

1.2.

~~81~~

231

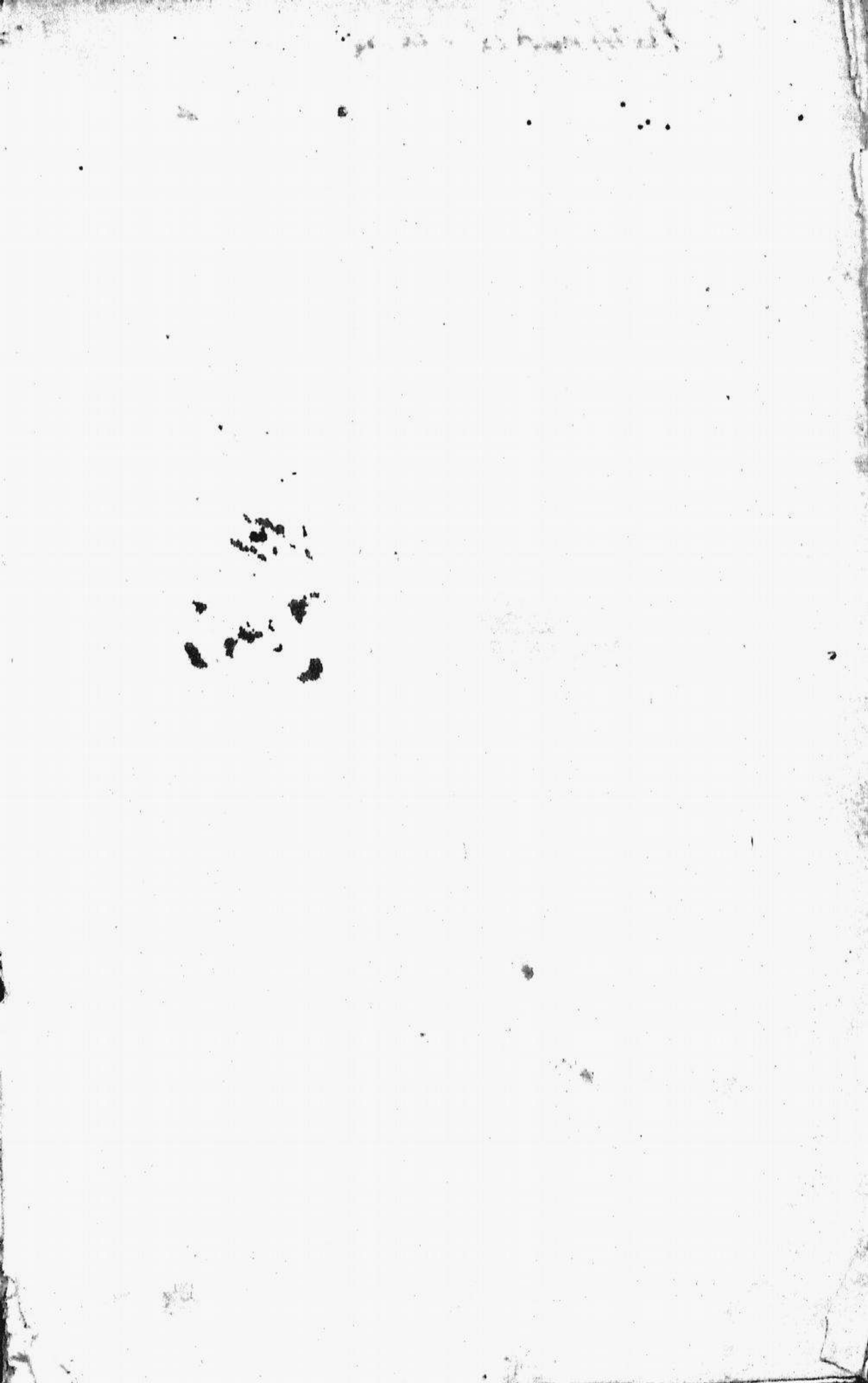


2008

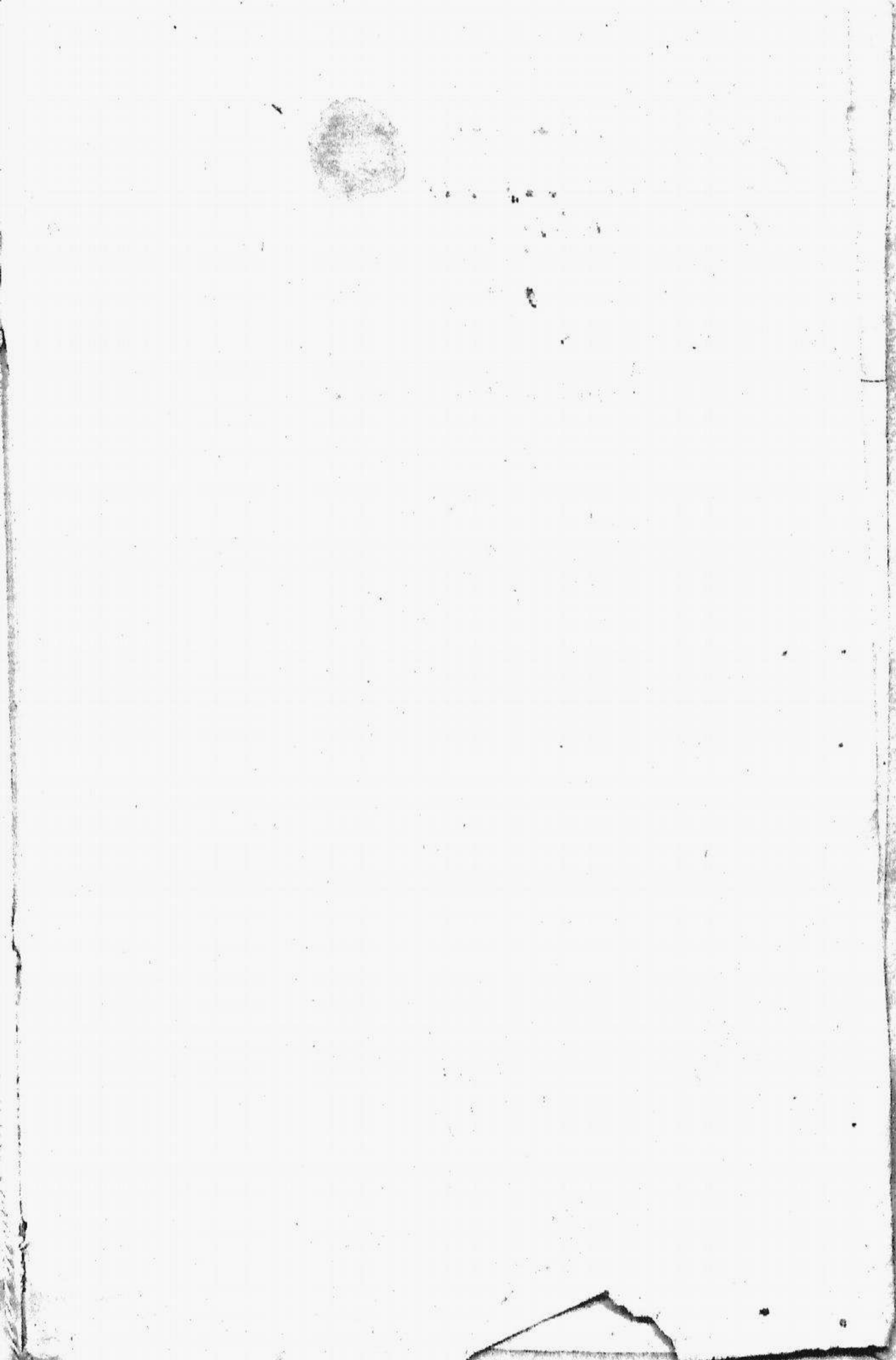
R. 27

5/7

~~R. 27~~
C. 2009



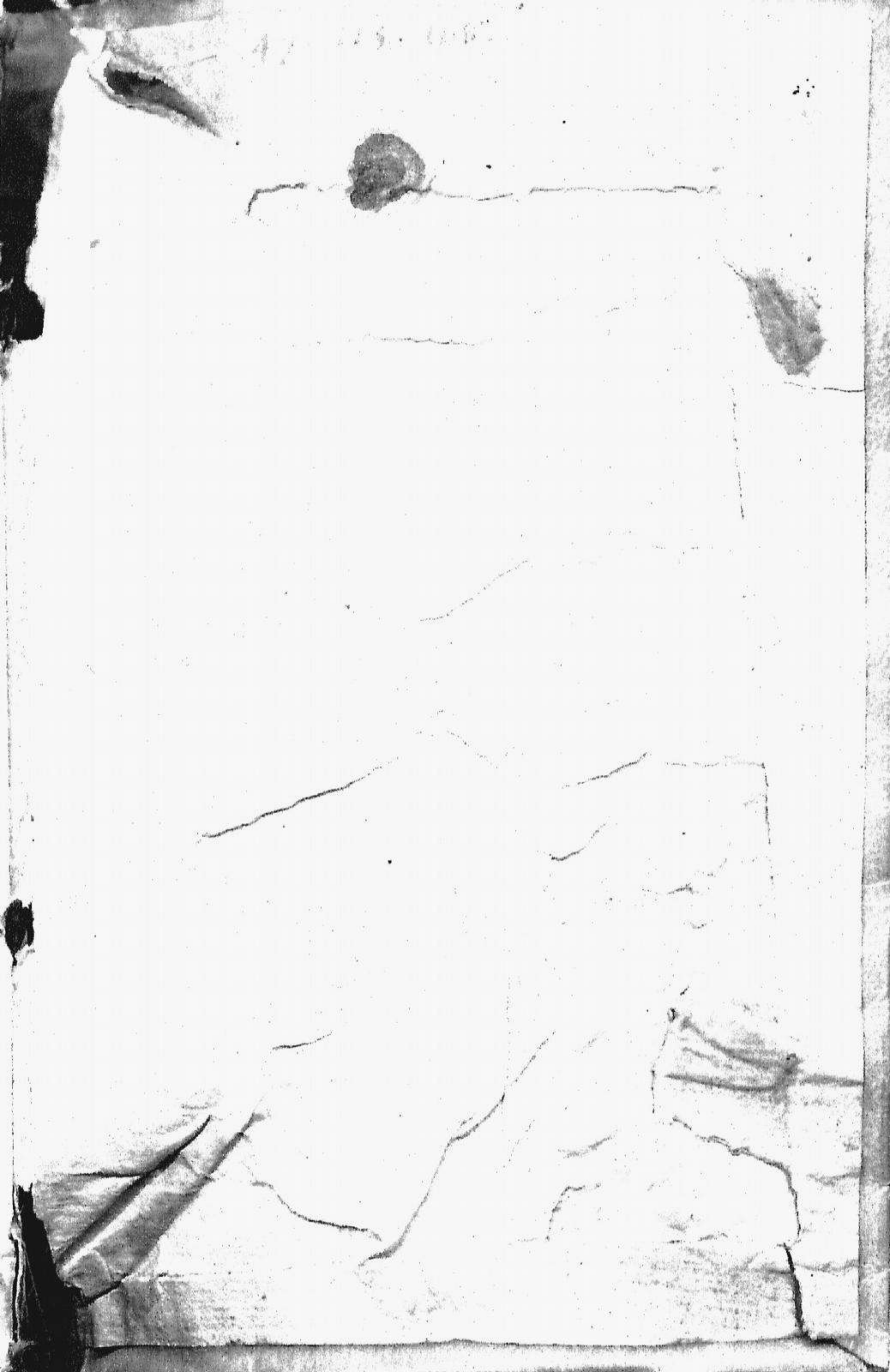
Arithmetica clauis



divisio . p. 48.
Quatuor quatuor . 308.
Orthogonia . 57.
Quatuor . 223. 233.
Orthogonia . 177.
Tabella 37.
Subtractio . 26. 27.
Divisio . 48.
Inventio multitudinis . 138 .

i 19185613

47 119. 1180

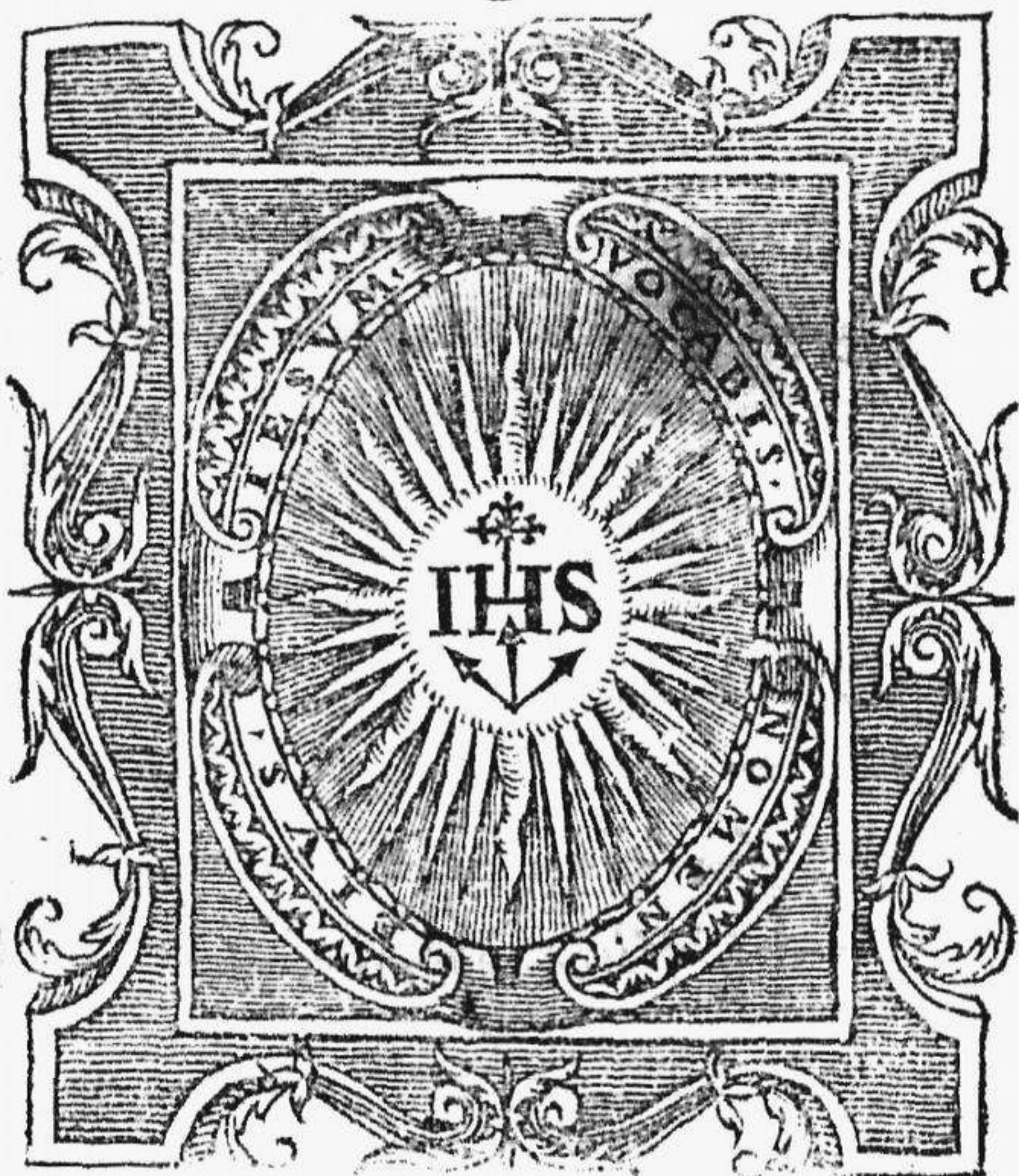




CHRISTOPHORI
CLAVII

BAMBERGENSIS
E SOCIETATE
IESV

EPITOME ARITHMETICÆ
*Practicæ nunc denuo ab ipso auctore
recognita.*



PERMISSV SUPERIORVM
ROMÆ Ex Typographia Dominici Base. 1585.

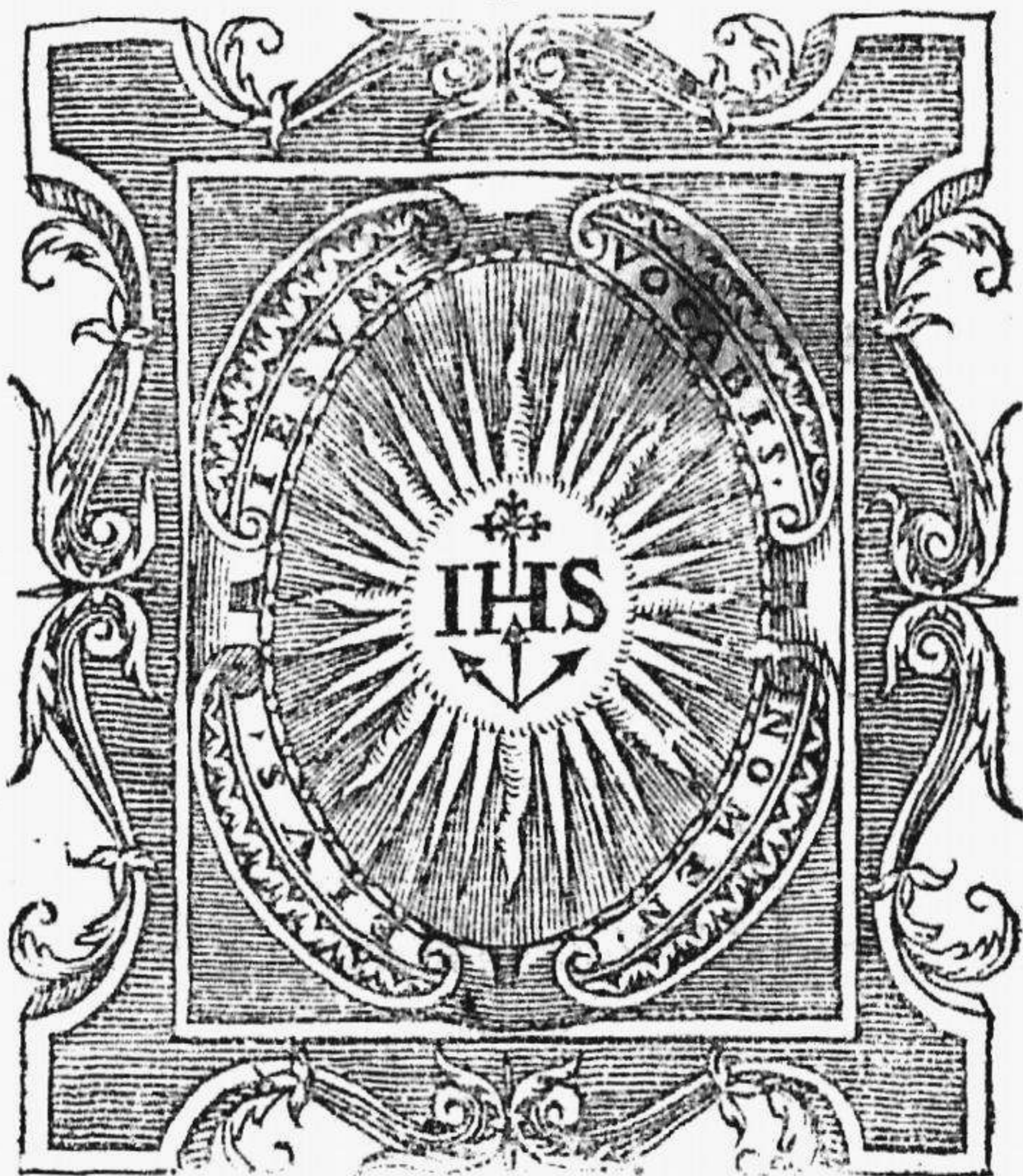


B. E.

CHRISTOPHORI
CLAVII

BAMBERGENSIS
E SOCIETATE
IESV

EPITOME ARITHMETICAE
*Practica nunc denuo ab ipso auctore
recognita.*



PERMISSV SUPERIORVM

ROMAE Ex Typographia Dominici Base. 1585.



B. E.



LECTORIS.



V M omnis me Mathe-
maticarū rerū cogni-
tio delectat; tum vero
ex Arithmeticae tracta-
tione incredibilem capio volu-
ptatem; idq; nō solum ob eximiā
quandā eius dignitatem, sed etiā,
quòd sine Arithmetica, vt ego qui-
dem existimo, nulla scientia, vt
Plato audet dicere, neque ipsa ho-
minum societas possit consistere.
Plurima enim in mutuis commer-
cijs, cōuentisque, quibus fere hęc
hominū coniunctio continetur,
tempora incidunt, vt rationes ac-
cepti, & expensi reddendæ, repo-
scendæve sint, tabulæ conficien-
dę, numerus æqualiter, vel inęqua-
liter, certa quadam proportione
seruata, in plures partes diuiden-

In Epino-
mide.

In Epino-
mide, & in
7. de Rep.

↑
dus, summa subducenda; quibus
in rebus circumuenire, & circum-
ueniri, & que turpe, & perniciosum
est: Itaque audacius illud quidē,
sed tamē verè dixit Plato, pruden-
tiam, atque adeo humanitatē om-
nem è mundo eos tollere, qui A-
rithmeticam è vita tollant; cum si-
ne ea neque publicæ, neque pri-
uatæ res constare possint. Iam ve-
ro cæteræ disciplinæ sic Arithme-
tica nituntur, vt hæc non videatur
concidere posse, quin illæ casu eo-
dem labefactatæ corruant. Neque
enim aut Astrologus, aut Geome-
tra theoremata in vulgus proba-
bit sua, vt non solum veritatē, sed
etiam voluptatē habeant cum vti-
litate coniunctam, qui vniuersam
numerorum naturam animo pe-
nitus comprehensam non habue-
rit: quòd si tantillū in rationibus

putandis lapsus fuerit, iam cæterarum rerum ingentem ruinam videas. Atque idcirco princeps ingenij Plato hanc vestibulum, & aditum ad reliquas doctrinas voluit esse, non ea solum causa, quòd illæ sine numeris nullæ sint, verum etiam quòd numerorũ tractatione nitescit animus, & præparatur ad reliquos doctrinæ satus recipiendos. Huius ego præstantissimæ sciëntiæ pulchritudine captus, olim dederam me ad totã numerorum naturam inuestigandam, vt cū illam animo, scientiaq; comprehendissem, tum demum literis eam illustrarem, atque Arithmeticę præcepta, Algebræq; documenta, (rem ita non omnibus cognitam) quibus in vita præclarius vix aliquid reperias, ad certa quædam capita, & faciliores demon-

In 7. de
Rep.

6
strationes reuocarem, vt cuiuis a-
perta, & prompta essent. Res erat
præclara illa quidem, sed multi la-
boris, atque temporis. Itaque inte-
rea dum opus illud à me limatur
politius, cœpi, quæ ex multorum
libris dispersa collegeram, separa-
tim ad meum vsu in commen-
tariolũ referre, vt videlicet ad ma-
nus mihi essent, meisq; auditori-
bus explicarem: qui enim hæc-
enus Arithmeticam tractarunt, ij
aut multitudine præceptorũ rem-
perturbarunt, aut breuitate obscu-
rarunt, sic, vt (in quo tamen de
nullius existimatione detractũ ve-
lim) quem in hac scientia magi-
strum, & ducem tyrones sequan-
tur, vix inueniant. Is libellus cum
imprudenti mihi excidisset, & in
manus hominum venisset, sum-
mis precibus contenderunt à me

7

viri graues, vt eum cum plurimis
communicarem, quòd fore dice-
rent, vt is vtilissimus accideret cū
cæteris studiosis, tum vero ijs, qui
nostras scholas frequentant: quo-
rū vtilitati nolle consultū, nō esse
eius, qui sua, suaq; omnia Dei glo-
riæ, omniumq; commodis conse-
crasset. Horum ego precibus, &
auctoritate inductus hunc libellū
typis mandare constitui, quem tu
videlicet, Lector, eo animo susci-
pias velim, quo damus: atque eo
tantisper vtere, dum maius illud
Arithmeticæ opus in lucē exeat,
quod propediem, Deo iuuante,
fore speramus. V A L E.

N V M E R A T I O

I N T E G R O R V M

N V M E R O R V M

C A P . I .

Numeratio
quid.



NUMERATIO est cuiusvis numeri propositi per proprios characteres, ac figuras descriptio, atque expressio.

UT VNTUR autem Arithmetici decem characteribus, siue figuris ad omnium numerorum descriptionem, videlicet.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

quarum priores novem dicuntur significatiue. Quelibet enim illarum tot unitates significat, quotum ipsa locum in apposita serie occupat. Ut hæc figura 6. significat sex unitates; quia sexto loco posita est: atque ita de cæteris. Decima autem figura, & vltima nihil per se significat, diciturq; cifra; auget tamen significationem, ac valorem aliarum figurarum, vt ex sequentibus perspicuum fiet.

Quot loca
sint in quo
libet numero.

Prima figura,
& vltima in
quo
uis numero
quæ sit.

IN quolibet numero, qui pluribus figuris scribitur, tot dicuntur esse loca, quot sunt figurae siue significatiue, siue non significatiue: primusq; locus, seu prima figura est, quæ extrema est versus dextram; secundus vero locus, seu secunda figura est illa, quæ proxime primam consequitur versus sinistram, atque ita deinceps: adeo vt ille locus,

seu

seu figura dicatur vltima, quæ primam sedem ad sinistram occupat. Ut hic . 4352. prima figura est 2. & vltima 4. Si tamen singule figuræ singulos numeros representent, hoc modo. 4. 3. 5. 2. prima figura erit 4. vltima vero 2. Cur autem ordo locorū, figurarumve in quolibet numero progrediatur à dextra versus sinistra, causa hæc est: quoniã à Phœnicibus inuēta esse dicitur Arithmetica, qui scribere solēt à dextra sinistram versus, more Hebræorum, Arabum, & Chaldaeorum.

Ordo locorū in quouis numero cur à dextra sinistra versus procedat.

QUÆLIBET figura in primo loco posita seipsam simpliciter representat, in secundo decies seipsam significat, in tertio centies, in quarto millies, in quinto decies millies, in sexto centies millies, in septimo millies millies, atque hoc pacto in infinitum: ita vt loca ordine sese superent in decula proportione, vt secundus primum, tertius secundum, quartus tertium, &c. Ut hic. 34567. prima figura 7. significat tantum septem unitates: secunda 6. significat sexaginta, nempe decies 6. tertia 5. quingentas, id est, centies 5. quarta 4. quatuor millia unitatum, hoc est, millies 4. quinta 3. triginta millia unitatum, siue decies millies 3. Itaq; totus ille numerus ita proferendus erit. Triginta quatuor millia, quingenta, & sexaginta septem. Eodemq; modo quicumque alius numerus exprimi poterit, si diligēter notetur, quoties quælibet figura seipsam significat in varijs locis posita.

Quid quælibet figura in dato numero significet.

Figura in quouis numero se ordine superant in decupla proportione.

CÆTERUM vt facilius reddatur numeratio, distribuendus erit numerus in membra, hoc modo. Supra primam figuram ad manum dex-

Quid obseruandum sit, vt datus numerus facile exprimat.

tram ponatur punctum: Deinde procedendo versus sinistram, & omissis duabus figuris, supra sequentem figuram quarto loco positam aliud punctum statuatur: Et sic deinceps, omissis semper duabus figuris sine punctis, supra sequentem figuram punctum scribatur. Ut hic factum esse vides.

.
42329089562800

Quelibet enim figura sub quocunque puncto cum duabus antecedentibus versus sinistram constituit unum membrum, ita ut singula membra ternis figuris consistant, ultimo membro versus sinistram excepto, quod aliquando unicam figuram habere potest, illam nimirum, quæ sub puncto collocatur; quemadmodum in proposito exemplo in quinque membra distributo contingeret, si ultima hæc figura 4. tolleretur: aliquando vero duas, ut in dato exemplo.

I T A Q U E ut quicumque numerus enuncietur, satis est, si quodlibet membrum seorsum exprimatur, cuius prima figura unitates significat, secunda denas unitatum, & tertia centenas. Sed post pronunciationem cuiusvis membri apponenda est hæc vox [Mille] toties, quot membra sequuntur illud, quod enuncietur, ita tamen, ut primum ea vox ponatur in recto pluralis numeri, deinde vero semper dicatur [millies] ut mox audies.

I L L V D porro membrum, quod ultimum est versus sinistram, primum est in enunciatione, & quod

Et quod primum est ad partem dextram, in enunciatione est ultimum. Numerus ergo paulo ante propositus ita pronuntiabitur. Primum membrum 42. sic. Quadraginta duo millia, millies, millies, millies, ita ut vox [mille] quater audiatur, propter quatuor membra, quæ hoc, quod enuntiatur, subsequuntur.

Secundum membrum 329. hoc modo. Trecenta, viginti novem millia, millies, millies.

Tertium membrum 089. ita. Octoginta novem millia, millies.

Quartum membrum 562. sic. Quingenta, sexaginta duo millia.

Quintum denique membrum 800. hoc pacto. Octingenta.

FACILIOR adhuc reddetur numeratio, si pro primo puncto ponatur 0. Et 1. pro secundo puncto, Et 2. pro tertio, Et 3. pro quarto, Et ita deinceps, ut hic in eodem exemplo factum esse vides.

4	3	2	1	0
42	329	089	562	800

Hac enim ratione facile intelligitur, quoties vox [mille] apponenda sit in cuiusque membri enunciatione. Toties enim proferenda est, quot unitates in figura, quæ supra membrum pronuntiandum posita est, continentur.

IAM vero si more Italarum millena millia appellare velimus Millionses, paucioribus verbis, Et fortasse significantius, numerum quemcumque propositum

ADDITIO INTEGRORVM NV-
merorum. Cap. 11.

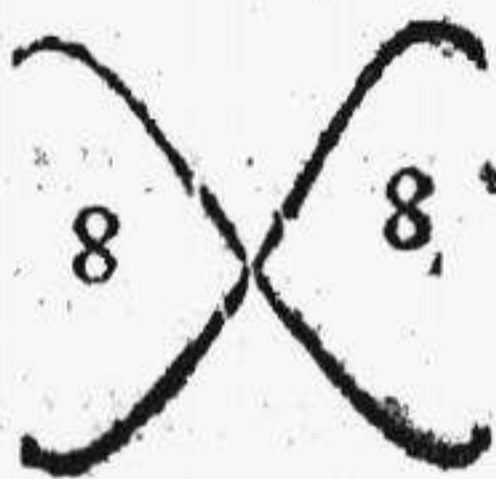
ADDITIO est duorum, vel plurium nu-
merorum in vnam summam collectio.

Additio qd

NUMERI addendi ita sunt collocandi, vt
vno sub altero posito, primæ figuræ inter se respon-
deant, item secundæ inter se, & tertiæ, & quartæ
&c. adeo vt defectus figurarum, si quis est, cer-
natur ex parte sinistra. vt hi numeri addendi,
710654. 8907. 56789. 880. collocā-
di erunt, vt hic apparet.

Numeri ad-
dendi quo
pacto sint
collocandi.

710654
8907
56789
880



777230

DUCTA deinde linea sub numeris adden-
dis, adduntur primum omnes primæ figuræ inter
se, & numerus compositus, si vnica figura scribi
potest, sub primis figuris infra lineam ponitur; si
vero duabus figuris scribendus est, ponitur sola
prima earum, & reliqua seruetur, vt deinde se-
cundis figuris inter se addendis adiiciatur. Post
hæc adduntur secundæ figuræ eodem modo, addita
prius illa, quæ seruata est, si qua tamen seruata sit,
itemque tertiæ, quartæ, & aliæ. Quòd si ex additio-
ne vltimarum figurarum numerus componatur
duabus figuris scribendus, ponendæ sunt ambæ sub
linea, nulla retenta, eo quòd tunc tota additio per-
acta sit. Verbi gratia. In primis figuris propositi

Quo pacto
fiat additio

exem-

exempli 0. & 9. faciunt 9. addo 7. fiunt 16. addo 4. fiunt 20. Pono ergo sub primis figuris 0. & seruo 1. Deinde in secundis figuris, ex 2. (quam figuram seruaueram) & 8. fiunt 10. addo 8. fiunt 18. addo 5. fiunt 23. Pono ergo figuram 3. sub secundis figuris, & retineo 2. Post hæc accedo ad tertias figuras, ubi ex 2. (quam figuram retinueram) & 8. fiunt 10. addo 7. fiunt 17. addo 9. fiunt 26. addo 6. fiunt 32. Pono ergo 2. sub tertijs figuris, & retineo 3. Rursus in quartis figuris, ex 3. (quæ figura retēta erat) & 6. fiunt 9. addo 8. fiunt 17. addo 0. fiunt 17. Pono ergo 7. sub quartis figuris, & seruo 1. quam addo quintis figuris, efficioque 7. Pono igitur 7. sub dictis figuris, & nihil re seruo. Postremo quia in ultimo loco sola hæc figura 7. reperitur, pono eam sub linea, absolutaque erit additio. Quemadmodum autem figuras numerorum addendorum inter se addidimus ab inferioribus versus superiores ascendēdo, ita quoque colligi possunt in vnā summā, si à superioribus versus inferiores descendatur.

Quid faciē dū sit, quādo ex figuris vnuslo ei colligitur numerus tribus figuris scribendus.

Q U O D si quando ex additione figurarum vnus loci excreuerit numerus tribus figuris scribendus, ponēda erit prima figura sub illo loco, & reliquæ duæ figuris sequentium locorum addendæ, prima videlicet earum figuris proximi loci, & secunda figuris alterius loci:

6008

5009

4009

308

239

108

108

309

4128

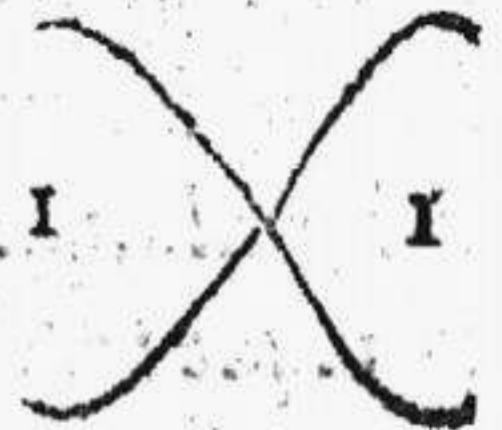
3009

209

308

—

23752



aut certe numerus duabus illis figuris retentis expressus sequentis loci figuris addendus. Vt in appposito exemplo, quoniam ex primis figuris colligitur numerus hic 102: scribenda erit figura 2. sub primo loco, & figura 0. addenda figuris secundi loci, figura vero 1. figuris tertij loci. Vel totus numerus retentus 10. addendus figuris secundi loci, ut colligatur numerus 15. cuius figura 5. sub secundo loco ponatur, & figura 1. figuris tertij loci addatur, &c. Utroque enim modo idem semper numerus colligetur. Examinatum autem vides hoc exemplum per abiectionem 9. de quo examine mox dicemus.

RECTE porro feceris, quando sunt multi numeri addendi, si eos in plures classes distribuas, & ex singulis classibus singulas summas colligas. Nam si demum hasce summas in vnam redigas summam, habebis summam ex omnibus datis numeris collectam, vitabisque molestiam, que in tot figuris in vnam sumam colligendis necessario occurrit. Vt si proximum exemplum in quatuor hasce classes

Quid faciendum sit, quando multi numeri addendi sunt.

6008	308	108	3009
5009	239	309	209
4009	108	4128	308
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
15026	655	4545	3526

partiaris, & singularum summas, 15026. 655. 4545. 3526. in vnam summam redigas, efficies summam, 23752. eandem, quam prius collegeramus

mus, ut hic apparet. Perspicuum autē
 est, hoc posteriori modo nō tam facile er-
 rorem posse committi, quā priori, quōd
 in hoc non tot figuræ, quōd in illo, simul
 addantur.

15026
 655
 4545
 3526

Prima pro-
 batio addi-
 tionis p. 9.

P O S T absolutam additionem so-
 lent Arithmetici eā examinare, sicut & alias ope-
 rationes, quæ sequuntur, num recte facta sit, an
 non. Quod quatuor modis fieri potest in additione.
 Primum per abiectiōem nouenarij, hoc pacto.
 Reijciantur 9. ex omnibus numeris addēdis, quo-
 ties fieri potest, & quod reliquum est, ponatur
 seorsum. Deinde ex summa collecta reijciantur
 quoque 9. quoties fieri potest, & quod reliquum
 est, notetur. Si enim hoc illi priori, quod reliquum
 fuit, æquale est, recte instituta fuit additio: Si ve-
 ro inæquale, non recte. Unde iteranda erit addi-
 tio, ut error corrigatur. Ita vides in superiori exē-
 plo relictum fuisse numerum 8. post abiectiōem
 numeri 9. tã ex omnibus numeris addendis, quàm
 ex summa collecta, qui numerus 8. collocatus est
 in cruce quadam in hunc finem constructa.

Qua ratio-
 ne ex quo-
 uis numero
 reijciantur
 facile 9. quo-
 ties fieri po-
 test.

C A E T E R V M, ut facile abijciantur 9. sa-
 tis est, ut figuræ numerorum, ac si omnes primum
 occuparent locum, inter se addantur, & cum pri-
 mum summa fuerit 9. aut excesserit 9. ita ut dua-
 bus figuris scribatur, reijciantur 9. vel duæ illæ fi-
 guræ inter se addantur, & summa hæc cum sequē-
 ti figurâ addatur eodem modo, &c. Est enim mira-
 bilis hæc proprietas nouenarij, ut si figuras cuius-
 cunque numeri inter se addas, & ex summa reij-

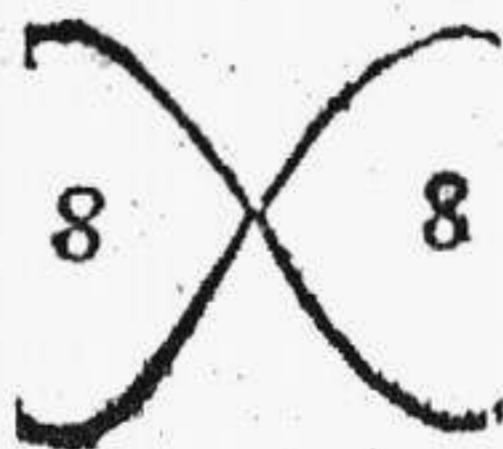
Mirabilis
 proprietas
 nouenarij,

cias

cias 9, vel certe, si summa hæc duabus figuris scribitur, duas has figuras in vnam summam colligas, tantundem relinquatur, vel componatur, quantum relinqueretur, si reijceres 9. toties ex toto numero, quoties potes. Vt si ex hoc numero 38. reijciantur 9. quoties id fieri potest, nempe quater, remanent 2. quater enim 9. faciunt 36. Quod si dicas, 3. & 8. (sumendo figuras eiusdem numeri 38. seorsum) faciunt 11. & reijcias 9. Vel certe dicas. 1. & 1. faciunt 2. (sumendo etiam figuras huius numeri 11. proxime compositi seorsum) habebis eadem 2. quæ prius reliqua fuerunt. Ita quoque si ex hoc numero 41. reijciatur 9. quoties fieri potest, nempe quater, remanent 5. Et si dicas, ex 4. & 1. (sumendo figuras numeri 41. seorsum) fiunt etiam 5. Denique ex numero 78. si abijciantur 9. quoties fieri potest, nempe octies, relinquuntur 6. Et si dicas, 7. & 8. faciunt 15. reijciasque hinc 9. Vel certe dicas, 1. & 5. faciunt 6. tantundem habebis, quantum prius reliquum fuit. Eademque ratio est de cæteris.

IT A Q U E vt videas, qua ratione examen additionis instituendum sit, examinabimus primum exemplum hoc modo.

710654
8907.
56789
880



777230

7. & 1. faciunt 8. Additis 6. fiunt 14. id est, 5.
B Nam

Nam 1. & 4. faciunt 5. quantum nimirum relinqueretur, si 9. ex 14. reijcerentur, vt dictum est. Additis 5. ad illa 5. fiunt 10. id est, 1. Additis 4. fiunt 5. Additis 8. fiunt 13. hoc est, 4. Additis 7. fiunt 11. (Nam 9. semper omittuntur, cum sint perpetuo abijcienda.) id est, 2. Additis 5. fiunt 7. Additis 6. fiunt 13. hoc est, 4. Additis 7. fiunt 11. id est, 2. Additis 8. fiunt 10. id est, 1. Additis 8. fiunt 9. id est, 0. Nam 9. reijcienda sunt. Remanēt autem 8. quæ in altera parte crucis colloco. Deinde in summa producta, ex 7. & 7. fiunt 14. id est, 5. Additis, 7. fiunt 12. id est, 3. Additis 2. fiunt 5. Et tandē additis 3. fiunt 8. vt prius, quæ statuo in opposita parte crucis, vt appareat equalitas numerorum, qui post abiectionem 9. reliqui fuerunt.

Probatio
per 9. fallax
est, & quare
fallax sit.

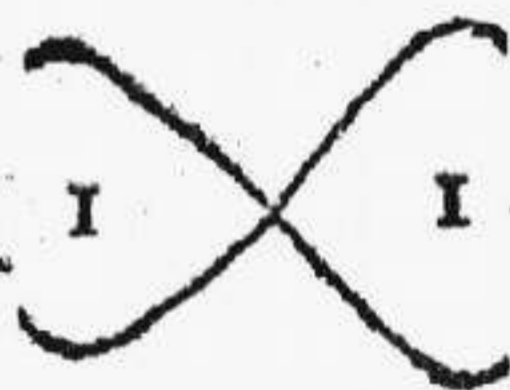
QVONIAM vero hac ratione non reijciuntur 9. quoties fieri potest, sed tantum per di-
ctam proprietatem nouenarij inquiritur residuū,
quod remaneret, si omnia 9. reijceren-
tur, sit, vt hoc examen per

abiectionem 9. institutum
fallax sit; vt in hoc exēplo
apparet. Nam summa col-
lecta falsa est, & nihilominus

25|7

30|3

64|1



examen per 9. institutum indicat, eam recte colle-
ctam esse, cum vtrobique unitas supersit. Quod
si reijciantur 9. quoties fieri potest, statim appa-
rebit falsitas summæ collectæ. Sepius enim reij-
cientur 9. ex summa, quàm ex numeris additis. In
summa enim hac 64. continentur 9. septies, supe-
restque unitas, propterea quòd septies 9. sunt 63.

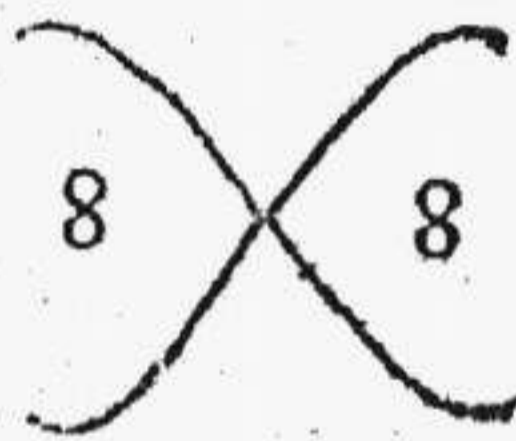
At

At in numero 25. continentur 9. bis, & supersunt 7. quæ ad partem dextram repono. In 30. vero continentur 9. ter, & supersunt 3. quæ etiam ex parte dextra noto. Itaque ex numeris additis reijciuntur 9. quinquies, & supersunt 7. & 3. in quibus adhuc semel continentur 9. superestq; vnitas; adeo vt vere sexies tantum reiecta sint 9. ex numeris additis, ex summa vero septies. Vnde mirum non est, summam esse falsam, quamuis semper reliqua fuerit vnitas. Vera autem summa esset hæc 55. in qua continentur 9. sexies, & superest vnitas, quemadmodum in numeris additis.

E O D E M pacto, si quis post summam recte collectam permutaret aliquas figuras, vel interponeret figuris siue summæ, siue numerorum addendorum hanc figuram 9. aut 0. quoties voluerit, vel hasce duas 7. 2. aut 6. 3. aut 4. 5. aut 8. 1. semper indicaret examen, summam adhuc recte esse collectam: quod tamen falsum est. Nam postquam hæc additio recte

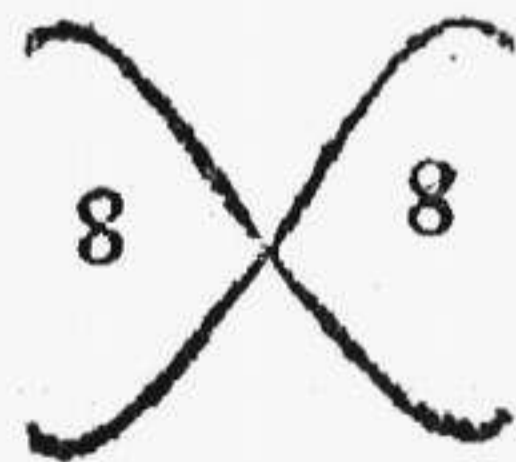
cum suo examine instituta fuerit, si quis per calumniam ita permutaret summam 1565. adhuc haberet examen suam vim,

$$\begin{array}{r} 1425 \\ 230 \\ \hline 1655 \end{array}$$



& tamen summa vera non esset. idem dices, si ordinem figurarum in numeris addendis quis permutaret: vel certe

$$\begin{array}{r} 14925 \\ 2309 \\ \hline 10655 \end{array}$$



interponeret hanc figuram 9. aut 0. vt hic apparet.

HÆC cum ita sint, merito quis roget, cur

B 2 ab

Cur ab Ari-
thmeticis
probatio
per 9. adhi-
beatur, cū
fallax sit.

ab Arithmeti-
cis hęc probatio per 9. adhibeatur.
Cui respondendum est, licet per calumniam hęc
probatio ostendatur esse vitiosa, vt in proximis
exemplis patuit, non immerito tamen à peritis
Arithmeti-
cis eam vsurpari. Nam nemo, (nisi
quis dedita opera errare velit) talem errorē com-
mittet, vt examen istud locum habeat, sed solum
vna, aut altera vnitāte à scopo aberrabit; ita vt
facile tunc examen hoc ostendat, errorem fuisse
commissum, indicetque proinde, corrigendam es-
se additionē. Quis enim ita insanus fuerit, vt vlti-
mam illā summam ex primis duobus numeris col-
ligat? Denique nisi de industria numeri ita dispo-
nantur, vt reiectis 9. semper idem residuum sit,
vix aut raro admodū continget, vt examen istud
succeedat, nisi quādo in additione erratū nō fuerit.

Secūda pro-
batio addi-
tionis p. 7.

ALIO modo fit examen per abiectiōnem
septenarij, hoc pacto. Reijciantur 7. ex omnibus
numeris addendis, quoties fieri potest, & id, quod
superest, seorsum ponatur in vna parte crucis.
Deinde ex summa collecta reijciantur quoque 7.
quoties fieri potest, ac residuum in altera par-
te crucis collocetur. Si enim hoc illi priori re-
siduo fuerit æquale, recte facta est additio; si vero
inæquale, non recte. Reijcienda autem sunt 7. ex
singulis numeris addendis seorsum, residuaque ad
dexteram è regione ipsorum locanda, & ex his re-
siduis in vnam summam collectis etiam abijcien-
da 7. atque hoc vltimum residuum in vna parte
crucis ponendum. Cæterum non eodem modo reij-
cienda sunt 7. quo abijcienda esse 9. diximus, cum

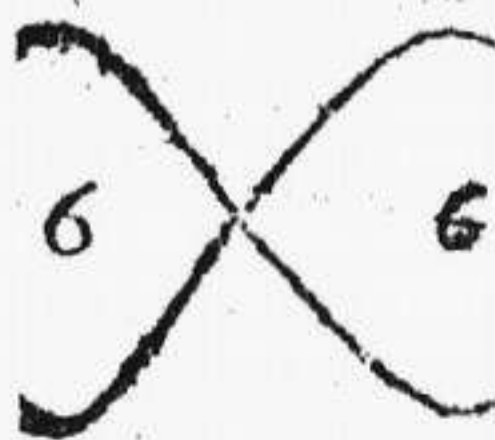
hic

hic numerus 7. illam proprietatem nouenarij non habeat: sed assumenda sunt duæ figuræ primæ ad sinistram, ac si prior earum denas, & posterior unitates significaret, dummodo prior minor sit, quàm 7. (Nam si esset 7. vel maior, reijcienda foret 7. ex illa sola.) & ex eo numero, quem duæ illæ figuræ referunt, abijcienda 7. quoties fieri potest, & residuum pro denis accipiendum, eique sequens figura addenda pro unitatibus, atque ex hoc numero, quem residuum, & sequens figura exprimunt, iterum abijcienda 7. quoties fieri potest, atque ita deinceps. Ut ex numero 2379. ita reijcientur 7. Ex 23. si ter abijciantur 7. remanent 2. Item si ex 27. (Nam figura 2. relicta, & sequens figura 7. constituunt hunc numerum 27.) reijciantur ter 7. relinquuntur 6. Si tandem ex 69. (qui numerus constituitur ex residuo 6. & figura 9.) reijciantur 7. quoties fieri potest, remanent 6. Qui numerus etiam reliquus fuisset, si omnia 7. ex dato numero fuissent abiecta. Eodem modo ex hoc numero 783. ita abijciantur 7. Si ex 8. (Nam 7. omituntur, ut dictum est, & ex 8. reijciuntur 7.) abijciantur 7. remanet 1. Rursus si ex 13. reijciantur 7. remanent 6. atque ita de cæteris.

Quo pacto reijcienda sint 7. ex quolibet numero.

IT A Q U E hac ratione superius exemplis examinabitur.

710654	0
8907	3
56789	5
880	5
377230	1



B 3 Omis-

Omissa figura 7. si ex 10. abijciantur 7. remanent 3. Item si ex 36. abijciantur 7. remanet 1. Abiectis vero 7. ex 15. remanet 1. Abiectis tandem 7. ex 14. remanet 0. quam figuram colloco ad dexteram primi numeri, ducta prius linea, quæ numeros addendos distinguat à figuris ad dexteram collocandis. Deinde in secundo numero abiectis 7. ex 8. remanet 1. abiectis item 7. ex 19. remanent 5. Abiectis quoque 7. ex 50. remanet 1. Denique abiectis 7. ex 17. remanent 3. quæ ad dexteram repono. Rursus in tertio numero abiectis 7. ex 56. remanet 0. Omissa deinde figura 7. & abiectis 7. ex 8. remanet 1. Abiectis denique 7. ex 19. remanent 5. ad dexteram collocanda. In quarto denique numero, abiectis 7. ex 8. remanet 1. Abiectis autem 7. ex 18. remanent 4. Et abiectis 7. ex 40. remanent 5. ad dexteram ponenda. Quoniam vero 5. 5. 3. & 0. efficiunt 13. ex quibus si abijciantur 7. remanent 6. repono 6. in vna parte crucis. Sed ex hisce residuis facilius reijcientur 7. si dicatur, 5. & 5. efficiunt 10. Abiectis 7. remanent 3. Additis 3. fiunt 6. quemadmodum supra de abiectione 9. dictum est. Postremo in summa, omissis 7. 7. 7. si ex 23. abijciantur 7. remanent 2. Item si ex 20. abijciantur 7. remanent 6. in altera parte crucis reponenda.

Probatio p
7. fallax est,
sed minus,
quàm pro-
batio per
nouem, &
quare.

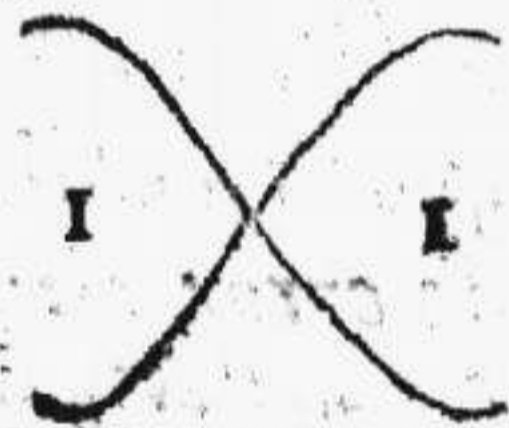
V E R V M quemadmodum examen per abiectionem 9. fallax est, vt diximus, ita quoque hoc per abiectionem 7. vitiosum esse deprehenditur: quia non consideramus, an toties reijciantur 7. ex numeris addendis, quoties ex summa, necne; sed
solum

solum, an idem residuum utrobique reperiat, an non. Nihilominus tamen non sine ratione huiusmodi examen ab Arithmetiis adhiberi solet, quem admodum & illud prius per abiectionem 9. institutum, ob rationem supra dictam: quia, nisi quis per calumniam numeros peruertat, vix aut raro idem residuum utrobique reperietur, nisi recte facta sit additio: Et multo quidem rarius in hoc, quam in illo examine per 9. instituto; propterea quod non ita simpliciter rejiciuntur 7. ut 9. sed maiori quodam artificio: ut non tam facile quis alium possit decipere, aut ab alio decipi.

I N hoc appposito exemplo additio vitiosa est, et tamen examen per abiectionem 7. indicat, eamrite esse institutam.

203|0
 134|1

 344|



PROPOSITA autem haec tabella docet, ex quibusnam numeris abiecta 7. nihil relinquunt, ut examen istud per 7. reddatur facilius pro ijs, qui parum in numeris sunt exercitati. Cuius usus hic est. Si numerus duabus figuris scriptus, ex quo debent rejici 7. in hac tabella reperitur, nihil supererit post abiectionem 7. ut cifrae e regione numerorum huius tabellae indicant. Si autem non reperitur in hac tabella, accipendus erit numerus in ea proxime minor. Nam differentia inter hunc, & numerum propositum relinquitur post abiectionem 7. Ut si numerus pro-

positus sit 69. sumendus erit numerus 63. in tabella, qui sex unitatibus à 69. differt. Reiectis igitur 7. ex 69. remanent 6. Item si propositus numerus sit 37. accipiendus erit in tabella numerus 35. qui duabus unitatibus superatur à 37. Reiectis igitur 7. ex 37. supersunt 2. Atque ita de cæteris.

Tertia probatio additionis per additionem.

TERTIO hac ratione Arithmetici additionem factam examinare solent. Si additio facta est ab inferioribus figuris versus superiores, instituunt eandem à superioribus figuris versus inferiores, vel contra: Et si posteriori via eadem prorsus summa colligatur, quæ priori inuenta est, non dubitant, quin recte sit facta additio, propterea quòd incredibile quodammodo sit, si priori modo error aliquis esset commissus, eundem prorsus posteriori via committi, cum alio modo figuræ numerorum inter se additæ sint posteriori via, quàm priori. Nam si errauiero in additione harum figurarum 5. 2. 9. hoc modo dicendo, 5. & 2. faciunt 7. additis 9. fiunt 15. non tam facile in eundem errorem incidero, si è contrario eas inter se addam. Dicam enim 9. & 2. efficiunt 11. additis 5. fiunt 16. quia operatio aliquo modo variatur.

POTEST probatio hæc per additionem ita quoque institui. Diuidatur numeri addendi in duas, aut plures classes, & singularum summæ colligantur. Nam si ex hisce summis vnâ summam conficias, necesse est, summam hanc æqualem esse summam prius collectam, si erratum nõ est. Vt si primum exemplum in hæc duo membra distribuatur, & eorum summæ collectæ in vnâ redigantur summam

$$\begin{array}{r} 710654 \\ 8907 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56789 \\ 880 \\ \hline \end{array}$$

719561

57669

$$\begin{array}{r} 719561 \\ 57669 \\ \hline \end{array}$$

777230

nam, ut hic factum est, prodibit eadem summa, qua prius.

QUARTO & ultimo examinari solet additio per subtractionem, hac ratione. Quando duo numeri sunt additi, subtrahatur vteruis eorum ex summa: quod quo pacto fiat, capite sequenti docebimus. Si enim numerus ex hac subtractione relictus & equalis fuerit alteri numero addito, argumento est, nullum peccatum in additione fuisse commissum. Nam si ex 12. & 20. fiunt 32. necesse est, detractis 12. ex 32. relinqui 20. vel detractis 20. ex 32. relinqui 12. Quando vero plures numeri sunt additi, subtrahatur vnus eorum ex summa, & reliqui omnes in vnam summam colligantur. Nam si haec summa illi residuo fuerit equalis, recte facta erit additio. Vel certe, subtracto primo numerorum addendorum ex summa, subtrahatur ex residuo secundus, & ex hoc residuo tertius, & ita deinceps, ultimo excepto. Si enim ultimum residuum ultimo numerorum addendorum aequale fuerit, dubium non est, quin additio recte facta sit. Atque hoc examen certissimum est, licet sit alijs paulo longius.

Quarta probatio additionis per subtractionem.

S V B T R A C T I O I N T E G R O R V M
numerorum. Cap. III.

Subtractio
quid.

SUBTRACTIO est minoris numeri ex
maiori, vel æqualis ex æquali, subductio.

Vterduorū
numerorū
maior sit,
quo pacto
cognoscat.

FACILE autem cognosces, vter duorum
numerorum maior sit, ex ultimis eorum figuris.

Cuius enim figura ultima maior est, ille nume-
rus maior etiam erit. Ut horum

duorum numerorū superior maior
est inferiore, quia ultima eius figu-
ra 3. maior est, quam 2. ultima fi-
gura inferioris.

3001234.	3001234.
2986789.	2986789.

Quòd si ultimæ figuræ duorū nu-
merorum sint æquales, ille maior erit, cuius penul-
tima figura maior est.

Et si penultimæ etiam figu-
ræ sint æquales, ille maior erit numerus, in quo
prius occurret maior figura, ut in his exēplis sem-
per numerus superior

45078.	700001000.
44986.	700000999.

inferiore maior est.

Subtrahen-
dus nume-
rus quo pa-
cto locan-
dus sit.

NUMERUS subtrahendus sub eo, à quo
fieri debet subtractio, ita collocandus est, ut pri-
ma figura primæ, secunda secundæ, tertia tertiæ,
&c. respondeat: adeo ut defectus figurarum in

numero subtrahendo, si quis est, cernatur ex par-
te sinistra. Ut si numerus 40236. ex numero

3271589. subducendus sit, collocandus erit ille
sub hoc, ut hic apparet.

3271589
40236

3231353

D U C T A

DUCTA deinde linea sub duobus illis numeris, subtrahuntur singulæ figuræ inferioris numeri à singulis figuris superioris numeri, initio factò à primis figuris; & residua sub linea collocantur eo ordine, quo facta est subtractio. Quòd si in superiori numero aliquæ figuræ nō habeant respondentes figuras in numero inferiori, ita ut ab illis nihil subtrahatur, reponendæ illæ erunt sub linea. Verbigratia. Subductis 6. ex 9. remanent 3. sub linea collocanda. Itē subductis 3. ex 8. relinquuntur 5. Et demptis 2. ex 5. relinquuntur 3. Subtracta autem figura 0. ex 1. remanet 1. At subductis 4. ex 7. remanent 3. Quia vero ex figuris 2. & 3. nihil subtrahitur, ponendæ eæ erunt eodem ordine sub linea.

Subtractio
quomodo
fiat.

QUANDO autem figura aliqua inferior maior est superiore sibi respondente, ita ut subtractio fieri non possit, servanda erit hæc regula. A proxima figura superiori versus sinistram mutuo accipiatur unitas, quæ decem unitates significabit respectu illius figuræ, à qua subtractio fieri nō potest. Deinde huic unitati apponatur figura illa, ut fiat numerus duabus figuris scribendus, à quo detrahatur illa figura inferior maior: sed tunc illa figura, à qua mutuo accepta est unitas, reputanda erit una unitate minor. Quòd si proxima illa figura superior sit 0. mutuabimur unitatem ab alia figura versus sinistram, quæ unitas significabit 100. unitates respectu illius figuræ, à qua subtractio nō potest fieri: sed tunc loco figuræ 0. animo reponenda erit figura 9. & figura, à qua mutuo acce-

Quid agendum sit, quæ figura inferior maior est, quàm superior.

pta est vnitas, vna vnitate minor erit. Ita quoque si plures huiusmodi figuræ 0. antecederent illam, à qua vnitatem mutuamur, cogitandę essent omnes veluti 9. & illa, quę mutuo dedit vnitatem, vna vnitate minor. Quę omnia hoc exemplo fient perspicua.

$$\begin{array}{r} 4500026304827 \\ 3929034567892 \\ \hline \end{array}$$

$$570991736935$$

PRIMUM subductis 2. ex 7. remanent 5. Deinde quia 9. detrahi non possunt ex 2. mutuabimur vnitatem ab 8. & ita detractis 9. ex 12. (quem numerum exprimunt 1. quam mutuo accepimus, & 2.) relinquuntur 3. Rursus quia 8. ex 7. (superior enim figura 8. cum mutuo dederit vnitatem, valet tantũ 7.) subtrahi nequeunt, mutuabimur vnitatẽ à 4. & sic subductis 8. ex 17. remanent 9. Post hæc, quia 7. ex 3. (figura enim 4. ob vnitatem mutuo datam valet tantum 3.) non possunt auferri, accipiemus mutuo vnitatem à 3. post 0. Sed quoniam hæc vnitas valet 100. respectu figuræ 3. à qua non potest fieri subtractio, & nos indigemus tantum 10. necesse est, vt si à 100. mutuemur 10. relinquatur 90. Hinc fit, vt figura 3. valeat tantum 2. & supra 0. reponenda sit animo figura 9. quę significat 90. respectu figuræ, à qua subtractio fieri non poterat. Itaque subductis 7. ex 13. remanent 6. Et subductis 6. ex 9. (supra 0. namque diximus cogitari debere 9.) remanent 3. Quoniam vero 5. ex 2.

(Nam

(Nam figura superior 3. valet tantum 2. vt diximus.) auferri nequeunt, accipiemus mutuo 1. à 6. detrahemusq; 5. ex 12. vt supersint 7. Subductis deinde 4. ex 5. (figura enim 6. valet 5. ob unitatem mutuo datam) remanet 1. Et quia rursus 3. ex 2. non possunt detrabi, mutuabimur unitatem à 5. Sed cū hæc unitas valeat 10000. respectu figure 2. à qua subductio fieri nequit, nos vero indigeamus tantū 10. necesse est, vt si à 10000. mutuemur 10. remaneant 9990. Hinc fit, vt figura 5. valeat solū 4. & supra singulas cifras cogitatione reponenda sit figura 9. hoc modo, 999. Hæ namque figure 999. significant 9990. respectu figure 2. à qua subductio fieri non poterat. Itaque subductis 3. ex 12. remanent 9. Et subducta figura 0. ex 9. (quam figuram 9. supra 10. diximus cogitandam esse.) remanent 9. Et subductis 9. ex 9. (quam etiam figurā 9. supra 0. imaginamur) remanet 0. Item subtractis 2. ex 9. (supra 0. namque reponenda quoque animo est figura 0.) supersunt 7. At vero quoniam 9. subtrahi non possunt ex 4. (Figura enim 5. ob mutuo datam unitatem valet tantum 4.) mutuabimur 1. à 4. & deducemus 9. ex 14. vt supersint 5. Postremo subductis 3. ex 3. (Nam figura 4. ob mutuo datam unitatem valet tantum 3.) remanet 0. quæ figura 0. quia vltima est in hoc exemplo, nihilq; propterea significat, omittenda est.

H A C regula plerique Arithmetici vtuntur, quam nos multo facilius ita proponemus. Quando inferior figura maior est superiore, accipiat

Facilior ratio subtractionis, quoniam figura inferior superioris maior est.

piatur differentia inter ipsam, & 10. atque huic differentie addatur superior figura, à qua subtractio non poterat fieri, aggregatumque scribatur sub linea. Hoc enim aggregatum relinqueretur, si figura illa maior auferretur ex numero composito ex 10. & figura illa superiore, à qua non potest fieri subtractio, non secus, ac si unitas fuisset mutuo accepta: cum figura illa maior primum subtrahatur à 10. ut habeatur differentia inter 10. & illam figuram, deinde residuo, siue differentie huic superior figura addatur. Postea ne cogamur unitatem cogitatione auferre ex superiore figura, à qua mutuo sumpta est implicite unitas, addeamus proximæ figuræ inferiori versus sinistram unitatem, & hoc aggregatum ex superiori figura (nulla ex ea prius dempta unitate) subducemus. Eadem enim semper differentia erit inter inferiorem, ac superiorem figuram, siue ex superiore auferas unitatem, & inferiori nihil addas, siue ex superiori nihil auferas, & inferiori unitatem adijcias. Ut propositis hisce duabus figuris 7. 4. si ex 7. tollatur unitas, erit 2. differentia inter residuum 6. & 4. Et si ex 7. nihil dematur, adijciatur autem unitas ad 4. eadem differentia 2. erit inter 7. & 5. Atque hoc modo, quotiescunque facta fuerit mentio differentie inter 10. & figuram inferiorem, quæ ex superiori non potest subtrahi, addenda erit unitas proximæ inferiori figuræ versus sinistram. Sed hæc omnia clariora fient ex eodem exemplo, quod hic repetiuimus.

4500026104827

3929034567892

570991736935

PRIMVM subductis 2. ex 7. supersunt 5.
 Quia vero 9. subtrahi non possunt ex 2. subtrahemus
 9. ex 10. & reliquæ unitati (quæ differentia
 est inter 10. & 9.) adijciemus 2. ut habeamus 3.
 pro residuo sub linea ponendo. Hoc factò, statim
 inferiori figuræ 8. addemus 1. propter illam diffe-
 rentiam inter 10. & 9. ut fiant 9. Quæ quoniam
 rursus ex 8. non possunt subduci, detrahemus 9.
 ex 10. & reliquæ unitati (quæ rursus differen-
 tia est inter 10. & 9.) addemus 8. ut habeamus 9.
 collocanda sub linea. Quo peractò, statim inferiori
 figuræ 7. addemus 1. propter illam differentiam
 inter 10. & 9. efficiemusque 8. Quæ quoniã ex 4.
 demi nequeunt, auferemus 8. ex 10. & residuo
 2. (hoc est, differentia inter 10. & 8.) adijciemus
 4. ut fiant 6. reponenda infra lineam. Deinde sta-
 tim inferiori figuræ 6. adiungemus 1. propter dif-
 ferentiam illam inter 10. & 8. efficiemusque 7.
 Quæ, quoniam ex 0. subtrahi nequeunt, subduco
 ex 10. & residuo 3. (id est, differentia inter 10. &
 7.) addo 0. efficioque 3. ponenda sub linea. Rursus
 inferiori figuræ 5. addo 1. propter illam differen-
 tiam inter 10. & 7. efficioque 6. Quæ, quoniam sub-
 duci nequeunt ex 3. detraho ex 10. & residuo 4.
 (id est, differentia inter 10. & 6.) addo 3. efficioq;
 7. infra lineã scribenda. His peractis, statim infe-
 riori

rioni figuræ 4. addo 1. propter dictam differen-
tiam inter 10. & 6. facioque 5. quibus subductis
ex 6. superest 1. Quia vero in hac subductione men-
tio facta non est differentia inter 10. & 5. cum 5.
subduci potuerint ex 6. non addo. 1. inferiori figu-
ræ 3. sed eam, quoniam subduci non potest ex 2.
subtraho ex 10. & residuo 7. (sive differentia

$$\begin{array}{r}
 4500016304827 \\
 3929034567892 \\
 \hline
 570991736935
 \end{array}$$

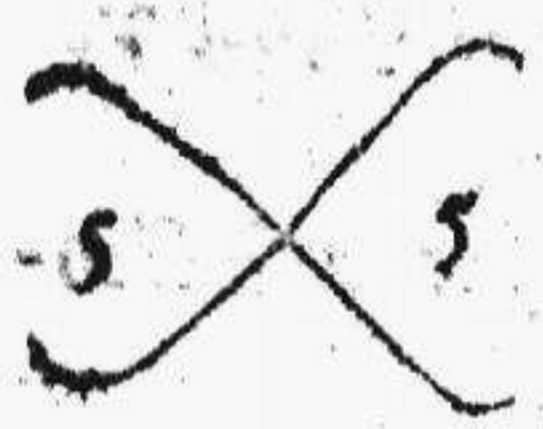
inter 10. & 3.) addo ad 2. facioque 9. locanda sub
linea. Post hæc statim figuræ inferiori 0. addo 1.
propter differentiam dictam inter 10. & 3. effi-
cioque 1. Et quoniam 1. subtrahi non potest ex 0.
demo 1. ex 10. residuoque 9. (id est differentia in-
ter 10. & 1.) addo 0. efficioque 9. infra lineam re-
ponenda. Postea iterum statim addo 1. figuræ in-
feriori 9. propter illam differentiam inter 10. &
1. ut habeam 10. quæ, quoniam ex 0. non possunt
detrahi, aufero ex 10. residuoque 0. (sive differen-
tia inter 10. & 10.) addo 0. facioque 0. pro resi-
duo sub linea collocando. Rursus quam primum
inferiori figuræ 2. addo 1. propter dictam differen-
tiam inter 10. & 10. efficioque 3. quæ, cum ex 0.
subduci nequeant, subtraho ex 10. residuoque 7.
(nempe differentia inter 10. & 3.) addo 0. facio-
que 7. collocanda sub linea. Præterea mox addo 1.
ad figuram inferiorem 9. propter differentiam il-
lam

lam inter 10. & 3. facioque 10. quæ quoniam ex 5. non possunt detrahi, aufero ex 10. ac residuo 0. (differentiæ nimirum inter 10. & 10.) addo 5. efficioque 5. pro residuo sub linea reponendo. Postremo statim figuræ inferiori 3. adiicio 1. propter illam differentiã inter 10. & 10. vt habeam 4. quæ subducta ex 4. relinquunt 0. quam figuram 0. quoniam superuacanea est in principio numeri ex parte sinistra, omittemus, cum posita frustra locum occuparet.

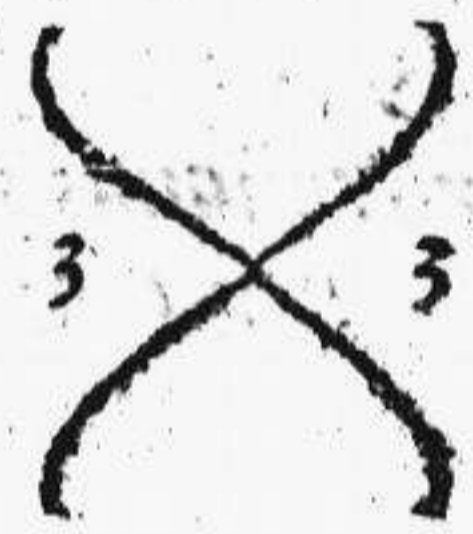
per 7.

Aliud Exemplum.

per 9.



$$\begin{array}{r}
 4000134 | \\
 67823 | 0 \\
 \hline
 3932311 | 5
 \end{array}$$



IN hoc exemplo, quoniam, ablatis omnibus figuris inferioribus ex superioribus, vnitas adijcienda esset sequenti figuræ inferiori, quæ nulla est, reponemus eam in sequentem locum: quæ, quoniam auferri nequit ex 0. detrahenda erit ex 10. & residuum 9. infra lineam ponendum; Ac rursus vnitas sequenti loco adijcienda, atque ex 4. auferenda, vt habeatur residuum 3. sub linea collocandũ.

QUOD si numerus ex pluribus numeris, vel plures numeri ex pluribus, vel ex vno numero sint subducendi, colligendi prius erunt plures numeri illi, à quibus fieri debet subtractio, in vnã summam; Itemque plures illi, qui subtrahi debent,

Quando numeri sunt plures quid agendum.

C inter

34 SUBTRACTIO

inter se addendi, priusquã subtractio instituatur.

Prima probatio subtractionis per 9.

EXAMEN subtractionis quadruplex est. Primum sit per abiectionem 9. Si enim ex superiori numero, à quo facta est subtractio, reijciantur 9. quoties fieri potest, eo modo, quo in additione diximus abijcienda esse 9. & residuum collocetur in vna parte crucis, necesse est, vt idem numerus relinquatur, si abijciantur 9. ex numero subtracto, & ex relicto, quoties fieri potest, nisi in subtractione erratum sit. Ita vides in proximo exemplo ad dextram, residuum semper esse 3. siue 9. abijcias, quoties potes, ex numero 4000134. à quo facta est subtractio, siue ex numeris 67823. 3932311. simul, quorũ ille subtractus est, hic veroreliquus fuit ex subtractione.

Secunda probatio subtractionis per 7.

SECUNDVM examen fit per abiectionem 7. Nam si ex numero, à quo facta est subtractio, reijciantur 7. quoties fieri potest, eo modo, quo in additione diximus abijcienda esse 7. & residuum ponatur in vna parte crucis, necesse est, si subtractio recte facta est, vt idem numerus relinquatur, si reijciantur 7. ex numero subtracto, ponendo residuum ad dextram illius, & ex numero relicto, ponendo etiam residuum ad dextrã illius, ac tandem duo hæc residua ad dextram collocata in vnam summã colligantur, & ex ea reijciantur 7. si reijci possunt. Ita in superiori exemplo, reiectis 7. quoties fieri potest, ex numero 4000134 relinquuntur 5. Reiectis autem 7. ex 67823. remanet 0. & abiectis 7. ex 3932311. supersunt 5. que addita ad 0. faciunt quoque 5. vt in cruce ad
sinistram

sinistram superioris exempli posita apparet.

C A E T E R V M utrumque hoc examen fallax esse potest, si quis per calumniã numeros permutet, aut alios numeros apponat, quemadmodũ in additione diximus.

T E R T I V M examen fit per additionem. Nam si numerum residuum subtracto numero adijcias, necessario componetur numerus, à quo subtractio facta est. Ut in hoc exemplo vides.

Tertia probatio subtractionis per additionem.

Numerus, à quo fit subtractio. 60123.

Numerus subtractus. 45678.

Numerus residuus. 14445.

Summa ex numero subtracto, 60123.
& residuo composita.

Q U A R T V M examen fit per subtractionem. Facta enim subtractione, si residuum ab eodem numero, à quo facta est subtractio, auferas, supererit necessario numerus subtractus. Ut in proximo exemplo, si numerum residuum 14445. ex numero 60123. detrabas, reliquus erit numerus subtractus 45678. ut hic apparet.

Quarta probatio subtractionis per subtractionem.

60123

14445

45678

H A E C posteriora duo examina certissima sunt, nullamq; admittere possunt fallaciam, aut fraudem.

36 M V L T I P L I C A T I O
M V L T I P L I C A T I O I N T E G R O -
rum numerorum . Cap. III.

Multiplica
tio quid.

47.
115
158.

M V L T I P L I C A T I O est ductus v-
nius numeri in alium . Tunc autem nume-
rus quilibet in alium duci dicitur, cum alter ipso-
rum toties augetur, quoties in altero continetur
vnitas. Ut numerus 6. in numerum 5. vel nume-
rus 5. in numerum 6. duci dicitur, quando nume-
rus 6. quinquies accipitur, vel numerus 5. sexies.
quo pacto semper accipientur 30. atque huiusmo-
di ductus Multiplicatio appellatur. Itaque nume-
rus ex multiplicatione, siue ductu vnus numeri
in alterum procreatus toties vtrumlibet multi-
plicatorum continebit, quoties alter vnitate com-
plectitur, vt in dato exemplo manifestum est. Ex
quo fit, Multiplicationem ita quoque describi pos-
se. Multiplicatio duorum numerorum est inuentio
numeri, qui toties vtrumuis eorū contineat, quo-
ties alter vnitatem continet.

V T expedite omnis multiplicatio fiat, neces-
se est nosse, qui numerus producat ex ductu, siue
multiplicatione cuiuslibet figuræ numericæ in quā-
uis aliam figuram, vt ex 7. in 8. vel ex 8. in 7.
Item ex 7. in 9. vel ex 9. in 7. &c. Hoc enim si
bene tenueris, nullam in multiplicatione senties
difficultatem, aut laborem. Id quod assiduo exer-
citiū magis discitur, quàm vllō præcepto. Interim
tamen mirifice tibi inserviet sequens tabula, quæ
Pythagorica dici solet, ea fortassis de causa, quòd
Pythagoras eam vel primus excogitauerit, vel
certe discipulos suos in ea mirifice exercuerit.

C O N S T R U

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81



CONSTRUCTIO huius tabulae perfecta est. Prima enim linea ab 1. incipiens progreditur per continuam additionem unitatis, usque ad 9. Ut ex 1. & 1. fiunt 2. Ex 2. & 1. fiunt 3. & 1. fiunt 4. & c. Secunda vero linea a 2. incipit, progrediturque per continuam additionem 2. Ut ex 2. & 2. fiunt 4. Ex 4. & 2. fiunt 6. & 2. fiunt 8. & c. Ita quoque tertia linea incipit a 3. & per continuam additionem 3. progreditur. Atque eodem modo reliquae compositae sunt. Quolibet enim per continuam additionem eius numeri, a quo incipit, progreditur.

Constructio
tabulae Pythagoricae.

USVS autem eiusdem tabulae, quod ad multiplicationem attinet, (in finitos enim alios vsus habet) hic est. Propositis duabus figuris inter se multiplicandis, si altera in superiori linea, & altera in sinistro latere sumatur, et in illa linea deorsum, in hoc vero latere dextrorsum quis progrediatur, reperiet in communi concursu numerum

Vsus tabulae Pythagoricae.

6 3 ex mul-

38 M V L T I P L I C A T I O

ex multiplicatione duarum illarum figurarum inter se productum. Ita vides ex multiplicatione 7. in 8. vel 8. in 7. produci 56. Item ex 8. in 8. produci 64. & sic de ceteris.

Regula
multiplicandi figuram
in figurá.

Q V O D si huiusmodi tabula in promptu non sit, utendum erit hac regula. Scribatur una figura sub altera, & utriusque distantia à 10. ad laevam ponatur. Deinde hę distantie inter se multiplicentur. Productus enim numerus, si unica figura scribitur, dabit primam figuram summę producendę ex figurarum multiplicatione; si vero duabus figuris scribitur, servanda erit figura denarum, & prior ponenda pro prima figura summę producendę. Secunda autem figura eiusdem huius summę habebitur, si alterutra distantia ab altera figura detrahatur, & residuo figura denarum reservata addatur, si qua servata est: Vel certe si figure propositę inter se addantur, addita prius figura denarum reservata, si qua servata est, dabit prima figura huius aggregati (reiecta secunda figura tanquam superuacanea) secundam figuram summę producendę. Exemplis res fiet illustrior.

9.	1.	8.	2.	7.	3.
8.	2.	8.	2.	6.	4.
—————		—————		—————	
7	2	6	4	4	2

I N primo exemplo figure multiplicandę sunt 9. & 8. earumque distantie à 10. sunt 1. & 2. que inter se multiplicatę, (erit autem multiplicatio distantie

distantiarum à 10. facillima, cum minores sint, quàm figuræ multiplicandæ. De his enim regula hæc intelligenda est) dicendo semel 2. vel bis 1. faciunt 2. quæ sub distantijs scribo pro prima figura summæ producendæ. Ablata autem distantia 2. ex 9. vel distantia 1. ex 8. relinquuntur 7. quæ scribo sub figuris pro secunda figura summæ producendæ. Quam secundam figuram etiam dabit prima figura aggregati figurarum 9. & 8. quod est 17. relicta secunda 1. tanquam omnino ad hoc negotium inutili. Itaque multiplicatio figurarum 9. & 8. efficit 72.

IN secundo autem exemplo figuræ propositæ sunt 8. & 8. quarum distantie à 10. sunt 2. & 2. His inter se multiplicatis, dicendo, bis 2. habebimus 4. pro prima figura summæ producendæ. Dempta autem utrauis distantia ex 8. supererunt 6. pro secunda figura; quam nobis etiam dabit prima figura aggregati ex 8. & 8. quod est 16. relicta secunda 1. tanquam superuacanea. Figuræ igitur 8. & 8. inter se multiplicatæ faciunt 64.

IN tertio denique exemplo figuræ datæ sunt 7. & 6. quarum distantie à 10. sunt 3. & 4. Hæ inter se multiplicatæ, dicendo, ter 4. vel quater 3. faciunt 12. Prima ergo figura summæ producendæ erit 2. secunda vero figura 1. seruanda erit. Deinde ablata distantia 4. ex 7. vel distantia 3. ex 6. supersunt 3. quibus si addatur vnitas, quam seruauimus, fient 4. pro secunda figura summæ producendæ: quam etiam figuram dabit prima figura aggregati ex 7. & 6. addita prius vnitate seruata,

40 M V L T I P L I C A T I O

quod est 14. omiffa prorsus fecunda figura 1. Pro-
ducuntur ergo 42. ex multiplicatione 7. per 6.
vel 6. per 7. Eadem ratio in ceteris est, dummodo
duę figurę propositę inter se additę superent 10.
Alias distantię illarum à 10. maiores essent ipsis
figuris, ac proinde facilius multiplicarentur figu-
rę, quàm distantię. Rectius tamē feceris, si vsu, &
exercitatione memoriter ediscas huiusmodi mul-
tiplicationes figurarum inter se, quàm vt vel ad
tabulam Pythagoricam, vel ad hanc regulam con-
fugas.

Qua ratio
ne collocā-
di sint nu-
meri inter
se multipli-
candi.

I A M vero propositis duobus numeris inter
se multiplicandis, scribendus est minor sub maiore,
ita vt prima figura respondeat primę figurę, & se-
cunda secundę, &c. vt in additione, & subtra-
ctione diximus. Quod tamen necessarium non est,
cum etiam maior sub minore scribi possit, dicto ta-
men ordine figurarum seruato. Vt si multiplican-
da sint 4300678. per 600394. collocandi erunt
numeri altero horum modorum, quamuis primus
sit magis vsitatus.

4300678.
600394.

Vel.

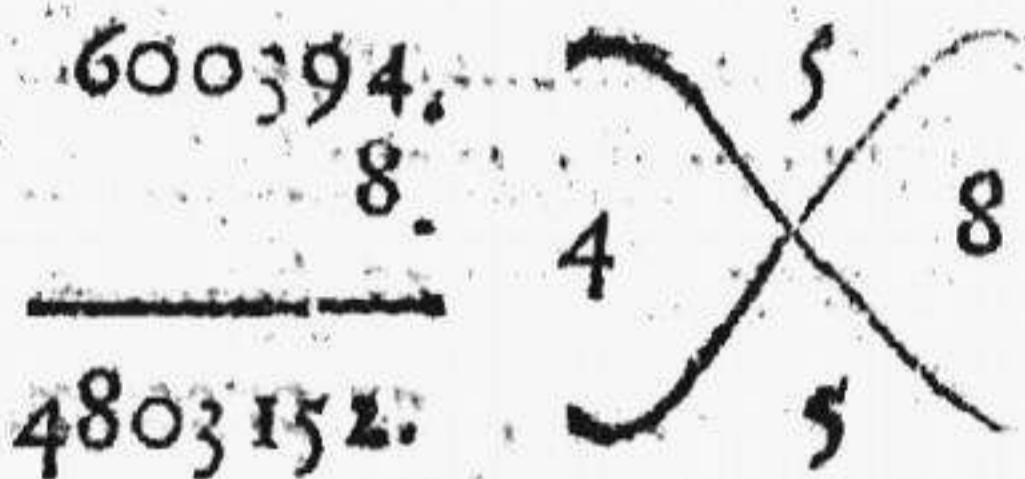
600394.
4300678.

S E D doceamus prius, quo pacto numerus ali-
quis per vnā solam figuram multiplicandus sit.
Ita enim facilius intelligetur, qua ratione nume-
rus per numerum debeat multiplicari.

Q U A N D O ergo numerus aliquis per vnā
tantum figuram multiplicandus est, solet semper
figura

I N T E G R O R V M. 48

figura hæc multiplicans subscribi primæ ^{figuræ} numeri
 numeri multiplicandi. Ut si numerus 600394.
 multiplicandus pro-
 ponatur per 8. sic sta-
 bit exemplum. Mul-
 tiplicatio autem fiet
 si figura 8. multipli-
 cetur per omnes fi-



Quomodo
 numerus
 per vnã
 figurã mul-
 tiplicetur.

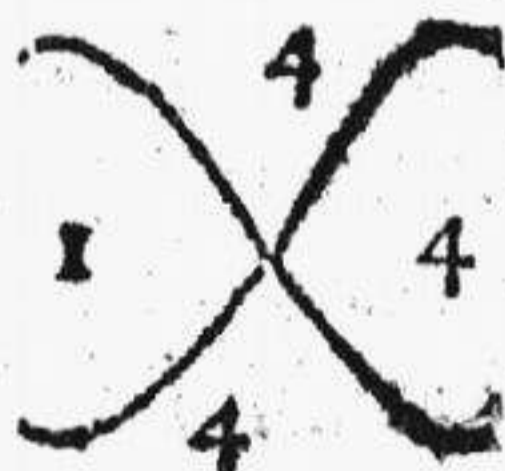
guras numeri 600394. incipiendo a dextra, & si-
 nistram versus progrediendo, singulosque numeros
 productos sub linea, quæ infra numeros multipli-
 candos ducitur, scribendo; ita tamen, vt si produ-
 ctus aliquis numerus duabus figuris scribendus sit,
 prima earum ponatur, secunda vero seruetur se-
 quenti producto adijcienda, hoc videlicet modo.
 Primum multiplico 8. per 4. dicendo, octies 4. fa-
 ciunt 32. pono 2. sub 4. & seruo 3. Item octies 9.
 faciunt 72. & additis 3. seruat, fiunt 75. pono
 5. sub 9. & seruo 7. Item octies 3. faciunt 24. &
 additis 7. seruat, fiunt 31. pono 1. sub 3. seruoque
 3. Deinde octies 0. facit 0. & additis 3. seruat,
 fiunt 3. quæ pono sub 0. nihilque reseruo. Rursus
 octies 0. facit 0. cui, quia nihil seruauit in præce-
 denti producto, nihil addendum est. Pono ergo 0.
 sub 0. nihilque reseruo. Denique octies 6. faciunt
 48. quibus, quia in proximo producto nihil serua-
 ui, nihil addo. Pono igitur totum hunc numerum
 sub linea, quia multiplicatio ad finem perducta
 est, cum nulla alia figura superioris numeri restet
 multiplicanda per 8. Itaque si totum numerum
 600394. multiplicemus per 8. procreabimus hunc
 nume-

42 M V L T I P L I C A T I O

numerum 4803152. Atque hoc modo quemcumque numerum per quamvis figuram multiplicabis.

Quomodo
 numerus
 per nume-
 rum pluri-
 bus figuris
 scriptum
 multiplice-
 tur.

SI vero numerus per numerum sit multipli-
 candus, ducatur sub ipsis dispositis, ut dictum est,
 linea recta. Deinde singulae figurae inferioris nume-
 ri per singulas figuras numeri superioris mul-
 tiplicentur, ut proxime docuimus; hoc solum
 diligenter observato, ut numerus productus ex
 quacunque figura inferioris numeri per primam
 figuram numeri superioris multiplicata collocetur
 sub illa figura inferioris numeri, per quam superior
 numerus multiplicatur, reliqui autem numeri
 ex multiplicatione eiusdem figurae numeri inferio-
 ris per alias figuras superioris numeri producti
 statuuntur suo ordine deinceps versus sinistram.
 Ut in hoc exemplo factum esse vides, in quo qua-
 tuor ordines numerorum sub linea constituti sunt
 ex numeris productis.

per 9.	per 7.
	$ \begin{array}{r} 4300678 \\ 600394 \\ \hline 17202712 \\ 38706102 \\ 12902034 \\ 25804068 \\ \hline 2582101267132 \end{array} $

Totus enim numerus productus ex multipli-
 catio-

catione 4. in omnes figuras superioris numeri habet primam suam figuram sub 4. Ita quoque numerus productus ex multiplicatione 9. in omnes figuras numeri superioris primam suam figuram habet sub 9. Eadem ratione prima figura numeri producti ex multiplicatione 3. in omnes figuras numeri superioris collocata est sub 3. Denique prima figura numeri producti ex multiplicatione 6. in omnes figuras superioris numeri posita est sub 6. Reliquæ autem figuræ ordine suo progrediuntur versus sinistram.

QVONIAM vero cifra siue multiplicans siue multiplicata producit 0. propterea omisimus in numero inferiori duas cifras, ita vt eas nõ multiplicauerimus in numerum superiorem, quia semper produxissent 0. Idem faciendum est, quotiescunque in numero inferiori fuerint aliquot cifras. Eas enim semper omitemus, & ad proxime sequentem figuram significatiuam nos conferemus. Cifrae tamen superioris numeri, si quæ sint, negligenda non sunt. Nam licet multiplicata per figuras inferioris numeri significatiuas producant 0. sæpenumero tamen producto illi 0. addendum est aliquid, illud nimirum, quod in præcedenti multiplicatione aliquando reseruatam est, idque loco producti reponendum sub linea. Immo etiam si nihil reseruatam sit aliquando, ponenda tamen est figura 0. sub linea loco producti. Quæ omnia in superioribus exemplis obseruata sunt. In priori enim cum multiplicauimus 8. per 0. produximus 0. sed quia in præcedenti multiplicatione reseruata erant

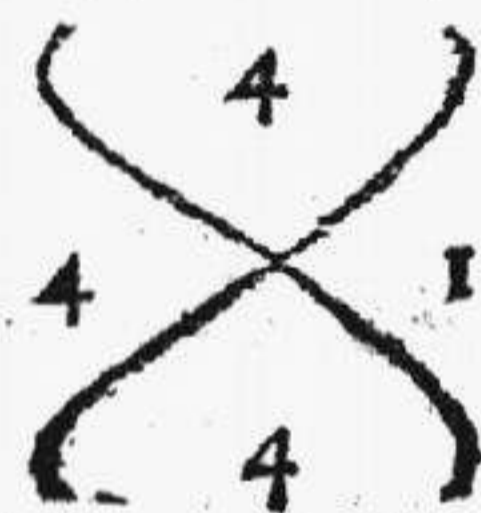
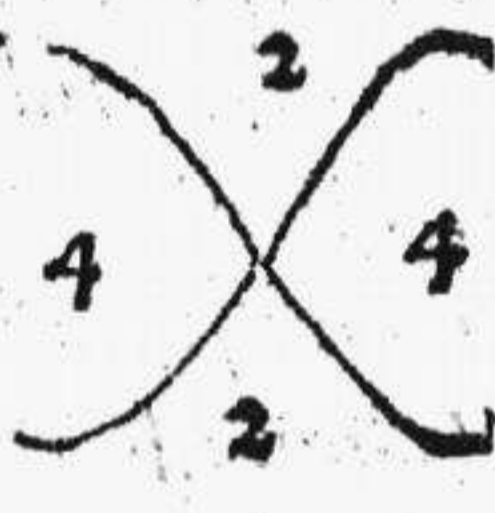
44 M V L T I P L I C A T I O

3. posuimus 3. loco producti 0. Rursus cum multiplicauimus iterum 8. per 0. produximus etiam 0. & quoniã nihil reseruatũ fuit, posuimus 0. loco producti. Idemque factum est in posteriori exẽplo.

P O S T hæc infra omnes numeros productos alia linea ducatur, vt sub ea ponatur summa ex omnibus illis productis collecta. Quæ quidem summa colligenda est, vt in additione traditum est; dummodo prima figura cuiuslibet producti eum intelligatur locum occupare, quem figura primi producti, sub qua illa collocatur, occupat: Hoc est, vt figura 2. quæ prima est secundi numeri producti in proposito exemplo, cogitetur esse posita sub secundo loco primi producti; figura autem 4. quæ prima est in tertio producto, intelligatur esse locata sub tertio loco primi producti; Denique figura 8. quæ prima etiam est in quarto producto, concipiatur occupare sextum locũ sub primo producto. In his enim locis omnes has figuras vides esse positas. Itaque vt exemplo rem monstremus, hac ratione summa colligetur. In numeris productis sola figura 2. occupat primum locum; Ea igitur sola ponenda est in primo loco sub linea. Deinde in secundo loco sunt 1. & 2. quæ faciunt 3. sub linea in secundo loco ponenda. Rursus in tertio loco sunt 7. 0. 4. quæ efficiunt 11. Collocãda ergo erit 1. sub linea in tertio loco, & seruanda 1. vt figuris quarti loci adijciatur, &c. Hac ratione sũma collecta erit 2582101267132. atque hic numerus producitur ex multiplicatione 4300678. in 600394.

UT autem videas eundem numerum gigni, etiam si maiorem numerum sub minore statuamus, apposuius hoc alterum exemplum sequens, in quo idem duo numeri 4300678. & 600394. inter sese multiplicatur, sed maior numerus sub minore positus est, factique sunt quinque ordines numerorum productorum, quot nimirum sunt figure significantiæ in numero inferiori. Idem tamen numerus productus est, qui prius.

H I C modus multiplicandi, quem hætenus exposuimus, apud omnes magis vsitatus est: alias tamen multiplicandi rationes non iniucundas in pleniore nostra Arithmetica explicabimus.

per 9.	per 9.
	$ \begin{array}{r} 600394 \\ 4300678 \\ \hline 4803152 \\ 4202758 \\ 3602364 \\ 1801182 \\ 2401576 \\ \hline 2582101267132 \end{array} $
	

E X A M E N multiplicationis triplex est. Primum fit per abiectionem 9. hoc modo. Reijciatur primus 9. ex primo numero multiplicato, quoties fieri potest, ut in additione diximus, residuum que in sinistra parte crucis ponatur. Deinde reie-

Prima probatio multiplicationis per 9.

ctis

46 M V L T I P L I C A T I O

Etis 9. eodem modo ex altero numero multiplicato, locetur residuum in dextra parte crucis. Post hæc, multiplicatis his duobus residuis inter se, & ex producto reiectis 9. statuatur residuum in superiori parte crucis. Postremo ex summa omnium productorum reiectis quoque 9. scribatur residuum in parte crucis inferiore. Necessesse enim est, residuum hoc æquale esse residuo superiori, si erratum in multiplicatione non est. Exempla posita sunt in superioribus multiplicationibus. Nam in primo exemplo, reiectis 9. ex 600394. residuum est 4. Residuum autem huius numeri 8. est 8. quia 9. abijci non possunt. Multiplicatis autem his residuis 4. & 8. inter se, fiunt 32. à quibus si reijciantur 9. remanent 5. Ac tantundem relinquitur, si reijciantur 9. ex producto 4803152. In secundo autem exemplo, residuum primi numeri est 1. secundi autem 4. Multiplicatisque inter se his residuis 1. & 4. fiunt 4. in suprema parte crucis locanda, quia 9. abijci non possunt. Reiectis autem 9. ex tota summa, supersunt etiam 4.

Secunda pro
batio mul-
tiplicatio-
nis per 7.

A L T E R U M examen fit per reiectionem 7. si nimirum ex eisdem numeris abijciantur 7. ut in additione diximus, ex quibus in superiori examine præcepimus reijcienda esse 9. Exemplum habes in postremis duabus multiplicationibus. Sed duo hæc examina sunt etiam fallacia, propter causas supra adductas.

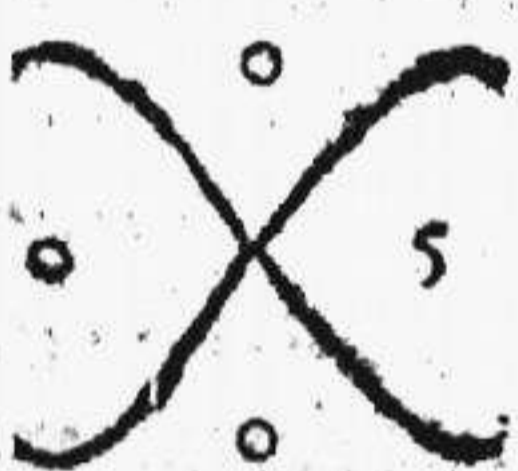
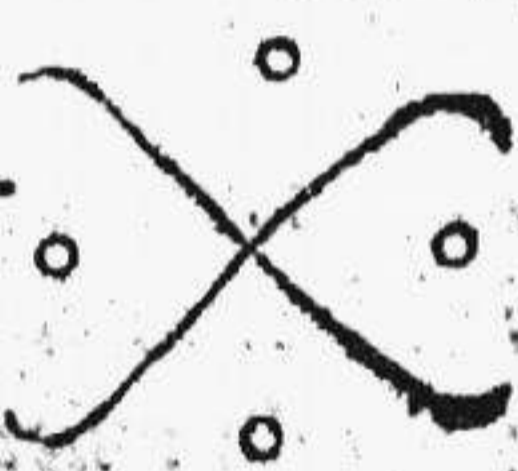
Tertia pro
batio mul-
tiplicatio-
nis per di-
uisionem.

T E R T I U M examen certissimum est, fitque per diuisionem. Si enim tota summa producta diuidatur per alterutrum numerorum multiplicatorum,

torum,

eorum, prodibit necessario in Quotiente alter numerus. Quæ quidem diuisio facillima erit, cū opus non sit, Quotientes figuras inquirere, cum eæ ordine omnes contineantur in altero numero multiplicato. Sed hoc examen planius intelligetur, cum Diuisio explicata fuerit.

Alia duo exempla cum probatione per 9.

4068		3069	
23		45	
12204		15345	
8136		12276	
93564		138105	

I N priori horum exemplorum primum residuum est 0. Unde licet secundum residuum sit 5. tamen residuorum multiplicatio facit 0. In posteriori autem utrumque residuum numerorum multiplicatorum est 0. Unde eorum multiplicatio dabit etiam 0. atque ita in utroque exemplo residuum numeri producti etiam necessario erit 0.

Q U O D si uterque numerus multiplicandus, vel alter tantum, habuerit in principio aliquot cifras, multiplicatio admodum facilis erit. Abiectis enim omnibus cifris illis, multiplicandi erunt reliqui numeri inter se, & producto numero apponendæ ordine omnes illæ cifræ abiectæ. Ut si multiplicandus sit numerus 3406. per 4000. reiectis

cifris

Facilitas multiplicationis, cum numeri in principio habent cifras.

cifris 000. multiplicetur datus numerus per 4. & numero producto 13624. apponantur eadem cifra, hoc modo. 13624000. Sic etiam, si multiplicanda sint 3040000. per 203000. reiectis 7. cifris ad dextram horum numerorum positis, multiplicentur reliqui numeri 304. & 203. inter se, & producto numero 61712. apponantur reiecte illa septē cifra, hoc modo. 617120000000.

H I N C fit, si numerus aliquis multiplicandus sit p 10. vel 100. vel 1000. vel 10000. & c. addendas esse illi numero ad dextram tot cifras, quot continentur in numero multiplicante, sine vlla alia multiplicatione: quia, reiectis cifris, superest sola vnitas, quæ numerum datum multiplicans eundem numerum producit. Vt 5067. multiplicata per 10. faciunt 50670. Multiplicata autē per 100000. faciunt 506700000. Ita quoque 3000. multiplicata per 100. faciunt 300000. & c.

D I V I S I O I N T E G R O R V M

numerorum. Cap. V.

Diuisio q̄d

DI V I S I O est distributio propositi numeri in partes ab altero numero dato denominatas. Vt diuisio numeri 36. per 9. est distributio eius in nonas partes, nempe à 9. denominatas; quarum quidem singule quaternas vnitates continebunt: ita vt 4. sit numerus ex hac diuisione productus, qui Quotiens dici solet, propterea quòd indicat, quoties numerus 9. qui diuidens, siue diuisor appellatur, in diuidendo numero 36. contineatur.

Quotiens
quid.

47.
119.
~~119.~~
36.

Indicat enim contineri quater, toties nimirum, quoties numerus Quotiens 4. unitatem continet. Ex quo fit, Divisionem ita quoque describi posse. Divisio est inuentio numeri, qui toties unitatem contineat, quoties numerus diuidendus diuisorem continet. Ut in proposito exemplo perspicuum est.

I N diuisione scribitur diuisor sub numero diuidendo, non quidem ponendo primam figuram sub prima, & secundam sub secunda, &c. ut in additione, subtractione, & multiplicatione factum est, sed contrario ordine. Ponenda enim hic est vltima figura diuisoris sub vltima figura diuidendi numeri, & penultima sub penultima, &c.

Ut si diuidendus sit numerus 7809. 7809
per 47. collocandi erunt numeri, ut in 47
apposito exemplo apparet.

Q U O D si vltima figura diuisoris maior fuerit vltima figura numeri diuidendi, collocanda erit vltima figura diuisoris sub penultima figura numeri diuidendi, & penultima sub antepenultima, &c. ut in hoc exemplo est 37800
manifestum. Idem faciendum est, si 47.
vltima figura diuisoris æqualis fuerit vltimæ figuræ numeri diuidendi, sed penultima maior, quàm penultima: Vel si & vltima vltimæ, & penultima penultimæ fuerit æqualis, sed antepenultima diuisoris maior, quàm antepenultima numeri diuidendi: Vel denique, quotiescunque diuisor maior fuerit eo numero, quem totæ figuræ vltimæ numeri diuidendi exprimunt, quot figuris diuisor scribitur. Quæ omnia in his tribus exemplis manifesta sunt.

Quo pacto numeri in diuisione sint collocandi.

30.
125.
118.

46800.

476047.

4792.

47

4762

47

Diuisio
quomodo
fac.

In Quotiē
te non po-
test poni
maior nu-
merus, q̄ 9.

Residuus
numerus
semper de-
bet esse mi-
nor diuiso-
re.

I T A autem diuisio fiet. Primum queratur, quoties diuisor in numero sibi suprascripto contineatur, & numerus indicans, quoties continetur, ad dexteram numeri diuidendi post lineam hanc lineam curuam (scribatur; atque hic numerus (qui semper vnica figura scribitur. Nunquam enim maior numerus, quam 9. poni potest in Quotiente; etiamsi diuisor videatur sepius aliquando contineri in numero suprascripto, quam nouies, vt in exemplis. patebit.) in diuisorē multiplicetur, productusque numerus (qui seorsum scribendus nō est, sed memoria retinendus.) ex suprascripto numero subtrahatur, vt in subtractione docuimus, scribendo singulos numeros residuos supra figuras, à quibus facta est subtractio, deletis prius hisce figuris vnā cum diuisore. Numerus autem totus residuus supra diuisorem notatus minor esse debet diuisore, alias erratum esset. Id quod etiam in alijs residuis obseruandum erit.

D E I N D E promouendus erit diuisor dextram versus in proximum locum; & iterum querendum, quoties in numero sibi suprascripto contineatur, & reliqua facienda, vt prius. Quod si in aliqua promotione diuisor maior fuerit numero suprascripto, ita vt nec semel quidem in eo contineatur, scribenda erit figura 0. post illum numerum, quem post lineam curuam scribendum esse diximus, & diuisor delendus, iterumq̄, promouendus
ad

ad proximum locum, & querendum, vt prius, quoties in numero suprascripto contineatur, &c. Atque ita semper promouendus erit diuisor, donec nullus locus in numero diuidendo supersit, in quem diuisor possit promoueri. Verum hac exemplis fient planiora.

SIT primum diuidendus numerus 76048. per vnicam figuram, vt per 8. Primum inuenio diuisorem 8. contineri in numero suprascripto 76. nouies. Dicitur autem ille numerus supra diuisorem esse scriptus, qui exprimitur figura supra primam figuram diuisoris posita, & omnibus alijs versus sinistram, si quæ sint. Vt in dato exemplo numerus supra diuisorem positus est 76. Porro ex tabula Pythagorica, quæ supra posita est, cognosces facile, quoties figura diuisoris in supra posito numero contineatur. Si enim figuram diuisoris sumas in vertice tabulæ, & in eius linea, deorsum descendendo, accipias numerum suprapositum, vel, si is non inuenitur, eo proxime minorem, indicabit figura ei respondens in sinistro latere, quoties figura diuisoris in numero supraposito contineatur. Ut in dato exemplo, sub figura 8, non reperitur numerus 76. suprapositus: si igitur accipiatur 72. proxime minor, reperietur in sinistro latere figura 9. Nouies ergo continetur figura 8. in 76. atque ita de cæteris. Pono igitur 9. post lineam curuam, & multiplico 9. per 8. dicendo, octies 9. faciunt 72. quæ subtrahenda sunt ex numero 76. supra diuisorem posito, hoc modo. Subtractis

Quomodo numerus per vnicam figuram diuidatur.

Qui numerus dicatur supra diuisorem positus.

Quo pacto ex tabula Pythagorica cognoscatur, quoties figura diuisoris in supraposito numero contineatur.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 76048 \text{ (9)} \\ 8 \end{array}$$

2. ex 6. remanent 4. Deleta igitur figura 8. in diuifore, & figura 6. in numero diuidendo, pono 4. supra 6. Subtractis item 7. ex 7. nihil remanet. Deleta igitur figura 7. nihil pono supra 7. quia poni debet et cifra, quæ superuacanea eſſet, eò quòd illam nulla alia figura ſequatur verſus ſiniſtram. Atque ita absoluta eſt vna operatio diuifionis, remanet q̄, hic numerus 4048. vt in propoſito exemplo vides.

DEINDE promotò diuifore in præcedentem locum ſub 0. vt hic vides in ſecundo exemplo, video diuiforem 8. in numero

ſupraſcripto 40. contineri quinquies. Pono igitur 5. poſt figurã 9. iam inuentam, vt in tertio exemplo vides, & dico; quinquies 8. (multiplicando nimirum figuram 5. inuentam per diuiforem.) faciunt 40. quæ ſubtra-

$$\begin{array}{r} 4 \\ 76048 \text{ (9)} \\ \underline{88} \end{array}$$

cta ex numero 40. ſupra diuiforem poſito nihil relinquunt. Deleta igitur figura 8. in diuifore, & figuris 0. & 4. in numero diuidendo, absoluta erit ſecunda operatio diuifionis, remanebit q̄, hic numerus 48. vt in eodem tertio exemplo apparet.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 76048 \text{ (95)} \\ \underline{88} \end{array}$$

RURSUS diuifore promotò in præcedentem locum ſub 4. vt hic in quarto exemplo cernis, reperio diuiforem 8. nec ſemel quidem contineri in ſupraſcripto numero 4. Pono igitur 0. poſt figuram 5. vltimo inuentam, vt in quinto exemplo factum eſt.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 76048 \text{ (95)} \\ \underline{888} \end{array}$$

Et

Et quoniam figura 0. multiplicata per diuisorem nihil producit, nihil subtrahendum erit ex numero 4. supra diuisorem posito.

Deleto igitur diuisore, absoluta erit tertia operatio diuisionis, remanebitq; numerus 48.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 76248 \text{ (950)} \\ 888 \end{array}$$

vt in hoc eodem quinto exemplo manifestum est.

P O S T R E M O, promotio diuisore in precedentem locum sub 8. vt hic in

sexto exemplo cernitur, inuenio diuisorē 8. in numero 48.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 76248 \text{ (950)} \\ 8888 \end{array}$$

suprascripto contineri sexies.

Pono igitur 6. post figuram 0. ultimo repertam, vt hic in septimo exemplo factum est, & dico; sexies 8.

(multiplicando nimirum figuram 6. inuentam in diuisorem) faciunt 48.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 76248 \text{ (9506)} \\ 8888 \end{array}$$

que subtracta ex numero

48. supra diuisorem posito nihil relinquunt. Deleta igitur figura 8. in diuisore, & figuris 8. & 4. in numero diuidendo, absoluta erit tota diuisio, cum nullus alius locus supersit in numero diuidendo, in quem diuisor possit promoueri; nihilq; in diuisione supererit. Itaque totus Quotiens numerus est 9506.

P O S V I tot exempla in hac diuisione, vt distinctius appareret, quidnam in qualibet operatione relinquatur, & quid deleatur: quamuis solum extremum sit instar omnium, ita vt in operatione necesse non sit alia exempla depingere, sed satis sit, si vltimum describatur.

Quotiens
quot figu-
ras habeat.

V I D E S igitur, Quotientem tot habere figu-
ras, quoties diuisor sub numero diuidendo positus
est. Id quod in omnibus alijs diuisionibus, etiam
per plures figuras institutis, euenit. Semper enim
tot figuras habebit Quotiens, quoties totus diui-
sor sub numero diuidendo ponitur.

Quomodo
numerus
per plures
figuras di-
uidatur.

S I T deinde numerus 1832487. diuidendus
per numerum 469. qui non vna, sed pluribus figu-
ris scribitur. Hic, vt sciatur, quoties diuisor in nu-
mero suprascripto contineatur, (est autem in hoc
exemplo numerus 1832. su-
pra diuisorem positus.) non
est id de toto diuisore inqui-
rendum, sed satis est, si inue-
stigetur, quoties vltima eius

$$\begin{array}{r} 42 \\ 469 \\ \times 1832487 \\ \hline 469 \end{array} \quad (3)$$

Qui nume-
rus dicatur
supra qua
cunq; figu-
ram diui-
soris esse
positus.

figura, qualis hic est 4. contineatur in numero su-
prapposito, (Dico autem etiam hic illum numerum
supra vltimam figuram diuisoris, vel supra quam-
cunq; aliam, esse positum, qui exprimitur figura supra
eam scripta, & omnibus alijs versus sinistram, si
quæ sint. vt in dato exemplo, supra figuram 4. po-
situs est numerus 18. supra 9. autem numerus
1832.) qui hic est 18. hac tamen adhibita cautio-
ne, vt non semper in Quotiente ponatur figura tot
vnitatum, quoties vltima diuisoris figura in nume-
ro supra eam posito continetur, sed diligenter cu-
retur, vt ea figura ponatur, quæ in totum diuiso-
rem multiplicata eo ordine, quem iam præscribe-
mus, talem numerum producat, qui & ex numero
supra diuisorem posito subtrahi possit, & subtra-
ctus relinquat numerum (si quem relinquat) diui-
sore

fore minorem. Itaque (vt ad exemplum propositis veniamus) quamuis vltima figura diuisoris, quæ est 4. contineatur in supraposito numero 18. quater, tamen quia figura 4. multiplicata in totum diuisorem producit maiorem numerum, quam 1832. qui supra diuisorem positus est, ita vt ex supraposito numero subtrahi non possit, non pono 4. in Quotiente, sed 3. Quod si hæc figura 3. multiplicata in totum diuisorem produceret maiorẽ etiã numerum, quam 1832. ponerem 2. loco 3. Et si figura 2. multiplicata in diuisorem adhuc maiorem numerum procrearet, ponerẽ 1. atque ita semper minuam figuram Quotientis vna vnitate, donec figuram inueniam, quæ in diuisorem multiplicata numerum gignat, qui ex suprascripto numero detrahi possit.

S I C autem multiplicanda erit figura Quotientis inuenta in totum diuisorem. Primum ducenda est in vltimam figuram diuisoris, & hoc productum ex numero supra vltimam figuram illam posito auferendum, deleta prius illa figura diuisoris, vna cum numero, ex quo facta est subtractio. Deinde multiplicanda est in figuram penultimam diuisoris, productumq; ex numero supra posito detrahendum, vt prius. Atque hoc modo in omnes figuras diuisoris multiplicanda est, &c. vt in nostro exemplo. Ex 3. in 4. fiunt 12. quæ ita subtrahenda sunt ex 18. numero supraposito. Demptis 2. ex 8. remanent 6. Deleta ergo figura 4. in diuisore, & figura 8. in numero diuidendo, repono 6. supra 8. Dempto item 1. ex 1. nil remanet. De-

Quo ducta sit figura Quotientis inuenta in diuisorem.

leo igitur 1. Deinde ex 3. in 6. fiūt 18. quæ ex numero supra posito 63. sic subducenda sunt. Distantia 8. à 10. (Nam 8. ex 3. subtrahi nequeunt.) est 2. additis 3. fiunt 5. quæ pono supra 3. deleta prius figura 6. in diuisore, vnà cum figura 3. in numero diuidendo. Addo autem 1. propter distantiam à 10. cuius mentio facta est, ad 1. (nempe ad denā numeri 18. qui subtrahitur.) fiunt q̄, 2. quæ ex 6. ablata relinquunt 4. quæ pono supra 6. deleta prius dicta figura 6. Tandem ex 3. in 9. fiunt 27. quæ sic ex superscripto numero 452. detrahuntur. Distantia 7. à 10. (quoniam 7. ex 2. detrahi non possunt) est 3. additis 2. fiunt 5. quæ pono supra 2. deleta prius figura 9. in diuisore, & figura 2. in numero diuidendo. Addo autem 1. ad 2. (nempe ad denas numeri 27. subtrahendi.) propter dictam distantiam à 10. facioque 3. quæ ablata ex 5. (nimirum ex secunda figura numeri 452. à quo subtractio fit.) relinquunt 2. Pono ergo 2. supra 5. deleta prius dicta figura 5. Atque ita deinceps pergendum esset, si plures figuræ in diuisore reperirētur. Absoluta ergo hac ratione erit diuisionis vna operatio, remanebitq; hic numerus 425487. vt in exemplo superscripto vides.

P R O M O T O iam diuisore in præcedentē locū, ita vt singulæ figuræ diuisoris locum vnum mutant, vt hic vides, intelligo vltimam figuram diuisoris, nempe 4. in supra posito numero 42. contineri nonies. Pono igitur 9.

$$\begin{array}{r}
 42 \\
 635 \\
 \times 9 \\
 \hline
 487 \\
 469 \\
 \hline
 46
 \end{array}
 \quad (3$$

post figuram 3. in priori operatione inuentam, vt in sequenti exemplo patet, & dico. Ex 9. in 4. fiunt 36. que ita subtraho ex numero 42. supra scripto. Distantia 6. à 10.

(quoniam 6. ex 2. subduci nō possunt) est 4. additis 2. fiunt 6. que pono supra 2. deleta prius figura 4. in diuifore, vna cum figura 2. in numero diuidendo. Ad do autem 1. ad

$$\begin{array}{r}
 \cancel{4} \\
 \cancel{6}3 \\
 \cancel{4}2\cancel{1} \\
 \cancel{6}5\cancel{5}3 \\
 \cancel{4}8\cancel{7}2\cancel{4}87 \quad (390 \\
 \cancel{4}6\cancel{6}6\cancel{6}9 \\
 \cancel{4}6\cancel{6}6 \\
 \cancel{4}4
 \end{array}$$

3. (nimirum ad denas numeri 36. subtrahendi.) propter dictam distantiam à 10. facioque 4. que ex 4. ablata nihil relinquunt. Deleo ergo 4. Rur- sus ex 9. in 6. fiunt 54. Detrahis igitur 4. ex 5. remanet 1. Demptis quoque 5. ex 6. remanet etiā 1. Quare deleta figura 6. in diuifore, vna cum fi- guris 5. & 6. in numero diuidēdo, pono supra sin- gulas figuram 1. Denique ex 9. in 9. fiunt 81. que ita subduco ex numero 114. supraposito. Dē- pto 1. ex 4. remanent 3. Pono ergo 3. supra 4. deleta prius figura 9. in diuifore, & figura 4. in numero diuidendo. Distantia autem 8. à 10. (quia 8. ex 1. subduci nequeunt) est 2. si addatur 1. fiunt 3. que supra 1. colloco, deleta prius figura 1. Et propter dictam distantiam à 10. subtraho 1. ab 1. nihilq; remanet. Deleo ergo 1. absolutaq; erit secunda diuisionis operatio. Numerus autem remanens erit 3387. vt in exemplo patet.

R V R S V S promotō diuifore in proximum locum, vt in proximo exemplo apparet, ita vt fi-
 gura

gura 9. locetur sub 8. at 6. sub 3. & 4. sub 3. vi-
deo ultimam figuram divisoris, puta 4. nec semel
quidē in supraposito numero contineri, quare scri-
bo 0. post figuram 9. proxime inuentam, deleoq;
diuisorem. Absoluta namque ita erit tertia ope-
ratio diuisoris, remanebitq; idem numerus 3387.
qui in antecedente operatione reliquus fuit.

P O S T R E M O promotō diuisore in primū
locum, vt in eodem proximo exemplo manifestum
est, reperio ultimam diuisoris figuram 4. in supra-
scripto numero 33. contineri septies tantum: quia
si sumerctur octies, non posset à numero 3387. su-
prapósito fieri

subtractionume-
rorum producto-
rum ex 8. in to-
tum diuisorem.

Itaque pono in
Quotiente figu-
rā 7. post alias

$$\begin{array}{r}
 X \\
 671 \\
 42180 \\
 65764 \\
 X872487 \quad (3907 \cdot \frac{1}{4} \frac{0}{6} \frac{4}{9}) \\
 46666 \\
 4666 \\
 44
 \end{array}$$

figuras inuentas, vt in hoc exemplo apparet, &
dico. Ex 7. in 4. fiunt 28. quæ hac ratione ex nu-
mero 33. supraposito demo. Distantia 8. à 10.
(Nam 8. ex 3. non possunt subtrahi) est 2. si ad-
dantur 3. fiunt 5. Deleta ergo figura 4. in diui-
sore, & figura 3. in numero diuidendo, pono 5. su-
pra 3. Addo autem 1. ad 2. (nempe ad denas nu-
meri 28. subtrahendi.) propter dictam distantiā
à 10. facioq; 3. quæ ex 3. ablata nihil relinquūt.
Quare deleta figura 3. rursus dico. Ex 7. in 6.
fiunt 42. quæ ex 58. numero supraposito ita tol-
lentur.

lentur. Detrahtis 2. ex 8. relinquuntur 6. Deleta ergo figura 6. in diuifore, & figura 8. in numero diuidendo, pono 6. supra 8. Detrahtis item 4. ex 5. remanet 1. Deleta ergo figura 5. pono. 1. supra eam, & tandem dico. Ex 7. in 9. fiunt 63. quæ ex 167. numero supraposito sunt deducenda hoc modo. Dempstis 3. ex 7. supersunt 4. Deleta igitur figura 9. in diuifore, & figura 7. in numero diuidendo, statuo 4. supra 7. Detrahtis item 6. ex 6. remanet 0. Deleta ergo figura 6. pono 0. supra eam. Atque ita tota diuifio absoluta est, remanetque numerus hic 104 qui post Quotientem 3907. collocandus est supra diuiforem 469. interiecta linea inter ipsos, vt fiat numerus fractus, hoc est, partes 104. ex partibus 469. in quas totum aliquod concipitur esse diuisum. Eodem pacto in alijs diuifionibus ponitur residuum, si quod fuerit, supra diuiforem, linea inter ipsos interiecta, vt fiat fractus numerus.

Quid agendum sit cum numero ex diuifione relicto

I M M O vero, quando minor numerus per maiorem proponitur diuidendus, ponendus erit numerus diuidendus supra diuiforem, interiecta diiecta linea inter ipsos, vt fiat numerus fractus; Vt si diuidendi sint 48. aurei in 60. milites, fiet numerus fractus, quem hic vides esse appositum; ita vt quilibet accipiat 48. partes ex 60. in quas vnus aureus intelligitur esse diuisus. Quid autem sit huiusmodi fractus numerus, & quo modo eius valor exploretur tam in monetis, quã in ponderibus, aut mēsuris, prout numerus diuidendus significat monetam, aut ponde-

Quando numerus minor per maiorem proponitur diuidendus, quid agendum.

$$\frac{48}{60}$$

ra, mensurasve, dicemus in tractatione fractionum numerorum.

Quomodo
nonnulli
ducant fi-
guram Quo-
tientis in-
uentam in di-
uisorem.

SUNT nonnulli, qui alio modo multiplicent figuram Quotientis inuentam in totum diuisorem. Nam primum eam multiplicant in primam figuram diuisoris, productumque, ex numero ei figuræ supraposito auferunt: Deinde eandem ducunt in secundam figuram diuisoris, & ita deinceps in reliquas, donec ad ultimam peruenerint, productosque, numeros ex suprascriptis numeris tollunt. Ut si

diuidendus sit numerus 3387. per 469. (quemadmodum in ultima operatione superioris exempli factum est.) postquam repererunt, ultimam figuram diuisoris, nimi-

$$\begin{array}{r} 10 \\ 7 \overline{) 3387} \quad (7 \\ \underline{49} \\ 489 \end{array}$$

rum 4. contineri septies in supraposito numero 33. (Nam octies comprehendi non potest, ut paulo ante diximus.) ponentes in Quotiente figuram 7. non dicunt, ex 7. in 4. fiunt 28. ut nos fecimus, sed; Ex 7. in 9. fiunt 63. quæ ita ex supraposito numero 3387. subtrahunt. Ablatis 3. ex 7. relinquuntur 4. Deleta ergo figura 9. in diuisore, & figura 7. in numero diuidendo, ponunt 4. supra 7. Ablatis quoque 6. ex 8. remanent 2. ponenda supra 8. prius deleta. Deinde iterum dicunt. Ex 7. in 6. fiunt 42. quæ ita demunt ex supraposito numero 332. Ablatis 2. ex 2. nihil relinquitur. Deleta igitur figura 6. in diuisore una cum figura 2. in numero diuidendo, ponunt 0. supra 2. Et quoniam 4. (nempe altera figura producti numeri 42.) auferri non possunt ex 3. sumunt

distans.

distantiã 4. à 10. nempe 6. cui addunt 3. vt fiant 9. ponenda supra 3. prius deleta. Propter aictã autem distantiã à 10. auferunt 1. ex vltima figura 3. ponuntque reliqua 2. supra 3. deleta prius figura 3. Postremo dicunt. Ex 7. in 4. fiunt 28. Subductis ergo 8. ex 9. remanet 1. ponenda supra 9. si prius deleatur in diuisione figura 4. vnã cum figura 9. in numero diuidendo. Ablatis item 2. ex 2. nil remanet: absolutaq; erit operatio. Hac porro ratione plerũque fit, vt non scribantur tot figure & supra numerum diuidendum, quot in priori illo modo multiplicandi figuram Quotientis in diuisorem ponuntur, quando ea ducitur primum in vltimam figuram diuisoris, deinde in penultimã, &c. vt supra explicauimus. Id quod exẽplis addisces. Verum prior ille modus apud Mathematicos, & mercatores magis est in vsu, faciliusq; in eo error corrigi potest, si quando nimis magna figura posita fuerit in Quotiente, vt mox docebimus.

H O C exẽplo, quod explanauimus, plane percepto, nulla erit difficultas in diuidendo quouis numero per numerum quotcunque figurarum. Totus enim labor in eo positus esse videtur, vt cognoscatur, quoties vltima figura diuisoris in numero suprascripto sumi debeat, vt videlicet figura hæc Quotientis in omnes figuras diuisoris multiplicata numerum procreet, qui ex supraposito numero subduci possit, numerusque post hanc subtractionem relictus sit diuisione minor.

Q U O D si quando contingat, (id quod non raro ijs euenire solet, qui parum in hoc negotio sunt

exer-

In quo difficultas diuisionis consistat,

Quando in Quotiente sumpta est figura ni-

mis parua,
vel magna
quid agen-
dum.

exercitati.) figuram talem in Quotiente poni, vt ea in omnes figuras diuisoris multiplicata, productisq; ex numero supra diuisorē posito subductis, numerus relictus maior sit diuisore, vel certe non omnes producti subtrahi possint; si id quidem accidat in principio diuisionis, facile error corrigetur, si accipiatur in Quotiēte figura maior, aut minor, prout res exiget; quia tunc notæ adhuc sunt figuræ numeri diuidendi supra diuisorem positæ, etiam si deletæ sint, ita vt facile ab ijs numeri ex multiplicatione nouæ figuræ Quotientis in figuras diuisoris producti iterum possint subduci, præsertim si figuræ illæ numeri diuidendi deletæ scribantur ordine supra alias figuras deletas, & diuisor etiam sub diuisore deleto reponatur, ne figuræ deletæ negotium nobis facebant. Si vero in media operatione, vel prope finem id contingat, nō tam facile errorem quis corriget, cum vix dignoscantur figuræ numeri diuidendi supra diuisorem in illa operatione positæ ab alijs figuris; quippe quæ iam deletæ sint, & cum alijs permixtæ, ac supra numerū diuidendum positæ. Quare ne tunc cogamur diuisionem totam reiterare. (quod necessario faciendum esse omnes docent. Id quod permolestum esset, præsertim si iam plures operationes diuisionis forent absolutæ.) excogitauimus huiusmodi remedium.

SI figura Quotientis accepta sit nimis parua, ita vt numerus relictus post subtractionē numerorum, qui ex multiplicatione illius figuræ in omnes figuras diuisoris producuntur, maior sit diuisore, subtrahemus diuisorem ex numero relicto toties,

quo-

quoties possumus, donec numerus relinquatur minor diuisore, & quoties is subtractus erit, tot unitates illi figuræ Quotientis addemus. Si vero figura Quotientis accepta sit nimis magna, adeo ut post subtractionem aliquot numerorū, qui ex multiplicatione illius figuræ in aliquot figuras diuisoris producuntur, in aliquem numerum productum incidamus, qui amplius subduci nō possit, multiplicabimus figuram illam Quotientis in figuras diuisoris deletas, quarum nimirum numeri producti subtracti iam sunt, & productos numeros, additis prius figuris numeri relictæ, ordine supra illas figuras diuisoris scribemus, deletis prioribus figuris relictis. Hac enim ratione restituetur numerus, qui supra diuisorem positus erat ante illam operationem. Quocirca eum iterum per diuisorem (renouatum tamen, quoad figuras deletas, ne confusionē pariant) partiemur, accipiendo aliam figuram in Quotiente, quæ vna unitate minor sit, quàm prior accepta. Et si hæc figura etiam nimis magna sit, restituemus eodem modo numerum supra diuisorem collocatum, & accipiemus aliam figuram minorem. Idque toties faciemus, donec figuram inueniamus, quæ in omnes figuras diuisoris multiplicata numeros producat, qui & subtrahi possint, & numerū relinquunt diuisore minorem. Sed hæc omnia hoc proposito exemplo fient magis perspicua.

SIT diuidendus numerus 1623149. per 2899. Collocato diuisore sub numero diuidendo, ponamus quempiam parum exercitatum accepisse in Quotiente figuram 4. Unde si dicamus. Ex

4. in

Exemplū correctio- nis, quando nimis parua figura in Quotiente accepta est.

4. in 2. fiunt 8. quibus detractis (eo modo, quē in proximo exemplo explicauimus) ex 16. remanent 8. Deinde ex 4. in 8. fiūt 32. quibus subductis ex 82. remanent 50. Rursus ex 4. in 9. fiūt 36. quibus sublatis ex 503. remanēt 467. Denique ex 4.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 863 \\ 8075 \\ \times 623149 \quad (4 \\ 2899 \end{array}$$

in 9. fiūt 36. quibus ex 4671. ablatis, relinquuntur 4635. qui numerus maior est diuisore. Nimis ergo parua est figura accepta 4. Quare deleto residuo hoc, vnā cum accepta

$$\begin{array}{r} 6 \\ 423 \\ 8921 \\ 18078 \\ \times 623149 \quad (4 \\ 2899 \end{array}$$

figura 4. ponemus has figuras 16231. numeri diuidendi deletas supra alias figuras deletas, & diuisorem deletum renouatum sub diuisore collocabimus, vt in proximo exemplo factum esse vides. Qua ratione restitutus erit totus numerus diuidendus 1623149. vnā cum diuisore, ac si nondū inchoata esset diuisio. Ponemus ergo figuram 5. vna vnitate maiorem, quā 4. in Quotiente, vt in hoc altero exemplo vides,

& dicemus. Ex 5. in 2. fiūt 10. quibus detractis ex 16. remanent 6. Deleta igitur figura 2. in diuisore, & figura 1. in numero diuidendo, quę decem significat respectu figurę 6. dicemus rursus. Ex 5. in 8. fiunt 40. quibus subtractis ex 62. re-

$$\begin{array}{r} 1 \\ 23 \\ 678 \\ 4276 \\ 8921 \\ \times 8078 \\ \times 623149 \quad (45 \\ 28999 \\ 2899 \\ 289 \end{array}$$

manent 22. Item ex 5. in 9. fiunt 45. quibus ex 223. subductis, remanent 178. Denique ex 5. in 9. fiunt 45. quibus demptis ex 1781. relinquuntur 1736. qui numerus diuisore minor est. Recte ergo accepta est figura 5.

S E D vt exemplum etiam habeas, quando nimis magna figura accipitur, ponamus in Quotiente positam esse figuram 6. Hæc multiplicata in 2. facit 12. quibus ablatis ex 16. remanent 4. Deinde quia ex 6. in

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 23149 \text{ (6)} \\ \hline 2899 \end{array}$$

Exempli correctio- nis. quado nimis magna figura in Quotiente accepta est.

8. fiunt 48. quæ ex 42. detrahi nequeunt, fit vt figura accepta 6. sit nimis magna. Quamobrem deleto residuo hoc 4. vna cum accepta figura 6. scribemus figuras 1. & 6. numeri diuidendi deletas supra easdem, & figuram 2. in diuisore deletam infra eandem, ita vt totus numerus diuidendus ab initio propositus, vna cum diuisore restituatur, ac si diuisio nondum esset inchoata, vt in hoc exemplo apposito factum esse vides.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 14 \\ \times 623149 \text{ (6)} \\ \hline 2899 \\ 2 \end{array}$$

Ponemus ergo, vt in sequenti exemplo apparet, figuram 5. vna vnitatem minorem, quam 6. in Quotiente, & dicemus.

Ex 5. in 2. fiunt 10. quibus ablatis ex 16. relinquuntur 6. Deleta igitur figura 2. in diuisore, & figura 1. in numero diuidendo, quæ decem significat respectu figuræ 6.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 6 \quad 3 \\ \times 786 \\ \times 623149 \text{ (5)} \\ \hline 2899 \\ 2 \end{array}$$

E dice

dicemus rursus. Ex 5. in 8. fiunt 40. quibus detractis ex 62. remanent 22. Item ex 5. in 9. fiunt 45. quibus demptis ex 223. remanent 178. Denique ex 5. in 9. fiunt 45. quibus subductis ex 1781. remanent 1736. Potuerunt ergo omnes numeri producti subduci, relictusque est numerus diuisore minor. Quare recte accepta est in Quotiente figura 5. Ex his facile intelliges, quid agendum sit, quando in principio diuisionis accepta est figura nimis parua, aut magna. Nunc attende, quo pacto error corrigatur, si in media operatione nimis magna aut parua figura in Quotiente accepta sit.

P R O M O U E A T U R ergo diuisor in superiori exemplo, in quo nimis parua figura sumpta fuit in principio diuisionis, vt ibidē cernis in tertia positione exempli. Fingamus autem, vltimam diuisoris figuram 2. in supraposito numero 17. contineri septies, atque adeo in Quotiēte post figuram 5. inuentam scribi 7. Quo posito, dicemus. Ex 7. in 2. fiunt 14. quibus detractis ex 17. remanent 3. quæ supra 7. scribo, deleta prius figura 2. in diuisore, vna cū figuris 7. & 1. in numero diuidendo. Deinde rursus dicemus. Ex 7. in 8. fiunt 56. quæ ex 33. auferri nequeunt. Est ergo figura 7. accepta nimis magna. Vt igitur restituatur numerus 17. à quo facta est subtractio, si forte is in-

$$\begin{array}{r}
 \times \\
 \underline{233} \\
 676 \\
 \underline{4276} \\
 8578 \\
 \underline{x3978} \\
 \underline{26778} \quad 49 \quad (457 \\
 \underline{28999} \\
 \underline{2899} \\
 \underline{289}
 \end{array}$$

ter tot figuras deletas non internosceretur, multiplicanda est figura 7. accepta in figuram 2. in diuisore deletam, & producto addenda figura 3. supra dictam figuram diuisoris posita. Vt quonia ex 7. in 2. fiunt 14. si addantur 3. fiunt 17. Deleta igitur figura 3. scribemus supra eam numerum 7. & supra figuram 1. deletam ponemus 1. atque ita restitutus erit numerus 17. a quo facta est subtractio, vt in hoc apposito exemplo apparet. Posita autem figura 2. sub figura 2. in diuisore deleta, vt etiam

I
x7
233
678
4236
5678
x8078
x62349 (457)
28999
2899
289
2

diuisor restituatur, vt in eodem hoc exemplo manifestum est, concipiamus vltimam figuram diuisoris 2. contineri in 17.

non septies, sed sexies, atq; adeo, deleta figura 7. in Quotiente, poni figuram 6. vt in exemplo hoc altero apparet. Quo posito, dicemus. Ex 6. in 2. fiunt 12. quibus detra-

x8
x78
233
6782
4236
5678
x8078
x62349 (4576)
28999
2899
289
2

ctis ex 17. remanent 5. Deleta ergo figura 2. in diuisore, vna cum figuris 7. & 1. in numero di-

uidendo, scribemus 5. supra 7. & dicemus. Ex 6.

E 2 in 8.

in 8. fiunt 48. quibus demptis ex 53. relinquuntur 5. Deleta igitur figura 8. in diuisore, vna cum figuris 3. & 5. in numero diuidendo, scribemus 5. supra 3. & rursus dicemus. Ex 6. in 9. fiunt 54. quibus subductis ex 56. remanent 2. Deleta ergo figura 9. in diuisore vna cum numero 56. in diuidendo numero, ponemus 2. supra 6. ac tandem dicemus. Ex 6. in 9. fiunt 54. quæ ex 24. subtrahi nequeunt. Nimis ergo magna etiam est figura 6. in Quotiente. Quare vt sciamus, quinam numerus supra diuisorem collocatus fuerit, antequam hanc operationem inciperemus, multiplicabimus figuram dictã

6. in figuras diuisoris deletas, vt dictum est. Vt ex 6. in 9. fiunt 54. Additis 2. quæ supra figuram diuisoris 9. deletã posita sunt, fiunt 56. Deleta ergo figura 2. scribemus supra eam 6. & retinebimus 5. Deinde ex 6. in 8. fiunt 48. Additis 5. quæ seruauimus, fiunt 53. Scribemus ergo

$$\begin{array}{r}
 17 \\
 \times 53 \\
 \times 78 \\
 \hline
 2326 \\
 6782 \\
 \hline
 4238 \\
 8678 \\
 \hline
 \times 8078 \\
 \times 62349 \quad (\neq 576) \\
 \hline
 28999 \\
 2899 \\
 \hline
 289 \\
 2
 \end{array}$$

3. supra 5. & retinebimus 5. Postremo ex 6. in 2. fiunt 12. Additis 5. quæ reseruauimus, fiunt 17. quæ supra 15. collocabimus: atq; ita restitutus erit numerus, qui ante hanc operationem supra diuisorem positus erat. Restitutis autem tribus quoque figuris 2. 8. 9. in diuisore deletis, atque deleta figura

gura 6. in Quotiente, ponamus 5. loco illius, vt in hoc exemplo vides. Quoniam vero ex 5. in 2. fiūt 10. quibus ablatis ex

17. remanent 7. dele-
himus figurā 2. in di-
uisore, vnā cum figu-
ra 1. in diuidendo nu-
mero, quæ decem si-
gnificat respectu figu-
ræ 7. & dicemus. Ex
5. in 8. fiunt 40. qui-
bus subductis ex 73.
remanent 33. Deleta
ergo figura diuisoris
8. vnā cum figura 7.
in numero diuidendo,
scribemus 3. supra eā,

2
38
x76
x86
x78x
2368
8782
4236
883x
x86789
x623149 (45785)
28669
28669
286
286
228

rursusque dicemus. Ex 5. in 9. fiunt 45. quibus de-
ptis ex 336. remanent 291. Deleta igitur figura
diuisoris 9. vnā cum numero diuidendo 336. pone-
mus loco illius 291. & tandem dicemus. Ex 5. in
9. fiunt 45. quibus subtractis ex 2914. relinquan-
tur 2869. qui numerus diuisore minor est. Recte
ergo accepta est figura 5.

P R O M O T O tandem diuisore in proximū
locum, nimirum in vltimum, vt in præcedenti
exemplo vides, cogitemus vltimam diuisoris figu-
ram 2. in suprascripto numero 28. contineri se-
pties. Posita igitur figura 7. in Quotiente, vt in
hoc altero exemplo apposito vides, dicemus. Ex
7. in 2. fiunt 14. quibus ablatis ex 28. remanent

14. Item ex 7. in 8.
 fiunt 56. quibus de-
 tractis ex 146. re-
 manent 90. Itē ex
 7. in 9. fiunt 63. qui-
 bus subductis ex
 909. relinquuntur
 846. Item ex 7. in
 9. fiunt 63. quibus
 demptis ex 8469.
 remanēt 8406. qui
 numerus maior est
 diuifore; & proin-
 de figura accepta
 7. nimis parua est.

8
x 8
24
784
x 7 9 0
x 8 3 6
x 7 8 x
2 7 3 6
6 7 3 2
4 2 7 6 0
5 6 7 2 6
x 6 0 7 8 6 6
x 6 2 7 x 4 6 (4 5 7 6 5 7
2 8 6 6 6 6
2 8 6 6 6
2 8 6
2 8 6
2 2 8

Quare subtrahemus diuiforem ex dicto residuo,
 quoties possumus, & tot vnitatibus maiorem figu-
 ram, quā 7. scribemus in Quotiente, quoties diui-
 sor detractus fuerit. Ita autem diuiforē detrahe-
 mus in hoc sequenti exēplo, restituto prius diuifo-
 re. Ablatis 2. ex 8. remanent 6. Item demptis 8.
 ex 64. remanent 56. Item subductis 9. ex 560. re-
 manent 551. Tandem detractis 9. ex 5516. rema-
 nent 5507. qui numerus adhuc maior est diuifore.
 Detractis igitur rursus 2. ex 5. remanent 3. Dem-
 ptis autem 8. ex 35. remanent 27. Item subdu-
 ctis 9. ex 270. remanent 261. Denique subtractis
 9. ex 2617. relinquuntur 2608. qui numerus mi-
 nor iam est diuifore. Quia ergo bis detractus est di-
 uifor, scribemus in quotiente, deleta prius figura
 7. numerum 9. duabus videlicet vnitatibus maiq-

rem, quàm 7. Ita-
 que totus numerus
 Quotiens est 559.
 Coacti autē sumus
 rem tot exemplis
 exponere, vt cla-
 rius intelligeretur,
 quid in singulis o-
 perationibus relin-
 quatur, quāuis so-
 lum hoc vltimum
 instar sit omnium.
 Et licet tot verbis
 remedium istud ex-
 posuerimus, vsus
 tamen facile doce-
 bit, rem esse bre-
 uiolem ac facilio-
 rem, quàm vt ver-
 bis exprimi possit.

2
 3
 8
 66
 87
 X 98
 246
 384
 X 790
 X 8 60
 X 7 8 X X
 2 3 60
 67 8 2 X
 4 2 3 60 8
 8 6 3 X 6 7
 X 8 0 7 8 6 6
 X 6 2 3 X 6 6 (4576579)
 2 8 6 6 9
 2 8 6 6
 2 8 6 9
 2 8 6
 2 2 8
 2 8

H O C ergo remedium, si adhibeatur, quoties-
 cunq; in Quotiente figura maior, aut minor, quàm
 oportet, sumpta fuerit, incredibile est, quàm expe-
 dite numerus quilibet per quemcunque numerum
 diuidatur: quia hac ratione non opus est, vt simus
 nimis anxij, qualem figuram in quavis operatio-
 ne scribere debeamus in Quotiente, cum illo reme-
 dio errorem, si quis commissus crit, sine vlllo fere
 labore corrigere possimus: ita vt hic modus diui-
 dendi, quem hactenus prescripsimus, sit inter om-
 nes, qui ab alijs auctoribus explicari solent, præ-

stantissimus, atque expeditissimus, ac propterea summa diligentia, & cura adhibenda, ut in eo sese exercent is, qui in arte supputandi cupit esse excellens, & præstans.

Quo modo
de aliis di-
visione ab-
soluant.

NAM quod alij multiplicent figuram in Quo-
tiente positam in totum diuisorem, productumque
numerum sub diuisore collocent, (prima figura po-
sita sub prima, & secunda sub secunda, &c.) ut
cum ex numero supra diuisorem posito detrahant,
res est certa illa quidem, ac facilis, sed quæ longio-
rem efficiat diuisionem, quam par est, eumque, qui
diuidit, non parum remoretur. Ut enim numerum
hunc verbi gratia, 40689. per 1298. diuidant,
postquam in prima operatione
posuerunt in Quotiente figu-
ram 3. multiplicant eam in di-
uisorem, primum quidem in fi-
guram 8. dicendo. Ex 3. in 8.
fiunt 24. scribunt ergo 4. sub
8. & seruant 2. Deinde ex 3. in

$$\begin{array}{r}
 45 \\
 \times 741 \\
 \hline
 40689 \quad (31 \\
 \times 2988 \\
 \hline
 3864 \\
 \times 29
 \end{array}$$

9. fiunt 27. Additis 2. quæ seruata sunt, fiunt 29.
Positis ergo 9. sub 9. seruant 2. &c. Post hæc, de-
leto diuisore, auferunt 4. ex 8. collocantque resi-
duum 4. supra 8. deleteris prius figuris 4. & 8. &c.
Promoto deinde diuisore, progrediuntur eodem
modo. Quod tamen nos breuius absoluimus, cum
numerum productum non scribamus sub diuisore.
Habet tamen modus iste hanc commoditatē, quod
ex ipsa operatione facile intelligatur, num figura
accepta in Quotiente sit nimis magna, nec ne. Nā
si productus numerus ex multiplicatione figuræ il-

Commodi-
tas in hoc
modo diui-
dendi.

lius in diuisorem subtrahi possit ex numero supra diuisorem posito, numerumque relinquat diuisore minorē, figura illa recte accepta est; sin minus, erratum esse, dubitandum non est.

Q V O D etiam alij diuisorem prius per singulas figuras significatiuas multiplicent, quemlibet productum numerum prope figuram multiplicantem scribendo, vt inter hos productos querāt numerum positum supra diuisorem, eoq; inuento. vel certe, si non inuenitur, proxime minore accepto, figuram multiplicantē illi ascriptam in Quotiente ponant, atque numerum acceptum ex numero supra diuisorem posito subducant; res etiam facilis est, & commoda, præsertim tyronibus, & parum in hac arte exercitatis, sed nimis longa, ac molesta. Nam vt v. g. diuidant hunc

Allusmodi
absoluendi
diuisionē.

numerum 97086. per 37. collocant	37—1
diuisorem iuxta 1.	74—2
Eundem deinde du	111—3
plicatum iuxta 2.	148—4
triplicatū vero iux	185—5
ta 3. &c. Postea	222—6
inter hos numeros inquirunt numerū	259—7
97. supra diuisorem positum, quem	296—8
quoniam non inueniunt, accipiunt 74. proxime	333—9
minorem, & figuram 2. è regione eius collocatam	
ponunt in Quotiente, auferuntque 74. ex 97. scri-	
bentes residuum 23. supra 97. deletis prius figu-	
ris 7. & 9. vnà cum diuisore. Promoto deinde di-	
uisore, quarunt inter eosdem numeros hunc nume-	
rum 230. positum supra diuisorem: quo non inuen-	

to, accipiunt proxime minorem 222. collocant que figuram 6. è regione eius positam in Quotiente, & denique numerum eundem 222. ex 230. subducunt. Atque hoc modo progredientes totam diuisionem perficiunt. Sed quis non videt, diuisionem hac ratione longius, quam par est, produci, præsertim, si diuisor quatuor, aut quinque, vel etiam pluribus figuris scribatur?

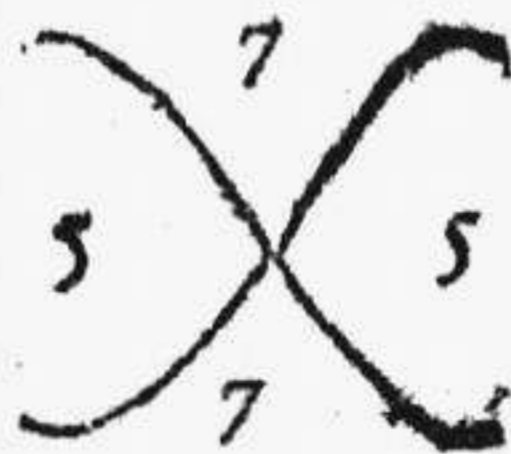
Prima probatio diuisionis per 9.

R E S T A T, vt examen diuisionis tradamus, quod triplex est. Primum fit per abiectionem 9. hoc pacto. Reiectis 9. ex diuisore, quoties fieri potest, vt in additione docuimus, ponatur residuum in sinistra parte crucis. Reiectis item 9. ex Quotiente, quoties fieri potest, ponatur residuum in dextra parte crucis. Multiplicatis deinde hisce duobus residuis inter se, & ex producto abiectis 9. quoties fieri potest, ponatur residuum hoc, si in diuisione nihil remansit, in superiore parte crucis. Si autem in diuisione residuum aliquod fuit, coniungendum est vltimum illud residuum cum figuris huius residui diuisionis, & semper abiicienda 9. istudque residuum in superiori parte crucis reponendum. Postremo reiectis 9. ex numero diuidendo, quoties fieri potest, ponatur residuum in parte inferiore crucis. Si enim residuum hoc æquale fuerit illi residuo in superiori parte crucis collocato, recte peracta est diuisio, sin minus, non recte,

I T A Q V E hæc diuisio ita examinabitur. Reiectis 9. ex diuisore 23. remanent 5. Abiectis item 9. ex Quotiente 176. remanent quoque 5. Multiplicatis autem hisce residuis 5. & 5. inter se, gi-

se, gignuntur
25. ex qui-
bus si abij-
ciatur 9. re-
manent 7.

X
XZ
27Z
4048 (176
2ZZZ
ZZ

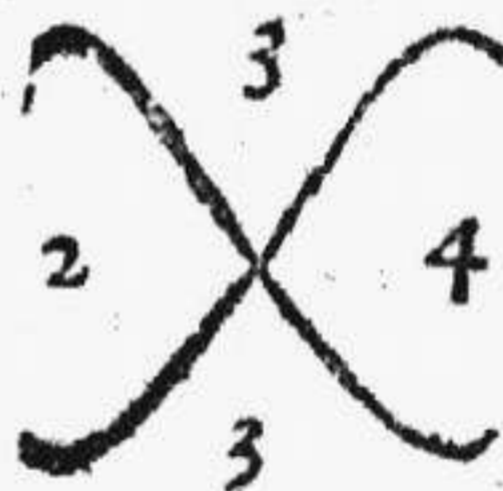


quæ (quoniã

nihil ex divisione relictũ est) in superiore parte cru-
cis collocanda sunt. Et quia reiectis 9. ex numero
diuidendo 4048. relinquuntur etiam 7. recte per-
acta est di-
uisio.

HÆC
autem alia
divisio hac
ratione ex-
aminabi-
tur. Reie-
ctis 9. ex di-
uisore 236.

I
Z
XZ3
4Z4
2Z0Z0
45678 (193
23666
2ZZ
Z



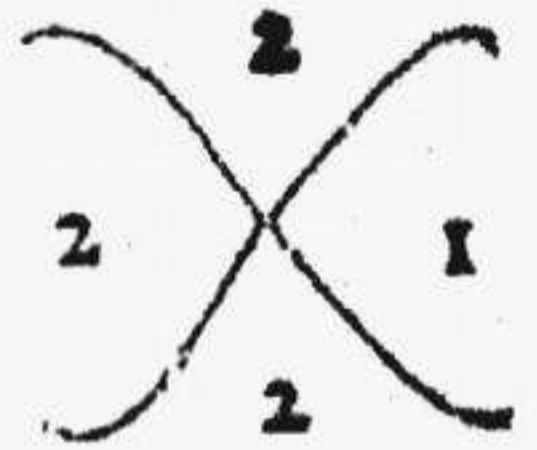
remanent 2. Reiectis item 9. ex Quotiente 193.
remanent 4. Multiplicatis autem hisce residuis
2. & 4. inter se, fiunt 8. ex quibus non possunt re-
ijci 9. Hæc ergo 8. si nihil remansisset in divisio-
ne, collocanda essent in superiori parte crucis: sed
quoniam supersunt 130. dicemus 8. & 3. faciunt
11. Reiectis 9. remanent 2. Addita 1. fiunt 3. in
superiori parte crucis collocanda. Et quoniam, re-
iectis 9. ex numero diuidendo 45678. remanent
quoque 3. recte facta est divisio.

SECUNDUM examen fit per abiectionem 7. ut in additione docuimus, dummodo ex re-
siduo

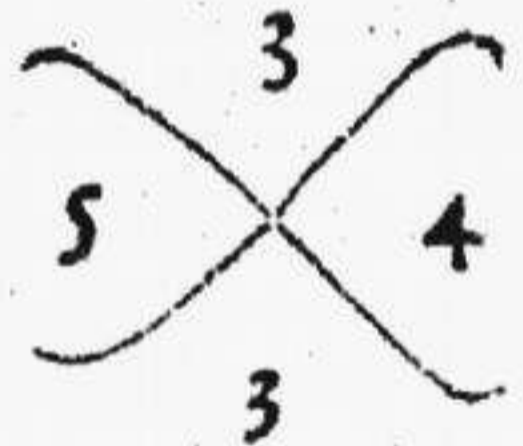
Secunda pro-
batio diu-
sionis p7.

siduo diuisionis, si quod fuerit, eodem modo reijciatur 7. & residuum adijciatur ad illud residuum, quod in examine per abiectiōem 9. addendum esse diximus residuo diuisionis, atque ex aggregato reijciantur 7.

U T prior proximarum duarum diuisionū ita examinabitur. Reiectis 7. ex diuifore 23. remanent 2. Item abiectis 7. ex Quotiente 176. remanet 1. Multiplicatis autem hisce residuis 2. & 1. inter se, procreantur 2. in superiori parte crucis reponenda, quia nihil ex diuisione superfuit. Quia vero reiectis 7. ex diuidendo numero 4048. remanent etiam 2. recte facta est diuifio.



P O S T E R I O R vero diuifio hoc modo examinabitur. Reiectis 7. ex diuifore 236. remanent 5. Item abiectis 7. ex Quotiente 193. supersunt 4. Multiplicatis autē duobus hisce residuis 5. & 4. inter se, & ex producto 20 reiectis 7. relinquuntur 6. quæ, si nihil remansisset in diuifione, collocanda essent in parte crucis superiore: sed quoniã reliquus fuit numerus 130. ex quo si abijciantur 7. supersunt 4. quæ addita ad vltimum residuum seruatum 6. faciunt 10. à quibus si reijciantur 7. remanent 3. in superiore parte crucis collocanda. Tantundem autem remanet, si ex diuidendo numero 45678. abijciantur 7. Recte ergo diuifio facta est. Verum vtrumq; hoc examē fallax esse potest,



ob rationem dictam in superioribus.

TERTIVM examen, quod certum est, & cui nulla fallacia subesse potest, fit per multiplicationem. Si namque diuisor, & quotiens inter se multiplicentur, & numero producto addatur residuum diuisionis, si quod fuerit, procreabitur numerus diuidendus, si erratum in diuisione non est. Ut posterior duarum proximarum diuisionum ita examinabitur. Multiplicato diuisore 236. per Quotientem 193. antequam producti numeri addantur inter se, scribatur sub ipsis numerus residuus diuisionis 130. prima nimirum figura sub primo loco, & secunda sub secundo, &c. Si enim numeros productos, & hoc residuum in vnam summam colligamus, ut in Multiplicatione docuimus, producetur numerus 45678. qui diuisus fuit.

Tertia probatio diuisionis per multiplicationem.

236
193

708
2124
236
130

45678

EXPEDIT interdum, cum, facta operatione aliqua in diuisione, dubitas, num in re aliqua peccaueris, necne, ut diuisionem usque ad eum locum perductam examines, ne frustra ulterius progrediaris, si forte iam error aliquis commissus sit. Examinabis autem partem illam diuisionis non aliter, ac alias diuisiones, si omittas figuras numeri diuidendi, sub quibus nondum diuisor positus est.

Expedit interdum, ut diuisionis non dum absoluta examinetur.

Ut in hac diuisione, facta prima operatione, ea ita examinabis p

291
2x23
670456 (2
2888



abiectionem 9. Reiectis 9. ex diuifore 2898. remanet 0. Item reiectis 9. ex Quotiente 2. remanent 2. Multiplicatis autem inter se hisce residuis 0. & 2. producitur 0. quæ cifra in superiori parte crucis collocanda eſſet, niſi aliquid ex diuiſione ſuper eſſet: ſed quoniã ſuper ſunt 913. reijcienda ſunt, 9. ex hoc residuo. Quo factò, remanebunt. 4. in ſuprema crucis parte collocanda. Ac tantundem remanet, ſi reijciantur 9. ex numero 6709. hætenus diuiſo, omiſſis figuris 456. ſub quibus nondum poſitus eſt diuiſor.

Facilitas diuiſionis quã diuiſor habet in principio aliquot cifras

Q U O D ſi diuiſor in principio habuerit aliquot cifras, facilis erit diuiſio, ſi à numero diuidendo remoueantur tot figuræ ad dextram, quot cifras habet diuiſor, et reliquus numerus per diuiſorẽ, dẽptis prius illis cifris, diuidat: Sed residuũ huius diuiſionis, ſi quod erit, præponendum eſt verſus ſiniſtrã figuris ablatis, vt fiat numerator fractionis; Denominator autẽ erit diuiſor totus vnã cũ cifris. Et ſi in diuiſione nihil remanſit, erunt figuræ ablatae pro numeratorẽ fractionis ponenda.

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 275 \\
 456 \\
 \hline
 2898 \quad (367 \frac{70693}{180000}) \\
 2898 \\
 \hline
 22
 \end{array}$$

vt ſi numerus 13946007693. diuidendus ſit per 380000000. auferemus ex eo priores ſex figuras 007693, ad dexteram, quot nimirum cifras ſunt

in principio diuisoris; & reliquū numerū 13946. per 38. diuidemus, omissis illis sex cifris, vt in hoc apposito exemplo factum est. Quoniā vero in diuisione nihil relictum est, scribemus supra diuisorē numerum ablatum 7693. duæ enim illæ cifræ ad sinistram nihil significant, ac propterea omittendæ sunt.

R V R S V S si idē numerus 13946007693. diuidendus sit per 300800000. auferemus ex eo priores quinque figuras 07693. quot videlicet cifræ sunt in principio diuisoris; & reliquum numerum 139460. per 3008. partiemur, omissis quinque illis cifris, vt factum est in hoc altero exemplo. Quia vero in diuisione reliquus est hic numerus 1092. si eum versus sinistram præponamus hisce figuris ablatis 07693. collocabimus supra diuisorem totum hunc numerum 109207693. vt hic cernis.

$$\begin{array}{r}
 09 \\
 \times 142 \\
 \hline
 36480 \\
 70880 \\
 \hline
 127280
 \end{array}
 \left(46 \frac{10}{3} \frac{2}{0} \frac{2}{0} \frac{0}{8} \frac{7}{0} \frac{6}{0} \frac{9}{0} \frac{3}{0} \right)$$

H I N C fit, si vltima figura diuisoris fuerit 1. & reliquæ omnes cifra, Quotientem esse numerum diuidendum, sublatis prius ab eo tot figuris versus dexteram, quot cifræ sunt in diuisore; Numerator autem fractionis erit numerus sublatus. Ut si numerus 4780920345. diuidendus sit per 100000. erit Quotiens $47809 \frac{2}{1} \frac{0}{0} \frac{3}{0} \frac{4}{0} \frac{5}{0}$. Sic etiam si numerus 9700203. diuidendus sit per 10000.

10000. Quotiens erit $970 \frac{1}{1} \frac{2}{0} \frac{0}{0} \frac{3}{0}$. atque ita de ceteris.

Facilis al-
quando fit
diuisio. qñ
diuidendus
numerus
habet ali-
quot cifras
in princi-
pio.

N E Q U E vero hoc prætereundum est, si nu-
merus diuidendus habuerit aliquot cifras in prin-
cipio, & antequam tota diuisio absoluat, nulla fi-
gura significatiua in diuisione relicta fuerit, ponē-
das tunc esse post Quotientem omnes cifras nume-
ri diuidendi

nondum de-	XXZ	
letas. Ut si	XZZZ	
diuidendus	863000000	(54000000)
proponatur	Z488	
numerus	Z4	

1863000000. per 345. quoniam post secundam
operationem nihil in diuisione remansit, si post in-
uentum Quotientem 54. ponantur quinque cifra
numeri diuidendi nondum deletæ, fiet totus Quo-
tiens 5400000. absolutaq, erit diuisio.

Additio,
Subtractio,
Multiplicatio & Diui-
sio funda-
menta sunt
omnium, q
in Arithme-
tica tra-
duntur.

E X his quæ de additione, subtractione, mul-
tiplicatione, diuisioneq, numerorum integrorũ di-
cta sunt, omnia, quæ in vniuersa Arithmetica tra-
duntur, tanquam ex elementis pendent: adeo vt
omnia per ea conficiantur, nihilq, aliud in quæstio-
nibus Arithmetice soluendis præcipiendum sit,
quàm vt numeri vel addantur, subtrahantur ve,
aut multiplicentur, diuidantur ve. Itaque nisi quis
in quatuor illis operationibus Arithmetice pro-
be sit exercitatus, frustra sese ad alia, quæ tradi-
turi sumus, conferet.

81

F R A C T O R V M.
 N U M E R A T I O
 F R A C T O R V M
 N U M E R O R V M.

Cap. VI.



*V*EM AD MODUM in superioribus numeros integros numerauimus, pluresq; propositos in vnā summam collegimus, atque vnū ab altero subduximus, duos item quoscunque inter se multiplicauimus, & denique vnū per alterum summus partiti; ita in his, quæ sequuntur, eadem efficiemus in numeris fractis, qui alio nomine Minutiae, fractionesve dici solent vulgares.

*E*ST autem Fractio, Minutiave, siue numerus fractus, vna pars, vel plures partes alicuius totius in plures æquales partes diuisi. Vt si totum aliquod sectum sit in quinque partes æquales, & quispiam ex illis sumpserit vnā, dicetur illa quinta pars numerus fractus. Sic etiam, si quis duas, tres, aut quatuor acceperit, dicentur duæ illæ, tres, vel quatuor quintæ partes numerus fractus.

*C*ONSTAT qualibet Minutia duobus numeris, qui in ea proferenda exprimuntur. Primus dicitur Numerator, quia numerat, quot partes contineat fractio proposita ex illis, in quas totum, cuius est fractio, diuisum est. Alter appellatur Denominator, quia denominat illas partes fra-

Numerus fractus. siue fractio Minutia: quid.

Numerator & Denominator fractionis quid.

F r a c t i o n i s,

Etionis, hoc est, indicat, in quotnam partes totum intelligitur esse diuisum. Vt cum proponitur fractio continens tres quintas partes, Numerator est 3. quia significat, in illa fractione contineri tres partes totius; Denominator vero est 5. quia indicat, tres illas partes non esse qualescunque: sed quintas.

Fractio quæ
uis, quo pacto
scribat, & pronun-
cietur.

SCRIBITUR autem quælibet fractio hoc modo. Denominator directò sub Numeratore, interiecta lineola quadam inter vtrumque numerum, collocatur. Vt tres quintæ partes hoc modo scribuntur, $\frac{3}{5}$. pronuntiaturque vterque numerus in re eto, primo tamen loco Numerator. Vt dicta Minutia ita proferenda est; Tres quintæ. Hæc vero $\frac{2}{4} \frac{5}{8}$. ita, Viginti quinque quadragesimo octauæ, significatque, totum aliquod diuisum esse in quadraginta octo partes æquales, & viginti quinque ex illis acceptas esse.

Fractiones
unde oriun-
tur.

ORIUNTUR plerunque numeri fracti ex residuo diuisionis integrorum numerorum. Quando enim aliquid, in diuisione remansit fit ex illo Numerator fractionis, cuius Denominator est diuisor, vt supra diximus. Vt cum diuiduntur 46. per 7. Quotiens est 6. supersuntque 4. Fit ergo huiusmodi fractio, $\frac{4}{7}$. ita vt totus Quotiens sit $6 \frac{4}{7}$. Item quando minor numerus per maiorem proponitur diuidendus, gignitur fractio, cuius numerator est numerus diuidendus, Denominator autem diuisor. Vt si diuidenda sint 4. per 7. fit fractio $\frac{4}{7}$. significatque 4. diuisa esse per 7. ita vt Minutia hæc $\frac{4}{7}$. sit septima pars huius numeri 4. Pars, inquam, de-
nomi-

Quando mi-
nor nume-
rus per ma-
iorem diui-
ditur, fit
fractio.

nominata à diuisore 7. Quemadmodum enim diuisis 12. per 3. inuenitur numerus 4. qui tertia pars est numeri diuisi 12. Pars, inquam, à diuisore denominata; ita etiam cum diuidimus 4. per 7. fit Quoties $\frac{4}{7}$. qui septima pars est numeri diuisi 4. Pars inquam, denominata à diuisore. Eadem ratione quælibet alia Minutia pars est Numeratoris à Denominatore denominata. Ut hæc Minutia $\frac{3}{4}$. est quarta pars ternarij. Nam si diuidantur 3. per 4. fit Quotiens $\frac{3}{4}$. Quare si sumatur Minutia $\frac{3}{4}$. quater, efficiuntur $\frac{1}{4} \cdot 2$. quæ ternario æquivalent, vt ex ijs, quæ paulo infra scribemus, manifestum erit. atque ita de alijs.

Fractio quæ
uis est pars
Numerato-
ris à Deno-
minatore
denomina-
ta.

ÆSTIMATIO, SIVE VALOR
fractorum numerorum Cap. VII.

MINVTIÆ cuiusuis æstimatio, siue
valor augetur, cum, Numeratore manen-
te eodem, denominator minuitur: Vel cum, Deno-
minatore manente eodem, numerator augetur. Ut
in his fractionibus $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{2}$. vel in his
 $\frac{1}{7}$. $\frac{2}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{6}{7}$. qualibet posterior priore ma-
ior est, vt ex sequentibus patebit: & in prioribus
quidem, manente semper eodem numeratore, de-
nominator minuitur: in posterioribus vero, eo-
dem semper manente denominatore, numerator
augetur.

Minutiarij
valor quo
pacto au-
geatur.

MINVTIÆ vero cuiusuis æstimatio, si-
ue valor minuitur, cum, Numeratore manente eo-
dem, denominator augetur: vel cum, Denomina-

Minutiarij
valor quo
pacto mi-
nuatur.

tore manente eodem, Numerator minuitur. Ut in his fractionibus $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, vel in his, $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{3}{8}$, qualibet posterior priore minor est, vt constabit ex sequentibus: & in prioribus quidem, eodem semper numeratore manente, denominator augetur; in posterioribus vero, eodē semper manente denominatore, numerator minuitur.

Minutiæ. quarū numeratores ad denominatores eandem habēt proportionem, æquales sunt.

M I N U T I Æ deinde quæcunque, quarum vnus numerator ad suum denominatorem eandem habet proportionem, quā reliquarum numeratores habent ad suos denominatores, singuli ad singulos, inter se æquales sunt. Ut hæ minutiæ $\frac{1}{2}$, $\frac{8}{16}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{10}{20}$, $\frac{100}{200}$, $\frac{500}{1000}$. omnes inter se æquales sunt; quia cuiusuis numerator ad suum denominatorem proportionem habet subduplam, id est, dimidia pars est ipsius. Sic etiam hæ, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{36}{48}$, $\frac{9}{12}$. Nam cuiuslibet numerator ad suum denominatorem habet proportionem subsesquiterciam, hoc est, tres quartas partes ipsius continet.

Si numerator, ac denominator eius fractionis per quemcumque numerum multiplicetur, diuidaturue, gignitur eiusdem valoris fractionis.

Q U O N I A M vero, si duo numeri per eundem numerum multiplicentur, siue diuidantur, numeri producti eandem habent proportionem, quam duo illi numeri multiplicati, siue diuisi; fit, vt multiplicatis, aut diuisis Numeratore, & Denominatore per quemcumque numerum, procreetur alia minutia eiusdem valoris, quamuis maiores, minoresue numeros habeat. Vt proposita hac minutia $\frac{6}{9}$. si vterque eius numerus multiplicetur per 3. producetur minutia $\frac{18}{27}$ eiusdem valoris. Sic etiam, si vterque numerus

per

per 3. diuidatur, fiet minutia $\frac{2}{3}$ eiusdem valoris. Et licet hæc omnia demonstrari possint ex lib. 7. Eucl. contenti tamen erimus, si vno exēplo ex his duabus minutijs $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. desumpto, in quo veritas huius rei perspicue apparebit, rē illustremus. Nā si accipiatur numerus 9. qui quidem habet partes à denominatoribus dictarum minutiarum denominatas, nimirum tertiam, ac nonam, erūt duæ eius tertię partes æquales sex nonis partibus eiusdem. Cum enim tertia eius pars sit 3. erunt duæ tertię partes 6. Item cum nona eius pars sit 1. erunt quoque sex nonę partes 6. Æquales igitur sunt hæc minutia $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. & sic de alijs.

Q V A N D O porro numerator alicuius minutie denominatori est æqualis, æquualet minutia illa vni integro. Vt quælibet harum minutiarum $\frac{2}{2}$. $\frac{6}{6}$. $\frac{2}{2}$ $\frac{0}{0}$. $\frac{1}{1}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{0}{0}$. constituit vnum integrum, hoc est, totum illud, quod in partes à denominatoribus denominatas diuisum est: propterea quòd in numeratore continentur omnes partes, in quas integrum, seu totum est diuisum.

Quæ minutia vni integro æquualet.

Q U A N D O vero numerator minutie minor est denominatore, minor est illa minutia vno integro, quales sunt hæc minutia. $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{2}{1}$ $\frac{0}{0}$. quia cuiuslibet tot partes à suo denominatore denominatæ desunt ad integrum constituendum, quot vnitate numerator à denominatore abest. Vt huic minutie $\frac{2}{3}$. deest $\frac{1}{3}$. huic vero $\frac{4}{7}$. desunt $\frac{3}{7}$. & huic, $\frac{2}{1}$ $\frac{0}{0}$. deest $\frac{1}{1}$.

Quæ minutia minor sit vno integro.

Q U A N D O denique numerator minutie denominatore maior est, maior est illa minutia

Quæ minutia maior sit vno integro.

uno integro. quales sunt hæ minutie $\frac{4}{3}$. $\frac{2}{7}$. $\frac{1}{4}$. quia in cuiuslibet numeratore plures partes continentur, quàm sint illæ, in quas totum, siue integrum diuisum est.

Vtra duarum minutiarum maior sit, quo pacto cognoscatur.

I A M vero propositis duabus minutijs, vt cognoscas, vtra illarum maior sit, seruabis hanc regulam. Positis minutijs ordine, multiplica earum numeros in crucem, id est, numeratorem prioris in posterioris denominatorem, & posterioris numeratorem in denominatorem prioris, ponendo numeros productos supra numeratores. Nam cuius numerator maiorem numerum produxerit, ea minutia maior erit. Quod si duo numeri producti fuerint æquales, æquales quoque erunt minutie propositæ. Ut in primo horum trium exem-

$$\frac{16}{3} \quad \frac{18}{8} \quad \frac{41}{2} \quad \frac{40}{4} \quad \frac{48}{4} \quad \frac{48}{1}$$

plorum maior est posterior minutia $\frac{6}{8}$. quàm prior $\frac{2}{3}$. quoniam numerus 18. productus ex 6. numeratore posterioris minutie in 3. denominatorem prioris maior est, quàm numerus 16. ex 2. numeratore prioris minutie in 8. denominatorem posterioris productus. In secundo vero exemplo maior est minutia $\frac{1}{2}$. quàm $\frac{2}{4}$. In tertio denique æquales sunt minutie $\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{1}$. vt ex multiplicationibus in crucem factis patet. Ratio huius regulæ est, quòd, cum numeratores in crucem per denominatores multiplicati producant æquales numeros, eadem proportio sit numeratorum ad denomi-

mina-

minutores, vt constat ex propos. 19. lib. 7. Eucl. Quare vt supra diximus, æquales erunt minutia. Hinc fit, numeratorem illum, qui maiorem gignit numerũ, ad suum denominatorem habere maiorẽ proportionem, ac proinde illam minutiam esse maiorem, vt supra dictum est. Sed vt exemplo etiam discas, maiorem esse minutiam $\frac{6}{8}$. quàm $\frac{2}{3}$. sumamus numerum 48. qui habet partes à denominatoribus harum minutiarum denominatas, nempe octauam, & tertiam. Itaque cum vna octaua pars huius numeri 48. sit 6. erunt sex octauæ, 36. Item cum vna tertia pars eiusdem numeri sit 16. erunt duæ tertiæ, 32. qui numerus minor est, quàm 36.

Q U O D si data sit minutia cuiuspiã monetæ, vel ponderis, aut mensuræ maioris, cupiasq; valorem eius explorare in minori moneta, vel pōdere, aut mensura, hoc est, reuocare eam ad minorẽ monetam. & c. facies id in hunc modum. Multiplica numeratorẽ per numerum, qui indicat, quoties moneta minor, ad quam reuocanda est fractio, in maiori continetur, productumq; numerum per denominatorem diuide. Quotiens enim numerus valorem datæ minutia in minore illa moneta indicabit. Quod etiam de ponderibus, & mensuris intellige. Vt si data sit hæc minutia aureorum $\frac{4}{7}$. quæ significat, vt supra cap. 6. diximus, quatuor aureos in septem æquales partes distributos, redigēdaq; sit ad Iulios, Baiochos, & Quatrinos, (vte

Valor min
nutie datæ
quo pacto
in minore
moneta, pō
dere vel mē
sura explo
retur.

Iulius, Bai
och⁹, & Qua
trin⁹ apud
Romanos
quid signi
ficet.

num baiochum, & 10. baiochi vnum Iulium, ac 10. Iulij vnum aureum nummum.) multiplicabimus numeratorem 4. per 10. quoniam 10. Iulij vnum aureum conficiunt, vt 4. illos aureos in 7. partes diuisos redigamus ad 40. Iulios; numerumq; productum 40. per denominatorem 7. partiemur. Quotiens enim numerus dabit Iulios $5\frac{5}{7}$. Quod si hanc minutiam Iuliorum, $\frac{5}{7}$. que significat 5. Iulios in 7. partes aequales diuisos, ad baiochos velimus redigere, multiplicabimus quoque numeratorem 5. per 10. quia 10. baiochi vnum etiam Iulium conficiunt, vt 5. illos Iulios in 7. partes aequales distributos redigamus ad 50. baiochos: productumq; numerum 50. per denominatorem eundem 7. diuidemus. Dabit enim Quotiens numerus baiochos $7\frac{1}{7}$. Si tandem minutiam hanc baiochorum, $\frac{1}{7}$. que significat vnum baiochum diuisum in 7. partes aequales, ad quatrinos velimus reducere, multiplicabimus numeratorem 1. per 4. quod 4. quatrini efficiant vnum baiochum, vt illum baiochum in 7. partes aequales diuisum ad 4. quatrinos reducamus, numerumq; productum 4. per denominatorem 7. partiemur, efficiemusq; $\frac{4}{7}$. vnus quatrini, hoc est, paulo plus, quam dimidium vnus quatrini. Itaque $\frac{4}{7}$. vnus aurei continent Iulios 5. Baiochos 7. & Quatrinos $\frac{4}{7}$. Si vero $\frac{4}{7}$. vnus aurei redigere statim velimus ad baiochos, multiplicabimus numeratorem 4. per 100. quoniam 100. baiochi vnum aureum constituunt, vt 4. illos aureos in 7. partes distributos redigamus ad 400. baiochos, numerumq; productum 400. per

per denominatorem 7. partiemur, efficiemusq³ ba
iochos $57\frac{1}{7}$.

R V R S U S si explorandum sit, quot passus,
pedes, palmos, digitosve contineant $\frac{5}{8}$. vnius mil
liarij Italici, statuendo milliarium vnum consta
re 1000. passibus Geometricis, passum vero 5.
pedibus, & pedem 4. palmis, palmum autem 4.
digitis, & digitum 4. granis hordei; multiplica
bimus numeratorem 5. per 1000. vt 5. milliaria
in 8. partes æquales distributa redigantur ad pas
sus 5000. productumq³ numerum 5000. partie
mur per denominatorem 8. efficiemusq³ 750. pas
sus.

S I C etiam si $\frac{1}{1}\frac{0}{3}$. vnius passus reducere ve
limus ad pedes, multiplicabimus numeratorem 10.
per 5. productumq³ numerum 50. per denomina
torem 13. partiemur, efficiemusq³ pedes $3\frac{1}{1}\frac{1}{3}$.
Si rursus hunc numeratorem 11. per 4. multipli
cemus, numerumq³ productum 44. per denomina
torem 13. diuidamus, efficiemus palmos $3\frac{1}{1}\frac{2}{3}$.
Item si hunc numeratorem 5. per 4. multiplice
mus, productumq³ numerum 20. per denomina
torem 13. partiamur, inueniemus digitos $1\frac{1}{1}\frac{7}{3}$.
Tandem si numeratorem hunc 7. multiplicemus
per 4. & numerum productum 28. diuidamus
per denominatorem 13. reperiemus grana hordei
 $2\frac{1}{1}\frac{2}{3}$. Itaque $\frac{1}{1}\frac{0}{3}$. vnius passus continent pe
des 3. palmos 3. digitum 1. & grana $2\frac{1}{1}\frac{2}{3}$.

I T E M reducenda sit minutia hæc, $\frac{3}{4}$. vnius
libræ ad vncias. Quoniam 12. vncia vnam librã
constituunt, multiplicabimus numeratorem 3. per

12. & productum numerum 36. per denominato-
rem 4. diuidemus, efficiemusque 9. vncias.

P O S T R E M O inquirendū sit, quot Minu-
ta contineantur in $\frac{5}{6}$. vnius Gradus. Quia 60. Mi-
nuta efficiunt 1. Gradum, multiplicabimus nume-
ratorem 5. per 60. & productum numerum 300.
per denominatorem 6. diuidemus, efficiemusque
Minuta 50.

FRACTIONES FRACTORVM numerorum. Cap VIII.

Minutia
minutiarū
vnde orian-
tur.

N O N solum res integra in quotuis partes
æquales diuiditur, vt fractiones simplices,
de quibus hic agimus, procreentur, verum etiam
interdum ipsi fracti numeri intelliguntur in plu-
res æquales partes distribui, ac si essent integræ
quædam res. Unde fractiones fractionum, fra-
ctorumve numerorum, siue Minutiæ minutiarum
oriuntur. Vt quemadmodum cū accipio quatuor
partes alicuius totius in septem partes distributi,
efficio hanc minutiam simplicem $\frac{4}{7}$. quæ significat
quatuor septimas partes ipsius integri: ita etiam
cum intelligo hanc fractionem simplicem $\frac{4}{7}$. diui-
sam esse in quinque partes æquales, accipioque
tres partes, facio minutiam minutia illius, nempe
tres quintas partes quatuor septimarum alicu-
ius integri: ita vt prior in recto efferatur, scriba-
turque, sicut minutia simplices, posterior vero
pronunciatur in obliquo, noteturq; sine interiectio-
ne lineæ, vt ab alijs distinguatur. Vt prædicta mi-
nutia

Minutia
Minutiæ
quid.

Minutiæ
minutiarū
quomodo
pronuncié-
tur, & scri-
bantur.

minutia minutia ita scribenda est $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$. pronūciaturque sic. Tres quinta & quatuor septimarū unius integri. Hæc autē minutia minutiarū $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{1}{6} \frac{1}{2}$. ita proferetur. Duæ tertiæ trium quarumarum ex vna sexta parte unius dimidij alicuius integri: significat autem ex dimidio alicuius integri sumptam esse vnam sextā partē illius dimidij in sex æquales partes distributi; & ex hac sexta parte in quatuor partes æquales diuisa acceptas esse tres quartas; ac demum ex his tribus quartis diuisis in tres æquales partes sumptas esse duas tertias. Eademque ratio est in alijs.

Q U O pacto autem æstimatio, siue valor fractionum fractorum numerorum cognoscatur, docebimus ad finem cap. 10. vbi eas ad simplices fractiones reuocabimus.

R E D U C T I O F R A C T O R V M

numerorum ad minimos numeros,
siue terminos. Cap. IX.

A C C I D I T nonnunquam, vt minutia aliqua ita magnis numeris scribatur, vt comode minoribus possit exprimi, non mutato eius valore, ac pretio. Vt hæc minutia $\frac{3}{7} \frac{6}{2}$. æqualec huic $\frac{1}{2}$. minimis, vt vides, numeris expresse. Opere pretium est autem minutiam maioribus numeris scriptam ad minimos numeros, terminosve reuocare, multas ob causas. Primum, quia facilius minutia quæuis minoribus numeris expressa intelligitur, quàm maioribus numeris scripta. Quis

enim

Cur minutia ad minimos terminos reuocatur.

enim non facilius percipit $\frac{1}{2}$, quàm $\frac{3}{7} \frac{6}{2}$, aut quàm $\frac{5}{1} \frac{0}{0} \frac{0}{0}$, aut quàm $\frac{8}{1} \frac{2}{6} \frac{6}{5} \frac{6}{2}$, cum tamen omnes idem prorsus significant? Deinde, quoniã facilior redditur operatio fractionum, si ad minimos terminos sint reductæ, vt ex sequentiũ fiet perspicuum. Tertio, vt Mathematicorum libri, qui minutias plerunque minimis solent numeris notare, intelligantur. Si enim, verbi gratia, quis inueniat à quopiam scriptum, numerum hunc 2528. per 48. diuisum facere Quotientem $52 \frac{2}{3}$. ipse vero hoc velit examinare, reperiet Quotientem $52 \frac{3}{4} \frac{2}{8}$. qui ab illo differre videtur, cum tamen idem sit. Minutia enim hæc $\frac{3}{4} \frac{2}{8}$. ad minimos terminos reducta facit $\frac{2}{3}$. Quare antequam iudicet, se, aut scriptorem illum errasse, quòd videat eius minutiam à sua differre, reducenda prius erit minutia à se inuenta, & maioribus terminis expressa, ad minimos numeros, siue terminos.

Minutia,
qua arte ad
minimos
numeros re-
digantur.

HAC autem arte Minutia quæuis maioribus scripta numeris ad minimos terminos reuocabitur. Diuidatur tam numerator, quàm denominator per maximam communem vtriusq; mensuram, id est, per maximum numerum, qui vtrūque metiatur. Quotientes enim numeri (si Quotientem numeratoris facias numeratorem, & Quotientem denominatoris denominatorem) dabunt minutiam illi æquivalentem, & minimis numeris expressam. Nam cum, diuisis duobus numeris per vnum & eundem numerum, Quotientes eandem habeant proportionem, quam illi numeri,

meri,

neri, sint autem Quotientes numeri hoc modo inuenti omnium minimi, quod numeri minutiae propositae diuisi sint per maximum numerum eos numerantem, ita vt per maiorem diuidi nequeat, quin aliquid in diuisione relinquatur; perspicuum est, minutiam inuentam minimis numeris esse expressam, ita vt minoribus exprimi nequeat.

E X E M P L V M sit in hac minutia proposita, $\frac{3}{4} \frac{2}{8}$. cuius numeratorem, ac denominatorem metiuntur, & numerant omnes hi numeri 2. 4. 8. 16. & praeterea nullus. Nam licet numerus 24. qui maior illis est, numeret denominatorem 48. tamen numeratorem 32. non metitur. Sic etiam quamuis numerus 32. qui maior adhuc est, metiatur numeratorem 32. nullo tamen modo denominatorem 48. numerat. Nos autem hoc loco intelligimus numerum maximum numerantem, qui vtrumque numerum minutiae propositae, id est, tam numeratorem, quam denominatorem, numeret. Si igitur tam numerator 32. quam denominator 48. diuidatur per maximum illorum numerorum, nimirum per 16. reperientur Quotientes 2. & 3. Quare minutia proposita $\frac{3}{4} \frac{2}{8}$. reducetur ad hanc aequivalentem, $\frac{2}{3}$. & minimis numeris expressam. Si eosdem numeros propositae minutiae diuideres per alium numerum eos numerantem, qui non sit maximus, redigeres quidem minutiam ad aliam aequalem minoribus terminis expressam, sed non minimis. Ut si iisdem numeris 32. et 48. diuidatur per 8. inuenietur haec minutia $\frac{4}{6}$. quae minoribus adhuc numeris scribi potest, hoc modo $\frac{2}{3}$.

E A D E M ratione hæc minutia, $\frac{4}{6} \frac{5}{6}$. cuius numeratorem, & denominatorem metiuntur omnes hi numeri 3. 5. 15. redigetur ad hanc, $\frac{3}{4}$. si nimirum tam numerator, quàm denominator per 15. qui maximus numerus est illos numerans, diuidatur. atque ita de reliquis.

Quando minutianō pōt redigi ad minimos terminos.

Q V O D si alicuius minutie numeratorem, ac denominatorem nullus numerus, præter unitatem, numeret, non poterit ad minores terminos redigi minutia illa, sed iā minimis numeris expressa erit. Ut hæc minutie $\frac{2}{3} \frac{0}{9}$. $\frac{2}{6} \frac{0}{3}$. $\frac{4}{5} \frac{7}{9}$. ad minores terminos reuocari non possunt. Quamuis enim hi numeri 2. 4. 5. 10. numeratorem primæ minutie numerent, nullus tamen eorum eiusdem denominatorem metitur. Item licet hi numeri 3. 13. metiantur denominatorem eiusdem minutie, neuter tamen eorum eius numeratorem metitur. Rursus quæuis hi numeri 2. 4. 5. 10. numeratorem secundæ minutie, hi vero 3. 7. 9. 21. denominatorem eiusdem metiantur, nullus tamen illorum vtrumque numerum: id est, tam numeratorem, quam denominatorem illius minutie, numerat. Postremæ autem minutie numeros nullus numerus præter unitatē numerat, cum sint (vt cum Arithmetiis loquamur) primi, quemadmodum & primarū duarum numeri sunt inter se primi, quamuis nullus eorum primus sit. Dicitur enim numerus primus, quem unitas sola metitur; Primi vero inter se numeri vocantur, quos sola unitas, communis mensura, metitur.

Primus numerus & primi inter se numeri si quid.

Q U O N I A M vero, vt minutia proposita
ad

ad minimos terminos reuocetur, necesse est, vt maxima mensura communis numeratoris, ac denominatoris inueniatur, (Per hanc enim maximam communem mensuram vterque numerus, tam numerator, quàm denominator, diuidendus est, vt diximus.) tradi solet ad eã inueniendã hæc regula. Diuidatur denominator per numeratorem: Et si aliquid in diuisione relictum fuerit, diuidatur diuisor, id est, numerator, per residuum illud diuisionis: Et si rursus aliquid remanserit, diuidatur vltimus hic diuisor, id est, residuum illud, per residuum huius vltimæ diuisionis; & sic semper vltimus diuisor per vltimum residuum diuidatur, donec diuisor occurrat, qui nihil in diuisione relinquat. Hic namque diuisor nihil relinquens erit maxima communis mensura numeratoris, ac denominatoris minutie propositæ. Quòd si diuisor aliquis in huiusmodi diuisionibus relinquat vnitatem, nõ habebunt numerator, & denominator minutie propositæ communem mensuram, præter vnitatẽ, sed erunt numeri inter se primi.

U T si proposita sit minutia $\frac{3}{7} \frac{6}{2}$. inueniemus maximam mensuram communem numeratoris, & denominatoris hoc modo. Diuidatur denominator 72. per numeratorem 36. & quoniam, hac diuisione peracta, nihil remanet, erit diuisor hic 36. maxima communis mensura; per quam si diuidamus numeratorem, denominatoremq; datæ minutie $\frac{3}{7} \frac{6}{2}$. reducemus eam ad $\frac{1}{2}$. minimis terminis expressam.

R V R S U S si data sit minutia $\frac{6}{9} \frac{0}{6}$. reperiemus

Qua rone maxima mensura communis numeratoris, ac denominatoris cuiusvis minutie reperitur.

Quãdo numerator, & denominator datæ minutie non habeant cõmunẽ mensuram, præter vnitatẽ

riemus maximam communem mensuram numeratoris, & denominatoris hac ratione. Diuiso denominatore 96. per numeratorem 60. supersunt in diuisione 36. Diuiso rursus diuisore 60. per residuum 36. remanent in diuisione 24. Item diuiso hoc ultimo diuisore 36. per vltimum residuum 24. relinquuntur 12. diuiso denique vltimo hoc diuisore 24. per vltimum residuum 12. nihil superest. Est igitur maxima mensura communis 12. per quam si diuidatur tam numerator, quam denominator datæ minutia $\frac{6}{9} \frac{0}{6}$. constituetur hæc minutia $\frac{5}{8}$. minimis numeris expressa.

S E D si proponatur hæc minutia $\frac{4}{1} \frac{0}{6} \frac{8}{3}$. non inuenietur vlla communis mensura numeratoris, & denominatoris maior, quam vnitas. Nam denominatore 103. diuiso per numeratorem 48. supersunt 7. Diuiso item diuisore 48. per residuum 7. relinquuntur 6. Denique diuiso vltimo hoc diuisore 7. per vltimum residuum 6. superest 1. Quare, vt supra dictum est, numerator, & denominator minutia huius $\frac{4}{1} \frac{0}{6} \frac{8}{3}$. sunt numeri inter se primi.

Inuentio maximæ mensuræ quorūlibet duorū numerorū.

E A D E M ratione quorumlibet duorum numerorum (licet fractionem non constituent, sed absolute proponantur.) maximam communem mensuram inueniemus, si maiorem per minorem diuidamus, & hunc diuisorem per residuum diuisionis, si quod erit, & rursus hunc vltimum diuisorem per residuum vltimæ diuisionis, & sic deinceps, &c. Nā vltimus diuisor nihil relinquens in diuisione erit maxima communis mensura duorum

Porum numerorum : Si vero in diuisione aliqua fuerit relicta vnitas, erunt numeri dati inter se primi, nullamq; habebunt mensuram communem, præter vnitatem.

COLLIGITVR hæc regula inueniendi maximam mensuram communem duorum numerorum ex propos. 2. lib. 7. Eucl. Nam licet Euclides iubeat semper minorem numerum de maiore subtrahere, tamen idem efficitur, & quidẽ multo breuius, per diuisionem maioris numeri per minorem, cum diuisio sit compendiosa quedam subtractio, quemadmodum & multiplicatio compendiosa quedam additio est.

ALIO modo reducetur minutia proposita ad minimos terminos, si tam numerator, quam denominator per communem aliquam eorum mensuram notam, etiamsi maxima non sit, diuidatur, vt inueniatur minutia sub minoribus numeris: Et rursus huius inuentæ minutie tam numerator, quam denominator per aliam communem eorum mensuram diuidatur; & sic deinceps, donec minutia inueniatur, cuius numerator, & denominator sint numeri inter se primi. Ut proposita minutia hac $\frac{3}{4} \frac{6}{8}$. si vterque eius numerus diuidatur per 2. inuenietur hæc minutia $\frac{1}{2} \frac{3}{4}$. cuius vterq; numerus si diuidatur per 3. reperietur hæc minutia $\frac{1}{3}$. cuius tandem numeri diuisi per 2. offerent hanc minutiam $\frac{1}{6}$. sub minimis terminis: sed prior illa ratio præstantior est, ac breuior.

Vnde colligatur regula inueniendi maximam mensuram duorum numerorum.

Alia ratio redigendarum minutiarum ad minimos terminos.

REDUCTIO FRACTORVM NUMERORUM ad eandem denominationem, & ad integra, necnon integrorum ad fractionem quamcunque, ac denique fractionum factorum numerorum ad simplices fractiones. Cap. X.

SAEPENVMERO reducendæ sunt fractiones diuersorum denominatorum ad alias, quæ illis æquales sint, singulæ singulis, habeant quæ eundem denominatorem. Quod qua ratione fieri debeat, hoc cap. exponemus, primum quidē, quādo propositæ minutie non sunt plures, quā duæ, deinde vero, quando plures sunt.

Quo pacto
duæ minu-
tiæ ad ean-
dē denomi-
nationē re-
ducantur.

PROPOSITIS igitur duabus minutijs diuersos denominatores habentibus, si denominatores inter se multiplicentur, procreabitur communis denominator, ad quem datæ minutie sunt reuocandæ: numerator vero cuiuslibet in crucem per denominatorem alterius multiplicatus producet numeratorem. Ut in hic appposito exemplo.

Ex deno-

minatore $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$. reducuntur ad $\frac{8}{12}$ & $\frac{9}{12}$.

3. in deno-

minatorem 4. fit denominator communis 12. Itē ex 2. numeratore prioris minutie in 4. denominatorem posterioris fit numerator 8. At ex 3. numeratore posterioris minutie in 3. denominatorem prioris fit numerator 9. Duæ ergo minutie $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$. ad has duas $\frac{8}{12}$ & $\frac{9}{12}$. reducuntur, quæ illis æquales sunt, habeant quæ vnum & eundem

deno-

denominatorē cōem 12. Quòd enim $\frac{8}{1 \cdot 2}$. æquua-
leant $\frac{2}{3}$. constat ex propos. 17. & 18. lib. 7. Eucl.
propterea q̄ vterq; numerus huius multiplicatus
per eundē numerū 4. vel multiplicās eundē nume-
rū 4. nimirū denominatorē posterioris minutie p̄-
positæ, produxit vtrūque numerū illius. Hinc em̄-
fit, numeratorē & denominatorē minutie $\frac{8}{1 \cdot 2}$.
eandem habere proportionem, quam habent nu-
merator, & denominator minutie $\frac{2}{3}$. Quare æ-
quales erunt minutie ipsæ, vt supra diximus. Ea-
dem ratione æquales erunt minutie $\frac{9}{1 \cdot 2}$. & $\frac{3}{4}$.
quia vterque numerus huius multiplicatus per
eundem numerum 3. vel multiplicans eundem nu-
merum 3. denominatorem videlicet prioris minu-
tie datæ, produxit vtrumque numerum illius.

S I vero plures minutie, quàm duæ, ad ean-
dem denominationem proponantur reducendæ,
querendus est primus numerus ab omnibus deno-
minatoribus datarum minutiarum numeratus, ita
vt omnes partes ab ipsis denominatas contineat.
Ita autem numerum à denominatoribus proposi-
tis, vel a quibuscunque numeris datis numeratū
inueniemus. Multiplicentur omnes denomina-
tores inter se, ducendo primum in secundum, & hūc
numerum productum in tertium, productumque
hunc numerum in quartum, & sic deinceps, do-
nec omnes sint multiplicati. Productus enim vl-
timus numerus erit is, qui queritur. Vt proposi-
tis hisce minutijs $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$. si primus denomi-
nator 2. in secundum 3. multiplicetur, & produ-
ctus numerus 6. in tertium 4. ducatur, produ-

Inuentio
numeri a
quocunq;
dati nume-
ris nume-
rati.

Et usque numerus 24. in quartū 5. multiplicetur, procreabitur numerus 120. quem dati denominatores, nempe numeri 2. 3. 4. 5. numerant.

QUONIAM vero numerus hac ratione inuentus interdū ita magnus est, vt eo minor dari posset, qui ab eisdem propositis denominatoribus numeretur, reperiemus minimū numerum à quotcunque numeris numeratū hoc modo. Primū inueniemus minimum numerū à prioribus duobus numeris propositis numeratum, hac ratione. Aut priores duo numeri habent communem aliquam mensuram, præter vnitatem, aut non: (Quod quidem cognosces, si maior per minorem diuidatur, & hic diuisor per residuum diuisionis, & sic deinceps; alterna quadam diuisione. Si enim diuisor occurrat, qui nihil relinquat, habebunt duo illi numeri communem mensuram, ipseque diuisor vltimus erit maxima eorum mensura: si vero occurrat diuisor, qui relinquat vnitatem, carebunt communi mensura, eruntque primi inter se, vt supra cap. 9. docuimus.) Si duo illi numeri priores non habent communem mensuram, erit numerus ex multiplicatione vnus in alterum productus, minimus ab illis numeratus, ita vt minor dari non possit: Si vero habent mensuram communem, inuenta maxima earum mensura communi, per ea, quæ cap. 9. scripsimus, diuidatur vterque per eam, ponanturque Quotientes sub ipsis numeris. Nam si Quotientem prioris numeri per posteriorem numerum multiplices, vel Quotientem posterioris numeri per

prio.

Inuentio
minimi
numeri à
quotcunq;
numeris
numerati.

priorem numerum, procreabis minimum numerum à duobus illis numeratum. Deinde eodem modo indagabimus minimum numerum numeratum ab eo, quem hactenus inuenimus, & à tertio numero proposito, inquirendo videlicet, num tertius numerus propositus, & minimus ille à prioribus duobus numeratus, habeant mensuram communē, necne, &c. Hic enim minimus inuentus, erit minimus à primis tribus numeris propositis numeratus. Rursus inuentum hunc numerum cum quarto numero proposito conferemus, eodemque modo minimum numerum ab illis numeratum inuestigabimus. Hic enim inuentus, erit minimus à quatuor datis numeris numeratus: atque ita progrediar, donec nullus numerus supersit, cum quo inuentus vltimo loco comparari possit. Demonstratio huius regulæ colligitur ex propos. 36. & 38. lib. 7. Eucl.

S E D explicemus negotium hoc in proximis quatuor minutijs datis, quarum denominatores sunt 2. 3. 4. 5. Primū itaque quia duo priores numeri 2. & 3. non habent aliā mensurā communē, præter vnitatē, erit numerus 6. ex eorū multiplicatione productus, minimus à 2. & 3. numeratus. Deinde, quoniā inuentus hic numerus 6. & tertius numerus datus 4. habēt maximā mensurā 2. diuidemus per eā tã 6. quàm 4. quotientesq; 3. & 2. sub ipsis statuemus, ut hic vides. Si namq; multiplicemus 6. p 2. aut 4. p 3. pcreabimus numerū 12. q minimus est, à tribus primis datis numeris 2. 3. 4. numeratū.

6 3 Tandem,

Tandem, quia hic numerus 12. inuentus, & quar-
 tus numerus datus 5. non habent communem mē-
 suram, præter vnitatē, multiplicabimus 12. per
 5. producemusque numerum 60. minimum à qua-
 tuor denominatoribus 2. 3. 4. 5. numeratum. Sit
 rursus inueniendus minimus numerus à 4. 6. 8.
 12. 7. numeratus. Primum, quia primi duo 4. &
 6. habent communem maximam men-
 surā 2. partiemur per eā tam 4. quàm 4. 6.
 6. quotientesque 2. & 3. sub ipsis sta- 2. 3.
 tuemus, vt hic vides. Nam si multipli-
 cemus 4. per 3. vel 6. per 2. efficiemus numerum
 12. minimum ab illis duobus 4. & 6. numeratū.
 Deinde, quia numerus hic 12. inuentus, & ter-
 tius numerus datus 8. habent maximam mensurā
 communē 4. diuidemus per eam tam
 12. quàm 8. & quotiētes 3. & 2. sub 12. 8.
 ipsis collocabimus. Si enim multipli- 3. 2.
 cemus 12. per 2. vel 8. per 3. gigne-
 mus numerum 24. minimum à primis tribus da-
 tis numeris 4. 6. 8. numeratum. Rursus, quoniā
 hic numerus inuentus 24. & quartus propositus
 12. habent communē maximam mensuram 12. di-
 uidemus per eā tam 24. quàm 12.
 & quotientes 2. & 1. ponemus sub 24. 12.
 ipsis. Nam si multiplicemus 24. 2. 1.
 per 1. vel 12. per 2. producemus nu-
 merum 24. minimum à quatuor numeris datis 4.
 6. 8. 12. numeratum. Postremo, quia hic nume-
 rus 24. inuentus, & vltimus numerus datus 7.
 non habent vllam mensuram communem, præter
 vnitatē

unitatem; multiplicabimus illos inter se, procreabimusq; numerum 168. minimum à datis numeris 4. 6. 8. 12. 7. numeratum. Quòd si quis per priorè regulam numerum inquireret ab eisdem datis numeris 4. 6. 8. 12. 7. numeratum, multiplicando nimirum ipsos inter se, reperiret hunc numerum 16128. qui multo maior est, quàm hic numerus minimus 168. à nobis inuentus.

I A M vero, inuento numero ab omnibus denominatoribus minutiarum reducendarum numerato, siue is minimus sit, siue non, reducemus minutias datas ad eandem denominationem hoc modo. Denominator cõmunis est numerus ille inuentus: quem si per cuiuslibet minutie denominatorem diuidamus, & quotientem per numeratorem multiplicemus, producemus numeratorem, qui supra communem denominatorem scribendus est. Ut in postremis quatuor minutijs $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$. numerus à denominatoribus numeratus est 120. Hic ergo erit denominator communis. Què si diuidamus per 2. denominatorem primæ minutie, efficiemus 60. Hunc numerum si multiplicemus per 1. numeratorem eiusdem minutie, producemus 60. numeratorem pro prima minutia. Rursum si eundem numerum 120. partiamur per 3. denominatorem secundæ minutie, prodibit hic numerus 40. quem si multiplicemus per 2. numeratorem eiusdem minutie, efficiemus 80. numeratorem pro secunda minutia. atque ita de cæteris. Itaque datæ quatuor minutie reducuntur ad has quatuor eiusdè denominationis $\frac{60}{120} \cdot \frac{80}{120} \cdot \frac{90}{120} \cdot \frac{120}{120}$.

Quo pacto plures minutie, quæ ad eandem denominationem reducuntur.

G 4 $\frac{90}{120}$

$\frac{9}{1} \frac{0}{2} \frac{0}{0} \cdot \frac{2}{1} \frac{4}{2} \frac{0}{0}$. Quòd si accipiamus numerũ 60 qui minimus est ab eisdem denominatoribus numeratus, pro denominatore, reducemus easdem minutias ad has $\frac{3}{6} \frac{0}{0} \cdot \frac{4}{6} \frac{0}{0} \cdot \frac{4}{6} \frac{5}{0} \cdot \frac{1}{6} \frac{2}{0}$.

Alia ratio
reducendi
duas minu-
tias ad ean-
dẽ denomi-
nationem,

E A D E M ratione reargi poterunt duæ etiã minutia ad eandem denominationẽ, licet eas non in crucem multiplicemus. Si enim queratur numerus siue minimus, siue non minimus, à denominatoribus numeratus, erit is cõmunis denominator: ex quo inuenientur numeratores, vt proxime docuimus. Ut propositis duabus minutijs $\frac{5}{6}$. $\frac{7}{1} \frac{2}{2}$. Minimus numerus à denominatoribus numeratus est 12. quem si partiamur per 6. denominatorem prioris minutia, quotientemque 2. per 5. numeratorem eiusdem minutia multiplicemus, efficiemus 10. pro numeratore prioris minutia. Et si rursus eundem numerũ 12. diuidamus per 12. denominatorem posterioris minutia, & quotientem 1. multiplicemus per 7. numeratorem eiusdem minutia, reperiemus 7. pro numeratore posterioris minutia. Itaque datae duæ minutiae reducuntur ad has $\frac{1}{1} \frac{0}{2} \cdot \frac{7}{1} \frac{2}{2}$. Quòd si quis easdem velit reducere per primam regulam, inueniet has minutias $\frac{6}{7} \frac{0}{2} \cdot \frac{4}{7} \frac{2}{2}$. Ex quibus omnibus perspicuum est, quantum intersit inter minimũ numerum à denominatoribus datarum minutiarum numeratum, & non minimum. Per minimum enim datae minutia ad minimas minutias eiusdem denominationis reducuntur, quod per alias regulas non fit.

Vtilitas mi-
nimi nu-
meri a de-
nominato-
rib. datarũ
minutiarũ
numerati.

CONTINGIT etiam aliquando, numeratorem.

tozem minutia ex additione, multiplicatione, diuisioneque producta maiorem esse denominatore, atque adeo minutiam illam totum ipsum, atque integrum superare. Quare ea ad integra erit reducenda hac ratione: Diuidatur numerator per denominatorem. Quotiens enim dabit integra, quibus minutia data aequialet: Et si quid in diuisione superfuerit, illud erit numerator, cui idem denominator subscribendus est. Ut hac minutia $\frac{6}{1} \frac{0}{2}$. si numerator diuidatur per denominatorem, reducetur ad 5. integra. Hæc autem minutia $\frac{1}{0} \frac{0}{7}$. redigetur ad $14 \frac{2}{7}$. quia in diuisione numeratoris per denominatorem remanserunt 2. atque ita minutia illa continet 14. integra, & insuper duas septimas partes vnus integri.

Quo modo minutia, cuius numerator maior est denominatore, ad integra redigatur.

ITEM non raro vsu venit, vt integra ad fractionem aliquam reducenda sint. quod hoc modo fiet. Multiplicentur integra proposita per denominatorem minutia, ad quam integra reducenda sunt. Productus enim numerus erit numerator, cui denominator datae minutia est subscribendus. Vt si 7. integra ad quintas partes sint redigenda; Multiplicabimus 7. integra per 5. denominatorem propositæ minutia, productoque numero 35. supponemus eundem denominatorem, vt fiat minutia $\frac{3}{5}$. aequialens 7. integris. Quod si integris adhareat minutia aliqua, addendus est numerator illius minutia ad numerum productum ex integris per denominatorem minutia multiplicatis, vt efficiatur numerator.

Quo pacto integra ad minutiam reducatur.

vt si

ut si numerus hic $8\frac{2}{5}$. reducendus sit ad quintas, ut fiat unica minutia; Multiplicabimus 8. per 5. denominatorē adharētis minutie, ac numero producto 40. addemus 2. numeratorē eiusdē minutie, ut habeamus numeratorē 42. huius minutie $\frac{42}{5}$. quæ numero proposito $8\frac{2}{5}$. æquivalet.

Minutia
minutiarū
quo pacto
ad simpli-
ces minu-
tias reuo-
centur.

P O S T R E M O, quando in operatione aliqua minutis minutiarum occurrunt, reducendæ erunt ad simplicem minutiam, hoc artificio. Multiplica numeratores inter se, hoc est, primum in secundum, & hoc productum in tertium, atque iterum hoc productū in quartum, & sic deinceps, si plures numeratores fuerint. Ultimus enim numerus productus dabit numeratorem simplicis minutie, quæ illi minutie minutiarum æqualis erit. Denominator autem erit numerus productus ex multiplicatione denominatorū inter se, si multiplicentur, ut de numeratoribus dictum est. Ut hæc minutia minutie $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$. reducetur ad hanc simplicem fractionem $\frac{12}{35}$. quia multiplicatio numeratorum facit 12. denominatorum autem 35. ita ut tres quintæ quatuor septimarum partium unius integri contineant $\frac{12}{35}$. eiusdem integri. Sic etiā hæc minutia minutiarum $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2}$. reducetur ad hanc simplicem $\frac{1}{4}$. quæ ad minimos numeros reducta faciet $\frac{1}{4}$. ut ex antecedenti cap. constat. Denique hæc minutia minutiarū $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$. ad hanc simplicem reuocabitur $\frac{1}{5}$. quæ reducta ad minimos numeros faciet $\frac{1}{5}$.

H O C autem ita esse, explicabimus hoc modo. Ponamus hanc ultimam minutiam minutia-
rum

rum $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$ esse desumptã ex vno aureo. Necessesse est igitur, si regula prescripta vera est, eã continere tres Iulios, qui sunt $\frac{3}{10}$ vnius aurei, cū quilibet Iulius sit $\frac{1}{10}$ aurei vnius. Id quod quilibet facile perspiciet. Nam $\frac{3}{5}$ vnius aurei continent 6. Iulios, quòd duo Iulij sint $\frac{2}{5}$ aurei vnius: At $\frac{2}{3}$ sex Iuliorum sunt 4. Iulij; & $\frac{3}{4}$ quatuor Iuliorum sunt 3. Iulij. Eadem ratione hanc minutiam minutiarum $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}$ recte ad hanc $\frac{2}{45}$ esse reuocatam, in hoc numero 45. ostendemus. Nam $\frac{1}{3}$ huius numeri 45. continet 15. vnitates; ex quibus si sumantur $\frac{2}{5}$ accipientur 6. vnitates; ex quibus denique si accipiatur $\frac{1}{3}$ sumentur 2. vnitates, quę faciunt $\frac{2}{45}$ dicti numeri 45. Non secus alia exempla explicari poterunt, & probari.

ADDITIO FRACTO R V M
numerorum. Cap. XI.

SI minutię addendę habeant eundem denomi-
natorem, addendi sunt numeratores, & ag-
gregato idem denominator supponendus: Si vero
diuersos habeant denominatores, reducendę sunt
prius ad eundem denominatorem, & tunc eodẽ
modo additio instituenda. Ut summa collecta ex
hisce tribus minutijs $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{3}$ est hęc
 $\frac{12}{3}$. quia habent eundem denominatorem, sum-
maque ex numeratoribus collecta est 12. quemad-
modum ex 2. aureis, 4. aureis, & 6. aureis fiunt
12. aurei. Sic etiã ex hisce minutijs $\frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10}$
colligitur hęc summa $\frac{21}{10}$. quę vni integro equi-
ualet.

Additio mi-
nutiarum
quo modo
fiat.

ualet. Ita quoq; ex his minutijs $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{6}{7}$. colligitur hæc summa $\frac{1}{7^8}$. quæ reducta ad integra facit $2\frac{4}{7}$. At vero vt hæc minutia $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. in vnam summam colligantur, reducenda prius sunt ad eundem denominatorem, nimirum ad has minutias $\frac{8}{12}$. $\frac{2}{3}$. ex quibus in vnam summam collectis fiunt $\frac{1}{1} \frac{2}{7}$. hoc est, $1\frac{2}{7}$. atque hæc est summa duarum minutiarum propositarum, quemadmodum ex 2. aureis & 3. iulijs, si 2. aurei reducantur ad 20. iulios, fiunt 23. iulij. Sic etiam minutia hæc $\frac{6}{7} \cdot \frac{1}{1} \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1} \frac{0}{1} \cdot \frac{4}{5}$. vt in vnam summam colligantur, reducenda prius sunt ad has eiusdem denominationis $\frac{4}{5} \frac{2}{0} \frac{9}{0} \frac{0}{5} \cdot \frac{4}{5} \frac{6}{0} \frac{2}{0} \frac{0}{5} \cdot \frac{4}{5} \frac{5}{0} \frac{5}{0} \frac{0}{5} \cdot \frac{4}{5} \frac{0}{0} \frac{0}{0} \frac{4}{5}$. ex quibus fit hæc summa $\frac{1}{5} \frac{7}{0} \frac{4}{0} \frac{6}{0} \frac{4}{5}$. id est, $3\frac{2}{5} \frac{4}{0} \frac{4}{0} \frac{9}{5}$.

Quæ integra
sunt, qd
addendum
fit.

SI integra adsint, addenda sunt ea seorsum, & minutia etiã seorsum. Vt ex 8. & $\frac{3}{5}$. fiunt $8\frac{3}{5}$. Item ex 8. & $4\frac{2}{3}$. fiunt $12\frac{2}{3}$. Item ex $8\frac{2}{7}$. & $4\frac{6}{7}$. fiunt $12\frac{8}{7}$. hoc est, $13\frac{1}{7}$. Item ex $8\frac{2}{3}$. & $4\frac{3}{4}$. fiunt $12\frac{1}{1} \frac{7}{2}$. id est, $13\frac{1}{1} \frac{5}{2}$.

Praxis ad-
dendi minu-
tias diuer-
sarum deno-
minationum
inter se.

ITA QVÆ vt duæ minutie diuersarum denominationum in vnam colligantur summam, multiplicandæ ex sunt in crucem, & producti numeri addendi, vt fiat numerator minutie producendæ: Deinde denominatores inter se multiplicandi, vt eiusdem minutie denominator habeatur: quia hac ratione reducuntur duæ illæ minutie ad eandem denominationem, vt ex præcedenti cap. patet, addunturque numeratores inter se. Vt si hæc duæ minutie $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. sint addendæ, multiplicabimus tam 2. numeratorem prioris per 4. denominatorem posterioris, quam 3. numeratorem posterioris per 3. de-
nominatorem

nominatorē prioris, productosque numeros 8. & 9. in vnam summā colligemus, vt fiat numerator 17. Deinde productum numerū ex multiplicatione denominatorū inter se, nempe 12. faciemus denominatorem. Erit igitur minutia collecta $\frac{1}{1} \frac{7}{2}$. Quod si sint plures minutie addendæ, quàm duæ, addemus primū priores duas, vt diximus. Deinde minutia collectam cum tertia minutia eodem modo: Et hanc productam cū quarta, & ita deinceps. Vt si addendæ sint hæ minutie $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{7}$. colligemus primū ex prioribus duabus hanc $\frac{1}{1} \frac{7}{2}$. Deinde ex hac, & tertia efficiemus eodē modo $\frac{1}{6} \frac{3}{3}$. Denique ex hac, & quarta procreabimus $\frac{1}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{2} \frac{1}{0}$. hoc est $2 \frac{3}{4} \frac{9}{2} \frac{1}{0}$. summā omnium.

PROBATIO autē additionis fit per subtractionē. Subtracta enim altera minutiarū addendarū ex summa collecta, remanebit altera, si in additione erratum non est. Quod si plures sint addendæ minutie, subtracta vna earū ex summa, relinquetur minutia alijs simul sumptis æqualis. Vt quoniam hæ minutie $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} \frac{5}{2}$. additæ faciunt $\frac{5}{4} \frac{6}{8}$. id est, $1 \frac{4}{4} \frac{8}{8}$. si ex hac summa subtrahatur prior minutia, nempe $\frac{3}{4}$. vt in sequenti cap. docerimus, remanebit hæc minutia $\frac{1}{1} \frac{8}{9} \frac{0}{2}$. quæ æqualis est alteri minutie $\frac{1}{1} \frac{5}{2}$. vt patet, si ad minimos terminos reuocetur, vel numeratores per denominatores in crucem multiplicentur. Producentur enim idē numerus tam ex 80. in 12. quàm ex 5. in 192. nempe numerus 960. Quare, vt supra cap. 7. diximus, æquales sunt minutie $\frac{8}{8} \frac{0}{9} \frac{5}{1} \frac{5}{2}$.

Probatio
additi
minutiarū

S V B T R A C T I O F R A C T O R V M
 numerorum. Cap. XII.

SI duæ minutie, quarum minor ex maiore subducenda est, habeant eundem denominatorem, subtrahendus est numerator minutie subtrahendæ ex numeratore alterius, & residuo idem denominator subscribendus. Si vero diversos habeant denominatores, reducendæ sunt prius ad eundem denominatorem, & tunc eodem modo instituenda subtractio. Vt si subtrahenda sit hæc minutia $\frac{5}{17}$. ex ista $\frac{8}{17}$. subtrahemus numeratorem 5. ex numeratore 8. & residuo 3. eundem denominatorem 17. supponemus, ut fiat minutia residua $\frac{3}{17}$. quemadmodum si 5. aurei ex 8. aureis tollantur, remanent 3. aurei. At vero si deducenda sit hæc minutia $\frac{2}{3}$. ex ista $\frac{8}{9}$. reducendæ erunt prius ambæ ad has $\frac{1}{2} \frac{8}{7}$. $\frac{2}{2} \frac{4}{7}$. eiusdem denominationis: Deinde numerator 18. ex numeratore 24. deducendus, residuoque 6. communis denominator 27. supponendus, ut fiat minutia residua $\frac{6}{27}$. quemadmodum, si 2. Julij auferendi sint ex 8. aureis, reducendi sunt prius 8. aurei ad 80. Julios, ut relinquuntur 78. Julij.

Q si integra
 adsunt, qd
 faciendum
 sit.

SI ab integris detrahenda est aliqua fractio, reducenda est vna vnitas integrorum ad fractionem eiusdem denominatoris, ita ut fiat minutia, cuius numerator æqualis sit denominatori, à qua deducenda est minutia proposita. Vt si ex 10. auferenda sit minutia $\frac{6}{1}$. faciemus ex vna vnitate $\frac{1}{1}$. ex quibus si auferamus $\frac{6}{1}$. remanebunt

$$9 \frac{5}{1}$$

$9\frac{5}{1}$. Integra enim carebunt illa unitate, quæ ad minutiam reducta est.

S I vero ab integris detrahenda sint integra, & præterea fractio aliqua, reducenda quoque est una unitas illorum integrorum ad minutiam eiusdem denominationis: Deinde integra à reliquis integris, & fractio à fractione detrahenda. Ut si hic numerus $4\frac{3}{5}$. subducendus sit ex 10. faciemus ex una unitate huius numeri minutiam hanc $\frac{5}{5}$. à qua si demantur $\frac{3}{5}$. relinquentur $\frac{2}{5}$. & si 4. auferantur ex reliquis 9. supererunt 5. itaque totus numerus residuus erit $5\frac{2}{5}$.

D E N I Q U E si ab integris una cum fractis detrahenda sint integra cum fractis, vel fractiones solæ; si quidem fractio detrahenda minor est, quàm illa, à qua fit subtractio, vel illi equalis, detrahenda est fractio à fractione, & integra ab integris: si vero fractio subtrahenda maior est, quàm illa, à qua fit subtractio, reducenda est una unitas integrorum, à quibus subtractio fieri debet, ad fractionem, quæ illis adheret, &c. Ut si hic numerus $6\frac{3}{4}$. subducendus sit ex hoc $10\frac{1}{2}$. quoniam minutia $\frac{3}{4}$. maior est, quàm $\frac{1}{2}$. faciemus ex una unitate horum integrorum 10. hanc minutiam $\frac{2}{2}$. quæ cum $\frac{1}{2}$. faciet $\frac{3}{2}$. à qua si auferatur minutia $\frac{3}{4}$. relinquetur minutia $\frac{6}{8}$. Ablatis quoque 6. ex 9. supersunt 3. Totus ergo numerus residuus est $3\frac{6}{8}$.

Q U O D si quando una minutia à pluribus fuerit subtrahenda, vel plures ab una, vel plures à pluribus, danda erit opera, ut prius plures

Quæ plures sunt minutia, quid agendum.

illæ

112 S V B T R A C T I O

illæ tam subtrahendæ, quàm illæ, à quibus fieri debet subtractio, in vnam summam colligantur.

Praxis subtrahendi minutia a minutia.

I T A Q V E vt fiat subtractio vnus minutia ab alia, cū denominatores sunt diuersi, multiplicandisunt numeratores in crucē per denominatores, & vnū productū ab altero subducendū, residuoque supponendus numerus ex multiplicatione denominatorū inter se productus: quia hac ratione duæ minutia propositæ reducuntur ad eandē denominationē, &c. Ut si minutia $\frac{3}{4}$. ex minutia $\frac{7}{9}$. subtrahenda sit, multiplicabimus 3. numeratorem minutia subtrahendæ per 9. denominatorem alterius, & productū 27. detrahemus ex numero 28. producto ex multiplicatione 7. numeratoris minutia, à qua fit subtractio, per 4. denominatorem alterius, & reliquæ vnitati supponemus numerū 36. productū ex multiplicatione denominatorū inter se, vt fiat minutia relicta $\frac{1}{3} \frac{1}{6}$.

Probatio subtractionis minutiarum.

P R O B A T I O autē subtractionis fit per additionē. Si namque minutia relicta ad subtractam minutia adijciatur, cōponetur minutia illa. à qua subtractio facta est, si non est erratum. Ut quoniā subtracta minutia hac $\frac{3}{4}$. ex ista $\frac{7}{9}$. relinquitur hæc minutia $\frac{1}{3} \frac{1}{6}$. vt in proximo exemplo patuit; si addatur $\frac{1}{3} \frac{1}{6}$. ad $\frac{3}{4}$. cōponetur hæc minutia $\frac{1}{1} \frac{1}{4} \frac{2}{4}$. quæ ad minimos terminos reducta erit hæc $\frac{7}{9}$. à qua nimirū facta est subtractio. Sic etiam, quia subtracta hac minutia $\frac{2}{3}$. ex ista $\frac{6}{8}$. reliqua est minutia hæc $\frac{2}{2} \frac{2}{4}$. si ea addatur ad $\frac{2}{3}$. fiet minutia $\frac{5}{7} \frac{4}{2}$. quæ equalis est minutia $\frac{6}{8}$. à qua subtractio facta est: vt patet, si vtraque

ad mi-

ad minimos terminos reuocetur . Semper enim reperietur minutia hac $\frac{3}{4}$. Vel certe , quia numeratores earum in crucem per denominatores multiplicati producant eundem numerum , nimirum 432.

MULTIPLICATIO FRACTO-
rum numerorum. Cap. XIII.

SI numeratores inter se multiplicentur, pro-
ducetur numerator summe multiplicationis,
ex denominatorum autem multiplicatione deno-
minator eiusdem gignetur . Ut ex multiplicatio-
ne $\frac{2}{3}$. per $\frac{3}{4}$. fient $\frac{6}{12}$. hoc est, $\frac{1}{2}$. Numerato-
res enim inter se multiplicati faciunt 6. denomi-
natores vero 12.

Multiplica-
tio minu-
tiarú quo
pacto fiat.

QUANDO minutia per numerum integrú
multiplicanda est, supponenda est numero integro
vnitas, vt fiat ex ipso quasi fractio quedam deno-
minata ab vnitate integra . Deinde
regula, quã proxime prescripsimus, $\frac{8}{1}$. $\frac{4}{5}$.
seruanda . Vt si multiplicanda sint
8. per $\frac{4}{5}$. scribemus 1. sub 8. vt in apposito exem-
plo vides. Igitur si multiplicentur inter se tam nu-
meratores , quàm denominatores , producet
hæc minutia $\frac{32}{5}$. quæ æquualet huic numero
 $6\frac{2}{5}$.

Quãd sunt
integra, qd
agendum.

QUANDO autem numero integro adhæ-
ret minutia , reducendus erit numerus integer ad
illam minutiam, vt fiat vna fractio ex ipso, & mi-
nutia adiuncta. Vt si multiplicanda sint 8. per $3\frac{5}{6}$.
H facie-

faciemus ex $3\frac{5}{6}$. minutia $2\frac{3}{6}$. & numero 8. supponemus 1. vt hic $\frac{8}{1}$. $2\frac{3}{6}$. factum esse vides. Si igitur tã numeratores inter se, quã denominatores multiplicentur, procreabitur hæc minutia $\frac{1}{6}$. huic numero $30\frac{4}{6}$. æquiualens. Item si multiplicanda sint $4\frac{2}{3}$. per $\frac{1}{2}$. reducemus $4\frac{2}{3}$. ad $\frac{1}{3}$. vt hic vides. Producentur autem ex multiplicatione minutia hæc $\frac{1}{6}$. id est, $2\frac{2}{6}$. Eodẽ pacto si multiplicanda sint $4\frac{1}{2}$. per $3\frac{1}{5}$. reducemus priorem numerum ad $\frac{9}{2}$. posteriorẽ vero ad $\frac{1}{5}$. vt in appo- sito exemplo vides. Multiplicatis autem tam numeratoribus inter se, quã denominatoribus, producentur hæc minutia $\frac{1}{1}$. hoc est, $14\frac{4}{1}$.

Probatio
multiplica-
tionis mi-
nutiarum.

Cur i mul-
tiplicatio-
nem inu-
tã produca-
tur minu-
tia minor
vtraq; mi-
nutia mul-
tiplicante.

E X A M I N A T V R autẽ multiplicatio per diuisionẽ. Si enim minutia producta diuidatur per alterã minutiarũ multiplicantium, prodibit necessario in quotiente altera minutia multiplicans. Vt si ex multiplicatione $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. fiunt $\frac{4}{1}$. necesse est, vt diuisis $\frac{4}{1}$. per $\frac{1}{2}$. producantur $\frac{4}{7}$. diuisis autẽ eisdẽ $\frac{4}{1}$. per $\frac{4}{7}$. gignatur $\frac{1}{2}$. Perspicuum autem erit ex sequenti cap. diuisis $\frac{4}{1}$. per $\frac{1}{2}$. produci $\frac{8}{1}$. quæ minutia huic $\frac{4}{7}$. æquiualeat; diuisis autem eisdẽ $\frac{4}{1}$. per $\frac{4}{7}$. produci $\frac{2}{5}$. hoc est, $\frac{1}{2}$.

N E M I N I autẽ mirũ videri debet, multiplicationẽ minutiarum producere semper minutia minorẽ vtraque minutia multiplicante, vt in vltimo exemplo, quod in examine tradidimus, patet.

tet, ubi ex multiplicatione $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. producta
 est minutia $\frac{4}{14}$. id est, $\frac{2}{7}$. quæ minor est vtra-
 que minutia multiplicante. Si enim natura mul-
 tiplicationis recte consideretur, facile quivis per-
 spiciet, hoc necessario ita debere fieri. Cum enim
 vnus numerus per aliũ multiplicari, seu duci di-
 catur, cum alter ipsorũ toties augetur, quoties in
 altero continetur vnitas, vt cap. 4. diximus, per-
 spiciũ est, neutram minutiarũ multiplicantium pos-
 se totam sumi in producto, sed fragmenta duntaxat
 ipsius, qualia nimirũ fragmenta vnitatis, alte-
 ra minutia multiplicans refert, quandoquidẽ hæc
 minutia minor est vnitate. Hinc enim fit, vt quẽ-
 admodum minutia multiplicans non continet in-
 grã vnitatẽ; ita quoque numerus productus non
 contineat totam alterã minutiam multiplicantem,
 vt in proximo exemplo, quemadmodũ $\frac{1}{2}$. est dimi-
 diata pars vnitatis, ita etiã numerus productus
 $\frac{4}{14}$. id est, $\frac{2}{7}$. est pars dimidiata huius minu-
 tiæ $\frac{4}{7}$. vt definitio multiplicationis postulat. Re-
 cte ergo ex multiplicatione $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. produci-
 tur minutia hæc $\frac{4}{14}$. hoc est, $\frac{2}{7}$. Sic etiã ex mul-
 tiplicatione 9. per $\frac{1}{3}$. producitur minutia hæc
 $\frac{9}{3}$. id est, numerus hic 3. Nam quemadmodũ $\frac{1}{3}$.
 est tertia pars vnitatis, ita numerus 3. tertia
 pars est numeri 9. Vel quemadmodum numerus
 productus 3. continet $\frac{1}{3}$. novies, ita numerus 9.
 continet novem vnitates. Non est igitur mirum,
 quòd minor numerus producatur vtraque minu-
 tia multiplicante. Si tamen integra per integra
 cum fractione, vel integra cũ fractione per inte-

36.

47.

118

48

49.

gra cum fractione multiplicentur, semper produ-
cetur maior numerus utroque numero multipli-
cante, propter numerum integrum multiplicantē
integra. Ut ex multiplicatione 4. per $3\frac{1}{4}$. fit nu-
merus $\frac{5}{4}^2$. hoc est, 13. quia numerus 4. ter sum-
ptus facit 12. & quarta eius pars est 1. Vel quia
numerus 3. sumptus quater facit 12. & minuta
 $\frac{1}{4}$. sumpta quater facit $\frac{4}{4}$. id est, 1.

DIVISIO FRACTORVM NV- merorum. Cap. XIII.

Diuisio mi-
nutiarum
quo modo

FACILITATIS gratia Diuisionis re-
gula ad regulam multiplicationis reduci po-
terit hoc modo. Cōmutentur termini diuisoris, id
est, numerator scribatur infra lineolam, & deno-
minator supra eandem. Quo factō, si regula mul-
tiplicationis cap. præcedenti tradita seruetur, id
est, si tā numeratores, quàm denominatores inter
se multiplicentur, producetur numerus Quotiens.
Ut si diuidenda sit minutia $\frac{1}{2}$. per
 $\frac{1}{6}$. stabit exemplum, ut hic vides. $\frac{1}{2}$. $\frac{6}{1}$.
Multiplicatis igitur tam numero-
ribus, quàm denominatoribus inter se, produce-
tur minutia hæc $\frac{6}{2}$. hoc est, numerus 3. pro Quo-
tiente. Sic etiam si diuidenda sit mi-
nutia $\frac{2}{5}$. per $\frac{3}{7}$. stabit exemplum, ut $\frac{2}{5}$. $\frac{7}{3}$.
hic apparet. Quotiens autē erit $\frac{1}{1}\frac{4}{5}$.

Quā adfunt
integra, qd
agendum.

QUANDO numerus integer per minutia,
vel per numerū integrum cum fractione diuiden-
dus est; Vel minutia per numerum integrum, vel
per

per numerū integrū cum fractione; vel deniq; numerus integer cū fractione per minutiam, aut per numerum integrum, aut per numerū integrum cū fractione, supponenda est vnitas numero integro, si ei non adhareat minutia, si vero minutia ei adiuncta sit, reducendus est numerus integer ad minutiam adiunctam, vt fiat vna minutia, quemadmodū cap. precedente diximus. Deinde regula iā prescripta seruanda. Ut in sequentibus diuisionibus stabunt exēpla, vna cum Quotiētib; vt hic vides.

Quotientes.

6. per $\frac{2}{3}$.	ita stabunt exempla.	$\frac{6}{1}$.	$\frac{3}{2}$.	$\frac{1}{2} \frac{8}{2}$. vel 9.
6. per $4 \frac{2}{3}$.		$\frac{6}{1}$.	$\frac{3}{1} \frac{4}{4}$.	$\frac{1}{1} \frac{8}{4}$. vel $1 \frac{2}{7}$.
$\frac{2}{3}$. per 6.		$\frac{2}{1}$.	$\frac{1}{6}$.	$\frac{2}{1} \frac{8}{8}$. vel $\frac{1}{9}$.
$\frac{2}{3}$. per $6 \frac{1}{2}$.		$\frac{2}{3}$.	$\frac{2}{1} \frac{3}{3}$.	$\frac{4}{3} \frac{9}{9}$.
$6 \frac{1}{2}$. per $\frac{3}{4}$.		$\frac{1}{2} \frac{3}{3}$.	$\frac{4}{3}$.	$\frac{5}{6} \frac{2}{6}$. vel $8 \frac{2}{3}$.
$6 \frac{1}{2}$. per $3 \frac{2}{5}$.		$\frac{1}{2} \frac{3}{3}$.	$\frac{5}{1} \frac{7}{7}$.	$\frac{6}{3} \frac{5}{4}$. vel $1 \frac{3}{3} \frac{1}{4}$.
$6 \frac{1}{2}$. per $3 \frac{4}{5}$.		$\frac{1}{2} \frac{3}{3}$.	$\frac{5}{1} \frac{9}{9}$.	$\frac{6}{3} \frac{5}{8}$. vel $1 \frac{2}{3} \frac{7}{8}$.

ALI I tradunt hęc regulā diuisionis minutiarū. Numerator minutie diuidēde (posita vnitate sub integris, si adsint, et reductis integris ad minutiam adherentē, si qua adhareat) multiplicetur per denominatorē minutie diuidētis; pcreabitur enim hac ratione numerator Quotiētis minutie.

Qua rōne alij diuisionē minutiarū doceāt.

Denominator autē producetur ex multiplicatiōne denominatoris minutia diuidendæ per numeratorem diuidentis minutia. Quod quidem idem est, ac si termini diuisoris commutentur, & regula multiplicationis seruetur, vt perspicuū est. Quoniam vero ambigere quispiā posset aliquando, an numerator minutia diuidendæ, an vero diuidentis producat numeratorē minutia Quotientis, (facile enim hæc res ex animo excidere potest,) magis mihi placet prior regula à nobis tradita, qua diuisionis regula ad regulam multiplicationis reuocatur.

Probatio diuisionis minutiarum.

qua

E X A M E N autem diuisionis fit per multiplicationem. Nam si Quotiens minutia multiplicetur per minutiam diuidentem, producetur minutia diuisa necessario. Ut quia ex diuisione $\frac{4}{5}$ per $\frac{1}{2}$ producitur minutia $\frac{8}{5}$. hoc est, $1\frac{3}{5}$. fit, vt ex multiplicatione $1\frac{3}{5}$ per $\frac{1}{2}$ producatur minutia diuisa $\frac{4}{5}$. Producitur autem ex hac multiplicatione minutia $\frac{8}{10}$. quæ huic $\frac{4}{5}$ æqualis est, vt patet.

Cut aliquā diuisione minutiarū Quotiens maior sit minutia diuisa.

Q V O D autem in diuisione minutiarum plerumque producatur Quotiens maior minutia diuisa, vt in diuisione $\frac{6}{7}$ per $\frac{2}{7}$ patet, in qua Quotiens est $\frac{4}{1} \frac{2}{4}$. hoc est, 3. mirari nemo debet. Nam cum numerus Quotiens indicet, quoties diuisor in diuidendo numero contineatur, manifestū est, quando minutia diuidens minor est minutia diuidenda, illam in hac sepius quàm semel contineri; atque adeo Quotientem maiorem esse quàm 1. etiam si minutia diuidenda minor sit, quàm 1. Veluti

in pro

115.

47.

48.

in proximo exemplo, quoniam minutia diuidens $\frac{2}{7}$. in minutia diuidenda $\frac{6}{7}$. continetur ter, fit, vt Quotiens sit 3. indicans illam in hac ter contineri. Idem etiam ex definitione Diuisionis perspicue apparet. Cum enim diuisio sit inuentio numeri, qui toties vnitatem contineat, quoties numerus diuidendus diuisorem continet, vt cap. 5. diximus: perspicuum est, in proxima diuisione Quotientem debere esse 3. qui vnitatem ter contineat, quoties nimirum minutia diuidenda $\frac{6}{7}$. minutiam diuidentē $\frac{2}{7}$. continet. Mirum ergo non est, in diuisione minutiarum semper produci Quotientē maiorem numero diuidendo, cū diuisor minor est, quàm 1. & quàm minutia diuidenda, vt in dato exemplo patuit, idemque in diuisione 6. per $\frac{1}{2}$. apparet, vbi Quotiens est 12. Nam minutia diuidens $\frac{1}{2}$. duodecies in numero diuidendo 6. continetur.

Q V A N D O tamen diuisor maior est, quàm 1. vel minor quàm minutia diuidenda, Quotiens semper minor erit numero diuidendo, propterea quòd tunc diuisor (cum maior existat, quàm vnitatis.) non toties possit contineri in numero diuidendo, quoties vnitatis continetur. Vt diuisis $\frac{3}{4}$. per $\frac{8}{9}$. Quotiens est $\frac{2}{3} \frac{7}{2}$. Item diuisis $6 \frac{1}{2}$. per $1 \frac{2}{3}$. Quotiens est $\frac{3}{1} \frac{9}{0}$. id est, $3 \frac{9}{10}$. Diuisis rursus $100 \frac{1}{2}$. p $10 \frac{3}{4}$. Quotiens est $\frac{8}{8} \frac{0}{6} \frac{4}{6}$. hoc est $9 \frac{5}{8} \frac{0}{6}$. siue $9 \frac{1}{4} \frac{5}{3}$. Sic etiam si diuidantur $3 \frac{1}{5}$. per $1 \frac{1}{2}$. fiet Quotiens $\frac{3}{1} \frac{2}{5}$. hoc est, $2 \frac{2}{15}$. vbi vides, Quotientem semper minorem esse numero diuiso.

119.
47.
78.

Qñ Quo-
tiēs maior
sit numero
diuidendo
ī minutijs.

Qñ Quo-
tiens in mi-
nutijs mi-
nor sit di-
uidēdo nu-
mero.

INSITIO FRACTORVM
numerorum. Cap. XV.

Infitio mi-
nutarum,
quid.

SOLENT Arithmetici nonnulli uti opera-
tione quadam minutiarum, quam infitionem
vocant. Est autem infitio minutiarum nihil aliud,
quam propositis duabus, aut pluribus minutijs,
quarum quaelibet sit fractio vel unius duntaxat
particula omnium sequentium, vel fractio integra-
rum omnium fractionum sequentium, additio hu-
iusmodi fractionum ad ultimam minutiam, respectu
cuius omnes illae fractiones fractionum sumuntur:
ita ut quodammodo praecedentes fractiones sequen-
tibus inserantur. Unde nomen infitionis obtinuit
operatio haec minutiarum: quemadmodum in exem-
plis patebit. Ut propositis hisce duabus minu-
tjjs $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. ita ut prior sit fractio vel unius tan-
tum particulae posterioris, vel fractio totius poste-
rioris, hoc est, ita ut prior contineat vel duas par-
tes tertias unius quarta partis, vel duas tertias
trium quarumarum: operatio, qua $\frac{2}{3}$. unius quarta,
vel $\frac{2}{3}$. trium quarumarum, ad $\frac{3}{4}$. adduntur, ap-
pellatur infitio. Eodem modo propositis quatuor
hisce minutijs $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. ita ut quaelibet sit
fractio vel unius particulae omnium sequentium, vel
fractio totarum omnium sequentium, hoc est, ita
ut vel prima contineat duas tertias unius quar-
tae unius quintae unius septima, & secunda signifi-
cet tres quartas unius quintae unius septima, &
tertia comprehēdat duas quintas unius septima;
vel prima contineat duas tertias trium quarumarum

dua-

duarum quintarum quatuor septimarum, & secunda comprehendat tres quartas duarum quintarum quatuor septimarum, & tertia significet duas quintas quatuor septimarum: operatio, qua omnes hae fractiones fractionum, nimirum $\frac{2}{3}$. unius quartae unius quintae unius septimae, & $\frac{3}{4}$. unius quintae unius septimae, & $\frac{2}{5}$. unius septimae; vel $\frac{2}{3}$. trium quarumarum duarum quintarum quatuor septimarum, & $\frac{3}{4}$. duarum quintarum quatuor septimarum, & $\frac{2}{5}$. quatuor septimarum, ad $\frac{4}{7}$. adduntur, insitio dicitur. & sic de alijs.

EST ergo insitio duplex: una, quando quaelibet minutia est fractio unius duntaxat particulae omnium sequentium minutiarum; altera, quando quaelibet minutia est fractio integrarum omnium minutiarum sequentium, ut in exemplis patuit.

Arithmetici omnes de prima solū insitione locuti sunt, nulla prorsus facta mentione insitionis secundae, eam fortassis ob causam, quod prima utilis sit ad dividendum quemcunque numerum integrum, una cum fractione aliqua per numerum integrum, ut paulo post dicemus. Quonia vero secunda insitio egregium quoque usum habet in progressionibus Geometricis, ut, Deo iuvante, in maiore nostro Arithmetices opere declarabimus; utriusque insitionis regulam trademus.

MAGNUM autē discrimē est inter insitionem, & operationē illā, qua cap. 9. minutias minutiarum ad simplicem minutiam reducere docuimus. Ibi enim propositis v. g. duabus hisce minutijs, $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. ita ut prior sit fractio posterioris, solū

Insitio duplex est,

Insitio per quid excogitata sit,

Differentia inter insitionē, & reductionem minutiarum minutiam

inqui-

inquirebamus, quamnam minutiam simplicem con-
stituerent duæ tertiæ trium quartarū, inuenieba-
musq̄, constituere $\frac{6}{1 \cdot 2}$. id est, $\frac{1}{2}$. vnius integri;
hic vero indagabimus, quānā minutia efficiatur,
si addantur $\frac{2}{3}$. vnius quartæ, vel $\frac{2}{3}$. triū quar-
tarum ad $\frac{3}{4}$. efficieturque priori modo minutia
hæc, $\frac{1}{1} \frac{1}{2}$. posteriori vero hæc, $\frac{1}{1} \frac{5}{2}$. hoc est, $1 \frac{1}{4}$.
quarum vtraque longe abest à $\frac{1}{2}$. Eodem modo di-
scrimen apparebit, si fuerint plures minutie,
quàm duæ.

Prima regu-
la insitio-
nis duarū
minutiarū

ITAEQUE si proponantur duæ minutie,
quarum prior sit fractio vnius tantum particule
posterioris, ita fiet insitio. Posterioris minutia
numerator per denominatorem prioris multipli-
cetur, productoq̄, numero numerator eiusdē prio-
ris adijciatur. Hoc enim aggregatum erit nume-
rator minutie producendæ; denominator vero gi-
gnetur ex multiplicatione denominatorū inter se.
vt datis hisce minutijs $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. ita fiet insitio, siue
additio $\frac{2}{3}$. vnius quartæ ad $\frac{3}{4}$. Ex 3. numerato-
re posterioris minutie in 3. denominatorem prio-
ris fiunt 9. Addito numeratore 2. eiusdem prio-
ris minutie, fiunt 11. pro numeratore minutie
producendæ. Denominator autem erit numerus
12. ex multiplicatione denominatorum inter se
productus: ita vt hæc minutia $\frac{1}{1} \frac{1}{2}$. componatur
ex additione $\frac{2}{3}$. vnius quartæ ad $\frac{3}{4}$. Quod faci-
le probari potest ex regula additionis. Quoniam
enim $\frac{2}{3}$. vnius quartæ, secundum reductionē mi-
nutiarum minutiarum, faciunt $\frac{2}{1} \frac{2}{2}$. si addantur
 $\frac{3}{4} \frac{3}{2}$. ad $\frac{3}{4}$. fient $\frac{4}{4} \frac{4}{2}$. hoc est, $\frac{1}{1} \frac{1}{2}$. vt prius.

SI

SI vero plures minutiae, quam duae, dentur, ita ut quaelibet sit fractio unius tantum particulae omnium sequentium, insitio hoc modo fiet. Multiplicetur numerator ultimae minutiae per denominatorem penultima, productoque numero addatur numerator eiusdem penultima; Deinde hoc aggregatum multiplicetur per denominatorem minutiae antepenultima, productoque numero addatur eiusdem numerator; Post haec aggregatum hoc multiplicetur per denominatorem proximè antecedentis minutiae, productoque numero eiusdem numerator adijciatur; & sic deinceps, si plures fuerint minutiae, aggregatum ultimum semper multiplicetur per denominatorem praecedentis minutiae, eiusdemque numerator producto adijciatur, donec nulla minutia supersit. Postremum enim aggregatum erit numerator minutiae producendae: Denominator autem producetur ex multiplicatione denominatorum inter se, ut datis hisce minutijs $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. ita fiet insitio, hoc est, additio $\frac{2}{3}$. unius quartae, unius quintae, unius septimae, & $\frac{3}{4}$. unius quintae, unius septimae, & $\frac{2}{5}$. unius septimae ad $\frac{4}{7}$. Ex 4. numeratore ultimae minutiae in 5. denominatorem penultima fiunt 20. Addito numeratore 2. eiusdem penultima minutiae, fiunt 22. quae multiplicata per 4. denominatorem antepenultima minutiae faciunt 88. Addito numeratore 3. eiusdem minutiae antepenultima, fiunt 91. quae multiplicata per 3. denominatorem antecedentis minutiae & primae, faciunt 273. Addito numeratore 2. eiusdem primae minutiae, quae proxime antecedit,

Quo modo plures minutiae, quae duae, inserantur per primam regulam.

cedit, fiunt 275. pro numeratore minutiae produ-
cendae. Denominator autem erit numerus 420.
productus ex multiplicatione denominatorum in-
ter se, si nimirum primus per secundum multipli-
cetur, & hic numerus productus per tertium, &c.
Itaque ex hac insitione orietur minutia haec $\frac{2}{4} \frac{7}{2} \frac{5}{0}$.
quae ad minimos terminos reducta faciet $\frac{5}{8} \frac{5}{4}$.
Quod ex regula additionis probabitur hac ratio-
ne. Quoniam $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7}$. per regulam redu-
ctionis minutiarum minutiarum faciunt $\frac{2}{4} \frac{2}{0}$.
& $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7}$. faciunt $\frac{3}{1} \frac{3}{4} \frac{0}{0}$. & $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{7}$. faciunt
 $\frac{2}{3} \frac{2}{5}$. si tres istae minutiae $\frac{2}{4} \frac{2}{0}$, $\frac{3}{1} \frac{3}{4} \frac{0}{0}$, $\frac{2}{3} \frac{2}{5}$.
addantur ad $\frac{4}{7}$. fient $\frac{9}{1} \frac{4}{4} \frac{3}{0} \frac{2}{6} \frac{5}{0} \frac{0}{0}$. hoc
est, in minimis terminis $\frac{5}{8} \frac{5}{4}$. ut prius. sed mul-
to facilius, & citius haec summa inuenta est per
insitionem.

Minutiae
inferendae
iuxta pri-
mam regulam
non sunt re-
ducendae ad
minimos
terminos
ante finem
operationis.

C A E T E R V M in hac regula insitionis nul-
la minutia reducenda est ad minimos terminos, an-
tequam tota operatio absoluat, quia sensus va-
riaretur, & magnus fieret error: absoluta tamen
operatione, reduci potest summa producta ad mi-
nimos terminos, ut à nobis factum est. Reduxi-
mus enim minutiam hanc $\frac{2}{4} \frac{7}{2} \frac{5}{0}$. ex insitione pro-
ductam ad istam $\frac{5}{8} \frac{5}{4}$. Quod autem sensus varia-
retur, & error contingeret, si minutia aliqua an-
te finem operationis ad terminos minimos reuoca-
retur, perspicuum est. Nam si inferendae sint haec
minutiae $\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{1} \frac{2}{2}$. id est, addendae $\frac{2}{3}$. unius duo-
decimae ad $\frac{8}{1} \frac{2}{2}$. fient $\frac{2}{3} \frac{6}{6}$. At si posterior minu-
tia $\frac{8}{1} \frac{2}{2}$. reuocaretur ad minimos terminos, nem-
pe ad hanc minutiam $\frac{2}{3}$. deberet inseri $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$. id est,
 $\frac{3}{2}$.

$\frac{2}{3}$. vnius tertiæ ad $\frac{2}{3}$. qui sensus longe alius est, q̄ prior. Fietq, propterea ex hac insitione alia minutia nimirũ $\frac{8}{9}$. valde diuersa à priori minutia producta $\frac{8}{9}$. Prior tamen minutia producta $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{6}$. reduci potest ad hanc in minimis terminis $\frac{1}{1} \cdot \frac{6}{8}$.

P R A E T E R E V N D V M etiã nõ est, summa ex insitione hætenus exposita collectã, si vltima minutia minor est, quàm vnitas, semper minore esse vnitate, etiã si infinitæ minutie inserantur. Ut si hæ minutie $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}$. inserantur, fiet minutia $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$. q̄ minor est, q̄ vnitas. Quod ita debere esse, hac ratione declarari poterit. Quoniam vt $\frac{4}{5}$. efficiant vnitatẽ, deest $\frac{1}{5}$. & præcedẽs minutia $\frac{1}{2}$. quæ additur ad $\frac{4}{5}$. non est $\frac{1}{5}$. sed $\frac{1}{2}$. vnius quintæ, fit vt ad complendam vnitatẽ desit adhuc $\frac{1}{2}$. vnius quintæ: at quia antecedẽs minutia $\frac{2}{3}$. q̄ additur, non est $\frac{1}{2}$. vnius quintæ, sed $\frac{2}{3}$. vnius dimidiij vnius quintæ, fit, vt ad explendã unitatem desit adhuc $\frac{1}{3}$. vnius dimidiij vnius quintæ. Rursus quoniam præcedens minutia $\frac{3}{4}$. nõ est $\frac{1}{3}$. vnius dimidiij vnius quintæ, sed $\frac{3}{4}$. vnius tertiæ vnius dimidiij vnius quintæ, fit, vt ad cõficiendam vnitatẽ desit adhuc $\frac{1}{4}$. vnius tertiæ vnius dimidiij vnius quintæ, & sic deinceps, si plures fuerint minutie, semper aliquid deerit ad vnitatẽ cõplendã.

V T autem videas, quàm præclarũ vsum habeat prima hæc regula insitionis in diuidendo numero integro vnã cũ minutia per numerũ integrũ adducã vnũ, vel alterũ exemplum. Sint diuidẽda $20 \frac{1}{4}$. p̄ 12. Diuisis integris 20. p̄ 12. fit Quotiens $1 \frac{8}{3}$. Et quia minutia $\frac{1}{4}$. diuidi etiã debet p̄ 12. et

Sũma insitionis secũdũ primã regulã semper minor est, q̄ vnitas, & quare.

Vsus primæ regulæ insitionis in diuidẽdo numero integro vnã cũ minutia p̄ numerum integrum.

Quotiens addi priori quotienti; est autē Quotiens (si diuidatur $\frac{1}{4}$. per 12.) $\frac{1}{4}$. vnus duodecimę, quemadmodum si 1. diuidatur per 12. Quotiens est $\frac{1}{12}$. fit, vt si inserantur hę minutie $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{2}$. id est, si addatur $\frac{1}{4}$. vnus duodecimę, (nimirum Quotiens diuisionis $\frac{1}{4}$. per 12.) ad $\frac{8}{2}$. componatur minutia, quę addita Quotienti integro 1. efficiat totum Quotientem: Fit autem ex insitione harum minutiarum $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{2}$. minutia $\frac{3}{4}$. $\frac{3}{8}$. hoc est, $\frac{1}{12}$. Igitur totus Quotiens erit $1\frac{1}{12}$. Idem efficies, si diuisorem 12. numero integro diuidendo 20. supponas, vt fiat minutia $\frac{2}{1}$. $\frac{0}{2}$. & huic minutie inseras minutiam $\frac{1}{4}$. diuidendā hoc modo. $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{1}$. $\frac{0}{2}$. quia minutia $\frac{2}{1}$. $\frac{0}{2}$. est Quotiens diuisionis 20. per 12. cui per insitionem additur $\frac{1}{4}$. vnus duodecimę, nempe Quotiens diuisionis $\frac{1}{4}$. per 12. Vtroque autem modo recte fieri diuisionē, facile experieris per regulam diuisionis. Si enim diuidas $20\frac{1}{4}$. per 12. reperies quotientem $\frac{5}{4}$. $\frac{1}{8}$. id est, $1\frac{3}{8}$. siue $1\frac{1}{12}$. vt prius.

S I N T rursus diuidenda $100\frac{5}{6}$. per 8. Diuisis integris 100. per 8. fit Quoties $12\frac{4}{8}$. Et quia minutia $\frac{5}{6}$. diuidi etiam debet per 8. & Quotiens addi priori Quotienti; est autem (si diuidantur $\frac{5}{6}$. per 8.) Quotiens $\frac{5}{6}$. vnus octauę, quemadmodū si 1. diuidatur per 8. Quotiens est $\frac{1}{8}$. fit, vt si inseratur hę minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$. id est, si addantur $\frac{5}{6}$. vnus octauę, (nimirum Quotiens diuisionis $\frac{5}{6}$. per 8.) ad $\frac{4}{8}$. conficiatur minutia, quę addita Quotienti integro 12. componat totū Quotientē: Fit autem ex insitione harum minutiarū $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$.
minu-

minutia $\frac{2}{4}\frac{9}{8}$. Totus igitur Quotiēs erit $12\frac{2}{4}\frac{9}{8}$.
 Idem efficies, si diuisorem 8. numero integro diui-
 dendo 100. supponas, vt fiat minutia $\frac{1}{8}\frac{0}{0}$. & huic minutie inseras minutiam $\frac{5}{6}$. diuidendam,
 hoc modo. $\frac{5}{6}$. $\frac{1}{8}\frac{0}{0}$. quia minutia $\frac{1}{8}\frac{0}{0}$. est
 Quotiens diuisionis 100. per 8. cui per insitionem
 adduntur $\frac{5}{6}$. vnus octauę, nempe Quotiens diui-
 sionis $\frac{5}{6}$. per 8. Eundem prorsus Quotientem
 $12\frac{2}{4}\frac{9}{8}$. inuenies, si diuidas per regulam diui-
 sionis, $100\frac{5}{6}$. per 8. Facies enim quotientem
 $\frac{6}{4}\frac{0}{8}\frac{5}{8}$. hoc est, $12\frac{2}{4}\frac{9}{8}$. Postremo sint diuidenda
 $100\frac{5}{6}$. per 10. Diuisis integris 100. per 10. fit
 Quotiens 10. nihilq; remanet. Et quia minutia
 $\frac{5}{6}$. diuidi etiam debet per 10. & Quotiens addi
 priori Quotienti; est autem (diuisis $\frac{5}{6}$. per 10.)
 Quotiens $\frac{5}{6}$. vnus decime, quemadmodum si 1.
 diuidatur per 10. Quotiens est $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. fit, vt si in-
 serantur hę minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. id est, si addantur
 $\frac{5}{6}$. vnus decime, (nimirum Quotiens diuisionis
 $\frac{5}{6}$. per 10.) ad $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. (quia enim nulla fractio sit
 perfuit in diuisione 100. per 10. ponenda est figu-
 ra 0. supra diuisorem 10. vt fiat minutia $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. cō-
 tinens nullam decimam.) conflatur minutia, quę
 addita Quotienti integro 10. componat totum
 Quotientem: Fit autem ex insitione harum mi-
 nutiarū $\frac{5}{6}$. $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. minutia $\frac{5}{6}\frac{1}{0}$. Totus ergo Quo-
 tiens erit $10\frac{5}{6}\frac{1}{0}$. hoc est, $10\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. Idem efficies,
 si diuisorem 10. numero integro diuidendo 100.
 supponas, vt fiat minutia $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. & huic minu-
 tie inseras minutiam $\frac{5}{6}$. diuidendam, hoc modo.
 $\frac{5}{6}$. $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. quia minutia $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$. est Quotiens di-
 uisionis

uisionis

uisionis 100. per 10. cui per insitionem adduntur $\frac{5}{6}$. vnius decime, nempe Quotiens diuisionis $\frac{5}{6}$. per 100. Eundem omnino Quotientem habebis, si $100\frac{5}{6}$. diuidas per 10. secundum diuisionis regulam. Fiet enim Quotiens $\frac{6}{6}\frac{5}{6}$. hoc est, $10\frac{5}{6}$. siue $10\frac{1}{2}$.

Secūda regula insitionis duarum minutiarum.

I A M vero si proponatur duę minutie, quarum prior sit fractio totius posterioris, fiet insitio hac ratione. Multiplicetur posterioris minutie numerator per denominatorem prioris, productoque numero addatur numerus ex multiplicatione numeratorum productus. Fiet enim hac ratione numerator minutie producendę. Denominator vero procreabitur ex multiplicatione denominatorum inter se. Ut hisce minutijs $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. datis, ita fiet insitio, siue additio $\frac{2}{3}$. trium quartarum ad $\frac{3}{4}$. Ex 3. numeratore posterioris minutie in 3. denominatorem prioris fiunt 9. Addito numero 6. ex multiplicatione numeratorū producto, fiunt 15. pro numeratore minutie producendę. Denominator autem erit numerus 12. ex multiplicatione denominatorum productus. Itaque ex additione $\frac{2}{3}$. trium quartarum ad $\frac{3}{4}$. conflatur minutia $1\frac{5}{2}$. hoc est, $1\frac{1}{4}$. Quod facile probari potest ex regula additionis. Quoniam enim $\frac{2}{3}$. trium quartarum faciunt $\frac{6}{2}$. vt patet ex reductione, quam de minutijs minutiarum tradidimus; si addantur, $\frac{6}{2}$. ad $\frac{3}{4}$. fient $\frac{6}{4}\frac{3}{8}$. hoc est, $1\frac{1}{4}$. vt prius.

S I uero plures minutie, quàm duę, sint propositę, ita ut qualibet sit fractio integrarum minutia-

nutiarum omnium sequentium, facienda erit insitio hoc modo. Multiplicetur numerator ultimæ minutie per denominatorem penultimæ, productoque numero addatur numerus ex multiplicatione duorum numeratorum postremorum productus; Deinde hoc aggregatum multiplicetur per denominatorem minutie antepenultimæ, productoque numero addatur numerus ex tribus postremis numeratoribus inter se multiplicatis productus: Rursus aggregatū hoc multiplicetur per denominatorem proxime antecedentis minutie, productoque numero adijciatur numerus ex quatuor ultimis numeratoribus inter se multiplicatis productus; & sic deinceps, si plures fuerint minutie, aggregatum ultimum semper multiplicetur per denominatorem præcedentis minutie, productoque numero adijciatur numerus productus ex omnibus numeratoribus illarum minutiarum, quæ usque ad eum locum assumptæ fuerunt, donec nulla minutia supersit. Postremum enim aggregatum erit numerator minutie producendæ: Denominator autem procreabitur ex multiplicatione denominatorum inter se. Ut propositis hisce minutijs $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$. ita fiet insitio, siue additio $\frac{2}{3}$. trium quartarum duarum quintarum quatuor septimarū, & $\frac{3}{4}$. duarū quintarū quatuor septimarū, & $\frac{2}{5}$. quatuor septimarū, ad $\frac{4}{7}$. Ex 4. numeratore ultimæ minutie in 5. denominatorem penultimæ sūt 20. Addito numero 8. producto ex postremis duob. numeratorib. 4. et 2. inter se multiplicatis, sūt 28. q̄ multiplicata p̄ 4. denominatorem antepenultimæ

Quo pacto plures minutie, q̄ duæ, insiciantur p̄ secundā regulā.

ultima minutia, faciunt 112. Addito numero 24. producto ex postremis tribus numeratoribus 4.2. & 3. inter se multiplicatis, fiunt 126. quæ multiplicata per 3. denominatorem antecedentis minutia, quæ prima est, faciunt 408. Addito numero 48. producto ex omnibus quatuor numeratoribus 4.2.3. & 2. inter se multiplicatis, fiunt 456. pro numeratore minutia producenda: Denominator vero erit numerus 420. productus ex denominatoribus omnibus inter se multiplicatis. Itaq; ex insitione hac generabitur hæc minutia, $\frac{4}{4} \frac{5}{2} \frac{6}{0}$. hoc est, $1 \frac{3}{4} \frac{6}{20}$. siue in minimis terminis $1 \frac{3}{3} \frac{5}{5}$. Quod ex regula additionis confirmabitur hoc modo. Quoniam $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$. per regulam qua minutia minutarum reducuntur, faciunt $\frac{4}{4} \frac{8}{20}$. & $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$. faciunt $\frac{2}{1} \frac{4}{40}$ & $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$. faciunt $\frac{8}{35}$. si tres hæc minutia $\frac{4}{4} \frac{8}{20}$. $\frac{2}{1} \frac{4}{40}$. $\frac{8}{35}$. addantur ad $\frac{4}{7}$. fiet minutia $\frac{1}{1} \frac{4}{40} \frac{0}{6} \frac{4}{0} \frac{8}{0} \frac{0}{0}$. hoc est, $1 \frac{1}{1} \frac{2}{4} \frac{3}{40} \frac{4}{60} \frac{8}{00} \frac{0}{0}$ siue $1 \frac{3}{3} \frac{5}{5}$. in minimis terminis, ut prius. Sed multo facilius, & expeditius eandem summam per insitionem collegimus.

IN hac porro secunda regula insitionis possunt minutia inserenda reduci ad minimos terminos ante operationem. Nam si inserantur hæc minutia $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{8}$. id est, si addantur $\frac{2}{3}$. quatuor octavarum ad $\frac{4}{8}$. fient $\frac{2}{2} \frac{0}{4}$. hoc est, $\frac{5}{6}$. Tantundem faciemus, si prius $\frac{4}{8}$. reducamus ad $\frac{1}{2}$. & inseramus postea $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$. hoc est, addamus $\frac{2}{3}$. unius dimidij ad $\frac{1}{2}$. Eodem modo si inserantur $\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{8}$. fient $\frac{6}{6} \frac{4}{0}$. id est, $\frac{4}{6}$. eademq; minutia produce-

tur, si prius $\frac{6}{10}$. reducatur ad $\frac{3}{5}$. & $\frac{4}{8}$. ad $\frac{1}{2}$.
 inseranturq; $\frac{3}{5}$. $\frac{1}{2}$. Producentur enim ex hac in-
 sitione $\frac{8}{10}$. hoc est, $\frac{4}{5}$. vt prius. Ratio huius
 rei est, quia cum præcedens minutia sit fractio to-
 tius sequentis, idem erit omnino valor $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{8}$.
 & $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. Si enim hæ minutia minutiarum redu-
 cantur ad simplices minutias, reducetur prior ad
 $\frac{8}{4}$. hoc est, ad $\frac{1}{3}$. posterior vero ad $\frac{2}{6}$. id est,
 ad $\frac{1}{3}$. quoque. Quod in priori regula non contin-
 git. Cum enim ibi prior minutia sit fractio vnus
 tantum particulae posterioris, perspicuum est in
 eodem exemplo aliud esse $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. Prior
 enim minutia minutiarum facit $\frac{2}{4}$. hoc est $\frac{1}{2}$.
 posterior vero $\frac{2}{6}$. id est, $\frac{1}{3}$.

QVÆSTIVNCVLÆ NONNVL-
 læ numerorum integrorum, ac mi-
 nutiarum. Cap. XVI.

OPERÆPRETIVM me facturum
 arbitror, si priusquam ad alia pergam, sub-
 nectam hoc loco varias quæstiunculas numero-
 rum integrorum, ac minutiarum, quæ per addi-
 tionem, subtractionem, multiplicationem, di-
 uisionemque soluuntur, tum quia in ijs soluendis
 studiosi sese exercere possunt in operationibus
 integrorum, & minutiarum, tum etiam, quia
 sæpenumero similes quæstiones præclarum vsum
 habent in alijs rebus Arithmeticis. Hinc ergo
 exordiemur.

1. A QVO numero subducta sunt, vel
 I 2 sub-

Inuētio numeri, a quo facta ē subtractio, vel facienda, ut propositus numerus relinquatur.

Subduci debent 23. ut remaneant 47? Item à quo numero subducta sunt, vel subduci debent $\frac{4}{11}$. ut relinquuntur $8\frac{2}{3}$? Huiusmodi quæstiones soluntur per additionem. Si enim numerum subtractum, subtrahendumve adicias numero, qui relinquere debet, conficies numerum, à quo datus numerus subtractus relinquet datum numerum. Ut in priori quæstione, ex 23. & 47. fit numerus 70. Ab hoc ergo subducenda sunt 23. ut 47. relinquuntur. In posteriori autem quæstione, ex $\frac{4}{11}$. & $8\frac{2}{3}$. fit numerus $9\frac{1}{3}$. à quo si deducas $\frac{4}{11}$. relinquentur $8\frac{2}{3}$. ut patet, si reducas minutias productas ad integra, & ad minimos terminos. Id quod in sequentibus quæstionibus obseruandum etiam erit, hoc est, post absolutam operationem reducendæ erunt minutie productæ ad minimos terminos, ut in hac quæstione factum est.

Inuētio numeri subtracti, vel subtrahendi ex proposito numero ut alius datus numerus sit reliquus.

2. QV I S numerus subtractus est, aut subtrahi debet ex 87. ut relinquuntur 26? Item qui numerus ablatus est, vel auferri debet ex $\frac{8}{3}$. ut relinquuntur $\frac{2}{7}$? Huius generis quæstiones expediet subtractio. Nam si numerus, qui relinquere debet, subducatur ex numero, a quo fieri debet subtractio, remanebit numerus, qui ex eodem numero detractus relinquet residuum propositum. Ut in priori quæstione, subtractis 26. ex 87. remanent 61. Si igitur tollantur 61. ex 87. remanebunt 26. In posteriori autem quæstione, si auferantur $\frac{2}{7}$. ex $\frac{8}{3}$. restabunt $\frac{3}{9}$. quæ si subtrahantur ex $\frac{8}{3}$. relinquentur $\frac{2}{7}$.

3. CV I numero adijcienda sunt 38. aut quis

quis numerus adijciendus est ad 38. vt numerus compositus sit 83? Item cui numero addenda sunt $4\frac{8}{9}$. aut quis numerus adijciendus est ad $4\frac{8}{9}$. vt componatur numerus $20\frac{1}{2}$? Quæstiones eiusmodi per subtractionem etiam soluntur. Nam si ex numero, qui componi debet, demas numerum addendum propositum, relinquetur numerus, cui si adijciatur datus numerus addendus, fiet numerus datus. Vt in priori quæstione, subductis 38. ex 83. remanent 45. Huic ergo adijcienda sunt 38. vt fiat numerus 83. In posteriori autem quæstione, subductis $4\frac{8}{9}$. ex $20\frac{1}{2}$. relinquitur numerus $15\frac{1}{18}$. cui si addas $4\frac{8}{9}$. fiet numerus $20\frac{1}{2}$.

Inuētio numeri, cui datus numerus adijciendus sit, vel qui dato numero sit addendus, vt alius numerus datus remaneat.

4. QVÆ differentia, siue excessus est inter 100. & 349? Item inter $6\frac{1}{2}$. & $20\frac{3}{4}$? Hæ etiam quæstiones per subtractionem explicantur. Si namque minor numerus ex maiore tollatur, relinquetur differentia, siue excessus quæsitus. Vt in priori quæstione, sublatis 100. ex 349. relinquuntur 249. pro excessu, differentiæ inter 100. & 349. In posteriori autem quæstione, demptis $6\frac{1}{2}$. ex $20\frac{3}{4}$. restant $14\frac{1}{4}$. Hoc ergo numero superat numerus $20\frac{3}{4}$. numerum $6\frac{1}{2}$.

Inuētio differentiarum inter duos numeros.

5. QVIS numerus diuisus, vel diuidendus est per 9. vt quotiens sit 34? Itē quis numerus diuisus vel diuidendus est per $4\frac{1}{3}$. vt Quotiens sit $\frac{1}{2}$? Tales quæstiones per multiplicationem expediuntur. Si enim diuisor datus per datū Quotientē multiplicetur, procreabitur numerus diuisus,

Inuētio numeri diuisi, aut diuidendi per datū numerū, vt Quotientis propositus proueniat.

diuidendusve, qui quæritur. Ut in priori quæstione, multiplicatis 9. per 34. fit numerus 306. quo diuiso per 9. Quotiens erit 34. In quæstione vero posteriori, si multiplicentur $4\frac{1}{3}$. per $\frac{1}{2}$. produccetur numerus $2\frac{1}{6}$. qui diuisus per $4\frac{1}{3}$. dabit Quotientem $\frac{1}{2}$.

Inuētio numeri, q̄ cōtineat, vel sit, aut det datā fractionē, seu partē, partesve propositi numeri.

6. QVLS numerus continet $\frac{3}{5}$. huius numeri 30? Item quis numerus est, vel dat $\frac{1}{2}$. huius numeri $4\frac{5}{7}$? Multiplicatio etiam huiusmodi quæstiones absoluit. Si enim dati duo numeri inter se multiplicentur, gignetur numerus quæsitus. Ut quoniam in priori quæstione ex multiplicatione $\frac{3}{5}$. per 30. produccuntur 18. fit, vt numerus 18. contineat $\frac{3}{5}$. numeri 30. In posteriori autem quæstione, ex multiplicatione $\frac{1}{2}$. per $4\frac{5}{7}$. fit numerus $2\frac{5}{14}$. qui facit $\frac{1}{2}$. huius numeri $4\frac{5}{7}$.

Inuētio numeri, per quē datus numerus sit diuisus aut diuidendus, vt Quotiens sit propositus numerus.

7. PER quem numerum diuisa, aut diuidenda sunt 48. vt Quotiens sit 10? Item per quē numerum diuidentur $\frac{3}{7}$. vt Quotiens sit $\frac{2}{3}$. Diuisione similibus quæstionibus satisfiet. Nam si numerus diuisus, diuidendusve propositus, diuidatur per datum Quotientem, prodibit ex hac diuisione diuisor quæsitus. Ut in priori quæstione, diuisis 48. per 10. fiet Quotiens $4\frac{4}{5}$. per quem si diuidatur numerus datus 48. fiet Quotiens 10. In posteriori autem quæstione, diuisis $\frac{3}{7}$. per $\frac{2}{3}$. fit Quotiens $\frac{9}{14}$. per quem si diuidatur $\frac{3}{7}$. produccitur Quotiens $\frac{2}{3}$.

8. PER quem numerū multiplicanda sunt 17. aut quis numerus multiplicandus est per 17.

ut productus numerus sit 100? Item per quem numerum multiplicari debent $3\frac{1}{2}$. aut quis numerus per $3\frac{1}{2}$. multiplicari debet, ut numerus productus sit $\frac{1}{4}$. Diuisio quoque similibus questionibus satisfaciet. Nam si numerum, qui produci debet, partiamur per numerum, qui multiplicandus proponitur, efficiemus numerum quæsitum. Ut in quæstione priori, diuisis 100. per 17. fit Quotiens $5\frac{5}{7}$. per quem si multiplicetur datus numerus 17. procreabitur datus numerus 100. In posteriori vero quæstione, si diuidatur $\frac{1}{4}$. per $3\frac{1}{2}$. fiet Quotiens $\frac{1}{14}$. per quem si multiplicetur datus numerus $3\frac{1}{2}$. gignetur datus numerus $\frac{1}{4}$.

Inuentione numeri, per quem datus numerus sit multiplicandus, vel qui per datum numerum multiplicandus sit, ut gignatur numerus propositus.

9. QVI duo numeri inter se multiplicati producant 48. vel $\frac{1}{2}$. vel $6\frac{3}{4}$? Diuisio quoque huiusmodi quæstionibus satisfaciet. Nam si numerum producendum diuidamus per quemuis numerum, erit hic numerus, & Quotiens duo illi, qui queruntur. Ut si 48. diuidantur per quemcunque numerum, ut per 6. fiet Quotiens 8. Duo ergo numeri 6. & 8. inter se multiplicati producant 48. Sic etiam si eadem 48. diuidantur per alium numerum quemcunque, ut per 10. fiet Quotiens $4\frac{4}{5}$. Duo ergo hi numeri 10. & $4\frac{4}{5}$. inter se multiplicati gignent hunc numerum 48. Item si partiamur $\frac{1}{2}$. per quemcunque numerum, ut per $\frac{2}{3}$. inueniemus Quotientem $\frac{3}{4}$. Duo ergo numeri quæsitum, qui inter se multiplicati faciant $\frac{1}{2}$. erunt $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. Eadem ratione si partiamur $\frac{1}{2}$. per quemuis alium numerum, ut per 8. reperie-

Inuentione duorum numerorum, qui inter se multiplicati datum numerum producant.

mus Quotientem $\frac{1}{1} \frac{1}{6}$. Duo igitur numeri quæsitî, qui inter se multiplicati faciant $\frac{1}{2}$. erunt 8. & $\frac{1}{1} \frac{1}{6}$. Denique diuisis $6 \frac{3}{4}$. per quemlibet numerum, vt per $3 \frac{1}{2}$. fiet Quotiens $1 \frac{1}{1} \frac{3}{4}$. Duo ergo numeri, qui inter se multiplicati producant $6 \frac{3}{4}$. erunt $3 \frac{1}{2}$. & $1 \frac{1}{1} \frac{3}{4}$.

Inuentio duorū numerorū, vt vno per alterū diuiso, pueniat Quotiens propositus.

10. QVI sunt duo illi numeri, vt vno diuiso per alterum, Quotiens sit 28? Item qui sunt duo illi numeri, vt vno diuiso per alterum, Quotiens sit $\frac{5}{6}$? Has quæstiones, & alias similes multiplicatio enodat. Si namque Quotientem datum multiplices per quemuis numerum, dabit Quotiēs numerum diuidendum: diuisor autem erit numerus multiplicans assumptus. Vt in priori quæstione, si 28. multiplices per quemuis numerum, vt per 6. efficies numerum 168. Hic ergo diuisus per 6. faciet 28. In quæstione autem posteriori, si $\frac{5}{6}$. multiplices per quemlibet numerū, vt per $\frac{1}{2}$. procreabis $\frac{5}{1} \frac{1}{2}$. quibus diuisis per $\frac{1}{2}$. Quotiēs erit $\frac{5}{6}$.

Inuētio numeri, p quē dat⁹ numerus sit multiplicandus vel q multiplicandus sit per datū numerū, vt producto diuiso per alīū datū numerū, pueniat Quotiens propositus.

11. PER quem numerū multiplicanda sunt 7. aut quis numerus multiplicandus est per 7. vt producto numero diuiso per 8. Quotiens sit 3? Itē per quem numerum multiplicari debent $\frac{2}{5}$. Aut quis numerus per $\frac{2}{5}$. multiplicandus est, vt producto numero per $\frac{3}{4}$. diuiso, Quotiens sit $\frac{1}{4}$? Quæstiones huiusmodi multiplicatione, & diuisione soluantur. Nam si diuisorem datum per datum Quotientem multiplices, numerumque productum per datum numerum multiplicandum, multiplicanteve partiaris, erit Quotiens numerus, qui queritur. Vt in priori quæstione, si multiplice-

Cur divisor datus 8. per datum Quotientem 3. pro
 ducetur numerus 24. qui diuisus per numerũ mul-
 tiplicandum, multiplican-temve datum, nẽpe per
 7. faciet $3\frac{3}{7}$. numerum quæsitum. Si enim multi-
 plicentur 7. per $3\frac{3}{7}$ fiet numerus 24. qui diuisus
 per 8. faciet Quotientẽ 3. In posteriori vero quæ-
 stione, si diuisor datus $\frac{3}{4}$. multiplicetur per da-
 tum Quotientem $\frac{1}{4}$. fiet numerus $\frac{3}{16}$. qui di-
 uisus per $\frac{2}{5}$. numerum multiplican-tem, multi-
 plicandumve datum faciet $\frac{1}{3}\frac{5}{2}$. numerum quæ-
 situm. Si namque $\frac{2}{5}$. multiplicentur per $\frac{1}{3}\frac{5}{2}$.
 fiet numerus $\frac{3}{16}$. qui diuisus per $\frac{3}{4}$. faciet Quo-
 tientem $\frac{1}{4}$.

12. Q V O T A pars est numerus 6. huius
 numeri 54? Item quota pars est hic numerus $\frac{3}{5}$.
 huius numeri $\frac{9}{10}$? Quæstiones tales per diuisio-
 nem explicantur. Nam si numerus datus, qui de-
 bet esse pars per alterum datum numerum (qui
 semper maior esse debet altero) diuidatur, indica-
 bit Quotiens, quota pars, aut partes sit numerus
 datus numeri dati. Ut in priori quæstione, diuisis
 6. per 54. fit Quotiens $\frac{6}{54}$. id est, $\frac{1}{9}$. Erit ergo
 numerus 6. vna nona pars numeri 54. In postero-
 ri autem quæstione, diuisis $\frac{3}{5}$. per $\frac{9}{10}$. fit Quo-
 tiens $\frac{3}{4}\frac{0}{5}$. hoc est, $\frac{2}{3}$. Continebit ergo numerus
 $\frac{3}{5}$. duas tertias partes numeri $\frac{9}{10}$. Hoc autem
 ita esse experiri licebit per sextam quæstionem. Si
 enim queratur numerus, iuxta illam quæstionem,
 qui sit $\frac{1}{9}$. numeri 54. reperietur numerus 6. Si itẽ
 inuestigetur, qui numerus contineat $\frac{2}{3}$. numeri
 $\frac{9}{10}$. inuenietur numerus $\frac{1}{3}\frac{8}{10}$. hoc est, $\frac{3}{5}$.

Inuentio
 partis quæ
 datus nu-
 merus exhibet
 respectu
 alterius nu-
 meri dati.

Inuentio
numeri, re
spectu cui⁹
datus nu-
merus exhi-
beat partē
propositā.

13. *NUMERVS* hic 6. cuius numeri erit
vna nona pars? Item numerus $\frac{3}{5}$. cuius numeri
duas tertias continebit? Diuisio quæstiones tales
soluit. Si namque datus numerus diuidatur per
minutiam, quæ significet propositam partem, par-
tesve, dabit Quotiens numerum quæsitum. Ut in
quæstione priori, diuisis 6. per $\frac{1}{9}$. fit Quotiens
54. Numerus ergo 6. nona pars erit numeri 54.
In quæstione vero posteriori, diuisis $\frac{3}{5}$. per $\frac{2}{3}$.
fit Quotiens $\frac{9}{10}$. Huius ergo numeri duas ter-
tias continebit hic numerus $\frac{3}{5}$.

Inuentio
multitudi-
nis partiū
quarumcū-
que, quas
datus nu-
merus con-
tinet.

14. *HIC* numerus 7. quot octauas partes
vnius integri comprehendit? Item numerus hic
 $\frac{3}{4}$. quot duodecimas partes vnius integri conti-
net? Item hic $\frac{3}{7}$. quot octauas vnius integri com-
plectitur? Multiplicatio huius generis quæstiones
dirimet. Si enim datus numerus per denominato-
rem partium, quæ quærentur, multiplicetur, da-
bit productus numerus numerum partium quæsi-
tum. Ut in prima quæstione, multiplicatis 7. per
8. fiunt 56. Numerus ergo 7. continebit 56. octa-
uas. In secunda autem quæstione, multiplicatis
 $\frac{3}{4}$. per 12. fiunt 9. Numerus ergo $\frac{3}{4}$. complecti-
tur nouem duodecimas. In tertia denique quæstio-
ne, multiplicatis $\frac{3}{7}$. per 8. fit numerus $\frac{24}{7}$. hoc
est, $3\frac{3}{7}$. Numerus ergo $\frac{3}{7}$. continet tres octauas,
& $\frac{3}{7}$. vnius octauæ. Atque hoc ita esse, perspi-
cui est. Si enim $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{8}$. hoc est, $\frac{3}{56}$. & $\frac{3}{8}$. in
vnam summam colligantur, deprehendentur $\frac{3}{7}$.
Ex quo fit, $\frac{3}{7}$. continere $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{8}$.

REGVLA TRIVM

QVÆ ALIO NOMINE

REGVLA AVREA, SI-
ue regula proportionum
dici solet.

Cap. XVII.



HACTENVS iacta sunt à no-
bis necessaria Arithmetices fun-
damenta; sequuntur iam varieg
regule, in quibus mirificus eorum
vsus apparet, non solum Mathe-
maticis, verum etiam mercatoribus, immo vero
& cuilibet privato homini, si in commercijs, con-
uentisque mutuis non vult decipi, aut decipere
(quorum illud turpe, hoc vero etiam iniquum fo-
ret) maxime vtilis, ac necessarise. Primo autem
loco sese offert regula illa nunquam satis lauda-
ta, que ob immensam vtilitatem, Aurea dici so-
let, vel regula proportionum, propterea quod in
quatuor numeris proportionalibus, quorum prio-
res tres noti sunt, quartus autem ignotus queritur,
versetur; vnde & regula trium apud vulgus ap-
pellata est: quod tres numeros ponat cognitos, &
ex ijs quartum ignotum eliciat. Ita autem regula
hec proportionum se habet.

Regula aurea, siue p-
portionum, aut regula
trium, cur sic
dicta sit.

DISPOSITIS tribus numeris notis, ita
vt is, qui questionem habet annexam, (Semper enim
vnus illorum questionem secum affert, ut in exem-
plis

Numeri in
regula trium
quo pacto
sint colla-
candi

Quo pacto
per regulam
triangularis
numerus
ignotus
sit inquire
mus.

plis apparebit.) tertio statuatur loco; reliquorum
autem ille, qui de eadem est re, hoc est, qui tertio
similis est, (Exempla autem declarabunt, in quo
similitudo hæc consistat.) primum occupet locum,
mediam denique sedem teneat alter, cui quartus,
qui queritur, similis esse debet: Dispositis, inquam,
hoc modo numeris, multiplicentur tertius, & me-
dius inter se, productusque numerus per primum
diuidatur. Nam quotiens numerus, erit quar-
tus, qui querebatur, satisfacietque questioni
propositæ: hoc est, tertius numerus ad eum habe-
bit eandem proportionem, quam primus ad se-
cundum.

Exemplum.

QUATVOR aureis emuntur 12. libræ pi-
peris, queritur, quot libræ emi possint aureis 20.
Hic vides, 20. aureos habere annexam quæstio-
nem: de illis enim queritur, quotnam libras exhi-
bere possint: Huic numero similis est numerus 4.
aureorum. Nam sicut 4. aureis emptæ sunt 12. li-
bræ, ita 20. aureis emendæ sunt aliæ libræ, ita vt
vterque numerus sit pretium: at 12. libræ pipe-
ris sunt merces. Ita ergo stabit exemplum.

Aurei.	Lib.	Aurei.	Lib.
4.	12.	20?	fiunt 60.

Multiplicando autem inter se secundum, & ter-
tium numerum, & productum 240. per primum
diui-

diuidendo, inueniemus libras 60. pro quarto numero, qui quærebat. Ubi vides, quemadmodum primus numerus 4. tertia pars est secundi numeri 12. ita numerum tertium 20. tertiam partem esse quarti numeri inuenti 60.

Aliud exemplum.

AUREOS 60. expendo 5. mensibus, peto, 132. aureos quot mensibus expendam? Hic etiam cernis, questionem fieri de 132. aureis, & huic numero similem esse hunc 60. aur. Sic igitur exemplum stabit.

<i>Aurei.</i>	<i>Menses.</i>	<i>Aurei.</i>	<i>Menses.</i>
60.	5.	132? fiunt	11.

Multiplicando autem secundum numerum, & tertium inter se, productumq; 660. diuidendo per primum, reperiemus 11. menses, quibus expēdam 132. aureos. Ubi etiam vides, tertium numerum 132. duodecies continere quartum inuentum 11. quemadmodum primus 60. secundum 5. completitur duodecies.

DEMONSTRATIO huius regulæ hæc est. Quoniam eadem proportio esse debet primi numeri ad secundum, quæ tertij ad quartum inuentum, vt dictum est, & ex propositis exemplis constat; necesse est, ex propos. 19. lib. 7. Eucl. eundem numerum produci ex multiplicatione primi numeri per quartum, qui ex secundo in tertium gignitur. Cum igitur

Demōstratio regulæ trium.

Numero p
aliū diuiso
si diuisor
p Quotien
tē multipli
cetur, cur rur
sum nume
rus diuisus
pducatur.

igitur numerus ex secūdo in tertiuū productus diuidatur per primū, vt quartus inueniatur, vt regula triū præcipit; fit vt primus numerus per Quotientem, hoc est, per quartum numerum inuentū multiplicatus producat eundem numerum diuisum, qui nimirum ex secundo in tertium fuit procreatus. Nam numero quolibet per aliū quemuis numerum diuiso, si diuisor per Quotientem multiplicetur, necessario numerus diuisus rursus procreatur, vt in tertio examine Diuisionis integrorum cap. 5: dictum est. Id quod etiam constat ex definitionibus Diuisionis, ac Multiplicationis: quod hoc exemplo proposito declarabimus. Numerus 12. diuidatur per 4. vt fiat Quotiens 3. qui nimirum, secundum definitionem diuisionis cap. 5. traditam, toties vnitatem contineat, quoties diuisus numerus 12. diuisorem 4. continet. Dico si multiplicemus diuisorem 4. per Quotientem 3. necessario rursus produci diuisum numerum 12. Nam cum, iuxta definitionem Multiplicationis cap. 4. traditam, numerus procreari debeat, qui toties contineat diuisorem 4. qui est vnus numerorum multiplicantium, quoties numerus Quotiens 3. qui est alter numerus multiplicans, vnitatem continet; contineat autem diuisus numerus 12. toties diuisorem 4. quoties numerus Quotiens 3. vnitatem includit, vt dictum est; liquido constat, numerum diuisum 12. ex dicta multiplicatione diuisoris 4. per Quotientem 3. procreari. Eademq; ratio est in omnibus alijs numeris. Quæ cum ita sint, erit omnino numerus Quotiens per regulam
trium

trium inuentus, quartus numerus proportionalis, qui queritur, vt ex dicta propos. 19. lib. 7. Eucl. constat: quando quidem idem numerus produ- citur ex primo numero in quartum, qui ex secun- do in tertium, vt diximus.

EX his, quæ proxime scripsimus, facile colli- gitur, qua ratione regula trium possit examinari. Probatio re- gulæ trium
 Nam si idem procreetur numerus ex primo nume- ro in quartum inuentum, qui ex secundo in ter- tium, dubitandum non est, quin recte inuentus sit quartus numerus proportionalis: si vero non idem numerus gignatur, repetenda erit operatio.

EST tamen alia probatio regulæ trium, à plerisque vsurpata, quæ fit hoc modo. Statuatur primus numerus in tertio loco, & tertius in pri- mo, quartusq; in medio. Si namque, iuxta præce- ptum regulæ trium, reperiatu hoc modo quartus numerus, qui prius erat secundus, recte soluta fuit quæstio proposita. Ut primum exemplum su- pra allatum ita stabit.

Aurei.	Libræ.	Aurei.	Libræ.
20.	60.	4 [?]	12.
		sunt	

Nam si verum est, 20. aureis emi 60. lib. propte- rea quod 4. aureis emptæ sunt libræ 12. efficitur necessario, ut vicissim 4. aureis, emanent libræ 12. hoc ipso, quòd 20. aureis libræ 60. eman- tur.

POSSUNT interdum duo numeri ex da- tis tribus, vt primus & secundus, vel primus & tertius, Cõpendia regulæ triū varia.

tertius, ad minores redigi, vt facilior reddatur operatio. Quod quidem fiet, si tam primus, quàm secundus; vel tam primus, quàm tertius, per communem aliquam vtriusque mensuram notam, siue ea maxima sit, siue nō maxima, diuidatur, et loco illorū Quotientes statuuntur. Vt in hoc exemplo.

4. 12. 20. fiunt 60.

Quoniam numerus 4. metitur primum, & secundum, si, diuiso vtroque per 4. Quotientes 1. & 3. pro illis ponantur, ita stabit exemplum.

1. 3. 20. fiunt 60.

Item quia in eodem exemplo numerus idem 4. numerat primum & tertium, si, diuiso vtroque per 4. Quotientes 1. & 5. pro illis accipiantur, sic stabit idem exemplum.

1. 12. 5. fiunt 60.

Item in sequenti hoc exemplo.

36. 48. 63. fiunt 84.

Quoniam numerus 12. metitur primum, & secundum, si, diuiso vtroque p̄ 12. Quotientes 3. & 4. pro illis reponantur, ita stabit exemplum.

3. 4. 63. fiunt 84.

Item

Item quia numerus 9. metitur primum, & tertium in eodem exemplo, si, diuiso utroque per 9. Quotientes 4. & 7. pro illis in regula collocentur, sic stabit exemplum.

4. 48. 7. fiunt 84.

R V R S V S hoc etiam modo questio proposita soluetur. Diuidatur secundus numerus per primum, & per Quotientem tertius multiplicetur: vel tertius per primum diuidatur, & per Quotientem multiplicetur medius. Utroque enim modo productus numerus erit quartus proportionalis, qui queritur. Ut in hoc exemplo.

60. 360. 132. fiunt 792.

Diuiso secundo numero per primum, fit Quotiens 6. per quem si multiplicetur tertius numerus, gignetur quartus 792. ac si iuxta preceptum regule trium operatus esses. Item diuiso tertio numero per primum, fit Quotiens $2\frac{1}{6}\frac{2}{5}$. hoc est, $2\frac{1}{5}$. siue $\frac{1}{5}\frac{1}{1}$. per quem si multiplicetur secundus, producetur idem quartus 792.

H I S recte intellectis, varijs modis examinare poteris, num per regulam trium quartus numerus recte sit inuentus, necne. Nam si per varias huiusmodi operationes eundem semper quartum numerum repereris, maximo argumento est, operationem recte esse institutam.

Q V O D si quis roget, qui fieri possit, ut

K per



Variae probationes regule triu.

Demōstra-
tio compē-
diorū regu-
larium.

per tot vias ad eundem semper scopum perueniamus, sciat, huius rei causam totam ex proportionibus pendere. Quoniam enim eadem proportio esse debet inter primum numerum, & secundū, quæ inter tertium, & quartum; sit vt & permutando eadem proportio sit inter primum, & tertium, quæ inter secundum, & quartum; Item & conuertendo eadem inter secundum, & primum, quæ inter quartum, & tertium; nec non eadem inter tertium, & primum, quæ inter quartum, & secundū. Cum ergo semper eadem proportio sit inter Quotientes duorum numerorum per eundem numerum diuisorum, quæ inter ipsos numeros; perspicuum est, si diuidatur tam primus numerus, quàm secundus vel tam primus, quàm tertius, per communem aliquam mensuram eandē, & pro ipsis numeris Quotientes reponantur, esse adhuc eandem proportionem inter Quotientes primi, & secundi numeri, quæ est inter tertium numerum, & quartū; Item eandem esse proportionem inter Quotientes primi, & tertij numeri, quæ est inter secundum numerum, & quartum. Rursus quoniam, diuiso numero quouis per alium numerum, producit denominator proportionis, quam diuisus numerus habet ad diuisorem, denominator autem alium quemcunq; numerum multiplicans producit numerū, qui ad multiplicatum proportionem habet à dicto denominatore denominatam; sit, vt diuiso secundo, aut tertio numero per primum, Quotiens sit denominator proportionis secundi, aut tertij numeri ad primum. Quare si per hunc Quotientem multi-
plice-

plicetur tertius numerus, aut secundus, procreabitur quartus, qui videlicet eandem proportionem habeat ad tertium, quam secundus ad primum, vel eandem ad secundum, quam tertius ad primum.

Q V O N I A M vero frequenter quaestiones per regulam trium solvenda praepostero ordine proponuntur, interdum etiam diverse monetae, mensurae, vel pondera in vno numero reperiuntur, denique non raro primus numerus dissimilis est tertio, ut facile haerere, atque impediri possit is, qui parum in rebus Arithmeticis est versatus, explicabimus quaestionibus aliquot varias difficultates, quae occurrere possunt; hinc exordientes.

Quoniam nonnullae, quibus variae difficultates regulae trium explicantur.

I. Q V A N T I constat vna libra piperis, si 60. librae emptae sint aureis 20? In hac quaestione praepostere positi sunt numeri. Nam 1. libra, cuius primo loco mentio fit, quaestionem habet annexam, ac proinde tertium occupare debet locum, primum vero numerus 60. librarum, cum numero vnus librae sit similis. Itaque recto ordine proponenda fuisset quaestio hoc modo. Librae 60. piperis constant 20. aureis, libra ergo 1. quanti constabit? ut in apposito hic exemplo apparet.

Lib.	Aur.	Lib.	Aur.
60.	20.	1?	fiunt $\frac{2}{6} \frac{0}{0}$. siue $\frac{1}{3}$.

Inuenies autem (si secundum numerum per tertium multiplices, productumque 20. per primum partiaris) valorem 1. librae esse $\frac{2}{6} \frac{0}{0}$. vel $\frac{1}{3}$. vnus au

K 2. rei

rei, quia cum minor numerus per maiorem diuiditur, fit fractio, cuius numerator est numerus diuidendus, denominator autem diuisor, vt cap. 5. & 6. diximus. Reducetur autem vtravis harum minutiarum, nempe prior, ad baiochos hoc modo. Multiplicetur numerator 20. per 100. (tot enim baiochi vnum aurcum conficiunt.) productusque numerus 2000. per denominatorē 60. diuidatur. Quotiens enim dabit baiochos $33\frac{2}{6}\frac{0}{0}$. siue $33\frac{1}{3}$. Tantundem inuenisses, si posterioris minutia $\frac{1}{3}$. numeratorem per 100. multiplicasses, productūque per denominatorem distribuisses. Quod si $\frac{1}{3}$. vnus baiochi ad quatrinos velis reuocare, multiplicabis numeratorem per 4. (cum tot quatrini baiochum conficiant.) productumq; per denominatorem partieris. Inuenies enim quatr. $1\frac{1}{3}$. Itaq; 1. libra constabit baioc. 33. quatr. $1\frac{1}{3}$.

Quaestio 2. 2. SI librae $10\frac{2}{5}$. & vnciae $7\frac{1}{2}$. cere albæ constant aureis 2. & Iul. 6. quatum cere emetur baiochis 90? Sic stabit exemplum.

Aur. Iul.	Lib. Vnc.	Baioc.	Vnc.
2.	6.	$10\frac{2}{5} \cdot 7\frac{1}{2}$.	90? fiunt $45\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{7}{0}$.

Quid agendum qñ diuersæ monetæ, mēsuræ, pōdera, & fractiones occurrunt.

Quoniam vero in primo numero, ac tertio diuersæ monetæ continentur, reducendæ erunt omnes ad minimam monetã ibi expressam, vt ad baiochos, eruntque in primo numero baiochi 260. Rursus quia in secundo numero reperiuntur diuersa pondera, redigenda erunt ad minima ibi expressa, vt ad vncias, quarum 12. vnã libram efficiunt, eruntq;

eruntq; in $10\frac{2}{5}$. libris vnciæ $124\frac{4}{5}$. quibus si addantur vnciæ $7\frac{1}{2}$. fient vnciæ $132\frac{3}{10}$. Quo pacto autem fractiones vel solæ, vel vnâ cum integris multiplicari inter se debeant, aut diuidi, docuimus cap. 13. & 14. Itaq; sic stabit exemplum reductum.

Baioc.	Unc.	Baioc.	Unc.
260.	$132\frac{3}{10}$.	90?	fiant $45\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{7}{0}$.

ILLVD vero loc loco annotandum est, minutiam ex multiplicatione mediij numeri per tertium productam, licet eius numerator sit denominatore maior, non debere redigi ad integra, donec diuisio sit absoluta, ne operatio impediatur. Unde quia tunc multiplicatio mediij numeri per tertiu facit $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{0}{1}\frac{0}{7}\frac{0}{0}$. diuidenda erit hæc minutia, antequam ad integra reducatur, per primum numerum: quæ diuisio dabit hanc minutiam $\frac{1}{2}\frac{1}{6}\frac{0}{0}\frac{7}{0}$. continentem vncias $45\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{7}{0}$.

3. QVANTI constabunt $\frac{7}{8}$. vnus vlnæ panni, si $\frac{3}{4}$. vnus aur. quispiam emerit $\frac{1}{3}$. vnus vlnæ? Sic stabit exemplum.

Questio 3.

vlnæ	Aur.	vlnæ.	Aur.
$\frac{1}{3}$.	$\frac{3}{4}$.	$\frac{7}{8}$?	fiant $1\frac{3}{3}\frac{1}{2}$.

Multiplicatio mediij numeri per tertium facit minutia $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$. qua diuisa per primum numeru, inuenietur minutia hæc $\frac{6}{3}\frac{3}{2}$. vnus aurei, quæ facit aur. $1\frac{3}{3}\frac{1}{2}$. Reducta autem hæc minutia $\frac{3}{3}\frac{1}{2}$.

K 3 vnus

vnus aurei ad Iulios, baiochos, & quatrinos, dat
Iul. 9. baioc. 6. quatr. $3\frac{1}{2}$.

Quaestio 4. 4. *STVDIOSVS* quidam in vniuersi-
tate volens dare operam literis 6. annos, animad-
uertit se 7. mensibus, & 13. diebus expēdisse au-
reos 200. Iulios 7. baiochos $8\frac{2}{7}$. Queritur ergo,
quanta pecunia indigeat. Ita stabit exemplum.

Mē. Di. | Aur. Iul. Baioc. | An. Aur. Baioc.
7. 13. | 200. 7. $8\frac{2}{7}$. | 6? fiūt 1956. $7\frac{1}{1} \frac{1}{5} \frac{9}{7} \frac{1}{5}$

Hic in primo numero menses, & in tertio anni ad
dies reuocandi sunt. Quod vt fiat, considerandum
est, quinam menses illi sint, quia non omnes men-
ses eundem dierum numerum
continent. Nam si ponamus
priores septem menses, initio
facto à Ianuario, continebunt
dicti 7. menses in anno com-
muni dies 212. vt hic vides,
(in anno vero bissextili 213.
cum in eo Februarius conti-
neat dies 29.) Additis die-
bus 13. fient dies 225. Dein-
de cōsiderandum est, quot an-
ni bissextiles in illis 6. annis
contineantur. Nam pro singu-
lis addēdus est dies 1. ad dies
365. anni vnus cōmunis. Un-

Ian.	31.
Febr.	28.
Mar.	31.
Apr.	30.
Maius.	31.
Iun.	30.
Iul.	31.
	<hr/>
	212.
	13.
	<hr/>
	225.

de si ponamus duos annos bissextiles contineri,
multiplicabimus 6. annos per 365. dies, & pro-
ducto

ducto numero addemus 2. vt efficiantur dies 2192. Rursus in numero medio redigendi sunt aurei, & Iulij ad baiochos, qui erunt numero $20078\frac{2}{7}$. ita vt exemplum reductum ita se habeat.

Dies.	Baioc.	Dies.	Baioc.
225.	$20078\frac{2}{7}$.	2192?	fiunt $195607\frac{1}{1}\frac{9}{5}\frac{2}{7}\frac{1}{5}$.

Postremo reducendus erit quartus numerus inuentus baiochorum ad aureos, & Iulios. Faciunt autem omnes illi baiochi aureos 1956. Iul. o. baioc. $7\frac{1}{1}\frac{9}{5}\frac{1}{7}\frac{1}{5}$. Tanta pecunia necessaria est studioso illi 6. annis, quorum duo bissextiles sint.

HAC eadem ratione post operationem semper reducenda est moneta quarti numeri ad maiorem, si fieri potest: Item pondera, mensuræve ad maiora pondera, vel mensuras; vt vnciæ ad libras; palmi, vel pedes ad passus, passus autem ad miliaria.

5. QUIDAM conficit 7. diebus miliaria Quæstio 5.
210. Peto quot diebus miliaria 1600. conficiet, si quotidie iter faciat, & cursum nec remittat, nec intendat? Sic ponetur exemplum.

Milliar.	Dies.	Milliar.	Dies.
210.	7.	1600.	fiunt $53\frac{7}{2}\frac{0}{1}\frac{0}{0}$.

Fractio hæc $\frac{7}{2}\frac{0}{1}\frac{0}{0}$. vnius diei in quarto numero, si numerator per 24. multiplicetur, productusque numerus per denominatorem diuidatur,

K 4 redi-

redigetur ad horas 8.

Quæstio 6. 6. SI aureis 100. Iulijs 7. baiochis 8. emptus sit ager passuum quadratorum 400. quanti constabit ager passuum quadratorum 1000. pedum quadratorum 4. & palmorum quadratorum 3? ita stabunt exemplum.

Passus.		Aur.	Iul.	Baioc.		Pass.	Ped.	Palm.
400.		100.	7.	8.		1000.	4.	3?

funt Baioc. 25199 $\frac{1}{8} \frac{7}{0} \frac{6}{0} \frac{1}{0} \frac{3}{0}$.

Reductis aureis, ac Iulijs secundi numeri ad baiochos; & passibus, ac pedibus tertij numeri ad palmos; tribuendo 16. palmos quadratos vni pedi quadrato, & 25. pedes quadratos vni passui quadrato; necnon & passibus primi numeri reductis ad palmos quoque, tribuendo vni passui quadrato 400. palmos quadratos; ita stabit exemplum reductum.

Palmi.	Baioc.	Palmi.	Baioc.
160000.	10078.	400067?	funt 25199 $\frac{1}{8} \frac{7}{0} \frac{6}{0} \frac{1}{0} \frac{3}{0}$

Quartus autem numerus baiochorum continet aur. 251. Iul. 9. baioc. 9 $\frac{1}{8} \frac{7}{0} \frac{6}{0} \frac{1}{0} \frac{3}{0}$.

Quæstio 7. 7. IN mundinis quibusdã 44. aureis emptæ sunt 52. vlnæ panni cuiusdam, quanti constabunt vlnæ 260. eiusdem panni? Ita stabit exemplum.

vlnæ.	Aur.	vlnæ.	Aur.
52.	44.	260?	funt. 220.
			8. EMIT

8. *EMIT* quispiam 52. *vl*nas panni 44. *au*reis, quot *vl*nas emet aureis 220? Exemplum ita disponetur. Questio 8.

<i>Aur.</i>	<i>Ulnæ.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Ulnæ.</i>
44.	52.	220?	fiunt 260.

9. *EMIT* quispiam summa quadam pecunie 52. *vl*nas panni, atque eodem pretio accepit postea 260. *vl*nas, quæ constiterunt aureis 220. quid ergo prius expendit? Disponetur exemplum hoc modo. Questio 9.

<i>Ulnæ.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Ulnæ.</i>	<i>Aur.</i>
260.	220.	52?	fiunt 44.

10. *VLNAS* aliquot panni emit quidam 44. aureis, atq; eodem pretio alius deinde aureis 220. emit *vl*nas 260. quot ergo *vl*nas prior emit? Stabit exemplum hoc modo. Quest. 10.

<i>Aur.</i>	<i>Ulnæ.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Ulnæ.</i>
220.	260.	44?	fiunt 52.

APPOSVI quatuor hæc postrema exempla, in quibus ijdem quatuor numeri regule triū varijs modis vices inter se permutant, quippe cū quisque illorum ex alijs tribus datis eruatur, vt intelligas, quo pacto te gerere debeas in alijs questionibus similibus.

DIXIMVS, in quatuor numeris regule trium eam proportionem esse primi numeri ad secundum, que est tertij ad quartum, atque adeo, (vt ex propos. 14. lib. 5. Eucl. colligitur.) si primus maior est, vel minor tertio, secundum quoque maiorem esse, vel minore quarto; id quod in exemplis omnibus haftenus adductis perspicuum esse potest. Solet autem nonnunquam accidere, vt quò maior est primus numerus tertio, eò minor esse debeat secundus quarto; & quo minor est primus tertio, eo maior esse debeat secundus quarto. Quare cõtraria tunc via tenenda erit, nempe primus numerus per secundum multiplicandus, numerusq; productus per tertium diuidendus. Quãdo autem hæc regula trium euersa (ita eam appellant) adhibenda sit, & ratio naturalis dictare videtur, & clarissime ex sequentibus exemplis intelligi potest, quorum primum hoc sit.

Regulatriũ
euersa quo
pacto quat-
rũ numerũ
eliciat,

Questio 1.

1. PANNVS 9. vlnarum, cuius latitudo est 3. palmorum, emitur à quodam, vt sibi tunica conficiatur. Quot ergo vlnæ alterius panni, cuius latitudo est 2. palmorum, requiruntur ad eandem tunicam, vel similem conficiendam? Quoniam questio est de panno latitudinem habente 2. palmorum, ita stabit exemplum.

Palmi latitud.	Vlnæ.	Palmi latitud.	Vlnæ.
3.	9.	2?	sunt $13\frac{1}{2}$.
			Hic

Hic manifeste vides, quo angustior est secundus pannus, eo plures vlnas esse necessarias. Quare licet primus numerus tertio maior sit, non tamen propterea secundus maior etiam esse debet quarto, sed minor; ita vt quam proportionē habet tertius numerus ad primum, eam habeat secundus ad quartum. Hinc fit, vt primus per secundum sit multiplicandus, numerusq; productus per tertium diuidendus: quia vt debita proportio seruetur, tertius numerus primum locum obtinere debet in regula proportionum, vt dictum est, atque hic apparet.

Palmi latitud.	Palmi latitud.	Ulnæ.	Ulnæ.
2.	3	9?	fiunt $13\frac{1}{2}$.

2. QUIDAM accepit mutuo ab alio 4000. aur. ad annos 3, quos cum ei restitueret, nullum censum accipere voluit, sed tantum petijt, vt ei vicissim pecuniam mutuo daret. Dedit ergo ei mutuo 7480. aur. Quamdiu ergo hic pecuniam istam retinere debet, vt ei satisfiat pro beneficio prestito per 4000. aur. quos illi accommodauerat? In hac quaestione, quia numerus 7480. aur. secum habet quaestionem, collocandi erunt numeri hoc ordine.

Quaestio 2.

Aur.	Anni.	Aur.	Anni.	Dies.	Horæ.
4000.	3.	7480?	fiunt	1.	$220.13\frac{8}{8}\frac{9}{7}$.

Perspicuum etiam hic est, maiorem censum deberi inæquali

in æquali tempore aureis 7480. quàm aur. 4000. atque adeo minori tēpore opus esse, quàm 3. ann. vt idem census, qui debetur aur. 4000. tribus annis, lucrifiat ex aur. 7480. Quare licet primus numerus minor sit, quàm tertius, non tamen idcirco secundus minor etiam erit, quàm quartus, sed maior; ita vt quam proportionem habet tertius numerus ad primum, eam habeat secundus ad quartum. Ex quo fit, multiplicandum esse primum per secundum, productumq; numerum per tertium diuidendum: quia ut debita proportio seruetur, tertius numerus primum locum obtinere debet in regula proportionum, vt dictum est, atque hic apparet.

Aur.	Aur.	Anni.	Anni.	Dies.	Horæ.
7480.	4000.	3?	fiunt	1.	220.13 $\frac{8}{8}$ $\frac{2}{7}$.

Questio 3.

3. QVANDO mensura tritici emitur 6. aureis, panis vno baioco emptus, iuxta ciuitatis alicuius ordinationem, pondus habet 10. vnciarū; Iam si eadem mensura tritici ematur 4. aureis, vel 8. aureis, quantum esse debet eiusdem panis pondus? Ita stabunt exempla.

Aur.	Vncie.	Aur.	Vncie.
6.	10.	4?	fiunt 15.
6.	10.	8?	fiunt 7 $\frac{1}{2}$.

Ratio dictat, quo vilius est triticum, eo maius pondus habiturum panem, & quo carius, eo minus.
Talis

Talis enim proportio debet esse 4. aur. ad 6. aur. vel 8. aur. ad 6. aur. qualis est pōderis 10. vnciarū ad pondus ignotū, quod quæritur. Unde iuxta regulā proportionum ita collocandi essent numeri.

<i>Aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Unciæ.</i>		<i>Vnciæ.</i>
4.	6.	10.	fiunt	15.
8.	6.	10?	fiunt	$7\frac{1}{2}$.

4. OPERARIJ 30. perficiunt opus quod- Questio 4.
dam in 4. annis; quanto ergo tempore idem absol-
uent 50. operarij, vel 20? Vel, quot operarij idē
absolvent in annis 2. & diebus 146? Vel in annis
4. & diebus 292? Quadruplex hoc exemplum
ita stabit, reductis annis (quorum quilibet statua-
tur dierū 365.) ad dies, in posterioribus duobus
exemplis.

<i>Operarij.</i>	<i>Anni.</i>	<i>Operarij.</i>		<i>Anni.</i>	<i>Dies.</i>
30.	4.	50?	fiunt	2.	146.

30.	4.	20?	fiunt	6.	0.
-----	----	-----	-------	----	----

<i>Dies.</i>	<i>Operarij.</i>	<i>Dies.</i>		<i>Operarij.</i>
1460.	30.	876?	fiunt	50.

1460.	30.	1752?	fiunt	25.
-------	-----	-------	-------	-----

Quo enim plures sunt operarij, eo minore tempo-
re opus est, quo autem pauciores, eo maiore.

Item

Item quo minus tempus est, eo pluribus operarijs opus est, quo autem maius, eo paucioribus. Igitur iuxta regulam proportionum ita collocarentur numeri.

Operarij.	Operarij.	Anni.	Anni.	Dies.
50.	30.	4?	fiunt 2.	146.
20.	30.	4?	fiunt 6.	0.

Dies.	Dies.	Operarij.	Operarij.
876.	1460.	30?	fiunt 50.
1752.	1460.	30?	fiunt 25.

Questio 5. 5. OBSESSVS quidam exercitus 8500. militum victum habet ad 11. menses; verum spes nulla est solutionis obsidionis, vel futuri auxilij, nisi post 25. menses. Quot ergo milites retinendi sunt, vt reliquis victus sufficiat ad 25. menses? Numeri ita disponendi sunt.

Menses.	Milites.	Menses.	Milites.
11.	8500.	25?	fiunt 3740.

Retinendi ergo erunt milites 3740. his enim victus sufficiet ad 25. menses, dimittendiq; propterea erunt milites reliqui 4760.

REGVLA TRIVM COMPO-
sita. Cap. XIX.

FIT, vt interdum plures, quàm tres nume-
ri proponantur noti, ita tamen, vt sint sem-
per tres principales, alij autem illis adiuncti mi-
nus principales, denotantes vel tempus, vel lu-
crum, damnumve. Quod vbi contigerit, sit regu-
la trium composita, & tunc vel instituenda erit
regula trium bis, aut ter, vel quilibet per sibi ad-
iunctos multiplicandus, vt fiant tres tantum nu-
meri noti, per quos quartus ignotus eliciatur, vel
certe alia quædam via tentanda. Id quod sequen-
tibus exemplis perspicuum fiet, in quibus varia
quæstiones de lucro, damno, interueniente etiam
diuersitate temporis, & varietate lucri in ratio-
ne tot pro 100. discutientur.

Regula triū
cōposita qd
& quō fiat.

1. **S**VNT 8. in communi conuictu, quorū Quæstio 1.
singuli singulis mensibus solvunt 6, aureos. Quan-
tum ergo erit pretium victus omnium ad 4. annos?
Hæc quæstio ita recte proponeretur. Unus in vno
mense soluit 6. aureos: quid ergo soluent 8. in 4.
annis, hoc est, in 48. mensibus? Ita autem collocan-
di erunt numeri.

Conuictor.	Menses.		Aur.		Conuictores.	Menses.
1.	1.		6.		8.	48?
fiunt Aur. 2304.						

Ubi vides, primum numerum vnus conuictoris
habe-

habere adiunctum vnum mensē, tertium autem 8. conuictorum habere adiunctos 48. menses. Primo ergo ita instituetur regula trium. Si vnus soluit 6. aureos, quantum soluent 8? vt hic.

Conuict.	Aur.	Conuict.	Aur.
1.	6.	8?	fiunt 48.

Soluent ergo 8. conuictores in vno mense 48. aureos, cum vnus soluat 6. aureos in mense. Secundo ergo iterum ita instituetur regula trium. Si in vno mense soluent 48. aureos, quantum soluent in 48. mensibus? vt hic.

Mensis.	Aur.	Menses.	Aurei.
1.	48?	48?	fiunt 2304.

BREVIVS tamen eadem quaestio explicabitur, si tam duo numeri in principio quaestionis primo loco positi inter se, quam duo tertio loco positi inter se multiplicentur, vt fiant tres numeri regulae trium hoc modo.

	Aur.		Aur.
1.	6.	384?	fiunt 2304.

Nam ex hac multiplicatione procreatur numerus maior conuictorum pro vno mense, qui aequualet minori pro pluribus mensibus. Ut ex multiplicatione 8. conuictorum per 48. menses producantur 384. conuictores pro vno mense. Si enim
 singu-

singulis mensibus sunt 8. conuictores, procul dubio in 48. mensibus, si accederent semper noui cōuictores, fierent 384. conuictores: atq; ita tantis soluet hi 384. conuictores in vno mēse, quantum 8. cōuictores in 48. mensib. Hæc est causa, cur multiplicandi sint numeri principales, per adiuctos minus principales, qui tēpus significāt, vel aliud quippiā, dummodo nō sit de eadē re, quā significāt numeri principales; alioquin non essent duo numeri, sed vnus. Vt si in aliquo loco positi sint aurei, baiocchi, & quatrini, censebuntur tres hi numeri pro vno, cum sint de eadem re, vtpote qui monetā significant. Eademque ratio est proportione quadam in alijs huiusmodi quæstionibus.

2. PRO 200. libris quarundam mercium aduectis per 100. miliaria soluendi sunt 4. aurei. quantum ergo soluendum est pro 300. libris aduectis per 400. miliaria? Ita collocabuntur numeri. Quæstio 2.

Lib. Mill.	Aur.	Lib. Mill.	funt	Aur.
200. 100.	4.	300. 400?		24.

Multiplicatis duobus numeris primi loci, & duobus tertij loci inter se, confecti erunt tres numeri regulæ trium hoc pacto.

Aur.	Aur.
20000. 4.	120000? funt 24.

SI eadē hæc quæstio soluenda sit per regulam trium bis repetitā, ita stabit primo loco exemplū.

L Lib.

Lib.	Aurei.	Lib.	Aurei.
200.	6.	300? fiunt	4.

Atque ita soluendi essent 6. aurei pro 300. libris per 100. miliaria aduectis, per quot nimirum 200. libræ sunt aduectæ: Sed quoniam 300. libræ vehendæ sunt per 400. miliaria, ita rursus stabit secundo loco exemplum.

Mill.	Aur.	Mill.	Aur.
100.	6.	400? fiunt	24.

Questio 3. 3. TRES Personæ consumunt modium tritici 3. aureis emptum in 5. septimanis, quantus ergo est singularum sumptus in vno die? Ita numeri ordinandi erunt.

Pers.	Sept.	Aur.	Pers.	Dies.
3.	5.	3.	1.	1?

fiunt Aur. $\frac{3}{1} \frac{5}{5}$. hoc est, quatrini $11 \frac{3}{7}$.

Reductis autem 5. septimanis ad dies, vt primus numerus, ac tertius similes sint, ita stabit exemplum.

Pers.	Dies.	Aur.	Pers.	Dies.
3.	35.	3.	1.	1?

fiunt Aur. $\frac{3}{1} \frac{5}{5}$. hoc est, quatrini $11 \frac{3}{7}$.

Multiplicatis duobus numeris primi loci, & duobus tertij inter se, disponentur tres numeri ad regulam trium hoc modo.

$$105. \quad \text{Aur.} \quad 3. \quad 1? \text{ fiunt } \frac{\text{Aur.} \quad \text{quatrini.}}{1 \quad 0 \quad 5} \text{ hoc est, } 11\frac{3}{7}.$$

PER regulam trium bis repetitam ita solvetur eadem questio.

$$\text{Pers.} \quad \text{Aur.} \quad \text{Pers.} \quad \text{Aur.}$$

$$3. \quad 3. \quad 1? \text{ fiunt } 1.$$

Item.

$$\text{Dies.} \quad \text{Aur.} \quad \text{Dies.} \quad \text{Aur.} \quad \text{quatrini.}$$

$$35. \quad 1. \quad 1? \text{ fiunt } \frac{1}{3 \quad 5} \text{ hoc est, } 11\frac{3}{7}.$$

4. SI 300. aurei in 4. annis lucrantur 100. aureos, quid lucrabuntur 1580. aurei in 7. annis? Multiplicatis aureis, qui ad lucrum exponuntur, per tempus adiunctum, ita stabit exemplum. Questio 4.

$$1200. \quad \text{Aur.} \quad 100. \quad 11060? \quad \text{fiunt} \quad \text{Aur.} \quad 921\frac{2}{3}.$$

PER regulam trium bis repetitam ita stabit exemplum.

$$\text{Aur.} \quad \text{Aur. lucrum.} \quad \text{Aur.} \quad \text{Aur. lucrum.}$$

$$300. \quad 100. \quad 1580? \text{ fiunt } 526\frac{2}{3}.$$

Item.

$$L \quad 2 \quad \text{Anni}$$

Anni.	Aur.	Anni.	Aur.
4.	$526\frac{2}{3}$.	7?	$921\frac{2}{3}$.

Questio 5.

5. QV I D A M in tribus mensibus 10. aureis lucratus est 4. aureos. in quanto ergo tempore 100. aureis. lucrabitur 2000. aureorū? Hæc quæstio redigi non potest ad simplicem regulam triū, propterea quod tempus, in quo 100. aurei lucrari debent 2000. aureos, ignotum est, atque adeo per 100. aureos multiplicari non potest. Adhibenda ergo erit regula trium bis, hoc modo.

Aur.	Aur. lucr.	Aur.	Aur. lucr.
10.	4.	100?	40.

Atque ita 100. aurei lucrabuntur 40. aureos in tribus mēsis, in quibus 10. aurei lucrati sunt 4. Quare vt sciatur, in quanto tempore 100. aurei lucraturi sunt 2000. instituetur secundo regula trium hoc modo.

Aur.	Menses.	Aur.	Menses.
40.	3.	2000?	150.

Itaque si 10. aurei in 3. mensibus lucrantur 4. aureos, 100. aurei lucrabuntur 2000. aur. in 150. mensibus. Quod facile probabitur, si quæstio ita proponatur. Si 10. aur. in 3. mens. lucratur 4. aur. quantum in 150. mens. lucrabuntur aurei 100? Reperietur enim lucrum 2000. aur. vt hic apparet.

Aur.

<i>Aur. Mens.</i>		<i>Aur.</i>		<i>Aur. Mens.</i>		<i>Aur.</i>
10.		3.		4.		100. 150.
						fiunt 2000.

Nam si tempus quodlibet per suam pecuniã multiplicetur, stabit exemplum ad simplicem regulã trium reductum hoc modo.

	<i>Aur.</i>		<i>Aur.</i>
30.	4.	15000.	fiunt 2000.

6. SI 100. aurei in 8. mensibus lucrantur 20. aureos, in quanto tempore ijdem 100. aurei lucrabuntur 3000. aur? Dispositio numerorum ita se habet. Questio 6.

<i>Aur.</i>	<i>Mens.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Mens.</i>
20.	8.	3000?	fiunt 1200.

Quando enim eadem semper summa exponitur ad lucrũ, non ponenda est ea inter numeros alios. Idem etiam fiet, quãdo idem tempus proponitur, vt in sequenti exemplo apparebit.

7. SI 300. aurei in 7. mensibus lucrãtur 45. aureos, quid lucrabuntur 1780. aurei in eisdem 7. mensibus? Ita stabit exemplum. Questio 7.

<i>Aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>
300.	45.	1780.	fiunt 2670.

8. SI singulis militibus in singulos menses tribuerentur 4. aurei, quantum pecuniæ expenderetur Questio 8.

L 3 deretur

deretur in militibus 13000. novem mensibus? Ita stabit exemplum.

Milit.	Mens.	Aur.	Milit.	Mens.	Aur.
1.	1.	4.	13000.9?	fiunt	468000.

Quaestio 9.

9. SI 10. equis quotidie dertur 7. mensurae hordei, vel avenae, quot mensurae, iuxta eandem distributionem, convenient 100. equis ad 20. dies? ita stabit exemplum.

Equi.	Dies.	Mensurae.	Equi.	Dies.	Mensurae.
10.	1.	7.	100.20?	fiunt	1400.

Quaestio 10.

10. SI duodecim messorum demetant 20. iugera in 9. diebus, quanto tempore 30. messorum demetent 45. iugera? Hic opus est regula trium bis repetita, primo tamen loco eversa, quod 30. messorum minori tempore indigeant ad demetenda 20. iugera, quam 12. messorum: Ita ergo stabit regula trium eversa:

Messorum.	Dies.	Messorum	Dies.
12.	9.	30?	fiunt $3\frac{3}{5}$.

Atque diebus $3\frac{3}{5}$. demetent 30. messorum 20. iugera. Quare ita rursus stabit exemplum ad regulam trium.

Iugera.	Dies.	Iugera.	Dies.
20	$3\frac{3}{5}$.	45?	fiunt $9\frac{3}{10}$.
			11.

11. ROMÆ aureus ducatus aestimatur *Quest. 11.*
 Iulij $11\frac{1}{2}$ hoc est, baiochis 115. Quot ergo eius-
 modi ducatos recipiam pro 1000. aureis, quorum
 singuli 10. Iulij, siue 100. baiochis aestimantur?
 Vel si 20. ducati constituent 23. aureos, quot au-
 reos efficient 1000. ducati? Vtrumque exemplum
 sic stabit, reductis prius 1000. aureis ad baiochos
 100000.

Baioc.	Duc.	Baioc.	Duc.
115.	1.	100000? fiunt	$869\frac{1}{2}\frac{2}{3}$.

Aur.	Duc.	Aur.	Duc.
23.	20.	1000? fiunt	$869\frac{1}{2}\frac{2}{3}$.

12. QVOT aureos reddent ducati 4000. *Quest. 12.*
 si 1. aureus contineat 100. baiochos, at 1. ducatus
 115. baiochos? Vel si 20. ducati aestimentur 23.
 aureis, quot aureos continebunt ducati 4000? Re-
 ductis 4000. ducatis ad baiochos 460000. sic sta-
 bit vtrumque exemplum.

Baioc.	Aur.	Baioc.	Aur.
100.	1.	460000? fiunt	4600.

Duc.	Aur.	Duc.	Aur.
20.	23.	4000? fiunt	4600.

13. MERCATOR quidam emit 300. li *Quest. 13.*
 bras cuiusdam mercis aureis 60. scire autem cu-
 pit, quantum pro 100. aureis lucraturus sit, si

easdem 300. libras vendat 64. aureis? Vel quantum pro 100. aureis perditurus sit, si 300. illas libras vendat 57. aureis? Hic manifestum est, eū pro 60. aureis esse lucraturum 4. aureos, vel perditurum 3. aureos: vt patet, si minus pretium à maiori subducatur. Dic ergo. Si 60. aur. lucratur 4. aur. vel perdunt 3. aur. quantum lucrabuntur, vel perdent 100. aurei?

<i>Aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>
60.	4.	100? fiunt	$6\frac{2}{3}$.

<i>Aur.</i>	<i>Damnum aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Damnum aur.</i>
60.	3.	100? fiunt	5.

Quæst. 14.

14. QVÆRIT apud se mercator quidā, quanti emendæ sint libræ 100. alicuius mercis, vt eadem postea venditæ 64. aureis lucrum dent aur. $6\frac{2}{3}$. pro 100. aur? Perspicuū est, eū, qui $6\frac{2}{3}$. aur. lucrari vult pro 100. aur. augere velle 100. vt fiant $106\frac{2}{3}$. Dic ergo. Si $106\frac{2}{3}$. aur. qui continent & pretium 100. aureorū, & lucrum $6\frac{2}{3}$. aur. proueniunt ex 100. aureis, ex quo prouenient 64. aurei, qui continent & pretium 100. librarum ignotum, & lucrum simul, ignotum etiam, quod reddat $6\frac{2}{3}$. pro 100.

<i>Pretium, & lucr.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Pretium, & lucr.</i>	<i>Aur.</i>
$106\frac{2}{3}$.	100.	64? fiunt	60.

Emendæ ergo sunt 100. libræ aureis 60. Nam diuendi.

uendita postea 64. aureis dant lucrum 4. aureorum, at pro 100. dabunt lucrum $6\frac{2}{3}$. aur.

15. *EMPTA* est gemma quedam, qua si Quaest. 15. vendatur 200. aureis, perduntur 10. aurei pro 100. quanti ergo constitit gemma illa? Hic etiam clarum est, eum, qui perdit 10. pro 100. facere 90. ex 100. Dic ergo. Si 90. aur. fiunt ex 100. aur. ex quo fient 200. aur?

<i>Aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Aur.</i>
90.	100.	200?	fiunt $222\frac{2}{9}$.

Constitit ergo gemma illa $222\frac{2}{9}$. aur. Quod ut probes, dic. Si ex $222\frac{2}{9}$. aur. fiunt 200. aur. quid fiet ex 100? Inuenies enim fieri 90. aureos, ac proinde damnum fieri 10. aureorum pro 100. ut hic vides.

<i>Aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Aur.</i>
$222\frac{2}{9}$.	200.	100?	fiunt 90.

Vel dic. Si pro $222\frac{2}{9}$. aur. amitto $22\frac{2}{9}$. aur. (Nam si gemma illa empti sit $222\frac{2}{9}$. aur. vendatur autem 200. aureis, liquido constat, damnum fieri $22\frac{2}{9}$. aur.) pro 100. quid amittam? Inuenies enim damnum 10. aureorum, ut hic apparet.

<i>Aur.</i>	Damnum aur.	<i>Aur.</i>	Damnum aur.
$222\frac{2}{9}$.	$22\frac{2}{9}$.	100. fiunt	10.

16. *EMIT* quidam 1000. plnas panni cer Quaest. 16.
to

to pretio, quas si 3. aureis minoris emisset, & vendidisset postea 3600. aureis, lucratus fuisset 10. pro 100. aureis: quanti ergo 1000. illas vlnas emit? Quoniam qui lucrari cupit 10. pro 100. vult ex 100. facere 110. Dic ergo. Si 110. fiunt ex 100. ex quo fient 3600? vt hic cernis.

Aur.	Aur.	Aur.	Aur.
110.	100.	3600? fiunt	$3272\frac{8}{11}$.

Si igitur voluisset tantum lucrari 10. pro 100. constitissent ille 1000. vlna aureis $3272\frac{8}{11}$. Nam si $3272\frac{8}{11}$. aur. dant 3600. aureos, aurei 100. dabunt 110. aureos, ac proinde 10. cedent in lucrum ex 100. vt hic patet.

Aur.	Aur.	Aur.	Aur.
$3272\frac{8}{11}$.	3600.	100? fiunt	110.

Vel si $3272\frac{8}{11}$. aur. lucrantur $327\frac{3}{11}$. aur. (Qui enim emit quippiam $3272\frac{8}{11}$. aureis, postea autem vendit aureis 3600. lucratur necessario $327\frac{3}{11}$. aur) 100. aur. lucrabuntur 10. aur. vt hic vides.

Aur.	Lucr. aur.	Aur.	Lucr. aur.
$3272\frac{8}{11}$.	$327\frac{3}{11}$.	100? fiunt	10.

Sed quoniam in questione additum est, eum lucraturum fuisse 10. aur. pro 100. si 1000. illas vlnas 3. aureis minoris emisset, vendidissetq; 3600. aureis

aureis; liquido constat, eum 3. aureos expendisse
 ultra $3272\frac{8}{11}$. aureos. Quare 1000. constite-
 runt $3275\frac{8}{11}$. aur.

17. *EMIT* qui iam 1000. vlnas panni cer Quæst. 17.
 to pretio, quæ si 6. aur. pluris constitissent, & ven-
 ditæ postea fuissent 3600. aureis, perditæ fuissent
 10. aurei pro 100. quantum ergo fuit pretium il-
 larum 1000. vlnarum? Quoniam qui perdit 10.
 pro 100. facit 90. ex 100. Dic ergo. Si 90. fiunt
 ex 100. ex quo fient 3600?

Aur.	Aur.	Aur.	Aur.
90.	100.	3600?	fiunt 4000.

Si igitur perdidisset tantum 10. pro 100. consti-
 tissent 1000. vlnæ 4000. aureis. Nam si 4000.
 aur. dant 3600. aur. dabunt 100. aurei aureos
 90. vt patet. Vel si 4000. aur. pendunt 400. aur.
 (Qui enim emit rem aliquam 4000. aureis, eandẽ
 autẽ vendit 3600. perdit omnino 400. aur.) 100.
 aurei perdent 10. aureos, vt hic vides.

Aur.	Damn aur.	Aur.	Damn. aur.
4000.	400.	100?	fiunt 10.

Quia vero additum est in quæstione, eum perditu-
 rum fuisse 10. pro 100. si 1000. vlnas 6. aureis
 pluris emisset, easq; vendidisset postea 3600. au-
 reis; liquet, eum 6. aureos minus expendisse, q̃
 4000. Quare 1000. vlnæ constiterunt 3994. aur.

18. *QUI* singulas libras mercis alicuius Quæst. 18.
 ven-

vendit 20. baiochis, lucratur 30. pro 100. quantū ergo lucrabitur, si vendat maiori pretio, nempe 24. baiochis? Hic primum inuestigare oportet, quanti constat vna libra, vt vendita 20. baiochis, det lucrum 30. pro 100. vt in quaestione 14. docuimus, hoc modo. Si 130 (pretium nimirum 100. & lucrum 30) proueniunt ex 100. vt pretio; ex quo prouenient 20. baiochi, qui continent & pretium vnus libræ ignotum, & lucrum simul, ignotum etiam, quod reddat 30. pro 100?

$$130. \quad 100. \quad 20? \quad \text{fiunt} \quad 15\frac{5}{3}.$$

Constabit ergo vna libra $15\frac{5}{3}$. baiochis. Ita enim fiet, vt cum baiochi $15\frac{5}{3}$. (vna libra vendita 20. baiochis) lucrentur baiochos $4\frac{8}{3}$. lucrifiant ex baiochis 100. baiochi 30. vt hic vides.

$$15\frac{5}{3}. \quad 4\frac{8}{3}. \quad 100? \quad \text{fiunt} \quad 30.$$

Iam vero inuento pretio vnus libræ, $15\frac{5}{3}$. baioc. perspicuum est, si vna libra vendatur 24. baiochis, ex baiochis $15\frac{5}{3}$. lucrifieri baiochos $8\frac{8}{3}$. Quare ex 100. baioch. lucrifient 56. baiochi, vt hic vides.

$$15\frac{5}{3}. \quad 8\frac{8}{3}. \quad 100? \quad \text{fiunt} \quad 56.$$

Quaest. 19. 19. QVI 100. libras mercis alicuius vendit 10. aur. perdit 10. pro 100. quantum ergo pro 100. perdet, si eas vendat minori pretio, nempe 8.

pe 8. aureis? Hic etiam primum inuestigare oportet, quanti constant 100. illæ libræ, vt veditæ 10. aureis damnum inferant 10. aureorum pro 100. vt in questione 15. docuimus, hoc modo. Si 90. fiunt ex 100. (qui enim perdit 10. pro 100. facit 90. ex 100.) ex quo numero fient 10?

$$90. \quad 100. \quad 10? \quad \text{fiunt} \quad 11\frac{1}{9}.$$

Emptæ ergo sunt illæ 100. libræ aureis $11\frac{1}{9}$. Ita enim fiet, vt cum aurei $11\frac{1}{9}$. (venditis 100. illis libris 10. aureis) perdant aur. $1\frac{1}{9}$. perdantur 10. pro 100. vt hic cernis.

$$11\frac{1}{9}. \quad 1\frac{1}{9} \quad 100? \quad \text{fiunt} \quad 10.$$

Inuento autem pretio 100. illarum librarũ $11\frac{1}{9}$. aur. manifestum est, si eadem 100. libræ vendantur 8. aureis, ex $11\frac{1}{9}$. aur. amitti aureos $3\frac{1}{9}$. Quã ob rem pro 100. perdentur 28. vt hic vides.

$$11\frac{1}{9} \quad 3\frac{1}{9}. \quad 100? \quad \text{fiunt} \quad 28.$$

20. MERCATOR quidã in Lusitania e. Quest. 20.
 mit 50000. lib. piperis, aur. 10000. & ibidẽ pro
 vectigali soluit aureos 500. Naulũ autẽ illinc in
 Italiã constitit 300. aureis, & in portu aliud ve-
 ctigal exactũ est 200. aur. Vectura deinde à mari
 Florentiã vsq; constitit 100. aur. ibiq; aliud vecti-
 gal persolutum 100. aur. Ministris deniq; ad eam
 negotiationem missis pro mercede, & victu dati
 sunt

sunt 1000. aurei . Verum hæsitat, quanti vendenda sit libra, vt supra omnes impensas de singulis libris lucretur 2. Iulios . Hic omnes impensas primum in vnam summam colligere oportet, vt habeatur pretium, quod cum omnibus illis impensis pro 50000. libris expositum est . Summa autem hæc in exemplo dato cõplectitur 12200.

	Aurei.
Piper.	10000.
Veſtigal.	500.
Naulum.	300.
Veſtigal.	200.
Veſtura.	100.
Veſtigal.	100.
Miniſtri.	1000.
	<hr/>
	12200.

aur. Quare si 50000. lib. constant 12200. aureis, siue 122000. Iulij, vna libra constabit $2\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. Iul. vt hic vides.

Lib.	Iul.	Lib.	Iul.
50000.	122000.	1?	fiunt $2\frac{1}{2}\frac{1}{5}$?

Igitur si singulas libras vendat $4\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. Iul. lucrabitur de singulis libris Iulios 2.

REGVLA SOCIETATVM.

Cap. XX.



SEQVITVR societatum regula immensum vsus apud mercatores habens, quæ quidem tota nititur regula trium, vt ex propositis exemplis fiet perspicuū. Adhibetur autem, quando plures consortium ineunt, ita vt singuli summam quandam pecunię conferant, sitq, hoc modo. Pecunię omnium in vnā summam colliguntur, & numerus collectus primo loco in regula trium statuitur: Secundum vero locum occupat lucrum commune, vel damnum, quod ex omnium pecunijs prouenit: Tertium denique locum tenent pecunię singulorum, &c. ita vt toties adhibēda sit regula trium, quot sunt illi, qui societatem inierunt. Quando autem interuenit temporum diuersitas, multiplicanda erit cuiusque pecunia per suum tempus, antequam omnium pecunię in vnā summā colligantur. Deinde hi numeri producti colligendi in vnā summam, vt habeatur primus numerus in regula trium. Tertium autem locum occupabunt singuli numeri producti ex multiplicatione pecunię cuiusque in suum tempus, collocato rursus lucro, vel damno communi in medio loco. Id quod in exemplis manifestum erit, quorum primū hoc sit.

Regula societatum, quæ adhibetur, & quo pacto fiat,

Quoties regula trium adhibenda sit in regula societatum.

Quæ est diuersitas temporū in regula societatum, quid agendum.

Questio 1.

1. *QVATVOR* mercatores, inito consortio, lucrati sunt in mundinis quibusdam 6000. aur. Primus autem illorum contulit tantum 60. aur. secundus 100. tertius 120. & quartus 200. In quaestionem iam vocatur, quid quisque ex illo lucro accipere debeat, habita ratione pecuniae, quam exposuit. Ante omnia colligenda est summa ex omnium pecunijs, quae est 480. aur. Deinde quater instituenda est regula trium hoc modo. Si 480. aurei (quae est pecunia ex omnium pecunijs collecta) lucrati sunt 6000. aur. quid lucrabuntur 60. aur. quid 100. quid 120. & quid 200. quos singuli posuerunt? veluti hic apparet.

<i>Aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>				
<i>Aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>	}	fiunt		
480.	6000.			60?	750. Primi.
				100?	1250. Secundi.
				120?	1500. Tertij.
				200?	2500. Quarti.
			<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 6000.		

Facta operatione, ut praecipit regula trium, reperies, primum debere accipere 750. aur. secundum 1250. tertium 1500. & quartum 2500.

E X A M E N huius rei erit, si lucra omnium in unam summam collecta efficiant lucrum totum, ut in proposito exemplo factum esse vides.

Questio 2.

2. *TRES* mercatores, emptis mercibus nauem onerarunt. Primi merces constiterunt 300. aur. secundi 500. tertij 180. Graui deinde tempestate

pestate orta, proiectæ sunt in mare merces grauior-
res, quæ constabant 400. aur. Conuenit autem in-
ter eos, vt iactura hæc communis sit. Quantum er-
go quisq; damnum feret pro rata suarum mercium
portione? Colligantur in vnam summam aurei om-
nium, & numerus collectus 980. in primo loco re-
gulæ triū collocetur, damnū vero commune in secū-
do, & pecuniæ singulorū in tertio, vt hic vides.

Aur.	Aur.	Aur.	Aur.
Aur. Dan. aur.	300?	Aur.	122 $\frac{4}{9}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{0}{0}$. pri.
980. 400.	500?	fiunt	204 $\frac{4}{9}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{0}{0}$. secū.
	180?		73 $\frac{4}{9}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{0}{0}$. tertij

Primus ergo perdet $122 \frac{4}{9} \frac{4}{8} \frac{0}{0}$. aur. secundus
 $204 \frac{4}{9} \frac{8}{8} \frac{0}{0}$. & tertius $73 \frac{4}{9} \frac{6}{8} \frac{0}{0}$.

3. TRES emere volunt 4000. libræ sac-
chari, quæ æstimantur 500. aur. Primus tamen
vult 1300. lib. secundus 1460. tertius denique re-
liquas lib. 1240. quantum ergo soluet quilibet?
Dic, si 4000. lib. valent 500. aur. quid valent
1300. quid 1460. & quid 1240. lib. quas singuli
capere volunt? Inuenies enim primū soluere aur.
 $162 \frac{1}{2}$. scdm $182 \frac{1}{2}$. & tertium 155. vt hic vides.

Questio 3.

Lib.	Aur.	Lib.	Aur.
Lib. Aur.	1300?	Aur.	$162 \frac{1}{2}$. primi.
4000. 500.	1460?	fiunt	$182 \frac{1}{2}$. secūdi.
	1240?		155. tertij.

4. TRES societate inita, lucrati sunt 1000. Questio 4.

M aur.

aur. Primus exposuit 200. aur. eosq; post 8. menses repetit. Secundus contulit 450. aur. eosq; post 6. menses recepit. Tertius denique 500. aur. attulit, eosque in negotiatione reliquit 10. mensibus. Quantum ergo quisque ex lucro accipiet, habita ratione suæ pecuniæ, & temporis? Cuiusq; pecunia per suum tempus multiplicetur, & numeri producti in vnam summam colligantur, pro primo numero regula trium: secundum vero locum occupet lucrum: tertium denique tres illi producti. In nostro exemplo, ex pecunia primi in suum tempus sunt 1600. ex pecunia secundi in suum tempus, 2700. ex pecunia tertij in suum tempus, 5000. horum autem productorum summa est 9300. Sic ergo stabit exemplum.

	Luc. aur.	
Lucr. aur.	$\left(\begin{array}{l} 1600? \\ 2700? \\ 5000? \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} 172\frac{4}{9}\frac{3}{3}. \text{Primi} \\ 290\frac{3}{9}\frac{0}{3}. \text{Secū.} \\ 537\frac{5}{9}\frac{9}{3}. \text{Tertij} \end{array} \right)$
9300. 1000.	fiunt	

Questio 5. 5. TRES, societate inita, lucrati sunt 1000. aur. Primus posuit 300. aur. per 10. menses. Secundus attulit 700. aur. Tertius vero 800. aur. Accepit autem primus ex lucro 500. aur. secundus 300. & tertius 200. Quanto ergo tempore fuerunt duorum posteriorum pecuniæ in negotiatione? Quoniam, ut in precedenti questione dictum est, pecunia cuiusque in suum tempus multiplicanda est; multiplicabimus pecuniam primi per suum tempus, faciemusq; 3000. atque ex hoc producto pro-

prouenit lucrū primi. Vt igitur sciamus, ex quibusnam productis lucra posteriorum duorum proueniant, dicemus. Si 500. aur. (quod est lucrum primi) proueniunt ex 3000. ex quo prouenient 300. & 200. aur. quæ sunt lucra posteriorum? Veluti hic apparet.

Lucr. aur. Lucr. aur.

500. 3000. $\left\{ \begin{array}{l} 300? \\ 200? \end{array} \right\}$ fiunt $\left\{ \begin{array}{l} 1800. \text{Secundi} \\ 1200. \text{Tertij.} \end{array} \right.$

Secundi ergo tempus per suam pecuniam multiplicatum facit 1800. Tertij vero 1200. Quare si 1800. diuidamus per 700. hoc est, per pecuniã secundi, inueniemus menses $2\frac{4}{7}$. quibus à secundo expositi sunt ad lucrum 700. aurei. Item si 1200. partiamur per 800. id est, per pecuniã tertij, reperiemus menses $1\frac{1}{2}$. pro tertio.

HOC ita esse experieris, si ita consortium proponas. Tres, in isto consortio, lucrati sunt 1000. aur. Primus posuit 300. aur. per 10. menses: secundus 700. aur. per menses $2\frac{4}{7}$. tertius denique 800. aur. per $1\frac{1}{2}$. mens. Quantum ergo quisque pro rata pecuniæ suæ, ac temporis portione ex lucro accipiet? Si cuiusque pecunia per suū tempus multiplicetur, faciemus ex pecunia primi in suū tempus, 3000. ex pecunia secundi in suū tempus, 1800. ex pecunia tertij in suum tempus, 1200. Hi autem tres producti faciunt summam 6000. Sic ergo stabit exemplum.

	<i>Lucr. aur.</i>	
<i>Lucr. aur.</i>	$\left(\begin{array}{c} 3000? \\ 1800? \\ 1200? \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{c} 500. \text{ primi.} \\ 300. \text{ secundi.} \\ 200. \text{ tertij.} \end{array} \right)$
6000. 1000.	sunt	

Ubi vides prodijisse lucra singulorum, sicut in questione proponebantur. Recte ergo tempora duorum posteriorum explorata sunt.

Questio 6.

6. *QVATVOR* societatem inierunt bienio duraturam, lucratiq; sunt 10000. aur. Primus in initio societatis attulit 3000. aur. & post mensem octauum transactum abstulit ex illis 1000. aureos. Vicesimo deinde mense inchoate exposuit rursus 1200. aur. Secundus à principio dedit 2400. aur. & post 6. menses elapsos abstulit 800. aur. sed ad initiu mensis 16. denuo protulit 1400. aur. Tertius sub initiu consortij exhibuit 2000. aur. transactisq; 7. mensibus, totam pecuniã suam repetijt: sed mense 18. incipiente, iterum posuit 1600. aur. Quartus denique, inchoante 7. mense exposuit 1800. aur. & post 4. menses finitos recepit 900. aur. sed ad initiu mēsis 17. rursus cōtulit 1500. aur. Quantu ergo quilibet ex cōi lucro pro ratione suæ pecuniæ, ac temporis recipiet? Hic diligenter explorandum est, quantam quisq; pecuniam, & quanto tempore exposuerit, vt semper pecuniam per tempus multiplicemus, & c. Quod vt planius fiat, exemplum propositum ita explicabimus.

QVONIAM primus in principio consortij dedit 3000. aur. recepitq; 1000. post 8. menses

exactos, manifestū est, eū in communi negotiatio-
 ne exposuisse 3000. aur. per 8. mēses. Multiplicā-
 tes ergo 3000. per 8. faciemus 24000. Et quia
 post 8. menses elapsos abstulit 1000. aur. certū est
 remansisse in communi consortio 2000. aur. vsq;
 ad finem 19. mensis, vbi nouam pecuniā contulit.
 Auferentes igitur 8. menses ex 19. remanent 11.
 menses, quibus exposuit tantū 2000. aur. & mul-
 tiplicantes 2000. per 11. faciemus 22000. Post
 hæc, quoniam denuo attulit 1200. aur. ad initium
 20. mensis vsq; ad finem secundi anni, liquet, si
 addamus hos 1200. aur. ad 2000. aur. eum in cō-
 muni negotiatio-
 ne per 5. reliquos menses duorum
 annorum, habuisse 3200. aur. Multiplicantes er-
 go 3200. per 5. faciemus 16000. Colligentes iam
 tres hosce productos 24000. 22000. 16000. in
 vnam summam, efficiemus 62000. qui numerus
 erit positio primi, productus ex pecunijs, & tem-
 poribus ipsius.

R V R S V S, quoniam secundus per 6. mēses
 imposuit 2400. aur. propterea quòd elapso 6. mē-
 se, abstulit 800. aur. multiplicabimus 2400. per
 6. faciemusq; 14400. Quia vero ad principium
 16. mensis nouam pecuniam dicitur exhibuisse,
 perspicuum est, eum per 9. menses à principio 7.
 mensis vsque ad finem 15. habuisse in consortio
 cōi 1600. aur. qui relinquuntur, subtractis 800.
 ex 2400. Multiplicantes igitur 1600. per 9. facie-
 mus similiter 14400. Deinde, quia dicitur ad ini-
 tium 16. mensis iterum posuisse 1400. aur. mani-
 festum est, hanc pecuniam expositam esse per reli-

quos 9. menses duorum annorum, quibus si addantur aurei 1600. qui adhuc in communi negotiatione exponuntur, fient aurei 3000. qui per 9. illos ultimos menses in communi usu fuerunt. Multiplicantes ergo 3000. per 9. faciemus 27000. Collectis autem tribus hisce productis 14400. 14400. 27000. in unam summam, efficiemus 55800. pro numero secundi producti ex pecunijs, & temporibus ipsius.

P O S T hæc, cum tertius per 7. menses contulerit 2000. aur. quod eos repetierit post 7. menses elapsos; multiplicabimus 2000. per 7. efficiemusq; 14000. Sed quia ad principium 18. mensis denuo exhibuit 1600. aur. multiplicabimus 1600. per 7. (tot enim menses ex duobus annis supersunt) faciemusq; 11200. Collectis autem duobus hisce productis 14000. 11200. in unam summam, procreabimus 25200. numerum ex pecunijs, ac temporibus tertij mercatoris productum.

Q V I A tandem quartus a principio 7. mensis per 4. menses posuit 1800. aur. multiplicabimus 1800. per 4. efficiemusq; 7200. Sed quia, finitis 4. mensibus, recepit 900. aur. relictis sunt 900. aurei, qui fuerunt in negotiatione per 6. menses à principio 11. mensis usq; ad finem 16. mensis, quando novam pecuniam attulit. Multiplicantes ergo 900. per 6. faciemus 5400. Quoniam vero sub principium 17. mensis posuit iterum 1500. aur. usq; ad finem duorum annorum, additis 900. aur. qui adhuc in communi usu sunt, fient 2400. Multiplicantes ergo 2400. per 8. menses residuos, facie-

faciemus 19200. Collectis autē tribus hisce pro-
ductis 7200. 5400. 19200. in vnam summam, effi-
ciemus 31800. pro numero ex pecunijs, temporibusq;
quarti mercatoris procreato.

I A M vero colligentes hos quatuor nume-
ros 62000. 55800. 25200. 31800. qui ex singu-
lorum pecunijs, ac temporibus producti sunt, in
vnam summam faciemus 174800. pro primo nu-
mero regulæ triū. In secundo autem loco erit lu-
crū commune, & in tertio numerus ex pecunijs,
& temporibus cuiusq; procreatus, vt in 4. qua-
stione dictum est. Ita ergo stabit exemplum.

174800.

100000.

{ 62000?
55800?
25200?
31800? }

fiunt { 3546 $\frac{1}{1} \frac{5}{7} \frac{6}{4} \frac{2}{8}$. primi.
3192 $\frac{1}{1} \frac{7}{3} \frac{4}{3} \frac{8}{7}$. secundi.
1441 $\frac{1}{1} \frac{1}{7} \frac{3}{4} \frac{2}{8}$. tertij.
1819 $\frac{1}{1} \frac{3}{7} \frac{8}{4} \frac{8}{8}$. quarti.

7. TRES ineunt societatem. Primus con- Quaestio 7^o
fert 400. aur. Secundus 300. aur. & 86. baioc.
Tertius 1000. aur. Iul. 7. baioc. 9. In ipsa autem
negotiatione vni sunt fortuna aduersa, iacturam-
que fecerunt de tota summa 100. aureorū. Quan-
tum ergo est cuiuslibet damnum? Reductis omni-

M 4 bus

bus ad baiochos, fient pro primo 40000. baiochi:
pro secundo 30086. pro tertio vero 100079. quo-
rum omnium summa est 170165. Ita ergo stabit
exemplum.

	Baioc.		Damn. baioc
Si	170165.	dant	10000.

	Baioc.		Damn. baioc.
Quid	$\left(\begin{array}{l} 40000? \\ 30086? \\ 100079? \end{array} \right)$	fiunt	$\left(\begin{array}{l} 2350 \frac{1}{1} \frac{1}{7} \frac{2}{0} \frac{2}{1} \frac{5}{6} \frac{0}{5} \\ 1768 \frac{1}{1} \frac{7}{0} \frac{8}{2} \frac{8}{8} \frac{0}{5} \\ 5881 \frac{1}{2} \frac{4}{7} \frac{9}{0} \frac{6}{1} \frac{3}{6} \frac{5}{5} \end{array} \right)$

Quaestio 8. 8. TRES Societatem inierunt. Primus attu-
lit 200. aur. eosq; in societate reliquit 12. mensi-
bus. Secundus contribuit 240. aur. Tertius au-
reum torquem, cuius pretium repetijt post decē
menses elapsos. Lucrum acquisitum fuit 138. au-
reorū. Facta autem debita distributione, primus
habuit 60. aur. secundus 48. & tertius 30. Quot
ergo mensibus reliquit secundus pecuniam colla-
tam in consortio, & quanti torques aureus aesti-
matus, vt dictae portiones lucri cuilibet deberen-
tur? Quoniam pecunia cuiusque per suum tempus
multiplicari debet, multiplicabimus 200. aur. pri-
mi per 12. menses, faciemusq; 2400. atq; ex hoc
numero illi prouenerūt 60. aur. Dic ergo, vt scias,
ex quo secundus lucrum 48. aureorum acquisie-
rit: Si 60. aur. prouenerunt ex 2400. ex quo pro-
uenerunt aurei 48? vt hic vides.

60.	2400.	48?	fiunt	1920.
				Inue-

Inueniesq; 1920. qui numerus productus est ex 240. aur. secundi in suum tempus. Diuiso igitur numero dicto 1920. per 240. prodibunt menses 8. quibus pecunia secundi in negotiatione mansit. Rursus, vt scias, ex quo tertius lucrū 30. aureorum adeptus sit, dic. Si lucrum primi 60. aur. prouenit ex 2400. ex quo oritur lucrū tertij 30. aur? Vel si lucrum secundi 48. aur. ortum est ex 1920. ex quo proueniet lucrum tertij 30. aur? vt hic cernis.

60.	2400.	30?	fiunt	1200.
48.	1920.	30?	fiunt	1200.

Semper enim inuenies numerum 1200. qui productus est ex 10. mensibus tertij in suam pecuniam, hoc est, in pretium torquis. Diuiso ergo hoc numero 1200. per 10. menses, prodibit valor torquis aureorum 120. quos tertius ad negotiationem per 10. menses attulit.

REM ita se habere, cognosces, si ita proponas sodalitatem. Tres, cōsortio inito, lucrati sunt 138. aur. Primus contulit 200. aur. per 12. menses: secundus 240. aur. per 8. menses: & tertius 120. aur. per 10. menses. Quantum ergo cui libet de lucro debetur? Multiplicata enim pecunia cuiusque per suum tempus, inuenies lucra singulorum, quemadmodum in questione dictum est, vt hic apparet.

<i>Lucr. aur.</i>	$\left(\begin{array}{l} 2400? \\ 1920? \\ 1200? \end{array} \right)$	sunt	<i>Lucr. aur.</i>
5520. 138.			$\left(\begin{array}{l} 60. \text{ primi.} \\ 48. \text{ secundi.} \\ 30. \text{ tertij.} \end{array} \right)$

Questio 9. 9. TRES, inito consortio per annum duraturo, lucrati sunt summam quandam aureorum. Primus exposuit statim ab initio 1000. aur. secundus vero aureos, nescio quot, contulit post 2. menses exactos: Tertius demum post 4. menses à secundo contribuit etiam multitudinem aureorum mihi ignotam. Finita tamen societate, lucrum participarunt equaliter. Quid ergo secundus & tertius in eam societatem contulerunt? Multiplicando 1000. aur. primi per 12. menses quibus eos in sodalitate reliquit, fiet 12000. Ac tantundem debet fieri ex pecunia secundi in suum tempus, atq; ex pecunia tertij in suum tempus; quandoquidem equalia lucra habere debent. Quoniam vero secundus pecuniam suam 10. mensibus reliquit in negotiatione, si partiamur 12000. per 10. inueniemus pecuniam secundi fuisse 1200. aur. at si diuidamus per 6. menses, quibus tertius suam pecuniam exposuit, deprehendemus pecuniam tertij fuisse 2000. aur. Nam hac ratione ex pecunia cuiusq; in suum tempus producetur numerus 12000. qui tertium locum in regulatrium occupabit; ac proinde equalia lucra omnes tres habebunt, quodcumq; fuerit lucrum illud commune. Si enim lucrum commune fuisset 900. aur. & tres hi numeri 12000. 12000. 12000. qui ex singulorum pecunijs

sijs in sua tempora sunt producti, in vnam summam colligerentur, ita staret exemplum.

$$36000. \quad 900. \quad \left(\begin{array}{l} 12000? \\ 12000? \\ 12000? \end{array} \right) \text{ sunt } \left(\begin{array}{l} 300. \\ 300. \\ 300. \end{array} \right)$$

10. TRES in communi negotiatione lucra Quest. 16.
 ti sunt 190. aur. quos ita distribuerunt, vt portio
 primi tripla esset portionis secundi, & quadru-
 pla portionis tertij. Primus autem contulit per
 12. menses 80. aur. Secundus suam pecuniam ex-
 posuit per 8. menses, & tertius per 4. Quantum
 ergo quisq; duorum posteriorum contulit in hanc
 societatem, & quid de lucro singuli acceperunt?
 Multiplica pecuniam primi, nempe 80. aur. per
 suum tempus, vt per 12. menses; faciesq; 960.
 Huius numeri sume $\frac{1}{3}$. nimirum 320. Item $\frac{1}{4}$.
 nempe 240. Atque hi numeri sunt, qui producō
 debent ex pecunijs duorum posteriorū in sua tem-
 pora: quia hac ratione lucrum secundi erit $\frac{1}{3}$. lu-
 cri primi, & lucrū tertij erit $\frac{1}{4}$. eiusdem, quem-
 admodum & numerus 320. ex quo lucrum secur-
 di oritur, est $\frac{1}{3}$. numeri 960. ex quo lucrum pri-
 mi gignitur, & numerus 240. quod parit lucrum
 tertij, est $\frac{1}{4}$. eiusdem numeri 960. Si igitur par-
 tiamur 320. per 8. menses secūdi, inueniemus 40.
 aur. quos secūdos posuit: Si vero diuidamus 240.
 per 4. menses tertij, producentur 60. aur. pro ter-
 tio. Nam hac ratione pecunie singulorum per sua
 tempora multiplicata producant numeros 960.

320. 240. quorum primus triplus est secundi, & quadruplus tertij. Ex quo fit, lucra easdem quoque proportionibus habitura. Vt hic vides.

$$1520. \quad 190. \quad \begin{pmatrix} 960? \\ 320? \\ 240? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{pmatrix} 120. \\ 40. \\ 30. \end{pmatrix} \text{ Lucra.}$$

Quæst. II.

II. TRES, inito consortio, contulerunt in communem negotiationem 1520. aur. lucratique sunt aur. 190. quos (habita rōne pecunie cuiusq; quam posuit) ita partiti inter se sunt, vt primus haberet 120. secundus 40. Quid ergo tertius habuit, & quid quisq; in societatem contulerunt? Si lucrum tam primi, quàm secūdi ex toto lucro demas, relinquetur lucrum tertij 30. aur. Cognitis autem singulorum lucris, dic. Si totum lucrum 190. aur. ortum est ex communi pecunia 1520. aur. ex quo prouenit lucrum primi 120. aur. & lucrum secundi 40. aur. & lucrum tertij 30. aur. Reperies enim primum attulisse 960. aur. secundum 320. & tertium 240. Vt hic vides.

$$190. \quad 1520. \quad \begin{pmatrix} 120? \\ 40? \\ 30? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{pmatrix} 960. \text{ primi.} \\ 320. \text{ secundi.} \\ 240. \text{ tertij.} \end{pmatrix}$$

Examinabitur, si dicas. Si 1520. (que est summa pecuniarum, quas singuli contulerunt) lucrantur 190. quid lucrabuntur 960. 320. & 240. Inuenies enim lucra 120. 40. & 30.

12. TRES, inita sodalitate, in negotiationē Quæst. 12.
 contulerunt 1520. aur. quibus lucrati sunt 190.
 aur. Primus, facta distributione, recepit 1080.
 aur. coflatos ex sua pecunia, quā posuit, & lucro,
 quod illi obtigit. Similiter secundus accepit 360.
 aur. & tertius 270. Quantū ergo quisq; posuit,
 & quantum est lucratus? Facta vna summa ex pe-
 cunia, quam omnes posuerunt, & lucro communi,
 quæ est 1710. Dic. Si 1710. pecunia omnium, & lu-
 crum, proueniūt ex 1520. pecunia omnium, ex quo
 proueniunt 1080. qui numerus continet & pecu-
 niam primi, & lucrum? & ex quo orientur 360.
 quæ continent & pecuniā, & lucrū secūdi? & ex
 quo numerus 270. producetur continens & pecu-
 niā, & lucrū tertij? Inuenies enim hoc modo pecu-
 nias, quas singuli posuerunt. vt hic manifestum est.

$$1710. \quad 1520. \quad \begin{pmatrix} 1080? \\ 360? \\ 270? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{pmatrix} 960. \text{ primi.} \\ 320. \text{ secundi.} \\ 240. \text{ tertij.} \end{pmatrix}$$

Ablata autem pecunia cuiusq; ex numero, qui illi
 obtigit, relinquetur lucrum solum. Ita deprehen-
 des, lucrum primi esse aur. 120. secundi 40. &
 tertij 30.

13. DVO in communi consortio lucrati sunt Quæst. 13.
 200. aur. ex quibus primo obtigerunt 50. aur. se-
 cundus tamen duplo plus contulit, quàm primus,
 et præterea 8. aur. Quantū ergo vterq; exposuit?
 Quoniam primus lucratus est 50. aur. manifestum
 est, secundum, qui duplo plus posuit, lucratum
 esse

esse 100. ac proinde reliquos 50. aur. qui ex toto lucro 200. aur. supersunt, esse lucrū 8. aureorum, quos præterea secundus attulit. Ut ergo habeas pecuniam, quam uterq; posuit, dic. Si 50. aurei residui proveniunt ex 8. aur. quos secundus præterea cōtribuit, ex quo producentur 50. aur. quos primus lucratus est, & ex quo 100. aur. quos lucratus est secundus? Reperies em̄ hac rōne primū posuisse 8. aureos, & secundū 16. ut hic apparet.

$$50. \quad 8. \quad \left. \begin{array}{l} 50? \\ 100? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left. \begin{array}{l} 8. \\ 16. \end{array} \right\}$$

Si igitur addas 8. ad 16. aur. secundi, facies 24. aur. quos secundus in eam sodalitatem contulit.

EX AMEN huius rei erit, si 8. aur. & 24. quos ambo contribuerunt, in vnam summam colligas, quæ est 32. & dicas. Si 32. lucrati sunt 200. quid lucrabuntur 8. & quid 24? Deprehendes enim lucrum primi esse 50. aur. & secundi 150. ut hic vides.

$$32. \quad 200. \quad \left. \begin{array}{l} 8? \\ 24? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left. \begin{array}{l} 50. \\ 150. \end{array} \right\}$$

Quest. 14. 14. **D V O** contraxerunt societatem, quorū primus exposuit 120. aur. & secundus 180. Assumpserunt autem procuratorem ea conditione, ut ex lucro acciperet 10. pro 100. Lucrum vero fuit 1000. aur. Quid ergo debuit habere procurator, & quid uterq; illorum? Dic. Si 100. dant 10. pro-

procuratori, quid dabunt 1000. inueniesq; 100. aur. qui procuratori debentur in ratione 10. pro 100. Ablatis autem his 100. aur. ex toto lucro, hoc est, ex 1000. aur. remanent 900. aur. pro lucro amborum. Dic ergo. Si 300. aur. quos ambo posuerunt, lucrati sunt 900. aur. quid lucrabuntur aurei 120. & quid 180. Veluti hic appositum est.

$$300. \quad 900. \quad \left\{ \begin{array}{l} 120? \\ 180? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 360. \\ 540. \end{array} \right.$$

15. TRES inierunt societatem, lucratique sunt 1520. aur. Primus contulit 1080. aur. & secundus 360. tertius autem tantam pecuniam exposuit, ut ei de lucro cederent 240. aur. Quid ergo hic tertius posuit, & quid duorum priorum quisque est lucratus? Subtrahere 240. aur. quos tertius lucratus est, à toto lucro 1520. aureorum, ut reliqui sint 1280. aur. pro lucro priorum duorum. Dic ergo. Si 1440. aur. quos primus & secundus exposuerunt, lucrantur 1280. aur. quid lucrabuntur 1080. aur. primi, & quid 360. aur. secundi? Inueniesq; lucrum primi esse 960. & secundi 320. ut hic cernis.

$$1440. \quad 1280. \quad \left\{ \begin{array}{l} 1080? \\ 360? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 960. \\ 320. \end{array} \right.$$

Ita enim omnium lucra conficient 1520. aur. Ut autem habeas pecuniam à tertio expositam, dic.

Si 118.

Si lucrum priorum duorum 1280. aur. prouenit ex 1440. aur. quos in societatem attulerunt, ex quo proueniet lucrum tertij 240. aur? inueniesq; 270. aur. vt hic vides.

1280. 1440. 240? fiunt 270.

Quaest. 16. 16. TRES exposuerunt aequales pecuniae summas, lucratiq; sunt 1000. aur. in vno anno. Primus reliquit suam pecuniam in consortio 7. mensibus: secundus suam repetijt post 6. menses: tertius autem suam vsq; ad finem anni exposuit. Quid ergo quisq; de lucro accipiet? Collectis omnibus mensibus, quibus singuli suas pecunias exposuerunt, vt fiat summa 25. dic. Si 25. lucrantur 1000. quid lucrabuntur 7. menses, & quid 6. & quid 12? quemadmodum hic factum est.

25. 1000. $\left(\begin{array}{c} 7? \\ 6? \\ 12? \end{array} \right)$ fiunt $\left(\begin{array}{c} 280. \\ 240. \\ 480. \end{array} \right)$

Verum hoc esse perspicuum est, cū omnium lucra efficiant 1000. aur. quos quidem dicebantur esse lucrati.

I D E M tamen hoc modo examinabis. Finge singulos exposuisse 100. aur. quos per tempus cuiusq; multiplica, vt fiant 700. 600. 1200. Collectis autem hisce numeris in vnam summam, quæ est 2500. dic. Si 2500. lucrantur 1000. quid lucrabuntur 700. 600. & 1200? Inuenies enim eadem

eadem lucra, quæ prius, vt hic apparet.

$$2500. 1000. \left\{ \begin{array}{l} 700? \\ 600? \\ 1200? \end{array} \right\} \text{ fiunt } \left\{ \begin{array}{l} 280. \\ 240. \\ 480. \end{array} \right.$$

17. *QVATVOR simul lucrati sunt 340. Quest. 17.*
aur. quos ita inter se, habita ratione pecuniarũ
collatarũ, partiti sunt, vt quoties secundus habuit
5. toties tertius habuerit 9. quoties autẽ tertius
habuit 7. toties quartus habuerit 11. quoties deni
que quartus habuit 9. toties primus habuerit 13.
Primus aut cõtulit 286. aur. qd ergo alij tres ex
posuerũt, & qd singuli ex lucro reportarũt? Hic
exprimũtur proportiones lucrorũ, atq; adeo pecu
niarum, ex quibus lucra promeniunt. Sunt enim lu
cra pecunijs expositis proportionalia. Quoniã igi
tur primus toties habiturus est 13. quoties quar
tus 9. erit proportio pecuniarum expositarum ea
dem, quæ 13. ad 9. propterea quòd idem numerus
multiplicans 13. & 9. producit pecunias vtrius
que, cũ toties in illa contineri debeant 13. quoties
9. in hac. Dic ergo. Si 13. dant 286. aur. quos pri
mus posuit, quid dabunt 9? inueniesq; 198. aur.
pro collatione quarti, vt hic cernis.

$$13. \quad 286. \quad 9? \text{ fiunt } 198.$$

Vbi vides, toties contineri 9. in 198. quoties 13.
in 286.

QVONIãM vero quartus dicitur habiturus
N toties

toties 11. quoties tertius 7. erit proportio 198.
nempe pecuniæ quarti, ad pecuniam tertij, quæ
11. ad 7. Dic ergo. Si 11. dant 198. quid 7. re-
periesque collationem tertij 126. aur. vt hic
constat.

11. 198. 7? fiunt 126.

Vbi etiam liquet, toties contineri 7. in 126. quo-
ties 11. in 198.

R V S V S quia tertius toties debet habere 9.
quoties secundus 5. erit proportio 126. nimirum
pecuniæ tertij, ad pecuniam secundi, quæ 9. ad
5. Dic ergo. Si 9. dant 126. quid 5? inueniesq₃ col-
lationem secundi 70. aur. vt hic patet.

9. 126. 5? fiunt 70.

Vbi etiam apparet, toties reperiri 5. in 70. quo-
ties 9. in 126.

H A B I T I S autem pecunijs, quas singuli
contribuunt, inueniemus lucra eorum, sicuti in a-
lijs societatibus. Collectis enim omnium pecunijs in
summā 680. dicemus. Si 680. lucratur 340. quid
lucrabitur 286. 70. 126. 198. quos primus, se-
cundus, tertius, ac quartus posuit? vcluti hic vides.

680. 340. $\left\{ \begin{array}{l} 286? \\ 70? \\ 126? \\ 198? \end{array} \right\}$ fiunt $\left\{ \begin{array}{l} 143. \text{ primi.} \\ 35. \text{ secundi.} \\ 63. \text{ tertij.} \\ 99. \text{ quarti.} \end{array} \right.$
ubi

Ubi quidem liquido cernis, omnia lucra facere
 340. & toties contineri 13. in 143. quoties 9. in
 99. & toties 5. in 35. quoties 9. in 63. Itē toties
 7. in 63. quoties 11. in 99.

18. TRES partiri inter se volūt 760. aur. Quæst. 18.
 ea conditione, vt quoties primus habet 10. toties
 secundus habeat 7. & tertius 2. Quantum ergo
 singuli sunt accepturi? Iunge simul 10. 7. & 2.
 vt habeas 19. Deinde dic. Si 19. dant 760. quid
 dabunt 10. 7. & 2. veluti hic vides.

$$19. \quad 760. \quad \begin{pmatrix} 10? \\ 7? \\ 2? \end{pmatrix} \text{ sunt } \begin{pmatrix} 400. \text{ primi.} \\ 280. \text{ secundi.} \\ 80. \text{ tertij.} \end{pmatrix}$$

19. QVATVOR partiri inter se volunt Quæst. 19.
 785. aur. ea lege, vt quoties primus habet 10. to-
 ties secundus habeat 7. quoties autem secundus
 habet 14. toties tertius habeat 3. quoties deniq;
 tertius habet 12. toties quartus habeat 9. Quid
 ergo quisq; accipiet? Vt facilius reddatur opera-
 tio, incipiendum erit ab vltimo, nempe à quarto.
 qui ponatur habere semel 9. Habebit igitur ter-
 tius semel etiam 12. Quia vero quoties tertius
 habet 3. toties secundus habere debet 14. si diui-
 damus 12. numerū tertij, per 3. inueniemus Quo-
 tientem 4. qui indicabit in 12. quater contineri
 3. Multiplicabimus igitur 14. per dictum Quo-
 tientem 4. vt inueniamus 56. numerum secundi,
 in quo toties 14. continentur; quoties 3. in 12. Et
 quoniam quoties secundus habet 7. toties primus

N 2 ha-

habere debet 10. si partiamur 56. numerũ secundum, per 7. inuenimus Quotientem 8. qui indicat, in 56. octies contineri 7. Multiplicabimus igitur 10. per Quotientem hunc 8. vt producatur numerus primi 80. in quo toties 10. continentur, quoties 7. in 56. Atq; ita partes numeri dati habere debent proportionales horum numerorũ 80. 56. 12. 9. Ita enim toties primus habebit 10. quoties secundus 7. Et toties secundus 14. quoties tertius 3. Et quoties tertius 12. toties quartus 9. Collectis igitur illis numeris in vnã summã, quæ erit 157. Dic. Si 157. dant 785. quid dabũt 80. 56. 12. & 9? vt hic vides.

$$157. \quad 785. \quad \left\{ \begin{array}{l} 80? \\ 56? \\ 12? \\ 9? \end{array} \right\} \text{ fiunt } \left\{ \begin{array}{l} 400. \text{ Primi.} \\ 280. \text{ Secũdi.} \\ 60. \text{ Tertij.} \\ 45. \text{ Quarti.} \end{array} \right.$$

ALIO modo ita soluetur eadem quæstio proposita. Quoniam cum primus habet 10. secundus habet 7. Ponemus 10 pro primo, & 7. pro secundo. Deinde, quia cũ secundus habet 14. tertius habet 3. dicemus. Si 14. secũdi sunt 7. quid erunt 3. tertij? Inueniemus q̄, $1\frac{1}{2}$. atq; talem proportionẽ habebit positio secundi ad positionem tertij, qualem 7. ad $1\frac{1}{2}$. hoc est, toties erunt 14. in 7. quoties 3. in $1\frac{1}{2}$. Rursum, quia cum tertius habet 12. quartus habet 9. dicemus. Si 12. tertij sunt $1\frac{1}{2}$. quid erunt 9. quarti? inueniemus q̄, $1\frac{1}{3}$. atq; talem proportionem habebit positio tertij ad positionem

tionem quarti, qualem $1\frac{1}{2}$. ad $1\frac{1}{8}$. hoc est, toties erunt 12. in $1\frac{1}{2}$. quoties 9. in $1\frac{1}{8}$. Collectis iam his numeris 10. 7. $1\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{8}$. in vnam summam, efficiemus $19\frac{5}{8}$. Quare dicemus. Si $19\frac{5}{8}$. dant 785. quid dabunt 10. 7. $1\frac{1}{2}$. & $1\frac{1}{8}$. vt hic vides.

$$19\frac{5}{8}. 785. \left\{ \begin{array}{l} 10? \\ 7? \\ 1\frac{1}{2}? \\ 1\frac{1}{8}? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 400. \text{ primi.} \\ 280. \text{ secundi.} \\ 60. \text{ tertij.} \\ 45. \text{ quarti.} \end{array} \right.$$

20. *QVATVOR* duces, sex signiferi, & *Quæst. 20.*
100. milites in dirptione cuiusdam vrbis irrue-
runt in domũ quandam, vbi repererunt 72400.
aur. quos inter se ita partiti sunt, vt quoties qui-
libet dux acceperit 8. toties quilibet signifer ac-
ceperit 5. & quilibet miles 3. Quid ergo cuilibet
ex illa præda obuenit? Multiplica numerum du-
cum, id est, 4. per 8. nempe per numerum, quem
toties quilibet dux debet habere, quoties alij 5.
& 3. efficiensq; 32. Similiter multiplica 6. nume-
rum signiferorum per 5. & 100. numerũ militum
per 3. efficiensq; 30. & 300. Iunctis simul tribus
his numeris 32. 30. 300. vt fiant 362. Dic. Si
362. dant 72400. quid dabunt 32. 30. & 300?
vt hic vides.

$$362. 72400. \left\{ \begin{array}{l} 32? \\ 30? \\ 300? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 6400. \\ 6000. \\ 60000. \end{array} \right.$$

N 3 Ita.

Itaque quatuor duces acceperunt ex illa præda 6400. aur. at 6. signiferi 6000. & 100. milites 60000. qui omnes conficiunt summam aureorum inuentam. 72400. Iam vero, si partiamur aureos ducum 6400. per 4. numerum ducum, reperiemus quemlibet habuisse 1600. aur. Item si aureos signiferorum diuidamus per 6. deprehendemus cuiuslibet obtigisse 1000. aur. Si denique aureos militum per 100. distribuamus, inueniemus singulos accepisse 600. aur. ubi manifeste vides, toties 8. contineri in 1600. quoties 5. in 1000. & 3. in 600. nimirum ducenties.

Quæst. 21.

21. QUIDAM extremum spiritum agens, cui filia erat, & filius, qui in bello dicebatur occubuisse, ita hereditatem 18038. aureorum distribuendam inter uxorem, & filiam reliquit, ut uxor haberet $\frac{2}{3}$. filia autem $\frac{1}{3}$. sed si forte filius rediret, ut filius $\frac{2}{3}$. haberet. Accidit autem, ut filius reuerteretur. Qua igitur ratione dicta hereditas diuidenda est, ut voluntati testatoris satisfiat? Certum est, questionem hanc non posse intelligi, ut verba sonant. Nam si filius accipiat $\frac{2}{3}$. non poterit uxor habere $\frac{2}{3}$. & filia $\frac{1}{3}$. Quare omnes Arithmetici voluntatem testatoris interpretantur, ut voluerit, filium duplo plus debere habere, quam uxorem, & uxorem, duplo plus, quam filiam. Id quod proportio harum minutiarum $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{3}$. quæ dupla est, (continet enim minutia $\frac{2}{3}$. minutiam $\frac{1}{3}$. bis.) indicare videtur. Itaque numerus 18038. secundus est in tres partes, ita ut prima contineat secundam bis, & secunda tertiam etiam

etiam bis, hoc est, quæ habeant continuam proportionem duplam. quod hoc modo fiet. Pone tertiam esse 1. Erit ergo secunda 2. & prima 4. quæ omnes faciunt 7. Dic igitur. Si 7. dant 18088. quid dabunt 4. 2. & 1? vt hic vides,

$$7. \quad 18088. \quad \begin{pmatrix} 4? \\ 2? \\ 1? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{cases} 10336. \text{ filij.} \\ 5168. \text{ vxoris.} \\ 2584. \text{ filia.} \end{cases}$$

Quest. 22.

22. TRES crumenã inuenerunt cū 3042. aur. quos ita inter se distribuerunt. Primus accepit $\frac{1}{2}$. secundus $\frac{1}{3}$. & tertius $\frac{1}{4}$. Quid ergo quisque accepit? Hic etiam perspicuum est, questionem non posse intelligi, vt sonat. Si namq; primus accepisset $\frac{1}{2}$. & secundus $\frac{1}{3}$. non potuisset tertius accipere $\frac{1}{4}$. Nam hæ tres minutie efficiunt plus, quàm integrum, nempe $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$. Quare sensus est, vt datus numerus distribuatur in tres partes, quæ easdem proportiones inter se habeant, quas hæ minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. Quod vt fiat inueniatur numerus à denominatoribus numeratus. Minimus autẽ hic numerus est 12. inuentus per ea, quæ cap. 10. scripsimus. Ex hoc numero cape $\frac{1}{2}$. nempe 6. Item $\frac{1}{3}$. nempe 4. Item $\frac{1}{4}$. nempe 3. quas partes simul adde, vt habeas 13. Dic ergo. Si 13. dant 3042. quid dabunt 6. 4. et 3? vt hic cernis.

$$13. \quad 3042. \quad \begin{pmatrix} 6? \\ 4? \\ 3? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{cases} 1404. \text{ primi.} \\ 936. \text{ secundi.} \\ 702. \text{ tertij.} \end{cases}$$

N 4 Exa

Examen ita fiet. Reduc dat as minutias ad eandē denominationem, vt ad $\frac{6}{12} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{3}{2}$. Habebunt enim hæ minutia eadē proportionē, quas numeratores habent. Eadē autem habent tres numeri inuenti 1404.936.702. vt patet.

Quest. 23.

23. TRES inuento loculo cum 1407. aur. ita distributionem fecerunt. Primus accepit $\frac{1}{2}$. secundus $\frac{3}{5}$. tertius $\frac{8}{11}$. quid ergo quisq; accepit? Hic etiā sensus est, vt datus numerus in tres partes secetur datis minutijs proportionales: aliās impossibilis questio foret. Inuento igitur, ex cap. 10. minimo numero 110. dictas minutias cōtinente, sume eius dimidiū 55. & tres quintas 66. & octo vndecimas 80. easq; in vnam summam 201. collige, ac dic. Si 201. dant 1407. quid dabunt 55.66. & 80? vt hic apparet.

$$201. 1407. \begin{pmatrix} 55? \\ 66? \\ 80? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{pmatrix} 385. \text{ primi.} \\ 462. \text{ secundi.} \\ 560. \text{ tertij.} \end{pmatrix}$$

Examen fiet, vt in antecedēte questione. Reductis enim datis minutijs ad eandē denominationē, vt ad $\frac{5}{110} \cdot \frac{6}{110} \cdot \frac{8}{110}$. habebunt tres numeri inuenti eadē proportionē; quas hæ minutia, nempe earum numeratores, habent, vt constat.

Quest. 24.

24. QVATVOR partiri inter se volunt 396. aur. ita vt primus habeat $\frac{1}{2}$. & præterea 10. secundus $\frac{3}{5}$. minus 20. tertius $\frac{1}{3}$. & præterea 8. quartus deniq; $\frac{1}{4}$. minus 6. quantū ergo quisq; accipiet? In huiusmodi questionibus aufer ex tota sum.

summa numeros, qui accipi debent vltra partes dictas, & alios, qui deesse debent dictis partibus, ad eandem summam adijce. Vt hic aufer 10. & 8. vt remaneant 378. adde rursus 20. & 6. sunt 404. Deinde inuēto minimo numero 60. continente datas minutias, cuius $\frac{1}{2}$. est 30. et $\frac{3}{5}$. 36. et $\frac{1}{3}$. 20. et $\frac{1}{4}$. 15. quæ oēs faciunt 101. Dic ergo. Si 101. dant 404. (qui numerus productus est ex additione & subtractione datorum numerorum ex tota summa 396.) quid dabunt 30. 36. 20. & 15? vt hic vides.

$$101. \quad 404. \quad \left\{ \begin{array}{l} 30? \\ 36? \\ 20? \\ 15? \end{array} \right\} \text{ fiunt } \left\{ \begin{array}{l} 120. \text{ primi.} \\ 144. \text{ secundi.} \\ 80. \text{ tertij.} \\ 60. \text{ quarti.} \end{array} \right.$$

Quatuor igitur hi numeri inuenti proportionem habent eandem, quas datae minutiae, sed in vnam summam collecti faciunt 404. non autem 396. vt quaestio proponit. Quod si primo addas 10. vt fiat 130. & à secundo auferas 20. vt relinquatur 124. tertio item adijcias 8. vt fiant 88. & à quarto demum auferas 6. vt remaneant 54. efficient hi quatuor numeri 396. Vt autem habeant dictas proportionem, auferendi erunt prius numeri, & addendi, qui additi sunt, & subtracti: Ita vt vere 130. ad 124. proportionem habeant, quam $\frac{1}{2}$. ad $\frac{3}{5}$. si prius 10. detrahatur ex illo, & huic adijciantur 20. vt recte dicatur numerus 130. continere $\frac{1}{2}$. & praeterea 10. numerus vero 124. continere $\frac{3}{5}$. minus 20. &c.

Quæst. 25.

25. EST cisterna habens in imo fundo tres fistulas inæquales: maxima reſerata, effluit tota aqua in 2. horis; media autem aperta, effluit tota aqua in 3. horis; minima deniq; aperta, effluit tota aqua in 6. horis. Quanto ergo tempore, reſeratis omnibus tribus fistulis, tota aqua effluet, si per singulas fistulas à principio vsq; ad finem aqua semper eodem modo effluat? Sumpto minimo numero, quem tempora in questione expressa, nempe horæ 2. 3. & 6. metiantur, qui hic est 6. dic. Si maxima fistula in 2. horis vnã cisternam exhaurit, quot cisternas in 6. horis exhauriet? inueniesque 3. Item si media fistula vnã cisternam exhaurit in 3. horis, quot cisternas in 6. horis exhauriet? inueniesq; 2. Item si minima fistula in 6. horis vnã cisternam exhaurit, quot cisternas exhauriet in 6. horis? inueniesq; 1. vt hic vides.

Horæ.	Cisterna.	Horæ	Cisternæ.
2.	1.	6.	3.
3.			2.
6.			1.

COLLECTIS iam in vnũ his tribus inuentis numeris 3. 2. 1. vt fiant 6. dic. Si sex cisternæ euacuãtur in 6. horis, quanto tẽpore 1. euacuabitur? inueniesq; in vna hora. Id quod hac ratione examinabis. Si maxima fistula exhaurit totam cisternam in 2. horis, & media in 3. & minima in 6. quantam partem cisternæ exhaurient singulæ fistulæ in 1. hora? veluti hic appositum est.

Horæ

Hora. Cisterna. Hora. Cisterna.

2.
3.
6.)

1.

1?

$\left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} \end{array} \right]$

Inuenies enim maximam fistulam euacuare $\frac{1}{2}$. cisternæ, & mediam $\frac{1}{3}$: & minimam $\frac{1}{6}$. quæ omnes partes efficiunt vnâ integram cisternam.

E A D E M hæc quæstio ita proponi potest. Est cisterna habens in summitate tres fistulas inæquales: maxima replet cisternam in 2. horis, media in 3. & minima in 6. quanto ergo tempore omnes simul cisternam implebunt? Inuenies enim 1. horam.

P A R I ratione ita potest proponi. Sunt tres artifices: primus absoluit opus quoddam in 2. annis, secundus in 3. & tertius in 6. quanto ergo tempore omnes simul idem opus perficient. Inuenies enim 1. annum:

C A E T E R V M huiusmodi quæstiones solui etiam possunt hoc pacto. Inuestigetur per regulam trium, quantum aque singulæ fistulæ exhauriant in 1. hora, tresq; numeri inuenti in vnâ summam colligantur. Nam si hæc summa fuerit 1. requiritur 1. hora, vt omnes fistulæ totam cisternam euacuent: si vero non fuerit 1. inuenietur tempus requisitum per regulam trium, vt in hoc exemplo erit manifestum. Sunt tres artifices: primus absoluit opus quoddam in 6. annis, secundus in 9. & tertius in 18. Quanto ergo tempore omnes simul idem opus perficient? Dic. Si primus in 6. an-

Alia solutio
huius quæ
stionis.

6. an

6. annis absoluit 1. opus, & secundus in 9. & tertius in 18. quantum absoluet quilibet in 1. anno? vt hic vides.

Anni.	Opus.	Ann.	Operis	
6.	1.	1?	fiunt {	
9.				$\frac{1}{6}$. primi.
18.)				$\frac{1}{9}$. secūdi.
			$\frac{1}{18}$. tertij.	

Efficiūt autem tres numeri inuenti $\frac{1}{3}$. Dic ergo. Si $\frac{1}{3}$. operis requirit 1. annum, quot annos requireret 1. opus inueniesq; 3. annos. Quod examina- bis, vt supra, veluti hic vides.

Anni.	Opus.	Ann.	Operis	
6.)	1.	3?	{	
9.				$\frac{1}{2}$. prim.
18.)				$\frac{1}{3}$. secund.
			$\frac{1}{6}$. tert.	

Inuenies enim primum in 3. annis absoluere $\frac{1}{2}$. operis, secundum $\frac{1}{3}$. & tertium $\frac{1}{6}$. quæ omnes partes efficiunt 1.

SI prius exemplum hac arte explicaretur, prima statim operatione scopus attingeretur: quia in 1. hora tota cisterna euacuatur, vt constat ex operatione examinis dicti exempli.

Quest. 26.

26. EST cisterna habens fistulam in orificio, per quam impletur in 4. horis: habet autem in imo fundo aliam fistulam, per quam in 6. horis euacuatur. Si ergo continuè influat aqua, & effluat, quanto tempore cisterna replebitur. Primum inue-

investigare oportet, quanta pars cisternæ (posita illa conditione) in 1. hora impleatur; quod hoc modo fiet: Si in 4. horis 1. cisterna impletur, quantum implebitur in 1. hora? Inuenies autem $\frac{1}{4}$. cisternæ. Rursus. Si in 6. horis 1. cisterna exhauritur, quantum euacuabitur in 1. hora? Inuenies autem $\frac{1}{6}$. cisternæ. Si ergo auferas $\frac{1}{6}$. ex $\frac{1}{4}$. remanebit $\frac{1}{12}$. cisternæ: ac tanta portio cisternæ implebitur in 1. hora. Dic ergo. Si $\frac{1}{12}$. cisternæ requirit 1. horam, quid requireret 1. cisterna? Inuenies quæ, 12. horas. Atque in tot horis cisterna tota implebitur. Quod hac ratione examinabis verum esse. Si in 4. horis impletur 1. cisterna, in 12. horis quot cisternæ implebuntur? Inuenies autem 3. cisternas. Item si in 6. horis euacuatur 1. cisterna, in 12. horis quot cisternæ euacuabuntur? Inuenies autem 2. cisternas, quas si auferas ex 3. inuentis, remanebit 1. cisterna plena.

QUOD si quis dicat: Cisterna per fistulam superiorẽ impletur in 3. horis, per inferiorẽ euacuatur in 8. hor. eodẽ modo soluetur quod, si dicas. Si in 3. horis 1. cisterna impletur, quantum implebitur in 1. hora? Inuenies autem $\frac{1}{3}$. cisternæ. Item si in 8. horis vna cisterna euacuatur, quantum euacuabitur in 1. hora? Inuenies autem $\frac{1}{8}$. cisternæ. Si ergo demas $\frac{1}{8}$. ex $\frac{1}{3}$. remanebunt $\frac{5}{24}$. ac tanta portio cisternæ implebitur in 1. hora. Dic ergo. Si $\frac{5}{24}$. cisternæ requirunt 1. horam, quid requireret 1. cisterna? Inuenies quæ, $4\frac{4}{5}$. hor. quo tempore tota cisterna implebitur. Quod ita probabis. Si in 3. hor. impletur 1. cisterna, in $4\frac{4}{5}$. hor. quot cisternæ replebuntur?

Inue-

Inuenies autem $1\frac{3}{5}$. Item si in 8. horis euacuatur vna cisterna, in $4\frac{4}{5}$. hor. quot cisternæ euacuabuntur? Inuenies autem $\frac{3}{5}$. quas si ex $1\frac{3}{5}$. auferas, remanebit 1. cisterna plena.

Alia solutio huius questionis.

BREVIVS fortassis huiusmodi quæstiones soluentur, si quærat, quanta portio cisternæ impleatur in illis horis, in quibus tota impleretur, si nihil efflueret. Quod ita fiet in priori quæstione. Dic. Si 6. horæ 1. cisternam euacuant, quantum euacuabunt 4. horæ? inuenies quæ $\frac{2}{3}$. quas si ex 1. auferas (ponimus enim 1. cisternam 4. horis impleri, si nihil efflueret) remanebit $\frac{1}{3}$. quæ 4. horis implebitur. Dic igitur rursus. Si $\frac{1}{3}$. cisternæ requirit 4. horas, quid requireret 1. cisterna? Inuenies quæ 12. horas, vt prius.

IN posteriori vero quæstione dic. Si 8. horæ 1. cisternam exhauriunt, quantum exhaurient 3. horæ? inuenies quæ $\frac{3}{8}$. quas si demas ex 1. (ponimus enim 1. cisternam 3. horis impleri, si nihil efflueret) remanebunt $\frac{5}{8}$. quæ 3. horis implebuntur. Dic ergo rursus. Si $\frac{5}{8}$. cisternæ exposcunt 3. horas, quid exposcet 1. cisterna? inuenies quæ $4\frac{4}{5}$. horas, vt prius.

REGVLA ALLI- GATIONIS.

Cap. XXI.



SOLENT nonnūquam Arithmetici varias merces variorum pretiorum miscere, ita vt, statuto quodam pretio medio, omnes eo emantur; quod quidem efficiunt regula quadam, quam regulam alligationis dicūt, eo quod variæ merces alligentur quodammodo ad vnum pretium, vt ex sequentibus exemplis perspicuum fiet.

Regula alligationis quid.

1. DV O genera vini sunt: mensura 1. primi constat 20. baioch. at mensura 1. secūdi venditur 12. baioch.

Questio 1.

Quantū ergo ex vtroque sumendum est, vt mensura 1. valeat 15. baioc? Pone vnū pretiū sub altero, et ad sinistra illo

	Pretia.	Differentiæ.
Pretium medium.	20.	3.
	15.	
	12.	5.
		8.
	Summa differentiarum.	

Regula alligationis quō fiat.

rum colloca pretiū statutum, quod mediū est inter data duo pretia. Deinde confer vtrūque pretium datum

datum cū statuto pretio, differentiamq; vtriusq; pone ad dexteram pretiorū, alternatim tamen, hoc est, differentiam maioris pretij iuxta minus pretium, & differentiam minoris iuxta maius: atq; has differentias in vnam summam collige, vt in exemplo vides.

POST hac institue regulam trium *dis*, ita vt summa differentiarum primum locū occupet; mensura vero 1. secundum; & vtraque differentia tertium, veluti hic cernis.

$$8. \quad 1. \quad \left. \begin{array}{l} 3? \\ 5? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8}. \text{primi.} \\ \frac{5}{8}. \text{secundi.} \end{array} \right.$$

Dic ergo. Si summa differentiarum 8. dat 1. mensuram, quid dabunt singulae differentiae 3. & 5? Inuenies enim ex primo vino accipiendas esse $\frac{3}{8}$. vnus mensurae, ex secundo vero $\frac{5}{8}$. atq; ita fiet 1. mensura ex vtroq; constans 15. baiochis. Quod ita probabis. Dic. Si 1. mensura primi vini valet 20. baioch. quid valebunt $\frac{3}{8}$? Item, si 1. mensura secundi vini valet 12. baioch. quid valebunt $\frac{5}{8}$? vt hic cernis.

$$\begin{array}{rclcl} 1. & 20. & \frac{3}{8}? & \text{fiunt} & 7\frac{1}{2}. \\ 1. & 12. & \frac{5}{8}? & \text{fiunt} & 7\frac{1}{2}. \end{array}$$

Inuenies enim duo pretia efficere 15. baiochos, quemadmodum proponitur.

Quaestio 2. 2. SVNT duo genera argenti non puri. Primi libra 1. valet aur. 30. alterius libra 1. valet

let aur. 24. Ut ergo lib. 1. valeat aur. 28. quantum ex v-

troque ar-
gento su-
mendū est?
Facta alli-
gatione, ut
in præce-
dēti qua-
stione, dic.
Si summa
differētia-
rū 6. dat

	Pretia.	Differentiæ.
Pretium medium.	30.	4.
	28.	2.
	24.	6.
	Summa differentiarum.	

1. lib. quid dabunt singulæ differentiæ 4. & 2? ut hic vides.

$$6. \quad 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 4? \\ 2? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3}. \text{ primi.} \\ \frac{1}{3}. \text{ secundi.} \end{array} \right.$$

Hoc enim modo habebis 1. lib. ex utroq; argento constantem 28. aureis. Ut examines, dic. Si 1. lib. argenti prioris valet aur. 30. quid valebunt $\frac{2}{3}$. unius libræ? Item si 1. lib. posterioris argenti valet 24. aur. quid valebit $\frac{1}{3}$? ut hic apparet.

$$\begin{array}{r} 1. \quad 30. \quad \frac{2}{3}? \quad \text{sunt} \quad 20. \\ 1. \quad 24. \quad \frac{1}{3}? \quad \text{sunt} \quad 8. \end{array}$$

Atq; ita 1. lib. constabit 28. aur. ut proponitur.

3. LIBRA 1. piperis valet 4. Iul. Questio 3.
1. garyophilli 3. Iul. Libra 1. cinnamomi 6. Iul.
O Libra

Libra 1. croci 10. Iul. Libra 1. zingiberis 8. Iul.
 Quantum ergo ex quolibet accipiendum est, vt
 1. libra constet 7. Iulijs? Quando plures res pro-
 ponuntur alligandæ, varijs modis fieri potest alli-
 gatio, dummodo qualibet semel salt em alligetur.
 Potest enim quodlibet pretiũ cum quolibet alio,
 vel cum pluribus etiam alligari ad pretiũ mediũ,
 ita tamen, vt statutum pretium sit medium inter
 duo, quæ alligantur ad ipsum, vel certe alteri illo-
 rum æquale: vt in hoc exemplo apparebit, quod
 varijs alligationibus explicabimus.

Nota.

Varijs mo-
 dis fieri pos-
 se alligatio-
 nem eiusdẽ
 exempli.

PRIMO ergo alligabimus pretia piperis,
 & zingiberis ad pretiũ medium, quorum differen-
 tiæ sunt

3. & 1. al-
 ternatim
 colloca-
 tæ. Dein-
 de pretia
 garyoph.
 & croci,
 quorũ dif-
 ferentiæ
 sunt 4. et
 3. alterna-
 tim quo-
 que posi-

	Pretia.	Differentiæ.
Pretium medium.	Piper. 4.	1.
	Garyoph. 3.	3.
	7. Cinnam. 6.	1.
	Crocus. 10.	4.
	Zingib. 8.	3. 1.
		<hr/>
	Summa differentiarum.	

tæ. Deniq; quia superest solum cinnam. alligabi-
 mus eius pretium cum pretio zingib. exempli gra-
 tia, quorum differentiæ sunt 1. & 1. alternatim
 etiam scriptæ. Omnium differentiarũ summa est

13. Differentiæ autem è regione zingib. faciunt
 4. Semper enim differentiæ plures è regione eius-
 dem pretij positæ colligendæ sunt in vnam sum-
 mam. Dic iam, Si summa differentiarum 13. dat
 1. lib. qui dabunt singulæ differentiæ 1. 3. 1. 4. 4?
 vt hic vides.

Quid sit fa-
 ciendū, qñ
 plures dif-
 ferentiæ po-
 nūtur è re-
 gione eius-
 dē pretij.

$$13. \quad 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 1? \\ 3? \\ 1? \\ 4? \\ 4? \end{array} \right\} \text{ fiunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1} \frac{1}{3} \cdot \text{pip.} \\ \frac{3}{1} \frac{3}{3} \cdot \text{garyoph.} \\ \frac{1}{1} \frac{1}{3} \cdot \text{cinnam.} \\ \frac{4}{1} \frac{4}{3} \cdot \text{croc.} \\ \frac{4}{1} \frac{4}{3} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right.$$

Hac ratione habebis 1. lib. ex omnibus, quæ con-
 stet 7. Iul. vt examines, dic. Si 1. lib. piperis va-
 let 4. Iul. quid valebit $\frac{1}{1} \frac{1}{3}$? Item, si 1. lib. ga-
 ryoph. valet 3. Iul. quid valebunt $\frac{3}{1} \frac{3}{3}$? Item, si
 1. lib. cinnam. valet 6. Iul. quid valebit $\frac{1}{1} \frac{1}{3}$? Itē
 si 1. lib. croci valet 10. Iul. quid valebūt $\frac{4}{1} \frac{4}{3}$. Itē
 si 1. lib. zingib. valet 8. Iul. quid valebunt $\frac{4}{1} \frac{4}{3}$?
 veluti hic cernis.

$$1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 4 \\ 3. \\ 6. \\ 10. \\ 8. \end{array} \right\} \text{ quid } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1} \frac{1}{3} ? \\ \frac{3}{1} \frac{3}{3} ? \\ \frac{1}{1} \frac{1}{3} ? \\ \frac{4}{1} \frac{4}{3} ? \\ \frac{4}{1} \frac{4}{3} ? \end{array} \right\} \text{ fiunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{1} \frac{4}{3} \cdot \text{pip.} \\ \frac{9}{1} \frac{9}{3} \cdot \text{garyo.} \\ \frac{6}{1} \frac{6}{3} \cdot \text{cinna.} \\ 3 \frac{1}{1} \frac{1}{3} \cdot \text{croc.} \\ 2 \frac{6}{1} \frac{6}{3} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right.$$

Inueniesq; omnia pretia efficere 7. Iul. vt propo-
 nitur.

ALIO modo fiet alligatio, si pretia piperis,

alia alligatio huius questionis.

& zingib. alligentur ad pretium medium: Item pretia piperis, & croci. Deinde pretia garyoph. & zingib. & rursus pretia garyoph. & croci. Postremo pretia cinnam. & croci: Item pretia cinnam. & zingib. vt in hoc apposito exemplo factum est. Neq; vero plures alligationes fieri possunt in hoc exemplo. Nam pretia piperis, garyoph. & cinnam. inter se alligari non possunt, cum singula minora sint statuto pretio medio: atque ita quodlibet illorum bis tantum alligari potest; posteriorum autem duorum vtrumque

ter, nepe cum quolibet trium priorum. At inter se alligari nequeunt, cum sta-

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	Piper. 4.	1. 3.
	Garyoph. 3.	1. 3.
	7. Cinnam. 6.	3. 1.
	Crocus. 10.	3. 4. 1.
	Zingib. 8.	3. 4. 1.
		28.
Summa differentiarum.		

tutum pretium 7. Iuliorum non sit medium inter illa, aut alteri eorum equale, sed vtroque minus. Dic ergo. Si summa differentiarum 28. dat 1. lib. quid dabunt singulae differentiae 4. 4. 4. 8. & 8. vt hic cernis.

28. 1. $\left\{ \begin{array}{l} 4? \\ 4? \\ 4? \\ 8? \\ 8? \end{array} \right\}$ fiunt $\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{2 \frac{8}{8}} \cdot \text{pip.} \\ \frac{4}{2 \frac{8}{8}} \cdot \text{garyoph.} \\ \frac{4}{2 \frac{8}{8}} \cdot \text{cinnam.} \\ \frac{8}{2 \frac{8}{8}} \cdot \text{croc.} \\ \frac{8}{2 \frac{8}{8}} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right\}$



Ita enim conflabis 1. libram ex omnibus, quæ con-
stet 7. Julijs. Quod ut probes, dic. Si 1. lib. pip.
valet 4. Jul. quid valebunt $\frac{4}{2 \frac{8}{8}}$? Item, Si 1. lib. ga-
ryoph. valet 3. Jul. quid valebunt $\frac{4}{2 \frac{8}{8}}$? &c. ve-
luti hic factum esse vides.

1. $\left\{ \begin{array}{l} 4. \\ 3. \\ 6. \\ 10. \\ 8. \end{array} \right\}$ quid $\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{2 \frac{8}{8}} \\ \frac{4}{2 \frac{8}{8}} \\ \frac{4}{2 \frac{8}{8}} \\ \frac{8}{2 \frac{8}{8}} \\ \frac{8}{2 \frac{8}{8}} \end{array} \right\}$ fiunt $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1 \frac{6}{8}}{2 \frac{8}{8}} \cdot \text{pip.} \\ \frac{1 \frac{2}{8}}{2 \frac{8}{8}} \cdot \text{garyoph.} \\ \frac{2 \frac{4}{8}}{2 \frac{8}{8}} \cdot \text{cinnam.} \\ \frac{2 \frac{8}{8}}{2 \frac{8}{8}} \cdot \text{croc.} \\ \frac{2 \frac{8}{8}}{2 \frac{8}{8}} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right\}$

Inuenies enim omnia pretia conficere 7. Julios ,
quemadmodum in quæstione proponitur.

Alia alliga-
tio huius
quæstionis,

P O-
T E S T
etiã alia
ratione
institui al
ligatio
huius e-
iusdeme-
xēpli, si
pretia pi-
peris, &
croci alli-
gentur;

	Pretia.	Differentiæ.
Pretium medium.	Piper. 4.	3.
	Garyoph. 3.	1.
	7. Cinnam. 6.	1.
	Crocus. 10.	3.
	Zingib. 8.	4. 1.
		13.
	Summa differentiarum.	

Deinde pretia garyoph. & zingib. Ac postremo
pretia cinnam. & zingib. vt in hoc exemplo vide
re licet. Dic ergo. Si summa differentiarum 13.
dat 1. lib. quid dabunt singulæ differentiæ 3. 1. 1.
3. & 5? quemadmodum hic vides.

$$13. \quad 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 3? \\ 1? \\ 1? \\ 3? \\ 5? \end{array} \right\} \text{ fiunt } \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{1 \cdot 3} \cdot \text{pip.} \\ \frac{1}{1 \cdot 3} \cdot \text{garyoph.} \\ \frac{1}{1 \cdot 3} \cdot \text{cinnam.} \\ \frac{3}{1 \cdot 3} \cdot \text{croc.} \\ \frac{5}{1 \cdot 3} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right.$$

Sic enim habebis 1. lib. ex omnibus pro 7. Iulijs.
Quod probabis, vt supra.

Quid obser-
uandum sit
in alligatio-
nib. pluriū
rerum.

V I D E S igitur, varijs modis fieri posse alli-
gationem, si res alligandæ plures sint, quàm duæ;
dummodo pretium medium semper minus sit vno
pretio alligādo, & maius altero; vel æquale vni.
& maius, vel minus altero. Verum licet ex va-
rijs alligationibus semper habeas pondus rerum
miscendarum propositum pro pretio medio statu-
to, non tamen eadem semper pondera ex rebus
miscendis accipies, vt ex propositis exemplis per-
spicuum est.

Quæstio 4.

4. V L N A 1. panni rubri valet 4. aur. &
vlna 1. panni viridis valet 6. aur. & vlna 1. pan-
ni nigri valet 10. aur. Vult quidam ex omnibus
80. vlnas pro 480. aureis. quantum ergo ex sin-
gulis pannis accipiet? In huiusmodi quæstionibus
oportet prius inuestigare pretium vnus vlne ex
omnibus pannis mixtæ. quod ita fiet in nostro e-

xem.

Exemplo . Si 80. vlnæ mixtæ valent 480. aur. quid valebit 1. vlna ? inueniesq; 6. aur. quod est pretiū 1. vlnæ medium inter pretium vilioris panni, & pretium carioris . Quòd si reperiretur pretium non mediū, impossibilis esset quæstio. Ut si diceret aliquis. Vult quidā ex omnibus pannus 80. vlnas pro 300. aur. vel pro 900. aur. impossibilis esset quæstio . Nam si 800. vlnæ valent 300. aur. valebit 1. vlna $3\frac{3}{4}$. aur. quod pretium minus est pretio vilioris panni. Quare neq; ex viliori panno habere potest quispiam 80. vlnas pro 300. aureis, tantum abest, vt ex omnibus vlnas 80. accipiat. Rursus, si 80. vlnæ valent 900. aur. valebit 1. vlna $11\frac{1}{4}$. aur. quod pretium maius est pretio carioris panni. Quare plures vlnas carioris panni, quàm 80. emet quispiam aureis 900. ac proinde multo plures, si ex omnibus aliquot vlnas accipere velit: Sed redeamus ad nostrū exemplum .

Quæstio alligationis est impossibilis.

I N -

V E N -

T O pre-
tio medio
vnius vl-
næ, fiat al-
ligatio,
vt in præ-
cedenti-
bus, quæ-
admodū
hic est fa-

	Pretia.	Differentiæ.
Pretium medium.	rub.	4.
	6. virid.	6.
	nig.	10.
		10.
	Summa differentiarum.	

Etum. Primum enim alligauimus pretia 4. & 10.

0 4 ad

ad medium pretiū 6. Deinde pretia 6. & 10. Dic-
igitur. Si summa differentiarum 10. dat 80. vl-
nas, (tot enim vlnas accipere vult ex triplici
panno) quid dabunt singulae differentiae 4. 4. &
2? ut hic factum est.

$$10. \quad 80. \quad \begin{pmatrix} 4? \\ 4? \\ 2? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{pmatrix} 32. \text{ rubri.} \\ 32. \text{ viridis.} \\ 16. \text{ nigri.} \end{pmatrix}$$

Ita enim ex tribus illis pannis sumentur 80. vl-
nae pro 480. aur. Quod ita probabis. Si 1. vlna va-
let 6. aur. (hoc enim pretium medium inuentum
est vnius vlnae ex tribus pannis mixtae.) quid va-
lebunt 32. vlnae panni rubri, & 32. viridis, &
16. nigri? veluti hic cernis.

$$1. \quad 6. \quad \begin{pmatrix} 32? \\ 32? \\ 16? \end{pmatrix} \text{ fiunt } \begin{pmatrix} 192. \text{ rub.} \\ 192. \text{ virid.} \\ 96. \text{ nig.} \end{pmatrix}$$

Reperiesq; omnia pretia conficere 480. aureos.

QVOD si pretium panni viridis non alligaf-
semus cū pretio panni nigri, sed cum pretio panni
rubri, fieret sequens alligatio. Verum alios nume-
ros inuenissemus. Dixissemus enim. Si summa dif-
ferentiarum 8. dat 80. vlnas, quid dabunt singu-
lae differentiae 4. 2. & 2? ut hic vides.

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	rub. 4.	4. 0.
	6. virid. 6.	2.
	nig. 10.	2.
	8.	
Summa differentiarum.		

8. 80. $\begin{pmatrix} 4? \\ 2? \\ 2? \end{pmatrix}$ fiunt $\begin{pmatrix} 40. \text{rub.} \\ 20. \text{virid.} \\ 20. \text{nig.} \end{pmatrix}$

Examen fiet, ut prius, si dicas. Ulna 1. ualet 6. aur. quid ualebunt ulne 40. panni rubri, & 20. uiridis, & 20. nigri? Inuenies enim omnia pretia conficere 480. aureos.

5. SVNT quatuor genera uini; primi amphora 1. ualet 21. baioch. secundi 27. tertij 30. & quarti 40. Vult quidam miscere ex his 300. amphoras, ea lege, & conditione, ut singulae amphorae ualeant 33. baioch. Quantum ergo ex quolibet accipiet? Hic necessario tria priora pretia cum posteriori alliganda sunt ad medium pretium 33. baioch. cum illa tria sint hoc minor a, ut in dato exemplo uides. Dic ergo. Si summa differentiarum 42. dat 300. amphoras, quid dabunt singulae differentiae 7. 7. 7. & 21? ut patet in exemplo.

	Pretia.	Differentia.
	21.	7.
	27.	7.
	30.	7.
33.	40.	12. 6. 3.
		42.
	<i>Summa differentiarum.</i>	

$$42. \quad 300. \quad \left. \begin{array}{l} 7? \\ 7? \\ 7? \\ 21? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left. \begin{array}{l} 50. \text{ primi.} \\ 50. \text{ secundi.} \\ 50. \text{ tertij.} \\ 50. \text{ quarti.} \end{array} \right\}$$

Sic enim conficies 300. amphoras, quarum singule constabunt 33. baioch. Quod ut probes, dic. Si summa differentiarum 42. dat 1. amphoram, quid dabunt singule differentie 7. 7. 7. & 21? ut hic uides.

$$42. \quad 1. \quad \left. \begin{array}{l} 7? \\ 7? \\ 7? \\ 21? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{6}. \text{ primi.} \\ \frac{1}{6}. \text{ secundi.} \\ \frac{1}{6}. \text{ tertij.} \\ \frac{1}{2}. \text{ quarti.} \end{array} \right\}$$

*Atq; ita habebis unam amphoram ex quadrupli ci illo uino mixtam. Dic ergo rursus. Si 1. amphora uini primi ualeat 21. baioch. quid ualebit $\frac{1}{6}$. am-
pho-*

phoræ? Item si 1. amphora secundi ualet 27. quid ualebit $\frac{1}{6}$? Item si 1. amphora tertij ualet 30. quid ualebit $\frac{1}{6}$? Item si 1. amphora quarti ualet 40. quid ualebit $\frac{1}{2}$. ut hic uides.

$$1. \left\{ \begin{array}{l} 21. \\ 27. \\ 30. \\ 40. \end{array} \right\} \text{quid} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{6} ? \\ \frac{1}{6} ? \\ \frac{1}{6} ? \\ \frac{1}{2} ? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 3\frac{1}{2}. \text{ primi.} \\ 4\frac{1}{2}. \text{ secundi.} \\ 5. \text{ tertij.} \\ 20. \text{ quarti.} \end{array} \right.$$

Quae omnia pretia efficiunt 33. baioch. ut proponitur.

BREVIUS tamen ita quoq; institui potest examen. Quoniam si 1. amphora ualere debet 33. baioc. ualebunt 300. amphoræ 9900. baioch. Dicemus ergo. Si 300. amphoræ ualent 9900. baioch. quid ualebunt 50. amphoræ primi uini, & quid 50. secundi, & 50. tertij, & 150. quarti? ut hic uides.

$$300. \quad 9900. \left\{ \begin{array}{l} 50? \\ 50? \\ 50? \\ 150? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 1650. \text{ primi.} \\ 1650. \text{ secundi.} \\ 1650. \text{ tertij.} \\ 4950. \text{ quarti.} \end{array} \right.$$

Inuenies enim omnia pretia conficere 9900. baiochos.

6. QUIDAM pro 400. aur. emere uult 400. lib. aromatum variorum, nimirum garyophyllorū, piperis, cinnamomi, zingiberis, nucum myristicarum, & croci, quorum hæc sunt pretia pro singulis libris, Julij 6. 7. 9. 11. 12. 16. Quot

Quæstio 6.

ergo

Inuenies enim 400. lib. que ualebunt 400. aur.
 & singula lib. constabunt 10. Iulijs. Quod proba-
 bis, ut in precedenti questione dictum est.

POSSUNT fieri in hac questione plures
 alię alligationes diuersę, ut in quatuor exemplis
 hic appositis apparet.

Pretia.	Differentię.
Pretium medium. 10.	6. 1. 2. 6.
	7. 1. 2. 6.
	9. 1. 2. 6.
	11. 4. 3. 1.
	12. 4. 3. 1.
	16. 4. 3. 1.
	51.
Summa differentiarũ.	

Pretia.	Differentię.
Pretium medium. 10.	6. 1.
	7. 2.
	9. 6.
	11. 4.
	12. 3.
	16. 1.
	17.
Summa differentiarũ.	

Pretia.	Differentię.
Pretium medium. 10.	6. 6.
	7. 2.
	9. 1.
	11. 1.
	12. 3.
	16. 4.
	17.
Summa differentiarũ.	

Pretia.	Differentię.
Pretium medium. 10.	6. 2.
	7. 1.
	9. 6.
	11. 3.
	12. 4.
	16. 1.
	17.
Summa differentiarũ.	

In primo enim quolibet priorum triũ pretiorum
 alligatum est cum omnibus tribus posterioribus.
 In secundo uero primum cum quarto, & secun-
 dum

dum cum quinto, & tertium cum sexto. In tertio deinde primum cum sexto, & secundum cum quinto, & tertium cum quarto. In quarto denique primum cum quinto, & secundum cum quarto, & tertium cum sexto. Atque ita in similibus questionibus plures fieri possunt alligationes inter se diverse.

Quæstio 7.

7. QUIDAM vult statuam argenteam 300. librarum. Offeruntur ei duo genera argenti: Primi lib. 1. valet 30. aur. secundi 20. que ita inter se miscere vult, vt 1. lib. constet 24. aur. Quantum ergo ex

quolibet argento sumet, vt habeat 300. lib. quarum singule constent 24. aur? Ita stabit alligatio, vt hic vides. Dic ergo. Si summa differen-

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	30.	4.
	24.	
	20.	6.

		10.
	Summa differentiarum.	

tiarum 10. dat 300. lib. quid dabunt singule differentie 4. & 6? vt hic vides.

$$10. \quad 300. \left\{ \begin{array}{l} 4? \\ 6? \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 120. \text{ primi arg.} \\ 180. \text{ secundi arg.} \end{array} \right\} \text{ fiunt.}$$

Ita enim reperies 300. libras, quarum singule valent 24. aur. Quod probabis, vt in questione 5. dictum est.

REGVLA FALSI SIMPLICIS POSITIONIS.

Cap. XXII.



INTER alias Arithmetice re-
gulas non postremum locum ob-
tinet regula falsi, que sic dicitur,
non quod falsum nos doceat,
sed quod ex falso posito
verum eruere ostendat: quod

Regula falsi
sic dicitur
Et sic.

quidem efficit, ponendo quemuis numerum, qui
propositę questioni putatur satisfactorius, licet re
ipsa nõ satisficiat. Hęc autem regula duplex est.
Quędam enim vocatur simplicis positionis, in qua
nimirum vnica fit positio vnus duntaxat nume-
ri, qui questioni creditur satisfactorius: quędam
vero duplicis positionis dicitur, in qua videlicet
duplex fit positio duorum numerorũ, quorum v-
terque questioni satisfactorius putatur.

Regula falsi
duplex.

CÆTERVM magnum est inter duas
has regulas discrimen. Quidquid enim per prio-
rem soluitur, id etiam per posteriorem explicari
potest, non autem contra. Innumerę enim prope-
modum quęstiones per posteriorem solvuntur,
quę nulla ratione per priorem possunt explicari.
Nam sub priori continentur illę tantum quęstio-
nes, in quibus tales partes, aut numeri exprimun-
tur,

Discrimen
inter duas
regulas falsi.

Nota.

tur, qui eandem proportionem habent in parvis numeris, quam in magnis: quales sunt $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{3}{4}$. &c. Item numeri dupli, tripli, quadrupli, &c. Itaque satis esset, si posterior regula sola proponeretur. Sed quia per priorē plurimæ quæstiones multo breuius explicantur, quam per posteriorem, utramque paucis declarabimus, initio sumpto à priori, quæ facilius est.

Regula] falsi
simplicis
positionis
quò fiat.

PROPOSITA igitur quæstione quacunque per regulam falsi simplicis positionis solvenda, ponatur quivis numerus, qui quæstioni creditur satisfactorius, isq; iuxta quæstionis tenorem examinetur; & quidem si omnia consonent, numerus positus erit is, qui quæritur: Si vero aliter se res habeat, falsa fuit positio numeri assumpti. Quare ex hoc falso eliciendum erit verum beneficio regulæ trium, ut in exemplis declarabitur.

Quæstio 1.

1. **TRES** emere constituunt domum quandam 2700. aur. Secundus duplo plus vult dare, quam primus, & tertius triplo plus, quam secundus. Quantum ergo quisq; expendet? Hac quæstione nihil aliud quæritur, quam ut numerus 2700. dividatur in tres partes ea lege, ut secunda sit dupla primæ, & tertia tripla secundæ. Pone ergo primum dare quotcunq; aureos volueris, nempe 6. Igitur iuxta tenorem quæstionis secundus dabit 12. cum hic numerus sit duplus primi; tertius vero dabit 36. quòd hic numerus sit triplus secundi. Omnes autem hi tres numeri efficiunt 54. aur. cum tamen efficere deberent 2700. Dic ergo. Si 54. provenerunt ex falsa positione 6. aur. primi,

primi, ex qua vera positione prouenient 2700?
Inueniesq; primum dedisse 300. aur. ac proinde
secundum 600. & tertium 1800. qui omnes tres
numeri efficiunt 2700.

P O S S E T quoq; pecunia secundi, & ter-
tij reperiri ex vtriusq; positione, si diceretur. Si
54. prouenerunt ex falsa positione 12. aur. secun-
di, & ex falsa positione 36. aur. tertij, ex quo
proueniet 2700? Inuenires enim pecuniam secun-
di esse 600. aur. & tertij 1800. Sed satius est in-
uestigare per regulam trium pecuniam vnus dun-
taxat. Ex hac enim aliorum pecuniæ facili nego-
tio elicientur, iuxta tenorem questionis.

E O S D E M prorsus numeros reperisses, si
pro primo alium numerum posuisses, quàm 6. ac
proinde pro secundo alium, quàm 12. & pro ter-
tio alium, quàm 36.

2. I N T E R R O G A T V S quidam, quã- Questio 2
tum pecuniæ in arca haberet, respondit se nescire,
hoc tamen se certo à procuratore cognouisse, $\frac{1}{3}$
& $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. suæ pecuniæ constituere 4700. aur.
Quantum ergo pecuniæ is habuit? Hic etiam nihil
aliud quaeritur, quàm numerus, cuius $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. &
 $\frac{1}{5}$. simul efficiant 4700. Pone ergo illum habe-
re 60. aur. (vt autem fractiones vitentur, quo
ad fieri potest, sumendus est semper numerus,
qui contineat fractiones in quaestione expressas,
vt cap. 10. docuimus, qualis hic est 60.) cuius
 $\frac{1}{3}$. est 20. & $\frac{1}{4}$. 15. & $\frac{1}{5}$. 12. quæ omnes partes
constituunt 47. Debebant autem conficere 4700.
Dic ergo. Si 47. prouenerit ex 60. quæ numerum

falso posuimus, ex quo prouenient 4700? inuenimusq; 6000. atq; tot aureos in arca habuit. Nam $\frac{1}{3}$. continet 2000. & $\frac{1}{4}$. 1500. & $\frac{1}{5}$. 1200. quæ omnes partes efficiunt 4700.

Quæstio 3.

3. **INTERROGATVS** quidam ludi magister, quot haberet haberet discipulos, respondit: Si adhuc semel tot haberẽ, quot habeo, & accederet $\frac{1}{2}$. eorum, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & præterea 1. haberem 112. Quot ergo discipulos habuit? Hæc quæstio ita proposita solui non potest per hanc regulam, propterea quòd vnitas, cuius postremo loco fit mentio, non potest habere eandem proportionem cum $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & duplo parui numeri, quam cum eisdẽ partibus, & duplo magni numeri. Si tñ auferatur 1. ex numero 112. qui in quæstione debet produci, soluetur quæstio proposita. Tñc enim nihil aliud quæritur, quam numerus, qui bis sumptus, vnà cum $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. facit 111. Nam si tandem addatur 1. fient 112. Pone ergo illum habuisse 12. discipulos. Hic enim numerus continet fractiones datas. Si ergo totidem discipuli accedant, habebit 24. nẽpe duplo plures, quàm prius. Ad quos si rursus accedat $\frac{1}{2}$ nimirum 6. & $\frac{1}{3}$. nempe 4. & $\frac{1}{4}$. vtpote 3. habebit 37. Debebant autem esse 111. vt addito 1. haberet 112. Dic ergo. Si 37. prouenerunt ex 12. ex quo prouenient 111? Inueniesq; eum habuisse 36. discipulos. Nam si accedant totidem, habebit 72. quibus si addantur $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. videlicet 18. 12. & 9. fient 111. addito denique 1. fient 112.

Quæstio 4.

4. **QVIDAM** emit equum, hortum, ac domum

num 5000. aur. ea lege, vt hortus quadruplo pluris constet, quàm equus, at domus quincuplo pluris, quàm hortus. Quanti ergo emit equum, & quanti hortum, & quanti domum? Hic quaritur, vt numerus datus 5000. distribuatur in tres partes, ita vt secunda sit primæ quadrupla, et tertia secundæ quincupla. Estq; questio hæc similis primæ. Pone ergo, equum valere 30. aur. quo posito, valebit hortus 120. aur. & domus 600. qui omnes numeri conficiunt 750. Deberent autem conficere 5000. Dic ergo. Si 750. prouenerūt ex 30. ex quo prouenient 5000? Inueniesq; 200. atque tot aureis fuit emptus equus, ac proinde hortus emptus fuit 800. aur. & domus 4000. qui omnes numeri constituunt 5000. aur.

5. QUID AM proficiscens Venetijs Hierosolymam expedit in itinere $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. suæ pecuniæ; domum autem reuersus deprehendit sibi superesse 36. aureos. Quantum ergo pecuniæ is secūtulit? Hic quaritur numerus, à quo si auferantur $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. reliquus sit numerus 36. Pone illum habuisse 300. aur. ex quo si auferas $\frac{2}{3}$. nempe 200. & $\frac{1}{5}$. nimirum 60. supersunt 40. Debebant autem remanere tantum 36. Dic ergo. Si 40. prouenerunt ex 300. ex quo prouenient 36? Inueniesq; 270. atque tot aureos habuit. Nam ablatis $\frac{2}{3}$. nempe 180. & $\frac{1}{5}$. nimirum 54. supersunt 36.

QVOD si quando contingat, partes in questione expressas unitatem superare, ac proinde nō posse ex posito numero subtrahi, questio impossibilis erit. Ut si diceret quis. Da mihi numerum, vt,

si ex eo demas $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. relinquuntur 36. quæstio
esset impossibilis. Nam $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. unitatem supe-
rant, ac proinde auferri nequeunt ex posito nume-
ro 300. quia $\frac{2}{3}$. sunt 180. & $\frac{3}{5}$. sunt etiam 180.
quæ partes simul constituunt 360. qui numerus
ex 300. auferri non potest.

Quæstio 6.

6. QVÆRATUR numerus, cuius $\frac{1}{2}$.
 $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. efficiant 522. Pone numerum
eum esse 60. cuius $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. nempe
30. 20. 15. 12. & 10. efficiunt 87. Nos autem
volumus 522. Dic ergo. Si 87. prouenerunt ex
60. ex quo prouenient 522? Inueniesq; 360. Hu-
ius enim numeri $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. nimirum 180.
120. 90. 72. & 60. efficiunt 522.

Quæstio 7.

7. QUIDAM interroganti se, quantum
pecuniæ haberet, respondit, se tot aureos habere,
vt si ad eos addatur $\frac{1}{2}$. eorum, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. &
præterea 100. aur. constituent 300. aur. Quam
ergo pecuniam habuit? Vt hæc quæstio per hanc
regulam soluatur, detrahendi sunt 100. aur. ex
300. vt in quæstione 3. diximus, & inquirendus
numerus, vt, si addatur eius $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. fiat
200. Tunc enim additis 100. fiet 300. vt in quæ-
stione proponitur. Pone ergo eum numerum esse
24. Huius $\frac{1}{2}$. est 12. & $\frac{1}{3}$. 8. & $\frac{1}{4}$. 6. quæ omnes
partes additæ ad 24. faciunt 50. Nos autem vo-
lumus, vt efficiant 200. Dic ergo. Si 50. prouene-
runt ex 24. ex quo prouenient 200? Inueniesq;
96. ac tanta fuit summa aureorum. Nam $\frac{1}{2}$. con-
tinet 48. & $\frac{1}{3}$. 32. & $\frac{1}{4}$. 24. qui omnes numeri
faciunt 104. additi autem ad 96. efficiunt 200.

ad

ad quē numerū si tandē adiiciantur 100. fiēt 300.

8. QUIDAM volens molere 500. modios Questio 8.
 tritici adit molitorē habentem 5. molas, quarum
 prima singulis horis molit 7. modios, secunda 5.
 tertia 4. quarta 3. quinta 1. Quanto ergo tempore
 totum triticum moletur, si omnibus molis triticū
 imponatur, & quantū tritici singulis molis impo-
 nendū? Pone in 4. horis. Quo posito, prima mola
 cōficiet 28. modios, secunda 20. tertia 16. quarta
 12. & quinta 4. qui omnes modij faciūt 80. De-
 bent autem esse 500. Dic ergo. Si 80. modij proue-
 nerūt ex 4. horis: 500. modij ex quot horis proue-
 nient? Inueniesq; 25. horas. In tot enim horis
 prima mola molet 175. modios, secunda 125. ter-
 tia 100. quarta 75. & quinta 25. qui omnes sunt
 500. modij; atq; tot modij cuilibet molæ subijcien-
 di sunt, quot ipsa modios molit in 25. horis.

9. QUIDAM proficiscens ad nundinas Questio 9.
 lucratus est ex pecunia, quam secum attulerat,
 tantum, vt lucrū vnā cum pecunia allata triplū
 esset pecuniæ allatæ. Ex hac deinde pecunia in a-
 lijs nundinis tantam pecuniam lucratus est, vt lu-
 crū vnā cum pecunia ad has nūndinas allata quin-
 cuplum esset huius pecuniæ. Postremo ex hac pe-
 cunia in alijs nundinis tantum lucratus est, vt lu-
 crum vnā cum pecunia, quam proxime habebat,
 quadruplum esset huius pecuniæ; inuenitq; se ha-
 bere 40000. aur. Quantū ergo pecuniæ ad primas
 nundinas attulit? In hac quæstione inquiritur nu-
 merus, qui multiplicatus per 3. & productus nu-
 merus per 5. & hic numerus productus per 4.

faciat 40000. Pone eum numerum esse 10. quem si multiplices per 3. facies 30. pro lucro vna cum pecunia in primis nundinis. Si autem multiplices 30. per 5. procreabis 150. pro lucro vna cum pecunia in secundis nundinis. Si denique multiplices 150. per 4. facies 600. pro lucro vna cum pecunia in tertijs nundinis. Nos vero diximus, in tertijs nundinis eum habuisse 40000. tñ aur. Dic ergo. Si 600. prouenerunt ex 10. ex quo proueniunt 40000? Inueniesq; $666\frac{2}{3}$. atque tot aureos secum ille attulit ad primas nundinas. Nam si multiplicemus $666\frac{2}{3}$. per 3. efficiemus 2000. pro lucro & pecunia in primis nundinis. Si deinde multiplicemus 2000. per 5. gignemus 10000. pro lucro ac pecunia in secundis nundinis. Si denique multiplicemus 10000. per 4. producemus 40000. pro lucro ac pecunia in tertijs nundinis.

Quæst. 10.

10. INVESTIGETVR numerus, ut eo multiplicato per 4. & producto per 3. & hoc producto per 6. atq; huic producto additis 10. producat 800. Hæc q̄ per hanc regulam solui nequit, nisi prius detrahantur 10. ex 800. propter rationem in questione 3. dictam. Subtrahere ergo 10. ex 800. relinquenturq; 790. atque hic numerus producendus est ex multiplicationibus in questione expressis. Nam si ei addantur 10. fiet numerus 800. Pone numerum quæsitum esse 10. quem si multiplices per 4. facies 40. qui numerus multiplicatus per 3. facit 120. hic deniq; numerus multiplicatus per 6. producit 720. Deberent autem produci 790. Quare dic. Si 720. prouenerunt ex

10. ex quo provenient 790? Inueniesq; $10\frac{3}{3}\frac{5}{6}$. atque hic est numerus, qui queritur. Si enim multiplices $10\frac{3}{3}\frac{5}{6}$. per 4. facies $43\frac{8}{9}$. quem numerum si rursus multiplices per 3. gignes numerum $131\frac{2}{3}$. quem si denique per 6. multiplices, procreabis 790. Additis autem 10. fient 800.

11. SENE X quidam interroganti de sua Quest. 11.
 ætate, respondit, se tot habere annos, vt si eis adderetur $\frac{1}{2}$. ipsorum, & ex summa detraheretur $\frac{1}{4}$. ipsius, haberet 99. annos. Quot ergo annos habuit? Hic inueniendus est numerus, ad quem si adijciatur $\frac{1}{2}$. ipsius, & ex summa detrahatur $\frac{1}{4}$. eiusdem summæ, reliquus sit numerus 99. Pone eum habuisse 80. annos. Si igitur adijciatur eorum $\frac{1}{2}$. nempe 40. anni, fient 120. à quibus si detrahatur $\frac{1}{4}$. nimirum 30. supererunt 90. Dicuntur autem superesse 99. Dic ergo. Si 90. promenerunt ex 80. ex quo provenient 99? Inueniesque 88. atque tot annos senex ille habuit. Si namq; eis adijcias $\frac{1}{2}$. eorum, nimirum 44. facies 132. à quibus si auferas $\frac{1}{4}$. nempe 33. supererunt 99.

12. APPARET fastigium cuiusdã turris 24. palmorum: dicit autem quidam, $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5}$. eiusdem turris à circumiacentibus ædificijs occultari. Quanta ergo est totius turris altitudo? Hic querendus est numerus, ita vt, si ab eo auferatur $\frac{1}{3}$. & præterea $\frac{2}{5}$. relinquuntur 24. Pone eum numerum esse 30. à quo si auferas $\frac{1}{3}$. videlicet 10. & $\frac{2}{5}$. nimirum 12. remanent 8. Nos autem volumus, vt relinquuntur 24. Dic ergo. Si 8. promeniunt ex 30. ex quo provenient 24? Inueniesq;

90. ac tanta est altitudo turris. Nam si auferas $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5}$. nempe 30. & 36. relinquentur 24.

Quæst. 13.

13. EST hasta, cuius $\frac{1}{3}$. alba est, & $\frac{1}{5}$. nigra, & $\frac{2}{9}$. carulei coloris, supersunt autem 12. palmi rubri. Quanta est ergo longitudo illius haste? Hic etiam inquirendus est numerus, ita ut, si ex eo dematur $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{5}$. & $\frac{2}{9}$. reliquus sit numerus 12. Pone eum numerum esse 45. à quo si auferas $\frac{1}{3}$. nempe 15. & $\frac{1}{5}$. nimirum 9. & $\frac{2}{9}$. hoc est, 10. supersunt 11. Debent autem remanere 12. Dic ergo. Si 11. prouenerunt ex 45. ex quo proueniēt 12? Inueniesq; $49\frac{1}{1}$. ac tot palmorum est haste illius longitudo. Nam eius $\frac{1}{3}$. cōtinet palmos $16\frac{4}{1}$. at $\frac{1}{5}$. continet palmos $9\frac{2}{1}$. Item $\frac{2}{9}$. continēt palmos $10\frac{0}{1}$. qui omnes numeri ablati ex longitudine haste palmorum $49\frac{1}{1}$. relinquant 12. palmos.

Quæst. 14.

14. QUID AM pro 30. vlnis panni albi, & 40. vlnis panni nigri expendit 660. aureos, constiteruntq; singule vlnæ panni nigri duplo plures, quàm singule vlnæ panni albi. Quanti ergo cōstitit vna vlna panni albi, & quanti vna vlna nigri? Pone vnam vlnam panni albi constitisse 4. aur. Et quoniam pretium vnus vlnæ panni nigri est duplo maius, necesse est, vnam vlnam panni nigri constitisse 8. aur. Ex quo fit, 30. vlnas panni albi constare 120. aur. & 40. vlnas panni nigri valere 320. aur. qui omnes aurei efficiunt 440. Nos autem diximus, illum expendisse 660. aur. Dic ergo. Si 440. prouenerunt ex 4. ex quo proueniēt 660? Inueniesq; 6. aur. pro pretio vnus vlnæ pan-

ne panni albi, ac proinde 12. aur. pro pretio vnus
vlnæ panni nigri. Ita enim 30. vlnæ panni albi cō
stabit 180. aur. & 40. vlnæ panni nigri valebūt
480. aur. qui omnes aur. conficiunt 660. aur.

REGVLA FALSI DVPLICIS PO- SITIONIS.

Cap. XXIII.



PROPOSITA questione qua
cunq; per regulam falsi duplicis
positionis explicanda, ponatur
quiuis numerus siue parvus, si-
ue magnus, qui iuxta tenorem
questionis examinetur. Nam
si is quesito respondeat, soluta erit questio; sin-
minus, notandus erit excessus, vel defectus,
quo a veritate aberratum est, vna cum litera P.
vel M. quarū illa plus, hæc vero minus significat,
prout videlicet error veritatem excesserit, aut
ab ea defecerit. Deinde ponatur rursus aliquis a-
lius numerus siue maior priore, siue minor, qui eo-
dem modo examinetur, &c. Nam ex duplici hac
positione, & duplici errore veritas elicietur hoc
modo.

Regula fal-
si duplicis
positionis
quō fiat.

SI in vtraque positione à veritate aberratiō
est per excessum, vel defectū, subtrahatur minor
error ex maiore, & numerus relictus ꝑ diuisore
serue-

Qñ vtraq;
positio veri-
tatem exce-
dit, fit sub-
tractio.

seructur. Deinde numerus primo positus per secundū errorem, & numerus secundo positus per primum errorem multiplicetur, minor quā numerus productus ex minore detrahatur. Nam si numerus hic residuus per diuisorem iam inuentum, nimirum per differentiam errorum, diuidatur, dabit Quotiens numerum quæsitum, qui quæstioni propositæ satisfaciet.

Quā vnā positio veritatem excedit, & altera deficit, fit additio.

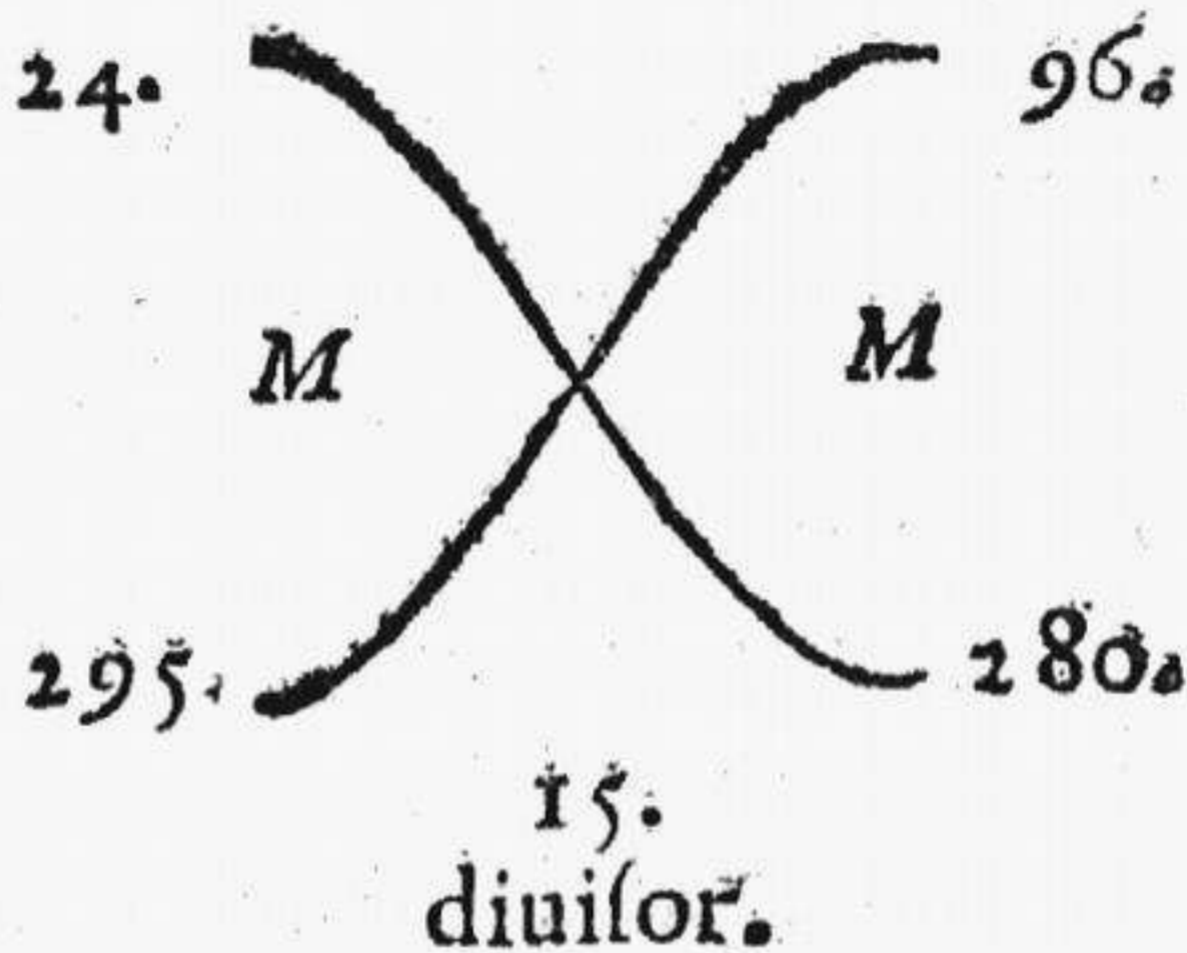
SI vero in alterutra positione à veritate aberratum est per excessum, & in altera per defectum, colligendi erunt duo errores in vnā summam, vt habeatur diuisor: Similiter duo illi numeri, qui ex multiplicatione numerorum positorum per errores, vt dictum est, producuntur, in vnā summam sunt colligendi, vt habeatur numerus diuidendus, &c. Id quod ex quæstionibus fiet perspicuum.

Quæstio 1.

I. QVÆRATUR numerus, à cuius dimidio subtracta $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, relinquantur 300. Ponatur numerus 24, qui nimirum habeat partem $\frac{1}{2}$, in quæstione expressam, & eius $\frac{1}{2}$, alias partes expressas, nempe $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, contineat, vt fractiones, quoad fieri potest, vitentur: qui quidem numerus facile inuenietur, si numerus sumatur habens posteriores fractiones, & is postea duplicetur. Solet autem numerus hic primo acceptus poni ad sinistram in superiori parte crucis, & error in parte inferiori ad sinistram quoque, litera deniq; P. vel M. prout veritatem excesserit error ille, vel ab ea defecerit, in medio crucis ad eandem sinistram: Secundus vero nume-

rus acceptus cum errore, & litera P. vel M. eodem ordine collocari solet ad dexteram eiusdem crucis, ut in nostro exemplo factum esse vides. Hic

numerus 24. positus ita iuxta pronunciationem questionis examinabitur. Eius $\frac{1}{2}$. est 12. à quo numero detrahenda est $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. Est autem $\frac{1}{3}$. numeri 12. numerus 4. & $\frac{1}{4}$.



numerus 3. qui numeri detracti ex 12. relinquunt 5. Debebant autem relinqui 300. Aberratum est ergo a veritate per defectum 295. unitatum; ac proinde error hic notandus est cum litera M.

PONATUR secundo numerus 96. qui ita iuxta questionem examinabitur. Eius $\frac{1}{2}$. est 48. at $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. huius numeri 48. sunt 16. & 12. qui ex 48. ablati relinquunt 20. Debebant autem relinqui 300. Defecimus ergo rursus a veritate 280. unitatibus, ac proinde error hic notandus est etiam cum litera M.

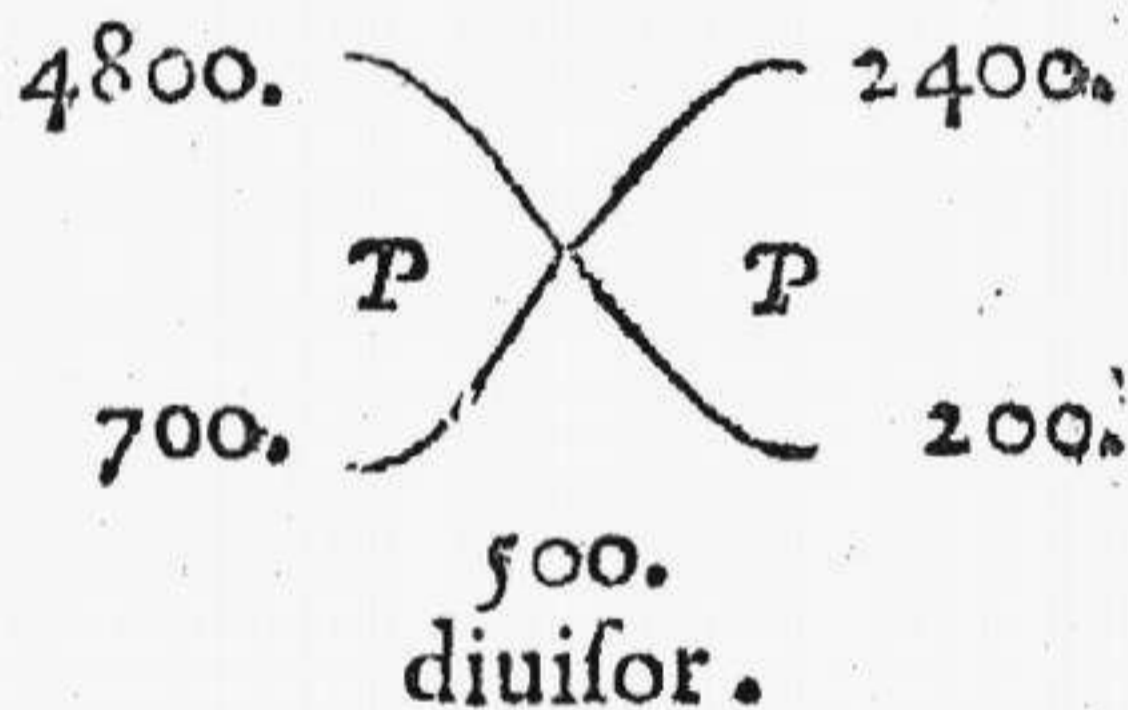
IAM vero, quia in utraque positione defecimus a vero, subtrahendus erit minor error ex maiore, ut habeatur diuisor 15. in inferiori parte crucis collocandus. Deinde multiplicandus numerus 24. primo positus per 280. secundum errorem, & numerus 96. secundo positus per 295. primus errorem, minorque numerus productus 6720. est

maior

maiore 28320. subtrahendus, vt relinquatur n^o merus diuidendus 21600. Hic enim numerus diuisus per diuisorem inuentum 15. dabit Quotientem 1440. qui est numerus quæsitus. Eius enim $\frac{1}{2}$. est 720. & huius $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. sunt 240. & 180. qui numeri ex 720. detracti, relinquunt 300. vt in questione proponebatur.

S E D soluamus eandem quæstionem per alios duos numeros, qui veritatem excedat; deinde per alios, quorum vnus veritatem excedat, & alter ab eadem deficiat. Ponatur ergo primum numerus 4800. Huius $\frac{1}{2}$. est 2400. cuius $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. sunt 800. & 600.

quæ numeri ex 2400. ablati relinquunt 1000. Debebant autem relinqui 300. excessimus ergo veritatem 700. unitatibus, atq; adeo er-



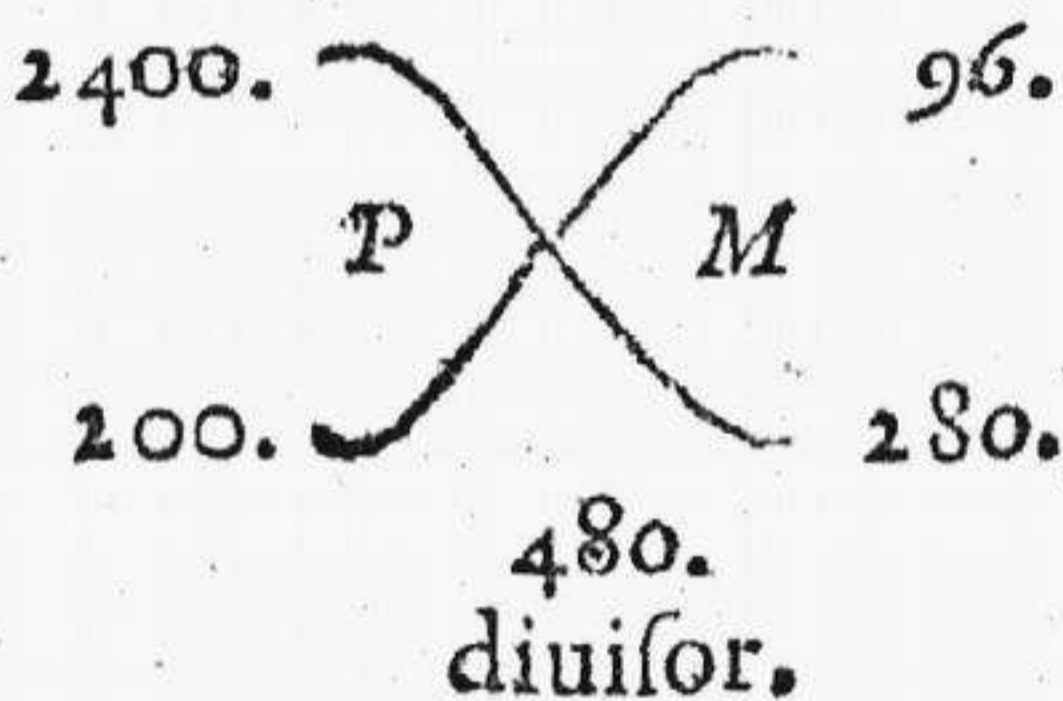
ror hic scribendus est cum litera P. Ponatur deinde numerus 2400. Huius $\frac{1}{2}$. est 1200. cuius $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. sunt 400. & 300. quibus numeris ex 1200. ablati, remanent 500. Debebant autem relinqui 300. Excessimus ergo rursus veritatem 200. unitatibus. Iam vero, subtracto minore errore de maiore, relinquetur diuisor 500. facta autem multiplicatione numerorum positorum per errores in crucem, vt dictum est, subtractoq; minore numero producto 960000. de maiore 1680000. relinquetur numerus diuidendus

720000.

720000. qui per 500. diuisus dabit Quotientem 1440. vt prius.

R V R S V S ponamus primo numerũ 2400. quo examinato iuxta quæstionem propositam, inueniemus excessum 200. qui error scribendus est cum litera P. Deinde ponamus numerũ 96. quo eadem ratione examinato, deprehendemus defectum 280. qui scribendus est cum litera M. Quoniam vero in vna po-

sitione excessimus veritatem, & in altera defecimus à vero, facienda erit additio errorum, vt cõponatur diuisor 480



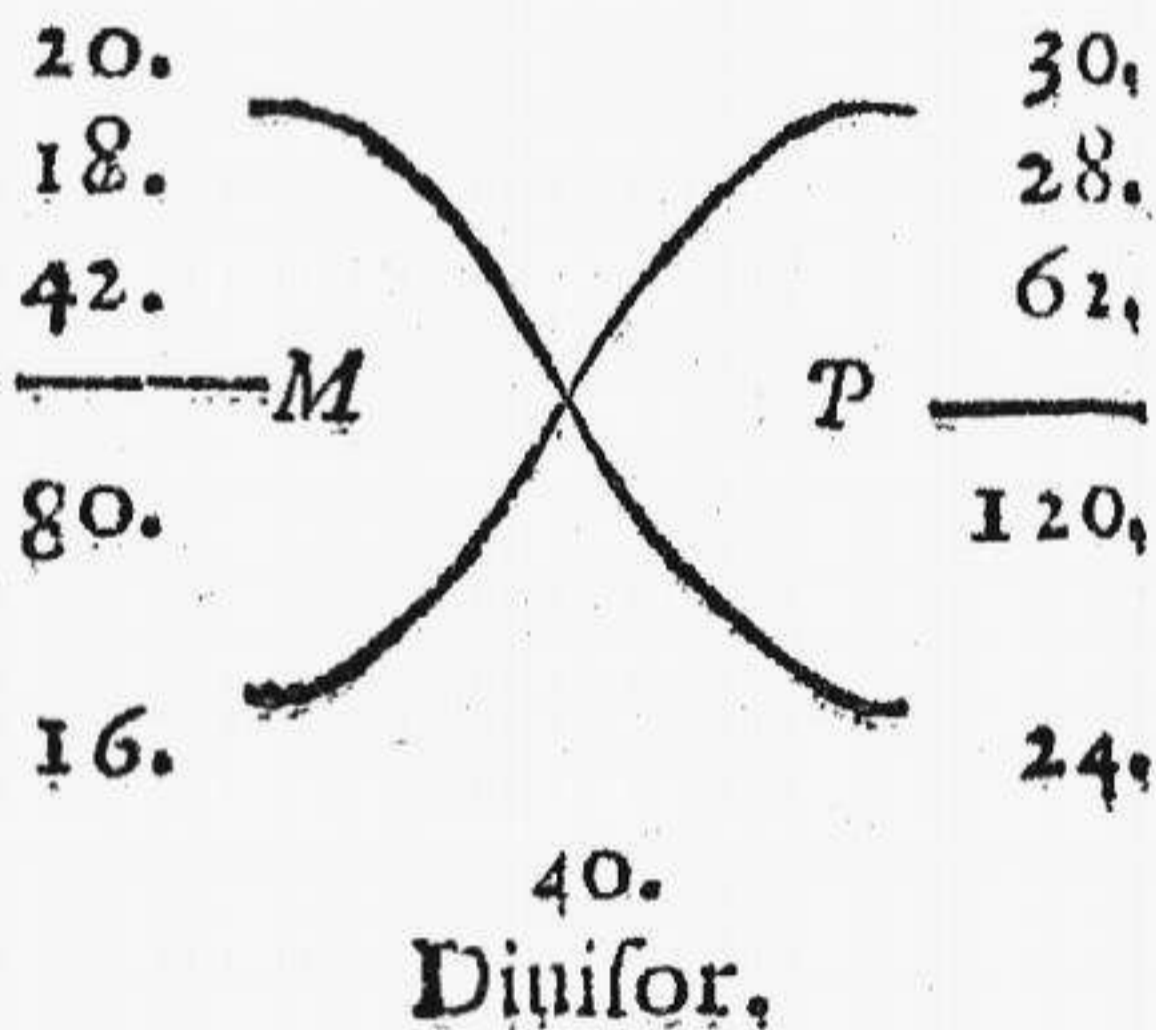
Itẽ duo numeri producti ex multiplicatione numerorum positorum per errores in crucẽ, nempe 672000. & 19200. in vnã summã colligendi, vt fiat diuidendus numerus 691200. Diuiso eĩz hoc numero 691200. per 480. fiet Quotiens 1440. veluti prius.

2. ALEXANDER Magnus in familiari colloquio, quod cum Calisthene philosopho quodam die habuit in ætatũ mentionem forte fortuna, vt accidere solet, incidit, hoc modo eum alloquens. Ego Ephestionem duobus supero annis, Clytus vero nostram amborum ætatem completitur, & insuper quatuor annos. Ex quo fit, vt omnes tres compleamus annos 95. quot nimirum pater tuus vixisse dicitur. Quot ergo annos habuit tunc Alexander, Ephestion, & Clytus? Vides

Quæstio 2.

des hic numerum 96, distribuendum esse in tres partes, ita vt prima superet secundam binario, tertia vero duas primas simul sumptas quaternario excedat, vel inueniēdos esse 3. numeros, quorum primus secundum superet binario, & tertius primos duos simul sumptos quaternario excedat, omnes vero tres constituent 96. Pone ergo Alexandrum habuisse annos 20. ac proinde Ephestionem 18. & Clytum 42. Ita enim etas Alexandri superat Ephestionis etatem annis 2. Clytus autem amborum etatem annorum 38. comprehendit, & insuper 4. annos, vt in questione proponitur. Quoniā ve-

ro hi numeri 20.
18. 42. constituunt
tantū 80. qui 96.
deberent confice-
re, fit vt à vero de-
fecerimus 16. vni-
tatis. Pone er-
go rursus Alexā-
dri annos fuisse
30. ac propterea



Ephestionem habuisse annos 28. & Clytum 62. qui omnes efficiunt 120. Deberent autem effice-
re tantum 96. Excessimus ergo veritatem 24. v-
nitatibus. Facta iam additione errorum inter se,
quod vnus defecerit à veritate, & alter eandem
excesserit, fient 40. pro diuisore. Facta item mul-
tiplicatione 20. pro 24. & 30. per 16. productis-
que 480. 480. inter se additis, fient 960. quibus
diuis-

diuisis per 40. fiet Quotiens 24. atque tot annos tunc Alexander Magnus habuit, ac proinde, iuxta quæstionis tenorem, Ephestio 22. & Clytus 50. qui omnes constituunt 96. annos.

3. TRES habent summam quandam pecunie, nempe 44. aureos. Secundus habet duplo plus quàm primus, & præterea 4. aureos. Tertius autem tantum habet, quantum primus & secundus, & præterea 6. aur. Quatum ergo quisque habet? Hic vides numerũ 44. distribuendum esse in tres partes, vt secunda dupla sit primæ, contineatque præterea 4. tertia vero æqualis sit primæ, ac secunde, contineatq, præterea 6. Vel querēdos esse tres numeros, quorum secundus contineat primum bis, & insuper 4. tertius vero contineat primum, & secundum semel, & præterea 6. ipsi vero tres numeri conficiant 44. Pone ergo primum habere 10. quo posito, ha-

bebit secundus 24.	10.		6.	
nēpe duplo plus,	24.		16.	
quàm primus, &	40.		28.	
insuper 4. tertius	—		P	—
autē habebit 40.	74.			50.
tātum videlicet,	30.			6.

24.
Diuisor.

numeri conficiunt 74. Deberent autem conficere solum 44. Excessimus ergo veritatem 30. unitatibus. Pone deinde primum habere 6. Habebit ergo secundus 16. & tertius 28. qui tres numeri

conficiunt 50. Deberent autem conficere solū 44. Excessimus ergo rursus veritatē 6. vnitatibus. facta iam subtractione minoris erroris de maiore, quia vterq; error excessit veritatem, reliquus erit divisor 24. Facta item multiplicatione 10. per 6. & 6. per 30. subtractoq; illo producto 60. ex hoc 180. remanebit diuidendus numerus 120. quo diuiso per 24. fiet Quotiens 5. Tantum ergo habet primus: secundus vero 14. & tertius 25. qui tres numeri in vnam summam collecti efficiunt 44.

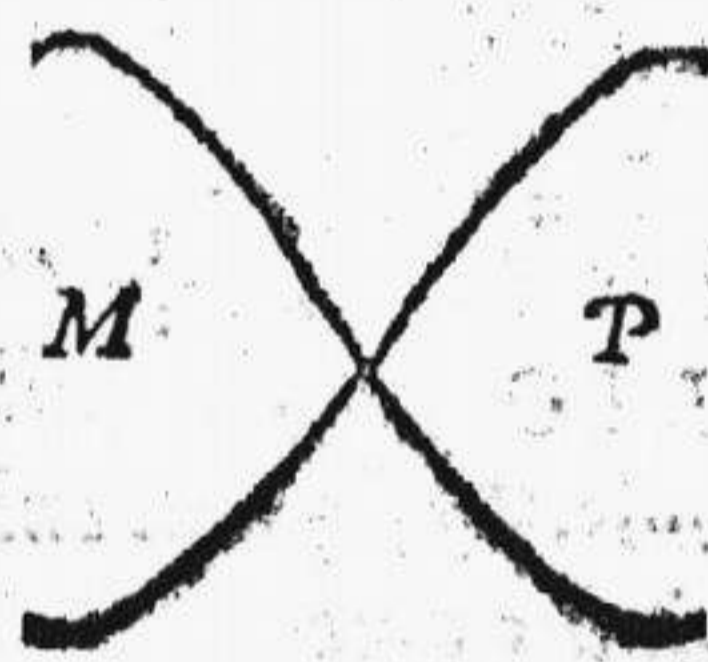
SI multiplicarentur numeri, quos posuimus secundum ac tertium habere, per eosdem errores, &c. inuenirentur numeri, quos secundus ac tertius habent. Vt ex 24. per 6. fiunt 144. & ex 16. per 30. fiunt 480. Subtracto autem illo numero ex hoc, remanēt 336. quo numero diuiso per 24. diuisorem inuentum, fiet Quotiens 14. pro numero secundi. Item ex 40. per 6. fiunt 240. & ex 28. per 30. fiunt 840. subtracto autem illo numero ex hoc, reliquus erit numerus 600. quo diuiso per 24. fiet Quotiens 25. pro numero tertij. Sed satius est, inuento numero primi, inuestigare reliquos, iuxta pronunciationem questionis, nempe eo modo, quo vterq; numerus falsò positus est examinatus. Aliquando tamen commodius erit inquirere alios numeros ea ratione, qua primus quesitus est; vt in questione 6. manifestum erit.

Questio 4.

4. **Q**UÆRANTUR tres numeri, qui faciant 60. secundus autem contineat primū bis, & insuper 4. tertius vero contineat primum, ac
secun-

secundum, & præterea 6. Hæc quæstio similis est antecedenti. Pone primum numerum esse 6. ac proinde secundum 16. & tertium 28. qui tres numeri faciunt 50. Deberent autem facere 60. Factus est ergo error per defectum 10. Pone rursus primum numerum esse 8. ac

proinde secundum 6. 8.
 20. & tertium 34. 16. 20.
 qui tres numeri 28. 34.
 faciunt 62. Debe 62.
 rent autem facere 60. Excessivus
 ergo verum 2. 10. 2.



12.
 divisor.

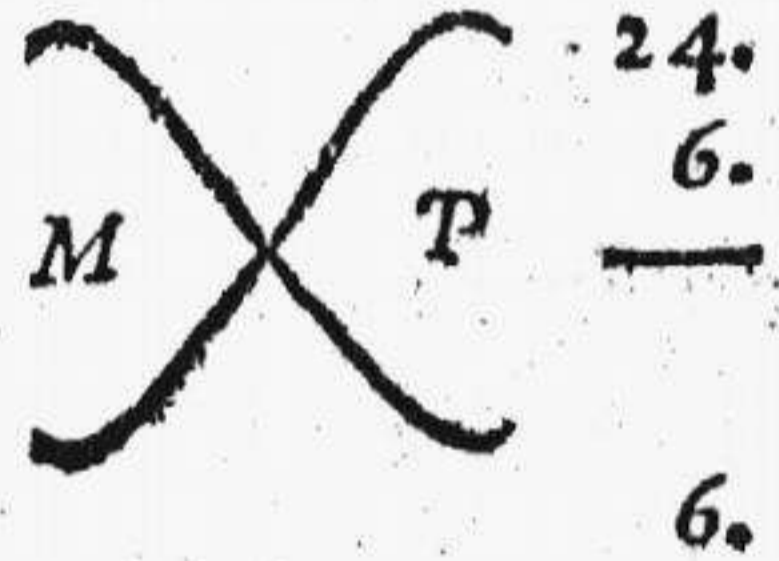
Operare, ut regula præcipit, inueniesque primum numerum esse $7\frac{2}{3}$. ac proinde secundum $19\frac{1}{3}$. & tertium 33. qui tres numeri efficiunt 60.

5. DIVIDATUR numerus 30. in duas partes, quarum prior

cum 60. numerum faciat triplum numeri ex posteriori parte, & 20. compositi. Pone priorem partem esse 20. ac proinde posteriorem 10. Prior cum 60. facit 80. &

posterior cum 20. facit 30. Deberet autem numerus 80. triplus esse numeri 30. iuxta pronunciationem exempli. Cum ergo numerus 90. triplus

est sit



16.
 divisor.

Q sit

sit numeri 30. defecimus 10. vnitatibus à vero.
 Pone rursus priorem partē esse 24. ac propterea
 posteriorē 6. Prior cum 60. facit 84. & posterior
 cū 20. facit 26. Deberet autem numerus 84. iux-
 ta tenorem quæstionis, triplus esse numeri 26. Cū
 ergo numerus 78. triplus sit numeri 26. excessi-
 mus veritatē 6. vnitatibus. Opave, vt regula præci-
 pit, inueniesq; priorē partē esse $22\frac{1}{2}$. atq; adeo po-
 steriorē $7\frac{1}{2}$. Prior. n. cum 60. facit $82\frac{1}{2}$. & poste-
 rior cū 20. facit $27\frac{1}{2}$. cuius numeri ille tripl^o est.

ALIO modo institui potest solutio huius
 quæstionis. Postquam enim in prima positione de-
 prehēdimus prio-

rem partem 20.	20.		24.
cum 60. facere	10.		6.
80. & posteriorē	—		—
partem 10. cum			
20. facere 20. cu-			
ius numeri ille	$3\frac{1}{3}$.		2.
deberet esse tri-			
plus; videndum			
est, cuius numeri			

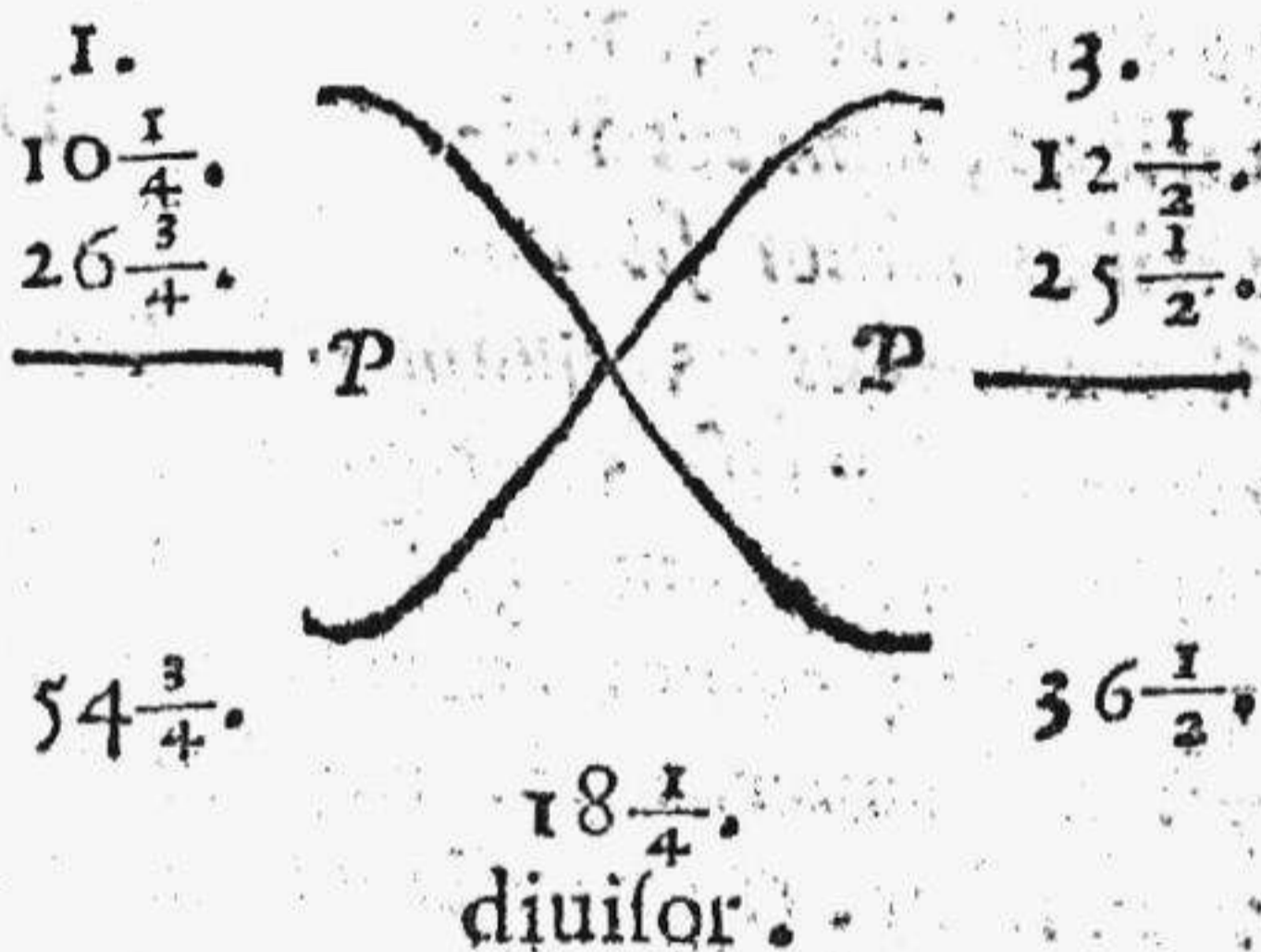
tripplus sit numerus 80. Est autem triplus nume-
 ri $26\frac{2}{3}$. quem numerus 30. superat numero $3\frac{1}{3}$.
 Excessimus ergo veritatem hoc numero $3\frac{1}{3}$. Rur-
 sus postquam in secunda positione inuentum est
 priorem partem 24. cum 60. facere 84. & poste-
 riorē partem 6. cum 20. facere 26. cuius nume-
 ri ille deberet esse triplus; videndum est, cuius nu-
 meri triplus sit numerus 84. Est autem triplus
 numeri 28. à quo numerus 26. deficit 2. vnitati-
 bus.

bus. Defecimus ergo à veritate binario. Operare iam secundum regulæ præcepta, inueniesq; priorē partem esse $22\frac{1}{2}$. & posteriorem $7\frac{1}{2}$. vt prius. Sed prior ratio commodior videtur, cum facilius per eam vitentur fractiones.

Quæstio 6.

6. QVÆRANTVR tres numeri, quorum primus additus ad 73. faciat duplū reliquorum duorum; secundus vero cum 73. faciat triplū duorum reliquorum; tertius denique cum 73. faciat quadruplū reliquorum duorū.

Pone primū numerum esse 1. vel aliū quemuis numerum imparē, vt additus ad 73. faciat nume



rum parem, qui possit habere dimidium, quandoquidem primus cum 73. debet facere numerū duplum reliquorum duorum. Quoniam igitur 1. cum 73. facit 74. qui numerus duplus debet esse, iuxta pronūciationem exempli, reliquorum duorum, necesse est, reliquos duos simul esse 37. Et quia secundus cum 73. debet facere numerum triplum primi, (qui est 1.) & tertij, diuidendus erit, per antecedentem quæstionem, numerus 37. in duas partes, quarum prior cum 73. faciat triplum numeri, qui ex posteriore parte, & 1. componitur.

Q 2. atque

atque ita, antequam proposita quæstio solvatur, necesse est, aliam prius solvere, quæ in ipsa operatione occurrit.

P O N E ergo priorem partem esse 2. atque adeo posteriorem 35. Facit autem prior cum 73. numerum 75. posterior

vero cum 1. facit 36.

cuius triplus nõ est numerus 75. sed nume-

rus 108. Defecimus ergo à veritate 33. vni-

tatibus, cum tot vni-

ter numerus 75. quàm 108. Pone rursus, prio-

rem partem esse 5. atque adeo posteriorem 32. Prior autem cum 73. facit 78. & posterior cum

1. facit 33. cuius numeri triplus non est numerus

78. sed numerus 99. Defecimus ergo rursus 21. vnitatibus. Operare iam secundum præcepta re-

gulæ falsi, inueniesq; priorem partem esse $10\frac{1}{4}$.

ac proinde posteriorem $26\frac{3}{4}$.

I T A Q V E si primus numerus propositæ

quæstionis est 1. erit secundus $10\frac{1}{4}$. & tertius

$26\frac{3}{4}$. Ita enim primus cum 73. facit duplum re-

liquorum duorum, & secundus cum 73. facit tri-

plum duorum reliquorum. Si ergo tertius cum 73. faciat quadruplum reliquorum duorum, satisfactum erit quæstioni. Facit autem tertius cum 73. numerum $99\frac{3}{4}$. qui quadruplus non est numeri $11\frac{1}{4}$. qui ex primo, & secundo conflatur, sed numerus 45. quadruplus est numeri $11\frac{1}{4}$. Excessi-

$$\begin{array}{r}
 2. \\
 35. \\
 \hline
 33.
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{M} \\
 \text{M}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 5. \\
 32. \\
 \hline
 21.
 \end{array}$$

12.

Diuisor.

mus ergo veritatem hoc numero $54\frac{3}{4}$.

P O N E iam primum numerum esse 3. qui cum 73. facit 76. qui numerus duplus esse debet reliquorum duorum. Duo ergo reliqui efficient 38. Et quia secundus cum 73. debet facere triplum primi, (qui est 3.) & tertij; dividendus erit per antecedentem quæstionem, numerus 38. in duas partes, quarum prior cum 73. faciat triplum eius numeri, qui ex posteriori parte, & 3. componitur.

Pone ergo priorem partem esse

2. atq; adeo posteriorem 36. Facit autem prior

cum 73. numerum 75. at posterior

cum 3. facit 39.

cuius triplus non est numerus 75. sed numerus 117. Defecimus ergo a veritate numero 42. Pone rursus priorem partem esse 23. ac proinde posteriorem 15. Prior autem cum 73. facit 96. at posterior cum 3. facit 18. cuius numeri triplus non est numerus 96. sed numerus 54. Excessimus ergo verum numero 42. Operare secundum regulam falsi, inueniesq; priorem partem esse $12\frac{1}{2}$. ac proinde posteriorem $25\frac{1}{2}$.

I T A Q V E si numerus primus quæstionis propositæ est 3. secundus erit $12\frac{1}{2}$. & tertius $25\frac{1}{2}$. Ita enim primus cum 73. facit duplum reliquorum duorum, & secundus cum 73. facit triplum reliquorum duorum. Si igitur tertius cum 73. faciat



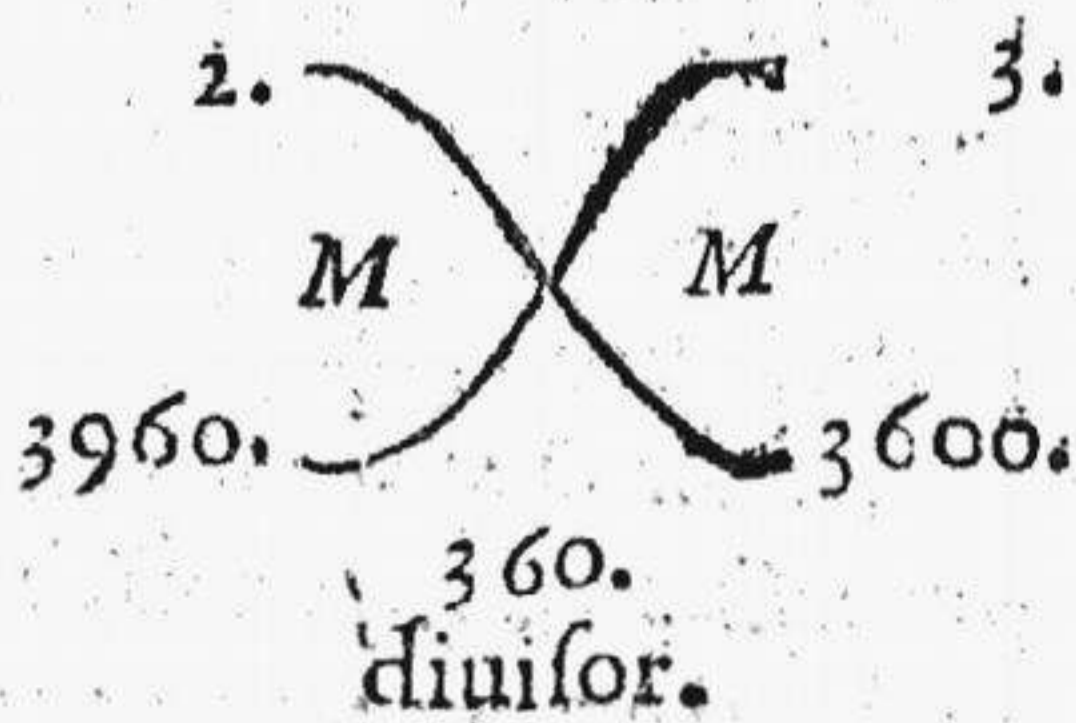
I T A Q V E si numerus primus quæstionis propositæ est 3. secundus erit $12\frac{1}{2}$. & tertius $25\frac{1}{2}$. Ita enim primus cum 73. facit duplum reliquorum duorum, & secundus cum 73. facit triplum reliquorum duorum. Si igitur tertius cum 73. faciat

quadruplum reliquorum duorum, soluta erit quæ-
stio. Facit autem tertius cum 73. numerum $98\frac{1}{2}$.
qui quadruplus non est numeri $15\frac{1}{2}$. sed nume-
rus 62. Excessivus ergo verum numero hoc $36\frac{1}{2}$.

I A M vero si multiplices primos numeros
per errores in crucem, item secundos, & tertios,
(commodius enim invenientur secundus, & ter-
tius hoc modo, quam si ex primo inuento illos eli-
cere vellemus, propterea quod opus esset quæstio-
ne præcedenti hic vti) & facta subtractione, resi-
duos numeros diuidas per diuisorem inuentum
 $18\frac{3}{4}$. nempe per differentiam errorum, quod in v-
traq; positione factus est semper excessus, inue-
nies primum numerum esse 7. secundum 17. & ter-
tium 23. Nam primus cum 73. facit 80. qui nume-
rus duplus est reliquorum duorum: at secundus cum
73. facit 90. qui numerus triplus est duorum reli-
quorum. Tertius deniq; cum 73. facit 96. qui nu-
merus reliquorum duorum quadruplus est.

Quæstio 7.

7. QVÆRATUR numerus, quo mul-
tiplicato per 3. & producto additis 10. Et sum-
ma hac multiplicata per 4. productoq; additis
20. Summa vero hac
multiplicata per 5.
et producto additis
30. Summa deniq;
hac multiplicata p
6. productoq; addi-
tis 40. numerus pro-
ducatur 6700. Fin-



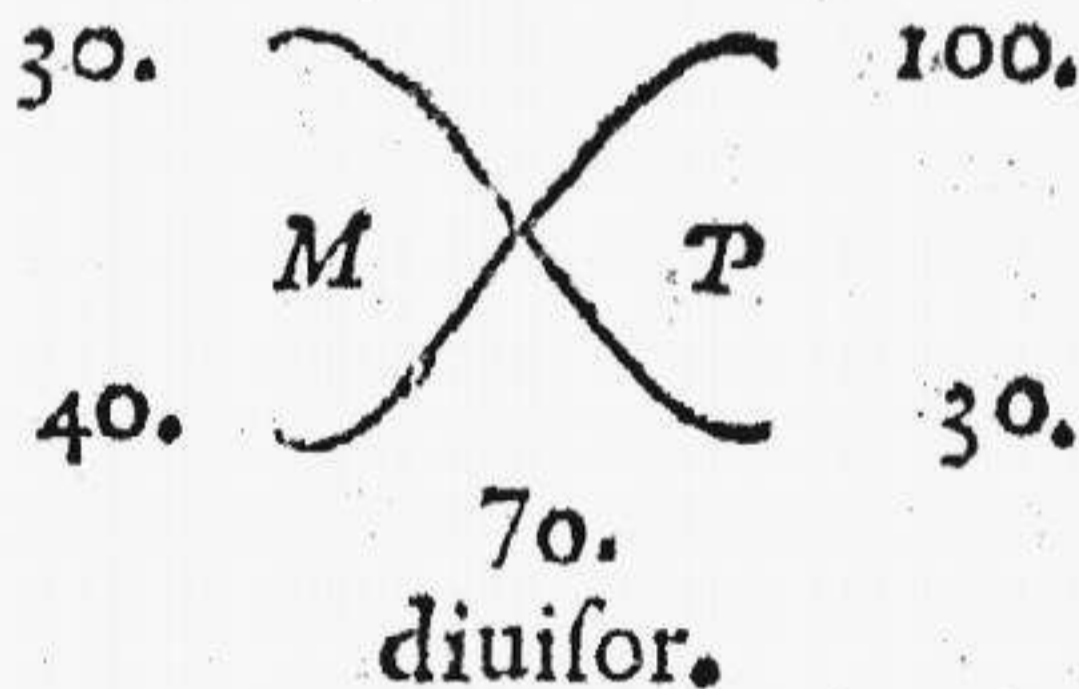
ge numerum eum esse 2. qui multiplicatur per 3.
facit

facit 6. additis autem 10. fiunt 16. Hac autem summa multiplicata per 4. fiunt 64. & additis 20. fiunt 84. Rursus hac summa multiplicata per 5. fiunt 420. additisq; 30. fiunt 450. Hac deniq; summa multiplicata per 6. fiunt 2700. additisq; 40. fiunt 2740. Debebat autem vltima hæc summa esse 6700. Defecimus ergo à veritate hoc numero 3960. Finge deinde eundem numerum esse 3. qui multiplicatus per 3. facit 9. additisq; 10. fiunt 19. Hæc autem summa multiplicata per 4. facit 76. additisq; 20. fiunt 96. Hæc rursus summa per 5. multiplicata facit 480. additisq; 30. fiunt 510. Deniq; hæc summa multiplicata per 6. facit 3060. additisq; 40. fiunt 3100. Debebant autem effici 6700. Defecimus ergo iterum a veritate numero hoc 3600. Operare secundum regulam, inueniesq; numerum quæsitum esse 13. Hic enim numerus multiplicatus per 3. facit 39. additisq; 10. fiunt 49. Hæc summa multiplicata per 4. facit 196. additis vero 20. fiunt 216. quæ summa multiplicata per 5. facit 1080. additis autem 30. fiunt 1110. quæ deniq; summa multiplicata per 6. facit 6660. additisq; 40. fiunt 6700.

8. **LV DIMAGISTER** quidam tot
 habet discipulos, vt si singuli persoluant 5. aur.
 defint illi 30. aur. ad emendam domum, in qua ha-
 bitat; si vero singuli dent 6. aur. supersint 40. au-
 rei vltra pretium domus. Quot ergo habet disci-
 pulos, & quantum est pretium domus? Hic nihil
 aliud quæritur, quàm numerus, qui multiplicatus
 per 5. talem procreet numerum, vt additis 30. ea-

Quæstio 8.

dem summa fiat, que relinquitur, si idē numerus per 6. multiplicetur, & a producto detrahantur 40. Pone ergo, numerum discipulorū esse 30. qui multiplicatus per 5. facit 150. additisq; 30. fiunt 180. Tanti ergo constabit domus, si 30. discipulos habeat, quorum singuli persoluant 5. aureos. Videamus iam, an supersint ultra hoc pretium aur. 40. si singuli soluant 6. aur. Multiplicatus autē



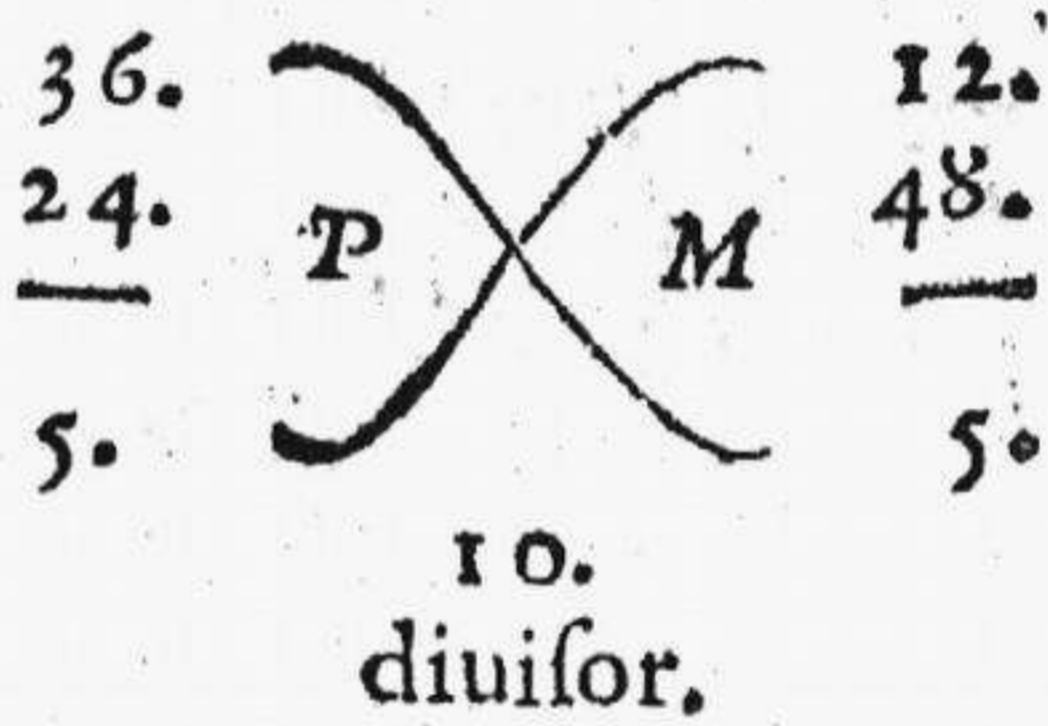
idem numerus discipulorum 30. per 6. facit 180. nihilq; superest ultra pretium domus 180. aureorum: debebant autem superesse 40. aurei. Defecimus ergo à veritate hoc numero 40. Finge rursus, numerum discipulorum esse 100. qui multiplicatus per 5. facit 500. additisq; 30. fiunt 530. Tanti ergo constabit domus, si 100. habeat discipulos, quorum singuli persoluant 5. aureos. Videamus iam, an supersint 40. aurei ultra hoc pretium, si singuli dent 6. aureos. Multiplicatus autem idem numerus discipulorum 100. per 6. facit 600. supersuntq; 70. aurei ultra pretium domus 530. aureorum: debebant autem superesse tantū 40. Excessimus ergo veritatem hoc numero 30. Operare per regulam falsi, inueniesq; numerum discipulorum 70. Hic enim numerus multiplicatus per 5. facit 350. additisq; 30. fiunt 380. Tantum ergo est pretium domus. Idem numerus discipulorum

70. multiplicatus per 6. facit 420. qui numerus superat pretiū domus 380. aur. hoc numero 40.

9. D V O inter se partiri debebāt equaliter 60. aureos : Orta autem rixa inter eos, quilibet rapuit, quantum potuit. Inita postea pace, primus deposuit $\frac{1}{4}$. suæ pecuniæ, secundus vero $\frac{1}{3}$. factumq; est tunc, vt tam primus accipiens $\frac{1}{3}$ secūdi, quā secundus accipiens $\frac{1}{4}$. primi habuerit 30. aur. Quantum ergo quisque primo rapuit? Pone primum rapuisse 36. aur. atque adeo secundum reliquos 24. Si igitur primus deponat $\frac{1}{4}$. nempe 9. aur. re-

Questio 9.

linquentur ei 27. aur. quibus si addamus $\frac{1}{3}$. secūdi, quam dicitur deposuisse, nempe 8. aur. faciemus 35. aur. pro primo. Debebat autem solum habere



30. Excessimus ergo verum numero 5. Pone iam primum surripuisse 12. ac propterea secundum reliquos 48. Si igitur primus deponat $\frac{1}{4}$. hoc est, 3. aur. remanebunt ei 9. aur. quibus si addamus $\frac{1}{3}$. secūdi, puta 16. aur. efficiemus 25. aur. pro primo. Debebat autem habere 30. Defecimus ergo 5. vnitatibus à vero. Operare secundum regulam, inueniesq; primum rapuisse 24. & secundum propterea 36. Nam si primus deponat $\frac{1}{4}$. nimirum 6. aur. & reliquis 18. addat $\frac{1}{3}$. secūdi, nempe 12. habebit 30. aur. Sic etiam si secundus, deposita $\frac{1}{4}$. nempe 12. aur. reliquis 24. addat $\frac{1}{4}$.

pri-

primi, id est, 6. aur. habebit 30. aur.

PORRO ex positione secundi eodem modo verum eliciemus. Nam in priori positione, si secundus deponat $\frac{1}{3}$. nempe 8. aur. & reliquis 16. adiungat $\frac{1}{4}$. primi, hoc est, 9. aur. habebit 25. aur. qui deberent esse

30. Defecimus ergo à veritate 5. unitatibus.

In posteriori vero positione, si secundus deponat $\frac{1}{3}$. nempe 16. aur. & reliquis 32. adij

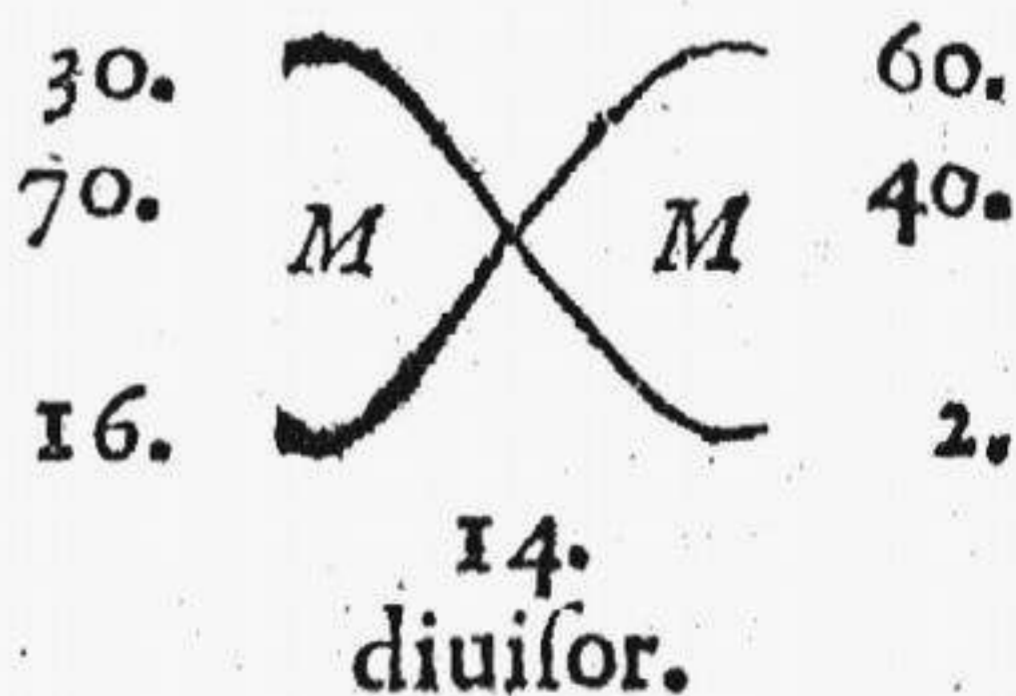
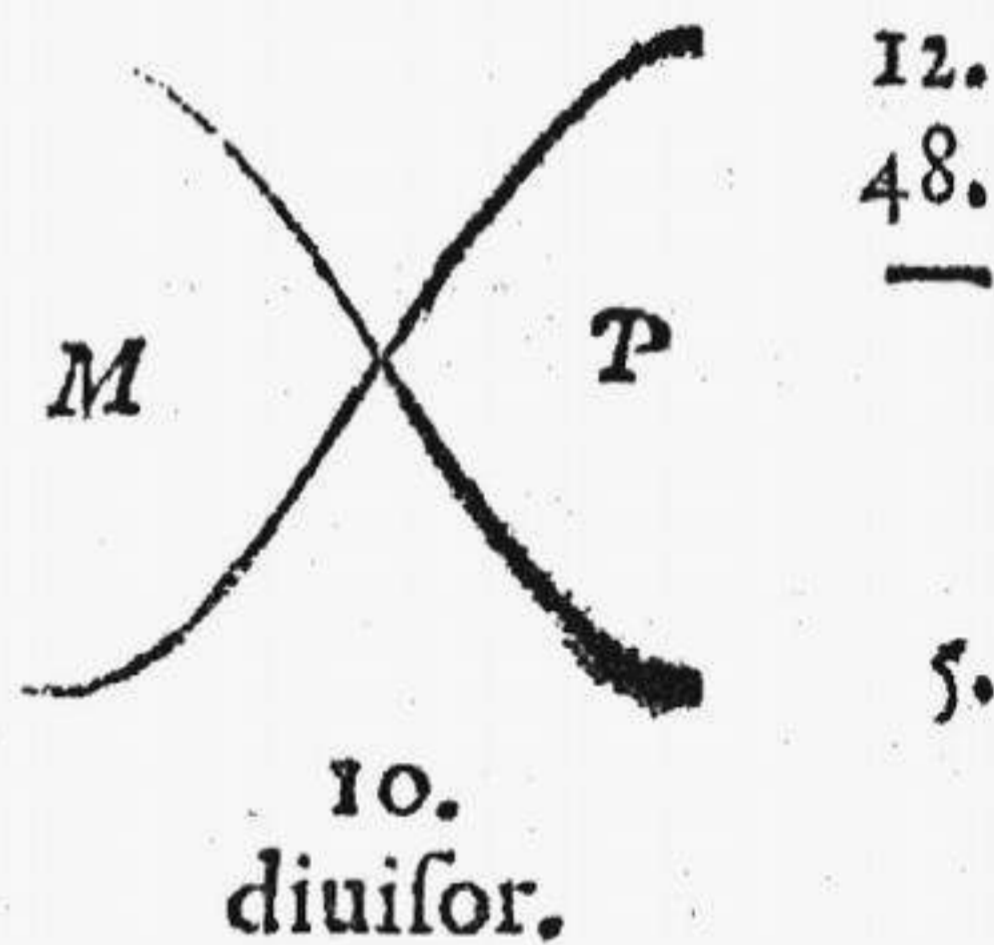
ciat $\frac{1}{4}$. primi, nimirum 3. aur. efficiet 35. aur. qui deberent esse tantum 30. Excessimus ergo verum rursus 5. unitatibus. Operare per regulam, multiplicando errores per positiones secūdi, &c. reperiesq; scđm surripuisse 36. aur. & primū 24.

Quæst. 10.

10. DVO partiri debebant inter se 100. aur. æqualiter: orta autē

inter eos rixa, quilibet, quantū potuit, arripuit. Cōposita deinde pace inter eos, deposuit primus $\frac{1}{3}$. suæ pecunia, secundus vero deposuit $\frac{1}{5}$. primus

autē accepit hāc $\frac{1}{5}$. & secundus illā $\frac{1}{3}$. quo factō uterq; habuit 50. Quantū ergo quisq; primo arripuit

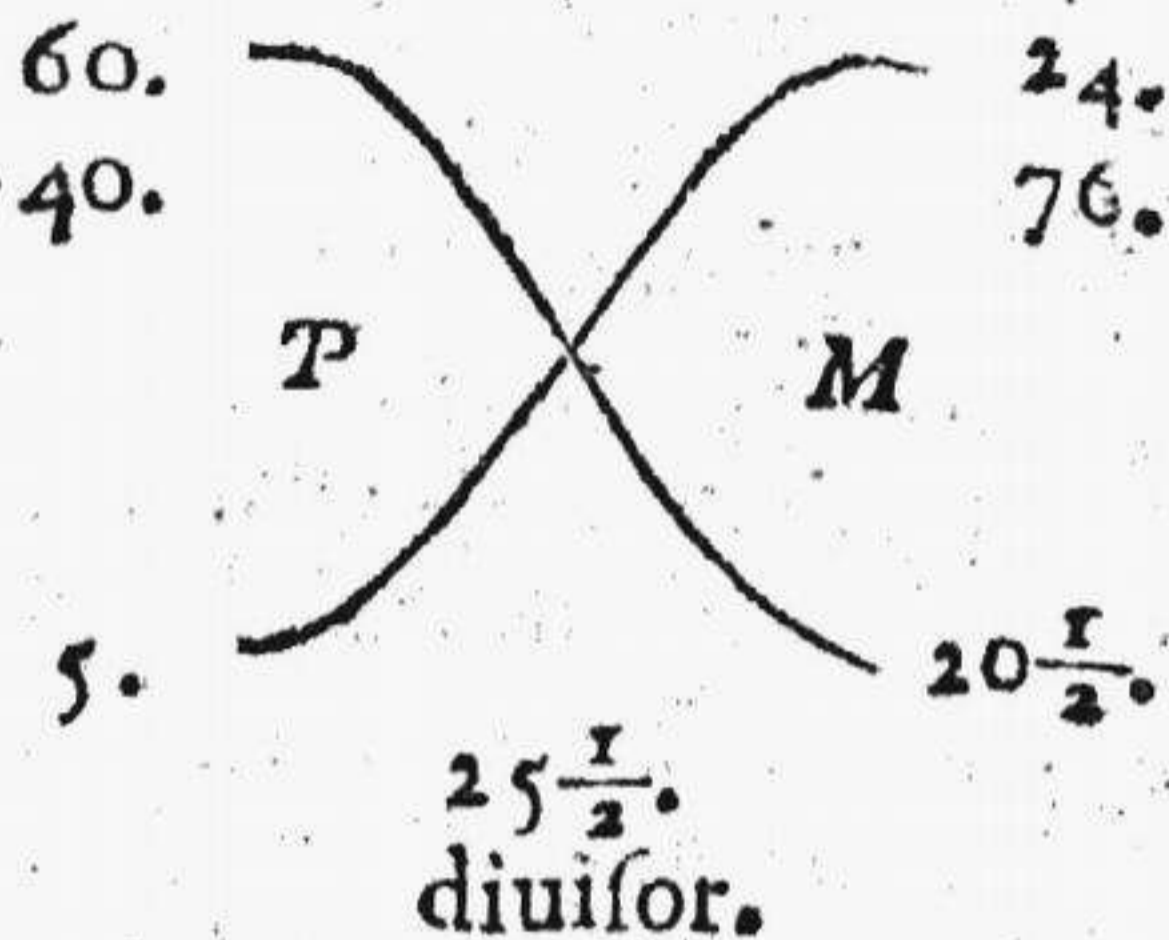


puit? Finge, primū rapuisse 30. aur. ac p̄inde secū-
 dum 70. Primi $\frac{1}{3}$. est 10. quā si deponat, relinquitur
 tur illi 20. Secūdi $\frac{1}{5}$. est 14. quæ si detur primo, ha-
 bebit primus 34. aureos. Debebat aut̄ habere 50.
 Defecimus ergo à veritate numero hoc 16. Finge
 rursus, primū surripuisse 60. ac p̄pterea secundū
 40. Primi $\frac{1}{3}$. est 20. quā si deponat, supererūt ei
 aur. 40. Secūdi $\frac{1}{5}$. est 8. quā si demus primo, ha-
 bebit primus 48. Debebat aut̄ habere 50. Defeci-
 mus ergo in hac etiā positione à veritate numero
 2. Operare p̄ regulā, reperiesq; primū surripuisse
 $64\frac{2}{7}$. atq; adeo secundū $35\frac{5}{7}$. Primi enim $\frac{1}{3}$. est
 $21\frac{3}{7}$. quā si deponat, remanebūt ei $42\frac{6}{7}$. Secūdi
 $\frac{1}{5}$. est $7\frac{1}{7}$. quā si deponat, supererūt ei $28\frac{4}{7}$. Iā
 vero si $\frac{1}{5}$. secūdi, nempe $7\frac{1}{7}$. detur residuo pri-
 mi, quod fuit $42\frac{6}{7}$. habebit primus 50. Item si
 $\frac{1}{3}$. primi, nimirum $21\frac{3}{7}$. detur residuo secūdi,
 quod fuit $28\frac{4}{7}$. habebit quoque secundus 50. vt
 in quæstione proponebatur.

11. D V O inter se ita distribuūt 100. aur. Quæst. 11a
 vt si primus deponat $\frac{1}{3}$. & secundus $\frac{1}{4}$. atq; ag-
 gregatum harū partiū bifariā secetur, deturq; $\frac{1}{2}$.
 vtriq; numero relicto, numeri fiāt æquales, nempe
 50. & 50. Quætæ ergo sunt amborū partes? Finge
 p̄mi partem esse 60. ac p̄inde secūdi 40. Si pri-
 mus deponat $\frac{1}{3}$. nēpe 20. remanēt ei 40. Si vero
 $\frac{1}{4}$. secūdi, nēpe 10. adijciatur ad $\frac{1}{3}$. primi, hoc est,
 ad 20. fiēt 30. atq; huius aggregati $\frac{1}{2}$. nimirū 15.
 demus residuo primi, qđ fuit 40. faciemus 55. De-
 bebamus aut̄ facere t̄modo 50. Excessimus ergo
 veritatē hoc numero 5. Finge deinde, primum ha-
 bere

bere 24. ac proinde secundum 76. (Posui autem
hosce numeros, quòd prior habeat $\frac{1}{3}$. & posterior
 $\frac{1}{4}$. sine fractio-

nibus.) Si pri-
mus deponat $\frac{1}{3}$.
nempe 8. super-
sunt ei 16. Si ve-
ro $\frac{1}{4}$. secundi, vi-
delicet 19. adij-
ciatur ad $\frac{1}{3}$. pri-
mi, nempe ad 8.
vt fiant 27. atq;



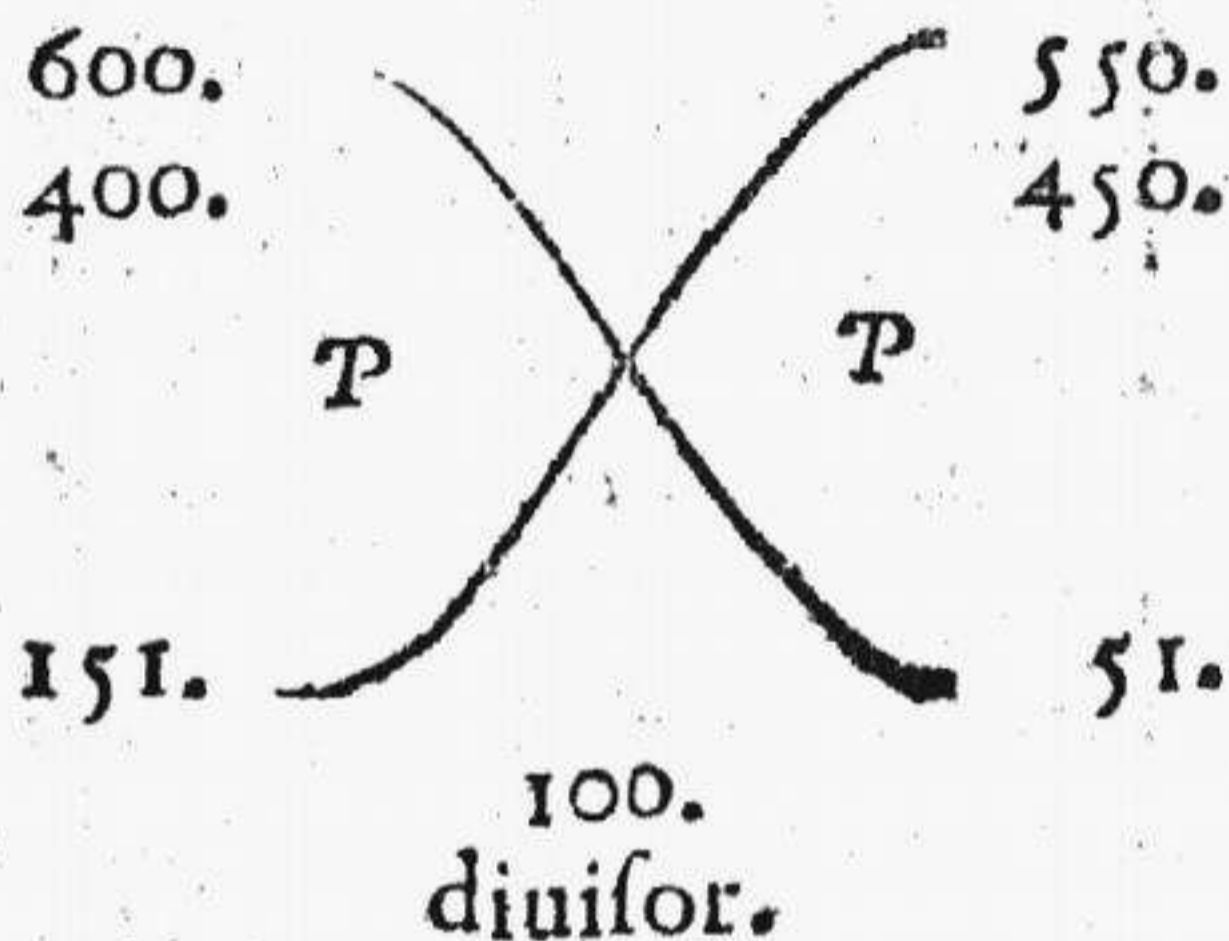
huius aggregati $\frac{1}{2}$. hoc est, $13\frac{1}{2}$. demus residuo
primi, quod fuit 16. habebit primus $29\frac{1}{2}$. Debe-
bat autem habere 50. Defecimus ergo à veritate
 $20\frac{1}{2}$. Operare iam per regulam, inueniesq; par-
tē primi esse $52\frac{1}{1} \frac{6}{7}$. ac proinde secundi $47\frac{1}{1} \frac{1}{7}$.
Nam primi $\frac{1}{3}$. est $17\frac{1}{1} \frac{1}{7}$. quam si deponat, re-
manent ei $35\frac{5}{1} \frac{1}{7}$. Secundi $\frac{1}{4}$. est $11\frac{1}{1} \frac{3}{7}$. quam
si deponat, supersunt ei $35\frac{5}{1} \frac{1}{7}$. Aggregatū au-
tem ex $\frac{1}{3}$. primi, & ex $\frac{1}{4}$. secundi, id est, ex
 $17\frac{1}{1} \frac{1}{7}$. & $11\frac{1}{1} \frac{3}{7}$. est $29\frac{7}{1} \frac{1}{7}$. cuius $\frac{1}{2}$. videlicet
 $14\frac{1}{1} \frac{2}{7}$. adiecta ad residuum primi, hoc est, ad
 $35\frac{5}{1} \frac{1}{7}$. & ad residuū secundi, id est, ad $35\frac{5}{1} \frac{1}{7}$.
facit 50. & 50.

Quest. 12.

12. DIVIDATUR numerus 1000. in
duas partes, quarum maior superet minorem nu-
mero hoc 49. Finge, maiorem partem esse 600.
ac proinde minorem 400. Superat autem illa hęc
numero 200. & nos volebamus, excessum esse
49. Excessimus ergo veritatem numero 151. Fin-

ge deinde, maiorem partem esse 550. ac proinde minorem 450.

Superat autem illa hanc numero 100. & nos volebamus, excessum esse 49. Excessimus ergo rursus veritate numero 51.

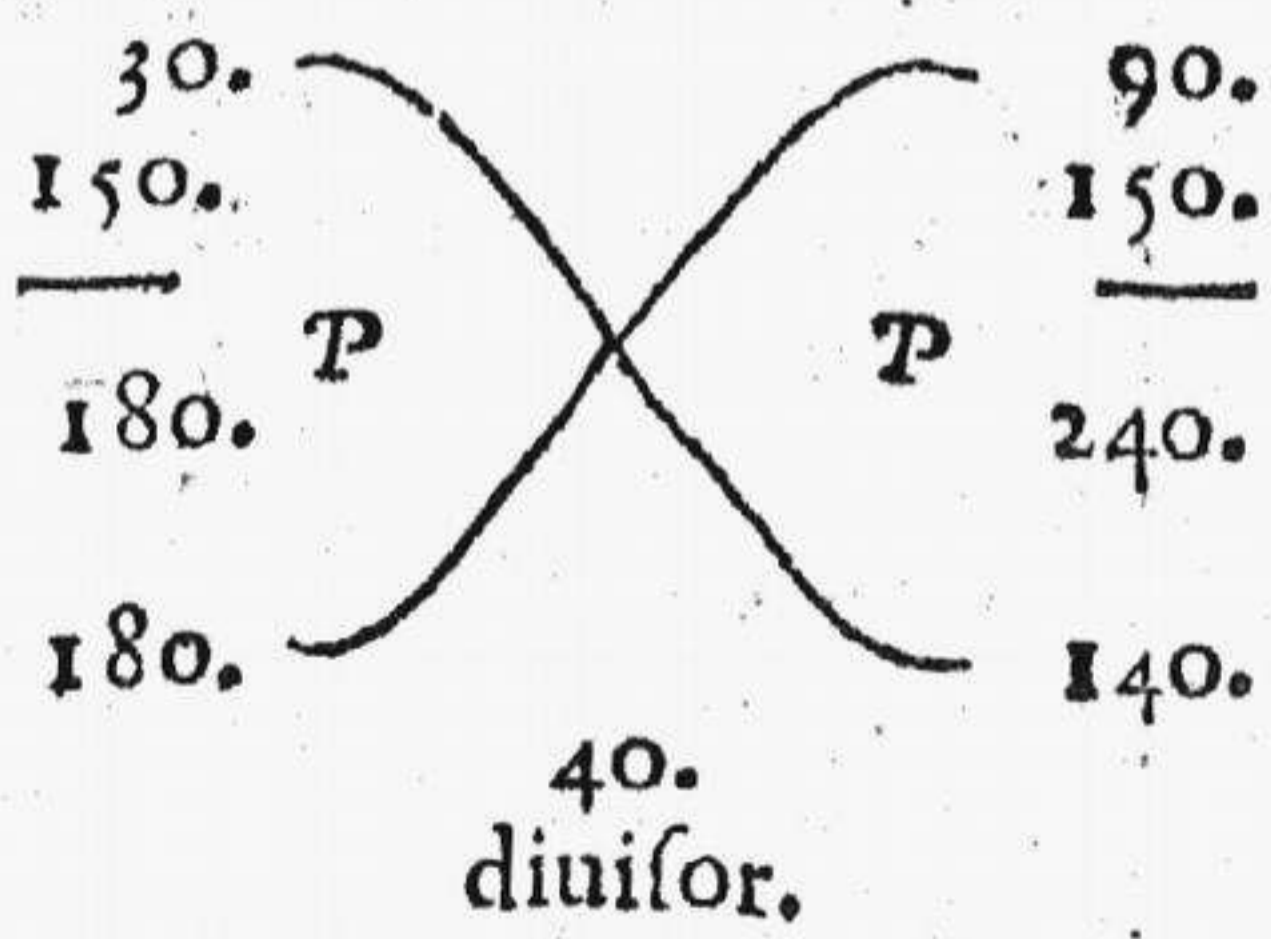


Operare secundum regulam, inueniesque maiorem partem esse $524\frac{1}{2}$. ac propterea minorem $475\frac{1}{2}$. Illa enim hanc superat numero dato 49.

13. QUIDAM habet duo pocula aurea, & vnum cooperculum 150. aureorum, quod additum priori poculo facit eius pretium triplum pretij posterioris poculi, additum vero posteriori poculo facit illud eiusdem pretij cum priori. Quanti ergo constant duo illa pocula? Hic quaeruntur duo numeri, quorum pri-

Quest. 13.

mus cum 150. triplus sit secundi, secundus vero cum 150. & qualis sit primo. Pone, prius poculum constare 30. aur. (Pono autem hunc numerum, quia, additis 150. fit numerus, qui ha-

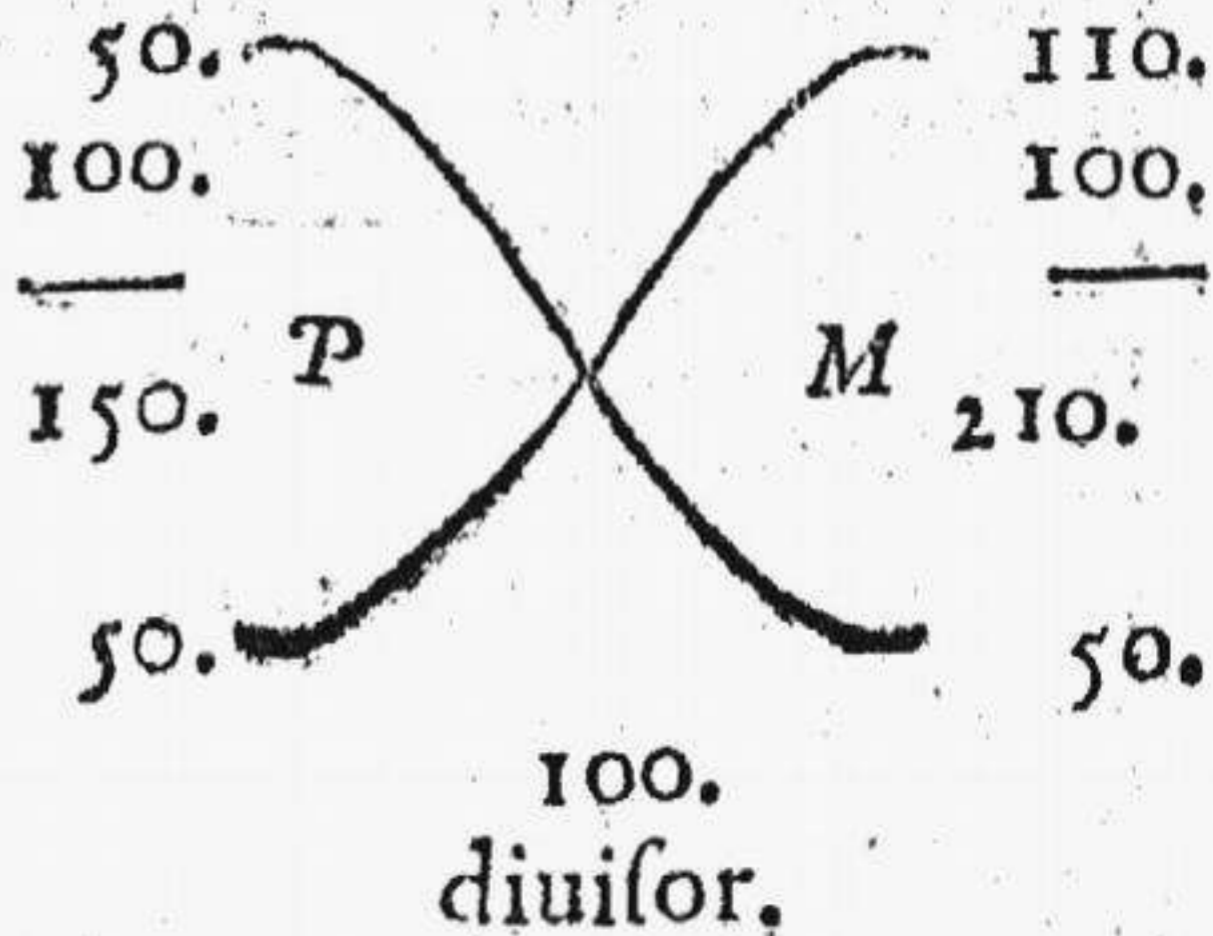


bet

bet subtripulum sine fractione.) Addito cooper-
culo 150. aureorum, constabit 180. aur. & quo-
niam pretium hoc triplum esse debet pretij poste-
rioris poculi, constabit posterius poculum 60. aur.
Addito cooperculo, constabit 210. Debebat au-
tem constare tantum 30. vt eius pretium aequale
esset pretio prioris. Excessimus ergo veritatē nu-
mero 180. Pone deinde, prius poculum constare
90. aur. Addito cooperculo 150. aureorum, con-
stabit 240. aur. ac proinde posterius poculum con-
stabit 80. aur. cum ille numerus huius sit triplus.
Addito cooperculo, constabit 230. Debebat autē
constare tantum 90. vt eius pretium prioris pre-
tio esset aequale. Excessimus ergo etiam hic verita-
tem numero 140. Operare per regulam, inuenies-
que pretiū prioris poculi 300. aur. Addito enim
cooperculo 150. aur. fiet pretium 450. aur. atque
adeo pretium posterioris poculi erit 150. aur. sub-
tripulum videlicet illius; additoq; cooperculo, fiet
pretium 300. aur. aequale pretio prioris.

Quaest. 14.

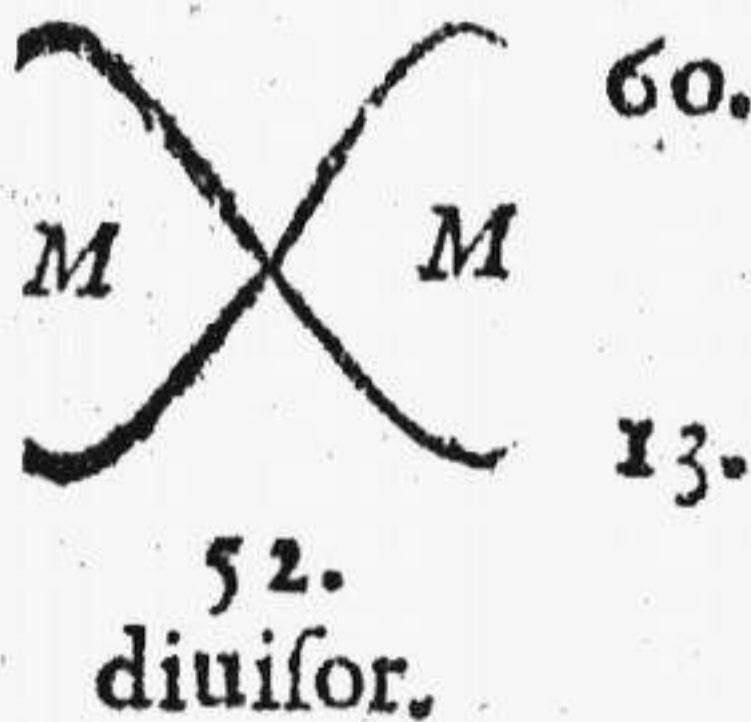
14. QV I D A M habet duo pocula aurea,
& vnum cooper-
culum 100. au-
reorū, quod ad-
ditum priori po-
culo facit eius
pretium triplū
pretij postero-
ris, additum ve-



ro posteriori facit eius pretium duplū pretij prio-
ris. Quanti ergo aestimantur duo illa pocula? Fin-

ge, prius valere 50. aur. Addito cooperculo 100. aureorum, valebit 150, aur. ac proinde posterius valebit etiam 50. aur. cum ille numerus huius triplus sit. Addito cooperculo, valebit 150. aur. qui numerus duplus non est pretij prioris, sed numerus 100. duplus est illius pretij. Excessimus ergo veritatem numero 50. Pone rursus, prius valere 110. aur. Addito cooperculo, valebit 210. aur. ac propterea posterius valebit 70. aur. cū ille numerus huius sit triplus. Addito cooperculo valebit 170. aur. qui numerus duplus non est pretij prioris, sed numerus 220. eius duplus est. Defecimus ergo a veritate numero 50. Operare per regulam, inueniesq, pretium prioris poculi 80. aur. Addito enim cooperculo 100. aureorum, fiet pretium 180. aur. ac proinde pretium posterioris poculi erit 60. aur. subtripulum videlicet illius; additoq, cooperculo, fiet pretium 160. aur. duplū pretij prioris, quod erat 80. aur.

15. QUIDAM emit tot perdices, vt si e- Quest. 15.
 misset $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. il
 larū, & præterea 22. 12. 60.
 haberet 100. Quot er
 go emit? Hic queritur
 numerus, cuius $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. 65. 13.
 & $\frac{1}{4}$. cum 22. faciāt
 100. Pone eum emisse
 12. Huius numeri $\frac{1}{2}$.
 est 6. & $\frac{1}{3}$. 4. & $\frac{1}{4}$. 3. quæ partes faciunt 13. ad-
 ditisq, 22. fiunt 35. Debebant autem fieri 100.
 Defecimus ergo numero 65. Pone secundo, eum
emisse



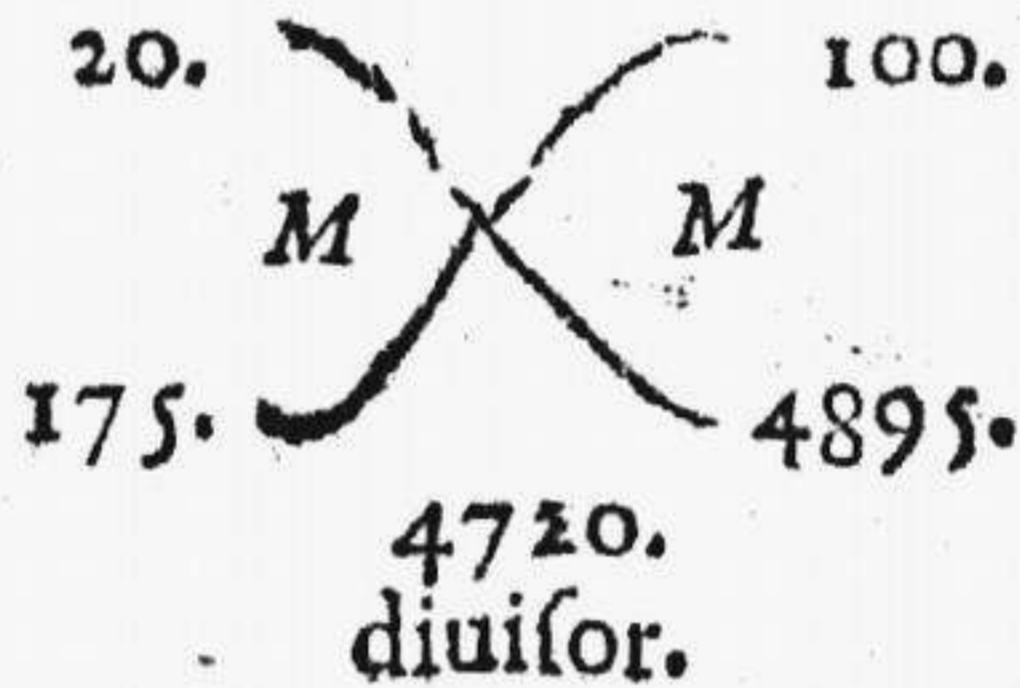
emisse 60. Huius numeri $\frac{1}{2}$. est 30. & $\frac{1}{3}$. 20. et $\frac{1}{4}$. 15. quæ partes faciunt 65. additisq; 22. fiunt 87. Debebant autem fieri 100. Defecimus ergo iterum numero 13. Operare per regulam, inueniesq; eum emisse 72. perdices. Huius namq; numeri $\frac{1}{2}$. est 36. & $\frac{1}{3}$. 24. & $\frac{1}{4}$. 18. quæ partes conficiunt 78. additis autem 22. fiunt 100. quemadmodum

Quæst. 16. propositum est.

16. D V O habent summam quandã aureorũ: si secundus primo det 12. habebit primus sextuplo plus, quàm secundus: si vero primus det 15. secundo, habebit secundus decuplo plus, quàm primus. Quot ergo quisq; aureos habet? Hic quærentur duo numeri, quorum primus cum 12. unitatibus secundi sextuplus sit residui secundi, secundus vero cum 15. unitatibus primi decuplus residui primi. Ut hanc, & similes quæstiones facilius sine fractionibus soluas, incipiendum erit à numero secundo. Finge ergo, secundum habere 20. ex quo si dentur 12. unitates primo, habebit primus, iuxta quæstionis pronunciationem, sextuplum residui secundi, quod est 8. Habebit ergo tunc primus 48. atque adeo, antequam 12. accepit à secundo, habuit 36. Iam vero si ex hoc numero 36. primi dentur 15. unitates secundo, habebit secundus 35. qui numerus decuplus esse debet, iuxta quæstionis tenorem, residui primi, quod est 21. Constat autem, numerum 35. non esse decuplum numeri 21. sed numerum 210. Defecimus ergo à veritate numero 175. Pone rursus, secundum habere 100. ex quo si dentur 12. primo, habebit primus,

vt vult questio, sextuplum residui secundi, quod est 88. Habebit ergo

tunc primus 528. at que adeo, antequam 12. accepit à secundo, habuit 516. Iam vero si ex hoc numero 516. primi dentur 15. unitates secundo, habe-



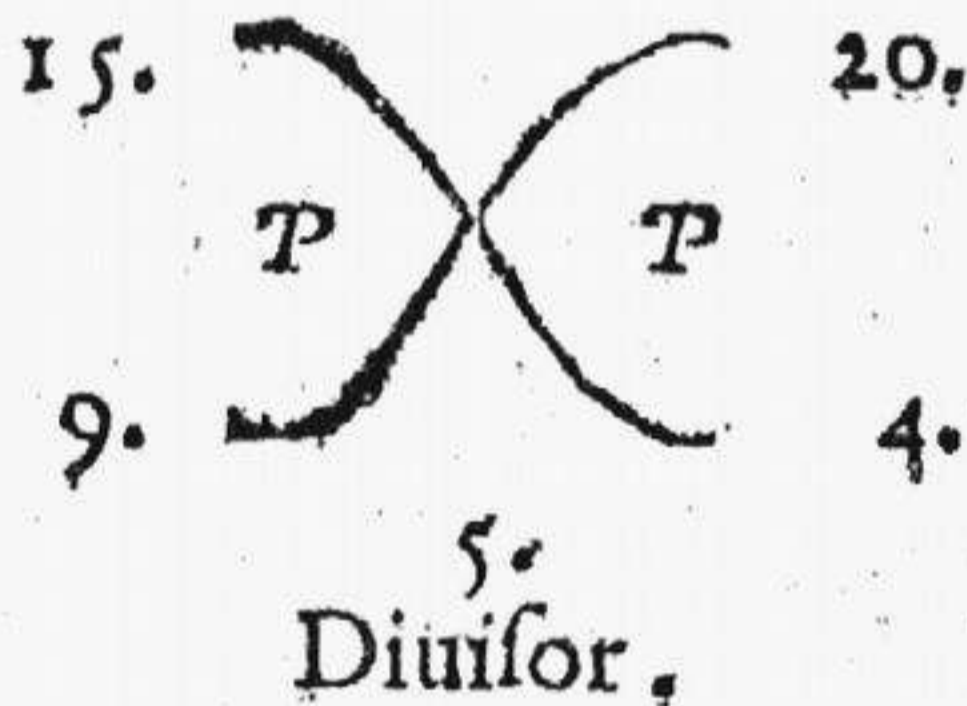
bit secundus 115. qui numerus decuplus esse debet, vt questio vult, residui primi, quod est 501. constat autem, numerum 115. non esse decuplum numeri 501. sed numerum 5010. Defecimus ergo rursus à veritate numero 4895. Operare per regulam, inueniesq; secundum habere $17\frac{2}{9}$. ex quo si datur 12. unitates primo, habebit primus sextuplum residui secundi, quod est $5\frac{2}{9}$. Habebit ergo tunc primus $30\frac{1}{9}$. ac proinde, antequam à secundo accepit 12. habuit $18\frac{1}{9}$. Si enim ex hoc numero dentur secundo 15. unitates, habebit secundus $32\frac{2}{9}$. qui numerus decuplus est residui primi, quod est $3\frac{1}{9}$. vt questio proponit.

17. D V O habent summam quandam aureo rû: Si secundus det 6. primo, habet primus duplû residui secundi; si vero primus secundo det 3. habebit secundus numerum æqualem residuo primi. Quot ergo aureos quisq; habuit? Hic etiã quæruntur duo numeri, quorum primus cû 6. unitatibus secundi duplus sit residui secundi, scâs vero cû 3. unitatibus primi æqualis residuo primi. Pone scâm habere 15, ex quo si datur 6. unitates primo, habe-

Quest. 17.

R bit

bit primus 18. duplum videlicet residui secundi, quod est 9. atque adeo, priusquam acciperet 6. a secundo, habuit 12. Iam vero si ex hoc numero dentur 3. unitates secundo, habebit secundus 18. qui numerus equalis non est residuo primi, quod est 9. sed maior. Excessimus ergo veritatem numero 9. Pone deinde, secundum habere 20. ex quo si dentur 6. unitates primo

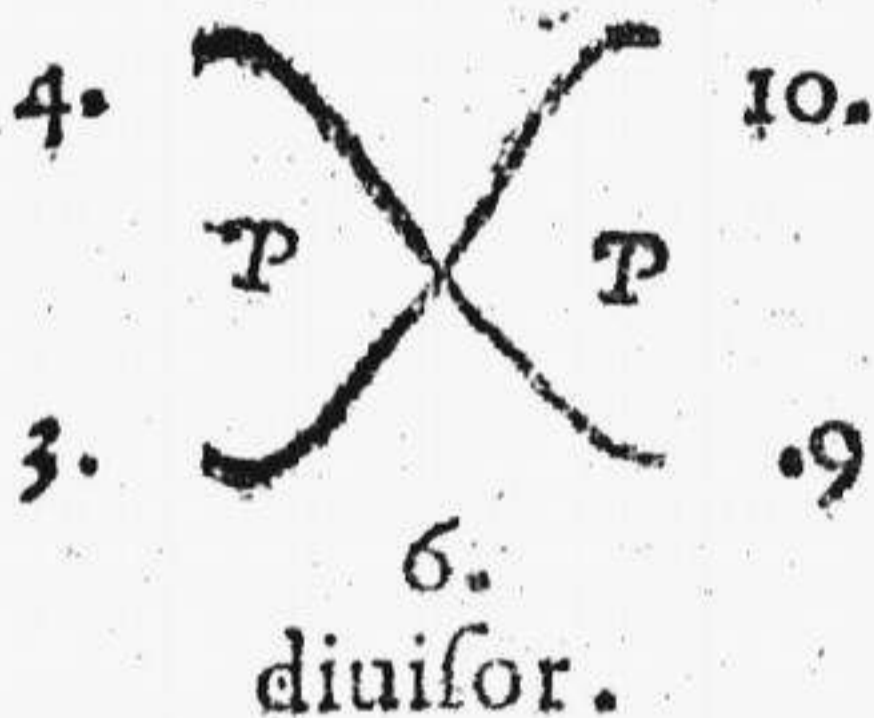


habebit primus 28. duplum videlicet residui secundi, quod est 14. Antequam ergo acciperet 6. a secundo, habuit 22. Iam vero si primus det secundo 3. unitates, habebit secundus 23. qui numerus non est equalis residuo primi, quod est 19. sed maior. Excessimus ergo rursus veritatem numero 4. Operare per regulam, inueniesque, secundum habere 24. ex quo si dentur 6. unitates primo, habebit primus 36. nempe duplum residui secundi, quod est 18. Prius ergo habuit 30. atque adeo si det 3. unitates secundo, habebit secundus 27. qui numerus equalis est residuo primi, quod etiam est 27.

Quæst. 28. 18. EST cisterna habens in fundo tres fistulas inæquales: per maximam reserata effluit tota aqua in 2. horis, per mediam in 3. & per minimam in 6. Si ergo aqua semper æquabiliter effluat, quanto tempore effluet, si omnes tres fistule simul reserentur? Finge in 4. horis, & dic. Si maior fistula in 2. horis euacuat 1. cisternam, quid euacuabit

in 4. horis: inueniesq₃ 2. cisternas. Item, Si media fistula in 3. horis euacuat 1. cisternam, quantum exhauriet in 4. horis: inueniesq₃ 1 $\frac{1}{3}$. cistern. Item, Si minima fistula in 6. horis exhaurit 1. cisternam, quantum euacuabit in

4. horis: inueniesq₃ $\frac{2}{3}$. cistern. atque ita omnes tres fistulae in 4. horis euacuarēt 4. cisternas. Nos autem volumus tantum 1. cisternam. Excessimus ergo



veritatem numero 3. Pone secundo in 10. horis, & dic. Si maxima fistula in 2. horis exhaurit 1. cisternam, quantum exhauriet in 10. horis: inueniesq₃ 5. cisternas. Item si media fistula 1. cisternam euacuat in 3. horis, quantum euacuabit in 10. horis: reperiesq₃ 3 $\frac{1}{3}$. cistern. Item si minima fistula in 6. horis euacuat 1. cisternam, quid exhauriet in 10. horis: inueniesq₃ 1 $\frac{2}{3}$. cistern. atque ita omnes tres fistulae euacuarent in 10. horis 10. cistern. Nos autem volumus 1. cisternam. Excessimus ergo veritatem numero 9. Operare per regulam, inueniesq₃ in 1. hora euacuari cisternam. Nam maxima fistula in vna hora exhauriet $\frac{1}{2}$. & media $\frac{1}{3}$. & minima $\frac{1}{6}$. quae omnes partes conficiunt 1. cisternam.

H AEC quaestio etiam ita proponi potest. Est cisterna habēs in orificio tres cannales inaequales. Per maximum impletur cisterna in 2. horis, per medium in 3. & per minimum in 6. &c.

Quaest. 19.

19. EST cisterna habens fistulam in orificio, per quam impletur in 12. horis : in imo vero fundo habet aliam fistulam, per quam euacuatur in 18. horis. Si igitur per superiorem continuc influat aqua, & per inferiorē semper effluat, quanto tempore replebitur tota cisterna? Pone in 20. horis, & dic. Si in 18. horis euacuatur 1. cisterna, qd euacuabitur in 20. horis? inueniesq; $1\frac{1}{9}$. cistern. Necesse est ergo in 20. horis impleri $2\frac{1}{9}$. cistern. vt eodem tem-

pore euacuata $1\frac{1}{9}$. cistern. maneat 1. cisterna repleta. Dic ergo. Si in 12. horis impletur 1. cisterna, quid implebitur in 20. horis? inueniesq; $1\frac{2}{3}$. cister.

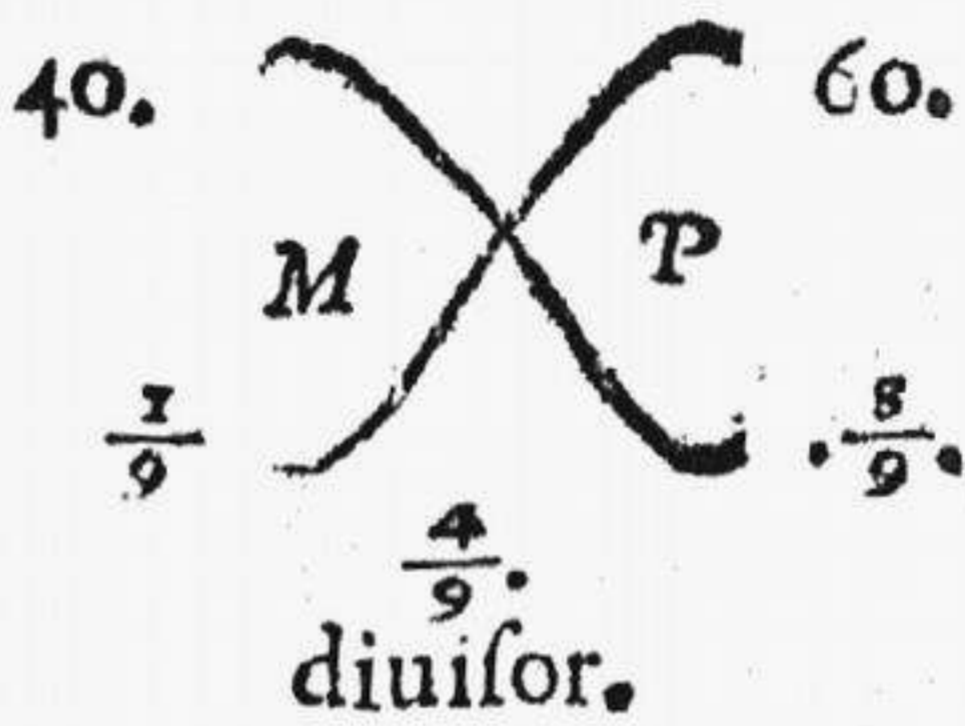


Nos autem volumus $2\frac{1}{9}$. cistern. Defecimus ergo à veritate numero hoc $\frac{4}{9}$. Pone secundo in 30. horis, & dic. Si in 18. horis euacuatur vna cisterna, quid euacuabitur in 30. horis? inueniesq; $1\frac{2}{3}$. cistern. Necesse est ergo in 30. horis impleri $2\frac{2}{5}$. cistern. vt eodem tempore euacuata $1\frac{2}{3}$. cister. relinquatur 1. cisterna plena. Dic ergo. Si in 12. horis impletur 1. cisterna, quid implebitur in 30. horis? Inueniesq; $2\frac{1}{2}$. cister. Nos autem volumus $2\frac{2}{3}$. cistern. Iterum ergo à veritate defecimus hoc numero $\frac{1}{6}$. Operare per regulam, inueniesque in 36. horis cisternam impleri. Nam in 36. horis superior fistula implebit 3. cisternas; inferior autem exhauriet 2. cisternas; atque ita remanebit

nebit vna plena.

Quest. 20

20. **A R T I F E X** quidam absoluit opus quoddam in 30. diebus; at si accedat alius, absoluent ambo idem opus in 18. diebus. Quanto ergo tempore secundus hic solus idem opus perficiet? Dic primo. Si primus artifex in 30. diebus absoluit opus, quantum absoluet in 18. diebus? inueniesq; $\frac{2}{3}$. operis. Eodem er-



go tempore secundus absoluet $\frac{2}{5}$. vt ambo totum opus perficiant. Pone ergo primo secundum absolueret totum opus in 40. diebus, & dic. Si secundus in 18. diebus absoluit $\frac{2}{5}$. operis, quantum absoluet in 40. diebus? inueniesq; $\frac{8}{9}$. operis. Nos autem posuimus eum absoluere totum opus. Defecimus ergo à veritate hoc numero $\frac{3}{9}$. Pone deinde secundum absolueret opus in 60. diebus, & dic. Si secundus in 18. diebus absoluit $\frac{2}{5}$. operis, quantum absoluet in 60. diebus? inueniesque $1\frac{3}{9}$. Nos autem posuimus eum absoluere 1. opus. Excessimus ergo veritatem hoc numero $\frac{3}{9}$. Operare per regulã, inueniesque secundum absolueret opus totum in 45. diebus. Nã si in 18. diebus absoluit $\frac{2}{5}$. operis, absoluet in 45. diebus 1. opus.

F A C I L I V S tamen sine regula falsi hæc questio soluetur hoc modo. Postquã inuenisti, secundum in 18. diebus absolueret $\frac{2}{5}$. operis, ita vt super sint $\frac{3}{5}$. Dic. Si $\frac{2}{5}$. requirunt 18. dies, $\frac{3}{5}$. quot

Aliz solutio huius questionis

R 3 dies

dies requirent? inueniesq; 27. dies, qui additi ad 18. faciunt 45. dies, quibus totum opus perficiet, vt prius. Vel certe dic. Si $\frac{2}{5}$. requirunt 18. dies, quot dies requiret 1. opus integrum? Inuenies nãque rursus 45. dies, vt prius.

Quaest. 21.

21. TRES inter se ita luserunt, vt statim primus lucratus sit $\frac{1}{2}$. pecuniae secundi: postea vero secundus $\frac{1}{3}$. pecuniae tertij: tertius denique $\frac{1}{4}$. pecuniae eius, quam primus in ludum attulit. Fini- to autem ludo, quisque ipsorum 700. aur. habuit: quantum ergo pecuniae quisq; in ludũ attulit? Hic aliud nihil queritur, quàm vt datus numerus 2100. (Si enim singuli habent 700. habebunt omnes tres 2100.) in tres partes distribuatur, ita vt, si prima det $\frac{1}{4}$. tertio, accipiat vero $\frac{1}{2}$. secũda: se- cũda aut accipiat $\frac{1}{3}$. tertia, fiãt tres numeri æqua- les, nẽpe 700.

700. 700. Vel certe querun- tur tres nume- ri, quorum pri- mus deposita $\frac{1}{4}$. si accipiat $\frac{1}{2}$. scđi, faciat

	100.	200.
	1250.	1100.
	225. M	450. M
	525.	350.
	175.	
	diuisor.	

700. similiter scđs, deposita $\frac{1}{2}$. cũ $\frac{1}{3}$. tertij faciat 700. eodemq; modo tertius, deposita $\frac{1}{3}$. cũ $\frac{1}{4}$. pri- mi faciat 700. Pone primũ lusorẽ attulisse 100. aur. Depositã $\frac{1}{4}$. nempe 25. supersunt ei 75. Et quia hoc residuum cum $\frac{1}{2}$. secundi debet facere 700. erit $\frac{1}{2}$. secundi 625. quod hic numerus cum residuo primi, nempe cum 75. faciat 700. Attu-
lit

Er̄it ergo secundus 1250. Postquam autem perdiderit $\frac{1}{2}$. remanebunt ei 625. Quoniam vero residuū hoc cum $\frac{1}{3}$. tertij debet facere 700. erit $\frac{1}{3}$. tertij 75. quòd hic numerus cum residuo secundi faciat 700. Quare tertius secum attulit in ludum 225. Postquam autē perdiderit $\frac{1}{3}$. supererunt ei 150. Et quia hoc residuum cum $\frac{1}{4}$. primi, hoc est, cum 25. facit 175. Debebat autem facere 700. defecimus propterea a veritate numero 525:

P O N E deinde, primum attulisse in ludum 200. aur. Deposita $\frac{1}{4}$. nēpe 50. supersunt ei 150. aur. qui cum $\frac{1}{2}$. secundi facere debent 700. Er̄it ergo $\frac{1}{2}$. secundi 550. aur. Attulit ergo secum 1100. Perdita autem $\frac{1}{2}$. supersunt ei 550. aur. qui cum $\frac{1}{3}$. tertij facere debent 700. Er̄it ergo $\frac{1}{3}$. tertij 150. ac proinde in initio ludi habuit 450. Amissa autem $\frac{1}{3}$. remanent ei 300. aur. qui cum $\frac{1}{4}$. primi, hoc est, cum 50. faciunt 350. Debebant autem facere 700. Defecimus ergo etiam nunc à veritate numero 350. Operare per regulam, inueniesq̄, primum lusorem attulisse 400. aur. secundum 800. & tertium 900. Numeros porrò hos secundi & tertij inuenies vel ex regula falsi, multiplicando errores per secūdi ac tertij positiones, &c. vel ex primo inuento, quemadmodum paulo ante ex 100. & 200. quos numeros posuimus primum habere, numeros secundi, ac tertij inuestigauimus. Nam si primus habet 400. habebit (deposita $\frac{1}{4}$. nimirum 100. quam perdidit) 300. & quia cum $\frac{1}{2}$. secundi debet habere 700. erit $\frac{1}{2}$. secundi 400. ac proinde secundus attulit 800. Amissa

autē $\frac{1}{2}$. supererunt ei 400. Quoniam vero hac $\frac{1}{2}$. cum $\frac{1}{3}$. tertij facere debet 700. erit $\frac{1}{3}$. tertij 200. proptereaq; tertius attulit 900. Amissa em̄ $\frac{1}{3}$. remanebunt ei 600. quibus si addatur $\frac{1}{4}$. primi, hoc est, 100. aur. habebit 700. vt q̄stio vult.

Quæst. 22.

22. TRES mercatores lucrati sunt 400. aur. quos, habita ratione pecuniæ, quam quisq; posuit, ita distribuerunt, vt secundi portio superaret portionē primi numero 12. tertij vero portio excederet portionē

secundi numero

16. Quanta ergo

fuit portio cuius-

que? Finge, primū

accepisse 1. aur.

(Volo enim quæ-

stionem hanc sol-

uere per minimos

numeros, nempe

per positionem 1. & 2. vt clarius appareat gene-

ralitas huius regule falsi.) ac proinde secundum

13. & tertium 29. qui omnes numeri conficiunt

43. Debebant autē conficere 400. Defecimus er-

go à veritate numero 357. Finge rursus, primum

accepisse 2. aur. atq; adeo secundū 14. & tertium

30. qui omnes numeri conficiunt 46. Debebant au-

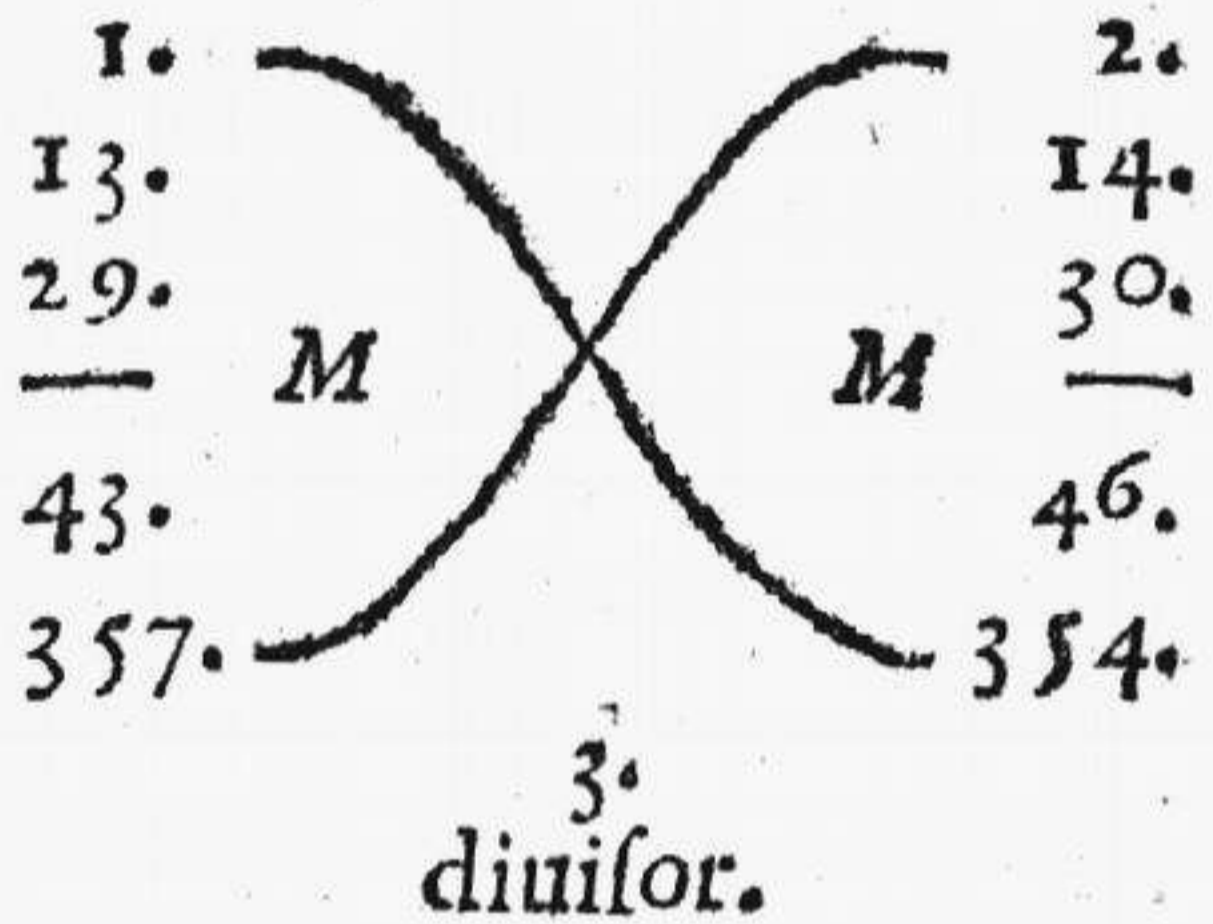
tē conficere 400. Defecimus ergo etiā nunc a veri-

tate numero 354. Operare per regulā, inueniesq;

primi portionem esse 120. aur. secundi 132. & ter-

tij 148. qui tres numeri conficiunt summam 400.

aur. vt in quæstione proponitur.



23. IMPERATORIS exercitus contra turcas continet 40000. Germanorū peditū, tot vero Italos, & Hungaros, vt numerus Italo- rum sit $\frac{1}{2}$. Germanorum, atq; Hungarorū, nume- rus vero Hūga-
 30000.
 20000.
 10000.
 P P
 24000.
 8000.
 40000.
 30000.
 diuisor.

adeo quantus totus exercitus? Finge, Italos esse 30000. Et quoniā hic numerus debet esse $\frac{1}{2}$. Ger- manorū, atq; Hungarorū, erunt Germani, atque Hūgari 60000. Cum ergo Germani sint 40000. erunt Hungari 20000. qui debent conficere $\frac{1}{3}$. Germanorum, atque Italo- rum, nempe numeri 70000. Conficiunt autem $\frac{1}{3}$. numeri 60000. Excessimus ergo veritatem numero 10000. Fin- ge secundo, Italos esse 24000. Et quoniam hic numerus debet esse $\frac{1}{2}$. Germanorum, atque Hun- garorum, erunt Germani, atque Hungari 48000. Cum ergo Germani sint 40000. erunt Hun- gari 8000. qui debent conficere $\frac{1}{3}$. Germano- rum, atque Italo- rum, nempe numeri 64000. Conficiunt autem $\frac{1}{3}$. numeri 24000. Excessimus ergo rursus veritatem numero 40000. Ope- rare per regulam, inueniesque Italos esse 32000. Hungaros vero 24000. ac proinde totum exerci- tum 96000. Nam hac ratione Itali conficiunt $\frac{1}{2}$.

Ger-

Germanorum, atq; Hungarorum, Hungari vero $\frac{1}{3}$. Germanorum, atque Italorum, vt patet.

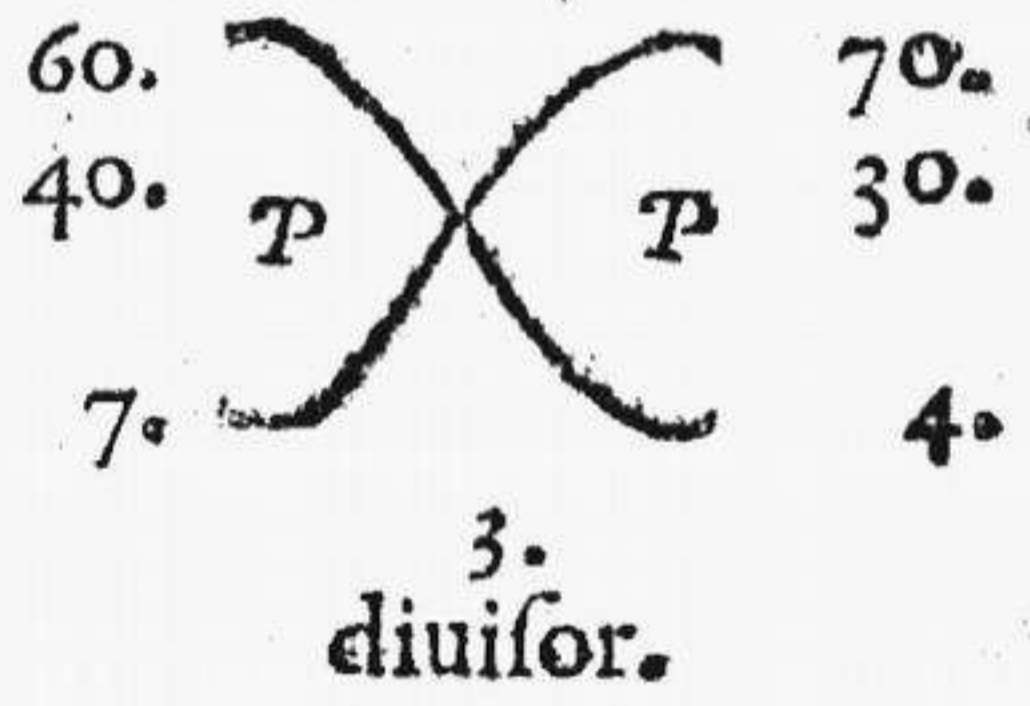
Quæst. 24.

24. *VISVM EST* hic apponere artificium illud Archimedis, quo, teste Vitruuio lib. 9. cap. 3. deprehendit furtum aurificis cuiusdam in corona aurea, hoc est, quantum argenti fuerit commistum, non dissoluta corona. Cum enim Hiero rex statuisset Dijs suis votiua offerre coronam ex puro auro, aurifex, sublata auri portione, argenti tantundem commiscuit: Indignatus vero Hiero se contemptum, (vt verbis Vitruuij vtar) neque inueniens, qua ratione id furtum deprehenderet, rogauit Archimedem, vti in se sumeret sibi de eo cogitationem. Tunc is, cum haberet eius rei curam, casu venit in balneum, ibiq; cum in solium descenderet, animaduertit, quantum corporis sui in eo insideret, tantum aquæ extra solium effluere. Itaque cum eius rei rationem explanationis offendisset, non est moratus, sed exiliuit gaudio motus de solio, & nudus vadens domum versus significabat clara voce, inuenisse, quod quæretet. Nam currens identidem græce clamabat $\tau\upsilon\pi\alpha\ \kappa\alpha\ \tau\upsilon\pi\eta\kappa\alpha$. Tum vtro ex eo inuentionis congressu duas dicitur fecisse massas æquo pōdere, quo etiã fuerat corona, vnã ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset, vas amplum ad summa labra impleuit aqua, in quo demisit argenteam massam, cuius quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquæ esfluxit: ita exempta massa, quanto minus factum fuerat, refudit, sextario mensus, vt eodem modo, quo prius fuerat, ad labra equare.

æquaretur. Ita ex eo inuenit, quantum ad certum pondus argenti certa aquæ mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase demisit, & ea exempta, eadem ratione, mensura addita, inuenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset, quàm argenti. Postea vero repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, inuenit plus aquæ defluxisse in coronam, quàm in auream eodem pondere massam, & ita ex eo, quod plus defluerat aquæ in coronam, quàm in massa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem. Hactenus Vitruuius. Explicemus autem nos, quo pacto per regulam falsi furtum dictum deprehendi possit, si adhibeatur artificium illud Archimedis.

P O N A T V R exempli causa, coronam illam fuisse 100. lib. eaque imposita in vase effluxisse 65. lib. aquæ, imposita vero massa puri auri 100. lib. effluxisse 60. lib. aquæ; imposita tandem massa puri argenti 100. lib. effluxisse 90. lib. aquæ. Finge ergo, aurificem abstulisse 40. lib. aur. totidemq; libras argenti substituisse, ita vt in corona fuerint 60. lib. auri, & 40. lib. argenti. Vide iam, an corona ita confecta eijciat 65. lib. aquæ. quod ita scies. Dic. Si 100. lib. aur. eijciunt 60. lib. aquæ, quantum aquæ eijcient 60. lib. auri? Item si 100. lib. argenti expellunt 90. lib. aquæ, quantum aquæ expellent 40. lib. argenti? inueniesq; in vtraque operatione 36. lib. aquæ, ita

vt corona eijciat 72. lib. aquæ. Debebat autẽ eijcere tantum 65. lib. Excessimus ergo veritatẽ numero 7. Finge secũdo, aurificem surripuisse 30. lib. auri, ac proinde in corona fuisse 70. lib. auri, & 30. lib. argenti. Dic ergo Si 100. lib. auri expellũt 60. lib. aquæ, quantũ aquæ



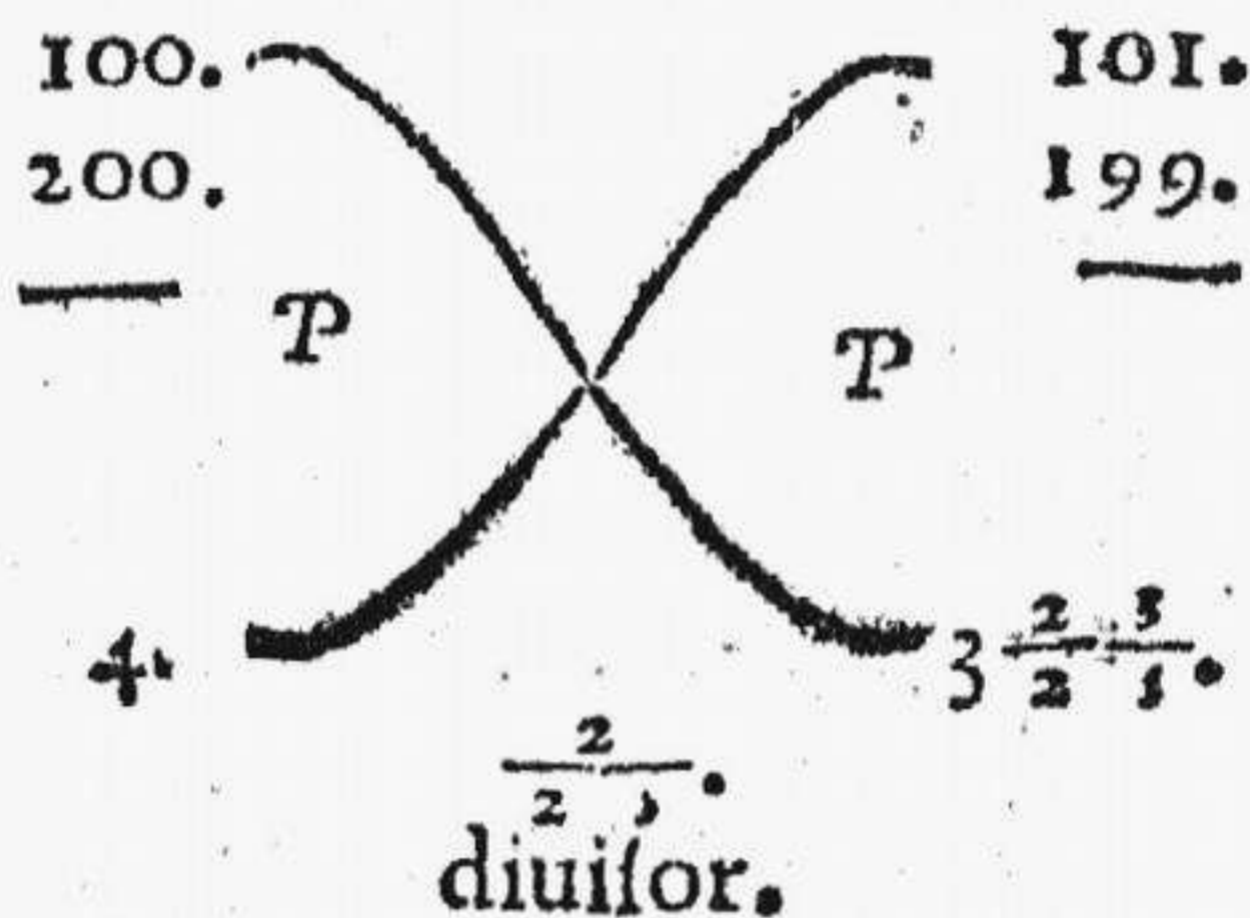
expellent 70. lib. auri? Item, si 100. lib. argenti eijciunt 90. lib. aquæ, quantum aquæ eijcient 30. lib. argenti? inueniesq; in priori operatione 42. lib. aquæ, in posteriori vero 27. quæ efficiunt 69. lib. aquæ. Debebant autem esse tantum 65. lib. Rursus ergo excessimus veritatem numero 4. Operare per regulam, inueniesque, aurificem accepisse $16\frac{2}{3}$. lib. auri, atque adeo, coronam illam mixtam fuisse ex $83\frac{1}{3}$. lib. auri, & ex $16\frac{2}{3}$. lib. argenti. Quod vt probes, dic. Si 100. lib. auri eijciunt 60. lib. aquæ, quantum aquæ eijcient $83\frac{1}{3}$. lib. auri? Item, si 100. lib. argenti eijciunt 90. lib. aquæ, quantum aquæ eijcient $16\frac{2}{3}$. lib. argenti? inueniesq; in priori operatione 50. lib. aquæ, in posteriori vero 15. lib. aquæ, quæ omnes conficiunt 65. libras aquæ, quas posuimus coronam eijcere.

E O D E M modo deprehensum fuisset furtũ, etiamsi massæ auri, & argenti non fuissent 100. lib. quot libras habebat corona, sed quotcunq; librarũ, nempe auri 10. lib. v. g. & argenti 20. dũ modo diligenter exploretur, quantum aquæ singule

*Et massa eijciant. Nos ponamus, 10. lib. auri eij-
cere 6. lib. aquæ, at 20. lib. argenti eijcere 18. lib.
aquæ. Vnde in priori positione dices. Si 10. lib.
aur. eijciunt 6. lib. aquæ, quantum aquæ eijcient
60. lib. auri? &c.*

*SI ponatur corona 300. lib. & massa auri,
argentiq, totidem lib. hac cõditione, vt corona eij-
ci at 218. lib. aquæ, aurum vero 206. lib. aquæ, &
argentum 230.*

*lib. aquæ; inue-
niemus in coro-
na fuisse 150.
lib. auri, totidẽ-
que argenti. Ut
patet in hisce
duabus positio-
nibus, in quarũ
priorẽ statuan-*



*tur 100. lib. auri, & 200. lib. argenti: in poste-
riore autem 101. lib. aur. & 199. argenti, &c.*

*HOC ergo artificio deprehendetur in qua-
cunque massa ex auro, argentoque commixta,
quantum auri, quantumque argenti permixtum
sit.*

PROGRESSIONES ARITHMETICÆ.

Cap. XXIII.

Progressio
Arithmetice
est quid.



PROGRESSIO Arithmetica est series plurium numerorū se equaliter superantium, ut hic.

Progressio naturalis numerorum
incipiens ab 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. &c.

Progressio numerorum imparium
incipiens ab 1.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. &c.

Progressio numerorum pariorū incipiens à 2.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. 28. &c.

Progressio
naturalis
numerorū,
& numero-
rū impariorū
pariorūq;
quid.

PRIMA enim harum trium progressionū dicitur progressio naturalis numerorum, incipitq; ab 1. in qua omnes numeri se ordine superāt unitate. Secunda vero dicitur progressio numerorū imparium, incipitq; ab 1. in qua omnes numeri se ordine superant binario. Tertia deniq; appellatur progressio numerorum pariorum, incipitq; à 2. qui est

est primus numerus par, quemadmodum 2. est primus numerus impar, atque adeo primus omnium numerorum, licet improprie. In hac autem progressionem numerorum parium omnes numeri se ordine superant etiam binario, quemadmodum et in progressionem numerorum imparium. Eodem modo hic.

Alia progressionem.

2. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. &c.
4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32. 36. 40. &c.

PRIOR namque harum progressionum incipit à 2. progrediturq; per 3. cum omnes numeri in ea se ordine superent ternario; posterior vero incipit a 4. progrediturq; per eundem numerum 4. cum in ea omnes numeri se ordine superent quaternario.

CONTINUATUR quaelibet progressio Arithmetica, si differentia, excessusve numero illi addatur, post quem progressio extendenda est. Vt si progressio hæc, 4. 9. 14. 19. 24. continuanda sit, addemus differentiam, siue excessum progressionis, nempe 5. (quam quidem differentiam, excessumve inueniemus, si primum progressionis numerum à secundo, vel quemuis alium à proxime maiore in eadem progressionem subtrahamus.) ultimo numero 24. efficiemusq; 29. Huic iterum numero adijciemus 5. componemusq; 34. & ita deinceps in infinitum. Sic etiam, si quis pro-

Arithmetica progressio quo pacto continuetur.

Differentia progressionis Arithmetice quo inueniatur.

progressionem incipere velit à 7. & progredi per differentiam, excessumve 6. addenda erunt 6. ad 7. vt fiant 13. pro secundo numero progressionis: Item 6. ad 13. vt fiant 19. pro tertio numero, & cet.

Progressio
Arithmeti-
ca decrefce
re non pōt
& infiniū.

P A R I ratione progressio Arithmetica continuatur retrocedendo, si differentia progressionis a minori extremo subducatur. Vt si progressio hæc 30. 37. 44. 51. 58. continuanda sit versus minores numeros, auferemus differentiam 7. ex minori extremo 30. vt relinquuntur 23. Ex his rursus subducemus 7. vt remaneant 16. Ex his rursus subducemus 7. vt supersint 9. à quibus rursus auferemus 7. vt supersint 2. à quibus amplius auferri nequeunt 7. ac propterea dicta progressio amplius non potest decrescere. Sic etiam, si quis progressionem inchoare velit à 40. & progredi per 4. versus unitatem, auferenda erunt 4. ex 40. vt relinquuntur 36. Item 4. ex 36. vt remaneant 32. Rursus 4. ex 32. vt supersint 28. Item 4. ex 28. vt relinquuntur 24. &c.

Proprietas
progressionis
Arithmeti-
cæ triū nu-
merorum.

P R O P R I U M est progressionis Arithmetice trium numerorum, vt aggregatum extremorum æquale sit duplo mediij numeri, vt hic apparet, 7. 18. 29. demonstraturq; à Iordano lib. 1. propos. 2.

Proprietas
progressio-
nis Arith-
meticæ
quorū
numerorum.

P R O G R E S S I O N I S vero Arithmetice quatuor numerorum proprium est, vt aggregatum extremorum æquale sit aggregato mediiorum; veluti hic apparet, 4. 12. 20. 28. demonstraturq; à Iordano lib. 1. propos. 3. Atque hoc non solum

solum verum est in quatuor numeris sese cōtinuè eodem numero superantibus, quales sunt numeri in dato exemplo; sed etiam in quatuor, quæ non cōtinuè se superant eodē numero, dummodo eadē sit differentia inter primum, ac secundum, quæ inter tertium, ac quartum; ut hic vides. 4. 12. 30. 38.

EX his proprietatibus colligitur, in omni progressionē Arithmetica, cuius numerus terminorum est impar, aggregatū extremorum æquale esse cuilibet aggregato duorum numerorum quorūlibet ab extremis æqualiter distantium, nec non duplo mediij numeri. Ut hic apparet.

Proprietas
progressionis
Arithmeti-
cæ quocū-
que termi-
norū, si nu-
merus ter-
minorū fue-
rit impar.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39. 43.

Cum enim quatuor hi numeri 3. 7. 39. 43. habeant eandem differentiam, licet non continuatam (Nā eadem est differentia inter 3. & 7. quæ inter 39. & 43.) erit, ex ijs, quæ proxime diximus, aggregatum extremorum 3. & 43. æquale aggregato mediorum 7. & 39. Eadem ratione aggregatū ex 7. & 39. æquale erit aggregato ex 11. & 35. quod hi quatuor numeri 7. 11. 35. 39. habeant eandem differentiam, licet non continuatam; & ita de reliquis, donec ad tres medios numeros 19. 23. 27. perveniamus; qui cum habeant eandem differentiam, erit, per ea, quæ paulo ante docuimus, aggregatum extremorum 19. & 27. æquale duplo mediij numeri 23. Eadem est ratio de omnibus alijs huius generis progressionibus Arithmeticis.

Proprietas
progressionis
Arithmeti-
cæ quocun-
que termi-
norum, si nu-
merus ter-
minorum fue-
rit par.

EX posteriore quoque proprietate efficitur, in omni progressionem Arithmetica, cuius numerus terminorum est par, aggregatum extremorum æquale esse cuilibet aggregato duorum numerorum quorumlibet ab extremis æqualiter distantium. *Vt* hic manifestum est.

3.7.11.15.19.23.27.31.35.39.

Quod probabimus, *vt* prius, hoc dempto, quod postremo loco sumendi sunt quatuor numeri medij 15. 19. 23. 27. non autem tres tantum, *vt* prius; quia hic non est vnicus numerus medius, sed duo. Nunc sequuntur regulæ ad Arithmeticas progressionem spectantes.

R E G V L A I.

Sūmacuius-
cunq; pro-
gressionis
Arithmeti-
cæ quo pa-
cto inue-
niatur.

SI in quavis progressionem Arithmetica notus fuerit numerus terminorum vna cum minore, & maiore extremo, perueniemus in cognitionem summæ omnium terminorum, hac ratione. Addatur primus terminus vltimo, & aggregatum per numerum terminorum multiplicetur. Dimidium enim numeri producti erit summa omnium terminorum. *Vt* in hac progressionem.

4.7.10.13.16.19.22.25.28.31.34.37.

Ex 4. & 37. fiunt 41. quæ multiplicata p̄ numerum terminorum, hoc est, per 12. (Sunt enim 12. numeri

in ea progressionē) faciunt 492. Huius numeri dimidium 246. est summa omnium numerorum datæ progressionis. Eademque ratio est de cæteris.

HÆC regula à nonnullis diuiditur in duo membra, hoc modo. Quando numerus terminorū est par, multiplicant aggregatum ex primo, & ultimo termino per dimidium numeri terminorū: Si vero numerus terminorum est impar, multiplicant dimidium aggregati ex primo, & ultimo termino (quando enim numerus terminorum est impar, semper illud aggregatum est par) per numerum terminorum. Hac enim ratione semper producitur summa omnium numerorum progressionis. Vel hoc modo. Quando aggregatum ex primo, & ultimo termino est par, multiplicant eius dimidium per numerum terminorum, siue is par sit, siue impar. Si vero aggregatum illud est impar, multiplicant illud per dimidium numeri terminorum, qui numerus tunc semper par est. Vt in superiori exemplo, quia numerus terminorum est par, nempe 12. vel quia aggregatum ex primo termino, & ultimo est impar, videlicet 41. multiplicant illud per 6. dimidium numeri terminorum, efficiunt q̄₃ summam omnium numerorum 246. vt prius. In his autē duabus progressionibus, in quarum priore numerus terminorum est par, nempe 10. & in posteriori impar, nempe 11. quoniam aggregatum ex primo termino, & ultimo est par, n̄

Summa cuiuscunq; Progressionis Arithmetice quo pacto aliter inueniatur

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.

4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34.

§ 2 mirum

mirum 42. in priore, & 38. in posteriore, multiplicant tam dimidium illius, nimirum 21. per 10. numerum terminorum, quàm dimidiũ huius, quod est 19. per 11. numerum terminorũ, vt in priori efficiant summam 210. & in posteriori 209.

RATIO harum regularũ hæc est. Quoniã supra diximus, quando numerus terminorum est par, aggregatum extremorum æquale esse cuilibet aggregato duorum quorumlibet numerorũ ab extremis æqualiter distantium, fit, vt omnia aggregata simul sint tot, quot vnitates sunt in dimidio numeri terminorum. Quare si vnũ aggregatum, nempe extremorum, multiplicetur per dimidium numeri terminorum, producetur summa omnium aggregatorum. Rursus quia docuimus, quando numerus terminorum est impar, aggregatum extremorum esse æquale cuilibet aggregato duorum quorumlibet numerorum ab extremis æqualiter distantium, necnon duplo mediij numeri, fit, vt medius numerus sit dimidium cuiuslibet aggregati. Ergo omnia aggregata simul, vnã cum medio numero, continebunt tot dimidia vnus aggregati, quot sunt termini. Si igitur dimidium vnus aggregati, nempe extremorum, multiplicetur per numerum terminorũ, producetur summa omnium terminorum.

ITAEQUE, vt vides, satis est, vt cognoscatur primus terminus, & vltimus, vnã cum numero terminorũ, ad eliciẽdam summam totius progressionis, etiamsi intermediij termini ignorentur. Quo pacto autem ex primo numero cognito,

una cum numero terminorum, & differentia progressionis, ultimus terminus inuestigetur, sequenti regula explicabimus.

IN progressionē autē naturali numerorum, que ab 1. incipit, inuenietur breuissime summa omnium terminorum, hoc modo. Multiplicetur ultimus numerus (qui semper indicat numerum terminorum (per numerum proxime maiorē. Huius enim numeri producti dimidium est summa omnium terminorum. Vt hic.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.

Ex multiplicatione ultimi numeri 11. per 12. numerum proxime maiorem producitur numerus 132. cuius dimidium 66. est summa totius progressionis. Sic etiam in hac progressionē.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.

Ex multiplicatione ultimi numeri 10. per 11. numerum proxime maiorem fit numerus 110. cuius dimidium 55. est totius progressionis summa.

ITAQUE si quis velit summam progressionis naturalis, que terminetur in quouis numero dato, vt in 100. in qua nimirū sint 100. termini, multiplicandus erit ultimus numerus datus, in quo progressio dicitur terminari, vt hic numerus 100. per numerū proxime maiorē, vt hic p 101. Nam producti numeri (qui hic est 10100.) dimidium, nempe 5050. in dato exemplo, erit summa dicte progressionis. Eademq; ratio est in alijs.

Particularis inuētiō summæ progressionis naturalis numerorū

Numerus terminorū progressionis naturalis numerorū est ultimus terminus.

Alia inuen-
tio summe
progressionis
naturalis
numeriorū.

A L I I hanc etiam regulā distrahunt in duō membra, hoc modo. Si vltimus numerus est par, multiplicant numerum proxime maiorem in dimidium vltimi numeri: Si vero est impar, multiplicant eum in dimidium numeri proxime maioris. Hac enim ratione semper producitur summa omnium numerorum progressionis. Vt in posteriori progressionē naturali, multiplicant 11. numerum proxime maiorem vltimo numero per 5. dimidium vltimi numeri, faciuntq, 55. summam totius progressionis, vt prius. In priori autem progressionē naturali, multiplicant 11. vltimum numerum per 6. dimidium numeri proxime maioris vltimo numero, efficiuntq, 66. summam totius progressionis, vt prius.

Particula-
ris inuētio
summæ nu-
merorū im-
parium.

I N progressionē quoque numerorum imparium, quæ ab 1. incipit, inuenietur facillimo negotio summa omnium terminorum, si numerus terminorum in seipsum multiplicetur, vt hic.

1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.

Ex multiplicatione numeri terminorum, qui est 10. in seipsum procreatur numerus 100. qui est summa totius progressionis.

Numerus
terminorū
in progressio-
ne numero-
rū impariū
quo pacto
reperitur.

H A B E T V R autem numerus terminorū, si vltimo numero adijciatur 1. & compositi numeri dimidium sumatur, vt in dato exemplo, si addatur 1. ad 19. fit numerus 20. cuius dimidiū 10. indicat numerum terminorum.

I T A Q V E si quis velit summam progres-
sionis

sionis numerorum imparium, quæ terminetur in quouis dato numero vt in 67. addēda erit vnitas ad vltimum numerum, in quo progressio terminari dicitur, vt hic ad 67. Nam compositi numeri (qui hic est 68.) dimidium, nempe 34. in dato exemplo, dabit numerū terminorum: qui in se multiplicatus producet summam illius progressionis. Ut in proposito exemplo, in quo ponuntur 34. termini, si multiplicetur numerus 34. in se, procreabitur summa illius progressionis 1156. Atque ita de cæteris.

IN progressionē denique numerorum parium, quæ à 2. incipit, nullo etiā labore reperietur summa, si dimidium vltimi numeri, quod semper indicat numerum terminorum progressionis, (semper enim tot sunt termini progressionis eiusmodi numerorum parium, quot sunt vnitates in dimidio vltimi termini.) multiplicetur per numerum proxime maiorem illo dimidio. Vt hic.

Particularis inuētiō summe numerorū parium.

Numerus terminorū in pgressione numero rum parium qua ratione inueniatur.

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.

Ex multiplicatione 12. (qui numerus est dimidiū vltimi termini, vel numerus terminorum) per 13. numerum proxime maiorem illo dimidio, fit numerus 156. hoc est, summa omnium illorum numerorum parium.

ITAQVE si quis velit summam progressionis numerorū parium, quæ terminetur in quolibet dato numero vt in 100. multiplicādus erit numerus, qui dimidiū conficit numeri vltimi dati, in

quo dicitur terminari progressio, ut numerus 50. in dato exemplo, (hic enim dimidiū est ultimi numeri dati 100.) per numerum proxime maiorem illo dimidio, ut hic per 51. Productus enim numerus ut 2550. in dato exemplo, erit summa illius progressionis; & numerus terminorum erit 50. in eodem exemplo, quot nimirum unitates sunt in dimidio ultimi numeri. Et sic de alijs.

R E G V L A I I.

Ultim⁹ terminus cuiuscunq; progressionis Arithmeticae quo pacto eliciat^r ex numero terminorū unā cū primo termino, & differentia progressionis,

SI in quavis progressionē Arithmetica notus fuerit numerus terminorum, unā cum primo termino, & differentia progressionis, inueniemus ultimū terminū, etiam si intermedios terminos nō habeamus, hoc modo. Ex numero terminorū abijciatur 1. reliquus vero numerus per differentiam multiplicetur, ac tandē huic producto primus terminus adijciatur. Numerus enim compositus erit ultimus terminus. Ut si primus terminus alicuius progressionis sit 3. numerus autem terminorū sit 10. & differentia 8. cognoscemus decimū terminum, hoc est, ultimum huius progressionis sine intermedijs, hac ratione. Ex 10. numero terminorum auferemus 1. & reliquum numerū 9. multiplicabimus per 8. differentiam progressionis, producto tandem numero 72. adijciemus 3. primum terminum. Compositus enim numerus 75. est decimus terminus progressionis, cuius primus terminus est 3. & differentia 8. Veluti hic apparet, ubi omnes termini ponuntur.

3. 11. 19. 27. 35. 43. 51. 59. 67. 75.

IT A Q V E si quis hanc quæstionem proponat. Augias Herculi de numero boũ, quos habebat, interroganti respõdit, boues suos omnes per loca 40. ita esse dispositos, vt quoties in primo loco continetur 3. boues, toties in secũdo contineantur 5. in tertio toties 7. in quarto toties 9. &c. Accessit Hercules ad primũ locũ, & reperit boues 30. Quot igitur boues habuit Augias, et quot boues in vltimo loco fuerũ? soluenda erit hoc modo. Quoniã in primo loco sunt decies 3. boues, erũt in secundo loco decies 5. nimirum 50. & in tertio decies 7. nẽpe 70. & sic deinceps, vt sit progressio quædam Arithmetica, cuius primus terminus sit 30. differẽtia vero 20. & numerus terminorũ 40. Eliciẽdus ergo est primũ vltimus terminus per proximã regulã, hoc modo. Ex 40. numero terminorũ abijciatur 1. & reliquus numerus 39. per 20. differentiã multiplicetur, productoq; numero 780. primus terminus 30. adijciatur. Fiet enim vltimus terminus, siue quadragesimus, 810. atque tot boues fuerunt in vltimo loco.

D E I N D E vero ex hoc vltimo termino inuento, ex primo dato, vnã cũ differẽtia eruenda p primã regulã summa totius progressionis, etiamsi non habeamus intermedios omnes terminos, hoc modo. Primus terminus 30. vltimo termino 810. adijciatur, compositusq; numerus 840. per 20. hoc est, per dimidium numeri terminorum, multiplicetur. Productus namq; numerus 16800. est summa totius progressionis, atque adeo nume

rus boum Augia. Ut autem videas, quot boues in singulis locis fuerint, atq; adeo in vltimo loco fuisse 810. apposuimus hic totam progressionem.

30. 50. 70. 90. 110. 130. 150. 170. 190. 210.
230. 250. 270. 290. 310. 330. 350. 370. 390. 410.
430. 450. 470. 490. 510. 530. 550. 570. 590. 610.
630. 650. 670. 690. 710. 730. 750. 770. 790. 810.

Quæstio
de ducibus
militiæ.

SIMILIS erit quæstio, si quis ita dicat. Imperator strenuus ducibus numero 20. distribuit pecuniam in direptione vrbs inuentam, hac lege, vt ei, qui vltimus murum hostilem transcēderat, daret 100. aur. penultimo 130. antepenultimo 160. & ita deinceps eodem modo progrediendo. Quanta ergo fuit ea summa pecuniæ, & quantū, qui primus murum transcendit, accepit? Si namque ex 20. numero terminorum (tot enim sunt termini in illa progressionē, quot sunt duces.) auferas 1. & reliquum numerum 19. multiplices per 30. differentiā progressionis, productoq; numero 570. adijcias primū numerū, nempe 100. efficies 670. pro vltimo progressionis termino: atq; tot aureos habuit primus dux. Inuento autem vltimo termino, si ei addatur primus, nimirum 100. vt fiant 770. atque hic numerus per 10. dimidium numeri terminorum multiplicetur, fiet summa omnium terminorum 7700. Tanta ergo fuit summa pecuniæ distributæ. Tota vero progressio ita se habet.

100. 130. 160. 190. 220. 250. 280. 310. 340. 370.
400. 430. 460. 490. 520. 550. 580. 610. 640. 670.

PROGRESSIONES GEOMETRICÆ.

Cap. XXV.



PROGRESSIO Geometri-
ca est series plurium numero-
rum se in eadem proportione
superantium, ut hic apparet.

Progressio
Geometri-
ca quid.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. 2048. &c.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 19683. &c.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536. &c.

PRIMA enim harum progressionum pro-
greditur per proportionem duplam, ita ut quili-
bet numerus sit duplo maior eo numero, qui eum
proxime præcedit; Secunda vero per triplam,
ita ut quilibet numerus sit triplo maior eo, qui
proxime eum antecedit; atq; utraque harum pro-
gressionum ab 1. incipit; tertia denique per du-
plam etiam proportionem progreditur, non ta-
men ab 1. sed à 3. initium sumit.

CONTINUATUR quælibet progres-
sio Geometrica; si per denominatorem propor-
tionis numerus ille, post quem progressio exten-
denda est, multiplicetur. Ut si progressio hæc
proportionis triplæ, 4. 12. 36. continuanda sit,
multiplicabimus ultimum numerum 36. per 3.

Geometri-
ca progres-
sio quo pa-
cto contin-
uetur.

de

Denomina-
tor propor-
tionis in p-
gressione
Geometri-
ca quō in-
ueniatur.

denominatorem proportionis, (quem quidem de-
nominatorem inueniemus, si secundum numerum
per primum dividamus, vel quemuis alium per
proxime minorem in eadem progressionē.) efficie-
musq₃ 108. Hunc iterum numerum per 3. multi-
plicabimus, producemusq₃ 324. & ita deinceps
in infinitum. Sic etiam, si quis progressionem inci-
pere velit à 7. & progredi per proportionē quin-
cuplam, cuius denominator est 5. multiplicanda
erunt 7. per 5. vt fiant 35. pro secundo numero
progressionis. Item 35. per 5. vt fiant 175. pro
tertio numero, &c.

P A R I ratione progressio Geometrica con-
tinuatur retrocedendo, si minus extremū per de-
nominatorem diuidatur. Vt si progressio hæc 64.
128. 256. 512. continuanda sit versus minores
numeros, cum denominator proportionis sit 2. di-
uidemus 64. per 2. faciemusq₃ 32. quæ rursus par-
tiemur per 2. inueniemusq₃ 16. & sic deinceps in
infinitum. Vt in hoc exemplo apparet.

512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{16}$. etc.

Progressio
Geometri-
ca decre-
scit in infi-
nitum.

Et nūquam erit finis huius decrementi in progres-
sione Geometrica. Sic quoque, si quis progressionē
inchoare velit à 100. & progredi versus vnita-
tem per proportionem sesquialteram, cuius deno-
minator est $1\frac{1}{2}$. diuidemus 100. per $1\frac{1}{2}$. vt ha-
beamus $66\frac{2}{3}$. Item $66\frac{2}{3}$. per $1\frac{1}{2}$. vt habeamus
 $44\frac{4}{9}$. &c.

P R O P R I V M est progressionis Geometri-

ca trium numerorum, ut numerus qui ex primo numero in tertium producitur, æqualis sit numero, qui ex medio fit in seipsum multiplicato. Ut hic apparet, 3. 9. 27. demonstraturq, ab Euclide lib. 7. propos. 20.

Proprietas
progressionis
Geometri-
cæ triū ter-
minorum.

PROGRESSIONIS vero Geometri-
cæ quatuor numerorum proprium est, ut numerus
qui ex multiplicatione primi numeri in quartum
fit, æqualis sit numero, qui ex secundo in tertium
procreatur. Ut hic vides, 2. 6. 18. 54. demonstra-
turq, ab Euclide lib. 7. propos. 19. Atque hoc nõ
solum est in quatuor numeris continue proportio-
nalibus, quales sunt quatuor numeri in dato exē-
plo, sed etiam in quatuor, qui non sunt continue
proportionales, dummodo eadem sit proportio
secundi ad primum, quæ quarti ad tertium. Ut
hic cernis, 3. 6. 10. 20.

Proprietas
progressio-
nis Geome-
tricæ qua-
tuor termi-
norum.

Ex his proprietatibus colligitur, in omni progres-
sione Geometrica, cuius numerus terminorum est
impar, numerum, qui fit ex multiplicatione extre-
morum inter se, æqualem esse numero, qui ex mul-
tiplicatione duorum numerorum quorumlibet ab
extremis æqualiter distantium producitur, nec-
non numero, qui ex medio in seipsum fit. Veluti
hic apparet.

Proprietas
progressio-
nis Geome-
tricæ quot-
cunq; ter-
minorū, si
numerus
terminorū
sit impar.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768.

Cum enim quatuor hi numeri 3. 6. 384. 768. ha-
beant eandē proportionē, licet non continuā, erit,
ex ijs, quæ proxime diximus, numerus, qui fit ex

3. in

3. in 768. æqualis ei, qui fit ex 6. in 384. Eadem ratione numerus, qui fit ex 6. in 384. æqualis erit ei, qui ex 12. in 192. producitur, quòd hi quatuor numeri 6. 12. 192. 384. eandem habeant proportionem, licet non continuatam; & ita de reliquis, si plures sint, donec ad tres medios 24. 48. 96. perueniamus; qui cum eandem habeant proportionem, erit, per ea, quæ paulo ante docuimus, numerus productus ex primo in tertium æqualis numero, qui ex medio in seipsum gignitur. Eademq; ratio est de omnibus alijs huiusmodi progressionibus Geometricis.

Proprietas
progressionis
Geometricæ
ex quocumque
que terminorum,
si numerus terminorum
sit par.

EX posteriore quoque proprietate efficitur, in omni progressionem Geometricam, cuius numerus terminorum est par, numerum ex multiplicatione extremorum productum æqualem esse numero, qui ex multiplicatione duorum quorumlibet numerorum ab extremis æqualiter distantium producitur, ut hic manifestum est.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384.

Quod probabimus, ut prius, hoc dempto, quòd postremo loco sumendi sunt quatuor numeri medij 12. 24. 48. 96. non autem tres tantum, ut prius; quia hic non est vnicus numerus medius, sed duo. Sequuntur iam regulæ ad progressionem Geometricas spectantes.

REGVLA I.

SI in quavis progressionē Geometrica notus fuerit denominator proportionis, vna cū minore, & maiore extremo, perueniemus in cognitionē summæ omnium terminorum, hac ratione. Detrahatur primus terminus ab vltimo, & reliquus numerus per numerum, qui vna vnitāte minor sit, quā denominator, diuidatur. Si enim Quotienti vltimus terminus, siue maius extremum adijciatur, componetur summa omnium terminorum. Vt in hac progressionē.

Summa ex
iuseūq; p.
g:ressionis
Geometri-
cæ quo p.
cto inue-
niatur.

3. 12. 48. 192. 768. 3072. 12288. 49152.

Demptis 3. ex 49152. remanēt 49149. Et quoniam denominator proportionis quadrupla, quā habent numeri datæ progressionis, est 4. diuidemus 49149. per 3. & Quotienti 16383. vltimum terminum, siue maius extremum 49152. adijciemus, conficiemusq; summam totius progressionis 65535. Item hic.

4. 6. 9. 13 $\frac{1}{2}$. 20 $\frac{1}{4}$. 30 $\frac{3}{8}$. 45 $\frac{9}{16}$.

Subtractis 4. ex 45 $\frac{9}{16}$. relinquuntur 41 $\frac{9}{16}$. quæ si diuidantur per $\frac{1}{2}$. (Est enim 1 $\frac{1}{2}$. denominator proportionis sesquialteræ, quam habent numeri huius progressionis, ablata autem 1. remanet $\frac{1}{2}$.) fiet Quotiēs 83 $\frac{1}{8}$. cui si addatur vltimus numerus, siue maius extremum 45 $\frac{9}{16}$. fiet summa

ma

ma totius progressionis $128 \frac{1}{1} \frac{1}{6}$. atq; eodem modo summam cuiuscunque progressionis Geometricæ inueniemus.

ITAQVE, vt vides, satis est, vt cognoscatur primus terminus, & vltimus, vnâ cum denominatore proportionis, ad inueniendam summam totius progressionis; etiamsi intermedij termini ignorentur. Quo pacto autem in cognitionem vltimi termini peruenire possimus, licet non continuetur tota progressio, sequenti regula explicabimus.

Particularis inuentione summæ progressionis proportionis duplæ cuius initium est 1.

IN progressionem autem Geometricam duplæ proportionis, cuius initium est 1. facillimo negotio summa totius progressionis quocunque terminorum reperietur, si vltimus terminus duplicetur, & à duplo abijciatur 1. Vt hic.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.

In progressionem proportionis duplæ incipiente ab 1. quilibet numerus, abiecta prius vnitate, est summa omnium antecedentium numerorum.

Si vltimus terminus 512. duplicetur, & à duplo 1024. reijciatur 1. habebitur summa totius progressionis 1023.

EX quo fit, quemlibet numerum in huiusmodi progressionem, abiecta prius vnitate, esse summam omnium numerorum antecedentium, cum quilibet numerus sit proxime precedentis numeri duplus.

REGULA II.

IN omni progressionem Geometricam, quæ ab 1. incipit, quibus numerus seipsum multiplicans

gignit

gignit numerum, qui ab eo abest tanto intervallo, quanto ipse ab unitate distat: quivis autem numerus alium maiorem multiplicans producit numerum, qui à maiore tanto intervallo distat, quāto ipse minor ab unitate abest. Hæc regula clarissime ex propos. 11. lib. 8. Euclidis colligitur, vt in scholio eiusdē propos. declarauimus. Exēpli gratia in hac p̄gressione duplę proportionis, quę sequitur,

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024.

si numerus 16. qui quintum locum ab unitate occupat, in seipsum multiplicetur, producetur numerus 256. qui quintum etiam locum à numero 16. occupat, nempe nonum. Sic quoque si numerus 32. sextum locum ab unitate occupans seipsum multiplicet, procreabitur numerus 1024. qui sextum etiam locum à numero 32. occupat, nimirum vndecimum. Ita etiam numerus 8. quarti loci multiplicans numerum 64. producit numerum 512. quarto loco à numero 64. reponendum.

ITAQVE hanc licebit regulam colligere. Si in progressione Geometrica, cuius initiū est 1. numerus aliquis quemcunque locū occupans seipsum multiplicet, procreabitur numerus in duplo maiore loco minus vna unitate, quā sit locus numeri multiplicantis, ponendus. Vt si numerus seipsum multiplicans occupet tertium locum, gignetur numerus in quinto loco reponendus: si occupet septimum locum, producetur numerus in tertiodecimo loco ponendus, &c. Id quod

Si in progressione Geometrica incipiente ab 1. numerus aliquis seipsum, vel alium numerum multiplicet, quē locum numerus productus occupet.

Quilibet numerus in p̄gressione Geometrica incipiente ab 1. seipsum multiplicans producit numerum in duplo maiore loco, minus unitate, quā numerus multiplicans, ponendum.

aperte ostensum est in progressionē superiori proportionis duplæ, idemq̄, clarissime in hac altera progressionē proportionis quadruplæ apparet.

1.4.16.64.256.1024.4096.16384.65536.

Nam si numerus 64. in quarto loco positus, seipsum multiplicet, gignetur numerus 4096. in septimo loco ponendus. Ita quoque numerus 256. quintum occupans locum seipsum multiplicans producit numerum 65536. in nono loco reponendum.

Progressio naturalis numerorū quo pacto indicet, quo in loco quilibet numerus productus collocandus sit in progressionē Geometricā incipiente ab 1.

UT autem facilius sciatur, quo in loco quilibet numerus productus sit collocandus, subscribenda est progressionē Geometricā progressio naturalis numerorum hoc ordine. Sub 1. hoc est, sub primo numero, scribatur 0. sub secundo numero ponatur 1. sub tertio 2. sub quarto 3. & ita deinceps, ut in hac progressionē proportionis duplæ factum est.

1.2.4.8.16.32.64.128.256.512.1024.2048.
0.1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.

Nam quilibet numerus progressionis Geometricæ seipsum multiplicans producit numerum supra illum numerum progressionis naturalis numerorum collocandum, qui duplus est illius, qui scribitur numero seipsum multiplicanti: quilibet vero numerus alium multiplicans procreat numerum supra illum numerum progressionis naturalis numerorum reponendum, qui componitur ex duobus numeris

ris

vis, qui numeris multiplicantibus subscribuntur. Ut si numerus 32. in se multiplicetur, procreabitur numerus 1024. supra 10. collocandus, quod numerus 10. duplus sit numeri 5. qui numero 32. subscribitur. Item ex multiplicatione 8. in 256. producetur numerus 2048. supra 11. reponendus, quod numerus 11. componatur ex 3. & 8. qui numeri sub 8. & 256. scripti sunt.

E T quoniam, quot unitates sunt in quolibet numero progressionis naturalis numerorum, talē locū vno amplius occupat in progressionē Geometrica numerus illi suprapositus, vt in superiori exemplo perspicue apparet; facile inueniemus numerum cuiusq; loci in progressionē Geometrica, etiā si nō scribamus omnes numeros intermedios. Sit enim inueniendus, verbi gratia, numerus in vigesimo loco supradictæ progressionis collocandus. Primum scribo quatuor, aut quinque, vel plures numeros progressionis, vna cum progressionē naturali, vt hic vides.

Quo pacto numer⁹ cu iuscunq; loci in progressionē Geometrica incipiente ab 1. inuestigetur sine intermedijs.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.]

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Deinde multiplico, v.g. 8. in se, facioq; 64. numerum septimi loci, sub quo nimirum positus est numerus 6. vna unitate minor numero locorū; quod numerus 3. sub 8. duplicatus faciat 6. Quod si multiplicemus 8. in 64. faciemus 512. numerum decimi loci, sub quo nimirum scriberetur numerus 9. vna unitate minor numero locorum, quod

numeri 3. & 6. sub quarto & septimo loco faci-
 ciant 9. Rursus si 512. numerum decimi loci, sub
 quo ponitur numerus 9. multiplicemus in se, pro-
 ducemus numerum 262144. in loco decimonono
 scribendum, sub quo nimirum poneretur numerus
 18. vna vnitae minor numero locorū, propterea
 quod numerus 9. sub decimo loco duplicatus fa-
 cit 18. Iam vero quia ex 18. qui numerus sub de-
 monono loco scribitur, & ex 1. sub secundo loco
 posita fiunt 19. si multiplicemus numerum 2. su-
 pra 1. positum per numerum 262144. supra 18.
 positum, conficiemus numerum 524288. in vi-
 cesimo loco, sub quo videlicet numerus 19. poni-
 tur, scribendum.

R V R S V S, si quis velit in eadem progres-
 sione numerum in decimooctauo loco reponēdum,
 multiplicabimus numerum 32. sub quo ponuntur
 5. in seipsum, producemusque numerum 1024. in
 vndecimo loco scribendum, sub quo numero poni-
 tur numerus 10. qui duplus est numeri 5. Et quo-
 niam ex 10. qui numerus sub vndecimo loco poni-
 tur, & ex 6. qui numerus ponitur sub septimo lo-
 co, fiunt 16. qui numerus sub loco decimosextimo
 scribitur, si numerum 64. septimi loci per nume-
 rum 1024. vndecimi loci multiplicemus, pro-
 creabimus numerum 65536. loci decimosextimi.
 Tandē q̄a ex 16. qui numerus sub decimosextimo
 loco ponitur, et ex 1. quæ sub secūdo loco ponitur,
 fit numerus 17. qui sub decimooctauo loco scribi-
 tur; si multiplicemus numerum inuentū 65536.
 decimosextimi loci per numerum 2. secundi loci,
 gignemus

signemus numerum 1 3 10 7 2. in loco octauodecimo scribendum, sub quo videlicet ponitur numerus 17.

HÆC omnia quadrant etiam in progressionem quamcunq; Geometricam non ab 1. sed à quouis alio numero incipientem, dummodo quemlibet numerum ex multiplicatione productum diuidamus per primum numerum progressionis. Quotiens enim erit numerus quæsitus: Vt in hac progressionem proportionis duplæ apparet. Nam si

5. 10. 20. 40. 80. 160. 320. 640. 1280. 2560. 5120.
 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

numerus 80. quintū locum à primo numero occupans in seipsum multiplicetur, procreabitur numerus 6400. quo diuiso per primum numerum, utpote per 5. fiet Quotiens 1280. in quinto loco à numero 80. collocandus, nempe in nono loco, sub quo ponitur numerus 8. qui duplus est numeri 4. sub numero 80. multiplicante positi. Vbi vides, numerum 80. quinti loci, cū seipsum multiplicat, producere numerum, quo diuiso per primum numerum progressionis, fit Quotiens 1280. in duplo maiore loco, minus vnitatem, quàm sit locus numeri multiplicantis, reponendus. Sic etiam, si numerus 40. quarti loci multiplicet numerū 640. & productus numerus 25600. per primū numerū 5. diuidatur, fiet Quotiens 5120. quarto loco à numero 640. scribendus, nempe loco vndecimo, sub quo ponitur numerus 10. cōflatus ex 3. sub 40. &

Quæ dicta sūt in hac regula de progressionem Geometrica incipiente ab 1. vera etiā esse de progressionem Geometrica incipiente non ab 1. sed ab alio numero.

ex 7. sub 640. Quòd si numerum 1280. multiplicemus per 5120. procreabimus numerum 6553600. quo diuiso per primum numerum 5. reperiemus Quotientem 131720. reponendum in loco decimonono, qui nimirum vnitate superat numerum 18. conflatum ex numeris 8. ac 10. positus sub numeris multiplicantibus.

IT A quoque (vt in alia progressione exemplum etiam ponamus.) in hac progressione propor-

| | | | | | | |
|----------|-----|-----|-----------|-------|-----------|---------|
| 2. | 14. | 98. | 686. | 4802. | 33614 | 235298. |
| 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. |
| 1647086. | | | 11529602. | | 80707214. | |
| 7. | | | 8. | | 9. | |

tionis septulæ, si numerus 4802. quintum locum à primo numero occupans seipsum multiplicet, procreabitur numerus 23059204. quo diuiso per primum numerum, nempe per 2. fiet Quoties 11529602. in quinto loco à numero 4802. locandus, in nono videlicet loco, sub quo numerus 8. ponitur. Sic etiam, si numerus 98. tertij loci multiplicet numerum 1647086. & productus numerus 161414428. per primum numerum, 2. diuidatur, fiet Quotiens 80707214. tertio loco à numero 1647086. scribendus, nimirum loco decimo, sub quo ponitur numerus 9. conflatus ex 2. sub 98. & ex 7. sub 1647086. &c.

EX his facile inueniemus numerum cuiusque loci. Si namque in priori progressione inueniendus

dus sit numerus tricesimo loco ponendus, multi-
 plicabimus numerum 5120. in se, producemusque
 numerum 26214400. quo diuiso per 5. fiet Quo-
 tiens 5242880. ponendus loco vicesimo primo,
 qui videlicet vnitate superat numerum 20. qui
 duplus est numeri 10. sub 5120. positi, ponitur-
 que sub vicesimo primo loco. Et quoniam 20.
 & 9. faciunt 29. si numerum 5242880. vicesimi
 primi loci, sub quo numerus 20. ponitur, multipli-
 cemus per 2560. sub quo numerus 9. scribitur, ef-
 ficiemus numerum, quo diuiso per 5. fiet Quotiens
 2684354560. locandus in loco tricesimo, qui ni-
 mirum vnitate superat conflatum illum nume-
 rum 29.

Quo pacto
 numerus cu-
 iuscunq; lo-
 ci in pgræs-
 sione Geom-
 etrica. in-
 cipiente à
 quouis nu-
 ro inuesti-
 get sine in-
 termedijs
 numeris.

UIDES igitur, nos reperire posse extre-
 mum numerum cuiuslibet progressionis Geome-
 tricæ, etiam si non scribantur omnes numeri in-
 termedij illius progressionis: pluribus tamen ope-
 rationibus, quàm supra in secunda regula pro-
 gressionum Arithmeticarum adhibuimus.

QUONIAM vero in prima regula dixi-
 mus, numerum quemcunq; in progressionem Geo-
 metrica proportionis duplæ incipiente ab 1. abie-
 cta prius vnitate, summam esse omnium antece-
 dentium numerorum; in hac autem secunda re-
 gula docuimus, quemlibet numerum progressio-
 nis Geometricæ ab 1. incipientis, si seipsum
 multiplicet, gignere numerum in duplo maiore lo-
 co, minus vnitate, quàm sit locus numeri se mul-
 tiplicantis, ponendum: fit, vt si summæ quotcun-
 que numerorum progressionis Geometricæ pro-

Summa
quorunq;
terminorū
progressio-
nis Geome-
tricæ propor-
tionis: du-
pla ab 1. in-
cipientis, ad-
dita prius
vnitate, se-
ipsum mul-
tiplicans p-
ducit nū-
merū, qui,
abiectā pri-
vnitate, sū-
ma est du-
plo pluriū
terminorū

portionis duplæ ab 1. incipientis addatur 1. & ag-
gregatum in seipsum multiplicetur, producatur
summa, abiectā prius vnitate, duplo plurium nu-
merorū eiusdem progressionis: quia prior summa,
addita vnitate, constituit proxime sequentem nu-
merum in eadem progressionē, qui numerus seip-
sum multiplicans producit numerum in duplo ma-
iore loco, minus vnitate; quàm sit locus numeri
multiplicantis, reponendum; ac proinde, abiectā
vnitate, idem numerus summa erit omnium ante-
cedentium numerorum, qui quidem duplo plures
sunt, quàm priores, quorum summa accepta fuit.
Exempli gratia, summa septem terminorum, ad-
dita vnitate, constituit octauum terminum, qui
multiplicatus in se producit terminum decimum-
quintum, nempe numerum in duplo maiore loco,
quàm sit octauus, minus vnitate, ponendum; qui
quidem, abiectā vnitate, summa erit quatuor de-
cim antecedentium terminorum, nimirum duplo
plurium, quàm septem, quorum summa accepta
fuit. Eademque ratio est de cæteris.

Quo pacto
facile inue-
niatur sum-
ma 64. lo-
corum pro-
gressionis
Geometri-
cæ duplæ
propor-
tionis ab 1. in-
cipientis.

IT A Q V E si quis breuiter cupiat inuenire
summam 64. terminorum progressionis Geometri-
cæ proportionis duplæ ab 1. incipientis, quot nimi-
rum loca sunt in ludo latrunculorum, quem scac-
chiorum ludum vocant, accipienda erit primum
summa horum quatuor terminorum 1. 2. 4. 8. nem-
pe 15. Deinde, addita vnitate, multiplicandum
aggregatum 16. in se. Si enim ex numero produ-
cto 256. abijciatur 1. erit summa octo terminorū
255. Rursus, addita 1. multiplicandum aggrega-
tum

tum 256. in se, ut fiant 65536. ac proinde summa
 16. terminorum 65535. Quod si rursus, addita
 1. aggregatū 65536. in se multiplicetur, procrea-
 bitur numerus 4294967296. qui, abiecta prius
 unitate, dabit summam 32. terminorum. Postre-
 mo si 4294967296. in se multiplicentur, fiet nu-
 merus 18446744073709551616. qui, abiecta
 prius unitate, dabit summā 64. terminorum. At-
 que tot quatrini requiruntur, ut quis replere pos-
 sit omnia 64. loca dicti ludi latrunculorum, pa-
 niendo 1. quatrinum in primo loco; 2. quatr. in se-
 cūdo; 4. in tertio; 8. in quarto, & sic deinceps pro-
 grediendo per duplam proportionem: qui efficiunt
 aureos, (tribuēdo singulis aureis 400. quatrinos)
 46116860184273879 $\frac{3}{8}$. quanta pecunia
 vix in toto vno regno, vel etiā pluribus, aut toto
 mūdo, reperitur; quod multis incredibile videtur.

I M M O vix tot grana frumenti in vniuer-
 so orbe terrarum existunt, quot in dictis 64. locis
 continerentur, si in primo poneretur 1. granum, in
 secundo 2. in tertio 4. & c. quod ita perspicuum fa-
 ciemus, licet multis omnino incredibile videatur.
 Secundum Medicos, & pharmacopolas, grana 60.
 efficiunt 1. drachmam, id est, $\frac{1}{8}$. vnius vnciæ; ac
 proinde 480. grana 1. vnciam, & 5760. grana 1.
 libram. Cum ergo 600. libræ communiter consti-
 tuant 1. mensuram, quam Romani Rubium dicūt,
 & quæ parum ab illa mēsurā differt, quam Nau-
 tæ in Italia Salmam appellant; constabit 1. Ru-
 bium granis 3456000. Quare si grana
 18446744073709551615. quæ in dictis 64. lo-

Quanta pe-
 cunia re-
 quiratur,
 ut implean-
 tur 64. loca
 ludi latrun-
 culorū, ita
 ut in pri-
 mo loco po-
 natur 1.
 quatr. in se-
 cundo 2. in
 tertio 4. &
 ita de in-
 ceptis progre-
 diendo per
 proportio-
 nem duplā

Quot gra-
 na frumen-
 ti consti-
 tuant vnu
 Rubium.

Quot na-
ues requirā-
tur ad ferē-
dū frumen-
tū in 64. lo-
cis ludi la-
trunculorū
positum.

cis continētur, per grana 3456000. vnum Ru-
bium constituentia diuidantur, prodibunt Rubij
533759983365. & paulo amplius: quot vix in
toto terrarum orbe arbitror simul reperiri. Nam
cū cōmuniter nauis oneraria ferat Rubios 3000.
requirerentur, vt minimum, ad frumentum illud
portandum naues. 1779199852. ad quas
onerandas vix satis esse totius mundi frumētum,
facile sibi quiuis persuadebit. Quod si in toto mū-
do vix sunt 18446744073709551615. grana
frumēti, multo minus tot quatrini existent, etiā si
omnes monetae in quatinos resoluerentur: cum
nulli dubium sit, maiorem in mundo frumenti es-
se copiam, quā pecunia. Quod etiam hinc colligi
potest.

QUONIAM ducatus aureus Romae esti-
matur baiochis 115. siue quatinis 460. si quatri-
ni 18446744073709551615. in di-
ctis locis 64. contenti diuidantur per baiochos 115.
hoc est, per quatinos 460. efficiētur ducati aurei
40101617551542503. & paulo amplius. Quia
vero 100. ducati aurei faciunt 1. libram, contine-
būt 1800000. libræ aureos ducatos 180000000.
quot nimirum commode vna nauis oneraria fer-
re potest, cum rubij frumenti 3000. vnam nauem
onerantes faciant libras 1800000. quod pondus
multis partibus superat Obeliscum illum immen-
sum, qui Romae iuxta templum S. Petri visitur;
quippe cum hic, vt periti affirmarunt, contineat
libras duntaxat 1180000. quem tamen vix ferri
posse ab vna naue, facile sibi persuadebit, qui eius
molem

molem diligentius intueatur. Quod ideo dixerim, ne quis putet, parum nos vni naui tribuere, cum ei concedimus libras 1800000. hoc est, rubios frumenti 3000. siue aureos ducatos 180000000. Ex fit, ad aureos ducatos 40101617551542503. uehendos necessarias esse nauis 222786764. & amplius: quis autem dubitet, totius mundi pecuniã etiamsi ad aureos ducatos reducat, tantam non esse, vt tot naues oneret?

QVOD si quis in primo loco ponat 1. quadrinum, vel granum; 2. in secundo; 6. in tertio; 18. in quarto; 54. in quinto; & sic deinceps, ita vt vnitates in quolibet loco positæ sint duplo plures quàm in omnibus præcedentibus locis simul: quod tum demum fiet, si vnitates secundi loci triplices; & productum numerum rursus triplices; atque ita deinceps, vt in hac progressionem manifestum est;

1. 2. 6. 18. 54. 162. 487. 1458. 4374. 13122. &c.

& ita ostendi potest. Quoniam vnitates cuiuslibet loci duplæ sunt vnitatum in omnibus præcedentibus locis positarum, continebunt dictæ vnitates bis vnitates proxime antecedentis loci; & vnitates omnium quoque aliorum locorum præcedentium bis. Cum ergo vnitates proxime antecedentis loci bis contineant vnitates omnium locorum antecedentium, comprehendent vnitates proxime antecedentis loci ter. Verbi gratia, quoniam vnitates 18. in quarto loco duplæ sunt harum vnitatum 1. 2. 6. continebunt dictæ vnitates 18. bis vnitates 6. ac præterea vnitates. 1. 2. bis. Quare

Quot nauis requirantur ad ferendam pecuniam in 64. locis ludi latrunculorum positã, si ad aureos reduceretur.

In progressionem cuius primus terminus est 1. secundus 2. tertius vero secundus triplus; & similiter quartus tertius triplus; & ita deinceps: quilibet terminus duplus est omnium præcedentium terminorum;

cum unitates 6. duplæ quoque sint unitatum 1. 2. cōtinebunt eadem unitates 18. bis unitates 6. & insuper semel, nempe unitates quoque 1. 2. bis; ac proinde si triplicentur unitates 6. producentur unitates 18. sequentis loci, quæ triplæ quidē sunt unitatum proxime antecedentis loci, duplæ vero omnium præcedentium locorum. Eademque ratio est in cæteris. Quod si quis, inquã, hac ratione ponat quatrinos, vel grana in dictis 64. locis, reperietur summa multo maior, quàm prius.

Qua arte inueniatur summa 64. terminorū ab 1. incipientiū atque ita progredientiū, ut quilibet duplus sit omniū antecedentiū terminorū

H O C autem modo summa elicietur, etiamsi nō ponatur omnes numeri illius progressionis. Quoniam oēs numeri progrediuntur per proportionem triplam, initio factō à secundo loco; investigandus erit numerus loci sexagesimi tertij in proportionem triplam, cuius principium est 2. Hic enim numerus inuentus occupabit locum 64. in ludo latrunculorum, atque eo cognito, reperietur summa omnium 63. locorum, ut in prima regula progressionū Geometricarum docuimus; cui si adijciatur 1. in primo loco dicti ludi posita, habebitur summa omnium 64. locorum. Exēpli gratia. Positis his quinque terminis, 2. 6. 18. 54. 162. si quintus in se multiplicetur, productusque per primū diuidatur, producetur numerus 13122. nono loco ponendus, nempe in duplo maiore loco, minus unitate, quæ est locus numeri in se multiplicati, ut in secūda hac regula docuimus. Quod si rursū numerus 13122. noni loci in se multiplicetur, productusque per primū, hoc est, per 2. diuidatur, gignetur numerus 86093442. septimodecimo loco ponendus: qui si rursū

rursum in seipsum multiplicetur, productusque per primum diuidatur, fiet numerus hic sequens 3706040377703682. tricesimo tertio loco ponendus: qui rursus si multiplicetur in se, productusque diuidatur per primum, procreabitur numerus 6867367640585024969315698178562, loco sexagesimo quinto locandus. Nos autem querimus numerum sexagesimitertij loci, ad quem inuentus numerus sexagesimi quinti loci proportionem habet triplæ duplicatam, hoc est, noncuplam, ex defin. 10. lib. 5. Eucl. propterea quod numeri positi in loco sexagesimo tertio, sexagesimo quarto, & sexagesimo quinto continuam proportionem triplam habent. Quare si numerum inuentum per 9. partiamur, reperiemus numerum hunc sequentem 763040848953891663257299797618. loco sexagesimo tertio reponendum.

D E T R A C T O iam primo numero 2. & residuo diuiso per numerum unitate minorem denominatore proportionis triplæ, nempe per 2. Quotiente denique ad numerum inuentum sexagesimitertij loci adiecto, fiet summa omnium sexaginta trium locorum, cui si apponatur 1. in primo loco ludi latrunculorum posita, componetur summa omnium 64. locorum dicti ludi hæc sequens.

1144561273430837494885949696427.

H A N C eandem summam ita quoque inueniemus. Multiplicetur summa trium primorum locorum ludi latrunculorum, quæ est 9. in se, fietque summa 81. duplo plurium locorum minus vno, hoc est, quinque locorum: quæ si rursus in se multiplicetur,

Alia ratio
inueniēdi
summā 64.
terminorū
ab 1. inci-
piētū atq;
ita progre-
dientium,
vt quilibet
omniū an-
tecedentiū
terminorū
sit duplas.

plicetur, fiet eadem ratione summa 6561. nouem
locorum, nempe duplo plurium, quam quinque, mi-
nus vno: quæ rursus multiplicata in se producet
summam 43046721. septemdecim locorum: Hæc
iterum in se multiplicata faciet hanc summam
1853020188851841. trigintatrium
locorum: quæ in se rursus multiplicata, gignet
3433683820292512484657849089281.

summā sexagintaquinque locorū. Nos autem que-
rimus summam sexaginta quatuor tantum loco-
rum, quæ in summa inuenta ter continetur. Nam
summa quotcunque locorum tripla est summæ om-
nium locorum præcedentium; propterea quòd nu-
merus vltimi loci, nempe (in dato exemplo) sexa-
gesimi quinti, duplus est omnium præcedentium
locorum. Hinc enim fit, vt addita summa omniū
predecessentium locorum ad numerum sexagesimi-
quinti loci, fiat summa omnium sexagintaquinque
locorum, continens nimirum ter summam præce-
dentium sexagintaquatuor locorum. Quocirca di-
uisa summa inuenta per 3. reperietur summa hæc

1144561273430837494885949696427.

sexaginta quatuor locorum ludi latriunculorum,
vt prius.

HÆC omnia grana, si diuidantur per
3456000. quot vnum Rubium constituunt, effi-
cient Rubios sequentes

331180924025126589955425 $\frac{33201}{128000}$
ad quos vehēdos, impositis 3000. Rubijs in quam-
libet

Quantum
frumentū
re uiratur
vt impleā-
tur 64. lo-
ca ludi la-
trunculorū
ita vni pri-
mo loco po-
natur 1. gra-
num, in se-
cundo 2. in
tertio 6. in
quarto 18.
& ita dein-
ceps; vt gra-
na subse-
quentis lo-
ci sint du-

libet nauem, necessariae sunt naues numero.
 110393641341708863318 $\frac{1}{4}$ $\frac{9}{10}$. quæ
 102714380. globos ex terra & aqua confectos
 contegeret. Ponimus enim supremam arcã unius
 nauis æquialere quadrato, cuius latus continet
 70. palmos, quibus Mechanici, atq; Architecti
 vtuntur: cū plerunq; longitudo nauis sit 120. pal-
 morũ, latitudo autẽ 40. si ad parallelogrammum
 reſtangulũ redigeretur; atq; adeo area ipsius con-
 tineat palmos quadratos 4800. cuius radix
~~quæ~~ quadrata fere est 70. Cum ergo 5500. palmi,
 plus minus, conficiant vnum milliare, ac propte-
 rea palmi 133750000. milliaria 22500. quot in
 toto ambitu terræ continentur; si partiamur hos
 palmos per 70. hoc est, per latitudinem, longitu-
 tudinemue unius nauis quadratæ, reperiemus in
 toto ambitu terræ cõtineri naues 1910714. se in-
 uicem tangentes. Eodem modo conficient palmi
 39374500. totam terræ diametrum milliaria
 7159. complectentem: quos palmos si rursus per
 70. partiamur, inueniemus in terræ diametro cõ-
 prehendi naues se inuicem tangentes 562493.
 ferè. Multiplicantes autem naues 562493. dia-
 metri per 1910714. naues ambitus, faciemus
 naues 1074763250002. totam superficiẽ terræ
 marisque tegentes, vt ad finem primi cap. spheræ
 scripsimus: per quas si diuidamus illas superiores
 11039364134170886318. naues, quæ ad fru-
 mentum asportandũ requiruntur, deprehẽdemus
 globos ex terra mariq; confectos 102714380.
 & quidem nauibus ad frumentum portandum

pla omniũ
 grauorum
 in præcedẽ
 tibus omni-
 bus locis
 simul. Et
 quot naues
 necessariae
 sint ad il-
 lud frumẽ
 tum portã-
 dum.

Quot na-
 ues totam
 superficiẽ
 terræ & ma-
 ris operi-
 rent, si se
 mutuo tan-
 gerent.

omnes

ne-

Quot globi
ex terra ac
mari con-
fecti tege-
tur à nau-
ibus, quæ ne-
cessariæ sūt
ad p̄xime
dictū fru-
mentum
portandū.

necessarijs contactos: quæ summa frumenti mul-
tis partibus superat frumentum totius orbis,
cum ne vnam quidem terram operire possint na-
ues, in quibus totius orbis frumentum contine-
retur, vt patet.

ALI A ratione incomprehensibilem hanc
multitudinem frumenti explicabimus, si nimirū
inquiramus, quot globi, siue spheræ ex illis gra-
nis, quæ posteriori modo in 64. locis ludi latrun-
culorum continentur, confici possint, quarū spher-
arū quælibet globo terrestri sit æqualis: quod ita
fiet. Quoniam grana frumenti rotunda non sunt,
sumemus pro ipsis grana coryandri, quæ rotunda
sunt, licet paulo minora sint, quàm frumenti gra-
na. Ita enim fiet, vt plures globi conficiantur ex
granis frumenti, quàm ex granis coryandri, cum
pauciora illorum requirantur, quàm horum, ad
vnum globum constituendum, sit que tanta multi-
tudo illorum, quanta horum, in 64. locis ludi la-
trunculorum. Quia igitur 18. grana coryandri
(vt experientia deprehensum est à me) constituunt
quartam partem pedis Geometrici, & paulo am-
plius, sit, vt recte dicere possimus, 70. grana se-
cundum longitudinem disposita explere longitu-
dinem vnius pedis. Quare cum spheræ triplica-
tam suarum diametrorum proportionem habeant,
vt Euclides demonstravit lib. 12. propos. 18. con-
tinebuntur in spheræ, cuius diameter pedi Geo-
metrico æqualis est, grana coryandri 343000.
cum hic numerus ad 1. proportionem habeat
triplicatam eius, quam habet pes Geometricus

70. granorum ad 1. ut hic apparet.

1. 70. 4900. 343000.

R V R S V S quia 5000. pedes Geometrici unum milliare constituunt, habebit eadē ratione sphaera, cuius diameter vni milliaro, æqualis sit ad sphaeram, cuius diameter æqualis sit vni pedi, proportionem, quam ad 1. habet hic numerus 125000000000. cum numerus hic ad 1. habeat proportionem triplicatam eius, quam 5000. pedes habent ad 1. ut hic vides.

1. 5000. 25000000. 1250000000000.

Quare cum sphaera habens diametrum pedalem contineat grana coryandri 343000. existent in sphaera, cuius diameter vni milliaro sit æqualis, grana 428750000000000000.

D E I N D E quoniam diameter terræ complectitur milliaria 7159. ponamus nos eam continere 7200. milliaria. Quo posito, habebit tota sphaera terræ ad sphaeram, cuius diameter vni milliaro est æqualis, proportionem, quam hic numerus 373248000000. ad 1. propterea quod numerus hic ad 1. proportionem habet triplicatā eius, quam habent 7200. milliaria totius diametrū terræ ad 1. milliare, ut hic manifestum est.

1. 7200. 51840000. 373248000000.

U Quocir-

Quot glo-
bos toti ter-
ræ æquales
constitue-
ret frumen-
tum in 64.
locis proxi-
me dictis
contentum.

Quocirca cum sphaera diametri vnus milliarij
comprehendat grana 42875000000000000.
complectetur totus globus terræ grana numero
1600300800000000000000000000000. Si igi-
tur per hunc numerum partiamur numerum gra-
norum omnium in illis 64. locis ludi latrunculo-
rum contentum, efficiemus globos terræ $71\frac{1}{2}$.
Et amplius. Tot ergo sphaera, quarum quaelibet to-
ti terræ sit æqualis, requiruntur ex granis coryā-
dri compositæ, vt dicta 64. loca repleri possint eo
modo, quo diximus. quod omnium fidem superare
videtur.

Quot na-
ues ferrent
aureos du-
catos ex
quattrinis,
qui reple-
rent 64. lo-
ca eo mo-
do, quo de
granis fru-
menti di-
ctum est.
Et quot glo-
bos terræ
ac maris di-
ctæ naues
regerent.

I A M vero si grana illa sint quatrini, effi-
ciemus ex illis aureos ducatos sequentes, numero
248817668137138585858447716731.

Quoniam autem supra diximus, vnā nauem cō-
mode ferre ducatos aureos 180000000. si illos
per hos diuidamus, deprehendemus naues has
1382320378539658810324. necessarias esse,
vt dictam pecuniam ferrent, quæ tot superficies
terræ marisque contegerent, quot sunt in hoc nu-
mero 1286162676. vnitates; propterea quòd
supra posuimus 1074763250002. naues vnā
superficiem terræ ac maris contegere. Quæ sum-
ma pecuniæ omnem captum ingenij humani ex-
cedit.

Qua ratio-
ne facile in-
ueniatur
summa 40
terminorū
pgressionis
Geometri-
cæ propor-
tionis du-
plæ ab 1. in
æpientis,

P A R I ratione, si quis optet summam 40.
terminorum eiusdem progressionis, accipiēda pri-
mum erit summa horū 5. terminorū 1. 2. 4. 8. 16.
nempe 31. Deinde, addita 1. multiplicandum
aggregatum 32. in se, abiecta enim vnitāte ex

pro-

producto numero, fiet summa 10. terminorum
 1023. Rursus, addita 1. si aggregatum multipli-
 cetur in se, & ex producto numero reijciatur 1.
 exurget summa 20. terminorum 1048575. Po-
 stremo, addita rursus 1. si aggregatum in seipsum
 multiplicetur, & ex producto numero dematur
 1. producet summa 40. terminorum, videlicet
 1099511627775. Atque tot quatrinos recipe-
 ret Dux aliquis, qui 40. oppida sua ea lege di-
 uēderet, vt ei pro primo solueretur 1. quatrinus,
 pro secundo 2. quatr. pro tertio 4. & ita deinceps
 progrediendo semper per proportionem du-
 plam. Hi autem quatrini conficiunt aureos
 $2748779069 \frac{1}{4} \frac{7}{5} \frac{5}{5}$. Quòd si hac pecunia
 emerentur redditus annui, ita vt 100. aurei tan-
 tum lucrifacerent 5. aureos (cum tamen lege or-
 dinaria plus lucrentur) haberentur aurei hī
 137438953. & baioch. $47 \frac{3}{6}$. quantos red-
 ditus nullus vnquā Monarcha, aut Resp. habuit:
 vt non insanus iudicandus sit. Dux ille, (vt ple-
 risque, qui in Arithmeticis parum sunt exercita-
 ti, videtur) qui ea ratione 40. sua oppida diuēdit,
 sed sapientissimus.

POSTREMO si quis cupiat expedite
 summam habere 24. terminorū eiusdem progres-
 sionis, sumenda erit primum summa trium horū
 terminorum 1. 2. 4. quæ est 7. Deinde, addita 1.
 multiplicandum aggregatum in se, & à producto
 numero auferenda 1. vt habeatur summa 6. ter-
 minorum 63. Addita rursus 1. multiplicandum
 aggregatum in se, & auferenda 1. ex numero pro-
 ducto,

Quanti eō
 stēt 40. op-
 pida, si ven-
 dātur, ita
 vt pro pri-
 mo solua-
 tur 1. qua-
 tr. pro secu-
 do 2. qua-
 tri. p. tertio
 4. &c.

Quo mo-
 do breui-
 ter elicia-
 tur sūma
 24. termi-
 norū pro-
 gressionis
 Geometri-
 cæ pportio-
 nis duplæ
 ab 1. inci-
 pientis.

Quanti cō-
stet equus
habēs 24-
clavos in
pedibus, si
ita vendat,
vt detur 1.
quattr. pro
primo cla-
uo, & 2. pro
secundo, &
4. pro ter-
tio, &c.

ducto, vt fiat summa 12. terminorum 4095. Tan-
dem, addita rursus 1. multiplicandum aggrega-
tum in se, & 1. subducenda ex numero procreato,
vt exurgat summa 24. terminorum 16777215.
Non ergo ridendus esset, qui bellicosum equum,
qui in pedibus habet 24. clavos, ita venderet, vt
ei pro primo clauo soluatur 1. quattr. pro secundo
2. pro tertio 4. pro quarto 8. &c. Nam reciperet
pro equo 16777215. quattr. qui conficiunt
 $41943\frac{1}{5}$. aur. pro quo pretio vnusquisque li-
benter suum equum daret. Hęc pauca de progres-
sionibus dicta sint satis. Multo enim plura de eis-
dem scribemus in pleniore nostra Arithmetica.

EXTRACTIO RA- DICIS QVADRATÆ.

Cap. XXVI.

Quadra-
tus nume-
rus quid.



NUMERVS quadratus dici-
tur, qui ex aliquo numero in se-
ipsum multiplicato producitur.
qualis est 4. qui ex multiplica-
tione numeri 2. in seipsum gigni-
tur. Item 9. cum ex 3. in se pro-
ducatur. Itē 2209. quia generatur ex multiplica-
tione 47. in se, &c. Unitas quoque ab Arithme-
ticis numerus quadratus, licet improprie, appel-
latur, propterea quòd ex 1. in se producat.

Nume-

Numerus autem, qui in se multiplicatus, producit quadratum numerum, vocatur latus, siue radix quadrati.

Radix quadrata quid

EXTRACTIO igitur radice quadratæ est inuentio numeri, qui in se multiplicatus producat numerum propositum, si quadratus est, vel, si non est quadratus, maximum numerum quadratum in eo contentum. Ut extractio radice quadratæ ex numero 2209. est inuentio numeri 47. quia hic in se multiplicatus producit propositum numerum 2209. Itē extractio radice quadratæ ex numero 3375. est inuentio numeri 58. quia hic in se multiplicatus gignit numerum quadratum 3364. qui est omnium maximus in 3375. contentus. Nam proxime maior quadratus numerus, cuius latus, siue radix est 59. vna vnitate maior, quam 58. est 3481.

Extractio radice quadratæ quid.

PRIMUM autem numerus propositus, cuius radix inuestiganda est, signandus est punctis quibusdā, posito puncto sub prima figura ad dextram, vel supra primam figuram, & alio sub tertia, & alio sub quinta, & ita deinceps sub septima, nona, & sub alijs locis imparibus: ita vt quodlibet punctum habeat duas figuras, illam videlicet, sub qua punctum signatum est, & aliam, quæ hanc versus sinistram præcedit; excepto ultimo puncto ad sinistram, quod aliquando vnicam figuram habet, quando nimirum numerus figurarum est impar. Tot autem figuras habebit radix propositi numeri, quot puncta signata sunt. Ut hic numerus 21178404. ita signabitur, habe

Quomodo numerus, cuius radix queritur, punctis sic signandus.

Quot figuras habeat radix propositi numeri.

• • • • V 3 bit que

bitque eius radix quatuor omnino figuras.
Hic autem numerus 456789012. ita signabitur,
eiusque radix 5. figuris scribetur.

Quo pacto
radix qua-
drata ex da-
to numero
eruat.

SIGNATO hac ratione numero, ita ra-
dix ipsius eruetur. Sub ultimo puncto ad sinistra
ponitur radix maximi quadrati in figuris ad il-
lud punctum spectantibus contenti, quæ maior es-
se non potest, quam 9. eademque radix scribitur
ad dexteram numeri propositi post hanc lineam
curuam (. ut de diuisione integrorum numerorū
diximus: atque hæc radix, instar Quotientis figu-
ræ, per radicem sub puncto positam, instar diuiso-
ris, multiplicatur, productusque numerus ex su-
pra scripto numero subtrahitur, deletis prius fi-
guris, à quibus fit subtractio, una cum radice sub
puncto notata, quemadmodum in diuisione inte-
grorum docuimus. Numerus autem residuus
non potest esse maior, quam duplus radice sub
puncto positæ.

POST hæc duplicatur radix inuenta, scri-
biturque numerus hic duplicatus sub sequenti pū-
cto, hoc ordine, ut prima eius figura ponatur sub
figura, quæ proxime punctum ultimum sequitur
versus dextram, aliæ vero, si quæ sint, ordine suo
versus sinistram progrediendo, ita ut sub figura,
sub qua sequens punctum ponitur, nihil scribatur.
Sub ea enim ponenda est noua figura Quotientis.
Posito hac ratione numero illo duplicato, diuidi-
tur per illam numerus suprascriptus, Quotientis-
que figura ad dexteram post propositum nume-
rum scribitur, atque etiam sub puncto, ut fiat
quasi

quasi integer divisor ex duplicato illo numero, & figura hæc Quotientis. Quo factò, multiplicatur figura hæc Quotientis in totum illum divisorem, ut in diuisione integrorum, productusque numerus ex suprascripto numero subducitur, &c. Antequam autem figuram hanc nouam Quotientis scribas, tentandum prius erit, num ea multiplicata in duplicatum illum numerum, & in seipsam positam post illum numerum duplicatum, talem numerum producat, qui à supraposito numero possit subtrahi.

R V R S V S eodem modo totus numerus post lineam hanc curuam (. hætenus positus duplicatur, duplicatusque numerus sub sequenti puncto scribitur eo ordine, quem supra præscripsimus, ita ut rursus sequens punctum vacuum relinquatur pro noua figura Quotientis. Per hunc numerum vero duplicatũ diuiditur suprascriptus numerus, sumiturque talis figura pro Quotiente, quæ in numerum illum duplicatum, & in seipsam post illum numerum duplicatum positam multiplicata, numerum procreet, qui ex suprascripto numero detrabi possit.

P A R I ratione totus numerus in Quotiente hætenus positus duplicatur, & reliqua fiunt, ut prius: atque ita deinceps, donec omnia puncta sint absoluta. Verum hæc omnia exemplis fient clariora.

S I T eruenda radix quadrata ex numero 21178404. Notatis punctis, ut supra dictum est, pono sub ultimo puncto ad sinistram figuram

U 4 4. tan-

4. tanquam radicē maximi quadrati in suprascripto numero 21. contenti, (quadratus enim numerus maioris radicis, nempe 5. est 25)

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \overline{) 178404} (46 \\ \underline{10} \\ 78400 \\ \underline{70} \\ 8400 \\ \underline{80} \\ 400 \\ \underline{40} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

eamq; rursus scribo post lineā hāc curuam (. Multiplicata autem figura 4. in Quotiente per figuram 4. sub puncto, fiunt 16. quæ ex 21. sublata, ut in diuisione integrorū præcepimus, relinquunt 5. spectabuntque ad sequens punctum tres hæ figuræ 517.

DEINDE duplicata figura Quotientis 4. ut fiant 8. scribo 8. sub 1. ut in exemplo vides;

diuidoque 51. per 8. & inuenio 8. contineri in 51. sexies. Pono ergo 6. tam in Quotiente post 4. quàm sub puncto figuræ 7. Multiplicata au-

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 51} \\ 2 \overline{) 78404} (460 \\ \underline{16} \\ 78400 \\ \underline{70} \\ 8400 \\ \underline{80} \\ 400 \\ \underline{40} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

tem figura hac Quotientis 6. per totum diuisorē 86. productoque detracto ex supraposito numero 517. remanet 1. pertinebuntque hæ tres figuræ 184. ad sequens punctum.

RURSUS duplicato Quotiente 46. hætenus inuento, ut fiant 92. scribo 2. sub 8. & 9. sub 1. ut in exemplo vides;

diuidoque 18. per 92. Sed quia 92. non continentur in 18. pono 0. in Quotiente, & sub

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 18} \\ 2 \overline{) 78404} (4602 \\ \underline{16} \\ 78400 \\ \underline{70} \\ 8400 \\ \underline{80} \\ 400 \\ \underline{40} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

puncto

puncto figuræ 4. deleoque totum diuisorem 920. spectabit autem ad postremum punctum totus hic numerus 18404.

POSTREMO
 duplicato Quotiente $\begin{array}{r} 831 \\ 2 \times 78404 \end{array} (4602$
 460. hætenus inuen-
 to, vt fiant 920. scri-
 bo 0. sub 0. & 2. sub

$\begin{array}{r} 4862002 \\ 892 \end{array}$

4. & 9. sub 8. vt vides in exemplo. Diuidendo au-
 tem 1840. per 920. inuenio hunc numerum in il-
 lo contineri bis. Pono ergo figuram 2. tam in Quo-
 tiente, quam sub puncto primæ figuræ 4. Multipli-
 cata vero hac figura 4. per totum diuisorem 9202.
 productoque numero dempto ex numero supra-
 scripto, nihil superest. Radix ergo quadrata nu-
 meri propositi est 4602. ipseque numerus propo-
 situs quadratus est, cum nihil superfuerit post vlti-
 mam subtractionem factam.

SIT rursus inquirenda radix quadrata ex
 numero 456789012. Signatis punctis, vt docui-
 mus, scribo sub vltimo puncto ad sinistram figu-
 ram 2. tanquam radicem
 maximi quadrati in su-
 prascripto numero 4. cõ
 tenti, eamque rursus po-
 no in Quotiente. Multiplicata autem figura 2. in
 Quotiente per figuram 2. sub puncto, sunt 4. quæ
 ex 4. subducta nihil relinquunt, pertinebuntque
 hæ duæ figuræ 56. ad punctum sequens.

$\begin{array}{r} 456789012 \\ 241 \end{array} (21$

DUPPLICATA figura Quotientis 2.
 sunt 4. quæ scribo sub 5. relicto puncto sequenti
 VACUO

diuisorem 4 2 6 7.
 detractoque produ-
 cto numero ex
 3 0 9 9 0. remanent
 1 1 2 1. atque adeo
 ad punctum sequens
 pertinebunt sex hæ
 figurae 112112.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 21 \\
 3082 \\
 \times 5671 \\
 \hline
 456789012(21372 \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 24 \times 236742 \\
 \hline
 44227 \\
 4
 \end{array}$$

POSTREMO

duplicato Quotiente 2137. hætenus inuento, vt
 fiant 4 2 7 4. colloco 4. sub 1. & 7. sub 1. &
 2. sub 2. & 4. sub 1. Diuidendo autem
 11211. per 4274. reperio Quotientem 2. quem
 scribo & in Quotiente, & sub puncto figurae 2.

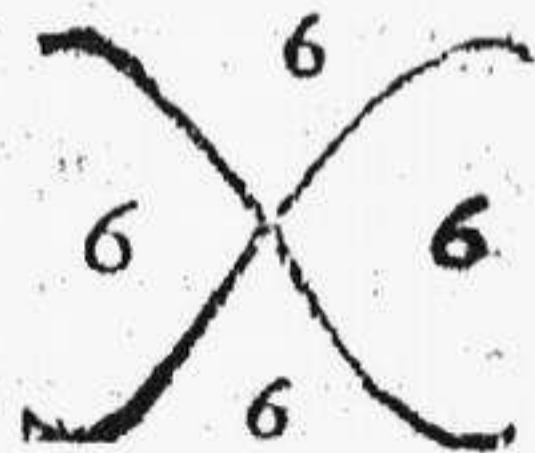
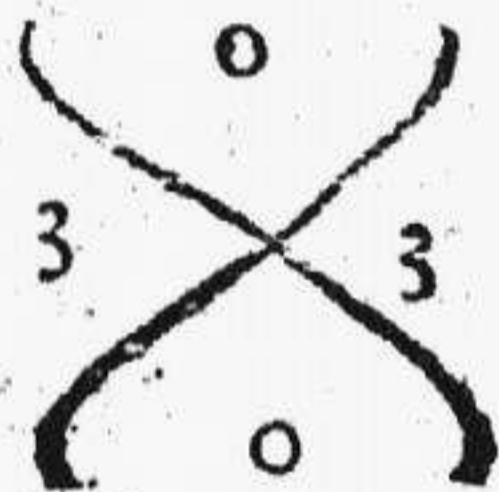
Multiplicata autẽ
 hac Quotientis figu-
 ra 2. per totum diui-
 sorem 4 2 7 4 2. &
 dempto producto nu-
 mero ex 112112. su-
 persunt 26628. Nu-
 merus ergo proposi-
 tus quadrat⁹ nõ est,
 ac proinde Quotiens

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 \times 36 \\
 2 \times 86 \\
 308272 \\
 \times 567 \times 8 \\
 \hline
 4567890 \times 2(21372 \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 24 \times 236742 \\
 \hline
 44227 \\
 4
 \end{array}$$

inuentus 21372. non est eius radix, sed alterius
 numeri, qui est maximus quadratus in dato nume-
 ro cõprehensus, qualis est numerus 456762384.
 Nã proxime maior quadratus, qui videlicet ha-
 bet radicẽ vna vnitate maiorem radice inuenta
 21372. constituit numerum maiorem proposito
 numero.

Examen
extractio-
nis radice
quadrata
triplex.

EXAMEN extractionis radice quadrata triplex est, quemadmodum & divisionis integrorum. Primum enim fit per abiectionem 9. alterum per abiectionem 7. & tertium per multiplicationem, ut in divisione integrorum dictum est. Sed radix inuenta accipienda est hic loco divisoris: quia si numerus propositus diuidatur per radicem inuentam, fiet Quotiens eadem radix: Et si quid superfuerit in extractione radice, idem supererit in diuisione, dummodo in Quotiente sumantur eadem figura radice inuenta, licet in vltima diuisione partiali maior aliquando figura sumi posset, quando nimirum residuum extractionis radice excesserit. Itaque prius exemplum ita examinabitur per 9. Reiectis 9. ex radice 4602. remanent 3: quæ in vtroque latere crucis scribo, propterea quod radix est & divisor, & Quotiens, ut diximus. Multiplicatis iam inter se duabus hisce figuris 3. & 3. fiunt 9. reiectisque 9. remanet 0. in superiori parte crucis collocanda. Tandem reiectis 9. ex proposito numero, remanet etiam 0. Posterius autem exemplum ita examinabitur per 9. Reiectis 9. ex radice 21372. remanent 6. in vtroque latere crucis ponenda. Multiplicatis autem inter se hisce figuris 6. & 6. fiunt 36. reiectisque 9. ex 36. & ex residuo extractionis, supersunt 6. Tandem remanet,



manet,

manet, si reijciantur 9. ex dato numero.

QVOD si multiplicetur radix prioris numeri in se, producetur idem numerus prior. Item si radix numeri posterioris in se multiplicetur, productoq; numero addatur residuum extractionis, gignetur idem numerus posterior.

OBIITER etiam hic advertendum est; in nulla extractione radicis quadratæ residuum, si quod est maius esse posse, quàm duplum radicis inuentæ. Si enim superaret duplum radicis inuentæ vel vna vnitate, haberet numerus propositus radicem vna vnitate maiorem illa, quæ inuenta est. Ratio huius rei est, quòd quilibet quadratus superat proxime minorem numerum quadratum duplo radicis ipsius minoris quadrati, & insuper vna vnitate; adeo vt, si addatur 1. ad duplum radicis cuiusvis quadrati, & hoc aggregatum ad quadratum proxime minorẽ, fiat quadratus proxime maior. Ut quadratus numerus 64. superat numerum quadratum 49. numero 15. Constat autem, numerum 14. duplum esse radicis quadrati 49. quæ est 7. superesseq; vnã adhuc vnitatem in 15. ac proinde, si addatur 1. ad 14. duplum radicis 7. & hoc aggregatum ad 49. fieri quadratum numerum 64. proxime maiorem, quàm 49. cuius radix est 7. Si igitur proponat quis numerum 63. vt eius radix quadrata eruatur, reperietur radix 7. supereruntq; 14. quæ radicis sunt dupla: Si vero quis proponeret numerũ 64. inuenireturq; radix 7. erratum esset, quia superessent 15. quæ maiora sunt, quàm duplum radi-

Residuum in extractione quadratæ radicis maius esse non potest, quam duplũ radicis inuentæ.

Quæ sic differentia inter duos quadratos proximos.

cis 7. Quare radix numeri 64. erit 8.

APPROPINQUATIO RADICUM
cum in numeris non quadratis.

Cap. XXVII.

QUONIAM cum numerus propositus non est quadratus, inuenta radix in se multiplicata producit numerum minorem numero ipso, quemadmodum in posteriori exemplo patuit, ubi radix in se multiplicata gignit numerum, qui à numero proposito superatur toto hoc numero 26628. monstrabimus hoc loco duplicem viam, qua radix propinquior inueniatur, ita vt eius numerus quadratus à proposito numero non quadrato insensibili fere differentia distet. Vera enim radix numero exprimi non potest, sed solum per lineam, vt in pleniore nostra Arithmetica demonstrabitur. Priori via reperietur radix propinquior quidem in infinitum, sed tamen minor, quam vera; adeo vt eius quadratus numerus semper a numero proposito superetur. Posteriori via inuenietur radix propinquior quoque in infinitum, sed quæ veram excedat; ita vt eius numerus quadratus maior semper sit numero proposito. Utraque porrò via demonstrata est Geometricè & à Theone Alexandrino in lib. 1. Almagesti Ptolemæi, & à Federico Commandino in lib. Archimedis de dimensione circuli.

Quo modo inueniatur radix propinquior, quæ tamen minor sit, quàm vera

PRIOR ergo via ita se habet. Inuenta radice maximi quadrati in proposito numero comprehensi,

hensi, adijciatur ad eam fractio, cuius numerator est residuum extractionis, quo nimirum propositus numerus quadratum numerum proxime minorem quem radix inuenta producit in se multiplicata, excedit, denominator vero duplum radice inuenta, & præterea vnitas, qua nimirum radix numeri quadrati, qui proxime maior est proposito numero, superat radicem inuentam numeri quadrati, qui proxime minor est numero proposito. Hac enim ratione composita erit radix multo propinquior, quam inuenta, minor tamen, quam vera. Ad quam si addatur id, quod prouenit ex diuisione excessus, quo propositus numerus non quadratus excedit quadratum radice propinquioris iam inuenta, per numerum compositum ex duplo eiusdem radice propinquioris, & excessu, quo radix quadrati numeri proxime maioris superat radicem propinquiore inuentam, exurget radix adhuc propinquior, minor tamen, quam vera. Ad quam si iterum apponatur id, quod prouenit ex diuisione excessus, quo propositus numerus non quadratus superat quadratum radice propinquæ ultimo loco inuenta, per numerum compositum ex duplo eiusdem ultime radice propinquæ, & excessu, quo radix quadrati numeri proxime maioris excedit radicem eandem ultimam propinquam, efficietur adhuc propinquior radix, minor tamen, quam vera. Atq; hoc modo licebit semper inuenire radicem propinquiore in infinitum, nunquam tamen vera radix inuenietur, sed semper radix aliquanto minor, quam vera.

EXEMPLUM. Sit propositus numerus non quadratus 20. Radix quadrati proxime minoris est 4. quæ in se multiplicata producit 16. super suntque 4. Si ergo ad radicem 4. addatur fractio $\frac{4}{9}$. cuius numerator est residuum illud, denominator vero duplum inuenta radicis 4. & præterea 1. fiet propinquior radix $4\frac{4}{9}$. Huius enim quadratus numerus est $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. qui minor quidē est, quā propositus numerus 20. sed minus ab eo differt, quam quadratus numerus 16. radicis primæ 4.

ABLATO hoc quadrato $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. ex numero proposito non quadrato 20. super sunt $\frac{2}{8}\frac{0}{1}$. Item radix 5. quadrati proxime maioris numero proposito, excedit radicem propinquam $4\frac{4}{9}$. proxime inuentam hac minutia $\frac{5}{9}$. quæ addita ad duplum radicis propinquæ $4\frac{4}{9}$. hoc est, ad $8\frac{8}{9}$. facit numerum $9\frac{4}{9}$. per quem si diuidatur residuum illud $\frac{2}{8}\frac{0}{1}$. fiet Quotiens $\frac{1}{6}\frac{8}{8}\frac{0}{5}$. qui additus ad radicem propinquam $4\frac{4}{9}$. proxime inuentam faciet radicem propinquiorem $4\frac{2}{6}\frac{9}{1}\frac{1}{9}\frac{6}{6}\frac{0}{5}$ hoc est, $4\frac{8}{1}\frac{8}{7}$. Huius enim numerus quadratus est $19\frac{2}{2}\frac{8}{8}\frac{5}{9}$. qui minor quoque est, quam numerus propositus 20. non quadratus, sed magis ad eum accedit, quam quadratus $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. radicis $4\frac{4}{9}$. ante hanc radicem $4\frac{8}{1}\frac{8}{7}$. inuenta.

RURSUS subtracto hoc quadrato numero $19\frac{2}{2}\frac{8}{8}\frac{5}{9}$. ex proposito numero 20. nō quadrato, super sunt $\frac{4}{2}\frac{8}{8}\frac{5}{9}$. Item radix 5. quadrati proxime maioris numero proposito excedit radicem propinquam $4\frac{8}{1}\frac{8}{7}$. ultimo inuentam minutia hac $\frac{9}{2}\frac{9}{7}$: quæ addita ad duplū vltimæ radicis propinquæ

pinquæ $4\frac{8}{7}$. hoc est, ad $8\frac{1}{7}$. facit numerum $9\frac{8}{7}$. per quē si dividatur residuū illud $\frac{4}{2 \cdot 8 \cdot 9}$. fiet Quotiēs $\frac{6}{4} \frac{8}{6} \frac{8}{5} \frac{2}{9}$. qui additus ad radicem propinquā $4\frac{8}{7}$. vitimo inuentā facit radicem propinquiorem $4\frac{3}{7} \frac{7}{9} \frac{3}{9} \frac{3}{9} \frac{8}{9} \frac{8}{3}$. hoc est, $4\frac{7}{1} \frac{6}{6} \frac{1}{1}$. Huius enim numer⁹ quadratus est $19\frac{2}{2} \frac{5}{5} \frac{9}{9} \frac{0}{2} \frac{1}{1}$. qui minor quoq; est pposito numero 20. nō quadrato, magis tñ ad eum accedit, quam quadratus $19\frac{2}{2} \frac{8}{8} \frac{5}{9}$. radicis ppinquæ $4\frac{8}{7}$. ante hęc radicē $4\frac{7}{1} \frac{6}{6} \frac{1}{1}$ inuētæ. Atq; in hūc modū licebit semper magis ac magis ad veritatē accedere, ad quā tñ nunquā pueniemus, sed semp ab ea deficiemus.

POSTERIOR autem via hęc est. Inuenta radice maximi quadrati in proposito numero comprehensi, adijciatur ad eam fractio, cuius numerator est residuum extractionis, quo nimirum propositus numerus quadratum numerum proxime minorem, quem radix inuenta producit in se multiplicata, excedit, denominator vero duplum radicis inuentæ. Componetur enim hac ratione radix multo propinquior, quam inuenta, maior tamen, quā vera. A qua si auferatur id, quod prouenit ex diuisione excessus, quo quadratus numerus radicis propinquioris iam inuentæ excedit numerum propositum, per duplum eiusdem radicis propinquioris, relinquetur radix adhuc propinquior, maior tamen, quam vera. A qua si rursus detrahatur id, quod prouenit ex diuisione excessus, quo numerus quadratus radicis propinquæ vltimo loco inuētæ superat numerū propositum, per duplum eiusdē radicis vltimæ propinquæ, re-

Quo modo reperiatur radix propinquior, q̄ tamen maior sit, q̄ vera.

manebit adhuc propinquior radix, maior tamen, quam vera. Atque hoc modo licebit semper inuenire radicem propinquiorē in infinitum, nunquam tamen vera radix inuenietur, sed semper radix aliquanto maior, quam vera.

E X E M P L U M. Sit propositus idem numerus non quadratus 20. Radix quadrati proxime minoris est 4. quæ in se multiplicata facit 16. supersuntque 4. Si ergo ad radicem 4. adijciatur fractio $\frac{4}{8}$. cuius numerator est residuum illud, denominator vero duplum inuentæ radicis 4. fiet propinquior radix $4\frac{4}{8}$. hoc est, $4\frac{1}{2}$. Huius enim numerus quadratus est $20\frac{1}{4}$. qui maior quidē est, quā propositus numerus 20. sed minus ab eo differt, quā quadratus numerus 16. radicis primæ 4.

I A M vero, si $\frac{1}{4}$. excessus nimirum, quo numerus quadratus $20\frac{1}{4}$. radicis $4\frac{1}{2}$. proxime inuentæ superat numerum propositum 20. diuidatur per duplum radicis propinquæ $4\frac{1}{2}$. iam inuentæ, hoc est, per 9. fiet Quotiens $\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. qui ablati ex radice $4\frac{1}{2}$. proxime inuenta relinquet propinquo rem radicem $4\frac{2}{7}\frac{4}{2}$. hoc est, $4\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. Huius enim numerus quadratus est $20\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{9}{6}$. qui maior quoque est numero proposito 20. sed minus ab eo distat, quam quadratus $20\frac{1}{4}$. radicis $4\frac{1}{2}$. ante hanc inuentæ.

Q V O D si rursus $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{9}{6}$. excessus nimirum, quo numerus quadratus $20\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{9}{6}$. radicis $4\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. proxime inuentæ superat propositum numerum 20. diuidatur per duplum radicis $4\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. iam inuentæ, id est, per $8\frac{3}{3}\frac{4}{6}$. hoc est per $8\frac{1}{1}\frac{7}{8}$.
fiet

fiet Quotiens $\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{5} \frac{1}{9} \frac{1}{1}$. qui subductus ex radice $4 \frac{1}{3} \frac{7}{6}$. proxime inuenta relinquet radicem propinquiorē $4 \frac{1}{4} \frac{9}{1} \frac{7}{7} \frac{0}{3} \frac{2}{1} \frac{8}{2}$. hoc est, $4 \frac{5}{1} \frac{4}{5} \frac{7}{9} \frac{3}{2}$. Huius enim quadratus numerus est sequens $20 \frac{1}{1} \frac{3}{3} \frac{4}{4} \frac{3}{3} \frac{7}{7} \frac{4}{4} \frac{4}{4} \frac{6}{6} \frac{4}{4}$. qui maior etiam est numero proposito 20. sed minus ab eo distat, quam quadratus $20 \frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{9} \frac{1}{6}$. radicis $4 \frac{1}{3} \frac{7}{6}$. ante hanc inuenta. Atque in hunc modum licebit semper magis ac magis accedere ad veritatem, ad quam tamen nunquam perveniemus, sed semper eam excedemus.

AGENDVM iam esset de extractione radicis cubicæ, & aliarum radicum, quæ infinitæ sunt; sed quoniam tractatio hæc difficilior est, inventioq; radicis quadratæ magis est necessaria ad libros Archimedis, Ptolemæi, cæterorumq; Mathematicorum intelligendos, consulto à nobis in pleniorē nostram Arithmeticam differtur. In ea namque non solum omnes radices, cum earum appropinquatione tractabimus, sed innumera alia, à quibus in hoc compendio dedita opera abstinuimus, exponemus.

F I N I S.

ERRATORVM CORRECTIO.

| Pag. lin. Errata. Correctiones. | Pag. lin. Errata. Correctiones. |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| 11. 4. si. sic. | 230. 4. pro 5. per 5. |
| 16. 4. quòd. quot. | 238. antep. p diuisore. p diuisore. |
| 41. 1. numeri figuræ | |
| 50. 6. dictio [linea] abūdat | 298. 5. 53375438365. |
| 59. 3. dictio [ex] abūdat | 5337599558365. |
| 86. 15. dictio [minuti] abūdat | 299. 4. Ex fit. Ex quo fit. |
| 90. 7. diuidimus. diuidemus | 162. 2. ita legatur exemplum. |
| 144. 20. pro 12. per 12. | Lib. Aurei. Lib. Aurei. |
| 152. 6. stabunt. stabit. | 200. 4. 300? 6. |
| 357. 27. enim. enim. | |

INDEX OMNIUM

Capitum huius Arithmeticae.

| | | |
|----|---|--------|
| 1 | N umeratio integrorum numerorum. | pag. 8 |
| 2 | Additio integrorum numerorum. | 13 |
| 3 | Subtractio integrorum numerorum. | 26 |
| 4 | Multiplicatio integrorum numerorum. | 36 |
| 5 | Divisio integrorum numerorum. | 48 |
| 6 | Numeratio fractionum numerorum. | 81 |
| 7 | Aestimatio, siue valor fractionum numerorum. | 83 |
| 8 | Fractiones fractionum numerorum. | 90 |
| 9 | Reductio fractionum numerorum ad minimos numeros, siue terminos. | 91 |
| 10 | Reductio fractionum numerorum ad eandem denominationem, & ad integra, necnon integrorum ad fractionem quamcunque, ac denique fractionum fractionum numerorum ad simplices fractiones. | 98 |
| 11 | Additio fractionum numerorum. | 107 |
| 12 | Subtractio fractionum numerorum. | 110 |
| 13 | Multiplicatio fractionum numerorum. | 113 |
| 14 | Divisio fractionum numerorum. | 116 |
| 15 | Inversio fractionum numerorum. | 120 |
| 16 | Questiunculae nonnullae numerorum integrorum, ac minutiarum. | 131 |
| 17 | Regula trium; quae alio nomine regula aurea, siue regula proportionum dici solet. | 139 |
| 18 | Regula trium eversa. | 154 |
| 19 | Regula trium composita. | 159 |
| 20 | Regula Societatum. | 175 |
| 21 | Regula Alligationis. | 207 |
| 22 | Regula falsi simplicis positionis. | 223 |
| 23 | Regula falsi duplicis positionis. | 233 |
| 24 | Progressiones Arithmeticae. | 270 |
| 25 | Progressiones Geometricae. | 283 |
| 26 | Extractio radice quadratae. | 308 |
| 27 | Appropinquatio radice in numeris non quadratis. | 318 |

INDEX EORVM, QVAE in singulis capitibus continentur.

IN PRAEFATIONE.

A Rithmeticae praestantia,
atq; utilitas. pag. 3.

IN NUMERATIONE

*Integrorum nu-
merorum.*

Numeratio quid. 8.

Valor decem figurarum A-
rithmeticarum quo pa-
cto cognoscatur. Ibid.

Quot loca sint in quolibet
numero. Ibid.

Prima figura, & vltima in
quouis numero quae sit.
Ibid.

Ordo locorum in quouis
numero cur a dextra si-
nistram versus procedat.

9.

Quid quaelibet figura in
quouis loco posita signi-
ficet. Ibid.

Loca in quouis numero su-
perant sese ordine in decu-
pla proportione. Ibid.

Quid obseruandum sit, vt
datus numerus facile ex-
primatur. Ibid.

IN ADDITIONE

*Integrorum nu-
merorum.*

Additio quid. 13.

Numeri addendi quo pacto

sint collocandi. Ibid.

Additio quo pacto fiat. Ibi.

Quid agendum sit, quando
ex figuris vnus loci col-
ligitur numerus tribus
figuris scribendus. 14.

Quid faciendum sit, quan-
do multi numeri adden-
di sunt. 15.

Probatio additionis per 9.
quomodo fiat. 16.

Qua ratione ex quouis nu-
mero reijciatur facile 9.
quoties fieri potest. Ibid.

Nouenarij mirabilis pro-
prietas. Ibid.

Probatio additionis per 9.
fallax est, & quare. 18.

Probatio additionis per 9.
cur ab Arithmetiis adhi-
beatur, cum fallax sit.
20.

Probatio additionis per 7.
quomodo fiat. Ibid.

Quo pacto reijcienda sint 7.
ex quolibet numero. 21.

Probatio additionis per 7.
fallax est, & quare. 22.

Probatio additionis per 7.
cur ab Arithmetiis adhi-
beatur, cum fallax sit. 23.

Probatio additionis per 7.
minus fallax est, quam
per 9. & quare. Ibid.

Tabella probationis p 7. Ibid.

Probatio additionis per ad-
ditionē quo pacto fiat. 24

Probatio additionis per
subtractionem quo pacto
fiat. 25.

I N S V B T R A C T I O N E
integrorum nu-
merorum.

Subtractio quid. 26.

Vter duorum numerorum
maior sit, quo pacto co-
gnoscat. ibid.

Subtrahendus numerus quo
pacto locandus sit sub eo
a quo sit subtractio. ibid.

Subtractio quomodo fiat.
27.

In subtractione quid agen-
dum sit, quando figura in-
ferior maior est, quam su-
perior. Ibid.

Facilior ratio subtractionis
quādo figura inferior su-
periore maior est. 30.

In subtractione quid agen-
dum sit, quando plures
sunt numeri. 33.

Probatio subtractionis per
9. & 7. quo pacto fiat 34.

Probatio subtractionis per
additionem, & subtractio-
nem quo pacto fiat. 35.

I N M V L T I P L I C A =
tione integrorum
numerosum.

Multiplicatio quid. 36.

Tabula Pythagorica. 37.

Tabula Pythagorica quo
pacto construatur. ibid.

Vsus tabulæ Pythagoricæ

ad cognoscendum, quid
faciat multiplicatio vni⁹
figurę in aliā figurā. ibid.

Regula multiplicandi figu-
ram in figuram. 38.

Numeri in multiplicatione
quō collocādi sint 40.

Numerus quivis per vnā
figurā quo pacto multi-
plicetur. 41.

Numerus quivis per nume-
rum pluribus figuris scri-
ptum quo pacto multipli-
cetur. 42.

Probatio multiplicationis
per 9. & 7. quo pacto fiat.
45. & 46.

Probatio multiplicationis
per diuisionē quo pacto
fiat. 46.

Numeri habentes in princi-
pio cifras, quo pacto faci-
lē multiplicentur. 47

I N D I V I S I O N E

Integrorum nu-
merorum.

Diuisio quid. 48.

Quotiens quid. ibid.

Numeri in diuisione quo-
modo sint collocandi.
49.

Diuisio quomodo fiat. 50.

In Quotiente nō potest po-
ni maior numerus quam
9. Ibid.

Residuus numerus in diui-
sione semper minor esse
debet, quam diuisor. ibid.

Numerus per vnā figurā
quo-

quomodo diuidatur. 51.
 Qui numer⁹ dicatur supra
 diuisorem positus. ibid.
 Vfus tabulæ Pythagoricæ
 ad cognoscendum, quo-
 ties figura diuisoris in su-
 prapposito numero conti-
 neatur. ibid.
 Quotiens quot possit figu-
 ras habere. 54.
 Numerus per plures figuras
 quo pacto diuidatur. ibi.
 Qui numerus dicatur supra
 quamcunque figuram di-
 uisoris positus. ibid.
 Quomodo ducenda sit fi-
 gura Quotientis inuēta
 in diuisorem. 55.
 Quid agendum sit cum nu-
 mero ex diuisione reli-
 cto. 59.
 Quādo numerus minor per
 maiorem proponitur di-
 uidendus, quid agendum
 sit. ibid.
 Quomodo nōnulli ducant
 figuram Quotiētis inuen-
 tam in diuisorem. 60.
 Difficultas diuisionis ī quo
 consistat. 61.
 Quid agendum sit, quando
 in Quotiente sumpta est
 figura nimis parua vel
 magna. 62.
 Diuisio ab alijs quo modo
 fiat. 72.
 Cōmoditas in modo diui-
 sionis, quo alij vtuntur
 Ibid.
 Alius modus absoluendi di-

uisionem. 73.
 Probatio diuisionis per 9.
 quo pacto fiat 74.
 Probatio diuisionis per 7.
 quomodo fiat. 75.
 Probatio diuisionis p mul-
 tiplicationem quo pacto
 fiat. 77.
 Diuisio nondum absoluta
 quo pacto examinetur.
 ibid.
 Facilitas diuisionis,quādo
 diuisor in principio ha-
 bet aliquot cifras. 78.
 Facilis aliquādo fit diuisio
 quando diuidendus nu-
 merus habet aliquot ci-
 fras in principio. 80
 Additio, Subtractio, Multi-
 plicatio, & Diuisio funda-
 menta sunt omnium, que
 in Arithmetica tradun-
 tur. ibid.

I N N U M E R A T I O
*ne fractorum nu-
 merorum.*

Fractus numerus quid. 81.
 Numerator, & Denomina-
 tor fractionis quid. Ibid.
 Fractio quæuis quo pacto
 scribatur, & pronuncie-
 tur. 82.
 Fractiones vnde oriantur.
 ibid.
 Quādo minor numerus per
 maiorē diuiditur, sit fra-
 ctio. ibid.
 Fractio quæuis est pars ali-
 quota Numeratoris à De-

nominate denominata
83.

I N A E S T I M A T I O N E
sive valore fractionum,
numerorum.

Minutiarum valor quo pacto augeatur. 83.

Minutiarum valor quo pacto minuatur. ibid.

Minutiae, quarum numeratores ad denominatores eandem habent proportionem, aequales sunt. 84.

Si numerator, ac denominator cuiusvis fractionis per quemcunque numerum multiplicetur, dividaturve gignitur eiusdem valoris fractio. ibid.

Quae minutia vni integro aequivaleat. 85.

Quae minutia minor sit vno integro. ibid.

Quae minutia maior sit vno integro. ibid.

Vtra duarum minutiarum maior sit, quo pacto cognoscatur. 86.

Valor minutiae datae quo pacto in minore moneta, pondere, vel mensura exploretur. 87.

Iulius, Baiochus, & Quatrinus apud Romanos quid significet. ibid.

I N F R A C T I O N I B V S
fractionum numerorum.

Minutiae minutiarum quid,

& vnde orientur. 90.

Minutiae minutiarum quomodo pronuncietur, ac scribantur. ibid.

I N R E D U C T I O N E
fractionum numerorum ad minimos numeros, sive terminos.

Minutiae cur ad minimos terminos reducantur. 91.

Minutiae qua arte ad minimos terminos redigantur. 92.

Quae minutia ad minores terminos redigi non possit. 94.

Primus numerus, & Primi inter se numeri quid. ibid.

Maxima mensura communis Numeratoris, ac Denominatoris minutiae datae quo pacto reperiatur. 95.

Quando Numerator, & Denominator datae minutiae non habeant communem mensuram, praeter unitatem. ibid.

Maxima mensura quorumlibet duorum numerorum quo pacto inveniantur. 96.

Vnde colligatur regula inveniendi maximam mensuram duorum numerorum. 97.

Alia ratio redigendarum minutiarum ad minimos terminos. ibid.

I N R E D U C T I O N E
fractorum numerorum ad eandem denominationem, & ad integra, nec non integrorum ad fractionem quamcunque, ac denique fractionum fractorum numerorum ad simplices fractiones.

Duæ Minutiæ quo pacto ad eandem denominationem reducantur. 98.

Inuentio numeri à quotcunque datis numeris numerati. 99.

Inuentio minimi numeri à quotcunque numeris numerati. 100.

Plures minutiæ, quam duæ, quo pacto ad eandem denominationem reducantur. 103.

Alia ratio reducendi duas minutiæ ad eandem denominationem. 104.

Utilitas minimi numeri à denominatoribus datarum minutarum numerati. ibi.

Minutia, cuius numerator maior est denominatore, quo pacto ad integra reducatur. 105.

Integra qua ratione ad minutiam quamcunque redigantur. ibid.

Minutiæ minutarum quo pacto ad simplices minutiæ reuocentur. 106.

I N A D D I T I O N E
fractorum numerorum.

Additio minutarum quomodo fiat.

107.

In additione minutarum quid faciendum sit, quando integra adsunt. 108.

Praxis addendi minutiæ diuersarum denominationum inter se. ibid.

Probatio additionis minutarum per subtractionem quomodo fiat. 109.

I N S U B T R A C T I O N E
fractorum numerorum.

Subtractio minutarum quomodo fiat. 110.

In subtractione minutarum quid faciendum sit, quando integra adsunt. ibid.

In subtractione, quando plures sunt minutiæ, quid agendum. 111.

Praxis subtrahendi minutiam à minutia. 112.

Probatio subtractionis minutarum per additionem quomodo fiat. ibid.

I N M U L T I P L I C A T I O N E
fractorum numerorum.

Multiplicatio minutarum quo pacto fiat. 113.

In multiplicatione minutarum, quando adsunt integra, quid agendum. ibid.

Probatio multiplicationis minutarum per diuisionem quo pacto fiat. 114.

In multiplicatione minutarum cur producatui minutia minor vtraque mi-

nutia

nutia multiplicante. ibi.

I N D I V I S I O N E

fractorum numerorum.

Diuisio minutiarum quomodo fiat. 116.

In diuisione minutiarum, quando adsunt integra, quid agendum. ibid.

Diuisio minutiarum qua ratione ab alijs tradatur. 117.

Probatio diuisionis minutiarum per multiplicationem quo pacto fiat. 118.

In diuisione minutiarum cur aliquando producatur Quotiens maior, quam minutia diuisa. ibid.

Quando Quotiens maior sit numero diuidendo in minutijs. 119.

Quando Quotiens in minutijs minor sit diuidendo numero. ibid.

I N I N S I T I O N E

fractorum numerorum.

Insitio minutiarum quid. 120

Insitio minutiarum duplex est. 121.

Insitio minutiarum propter quid excogitata sit. ibid.

Differentia inter insitionem minutiarum, & reductionem minutiarum minutiarum. ibid.

Prima regula insitionis duarum minutiarum. 122.

Quomodo plures minutiae,

quam .luae, inserantur per primam regulam. 123.

Minutiae inserendae per primam regulam non sunt reducendae ad minimos terminos ante finem operationis, & quare. 124.

Summa insitionis secundum primam regulam semper minor est, quam unitas & quare. 125.

Vsus primae regulae insitionis in diuidendo numero integro una cum minutia per numerum integrum. ibid.

Secunda regula insitionis duarum minutiarum. 128

Quo pacto plures minutiae, quam duae, inserantur per primam regulam. 129.

Minutiae inserendae per secundam regulam reduci possunt ad minimos terminos ante finem operationis. 130.

I N Q V A E S T I V N C V

lis nonnullis numerorum integrorum, ac minutiarum.

Vtilitas quaestiuicularum quarundam. 131.

Inuentio numeri, a quo facta est subtractio, vel facienda, ut propositus numerus relinquatur. 132.

Inuentio numeri subtracti, vel subtrahendi ex proposito numero, ut alius

da-

datus numerus sit reli-
 quus. Ibid.
Inuentio numeri, cui datus
 numerus adijciendus sit,
 vel qui dato numero sit
 addendus, vt alius nume-
 rus datus remaneat. 133.
Inuentio differentiae inter
 datos duos numeros. ibi.
Inuentio numeri diuisi, aut
 diuidendi per datum nu-
 merum, vt Quotiens pro-
 positus proueniat. ibid.
Inuentio numeri, qui con-
 tineat, vel sit, aut det da-
 tam fractionum, seu par-
 tem, partesve propositi
 numeri. 134.
Inuentio numeri, per quem
 datus numerus sit diuisus
 aut diuidendus, vt Quo-
 tiens sit propositus nu-
 merus. ibid.
Inuentio numeri, per quem
 datus numerus sit multi-
 plicandus, vel qui per da-
 tum numerum multipli-
 catus sit, vt gignatur nu-
 merus propositus. 135.
Inuentio duorum numero-
 rum, qui inter se multipli-
 cati datum numerum
 producant. ibid.
Inuentio duorum numero-
 rum, vt vno per alterum di-
 uiso, proueniat Quoties
 propositus. 136.
Inuentio numeri, per quem
 datus numerus sit multi-
 plicandus, vel qui multi-

plicandus sit per datum nu-
 merum, vt producto diuiso
 per alium datum nu-
 merum proueniat Quoties
 propositus. ibid.
Inuentio partis, qua datus
 numerus exhibet respe-
 ctu alterius numeri dati
 137.
Inuentio numeri, respectu
 cuius datus numerus ex-
 hibeat partem proposi-
 tam. 138.
Inuentio multitudinis par-
 tiu quarumcunq;, quas da-
 tus numerus continet. ibid.
I N R E G V L A T R I V M,
quae alio nomine regula au-
rea, siue regula propor-
tionum dici solet.
Regula trium, siue aurea, si-
 ue proportionum cur sic
 dicta sit. 139.
Numeri in regula triu quo-
 pacto sint collocandi. ibid.
Quo pacto per regulam triu
 quartus numerus igno-
 tus inquiratur. 140.
Demonstratio regulae triu.
 141.
Número per alium diuiso, si
 diuisor per Quotientem
 multiplicetur, cur rur-
 sum numerus diuisus pro-
 ducatur. 142.
Probatio regulae trium. 143
Compendia varia regulae
 trium. ibid.
Probationes variae regulae
 trium. 144.
D e

Demonstratio compendiorum regulæ trium. 146.

Quæstiones nonnullæ, quibus variæ difficultates regulæ trium explicantur. 147. ad 153.

Quid agendum, quando diuersæ monetæ, mensuræ, pondera, & fractiones in regula trium occurrunt. 148.

I N R E G V L A T R I V M
Euerfa.

Regula trium euerfa quo pacto quartum numerum eliciat. 154.

Quæstiones aliquot ad regulam triū euerfam spectantes. 154. ad 158.

I N R E G V L A T R I V M.
Composita.

Regula trium composita, quid, & quomodo fiat. 159.

Quæstiones aliquot ad regulam trium compositam spectantes. ibid. ad 174.

I N R E G V L A S O=

cietatum.

Regula Societatum quando adhibeatur, & quo pacto fiat. 175.

Quoties regula trium in regula Societatum adhibenda sit. ibid.

Quid agendum, quando in regula Societatum est diuersitas temporum. ibid.

Quæstiones aliquot ad regulam Societatum spectantes. 176. ad 106.

I N R E G V L A A L=

ligationis.

Regula alligationis quid. 107.

Regula alligationis quomodo fiat. ibid.

Quæstiones aliquot ad regulam alligationis spectantes. ibid. ad 222.

Varijs modis fieri potest alligatio, si res alligandæ plures sint, quàm duæ. 210. & 214.

Quid agendum, quando in regula alligationis ponuntur plures differentiæ e regione eiusdem pretij. 211

Quid obseruandum sit in alligationibus pluriū rerū. 214.

Quando quæstio alligationis sit impossibilis. 215.

I N R E G V L A F A L S I
simplicis positionis.

Regula falsi cur sic dicta sit. 223.

Regula falsi duplex est. Ibi. Discrimen inter duas regulas falsi. ibid.

Regula falsi simplicis positionis quomodo fiat. 224

Quæstiones aliquot ad regulam falsi simplicis positionis spectantes. ibid. ad 233.

I N R E G V L A F A L S I
duplicis positionis.

Regula falsi duplicis positionis quo pacto fiat. 233.

In regula falsi duplicis positionis, quando vtraque positio veritatem excedit,

vel

- vel ab ea deficit, sit subtractio. *ibid.*
- In regula falsi duplicis positionis, quando vna positio veritatem excedit, & altera ab ea deficit, sit additio. 234.
- Quæstiones aliquotad regulam falsi duplicis positionis spectantes. *ibid.* ad 269.
- I N P R O G R E S S I O N I =**
bus Arithmeticiis.
- Progressio Arithmetica quid. 270.
- Progressio naturalis numerorum, & numerorum impariũ, pariumq; quid. *ibi.*
- Arithmetica progressio quo pacto continetur. 271.
- Differentia progressionis Arithmeticæ quomodo inueniatur. *ibid.*
- Arithmetica progressio decrefcere non potest in infinitum. 272.
- Proprietas progressionis Arithmeticæ trium numerorum. *ibid.*
- Proprietas progressionis Arithmeticæ quatuor numerorum. *Ibid.*
- Proprietas progressionis Arithmeticæ, quotcunque terminorum, si numerus terminorum fuerit impar 273.
- Proprietas progressiois Arithmeticæ quotcunque terminorum, si numerus terminorũ fuerit par. 274.
- Summa cuiuscũque progressionis Arithmeticæ quo pacto inueniatur. *Ibid.*
- Particularis inuentio summæ progressionis naturalis numerorum. 277.
- Numerus terminorum progressionis naturalis numerorum est vltimus terminus. *ibid.*
- Particularis inuentio summæ numerorum impariũ. 278.
- Numerus terminorũ in progressionem numerorũ imparium quo pacto reperiatur. *ibid.*
- Particularis inuentio summæ numerorũ pariũ. 279.
- Numerus terminorũ in progressionem numerorũ parium qua ratione inueniatur. *ibid.*
- Vltimus terminus cuiuscũque progressionis Arithmeticæ quo pacto eliciatur ex numero terminorum, vna cum primo termino, & differentia progressionis. 280.
- Quæstio de bobus Augiæ. 281.
- Quæstio de ducibus militiæ. 282.
- I N P R O G R E S S I O N I =**
bus Geometricis.
- Progressio Geometrica quid 283.
- Geometrica progressio quo pacto continetur. *ibid.*

- Denominator proportionis in progressione Geometrica quomodo inueniatur,** 284.
- Progressio Geometrica decrescit in infinitum, ibi,**
- Proprietas progressionis Geometricæ trium terminorum,** 285.
- Proprietas progressionis Geometricæ quatuor terminorum,** ibid.
- Proprietas progressionis Geometricæ quotcunq; terminorum, si numerus terminorum sit impar.** ibid.
- Proprietas progressionis Geometricæ quotcunq; terminorum, si numerus terminorum sit par,** 286.
- Summa cuiuscunq; progressionis Geometricæ quo pacto inueniatur,** 287.
- Particularis inuentio summæ progressionis proportionis duplæ, cuius initiū est 1,** 288.
- In progressione proportionis duplæ incipiente ab 1. quilibet numerus, abiecta prius vnitāte, est summa omnium antecedentium numerorum,** ibid.
- Si in progressione Geometrica incipiente ab 1. numerus aliquis seipsū, vel alium numerum multiplicet quem locū numerus productus occupet,** 289.
- Quilibet numerus in progressione Geometrica incipiente ab 1. seipsum multiplicans producit numerum in duplo maiore loco, minus vnitāte, quā numerus multiplicans ponendum,** ibid.
- Progressio naturalis numerorū quo pacto indicet, quo in loco quilibet numerus productus collocāndus sit in progressione Geometrica incipiente ab 1,** 290.
- Quo pacto numerus cuiuscunq; loci in progressione Geometrica incipiente ab 1. inuestigetur sine intermedijs.** 291.
- Quo pacto ea, quæ de progressione Geometrica incipiente ab 1. dicta sunt, accommodentur progressionij Geometricæ non incipienti ab 1,** 293.
- Quo pacto numerus cuiuscunq; loci in progressione Geometrica incipiente à quouis numero inuestigetur sine intermedijs numeris,** 295.
- Summa quotcunque terminorū progressionis Geometricæ proportionis duplæ ab 1. incipientis, addita prius vnitāte, seipsam multiplicans producit numerum, qui abiecta prius vnitāte, summa est duplo pluriū terminorum.** 296.

Quo pacto facile inueniatur
summa 64. terminorum
progressionis Geometri-
cæ duplæ proportionis ab
1. incipientis. *ibid.*

Quanta pecunia requiratur
vt impleatur 64. loca lu-
di latrunculorum, ita vt
in primo loco ponatur 1.
quater. in secundo 2. in ter-
tio 4. & ita deinceps pro-
grediendo per proportio-
nem duplam. 297.

Quot grana frumenti con-
stituant vnum Rubiū. *ibi.*

Quot naues requirantur ad
ferendum frumentum in
64. locis ludi latrunculo-
rum positum. 298.

Quot naues requirantur ad
ferendam pecuniā in 64.
locis ludi latrunculorum
positam, si ad aureos re-
duceretur. 299

In progressionē, cuius pri-
mus terminus est 1. secun-
dus 2. tertius vero secun-
di tripl⁹, & similiter quar-
tus tertij triplus, & ita
deinceps: quilibet termi-
nus duplus est omnium
præcedentium. *ibid.*

Qua arte inueniatur sum-
ma 64. terminorum ab 1.
incipientium, atque ita
progredientium, vt quili-
bet duplus sit omniū an-
tecedentiū terminorū. 300

Alia inuentio eiusdem sum-
mæ. 302.

Quantum frumētum requi-
ratur, vt impleantur 64.
loca ludi latrunculorū,
ita vt in primo loco po-
natur 1. granum, in secun-
do 2. in tertio 6. in quar-
to 18. & ita deinceps, vt
grana subsequēntis loci
sint dupla omnium gra-
norum in præcedentibus
omnib⁹ locis simul. *ibid.*

Quot naues necessarię sint
ad prædictum frumentū
portandum. 303.

Quot naues totam super-
ficiem terræ & maris ope-
rarent, si se mutuo tange-
rent. *ibid.*

Quot globi ex terra ac
mari cōfecti tegerentur à
nauib⁹, quæ necessariae
sunt ad proximè dictum
frumentū portandū. 304.

Quot globos toti terræ
æquales constitueret fru-
mentum in 64. locis pro-
xime dictis cōtentū. 306.

Quot naues ferrent au-
reos ducatos ex quatri-
nis, qui replerent 64. lo-
ca co modo, quo de gra-
nis frumēti dictū est. *ibid.*

Quot globos terræ ac ma-
ris prædictæ naues tege-
rent. *ibid.*

Qua ratione facile inuenia-
tur summa 40. terminorū
progressionis Geometri-
cæ proportionis duplæ ab
1. incipientis. *ibid.*

Quan-

I N D E X:

- Quanti constent 40. oppida
si vendantur ita, vt pro
primo soluatur 1. quatr.
pro secundo 2. pro tertio
4. &c. 307.
- Quomodo breuiter elicia-
tur summa 24. terminorū
progressionis Geometri-
cæ p̄portionis duplę ab
1. incipientis. ibid.
- Quanti constet equus ha-
bens 24. clauos in pedi-
bus, si ita vendatur, vt de-
tur 1. quatr. p̄ primo cla-
uo, & 2. pro secundo, & 4.
pro tertio, &c. 308.
- I N E X T R A C T I O N E
radicis quadratæ.
- Quadratus numerus quid.
308.
- Radix quadrata quid. 309.
- Extractio radicis quid. ibid.
- Numerus, cuius radix quæ-
ritur, quomodo punctis si-
gnetur. ibid.
- Quot figuras habeat radix
propositi numeri. ibid.
- Quo pacto radix quadrata
ex dato numero eruatur,
310.
- Examē extractionis radicis
quadratæ triplex. 316.
- Residuum in extractione ra-
dicis quadratæ maius esse
non potest, quam duplū
radicis inuentę. 317.
- Quę sit differētia iter duos
quadratos proximos. ibi.
- I N A P P R O P I N Q V A
*tione radicum in nume-
ris non quadratis.*
- Quomodo inueniatur ra-
dix propinquior, quæ ta-
men minor sit, quam ve-
ra. 318.
- Quomodo reperiatur radix
propinquior, quæ tamen
maior sit, quam vera. 321

F I N I S.

REGESTVM.

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X.

Omnes sunt Quaterniones.