EL ARTE

DEL DIBUJO CON LAS LÍNEAS

O

TRATADO DE DIBUJO LINEAL PRÁCTICO

DISPUESTO PARA TODAS LAS ENSEÑANZAS

y para uso de los alumnos de la Academia de Bellas Artes

de la

Real Sociedad Económica de Amigos del País

DE ESTA CIUDAD

ESCRITO Y DIBUJADO POR

DON JOAQUIN MARTINEZ GARCIA,

PERITO AGRÓNOMO Y AGRIMENSOR,
PROFESOR DE DIBUJO LINEAL Y TOPOGRÁFICO, ADORNO Y MÁQUINAS
EN LA ACADEMIA DE BELLAS ARTES
DE LA REAL SOCIEDAD ECONÓMICA DE AMIGOS DEL PAÍS
DE ESTA CIUDAD.

Segunda parte

MURCIA.

—

TIP. DE PEDRO BELDA

1891

EL ARTE DEL DIBUJO CON LAS LINEAS

SEGUNDA PARTE

CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA DE LAS FIGURAS

ADVERTENCIA

Antes de empezar la ejecución de los ejercicios de esta segunda parte que han de ser de gran utilidad al dibujante, vamos á hacer algunas indicaciones que deberán tenerse presente en el curso de estos trabajos, y para el dibujo lineal en general.

Recomiendo ante todo á los alumnos, mucha exactitud en las medidas, mucha limpieza y finura en las lineas, para lo que deberán tener siempre muy afinados los lapiceros de mano y de compás, así como muy limpios los tiralíneas; pues que de ello y del buen manejo de estos útiles, es de lo que depende la hermosura y belleza de este dibujo.

En esta parte como en la anterior, se seguiràn construyendo estos ejercicios al doble ó à la vez y media por lo menos, del tamaño de como se representa, y en medio pliego de papel de barba como los anteriores.

Las lineas de las operaciones seguidas en estos trazados geométricos, van marcadas con lineas de puntos, para facilitar de este modo los procedimientos, y evitar en lo posible, explicaciones de la marcha seguida, que es lo que nos hemos propuesto para hacer menos molesta esta enseñanza.

SEGUNDA PARTE

CAPÍTULO PRIMERO

Contiene: Algunos problemas con la linea recta, lámina 1.ª y 2.ª.—Levantar una perpendicular en un punto dado de una recta horizontal.—Bajar una perpendicular á una recta, desde un punto dado fuera de ella.—Dividir una horizontal en dos partes iguales.—Levantar una perpendicular en el extremo de una recta que no se puede prolongar.—Construir un ángulo igual á otro dado y cuyos lados sean paralelos.—Construcción de dos lineas paralelas desde un punto dado fuera de ellas.—Trazar dos paralelas equidistantes.—Trazar dos lineas convergentes y divirgentes.—Trazar el triángulo equilátero.—Trazar el cuadrado por construcción.—Trazar el rectángulo cuyos lados se nos dan.--Trazado del rombo.

Lámina primera

Algunos problemas con la linea recta

Fig.ª 1.ª Levantar una perpendicular en un punto dado de una recta horizontal. Sea por ejemplo, la recta dada A. y B. figura 1.ª y el punto dado para levantar la perpendicular, el C.

Para verificar esta operación, se procederà en la forma que indica la figura, y sin usar las plantillas, más que el compás de piezas ó de puntas movibles, armado con el lapicero.

Fig.ª 2.ª Bajar una perpendicular á una recta desde un punto dado fuera de ella.

Sea el punto dado X. fuera de la recta: se procederá para la resolución de este problema en la forma que se indica en la figura segunda.

Fig.ª 3.ª Dividir una recta horizontal en dos partes iguales. Sea por ejemplo la recta A. B. (figura 3.ª) la que se nos dá para dividirla; para ello procederemos en la forma que indica la figura.

El mismo procedimiento emplearíamos para dividir una recta vertical.

Fig.ª 4.ª Levantar una perpendicular en el extremo de una recta, que no se puede prolongar.

Las figuras 4.ª y 5.ª nos dán á conocer los dos métodos más usados para llevar á efecto este problema gráfico.

DEFINICIÓN.—Se llama linea perpendicular, la que cayendo sobre otra no se inclina á uno ni otro lado, ó forma con ella dos ángulos rectos.

Fig.ª 6.ª Construir un ángulo igual á otro dado, y cuyos lados sean paralelos. Fig.ª 6.ª

El àngulo que se nos da, es el B. y el àngulo que construiremos será el B'.

Las lineas que forman el ángulo, como sabemos, se llaman lados del ángulo; el punto donde se encuentran estas, vértices y el espacio B. y B' comprendido entre otras lineas es á lo que se llama àngulo.

Por esto pues, la magnitud de los ángulos no depende como se vé, de la mayor ó menor longitud de sus lados sinó de la mayor ó menor abertura de éstos.

Fig.ª 7.ª y 8.ª Construcción de dos lineas paralelas desde un punto dado fuera de ellas.

Para esto damos á conocer dos métodos, como se ve en la figura 7.ª y 8.ª

DEFINICIÓN.—Se llaman lineas paralelas, aquellas que por mucho que se prolonguen nunca pueden encontrarse, pues si esto se verificase serían convergentes, en un punto, y divergentes en el otro, y por consiguiente no serían paralelas.

Lámina segunda

Otros problemas con la linea recta

Fig.ª 1.ª Trazar dos paralelas equidistantes. Fig.ª 1.ª

Este procedimiento es semejante al de la figura 8.ª de la làmina primera como se verà.

Fig.ª 2.ª Trazar dos lineas convergentes y divergentes. Fig.ª 2.ª

Basta con trazar dos lineas que no sean paralelas, y quedará resuelto este problema, como se vé en la figura 2.ª

Fig.ª 3.ª Trazar el triángulo equilátero. Fig.ª 3.ª

Para resolver este problema, hay que tener presente, como se vé en la figura 3.ª que los tres ángulos del triángulo sean iguales.

Fig.ª 4.ª Trazar el cuadrado por construcción. Fig.ª 4.ª

Las condiciones que ha de cumplir esta figura, sabidas son por la primera parte que son: que sus ángulos sean rectos, sus cuatro lados iguales, y que sean paralelos cada dos.

Fig.ª 5.ª Trazar el rectángulo cuyos lados mayor A. B. y menor C. D., se nos dan.

Fig.ª 6.ª Trazado del Rombo. Fig.ª 6.ª

El trazado de esta figura, está reducido como se vé en la lámina, á que sea màs largo que ancho, y que cumpla con las condiciones ya expresadas anteriormente.

DEFINICIONES.—Las definiciones de estas figuras quedan manifestadas al darlas á conocer en la lámina 8.ª de la parte 1.ª

CAPÍTULO SEGUNDO

Contiene: División de figuras. Láminas 3.ª y 4.ª.—Dividir una horizontal en dos, cuatro y ocho partes iguales.—Dividir dos oblicuas á la derecha, en dos y cuatro partes iguales.—Dividir dos lineas verticales en dos y cuatro partes iguales.—Dividir un ángulo cualquiera en dos y cuatro partes iguales.—Dividir un ángulo cualquiera en el núm. de partes iguales que se desee, por tanteo. —Dividir un triángulo equilátero en cuatro triángulos iguales, por tanteo, sobre el arco comprendido en el ángulo.—Dividir un triángulo equilátero en cuatro triángulos equiláteros, é iguales entre si.—Dividir un cuadrado en cuatro cuadrados iguales.—Dividir un cuadrado en cuatro triángulos iguales.—Dividir un cuadrado en diez y seis triángulos iguales.—Dividir un rectángulo en sentido horizontal en cuatro rectángulos iguales.—Dividir un rectángulo en sentido vertical en cuatro rectángulos iguales.—Dividir un paralelógramo en dos triángulos iguales.—Dividir un Rombo en cuatro triángulos iguales.—Dividir un trapecio regular en cuatro trapecios regulares también.—Dividir el trapecio regular de igual modo que el anterior.

Lámina tercera

División de figuras

Fig.ª 1.ª Dividir una horizontal en dos, cuatro y ocho partes iguales. Fig.ª 1.ª

Para resolver este problema se puede hacer por tanteo con las puntas secas del compàs y por construcción con el compás de puntas móviles, armado con el lapicero.

Fig.ª 2.ª Dividir dos oblicuas á la derecha en dos y cuatro partes iguales. Fig.ª 2.ª

Para ello se verifica las operaciones como en el caso anterior y del mismo modo que se dividen estas oblicuas, podemos verificarlo con las oblicuas á la izquierda.

Fig.ª 3.ª Dividir dos líneas verticales en dos y cuatro partes iguales. Fig.ª 3.ª

Para resolver este problema se verifica del mismo modo que los anteriores.

Fig.ª 4.ª Esta figura representa otro método de dividir un horizontal en cuatro partes iguales ó proporcionarles á las divisiones verificadas sobre la línea oblicua. Fig.ª 4.ª

Fig.ª 5.ª Representa otro método de dividir por medio de paralelas una recta dada en un número cualquiera de partes iguales. Fig.ª 5.ª

Todas estas figuras, el método más ordinario que se emplea para su división, es por tanteo con las puntas secas del compàs.

Fig.ª 6.ª Dividir un ángulo cualquiera, sea por ejemplo un recto, en dos y cuatro partes iguales por construcción. Figura 6.ª

Fig.ª 7.ª Dividir un àngulo cualquiera en un número de partes iguales que se quiera por tanteo con las puntas secas del compás: sea por ejemplo, en cuatro partes iguales.

Para esto se divide su arco correspondiente en el número de partes que se desee, por ejemplo, en cuatro iguales, como dice el problema, y de los puntos de división al vértice se trazan líneas, quedando de este modo dividido el ángulo.

Fig.ª 8.ª Dividir un triàngulo equilátero, en cuatro triángulos iguales, por tanteo sobre el arco comprendido en el ángulo. Fig.ª 8.ª

Este problema se resuelve de una manera anàloga que el anterior.

Fig.ª 9.ª Dividir un triángulo equilàtero en cuatro triángulos equilàteros también, é iguales entre si. Fig.ª 9.ª

Para resolver este problema se construye el triàngulo equilátero que se nos dá; se dividen sus lados en dos partes iguales cada uno; se unen por rectas trazadas por los puntos de divisiòn y queda resuelto.

Lámina cuarta

División de figuras geométricas

Fig.ª 1.ª Dividir el cuadrado por tanteo en cuatro cuadrados iguales. Fig.ª 1.ª

Para esto se dividen dos lados del cuadrado en dos partes iguales, se trazan perpendiculares por estos puntos, y queda dividido el cuadrado en la forma que se pide.

Fig.ª 2.ª Dividir un cuadrado en cuatro triángulos iguales. Fig.ª 2.ª

Para esto basta trazar dos diagonales al cuadrado que se dá y queda dividido el cuadrado, en la forma que se pide.

Fig.ª 3.ª Dividir un cuadrado en diez y seis triàngulos iguales. Fig.ª 3.ª

Para esto basta verificar las mismas operaciones que en las figuras primera y segunda como se vè en la figura tercera y queda dividido en la forma que se manifiesta.

Fig.ª 4.ª Dividir un rectángulo en sentido horizontal en cuatro rectàngulos iguales. Fig.ª 4.ª

Para esto se divide un lado mayor en el número de partes que se desee, por ejemplo en cuatro, y se trazan paralelas por estos puntos á sus lados menores.

Fig.ª 5.ª Dividir un rectángulo en sentido vertical en cuatro rectángulos iguales. Fig.ª 5.ª

Este problema se resuelve de una manera análoga al anterior, dividiendo sus lados menores en el número de partes que se desee.

Fig.ª 6.ª y 7.ª Representan dos paralelógramos divididos de igual modo que los rectángulos de las figuras 4.ª y 5.ª

Fig.ª 8.ª Dividir un paralelógramo en dos triángulos iguales. Fig.ª 8.ª

Queda dividido del modo que se pide, trazando una diagonal á dos vértices opuestos de éste, como se ve en la figura.

Fig.ª 9.ª Dividir un Rombo en cuatro triàngulos iguales. Figura 9.ª

Basta unir sus vértices con rectas. y queda verificado lo que se pide.

Fig.ª 10.ª Dividir un trapecio regular en cuatro trapecios regulares tambien, é iguales. Fig.ª 10.ª

Basta dividir sus lados por los puntos de división, trazar rectas y queda verificado.

Fig.ª 11 Dividir el trapecio irregular en cuatro trapecios irregulares tambièn é iguales, ó en el número de trapecios que se desee. Fig.ª 11.

Para esto se dividen sus lados mayores en la misma forma que el caso anterior, y queda verificada la operación.

Definiciones.—Las de estas figuras geométricas, ya quedan dadas en la primera parte, al dar á conocer su trazado.

CAPÍTULO TERCERO

Contiene: Trazar una circunsferencia circunscrita á un cuadrado ó un cuadrado inscrito en un círculo.—Describir una circunsferencia.—Trazar un cuadrado inscrito en un círculo.—Trazar dos rectángulos semejantes.—Trazar dos cuadrados semejantes.—Trazar dos triángulos semejantes.—Trazar dos rombos semejantes.—Trazar un círculo dado el centro.-Trazar un anillo dada la circunsferencia.

Lámina quinta

Figuras inscritas y circunscritas.

Fig.ª 1.ª Trazar una circunsferencia circunscrita á un cuadrado, ó un cuadrado inscrito en un círculo. Figura 1.ª

Fig.ª 2.ª Inscribir una circunsferencia en un cuadrado, ó un cuadrado circunscrito á la circunsferencia. Figura 2.ª

Fig.ª 3.ª Trazar un cuadrado inscrito en un cìrculo. Figura 3.ª

Fig.ª 4.ª Trazar dos rectángulos semejantes. Figura 4.ª

Sea el rectàngulo dado el A. B. D. C. el semejante será el a b d c.

Fig.ª 5.ª Trazar dos cuadrados semejantes. Figura 5.ª

Este es un caso anàlogo al anterior.

Fig.ª 6.ª Trazar dos triángulos equiláteros semejantes. Figura 6.ª

Fig.ª 7.ª Trazar dos Rombos semejantes. Figura 7.ª

Fig.ª 8.ª Trazar un círculo dado el centro. Figura 8.ª

Sabido es, que el círculo, es enjendrado por la continuación del radio; luego haciendo girar éste sobre el centro que se nos dá, quedará resuelto el problema.

Fig.ª 9.ª Trazar un anillo dada la circunsferencia. Figura 9.ª

Para esto constrúyase una circunsferencia, y concéntrica à esta, otra, y el espacio comprendido entre ambas, serà el anillo que se pide.

Definiciones. Fig.ª 1.ª—Se llama figura circunscrita, aquella que se encuentra ceñida á otra, ó toca en otra la mayor parte posible de sus puntos; así pues, en la figura primera de esta lámina, la circunsferencia está ceñida ó ajustada al cuadrado, y por esto se dice estar circunscrita al cuadrado.

Fig.ª 2.ª Se llama figura inscrita, aquella que se encuentra dentro de otra y toca en la de fuera la mayor parte posible de sus puntos, tal como la circunsferencia de la figura segunda de esta làmina, que se encuentra inscrita en el cuadrado.

Figs. 4.ª 5.ª 6.ª y 7.ª Se llaman figuras semejantes, las que tienen sus ángulos iguales, sus lados son proporcionales ó relativamente iguales, y estàn semejantemente dispuestos.

Por esto, el rectàngulo A. B. D. C. es semejante al a. b. d. c. (figura 4.ª) y lo mismo sucede en las figuras 5.ª 6.ª y 7.ª que son otros tantos ejemplos de semejanza.

Damos el nombre de semejanza ó semejante á lo que se parece ó tiene semejanza con otra cosa.

Fig.ª 8.ª Damos el nombre de círculo, al espacio cerrado por la circunsferencia; y à la curva que lo cierra ó lo limita, circunsferencia del círculo. Fig.ª 8.ª

Fig.ª 9.ª Anillo se llama, el espacio comprendido entre dos circunsferencias concéntricas, ó que tienen el mismo centro. Fig.ª 9.ª

CAPÍTULO CUARTO

Contiene: Trazado de la circunsferencia y del círculo dado el radio.—Dividir la circunsferencia en 360 partes iguales.—Dividir la circunsferencia en cinco, diez y quince partes iguales.—Dividir la circunsferencia en siete y catorce partes iguales.—Dividir la circunsferencia en un número cualquiera de partes iguales.

Làmina sesta

Circunsferencia y su división.

Fig.ª 1.ª Trazado de la circunsferencia y del círculo dado el rádio. Fig.ª 1.ª

Fig.ª 2.ª Dividir la circunsferencia en 360 partes iguales. Fig.ª 2.ª

Para esto basta la simple inspección de la figura.

Fig.ª 3.ª En esta figura se representan, ò damos á conocer, todas las figuras mistílineas que consideramos en el círculo; así como hemos dado à conocer en otra, (lámina 6.ª de la parte 1.ª) las lineas consideradas en la circunsferencia.

Así pues, como vemos en la figura 3.ª, considaramos en el círculo: el Semento, el Sector, el Trapecio circular, el Anillo y el Cuadrante.

DEFINICIONES.—Llàmase Segmento, la parte del círculo comprendida entre la cuerda y el arco.

Sector, es la porción del círculo comprendida entre un arco y los dos rádios que pasan por los extremos.

Trapecio circular, es una porción de anillo comprendida entre dos rádios,

Anillo, queda definido en la fig.ª 9.ª lámina 5.ª

Y cuadrante de Círculo, es una cuarta parte de él, como se verifica en la circunsferencia.

Estas figuras van todas comprendidas en la figura 3.ª de esta lámina.

Fig.ª 4.ª Dividir la circunsferencia en cinco, diez y quince partes iguales. Fig.ª 4.ª

Trazada que sea la circunsferencia, se trazaràn los dos diámetros perpendiculares entre sí, que se manifiestan en la figura que se contaràn en él.

El rádio D. E. se dividirá en dos partes iguales, desde cuyo punto, marcado en la figura,con O., se describirá el arco A.G.; del punto A. y con la longitud A. G. se describirá el arco G. H.: Trasportada cinco veces la longitud A. H. sobre la circunsferencia, quedará esta dividida en cinco partes iguales.

Para dividirla en diez, cada arco, ó parte C. D. se dividirá en dos partes y quedará dividida.

Y para dividirla en quince, se dividirá cada quinta parte en tres cada una, ó se describirá el arco D. M. desde B. y la distancia M. E. será la cuerda de la décima parte de la circunsferencia. Figura 4.ª

Fig.ª 5.ª Dividir la circunsferencia en siete y catorce partes iguales. Figura 5.ª

Trazada que sea la circunsferencia, se trazará con el rádio, la curva de puntos que se manifiesta en la figura; y por los puntos que ésta corte á la circunsferencia, se trazarà la vertical A. C. que cortará al diàmetro en el punto B. y llevada la distancia A. B. siete veces sobre la circunsferencia, ésta quedará dividida en siete partes.

Para dividirla en catorce partes, bastarà dividir cada parte ò arco de los anteriores, en dos, y quedarà dividida.

Fig.ª 6.ª Dividir la circunsferencia en un número cualquiera de partes iguales, ò sea en el número que se desée. Sean por ejemplo en siete. Figura 6.ª

Para esto se dividirá el diámetro que se manifiesta en la figura 6.ª, en siete partes iguales, y con la distancia del diámetro, se trazarán las intersecciones en los puntos C. Desde este punto y la segunda división del diámetro, se trazarà la recta C. 6. y el arco O. 6. que nos determina la recta C. 6. pasando por la segunda division, será la séptima parte de la circunsferencia. La recta C. 6. siempre se trazarà por la segunda división. Si la queremos dividir en diez, doce y catorce ó mas partes iguales, dividiremos el diámetro en las partes que deseemos dividir la circunsférencia, y pasando la linea C. 6. por la segunda división, nos dará la parte que deseémos.

CAPÍTULO QUINTO

Contiene: Rectificar la circunsferencia ó hallar su desarrollo.—Trazar una tangente ó una circunsferencia por un punto dado fuera de ella.—Dado un punto fuera de la circunsferencia, trazar á esta dos tangentes.—Trazar un arco de círculo sujeto á pasar por tres puntos dados ó medio de encontrar el centro de un arco de círculo.—Hallar el centro de una circunsferencia, ó trazar ésta, sujeta á pasar por tres puntos dados.

Lámina séptima

Operaciones en la circunsferencia

Fig.ª 1.ª Rectificar la circunsferencia ó hallar su desarrollo. Figura 1.ª

Para esto, trazada que sea la circunsferencia, se traza el diàmetro A. C. perpendicular en la forma que se manifiesta en la figura. Se traza por su estremo C. una tangente indifinida, y sobre ésta se pone tres veces el rádio en la forma que se manifiesta, y la distancia A. R. será la mitad de la circunsferencia, y el doble de esto serà su desarrollo ó la circunsferencia total.

Fig.ª 2.ª Trazar una tangente á una circunsferencia, por un punto dado A. fuera de ella. Figura 2.ª

Para esto se prolonga el rádio de la circunsferencia, hàcia el punto dado A., y levantando una perpendicular en el punto A. tendremos la tangente pedida.

Fig.ª 3.ª Dado un punto fuera de la circunsferencia, trazar á esta dos tangentes: sea por ejemplo A. (figura 3.ª) el punto dado. Unase éste con el centro B. de la circunsferencia por una recta, y se dividirà ésta en dos partes iguales, que será en C.; desde este punto se describirá la curva J. B. D., y los puntos donde esta curva corte à la circunsferencia, seràn los puntos de tangencia, que, unidos con A., nos darán las dos tangentes pedidas.

Fig.ª 4.ª Trazar un arco de círculo sujeto á pasar por tres puntos dados, ó medio de encontrar el centro de un arco de círculo.

Se unen los puntos dados por rectas; se dividen éstas en dos partes iguales por construccion, y el punto donde éstas rectas se encuentran, será el centro de la curva.

Fig.ª 5.ª Hallar el centro de una circunsfenrencia ó trazar ésta, sujeta á pasar por tres puntos dados. Figura 5.ª

Este procedimiento es análogo al anterior y por consiguiente basta con la inspección de la figura 5.ª

CAPÍTULO SESTO

Contiene: Pentágono.—Exágono.—Eptágono.—Octágono.—Eneágono.

Lámina octava

Polígonos regulares inscritos en la circunsferencia

Fig.ª 1.ª En esta lámina, poco tenemos que manifestar, más que dar à conocer los nombres con que se distinguen los polígonos regulares, desde el pentágono al eneágono ó polígono de nueve lados; pues desde diez lados que se denomina decágono en adelante, ya no tienen nombres distintivos mas que polígonos de diez, once ó de los lados que sean.

Estos polìgonos se cuidarán de trazarlos con mucha precisión, para que sus lados resulten muy exactamente iguales, picando siempre con las puntas del compás sobre la circunsferencia, en la que van inscritos para marcar sus divisiones.

Para verificar las divisiones, facilitará mucho, y es como debe ejecutarse, hacer uso de lo manifestado en la lámina 6.ª de esta segunda parte.

En la figura última de esta lámina, presentamos un modelo de lo que llamamos figuras inscritas y figuras circunscritas.

En ella, vemos que el pentágono A. es circunscrito á la circunsferencia, y la circunsferencia es inscrita en el pentágono.

Y el pentágono B., es inscrito en la circunsferencia; y la circunsferencia es circunscrita al pentágono.

CAPÍTULO SÉPTIMO

Lámina novena

Igualdad, Semejanza y Simetria

Igualdad, es la proporción de todas las partes que componen un todo.

Es también la conformidad de una cosa con otra, en naturaleza, cantidad y forma.

De modo, que en las figuras geométricas, la conformidad consistirá en que dos ó mas figuras, tengan la misma forma y los mismos ángulos igualmente dispuestos de modo tal, que superpuestos coincidan en todos sus puntos.

Fig.ª 1.ª Esto sucede en los exágonos que manifestamos en la figura 1.ª de esta lámina, para ejemplo de igualdad, los cuales son á la vez semejantes, porque están semejantemente colocados ó dispuestos. Figura 1.ª

Fig.ª 2.ª Se llaman figuras semejantes, las que tienen diferentes magnitud, pero la misma figura, como sucede en los cuadrados que presentamos en esta lámina para ejemplo. Figura 2.ª

Fig. 3.ª Modelo de figuras simétricas. Figura 3.ª

Simetria es, la proporción de unas partes con otras y de ellas con el todo.

Así pues, Simetria en las figuras geométricas, es cuando se verifica que están construidas con semejanza, una encima y otra debajo de una base, ó una á un lado y otra á otro de un eje de simetria.

Fig. 3.ª Por esto los pentágonos que se presentan en esta figura 3.ª, como ejemplo, están construidos con semejanza, uno á un lado y otro al otro del eje de simetria A. B., y distando uno y otro pentàgono, igualmente todas sus partes de la linea base C. D., por ello y cumplir con las condiciones de la simetria en todas sus partes componentes, son estos dos pentágonos simétricos como lo seràn todas las figuras que cumplan estas condiciones.

CAPÍTULO OCTAVO

Contiene: Arco rebajado.—Arco ojival ó apuntado.—Arco de medio punto.—Arco semielíptico.—Arco escarzano.—Arco de herradura.—Arco descendente ó de arranques desiguales.

Lámina décima

Arcos

Fig.ª 1.ª Arco rebajado. Figura 1.ª

Este arco (figura 1.ª) se trazará dada su altura A. B. y un largo C. D. se pondrá á la altura A. B. sobre B. C. que llegará á F, y el residuo que quede de F. á C., se pondrá desde A. hacia C. y llegarà á F. prima; el recto se dividirá en dos partes iguales por medio de una perpendicular, y el punto donde se corten estos dos, será el centro del arco en su mayor parte, y lo restante en los puntos donde corte à la cuerda C. D.

Fig. 2.ª Arco aperaltado: Dada la abertura A. B. y su montea ó altura C. D. trazar su curva. Figura 2.ª

Para esto, se toma la distancia C.A. y se pone sobre la cuerda A. D. y donde corte á la cuerda, que será en G., se levanta una perpendicular, y al otro lado se hace la misma operación; el punto donde corten estas perpendiculares à la recta C. D. será el centro de la cuerda Y. J.: Desde B. se trazarà la A. Y., y desde A. se trazará la curva B. J. quedando trazado el arco.

Fig.ª 3.ª Trazar un arco ojival ó apuntado dada la altura y ancho; se dividirà el ancho en cuatro partes, se sacará una hácia los extremos, que serán los C. C'. y desde estos puntos se trazaràn las curvas que nos daràn la montea del arco.

Arco de medio punto ó románico.

De este nada tenemos que decir; pues que su trazado se reduce á trazar una semicircunsferencia.

Arco semielìptico. Este puede trazarse cuando sepamos el trazado de la elipse, que ya daremos á conocer.

De los otros dos ejemplos de arcos apuntadòs que damos à conocer en esta lámina(figuras 4.ª y 5.ª) nada tenemos que decir, por que ya se deja comprender su trazado con la vista de estas figuras.

Estos arcos apuntados, son muy usados en las construcciones de estilo ojival ó gótico.

Fig.ª 6.ª Arco escarzano. Se denomina aquella curva circular que no llega á valer 180° como el de la figura 6.ª el de la 7.ª y el de la 8.ª, cuyos trazados quedan expresados, pudiendo ser mas ó menos elevados, ó de mas ó menos montea siempre que no lleguen à 180.°

Fig.ª 9.ª Arco de herradura. Es una curva simétrica y compuesta de varios árcos de círculo, como la figura 9.ª cuyo trazado se manifiesta en la figura con lineas de puntos, que está reducido á dividir su altura en cuatro partes, hacer pasar por estas, circunsferencias de círculo, y los puntos C. y D. nos determinaràn las curvas g. f. g. que uniendo con parte de las circunsferencias anteriores, nos dará la forma del arco de herradura que buscamos.

Fig. 10.ª Esta figura, representa otro modelo de arco de herradura construido mas sencillamente como puede verse en la figura. Fig. 10.ª

Estos, arcos son característicos en las contrucciones de estilo árabe ó mudejar.

CAPÍTULO NOVENO

Contiene: Ovalo.—Elipse.—Curva en forma de huevo.—Espiral.—Arcos de tres centros.—Arcos de cinco centros.—Arco de once centros.—Hipérbola.—Parábola.—Ciclóide.—Voluta.

Lámina once

Curvas

Fig. 1.ª Arco descendente ó de arranque desiguales.

Estos arcos se trazarán en la forma que se manifiestan en la lámina, se les dará la inclinación que se quiera, tenga la línea A. B. dentro de las perpendiculares levantadas en los puntos a'. y b'. y después se efectuarán las operaciones indicadas en la figura, teniendo presente, que en cuantas más partes se divida el diámetro á'. b'. mas puntos tendremos para trazar el arco descendente A. B. que será trazado á pulso su curva.

Figs.ª 2.ª y 3.ª Óvalo, es una curva cerrada, simétrica en dos sentidos, y compuesta de cuatro ó más arcos de círculo, trazados de en dos en dos con radios diferentes, tales como los de las figuras 2.ª y 3 ª de ésta lámina, cuyos trazados se dejan comprender con la inspección de ésta figura.

Ejes del óvalo, son las rectas perpendiculares entre si, que determina su largo y ancho.

Fig.ª 4.ª Elipse, es una curva cerrada, simétrica en dos sentidos como el óvalo, y tal que la distancia de uno cualquiera de sus puntos á otros dos llamados focos, es siempre igual al eje mayor.

Los focos están situados sobre el eje mayor, determinados en la figura 4.ª con las letras d'. El eje mayor es A. B. y el menor es C. D., y el semi-eje ó mitad del eje, es la distancia o. c.

Su trazado es el siguiente: muy conveniente y útil en las artes, por lo cual es recomendable se tenga presente.

Dado el eje mayor y menor de un elipse, trazarla. Fig.ª 4.ª

Fig.ª 4.ª Se toma la distancia o. c., ó sea un semi-eje, y se pone desde A. á o., y tendremos que será A. c., el resto hasta o., se divide en tres partes, y una de éstas se le resta á la distancia A. c'. que vendrá á ser el punto d. el que con el d'. constituirán los puntos que llamamos focos de la elipse, desde los que partirán las operaciones que se manifiestan en la figura 4.ª, y por ello nos abstenemos de consignarlas.

También se llama à este trazado, trazar un elipse sujeta á pasar por tres puntos dados. Fig.ª 4.ª

Fig.ª 5.ª Trazar un arco semi-elíptico, al que algunos llaman en forma de asa de cesta. Fig.ª 5.ª

Su trazado es análogo al de la figura anterior, en la forma siguiente: Dése la altura que se quiera, y con el largo ó eje mayor, se describirá una semi-circunsferencia, y lo que quede hasta la altura ó montea de la elipse, se dividirá en tres partes y cuatro de éstas, se pondrán desde o hácia B. que será la distancia o. c. marcada en la figura 5.ª y será la que nos determinarán los focos c. y c'. Lo demàs se expresa bién en la figura 5.ª

Figs.ª 6.ª y 7.ª Trazar la curva llamada en forma de huevo. Figuras 6.ª y 7.ª

Damos dos métodos para su trazado, los que deben ejecutarse de modo que formen sus lineas continuidad y limpieza; lo que se conseguirá ùnicamente con la práctica continuada de estas curvas y las anteriormente descritas, que todas ellas necesitan de la continuidad en sus lineas, de modo tal, que no se conozcan las uniones de los diferentes arcos de que se componen.

Làmina doce

Rectificación de la elipse y espiral

Fig.ª 1.ª Averiguar el eje mayor, el eje menor, y los focos de un elipse; ó rectificar un elipse que se nos da construida. Figura 1.ª

Operación: En la elipse que se nos dá, trazaremos dos paralelas oblicuas albitrariamente, que serán las D. E. G. H.; hallemos los puntos medios de estas oblicuas, y por ellos que serán los Y. J., hàgase pasar una recta R. L.: En el centro de ésta recta ó sea en su punto medio O., tràcese una circunsferencia que corte al elipse en cuatro puntos, y entre los puntos S. T. de intesección de la circunsferencia de la elipse, trácese la recta S. T.: Hállese la mitad ó punto medio de esta recta, que será X. y desde éste punto al O., que sirvió de centro à la circunsferencia, trácese la recta O. y X. y ésta linea será el eje mayor de la elipse.

En el centro de ésta recta que será el punto O., que sirvió para trazar la circunsferencia, se levantará una perpendicular á la recta O'. X'. que serà la A. B. y tendremos con ella el eje menor.

Los focos se hallarán como ya sabemos por la lámina anterior. Figura 4.ª lámina 11.

Fig.ª 2.ª Construir la linea espiral. Figura 2.ª

Espiral llamamos á una curva de continuidad.

Construcción: Constrùyase la semi-circunsferencia A. B., y después haciendo centro en a, trácese la semi-circunsferencia

B. A'; después haciendo centro en O.. trácese la curva A'. y B'. y así se continuarán las vueltas ó curvas que se les quieran dar, procurando unan perfectamente las curvas unas con otras, pues que á esto tiende mayormente este ejercicio.

Esta puede trazarse en las varias direcciones que damos á manifestar en la lámina 12, de la que solo trazaremos la señalada con la letra X., que trazada con limpieza pueden trazarse las demàs en igual forma.

Lámina trece

Arcos de tres centros y de cinco centros

Fig.ª 1.ª Conocido el diámetro que será A. B., trazar una curva ó arco de tres centros. Figura 1.ª

Para esto, el diámetro A. B., se dividirá en cuatro partes iguales; en el centro número 2, se traza una perpendicular indefinida hácia arriba y hácia abajo: Después haciendo centro en el número 1 y en el número 3 divisiones de la recta A. B., se trazan los arcos B. C. y A. D. cortàndolos con la misma distancia A 1 y uniendo estos puntos de intesección D. con 1 y C. con 3 por rectas; estas nos determinarán el punto O., centro de la curva D. C. con cuatro que quedará formado el arco de tres centros.

Repitiendo esta operación á la parte superior del arco, podrá obstenerse al desearlo, un òvalo.

Fig.ª 2.ª Dado el eje mayor A. B., trazar ó describir el arco de cinco centros. Figura 2.ª

Operación. Sea A. B. el eje mayor el que se nos dá: Se divide éste en seis partes, y por su mitad se traza una recta como la de la figura anterior.

En la perpendicular del centro, se pondràn tres partes iguales á las que nos resulten en el eje mayor, y la parte y media de ésta, trazaremos las rectas 1, 2, 5; después trazaremos desde el 3 al 4 una recta, y estas nos determinarán los centros de la curva pedida en los puntos 1, 2, 3, 4 y 5, como se manifiesta en la figura 2.ª

También pudiera trazarse un óvalo con ésta curva, repitiendo la operación al lado inverso.

Lámina catorce

Trazado del arco de once centros

Fig.ª 1.ª y única. Dado el eje ó diámetro mayor, trazar un arco de once centros.

Esta es una figura análoga á las de la lámina anterior, pero algo mas complicadas por las más uniones de curva que tiene, y mayor número de divisiones en su diámetro, el cual debe distribuirse con suma precisión, como todo su trazado, para que resulte la curva bien unida y sin nudos, como se manifiesta en la lámina.

Operación. Se comenzará por dividir el diámetro A. B. por la mitad, y esta mitad se dividirá en el número de partes que marca la figura, que son 20. La distancia A. B. se bajará á la linea del centro, y después se procederà como se manifiesta en la figura.

Lámina quince

Elipse, sus lineas, hipérbolas y parábola

En ésta làmina, se dan á conocer las denominaciones que reciben las diferentes partes de que se componen las curvas de segundo órden, la elipse, la parábola y la hipérbola.

Fig.ª 2.ª La definición de la elipse (figura 1.ª) ya la conocemos; (Lámina 11) ahora daremos la de la hipérbola (figura 2.ª) de ésta lámina, diciendo:es una curva abierta en todos sentidos, y que tiene la propiedad de que la diferencia de las rectas tiradas desde uno de sus puntos à otros dos situados en uno de sus diámetros, vale tanto como dicho diámetro.

La paràbola, es una curva abierta en un solo sentido y cuyos puntos equidistan de una recta y otro punto fijo.

La construcción de èstas figuras se dará á conocer en las dos láminas siguientes, 16 y 17, pues éstas láminas solo tienen por objeto dar à conocer su figura y linea que en ellas consideramos.

Ya hemos dicho (làmina 11) que la elipse es una curva cerrada simétrica en dos sentidos, ó como el óvalo y tal que la distancia de uno cualquiera de sus puntos à otros dos, es siempre igual al eje mayor.

Para determinar los focos, ya sabemos el procedimiento que consiste en poner el semi-eje menor, sobre el semi-eje mayor, desde una estremidad hacia el centro; se divide lo que reste hasta el centro en tres partes iguales; una de éstas partes se le quita la longitud del semi-eje, y esto nos determinará el foco á uno y otro lado de la elipse.

De las demás figuras de ésta làmina, nada tenemos que decir, puesto que en ella se manifiestan las denominaciones de las partes de las figuras que en ellas se representan, y sus trazados los daremos en las láminas ya expresadas, puesto que ésta no se ha de construir.

Ahora vamos á definir las diferentes partes de la elipse. Figura 1.ª

Focos, son los puntos que nos sirven para determinar las curvas de los estremos de la elipse.

Eje mayor, es la longitud total que ha de tener la elipse.

Eje menor, es el ancho que tratamos de darle al elipse.

Distancia focal, es la distancia que media entre uno y otro foco.

Segmento, son las distancias que median desde los focos á los estremos.

Escentricidad, es la distancia que media de los focos al centro de la elipse.

Radio vector, es la distancia de los focos à cualquiera de los puntos de curva que une con los segmentos de los estremos.

Lámina diez y seis

Trazado de la elipse por puntos

Fig.ª 1.ª Dados los ejes de una elipse, trazarla por puntos, ó sea por intesecciones. Figura 1.ª

Operación. Sean los ejes A. B. el mayor y C. D. el menor; tomaremos la distancia del centro hasta A. y con ella y haciendo centro en c. cortaremos el eje mayor en los puntos E. F.; cuyos puntos determinados serán los focos.

Para hallar un punto de la curva, tomaremos por radio una distancia cualquiera sobre el eje mayor, tal como a.2 y poniéndose sobre el foco E. con la distancia A. 2 trazaremos el arco A. 2, que cortado con la distancia 2 B. desde el foco F., nos darán un punto de la curva G., y lo mismo que hemos obtenido este punto de intesección, obtendremos cuantos queramos para mayor exactitud de la curva.

La curva H. se obtiene describiendo un arco desde el punto 2 con la distancia 2. B. que cortaremos con la distancia 1 B., puesta desde el foco F. y así contînuaremos en todos los puntos que queramos determinar, como se manifiesta en la figura, en la cual se indica las distancias tomadas para cada punto.

Fig.ª 2.ª Otro método. Este otro método, ó procedimiento figura 2.ª, no es de tanta utilidad como el anterior en las prácticas de las artes, y la inspección del dibujo, es lo bastante para dar à conocer su procedimiento.

Sin embargo, conviene su trazado gràfico, porque se acostumbra el dibujante á la división exacta de la circunsferencia, y á la exactitud de fijar puntos de intersección, para hacer pasar por ellos una curva que será trazada à pulso, con lo que se acostumbrará el dicìpulo à sujetar la pulsación en las curvas por sentimientos, que luego debe trazar; siendo de advertir que en cuantos màs puntos dividamos la circunsferencia, màs puntos obtendremos para el trazado de la elipse por este método.

Lámina diez y siete

Hipérbola

Hipérbola, ya hemos dicho (lámina 15), es una curva abierta en todos sentidos, y que tiene la propiedad de que la diferencia de las rectas tiradas de uno de sus puntos á otros dos situados en uno de sus diámetros, vale tanto como dicho diámetro.

Fig.ª 1.ª Dados los ejes de una hipèrbola, determinarla por puntos. Figura 1.ª

Para esto determinaremos primero los ejes á nuestra voluntad, que es á lo que se llama darnos los ejes; después pasaremos à determinar los puntos que han de formar esta curva, en la forma siguiente: Para hallar los puntos de ésta curva, trazaremos los ejes horizontal y vertical, formando el triángulo, A.'B. A. y después, trazaremos los focos F. F.' para sobre ellos operar en la forma siguiente:

Prolongaremos el eje horizontal hacia el lado que queramos, sea por ejemplo hacia el izquierdo, y lo dividiremos en un número cualquiera de partes, por ejemplo en cinco, tomaremos desde A.' à uno de la distancia que resulte y la pondremos à uno y otro lado desde F'. y al otro lado harémos igual operación, sobre el foco F.: Despuès cortaremos estos arcos con la distancia A. 1, puesta sobre F. G. é inversamente; y así procederemos en todos los demás puntos 2, 3, 4, etc. ò los que fuesen como se indica en la figura 1.ª de esta lámina.

Fig.ª 2.ª Trazar por puntos, la espiral llamada de arquímedes. Figura 2.ª

Esta figura basta su inspección para verificar su trazado; sin embargo, diremos que el ojo ó centro O., lo trazaremos á voluntad, segun queramos sea en magnítud, y después dividíremos la circunsferencia C. en doce partes, y lo que quede, desde el ojo à la circunsferencia C., en once partes, desde cuyos puntos se trazarán las circunsferencias concéntricas que se ven en la figura, las cuales determinaràn los puntos de la curva espiral D. que se busca. Fig. 2.ª

Fig.ª 3.ª Para trazar la espiral llamada evolvente, basta trazar el punto de origen ó sea su ojo, y seguir el trazado en la forma que se manifiesta en la figura.

Lámina diez y ocho

Parábola

Fig.ª 1.ª Parábola, es una curva abierta, y simétrica en un sentido, cuyos puntos distan lo mismo del foco, que de la directriz: La recta paralela al eje toma el nombre de diàmetro.

TRAZADO. Su trazado se verifica dividiendo la altura que queramos tenga esta curva, con un número de partes cualquiera; y en el mismo número de partes que dividamos la altura, dividiremes también desde el centro D. al punto F., y haciendo pasar oblicuàs por los puntos de división 1, 2 y 3, estas líneas con las perpendiculares levantadas en las divisiones de D. á F. nos determinarán los puntos de la parábola.

CICLÓIDE. Ciclóide, es una curva formada por la revolución de un punto de la circunferencia, que gira sobre una recta, cuyo trazado se manifiesta en la lámina. Fig.ª 2.ª

Fig.ª 3.ª Construir un círculo por intesecciones de rectas, conociendo su rádio A. G.

CONSTRUCCIÓN. Para esto se construye el cuadrado, el ràdio que se nos dé, el cual será la cuarta parte.

Formado el cuadrado, lo dividiremos en un número de partes cualquiera, en la forma que se manifiesta en la figura, que lo es en 16 á un lado y á otro; teniendo presente que en cuantas más partes se dividan, màs puntos obtendremos para por ellos hacer pasar, à pulso, el círculo, que quedará formado por puntos de intesección de unas lineas con otras, como se manifiesta en la figura, en la cual no damos trazado más que un cuadrante, debiendo trazarse el círculo entero.

Las mismas partes en que se divida la vertical G., será dividida la linea horizontal B.; y la misma operación que se manifiesta en el cuadrante de círculo que se vé en la figura 3.ª lo mismo verificaremos en los demás cuadrantes para formar el círculo.

Fig.ª 4.ª Dados los ejes de un elipse, construirla por intesecciones de rectas.

TRAZADO. La construcción de ésta figura 4.ª es en la misma forma que el anterior, como puede observarse por la figura.

Las divisiones en una y otra, deben verificarse con suma exactitud y limpieza, pues que de esto depende la buena formación de la curva que se busca.

Lámina diez y nueve

En ésta làmina, damos á conocer la curva llamada voluta y un trazado muy necesario en arquitectura; pues que forma parte de los capiteles en las columnas.

Voluta, se llama una curva que forma parte principal decorativa de los capiteles, en las columnas fónicas, corintias y compuestas; y por consiguiente necesario es, saber su trazado.

TRAZADO. Señalado el eje de la voluta, hágase para el ojo de ésta, un círculo, en el cual se inscribirá un cuadrado, y se dividirà éste en la forma que se demuestra en la lámina 19.

Después desde el punto 1 trácese la linea 1 A. y las lineas 1, 2, B., 2, 3, C., 3, 4, D., 4, 5, E., 5, 6, F., 6, 7, G., 7, 8, H., 8, 9, Y., 9, 10, J., 10, 11, L., y 11, 12, M.

Después, desde el punto 1, y con la abertura 1 a. que se dió para la parte interior, tràcese el cuarto de círculo A. B., desde el punto 2, trácese el cuarto de círculo B. C.; y así se proseguirá desde los puntos 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12.

Trácense los otros cuartos de círculo, C. D. D'. E. E'. F., etc. y quedará trazado el contorno exterior de la voluta.

Para trazar el segundo, se dividirán las distancias 1. 5. 2.—6. 3. 7.—4. 8. 5. 9. 6.—10. etc. en cuatro partes iguales cada una, y desde los puntos 13—14—15—16, trácese los otros cuartos de círculo, correspondientes à los primeros; es decir que la porción de círculo trazada desde el punto 13, ha de estar comprendida entre las líneas que abrazan el cuarto de círculo trazado desde el punto 1, y lo mismo de los demàs.

A Jonio, caudillo de una colonia ateniense que se envió al Asia, se debe el invento de esta curva que forma una moldura ó adorno, así como el capitel jónico, del cual forma la parte mas interesante y decorativa esta curva.

CAPÍTULO DÉCIMO

Lámina veinte

Areas ó superficies de las figuras planas

Terminadas con la formación de la Voluta, la construcción de las principales figuras geométricas que es de lo que hemos tratado en ésta 2.ª parte, bamos à pasar á estudiar la 3.ª parte, en la cual ya consideraremos las figuras corpóreas, ó sea con las tres dimensiones de longitud, latitud y profundidad ó grueso, que es à lo que llamamos, cuerpo, sólido, ó volumen, del que ya trataremos en la 4.ª parte; pero antes bamos á dar ha conocer las superficies de las figuras planas de que hemos tratado en ésta 2.ª parte, con lo que la terminaremos.

PÁRRAFO ÚNICO

Superficies de las figuras planas

Por mas que este asunto pertenece á la geometria plana, de la que deben estar enterados los que se dedican al dibujo, sin embargo bamos á consignar en este tratado, el procedimiento práctico para hallar las superficies de las figuras planas, para los que desconozcan dicha ciencia.

Se llama superficie, la estensión en solo longitud y latitud.

Para hallar las superficies, necesitamos de algunos datos que bamos à dar á conocer para que nos sirvan de vase en las operaciones que hemos de consignar.

Razón de la circunsferencia al diámetro

La hallada por Arquímides es $\frac{22}{7}$

La de Pedro Mecio es $\frac{355}{113}$

La mas empleada por ser calculada con màs exactitud (hasta 155 cifras decimales) lo es pí=3‘1415926535.....

1.° Hallar la longitud de la circunsferencia, conociendo el rádio que tiene seis metros, por ejemplo.

Se tendrá la fórmula siguiente:

$$C=2\,\text{pí}\,r=2\times3‘14159\times6=37‘69$$

908 metros de longitud tendrá la circunsferencia.

2.° Hallar el ràdio conocida la circunsferencia.

¿Si una circunsferencia tiene 516 metros de longitud por ejemplo, cual será su rádio?

Tendremos la fórmula siguiente:

El rádio será $r=\frac{c}{2\,\text{pí}}=\frac{516}{6{,}28318}=82‘12$ metros.

3.° Conocido el rádio, hallar la longitud del arco.

El arco tiene 20.° grados por ejemplo, y el rádio tiene 10 metros, ¿cual será la longitud del arco?

La fórmula será:

$$C=2\times3‘14159\times10=62‘8318 \text{ metros.}$$

Con estos antecedentes bamos à pasar à determinar las

Areas ó superficies.

1.° Area del círculo, es igual á la circunsferencia multiplicada por la mitad del ràdio.

De modo, que llamando C á la circunsferencia, r al rádio y A al área del círculo, tendremos la fórmula $A=\frac{C\ r}{2}$ pero como hemos visto que el C=2 pí r., tendremos que será $A=\frac{2\ \text{pí}\ r.\times r.}{2}=\text{pí}\ r^{2.}$

De otro modo;

Area del círculo, es igual á la mitad del producto del ràdio por la circunsferencia.

Luego llamando C à la circunsferencia, r al rádio y A al arco del círculo, se tendrá la fòrmula $A=\frac{1}{2}$ r. c.

Sustituyendo en esta fórmula en vez de C su valor 2 pí r. se tendrá $A=\frac{1}{2}\ r\times 2.\ \text{pí}\ r=\text{pí}\ r^2$ ó $A=\text{pí}\ r^2$

Luego el àrea del círculo es igual al producto de la razón de la circunsferencia al diàmetro por el cuadrado del rádio.

Así pues, el àrea de un círculo, cuyo rádio sea de 10 varas, serà.

$$A=3'14159\times 10^2=314{,}159 \text{ varas.}$$

Lámina veinte

El àrea del sector circular a. B. c. (figura 1.ª) es igual al área que le sirve de base, multiplicado por la mitad del rádio.

El área de un segmento de círculo (figura 2.ª) A. B. C., es igual á la del sector A. O. C. B., menos la del triángulo A. O. C.: la de un segmento A. D.C. de una base también, pero mayor que el semi-cìrculo, es igual á la del sector A. d. c. o., mas la del triángulo A. O. C. y la del segmento A. C. N. M. de dos bases, es igual á la diferencia de los arcos de los segmentos M. B. N. y A. B. C. de una base.

El área de una corona ó anillo, es igual à la del círculo de mayor rádio, menos la del círculo de menor rádio.

El área de un rectángulo. (figura 3.ª) es el producto de su base por su altura, ó sea su largo por su ancho.

De modo, que si un rectángulo tuviese por base 41 metros y por altura 22, llamando R. su área, se tendrá:

$$R=41\times22=902 \text{ metros cuadrados.}$$

El área de un cuadrado, (figura 4.ª) es igual á la segunda potencia de su lado.

Por que el cuadrado, es un rectángulo en que la base y altura son iguales.

Así pues, el área de un cuadrado cuyos lados son 6 varas y dos pies, llamando C á dicha àrea y reduciendo el complejo à incomplejo, resultará la fórmula siguiente: $C=20^2$ que verificada esta operación nos dará una igualdad de 400 pies cuadrados ó superficiales.

El área de un paralelógramo cualquiera, (figura 5.ª) es igual al producto de su base por su altura.

Por que el paralelógramo es equivalente á un rectángulo de igual base y altura, luego la del paralelógramo serà igual también al producto de su base por la altura.

Así pues; para hallar el área del paralelógramo A. C. se mide su base A. d. que supongamos tiene 6 metros: se traza su altura B. E. que también se mide, y supongamos que tiene 8 metros: y llamando P al área que buscamos, se tendrá

$$P=6\times8=48 \text{ metros cuadrados.}$$

El àrea de un triángulo, es igual à la mitad del producto de su base por su altura.

Por que el triángulo, es la mitad de un paralelógramo de igual base y altura: el área del paralelógramo es igual como hemos visto, al producto de su base por su altura; luego la del triángulo será igual à la mital del producto de la base por la altura.

De modo que para hallar el área del triángulo A. B. C. (figura 6.ª) se mide su base A. C.: se traza la altura B. d. que se mide también, y suponiendo que la primera de èstas lineas tenga 10 metros, y la segunda 7, llamando T al àrea que se busca, tendremos.

$$T=\frac{10\times7}{2}=35 \text{ metros cuadrados.}$$

El àrea de un trapecio A. B. C. D. (figura 7.ª) es igual al producto de su altura por la semi-suma de las bases.

Trazando la diagonal B. D., el trapecio queda dividido en dos triángulos, cuyas bases pueden ser las A. d. y B. c. del trapecio, y cuyas alturas son en tal caso B. B'=d. d' que es la misma del trapecio.

Así es que el área de A. B. d. es $\frac{1}{2}$A. d.×B. B'; la de B. d. c. es $\frac{1}{2}$B. C.×d. d'. luego la del triángulo será:

$$\frac{1}{2}\text{A. d.}\times\text{B. B.'}+\text{B. c.}\times\text{d. d.}$$

$$=\text{B. B'}\times\frac{1}{2}(\text{A. d.}+\text{B. C.}$$

El área de un polígono regular, es igual à la mitad del pro ducto de la apotema por el perímetro.

Se llama apotema la perpendicular M. trazada sobre uno de sus lados B. A. al centro del polígono.

Así pues; sea el polígono A. B. c. d. E. figura 8.ª: Trazando los rádios A. O., B. O., C. O. etc. del polígono, este quedarà dividido en tantos triángulos A. O. B.: B. O. C. etc. iguales entre si como todos tiene: el àrea de uno de los triángulos A. O. B. es $\frac{1}{2}$M. O. que es la apotema ×5. A. B., ó llamando P. el àrea del polígono y a. á la apotema, P. p. al perimetro, tendremos la formula siguiente:

$$\text{pí}=\frac{1}{2}\text{a. pí}$$

Asi para hallar el àrea de un exágono regular, cuyo lado tiene 4 metros, será p=6×4=24 y a=$\frac{1}{2}\sqrt{4\times16-16}$=3'16 metros cuadrados de donde =pí$\frac{1}{2}$×3'16×24=41'52 metros cuadrados.

Para determinar el àrea de una figura plana cualquiera (figura 9.ª) se divide exacta ó aproximadamente en otras, cuyas áreas se saben hallar por los procedimientos anteriormente dicho; se suman éstas, y la suma de todas ellas, serà exactamente el área pedida.

Así para hallar el àrea de la fig.ª 10.ª A. B. c. d. E. F. G. H.

se puede dividir en el triángulo M., los trapecios N. O. P. y el semi-círculo R.: y los arcos de M+N+O+P+R formarán el área total pedida.

Sí la figura no fuese rectilinea ò compuesta de arcos de círculo como la A. B. C. D. (figura 10.ª) se dividirà en otras que supondremos rectilineas, por ejemplo, el trapecio M., los triángulos P. R. N. y el rectángulo Q.: y la suma de las áreas de estas figuras, seria aproximadamente el área de la figura ó polígono propuesto.

Terminada esta segunda parte con los métodos para hallar las áreas de las figuras planas, pasamos á continuar los ejercicios de delineación que será el objeto de la 3.ª parte de este tratado.