demonſtratis problema conſtruere licebit huius modi.* M

Poſitione datis rectis lineis AB AC, datoque puncto, & data proportione K ad L, quippe quam debet habere BD ad AC, ducere rectam lineam, in qua centra grauitatis triangulorum AGD conſiſtant.



Sit rectæ lineæ AB tertia pars AH, & inter A & H ſumpto quouis puncto M, ducatur MN ipſi AC parallela. & quam proportionem habet K ad L, habeat HM ad MN, iunctaque HN producatur. Dico in recta linea HN conſiſtere contra grauitatis triangulorum omnium ACD in quibus CD datam proportionem BD ad AC ſecet. ſumatur enim in recta linea AB punctum quodlibet D, & vt K ad L, ita fiat BD ad AC, & CD iungatur. Deinde ſecta AC bifariam in E, ducatur DE : & in ea ſumatur punctum F, ita vt EF ſit tertia pars ipſius ED. erit F centrum grauitatis trianguli ACD. ducatur etiam per F recta linea FG, quę ipſi

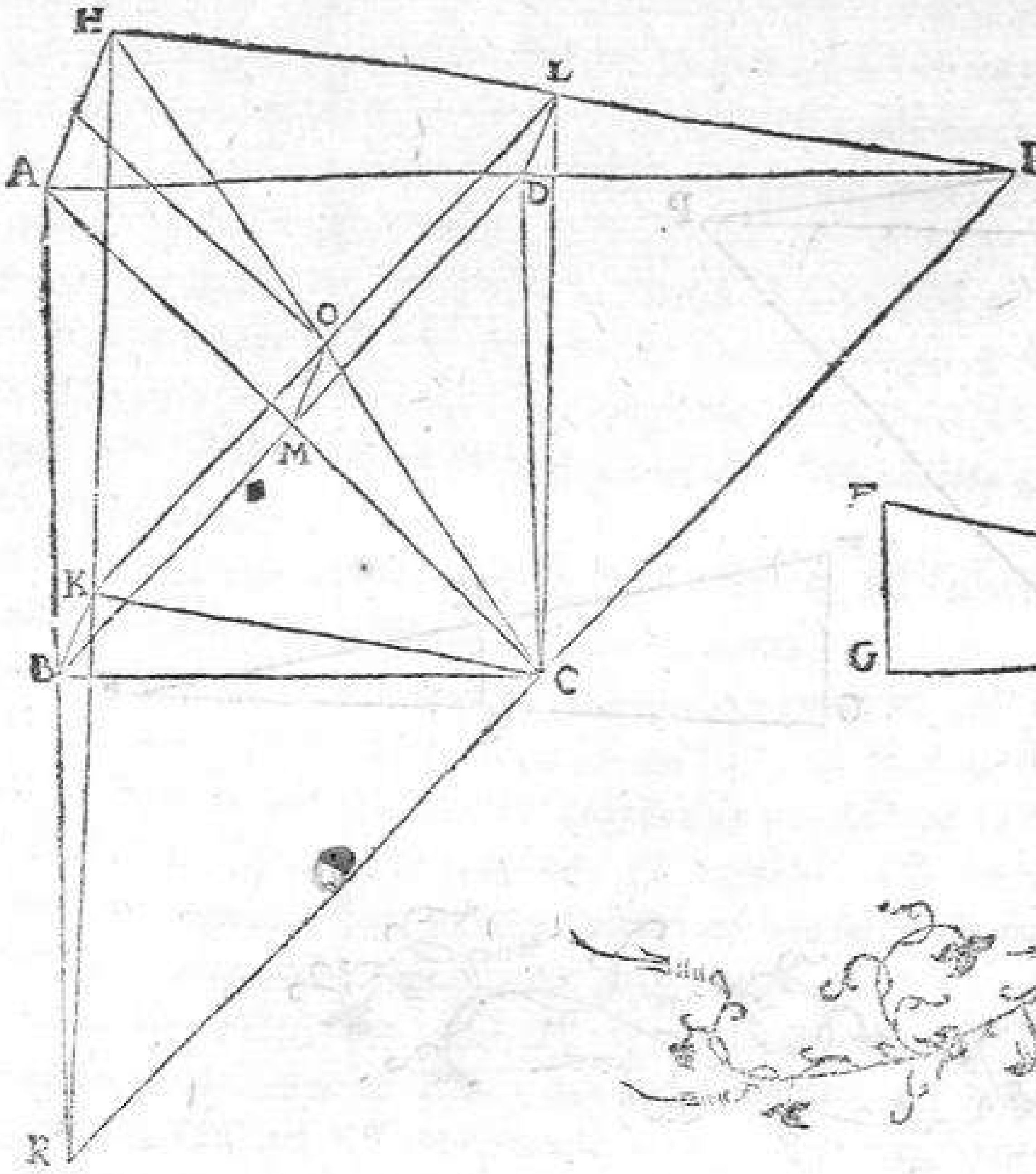


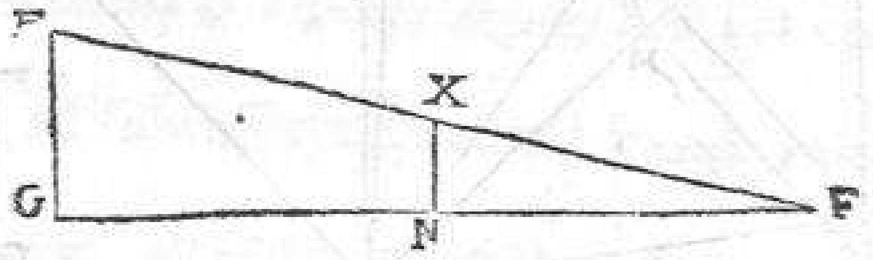
AC ſit parallela, & HF iungatur. angulus igitur HGF eſt æqualis angulo HMN, nã rectæ li-
29 30 prim. *neæ GF MN parallelæ ipſi AC etiam inter ſe parallelæ ſunt. vt autem BD ad AC, hoc eſt vt K ad L, ita HG ad GF, quod ſuperius demonſtratum fuit, & ita HM ad MN. ergo vt HM ad MN, ita HG ad GF: ſuntque circa æquales angulos. triangulum igitur HGF ſimile eſt trian-*
6. ſexti. *gulo HMN, & angulus GHF angulo MHN æqualis. ergo vna eademque linea eſt HFN, in qua centrum grauitatis trianguli ACD conſiſtit. Eodem modo etiam in alijs triangulis contingere demonſtrabimus. atque illud eſt, quod faciendum proponebatur.*

PROBLEMA IV. PROPOS. VIII.

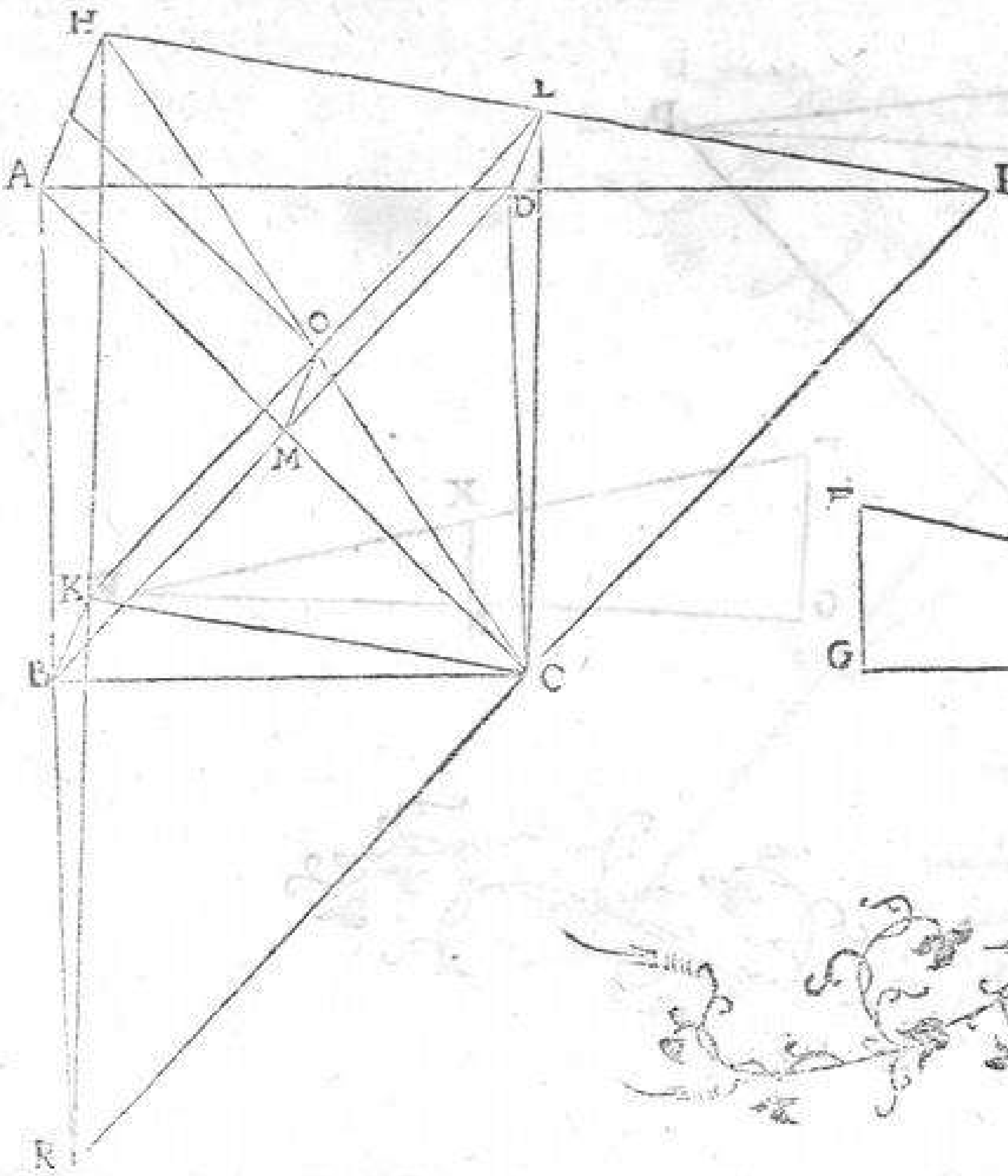
Hæc igitur, & ſimilia contemplationem habent. quæ vero transferri poſſunt ad vſum mechanicum talia ſunt.

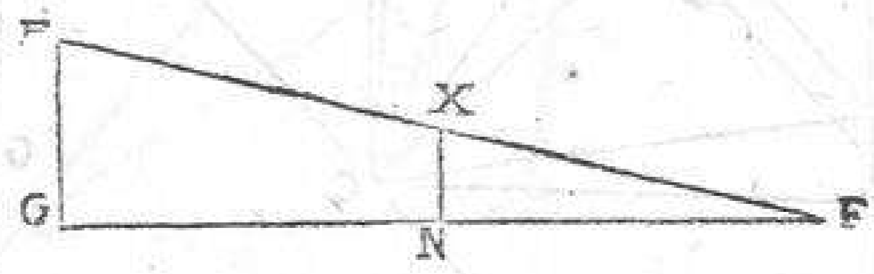
Planum inclinare, ita vt ipſius inclinatio vergat in vnum punctum plani non inclinati, videlicet horizonti æquidiſtantis, in parallelogrammo, & inclinatio ſit in angulo dato.





Sit datum parallelogrammum prius æquilaterum ABCD, & darus angulus, in A
quo volumus planum inclinare EFG a punctis autem ABD ad rectos angulos ſu-
biecto plano ducantur *AH* BK DL: ſitque C punctum, in quod volumus inclinatio-
nem vergere; & lineæ quidem AC iunctæ ponatur æqualis FG, ipſi vero *FG* ad rectos
angulos ducatur GE, & ponatur AH æqualis GE. ſi igitur HC ductam intelligamus
erit HCA angulus inclinationis planorum. Itaque a puncto B ad AC perpendicula- B
ris ducatur BM, & ponatur FN ipſi CM ęqualis, ipſi vero FG ad rectos angulos NX. C
cui quidem ponatur æqualis vtraque ipſarum BK DL: & iunctæ HL HK producan-
tur, vt cum rectis lineis AD AB productis conueniant ad puncta PR. conuenient e-
nim, cum angulos, faciant duobus rectis minores. planum igitur HK*L* inclinatum
eſt ad planum *AB*CD in angulo HCA, hoc eſt EFG. nam ſi intelligamus rectam li- D
neam *MO* ipſi AH parallelam, & ductam OK, erit MO æqualis NX; propterea quod E
triangulum FNX ſimile eſt triangulo CMO; recta vero linea K*O* ipſi BM æqualis, &
parallela, parallelogrammumque KBM*O* ad ſubiectum planum rectum. & quoniam 3. vndec.
puncta *P*CR ſunt in duobus ſimul planis. videlicet in ſubiecto plano ABCD, in quo 16. vndecimi.
ſunt PR, & in plano KHLC, erunt PCR in vna recta linea, quæ eſt communis ſectio 4. ſexti.
dictorum planorum. Eadem ratione & puncta KOL ſunt in communi ſectione pla-
ni KHLC, & plani, quod tranſit per KOL ipſi AB CD plano parallelum, ita vt recta li-
nea KOL parallela ſit ipſi PR. Quoniam igitur vt A*P* ad *P*D, ita eſt HA ad LD; vt au- F
tem AR ad R*B*, ita AH ad BK, atque eſt D*L* æqualis BK: erit & *AP* ipſi *A*R æqualis, & G H
angulus *A*PR angulo ARP æqualis. ſed PAC angulus æqualis eſt angulo RAC, er- 6 diffi. vndecimi.
go & reliquus ACP reliquo ACR æqualis, & ob id uterque ipſorum rectus, & linea
PR bifariam, atque ad angulos rectos a linea *A*C ſecatur. eſt autem MO ad ipſam, &
ad planum *ABCD* perpendicularis. quare & OC ad RP perpendicularis erit propter
lemma ſphæricorum; & vterq; angulorum *A*CP OC*P* rectus. planum igitur KHLC
inclinatum eſt ad planum ABCD in angulo EFG dato. ſed ſit A*B* maior, quam *A*D,





& alia eadē ponãtur: Dico angulũ ACP acutũ eſſe. Quoniã.n. vt AP ad PD, ita eſt AG ad DL; vt autẽ AR ad RB, ita AH ad BK, & æqualis eſt DL ipſi KB; erit vt AP ad PD, ita AR ad RB, quare diuidendo vt AD ad DP, ita AB ad BR, & permutando vt AD ad AB, ita DP ad BR. ſed AD minor eſt, quam AB. ergo & DP quam BR eſt minor. tota igitur AP minor eſt, quam AR; & ideo angulus APR angulo ARP maior. angulus autem CAP maior eſt angulo CAR. quare trianguli CAP reliquus angulus ACP minor eſt reliquo ACR trianguli CAR. acutus igitur eſt ACP angulus; & propterea dictorum planorum inclinatio fit ad punctum, quod eſt inter C & P; ducta ſcilicet a puncto A ad CP perpendiculari. Itaque conſtat fieri poſſe, vt planum in dato angulo ad aliud planum inclinetur. quare & inclinato plano, eius inclinationem inuenire licebit, hoc eſt in quo angulo inclinatum ſit ad planum horizonti parallelũ.

19 prim.

K

COMMENTARIVS.

A A' punctis autem ABD ad rectos angulos ſubiecto plano ducantur AH, BK DL] *Per ſubiectum planum intellige planum horizonti parallelum; in quo eſt parallelogrammum ABCD.*

B Conuenient enim, cum angulos faciant duobus rectis minores] *planum namque* HKCL *inclinatum ponitur ad ſubiectum planum, & propterea anguli* AHL AHK *acuti ſunt.*

Nam

Nam ſi intelligamus rectam lineam MO ipſi AH parallelam, & ductam OR, erit C
MO æqualis NX] *Rectæ enim lineæ AH BK cum ſint perpendiculares ad ſubiectum planum,*
interſeſe parallelæ ſunt: & ad omnes rectas lineas, quæ in eo plano exiſtentes ipſas contingunt, 6.vndecimi.
rectos efficiunt angulos. ergo angulus HAE rectus eſt, itemque rectus OMC; quoniam
MO ipſi AH parallela ponitur ſed & rectus eſt EGF angulus: lineaque FG æqualis CA, &
GE ipſi AH. triangulum igitur EGF ſimile eſt triãgulo HAC: & angulus EFG angulo HCA 3 diffi. vnde.
æqualis. triangulorum vero NXF MOC angulus XNF eſt æqualis angulo OMC, quod vterque
rectus. & XFN angulus æqualis ipſi OCM. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum
triangulo ſimile erit. quare vt CM ad MO, ita FN ad NX: & permutando vt CM ad FN,
ita MO ad NX. ſed CM FN poſitæ ſunt æquales. ergo & MO NR æquales ſint, neceſſe eſt. 6.ſexti.

Recta vero linea KO ipſi BM æqualis, & parallela] *Nam cum parallelæ ſint AH BK,* D
itemque AH MO BK inter ſe ſunt parallelæ. ſunt autem & æquales. ergo & KO BM æquales, 9.vndecimi.
& parallelæ erunt.

Parallelogrammumque KB MO rectum ad ſubiectum planum] *Tranſit enim per* 33.primi
BK, quæ ad dictum planum eſt perpendicularis. E

Erit & AP ipſi AR æqualis] *Quoniam enim vt AP ad PD, ita eſt HA ad LD, & vt AR* F
ad RB, ita AH ad BK. vt autem HA ad LD, ita HA ad BK, ſunt enim LD BK æquales: erit
vt AP ad PD, ita AR ad RB: & diuidendo vt AD ad DP, ita AB ad BR: permutandoque vt
DA ad AB, ita DP ad BR. ſed DA eſt æqualis AB. ergo & DP ipſi BR, ac propterea tota
AP toti AR æqualis erit. vereor tamen ne hoc loco aliqua deſiderentur.

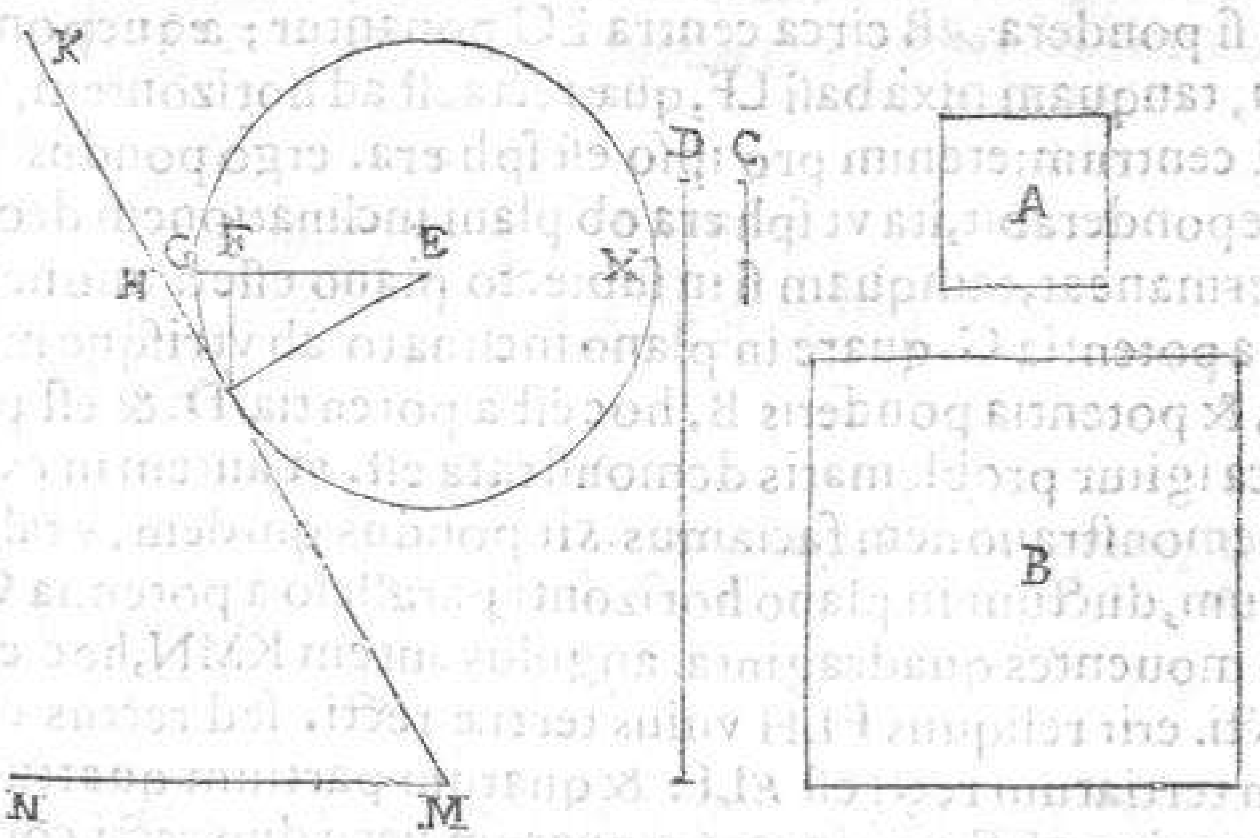
Sed PAC angulus æqualis eſt angulo RAC] *Triangulum enim ACD æquale eſt, & ſimile* G
triangulo ACB, cum AD DC ipſis AB BC æquales ſint, & AC vtrique communis. angulus
igitur DAC, hoc eſt PAC angulo BAC, hoc eſt RAC eſt æqualis.

Quare & OC ad RP perpendicularis erit propter lemma ſphæricorum] *Per lemma* H
ſphæricorum, vt opinor, intelligit illud, quod in ſexto libro ſcriptum reliquit, propoſitione 42.

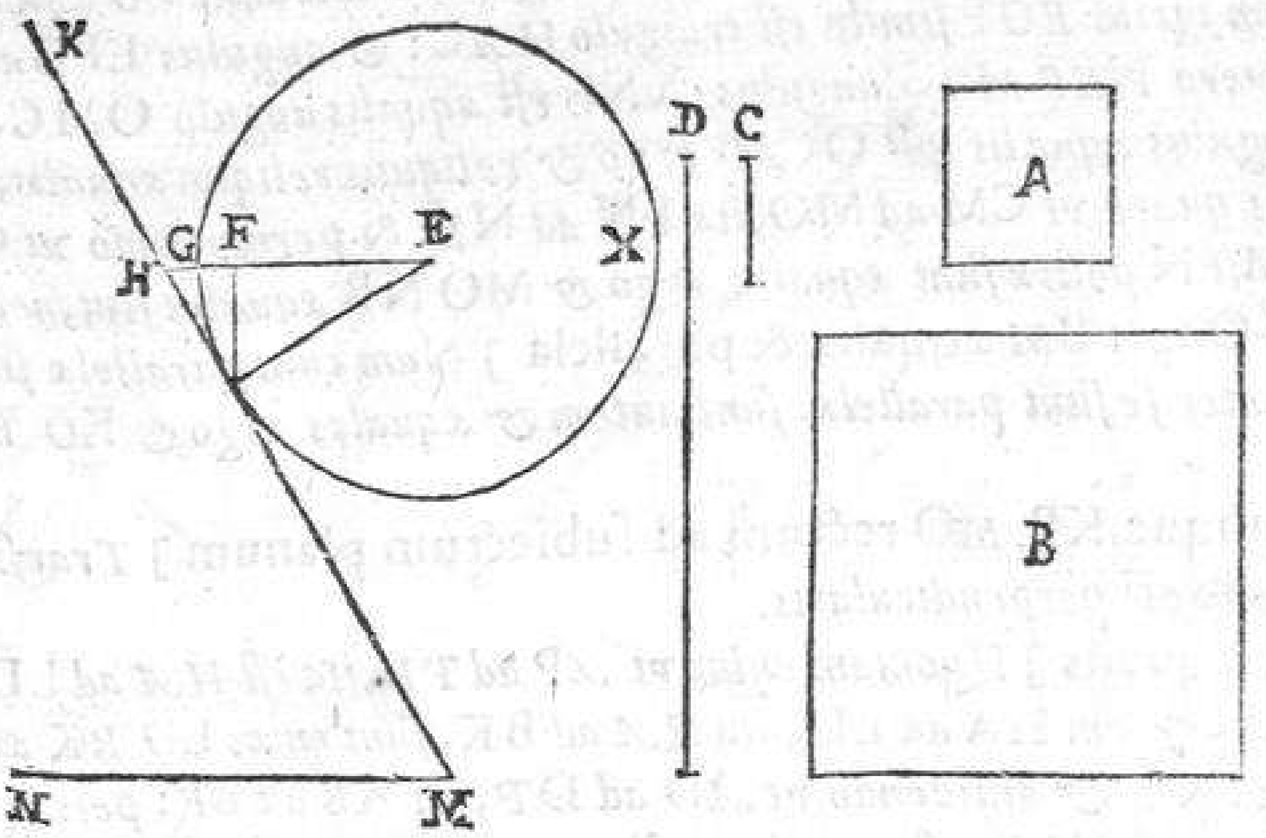
Angulus autem CAP maior eſt angulo CAR] *Quoniam enim AB maior eſt, quam* K
AD, erit CAD, hoc eſt CAP angulus maior angulo CAB; hoc eſt angulo CAR.

THEOREMA V. PROPOS. IX.

Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod ad ſubiectum planum datum angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua pondus in plano inclinato ducatur.



Sit ſubiectum planum per rectam lineam quidem MN tranſiens, per MK vero planum



planum ad ipſum inclinatum in dato angulo KMN, & aliquod pondus *A* moueatur a potentia C in ſubiecto plano: intelligaturque per *A* ſphæra æque grauis circa E cẽtrum, quæ ponatur in plano per MK, ipſum contingens in L. ergo ducta EL perpendicularis eſt ad planum, vt demonſtratum fuit in quarto theoremate ſphæricorum. & ideo perpendicularis ad ipſam KM. Ducatur per KM EL planum, quod ſectionem faciat in ſphæra circulum LGX: perque centrum E ipſi *M*N parallela ducatur EH: & a puncto L ad EH ducatur perpendicularis LF. *Q*uoniam igitur datus eſt angulus EHL, eſt enim angulo acuto dato KMN æqualis; erit & ELF angulus datus, æqualis ſcilicet angulo EHL, quod triangulum ELF triangulo EHL æquiangulum ſit. ergo triangulum ELF ſpecie datur. & data proportio EL, hoc eſt EG ad EF. quare & reliquæ FG ad E*F* proportio data erit. fiat vt GF ad FE, ita pondus A ad pondus *B*, & potentia C ad potentiam D. eſt autem ponderis A potentia C. ergo ponderis B in eodem plano potentia erit D. & quoniam vt recta linea GF ad FE, ita eſt pondus A ad pondus B, ſi pondera *A*B circa centra EG ponantur; æqueponderabunt ex puncto F ſuſpenſa, tanquam nixa baſi LF, quæ recta eſt ad horizontem. ponitur autem põdus A circa E centrum; etenim pro ipſo eſt ſphæra. ergo pondus B circa centrum *G* poſitum æqueponderabit, ita vt ſphæra ob plani inclinationem deorſum non feratur, ſed ſtabilis permaneat, tamquam ſi in ſubiecto plano eſſet. monebatur autem in ſubiecto plano a potentia C. quare in plano inclinato ab vtriſque mouebitur, videlicet a potentia C, & potentia ponderis B, hoc eſt a potentia D. & eſt potentia *D* data.

Geometrica igitur problematis demonſtrata eſt. vt autem in exemplo & conſtructionem, & demonſtrationem faciamus. *S*it pondus quidem *A* talentorum verbi gratia ducentorum, ductum in plano horizonti parallelo a potentia C mouente, hoc eſt ſint homines mouentes quadraginta. angulus autem KMN, hoc eſt *E*HL ſit duarum tertiarum recti. erit reliquus FLH vnius tertiæ recti. ſed rectus eſt *E*LH angulus, ergo & duarum tertiarum recti eſt *E*LF: & quarum partium quattuor recti continent 360. earum angulus *E*LF contineat 60. quarum vero duo recti contineat 360, earum

angulus

angulus ELF 120. quare deſcripto circa triangulum orthogonium EFL circulo, erit circumferentia, quam ſubtendit recta linea EF, 120, earum partium, quarum totus circulus eſt 360. & ipſa EF recta linea eſt 104 fere earum partium, quarum EL circuli diameter eſt 120. hæc enim perſpicua ſunt ex tabula rectarum linearum, quæ D
in circulo deſcribuntur apud Ptolemæum in primo libro mathematicorum. proportio igitur rectæ lineæ EL, hoc eſt EG ad EF eſt ea, quam habent 120, ad 104, & ideo reliquæ GF ad FE proportio eſt, quam habent 16. ad 104. eadem autem eſt ponde- E
ris D ad pondus B, & potentiæ C ad potentiam D. ſed pondus A eſt ducentorum talentorum, & potentia C mouens quadraginta hominum. ergo pondus quidem B erit mille & trecentorum talentorum, potentia vero D ducentorum, & ſexaginta hominum. vt enim 16, ad 104, ita 200, ad 1300, & 40, ad 260. Itaque cum primo pondus ducentorum talentorum in plano horizonti parallelo moueatur a quadraginta F
hominibus, mouebitur idem pondus ab omnibus iam dictis, videlicet a trecentis hominibus in plano ad horizontem inclinato ſecundum angulum KMN, qui duarum tertiarum recti eſſe ponitur.

COMMENTARIVS.

Sit pondus quidem A talentorum, verbi gratia ducentorum] *In græcis codicibus mendoſe, vt opinor, legitur.* ταλάντων ἐι τύχοι Γω, *nam pro* Γω *ſcribendum* σ. *& ita in ſequentibus.* A

Earum angulus ELF continet 60] *græcus codex corruptus eſt, in quo legitur,* τοιούτων λκ ἡ ὑπὸ ελξ. *legendum vero* τοιούτων ἡ ὑπὸ ελζ ξ.

Quarum vero duo recti continent 360, earum angulus ELF 120] *Hæc nos reſtituimus. nam in græco codice legebatur* ὅιων αἱ δ ὀρθαὶ τξ, τοιούτων ρκ. *ſcribendum autem vt arbitror,* ὅιων δὲ αἱ β ὀρθαὶ τξ τοιούτων ἡ ὑπὸ ελζ ρκ. C

Et ipſa EF recta linea eſt 104, ferrè earum partium, quarum &c.] *In græco codice pro* ρδ *perperam legitur* ρκ, *dixit autem ferre quoniam in tabulis Ptolemæi conſtat rectam lineam* εζ *eſſe partium 103, minutorum 55, & ſecundorum 23.* D

Apud Ptolemæum in libro primo mathematicorum] *In græco codice legitur* ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν μαθηματικῶν. *ſed legendum puto* ἐν τῷ πρώτῳ τῶν μαθηματικῶν, *vt intelligatur Ptolemæi liber, qui græce inſcribitur* μεγάλη σύνταξις *vulgo Almageſtum vocant.* E

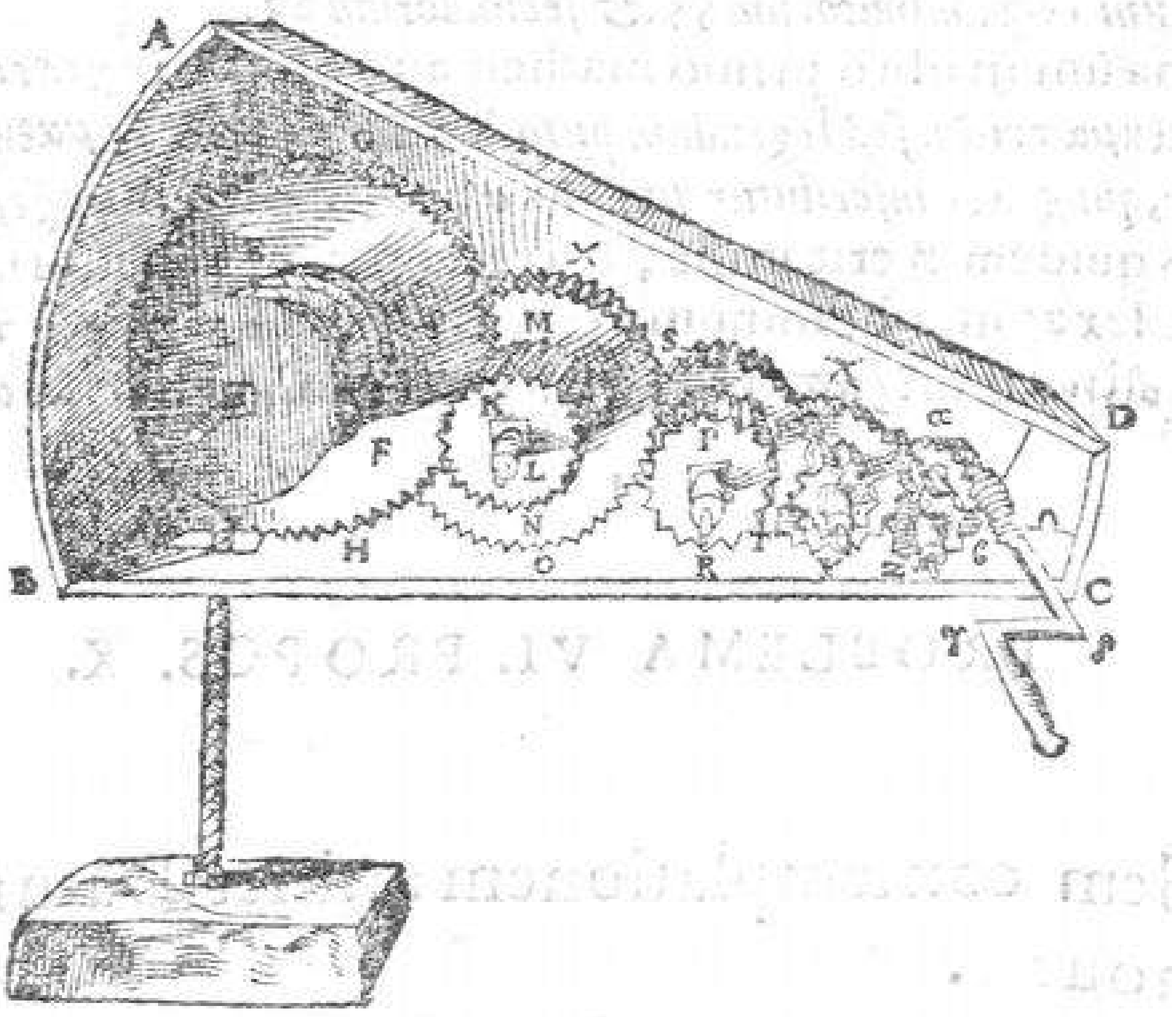
Ergo pondus quidem B erit mille, & trecentorum talentorum, potentia vero D ducentorum, & ſexaginta hominum] *græcus codex* ἔσται ἄρα καὶ τὸ μὲν β βάρος ταλάντων ας τη̅ δὲ δ δύναμις ἀνθρώπων ωξ. *ſed legendum eſt* ταλάντων ατ ἡ δὲ δ δύναμις ἀνθρώπων σξ. F

PROBLEMA VI. PROPOS. X.

Ad eandem contemplationem attinet Datum pondus data potentia mouere.

Hoc enim eſt quadrageſimum inuentum mechanicum Archimedis, in quo fertur dixiſſe. *Da mihi, inquit, vbi conſiſtam, & terram commouebo. Hero* autem Alexandrinus conſtructionem eius in libro, qui inſcribitur βαρουλκὸς manifeſtiſſime explicauit, A

cauit, ſumpto lemmate, quod demonſtrauit in mechanicis. vbi etiam de quinque fa-
cultatibus diſſerit; videlicet De cuneo, vecte, cochlea, polyſpaſto, & axe. In libro qui-
dem περὶ τροχιωδιῶν, idest de Rotulis, pondus datum data potentia ſecundum vnã-
quamque facultatem mouetur. In eo autem, qui inſcribitur βαρουλκον, per appoſi-
B tionem tympanorum dentatorum datum pondus mouetur data potentia, diametro
tympani ad diametrum axis proportionem habente eandem, quam quinque ad u-
num. & pondus motum ponitur eſſe talentorum mille: potentia vero mouens talen
torum quinque. ſed nobis liceat in proportione dupla idem oſtendere. ſitque mo-
tum pondus talentorum centum ſexaginta pro mille, & potentia ipſum mouens ta-
lentorum quattuor pro quinque, hoc eſt homo mouens poſſit per ſe abſque machina
trahere talenta quatuor. & ſit dictum ab ipſo Gloſſocomum ABCD: & in eo ad lon
gos & parallelos parietes ſit axis EF, qui expedite vertatur. huic autem inſertum
C ſit tympanum dentatum radijs quaſi dentibus GH habens diametrum duplam dia-
metri axis EF iuxta tempora. ſit enim quadratus circa medium ad tantam longitu-
dinem, quanta eſt tympani craſſitudo, in quem tute inſeratur. rotundus autem quo-
dammodo, vel diminutus ex vtriſque partibus tympani. Si igitur ad pondus, quod
D attrahitur, alligari funes, qui arna vocantur, per quoddam foramen, vel potius perſe
ctionem latam in pariete CB ingredientes circa axem EF ex vtraque parte tympani
GH conuoluantur; vertaturque GH tympanum: & hoc ſimul vertet inſertum axem,
quæ circa extrema mouetur in digitis æreis, & pyxidibus ſimiliter æreis, & poſitis in
E dictis parietibus ABCD: conuoluti autem funes ex pondere, quod vocatur φορτίον,
pondus ipſum mouebunt. ſed vt moueatur tympanum GH, opertebit adhibere po-
tentiam talentorum octoginta, quod diameter tympani diametri axis ſit dupla. hoc
F enim probiema demonſtratum eſt ab Herone in mechanicis. & alia quam plurima
problemata vtiliſſima, & vitæ noſtræ rationibus conducentia conſcripta ſunt. Quo-
niam igitur non habemus datam potentiam talentorum octoginta, ſed talentorum
G quattuor, fiat alius æxis KL, qui ponatur parallelus ipſi EF, habeatque inſertum tym
panum dentatum MN, ita vt eius dentes dentibus tympani GH congruant. hoc au-
tem fiet ſi ſit, vt diameter tympani GH ad tympani MN diametrum, ita multitudo



dentium GH ad multitudinem dentium MN. quod quidem qua ratione fiat, ex ſequẽ
tibus manifeſtum erit. datum eſt igitur etiam tympanum MN. ſed eidem axi KL in-
ſertum

ſertum ſit aliud tympanum XO diametrum habens duplam diametri tympani MN.
quamobrem volenti mouere pondus per tympanum XO, neceſſe erit adhibere po-
tentiam quadraginta talentorum, cum octoginta talenta talentorum quadraginta
dupla ſint. Rurſus tympano XO dentato adiaceat aliud tympanum dentatum PR,
alij axi inſertum: atque eidem axi inſeratur aliud tympanum ST, habens diametrũ
ſimiliter duplam diametri tympani PR, cuius dentes dentibus tympani MN non im-
plicentur. ergo potentia mouens pondus per tympanum ST talentorum viginti põ
dus attrahet. erat autem data potentia quattuor talentorum. neceſſe eſt igitur rur-
ſus aliud tympanum dentatum Yφ tympano ST dentato coaptare: & axi tympani
Yφ inſerere tympanum χψ dentatum, cuius diameter ad diametrum Yφ eam ha-
beat proportionem, quam duo ad vnum. ergo potentia, quæ per tympanum χψ pon
dus mouet, erit talentorum decem. Rurſus tympano χψ accommodabimus aliud
tympanum dentatum IZ & ipſius axi inſeremus tympanum αβ dentatum dentibus
obliquis, cuius diameter ad diametrum IZ proportionem habeat eandem, quam de
cem talenta ad talenta quattuor potentiæ datæ. His igitur cõſtructis, ſi intelligamus
gloſſocomum ABCD in ſublimi collocatum, ita vt dimoueri non poſſit: & ex axe qui
dem EF pondus appendamus: ex tympano autem αβ potentiam attrahentem quat-
tuor talenta, neutram in partem inclinatio fiet, dummodo axes facile uertantur, &
tympanorum appoſitio exquiſite congruat. ſed veluti in quadam libra quattuor ta-
lentorum potentia centum ſexaginta talentis æqueponderabit. ſi igitur vni ipſorum
paruum aliquod pondus addatur, deorſum verget, & præponderabit ex ea parte, ad
quam additio facta fuerit. ſi enim, verbi gratia, potentiæ quattuor talentorum adda-
tur pondus vnius minæ exuperabit ea, & pondus centum ſexaginta talentorum attra
het. ſed pro additione coaptetur tympano αβ cochlea ωχ habens helicen obliquis dẽ
tibus ipſius congruentem. hoc autem quomodo fieri oporteat, ſcriptum eſt ab He-
rone in mechanicis, & nos in ijs, quæ ſequuntur manifeſtius exponemus. Itaque verte H
tur cochlea expedite circa tormos exiſtentes in foraminibus rotundis, quorum alter
excedat in exteriorem partem gloſſocomi iuxta parietem CD, & exceſſus quadratus
accipiat anſam ΓΔ. per quam apprehendentes, & vertentes cochleam, vertemus etiã
tympanum αβ. & vna tympanum IZ ipſi coniunctum. ergo & appoſitum ei tympa-
num χψ vertetur. & huic coniunctum Yφ, & appoſitum ipſi ST. & rurſus coniunctum
PR, & appoſitum XO: itemque coniunctum MN, & appoſitum GH. quare & ipſi cõ
iunctus axis EF. circa quem conuoluentes ex pondere funes, pondus ipſum mouebi-
mus. nam ipſum quidem moueri perſpicue conſtat, cum addita ſit altera potentia an K
ſæ, deſcribens circulum, cuius perimeter maior eſt perimetro cochleę. demonſtratũ L
etenim eſt in libro Archimedis περὶ ζυγῶν id eſt de libra, & in mechanicis Philonis,
& Heronis circulos maiores exuperare minores, quando circa idem centrum conuer
ſio eorum fiat. Hæc igitur ſunt quæ contẽplationẽ mechanicam maxime continent.

COMMENTARIVS.

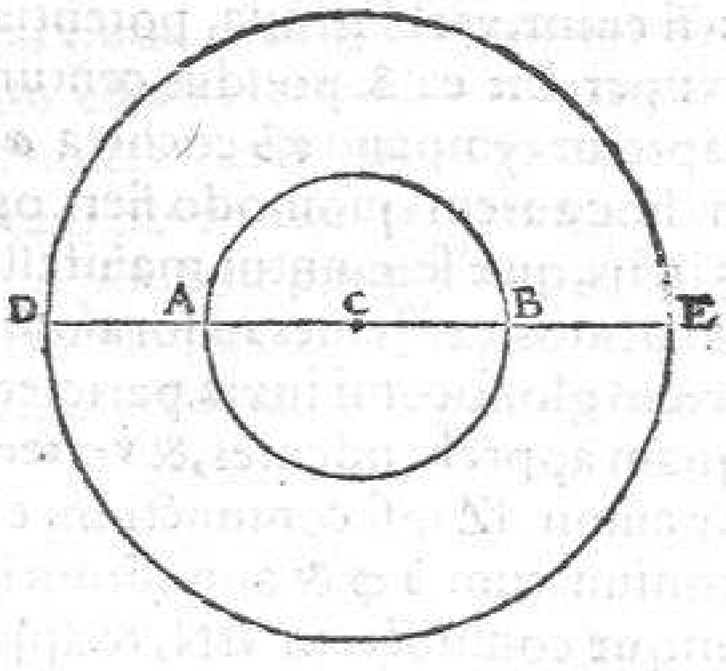
A In libro, qui inſcribitur βαρὲυλκον] *In græco codice legitur* ἐν τῷ καλουμένῳ βαρὸυ λκῳ. *ſed vt arbitror legendum* ἐν τῷ καλουμένῳ βαρὲυλκῳ, *vt vnicum ſit verbum & ita in ijs, quæ ſequuntur.*

B Et pondus motum ponitur eſſe talentorum mille, potentia vero mouens talentorum quinque] *græcus codex* τοῦ κινουμένου βάρους ὑποκειπένων ταλάντων χείαι ταλάντων ε. *ſed puto legendum* τοῦ κινουμένου βάρους ὑποκειμένου ταλὰ των χιλίων, τῆς δὲ κινούσης δυνάμεως ὑποκειμένης ταλάντων ε.

C Rotundus autem, quodammodo vel diminutus ex vtriſque partibus tympani] *In græco codice ſic legitur.* ϛρογγύλως δίπως ἢ λελωφωμένος ἐκ τῶν ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ τυμπάνου μερῶν. *ego ita legendum exiſtimo* ϛρογγύλος δίπως, ἢ λελοβωμένος *axis enim debet eſſe* *quadratus circa eius medium, vt pote in quod tympanum tuto inſeri poſſit. ſed ex vtraque parte quodammodo rotundus, vel diminutus, hoc eſt vt non ſit quadratus, ſed exciſis angulis ad rotunditatem quandam accedens.*

D Et hoc ſimul vertet inſertum axem, qui circa extrema mouetur in degitis æreis, & pyxidibus ſimiliter æreis, & poſitis in dictis parietibus ABCD] *In græco codice legitur* καὶ ϛραφῇ τὸ κθ τύμϖανον, καὶ ἐϖιτρέψει καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα κινούμενον ϖερὶ τὰ ἄκρα ἐν δακτίλοις χαλκοῖς καὶ ϖύξισιν ὁμοίως χαλκαῖς κινουμέναις, κειμέναις δ' ἐν τοῖς εἰρημένοις αβ γδ τοίχοις. *ſed legendum puto* καὶ ἐϖιϛρέψει καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα. *verbum autem illud* κινουμέναις *ſuperfluere videtur, nam pyxides, quæ in parietibus compinguntur, imobiles eſſe oportet.*

Sed vt moueatur tympanum GH, oportebit adhibere potentiam talentorum octo
E ginta, quod diameter tympani diametri axis ſit dupla. hoc enim problema demonſtratum eſt ab Herone in mechanicis] *in græco codice, mendoſe legitur* δεήσει δύναμιν ϖαραυχεῖν ταλάντων ϖλεῖον η. *ſed legendum* ταλάντων ϖ. *quod ex ſequentibus manifeſte apparet. Heronis autem libri, in quibus problema illud demonſtratur ad manus noſtras non peruenerunt. ſed fortaſſe idem demonſtrari poterit in hunc modum.*



Sit diameter axis AB, cuius centrum C, & diameter tympani circa idem centrum DE, ſitque DE ipſius AB dupla. & iungatur recta linea DACBE. vt ergo axis AB mouentur, indigebimus potentia centum ſexaginta talentorum, nam ſi ad A pondus ſexaginta talentorum, & ad B totidem talentorum potentia intelligatur, æqueponderabunt ea interſeſe ex puncto C ſuſpēſa; cum diſtantiæ AC CB æquales ſint. Rurſus ſi ex eodem centro intelligatur ad E pondus octoginta talentorum, æqueponderabit ponderi talentorum centum ſexaginta ad A poſito. vt enim diſtantia EC ad CA, ita eſt pondus ad A ad pondus ad E. ſed EC ſemediameter tympani DE eſt dupla ipſius CA ſemidiametri axis AB, & pondus ad A eſt talentorum centum ſexaginta ergo pondus octoginta talentorum, & eorumdem talentorum potentia ad E ipſi æqueponderabit.

Ex quibus perſpicuum eſt, octoginta talentorum potentiam adhibitam tympano DE ſuſtinere pondus centum ſexaginta talentorum, quod quidem ex axe AB dependens ponitur. ſimiliter idem oſtendetur data quacumque diametrorum proportione. Si enim diameter DE ſit quadrupla diametri AB, potentia quadraginta talentorum adhibita tympano DE, poterit datum pondus talentorum centum ſexaginta ſuſtinere. Eadem quoque ratio erit, ſi ſint duo tympana AB DE, quæ vni & eidem axi inſerantur.

F Quoniam igitur non habemus datam potentiam talentorum octoginta. ſed talentorū quattuor] *græcus codex* ἐϖεὶ οὖν οὐκ ἔχομεν τὴν δοθεῖσαν δύναμιν τα ϖάντκ ϖ, ἀλλὰ ταλάντων δ. *ſed legendū puto.* τὴν δοθεῖσαν δύναμιν ταλάντων ϖ ἀλλὰ ταλάτων δ.

Hoc

Hoc autem fiet, ſi ſit vt diameter tympani GH ad tympani MN diametrum, ita multitudo dentium GH ad multitudinem dentium MN] *græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituendum cenſemus.* τοῦτο δὲ γίνεται ἐὰν ᾖ ὡς ἡ διάμετρος τοῦ τυμπάνου ηθ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ μν, οὕτω τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ ηθ πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ μν. G

Itaque vertatur cochlea expedite circa tormos exiſtentes in foraminibus rotundis] *græcus codex* στρεφέσθω δὲ ὁ κοχλίας εὐλουτας περὶ τόρμους ἐμόντας ἐν τρήμασι στρογγύλοις. *ſed fortaſſe legendum erit.* περὶ τόρμους ἐνόντας *per* τόρμους *autem, vt opinor, intelligit, quos Hero Alexãdrinus* κνώδακας *vocat. eo verbo vtitur etiam Vitruuius in libro decimo, capite 6. quamquam non cnodaces, ſed codaces in impreſſis codicibus legatur.* H

Nam ipſum quidem moueri perſpicue conſtat] *græcus codex* τί γὰρ κινήσεται δῆλον. *ſed puto legendum* ὅτι γὰρ κινήσεται δῆλον. K

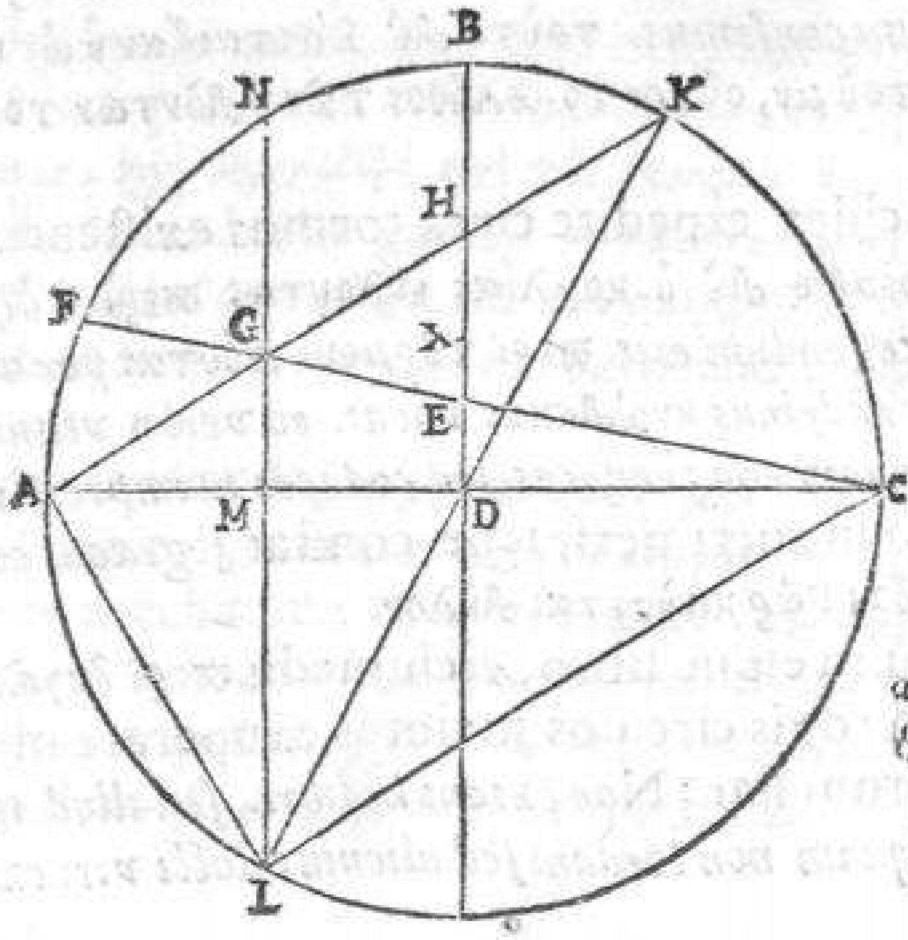
Demonſtratum etenim eſt in libro *Archimedis* περὶ ζυγῶν id eſt de libra, & mechanicis Philonis, & Heronis circulos maiores exuperare minores, quando circa idẽ centrum conuerſio eorum fiat] N*on extant hi libri. ſed illud apparet ex mechanicis Ariſtotelis, & Iordani, quamquam non Iordani ſed alicuius docti viri ex Antiquis eſſe videntur.* L

PROBLEM. VII. PROPOS. XI.

Organicæ autem multæ ſunt ſpecies, & partes. alia enim a mechanica, & gnomonica, & ea tractatione, quæ circa aquas verſatur, ratione conſiderata, per inſtrumenta ab ipſa confecta demonſtrantur. multa vero & ſeorſum a mechanicis extrinſecus ab ea perficiuntur. & non nulla, quæ geometricis rationibus non facilè tractantur, aſſumens, inſtrumentis ad faciliorem conſtructionem perduxit. ſtatim igitur problema, quod deliacum appellatur, cum natura ſolidum ſit, fieri non poteſt, vt geometricis rationibus innixi conſtruamus; quoniam neque coni ſectionis facile eſt in plano deſcribere. Inſtrumentis autem mutatum in manuum operationem, & conſtructionem magis idoneam ea, quæ ab alijs expoſita eſt, ſic reducetur propoſitum. Dico autem cubum cubi duplum inuenire. Non ſolum autem duplus. inuenitur per ſubiectum inſtrumentum, ſed etiam generaliter proportionem habens quamcumque datam.

Proble. Deliacũ

Non facile eſt coni ſectiones in plano deſcribere.



Deſcribatur enim ſemicirculus ABC, & a centro D ad rectos angulos ducatur
DB: & moueatur regula quædā circa A punctum, ita vt vnus quidē eius terminus
clauulo quopiam aptetur puncto A; reliqua vero pars circa clauulum, veluti circa cē
trum inter g C moueatur. His ita conſtructis propoſitum ſit duos cubos inuenire,
qui inter ſe datam proportionem habeant. fiat proportio BD ad DE eadem, quæ
proportio data: & iuncta CE producatur ad F. moueatur autem regula inter BC, do
nec pars eius interiecta inter rectas lineas FE EB æqualis ſit ei, quæ inter BE, & circumferentiam
BKC interijcitur. hoc enim tentantes ſemper, & regulam transferen
tes facile aſſequemur. factum igitur iam ſit, & regula poſitionē habeat AGHK, ita vt
GH HK inter ſe ſint æquales. Dico cubum factum ex linea BD ad cubum ex DH datū
habere proportionem, quæ ſcilicet eſt BD ad DE. Intelligatur enim circulus comple
2.ſexti. tus, iunctaque KD producatur ad L, & LG iungatur. ergo LG parallela eſt ipſi BD,
propterea quod & KH eſt æqualis HG, & KD ipſi DL. iungantur etiam AL LC. Et
quoniam angulus GAL in ſemicirculo rectus eſt, & perpēdicularis AM, erit vt qua
dratum ex LM ad quadratum ex MA, hoc eſt, vt CM ad MA, ita quadratum ex AM
cor 8. ad quadratum ex MG, etenim vt LM ad MA, ita AM ad MG. ergo & vt quadratum
1.ſexti. ex LM ad quadratom ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG, & CM ad
A MA cōmunis apponatur proportio AM ad MG. ergo proportio cōpoſita ex propor
tione CM ad MA, & proportione AM ad MG videlicet proportio CM ad MG eadē ē,
quæ componitur ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, & ex proportione
B AM ad MG. Sed proportio compoſita ex proportione quadrati ex AM ad
quadratum ex MG, & proportione AM ad MG, eadem eſt, quam habet cubus, qui fit
ex AM ad cubum, qui ex MG. ergo & CM ad MG proportio eadem eſt, quam cubus
ax AM habet ad cubum ex MG. vt autem CM ad MG, ita CD ad DE, hoc eſt BD ad
4.ſexti. DE: & vt AM ad MG, ita AD ad DH. ergo vt BD ad DE, quæ eſt proportio data, ita cu
bus ex BD ad eum, qui fit ex DH cubum.

COMMENTARIVS.

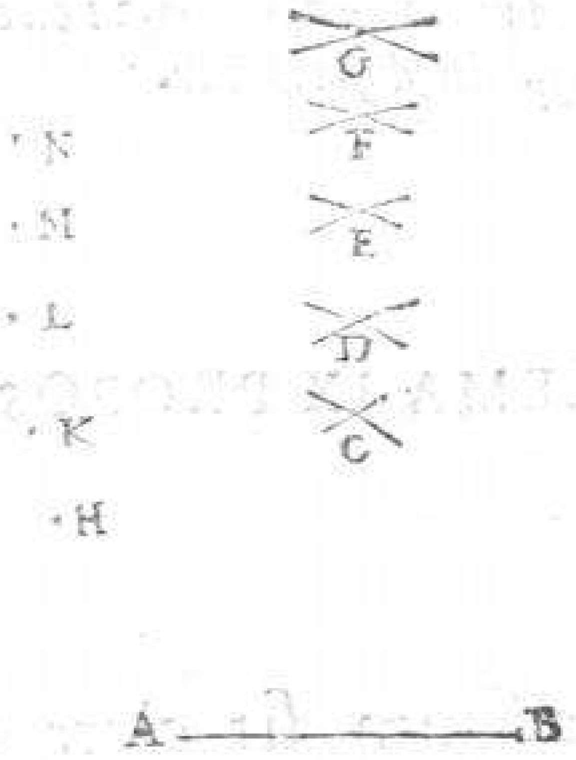
A Ergo & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratū ex AM ad quadratum
cor 8. ſexti. ex MG; & CM ad MA] *Rurſus quoniā angulus ALC in ſemicirculo rectus eſt, &*
perpendicularis LM, *erunt tres rectæ lineæ* CM ML MA *in continua analogia proportionales.*
cor. 20. ſexti. *quare vt* CM *ad* MA, *ita quadratum ex* CM *ad quadratum ex* ML. *hoc eſt quadratū ex* LM *ad*
quadratum ex MA.

Sed

Sed proportio compoſita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, B
& proportione AM ad MG eadem eſt: quam habet cubus, qui fit ex *AM* ad cubum, qui ex MG:] *Priſmata namque omnia, & pyramides inter ſe proportionem habent compoſitam ex proportione baſium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione vigeſima prima demonſtrauimus. eſt enim cubus priſma quoddam, cuius baſis latus ipſius altitudini eſt æquale. Hoc idem problema ponitur etiam in tertio libro.*

PROBLEMA VIII. PROPOS. XII.

Organica vero, quæ dicuntur in mechanicis problemata ſunt, quod fiunt ablata eis facultate geometrica, qualia ſunt, & quæ vno interuallo deſcribuntur: & id, quod ab architectis propoſitum eſt in cylindro ſecundum vtraſque baſes diminuto volunt enim portione ſuperficiei recti cylindri data, cuius nulla pars in circumferentijs baſium integra ſeruatur, inuenire cylindri craſſitudinem, hoc eſt diametrum circuli, a quo cylindrus ipſe ortum habuit. Inuenitur autem methodo inueſtigata, hoc pacto.



Sumantur in data ſuperficie duo puncta *AB*, & ex ipſis AB centris, atque interuallo quopiam ſignetur in dicta ſuperficie punctum C: & rurſus ex eiſdem centris *AB*, interualloque maiori primo ſignetur *D*: & alio interuallo ſignetur E, & alio F. & denique alio G. erunt quinque puncta CD E*F*G in vno plano. propterea quod recta linea coniungens vnumquodque ipſorum ad verticem trianguli æquicruris, & punctum medium ductæ lineæ A B, vt communis baſis triangulorum, ad ipſam AB ſit perpendicularis, & quinque rectæ lineæ in vno ſint plano. videlicet ipſa C*D*EFG puncta. Hæc autem in plano hoc modo transferemus. Ex tribus quidem rectis lineis, quæ puncta C*DE* coniungunt, triangulum *H*KL in plano conſtituatur: ex tribus vero, quæ coniungunt DEF conſtituatur triangulum KLM, & ex tribus coniungentibus EFG conſtituatur *L M*N. erunt triangula *H*KL KLM LMN pro ipſis CDE *DE*F EFG triãgulis. ſi igitur circa puncta HKLMN ellipſim deſcribamus, minor ipſius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit.

A
B
C

COM-
]

COMMENTARIVS.

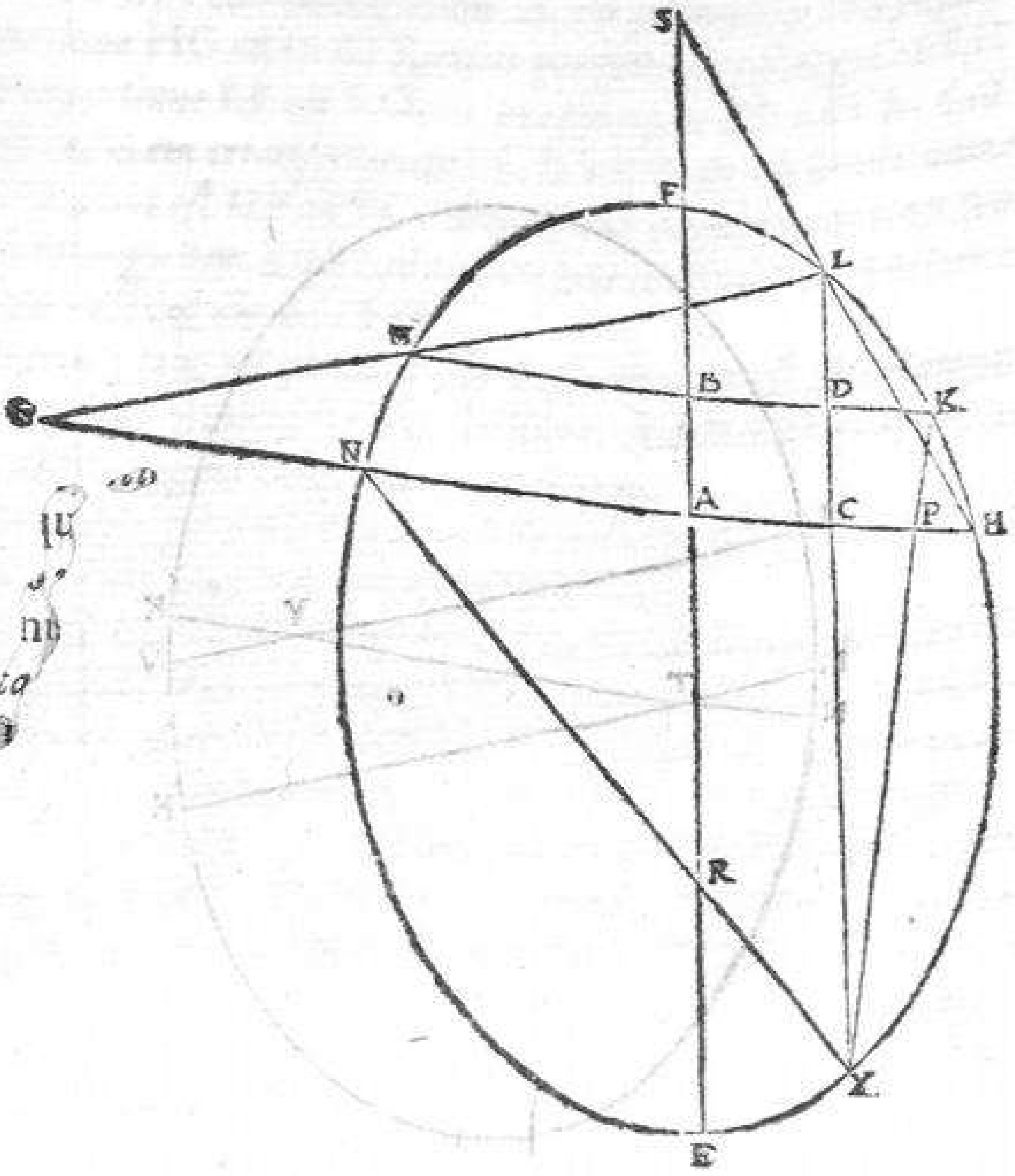
A Erunt quinque puncta CDEFG in vno plano, propterea quod recta linea coniungens vnum quodque ipſorum ad verticem trianguli æquicruris, & punctum medium ductæ lineæ *AB*, vt communis baſis triangulorum ad ipſam AB ſit perpendicularis] *Ductis enim ab ipſis* CDEFG *punctis hoc eſt à triangulorum æquicrurium verticibus ad medium communis baſis* AB, *erunt hę ad ipſam* AB *perpendiculares. & idcirco ex ſecunda propoſitione vndecimi libri elementorum in vno, & eodem plano. puncta igitur* CDEFG *in vno plano conſiſtent. ſunt autem ea quidem in ſuperficiæ curua cylindri, ſed tamen omnia in eadem linea, quæ vel recta erit, vel curua. & ſi quidem recta eſt cylindri latus: Si vero curua, portio eſt circuli, vel ellipſis. nam cum planum per ea tranſiens parallelum eſt plano baſis, ex ſectione ipſa circulus: cum vero non eſt parallelum, ellipſis efficitur. quæ omnia in primo libro Sereni demonſtrata ſunt.*

B Ex tribus quidem rectis lineis, quæ puncta CDE coniungunt, triangulum in plano conſtituatur.] *Atqui non ſemper poſſunt ex his triangula conſtitui, quando ſcilicet ea puncta in recta linea, hoc eſt in cylindri latere collocantur.*

C Si igitur circa puncta HKLMN ellipſim deſcribamus, minor ipſius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit.] Hoc *demonſtratur a Sereno in 9. propoſitione primi libri. fieri tamen poteſt, quod proxime diximus, vt circa dicta puncta non ellipſis, ſed circumferentia circuli, qui eſt baſi ęqualis, deſcribatur.*

PROBLEMA IX PROPOS. XIII.

A Cum autem quæſitum ſit circa quinque data puncta
HKLMN ellipſim deſcribere. Sit iam deſcripta: & iunctæ
B MK NH primum ſint parallelę, diuidanturque bifariã in pun
ctis AB. & ducta AB ad E F puncta ellipſis producatur. eſt igitur
C EF ipſius diameter per diffinitionem conicorum poſitione da
ta. etenim vnumquodque punctorum AB datum eſt poſitione.

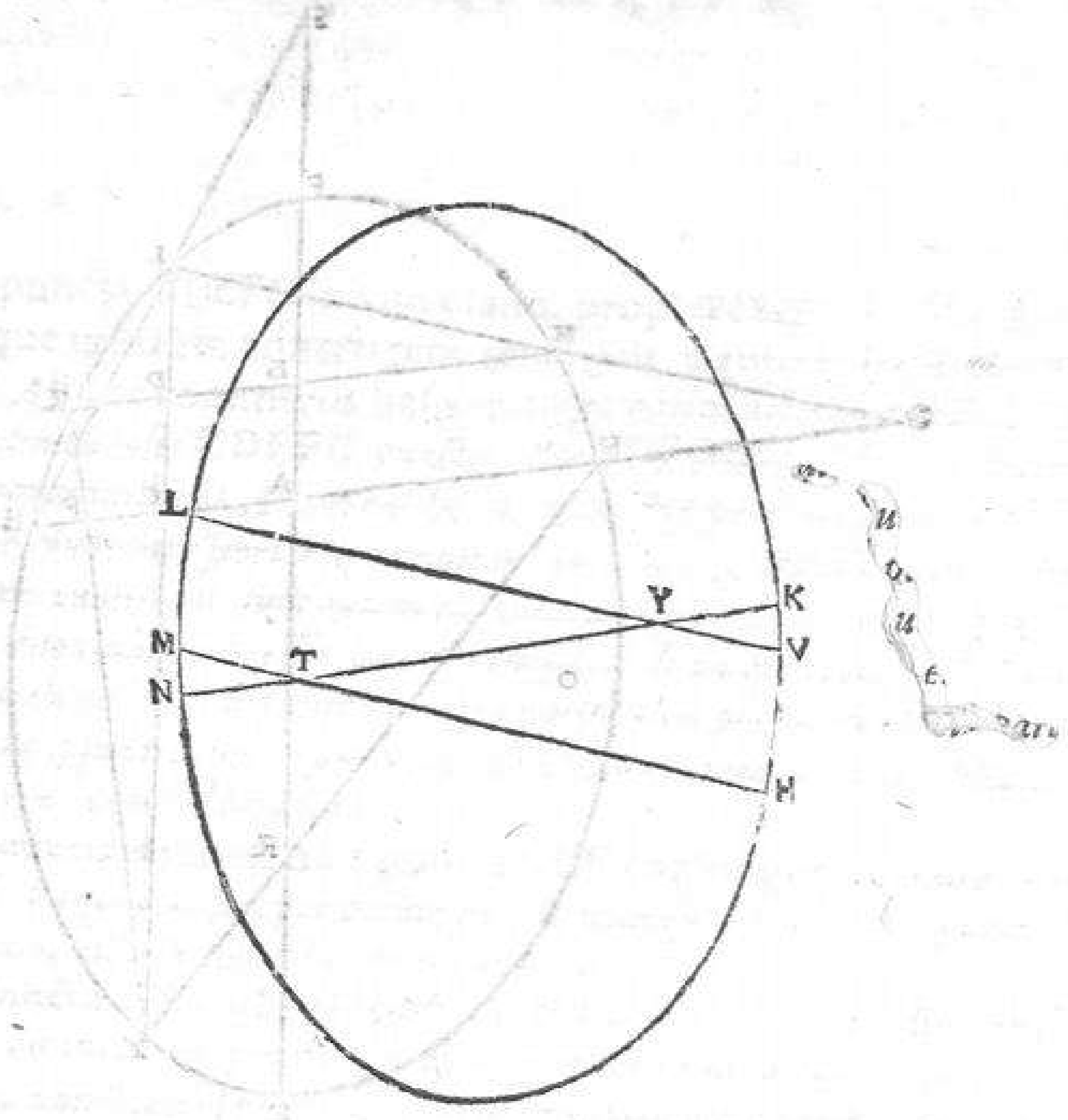


Ducatur per L ipſi EF parallela LX: & iunctę XK LM occurrant rectę lineæ HN E
perductę in punctis PG. ergo datæ ſunt KM HN, cum vnumquodque punctorum
KM HN ſit datum. Et quoniam vt rectãgulum XDL ad rectangulum MDK, ita eſt rectãgulum 9. quĩti.
XCL ad vtrumque rectangulorum GCP, NCH erit GCP rectangulum rectangulo F
NCH ęquale. atque eſt datum rectangulũ NCH, vtraque enim NC CH data G
eſt. ergo & P eſt datum. ſed & K. poſitione igitur KPX data erit. data autẽ eſt & LCX. H
quare & punctũ X dabitur, quod eſt in ellipſi. iũgantur NX LH: & diametro EF productæ K
occurrãt in RS. erit rurſus vt rectãgulũ NCH ad rectangulũ XCL ita rectãgulũ L
NAH ad vtrũque rectangulorũ RAS EAF, ac propterea rectangulũ RAS eſt æquale
ipſi EAF rectangulo atque eſt rectangulũ RAS datum; datæ enim ſunt RA AS. rectãgulum 9. quĩti.
igitur EAF datum erit. Simili ratione demonſtrabitur rectangulum quoque M
EBF datum. & dantur AB puncta. ergo & ipſa EF, vt deinceps oſtendemus. quare &
EF diameter magnitudine data eſt; & diameter ipſi coniugata, cum detur proportio N
tranſuerſi lateris EF ad rectum. eadem enim eſt, quam rectangulum EAF habet
ad id, quod fit ex AN quadratum. Quod autem poſitum eſt, ſic demonſtrabitur.

Sit datum vtrumque rectangulorum ACB ADB; & data CD puncta. dico puncta O
AB data eſſe.

ſit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCE æquale; rectangulo autem P

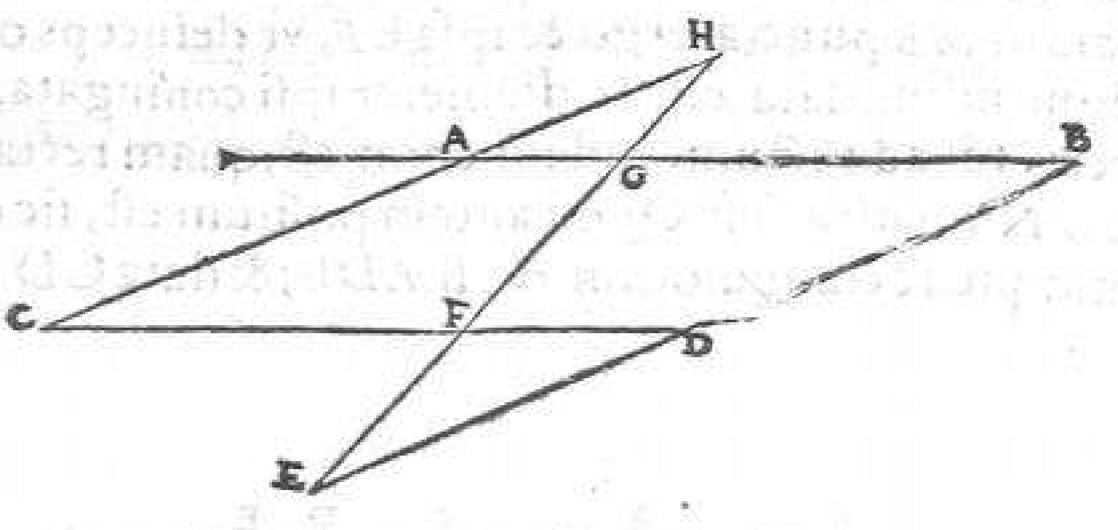
ADB æquale rectangulum CDF, erit vt CE ad EA, ita AF ad FD: nam ob constructio
Q nem vtraque proportio eadem eſt ei, quæ CB ad BD. rectangulum igitur contentum EC FD æquale eſt rectangulo EAF, quare datum erit punctum A. ſimiliter & ipſum B datum,



Sed non ſint parallelæ rectæ lineæ, quæ puncta NH, MK in ellipſi data coniungunt & ductis NK MH ſeſe in puncto T ſecantibus, ducatur per L recta linea LYV ipſi
R MTH parallela. erit proportio rectanguli NYK ad rectangulum LYV data. eadem
S T enim eſt, quæ rectanguli NTK ad rectangulum MTH. & datum eſt NYK rectangulum. ergo & ipſum LYV. ſunt autem puncta LY data. datum igitur eſt punctum V.
V quare deuenimus ad illud, quod ante dictum eſt. nam cum parallelæ ſint inter ſe MH LV, circa quinque data puncta NMLVH quemadmodum tradidimus, ellipſim deſcribemus.

COMMENTARIVS.

Ad eorum, quæ hoc loco traduntur, demonſtrationem, ſequens lemma præmittimus.



Sint duæ rectæ lineæ inter ſe parallelæ AB CD, in quas incidat recta linea EFGH: & a qui-

bus

buslibet eius punctis EH *ex altera quidem parte ducatur* HAC, *ex altera vero* EDB, *quæ eaſdem parallelas quomodocumque ſecent. Dico vt rectangulum* EGH *ad rectangulũ* AGB, *ita eſſe rectangulum* EFH *ad* CFD *rectangulum.*

Rectanguli *enim* EGH *ad rectangulum* AGB *proportio compoſita eſt ex proportione* EG *ad* GB, *& proportione* HG *ad* GA. *Rurſus proportio rectanguli* EFH *ad rectangulum* CFD *componitur ex proportione* EF *ad* FD, *& proportione* HF *ad* FE. *Sed vt* EG *ad* GB, *ita eſt* EF *ad* FD, *ob ſimilitudinem triangulorum* EGB EFD, *& ob ſimilitudinem triangulorũ* AGH CFH, *vt* HG *ad* GA. *ita eſt* HF *ad* FC. *cum igitur proportiones, ex quibus componuntur eædem ſint, habebit rectangulum* EGH *ad rectangulum* AGB *proportionem eandem, quam rectangulum* EFH *ad rectangulum* CFD. 23. ſexti.

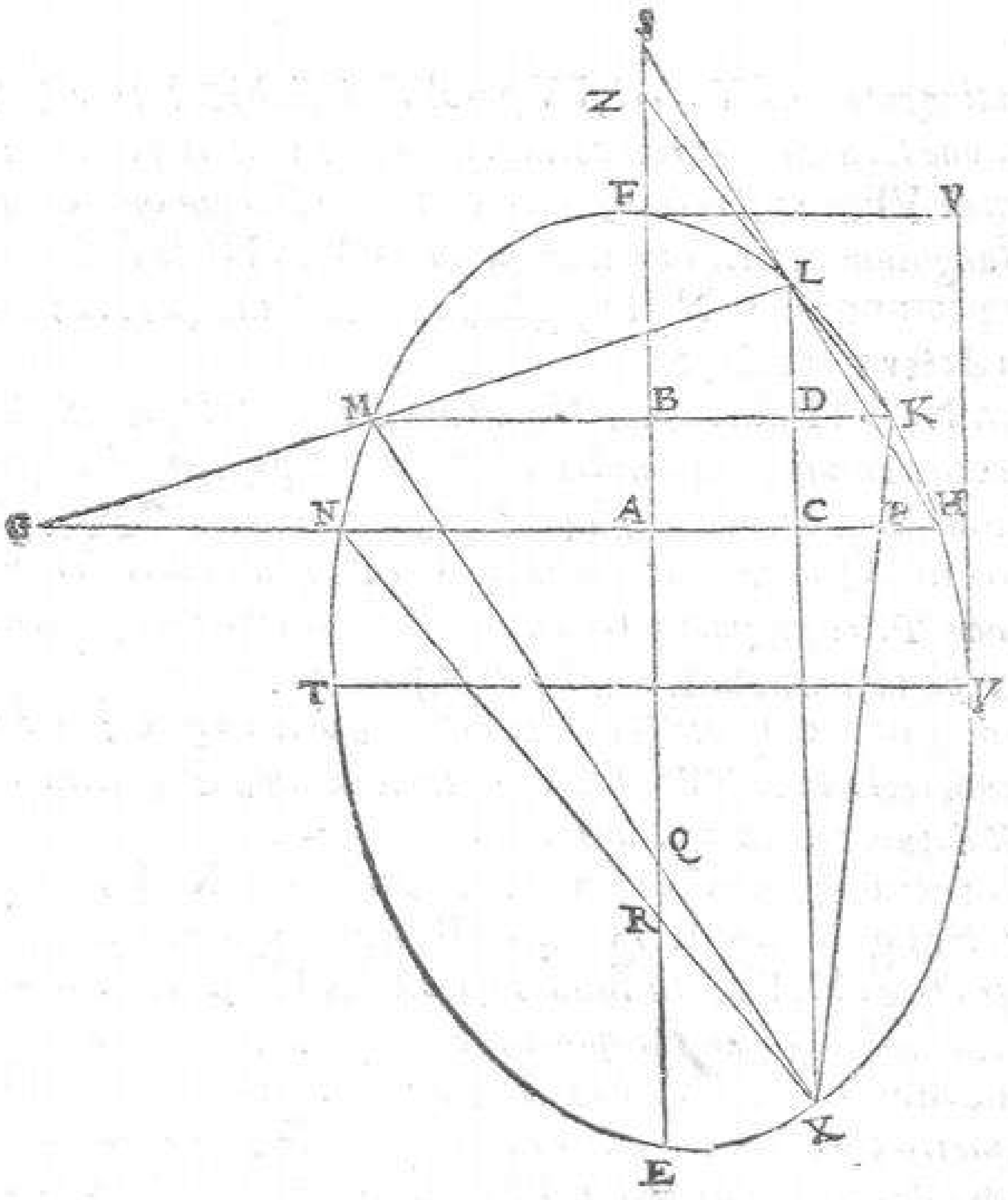
A Sit iam deſcripta] *Hoc eſt ponatur eſſe deſcripta. & eſt problematis reſolutio.*

B Eſt igitur *EF* ipſius diameter per diffinitionem conicorum poſitione data] *per decimam ſcilicet diffinitionem conicorum Apollonij.*

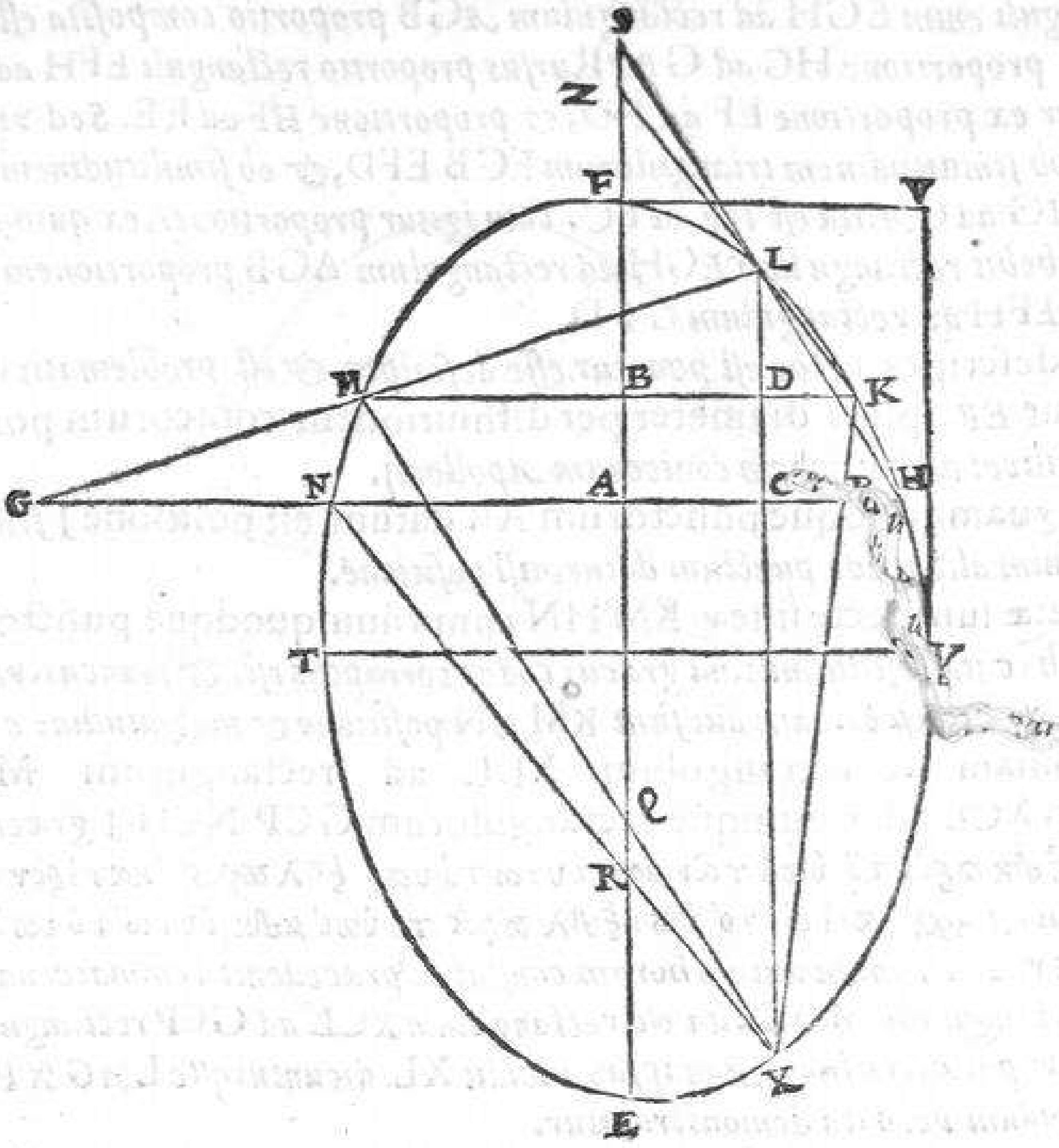
C Etenim vnamquodque punctorum AB datum eſt poſitione] *fruſtra additur poſitoine, non enim alio modo punctum datur, niſi poſitione.*

D Ergo datæ ſunt rectæ lineæ KM HN cum vnnmquodque punctorum, KMHN ſit datũ] N*os hæc ita reſtituimus, nã græcus codex corruptus eſt, & mancus, vt opinor, qui ſic habet.* δοθὲν ἄρα [illegible]μ θν. *datæ aũt ſunt* KM HN *poſitione & magnitudine ex 26. libri Datorũ.*

E Et quoniam vt rectangulum XDL ad rectangurum MDK ita eſt rectangulum XCL ad vtrumque rectangulorum GCP NCH] *græcus codex.* καὶ ἐπεί ὡς τὸ ὑπὸ ξδλκ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν μακ οὕτω τὸ ὑπὸ ξγλ πρὸς ἑκάτερον τῶν ὑπὸ ηγπ νγθ. *ſed legendum eſt* καὶ ἐπεὶ ὡς τό ὑπὸ ξδλ πρός τό ὑπὸ μδκ, οὕτω τὸ ὑπὸ ξγλ πρὸς ἑκάτερον τῶν ηγπ νγθ *Primum autem horum conſtat ex præcedenti lemmate. nam vt rectangulum* XDL *ad rectangulum* MDK, *ita eſt rectangulum* XCL *ad* GCP *rectangulum. rectæ enim lineæ* MK GP *parallelæ ſunt, & in ipſas incidit* XL, *dicunturque* LMG XPK, *quæ parallelas ſecant. Secundum vero ita demonſtrabitur.*



Sit recta linea TY *ellipſis diameter, ipſi diametro* EF *coniugato, & ducantur* FV



YV ſectionem contingentes in FY. *erit* FV *parallela ipſis* MK NH, *&* YV *parallela ipſi* EF *ex quinta propoſitione ſecundi libri conicorum. quare ex* 17. *tertij conicorum, vt quadratum ex* YV *ad quadratum ex* VF, *ita eſt rectangulum* XCL *ad rectangulum* NCH. *vt igitur rectangulum* XDL *ad rectangulum* MDK, *ita rectangulum* XCL *ad* NCH *rectangulum.* 11.quĩti.

F Et eſt datum rectangulum NCH] *gracus codex* ἐϛι ἄρα ἴσον τὸ ὑπὸ νγε. *ſed videtur legendum* καὶ ἔϛι δοθὲν τὸ ὑπὸ νγθ.

G Vtraque enim NC CH data eſt] *Nam cum data ſit* NH; *& ex* 28. *libri datorum data* LCX, *quippe quæ per datum punctum* L *rectæ lineæ* EF *poſitione datæ parallela ducitur: erit & punctum* C *datum, in quo ſe mutuo ſecant: & propterea ipſæ* NC CH *dabuntur.* 25.dato.

H Ergo & P datum] Q*uoniam rectangulum* GCP *æquale eſt rectangulo* NCH, *vt* GC *ad* CH, *ita erit* NC *ad* CP. *ſed proportio* GC *ad* CH *eſt data, cum vtraque data ſit, & data* NC. *ergo & ipſa* CP, *& ob id punctum* P *dabitur ex* 27 *libri datorum.* 24.ſexti. 12 datorũ

K Quare & punctum X dabitur] *gracus codex* δοθὲν γάρ τὸ ξ. *ſed puto legendum* δοθὲν ἄρα τὸ ξ *Nam cum rectæ lineæ* KPX LCX *poſitione dentur, & punctum in quo conueniunt interſe, videlicet* X *datum erit ex* 25. *libri datorum.*

L Erit rurſus vt rectangulum NCH ad rectangulum XCL, ita rectangulum NAH ad vtrumque rectangulorum RAS EAF] *Rurſus horum primum apparet ex lemmate antecedenti, nam recta linea* NH *incidit in duas parallelas* LX SR, *& ductæ ſunt* HLS NRX, *quæ eaſdem ſecant. ſecundum vero eodem, quo ſupra, modo oſtendetur.*

M Simili ratione demonſtrabitur, rectangulum quoque EBF datum] *Iunctis enim* MX, KL, *quæ diametro* EF *productæ occurrant in punctis* QZ; *eodem modo demonſtrabitur vt rectangulum* MDK *ad rectangulum* XDL, *ita eſſe rectangulum* MBK *ad vtrumque rectangulorum* QBZ EBF. *quare rectangulum* EBF *rectangulo* QBZ *eſt æquale. atque eſt rectangulum* QBZ *datum. datum igitur & ipſum* EBF.

Et

N Et diameter ipſi coniungata, cum detur proportio tranſuerſi lateris EF ad rectũ. eadem enim eſt quam rectangulum EAF habet ad id quod ſit ex AN quadratum] *Namque vt rectangulum EAF ad quadratum ex AN, ita eſt tranſuerſum figuræ latus ad rectum. ex 21. primi libri conicorum. ſed cum datum ſit rectangulum EAF, & quadratum ex AN, proportio quoque ipſorum data erit. & datum tranſuerſum latus, videlicet diameter EF. ergo & latus rectum, & propterea diameter ipſi coniugata; hoc eſt ſecunda diameter, quæ ex diffinitioue mediam proportionem habet inter figuræ latera; videlicet inter EF & latus rectum dabitur enim proportio ipſius EF ad ſecundam diametrum. ex 24. libri datorum. Cum igitur per reſolutionem diameter ellipſis EF magnitudine data ſit, hoc eſt tranſuerſum figuræ latus, itemque latus rectum, facile erit ex 54. primi libri conicorum circa data puncta ellipſim deſcribere. quod ipſum facere oportebat.* O

1 datorũ 2

Sit datum vtrumque rectangulorum ACB ADB] *græcus codex* ἔστω δοθὲν ἓν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ αβγ αβδ *ſed legendum puto* ἔστω δοθὲν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ αγβ αδβ. P

Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCE æquale, rectangulo autem ADB æquale rectangulum CDF. erit vt CE ad EA, ita AF ad FD. nam ob conſtructionem &c.] *Hæc nos reſtituimus nam græcus codex & corruptus eſt, & mancus, qui ſic habet.* ἔστω γὰρ τῷ μὲν ὑπὸ αβγ ἴσον τὸ ὑπὸ δγε, τῷ δὲ ὑπὸ αδβ ἴσον τὸ ὑπὸ γδζ πρὸς τὸ ελ. οὕτως ἡ αζ πρὸς ζδ διὰ τὴν κατασκευήν. Q

Rectangulum igitur contentum ECFD æquale eſt rectangulo EAF. quare datum erit pgnctum A. ſimiliter & ipſum B datum] *Corruptus etiam eſt hoc loco græcus codex in quo ſic legitur.* ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ βγδ τῷ ὑπὸ εαζ. ὥστε καὶ τὸ α σημεῖον. ὁμοίως καὶ τὸ β. *ſed cum hæc demonſtratio obſcura nimis, & conciſa ſit, nos eam apertiſſime, & planiſſima explicare conabimur. Sit datum vtrumque rectangulorum ACB ADB, & data ſint CD puncta. Dico etiam puncta AB data eſſe.*

Rectangulo enim ACB æquale ſit rectangulum DCE, & rectangulo ADB æquale rectangulum CDF. erit vt BC ad CD, ita EC ad CA. & per conuerſionem rationis vt CB ad BD, ita CE ad EA. Rurſus vt AD ad DF, ita erit CD ad DB, componendoque vt AF ad FD, ita CB ad BD. quare AF ad FD eſt vt CE ad EA, & idcirco rectangulum contentum FD & CE æquale eſt rectangulo EAF. ſed rectandulum contentum FD & CE datum eſt, vtraque enim eſt data. ergo datum eſt etiam rectangulum EAF, quod quidem applicatur ad datam rectam lineam EF, deficiens figura quadrata. data igitur eſt EA ex 38. libri datorum. & data AC. Quod cum datum ſit rectangulum ACB, erit CB & tota AB neceſſario data. R

Eadem enim eſt, quæ rectanguli NTK ad rectangulum MTH] *Nam ex 17. tertii libri conicorum eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus rectangulum NYK ad rectangulum LYV ita eſſe, vt rectangulum NTK ad MTH rectangulum.* H

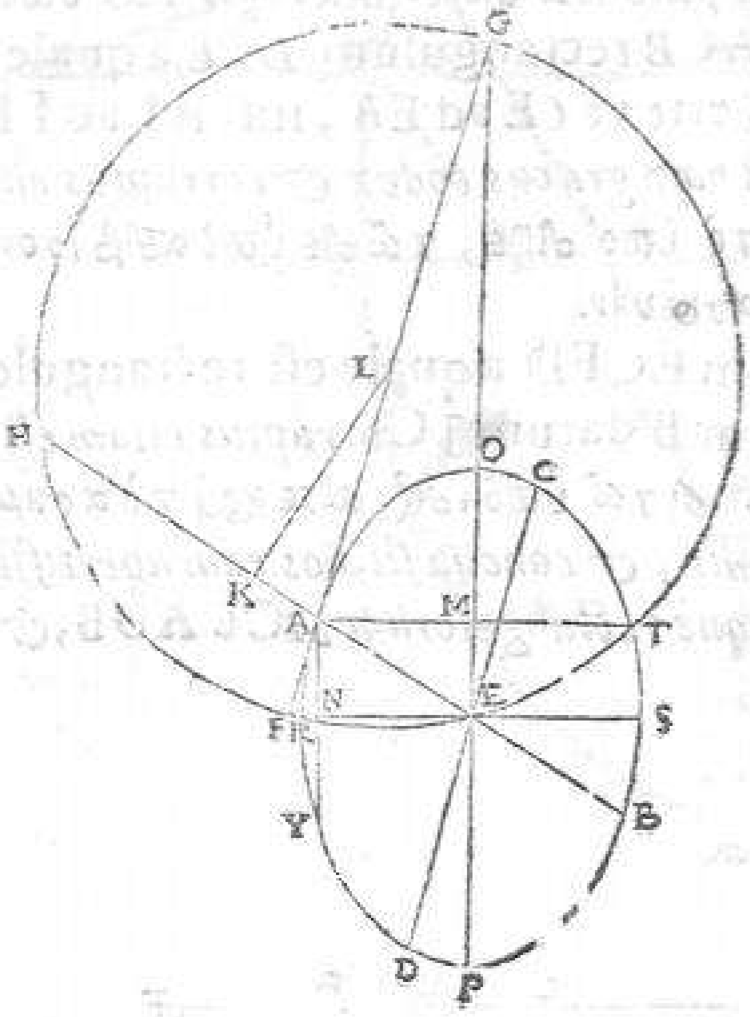
Et datum eſt NYK rectangulum] *Quoniam datæ ſunt NK LV, dabitur etiam punctum Y, in quo conueniunt ex 25 libri datorum. quare & ipſæ NY YK rectangulum continentes.* T

Ergo & ipſum LYV] *Ex 2. libri datorum.* V

Datum igitur eſt punctum V.] *cum enim datum ſit rectangulum LYV, & data LY, dabitur quoque YV ex 55. libri datorum quare & V punctum ex 27. eiuſdem.*

PROBLEMA X. PROPOS. XIV.

Facile autem eſt inuentis quibuſcumque coniugationibus diametrorum ellipſis, axes eius organice inuenire. quod quidem hac ratione fiet.



Exponantur prius inuentæ diametri coniugatæ ellipſis, quæ ſint AB CD, ſeſe in puncto E bifariam ſecantes. & per A quidem ipſi CD parallela ducatur FG: quadrato autem ex DE æquale ponatur rectangulum EAH: & EH bifariam ſecetur in K, cum ſit DE maior, quam EA. deinde a puncto K ipſi HE ad rectos angulos ducatur KL, quæ rectam lineam FG in L ſecet. & ex centro L per E circuli circumferentia deſcribatur, ſecans ipſam FG in F G punctis: iunctæque EF, EG producãtur. & ad ipſas agantur perpendiculares AM AN. rectangulo autem GEM æquale ponatur vtrumque quadratorum ex EO EP. & rectangulo FEN ponatur æquale vtrumque quadratorum ex OR OS. Inuenti igitur erunt axes ellipſis OP RS. quorum minimus craſsitudini cylindri eſt æqualis: vt in principio dictum fuit.

A B

COMMENTARIVS.

A Rectangulo autem GEM ęquale ponatur vtrumque quadratorũ, ex EO ES. Et rectangulo FEN ponatur æquale vtrumque quadratorum ex ER ES.] *græcus codex corruptus & mancus eſt hoc loco, quem nos reſtituimus, ſic enim habet.* καὶ τῷ μὲν ὑπὸ ημ ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ἀπὸ εο εσ, τῷ δὲ ὑπὸ ερ εσ. *lege* καὶ τῷ μὲν ὑπὸ ηεμ ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ἀπὸ εο εσ, τῷ δὲ ὑπὸ ζεν ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ερ εσ.

B Inuenti igitur erunt axes ellipſis OP RS.] *Producatur AM vſque ad T, ita vt TM ipſi MA ſit æqualis. producatur etiam AN vſque ad Y vt YN ſit æqualis NA. erunt puncta TY in ellipſi, ex iis, quæ demonſtrata ſunt ab Apollonio in propoſitione 4 ſecundi libri conicorum. Sed RS parallela eſt ipſi AT, eſt enim angulus GLF in ſemicirculo rectus.*

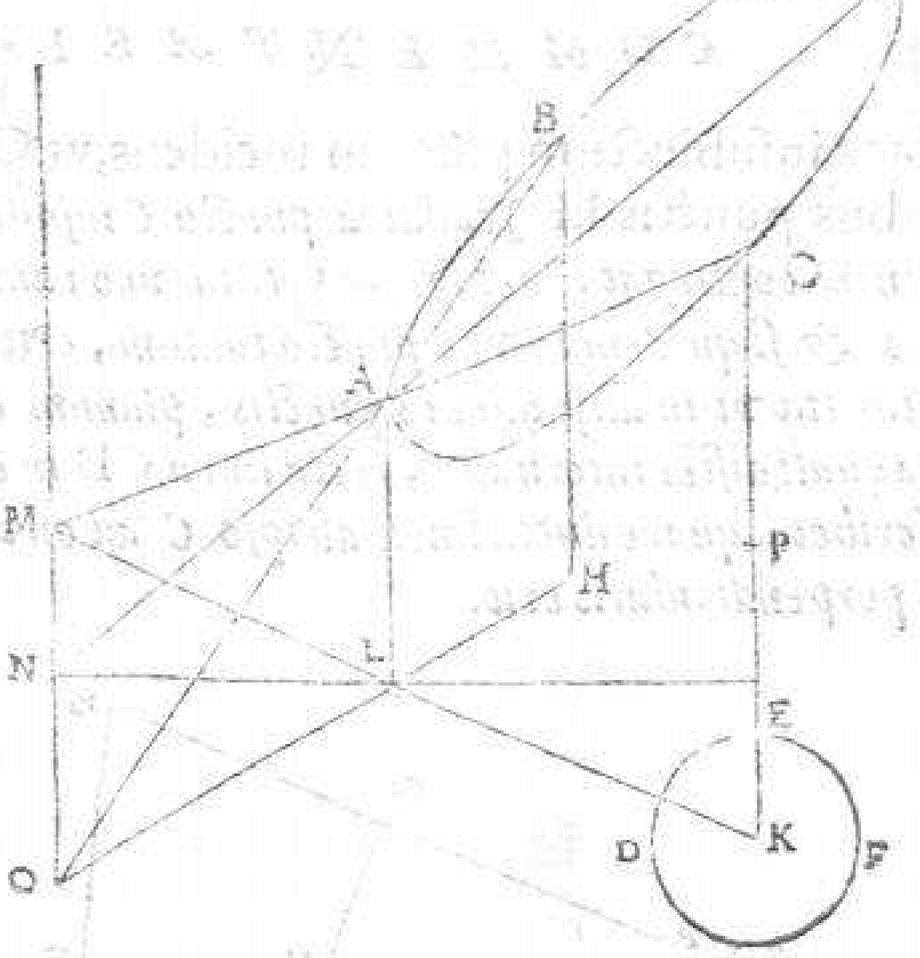
quare

quare & OP ipſi AY parallela erit. Quoniam igitur CD ad AB ordinatim eſt applicata, quæ per A ipſi DC parallela ducitur, videlicet FG ſectionem in puncto A continget. & cum FG ſectionem contingens diametro occurrat in G, & AM ordinatim applicetur, erit ex 37. primi libri conicorum rectangulum GEM æquale quadrato ex EO, vel EP. Eadem quoque ratione cum AN ordinatim applicetur, rectangulum FEN quadrato ex ER vel ES eſt æquale. ergo OP RS ellipſis coniugati axes erunt. mirum autem eſt Pappum alioqui diligentiſſimum huius problematis demonſtrationem non attuliſſe.

PROBLEMA XI. PROPOS. XV.

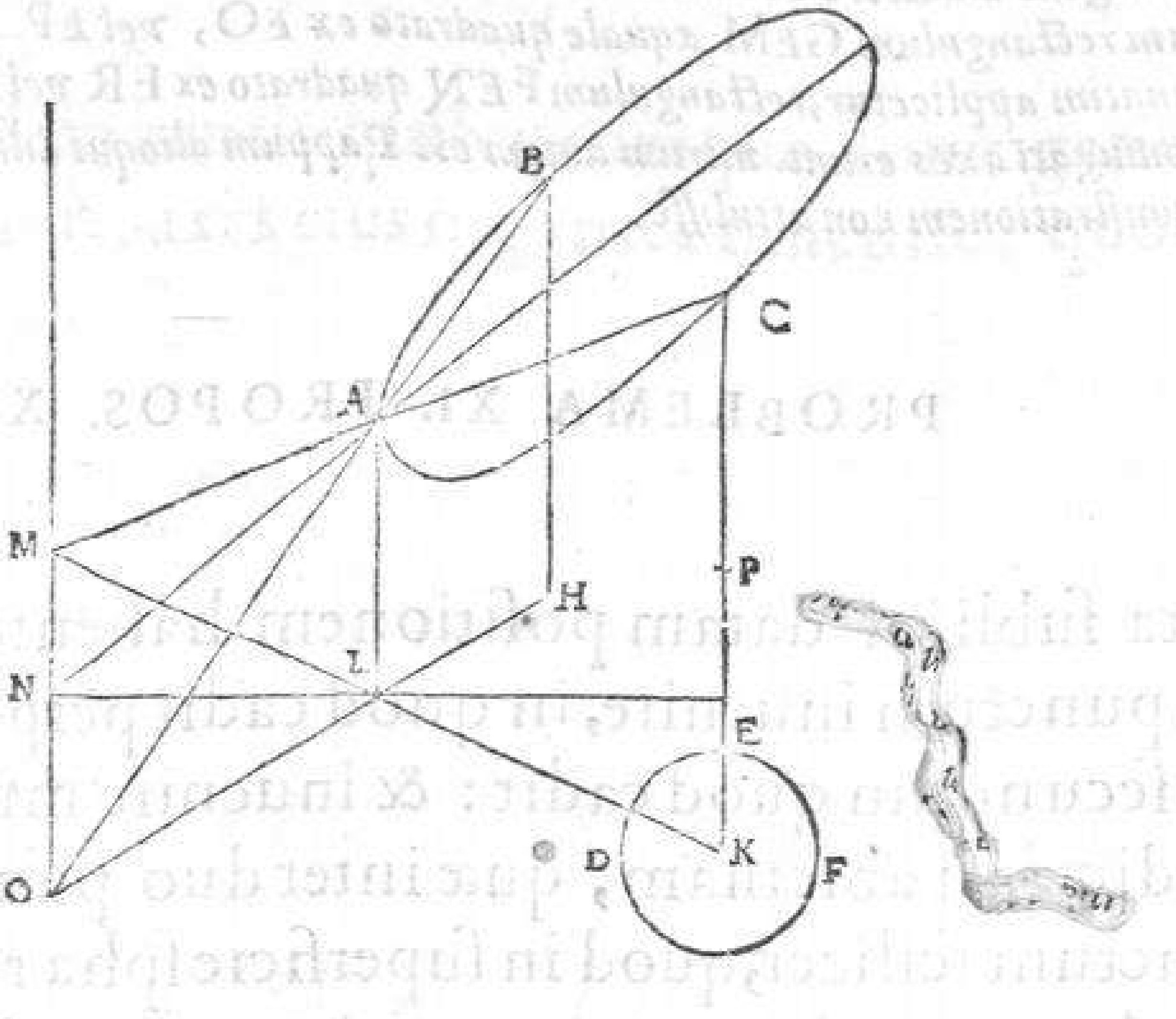
Sphæra ſublimi datam poſitionem habente ad ſubiectum planum, punctum inuenire, in quod cadit perpendiculariter demiſſa; & ſecundum quod cadit: & inuenire minimam lineam a perpendiculari abſciſſam, quæ inter duo puncta interijcitur. inter punctum ſcilicet, quod in ſuperficie ſphærę, & punctum, quod in plano continetur. præmittitur autem hoc.

Dato circulo ſublimi, non tamen in plano ad ſubiectum planum recto, communem ſectionem vtrorumque planorum, & eorundem inclinationem inuenire.



Sit circulus ſublimis in quo tria puncta ABC ſumantur: & ab ipſis ducentur per A
pendiculares ad ſubiectum planum. ducentur autem hoc modo. A puncto C recta
linea in ſubiectum planum incidens, vt CD, admoueatur, & tangat planum in alijs B
duobus punctis EF. ſumaturque. circuli circa DEF centrum, quod ſit K, ergo quæ a

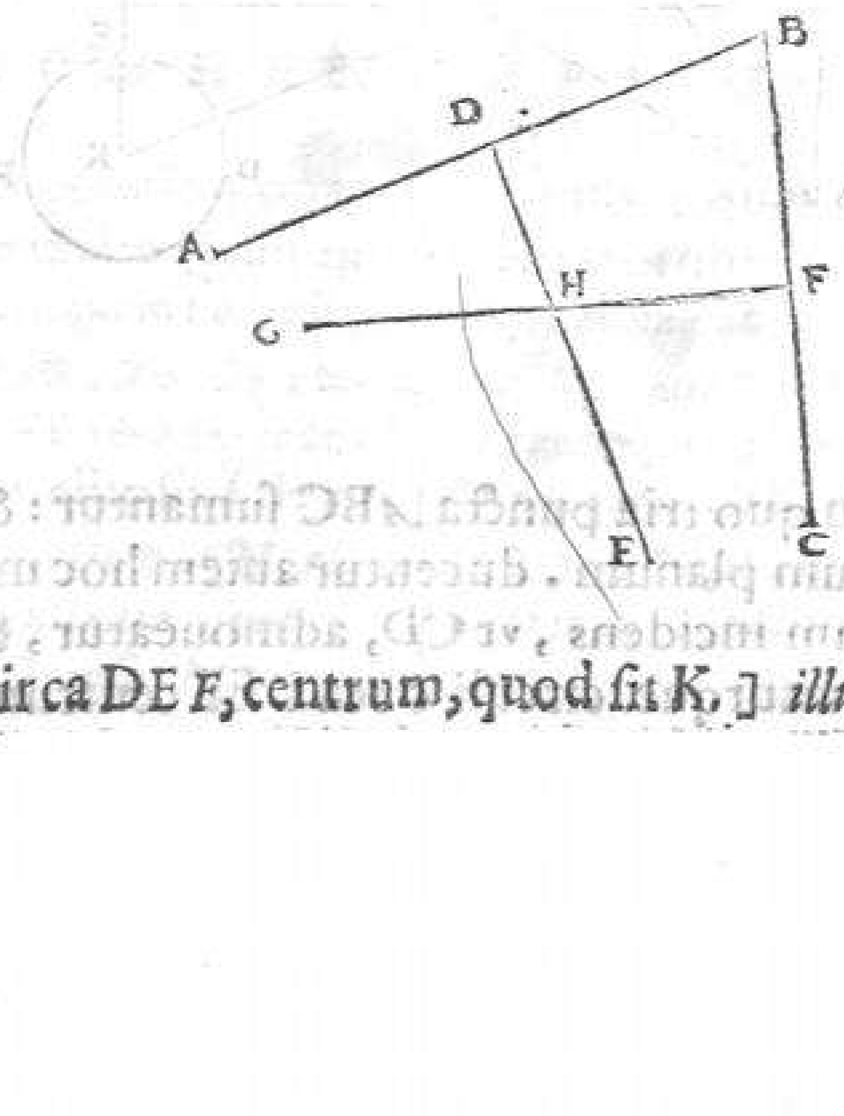
puncto



puncto C perpendicularis ducitur, in K punctum cadet, & data erit CK. demittan-
C tur etiam a punctis AB ſimiliter perpendiculares BH AL, iunctæque KL HL produ-
cantur, & fiat vt CK quidem ad AL, ita KM ad ML: vt autem BH ad AL, ita HO ad
D OL. quare data erunt puncta MO. etenim in nobis erit eiuſmodi perpendiculares ſu-
mere, ita vt ipſarum vna videlicet AL minima ſit. rectæ igitur lineæ ſunt MAC OAB
E ſuntque in plano circuli ABC, & idcirco communis ſectio ipſius & ſubiecti plani eſt
F recta linea MO. ducatur a puncto L ad MO perpendicularis LN, & AN iungatur erit
& AN ad MO perpendicularis. inuentus igitur erit angulus ANL, qui quidem eſt
ipſorum planorum inclinatio.

COMMENTARIVS.

A' puncto C recta linea inſubiectum planum incidens, vt CD admoueatur, & tan-
A gat planum in alijs duobus punctis EF] *cadat a puncto C inſubiectum planum recta linea quædam CD ita vt ipſum in D contingat. vel igitur CD in vno tantum puncto planum continget, vel in pluribus punctis. & ſi quidem in vno puncto tantum, erit CD ad ipſum perpendicularis, ſin minus, transferatur ita vt in alijs duobus punctis, planum contingat. cum enim punctum C a ſubiecto plano æquali diſtet interuallo, recta linea CD in circuli ambitu feretur, & coni recti ſuperficiem deſcribet. quare ducta linea ab ipſo C ad circuli centrum, quæ eſt axis coni, ad dictum planum perpendicularis erit.*



B ſumaturque circuli circa DEF, centrum, quod ſit K.] *illud autem hoc modo fiet. Sint* *data puncta ABC, & iuncta AB bifariam ſecetur in D, atque ipſi ad rectos angulos ducatur DE. erit in recta linea DE ipſius circuli centrum, ex corollario primæ tertij elementorum. Rurſus iuncta BC ſecetur bifariam in F, & per F ipſi BC ad rectos angulos ducatur FG, quæ ſecet DE in H. Dico punctum H eſſe centrum circuli, qui per puncta ABC tranſit. eſt enim centrum in recta linea DE, vt oſtenſum eſt, & eadem ratione in ipſa FG, quare erit in puncto H, in quo ſcilicet ipſæ DE FG conueniunt. hoc autem nihil aliud eſt, niſi circa datum triangulum circulum deſcribere.*

C Et fiat vt CK quidem ad AL, ita KM ad ML] *fiet autem hoc modo. Secetur CK in puncto P, ita vt PK ſit æqualis ipſi AL: & quam proportionem habet CP ad PK, habeat KL ad LM. erit enim componendo vt CK ad KP, hoc eſt ad AL, ita KM ad ML. & eodem modo fiet, vt BH ad AL, ita HO ad OL.* 10. ſexti.

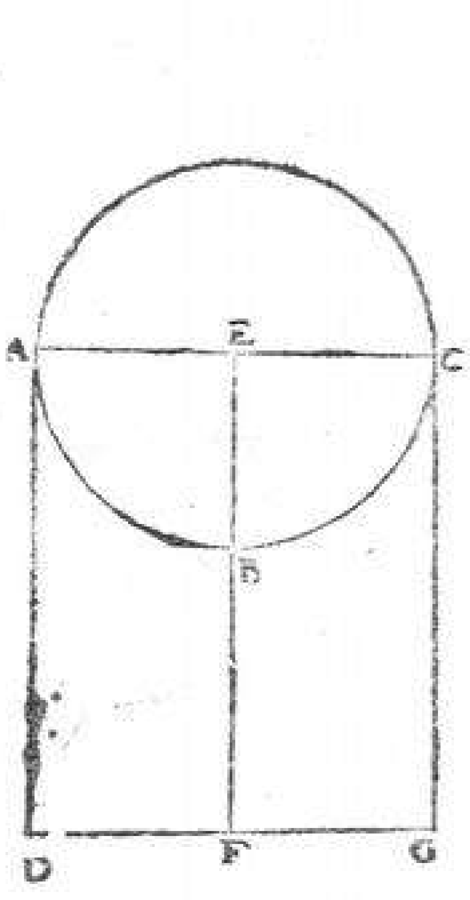
D Rectæ igitur lineæ ſunt MACOAB] *Hoc nos demonſtrauimus in commentarijs in 10. propoſitionem ſecundi libri Archimedis de ijs, quæ in aqua vehuntur, videlicet in primo lemmate.*

E Ducatur a puncto L ad MO perpendicularis LN, & AN iungatur] *Addita hæc ſunt a nobis, quæ in græco codice deſiderari videbantur.*

F Erit & AN ad MO perpendicularis] *Ex 42. ſexti libri huius.*

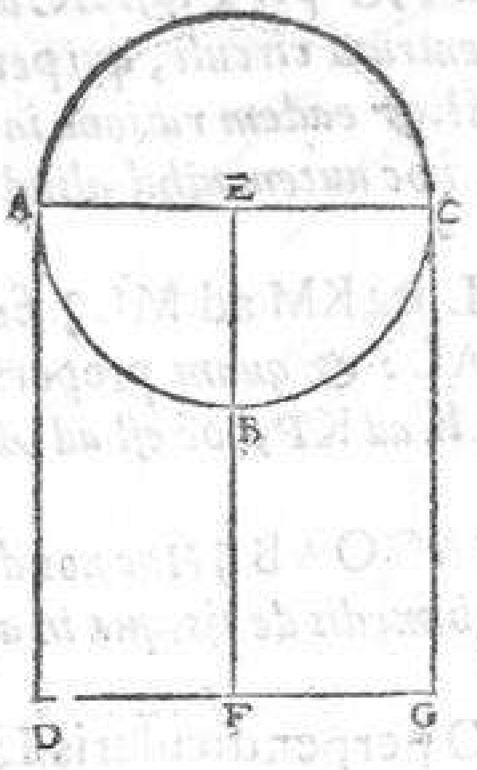
PROBLEMA XII. PROPOS. XVI.

Hoc præmiſſo, ſit ſphæra ſublimis, & propoſitum ſit inuenire punctum, in quod cadit perpendiculariter demiſſa in ſubiectum planum: & inuenire minimam lineam ex perpendiculari abſciſſam, quæ inter ſuperficiem ſphærę, & dictum planum interijcitur.

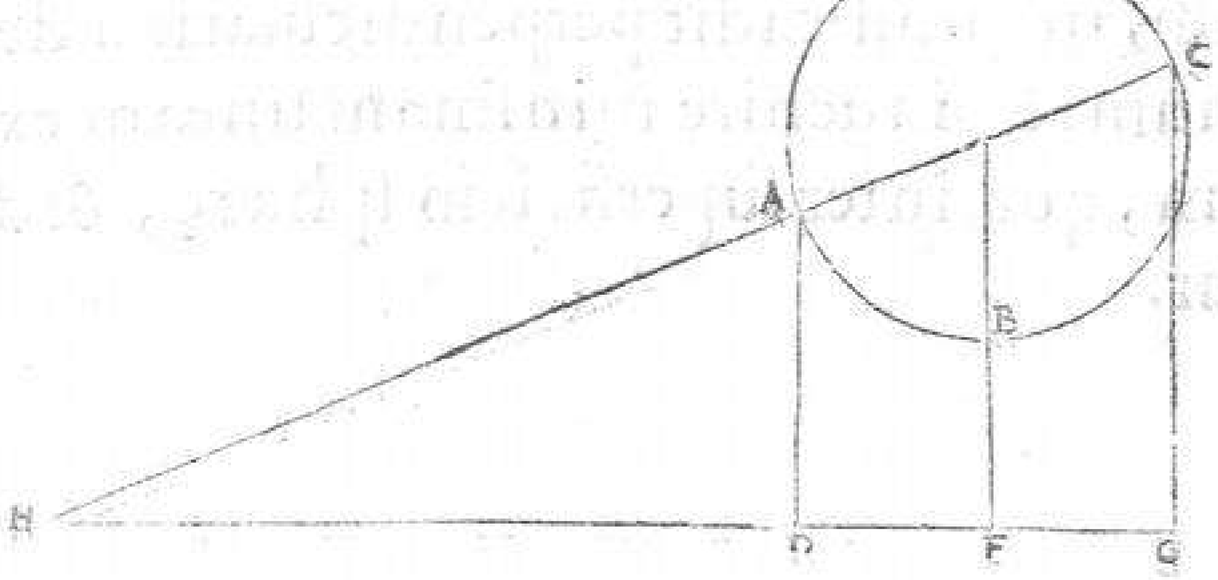


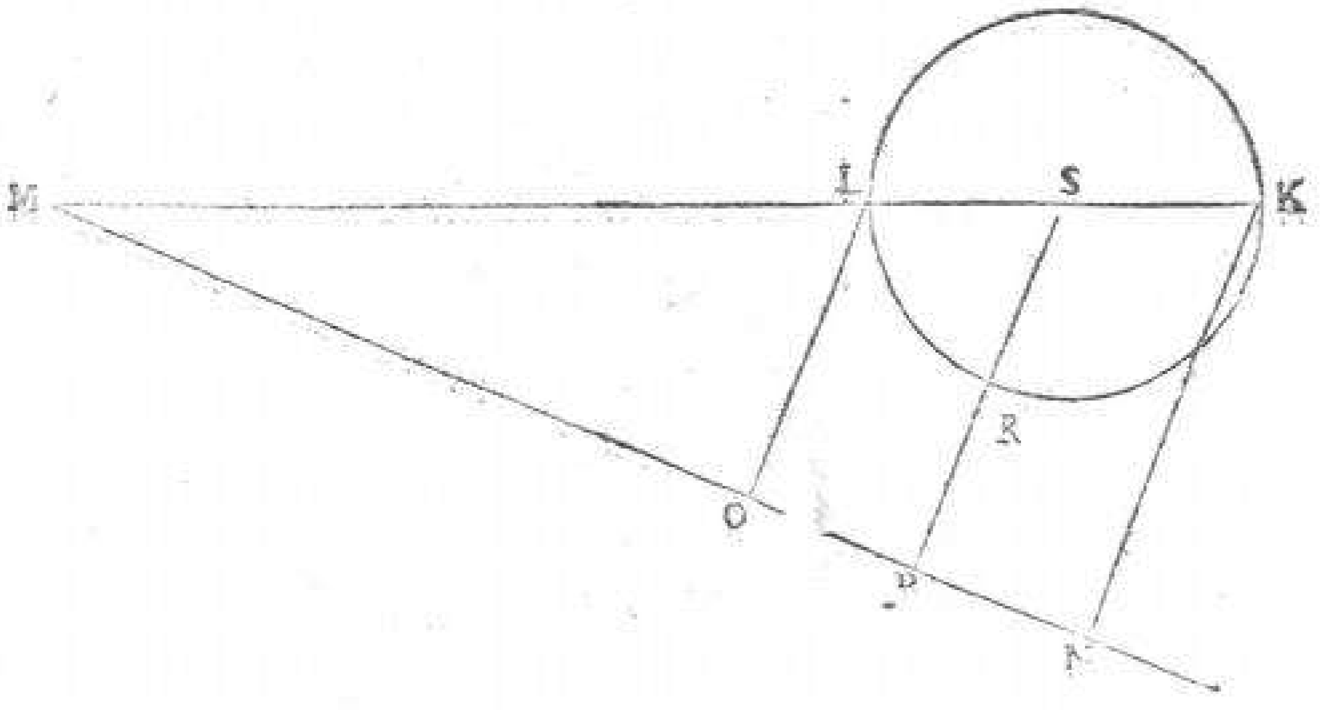
Sit ſphæra ſublimis poſita circa centrum E, & in ipſa maximus quedam circulus de A
ſcribatur ABC. An vero ſit in plano ad ſubiectum planum recto, an non, hoc modo B
cognoſcemus. Sumantur in circumferentia circuli tria quæuis puncta, a quibus ad ſu
biectum planum perpendiculares ducantur, vt didicimus, & ſi quidem puncta in quę
perpendiculares cadunt, ſint in eadem recta linea, erunt plana ad ſeſe recta, ſin minus

inclina-



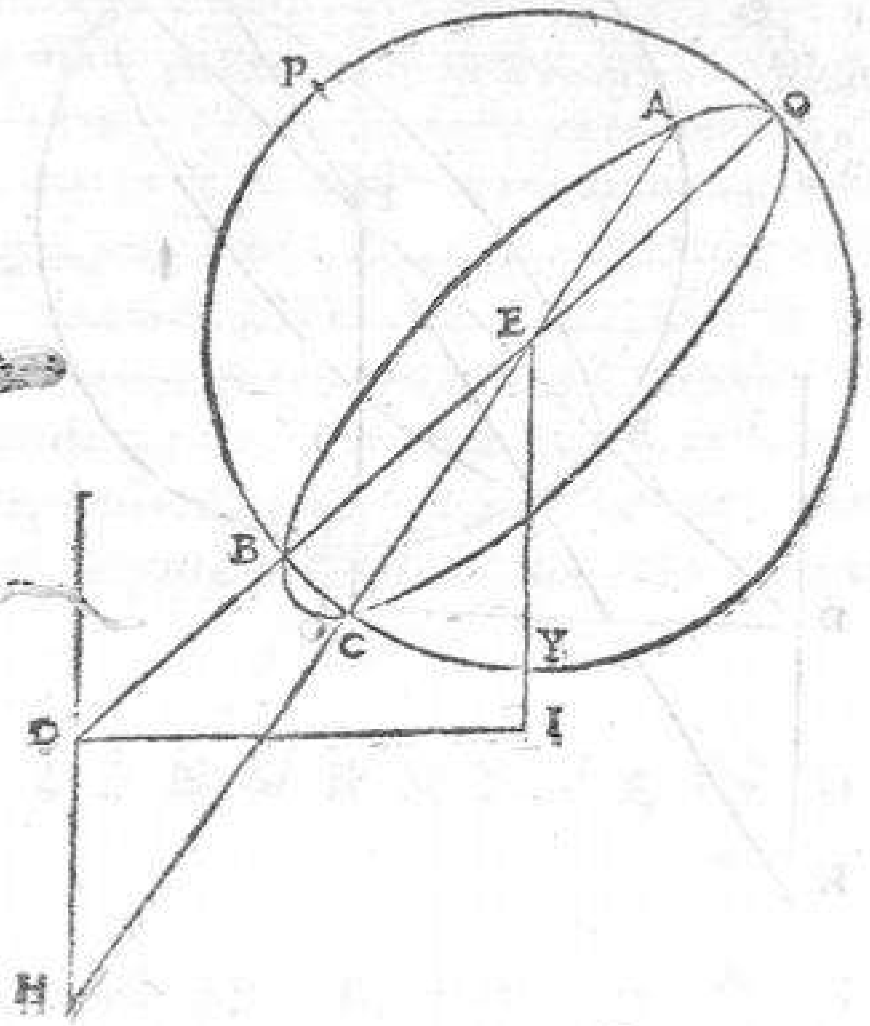
inclinata, Sint autem primum recta: & a punctis AC perpendiculares ducantur AD CG, quæ vel æquales erunt, vel inæquales. Sint primum æquales, & iuncta DG bifariam ſecetur in F. erit igitur F punctum in plano, quod quærimus: & punctum B circumferentiæ ABC medium, quod in ſuperficie ſphærę puncto F reſpondet: & BF per-

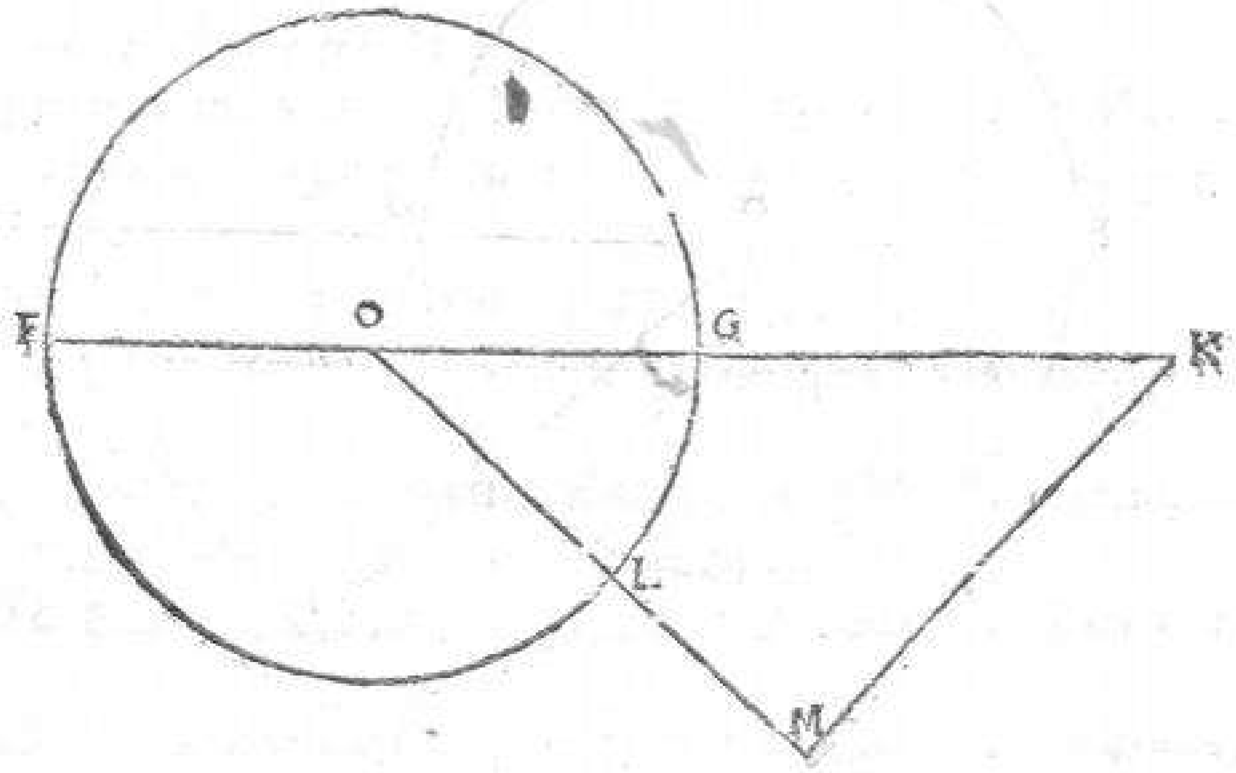


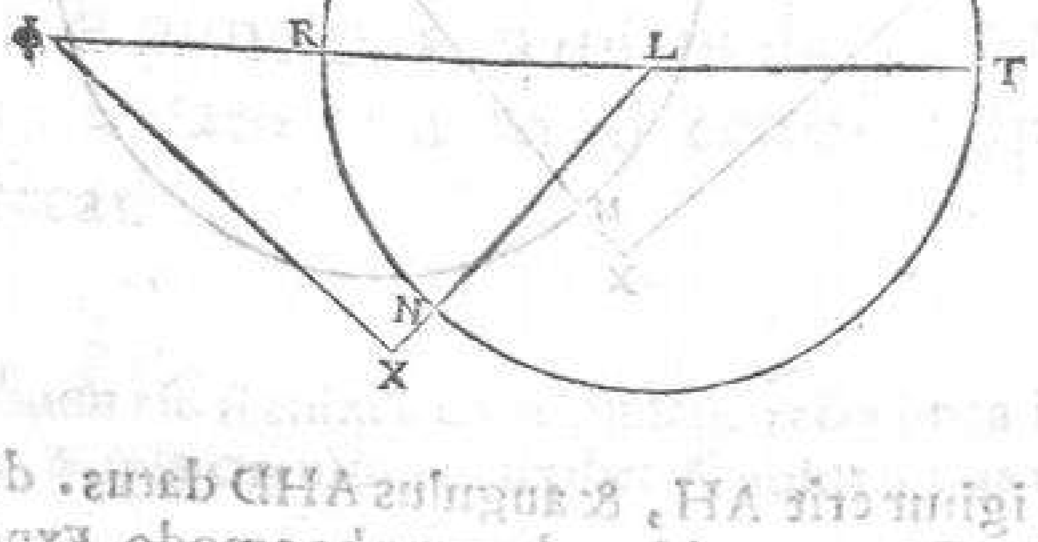


pendicularis minima, vt ante dictũm eſt. Sed non ſint æquales, ſitque AD minor: & producta GD, fiat vt CG ad AD, ita GH ad HD. erit punctum H, in quo recta linea a puncto C ad A ducta, ſubiecto plano occurrit. & tum recta linea AH, tum angulus AHD dabitur. His ita conſtitutis exponatur circulus circa diametrum KL, æqualis maximo circulo ABC: & producta KL adiungatur LM æqualis AH: anguloq; AHD æqualis fiat angulus KMN, a punctis autem KL perpendiculares demittantur KN LO, &

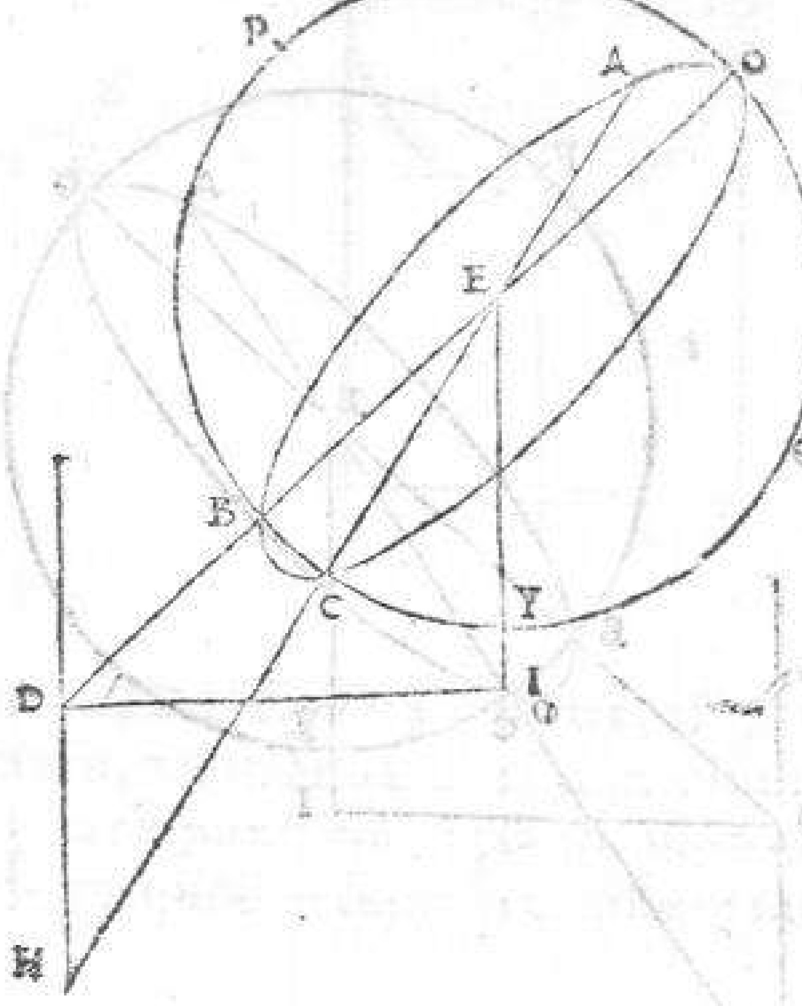
LO, & a centro S perpendicularis SP, quæ circumferentiam circuli in puncto R ſecet deinde circumferentiæ LR æqualis ſumatur circumferentia AB: & rectæ lineæ OP æqualis recta DF: quod idem eſt ac ſi diceremus recta linea DG bifariam ſecetur in F. erit igitur F punctum, in quod ſphæra demiſſa cadet, & punctum B in ſuperficie ſphærę: & perpendicularis minima, quæ ipſi RP eſt æqualis.

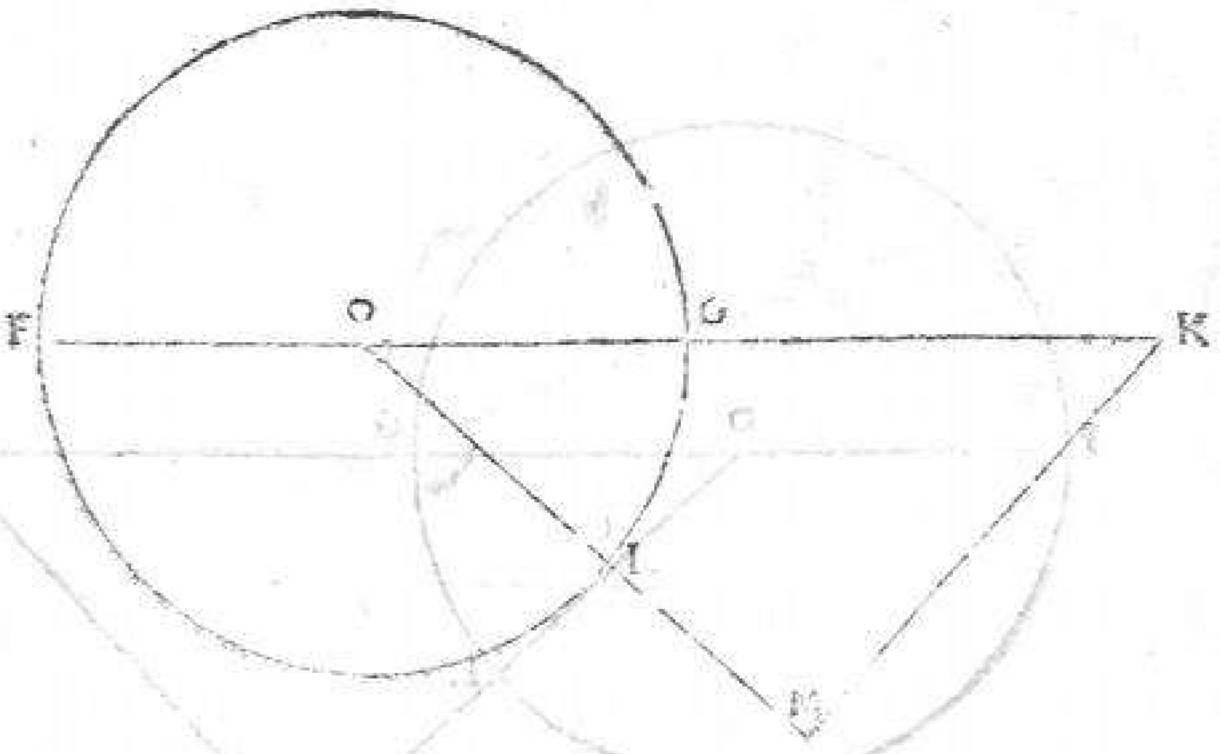


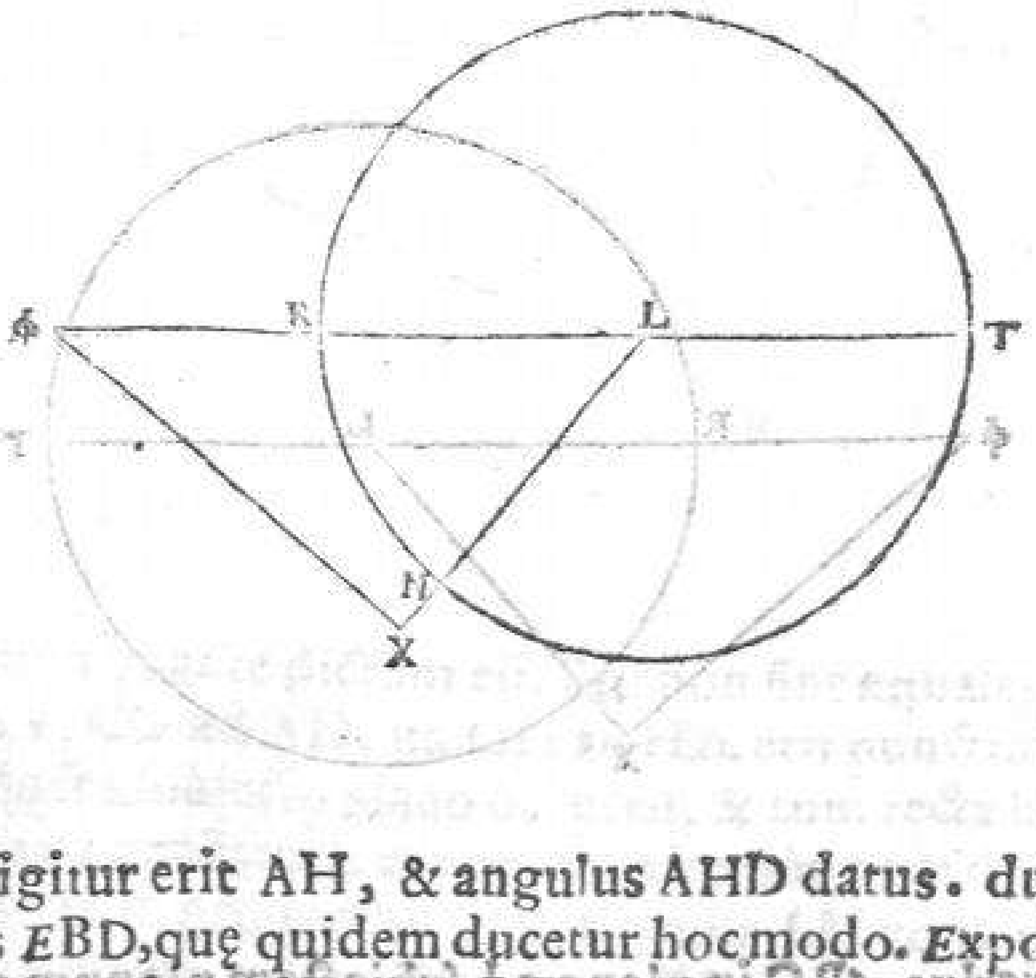




Non ſit autem circulus ABC in plano ad ſubiectam planum recto; ſumaturque ipſorum communis ſectio DH: & in circulo ABC ſumantur puncta AC ſecundum diametrum oppoſita, ita vt recta linea coniūgens puncta AC communi ſectioni DH occurrat. quod quidem facile fieri poteſt, cum linea ſit in circuli ABC plano. Itaque







occurrat in H. data igitur erit AH, & angulus AHD datus. ducatur a centro E ad DH perpendicularis EBD, quę quidem ducetur hoc modo. Exponatur circulus FLG circa FG diametrum maximo circulo ABC ęqualis: & adiungatur GK ęqualis CH, anguloque

anguloque AHD æqualis conſtituatur angulus FKM: & a centro *O* perpendicularis OL*M*. poſtea circumferentiæ GL æqualis abſcindatur circumferentia CB, & rectæ lineç KM æqualis recta BD. ergo DB ipſi M*L* æqualis erit: & ad HD perpendicularis; ac producta in centrum E cadet. hæc enim ex ſimilitudine perſpicua ſunt. ducatur
ipſi DH ad rectos angulos inſubiecto plano recta linea EE. quare *D*H perpendicularis C
eſt ad planum, quod per lineas *EDI* ducitur. ac propterea circulus ABC ad dictũ D
planum rectus eſt. planum igitur BDI productum circulum faciet in ſpæra maximum, E
ad circulum ABC rectum. quod quidem per polos ipſius & per puncta BO F
tranſibit. ergo ſi circuli ABC polum ſumentes, qui ſit P; per P & per vtrumque ipſorum G
BO circulum deſcribemus: erit is in ſphæra maximus, & erit in plano per ODI H
tranſeunte. itaque deſcribatur, & ſit BPO: rurſuſque expoſito circulo RN*T* circa R*T* diametrum, addatur *R*φ æqualis BD, & angulo BDI æqualis fiat angulus RφX: & a cento L perpendicularis ducatur *L*NX. circumferentiæ vero RN ſumatur ęqualis circumferentia BY in *B*PO circulo. & rectæ lineæ φX æqualis recta *D*I. ergo iuncta IY æqualis erit ipſi XN, & producta in centrum E cadet; eritque ad ſubiectum planum & ad rectam lineam *DI* perpendicularis. punctum igitur I eſt illud, in quod ſphæra cadit: & punctnm Y, ſecundũ quod cadit. minima vero perpendicularium eſt ipſa YI.

COMMENTARIVS.

A Sumantur in circuli circumferentia tria quævis puncta, a quibus ad ſubiectum planum perpendiculares ducantur.] *græcus codex hoc loco deprauatiſsimus eſt, quem nos reſtituimus.*

B Vt didicimus] *in antecedente ſcilicet.*

C Quare DH perpendicularis eſt ad planum, quod per lineas EDI ducitur] Ex 4. *vndecimi elementorum. eſt enim* DH *perpendicularis ad ipſas DE* DC, *quæ in puncto D ſe mutuo ſecant.*

D Ac propterea circulus ABC ad dictum planum eſt rectus] Ex 18, *vndecimi elementorum. Nam circuli* ABC *planum per* DH *tranſit, quippe quæ communis ſectio eſt ipſius & ſubiecti plani.*

E Planum igitur BDI productum circulum faciet in ſphæra maximum] Ex 6. *primi libri ſphæricorum* Theodoſij, *cum per centrum* E *tranſeat.*

F Quod quidem per polos ipſius, & per puncta *B*O tranſibit] Ex 13 *primi liqri ſphæricorum eiuſdem.*

G Ergo ſi circuli ABC polum ſumentes, qui ſit P] *Circuli polum inueniemus ex 21. primi libri ſpæricorum.*

H Per P & per vtrumque ipſorum BO circulum deſcribemus] *Ex 29. eiuſdem libri.*

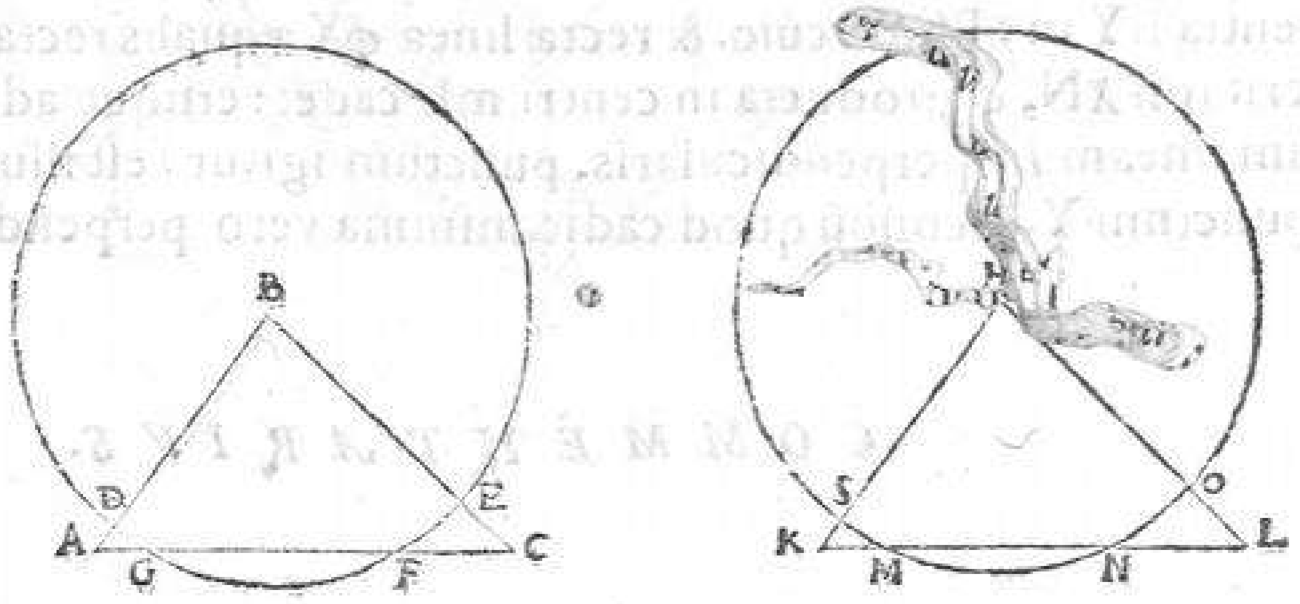
PROBLEMA XIII. PROPOS. XVII.

Sphæra poſita, & puncto extra ipſam dato, inuenire punctũ, in quo recta linea a dato puncto ad centrum ſpærę ducta circumferentiam ſecat.

Hoc autem perſpicuum eſt. ſi enim a dato puncto recta linea in circumferentiam incidens conuertatur, & ipſa circulum deſcribet: & polus ipſius erit punctum illud, quod quæritur.

PROBLEMA XIV. PROPOS. XVIII.

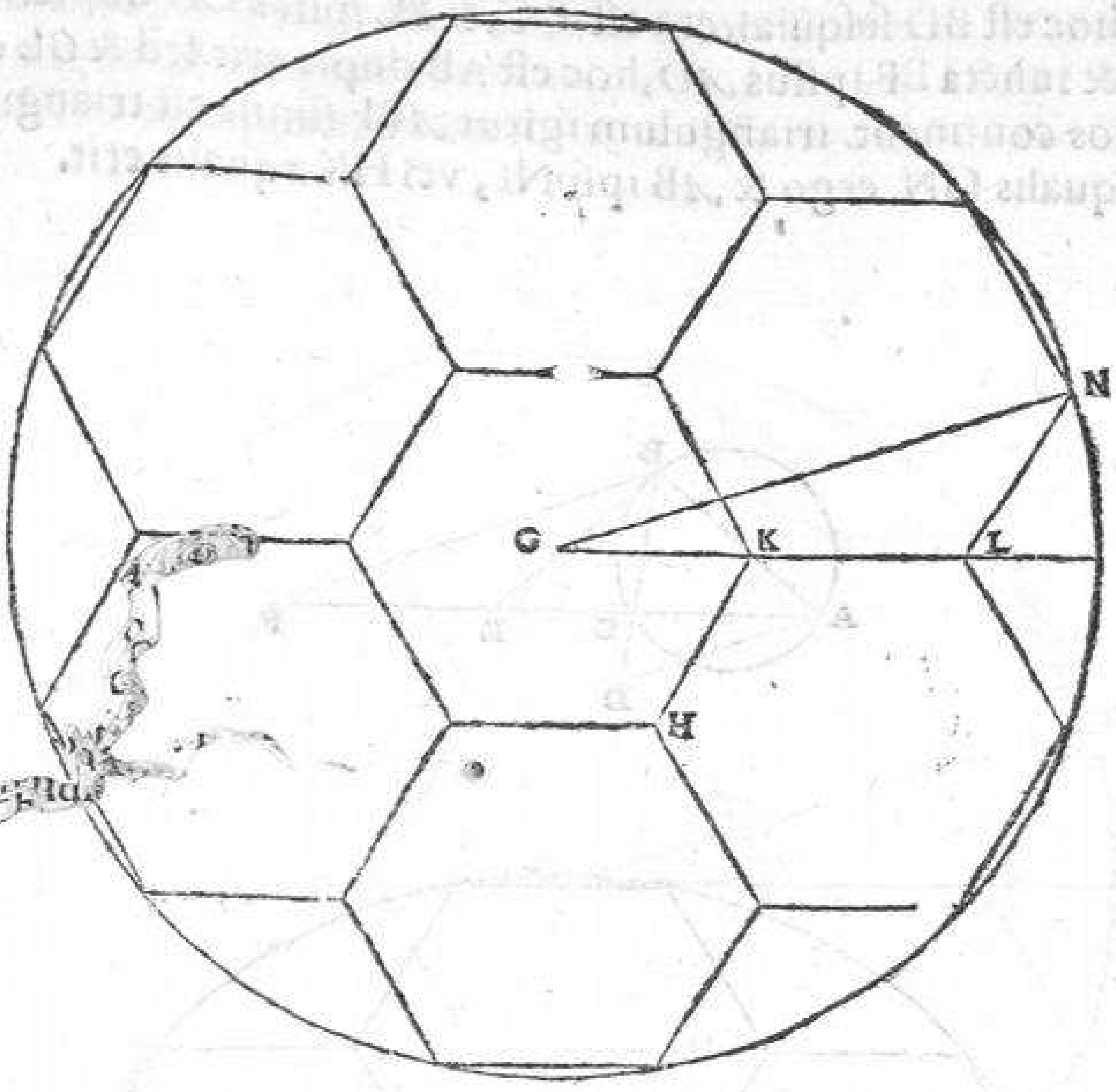
Ponatur rurſus ſphæra: & duo puncta dentur, vtraque extra ſuperficiem eius, & oporteat ſumere puncta, in quibus recta linea data puncta coniungens, ſphærę ſuperficiem ſecat.



Ponatur enim ſphæra circa B centrum: & data puncta extra ſuperficiem eius ſint AC. puncta vero, in quibus rectæ lineæ a punctis AC ad centrum B ductæ ſuperficiei occurrunt DE. Deſcribatur maximus circulus DEFG. ergo datæ erunt AD, CE rectæ lineæ. & cum data ſit ſphæræ ſemidiameter, totæ AB CB dabuntur. itemque ea, quæ data puncta AC coniungit. Ex tribus igitur rectis lineis AB AC CB triangulum HKL conſtituatur, & circa centrum H deſcribatur SMNO circulus; circulo DEFG æqualis. Si ergo is circulus ſecat KL, manifeſtum eſt rectam lineam, quæ puncta AC coniungit, ſphæram ipſam ſecare, ſin minus, non ſecare. Itaque circulus ſecet KL in MN punctis: & circumferentiæ SM æqualis abſcindatur circumferentia DG; circumferentiæ vero ON æqualis abſcindatur EF. conſtat igitur puncta GF ea eſſe, in quibus recta linea coniugens AC ſphærę ſuperficiem ſecat.

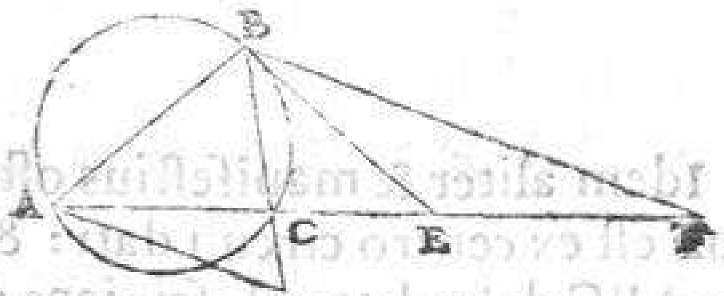
PROBLEMA. XV. PROPOS. XIX.

Vtilia etiam ſunt, quæ proprie organica appellantur; & maxime quando ad id, quod facile eſt a reſolutione manuducta experientiam proportione reſpondentem effugere poſſint. vt exempli gratia. In dato circulo ſeptem hexagona deſcribere, vnum quidem circa idem, quod eſt circuli centrum: reliqua vero ſex a medijs lateribus, quæ oppoſita latera habent ad circuli circumferentiam aptata.



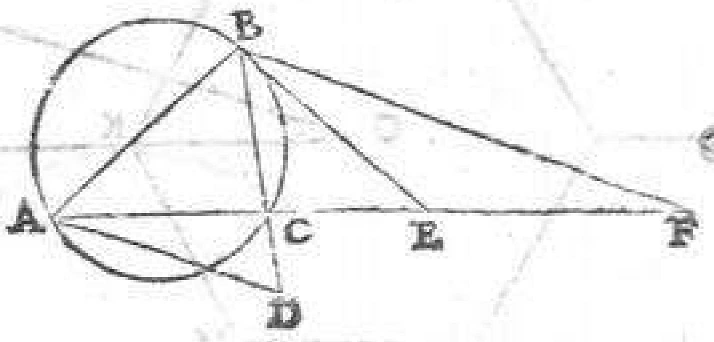
Sit datus circulus, cuius centrum G, & circa idem centrum ponatur latus hoxagoni HK, ita vt hexagonum, quod ab HK deſcribitur, latus LN ad circuli circumferentiam aptatum habeat: & iungatur GK. ergo GK in eadem recta linea conſtituitur in qua latus hexagoni K, propterea quod angulus quidem GKH duas tertias recti, angulus vero HKL rectum, ac recti tertiam continet: & iuncta GN, cum GKK*L* æquales ſint, erit GL dupla ipſius LN. eſtque angulus ad L datus, quippe qui continet rectnm, ac recti tertiam. triangulum igitur G*L*N ſpecie datur. & datur proportio GN ad *NL*. ſed data eſt GN. ergo & NL, videlicet hexagoni latus, data erit.

Organicum vero hoc modo.



Exponatur rectę lineæ, quæ eſt ex cẽtro circuli, tertia pars AC, in qua circuli portio ABC deſcribatur, duarũ tertiarũ recti angulũ ſuſcipies. & quarũ partiũ recta linea AE eſt nouem, earum quattuor abſcindatur CE: & BE contingens ducatur. *D*ico iunctã AB hexagoni lateri HK æqualẽ eſſe. producatur.n. BC, & ipſi AB, æqualis ponatur BD.

BD. ergo triangulum ABD æquicrure eſt: & recta linea AF æqualis ei, quæ eſt ex centro
A tro circuli. Quoniam igitur AE ad EC eam habet proportionem, quam nouem ad
quattuor, & quadratum ex AB ad quadratum ex BC hanc eandem proportionem habebit. quare AB, hoc eſt BD ſeſquialtera eſt BC, & BC ipſius CD dupla. ſed & FC dupla eſt CA. ergo & iuncta BF ipſius AD, hoc eſt AB dupla erit. ſed & GL dupla eſt LN & æquales angulos continent. triangulum igitur ABF ſimile eſt triangulo NLG: & recta linea AF æqualis GN. ergo & AB ipſi NL, vel HK æqualis erit.

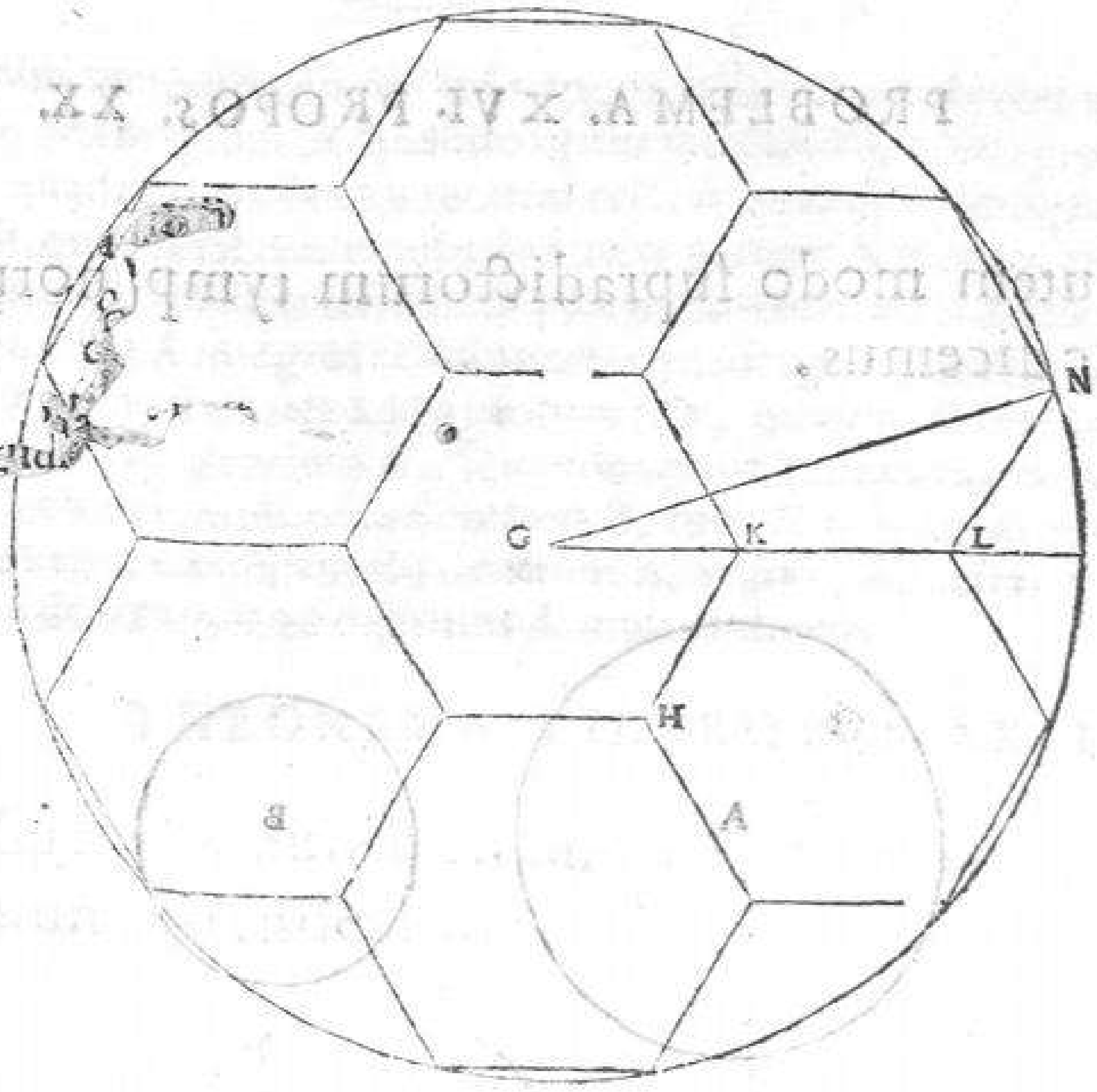


ALITER. Idem aliter & manifeſtius oſtendemus.

Sit AF æqualis ei, quæ eſt ex centro circuli dati: & abſcindatur ipſius tertia pars
AC, in qua circuli portio ABC deſcribatur, ſuſcipiens angulum duarum tertiarum re
B cti. & quarum AC eſt quinque, earum quattuor ponatur CE: ducaturque EB portio
nem contingens. & iunctis AB BF BC producatur BC ad D, ita vt BD ſit æqualis BA,
C & AD iungatur. Quoniam igitur in circulum ductæ ſunt ECA EB, quarum altera
quidem ſecat, altera vero circulum contingit; erit rectangulum AEC æquale quadra
to ex EB. ergo vt AE ad EB, ita BE ad EC: proptereaque CBE triangulum triangulo
ABE æquiangulum erit. & vt EA ad AB, ita EB ad BC. vt igitur quadratum ex AE
ad quadratum ex EB, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC. ſed vt quadratum

ex AE

ex AE ad quadratum ex EB, ita AE ad EC. quare vt AE ad EC, ita quadratũ ex AB,
hoc eſt BD ad quadratum ex BC. quadratum igitur ex DB ad quadratum ex BC pro
portionem habet eandem, quam nouem ad quattuor. & idcirco DB ſeſquialtera
eſt ipſius BC: & BC dupla CD. eſt autem & FC ipſius CA dupla. ergo vt FC ad CA, D
ita BC ad CD. & anguli ad C æquales ſunt. angulus igitur ad D angulo FBC: & angu E
lus ad F angulo CAD eſt æqualis. quare vt FB ad BC, ita AD ad DC: & permutando



vt FB ad AD, ita BC ad CD. ſed BC eſt dupla CD. ergo & FB ipſius AD, hoc eſt AB dupla erit. angulus autem ad D eſt duarum tertiarum recti. quare & duarum tertiarum recti eſt FBC: & totus ABF vnius recti, ac tertiæ. Itaque ſi habeamus circulum circa centrum G, cuius ſemidiameter ſit æqualis AF; a centro autem ipſius ducamus GL, quæ ſit æqualis FB, & ad rectam lineam GL, atque ad punctum L angulum conſtituamus GLN ipſi FBA æqualem, & iungamus GN: erit triangulum NLG triãgulo AFB æquiangulum. eſtque AF æqualis GN. ergo & NL ipſi AB æqualis erit. conſtat igitur deſcriptionem ſex hexagonorum in circulo fieri a recta linea ipſi AB æquali.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur AE ad EC eam habet proportionem, quam nouem ad quattuor. A
& quadratum ex AB ad quadratum ex BC hanc eandem proportionem habebit.] *Omnia hæc, & quæ deinceps ſunt, paulo poſt apertius explicabuntur.*

Vt igitur quadratum ex AE ad quadratum ex EB, ita quadratum ex AB ad quadra B
tum ex BC] *Quoniam enim vt EA ad AB, ita EB ad BC, erit permutando vt AE ad EB, ita* 22. ſexti.
AB ad BC; & ideo vt quadratum ex AE ad quadratum ex EB, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC.

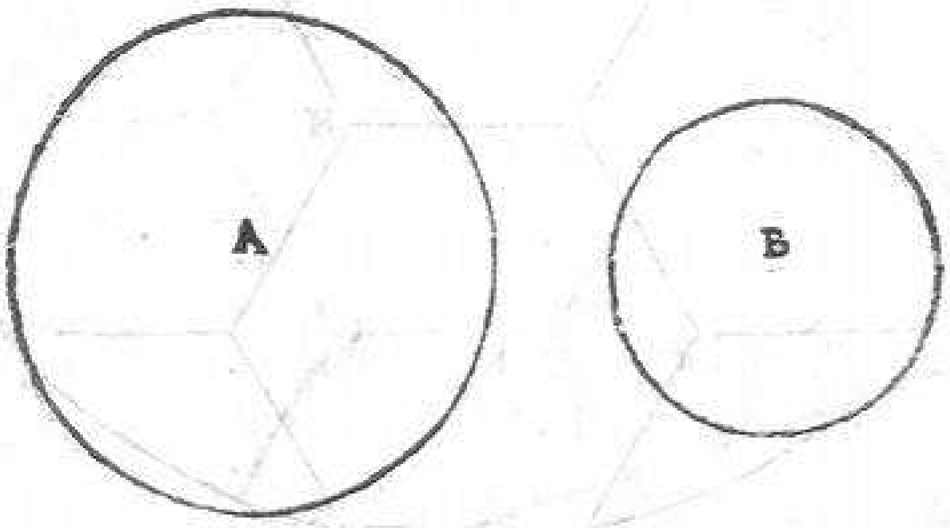
C Sed vt quadratum ex AE ad quadratum ex EB, ita eſt AE ad EC] *Ex corollario 20. ſexti elementorum. nam vt AE ad EB, ita BE ad EC. quod ſuperius demonſtratum eſt.*

D Et idcirco DB ſeſquialtera eſt ipſius BC] *vt enim nouem ad ſex, ita ſex ad quattuor. & cum quadratum ex DB ad quadratum ex BC ſit vt nouem ad quattuor, erit DB ad BC, vt nouē ad ſex; vel vt ſex ad quattuor. ergo DB ipſius BC ſeſquialtera erit.*

E Angulus igitur ad D æqualis eſt angulo FBC, & angulus ad F angulo CAD eſt æqualis] *Quoniam vt FC ad CA, ita BC ad CD, erit permutando vt FC ad CB, ita AC ad CD. atque eſt angulus BCF æqualis ipſi DCA. triangulum igitur BCF ſimile eſt triangulo DCA: & ob id angulus FBC æqualis angulo ALC; anguluſque LFC angulo CAD æqualis.* 15.prim. 6.ſexti.

PROBLEMA. XVI. PROPOS. XX.

Quo autem modo ſupradictorum tympanorum appoſitio fiat, nunc dicemus.

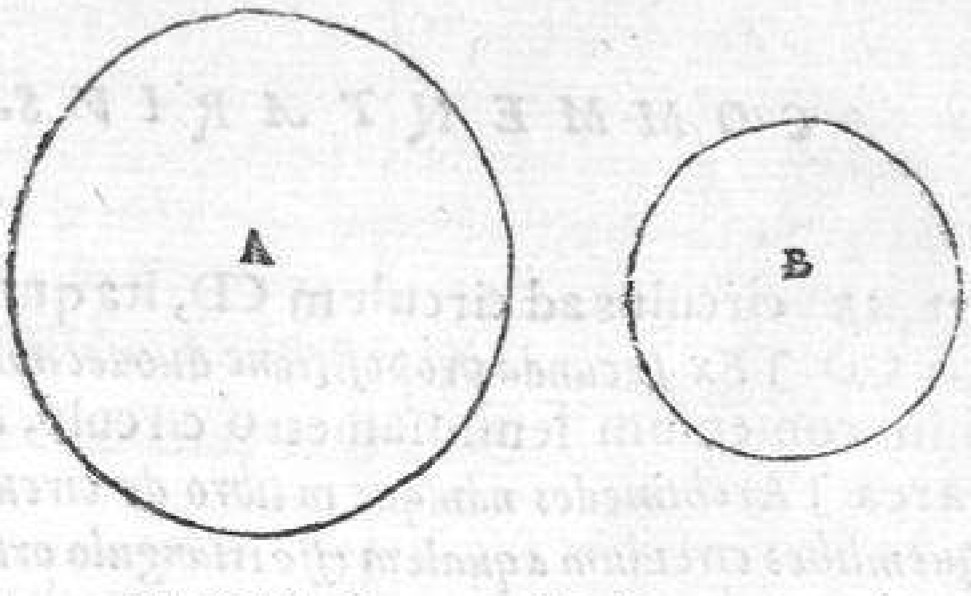


Sint duo tympana tornata, & ſibi ipſis appoſita AB: & ſit vt diameter tympani A ad diametrum tympani B, ita multitudo dentium A ad multitudinem dentium B; ſic enim tympanorum appoſitio ſeruatur; propterea quod vt circumferentia circuli ad circuli circumferentiam, ita eſt diameter ad diametrum. hoc enim infra demonſtrabitur.

THEOREMA V. PROPOS. XXI.

Ponatur tympanum quidem A dentium ſexaginta, tympanum vero B dentium quadraginta. Dico vt velocitas tympani A ad velocitatem tympani B, ita eſſe dentium B multitudinem ad multitudinem dentium A.

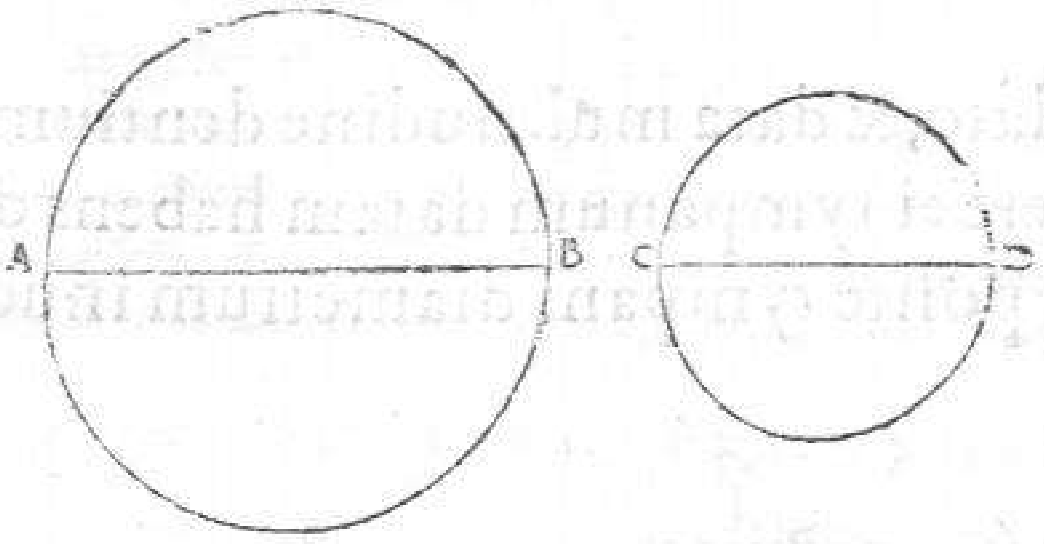
Quoniam



Quoniam enim tympana *A*B ſibi ipſis appoſita ſunt, quot dentes mouetur *B*, totidem mouebitur etiam ipſum *A*. quando igitur B conuerſum integram reuolutionē fecerit, tunc A quadraginta dentes motum erit. & quando B integras reuolutiones ſexaginta fecerit, quanta eſt multitudo dentium A, tunc A motum erit dentes 2400, quanta eſt multitudo dentium *A* in multitudinem dentium B ducta: ſimili ratione oſtendetur, & quando A integras reuolutiones quadraginta fecerit; quanta eſt multitudo dentium A, tunc B dentes 2400 motum eſſe, quanta eſt multitudo dentium *B* ducta in multitudinem dentium A. Quando igitur A integras reſolutiones fecerit quadraginta, quanta eſt multitudo dentium B, tunc & B integras reuolutiones ſexaginta fecerit, quanta eſt multitudo dentium A. ergo vt velocitas A ad velocitatem B, ita multitudo dentium B ad dentium A multitudinem.

THEOREMA VII. PROPOS. XXII.

Circumferentias autem circulorum interſe ua eſſe, vt eorum diametri, nunc oſtendemus.



Sint enim duo circuli AB CD circa AB CD diametros. *Dico* vt circuli AB circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita eſſe AB diametrum ad diametrum CD. Quoniam enim vt AB circulus ad circulum CD, ita quadratum diametri A*B* ad quadratum diametri CD. ſed circuli AB quadruplum eſt rectangulum, quod diametro AB, & *A*B circumferentia continetur. circuli vero CD quadruplum. eſt rectangulum, quod continetur diametro C*D*, & CD circumferentia rectangulum enim contentum ſemidiametro circuli, & ipſius circumferentia duplum eſt circuli areæ, vt ab Archimede, & in commentario in primum mathematicorum, & a nobis vno theoremate demonſtratum eſt. vt igitur rectangulum, quod diametro AB, & AB circumferentia continetur, ad rectangulum contentum CD diametro & circumferentia CD, ita quadratum ex *A*B ad quadratum ex C*D*: permutandoque vt rectangulum contentum circumferentia AB & AB diametro ad quadratum ex *A*B, ita quod circumferentia C*D*, & CD diametro continetur ad quadratum ex CD. ergo vt circuli AB circumferentia ad diametrum *A*B, ita circumferentia circuli CD ad CD diametrum. hoc enim perſpicuum eſt, & in elementis ſumitur. quare & permutando vt AB circumferentia ad circumferentiam CD, ita diameter *AB* ad diametrum C*D*.

COMMENTARIVS.

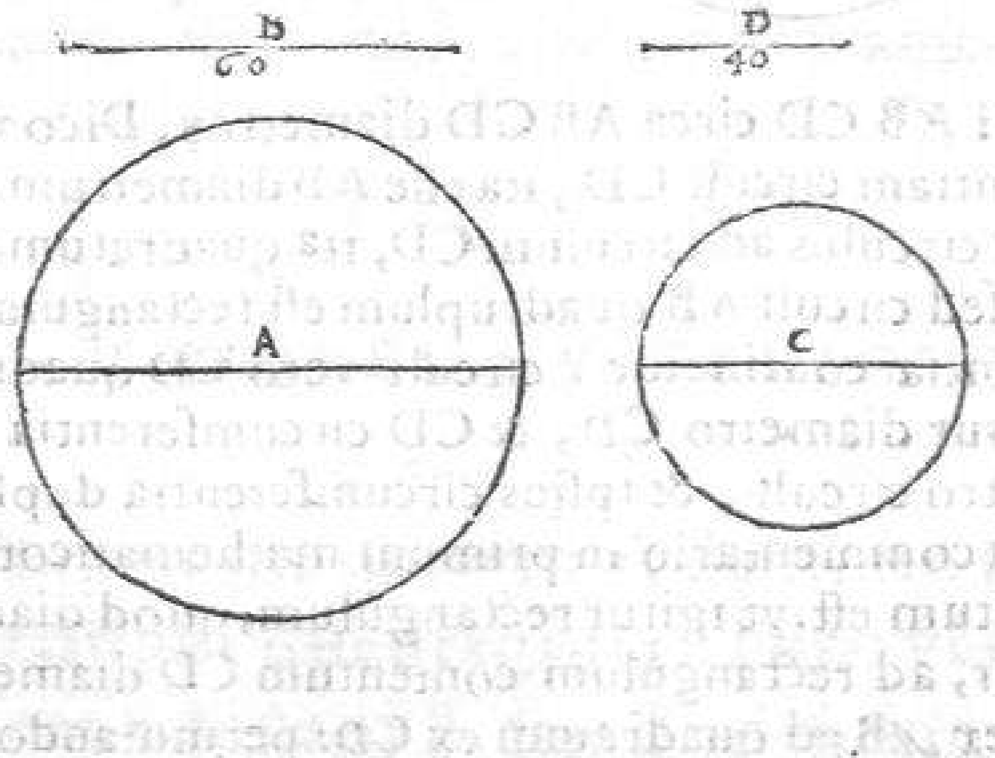
A Quoniam enim vt *AB* circulus ad circulum CD, ita quadratum diametri AB ad quadratum diametri CD] *Ex ſecunda propoſitione duodecimi libri elementorum.*

B Rectangulum enim contentum ſemidiametro circuli, & ipſius circumferentia duplum eſt circuli areæ] *Archimedes namque in libro de circuli dimeaſione, propoſitione prima demonſtrauit quemlibet circulum æqualem eſſe triangulo orthogonio, cuius ſimidiameter quidem vni laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, circumferentia vero baſi eius eſt æqualis. Sed rectangulum contentum ſemidiametro circuli & eius circumferentia dicti trianguli eſt duplum. quare ſequitur ipſius quoque circuli duplum eſſe.*

C Ergo vt circuli AB circumferentia ad diametrum AB, ita circumferentia circuli CD ad *CD* diametrum.] *Eſt enim rectangulum contentum circumferentia circuli AB, & AB diametro ad quadratum ex AB, ita rectangulum contentum circumferentia circuli CD, & CD diametro ad quadratum ex CD. Sed vt rectangulum contentum circumferentia circuli AB, & AB diametro ad quadratum ex AB, ita eſt circumferentia circuli AB ad AB diametrum ex prima ſexti libri elementorum. habent enim eandem altitudinem, videlicet rectam lineam AB. & ſimili ratione vt rectangulum contentum circumferentia circuli CD & CD diametro ad quadratum ex CD, ita circuli CD circumferentia ad diametrum CD. quare vt circumferentia circuli AB ad AB diametrum, ita circumferentia circuli CD ad diametrum CD.* 11.quĩti.

ROBLEMA XVII. PROPOS. XXIII.

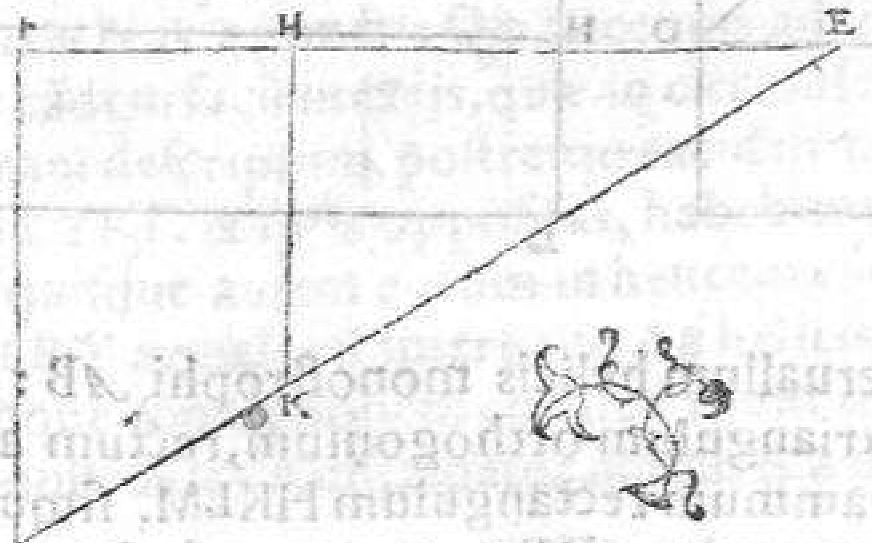
Tympano dato, & data multitudine dentium ipſius, propoſitum ſit apponere ei tympanum datam habens dentium multitudinem, & appoſite tympani diametrum inuenire.



Sit tympanum *A*, cuius dentium multitudo ſit numerus B, vnitatũ videlicet ſexagintà. & ipſi A apponatur tympanum C, cuius multitudo dentium ſit D numerus vnitatum quadraginta. Itaque oportet tympani C diametrum inuenire. Quoniam enim numerus B eſt multitudo dentium tympani A, & numerus D multitudo dentium tympani C, eſt que multitudo dentium tympani C ipſius circumferentia: erit

erit vt B numerus ad numerum D, ita circumferentia A ad circumferentiã C. ſed vt circũferentia ad circumferentiã, ita diameter ad diametrũ. proportio autem numeri B ad D numerũ eſt data; cum data ſit proportio ſexaginta ad quadraginta ergo & diametri A ad diametrũ C proportio eadẽ eſt, quæ ſexaginta ad quadraginta, & data eſt diameter A. ergo & diameter C dabitur. Oportebat enim facere, vt numerus ſexaginta ad quadraginta, ita diametrum A ad aliam diametrum, circa quam circulus deſcriptus quæſito tympano æqualis erit. 2. datorũ

Organice vero hoc modo.



Exponatur recta linea EF, diuiſa in tot partes æquales, quot dentes ſunt tympani A, hoc eſt in ſexaginta. atque ipſi ad rectos angulos ducta FG tympani A diametro æqualis ponatur: iungaturq; EG: & quarũ partiũ EF eſt ſexaginta, earũ quadraginta ſumatur EH, quãta ſcilicet eſt multitudo dentiũ tympani C. deinde per H ipſi FG parallela ducatur HK. erit igitur HK tympano C æqualis. etenim demõſtratio manifeſta eſt.

A

B

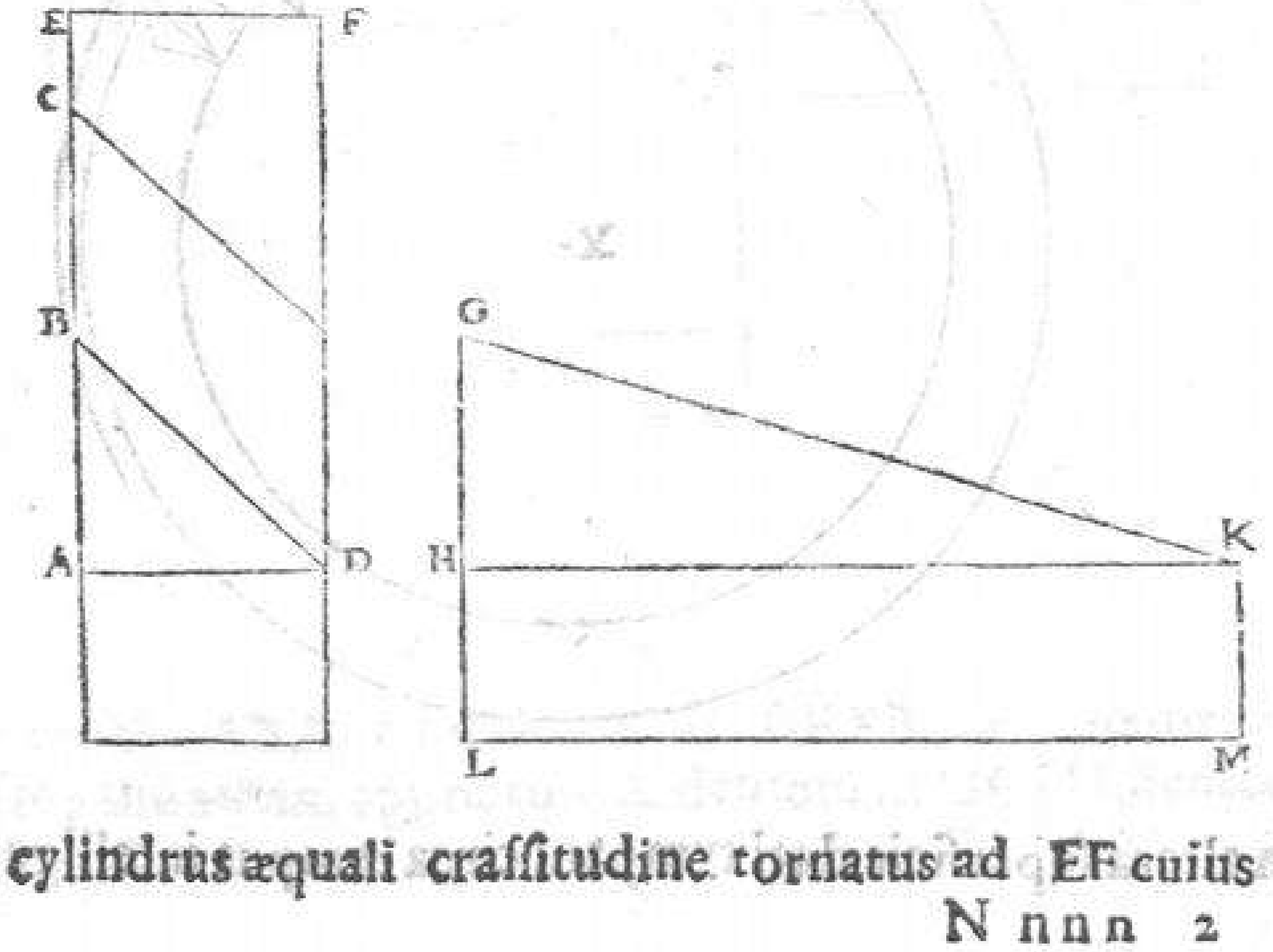
COMMENTARIVS.

A Atq; ipſi ad rectos angulos ducta FG tympani A diametro æqualis ponatur] *Poteſt FG ad EF etiã in quocumque alio angulo aptari. idem namque ſequatur neceſſe eſt.*

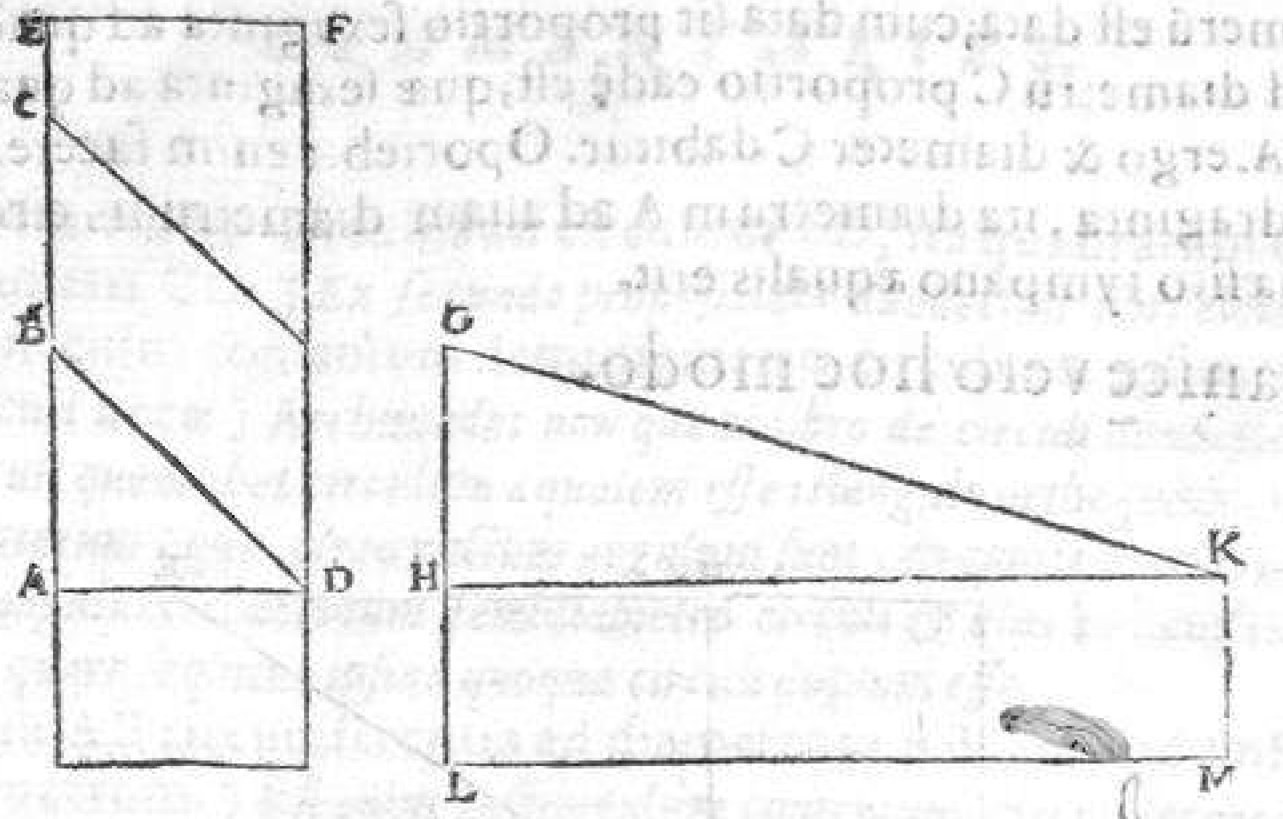
B Etenim demonſtratio manifeſta eſt] *Ex quarta ſexti libri elementorum. triangula enim* EFG EHK *ſimilia ſunt. quare vt* EF *ad* FG, *ita* EH *ad* HK: *& permutando vt* FE *ad* EH, *hoc eſt vt ſexaginta ad quadraginta, ita* FG *ad* HK; *hoc eſt ita diameter tympani* A *ad tympani* C *diametrum.*

PROBLEMA XVIII. PROPOS. XXIV.

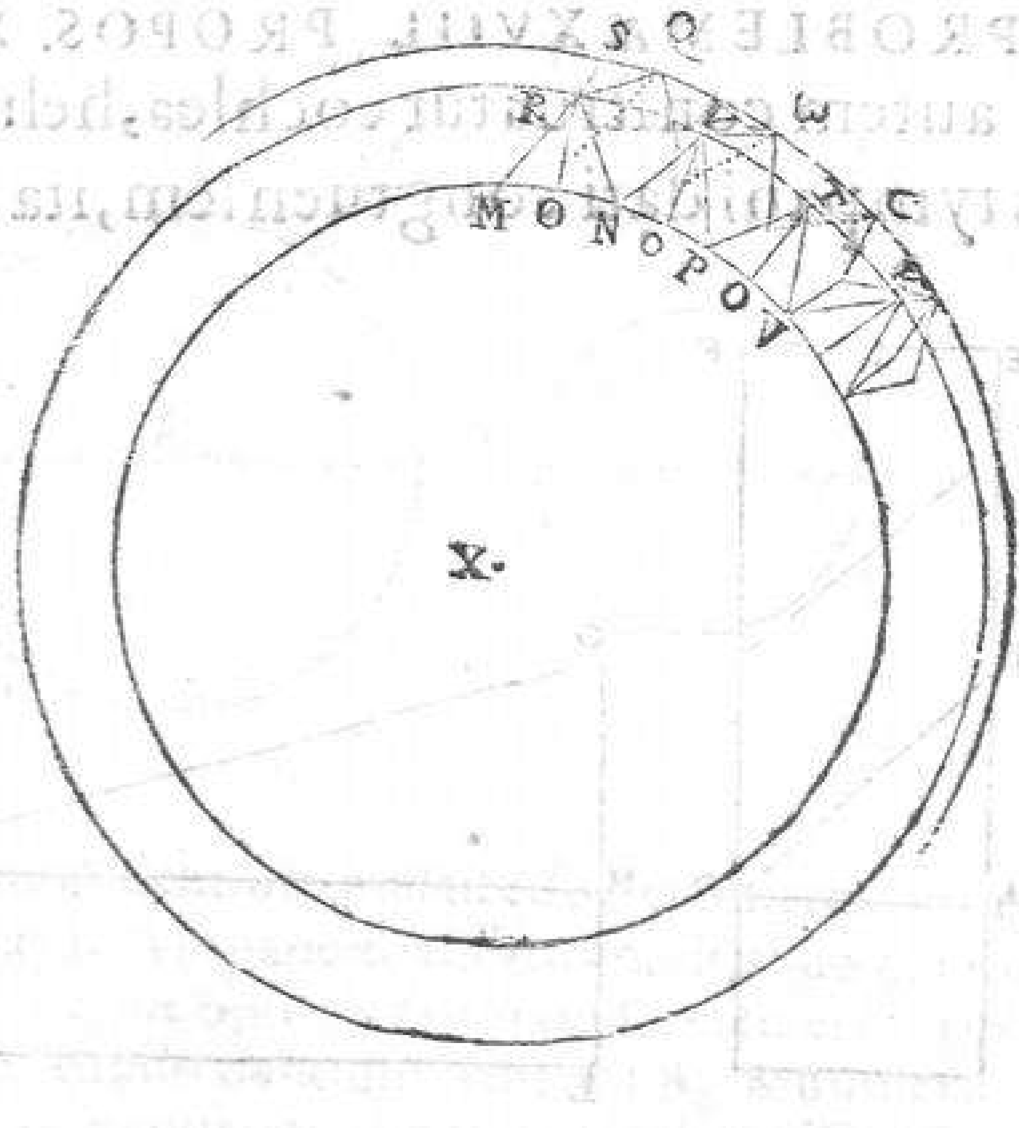
Quomodo autem conſtruatur cochlea, helicem habens obliquis dentibus tympani dati congruentem, ita manifeſtum erit.



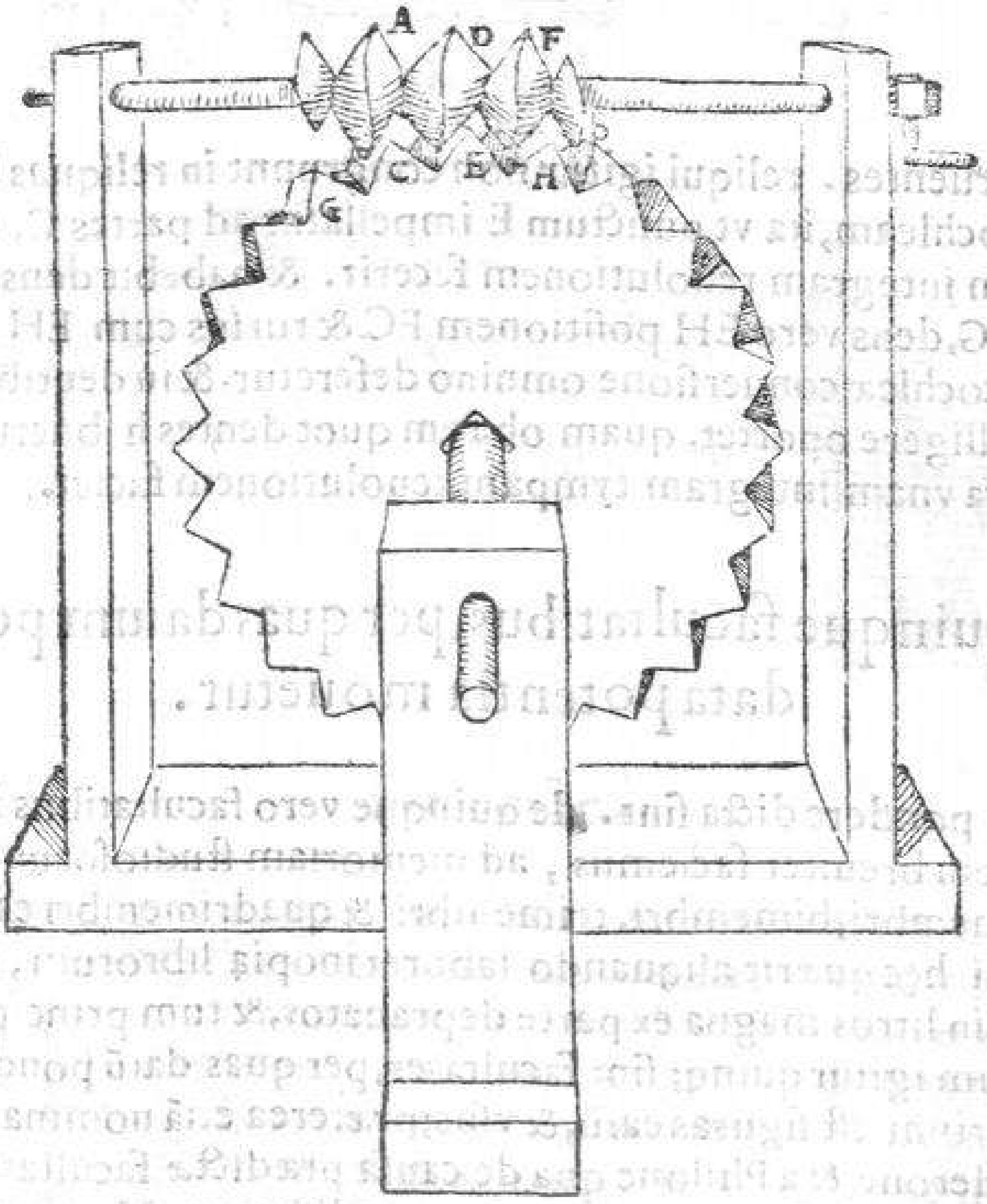
Intelligatur cylindrus æquali craſſitudine tornatus ad EF cuius latus AE, ſu-



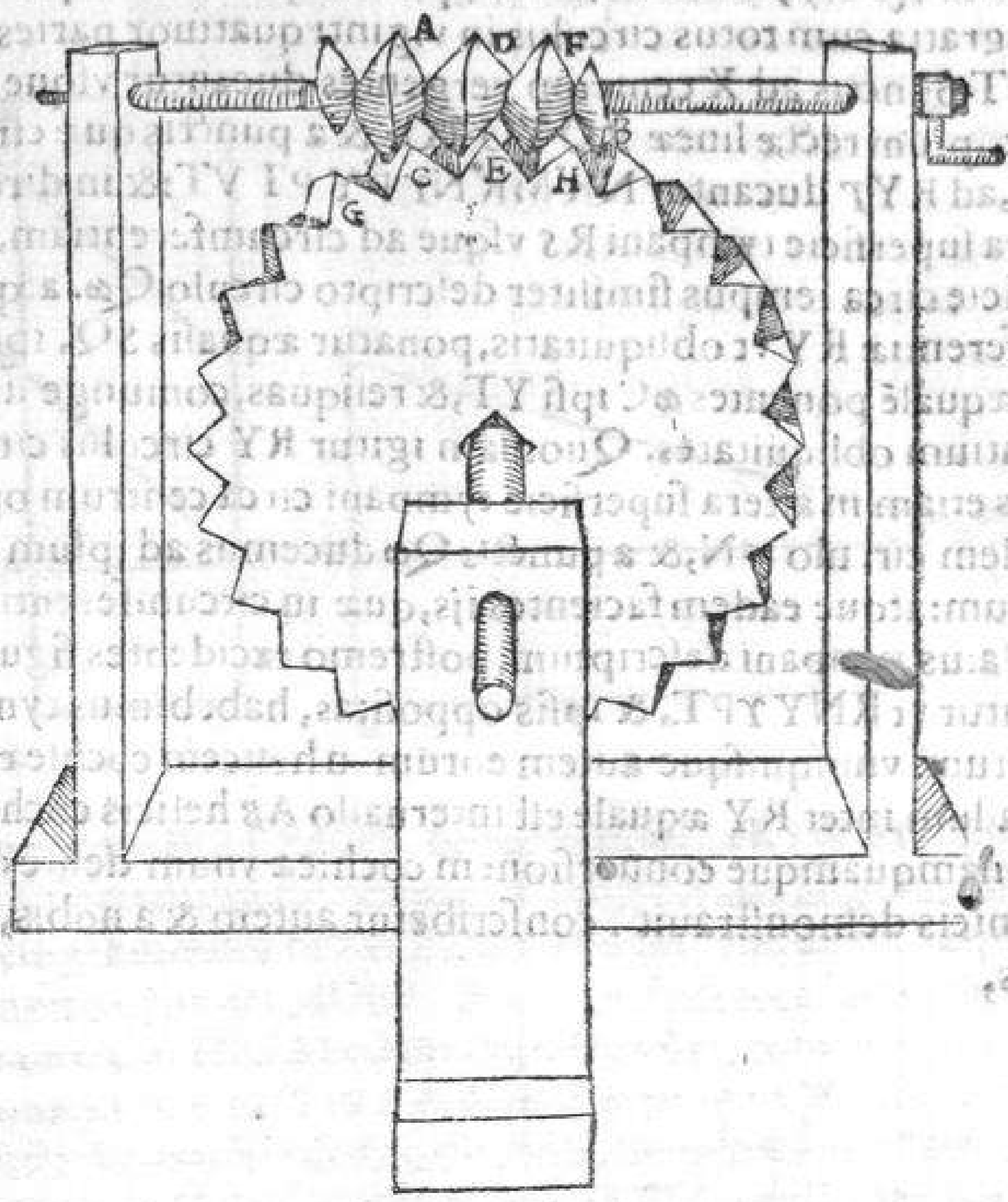
maturque in ipſo interuallum helicis monoſtrophi AB: & fiat lamina ærea, cuius pars quidem GHK ſit triangulum orthogonium, rectum angulum habens ad H; reliqua vero parallelogrammum rectangulum HKLM. ſitque HG æqualis ipſi AB, & HK æqualis perimetro cylindri ADEF. & circumflectatur lamina circa cylindrum. ita vt parallelogrammum HKLM etiam cylindrus fiat, contingens DE quando introductum fuerit. ponatur autem H in A, & G in B, & ſic per GK ſubtenſam angulo recto atque inflexam deſcribemus helicem, quæ monoſtrophos appellatur, vt BD. & rurſus trāſponentes laminam, vt H ponatur in B, & G in C, deſcribemus per GH alterā helicem monoſtrophon, ita vt tota diſtrophos ſit. in quo enim tempore A ad B accedit, cum æqualiter moueatur, in hoc & AB mota inſuperficie cylindri ad eundem locum reuertitur, & punctum, quod in recta linea AB ferri diximus helicem monoſtrophō deſcribet. id, quod demonſtrauit Apollonius pergeus; ſi igitur & vtramque linearum AB BC, & eas, quæ deinceps ſunt vſque ad E bifariam ſecemus: & per puncta lamina deſcribamus helices monoſtrophos, ab ipſis autem profunditatem quancumque voluerimus, ſumamus, & a profunditate reliquum deſcriptæ helicis, facile helicem lenticulari forma, cum polierimus, perfectam habebimus.



Rurſus in altera ſuperficie dati tympani circa tempus intelligatur circulus, cuius circumferentia RYTK, & centrum X, punctaque RYT æquali ſpacio inter ſeſe diſtantia, verbi gratia cum totus circulus in viginti quattuor partes diuiſus fuerit. ab ipſis autem RYT punctis ad X centrum vergentes ducantur vſque ad circulum MNPV circa X deſcriptum rectæ lineæ RO YO TO: & a punctis quæ circumferẽtias OO bifariam ſecant, ad RYT ducantur NR MR NY PY PT VT: & in directum ipſi OR ducatur in conuexa ſuperficie tympani RS vſque ad circumferentiam, quæ eſt in altera tympani ſuperficie circa centrum ſimiliter deſcripto circulo Qω. atque a puncto S medietati circumferentiæ RY vt obliquitatis, ponatur æqualis SQ, ipſi autem RY Qω: & ita deinceps æqualẽ ponentes ωC ipſi YT, & reliquas, coniungentesque RQ Yω TC habebimns dentium obliquitates. Quoniam igitur RY circulus circulo Qω eſt ęqualis, deſcribemus etiam in altera ſuperficie tympani circa centrum oppoſitum puncto X, circulũ æqualem circulo MN, & a punctis Qω ducemus ad ipſum rectas lineas, vergentes in centrum: atque eadem facientes ijs, quæ in circumferentia circuli RYT, habebimus aliud latus tympani deſcriptum. poſtremo excidentes figuras, quæ inter lineas interiiciuntur vt RNY YPT, & ipſis oppoſitas, habebimus tympanum obliquis dentibus dentatum. vnuſquiſque autem eorum in helicem cochleæ ingreditur, quoniam & interuallum inter RY æquale eſt interuallo AB helicis cochleæ: & manifeſtũ eſt ſecundum vnamquamque conuerſionem cochleæ vnum dentẽ deferri. Hoc enim Hero in mechanicis demonſtrauit, conſcribetur autem & a nobis, vt nihil extrinſecus inquiremus,



Intelligatur cochlea AB, & in ipſa helix AC DE FB. intelligatur etiã monoſtrophi dictę helicei, tympanũ autem appoſitum & dentatũ ſit GCEH, dentes habens GC CE



EH helici congruentes. reliqui igitur non congruunt in reliquas helices. Itaque ſi conuertamus cochleam, ita vt punctum E impellatur ad partes C, erit E in C, quando cochlea vnam integram reuolutionem fecerit. & habebit dens quidem CE poſitionem ipſius CG, dens vero EH poſitionem EC. & rurſus cum EH habuerit poſitionem CE in vna cochleæ conuerſione omnino deferetur. & in dentibus, qui deinceps ſunt eadem intelligere oportet. quam ob rem quot dentes habuerit tympanum, toties cochlea mota vnam integram tympani reuolutionem faciet.

De quinque facultatibus, per quas datum pondus data potentia mouetur.

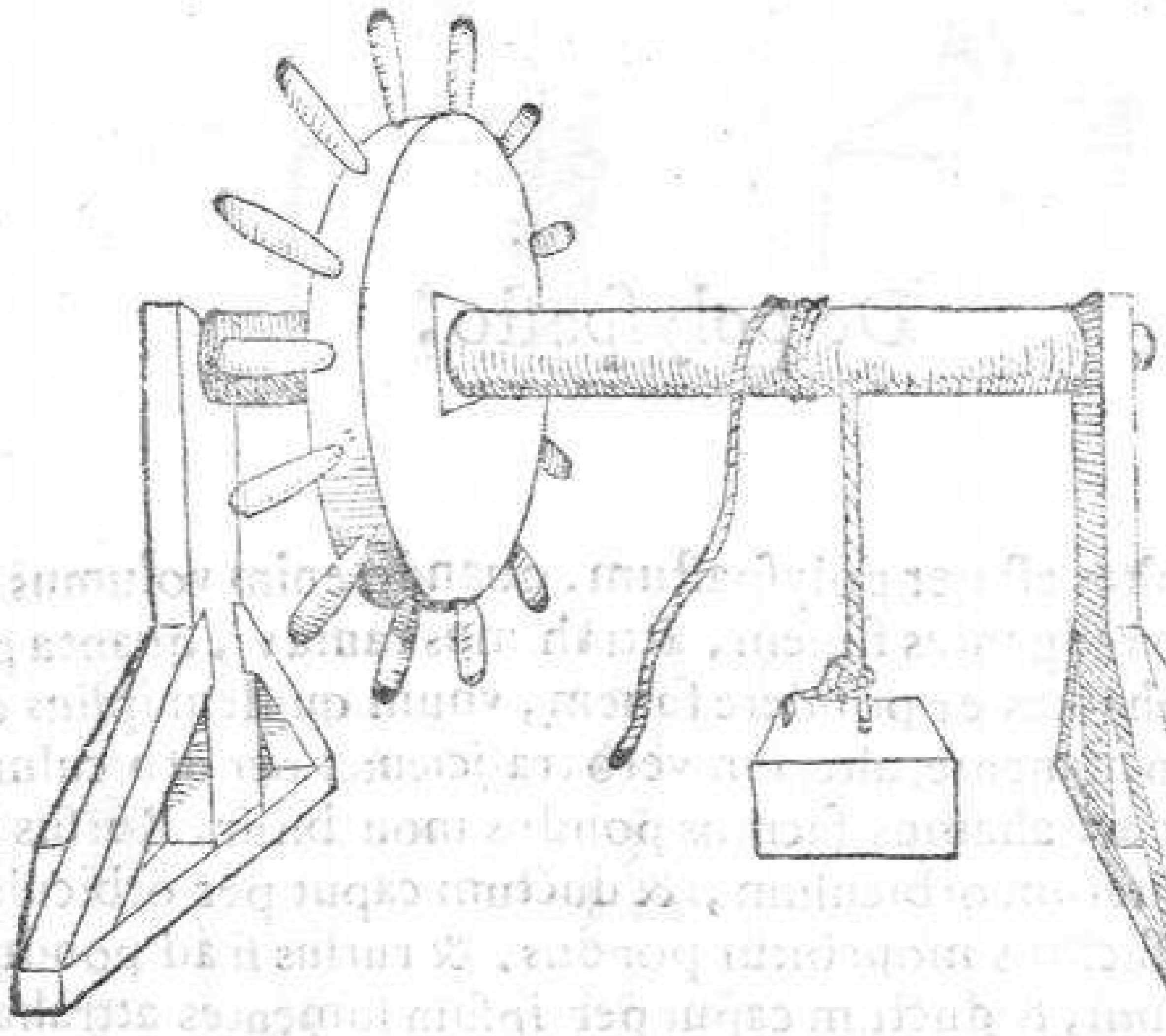
Hæc igitur de pondere dicta ſint. de quinque vero facultatibus iam dictis ex Herone ex poſitionem breuiter faciemus, ad memoriam ſtudioſorum, addentes etiam de machina vnimembri, bimembri, trimembri & quadrimembri ea, quæ neceſſario dicuntur. ne qui hęc quærit aliquando laboret inopia librorum, in quibus ſcripta ſunt. etenim nos in libros magna ex parte deprauatos, & tum principio, tum fine carẽtes incidimus. Cum igitur quinq; ſint facultates, per quas datũ pondus data potentia mouetur, neceſſarium eſt figuras earũ, & vſus; præterea etiã nomina exponere. Traditum autẽ eſt ab Herone, & a Philone qua de cauſa prædictæ facultates in vnam reducentur naturã, quamquã figuris multum inter ſe diſtantes. Nomina igitur hæc ſunt. Axis in peritrochio, vectis, polyſpaſton, cuneus, & pręter hęc quę Appellatur infinita cochlea.

De Axe in peritrochio.

Axis igitur in peritrochio hoc modo conſtruitur. Lignum accipere oportet

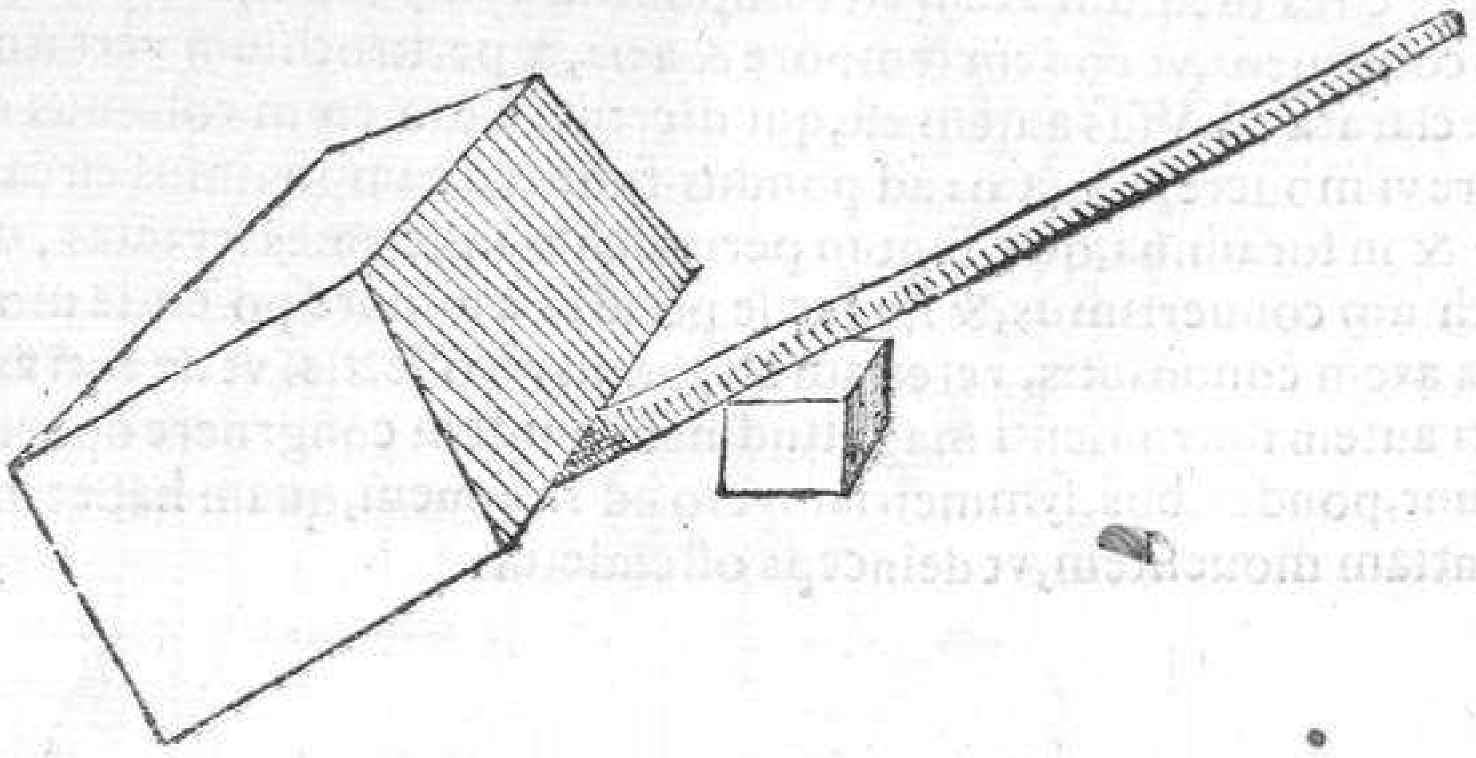
firmum,

firmum, quadratum perinde ac tignum: eiuſque extrema contorquentes rotunda facere, & choinicidas circumponere æreas coagmentatas axi, ita vt iniectæ in foramina rotunda in immoto quodam pegmate expedite vertantur, cum foramina habeant τρηβεῖς æreos choinicidibus ſubiectos. Vocatur autem id lignum, quod dictū eſt, *Axis*, & circa medium axem circumponitur tympanum, habens foramen quadratum axi congruens, vt eodem tempore & axis, & peritrochium vertatur. Conſtructio igitur declarata eſt. Vſus autem eſt, qui dicetur. Cum enim volumus magna pondera minore vi mouere, alligatos ad pondus funes circumponimus circa depreſſas partes axis: & in foramina, quæ ſunt in peritrochio inijcientes ſcytalas, deducenteſque peritrochium conuertimus, & ita facile pondus a minore potentia mouebitur, funibus circa axem conuolutis, vel etiam ab aliquo recollectis, vt ne toti axi circumponātur. dicti autem inſtrumenti magnitudinem quidem congruere oportet ijs, quæ mouenda ſunt, ponderibus, ſymmetriam vero ad rationem, quam habet motum pondus ad potentiam mouentem, vt deinceps oſtendetur.



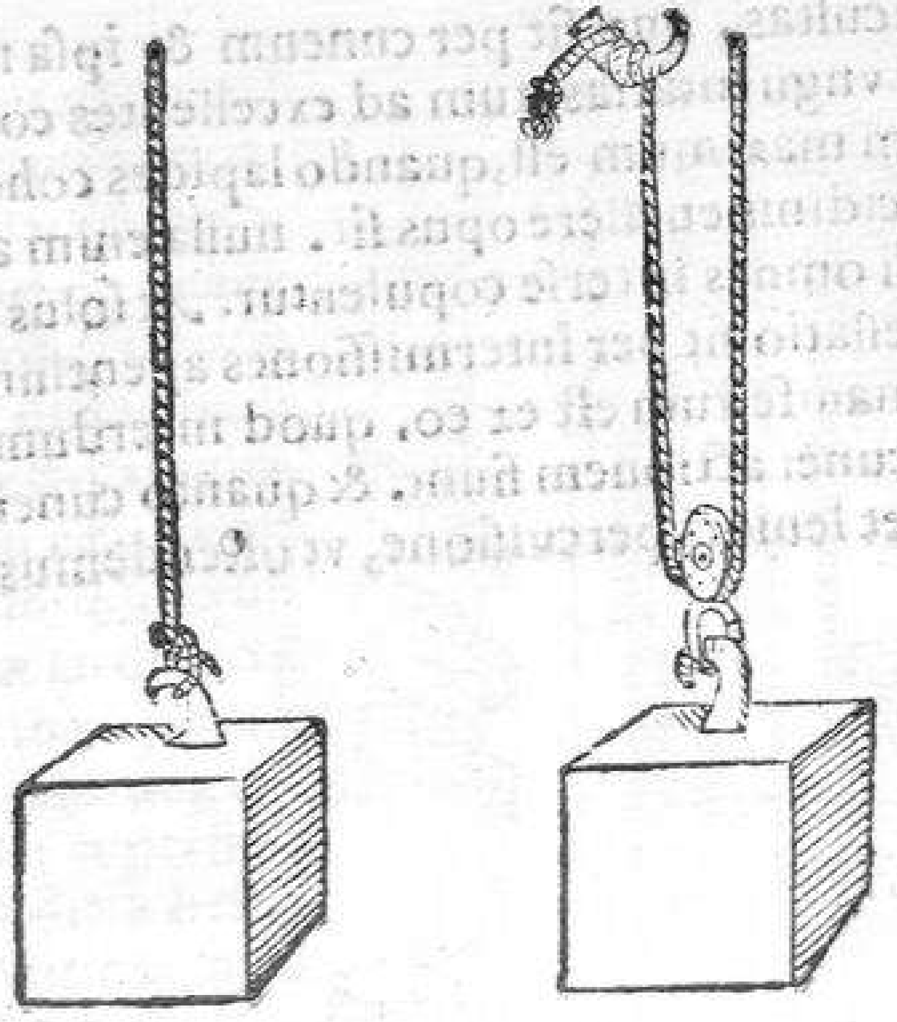
De vecte.

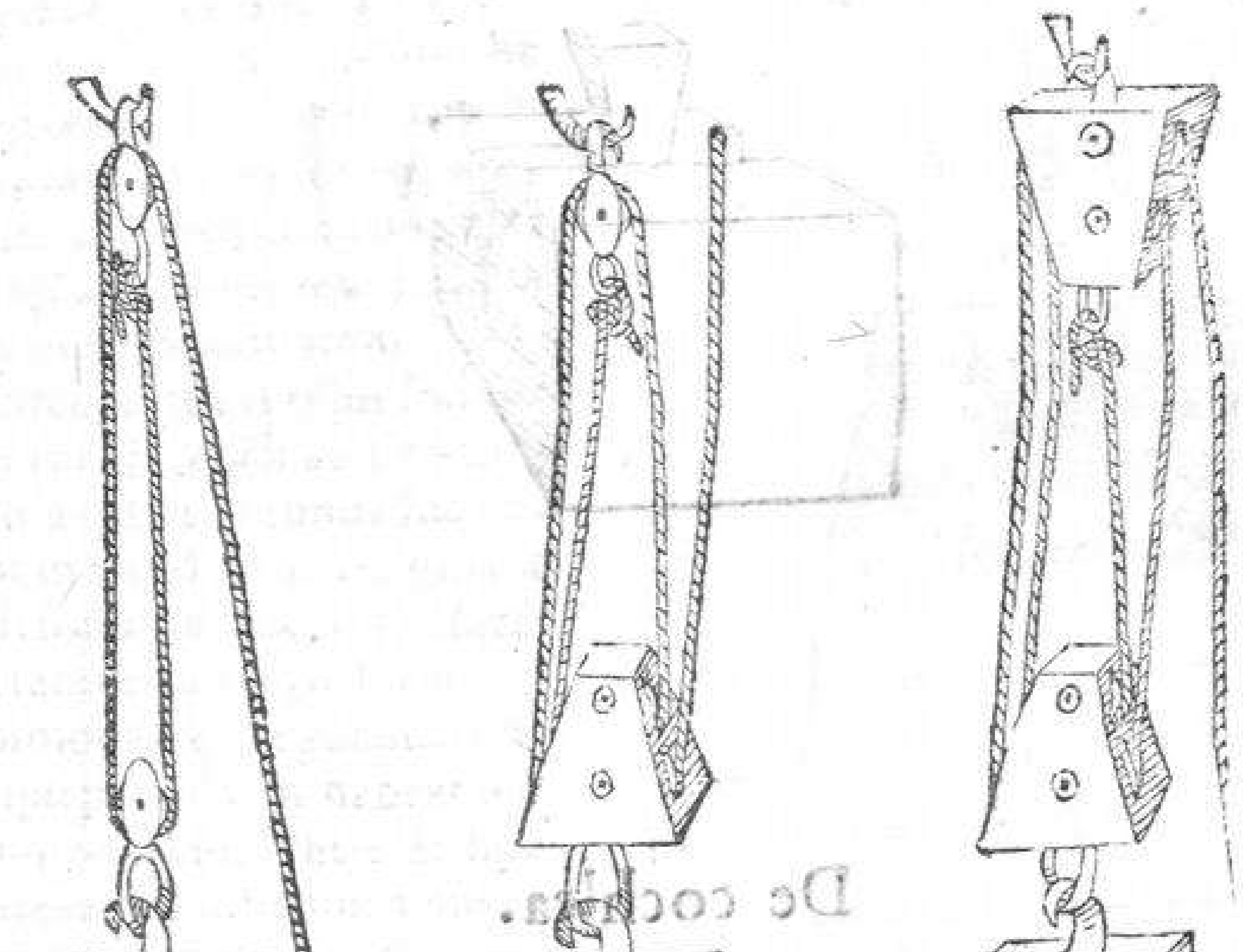
Erat autem ſecunda facultas, quæ per vectem, & fortaſſe pręmeditatio motus circa excedentia pondera ſtatuentes enim quidam magna pondera mouere, quoniam primum a terra attollere oportet, anſas autem non habebunt, quod omnes partes baſis ipſius ponderis ſolo incumberent, paulum ſuffodientes, & ligni longi extremitatem ſubijcientes ſub onus, adducebant ex altera extremitate, ſupponentes ligno propè ipſum onus lapidem, qui hypomochlium appellatur. cumque illis viſus eſſet hic motus valde facilis, exiſtimauerunt fieri poſſe, vt hoc pacto magna pondera mouerentur. vocatur autem tale lignem vectis, ſiue quadratum, ſiue rotandum ſit. & quanto propinquius oneri ponitur hypomochlium, tanto facilius pondus mouetur, vt deinceps oſtendemus.



De polyſpaſto.

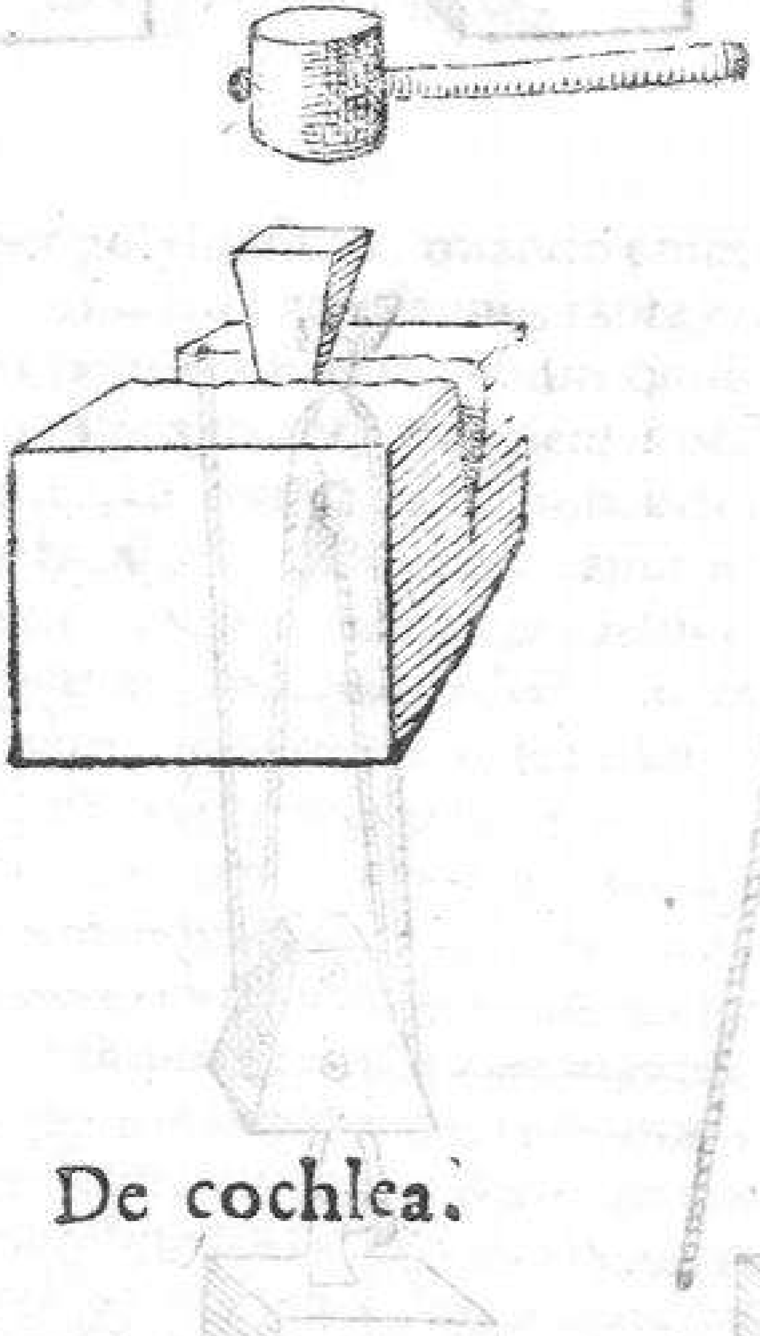
Tertia autem facultas eſt per polyſpaſtum. quando enim volumus aliquod pondus attrahere ab ipſo religantes funem, attrahimus tanta vi, quanta ponderi eſt æqualis. Si autem attrahentes ex pondere funem, vnum quidem ipſius caput ſuſpendamus ex aliquo loco manente, alterum vero traijcientes per orbiculum ad pondus religatum, etiam hoc attrahamus, facilius pondus mouebitur. Rurſus ſi ex loco manente ſuſpendamus alterum orbiculum, & ductum caput per orbiculum ſumentes attrahamus, multo facilius mouebitur pondus. & rurſus ſi ad pondus religauerimus alterum orbiculum, & ductum caput per ipſum ſumentes attrahamus, adhuc multo facilius pondus mouebitur. ſemperque orbiculum a manente loco & a pondere religantes, & viciſſim ductum caput traijcientes per orbiculos, facilius pondus mouebitur: & tanto facilius, in quanto plura membra funis inflectetur. oportet autem religatum caput ex aliquo loco manente ſuſpendi. ſed ſingulos orbiculos ſeorſum a manente loco, & a pondere religemus, orbiculi quidem, qui dicuntur inmanente loco eſſe, in vnum lignum induntur, circa axes verſationes habentes, quod mãganum appellatur, hoc autem per alterum funem ex manente loco ſuſpenditur. orbiculi vero, qui ſunt ad pondus in alterum manganum huic æquale induntur: quod rurſus ſolum a pondere religatur. atque ita oportet in manganis diſpoſitos eſſe orbiculos, vt ne membra inter ſe implicata difficulter moueantur. Quam autem ob cauſam cum plura ſint membra, facilitas mouendi ſubſequatur, oſtendemus, & cur alterum caput ex manente loco ſuſpendatur.





De Cuneo.

Sequens autem facultas, quæ fit per cuneum & ipſa magnas vtilitates affert, tum ad compreſſiones vnguentarias, tum ad excellentes conglutinationes per tectonicam. Omnium autem maximum eſt, quando lapides coherentes cum partibus inferioribus ex ipſis lapicidinis euellere opus ſit. nulla enim aliarum facultatum hoc efficere poteſt; neque ſi omnes interſe copulentur. At ſolus cuneus efficax eſt qualibet ratione: & nulla ceſſatio fit per intermiſſiones agentium; valida autem fit contentio quod quidem manifeſtum eſt ex eo, quod interdum non percuſſo cuneo ſonitus, & ruptiones per cunei actionem fiunt. & quanto cunei angulus minor eſt, tanto facilius agit. videlicet leuiori percuſſione, vt oſtendemus.



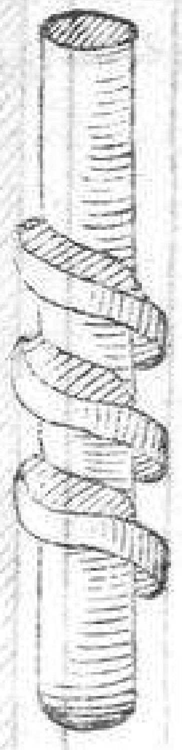
De cochlea.

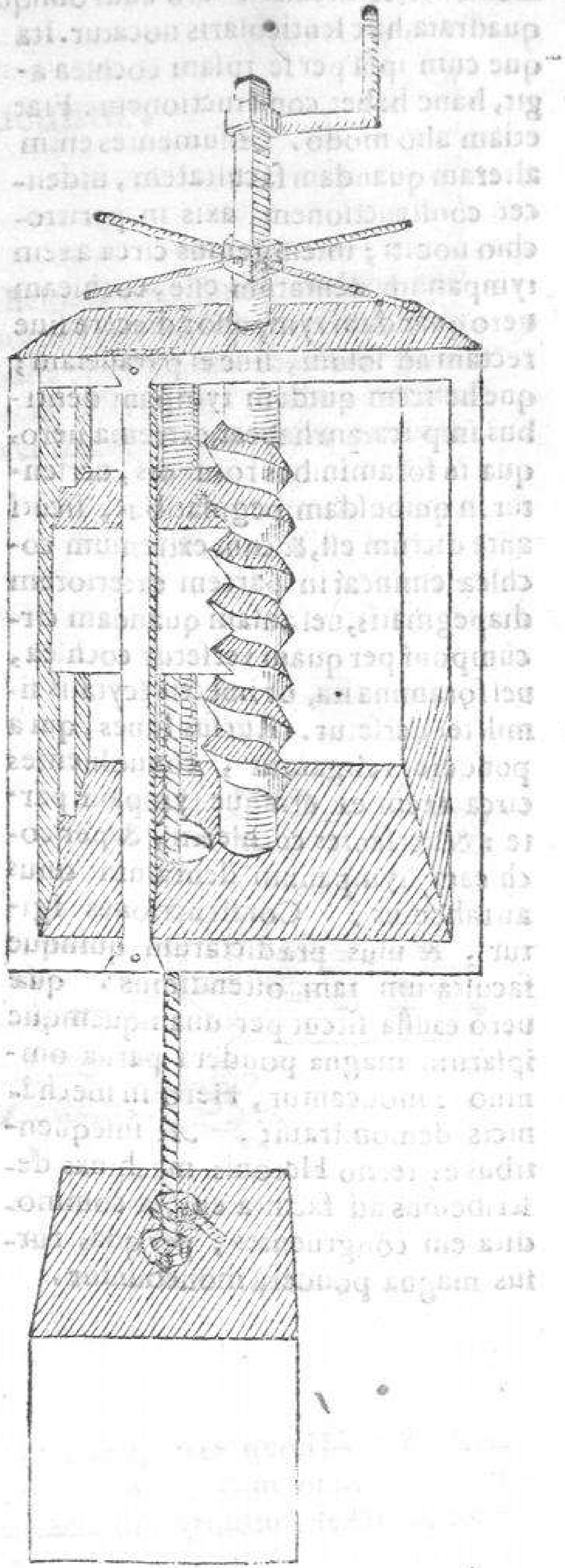
Inſtrumenta vero, de quibus dictum, manifeſtas, & abſolutas habeat conſtructiones, quæ per ſæpe in ipſo vſu apparent. Sed cochlea neſcioquid difficile habet, tum ad conſtructionem tum ad vſum. Interdum enim ipſa per ſe ipſam ſola agit: interdum vero aliam quoque facultatem aſſumens; quanquam nihil aliud ſit cochlea, quam aſſumptus cuneus expers percuſſionis; per vectem quoque motionem efficiens. Hoc autem manifeſtum erit ex ijs, quæ dicentur. Natura quidem conſiderationis, quæ circa ipſam, eiuſmodi eſt

Si cy-

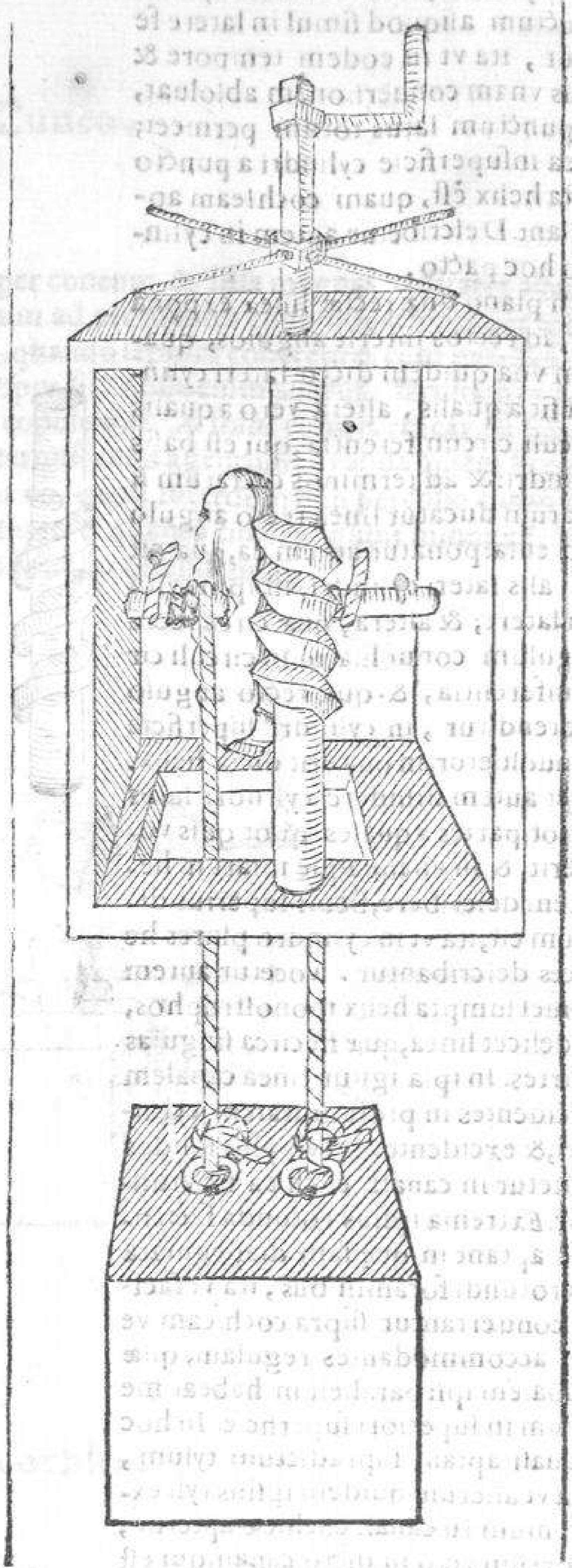
Si cylindri latus feratur inſuperficie cylindri; a termino aut ipſius. punctum aliquod ſimul in latere feratur, ita vt in eodem tempore & latus vnam conuerſionem abſoluat, & punctum latus totum permeet; linea inſuperficie cylindri a puncto facta helix eſt, quam cochleam appellant. Deſcribetur autem in cylindro hoc pacto.

Si in plano duæ rectæ lineæ exponãtur, ad rectos inter ſe angulos, quarum vna quidem dicto lateri cylindri ſit æqualis, altera vero æqualis circuli circumferentiæ, qui eſt baſis cylindri: & ad terminos dictarum linearum ducatur linea recto angulo ſubtenſa: ponatur autem ea, quæ eſt æqualis lateri cylindri, in ipſo cylindri latere; & altera, quæ circa rectũ angulum conuoluatur in circuli circumferentia, & quæ recto angulo ſubtenditur, in cylindri ſuperficie conuoluetur, in qua erit dicta helix. licet autem diuidere cylindri latus in tot partes æquales, quot quis voluerit, & in vnaquaque ipſarum helicem deſcribere, ſicuti ſuperius dictum eſt, ita vt in cylindro plures helices deſcribantur. vocetur autem ſemel ſumpta helix monoſtrophos, videlicet linea, quæ fit circa ſingulas partes. In ipſa igitur linea canalem incidentes in profunditatem cylindri, & excidentes ita vt tylus ſolidus aptetur in canali. cochlea ſic vtuntur. Extrema ipſius rotunda facientes aptant in quędam diapegmata in rotundis foraminibus, ita vt facile conuertantur ſupra cochleam vero accommodantes regulam, quæ canalem ipſi parallelum habeat medium in ſuperiori ſuperficie. In hoc canali aptant ſupradictum tylum, ita vt alterum quidem ipſius tyli extremum in canali cochleæ aptetur, alterum vero in dicto canali, qui eſt regula. Quando igitur volunt per hoc inſtrumentum onus mouere, ſumentes funẽ, vnum ipſius caput a pondere religant, alterum vero a prædicto tylo: & cum foramina ſint in capite cochleæ ſcytalas iniicientes eam verſant. atque ita ab helice tylus deductus in canali funem, & per funem onus attrahit. licet etiam loco ſcytalarum manubrium quoddã circumponere cochleæ extremo, quod extra diapegma emineat, & ita verſantes cochleam onus attrahere. Helix autem, quæ eſt in cochlea interdum



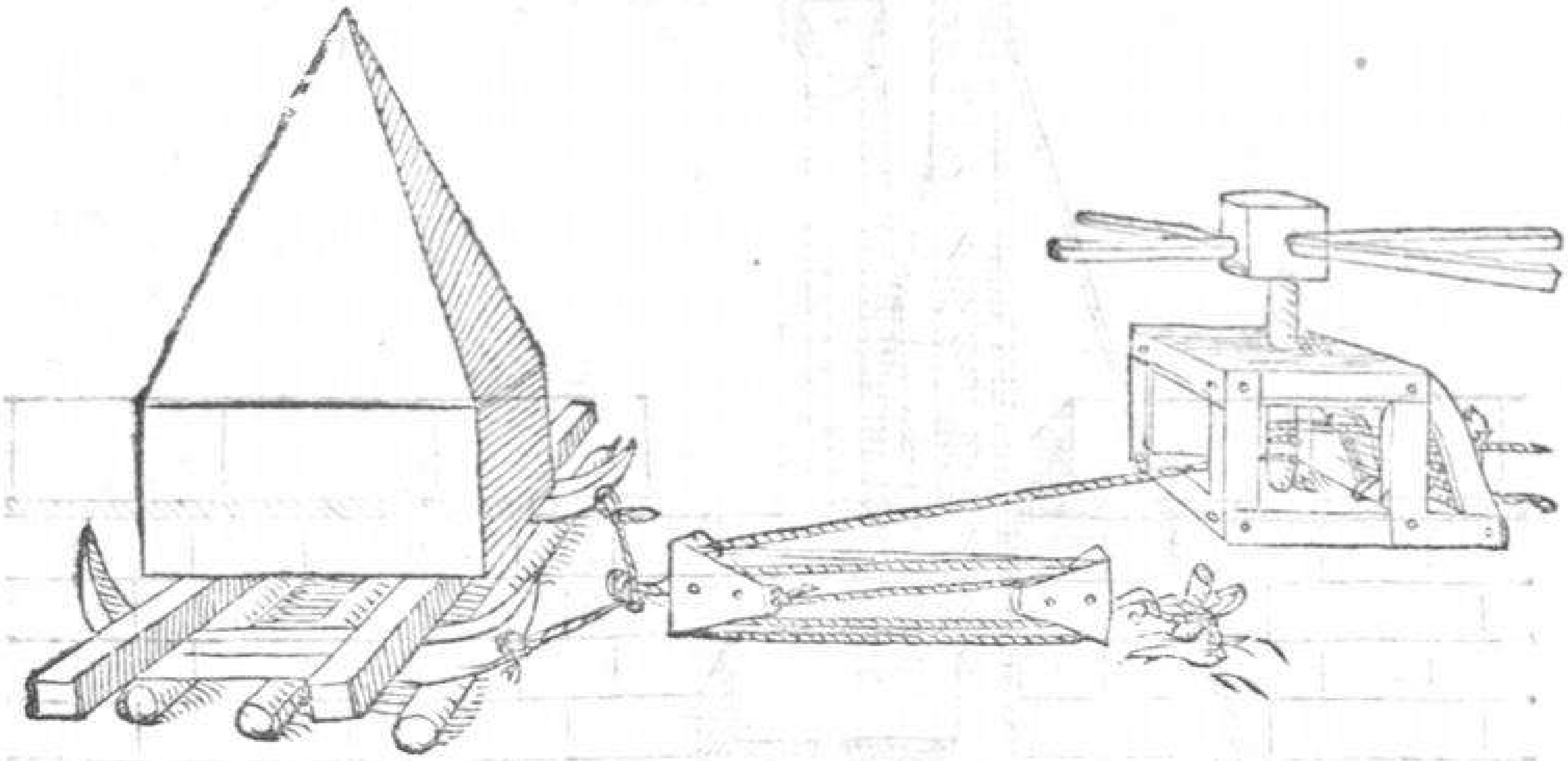


quadrata ſit, interdum lenticularis: quadrata quidem, cum ea canalis rectas habent inciſiones, lenticularis vero cum obliquas; & in unã lineam deſinentes. quarum illa quadrata, hæc lenticularis uocatur. Itaque cum ipſa per ſe ipſam cochlea agit, hanc habet conſtructionem. Fiat etiam alio modo. Aſſumentes enim alteram quandam facultatem, uidelicet conſtructionem axis in peritrochio uocati; intelligemus circa axem tympanum dentatum eſſe, cochleam uero quandam tympano adiacere ſiue rectam ad ſolum, ſiue ei parallelam; que helicem quidem tympani dentibus implicatam habeat, extrema uero, quæ in foraminibus rotundis, uerſentur in quibuſdam pegmatibus, ſicuti ante dictum eſt, & cum extremum cochleæ emineat in partem exteriorem diapegmatis, uel anſam quandam circumponi per quam verſetur cochlea, uel foramina ita, ut iniectis ſcytalis ſimiliter uerſetur. Rurſus funes, qui a pondere religantur, conuoluentes circa axem ex utraque tympani parte: & uerſantes cochleam, & per cochleam tympanum dentatum onus attrahemus. Conſtructiones igitur, & uſus prædictarum quinque facultatum iam oſtendimus. quæ uero cauſſa ſit ut per unamquamque ipſarum magna pondera parua omnino ui moueantur, Hero in mechanicis demonſtrauit. At inſequentibus ex tertio Heronis machinas deſcribemus ad facilitatem, & commoditatem congruentes, per quas rurſus magna pondera mouebuntur.



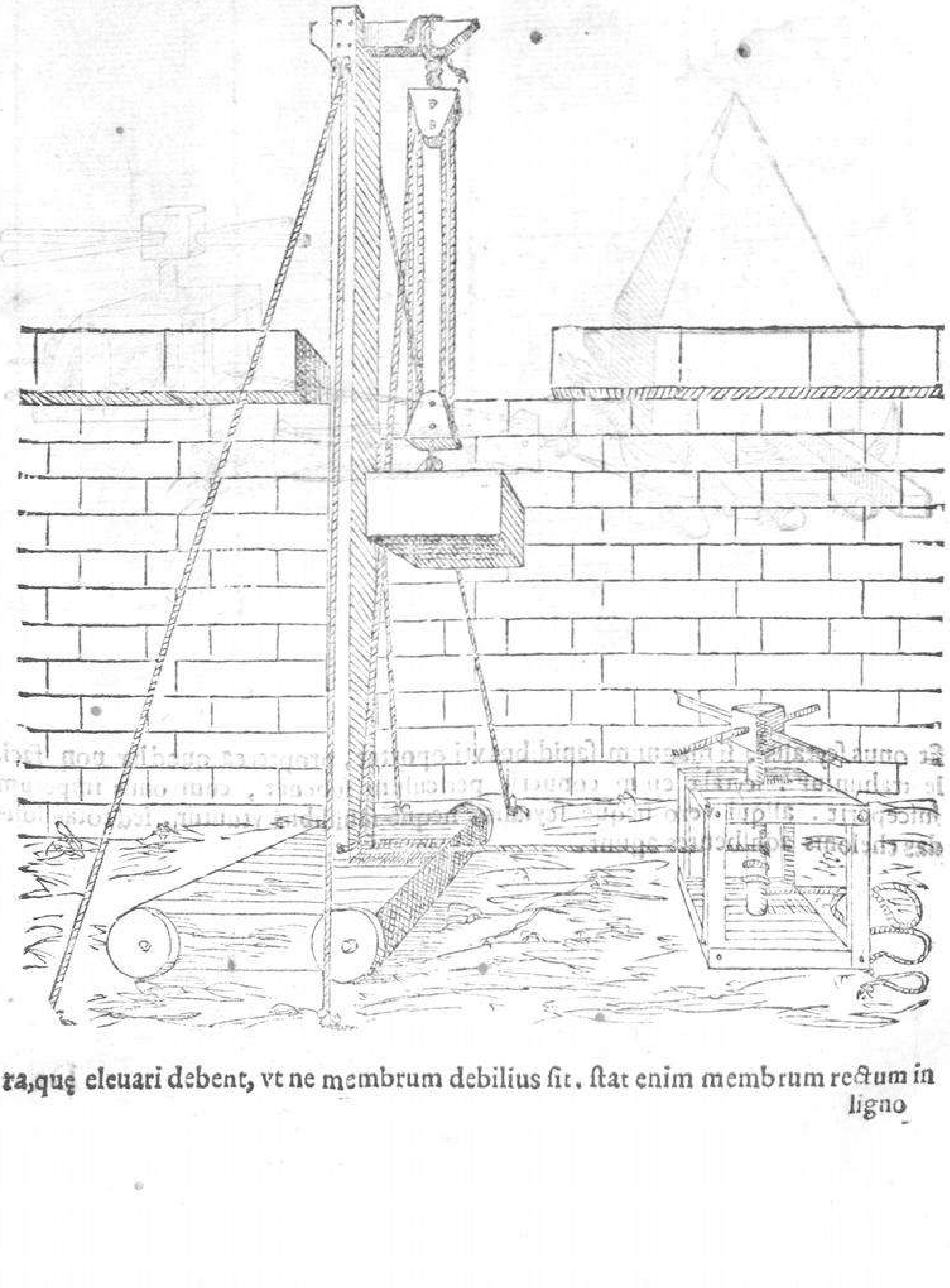
De ijs, quæ in ſolo ducuntur.

Quæ igitur in ſolo ducuntur, vt inquit, in chelonis ducuntur. chelone autem machina eſt ex quattuor lignis compacta, quorum extrema ſunt reſima. his onera imponunt, & ad earum extrema ſiue polyſpaſta, ſiue funium capita religantur. hęc autem vel manu trahuntur, vel in ergatas referuntur. quibus circumactis chelone in ſolo trahitur ſuppoſitis ſcytalis, vel ſanidibus. Si enim paruum ſit onus ſcytalis, ſi magnum ſanidibus vti oportet, propterea quod hæ non facile trahuntur. ſcytalæ enim conuerſę periculum ſubeunt, cum onus impetum ſuſceperit. aliqui vero neque ſcytalis, neque ſanidibus vtuntur, ſed rotas ſolidas chelonis adhibentes agunt.



De ijs, quæ in altum tolluntur.

Sed in ijs oneribus, quæ in altum tolluntur, vt inquit, machinæ fiunt, aliæ quidem vnimembres, aliæ bimembres, aliæ trimembres, aliæ vero quadrimembres. vnimembres igitur hoc modo. Lignum firmum ſumitur, altitudinem habens maiorem, quam quo volumus onus eleuare. & ſi ipſum quidem per ſe firmum fuerit, ſumentes funem, circaque ipſum ſtringentes, & pertexentes iuxta conuolutionem conſtringunt. interuallum autem, quod inter conuolutiones interijcitur, non ſit maius quattuor palmis, & ita lignum firmius efficitur, & funis conuolutiones tamquam gradus vtiles erunt ijs, qui agunt, & volunt in ſuperiorem partem onus eleuare. Si autem lignum non ſit firmum ex pluribus coagmentetur. & expendere oportet onera, quę eleuari debent, vt ne membrum debilius ſit. ſtat enim membrum rectum in



ligno aliquo: & ad extremam ipſius partem funes religantur tres, vel quattuor, & demiſſi referuntur ad aliqua loca permanentia, vt lignum quo quis impulerit, non cedat,ab extentis funibus contentum. ex ſuperiori autem ipſius parte polyſpaſta ſuſpenduntur,& ducentes ad vnus attrahunt, ſiue manu. ſiue ad ergatas referentes. & quando onus in ſublime eleuatum ſit, oporteatque lapidem parieti imponere, vel vbi quis voluerit,relaxantes vnum aliquē funem ex ijs,qui in extremo religantur, videlicet eum.qui eſt ad alteras partes oneris,membrum inclinant, vel ſcytalas ſupponentes oneri in ijs partibus, in quibus funda lapidi non obuoluitur, laxant agentia polyſpaſta,quouſque onus ſcytalis inſideat; deinde ſoluentes fundam, vectibus mouent onus,adeo vt in quem velint locum transferant; vel rurſus ſubiectum membro lignum funibus manu attrahentes ad alteram ædificij partem tandem adducunt, ſimul remittentes funes, & rurſus religantes vtuntur, ſicuti ante dictum eſt.

OCTAVI LIBRI FINIS.

REGISTRVM.

✠ ABCDEFGHIKLMNOPQRSTVXYZ.
Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp
Qq Rr Sſ Tt Vu Xx Yy Zz. Aaa Bbb Ccc Ddd Eee
Fff Ggg Hhh Iii Kkk Lll Mmm Nnn Ooo Ppp
Qqq Rrr Sſſ Ttt Vuu Xxx Yyy Zzz. Aaaa Bbbb
Cccc Dddd Eeee Ffff Gggg Hhhh Iiii Kkkk Llll
Mmmm Nnnn Oooo.

Omnes ſunt duerniones.

PISAVRI:
Apud Hieronymum Concordiam;
M D LXXXVIII.