63ª . . . . 71ª15!

de Rosse

FRANCISCI VIETÆ
OPERA
MATHEMATICA,

In unum Volumen congesta,
ac recognita,

Operâ atque studio

FRANCISCI à SCHOOTEN Leydensis,
Matheseos Professoris.

LVGDVNI BATAVORVM,
Ex Officinâ Bonaventuræ & Abrahami Elzeviriorum.
CIƆ IƆ C XLVI.

Clarissimo, Doctissimoque Viro

D. IACOBO GOLIO,

Mathematum, Linguarumque Orientalium in illustri Academiâ Lugduno-Batavâ Professori,

FRANCISCVS à SCHOOTEN,
S. P. D.

INter eos, qui liberalium artium culturâ (Vir Clarissime) cæteros antecelluerunt mortales, atque præclaris monumentis suis apud posteros gloriam sibi paraverunt immortalem, minimè postremis annumerandus est Vir insignis FRANCISCVS VIETA FONTENÆENSIS, Analyseos Speciosæ autor primus. Quantum enim ex hoc aliisque inventis ipsius colligere liceat fructum, vel inde patet: quod ab eo usque tempore, quo viri eruditi ejus Analysi incubuerunt, Scientia hæc amplissimum incrementum ceperit, ac Mathesis tanquam sepulta è tenebris lucidum caput extulerit. Quocirca cùm iteratam operum ipsius editionem studiosi Matheseos omnes meritò desiderarent, quippe quorum exemplaria jam dudum distracta essent, Tu inprimis Vir Clarissime, laudabili eorum desiderio atque studiis hisce consultum volens, hortatu tuo Typographos instigasti, ut ea simul omnia denuò vulgarent. Verumtamen optandum hoc præterea fuisset, ut tuis quoque lucubrationibus ac notis locupletiora in lucem prodire potuissent: præsertim cum in his finibus nostris, quantùm quidem mihi constat, nullus reperiatur, cui Sparta hæc justiùs committi queat. Neque enim me Tibi adulari decet, ut quicquam affirmem, quod non sim expertus: quandoquidem ante aliquot annos doctissimis lectionibus tuis publicis, quas quidem frequentabam, Autorem hunc quàm planissimè explicuisti. Sed cum hoc tempore, quo novam istorum operum editionem Typographi accelerarent, ſub ipſorum prælo, Tute proprium opus haberes, quod te multifariam occuparet, importunum atque adeò iniquum fuiſſet alieni operis curâ id ipſum interpellare. Cum verò & ego quam rogabar operam declinare maluiſſem, tenuitatis meæ conſcius, Tu animis mihi ſtimuliſque additis ſpem feciſti conatus hâc parte meos nec ingratos fore, minimèque futurum ut laboris ac operæ impendendæ me unquam pœniteret. Quare amici tui animi hortationi atque conſilio morem gerens, ſine ulteriore ſcrupulo aut morâ me ad opus accinxi. In quo quidem hoc mihi propoſitum fuit, ut Autor, per ſe omni ſtudio dignus, genuinâ formâ, quâ ſe impertire omnibus voluit, de novo in publicum prodiret. Quapropter quæ per alienam incuriam, aut præter Autoris mentem atque inſtitutum (quemadmodum in ejuſmodi rebus facilè contingit) irrepſiſſe viſa ſunt, ut religiosè reſtituerentur, Zetetica aliaque quæ hoc ipſum requirere judicabam, ad novum Artis ejuſdem examen revocavi. Quorum quidem omnium, quæ à me præſtita ſint, quæve præcedens editio ab hâc noſtrâ diverſa habeat, elenchum operi ſubjungere conſentaneum duxi: ut de iis quilibet judicium ferre atque editionem utramque inter ſe comparare poſſit, nec minùs veteri ac novâ pro arbitrio ſuo uti. Nominatim autem tuæ, Vir Præſtantiſſime, hoc quidquid eſt, cenſuræ lubens expono: & cum me ſtudiaque mea ſingulari benevolentiâ nunquam non fueris proſequutus, Autorem hunc, quem, ut aliàs, ita & nunc novo nomine mihi commendaſti, hâc formâ productum, Tibi in grati amoris teſtimonium oblatum cupio & velut acceptum refero. Non dubitans, quin me conatuſque hoſce qualeſcunque non modò ſolito favore excepturus ſis, verùm etiam ob eundem Autorem gratiores habiturus. Quod ſupereſt DEUM OPT. MAX. precor, ut Te rei literariæ decus, quàm diutiſſimè ſervet incolumem. Vale. Lugd. Batav. V. Kalend. Sextilis. Anni M. DC. XLVI.

ELZE-

ELZEVIRII AD LECTOREM.

Quum magni & præclari Viri Francisci Vietæ *opera Mathematica, simul in unum volumen congesta, (Benigne Lector) à Matheseos studiosis omnibus efflagitari videremus, quippe quæ singula non extarent ampliùs, ut ullo pretio emi potuerint: id nobis negotij credidimus dari, ut typis nostris justo desiderio vestro satisfieri posset. Quocirca cum figurarum modulos de novo exprimendos curassemus, propositum illud nostrum ante biennium programmate omnibus & singulis palàm fecimus, Matheseos ac Literaturæ amatores omnes rogantes, ut si quæ Autoris illius scripta nondum edita possiderent, sive ad finem perducta, sive adfecta, ea in commune bonum & ad gratam nominis sui memoriam suppeditare nobis dignarentur, exhibentes præterea quæ vel edita vel nondum edita ad manus nostras pervenissent. Hoc nimirum fine, ut auctiora unoque complexu in lucem denuo prodirent. Igitur cum editionem diutiùs, sine detrimento nostro, differre non possemus, conquisitis undique quæ huc spectarent, opus prædictum prælo tandem commisimus. In quo Lector monendus videtur, nos ope & curâ Clar. Virorum* P. Marini Mercenni & Jacobi Golii *non parùm fuisse adjutos, qui maximam partem eorum, quorum jam tibi copiam facimus, atque alia contulerunt: editionem verò ipsam operâ ac studio* Francisci à Schooten *quàm diligentissimè fuisse recognitam, qui animadversionibus porrò suis eam ditavit. Miraberis autem fortasse, Lector amice, quòd Canonem Mathematicum, & Harmonicum Cæleste fragmentumque eodem spectans non unà tibi demus; quæ quidem cum reliquis Autoris monumentis emittere animus erat: verùm id consultò à nobis factum; tum quòd Canonem illum ad cætera non necessariò pertinere deprehendimus; tum quòd ille (ut ipse Autor pag. 323. testatur) infeliciter editus sit: adeò ut numeri primùm omnes novo examine à mendis fuisent vindicandi. Quod autem ad Harmonicum Cæleste attinet, fragmentumque eodem spectans, ejus quidem exemplar olim nobis missum non ita integrum & accuratum videtur, ut aliud exemplar non* *debeat non magnopere desiderari. Quàmvis verò nuper humanitate D. ALEXANDRI HUMEI, Mathematum peritiâ non minùs quàm generis nobilitate atque omni virtute insignis, alterum subministratum fuerit, unâ cum ANDERSONI popularis sui Προχείρῳ ad triangulorum sphæricorum epilogismum: editionem tamen ejus differre aliquantisper visum fuit, donec & alia ejusdem VIETÆ ἀνέκδοτα, quæ hìc illìc asservari perhibentur, fuerimus consequuti. Quorum quidem copiam instituto nostro promovendo liberalitate suâ destinavit Vir pari laude eximius D. d'ESPAGNET, in Burdigalensi Parlamento Senator gravissimus; quod tum R. P. MERCENNI; tum aliorum præstantium virorum literis abundè confirmatum nobis fuit. Quapropter eundem & alios quoscunque, qui hìc aliquid conferre possunt, novâ obtestatione rogamus, ut ad opus VIETÆ posthumum pro dignitate adornandum favore nobis opitulari velint: cum ex volumine jam à nobis edito facilè cognoscant, nec institutum nostrum vanum esse, nec beneficia ipsorum publicæ laudis fructu caritura. His autem interim, Benigne Lector, fruere ac in usum tuum converte. Vale.*

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ
VITA
Ex Iac. Augusti Thuani Historiarum Libro CXXIX.

LUtetiæ Parisiorum anno climacterico suo ad Deum migravit An. 1603 FRANCISCUS VIETA Fontenaio in inferiore Pictonum provinciâ natus, vir ingeniosâ & profundâ meditatione, cujus vi nihil illi inaccessum in abstrusioribus scientiis, nihil quod acumine mentis posset confici, difficile confectu fuit. In Mathematicis præcipuè industriam, inter alias occupationes & negotia, à quibus capax & indefatigabile ejus ingenium nunquam vacavit, totâ vitâ exercuit, in quibus adeò excelluit, ut quicquid ab antiquis in eo genere inventum, & scriptis, quæ temporis injuriâ aut perierunt aut obsoluerunt, proditum memoratur, ipse adsiduâ cogitatione invenerit & renovarit, & multa ex suo ad illorum ingeniosa reperta addiderit. tam profundâ autem meditatione fuit, ut sæpiùs visus sit totum triduum continuum in cogitatione defixus ad mensam lucubratoriam sedere, sine cibo & somno, nisi quem cubito innixus, nec se loco movens ad refocillandam per intervalla naturam, capiebat. Scripta ejus rara, neque tamen pauca, quòd ea sumptu suo cudenda curaret, & exemplaria penes se retineret, quæ amicis, homo longè ab omni avaritiâ positus, & harum rerum peritis liberaliter distribuebat. Multa & adfecta reliquit, quibus præclaras has artes, repetitâ veterum memoriâ, summo studio instauravit, quæ PETRI ALEALMI Aurelianensis, cujus industriâ à se, dum in vivis ageret, exculta utebatur, fidei ab heredibus commissa ex eoque thesauro postea tam ab ipso, quàm ALEXANDRO ANDERSONO Scoto & aliis multa deprompta sunt, & in lucem edita, quæ admirationem in animis harum rerum peritorum majorem in dies excitant, & immortalem ejus gloriam intermori minimè patiuntur. ADRIANUS ROMANUS cum Problema omnibus totius orbis Mathematicis construendum proposuisset, VIETA illud continuo solvit, & cum castigationibus & auctario, & APOLLONIO præterea Gallo ad Romanum remisit, tantâ cum Romani admiratione, ut confestim ille iter in Galliam corripuerit, ut hominem sibi antea ignotum conveniret, & postea arctam cum eo amicitiam coleret. Cùm Romanus Herbipoli, ubi relicto Lovanio domicilium fixerat, Lutetiam venit, VIETA aberat, ad suos Pictones profectus, ut valetudinem jam infirmam curaret; quâ re cognitâ, quàmvis adhuc C Leucarum nostratium iter restaret, Romanus obfirmato semel animo in viam se dedit, & ad VIETAM, priùs per literas monitum, contendit, cum quo totum mensem fuit, & de quæstionibus,

bus, quibus ad eum instructus venerat, per otium egit, & majora omnia spe in homine minimè fucato cum stupore admiratus est, tandemque post amplexus & ægrè vale dictum, pro tam honorificâ ad se profectione VIETA hospitem reducendum ad limitem curavit, & sumptus in eam rem necessarios suppeditavit. Tanti autem conatus in APOLLONIO factus est, ut VIETÆ æmulatione MARINVS GHETALDVS Ragusinus præstantissimus Mathematicus anno VII post Apollonium redivivum ediderit, unà cum supplemento Apollonij Galli. Doluit mihi valde, quod tam stomachosè cum eo altercatus fuerit initio Scaliger, cùm de Cyclometricis inter ipsos ageretur. Sed vir generosus tunc VIETAM ignorabat, & ægrè propterea ab illo reprehendi ferebat, cum nondum satis perpendisset, an citra paralogismum quod probandum susceperat, demonstrasset. Itaque postea honorificâ recantatione se ipsum castigavit, & in arcano præcipuam erga VIETAM ab eo tempore reverentiam servavit. Paulo antequam moreretur VIETA, in Kalendario LILIANO defectus magnos ab aliis jam notatos cùm animadvertisset, de formâ quæ in Ecclesiâ Romanâ recipi posset, seriò cogitare cœpit, & Kalendarium novum, quod verè GREGORIANVM appellabat, construxit, ad Ecclesiastica festa & ritus accommodatum, quod typis mandatum cum relatione de ejus ratione ad Ecclesiasticos doctores anno CIↃ IↃ C Cardinali ALDOBRANDINO Lugduni obtulit, cùm ille de pace cum SABAVDO acturus à Pontifice ad Regem venisset. Sed nullo successu, sicuti proficiscentem, cùm mihi consilij rationem exposuisset, amicè monueram, quippe qui animo providerem, emendationem apud Principes Christianos adfectatione tantâ insinuatam, & per pensationes postremò receptam non facilè vel in melius mutaturos eos, qui ullâ in re errasse, aut errare posse, ne fateantur, pro imperij arcano ducunt. Sanè cum ALDOBRANDINVS post pacem factam Romam revertisset, & CHRISTOPHORVS CLAVIVS, qui pro LILIO tot editis jam scriptis anticipatâ opinione propositam emendationem protinùs rejecisset, gravem ad eum expostulationem misit VIETA, nec si diutiùs superfuisset, eo stetisset contentio, nec qui mortuo barbam vellere non dubitarunt, eo superstite si ausi essent, non vapulassent. Ita autem de CLAVIO sentiebat VIETA, antequam ob illam contentionem contra eum exacerbari potuisset, optimum eum esse Mathematicorum elementorum interpretem, & eximiâ facilitate, quæ ab inventoribus obscuriùs in quâvis eorum parte tradita sunt, explicare. Cæterùm, quantùm ad scientiam, ita scribere, ut scribendo quæ scribit, primùm discere videatur, nihilque de suo ingenio addat, sed exscribat omnia, suppressis ferè eorum, à quibus proficit, nominibus, nullo operæ præterea pretio, nisi quod sparsim, confusè, & minùs dilucidè ab aliis scripta, ipse colligit, ordinat, & ita perspicuè proponit, ut ex alienis propria efficiat. Leve est quod dicam vel ipso judice VIETA, quod tamen quivis alius magni fecerit. Res Hispanorum longè latèque sparsæ, ut communicatione & consiliorum consensione conjungantur, secreto egent, ad quod illi, qui vastam & longiùs plerumque justo respicientem prudentiam adhibent, literis exoleto & incognito charactere exaratis uti solent, brevioribus ad singulos, ad universos amplioribus, & ordinem & characterem subinde per otium interpolant, vertunt, mutant; ne tempore secretum emanet. Sed cùm hoc faciunt, longo temporis spatio opùs habent, quo præfectos longè

ad

ad Indias positos moneant. Tale erat illud notis amplius 10 compositum instrumentum, quo per bella infesti adeò decennij contra nos utebantur, quo tempore pleræque eorum interceptæ literæ valde prolixæ, quibus consiliorum suorum rationes explicabantur, quibus ij, qui vulgò his in rebus industriam suam exercent, ob notarum tantum multitudinem expedire se minimè poterant. Itaque ad VIETAM Regis jussu missæ, nihil tale cogitantem, & qui satius habuisset, aliâ quâvis in re ingenium suum fatigare, qui familiari sibi in studiis gravioribus meditatione illud totum expiscatus, & plerasque deinceps alias maximi momenti, reperto semel arcano, nullo negotio interpretatus est. Quod res Hispanas totum biennium valde conturbavit, qui re per nostras vicissim interceptas detectâ, necessitatem instrumenti, quod inexplicabile rebantur, mutandi impositam dolebant. Itaque illi, qui ad odium & invidiam nihil non comminiscuntur, magicis artibus, nam aliter fieri non potuisse, à Rege id factum, passim & Romæ præcipuè non sine risu & indignatione rectiùs sentientium per emissarios suos publicabant.

IN-

INCLYTÆ PRINCIPI
MELVSINIDI CATHARINÆ PARTHENÆENSI,

Piissimæ Procerum ROHANIORVM *matri*,

FRANCISCVS VIETA FONTENÆENSIS honorem voveo & obsequium.

E*Xtollent Armorici, ô Princeps Melusinis, piissima procerum Rohaniorum mater, genus & stemmata gentis Rohaniæ, quâ haud scio an ex plenioris fidei censibus & monumentis ulla alia possit detegi in orbe terrarum antiquior & illustrior. Adgnoscent gnatos tuos Aborigenes, & è regio Connani sanguine superstites, invasoris Neomenij vim nutu Dei non passos, tandiuque generosam eam stirpem duraturam confident, quandiu circumeuntes Salarum vestrarum lapidicinas, sylvas & stagna, cernent inscripta marmoribus, quercubus, & piscium squamis aurearum Rhomboidum, quas gestat, insignia. Suâ enim Cabalâ testabuntur ita à Deo Optimo Maximo singulari suo beneficio concessum fuisse precanti divo Meriadeco, familiæ quondam principi: sicut etiamnum inauditos circa sacellum, quondam suum, per medios saltus & amœniora vireta constructum, avium garritus, & alia rara, quæ mihi pauca admiranti contigit non semel admirari. Ego Fontenæensis Picto, riparum Majoris-venti frequens incola, arcis à divâ Melusinâ, cujus es & Ræmundi beata proles, quondam constructæ, Melusinæ & Melusinidarum colo nomen & numen. addo etiam & omen. Neque verò ideo gentis Rohaniæ Iudicaëlibus, Eudonibus, Erechis tuos Guidones, Godofredos, Hugones, Brunos oppono: non suis regibus Britannicis, principibus in Leoniâ, comitibus in Porhoeto, tuos reges Cyprorum, tuos Antiochiæ & Armeniæ principes, tuos comites Angolismæ & Marchiæ: non suæ Isabellæ Scoti filiæ, vel Isabellæ Navarri, tuam Isabellam regum Anglorum & avorum tuorum Lusignæanorum matrem. At piè recordor & feliciter ac veluti fatidico consilio cessisse judico, quòd Melusina dea in gratiam accepti à Renato Rohanio beneficij, quòd is obsessam Guisiadum consilio suam arcem Lusignæanam strenuè defendisset, te suâ & Ræmundi prole & herede unà cum familiæ Rohaniæ principatu statim eum donavit. Erat nempe Ræmundus ipse editus ex gente Rohaniâ, & jam Ræmundi & Melusinæ proles ad id, à quo primùm cœperat, reversa est initium; vix unquam idcirco interitura, cum sit circuitus verum & verè physicum symbolum perpetuitatis. Sed minùs virtutes tuæ interituræ sunt in hac ortus periodici restitutione. Et quemadmodum nostrates suo, quod tunc temporis usurpabatur idiomate, ataviam tuam dixere* Faydam *ob venerandum conspectum & raras & singulares animi dotes, sic te poste-*

posteritas δῖαν θεάων *adgnoscet, & te* πότνιαν, κυδνὴν, *ac digniore, si quod occurrat, epitheto compellabit. Atque utinam ei gratæ essent vigiliæ nostræ, quò eas tibi tuæque carissimæ sorori Franciscæ Rohaniæ Nemorensi & Iuliodunensi Ducissæ, ut debentur, accepto ferret. Nam quæ in infelicissimis temporibus beneficia in me contulistis infinita sunt. Quid enim memorem vos ex grassatorum vinculis & faucibus Orci eripuisse me, ac denique vestrâ sollicitudine & munificentiâ toties adjuvisse, quoties ærumnæ meæ & infortunia vos monuerunt? Omnino vitam, aut, si quid mihi vitâ carius est, vobis omnem debeo: tibi autem, ô diva Melusinis, omne præsertim Mathematices studium, ad quod me excitavit tum tuus in eam amor, tum summa artis illius, quam tenes, peritia, immò verò nunquam satis admiranda in tuo tamque regii & nobilis generis sexu Encyclopædia. Colendissima Princeps, quæ nova sunt solent à principio proponi rudia & informia, succedentibus deinde seculis expolienda & perficienda. Ecce ars quam profero nova est, aut demùm ita vetusta, & à barbaris defœdata & conspurcata, ut novam omninò formam ei inducere, & ablegatis omnibus suis pseudo-categorematis, ne quid suæ spurcitiei retineret, & veternum redoleret, excogitare necesse habuerim, & emittere nova vocabula, quibus cùm parum hactenùs sint adsuefactæ aures, vix accidet, ut vel ab ipso limine non deterreantur multi & offendantur. At sub suâ, quam prædicabant, & magnam artem vocabant, Algebrâ vel Almucabalâ, incomparabile latere aurum omnes adgnoscebant Mathematici, inveniebant verò minimè. Vovebant Hecatombas, & sacra Musis parabant & Apollini, si quis unum vel alterum Problema extulisset, ex talium ordine qualium decadas & eicadas ultrò exhibemus, ut est ars nostra Mathematum omnium inventrix certissima. Re verò nunc consequutâ,* damnabuntur hi quoque votis? *Fas enim mihi sit non jam merces meas, sed tuas, tuoque beneficio comparatas & reparatas parcè commendare, & desiderium meum testari, ut tui numinis felicitati, si qua eo nomine debeatur gloria, non præripiatur. Non enim, ut in aliis disciplinis, sic in Mathematicis libera cujusque censura est, liberumque judicium. Hìc radio agitur & pulvere, nec prosunt Rhetorum persuasiones, vel Advocatorum patrocinia. Metallum quod effero, auri speciem refert quod tandiu desiderarunt. Aut chymicum aurum illud est & ementitum, aut fossile & probum. Si chymicum est, evanescat sanè in fumum vel regali cæmento. Sin fossile est, ut sanè est (neque enim sum* φυσιομάχος*) de dolo autem adversùs eos non ago, qui nullo non proposito laboris solatio ad illud eruendum ex ante inaccessis, & draconum flammivomûm, aliorumque noxiorum serpentum & exitialium vigili custodiâ interdictis fodinis allexerunt, jure expecto & postulo, ut saltem suam, quam laudo, non defugiant auctoritatem adversus calumniantium hominum & laudis alienæ obtrectatorum inscitiam, vel proterviam. Ergo, mea Princeps, tuum opus carum habeto, & tuâ beatitate ei benedicito, relatâ omni ad supremum numinum Numen, quod religiosissimè colis* ἐν ψυχῇ καὶ ἀληθείᾳ, *laudum omnium laude & gloriâ. E paludibus insularum Montanarum carissimæ sororis tuæ, Anno Christianissimi & Augustissimi regis nostri* Henrici IV. *perduellionum &* χριστοκτόνων *ultoris acerrimi & justissimi, secundo.*

CATA-

CATALOGVS OPERVM.

IN ARTEM ANALYTICEN ISAGOGE.

Caput I.

De Definitione & Partitione Analyseos, & de iis quæ juvant Zeteticen.

EST veritatis inquirendæ via quædam in Mathematicis, quam Plato primus invenisse dicitur, à Theone nominata Analysis, & ab eodem definita, Adsumptio quæsiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Ut contrà Synthesis, Adsumptio concessi per consequentia ad quæsiti finem & comprehensionem. Et quanquam veteres duplicem tantùm proposuerunt Analysin ζητητικὴν ϰ̀ ποριστικὴν, ad quas definitio Theonis maximè pertinet, constitui tamen etiam tertiam speciem, quæ dicatur ῥητικὴ ἢ ἐξηγητική, consentaneum est, ut sit Zetetice quâ invenitur æqualitas proportiove magnitudinis, de quâ quæritur, cum iis quæ data sunt. Poristice, quâ de æqualitate vel proportione ordinati Theorematis veritas examinatur. Exegetice, quâ ex ordinata æqualitate vel proportione ipsa de qua quæritur exhibetur magnitudo. Atque adeò tota ars Analytice triplex illud sibi vendicans officium definiatur, Doctrina bene inveniendi in Mathematicis. Ac quod ad Zeteticen quidem attinet, instituitur arte Logicâ per syllogismos & enthymemata, quorum firmamenta sunt ea ipsa quibus æqualitates & proportiones concluduntur symbola, tam ex communibus derivanda notionibus, quàm ordinandis vi ipsius Analyseos theorematis. Forma autem Zetesin ineundi ex arte propriâ est, non jam in numeris suam Logicam exercente, quæ fuit oscitantia veterum Analystarum: sed per Logisticen sub specie noviter inducendam, feliciorem multò & potiorem numerosâ ad comparandum inter se magnitudines, propositâ primùm homogeneorum lege, & inde constitutâ, ut fit, solemni magnitudinum ex genere ad genus vi suâ proportionaliter adscendentium vel descendentium serie seu scalâ, quâ gradus earundem & genera in comparationibus designentur ac distinguantur.

Caput II.

De Symbolis æqualitatum & proportionum.

SYmbola æqualitatum & proportionum notiora quæ habentur in Elementis adsumit Analytice ut demonstrata, qualia sunt ferè,

1 Totum suis partibus æquari.
2 Quæ eidem æquantur, inter se esse æqualia.
3 Si æqualia æqualibus addantur, tota esse æqualia.
4 Si æqualia æqualibus auferantur, residua esse æqualia.
5 Si æqualia per æqualia multiplicentur, facta esse æqualia.
6 Si æqualia per æqualia dividantur, orta esse æqualia.

7 Si quæ ſint proportionalia directè, eſſe proportionalia inverſè & alternè.
8 Si proportionalia ſimilia proportionalibus ſimilibus addantur, tota eſſe proportionalia.
9 Si proportionalia ſimilia proportionalibus ſimilibus auferantur, reſidua eſſe proportionalia.
10 Si proportionalia per proportionalia multiplicentur, facta eſſe proportionalia.

Etenim dum proportionalia per proportionalia multiplicantur, componuntur eædem proportiones. Quod autem proportiones quæ ex iiſdem proportionibus componuntur, inter ſe quoque eædem exiſtant, communiter hoc ab antiquis Geometris receptum eſt. Vt paſsim apud Apollonium, Pappum, & reliquos Geometras videre eſt. Ipſa autem proportionum compoſitio fit multiplicatione terminorum antecedentium, & conſequentium per invicem. Vt perſpicuum eſt ex iis, quæ Euclides 23 prop^ne libri 6^ti, & 5 propoſitione octavi libri Elementorum demonſtravit.

11 Si proportionalia per proportionalia dividantur, orta eſſe proportionalia.

Nam dum proportionalia per proportionalia dividuntur, auferuntur ex proportionibus eiſdem aliæ eædem proportiones, & ut opere multiplicationis proportiones quidem ſimul componuntur, ita diviſione una proportio ex alia aufertur: reſolvit enim diviſio, quod ſuper effecit Multiplicatio. Hujus quoque argumentandi modi veſtigia apud Apollonium, & alios veteres Geometras ſparſim apparent.

12 A communi multiplicatore vel diviſore æqualitatem non immutari, vel rationem.
13 Facta ſub ſingulis ſegmentis æquari facto ſub tota.
14 Facta continuè ſub magnitudinibus, vel ex iis continuè orta, eſſe æqualia quocumque magnitudinum ordine ductio vel adplicatio fiat.
Κύϱιον autem æqualitatum & proportionum ſymbolum, omniſque in Analyſibus momenti eſt.
15 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, quod autem fit ſub extremis terminis æquale eſt ei quod fit à medio in ſe, vel ſub mediis, ſunt proportionales.
Et è converſo,
16 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, & ſit ut prima ad ſecundam, ita ſecunda illa, vel tertia quæpiam ad aliam, erit quod fit ſub extremis terminis æquale ei quod fit ſub mediis.

Itaque Proportio poteſt dici conſtitutio æqualitatis; Æqualitas, reſolutio proportionis.

Caput III.

De lege homogeneorum, & gradibus ac generibus magnitudinum comparatarum.

Prima & perpetua lex æqualitatum ſeu proportionum, quæ, quoniam de homogeneis concepta eſt, dicitur lex homogeneorum, hæc eſt:

Homogenea homogeneis comparari.

Nam quæ ſunt heterogenea, quomodo inter ſe adfecta ſint, cognoſci non poteſt, ut dicebat Adraſtus.
Itaque,

Si magnitudo magnitudini additur, hæc illi homogenea eſt.
Si magnitudo magnitudini ſubducitur, hæc illi homogenea eſt.
Si magnitudo in magnitudinem ducitur, quæ fit, huic & illi heterogenea eſt.
Si magnitudo magnitudini adplicatur, hæc illi heterogenea eſt.

Quibus non attendiſſe cauſa fuit multæ caliginis & cæcutiei veterum Analyſtarum.

2 Magni-

2 Magnitudines quæ ex genere ad genus sua vi proportionaliter adscendunt vel descendunt, vocentur Scalares.

3 Magnitudinum Scalarium prima est

Latus, seu Radix.
2 Quadratum.
3 Cubus.
4 Quadrato-quadratum.
5 Quadrato-cubus.
6 Cubo-cubus.
7 Quadrato-quadrato-cubus.
8 Quadrato-cubo-cubus.
9 Cubo-cubo-cubus.

Et eâ deinceps serie & methodo denominanda reliqua.

7 Genera magnitudinum comparatarum, uti de scalaribus enunciantur ordine, sunt:

1 Longitudo latitudóve.
2 Planum.
3 Solidum.
4 Plano-planum.
5 Plano-solidum.
6 Solido-solidum.
7 Plano-plano-solidum.
8 Plano-solido-solidum.
9 Solido-solido-solidum,

& eâ deinceps serie & methodo denominanda reliqua.

8 Ex serie scalarium gradus altior, in quo consistit comparata magnitudo exinde à latere, vocatur potestas. Reliquæ inferiores scalares sunt gradus parodici ad potestatem.

9 Pura est potestas, cùm adfectione vacat. Adfecta, cui homogeneum sub parodico ad potestatem gradu & adscitâ coëfficiente magnitudine immiscetur.

Pura potestas est, Quadratum, Cubus, Quadrato-quadratum, Quadrato-cubus, Cubo-cubus, &c. Potestas verò adfecta est,

In gradu secundo.

1. *Quadratum, unà cum Plano ex latere in longitudinem, latitudinemve.*

In gradu tertio.

1. *Cubus, cum Solido ex Quadrato in longitudinem, latitudinemve.*
2. *Cubus, cum Solido ex latere in Planum.*
3. *Cubus, cum duplici Solido. Vno ex Quadrato in longitudinem, latitudinemve. Altera ex latere in Planum.*

In gradu quarto.

1. *Quadrato-quadratum cum Plano-plano ex Cubo in longitudinem, latitudinemve.*
2. *Quadrato-quadratum, cum Plano-plano ex Quadrato in Planum.*
3. *Quadrato-quadratum, cum Plano-plano ex latere in Solidum.*
4. *Quadrato-quadratum, cum duplici Plano-plano. Vno ex Cubo in longitudinem, latitudinemve. Altero ex Quadrato in Planum.*
5. *Quadrato-quadratum, cum duplici Plano. Vno ex Cubo in longitudinem, latitudinemve. Altero ex latere in Solidum.*
6. *Quadrato-quadratum, cum duplici Plano-plano. Vno ex Quadrato in Planum. Altero ex latere in Solidum.*

7. *Quadrato-quadratum, cum triplici Plano-plano. Primo ex Cubo in longitudinem, latitudinemve. Secundo ex Quadrato in Planum. Tertio ex latere in Solidum.*

Eodem ordine invenientur Potestates adfectæ in reliquis scalæ gradibus. Quot autem in vnoquoque gradu sint potestatum adfectarum genera, si cognoscere placuerit, sumitor numerus vnitate minor quàm sit in progressione ab unitate dupla, terminus ejusdem ordinis atque potestas proposita. Vt si lubeat scire, quot sint potestates adfectæ in gradu Quadrato-quadrati, hoc est, quarto, sumendus est quartus progressionis duplæ terminus, scilicet 8, à quo dempta unitate remanet 7. Tot itaque sunt in gradu quarto Potestates adfectæ, quas modò enumeravimus. Eadem ratione invenietur in gradu Quadrato-cubi, hoc est, quinto, esse quindecim Potestatum adfectarum genera.

10 Magnitudines adscititiæ, sub quibus & gradu parodico fit potestati quid homogeneum ad eam adficiendum, dicuntor Sub-graduales.

Subgraduales sunt, Longitudo, latitudove, Planum, Solidum, Plano-planum. Vt si fuerit Quadrato-quadratum cui immisceatur Plano-planum ex latere in Solidum; erit Solidum, subgradualis magnitudo; latus verò, gradus ad Quadrato-quadratum parodicus. Vel si fuerit Quadrato-quadratum unà cum duplici Plano-plano, uno ex quadrato in Planum, altero ex latere in Solidum. Erunt Planum ac Solidum subgraduales magnitudines: quadratum verò & latus, gradus ad Quadrato-quadratum parodici.

Caput IV.

De præceptis Logistices speciosæ.

Logistice numerosa est quæ per numeros, Speciosa quæ per species seu rerum formas exhibetur, ut pote per Alphabetica elementa.

Logisticen Numerosam tractavit Diophantus tredecim Arithmeticorum libris, quorum sex priores tantum extant, nunc quidem Græcè & Latinè, & eruditissimis viri clarissimi Claudii Bacheti commentariis illustrati: Logisticen verò Speciosam Vieta, quinque Zeteticorum libris, quos potissimùm è selectis Diophanti quæstionibus quas quandoque peculiari sibi methodo explicat, concinnavit. Quare si utriusque Logistices discrimen cum fructu dignoscere cupias, tibi simul Diophantus & Vieta consulendi, & huius Zetetica cum illius quæstionibus Arithmeticis dispicienda, quo in opere ut te labore sublevem, ex Diophanti quæstionibus concepta Zetetica breviter annotabo.

Diophantus, Vieta.

Diophantus		Vieta	
1 Quæst.	1.	1. Zetetic.	1.
4.	1.	2.	1.
2.	1.	3.	1.
7.	1.	4.	1.
9.	1.	5.	1.
5.	1.	7.	1.
6.	1.	8.	1.
8.& 9.	2.	1.	4.
10.	2.	2.& 3.	4.
11.	2.	6.	4.
12.	2.	7.	4.
13.	2.	8.	4.
14.	2.	9.	4.
8.	5.	11.	4.
7.& 8.	3.	1.	5.
9.	3.	3.	5.
10,	3.	4.	5.
11.	3.	5.	5.
12.	3.	7.	5.
13.	3.	8.	5.
9.	5.	9.	5.
34.	4.	13.	5.

Logistices speciosæ canonica præcepta sunt quatuor, ut numerosæ.

Præ-

PRÆCEPTUM I.

Magnitudinem magnitudini addere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram alteri addere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini addenda eſt, homogeneæ autem heterogeneas non adficiunt, ſunt quæ proponuntur addendæ duæ magnitudines homogeneæ. Plùs autem vel minùs non conſtituunt genera diverſa. Quare nota copulæ ſeu adjunctionis commode addentur; & adgregatæ erunt A plus B, ſiquidem ſint ſimplices longitudines latitudinéſve.

Sed ſi adſcendant per expoſitam ſcalam, vel adſcendentibus genere communicent, ſua quæ congruit deſignabuntur denominatione veluti dicetur A Quadratum plus B plano, vel A cubus plus B ſolido, & ſimiliter in reliquis.

Solent autem Analyſtæ ſymbolo + adfectionem adjunctionis indicare.

PRÆCEPTUM II.

Magnitudinem magnitudini ſubducere.

Sunto duæ magnitudines A & B, illa major, hæc minor. Oportet minorem à majore ſubducere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini ſubducenda eſt, homogeneæ autem magnitudines heterogeneas non adficiunt, ſunt quæ proponuntur duæ magnitudines homogeneæ. Plùs autem vel minùs non conſtituunt genera diverſa. Quare nota disjunctionis ſeu multæ commodè minoris à majore fiet ſubductio, & disjunctæ erunt A minùs B, ſiquidem ſint ſimplices longitudines latitudinéſve.

Sed ſi adſcendant per expoſitam ſcalam vel adſcendentibus genere communicent, ſuâ quæ congruit deſignabuntur denominatione: veluti dicetur A quadratum minus B plano, vel A cubus minus B ſolido, & ſimiliter in reliquis.

Neque aliter opus fit, ſi ipſa magnitudo quæ ſubducenda eſt jam adfecta ſit; cum totum & partes diverſo jure non debeant cenſeri: ut ſi ab A ſubtrahenda ſit B plus D, reſidua erit A minus B, minus D, ſubductis ſigillatim magnitudinibus B & D.

At ſi jam negetur D de ipſa B, & B minus D ab A ſubtrahenda ſit, Reſidua erit A minus B plus D, quoniam ſubtrahendo B magnitudinem ſubtrahitur plus æquo per magnitudinem D: ideo additione illius compenſandum.

Solent autem Analyſtæ Symbolo — adfectionem multæ indicare. Et hæc λεῖψις eſt Diophanto, ut adfectio adjunctionis ὕπαρξις.

Cum autem non proponitur utra magnitudo ſit major vel minor, & tamen ſubductio facienda eſt, nota differentiæ eſt = id eſt, minus incerto: ut propoſitis A quadrato & B plano, differentia erit A quadratum = B plano, vel B planum A = quadrato.

PRÆCEPTUM III.

Magnitudinem in magnitudinem ducere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram in alteram ducere.

Quoniam igitur magnitudo in magnitudinem ducenda eſt, efficient illæ ductu ſuo magnitudinem ſibi ipſis heterogeneam, atque ideo quæ ſub iis fit deſignabitur commode vocabulo IN vel SUB, veluti A in B. quo ſignificetur hanc in illam ductam fuiſſe, vel, ut alii, factam eſſe ſub A & B, idque ſimpliciter, ſi quidem A & B ſint ſimplices longitudines latitudineſve.

Sed ſi adſcendant in ſcala, vel eis genere communicent, ipſas ſcalarium vel eis genere communicantium adhibere convenit denominationes, ut pote A quadratum in B, vel A quadratum in B planum ſolidum-ve, & ſimiliter in reliquis.

Quod ſi ducendæ magnitudines, vel earum altera ſint duorum vel plurium nominum, nihil ideo diverſi in opere accidit. Quoniam totum eſt ſuis partibus æquale, ideoque facta ſub ſegmentis alicujus magnitudinis æquantur facto ſub tota. Et cum adfirmatum unius magnitudinis nomen ducetur in alterius quoque magnitudinis nomen adfirmatum, quod fiet erit adfirmatum, & in negatum, negatum.

Cui præcepto etiam consequens est, ut ductione negatorum nominum alterius in alterum, factum sit adfirmatum, ut cùm A = B ducetur in D = G: quoniam id quod fit ex adfirmata A in G negatam manet negatum, quod est nimium negare minuereve, quandoquidem A est ducenda magnitudo producta, non accurata. Et similiter, quod fit ex negata B in D adfirmatam manet negatum, quod est rursum nimium negare: quandoquidem D est ducenda magnitudo producta, non accurata, ideo in compensationem dum B negata ducitur in G negatam factum est adfirmatum.

Denominationes factorum à scandentibus proportionaliter ex genere ad genus magnitudinibus isto prorsus modo se habent:

Latus in se facit Quadratum.
Latus in Quadratum facit Cubum.
Latus in Cubum facit Quadrato-quadratum.
Latus in Quadrato-quadratum, facit Quadrato-cubum.
Latus in Quadrato-cubum, facit Cubo-cubum.

Et permutatim, id est Quadratum in Latus facit Cubum. Cubus in Latus, facit Quadrato-quadratum &c. Rursus,

Quadratum in se facit Quadrato-quadratum.
Quadratum in Cubum, facit Quadrato-cubum.
Quadratum in Quadrato-quadratum, facit Cubo-cubum.

& permutatim Rursus,

Cubus in se facit Cubo-cubum.
Cubus in Quadrato-quadratum, facit Quadrato quadrato-cubum.
Cubus in Quadrato-cubum, facit Quadrato-cubo-cubum.
Cubus in Cubo-cubum, facit Cubo cubo-cubum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Æque in homogeneis,

Latitudo in longitudinem facit Planum.
Latitudo in Planum facit Solidum.
Latitudo in Solidum facit Plano planum.
Latitudo in Plano-planum facit Plano-solidum.
Latitudo in Plano-solidum facit Solido-solidum.

& permutatim.

Planum in Planum facit Plano-planum.
Planum in Solidum facit Plano-solidum.
Planum in Plano-planum facit Solido-solidum.

& permutatim.

Solidum in Solidum facit Solido-solidum.
Solidum in Plano-planum facit Plano-plano-solidum.
Solidum in Plano-solidum facit Plano solido-solidum.
Solidum in Solido-solidum facit Solido-solido-solidum.

& permutatim; eoque deinceps ordine.

Præceptum IV.

Magnitudinem magnitudini adplicare.

Sunto duę magnitudines A & B, Oportet alteram alteri adplicare.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini adplicanda est. Altiores autem depressioribus adplicantur, homogeneę heterogeneis, sunt quæ proponuntur magnitudines heterogeneę. Esto sane A longitudo, B planum. Commode itaque intercedet virgula inter B altiorem quæ adplicatur, & A depressiorem, cui fit adplicatio.

Sed & ipsę magnitudines denominabuntur à suis, in quibus hæserunt, vel ad quos in ro-proportionalium ſcala vel homogenearum devectæ ſunt, gradibus, veluti $\frac{\text{B planum}}{\text{A}}$. Quo ſymbolo ſignificetur latitudo quam facit B planum adplicatum A longitudini.

Et ſi B detur eſſe cubus, A planum, exhibebitur $\frac{\text{B cubus}}{\text{A plano}}$ Quo ſymbolo ſignificetur latitudo quam facit B cubus adplicatus A plano.

Et ſi ponatur B cubus, A longitudo, exhibebitur $\frac{\text{B cubus}}{\text{A}}$. Quo ſymbolo ſignificetur planum quod oritur ex adplicatione B cubi ad A, & eo in infinitum ordine.

Neque in binomiis polynomiiſve magnitudinibus diverſum quicquam obſervabitur.

Denominationes ortorum ex adplicatione à ſcandentibus proportionaliter ex genere ad genus gradatim magnitudinibus iſto prorſus modo ſe habent:

Quadratum adplicatum Lateri reſtituit Latus.
Cubus adplicatus Lateri reſtituit Quadratum.
Quadrato-quadratum adplicatum Lateri reſtituit Cubum.
Quadrato-cubus adplicatus Lateri reſtituit Quadrato-quadratum.
Cubo-cubus adplicatus Lateri reſtituit Quadrato-cubum.

& permutatim, id eſt Cubus adplicatus Quadrato reſtituit Latus. Quadrato-quadratum Cubo latus &c. Rurſus,

Quadrato-quadratum adplicatum Quadrato reſtituit Quadratum.
Quadrato-cubus adplicatus Quadrato reſtituit Cubum
Cubo-cubus adplicatus Quadrato reſtituit Quadrato quadratum,

& permutatim. Rurſus.

Cubo-cubus adplicatus Cubo reſtituit Quadrato quadratum.
Quadrato-cubo-cubus adplicatus Cubo reſtituit Quadrato-cubũ.
Cubo-cubo-cubus adplicatus Cubo reſtituit Cubo cubum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Æque in Homogeneis,

Planum adplicatum Latitudini reſtituit Longitudinem.
Solidum adplicatum Latitudini reſtituit Planum.
Plano-planum adplicatum Latitudini reſtituit Solidum.
Plano ſolidum adplicatum Latitudini reſtituit Plano-planum.
Solido-ſolidum adplicatum Latitudini reſtituit Plano ſolidum.

& permutatim.

Plano-planum adplicatum Plano reſtituit Planum.
Plano-ſolidum adplicatum Plano reſtituit Solidum.
Solido-ſolidum adplicatum Plano reſtituit Plano-planum

& permutatim.

Solido ſolidum adplicatum Solido reſtituit Solidum.
Plano plano-ſolidum adplicatum Solido reſtituit Plano-planum.
Plano ſolido ſolidum adplicatum Solido reſtituit Plano-ſolidum.
Solido-ſolido-ſolidum adplicatum Solido reſtituit Solido ſolidum,

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Cæterum ſive in additionibus & ſubductionibus magnitudinum, ſive in multiplicationibus & diviſionibus, non officit adplicatio, quominus expoſitis pręceptis locus ſit: hoc inſpecto, quod dum in adplicatione magnitudo tam altior quam depreſſior ducitur in eandem magnitudinem, eo opere magnitudinis ex adplicatione ortivę generi vel valori nihil additur vel detrahitur; quoniam quod ſuper effecit multiplicatio, idem reſolvit diviſio: ut $\frac{\text{B in A}}{\text{B}}$ eſt A, & $\frac{\text{B in A}}{\text{B}}$. Planum eſt A planum.

Itaque in Additionibus, Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ addere Z. Summa erit $\frac{\text{A planum} + \text{Z in B}}{\text{B}}$

vel

vel, Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ addere $\frac{\text{Z quadratum}}{\text{G}}$. Summa erit $\frac{\text{G in A planum} + \text{B in Z quadrat.}}{\text{B in G}}$

IN Subductionibus, Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ ſubducere Z. Reſidua erit $\frac{\text{A planum} - \text{Z in B}}{\text{B}}$

vel, Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ ſubducere Z $\frac{\text{quadratum}}{\text{G}}$. Reſidua erit $\frac{\text{A planum in G} - \text{Z quad. in B}}{\text{B in G}}$

IN multiplicationibus, Oporteat $\frac{\text{A planum}}{\text{B}}$ ducere in B. Effecta erit A planum.
Vel, Oporteat $\frac{\text{A planum}}{\text{B}}$ ducere in Z. Effecta erit $\frac{\text{A planum in Z.}}{\text{B}}$
Vel denique, Oporteat $\frac{\text{A planum}}{\text{B}}$ ducere in Z $\frac{\text{quadratum}}{\text{G}}$. Effecta erit $\frac{\text{A planum}}{\text{B in G}}$ in Z quadratum.

IN Adplicationibus, Oporteat $\frac{\text{A Cubum}}{\text{B}}$ adplicare ad D, Ducta utraque magnitudine in B, ortiva erit $\frac{\text{A cubus}}{\text{B in D}}$
Vel, B in G Oporteat adplicare ad $\frac{\text{A planum}}{\text{D}}$. Ducta utraque magnitudine in D, ortiva erit $\frac{\text{B in G in D}}{\text{A plano}}$
Vel denique, Oporteat $\frac{\text{B Cubum}}{\text{Z}}$ adplicare ad $\frac{\text{A Cubum}}{\text{D plano}}$. Ortiva erit $\frac{\text{B Cubus in D planum}}{\text{Z in A Cubum}}$.

CAPUT V.

De legibus Zeteticis.

ZEteſeos perficiundæ forma his fere legibus continetur:
1 Si de longitudine quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio ſub involucris eorum quæ proponuntur, quæſita longitudo Latus eſto.
2 Si de planicie quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio ſub involucris eorum quę proponuntur, quæſita planicies Quadratum eſto.
3 Si de ſoliditate quęritur, lateat autem æqualitas vel proportio ſub involucris eorum quæ proponuntur, quęſita ſoliditas Cubus eſto. Aſcendet igitur ſua vi vel deſcendet per quoſcumque gradus comparatarum magnitudinum ea de qua quæritur.
4 Magnitudines tam datæ quam quęſitæ ſecundum conditionem quęſtioni dictam adſimilantor & comparantor, addendo, ſubducendo, multiplicando & dividendo conſtanti ubique homogeneorum lege ſervatâ.

Manifeſtum eſt igitur aliquid tandem inventurum iri magnitudini de qua quæritur vel ſuæ ad quam adſcendet poteſtati æquale, idque factum omnino ſub magnitudinibus datis, vel factum partim ſub magnitudinibus datis & incerta de qua quęritur, aut ejus parodico ad poteſtatem gradu.
5 Quod opus, ut arte aliqua juvetur, ſymbolo conſtanti & perpetuo ac bene conſpicuo datę magnitudines ab incertis quęſititiis diſtinguantur, ut pote magnitudines quæſititias elemento A aliave litera vocali, E, I, O, V, Y, datas elementis B, G, D, aliiſve conſonis deſignando.
6 Facta ſub datis omnino magnitudinibus addantur alterum alteri, vel ſubducantur juxta adfectionis eorundem notam, & in unum factum coaleſcant, quod eſto homogeneum comparationis, ſeu ſub data menſura: & ipſum unam æquationis partem facito.
7 Æque facta ſub magnitudinibus datis eodemque parodico ad poteſtatem gradu addantur alterum alteri, vel ſubducantur juxta adfectionis eorundem notam, & in unum factum coaleſcant; quod eſto homogeneum adfectionis ſeu ſub gradu.
8 Homogenea ſub gradibus poteſtatem, quam adficiunt vel à qua adficiuntur, comitantor, & alteram æqualitatis partem una cum ipſa poteſtate faciunto. Atque ideo homogeneum ſub data menſura de poteſtate à ſuo genere vel ordine deſignata enuncietur: pure, ſi quidem ea pura eſt ab adfectione; ſin eam comitantur adfectionum homogenea, indicata tum adfectionis, tum gradus ſymbolo, una cum ipſa, quæ cum gradu coëfficit, adſcititia magnitudine.

9 Atqueidcirco si accidat homogeneum sub data mensura immisceri homogeneo sub gradu, fiat Antithesis.

Antithesis est cum adficientes affectæve magnitudines ex una æquationis parte in alteram transeunt sub contraria adfectionis nota. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

PROPOSITIO I.

Antithesi æqualitatem non immutari.

Proponantur A quadratum minus D plano æquari G quadrato minus B in A. Dico A quadratum plus B in A ęquari G quadrato plus D plano, neque per istam transpositionem sub contraria adfectionis nota ęqualitatem immutari. Quoniam enim A quadratum minus D plano ęquatur G quadrato minus B in A addatur utrobique D planum plus B in A. Ergo ex communi notione A quadratum, minus D plano plus D plano plus B in A ęquatur G quadrato, minus B in A, plus D plano: plus B in A. Iam adfectio negata in eadem ęquationis parte elidat adfirmatam: illic evanescet adfectio D plani, hic adfectio B in A, & supererit A quadratum plus B in A ęquale G quadrato plus D plano.

10 Et si accidat omnes datas magnitudines duci in gradum, & idcirco homogeneum sub data omnino mensura non statim offerri, fiat Hypobibasmus.

Hypobibasmus est æqua depressio potestatis & parodicorum graduum observato scalæ ordine, donec homogeneum sub depressiore gradu cadat in datum omnino homogeneum cui comparantur reliqua. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

Hypobibasmi opus à Parabolismo differt in eo tantum quod per Hypobibasmum utraque æqualitatis pars ad quantitatem ignotam adplicatur; per Parabolismum vero ad quantitatem certam, ut ex exemplis ab authore allatis perspicuum est.

PROPOSITIO II.

Hypobibasmo æqualitatem non immutari.

Proponatur A cubus, plus B in A quadratum; ęquari Z plano in A. Dico per hypobibasmum A quadratum, plus B in A; ęquari Z plano.

Illud enim est omnia solida divisisse per communem divisorem, à quo non immutari ęqualitatem determinatum est.

11 Et si accidat gradum altiorem, ad quem adscendet quæsita magnitudo, non ex se subsistere, sed in aliquam datam magnitudinem duci, fiat Parabolismus.

Parabolismus est homogeneorum, quibus constat æquatio, ad datam magnitudinem, quæ in altiorem quæsititiæ gradum ducitur, communis adplicatio; ut is gradus potestatis nomen sibi vendicet, & ex ea tandem æquatio subsistat. Quo opere æqualitas non immutatnr. Id autem obiter est demonstrandum.

PROPOSITIO III.

Parabolismo æqualitatem non immutari.

Proponatur B in A quadratum plus D plano in A ęquari Z solido. Dico per Parabolismum A quadratum plus $\frac{\text{D plano}}{\text{B}}$ in A ęquari $\frac{\text{Z solido}}{\text{B}}$ Illud enim est omnia solida divisisse per B communem divisorem, à quo non immutari ęqualitatem determinatum est.

12 Et tunc diserte exprimi æqualitas censetor & dicitor ordinata: ad Analogismum, si placet, revocanda, tali præsertim cautione; ut sub extremis facta, tum potestati tum adfectionum homogeneis respondeant; sub mediis vero, homogeneo sub data mensura.

13 Vnde etiam Analogismus ordinatus definiatur series trium quatuorve

magnitudinum; ita effata in terminis sive puris sive adfectis, ut omnes dentur præter eum de quo quęritur, ejusve potestatem & parodicos ad eam gradus.

14 Denique æqualitate sic ordinata ordinatove Analogismo, sua munia implevisse Zeteticen existimato.

Zeteticen autem subtilissime omnium exercuit Diophantus in iis libris, qui de re Arithmetica conscripti sunt. Eam vero tanquam per numeros, non etiam per species (quibus tamen usus est) institutam exhibuit, quo sua esset magis admirationi subtilitas & solertia: quando quæ Logistę numeroso subtiliora adparent & abstrusiora, ea utique specioso familiaria sunt & statim obvia.

CAPUT VI.

De Theorematum per Poristicen examinatione.

PErfecta Zetesi, confert se ab hypothesi ad thesin Analysta, conceptaque suę inventionis Theoremata in artis ordinationem exhibet, legibus κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον obnoxia. Quę quanquam suam habent ex Zetesi demonstrationem & firmitudinem; attamen legi syntheseos, quę via demonstrandi censetur λογικωτέρη, subjiciuntur: &, si quando opus est, per eam adprobantur magno artis inventricis miraculo. Atque idcirco repetuntur Analyseos vestigia. Quod & ipsum Analyticum est: neque propter inductam sub specie Logisticen jam negociosum. Quod si alienum proponitur inventum, vel fortuito oblatum, cujus veritas expendenda & inquirenda est; tunc tentanda primum Poristices via est, à qua deinceps ad synthesin fit facilis reditus: ut ea de re prolata sunt à Theone exempla in Elementis, & Apollonio Pergęo in Conicis, ac ipso etiam Archimede variis in libris.

CAPUT VII.

De officio Rhetices.

ORdinata Æquatione magnitudinis de qua quęritur, ῥητικὴ ἢ ἐξηγητικὴ, quę reliqua pars Analytices censenda est, atque potissimum ad artis ordinationem pertinere, (cum reliquę duę exemplorum sint potius quam pręceptorum, ut Logicis jure concedendum est) suum exercet officium; tam circa numeros, si de magnitudine numero explicanda quęstio est, quàm circa longitudines, superficies, corporave, si magnitudinem re ipsa exhiberi oporteat. Et hic se prębet Geometram Analysta, opus verum efficiundo post alius, similis vero, resolutionem: illic Logistam, potestates quascumque numero exhibitas, sive puras, sive adfectas, resolvendo. Et sive in Arithmeticis, sive Geometricis, artificii sui nullum non edet specimen, secundum inventę ęqualitatis, vel de ea concepti ordinate Analogismi, conditionem.

Et vero non omnis effectio Geometrica concinna est. singula enim problemata suas habent elegantias: verum ea cęteris antefertur, quę compositionem operis non ex ęqualitate, sed ęqualitatem ex compositione arguit, & demonstrat: ipsa vero compositio seipsam. Itaque artifex Geometra, quanquam Analyticum edoctus, illud dissimulat, & tanquam de opere efficiundo cogitans profert suum syntheticum problema, & explicat: Deinde Logistis auxiliaturus de proportione vel æqualitate in eo adgnita concipit & demonstrat Theorema.

CA-

CAPVT VIII.

Æquationum notatio & Artis Epilogus.

AEquationis vox simpliciter prolata in Analyticis de Æqualitate per Zetesin rite ordinata accipitur.

2 Itaque Æquatio est magnitudinis incertæ cum certa comparatio.

3 Magnitudo incerta radix est vel potestas.

4 Rursus, potestas pura est vel adfecta,

5 Adfectio per negationem est vel adfirmationem.

6 Cum adficiens homogeneum negatur de potestate, negatio est directa.

8 Cum contra potestas negatur de adficiente homogeneo sub gradu, negatio est inversa.

7 Subgradualis metiens est homogenei adfectionis, gradus ipse mensura.

9 Oportet autem in parte Æquationis incerta designari ordinem tum potestatis, tum graduum, nec non adfectionis qualitatem seu notam. Ipsas etiam dari adscititias subgraduales magnitudines.

10 Primus ad potestatem parodicus gradus est radix de qua quęritur. Extremus, is qui uno scalæ gradu inferior est potestate. Solet autem is voce Epanaphoræ exaudiri.

Ita Quadratum est Epanaphora Cubi, Cubus Quadrato-quadrati, Quadrato-quadratum Quadrato-cubi, & eadem in infinitum serie.

11 Parodicus ad potestatem gradus parodoci est reciprocus, cum alterius in alterum ductu potestas fit. Sic adscititia ejus gradus quem sustinet est reciproca.

Vt si fuerit Latus, gradus ad Cubum parodicus, erit quadratum gradus reciprocus; ex latere enim in Quadratum oritur Cubus. Planum vero sublaterale erit magnitudo reciproca, quippe cum ex latere in Planum fiat Solidum, magnitudo scilicet ejusdem cum Cubo gradus.

12 A radice longitudine gradus parodici ad potestatem sunt ii ipsi qui designantur in scala.

13 A radice planâ gradus parodici sunt:

Quadratum.		PLANVM.
Quadrato-quadratum.		PLANI Quadratum.
Cubo-cubus.	Seu	PLANI Cubus.

& eo deinceps ordine.

14 A radice solidâ gradus parodici sunt:

Cubus.		SOLIDVM.
Cubo-cubus.	Seu	SOLIDI Quadratum.
Cubus-cubo-cubus.		SOLIDI Cubus.

15 Quadratum, Quadrato quadratum, Quadrato-cubo-cubus, & quæ continuo eo ordine à se ipsismet fiunt, sunt potestates simplicis medii, reliquæ multiplicis.

Potestates simplicis medii ita quoque definiri possunt, ut sint, quarum numeri ordinales progrediuntur secundum proportionem Geometricam subduplam. Ita Potestates secundi gradus, Quarti, Octavi, Decimi Sexti, erunt simplicis medii. Reliquæ in gradibus intermediis consistentes, multiplicis.

16 Magnitudo certa, cui comparantur reliqua, est homogeneum comparationis.

Vt si fuerit A cubus + A in B quadratum, æqualis B in Z planum. Erit,

B in Z planum. Homogeneum comparationis.

A cubus. Potestas ad quam vi sua ascendit magnitudo incerta, de qua quæritur.

A in B quadratum. Homogeneum adfectionis.

A Gradus ad potestatem parodicus.

B quadratum Subgradualis magnitudo, seu Parabola.

17 In numeris homogenea comparationum sunt unitates.
18 Cum radix, de qua quæritur, in sua base consistens datæ magnitudini homogeneæ comparatur, æquatio est simplex absolute.
19 Cum potestas radicis, de qua quæritur, pura ab adfectione datæ homogeneæ comparatur, æquatio est simplex Climactica.
20 Cum potestas radicis, de qua quæritur, adfecta sub designato gradu & data coefficiente datæ magnitudini homogeneæ comparatur; Æquatio polynomia est pro adfectionum multitudine & varietate.
21 Quot sunt gradus parodici ad potestatem, tot adfectionibus potestas potest implicari.
Itaque Quadratum potest adfici sub Latere.
Cubus sub Latere & quadrato.
Quadrato-quadratum sub Latere, Quadrato, & Cubo. Quadrato-cubus sub latere, Quadrato, & Cubo, & ea in infinitum serie.
22 Analogismi à generibus Æquationum in quas incidunt resoluti, distinguuntur & nomenclaturam accipiunt.
23 Ad Exegeticen in Arithmeticis instruitur Analysta edoctus

Numerum numero addere.
Numerum numero subducere.
Numerum in numerum ducere.
Numerum per numerum dividere.

Potestatum porro quarumcumque, sive purarum sive (quod nesciverunt veteres atque novi) adfectarum, tradit Ars resolutionem.
24 Ad Exegeticen in Geometricis seligit & recenset effectiones magis canonicas, quibus æquationes Laterum & Quadratorũ omnino explicentur.
25 Ad Cubos & Quadrato-quadrata postulat, ut quasi Geometria suppleatur Geometriæ defectus,

A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere interceptam ab iis præfinito possibili quocumque intersegmento.

Hoc concesso (est autem αἴτημα non δυσμήχανον) famosiora, quæ hactenus ἄλογα dicta fuere, problemata solvit ἐντέχνως, mesographicum, sectionis anguli in tres partes æquales, inventionem lateris Heptagoni, ac alia quotcumque in eas æquationum formulas incidunt, quibus Cubi solidis, Quadrato-quadrata Plano-planis, sive pure sive cum adfectione, comparantur.
26 Ecquis vero, cum magnitudines omnes sint lineæ, superficies, vel corpora, tantus proportionum supra triplicatam, aut demum quadruplicatam rationem potest esse usus in rebus humanis, nisi forte in sectionibus angulorum, ut ex lateribus figurarum anguli, vel ex angulis latera consequamur?
27 Ergo à nemine hactenus adgnitum mysterium angularium sectionum, sive ad Arithmetica, sive Geometrica aperit, & edocet

Data ratione angulorum dare rationem laterum.
Facere ut numerum ad numerum, ita angulum ad angulum.

28 Lineam rectam curvæ non comparat, quia angulus est medium quiddam inter lineam rectam & planam figuram. Repugnare itaque videtur homogeneorum lex.
29 Denique fastuosum problema problematum ars Analytice, triplicem Zetetices, Poristices & Exegetices formam tandem induta, jure sibi adrogat, Quod est, NULLUM NON PROBLEMA SOLVERE.

AD

AD LOGISTICEN SPECIOSAM, NOTÆ PRIORES.

LOGISTICES ſpecioſæ doctrina quatuor, quæ in Iſagogicis expoſita ſunt, canonicis præceptis * abſolvitur. Verumtamen præſtat exemplificari frequentiora aliquot opera, & ſubnotari ea, quæ interdum occurrunt compendia, ne Logiſtam deinceps anfractus ſimiles remorentur. Hujuſmodi ſunt quæ ſequuntur.

* *Scilicet Additionis, Subductionis, Multiplicationis & Diviſionis, quæ traduntur capite quarto Iſagoges, quibus innituntur ſequentia theoremata.*

PROPOSITIO I.

PRopoſitis tribus magnitudinibus exhibere quartam proportionalem.

Exponantur tres magnitudines, Prima, Secunda, & Tertia. Oporteat exhibere Quartam proportionalem. Ducatur Secunda in Tertiam, & factum adplicetur ad Primam. Dico igitur magnitudinem ex ea adplicatione oriundam, ſeu aliter, parabolam eſſe Quartam proportionalem. Prima enim illa ducatur in Quartam, fiet idipſum quod ex Secunda in Tertiam. Itaque ſunt proportionales. Sint igitur magnitudines,

Prima,	Secunda,	Tertia.		
A	B	G	Erit Quarta proportionalis.	$\frac{B \text{ in } G}{A}$
$\frac{A \text{ quadratum,}}{D}$	B	G		$\frac{B \text{ in } G \text{ in } D}{A \text{ quadrat.}}$
$\frac{A \text{ cubus.}}{D \text{ plano.}}$	$\frac{B \text{ quadrat.}}{Z}$	G		$\frac{Bq. \text{ in } G \text{ in } D \text{ pl.}}{Z \text{ in } A \text{ cubum.}}$

PROPOSITIO II.

PRopoſitis duabus magnitudinibus exhibere Tertiam proportionalem, Quartam, Quintam, & ulterioris ordinis continuè proportionales in in finitum.

Exponantur duæ magnitudines A, & B. Oporteat exhibere Tertiam proportionalem, Quartam, Quintam, & ulterioris ordinis continuè proportionales in infinitum.

Quoniam igitur est

Vt	Ad	Ita	Ad				
A.	B.	B.	$\frac{\text{B quadr.}}{\text{A}}$	Erit	$\frac{\text{B quadratum}}{\text{A}}$	Tertia	proportionalis.
A.	B.	$\frac{\text{B quadr.}}{\text{A}}$	$\frac{\text{B cubus.}}{\text{A quadr.}}$		$\frac{\text{B cubus}}{\text{A quadra.}}$	Quarta	
A.	B.	$\frac{\text{B cubus}}{\text{A quadr.}}$	$\frac{\text{B q.quad.}}{\text{A cubo.}}$		$\frac{\text{B quad.quadratum}}{\text{A cubo}}$	Quinta	

Et ita licebit progredi in infinitum.

CONSECTARIVM.

Itaque si sit series magnitudinum in continua proportione, est,

Vt Prima, ad Tertiam, ita Quadratum è Prima, ad Quadratum è Secunda.

Et ut Prima, ad Quartam, ita Cubus è Prima, ad Cubum è Secunda.

Et Prima ad Quintam, ut Quadrato-quadratum è Prima, ad Quadrato-quadratum è Secunda.

Et ita in infinitum constanti ordine. Enimvero ex posita thesi sunt continue proportionales.

Prima, A Secunda, B, Tertia, $\frac{\text{B quadr.}}{\text{A}}$. Quarta $\frac{\text{B cubus.}}{\text{A quadr.}}$ Quinta $\frac{\text{B qu.quadr.}}{\text{A cubo}}$ &c.

At quoniam Prima est A, tertia $\frac{\text{B quadratum}}{\text{A}}$. Ducatur utraque in A, ea itaque ductione cum sit à communi multiplicante, non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{\text{B quadrat.}}{\text{A}}$ erit ut A quadratum ad B quadratum.

Æque quoniam prima est, A quarta $\frac{\text{B cubus}}{\text{A quadr.}}$ Ducatur utraque in A quadratum, ea igitur ductione, cum sit à communi multiplicante non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{\text{B cubum}}{\text{A quadrat.}}$ erit ut A cubus, ad B cubum.

Pariter, cum sit prima A quinta $\frac{\text{B quadrato-quadr.}}{\text{A cubo}}$ Ducatur utraque in A cubum: ea igitur ductione, cum sit à communi multiplicante, non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{\text{B quadr.-quadr.}}{\text{A cubo.}}$ erit ut A quadrato quadratum, ad B quadrato-quadratum.

Nec dissimiliter in ulterioribus reliquis, licet arguere & exemplificari latera ad invicem in ratione simplâ, potestates earumdem in ratione multiplâ. Potestas rationis duplæ est Quadratum. Triplæ, Cubus. Quadruplæ, Quadrato-quadratum. Quintuplæ, Quadrato cubus, & ea in infinitum serie & methodo.

PROPOSITIO III.

INter duo proposita quadrata exhibere medium proportionale.

Proponantur duo quadrata A quadratum, B quadratum. Oporteat invenire medium inter ea proportionale. At vero constituta A prima, B secunda, exhibetur ex antecedente tertia proportionalis, & se habet series hujusmodi.

Prima A, Secunda B, Tertia $\frac{\text{B quadr.}}{\text{A}}$

Ducantur omnes in A, cui videlicet, cum adplicatur B quadratum, oritur tertia.

Quoniam igitur A est communis multiplicator trium expositarum proportionalium; à communi autem multiplicante non immutatur proportio; erunt facta quoque ab A in proportionales, proportionalia. Sunt autem facta,

A quadratum, B in A, B quadratum. Quare inter duo proposita quadrata exhibuimus medium proportionale.

PROPOSITIO IV.

INter duos propositos Cubos exhibere duo media continue proportionalis.

Proponantur duo Cubi A cubus, B cubus. Oporteat exhibere duo media inter ea continue proportionalia. At vero constituta A Prima, B Secunda, exhibentur ex pro-

propositione secunda continue proportionales in infinitum. Sit hic systema infiniti in quarta. Series igitur quatuor continue proportionalium ita se habet,

prima A, secunda B, tertia $\frac{\text{B quadr.}}{\text{A}}$, quarta $\frac{\text{B Cubus}}{\text{A quadr.}}$.

Ducantur omnes in A quadratum, cui videlicet cum adplicatur B cubus, oritur quarta. Quoniam igitur A quadratus communis est multiplicator expositarum quatuor continue proportionalium; à communi autem multiplicante non immutatur proportio: erunt facta in continue proportionales quoque proportionalia. Sunt autem facta, A cubus, A quadratum in B, A in B quadratum, B cubus. Quare inter duos propositos cubos exhibuimus duo media continue proportionalia. Ex his deducitur hoc generale

Consectarium.

Si duo latera attolluntur ad potestates ejusdem gradus, latus autem secundi ducatur in gradum parodicum elatiorem primi, deinde lateris secundi quadratum in gradum succedentem elatiorem primi, & eo continuo ordine: efficientur continue proportionalia inter potestates primi & secundi. Id enim manifestum fit ex secunda Propositione. Vnde etiam proponi potuit generalius,

Inter duas quascumque Potestates æque altas, exhibere tot media continue proportionalia, quot sunt gradus parodici ad potestatem.

Propositio V.

Inter duo latera proposita exhibere quotlibet continue proportionalia.

Sunto duo latera A, B. Oporteat exhibere inter ea quotlibet continue proportionalia. Libeat exhibere quatuor. Quoniam igitur potestas, ad quam latus per totidem gradus deducitur, quot hic media continue proportionalia exiguntur, nempe quatuor, quintum sibi locum vindicet necesse est; in quinto autem gradu consistit quadrato-cubus: attollantur & A & B ad potestatem quadrato-cubi, & inter A quadrato-cubum, & B quadrato-cubum, constituantur media quatuor continue proportionalia, quorum series est hujusmodi:

1. A quadrato-cubus.
2. A quadrato-quadratum in B.
3. A cubus in B quadratum.
4. A quadratum in B cubum.
5. A in B quadrato-quadratum.
6. B quadrato-cubus.

Quæ autem sunt proportionalia potestate, proportionalia quoque sunt radice. Quare singularum sex proportionalium constitutarum sumantur latera quadrato cubica: erunt igitur quoque continuè proportionalia sex latera, qualia hic designantur: videlicet,

1. A.
2. Latus qc. A quadrat. quadrati in B.
3. Latus qc. A cubi in B quadrat.
4. Latus qc. A quadrati in B cubum.
5. Latus qc. A in B quadrato-quadratum.
6. B.

Ergo inter A & B exhibita sunt tot media continue proportionalia quot exigebantur.

Propositio VI.

Duarum magnitudinum adgregato differentiam earundem addere.

Sit A + B addenda A — B: summa fit A bis. Vnde

Theo-

THEOREMA.

Adgregatum duarum magnitudinum adjunctum differentiæ earundem, æquale est duplo magnitudinis majoris.

PROPOSITIO VII.

DUarum magnitudinum adgregato differentiam earundem subducere.

Sit ex A + B auferenda A — B: residua fit B bis. Vnde

THEOREMA.

Adgregatum duarum magnitudinum multatum differentia earumdem, æquale est duplo minoris.

PROPOSITIO VIII.

CUm eadem magnitudo contrahitur, inæquali decremento, alteram ex altera subducere.

Sit ex A — B subducenda A — E: residua erit E — B. Illud autem est contractionum differentiam subnotasse. Vnde

THEOREMA.

Si magnitudo inæquali minuatur decremento, differentia contractionum eadem est quæ contractarum.

PROPOSITIO IX.

CUm eadem magnitudo protrahitur, inæquali cremento, alteram alteri subducere.

Sit ex A + G subducenda A + B: residua erit G — B. Vnde

THEOREMA.

Si eadem magnitudo inæquali augeatur cremento, differentia protractionum eadem est quæ protractarum.

PROPOSITIO X.

CUm eadem magnitudo protrahitur, & contrahitur inæquali cremento & decremento, alteram alteri subducere.

Sit ex A + G subducenda A — B: residua erit G + B. Vnde

THEOREMA.

Si eadem magnitudo protrahatur & contrahatur inæquali cremento & decremento, differentia protractæ & contractæ æqualis est adgregato protractionis & contractionis.

PROPOSITIO XI.

POtestatem puram à binomia radice componere.

Sit radix binomia A + B. Oporteat ab ea potestatem puram componere.

Primo componendum sit Quadratum. Quoniam igitur latus dum ducitur in se facit quadratum; ducatur A + B in A + B, & colligantur singularia effecta plana: erunt illa

A quadratum.
+ A in B bis.
+ B quadrato.

Quæ ideo æquabuntur A + B quadrato.

Secundo componendus sit Cubus. Quoniam igitur latus dum ducitur in sui quadratum,

dratum, facit cubum: ducatur A + B in quadratum jam expositum ex A + B, & colligantur singularia effecta Solida. Erunt illa

A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo. Quæ ideo æquabuntur cubo ex A + B.

Tertio componendum sit quadrato-quadratum. Quoniam latus dum ducitur in sui cubum, facit quadrato-quadratum: ducatur A + B in cubum jam expositum abs A + B, & colligantur effecta singularia plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, + A cubo in B quater, + A quadr. in B quadratum sexies, + A in B cubum quater, + B quadrato-quadrato. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato ex A + B.

Quarto componendus sit quadrato-cubus. Quoniam latus dum ducitur in sui quadrato-quadratum, facit quadrato cubum: ducatur A + B in quadrato-quadratum jam expositum abs A + B, & colligantur effecta singularia plano-solida. Erunt illa

A quadrato-cubus, + A quadrato quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadrato quadratum 5, + B quadrato-cubo. Quæ quidem æquabuntur quadrato-cubo ex A + B.

Quinto componendus sit cubo-cubus. Quoniam latus dum ducitur in sui quadrato-cubum, facit cubo-cubum: ducatur A + B in quadrato-cubum jam expositum abs A + B, & colligantur effecta singularia solido-solida. Erunt illa

A cubo-cubus, + A quadrato-cubo in B 6, + A quadrato quadrato in B quadratum 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadrato in B quadrato-quadratum 15, + A in B quadrato-cubum 6, + B cubo-cubo. Quæ ideo æquabuntur cubo cubo ex A + B.

NEC dissimilis erit ulteriorum quarumcumque potestatum synthesis. A quibus ideo derivantur & uniformi methodo concipiuntur ad universam Logisticen valentia, & quæ etiam ad Zeteticen in promptu sunt, theoremata.

THEOREMA
geneseos quadrati.

SI fuerint duo latera: quadratum lateris primi, plus plano à duplo latere primo in latus secundi, plus quadrato lateris secundi, æquatur quadrato adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadratum, + A in B bis, + B quadrato, æquari A + B quadrato. Ex opere multiplicationis A + B per A + B.

THEOREMA
geneseos cubi.

SI fuerint duo latera: cubus lateri primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, æquatur cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B Dico A cubum, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo, æquari A + B cubo. Ex opere multiplicationis A quadrati + A in B 2, + B quadrato, per A + B.

THEOREMA
geneseos quadrato-quadrati.

SI fuerint duo latera: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A quad.-quadratum, + A cubo in B quater, + A quadrato in B quadratum sexies, + A in B cubum quater, + B quad. quadrato, æquari A + B quad-quadrato. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadrato in B 3, + A in B quadratum 3, + B cubo, per A + B.

THEOREMA
geneſeos quadrati-cubi.

SI fuerint duo latera: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus ſecundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris ſecundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris ſecundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris ſecundi quadrato-quadratum quintuplum, plus lateris ſecundi quadrato-cubo, æquatur quadrato-cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadrato-cubum, + A quad.quadrato B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quad-quadratum 5, + B quadrato-cubo, æquari A + B quadrato-cubo. Ex opere multiplicationis A quadrato-quadrati, + A cubo in B 4, + A quad. in B quadratum 6, + A in B cubum quater, + B quadrato-quadrato, per A + B.

THEOREMA
geneſeos cubo-cubi.

SI fuerint duo latera: cubo-cubus lateris primi, plus quadrato-cubo lateris primi in latus ſecundum ſextuplum, plus quadrato-quadrato lateris primi in lateris ſecundi quadratum decuquintuplum, plus cubo lateris primi in lateris ſecundi cubum vigecuplum, plus quadrato lateris primi in lateris ſecundi quadrato-quadratum decuquintuplum, plus latere primo in lateris ſecundi quadrato-cubum ſextuplum, plus lateris ſecundi cubo-cubo, æquatur cubo-cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubo-cubum, + A quadrato-cubo in B 6, + A quad-quadrato in B quadratum 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadrato in B quadrato-quadratum 15, + A in B quadrato-cubum 6, + B cubo-cubo, æquari A + B cubo-cubo. Ex opere multiplicationis A quadrato-cubi, + A quad-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quad-quadratum 5, + B quadrato-cubo, per A + B.

CUM autem placuerit à differentia laterum, non etiam adgregato, poteſtatem componi, eadem omnino efficientur ſingularia compoſitionis homogenea, ſed affirmabuntur & negabuntur alterne initio ſumpto à majoris lateris poteſtate, quando par eſt ſingulorum homogeneorum numerus, ut in cubo, quadrato-cubo, & exinde alternis: in reliquis verò ſive à majoris lateris poteſtate, ſive à poteſtate minoris ducant initium, nihil refert; eodem enim opus recidit.

CONSECTARIUM.

SINGULARIA compoſitionis homogenea, quibus conſtat poteſtas effecta à binomia radice ſemel & ordinatim ſumpta, ſunt continue proportionalia ex generali conſectario propoſitionis quartæ.

SIC ſunt proportionalia à duobus lateribus A & B effecta tria Plana.

A quadratum.
A in B.
B quadratum.

Nec non & quatuor ſolida.

A cubus.
A quadratum in B.
A in B quadratum.
B cubus.

Pari jure & quinque plano-plana.

A quadrato-quadratum.
A cubus in B.
A quadratum in B quadratum.
A in cubum.
B quadrato-quadratum.

Et

Et proportionalia sex plano-solida.

A quadrato-cubus.
A quadrato-quadratum in B.
A cubus in B quadratum.
A quadratum in B cubum.
A in B quadrato-quadratum.
B quadrato-cubum.

Et proportionalia denique continuè septem solido-solida.

A cubo-cubus.
A quadrato-cubus in B.
A quadrato-quadratum in B quadratum.
A cubus in B cubum.
A quadratum in B quadrato-quadratum.
A in B quadrato-cubum.
B cubo-cubus.

Et sic deinceps.

PROPOSITIO XII.

QVADRATO adgregati laterum, quadratum differentiæ eorundem addere.

SIT latus unum A, alterum B, Oporteat A + B quadrato, A = B quadratum addere. At verò quadratum effectum abs A + B, constat A quadrato, + A in B bis, + B quadrato. Quadratum autem effectum abs A = B, constat A quadrato, — A in B bis, + B quadrato. Fiat igitur horum additio. Summa erit A quadratum bis, + B quadrato bis. Quare factum est quod oportuit. Hinc

THEOREMA.

QVADRATVM adgregati laterum plus quadrato differentiæ eorundem, æquatur adgregato duplo quadratorum.

PROPOSITIO XIII.

QVADRATO adgregati duorum laterum, quadratum differentiæ eorundem demere.

Sit latus unum A, alterum B. Oporteat A + B quadrato, A = B quadratum auferre. Abs planis singularibus quibus constat effingendum abs A + B quadratum, auferentur singularia plana, quibus constat quadratum abs A = B: & erit differentia B in A quater. Hinc

THEOREMA.

QVADRATVM adgregati duorum laterum, minus quadrato differentiæ eorundem, æquatur plano quadruplo sub lateribus.

CONSECTARIVM.

PLANVM sub duobus lateribus cedit quadrato dimidij adgregati laterum. Æqualitatis enim per theorema ordinatæ utraque pars subquadruplicetur. Quadratum adgregati dimidij laterum præstabit plano sub lateribus per quadratum dimidiæ differentiæ, aut non erunt latera diversa, sed æqualia. Quod animadvertisse fuit operæpretium.

PROPOSITIO XIV.

DIFFERENTIAM duorum laterum, in eorundem adgregatum ducere.

SIT latus majus A, minus B. Ducatur A — B in A + B, & singularia plana colligantur. Erunt illa A quadratum, — B quadrato. Hinc

TEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in adgregatum eorundem, æquale est differentiæ quadratorum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA quadratorum si adplicetur differentiæ laterum, orietur adgregatum laterum: & contra. Differentia quadratorum si adplicetur adgregato laterum, orietur differentia laterum. Quandoquidem divisio restitutio est: resolutione ejus operis, quod compositione multiplicatio efficit.

PROPOSITIO XV.

CVBO adgregati duorum laterum, cubum differentiæ eorundem addere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B cubo, A = B cubum addere. At verò cubus effectus abs A + B, constat A cubo, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo. Cubus autem abs A = B constat A cubo, — A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, — B cubo. Fiat igitur horum additio: summa est A cubus bis, + A in B quadratum sexies. Hinc ordinatur

THEOREMA.

CVBVS adgregati duorum laterum, plus cubo differentiæ eorundem, æquatur duplo cubo lateris majoris, plus sextuplo solido à latere majore in lateris minoris quadratum.

PROPOSITIO XVI.

CVBO adgregati duorum laterum, cubum differentiæ eorundem demere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B cubo, cubum ex A = B demere. Abs solidis singularibus, quibus constat componendus abs A + B cubus, demantur singularia solida, quibus constat cubus abs A = B: orietur A quadratum in B sexies, + B cubo bis. Hinc

THEOREMA.

CVBVS adgregati duorum laterum minus cubo differentiæ eorundem, æquatur sextuplo solido à latere minore in quadratum majoris, plus duplo cubo lateris minoris.

PROPOSITIO XVII.

DIFFERENTIAM duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat A — B ducere in A quadratum, + A in B, + B quadrato. Fiat particularis ductio; & colligantur singularia solida. Erunt illa A cubus, — B cubo. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentiæ cuborum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA cuborum si adplicetur ad differentiam laterum, orientur tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati laterum semel sumpta. Et permutim,

DIFFERENTIA cuborum si adplicetur ad tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati laterum semel sumpta, orietur differentia laterum.

PROPOSITIO XVIII.

ADGREGATVM duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum differentiæ ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B ducere in A quadratum, — B in A, + B quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia solida. Erunt illa A cubus + B cubo. Vnde

THEOREMA.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratûm differentiæ ipsorum laterum semel sumpta, æquale est adgregato cuborum.

CONSECTARIVM.

ADGREGATVM cuborum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur singularia tria plana, quibus constat quadratum differentiæ ipsorum, semel sumpta. Et permutatim.

PROPOSITIO XIX.

DIFFERENTIAM duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT majus latus A, minus B. Oporteat A — B ducere in A cubum, + A quadrato in B, + A in B quadratum, + B cubo. Fiat particularis ductio & colligantur singularia plano-plana. Erunt illa A quadrato-quadratum, —— B quadrato-quadrato.

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentiæ quadrato-quadratorum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA duorum quadrato-quadratorum si adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati laterum, semel sumpta. Et permutatim.

PROPOSITIO XX.

ADGREGATVM duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentiæ ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

OPORTEAT A + B ducere in A cubum, — A quadrato in B, + A in B quadratum, — B cubo. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia plano-plana. Erunt illa A quadrato-quadratum, — B quadrato-quadrato.

THEOREMA.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentiæ ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentiæ quadrato-quadratorum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA quadrato-quadratorum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentiæ laterum, semel sumpta.

Aliud CONSECTARIVM.

VT differentia laterum ad adgregatum, ita quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentiæ ipsorum laterum semel sumpta ad quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati eorundem laterum, semel quoque sumpta.

PROPOSITIO XXI.

DIFFERENTIAM duorum laterum in singularia quinque plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum adgregati, ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat A — B ducere in A quadrato-quadratum, + A cubo in B, + A quadrato in B quadratum, + A in B cubum, + B quadrato-quadrato.

drato. Fiat particularis ductio, & colligantur ſingularia plano ſolida. Erunt illa A quadrato-cubus, — B quadrato-cubo. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in quinque ſingularia plano-plana, quibus conſtat quadrato-quadratum adgregati ipſorum laterum, ſemel ſumpta, æquale eſt differentiæ quadrato cuborum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA quadrato-cuborum ſi adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur quinque ſingularia plano-plana, quibus conſtat quadrato-quadratum adgregati ipſorum laterum, ſemel ſumpta. Et contra.

PROPOSITIO XXII.

ADGREGATVM duorum laterum in quinque ſingularia plano-plana, quibus conſtat quadrato-quadratum differentiæ ipſorum ſemel ſumpta, ducere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B ducere in A quadrato-quadratum, — A cubo in B, + A quadrato in B quadratum, — A in B cubum, + B quadrato-quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur ſingularia plano-ſolida. Erunt illa A quadrato-cubus, + B quadrato-cubus. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in quinque ſingularia plano-plana, quibus conſtat quadrato-quadratum differentiæ ipſorum laterum, ſemel ſumpta, eſt æquale adgregato quadrato cuborum.

CONSECTARIVM.

ADGREGATVM quadrato-cuborum ſi adplicetur ad adgregatum laterum, orientur quinque ſingularia plano-plana, quibus conſtat quadrato-quadratum differentiæ ipſorum, ſemel ſumpta. Et permutatim.

PROPOSITIO XXIII.

DIFFERENTIAM duorum laterum in ſex ſingularia plano-ſolida, quibus conſtat quadrato-cubus adgregati ipſorum, ſemel ſumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat A—B ducere in A quadrato-cubum, + A quadrato-quadrato in B, + A cubo in B quadratum, + A quadrato in B cubum, + A in B quadrato-quadratum, + B quadrato-cubo Fiat particularis ductio & colligantur ſingularia ſolido ſolida. Erunt illa A cubo-cubus, — B cubo-cubo. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in ſex ſingularia plano-ſolida, quibus conſtat quadrato-cubus adgregati ipſorum laterum, ſemel ſumpta, eſt æquale differentiæ cubo-cuborum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA cubo-cuborum ſi adplicetur ad differentiam laterum, orientnr ſex ſingularia plano ſolida, quibus conſtat quadrato-cubus adgregati ipſorum, ſemel ſumpta.

PROPOSITIO XXIV.

ADGREGATVM duorum laterum in ſex ſingularia plano-ſolida, quibus conſtat quadrato-cubus differentiæ ipſorum, ſemel ſumpta, ducere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B ducere in A quadrato-cubum, — A quadrato-quadrato in B, + A cubo in B quadratum, — A quadrato in B cubum, + A in B quadrato quadratum, — B quadrato-cubo. Fiat particularis ductio, & colligantur ſingularia ſolido-ſolida. Erunt illa A cubo-cubus, — B cubo-cubus. Hinc

THEO-

THEOREMA.

Quod fit ex adgregato duorum laterum in sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentiæ cubo-cuborum.

CONSECTARIVM.

Differentia cubo-cuborum si adplicetur ad adgregatum duorum laterum, orientur sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta.

Aliud CONSECTARIVM.

Vt differentia laterum ad adgregatum, ita sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta, ad sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum laterum, sumpta quoque semel.

Ex propositionibus præcedentibus deducuntur Theoremata universalia.

THEOREMA I.

Quod fit ex differentia duorum laterum in singularia homogenea, quibus constat potestas adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentiæ potestatum gradus proxime superioris. Hinc

CONSECTARIVM.

Differentia potestatum si adplicetur ad differentiam laterum, orientur singularia homogenea, quibus constat potestas gradus proxime inferioris adgregati ipsorum laterum, semel sumpta. Et contra

Differentia potestatum si adplicetur ad singularia homogenea, quibus constat potestas gradus proxime inferioris adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, orietur differentia laterum.

THEOREMA II.

Quod fit ex adgregato duorum laterum in singularia homogenea, quibus constat potestas differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale adgregato vel differentiæ potestatum ordinis proximè superioris: adgregato quidem, si impar fuerit singularium homogeneorum numerus: differentiæ vero, si par fuerit singularium homogeneorum numerus. Hinc

CONSECTARIVM.

Adgregatum vel differentia potestatum si adplicetur ad adgregatum laterum, orientur singularia homogenea, quibus constat potestas ordinis proxime inferioris differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta.

Aliud CONSECTARIVM.

Si par fuerit numerus singulorum homogeneorum, quibus constat potestas adgregati vel differentiæ laterum, erit: ut differentia laterum ad adgregatum; ita singularia homogenea, quibus constat potestas differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta ad singularia homogenea, quibus constat potestas ejusdem gradus, adgregati ipsorum laterum, semel sumpta.

GENESIS POTESTATUM ADFECTARUM, & primo adfirmatæ.

PROPOSITIO XXV.

QUadratum adfectum adjunctione plani sub latere, adscita congruenter sublaterali coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia $A + B$. Coëfficiens sublateralis D longitudo. Oporteat quadratum abs

abs A + B, adfectum adjunctione plani sub D & A + B, componere. Ducatur A + B in A + B + D, & colligantur effecta singularia plana. Erunt illa

A quadratum, + A in B bis, + B quadrato, + D in A, + D in B. Quæ ideo æquabuntur quadrato abs A + B, adfecto adjunctione plani ex A + B in D longitudinem. Hinc autem ordinatur

THEOREMA

geneseos quadrati adfecti affirmative sub latere.

Si fuerint duo latera & præterea coëfficiens sublateralis longitudo: quadratum lateris primi, plus plano à latere primo in latus secundum duplum, plus quadrato lateris secundi, plus plano à latere primo in coëfficientem longitudinem, plus plano à latere secundo in eandem coëfficientem longitudinem, æquatur quadrato adgregati laterum adfecto adjunctione plani sub coëfficiente illa, & dicto adgregato.

Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens sub lateralis longitudo D. Dico A quadratum, + A in B bis, + B quadrato, + D in A, + D in B, æquari A + B quadrato, + D in A + B. Ex opere multiplicationis A + B per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomia radice componantur duo quadrata, unum purum, alterum adfirmate adfectum sub radice & adscita coëfficiente longitudine: singularia plana, quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Planum à latere primo in coefficientem longitudinem.

Planum à latere secundo in eandem ipsam coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

PROPOSITIO XXVI.

CUbum adfectum adjunctione solidi sub latere, à binomia radice, adscito congruenter sublaterali plano coefficiente, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D planum. Oporteat cubum abs A + B adfecto adjunctione solidi sub D plano, & ipsa A + B componere. Effingatur quadratum abs A + B, & in illud superaddito D plano ducatur A + B, & colligantur effecta singularia solida. Erunt illa

A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo, + D plano in A, + D plano in B. Quæ ideo æquabuntur cubo abs A + B, adfecto adjunctione solidi sub A + B & D plano. Hinc ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera & præterea coëfficiens sublaterale planum: cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, plus solido à latere primo in coëfficiens planum, plus solido à latere secundo in idem coëfficiens planum, æquatur cubo adgregati laterum adfecto adjunctione solidi sub coëfficiente plano & adgregato prædicto.

PROPOSITIO XXVII.

CVbum adfectum adjunctione solidi sub quadrato, à radice binomia, adscita congruenter subquadratica coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B. coëfficiens subquadratica D longitudo. Oporteat cubum abs A + B adfectum adjunctione solidi sub D, & quadrato abs A + B componere. Effingatur quadratum abs A + B, & ducatur in A + B + D, & colligantur effecta singularia solida. Erunt illa

A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo, + A quadrato in D, + A in B bis in D, + B quadrato in D. Quæ propterea æqualia erunt cubo abs A + B, adfecto adjunctione solidi sub A + B quadrato & D longitudine. Hinc concipitur

THEO-

THEOREMA

genefeos cubi adfecti adfirmate fub quadrato.

Si fuerint duo latera, ac præterea coëfficiens fubquadratica longitudo: cubus lateris primi, plus folido à quadrato lateris primi in latus fecundum triplum, plus folido à latere primo in lateris fecundi quadratum triplum, plus cubo lateris fecundi, plus folido à lateris primi quadrato in coëfficientem longitudinem, plus folido à plano-duplo fub lateribus in coëfficientem longitudinem, plus folido à lateris fecundi quadrato in coëfficientem longitudinem, eft æqualis cubo adgregati laterum adfecto adjunctione folidi, fub coëfficiente illa & dicti adgregati laterum quadrato.

Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens fub quadratica longitudo D. Dico A cubum, + A quadrato in B 3, + A in B quadratum 3, + B cubo, + A quadrato in D, + A in B in D 2, + B quadrato in D, æquari A + B cubo, + D in A + B quadratum. Ex opere multiplicationis A quadrati, + A in B 2, + B quadrato, per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomia radice componantur duo cubi, unus purus, alter adfirmate adfectus fub ipfius radicis quadrato & adfcita coëfficiente longitudine: fingularia folida quæ compofitio adfecta addit compofitioni puræ, funt

Solidum à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem.
Solidum à latere fecundo in duplum planum quod fit à latere primo in coëfficientem longitudinem.
Solidum à quadrato lateris fecundi in coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriufque fuppofitionis.

PROPOSITIO XXVIII.

QVadrato-quadratum adfectum adjunctione plano-plani fublatere, à binomia radice, adfcito congruenter fub laterali coëfficiente folido, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens fublaterale D folidum. Oporteat quadrato-quadratum abs A + B adfectum adjunctione plano-plani fub A + B, & ipfo D folido, componere. Effingatur cubus abs A + B, & in illum fuperaddito D folido, ducatur A + B, & colligantur effecta fingularia plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A in D folidum, + B in D folidum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato abs A + B, adfecto adjunctione plano-plani fub A + B, & ipfo D folido. Hinc

THEOREMA

genefeos quadrato-quadrati adfecti adfirmate fub latere.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens folidum: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus fecundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris fecundi quadratum fextuplum, plus latere primo in lateris fecundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris fecundi, plus latere primo in coëfficiens folidum, plus latere fecundo in coëfficiens folidum, eft æquale quadrato-quadrato adgregati laterum adfecto adjunctione plano-plani, fub dicto adgregato, & coëfficiente folido.

Sit latus unum A alterum B, coëfficiens fublaterale folidum D. Dico A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A in D folidum, + B in D folidum, æquari A + B quadrato-quadrato, + D folido in A + B. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadrato in B 3, + A in B quadratum 3, + B cubo, + D folido per A + B.

PROPOSITIO XXIX.

QVadrato-quadratum adfectum adjunctione plano-plani ſub cubo, à radice binomia, adſcito congruenter ſubcubico coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens D longitudo. Oporteat quadrato-quadratum abs A + B, adfectum adjunctione plano-plani ſub cubo ex A + B in D longitudinem, componere. Effingatur cubus abs A + B, & in illud ducatur A + B + D, & colligantur effecta ſingularia plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A cubo in D, + A quadrato in B ter in D, + A in B quadratum ter in D, + B cubo in D. Quæ propterea æqualia erunt quadrato-quadrato ab A + B adfecto adjunctione plano-plani ſub A + B cubo, & ipſa D longitudine. Hinc

THEOREMA
geneſeos plano-plani adfecti cubo adfirmatè.

Si fuerint duo latera, & coëfficiens longitudo: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus ſecundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris ſecundi quadratum ſextuplum, plus latere primo in lateris ſecundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris ſecundi, plus cubo lateris primi in coëfficientem longitudinem, plus ſolido ſub quadrato lateris primi & latere ſecundo triplo in coëfficientem longitudinem, plus ſolido ſub latere primo & lateris ſecundi quadrato triplo in coëfficientem longitudinem, plus cubo lateris ſecundi in coëfficientem longitudinem, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum adfecto adjunctione plano-plani ſub cubo adgregati prædicti, & coëfficiente longitudine.

Sit latus unum A, alterum B, coefficiens longitudo D. Dico A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A cubo in D, + A quadrato in B in D 3, + A in B quadratum in D 3, + B cubo in D, æquari A + B quadrato-quadrato, + D in A + B cubum. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadrato in B 3, + A in B quadratum 3, + B cubo, per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomia radice componantur duo quadrato-quadrata, unum pure, alterum adfectum adjunctione plano-plani ſub ipſius radicis cubo & adſcita coëfficiente longitudine. Singularia plano-plana quæ compoſitio adfecta addit compoſitioni puræ, ſunt

Plano-planum à lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.
Plano-planum à quadrato lateris primi in triplum planum quod fit ex latere ſecundo in coëfficientem longitudinem.
Plano-planum à latere primo in triplum ſolidum quod fit ex quadrato lateris ſecundi in coëfficientem longitudinem.
Plano-planum à cubo lateris ſecundi in coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriuſque ſuppoſitionis.

Purum.	Adfectum.
A quadrato-quadratum.	A quadrato-quadratum.
A cubus in B 4.	A cubus in B 4.
A quadratum in B quadratum 6.	A quadratum in B quadratum 6.
A in B cubum 4.	A in B cubum 4.
B quadrato-quadratum.	B quadrato-quadratum.
	I. A cubus in D.
	II. A quadratum in B in D 3.
	III. A in B quadratum in D 3.
	IV. B cubus in D.

Ex

Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadrato in B 3, A in B quadratum 3, plus B cubo, per A + B + D.

PROPOSITIO XXX.

QVadrato-quadratum adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius ſub latere, & alterius ſub quadrato, à radice binomia adſcitis congruenter ſublaterali coëfficiente ſolido & ſubquadratico coëfficiente plano, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens ſublaterale D ſolidum, coëfficiens ſubquadraticum G planum. Oporteat quadrato-quadratum abs A + B adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius ſub A + B & D ſolido, alterius ſub A + B quadrato & G plano componere. Effingatur quadratum abs A + B, & in illud ſuperaddito G plano, ducatur A + B, & in effecta ſolida ſuperaddito D ſolido, ducatur rurſus A + B, & colligantur ſingularia effecta plano-plana, quæ quidem erunt

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A quadrato in G planum, + A in B bis in G planum, + B quadrato in G planum, + A in D ſolidum, + B in D ſolidum. Hæc itaque plano-plana æquantur quadrato-quadrato abs A + B, adfecto adjunctione plano-plani ſub A + B quadrato & G plano, & plano-plani ſub A + B radice, & D ſolido. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens duplex, unum quidem planum ſubquadraticum, alterum vero ſublaterale ſolidum. Erit

Quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus ſecundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris ſecundi quadratum ſextuplum, plus latere primo in lateris ſecundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris ſecundi, plus quadrato lateris primi in coëfficiens planum, plus duplo plano ſub lateribus in coëfficiens planum, plus quadrato lateris ſecundi in coëfficiens planum, plus latere primo in coëfficiens ſolidum, plus latere ſecundo in coëfficiens ſolidum, æquale quadrato quadrato adgregati laterum, adfecto adjunctione duplicis plano-plani, unius ſub quadrato adgregati laterum, & coëfficiente plano, alterius ſub adgregato laterum, & coëfficiente ſolido.

PROPOSITIO XXXI.

QUadrato-cubum adfectum adjunctione plano-ſolidi ſub latere à radice binomia, adſcito congruenter ſublaterali coëfficiente plano-plano, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens ſublaterale D plano-planum. Oporteat componere quadrato-cubum abs A + B adfectum adjunctione plano-ſolidi ſub A + B, & D plano-plano. Componantur quadrato-quadratum abs A + B, & in illud, ſuperaddito D plano-plano, ducatur A + B, & colligantur effecta ſingularia plano-ſolida. Erunt illa

A quadrato-cubus, + A quadrato-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadrato-quadratum 5, + B quadrato-cubo, + A in D plano-planum, + B in D plano-planum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-cubo abs A + B, adfecto adjunctione plano-ſolidi ſub A + B, & D plano-plano. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens ſublaterale plano-planum: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus ſecundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris ſecundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris ſecundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris ſecundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris ſecundi, plus latere primo in coëfficiens plano-planum, plus latere ſecundo in coëfficiens plano-planum, eſt æqualis quadrato-drato-cubo adgregati laterum adfecto adjunctione plano-solidi sub coëfficiente plano-plano, & adgregato laterum.

PROPOSITIO XXXII.

QUadrato-cubum adfectum adjunctione plano-solidi sub cubo à radice binomia, adscito congruenter subcubico coëfficiente plano, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens subcubicum D planum. Oporteat quadrato-cubum abs A + B adfectum adjunctione plano-solidi sub A + B cubo, & D plano, componere. Sumatur quadratum abs A + B, & in illud superaddito D plano, ducatur cubus abs A + B, & colligantur effecta singularia plano-solida. Erunt illa

A quadrato-cubus, + A quadrato-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadrato-quadratum 5, + B quadrato-cubo, + A cubo in D planum, + A quadrato in B ter in D planum, + A in B quadratum ter in D planum, + B cubo in D planum. Hinc ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera & coëfficiens planum: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris secundi, plus cubo lateris primi in coëfficiens planum, plus solido sub quadrato lateris primi, & latere secundo triplo in coëfficiens planum, plus solido sub latere primo, & lateris secundi quadrato triplo in coëfficiens planum, plus cubo lateris secundi in coëfficiens planum, æqualis est quadrato-cubo adgregati laterum adfecto adjunctione plano-solidi sub coëfficiente plano & cubo adgregati laterum.

PROPOSITIO XXXIII.

CVbo-cubum adfectum adjunctione solido-solidi sub latere, à binomia radice adscito congruenter sublaterali coëfficiente plano-solido, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D plano-solidum. Oporteat cubo-cubum abs A + B adfectum adjunctione solido-solidi ex A + B in D plano-solidum, componere. Effingatur quadrato-cubus abs A + B, & in illum D plano-solido auctum, ducatur A + B, & colligantur singularia effecta solido-solida. Erunt illa

A cubo-cubus, + A quadrato-cubo in B 6, + A quadrato-quadrato in B quadratum 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadrato in B quadrato-quadratum 15, + A in B quadrato-cubum 6, + B cubo-cubo, + A in D plano-solidum, + B in D plano-solidum. Quæ propterea æquabuntur A + B cubo-cubo, plus solido-solido ex A + B in D plano-solidum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, una cum coëfficiente sublaterali plano-solido, cubo-cubus lateris primi, plus quadrato-cubo lateris primi in latus secundum sextuplum, plus quadrato-quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum decuquintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi cubum vigecuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadrato-quadratum decuquintuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-cubum sextuplum, plus cubo-cubo lateris secundi, plus latere primo in coëfficiens plano-solidum, plus latere secundo in coëfficiens plano-solidum, est æqualis cubo-cubo adgregati laterum adfecto adjunctione solido-solidi sub coefficiente plano-solido & adgregato laterum.

GENE-

GENESIS POTESTATUM ADFECTARUM negate.

PROPOSITIO XXXIV.

QVadratum adfectum multa plani ſub latere, à binomia radice adſcita congruenter ſublaterali coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens ſublateralis D longitudo. Oporteat quadratum abs A + B adfectum multa plani ſub A + B, & D longitudine, componere. Ducatur A + B in A + B — D, erunt effecta plana, A quadratum, + A in B bis, + B quadrato, — A in D, — B in D. Quæ ideo æquabuntur quadrato abs A + B, adfecto multa plani ex A + B in D longitudinem. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, una cum coëfficiente ſublaterali longitudine: quadratum lateris primi, plus plano à latere primo in latus ſecundum duplum, plus quadrato lateris ſecundi, minus plano à latere primo in coëfficientem longitudinem, minus plano à latere ſecundo in coëfficientem longitudinem, eſt æquale quadrato adgregati laterum adfecto multa plani ſub dicto adgregato, & coëfficiente illa.

PROPOSITIO XXXV.

CVbum adfectum multa ſolidi ſub latere, à radice binomia, adſcito congruenter ſublaterali coëfficiente plano, effingere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens ſublaterale D planum. Oporteat cubum abs A + B adfectum multa ſolidi ex A + B in D planum, effingere. Componatur quadratum abs A + B, & in illud multatum D plano ducatur A + B, colliganturque ſingularia effecta Solida. Erunt illa

A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo, — A in D planum, — B in D planum, & æquabuntur cubo abs A + B adfecto multa ſolidi ex A + B in D planum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens ſublaterale planum: cubus lateris primi, plus ſolido à quadrato lateris primi in latus ſecundum triplum, plus ſolido à latere primo in lateris ſecundi quadratum triplum, plus cubo lateris ſecundi, minus ſolido à latere primo in coëfficiens planum, minus ſolido à latere ſecundo in coëfficiens planum, eſt æqualis cubo adgregati laterum adfecto multa ſolidi ſub coëfficiente plano, & adgregato laterum.

PROPOSITIO XXXVI.

CVbum adfectum multa ſolidi ſub quadrato, à radice binomia, adſcita congruenter coëfficiente ſubquadratica longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens ſubquadratica D longitudo. Oporteat cubum abs A + B adfectum multa ſolidi ſub A + B quadrato, & D longitudine, componere. Effingatur quadratum abs A + B, & in illud ducatur A + B — D, & colligantur effecta ſingularia ſolida. Erunt illa

A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo, — A quadrato in D, — A in B bis in D, — B quadrato in D. Quæ idcirco æqualia erunt A + B cubo, adfecto multa ſolidi abs A + B quadrato in D longitudinem. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens ſubquadratica longitudo: cubus lateris primi, plus ſolido à quadrato lateris primi in latus ſecundum triplum, plus ſolido à latere primo in lateris ſecundi quadratum triplum, plus cubo lateris ſecundi, minus ſolido à qua-à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem, minus solido à plano duplo sub lateribus in coëfficientem longitudinem, minus solido à quadrato lateris secundi in coëfficientem longitudinem, æquabitur cubo adgregati laterum, adfecto multa solidi sub coëfficiente longitudine & quadrato adgregati laterum.

GENESIS POTESTATUM ADFECTARUM negatè mixtim & adfirmatè.

PROPOSITIO XXXVII.

QUadrato-quadratum adfectum adjunctione quidem plano-plani sub latere, multa vero plano-plani sub cubo, à radice binomia, adscitis congruenter sublaterali coëfficiente solido & subcubica coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D solidum, coëfficiens subcubica G longitudo. Oporteat quadrato-quadratum abs A + B, adfectum quidem adjunctione plano-plani ex A + B in D solidum; multa vero plano plani abs A + B cubo in G longitudinem, componere. Ducatur quadratum abs A + B in A + B — G, & in effecta solida superaddito D solido, ducatur A + B, & colligantur singularia effecta plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, — A cubo in G, — A quadrato in B ter in G, — A in B quadratum ter in G, — B cubo in G, + A in D solidum, + B in D solidum. Quæ quidem æqualia erunt quadrato-quadrato abs A + B, adfecto multa plano-plani ex A + B cubo in G longitudinem, & adjunctione plano-plani ex A + B radice in D solidum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens subcubica longitudo, necnon & coëfficiens sublaterale solidum: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, minus cubo lateris primi in coëfficientem longitudinem, minus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coëfficientem longitudinem, minus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coëfficientem longitudinem, minus cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem, plus latere primo in coëfficiens solidum, plus latere secundo in coëfficiens solidum, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum, adfecto multa quidem plano-plani sub cubo adgregati laterum & coëfficiente longitudine, adjunctione vero plano-plani sub adgregato eodem & coëfficiente solido.

PROPOSITIO XXXVIII.

QVadrato-quadratum adfectum multa quidem plano-plani sub latere, adjunctione vero plano-plani sub cubo, à binomia radice, adscitis congruenter sublaterali coëfficiente solido & subcubica coëfficiente longitudine, componere.

Esto radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D solidum, coëfficiens subcubica G longitudo. Oporteat abs A + B, quadrato-quadratum adfectum multa plano-plani sub A + B & D solido, atque adjunctione plano-plani sub A + B cubo & G longitudine, componere. Ducatur quadratum ex A + B in A + B + G, & in effecta solida multata D solido, ducatur A + B, & orta plano-plana erunt

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato quadrato, + A cubo in G, + A quadrato in B ter in G, + A in B quadratum in G 3, + B cubo in G, — A in D solidum, — B in D

soli-

ſolidum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato ab A + B, adfecto adjunctione plano-plani ſub A + B cubo, & G longitudine, & multa plano-plani ſub A + B radice & ipſo D ſolido. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens ſubcubica longitudo, necnon & coëfficiens ſublaterale ſolidum: quadrato quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus ſecundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris ſecundi quadratum ſextuplum, plus latere primo in lateris ſecundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris ſecundi, plus cubo lateris primi in coëfficientem longitudinem, plus ſolido ſub quadrato lateris primi & latere ſecundo triplo in coëfficientem longitudinem, plus ſolido ſub latere primo & lateris ſecundi quadrato triplo in coëfficientem longitudinem, plus cubo lateris ſecundi in coëfficientem longitudinem, minus latere primo in coëfficiens ſolidum, minus latere ſecundo in coëfficiens ſolidum, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum, adfecto adjunctione quidem plano-plani ſub cubo adgregati laterum, & coëfficiente longitudine, multa vero plano-plani ſub adgregato ipſo laterum, & coëfficiente ſolido.

PROPOSITIO XXXIX.

QVadrato-cubum adfectum adjunctione plano-ſolidi ſub latere, & multa plano-ſolidi ſub cubo, à binomia radice, adſcitis congruenter, ſublaterali coëfficiente plano-plano, & ſubcubico coëfficiente plano, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens ſublaterale D plano-planum, ſubcubicum coëfficiens G planum. Effingendus ſit quadrato-cubus abs A + B, adfectus adjunctione plano-ſolidi ſub A + B radice & D plano-plano, ac multa plano-ſolidi ſub A + B cubo & G plano. Componatur quadratum abs A + B, & in illud multatum G plano, ducatur idem quadratum ab A + B & orta plano-plana augeantur D plano-plano, & ducantur in A + B. Orientur hæc plano-ſolida

A quadrato-cubus, + A quadrato-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadrato-quadratum 5, + B quadrato-cubo, — A cubo in G planum, — A quadrato in B ter in G planum, — A in B quadratum ter in G planum, — B cubo in G planum, + A in D plano-planum, + B in D plano-planum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea ſubcubicum coëfficiens planum, necnon & ſublaterale coëfficiens plano-planum: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus ſecundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris ſecundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris ſecundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris ſecundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris ſecundi, minus cubo lateris primi in coëfficiens planum, minus ſolido ſub quadrato lateris primi & latere ſecundo triplo in coëfficiens planum, minus ſolido ſub latere primo & lateris ſecundi quadrato triplo in coëfficiens planum, minus cubo lateris ſecundi in coëfficiens planum, plus latere primo in coëfficiens plano-planum, plus latere ſecundo in coëfficiens plano-planum, æquatur quadrato-cubo adgregati laterum adfecto multa quidem plano-ſolidi ſub cubo adgregati laterum & coëfficiente plano, adjunctione vero plano-ſolidi ſub adgregato laterum, & coëfficiente plano-plano.

GENESIS POTESTATVM avulſarum.

PROPOSITIO XL.

PLanum ſub latere, adfectum multa quadrati, à binomia radice, adſcita congruenter ſublaterali coëfficiente longitudine, componere.

Sit

Sit radix binomia A + B, ſublateralis coëfficiens D longitudo. Oporteat planum ſub A + B, & D longitudine, adfectum multa A + B quadrati, componere. Ducatur D — A — B in A + B, & orientur ſingularia plana, A in D, + B in D, — A quadrato, — A in B 2, — B quadrato. Hinc autem ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, necnon & ſublateralis coëfficiens longitudo: planum à latere primo in coëfficientem longitudinem, plus plano à latere ſecundo in coëfficientem longitudinem, minus quadrato lateris primi, minus duplo plano ſub lateribus, minus quadrato lateris ſecundi, æquatur plano ſub adgregato laterum, & coëfficiente illa, adfecto multa quadrati abs adgregato laterum.

PROPOSITIO XLI.

SOlidum ſub latere adfectum multa cubi, à binomia radice, adſcito congruenter ſublaterali coëfficiente plano, effingere.

Sit radix binomia A + B, ſublaterale coëfficiens D planum. Effingendum ſit ſolidum ſub A + B, & D plano, adfectum multa cubi ex A + B. Ducatur A + B in D planum multatum A + B cubo. Orientur ſolida, A in D planum, + B in D planum, — A cubo, — A quadrato in B 3, — A in B quadratum 3, — B cubo. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, una cum coëfficiente ſublaterali plano: ſolidum à latere primo in coëfficiens planum, plus ſolido à latere ſecundo in coëfficiens planum, minus cubo lateris primi, minus ſolido à quadrato lateris primi in latus ſecundum triplum, minus ſolido à latere primo in lateris ſecundi quadratum triplum, minus cubo lateris ſecundi, æquatur ſolido ſub adgregato laterum, & coëfficiente ſublaterali plano, adfecto multa cubi abs adgregato eodem.

PROPOSITIO XLII.

SOlidum ſub quadrato adfectum multa cubi, à binomia radice, adſcita congruenter ſub quadratica coëfficiente longitudine, effingere.

Sit radix binomia A + B, ſubquadratica coëfficiens D longitudo. Oporteat ſolidum ſub A + B quadrato, & D longitudine, adfectum multa cubi abs A + B componere. In A + B quadratum ducatur D — A — B, & orientur ſolida, A quadratum in D, + A in B bis in D, + B quadrato in D, — A cubo, — A quadrato in B 3, — A in B quadratum 3, — B cubo. Hinc enuntiatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & ſubquadratica coëfficiens longitudo: ſolidum à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem, plus ſolido à plano duplo ſub lateribus in coëfficientem longitudinem, plus ſolido à quadrato lateris ſecundi in coëfficientem longitudinem, minus cubo lateris primi, minus ſolido à quadrato lateris primi in latus ſecundum triplum, minus ſolido à latere primo in lateris ſecundi quadratum triplum, minus cubo lateris ſecundi, eſt æquale ſolido ſub quadrato adgregati laterum, & coëfficiente longitudine, adfecto multa cubi abs adgregato eodem.

PROPOSITIO XLIII.

PLano-planum ſub latere adfectum multa quadrato-quadrati, à binomia radice, adſcito congruenter ſublaterali coëfficiente ſolido, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens ſublaterale D ſolidum. Oporteat componere plano-planum ex D ſolido in A + B, adfectum multa A + B quadrato quadrati. Auferatur A + B cubus ex ipſo D ſolido, & ducatur in A + B. Orientur plano-plana, A in

A in D ſolidum, + B in D ſolidum, — A quadrato quadrato, — A cubo in B 4, — A quadrato in B quadratum 6, — A in B cubum 4, — B quadrato-quadrato. Hinc autem ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens ſolidum: latus primum in coëfficiens ſolidum, plus latere ſecundo in idem ſolidum, minus quadrato-quadrato lateris primi, minus cubo lateris primi in latus ſecundum quadruplum, minus quadrato lateris primi in lateris ſecundi quadratum ſextuplum, minus latere primo in lateris ſecundi cubum quadruplum, minus quadrato-quadrato lateris ſecundi, æquatur plano-plano ex adgregato laterum in coëfficiens ſolidum, adfecto multa quadrato-quadrati abs adgregato prædicto.

PROPOSITIO XLIV.

PLano-planum ſub cubo, adfectum multa quadrato-quadrati à binomia radice, adſcita congruenter ſubcubica coëfficiente longitudine, effingere.

Sit radix binomia A + B, ſubcubica coëfficiens D longitudo. Oporteat ſolidum abs A + B cubo & ipſa D, adfectum multa quadrato-quadrati abs A + B, componere. In A + B cubum ducatur D — A — B: efficientur ſingularia plano-plana,

A cubus in D, + A quadrato in B ter in D, + A in B quadratum ter in D, + B cubo in D, — A quadrato-quadrato, — A cubo in B 4, — A quadrato in B, quadratum 6, — A in B cubum 4, — B quadrato-quadrato. Hinc itaque ordinabitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens longitudo: cubus lateris primi in coëfficientem longitudinem, plus ſolido ſub quadrato lateris primi & latere ſecundo triplo in eandem longitudinem, plus ſolido ſub latere primo & lateris ſecundi quadrato triplo in eandem longitudinem, plus cubo lateris ſecundi in eandem longitudinem, minus quadrato-quadrato lateris primi, minus cubo lateris primi in latus ſecundum quadruplum, minus quadrato lateris primi in lateris ſecundi quadratum ſextuplum, minus latere primo in lateris ſecundi cubum quadruplum, minus quadrato-quadrato lateris ſecundi, æquatur plano-plano ſub coëfficiente longitudine & cubo adgregati laterum, adfecto multa quadrato-quadrati abs adgregato eodem.

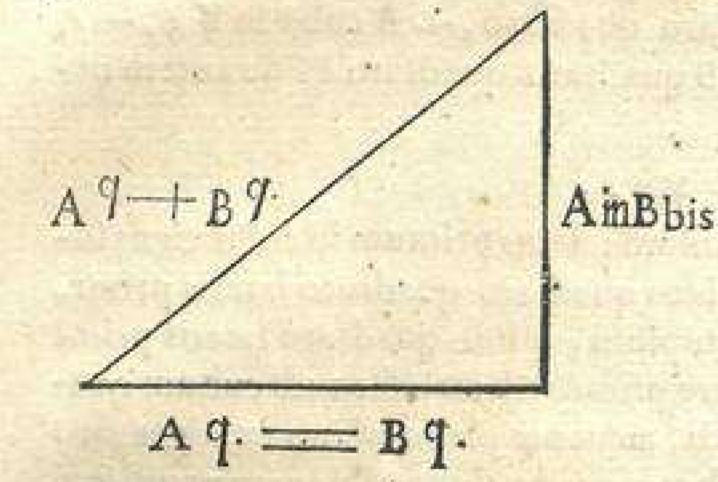
Porro monitum te cupio, ſingula hæc Theoremata geneſeos ſeu ſyntheſeos poteſtatum adfectarum ordine reſpondere ſingulis analyſeos poteſtatum earundem Problematis; quæ ſolvuntur in eruditiſſimo opere de numeroſa poteſtatum reſolutione. Quod quidem adnotare neceſſarium.

GENESIS TRIANGULORUM.

PROPOSITIO XLV.

TRiangulum rectangulum à duabus radicibus, effingere.

Sunto duæ radices A, B. Oporteat ab iis triangulum rectangulum, effingere. Et verò docente Pythagora, quadratum lateris ſubtendentis angulum rectum, æquale eſt quadratis laterum circa rectum. Latus autem ſubtendens ſolet per excellentiam vocari hypothenuſa. Latera vero circa rectum, perpendiculum & baſis. Eo igitur recidit res, ut à duabus radicibus poſitis, effingenda ſint tria quadrata, quorum unum æquatur duobus reliquis, & maximi latus aſſimiletur hypothenuſæ. Reliquorum vero latera perpendiculo & baſi. Ordinatum autem jam ante eſt, quadratum adgregati duorum laterum, æquari quadrato differentiæ eorundem, & quadruplo ſub eiſdem lateribus rectangulo. Quare ad expoſitas radices A, B, ſubjiciatur tertia proportionalis $\frac{\text{B quadratum}}{\text{A}}$ Et adgregatum extremarum, hypothenuſa conſtituatur A + $\frac{\text{B quadrato.}}{\text{A}}$ Differentia earundem, baſis, nempe A == $\frac{\text{B quad.}}{\text{A}}$ Perpendicularis erit, B 2, cujus videlicet quadratum æquatur rectangulo ſub extremis. Omnia in A, ut ad idem genus adplicationis latera quæque revocentur: erit hypothenuſa A quadratum, + B quadrato. perpendicularis A in B 2. baſis A quadrat == B quadrato.



Hinc effingere est à duobus lateribus, triangulum rectangulum. Enimvero hypothenusa fit similis adgregato quadratorum, basis differentiæ eorundem, perpendiculum duplo rectangulo.

Æque effingere est à proportionalibus tribus, triangulum rectangulum. Enimvero hypothenusa fit similis adgregato extremarum, basis differentiæ earundem, perpendiculum mediæ duplæ.

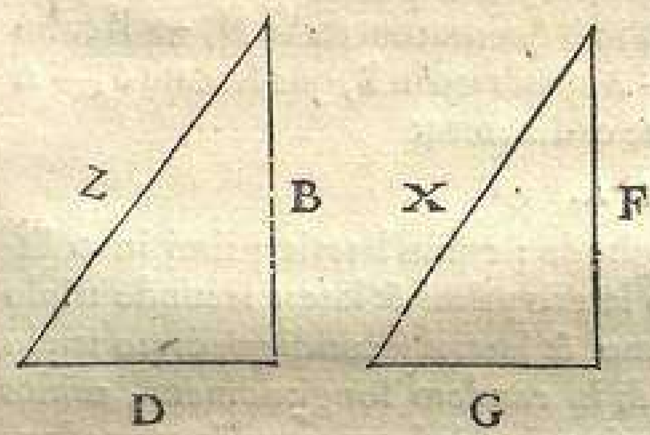
CONSECTARIUM.

Perpendiculum trianguli rectanguli medium proportionale est inter adgregatum baseos & hypotenusæ, & differentiam earundem.

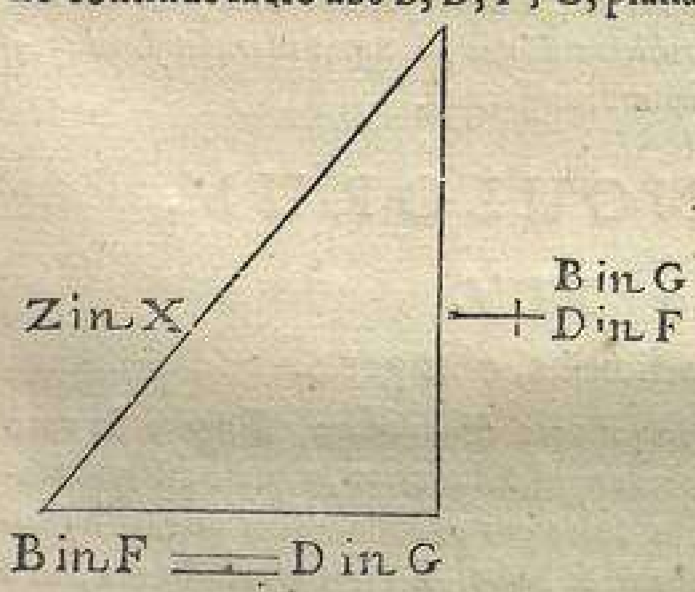
PROPOSITIO XLVI.

A Duobus triangulis rectangulis tertium triangulum rectangulum effingere.

Sunto triangula rectangula duo. Scilicet,



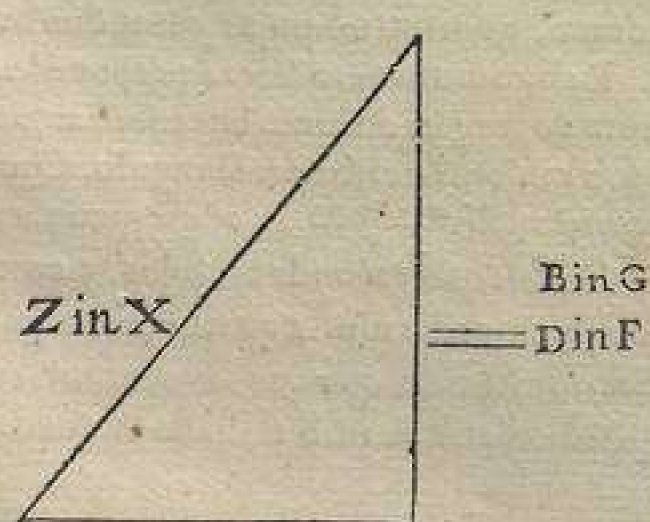
Fiat tertii hypotenusa similis ei quod fit ex hypotenusa primi in hypotenusam secundi, nempe Z in X. Plana igitur similia basi & perpendiculo ducta quadratice, facient Z quadratum in X quadratum, id est per interpretationem, id quod fit ex B quadrato, + D quadrato in G quadratum, + F quadrato: quod factum constat quatuor plano-planis, nempe B quadrato in G quadratum, + D quadrato in F quadratum, & B quadrato in F quadratum, + D quadrato in G quadratum. Binis primis addatur plano-planum duplum quod fit continue abs B, D, F, G, & auferatur binis postremis; vel conversim, auferatur binis primis, & addatur binis postremis. Nihil factis deperiit vel accessit, quominus facta plano-plana, plano-plano ex Z quadr. in X quadratum adæquentur; bina porro illa plano-plana adscito vel dempto bis communi illo plano-plano continue facto abs B, D, F, G, planas habent radices, quarum



Primo casu, prima est B in G, + D in F, altera B in F — D in G: secundo vero casu, prima est B in G, — D in F, altera B in F, + D in G. Utriusque casus, prima adsimilatur perpendiculo, secunda basi.

Ergo hac vel illa methodo à duobus triangulis rectangulis effingere est tertium triangulum rectangulum. Enimvero hypotenusa tertij fiet similis facto sub hypotenusis primi & secundi, perpendiculum adgregato facti à base primi in perpendiculum secundi, & facti reciproce à base secundi in perpendiculum primi; basis differentiæ, inter factum sub basibus primi & secundi, & factum sub eorundem perpendiculis.

Vel, perpendiculum adsimilatur differentiæ factorum reciproce à base unius in perpendiculum alterius. basis vero adgregato facti sub basibus, & facti sub perpendiculis.



Triangulum autem rectangulum à duobus aliis triangulis rectangulis primo exposito modo deductum, vocetur triangulum synæreseos, secundo triangulum diæreseos, ob causam suo exprimendam loco. Hinc

THEO-

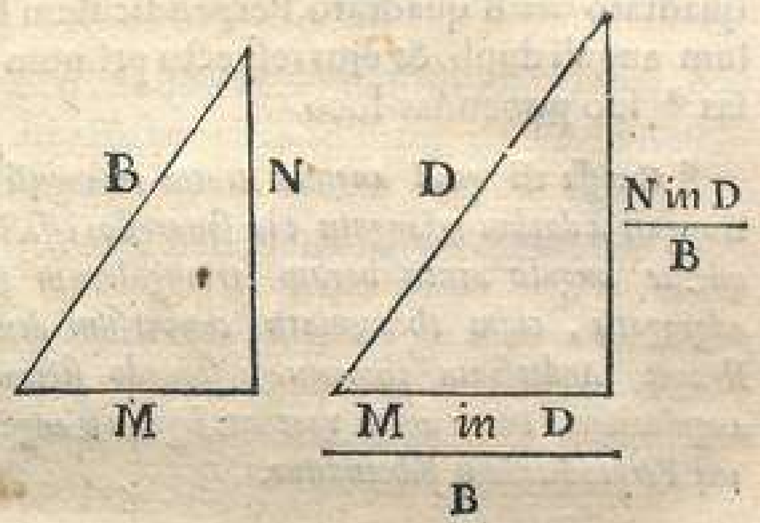
THEOREMA.

Si fuerint duo triangula rectangula: quadratum plani quod fit sub hypotenusis æquatur quadrato adgregati factorum è basibus in perpendicula reciprocè, plus quadrato differentiæ inter factum sub basibus & factum sub perpendiculis. Vel etiam, æquatur quadrato differentiæ factorum è basibus in perpendicula reciproce, plus quadrato adgregati facti sub basibus, & facti sub perpendiculis.

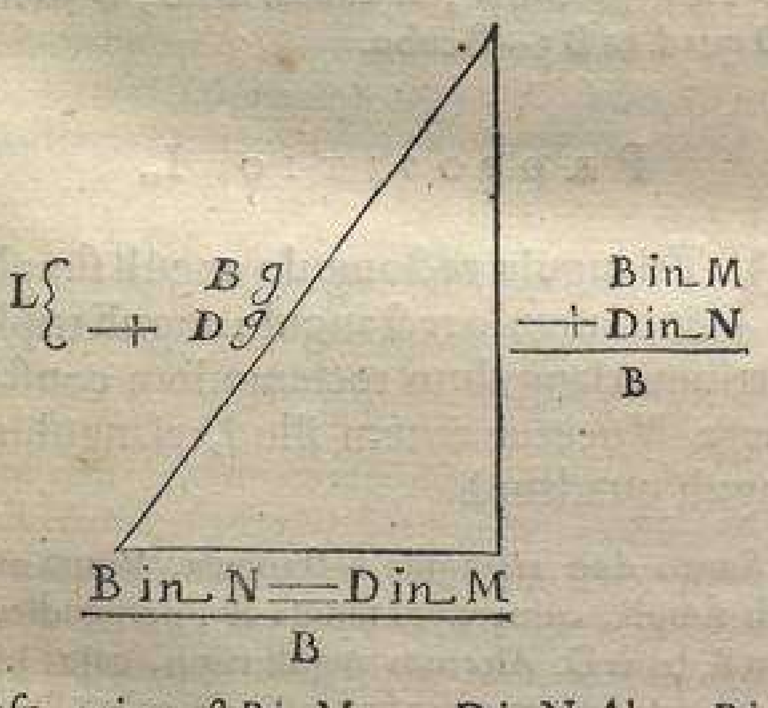
PROPOSITIO XLVII.

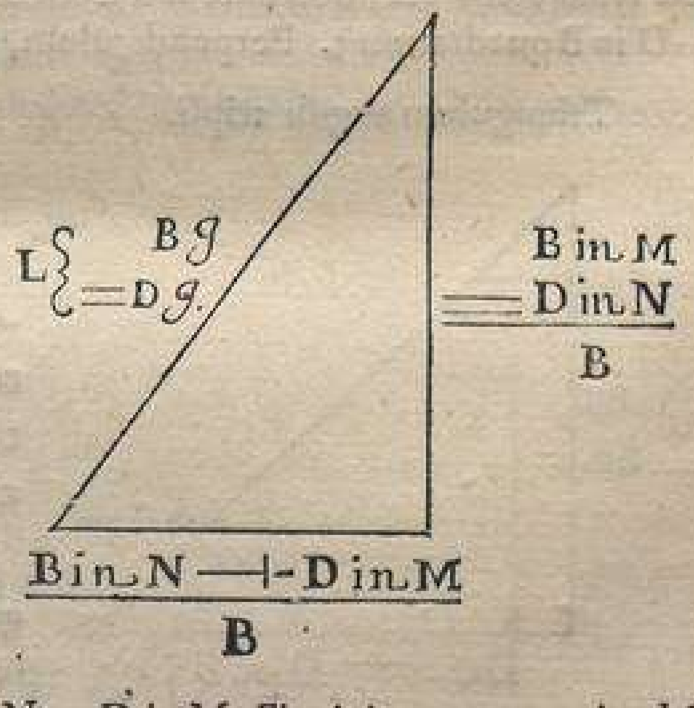
A duobus triangulis rectangulis similibus, tertium triangulum rectangulum ita deducere, ut hypotenusæ tertii quadratum, æquale sit quadratis hypotenusæ primi, & hypotenusæ secundi.

Sint duo similia triangula rectangula. Primum, cujus hypotenusa B, perpendiculum N, basis M. Alterum, cujus hypotenusa D, perpendiculum consequenter $\frac{N \text{ in } D}{B}$, basis $\frac{M \text{ in } D}{B}$. Oporteat ab illis duobus tertium triangulum rectangulum deducere, ita ut hypotenusæ illius quadratum æquetur B quadrato, + D quadrato. Quoniam igitur hypotenusæ quadratum constat B quadrato, + D quadrato. Tantum erit quadratum perpendiculi adjunctum quadrato basis diducendi trianguli. At si B quadratum, + D quadrato ducatur in M. quadr. + N quadrato, & divisio fiat per B quadratum, nihil quadrato hypotenusæ diducti accedit vel deperit, quominus M quadratum, + N quadrato æquetur ex hypothesi B quadrato. Fiat igitur ductio, factum certe constabit quatuor plano planis, nempe B quadrato in M quadratum, + D quadrato in N quadratum, & B quadrato in N quadratum, + D quadrato in M quadratum. Binis primis addatur plano-planum duplum quod fit continue abs B, D, M, N, & auferatur binis postremis, vel conversim, auferatur binis primis, & addatur binis postremis. Nihil factis accrescit aut deperit quominus facta plano-plana, plano-plano abs B quadrato, + D quadrato in B quadratum æquentur. Bina porro illa plano-plana, adscito vel dempto bis communi illo plano-plano continue facto abs B, D, M, N, planas habent radices, quarum



Primo casu, prima est B in M, + D in N. Altera B in N, = D in M. Secundo vero





casu, prima est B in M, = D in N. Altera B in N, + D in M. Fiat igitur communis ad B adplicatio, & utriusvis casus, prima adsimilabitur perpendiculo, secunda basi.

THEOREMA.

Si fuerint duo similia triangula rectangula, adgregatum quadratorum ab hypotenusis

ſis, æquatur quadrato adgregati ex baſe primi, & perpendiculo ſecundi, plus quadrato differentiæ inter perpendiculum primi, & baſin ſecundi, vel etiam, æquatur quadrato adgregati ex perpendiculo primi & baſe ſecundi, plus quadrato differentiæ inter baſin primi & perpendiculum ſecundi.

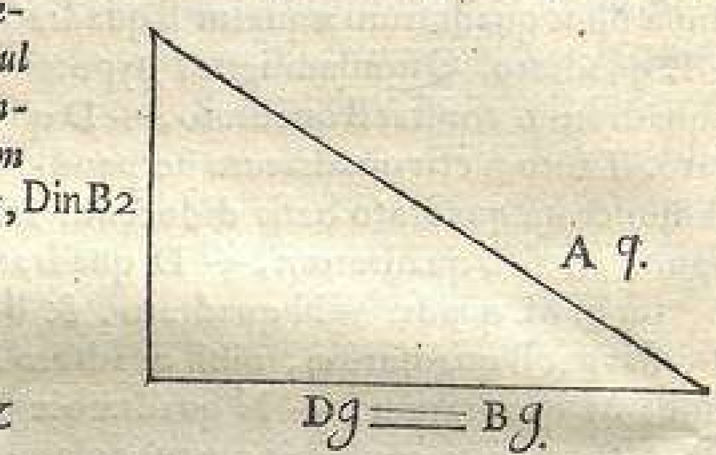
Propositio XLVIII.

A Duobus triangulis rectangulis æqualibus & æquiangulis, tertium triangulum rectangulum, conſtituere.

Sunto duo triangula rectangula, quorum communia latera hypotenuſa quidem A, perpendiculum B, baſis D. Oporteat ab illis duobus tertium triangulum rectangulum conſtituere. Fiat deductio ſicut docuit Propoſitio 46. caſu primo. Deduci enim tantum poteſt ſynæreſeos via, non autem diæreſeos. Fit hypotenuſa ſimilis A quadrato. Baſis, D quadrato — B quadrato. Perpendiculum B in D 2. Tertium autem illud, vocetur triangulum anguli dupli, & ejus reſpectu primum vel ſecundum dicetur anguli ſimpli ob cauſas * ſuo ponendas loco.

** Cauſſa eſt quod angulus acutus trianguli rectanguli à duobus triangulis via ſynæreſeos effecti æquetur angulis acutis horum triangulorum ſimul adgregatis, cujus theorematis converſum demonſtravit Anderſonus theoremate ſecundo ſectionum angularium. Porro acuti voce intelligitor is angulus, cui Perpendiculum ſubtenditur.*

Triangulum anguli dupli.

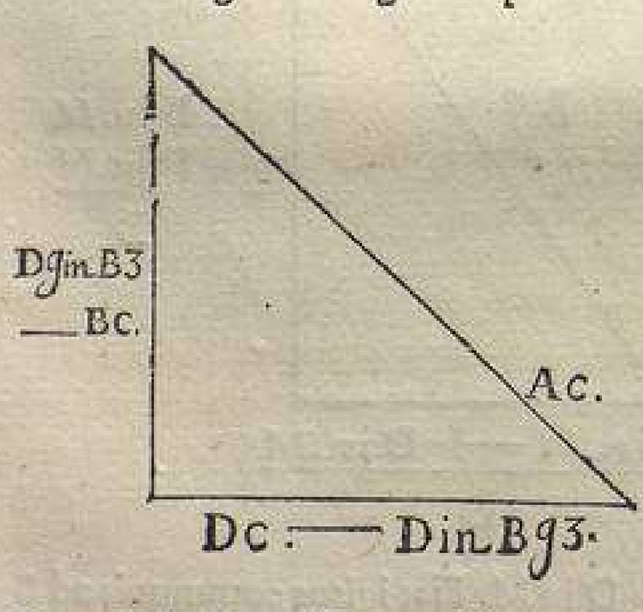


Propositio XLIX.

A Triangulo rectangulo ſimpli, & triangulo rectangulo anguli dupli, triangulum rectangulum effingere. Vocetur autem tertium illud, triangulum anguli tripli.

Sunto duo triangula rectangula, unum anguli ſimpli, cujus hypotenuſa A, perpendiculum B, baſis D. Alterum anguli dupli, cujus conſequenter hypotenuſa ſit ſimilis A quadrato, baſis D quadrato — B quadrato, perpendiculum ſimile plano duplo, ex D in B. Oporteat ab illis duobus triangulis rectangulis, tertium triangulum rectangulum effingere. Fiat deductio, ut docuit Propoſitio 46. primo caſu. Effingi enim tantum poteſt ſynæreſeos via, non autem diæreſeos. Fit hypotenuſa, A cubus. Baſis, D cubus —D in B quadratum 3. Perpendiculum, D quad. in B 3—B cubo.

Triangulum anguli tripli.



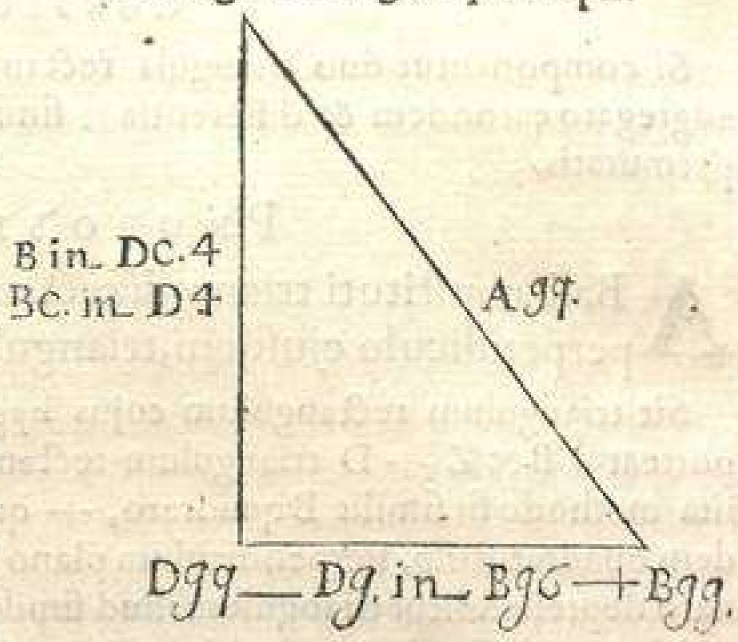
Propositio L.

A Triangulo rectangulo anguli ſimpli, & triangulo rectangulo anguli tripli, tertium triangulum rectangulum conſtituere. Vocetur autem illud, triangulum anguli quadrupli.

Sunto duo triangula rectangula. Vnum anguli ſimpli, cujus hypotenuſa A, perpendiculum B, baſis D. Alterum anguli tripli, cujus hypotenuſa conſequenter ſit ſimilis, A cubo. Baſis, Dc,—D in Bq. 3. Perpendiculum, ſimile D q. in B 3, — B c. Oporteat ab illis tertium triangulum rectangulum conſtituere. Fiat deductio, ut docuit Propoſitio 46. caſu primo. Fit hypotenuſa ſimilis, A qq. Baſis Dqq.—Dq. in Bq. 6, + Bqq. Perpendiculum B in Dc 4, — Bc in D 4.

Pro-

Triangulum anguli quadrapli.

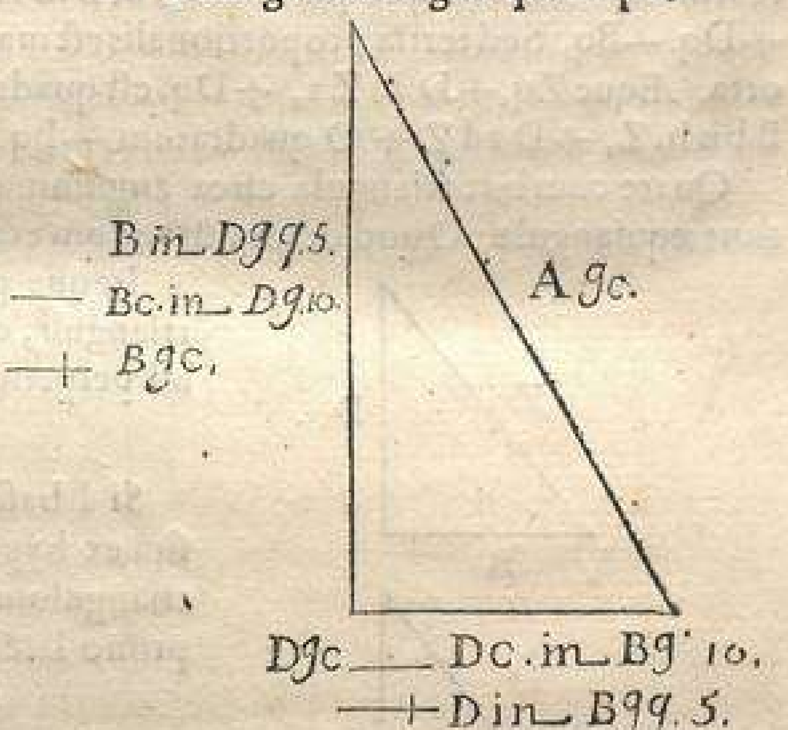


PROPOSITIO LI.

A Triangulo rectangulo anguli simpli, & triangulo rectangulo anguli quadrupli, tertium triangulum rectangulum via synæreseos, constituere. Vocetur autem illud, anguli quintupli.

Sunto duo triangula rectangula. Vnum anguli simpli, cujus hypotenusa A, basis D, perpendiculum B. Alterum anguli quadrupli, cujus hypotenusa consequenter similis A quadrato-quadrato, &c. Oporteat ab illis duobus tertium via synæreseos, constituere. Fiat deductio, ut docuit propositio 46. casu primo. Fit hypotenusa similis A qc. Basis D qc, — Dc in Bq 10. + D in B qq. 5. Perpendiculum simile Dqq. in B 5, — Dq. in Bc. 10, + Bqc.

Triangulum anguli quintupli.



EX HIS ARGVITUR

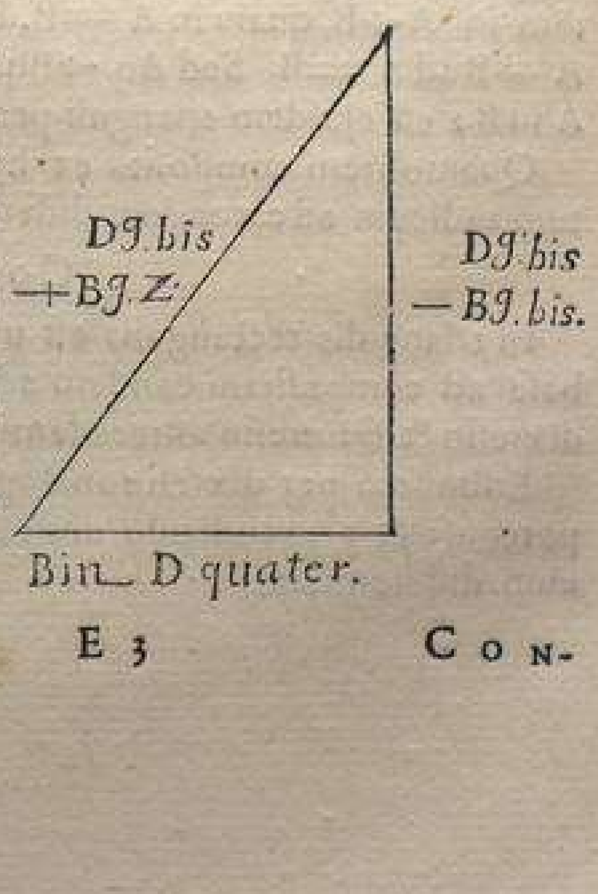
Consectarium generale in diductionibus triangulorum rectangulorum.

Si qua potestas componatur à binomia radice, & singularia facta homogenea distribuantur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata deinde negata, & harum primæ parti similis fiat basis trianguli rectanguli alicujus, perpendiculum alteri. Erit hypotenusa similis ipsi potestati. Cum autem triangulum illud cujus basis similis sit, vel æqualis uni è radicibus compositionis, perpendiculum vero alteri, à suo cui perpendiculum subtenditur angulo, denominationem sortietur. Triangula sane ab iisdem radicibus diducta, per quoscunque potestatum ordines commode ab eodem angulo multiplici denominabuntur, secundum conditionem potestatis. Duplo, videlicet cum potestas est quadratum. Triplo, cum cubus. Quadruplo, cum quadrato-quadratum. Quintuplo, cum quadrato-cubus, & eo in infinitum progressu.

PROPOSITIO LII.

Ex adgregato duarum radicum & differentia earundem, triangulum rectangulum, componere.

Sunto duæ radices B, D. Oporteat abs B + D, ut nomine uno, & B = D ut nomine altero, triangulum rectangulum componere. Hypotenusa igitur ex jam tradita methodo, fiet similis quadrato abs B + D, + quadrato abs B = D, quæ duo quadrata valent Bq. 2, + Dq. 2. Basis fiet similis quadrato ex B + D — quadrato ex B — D, id est similis fiet B in D 4. Perpendiculum denique ei quod sit abs B + D in B — D 2, id est Bq. 2, — Dq. 2.



Quod opus in idem recidit, ac si ab ipsis radicibus componeretur lateribus, quæ rectum angulum constituunt permutatis.

CONSECTARIUM.

Si componantur duo triangula rectangula, unum à duabus radicibus, alterum ab adgregato earundem & differentia, similia illa sunt, lateribus circa rectum angulum permutatis.

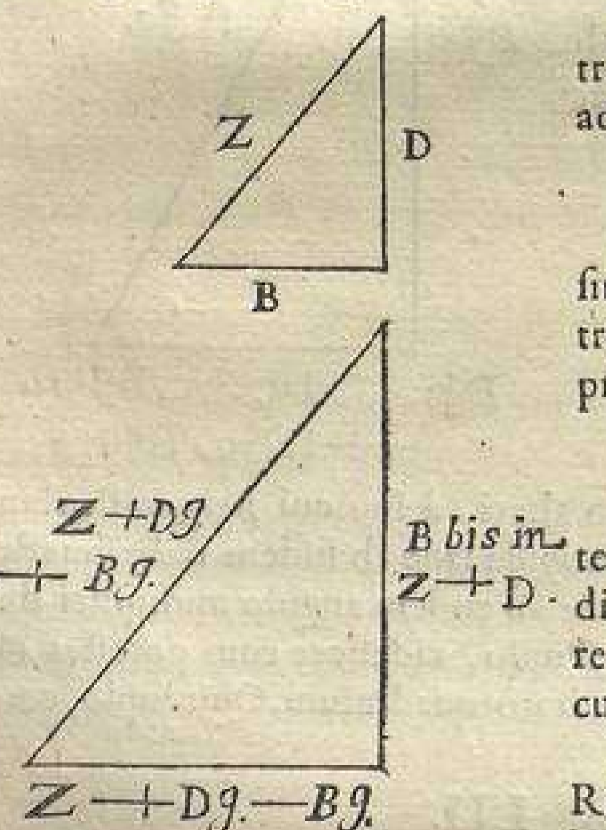
PROPOSITIO LIII.

A Base constituti trianguli rectanguli, & composita ex hypotenusa, & perpendiculo ejusdem, triangulum rectangulum componere.

Sit triangulum rectangulum cujus hypotenusa Z, basis B, perpendiculum D. Oporteat à B & Z + D triangulum rectangulum constituere. Hypotenusa igitur ex solita methodo fit similis B quadrato, + quadrato abs Z + D. Basis differentiæ eorundem quadratorum. Perpendiculum plano duplo ex B in Z + D, quo opere bene examinato deprehenditur triangulum illud simile primo.

Hoc autem ita demonstrabimus, quoniam à communi multiplicante non immutatur proportio, sumatur Z 2 + D 2, & ducatur tam in B, quam in D. Erit itaque B ad D, sicut B in Z 2, + B in D 2 ad D in Z 2, + Dq. 2. Est autem Dq. æquale Zq.—Bq. Quare si à quarta magnitudine proportionali auferatur D q. semel, & substituatur Zq—Bq. erit quoque B ad D, ut B in Z 2, + B in D 2 ad Zq. + D in Z 2, + Dq.—Bq. Sed tertia proportionalis est magnitudo ex ductu ipsius B 2, in Z + D orta. Æque Zq, + D in Z 2, + Dq. est quadratum abs Z + D. Ideo erit ut B ad D, ita B bis in Z, + D ad Z + D quadratum, —Bq.

Quare cum hæc triangula circa angulum rectum habeant latera proportionalia, erunt æquiangula. Quod demonstrandum erat.



Itaque perpendiculum primi ad basin secundi istius trianguli, eandem habet rationem quam basis primi ad perpendiculum secundi.

CONSECTARIUM I.

Si à base constituti trianguli rectanguli, & composita ex hypotenusa & perpendiculo, effingitur alterum triangulum rectangulum, secundum illud simile est primo lateribus permutatis.

CONSECTARIUM II.

In triangulis rectangulis est ut composita ex hypotenusa & perpendiculo ad basin, sic adgregatum radicum à quibus compositum est triangulum ad differentiam earundem. Ex collatione Consectarii primi, cum Consectario antecedentis Propositionis.

Hoc Consectarium ita quoque potest demonstrari. Resumatur schema Propositionis 45. in qua ex radicibus A & B compositum est triangulum rectangulum. Quoniam itaque proportionem non immutat communis multiplicator, ducatur A + B tam in A + B, quam in A = B. Erit igitur Aq. + Bq. + A in B 2 ad Aq. = Bq. sicut A + B ad A = B. Sed Aq. + Bq. est hypotenusa trianguli abs A + B compositi. Æque A in B 2 est ejusdem trianguli perpendiculum, & Aq. = Bq. basis.

Quamobrem composita ex hypotenusa & perpendiculo ad basin, est ut adgregatum radicum ad earundem differentiam. Quod erat demonstrandum.

CONSECTARIUM III.

In triangulis rectangulis est ut composita ex hypotenusa & perpendiculo multata base ad compositam eandem adjunctam basi, ita minor radicum ad majorem. Per diæresin & synæresin antecedentis analogiæ.

Enimvero per diæresin analogiæ antecedentis Consectarii fit, ut composita ex hypotenusa & perpendiculo multata base ad basin, ita radix minor bis sumpta ad radicum differentiam.

Et

Et per ſynæreſin ejuſdem analogiæ, ut compoſita ex hypotenuſa perpendiculo & baſe ad baſin, ita radix major bis ſumpta ad radicum differentiam.

Et hunc analogiſmum invertendo, erit ut baſis ad compoſitam ex hypotenuſa perpendiculo & baſe, ita differentia radicum ad radicem majorem duplam.

Quamobrem ex æquo erit, ut compoſita ex hypotenuſa & perpendiculo multata baſe ad compoſitam ex hypotenuſa & perpendiculo adjunctam baſi, ut minor radix ad majorem. Quod eſt ipſummet conſectarium tertium, cujus Laconice expreſſa demonſtratio erat exemplificanda, quamvis abſque antecedentis conſectarii auxilio brevius demonſtrari poſſit.

CONSECTARIVM IV.

In triangulo rectangulo, ut eſt compoſita ex hypotenuſa & perpendiculo multata baſe ad compoſitam eandem adjunctam baſi, ita differentia baſis & hypotenuſæ ad perpendiculum.

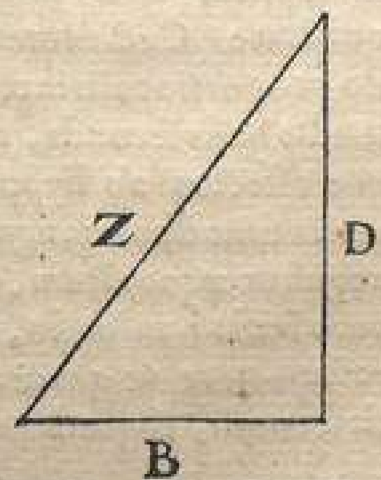
Nam differentia baſis & hypotenuſæ ad perpendiculum ſe habet, ut minor radicum ad majorem. Adſumptis enim duabus radicibus B & D, illa minore, hac majore, cum ſit hypotenuſa ſimilis B quadrato + D quadrato, baſis D quadrato — B quadrato, fit differentia B quadratum bis, perpendiculum vero ſimile B in D bis. Utrumque planum ad B bis adplicetur, differentia illa ad perpendiculum erit, ut B ad D.

PROPOSITIO LIV.

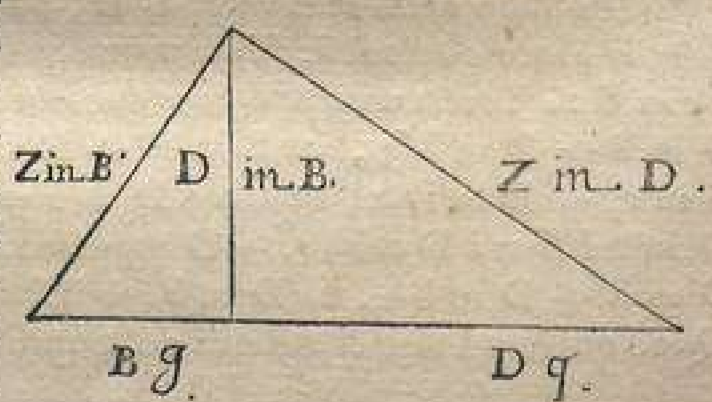
A Triangulo rectangulo deducere duo triangula rectangula æque alta, ex quorum coitione quod componetur triangulum æque altum, ſuccedentibus videlicet hypotenuſis in vicem crurum, adgregato vero baſium in baſin, habebit angulum verticis rectum.

In fine hujus propoſitionis ut & ſequentium legebantur hæc verba, *erit angulus verticis rectus*, pro quibus ad delendum in leges Grammaticas peccatum repoſui, habebit angulum verticis rectum.

Exponatur triangulum rectangulum cujus hypotenuſa Z, baſis B, perpendiculum D. Oporteat facere quod imperatur.



Abs Z + D ut radice una, & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Hypotenuſa ſit ſimilis ipſi Z, baſis ipſi D, perpendiculum ipſi B. Cui ſecundo triangulo conſtituatur aliud ſimile idem habens perpendiculum D faciens, ut B ad D, ita D ad baſin, quæ ideo erit $\frac{\text{D quadr.}}{\text{B}}$ & ita Z ad hypotenuſam, quæ erit $\frac{\text{Z in D}}{\text{B}}$. Latera denique tum iſtius tum expoſiti ducantur in B. Duo igitur ſunt triangula rectangula. Primum cujus hypotenuſa Z in B, baſis B quadratum, perpendiculum B in D. Alterum cujus hypotenuſa Z in D, baſis D quadratum, perpendiculum rurſus B in D. Coëant in unum illa duo triangula rectangula. Videlicet hypotenuſæ fiant crura alterius trianguli, adgregatum baſium ipſarum in directum poſitarum, baſis; altitudo igitur manet eadem & proportionalis inter baſis ſegmenta. Eſt enim B in D proportionale inter B quadratum & D quadratum. In figuris autem planis ſimilitudo laterum, ut docet Geometria, arguit æqualitatem angulorum, quare angulus quem ſubtendit perpendiculum in triangulo primo, æqualis eſt angulo quem ſubtendit baſis in triangulo ſecundo. Angulus igitur effectus ab hypotenuſis ex coïtione eſt rectus.

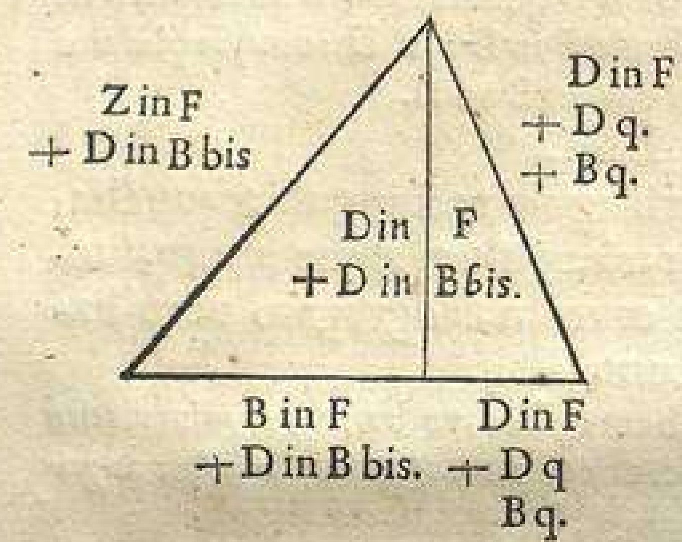


PROPOSITIO LV.

A Triangulo rectangulo deducere duo alia triangula æque alta, ex quorum coïtione quod componitur triangulum æque altum, ſuccedentibus videlicet hypotenuſis in vicem crurum, adgregato vero baſium in baſin, habebebit angulum verticis acutum.

Expo-

Exponatur triangulum rectangulum, cujus hypotenusa Z, basis B, perpendiculum D. Oporteat facere quod imperatur. Sumatur quædam F minor ipsa Z, & abs F + D ut radice una, & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Fit hypotenusa, similis quadrato abs F + D, + B quadrato. Basis, quadrato abs F + D, — B quadrato. Perpendiculum F + D in B bis. Cui secundo triangulo aliud constituatur simile habens perpendiculum D, faciendo ut F + D in B bis ad quadratum abs F + D, — B quadrato, ita D ad basin, quæ ideo erit $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadr.} - B \text{ quadr.}}{F + D, \text{ in } B \text{ bis.}}$ Et ut F + D in B bis ad quadratum abs F + D, + B quadrato, ita D ad hypotenusam, quæ ideo erit $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadr.} + B \text{ quadr.}}{F + D, \text{ in } B \text{ bis.}}$ Latera denique tum istius tum expositi trianguli rectanguli, ducantur in F + D in B 2. Duo igitur sunt triangula rectangula. Primum cujus similis hypotenusa, Z in F + D in B 2. basis B in F + D in B 2. perpendiculum D in F + D in B 2. Alterum triangulum cujus similis hypotenusa, D in F + D quadrato + B quadrato. basis, D in F + Dq. — B quadrato. perpendiculum idem ac supra in priore triangulo,

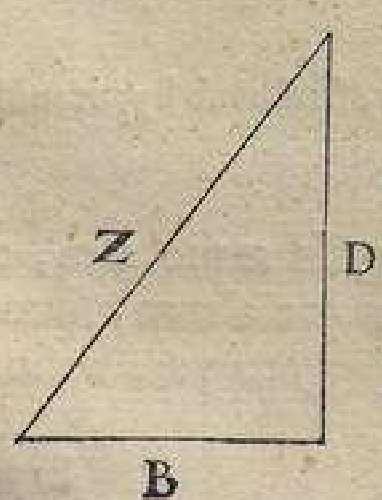


Coëant igitur in unum duo illa triangula rectangula, hypotenusæ videlicet fiant crura alterius trianguli, adgregatum basium in directum positarum, basis. Altitudo igitur manet eadem: Cæterum, ut basis primi ad altitudinem, ita altitudo ad majorem base secundi. Est enim

*Ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita D in F + D in B 2 ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. Basis autem secundi similis est, D in F + D quadrato — B quadrato. hoc est F quadratum in D, + D quadrato in F 2, + D cubo, — B quadrato in D. Utrinque abdicatur F in D quadratum 2, & addatur B quadratum in D. Reliqua denique solida dividantur per D. Illic remanet D quadratum, + Z quadrato, hic D quadratum, + F quadrato. Cedit autem per hypothesin, F quadratum ipsi Z quadrato. Est igitur altitudo proportionalis inter basin primi, & majorem base secundi. Quare angulus quem subtendit basis secundi, minor est eo quem subtendit perpendiculum primi. Angulus itaque effectus ab hypotenusis seu cruribus est acutus. Igitur à triangulo rectangulo deducta sunt duo triangula rectangula æque alta, à quorum coïtione quod componitur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenusis in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis acutum. Apparet autem talem F assumi oportere, ut quadratum abs F + D præstet ipsi B quadrato, ut ad constitutionem basis secundi, B quadratum ex quadrato abs F + D possit auferri.

* Quoniam enim ut B in F + D, ad D in F + D, ita esse B in F + D ad D in F + D, luce clarius est. Tam prima quam secunda proportionalis magnitudo, ducatur in B 2. Tertia vero & quarta ducatur in D 2. Erit itaque ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita B in F + D in D 2 ad D quadratum 2 in F + D. Sed B in F + D in D 2, æquatur D in F + D in B 2. Æque D quadratum 2 in F + D, non differt à D cubo 2, + D quadrato in F 2. Quamobrem ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita D in F + D in B 2 ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. Quod quidem à viro clarissimo adsumptum erat.

PROPOSITIO LVI.

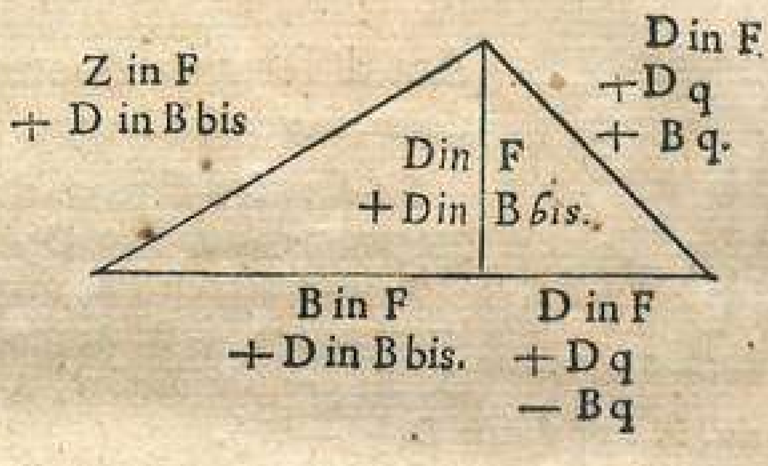


A Triangulo rectangulo deducere duo alia triangula rectangula æque alta, ex quorum coïtione quod conflatur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenusis in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis obtusum.

Exponatur triangulum rectangulum cujus hypotenusa Z. basis

ſis B, perpendiculum D. Oporteat facere quod imperatur. Sumatur F major ipſa Z, & abs F + D ut radice una & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Itaque fit ſimilis hypotenuſa F + D quadrato, + B quadrato. Baſis vero F + D quadrato, — B quadrato. Perpendiculum F + D in B 2. Cui ſecundo triangulo rectangulo aliud conſtituatur ſimile, cujus perpendiculum ſit D, faciendo

Ut F + D in B 2 ad F + D quadr. — B quadrato, ita D ad baſin, quæ ideo erit, $\frac{\text{D in F, + D quadr. — B quadr.}}{\text{F + D in B 2.}}$ Et ut F + D in B 2 ad quadratum ex F + D + B quadrato ita D ad hypotenuſam, quæ ideo erit, $\frac{\text{D in F + D quadrat. + B quadr.}}{\text{F + D in B 2.}}$ Latera denique tum iſtius tum expoſiti trianguli rectanguli ducantur in F + D in B 2. Duo igitur ſunt triangula rectangula. Primum, cujus ſimilis hypotenuſa Z in F + D in B 2, baſis B in F + D in B 2, perpendiculum D in F + D in B 2. Secundum, cujus ſimilis hypotenuſa D in F + D quadrato + B quadrato. Baſis D in F + D quadrato — B quadrato. Perpendiculum idem ac ſupra in priori triangulo rectangulo.



Coëant igitur in unum duo triangula rectangula, hypotenuſæ videlicet fiant crura alterius trianguli, adgregatum vero baſium in directum poſitarum, baſis. Altitudo igitur manet eadem: Cæterum ut baſis primi ad altitudinem, ita altitudo ad minorem baſe ſecundi. Eſt enim

Vt B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2; ita eadem magnitudo ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. At ipſa baſis ſecundi ſimilis eſt D in F + D quadratum, — B quadrato; hoc eſt, F quadratum in D, + D cubo, + D quadrato in F 2, — B quadrato in D. Utrinque abdicatur F in D quadratum 2, & addatur B quadratum in D. Reliqua denique ſolida dividantur per D. Illic remanet D quadratum, + Z quadrato. Hic D quadratum, + F quadrato. Præſtat autem per hypotheſin F, ipſi Z. Eſt igitur altitudo proportionalis inter baſim primi, & minorem baſe ſecundi. Itaque angulus quem ſubtendit baſis ſecundi, major eſt eo quem ſubtendit perpendiculum primi. Angulus itaque effectus ab hypotenuſis ſeu cruribus eſt obtuſus. Quod faciendum erat.

FINIS NOTARUM PRIORUM.

FRANCISCI VIETÆ
ZETETICORVM
LIBER PRIMVS.

ZETETICVM I.

Data differentia duorum laterum, & adgregato eorumdem, invenire latera.

Sit data B differentia duorum laterum, & datum quoque D adgregatum eorumdem. Oportet invenire latera.

Latus minus esto A, majus igitur erit A + B. Adgregatum ideo laterum A 2 + B. At idem datum est D. Quare A 2 + B æquatur D. Et per antithesim, A 2 æquabitur D — B, & omnibus subduplatis, A æquabitur D $\frac{1}{2}$ — B $\frac{1}{2}$.

Vel, latus majus esto E. Minus igitur erit E — B. Adgregatum ideo laterum. E 2 — B. At idem datum est D. Quare E 2 — B æquabitur D. & per antithesim, E 2 æquabitur D + B, & omnibus subduplatis E æquabitur D $\frac{1}{2}$ + B $\frac{1}{2}$.

Data igitur differentia duorum laterum & adgregato eorumdem, inveniuntur latera. Enimvero

Adgregatum dimidium laterum minus dimidia differentia æquale est lateri minori, plus eadem, majori.

Quod ipsum est quod arguit Zetesis.

Sit B 40. *D* 100 *A fit* 30. *E* 70.

ZETETICVM II.

Data differentia duorum laterum, & ratione eorumdem, invenire latera.

Sit data B differentia duorum laterum, data quoque ratio minoris lateris ad majus, ut R ad S. Oportet invenire latera.

Latus minus esto A. Ergo latus majus erit A + B. Quare A ad A + B, est ut R ad S. Quo analogismo resoluto; S in A æquabitur R in A, + R in B. Et per translationem sub contraria adfectionis nota S in A, — R in A æquabitur R in B. & omnibus per S—R divisis; $\frac{\text{R in B}}{\text{S—R}}$ æquabitur A. unde est, ut S — R ad R, ita B ad A.

Vel latus majus esto E. Ergo latus — erit E — B. Quare E ad E — B, est ut S ad R. Quo analogismo resoluto; R in E æquabitur S in E, — S in B. Et per translationem congruam S in E, — R in E æquabitur S in B. Vnde est, ut S—R ad S, ita B ad E.

Data igitur differentia duorum laterum, & ratione eorumdem, inveniuntur latera. Enimvero

Est ut differentia similium duorum laterum ad simile latus majus minusve, ita differentia laterum verorum ad latus verum majus minusve.

Sit B 12. R 2. *S* 3. *fit* A 24. E 36.

ZETE-

ZETETICVM III.

Data summa laterum, & ratione eorumdem: invenire latera.

Sit data summa duorum laterum G, & ratio minoris ad majus ut R ad S. Oportet invenire latera.

Latus minus esto A. Ergo latus majus erit G—A. Quare est A ad G — A, ut R ad S. Quo analogismo resoluto S in A æquabitur R in G, — R in A. Et facta secundum artem translatione, S in A, + R in A æquabitur R in G. Vnde erit, ut S + R ad R, ita G ad A.

Vel, latus majus esto E. Ergo latus minus erit G — E. Quare ut E ad G — E, ita S ad R. Quo analogismo resoluto R in E æquatur S in G, — S in E. Et facta secundum artem translatione, S in E, + R in E æquabitur S in G. Vnde erit, ut S + R ad S, ita G ad E.

Data igitur summa duorum laterum & ratione eorumdum: dantur latera. Est enim

Vt summa similium duorum laterum ad simile latus majus minusve, ita summa laterum verorum ad latus verum majus minusve.

Sit G 60. R 2. S 3. A erit 24. E 36.

ZETETICVM IV.

Datis duobus lateribus deficientibus à justo, una cum ratione defectuum: invenire latus justum.

Sint data duo latera deficientia à justo, primum B, secundum D: data quoque ratio defectus primi ad defectum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Defectus primi esto A. Ergo B + A erit latus justum. Quonian autem est ut R ad S, ita A ad $\frac{S \text{ in } A}{R}$. Igitur $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit defectus secundi. Quare D + $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit quoque latus justum, & ideo D + $\frac{S \text{ in } A}{R}$ æquabitur B + A.

Omnia in R. Ergo D in R, + S in A æquabitur B in R, + A in R.

Et æqualitate ordinata D in R, $=$ B in R æquabitur R in A, $=$ S in A.

Vnde erit, ut R $=$ S ad R, ita D $=$ B ad A.

Vel, defectus secundi esto E. Ergo D + E erit latus justum. Quoniam autem est ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in } E}{S}$. Igitur $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit defectus primi. Quare B + $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit quoque latus justum, & ideo æquabitur D + E. Omnia in S.

Ergo B in S, + R in E æquabitur D in S, + S in E.

Et æqualitata ordinata D in S, $=$ B in S, æquabitur R in E, $=$ S in E.

Vnde erit, ut R $=$ S ad S, ita D $=$ B ad E.

Datis igitur duobus lateribus deficientibus à justo cum ratione defectuum: invenitur latus justum. Enimvero est

Vt differentia similium defectuum ad similem defectum lateris primi vel secundi, ita differentia laterum deficientium vera (quæ & defectuum) ad defectum verum lateris primi vel secundi. Quo defectu congruenter restituto lateri deficienti, fit latus justum.

Sit B 76. D 4. R 1. S 4. A fit 24. E 96.

ALITER.

Datis duobus lateribus deficientibus à justo, una cum ratione defectuum; invenire latus justum.

Sint rursus duo latera deficientia à justo, primum B, secundum D: data quoque ratio defectus primi ad defectum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Esto illud A. Ergo A — B erit defectus primi & A — D defectus secundi. Quare ut A — B ad A — D, sic R ad S. Quo analogismo resoluto R in A, — R in D æquabitur S in A, — S in B. Factaque ſecundum artem tranſlatione, S in A = R in A, æquabitur S in B = R in D. Itaque $\frac{S \text{ in } B, = R \text{ in } D}{S = R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus deficientibus à vero una cum ratione defectuum, invenitur latus juſtum. Enimvero

Cum differentia inter rectangulum ſub primo latere deficiente & ſimili defectu ſecundi, & rectangulum ſub ſecundo latere deficiente & ſimili defectu primi adplicabitur ad differentiam ſimilium defectuum, orietur latus juſtum de quo quæritur.

Sit B 76. *D* 4. *R* 1. *S* 4. *A ſit* 100.

ZETETICVM V.

Datis duobus lateribus excedentibus juſtum, una cum ratione exceſſuum: invenire latus juſtum.

Sint data duo latera excedentia juſtum, primum B, ſecundum D: data quoque ratio exceſſus primi ad exceſſum ſecundi ut R ad S. Oportet invenire latus juſtum. Exceſſus primi eſto A. Ergo B — A erit latus juſtum. Quoniam autem eſt ut R ad S, ita A ad $\frac{S \text{ in } A}{R}$. Ergo $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit exceſſus ſecundi. Quare D, — $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit quoque latus juſtum, & ideo æquabitur B — A. Omnia in R. Ergo D in R — S in A, æquabitur B in R, — R in A. Et æqualitate ordinata D in R = B in R, æquabitur S in A = R in A.

Vnde erit, ut S = R ad R, ita D = B ad A.

Vel exceſſus ſecundi eſto E. Ergo D — E erit latus juſtum. Quoniam autem eſt, ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in } E}{S}$. Ergo $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit exceſſus primi. Quare B — $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit quoque latus juſtum, & ideo æquabitur D — E. Omnia ducantur in S. Ergo B in S — R in E, æquabitur D in S, — S in E. Et æqualitate ordinata D in S = B in S, æquabitur S in E = R in E.

Vnde erit, ut S = R ad S, ita D = B ad E.

Datis igitur duobus lateribus excedentibus juſtum una cum ratione exceſſuum: invenitur latus juſtum. Enimvero eſt

Vt differentia ſimilium exceſſuum ad ſimilem exceſſum lateris primi vel ſecundi, ita differentia excedentium vera (quæ & exceſſum) ad exceſſum verum primi vel ſecundi. Quo congruenter ablato à latere excedente, fit latus juſtum.

Sit B 60. *D* 40. *S* 3. *R* 1. *ſit*. 40. E 120.

ALITER.

Datis duobus lateribus excedentibus juſtum, una cum ratione exceſſuum: invenire latus juſtum.

Sint rurſus data duo latera excedentia juſtum, primum B, ſecundum D: data quoque ratio exceſſus primi ad exceſſum ſecundi ut R ad S. Oportet invenire latus juſtum. Eſto illud A. Ergo B — A erit exceſſus primi & D — A exceſſus ſecundi. Quare ut B — A ad D — A, ita R ad S. Quo analogiſmo reſoluto, R in D — R in A, æquabitur S in B — S in A. Factaque ſecundum artem tranſlatione, S in A = R in A, æquabitur S in B = R in D. Itaque $\frac{S \text{ in } B, = R \text{ in } D}{S = R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus excedentibus juſtum una cum ratione exceſſuum: invenitur latus juſtum. Enimvero

Cum differentia inter rectangulum ſub primo latere excedente & ſimili exceſſu ſecundi & rectangulum ſub ſecundo latere excedente & ſimili exceſſu primi adplicabitur ad differentiam ſimilium exceſſuum, orietur latus juſtum.

Sit B 60. *D* 140. *S* 3. *R* 1. *A ſit* 20.

ZETE-

ZETETICVM VI.

Datis duobus lateribus uno deficiente à juſto, altero juſtum excedente, una cum ratione defectus ad exceſſum: invenire latus juſtum.

Sint data duo latera, unum B deficiens à juſto, alterum D excedens: data quoque ratio defectus ad exceſſum ut R ad S. Oportet invenire latus juſtum.

Defectus eſto A. Ergo latus juſtum erit B + A. Quoniam autem eſt ut R ad S, ita A ad $\frac{\text{S in A}}{\text{R}}$. Ergo $\frac{\text{S in A}}{\text{R}}$ erit exceſſus. Quare D — $\frac{\text{S in A}}{\text{R}}$ erit quoque latus juſtum, & ideo æquatur B + A. Omnia in R. Ergo D in R — S in A, æquabitur B in R, + R in A. Et æqualitate ordinata R in A + S in A, æquabitur D in R, — B in R.

Vnde erit, ut S + R ad R ita D — B ad A.

Vel exceſſus eſto E. Ergo latus juſtum erit D — E. Quoniam autem eſt ut S ad R, ita E ad $\frac{\text{R in E}}{\text{S}}$. Ergo $\frac{\text{R in E}}{\text{S}}$ erit defectus. Quare B + $\frac{\text{R in E}}{\text{S}}$ erit quoque latus juſtum, & ideo æquatur D — E. Omnia in S. Ergo B in S, + R in E, æquabitur D in S, — S in E. Et æqualitate ordinata R in E, + S in E, æquabitur D in S, — B in S.

Vnde erit, ut S — R ad S, ita D — B ad E.

Datis igitur duobus lateribus uno deficiente à juſto altero juſtum excedente, una cum ratione defectus ad exceſſum: invenitur latus juſtum. Enimvero eſt.

Vt adgregatum ſimilis defectus & ſimilis exceſſus ad ſimilem defectum vel exceſſum, ita differentia deficientis & excedentis vera (quæ ſumma eſt veri defectus & exceſſus) ad defectum vel exceſſum verum. Itaque reſtituto defectu lateri deficienti, vel amputato exceſſu à latere excedente, fit latus juſtum.

Sit B 60 D 180 R 1 S 5 *A ſit* 20 E 100.

ALITER.

Datis duobus lateribus uno deficiente à juſto, altero juſtum excedente, una cum ratione defectus ad exceſſum: invenire latus juſtum.

Sint rurſus data duo latera, unum B deficiens à juſto, alterum D excedens juſtum: data quoque ratio defectus ad exceſſum ut R ad S. Oportet invenire latus juſtum.

Eſto illud A. Ergo A — B erit defectus. Et D — A erit exceſſus. Quare eſt ut A — B ad D — A, ita R ad S. Quo analogiſmo reſoluto, R in D — R in A, æquatur S in A — S in B. Factaque ſecundum artem tranſlatione, S in A + R in A, æquatur R in D, + S in B. Itaque $\frac{\text{R in D, + S in B.}}{\text{S + R}}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus uno deficiente à juſto, altero juſtum excedente, una cum ratione defectus ad exceſſum: invenitur latus juſtum. Enimvero

Cum adgregatum factum ex ſimili defectu in latus excedens, & facti ex ſimili exceſſu in latus deficiens, adplicabitur ad adgregatum ſimilium exceſſus & defectus, orietur latus juſtum.

Sit B 60 D 180 R 1 S 5 *A ſit* 80.

ZETETICVM VII.

Datum latus ita ſecare, ut præfinitæ unciæ unius ſegmenti, adjunctæ præfinitis unciis alterius: æquent ſummam præſcriptam.

Sit datum B latus ita ſecandum in duo ſegmenta, ut cum portio primi ſegmenti ſe habens ad aſſem, id eſt, ad ipſum primum ſegmentum ut D ad B; adjecta portioni ſecundi ſegmenti ſe habentis ad aſſem, id eſt, ad ipſum ſegmentum ut F ad B: faciat H. Portio à primo ſegmento præſtanda ut faciat H, eſto A. Portio igitur à ſecundo contribuenda erit H — A. Et quoniam eſt ut D ad B, ita A ad $\frac{\text{B in A}}{\text{D}}$. ideo $\frac{\text{B in A}}{\text{D}}$: erit as primi ſegmenti. Et quoniam eſt ut F ad B, ita H — A ad $\frac{\text{B in H, — B in A.}}{\text{F}}$: ideo $\frac{\text{B in H, — B in A}}{\text{F}}$ erit as ſecundi ſegmenti: quæ duo ſegmenta æquantur toti lateri diſpeſcendo. Ergo $\frac{\text{B in A}}{\text{D}}$ +

$\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata, omnibus videlicet per D in F ductis & abs B divisis, adhibitaque congrua translatione, siquidem D majores sint unciæ quam F, $\frac{H \text{ in } D, - F \text{ in } D}{D - F}$ æquabitur A. Unde erit ut D — F ad H — F, ita D ad A.

Vel portio à secundo segmento præstanda ut faciat H, esto E. Portio igitur à primo contribuenda erit H — E. Et quoniam est ut F ad B, ita E ad $\frac{B \text{ in } E}{F}$: ideo $\frac{B \text{ in } E}{F}$ erit as secundi segmenti. Et quoniam est ut D ad B, ita H — E ad $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E}{D}$: ideo $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E}{D}$ erit as primi segmenti: quæ duo segmenta æquantur toti lateri dispescendo.

Ergo $\frac{B \text{ in } E}{F} + \frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E}{D}$ æquabitur B.

Qua æqualitate ordinata, omnibus videlicet per F in D ductis & abs B divisis, adhibitaque congrua translatione, eo ipso casu quo D intelligantur unciæ majores quam F. $\frac{D \text{ in } F, - H \text{ in } F}{D - F}$ æquabitur E. Unde erit ut D — F ad D — H, ita F ad E.

Datis autem unciis præstitutorum segmentorum, dabuntur asses seu ipsa segmenta. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit primum segmentum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ secundum.

Datum igitur latus ita secatur, ut præfinitæ unciæ unius segmenti cum præfinitis unciis alterius, æquent summam præscriptam. Enimvero

Secto latere dato ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à segmentis.

Fit,

Vt similes unciæ præstandæ à primo segmento (siquidem majores uncias præstat illud primum quam secundum) minus similibus unciis præstandis à secundo ad summam præstationum præscriptam minus similibus unciis præstandis à secundo segmento, ita similes unciæ præstandæ à primo ad portionem veram à primo præstandam.

Vel,

Vt similes unciæ præstandæ à primo segmento minus similibus unciis præstandis à secundo ad similes uncias præstandas à primo segmento minus summa præstationum præscripta, ita similes unciæ præstandæ à secundo ad portionem veram à secundo præstandam.

Sit B 60 D 20 F 12 H 14 composita ex A & E. Fit A 5 E 9.

Apparet autem eandem H summam præstationum præscribi oportere, ut media sit inter D & F. Illa scilicet minorem, hac majorem.

Vt hic 14 est minor 20, sed major 12.

ZETETICVM VIII.

Datum latus ita secare, ut præfinitæ unciæ primi segmenti, multatæ præfinitis unciis secundi segmenti: æquent differentiam præscriptam.

Sit datum B latus secandum in duo segmenta, ut cum portio primi segmenti se habens ad assem, hoc est, ad ipsum segmentum ut D ad B; multabitur portione secundi segmenti se habente ad assem, hoc est, ad ipsum segmentum secundum ut F ad B: faciat H. Sane alia sectio continget, si majores unciæ exigantur à primo segmento, penes quod proponitur excessus, quam si minores. Attamen utroque casu idem opus fit. Sint igitur D majores, minoresve unciæ, quam B. Et portio à primo segmento præstanda, esto A. Portio igitur exigenda à secundo erit A — H. Et quoniam est ut D ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$: erit $\frac{B \text{ in } A}{D}$ primum segmentum. Æque, cum sit ut F ad B, ita A — H ad $\frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H}{F}$: erit $\frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H}{F}$ secundum. Quæ duo segmenta æquantur toti lateri dispescendo.

Ergo $\frac{B \text{ in } A}{D} + \frac{+ B \text{ in } A, - B \text{ in } H}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata $\frac{D \text{ in } F, + D \text{ in } H}{D + F}$ æquabitur A.

Vnde erit ut D + F ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda sit A — H: ideo relinquetur ea cum subducetur H abs $\frac{D \text{ in } F, + D \text{ in } H}{D + F}$. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{D \text{ in } F, - H \text{ in } F}{D + F}$ æquabitur E.

Vnde

Vnde erit ut D + F ad D — H, ita F ad E.

Datis autem unciis præstitutorum segmentorum, dabuntur asses seu ipsa segmenta. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit primum segmentum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ secundum.

Datum igitur latus ita secatur, ut præfinitæ unciæ primi segmenti, mulctatæ præfinitis unciis secundi, æquent differentiam præscriptam. Enimvero

Secto latere dato ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à segmentis.

Fit,

Vt similes unciæ præstandæ tam à primo segmento quam secundo ad differentiam præstationum præscriptam plus similibus unciis præstandis à secundo, ita similes unciæ præstandæ à primo ad veras uncias præstandas à primo.

Vel,

Vt similes unciæ præstandæ tam à primo segmento quam secundo ad similes uncias præstandas à primo minus differentia præstationum præscripta, ita similes unciæ præstandæ à secundo ad veras uncias præstandas à secundo.

Sit B 84 D 28 F 21 H 7 *fit* A 16 E 9.

Apparet autem talem H differentiam præstationum præscribi oportere, ut minor sit unciis D præstandis à primo segmento, penes quod proponitur excessus, sive illæ sint majores sive minores præstandis à secundo segmento.

Vt in posteriore casu 7 est minor 21.

ZETETICVM IX.

Invenire duo latera, quorum differentia sit ea quæ præscribitur, & præterea præfinitæ unciæ lateris unius, adjectæ præfinitis unciis alterius, æquabunt summam præscriptam.

Sit data B differentia duorum laterum, quorum primi portio se habens ad assem, hoc est, ad ipsum latus primum ut D ad B; adjecta portioni minoris se habenti ad assem, hoc est, ad ipsum latus secundum ut F ad B, faciat H. Oporteat invenire duo illa latera.

Aut primum latus intelligitur majus, vel minus. Primo casu intelligitor majus, & ideo portio quam contribuit primum latus, idemque majus, esto A. Portio igitur quam contribuit latus secundum, idemque minus, erit H — A. Et quoniam est ut D ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$: erit $\frac{B \text{ in } A}{D}$ latus majus. Et quoniam est ut F ad B, ità H — A ad $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$: erit $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$ latus minus. Quare $\frac{B \text{ in } A}{D}$ — $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$ æquabitur B. Et æqualitate ordinata; $\frac{D \text{ in } F, + D \text{ in } H}{F + D}$ æquabitur A.

Vnde erit F + D ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda sit H — A: ideo relinquetur ea cum abs H subducetur $\frac{D \text{ in } F, + H \text{ in } D}{F + D}$.

Sit igitur illa E. Ergo $\frac{H \text{ in } F, - D \text{ in } F}{F + D}$ æquabitur E.

Vnde erit ut F + D ad H — D, ita F ad E.

Secundo casu primum segmentum intelligitor minus. Ergo secundum segmentum erit majus. Portio itaque à secundo præstanda rursus esto E. Portio igitur quam contribuit primum, idemque minus, erit H — E. Et quoniam est ut F ad B, ita E ad $\frac{B \text{ in } E}{F}$: erit $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum, idemque majus. Æque quoniam est ut D ad B, ita H — E ad $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E}{D}$: erit $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E}{D}$ latus primum, idemque minus. Quare $\frac{B \text{ in } E}{F}$ — $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E}{D}$ æquabitur B, & æqualitate ordinata $\frac{F \text{ in } H, + F \text{ in } D}{D + F}$ æquabitur E.

Vnde erit ut D + F ad H + D, ita F ad E.

Porro cum portio à primo præstanda sit H — E: ideo relinquetur ea cum abs H subducetur $\frac{F \text{ in } H, + F \text{ in } D}{D + F}$.

Sit igitur illa A. Ergo $\frac{H \text{ in } D, - F \text{ in } D}{F + D}$ æquabitur A,

Vnde erit ut F + D ad H — F, ita D ad A.

Datis

Datis autem unciis laterum dabuntur asses, seu ipsa latera. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit latus primum, $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum.

Inveniuntur ergo duo latera, quorum differentia sit quæ præscribitur & præterea præfinitæ unciæ lateris unius, adjectæ præfinitis unciis alterius: æquabunt summam præscriptam. Enimvero

Secta laterum de quibus quæritur differentia ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à lateribus.

Fit,

Vt similes unciæ præstandæ tam à majore quam minore latere ad summam præstationum præscriptam plus similibus unciis lateris minoris, ita similes unciæ majoris ad uncias veras à majore latere præstandas.

Vel,

Vt similes unciæ præstandæ tam à majore quam minore latere ad summam præstationum præscriptam minus similibus unciis lateris majoris, ita similes unciæ minoris ad veras uncias à minore latere præstandas.

Sit B 84 D 28 F 21 H 98 *A sit* 68 E 30.

Apparet autem talem summam præstationum præscribi oportere, ut ea major sit D, unciis similibus præstandis à majore segmento.

Vt 98 *major est* 28.

ZETETICVM X.

Invenire duo latera, quorum differentia sit ea quæ præscribitur, & præterea præfinitæ unciæ primi, multatæ præfinitis unciis secundi, æquent differentiam quoque inter eas datam.

Sit data B differentia duorum laterum, quorum primi portio se habens ad assem, hoc est, ad ipsum latus primum, ut D ad B, cum multabitur portione secundi se habente ad assem, hoc est, ad ipsum latus secundum, ut F ad B, faciat H, Oportet invenire duo illa latera.

Aut primum latus intelligitur majus duorum, vel minus. Sive autem ab eo exigantur unciæ majores sive minores quam à secundo, idem fere opus fit.

Sint igitur D majores minoresve unciæ à primo præstandæ. Verum primo casu primum illud latus à quo præstandæ unciæ multam patiuntur sit majus duorum. Et portio sui præstanda esto A. Portio igitur à secundo præstanda erit A — H, ut sit præstationum illarum differentia H, cum existat excessus penes primum. Et erit latus primum $\frac{B \text{ in } A}{D}$, secundum $\frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H.}{F}$. Itaque $\frac{B \text{ in } A.}{D} - \frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H.}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata, siquidem F sunt majores unciæ quam D, $\frac{F \text{ in } D, - H \text{ in } D.}{F - D}$ æquabitur A. Vnde erit ut F — D ad F — H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda sit A — H. Ideo relinquetur, cum abs $\frac{F \text{ in } D, - H \text{ in } D.}{F - D}$ auferetur H. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{F \text{ in } D, - F \text{ in } H}{F - D}$ æquabitur E. Vnde erit ut F — D ad D — H, ita F ad E.

Quod si è contra D majores sint unciæ quam F. Erit ut D — F ad H — F, ita D ad A. Et ut D — F ad H — D, ita F ad E.

Secundo casu latus primum esto minus duorum & portio sui præstanda esto rursus A. Portio igitur à secundo præstanda eoque majore erit A — H. Et erit latus primum $\frac{B \text{ in } A}{D}$, secundum $\frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H}{F}$. Itaque $\frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H.}{F} - \frac{B \text{ in } A}{D}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata $\frac{F \text{ in } D, + H \text{ in } D}{D - F}$ æquatur A. Vnde erit ut D — F ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda eoque majore sit A — H, ideo relinquetur illa cum abs $\frac{F \text{ in } D, + H \text{ in } D}{D - F}$ subducetur H. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{D \text{ in } F, + H \text{ in } F.}{D - F}$ æquabitur E. Vnde erit ut D — F ad D + H, ita F ad E.

Series

Series autem operis demonstrat hoc secundo casu majores uncias exigendas esse à primo quam à secundo.

Porro datis unciis quæsitorum laterum, dabuntur asses ipsave latera. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit latus primum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum.

Inveniuntur ergo duo latera, quorum differentia sit quæ præscribitur, & præterea præfinitæ unciæ primi, multatæ præfinitis unciis secundi, æquent differentiam quoque inter eas datam. Enimvero

Secta laterum de quibus quæritur differentia ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à lateribus, siquidem primum sit majus duorum laterum, majoresque ab eo exigantur unciæ.

Fiet,

Vt similes unciæ à primo præstandæ minus similibus unciis præstandis à secundo ad differentiam præstationum præscriptam minus similibus unciis præstandis à secundo, ita similes unciæ præstandæ à primo ad uncias veras ab eodem primo præstandas.

Vel,

Vt similes unciæ à primo præstandæ minus similibus unciis à secundo præstandis ad differentiam præstationum præscriptam minus similibus unciis à primo præstandis, ita similes unciæ præstandæ à secundo ad uncias veras à secundo præstandas.

Quod si à primo illo majore minores exigantur unciæ quam à secundo minore, eædem vigent analogiæ facta negationum inversione.

Cum vero primum illud latus cujus unciæ præfinitæ multam patiuntur est minus quæsitorum, & majores ab eo semper exiguntur unciæ.

Fit,

Vt similes unciæ à primo præstandæ minus similibus unciis à secundo præstandis ad similes uncias præstandas à secundo plus differentia præstationum præscripta, ita similes unciæ à primo præstandæ ad veras uncias ab eodem primo præstandas.

Vel,

Vt similes unciæ à primo præstandæ minus similibus unciis à secundo præstandis ad similes uncias à primo præstandas plus differentia præstationum præscripta, ita similes unciæ à secundo præstandæ ad uncias veras à secundo præstandas.

Denique tres sunt Casus.

Primus est cum latus primum, seu cujus unciæ multam patiuntur, est majus duorum, majoresque ab eo exiguntur unciæ.

Secundus cum latus idem remanet majus, & minores ab eo exiguntur unciæ.

Tertius cum latus illud primum est minus duorum, & majores exiguntur unciæ. Neque enim possunt exigi minores.

Primo casu oportet talem præscribi H, ut major sit unciis similibus primi segmenti & consequenter major quoque F unciis similibus secundi segmenti.

Secundo casu minorem esse oportet ipsis D vel F.

Tertio casu H minor est vel major ipsis D vel F. Itaque potest is tertius casus concurrere sive cum primo, sive cum secundo.

I.

Sit B 12 *differentia duorum laterum.* D 4. F 3. H 9 *differentia qua A præstat ipsi F.*
Quoniam H *major est sive ipsa* D, *sive ipsa* F.
Aut $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *intelligitur latus majus, aut minus.*

1. Si *majus. A fit* 24. *E* 15.

Et $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *eſt* 72. *latus primum & majus.* $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 60 *latus ſecundum & minus. Et horum differentia eſt B præſcripta.*

2. Sin $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *intelligitur latus minus, A ſit* 48. *E* 39. *Et* $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *eſt* 144. $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 156. *Et horum differentia eſt B præſcripta.*

II.

1 *Rurſus ſit B* 48 *differentia duorum laterum. D* 16. *F* 12. *H* 10. *differentia qua A præſtat ipſi D.*

Quoniam H minor eſt ſive ipſa D, ſive ipſa F. D vero major eſt ipſa F, neceſſario $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *eſt latus minus, &* $\frac{B \text{ in } E}{F}$ *latus majus. Et ſit A* 88. *E* 78. *Et* $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *ſit* 264. $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 312. *Et horum differentia eſt B præſcripta.*

2 *Aut ſit D* 12. *F* 16. *manente B* 48, *H* 10, *neceſſario* $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *eſt latus majus. Et ſit A* 18. *E* 8. *Et* $\frac{B \text{ in } A}{D}$ 72. *Et* $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 24. *Et horum differentia eſt B præſcripta.*

LIBER SECUNDUS.

ZETETICVM I.

Dato rectangulo ſub lateribus, & ratione laterum, invenire latera.

Vox pluralis ſimpliciter prolata, duorum numero contenta eſt. Sit igitur datum B planum, rectangulum ſub lateribus duobus, quorum majoris ad minus ratio quoque data ſit, ut S ad R. Oportet invenire latera.

Latus majus eſto A. Quoniam igitur eſt ut S ad R, ita A ad $\frac{R \text{ in } A}{S}$: ideo $\frac{R \text{ in } A}{S}$ erit latus minus. Planum itaque quod fit ſub lateribus, erit $\frac{R \text{ in } A \text{ quadr.}}{S}$ & ideo æquale dato B plano. Omnia ducantur in S. Ergo R in A quadr. æquatur S in B planum. Itaque revocata ad analogiſmum æqualitate, eſt ut R ad S, ita B planum ad A quadratum.

Aliter latus minus eſto E. Quoniam igitur eſt ut R ad S, ita E ad $\frac{S \text{ in } E}{R}$: ideo $\frac{S \text{ in } E}{R}$ erit latus majus. Rectangulum itaque ſub lateribus, erit $\frac{S \text{ in } E \text{ quadr.}}{R}$ æquale conſequenter B plano. Omnia ducantur per R. Ergo S in E quadr. æquatur R in B planum. Itaque revocata ad analogiſmum æqualitate, eſt ut S ad R, ita B planum ad E quadratum.

Dato igitur plano quod fit ſub lateribus, una cum ratione laterum, inveniuntur latera.

Enimvero eſt,

Vt ſimile latus primum ad ſimile latus ſecundum majus minuſve, ita rectangulum ſub lateribus ad quadratum è latere ſecundo majore minoreve.

Sit B planum 20. *R* 1. *S* 5. *A* 1 *N*, 1 *Q æquatur* 100. *Vel ſit E.* 1 *N.* 1 *Q. æquatur* 4.

ZETETICVM II.

Dato rectangulo ſub lateribus, & adgregato quadratorum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Duplum planum ſub lateribus, adjectum quidem adgregato quadratorum, æquatur quadrato ſummæ laterum. Ablatum vero, quadrato differentiæ.

Vt apparet ex geneſi quadrati. Data autem differentia duorum laterum & eorum ſumma, dantur latera.

Sit 20. *Rectangulum ſub lateribus à quibus adgregata quadrata faciant* 104. *Summa laterum eſto* 1 *N*, 1 *Q æquatur* 144. *Vel differentia eſto* 1 *N*, 1 *Q æquatur* 64.

ZETE-

ZETETICVM III.

Dato rectangulo ſub lateribus, & differentia laterum: inveniuntur latera.

Enimvero quadratum differentiæ laterum, adjunctum quadtuplo rectangulo ſub lateribus: æquatur quadrato adgregati laterum.

Jam enim ordinatum eſt, Quadratum adgregati laterum, minus quadrato differentiæ, æquari quadruplo rectangulo ſub lateribus: adeo ut ſola fuerit opus anthiteſi. Data porro differentia duorum laterum & eorum ſumma, dantur latera.

Sit 20. *Rectangulum ſub duobus lateribus quorum differentia eſt* 8. *Summa laterum eſto* 1N. 1Q *æquatur* 144.

ZETETICVM IV.

Dato rectangulo ſub lateribus, & adgregato laterum: inveniuntur latera.

Enimvero quadratum adgregati laterum, minus quadruplo rectangulo ſub lateribus: æquatur quadrato differentiæ laterum.

Vt rurſus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antitheſin.

Sit 20. *Rectangulum ſub duobus lateribus quorum ſumma eſt* 12. *Differentia laterum eſto* 1N. 1Q *æquatur* 64.

ZETETICVM V.

Data differentia laterum, & adgregato quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero duplum adgregatum quadratorum, minus quadrato differentiæ laterum: æquatur quadrato adgregati laterum.

Jam enim ordinatum eſt quadratum adgregari laterum plus quadrato differentiæ æquari duplo adgregato quadratorum, adeo ut ſola fuerit opus antitheſi.

Sit differentia laterum 8. *Adgregatum quadratorum* 104. *Summa laterum eſto* 1N. 1Q *æquatur* 144.

ZETETICVM VI.

Dato adgregato laterum, & adgregato quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero duplum adgregatum quadratorum, minus quadrato adgregati laterum: æquatur quadrato differentiæ laterum.

Vt rurſus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antitheſin.

Sit adgregatum laterum 12. *Quadratorum* 104. *Differentia laterum eſto* 1N. 1Q *æquatur* 64.

ZETETICVM VII.

Data differentia laterum, & differentia quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero cum differentia quadratorum, adplicabitur ad differentiam laterum: Orietur ſumma laterum.

Jam enim ordinatum eſt differentiam laterum, cum ducitur in adgregatum laterum, facere differentiam quadratorum. At adplicatio reſtitutio eſt operis quod efficit multiplicatio.

Sit differentia laterum 8. *Quadratorum* 96. *Summa laterum ſit* 12. *Itaq; latus majus eſt* 10. *minus* 2.

ZETETICVM VIII.

Data ſumma laterum, & differentia quadratorum, inveniuntur latera.

Enimvero

Cum differentia quadratorum, adplicabitur ad ſummam laterum orietur differentia laterum.

Vt ex antecedente nota fit perſpicuum.

Sit ſumma laterum 12. Differentia quadratorum 96. Differentia laterum fit 8, ideoque latus majus eſt 10. minus 2.

ZETETICVM IX.

Dato rectangulo ſub lateribus, & differentia quadratorum, invenire latera.

Sit datum B planum, rectangulum ſub lateribus. Datum quoque D planum, differentia quadratorum. Oportet invenire latera. Adgregatum quadratorum eſto A planum. Quadratum igitur ſummæ laterum, erit A planum, + B plano 2: differentiæ vero, A planum, — B plano 2. Summa autem laterum ducta in differentiam, facit differentiam quadratorum. Quare quadratum ſummæ laterum ductum in quadratum differentiæ, faciet differentiam quadratorum ductam in ſe. Itaque A plano-planum, — B plano-plano 4, æquabitur D plano-plano. Et ordinando æquationem, A plano-planum æquabitur D plano-plano, + B plano-plano 4. Porro dato adgregato quadratorum, & eorum differentia, vel ſub lateribus rectangulo, dantur latera.

Dato igitur rectangulo ſub lateribus, & differentia quadratorum, dantur latera.

Enimvero

Quadratum abs differentia quadratorum, adjunctum quadrato dupli rectanguli, æquale eſt quadrato adgregati quadratorum.

Sit B planum 20. D planum 96. A planum 1 N 1 Q æquatur 10816.

ZETETICVM X.

Dato plano, quod conſtat tum rectangulo ſub lateribus, tum quadratis ſingulorum laterum, datoque è lateribus uno, invenire latus reliquum.

Sit datum B planum, conſtans rectangulo ſub lateribus & quadratis ſingulorum laterum, & præterea ſit datum D, unum ex illis lateribus. Oportet invenire latus reliquum.

Latus de quo quæritur adjectum lateri dimidio dato, eſto A. Latus igitur juſtum de quo quæritur erit A — D $\frac{1}{2}$. Et ejus quadratum eſt, A quadratum, — D in A, + D quadrato $\frac{1}{4}$. Quadratum vero dati eſt D quadratum, quæ duo quadrata addita rectangulo ſub lateribus, æquantur B plano, ſecundum ea quæ proponuntur. Rectangulum autem ſub lateribus eſt D in A, — D quadrato $\frac{1}{2}$. Quare A quadratum, + D quadrato $\frac{3}{4}$ æquabitur B plano, & ordinando æquationem, A quadratum æquabitur B plano, — D quadrato $\frac{3}{4}$.

Dato igitur plano, quod conſtat tum rectangulo ſub lateribus, tum quadratis ſingulorum laterum, datoque è lateribus uno, invenitur latus reliquum.

Enimvero

Planum conſtans rectangulo ſub lateribus & quadratis ſingulorum laterum, multatum dodrante quadrati lateris dati, æquale eſt quadrato lateris compoſiti, ex quæſito latere & dimidio dati.

Sit B planum 124. D 2. A 1 N. 1 Q æq. 121. Itaque $\sqrt{}$ 121—1, eſt latus quæſitum.
Vel ſit B planum 124. D 10. A 1 N 1 Q æquatur 49. Itaque $\sqrt{}$ 49—5, eſt latus quæſitum.

ZETETICVM XI.

Dato plano, quod conſtat tum rectangulo ſub lateribus, tum quadratis ſingulorum laterum, dataque laterum illorum ſumma, diſcernere latera.

Sit datum B planum, conſtans rectangulo ſub lateribus, & quadratis ſingulorum laterum,

terum, & præterea sit data G, summa illorum laterum. Oportet discernere latera.

Rectangulum sub lateribus, esto A planum. Quoniam igitur quadratum summæ laterum æquatur quadratis singulorum laterum, plus duplo rectangulo. Consequenter G quadratum æquabitur B plano, + A plano. Et ordinando æquationem, G quadratum, — B plano æquabitur A plano.

Data autem summa laterum, & rectangulo sub lateribus, dantur latera.

Dato igitur plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus tum quadratis singulorum laterum, ac insuper data laterum illorum summa, discernuntur latera. Enimvero

Quadratum summæ, multatum composito illo plano, relinquit rectangulum sub lateribus.

Sit B *planum* 124. G 12. A *planum sit* 20. *Itaque quadratum differentiæ laterum erit* 64. *& ideo* 12 + $\surd$ 64 *sit duplum lateris majoris. Et* 12 — $\surd$ 64 *duplum lateris minoris.*

ZETETICVM XII.

Dato plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, datoque rectangulo illo, discernuntur latera.

Enimvero

Compositum illud planum, adjectum rectangulo, æquabitur quadrato summæ laterum.

Per illud ipsum quod superiore Zetetico inventum est & ordinatum.

Sit 124 *planum constans rectangulo sub lateribus & quadratis singulorum laterum. Rectangulum autem ipsum* 20. *Summa laterum* 1 N, 1 *Q æquatur* 144 *à quo dum demetur quadruplum ipsius* 20, *relinquetur* 64 *quadratum differentiæ. Itaque* $\surd$ 144 + $\surd$ 64 *sit duplum lateris majoris.* $\surd$ 144 — $\surd$ 64 *duplum lateris minoris.*

ZETETICVM XIII.

Dato adgregato quadratorum, & differentia eorundem, invenire latera.

Sit datum adgregatum quadratorum, D planum, & differentia eorumdem, B planum. Oportet invenire latera.

Duplum igitur quadratum majoris, erit D planum, + B plano. Iuxta doctrinam in lateribus jam ordinatam. Dato autem duplo datur simplum, & datis quadratis, dantur quadratorum latera.

Neque vero nova opus est ordinatione, quando quæ de lateribus adnotantur, ad alias quascumque simplices magnitudines trahi posse, vix exemplificandum fuit.

Sit D *planum* 104, B *planum* 96, *latus majus* 1 N, 1 *Q æquatur* 100. *Sit latus minus* 1 N, 1 *Q æquatur* 4.

ZETETICVM XIV.

Data differentia cuborum, & adgregato eorumdem, invenire latera.

Sit data differentia cuborum, B solidum. Datum quoque adgregatum eorumdem, D solidum. Oportet invenire latera.

Duplus igitur cubus majoris lateris, erit D solidum, + B solido. Duplus cubus minoris, D solidum, — B solido. Iuxta doctrinam in lateribus jam ordinatam, & in quadratis rursus exemplificatam, ubi ad cujuscumque generis magnitudines trahi, monuimus. Dato autem duplo datur simplum, & datis cubis dantur radices, ut Zeteticum hoc vix suo sit dignum nomine.

Sit B *solidum* 316. D *solidum* 370. *Latus majus* 1 N, 1 C. *æquatur* 343. *Sit latus minus* 1 N, 1 C *æquatur* 27.

ZETETICVM XV.

Data differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus, inveniuntur latera.

Enimvero quadratum differentiæ cuborum, plus rectanguli sub lateribus quadruplo cubo: æquatur quadrato adgregati cuborum.

Iam enim ordinatum est, quadratum adgregati cuborum minus quadrato differentiæ: æquari quadruplo cubo rectanguli. Vt sola fuerit opus antithesi.

Sit differentia Cuborum 316. Rectangulum sub lateribus 21. Adgregatum Cuborum 1 N, 1 Q æquatur 136900.

Duplus ideo Cubus major $\sqrt{}$ 136900 + 316.

Duplus minor $\sqrt{}$ 136900 — 316.

ZETETICVM XVI.

Dato adgregato cuborum, & rectangulo sub lateribus: inveniuntur latera. Enimvero,

Quadratum adgregati cuborum, minus quadruplo cubo rectanguli sub lateribus: æquatur quadrato differentiæ cuborum.

Vt rursus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antithesin.

Sit adgregatum cuborum 370. Rectangulum sub lateribus 21. Differentia cuborum 1 N, 1 Q æquatur 99256.

ZETETICVM XVII.

Data differentia laterum, & differentia cuborum: invenire latera.

Sit data B, differentia laterum. Differentia vero cuborum, D solidum. Oportet invenire latera.

Summa laterum esto E, ergo E + B erit duplum lateris majoris, & E — B erit duplum lateris minoris. Differentia autem cuborum illorum, est; B in E quadratum 6, + B cubo 2, æqualis consequenter D solido 8. Quare $\frac{D \text{ sol. } 4, - B \text{ cubo.}}{B\, 3}$ æquatur E quadrato.

Dati autem quadrati datur latus, & data differentia laterum & eorumdem summa, dantur latera.

Data igitur differentia laterum, & differentia cuborum: invenitur summa laterum. Enimvero,

Differentia cuborum quadrupla, minus cubo differentiæ laterum, si adplicetur ad triplum differentiæ laterum: oritur quadratum adgregati laterum.

Sit B 6, D solidum 504, summa laterum 1 N, 1 Q æquatur 100.

ZETETICVM XVIII.

Data summa laterum & summa cuborum distinguere latera.

Sit data B, summa laterum, D solidum vero, summa cuborum. Oportet distinguere latera. Differentia laterum, esto E. Ergo B + E est duplum lateris majoris, B — E duplum lateris minoris. Summa itaque cuborum, est; B cubus 2, + B in E quadratum 6, æqualis consequenter D solido 8. Quare $\frac{D \text{ sol. } 4, - B \text{ cub.}}{B\, 3}$ æquatur E quadrato.

Dati autem quadrati datur latus, & data summa laterum & differentia eorundem: dantur latera.

Data igitur summa laterum & summa cuborum: dantur latera. Enimvero,

Summa cuborum quadrupla, minus cubo summæ laterum, si adplicetur ad triplum summæ laterum: orietur quadratum differentiæ laterum.

Sit B 10, D solidum 370. E 1 N, 1 Q æquatur 16.

ZETETICVM XIX.

Data differentia laterum, & differentia cuborum: invenire latera.

Sit data B differentia laterum, & datum quoque D solidum, differentia cuborum. Oportet invenire latera. Rectangulum sub lateribus esto A planum. Et vero adparet ex genesi cubi, si à differentia cuborum auferatur cubus differentiæ laterum, relinqui triplum solidum, quod fit à differentia laterum in rectangulum sub lateribus. Itaque D solidum, — B cubo, æquabitur A plano 3 in B, & omnibus per 3 divisis, $\frac{\text{D solidum}, - \text{B cubo.}}{\text{B } 3}$ æquatur A plano.

Dato autem rectangulo sub lateribus, & differentia laterum, dantur latera.

Data igitur differentia laterum, & differentia cuborum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Differentia cuborum à lateribus, multata cubo differentiæ laterum, si adplicetur ad triplum ipsius differentiæ laterum, quod inde oritur planum, rectangulum est sub lateribus.

Sit B 4. D solidum 316. A planum fit 21, rectangulum sub lateribus 7 & 3.

Quod si ex differentia cuborum, & rectangulo inquireretur de differentia laterum. Vt si innotesceret A planum, esse F planum; at de B quæstio esset, sit illa A. Ita procederet æqualitas. A cubus, + F plano 3 in A, æquatur D solido.

Id est,

Cubus differentiæ laterum, plus solido triplo à rectangulo sub lateribus in differentiam laterum, æquatur differentiæ cuborum.

Quod animadvertisse fuit operepretium.

ZETETICVM XX.

Rursus quoque Dato adgregato laterum, & adgregato cuborum, invenire latera.

Sit datum G adgregatum laterum, & datum quoque D solidum adgregatum cuborum. Oportet invenire latera. Esto A planum rectangulum sub lateribus. Et vero adparet ex genesi cubi, si à cubo adgregati laterum subducatur adgregatum cuborum, relinqui triplum solidum, quod fit ab adgregato laterum in rectangulum sub lateribus. Itaque $\frac{\text{G cubus}, - \text{D solido.}}{\text{G } 3}$ æquabitur A plano. Dato autem rectangulo sub lateribus & adgregato laterum, dantur latera.

Dato igitur adgregato laterum, & adgregato cuborum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Cubus adgregati laterum, multatus adgregato cuborum, si adplicetur ad triplum ipsius adgregati laterum, quod inde oritur planum, rectangulum est sub lateribus.

Sit G 10. D solidum 370. A planum fit 21, rectangulum sub lateribus 7 & 3.

Quod si ex adgregato cuborum, & rectangulo inquireretur de adgregato laterum. Vt si innotesceret A planum, esse B planum; at de G esset quæstio, sit illud A. Ita procederet æqualitas A cubus, — B plano 3 in A, æquatur D solido.

Id est,

Cubus adgregati laterum, minus solido triplo à rectangulo sub lateribus in adgregatum laterum, æquatur adgregato cuborum.

Quod animadvertisse operepretium fuit.

ZETETICVM XXI.

Datis solidis duobus, uno quod fit abs differentia laterum in differentiam quadratorum, altero quod fit abs adgregato laterum in adgregatum quadratorum, invenire latera.

Solidum primum expositum detur B solidum. Secundum, D solidum. Summa autem laterum esto A. Erit igitur $\frac{\text{B solidum}}{\text{A}}$ quadratum differentiæ laterum. Et $\frac{\text{D solidum}}{\text{A}}$ adgregatum quadratorum. Duplum autem adgregatum quadratorum, minus quadrato differentiæ laterum, facit quadratum adgregati laterum. Quare $\frac{\text{D solidum } 2, - \text{B solido.}}{\text{A}}$ æquabitur A quadrato. Omnia ducantur in A. Igitur D solidum 2, — B solido, æquabitur A cubo.

Datis igitur duobus expositis solidis, inveniuntur latera.

Enim-

Enimvero,

Duplum solidum abs adgregato laterum in adgregatum quadratorum, multatum solido abs differentia laterum in differentiam quadratorum: æquatur cubo adgregati laterum.

Sit B solidum 32. D solidum 272. fit A cubus 512, summa igitur laterum 8. Differentiæ quadratum $\frac{32}{8}$, *id est 4. atque adeo ipsa differentia* $\surd\, 4$. *latus itaque minus est 4, minus medietate lateris 4. Majus, est 4 plus eadem medietate.*

Sit B solidum 10. D solidum 20. fit A cubus 30. Summa igitur laterum $\surd\, C.\ 30$. *Differentiæ quadratum* $\frac{10}{\surd C.\ 30}$, *aliter* $\surd\, C.\ \frac{100}{3}$. *Atque adeo ipsa differentia* $\surd\, QC.\ \frac{100}{3}$, *latus itaque minus est* $\surd\, C.\ \frac{30}{8} - \surd\, QC.\ \frac{100}{192}$, *latus majus* $\surd\, C.\ \frac{30}{8} + \surd\, QC.\ \frac{100}{192}$.

At Cardanus in Arithmeticis quæstione 93. Cap. 66. bene animadvertit in hac hypotesi laterum proportionem esse, minoris nempe ad majus, ut $2 - \surd\, 3$ *ad 1, seu ut 1 ad* $2 + \surd\, 3$, *sed latera ipsa subnotavit infeliciter.*

ZETETICVM XXII.

Dato adgregato quadratorum, & ratione rectanguli sub lateribus ad quadratum differentiæ laterum, invenire latera.

Sit datum B planum, adgregatum quadratorum. Rectangulum autem sub lateribus ad quadratum differentiæ laterum, se habeat ut R ad S. Oportet invenire latera. Rectangulum sub lateribus esto A planum. Quadratum igitur differentiæ laterum erit $\frac{S \text{ in } A \text{ planum}}{R}$; cui cum adjungetur duplum rectangulum, fiet adgregatum quadratorum. Ergo $\frac{S \text{ in } A \text{ planum} + R \text{ in } A \text{ planum } 2}{R}$ æquabitur B plano. Qua æqualitate ad analogismum revocata, erit ut S + R 2 ad R, ita B planum ad A planum.

Datis igitur quæ exposita sunt, dantur latera.

Enimvero est,

Vt quadratum differentiæ laterum, plus duplo simili rectangulo sub lateribus ad rectangulum simile sub lateribus, ita adgregatum verum quadratorum ad verum rectangulum.

Sit adgregatum quadratum 20. Rectangulum autem sub lateribus ad quadratum differentiæ eorumdem se habeto, ut 2 ad 1: erit ut S + R 2 ad R, ita 20 ad 8. Quare 8 est rectangulum de quo quæritur. Itaque 20 — 16 id est 4, est quadratum differentiæ laterum, & 20 + 16 est quadratum adgregati. Vnde differentia est $\surd\, 4$. *Summa* $\surd\, 36$. *latus minus* $\surd\, 9 - \surd\, 1$, *vel 2, majus vero* $\surd\, 9 + \surd\, 1$, *vel 4.*

Sed stante adgregato quadratorum 20. Rectangulum sub lateribus ad quadratum differentiæ laterum se habeto, ut 1 ad 1; hoc videlicet sit illi æquale: erit ut 3 ad 1, ita 20 ad $\frac{20}{3}$. *Quare* $\frac{20}{3}$ *est rectangulum sub lateribus. Itaque 20 —* $\frac{40}{3}$, *id est* $\frac{20}{3}$, *erit quadratum differentiæ laterum; & 20 +* $\frac{40}{3}$, *id est* $\frac{100}{3}$, *erit quadratum adgregati. Vnde* $\surd\, \frac{20}{3}$ *est differentia, &* $\surd\, \frac{100}{3}$ *adgregatum. Atque adeo latus minus est* $\surd\, \frac{25}{3} - \surd\, \frac{5}{3}$, *& latus majus* $\surd\, \frac{25}{3} + \surd\, \frac{5}{3}$. *Hallucinatur itaque Cardanus in Arithmeticis quæstione 94. Cap. 66.*

LIBER TERTIUS.

ZETETICVM I.

DAta media trium proportionalium linearum rectarum, & differentia extremarum, invenire extremas.

At vero extremæ proportionales sunt ut latera. Mediæ vero quadratum est ipsum rectangulum sub lateribus. Jam autem expositum est. Dato rectangulo sub lateribus, & differentia laterum, invenire latera. Itaque, quadratum differentiæ dimidiæ extremarum, adjunctum mediæ quadrato, æquatur quadrato adgregati dimidii extremarum.

Sit differentia extremarum 10, media 12. minor extrema est 8. major 18.

ZETETICVM II.

Data media trium proportionalium, & adgregato extremarum, invenire extremas.

Illud quoque Problema jam ante expositum est, videlicet. Dato rectangulo sub lateribus, & adgregato laterum, invenire latera,

Sit media 12, adgregatum extremarum 26, minor extrema est 8, major 18.

ZETETICVM III.

Dato perpendiculo trianguli rectanguli, & differentia basis & hypotenusæ, invenire basin, & hypotenusam.

Et hoc quoque Problema jam expositum est. Ipsum enim est. Data differentia quadratorum & differentia laterum, invenire latera. Quadratum enim perpendiculi est differentia quadrati hypotenusæ à quadrato basis. Sit nempe datum trianguli rectanguli perpendiculum D, B vero differentia basis & hypotenusæ. Oportet invenire basin & hypotenusam. Summa basis & hypotenusæ, esto A. Igitur B in A æquabitur D quadrato, atque ideo $\frac{\text{D quadratum}}{\text{B}}$ æquabitur A. Data autem differentia laterum & summa eorumdem, dantur latera.

Dato igitur perpendiculo trianguli rectanguli, & differentia basis & hypotenusæ, dantur basis, & hypotenusa.

Enimvero,

Perpendiculum trianguli rectanguli proportionale est, inter differentiam basis & hypotenusæ & adgregatum eorumdem.

Sit D 5. B 1. Sunt proportionales 1, 5, 25. Itaque trianguli hypotenusa est 13, basis 12, stante perpendiculo 5. Qua etiam ratione, & id esto

ZETETICVM IV.

Dato perpendiculo rectanguli trianguli, & adgregato basis & hypotenusæ, discernuntur basis & hypotenusa.

Sit perpendiculum 5, adgregatum basis & hypotenusæ 25. Sunt proportionales 25. 5. 1. Itaque differentia basis & hypotenusæ est 1. Ipsa vero basis 12, hypotenusa 13.

ZETETICVM V.

Data hypotenusa trianguli rectanguli, & differentia laterum circa rectum, invenire latera circa rectum.

Illud autem est. Data differentia laterum, & dato adgregato quadratorum, invenire latera. Quod Problema quoque jam expositum est.

Sit nempe data D hypotenusa trianguli rectanguli, B vero differentia laterum circa rectum. Oportet invenire latera circa rectum. Summa laterum circa rectum esto A. Ergo A + B erit duplum lateris majoris circa rectum, A — B duplum lateris minoris. Quadrata ab iis singulis efformata, & addita faciunt A q. 2, + B q. 2, quæ ideo æquantur Dq. 4. Itaque Dq. 2, — Bq. æquabitur A quadrato.

Data igitur hypotenusa trianguli rectanguli, & differentia laterum circa rectum, inveniuntur latera circa rectum.

Enimvero,

Duplum quadratum hypotenusæ, minus quadrato differentiæ laterum circa rectum, æquatur quadrato summæ eorumdem.

Sit D 13. B 7. A 1 N. 1 Q æquatur 289. Et fit 1 N. $\sqrt{289}$. Itaque latera circa rectum sunt $\sqrt{72\frac{1}{4}} + 3\frac{1}{2}$ & $\sqrt{72\frac{1}{4}} - 3\frac{1}{2}$, sive 12 & 5.

ZETETICVM VI.

Data hypotenusa trianguli rectanguli, & summa laterum circa rectum, invenire latera circa rectum.

Enimvero,

Duplum quadratum hypotenusæ, minus quadrato adgregati laterum circa rectum, æquatur quadrato differentiæ laterum circa rectum.

Vt licet inferre per antithesin antecedentis ordinationis.

Sit rursus hypotenusa 13. Summa autem laterum circa rectum. 17. Differentia eorumdem 1 N. 1 Q æquabitur 49. Et fit 1 N $\surd 49$. *Itaque latera circa rectum sunt* $8\frac{1}{2} + \surd 12\frac{1}{4}$, & $8\frac{1}{2} - \surd 12\frac{1}{4}$, *sive 12 & 5.*

ZETETICVM VII.

Inveniuntur tres proportionales lineæ rectæ numero.

Enimvero,

Adsumptis duobus lateribus se habentibus, ut numerus ad numerum. Major extrema proportionalium fiet similis, quadrato lateris adsumpti majoris. Media, rectangulo sub lateribus. Minor extrema, quadrato minoris lateris adsumpti.

Sint rationalia latera B & D. Cum B statuetur prima proportionalium, D vero secunda, tertia erit $\frac{\text{D quadratum}}{\text{B}}$. Omnia per B ducantur, & series proportionalium fiet

I.	II.	III.
B quadratum.	B in D.	D quadratum.

Sit B 2. D 3. Fiunt proportionales 4. 6. 9.

ZETETICVM VIII.

Invenitur triangulum rectangulum numero.

Enimvero,

Constitutis tribus proportionalibus numero, hypotenusa fiet similis adgregato extremarum, basis differentiæ, perpendiculum mediæ duplæ.

Nempe jam ordinatum est, perpendiculum trianguli proportionale esse inter differentiam basis & hypotenusæ, & adgregatum eorumdem.

Exhibentor proportionales numero 4, 6, 9. Ab iis constituetur trianguli rectanguli hypotenusa 13, basis 5. perpendiculum 12.

ALITER,

ZETETICVM IX.

Invenitur triangulum rectangulum numero.

Enimvero,

Adsumptis duobus lateribus rationalibus, hypotenusa fit similis adgregato quadratorum, basis differentiæ eorumdem, perpendiculum duplo sub lateribus rectangulo.

Sint duo latera B & D. Sunt igitur proportionalia tria latera B, D, $\frac{\text{D quadratum}}{\text{B}}$. Omnia in B. Sunt tria proportionalia plana Bq. B in D, Dq. A quibus proportionalibus fit per antedicta, hypotenusa trianguli similis Bq. + Dq. basis Bq. = Dq. perpendiculum B in D 2. Et alioqui jam ordinatum est. Quadratum ab adgregato quadratorum, æquare quadratum à differentia quadratorum, adjunctum quadrato dupli rectanguli sub lateribus.

Sit B 2. D 3. Hypotenusa fiet similis 13, basis 5, perpendiculum 12.

ZETETICVM X.

Dato adgregato quadratorum à singulis tribus proportionalibus, atque ea in serie extremarum una, invenitur altera extrema.

Enimvero,

Adgregatum illud quadratorum, multatum dodrante quadrati extremæ datæ, æquale est quadrato compositæ ex dimidio datæ extremæ, & altera tota de qua quæritur.

Id

Id autem ita perſpicue jam inventum eſt, & demonſtratum, ut novo non ſit opus proceſſu.

Adgregatum quadratorum à tribus proportionalibus ſit 21, harum autem extrema major ſit 4. Igitur 21—12 id eſt 9. eſt quadratum compoſitæ, ex 2 & minore quæſita. At radix quadrati 9 eſt $\sqrt{9}$, quare minor quæſita eſt $\sqrt{9} - 2$, id eſt 1.

Sed ſtante eodem adgregato quadratorum 21, ſit extrema minor 1. Igitur $20\frac{1}{4}$, ſeu $\frac{81}{4}$ eſt quadratum compoſitæ, ex $\frac{1}{2}$ & majore quæſita. At radix quadrati $\frac{81}{4}$ eſt $\sqrt{\frac{81}{4}}$, quare major quæſita eſt $\sqrt{\frac{81}{4}} - \frac{1}{2}$, id eſt 4.

ZETETICUM XI.

Dato adgregato quadratorum à ſingulis tribus proportionalibus, ac ſumma extremarum, diſcernuntur extremæ.

Enimvero,

Quadratum adgregati extremarum, multatum adgregato quadratorum à tribus, æquatur mediæ quadrato.

Data autem ſumma extremarum, & media, dantur extremæ. Idem quoque ita perſpicue jam inventum eſt, & demonſtratum, ut novo non ſit opus proceſſu.

Sit adgregatum quadratorum à tribus 21. Summa extremarum 5, 25—21, id eſt 4, eſt mediæ quadratum. Unde eſt media $\sqrt{4}$. Extremæ 1 & 4.

ZETETICUM XII.

Dato adgregato quadratorum à ſingulis tribus proportionalibus, ac media ipſarum, diſcernuntur extremæ.

Enimvero,

Adgregatum quadratorum à tribus, plus mediæ quadrato, æquatur quadrato adgregati extremarum.

Ex antecedente ordinatione adhibita artis metatheſi. Data autem ſumma extremarum, & media, dantur extremæ.

Sit adgregatum quadratorum à tribus 21. media 2. 21 + 4 id eſt 25, ſit quadratum adgregati extremarum. Unde extremæ ſunt 1 & 4.

ZETETICUM XIII.

Data differentia extremarum, & differentia mediarum in ſerie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Idem quoque Problema jam ante expoſitum eſt, idque duplici Zetetico. Illud enim eſt. Data differentia laterum, & differentia cuborum, invenire latera. Ut proceſſu evidens fiet.

Sit igitur data differentia extremarum D, & data B differentia mediarum in ſerie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales.

Adgregatum extremarum eſto A. Ergo A + D erit major extrema dupla, & A — D minor extrema dupla. Cum itaque A + D ducetur in A — D, fiet rectangulum quadruplum ſub mediis vel extremis. Itaque $\frac{\text{A quadratum} - \text{D quadrato}}{4}$ eſt rectangulum illud, in quod cum ducetur extrema major, fiet cubus mediæ majoris. Cum minor, fiet cubus mediæ minoris. Cum denique utriuſque extremæ differentia, fiet differentia cuborum à mediis. Quare $\frac{\text{D in A quadrat.} - \text{D cubo}}{4}$, æquatur differentiæ cuborum à mediis. Si autem abs differentia cuborum auferatur cubus differentiæ laterum, quod relinquetur æquale eſt ſolido triplo ex differentia laterum in rectangulum ſub lateribus, ut adparet ex geneſi cubi à differentia duorum laterum.

Quare $\frac{\text{D in A q.} - \text{D cubo,} - \text{B cubo 4.}}{4}$ æquatur ſolido triplo ex differentia mediarum in rectangulum ſub mediis, videlicet $\frac{\text{B in Aq. 3,} - \text{B in Dq. 3.}}{4}$. Qua æqalitate ordinata; $\frac{\text{D cubus,} + \text{B cubo 4,} - \text{B in Dq. 3.}}{\text{D} - \text{B 3.}}$ æquabitur A quadrato.

Data igitur differentia extremarum, & differentia mediarum in ſerie quatuor continue proportionalium, inveniuntur continue proportionales.

Enimvero

Cum cubus differentiæ extremarum, plus cubo quadruplo differentiæ mediarum, minus solido triplo sub differentia mediarum & quadruplo quadrati differentiæ extremarum adplicabitur ad differentiam extremarum, minus triplo differentiæ mediarum : Planum quod oritur, æquale est quadrato adgregati extremarum.

Sit D 7. B 2. A 1 N. 1 Q æquatur 81, & fit 1 N √81, adgregatum videlicet extremarum 1 & 8; mediæ vero sunt 2 & 4 I. II. III. IIII.
ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ZETETICVM XIV.

Dato adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Idem quoque Problema jam ante expositum est duplici Zetetico. Illud enim est. Dato adgregato laterum, & adgregato cuborum, invenire latera. Vt processu evidens fiet.

Sit igitur datum D adgregatum extremarum, & B adgregatum mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales.

Differentia extremarum esto A. Ergo D + A erit major extrema dupla, & D — A minor extrema dupla. Cum itaque D + A ducetur in D — A, fit rectangulum quadruplum sub mediis vel extremis. Itaque $\frac{D\ q. - A\ q.}{4}$ est rectangulum illud, in quod cum ducetur extrema major, fiet cubus mediæ majoris. Cum minor, fiet cubus mediæ minoris. Cum denique utriusque extremæ summa, fiet adgregatum cuborum à mediis.

Quare $\frac{D\ cubus, - D\ in\ A\ q.}{4}$ æquatur adgregato cuborum à mediis. Si autem à cubo adgregati duorum laterum auferatur adgregatum cuborum, quod relinquitur æquale est solido triplo ex adgregato laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à duobus lateribus.

Quare $\frac{B\ cubus\ 4, - D\ cubo, + D\ in\ A\ q.}{4}$ æquatur solido triplo ex adgregato mediarum in rectangulum sub mediis, videlicet $\frac{B\ in\ D\ q.\ 3, - B\ in\ A\ q.\ 3.}{4}$. Qua æqualitate ordinata; $\frac{B\ in\ D\ q.\ 3. + D\ cubo, - B\ cubo\ 4.}{D + B\ 3.}$ æquabitur A quadrato.

Dato igitur adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, dantur continue proportionales.

Enimvero

Solidum triplum sub adgregato mediarum, & quadrato adgregati extremarum, plus cubo adgregati extremarum, minus quadruplo cubo adgregati mediarum, si adplicetur ad adgregatum extremarum, plus adgregato triplo mediarum: Planum quod oritur, æquale est quadrato differentiæ extremarum.

Sit D 9. B 6. A 1 N. 1 Q æquatur 49. Et fit 1 N √49. differentia videlicet extremarum 1 & 8 mediæ vero sunt 2 & 4 I. II. III. IIII.
ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ZETETICVM XV.

Rursus, Data differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Et illud esse, Data differentia laterum, & differentia cuborum, invenire latera. Evidens fiet per processum.

Sit igitur data D differentia extremarum, & B differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire quatuor continue proportionales.

Rectangulum sub mediis, vel extremis esto A planum. Et vero mediæ majoris cubus æquatur solido ab extrema majore in rectangulum sub extremis. Et mediæ minoris cubus, solido ab extrema minore in rectangulum sub extremis. Quare D in A planum, æquabitur differentiæ cuborum à mediis. Si autem à differentia cuborum subducatur cubus differentiæ laterum, quod relinquetur æquale est solido triplo ex differentia late-

laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à differentia laterum. Quare D in A planum, — B cubo, æquabitur B in A planum 3. Qua æqualitate ordinata; $\frac{B \text{ cubus}}{D - B\ 3}$ æquabitur A plano. Dato autem rectangulo sub lateribus, & differentia eorumdem, dantur latera.

Data igitur differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, dantur continue proportionales.

Enimvero est,

Vt differentia extremarum, minus triplo differentiæ mediarum ad differentiam mediarum, ita quadratum differentiæ mediarum ad rectangulum sub mediis vel extremis.

Sit D 7.	*B 2.*	*A planum sit 8 rectangulum sub extremis 1 & 8 vel mediis 2 & 4*			
		I.	II.	III.	IIII.
ex serie continue proportionalium.		1.	2.	4.	8.

Quod si ex differentia extremarum, & rectangulo inquireretur de differentia mediarum, ut si innotescat A planum, esse F planum. At de B esset quæstio, sit illa A. Ita procederet æqualitas. $\frac{A \text{ cubus}}{D - A\ 3}$ æquabitur F plano. Ordinata vero æqualitate; A cubus, + F plano ter in A, æquatur F plano in D.

Id est,

Cubus differentiæ mediarum, plus triplo solido à rectangulo sub lateribus in differentiam mediarum, æquatur solido à rectangulo sub lateribus in differentiam extremarum.

Quod adnotasse fuit operæpretium.

ZETETICVM XVI.

Rursus quoque, Dato adgregato extremarum & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Et istud esse, Dato adgregato laterum & adgregato cuborum, invenire latera. Evidens fiet per processum.

Sit igitur data Z summa extremarum, & G summa mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales. Rectangulum sub mediis vel extremis, esto A planum. Et vero mediæ majoris cubus, æquatur solido ab extrema majore in rectangulum sub extremis. Et mediæ minoris cubus, solido ab extrema minore in rectangulum sub extremis. Quare Z in A planum æquabitur adgregato cuborum à mediis. Si autem à cubo adgregati laterum subducatur adgregatum cuborum, quod relinquitur æquale est solido triplo ex summa laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à duobus lateribus.

Quare G cubus, — Z in A planum, æquabitur G in A planum 3. Qua æqualitate ordinata; $\frac{G \text{ cubus}}{Z + G\ 3}$ æquabitur A plano.

Dato autem rectangulo sub lateribus & aggregato laterum, dantur latera.

Dato igitur adgregato extremarum & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, inveniuntur proportionales.

Enimvero est,

Vt adgregatum extremarum plus triplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum, ita quadratum adgregati mediarum ad rectangulum sub mediis vel extremis.

Sit Z 9. G 6. A planum 1 N. Fit 8 rectangulum sub extremis 1 & 8, vel mediis 2 & 4.

Quod si ex adgregato extremarum & rectangulo, inquireretur de adgregato mediarum; ut si innotesceret A planum esse B planum, at de G esset quæstio, sit illa A. Ita procederet æqualitas. A cubus — B plano ter in A, æquatur B plano in Z.

Id est,

Cubus adgregati mediarum, minus solido triplo ex eodem adgregato in rectan-

gulum sub extremis vel mediis, æquatur solido ex adgregato extremarum & rectangulo sub mediis vel extremis.

Quod adnotasse fuit oportunum.

LIBER QUARTUS.

ZETETICUM I.

INvenire numero duo quadrata, æqualia dato quadrato.

Sit datum numero, F quadratum. Oportet invenire duo quadrata, æqualia dato F quadrato.

Exponatur triangulum quodcumque rectangulum numero, & sit hypotenusa Z, basis B, perpendiculum D. Et fiat triangulum ei simile habens hypotenusam F, nempe faciendo, ut Z ad F, ita B ad aliquam basim; quæ ideo erit $\frac{B \text{ in } F}{Z}$. Et rursus, ut Z ad F, ita D ad perpendiculum; quod ideo erit $\frac{D \text{ in } F}{Z}$. Ergo quadrata abs $\frac{B \text{ in } F}{Z}$ & $\frac{D \text{ in } F}{Z}$ æquabuntur dato F quadrato. Quod erat faciendum.

Eoque recidit Analysis Diophantæa, secundum quam oporteat B quadratum, in duo quadrata dispescere. Latus primi quadrati esto A, secundi B $-\frac{S \text{ in } A}{R}$. Primi lateris in quadratum, est A quadratum. Secundi, B quad. $-\frac{S \text{ in } A \text{ in } D\, 2}{R} + \frac{S \text{ quad. in } A \text{ quad.}}{R \text{ quad.}}$. Quæ duo quadrata ideo æqualia sunt B quadrato.

Æqualitas igitur ordinetur. $\frac{S \text{ in } R \text{ in } B\, 2}{S \text{ quad.} + R \text{ quadr.}}$ æquabitur A lateri primi singularis quadrati. Et latus secundi fit $\frac{R \text{ quad. in } B, - S \text{ quad. in } B.}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$. Nempe triangulum rectangulum numero effingitur à lateribus duobus S & R, & fit hypotenusa similis S quad. + R quad. basis similis S quadrato — R quadrato. Perpendiculum simile S in R 2. Itaque ad dispectionem B quadrati fit, ut S quadr. + R quadr. ad B hypotenusam similis trianguli, ita R quadr. — S quadr. ad basim, latus unius singularis quadrati, & ita S in R 2 ad perpendiculum, latus alterius.

Sit B 100, cujus quadrato invenienda sint duo quadrata æqualia. Effingatur triangulum rectangulum numero abs R 4, S 3. Fit effecti trianguli hypotenusa 25, basis 7, perpendiculum 24. Itaque fiet, ut 25 ad 7, ita 100 ad 28. Et ut 25 ad 24 ita 100 ad 96. Quadratum igitur abs 100 æquabitur quadrato ab 28, plus quadrato abs 96.

ZETETICUM II.

Invenire numero duo quadrata, æqualia duobus aliis datis quadratis.

Sint data numero B quadratum & D quadratum. Oportet invenire alia duo quadrata his æqualia.

Intelligitor B basis trianguli rectanguli, D perpendiculum, atque adeo quadratum hypotenusæ æquale B quadr. + D quadr. & sit illa hypotenusa Z, latus rationale, irrationale ve. Et exponatur aliud triangulum quodcumque rectangulum numero, cujus hypotenusa X, basis F, perpendiculum G. Et ab iis duobus constituatur tertium triangulum rectangulum via synæreseos, diæreseos-ve, per ea quæ exposita sunt in notis. Erit per primam methodum hypotenusa similis Z in X, perpendiculum simile B in G. + D in F, basis similis B in F, == D in G. Per secundam hypotenusa erit similis Z in X, perpendiculum B in G, == D in F, basis B in F, + D in G. Et plana omnia similia lateribus effecti trianguli adplicentur ad X. Stante igitur Z hypotenusa, fit basis $\frac{B \text{ in } F, == D \text{ in } G.}{X}$, perpendiculum $\frac{B \text{ in } G, + D \text{ in } F.}{X}$, per primam methodum. Vel per secundam, fit basis $\frac{B \text{ in } F, + D \text{ in } G.}{X}$, perpendiculum $\frac{B \text{ in } G, == D \text{ in } F.}{X}$. Itaque hæc duo à lateribus rectum angulum includentibus quadrata, æquabuntur Z hypotenusæ quadrato, cui etiam æquari constructum est B quad. + D quad. Quod erat faciendum.

Eoque recidit Analysis Diophantæa, secundum quam oporteat Z quadratum, planumnumve, in duo quadrata jam diſpectum, videlicet B quadratum & D quadratum, rurſus in duo alia quadtata diſpeſcere.

Latus primi conſtituendi quadrati, eſto A + B. Secundi $\frac{\text{S in A}}{\text{R}}$ — D. Et ab iis effingantur quadrata, & comparentur duobus datis quadratis.

Ergo A quadr. + B in A 2, + B quadr. + $\frac{\text{S quadrato in A quadratum}}{\text{R quadrato}}$, — $\frac{\text{S in D in A 2}}{\text{R}}$, + D quadr. æquabitur B quadr. + D quadrato.

Qua æqualitate ordinata $\frac{\text{S in R in D 2, — R quad. in B 2.}}{\text{S quad. + R quad.}}$ æquabitur A. Itaque latus primi conſtituti quadrati, quod erat A + B, fit $\frac{\text{S in R in D 2, + S quad. in B — R quad in B.}}{\text{S quad. + R quad.}}$. Latus ſecundi quadrati conſtituti, quod erat $\frac{\text{S in A}}{\text{R}}$ — D, fit $\frac{\text{S quad. in D, — S in R in B 2, — R quad. in D.}}{\text{S quad. + R quad.}}$. Quibus bene retextis, duo ſunt conſtituta triangula. Primum cujus hypotenuſa rationalis, irrationalis-ve Z, baſis B, perpendiculum D. Secundum effictum à duobus lateribus S & R, cujus ideo hypotenuſa fit ſimilis S quad. + R quad. baſis S quad. — R quad. perpendiculum S in R 2, & ab iis effingitur tertium expoſita via diæreſeos. Et ſimilia lateribus effícta ſolida adplicantur ad S quad. + R quad. Vnde fit Z communis ſive primi ſive tertii hypotenuſa. Atque adeo quadrata à lateribus circa rectum illius primi, æqualia ſunt quadratis à lateribus circa rectum hujus tertii.

Quod ſi latus primi quadrati conſtituatur A — B, ſecundi $\frac{\text{S in A}}{\text{R}}$ — D, $\frac{\text{S in R in D 2, + R quad. in B 2.}}{\text{S quad. + R quad.}}$ æquatur A. Et fit latus primi conſtituti quadrati $\frac{\text{S in R in D 2, — S quad. in B, + R quad. in B.}}{\text{S quad. + R quad.}}$. Secundi $\frac{\text{S in R in B 2, + S quad. in D, — R quad. in D.}}{\text{S quad. + R quad.}}$. Quod eſt effingere tertium triangulum via expoſita ſynæreſeos.

Sit B 15, D 10, unde fit Z $\sqrt{325}$. *Exponatur triangulum rectangulum numero, 5, 3, 4. Fit latus unum è quæſitis 18, alterum 1. Vel unum 6, alterum 17.*

ZETETICVM III.

Rurſus, invenire numero duo quadrata, æqualia duobus datis quadratis.

Sint data duo quadrata, B quadratum, D quadratum. Oportet invenire duo alia quadrata iis æqualia. Effingatur triangulum rectangulum numero cujus B ſit hypotenuſa. Aliud rurſus effingatur ſimile cujus D ſit hypotenuſa, & ab iis duobus ſimilibus effingatur tertium triangulum, cujus hypotenuſæ quadratum æquale ſit quadrato hypotenuſæ primi & ſecundi, methodo quæ expoſita eſt in notis. Ergo quadratum hypotenuſæ hujus effícti tertii æquabitur B quad. + D quad. Quibus etiam quadratis æquabantur quadrata laterum circa rectum. Et is etiam modus elicitur ex jam tradita Analyſi Diophantæa.

Sit B 10. D 15. Primi trianguli conſtituantur latera circa rectum 8 & 6. Secundi primo ſimilis, 12 & 9. Tertii latera circa rectum erunt 18 & 1, vel 6 & 17. à quibus binis quadrata, æquabuntur quadratis 10 & 15.

ZETETICVM IV.

Invenire duo triangula rectangula ſimilia datas habentes hypotenuſas, & diducti ab iis tertii trianguli baſis, compoſita ex perpendiculo primi & baſe ſecundi, erit ea quæ præfinitur.

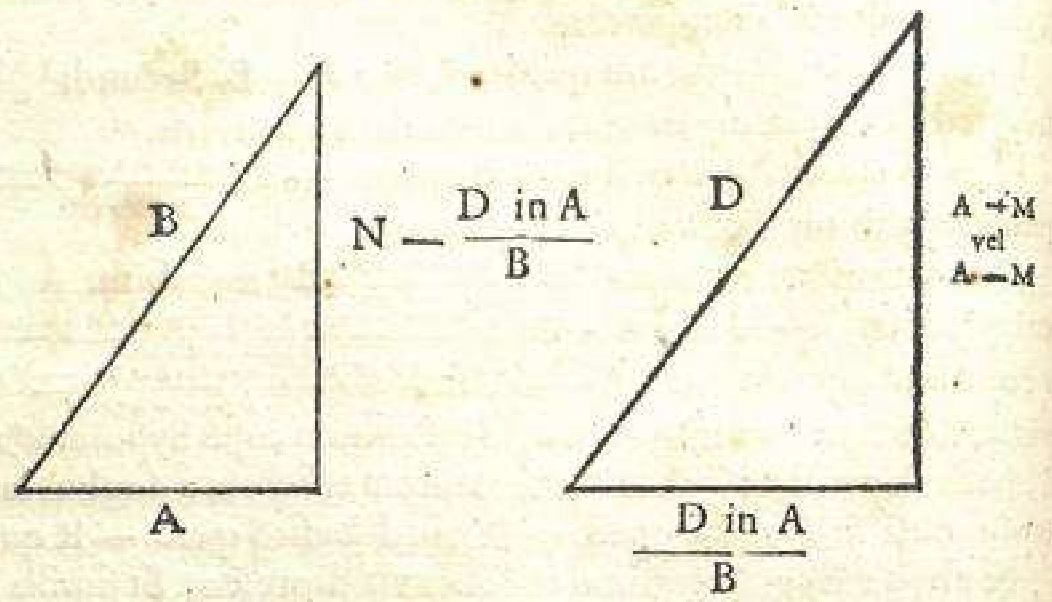
Oportebit autem baſim illam præfinitam præſtare hypotenuſæ primi.

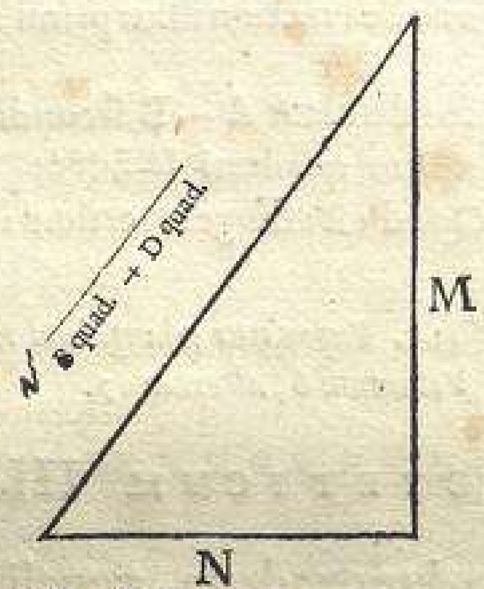
Sit trianguli primi data B hypotenuſa, ſecundi primo ſimilis D. Oportet ab iis diducere tertium triangulum, cujus baſis æquetur N, compoſitæ ex perpendiculo primi & baſe ſecundi. B quad. + D quad. — N quad. æquetur M quad. Ergo diducti trianguli perpendiculum erit M. Sit autem A baſis primi. Igitur baſis ſimilis ſecundi erit $\frac{\text{D in A}}{\text{B}}$. Perpendiculum ideo primi N — $\frac{\text{D in A}}{\text{B}}$. Perpendiculum vero ſecundi erit A + M, vel A — M, ut ſit M differentia inter baſim primi & perpendiculum ſecundi. Sit ſane primo caſu A + M, erit igitur ut B ad D, ita N — $\frac{\text{D in A}}{\text{B}}$ ad A + M. Quo analogiſmo reſoluto & omnibus bene ordinatis, fit $\frac{\text{D in N in B, — B in M in B}}{\text{B quad. + D quad.}}$

æqua-

æquale A. Seu revocata ad analogismum æqualitate, est, ut Bq. + Dq. ad D in N — B in M, ita B ad A.

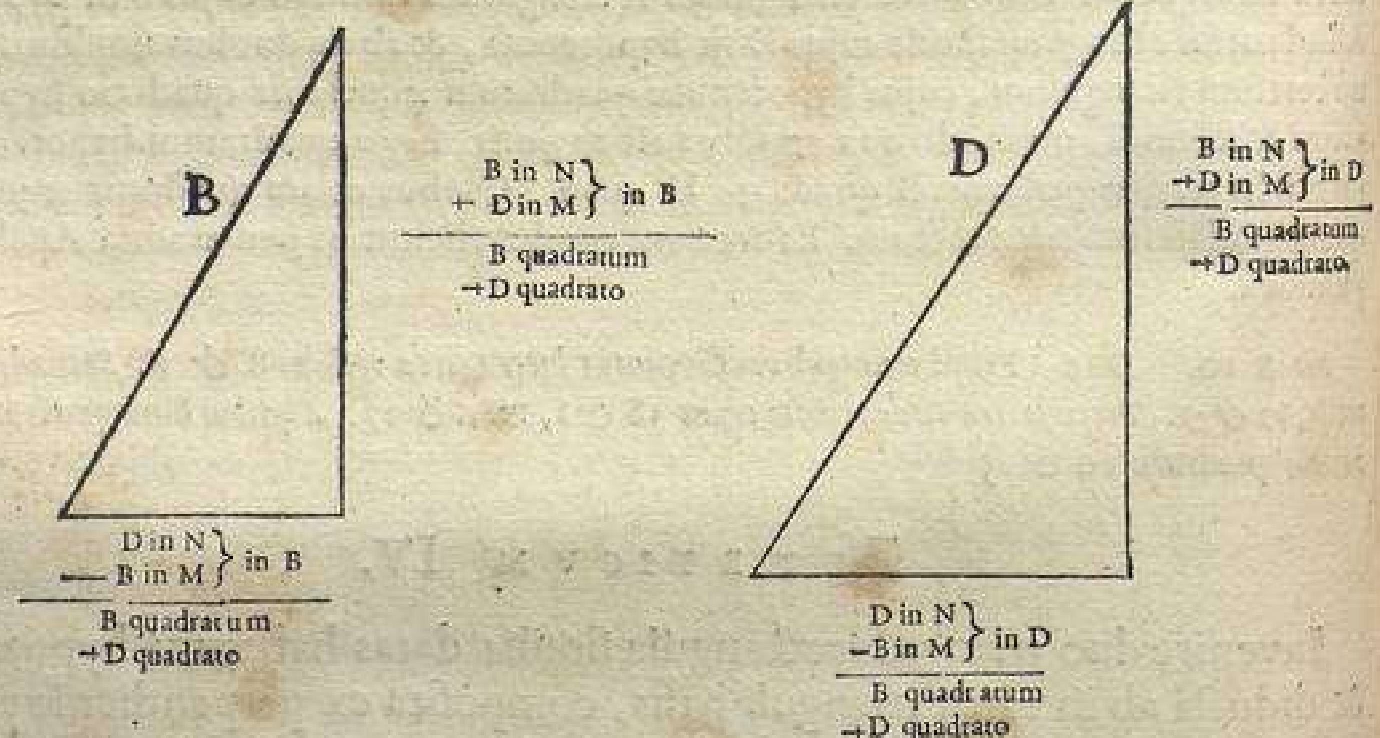
Secundo vero casu, sit perpendiculum secundi A — M. Erit igitur ut B ad D, ita N — $\frac{\text{D in A}}{\text{B}}$ ad A — M. Quo analogismo resoluto, & omnibus rite peractis fit $\frac{\text{D in N in B} + \text{B in M in B.}}{\text{B quad.} + \text{D quad.}}$ æquale A. Seu revocata ad analogismum æqualitate, est, ut Bq. + Dq. ad D in N + B in M, ita B ad A.



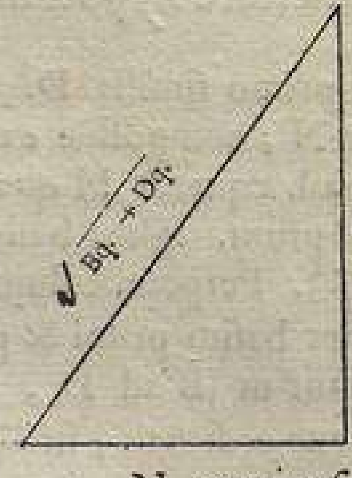


Duo igitur quæsita triangula ita se habent,

Primo casu, Primum fit. Secundum.



Vnde tertium.

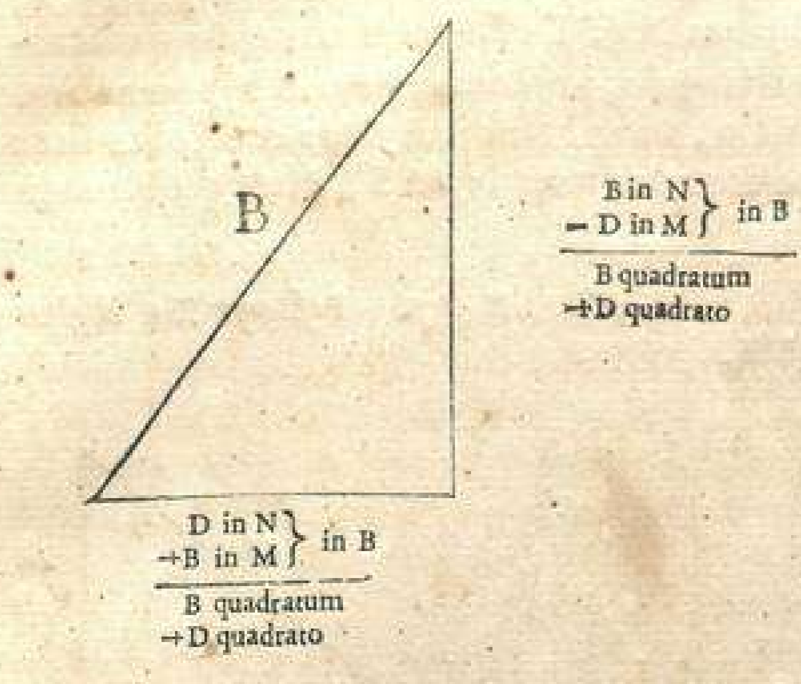


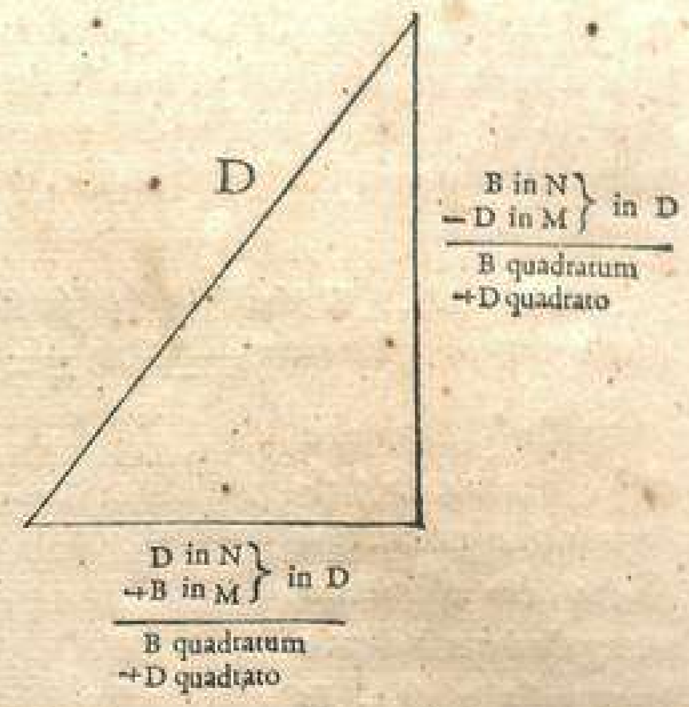
M. excessus perpendiculi secundi supra basin primi.

N. composita ex perpendiculo primi & base secundi.

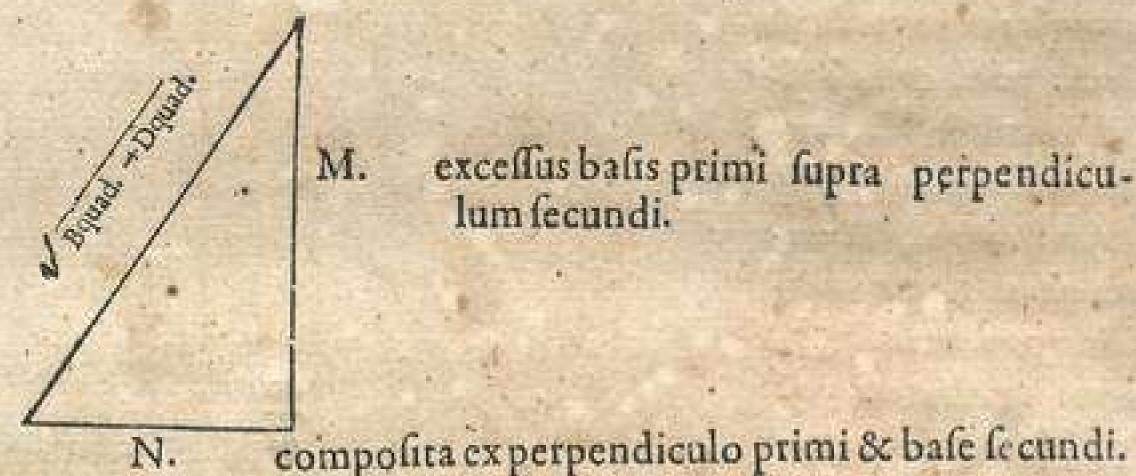
Secun-

Secundo casu, Primum sit. Secundum.





Vnde tertium.



Apparet autem primo casui tum demum locum esse, cum D in N præstat ipsi B in M. Secundo vero cum B in N præstat ipsi D in M.

ZETETICUM V.

Invenire numero duo quadrata, æqualia duobus datis quadratis, ut quæsitorum alterum consistat intra limites præstitutos.

Sint data B quadratum, D q. Oportet alia duo quadrata iis æqualia constituere, quorum alterum præstet quidem F plano, sed cedat G plano.

Intelligatur Zq. aliudve planum æquale Bq. + Dq. Ergo Z rationalis, irrationalisve est hypotenusa trianguli rectanguli, cujus latera circa rectum sunt B & D. Quæritur autem aliud triangulum rectangulum, cujus hypotenusa quoque sit Z, unum vero è lateribus circa rectum (utpote basis) sit major N, sed minor quam S. Eo igitur reducitur res. Vt

Invenienda sint numero duo triangula rectangula similia, datas habentes B & D hypotenusas, & diducti ab iis tertii trianguli basis, composita ex perpendiculo primi & base secundi, consistat intra limites præfinitos.

Itaque Zq. — Nq. æquetur Mq. Et Zq. — S q. æquetur Rq.

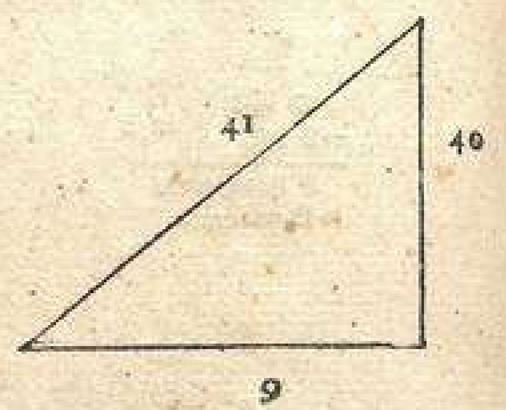
Si igitur N statuatur basis tertii diducendi trianguli in duobus similibus triangulis datas habentibus hypotenusas, erit per primum casum antecedentis Zetetici ratio differentiæ basis & hypotenusæ ad perpendiculum, ut Zq. = D in N, + B in M ad B in N, + D in M, seu ut X ad $\frac{\text{X in B in N}, + \text{X in D in M}}{\text{Z quad.} = \text{D in N} + \text{B in M}}$ qui limes est primus.

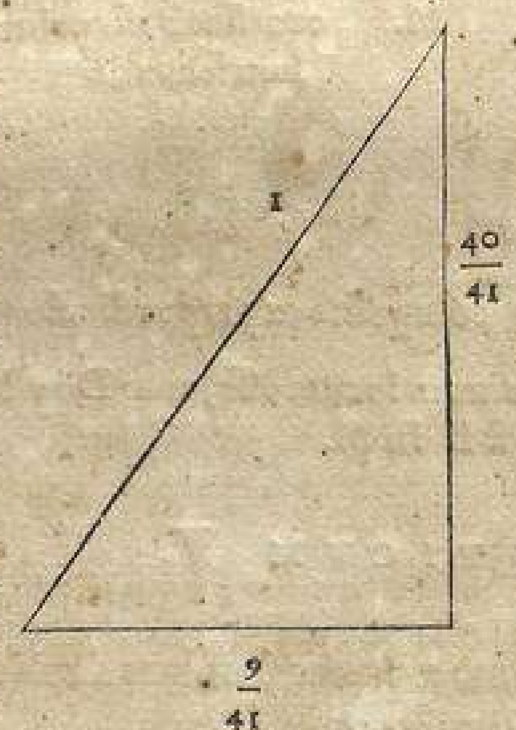
Et si S statuatur basis ejus tertii trianguli, erit ob eandem expositam causam ratio differentiæ basis & hypotenusæ ad perpendiculum, ut Zq. = D in S, + B in R ad B in S, + D in R, seu ut X ad $\frac{\text{X in B in S}, + \text{X in D in R}}{\text{Z quad}, = \text{D in S}, + \text{B in R}}$ Qui limes est secundus.

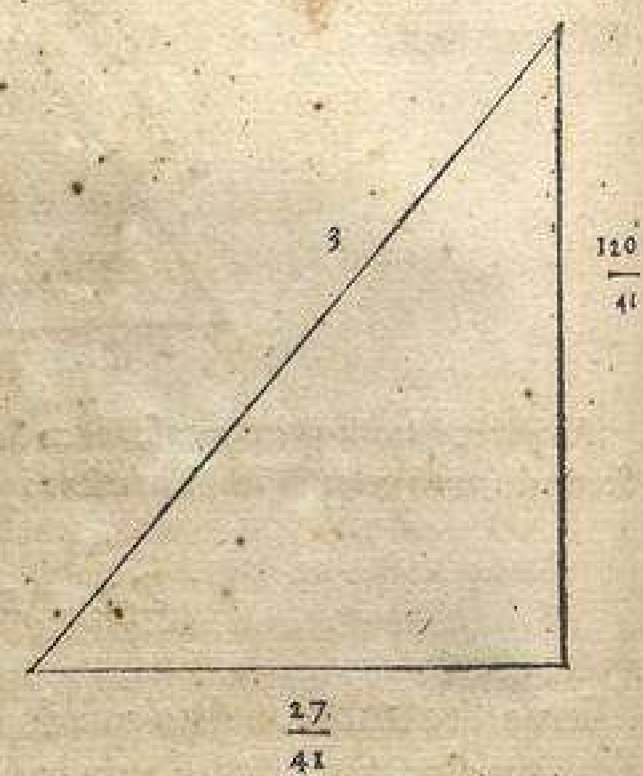
Posita igitur X ad differentiam basis & hypotenusæ in effingendis duobus similibus triangulis, adsumatur quælibet alia rationalis. Et sit T, consistens inter $\frac{\text{X in B in N}, + \text{X in D in M.}}{\text{Z quad.} = \text{D in N}, + \text{B in M.}}$ & $\frac{\text{X in B in S}, + \text{X in D in R.}}{\text{Z quad.} = \text{D in S}, + \text{B in R.}}$ Et ab iis duabus radicibus X & T effingetur triangulum rectangulum numero, cui similia duo effingentur triangula, primum habens B hypotenusam, alterum D. & ab iis duobus diducetur tertium, ita ut basis tertii illius composita sit ex perpendiculo primi & base secundi, ipsaque consistet inter N & S, juxta problematis conditionem.

Sit B 1, D 3, N $\sqrt{2}$, S $\sqrt{3}$. sit Z $\sqrt{10}$. M $\sqrt{8}$. R $\sqrt{7}$. Positaque X 1. eligitur quadam T consistens inter $\frac{\sqrt{98}}{10 - \sqrt{2}}$ *&* $\frac{\sqrt{63} + \sqrt{3}}{10 - \sqrt{27} + \sqrt{7}}$.

Sit illa $\frac{5}{4}$. Ergo ab 1 & $\frac{5}{4}$, seu abs 4 & 5 effingetur triangulum. Et ei similia duo effingentur triangula datas habentia hypotenusas 1 & 3. Et diducti ab iis tertii basis composita ex perpendiculo similis primi & base simili secundi sit $\frac{67}{41}$, cujus quadratum est $\frac{4489}{1681}$ majus quam 2, sed minus quam 3. Perpendiculum vero eveniet $\frac{111}{41}$, cujus quadratum est $\frac{12321}{1681}$. Quæ duo quadrata valent 10 sicut quadrata abs 1 & 3.

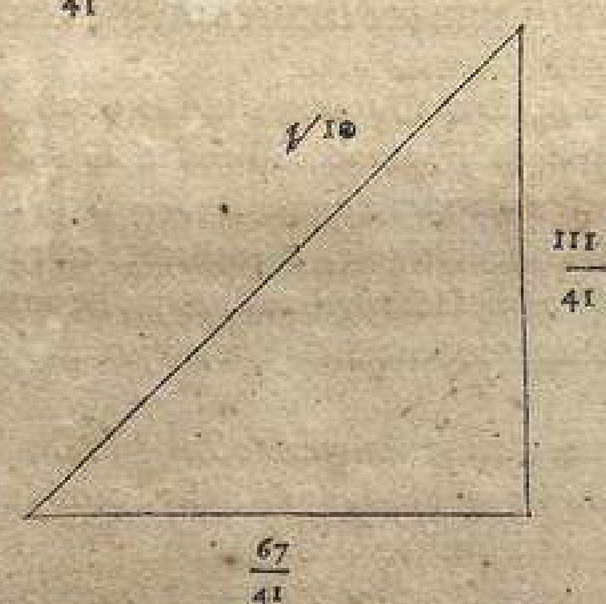




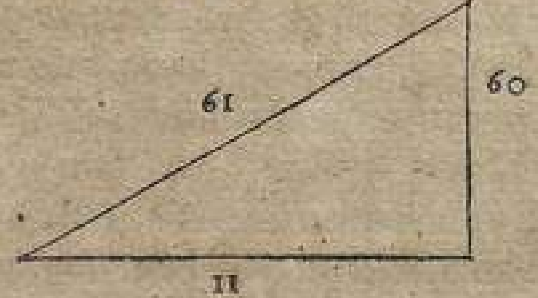


Aliud exemplum.

Sit B 2. D 3. N $\sqrt{6}$. S $\sqrt{7}$. sit Z $\sqrt{13}$. M $\sqrt{7}$. R $\sqrt{6}$. positaque X 1 eligitur quadam T consistens inter $\frac{\sqrt{24} + \sqrt{63}}{13 + \sqrt{28} - \sqrt{54}}$ *&* $\frac{\sqrt{28} + \sqrt{54}}{13 + \sqrt{24} - \sqrt{63}}$. *Sit $\frac{5}{6}$, ergo abs 1 & $\frac{5}{6}$ effingetur triangulum, seu abs 5 & 6. Et ei similia effingentur duo triangula datas habentia hypotenusas 2 & 3.*

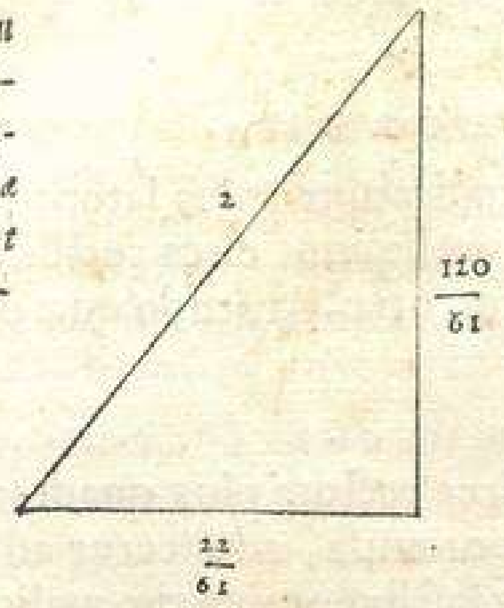


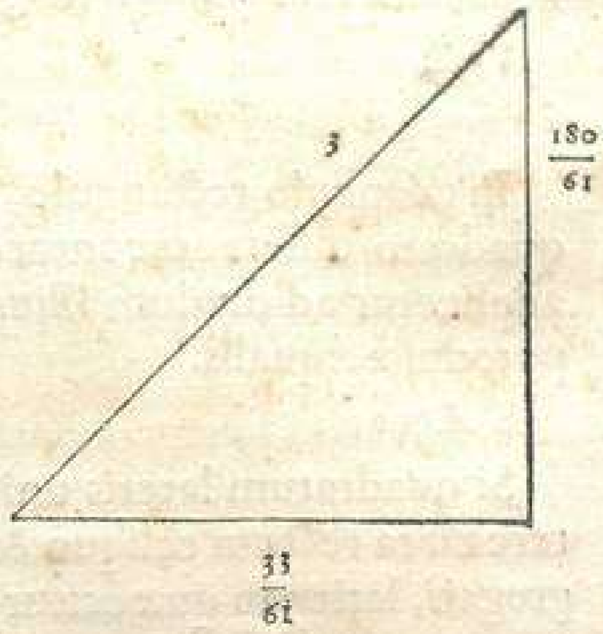
Et deducti ab iis tertii basis sit $\frac{153}{61}$ composita ex perpendiculo primi & base secundi. Hujus quadratum est $\frac{23409}{3721}$ majus quam 6, seu $\frac{22326}{3721}$, sed mi-

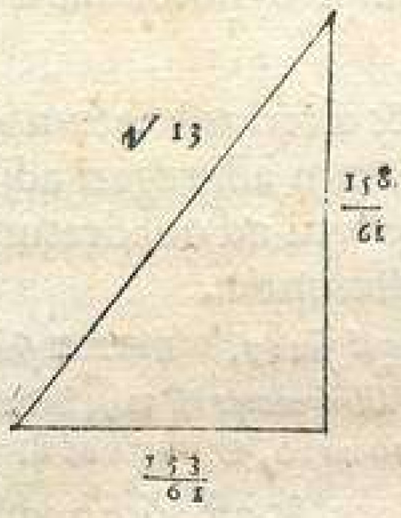


nus

nus quam 7, seu $\frac{26047}{3721}$. Perpendiculum est $\frac{158}{61}$ cujus quadratum est $\frac{24964}{3721}$. Quæ duo quadrata valent $\frac{48373}{3721}$ seu 13, sicut quadrata abs 2 & 3.







ZETETICVM VI.

Invenire numero duo quadrata, distantia dato intervallo.

Sit datum intervallum, B planum. Oportet invenire numero duo quadrata, distantia per B planum.

Est igitur B planum quadratum à base trianguli rectanguli, & quæruntur quadrata hypotenusæ & perpendiculi rationalia, quæ distabunt per datum basis quadratum.

At vero basis proportionalis est inter differentiam perpendiculi & hypotenusæ & adgregatum eorumdem laterum.

Quare adsumatur quæcumque rationalis longitudo ad quam adplicetur B planum, orietur quoque latitudo rationalis.

Longitudo itaque ad quam facta adplicatio est, si quidem latitudine sit minor, erit differentia perpendiculi & hypotenusæ, latitudo vero ipsa adgregatum, & è converso. Atque adeo habebuntur numero perpendiculum & hypotenusa.

ALITER. A quadratum sit quadratum unum è quæsitis, utpote quadratum perpendiculi. Ergo A quad. + B plano æquabitur quadrato, videlicet hypotenusæ. Sit illud abs A + D. Vnde cum sit D differentia inter perpendiculum & hypotenusam, A quad. + D in A 2, + D quad. æquabitur A quad. + B plano. Qua æqualitate ordinata: $\frac{\text{B plan.} - \text{D quad.}}{\text{D 2}}$ æquabitur A.

Vnde

THEOREMA.

In triangulo rectangulo, si quadratum lateris primi circa rectum, multatum quadrato differentiæ inter latus secundum & hypotenusam, adplicetur ad duplum illius differentiæ, latitudo quæ oritur, erit ipsi lateri secundo circa rectum æqualis.

ALITER. Sit E quadratum unum è quæsitis, utpote quadratum hypotenusæ.

Ergo E quad. — B plano æquabitur alteri quadrato, nimirum quadrato perpendiculi.

Sit abs E — D, unde fit D differentia inter perpendiculum & hypotenusam.

Ergo E quad. — D in E 2, + D quad. æquabitur E quad. — B plano.

Et omnibus bene ordinaris $\frac{\text{B plan.} + \text{D quad.}}{\text{D } 2}$ æquabitur E.

Vnde

THEOREMA.

In triangulo rectangulo, si quadratum unius lateris circa rectum, plus quadrato differentiæ inter latus reliquum circa rectum & hypotenusam adplicetur ad duplum illius differentiæ, latitudo quæ oritur, erit ipsi hypotenusæ æqualis.

Æque,

Si quadratum lateris unius circa rectum plus quadrato adgregati ex latere circa rectum reliquo & hypotenusa, adplicetur ad duplum illius adgregati, latitudo quæ oritur, erit ipsi hypotenusæ æqualis.

Vnde est,

Ut adgregatum hypotenusæ & alterius laterum circa rectum ad differentiam eorumdem, ita quadratum adgregati adjunctum multatum-ve quadrato lateris circa rectum reliqui ad quadratum lateris reliqui adjunctum multatum-ve quadrato differentiæ.

Sit B planum 240. D 6. Fit A $\frac{240 - 36}{12}$ seu 17. E $\frac{240 + 36}{12}$ seu 23. Quadratum igitur lateris 23. distat abs quadrato lateris 17. per 240. Illud nempe est 529, hoc 289.

Sit triangulum 5, 4, 3 est ut 9 ad 1, ita 90 ad 10, & ita 72 ad 8. Sic licet

Dato plano quadratulum addere, & efficere quadratum.

Datum enim planum intelligetur quadratum alterius è lateribus circa rectum. Quadratum autem differentiæ lateris circa rectum reliqui ab hypotenusa, vel horum summæ adsumetur bene proxima dato plano.

Sit 17 datum planum, sumetur differentia 4. Ergo 17 — 16 adplicabitur ad 8 & oritur $\frac{1}{8}$ perpendiculum. Vnde hypotenusæ quadratum est 17 $\frac{1}{64}$, cujus latus est $\frac{33}{8}$, seu 4 $\frac{1}{8}$ latus bene proximum vero quadrati 17.

Sit 15 datum planum, sumetur adgregatum 4. Ergo 15 — 16 adplicabitur ad 8, & orietur — $\frac{1}{8}$ perpendiculum. Vnde hypotenusæ quadratum est 15 $\frac{1}{64}$, cujus latus est $\frac{31}{8}$ seu 3 $\frac{7}{8}$.

ZETETICVM VII.

Invenire numero planum, quod adjectum alterutri datorum duorum planorum, conficiat quadratum.

Sint data duo plana B planum, D planum. Oportet invenire aliud planum quod adjectum sive B plano, sive D plano, sit numero quadratum.

Adjectitium illud planum, sit A planum. Ergo B planum + A plano æquatur quadrato. Et rursus D planum + A plano æquatur quadrato. Hic igitur duplex ordinanda æquatio, inquit Diophantus. Sit autem B planum majus D plano. Differentia igitur horum effingendorum quadratorum, est B planum — D plano. At vero quadratum adgregati duorum laterum præstat quadrato differentiæ eorumdem, per quadruplum rectangulum sub lateribus. Ergo B planum — D plano intelligitor esse quadruplum rectangulum sub lateribus. Vnde fit B planum + A plano quadratum adgregati laterum. D planum + A plano quadratum differentiæ. Atque adeo A planum, quadratum adgregati laterum, multatum B plano. Vel quadratum differentiæ laterum, multatum D plano.

Eo igitur recidit res ut $\frac{\text{B planum} - \text{D plano}}{4}$, idest rectangulum sub lateribus, resolvatur in duo sub quibus fit, latera. Vnum esto G, idemque majus differentia $\sqrt{}$ B plani & $\sqrt{}$ D plani, vel minus adgregato. Alterum $\frac{\text{B planum} - \text{D plano}}{\text{G } 4}$. Latus igitur majoris quadrati erit $\frac{\text{B planum} - \text{D plano} + \text{G quadrato } 4}{\text{G } 4}$, minoris $\frac{\text{B planum} - \text{D plano} = \text{G quadrato } 4}{\text{G } 4}$.

Sit B planum 192, D planum 128. Differentia est 64 quadruplum rectangulum sub duobus lateribus. Simplum ideo est 16, factum abs lateribus 1 & 16, quorum summa 17, differentia 15, & cum à summæ quadrato 289, aufertur 192, relinquit 97. Ergo 192 + 97 facit quadratum adgregati

laterum,

laterum, quod est 289; & 128 + 97 consequenter facit quadratum differentiæ, quod est 225. Itaque Problemati satisfit.

Potuit autem opus quoque ita peragi. Quoniam sive B plano, sive D plano adjiciendum est idem planum ut efficiatur quadratum. Planum illud sit A quadratum — B plano. Cum igitur ei addetur B planum, fiet quadratum, nempe A quadratum. Superest igitur ut D planum + A q. — B plano, æquetur quadrato. Effingatur abs F — A. Ergo A q. + F q. — F in A 2 æquabitur D plano, + A q. — B plano. Qua æqualitate bene ordinata, $\frac{\text{F q.} + \text{B plano} - \text{D plano}}{\text{F 2}}$ æquabitur A.

Sit B planum 18. D planum 9. F 9. Fit A 5. Planum addititium 7, quod additum ad 18 facit 25, ad 9 facit 16. quadrata ab 5 & 4.

ZETETICVM VIII.

Invenire numero planum, quod ablatum alterutri duorum datorum planorum, relinquat quadratum.

Sint data numero duo plana, B planum, D planum. Oportet invenire numero aliud planum, quod demptum sive à B plano, sive D plano relinquat quadratum. Planum illud ablatitium quæsitum, esto B planum — A q. Cum igitur ab B plano auferetur B planum — A q. relinquetur A q. Idem cum auferetur à D plano, relinquet D planum — B plano + A q. idcirco adæquandum quadrato. Sit illud abs A — F. Ergo $\frac{\text{F q.} + \text{B plano} - \text{D plano}}{\text{F 2}}$ æquabitur A.

Rursus obvoluta est electio F, ut A latitudinis ortivæ quadratum cedat sive B plano, sive D plano. Quare duplex potius ordinanda æqualitas. Nempe planum ablatitium, esto A planum. Ergo B planum — A plano æquatur quadrato, & D planum — A plano æquatur quadrato. Sit B planum majus D plano. differentia horum est B planum — D plano. Quare B planum — D plano, intelligetur quadruplum rectangulum sub lateribus. B planum — A plano, summæ illorum laterum quadratum. D planum — A plano differentiæ illorum laterum quadratum. Ipsum vero A planum, est excessus quo B planum præstat quadrato adgregati, vel D planum quadrato differentiæ.

Sit igitur latus unum G, idemque majus differentia $\sqrt{}$ B plani & $\sqrt{}$ D plani, vel minus adgregato; alterum erit $\frac{\text{B planum} - \text{D plano}}{\text{G 4}}$, & horum summæ quadratum cum auferetur abs B plano, vel quadratum differentiæ abs D plano, residuum erit A planum.

Sit B planum 44, D 36, G 1 latus unum, oritur 2 latus alterum, summa laterum 3. Differentia 1 quadrata 9 & 1. Planum igitur ablatitium 35, quod cum auferetur abs 44 relinquit 9, cum autem à 36 relinquit 1.

ZETETICVM IX.

Invenire numero planum, à quo cum auferetur alterutrum datorum duorum planorum, conficiatur quadratum.

Sint data numero duo plana, B planum, D planum. Oportet invenire planum à quo cum auferetur sive B planum, sive D planum, relinquetur numero quadratum. Planum hujusmodi à quo subductio facienda est, esto A planum. Igitur A planum — D plano æquatur quadrato. Et rursus A planum — B plano æquatur quadrato. Atque in hac hypothesi duplex rursum æquatio ordinanda. Sit autem B planum majus D plano. Ergo majus quadratum, A planum — D plano intelligetur quadratum adgregati duorum laterum; minus vero, A planum — B plano quadratum differentiæ; intervallum denique B planum — D plano quadruplum rectangulum sub lateribus. Sit igitur latus unum G, alterum erit $\frac{\text{B planum} - \text{D plano}}{\text{G 4}}$ & horum summæ quadratum cum adjungetur B plano, vel quadratum differentiæ B plano, summa erit A planum, à qua cum auferetur D planum relinquetur quadratum adgregati, cum D planum quadratum differentiæ.

Sit B planum 56, D planum 48, G 1 latus unum, oritur 2 latus alterum. Summa horum 3. differentia 1. Vnde A planum fit 57 quod cum multabitur D plano, relinquitur 9; cum B plano, relinquitur 1.

ZETETICVM X.

Invenire numero duo latera ſub quibus quod fit planum, addito utriuſque quadrato, ſit quadratum.

Sit latus unum B, alterum A. Oportet Aq. + B in A, + B q. æquari quadrato. Fingatur illud abs A—D & ordinetur æquatio. $\frac{\text{D quad.} - \text{B quad.}}{\text{B} + \text{D 2.}}$ æquabitur A. Vnde latus primum fit ſimile Bq. + B in D 2. ſecundum Dq. — Bq. Quod autem ſub iis fit, adjectum utriuſque quadrato eſt ſimile D quadrato-quadrato , + B quadrato-quadrato, + B quadrato in D quadratum 3. + B cubo in D 2, + B in D cubum 2. Ipſa autem radix B quadrato, + D quadrato, + B in D.

Sit D 2, B 1. Vnum è lateribus eſt 5, alterum 3. radix autem quadrati compoſiti è ſingulis horum quadratis & plano ſub lateribus, eſt 7; nempe 49 conſtat 25, 15, 9.

Lemma ad ſequens Zeteticum.

Sunt æqualia tria ſolida à duobus lateribus diducta,
Vnum à latere primo in quadratum ſecundi, adjectum rectangulo ſub lateribus.
Alterum à latere ſecundo in quadratum primi adjectum rectangulo.
Tertium ab laterum ſumma in ipſum rectangulum.

Sunt duo latera B & D. Dico tria ſolida ab iis diducta eſſe æqualia.

Primum abs B in $\overline{\text{D quad.} + \text{B in D.}}$

Secundum abs D in $\overline{\text{B quad.} + \text{B in D.}}$

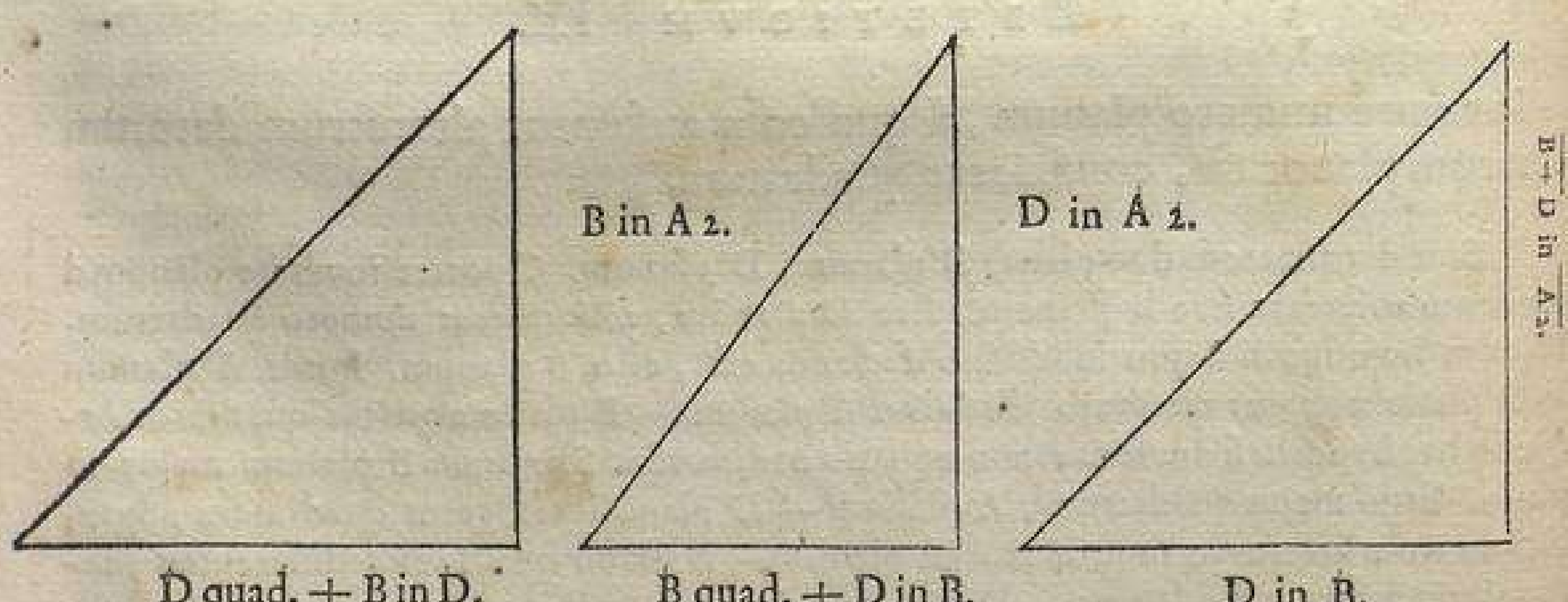
Tertium abs $\overline{\text{B} + \text{D}}$ in $\overline{\text{B in D}}$.

Id autem in conſpicuo eſt: quoniam ſingula hæc tria ſolida faciunt B in Dq. + D in Bq.

ZETETICVM XI.

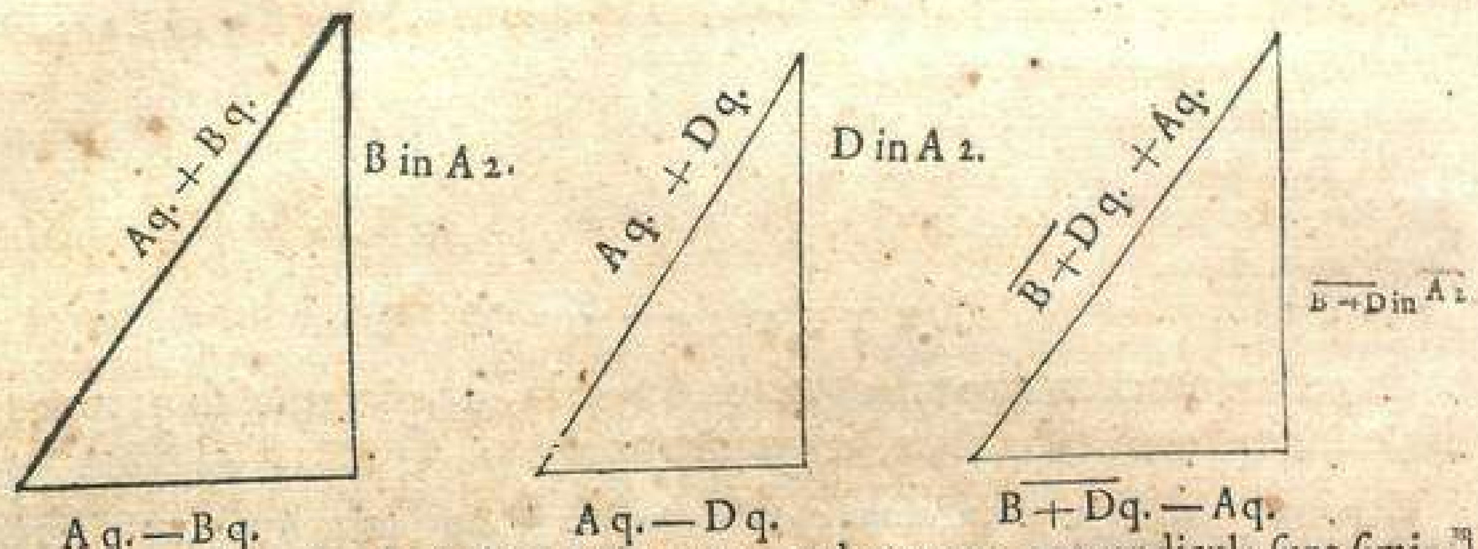
Invenire numero tria triangula rectangula, æqualis areæ.

Perpendiculum primi trianguli, eſto ſimile B in A 2. Baſis vero, D q. + B in D. Secundi, D in A 2. Baſis, B q. + B in D. Tertii, $\overline{\text{B} + \text{D}}$ in A 2. Baſis, D in B.



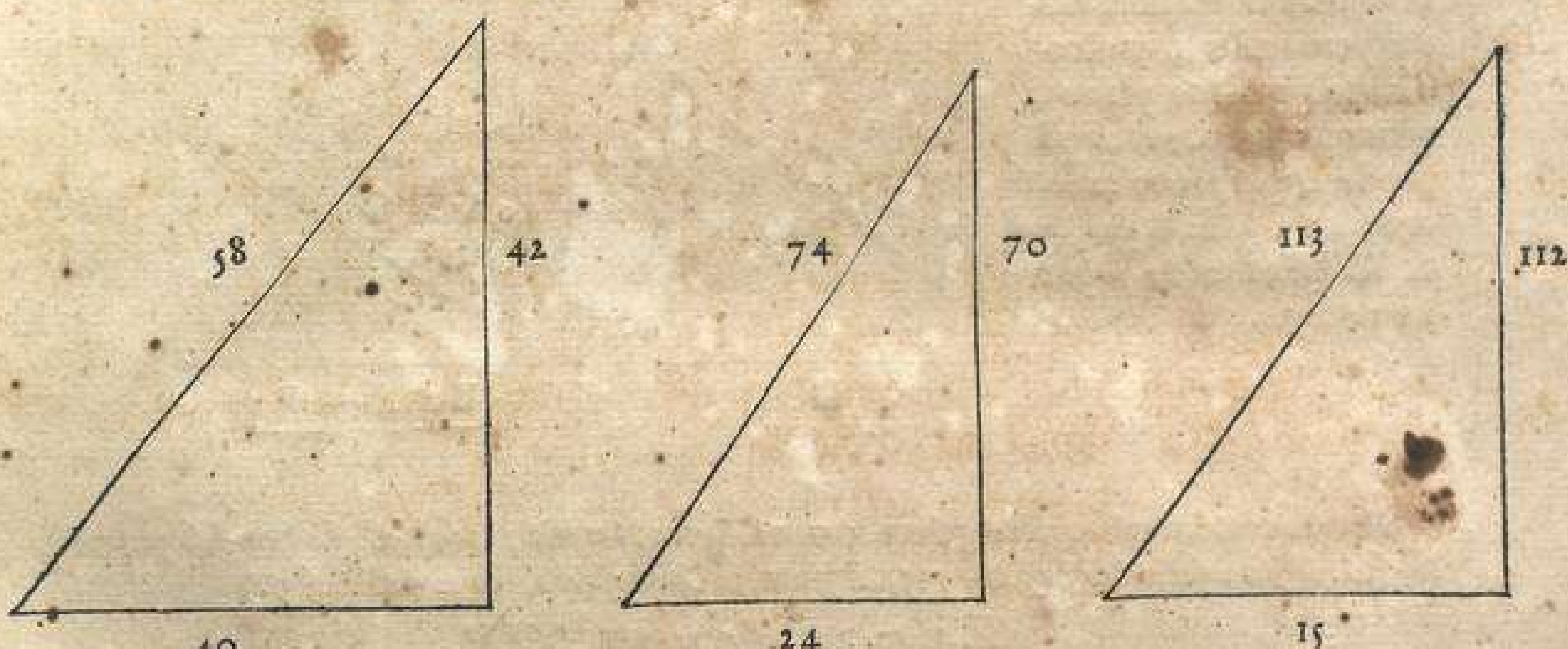
Areæ igitur erunt æquales ex antecedente Lemmate, nempe ſingulæ erunt B in Dq. in A, + D in Bq. in A. Supereſt igitur ut plana hypotenuſis ſimilia, ſint rationalia. At vero talia latera B & D poſſunt per antecedens Zeteticum eligi, ut Bq. + Dq. + B in D, æquetur quadrato. Tale quadratum, eſto Aq. fit primi trianguli baſis per interpretationem Aq. — Bq. Secundi Aq. — Dq. Tertii $\overline{\text{B} + \text{D}}$ quadratum, —A quad.

A qua-



A qualibus autem lateribus bases sunt differentiæ quadratorum, perpendicula sunt similia duplo sub iis rectangulo. Constabunt igitur hypotenusæ adgregato eorumdem quadratorum, ex regulari triangulorum effectione. Vnde hypotenusa primi similis fit A q. + Bq. Secundi Aq. + Dq. Tertii $\overline{B+D}$q. + Aq. Itaque problemati satisfit.

Sit B 3, D 5. fit A 7. Et triangula se habent in numeris, ut hic



Primum effictum, ab 3 & 7

Secundum effictum, ab 5 & 7

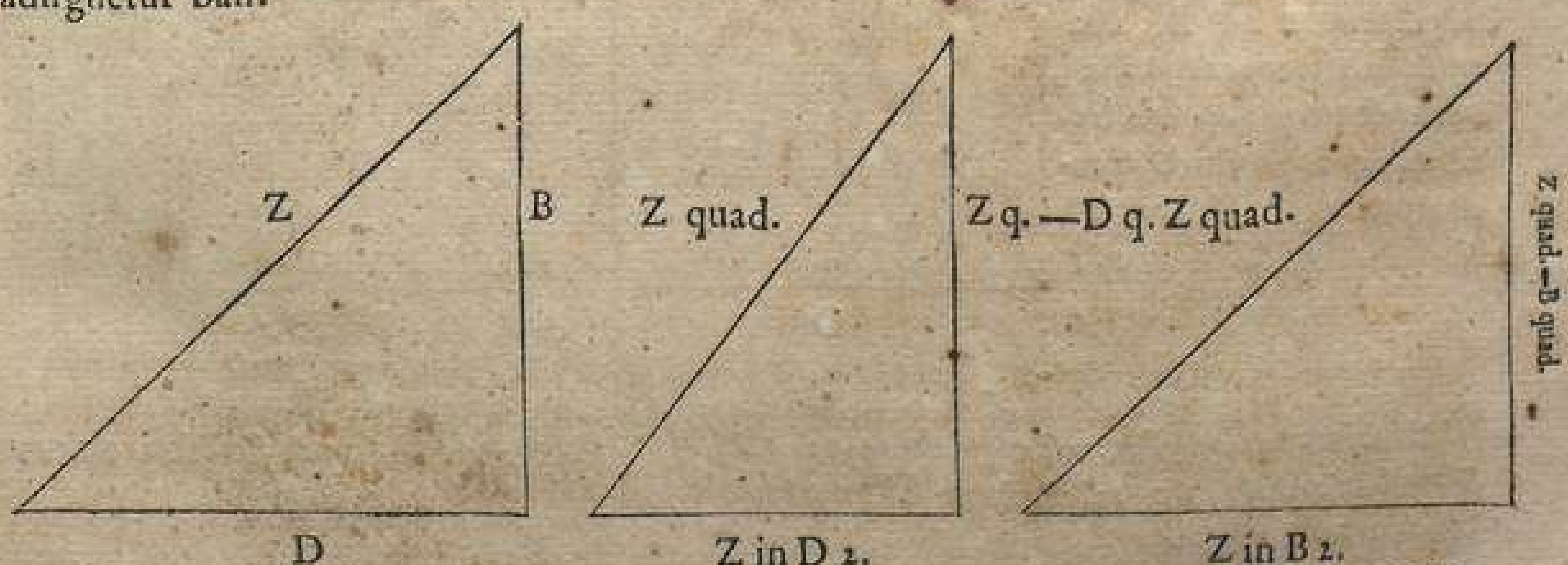
Tertium effictum. ab 8 & 7

Horum trium communis area 840.

ZETETICVM XII.

Invenire numero tria triangula rectangula, ut solidum sub perpendiculis ad solidum sub basibus, se habeat ut quadratus numerus ad quadratum numerum.

Exponatur numero rectangulum quodcumque triangulum, cujus hypotenusa detur Z, basis D, perpendiculum B. Et effingatur triangulum secundum abs Z & D, & Z in D 2 adsignetur basi. Effingatur denique triangulum tertium ab Z & B, & Z in B 2 adsignetur basi.



Soli-

Solidum sub perpendiculis ad solidum sub basibus se habet ut B q. ad Z q. 4.

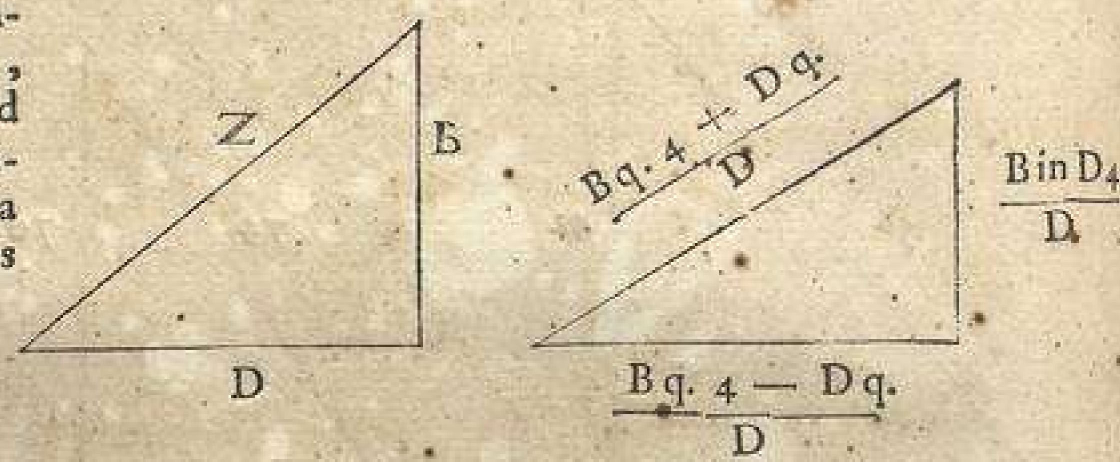
Sit primum triangulum 5, 3, 4.
Secundum erit 34, 30, 16.
Tertium 41, 40, 9.

Solidum sub perpendiculis 4, 16, 9. *ad solidum sub basibus* 3, 30, 40 *se habet ut quadratum abs* 4 *ad quadratum abs* 10.

ZETETICVM XIII.

Invenire numero duo triangula rectangula, ut planum sub perpendiculis, minus plano sub basibus, sit quadratum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum, cujus hypotenusa detur Z, basis D, perpendiculum B, ita tamen ut perpendiculum duplum præstet D basi. Et effingatur aliud triangulum abs B dupla & D, vel iis similibus radicibus, & B in D 4, adsignetur perpendiculo, & generaliter similia lateribus plana adplicentur ad D. Planum sub perpendiculis, multatum sub basibus plano, relinquit D qu. vel aliud simile B qu. prout radicum cum ipsis B dupla & D similitudo opus immutavit.

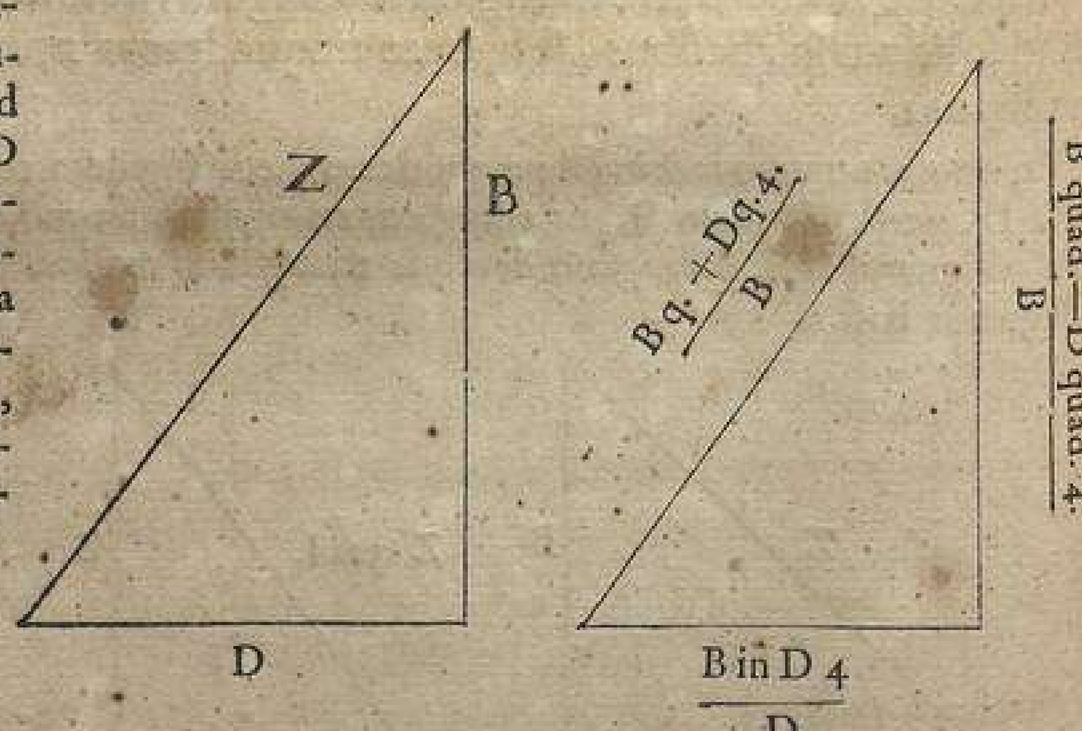


Sit primum triangulum rectangulum 15, 9, 12. *Secundum erit* 73, 55, 48, *factum sub perpendiculis* 576 *differt à facto sub basibus* 495, *differentia* 81 *quadrata, cujus radix est* 9.

ZETETICVM XIV.

Invenire numero duo triangula rectangula, ut planum sub perpendiculis, adjunctum plano sub basibus, sit quadratum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum, cujus hypotenusa detur Z, basis D, perpendiculum B, ita tamen ut perpendiculum B præstet basi D duplæ. Et effingatur aliud triangulum abs B & D dupla, & B in D 2 bis adsignetur basi, & generaliter similia lateribus plana adplicentur ad B. Planum sub perpendiculis, adjunctum plano sub basibus componit B quadratum.



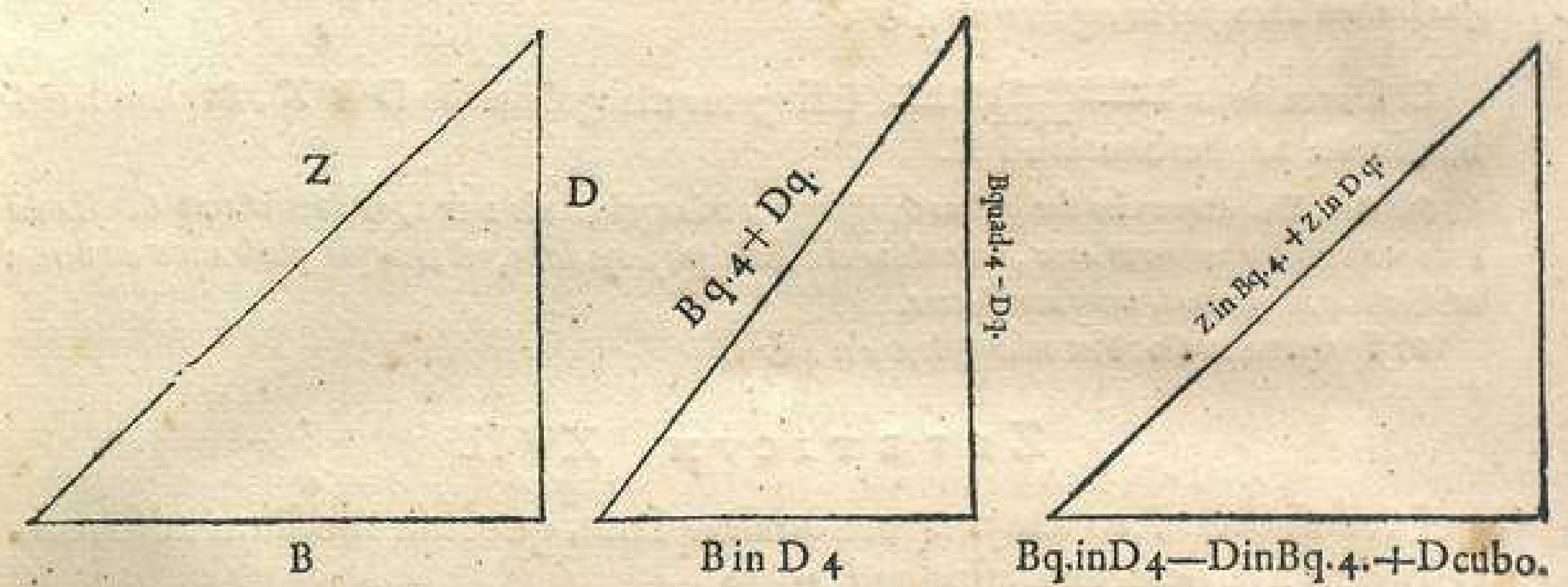
Sit primum triangulum rectangulum 13, 12, 5. *Efficto triangulo abs* 5 & 6, *vel similibus* 10 & 12. *Secundum erit* 61, 60, 11. *Factum sub perpendiculis* 396. *Sub basibus* 900. *Summa* 1296 *quadrata, cujus radix est* 36.

ZETE-

ZETETICVM XV.

Invenire numero tria triangula rectangula, ut solidum sub hypotenusis ad solidum sub basibus, se habeat ut quadratus numerus ad quadratum numerum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum cujus hypotenusa Z, basis B, perpendiculum D, ita tamen ut basis B duplum præstet D perpendiculo. Et effingatur secundum triangulum abs B dupla & D. Et B in D 4 adsignetur basi. Tertii denique trianguli hypotenusa similis esto facto sub hypotenusis primi & secundi. Basis facto sub basibus eorumdem, minus facto sub perpendiculis. Vnde consequenter perpendiculum æquale est factis à basibus in perpendicula alterne. Solidum sub hypotenusis ad solidum sub basibus se habebit, ut quadratum ad quadratum.

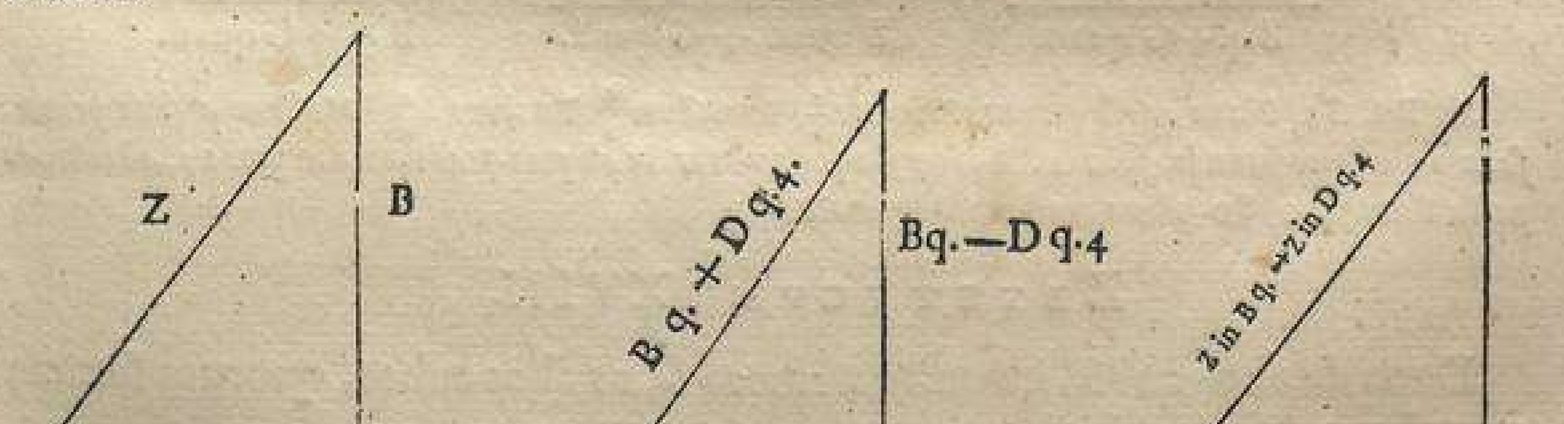


Sit primum triangulum 5, 3, 4. Secundum erit 13, 12, 5. Tertium 65, 16, 63.

Et se habet solidum sub hypotenusis ad solidum sub basibus, ut quadratum abs 65 ad quadratum abs 24.

Vel exponatur numero triangulum rectangulum, cujus hypotenusa Z, basis D, perpendiculum B, ita tamen ut B præstet D basis duplo, & illud sit primum. Secundum autem effingatur abs B & D dupla, & B in D 4 adsignetur basi. Tertii denique hypotenusa similis esto, facto sub hypotenusis primi & secundi. Basis, facto sub basibus, plus facto sub perpendiculis. Unde perpendiculum æquale fit differentiæ factorum à basibus in perpendicula alterne.

Solidum sub hypotenusis ad solidum sub basibus se habebit, ut quadratum ad quadratum.

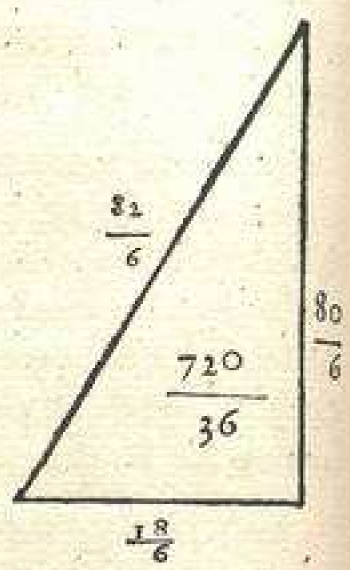


Sit primum triangulum 13, 5, 12. Secundum erit 61, 60, 11. Tertium 793, 432, 665.

Et se habebit solidum sub hypotenusis ad solidum sub basibus, ut quadratum abs 793 ad quadratum abs 360.

ZETETICVM XVI.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area æquetur datæ ſtatutis conditionibus.



Vt pote ſi area detur $\frac{\text{B qq.} - \text{X qq.}}{\text{D quad.}}$. Effingetur triangulum abs B q. & X q. & plano-plana lateribus ſimilia adplicabuntur ad X in D in B.

Sit B 3, X 1, D 2. Sunt igitur duo quadrato-quadrata 81 & 1, differentia quadrato-quadrata 80. Detur area $\frac{80}{4}$ id eſt 20; effingetur triangulum abs 9 & 1, & fit area $\frac{720}{36}$.

Itaque cum præſcribitur numerus areæ, videndum eſt an idem qui proponitur, vel idem per quadratum numerum multiplicatus, adjecta unitate aliove quadrato-quadrato, fiat quadrato-quadratum.

Vt ſi proponatur 15, quoniam 15 ad 1 adjectus, facit 16 quadrato-quadratum abs 2, fiet triangulum abs 4 & 1.

Et ſi area detur $\frac{\text{D cubus in X} - \text{X cubo in D}}{\text{X quad.}}$. Effingetur triangulum abs D & X, & plana lateribus ſimilia adplicabuntur ad X.

Sit D 2. X 1. Atque ideo detur area 6; effingetur triangulum abs 2 & 1, & eueniet area 6. Itaque cum præſcribitur numerus areæ, videndum erit an is qui proponitur, vel idem per quadratum numerum multiplicatus, ſit cubus multatus latere.

Vt ſi proponatur 60. Fiet triangulum abs 4 & 1.

ZETETICVM XVII.

Invenire numero tria proportionalia plana, quorum medium adſcito ſive primo ſive poſtremo, ſit quadratum.

Sit medium planorum E planum. Et primum ſtatuitor B quad. — E plano, poſtremum G q. — E plano. Cum igitur primo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe B quadratum. Æque cum poſtremo addetur E planum, fiet quadratum, nempe G quadratum. Reſtat igitur ut ea tria plana proportionalia ſint, & conſequenter quod à medio fit in ſe, æquetur ei quod fit ſub extremis, qua comparatione ſecundum artem inita, $\frac{\text{B quad. in G quad.}}{\text{B quad.} + \text{G quad.}}$ invenitur æquari E plano. Vnde tria proportionalia plana ſe habent hujuſmodi.

Primum	Secundum	Tertium
$\frac{\text{B quad. quad.}}{\text{B q.} + \text{G quad.}}$	$\frac{\text{B quad. in G quad.}}{\text{B quad.} + \text{G quad.}}$	$\frac{\text{G quad. quad.}}{\text{B q.} + \text{G quad.}}$

Sit B 1. G 2. Plana quæſita erunt. Primum $\frac{1}{5}$ Secundum $\frac{4}{5}$. Tertium $\frac{16}{5}$. Medium adſcito primo, facit 1; adſcito ſecundo, facit 4. Eadem plana ducantur in aliquot quadratum ut pote 25, ad tollenda pacta. Fient 5, 20, 80, plana conditionis imperatæ.

ZETETICVM XVIII.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum ſumma æqualis ſit differentiæ datorum.

Sint dati duo cubi, B cubus, D cubus; ille major, hic minor. Oportet invenire duos alios cubos, quorum ſumma æqualis ſit B cubo — D cubo. Latus primi quærendi cubi, eſto B — A. Latus ſecundi, $\frac{\text{B quad. in A}}{\text{D quad.}} - \text{D}$. Et efformentur cubi & comparentur B cubo — D cubo, invenitur $\frac{\text{D cubus in B } 3.}{\text{B cubo} + \text{D cubo}}$ æquari A. Itaque primi quæſiti cubi latus $\frac{\text{B in } \overline{\text{B cubum} - \text{D cubo } 2}}{\text{B cubo} + \text{D cubo.}}$ Secundi $\frac{\text{D in } \overline{\text{B cubum } 2 - \text{D cubo.}}}{\text{B cubo} + \text{D cubo.}}$ Et horum cuborum ſumma æqualis eſt B cubo — D cubo. Sic licet invenire quatuor cubos quorum major tribus reliquis erit æqualis.

qualis. Enimvero adsumptis duobus lateribus B & D, illo majore, hoc minore. Latus compositi cubi fit simile $\overline{\text{B}}$ in $\overline{\text{B cubum} + \text{D cubo}}$. Latus singularis primi cubi $\overline{\text{D}}$ in $\overline{\text{B cub.} + \text{D cub.}}$ Secundi $\overline{\text{B}}$ in $\overline{\text{B cubum} - \text{D cubo 2}}$. Tertii $\overline{\text{D}}$ in $\overline{\text{B cubum 2} - \text{D cubo}}$. Evidens autem est ex processu exigi, ut majoris adsumpti lateris cubus præstet cubo duplo minoris.

Sit B 2. D 1. Cubus à radice 6 æquabit singulares cubos à radicibus 3, 4, 5. Cum itaque dabuntur cubi ab 6 N, & 3 N: exhibentur cubi abs 4 N & 5 N, & horum summa illorum differentiæ, erit æqualis.

ZETETICVM XIX.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum differentia æquet summam datorum.

Sint dati illi duo cubi, B cubus, D cubus; ille major, hic minor. Latus primi quærendi cubi B + A, secundi $\frac{\text{B quad. in A}}{\text{D quad.}}$ — D. Et efformentur cubi & horum differentia comparetur B cubo + D cubo, invenietur $\frac{\text{D cubus in B 3}}{\text{B cubo} - \text{D cubo}}$ æquari A. Itaque majoris quærendi cubi latus erit $\frac{\overline{\text{B}}\text{ in }\overline{\text{B cubum} + \text{D cubo 2}}}{\text{B cubo} - \text{D cubo}}$. Secundi $\frac{\overline{\text{D}}\text{ in }\overline{\text{B cubum 2} - \text{D cubo}}}{\text{B cubo} - \text{D cubo}}$. Et horum differentia æqualis est B cubo + D cubo.

Sic licet invenire quatuor cubos quorum major tribus reliquis erit æqualis.

Enimvero adsumptis duobus lateribus B & D; illo majore, hoc minore. Latus compositi cubi fit simile, $\overline{\text{B}}$ in $\overline{\text{B cubum} + \text{D cubo 2}}$. Latus singularis primi, $\overline{\text{D}}$ in $\overline{\text{B cubum 2} + \text{D cubo}}$. Secundi, $\overline{\text{B}}$ in $\overline{\text{B cubum} - \text{D cubo}}$. Tertii, $\overline{\text{D}}$ in $\overline{\text{B cubum} - \text{D cubo}}$.

Sit B 2. D 1. Cubus ab 20 invenitur æqualis singularibus cubis abs 17, 14, 7. Cum itaque dabuntur cubi à 14 N & 7 N: exhibebuntur cubi abs 20 N & 17 N, & horum differentia summa illorum erit æqualis.

ZETETICVM XX.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum differentia æquet differentiam datorum.

Sint dati duo cubi, B cubus, D cubus; hic major, ille minor. Latus primi quærendi cubi esto A — D. Secundi $\frac{\text{D quad. in A}}{\text{B quad.}}$ — B, & efformentur cubi, & horum differentia comparetur B cubo — D cubo, invenietur $\frac{\text{D in B cubum 3.}}{\text{B cubo} + \text{D cubo}}$ æquari A. Itaque latus primi cubi fit $\frac{\text{D in B cubum 2} - \text{D cubo}}{\text{B cubo} + \text{D cubo.}}$ Secundi $\frac{\text{B in D cubum 2} - \text{B cubo.}}{\text{B cubo} + \text{D cubo.}}$ & horum differentia, æqualis est differentiæ B cubi & D cubi. Eodem opus recidit si primi quærendi cubi radix statuatur B — A, secundi D — $\frac{\text{B quad. in A}}{\text{D quad.}}$.

Sic licet invenire quatuor cubos ut bini cubi sint binis cubis æquales.

Enimvero adsumptis duobus lateribus B & D; illo majore, hoc minore. latus primi cubi fit simile $\overline{\text{D}}$ in $\overline{\text{B cubum 2} - \text{D cubo}}$. latus secundi $\overline{\text{D}}$ in $\overline{\text{B cubum} + \text{D cubo}}$. latus tertii $\overline{\text{B}}$ in $\overline{\text{B cubum} + \text{D cubo}}$. latus quarti $\overline{\text{B}}$ in $\overline{\text{D cubum 2} - \text{B cubo}}$. Evidens autem est ex processu oportere B cubum etsi majorem D cubo, minorem tamen esse D cubo 2.

Sit B 5, D 4. Cubus abs 252 & 248 æqualis est cubo abs 5 & 315. Cum itaque dabuntur cubi abs 315 N & 252 N: exhibebuntur cubi abs 248 N & 5 N, & horum differentia illorum differentiæ erit æqualis.

LIBER QVINTVS.

ZETETICVM I.

INvenire numero tria plana, conficientia quadratum, & rurſus bina juncta quadratum conſtituent.

Summa trium planorum, eſto quadratum abs A + B, nempe A quad. + B in A 2 + B quadrato. Primum autem cum ſecundo, faciat A quadratum. Tertium igitur planum erit B in A 2 + B quad. Secundum cum tertio faciat quadratum abs A — B, hoc eſt A quad. — B in A 2 + B quad. Secundum igitur planum relinquitur A quad. — B in A 4. Atque adeo primum planum erit B in A 4. quod adjunctum tertio plano facit B in A 6 + B quadrato. Supereſt igitur ut compoſitum iſtud poſtremum planum ex primo & tertio, adæquetur quadrato. Sit illud D quadratum, Ergo $\frac{\text{D quad.} - \text{B quad.}}{\text{B } 6}$ æquabitur A.

Primum igitur planum ſimile fit D quad. in B quad. 24 — B quad. quad. 24. Secundum ſimile D quad. quad. + B quad. quad. 25 — B quad. in D quad. 26. Tertium ſimile B quad. in D quad. 12 + B quad. quad 24.

Sit D 11, B 1. Primum planum fit 2880. Secundum 11520. Tertium 1476. & ſatisfaciunt quæſtioni. Vt etiam ſatisfacient omnibus per aliquot quadratum diviſis, ut pote per 36: exurgunt plana 80, 320, 41.

Sit D 6, B 1. Primum planum fit 840. Secundum 385. Tertium 456.

ZETETICVM II.

Invenire numero tria quadrata, æquo diſtantia intervallo.

Sit primum, A quad. Secundum, A quad. + B in A 2 + B quad. Tertium igitur erit, A quad. + B in A 4 + B quad. 2, cujus latus ſi ſtatuatur D — A: fit D quad. — A in D 2, + A quad. æquale A quad. + B in A 4 + B quad. 2. Itaque $\frac{\text{D quad.} - \text{B quad. } 2.}{\text{B } 4 + \text{D } 2.}$ æquabitur A. Ergo latus primum fit ſimile D quad. — B quad. 2; latus ſecundum ſimile D quad. + B quad. 2 + B in D 2. Tertium ſimile D quad. + B quad. 2 + B in D 4.

Sit D 8, B 1. Fit latus primi quadrati 62, ſecundi 82, tertii 98. Ipſa vero ab iis quadrata ſunt, 3844, 6724 9604. Et omnibus per aliquot quadratum diviſis, ut pote per 4. 961, 1681, 2401 æquo inter ſe diſtantia intervallo; illæ nempe per 2280; hæc per 720.

ZETETICVM III.

Invenire numero tria æquidiſtantia plana, & bina juncta quadratum conficient.

Exponantur per antecedens Zeteticum tria quadrata æquo diſtantia intervallo, ac primum idemque minus ſit B quadratum. Secundum B quad. + D plano. Tertium B quadratum + D plano 2. Primum autem & ſecundum æquidiſtantium trium quæ invenienda proponuntur planorum faciant B quad. Primum & tertium B quad. + D plano. Secundum denique & tertium B quad. + D plano 2. Summa vero trium eſto A planum. Tertium itaque erit A planum, — B quadrato. Secundum A planum, — B quadrato, — D plano. Primum A planum, — B quadrato, — D plano 2. Itaque æquidiſtabunt hæc tria plana. Primi enim & ſecundi differentia eſt D planum, ſicuti ſecundi & tertii. Reſtat igitur ut hæc trium planorum ſumma quæ eſt A planum 3. — B quad. 3, — D plano 3, æquetur A plano, fit $\frac{\text{B quad. } 3. + \text{D plano } 3.}{2}$ æquale A plano.

Primum igitur planum erit $\frac{\text{B quad.} - \text{D plano}}{2}$. Secundum $\frac{\text{B quad.} + \text{D plano.}}{2}$. Tertium $\frac{\text{B quad.} + \text{D plano } 3}{2}$. Et omnibus quadruplicatis. Fit primum ſimile B quad. 2 — D plano 2. Secundum ſimile B quad. 2 + D plano 2. Tertium ſimile B quad. 2 + D plano 6.

Intervallum eſt D planum 4 ſive inter primum & ſecundum, ſive ſecundum & tertium.

Primum

Primum cum secundo facit B quad. 4. Primum cum tertio B quad. 4 + D plano 4. quadratum ex hypothesi, quoniam B quad. + D plano statuitur quadratum. Secundum cum tertio B quad 4. + D plano 8. quadrátum quoque ex hypothesi, quoniam B quad. + D plano 2 statuitur quadratum.

Sit B quad. 961. D.planum 720. Primum planum erit 482. Secundum 3362. Tertium 6242. horum intervallum est 2880. Primum cum secundo facit quadratum à latere 62. Cum tertio à latere 82. Secundum denique cum tertio quadratum à latere 98.

ZETETICVM IV.

Invenire numero tria plana, quæ bina juncta, ac etiam ipsa trium summa adscito dato plano, quadratum constituant.

Sit datum Z planum. Adgregatum vero primi quæsiti plani & secundi, sit A quad. + B in A 2, + B quad. — Z plano, ut cum ei adgregato adjungetur Z planum efficiatur quadratum abs A + B. Adgregatum autem secundi & tertii sit A quad. + D in A 2 + D quad. — Z plano, ut cum ei adjungetur Z planum efficiatur quadratum abs A + D. Summa autem trium A quad. + G in A 2, + G quad. — Z plano, ut cum ei adjungetur Z planum efficiatur quadratum abs A + G. Cum igitur à summa subducetur adgregatum primi & secundi, relinquetur ad tertium planum G in A 2, + G quad. — B in A 2, — B quad. Et cum ab eadem summa subducetur adgregatum secundi & tertii, relinquetur ad primum planum G in A 2, + G quad. — D in A 2 — D quadrato. Adgregatum igitur primi & tertii plani adscito Z plano erit, G in A 4, + G quad. 2. — B in A 2, — B quad. — D in A 2, — D quad. + Z plano, adæquandum quadrato. Sit illud F quadratum. Ergo, $\frac{\text{F quad.} + \text{D quad.} + \text{B quad.} - \text{G quad. } 2 - \text{Z plano}}{\text{G } 4 - \text{B } 2 - \text{D } 2.}$ æquabitur A.

Sit Z planum 3, B 1, D 2, G, 3, F, 10. fit A 14. Adgregatum primi & secundi plani est 222, quadratum videlicet abs 15, multatum 3. Adgregatum secundi & tertii est 253, quadratum videlicet à 16, multatum 3. Adgregatum primi & tertii est 97, quadratum videlicet à 10, multatum 3. Summa trium est 286 quadratum videlicet à 17 multatum 3. Primum igitur planum è quæsitis erit 33, Secundum 189, Tertium 64, quæ præstant imperata.

ZETETICVM V.

Invenire numero tria plana, quæ bina juncta, ac etiam ipsa trium summa dempto dato plano, quadratum constituant.

Sit datum Z planum. Summa primi & secundi sit A quad. + Z plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs A. Summa secundi & tertii sit eadem causa A quad. + B in A 2. + B quad. + Z plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs A + B. Summa denique omnium trium sit eadem causa A quad. + D in A 2, + D quad. + Z plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs A + D. Si igitur ab summa trium auferatur adgregatum primi & secundi, relinquetur ad tertium D in A 2 + D quadrato. Et si ab eadem auferatur adgregatum secundi & tertii, relinquetur ad primum D in A 2 + D quad. — B in A 2, — B quad. Adgregatum igitur primi & tertii, dempto Z plano, erit D in A 4 + D quad. 2, — B in A 2, — B quad. — Z plano. Sit illud F quadratum. Ergo $\frac{\text{F quad.} + \text{B quad.} + \text{Z plano} - \text{D quad. } 2.}{\text{D } 4 - \text{B } 2}$ æquabitur A.

Sit Z planum 3, B 1, D 2, F 8. fit A 10. Adgregatum primi & secundi plani est 103, quadratum videlicet à 10, adfectum adjunctione 3. Adgregatum secundi & tertii 124, quadratum videlicet abs 11, auctum 3. Summa trium 147, quadratum videlicet abs 12, adscito 3. Adgregatum denique primi & tertii 67, quadratum abs 8, auctum 3. Primum igitur planum è quæsitis erit 23, secundum 80, tertium 44, quæ præstant imperata.

ZETETICVM VI.

Invenire numero infinita quadrata, quorum singula adscito dato plano faciant quadratum, & reciproce infinita, quæ eodem dempto.

Sit datum Z planum, cujus subquadruplum resolvitor in duo latera, quæ ipsum conficiant, veluti B in D, & rursus F in G: unde B in D 4 æquetur Z plano, vel etiam F in G 4. Ergo $\overline{\text{B} - \text{D}}$ quad. adscito Z plano, quod est quadruplum rectangulum sub lateribus,

 faciet

faciet quadratum nempe $\overline{B + D}$ quadratum. Et rursus $\overline{F - G}$ quadratum adſcito Z plano faciet quadratum, nempe $\overline{F + G}$ quad. Idem quoque locum habebit in duobus quibuſcumque lateribus, ad quorum unum cum adplicabitur Z ſubquadruplum planum, alterum ex adplicatione orietur.

Sit Z planum 96. Hujus ſubquadruplum 24 fit ſub 1 & 24, vel ſub 2 & 12, vel ſub 3 & 8, vel ſub 4 & 6 & fractis innumeris aliis. Itaque quadratum abs 23 adſcito 96, facit quadratum abs 25; & quadratum abs 10 adſcito 96, faciet quadratum abs 14; & quadratum abs 5 adſcito 96, faciet quadratum ab 11; & quadratum ab 2 adſcito 96, faciet quadratum abs 10, & ita de reliquis.

Et contra $\overline{B + D}$ quadratum, multatum Z plano quod eſt quadruplum rectangulum ſub lateribus, relinquet $\overline{B - D}$ quad. & $\overline{F + G}$ quadratum, multatum Z plano, relinquet $\overline{F - G}$ quadratum.

625 — 96. facit 529, quadratum abs 23. Et 196 — 96, facit 100, quadratum abs 10.

ZETETICVM VII.

Invenire numero tria latera, ſub quibus binis quod fit planum adſcito dato plano, eveniat quadratum.

Sit datum Z planum. Quod autem fit ſub primo & ſecundo latere ſtatuitor B quadratum — Z plano, ut adſcito Z plano ſit quadratum, ipſumque latus ſecundum eſto A. Primum igitur erit $\frac{\text{B quad.} - \text{Z plano}}{\text{A}}$. Quod vero fit ſub ſecundo & tertio latere ea ipſa de cauſa ſit D quad. — Z plano. Stante igitur latere ſecundo A, fit tertium $\frac{\text{D quad.} - \text{Z plano}}{\text{A}}$. Reſtat igitur ut quod fit à primo in tertium, id eſt, abs $\frac{\text{B quad.} - \text{Z plano}}{\text{A}}$ in $\frac{\text{D quad.} - \text{Z plano}}{\text{A}}$ ſit adſcito Z plano, quadratum. Quod ſi B quad. — Z plano, faceret quadratum, ut pote F quadratum; & D quadratum — Z plano, faceret quadratum, ut pote G quad. expedita eſſet æquatio, eo ſiquidem caſu $\frac{\text{F quad. in G quad.} + \text{Z plano in A quad.}}{\text{A quad.}}$ adæquandum erit quadrato. Quod nõ erit negotioſum, velut effingendo illud quadratum abs $\frac{\text{F in G} = \text{H in A}}{\text{A}}$. Unde $\frac{\text{H in F in G 2}}{\text{H quad.} = \text{Z plano}}$ æquabitur A. Et illa effictione præſtat H quadratum ipſi Z plano, hoc cedit. At licet invenire infinita quadrata quæ dempto dato plano quadratum exhibeant, & reciproce infinita quæ eodem adſcito. Itaque non libera quadrata, B quadratum vel D quadratum adſumenda ſunt, ſed quæ conditiones illas impleant, talia videlicet latera F & G eligendo à quibus ſingulis quadrato adſcito Z plano, faciant quadratum; ut hic faciunt B quadratum, & D quadratum, & erit omnino expoſitæ æquationi locus.

Sit Z planum 192, F 8, G 2. Sumitor H 6. fit A $\frac{16}{13}$. Primum latus erit 52. ſecundum $\frac{16}{13}$, tertium $\frac{13}{4}$. Primum in ſecundum, facit 64. Secundum in tertium, facit 4. Primum in tertium 169. Quod fit itaque ſub primo & ſecundo adjunctum 192 eſt 256, quadratum à latere 16. Quod ſub ſecundo & tertio adjunctum 192 eſt 196, quadratum à latere 14. Quod denique ſub primo & tertio adjunctum 192 eſt 361, quadratum à latere 19.

ZETETICVM VIII.

Invenire numero tria latera, ſub quibus binis quod fit planum, detracto dato plano, eveniat quadratum.

Sit datum planum Z planum. Quod autem fit ſub primo & ſecundo latere ſtatuitor B quad. + Z plano, ut dempto Z plano, ſit B quad. Ipſumq; latus ſecundum eſto A. Primum igitur erit $\frac{\text{B quad.} + \text{Z plano}}{\text{A}}$. Quod vero fit ſub ſecundo & tertio latere ea ipſa de cauſa ſit D quad. + Z plano. Stante igitur latere ſecundo A, fit tertium $\frac{\text{D quad.} + \text{Z plano}}{\text{A}}$. Reſtat igitur ut quod fit à primo in tertium, id eſt, abs $\frac{\text{B quad.} + \text{Z plano}}{\text{A}}$ in $\frac{\text{D quad.} + \text{Z plano}}{\text{A}}$ detracto Z plano ſit quadratum. Quod ſi B quad. + Z plano faceret quadratum, ut pote F quadratum; & D quad. + Z plano faceret quoque quadratum, ut pote G quadratum; expedita eſſet æquatio. Eo quidem caſu $\frac{\text{F quad. in G quad.} - \text{Z plano in A quad.}}{\text{A quad.}}$ adæquandum erit quadrato. Quod non erit negotioſum veluti effingendo illius quadr. abs $\frac{\text{F in G} - \text{H in A}}{\text{A}}$, unde $\frac{\text{H in F in G 2}}{\text{Z planum} + \text{H quad.}}$ æquabitur A. At licet invenire infinita quadrata quæ adſcito dato plano quadratum exhibeant, & reciproce infinita quæ eodem dempto. Itaque non libera adſumenda ſunt B quadratum & D quadratum, ſed quæ conditiones illas impleant, videlicet latera F & G

eligendo

eligendo à quibus ſingulis quadrato dempto Z plano, faciant quadratum, ut hic faciunt B quadratum & D quadratum, & erit omnino expoſitæ æquationi locus.

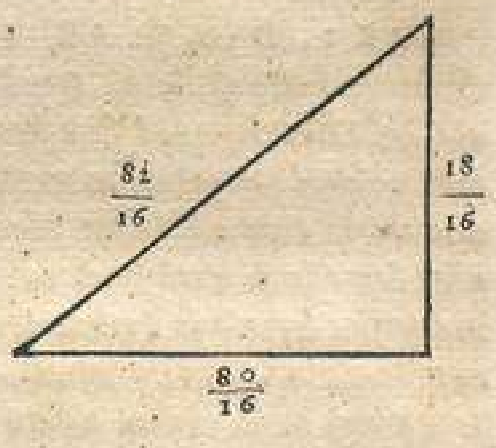
Sit Z planum 40. F 7. G 11. fit B 3. D 9. Sumatur H 24. fit A 6. Primum latus $\frac{49}{6}$. Secundum 6. Tertium $\frac{121}{6}$. Factum ex primo in ſecundum eſt 49 & dempto 40 relinquitur 9, numerus quadratus, cujus radix 3. Factum ex ſecundo in tertium eſt 121, & dempto 40 relinquitur 81, numerus quadratus, cujus radix 9. Factus ex primo in tertium eſt $\frac{5929}{36}$ & dempto $\frac{1440}{36}$, id eſt 40, relinquitur $\frac{4489}{36}$, numerus quadratus, cujus radix $\frac{67}{6}$.

ZETETICVM IX.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area adjuncta dato plano ex duobus quadratis compoſito, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z, planum compoſitum ex B quadrato & D quadrato. Effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B, D, & quadrato differentiæ eorumdem. Hypotenuſa igitur ſimilis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12 + D quad. quad. 2. Baſis B in D in Z planum 8. Perpendiculum $\overline{B + D}$ quadrato in $\overline{B - D}$ quadratum 2. Adplicentur omnia ad $\overline{B + D}$ in $\overline{B - D}$ quad. 2, fiet area ſimilis $\frac{\text{Z plano in B in D 2}}{\overline{B - D}\text{ quad.}}$. Adde Z planum, quoniam $\overline{B - D}$ quad. + B in D 2 æquatur B quadrato + D quadrato, id eſt æquatur Z plano. Summa erit $\frac{\text{Z plano-planum}}{\overline{B - D}\text{ quad.}}$. Quadratum à radice $\frac{\text{Z plani}}{B - D}$.

Sit Z planum 5, D 1, B 2. Triangulum rectangulum erit hujuſmodi. Area $\frac{720}{36}$ id eſt 20. Adde 5. Summa fit 25, cujus radix eſt 5.

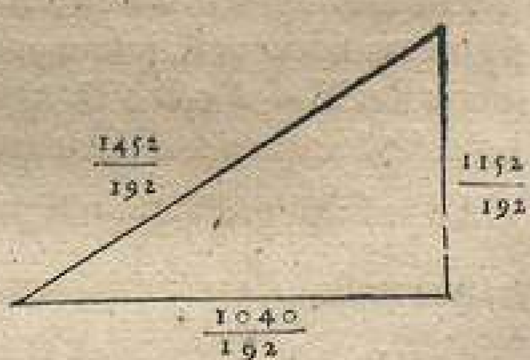


ZETETICVM X.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area diminuta dato plano, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z planum, aliter B in D 2, & effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B, D, & quadrato diffferentiæ eorumdem. Hypotenuſa igitur ſimilis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12. + D quad. quad. 2. Baſis B quad. in Z planum 4 + D quad in Z planum 4. Perpendiculum $\overline{B + D}$ quad. in $\overline{B - D}$ quad. 2. Adplicētur omnia ad $\overline{B + D}$ in $\overline{B - D}$ quad. 2, fiet area ſimilis $\frac{\text{B quad. in Z plan.} + \text{D quad. in Z plan.}}{\overline{B - D}\text{ quad.}}$ Aufer Z planum, quoniam B quad. + D quad. $- \overline{B - D}$ quad. valet Z planum. Relinquetur $\frac{\text{Z plano-planum}}{\overline{B - D}\text{ quad.}}$ quadratum à radice $\frac{\text{Z plani.}}{B - D}$.

Sit D 1, B 5. Vnde Z planum 10. Triangulum rectangulum erit hujuſmodi. Area $\frac{599040}{36864}$. Aufer 10. Relinquetur $\frac{230400}{36864}$ quadratum abs radice $\frac{480}{192}$ ſeu $\frac{10}{4}$.



ZETETICVM XI.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area diminutum datum planum, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z planum, aliter B in D 2. Effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B + D & quadrato differentiæ eorumdem. Hypotenuſa igitur ſimilis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12. + D quad. quad. 2. Baſis B quad. in Z planum 4. + D quad. in Z planum 4. Perpendiculum $\overline{B + D}$ quad. in $\overline{B - D}$ quad. 2. Adplicentur omnia ad $\overline{B - D}$ in $\overline{B + D}$ quad. 2. Fiet area ſimilis $\frac{\text{B quad. in Z planum} + \text{D quad. in Z plan.}}{\overline{B + D}\text{ quad.}}$. Dematur ex Z plano, quoniam $\overline{B + D}$ quadratum $-$ B quad. $-$ D quad. valet B in D 2. Relinquetur $\frac{\text{Z plano-planum.}}{\overline{B + D}\text{ quad.}}$ quadratum à radice $\frac{\text{Z plani}}{B + D}$.

Sit

Sit D 1, B 5. Vnde Z planum 10 triangulum rectangulum erit hujusmodi. Area $\frac{599400}{82944}$ *auferatur à 10, relinquetur* $\frac{230400}{82944}$ *quadratum abs radice* $\frac{480}{288}$ *seu* $\frac{5}{3}$.

ZETETICVM XII.

Invenire numero tria quadrata, ut quod fit sub binis plano-planum, adjunctum ei quod fit ab adgregato binorum in datæ longitudis quadratum, conficiat quadratum.

Data longitudine X. Sit primum quadratum, A quad. — X in A 2 + X quad. cujus radix A — X. Alterum, A quad. cujus radix A. Tertium, A quad. 4 — X in A 4 + X quadrato 4. Ex ductu igitur primi in secundum, adjecta summa primi & secundi ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. — X in A + X quad. Ex ductu vero secundi in tertium, adjecta summa secundi & tertii ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. 2. — X in A, + X quad. 2. Ex ductu denique primi in tertium, adjecta summa primi & tertii ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. 2, — X in A 3, + X quad. 3. Tertii adæquandi radix esto D — A 2. Ergo $\frac{\text{D quad.} - \text{X quad. } 4}{\text{D } 4 - \text{X } 4}$ æquabitur A.

Sit X 3, D 30, fit A 8. Itaque quadrata quæsita sunt, primum 25, secundum 64, tertium 196, & satisfaciunt postulatis. Quod enim fit e primo in secundum adjectis 801 conficit 2401, quadratum abs 49. Et rursus quod fit è secundo in tertium adjectis 2340 facit 14884, quadratum abs 122. At denique quod fit è primo in tertium adjectis 1989 facit 6889, quadratum abs 83. Porro eadem quadrata tria cum adsciscent singula duplum datæ longitudinis quadratum: quod fit sub binis plano-planum detracto eo quod fit ab adgregato binorum in data longitudinis quadratum, erit quadratum. Vt in exposita hypothesi duplum longitudinis quadratum est 18, quo addicto unicuique trium quadratorum fiunt plana tria, primum 43, secundum 82, tertium 214 & satisfaciunt postulatis. Quod enim fit è primo in secundum ablatis 1125, relinquit ipsa 2401. Et rursus quod fit e secundo in tertium ablatis 2664, relinquit ipsa 14884. Ac denique quod fit è primo in tertium ablatis 2313, relinquit ipsa 6889.

ZETETICVM XIII.

Datam X longitudinem ita secare, ut cum primo segmento addetur B, secundo D, & ita productæ partes ducentur altera in alteram, fiat quadratum.

Primum segmentum esto A — B. Alterum igitur erit X — A + B. Cum itaque primo segmento addetur B, ipsum productum fiet A. Cum vero secundo segmento addetur D, ipsum fiet X — A + B + D. Quare $\overline{\text{B} + \text{D} + \text{X}}$ in $\overline{\text{A}}$, — A quad. adæquandũ erit quadrato. Sit radix $\frac{\text{S in A}}{\text{X}}$ atque adeo ab ea quadratum, fit $\frac{\text{S quad. in A quad.}}{\text{X quad.}}$. Ergo $\frac{\overline{\text{B} + \text{D} + \text{X}} \text{ in X quad.}}{\text{S quad.} + \text{X quad.}}$ æquabitur A. Ad positiones. Primum segmentum erit $\frac{\overline{\text{D} + \text{X}} \text{ in } \overline{\text{X quad.}} - \text{B in S quad.}}{\text{S quad.} + \text{X quad.}}$. Alterũ $\frac{\overline{\text{B} + \text{X}} \text{ in } \overline{\text{S quad.}} - \text{D in X quad.}}{\text{S quad.} + \text{X quad.}}$.

Itaque ut sit subtractioni locus oportebit S quadratum minus esse $\frac{\text{X quad. in } \overline{\text{D} + \text{X}}}{\text{B}}$, sed majus $\frac{\text{X quad. in D}}{\text{B} + \text{X}}$.

Sit X 4, B 12, D 20. Oportebit S quadratum minus esse 32, sed majus 20. Sit 25. fit segmentum primum $\frac{84}{41}$, *Secundum* $\frac{80}{41}$. *hoc dum producetur fit* $\frac{900}{41}$. *Illud* $\frac{576}{41}$. *Factum sub illis* $\frac{518400}{1681}$ *quadratum à radice* $\frac{720}{41}$.

Sit X 3, B 9, D 15. Oportebit S quadratum minus esse 18, sed majus 11 $\frac{1}{4}$. *Sit 16. fit primum segmentum* $\frac{18}{25}$, *alt rum* $\frac{57}{25}$ *hoc dum producitur fit* $\frac{432}{25}$. *Illud* $\frac{243}{25}$. *Factum sub illis* $\frac{156816}{625}$ *quadratum abs radice* $\frac{324}{25}$.

ZETETICVM XIV.

A quadratum minus G plano adæquare uni quadrato, quod sit minus quam D in A, sed majus quam B in A.

Effingatur quadratum ab A — F, igitur A quad. — F in A 2, + F quad. æquabitur A quad.

quad. — G plano, & consequenter $\frac{\text{F quad.} + \text{G plano}}{\text{F } 2}$ æquabitur A. At quoniam A quad. — G plano est minus quam D in A. Ideo A quadratum erit minus quam $\overline{\text{D in A}, + \text{G plano}}$. Et rursus A quad. — D in A cedet G plano. Unde fiet A minor quā $\sqrt{\text{D quad.}\,\frac{1}{4} + \text{G plano}} + \text{D}\,\frac{1}{2}$ Proponatur autem S æquari vel præstare $\sqrt{\text{D quad.}\,\frac{1}{4} + \text{G plano}} + \text{D}\,\frac{1}{2}$. Ergo A minor erit quam S. Contra quoniam A quad. — G plano est majus quam B in A. Et rursus A quad. — B in A præstabit G plano. Unde fiet A major quam $\sqrt{\text{B quad.}\,\frac{1}{4} + \text{G plano}} + \text{B}\,\frac{1}{2}$. Proponatur autem R æquari vel cedere $\sqrt{\text{B quad.}\,\frac{1}{4} + \text{G plano}} + \text{B}\,\frac{1}{2}$. Ergo A major erit quam R. Quare F quad. + G plano erit minus quam S in F 2, sed majus quam R in S 2. Itaque non quævis F adsumenda est sed quæ non evagetur extra limites constitutos. Ad Zetesin sit illa E. Ergo S in E 2 — E quad. majus erit quam G planum. Unde adsumetur F minor quam S + $\sqrt{\text{S quad.} - \text{G plano}}$. Contra R in E 2 — E quad. minus erit quam G planum. Unde adsumetur F major quam R + $\sqrt{\text{R quad.} - \text{G plano}}$.

Sit G planum 60, B 5, D 8, A 1 N. 1 N minor erit $\sqrt{76} + 4$, *major vero* $\sqrt{\frac{265}{4}} + \frac{5}{2}$. *At 12 est minor quam* $\sqrt{76} + 4$. *Et 11 est major quam* $\sqrt{\frac{265}{4}} + \frac{5}{2}$. *Sumatur ergo S 13. R 10. eligenda erit F minor quam 13 +* $\sqrt{109}$, *sed major quam 10 +* $\sqrt{40}$. *At 23 est minor quam 13 +* $\sqrt{109}$. *Et 17 est major quam 10 +* $\sqrt{40}$. *Quare commode F adsumetur 21 vel 19, vel alia qualibet rationalis intermedia. Adsumatur 20 fit 1 N, 11* $\frac{1}{2}$.

Atque hinc solutio Problematis ab Epigrammatario Græco propositi.

„ Ὀκταδράχμους καὶ πενταδράχμους χοέας τις ἔμιξε,
„ Τοῖς προπόλοις πιεῖν χρηστὸν ἐπιταττόμενος.
„ Καὶ τιμὴν ἀπέδωκεν ὑπὲρ πάντων τετράγωνον,
„ Τὰς ἐπιταχθείσας δεξάμενος μονάδας,
„ Καὶ ποιοῦντας πάλιν ἕτερόν σε φέρειν τετράγωνον
„ Κτησάμενον πλευρὰν σύνθεμα τῶν χοέων.
„ Ὥστε διάστειλον, τοὺς ὀκταδράχμους ποίησον,
„ Καὶ πάλι τοὺς ἑτέρους, παῖ, λέγε πενταδράχμους.

σύνθεμα τῶν χοέων	$11\,\frac{1}{2}$	A
πεντάδραχμοι	$6\,\frac{7}{12}$	
ὀκτάδραχμοι	$4\,\frac{11}{12}$	

τιμὴ πενταδραχμῶν	$32\,\frac{11}{12}$	B in A
τιμὴ ὀκταδραχμῶν	$39\,\frac{1}{3}$	D in A
τιμὴ σύμπασα	$72\,\frac{1}{4}$ τετράγωνος	A quad. — Z plano.

μονάδες	60	Z planum

πρόσθεσις τιμῆς καὶ μονάδων $132\,\frac{1}{4}$ τετράγωνος κτησάμενος πλευρὰν $11\,\frac{1}{2}$ A quad.

Retulit Diophantus quæstione ultima libri V. Quare & Zeteticorum quintus noster finem hic accipito.

FINIS.

FRANCISCI VIETÆ
DE
ÆQVATIONUM
RECOGNITIONE
ET
EMENDATIONE
TRACTATUS DUO.

ALEXANDER ANDERSONUS AD MATHESEOS STUDIOSOS.

Restitutam Mathematicam analysin præceptori Francisco Vietæ debetis φιλομαθεῖς, quam suis regulis & præceptis suo modo concinnatam, in varia digessit opuscula; quorum quidem nomenclaturam Isagogicis præmissam cernitis. Sed quædam sive præcipiti & immaturo Autoris fato (nobis certe iniquissimo) nondum absoluta vel perpolita; vel etiam, ut erat Authoris ingenium (qui quidem pro singulari qua pollebat animi sagacitate multa apud se præmeditata, debitoque ordine mente digesta, sed nondum scriptis consignata, ob graviora fortassis quæ pro Republica incumbebant munia, suis nominibus tanquam confecta insignire solebat) tantum inchoata, vel alicubi etiamnum latentia, nostras nondum manus attigere. Hæc autem, quorum jam vobis copia conceditur, licet exactissimam Autoris limam nondum haud dubie passa, à tanto tamen viro etiam vel ruditer procusa, toti Mathematicorum scholæ utilissima, &, ut nihil in hoc genere simile aut secundum hactenus visum, gratissima, diutius ab eruditorum hominum conspectu, in latebris delitescere, scelus publico dignum odio duxi. Si quid inde capiunt vestra studia emolumenti, aut animus ex tam varia & jucunda speculatione oblectamenti, quas debituri gratias, Iacobo Alelmo Christianissimi Galliarum & Navarræ Regis LUDOVICI XIII. Architectonicæ militaris ἀρχιμηδεῖ dignissimo, viro in hoc studiorum genere apprime versato, omnes persolvite: qui quidem Vietæ adversaria liberrime mecum communicavit, ex quibus hæc sunt deprompta; cuique me hoc nomine vobiscum arcte obstrictum profiteor. Nec dubito, nisi gravioribus pro principe & patria distractus esset curis, quibus summa cum laude perfungitur, quin & alia ejusdem viri æternum victura monumenta in lucem proferret. Non est quod meum ego hic insinuam laborem; qui tamen nonnullus in recensendo quo usus sum exemplari, non paucis in locis depravato, quibusdam etiam mutilo. Singulæ namque æquationes, tum exemplorum notæ epilogisticæ, novo subjiciendæ erant examini: quo quidem pluribus, quibus sparsim scatebant mendis sunt expurgatæ. Quæ vero in textu deesse videbantur qua fieri potuit fide pro sensus exigentia à me restituta sunt. Si quid denique hic parum exactum, aut severiore ipsius Autoris examine minus fortassis probatum; præproperum & præceps ejusdem fatum; aut etiam nostram culpate in vos animi propensionem, qui ita hæc in vestrum usum evulgare maluimus, quam tot tamque egregia divini ingenii monumenta, hoc solo opere contenta, nostris scriniis in privatum nostrum bonum recondita jacere. Valete.

FRANCISCI VIETÆ DE RECOGNITIONE ÆQVATIONVM TRACTATVS PRIMVS.

CAPVT I.

De dignoſcenda æquationum conſtitutione ex Zeteſi, Plaſmate, & Syncriſi.

GEneralem & generaliter traditam de numeroſa poteſtatum reſolutione doctrinam, informat & perficit tractatus de recognitione æquationum : præparatione enim indigent æquationes ſæpe-numero, antequam fœliciter explicentur: ac præſertim quum poteſtates de homogeneis magnitudinibus negantur ; vel ita mixtim homogeneæ magnitudines de poteſtatibus negantur & affirmantnr, ut affectiones negatæ adfirmatis præpolleant; ac denique quotquot æquationes fractis numeris vel aſymmetris exhibentur.

In Geometricis quidem, accidens fractionis vel aſymmetriæ non ſolet æquationibus officere, quo minus ἀμηχανῶς explicentur; ſicuti neque vitium negationis: eſt enim certum ſemper ſubjectum, ſub quo operetur Geometra: at obeſt πλυπάθεια, & quo elatior eſt poteſtas, affectioniſque gradus, eo major ſe prodit in explicando Problemate ἄρρησις ἢ ἀλογία.

Ecquid vero æquationis, quæ propoſita eſt, agnita conſtitutione non tentabit Analyſta, quo ſaxa & ſcopulos refugiat? num gnarus Anatomices invertet, deprimet, attollet, & undique operabitur ſecure? nova, quum res poſtulaverit, ſuſcepta Zeteſi ſub alio, quam qui proponebatur, termino, ad propoſitum tamen habente datam differentiam vel rationem.

Omnino æquationum origo, & prima conſtitutio ſcitu digna eſt, nullaque non ſolertia ab Analyſta capeſcenda & adſequenda, quo ſibi pateat ad eam reductionis via.

Æqualitatum conſtitutio potiſſimum deprehenditur Zeteſi, Plaſmate, & Syncriſi.

CAPVT II.

De Zeteſi.

ZEteſin non inſtituet temere neque ἀτέχνως Analyſta, quum pura è puris, affecta ex affectis proficiſci dictet ratio : & ideo ad deprehendendum æquationum ad poteſtates puras pertinentium conditionem, is ex datis duobus lateribus poteſtates inquiret.

Ad æquationes adfectarum ſimpliciter poteſtatum, inveſtigabit ex data diffe-

differentia vel summa laterum, vel suorum graduum, una cum dato sub iis aut eorum gradibus paribus vel disparibus facto, alterutrum ex lateribus.

Ad æquationes denique multipliciter affectarum, affectionem affectioni adjunget sub diversis laterum parodicis gradibus.

Aut etiam non se adiget uni quæstionum formulæ, sed se sub Zeteticis exercebit sub quocunque effícto vel proposito themate.

Quæ Geometrico operi aptaturus, recordabitur latera ad extremàs lineas rectas in serie continue proportionalium referri, facta vero sub lateribus aut laterum paribus vel disparibus gradibus ad aliquarum è mediis potestates.

Et quum incidet in æquationem Mechanico suo bene obviam, de illa condet Theorema simile, cujuscunque æqualitatis Systaticum & Exegeticum.

Æquationem æquationi similem regulariter dicimus, quum utrobique par est potestas, seu æque alta, ipsaque affecta afficiensve, sub pari gradu & eadem affectionis nota.

Quod si aliud quiddam præterea requiritur speciale & conditionarium, similitudo anomala est.

CAPVT III.

Constitutiva æquationum quadraticarum ex Zeteticis.

AFfectorum sane, quæ adæquantur, quadratorum constitutio, ex Zeteticis dignoscitur probe: sunt autem æquationum hujusmodi tres species: Καταφατική, Α᾽ποφατική, Α᾽μφίβολος.

Tribus itaque Theorematis de earum constitutione Analysta ita poterit ratiocinari.

THEOREMA I.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A quad. + B in A, æquetur Z quad: sunt tres proportionales radices, quarum media est Z, differentia vero extremarum B; & fit A minor extrema.

Ex Zetetico si placet:

Data media trium proportionalium linearum rectarum, & differentia inter extremas, invenire minorem extremam.

Quæ enim in lineis rectis locum habent comparationes, easdem ad radices quascunque, simplices, planas, solidasve, aut ulterioris ordinis homogenas, posse aptari, disseruit Campanus in libro de proportione.

Sit igitur data Z media trium proportionalium, B differentia extremarum, & oporteat invenire minorem extremam.

Esto illa A. major igitur erit A + B. ducatur minor in majorem; fit A quad. + B in A. Et vero quando sunt proportionales, quod fit sub extremis æquatur mediæ quadrato. igitur A quad. + B in A, æquale est Z quad. Id autem ipsum est quod ordinatur.

1 Q. + 10. N. æquatur 144. Est √144. media inter extremas differentes per 10. & fit 1 N minor extrema ex serie trium proportionalium. 8. 12. 18.

THEOREMA II.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A quad. — B in A, æquetur Z quad: sunt tres proportionales, quarum media est Z, differentia vero extremarum est B; & fit A major extrema.

Ex Zetetico:

Data media trium proportionalium & differentia inter extremas, invenire majorem extremam.

Esto illa A. minor igitur erit A — B. ducatur major in minorem; fit A quad. — B in A, æquale Z quad. Id autem ipsum est quod ordinatur.

1 *Q* — 10 N *æquatur* 144. *est* $\sqrt{}$ 144 *media inter extremas differentes per* 10. *& fit* 1 N *major extrema ex serie trium proportionalium* 8. 12. 18.

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

SI B in A — A quad. æquetur Z quad: sunt tres proportionales, quarum media est Z, aggregatum extremarum B; & fit A minor, minorve extrema.

Ex Zetetico:

Data media trium proportionalium & aggregato extremarum, invenire alterutram extremam.

Sit enim data Z media, aggregatum vero extremarum B: oportet invenire minorem extremam. Esto illa A. major igitur erit B — A. quare B in A, — A quad. æquabitur Z quadrato.

Sed sit A major extremarum; erit B — A, minor extremarum. itaque rursus B in A, — A quad. æquabitur Z quad. Vnde A sive de minore extremarum, sive de majore potest enunciari.

26 N — 1 *Q æquetur* 144. *est* $\sqrt{}$ 144 *media inter extremas quarum aggregatum est* 26. *& fit* 1 N. *minor, majorve extrema ex serie trium proportionalium* 8. 12. 18.

Rursus ex Zeteticis.

CAPUT IV.

Constitutiva æquationum cubicarum: ac primum earum in quibus affectiones existunt sub latere.

ÆQuationum quoque cubicarum affectionibus sub latere obvolutarum constitutio ex Zeteticis, scitu digna est. quo pertinent tria quæ sequuntur Theoremata.

THEOREMA I.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A cubus + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major minorve inter extremas est B, aggregatum vero secundæ & quartæ est Z, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima, & aggregato secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire secundam.

Esto secunda A, quarta igitur erit Z — A. Solido autem sub primæ quadrato & quarta, æquatur cubus è secunda: quum sit ut quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita secunda ad quartam. Itaque A cubus, æquabitur B quad. in Z, — B quad. in A; & per antithesin, A cubus + B quad. in A, æquabitur B quad. in Z. ut est ordinatum.

Si 1 C. + 64 N. *æquetur* 2496. *Sunt quatuor continue proportionales, quarum prima minor inter extremas est* $\sqrt{}$ 64. *id est* 8. *aggregatum vero secundæ & quartæ* $\frac{2496}{64}$ *id est* 39. *& fit* 1 N. *secunda ex serie proportionalium* 8. 12. 18. 27.

Et si

Etsi 1 C. + 729 N. æquatur 18954. prima major inter extremas est √ 729, id est 27. aggregatum secundæ & quartæ $\frac{18954}{729}$ id est 26. & fit 1 N. secunda ex eadem serie.

THEOREMA II.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

Si A cubus — B quadr. in A, æquetur B quad. in D: sunt quatuor continue proportionales quarum prima minor inter extremas est B, differentia secundæ & quartæ D, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima minore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire secundam.

Sit data B prima minor inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire continue proportionales. Sit secunda A quarta igitur erit A + D, solido autem sub quadrato primæ & quarta, æquatur cubus è secunda; quare A cubus æquabitur B quad. in A, + B quad. in D, & per antithesin, A cubus — B quad. in A, æquabitur B quad. in D, ut est ordinatum.

Si 1 C. — 64 N æquetur 960. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima est √ 64. id est 8. differentia vero secundæ & quartæ $\frac{960}{64}$ id est 15. & fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 8, 12, 18, 27.

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

Si B quad. in A — A cubo, æquetur B quad. in D: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est B. differentia vero secundæ & quartæ D, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima majore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium invenire secundam.

Sit data B prima major inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire secundam. Sit secunda A, quarta igitur erit A — D, solido autem sub quadrato primæ & quarta, æquatur cubus è secunda: quare A cubus æquabitur B quad. in A, — B quad. in D & per antithesin, B quad. in A — A cubo, æquabitur B quad. in D.

Si 729 N. — 1 C æquentur 7290. sunt quatuor continue proportionales quarum prima est √ 729. differentia vero secundæ & quartæ $\frac{7290}{729}$ id est 10. & fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 27. 18. 12. 8.

Potest autem ea secunda duplex esse, ut in duplici quatuor continue proportionalium serie quæ sequitur.

I.	II.	III.	IV.
√ 59319.	195.	√ 24375.	125.
√ 59319.	78.	√ 624.	8.

Stante eadem prima majore inter extremas √ 59319. & eadem differentia secundæ & quartæ 70. secunda hic fit 78. illic 195. Sic stante eadem prima 36. eademque differentia secundæ & tertiæ 5. proponitur duplex series trium proportionalium.

36. 6. 1.
36. 30. 25.

CAPVT V.

Constitutiva æquationum cubicarum in quibus affectiones sunt sub quadrato.

Quæ autem cubicæ affectionibus sub quadrato obvolvuntur æquationes, iisdem fere terminis constant, quibus in affectionibus sub latere, ut ex ut ex Zeteticis ſimiliter clarum ſit: quo pertinebunt trina quoque item enuncianda Theoremata.

THEOREMA I.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A cubus — B in A quad. æquetur B in Z quad: ſunt quatuor continue proportionales, quarum prima major, minorve inter extremas eſt B, aggregatum vero ſecundæ & quartæ eſt Z, & ſit A aggregatum primæ & tertiæ.

Ex Zetetico:

Data prima & aggregato ſecundæ & quartæ in ſerie quatuor continue proportionalium, invenire aggregatum primæ & tertiæ.

Sit data prima B, major minorve inter extremas, aggregatum vero ſecundæ & quartæ Z, in ſerie quatuor continuè proportionalium. Oportet invenire aggregatum primæ & tertiæ.

Sit illud A, tertia igitur erit A — B, eſt autem ut A ad Z, ita B ad $\frac{B \text{ in } Z}{A}$, quare $\frac{B \text{ in } Z}{A}$ erit ſecunda: quum ſit ut aggregatum primæ & tertiæ ad aggregatum ſecundæ & quartæ, ita prima ad ſecundam. At rectangulum ſub prima & tertia, æquabitur ſecundæ quadrato. Itaque B in A — B quad. æquabitur $\frac{B \text{ quad. in } Z \text{ quad.}}{A \text{ quad.}}$. Omnia multiplicentur per A quad. & dividantur per B: igitur A cubus — B in A quad. æquabitur B in Z quad. id autem eſt, quod ordinatur.

Si 1 C. — 8 *Q. æquetur* 12168. *ſunt quatuor continue proportionales quarum prima inter extremas eſt* 8. *aggregatum vero ſecundæ & quartæ* $\sqrt{\frac{12168}{8}}$ *id eſt* 39. *& ſit* 1 N 26. *aggregatum primæ & tertiæ. Ex ſerie proportionalium* I. II. III. IV.

8. 12. 18 27.

THEOREMA II.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A cubus + B in A quad. æquetur B in D quad: ſunt quatuor continue proportionales, quarum prima minor inter extremas eſt B, differentia vero ſecundæ & quartæ eſt D, & ſit A differentia primæ & tertiæ.

Ex Zetetico:

Data prima minore inter extremas, & differentia ſecundæ & quartæ in ſerie quatuor continue proportionalium, invenire differentiam primæ & tertiæ.

Sit data B prima in ſerie quatuor continue proportionalium eademque minor inter extremas, differentia vero ſecundæ & quartæ D. Oportet invenire differentiam primæ & tertiæ.

Eſto illa A, tertia igitur erit A + B, eſt autem ut A ad D, ita B ad. $\frac{B \text{ in } D}{A}$, quare $\frac{B \text{ in } D}{A}$, erit ſecunda: quum ſit ut differentia primæ & tertiæ ad differentiam ſecundæ & quartæ, ita prima ad ſecundam. At rectangulum ſub prima & tertia, æquatur ſecundæ quadrato, itaque B in A + B quad. æquabitur $\frac{B \text{ quad. in } D \text{ quad.}}{A \text{ quad.}}$. Omnia ducantur in A quad. & dividantur per B: igitur A cubus, + B in A quad. æquabitur B in D quad. id autem ipſum eſt, quod ordinatur.

Si 1 C + 8 *Q æquetur* 1800. *ſunt quatuor continue proportionales, quarum prima inter extremas eſt* 8. *differentia vero ſecundæ & quartæ* $\sqrt{\frac{1800}{8}}$ *id eſt* 15. *& ſit* 1 N 10. *differentia primæ & tertiæ. Ex ſerie proportionalium.* I. II. III. IV.

8. 12. 18. 27.

THEO-

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

SI B in A quad. — A cubo æquetur B in D quad: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est B, differentia vero secundæ & quartæ est D, & fit A differentia primæ & tertiæ.

Ex Zetetico:

Data prima majore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire differentiam secundæ & tertiæ.

Sit data B prima in serie quatuor continue proportionalium eademque major inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire differentiam primæ & tertiæ. Esto illa A, tertia igitur erit B — A: erit autem ut A ad D, ita B ad $\frac{\text{B in D}}{\text{A}}$, quare $\frac{\text{B in D}}{\text{A}}$ erit secunda. Quum sit ut differentia primæ & tertiæ ad differentiam secundæ & quartæ, ita prima ad secundam. At rectangulum sub prima & tertia, æquatur secundæ quadrato. Itaque B quad. — B in A æquabitur $\frac{\text{B quad. in D quad.}}{\text{A quad.}}$. Omnia ducantur in A quadratum, & per B dividantur. Igitur B in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad. id autem ipsum est quod ordinatur.

Si 27 Q — 1 C, æquentur 2700. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est 27. differentia vero secundæ & quartæ, $\sqrt{\frac{2700}{27}}$ *id est* 10. *& fit* 1 N. *differentia primæ & tertiæ. Ex serie proportionalium.* I. II. III. IV.

27. 18. 12. 8.

CAPVT VI.

Alia insuper constitutio cuborum sub latere affectorum.

Ex Zeteticis.

SEd neque omittenda est ex Zeteticis quoque depromenda singularis quædam constitutio cubi, qui sub latere affirmate, atque etiam ejus qui afficitur negate: quum videlicet (is enim casus præmonendus est) quadruplus cubus è triente coëfficientis plani, cedit solidi datæ mensuræ quadrato. Quocirca bina jam proferuntur Theoremata.

THEOREMA I.

SI A cubus + B plano ter in A æquetur D solido: est B planum quod fit sub lateribus, à quibus qui fiunt cubi, differunt per D solidum, & fit A differentia laterum.

Ex Zetetico:

Data differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus, invenire differentiam laterum.

Si 1 C. + 6 N. *æquatur* 7. *Est* $\frac{6}{3}$ *seu* 2. *rectangulum sub lateribus à quibus cubi differunt per* 7. *& fit* 1 N. *differentia laterum : ex hypothesi laterum* 1. *&* 2.

THEOREMA II.

SI A cubus — B plano ter in A æquetur D solido, præstet autem D solidi quadratum quadruplo B plani cubo: est B planum rectangulum sub lateribus, à quibus qui fiunt cubi componunt D solidum, & fit A aggregatum laterum.

Ex Zetetico:

Dato rectangulo sub lateribus, & aggregato cuborum, invenire latera.

Si 1 C. — 6. N. æquatur 9, est $\frac{6}{3}$ seu 2. rectangulum sub lateribus, à quibus cubi aggregati faciunt 9. & fit 1 N. aggregatum laterum, ex hypothesi laterum 1. & 2.

Eadem autem Theoremata Geometrice ita concipientur:

ALITER,

PRIMVM THEOREMA.

SI A cubus, + B plano ter in A æquetur B plano in D: sunt quatuor continue proportionales lineæ rectæ, sub quarum mediis vel extremis fit B planum, differentia vero extremarum est D, & fit A differentia mediarum.

Ex Zetetico.

Data differentia extremarum, & rectangulo sub mediis vel extremis in serie quatuor proportionalium, invenire differentiam mediarum.

Si 1 C + 24 N æquetur 56. sunt quatuor continue proportionales sub quarum mediis vel extremis quod fit planum, æquale est $\frac{24}{3}$ id est 8. differentia vero extremarum est $\frac{56}{8}$ id est 7. & fit 1 N. differentia mediarum, ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ALITER,

SECVNDVM THEOREMA.

SI A cubus — B plano ter in A, æquetur B plano in D, sit autem D semissis quadratum majus B plano: sunt quatuor continue proportionales lineæ rectæ, sub quarum mediis vel extremis fit B planum, aggregatum vero extremarum est D, & fit A aggregatum mediarum.

Ex Zetetico.

Dato aggregato extremarum, & rectangulo sub mediis vel extremis, in serie quatuor continue proportionalium, invenire aggregatum mediarum.

Si 1 C — 24 N æquatur 72. sunt quatuor continue proportionales, sub quarum extremis vel mediis quod fit planum, æquale est $\frac{24}{3}$ id est 8, aggregatum vero extremarum est $\frac{72}{8}$ id est 9. & fit 1 N. aggregatum mediarum ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

Quum autem quadruplus cubus è triente coëfficientis plani, præstat solidi datæ mensuræ quadrato: aliam eo casu sortitur æqualitas constitutionem, ambiguæ seu ei quæ negatur inverse communem: quo pertinet sequens Theorema.

THEOREMA III.

SI A cubus — B plano ter in A, æquetur D solido, cedat autem D solidi quadratum, quadruplo B plani cubo: B planum ter in E — E cubo, æquabitur rursus D solido: & enunciatur E de duobus lateribus, à quibus singulis quadrata, adjecta rectangulo sub ipsis lateribus, faciunt B planum.

Quod autem fit ab uno laterum in quadratum reliqui, adjunctum rectangulo: seu aliter quod fit abs aggregato laterum in rectangulum est D solidum. A vero enunciatur de aggregato illorum laterum.

Ex Zetetico.

Dato plano quod constat aggregato quadratorum à duobus lateribus, plus rectangulo sub iisdem, & dato insuper solido quod fit abs aggregato laterum in rectangulum, invenire latera; vel etiam laterum aggregatum.

Si 1 C. — 21. N. æquetur 20. quoniam quadruplus cubus ex 7 major est quam 400. igitur 21 N. — 1 C.

—1 C. æquabitur 20. & sunt duo latera, a quibus quadrata adjuncta rectangulo à lateribus, faciunt 21. aggregatum autem laterum, ductum in rectangulum est 20. & fit 1 N in æqualitate inverse negata, alterutrum è lateribus, maius minusve; in directe vero negata, aggregatum ipsorum laterum, ex hypothesi laterum. 1. & 4.

Neque vero in Geometrica phrasi hic erit magna dissimilitudo: Enimvero dicet Geometra, B planum esse aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus lineis rectis, D vero solidum quod fit ab aggregato extremarum in mediæ quadratum, seu ab alterutra extrema in aggregatum quadratorum à reliquis, & fieri A aggregatum extremarum, E vero primam vel tertiam.

Sic in exposito themate, 21. est aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus, & solidum 20. est ab aggregato extremarum in mediæ quadratum, seu ab alterutra extrema in quadrata è reliquis ex serie proportionalium 1. 2. 4.

At elegantius & præstantius ex analyticis angularium sectionum hujusmodi æqualitatum constitutio eruitur, & ad συμηχανίαν accommodatius in hanc formulam:

Aliter,

Tertium Theorema.

Si A cubus — B quad. 3 in A, æquetur B quad. in D, sit autem B major D semisse: B quad. 3 in E, — E cubo æquabitur B quad in D.

Et sunt duo triangula rectangula æqualis B hypotenusæ, ita ut angulus acutus subtensus à perpendiculo primi, sit triplus ad angulum acutum subtensum à perpendiculo secundi; basis vero dupla primi, est D, & fit A dupla basis secundi. E vero basis simpla secundi, contracta, protractave longitudine ejus quæ potest quadrato triplum perpendiculi ejusdem.

1 C — 300 N. æquetur 432. vel etiam 300 N. — 1 C æquetur 432. sunt duo triangula rectangula, quorum hypotenusa communis est 10: ita ut angulus acutus primi, à perpendiculo videlicet subtensus, sit triplus ad acutum secundi, à suo quoque perpendiculo subtensum ; basis autem primi dupla, est $\frac{432}{100}$. & 1 N in æqualitate directe negata est basis dupla secundi: in inverse vero negata, est basis simpla secundi, plus minusve ea quæ potest quadrato triplum perpendiculum secundi.

Constituta hypotenusa communi 10. basi secundi trianguli 9. fit perpendiculum ejusdem secundi $\sqrt{}$ 19.

Primi vero hypotenusa stante 10. fit basis $2\frac{16}{100}$. itaque quum in ea hypothesi dicetur 1 C — 300 N. æquari 432. fiet 1 N 18. vel quum dicetur 300 N. — 1 C æquari 432. Fiet 1 N. 9 + $\sqrt{}$ 57. vel 9 — $\sqrt{}$ 57.

Atque hæc ad assequendum ex Zeteticis constitutiones adæquatarum quæ affectæ sunt potestatum, exempla nunc sufficiuntor. Etsi enim de simpliciter affectis Theoremata tantum proposita sunt, tamen quemadmodum ad multipliciter affectas possint trahi, vix ignorabitur, quando præsertim detegetur earum plasma, de quo jam succedit dicendi locus. Ipsorum enim Zeteticorum à quibus antedictæ constitutiones depromptæ sunt, jam patuit processus sufficienter in expositis eclogis, hoc postremo Theoremate excepto, quod par est rejici in peculiarem Zeteticorum ad angulares sectiones pertinentium silvulam.

Caput VII.

De generali methodo transmutandarum æquationum.

Plasmatis ratio pendet è doctrina transmutandarum æquationum generaliter imprimis proponenda & demonstranda.

De transmutatione per alterationem radicis.

Æquationum tranſmutatio inſtituitur duplici formæ præcautione: aut enim placet alterari radicem de qua primum quæritur, aut manere invariatam.

Qualiſcumque autem alteratio ſit, primæva radix & nova, datam habent inter ſe differentiam vel rationem, adeo ut una cognita, altera non poſſit ignorari.

Ad opus itaque tranſmutationum, alterata radix quæſititia conceditur alteri quoque inquirendæ eſſe æqualis, atque adeo ex ea conceſſione novam induit ſpeciem, ſub qua æquatio primum poſita dirigitur, & ordinatur nova.

Ac pluribus quidem modis radix de qua quæritur poteſt artificioſe alterari, & nova ſpecie exhiberi: ac dirigendi ratio ſub ea nova ſpecie ipſam quæ primum propoſita eſt æquationem, conſtans eſt & uniformis, per modos illos quoſcunque.

Quæ ut fiant evidentiora, proponatur æquatio quævis de A radice exponenda, & ſit Z magnitudo cui adæquetur reliqua; & oporteat propoſitam illam æquationem alterata radice arte tranſmutare.

Primum igitur A radix poteſt alterari, & nova ſpecie exhiberi per additionem: utpote hac conceſſione & argumentatione A + B eſto E. ergo E — B erit A.

Secundo per ſubductionem, utpote hac conceſſione & argumentatione A — B eſto E. ergo E + B erit A. vel etiam iſta B — A eſto E. ergo B — E erit A.

Tertio per multiplicationem: utpote hac conceſſione & argumentatione B in A eſto E planum. ergo $\frac{E \text{ planum}}{B}$ erit A.

Quarto per diviſionem: utpote concedendo & argumentando $\frac{A \text{ planum}}{B}$ eſto E ergo B in E erit A planum.

Quinto, per analogiam rationis explicitæ: ut pote concedendo eſſe ut B ad G, ita A ad E, deinde reſolvendo analogiam & argumentando, ergo $\frac{B \text{ in } E}{G}$ erit A.

Sexto per analogiam rationis implicitæ: ut pote concedendo eſſe ut A ad B, ita G ad E, deinde reſolvendo analogiam & argumentando, ergo $\frac{B \text{ in } G}{E}$ erit A.

Septimo per Parabolicam Hypoſtaſin in generibus quibuſcunque æquationum: ut pote in quadraticis, concedendo E quad. + A in E æquari D plano, quæ æquatio eſt quadrati affirmate affecti, deinde argumentando, ergo $\frac{D \text{ planum} - E \text{ quad.}}{E}$ erit A.

Vel concedendo E quad. — E in A æquari D plano: quæ æquatio eſt quadrati negate affecti & argumentando, ergo $\frac{E \text{ quad.} - D \text{ plano}}{E}$ æquabitur A. Vel denique concedendo E in A — E quad. æquari D plano, quæ æquatio eſt plani ſub latere negati de quadrato: & argumentando, ergo $\frac{E \text{ quad.} + D \text{ plano}}{E}$ æquabitur A.

Poſtremo per modos compoſitos, & excogitanda ab artifice & tentanda, quæ ſuo fini magis inſervire conjiciet, figmenta.

Quam-

Quamcunque autem speciem induit A, æquatio juxta eam transformabitur, & nova de E ordinabitur; si quæ de A enunciantur in æquatione proposita, eadem enuncientur de nova quam A induit specie.

Alteretur enim A per additionem, fingendo A + B esse E, ut supra, unde E — B fit A. quum igitur par potestas creabitur abs E — B, quæ proponebatur ab A, & similes quoque parodici gradus, in quos ducantur invariandæ coëfficientes, ad efficienda eadem affectionum homogenea: omnino facta hujusmodi æquabuntur proposito homogeneo. Expurgentur igitur secundum artis præcepta, & ita demum æquatio de E ordinetur: jamque transmutata erit in novam æquationem de E, id est ipsa A producta cremento B enunciandam, quod faciendum erat.

Quod in reliquis quibuscunque alterandi modis, quibus semper A valor exprimitur, locum habere conspicuum est.

De transmutatione invariata radice.

QUod ad secundam præcautionem attinet, invariata radice æquationem transmutare, est gradum æquationis deprimere vel attollere.

Climacticus autem sive adscensus, sive descensus, regulariter fit vel irregulariter.

Climacticus regularis adscensus fit, quum utraque propositæ æquationis pars, distributa ordinate, vel secus ex artificis industria, ducitur quadratice, cubice, & ulterius climactice: descensus contra quum dividitur sub-quadratice, sub-cubice, & depressius sub-climactice: adscito nempe ad id supplemento dato vel inquirendo: omnia autem post ductionem, divisionemve congrue ordinantur.

Irregularis autem adscensus fit, quum omnia quibus proposita æquatio constat, singularia homogenea ducuntur in eundem parodicum gradum, sive purum, sive affectum à datis congruentibus magnitudinibus, vel etiam eas adficientem: & ducta congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Descensus contra, quum omnia singularia illa homogenea applicantur, sive ad radicem quæsititiam, sive radicis gradum potestate inferiorem, vel pure, vel cum adficientibus, adfectisve datis congeneribus magnitudinibus: & divisa, adscito nempe ad id supplemento dato, vel inquirendo, congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Demonstratio vero in quacunque artificiosa transmutandi forma statim evidens fit, quoniam quæ æqualia sunt longitudine, æqualia quoque sunt simili potestate, & contra: neque communis divisor vel multiplicator æqualitatem immutat vel rationem.

Atque hęc ut à nobis generaliter proposita sunt, ita specialibus indigere præceptis, & exemplis concedendum est, quæ diffundentur passim in convenientiores locos, prout edenda artificii transmutatorii exegerint specimina.

CAPUT VIII.

Singularia de Plasmate.

PLasma inesse æquationibus intelligitur, quum deducuntur potestates affectæ à puris, vel minus affectis æque altis, aut etiam altiores à depressioribus.

Itaque plasma potest institui per omnes trausmutationum modos, præter divisionem & climacticum descensum.

Finis plastices ac præcipuus illius usus est, ut agnitæ æquationes plasmaticæ in simpliciores à quibus eductæ sunt, curentur resolvi, si quo id liceat impendio.

Quod quum deprehendet figmentarius, adnotabit sedulo, ac suum tandem proferet symbolum, in artis commendationem & illustrationem.

Omnino & id esto primum animadversione dignum.

Si qua potestas affecta est, vel afficit sub singulis gradibus ad eam parodicis, plasmatica est per modum additionis, vel subductionis: quoniam radix intelligetur adfecta fuisse cremento, vel decremento desumpto ex coëfficiente sub gradu altiore, secundum potestatis conditionem.

In quadratis videlicet, affecta fuisse radix, semisse coëfficientis sub latere. In cubis, triente coëfficientis sub quadrato. In quadrato-quadratis, quadrante coëfficientis sub cubo. In quadrato-cubis quintante coëfficientis sub quadrato-quadrato, & eo continuo progressu.

Sic quadrata quæcunque adfecta, originem sumunt à puris. Cubi affecti sub quadrato & latere, à cubis affectis sub latere. Quadrato-quadrata affecta sub cubo, quadrato, & latere, à quadrato-quadratis affectis sub quadrato vel latere, aut tam sub quadrato quam sub latere, & eo deinceps ordine.

Secundum esto, si qua potestas à radice plana est solidave, vel ulterioris ordinis homogenea, plasmatica est per multiplicationis modum vel implicitæ analogiæ.

Sic quadrato-quadratum affectum sub quadrato, originem sumit à quadrato affecto sub latere: quoniam ducta sunt omnia quibus æquatio constat singularia homogenea, in quadratum coëfficientis sub latere: unde radix effecti quadrato-quadrati intelligitur media proportionalis inter coëfficientem sub lateralem, & eam quæ primum proponebatur radicem.

Sic cubo-cubus adfectus sub cubo, originem sumit à quadrato quoque adfecto sub latere, unde radix effecti cubo-cubi fit secunda continue proportionalium, qualium coëfficiens sublateralis est prima, radix vero quæ primum proponebatur earundem quarta.

Sic cubo-cubus adfectus sub quadrato-quadrato, originem sumit à cubo affecto sub quadrato, ductis omnibus quibus æquatio constat singularibus homogeneis, in cubum coëfficientis sub quadrato: unde radix effecti cubo-cubi media proportionalis est inter coëfficientem subquadraticam, & eam quæ primum proponebatur.

Tertium esto, omne quadrato-quadratum affectum sub parodico ad illud gradu, uno vel pluribus, plasmaticum est, suam videlicet ducens per climacticum adscensum originem, à quadrato affecto sub latere.

Afficiatur quadrato-quadratum sub latere: æquatio affecti quadrati à quo deducta quadrato-quadratica est, eam passa est suorum quibus constat singularium homogeneorum distributionem, ut quadrati symbolum fecerit partem unam æquationis, planum vero sub latere, una cum data comparationis magnitudine, alteram: & utraque tandem parte ducta quadratice, interpretationem congruam acceperit homogeneum sub quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Adfi-

Adficiatur vero quadrato-quadratum, tam ſub quadrato quam latere: æquatio affecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica eſt, eam paſſa eſt ſuorum quibus conſtat ſingularium homogeneorum diſtributionem, ut quadratica poteſtas, una cum dieſi dati plani comparationis, vel ejuſdem productione, fecerit partem unam æquationis, planum vero ſub latere, una cum apotome dati plani comparationis, vel eodem producto, partem alteram; atque adeo utraque parte ducta quadratice, omnia fuerint ordinata.

Adficiatur denique quadrato-quadratum ſub cubo : æquatio adfecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica eſt, eam ſuorum quibus conſtat ſingularium homogeneorum paſſa eſt diſtributionem, ut quadrati ſymbolum una cum plano ſub latere, fecerit partem unam æquationis, datum vero planum comparationis alteram & utraque parte ducta quadratice, interpretationem congruam acceperint, ut homogenea tam ſub latere quam quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Quarum eſto & poſtremum, cubicas omnes affectiones per climacticum irregularem adſcenſum, è quadraticis poſſe deduci, verum in illis ad primævas non patere reductionis viam, niſi per æquationes poteſtatum ęque-altarum & affectarum : æquationum tamen inde conſtitutarum ſpectata proprietas maxime juvat.

Sed & inter anomalas plaſmaticas, dignæ ſpeciali nota ſunt eæ quæ pertinent ad homogenea affectionum, quę de poteſtatibus negantur : creantur illæ ſua primæva origine à puri quadrati æquatione, inſtituto plaſmate per additionem vel ſubductionem : nam quum ad plaſma adſumitur coëfficiens quælibet major radice propoſita, ſive ea adfirmetur per hypotheſin, ſive negetur, ſemper inciditur in æquationem plani ſub latere negati de quadrato. Vnde Poriſma.

Quotieſcunque poteſtas negatur de affectonis homogeneo, radicem poteſtatis eſſe ancipitem: quoniam ex ancipite illa quadratica reliquæ omnes fluunt & deducuntur, ſalva radicis primævæ amphibolia.

CAPVT IX.

Deductiva quadratorum affectorum à puris.

QVæ omnia ut fiant evidentiora, Theorematum aliquot, ad plaſmata de quibus monuimus pertinentium, jam ſequitur farrago.

THEOREMA I.

SI A quad. æquetur Z plano. A + B eſto E. E quad. — B in E 2 æquabitur Z plano — B quad.

Quoniam enim A quad. proponitur æquale Z plano, eſt autem A + B radici E æqualis, ergo E — B æquabitur A. Itaque quadratum abs E — B æquabitur Z plano : quadratum autem illud conſtat ſingularibus planis. E quad. — B in E 2 + B quad. Quare omnibus his ordinatis E quad. — B in E 2, æquabitur Z plano — B quad. ut eſt enunciatum.

THEOREMA II.

SI A quad. æquetur Z plano. A — B eſto E. E quad. + B in E 2 æquabitur Z plano — B quad.

Quoniam enim A quad. æquatur Z plano, eſt autem A — B radici E æqualis, ergo E + B æquabitur A. Itaque quadratum abs E + B æquabitur Z plano : quadratum autem iſtud conſtat ſingularibus planis. E quad. + B in E 2 + B quad. Quare omnibus bene ordinatis E quad. + B in E 2, æquabitur Z plano — B quad. ut eſt enunciatum.

THEO-

THEOREMA III.

SI A quad. æquetur Z plano. B—A vel A + B esto E. B in E 2—E quad, æquabitur B quad. — Z plano.

Quoniam enim A quad. proponitur æquale Z plano, est autem B — A radici E æqualis: igitur B — E æquabitur A. itaque quadratum abs B — E æquabitur Z plano: quadratum autem illud constat B quad. — B in E 2 + E quad. quare omnibus bene ordinatis, B in E 2 — E quad. æquabitur B quad. — Z plano. ut est enunciatum.

Et si A + B æquetur E, igitur E — B æquatur A. itaque quadratum abs E — B æquabitur Z plano: quadratum illud constat E quad. — B in E 2 + B quad. quare omnibus bene ordinatis, B in E 2 — E quad. æquabitur B quad. — Z plano. ut est quoque enunciatum.

CAPUT X.

Deductiva adfectorum aliquot cuborum sub quadrato, à cubis adfectis sub latere.

THEOREMA I.

SI A cubus — B quad. ter in A æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quad. 3, æquabitur Z solido + B cubo 2.

Quoniam enim A cubus — B quad. 3 in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Quare cubus ab $\overline{E+B}$ multatus solido abs B quad. 3 in $\overline{E+B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E+B}$ constat, E cubo + B in E quad. 3 + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, — B quad. in E 3 — B cubo 3. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3, æquabitur Z solido + B cubo 2. ut est enunciatum.

ALITER,

THEOREMA I.

SI A cubus — B quad. ter in A æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3, æquabitur Z solido — B cubo 2.

Quoniam enim A cubus — B quad. 3 in A, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Quare cubus abs $\overline{E-B}$ multatus solido abs B quad. 3 in $\overline{E-B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E-B}$ constat, E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, — B quad. in E 3 + B cubo 3. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3, æquabitur Z solido — B cubo 2. ut est enunciatum.

THEOREMA II.

SI B quad. ter in A — A cubo æquetur Z solido. B — A esto E. B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido.

Quoniam enim B quad. 3. in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A: quare solidum abs B quad. 3 in $\overline{B-E}$, minus cubo abs $\overline{B-E}$ æquabitur Z solido. Solidum autem illud affectum constat, B cubo 3 — B quad. in E 3. Cubus vero negatus de solido illo, — B cubo + B quad. in E 3 — E quad. in B 3 + E cubo. Quare omnibus bene ordinatis, B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido. ut est enunciatum.

ALITER,

THEOREMA II.

SI B quad. ter in A — A cubo æquetur Z solido. B + A esto E. B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 + Z solido.

Quo-

Quoniam enim B quad. 3 in A — A cubo, æquatur Z solido, est autem B + A radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A: quare solidum abs B quad. 3 in $\overline{E - B}$, minus cubo abs $\overline{E - B}$, æquabitur Z solido. Solidum autem illud affectum constat, B quad. in E 3 — B cubo 3. Cubus vero negatus de solido illo, — E cub. + B in E quad. 3. — B quad. in E 3 + B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 + Z solido.

CAPVT XI.

Deductiva adfectorum cuborum tam sub quadrato quam sub latere, à cubis adfectis sub latere.

THEOREMA I.

Si A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + D plan. in B + B cubo.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, proponitur æquari Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{E - B}$, adjunctus solido abs D plano in $\overline{E - B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E - B}$ constat, E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in E — D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + D plano in B + B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA II.

Si A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quadr. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido — D plano in B — B cubo.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B, æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{E + B}$ adjunctus solido abs D plano in $\overline{E + B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E + B}$ constat, E cubo + B in E quad. 3, + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in E, + D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3. + \text{D pl.}}$ in E, æquabitur Z solido — D plano in B — B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA III.

Si A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. B — A æquetur E. E cubus — B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur B cubo + D plano in B — Z solido.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{B - E}$ adjunctus solido abs D plano in $\overline{B - E}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{B - E}$ constat, B cubo — E in B quadr. 3, + E quad. in B 3 — E cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in B, — D plano in E. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3. $\overline{+ \text{B quad. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur B cubo + D plano in B — Z solido. ut est enunciatum.

THEOREMA IV.

Si A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + B cubo — D plano in B.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{E - B}$ multatus solido abs D plano in $\overline{E - B}$, æquatur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E - B}$ constat. E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in E + D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + B cubo — D plano in B. ut est enunciatum.

THEOREMA V.

SI A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quad. 3 $\overline{\text{+ B quad. 3 — D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Itaque cubus abs E + B multatus solido abs D plano in $\overline{\text{E + B}}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{\text{E + B}}$ constat, E cubo + B in E quad. 3 + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in E — D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3 $\overline{\text{+ B quad. 3 — D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA VI.

SI A cubus — D plano in A, æquetur Z solido B — A esto E. E cubus — B in E quad. 3 $\overline{\text{+ B quad. 3. — D plano}}$ in E, æquabitur B cubo — D plano in B — Z solido.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{\text{B — E}}$ multatus solido abs D plano in $\overline{\text{B — E}}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{\text{B — E}}$ constat, B cubo — B quad. in E 3 + B in E quad. 3 — E cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in B + D plano in E. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3 $\overline{\text{+ B quad. 3 — D plano}}$ in E, æquabitur B cubo — D plano in B — Z solido. ut est enunciatum.

THEOREMA VII.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. A + B esto E. $\overline{\text{D planum — B quad. 3}}$ in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque solidum abs D plano in $\overline{\text{E — B}}$, multatum $\overline{\text{E — B}}$ cubo, æquatur Z solido. Solidum autem abs D plano in $\overline{\text{E — B}}$ constat, D plano in E, — D plano in B. Cubus vero ablatitius, — E cubo + B in E quad. 3 — B quad. in E 3 + B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, $\overline{\text{D planum — B quad 3.}}$ in E, + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA VIII.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. $\overline{\text{D planum — B quad. 3}}$ in E — B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido — D plano in B + B cubo.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Itaque solidum abs D plano in $\overline{\text{E + B}}$ multatum $\overline{\text{E + B}}$ cubo, æquabitur Z solido. Solidum autem abs D plano in $\overline{\text{E + B}}$ constat, D plano in E + D plano in B. Cubus vero ablatitius, — E cubo — B in E quad. 3. — B quad. in E 3 — B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, $\overline{\text{D planum — B quad. 3}}$ in E — B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido — D plano in B + B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA IX.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. B — A esto E. $\overline{\text{D planum — B quad. 3}}$ in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur D plano in B — B cubo — Z solido.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque D planum in $\overline{\text{B — E}}$, minus $\overline{\text{B — E}}$ cubo, æquabitur Z solido. Solidum autem abs D plano in $\overline{\text{B — E}}$ constat, D plano in B — D plano in E. Cubus vero ablatitius, — B cubo + B quad. in E 3 — E quad. in B 3 + E cubo. Quare omnibus bene ordinatis, $\overline{\text{D planum — B quad. 3}}$ in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur D plano in B — B cubo — Z solido. ut est enunciatum.

CAPUT

CAPVT XII.

Deductiva potestatum aliquot, radices planas solidasve habentium, à potestatibus simplicium raditum.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano. B in A esto E quadratum. E quad.quad. + B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: est autem B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{\text{E quad.}}{\text{B}}$ æquabitur A. itaque quadratum abs $\frac{\text{E quad.}}{\text{B}}$ adjunctum plano sub B & $\frac{\text{E quadrat.}}{\text{B}}$. id est $\frac{\text{E quad.quad.}}{\text{B quad.}}$ + E quad. æquabitur Z plano. Omnia ducantur in B quadratum, ergo E quad. quad. + B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum. ut est enunciatum. Quum autem ipsum E quad. radix statuetur plana, hæc erit æquationis enunciatio. E plani-quadratum + B quadrato in E planum, æquabitur B quad. in Z planum.

THEOREMA II.

SI A quad. —B in A æquetur Z plano. B in A esto E quadratum, planumve. E quad.quad. — B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum.

ALITER.

B plani-quad. — B quad. in E planum, æquabitur B quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA III.

SI B in A — A quad. æquetur Z plano. B in A esto E quadratum, planumve. B q in E q. — E quad. quad, æquabitur B q. in Z planum.

ALITER.

B quad. in E planum — E plani quad, æquabitur B quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA IV.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. E cubo-cubus + B cubo in E cubum, æquabitur B quad.quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: est autem B quad. in A æquale E cubo, igitur $\frac{\text{E cubus}}{\text{B quad.}}$ æquabitur A. itaque quadratum abs $\frac{\text{E cubo}}{\text{B quad.}}$, plus $\frac{\text{B in E cubum}}{\text{B quad.}}$ id est $\frac{\text{E cubo-cubus.}}{\text{B quad.quad.}}$ + $\frac{\text{E cubo}}{\text{B}}$, æquabitur Z plano. Omnia ducantur in B quad. quad. ergo E cubo-cubus + B cubo in E cubum, æquabitur B quad.quad. in Z planum. ut est enunciatum.

THEOREMA V.

SI A quad. — B in A æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. E cubo-cubus — B cubo in E cubum, æquabitur B quad. quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA VI.

SI B in A — A quad. æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. B cubus in E cubum — E cubo-cubo, æquabitur B quad. quad. in Z planum.

ALITER.

B cubus in E solidum — E solidi quadrato, æquabitur E quad. quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in quarto hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA VII.

Si A cubus + B in A quad. æquetur Z solido. B in A esto E quad. E cubo-cubus. + B quad. in E quad. quad, æquabitur B cubo in Z solidum.

Quoniam enim A cubus + B in A quad. æquatur Z solido: est autem B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{\text{E quad.}}{\text{B}}$ æquabitur A. quare ex iis quæ proponuntur. $\frac{\text{E cubo-cubus}}{\text{B cubo}}$ + $\frac{\text{E quad.quad.}}{\text{B}}$ æquabitur Z solido. Omnia in B cubum ducantur.

Ergo E cubo-cubus, + B quad. in E quad. quad. æquabitur B cubo in Z solidum, ut est enunciatum. Quum autem ipsum E quadratum statuetur radix plana, hæc erit enunciatio. E plani-cubus. + B quad. in E plani quad. æquatur B cubo in Z solidum.

THEOREMA VIII.

Si A cubus. — B in A quad. æquetur Z solido. B in A esto E quadratum, planumve. E cubo-cubus — B quad. in E quad. quad, æquabitur B cubo in Z solidum.

ALITER.

E plani cubus — B quad. in E plani quadratum, æquabitur B cubo in Z solidum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA IX.

Si B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido. B in A esto E quadratum, planumve. B quad. in E quad. quad. — E cubo-cubo; æquabitur B cubo in Z solidum.

ALITER.

B quad. in E plani quad. — E plani-cubo, æquabitur B cubo in Z solidum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in septimo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

CAPUT XIII.

Deductiva adfectorum quadrato-quadratorum ab adfectis quadratis.

De quadrato-quadratis affectis sub latere.

THEOREMA I.

Si A quad. + B in A æquetur Z plano: $\overline{\text{A quad.quad.} + \text{B cubo} + \text{B in Z planum:}}$ in A, æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: igitur per antithesin, A quad. æquabitur Z plano — B in A. ergo A quad. quad. æquabitur Z plano-plano, — B in A in Z planum 2 + B quad. in A quad. At affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem ex proposita æquatione accipiens, valet B quad. in Z planum — B cubo in A. Quare ea interpretatione adscita, & omnibus bene ordinatis, A quad. quad.

quad. $\overline{\text{+ B cubo + B in Z planum 2}}$ in A æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum. ut est enunciatum.

Si 1 Q + 8 N. *æquetur* 20. 1 QQ + 832 N. *æquabitur* 1680.

THEOREMA II.

Si A quad. — B in A æquetur Z plano: A quad. quad. $\overline{\text{— B cubo — B in Z planum 2}}$ in A, æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 8 N. *æquetur* 20. 1 QQ — 832 N. *æquabitur* 1680.

THEOREMA III.

Si B in A — A quad. æquetur Z plano: $\overline{\text{B cubus — B in Z planum 2}}$ in A — A quad. quad, æquabitur B quad. in Z planum — Z plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 Q. *æquetur* 20. 1248 N. — 1 QQ. *æquabitur* 2480.

De quadrato-quadratis affectis sub latere, & quadrato.

THEOREMA IV.

Si A quad. + B in A æquetur S plano + D plano: A quad. quad. $\overline{\text{— D plano 2 — B quad.}}$ in A quad. + B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur S plano + D plano, igitur per antithesin A quad. — D plano, æquabitur S plano — B in A. utraque pars ita transpositæ æquationis, ducatur quadratice. Ergo A quad. quad, — D plano in A quad. 2 + D plano-plano, æquabitur S plano-plano — B in A in S planum 2 + B quad. in A quad. Et omnibus rite ordinatis, A quad. quad $\overline{\text{— D plano 2 — B quad.}}$ in A quad. + B in S planum 2 in A, æquabitur S plano plano, — D plano-plano. ut est enunciatum.

Si 1 Q + 8 N. *æquetur* 20. *composito ex* 15 & 5. 1 QQ — 74 Q. + 240 N. *æquabitur* 200.

THEOREMA V.

Si A quad. — B in A æquetur S plano + D plano: A quad. quad. $\overline{\text{— D plano 2 — B quad.}}$ in A quad. — B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 8 N. *æquatur* 20. *composito ex* 15 & 5. 1 QQ — 74 Q — 240 N *æquabitur* 200.

THEOREMA VI.

Si B in A — A quad. æquetur S plano + D plano: $\overline{\text{B quad. — S plano 2}}$ in A quad. — B in D planum 2 in A — A quad. quad, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in quarto hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 Q. *æquetur* 20. *composito ex* 15 & 5. 114 Q — 120 N — 1 QQ. *æquabitur* 200.

De iisdem aliter,

THEOREMA VII.

Si A quad. + B in A æquetur S plano — D plano: A quad. quad. $\overline{+\text{D plano } 2 - \text{B quad.}}$ in A quad. + B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano plano.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur S plano — D plano: igitur per antithesin, A quad. + D plano, æquabitur S plano — B in A. Vtraque igitur pars ducatur quadratice: ergo A quad. quad. + D plano in A quad. 2 + D plano-plano, æquabitur S plano-plano — B in S planum in A 2 + B quad. in A quad. Et omnibus rite ordinatis, A quad. quad. $\overline{+\text{D plano } 2 - \text{B quad.}}$ in A quad. + B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano. ut est enunciatum.

Si 1 Q + 8 N *æquetur* 20. *differentiæ inter* 40 *&* 60. 1 Q Q + 16 Q + 960 N, *æquabitur* 2000.

THEOREMA VIII.

Si A quadr. — B in A æquetur S plano — D plano: A quadr. quadr. $\overline{+\text{D plano } 2 - \text{B quad.}}$ in A quad. — B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 8 N *æquetur* 20. *differentiæ inter* 40 *&* 60. 1 Q Q + 16 Q — 960 N, *æquabitur* 2000.

THEOREMA IX.

Si B in A — A quad. æquetur S plano — D plano: B in D planum 2 in A $\overline{+\text{B quad.} - \text{S plano } 2}$ in A quad. — A quad.-quad, æquabitur S plano plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in septimo hujus Theorematis capite exposita est demonstratio.

Si 12 N — 1 Q *æquetur* 20. *differentiæ inter* 40 *&* 60. 960 N + 24 Q — 1 Q Q, *æquabitur* 2000.

De quadrato-quadratis affectis sub cubo.

THEOREMA X.

Si A quad. + B in A æquetur Z plano: A quad. quad. $\overline{+\dfrac{\text{B in Z planum } 2 + \text{B cubo}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}}$ in A cubum, æquabitur $\dfrac{\text{Z plano-plano-plano}}{\text{Z plano} + \text{B quad}}$.

Quoniam enim A quad. + B in A æquatur Z plano, igitur per antithesin, A quad. æquabitur Z plano — B in A. Omnia ducantur in A, ergo A cubus æquatur Z plano in A — B in A quad. seu aliter ex designato A quadrati valore, A cubus æquatur Z plano in A — B in Z planum + B quad. in A. Et utraque parte hujus æquationis divisa per Z planum + B quad. $\dfrac{\text{A cubus} + \text{Z plano in B}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$ æquabitur A. Quod igitur dicitur, A quad. æquari Z plano — B in A, idipsum ex designato A valore ita exprimitur. A quad. æquatur, $\dfrac{\text{Z plano-plano} - \text{B in A cubum}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$ Rursus venio ad primam propositam æquationem: A quad. + B in A, æquari Z plano. Vtraque pars ducitor quadratice: igitur A quad quad. + B in A cubum 2 + B quad in A quad, æquabitur Z plano-plano. Iam affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem accipito ex postremum designato A quadrati valore, ipsa erit $\dfrac{\text{B quad. in Z plano-planum} - \text{B cubo in A cubum}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$. Qua interpretatione adscita, & omnibus rite ordinatis; A quad. quad. $\overline{+\dfrac{\text{B in Z planum } 2 + \text{B cubo}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}}$ in A cubum, æquabitur $\dfrac{\text{Z plano-plano-plano}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$ ut est ordinatum.

Si 1 Q + 14 N *æquatur* 147. 1 Q Q + 20 C, *æquabitur* 9261.

THEO-

THEOREMA XI.

SI A quad. — B in A, æquetur Z plano. A quad. quad. $\overline{\frac{-\text{B in Z planum 2} - \text{B cubo}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}}$ in A cubum, æquabitur $\frac{\text{Z plano-plan. plan.}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 *Q* — 14 N, *æquetur* 147. 1 *Q Q* — 20 C, *æquabitur* 9261.

THEOREMA XII.

SI B in A — A quadrato, æquetur Z plano. $\overline{\frac{\text{B cubus} - \text{B in Z planum 2}}{\text{B quad.} - \text{Z plano}}}$, æquabitur $\frac{\text{Z plano-plano-plano,}}{\text{B quad.} - \text{Z plano}}$.

Nec dissimilis est ab ea quæ in decimo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si 21 N — 1 *Q*, *æquetur* 98. 15 C — 1 *Q Q*, *æquabitur* 2744.

CAPVT XIV.

Deductiva affectorum aliquot cuborum ab affectis quadratis.

THEOREMA I,

SI A quad. + B in A, æquetur Z plano. $\overline{\text{B quad.} + \text{Z plano}}$ in A — A cubo, æquabitur B in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano. Omnia ducantur in A: igitur A cubus + B in A quad, æquabitur Z plano in A. Sed & ex iis quæ proposita sunt, A quad. æquatur Z plano — B in A. Quare adscita ea interpretatione in æquatione cubica, ad exprimendum valorem solidi B in A quadratum, A cubus + B in Z planum — B quad in A, æquabitur Z plano in A, & omnibus rite ordinatis, $\overline{\text{Z planum} + \text{B quadr.}}$ in A — A cubo, æquabitur B in Z planum. ut est enunciatum.

Si 1 *Q* + 8 N, *æquetur* 20. 84 N — 1 C, *æquabitur* 160.

THEOREMA II,

SI A quad. — B in A, æquetur Z plano. A cubus $\overline{-\text{B quadr.} - \text{Z plano}}$ in A, æquabitur B in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 *Q* — 8 N, *æquetur* 20. 1 C — 84 N, *æquabitur* 160.

THEOREMA III.

SI B in A — A quad, æquetur Z plano. $\overline{\text{B quadr.} - \text{Z plano}}$ in A — A cubo, æquabitur B in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si 12 N — 1 *Q*, *æquetur* 20. 124 N — 1 C, *æquabitur* 240.

THEOREMA IV.

SI A quad. + B in A, æquetur B in D. A cubus + $\overline{\text{B+D}}$ in A quad, æquabitur B in D quadratum.

Quoniam enim A quad. — B in A, æquatur B in D. Omnia ducantur in A, igitur A cubus

bus + B in A quad., æquabitur B in D in A. Sed ex iis quæ proponuntur $\frac{B \text{ in } D - A \text{ quad.}}{B}$ æquatur A. Quare ea interpretatione adſcita ad exprimendum valorem ſolidi B in D in A: A cubus + B in A quad., æquabitur B in D quad. — D in A quad. & adhibita congrua metatheſi. A cubus + $\overline{B + D}$ in $\overline{A}$ quad., æquabitur B in D quad. ut eſt ordinatum.

Si 1 Q. + 16 N, æquatur 80. facto ex 16 in 5. 1 C. + 21 Q, æquabitur 400.

THEOREMA V.

SI A quad. — B in A, æquetur B in D. $\overline{B + D}$ in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad.

Nec diſſimilis eſt ab ea quæ in antecedente Theoremate expoſita eſt demonſtratio.

Si 1 Q — 16 N, æquetur 80. facto ex 16 in 5. 21 Q — 1 C, æquabitur 400.

THEOREMA VI.

SI B in A — A quad., æquetur B in D. $\overline{B - D}$ in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad.

Nec diſſimilis eſt ab ea quæ in quarto hujus capitis Theoremate expoſita eſt demonſtratio.

Si 9 N — 1 Q, æquetur 18. facto ex 9 in 2. 7 Q — 1 C, æquabitur 36.

CAPUT XV.

Ambiguitates radicum, quarum poteſtates de homogeneis adſectionum in adæquationibus negantur, demonſtratæ.

THEOREMA.

OStendendum eſt quum in æquationibus poteſtates de homogeneis adfectionum negantur, radices eſſe ancipites.

Proponatur differentia inter B & A eſſe æqualis S: & ſit B major quam S. aut igitur exceſſus eſt penes B, vel penes A. Primo caſu, B — A æquetur S: itaque B — S ſit A. Secundo caſu A — B æquetur S: itaque B + S ſit A. Quoniam autem primo caſu B — A æquatur S, utraque pars æqualitatis ducatur quadratice, igitur B quad. — B in A 2 + A quad, æquabitur S quad. & æqualitate ordinata, B in A 2 — A quad, æquale ſit B quad. — S quad. Quoniam vero ſecundo caſu, A — B æquatur S, utraque pars æqualitatis ducatur quadratice, igitur B quad. — B in A 2 + A quad. æquabitur S quad. & æqualitate ordinata, B in A 2 — A quad. rurſus æquale ſit, Bq. — Sq. Vtroque igitur caſu in eandem inciditur æquationis formulam: eſt autem radix duplex; ipſa vero formula æquationis eſt, ut planum ſub latere, adficiatur multa quadrati.

Sit B 6. S 4. A 1 N. 12 N — 1 Q, æquatur 20. & ſit 1 N. 6 — 4 vel + 4.

Quam amphiboliam in omnibus ſimilibus æquationibus locum habere ſatis intelligitur, ut ſi proponatur D in A — A quad, æquari Z plano: ipſa D dicetur eſſe B 2, & Z planum eſſe B quad. — S. quad.

Porro, per ſextum Theorema antecedentis capitis, apparet ab ea quadrati ambigui æquatione, derivari cubos negatos de ſolidis ſub paradico gradu; & per tertium, ſextum, & nonum capitis duodecimi, ab eadem derivari quadrato-quadrata negata de plano-planis ſub parodico gradu, quod ad ulterioris ordinis æquationes poſſe extendi ſatis ſit manifeſtum.

CAPUT XVI.

De Syncriſi.

SYncriſis eſt duarum æquationum correlatarum mutua inter ſe ad deprehendendum earum conſtitutionem collatio.

Duę

Duę autem ęquationes correlatę intelliguntur, quum ambę similes sunt, & præterea iisdem datis magnitudinibus constant, sive adfectionum parabolis, sive adfectionum homogeneis. Radices tamen ideo diversæ sunt, quoniam vel ipsæ æquationum formulæ de duabus pluribusve radicibus, ex sui constitutione sunt explicabiles, vel in iis diversa est adfectionum qualitas, seu nota.

Ac de simplicioribus quidem correlatis sufficiet doctrina, id est una tantum adfectione obvolutis, ut pote quarum vi, de iis quæ passionibus abundant, plastices peritus ratiocinabitur secure.

Correlatarum igitur simpliciorum æquationum, tres sunt differentiæ.

Prima est ancipitum, in quarum utraque potestas negatur de homogenea adfectionis.

Altera est contradicentium, in quarum una potestas adficitur adfirmate, in altera negate.

Tertia est inversarum, in quarum una, potestas adficitur multa homogeneæ adfectionis, in altera è contra, homogenea adfectionis multatur potestate.

Sive autem ancipitum, sive contradicentium, sive inversarum æquationum constitutio, syncrisi cognoscetur probe: ineundæ siquidem syncriseos hæc est ratio. Quoniam enim quæ uni æquantur inter se æqualia sunt: proponuntur autem potestates duæ adficientes, adfectæve, eidem datæ omnino magnitudini homogeneæ comparari; ipsum autem adfectum, adficiensve homogeneum, utrivis potestati immixtum, fieri sub parodicis iisdem gradibus, eademque parabola. Ergo potestas radicis una cum homogeneo sub suo gradu parodico, æquabitur potestati alterius una cum homogeneo sub suo quoque gradu parodico; & translatis ad unam ita constitutæ quoque æquationis partem potestatibus; ad alteram vero, iis quæ sub gradibus fiunt adfectionum homogeneis, erit rursum æqualitas. Unde quum differentia aut aggregatum potestatum, applicabitur ad differentiam vel aggregatum laterum, (uter vero terminus, opus indicabit.) faciet oriri magnitudinem parabolæ æqualem: cujus ideo evidens erit constitutio.

Quod si postea utravis positarum æquationum, syncrisi expositarum, non jam sub ipsamet parabola exhibeatur, seu sub æquo parabolæ (prout ejus constitutio agnita fuit) valore: quod ordinabitur, erit consequenter dato comparationis homogeneo æquale, cujus ideo constitutio non poterit ignorari: quoniam orietur illud ex facti ab aggregato vel differentia radicum, aut graduum, in planum sub radicibus applicatione ad eundem cui antecedens applicatio facta est terminum, sive differentiam, sive aggregatum.

Secundum quæ, proficiscuntur parabolæ adfectionum in ancipitibus, ex applicatione differentiæ potestatum ad differentiam eorum quos metitur parabola graduum.

Homogenea vero comparationum, ex applicatione differentiæ factorum reciproce, à potestate unius radicis in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta est, graduum differentiam.

Id autem obiter est demonstrandum.

PROBLEMA I.

Duarum ancipitum æquationum constitutionem, ex syncrisi dignoscere.

Proponatur B parabola in A gradum — A potestate, æquari Z homogeneæ. & rursus eadem B parabola in E gradum — E potestate, æquari Z homogeneæ.

Vnde par existit gradus & par potestas. Oportet ex syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere.

Quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se: manifestum est B parabolam in A gradum — A potestate, æquari B parabolę in E gradum — E potestate. & per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter præsuppositam radicum ἀμφιβολίαν. A potestas — E potestate, æquabitur B parabolę in A gradum — B parabola in E gradum. Et omnibus per A gradum — E gradu divisis, $\frac{\text{A potestas — E potestate.}}{\text{A gradu — E gradu.}}$ æquabitur B parabolæ.

Oritur ergo B parabola, ex applicatione differentiæ potestatum ad differentiam graduum: ut est constitutum.

Porro, quum B parabola in A gradum — A potestate, æquetur Z homogeneæ: in locum B paraboles subrogetur jam agnitus ejus valor, & ea subrogatione æquatio reformetur: ergo $\frac{\text{A potestas in E gradum — E potestate in A gradum}}{\text{A gradu — E gradu}}$, æquabitur Z homogeneæ.

Oritur ergo Z homogenea ex applicatione differentiæ factorum reciproce, à potestate unius radicis in gradum alterius, ad differentiam graduum: ut est quoque constitutum.

In specie.

Proponatur B in A — A quad, æquari Z plano. Et rursus B in E — E quadr, æquari Z plano.

Oportet ex syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est B in A — A quad., æquari B in E — E quad. Et per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter suppositam radicum ἀμφιβολίαν. A quad. — E q., æquabitur B in A — B in E, & omnibus per A — E divisis. $\frac{\text{A quad. — E quad.}}{\text{A — E.}}$ id est A + E, æquabitur B.

Est igitur B summa duorum de quibus quęritur laterum, oriunda ex applicatione differentię quadratorum, ad differentiam laterum: ut est generaliter constitutum.

Porro quum B in A — A quad., æquetur Z plano: si in locum B, subrogetur jam agnitus ipsius valor $\frac{\text{A quad. — E quad.}}{\text{A — E}}$ seu A + E. $\frac{\text{A quad. in E — E quad. in A.}}{\text{A — E}}$ id est E in A, æquabitur Z plano.

Est igitur Z planum, id quod fit sub duobus de quibus quęritur lateribus, ortum ex differentię factorum reciproce à quadrato unius in radicem alterius applicatione, ad differentiam laterum: ut est quoque generaliter constitutum.

Aliud.

Proponatur B planum in A — A cubo, ęquari Z solido, & rursus B planum in E — E cubo, æquari Z solido.

Oportet ex syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est B planum in A — A cubo, æquari B plano in E — E cubo. Et per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter suppositam radicum ἀμφιβολίαν. A cubus — E cubo, æquabitur B plano in A — B plano in E. Et omnibus per A — E divisis $\frac{\text{A cubus — E cubo}}{\text{A — E}}$ id est A quad. + E quad. + A in E, æquabitur B plano.

Est igitur B planum aggregatum quadratorum à duobus de quibus quæritur lateribus, adjunctum ei quod sub iis fit plano: & oritur ex applicatione differentiæ cuborum ad differentiam laterum: ut est generaliter constitutum.

Porro quum B planum in A — A cubo, æquetur Z solido: si in locum B plan. subrogetur, agnitus ejus valor, nempe $\frac{\text{A cubus — E cubo}}{\text{A — E}}$ seu A q. + E q. + A in E. $\frac{\text{A cubus in E — E cubo in A}}{\text{A — E}}$ id est, + A q. in E + E q. in A, æquabitur Z solido. Est igitur Z solidum quod fit ab aggregato laterum in planum sub lateribus, & oritur ex differentię ipsorum factorum, reciproce à cubo unius lateris in latus alterius, applicatione ad differentiam ipsorum laterum: ut est quoque constitutum.

Constitutio igitur propositarum æquationum tandem ex syncrisi agnita est: ut faciendum erat.

Placeat exhibere formulam æquationis ancipitis quadraticę, de radice F & G, hac minore, illa majore explicabilis. dixero F + G in A — A q, æquari F in G: & fieri A, F vel G.

Sit F 10. G 2. A 1 N. formula æquationis erit 12 N — 1 Q, æquabitur 20. explicabilis de 10 vel 2.

Placeat

Placeat exhibere formulam æquationis cubi negati de homogeneo adfectionis ſub latere, ut ſit radix de F vel G explicabilis. dixero $\overline{\text{F quad.} + \text{G quad.} + \text{F in G}}$ in A — A cubo, ęquari F in G quad. + G in F quad. & fieri A, F vel G.

Sit F 10. G 2. A 1 N. formula æquationis erit 124 N — 1 C, æquabitur 240. explicabilis de 10, vel 2.

In contradicentibus, coëfficientes ſub graduales proficiſcuntur ex applicatione differentię poteſtatum, ad aggregatum eorum quos ſuſtinent coëfficientes graduum.

Homogenea vero datę menſurę, ex applicatione aggregati factorum reciproce, à poteſtate radicis unius in gradum alterius, ad prędictum cui altera applicatio facta eſt graduum aggregatum: id autem quoque obiter eſt demonſtrandum.

PROBLEMA II.

DVarum contradicentium ęquationum conſtitutionem ex ſyncriſi agnoſcere.

Proponatur A poteſtas + B coëfficiente in A gradum, ęquari Z homogeneo. Et rurſus E poteſtas — eadem B coëfficiente in E gradum, ęquari eidem Z homogeneo.

Vnde par exiſtit gradus & par poteſtas. Oportet ex ſyncriſi earum ęquationum conſtitutionem agnoſcere.

Quoniam igitur quę uni ęquantur ęqualia ſunt inter ſe, manifeſtum eſt. A poteſtatem + B coëfficiente in A gradum, ęquari E poteſtati — B coëfficiente in E gradum. & per antitheſin E poteſtatem — A poteſtate, ęquari B coëfficienti in E gradum + B coëfficiente in A gradum. Itaque omnibus per E gradum + A gradu diviſis. $\frac{\text{E poteſtas} - \text{A poteſtate}}{\text{E gradui} + \text{A gradu.}}$ æquabitur B coëfficienti.

Oritur ergo B coëfficiens ſubgradualis, ex applicatione differentiæ poteſtatum, ad aggregatum eorum quos ſuſtinet coëfficiens graduum: ut eſt conſtitutum.

Porro quum A poteſtas + B coëfficiente in A gradum, æquetur Z homogeneo.

In locum B coëfficientis, ſubrogetur jam agnitus ejus valor, videlicet $\frac{\text{E poteſtas} - \text{A poteſtate}}{\text{E gradui} + \text{A gradu}}$ & ea ſubrogatione æquatio reformetur. ergo A poteſtas + $\frac{\text{E poteſtate} - \text{A poteſtate}}{\text{E gradui} + \text{A gradu.}}$ in A gradum, æqu. Z homogeneo, hoc eſt omnibus rite ordinatis $\frac{\text{A poteſtas in E grad.} + \text{E poteſtate in A grad.}}{\text{E gradui} + \text{A gradu.}}$ æqu. Z homogeneo.

Oritur ergo Z homogenea, ex applicatione aggregati factorum reciproce à poteſtate radicis unius, in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta eſt graduum aggregatum: ut eſt ſecundo loco enunciatum.

In inverſis plane negatis, coëfficientes ſubgraduales proficiſcuntur ex applicatione aggregati poteſtatum, ad aggregatum eorum in quos coëfficiens eſt graduum.

Homogenea vero datæ menſuræ, ex applicatione differentiæ factorum reciproce à poteſtate radicis unius, in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta eſt graduum in quos coëfficiens ſubgradualis eſt, aggregatum.

Idem quoque obiter eſt demonſtrandum.

PROBLEMA III.

DVarum inverſarum æquationum conſtitutionem, ex ſyncriſi agnoſcere.

Proponatur A poteſtas — B coëfficiente in A gradum, æquari Z homogeneo. Et rurſus eadem B coëfficiens in E gradum — E poteſtate, æquari eidem Z homogeneo.

Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares poteſtates. Oporteat autem æqualitatum harum conſtitutionem agnoſcere. Quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia ſunt inter ſe, manifeſtum fit ex iis quæ proponuntur. A poteſtatem — B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in gradum — E poteſtate, & per antitheſin A poteſtatem + E poteſtate, ęquari B coëfficienti in A gradum + B coëfficiente in E gradum.

Itaque omnibus per E gradum + A gradu diviſis $\frac{\text{A poteſtas} + \text{E poteſtate}}{\text{A gradui} + \text{E grad.}}$ ęquabitur B coëfficienti.

Id ipsum autem est quod primo loco enunciatur. Porro quum A potestas — B coëfficiente subgraduali in A grad, æquetur Z homog. In locum B coëfficientis, subrogetur æquus valor, videlicet. $\frac{\text{A potestas + E potestate.}}{\text{A gradui + E gradu.}}$ igitur A potestas — $\frac{\text{A potestate in A grad. + E potestate in A grad.}}{\text{A gradui + E gradu.}}$ æquabitur Z homogeneo: hoc est omnibus rite ordinatis, $\frac{\text{A potestas in E grad. — E potestate in A grad.}}{\text{A gradui, + E gradu.}}$ æquabitur Z homogeneo. Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

In inversis autem quarum una per adfirmationem adficitur, altera per negationem, coëfficientes subgraduales proficiscuntur ex applicatione aggregati potestatum ad differentiam eorum, in quos coëfficiens est graduum.

Homogenea vero datæ mensuræ, ex applicatione aggregati factorum reciproce, à potestate radicis unius in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta est graduum in quos coëfficiens est, differentiam. Id autem quoque obiter est demonstrandum.

Proponatur si quidem A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquari Z homogeneo. Et rursus eadem B coëfficiens in E gradum — E potestate, æquari eidem Z homogeneo. Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares potestates. Oporteat autem æqualitatum harum constitutionem agnoscere. Quoniam igitur quæ uni æquantur, æqualia sunt inter se, manifestum fit ex iis quæ proponuntur. A potestatem + B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in E gradum — E potestate, & per antithesin A potestatem + E potestate, æquari B coëfficienti in E gradum — B coëfficiente in A gradum. Itaque omnibus per E gradum — A gradu divisis, $\frac{\text{E potestas + A potestate,}}{\text{E gradus — A gradu.}}$ æquabitur B coëfficienti. Quod ipsum est quod primo loco enunciatur. Porro quum A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquetur Z homogeneo: in locum B coëfficientis sub gradualis, subrogetur æquus valor, videlicet $\frac{\text{E potestas + A potestate}}{\text{E gradui — A gradu.}}$ igitur A potestas + $\frac{\text{E potestate + A potestate}}{\text{E gradui — A gradu.}}$ in A gradum, æquari Z homog. hoc est omnibus rite ordinatis $\frac{\text{A potestas in E grad. + E potestate in A grad.}}{\text{E gradui — A gradu.}}$ æquari Z homogeneo. Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

Et ancipites quidem dicimus omnino & in omni potestatum ordine efficaces, quoniam agnita semel magistra, liberior est ad comitem transitus, ut ex Zeteticis clarum est.

At contradicentes & inversæ, interdum efficaces sunt, interdum minime, idque è gradu potestatis definitur, ut pote contradicentes sub latere, ita demum sunt efficaces, si hærent in quadrato, vel potestatibus exinde alternis, videlicet, quadrato-quadrato, cubo-cubo: & eo continuo ordine.

In base autem & potestatibus exinde alternis, videlicet cubo, & quadrato-cubo, & eo continuo ordine, censemus pigras & inefficaces: quoniam nihil solatii præsidiive afferunt Analystæ, quo sibi pateat ad ἀντιβαλλομένας facilior fæliciorve aditus.

Vt contra, inversæ sub latere, quum utraque negata est, efficaces sunt si hærent sub cubo, quadrato-cubo, &c.

Causa est, quod quando differentia potestatum applicatur ad differentiam radicum, quæ inde oritur magnitudo, æqua fit effectis continue proportionalibus ab radicibus iisdem, serie undique affirmata, in quocunque potestatum ordine, secundum ea quæ exposita sunt in capite de genesi potestatum à binomia radice.

At quum differentia potestatum applicatur ad adgregatum radicum, quæ inde oritur magnitudo, æqua fit effectis continue proportionalibus prostaphæretice alterne tantummodo, quum potestates sunt cubi, quadrato cubi, & eo deinceps ordine incedentes alterne.

Cæterum dum aggregatum potestatum applicatur ad differentiam radicum, nulla inde occurrit magnitudo æqua proportionalibus continue effectis, sive per gradus scalæ numero pares, sive impares, climacticæ magnitudines procedant.

CAPVT XVII.

Syncriticæ doctrinæ Geometrica phrasis.

HÆc autem syncritica judicia, exornantur & expoliuntur per aliquot analogias, quibus excitatur Geometrica Mechanice, ac evidentior fit & paratior.

THEO-

THEOREMA I.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum è prima ad quadratum è ſecunda.

Et ſi quatuor: eſt ut prima ad quartam, ita cubus è prima ad cubum è ſecunda.

Et ſi quinque: eſt ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum è prima ad quadrato-quadratum è ſecunda.

Et ſi ſex: eſt ut prima ad ſextam, ita quadrato-cubus è prima ad quadrato-cubum è ſecunda.

Et ſi ſeptem: eſt ut prima ad ſeptimam, ita cubo-cubus è prima ad cubo-cubum è ſecunda.

Nam quadratum eſt poteſtas rationis duplicatæ, cubus triplicatæ, quadrato-quadratum quadruplicatæ, &c. ut alibi annotatum eſt: itaque poteſtatibus ſingulis, ſuæ addicuntur proportionalium ſeries, ſecundum earum conditionem.

THEOREMA II.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt ut prima ad tertiam, ita aggregatum quadratorum à ſingulis duabus primis ad aggregatum quadratorum à ſingulis duabus poſtremis.

Et ſi quatuor: eſt ut prima ad quartam, ita aggregatum cuborum à ſingulis tribus primis ad aggregatum cuborum à ſingulis tribus poſtremis.

Et ſi quinque: eſt ut prima ad quintam, ita aggregatum quadrato-quadratorum à ſingulis quatuor primis ad aggregatum quadrato-quadratorum à ſingulis quatuor poſtremis.

Et ſi ſex: eſt ut prima ad ſextam, ita aggregatum quadrato-cuborum à ſingulis quinque primis ad aggregatum quadrato-cuborum à ſingulis quinque poſtremis.

Et ſi ſeptem: eſt ut prima ad ſeptimam, ita aggregatum cubo-cuborum à ſingulis ſex primis ad aggregatum cubo-cuborum à ſingulis ſex poſtremis.

Quoniam enim ut prima ad tertiam, ita eſt quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, ut vero quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, ita quadratum ſecundæ ad quadratum tertiæ. Ergo per ſynæreſin, eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum primæ plus quadrato ſecundæ ad quadratum ſecundæ plus quadrato tertiæ. Nec diſſimiliter in reliquis ſeriebus proportionalium & conditionariis ſecundum rationem extremarum poteſtatibus, licet arguere & ratiocinari.

THEOREMA III.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum compoſitæ è duabus primis ad quadratum compoſitæ è duabus poſtremis.

Et ſi quatuor: eſt ut prima ad quartam, ita cubus compoſitæ ex tribus primis ad cubum compoſitæ ex tribus poſtremis.

Et ſi quinque: eſt ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum compoſitæ è quatuor primis ad quadrato-quadratum compoſitæ è quatuor poſtremis.

Et ſi ſex: eſt ut prima ad ſextam, ita quadrato-cubus compoſitæ è quinque primis ad quadrato-cubum compoſitæ è quinque poſtremis.

Et ſi ſeptem: eſt ut prima ad ſeptimam, ita cubo-cubus compoſitæ ex ſex primis ad cubo-cubum compoſitæ ex ſex poſtremis.

Per ſynęreſin enim, eſt ut prima ad ſecundam, ita compoſita ex omnibus minus prima ad compoſitam ex omnibus minus altera extrema, quotcunque proportionalium ſit ſeries. In unaquaque autem ſerie exponitur ſua poteſtas conditionaria: id eſt tantuplicatæ rationis, quam extremarum comparatio exigit.

THEOREMA IV.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt ut prima ad tertiam, ita differentia quadratorum à duabus primis ad differentiam quadratorum à duabus poſtremis.

Et ſi quatuor: eſt ut prima ad quartam, ita differentia cuborum à tribus primis alterne ſumptis ad differentiam cuborum à tribus poſtremis alterne ſumptis.

Et ſi quinque: eſt ut prima ad quintam, ita differentia quadrato-quadratorum à quatuor primis alterne ſumptis ad differentiam quadrato-quadrarum à quatuor poſtremis alterne ſumptis.

Et ſi ſex: eſt ut prima ad ſextam, ita differentia quadrato-cuborum à quinque primis alterne ſumptis ad differentiam quadrato-cuborum à quinque poſtremis alterne ſumptis.

Et ſi ſeptem: eſt ut prima ad ſeptimam, ita differentia cubo-cuborum à ſex primis alterne ſumptis ad differentiam cubo-cuborum à ſex poſtremis alterne ſumptis.

THEOREMA V.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum differentiæ duarum primarum ad quadratum differentiæ duarum poſtremarum

Et ſi quatuor: eſt ut prima ad quartam, ita cubus differentiæ trium primarum alterne ſumptarum ad cubum differentiæ trium poſtremarum alterne ſumptarum.

Et ſi quinque: eſt ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum differentiæ quatuor primarum alterne ſumptarum ad quadrato-quadratum differentiæ quatuor poſtremarum alterne ſumptarum.

Et ſi ſex: eſt ut prima ad ſextam, ita quadrato-cubus differentiæ quinque primarum alterne ſumptarum ad quadrato-cubum differentiæ quinque poſtremarum alterne ſumptarum.

Et ſi ſeptem: eſt ut prima ad ſeptimam, ita cubo-cubus differentiæ ſex primarum alterne ſumptarum ad cubo-cubum differentiæ ſex poſtremarum alterne ſumptarum.

THEOREMA VI.

Si fuerint quatuor continue proportionales: ſolidum compoſitum ex cubo quartæ, & triplo cubo ſecundæ, differt à ſolido compoſito ex cubo primæ & triplo cubo tertiæ, per cubum differentiæ extremarum.

Sint quatuor continue proportionales B, D, F, G. & ſit G major extrema. Dico G cubum + D cubo 3 — B cubo — F cubo 3, ęquari $\overline{G - B}$ cubo. Enimvero $\overline{G - B}$ cubus, conſtat G cubo — B in G quad. 3 + B quad. in G 3 — B cubo, comparetur autem G cubo + D c. 3 — B c. — F c. 3. Supereſt ut B quad. in G 3 — B in G quad. 3, ęquetur D cubo 3 — F cubo 3.

Id autem ita ſe habet, nam B quad. in G eſt D cubus, & B in G quad. F cubus.

THEOREMA VII.

Si fuerint quatuor continue proportionales: ſolidum compoſitum ex cubo quartæ & triplo cubo ſecundæ, adjunctum ſolido compoſito ex cubo

primæ

primæ & triplo cubo tertiæ, æquatur cubo aggregati extremarum.

Eadem enim viget quę in antecedente Theoremate demonstratio.

CAPVT XV.

Æquationum ancipitum constitutiva.

AGnitæ per syncrisin ancipites æquationes, aut plasmatis resolutione, aut denique Zeteseos vi, isto modo fere se habent.

De affectis sub depressiore gradu, seu latere.

THEOREMA I.

SI B in A — A quad., æquetur Z plano: est B composita è duobus lateribus, sub quibus quod fit rectangulum, æquum est Z plano: & fit A latus majus minusve.

Sunt duo latera 2 & 10. dicetur 12 N — 1 Q, æquari 20. & fiet 1 N 2, vel 10.

THEOREMA II.

SI B planum in A — A cubo, æquetur Z solido: est B planum compositum ex quadratis trium proportionalium: & Z solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadratorum à reliquis: & fit A prima vel tertia.

Sunto proportionales. 2. √ 20. 10. dicetur 124 N — 1 C, æquari 240. & fit 1 N 2, vel 10.

THEOREMA III.

SI B solidum in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano: est B solidum compositum ex cubis quatuor continue proportionalium: & Z plano-planum quod fit ductu alterius extremæ, in aggregatum cuborum à tribus reliquis: & fit A prima vel quarta.

Sunto continue proportionales. 2. √ C 40. √ C 200. 10. Dicetur 1248 N — 1 QQ. æquari 2480. & fiet 1 N 2, vel 10.

THEOREMA IV.

SI B plano-planum in A — A quad.-cubo, æquetur Z plano solido: est B plano-planum compositum ex quad.-quadratis quinque continue proportionalium: & Z plano solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-quadratorum à quatuor reliquis: & fit A prima vel quinta.

Sunto continue proportionales 2. √√ 80. √ 20. √√ 2000. 10. Dicetur 12496 N — 1 Q C, æquari. 24960. & fiet 1 N 2, vel 10.

THEOREMA V.

SI B plano-solidum in A — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B plano solidum compositum ex quadrato-cubis sex continue proportionalium: & Z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-cuborum à quinque reliquis: & fit A prima vel sexta.

Sunto continue proportionales: 2. √ QC. 160. √ QC. 800. √ QC. 4000. √ QC. 20000. 10. Dicetur, 124992 N — 1 CC, æquari 249920. & fit 1 N 2, vel 10.

De affectis sub elatiore gradu, seu lateri reciproco.

THEOREMA VI.

SI B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido: est B composita ex tribus proportionalibus, & Z solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadratum compositæ è duabus reliquis: & fit A composita è duabus primis, vel è duabus postremis.

Sint proportionales, 1. 2. 4. Dicetur 7 Q — 1 C, æquari 36. & fit 1 N 3, vel 6.

THEOREMA VII.

SI B in A cubum — A quad.quad. æquetur Z plano-plano: est B composita ex quatuor continue proportionalibus: & Z plano-planum, quod fit ductu alterius extremæ in cubum compositæ è tribus reliquis: & fit A composita è tribus primis, vel è tribus postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. *Dicetur* 15 C — 1 QQ, *æquari* 2744. *& fiet* 1 N 7, *vel* 14.

THEOREMA VIII.

SI B in A quad. quad. — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: est B composita ex quinque continue proportionalibus, & Z plano-solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-quadratum compositæ è quatuor reliquis: & fit A composita ex quatuor primis, vel quatuor postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 31 QQ — 1 QC, *æquabitur* 810000. *& fit* 1 N 15, *vel* 30.

THEOREMA IX.

SI B in A quadrato-cubum — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B composita ex sex continue proportionalibus, & Z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-cubum compositæ à reliquis; & fit A composita ex quinque primis, vel è quinque postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32. 63 QC — 1 CC, *æquatur* 916132832. *& fit* 1 N 31, *vel* 62.

De affectis sub gradibus intermediis quæ per interpretationem deprimuntur.

THEOREMA X.

SI B planum in A quad. — A quad. quad, æquetur Z plano-plano: est B planum compositum ex duobus quadratis duorum laterum, quorum primi ductu in secundum fit Z plano-planum: & fit A quadratum majus duorum, minusve.

Sint latera 1. 4. *Dicetur* 17 Q — 1 QQ, *æquari* 16. *& fit* 1 N 1, *vel* 4. *Quod si unus numerus intelligatur quadratum, radixve plana.* 17 N — 1 Q, *æquabitur* 16. *& fit* 1 N 1, *vel* 16.

THEOREMA XI.

SI B solidum in A cubum — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B solidum compositum ex duobus cubis, quorum primi ductu in secundum fit Z solido-solidum, & fit A cubus major duorum, minorve.

Sunto latera 1. 8. *Dicetur* 513 C — 1 CC, *æquari* 512. *& fit* 1 N 1, *vel* 8. *Quod si* 1 N *intelligatur cubus radixve solida,* 513 N — 1 Q, *æquabitur* 512. *& fit* 1 N 1, *vel* 512.

THEOREMA XII.

SI B plano-planum in A quad. — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B planum compositum ex quadratis trium planorum proportionalium, & Z solido-solidum quod fit ab uno plano in aggregatum quadratorum à duobus reliquis planis: & fit A quadratum majus, minusve.

Sunto tria plana proportionalia. 1. 2. 4. *Dicetur* 21 Q — 1 CC, *æquari* 20. *& fit* 1 N 1, *vel* 2. *Quod si* 1 N *intelligatur quadratum radixve plana,* 21 N — 1 C, *æquabitur* 20. *& fiet* 1 N 1, *vel* 4.

THEOREMA XIII.

SI B planum in A quad. quad. — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B planum compositum à tribus planis proportionalibus, & Z solido-solidum quod fit ab uno plano, in quadratum compositi ex duobus reliquis: & fit A quadratum majus duorum, minusve.

Sint

Sint tria proportionalia plana 5. 20. 80. *Dicetur* 105 *QQ* — 1 *CC*, *æquari* 50000. *& fit* 1 *N* 5, *vel* 10.

Inventio autem trium planorum proportionalium, quorum medium adſcito ſive primo ſive poſtremo, ſit quadratum numero, patet ex hac ſerie.

$$\frac{\text{B quadrato-quadratum.}}{\text{B quadr.} + \text{G quadr.}} \quad \frac{\text{B quad. in G quad.}}{\text{B quad.} + \text{G quad.}} \quad \frac{\text{G quadrato-quadratum.}}{\text{B quad.} + \text{G quad.}}$$

Dictante videlicet Zeteſi. Sit enim medium planorum E planum: & primum ſtatuatur B quad. — E plano, poſtremum G quad. — E plano: quum igitur primo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe B quadratum: & quum poſtremo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe G quadratum: reſtat igitur ut ea tria plana proportionalia ſint, & conſequenter quod à medio fit in ſe, æquetur ei quod fit ab extremis, qua comparatione ſecundum artem inita, $\frac{\text{B quad. in G quad.}}{\text{B quad.} + \text{G quad.}}$ invenitur æquari E plano.

Sit B 1. *G* 2. *plana quæſita erunt* $\frac{1}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{16}{5}$. *Medium adſcito primo facit* 1. *adſcito vero poſtremo facit* 4. *eadem plana ducantur in aliquod quadratum ut pote* 25. *fiunt* 5. 20. 80. *qualia ad exemplum adſumpta ſunt.*

De reliquis.

THEOREMA XIII.

SI B ſolidum in A quad. — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido: eſt B ſolidum conſtans cubo compoſitæ è duabus primis in ſerie trium proportionalium, plus cubo compoſitæ è duabus poſtremis, & inſuper ſolido, quod fit ductu alterius extremarum in quadratum compoſitæ ex ſecunda & tertia.

Et Z plano-ſolidum quod fit à B ſolido minus cubo à duabus primis in quadratum compoſitæ ex prima & ſecunda; vel à cubo compoſitæ ex ſecunda & tertia, plus ſolido ſub tertia, & quadrato compoſitæ ex prima & ſecunda in quadratum compoſitæ ex prima & ſecunda.

Et fit A compoſita ex duabus primis, vel compoſita ex duabus poſtremis.

Sint proportionales 1. 2. 4. 279 *Q* — 1 *QC*, *æquabitur* 2 268. *& fiet* 1 *N* 3, *vel* 6.

THEOREMA XV.

SI B planum in A cubum — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido: eſt B planum conſtans quadrato compoſitæ à tribus primis in ſerie quatuor continue proportionalium, plus quadrato compoſitæ è tribus poſtremis, minus plano quod fit à tertia in compoſitam ex tertia, ſecunda, & prima; vel à ſecunda in compoſitam ex ſecunda, tertia & quarta.

Et Z plano-ſolidum quod fit à B plano, minus quadrato compoſitæ ex tribus poſtremis in cubum compoſitæ è tribus poſtremis; vel abs B plano, minus quadrato compoſitę ex tribus primis in cubum compoſitę ex tribus primis, & fit A compoſita ex tribus primis, vel compoſita ex tribus poſtremis.

Sint proportionales continue 1. 2. 4 8. 217 *C* — 1 *QC*, *æquabitur* 57624. *& fit* 1 *N* 7, *vel* 14.

CAPVT XIX.

Æqualitatum contradicentium conſtitutiva.

Contradicentium autem conſtitutio eſt hujuſmodi.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A, æquetur Z plano, & rurſus E quad. — B in E, æquetur Z plano: ſunt duo latera quorum differentia eſt B, quod autem ſub eis fit, æquum eſt Z plano, & fit A minus latus & E majus.

 Sunto

Sunto latera 1. 2. 1 Q + 1 N, *æquatur* 2. *& fit* 1 N 1. *Rursus* 1 Q — 1 N, *æquabitur* 2. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA II.

Si A quad. quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & rursus E quad.quad. — B solido in E, æquetur Z plano-plano: sunt quatuor continue proportionales, à quibus cubi alterne sumpti differunt per B solidum. Fit autem Z plano-planum, ductu alterius extremę in differentiam cuborum à reliquis alterne sumptorum: & est A prima minor inter extremas, E quarta.

Sunto continue proportionales 1. √C. 2. √C. 4. 2. 1 QQ + 5 N, *æquabitur* 6. *& fit* 1 N 1. *Rursus* 1 QQ — 5 N, *æquabitur* 6. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA III.

Si A cubo-cubus + B plano-solido in A, æquetur Z solido-solido, & rursus E cubo-cubus — B plano-solido in E, æquetur Z solido-solido: sunt sex continue proportionales, à quibus quadrato-cubi alterne sumpti, differunt per B plano-solidum. Fit autem Z solido-solidum, ductu alterius extremę in differentiam quadrato-cuborum à reliquis alterne sumptorum, & est A prima minor inter extremas, E sexta.

Sunto proportionales continue 1. √QC. 2. √QC. 4. √QC. 8. √QC. 16. 2. 1 CC + 21 N, *æquatur* 22. *& fit* 1 N 1. *Et rursus* 1 CC — 21 N, *æquabitur* 22. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA IV.

Si A quad.quad. + B in A cubum, æquetur Z plano-plano, & rursus E quad. quad. — B in E cubum, æquetur Z plano-plano: sunt quatuor continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Et fit Z plano-planum ex ductu utriusvis extremę in cubum differentię reliquarum alterne sumptarum, & dum intelligitur prima minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta trium primarum, E differentia trium postremarum.

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. 1 QQ + 5 C, *æquabitur* 216. *& fit* 1 N 3. *Et rursus* 1 QQ — 5 C, *æquabitur* 216. *& fit* 1 N 6.

THEOREMA V.

Si A cubo-cubus + B in A quadrato-cubum, æquetur Z solido-solido, & rursus E cubo-cubus — B in E quadrato-cubum, æquetur Z solido-solido: sunt sex continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Fit autem Z solido-solidum, ductu utriusvis extremę in quadrato-cubum differentię reliquarum alterne sumptarum, & dum intelligitur prima minor inter extremas, fit A differentia alterne sumpta quinque primarum, & E differentia quinque postremarum.

Sunto continue proportionales, 1. 2. 4. 8. 16. 32. 1 CC + 21 QC, *æquatur* 5153632. *& fit* 1 N 11. *Et rursus* 1 CC — 21 QC, *æquabitur* 5153632. *& fit* 1 N 22.

CAPVT XX.

Æqualitatum inversarum constitutiva.

Inversarum denique systatica sunt hæc.

THEOREMA I.

Si B planum in A — A cubo, æquetur Z solido, & rursus E cubus — B plano in E, æquetur Z solido: sunt tres proportionales, à quibus quadrata alter-

alterne ſumpta, differunt per B planum. Fit autem Z ſolidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadratorum à reliquis, & eſt A prima minor inter extremas, E tertia.

Sunto proportionales 1. √2. 2. 3 N — 1 C, *æquabitur* 2. *& fit* 1 N 1. *Et rurſus* 1 C — 3 N, *æquabitur* 2. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA II.

Si B plano-planum in A — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido, & rurſus E quadrato-cubus — B plano plano in A, æquetur Z plano-ſolido: ſunt quinque continue proportionales longitudines, à quibus quadrato-quadrata alterne ſumpta, differunt per B plano-planum. Fit autem Z plano-ſolidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadrato-quadratorum à reliquis alterne ſumptis : & fit A prima minor inter extremas, E quinta.

Sint continue proportionales 1. √√2. √√4. √√8. 2. 11 N — 1 QC, *æquatur* 10. *& fit* 1 N 1. *Et rurſus* 1 QC — 11 N, *æquatur* 10. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA III.

Si B in A quad. + A cubo, æquetur Z ſolido, & rurſus B in E quad. — E cubo, æquetur Z ſolido: ſunt tres proportionales, quarum alterne ſumptarum differentia eſt B. Fit autem Z ſolidum ductu alterutrius extremæ in quadratum differentię reliquarum alterne ſumptarum: & dum intelligitur prima minor inter extremas, eſt A differentia alterne ſumpta duarum primarum, E differentia duarum poſtremarum.

I. II. III.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 3 Q + 1 C, *æquatur* 4. *& fit* 1 N 1. *Et rurſus* 3 Q — 1 C, *æquatur* 4. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA IV.

Si B in A quad. quad. + A quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido, & rurſus B in E quad. quad. — E quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido: ſunt quinque proportionales, quarum alterne ſumptarum differentia eſt B. Fit autem Z plano ſolidum ductu alterutrius extremę in quadrato-quad. differentię reliquarum alterne ſumptarum: & dum intelligitur prima minor inter extremas, eſt A differentia alterne ſumpta quatuor primarum, E differentia quatuor poſtremarum.

I. II. III. IV. V.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 11 QQ + 1 QC, *æquatur* 10 000. *& fit* 1 N 5. *Et rurſus* 11 QQ — 1 QC, *æquatur* 10000. *& fit* 1 N 10.

THEOREMA V.

Si B planum in A cubum + A quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido, & rurſus B planum in E cubum — E quadr-cubo, æquetur Z plano-ſolido: ſunt ſex proportionales continue, quarum extremę ductę in differentiam quartę & primę, faciunt B planum. Fit autem Z plano--ſolidum ex cubo differentię quartę & primę in B planum plus ejuſdem differentiæ quadrato-cubo; vel ex cubo differentię quintę & ſecundę in B planum multatum illius differentiæ inter quintam & ſecundam quadrato-cubo: & quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A differentia quartæ & primæ, & E differentia quintæ & ſecundæ.

I. II. III. IV. V. VI.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32. 231C+1QC, *æquatur* 96040. & *fit* 1 N 7. *Et rursus* 231C—1QC, *æquatur* 96040. & *fit* 1 N 14.

THEOREMA VI.

Si B solidum in A quad. + A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido, & rursus B solidum in E quad.—E quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: sunt sex proportionales continue, quarum extremæ ductæ in quadratum à differentia tertiæ & primæ, faciunt B solidum. Fit autem Z plano-planum à B solido plus cubo à differentia tertię & primę in quadratum differentię ejusdem; vel à B solido minus cubo à differentia secundæ & quartæ in quadratum differentiæ illius inter secundam & quartam: & quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A tertia minus prima, E quarta minus secunda.

I. II. III. IV. V. VI.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32. 297Q+1QC, *æquatur* 2916. & *fit* 1 N 3. *Et rursus* 297Q—1QC, *æquatur* 2916. & *fit* 1 N 6.

CAPVT XXI.

Alia rursus æqualitatum inversarum constitutiva.

THEOREMA I.

Si B planum in A — A cubo, æquetur Z solido, & rursus E cubus — B plano in E, æquetur Z solido: sunt tres proportionales, quarum quadrata juncta, conficiunt B planum, summa autem extremarum ducta in mediæ quadratum, vel altera extremarum in aggregatum quadratorum à duabus reliquis, facit Z solidum. & fit A alterutra extremarum, E vero earundem summa.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 21 N — 1 C, *æquatur* 20. & *fit* 1 N 1 *vel* 4. *Et rursus* 1 C — 21 N, *æquatur* 20. & *fit* 1 N 5.

THEOREMA II.

Si B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido, & rursus B in E quad. + E cubo, æquetur Z solido: sunt tres proportionales radices, quarum summa est B, composita autem è duabus primis adjecta compositæ à duabus reliquis, dum ducitur in mediæ quadratum, vel altera extremarum in quadratum compositæ à duabus reliquis, facit Z solidum. & fit A alterutra prædictarum compositarum, E media inter extremas.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 7 Q — 1 C, *æquatur* 36. & *fit* 1 N 3 *vel* 6. *Et rursus* 7 Q + 1 C, *æquatur* 36. & *fit* 1 N 2.

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ
DE
EMENDATIONE ÆQVATIONVM TRACTATUS SECUNDUS.

CAPVT I.

De solennibus quinque modis præparandarum æquationum, adversus earum in numeris ΔΥΣΜΗΧΑΝΙΑΝ.

Ac primum.

De expurgatione per uncias, quæ remedium est adversus Πολυπάθειαν.

AGnita æquationum constitutione, Analysta ad præparandum eas quę suam alioquin Mechanicen respuant, aut demum ægre subeunt, tuto se confert, & sua præparatione efficit εὐμήχανας. & præparandi quidem generalis doctrina est, ut nova Zetesis instituatur, vel plasmatis, aut syncriseos vestigia repetantur, ac denique nullus non tentetur transmutandi modus: sed non desunt Analystæ singularia & topica remedia, adversus vicia quæque æquationum, impedimentave, quo minus fœliciter sive re, sive numero explicentur: fere autem quæ prosunt Geometræ ad εὐμηχανίαν, prosunt & Arithmetico, vel etiam è contra. At etiam de effectionibus Geometricis dicetur specialius suo loco: nunc autem circa numerosam Analysin magis esse intentum, nostri est instituti.

Præparationum igitur præsertim in numeris, solennes & speciales modi sunt fere quinque.

I. Expurgatio per uncias.
II. Transmutatio πρῶτον-ἔσχατον.
III. Anastrophe.
IV. Isomœria.
V. Climactica Paraplerosis.

Omnino adversus πολυπάθειαν tutissimum ac paratissimum remedium est, expurgatio per uncias.

Est autem species transmutationis per additionem, vel subductionem. Hac æquationes potestatum adfectarum sub extremo paradico gradu, quem sustinet coëfficiens radici homogenea, regulariter ea adfectione liberantur, salva numerorum symmetria: & in quadratis est diahemisy, in cubis diatritemorion, in quadrato-quadratis diatetartemorion, in quadrato-cubis diapentemorion, in cubo-cubis diectemorion, & eo in infinitum ordine: quoniam adfectiones ſub eo gradu, proficiſcuntur à cremento, decrementove, quo intelligitur adfecta radix de qua, cujuſve poteſtate, pura vel adfecta, primum proponebatur æquatio.

Hujus autem crementi decrementive duplum, eſt coëfficiens ſub latere in quadratis; & triplum, coëfficiens ſub quadrato in cubis; & quadruplum, coëfficiens ſub cubo in quadrato-quadratis; & quintuplum coëfficiens ſub quadrato-quadrato, in quadrato-cubis; & ſextuplum denique, coëfficiens ſub quadrato-cubo, in cubo-cubis, & eo in infinitum ordine.

Itaque ad delendum plaſma, contraria retrogradaque via ſumuntur unciæ conditionariæ coëfficientium radici homogenearum; in quadratis videlicet, ſemis; in cubis triens; in quadrato-quadratis quadrans; in quadrato-cubis quintans; in cubo-cubis ſextans; & eo continuo ordine: atque illis unciis conditionariis adficitur radix, atque adeo arte fit tranſmutatio.

Totius itaque operis ſtructura, tres caſuum differentias admittit.

Primo, ſit A poteſtas adfecta per adjunctionem homogenei ſub B coëfficiente, & A parodico extremo gradu: quoniam igitur ea adfectio affirmata eſt, adficietur radix affirmate à conditionariis B coëfficientis unciis, & ita adfecta, ſtatuetur E, unde E minus conditionariis B coëfficientis unciis, æquabitur A. Sub qua nova ſpecie, æquatio primum propoſita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione ſub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Secundo, ſit A poteſtas adſecta per multam homogenei ſub B coëfficiente, & A extremo parodico gradu: quoniam igitur ea adfectio negata eſt, adficietur A negate à conditionariis B coëfficientis unciis, & ita adfecta ſtatuetur eſſe E, unde E plus conditionariis illis B coëfficientis unciis, æquabitur A. Sub qua nova ſpecie, æquatio primum propoſita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione ſub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Poſtremo, ſit homogeneum ſub B coëfficiente, & A extremo gradu, adfectum per multam A poteſtatis: quoniam igitur poteſtas potius adficit quam adficitur, ut pote quæ negatur de homogeneo adfectionis, conditionariæ B coëfficientis unciæ multabuntur A poteſtate, & ſtatuentur eſſe E, unde eædem B coëfficientis unciæ minus radice E, æquabuntur A. Sub qua nova ſpecie, æquatio primum propoſita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione ſub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Exemplum in quadrato.

PRoponatur A quad. + B in A 2, æquari Z plano: quoniam igitur in climacticarum magnitudinum ordine, latus quadrato proxime ſuccedit, proponitur autem hic quadratum adfectum ſub latere, omnino æqualitas plaſmatica eſt, aliundeve efficta. eſt autem affectio illa adfirmata, itaque plaſma fuit per additionem ſemiſſis coëfficientis ſub latere, prout conditio quadrati, quæ poteſtas eſt rationis duplicatæ expoſcit.

Ad tollendum igitur plaſma, fiat expurgatio diahemiſy: & idcirco A + B eſto E, ergo E — B erit A, & conſequenter quadratum abs $\overline{E - B}$ adjunctum plano ſub B 2 in $\overline{E - B}$, æquabitur Z plano, per ea quę proponuntur. Æqualitas igitur de E ſecundum artem ordinetur, omnibus rite peractis, deprehendetur E quad., æquari Z plano + B quad: quæ quidem nova æquatio, pura eſt ab adfectione ſub latere, qua primum propoſita æquatio obruebatur: quum autem innoteſcet E, non poterit A ignorari, propter datam inter eas radices differentiam: præſtat ſiquidem E ipſi A per longitudinem B. Quare factum eſt quod oportuit.

Exem-

Exemplum in cubo.

PRoponatur A cubus + B in A quad. 3 + D plano in A, æquari Z ſolido: quoniam igitur in magnitudinum climacticarum ordine, quadratum cubo proxime ſuccedit, proponitur autem hic cubus adfectus utique ſub quadrato, omnino æqualitas plaſmatica eſt, aliundeve efficta. eſt autem adfectio illa adfirmata, quare plaſma fuit per additionem trientis B coëfficientis, prout conditio cubi, quæ poteſtas eſt rationis triplicatę, expoſcit. Ad tollendum igitur plaſma, fiat expurgatio diatritemorion: & idcirco A + B eſto E. ergo E — B valebit A: & conſequenter, effectus abs $\overline{E - B}$ cubus, adjunctus ſolido abs B 3 in effingendum quoque abs $\overline{E - B}$ quadratum, ac denique adjunctus ſolido abs D plano in $\overline{E - B}$, æquabitur Z ſolido per ea quæ proponuntur. Æqualitas igitur de E ſecundum artem ordinetur, omnibus rite peractis deprehendetur, E cubus $\overline{+ \text{D plano} - \text{B quad. } 3}$ in E, æquari Z ſolido + D plano in B — B cubo 2. Quæ quidem nova æquatio pura eſt ab adfectione ſub quadrato, qua primum propoſita obruebatur: quum autem innoteſcet E, non poterit A ignorari, propter datam inter eas radices differentiam: præſtat ſiquidem E ipſi A, per longitudinem B. Quare factum eſt quod oportuit.

Quod ſi proponitur æqualitas poteſtatis adfectæ per negationem directe, ut quum A quad. — B in A 2. æquatur Z plano: vel A cubus — B in A quad. 3, adæquatur Z ſolido: A — B ſtatuetur eſſe E, & æqualitas de E, ex poſitis veſtigiis ordinabitur.

Si denique proponitur æqualitas poteſtatis adfectæ per negationem inverſe, ut quum B in A 2 — A quad., adæquatur Z plano: vel B in A quad. 3 — A cubo, adæquatur Z ſolido: B — A ſtatuetur eſſe E, & æqualitas de E, ſimiliter ex poſitis veſtigiis ordinabitur.

Sic quadrata omnia adfecta, reducuntur ad pura: adfecti qualitercunque cubi, ad cubos adfectos tantum ſub latere: adfecta qualitercunque quadrato-quadrata, ad quadrato-quadrata adfecta duntaxat ſub latere & quadrato: adfecti qualitercunque quadrato-cubi, ad quadrato-cubos adfectos duntaxat ſub latere, quadrato & cubo: & eo deinceps ordine.

Credebant autem antiqui, quoniam hac reductione, æquationes quadraticas omnino expurgabant, & fœliciter explicabant, in ulterioribus quoque climacticis accidere ut omnino expurgarentur, & à canonica purarum reſolutione negocium omne Mechanicum derivare tentarunt, adeo obſtinate, ut aliunde methodum explicandi æquationes adfectas, non exquiſierint.

Itaque excruciarunt ſe fruſtra & bonas horas Mathematices quam colebant; diſpendio abſumpſerunt. In ſumma methodus illa explicandi æquationes adfectas quadraticas; non eſt catholica: catholica quidem eſt methodus expurgandarum æquationum adfectione ſingulari, ſalva numerorum ſymmetria, ſed non adfectione omni, ut deinceps veterum pertinaciæ non ſit inhærendum.

Juvat autem de ſingulis iſtiuſmodi reductionum formulis, ſingula concepiſſe Theoremata, & ea in artem & uſum proferre, qualia ſunt quæ ſequuntur.

De reductione quadratorum adfectorum ad pura.

Formulæ tres.

I.

SI A quad. + B 2 in A, æquetur Z plano. A + B eſto E. Igitur E quad., æquabitur Z plano + B quad.

Conſectarium.

Itaque, $\sqrt{\overline{\text{Z plani} + \text{B quad.}}}$ — B fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z *planum* 20. *A* 1 N. 1 Q + 2 N, *æquatur* 20. *&* *fit* 1 N. $\sqrt{}$ 21 — 1.

II. Si

II.

Si A quad. − B in A 2, æquetur Z plano. A − B eſto E. Igitur E quad, æquabitur Z plano + B quad.

Conſectarium.

Itaque √ $\overline{\text{Z plani} + \text{B quad.}}$ + B fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N. 1 Q − 2 N, *æquabitur* 20. *& fit* 1 N. √ 21 + 1.

III.

Si D 2 in A − A quad., æquetur Z plano. D − E, vel D + E eſto A. E quad., æquabitur D quad. − Z plano.

Conſectarium.

Itaque, D minus, pluſve √ $\overline{\text{D quad.} - \text{Z plano}}$ fit A, de qua primum quærebatur.

Sit D 5. Z planum 10. A 1 N. 10 N − 1 Q, *æquatur* 20. *& fit* 1 N. 5 − √ 5, *vel* 5 + √ 5.

De reductione cuborum ſimpliciter adfectorum ſub quadrato, ad cubos ſimpliciter adfectos ſub latere.

Formulæ tres.

I.

Si A cubus + B 3 in A quad., æquetur Z ſolido. A + B eſto E. E cubus − B quad. 3 in E, æquabitur Z ſolido − B cubo 2.

1 C + 6 Q, *æquatur* 1600. *eſt* 1 N 10. 1 C − 12 N, *æquatur* 1584. *eſt* 1 N 12.

Ad Arithmetica non incongrue *σημεῖον* aliquod ſuperimponitur notis alteratæ radicis, ad differentiam notarum ejus, de qua primum quærebatur.

II.

Si A cubus − B 3 in A quad., æquetur Z ſolido. A − B eſto E. E cubus − B quad. 3 in E, æquabitur Z ſolido + B cubo 2.

1 C − 6 Q, *æquetur* 400. *eſt* 1 N 10. 1 C − 12 N, *æquatur* 416. *eſt* 1 N 8.

III.

Si B 3 in A quad. − A cubo, æquetur Z ſolido. A − B eſto E. B quad. 3 in E. − E cubo, æquabitur Z ſolido − B cubo 2. Vel B − A eſto E. B quad. 3 in E. − E cubo, æquabitur B cubo 2 − Z ſolido.

21 Q − 1 C, *æquetur* 972. *& eſt* 1 N 9, *vel* 18. 147 N − 1 C, *æquatur* 286. *& eſt* 1 N 2, *vel* 11.

9 Q − 1 C, *æquetur* 28. *& eſt* 1 N 2. 27 N − 1 C, *æquatur* 26. *& eſt* 1 N 1.

De reductione cuborum adfectorum tam ſub quadrato quam latere, ad cubos adfectos ſimpliciter ſub latere.

Formulæ ſeptem.

I.

Si A cubus + B 3 in A quad. + D plano in A, æquetur Z ſolido. A + B eſto E. E cubus $\overline{+ \text{D plano} - \text{B quad. } 3}$ in E æquabitur Z ſolido + D plano in B − B cubo 2.

1 C + 30 Q + 330 N, *æquetur* 788. *& eſt* 1 N 2. 1 C + 30 N, *æquatur* 2088. *& eſt* 1 N 12.

1 C +

1 C + 24 Q + 132 N, *æquetur* 368. *& est* 1 N 2. 1 C − 60 N, *æquatur* 400. *& est* 1 N 10.

1 C + 30 Q + 4 N, *æquetur* 1320. *& est* 1 N 6. 296 N − 1 C, *æquatur* 640. *& est* 1 N 16.

II.

Si A cubus + B 3 in A quad. − D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus $\overline{-\text{B quad. }3-\text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido − B cubo 2 − D plano in B.

1 C + 6 Q − 48 N, *æquetur* 512. *& est* 1 N 8. 1 C − 60 N, *æquatur* 400. *& est* 1 N 10.

1 C + 30 Q − 48 N, *æquetur* 32. *& est* 1 N 2. 348 N − 1 C, *æquatur* 2448. *& est* 1 N 12.

III.

Si A cubus − B 3 in A quad. + D plano in A, æquetur Z solido. A − B esto E. E cubus $\overline{-\text{B quadr. }3+\text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + B cubo 2 − D plano in B.

1 C − 30 Q + 330 N, *æquetur* 1368. *& est* 1 N 12. 1 C + 30 N, *æquabitur* 68. *& est* 1 N 2.

1 C − 12 Q + 28 N, *æquetur* 80. *& est* 1 N 10. 1 C − 20 N, *æquatur* 96. *& est* 1 N 6.

1 C − 18 Q + 88 N, *æquetur* 80. *& est* 1 N 10. 20 N − 1 C, *æquatur* 16. *& est* 1 N 4.

Vel B − A esto E. $\overline{\text{B quad. }3-\text{D plano}}$ in E − E cubo, æquabitur Z solido + B cubo 2 − D plano in B.

1 C − 30 Q + 200 N, *æquetur* 336. *& est* 1 N 6. 100 N − 1 C, *æquatur* 336. *& est* 1 N 4.

1 C − 30 Q + 280 N, *æquetur* 704. *& est* 1 N 4. 1 C − 20 N, *æquatur* 96. *& est* 1 N 6.

1 C − 30 Q + 330 N, *æquetur* 1232. *& est* 1 N 8. 1 C + 30 N, *æquatur* 68. *& est* 1 N 2.

IV.

Si A cubus − B 3 in A quad. − D plano in A, æquetur Z solido. A − B esto E. E cubus $\overline{-\text{B quad. }3-\text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + B cubo 2 + D plano in B.

1 C − 6 Q − 28 N, *æquetur* 120. *& est* 1 N 10 1 C − 40 N, *æquatur* 192. *& est* 1 N 8.

V.

Si D planum in A − B 3 in A quad. − A cubo, æquetur Z solido. A + B esto E. $\overline{\text{D planum }+\text{ B quad. }3}$ in E − E cubo, æquabitur Z solido + B cubo 2 + D plano in B.

100 N − 30 Q − 1 C, *æquetur* 72. *& est* 1 N 2. 400 N − 1 C, *æquatur* 3072. *& est* 1 N 12.

VI.

Si B 3 in A quad. + D plano in A − A cubo, æquetur Z solido. A − B esto E. $\overline{\text{D planum }+\text{ B quad. }3}$ in E − E cubo, æquabitur Z solido − D plano in B − B cubo 2.

18 Q + 92 N − 1 C, *æquetur* 1720. *& est* 1 N 10. 200 N − 1 C, *æquatur* 736. *& est* 1 N 4.

Vel B − A esto E. $\overline{\text{D planum }+\text{ B quad. }3}$ in E − E cubo, æquabitur B cubo 2 + D plano in B − Z solido.

30 Q + 100 N − 1 C, *æquetur* 1464. *& est* 1 N 6. 400 N − 1 C, *æquatur* 1536. *& est* 1 N 4.

VII.

Si B 3 in A quad. − D plano in A − A cubo, æquetur Z solido. A − B esto E. $\overline{\text{B quad. }3-\text{D plano}}$ in E − E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B − B cubo 2.

18 Q — 78 N — 1 C, *æquetur* 20. *& eſt* 1 N 10. 30 N — 1 C, *æquabitur* 56. *& eſt* 1 N 4.

12 Q — 18 N — 1 C, *æquetur* 20. *& eſt* 1 N 10. 1 C — 30 N, *æquabitur* 36. *& eſt* 1 N 6.

Vel B — A eſto E. $\overline{\text{B quad. 3} - \text{D plano}}$ in E — E cubo, æquabitur B cubo 2 — D plano in B — Z ſolido.

30 Q — 100 N — 1 C, *æquetur* 264. *& eſt* 1 N 6. 200 N — 1 C, *æquabitur* 736. *& eſt* 1 N 4.

Ut autem expurgatione per uncias eaſque ſimplices, liberantur æquationes adfectione ſub gradu qui in climacticorum ordine poteſtatem proxime ſubſequitur, ſic interdum per uncias triangulares & pyramidales & ex iis compoſitas, poſſunt æquationes liberari adfectione ſub gradibus inferioribus reliquis, conſiderata coëfficiente ſubgraduali, ut poteſtate, ſuæque radicis tot uncias adſumendo, quot requirit dicta geneſis poteſtatum purarum à binomia radice. Ut enim coëfficientes radici de qua quæritur homogeneæ, per uncias ſimplices taxantur; ſic homogeneæ radicis quadrato, per uncias triangulares; cubo, per pyramidales; & eo continuo ordine.

Proponatur A cubus adfectus ſub A & B quadrato, ſumetur ad expurgationem triens B.

Et ſi proponatur A quadrato-quadratum adfectum ſub A quadrato & B quadrato, ſumetur ad expurgationem illius adfectionis ſextans B.

Et ſi proponatur A quadrato-cubus adfectus ſub A cubo & B quadrato, ſumetur ad expurgationem decima pars B: nempe ſunt numeri triangulares. 3. 6. 10. 15.

Proponatur autem A quadrato-quadratum adfectum ſub A & B cubo, ſumetur ad expurgationem illius adfectionis quadrans B.

Et ſi proponatur A quadrato-cubus, adfectus ſub A quadrato & B cubo, ſumetur ad expurgationem decima pars B: nempe ſunt numeri pyramidales 4. 10. 20. 35.

Quæ quemadmodum ad ulteriora poſſint aptari, ſatis fit manifeſtum. Valet autem illa unciarum triangularum, pyramidalium & ex iis compoſitarum expurgatio, dum illa ea adfectione qua liberanda proponitur, obruitur æqualitas: in ejus autem adfectionis deletæ locum, ſuccedunt adfectiones ſingulæ ſub aliis gradibus reliquis.

Caput II.

De tranſmutatione Πρῶτον-ἔσχατον, quæ remedium eſt adverſus vitium negationis.

Æquationes in quibus homogenea adfectionum validiora negantur de poteſtate, utiliter per tranſmutationem Πρῶτον-ἔσχατον, emendantur: ea fit per analogiam rationis implicitæ, applicando homogeneum comparationis ad ipſam radicem de qua quæritur. Vnde oritur incerta alia radix, ſub cujus ſpecie, æquationem primum propoſitam liceat dirigere, & novam ordinare.

Sic enim adfectiones illic negatæ, tranſeunt hic in affirmatas, & è contra, ſalva numerorum ſymmetria. prodeſt etiam interdum ad aſymmetrias.

Nomen autem Πρῶτον-ἔσχατον ſortita eſt, ab eo ad quem propoſita primum æquatio revocatur, analogiſmo: quoniam in ejus formula, terminus de quo primum quærebatur, eſt primus; is qui poſt metamorphoſin primus, fit

fit poſtremus; vel è converſo. quæ quoniam ex ipſa operis formula, facilius percipiuntur.

Proponatur A cubus — B plano in A, æquari Z ſolido. Sit autem explicanda æqualitas. Quoniam igitur Z ſolidum, poteſtas eſt adfecta negate, de negatis autem ars non ſtatuitur, quæ proponitur æquatio in explicabilem primum tranſmutanda eſt, qualis quæ adficietur adfirmate. Quocirca $\frac{\text{Z ſolidum}}{\text{A}}$ eſto E planum, ergo $\frac{\text{Z ſolidum}}{\text{E plano}}$ erit A. unde ex iis quæ proponuntur. $\frac{\text{Z ſolido-ſolido-ſolidum}}{\text{E plano-plano-plano}} - \frac{\text{B plano in Z ſolidum}}{\text{E plano}}$, æquabitur Z ſolido. Ducantur omnia in E plano-plano-planum, Z ſolido-ſolido-ſolidum — B plano in Z ſolidum in E plano-planum, æquabitur Z ſolido in E plano-plano-planum. Et omnibus per Z ſolidum diviſis, adhibitaque congrua antitheſi, E plano-plano-planum + B plano in E plano-planum, æquabitur Z ſolido-ſolido.

ALITER.

E plani-cubus + B plano in E plani-quad., æquabitur Z ſolidi-quadrato. Quæ æquatio omnino explicabilis eſt, ex tradita analyſi poteſtatum cubicarum, quæ adficiuntur ſub data coëfficiente adfirmate. Innoteſcit igitur E planum, ad quod quum applicabitur Z ſolidum, exurget A de qua primum quærebatur.

Analogiſmus autem æqualitatis de A enunciativus, erat

Ut A ad √ c. Z ſolidi, ita √ c. Z ſolido-ſolidi ad A quadratum — B plano, hoc eſt ad E planum, quo pertinet nominis Πρῶτον-ἔσχατον notatio.

Proponatur 1 C — 96 N, æquari 40. Efficta $\frac{40}{1\text{ N}}$ eſſe 1 N. 1 C + 96 Q, æquabitur 1600. & fit 1 N 4. Quare $\frac{40}{4}$ ſeu 10. eſt radix primum quæſita.

Et ſi accidat in propoſita primum æquatione cubica, homogeneum comparationis eſſe in ſua ſoliditate irrationale, ſed facultate velut quadratica rationale, ea aſymmetria in æquatione nova evaneſcet.

Proponatur 1 C — 10 N, æquari √ 48. Efficta $\frac{\sqrt{48}}{1\text{ N}}$ eſſe 1 N. 1 C + 10 Q, æquabitur 48. & fiet 1 N 2. Quare $\frac{\sqrt{48}}{2}$ ſeu √ 12. eſt radix primum quæſita.

Rurſus proponatur A quad.-quad. — B in A cubum — D plano in A quad., æquari Z plano-plano. Sit autem explicanda æqualitas. Quoniam igitur Z plano-planum eſt poteſtas adfecta negate, de negatis autem ars non ſtatuitur; quæ proponitur æquatio in explicabilem tranſmutanda eſt qualis quæ adficietur adfirmate. Quocirca $\frac{\text{Z plano-planum}}{\text{A}}$ eſto E ſolidum. Ergo $\frac{\text{Z plano-planum}}{\text{E ſolido}}$ erit A. Itaque ex iis proponuntur. $\frac{\text{Z plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-planum}}{\text{E ſolido-ſolido-ſolido-ſolido}} - \frac{\text{B in Z plano-plano-plano-plano-plano-planũ}}{\text{E ſolido-ſolido-ſolido}} - \frac{\text{D plano in Z plano-plano-plano-planũ}}{\text{E ſolido-ſolido}}$ æquabitur Z plano-plano. Ducantur omnia in E ſolido-ſolido-ſolido-ſolidum; Z plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-planum — B in Z plano-plano-plano-plano-plano-planum in E ſolidum — D plano in Z plano-plano-plano-planum in E ſolido-ſolidum, æquabitur Z plano-plano in E ſolido-ſolido-ſolido-ſolidum. Et omnibus per Z plano-planum diviſis, adhibitaque antitheſi. E ſolidi quad.-quad. + D plano in Z plano-planum in E ſolidi-quad. + B in Z plano-plano-plano-planum in E ſolidum, æquabitur Z plano-plani cubo.

Proponatur 1 QQ — 3 C — 8 Q, æquari 50. Efficta $\frac{50}{1\text{ N}}$ eſſe 1 N. 1 QQ + 400 Q + 7500 N, æquabitur 125000. & fiet 1 N 10. Quare $\frac{50}{10}$ ſeu 5, eſt radix primum quæſita.

Et ſi accidat in propoſita primum æquatione quadrato-quadratica, homogeneum comparationis eſſe in ſua plano-planitie irrationale, ſed facultate veluti cubica rationale, ea aſymmetria in æquatione nova evaneſcit.

Proponatur 1 QQ — 8 N, æquari √ c. 80. Efficta $\frac{\sqrt{c.\,80}}{1\text{ N}}$ eſſe 1 N. 1 QQ + 8 C, æquabitur 80. & fit 1 N 2. Quare $\frac{\sqrt{c.\,80}}{2}$ ſeu √ c 10. eſt radix primum quæſita.

Tranſmutationis Πρῶτον-ἔσχατον opus dum retexitur in has prorſus recidit, ideo retinendas & ordinandas præceptiones.

I.

In quadratis affectis, homogeneum comparationis invariatum consistito: in cubis ducitor quadratice: in quadrato-quadratis, cubice: in quadrato-cubis, quadrato-quadratice: in cubo-cubis, quadrato cubice: & ita deinceps.

II.

Homogenea sub gradibus adficientia negate, in homogenea sub gradibus reciprocis adficientia affirmate transeunto: & è contra, adficientia adfirmate in afficientia negate.

III.

Coëfficiens adfectionis sub latere, invariata consistat.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato, ducitor in homogeneum comparationis.

Coëfficiens adfectionis sub cubo, in homogenei comparationis quadratum.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato-quadrato, in homogenei comparationis cubum.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato-cubo, in homogenei comparationis quadrato-quadratum. & ita deinceps.

IV.

Atque ad cognitam radicem potestatis ita noviter adæquatæ, dum applicabitur homogeneum comparationis pertinens ad æquationem quæ proponebatur, restituere latus de quo primum quęrebatur pronunciato.

Plane quęcunque magnitudo ad novam quærendam radicem applicetur, ita ut ex ea applicatione oriatur radix de qua primum quęritur, si sub ea specie dirigatur proposita æquatio, & secundum artem transmutetur, semper adfectiones quę erant negatę, transibunt in adfirmatas salva numerorum symmetria: sed ideo convenientior est applicatio homogenei comparationis, ne forte accidens fractionis novam rursus exigat reductionem in Arithmeticis, at in Geometricis, fœlicius applicatur magnitudo homogenea quadrato radicis de qua quæritur.

Proponatur A cubus — B in A quad., æquari B in Z quad. $\frac{B \text{ in } Z}{E}$ esto A. E cubus + B quad. in E, æquabitur B quad. in Z.

CAPUT III.

De Anastrophe.

Aut quemadmodum adversus vocum ἀμφιβολίας *in æquationibus correlatis, ex data radice unius habetur alterius notitia.*

ANastrophe est æquationum inverse negatarum in suas correlatas transmutatio, ita instituta, ut quæ prima proponitur æquatio, ea ope suæ correlatæ per irregularem climacticum descensum, reducatur ad depressiorem, ideoque magis explicabilem. pertinet ad vitandum tanquam in æqualitatibus inverse negatis accidere diximus, amphiboliam, & dysmechanian, in cubicis, quad. cubicis & exinde per binos alternos gradus climacticis. Quod enim ad quadraticas, quadrato-quadraticas, & exinde per binos alternos gradus climacticos attinet, earum reductioni non proficit anastrophe, verum recurrendum est ad Climacticam Paraplerosin, de qua dicetur suo loco.

Ana-

Anastrophes opus ita perficitur: primum potestati radicis de qua quæritur, adjicitur potestas radicis æque-alta, talium enim potestatum aggregatum, commode divisionem recipit in prædicto climactericarum ordine. deinde homogeneum comparationis, una cum translatis adfectionum homogeneis & addita potestate, comparatur effictæ magnitudini, quæ eandem divisionem recipiat: qua comparatione inciditur in æqualitatem correlatam, vel affirmatam, vel negatam directe. Cæterum addititię potestatis radice cognita, oriundę magnitudines ex una parte, oriundis magnitudinibus ex altera comparantur commode, & æqualitas alioquin δυσμηχάνη, per medium εὐμηχανωτέρης, deprimitur in εὐμηχανίστως: quod ut exemplis fiat apertius, primum ad anastrophen cubicarum.

PROBLEMA I.

PRoponatur B planum in A — A cubo, æquari Z solido.

Quoniam igitur de solido negatur cubus, anceps æquatio est, neque ad Analysin idonea: vitanda igitur ambiguitas est & dysmechania: quocirca fiat anastrophe, atque idcirco ex iis quæ proponuntur, adhibita metathesi, A cubus æquatur B plano in A — Z solido. Vtrique parti addatur E cubus. ergo A cubus + E cubo, æquabitur B plano in A + E cubo — Z solido.

Prima autem æquationis pars commode divisionem recipit ab A + E, ad aggregatum enim laterum, dum applicatur aggregatum cuborum, oritur aggregatum quadratorum, minus rectangulo à lateribus, quare orietur ex ea applicatione, A quad. — E in A + E quad. Restat igitur ut altera æqualitatis pars, applicata ad A + E, faciat aliquod datum planum jam ortis reliquis comparandum, id autem commode fiet, si in locum E cubi — Z solido, substitueretur B planum in E, nascetur enim B planum. Æquivaleat igitur ut substituatur: quoniam igitur E cubus — Z solido, adæquatur ex hypothesi B plano in E. ergo per antithesin E cubus — B plano in E, æquabitur Z solido.

Itaque A quad. — E in A + E quad., æquabitur B plano. Nota igitur sit E ex Analysi, adhibita per antecedens caput decenti pręparatione, utpote esto illa D, ergo. A q. — A in D + D quad., æquabitur B plano. & ordinando, D in A — A quad., æquabitur D quad. — B plano.

Æquatio igitur inverse negata, in negatam directe, ejusdem ordinis transmutata est, ita ut data radice novę æquationis, fiat climacticus irregularis descensus in depressiorem, de radice primum proposita explicabilem: quod opus dicitur anastrophe, & faciendum erat. Hinc ordinatur

THEOREMA I.

SI B planum in A — A cubo, æquatur Z solido, igitur E cubus — B plano in E, æquabitur Z solido. E autem innotescat esse D: D in A — A quad., æquabitur D quad. — B plano.

39 N — 1 C, æquatur 70. Igitur 1 C — 39 N, æquabitur 70, & fit tum 1 N 7. Itaque 7 N — 1 Q, æquabitur 10. & ista est radix primum quæsita, & fit 2 vel 5.

PROBLEMA II.

SEd proponatur B in A quad. — A cubo, æquari Z solido. Oportet anastrophen facere.

Ex iis igitur quæ proponuntur, adhibita congrua metathesi. A cubus, æquabitur B in A quad. — Z solido, & utrique æqualitatis parti addendo E cubum, A cubus + E cubo, æquabitur B in A quad. + E cubo — Z solido.

At vero Z solidum — E cubo, æquetur B in E quad., id est E cubus + B in E quad., æquetur Z solido. A cubus + E cubo, æquabitur B in A quad. — B in E quad.

Consequenter oportet solidum adfectum adjunctione cubi reducere: omnia dividantur per A + E. igitur, A quad. — E in A + E quad., æquabitur B in $\overline{A - E}$.

Innotescat autem E esse D ex analysi, atque adeo ordinetur quadratica æquatio. Ergo B in A + D in A — A quad., æquabitur D quad. + B in D.

Æquatio igitur inverso negata, in adfirmatam ejusdem ordinis transmutata est, ita ut data radice novę æquationis, fiat irregularis descensus, in depressiorem, quod opus dicitur anastrophe, & faciendum erat. Hinc ordinatur

THEOREMA II.

SI B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido, & E cubus + B in E quad., æquetur Z solido. E autem innotescat esse D. $\overline{D + B}$ in A — A quad., æquabitur B in D + D quad.

7 Q — 1 C, æquatur 36. igitur 7 Q + 1 C, æquatur 36. & fit hic 1 N 2. quare 9 N — 1 Q, æquabitur 18. & ista 1 N, est radix primum quæsita, & fit 3 vel 6.

Secundo ad anastrophen quadrato-cubicarum.

PROBLEMA III.

PRoponatur B plano-planum in A — A quadrato-cubo, æquari Z plano-solido. Oportet anastrophen facere.

Ab E — A effingatur quadrato-quadratum, singularia effecta plano-plana simpliciter sumpta nec repetita, erunt E quad. quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in E + A quad. quad. Ducantur in E + A, fit E quad.-cubus + A quad.-cubo.

At ex iis quę proponuntur, A quad. cubus valet B plano-planum in A — Z plan. solido, quare E quad.-cubus + A quad.-cubo, æquabitur E quad.-cubo + B plano-plano in A — Z plano-solido.

Vtraque pars applicetur ad E + A. Ex prima igitur æquationis parte oritur, E quad. quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in E + A quad. quad. ut ratio compositionis indicat.

At quid oriatur ex secunda non liquet: sed sane comparetur tali plano-solido, ut plano-planum ortivum non possit ignorari.

Quare B plano-planum in E + B plano-plano in A, æquetur alteri ejus parti, videlicet. E quad.-cubo + B plano-plano in A — Z plano-solido.

Ergo deleta utrinque affectione sub A gradu, & facta congrua antithesi, E quad.-cubus — B plano-plano in E, æquabitur Z plano-solido.

Et quum innotescet E esse D: pronunciabitur D quad. quad. — D cubo in A + D q. in A quad. — D in A cubum + A quad. quad., æquari B plano-plano. & æqualitate secundum artem ordinata. D cubus in A — D quad. in A quad. + D in A cubum — A quad. quad., æquari D quad. quad. — B plano-plano.

Facta est igitur anastrophe sicut imperabatur. Hinc ordinatur

THEOREMA III.

SI B plano-planum in A — A quad.-cubo, æquetur Z plano-solido, & E quad. cubus — B plano-plano in E, æquetur Z plano-solido. E autem innotescat esse D: D cubus in A — D quad. in A quad. + D in A cubum — A quad. quad., æquabitur D quad. quad. — B plano-plano.

11 N — 1 QC, æquetur 10. Igitur 1 QC — 11 N, æquabitur 10. & hic fit 1 N 2. Quare 8 N — 4 Q + 2 C — 1 QQ, æquabitur 5. & ista 1 N est radix primum quæsita, & fit 1.

PROBLEMA IV.

SI proponatur B in A quad. quad. — A quad.-cubo, æquari Z plano-solido. Oportet rursus anastrophen facere.

Ergo per congruam metathesin, & E quadrato-cubi communem adjunctionem A quad. cubus

cubus + E quad.-cubo, æquatur B in A quad.quad. — Z plano-solido + E quad.-cubo. Vtraque pars applicetur ad A + E: illic oritur E quad.quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in E + A quad. quad. Quod si B in A quad. quad. — B in E quad. quad., æquetur alteri parti.

Ea quoque commodam divisionem recipiet ab A + E, orietur enim, B in A cubum — B in A quad. in E + B in E quad. in A — B in E cubum. Adæquetur ergo, & ea propter ut æqualitas rite ordinetur, E quad.-cubus + B in E quad. quad. statuitor Z plano-solido æquale, & E innotescat esse D. tandem igitur, D quad.-quad. — D cubo in A + D quad. in A quad. — D in A cubo + A quad. quad., æquatur B in A cubum — B in A quad. in D + B in D quad. in A — B in D cubum, & omnia ordinando, B in D quad. in A + D cubo in A — B in D in A quad. — D quad. in A quad. + B in A cubum + D in A cubum — A quad.-quad., æquatur B in D cubum + D quad. quad.

Itaque facta est anastrophe, sicut imperabatur. Hinc ordinatur

THEOREMA IV.

Si B in A quad.quad. — A quad. cubo, æquetur Z plano-solido, & E quad. cubus + B in E quad. quad., æquetur Z plano-solido. E autem innotescat esse D: $\overline{\text{B in D quad.} + \text{D cubo}}$ in A $\overline{- \text{B in D} - \text{D quad.}}$ in A quad. $\overline{+ \text{B} + \text{D}}$ in A cubum — A quad. quad., æquabitur B in D cubum + D quad. quadrato.

11QQ — 1QC, æquetur 10000. Igitur 11QQ + 1QC, æquabitur 10000. & fit 1 N 5. Quare 400 N — 80Q + 16 C — 1QQ, æquabitur 2000. & ista 1 N. est radix primum quæsita, & fit 10.

Vsurpatur quoque anastrophe contraria interdum via, ut quum in æquatione ambigua, contingit unam radicum dari è duabus pluribusve, de quibus æquatio potest explicari: repetuntur anastrophes vestigia ad assequendum radicem correlatę, variaque fluunt inde & ordinantur Theoremata, qualia sunt in cubis.

THEOREMA V.

Si A cubus — B plano in A, æquetur Z solido, & rursus B plan. in E — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D: A quad. — D in A, æquabitur B plano — D quadrato.

Quoniam enim A cubus — B plano in A, æquatur Z solido. Et rursus B planum in D — D cubo, æquatur Z solido. Ergo A cubus — B plano in A, æquabitur B plano in D — D cubo, & per metathesin A cubus + D cubo, æquabitur B plano in A + B plano in D. Vtraque pars æquationis dividitor per A + D, fit A quad. + D quad. — D in A, æquale B plano.

Qua æquatione secundum artem concepta, A quad. — D in A, æquatur B plano — D quad. Vt est ordinatum.

Si 1C — 8 N, æquetur 7. Igitur 8 N — 1C, æquabitur 7. & quoniam 1 N potest esse 1. 1Q — 1 N, æquabitur 7. unde radix primum quæsita fit $\sqrt{\frac{29}{4}} + \frac{1}{2}$.

THEOREMA VI.

Si B in A quad. + A cubo, æquetur Z solido, & rursus B in E quad. — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D: A quad. $\overline{+ \text{B} - \text{D}}$ in A, æquabitur, B in D — D quadrato.

Quoniam enim B in A quad. + A cubo, æquatur Z solido, & rursus B in D quad. — D cubo, æquatur Z solido.

Ergo B in A quad. + A cubo, æquabitur B in D quad. — D cubo, & per metathesin D cubus + A cubo; æquabitur $\overline{\text{B}}$ in $\overline{\text{D quad.} - \text{A quad.}}$ utraque pars æquationis dividitor per D + A, fit D quad. + A quad. — D in A, æquale B in $\overline{\text{D} - \text{A}}$. qua æquatione secundum artem concepta, A quad. $\overline{+ \text{B} - \text{D}}$ in A, æquabitur B in D — D quad. Vt est ordinatum.

Si 9Q + 1C, æquetur 8. Igitur 9Q — 1C, æquabitur 8. & quoniam 1 N potest esse 1. 1Q + 8 N, æquatur 8. unde radix primum quæsita fit $\sqrt{24} - 4$.

Quibus

Quibus Theorematis finitima ſunt ea, quibus ex data una ambiguarum radicum, habetur alterius comitis notitia: nempe

Theorema VII.

Si B planum in A — A cubo, æquetur Z ſolido, & rurſus B planum in E — E cubo, æquetur Z ſolido. Innoteſcat autem E eſſe D: A quad. + D in A, æquabitur B plano — D quadrato.

Quoniam enim B planum in A — A cubo, æquatur Z ſolido, & rurſus B planum in D — D cubo, æquatur Z ſolido. Igitur B planum in A — A cubo, æquabitur B plano in D — D cubo, & per metatheſin, A cubus — D cubo, æquabitur B plano in A — B plano in D, & utraque æquationis parte per A — D diviſa, fit A quad. + D quad. + D in A, æquale B plano. Qua æquatione ſecundum artem concepta, A quadr. + D in A, æquatur B plano — D quadrato.

Si 8 N — 1 C, æquetur 7. poteſt 1 N eſſe 1. Quare 1 Q + 1 N, æquatur 7. & rurſus fit 1 N $\surd \frac{29}{4} - \frac{1}{2}$.

Theorema VIII.

Si B in A quad. — A cubo, æquetur Z ſolido, & rurſus B in E quad. — E cubo, æquetur Z ſolido. Innoteſcat autem E eſſe D. A quad. $\overline{+ D - B}$ in A, æquabitur B in D — D quad.

Quoniam enim B in A quadr. — A cubo, æquatur Z ſolido, & rurſus B in D quadr. — D cubo, æquatur Z ſolido: igitur B in A quad. — A cubo, æquatur B in D quad. — D cubo, & per metatheſin, A cubus — D cubo; æquabitur B in $\overline{\text{A quadr.} - \text{D quadr.}}$ Vtraque pars æquationis dividitor per A — D, fit A quad. + D quad. + D in A, æquale B in A + B in D. Qua æquatione rite concepta, A quad. + D in A — B in A, æquabitur B in D — D quadrato. ut eſt ordinatum.

Si 9 Q — 1 C, æquetur 8. poteſt 1 N eſſe 1. Quare 1 Q — 8 N, æquabitur 8. & rurſus fit 1 N $\surd 24 + 4$.

Capvt IV.

De Iſomœria, adverſus vitium fractionis.

Isomœria eſt ſpecies tranſmutationis per multiplicationem, ita inſtituta, ut æqualitates à fractis numeris quibus laborant liberentur.

Reducuntur videlicet fractiones ad eandem denominationem, ex lege Logiſtices.

Deinde fit ductio homogenei communis denominatoris, vel ortorum ab eo graduum, in datas coëfficientes, datumque homogeneum comparationis.

Radices ducantur in coëfficientes longitudines, quadrata in coëfficientes planas homogeneave datæ menſuræ plana, cubi in parabolas ſolidas homogeneave datæ menſuræ ſolida, & eo conſtanti ordine.

Quodque fit ex denominatore communi, & radice æqualitatis propoſitæ, eſt radix æqualitatis ita præparatæ.

Interdum etiam evenit, ut multiplicatione iſomœrica non opus ſit, ſed diviſione: applicantur videlicet coëfficientes longitudines ad radices coëfficientis planæ, homogeneæque datæ menſuræ ſolidæ ad cubos, & eo conſtanti ordine, quodque oritur ex applicatione radicis ad communem denominatorem, eſt radix æqualitatis ita præparatæ: fundamentum autem ſuum habet & demonſtrationem, ex ſymbolo æqualitatum, quo cavetur, ſi æqua-si æqualia per æqualia multiplicentur vel dividantur, facta vel orta esse æqualia.

Ita enim fecisse isomœriam in summa nihil aliud est, quam propositæ æqualitatis potestatem, & adfectionum & comparationis homogenea per eundem terminum multiplicasse, aut divisisse, multiplicationis autem paratior usus est quam divisionis.

Proponatur siquidem, A cubus + $\frac{\text{B solido in A}}{\text{D}}$, æquari Z solido. Oportet jam æqualitatem à fractionibus quibus laborat, liberare. D in A esto E planum, ergo $\frac{\text{E planum}}{\text{D}}$ erit A. Quare $\frac{\text{E plani cubus + B solido in D in E planum}}{\text{D cubo}}$, æquabitur Z solido. Omnia per D cubum ducantur, ergo E plani cubus + B solido in D in E planum, æquabitur Z solido in D cubum.

1 C + $\frac{3}{2}$ N, æquetur 225. Igitur κατ' ἰσομοιρίαν 1 C + 6 N, æquabitur 1800. & radix præparata ad radicem propositæ se habet ut 2 ad 1. Itaque quum sit hic 12, illic erit 6.

Et si proponatur A cubus + $\frac{\text{B solido in A}}{\text{D}}$, æquari $\frac{\text{Z plano-plano}}{\text{D}}$. Ipsismet vestigiis E plani cubus + B solido in D in E planum, æquabitur Z plano-plano in D quadratum.

1 C + $\frac{3}{2}$ N, æquetur $\frac{265}{2}$. Igitur κατ' ἰσομοιρίαν, 1 C + 6 N, æquabitur 1060. & quum sit hic 1 N 10, illic erit 5.

Et si proponatur A cubus + $\frac{\text{B plano in A quad.}}{\text{D}}$, æquari Z solido. Iisdem vestigiis E plani cubus + B plano in E plani quad., æquabitur Z solido in D cubum.

1 C + $\frac{3}{2}$ Q, æquetur 270. Igitur κατ' ἰσομοιρίαν, 1 C + 3 Q, æquabitur 2160. & quum sit hic 1 N 12, illic erit 6.

Et si proponatur A cubus + $\frac{\text{B plano in A quad.}}{\text{D}}$, æquari $\frac{\text{Z plano-plano.}}{\text{D}}$ Iisdem vestigiis E plani cubus + B plano in E plani quad., æquabitur Z plano-plano in D quadratum.

1 C + $\frac{3}{2}$ Q, æquetur $\frac{325}{2}$. Igitur κατ' ἰσομοιρίαν, 1 C + 3 Q, æquabitur 1300. & quum sit hic 1 N 10, illic erit 5.

Sed proponatur A cubus + $\frac{\text{B solido in A}}{\text{D}}$, æquari $\frac{\text{Z plano-solido.}}{\text{H plano.}}$ D in H planum in A, esto E plano-planum, ergo $\frac{\text{E plano-planum}}{\text{D in H planum}}$ erit A.

Quare E plano-plani cubus + $\frac{\text{D in H plano-planum in B solidum in E plano-planum}}{\text{D cubo in H plano-plano-planum}}$ æquabitur $\frac{\text{Z plano-solido.}}{\text{H plano}}$. Omnia per D cubum in H plano-plano-planum ducantur, ergo E plano-plani cubus + B solido in D in H plano-planum in E plano-planum, æquabitur Z plano-solido in D cubum in H plano-planum.

1 C + $\frac{11}{12}$ N, æquetur $\frac{19}{4}$. Igitur κατ' ἰσομοιρίαν 1 C + 2112 N, æquabitur 525312. & radix præparata ad radicem propositæ se habet ut 48 ad 1. Itaque quum sit hic 1 N 72, illic erit $\frac{3}{2}$.

Poterit autem ad eandem fractionem quoque reduci.

1 C + $\frac{11}{12}$ N, æquetur $\frac{57}{12}$. Vnde per opus ἰσομοιρίαν, 1 C + 132 N, æquabitur 8208. & radix præparata ad radicem propositæ, se habet ut 12 ad 1. Itaque quum sit hic 1 N 18, illic erit $\frac{3}{2}$. Quod est præparatam primum æqualitatem divisisse ἰσομοιρικῶς per 4.

1 C + 2112 N, æquetur 525312. igitur isomœrica divisione, 1 C + $\frac{2112}{16}$ N, æquabitur $\frac{525312}{64}$ id est 1 C + 132 N, æquabitur 8208, & quum sit illic 1 N 72, hic erit 18. quia radix isomœricæ divisionis est 4.

Opus isomœricæ divisionis ita evidens fit.

Proponatur E plani-cubus + G in D in E plani-quad. + B plano in D quad. in E planum, æq Z sol. in D cub. $\frac{\text{E planum}}{\text{D}}$ esto A. igitur D in A erit E planum. Quare D cubus in A cubum + G in D in D quad. in A quad. + B plano in D quad. in D in A, æquabitur Z solido in D cubum. Omnia dividantur per D cubum, ergo A cubus + G in A quad. + B plano in A, æquabitur Z solido.

1 C + 12 Q + 8 N, æquetur 2280. & fit 1 N 10. Dividantur omnia ἰσομοιρικῶς per 2. & congrua ab ea radice scansilia, ergo 1 C + $\frac{12}{2}$ Q + $\frac{8}{4}$ N, æquabitur $\frac{2280}{8}$ & fit 1 N $\frac{10}{2}$, id est 1 C + 6 Q + 2 N, æquabitur 285. & fiet 1 N 5..

Sic in potestatibus non adfectis 1 C, æquetur 1728. & fit 1 N 12. 1 C æquabitur $\frac{1728}{216}$. & fiet 1 N $\frac{12}{6}$. Id est 1 C, æquabitur 8. & fiet 1 N 2.

Est autem in Analysibus opus illud magni interdum compendii.

CAPVT V.

De Symmetrica Climactiſmo adverſus vitium aſymmetriæ.

SYmmetrica Climactiſmus eſt ſpecies adſcenſus climactici: adſcenſum autem climacticum regulariter fere expoſuimus, quum utraque propoſitæ æqualitatis pars attollitur climactice, quadratica quum quadratice, cubica quum cubice, & eo in infinitum ordine ſecundum gradus poteſtatum. & quum aliqui æqualitatis propoſitæ numeri ſunt aſymmetri, & ita diſponuntur, ut quæ irrationali numero concepta eſt magnitudo, faciat unam æqualitatis partem, reliquæ reliquam, idque ſi res poſtulaverit iteratur, omnis tandem aſymmetria evaneſcit, & æqualitas interea manet illibata, quum facta ab æqualibus ſint æqualia: quod opus, id ipſum eſt quod vocatur ſymmetrica climactiſmus.

Proſunt tamen alia quoque multa adverſus aſymmetriam, ut pote ipſa interdum iſomœria, variæque tranſmutandarum æqualitatum, ex ipſamet conſtitutione per Zeteſin ediſcendæ & ordinandæ formulæ.

De ſymmetrica climactiſmo exemplum.

PRoponatur A cubus — B plano in A, æquari √ Z ſolido-ſolidi. Oportet eam æqualitate aſymmetria expurgare.

Quoniam igitur aſymmetria eſt in planitie, quadrentur omnia, igitur A cubo-cubus + B plano-plano in A quad — B plano in A quad. quad. 2, æquatur Z ſolidoſolido. Ergo factum eſt quod oportuit.

1 C — 2 N, *æquetur* √ 1200. *Igitur* 1 C + 4 N — 4 Q, *æquabitur* 1200. *& fit* 1 N 12. *quadratum radicis de qua quæritur.*

Poterat autem reduci ad ſymmetriam per Πρῶτον-ἔσχατον.

1 C — 2 N, *æquetur* √ 1200. *Igitur* 1 C + 2 Q, *æquatur* 1200. *& fit* 1 N 10. *unde radix propoſita eſt* √ 12.

Aliud.

Proponatur A cubus — √ c. B ſolido-ſolidi in A, æquari Z ſolido. Oportet eam æqualitatem aſymmetria expurgare.

Quoniam igitur aſymmetria eſt in ſoliditate, per ea autem quæ proponuntur adhibita metatheſi, & per A diviſione facta: $\frac{\text{A cubus} - \text{Z ſolido}}{\text{A}}$, æquatur √ C. B ſolido-ſolidi. Omnia ducantur cubice, $\frac{\text{A cubo-cubo-cubus} - \text{Z ſolido in A cubo-cubum } 3 + \text{Z ſol. ſolido in A cubum } 3 - \text{Z ſolido-ſolido-ſolido}}{\text{A cubo}}$ æquatur B ſolid. ſolido. Et omnibus in A cubum ductis & rite ordinatis, A cubo-cubo-cubus — Z ſolido 3 in A cubo-cubum $\overline{+ \text{Z ſolido-ſolido } 3 - \text{B ſolido-ſolido}}$ in A cubum, æquabitur Z ſolido-ſolido-ſolido. Ergo factum eſt quod oportuit.

1 C — √ C 18 *in* 1 N, *æquatur* 6. 1 C — 18 Q + 90 N, *æquatur* 216. *& fit* 1 N 12. *cubus radicis de qua quæritur.*

CAPVT VI.

Quemadmodum æquationes quadrato-quadraticæ deprimuntur ad quadraticas, per medium cubicarum à radice plana.

Seu de *Climactica Paraplero ſi.*

ATque hi quinque modi ad præparandum æqualitates quomodocunque adfectas, ut illæ tandem explicentur numero ſecundum canonica Analyſeos præcepta fere ſufficiunt: nam etſi radices ſint aſymmetræ, exhibebuntur

buntur ea methodo veris proximæ, accuratas autem exhibere, eſt Geometræ potius quam Arithmetici: ſæpe tamen in radicum aſymmetriis, juvabit Arithmeticum ea cubicarum æquationum conſtitutio, quæ tradita eſt de differentia vel aggregato mediarum, ex data differentia vel aggregato extremarum, præter rectangulum ſub mediis vel extremis; vel etiam jam tradenda doctrina de depreſſione æquationum quadrato-quadraticarum ad quadraticas, per medium cubicarum à radice plana: poterat autem negotium abſolvi ex quadrato-quadraticarum conſtitutione per plaſma agnita, ſuſcepta nova Zeteſi, at non minus fœliciter, ac fortaſſis etiam elegantiùs, per opus quod dicitur climactica parapleroſis, tribus quatuorve ſequentibus exemplificanda Problematis.

Omnino climactica parapleroſi, non etiam anaſtrophe, reduci quadraticas, quadrato-quadraticas, cubo-cubicas, & exinde per binos gradus alternos climacticas æqualitates, jam ante animadverſum eſt. Eſt autem ſpecies irregularis deſcenſus, adſumpto nempe ſupplemento, quo pertinet verbi parapleroſeos notatio.

PROBLEMA I.

ÆQuationem quadrato-quadrati adfecti ſub latere, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Proponatur A quad.-quad. + B ſolido in A, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum eſt. Ex iis igitur quæ proponuntur, A quad.-quad., æquabitur Z plano-plano — B ſolido in A. Vtrique æqualitatis parti addatur A quad. in E quad., + E quad. quad. $\frac{1}{4}$. Igitur A quad.-quad. + A quad. in E quad. + E quad.-quad. $\frac{1}{4}$, æquabitur Z plano-plano — B ſolido in A + A quad. in E quad. + E quad.-quad. $\frac{1}{4}$. Omnia dividantur ſubquadratice, illic orietur A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Idcirco enim de induſtria A quad.-quadrato, adjecta fuerunt in ſupplementum duo illa plano-plana A quad in E quad., & E quad.-quadrati $\frac{1}{4}$, quæ alioqui deficiebant à canonica geneſi quadrati, inſtituta à duabus radicibus planis: quod ſi altera æqualitatis pars poſſet quoque dividi ſubquadratice, quod orietur foret æquale A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Effingendum igitur quadratum à radice plana, cui altera illa æqualitatis pars commode comparetur, ut ei tandem radici planæ adæquetur A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Sit igitur abs $\frac{\text{B ſolido}}{\text{E } 2}$ — E in A. ſic enim in comparatione evaneſcent adfectiones ſub A vel gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum eſt.

Effictum igitur quad. erit $\frac{\text{B ſolido-ſolidum}}{\text{E quad. } 4.}$ + E quad. in A quad. — B ſolido in A, æquandum Z plano-plano — B ſolido in A + E quad. in A quad. + E quad.-quad. $\frac{1}{4}$.

Et deletis utrinque adfectionibus E quadr. in A quadr. — B ſolido in A. Omnibuſque in E quad. 4. ductis, E cubo-cubus + Z plano-plano 4. in E quad., æquabitur B ſolido-ſolido. Innoteſcat autem E quad. eſſe D quad. Ergo $\frac{\text{B ſolidum}}{\text{D } 2}$ — D in A, æquabitur A quad. + D quad. $\frac{1}{2}$, & ordinata ſecundum artem æqualitate A quad. + D in A, æquabitur $\frac{\text{B ſolido}}{\text{D } 2}$ — D quad. $\frac{1}{2}$.

Et ſi proponatur A quad.-quad. — B ſolido in A, æquari Z plano-plano.

Radix plana effingendi quadrati ſtatuetur $\frac{\text{B ſolidum}}{\text{E } 2}$ + E in A, comparanda A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Idem in æqualitate negata inverſe convertendo, & ſub contraria adfectionis nota argumentando. A quad.-quad. — B ſolido in A, æquari — Z plano-plano.

Quod erit æqualia æqualibus auferre: cedet autem E quad. ſemiſſis $\frac{\text{B ſolido}}{\text{E } 2}$, quum alioqui præſtet in negata directe.

Hinc poterunt ordinari tria reductionis Theoremata.

THEOREMA I.

SI A quad.-quad. + B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E quadr. cubus + Z plano-plano 4 in E quad., æquetur B ſolido-ſolido. Innoteſcat autem E eſſe D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{B\ \text{ſolido}}{D\,2}$ — D quad. $\frac{1}{2}$.

THEOREMA II.

SI A quadr.-quadr. — B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E quadrati-cubus + Z plano-plano 4 in E quad., æquetur B ſolido-ſolido. Innoteſcat autem E eſſe D: A quadr. — D in A, æquabitur $\frac{B\ \text{ſolido}}{D\,2}$ — D quadr. $\frac{1}{2}$.

Conſtitutione autem tum hujus tum antecedentis æquationis bene agnita: ſunt duo latera, à quibus quadrato-quadratorum differentia, applicata ad aggregatum laterum, facit B ſolidum, id eſt factum duplum ex rectangulo ſub lateribus in differentiam, adjunctum differentiæ cubo.

Differentia vero ipſorum laterum eſt E ſeu D. & fit Z plano-planum, à quadrato differentiæ laterum plus rectangulo ſub lateribus in ipſum rectangulum. & A eſt latus unum; hic majus; illic minus.

In ſerie vero quatuor continue proportionalium: fit D differentia extremarum: B ſolidum, differentia cuborum à ſingulis alterne ſumptorum: Z plano-planum quod fit ex utravis extremarum in differentiam cuborum à reliquis alterne ſumptorum: & fit A prima; hic major inter extremas; illic minor.

Sint proportionales continue 2. √C 40. √C 200. 10. 1 QQ + 832 N, *æquetur* 1680. *Igitur* 1 Q + 8 N, *æquabitur* 20. *& fit* 1 N 2.

Et ſi 1 QQ — 832 N, *æquetur* 1680. *Igitur* 1 Q — 8 N, *æquabitur* 20. *& fit* 1 N 10.

Nota autem eſt 8 *differentia inter* 2 *&* 10. *quoniam* 1 C + 6720 N, *æquatur* 692224. *Unde fit* 1 N 64. *quantum eſt quadratum abs* 8.

THEOREMA III.

SI B ſolidum in A — A quadr.-quadr., æquatur Z plano-plano, & E quadrati-cubus — Z plano-plano 4 in E quadr., æquetur B ſolido-ſolido. Innoteſcat autem E eſſe D: D in A — A quad., æquabitur D quadr. $\frac{1}{2}$ — $\frac{B\ \text{ſolido}}{D\,2}$.

Conſtitutione autem æqualitatis bene agnita: eſt B ſolidum quod fit ſub aggregato quadratorum in aggregatum laterum, ſeu aliter, cubus aggregati duorum laterum, multatus facto duplo abs rectangulo ſub lateribus, in aggregatum laterum: & Z plano-planum factum abs quadrato aggregati laterum minus rectangulo, in ipſum rectangulum: & fit E ſeu D aggregatum ipſorum laterum, A majus ipſorum minuſve.

In ſerie autem quatuor continue proportionalium: eſt B ſolidum aggregatum cuborum à quatuor ſingulis: Z plano-planum quod fit ſub utravis extremarum in aggregatum cuborum à reliquis: D aggregatum extremarum: & fit A prima, vel quarta.

Sint proportionales continue. 2. √C 40. √C 200. 10. 1248 N — 1 QQ, *æquetur* 2480. *Igitur* 12 N — 1 Q, *æquabitur* 20. *& fit* 1 N 2, *vel* 10. *Nota autem eſt* 12. *aggregatum* 2 *&* 10.

1 C — 9920 N, *æquabitur* 1557504 *& fit* 1 N 144. *quantum eſt quadratum abs* 12.

PROBLEMA II.

ÆQualitatem quadrato-quadrati affecti ſub cubo, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Pro-

Proponatur A quad. quad. + B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum est. Sane si quadratum effingatur abs A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$; erit illud A quad. quad. + B in A cubum 2 + B quad. in A quad. + E plan. plan. $\frac{1}{4}$ — E plan. in A quad. — E plan. in B in A.

Vtrique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effecto à statuta radice plana quadrato, concludetur ex illa æqualium æqualibus additione. A quad. quad. + B in A cubum 2 + B quad. in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$ — E plano in A quad. — E plano in B in A, æquari Z plano-plano + B quad. in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$ — E plano in A quad. — E plano in B in A.

Vtraque pars dividatur subquadratice, illic revocata ad analysin genesi, orietur manifesto, A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$.

Quod si altera æqualitatis pars posset quoque dividi subquadratice, quod orietur foret æquale radicibus illis planis è prima parte ortivis.

Effingendum est igitur quadratum à radice plana, & illud alteri æqualitatis parti, id est Z plano-plano una cum suis adfectionibus comparandum & adæquandum, ut radices quoque comparentur & adequentur inter se: statuitor idcirco radix illa plana effingendi quadrati $\frac{\text{E planum in B}}{\sqrt{\text{B q. 4.} - \text{E plano 4.}}} - \sqrt{\text{B quad.} - \text{E plano}}$ in A.

Sic enim in comparatione evanescent adfectiones sub A vel ejus gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum est. Effictum igitur quadratum erit $\frac{\text{E plano-plano in B q.}}{\text{B q. 4.} - \text{E pl. 4.}}$ + B quad. in A quad. — E plano in A quad. — E plano in B in A.

Adequandum Z plano-plano una cum reliquis quæ illud comitantur & adficiunt expositis plano-planis, & deletis utrinque adfectionibus sub A, & A quadrato. $\frac{\text{E plano-plan. in B q.}}{\text{B quad. 4.} - \text{E plan. 4.}}$ æquabitur Z plano-plano + E plano-plano $\frac{1}{4}$.

Et omnibus ductis in B quad. 4. — E plano 4. E plano-planum in B quad., æquabitur Z plano-plano in B quad. 4. + E plano-plano in B quad. — Z plano-plano in E planum 4. — E plano-plano-plano.

Et deleto utrinque E plano-plano in B quad., omnibusque rite ordinatis. E plani cubus + Z plano-plano 4 in E planum, æquabitur Z plano-plano in B quad. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum. Ergo A quad. + B in A — D plano $\frac{1}{2}$, æquabitur $\frac{\text{D plano in B}}{\sqrt{\text{B quad. 4.} - \text{D plano 4.}}} - \sqrt{\text{B quad.} - \text{D plano}}$ in A.

Et æqualitate secundum artem ordinata A quad. + $\overline{\text{B} + \sqrt{\text{B quad.} - \text{D plano.}}}$ in A, æquabitur D plano $\frac{1}{2}$ + $\frac{\text{D plano in B.}}{\sqrt{\text{B quad. 4.} - \text{D 4 plano}}}$.

Et si proponatur A quad. quad. — B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Radix plana effingendi quadrati statuetur. $\frac{\text{E planum in B}}{\sqrt{\text{B quad. 4.} - \text{E plano 4.}}} + \sqrt{\text{B quad.} - \text{E plano}}$ in A, comparanda A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur B in A cubum 2 — A quad. quad., æquari Z plano-plano. Licebit argumentari. A quad. quad. — B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Quod erit auferre æqualia ab æqualibus. Et radix plana effingendi quadrati statuetur. $\frac{\text{E planum in B}}{\sqrt{\text{B quad. 4.} - \text{E plano 4.}}} - \sqrt{\text{B quad.} + \text{E plano}}$ in A, comparanda B in A + E plano $\frac{1}{2}$ — A quad. Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est. Hinc ordinabuntur tria reductionis Theoremata.

THEOREMA I.

Si A quad. quad. + B in A cubum 2, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4. Innotescat autem E planum esse D planum.

A quad. + $\overline{\text{B} + \sqrt{\text{B quad.} - \text{D plano}}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{D plano in B}}{\sqrt{\text{B quad. 4.} - \text{D pl. 4.}}}$ + D plano $\frac{1}{2}$.

THEOREMA II.

Si A quad. quad. — B in A cubum 2, æquetur Z plano plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4. Innotescat autem E planum esse D planum.

A quad. — $\overline{\text{B} - \sqrt{\text{B quad.} - \text{D plano}}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{D plano in B}}{\sqrt{\text{B quad. 4.} - \text{D plano 4.}}}$ + D plano $\frac{1}{2}$.

Constitutione autem tum hujus tum antecedentis æqualitatis bene agnita: sunt duo latera, à quibus quadrato-quadratorum differentia, applicata ad aggregatum cuborum, facit B 2: quadratum vero differentiæ laterum multatæ ipsa B, ablatum ex ejusdem B quadrato, relinquet D planum, sive E planum: & fit Z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad differentiam quadruplam quadratorum à D & B. & A est latus unum; hic majus; illic minus.

In serie vero quatuor continue proportionalium: B 2 est differentia illarum omnium alterne sumptarum: Z plano-planum quod fit ab utravis extremarum in cubum differentiæ reliquarum trium alterne sumptarum: & fit E planum sive D planum differentia subquadrupla, inter quadratum differentiæ omnium alterne sumptarum, & quadratum differentiæ extremarum multatæ tripla differentiæ mediarum.

Vnde $\sqrt{\text{B quad. 4} - \text{D plano 4.}}$ est differentia extremarum minus tripla differentia mediarum: & quum prima intelligitur minor inter extremas; illic fit A differentia trium primarum alterne sumptarum; hic trium postremarum.

Sunto proportionales continue. 1. 2. 4. 8. 1 *QQ* + 5 C, *æquatur* 216. *Igitur* 1 *Q* + 3 N, *æquabitur* 18. *& fit* 1 N 3. *Et si* 1 *QQ* — 5 C, *æquatur* 216. *Igitur* 1 *Q* — 3 N, *æquabitur* 18. *& fit* 1 N 6. *Nota est autem* 3. *quoniam* 1 C + 86 4 N, *æquatur* 5400. *& fit* 1 N 6. *differentia subquadrupla inter quadratum abs dato latere* 5 *& quadratum abs* 1. *unde dignoscitur ipsa longitudo quæ adjecta longitudini* 5. *facit* 6. *duplum ipsius* 3.

THEOREMA III.

Si B in A cubum 2 — A quad. quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4. Innotescat autem E planum esse D planum.

$\overline{\text{B} + \sqrt{\text{B quad.} + \text{D plano}}}$ in A — A quad., æquabitur $\frac{\text{D plano in B.}}{\sqrt{\text{B quad. 4.} + \text{D plano 4.}}} + \text{D plano } \frac{1}{2}.$

Constitutione autem æqualitatis bene agnita: sunt duo latera, à quibus differentia quadrato-quadratorum, applicata differentiæ cuborum, facit B 2: differentia vero inter quadratum aggregati laterum multati B, & ipsum B quadratum, relinquit D planum: & fit Z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad aggregatum quadruplum quadratorum à B & D. & est A latus majus, minusve.

In serie quatuor continue proportionalium: B 2 est composita ex illis omnibus: Z plano-planum quod fit ab utravis extremarum, in cubum compositæ ex tribus reliquis.

Et fit E planum seu D planum differentia subquadrupla, inter quadratum aggregati extremarum adjuncti triplo aggregati mediarum, & quadratum aggregati omnium.

Vnde $\sqrt{\text{B quad. 4.} + \text{D plano 4.}}$ est aggregatum extremarum, plus triplo aggregati mediarum: & fit A composita ex tribus primis, sive ex tribus postremis.

Sint proportionales continue 1. 2. 4. 8. 15 C — 1 *QQ*, *æquatur* 2744. *Igitur* 21 N — 1 *Q*, *æquabitur* 98. *& fit* 1 N 7, *vel* 14. *Nota est autem* 21. *quoniam* 1 C — 10976 N, *æquatur* 617400. *Et fit* 1 N 126. *differentia subquadrupla inter* 225 *&* 729. *Vnde dignoscitur* $\sqrt{729}$, *id est longitudo* 27, *quæ adjecta longitudini* 15. *facit* 42, *duplum ipsius* 21.

PROBLEMA III.

Æqualitatem quadrato-quadrati adfecti tam sub latere quam quadrato, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Proponatur A quad. quad. + G plano in A quad. 2 + B solido in A, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum est.

Sane si quadratum effingatur abs A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$: erit illud A quad. quad. + G plano plano + G plano in A quad. 2. + E quad. quad. $\frac{1}{4}$ + E quad. in A quad. + G plan. in E quadratum.

Quoniam igitur ex iis quæ proposita sunt, adhibita metathesi, A quad. quad. + G plano in A quad. 2, æquatur Z plano plano — B solido in A.

Vtri-

Vtrique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effecto à statuta radice plana quadrato, ergo hac æqualium æqualibus additione, rursus pars parti æqualis erit.

Jam utraque pars dividitor subquadratice, illic revocata ad analysin genesi, orietur manifesto A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Quod si altera quoque æqualitatis pars posset dividi subquadratice, quod orietur, foret radicibus illis planis ex prima parte ortivis æquale.

Effingendum est igitur quadratum à radice plana, & illud alteri æqualitatis parti, id est Z plano-plano una cum suis adfectionibus comparandum & adæquandum, ut radices quoque comparentur & adæquentur inter se; & statuatur idcirco radix illa plana effingendi quadrati $\frac{\text{B solidum}}{\text{E } 2}$ — E in A, sic enim in comparatione evanescent adfectiones sub A & gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum est.

Effictum igitur quadratum erit. $\frac{+\text{B solido-solidum}}{\text{E quad. } 4}$ + E quad. in A quad. — B solido in A, æquale Z plano-plano — B solido in A + G plano-plano + E quad.quad. $\frac{1}{4}$ + E quad. in A quad. + G plano in E quad.

Et deletis utrinque adfectionibus sub A & A quad. $\frac{\text{B solido-solidum}}{\text{E quad. } 4}$, æquabitur Z plano-plano + G plano-plano + E quad.quad. $\frac{1}{4}$ + G plano in E quad.

Et omnibus in E quad. 4. ductis & rite ordinatis, E quadrati-cubus + G plano 4 in E quad. quad. $\overline{+\text{Z plano-plano } 4. + \text{G plano-plano } 4.}$ in E quad., æquabitur B solido-solido. Innotescat autem E esse D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\text{D } 2}$ — G plano + D quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur A quad.quad. + G plano in A quad. 2 — B solido in A, æquari Z plano-plano: radix effingendi quadrati statuetur. $\frac{\text{B solidum}}{\text{E } 2}$ — E in A, comparanda A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur A quad. quad. — G plano in A quad. 2 — B solido in A, æquari Z plano-plano: radix plana effingendi quadrati statuetur. $\frac{\text{B solidum}}{\text{E } 2}$ + E in A, comparanda A quad. — G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur G planum in A quad. 2 + B solido in A — A quad.quad., æquari Z plano-plano. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur quoque. $\frac{\text{B solidum}}{\text{E } 2}$ + E in A, comparanda A quad. — G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur G plan. in A quad. 2 — B solido in A — A quad. quad., æquari Z plano-plano. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur E in A + $\frac{\text{B solido}}{\text{E } 2}$, comparanda A quad. — G plano — E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur denique B solidum in A — G plano in A quad. 2 — A quad.quad., æquari Z plano-plano. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur E in A + $\frac{\text{B solido}}{\text{E } 2}$, comparanda A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$. Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

ALITER.

Æqualitatem quadrato-quadrati affecti tam sub latere quam quadrato, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam reducere.

Proponatur A quad. quad. + G plano in A quad. + B solido in A, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum est.

Quoniam per ea quæ proponuntur, facta metathesi, A quad.quad., æquatur Z plano-plano — G plano in A quad. — B solido in A.

Vtrobique addatur E planum in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$. Pars igitur parti rursus adæquabitur, & ab illa quidem quum dividitur subquadratice, oritur A quad. + E plano $\frac{1}{2}$, dividitor igitur quoque altera pars subquadratice, & idcirco effingatur quadratum abs commoda radice, & illud comparetur, & adæquetur altera illi pars, utpote statuitor radix.

$\frac{\text{B solidum.}}{\sqrt{\text{E plan. } 4 - \text{G plan } 4}}$ — $\sqrt{\overline{\text{E plani} - \text{G plano}}}$ in A. Igitur $\frac{\text{B solido-solidum}}{\text{E plano } 4. - \text{G pl. } 4.}$ $\overline{+\text{E plano} - \text{G plano}}$ in A quad. — B solido in A, æquabitur Z plano-plano — G plano in A quad. — B solido in A + E plano in A quad. + E plano-plano. $\frac{1}{4}$.

Itaque

Itaque E plani cubus — G plano in E plani quad. + Z plano-plano 4. in E plan., æquabitur B ſolido-ſolido + Z plan.-plan. in G plan. 4. E planum autem innoteſcat eſſe F planum. Igitur $\frac{\text{B ſolidum.}}{\sqrt{\text{F plani 4} - \text{G plano 4}}} - \sqrt{\text{F plani} - \text{G plano}}$ in A, æquabitur A quadr. + F plano $\frac{1}{2}$.

Et ſi proponatur A quad.-quad. + G plano in A quad. — B ſolido in A, æquari Z plano-plano. Radix plana effingendi quadrati ſtatuetur $\sqrt{\text{E plani} + \text{G plano}}$ in A — $\frac{\text{B ſolido.}}{\sqrt{\text{E pl. 4} - \text{G pl. 4}}}$ comparanda E plano $\frac{1}{2}$ + A quadrato.

Et ſi proponatur denique B ſolidum in A — G plano in A quadr. — A quadr.-quadr., æquari Z plano-plano. Radix plana effingendi quadrati ſtatuetur, $\sqrt{\text{E plani} - \text{G plano}}$ in A + $\frac{\text{B ſolido}}{\sqrt{\text{E plani 4} - \text{G plano 4}}}$, comparanda E plano $\frac{1}{2}$ + A quadrato.

Fit itaque omni caſu reductio quæ imperata eſt.

Ac ſecundum priorem quidem formulam, ordinata ſunt Theoremata hæc

THEOREMA I.

Secundum priorem formulam.

Si A quad.-quad. + G plano 2 in A quad. + B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus + G plano 4 in E quadr.-quad. $\overline{+\text{ Z plano-plano 4} + \text{G plano-plano 4}}$ in E quad., æquetur B ſolido-ſolido. Innoteſcat autem E eſſe D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{\text{B ſolido}}{\text{D 2}}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ — G plano.

1 QQ + 6 Q + 880 N, æquatur 1800. & fit 1 N 2. 1 C + 12 Q + 7236 N, æquatur 774400. fit 1 N 64. quadratum à radice 8. 1 Q + 8 N, æquabitur 20. fit 1 N 2.

THEOREMA II.

Si A quadr.-quadr. + G plano 2 in A quadr. — B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus + G plano 4 in E quad.-quad. $\overline{+\text{ Z plano-plano 4} + \text{G plano-plano 4}}$ in E quadr., æquetur B ſolido-ſolido. Et E innoteſcat eſſe D: A quad. — D in A, æquabitur $\frac{\text{B ſolido}}{\text{D 2}}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ — G plano.

1 QQ + 6 Q — 880 N, æquatur 1800. fit 1 N 10. 1 C + 12 Q + 7236 N, æquatur 774400. fit 1 N 64, quadratum abs 8. 1 Q — 8 N, æquatur 20, fit 1 N 10.

THEOREMA III.

Si A quad.-quad. — G plano 2 in A quad. + B ſolido in A, æquetur Z plano plano, & E quad. cubus — G plano 4 in E quad.-quad. $\overline{+\text{ Z plano-plano 4} + \text{G plano-plano 4}}$ in E quadr., æquetur B ſolido-ſolido. Et E innoteſcat eſſe D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{\text{B ſolido}}{\text{D 2}}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ + G plano.

1 QQ — 4 Q + 800 N, æquatur 1600 fit 1 N 2. 1 C — 8 Q + 6416 N, æquatur 640000. fit 1 N 64. quadratum abs 8. 1 Q + 8 N, æquatur 20. fit 1 N 2.

THEOREMA IV.

Si A quad.-quad. — G plano 2 in A quad. — B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus — G plano 4 in E quadr.-quadr. $\overline{+\text{ Z plano-plan. 4} + \text{G plano-plano 4}}$ in E quadr., æquetur B ſolido-ſolido. Et E innoteſcat eſſe D: A quad. — D in A, æquabitur $\frac{\text{B ſolido}}{\text{D 2}}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ + G plano.

1 QQ — 4 Q — 800 N, æquatur 1600, fit 1 N 10. 1 C — 8 Q + 6416 N, æquatur 640000. fit 1 N 64. quad. abs 8. 1 Q — 8 N, æquatur 20. & fit 1 N 10.

THEOREMA V.

Si G planum 2 in A quad. + B ſolido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E quadr. cubus — G plano 4 in E quadr.-quadr. $\overline{+\text{ G plano-plano 4}}$

plano 4 — Z plano-plano 4 in E quadr., æquetur B ſolido-ſolido. Et E innoteſcat eſſe D. D in A — A quad., æquabitur D quad. ½ — G plano $\frac{-\text{B solido}}{\text{D 2}}$.

44 *Q* + 720 N — 1 *QQ*, *æquatur* 1600. *fit* 1 N 10 *vel* 2. 1 C — 88 *Q* — 4464 N, *æquatur* 518400. *fit* 1 N 144. *quadratum abs* 12. 12 N — 1 *Q*, *æquatur* 20. *fit* 1 N 10 *vel* 2.

THEOREMA VI.

SI G planum 2 in A quadr. — B ſolido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus — G plano 4 in E quad.-quad. + Z plano plano 4 — G plano-plano 4 in E quad., æquetur B ſolido ſolido. Et E innoteſcat eſſe D. D in A — A quad., æquabitur D quad. ½ — G plano $\frac{+\text{B solido}}{\text{D 2}}$.

11 4 *Q* — 120 N — *QQ*, *æquatur* 200. & *fit* 1 N 2 *vel* 10. 1 C — 228 *Q* + 12196 N, *æquatur* 14400. *fit* 1 N 144. *quad. abs* 12. 12 — 1 *Q*, *æquatur* 20. *fit* 1 N 10 *vel* 2.

THEOREMA VII.

SI B ſolidum in A — G plano 2 in A quad. — A quad.-quad.; æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus + G plano 4 in E quad.-quad. — Z plano-plano 4 + G plano-plano 4 in E quad., æquetur B ſolido-ſolido. Et E innoteſcat eſſe D. D in A — A quad., æquabitur D quad. ½ + G plano $\frac{-\text{B solido}}{\text{D 2}}$.

1440 N — 16 *Q* — 1 *QQ*, *æquatur* 2800. & *fit* 1 N 10 *vel* 2. 1 C + 32 *Q* — 10944 N, *æquatur* 2073600. & *fit* 1 N. 144 *quadratum abs* 12. 12 N — 1 *Q*, *æquatur* 20. & *fit* 1 N 10 *vel* 2.

Ad poſteriorem autem formulam pertinent quæ ſequuntur.

THEOREMA I.

Secundum poſteriorem formulam.

SI A quad.-quad. + G plano in A quad. + B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — G plano in E plani quad. + Z plano 4 in E planum, æquetur B ſolido-ſolido + Z plano-plano 4 in G planum. Et innoteſcat E planum eſſe F planum. A quad. + $\sqrt{\text{F plani} - \text{G plano}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4} - \text{G plan. 4}}}$ — F plano ½.

1 *QQ* + 6 *Q* + 880 N, *æquatur* 1800. *fit* 1 N 2. 1 C — 6 *Q* + 7200 N, *æquatur* 817600. *fit* 1 N 70. 70 — 6 *eſt quadratum abs* 8. 1 *Q* + 8 N, *æquabitur* 20. *fit* 1 N 2.

THEOREMA II.

SI A quad.-quad. + G plano in A quad. — B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani cubus — G plano in E plani-quad. + Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B ſolido-ſolido + Z plano-plano 4 in G planum. Et innoteſcat E planum eſſe F planum. A quad. — $\sqrt{\text{F plani} - \text{G plano}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{E plani 4} - \text{G plano 4}}}$ + F plano ½.

1 *QQ* + 6 *Q* — 880 N, *æquatur* 1800. *fit* 1 N 10. 1 C — 6 *Q* + 7200 N, *æquatur* 817600. *fit* 1 N 70. 70 — 6 *eſt quadratum abs* 8. 1 *Q* — 8 N, *æquabitur* 20. *fit* 1 N 10.

THEOREMA III.

SI A quad.-quad. — G plano in A quad. + B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani quad. + Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B ſolido ſolido — Z plano-plano 4 in G planum. Innoteſcat autem E planum eſſe F planum. A quad. + $\sqrt{\text{F plani} + \text{G plano}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4} + \text{G plano 4}}}$ — F plano ½.

1 *QQ* — 4 *Q* + 800 N, *æquatur* 1600. *fit* 1 N 2. 1 C + 4 *Q* + 6400 N, *æquatur* 614400. *fit* 1 N 60. 60 + 4 *facit quadratum abs* 8. 1 *Q* + 8 N, *æquatur* 20. *fit* 1 N 2.

THEOREMA IV.

SI A quad.-quad. — G plano in A quad. — B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani-quad. + Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B ſolido-ſolido — Z plano-plano 4 in G planum. Et innoteſcat E planum eſſe F planum: A quad. — $\sqrt{\text{F plani} + \text{G plano}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4} + \text{G plano 4}}}$ — F plano $\frac{1}{2}$.

1 *QQ* — 4 *Q* — 800 N, *æquetur* 1600. *fit* 1 N 10. 1 C + 4 *Q* + 6400 N, *æquatur* 614400. *fit* 1 N 60. 60 + 4 *eſt quadratum abs* 8. 1 *Q* — 8 N, *æquatur* 20. *fit* 1 N 10.

THEOREMA V.

SI G planum in A quadr. + B ſolido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani quadr. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B ſolido-ſolido + Z plano-plano 4 in G planum. Et innoteſcat E planum eſſe F planum: $\sqrt{\text{F plani} + \text{G plano}}$ in A — quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ — $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4} + \text{G plano 4}}}$.

44 *Q* + 720 N — 1 *QQ*, *æquatur* 1600. *fit* 1 N 10 *vel* 2. 1 C + 44 *Q* — 6400 N, *æquatur* 800000. *fit* 1 N 100. 100 + 44 *eſt quadratum abs* 12. 12 N — 1 *Q*, *æquabitur* 20. *fit* 1 N 10 *vel* 2.

THEOREMA VI.

SI G planum in A quadr. — B ſolido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani-quadr. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B ſolido-ſolido + Z plano-plano 4 in G planum. Et E planum innoteſcat eſſe F planum: $\sqrt{\text{F plani} + \text{G plano}}$ in A — A quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ + $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4} + \text{G plano 4}}}$.

114 *Q* — 120 N — 1 *QQ*, *æquatur* 200. *fit* 1 N 2 *vel* 10. 1 C + 114 *Q* — 800 N, *æquatur* 105600. *fit* 1 N 30. 30 + 114 *facit quadratum abs* 12. 12 N — 1 *Q*, *æquatur* 20. *fit* 1 N 2 *vel* 10.

THEOREMA VII.

SI B ſolido in A — G plano in A quad. — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — G plano in E plani quadr. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B ſolido-ſolido — Z plano-plano 4 in G planum. Et E planum innoteſcat eſſe F planum: $\sqrt{\text{F plani} - \text{G plano}}$ in A — A quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ — $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4} - \text{G plano 4}}}$.

1440 N — 16 *Q* — 1 *QQ*, *æquatur* 2800. *fit* 1 N 2 *vel* 10. 1 C — 16 *Q* — 11200 N, *æquatur* 1894400. *fit* 1 N 160. 160 — 16 *facit quadratum abs* 12. 12 N — 1 *Q*, *æquatur* 20. *fit* 1 N 2 *vel* 10.

Et quid attinet reliquas metatheſes perſequi, quum adfectiones ſub cubo evaneſcant expurgatione per uncias quadrantes: Hæc itaque ſunto ſatis ſuperque.

CAPVT

CAPVT VII.

Quemadmodum æquationes cubicæ deprimuntur ad quadraticas à radice ſolida.

SEV

De Duplicata Hypoſtaſi.

ÆQue modus tranſmutandi qui dicitur duplicata hypoſtaſis, non minus elegans eſt & impendioſus, ad exhibendas radicum aſymmetrias in cubis aliquot ſub latere affectis, ac Zeteſin novam inſtituendi cura, ex agnita ſingulari de qua initio præcedentis capitis monuimus, cuborum illorum conſtitutione.

Sequentia itaque juvabit ſubjunxiſſe Problemata.

PROBLEMA I.

CUbum adfectum ſub latere adfirmate, ad quadratum radicem habens ſolidam, idemque adfectum, reducere.

Proponatur A cubus + B plano 3 in A, æquari Z ſolido 2. Oportet facere quod propoſitum eſt. E quad. + A in E, æquetur B plano.

Vnde B planum ex hujuſmodi æquationis conſtitutione, intelligitur rectangulum ſub duobus lateribus quorum minus eſt E, differentia à majore A. igitur $\frac{\text{B planum} - \text{E quad.}}{\text{E}}$ erit A. Quare $\frac{\text{B plano-plano-planum} - \text{E quad. in B plano-planum 3} + \text{E quad.quad. in B planum 3} - \text{E cubo-cubo}}{\text{E cubo}}$ $\frac{+ \text{Bpl.pl.3.} - \text{B pl. in Eq.3}}{\text{E}}$, æquabitur Z ſolido 2.

Et omnibus per E cubum ductis & ex arte concinnatis. E cubi quad. + Z ſolido 2 in E cubum, æquabitur B plani-cubo.

Quæ æquatio eſt quadrati affirmate affecti, radicem habentis ſolidam. Facta itaque reductio eſt quæ imperabatur.

Conſectarium.

Itaque ſi A cubus + B plano 3, æquetur Z ſolido 2, & $\sqrt{\text{B plano-plano-plani} + \text{Z ſolido-ſolido}}$ — Z ſolido, æquetur D cubo. ergo $\frac{\text{B planum} - \text{D quad.}}{\text{D}}$, fit A de qua quæritur.

Si 1C + 8 1 N, æquetur 702. quoniam $\sqrt{19683 + 123201}$, *ſeu* $\sqrt{142884}$, *ſeu denique 378. multatus ſolido 351. eſt 27 cubus à latere 3. Ideo* $\frac{27-9}{3}$ *ſeu 6, eſt 1 N. de qua quæritur.*

Aliter & ſecundo.

E quad. — A in E, æquetur B plano. Vnde B planum ex hujuſmodi æquationis conſtitutione, intelligitur rectangulum ſub duobus lateribus, quorum majus eſt E, exceſſus vero ejuſdem ſupra minorem A. igitur $\frac{\text{E quad.} - \text{B plano}}{\text{E}}$, æquabitur A. Quare per ea quæ proponuntur, omnibus ex arte concinnatis. E cubi-quadratum — Z ſolido 2 in E cubum, æquabitur B plani cubo. Quæ æquatio eſt quadrati negate adfecti, radicem habentis ſolidam. Facta itaque eſt rurſus reductio quæ imperabatur.

Conſectarium ſecundum.

Itaque ſi A cubus + B plano 3 in A, æquetur Z ſolido 2, & $\sqrt{\text{B plano-plano-plani} + \text{Z ſol. ſolido}}$ + Z ſolido, æquetur G cubo. ergo $\frac{\text{G quad.} - \text{B plano}}{\text{G}}$, æquabitur A.

Si 1C + 8 1 N, æquetur 702. quoniam 378 + 351, eſt 729. cubus à latere 9. Ideo $\frac{81-27}{9}$ *ſeu 6. eſt 1 N. de qua quæritur.*

Conſectarium

E duobus antedictis conſectariis.

Denique ſunt duo latera, unum idemque minus D, alterum idemque majus G, quorum differentia eſt A de qua quæritur.

Itaque $\sqrt{C.\ \sqrt{\text{B plano-plano-plani} + \text{Z solido-solido}} + \text{Z solido}} - \sqrt{C.\ \sqrt{\text{B plano-plano-plani} + \text{Z solido-solido}} - \text{Z solido}}$, Est A quaesita.

Si 1C + 6N, aequetur 2. $\sqrt{C4} - \sqrt{C2}$. est 1 N. de qua quaeritur.

PROBLEMA II.

CUbum adfectum sub latere negate, ad quadratum sub radice solida negatum de plano, reducere.

Oportet autem in aequatione proposita, cubum è triente coëfficientis adfectionis, cedere solidi comparationis sub-quadruplo quadrato.

Proponatur A cubus — B plano 3 in A, aequari Z solido 2. Oportet facere quod propositum est. A in E — E quad., aequetur B plano.

Vnde B planum ex hujusmodi aequationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum majus minusve est E, summa vero minoris ac majoris A. Igitur $\frac{\text{B planum} + \text{E quad.}}{\text{E}}$, aequabitur A. Quare $\frac{\text{B plano-plano-planum} + \text{Eq. in B pl. planum } 3 + \text{E q. quad. in B planum } 3 + \text{E cubo-cubo}}{\text{E cubo.}}$ $\frac{- \text{B plano-plano } 3. - \text{B plano in E quad. } 3.}{\text{E}}$, aequabitur Z solido 2.

Et omnibus per E cubum ductis & ex arte concinnatis. Z solidum 2 in E cubum — E cubi-quadrato, aequabitur B plani-cubo.

Quae aequatio est quadrati inverse negata, radicem habentis solidam. Facta itaque est reductio quae imperabatur.

Apparet autem ex aequationis illius ad quam reductio facta est proprietate, Z solidi quadratum praestare debere B plani-cubo: quo pertinet apposita lex Problemati.

Consectarium.

Itaque si A cubus — B plano 3 in A, aequetur Z solido 2.
$\sqrt{C.\ \text{Z solidi} + \sqrt{\text{Z solido-solidi} - \text{B plano-plano-plano}}} + \sqrt{C.\ \text{Z solidi} - \sqrt{\text{Z solido-solidi} - \text{B plano-plano-plano}}}$. Est A de qua quaeritur.

Si 1C — 81N, aequetur 756. Quoniam 378 + 351 est 729, cubus à latere 9. & 378 — 351 est 27, cubus à latere 3. Ideo 9 + 3 id est 12. est 1 N. de qua quaeritur.

CAPUT VIII.

De canonica aequationum transmutatione, ut coëfficientes subgraduales sint quae praescribuntur.

AD impendia quoque Logistica confert aequationes ita praeparare, ut coëfficientes aequationum vel comparationum homogenea sint quae praescribuntur, quod libere licet ex canonica transmutandi doctrina. Statuitor coëfficiens unitas, usus igitur impendii vel ex eo liquet, quod potestates adfectae sub unitate & gradu quocunque, (si modo radix est numerus) non aliter resolvuntur ac si essent purae. neque enim negotium conturbat habenda alioqui (sed quae ex isthoc opere, salva fit) parabolarum quarum quaeque unitas est, ratio.

Et si radix inventa non est numerus, ipsam radicem de qua quaeritur non esse numerum statim convincitur.

1C + 1N, aequetur 10. quoniam proximus cubus est 8, cujus radix est 2, quae ducta in unitatem & adjuncta 8, facit 10. ideo radix quaesita est 2.

Aeque 1C — 1N, aequetur 24. quoniam proxime minor cubus est 8, cujus radix est 2 & adscita unitate 3: sub qua & unitate facto solido quum multatur cubus ex 3, relinquitur 24. ideo radix quaesita est 3.

Proponatur autem 1C + 1N, aequari 9. quoniam proximus cubus est 8, cujus

cujus radix eſt 2 qua ducta in unitatem & adjuncta 8, facit 10, non etiam 9. ideo 1 N eſt radix irrationalis.

Æque 1C—1N, æquetur 25. quoniam proxime minor cubus eſt 8, cujus radix eſt 2 & adſcita unitate 3: ſub qua & unitate facto ſolido quum multatur cubus ex 3, relinquitur 24, non etiam 25. ideo 1 N eſt irrationalis.

Oportet autem ad hujuſmodi inſtituendæ tranſmutationis opus, coëfficientem quæ imperatur coëfficienti æquationis propoſitæ eſſe congenerem, & ſi quidem radix æquationis propoſitæ eſt ejuſdem quoque generis, concedetur eſſe ut coëfficiens propoſitæ æquationis ad coëfficientem imperatam, ita radix de qua quærebatur ad novam ſtatuendam radicem.

Sin coëfficiens gradui radicis genere communicet, concedetur eſſe ut coëfficiens propoſitæ æquationis ad coëfficientem imperatam, ita gradus æque-altus radicis de qua quærebatur ad gradum æque altum novæ ſtatuendæ radicis.

Et per reſolutionem conceſſi analogiſmi, exhibebitur ſub nova ſpecie valor radicis quæſitæ, & ſua propoſita æqualitas dirigetur, & ordinabitur nova.

Quod, ut uno aut altero exemplo fiat apertius.

Proponatur A cubus + B in A quad., æquari Z ſolido. Placeat autem æquationem ita tranſmutare, ut adfectio maneat quidem ſub quadrato, ipſaque adfirmetur, ſed coëfficiens ſit X, non etiam B. Eſto ut B ad X, ita A ad E. ergo $\frac{\text{B in E}}{\text{X}}$ erit A.

Quare ſecundum ea quæ proponuntur $\frac{\text{B cubus in E cubum}}{\text{X cubo.}}$ $\frac{\text{+ B cubo in E quad.}}{\text{X quad.}}$, æquabitur Z ſolido. Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum diviſis. E cubus + X in E quad., æquabitur $\frac{\text{X cubo in Z ſolidum}}{\text{B cubo.}}$. Ipſum igitur factum eſt quod oportuit.

Proponatur 1C + 20 Q, *æquari* 96000. 1C + 1Q, *æquabitur* 12. *& fit* 1N 2. *Vnde fit radix primum quæſita* 40.

ALIVD.

Proponatur A cubus — B quad. in A, æquari Z ſolido. Placeat autem æquationem ita tranſmutare, ut affectio quidem maneat ſub latere, ipſaque negetur, ſed coëfficiens ſit X quadratum, non etiam B quadratum. Eſto ut B quad. ad X quad., ita A quad. ad E quad., & conſequenter ut B ad X ita A ad E. ergo $\frac{\text{B in E}}{\text{X}}$ erit A.

Quare ſecundum ea quæ proponuntur $\frac{\text{B cubus in E cubum}}{\text{X cubo}}$ $\frac{\text{— B cubo in E}}{\text{X}}$, æquabitur Z ſolido. Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum diviſis. E cubus — X quad. in E, æquabitur $\frac{\text{X cubo in Z ſolidum}}{\text{B cubo}}$. Ipſum igitur factum eſt quod oportuit.

Proponatur 1C—144N, *æquari* 10368. 1C—1N, *æquabitur* 6. *& eſt* 1N 2. *Vnde ſit radix primum quæſita* 24.

Neque vero opus aliter fit in præſcriptis comparationum homogeneis, conceditur nimirum eſſe, ut magnitudo æqualis poteſtati quę proponitur adfectę ad magnitudinem pręſcriptam æque-altam & homogeneam, ita poteſtas radicis de qua quęrebatur ad poteſtatem novę ſtatuendę radicis: & per reſolutionem conceſſi analogiſmi, exhibetur ſub nova ſpecie valor radicis quęſitę, & propoſita æqualitas dirigetur, & ordinabitur nova. Exempli cauſa:

Proponatur A cubus + B plano in A, æquari Z cubo. Placeat autem æquationem ita tranſmutare, ut poteſtas adfirmate adfecta ſub latere & coëfficiente plano, comparetur D cubo. concedito reſſe ut Z ad D, ita A ad E. ergo $\frac{\text{Z in E}}{\text{D}}$ erit A.

Quare $\frac{\text{Z cubus in E cubum}}{\text{D cubo.}}$ $\frac{\text{+ B plano in Z in E}}{\text{D}}$, æquabitur Z cubo. Et omnibus in D cubum ductis, & per Z cubum diuiſis. E cubus $\frac{\text{+ B plano in D quad. in E}}{\text{Z quad.}}$, æquabitur D cubo. Ipſum igitur factum eſt quod oportuit.

Proponatur 1C + 860N, *æquari* 1728. 1C + 215N, *æquabitur* 216. *& est* 1 N 1. *Vnde fit radix primum quæsita* 2.

CAPVT IX.

Anomala æquationum aliquot cubicarum ad quadraticas aut etiam simpliciores reductio.

PRæparandarum igitur æquationum solennes modi ita se habent. De irregularibus autem non statuuntur præcepta, quoniam anomalia illa non magis finita est quam artificis in indagando vis & solertia. ad excitandum tamen eam vim & solertiam, oportunum est singularia aliquot æquationum constitutiva & reductiva Theoremata adnotasse, insignem aliquam emphasin vel elegantiam præ se ferentia; qualia jam sequuntur.

THEOREMA I.

SI A cubus — B quad. 2 in A, æquetur B cubo. A quad. — B in A, æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin: A cubum, æquari B cubo + B quad. 2 in A, & addendo utrique parti B cubum: A cubum + B cubo, æquari B cubo 2 + B quad. 2 in A. Omnia applicentur ad A + B; illic oritur, A quad — B in A + B quad.; hic B quad 2. & consequenter abjecto utrinque B quadrato. A quad. — B in A, æquabitur B quadrato.

Si 1C — 18N, *æquetur* 27. *igitur* 1Q — 3 N, *æquabitur* 9.

THEOREMA II.

SI B quad. 2 in A — A cubo, æquetur B cubo. A quad. + B in A, æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin: A cubum, æquari B quad. 2 in A — B cubo, & auferendo utrique parti B cubum. A cubum — B cubo, æquari B quad. 2 in A — B cubo 2. Omnia applicentur ad A — B; illic oritur A quad. + B in A + B quad.; hic B quad. 2 & consequenter abjecto utrinque B quadrato. A quad. + B in A, æquabitur B quadrato.

Si 18N — 1C, *æquetur* 27. *igitur* 1Q + 3 N, *æquabitur* 9.

THEOREMA III.

SI A cubus — B quad. 3 in A, æquetur B cubo 2. B dupla est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B dupla est ipsa A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur B cubus 8 — B quad. in B 6, æquabitur B cubo 2. quod quidem ita se habet.

1 C — 12 N, *æquetur* 16. *fit* 1 N 4.

THEOREMA IV.

SI B quad. 3 in A — A cubo, æquetur B cubo 2. B est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B est ipsa A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur B quad. in B 3 — B cubo, æquabitur B cubo 2. quod quidem ita se habet.

6 N — 1C, *æquatur* $\sqrt{32}$. *fit* 1 N $\sqrt{2}$.

THEOREMA V.

SI A cubus — B in A quad. + D plano in A, æquetur B in D planum. Ipsa B est A de qua quæritur.

Quo-

Quoniam enim B est A de qua quæritur: ergo ex iis quæ proponuntur B cubus — B in B quad. + D plano in B, æquabitur B in D planum. quod quidem manifesto ita se habet.

1 C — 4 Q + 5 N, æquatur 20. facto ex 4 in 5. ergo 1 N est 4.

THEOREMA VI.

Si A cubus + B in A quad. — D quadr. in A, æquetur B in D quadratum. Ipsa D est A de qua quæritur.

Quoniam enim ipsa D est A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur, D cubus + B in D quad. — D quadr. in D, æquabitur B in D quadratum. Quod quidem manifesto ita se habet.

1 C + 5 Q — 4 N, æquatur 20. facto ex 5 in 4. ergo 1 N fit $\surd$ 4 vel 2.

THEOREMA VII.

Si B in A quadr. + D quad. in A — A cubo, æquetur D quadrato in B. Ipsa B vel D, est A de qua quæritur.

Quoniam enim ipsa B est A de qua quæritur ergo ex iis quæ proponuntur B cubus + D quad. in B — B cubo, æquabitur B in D quadratum. Quod quidem ita manifesto se habet.

Rursus quoniam ipsa D est A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur, B in D quad. + D cubo — D cubo, æquabitur D quadrato in B. Quod quidem ita quoque manifesto se habet.

6 Q + 4 N — 1 C, æquatur 24. fit 1 N 6 vel 2.

THEOREMA VIII.

Si D in A quad. + B in D in A — A cubo, æquetur B cubo: $\overline{B+D}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur, manifestum fit per antithesin. B cubum + A cubo, æquari D in A quad. + D in B in A. Vtraque pars applicetur ad A + B, ergo A quadr. — B in A + B quad., æquabitur D in A.

Et per antithesin $\overline{D + B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Si 10 Q + 20 N — 1 C, æquetur 8. quia latus cubicum ex 8 ductum in 10, facit 20. Igitur 12 N — 1 Q, æquabitur 4. & fit 1 N 6 — $\surd$ 32, vel 6 + $\surd$ 32.

THEOREMA IX.

Si A cubus — D in A quadr. + D in B in A, æquetur B cubo: $\overline{D - B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin, quum A intelligitur major quam B, A cubum — B cubo, æquari D in A quadr. — D in A in B. Vtraque pars æqualitatis applicetur ad A — B. Igitur A quad. + B in A + B quad., æquabitur D in A.

Et per antithesin $\overline{D - B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato. Atqui quum B intelligitur major quam A, B cubus — A cubo, æquabitur D in A in B — D in A quad. Vtraque pars æqualitatis applicetur ad B — A, itaque B quad. + A quadr. + B in A, æquabitur D in A. ut ante.

Si 1 C — 10 Q + 20 N, æquetur 8. quia $\surd$ C. 8 ductum in 10, facit 20. Igitur 8 N — 1 Q, æquabitur 4. & fit 1 N 4 — $\surd$ 12, vel 4 + $\surd$ 12.

THEOREMA X.

Si A cubus — B pl. 3 in A, æquetur $\surd$ B plano-plano-plani 2. $\frac{\surd \text{ B plani } 3 + \surd \text{ B plani } 1}{\surd 2}$ fit A de qua quæritur.

Quo-

Quoniam enim $\frac{\sqrt{B\ plani\ 3} + \sqrt{B\ plani\ 1}}{\sqrt{2}}$ est ipsa A de qua quæritur. Ideo ex iis quæ proponuntur $\frac{\sqrt{B\ plano\text{-}plano\text{-}plani\ 27},\ +\ \sqrt{\sqrt{B\ plano\text{-}plano\text{-}plani\ 81}},\ +\ \sqrt{B\ plano\text{-}plano\text{-}plani\ 27},\ +\ \sqrt{B\ plano\text{-}plano\text{-}plani\ 1},\ -\ \sqrt{B\ plano\text{-}plano\text{-}plani\ 27},\ -\ \sqrt{B\ plano\text{-}plano\text{-}plani\ 9}}{\sqrt{2}}$, æquatur $\frac{\sqrt{B\ plano\text{-}plano\text{-}plani\ 2}}{\sqrt{8}}$. Quod quidem ita se habet, subducendo in prima æqualitatis parte ab æqualibus æqualia.

1 C — 6 N, *æquatur* 4. *Igitur* $\sqrt{3}$ + 1. *fit* 1 N.

THEOREMA XI.

SI B plan. 3 in A — A cubo, æquetur $\sqrt{}$ B plano-plano-plani 2. $\frac{\sqrt{B\ plani\ 3} - \sqrt{B\ pl.\ 1}}{\sqrt{2}}$ fit A de qua quæritur.

Vt apparet, insequendo vestigia antecedentis demonstrationis.

6 N — 1 C, *æquatur* 4. *Igitur* $\sqrt{3}$ — 1. *fit* 1 N, *eaque minor, altera est* 2.

CAPVT X.

Similium reductionum continuatio.

THEOREMA I.

SI A cubus + B in A quadr. 3 + D plano in A, æquetur B cubo 2 — D plano in B. A quad. + B in A 2, æquabitur B quad. 2 — D plano.

Quoniam enim A quadr. + B in A 2, æquatur B quadr. 2 — D plano. Ductis igitur omnibus in A. A cubus + B in A quad. 2, æquabitur B quad. in A 2 — D plano in A.

Et iisdem ductis in B. B in A quad. + B quadr. in A 2, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Iungatur ducta æqualia æqualibus. A cubus + B in A quad. 3 + B quad. in A 2, æquabitur B quad. in A 2 — D plano in A + B cubo 2 — D plano in B.

Et deleta utrinque adfectione B quad. in A 2, & ad æqualitatis ordinationem, translata per antithesin D plani in A adfectione. A cubus + B in A quadr. 3 + D plano in A, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

1 C + 30 Q + 44 N, *æquatur* 1560. *Igitur* 1 Q + 20 N, *æquabitur* 156. *& fit* 1 N 6.

THEOREMA II.

SI A cubus + B in A quad. 3 — D plano in A, æquetur B cubo 2 + D plano in B, A quad. + B in A 2, æquabitur B quad. 2 + D plano.

Quoniam enim A quadr. + B in A 2, æquatur B quadr. 2 + D plano. Ductis igitur omnibus in A. A cubus + B in A quad. 2, æquabitur B quad. in A 2 + D plano in A.

Et ductis iisdem in B. B in A quad. + B quad. in A 2, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Iungantur ducta æqualia æqualibus. A cubus + B in A quadr. 3 + B quadr. in A 2, æquabitur B quad. in A 2 + D plano in A + B cubo 2 + D plano in B.

Et deleta utrinque affectione B quadrati in A 2, & ad ordinationem æqualitatis, translata per antithesin D plani in A adfectione. A cubus + B in A quadr. 3 — D plano in A, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

1 C + 30 Q — 24 N, *æquetur* 2240. *Igitur* 1 Q + 20 N, *æquatur* 224. *& fit* 1 N 8.

THEOREMA III.

SI A cubus — B in A quad. 3 + D plano in A, æquetur D plano in B — B cubo 2. Et sit B quadr. 3 majus D plano. B in A 2 — A quadr., æquabitur D plano — B quad. 2.

Quoniam enim B in A 2 — A quad., æquatur D plano — B quad. 2. Ductis omnibus in B — A. B quad. in A 2 — B in A quad. — B in A quad. 2 + A cubo 2, æquabitur B quad. in A 2 — D plano in A + D plano in B — B cubo 2.

Et ordinata æqualitate A cubus — B in A quad. 3 + D plano in A, æquabitur D plano in B — B cubo 2. Quod quidem ita se habet.

1 C —

1 C — 30 Q + 236 N, æquetur 360. Igitur 20 N — 1 Q, æquatur 36. & fit 1 N 2 vel 18.

Iisdem positis, ipsa A fit quoque B, sive B triplum quadratum præstet, sive cedat D plano. Quoniam enim proponitur A cubus — B in A quadr. 3 + D plano in A, æquari D plano in B — B cubo 2. Ipsa autem A fit quoque B, igitur B cubus — B cubo 3 + D plano in B, æquabitur D plano in B — B cubo 2. Quod quidem ita se habet.

1 C — 30 Q + 236 N, æquatur 360. & ostensa est 1 N 2 vel 18. eadem quoque est 10. 1 C — 30 Q + 264 N, æquatur 640. fit 1 N 4 vel 16. Nam 20 N — 1 Q, æquatur 64. & fit 1 N 4 vel 16.

THEOREMA IV.

Si B in A quadr. 3 + D plano in A — A cubo, æquetur B cubo 2 + D plano in B. A quad. — B in A 2, æquabitur B quad. 2 + D plano.

Quoniam enim A quad. — B in A 2, æquatur B quad. 2 + D plano. Ductis omnibus in B — A. B in A quad. — B quadr. in A 2 — A cubo + B in A quad. 2, æquabitur B cubo 2 + B in D planum — B quad. in A 2 — D plano in A.

Et æqualitate ordinata, B in A quad. 3 + D plano in A — A cubo, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

30 Q + 24 N — 1 C, æquatur 2240. Igitur 1 Q — 20 N, æquatur 224. & fit 1 N 28.

Iisdem expositis, fit A quoque B. Quoniam enim proponitur B in A quad. 3 + D plano in A — A cubo, æquari B cubo 2 + D plano in B. Ipsa autem A sit quoque B, igitur B cubus 3 + D plano in B — B cubo, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

30 Q + 24 N — 1 C, æquatur 2240. fit 1 N 10.

THEOREMA V.

Si B in A quadr. 3 — D plano in A — A cubo, æquetur B cubo 2 — D plano in B. A quad. — B in A 2, æquabitur B quad. 2 — D plano.

Quoniam enim A quad. — B in A 2, æquatur B quad. 2 — D plano. Ductis omnibus in B — A. B in A quad. — B quadr. in A 2 — A cubo + B in A quad. 2, æquabitur B cubo 2 — D plano in B — B quad. in A 2 + D plano in A.

Et æqualitate ordinata. B in A quad. 3 — D plano in A — A cubo, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

30 Q — 156 N — 1 C, æquatur 440. Igitur 1 Q — 20 N, æquabitur 44. & fit 1 N 22.

Iisdem positis, fit A quoque B.

Quoniam enim proponitur B in A quadr. 3 — D plano in A — A cubo, æquari B cubo 2 — D plano in B. Ipsa autem A sit quoque B, igitur B cubus 3 — D plano in B — B cubo, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

30 Q — 156 N — 1 C, æquatur 440. fit 1 N 10.

THEOREMA VI.

Ad quadrato-quadraticam pertinens.

Si A quad.-quad. — X in A cubum 2 + X cubo in A 4, æquetur X quad. quad. 2. X quad. in A quadr. 2 — A quadr.-quadr., æquabitur X quadr. quad. 4 — X cubo 2 in √ X quad. 3.

Quoniam enim X quad. in A quad. 2 — A quad.-quad., æquatur X quad.-quad. 4 — X cubo 2 in √ X quad. 3: ergo per antithesin, & ad X cubum 2 communem adplicationem. $\frac{\text{X quad.-quad. 4 + A quad.-quadr. — X quadr. in A quadr. 2}}{\text{X cubo 2}}$, æquabitur √ X quad. 3.

Et omnibus quadratis, & per X cubo-cubum 4 ductis, adhibitaq; congruenter metathesi, X cubo-cubus in A quad. 16 + X quadr. in A cubo-cubum 4 — A quad.-quad. quad.-quad. — X quad.-quad. in A quad.-quad. 12, æquabitur X quad.-quad.-quad. — quad. 4. Quod quidem ita se habet: enimvero secundum primam æquationem. X cubus in A 4

— X in A cubum 2, æquatur X quad.-quadr. 2 — A quad. quad. Cujus æqualitatis parte utravis quadrata, omnibusque rite ordinatis, in eam ipsam æqualitatem inciditur quadrato-cubica-cubicam, quæ exposita est.

Itaque A quadratum fit X quadratum plus minusve latere binomiæ residuæ, seu negatæ $\surd$ X quad.-quad. 12 — X quad. 3.

Sit X 1. A 1 N. 1 QQ — 2 C + 4 N, æquatur 2. Igitur 2 Q — 1 QQ, æquabitur 4 — $\surd$ 12. & 1 Q fit 1 plus minusve latere binomiæ negatæ $\surd$ 12 — 3.

Caput XI.

Singularium aliquot constitutionum, ad æqualitates multipliciter adfectas pertinentium, collectio.

Theorema I.

Si A quad. + B in A, æquetur B quadrato: est B dupla longitudo, secta in tria proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione semel sumpta.

Theorema II.

Si A cubus + B in A quad. + B quad. in A, æquetur B cubo: est B dupla longitudo, secta in quatuor continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione duplicata.

Theorema III.

Si A quad.-quad. + B in A cubum + B quadr. in A quadr. + B cubo in A, æquetur B quad.-quadrato: est B dupla longitudo, secta in quinque continue proportionalia segmenta; quorum primum idemq; majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione triplicata.

Theorema IV.

Si A quad.-cubus + B in A quad.-quad. + B quadr. in A cubum + B cubo in A quad. + B quad.-quad. in A, æquetur B quadrato-cubo: est B dupla longitudo, secta in sex continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quadruplicata.

Theorema V.

Si A cubo-cubus + B in A quadr.-cubum + B quadr. in A quadr.-quadr. + B cubo in A cubum + B quadr.-quadr. in A quadr. + B quad. cubo in A, æquetur B cubo-cubo: est B dupla longitudo, secta in septem continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quintuplicata.

Caput XII.

Earundem collectio altera.

Theorema I.

Si A quad. + B in A, æquetur B in Z: est B prima minor inter extremas in serie trium proportionalium; aggregatum vero reliquarum duarum est Z, & fit A secunda.

THEOREMA II.

Si A cubus + B in A quad. + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: eſt B prima in ſerie quatuor continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum trium eſt Z, & fit A ſecunda.

THEOREMA III.

Si A quad.quad. + B in A cubum + B quad. in A quad. + B cubo in A æquetur B cubo in Z: eſt B prima in ſerie quinque continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum quatuor eſt Z; & fit A ſecunda.

THEOREMA IV.

Si A quad.-cubus + B in A quad.quad. + B quad. in A cubum + B cubo in A quad. + B quad. quad. in A, æquetur B quad.quad. in Z: eſt B prima in ſerie ſex continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum quinque eſt Z, & fit A ſecunda.

THEOREMA V.

Si A cubo-cubus + B in A quad.-cubum + B quad. in A quad.quad. + B cubo in A cubum + B quad.quad. in A quad. + B quad.-cubo in A, æquetur B quadrato-cubo in Z: eſt B prima in ſerie ſeptem continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum ſex eſt Z, & fit A ſecunda.

CAPVT XIII.

Earundem collectio tertia.

THEOREMA I.

Si B in A — A quad., æquetur B in Z: eſt B prima major inter extremas in ſerie trium proportionalium; differentia vero duarum reliquarum eſt Z, & fit A ſecunda. poteſt autem eſſe duplex, nam eſt etiam differentia inter primam & ſecundam.

Sed ſi A quad. — B in A, æquetur B in Z: eſt B prima minor inter extremas; differentia vero duarum reliquarum eſt Z, & fit A ſimiliter ſecunda.

Sunto proportionales 4. 6. 9. 9N — 1Q, *æquatur* 18. *fit* 1N 6, *atque etiam* 3. *Sed ſi* 1Q — 4N, *æquetur* 12. *fit* 1N 6.

THEOREMA II.

Si A cubus — B in A quad. + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: eſt B prima in ſerie quatuor continue proportionalium; differentia vero trium reliquarum alterne ſumptarum eſt Z, & fit A ſecunda.

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. 1C — 8Q + 64N, *æquatur* 192. *fit* 1N 4. *Vel* 1C — 1Q + 1N, *æquatur* 6. *fit* 1N 2.

THEOREMA III.

Si B cubus in A — B quad. in A quad. + B in A cubum — A quad. quad., æquetur B cubo in Z: eſt B prima major in ſerie quinque continue proportionalium; differentia vero quatuor reliquarum alterne ſumptarum eſt Z, & fit A ſecunda major inter medias. poteſt autem eſſe duplex.

Sed ſi A quad.quad. — B in A cubum + B quad. in A quad. — B cubo in A, æquetur B cubo in Z: eſt B prima minor inter extremas; differentia vero quatuor reliquarum ſumptarum alterne eſt Z, & fit A ſecunda minor inter medias.

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. 16. 4096N — 256Q + 16C — 1QQ, *æquatur* 20480. *fit* 1N 8. *Vel* 1QQ — 1C + 1Q — 1N, *æquatur* 10. *fit* 1N 2.

Theorema IV.

Si A quad.-cubus — B in A quad.quad. + B quad. in A cubum — B cubo in A quad. + B quad. quad. in A, æquetur B quad.quad. in Z: eſt B prima major in ſerie ſex continue proportionalium; differentia vero quinque reliquarum alterne ſumptarum eſt Z, & fit A ſecunda.

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. 16. 32. 1QC—32QQ + 1024C —32768Q + 1048576N, *æquatur* 11534336. *fit* 1N 16. *Vel* 1QC—1QQ+1C—1Q+1N, *æquatur* 22, *& fit* 1 N 2.

Et hæc ſingula ſuam habent ex Zeteſi demonſtrationem: at quæ jam ſequitur collectio, ſua analytico examini ſubjicienda libere relinquit Theoremata, pertinet autem ad æqualitates de multiplicibus radicibus mire explicabiles.

Caput XIV.

Collectio quarta.

Theorema I.

Si $\overline{B+D}$ in A — A quad., æquetur B in D: A explicabilis eſt de qualibet illarum duarum B vel D.

3N—1Q, *æquatur* 2. *fit* 1 N 1, *vel* 2.

Theorema II.

Si A cubus $\overline{—B—D—G}$ in A quad. $\overline{+ B in D + B in G + D in G}$ in A, æquetur B in D in G: A explicabilis eſt de qualibet illarum trium B, D, vel G.

1C—6Q + 11N, *æquatur* 6. *Fit* 1 N 1, 2, *vel* 3.

Theorema III.

Si $\overline{B in D in G + B in D in H + B in G in H + D in G in H}$ in A $\overline{—B in D — B in G — B in H — D in G — D in H — G in H}$ in A quad. $\overline{+ B + D + G + H}$ in A cubum — A quad.quad., æquetur B in D in G in H: A explicabilis eſt de qualibet illarum quatuor B, D, G H.

50N—35Q + 10C—1QQ. *æquatur* 24. *fit* 1N 1, 2, 3, *vel* 4.

Theorema IV.

Si A quadrato-cubus $\overline{—B—D—G—H—K}$ in A quad. quad. $\overline{+ B in D + B in G + B in H + B in K + D in G + D in H + D in K + G in H + G in K + H in K}$ in A cubum $\overline{—B in D in G — B in D in H — B in D in K — B in G in H — B in G in K — B in H in K — D in G in H — D in G in K — D in H in K — G in H in K}$ in A quad. $\overline{+ B in D in G in H + B in D in G in K + B in D in H in K + B in G in H in K + D in G in H in K}$ in A, æquetur B in D in G in H in K: A explicabilis eſt de qualibet illarum quinque B, D, G, H, K.

1QC—15QQ+85C—225Q+274N, *æquatur* 120. *Fit* 1 N 1, 2, 3, 4, *vel* 5.

Atque hæc elegans & perpulchræ ſpeculationis ſylloge, tractatui alioquin effuſo, finem aliquem & Coronida tandem imponito.

FINIS.

APPEN-

APPENDIX,

AB

ALEXANDRO ANDERSONO

OPERI SUBNEXA.

QVandoquidem Theoremate tertio Capitis ſexti, Tractatus prioris de æquationum recognitione, cubicarum æquationum inverſarum, in quibus homogenea adfectionis eſt ſub latere, conſtitutionem, elegantius & (ſuo more) acutius, in peculiarem Zeteticorum ad angulares ſectiones pertinentium, ſilvulam, rejecit Autor noſter: quæ quidem an inter alia ejus ſcripta hic uſpiam lateat, an adhuc

Trans Indos Eurumque virens, mortalibus oras
Occupet ignotas,

nobis nondum conſtitit; placuit (ſuadente ſubtiliſſimi judicii viro & mihi amiciſſimo Renato Bouclier Juriſconſulto, tum Mathematico peritiſſimo) hoc admetiri ἐπίμετρον, ex iis quæ à me ad hanc rem demonſtrata ſunt. quamvis male feriati quidam homines, infrugi & inſulſi, plagii me inſimulare velint, quaſi Vietæ Theoremata, & demonſtrationes, pro meis venditaſſem: quum nihil in hoc genere præter nuda & demonſtrationibus orba Theoremata, libro octavo variorum, & in reſponſo ad Problema Adriani Romani à Vieta editis, mihi viſum ſit. quin & omnium illarum circulationum, & progreſſionum rectarum circuli circumferentiis in ratione Arithmetica ſubtenſarum, ut firmiſſima ita & præclariſſima fundamenta, Theorematis 4, 5, & 7 mei Tractatus ad Sectiones angulares, demonſtrata, ex quibus Theorematum à Vietæ propoſitorum conſtat veritas, à me excogitata & primum edita ſunt. Loquantur qui Vieta familiariter uſi ſunt, (qui magno meo diſpendio mihi nunquam notus) quibuſque adverſariis ſuis inſcripta ſchediaſmata, communicare ſolitus. Sed talpas iſtos loquaces non moror, qui in re non adeo jam obſcura, (niſi Bœoticis fortaſſis iſtiuſmodi ingeniis) prorſus cæcutientes, ſuſceptos à me ad publica promovenda ſtudia labores, (ne mihi fortaſſis cedere videantur) alii adſcribere malunt, quam à me profectos probando, ad meliora incitare. at viderint iſti Bembices quantum à propoſito ſibi aberrarint ſcopo, dum meas lucubrationes, ſummo, & nunquam ſatis laudando viro Franciſco Vietæ attribuunt, quam inde ampla & opima referam ſpolia:

Dum culpare volunt, ſtulti, in contraria currunt.

Sed ſic non vincitis: imbellis animi eſt ex alieni nominis injuria ſibi laudes quærere; quin potius quum alat æmulatio ingenia, & nunc invidia nunc admiratio incitationem accendat, agite mecum viri umbratiles, & ſi quod inde mihi laudis accedit, id vobis detractum putatis, veſtris (ſi quid luce dignum poteſtis) laboribus, id damni reſarcire conemini.

ἐν δὲ πείρᾳ, τέλος διαφαίνεται ὧν τις ἐξοχώτερος γένηται.

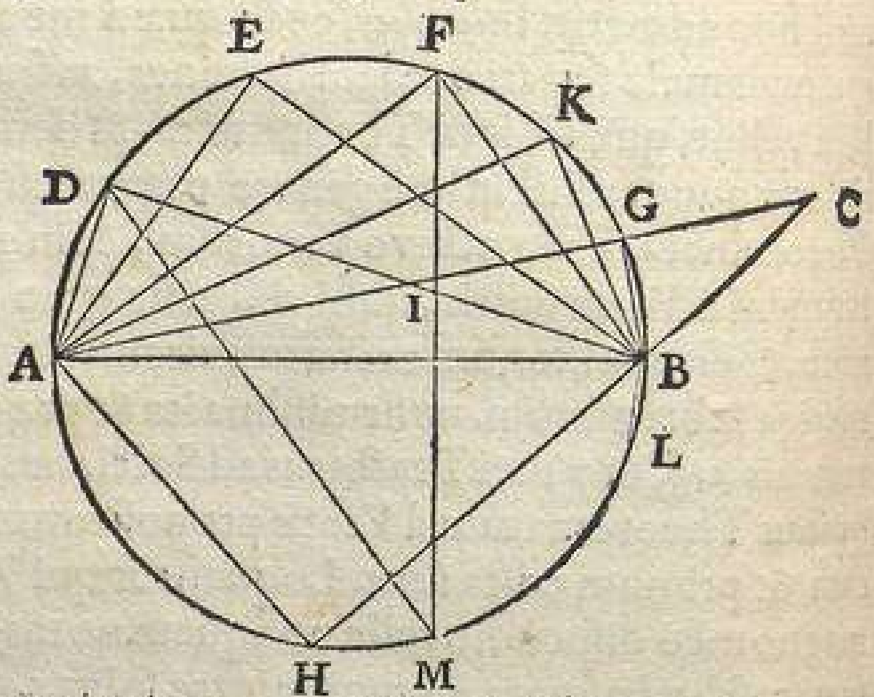
THEOREMA SYSTATICUM

Æqualitatum quarundam cubicarum adfectarum, in quibus poteſtati homogenea eſt ſub latere.

Si fuerint duo triangula rectangula æqualis hypotenuſæ, & angulus acutus ſubtenſus à perpendiculo primi, ſit triplus ad angulum acutum ſubtenſum à perpendiculo ſecundi: cubus ex dupla baſe ſecundi, minus ſolido ſub triplo quadrato hypotenuſæ in eandem baſin duplam ſecundi, æquabitur ſolido ſub quadrato hypotenuſæ, in duplam baſin primi.

Rurſus: ſolidum ſub quadrato triplo hypotenuſæ, in baſin ſimplam ſecundi, contractam protractamve longitudine ejus rectæ, quæ poteſt quadrato triplum perpendiculi ejuſdem, minus ejuſdem baſis ita contractæ protractæve cubo, æquabitur eidem ſolido ſub quadrato hypotenuſæ communis, in baſin duplam primi.

Sit circulus cujus diameter A B, eique inſcribantur utcunque duo triangula rectangula A F B, A G B, quorum communis hypotenuſa erit ipſa diameter: & ſit angulus F A B, triplus anguli G A B. Primi igitur trianguli baſis ſit F A, perpendiculum FB. (ut in Analyticis conſtitutum eſt.) Secundi baſis G A, perpendiculum G B.
Dico primo; cubum ex dupla ipſius G A, minus ſolido ſub triplo quadrato ipſius B A in duplam ipſius G A, æquari ſolido ſub quadrato B A in duplam ipſius F A.



Quoniam enim peripheria F B tripla eſt ipſius G B peripheriæ. Si ſecetur peripheria G F bifariam in K, erunt ſegmenta B G, G K, K F æqualia. ducatur jam recta A K. Erit igitur ex demonſtratis à nobis Theoremate 5^to ad Sectiones Angulares, ut ſemidiameter ad rectam A G, ita recta A G ad compoſitam ex A B, A K: ac proinde ut diameter A B ad duplam ipſius A G, ita A G dupla ad duplam compoſitam ex A B, A K. Igitur A G quadratum quater, æquabitur aggregato quadrati dupli à diametro, & rectanguli ſub diametro A B, & A K bis.

Iterum: eſt ut AB ad AG bis, ita AK bis ad duplam compoſitam ex AG, AF, ac proinde aggregatum rectangulorum A B in A G bis, A B in A F bis, æquabitur rectangulo quater ſub AG, AK. & adhibita in priori æqualitate congrua antitheſi, AG quadratum quater minus AB quadrato bis, æquabitur AB in A K bis. Quare adſumpta communi altitudine AK bis, erit A G quadratum quater, minus A B quadrato bis ad rectangulum quater ſub A G, A K; id eſt ad rectangulum ſub A G bis in A K bis; vel ex ſecundæ æqualitatis analogiſmo, ad aggregatum rectangulorum AB in A G bis, AB in AF bis, ut AB ad AG bis. eſt autem & A B quadratum ad A B in A G bis, ut A B ad A G bis: ergo ſi à ſimilibus ſimilia auferantur, nempe ab AG quadrato quater minus A B quadrato bis, ablato A B quadrato, & ab aggregato A B in AG bis, AB in A F bis, ablato A B in A G bis. Relinquentur; illic quidē AG quadratum quater minus AB quadrato ter; hic vero AB in AF bis, quæ inter ſe erunt ut A B ad A G bis: quare A G cubus octies, ſive cubus duplæ ipſius A G, minus AB quadrato ter in A G bis, æquabitur A B quadrato in A F bis. Quod erat primo loco demonſtrandū.

Secundo: à puncto B educatur recta B I, ſitque ſegmentum B I inter B punctum, & rectam A G interceptum, æquale ipſius B G duplæ: occurrat autem ipſa B I producta circumferentiæ circuli in D puncto, & ducatur recta A D. Quoniam igitur in triangulo rectangulo G B I, latus B I recto ſubtenſum angulo, duplum eſt lateris B G. erit angulus G B I duarum tertiarum unius recti, ſive triens duorum rectorum, & latus G I poterit triplum lateris G B, perpendiculi ſcilicet trianguli A G B.

Dico igitur ſolidum ſub A B quadrato ter in A I, minus cubo ipſius A I, æquari ſolido ſub A B quadrato in A F bis.

Eſt

Est primum circumferentia G D, angulo G B D subtensa, triens totius circularis peripheriæ; est quoque & G B triens peripheriæ B F: quare tota peripheria B D ter metietur totam peripheriam circularem, & præterea segmentum B G segmentum B F ter metietur, ducantur autem subtensæ B D, D M, M F. Quoniam igitur B D, D M æquales sunt, & est A D circumferentia quæ relinquitur sublata B D circumferentia ex semicirculo, & M B ea quæ relinquitur sublata dupla ipsius B D ex integro circulo, est igitur M B circumferentia dupla ipsius A D; atqui, ipsi M B circumferentiæ, æqualis est circumferentia F D, (æquales siquidem sunt subtensæ B D, D M, ipsis D M, M F.) quare circumferentia F D, dupla erit ipsius D A. Secetur itaque circumferentia F D, bifariam in E: erunt igitur circumferentiæ A D, D E, E F æquales, & circumferentia A F ipsius A D tripla. subtendantur jam rectæ A E, B E. Quoniam igitur triangula rectangula G I B, A D I, similia sunt, erit ut B I ad B G, ita A I ad A D. est autem B I dupla ipsius B G, igitur & A I ipsius A D dupla erit. Est autem ex demonstratis à nobis Theoremate 5^{to} ad Angulares Sectiones, ut semidiameter ad ipsam A D, id est ut diameter A B ad ipsam A I, ita A D ad A B minus B E, quare A B quadratum minus A B in B E, æquabitur A I in A D, hoc est A I quadrati semissi: & adhibita congrua metathesi, A B quadratum minus A I quadrati semisse, æquabitur A B in B E. Iterum ex iisdem est, ut A B ad A I, ita B E ad A F minus A D, rectangulum igitur A B in A F minus A B in A D, æquabitur A I in B E, ergo eadem adsumpta altitudine B E, erit ut A B ad A I, ita A B quadratum minus A I quadrati semisse ad A I in B E, id est ex secundæ æqualitatis analogismo, ad A B in A F minus A B in A D: & omnibus duplatis, A B quadratum bis minus A I quadrato erit ad A B in A F bis minus A B in A D bis, ut A B ad A I.

Est quoque ut A B ad A I, ita A B quadratum ad A B in A I, vel A B in A D bis: quare si similibus similia addantur, erit A B quadratum ter minus A I quadrato ad A B in A F bis, ut A B ad A I. Ac proinde A B quadratum ter in A I minus A I cubo, æquabitur A B quadrato in A F bis. Quod erat secundo loco ostendendum.

Tertio: protrahatur ipsa A G quantum satis in C, & fiat B C dupla ipsius B G, quare quum rectangulum sit triangulum B G C, & latus B C recto subtensum angulo, duplum ipsius B G lateris alterius circa rectum, poterit G C quadrato triplum lateris B G, perpendiculi scilicet trianguli A G B.

Dico rursus, solidum triplum sub A B quadrato in A C, minus cubo ipsius A C, æquari solido sub A B quadrato & dupla ipsius A F.

Protrahatur enim C B donec iterum circumferentiam secet in H, & ducatur A H. Quoniam itaque angulus A B H exterior trianguli A B C, æquatur duobus interioribus oppositis C A B, A C B, est autem A C B tertia pars unius recti, sive semiperipheriæ, (quandoquidem in triangulo rectangulo G C B, latus C B oppositum recto, statuitur duplum lateris B G circa rectum.) & angulus B A C tertia pars est ipsius anguli B A F, seu peripheriæ B F, erit angulus A B H, sive peripheria A H tertia pars peripheriæ A H F. & quoniam triangula C H A, C G B similia sunt, erit C A ad A H, ut C B ad B G, est autem C B dupla ipsius B G quare C A ipsius A H dupla quoque erit. Secetur jam peripheria H F bifariam in L, & ducatur recta B L. erunt segmenta A H, H L, L F æqualia, igitur ex demonstrato à nobis sæpius citato Theoremate, erit ut semidiameter ad A H, id est A B ad A C, ita A H ipsius A C semissis ad B A minus B L. Quare A B quadratum minus A B in B L, æquabitur rectangulo A C in A H, id est A C quadrati semissi. Rursus ex eodem Theoremate, ut A B ad A C, ita B L ad A F minus A H, & rectangulum A B in A F minus A B in A H, æquale erit rectangulo A C in B L. & adhibita congrua metathesi in priore æqualitate, A B quadratum minus A C quadrati semisse æquabitur A B in B L. Ergo adsumpta communi altitudine B L, erit A B quadratum minus A C quadrati semisse ad A C in B L, id est ex posterioris æqualitatis analogismo, ad A B in A F minus A B in A H, ut A B ad A C. & omnibus duplatis, erit A B quadratum bis minus A C quadrato ad A B in A F bis minus A B in A H bis, ut A B ad A C. est quoque A B quadratum ad A B in A C, vel A B in A H bis, ut A B ad A C, quare similibus, si addantur similia, erit A B quadratum ter minus A C quadrato ad A B in A F bis, ut A B ad A C. Solidum ergo sub A B quadrato ter in A C, minus A C cubo, æquale erit solido sub A B quadrato in A F bis. Quod erat tertio & ultimo loco ostendendum.

Atq; hinc constat lex ab Autore ejusmodi æqualitatum constitutioni apposita: est enim A B diameter, inscriptarum maxima.

FRANCISCI VIETÆ
DE
NVMEROSA POTESTATVM PVRARUM, atque ADFECTARUM
Ad Exegesin
RESOLUTIONE
TRACTATUS.

DE

NUMEROSA POTESTATUM PURARUM RESOLUTIONE.

NIHIL tam naturale est, secundum Philosophos omnes, quam unumquodque resolvi eo genere quo compositum est. Purum autem quadratum, purus cubus, pura denique in quocumque magnitudinum proportionaliter scandentium gradu potestas componitur manifesto, operante Arithmetico, à tot singularibus lateribus, quot radix ipsa universalis constat numeralibus figuris in genesi, pro singularium valore distribuendis, & exprimendis.

Sit radix una numerali contenta figura 7, à qua sit componenda potestas. Ergo 7 ducetur in se, sive in sui gradum, qualem genus potestatis efflagitaverit.

Constet autem radix duabus figuris veluti 12. creatur potestas à 10, & 2.

Et si constet radix tribus figuris ut pote 124. creatur potestas ab 100 20 & 4. Et si pluribus, pluribus.

Quare resolutio quoque potestatis in tot singularia latera instituitur, quot constat radix universalis figuris numeralibus in genesi, ipsaque pro singularium valore distribuenda, & exprimenda.

Nec tamen resolutio illa uno eodemque momento perficitur, quoniam via simplicissimæ compositionis refragatur, quæ circa duo tantum est. Sed itur per subdivisiones. Id est, primum resolutio totius suscipitur in duo latera majus & majori proximum. Deinde majus & majori proximum adgregantur, & æstimantur latus unum. Et quod sequitur, latus alterum, & eo deinceps ordine.

Artificium itaque omne in his quæ sequuntur præceptis fere consistit.

1.

Primum, extrema potestatis resolvendæ figura, quæ alioqui prima est pergendo à dextra ad lævam, sedes esto unitatum metientium potestatem lateris ex singularibus extremi & minimi, & adposito puncto subtus adnotator.

2.

Succedens figura pergendo à dextra ad lævam sedes esto gradus ad potestatem paradoci primi, quod & sua N seu S, id est simplicis nota commode designator.

3.

Succedens figura paradico gradu secundo addicitor, & sua quoque Q nota designator, & ea deinceps serie, donec deveniatur ad potestatem.

4.

Et ubi deventum est ad potestatem, punctum rursus adponitor symbolum unitatum metientium potestatem lateris penultimi, & rursus post punctum progrediendo in anteriora collocantor notæ suo parodicorum graduum ordine. Et ita fiat continue, donec perveniatur ad potestatem lateris ex singularibus primi & maximi.

5.

Itaque quot punctis singularium potestatum constat resolvendo numero potestas, tot figuris numeralibus radicem, de qua quæritur, constare pronunciato.

6.

Vnitates metientes primam singularem potestatem, eandemque majorem danto primum latus, idemque majus, ex communi sensu vel tabula oculis ideo exposita, quoniam potestatum, quarum latera sunt numeralis unius figuræ, negligit ars resolutionem.

7.

Lateris primi singularis gradus parodici, secundum potestatis conditionem, tantuplantor, & sede sua collocantor singuli, & subjiciuntor resolvendæ magnitudini, postquam ab ea potestas singularis prima fuerit adempta. Et quod ex adplicatione oritur, latus secundum statuitor, adplicatione inquam non omnino accurata. Nam ad ipsum quoque latus adplicationem fieri subaudiendum est. Sed ita, ut homogenea, quæ fient ex singulari illo secundo latere, suisque parodicis gradibus in latus primum, laterisque primi gradus reciprocos, æquentur magnitudini resolvendæ, aut ei demum cedant.

8.

Et si æquent, opus absolutum pronunciato. Sin cedant, & supersit aliquod punctum potestati addictum, duo jam elicita latera fungantur unius vice, & sunto tanquam primum & majus, & eadem omnino via, qua ante, pergatur ad sequentis, ut minoris & secundi, inventionem, & eo deinceps continuo ordine.

9.

Quod si dum cedunt non supersit aliquod addictum potestati punctum, argumentum est magnitudinis resolvendæ latus esse irrationale. Collecto itaque lateri adjungitur fragmentum cujus numerator est numerus è magnitudine resoluta reliquus. Divisores iidem, qui essent si aliquod punctum potestati addictum superesset resolvendum, & tale fragmentum singularium laterum summæ adjunctum, facit latus potestatis resolutæ majus vero. Et in quadratis si denominatori addatur unitas, facit latus minus vero. In divisoribus enim inest implicite latus, quod alioqui proxime esset eliciendum, ut pote producta per numerales circulos ea quæ resolvitur, potestate, & continuato opere. At illud constat necesse est intra denarii metam, alioquin rite non fuit operatum.

Quæ, ut specialius illustrentur, imprimis proponitur ad eductiones radicum una contentarum numerali figura.

TABELLA.

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q	1	4	9	16	25	36	49	64	81
C	1	8	27	64	125	216	343	512	729
QQ	1	16	81	256	625	1,296	2,401	4,096	6,561
QC	1	32	243	1,024	3,125	7,776	16,807	32,768	59,049
CC	1	64	729	4,096	15,625	46,656	117,649	262,144	531,441
QQC	1	128	2187	16,384	78,125	279,936	823,543	2,097,152	4,782,969
QCC	1	256	6561	65,536	390,625	1679.616	5,764,801	16,777,216	43,046.721
CCC	1	512	19,683	262,144	1,953,125	10,077,696	40,353,607	134.217,728	387.420,489

Deinde de singulis potestatibus singula concipiuntur Problemata.

PROBLEMA I.

E Dato in numeris quadrato puro, latus analytice elicere.

Proponatur 1 Q, æquari 2916. Quæritur quanta magnitudo sit 1 N, radix-ve propositi puri quadrati. Propositum igitur numero quadratum intelligetur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universum, de quo quæritur, constabat in genesi, seu efformatione quadrati. Ad quem figurarum numerum arguendum, propositi numero quadrati figura (dum à læva ad dextram pergitur) extrema signabitur puncto, & reliquæ (in anteriora pergendo) figuræ binæ alternæ: quoniam uno gradu scansili ad quadratum pervenitur. Cum itaque duo puncta sint, tot constare quadratum omne singularibus quadratis, latusve omne tot singularibus lateribus pronunciabitur, cum eadem sit resolutionis via, quæ compositionis. Quando autem componitur quadratum à duobus lateribus singularibus: quadratum lateris primi, plus plano à duplo lateris primi in secundum, plus quadrato lateris secundi, æquatur composito quadrato. Ideo instituetur resolutio secundum syntheticum expositum Theorema. Itaque figura puncto primo ad lævam signata; dicetur sedes unitatum metientium quadratum lateris primi, ejusdemque majoris; & succedens sedes plani sub N. ac denique extrema sedes; unitatum metientium quadratum lateris secundi. Quod si plura superfuissent puncta, non ideo minus institueretur resolutio, quoniam quadratum intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus, quæ cum elicita forent fungerentur vice unius, & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tanquam primo latere & sequente ut secundo, eoque continuo ordine.

Primi igitur quadrati latus in proposito Theoremate elicitur ex 29. qui quidem numerus non est quadratus, sed cum major sit 25 numero proxime quadrato: dicetur latus primum esse 5, si cætera consentiant. quod eventus operis statim indicabit, & una quidem figura exprimitur, sed quam sequantur (id enim subaudiendum est) tot numerales circuli quot supererunt puncta quadratica. Quando vero 25 auferentur ex 29, relinquetur 4. Vnde totus numerus residuus erit 4, 16. constans plano sub duplo lateris primi & latere secundo, plus quadrato secundi.

Latus igitur primi quadrati bis sumptum constituetur tanquam divisor sedem habens sub figura plano sub N addicta, proruptūrus in anteriora si duplatio id exigat. Duplum 5 est 10, ad quod dum adplicatur 41, facit latitudinem 4. Quod si non fecisset latitudinem aliquam intra 10, argumentum fuisset latus primum elicitum 5 fuisse minus æquo, & opus de novo inchoandum, quadratique proxime majoris latus eligendum, eaque deinceps methodo.

Porro cum ducetur 4 in 10, facit 40 duplum planum sub primo & secundo lateribus. Quadratum denique à secundo latere 4 est 16, & cum illud quadratum lateris secundi sub puncto ei addicto collocabitur, planum vero sub sede plani, uti etiam consentaneum esse adparet, quandoquidem primum latus intellectu (ut adnotatum est) comitantur numerales circuli: Ea addita facient 4, 16. numerum æqualem residuo proposito quadrato. Itaque concludetur 54 latus esse quadrati 29, 16.

Paradigma analyseos quadrati puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Quadratum resolvendum	2·9	1 6·	
	·	N·	*Sedes singularium*
	Qj	Qij	*quadratorum planorumque sub lateribus*
Planum ablatitium	2 5		*Quadratum lateris primi*
Reliquum resolvendi quadrati	4	1 6	

	0 0	*Tot numerales circuli, quot puncta quadratica, laterave singularia,*
N	5 4	
Q25	16	

II Eductio lateris singularis secundi.

	4	1 6	
Divisor, duplum lateris primi	1	0	
Plana ablatitia	4	0	*A latere secundo in duplum latus primum*
		1 6	*Quadratum lateris secundi*
Summa planorum ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo quadrato.	4	1 6	

Itaque si 1 Q, æquetur 2,916. fit 1 N 54, ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si summa planorum non fuisset æqualis residuo, sed eo minor, argumentum esset quadrati latere asymmetri. Ideo non explicabitur, sed notam asymmetriæ exhibendo, quando 1 Q æquabit 2 & quæretur 1 N, dicetur esse $\sqrt{}$ *2.*

Sed si quæratur proxima vero radix ex 2, elicietur latus proximum vero, & est 1 & residuum adplicabitur ad duplum lateris inventi, & uti fragmentum adjicietur lateri invento. Itaque numeri 2 radix dicetur esse $1\frac{1}{2}$ *eaque major vera. Vel denominatori adjicietur unitas. Itaque dicetur radix esse* $1\frac{1}{3}$ *eaque minor vera. Media autem radix inter utramque* $1\frac{5}{12}$ *bene proxima vera.*

Vel etiam proposito quadrato adiungentur bini numerales circuli in infinitum, & ex ita extenso eruetur radix, tanquam ex accurato numero quadrato. Vt si quæratur de latere quadrati 2.

Ex quadrato si placet 2 |00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00 *elicietur latus* 141,421,356,237,309, 505. *Itaque latus 2 dicetur adæquare proxime* $\frac{141,421,356,237,309,505}{100,000,000,000,000,000}$. *Sic latus 3 adæquat proxime* $\frac{173,205,080,756,887,720}{100,000,000,000,000,000}$.

PROBLEMA II.

E Dato in numeris cubo puro latus analytice elicere.

Proponatur 1 C, æquari 157,464. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi puri cubi. Propositus igitur numero cubus intelligetur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universum, de quo quæritur, constabat in genesi, seu efformatione cubi. Ad quem figurarum numerum arguendum, propositi numero cubi figura, dum à læva ad dextram pergitur, extrema signabitur puncto, & reliquæ, in anteriora pergendo, figuræ ternæ alternæ, duabus videlicet intermediis relictis, quia ab unitatibus duo sunt gradus scansiles N. Q. Cum itaque duo puncta sint, tot constare cubus omnis singularibus cubis, latusve tot singularibus lateribus pronunciabitur. Et cum eadem sit resolutionis via, quæ compositionis; quando autem componitur cubus à duobus lateribus singularibus: cubus lateris primi, plus solido à triplo lateris primi in quadratum secundi, plus solido à triplo quadrato lateris primi in latus secundum, plus cubo bo lateris ſecundi, æquatur compoſito cubo. Inſtituetur reſolutio ſecundum ſyntheticum expoſitum Theorema. Itaque figura puncto, quod primum ad lævam occurrit ſignata, dicetur ſedes unitatum metientium cubum lateris primi & majoris. Figura ſequens, ſedes tripli ſolidi ſub quadrato ejuſdem. Figura ſuccedens, ſedes tripli ſolidi ſub ipſo latere. Ac denique extrema, ſedes unitatum metientium cubum lateris ſecundi. Quod ſi plura ſuperfuiſſent puncta, non ideo minus inſtitueretur reſolutio, quoniam cubus intelligeretur ab initio componi tantum abs duobus illis lateribus, quæ cum elicita forent fungerentur vice unius. Et poſt intelligeretur componi ex illo adgregato tanquam primo latere, & ſequente ut ſecundo, & eo in infinitum ordine. Primi igitur cubi latus in propoſito themate elicietur 157, qui quidem numerus non eſt cubus, ſed cum major ſit 125 numero proxime cubo: dicetur latus primum eſſe 5, ſi cætera conſentiant. Quod eventus operis ſtatim indicabit. Et una quidem figura exprimitur, ſed quam ſequantur (id enim ſubaudiendum eſt) tot numerales circuli, quot ſupererunt puncta cubica. Quando vero 125 auferetur ex 157, relinquet 32. Unde totus numerus reſiduus 32,464 conſtans ſolido ſub lateris ſecundi quadrato & triplo primi, plus ſolido ſub triplo quadrato primi & latere ſecundo inveniendo, plus cubo ſecundi. Triplum igitur quadratum lateris primi collocabitur ſub ſede gradui ſecundo addicta, id eſt à puncto cubi primi proxima. Triplum ipſum latus primum ſub ſuccedente gradui primo addicta, tanquam diviſores numeri prorupturi in anteriora ſi res exigat. Triplum quadrati è 5 eſt 75, ad quod adplicatum 324, facit latitudinem 4. Itaque 4 erit latus ſecundum ſi cæteri diviſores conſentiant. hoc autem eventus operis ſtatim indicabit. Quod ſi ita adplicatum 324 non feciſſet latitudinem aliquam numeri intra 10, argumentum fuiſſet latus primum 5 elicitum fuiſſe minus æquo, & opus de novo inchoandum, cubique proxime majoris latus eligendum, eaque deinceps methodo. Porro cum ducetur 4 in 75, facit 300. triplum ſolidum ſub quadrato lateris primi & ſecundo. Quadratum vero è 4 faciens 16, cum ducetur in 15 triplum lateris primi ſequenti ſede collocatum, facit 240. triplum ſolidum ſub quadrato lateris ſecundi & primo. Cubus denique ex 4, eſt 64. Et cum cubus iſte lateris ſecundi ſub puncto ei addicto collocabitur; ſolidum vero triplum ſub quadrato lateris ſecundi & latere primo ſub nota gradus primi; ſolidum denique triplum ſub latere ſecundo & quadrato lateris primi ſub nota gradus ſecundi, ut etiam conſentaneum eſſe adparent, quandoquidem primum latus intellectu, ut adnotatum eſt, comitatur numeralis circulus: Addita hæc omnia ſolida, facient 32,464 numerum æqualem reſiduo propoſito cubo. Itaque concludetur 54 latus eſſe cubi 157,464.

Paradigma analyſeos cubi puri.

I. Eductio lateris ſingularis primi.

Cubus reſolvendus	157	464	
	·	QN ·	*Sedes ſingularium cuborum & ſolidorum ſub gradibus.*
	Cj	Cij	
Solidum ablatitium	125		*Cubus lateris primi.*
Reliquum reſolvendi cubi ·	32	464	

	0	0	*Tot numerales circuli, quot puncta cubica, laterave ſingularia.*
N.	5	4.	
Q.	25.	16.	
C.	125.	64.	

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Reliquum reſolvendi cubi	32	464
Diviſores { *Triplum quadratum lateris primi*	7	5
Diviſores { *Triplum latus primum.*		15
Summa diviſorum	7	65

Solida ablatitia	30	0.	*Solidum à latere secundo in triplum quadratum lateris primi.*
	2	40	*Solidum à quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
	. .	64	*Cubus lateris secundi.*
Summa ablatitiorum solidorum, æqualis residuo resolvendo cubo.	32	464	

Itaque si 1 C, æquetur 157, 464. fit 1 N 54. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si summa solidorum non fuisset æqualis residuo, sed eo minor, argumentum esset cubi latere asymmetri. Ideo non explicabitur sed notam asymmetriæ exhibendo, quando 1 C, æquabitur 2 & quæritur 1 N, dicetur esse $\sqrt{}$ C 2.

Sed si quæratur radix proxima veræ, adjungentur proposito cubo terni numerales circuli in infinitum, & ex ita extenso eruetur radix tanquam ex accurato numero cubo. Vt si quæratur de latere cubi 2. Ex cubo 2, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 elicietur latus 125, 992, 104, 989. Itaque $\sqrt{}$ C 2. dicetur adæquare proxime 1 $\frac{25,\ 992,\ 104,\ 989}{100,\ 000,\ 000,\ 000}$ & amplius. Sic $\sqrt{}$ C 4. adæquat 1 $\frac{58,\ 740,\ 105,\ 196}{100,\ 000,\ 000,\ 000}$ & amplius.

Problema III.

E Dato in numeris quadrato-quadrato puro, latus analytice elicere.

Proponatur 1 *Q Q*, æquari 331, 776. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi puri quadrato-quadrati.

Propositum igitur numero quadrato-quadratum intelligitur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universale, de quo quæritur, constabat in genesi, seu efformatione quadrato-quadrati. Ad quem figurarum numerum arguendum propositi numero quadrato-quadrati, figura (dum à læva ad dextram pergitur) extrema signabitur puncto, & reliquæ in anteriora regrediundo figuræ quaternæ alternæ, tribus videlicet intermediis relictis, quia ab unitatibus ad quadrato-quadratum tres sunt scansiles gradus N, *Q*, C. Cum itaque duo puncta sint, tot constare quadrato-quadratum universale singularibus quadrato-quadratis, latusque similiter universale tot singularibus lateribus, pronunciabitur.

Et cum eadem sit resolutionis via, quæ compositionis, quando autem componitur quadrato-quadratum à duobus singularibus lateribus

Quadrato-quadratum lateris primi
Plus latere secundo in cubum quadruplum lateris primi
Plus lateris secundi quadrato in quadratum sextuplum lateris primi
Plus lateris secundi cubo in latus quadruplum primi
Plus lateris secundi quadrato quadrato,

æquatur quadrato-quadrato aggregati laterum. Instituetur resolutio secundum syntheticum illud Theorema.

Itaque figura puncto quod primum ad lævam occurrit signata, dicetur sedes unitatum metientium quadrato-quadratum lateris primi, & majoris. Figura sequens, sedes plano-plani sub cubo ejusdem lateris primi quadruplando. Succedens, sedes plano-plani sub quadrato ejusdem lateris primi sextuplando. Succedens rursus, sedes plano-plani sub ipso primo latere quadruplando. Ac denique extrema, sedes unitatum metientium quadrato-quadratum lateris secundi.

Quod si plura superfuissent puncta, non idcirco minus institueretur resolutio, quoniam quadrato quadratum intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus, quæ, cum elicita forent, fungerentur vice unius, & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tanquam primo latere, & sequente, ut secundo. Et eo in infinitum ordine.

Totam autem πραγματείαν construxisse in propositis quadratis & cubis non fuit fortassis absonum, sed eandem in ulterioribus potestatibus inculcare supervacaneum videtur, quoniam deinceps non erit negotiosum eam in paradigmatis arguere, & intueri.

Para-

Paradigma analyseos quadrato-quadrati puri.

I. Eductio lateris singularis primi.

Quadrato-quadratum resolvendum	33	1776		
	·	CQN ·	*Sedes singularium quadrato-quadratorũ & plano-planorũ sub gradibus.*	0 0 / N 2. 4. / Q 4. 16. / C. 8. 64. / QQ. 16. 256. — *Tot numerales circuli quot puncta quadrato-quadratica, laterave singularia.*
	QQi	QQii		
Plano-planum ablatitium.	16	*Quadrato-quadratum lateris primi.*		
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati	17	1776		

II. Eductio lateris singularis secundi,

Reliquum resolvendi quadrato-quadrati	17	1776	
Divisores: *Quadruplus cubus lateris primi.*	3	2	
Sextuplum quadratum ejusdem.		24	
Quadruplum idem latus.		8	
Summa divisorum	3	448	
Plano-plana ablatitia:	12	8	*à latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
	3	84	*à quadrato secundi in sextuplum quadratum primi.*
		512	*à cubo secundi in quadruplum lateris primi.*
		256	*quadrato-quadratum lateris secundi.*
Summa plano-planorum, æqualis residuo resolvendo quadrato-quadrato.	17	1776	

Itaque si 1 QQ, æquetur 33, 1776. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si 1 QQ, æquetur 20000. Quoniam 20000 non est quadrato-quadratus numerus accurate, latus elicietur proximum vero, adjectis quaternis numeralibus circulis in infinitum, & erit 11 $\frac{8,917}{10,000}$ latus minus vero, vel 11 $\frac{8,918}{10,000}$ latus majus vero. Medium satis propinquum 11 $\frac{3,567}{4,000}$.

PROBLEMA IV.

E dato in numeris quadrato-cubo puro latus analytice elicere.

Proponatur 1 QC, æquari 7, 962, 624. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi puri quadrato-cubi.

Propositus igitur numero quadrato-cubus intelligitur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universale, de quo quæritur, constat in genesi quadrato-cubi. Ad quem figurarum numerum arguendum, extrema numeralis figura quadrato-cubi, incipiendo à læva & ad dextram pergendo, signabitur puncto, & reliquæ in anteriora regrediundo figuræ quinæ alternæ, quatuor videlicet intermediis relictis, cum ab unitatibus ad quadrato-cubum quatuor sint gradus scansiles N, Q, C, QQ. Cum itaque duo puncta sint, tot constare quadrato-cubus universalis singularibus quadrato-cubis, latusque similiter universale tot singularibus lateribus pronunciabitur.

Et cum eadem sit resolutionis via quæ compositionis, quando autem componitur quadrato-cubus à duobus singularibus lateribus:

Qua-

Quadrato-cubus lateris primi
Plus latere secundo in quadrato-quadratum quintuplum lateris primi
Plus lateris secundi quadrato in cubum decuplum lateris primi
Plus lateris secundi cubo in quadratum decuplum lateris primi.
Plus lateris secundi quadrato-quadrato in latus primum quintuplum
Plus quadrato-cubo lateris secundi,

æquatur quadrato-cubo adgregati laterum. Instituetur resolutio secundum syntheticum illud Theorema.

Itaque figura puncto, quod primum ad lævam occurrit signata, dicetur sedes unitatum metientium quadrato-cubum lateris primi & majoris. Sequens numeralis figura, sedes plano-solidi sub quadrato-quadrato ejusdem lateris primi, quintuplandi. Succedens, plano-solidi sub cubo decuplandi. Succedens rursus, plano-solidi sub quadrato rursus decuplandi. Reliqua intermedia, plano-solidi sub ipso primo latere quintuplandi. Extrema tandem, sedes unitatum metientium quadrato-cubum lateris secundi. Quod si plura superfuissent puncta, non idcirco minus instituereturresolutio, quoniam quadrato-cubus intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus, quæ cum elicita forent, fungerentur vice unius, & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tanquam primo latere, & sequente ut secundo, & eo in infinitum ordine.

Paradigma analyseos quadrato-cubi puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Quadrato-cubus resolvendus	79	6 2 6 2 4
	·	QQ.C, Q.N ·
	QC j	QC ij
Plano-solidum ablatitium	3 2	*Quadrato-cubus lateris primi.*
Reliquum resolvendi quadrato-cubi	47	6 2 6 2 4

Sedes singularium quadrato-cuborum & plano-solidorum sub gradibus.				*Tot numerales circuli, quot puncta quadrato-cubica, laterave singularia.*
		0	0	
	N.	2.	4	
	Q.	4.	16	
	C.	8.	64	
	QQ.	16.	256	
	QC.	32,	1024	

II Eductio lateris singularis secundi.

Reliquum resolvendi quadrato-cubi	47	62624
Divisores { *Quintuplum quadrato-quadratum lateris primi.*	8	0
Divisores { *Decuplus cubus ejusdem.*		80
Divisores { *Decuplum quadratum ejusdem.*		40
Divisores { *Quintuplum latus primum.*		10
Summa divisorum	8	8410
Plano-solida ablatitia {	32	0 — *à latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.*
	12	80 — *à quadrato lateris secundi in decuplum cubum primi.*
	2	560 — *à cubo lateris secundi in decuplum quadratum primi.*
		2560 — *à quadrato-quadrato secundi in quintuplum latus primum.*
		1024 — *quadrato-cubus lateris secundi.*
Summa plano-solidorum, æqualis residuo resolvendo quadrato-cubo.	47	62624

Itaque si 1 Q C, æquetur 79, 62624. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod

Quod si 1 QC, aequetur 200,000, quoniam 200,000, non est quadrato-cubicus numerus accurate, latus elicietur proximum vero, adscitis quinis numeralibus circulis in infinitum, & erit 11 $\frac{48,697}{100,000}$ latus minus vero. Vel 11 $\frac{48,698}{100,100}$ latus majus vero. Medium satis propinquum 11 $\frac{19,479}{40,000}$.

PROBLEMA V.

E Dato in numeris cubo-cubo puro, latus analytice elicere.

Proponatur 1 CC, æquari 191,102,976. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi cubo-cubi puri.

Sub extrema numerali figura 6, ponatur punctum cubo-cubicum, designans unitates cubo-cubum extremum metientes. Et quia ab unitatibus ad cubo-cubum sunt quinque gradus N, Q, C, QQ, QC. quinque figuræ intermediæ relinquentur 7, 9, 2, 0, 1. & quæ occurrit rursus signabitur puncto. Est autem 1. Deinde Theorema geneseos expendetur, secundum quod

Cubo-cubus lateris primi
Plus latere secundo in quadrato-cubum primi SEXTVPLVM
Plus lateris secundi quadrato in quadrato-quadratum primi DECVQVINTVPLVM
Plus lateris secundi cubo in cubum primi VIGECVPLVM
Plus lateris secundi quadrato-quadrato in quadratum primi DECVQVINTVPLVM
Plus lateris secundi quadrato-cubo in latus primum SEXTVPLVM
Plus lateris secundi cubo-cubo,

æquatur cubo-cubo adgregati laterum. Et secundum Theorema illud instituetur resolutio, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos cubo-cubi puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Cubo-cubus resolvendus	191	1 0 2 9 7 6		
	.	QC, QQ, C, Q, N.	*Sedes singulariū*	
	CCj	CCij	*cubo-cuborū, & solido-solidorum sub gradibus.*	
Solido-solidum ablatitium	64		*Cubo-cubus lateris primi.*	
Reliquum resolvendi cubo-cubi	127	1 0 2 9 7 6		

	0	0	*Tot numerales*
N.	2.	4.	*circuli,*
Q.	4.	16.	*quot puncta*
C.	8.	64.	*cubo-cubica,*
QQ.	16	256.	*lateravé*
QC.	32.	1024.	*singularia.*
CC.	64.	4096.	

II Eductio lateris singularis secundi.

Reliquum resolvendi cubo-cubi.	127 .	102976 .
Divisores — *Sextuplus quadrato-cubus lateris primi.*	19	2
Decuquintuplum quadrato-quadratum ejusdem.	2	40
Vigecuplus cubus ejusdem.		160
Decuquintuplum quadratum ejusdem.		60
Sextuplum latus primum.		12
Summa divisorum.	21	76612

Solido-solida ablatitia	76	8	A latere secundo in sextuplum quadrato cubum lateris primi.
	38	40	à quadrato secundi in decuquintuplum quadrato-quadratum primi.
	10	240	à cubo secundi in vigecuplum cubum primi.
	1	5360	à quadrato-quadrato secundi in decuquintuplum quadratum primi.
		12288	à quadrato-cubo secundi in sextuplum latus primum.
		4096	cubo-cubus secundi.
Summa solido-solidorum, æqualis residuo resolvendo cubo-cubo.	127	102976	

Itaque si 1 CC, æquetur 191,102976. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si 1 CC, æquetur 2,000,000. Quoniam 2,000,000 non est numerus cubo-cubus accurate, elicietur latus proximum vero, adscitis senis numeralibus circulis & erit $11\frac{224,175}{1,000,000}$ *latus minus vero. Vel* $11\frac{224,176}{1,000,000}$ *latus majus vero. Medium autem bene propinquum* $11\frac{448,351}{2,000,000}$.

DE

DE

NVMEROSA POTESTATVM
ADFECTARUM RESOLVTIONE.

NVmeroſam reſolutionem poteſtatum purarum imitatur proxime reſolutio adfectarum poteſtatum, præſertim cum poteſtates adfectæ decenter præparatæ fuerint.

Tunc autem decenter præparari intelliguntur, cum parciſſime fuerint adfectionibus obrutæ, iiſque omnino adfirmatis, aut negatis omnino, ita tamen ut poteſtas adfirmata ſit, non etiam ab homogenea vel homogeneis gradu inſignitis avellatur, ac denique mixtim ita negatis & adfirmatis, ut non inſit ambiguitas.

Adfectæ enim hujuſmodi poteſtates, ut tandem cornicum oculi configantur, componuntur, & reſolvuntur ad purarum inſtar, habita duntaxat datarum inſuper magnitudinum, quæ cum deſignato gradu faciunt adficientem homogeneam, & ſubgraduales dicuntur, ea qua decet ratione.

Intelliguntur videlicet componi adfectæ poteſtates à duobus quoque lateribus, immiſcentibus ſe ſubgradualibus magnitudinibus, una vel pluribus, & in eadem reſolvuntur contraria compoſitionis via, obſervato coëfficientium ſubgradualium, ſicut poteſtatis, & parodicorum graduum, congruente ſitu, ordine, lege, & progreſſu.

Rationemque compoſitionis, & de ea in artis etiam firmitudinem concipienda Theoremata, ut in poteſtatibus puris, edocet & præmonſtrat inſpectio & ἀνακεφαλαίωσις operis per Logiſticen ſpecioſam effecti, & traditum ſecundum eam multiplicationis præceptum.

Et laterum ex reſolutione ortorum adgregatum eſt radix poteſtatis propoſitæ adfectæ.

Plane impoſſibilitatem in reſolutionibus non inducit πολυπάθειαι at difficultatem parit & anxietatem, ſub elatioribus præſertim parodicis gradibus.

Sciendum autem eſt adfectione ſub elatiore gradu quamcumque poteſtatem poſſe liberari.

Adfecta item quadrato-quadrata ad quadrata per medium cuborum à radice plana reduci.

Et poteſtates à radice plana, vel ulterius climactica ad poteſtates à radice ſimplici revocari.

At cum de homogenea ſub gradu negatur poteſtas, radix eſt anceps.

Quæ etiam amphibolia ineſt aliquando in poteſtatibus, quæ adfectionibus partim negatis & partim adfirmatis obvolvuntur, quando coëfficientes ſub gradu elatiore homogeneas negatas, coëfficientibus adfirmatas præpollent.

Omnis itaque dubitatio primum tollenda eſt, ne ſit divinationi locus potius quam arti. Neque enim de ambiguis ars certa ſtatuitur.

Cæterum, ut in puris, ſic etiam in adfectis exigimus numeros proponi integros & ſymmetros, non etiam fractos & aſymmetros.

Minus autem resolutorio operi idoneæ ad magis idoneas arte ita revocantur, ut harum resolutione illarum resolutio obvia fiat ex nota inter ambarum radices differentia vel ratione.

His igitur præmissis ad rem accedo, ac primum ad ANALYTICA potestatum adfectarum adfirmate.

Problema I.

E dato in numeris quadrato adfecto adjunctione plani sub latere & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 Q + 7 N, adæquari *60, 750*. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi adfecti quadrati.

Id est. Quidam numerus ductus in se & in 7, facit *60, 750*. Quæritur quis sit numerus ille.

Est *60, 750* quadratum non purum sed adfectum sub latere & data longitudine 7.

Ac adfectum quidem omne quadratum ad purum reduci adnotatum est. Sed ars generalis generaliter proponenda est, ne incidatur in errorem veterum Analystarum.

Quadrati autem adfirmate adfecti ordinata genesis, genesi quadrati puri, hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in coëfficientem longitudinem; deinde latus quoque secundum ducatur in eandem.

Ex adfecto igitur quadrato ut eruantur latera, sedes unitatum quadrata singularia metientium per binas alternas, ut in analysi puri quadrati, distinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad lævam subtus collocatis.

Et quot numerantur sedes quadratorum punctave, tot laterum simpliciumve sedes, coëfficiens longitudo constituentur per singulas figuras desuper, positisque etiam punctis designabuntur, & in ultima laterum sede, quæ prima fit dum pergitur à læva ad dextram, coëfficiens longitudo consistet. Quæ si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis latera singularia elicientur non aliter quam in analysi puri quadrati, nisi quod ipsa coëfficiens in divisorum numerum adscribitur.

Et elicita singularia latera ducuntur in eandem, plano quod inde fit sub sede coëfficientis desinente, & auferendo ex adfecto proposito quadrato.

Denique coëfficiens in succedentia loca ordine subjicitur, cum subtus divisores quoque movebuntur reliqui, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrati adfecti sub latere adfirmate.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo		7		*sublateralis.*
		.	. .	*Tot puncta lateralia, quot quadratica.*
	6	0 7	5 0	
	.	N .	N .	*Puncta quadratica.*
	Q j	Q ij	Q iij	
Plana ablatitia	4			*Quadratum lateris primi.*
		1 4		*Planum à latere primo in coëfficientem.*
Summa planorum ablatitiorum	4	1 4		
Reliquum resolvendi quadrati adfecti	1	9 3	5 0	

0 0 0 *Tot numerales circuli, quot puncta quadratica, lateráve singularia.*
N. 2 4.
Q. 4 16.

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens longitudo*			7	
Reliquum resolvendi quadrati adfecti	1	9 3	5 0	
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris primi.*		4		
Summa divisorum		4 0	7	
Plana ablatitia	1	6		*A latere secundo in duplum primi.*
		1 6		*Quadratum lateris secundi.*
		2	8	*A latere secundo in coëfficientem.*
Summa planorum auferenda	1	7 8	8	
Reliquum resolvendi adfecti quadrati		1 4	7 0	

Jam duo elicita latera funguntur vice unius seu primi, & fit

III. Eductio lateris singularis tertii tanquam secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens longitudo*		7	
Reliquum resolvendi adfecti quadrati	1 4	7 0	
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris eliciti*	4	8	
Summa divisorum	4	8 7	
Plana ablatitia	1 4	4	*A latere secundo in duplum primi.*
		9	*Quadratum lateris secundi.*
		2 1	*A latere secundo in coëfficientem.*
Summa planorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi quadrati adfecti	1 4	7 0	

	00	0
N	24.	3
Q	576.	9

Itaque si 1 Q + 7 N, *æquetur* 60, 750. *fit* 1 N 243. *Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.*

Interdum accidit coëfficientem magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum quadratum, aut eo saltem loci, ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est non tam adfici quadratum quam adficere, quoniam minus fit adficiente plano.

Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est.

Et quot figuris retrocedet coëfficiens, tot delebuntur quoque subtus quadratorum loca & puncta, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Vt in Quæstione.

Quidam numerus ductus in se, & in 954, facit 18, 487. In notis 954 N + 1 Q, æquatur 18, 487. Quæritur quis sit numerus ille.

18, 487 est quadratum adjunctum plano sub latere & coëfficiente 954. Majus autem est planum quadrato, ut indicat situs coëfficientis eo loci, ut cum ipsa sit è divisoribus à divi-

dividendo non possit tolli. Itaque in proxime succedentem locum devolvetur. Sed & punctum quoque quadraticum, quod ad lævam primum occurrit, delebitur, & adopus pergetur à divisione potius inchoandum, eo quod coëfficiens principalius dividat, quàm ipsum latus quadrati. ut videre est in paradigmate.

Paradigma dum planum adfectionis majus est quadrato.

I Eductio lateris primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens longitudo	9	5 4 ·	· ·	*sublateralis.* *Tot puncta lateralia quot quadratica.*
Quadratum adficiens resolvendum	1 · Q	8 4 N · Q	8 7 N · Q	*Puncta quadratica.*

Quoniam 9 major est unitate, fit devolutio.

II Eductio lateris primi post devolutionem.

Coëfficiens longitudo		9 5	4 · ·	*sublateralis*
	1 ·	8 4 · Qi	8 7 N · Qij	
Plana auferenda		9 5 1	4 ·	*A latere primo in coëfficientem longitudinem.* *Quadratum lateris primi.*
Summa planorum ablatitiorum		9 6	4	
Reliquum resolvendi adficientis quadrati		8 8	4 7	

	o	o	*Tot numerales circuli quot puncta quadratica, laterave singularia.*
N	1	9	
Q	1.	81.	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens longitudo*	9	5 4 ·	
Reliquum resolvendi adficientis quadrati	8 8	4 7 ·	
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris primi*		2	
Summa divisorum.	9	7 4	
Plana ablatitia	8 5 1	8 6 8 8 1	*A latere secundo in coëfficientem.* *A latere secundo in duplum primi.* *Quadratum lateris secundi.*
Summa planorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi adficientis quadrati.	8 8	4 7	

Itaque si 954 N + 1 Q, *æquetur* 18,487. *fit* 1 N 19. *Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.*

PROBLEMA II.

Dato in numeris cubo adfecto adjunctione solidi sub latere & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Propo-

Proponatur 1 C + 30 N, æquari 14, 356, 197. Quæritur quanta ſit 1 N, radixve propoſiti adfecti cubi.

Id eſt, quidam numerus ductus in ſui quadratum & in 30, facit 14, 356, 197. Quæritur quis ſit numerus ille.

Eſt 14, 356, 197 cubus non purus, ſed adfectus adjunctione ſolidi ſub latere & dato plano 30.

Cubi autem hujuſmodi adfecti ordinata geneſis, geneſi cubi puri hoc tantum addit, ut latus ſingulare, quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens planum. Deinde in idem quoque ducatur latus ſecundum.

Ex adfecto igitur hujuſmodi cubo ut eruantur latera, ſedes unitatum cubos ſingulares metientium per ternas alternas, ut in analyſi cubi puri, diſtinguentur figuras, punctis commode à dextra ad lævam ſubtus adnotatis. Et quot numerantur ſedes cuborum, punctave: tot laterum ſimplicium (cum coëfficiens planum ſit ſublaterale) conſtituentur per ſingulas figuras deſuper, poſitiſque etiam punctis deſignabuntur. & in ultima ſimplicium ſede, quæ prima ſit dum tenditur à læva ad dextram, coëfficiens planum conſiſtet. Vnde ſi conſtet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ. Hiſque ita conſtitutis, latera elicientur non aliter quam in analyſi puri cubi, hoc addito, quod ipſum coëfficiens planum in diviſorum numerum adſcribitur. Et elicita ſingularia latera ducuntur in illud, ſolido quod inde fit ſub ſede coëfficientis ipſius deſinente, & auferendo ex adfecto propoſito cubo. Coëfficiens denique in ſuccedentia loca ordine ſubjicitur, cum ſubtus diviſores quoque movebuntur reliqui, ut in paradigmate.

Paradigma analyſeos cubi adfecti adjunctione ſolidi ſub coëfficiente plano & latere.

I Eductio lateris ſingularis primi.

Coëfficiens planum		3	0	*ſublaterale*
			· · ·	*Tot puncta laterum ſimplicium quot cubica ſedeſve cuborum.*
Cubus adfectus reſolvendus	14 ·	356 QN ·	197 QN ·	
	Cj	Cij	Ciij	*Puncta cubica.*
Solida imprimis auferenda	8			*Cubus lateris primi.*
		6	0	*A latere primo in coëfficiens planum.*
Summa ſolidorum ablatitiorum	8	006	0	
Reliquum reſolvendi cubi adfecti.	6	350	197	

0	00	*Tot numerales circuli quot puncta cubica, laterave ſingularia.*	
N. 2.	4		
Q. 4.	16		
C. 8.	64		

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Diviſorum pars ſuperior { *Coëfficiens planum*	·		30 · ·
Reliquum reſolvendi cubi adfecti	6	350 ·	197 ·
Diviſorum pars inferior { *Triplum quadratum lateris primi.*	1	2	
{ *Triplum latus primum*		6	

Summa

Summa divisorum	1	260	30	
Solida ablatitia	4	8		*à latere secundo in quadratum triplum lateris primi.*
		96		*à quadrato lateris secundi in triplum lateris primi.*
		64		*Cubus lateris secundi.*
		1	20	*à latere secundo in coëfficiens planum.*
Summa solidorum auferenda	5	825	20	
Reliquum resolvendi cubi adfecti		524	997	

Iam duo elicita latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii, ut secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens planum.*		30	
Reliquum resolvendi cubi adfecti	524	997	
Divisorum pars inferior { *Triplum quadratum lateris primi.*	172	8	
Triplum latus primum.		72	
Summa divisorum	173	550	
Solida ablatitia	518	4	*à latere secundo in quadratum triplum lateris primi.*
	6	48	*à quadrato lateris secundi in triplum lateris primi.*
		27	*Cubus lateris secundi.*
		90	*à latere secundo in coëfficiens planum.*
Summa solidorum auferenda, æqualis residuo resolvendo cubo adfecto.	524	997	

	00 0
N	24 3.
Q	576.9.
C	27.

Itaque si 1 C + 30 N, *æquetur* 14,356,197. *fit* 1 N 243. *Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.*

Interdum accidit coëfficientem subgradualem magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum cubum, aut eo saltem loci ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est non tam cubum adfici quam adficere, quoniam minor sit adficiente solido. Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est, & quot figuris retrocedet illa, tot delebuntur quoque subtus cuborum loca & puncta, à quibus alioqui ducendum fuerit operis initium, ut in quæstione,

Quidam numerus ductus in sui quadratum, & in 95, 400, facit 1, 819, 459. In notis 95, 400 N + 1 C, æquantur 1,819,459. Quæritur quis sit numerus ille.

1,819,459 est cubus adjunctus solido sub latere & 95, 400 dato plano. Majus autem est solidum cubo ut indicat situs coëfficientis eo loci, ut cum ipsa sit è divisoribus, à suo dividendo non possit tolli. Itaque in proxime succedentem locum devolvitur. sed & punctum quoque cubicum, quod ad lævam primum occurrit, delebitur, & ad opus pergetur. à divisione potius inchoandum, quàm radicis eductione, cum coëfficiens principalius dividat, quam ipsius lateris cubus, laterisve quadratum. Vt videre est in paradigmate.

Para-

Paradigma cum solidum adfectionis sub latere majus est cubo.

I Eductio lateris primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens planum	9	540	0	*sublaterale.*
			· · ·	*Tot puncta simplicium laterum quot cubica, sedesve cuborum.*
Cubus adficiens resolvendus	1	819	459	
	·	QN·	QN.	*puncta cubica.*
	Cj	Cij	Ciij	

Quoniam 9 major est unitate, fit devolutio.

II Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coëfficiens planum principalius dividens	954	00	
		· ·	
Cubus adficiens resolvendus	1819	459	
	·	QN·	
	Cj	Cij	
Solida ablatitia	954	00	*A latere primo in coëfficiens planum.*
	1		*Cubus lateris primi.*
Summa solidorum ablatitiorum	955		
Cubi adfecti resolvendi reliquum	864	459	

	0 0
N	1 9
Q	1 81
C	1729

III Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior. *Coëfficiens planum*	95	400	
		·	
Cubi adfecti resolvendi reliquum	864	459	
		·	
Divisorum pars inferior *Triplum quadratum lateris primi.*		3	
Triplum latus primum.		3	
Summa divisorum	95	730	
Solida ablatitia	858	600	*A latere secundo in coëfficiens planum.*
	2	7	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	2	43	*A lateris secundi quadrato in triplum latus primum.*
		729	*Cubus lateris secundi.*
Summa solidorum, aequalis residuo resolvendo adficiente cubo.	864	459	

Itaque si 95, 400 N + 1 C, *aequentur* 1, 819, 459. *fit* 1 N 19. *Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.*

Problema III.

E Dato in numeris cubo adfecto adjunctione solidi sub lateris quadrato & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 C + 30 Q, æquari 86,220,288. Quæritur quanta magnitudo sit 1 N, radixve propositi adfecti cubi: id est quadratum cujusdam numeri ductum in latus & in 30, facit 86, 220, 288. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 86, 220, 288 cubus non purus, sed adfectus adjunctione solidi sub lateris quadrato & data coëfficiente longitudine 30. Cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi cubi puri hoc tantum addit, ut lateris singularis primi quadratum ducatur in coëfficientem longitudinem. Deinde latus secundum ducatur in duplum rectangulum sub latere primo & coëfficiente longitudine. Lateris denique ejusdem secundi quadratum in ipsam quoque coëfficientem longitudinem.

Ex adfecto igitur hujusmodi cubo, ut eruantur latera, sedes unitatum singulares cubos metientium constituentur solita arte, punctis subtus collocatis designandæ; & quot numerantur sedes cuborum, punctave, tot quadratorum sedes per binas videlicet alternas figuras (cum sit coëfficiens subquadratica) collocabuntur desuper. Et in ultima quadratorum sede, quæ alioqui prima fit dum tenditur à læva ad dextram, ipsa consistet. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

His ita constitutis, latera non secus elicientur quam in analysi cubi puri, hoc addito, quod ipsa coëfficiens è divisorum numero est, ac insuper, post eductionem lateris singularis primi, planum sub coëfficiente & duplo singularis lateris primi, eam sedem occupaturum, quæ in anteriora proxima est à puncto in quo coëfficiens consistit. Vocetur autem planum expletionis, congruensve scansorium. Et elicitorum laterum quadrata quidem ducuntur in ipsam coëfficientem, ipsa vero latera in planum expletionis, solidis quæ inde fiunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus, & auferendis cum solidis reliquis ex proposito adfecto cubo.

Coëfficiens denique in succedentia quadratorum loca, plano suæ expletionis semper præeunte, ordine subjicitur, cum subtus diuisores quoque movebuntur reliqui. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi adfecti adjunctione solidi sub coëfficiente longitudine & lateris quadrato.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo		3 0		*subquadratica.*
		.	. .	
Cubus adfectus resolvendus	8 6	2 2 0	2 8 8	
	.	Q N .	Q N .	
	Cj	Cij	Ciij	
Solida ablatitia	6 4 4	 8 0		*Cubus lateris primi.* *Solidum à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem.*
Summa solidorum ablatitiorum	6 8	8 0		
Reliquum resolvendi cubi adfecti	1 7	4 2 0	2 8 8	

Tot sedes punctave quadratorum, quot cuborum.

	0 0 0	
N	4 3	
Q	16 9	
C	64 27	

Tot numerales circuli quot puncta cubica.

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*Planum expletionis, à coëfficiente in duplum lateris primi.*	2 4 0	
	Coëfficiens longitudo.	3	0
			. .

Cubi adfecti reliquum resolvendi	17	420	288	
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*	4	8		
Triplum latus primum.		12		
Summa divisorum	5	163		
Solida ablatitia facta à divisoribus — *inferioribus & præcipuis*	14	4		*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	1	08		*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
		27		*Cubus lateris secundi.*
superioribus		720		*Solidum à latere secundo in planum expletionis.*
		27	0	*A quadrato lateris secundi in coëfficientem longitudinem.*
Summa solidorum auferenda	16	254	0	
Reliquum resolvendi cubi adfecti	1	166	288	

Iam duo elicita latera funguntur vice unius seu primi, & fit

III. Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

	00	0
N	43	2
Q	1849	4
C		8

Divisorum pars superior — *Planum expletionis, à coefficiente in duplum lateris primi.*		25	80	
Coefficiens longitudo			30	
Cubi adfecti resolvendi reliquum	1	166	288	
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*		554	7	
Triplum latus primum.		1	29	
Summa divisorum		581	820	
Solida ablatitia facta à divisoribus — *inferioribus*	1	109	4	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
		5	16	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primnm.*
			8	*Cubus lateris secundi.*
superioribus		51	60	*A latere secundo in planum expletionis.*
			120	*A quadrato lateris secundi in coëfficientem longitudinem.*
Summa solidorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi cubi adfecti.	1	166	288	

Itaque si 1 C + 30 Q, *æquetur* 86, 220, 288. *fit* 1 N 432. *Ex retrograda quæ omnino observata cernitur compositionis via.*

Interdum accidit coëfficientem sub gradu magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum cubum, aut eo saltem loci, ut cum ipsa sit è divisoribus, ab adfecto cubo auferri non possit. Quod argumentum est cubum non tam adfici, quam adficere, quoniam minor sit adficiente solido. Coëfficiens itaque ad succedentia quadratorum loca, seu puncta quadratica desuper adnotata ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua magis consentaneum est, ut opus tunc inchoetur, lege homogeneorum bene observata. Et quot punctis retrocedet coëfficiens subgradualis, tot delebuntur subtus puncta cubica, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Vt in quæstione,

Quadratum numeri cujusdam ductum in latus & in 10,000, facit 57,732,824. In notis 10, 000 N + 1 C, æquatur 57,732,824. Quæritur quis sit numerus ille.

Numerus 57, 732, 824 est cubus adjunctus solido sub lateris quadrato & data longitudine 10,000. Majus autem est solidum cubo, ut indicat situs coëfficientis longitudinis, qua quidem prorumpit in anteriora. Itaque devolvenda est in proxime succedens quadraticum punctum. Sed & punctum quoque cubicum, quod ad lævam primum occurrit, delebitur, & ad opus pergetur, à divisione magis inchoandum quàm à radicis eductione, ita tamen ut cum solidum dividatur per longitudinem, quod inde oritur non intelligatur radix ipsa, sed radicis quadratum. Illud enim est legi homogeneorum attendisse. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma cum solidum adfectionis sub quadrato majus est cubo.

I. Eductio lateris singularis primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens longitudo	1 0 0	0 0 .	 . .	*subquadratica.* *Puncta quadratica.*
Cubus adficiens resolvendus	5 . Cj	7 7 3 Q N . Cij	8 2 4 Q N . Ciij	*Puncta cubica.*

Quoniam prorumpit coëfficiens subquadratica longitudo extra figuras adficientis cubi, ideo fit devolutio in sequens quadraticum punctum, deleto quoque puncto cubico.

II Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coefficiens longitudo	1	0 0 0	0 . .	
Cubus adficiens resolvendus	5	7 7 3 . Cj.	8 2 4 Q N . Cij	
Solida ablatitia	4	0 0 0	0	*A quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem.*
		8		*Cubus lateris primi.*
Summa solidorum ablatitiorum	4	0 0 8	0	
Reliquum resolvendi adficientis cubi	1	7 6 5	8 2 4	

	0	0
N	2	4
Q	4 *Parabola,*	16
C	8	64

III Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior, eaque præcipua	*Planum expletionis, à coefficiente in duplũ lateris primi*	4 0 0	0 0
	Coefficiens longitudo.	1 0	0 0 0 .

Cubi

Cubi adficientis resolvendi reliquum	1	765	824	
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*		1	2	
Divisorum pars inferior — *Triplum latus primum.*			6	
Summa divisorum		411	260	
Solida ablatitia facta à divisoribus — *superioribus*	1	600	00	*A latere secundo in planum expletionis.*
		160	.000	*A quadrato lateris secundi in coefficientem longitudinem.*
Solida ablatitia facta à divisoribus — *inferioribus*		4	8	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
			96	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
			64	*Cubus lateris secundi.*
Summa solidorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi adficientis cubi.	1	765	824	

Itaque si 10,000 Q. + 1 C, æquetur 5,773, 824. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA IV.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto adjunctione plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, latus analytice elicere.

Quamquam quadrato-quadrata adfecta possint per medium adfectorum cuborum à radice plana reduci ad quadrata adfecta, ut adnotatum est; tamen interdum ipsa quadrato-quadrati adfecti resolutio non minus impendiosa est. Nam raro contigit radicem planam cuborum esse rationalem. Sed & cubi dupliciter adficiuntur, cum quadrato-quadrata simpliciter adfecta sunt.

Proponatur igitur 1 Q Q + 1, 000 N, æquari 355,776. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi adfecti quadrato-quadrati.

Id est, quidam numerus ductus in sui cubum & in 1,000, facit 355,776. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 355, 776 quadrato-quadratum non purum, sed adfectum adjunctione plano-plani sub latere quadrato-quadrati, & dato 1,000 solido. Quadrato-quadrati autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut latus singulare quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens solidum. Deinde latus quoque secundum ducatur in illud ipsum.

Ex adfecto hujusmodi quadrato-quadrato ut eruantur latera, sedes unitatum quadrato-quadrata singularia metientium, per quaternas, ut in analysi quadrato-quadrati puri, distinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad lævam subtus adnotatis. Et quot numerantur sedes quadrato-quadratorum, punctave, tot laterum simplicium sedes, cum coëfficiens solidum sit sublaterale, constituuntur per singulas figuras desuper, positisque etiam punctis designabuntur, & in ultima eorum sede, quæ prima fit dum tenditur à læva ad dextram, ipsum coëfficiens solidum consistat. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis, latera elicientur non aliter quam in analysi quadrato-quadrati puri, hoc addito, quod ipsum coëfficiens solidum in divisorum numerum adscribitur. Et elicita singularia latera ducuntur in illud ipsum, plano-plano quod inde fit sub sede ejusdem coëfficientis solidi desinente, & auferendæ ex adfecto proposito quadrato-quadrato.

Coëfficiens denique in succedentia loca ordine subjicitur, cum subtus divisores quoque movebuntur reliqui, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati adfecti sub latere.

I. Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens solidum	1	000	*sublaterale*
		. .	*Tot puncta simplicium laterum, quot sedes pūctave quad. quadratorum.*
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum	35	5776	
	.	C Q N .	
	QQj	QQij	*Puncta quadrato-quadratica.*
Plano-plana ablatitia	16		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
	2	000	*A latere primo in coëfficiens solidum.*
Summa planoplanorum ablatitiorum.	18	000	
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati adfecti	17	5776	

	0	0	*Tot numerales circuli quot puncta quadrato-quadratica.*
N	2	4	
Q	4	16	
	8	64	
	16	256	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*coëfficiens solidum.*		1000
			.
Quadrato-quadrati adfecti resolvendi reliquum.		17	5776
		.	.
Divisorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	3	2
	Sextuplum quadratum ejusdem.		24
	Quadruplum latus primum.		8
Summa divisorum		3	5480

Plano-plana ablatitia	12	8	*A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
	3	84	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
		512	*A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.*
		256	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
		4000	*A latere secundo in coefficiens solidum.*
Summa plano-planorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	17	5776	

Itaque si 1 QQ + 1,000 N, æquetur 355,776. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit coëfficientem subgradualem magnitudinem in anteriora produci, ultra ipsum adfectum quadrato-quadratum, aut eo loci saltem, ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est quadrato-quadratum non tam adfici, quam adficere, quoniam minus sit adficiente plano-plano. Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est. Et quot punctis retrocedet coëfficiens, tot delebuntur subtus quadrato-quadratorum loca, punctave, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Sed & si ultra adfe-

adfectam potestatem non producatur coëfficiens subgradualis longitudo, tamen quod oritur ex divisione per coëfficientem minus est lateris quod primum elicitur potestate ; homogeneum adfectionis majus est potestate, & divisor præcipuus est coëfficiens subgradualis.

Quidam numerus ductus in sui cubum & in 100, 000, facit 2, 731, 776.

In notis 100, 000 N + 1 Q Q, æquantur 2, 731, 776. Quæritur quis sit numerus ille.

2, 731, 776 est quadrato-quadratum adjunctum plano-plano sub latere, & dato solido 100, 000. Majus autem est plano-planum quadrato-quadrato, quoniam eo loci situm est solidum, ut eo dividente oriatur 2. At quadrato-quadrati ultimi limes consistit in 273. ex quo latus eliciendum esset 4. Itaque in isto casu & similibus, à divisione quoque potius est inchoandum, cum principalius dividat coëfficiens subgradualis magnitudo, quam ipsum latus quadrato-quadrati. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma cum plano-planum maius est quadrato-quadrato.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens solidum	100	000 . .	*sublaterale.* *Tot puncta simplicia, quot quadrato-quadratica.*
Quadrato-quadratum adficiens resolvendum.	273 . QQj	1776 C Q N. QQij	*Puncta quadrato-quadratica.*
Plano ablatitia	200 16	000	*A latere primo in coëfficiens solidum.* *Quadrato-quadratum lateris primi.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.	216	000	
Reliquum resolvendi adficientis quadrato-quadrati.	57 .	1776	

	0	0	*Tot numerales circuli, quot pūcta quadrato-quadratica, laterave singularia.*
N.	2.	4	
Q.	4.	16	
C.	8.	64	
QQ.	16.	256	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior — *Coëfficiens solidum*	10	0000 .	
Quadrato-quadrati resolvendi reliquum.	57	1776 .	
Divisorum pars inferior — *Quadruplus cubus lateris primi.*	3	2	
Sextuplum quadratum ejusdem.		24	
Quadruplum latus primum.		8	
Summa divisorum	13	4480	
Plano-plana ablatitia	40	0000	*A latere secundo in coëfficiens solidum.*
	12	8	*A latere secundo in quadruplum cubum primi.*
	3	84	*A quadrato secundi in sextuplum quadratum primi.*
		512	*A cubo lateris secundi in quadruplum primi.*
		256	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
Summa plano-planorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi adficientis quadrato-quadrati.	57	1776	

Itaque si 100, 000 N + 1 Q Q, æquentur 2, 731, 776. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

PRO-

PROBLEMA V.

E dato in numeris quadrato-quadrato, adfecto adjunctione plano-plani sub lateris cubo, & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 QQ + 10 C, æquari 470, 016. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi adfecti quadrato-quadrati. Id est, cubus cujusdam numeri ductus in sui radicem & in 10, facit 470, 016, Quæritur quis sit numerus ille.

Est 470, 016 quadrato-quadratum non purum, sed adfectum adjunctione plano-plani sub lateris cubo, & data coëfficiente longitudine 10. Quadrato-quadrati autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut lateris singularis primi cubus ducatur in coëfficientem longitudinem, deinde latus secundum ducatur in solidum, sub triplo quadrato lateris primi & coëfficiente. Lateris secundi quadratum in planum sub triplo lateris primi & coëfficiente longitudine longitudine. Lateris denique ejusdem secundi cubus in ipsam quoque coëfficientem longitudinem.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-quadrato, ut eruantur latera, sedes unitatum singularia quadrato-quadrata metientium constituentur solita arte, punctis subtus collocatis designandæ. Et quot numerantur sedes quadrato-quadratorum, punctave, tot cuborum sedes per ternas videlicet alternas figuras (cum sit coëfficiens longitudo subcubica) collocabuntur desuper. Et in ultima cuborum sede, quæ alioqui prima fit dum tenditur à læva ad dextram, ipsa consistet. Vnde si constet pluribus figuris, quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

His ita constitutis, latera non secus elicientur, quam in analysi quadrato-quadrati puri, hoc addito, quod ipsa coëfficiens è divisorum numero est, ac insuper, post eductionem lateris singularis primi, magnitudines expletionum, scansoriave congruentia. Planum videlicet sub coëfficiente & triplo latere primo, & solidum sub eadem coëfficiente & triplo lateris primi quadrato. Illud eam sedem occupaturum, quæ in anteriora proxima est à puncto, in quo ipsa coëfficiens longitudo consistit. hoc est, eam quæ in anteriora proxima est à puncto in quo desinit planum prædictum. Et elicitorum laterum cubi ducuntur in ipsam quidem coëfficientem longitudinem, quadrata in planum expletionis, ipsa vero latera in solidum expletionis. Plano-planis quæ inde fiunt, sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus, & auferendis, cum plano-planis reliquis, ex proposito adfecto quadrato-quadrato. Coëfficiens denique in succedentia cuborum loca plano suæ expletionis, & solido præeunte ordine subjicitur, cum subtus divisores quoque movebuntur reliqui. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati, adfecti adjunctione plano-plani sub coëfficiente longitudine, & lateris cubo.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo.	1	0 ·	*subcubica* · *Tot sedes punctave cuborum, quot quadrato-quadratorum.*
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.	4 7 · QQi	0 0 1 6 C Q N · Q Qii	(0 0 *Tot numerales circuli, quot* *N.* 2. 4 *puncta quadrato-quadratica.* *Q.* 4. 16 *C.* 8. 64 *QQ* 16. 256
Plano-plana inprimis auferenda.	1 6 8	 0	*Quadrato-quadratum lateris primi.* *Plano-planum à lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.	2 4	0	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati	2 3	0 0 1 6	

II. Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*Solidum expletionis à coëfficiente longitudine in triplum quadratum lateris primi.*	1 | 2 0	
	Planum expletionis à coëfficiente longitudine in triplum latus primum.	6 0	
	Coëfficiens longitudo.	1 0	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.		2 3 | 0 0 1 6	
Divisorum pars inferior ac præcipua	*Quadruplus cubus lateris primi.*	3 | 2	
	Sextuplum quadratum lateris primi.	| 2 4	
	Quadruplum latus primum.	8	
Summa divisorum		4 | 7 0 9 0	
Plano-plana facta à divisoribus	*inferioribus*	1 2 | 8	*A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
		3 | 8 4	*A quadrato secundi in sextuplum quadratum primi.*
		| 5 1 2	*A cubo secundi in quadruplum latus primum.*
		2 5 6	*Quadrato-quadratum secundi.*
	superioribus	4 | 8 0	*A latere secundo in solidum expletionis.*
		9 6 0	*A quadrato secundi in planum expletionis.*
		6 4 0	*A cubo secundi in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum auferenda, æqualis residuo resolvendo quadrato-quadrato.		2 3 | 0 0 1 6	

Itaque si 1 QQ + 10 C, æquentur 470,016. fit 1 N 24. Ex retrogradâ, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA VI.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto adjunctione duplicis plano plani, unius sub latere & dato coëfficiente solido, alterius sub lateris quadrato & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Quadratum cujusdam numeri ductum in ipsum quadratum & in 200, facit 446,976. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis 1 QQ + 200 Q, æquatur 446, 976, & fit 1 N unitatum quot?

Tale non indiget particulari explicatione Problema. Quoniam si 1 QQ + 200 Q æquatur 446, 976. Igitur 1 Q + 200 N, æquabitur 446, 976. Et intelligetur 1 N quadratum lateris, de quo primum quærebatur.

At cum adfectioni plano-plani sub quadrato lateris, & dato coëfficiente plano, permiscetur adfectio plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, opus est particulari analysi, ut in Thesi.

Quidam numerus ductus in sui cubum & in 100, addito facto sui quadrati in 200, facit 449, 376. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis 1 QQ + 200 Q + 100 N, æquatur 449,376. Et fit 1 N unitatum quot?

Eſt 449,376 quadrato-quadratum adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius ſub latere ipſius quadrato-quadrati & dato ſolido 100, alterius ſub quadrato ipſius lateris & dato plano 200. Quadrato-quadrati autem hujuſmodi adfecti ordinata geneſis, geneſi quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut latus ſingulare quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens ſolidum; lateris vero ejuſdem primi quadratum in coëfficiens planum. Deinde latus ſecundum ducatur in ſolidum ſub duplo lateris primi & coëfficiente plano; lateris vero ſecundi quadratum in ipſum coëfficiens planum; latus quoque idem ſecundum ducatur in coëfficiens ſolidum.

Ex adfecto igitur hujuſmodi quadrato-quadrato ut eruantur latera, ſedes ſingularium quadrato-quadratorum diſtinguuntur ſolita arte punctis ſubtus collocatis deſignandæ. Et quot numerantur ſedes quadrato quadratorum, punctave, tot in primis ſedes laterum ſimplicium, per ſingulas figuras conſtituuntur deſuper. Tot deinde ſedes quadratorum per binas videlicet alternas. & in ultima quidem laterum ſede coëfficiens ſolidum, quod quidem ſublaterale eſt, conſiſtet. In ultima vero quadratorum ſede coëfficiens planum, quod quidem eſt ſubquadraticum.

Latera non ſecus eliciuntur quam in analyſi quadrato-quadratorum purorum, niſi quod ipſæ coëfficientes magnitudines è diviſorum numero ſunt. Ac inſuper poſt eductionem lateris ſingularis primi, ſolidum expletionis, quod fit videlicet à coëfficiente plano in duplum lateris ſingularis primi, ſedem occupans in anteriora, proximam à puncto, in quo coëfficiens ipſum planum conſiſtit.

Et elicitorum laterum quadrata quidem ducuntur in ipſum coëfficiens planum. Longitudines vero in coëfficiens ſolidum, & inſuper in ſolidum expletionis: plano-planis quæ inde fiunt ſub congrua ſede, qualem ratio multiplicationis exigit, deſinentibus & auferendis, cum plano-planis reliquis, ex adfecto propoſito quadrato-quadrato. Coëfficiens denique planum, ipſumque ſubquadraticum ad ſuccedentia quadratorum loca, ſolido ſuo expletionis ſemper præeunte, & coëfficiens ſolidum, ipſumque ſublaterale, ad ſuccedentia ſimplicium ordine devehetur, cum inferiores quoque diviſores movebuntur reliqui. Vt videre eſt in paradigmate.

Paradigma analyſeos quadrato-quadrati adfecti tam ſub latere quam quadrato.

I Eductio lateris ſingularis primi.

Coëfficiens planum.	2	0 0	*ſubquadraticum.*
		· ·	*Tot puncta quadratica, quot quadrato-quadratica.*
Coëfficiens ſolidum.		1 0 0	*ſublaterale*
		· ·	*Tot puncta ſimplicium laterum, quot quadrato quadratica*
Quadrato-quadratum adfectum reſolvendum.	4 4	9 3 7 6	
	·	C Q N ·	*Puncta quadrato-quadratica.*
	QQi	QQii	
Plano-plana ablatitia	1 6		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
	8	0 0	*A quadrato lateris primi in coëfficiens planum.*
		2 0 0	*A latere primo in coëfficiens ſolidum.*
Summa planorum ablatitiorum	2 4	2 0 0	
Reliquum quadrato-quadrati adfecti reſolvendi.	2 0	7 3 7 6	

	0	0	*Tot numerales circuli, quot puncta quadrato quadratica.*
N	2	4	
Q	4	16	
C	8	64	
QQ	16	256	

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*Solidum expletionis à coëfficiente plano in duplum lateris primi.*		800	
	Coëfficiens planum.		200	
	Coëfficiens solidum.		100	
Reliquum quadrato-quadrati adfecti resolvendi.		20	7376	
Divisorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	3	2	
	Sextuplum quadratum ejusdem.		24	
	Quadruplum latus primum.		8	
Summa omnium divisorum.		4	2780	
Plano-plana facta à divisoribus	*inferioribus*	12	8	*A latere secundo in quadruplum cubum primi.*
		3	84	*A lateris secundi quadrato in quadratum sextuplum primi.*
			512	*A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.*
			256	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
	superioribus	3	200	*A latere secundo in solidum expletionis.*
			3200	*A quadrato lateris secundi in coëfficiens planum.*
			400	*A latere secundo in coëfficiens solidum.*
Summa plano-planorum auferenda, aequalis reliquo resolvendi quadrato-quadrati adfecti		20	7376	

Itaque si $1\,QQ + 200\,Q + 100\,N$, *aequetur* 449,376. *fit* 1 N 24. *Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.*

Quod si contingat adfectionum plano-plana quadrato-quadrato ipso esse majora, coëfficientes magnitudines principalius divident, & eadem prorsus ratio observabitur, quae in reliquis potestatibus ante est exposita, ut nihil opus sit verbosius eam tradere, & exemplis ostentare.

Caeterum ex his adparet quo consilio fuerit proposita analysis simplex puri quadrato-quadrati. Etsi enim solebat negligi ab Arithmeticis, quia illud tanquam quadratum resolvebant, & ex latere ut quadrato rursus latus eliciebant, at via ista resolutionis ad adfecta quadrato-quadrata inepta est. Sic in cubo cubis & ulterioribus reliquis magnitudinibus per pares numeros in ordine climacticarum adscendentibus deveniendum semper est ad simplicissimam analysin, quando adfectae sunt.

De quadrato-quadratis porro adfectis sub cubo praecepta tradere parum refert, quoniam ea adfectio potest tolli.

Problema VII.

E Dato in numeris quadrato-cubo adfecto adjunctione plano-ſolidi ſub latere & dato coëfficiente plano-plano, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in ſui quadrato-quadratum & in 500, facit 254, 832. Quæritur quis ſit numerus ille.

In notis 1 Q C + 500 N, æquatur 254, 832 & fit 1 N unitatum quot?

Eſt 254, 832 quadrato-cubus adfectus adjunctione plano-ſolidi ſub latere quadrato-cubi, & dato plano-plano. Quadrato-cubi autem hujuſmodi adfecti ordinata geneſis, geneſi quadrato-cubi puri hoc tantum addit, ut latus ſingulare, quod primum elicitur ducatur in coëfficiens plano-planum: deinde latus quoque ſecundum ducatur in idem ipſum.

Ex adfecto igitur hujuſmodi quadrato-cubo ut eruantur latera, ſedes quadrato-cuborum, ut in analyſi quadrato-cubi puri, per quinas alternas diſtinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad lævam ſubtus collocatis.

Et quot numerantur ſedes quadrato-cuborum, punctave, tot laterum ſimplicium ſedes conſtituentur per ſingulas figuras ſuperne adſcitis etiam punctis, & in ultima ſimplicium ſede coëfficiens plano-planum, quod quidem ſublaterale eſt, conſiſtet. Vnde ſi conſtet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hiſque ita conſtitutis latera non aliter eliciuntur quam in analyſi quadrato-cubi puri, niſi quod ipſum coëfficiens plano-planum è diviſorum numero eſt, & elicita ſingularia latera ducuntur in illud, plano-ſolido, quod inde fit, ſub ſede ipſius coëfficientis deſinente, & auferendo ex adfecto propoſito quadrato-cubo.

Coëfficiens denique in ſuccedentia loca ordine ſubjicitur, cum inferiores quoque diviſores moventur reliqui. Vt videre eſt in paradigmate.

Paradigma analyſeos quadrato-cubi adfecti ſub latere.

I Eductio lateris ſingularis primi.

Coëfficiens plano-planum		5 0 0 · ·	*ſublaterale.* *Tot puncta ſimplicium laterum, quot quadrato-cubica.*
Quadrato-cubus adfectus reſolvendus.	2 · QCj	5 4 8 3 2 QQC Q N · QCij	*Puncta quadrato-cubica.*
Plano-ſolida ablatitia	1 ·	 5 0 0	*Quadrato-cubus lateris primi.* *A latere primo in coëfficiens plano-planum.*
Summa plano-ſolidorum ablatitiorum.	1	0 5 0 0	
Reliquum quadrato-cubi adfecti reſolvendi.	1.	4 9 8 3 2	

	0	0	*Tot numerales circuli, quot puncta quadrato-cubica.*
N	1	2	
Q	1	4	
C	1	8	
QQ	1	16	
QC	1	32	

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Diviſorum pars ſuperior	*Coëfficiens plano-planum.*	5 0 0 ·

Reliquum

Reliquum quadrato-cubi adfecti resolvendi	1	4	9	8	3	2	
Divisorum pars inferior & præcipua — *Quintuplum quadrato-quadratum lateris primi.*		5					
Decuplus cubus ejusdem.		1	0				
Decuplum quadratum ejusdem.			1	0			
Quintuplum latus primum.					5		
Summa divisorum omnium		6	1	5	5	0	
Plano-solida ablatitia facta à divisoribus — *inferioribus*	1	0					*A latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.*
		4	0				*A quadrato lateris secundi in decuplum cubum primi.*
			8	0			*A cubo lateris secundi in decuplum quadratum primi.*
				8	0		*A quadrato-quadrato lateris secundi in quintuplũ latus primũ.*
					3	2	*Quadrato cubus lateris secundi.*
superiore			1	0	0	0	*A latere secundo in coëfficiens plano-planum.*
Summa plano-solidorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi quadrato-cubi adfecti.	1	4	9	8	3	2	

Itaque si 1 Q C + 500 N, æquatur 254,832. fit 1 N 12. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si contingat coëfficientem in anteriora produci ultra ipsum adfectum quadrato-cubum, aut eum situm tenere, ut non possit à quadrato-cubo auferri, devolvetur ea in sequentia sibi addicta puncta, & quot punctis retrocedet, tot delebuntur subtus puncta quadrato-cubica. Neque res videtur novo indigere exemplo, si bene examinentur ea quæ in reliquis inferioribus superius sunt exposita. quoniam methodus generalis est ad potestates qualcumque, quam ante adnotavimus, nosque etiam de industria, quo id magis conspicuum fiat, tradidimus præcepta eadem fere verborum textura & conceptione.
Sic de quadrato-cubis adfectis adjunctione quadratorum non damus Problema. Coëfficiens enim, suo præeunte expletionis solido, non aliter se geret, quàm ostensum est in tertio & quinto Problematis.

PROBLEMA VIII.

E Dato in numeris quadrato-cubo adfecto adjunctione plano-solidi sub lateris cubo & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Cubus cujusdam numeri ductus in sui quadratum & in 5, facit 257, 472.
In notis 1 Q C + 5 C, æquatur 257, 472. Quæritur quis sit numerus ille.
257, 472 est quadrato-cubus adfectus adjunctione plano-solidi sub cubo lateris quadrato-cubi & dato plano.

Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi quadrato-cubi puri hoc tantum addit, ut lateris singularis primi cubus ducatur in coëfficiens planum. Deinde latus secundum ducatur in plano-planum sub coëfficiente plano & triplo quadrato lateris primi. Lateris vero ejusdem secundi quadratum in solidum sub coëfficiente plano & triplo lateris primi. Lateris denique ejusdem secundi cubus in ipsum quoque coëfficiens planum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-cubo, ut eruantur latera, sedes singularium quadrato-cuborum distinguuntur solita arte à punctis subtus collocatis designandæ.

Et quot numerantur sedes quadrato-cuborum, punctave, tot cuborum sedes, per ternas videlicet alternas figuras, constituuntur desuper, adscitis etiam punctis, & in ultima cuborum sede coëfficiens planum, quod quidem subcubicum est, consistit. Vnde si constet pluribus figuris, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis latera non secus eliciuntur quam in analysi quadrato-cubi puri, nisi quod ipsum coëfficiens planum è divisorum numero est, ac insuper, post eductionem lateris singularis primi, solidum expletionis, quod fit videlicet sub ipso coëfficiente plano & triplo lateris ejusdem primi, ac denique plano planum expletionis, quod fit videlicet sub ipso coëfficiente plano & triplo quadrato ejusdem lateris. Illud sedem occupans laterum simplicium, hoc quadratorum post ipsum coëfficiens planum inter puncta cubica desuper adfixa.

Et eliciendorum laterum cubi quidem ducuntur in ipsum coëfficiens planum, quadrata in solidum sub eo plano coëfficiente & lateris primi triplo, longitudines vero in plano-planum quod sub eodem plano coëfficiente fit & triplo primi quadrato: plano-solidis quæ inde fiunt, sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis arguit, desinentibus, & auferendis una cum plano-solidis reliquis ex adfecto proposito quadrato-cubo. Coëfficiens denique una cum suis scansoriis solido & plano-plano, iisque præeuntibus, ad succedentia cuborum loca ordine devehitur, quoties subtus moventur quoque divisores reliqui. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-cubi adfecti sub cubo.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum			5				*subcubicum.*
			·			·	*Tot puncta cubica quot quadrato-cubica.*
Quadrato-cubus adfectus resolvendus	2	5	7	4	7	2	
	·	QQ	C	Q	N	·	
	QCj		·			QCij	
Plano-solida ablatitia	1						*Quadrato-cubus lateris primi.*
			5				*A cubo lateris primi in coëfficiens planum.*
Summa plano-solidorum ablatitiorum	1	0	5				
Religuum resolvendi quadrato-cubi adfecti.	1	5	2	4	7	2	

Puncta quadrato-cubica.				
		0	0	*Tot numerales circuli, quot puncta quadrato-cubica.*
	N	1	2	
	Q	1	4	
	C	1	8	
	QQ	1	16	
	QC	1	32	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*Plano-planum expletionis, à coëfficiente plano in triplum quadratum lateris primi.*			1	5		
	Solidum expletionis, à coëfficiente plano in triplum latus primum.				1	5	
	Coëfficiens planum.						5
							·

Reliquum

Reliquum quadrato-cubi adfecti resolvendi.		1	5	2	4	7	2	
Divisorum pars inferior & præcipua	*Quintuplum quadrato-quadratū lateris primi.*		5					
	Decuplus cubus ejusdem.		1	0				
	Decuplū quadratum ejusdem.			1	0			
	Quintuplum latus primū.					5		
Summa divisorum			6	2	7	0	5	
Plano-solida ablatitia facta à divisoribus.	*Inferioribus*	1	0					*A latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.*
			4	0				*A quadrato lateris secundi in decuplum cubum primi.*
				8	0			*A cubo lateris secundi in decuplum quadratum primi.*
					8	0		*A quadrato-quadrato lateris secundi in quintuplum primi.*
						3	2	*Quadrato-cubus lateris secundi.*
	Superioribus			3	0			*A latere secundo in plano-planum expletionis.*
					6	0		*A quadrato secundi in solidum expletionis.*
						4	0	*A cubo secundi in coëfficiens planum.*
Summa plano-solidorum ablatitiorum, æqualis residuo resolvendi quadrato-cubi adfecti.		1	5	2	4	7	2	

Itaque si 1 Q C + 5 C, æquatur 257,472. fit 1 N 12. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA IX.

E Dato in numeris cubo-cubo adfecto adjunctione solido-solidi sub latere & dato coëfficiente plano-solido, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-cubum & in 6000, facit 191,246,976. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis 1 CC + 6000 N, æquatur 191,246,976 & fit 1 N unitatum quot?

Est 191,246, 976 cubo-cubus adfectus adjunctione solido-solidi sub suo latere & dato plano-solido 6000. Cubo-cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi cubo-cubi puri hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens plano-solidum. Deinde latus secundum ducatur in idem ipsum.

Ex adfecto igitur hujusmodi cubo-cubo, ut eruantur latera, collocabuntur puncta subtus, ut in analysi puri cubo-cubi, & supra tot laterum simplicium sedes numerabuntur eadem prorsus methodo, quæ exposita est in inferioribus potestatibus, ut videre est in paradigmate.

Para-

Paradigma analyſeos cubo-cubi adfecti ſub latere.

I Eductio lateris ſingularis primi.

Coëfficiens plano-ſolidum		6 0 0 0	*ſublaterale.*
		. .	*Tot puncta lateralia ſimpliciave, quot cubo-cubica.*
	1 9 1	2 4 6 9 7 6	
	.	QC QQ C Q N .	*Puncta cubo cubica.*
	CCj	CCij	
Solido-ſolida ablatitia	6 4		*Cubo-cubus lateris primi.*
		1 2 0 0 0	*A latere primo in coëfficiens plano-ſolidum.*
Summa ſolido-ſolidorum ablatitiorum	6 4	1 2 0 0 0	
Reliquum reſolvendi cubo-cubi adfecti.	1 2 7	1 2 6 9 7 6	
		.	

	0	0	*Tot numerales circuli, quot puncta cubo-cubica.*
N	2	4	
Q	4	16	
C	8	64	
QQ	16	256	
QC	32	1024	
CC	64	4096	

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Diviſorum pars ſuperior — *Coëfficiens plano-ſolidum.*		6 0 0 0 .	
Reliquum reſolvendi cubo-cubi adfecti.	1 2 7	1 2 6 9 7 6 .	
Diviſorum pars inferior — *Sextuplus quadrato-cubus lateris primi.*	1 9	2	
Decuquintuplum quadrato-quadratum ejuſdem.	2	4 0	
Vigecuplus cubus ejuſdem.		1 6 0	
Decuquintuplum quadratum ejuſdem.		6 0	
Sextuplum latus primum.		1 2	
Summa diviſorum	2 1	7 7 2 1 2 0	
Solido-ſolida ablatitia, facta à diviſoribus — *inferioribus*	7 6	8	*A latere ſecundo in ſextuplum quadrato-cubum primi.*
	3 8	4 0	*A quadrato lateris ſecundi in decuquintuplum quadrato-quadratum primi.*
	1 0	2 4 0	*A cubo lateris ſecundi in vigecuplum cubum primi.*
	1	5 3 6 0	*A quadrato-quadrato lateris ſecundi in decuquintuplum quadratum primi.*
		1 2 2 8 8	*A quadrato-cubo ſecundi in ſextuplum latus primum.*
		4 0 9 6	*Cubo-cubus lateris ſecundi.*
ſuperiore		2 4 0 0 0	*A latere ſecundo in coëfficiens plano-ſolidum.*
Summa ſolido-ſolidorum auferenda, æqualis reſiduo reſolvendi cubo-cubi adfecti.	1 2 7	1 2 6 9 7 6	

Itaque

Itaque ſi 1 CC + 6000 N, æquatur 191,246,976. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino obſervata cernitur, compoſitionis via.

ANALYTICA poteſtatum adfectarum negate.

PROBLEMA X.

E Dato in numeris quadrato adfecto multa plani ſub latere & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 Q — 7 N, æquari 60,750. Quæritur quanta ſit magnitudo 1 N, radix-ve propoſiti adfecti quadrati.

Ex quadrato igitur 60,750 negate adfecto, ut eruantur latera, idem (arguente geneſi) erit omnino proceſſus, qui in analyſi quadrati adfirmate adfecti niſi quod in diviſionibus attenditur ipſius coëfficientis, & regularium in puro quadrato diviſorum differentia, non etiam ſumma, ut in adfecto adfirmate quadrato. Eſt autem exceſſus penes diviſores inferiores.

Et cum elicita ſingularia latera ducentur in coëfficientem, planum quod inde fit, ſub ſede coëfficientis deſinens, quod alioqui ſubducebatur, addetur propoſito negate adfecto quadrato. Vt in paradigmate.

Paradigma analyſeos quadrati adfecti ſub latere negate.

I Eductio lateris ſingularis primi.

Coëfficiens longitudo		7 ·	· ·	*ſublateralis*
Quadratum adfectum reſolvendum	6 · Qj	07 N. Qij	5 0 N · Qiij	*Tot lateralia puncta, quot quadratica. Puncta quadratica.* 000 N 2 5 0 Q 4 25 *Tot numerales circuli, quot puncta quadratica, laterave ſingularia.*
Plana proſtaphæretica — *Ablatitium*	4			*Quadratum lateris primi.*
Plana proſtaphæretica — *Addititium*		1 4		*A latere primo in coëfficientem.*
Exceſſus planorum ablatitiorum.	3	8 6		
Reliquum reſolvendi quadrati.	2	21	5 0	

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Diviſorum pars ſuperior. — *Coëfficiens longitudo*			7 · ·	
Reliquum reſolvendi quadrati.	2	2 1 ·	5 0 ·	
Diviſorum pars inferior. — *Duplum lateris primi*		4		
Exceſſus diviſorum inferiorum		3 9	3 0	
Plana ablatitia	2	0		*A latere ſecundo in duplum primi.*
Plana ablatitia		2 5		*Quadratum lateris ſecundi.*

Summa planorum ablatitiorum.	2	2 5		
Planum addititium.		3	5	*A latere secundo in coëfficientem.*
Excessus planorum ablatitiorum.	2	2 1	5	
Reliquum resolvendi quadrati adfecti			0	

Quod quanquam nihilum sit, ac superest punctum quadraticum, ideo cum duo elicita latera fungentur vice unius & quaeretur reliquum, ipsum erit 0. *Itaque si* 1 *Q* — 7 *N, aequetur* 60,750. *fit* 1 *N* 250. *Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.*

Interdum accidit ut coëfficiens longitudo pluribus abundet singulis figuris, quam quadratum negate adfectum binis. Quod argumentum est planum adficiens majus esse resolvendo adfecto negate quadrato. Vocetur sane acephalum quadratum. Itaque ut resolutioni sit locus, praeponetur mutilo proposito quadrato ea numeralium circulorum multitudo, ut illud tot puncta quadratica sibi praefigenda vendicet, quot simplices figuras coëfficiens longitudo. Et prima coëfficientis longitudinis figura pergendo à laeva ad dextram constituetur latus singulare primum ipsius resolvendi quadrati negate adfecti, non immutata caeteroquin exposita antecedente methodo, ut in quaestione.

Quidam numerus ductus in se deminutum 240, facit 484. Quaeritur quis sit numerus ille. Est 484 quadratum multatum plano sub latere & 240. Majus autem est planum 240 N resolvenda plana magnitudine 484 quoniam coëfficiens longitudo 240, tribus constat figuris, plano autem 484 praefiguntur duo tantum quadratica puncta. Itaque plano 484, praeponentur duo numerales circuli, & tunc demum coëfficienti sua sedes addicetur, cujus prima figura, si caetera consentiant, aut alioqui proxime major, adsumetur ad latus primum mutili quadrati.

Paradigma analyseos acephali quadrati.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens longitudo	2	4 0		*sublateralis.*
		.	. .	
Quadratum resolvendum acephalum	0	0 4	8 4	0 0 0
	.	N .	N .	N. 2. 4
				Q. 4.16
Plana prostaphaeretica — *Ablatitium*	4			*Quadratum lateris primi.*
Plana prostaphaeretica — *Addititium*	4	8 0		*A latere primo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus addititii		8 0		
Reliquum restituti mutili quadrati.		8 4	8 4	

II Eductio lateris secundi.

Divisorum pars superior — *Coëfficiens*		2 4	0	
			. .	
Reliquum restituti resolvendi mutili quadrati		8 4	8 4	
		.	.	
Divisorum pars inferior. — *Duplum lateris primi.*		4		
Excessus divisorum inferiorum.		1 6		
Plana ablatitia	1	6		*A latere secundo in duplum primi.*
		1 6		*Quadratum lateris secundi.*

Summa

Summa planorum ablatitiorum.	1	7 6		
Planum addititium		9 6		*A latere secundo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus ablatitiorum.		8 0		
Reliquum resolvendi adfecti quadrati		4	8 4	

Iam duo elicita latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris tertii ut secundi.

Divisorum pars superior	*Coëfficiens*	2	4 0		00 0
					N 24 2
Reliquum resolvendi adfecti quadrati		4	8 4		Q 576 4
Divisorum pars inferior	*Duplum lateris primi.*	4	8		
Excessus divisorum inferiorum		2	4 0		
Plana ablatitia		9	6	*A latere secundo in duplum primi.*	
			4	*Quadratum lateris secundi.*	
Summa planorum ablatitiorum.		9	6 4		
Planum addititium.		4	8 0	*A latere secundo in coëfficientem.*	
Excessus addititii, æqualis reliquo resolvendo quadrato.		4	8 4		

Itaque si 1 *Q* — 240 N, *æquetur* 484. *Fit* 1 N 242. *Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.*

Sed etsi negate adfectum quadratum, de cujus resolutione agitur, tot constet binis figuris, quot coëfficiens longitudo singulis, interdum tamen eo loci prorumpit coëfficiens, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludetur non raro in exquirenda radice. Quare magis est ut eo casu ipsius longitudinis coëfficientis quadrato adaugeri subintelligatur propositum negate adfectum quadratum. Ac ex eo ita adaucto latus eliciatur, quod quidem erit vel consentaneum, aut consentaneo proxime minus.

Vt si proponatur 1 *Q* — 60 N, æquari 1600. Ordinatis ad opus ut ars exigit figuris, nimirum

$$\begin{array}{cccc} & & 6 & 0 \\ \hline 1 & 6 & 0 & 0 \end{array}$$

Quoniam quadratum ex 6 adjunctum 16, facit 52. Latere autem quadrati 52 proxime majus est 8, constituam latus 8. Quod quidem bene consentaneum operis continuatio arguet.

At ex divisione longitudo ortiva erat tantum 2 aut demum 3. Est itaque artificium illud parabolæ epanorthicum, quo in quadratis quoque adfectis adfirmate, si utantur Logistæ, quando præsertim coëfficientes in anteriora prorumpent, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint. At tunc non adgregatum sumetur factorum, sed differentia.

Proponatur 1 *Q* + 8 N, æquari 128. Ordinatis ad opus ut ars post devolutionem exigit figuris, nimirum

$$\begin{array}{ccc} & & 8 \\ \hline 1 & 2 & 8 \end{array}$$

Quoniam differentia inter planum 128, & 64 quadratum à coëfficiente 8, est 64, ideo sumetur radix 8.

Problema XI.

E Dato in numeris cubo adfecto multa ſolidi ſub latere & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Proponatur 1 C — 10 N, æquari 13, 584. Quæritur quanta ſit magnitudo 1 N, radixve propoſiti adfecti cubi.

Ex cubo igitur 13, 584 negate adfecto ſub latere, ut eliciantur latera, idem arguente Zeteſi erit omnino proceſſus, qui in analyſi cubi adfirmate adfecti, niſi quod in diviſionibus attendetur coëfficientis plani & regularium in cubo puro diviſorum differentia, non etiam ſumma, ut in adfecto adfirmate cubo. Et cum elicita ſingularia latera ducentur in idem coëfficiens planum, ſolidum quod inde fit ſub ſede coëfficientis deſinens (quod quidem in cubo adfirmate adfecto ſubducebatur) addetur propoſito negate adfecto cubo, vel auferetur à ſolidis ablatitiis. Vt in paradigmate.

Paradigma analyſeos cubi adfecti multa ſolidi ſub coëfficiente plano & latere.

I Eductio lateris ſingularis primi.

Coëfficiens planum		1 0	*ſublaterale.*
		· ·	*Tot puncta laterum ſimplicium, quot cuborum.*
Cubus adfectus reſolvendus	1 3	5 8 4	
	·	Q N ·	*Puncta-cubica.*
	Cj	Cij	
Solida proſtaphæretica — *Ablatitium*	8		*Cubus lateris primi.*
Solida proſtaphæretica — *Addititium*		2 0	*A latere primo in coëfficiens planum.*
Exceſſus ſolidi ablatitii	7	8 0	
Cubi adfecti reſolvendi reliquum	5	7 8 4	

	0 0	*Tot numerales circuli, quot puncta cubica, laterave ſingularia.*
N	2 4	
Q	4 16	
C	8 64	

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Diviſorum pars ſuperior — *Coëfficiens planum.*		1 0	
		·	
Cubi adfecti reſolvendi reliquum.	5	7 8 4	
		·	
Diviſorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*	1	2	
Diviſorum pars inferior — *Triplum latus primum.*		6	
Differentia diviſorum.	1	2 5 0	
Solida ablatitia	4	8	*A latere ſecunda in triplum quadratum primi.*
		9 6	*A quadrato lateris ſecundi in triplum latus primum.*
		6 4	*Cubus lateris ſecundi.*
Summa ablatitiorum.	5	8 2 4	
Solidum additium.		4 0	*A latere ſecundo in coëfficiens planum.*
Exceſſus ablatitiorum, æqualis reliquo reſolvendi cubi adfecti.	5	7 8 4	

Itaque

Itaque si 1 C — 10 N, æquetur 13, 584. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit ut coëfficiens planum pluribus abundet binis figuris, quam cubus negate adfectus sub latere ternis. Quod argumentum est solidum adficiens majus esse resolvendo adfecto negate cubo. Vocetur sane cubus acephalus. Itaque ut resolutioni sit locus, præponetur mutilo proposito cubo ea numeralium circulorum multitudo, ut tot puncta cubica possint ei præfigi, quot quadratica plano coëfficienti. Et educta è plano coëfficiente tanquam quadrato radix, si cætera consentiant, sin minus proxime major, constituetur latus singulare primum ipsius resolvendi cubi negate adfecti, non immutata cæteroquin exposita antecedente methodo, ut in quæstione,

Quidam numerus ductus in sui quadratum deminutum 116,620, facit 352,947. In notis 1 C — 116,620 N, æquatur 352,947. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 352,947 cubus multatus solido sub latere & plano 116,620. Majus autem est solidum 116,620 N solido resolvendo 352,947, quoniam coëfficienti plano 116,620 præfigi possunt puncta quadratica tria; solido autem 352,947 cubica tantum duo. Itaque solido 352,947 resolvendo præponetur numeralis circulus, & tunc demum coëfficienti sua sedes addicetur, opere ab extractione radicis quadraticæ inchoato, quæ consentiat lateri cubi resolvendi. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi acephali sub latere adfecti.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum	1 1	6 6 2	0 · · ·	
Cubus adfectus resolvendus, mutilus.	0 · Cj	3 5 2 Q N · Cij	9 4 7 Q N · Ciij	
Solida prostapheretica — *Addititium*	3 4	9 8 6		*A latere primo in coëfficiens planum*
Solida prostapheretica — *Ablatitium*	2 7			*Cubus lateris primi.*
Excessus addititii	7	9 8 6		
Reliquum restituti resolvendi mutili cubi.	8	3 3 8	9 4 7	

	○ ○ ○
N	3 4
Q	9 16
C	27 64

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior. — *Coëfficiens planum.*	1	1 6 6	2 0 · ·
Reliquum resolvendi cubi adfecti.	8	3 3 8 ·	9 4 7 ·
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi*	2	7	
Divisorum pars inferior — *Triplum latus primum.*		9	
Excessus divisorum inferiorum	1	6 2 3	8 0

Solida ablatitia	10	8		*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	1	44		*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
		64		*Cubus lateris secundi.*
Summa ablatitiorum	12	304		
Solidum addititium	4	664	80	*A latere secundo in coëfficiens planum.*
Excessus ablatitiorum	7	639	20	
Reliquum resolvendi adfecti cubi		699	747	

Jam duo elicita latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

Divisorum pars superior — *Coëfficiens planum*	116	620	
Reliquum resolvendi cubi adfecti	699	747	
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*	346	8	
Triplum latus primum	1	02	
Excessus divisorum inferiorum.	231	200	
Solida ablatitia	1040	4	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	9	18	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
		27	*Cubus lateris secundi.*
Summa ablatitiorum	1049	607	
Solidum addititium	349	860	*A latere secundo in coëfficiens planum.*
Excessus ablatitius, æqualis reliquo resolvendo cubo adfecto.	699	747	

	00	0
N	34	3
Q	1156	9
C		27

Itaque si 1 C—116,620 N, *æquetur* 352,947. *fit* 1 N 343. *Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.*

Sed etsi negatus adfecte cubus de cujus resolutione agitur, tot constet ternis figuris, quot planum coëfficiens binis, interdum tamen eo loci prorumpit, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludatur non raro in exquirenda radice. Quare magis est eo casu, ut ab ipso plano coëfficiente, ut quadrato, eruatur sub congruente puncto radix, cujus cubus subintelligatur adjungi proposito cubo adfecto, atque adeo ex eo ita adaucto latus eliciatur. Erit enim illud vel consentaneum, vel consentaneo proxime minus.

Vt si proponatur 1C—6400 N, æquari 153,000, ordinatis ad opus, ut ars exigit, figuris, nimirum

64	00
153	000

Quoniam radix quadrata numeri 64 est 8, cubus autem ab ea est 512, qui additus ad 153, facit 665, latere autem cubi 665 proxime majus est 9, sumetur latus 9. Quod quidem consentaneum esse operis continuatio arguet. At ex divisione longitudo ortiva erat tantum 2, aut demum 3. Itaque artificium illud parabolæ epanorthicum est, quo in cubis quoque adfe-

adfectis sub latere adfirmate si utantur Logistæ, quando præsertim coëfficientia plana in anteriora prorumpent, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint. Ac tunc non adgregatum sumetur factorum, sed differentia. Proponatur 1 C + 64 N, æquari 1024, ordinatis ad opus, ut ars post devolutionem exigit, figuris, nimirum

64
·
1024
·

Quoniam radix plani 64, ut quadrati, est 8, à qua cubus 512 ablatus è 1024, relinquit 512, cujus cubica radix est 8: Ideo sumetur radix 8.

PROBLEMA XII.

E Dato in numeris cubo adfecto multa solidi sub quadrato & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 C − 7 Q, æquari 14,580. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi adfecti cubi.

Ex cubo igitur 14, 580 negate adfecto sub quadrato ut eliciantur latera, idem arguente Zetesi erit omnino processus, qui in analysi cubi adfirmate adfecti, nisi quod in divisionibus attenditur ipsius coëfficientis longitudinis & regularium in cubo puro divisorum differentia, non etiam summa, ut in adfecto adfirmate cubo. Et cum elicita singularia latera ducuntur in idem coëfficiens planum, ipsa vero latera in planum expletionis, solida quæ inde fiunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentia, quæ quidem in cubo adfirmate adfecto subducebantur, addentur proposito negate adfecto cubo, vel auferentur solidis ablatitiis. Vt in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi adfecti sub quadrato negate.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens longitudo		7 · ·	*subquadratica.* *Tot puncta quadratica quot cubica.*
	1 4 · Cj	5 8 0 QN · Cij	0 0 — *Tot numerales circuli, quot puncta cubica, laterave singularia.* N. 2. 7 Q. 4. 49 C. 8. 343
Solida prostapheretica — *Ablatitium*	8		*Cubus lateris primi.*
Solida prostapheretica — *Addititium*	2	8	*A lateris primi quadrato in coëfficientem.*
Excessus solidi ablatitii	5	2	
Reliquum resolvendi adfecti cubi	9	3 8 0	

II Eductio lateris secundi.

Divisorum pars superior — *Planum expletionis à coëfficiente in duplum lateris primi.*		2 8
Divisorum pars superior — *Coëfficiens longitudo.*		7 ·
Reliquum resolvendi adfecti cubi.	9	3 8 0 ·
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*	1	2
Divisorum pars inferior — *Triplum latus primum.*		6
Excessus divisorum inferiorum		9 7 3

Solida

Solida ablatitia	8	4	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	2	9 4	*A lateris secundi quadrato in triplum latus primum.*
		3 4 3	*Cubus lateris secundi.*
Summa ablatitiorum.	1 1	6 8 3	
Solida addititia	1	9 6	*A latere secundo in planum expletionis.*
		3 4 3	*A lateris secundi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Summa addititiorum.	2	3 0 3	
Excessus ablatitiorum, æqualis reliquo resolvendo adfecto cubo.	9	3 8 0	

Itaque si 1 C — 7 Q, æquetur 14,580. fit 1 N 27. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit ut coëfficiens longitudo pluribus abundet simplicibus figuris, quam cubus negate adfectus sub quadrato, ternis. Quod argumentum est solidum adficiens majus esse resolvendo adfecto negate cubo. Vocetur autem cubus acephalus. Itaque ut resolutioni sit locus, præponetur mutilo cubo ea numeralium circulorum multitudo, ut tot puncta cubica possint ei præfigi, quot simplices figuræ longitudini coëfficienti. Et prima coëfficientis longitudinis figura, pergendo à læva ad dextram constituetur si cætera consentiant, sin minus figura proxime major, latus singulare primum ipsius resolvendi cubi negate adfecti sub quadrato, non immutata cæteroquin exposita antecedente methodo, ut in quæstione,

Proponatur 1 C — 10 Q, æquari 288. Quæritur quanta sit 1 N, latusve propositi adfecti cubi.

Est 288 cubus multatus solido sub quadrato & coëfficiente longitudine 10. Majus est autem solidum 10 Q solido 288 : quoniam coëfficiens longitudo constat simplicibus figuris duabus, solidum vero 288, uno cubico puncto. Itaque solido 288 resolvendo præponetur numeralis circulus, & tunc demum sua coëfficienti sedes addicetur, cujus prima figura, si cætera consentiant, sin minus, proxime major adsumetur ad latus primum mutili cubi. Vt in paradigmate.

Paradigma cum solidum majus est cubo.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	1	0	*subquadratica.*
Cubus resolvendus acephalus	0	2 8 8	
Solida prostaphæretica — *Ablatitium*	1		*Cubus lateris primi.*
Solida prostaphæretica — *Additium*	1	0	*A lateris primi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Excessus	0	0	
Reliquum restituti mutili cubi		2 8 8	

	0	0
N	1	2
Q	1	4
C	1	8

II. Edu-

II. Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior — *Planum expletionis, à coëfficiente longitudine in duplum lateris primi.*	20	
Coëfficiens longitudo.	10	
Reliquum restituti mutili cubi.	288	
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*	3	
Triplum latus primum.	3	
Excessus divisorum inferiorum.	120	
Solida ablatitia	6	*A latere secundo in triplum quadratum lateris primi.*
	12	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
	8	*Cubus lateris secundi.*
Summa solidorum ablatitiorum.	728	
Solida addititia	40	*A latere secundo in planum expletionis.*
	40	*A lateris secundi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Summa solidorum addititiorum.	440	
Excessus ablatitiorum, æqualis proposito resolvendo cubo adfecto.	288	

Itaque si 1 C — 10 Q, æquetur 288. fit 1 N 12. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Sed etsi negatus adfecte cubus, de cujus resolutione agitur, tot constet ternis figuris, quot coëfficiens longitudo singulis, interdum tamen eo loci prorumpit coëfficiens, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludetur non raro in exquirenda radice. Quare magis est, ut eo casu ipsius coëfficientis longitudinis cubo adaugeri subintelligatur adfectus propositus cubus, atque adeo ex ita adaucto eliciatur latus. Aut enim illud erit consentaneum, aut consentaneo proxime minus. Itaque si latus ita sumptum duabus deprehendetur constare figuris, erit argumentum cubi acephali, & fiet, si placuerit, devolutio in antecedentia. Vt in paradigmate.

Paradigma rursus analyseos cubi acephali sub quadrato adfecti.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	7	*subquadratica*
Cubus adfectus resolvendus	720	

Quoniam solidum 720 adjunctum cubo ex 7, facit solidum 1063, cujus, ut cubi, latus est major 9, ideo fit devolutio in antecedentia, & cubus est acephalus.

Coëfficiens longitudo	7	
Cubus acephalus resolvendus	0 | 720	
Solida prostaphæretica { *Ablatitium*	1	*Cubus lateris primi.*
{ *Additium*	7	*A lateris primi quadrato in coëfficientem.*
Excessus ablatitii.	3	
Reliquum resolvendi cubi.	420	

{ N 1 | 2; Q 1 | 4; C 1 | 8 }

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Planum expletionis, à coëfficiente longitudine in duplum lateris primi.*	14	
{ *Coëfficiens longitudo.*	7	
Reliquum resolvendi cubi.	420	
Divisorum pars inferior. { *Triplum quadratum lateris primi.*	3	
{ *Triplum latus primum.*	3	
Excessus divisorum inferiorum.	183	
Solida ablatitia {	6	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
{	12	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
{	8	*Cubus lateris secundi.*
Summa ablatitiorum	728	
Solida addititia {	28	*A latere secundo in planum expletionis.*
{	28	*A lateris secundi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Summa addititiorum	308	
Excessus ablatitiorum, æqualis reliquo resolvendi cubi adfecti.	420	

Itaque si 1 C — 7 Q, æquetur 720. fit 1 N 12. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Quo etiam artificio parabolæ epanorthico si utantur Logistæ in cubis adfectis adfirmate sub quadrato, quando præsertim coëfficientes longitudines in anteriora prorumpunt, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint.

Proponatur 1 C + 8 Q, æquari 1024. Ordinatis ad opus, ut ars post devolutionem exigit, figuris, nimirum

$$\begin{array}{c} 8 \\ \hline 1024 \end{array}$$

Quoniam cubus ex 8 est 512, qui ablatus ex 1024, relinquit 512 cujus radix cubica est 8: Ideo sumetur radix 8.

ANALYTICA potestatum adfectarum negate mixtim & adfirmate.

PRO-

PROBLEMA XIII.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto, adjunctione quidem plano-plani ſub latere & dato coëfficiente ſolido, multa vero plano-plani ſub cubo, & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 QQ — 68 C + 202, 752 N, æquari 5,308,416. Quæritur quanta ſit 1 N, latuſve propoſiti adfecti negate ſub cubo, & adfirmate ſub latere quadrato-quadrati.

Ex magnitudine igitur propoſita 5, 308, 416, ut eliciantur latera, reſolvendi quadrato-quadrati adfecti, idem arguente geneſi erit omnino proceſſus, qui eſſet in analyſi quadrato-quadrati puri, eo addito ut latus ſingulare quod primum elicitur ducatur in coëfficiens ſolidum. Deinde in illud quoque coëfficiens ducatur latus ſecundum. Idem latus ſingulare ſecundum ducatur in ſolidum expletionis, quod videlicet fit ſub coëfficiente longitudine, & triplo lateris primi quadrato. Ejuſdem lateris quadratum in planum expletionis, quod videlicet fit ſub coëfficiente longitudine & triplo latere primo. Ejuſdem denique lateris cubus ducatur in coëfficientem longitudinem. Ac facta quidem homogenea à coëfficiente ſolido ſint ablatitia, ut & facta regularia; ea vero quæ fiunt à coëfficiente longitudine, addititia.

Elicietur itaque latus primum, coëfficientibus ſolita arte ſitis & adnotatis. Diviſores autem inferiores ſtatuentur iidem, qui in analyſi puri quadrato-quadrati. Superiores, iidem qui in expoſita analyſi quadrato-quadrati adfecti adfirmate ſub latere, & analyſi expoſita quadrato-quadrati adfecti adfirmate ſub cubo. Et ſumpto diviſorum ad facta ablatitia ſupra diviſores ad facta addititia exceſſu, & inſtituta per eum diviſione educetur latus ſecundum, ut in paradigmate.

Paradigma analyſeos quadrato-quadrati dupliciter adfecti, ſub latere per adfirmationem, & cubo per negationem.

I Eductio lateris ſingularis primi.

— Coëfficiens longitudo	6	8	*ſubcubica*
+ Coëfficiens ſolidum	2 0 2	7 5 2	*ſublaterale.*
Quadrato-quadratum adfectum reſolvendum.	5 3 0	8 4 1 6	
	·	C Q N ·	
	QQ i	QQ ii	
Plano-plana ablatitia	8 1		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
	6 0 8	2 5 6	*A latere primo in coëfficiens ſolidum.*
Summa ablatitiorum.	6 8 9	2 5 6	
Plano-planum addititium.	1 8 3	6	*A lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.*
Exceſſus ablatitiorum	5 0 5	6 5 6	
Reliquum reſolvendi adfecti quadrato-quadrati.	2 5	1 8 5 6	

	0	0
N	3	2
Q	9	4
C	27	8
QQ	81	16

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Diviſorum pars ſuperior	*— Solidum expletionis à coëfficiente longitudine in triplum quadratum lateris primi*	18	36	
	— Planum expletionis à coëfficiente in triplum latus primum.		612	
	— Coëfficiens longitudo.		68	
	+ Coëfficiens ſolidum.	20	2752	
	Reliquum reſolvendi adfecti quadrato-quadrati.	25	1856	
Diviſorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	10	8	
	Sextuplum quadratum ejuſdem.		54	
	Quadruplum latus primum.		12	
	Summa diviſorum adfectionis adfirmatæ.	31	6272	
	Summa diviſorum adfectionis negatæ.	18	9788	
	Exceſſus diviſorum adfectionis adfirmatæ.	12	6484	
Plano-plana ablatitia à diviſoribus.	*Inferioribus*	21	6	*A latere ſecundo in quadruplum cubum primi.*
		2	16	*A quadrato lateris ſecundi in ſextuplum quadratum primi.*
			96	*A lateris ſecundi cubo in quadruplum latus primum.*
			16	*Quadrato-quadratum lateris ſecundi.*
	Superiore	40	5504	*A latere ſecundo in coëfficiens ſolidum.*
	Summa plano-planorum ablatitiorum.	64	4080	
Plano-plana addititia		36	72	*A latere ſecundo in ſolidum expletionis.*
		2	448	*A quadrato lateris ſecundi in planum expletionis.*
			544	*A cubo lateris ſecundi in coëfficientem.*
	Summa plano-planorum addititiorum.	39	2224	
	Exceſſus ablatitiorum, æqualis reſiduo reſolvendi adfecti quadrato-quadrati.	25	1856	

Itaque ſi 1 QQ — 68 C + 202,752 N, æquetur 5,308,416. fit 1 N 32. Ex retrograda quæ omnino obſervata cernitur, compoſitionis via.

PRO-

PROBLEMA XIV.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto, multa quidem plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, adjunctione vero plano-plani sub cubo & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 QQ + 10 C — 200 N, æquari 1,369,856. Quæritur quanta sit 1 N, latusve propositi adfecti adfirmate sub cubo, & negate sub latere quadrato-quadrati.

Ex magnitudine igitur proposita 1,369,856, ut eliciatur latus resolvendi quadrato-quadrati ita adfecti idem arguente genesi, erit omnino processus, qui in analysi quadrato-quadrati adfecti negate sub cubo & adfirmate sub latere, idem ordo, eadem punctorum sedes & coëfficientium. Sed quæ facta homogenea à coëfficiente solido erant ablatitia, à coëfficiente vero longitudine addititia; hic contra facta à coëfficiente longitudine erunt ablatitia, sicut & facta regularia. Facta vero à coëffi ciente solido addititia, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati dupliciter adfecti, sub cubo per adfirmationem, & latere per negationem.

I Eductio lateris singularis primi.

+ *Coëfficiens longitudo*	1	0	*subcubica.*
— *Coëfficiens solidum*		2 0 0	*sublaterale.*
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.	1 3 6	9 8 5 6	
	QQj	C Q N · QQij	
Plano-plana ablatitia	8 1		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
	2 7	0	*A lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.	1 0 8	0	
Plano-planum addititium.		6 0 0	*A latere primo in coëfficiens solidum.*
Excessus ablatitiorum.	1 0 7	4 0 0	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	2 9	5 8 5 6	

	0	0
N	3	2
Q	9	4
C	27	8
QQ	81	16

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior.	+ *Solidum expletionis, à coëfficiente longitudine in triplum quadratum lateris primi.*	2	7 0
	+ *Planum expletionis, à coëfficiente longitudine in triplum latus primum.*		9 0
	+ *Coëfficiens longitudo.*		1 0
	— *Coëfficiens solidum.*		2 0 0

Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.		29	5856	
Divisorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	10	8	
	Sextuplum quadratum ejusdem.		54	
	Quadruplum latus primum.		12	
Summa divisorum adfectionis adfirmatæ.		14	1430	
Divisor adfectionis negatæ.			200	
Excessus divisorum adfectionis adfirmatæ.		14	1230	
Plano-plana ablatitia à divisoribus	*Inferioribus*	21	6	*A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
		2	16	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
			96	*A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.*
			16	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
	Superioribus	5	40	*A latere secundo in solidum expletionis.*
			360	*A lateris secundi quadrato in planum expletionis.*
			80	*A lateris secundi cubo in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.		29	6256	
Plano-planum adititium.			400	*A latere secundo in coëfficiens solidum.*
Excessus ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo adfecto quadrato-quadrato.		29	5856	

Itaque si 1 QQ + 10 C — 200 N, æquetur 1, 369, 856. fit 1 N 32. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Problema XV.

Dato in numeris quadrato-cubo adfecto, adjunctione quidem plano-solidi sub latere & dato coëfficiente plano-plano, multa vero plano-solidi sub lateris cubo & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-quadratum, & in 500, dempto facto sui cubi in 5, facit 7, 905, 504. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis 1 QC — 5 C + 500 N, æquatur 7, 905, 504. & fit 1 N unitatum quot?

Est 7, 905, 504 quadrato-cubus adfectus, adjunctione quidem plano-solidi sub suo latere, & dato plano-plano 500, multa vero plano-solidi sub cubo lateris ipsius quadrato-cubi, & plano 5

Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti genesis, genesi quadrato-cubi puri hoc insuper addit & subtrahit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in plano-planum coëfficiens adfirmate. Lateris vero ejusdem primi cubus ducatur in coëfficiens planum negate. Deinde latus secundum ducatur quoque in coëfficiens plano-planum adfirmate. Idem vero latus secundum ducatur in plano-planum sub triplo quadrato lateris primi

primi, & coëfficiente plano negate. Lateris vero ejuſdem ſecundi quadratum in ſolidum ſub triplo lateris primi, & coëfficiente plano. Lateris denique ejuſdem ſecundi cubus in ipſum coëfficiens planum.

Ex adfecto igitur hujuſmodi quadrato-cubo, ut eruantur latera, ſedes ſingularium quadrato-cuborum conſtituentur ſolita methodo, à punctis ſubtus collocatis deſignandæ.

Et quot numerantur ſedes quadrato-cuborum, punctave, tot inprimis ſedes laterum ſimplicium per ſingulas figuras conſtituentur deſuper. Tot deinde ſedes cuborum, per ternas videlicet alternas, & in ultima quidem ſimplicium ſede coëfficiens plano-planum, quod quidem ſublaterale eſt, conſiſtet. In ultima vero cuborum coëfficiens planum, quod quidem eſt ſubcubicum.

Latera non ſecus elicientur, quam in analyſi quadrato-cubi puri, niſi quod ipſæ coëfficientes diviſoribus addunt, vel minuunt. Addit coëfficiens ſub latere adfirmate, aufert coëfficiens ſub cubo negate: ſicuti etiam auferunt ſolidum ſub plano coëfficiente ſubcubico, & triplo lateris jam eliciti. Et plano-planum ſub eodem & triplo quadrato lateris prædicti. Illud ſedem occupans ſolidorum, hoc plano-planorum, poſt ipſum coëfficiens planum, inter puncta cubica deſuper adfixa.

Et eliciendorum laterum cubi quidem ducuntur in ipſum coëfficiens planum. Quadrata in ſolidum ſub coëfficiente plano & triplo lateris jam eliciti. Longitudines vero tam in plano-planum ſub coëfficiente eodem, & triplo lateris jam eliciti quadrato, quam in ipſum coëfficiens plano-planum; plano-ſolidis, quæ inde fiunt, ſub congrua ſede, qualem ratio multiplicationis exigit, deſinentibus, & iis quidem quæ fiunt à coëfficiente plano & ſuis ſcanſoriis expletionum, ſolido videlicet, & plano-plano alioquin addititiis, comparandis cum reliquis plano-ſolidis ablatitiis, quæ videlicet fiunt tum abs coëfficiente plano-plano, tum abs diviſoribus reliquis in ſolita purorum quadrato-cuborum analyſi, ac demum ablatitiorum exceſſu auferendo ex adfecto propoſito quadrato-cubo.

Coëfficiens denique utravis magnitudo, una cum ſuperioribus diviſoribus reliquis, in ſuccedentia loca ſuo ordine devehetur, cum inferiores quoque diviſores movebuntur reliqui. Vt in paradigmate.

Paradigma analyſeos quadrato-cubi adfecti ſub latere adfirmate, & ſub cubo negate.

I Eductio lateris ſingularis primi.

— *Coëfficiens planum*		5	*ſubcubicum.*	
+ *Coëfficiens plano-planum*		5 0 0	*ſublaterale.*	0 0
				N 2 4
Quadrato-cubus adfectus reſolvendus.	7 9	0 5 5 0 4		Q 4 16
		QQC Q N.		C 8 64
	QCj	QCij		QQ 16 256
				QC 32 1024
Plano-ſolida — *Ablatitia*	3 2		*Quadrato-cubus lateris primi.*	
		1 0 0 0	*A latere primo in plano-planum coëfficiens.*	
Plano-ſolida — *Addititium*		4 0	*A cubo lateris primi in coëfficiens planum.*	
Exceſſus ablatitiorum.	3 1	7 0 0 0		
Reliquum reſolvendi adfecti quadrato-cubi.	4 7	3 5 5 0 4		

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	— Plano-planum expletionis, à coëfficiente plano in triplum quadratum lateris primi.		60	
	— Solidum expletionis, à coëfficiente plano in triplum latus primum.		30	
	— Coëfficiens planum.		5	
	+ Coëfficiens plano-planum.		500	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-cubi.		47	35504	
Divisorum pars inferior	Quintuplum quadrato-quadratum lateris primi.	8	0	
	Decuplus cubus ejusdem.		80	
	Decuplum quadratum ejusdem.		40	
	Quintuplum latus primum.		10	
Summa divisorũ adfectionis adfirmatæ.		8	8460	
Summa divisorum adfectionis negatæ.			6305	
Excessus divisorũ adfectionis adfirmatæ.		8	78295	
Plano-solida ablatitia, à divisoribus	Superioribus	32	0	A latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.
		12	80	A lateris secundi quadrato in decuplum cubum primi.
		2	560	A lateris secundi cubo in decuplum quadratum primi.
			2560	A quadrato-quadrato lateris secundi in quintuplum latus primum.
			1024	Quadrato-cubus lateris secundi.
	Inferiore		2000	A latere secundo in coëfficiens plano-planum.
Summa plano-solidorum ablatitiorũ.		47	64624	
Plano-solida addititia			240	A latere secundo in plano-planum expletionis.
			480	A quadrato lateris secundi in solidum expletionis.
			320	A cubo lateris secundi in coëfficiens planum.
Summa plano-solidorum addititiorum.			29120	
Excessus ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo adfecto quadrato-cubo.		47	35504	

Itaque si 1 QC — 5 C + 500 N, æquetur 7, 905, 504. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Ad

Ad analysin potestatum avulsarum,

PRÆCAUTIO.

In potestatibus avulsis, quas ambiguas esse monuimus, præfiniendi sunt ex arte limites, intra quos radices, de quibus quæritur, consistant. Atque idcirco potestatum illarum constitutio imprimis dignoscenda est. Et tum demum primum singulare latus majus, minusve occurret: vel ex divisione magnitudinis resolvendæ per coëfficientem, si divisioni est locus: vel ex radicis congruæ à coëfficiente pro suo magnitudinis genere eductione, ut feret præfiniendorum limitum coarctatio. Ac primus quidem casus omnino locum habet, cum de radice minore quæritur. Primus vel secundus, cum de majore.

Addita autem potestas lateris singularis primi resolvendæ propositæ magnitudini, restituit potestatem avulsam. Quæ quidem auferenda est ei, à qua avellitur, homogeneæ sub gradu. Vel contra, homogenea sub gradu auferenda est à potestate restituta. Ac postremo quidem casui locus est omnino, cum de radice minore quæritur. Primo vel secundo, cum de majore. At cum aliqua accideret dubitatio in electione radicis majoris, ex arte est, ut coëfficiens reducatur ad genus magnitudinis resolvendæ, & ex reducta auferatur magnitudo resolvenda, ac demum ex residua eliciatur radix illa major, cujus potestas avulsæ sit restitutoria.

Ad eductionem vero lateris singularis secundi, differentia quidem divisorum attenditur, ut in potestatibus adfectis per negationem directam. Est autem excessus penes divisores superiores. At divisio ut plurimum climactice instituenda est.

Quid vero est climactice dividere? In resolutionibus potestatum, sive purarum sive adfectarum promiscue permiscentur ad divisorum inferiorum summam longitudines, plana, solida, plano-plana, plano-solida, & cujuscumque generis magnitudines. Unde parabola (sic enim eam, quæ ex divisione oritur, magnitudinem Diophantus appellat) sæpe elusoria est. Sic immiscentur in divisoribus superioribus coëfficientes longitudines, magnitudinibus expletionum, planis, solidis, & reliquis ulterioris generis scansoriis.

Adplicandum esto solidum ad divisorum hujusmodi differentiam. Quoniam igitur divisores diversæ sunt adfectionis, accidet aliquando inter planum expletionis adfectionis addititiæ, & triplum quadratum lateris eliciti, adfectionis ablatitiæ nullam esse aut exiguam differentiam. Omnem aut præcipuam esse circa longitudines, ad quas ideo solidum adplicatum, facit parabolam planum, non longitudinem. Cum igitur parabola ex hujusmodi adplicatione duarum erit figurarum, censebitur plana, & ex ea tanquam quadrato radix educta proxime, si modo consenserint reliqua, latus erit secundum. Sic plano-plano adplicato ad differentiam, si contingat parabolam esse trium figurarum, censebitur solida & ex ea tanquam cubo radix educta proxime, si modo consenserint reliqua, erit latus secundum, & ea per quæcumque genera magnitudinum perpetua arte & methodo.

ANALYTICA potestatum avulsarum.

PROBLEMA XVI.

E Dato in numeris plano sub latere & data coëfficiente longitudine, adfecto multa quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur 370 N – 1 Q, æquari 9,261. Quæritur quanta magnitudo sit 1 N, radix-ve propositi quadrati avulsi.

Est 9,261 planum sub latere & data coëfficiente longitudine 370, adfectum multa quadrati. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unum majus est semisse coëfficiente, alterum minus. Immo vero unum est minus radice quadrati 9,261, alterum majus. Ac proinde cum adplicabitur duplum planum 9,261 ad 370, orietur latitudo major radice minore, minor autem radice majore. Atque adeo utravis radix ita occurret.

Paradigma primum analyseos quadrati avulsi, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	3 7	0 · ·	*sublateralis.* 0 0 N 2 7 Q 4 49
Planum sub latere, multatum lateris resolvendi quadrato.	9 2 ·	6 1 N ·	
	Qi	Qii	
Planum restituens.	4		*Quadratum lateris primi.*
Planum restitutum.	9 6	6 1	
Planum principale minuens.	7 4	0	*A latere primo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus plani restituti, reliquumve resolvendi avulsi quadrati.	2 2	6 1	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior. { *Coëfficiens longitudo.*	3	7 0 ·	
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.	2 2	6 1 ·	
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris primi.*		4	
Excessus divisorum superiorum	3	3 0	
Plana additi-tia {	2	8	*A latere secundo in duplum primi.*
		4 9	*Quadratum lateris secundi.*
Summa planorum addititiorum.	3	2 9	
Planum ablatitium.	2 5	9 0	*A latere secundo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus plani ablatitii, æqualis residuo resolvendo avulso quadrato.	2 2	6 1	

Itaque si 370 N—1 Q, æquetur 9,261. fit 1 N 27 latus unum è duobus, de quibus æqualitas potest explicari, ipsumque minus ut indicat limitum præfinitio. Cum autem adplicatur planum 9,261, ad longitudinem 27, oritur 343, vel ablata longitudo 27 ex 370, relinquit 343. Itaque latus majus erit 343.

Paradigma alterum analyseos quadrati avulsi, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Quoniam radix quæsita est major 185, & idcirco pluribus figuris, quam duabus, exprimenda, ideo planum sub latere majore multatum lateris quadrato acephalum esse arguitur, & prima coëfficientis figura constituetur radix, consentientibus reliquis.

Coëfficiens

Coëfficiens longitudo	3	7 0 .	. .	*sublateralis.* { 0 0 0 / N. 3. 4 / Q. 9.16
Planum sub latere multatum lateris resolvendo quadrato.	0 .	9 2 N ·	6 1 N ·	
	Qi	Qij	Qiij	
Planum restituens	9			*Quadratum lateris primi.*
Planum restitutum	9	9 2	6 1	
Planum principale minuendum.	1 1	1 0		*A latere primo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus plani principalis, reliquumve resolvendi quadrati avulsi.	1	1 7	3 9	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens longitudo*		3 7	0 . .	
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.	1	1 7 .	3 9 .	
Divisorum pars inferior. { *Duplum lateris primi.*		6		
Excessus divisorum inferiorum.		2 3	0	
Plana ablatitia {	2	4		*A latere secundo in duplum primi*
		1 6		*Quadratum lateris secundi.*
Summa planorum ablatitiorum.	2	5 6		
Planum addititium.	1	4 8		*A latere secundo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus ablatitiorum.	1	0 8		
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.		9	3 9	

Jam duo latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens longitudo.*	3	7 0 .	{ 0 0 0 / N 34 3 / Q 9
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.	9	3 9 .	
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris primi.*	6	8	
Excessus divisorum inferiorum.	3	1 0	
Plana ablatitia {	2 0	4	*A latere secundo in duplum primi.*
		9	*Quadratum lateris secundi*
Summa planorum ablatitiorum.	2 0	4 9	
Planum ad dititium.	1 1	1 0	*A latere secundo in coëfficientem.*
Excessus addititiorum, æqualis residuo resolvendo quadrato avulso.	9	3 9	

Itaque si 370 N — 1 Q, *æquetur* 9,261. *fit* 1 N 343 *latus unum è duobus, de quibus æqualitas potest*

test explicari, ipsumque majus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem adplicabitur planum 9,261 ad longitudinem 343, orietur 27. vel ablata longitudo 343 ex 370, relinquit 27. Itaque latus minus erit 27.

PROBLEMA XVII.

E Dato in numeris solido sub latere, & data coëfficiente plana magnitudine, adfecto multa cubi, latus analytice elicere.

Proponatur 13,104N — 1 C, æquari 155,520, Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi cubi avulsi.

Est 155.520 solidum sub latere & dato coëfficiente plano 13,104, adfectum multa cubi. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unius quadratum minus est triente 13,104, alterum majus. Ac proinde cum adplicabitur triplum solidi 155,520 ad duplum plani 13,104, orietur longitudo major radice minore, & minor radice majore. Atque adeo utravis radix ita occurret.

Paradigma primum analyseos cubi avulsi à solido sub latere, ad inveniendum radicem minorem.

I. Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum	1 3 1	0 4	*sublaterale.*
Solidum sub latere multatum lateris resolvendo cubo.	1 5 5	5 2 0	N 12 / Q 14 / C 18 (00)
	C j	Q N · Cij	*Cubus lateris primi.*
Solidum restituens.	1		
Solidum restitutum.	1 5 6	5 2 0	
Solidum principale minuens.	1 3 1	0 4	*A latere primo in coëfficiens planum.*
Excessus solidi restituti, reliquumve resolvendi cubi avulsi.	2 5	4 8 0	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens planum.*	1 3	1 0 4
Reliquum resolvendi cubi avulsi.	2 5	4 8 0
Divisorum pars inferior { *Triplum quadratum laters primi.*		3
Divisorum pars inferior { *Triplum latus primum.*		3
Excessus divisorum superiorum.	1 2	7 7 4

Solida

Solida addititia		6	A latere ſecundo in triplum quadratum primi.
		1 2	A quadrato lateris ſecundi in triplum latus primum.
		8	Cubus lateris ſecundi.
Summa ſolidorum addititiorum.		7 2 8	
Solidum ablatitium.	2 6	2 0 8	A latere ſecundo in coëfficiens planum.
Exceſſus ſolidi ablatitii, æqualis reſiduo reſolvendo cubo avulſo.	2 5	4 8 0	

Itaque ſi 13,104 N — 1 C, æquetur 155,520. fit 1 N 12 latus unum è duobus, de quibus æqualitas poteſt explicari, ipſumque minus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem adplicabitur ſolidum 155,520 ad 12: Orietur planum 12,960, compoſitum ex quadrato majoris & rectangulo ſub majore & minore. Idem planum 12,960 relinquetur, ſi abs plano 13,104, auferatur 144 quadratum è 12. Itaque latus majus eſto 1 N, ergo 1 Q + 12 N, æquabitur 12,960. & fiet 1 N 108 latus majus.

Paradigma ſecundum cubi avulſi à ſolido ſub latere, ad inveniendum radicem majorem.

I. Eductio lateris ſingularis primi.

Quoniam radix quæſita eſt major latere plani 4,368, trientis 13,104, niſi autem coëfficiens in anteriora erumpat, orietur 1 duntaxat ex congrua diviſione, argumentum eſt ſolidum ſub latere multatum reſolvendo lateris cubo eſſe acephalum. Et quoniam radix quadrata coëfficientis plani eſt 1, commode latus ſingulare primum conſtituetur 1.

Subtiliore calculo, quoniam 115 eſt proxime radix quadrata coëfficientis plani, à cujus cubo 1,520,875, cum ſubducetur ea quæ proponitur reſolvenda magnitudo, ſupereſt 1,365,355, ideo radix ſolidi illius eſt trium figurarum, quarum prima eſt $\sqrt{}$C 1.

Coëfficiens planum	1	3 1 0	4 · · ·	ſublaterale.
Solidum ſub latere multatum lateris cubo, acephalum.	0 · Cj	1 5 5 Q N · Cij	5 2 0 Q N · Ciij	0 00 / N 1 0 / Q 1 0 / C 1 0
Solidum reſtituens	1			Cubus lateris primi.
Solidum reſtitutum.	1	1 5 5	5 2 0	
Solidum principale minuendum	1	3 1 0	4	A latere primo in coëfficiens planum.
Exceſſus ſolidi principalis, reliquumve reſolvendi cubi.		1 5 4	8 8 0	

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Diviſorum pars ſuperior { Coëfficiens planum	131	0 4 · ·
Reliquum reſolvendi cubi avulſi.	1 5 4 ·	8 8 0 ·

Divi-

Divisorum pars inferior { Triplum quadratum lateris primi.	3	
Triplum latus primum.	3	
Excessus divisorum inferiorum, dividendo, parabola fit o.	198	960

Qui quoniam major est numero dividendo, parabola fit o.

III Eductio lateris singularis tertii, ut secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens planum.*	13	104	
Reliquum resolvendi cubi avulsi	154	880	
Divisorum pars inferior. { *Triplum quadratum lateris primi.*	30	0	
Triplum latus primum.		30	
Excessus divisorum inferiorum.	17	196	
Solida ablatitia	240	0	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	19	20	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
		512	*Cubus lateris secundi.*
Summa solidorum ablatitiorum.	259	712	
Solidum addititium.	104	832	*A latere secundo in coëfficiens planum.*
Excessus ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo cubo.	154	880	

	00	0
N	10	8
Q	100	64
C	1000	512

Itaque si 13, 104 N — 1 C, æquetur 155, 520. fit 1 N 108.

Problema XVIII.

E Dato in numeris solido sub quadrato & data coëfficiente longitudine, adfecto multa cubi, latus analytice elicere.

Proponatur 57 Q — 1 C, æquari 24, 300. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi cubi avulsi.

Est 24, 300 solidum sub quadrato adfectum multa cubi. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unum minus est besse 57, alterum majus, atque adeo sic utrumvis occurret.

Para-

Paradigma primum analyſeos cubi avulſi à ſolido ſub quadrato, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris ſingularis primi.

Coëfficiens longitudo	5	7 · ·	*ſubquadratica.*
			0 0
Solidum ſuo multatum cubo.	24 ·	300 QN .	N 3 0
			Q 9
	Cj	Cij	C 27
Solidum reſtituens.	27		*Cubus lateris primi.*
Solidum reſtitutum.	51	300	
Solidum principale minuens.	51	3	*A lateris primi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Exceſſus reſtituti.	0		

Itaque ſi 57 Q — 1 C, *æquetur* 24, 300. *fiet* 1 N 30 *latus unum è duobus, de quibus æqualitas poteſt explicari, idemque minus, ut indicat limitum præfinitio. Hujus quadratum eſt* 900, *ad quod dum adplicatur ſolidum* 24, 300, *oritur latitudo* 27, *quantam etiam relinquit* 57 *poſt ablatam* 30. *Intelliguntor tres proportionales longitudines, quarum tertia ſit* 27, *compoſita autem è ſecunda & prima* 30, *latus alterum de quo propoſita anceps æqualitas poteſt explicari componetur ex ſecunda & tertia. Sit ergo latus alterum* 1 N. 1 Q — 27 N, *æquabitur* 810 *plano ex* 27 *in* 30. *Et fiet* 1 N 45, *latus majus.*

Paradigma ſecundum analyſeos cubi avulſi à ſolido ſub quadrato, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris ſingularis primi.

Coëfficiens longitudo	5	7 · ·	*ſubquadratica*
			0 0
Solidum ſub quadrato multatum lateris cubo.	24 ·	300 QN ·	N 4 5
			Q 16 25
	Cj	Cij	C 64 125
Solidum reſtituens.	64		*Cubus lateris primi.*
Solidum reſtitutum.	88	300	
Solidum principale minuendum.	91	2	*A lateris primi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Exceſſus ſolidi principalis, reliquumve reſolvendi cubi.	2	900	

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Diviſorum pars ſuperior { *Planum expletionis, à duplo lateris primi in coëfficientem.*	4	56 ·
Coëfficiens longitudo.		57 ·
Reliquum reſolvendi cubi.	2	900 ·
Diviſorum pars inferior { *Triplum quadratum lateris primi.*	4	8
Triplum latus primum.		12

Diſſe-

Differentia diviſorum.		303	
Solida ablatitia	24	0	*A latere ſecundo in triplum quadratum primi.*
	3	00	*A quadrato ſecundi in triplum latus primum.*
		125	*Cubus ſecundi.*
Summa ſolidorum ablatitiorum.	27	125	
Solida addititia	22	80	*A latere ſecundo in planum expletionis.*
	1	425	*A quadrato ſecundi in coëfficientem.*
Summa ſolidorum addititiorum.	24	225	
Exceſſus ablatitiorum, æqualis reſiduo reſolvendo cubo.	2	900	

Itaque ſi 57 Q — 1 C, æquetur 24,300. fit 1 N 45 latus unum è duobus, de quibus æqualitas poteſt explicari, idemque majus, ut indicat limitum præfinitio. Hujus quadratum eſt 2,025, ad quod dum adplicatur ſolidum 24,300, oritur 12, quod etiam relinquit 57 poſt ablatam 45. Intelliguntor tres proportionales longitudines, quarum prima ſit 12, compoſita ex ſecunda & tertia 45, latus alterum de quo propoſita anceps æqualitas poteſt explicari, componetur ex prima & ſecunda. Sit ergo latus illud alterum 1 N. 1 Q — 12 N, æquabitur 5,40 & fiet 1 N 30, latus minus.

De ambiguitate cubi multipliciter adfecti.

Cubus adfectus ſub quadrato negate & latere adfirmate ambiguus eſt, quando triplum quadratum è triente coëfficientis longitudinis majus eſt coëfficiente plano.

Proponatur 1 C — 6 Q + 11 N, æquari 6. Quoniam 12 triplum quadratum è triente 6, majus eſt coëfficiente plano 11: ideo 1 N de tribus lateribus poteſt explicari, quorum ſumma 6, trinum ſub iis rectangulum 11. Solidum ſub iiſdem factum continue 6. Quoniam autem ſolidum 6 adjunctum 16 cubo duplo è triente coëfficientis longitudinis, æquale eſt ſolido 22, quod fit à triente coëfficientis longitudinis in coëfficiens planum: ideo tria latera quæſita æquali diſtabunt inter ſe exceſſu. Exceſſus maximi ſupra 2 trientem coëfficientis longitudinis, eſto 1 N. 1 Q, æquabitur 1, exceſſui quo triplum quadratum è triente coëfficientis longitudinis præſtat plano coëfficienti 11. Itaque tria latera erunt 3, 2, 1.

Rurſus proponatur 1 C — 12 Q + 29 N, æquari 18. Quoniam 48 triplum quadratum è triente 12, majus eſt coëfficiente plano 29: ideo 1 N de tribus lateribus poteſt explicari, quorum ſumma 12, trinum ſub iis rectangulum 29. Solidum ſub iiſdem factum continue 18. Quoniam autem ſolidum 18, adjunctum 128 cubo duplo è triente 12, majus eſt ſolido 116, quod fit ab 4 triente coëfficientis longitudinis in 29 coëfficiens planum: ideo tria latera quæſita inæquali diſtabunt inter ſe exceſſu, ac medium quidem & minimum illorum deficient à 4 triente coëfficientis longitudinis. Exceſſus maximi ſupra 4, eſto 1 N. Quoniam 48, majus eſt 29, per 19. Solidum autem 18, adjunctum 128, majus eſt ſolido 116, per 30. Ideo 1 C — 19 N, æquabitur 30. Et fiet 1 N 5. Itaque maximum latus erit 9, medium 2, minimum 1.

Rurſus proponatur 1 C — 18 Q + 95 N, æquari 126. Quoniam 108 triplum quadratum è triente 18, majus eſt coëfficiente plano 95: ideo 1 N de tribus lateribus poteſt explicari, quorum ſumma 18, trinum ſub iis rectangulum 95. Solidum ſub iiſdem factum continue 126. Quoniam autem ſolidum 126 adjunctum 432 cubo duplo é triente coëfficientis longitudinis, minus eſt ſolido 570, quod fit à 6 triente coefficientis longitudinis in 95 coëfficiens planum: ideo tria latera quæſita inæquali diſtabunt exceſſu, & ſive maximum, ſive medium majus erit 6 triente coëfficientis longitudinis. Exceſſus hic vel ille, eſto 1 N. Quoniam 108, majus eſt 95, per 13. Solidum vero 126, adjunctum 432, minus eſt ſolido 570, per 12. Ideo 13 N — 1 C, æquabitur 12. Et fiet 1 N 1, vel 3. Itaque 3 erit exceſſus maximi ſupra 6. Et 1 exceſſus medii. Itaque tria latera ſunt 9, 7, 2.

Et

Et si proponatur 1 C — 9 Q + 24 N, æquari 20. Tria latera sunt 2, 2, 5. duo videlicet è tribus sunt inter se æqualia. At cum triplum quadratum è triente coëfficientis longitudinis, æquale est coëfficienti plano, singula tria latera æqualia sunt. Ut si proponatur 1 C — 6 Q + 12 N, æquari 8. Tria latera sunt 2, 2, 2.

Cum triplum quadratum coëfficientis longitudinis, cedet coëfficienti plano, nulla erit in radice ambiguitas: sed resolvetur cubus cum sua duplici adfectione, vel adfectione saltem una, ex arte liberabitur.

Sane, cum solidum sub coëfficiente longitudine & coëfficiente plano, æquabitur resolvendæ magnitudini: non indigebit res sive expurgatione sive resolutione. Coëfficiens enim longitudo ipsa erit radix de qua quæritur. Proponatur 1 C — 6 Q + 40 N, æquari 240. Quoniam 240, fit ex ductu 6 in 40, erit 1 N 6. Quod adnotasse fuit oportunum.

PROBLEMA XIX.

E Dato in numeris plano-plano sub latere & data coëfficiente solida magnitudine, adfecto multa quadrato-quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur 27, 755 N — 1 Q Q, æquari 217, 944, Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi quadrato-quadrati avulsi.

Est 217, 944 plano-planum sub latere & dato coëfficiente solido 27, 755. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari; quorum minoris cubus minor est 6, 938 $\frac{3}{4}$ quadrante coëfficientis solidi; majoris major. Ac proinde cum adplicabitur quadruplum plano-plani 217, 944 ad solidum 27, 755; orietur latitudo major radice minore; & minor radice majore. Atque adeo utravis ita occurret.

Paradigma primum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub latere, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens solidum	27	7 5 5 · ·	*sublaterale.*
Plano-planum sub latere, multatum lateris quadrato-quadrato.	21 · QQi	7 9 4 4 C Q N · QQii	

Quoniam radix minor de qua quæritur cedit lateri cubico solidi 6, 938. Itaque prima figura non potest esse 2. Si vero sumatur 1 plano-planum principale, quod minuere non minui oportet, majus esset plano-plano restituto, ideo fit devolutio.

Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coëfficiens solidum.	2	7 7 5 5 ·	N 8 Q 64 C 512 QQ 4096
Plano-planum sub latere multatum lateris quadrato-quadrato.	21	7 9 4 4 ·	
Plano-planum restituens.		4 0 9 6	*Quadrato-quadratum lateris primi.*
Plano planum restitutum.	22	2 0 4 0	
Plano-planum principale minuens, æquale plano-plano restituto.	22	2 0 4 0	*A latere primo in coëfficiens solidum.*

Itaque si 27,755 N — 1 Q Q, æquetur 217, 944. fit 1 N 8 latus unum, idemque minus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem ad 8 adplicatur plano-planum 217, 944, oritur solidum 27, 243, quale relinquit factus à radice 8 cubus ablatus è solido 27, 755. Intelliguntor quatuor continue proportionales cubi, quorum minor extremus sit 512. Adgregatum vero è reliquis tribus 27, 243. Cubus autem major extremus 1 C. Ergo 1 C + 8 Q + 64 N, æquabitur 27, 243. & fiet 1 N 27 latus alterum, idemque majus propositi avulsi quadrato quadrati.

Paradigma secundum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub latere, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens solidum	27	755	*sublaterale.*
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	21	7944	
	·	CQN·	
	QQj	QQij	
Plano-planum restituens.	16		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
Plano-planum restitutum.	37	7944	
Plano-planum principale minuendum.	55	510	*A latere primo in coëfficiens solidum.*
Excessus plano-plani principalis, reliquumve resolvendi quadrato-quadrati.	17	7156	

	0	0
N	2	7
Q	4	49
C	8	343
QQ	16	2401

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior — *Coëfficiens solidum.*	2	7755	
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati.	17	7156	
Divisorum pars inferior — *Quadruplus cubus lateris primi.*	3	2	
Sextuplum quadratum lateris primi.		24	
Quadruplum latus primum.		8	
Summa divisorum inferiorum.	3	448	
Excessus divisorum inferiorum.		6725	
Plano-plana ablatitia	22	4	*A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
	11	76	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
	2	744	*A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.*
		2401	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.	37	1441	
Plano-planum addititium.	19	4285	*A latere secundo in coëfficiens solidum.*
Excessus ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.	17	7156	

Itaque si 27,755 N — 1 QQ, æquetur 217,944. fit 1 N 27 latus unum, idemque majus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem ad 27 adplicatur plano-planum 217,944, oritur solidum 8,072, quale etiam relinquit factus à radice 27 cubus 19,683 ablatus è solido 27,755. Intelliguntor quatuor continue proportionales cubi, quorum major extremus sit 19,683. Adgregatum vero è reliquis tribus 8,072. Cubus autem minor extremus, esto 1 C. Ergo 1 C + 27 Q + 729 N, æquabitur 8,072. & fiet 1 N 8 latus alterum, idemque minus propositi avulsi quadrato-quadrati.

PRO-

PROBLEMA XX.

E Dato in numeris plano-plano sub cubo & data coëfficiente longitudine, adfecto multa quadrato-quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur 65C—1 QQ, æquari 1,481,544. Quæritur quanta sit magnitudo 1N, radix-ve propositi quadrato-quadrati avulsi.

Est 1,481,544. plano-planum sub cubo, & data coëfficiente longitudine 65. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari. Quorum unum minus est dodrante 65. Alterum majus. Ac proinde cum ad triplum longitudinis 65 adplicabitur quadruplum plano-plani 1,481,544. orietur solidum majus cubo radicis minoris, minus vero cubo radicis majoris. Atque adeo utravis radix ita occurret.

Paradigma primum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub cubo, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	6	5
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	1 4 8 ·	1 5 4 4 ·
		C Q N .
	QQ i	QQ ii
Plano-planum restituens.	8 1	
Plano-planum restitutum	2 2 9	1 5 4 4
Plano-planum principale minuens.	1 7 5	5 ·
Excessus plano-plani restituti, reliquumve resolvendi avulsi quadrato-quadrati.	5 3	6 5 4 4

subcubica.

	0		0
N	3		8
Q	9		64
C	27	*parabola*	512
QQ	81	·	4096

Quadrato-quadratum lateris primi.

A cubo lateris primi in coëfficientem longitudinem.

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*Solidum expletionis, à coëfficiente in triplum quadratum lateris primi.*	1 7	5 5
	Planum expletionis, à coëfficiente in triplum latus primum.		5 8 5
	Coëfficiens longitudo.		6 5 ·
Reliquum resolvendi avulsi quadrato-quadrati.		5 3	6 5 4 4
Divisorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	1 0	8
	Sextuplum quadratum lateris primi.		5 4
	Quadruplum latus primum.		1 2
Excessus divisorum superiorum.		6	7 8 9 5

Plano-plana addititia	8 6	4	*A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
	3 4 5	6	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
	6	1 4 4	*A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.*
		4 0 9 6	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
Summa plano-planorum addititiorum.	1 2 7	5 1 3 6	
Plano-plana ablatitia	1 4 0	4 0	*A latere secundo in solidum expletionis.*
	3 7	4 4 0	*A quadrato lateris secundi in planum expletionis.*
	3	3 2 8 0	*A cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.	1 8 1	1 6 8 0	
Excessus ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.	5 3	6 5 4 4	

Itaque si 65 C—1 Q Q, æquetur 1,481,544. sit 1 N 38 latus unum, è duobus de quibus æqualitas potest explicari, ipsumque minus, ut indicat limitum præfinitio. Hujus cubus est 54,872, ad quem dum adplicatur plano-planum 1,481,544, oritur latitudo 27, quantam etiam relinquit longitudo 38, ablata è 65. Intelliguntor quatuor continue proportionales, ex quarum prima, secunda, & tertia componatur 38, quarta vero sit 27. Vnde summa omnium 65, quanta est coëfficiens. Latus igitur alterum componetur ex quarta, secunda, & tertia. Tertiæ esto 1 N. Igitur 1 C + 27 Q + 729 N, æquabitur 27,702 solido facto à 38 data in 729 quadratum quartæ. Itaque tertia erit 18, secunda 12. Atque adeo latus majus 57.

Paradigma secundum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub cubo, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	6	5	*subcubica.*
		· ·	
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	1 4 8	1 5 4 4	
	·	C Q N ·	
	Q Q i	Q Q ij	
Plano-planum restituens.	6 2 5		*Quadrato-quadratum lateris primi*
Plano-planum restitutum,	7 7 3	1 5 4 4	
Plano-planum principale minuendum.	8 1 2	5	*A coëfficiente longitudine in cubum lateris primi.*
Excessus plano-plani principalis, reliquumve resolvendi avulsi quadrato-quadrati.	3 9	3 4 5 6	

	0	0
N	5	7
Q	25	49
C	125	343
QQ	625	2401

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*Solidum expletionis, à coëfficiente in triplum quadratum lateris primi.*	48	75	
	Planum expletionis, à coëfficiente in triplum latus primum.		975	
	Coëfficiens longitudo.		65	
Reliquum resolvendi avulsi quadrato-quadrati.		39	3456	
Divisorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	50	0	
	Sextuplum quadratum lateris primi.	1	50	
	Quadruplum latus primum.		20	
Summa divisorum inferiorum.		51	520	
Summa divisorum superiorum.		49	7315	
Excessus divisorum inferiorum.		1	7885	
Plano-plana ablatitia		350		*A latere secundo in quadruplum cubum primi.*
		73	50	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
		6	860	*A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.*
			2401	*Quadrato-quadratum secundi.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.		430	6001	
Plano-plana addititia		341	25	*A latere secundo in solidum expletionis.*
		47	775	*A quadrato lateris secundi in planum expletionis.*
		2	2295	*A cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum addititiorum.		391	2545	
Excessus ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.		39	3456	

Itaque si 65 C — 1 Q Q, *æquetur* 1,481,544. *fit* 1 N 57 *latus unum, è duobus de quibus æqualitas potest explicari, ipsumque majus, ut indicat limitum præfinitio. Hujus cubus est* 185,193 *ad quem dum adplicatur plano-planum* 1,481,544, *oritur latitudo* 8, *quantam etiam relinquit longitudo* 57 *ablata è* 65. *Intelliguntur quatuor continue proportionales; ex quarum prima, secunda & tertia componatur* 57, *quarta vero sit* 8. *Vnde summa omnium* 65 *coëfficiens. Latus igitur alterum componetur ex quarta, secunda & tertia. Tertia esto* 1 N. *Igitur* 1 C + 8 Q + 64 N, *æquabitur* 3,648, *solido facto à* 57 *data in* 64 *quadratum quartæ. Itaque tertia erit* 12, *secunda* 18, *atque adeo latus minus* 38.

CONSECTARIVM GENERALE AD ANALYSIN POTESTATVM ADFECTARVM,

Et præceptorum quæ ad eam pertinent, recollectio.

Ergo in analysi potestatum adfectarum eadem omnino locum habent præcepta, quæ in analysi purarum. Quicquid præterea mysterii est, versatur præcipue in situ coëfficientium subgradualium magnitudinum, ac earum quas diximus, expletionis, ab ipsis videlicet coëfficientibus, & eliciundis singulariter lateribus, aut eorum parodicis ad potestatem gradibus, effectarum.

Præceptum primum.

De singularibus potestatibus per puncta designandis, & coëfficientium ordine, & situ.

Prima igitur cura esto, ut quot puncta singularium potestatum adnotabuntur sub figuris, pergendo à dextra ad lævam, tot puncta conditionaria gradus, quem metitur coëfficiens, adnotentur supra figuras, pergendo quoque à dextra ad lævam, & in ultima sede coëfficiens consistat.

Nempe si coëfficiens est sublateralis, quot puncta singularium potestatum adnotabuntur, tot adnotentur puncta lateralia, nulla videlicet figura intermedia relicta.

Si sub-quadratica est, tot puncta quadratica, una videlicet figura intermedia relicta.

Si sub-cubica, tot puncta cubica, duabus videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-quadrato-quadratica, tot puncta quadrato-quadratica, tribus videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-quadrato-cubica, tot puncta quadrato-cubica, quatuor videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-cubo-cubica, tot puncta cubo-cubica, quinque videlicet figuris intermediis relictis. Et ita in infinitum.

Præceptum secundum.

De educendo latere singulari primo, & efficiundis ab eodem homogeneis cum resolvenda magnitudine comparandis.

Secunda cura esto, ut latus singulare primum eruatur sub ultimo adnotato singularium potestatum puncto, quod quidem primum occurrit, dum è contrario à læva tenditur ad dextram. Et potestas lateris singularis educti adnotetur congruenter, ita videlicet ut desinat sub sibi addicto puncto.

Idem latus singulare, vel ejus parodicus gradus, qualem coëfficiens metitur, ducatur in coëfficientem, vel coëfficientes subgraduales, & facta hujusmodi homogenea adnotentur quoque congruenter, ita videlicet ut desinant in sedibus sibi addictis.

Et ita demum adnotatæ, tum potestas lateris singularis educti, tum effectæ magnitudines potestati homogeneæ, comparentur cum proposita magnitudine resolvenda. Distinguendæ autem sunt πτώσεις.

Casus primus.

Enimvero, si adfectio est per adfirmationem, tunc potestas lateris singularis educti, & effectæ magnitudines ei homogeneæ auferentur è proposita magnitudine resolvenda. cum alioqui, quando resolvenda proponitur magnitudo pura, auferenda sit sola singularis potestas prima. Qua igitur methodo elicietur latus illud singulare primum, ne deludatur Analysta? Et in conspicuo est habendam esse tum magnitudinis propositæ resolvendæ, tunc coëfficientium rationem. Sed posthabita coëfficientis ratio Analystam non eludet, quando coëfficiens semota est longe in posteriora à puncto potestati singulari

primæ

primæ addicto. Quod enim latus congrueret, si quæ proponitur resolvenda magnitudo esset pura, idem adsumetur ad latus singulare primum.

Cum autem in anteriora prorumpit coëfficiens, argumentum est, homogenea adfectionum majora esse lateris de quo quæritur potestate. Et erit consentaneum, opus à divisione inchoare. Itaque si divisor major est dividendo, fiet secessio, devolutiove coëfficientis subgradualis in succedens sibi addictum punctum, idque toties donec locus sit divisioni.

Et quot secedet punctis coëfficiens subgradualis, quæ nimis prorumpebat in anteriora exiliens magnitudinis resolutioni expositæ terminos, tot secedent coëfficientes quæque in sibi addicta loca. Ac denique tot delebuntur subtus singularium potestatum puncta, sub quibus alioquin erat primi lateris instituenda eductio.

Ita autem à divisione resolvendæ potestatis per coëfficientem magnitudinem opus inchoabitur, ut lex homogeneorum maneat illæsa. Nempe,

Si resolvenda magnitudo est cubus, aliud-ve solidum; coëfficiens vero planum: ea quæ ex adplicatione divisione-ve oritur magnitudo, radix esto.

At si coëfficiens est longitudo, id quod oritur quadratum esto, & quadrati ortivi radix proxima veræ subnotator: quandoquidem, cum solidum adplicatur ad longitudinem, id quod oritur planum est.

Æque, si magnitudo resolvenda sit quadrato-cubus, aliud-ve plano-solidum; coëfficiens vero planum: quod oritur cubus esto, & cubi etiam radix proxima veræ subnotator. quandoquidem, cum plano-solidum adplicatur ad planum, id quod oritur solidum est. Et ea constanti in omnibus potestatibus & coëfficientibus, methodo.

At cum neque in posteriora secedit vel prorumpit in anteriora coëfficiens subgradualis magnitudo, sed in eadem prope commissura existit, tunc homogenea sub gradu & ea coëfficiente potestatem lateris singularis propemodum adæquat, & sive à radicis eductione opus inchoet Analysta, sive à divisione, sentiet non raro se deludi. Itaque magis est, ut in ea ἀπορίᾳ suum artificium prodat. Quod erit hujusmodi.

Expendet coëfficientis radicem pro suo magnitudinis genere; ipsam videlicet coëfficientem, si coëfficiens longitudo est; vel latus quadrati si planum; vel latus cubi si solidum, & eo continuo ordine, & ab ea radice potestatem efficiet resolvendæ propositæ magnitudini homogeneam, & deinceps comparandam. Radix autem prima differentiæ inter ambas erit latus singulare primum educendum. Aut etiam reducet coëfficientes, & eam, quæ resolvenda proponitur, magnitudinem ad idem magnitudinis genus, & reductarum sumet à resolvenda differentiam, & radix prima differentiæ erit, ut ante, latus singulare primum educendum.

Casus secundus.

Quod si adfectio fuerit per negationem à potestate, potestas quidem singularis lateris auferetur propositæ magnitudini resolvendæ. At eidem addetur homogenea sub gradu & coëfficiente.

Et si coëfficiens sub gradu homogeneam negatám pluribus constet punctis conditionariis, quam resolvenda proposita magnitudo, prout unumquodque magnitudinis genus exposcit, designandis: talis magnitudo censebitur mutila & ἀκέφαλος. Itaque tot numeralibus circulis à dextra ad lævam attolletur, quot deesse videbuntur ad explendum punctorum conditionariorum coëfficientis numerum. Radix autem coëfficientis secundum suum magnitudinis genus expendetur, & statuetur latus singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Esto nempe coëfficiens longitudo, resolvenda vero planum. Quot igitur binis figuris constabit planum, si tot simplicibus constet longitudo, dicentur ambæ magnitudinis punctis conditionariis æquari. Et coëfficientis ipsius prima à læva ad dextram figura, statuetur latus singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Esto coëfficiens planum, resolvenda vero solidum. Quot igitur ternis figuris constabit solidum, si tot binis constet planum, dicentur ambæ longitudines punctis conditionariis æquari. Et radix prima coëfficientis ipsius tanquam quadrati sub puncto congruo æstimanda, latus erit singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Et ea constanti in omnibus potestatibus & coëfficientibus, methodo.

Si

Si vero non pluribus conditionariis punctis constet coëfficiens, sed tamen eo loci prorumpat, ut dubitationi possit esse locus quanta eligenda radix vel parabola: ideo ne divisio frustra sit, & de novo opus inchoare necesse habeat delusus Analysta. Tunc, ut arte magis omnia procedant, tam coëfficientes, quam resolvendæ magnitudines ad idem magnitudinis genus reducentur. Et ex earum ita reductarum summa (quandoquidem per negationem adfectio est) radix elicietur consentanea, & retinebitur.

Casus tertius.

Quod adfectio fuerit per adfirmationem mixtim & negationem à potestate: Effecta quidem sub coëfficientibus adfirmatis homogenea, una cum potestate lateris educendi, erunt ablativa magnitudini resolvendæ: At contra effecta sub coëfficientibus negatis erunt additiva. Itaque ad educendum latus singulare primum, locus erit permixtim antecedentibus quoque præceptis.

Casus quartus.

At quando potestas ab homogenea sub gradu avellitur, avulsam eam restituit potestas lateris singularis primi, & restituta deminuitur ab homogenea de qua negatur, vel homogeneam minuit. Semper autem inchoandum est opus à divisione, cum de minore radice quæritur, & restituta potestas ab homogenea sub gradu deminuitur. Cum vero quæritur de majore, reducitur coëfficiens ad idem magnitudinis genus, & ex excessu elicitur radix potestatis avulsæ restitutoria, secundum ea quæ in epidigmatis adnotata sunt.

Præceptum tertium.

De divisorum constitutione, ordine, & situ, post eductionem lateris singularis primi.

Tertia cura esto, ut post eductionem primi lateris singularis, & emendatam congrua subductione expositam resolutioni magnitudinem, dividentes scansoriæ in suo collocentur situ & ordine, tam superius quam inferius. Ac inferius quidem collocentur multiplices laterum elicitorum gradus parodici, ipsimet qui dividerent in analysi puræ potestatis, ut pote

In analysi quadrati, duplum lateris eliciti.

In analysi cubi, Prima, dividens scansoria magnitudo, triplum lateris eliciti. Secunda, triplum quadratum ejusdem.

In analysi quadrato-quadrati, Prima, quadruplum lateris eliciti. Secunda, sextuplum quadratum ejusdem. Tertia, quadruplus cubus ejusdem.

In analysi quadrato-cubi, Prima, quintuplum lateris eliciti. Secunda, decuplum quadratum ejusdem. Tertia, decuplus cubus ejusdem. Quarta, quintuplum quadrato-quadratum ejusdem.

In analysi cubo-cubi, Prima, sextuplum lateris eliciti. Secunda, decuquintuplum quadratum ejusdem. Tertia, vigecuplus cubus ejusdem. Quarta, decuquintuplum quadrato-quadratum ejusdem. Quinta, sextuplus quadrato-cubus ejusdem. Et ita deinceps.

Et occupent multiplices gradus illi, sedes sibi designatas inter puncta singularium potestatum, ut pote laterales, sedem laterum. Quadrata, sedem quadratorum. Cubi, sedem cuborum, &c.

Superius autem ipsæ coëfficientes magnitudines inter dividentes adscribantur, & idcirco moveantur identidem in succedentia puncta sibi addicta. Et præterea, secundum conditiones graduum, quos coëfficientes illæ metiuntur, multiplicant-ve: repleantur dividentibus reliquis sedes intermediæ, inter puncta ipsis subgradualibus addicta.

Nempe, si coëfficiens sub-quadratica est, Quoniam in resolutione quadrati dividens est duplum lateris eliciti; ducatur coëfficiens in duplum lateris eliciti, & effecta vocetur magnitudo expletionis; & è dividentibus esto: & præito proxime coëfficientem è regione figuræ numeralis intermediæ, quam designata quadratica puncta superius reliquerunt.

Si coëfficiens sub-cubica est, Quoniam in resolutione cubi dividens prima magnitudo, est triplum latus primum. Secunda, lateris primi triplum quadratum, Ideo sunto quoque

que è dividentibus magnitudines expletionum duæ, ipsam coëfficientem ordine præeuntes. Prima effecta abs coëfficiente in lateris eliciti triplum. Secunda, abs coëfficiente in lateris eliciti triplum quadratum. Ac prima quidem è regione figuræ intermediæ, quæ prima est ad lævam ab ea in quam coëfficiens desinit, consistito. Secunda è regione secundæ.

Et si coëfficiens sub-quadrato-quadratica est, Sunto è dividentibus ob eam, quæ jam satis inculcata est, rationem, magnitudines tres expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima coëfficienti proxima, effecta à coëfficiente in lateris eliciti quadruplum. Secunda è coëfficiente in lateris eliciti sextuplum quadratum. Tertia à coëfficiente in lateris eliciti quadruplum cubum.

Et si coëfficiens sub-quadrato-cubica est, Sunto è dividentibus magnitudines quatuor expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima & coëfficienti proxima, effecta abs coëfficiente illa in quintuplum lateris eliciti. Secunda, abs eadem in decuplum quadratum lateris eliciti. Tertia, abs eadem in decuplum cubum lateris eliciti. Quarta, abs eadem in quintuplum quadrato-quadratum lateris eliciti. Tertia, abs eadem in decuplum cubum lateris eliciti. Quarta, abs eadem in quintuplum quadrato-quadratum lateris eliciti.

Et si coëfficiens sub-cubo-cubica est, Sunto è dividentibus magnitudines quinque expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima & coëfficienti proxima, effecta abs coëfficiente & sextuplum lateris eliciti. Secunda abs eadem in quindecuplum quadratum ejusdem. Tertia, abs eadem in vigecuplum cubum ejusdem. Quarta, abs eadem in quindecuplum quadrato-quadratum lateris eliciti. Quinta, abs eadem in sextuplum quadrato-cubum lateris eliciti.

Et eo continuo ordine & progressu.

Præceptum quartum.

De eductione lateris singularis secundi.

Quarta cura esto, ut post congruentem situm dividentium, si quidem fuerint ejusdem adfectionis, adgregentur illæ, & per eorum adgregatum divisio instituatur ad eliciendum latus secundum.

Si sint diversæ, ut pote, si quæ sit coëfficiens negata, ipsa, cum suis expletionum scansoriis eandem retinentibus adfectionem, partem unam facito, reliquæ dividentes reliquam, & quotus erit excessus in magnitudinis, quæ resolvenda proponitur, reliquo, Tantum esto latus singulare secundum, siquidem parabola una numerali figura contenta est, quoniam excessus ad magnitudinis gradum, qui potestati proxime succedit, pertinet. At cum parabola duarum figurarum est, excessus ad succedentem gradum pertinet, ideoque non erit longitudo, sed planum. Vnde ei proximius numero quadratum, statuitur quadratum lateris singularis secundi. Et si parabola trium est figurarum, ipsa erit solidum, & ei proximior numero cubus, statuetur cubus lateris singularis secundi, & eo climactico in infinitum progressu, ut hæc ad caput analyseos potestatum avulsarum jam ante adnotata sunt.

Præceptum quintum.

De efficiundis à latere secundo homogeneis, & cum reliquo magnitudinis genere comparandis.

Quinta cura esto in coëfficiundis potestati homogeneis ex ductu eliciti lateris novi, vel ejus parodicorum graduum, in constitutas magnitudines dividentes.

Si de resolutione cubi agitur, latus secundum ducatur in multiplex quadratum primi, in aliaque dividentia plana, sive coëfficiens, sive scansorium expletionis; lateris vero secundi quadratum in multiplex latus primum, & in coëfficientem longitudinem.

Si de resolutione quadrato-quadrati, latus secundum ducatur in multiplicem cubum primi, in aliaque dividentia solida; quadratum ejusdem in multiplex quadratum primi, in aliaque plana; cubus in multiplex latus primi, aliasque dividentes longitudines.

 Si

Si de resolutione quadrato-cubi, latus secundum ducatur in multiplex quadrato-quadratum primi, in aliaque dividentia plano-plana; quadratum ejusdem in solida; cubus in plana; quadrato-quadratum in longitudines.

Si de resolutione cubo-cubi, latus secundum ducetur in multiplex quadrato-cubum primi, in aliaque dividentia plano-solida; quadratum ejusdem in plano-plana; cubus in solida; quadrato-quadratum in plana; quadrato-cubus in longitudines.

Et ita in infinitum.

Adgregabuntur autem facta hujusmodi homogenea, cum fuerint ejusdem adfectionis. Quod si diversæ, quæ fient à coëfficiente negante una, vel pluribus, & suis intermediis expletionum scansoriis, partem unam faciunto, Reliqua homogenea reliquam.

Et si summa homogenearum primo casu; vel differentia secundo; magnitudinis resolvendæ reliquo fuerit æqualis, opus erit absolutum. Sin minus, & supersit punctum potestati addictum, duo jam elicita latera fungentur vice unius, & deinceps subeunda erit tertia cura, & reliquæ expositæ, donec ad finem opus perducatur.

Præceptum Sextum.

Ad eliciendum radices proximas veris, alioquin irrationales.

Si autem singularia latera omnia jam sint elicita, id est, nullum supersit punctum potestati addictum; neque tamen primo casu summa homogeneorum; vel secundo differentia, sit ipsi reliquo magnitudinis resolutioni expositæ æqualis: argumentum erit latus esse irrationale. Quo itaque proximum eliciatur majus minus-ve, summæ elicitorum laterum singularium adjungetur fragmentum, cujus numerator erit reliquum magnitudinis resolvendæ. Ad denominatorem vero sumentur divisores iidem, qui essent, si aliquod punctum potestati addictum superesset denuo resolvendum. Quod & in analysi putarum potestatum potuit observari.

Vel, resolvendæ magnitudini adfectæ addentur, ut in puris, conditionarii secundum genera magnitudinum numerales circuli, id est bini in quadratis, terni in cubis, quaterni in quadrato-quadratis, & eo deinceps ordine. Quin coëfficientibus magnitudinibus *ἰσομοιρικῶς* addi intelligentur tot quoque numerales circuli, quot exposcet graduum ipsis homogeneorum conditio, singuli si longitudo, bini si planum, terni si solidum, & eo in infinitum progressu. Enimvero

Proponatur 1 C + 6 N, æquari 8. Quoniam 6 est magnitudo plana: 1 C + 600 N, æquabitur 8, 000. & erit hæc radix ad illam decupla. Et 1 C + 6, 00, 00 N, æquabitur 8, 000, 000. & erit radix hæc ad primam centupla.

Et si proponatur 1 C + 6 *Q*, æquari 8. Quoniam hic 6 est longitudo: 1 C + 60 *Q*, æquabitur 8, 000. & erit hæc radix ad illam decupla. Et rursus 1 C + 600 *Q*, æquabitur 8,000, 000. & erit hæc radix ad primam propositam centupla.

Et si proponatur 1 *QQ* + 6 C, æquari 8. Quoniam 6 est longitudo: 1 *QQ* + 60 C, æquabitur 8, 0000. & hæc radix erit ad primam decupla. Vel 1 *QQ* + 600 C, æquabitur 8, 0000, 0000. & hæc radix erit ad primam propositam centupla. Et ita de reliquis, per ea quæ de isomœria in tractatu de Emendatione Æquationum tradita sunt.

Quid vero si 1 N est explicabilis sub nota asymmetriæ, quæratur autem sub ea specie exhiberi? & id per artem non denegabitur, sicut ex iis quæ superius citato tractatu exposita sunt, manifestum fit. Hic autem esto

Explicitus De Numerosa Potestatum Resolutione Tractatus.

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ

EFFECTIONVM GEOMETRICARVM

Canonica recensio.

EFfectiones Geometricas quibus æquationes omnes quæ quadratorum metam non excedunt, commode explicentur, ita canonice recenseo.

Propositio I.

Datam rectam lineam datæ rectæ lineæ addere.

Opus additionis. Sint datæ duæ rectæ lineæ A B, B C. Oportet alteram alteri addere. Continuetur A B longitudine B C. Dico factum esse quod oportuit. Compositam enim esse A C ex A B, B C.

Propositio II.

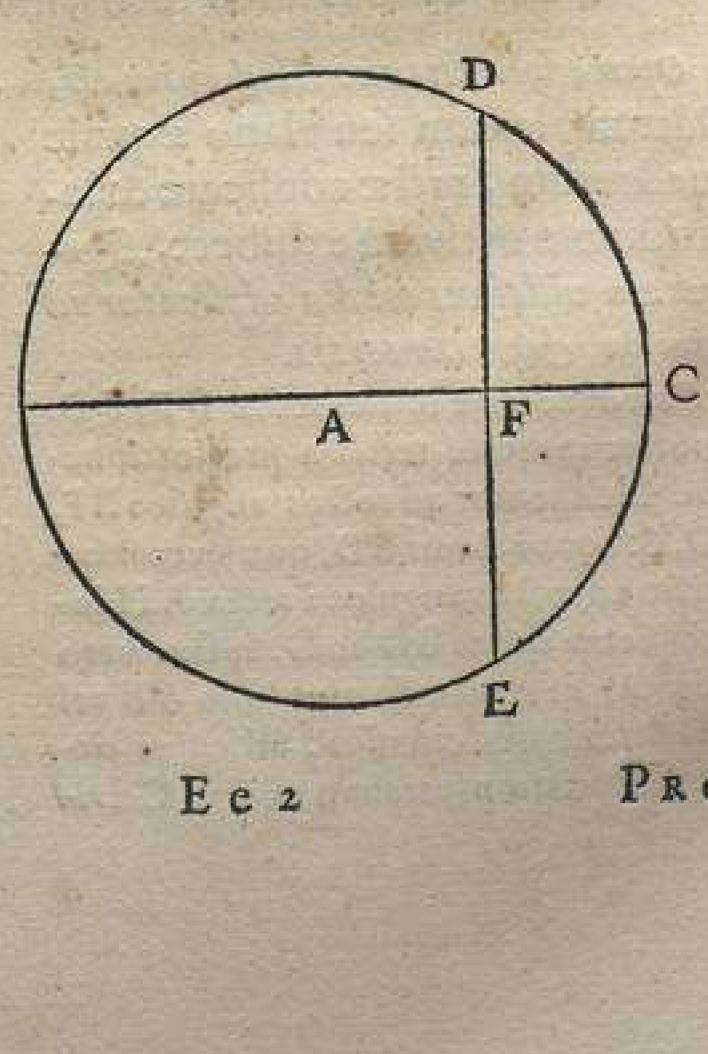
Datam rectam lineam datæ rectæ lineæ majori auferre.

Opus subductionis. Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales A B, B C. Oportet ex A B majore, minorem auferre. Ex A B abscindatur B C. Dico factum esse quod oportuit. Differentiam enim inter A B & B C, esse A C.

Propositio III.

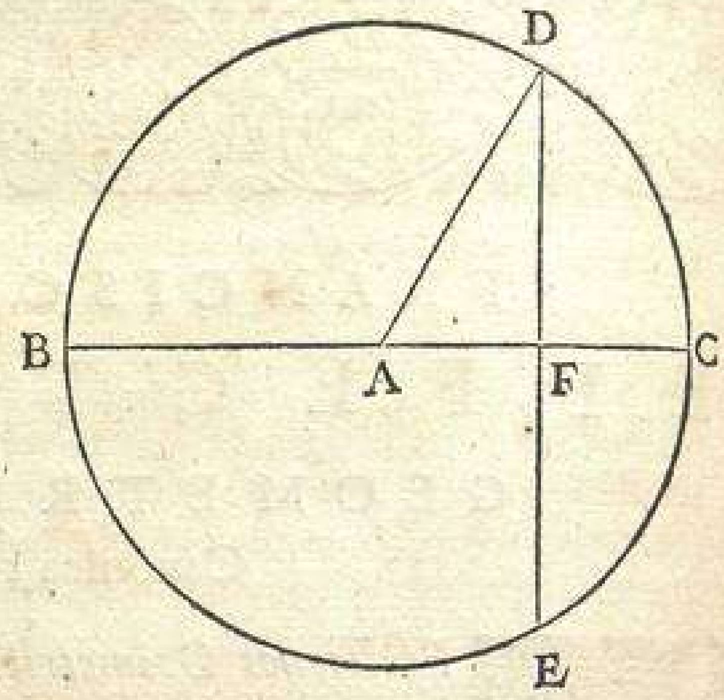
Describere tres lineas rectas proportionales.

Sub A centro, intervallo quocumque describatur circulus, & agatur diameter B A C. Sumantur autem in contrarias partes circumferentiæ C D, C E æquales; & connexa D E secet B C in F. Dico factum esse quod oportuit. Proportionales enim esse B F, F D, F C.



PROPOSITIO IV.

Describere triangulum rectangulum.

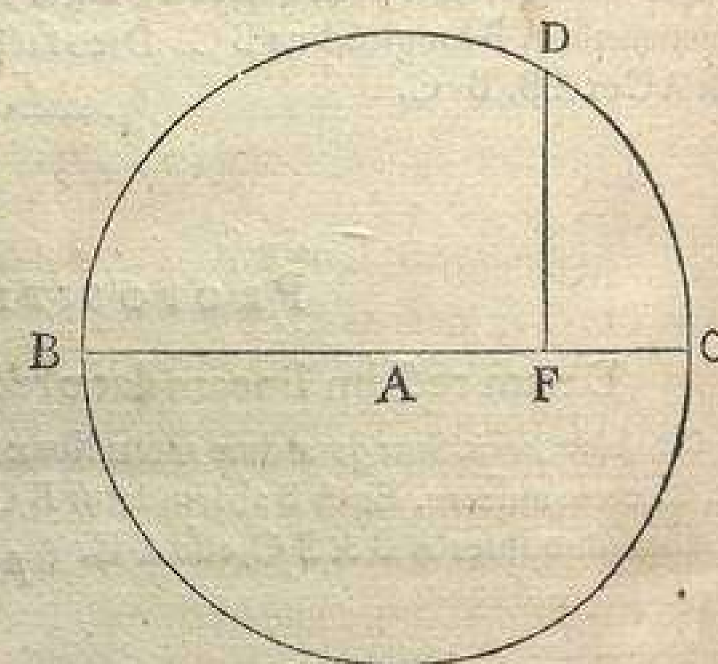


Repetita superiore constructione connectatur A D. Dico factum esse quod oportuit. Triangulum enim esse A F D, ipsumque rectangulum, quoniam angulus A F D est rectus, ut demonstratur in Elementis.

PROPOSITIO V.

Datis duabus lineis rectis, invenire mediam inter eas proportionalem.

Opus multiplicationis. Illud enim est, Datis lateribus invenire planum, sive exhibere quadratum ipsi plano æquale. Traditum est autem quod fit ab extremis planum, æquale esse mediæ quadrato.



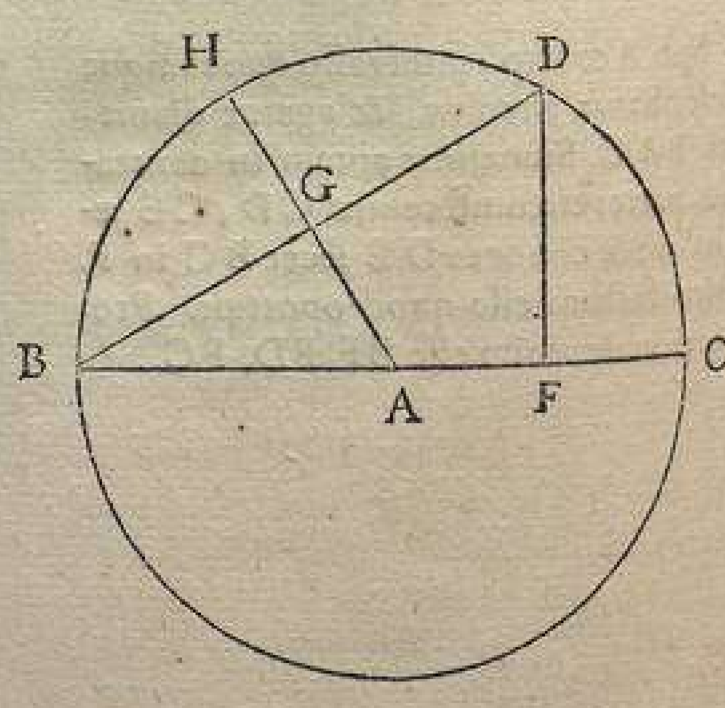
Sint datæ duæ rectæ lineæ B F, F C. Oportet invenire mediam inter eas proportionalem. Continuetur B F longitudine F C, & B C secetur bifariam in A: Et è centro A intervallo A B vel A C describatur circulus, & excitetur ad punctum F perpendicularis, abscindens circumferentiam in D. Dico factum esse quod oportuit. Mediam enim quæsitam esse D F, ut manifestum fit ex descriptione canonica trium proportionalium.

Sic dato plano, datur quadratum æquale.

PROPOSITIO VI.

Datis duabus lineis rectis, invenire tertiam proportionalem.

Opus adplicationis. Illud enim est, Datum planum seu plano æquale quadratum, rectæ adplicare & latitudinem ortivam exhibere. *Quadratum videlicet mediæ adplicatur ad primam, & oritur tertia.*



Sint datæ duæ lineæ rectæ B F, F D. Oportet invenire tertiam proportionalem. Inclinentur ad rectos angulos B F, F D, & connectatur B D, quæ secetur bifariam ad rectos angulos à recta A H intercipiente ipsam B D in G, ipsam vero B F in A, Et centro A, intervallo A B vel A D describatur circulus, ad cujus circumferentiam protrahatur B F in C. Di-

co fa-co factum esse quod oportuit. Ad datas enim B F, F D tertiam proportionalem quæsitam esse F C, ut manifestum fit ex descriptione canonica trium proportionalium.

Minus autem effectiones canonicæ sunt.

1 Datis tribus lineis rectis, invenire quartam proportionalem.

2 Facere ut numerum ad numerum, ita lineam rectam ad rectam de qua quæritur, cæteris datis.

3 Facere ut quadratum ad quadratum, ita lineam rectam ad rectam de qua quæritur, cæteris datis.

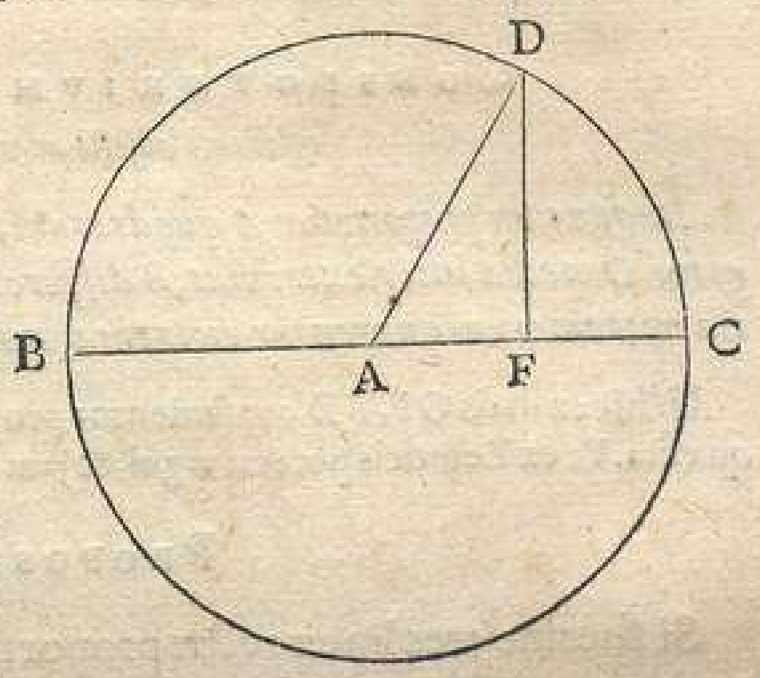
4 Facere ut lineam rectam ad rectam, ita quadratum ad quadratum lateris de quo quæritur, cæteris datis.

Quæ tamen si quando juvant habentur ex Elementis. Sed neque sequentes effectiones omnino regulares sunt, at commendandæ tamen propter frequentem earum usum & impendium.

PROPOSITIO VII.

Datis trianguli rectanguli duobus lateribus circa rectum, invenire latus tertium.

Opus additionis planorum. Docuit nempe Pythagoras, *Quadrata à lateribus circa rectum, æquari quadrato lateris reliqui.*

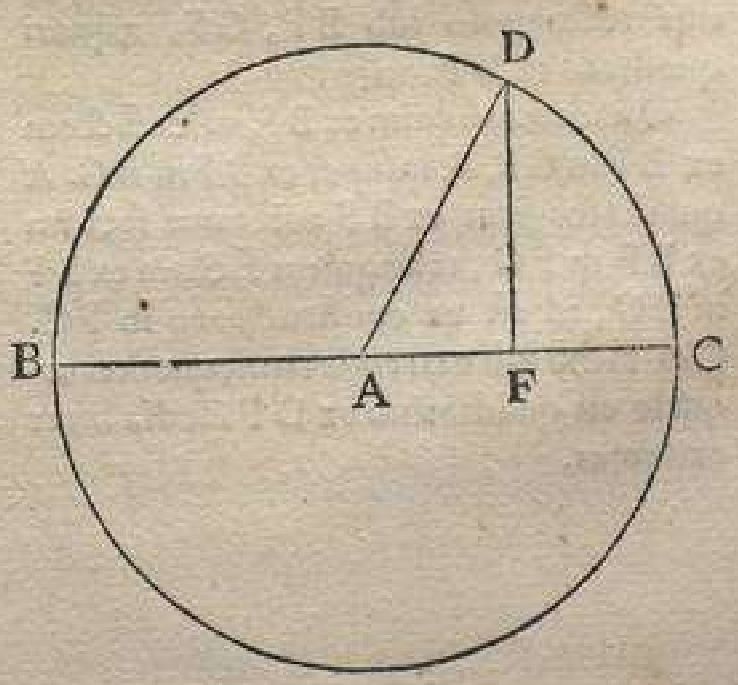


Quod etiam principia analytica arguunt ex ipsa descriptione trianguli. Traditum est enim ex analyticis, adgregatum duorum laterum, dum ducitur in differentiam laterum, facere differentiam quadratorum. Adgregatum autem ex A D seu B A & A F, est B F, Et differentia inter A D seu A C & A F, est F C. B F autem ducta in F C, facit quadratum ex D F. Itaque quadratum ex D F est differentia quadrati ex A D & quadrati ex A F. Et per artis translationem, quæ dicitur antithesis, quadratum ex A D est summa quadratorum ex A F & D F.

Sint data duo latera trianguli rectanguli ipsum angulum rectum ambientia A F, F D. Oportet invenire latus tertium, quod angulum rectum subtendit. Inclinentur igitur A F, F D ad angulos rectos & connectatur A D. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim de quo quæritur esse A D, subtendens D F A rectum angulum trianguli, factum à datis A F, F D.

PROPOSITIO VIII.

Dato latere subtendente angulum rectum trianguli, & uno è reliquis, invenire latus tertium.

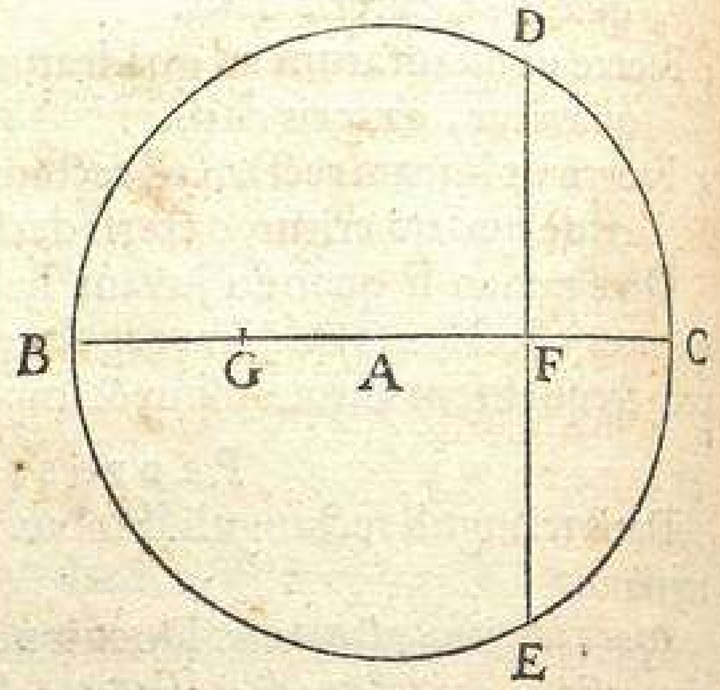


Opus subductionis planorum. Sint data duo latera trianguli rectanguli, unum A C, quod subtendit angulum rectum, alterum A F insistens circa rectum illum. Oportet invenire latus reliquum.

Centro A intervallo A C describatur circulus, Sed ex A C abscindatur A F, & ad punctum F excitetur perpendicularis in A C, eaque secet circumferentiam in D, & connectatur A D. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim D F esse quæsitum, ambiens angulum rectum in triangulo A F D, cujus data fuerunt reliqua latera A F & A D, id est A C.

PROPOSITIO .IX.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: quadratum minoris extremæ adjunctum rectangulo ſub differentia extremarum & ipſa minore extrema, æquatur mediæ quadrato.



Exponatur canonicum diagramma trium linearum rectarum proportionalium, & intelligitor F C minor extrema, cui æqualis ponatur B G, unde differentia inter B F majorem extremam & B G, id eſt F C minorem extremam, ſit F G. Dico quadratum ex C F adjunctum rectangulo ſub C F, F G, æquari quadrato ex D F. Nam quadratum ex C F aliter eſt factum ex C F in G B. Itaque duo hæc facta ex C F in G B, & C F in F G valent factum ex C F in F B. Cui facto ſub extremis conſequenter æquale eſt quadratum ex D F media inter extremas.

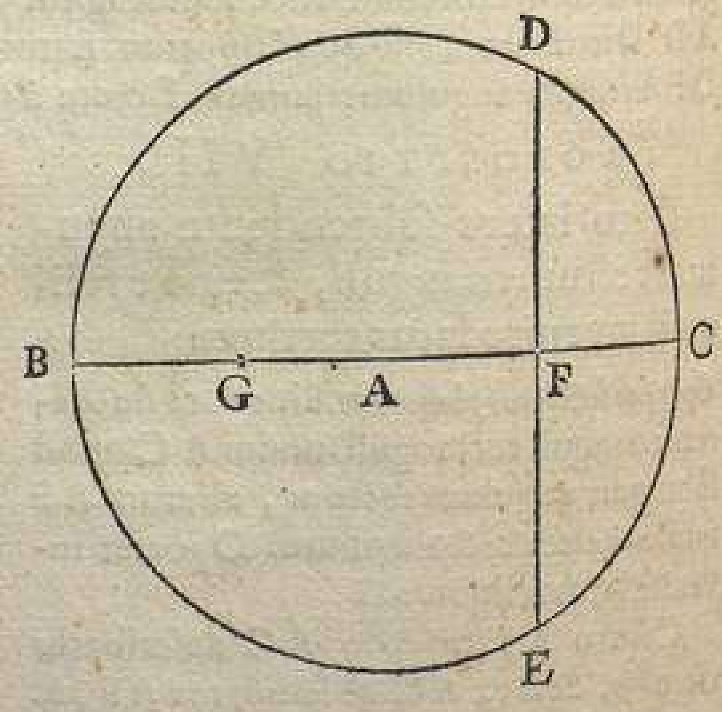
CONSECTARIVM AD MECHANICEN
quadrati adfecti adjunctione plani ſub latere

Itaque cum proponetur A quadratum, plus B in A, æquari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B differentia earumdem. Et ex media & differentia extremarum quærentur extremæ, quarum minor erit A, de qua quæritur.

Ut hic ex datis G F, F D conſtruentur proportionales B F, F D, F C. Et erit F C minor quæſita. Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per ſyntheſin demonſtrat.

PROPOSITIO X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: quadratum majoris extremæ, multatum rectangulo ſub differentia extremarum, & ipſa majore extrema, æquatur mediæ quadrato.



Repetatur proxime antecedens conſtructio. Dico quadratum ex B F, minus rectangulo ſub B F, G F, æquari quadrato ex D F.

Quadratum enim ex B F, valet factum ex B F in G F, & inſuper ex B F in B G. A quadrato igitur ex B F auferatur factum ex B F in F G, relinquitur factum ex B F in B G, id eſt ex conſtructione in F C. Cui facto ſub extremis conſequenter æquale eſt quadratum ex D F media inter extremas.

CON-

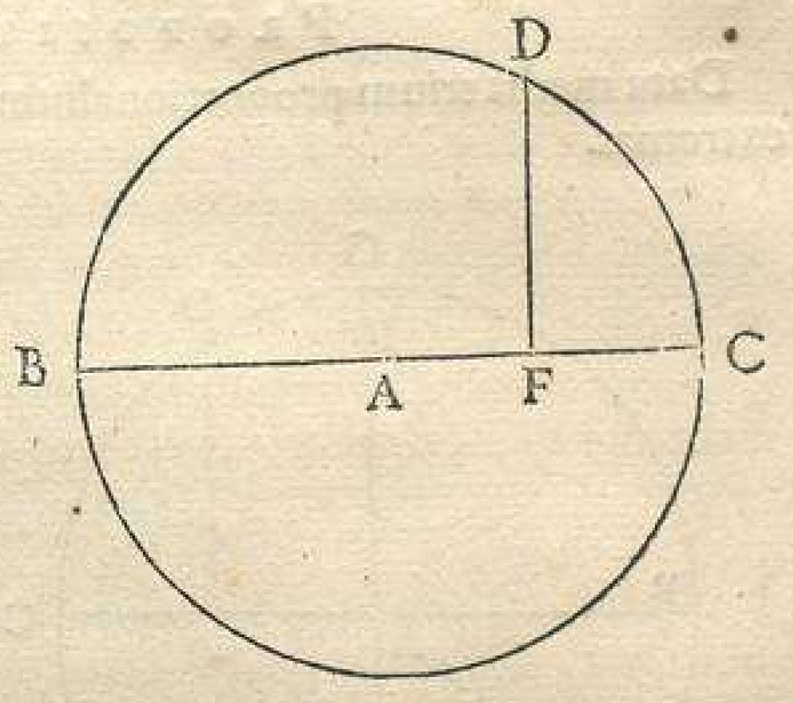
CONSECTARIVM AD MECHANICEN QVADRATI *adfecti multa plani sub latere.*

Itaque cum proponetur A quadratum, minus B in A æquari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B differentia earumdem. Et ex media & differentia extremarum quærentur extremæ, quarum major erit A, de qua quæritur.

Vt hic ex datis G F, F D construentur proportionales B F, F D, F C. Et erit B F major de quæsita. Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthesin demonstrat.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: rectangulum sub composita ex extremis & harum altera majore minoreve, multatum ejusdem alterius quadrato, æquatur mediæ quadrato.



Exponatur canonicum diagramma trium proportionalium. Dico rectangulum sub BC, FC, minus quadrato ex FC, æquari quadrato ex DF.

Et rursus rectangulum sub BC, BF, minus quadrato ex BF, æquari quadrato ex DF.

Quoniam enim B C est composita ex BF, FC, ideo factum ex BC in FC valet factum ex BF in FC, & FC in FC, hoc est quadratum ex FC. Cum itaque ex facto BC in FC auferetur quadratum ex FC, relinquetur factum ex BF in F C. Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex DF media inter extremas. Atque id esto primum.

Æque quoniam B C composita est ex CF, FB, ideo factum ex BC in BF valet factum ex CF in BF, & BF in BF, hoc est quadratum ex BF. Cum itaque ex facto BC in BF aufetur quadratum ex B F, relinquetur factum ex CF in BF. Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex DF media inter extremas. Vt secundo loco fuit demonstrandum.

CONSECTARIVM AD MECHANICEN PLANI *sub latere negati de quadrato.*

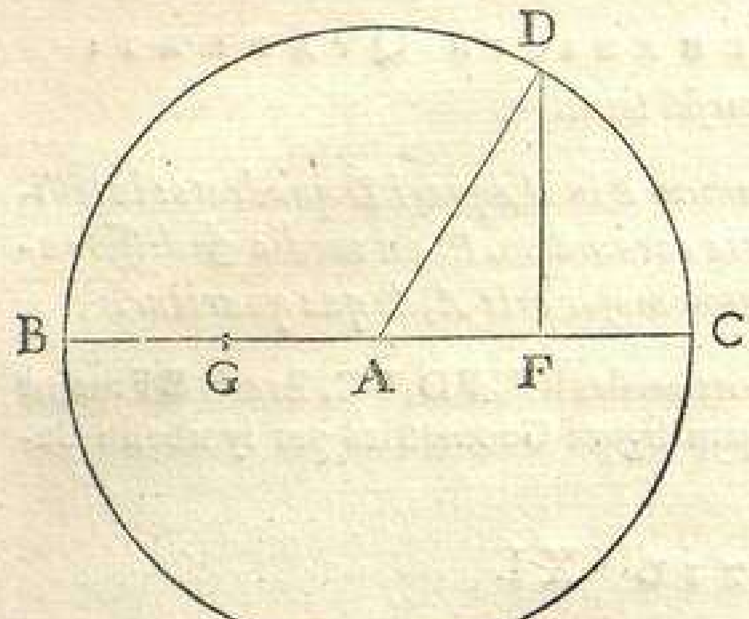
Itaque cum proponetur B in A, minus A quadrato æquari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B adgregatum earumdem. Et ex media & adgregato extremarum quærentur extremæ, quarum alterutra erit A, de qua quæritur.

Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthesin demonstrat.

PROPOSITIO XII.

Data media trium proportionalium & differentia extremarum, invenire extremas.

Mechanice



Mechanice quadrati adfecti sub latere.

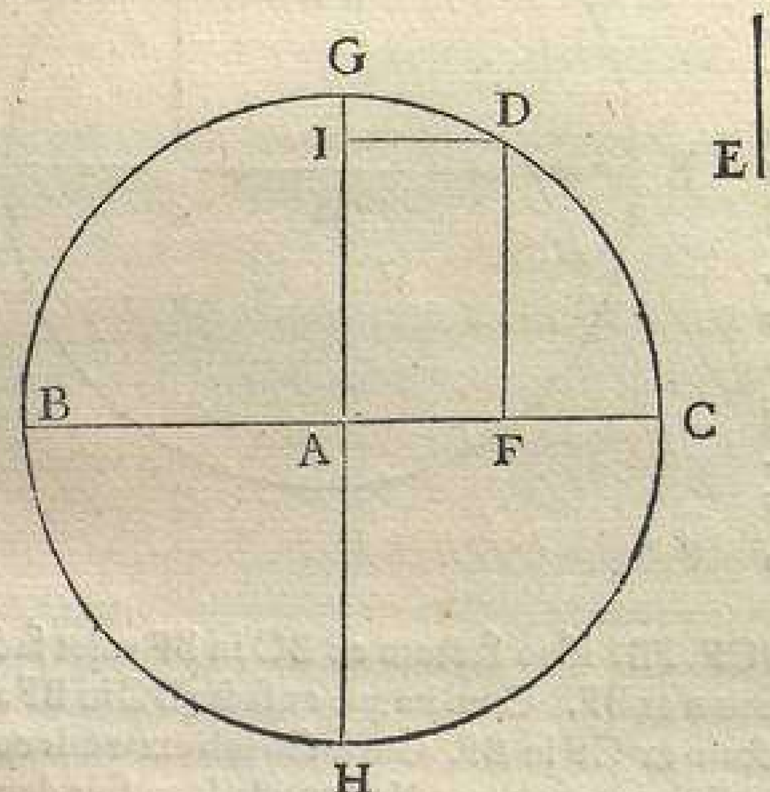
Sit data FD media trium proportionalium, data quoque GF differentia extremarum. Oportet invenire extremas.

Inclinentur GF, FD ad angulos rectos, & secetur GF bifariam in A. Centro autem A intervallo AD, describatur circulus, ad cujus circumferentiam producantur AG, AF, in punctis B, C.

Dico factum esse quod oportuit. Extremas enim inveniundas esse BF, FC, inter quas media proportionalis est FD. Et ipsæ BF, FC differunt per FG, quandoquidem AF & AG constructæ sunt æquales, & AC, AB constructæ quoque æquales. Itaque ab æqualibus AB, AC subducendo æquales AG, AF, remanent BG, FC æquales, Est autem GF differentia inter BF & BG, seu FC. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIII.

Data media trium proportionalium & adgregato extremarum, invenire extremas.

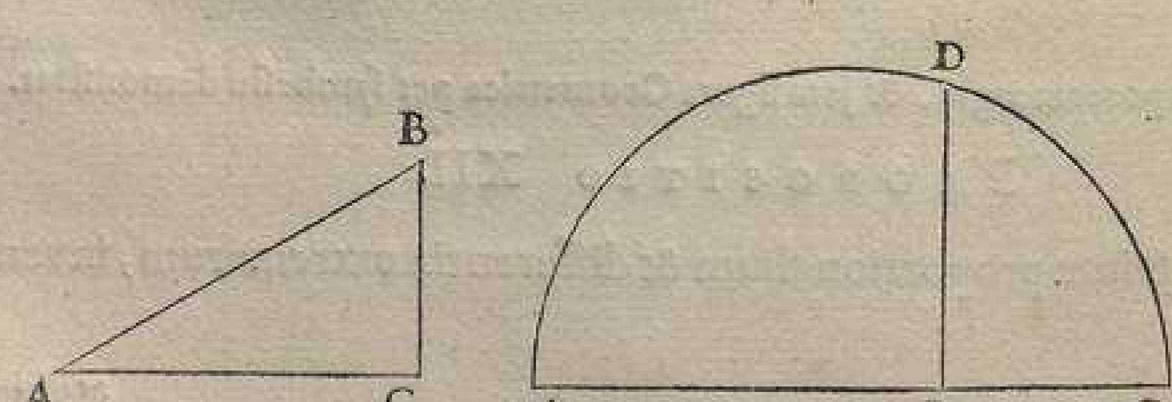


Mechanice plani sub latere negati de quadrato.

Sit data E media trium proportionalium, & BC adgregatum extremarum. Oportet invenire extremas. Secetur BC bifariam in A, & centro A intervallo AB vel AC describatur circulus. Sed & diametrum BAC secet ad angulos rectos altera diameter GAH, & ex AG abscindatur AI, æqualis ipsi E. Et per I ducatur recta ipsi BC parallela intercipiens circumferentiam in D puncto, à quo cadat in BC perpendicularis DF ipsi IA æqualis, & parallela. Dico factum esse quod oportuit. Extremas enim quæsitas esse BF, FC, ex quibus composita est BC data. Et fit media inter eas proportionales DF seu IA, id est E data.

PROPOSITIO XIV.

Quadratum à media proportionali inter hypotenusam trianguli rectanguli & perpendiculum ejusdem, proportionale est inter quadratum perpendiculi & quadratum idem perpendiculi continuatum basis quadrato.



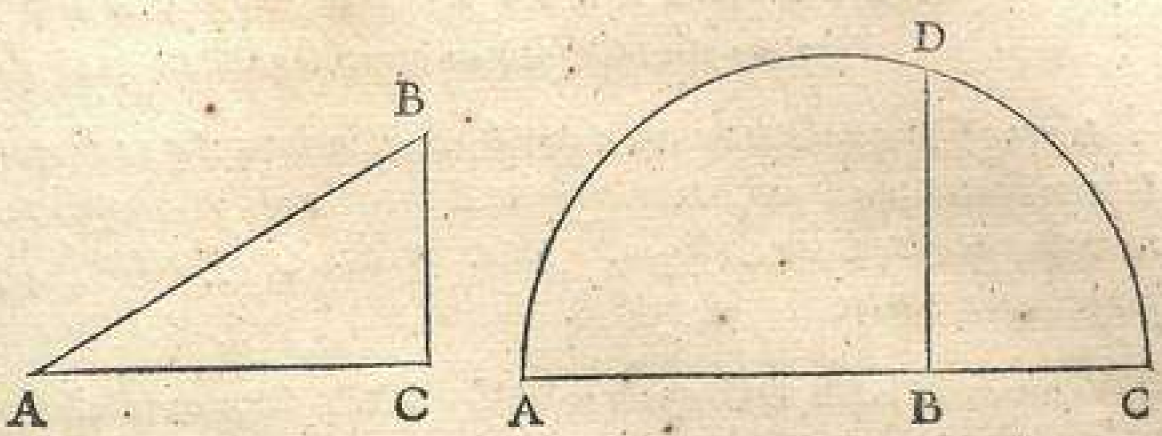
Sit triangulū rectangulū ABC, media vero inter AB hypotenusam & BC perpendiculum, sit BD. Dico quadratum ex BD proportionale

nale esse inter quadratum ex BC & idem quadratum ex BC plus quadrato ex AC.

Quoniam enim proportionales sunt BA, DB, BC. Ideo proportionalia quoque sunt quæ ab eis fiunt quadrata, videlicet quadratum ex AB, quadratum ex DB, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex AB per interpretationem, est quadratum ex BC plus quadrato ex AC.

Idem quadratum à media proportionali inter hypotenusam trianguli rectanguli & perpendiculum, proportionale est inter quadratum hypotenusæ & quadratum idem hypotenusæ multatum basis quadrato.

Cum sint proportionalia (ut jam adnotatũ est) quadratum ex AB, quadratum ex BD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex BC per interpretationem, sit quadratum ex AB minus quadrato ex AC.



CONSECTARIUM AD MECHANICEN
quadrato-quadrati adfecti sub quadrato.

Itaque, Si A quadrato-quadratum, plus B quadrato in A quadratum, æquetur D quadrato-quadrato. Intelligetur B basis trianguli rectanguli, D media inter perpendiculum & hypotenusam. Et ex media & base, quæretur A perpendiculum.

Vt hic ex datis AC, BD, quæretur BC. Cum ex resolutione expositi primo loco analogismi, quadrato-quadratum ex BC plus plano-plano sub quadrato ex AC & quadrato ex BC, æquetur quadrato-quadrato ex BD.

Et si A quadrato-quadratum, minus B quadrato in A quadratum, æquetur D quadrato-quadrato. Rursus B intelligetur basis trianguli rectanguli, D media inter perpendiculum & hypotenusam. Et ex media & base, quæretur A hypotenusa.

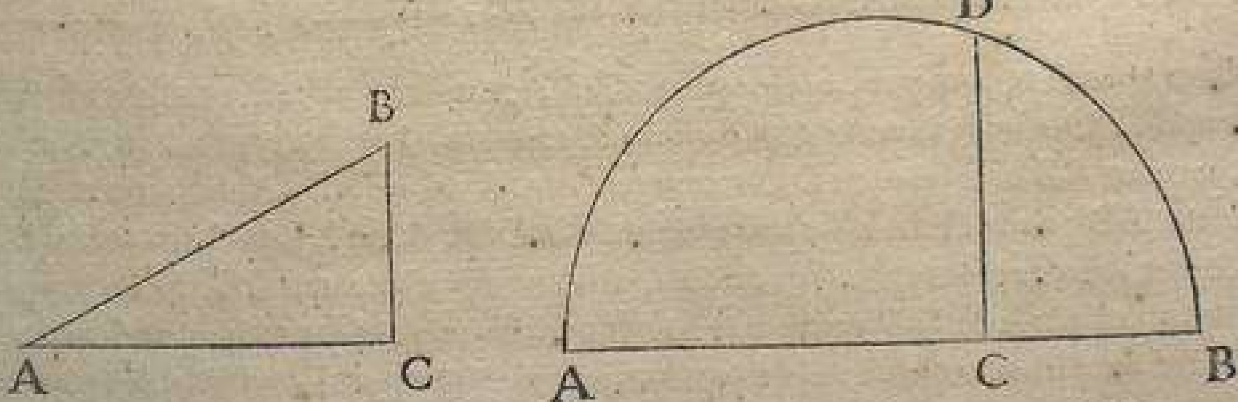
Vt hic ex datis AC, BD, quæretur AB. Cum ex resolutione expositi secundo loco analogismi, quadrato-quadratum ex AB minus plano-plano sub quadrato ex AC & quadrato ex AB, æquetur quadrato-quadrato ex BD.

PROPOSITIO XV.

Quadratum à media proportionali inter basin trianguli rectanguli & perpendiculum ejusdem, proportionale est inter quadratum basis, & quadratum hypotenusæ multatum ipso basis quadrato.

Vel etiam inter quadratum perpendiculi, & quadratum hypotenusæ multatum ipso perpendiculi quadrato.

Sit triangulum rectangulum ABC, media vero inter latera circa rectum AC, BC, sit



CD. Dico quadratum ex CD proportionale esse inter quadratum ex AC & quadratum ex AB minus quadrato ex AC.

 Quo-

Quoniam enim proportionales sunt AC, CD, BC. Ideo proportionalia quoque sunt quæ ab iis fiunt quadrata, videlicet quadratum ex AC, quadratum ex CD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex BC per interpretationem, est quadratum ex AB minus quadrato ex AC.

Vel etiam dico, quadratum ex CD proportionale esse inter quadratum ex BC & quadratum ex AB minus quadrato ex BC.

Cum sint proportionalia (ut jam adnotatum est) quadratum ex AC, quadratum ex CD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex AC per interpretationem, sit quadratum ex AB minus quadrato ex BC.

CONSECTARIUM AD MECHANICEN *plano-plani sub quadrato negati de quadrato-quadrato.*

Itaque si B quadratum in A quadratum, minus A quadrato-quadrato, æquetur D quadrato-quadrato. Intelligetur B hypotenusa trianguli rectanguli, D media inter perpendiculum & basin. Et ex media & hypotenusa, quæretur A basis vel perpendiculum.

Vt hic ex datis AB, DC, quæretur AC vel BC. Cum ex resolutione analogismi primo positi, plano-planum sub quadrato ex AB & quadrato ex AC minus quadrato-quadrato ex AC, æquetur quadrato-quadrato ex CD.

Vel etiam ex resolutione analogismi secundo loco expositi, plano-planum sub quadrato ex AB & quadrato ex BC minus quadrato-quadrato ex BC, æquetur quadrato-quadrato ex DC.

PROPOSITIO XVI.

Data prima trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum secundæ & tertiæ, dantur secunda & tertia.

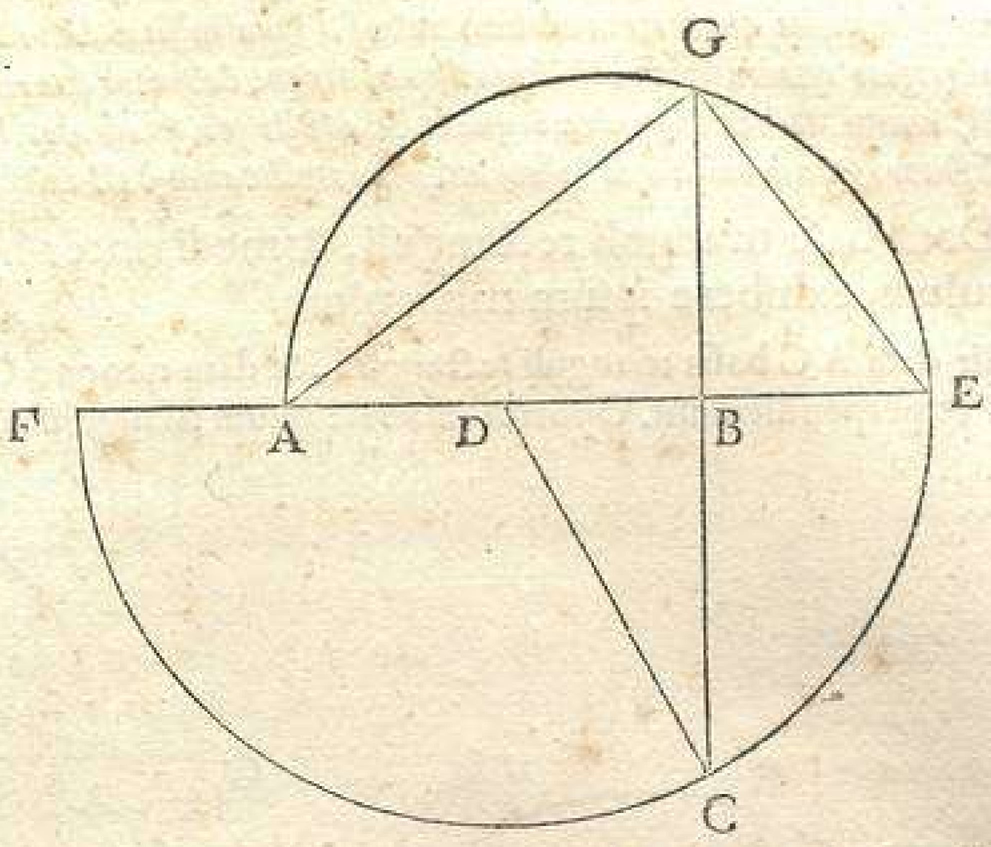
Enimvero sunt quoque proportionales,
I *Tertia plus prima,*
II *Potens illas quadrato,*
III *Tertia. Quæ in serie datur media & differentia extremarum. Data autem media & differentia extremarum, dantur extremæ.* Per propositionem XII hujus.

Exposita autem analogia, quam alioquin firmavit Zetesis, perspicua est ex æquatione in quam resolvitur. Faciunt enim extremæ, quadratum tertiæ plus rectangulo ex prima in tertiam, id est plus quadrato secundæ; quæ duo quadrata æquant quadratum mediæ.

Et vero Propositio hæc inter canonicas adscribitur, quoniam parasceve est ad Mechanicen quadrato-quadrati adfecti sub quadrato. Itaque magis est ut ipsum opus integrum præ oculis subjiciatur. Propositum igitur esto,

Data prima trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum secundæ & tertiæ, invenire proportionales.

Sit data prima trium proportionalium AB, quæ vero potest quadrata singularum reliquarum BC. Oportet invenire secundam & tertiam. Inclinentur ad angulos rectos AB, BC, & secetur AB bifariam in D, & centro D intervallo DC describatur circulus abscindens ipsam AB productam hinc inde in punctis E, F, & sit E punctum versus B, & F versus A: & fiat AE diameter alterius circuli, ad quam producatur BG. Dico proportionales de quibus quæritur, esse GB quidem secundam, BE vero tertiam. Proportionales enim esse AB, BG, BE inprimis constat vel ex canonico trium proportionalium diagrammate. Superest igitur ut subtensa GE æquetur ipsi BC datæ. Id autem ita fit manifestum. Quoniam enim FD, DE sunt æquales ex constructione, nam utraque semidiameter est circuli



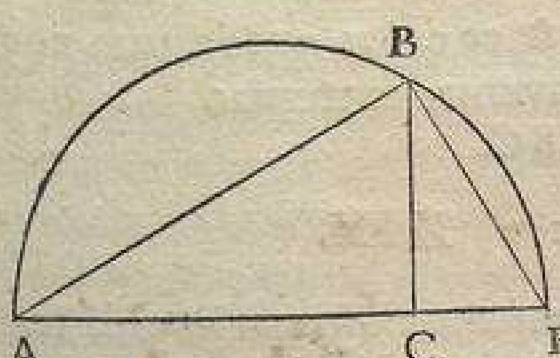
primum descripti, & æquales quoque ex constructione AD, DB. Ergo fiunt quoque æquales FA, BE; & rursus æquales FB, AE, facta subductione & additione equalium ab æqualibus. Media autem proportionalis inter EB, BF, est BC ex prædicto canonico diagrammate. Media quoque inter EB & AE id est ipsam BF, est GE. Quare ipsa GE eadem est quæ BC. Quod ostendisse oportuit.

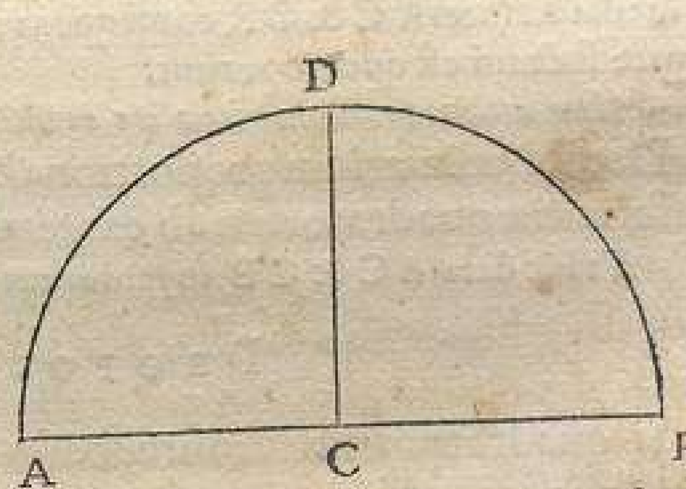
Ad datam igitur AB primam, & BC potentem quadrato duas reliquas, inventæ sunt tres proportionales AB, BG, BE. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO XVII.

Si quadratum mediæ inter perpendiculum trianguli rectanguli & hypotenusam adplicetur ad basin: perpendiculum proportionale est inter basin & eam cujus quadratum æquale est differentiæ inter quadratum latitudinis oriundæ ex ea adplicatione & quadratum perpendiculi.

Sit trianguli rectanguli hypotenusa quidem AB, basis AC, perpendiculum BC; media vero proportionalis inter AB & BC, sit CD, cujus quadratum cum adplicabitur ad AC, faciat latitudinem CF. Sed & quadratum ipsius BC adplicetur ad AC, & faciat latitudinem CE. cujus quadratum una cum quadrato ex BC, æquetur quadrato ex BE. Dico BE esse æqualem ipsi CF. Itaque CE esse eam cujus quadratum æquale sit differentiæ inter quadratum ex CF seu BE, & quadratum ex BC. Et consequenter inter eam & AC proportionalem esse BC, ut decernit propositio.





Est enim ut AC ad CD, ita CD ad CF, ex constructione. Est quoque, ut AC ad BC, ita AB ad BE, ex triangulorum ACB, ABE similitudine. Quadratum autem ex CD æquale est ex hypothesi rectangulo ex BC in AB. Quare eadem media est inter AC & CF, & inter AC & BE. Itaque BE & CF sunt æquales, atque demonstrata est Propositio.

PROPOSITIO XVIII.

Data base trianguli rectanguli, & media proportionali inter hypotenusam & perpendiculum, datur triangulum.

Enimvero proportionales sunt ex antecedente propositione,

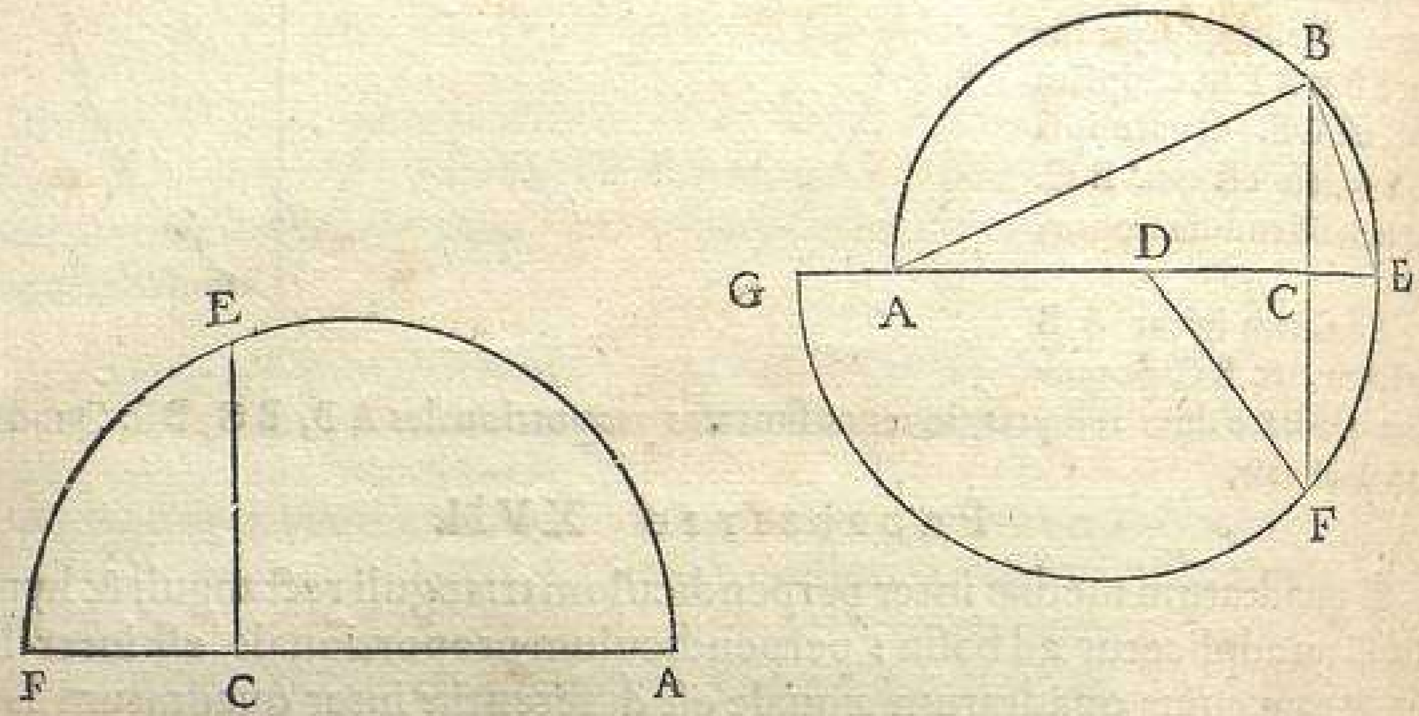
I. *Basis,*
II. *Perpendiculum,*

III. *Latus quadrati, æqualis differentiæ inter quadratum perpendiculi & quadratum latitudinis, quam facit media quadratum adplicatum basi. Qua in serie datur prima & latus quadrati, æqualis adgregato quadratorum à duobus reliquis. Itaque dabuntur duæ reliquæ per propositionem* XVI.

Est autem Mechanice quadrato-quadrati, adfecti sub quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Qua de causa opus ipsum integrum consentaneum est exhibere. Propositum igitur esto,

Data base trianguli rectanguli, & media inter hypotenusam & perpendiculum, exhibere ipsum triangulum.

Sit data A C basis trianguli rectanguli, & data quoque C E media inter hypotenusam & perpendiculum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datam A C adplicetur



quadratum ex C E, faciens latitudinem C F. Deinde inclinetur C F perpendiculariter ad A C, sectaque A C bifariam in D, describantur proportionales C E, C F, C G. Et fiat A E diameter circuli, è cujus circumferentia cadat perpendiculum B C. Dico A C B triangulum esse de quo quæritur, cujus videlicet basis est ipsa A C data. Cum autem sit ut A C ad A B, ita B C ad B E, id est C F, ut opus indicat, & antecedens demonstravit. C E vero media sit inter A C & C F, consequens est mediam quoque esse C E inter A B & B C. Quare factum est quod oportuit.

Idem autem Problema potuit ita enunciari.

Data media trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est differentiæ quadratorum ab extremis, invenire extremas.

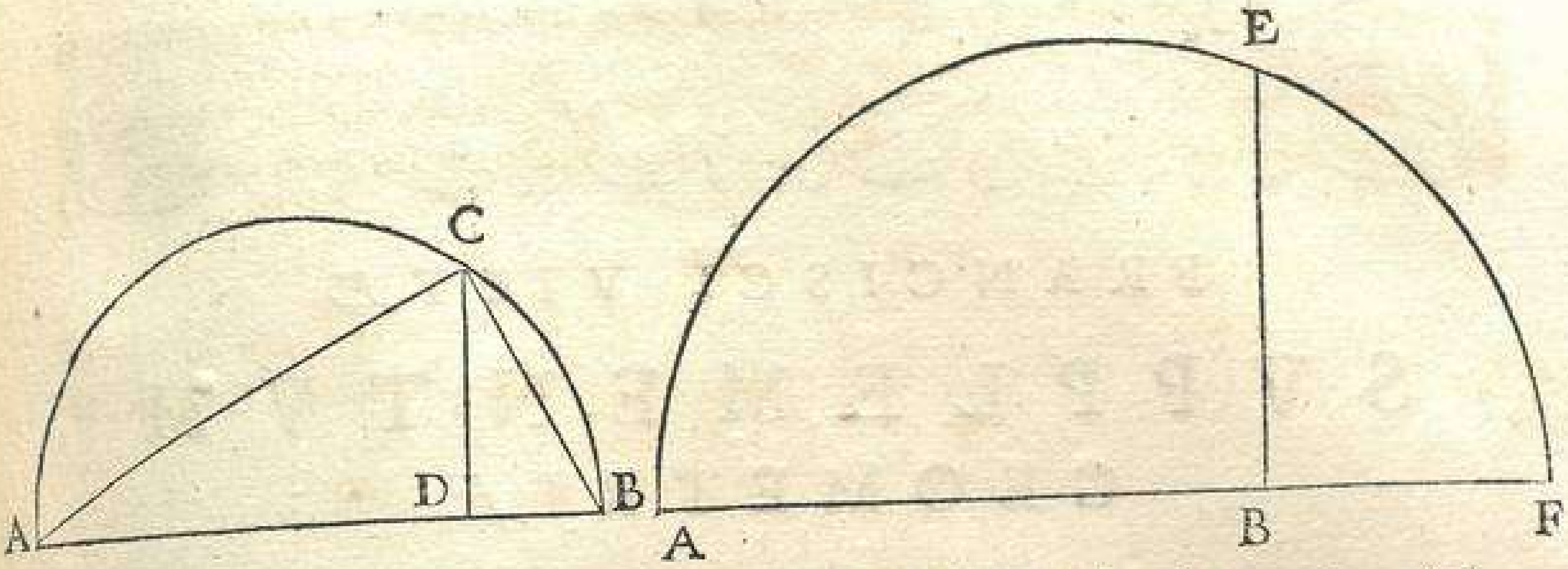
Vt hic data A C & C E, inveniuntur A B, B C.

PROPOSITIO XIX.

Si quadratum mediæ inter basin & perpendiculum trianguli rectanguli, adplicetur ad hypotenusam: Quæ oritur latitudo, erit proportionalis inter duo segmenta hypotenusæ; quorum primi quadratum adjectum quadrato latitudinis, æquat quadratum basis; secundi vero quadratum eidem quadrato latitudinis adjectum, æquat quadratum perpendiculi.

Sit trianguli rectanguli hypotenusa quidem A B, basis A C, perpendiculum B C, media inter basin & perpendiculum B E, cujus quadratum adplicatum ad A B, faciat latitudinem B F. Cadat autem C D perpendiculariter à puncto C in A B. Sunt igitur proportionales A D segmentum primum hypotenusæ, C D educta, & D B segmentum hypotenusæ reliquum. Dico D C esse æqualem ipsi B F. Itaque B F esse proportionalem inter A D, cujus quadratum adjunctum quadrato C D æquet quadratum A C basis, & D B, cujus quadratum eidem quadrato C D adjectum æquet quadratum C B perpendiculi, ut decernit Theorema.

Est enim ut A B ad B E, ita B E ad B F ex constructione. Est quoque ut A B ad C B, ita A C ad C D ex similitudine triangulorum A C B, A D C. Quadratum autem ex B E valet



valet rectangulum C B in A C. Ergo eadem media est inter A B & B F, quæ inter A B & C D. Ideoque B F & C D sunt æquales. Atque adeo rata est propositio.

PROPOSITIO XX.

Data hypotenusa trianguli rectanguli, & media proportionali inter basin & perpendiculum, datur triangulum.

Enimvero proportionales sunt ex antecedente propositione,

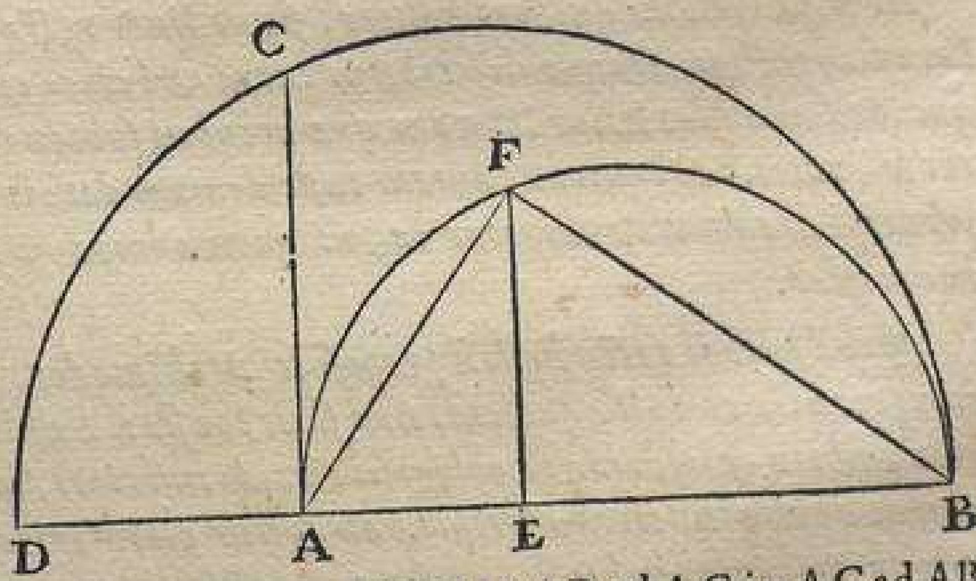
I. *Hypotenusæ segmentum unum,*
II. *Latitudo quam facit mediæ quadratum adplicatum ad hypotenusam,*
III. *Hypotenusæ segmentum alterum.*

Qua in serie datur media & adgregatum extremarum. Ac quadratum quidem latitudinis prædictæ, adjunctum quadrato unius è segmentis hypotenusæ, efficit quadratum unius è lateribus circa rectum. Adjectum vero quadrato segmenti alterius, efficit quadratum quoque lateris reliqui.

Est autem Mechanice plano-plani sub quadrato negati de quadrato-quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Qua de causa opus ipsum integrum consentaneum est exhibere. Propositum igitur esto,

Data hypotenusa trianguli, & media proportionali inter latera circa rectum, exhibere ipsum triangulum.

Sit data A B hypotenusa trianguli, & data quoque A C media proportionali inter latera circa rectum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datas A B, A C inveniatur tertia proportionalis A D, & fiat A B diameter circuli, in quam ad rectos angulos demittatur è circumferentia recta F E ipsi A D æqualis, & subtendantur A F, F B. Dico ipsa A F, F B esse latera circa rectum quæsita, atque adeo triangulum, de quo quæritur esse A F B, cujus quidem hypotenusa est A B data. Similia namque triangula rectangula sunt A F E, A F B. Itaque est ut F E ad A F, ita F B ad A B. Sed ex constructione est F E id est A D ad A C, ita A C ad AB. Quare A C proportionalis est inter A F. F B.



Ad datam itaque A B hypotenusam, & A C mediam proportionalem inter latera circa rectum, exhibitum est ipsum triangulum A F B. Quod facere oportebat.

Idem autem Problema ita potuit concipi.

Data media trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum ab extremis, invenire extremas.

Ut hic datis A C media, & A B potente extremas quadrato, inveniuntur ipsæ extremæ A F, F B.

FRANCISCI VIETÆ
SVPPLEMENTVM GEOMETRIÆ.

POSTVLATVM.

AD supplendum Geometriæ defectum, concedatur

A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere, interceptam ab iis præfinito possibili quocumque intersegmento.

Vt cum alioqui ad educendas lineas rectas præstituenda essent regulariter duo puncta, hic secundi puncti præstitutionem suppleat præfinita inter duas longitudo.

Hoc autem concesso, conceditur

A quovis puncto ad duas lineas rectas concurrentes & indefinite continuatas, aliam insuper lineam rectam ducere, ab iis interceptam longitudine quacumque.

Item. A quovis puncto in area circuli vel circumferentia signato, ad quamvis lineam rectam cum circulari concurrentem & indefinite continuatam, aliam insuper lineam rectam ducere, interceptam longitudine quacumque.

Et opus quidem illud videtur absolvisse Nicomedes sua conchoide prima, hoc sua conchoide secunda. Postulatum autem omnino admisit Archimedes. At idem proposuit parabolas & helicas describere, immo etiam helicas tangere.

Ac descriptione quidem helices, fit ut linea recta ad lineam rectam, ita angulus ad angulum. Itaque describitur intra vel circa circulum polygonum quodcumque. Sed non ideo scitur laterum quæ arcubus subtenduntur ad diametrum, vel inter se, ratio. Magnitudo autem tunc demum data intelligitur secundum analytica principia, cum ita exhibetur re, ut quemadmodum inter homogeneas adfecta sit, innotescat.

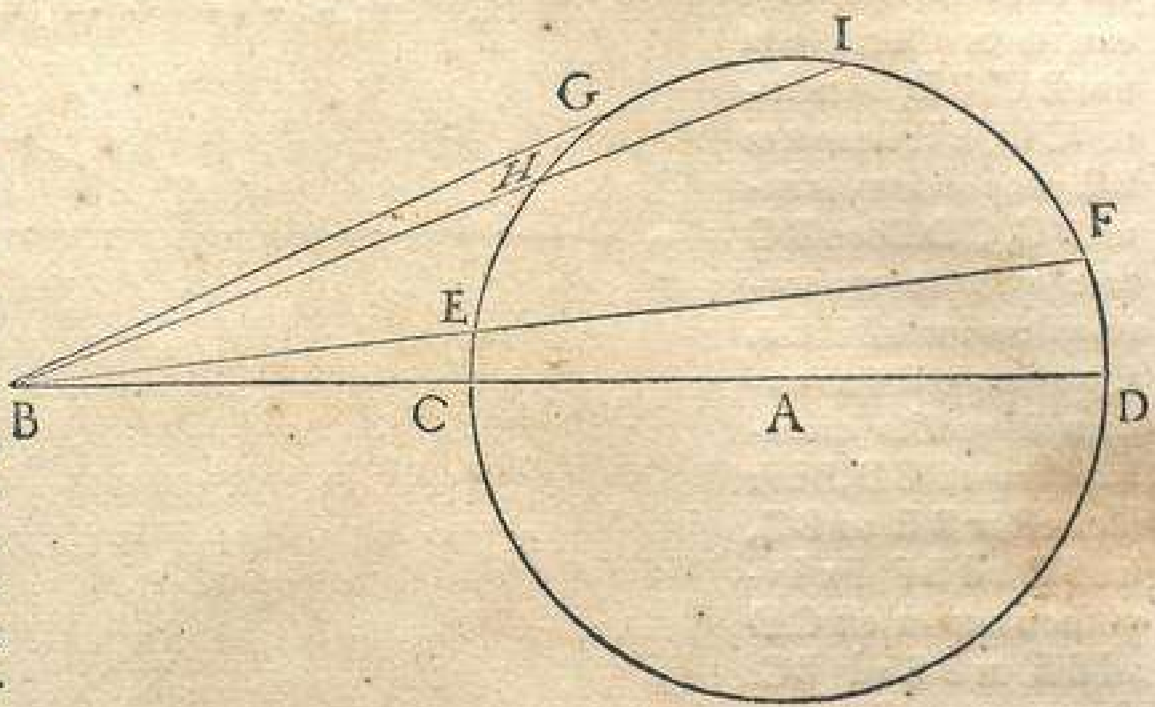
Quod autem tactu helicis proposuit Archimedes, exhiberi lineam rectam circumferentiæ circuli æqualem, non satis constat. Exhibet sane lineam rectam majorem ambitu cujuscumque polygoni circulo inscripti, minorem autem ambitu cujuscumque polygoni circumscripti. an igitur circulari æqualem? Exhibetur angulus minor quocumque obtuso, major vero quocumque acuto. an igitur rectus? Si vere Archimedes, fallaciter conclusit Euclides. Sed hæc commodius disceptabuntur post tradita analytica angularium sectionum.

PROPOSITIO I.

SI duæ lineæ rectæ ab eodem puncto extra circulum eductæ ipsum secent, una per centrum, altera secus, pars autem exterior ejus quæ ducitur

citur per centrum minor sit proportionali inter alterius partem interiorem & partem exteriorem. Potest ab eodem puncto duci illa proportionalis, ita ut incidat circulo, & ulterius porrecta eum quoque circulum secet.

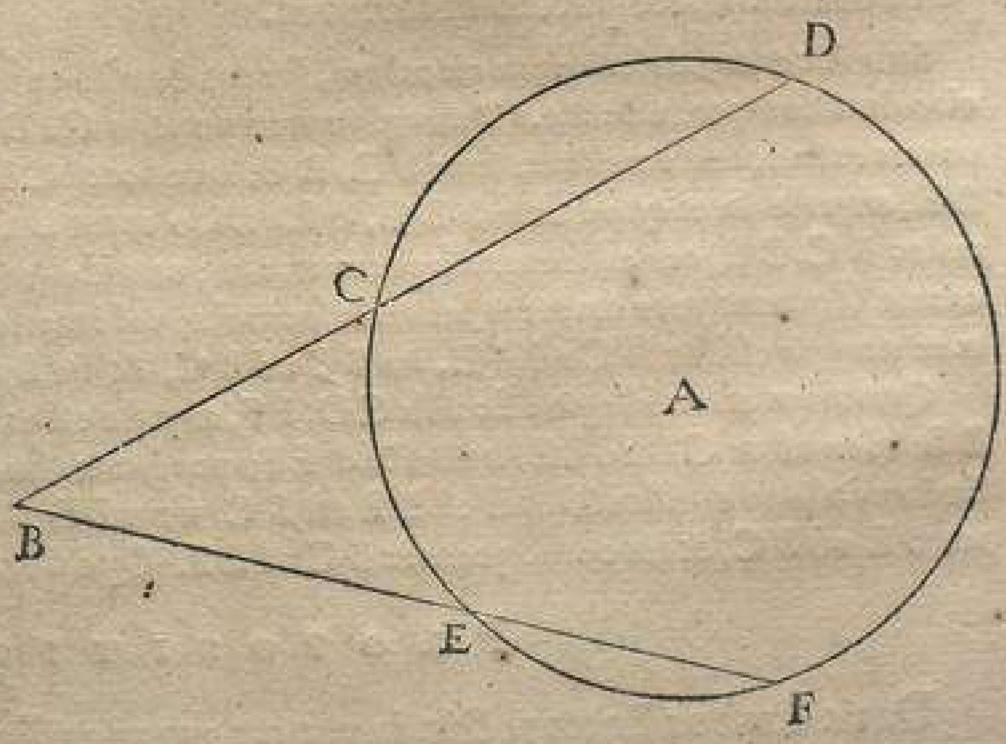
Circulum sub A centro descriptum, secent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Vna BCD transiens per A centrum, altera BEF. Vnde partes exteriores secantium sint BC, BE; interiores CD, EF. Sit autem BC minor media proportionali inter BE, EF. (Hoc autem accidet omnino, si quando EF est major ipsa BE: quoniam BC minima est incidentium circulo ab eodem B puncto, proportionalis autē media inter BE, EF major erit ipsa BE.) Dico abs B posse duci eam proportionalem ita ut incidat circulo, & ulterius porrecta ipsum quoque circulum secet. Circulum enim eundem tangat BG. Erit igitur BG major proportionali inter BE, EF. Nam est BG proportionalis inter BE & totam BF. Quare incidens educenda consistet inter puncta C, G. Consistat sane in H. Porrecta igitur BH ulterius secabit eundem circulum, ut pote in I. Et constat propositum.



PROPOSITIO II.

Si duæ lineæ rectæ ab eodem puncto extra circulum eductæ ipsum secent, una per centrum, altera secus: est secans prima ad secantem secundam, sicut pars exterior secundæ ad partem exteriorem primæ.

Circulum sub A centro descriptum, secent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Vna BCD, altera BEF. Vnde partes exteriores secantium sint BC, BE. Dico esse BD ad BF, sicut BE ad BC. Ostensum est enim in elementis, id quod fit sub BD, BC, æquari ei quod fit sub BF, BE. Quare constat propositum.

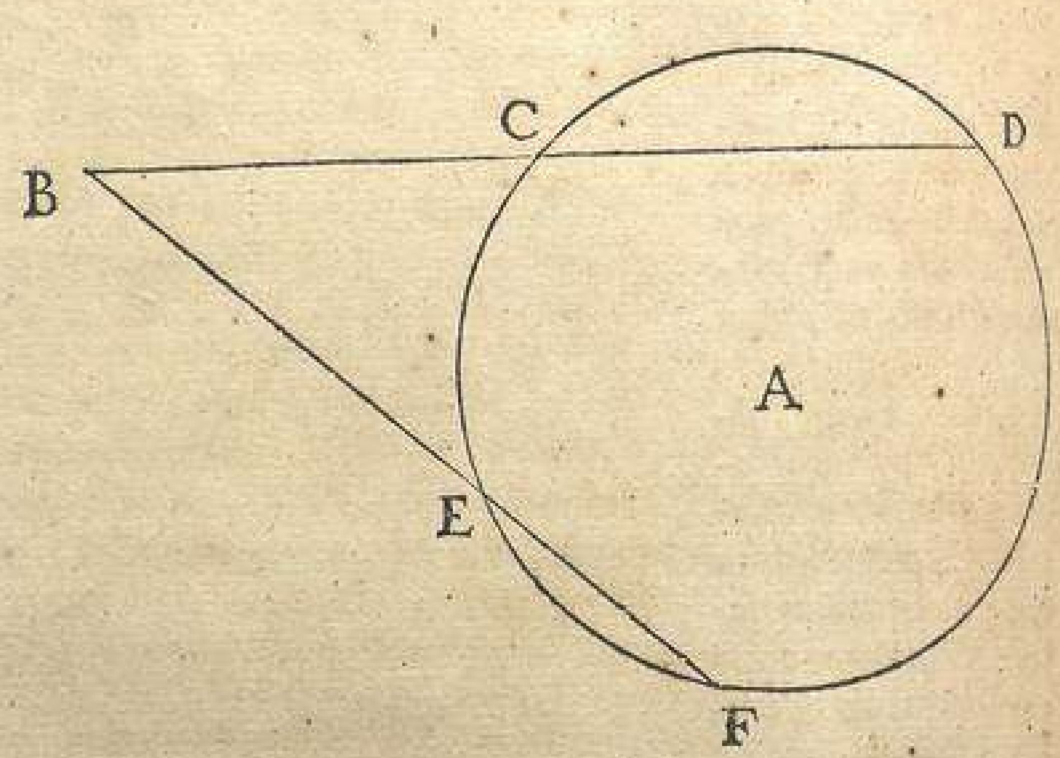


PRO-

PROPOSITIO III.

Si duæ lineæ rectæ à puncto extra circulum eductæ ipsum secent, pars autem exterior primæ sit proportionalis inter partem exteriorem secundæ & partem interiorem ejusdem: erit quoque pars exterior secundæ proportionalis inter partem exteriorem primæ & partem interiorem ejusdem.

Sub A centro descriptum circulum, secent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Vna in punctis C, D; altera in punctis E, F; unde partes exteriores secantium sint B C, B E; interiores C D, E F: sit autem B E proportionalis inter B C, C D. Dico B C fore quoque proportionalem inter BE, E F. Quoniam enim ab eodem B puncto circulum secant BCD, BEF: ideo est ut B E ad BC, ita B D ad B F. Ex hypothesi autem est C D ad B E, ut B E ad BC. Quare est CD ad B E, sicut B D ad B F, & per subductionem est CD ad B E, sicut B C ad E F. Consequenter ut C D ad BE, ita est B E ad B C, & ita B C ad E F: Itaque B C proportionalis est inter B E, B F. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO IV.

Si duæ lineæ rectæ à puncto extra circulum eductæ ipsum secent, quod autem fit sub partibus exterioribus eductarum, æquale sit ei quod fit sub interioribus: exteriores partes permutatim sumptæ, erunt continue proportionales inter partes interiores.

Sub A centro descriptum circulum, secent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Vna quidem in punctis C, D; altera in punctis E, F: unde partes exteriores secantium sunt B C, B E; interiores C D, E F: quod autem fit sub B C, B E, æquale sit ei quod fit sub D C, E F. Dico inter D C, E F esse continue proportionales B C, B E, eas adsumendo permutatim; ut videlicet interiorem partem primæ secantis sequatur pars exterior secantis secundæ; vel interiorem secundæ pars exterior primæ: nempe esse ut D C ad B E, ita B E ad B C, & ita B C ad E F.

Quoniam enim id quod fit sub C D, E F, æquale est ex hypothesi ei quod fit sub B C, B E: ideo est ut C D ad B E, ita B C ad E F; per synæresin, ut C D ad B E, ita B D ad B F. Sed ex ratione constructionis est B E ad B C, sicut B D ad B F. Ergo est ut C D ad B E, ita B E ad B C, & ita consequenter B C ad E F. Quod erat demonstrandum.

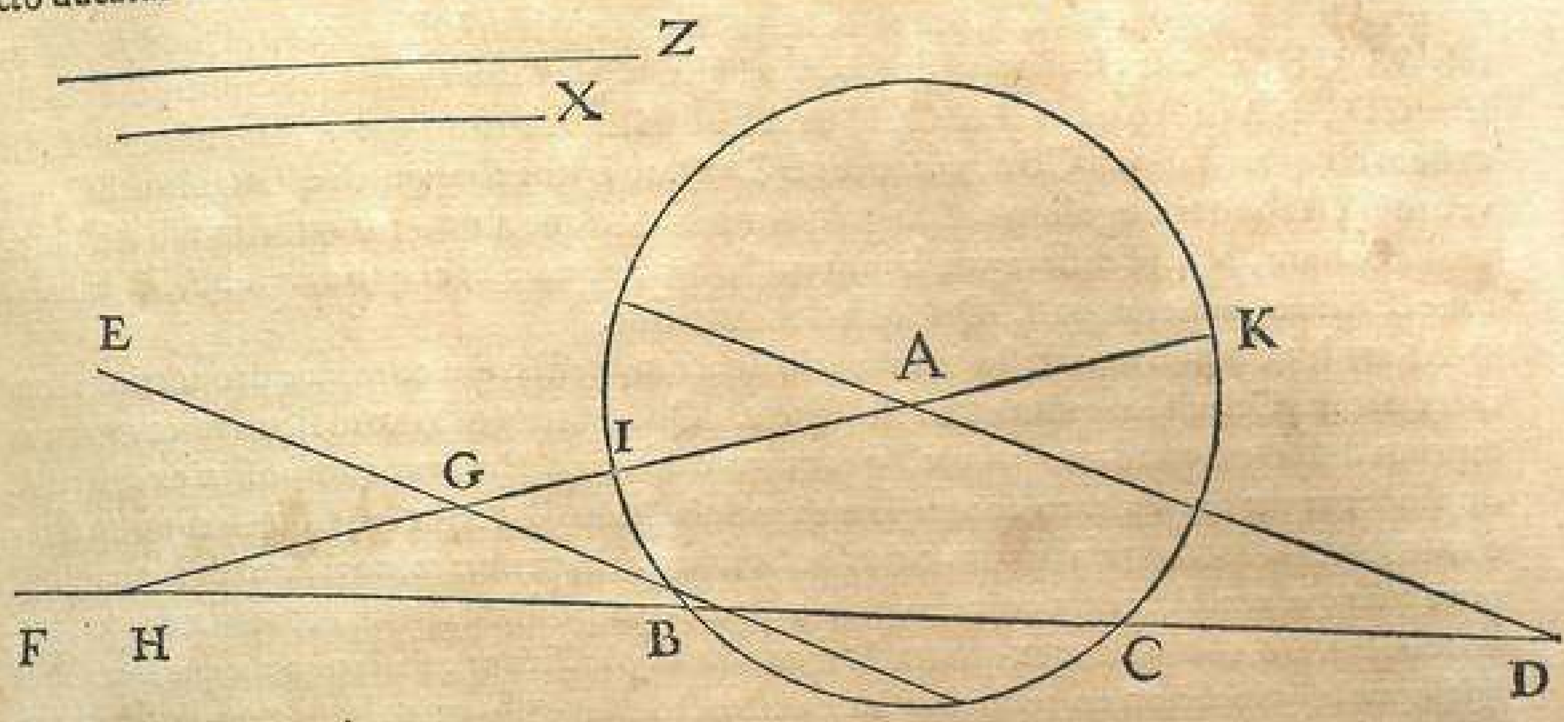
PROPOSITIO V.

Datis duabus lineis rectis, invenire inter easdem duas medias continue proportionales.

Sint datæ duæ lineæ rectæ Z, X. Oportet invenire inter Z & X duas medias continue proportionales. Sit Z major, X minor.

Cen-

Centro A intervallo A B, æquali dimidiæ Z describatur circulus: cui inscribatur B C ipsi X æqualis. Producatur autem B C in D, facta B D dupla ipsius B C, & jungatur D A cui agatur parallela B E indefinita: producatur etiam D B indefinite in F, & ab A puncto ducatur ad duas B E, B F recta K A I G H; secans ipsas quidem B E, B F in punctis

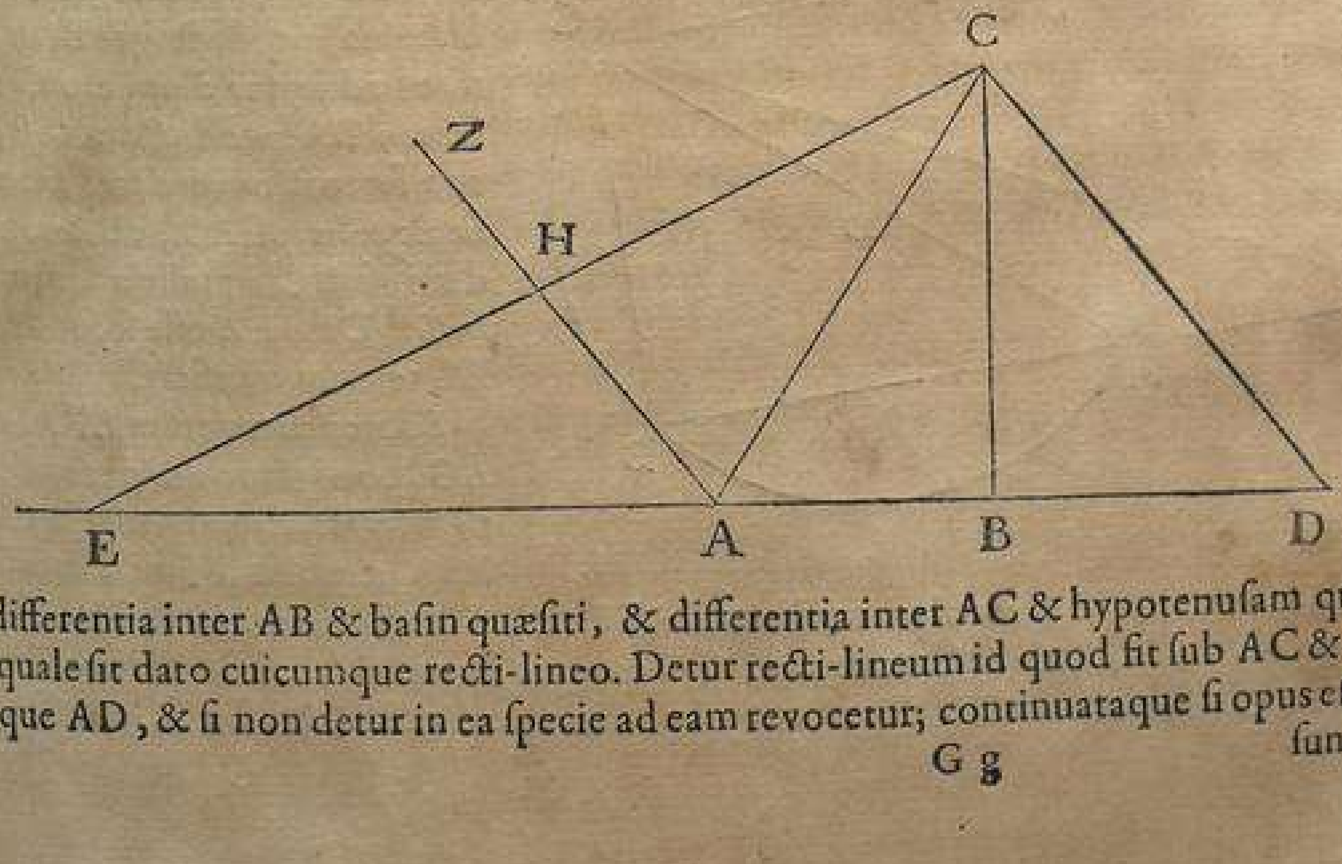


G, H, ita ut GH sit æqualis ipsi AB; circulum vero in punctis I, K, quorum proximius ipsi H sit I. Dico continue proportionales esse IK, HB, HI, BC. Quoniam enim constructæ sunt parallelæ DA, BG: ideo est ut HG ad HB, ita GA ad BD. Est autem HG ad IK, sicut BC ad BD, ut simplum videlicet ad duplum. Quare est ut IK ad HB, ita GA ad BC. Quoniam autem GH, AI sunt æquales, erunt quoque HI, GA æquales. Ergo est ut IK ad HB, ita HI ad BC. Ab H igitur puncto extra circulum sumpto eductæ sunt duæ rectæ ipsum secantes, & quod fit sub exterioribus earundem partibus videlicet HB, HI, æquale est ei quod fit sub interioribus, videlicet IK, BC. Quare partes exteriores permutatim sumptæ sunt continue proportionales inter partes interiores, nempe erunt continue proportionales IK, HB, HI, BC. Datis igitur duabus lineis rectis Z, X, id est IK, BC, inventæ sunt inter eas duæ mediæ continue proportionales HB, HI. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO VI.

Dato triangulo rectangulo, invenire aliud triangulum rectangulum majus, & æque altum; ut quod fit sub differentia basium ipsorum & differentia hypotenusarum, æquale sit dato cuicumque recti-lineo.

Sit datum triangulum rectangulum ABC, cujus basis AB, hypotenusa AC, altitudo BC. Oportet invenire aliud triangulum rectangulum majus, & æque altum; ut quod fit



sub differentia inter AB & basin quæsiti, & differentia inter AC & hypotenusam quæsiti, æquale sit dato cuicumque recti-lineo. Detur recti-lineum id quod fit sub AC & quacumque AD, & si non detur in ea specie ad eam revocetur; continuataque si opus est AB sumatur

sumatur in ea AD, & connectatur DC, cui construatur parallela AZ. Ex C autem ducatur recta, quæ ita DA continuatam secet in E, ipsam vero AZ in H, ut segmentum HE sit æquale ipsi CA. Dico triangulum CBE esse quale quæritur.

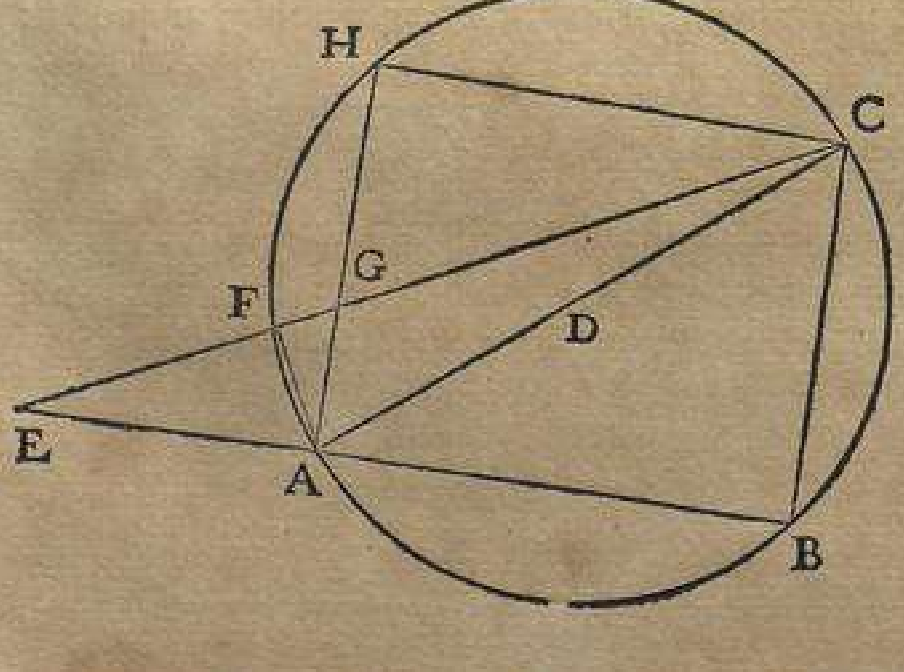
Est enim EA differentia qua basis EB basin AB excedit, & CH differentia qua hypotenusa CE hypotenusam CA, seu ei constructam æqualem HE, excedit. Quod autem fit sub EA, CH, æquale est ei quod fit sub AD, HE. Quoniam enim sunt constructæ parallelæ CD, HA: ideo est AD ad CH, ut AE ad HE. Altitudo porro illius trianguli CBE eadem est quæ trianguli CBA, videlicet BC. Dato igitur triangulo rectangulo ABC, inventum est aliud triangulum rectangulum majus & æque altum, ut quod fit sub AE differentia basium, & CH differentia hypotenusarum, æquale sit ei quod fit sub AD, HE dato recti-lineo, vel ei æquali. Quod faciendum fuit.

Atque hinc etiam manifesta fit inventio duarum mediarum continue proportionalium inter datas. Ostensum enim est in Poristicis. Quadratum quartæ majoris inter extremas tantum differre à quadrato primæ, quantum differt quadratum compositæ ex quarta & duplo secundæ à quadrato compositæ ex prima & duplo tertiæ. Itaque si constituantur duo triangula rectangula, unum cujus basis sit æqualis primæ minori inter extremas, hypotenusa quartæ. Alterum cujus basis sit æqualis compositæ ex prima & tertiæ duplo, hypotenusa vero compositæ ex quarta & secundæ duplo. Erunt ea triangula æque alta. Opus igitur mesographicum eo reducitur, ut constructo triangulo cujus basis æqualis sit primæ, hypotenusa quartæ, quærendum sit aliud triangulum æqualis altitudinis, cujus basis æqualis sit compositæ ex prima & duplo tertiæ, hypotenusa vero æqualis compositæ ex quarta & duplo tertiæ. Quod quidem triangulum quærendum licebit invenire per hanc propositionem, quoniam excessus hypotenusarum est dupla secunda, basium dupla tertia. Quodque fit sub iis excessibus, æquale est facto quadruplo sub prima & quarta. Itaque data ea omnia sunt, quæ lex propositionis requirit.

PROPOSITIO VII.

Data è tribus propositis lineis rectis proportionalibus prima, & ea cujus quadratum æquale sit ei quo differt quadratum compositæ ex secunda & tertia à quadrato compositæ ex secunda & prima, invenire secundam & tertiam proportionales.

Sit data è tribus propositis lineis rectis proportionalibus prima AB, & data quoque recta BC, cujus quadratum æquale sit ei quo differt quadratum compositæ ex secunda & tertia à quadrato compositæ ex secunda & prima. Oportet invenire secundam & tertiam proportionales.



Inclinentur ad rectos angulos AB, BC, & connectatur CA, qua secta bifariam in D, centro D intervallo DA vel DC describatur circulus, productaque BA indefinite, educatur à puncto C recta secans BA productam in E, circumferentiam vero in F, ita ut FE sit æqualis ipsi AB, ab A vero cadat ipsi BC parallela secans CE in G. Dico EA esse secundam, & EG tertiam quæsitas.

Subtendatur enim AF, & ipsa AG porrigatur ad circumferentiam in H. Ergo triangula GCH, FEA æqualium sunt laterum & angulorum. Sunt enim æquales anguli acuti AEF, HCG, recti autem AFE, GHC, latera vero CH, FE æqualia sunt. Itaque EA, CG quoque sunt æquales. Est autem ut BA ad AE, ita CG id est AE ad GE. Ergo sunt proportionales tres BA, AE seu CG, & GE. Ipsa autem

autem B E composita est ex B A, A E prima & secunda. Ipsa vero C E composita ex C G, G E secunda & tertia. Quadratum denique ex C E differt à quadrato ex B E per quadratum ex C B.

Data itaque A B prima trium proportionalium & recta B C, cujus quadratum æquale est ei quo differt quadratum ex E C composita ex secunda & tertia à quadrato ex E B composita ex prima & secunda, inventæ sunt E A, seu G C, & E G secundæ & tertiæ proportionales. Quod faciendum fuit.

Atque hinc licet compendiose

Describere quatuor lineas rectas continue proportionales, quarum extremæ sint in ratione dupla.

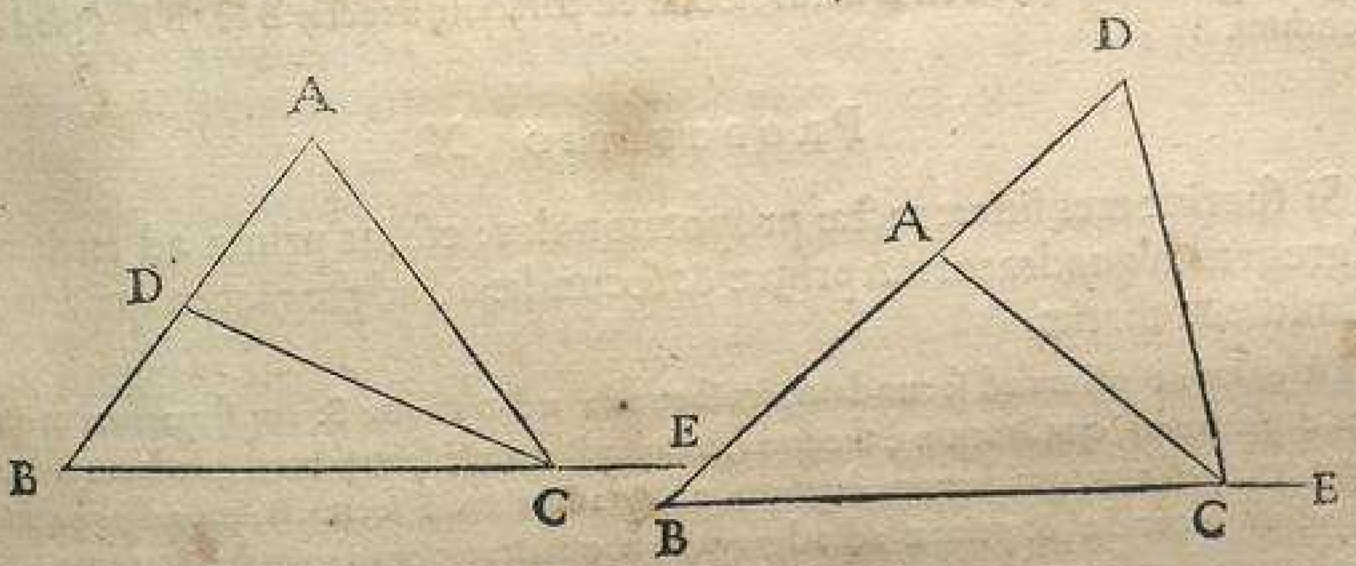
Ostensum est enim in Poristicis. Quod si fuerint tres lineæ rectæ proportionales; quadratum autem compositæ ex secunda & tertia differat à quadrato compositæ ex secunda & prima per triplum primæ quadratum: quæ dupla est ad primam, erit ea in serie quarta continue proportionalis.

Itaque adsumpta quacumque prima & ea quæ potest quadrato triplum ipsius primæ, invenientur secunda & tertia. Qua in serie dupla ad primam erit quarta.

PROPOSITIO VIII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, & à basis termino ducatur ad crus linea recta ipsi cruri æqualis: angulus exterior factus à base & ea quæ ducitur è basis termino, triplus est utriusque angulorum qui sunt ad basin æquicruri.

Sit triangulum A B C habens A B, A C crura æqualia, & ab angulo A C B ducatur ad crus A B (idcirco si opus est continuandum) recta C D, ipsi cruri A B vel A C æqua-



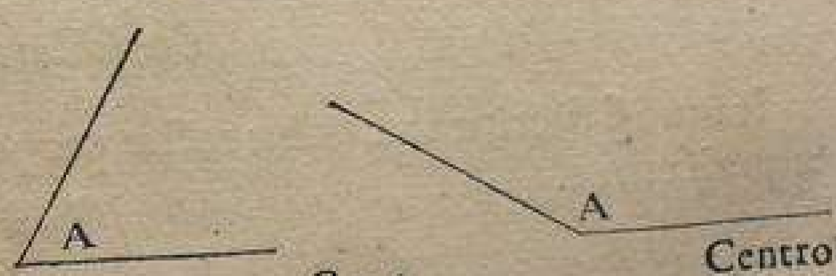
lis, & producatur B C in E. Dico angulum D C E esse triplum anguli A C B, seu A B C.

Quoniam enim æquicrura triangula sunt B A C, D C A, ideo angulus A C B angulo A B C est æqualis, & angulus A D C æqualis angulo D A C. Itaque qualium partium angulus A C B vel A B C est una, talibus duabus partibus excedunt duo recti angulum B A C, cujus exteriori æquatur angulus B D C. Talium igitur partium est duarum angulus B D C. Ex angulo autem D B C & angulo B D C compositus est angulus D C E. Quare angulus D C E est earundem partium trium. Est igitur angulus D C E triplus anguli A C B seu A B C. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IX.

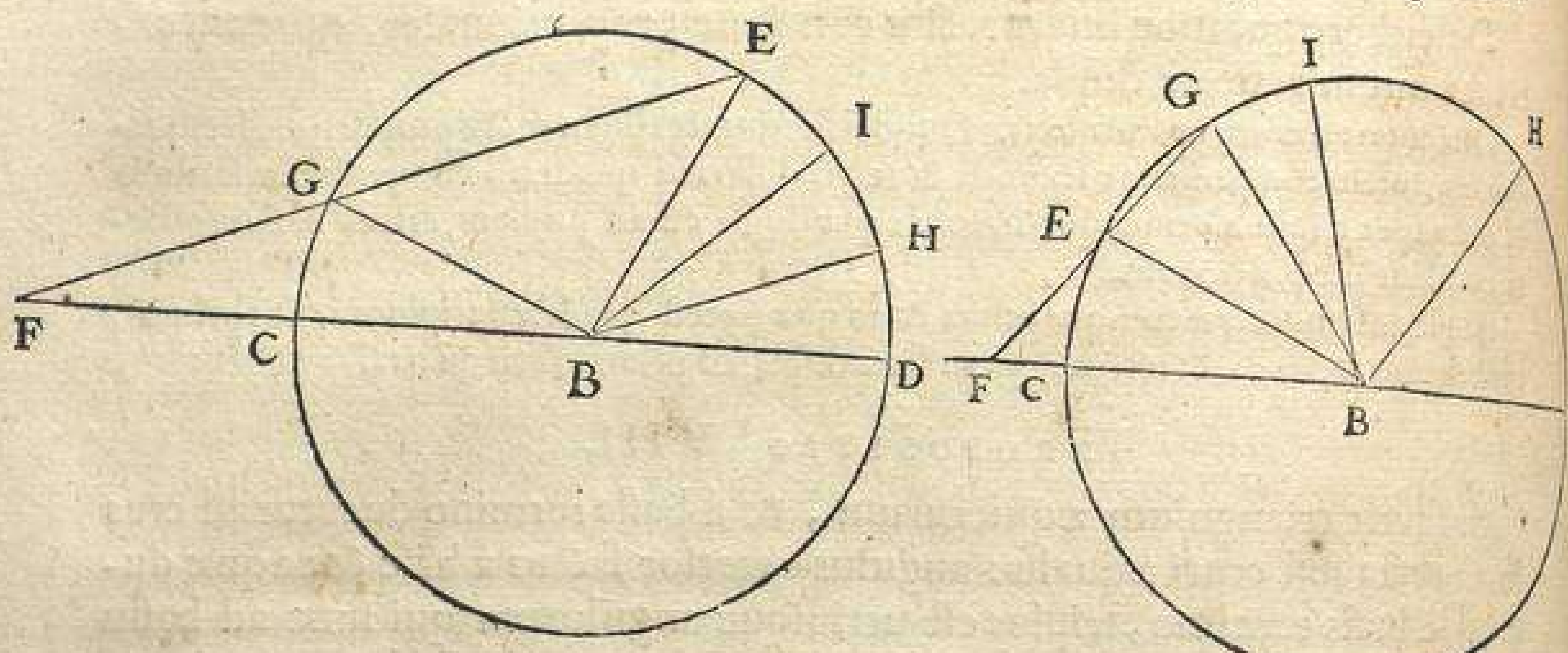
Datum angulum secare trifariam.

Sit datus angulus A, quem oporteat secare trifariam.



Centro B intervallo quocumque describatur circulus, & agatur diameter CBD. Sumatur autem circumferentia D E, definiens amplitudinem anguli dati: productaque D B C indefinite, educatur recta E F G secans diametrum continuatam in F, circumferentiam vero in G, ita ut F G æqualis sit B C vel B D semidiametro circuli. Dico angulum E F C esse trientem anguli E B D, id est anguli A dati; & ipsum arcum G C esse trientis illius amplitudinem.

Jungatur enim G B. Triangulum igitur æquicrurum est F G B, à cujus basis termino B ducta est B E ipsi B G cruri æqualis. Quare angulus E B D triplus est anguli G B F



seu G F B. Ipsius autem anguli G B F amplitudinem definit arcus G C. Quocirca ab arcu D E abscindantur arcus D H, H I ipsi arcui C G æquales, & agantur rectæ B H, B I. Ergo angulus E B D, id est A datus, sectus est trifariam à rectis B H, B I. Quod erat faciendum.

Propositio X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: est ut prima ad tertiam, ita adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ.

Est enim ut prima ad secundam, ita secunda ad tertiam: & consequenter ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita quadratum è secunda ad quadratum è tertia, & per synæresin ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita adgregatum quadratorum secundæ & primæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ. Sed ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita est prima ad tertiam. Ergo est ut prima ad tertiam, ita adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ. Quod erat ostendendum.

Propositio XI.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: est ut prima ad adgregatum primæ & tertiæ, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ.

Est enim ut prima ad tertiam, ita quadratum è secunda ad quadratum è tertia, & per synæresin ut prima ad adgregatum primæ & tertiæ, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ.

Consectarium.

Itaque si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, tria solida ab iis effecta æqualia sunt.

Primum,

Primum, ſolidum ſub prima & adgregato quadratorum ſecundæ & tertiæ.

Secundum, ſolidum ſub tertia & adgregato quadratorum primæ & ſecundæ.

Tertium, ſolidum ſub compoſita ex prima & tertia & quadrato ſecundæ.

Quoniam enim oſtenſum eſt eſſe primam ad tertiam, ſicut adgregatum quadratorum primæ & ſecundæ ad adgregatum quadratorum ſecundæ & tertiæ; primum autem quod propoſitum eſt ſolidum, eſt ipſum quod fit ſub extremis analogiæ terminis; ſecundum vero quod fit ſub mediis: ideo primum & ſecundum æqualia ſunt.

Æque quoniam oſtenſum eſt eſſe ut primam ad compoſitam ex prima & tertia, ita quadratum ſecundæ ad adgregatum quadratorum ſecundæ & tertiæ: primum autem quod propoſitum eſt ſolidum rurſus eſt ipſum quod fit ſub extremis analogiæ terminis; tertium vero quod fit ſub mediis: ideo primum & tertium æqualia ſunt. Atque ideo quoque tertium æquale eſt ſecundo.

PROPOSITIO XII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: cubus compoſitæ è duabus extremis, minus ſolido quod fit ſub eadem compoſita & adgregato quadratorum à tribus, æqualis eſt ſolido ſub eadem compoſita & quadrato ſecundæ.

Quadratum enim compoſitæ è duabus extremis valet quadrata ſingula extremarum una cum duplo mediæ quadrato. Itaque quadratum compoſitæ è duabus extremis minus adgregato quadratorum à tribus, æquale eſt quadrato mediæ ſeu ſecundæ. Quare eſt quadratum compoſitæ è duabus extremis minus adgregato quadratorum à tribus ad quadratum ſecundæ, ut compoſita illa ad eandem compoſitam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ reſolutione conſtat propoſitum.

PROPOSITIO XIII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: ſolidum ſub prima & adgregato quadratorum à tribus, minus cubo è prima, æquale eſt ſolido ſub eadem prima & adgregato quadratorum ſecundæ & tertiæ.

Adgregatum enim quadratorum à tribus minus quadrato à prima eſt quadratum ſecundæ plus quadrato tertiæ. Quare eſt adgregatum quadratorum è tribus minus quadrato è prima ad quadratum ſecundæ & tertiæ, ut prima ad primam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ reſolutione conſtat propoſitum.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: ſolidum ſub tertia & adgregato quadratorum à tribus, minus cubo è tertia, æquale eſt ſolido ſub eadem tertia & adgregato quadratorum primæ & ſecundæ.

Adgregatum enim quadratorum à tribus minus quadrato è tertia, valet quadratum ſecundæ plus quadrato primæ. Itaque eſt ut adgregatum quadratorum è tribus minus quadrato è tertia ad quadratum ſecundæ & primæ, ita tertia ad tertiam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ reſolutione conſtat propoſitum.

Conſectarium.

Itaque ſi fuerint tres lineæ rectæ proportionales, tria adfecta ſolida, quæ ab iis fiunt, ſunt æqualia,

Primum, cubus compoſitæ ex prima & tertia, minus ſolido ſub eadem compoſita & adgregato quadratorum è tribus.

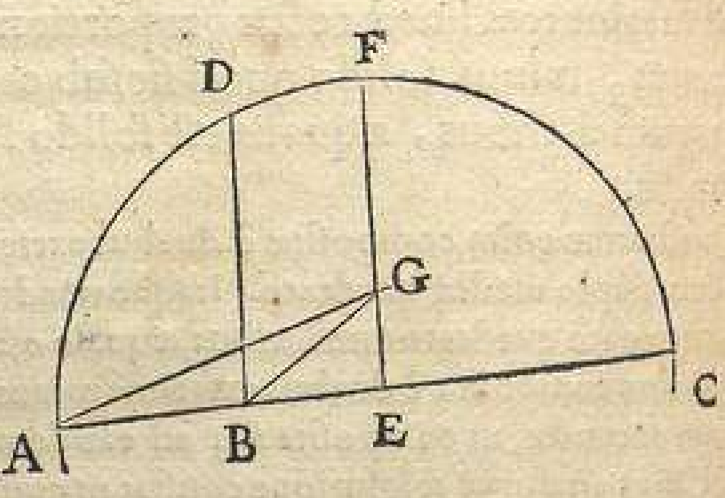
Secundum, solidum sub prima & adgregato quadratorum è tribus, minus cubo è prima.

Tertium, solidum sub tertia & adgregato quadratorum è tribus, minus cubo è tertia.

Cum solida quibus adæquantur, æqualia sint ex antecedente Consectario. Itaque æqualia sunt inter se.

PROPOSITIO XV.

Si è circumferentia circuli cadant in diametrum perpendiculares duæ, una in centro, altera extra centrum; & ad perpendicularem in centro agatur ex puncto incidentiæ perpendicularis alterius, linea recta faciens cum diametro angulum æqualem trienti recti; à puncto autem quo acta illa secat perpendicularem in centro, ducatur alia linea recta ad angulum semicirculi: triplum quadratum hujus, æquale est tam quadrato perpendicularis quæ incidit extra centrum, quam quadratis segmentorum diametri, inter quæ perpendicularis illa media est proportionalis.



Sit diameter circuli ABC, à cujus circumferentia cadat perpendiculariter DB, & sit AB minus segmentum, BC majus, E vero centrum. Sed & cadat quoque è circumferentia perpendiculariter FE, & ex B ducatur recta BG, ita ut angulus GBE sit æqualis trienti recti, unde fiat BG dupla ipsius GE, & jungatur AG. Dico triplum quadratum ex AG, æquari quadrato ex DB una cum quadrato ex AB & quadrato ex BC.

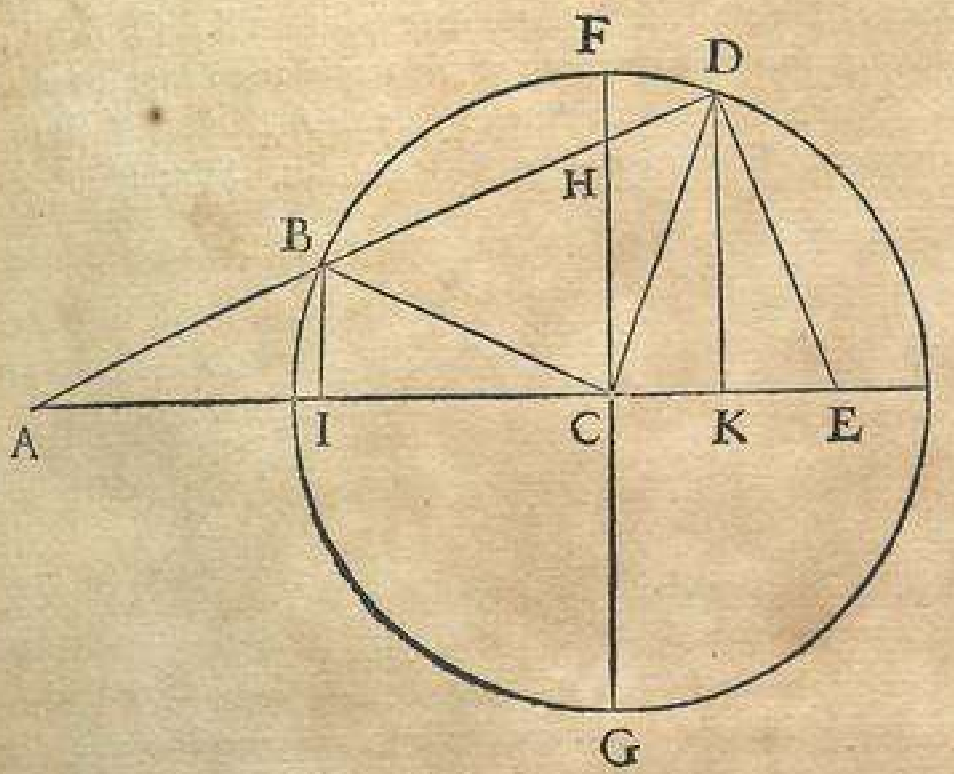
Quadratum enim ex AB æquale est quadrato ex AE & quadrato ex BE, minus eo quod fit sub AE, BE bis. Quadratum autem ex BC æquale est quadrato ex BE, & quadrato ex EC, una cum eo quod fit sub BE, EC bis. Et sunt æquales AE, EC. Quare quadratum ex AB una cum quadrato ex BC, æquatur duplo quadrato ex AE, & duplo quadrato ex BE. Addatur utrobique quadratum ex DB. (Ipsum vero quadratum ex DB adjunctum quadrato ex BE, æquale est quadrato ex AE.) Quadrata igitur ex AB, BC, DB adgregata valebunt quadratum triplum ex AE, una cum quadrato semel ex BE. Quoniam autem BG construitur dupla ipsius GE, est quadratum ex BE triplum quadratum ex GE. Quadratum autem ex AE adjectum quadrato ex EG, valet quadratum ex AG. Triplum igitur quadratum ex AG, æquale est quadrato ex DB una cum quadrato ex AB & quadrato ex BC. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XVI.

Si duo triangula fuerint æquicrura singula, & ipsa alterum alteri cruribus æqualia, angulus autem qui est ad basin secundi sit triplus anguli qui est ad basin primi: cubus ex base primi, minus triplo solido sub base primi & cruris communis quadrato, æqualis est solido sub base secundi & ejusdem cruris quadrato.

Sit triangulum primum ABC, habens crura AB, BC æqualia. Et quia secundum triangulum æqualium quoque crurum est, & uterque angulorum qui sunt ad basin secundi illius trianguli, triplus est ipsius anguli BAC vel BCA, & minor sit recto necesse est. Igitur uterque angulorum BAC, BCA minor est triente recti, atque adeo angulus ABC fit major recto. Producantur igitur AB, AC, & ex C in AB productam ponatur CD ipsi AB æqualis, deinde ex D in AC productam ponatur DE ipsi quoque AB æqualis. Sunt igitur duo triangula æquicrura ABC, CDE. Sed & ipsis AB, BC cruribus æqualibus primi trian-

trianguli, æqualia ſunt CD, DE crura ſecundi trianguli. Qualium autem uterque angulorum BAC, BCA eſt pars una, angulus ABC eſt duorum rectorum minus talibus duabus partibus, & angulus exterior anguli ABC duarum eſt illarum partium, cui angulo exteriori æquatur angulus ADC, quoniam ſunt æquales anguli DBC, CDB ob æqualitatem quoque crurum CD, CB. Ex angulis autem ADC, DAC compoſitus eſt angulus exterior anguli DCA. Secundum itaque triangulum eſt CDE, ipſum æquicrurum & crura habens æqualia cruribus primi ABC, & utrumque angulorum qui ſunt ad baſin, videlicet DCE vel DEC, triplum anguli BAC vel BCA. Dico igitur cubum ex AC minus ſolido triplo ſub AC & quadrato ex AB, æquari ſolido ſub CE & quadrato ex DC ſeu AB.



Centro enim C intervallo CB vel CD deſcribatur circulus, & agatur diameter FCG ſecans AE perpendiculariter in C, ipſam vero AD in H, ipſi quoque FG agantur parallelæ BI, DK, ſecantes AE perpendiculariter in I & K. Sunt igitur AI, IC æquales, & ideo fit AC ipſius AI dupla. Itaque ſunt quoque æquales AB, BH, & fit AH ipſius AB dupla. Æquales quoque ſunt CK, KE, & fit CE dupla ipſius CK.

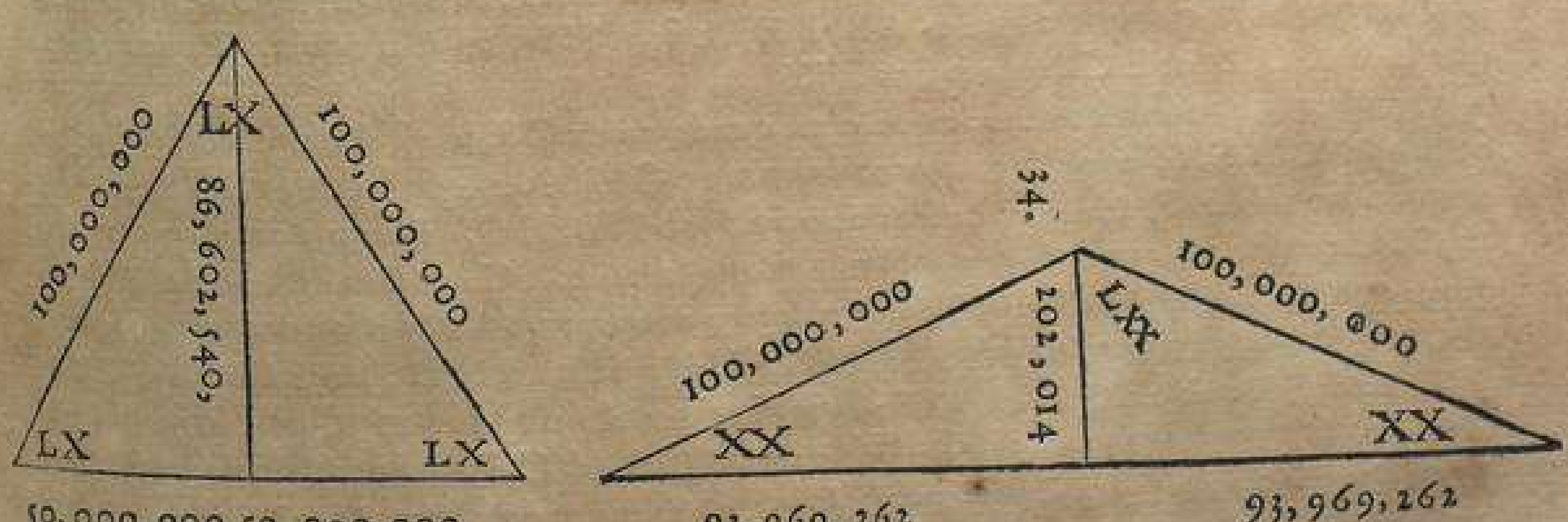
Quadratum autem ex CG, id eſt AB, æquatur quadrato ex CH una cum eo quod fit ſub FH, HG, & convertendo, quadratum ex AB minus quadrato ex CH, æquatur ei quod fit ſub FH, HG, hoc eſt, ei quod fit ſub BH, HD. Ipſum porro quadratum ex CH, æquale eſt quadrato ex AH minus quadrato ex AC. & quadratum ex AH eſt quadruplum quadrati ex AB. Quadratum igitur ex AC minus quadrato triplo ex AB, æquale eſt ei quod fit ſub BH, HD. Sed eſt BH ad HD, ut IC ad CK, & eſt IC ad CK, ſicut AC ad CE: cum ſint hæ illarum duplæ. Quare ſicut AC ad CE, ita eſt BH ad HD, & conſequenter ſicut AC ad CE, ita quadratum ex BH, id eſt ex AB, ad id quod fit ſub BH, HD, id eſt, ad quadratum ex AC minus quadrato triplo ex AB, Itaque reſoluta analogia, cubus ex AC minus triplo ſolido ſub AC & quadrato ex AB, æqualis eſt ſolido ſub CE & quadrato ex AB. Quod erat oſtendendum.

Poſito Z latere quolibet trianguli æquilateri, unde angulus quilibet ſit triens duorum rectorum.

A cubus minus Z quadrato ter in A, æquatur Z cubo. Et ſit A baſis trianguli æquicruri, cujus angulus ad baſin eſt nona pars duorum rectorum.

Sit Z 1. *A* 1 N. 1 C — 3 N, *æquatur* 1.

Sit Z 100,000,000. *Ita ſe habebunt triangula.*

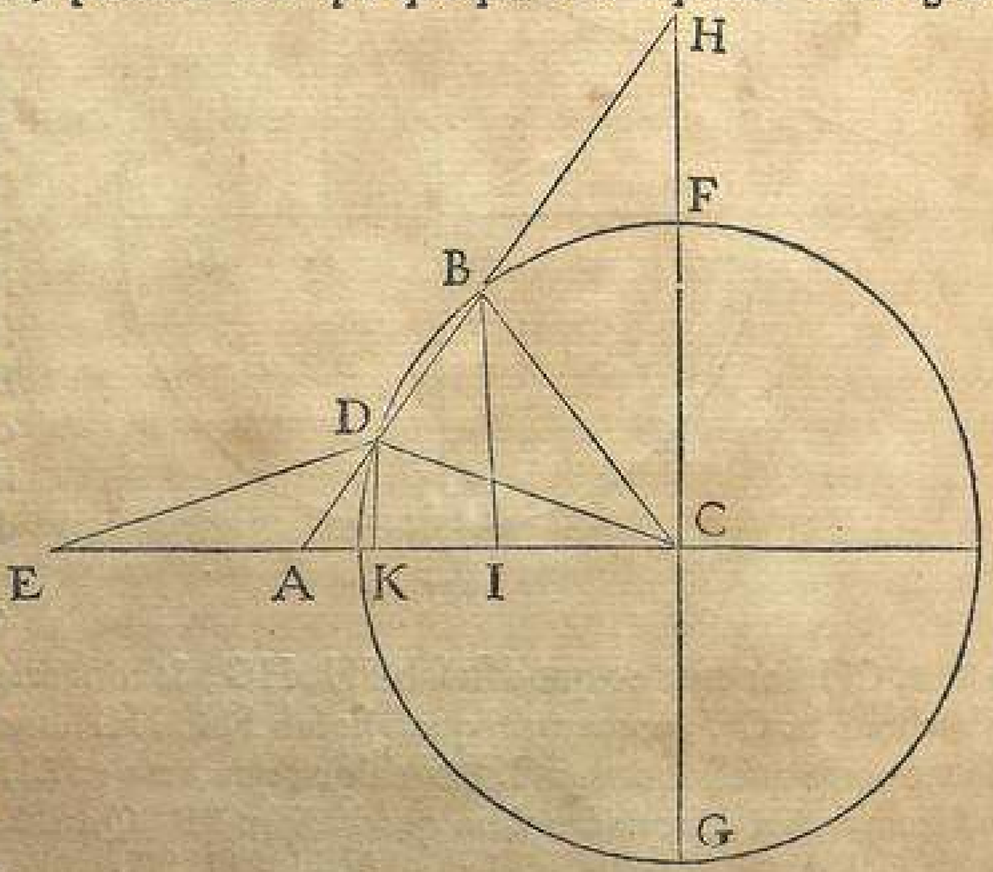


PRO-

PROPOSITIO XVII.

Si duo triangula fuerint æquicrura singula, & ipsa alterum alteri cruribus æqualia, angulus autem , quem is qui est ad basin secundi relinquit è duobus rectis, sit triplus anguli qui est ad basin primi: solidum triplum sub base primi & cruris communis quadrato, minus cubo è base primi, æquale est solido sub base secundi & cruris communis quadrato.

Sit primum triangulum A B C, habens crura A B, B C æqualia. Et quia angulus quem quilibet eorum qui sunt ad basin secundi relinquit è duobus rectis, triplus est ipsius anguli B A C,& major sit recto necesse est. Ideo est quilibet ipsorum B A C, B C A qui sunt ad basin angulorum consequenter major triente recti, atque adeo angulus ad verticem A B C est minor recto. Quare in A B ponatur C D, ipsi A B æqualis. Deinde ex D in C A productum, ponatur D E ipsi quoque A B æqualis. Sunt igitur duo triangula æquicrura A B C, E D C,& ipsis AB, B C cruribus æqualibus primi trianguli, æqualia sunt D E, D C crura secundi trianguli. Qualium autem uterque angulorum B A C, BCA est pars una, angulus A B C est duorum rectorum minus duabus talibus partibus, & angulus exterior anguli A B C duarum est illarum partium, cui angulo exteriori æquatur angulus A D C: quoniam sunt æquales anguli D B C, C D B ob æqualitatem quoque crurum C B, C D. Ex angulo autem A D C & D A C, compositus est angulus exterior anguli D C A. Secundum itaque triangulum est C D E ipsum æquicrurum, & crura habens æqualia cruribus primi A B C, & utrumque angulorum quem anguli ad basin D C E vel D E C relinquunt è duobus rectis, triplum anguli B A C vel B C A. Dico igitur triplum solidum sub A C & quadrato ex A B minus cubo ex A C, æquari solido sub E C & quadrato ex D C seu A B.



Centro enim C intervallo C B vel C D describatur circulus , & agatur diameter F C G secans E A, uti continuatur, perpendiculariter in C , ipsam vero A D quoque continuatam in H , ipsi quoque F G agantur parallelæ B I, D K , secantes eandem AE perpendiculariter in I, K. Sunt igitur A I, I C æquales, & ideo sit A C ipsius A I dupla. Itaque sunt quoque æquales A B, B H, & fit A H ipsius A B dupla. Æquales quoque E K, K C, & fit E C dupla ipsius E K.

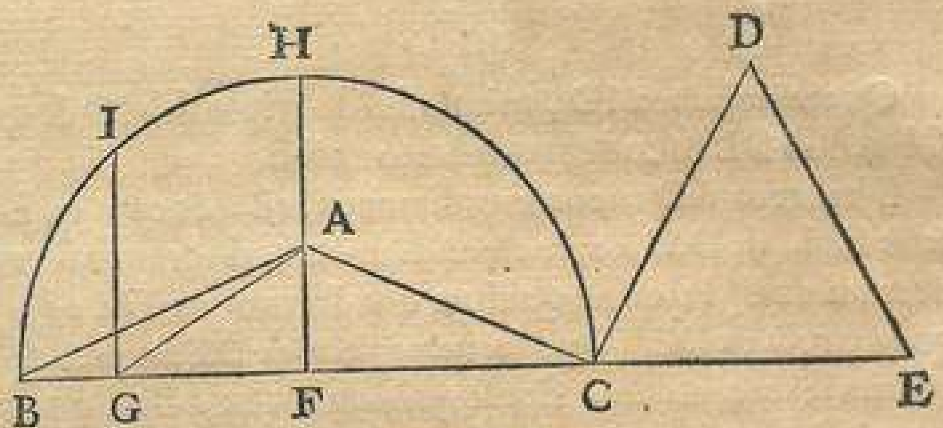
Quadratum autem ex C H, æquale est quadrato ex C F, id est A B una cum eo quod fit sub H F, H G, & convertendo quadratum ex C H minus quadrato ex A B, æquale est ei quod fit sub H F, H G, hoc est ei quod fit sub H B, H D. Ipsum porro quadratum ex C H, æquale est quadrato ex A H minus quadrato ex A C, & quadratum ex A H est quadruplum quadrati ex A B. Triplum igitur quadratum ex A B minus quadrato ex A C, æquale est ei quod fit sub B H, H D. Sed est H B ad H D , sicut C I ad C K, & est C I ad C K, sicut C A ad C E: cum sint hæ illarum duplæ. Quare sicut C A ad C E, ita H B ad H D, & consequenter sicut C A ad C E, ita quadratum ex H B, id est A B ad id quod fit sub H B, H D, id est, ad triplum quadratum ex A B, minus quadrato

drato ex AC. Itaque resoluta analogia, triplum solidum sub AC & quadrato ex AB, minus cubo ex AC, æquale est solido sub EC & quadrato ex AB. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XVIII.

Si duo triangula fuerint æquicrura singula, & ipsa alterum alteri curibus æqualia, angulus autem qui est ad basin secundi sit triplus anguli qui est ad basin primi: triplum solidum sub quadrato cruris communis & dimidia base primi multata continuatave longitudine ejus cujus quadratum æquale est triplo quadrato altitudinis primi, cum multabitur ejusdem dimidiæ basis multatæ continuatæve cubo, æquale est solido sub base secundi & ejusdem cruris quadrato.

Sit triangulum primum BAC, habens crura AB, AC æqualia; secundum CDE, habens quoque DC, DE crura æqualia. Et sint AB, AC ipsis DC, DE æqualia, sed & angulus DCE seu DEC sit triplus anguli ABC seu ACB. Excitetur autem altitudo trianguli primi AF, & in base ponatur AG versus B ipsius AF dupla; unde utraque BF, FC sit basis dimidia, & quadratum ex GF triplum est quadrati ex AF altitudine; atque adeo BG, æqualis est ipsi BF multatæ longitudine GF; & GC æqualis ipsi FC, continuatæ longitudine GF. Dico triplum solidum sub BG & quadrato ex AB, minus cubo ex BG, æquale esse solido sub CE & quadrato ex DC seu AB.



Et rursus triplum solidum sub GC & quadrato ex AB, minus cubo ex GC, æquale esse solido sub CE & quadrato ex DC seu AB.

Centro enim F intervallo BF vel FC describatur circulus, & producatur FA ad circumferentiam in H, & ex eadem circumferentia cadat in diametrum ad punctum G perpendiculariter recta IG. Sunt igitur tres proportionales BG, GI, GC. Quoniam autem AG est dupla ipsius AF, seu aliter, angulus AGF est triens recti: ideo triplum quadratum ex AB, æquale est singulis quadratis abs BG, GI, GC. Adfecta itaque tria solida æqualia sunt,

Primum, cubus ex BC, minus solido triplo sub BC & quadrato ex AB.

Secundum, triplum solidum sub BG & quadrato ex AB, minus cubo ex BG.

Tertium, triplum solidum sub GC & quadrato ex AB, minus cubo ex GC.

Sed primum, æquale est solido sub CE & quadrato ex AB, ex antepenultima propositione.

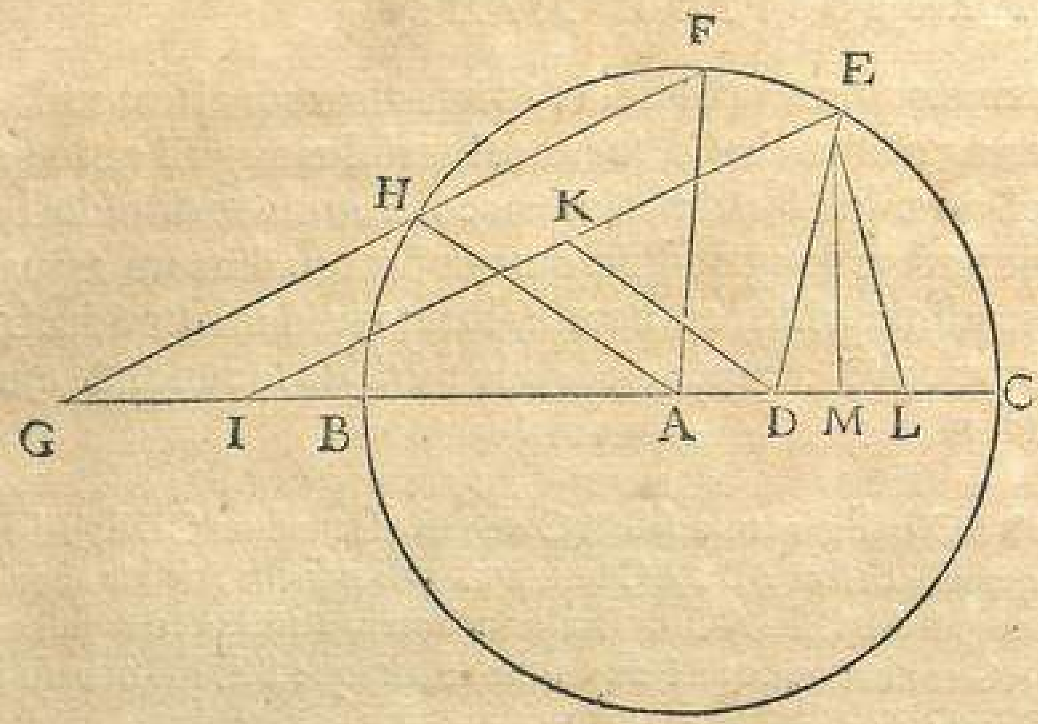
Quare secundum quoque & tertium, æquantur eidem solido sub CE & quadrato ex AB. Vnde constat propositio.

PROPOSITIO XIX.

Diametrum circuli ita continuare, ut sit continuatio ad semidiametrum adjunctam continuationi, sicut quadratum semidiametri ad quadratum continuatæ diametri.

Sub A centro, diametro BAC describatur circulus, & sumatur CD triens diametri, & arcus CE triens semicircumferentiæ, seu aliter, arcus hexagoni. Et connectatur ED, cui agatur parallela semidiameter AF, & à puncto F in CB productam ducatur FG, secans circumferentiam in H, ita ut HG sit semidiametro AB seu AC æqualis. Ipsi autem FG parallela agatur EI, secans CG in I. Dico factum esse quod oportuit, esse enim ut IB ad

IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IC. Iungatur enim AH, & ipſi parallela agatur DK, & in BC continuata ponatur EL, ipſi DE æqualis.



Quoniam igitur trianguli GHA crura GH, HA æqualia ſunt, & à baſis termino A educta eſt AF ipſi GH cruri æqualis. Angulus FAC fit triplus anguli HAG. Triangulis autem GHA, HAF ſimilia ſunt triangula IKD, KDE, & triangulum æquicrurum eſt IKD. Sed conſtuctum æquicrurum quoque eſt triangulum DEL, & ſunt crura DE, EL cruribus IK, KD æqualia, & angulus EDL ſeu ELD, anguli KID, ſeu KDI triplus.

Quare cubus ex ID, minus ſolido triplo ſub ID & quadrato ex IK ſeu DE, æquale eſt ſolido ſub DL & eodem quadrato ex DE.

Eſt autem AD triens ſemidiametri AB, & cum ex E cadet in diametrum perpendicularis EM, fit DM ſextans ſemidiametri. dodrantem vero quadrati ex AB, æquabit quadratum ex EM; quod quidem quadratum ex EM adjunctum quadrato ex DM, valet quadratum ex DE. Quadratum igitur ex DE, æquat dodrantem quadrati ex AB plus tricesima ſexta ejuſdem. Et eſt quadratum ex AB ad quadratum ex DE, ſicut novem ad ſeptem. * Itaque triplum quadratum ex DE, æquale eſt quadrato ſeptupartiente tertias ex AB. Solidum vero ſub DL & quadrato ex DE, æquabitur cubo ſeptupartiente vicesimas ſeptimas ex AB.

Quare cubus ex ID, minus ſolido ſub ID & quadrato ſeptupartiente tertias ex AB, æquale eſt cubo ſeptupartiente viceſimas ſeptimas ex AB. Atque hoc eſto primum illatum. Omnia autem ea ſolida ſumantur vicies ſepties. Ergo cubus vicies ſepties ex ID, minus ſolido ter & ſexagies ſub ID & quadrato ex AB, æquatur cubo ſepties ex AB. Qua æqualitate ad analogiam revocata, eſt ut quadratum ex ID novies, minus quadrato vicies ſemel ex AB ad quadratum ſepties ex AB, ita AB ad triplam ID. Et vero quadratum ex ID, valet quadratum ex IA, & quadratum ex AD, una cum eo quod fit ſub AD, IA bis. Ipſa autem AD eſt triens AB. Quare quadratum novies ex ID, valet quadratum novies ex IA, plus eo quod fit ſub IA, AB ſexies, plus quadrato ſemel ex AB. Eſt igitur ut quadratum novies ex IA, plus eo quod fit ſub IA, AB ſexies, minus quadrato vicies ex AB ad quadratum ſepties ex AB, ita AB ad compoſitam ex AB, & tripla IA. Qua reſoluta analogia, cum quæ fient ſolida diviſionem quæque à vicenario ſeptenario numero accipient, cubus ex IA, plus ſolido ſub AB & quadrato ex IA, minus ſolido duplo ſub IA & quadrato ex AB, æquatur cubo ex AB. Atque hoc eſto ſecundum illatum.

Eadem autem æqualitas rurſus ad analogiam revocetur, erit igitur ut IA minus AB ad AB, ita quadratum AB ad quadratum ex IA plus eo bis quod fit ſub IA, AB, & per diæreſin ut IA minus AB ad IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IA plus eo bis quod fit ſub IA in AB plus quadrato ex AB, & interpretando ut IB ad IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IC. Quod tandem erat demonſtrandum.

Ex primo illato fit, AB 100, 000, 000. fit ID, 124, 697, 960 ἔγγιστα.

Scholium.

Et eſt quadratum ex AB ad quadratum ex DE, ſicut 9 ad 7. Eouſque modo verba ſunt plana
* *Itaque DE quad. 3, æquale eſt AB quad.* $\frac{7}{3}$: *nam tertia pars utriuſque termini proportionis 9 ad*

ad 7 sumitur. Solidum vero sub D L & D E quadrato, æquatur A B cubo $\frac{7}{27}$: nam A B quad. $\frac{7}{3}$ in A B (quæ tripla est D L,) facit solidum triplum facto ex D E quad. 3. in D L, hoc est, A B quad. $\frac{7}{9}$ in A B, solidum fit triplum solido ex D E quad. in D L. tertia igitur illius pars supple A B cubus $\frac{7}{27}$, æqualis erit solido ex D E quad. in D L. Quare I D cubus — I D in A B quad. $\frac{7}{3}$, æquatur A B cubo $\frac{7}{27}$. Est enim A B quad. $\frac{7}{3}$ id quod D E quad. 3: & ex 16 hujus sunt duo triangula æquicrura, ipsaque alterum alteri cruribus æqualia; angulusque ad basin secundi triplus est anguli ad basin primi. ideo sequitur I D cubum — I D in A B quad. $\frac{7}{3}$, æquari A B cubo $\frac{7}{27}$. Atque hoc esto primum illatum.

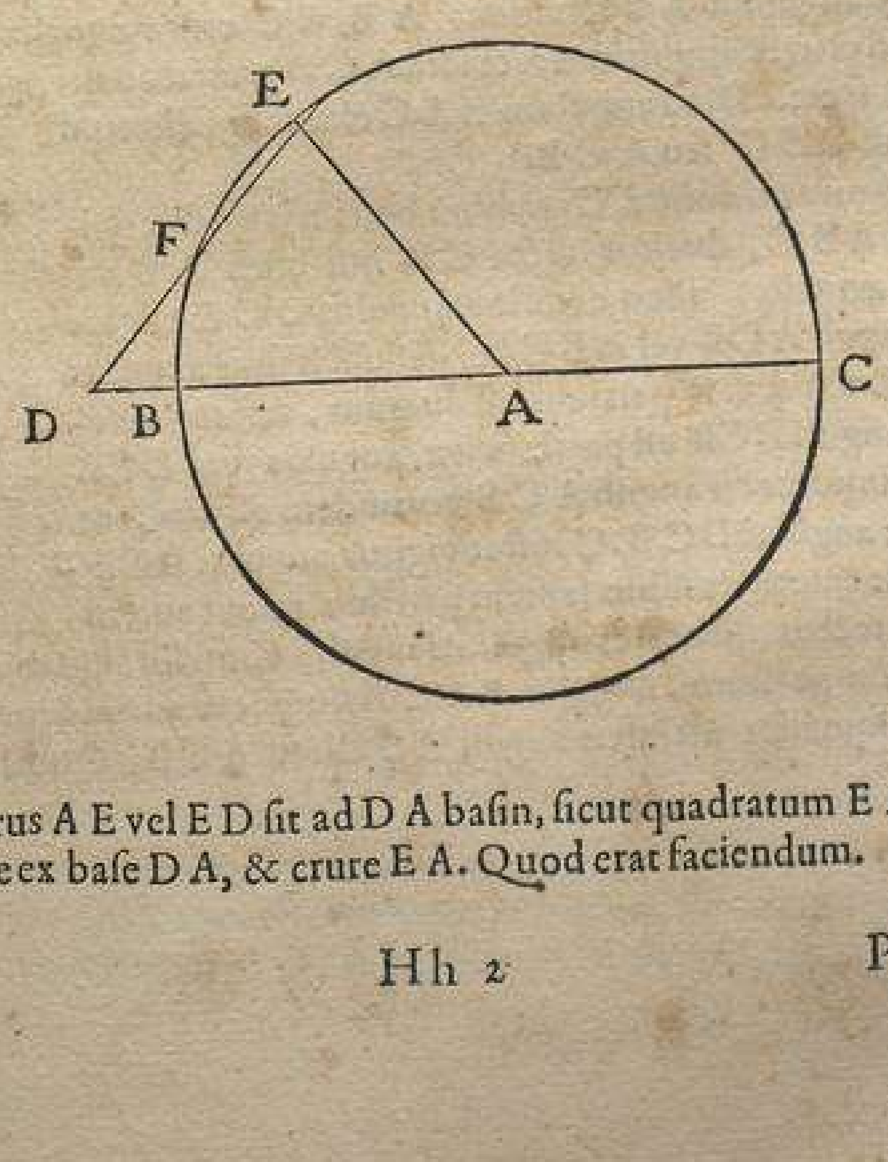
Omnia ea solida sumantur 27^{ties}. Erit I D cubus 27 — I D in A B quad. 63, æqualis A B cubo 7. Revocata ad analogiam æquatione, erit ut I D quad. 9 — A B quad. 21 ad A B quad. 7, ita A B ad I D 3: (nam ex resolutione hujus analogiæ secundum artem, conficitur illa æqualitas.) Sed I D quad. valet ex 4^{ta} 2^{di} Elem. I A quad. + A D quad. + I A in A D 2. Ipsa autem A D triens est ipsius A B. igitur I D quad. 9, valet I A quad. 9 + I A in A B 6 + A B quadrato. Ideo erit, ut I A quad. 9 + I A in A B 6 — A B quad. 20 ad A B quad. 7, ita A B ad I D 3, hoc est, ad compositam ex A B & tripla I A. Qua resoluta analogia, erit I A cubus 27 + I A quad in A B 18 — I A in A B quad. 60 + A B in I A quad. 9 + A B quad. in I A 6 — A B cubo 20, æqualis A B cubo 7. Vltimus A B cubus negatus transit in contrariam adfectionem, facta reductione partium similium & homogenearum. I A cubus 27 + I A quad. in A B 27 — A B quad. in I A 54, æquabitur A B cubo 27. Et divisione accepta à 27. I A cubus + I A quad. in A B — I A in B A quad. 2, æquabitur A B cubo. Atque hoc esto secundum illatum.

Eadem æqualitas rursus ad analogiam revocetur. erit igitur ut I A — A B ad A B, ita A B quad. ad I A quad. + I A in A B 2. Nam resolvendo fit æqualitas sub I A cubo + I A quad. in A B 2 — A B in I A quad. — A B quad. in I A 2, & A B cubo. hoc est, per subductionem homogeneorum inter I A cubum + I A quad. in A B — I A in A B quad. 2, & A B cubum. Et per diæresin illius analogiæ erit, ut I A — A B ad I A, ita A B quad. ad I A quad. + I A in A B 2 + A B quad. & interpretando, ut I B ad I A, ita A B quadratum ad I C quadratum. Quod tandem erat demonstrandum.

PROPOSITIO XX.

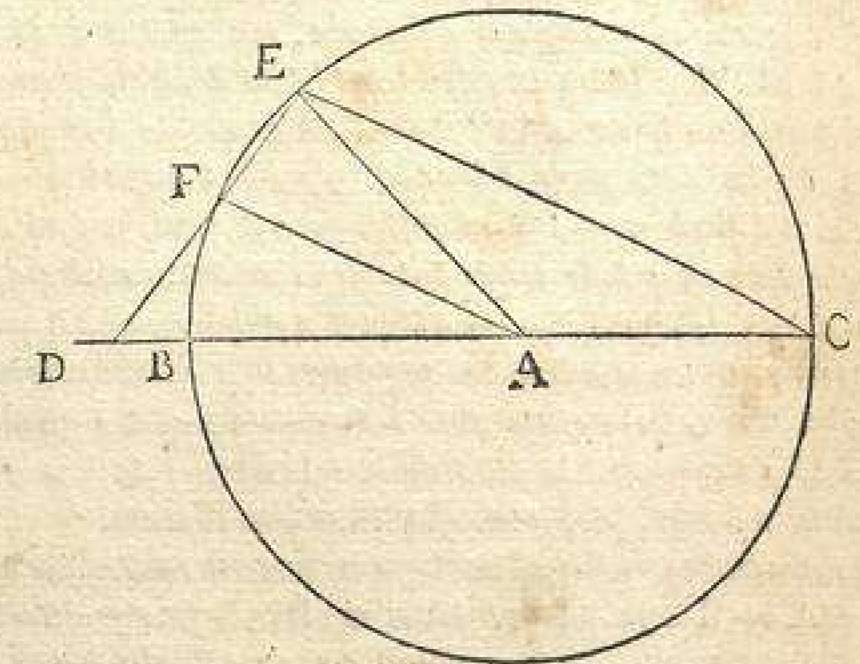
Constituere triangulum æquicrurum, ut differentia inter basin & alterum è cruribus sit ad basin, sicut quadratum cruris ad quadratum compositæ ex crure & base.

Exponatur circulus sub A centro, diametro quacumque B C descriptus, & continuetur C A B diameter in D, ita ut D B sit ad D A, sicut quadratum ex A B ad quadratum ex D C, & ex D ponatur in circumferentia recta D E ipsi A B vel A C æqualis, & jungatur A E. Dico triangulum D E A esse quale quæritur. Crura enim E D, E A æqualia sunt. Est autem D B differentia inter basin D A & crus A C seu A B. Ipsa vero D C composita est ex D A base & A C, id est A E crure. Constitutum igitur triangulum est D E A æquicrurum, ut D B differentia inter basin & crus A E vel E D sit ad D A basin, sicut quadratum E A vel E D ad quadratum compositæ ex base D A, & crure E A. Quod erat faciendum.



PROPOSITIO XXI.

Si fuerit triangulum æquicrurum, ſit autem differentia inter baſin & alterum è cruribus ad baſin, ſicut quadratum cruris ad quadratum compoſitæ ex crure & baſe: quæ à termino baſis ducetur ad crus linea recta ipſi cruri æquali, ſecabit bifariam angulum ad baſin.



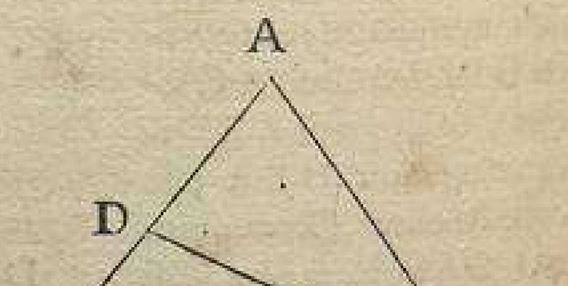
Repetatur antecedens conſtructio, actaque D E ſecet quoque circulum in F, & jungatur A F. Dico A F ſecare bifariam angulum E A D.

Quoniam enim ex hypotheſi eſt ut DB ad DA, ita quadratum ex A B ad quadratum ex
A D C: ideo eſt ut D B ad A B, ita quod fit ſub D A, A B ad quadratum ex D C. ſed D B ad D E ſeu A B, eſt ut D F ad D C. Quare eſt D F ad D C, ſicut id quod fit ſub D A, A B ad quadratum ex D C. Et conſequen-
B. ter eſt D F ad A B ſeu D E, ſicut D A ad D C; & ſubducendo eſt D F ad F E, ſicut D A ad A C. Quare connexa E C fit ipſius F A parallela. Itaque angulus E C D angulo F A D eſt æqualis. Sed angulus E A D duplus eſt anguli E C D, cum ille ſit è centro, hic è circumferentia. Angulus igitur E A D ſectus eſt bifariam à recta A F. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XXII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, quæ autem è termino baſis ducetur ad crus linea recta ipſi cruri æqualis, ſecet bifariam angulum ad baſin: angulus ad verticem æquicruri, ſeſquialter eſt utriuſque angulorum ad baſin.

Sit triangulum A B C habens A B, A C crura æqualia, à cujus termino C cum ducitur ad crus ei oppoſitum recta linea C D cruri æqualis, quæ ipſum A C B angulum bifariam ſecet. Dico angulum B A C eſſe ſeſquialterum anguli A B C ſeu A C B.



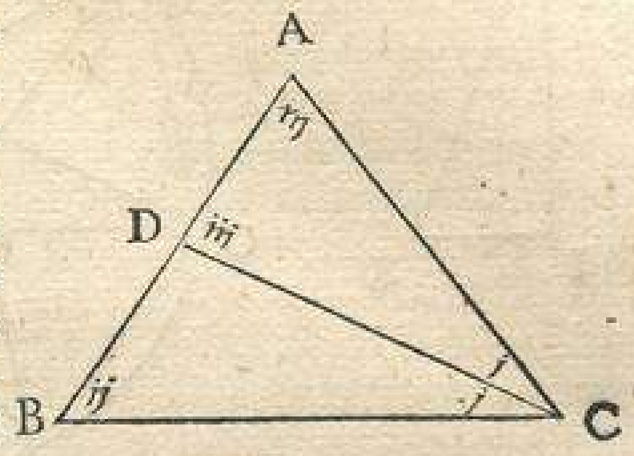
Quoniam enim à C termino baſis trianguli æquicruri A B C, ducitur recta C D ipſi cruri A B vel C A æqualis, ideo exterior angulus D C E triplus eſt anguli A C B vel A B C. Qualium itaque angulus A B C ſeu A C B partium eſt duarum, talium exterior anguli D C B eſt partium ſex, angulus vero D C A qui dimidius eſt anguli A C B eorundem eſt una, ut etiam angulus D C B. Conſtant igitur angulus D C E & ſuus exterior talibus ſeptem partibus, valent autem duos rectos, ſicut tres anguli trianguli. Cum ſint igitur anguli A B C, A C B quilibet duarum partium, angulus B A C relinquitur earundem trium. Eſt igitur B A C angulus ſeſquialter utriuſvis anguli A B C ſeu A C B. Quod erat oſtendendum.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, cujus angulus qui existit in vertice sit sesquialter utriusque angulorum qui sunt ad basin, & à termino basis ducatur ad crus linea recta ipsi crūri æqualis, unde fiat triangulum rursus crurum æqualium, quorum unum est educta secans, alterum crus primi non sectum: erit in isto secundo triangulo uterque angulorum qui sunt ad basin triplus reliqui.

Sit triangulum A B C habens crura A B, A C æqualia, & sit angulus B A C sesquialter utriusque angulorum A B C, A C B, & à C basis termino ducatur in crus A B recta C D ipsi A B vel A C æqualis, unde triangulum A C D rursus sit æquicrurum habens crura C D, C A æqualia. Dico in triangulo A C D utrumque angulorum A D C, D A C esse triplum anguli D C A. Quoniam enim angulus B A C sesquialter est anguli A B C, vel A C B, ideo qualium partium angulus A B C est duarum, talium B A C est trium. Sed & earundem angulus A C B est duarum cum sit angulo A B C æqualis, atque adeo tres anguli trianguli A B C, id est duo recti, æstimantur septem.



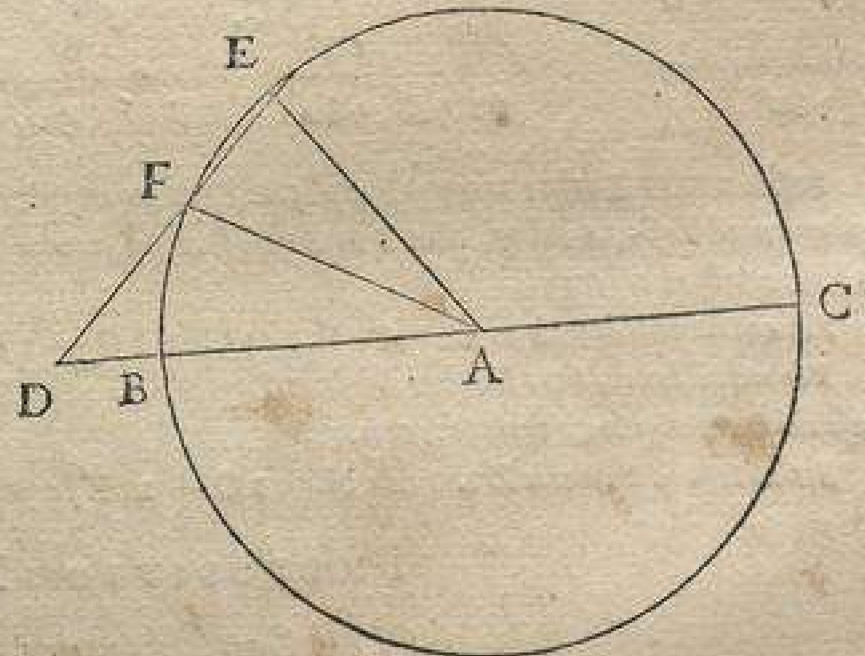
Quoniam autem æquicrurum quoque sit triangulum A C D, habens videlicet crus D C cruri C A æquale, ideo qualium angulus D A C taxatus est trium partium, talium erit totidem angulus A D C, atque adeo angulus A C D pars una, cum talium duo recti sint septem. In triangulo igitur A D C uterque angulorum D A C, A D C est triplus reliqui A C D. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXIV.

In dato circulo heptagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

Sit datus circulus cujus A centrum, diameter B A C. Oportet in dato circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

Diameter C B continuetur in D, ita ut D B ad D A sit, ut quadratum ex A B ad quadratum ex D C, & in circumferentia ponatur D E, æqualis semidiametro. Dico E B esse arcum heptagoni, id est, septimam partem totius circumferentiæ.

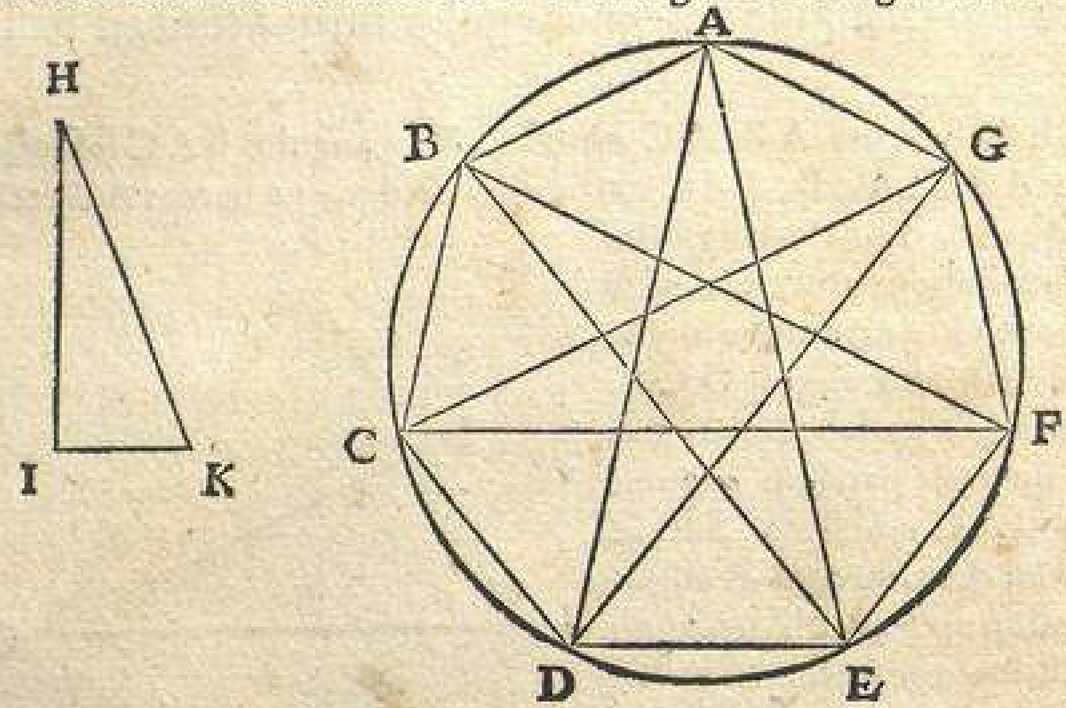


Secet enim D E ipsum quoque circulum in F, & jungantur semidiametri A E, A F. Est igitur triangulum D E A æquicrurum & ita constitutum, ut differentia basis & cruris ad basin est, sicut quadratum cruris ad quadratum compositæ ex crure & base. Quare recta A F ipsi cruri æqualis secat bifariam angulum ad basin, ideoque qualium duo recti sunt partium septem, talium angulus E A D est duarum. Qualium vero quatuor recti sunt septem, id est tota circumferentia, talium angulus E A D est una. Ipsius autem anguli E A D amplitudinem definit arcus E B. Quare arcus E B est septima pars totius circumferentiæ. Subtendatur igitur septies. Ergo in dato circulo inscriptum est heptagonum æquilaterum & æquiangulum. Quod facere oportebat.

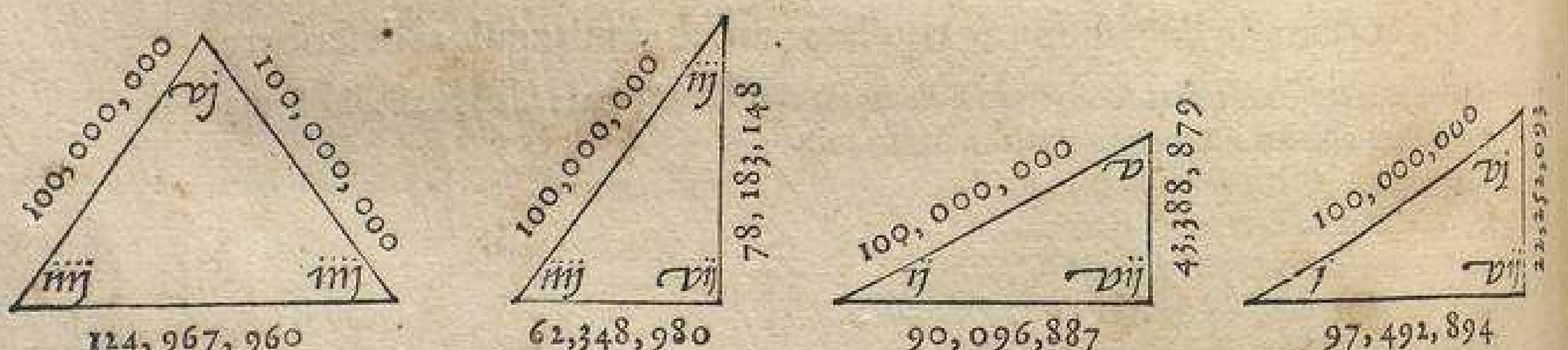
ALITER.

In dato circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

Sit datus circulus ABCDEFG. Oportet in ABCDEFG circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Exponatur triangulum æquicrurum HIK habens utrumque eorum qui sunt ad I, K angulorum triplum reliqui ejus anguli qui est ad H, & describatur in circulo ABCDEFG triangulum triangulo HIK æquiangulum, & sit illud ADE, ita ut angulo quidem qui est ad H æqualis sit angulus DAE, utrique vero ipsorum qui ad I, K sit æqualis uterque ADE, AED. & uterque igitur ADE, AED anguli DAE est triplus. Quare uterque arcus AD, AE ipsius arcus DE est quoque triplus, & horum AD, AE arcuum trientes erunt ipsi DE arcui æquales. Sunto igitur trientes illi AB, BC, CD, AG, GF, FE, & subtendantur. Ergo in dato circulo descriptum est heptagonum æquilaterum & æquiangulum. Quod facere oportebat.



Sit hypotenusa 100, 000, 000 *angulus rectus* VII *partium, ita triangula rectangula septimarum se habent.*



Posito nempe Z crure trianguli æquicruri, cujus angulus ad verticem sesquialter est utriusque angulorum ad basin, A cubus, plus Z in A quadratum, minus Z quadrato 2 in A, æquatur Z cubo. Et sit A basis ejusdem trianguli.

Sit autem in numeris Z 1. *A* 1 N. 1 C + 1 Q — 2 N, *æquatur* 1.

Per reductionem vero E cubus, minus Z quadrato 21 *in E, æquatur Z cubo* 7. *Et sit E composita ex base illius trianguli & triente cruris.*

Sit autem in numeris Z 1. *E* 1 N. 1 C — 21 N, *æquatur* 7.

PROPOSITIO XXV.

& est Consectarium generale.

Generaliter id verum est, opere saltem alterutro, vel constructionis duarum mediarum continue proportionalium inter datas, vel sectionis anguli in tres partes æquales, omnia Problemata, alioqui non solubilia, explicari, in quibus cubi solidis, vel quadrato-quadrata plano-planis sine adfectione vel cum adfectione adæquantur.

Enim-

Enimvero ostensum est in tractatu de æquationum recognitione, æquationes quadrato-quadratorum ad æquationes cuborum reduci.

Cubos vero adfectos sub quadrato, ad cubos adfectos sub latere.

Rursus, adfectos cubos sub latere reduci ad cubos puros.

Adfectos vero cubos sub latere negate ita demum reduci ad puros, cum solidum, à quo adficitur cubus, negatur de cubo, & præterea triens plani coëfficientis cum latere adficiens solidum, cedit quadrato semissis latitudinis oriundæ ex adplicatione adfecti cubi ad prædictum trientem.

In cubis igitur puris, ut pote cum A, de qua quæritur, cubus proponitur æquari B quadrato in D, intelligentur B & D extremæ in serie quatuor continue proportionalium, & harum A, de qua quæritur esse secunda.

In cubis autem ita adfectis sub latere negate, ut triens plani coëfficientis cum latere adficiens solidum, præstet quadrato latitudinis semissis oriundæ ex adplicatione adfecti cubi ad prædictum trientem, ut pote, cum A cubus, minus B quadrato 3 in A, proponitur æquari B quadrato in D 2, & B præstet ipsi D. Duo intelligentur proponi triangula æquicrura, & ipsa cruribus æqualia alterum alteri, quorum secundi angulus, qui est basin, intelligitur triplus ad angulum, qui est ad basin primi, & basis secundi esse D, crus vero B. A autem de qua quæritur, esse basis primi.

In cubis denique ita adfectis, ut ipsi de adficiente solido negantur, ut pote, cum B quadratum 3 in E, minus E cubo, æquabitur B quadrato in D 2. Eadem stante constructione, quæ in antecedente formula exposita est, E de qua quæritur, fiet basis dimidia primi, multata continuatave longitudine ejus, cujus quadratum æquale est triplo quadrato altitudinis primi.

Quod enim in triangulo æquicruro crus semper majus sit base dimidia vel ex eo evidens fit, quod altitudo secet basin bifariam. Itaque cruris quadratum præstat quadrato dimidiæ per ipsius altitudinis quadratum.

Atque adeo duobus Problematis æquationes cuborum omnes, & quadrato-quadratorum cujuscumque adfectionis alioqui non solubiles explicabuntur, una inventione duarum mediarum inter datas, altera anguli dati in tres æquales partes sectione. Quod animadvertisse fuit operæ-pretium.

FINIS.

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ

PSEVDO-MESOLABVM

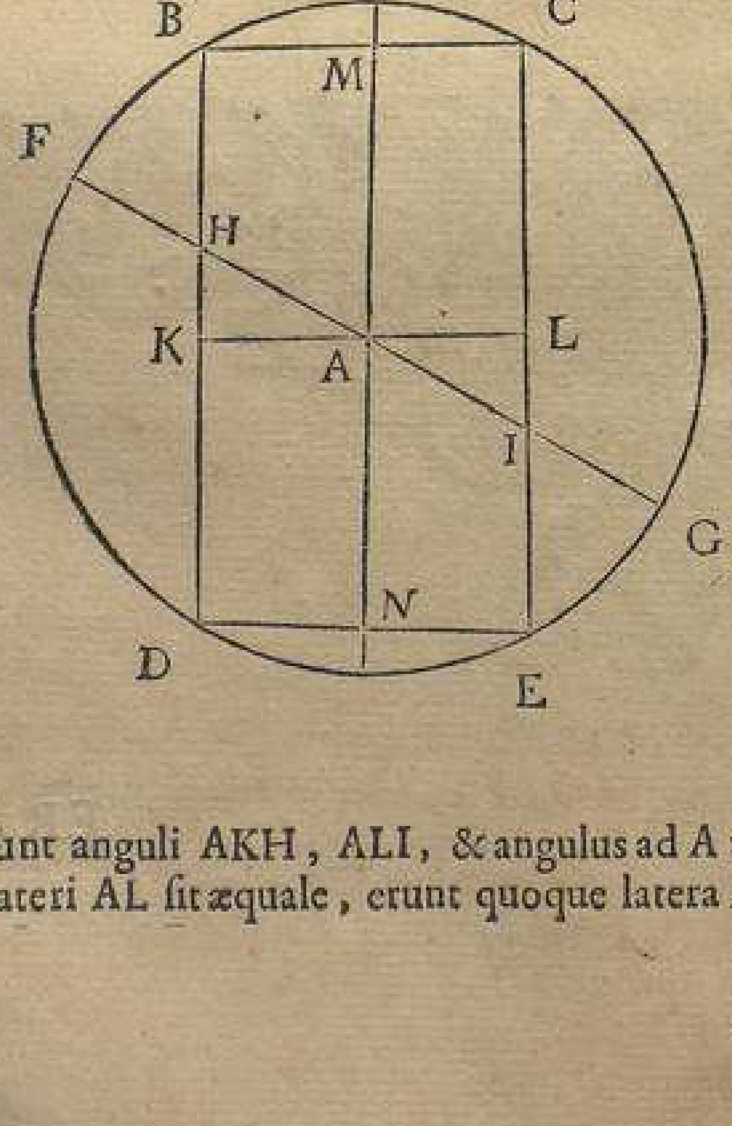
& alia quædam

ADIVNCTA CAPITVLA.

PSeudo-Mesolabum fabrico, ut Pseudo-Mesolabum, illibata Eratosthenis, cujus quidem epicherema fuit δυσμηχανὸν, sed generaliter ac vere propositum, laude & gloria. Mutua autem segmenta inscriptæ circulo & diametri esse proportionalia nemo nescit ex Elementis. Sed quatenus proportio continua est, operæpretium erat in Mesographicis definire. Enimvero bene compositori resolvunt, componunt bene resoluturi. Quare quatuor rectas proportionales in mutua sectione inscriptæ & diametri ita speculabor, ut non ideo mihi appareat esse continue proportionales, quia erant, & sequuta est ἐφάρμοσις, sed τὸ διότι in eo situ expendam, earum genesin à seipsis repetiturus, atque adeo angulorum, qui in ea sectione fiunt, & deluserunt incautos, symptomata adnotaturus. Sic igitur demonstro, sic facio.

PROPOSITIO I.

SI rectangulum est inscriptum circulo, & duo latera opposita secet diameter: pars diametri à lateribus illis intercepta secabitur bifariam in centro, & segmenta laterum oppositorum permutatim erunt æqualia.



Circulo, cujus centrum A, inscribatur rectangulum BCED, ac lateri quidem BD opponatur latus CE, utrumque vero secetur à diametro FG. Illud in H, hoc in I. Dico HI secari bifariam in A, & segmenta BH, HD segmentis CI, IE permutatim esse æqualia, hoc est BH æquari IE, & HD æquari CI. Agantur enim per A centrum KL, MN ipsis BC, BD parallelæ.

Acta igitur è centro AL secat rectam CE bifariam in L, & acta AM rectam BC bifariam in M. Et proinde LA, AK, id est CM, MB, sunt æquales. Triangula autem HAK & IAL similia sunt. recti enim sunt anguli AKH, ALI, & angulus ad A utrique est communis. Quare cum latus AK lateri AL sit æquale, erunt quoque latera AH, AI subtendentia angulum rectum æqualia,

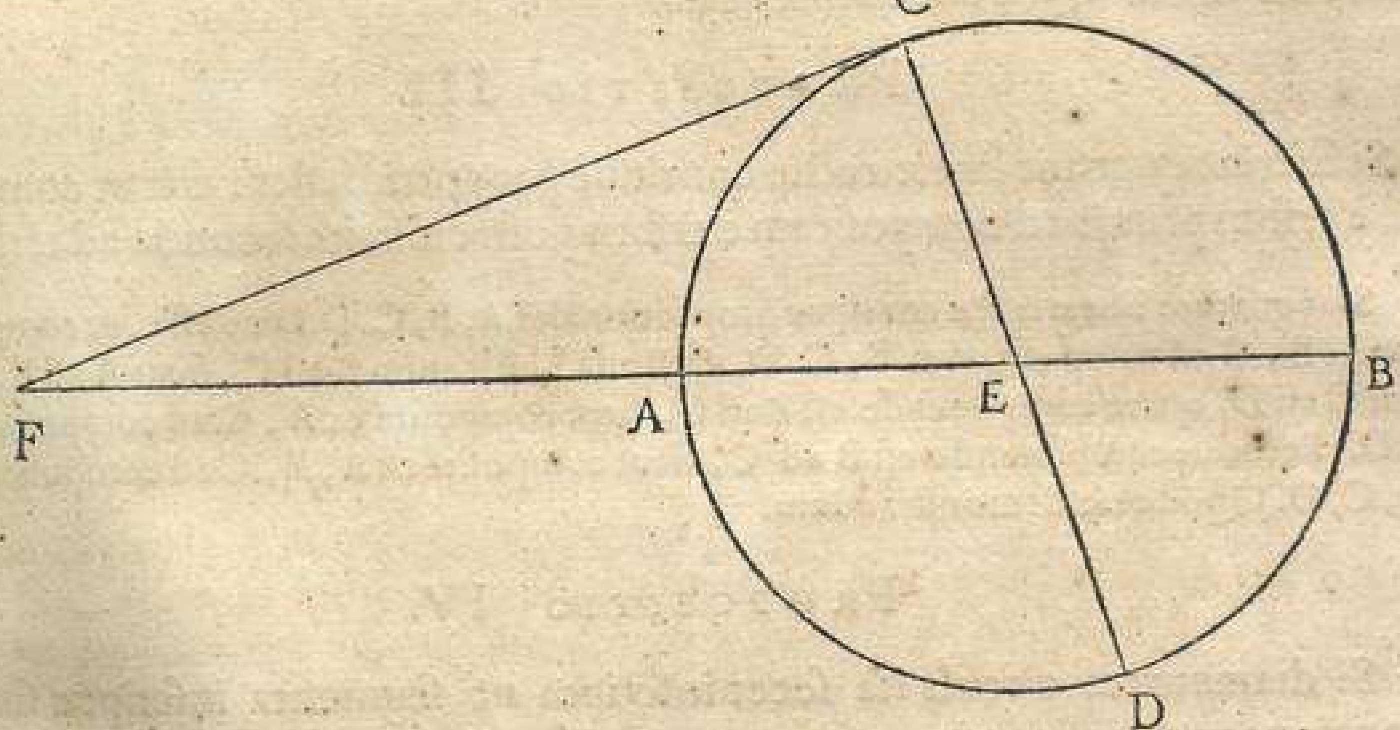
æqualia, ac æqualia quoque KH, LI. Et cum KD, CL ſint ſemiſſes æqualium BD, CE, utrique ſemiſſi addatur KH ſeu LI. Ergo DH erit æqualis CI, & reliqua BH reliquæ IE. Quod erat oſtendendum.

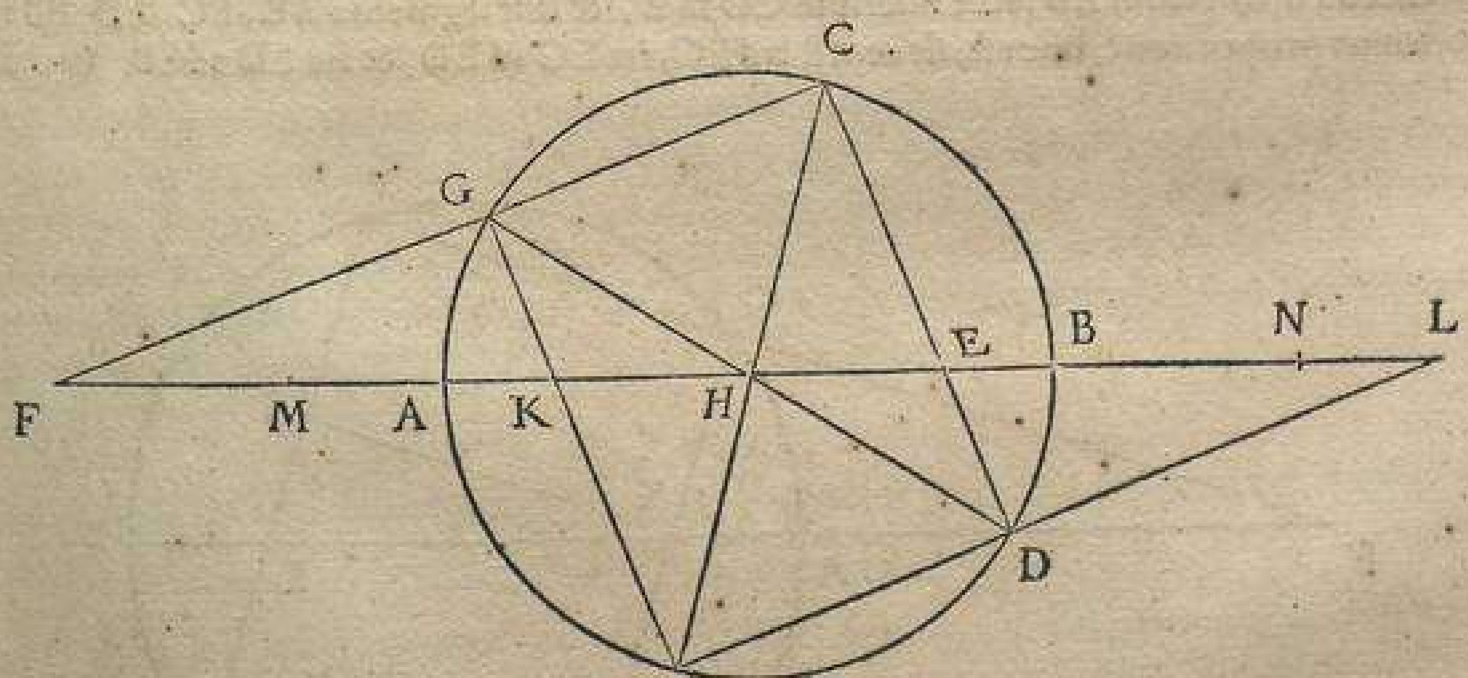
PROPOSITIO II.

Si diametrum circuli ſecet inſcripta, quæ vero per extremum inſcriptæ ducitur ipſi perpendicularis occurrat diametro in puncto quo continuata eſt diameter per intervallum inſcriptæ: erunt ſegmenta inſcriptæ in continua proportione, inter ſegmenta diametri.

Diametrum circuli AB inſcripta CD ſecet in E, excitetur autem ad C perpendicularis quæ occurrat diametro continuatæ ad partes A in F. Et ſit continuatio AF, æqualis ipſi inſcriptæ CD. Dico eſſe ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB.

Aut enim recta FC circulum tangit, aut ſecat. Primum tangat circulum recta FC.





Quoniam angulus FCD eſt rectus ex hypotheſi, ideo erit E centrum circuli, & ſegmenta quæque inſcriptarum, ſemidiametri. Itaque erit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB, æqualis videlicet ad æqualem.

Secet autem circulum recta FC in G puncto. Acta igitur GD erit diameter. Itaque centrum conſiſtit in mutua ſectione AB, GD. Sit illud H, & agatur diameter CI, & jungantur

gantur GI, DI, ipſaque GI ſecet AB in K. Rectangulum igitur eſt circulo inſcriptum GCDI. Itaque æquales ſunt KH, HE, atque adeo æquales AK, EB. Sed & GI, CD ſecantur in æqualia ſegmenta permutatim, nempe GK, ED ſegmenta æqualia ſunt, & CE, KI æqualia.

Producantur FB, ID ſeque mutuo ſecent in L. Triangula igitur rectangula LDE, FGK æqualium ſunt laterum, & angulorum. Itaque LB fit FA æqualis, id eſt CD ex hypotheſi. Abs FA igitur reſecetur FM ipſi CE æqualis. Itaque reliqua MA reliquæ ED fit æqualis. Abs LB vero reſecetur LN ipſi ED æqualis. Itaque reliqua NB reliquæ EC fit æqualis.

Quoniam igitur parallelæ ſunt FC, DL, atque adeo triangula FCE, LDE ſeu FGK ſunt ſimilia, erit FE ad EL, ſicut EC ad ED. Et ſubducendo erit ME differentia inter FM, FE ad EN differentiam inter LN, LE, ſicut EC ad ED. Sed & quia inſcriptæ circulo AB, CD ſeſe ſecant in E, ideo eſt AE ad EC, ſicut ED ad EB, & componendo eſt ME compoſita ex AE, AM ſeu ED ad EN compoſitam ex EB, BN ſeu EC, ſicut ED ad EB. Quare eſt EC ad ED, ſicut ED ad EB. Et proinde erit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO III.

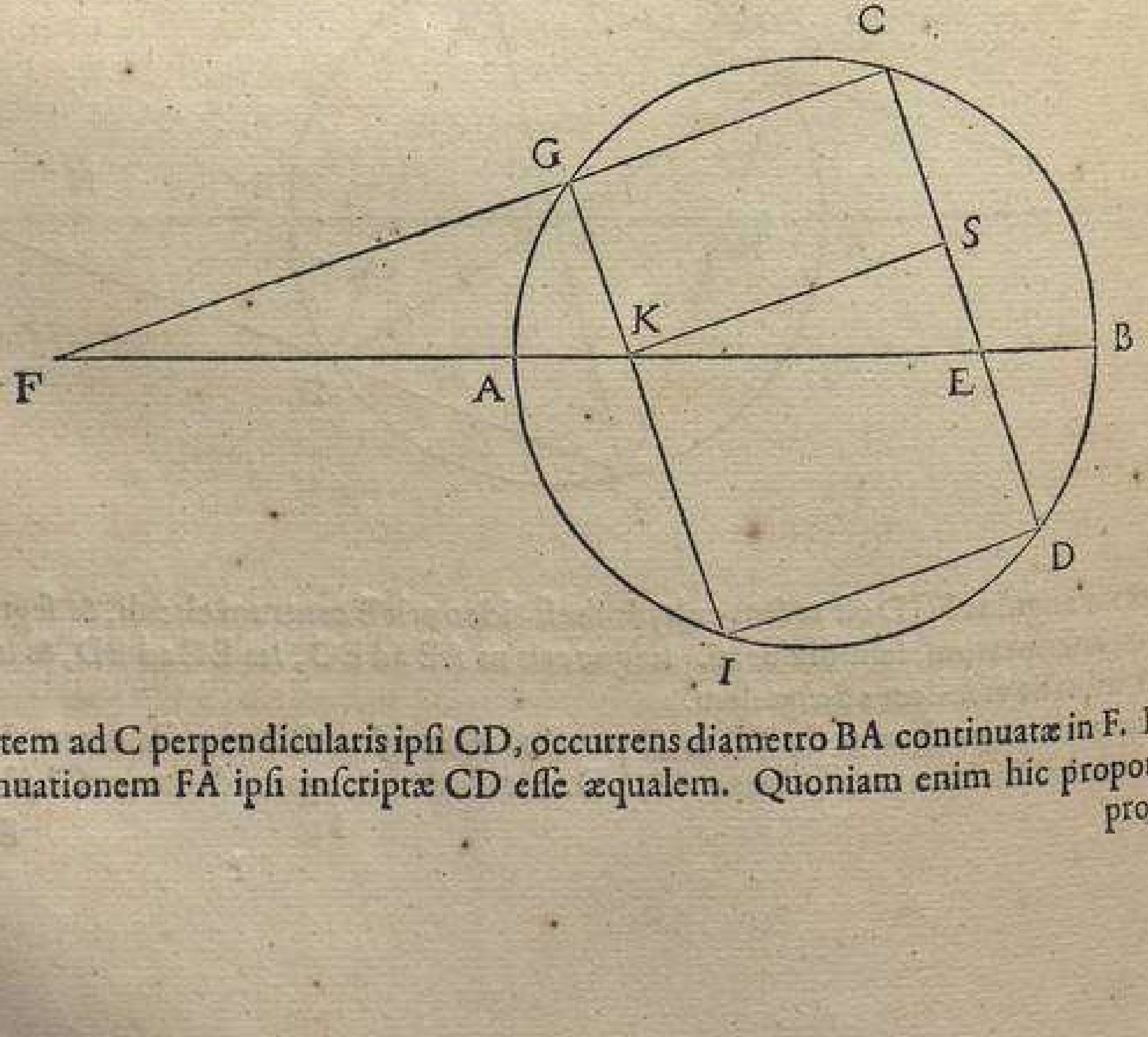
Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales: erit ut compoſita è tribus primis ad compoſitam è tribus poſtremis, ita ſecunda ad tertiam.

Sint quatuor lineæ rectæ continue proportionales A, B, C, D. Dico eſſe, ut compoſita ex A, B, C ad compoſitam ex B, C, D ita B ad C. Eſt enim B ad C, ſicut A ad B, & ſicut C ad D. quare componendo eſt B ad C, ſicut compoſita ex A, C ad compoſitam ex BD. Et rurſus componendo eſt B ad C, ſicut compoſita ex A, B, C ad compoſitam ex B, C, D. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IV.

Si diametrum circuli ita ſecet inſcripta ut ſegmenta inſcriptæ ſint in continua proportione inter ſegmenta diametri: quæ per extremum inſcriptæ ducitur, ipſi perpendicularis, occurret diametro in puncto quo continuata eſt diameter per intervallum inſcriptæ.

Circuli diametrum AB ſecet inſcripta CD in E, & ſint ſegmenta AE, EC, ED, EB in continua proportione, hoc eſt, ſit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB. Excite-



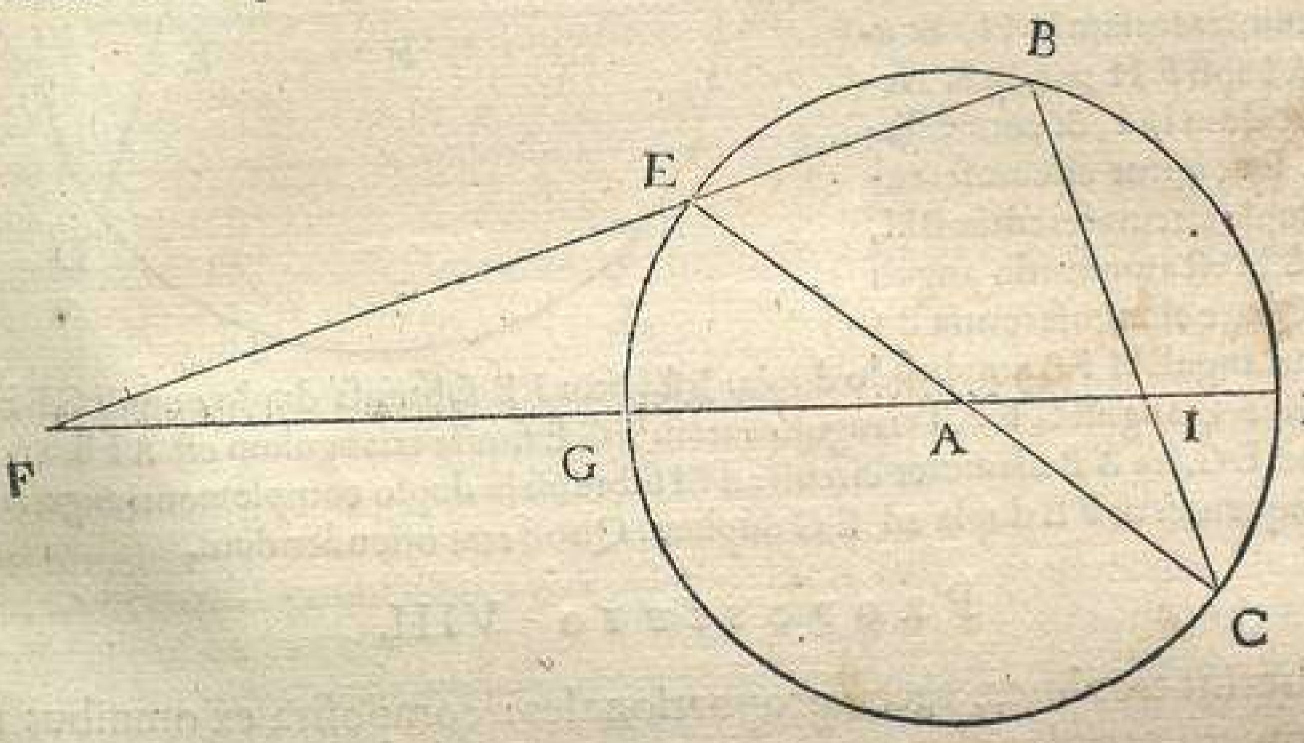
tur autem ad C perpendicularis ipſi CD, occurrens diametro BA continuatæ in F. Dico continuationem FA ipſi inſcriptæ CD eſſe æqualem. Quoniam enim hic proponitur propor-

proportio inæqualitatis non æqualitatis, & proinde C E, E D sunt inæquales, non erit E centrum circuli. Itaque recta F G circulum non tanget, sed secabit. Secet igitur in G, & compleatur parallelogrammum circulo inscriptum G C D I. ipsamque G I abscindat A B in K, & ducatur K S ipsi G C parallela, abscindens C D in S. Est igitur G K seu C S ipsi E D æqualis, & E B ipsi A K. Et quoniam sunt in continua proportione A E, E C, E D, E B ex hypothesi, ideo erit E C ad E D, sicut composita ex A E, C D ad compositam ex E B, C D. Et subducendo erit ut S E differentia inter E C, E D seu C S ad E D, ita K E differentia inter A E, E B seu A K ad compositam ex E B, C D Sed est quoque ut S E ad E D, ita K E ad F K. Quare F K eadem est quæ composita ex E B, C D. Vtrinque demastur E B seu A K. Ergo fit F A æqualis ipsi C D. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO V.

Circulo dato & inscripta: per centrum circuli ita secare inscriptam, ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter segmenta diametri.

Sit datus circulus, cujus A centrum, data quoque inscripta B C. Oportet facere quod propositum est. Agatur diameter C A E, & in juncta B E & continuata, sumatur ex A centro recta A F compositæ ex A C, C B æqualis, secans circulum in G, H, ipsam vero

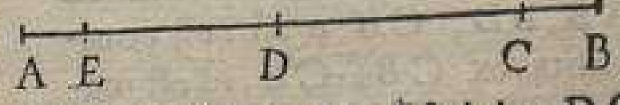


B C in I. Quoniam igitur angulus C B E est in semicirculo, ideo est rectus. Fit autem A G F ex hypothesi ipsi A C B æqualis, eaque secat circulum in G, H; B C vero in I. Quare ex iis quæ demonstrata sunt, est ut G I ad I B, ita B I ad I C, & ita C I ad I H. Circulo itaque dato cujus A centrum, data quoque inscripta B C, ita secta est B C in I per A centrum, ut inscriptæ B C segmenta B I, I C sint in continua proportione inter mutua diametri G H segmenta G I, I H. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO VI.

Si secetur linea recta inæqualiter: differentia inter semissem sectæ & segmentum, erit æqualis dimidiæ differentiæ segmentorum.

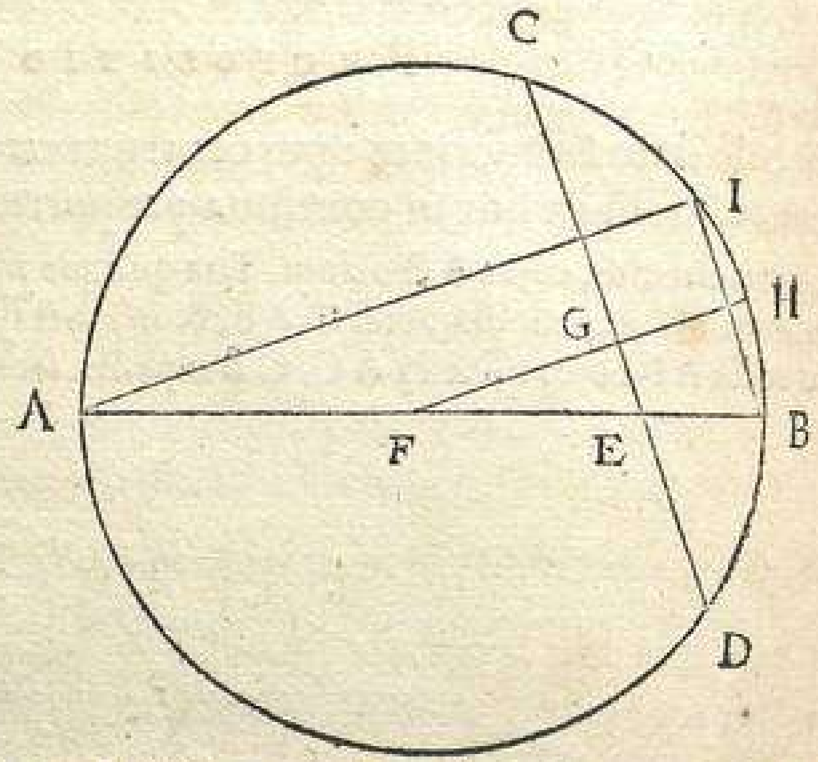
Secetur A B recta inæqualiter in C, æqualiter vero in D. Est igitur D C differentia inter A D semissem sectæ, & A C majus segmentum, vel inter D B id est A D, & C B minus segmentum. Dico ipsam D C esse dimidiam differentiam segmentorum A C, C B. Dupletur enim C D in E. Cum igitur ab æqualibus A D, D B auferentur æquales D C, D E, fit A E æqualis C B minori segmento. differentia autem inter A E, id est C B, & A C est E C, quæ constructa est dupla ipsius D C. Est igitur D C differentia dimidia segmentorum inæqualium A C, C B, in quæ secta est A B. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO VII.

Si diametrum circuli secet inscripta: erit ut differentia segmentorum diametri ad differentiam segmentorum inscriptæ, ita diameter circuli ad subtensam duplo complementi anguli sectionis inscriptæ & diametri.

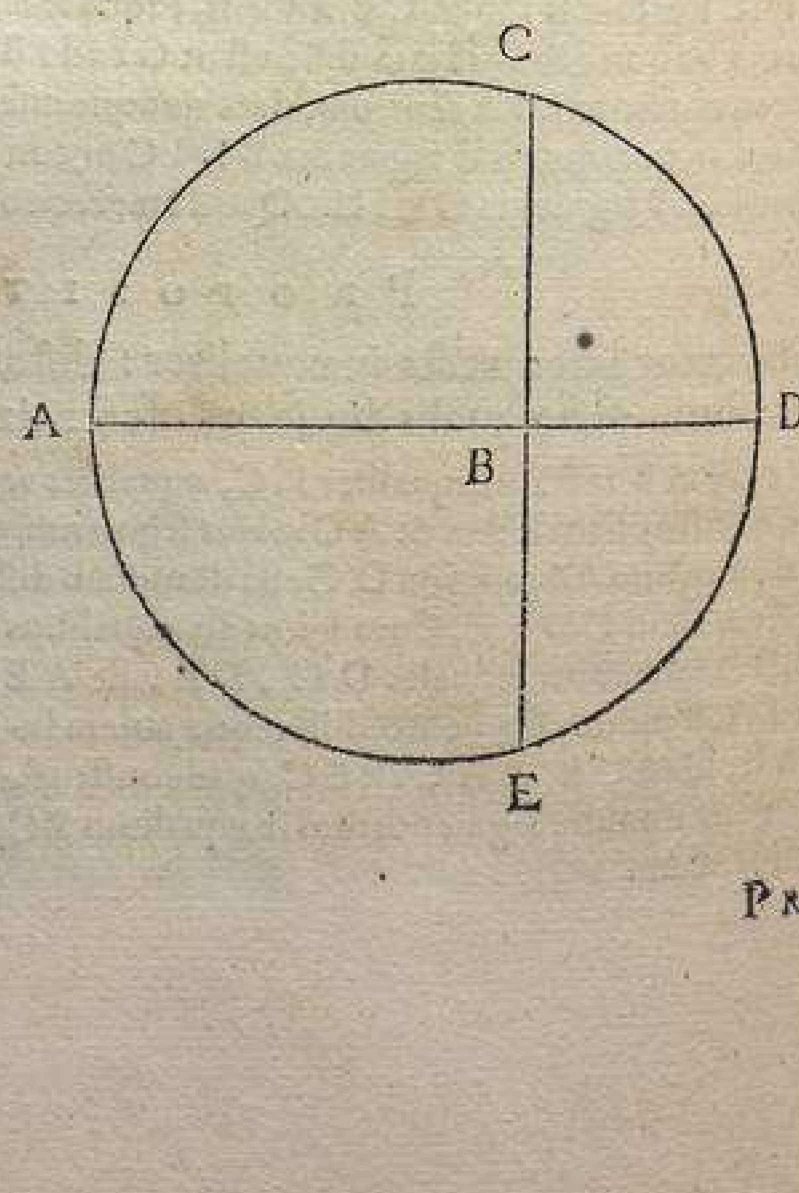
Diametrum enim circuli A B inscripta C D secet in E, quam acta è centro F G dividat bifariam in G. Est igitur F E dimidia differentia segmentorum A E, E B, & E G differentia dimidia segmentorum C E, E D. Dico itaque ut duplam F E ad duplam E G, ita esse diametrum A B ad subtensam duplo complementi anguli FEG. Quoniam enim acta è centro F G secat C D bifariam in G, ideo normaliter secat. Quare angulus G F E est complementum anguli G E F. Continuetur F G ad circumferentiam in H, & agatur A I ipsi F H parallela, secans circulum in I, & connectatur B I. Erit igitur circumferentia BI dupla circumferentiæ BH, & ipsa B H est amplitudo anguli H F B. Quare circumferentia B I erit ipsius anguli H F B amplitudo dupla. Est igitur I B subtensa duplo anguli G F E, seu complementi anguli G E F. Triangulo autem F G E simile triangulum est A I B. Ergo erit ut F E ad E G, ita A B diameter circuli ad BI subtensam duplo complementi anguli FEG, & consequenter ut F E dupla ad E G duplam. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO VIII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: composita ex omnibus major erit mediæ triplo.

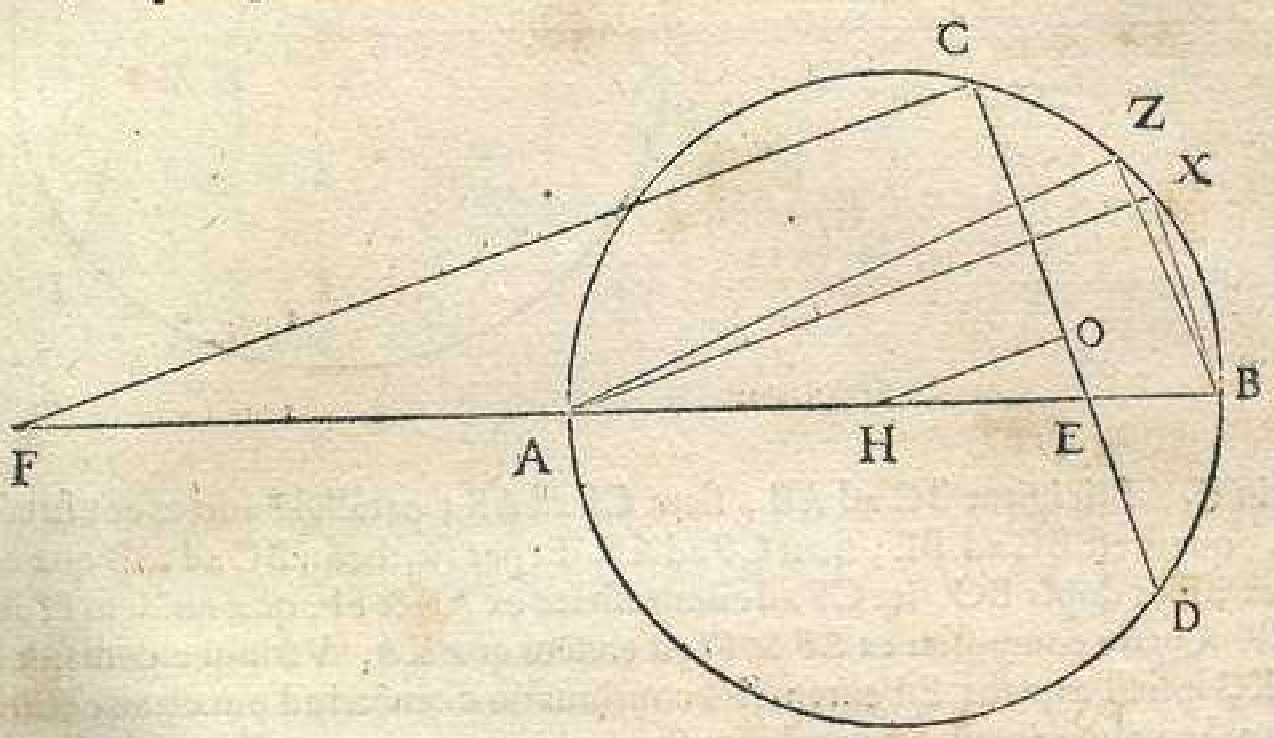
Sunto tres proportionales A B, B C, B D. Dico compositam ex A B, B C, B D majorem esse tripla B C. Faciant enim unam perpetuam lineam A B, B D, & fiat A D diameter circuli. Quæ igitur ex circumferentia cadet perpendiculariter ad B, erit ipsa B C. continuata autem secet quoque circulum in E. Est igitur C E dupla ipsius C B. Est autem minor diametro A D, cum diameter sit major inscriptarum, alioqui A B B C, B D essent æquales. Hic autem proponitur proportio inæqualitatis, non æqualitatis. Quare composita ex A B, B D major est composita ex C B, B E, & consequenter composita ex A B, B D, C B major est composita ex C B, C E, id est major tripla C B. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO IX.

Si diametrum circuli ita secet inscripta ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter mutua segmenta diametri: anguli, qui fit in sectione, duplum complementum, minus erit circumferentia, quæ à triente diametri circuli subtenditur.

Circuli, cujus H centrum, diametrum A B ita secet in E inscripta C D, ut E C, E D segmenta inscriptæ C D sint in continua proportione inter A E, E B segmenta mutua diametri A B. Secetur autem C D bifariam in O ex H centro, unde angulus O H E est complementum O E H, quoniam angulus ad O est rectus. Subtendatur deinde ad partes O recta B Z, sumpta æqualis trienti diametri A B. Dico anguli O H E duplam amplitu-



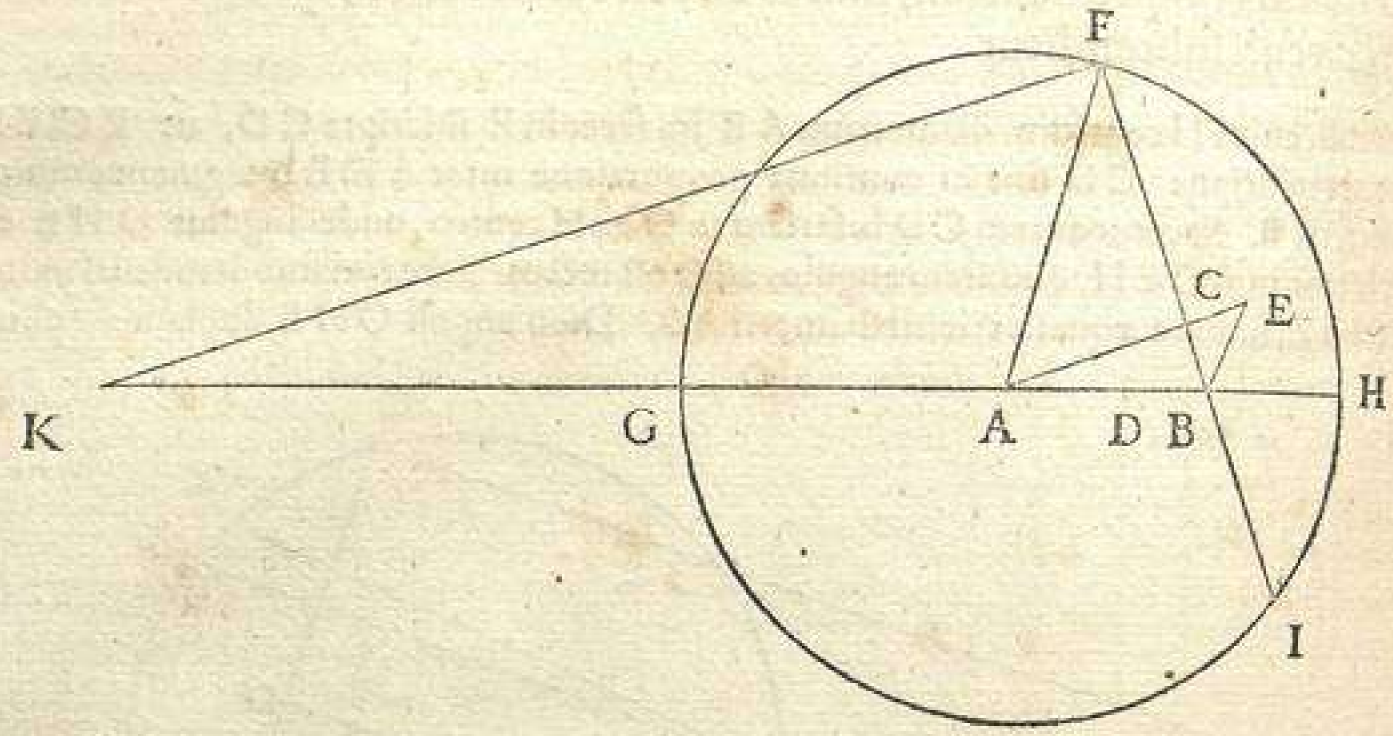
dinem minorem esse circumferentia Z B Connectatur enim A Z, & per C acta ipsi C D perpendicularis, occurrat diametro B A in F. Erit igitur F A ipsi C D æqualis. Itaque tota F E erit compositæ ex tribus proportionalibus A E, E C, E D æqualis, quæ majores sunt triplo mediæ E C. Quare F E ad E C majorem habet rationem quam tria ad unum, id est quam A B ad B Z. Habeat eandem quam A B ad B X, & subtendatur B X. erit igitur B X minor quam B Z, & consequenter circumferentia B Z major erit circumferentia B X. Eadem autem est ratio HE ad OE, quam FE ad E C, similia enim sunt triangula H E O, F E C. Itaque erit A X ipsius H O parallela, & circumferentia B X dupla amplitudo anguli O H E, seu X A B, seu C F E. Dupla igitur amplitudo anguli OHE minor est circumferentia Z B. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO X.

Ad datum angulum ei æqualem qui fit in sectione inscriptæ circulo, & diametri, exhibere mutua earum segmenta in continua proportione. Oportebit autem in eo triangulo rectangulo, cujus basis subtendetur angulo dato, perpendiculum esse minus triente hypotenusæ, quoniam hypotenusa ad perpendiculum est sicut diameter ad subtensam duplo complementi anguli sectionis.

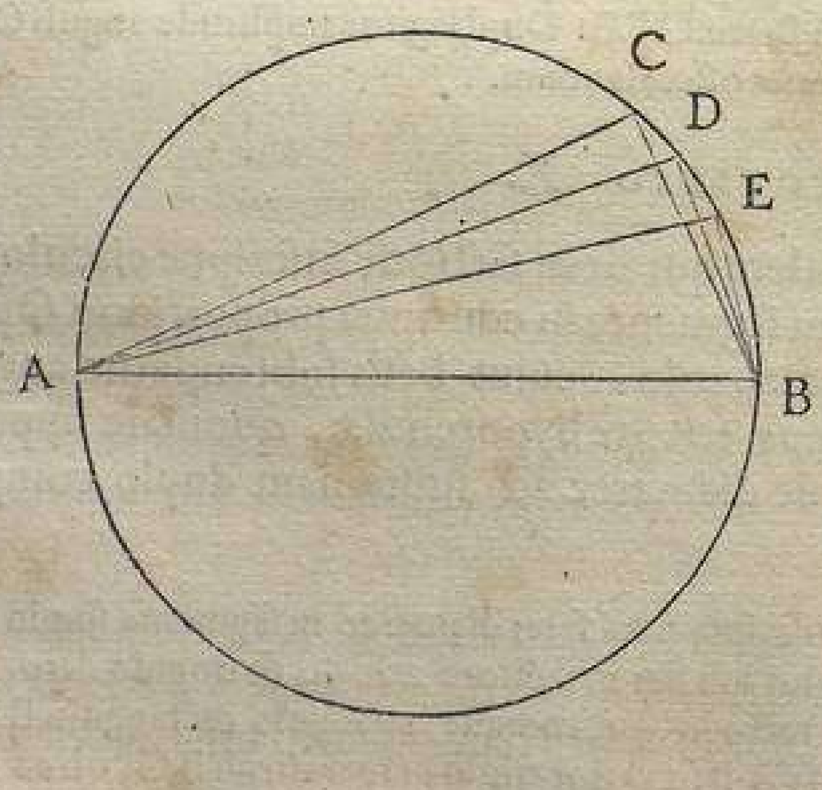
Oporteat exhibere circulum cui inscriptam ita secet diameter, ut segmenta sint in continua proportione, & præterea angulus qui fiet in sectione æqualis sit angulo dato. Detur angulus A B C, reliquus autem è recto in quocumque triangulo rectangulo B A C. Ita tamen ut ejus trianguli hypotenusa A B sit major triplo perpendiculi B C, ob ea quæ jam exposita & demonstrata sunt. Cum igitur ab A B abscindetur A D, æqualis duplæ

CB, rursus erit DB major ipsa CB. In continuata itaque AC sumatur BE ipsi DB æqualis, & per A agatur recta AF ipsi BE parallela, secans BC continuatam in F. Et centro A, intervallo AF describatur circulus, quem AB utrinque continuata secet in G, H, BC vero secet in F, I. Dico segmenta GB, BF, BI, BH esse in continua proportione. Excitetur enim per punctum F recta FK, ipsi FI perpendicularis, occurrens diametro GH con-



tinuatæ in K. Erit igitur BC ad AB, sicut CF ad AK; parallelæ autem constructæ sunt BE, AF. quare est BC ad BE, sicut CF ad AF. Et per synthesin BC ad AB quæ composita est ex BE & dupla BC, ita CF ad compositam ex AF & FI, quæ quidem FI dupla est ipsius CF. Quare composita ex AF & FI est eadem quæ KA. Vtrinque dematur AF seu AG, fit KG ipsi FI æqualis. Est autem KG continuatio diametri ad punctum occursus ejus rectæ quæ secuit inscriptam ad angulos rectos per ipsius extrema. Ergo sunt in continua proportione segmenta, GB, BF, BI, BH. Ad datum itaque angulum ABC ei æqualem qui fit in sectione inscriptæ & diametri, eundemque reliquum è recto cujusvis trianguli rectanguli dummodo illius hypotenusa major sit triplo perpendiculi, exhibita sunt ipsa segmenta in continua proportione. Quod erat faciendum.

Ex his licet angulorum qui fiunt in sectione inscriptæ & diametri cum mutua earum segmenta sunt in continua proportione, systemata expendere.



Sit circuli diameter AB. Et quoniam ratio diametri ad subtensam duplo complementi ejus anguli qui fit ab inscripta & diametro, cum segmenta earum sunt in continua proportione, est ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, oportet autem differentiam extremarum majorem esse triplo differentia mediarum. Subtendatur BC triens diametri AB. erit igitur angulus CBA systema extremum omnium angulorum quos oportebit eo esse majores.

Placeat autem cum continue proportionales sunt in ratione dupla systema adnotare. Quoniam ratio est ut 2 ad 1, numerus autem proximus post binarium est ternarius, ducatur 3 in 2, fiunt 6, quibus addatur unitas.

tas. Erit igitur differentia extremarum ad differentiam mediarum ut 7 ad 2. Quare qualium AB erit 7, talium subtenditor BD duarum, erit angulus DBA systema rationis duplæ. Et cum ratio continue proportionalium erit minor dupla, anguli sectionum erunt majores quidem angulo CBA, sed minores angulo DBA.

Placeat autem cum proportionales sunt in ratione tripla systema adnotare. Quoniam ratio est ut 3 ad 1, numerus autem proximus post ternarium est quaternarius, ducantur 4 in 3 fiunt 12, quibus addatur unitas. Erit igitur differentia extremarum ad differentiam mediarum ut 13 ad 3. Quare qualium AB erit 13 talium subtendetur BE trium. & erit angulus EBA systema rationis triplæ. Et cum ratio continue proportionalium erit minor tripla sed major dupla, anguli sectionum erunt majores quidem angulo DBA, sed minores angulo EBA.

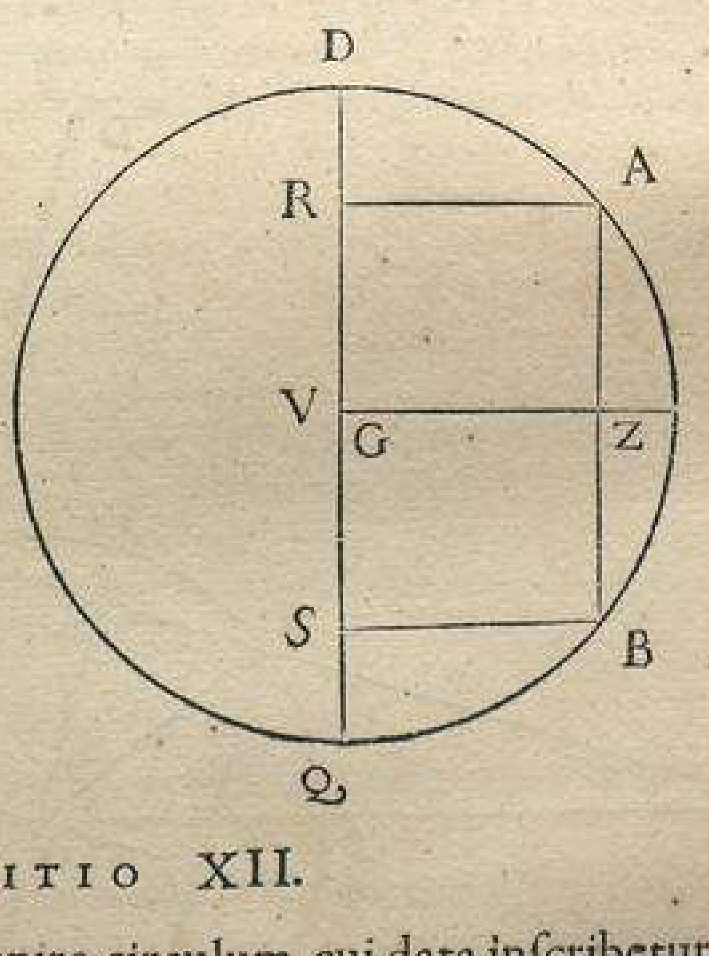
Ex Canonicis autem numeris triangulorum dabuntur iidem anguli, in partibus qualium rectus æstimatur XC, faciendo ut 7 ad 2, vel 13, ad 3, & ea in infinitum methodo, ita 100, 000 ad sinum complementi anguli qui fit ab inscripta & diametro. ut in tabella.

In ratione	*æqualitatis*	*Vt*	3	*ad*	1	*Ita 100, 000, ad*	33, 333	*Cui cōgruit angulus.*	XIX. XXVIII.	*Cujus complementum est is qui fit ab inscripta & diametro.*	LXX. XXXII.
	dupla		7		2		28, 571		XVI. XXXVI.		LXXIII. XXIIII.
	tripla		13		3		23, 077		XIII. XX.		LXXVI. XL.
	quadrupla		21		4		19, 048		X. LIX.		LXXIX. I.
	quintupla		31		5		16, 129		IX. XVII.		XXC. XLIII.
	sextupla		43		6		13, 953		VIII. I.		XXCI. LIX.
	sextupla		57		7		12, 281		VII. III.		XXCII. LVII.
	octupla		73		8		10, 959		VI. XVII.		XXCIII. XLIII.
	nonupla		91		9		9, 890		V. XLI.		XXCIII. XIX.
	decupla		111		10		9, 009		V. X.		XXCIV. L.

PROPOSITIO XI.

Si duæ parallelæ inæquales inscribantur circulo, & actæ per minoris extrema perpendiculares majorem abscindant: excessus majoris ex utravis parte erit æqualis.

Duæ parallelæ inæquales DQ, AB inscribantur circulo, majoremque DQ actæ AR, BS per extrema minoris AB, normaliter secent in R, S. Dico DR, SQ esse æquales. Circuli enim centrum esto G, per quod agatur diameter ipsis RA vel SB parallela, secans DQ, AB in V, Z. Cum igitur inscriptæ DQ, AB secentur è centro ad angulos rectos, ideo secabuntur bifariam. Erit itaq; DV ipsi VQ æqualis, & AZ seu RV ipsi ZB seu VS. Ab æqualibus igitur DV, VQ, æquales RV, VS subducuntor. Ergo DR fiet æqualis SQ. Quod erat ostendendum.

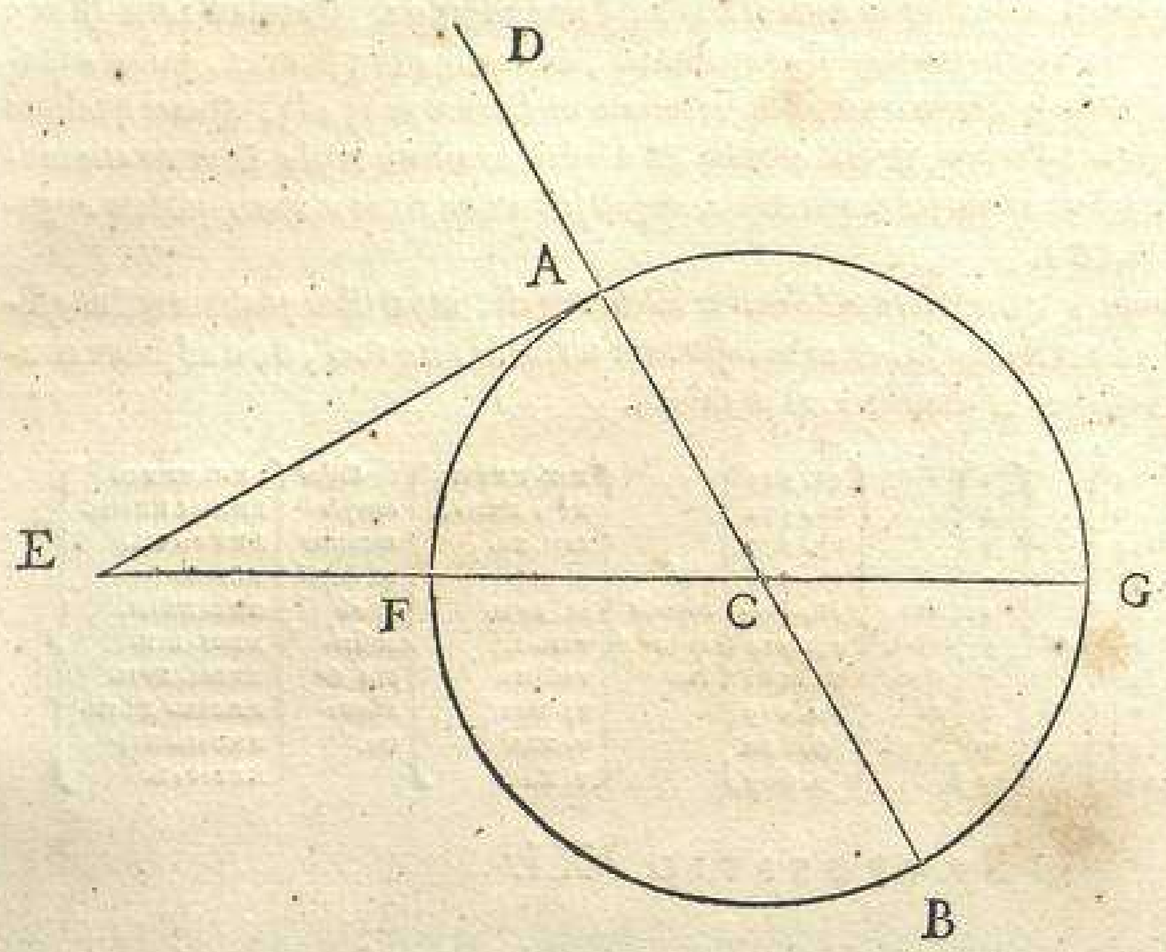


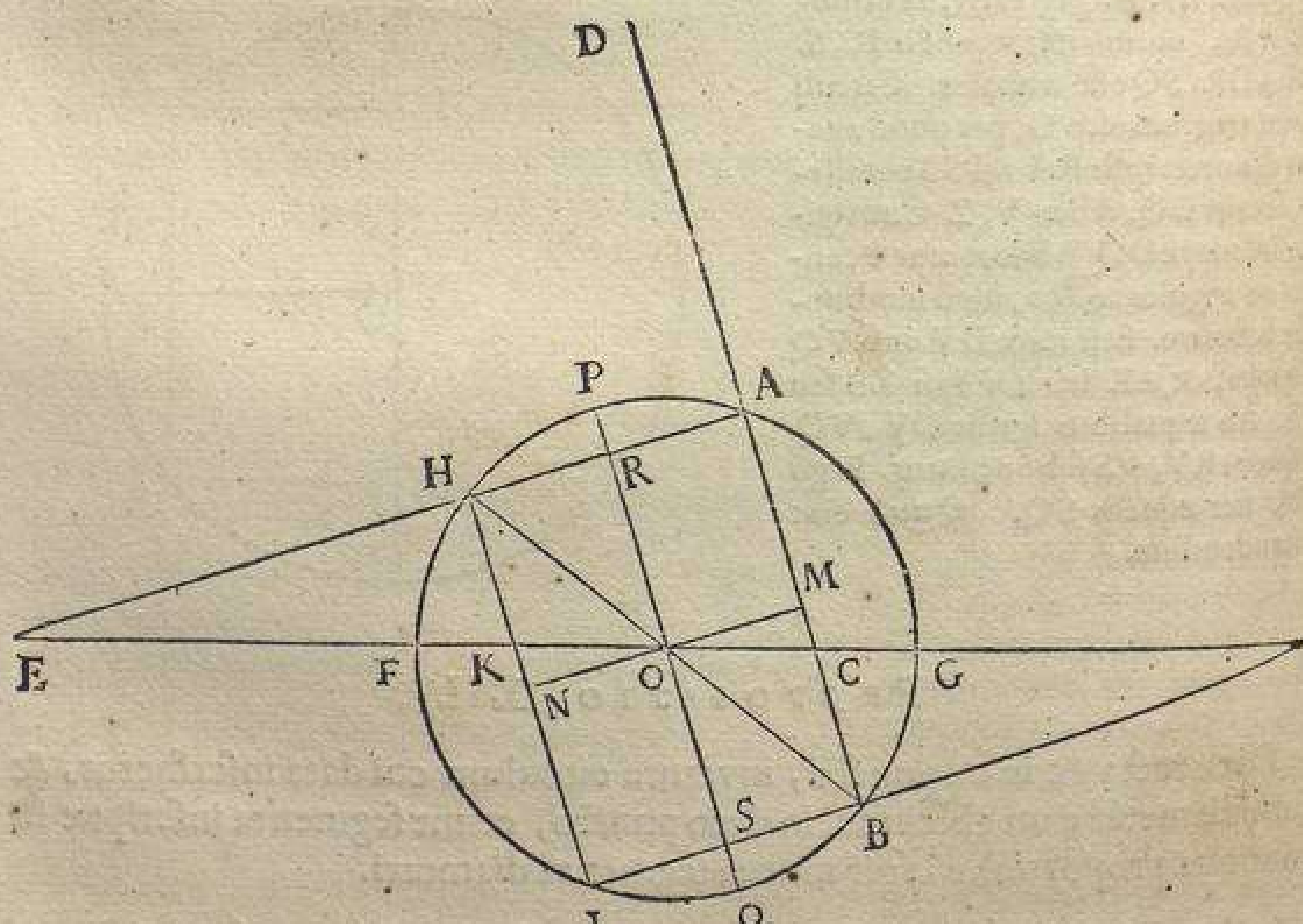
PROPOSITIO XII.

Data recta & in ea puncto, invenire circulum cui data inscribetur, & cum diameter eam abscindet in dato puncto, erunt segmenta inscriptæ in continua proportione inter mutua segmenta diametri.

Sit data recta AB, & in ea punctum C. Oportet facere quod propositum est. Fiat ut BC ad CA, ita CA ad AD, & coëant in eandem rectam BA, AD. & ad A excitetur ipsi CD perpendicularis AE. in qua sumatur CE toti BD æqualis, & abscindatur CF ipsi AD æqualis. & per puncta A, B, F ducatur circulus, quem FC quoque secet in G. Sunt igitur

tur, FG, AB inscriptæ circulo, quæ se mutuo secant in C. Itaque est ut FC ad CA, ita CB ad CG. Sed FC ad CA, est ut CA ad CB. Igitur est ut FC ad CA, ita CA ad CB, & ita CB ad CG. Sunt itaque segmenta AC, CB in continua proportione inter mutua segmenta FC, CG. Dico autem FG esse diametrum circuli. Aut enim AB secta est in C æqualiter, aut secus. Sit primum secta in C æqualiter. Quoniam factum est ut BC ad CA, ita CA ad AD, erit quoque FC id est AD æqualis ipsi CB seu CA. Itaque centrum erit ipsum C, & perpendicularis EA circulum cõtinget. Sed esto AB secta inæqualiter in C. Quoniã AB non est diameter, ideo perpendicularis EA circulum non continget, sed secabit. Secet in H, & subtendatur HB. Erit igitur HB diameter, angulus enim HAB, cum sit rectus est in semicirculo, agatur quoque HI ipsi AB parallela secans circulum in I, FG vero in K, & jungatur IB, & ea continuata occurrat ipsi





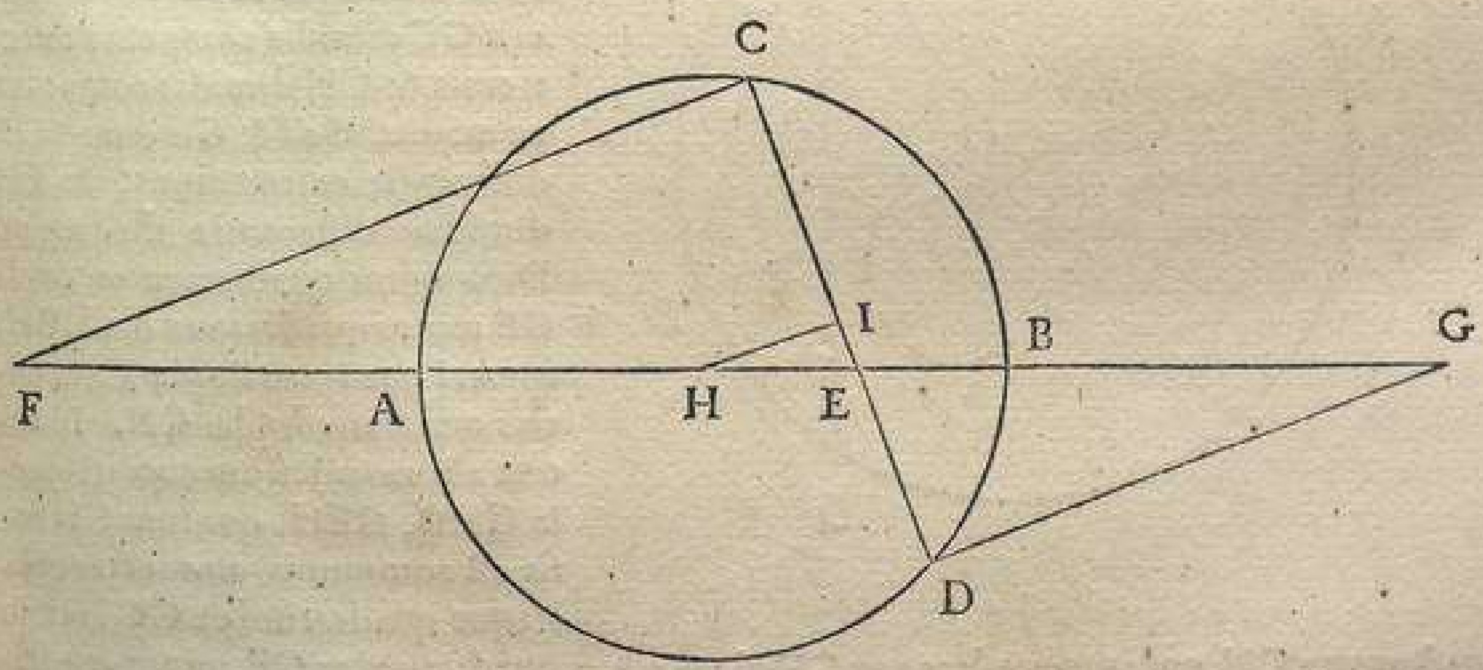
FG in L. Angulus igitur HIB erit quoque in semicirculo. itaque erit rectus, & rectangulum circulo inscriptum AHIB. Ducatur autem per medium AB recta MN, ipsi HA æqualis

æqualis & parallela secans FG in O. Erit igitur MC differentia dimidia segmentorum AC, CB. Et quoniam triangula rectangula EAC, CBL sunt similia, propter EA, IL parallelas. ideo est CA ad EC, sicut CB ad CL, & sicut differentia inter CA, CB ad differentiam inter EC, CL. Sed differentia inter CA, CB est dupla CM, & est CA ad EC, sicut CM ad CO ob similitudinem triangulorum COM, CEA. Quare CO erit dimidia quoque differentia inter EC, CL. atque adeo EL secta est bifariam in O. Composita autem est EC ex FC, CA, CB. & est ut AC ad CB, ita composita ex FC, CA, CB ad compositam ex CA, CB, CG. Itaque CL erit eadem quæ composita ex CA, CB, CG. proinde GL, EF erunt ipsi AB compositæ ex CA, CB æquales. Ab æqualibus itaque EO, OL æquales GL, EF subducendo, fit FO æqualis ipsi OG. Inscribatur per O recta PQ, ipsis AB, HI parallela secans HA, IB in R, S. Erit igitur RS æqualis ipsi AB vel HI, & secta bifariam in O sicut AB, HI in M, N, & erunt RP, SQ æquales. Duæ igitur inscriptæ circulo FG, PQ secantur bifariam in circulo. Quare utraque est diameter. Est igitur diameter FG. Data igitur recta AB, & in ea puncto C, inventus est circulus AFB cui data AB inscribitur, & cum diameter FG eam abscindit in dato C puncto, existunt segmenta AC, CB in continua proportione inter FC, CG mutua segmenta diametri FG. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO XIII.

Si fuerint quatuor rectæ continue proportionales: erit ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum, plus duplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum: & ita composita è tribus primis ad secundam: & ita composita è tribus postremis ad tertiam.

Exponatur circulus ACBD cujus diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E, ita ut AE, EC, ED, EB sint in continua proportione. Id enim fieri posse secundum quamcumque rationem datam expositum est. Cum igitur CD secabitur in C & D perpendiculariter à rectis CF, DG, occurrentibus ipsi EA in F, G. Erunt FA, BG ipsi CD æquales. Sit autem H centrum, per quod secetur CD ad rectos angulos in I. Est igitur AH dimidia composita ex extremis. CI dimidia composita ex mediis, HE dimidia differentia extremarum, EI dimidia differentia mediarum, FA vel BG composita ex mediis,



FE composita è tribus primis, EG ex tribus postremis. Eadem autem est ratio totius ad totum quæ partis ad partem. Dico igitur esse ut HE ad EI, ita FH ad IC, & ita FE ad EC, & ita EG ad ED. Id autem est manifestum propter similitudinem triangulorum HEI, FEC, GED.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: differentia extremarum major erit triplo differentiæ mediarum.

Id autem est manifestum, cum differentia extremarum ad differentiam mediarum ostensa est se habere, sicut composita è prima, secunda, & tertia ad secundam, vel ex secunda, tertia & quarta ad tertiam. Tres autem continue proportionales majores sunt mediæ triplo.

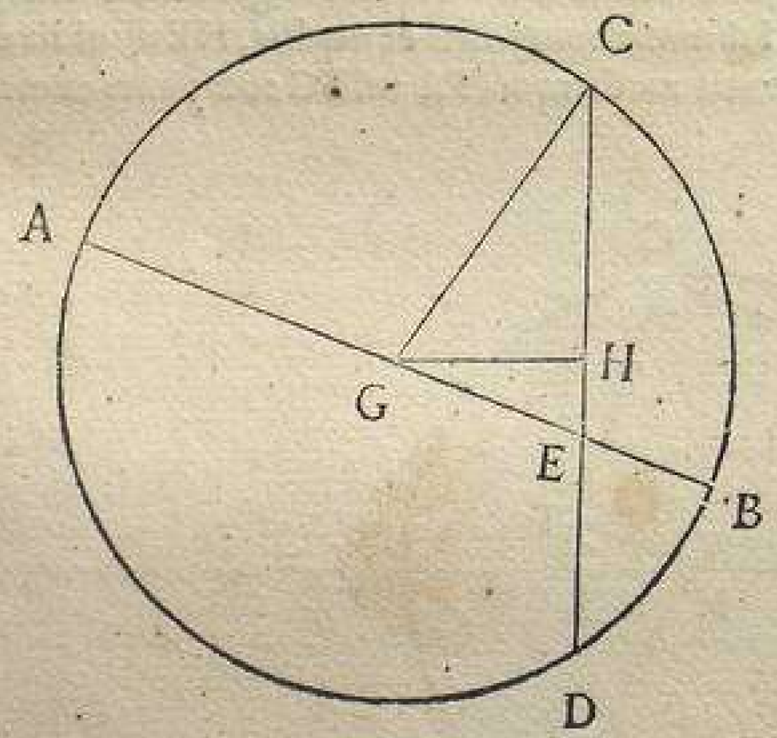
PROPOSITIO XV.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: erit ut differentia extremarum minus dupla differentia mediarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum ad adgregatum mediarum.

Ostensum enim est esse ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum plus duplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum. Quare subducendo erit ut differentia extremarum minus duplo differentiæ mediarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum ad adgregatum mediarum.

PROPOSITIO XVI.

Si fuerint quatuor rectæ lineæ proportionales: quadratum adgregati extremarum, minus quadrato adgregati mediarum, erit æquale quadrato differentiæ extremarum, minus quadrato differentiæ mediarum.



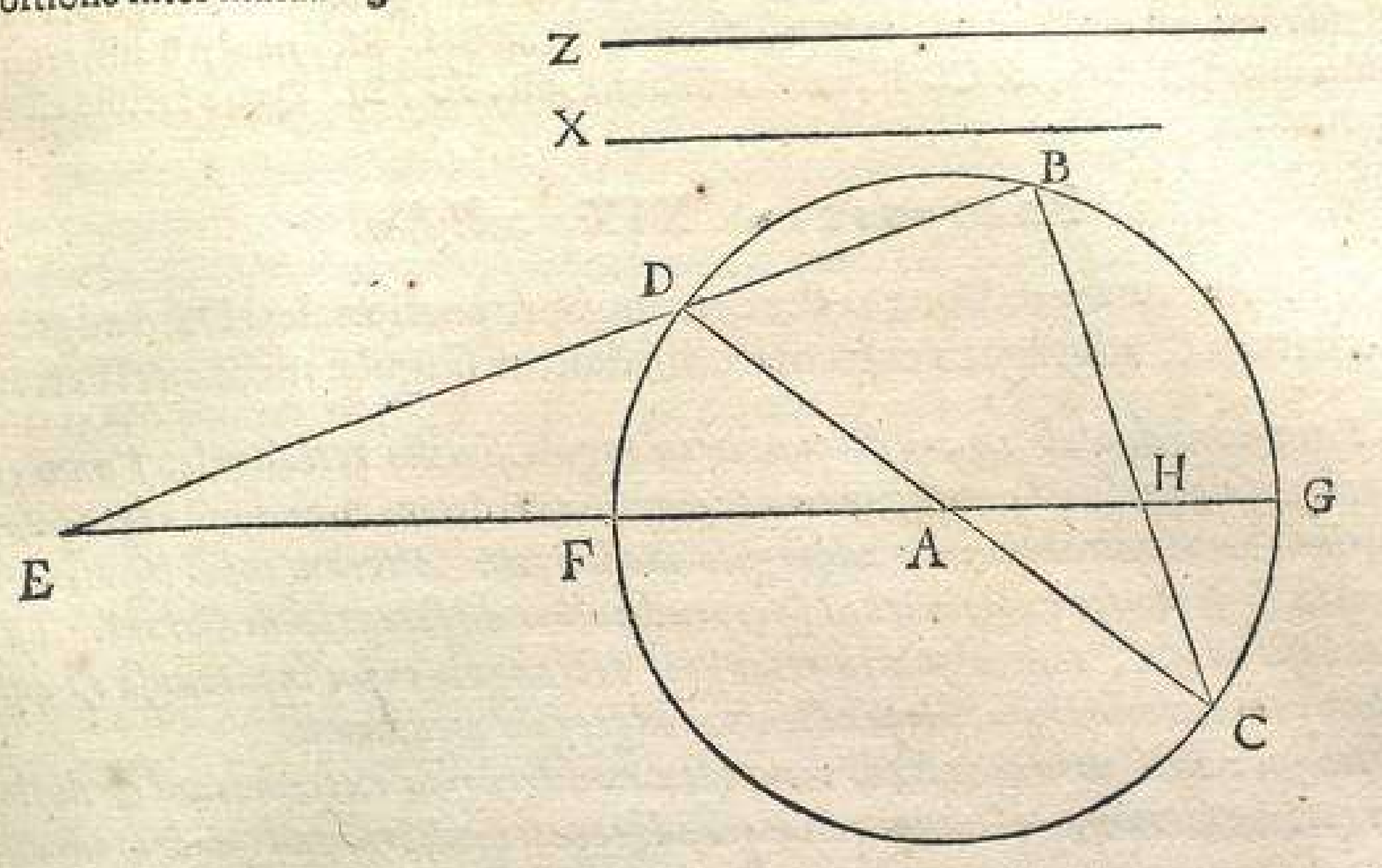
Exponatur circulus ACBD, cujus diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E: itaque sit ut AE ad EC, ita ED ad EB. Cum igitur CD secabitur in H ad rectos angulos ab ea quæ est ex G centro, & connectetur GC, erit GC dimidia composita ex extremis, & CH dimidia composita ex mediis. Sed & GE dimidia est differentia extremarum, & EH dimidia differentia mediarum. Dico igitur quadratum ex dupla GE, minus quadrato ex dupla EH, æquari quadrato duplæ CG, minus quadrato duplæ CH. Id autem est manifestum cum triangula CHG, GEH, quorum GH basis est communis, sint rectangula. Itaque quadratum ex CG, minus quadrato ex CH, æquatur quadrato ex GH. sicut etiam quadratum ex GE, minus quadrato ex EH. Est autem eadem ratio totius ad totum quæ dimidii ad dimidium.

PROPOSITIO XVII.

Dato adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie proposita quatuor rectarum continue proportionalium, distinguere continue proportionales.

Propo-

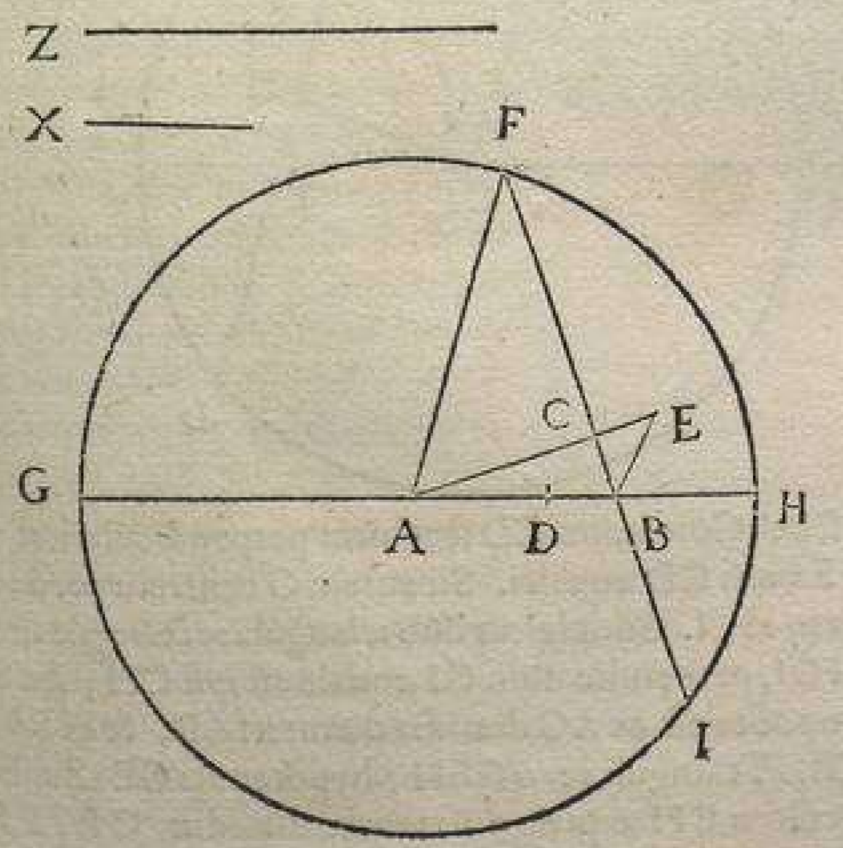
Proponantur quatuor rectæ esse in continua proportione, ex quarum extremis composita est Z, ex mediis X. Oportet distinguere medias & extremas. At vero dato circulo & inscripta, licet à diametro ita secare inscriptam, ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter mutua segmenta diametri. Quare centro A, intervallo AB æquali di-



midiæ Z describatur circulus, cui inscribatur BC æqualis datæ X. Et agatur diameter CAD. Et in juncta BD & continuata, ponatur AE compositæ ex AB, BC æqualis. & EA secet circulum in F, G. BC vero in H. Ergo per ea quæ ostensa sunt, est ut FH ad HB, ita HB ad HC, & ita HC ad HG. Est autem FG æqualis ipsi Z ex constructione, & BC ipsi X. Quare factum est quod oportuit.

PROPOSITIO XVIII.

Data differentia mediarum, & differentia extremarum in serie proposita quatuor rectarum continue proportionalium, invenire continue proportionales. Oportet autem differentiam extremarum majorem esse tripla differentia mediarum.



Proponantur quatuor rectæ esse in continua proportione, quarum extremæ differant per Z, mediæ per X. Oportet invenire sive medias, sive extremas. At verò ad angulum quemcumque inscriptæ & diametri, exhibere licet mutua earum segmenta in continua proportione. Trianguli autem rectanguli, cujus hypotenusa est æqualis differentiæ extremarum, perpendiculum differentiæ mediarum, basis subtenditur angulo æquali ei qui fit in sectione diametri & inscriptæ. Quare constituatur triangulum rectangulum ABC cujus hypotenusa AB sit dimidiæ Z æqualis, perpendiculum vero BC dimidiæ

X æquale. & ex AB abſcindatur AD æqualis duplæ CB. Itaque DB ſit rurſus major quam CB, quoniam AB major eſt triplo CB. Vnde in producta AC ponatur BE ipſi DB æqualis, & per A agatur AF ipſi EB parallela, cui occurrat BC in F. & centro A, intervallo AF deſcribatur circulus; quem AB ſecet in G, H; FB vero ſecet quoque in I. Ergo per ea quæ oſtenſa ſunt, eſt ut GB ad BF, ita BF ad BI, & ita BI ad BH. Eſt autem AB differentia dimidia inter GB, BH, & CB differentia dimidia inter FB, BI. Quare factum eſt quod oportuit.

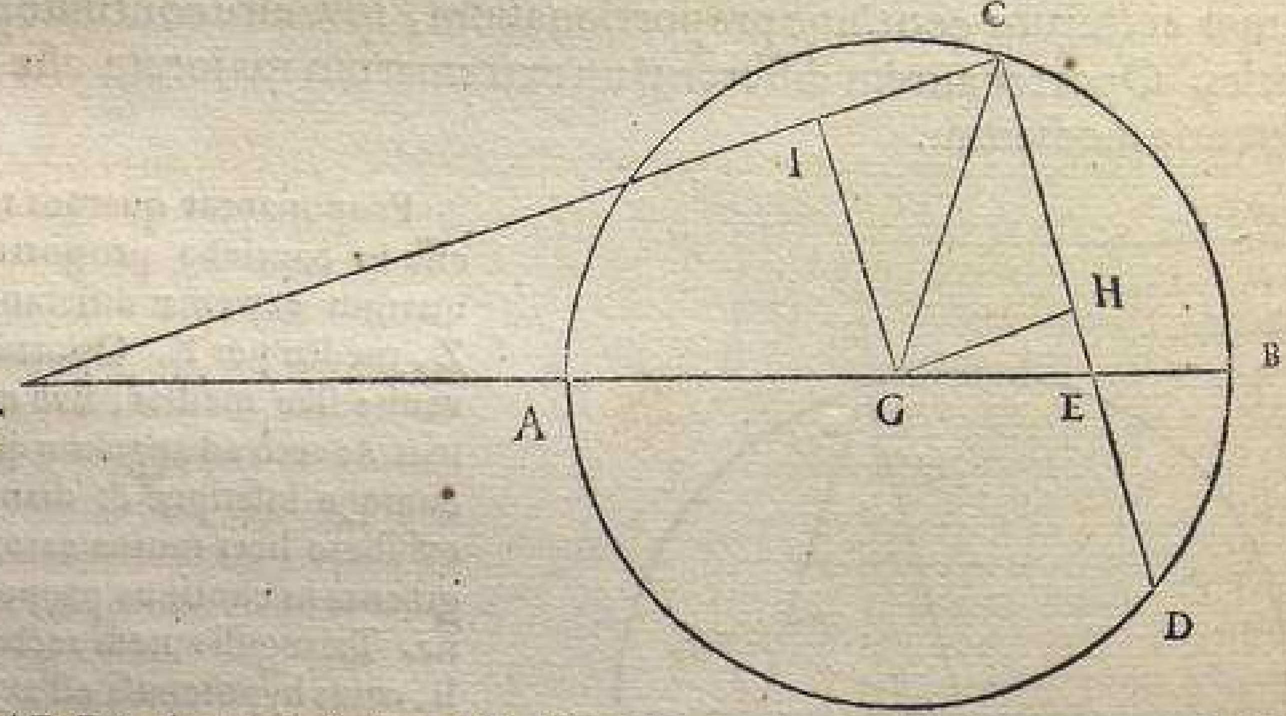
PROPOSITIO XIX. Δεδόμενον.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales: Dato adgregato mediarum & adgregato extremarum, dantur ſingulæ mediæ vel extremæ.

Enimvero duo ab iis conſtituuntur triangula ſimilia rectangula. Vnum cujus hypotenuſa æqualis eſt compoſitæ ex adgregato extremarum & duplo adgregato mediarum, perpendiculum vero adgregato mediarum. Alterum cujus hypotenuſa eſt æqualis differentiæ extremarum, perpendiculum differentiæ mediarum. Eſt autem baſis in iſto, eadem quæ in triangulo rectangulo cujus hypotenuſa eſt æqualis adgregato extremarum, perpendiculum adgregato mediarum.

Itaque: Erit ut quadratum compoſitæ ex adgregato extremarum & duplo adgregati mediarum, multatum quadrato adgregati mediarum ad quadratum adgregati extremarum minus quadrato adgregati mediarum, ita quadratum adgregati mediarum ad quadratum differentiæ mediarum. Vel ita quadratum compoſitæ ex adgregato extremarum & duplo adgregati mediarum ad quadratum differentiæ extremarum.

Exponatur circulus ADBC, cujus diameter AB ſecet inſcriptam quamcumque CD in E, ita ut AE, EC, ED, EB ſint in continua proportione. Id enim fieri poſſe ſecundum rationem quamcumque datam expoſitum eſt. Dico data diametro AB & inſcripta CD, dari mutua earum quæ in continua proportione ſunt ſingula ſegmenta; diametri vide-



licet AE, EB; alterius inſcriptæ CE, ED. Cum enim CD ſecabitur perpendiculariter recta CF occurrente ipſi BA in F, erit FA ipſi CD æqualis. Sit autem G centrum per quod ſecentur CD, CF ad angulos rectos in H, I. Sunt igitur duo triangula rectangula ſimilia FGI, GEH. At trianguli quidem FGI, perpendiculum GI æquale eſt ipſi CH, ſeu dimidiæ CD. GF vero hypotenuſa compoſita eſt ex AG dimidia diametri AB, & ex FA id eſt CD. Itaque datur triangulum FGI. Trianguli vero GEH, hypotenuſa GE eſt differentia dimidia AE, EB, & perpendiculum EH æquale differentiæ dimidiæ CE, ED. Baſis porro GH æqualis eſt baſi trianguli rectanguli CGH, cujus hypotenuſa CG eſt æqualis dimidiæ AB, perpendiculum CH æquale dimidiæ CD. Itaque datur baſis GH. Cum igitur duo ſint ſimilia triangula FGI, GEH, quorum primi latera dantur: atque

in

in iiſdem partibus unum latus ſecundi, videlicet G H, dabuntur latera reliqua H E, G E. Quod ipſum eſt quod hic enunciatur, lateribus omnibns duplatis. Data autem differentia mediarum & ſumma earumdem vel extremarum, dantur ſingulæ.

Παράδειγμα.

In propoſita ſerie quatuor continue proportionalium, ſit data compoſita ab extremis 35, compoſita vero è mediis 30. & oporteat invenire continue proportionales. In triangulo igitur F G I dupla F G datur 95, compoſita ex adgregato extremarum & duplo adgregato mediarum, dupla G I 30 adgregatum mediarum, atque adeo dupla F I √ 8125. Sed & in triangulo ſimili G H E datur dupla G H, cujus duplæ quadratum æquale eſt quadrato adgregati extremarum, minus quadrato adgregati mediarum. Seu etiam quadrato differentiæ extremarum minus quadrato differentiæ mediarum, quæ quadratorum differentiæ ſunt æquales. Nam G H eſt baſis ſive trianguli rectanguli G H E, ſive G H C. Fiet igitur ut F I √ 8125 ad G H √ 325, id eſt ut √ 25 ad √ 1, id eſt 5 ad 1. Ita G I 30 ad H E 6. & ita F G 95 ad G E 19. Eſt igitur 6 differentia mediarum, quæ addita 30, facit 36 duplum majoris mediarum. Atque eſt 19 differentia extremarum; quæ addita 35 adgregato extremarum facit 54 duplum majoris extremæ; ablata 16 duplum minoris extremæ. Atque adeo ſeries proportionalium quæ quærebatur eſt A E 27, E C 18, E D 12, E B 8.

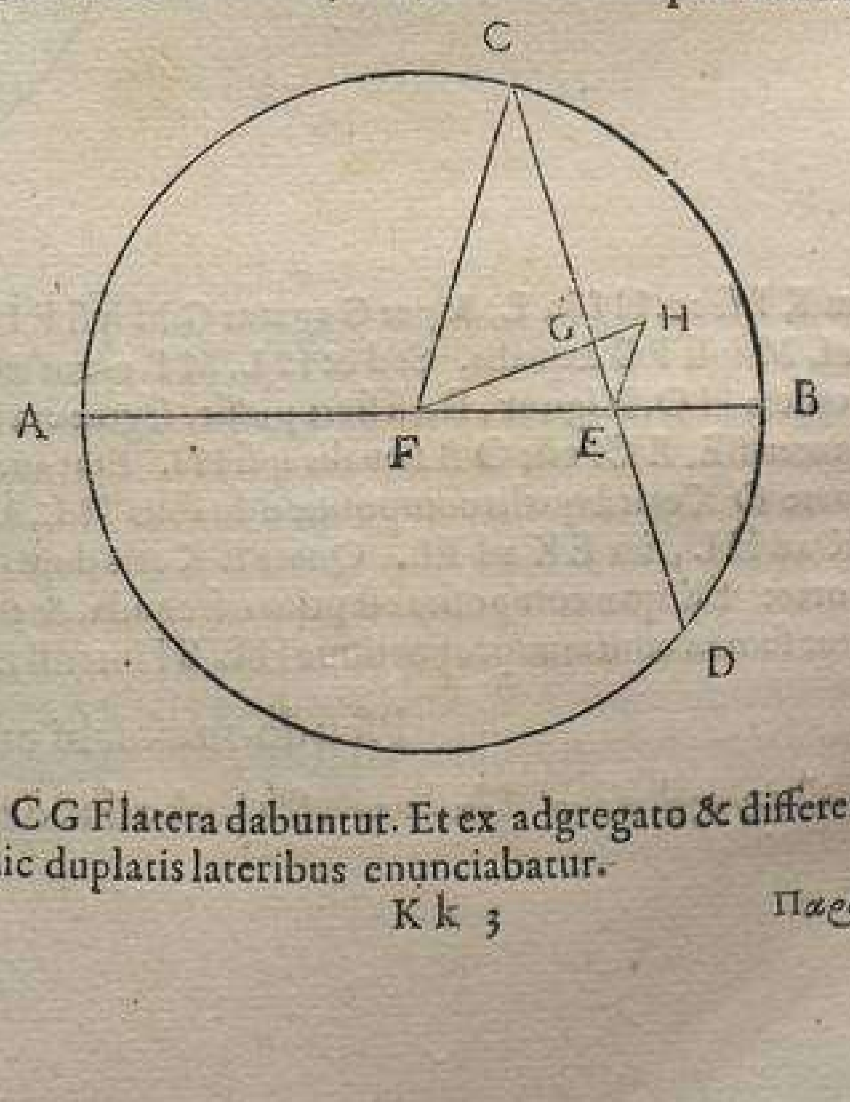
PROPOSITIO XX. Δεδομένον.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: Data differentia mediarum & differentia extremarum, dantur ſingulæ.

Enimvero duo ab iis conſtituuntur ſimilia triangula rectangula. Vnum cujus hypotenuſa eſt æqualis differentiæ extremarum diminutæ differentia dupla mediarum, perpendiculum vero differentiæ mediarum. Alterum cujus hypotenuſa eſt æqualis adgregato extremarum, perpendiculum adgregato mediarum. Eſt autem baſis in iſto eadem quæ in triangulo rectangulo cujus hypotenuſa eſt æqualis differentiæ extremarum, perpendiculum differentiæ mediarum.

Itaque: Erit ut quadratum differentiæ extremarum contractæ dupla differentia mediarum multatum quadrato differentiæ mediarum ad quadratum differentiæ extremarum minus quadrato differentiæ mediarum; ita quadratum differentiæ mediarum ad quadratum adgregati mediarum. Vel ita quadratum differentiæ extremarum contractæ duplæ differentia mediarum ad quadratum adgregati extremarum.

Exponatur circulus A D B C, cujus diameter A B ſecet inſcriptam quamcumque C D in E, ita ut A E, E C, E D, E B ſint in continua proportione. Et per centrum F ſecetur C D normaliter in G. Itaque fiat F E dimidia differentia extremarum A E, E B, & G E dimidia differentia mediarum C E, E D. Dico datis F E, G E, ſeu earum duplis dari ſingulas A E, E C, E D, E B. Iungatur enim C F & ipſi agatur parallela E H, quam F G intercipiat in H. Duo igitur triangula rectangula ſunt ſimilia C G F, E G H. Eſt autem C G compoſita dimidia ex mediis, & eſt C G ad C F, ſicut G E ad E H. Quare dupla E H eſt differentia extremarum, minus dupla differentia mediarum. Data itaque ſunt latera trianguli E H G propter datas F E, G E. Et eſt H E differentia inter F E & duplam G E. Sed & trianguli ſimilis C G F datur latus F G, quo plus poteſt una datarum altera. Quare reliqua ſimilis trianguli C G F latera dabuntur. Et ex adgregato & differentia ſingulæ. Quod ipſum eſt quod hic duplatis lateribus enunciabatur.



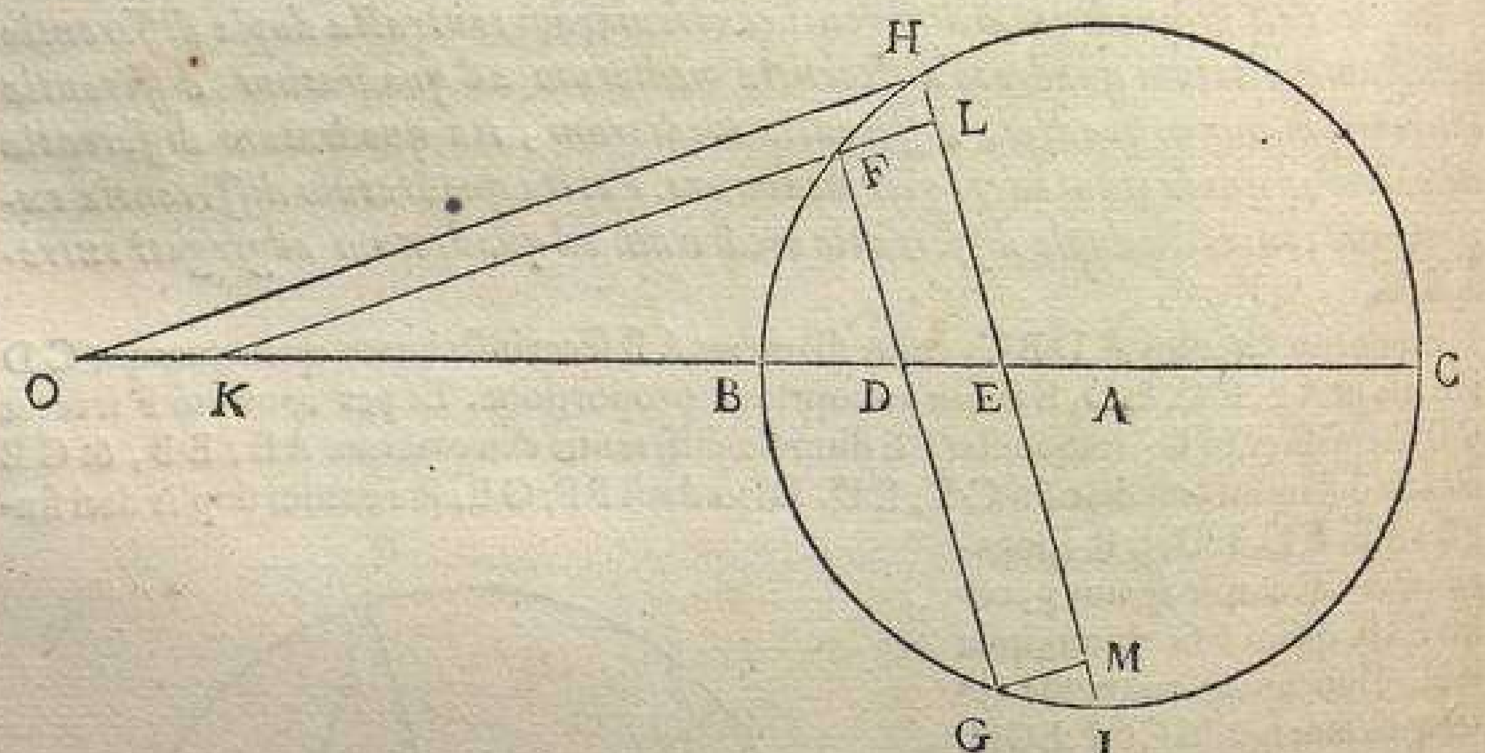
Παράδειγμα.

In propoſita ſerie quatuor continue proportionalium , ſit data differentia mediarum 6, extremarum 19. Et oporteat invenire continue proportionales. Duo ſunt igitur ſimilia triangula EGH, CGF *in quorum primo datur dupla* G E *nempe differentia mediarum 6, & dupla* E H. 7. *differentia inter 19 & duplam 6. Quare ſit dupla* G H $\sqrt{13}$. *In triangulo vero* C G F *datur duplum lateris* F G *quo plus poteſt differentia extremarum differentia mediarum , ſeu adgregatum extremarum adgregato mediarum. Fiet igitur ut* H G $\sqrt{13}$ *ad* F G $\sqrt{325}$, *ideſt ut* $\sqrt{1}$ *ad* $\sqrt{25}$ *ſeu 1 ad 5, ita* G E 6 *ad* G C 30, *& ita* E H 7 *ad* F C 35. *Eſt igitur 30 ſumma mediarum , cui addita differentia earum, facit 36 duplam majorem mediarum, vel ablata 24 , duplam minorem mediarum. Æque eſt 35 ſumma extremarum, cui addita differentia earum 19, facit 54, duplam majorem extremarum, ablata 16, duplam minorem. Atque adeo ſeries proportionalium quæſita eſt A E 27 , E C 18, E D 12, E B 8.*

PROPOSITIO XXI.

Si duæ inſcriptæ circulo inæquales parallelæ diametrum ſecent, & ſint ſegmenta unius in continua proportione inter mutua ſegmenta diametri: ſegmenta alterius inſcriptæ in continua proportione inter mutua ſegmenta diametri non erunt.

Circuli enim cujus A centrum, diametrum BC ſecent in D, E, inſcriptæ parallelæ inæquales F G, H I, & ſegmenta F D, D G ſint continue proportionalia inter B D, D C. Dico ſegmenta H E, E I non fore continue proportionalia inter B E, E C. Quoniam enim F D, D G ſunt in continua proportione inter B D, D C, ideo cum ſecabitur perpendiculariter F G per F à recta F K occurrente ipſi C B in K. Erit K B ipſi F G æqualis. Ipſa autem



K F ſecet H I in L, & per G agatur G M ipſi F L parallela, ſecans H I in M. Erit igitur L M ipſi F G æqualis. Sed & H L, M I erunt æquales. Per H vero agatur ipſi K L parallela H O. Si igitur, ſed ſi fieri poſſit, ſegmenta H E, E I ſunt in continua proportione inter B E, E C, erit O B æqualis ipſi H I. Erat autem K B æqualis ipſi F G ſeu L M. Quare O K erit æqualis compoſitæ è duabus H L, M I, id eſt duplæ H L. Eſt autem ut O K ad H L, ita E K ad E L. Quare E K erit dupla E L. Hoc autem eſt abſurdum. Nam oportet E K quæ compoſita eſt prima, ſecunda, & tertia eſſe majorem tripla E L. Non igitur ſunt in continua proportione H E, E I inter B E, E C. Quod erat oſtendendum.

Pſeudo-meſolabi expoſitio.

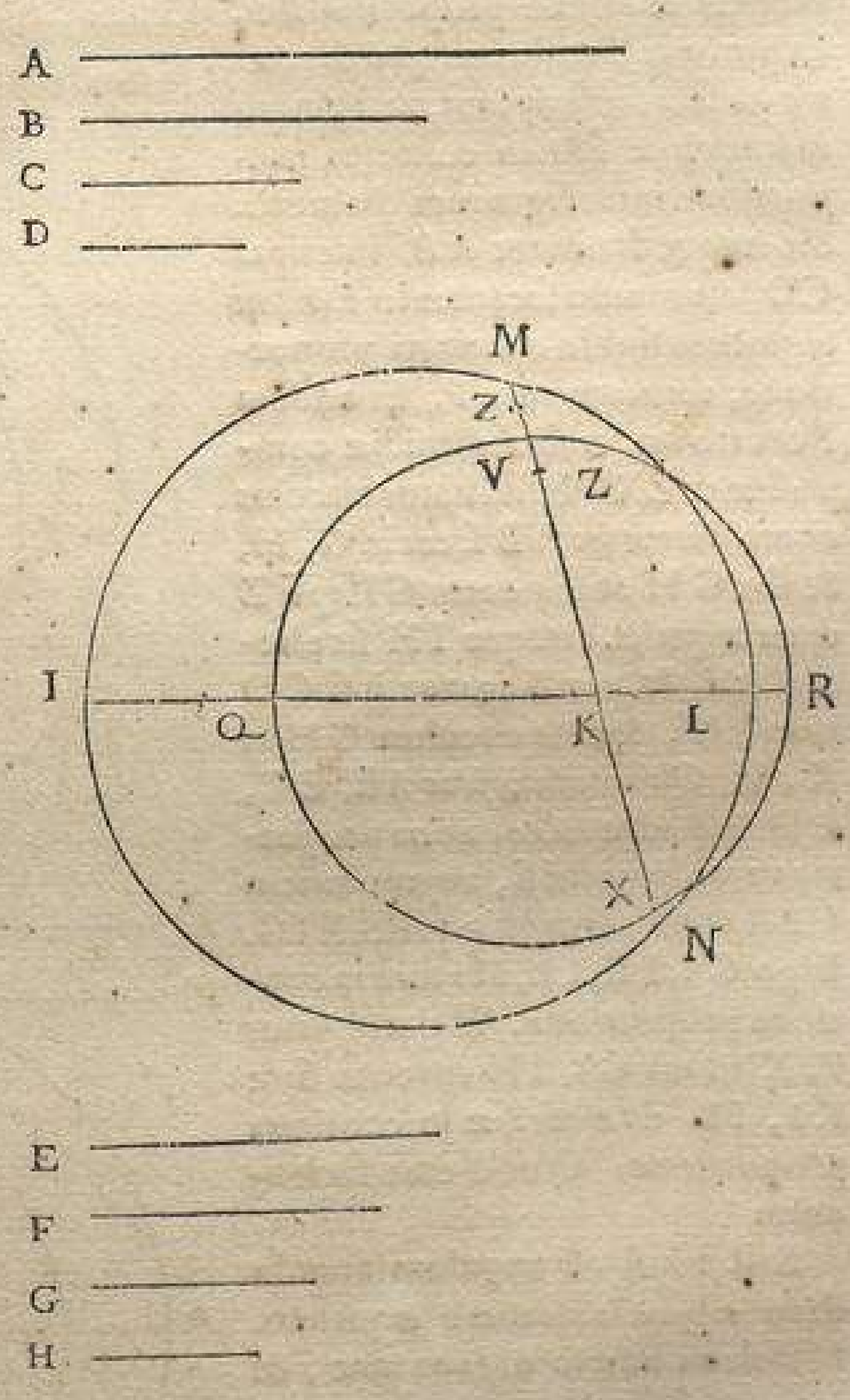
Ἀπαγωγὴ εἰς τὸ ἀδύνατον eſt methodus demonſtrandi bene Mathematica ca ὡς ἐπὶ μὲν τῶν ὁμογενῶν. Sed reducendum est εἰς τὸ ἀδύνατον totum quod negatur, non etiam pars tantum. Contingit enim sæpenumero una parte concessa alteram quoque partem concedi. Quod ipsum est quod probat eo paralogismate Sophista, non quod sibi est probandum. Vt pote placeat ψευδομεσολαβεῖν. Nam & περὶ ψευδαρίων scripsit Euclides, cujus librum invidit injuria temporis, & nobis cavendum est ἀπὸ τῶν ψευδαρίων.

Sic igitur παραλογίζω.

ψευδοθεώρημα.

Anguli qui fiunt ab inscripta & diametro circuli, cum mutua earum segmenta sunt in continua proportione, qualiscumque sit ratio continue proportionalium, sunt æquales.

Sint quatuor lineæ rectæ continue proportionales, sive ἐν λόγῳ ἐπιμορίῳ, vel ἐπιμερεῖ, vel πολλαπλασίῳ. Neque enim addit, vel adimit ψευδογραφήματι περὶ τὸ ἀληθὲς ista distinctio. Caliginem lippientibus fortassis inducit propter insensibilem per organa differentiam, cum λόγος est ἐπιμόριος, vel ἐπιμερής. Sed neque prodest operis structuræ distinctio continuæ analogiæ à disiuncta, nisi forte captant animos ad captandum medias speciosa verba, qualia, Angulos qui fiunt in sectione inscriptæ & diametri, cum mutua earum segmenta sunt in continua proportione probabiliter videri τῶν πεπαιγμένων, & μὴ ἀσφαλῶς ἐχόντων. At contra in proportione disjuncta esse τῶν πολυπλόκων καὶ μὴ ἀσφαλῶς ἐχόντων. Sunto illæ A, B, C, D. Faciant eandem lineam rectam I K, K L positæ ipsis A, D æquales, & describatur circulus ad quem pertinet diameter I L. & ex K in circumferentia sumatur KM ipsi B æqualis, actaque MK secet quoque circumferentiam in N. Et quoniam quod fit sub M K, KN, æquale est ei quod fit sub I K, K L. Sunt autem I K, K L ipsis A, D æquales, KM vero ipsi B, & ideo K N erit æqualis ipsi C. Exponantur quælibet aliæ quatuor continue proportionales, sive earum quadrata sint ipsis I K, KM, KN, K L similia sive dissimilia, quando & illa distinctio ψευδογραφήματι περὶ τὸ ἀληθὲς nihil addit neque adimit, neque quicquam facit ad statuendum æqualitatem aliam ἐν ἐπιμορίῳ λόγῳ aliam ἐν ἐπιμερεῖ. quoniam quadrata poterunt esse in ratione superpartiente, & rectæ ipsæ erunt in superparticulari. nempe si quadrata sint ut 25 ad 16 quæ ratio est supernonupartiens decimas sextas, erunt ipsæ longitudines in sesquiquarta. Sint igitur quatuor illæ aliæ rectæ E, F, G, H,



similes dissimiles-ve, ἐν λόγῳ ῥητῷ ἢ ἀῤῥήτῳ, ipsis I K, K M, K N, K L. Dico cum extremæ junctæ fient diameter circuli & mediæ junctæ inscripta, ita se secantes ut segmenta sint ipsis E, F, G, H æqualia, angulum sectionis fore angulo M K I æqualem. In ipsa enim diametro I L sumantur ad partes I, L rectæ K Q, K R ipsis E, H æquales. In inscripta vero M N ad partes M, N rectæ K V, K X ipsis F, G æquales, & describatur circulus cujus dia-

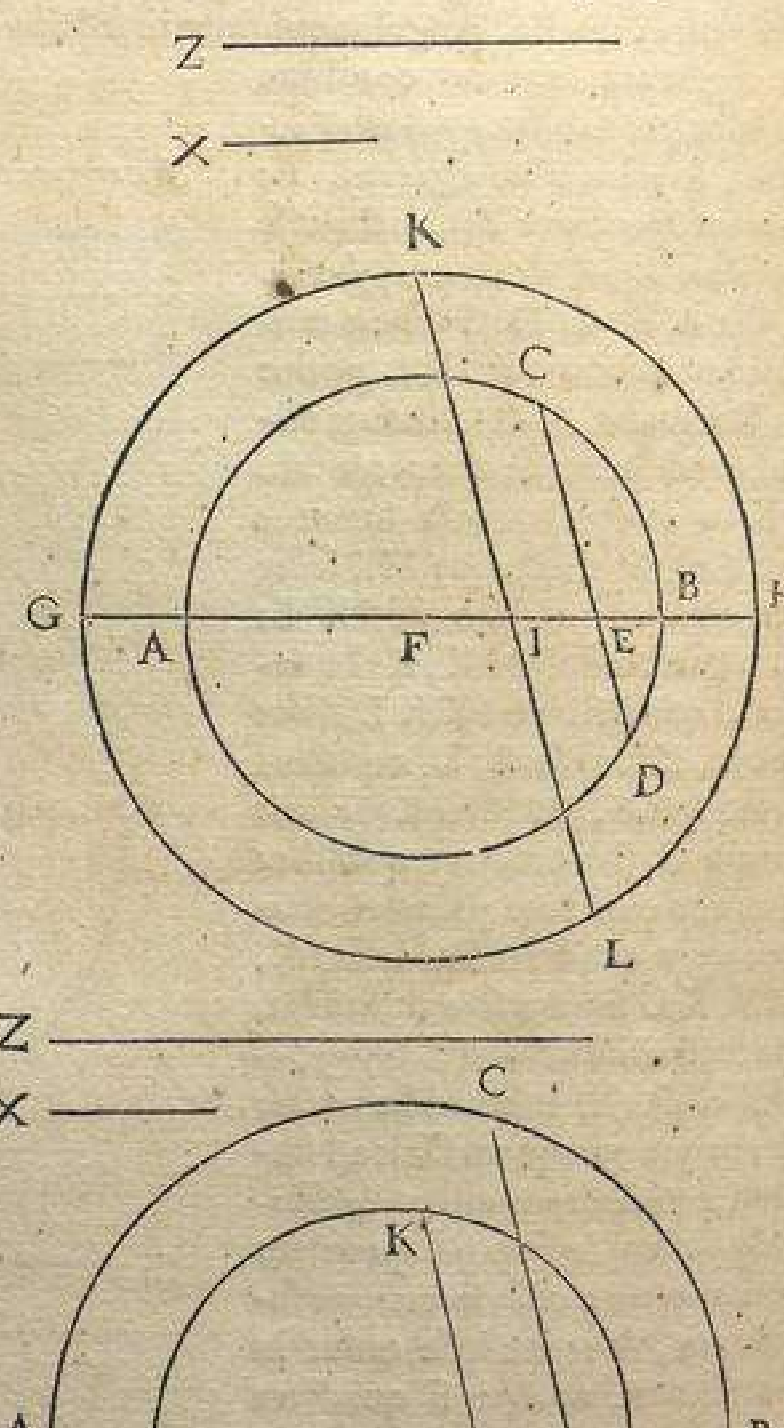
diameter Q R. Ajo circumferentiam descripti circuli Q R transire per V, X. Si enim non transeat per V transeat per Z, proximius remotius-ve ipso V à K puncto. Quoniam igitur inscriptæ circulo Q R, Z X sese secant in K, ideo ei quod fit sub ZK, KX erit æquale id quod fit sub QK, KR. Id autem est ineptum cum id quod fit sub Q K, KR sit æquale ex hypothesi ei quod fit sub K V, KX, id est sub F, G. Est autem K Z major minorve K V. Transit igitur per V, & ideo angulus V K Q idem est cum angulo M K Q libera autem fuit constitutio proportionalium K Q, K V, K X, K R, id est E, F, G, H. In quacumque igitur sectione inscriptæ & diametri, anguli qui fiunt sunt æquales. Quod erat demonstrandum.

Elenchus ἀσυλλογισίας.

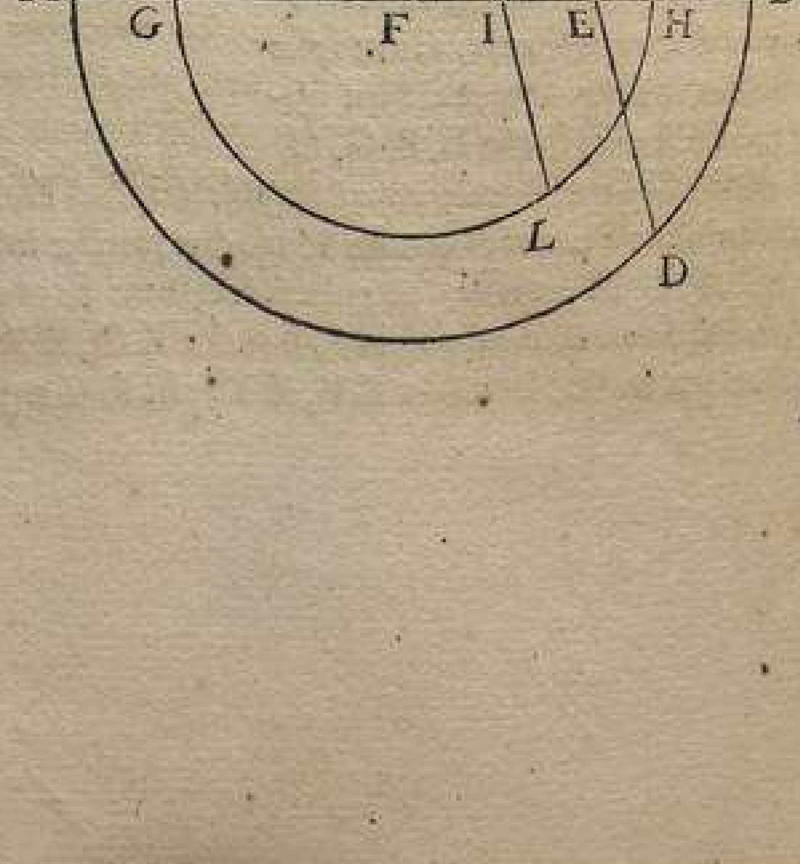
Ἀπάγω εἰς τὸ ἀδυνατον circumferentiam circuli, cujus diameter est Q R, transire per aliud quam V punctum, quoniam adsumo transire per X. hoc enim concesso & illud concedi necesse est, & contra, ex Theoremate Euclideo xxxv. libri tertii. Sed cum parodos, sive per V sive per X negetur, una ex altera non potuit inferri. Quare captiosa est & imperfecta ea εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπαγωγή.

Ψευδοπρόβλημα.

Datis duabus lineis rectis, invenire duas medias continue proportionales.



Sint datæ duæ rectæ Z, X. Oportet invenire inter datas Z, X duas medias continue proportionales. Exponatur circulus in quo diameter ita secet inscriptam, ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter segmenta diametri. Sit itaque diameter A B, inscripta CD, sese mutuo secantes in E, ita ut segmenta sint in continua proportione, centrum vero F. Et eodem F centro intervallo dimidiæ compositæ ex Z, X describatur circulus quem diameter A B secet in G, H, & abs G H abscindatur G I, ipsi Z datæ æqualis. Itaque I H sit altera data, & per I agatur ipsi C D parallela, secans circulum G H in K, L. Quoniam igitur AE, E C, ED, E B sunt in continua proportione ex hypothesi, angulo autem CEA constitutus est æqualis K I G. Ergo G I, I K, I L, I H sunt in continua proportione. Ad datas igitur Z, X, id est G I, I H inventæ sunt K I, I L duæ mediæ in continua proportione. Quod erat faciendum.



Sed illud est angulum angulo dato τεχνικῶς sumere æqualem. Mesolaba autem organa sunt, & atopemata atopematis placet cumulare. Organum sane A B C D ex levi & dura materia, imo vero ex ære perenni construito, & eo tanquam altero munimine iis qui in veteres Mathematicos temere insurgunt, obsistito.

AD-

ADIVNCTA CAPITVLA.

Caput I.

De construendo quadrilatero, quod sit in circulo.

Dignum certe explicatu est ac perutile Problema de construendo ex quatuor datis rectis lineis quadrilatero, ita ut circulus circa illud describi possit. Proposuerunt autem infelices Chirurgi ad id opus hoc Theorema.

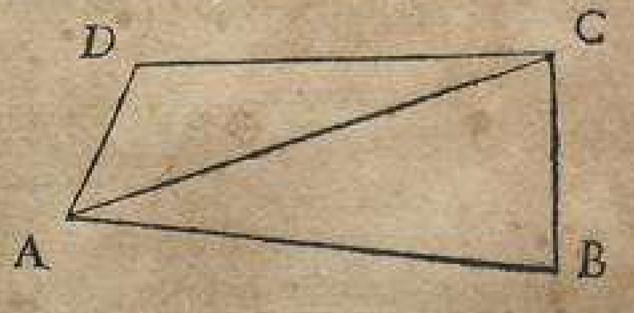
* *Si fuerint quatuor lineæ rectæ ex quarum prima ut base, & secunda ut perpendiculo, constituatur triangulum unum rectangulum. Æque ex tertia ut base, & quarta ut perpendiculo, constituatur triangulum alterum rectangulum, describatur autem circulus cujus diameter æqualis sit compositæ dimidiæ ex hypotenusis eorum triangulorum, is est circulus intra quem constructum ex quatuor illis rectis lineis quadrilaterum poterit aptari.*

Sint itaque datæ quatuor rectæ lineæ prima 15, secunda 20, tertia 7, quarta 24. Trianguli igitur rectanguli, cujus basis 15, altitudo 20, erit hypotenusa 25. Æque trianguli rectanguli, cujus basis 7, altitudo 24, erit hypotenusa 25. quæ duæ hypotenusæ conficiunt 50. Dimidia igitur summa, id est 25, erit (secundum Theorema) diameter circuli intra quem quadrilaterum ex quatuor datis constructum poterit inscribi, ut revera est. At inscriptarum ordo nihil addit adimit-ve peripheriarum subtensioni. Nempe si rectæ 15, 20, 7, 24 subtendunt totam circuli circumferentiam, subtendent & ordine inverso quali 15, 7, 20, 24. Trianguli igitur rectanguli primi basis esto 15. altitudo 7. Erit hypotenusa $\sqrt{274}$. minor ideo $\sqrt{289}$ id est minor longitudine 17. Trianguli vero rectanguli secundi basis esto 20, altitudo 24. erit hypotenusa $\sqrt{976}$. minor ideo $\sqrt{1024}$ id est minor longitudine 32. Duarum itaque hypotenusarum summa minor erit 49, atque adeo diameter circuli erit minor $24\frac{1}{2}$. Cum ante per eandem methodum inventa fuisset 25.

Fallax igitur ea doctrina est qua ideo non utar, sed veram quam me mea docuerunt Analytica candide impertiam. Ab ipsis vero ordiar Geometricis elementis.

Propositio I.

Cujuslibet quadrilateri tria latera sunt majora reliquo.

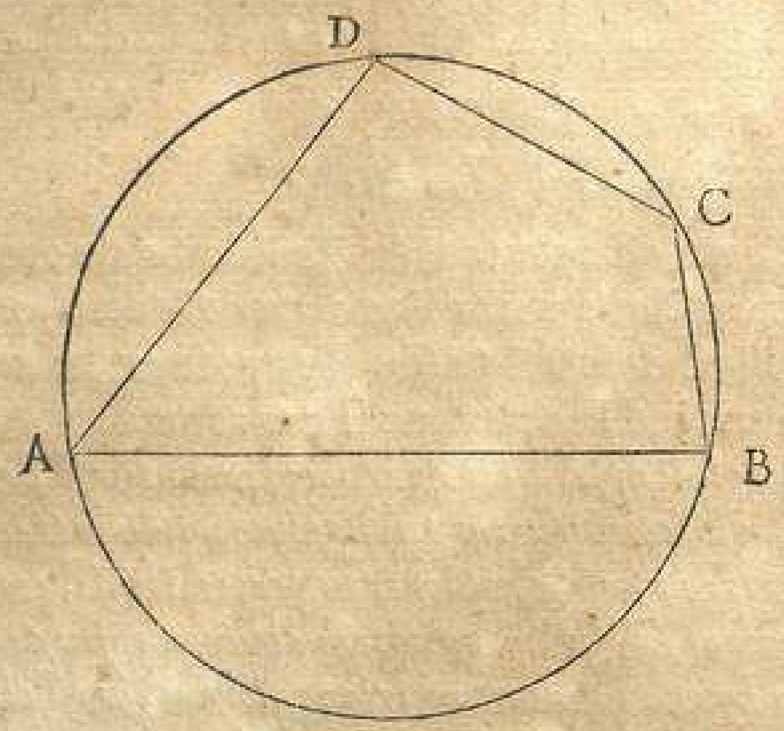


Exponatur quadrilaterum quodlibet ABCD, constructum ex rectis AB, BC, CD, AD. Sane si harum aliqua potest esse major reliquis tribus, ea erit major omnium. Sit major omnium AB. Dico ipsam AB minorem esse composita ex BC, CD, DA.

Agatur enim diagonia CA, constituta igitur sunt duo triangula ACB, ACD. Trianguli autem cujuslibet duo latera sunt majora reliquo. Itaque erit AB minor composita ex BC, AC. Sed & ipsa AC minor erit composita ex CD, DA. Quare tanto manifestius AB minor erit composita ex BC, CD, DA. Quod erat demonstrandum.

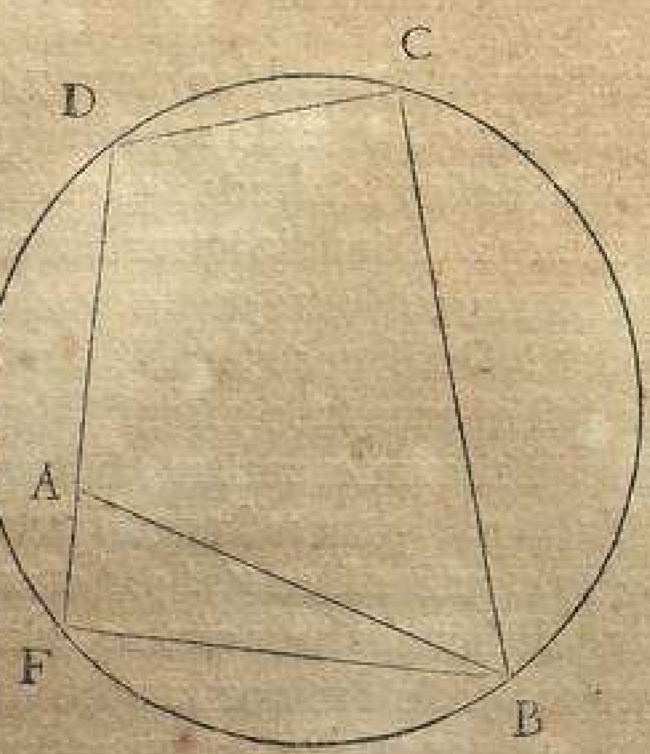
Propositio II.

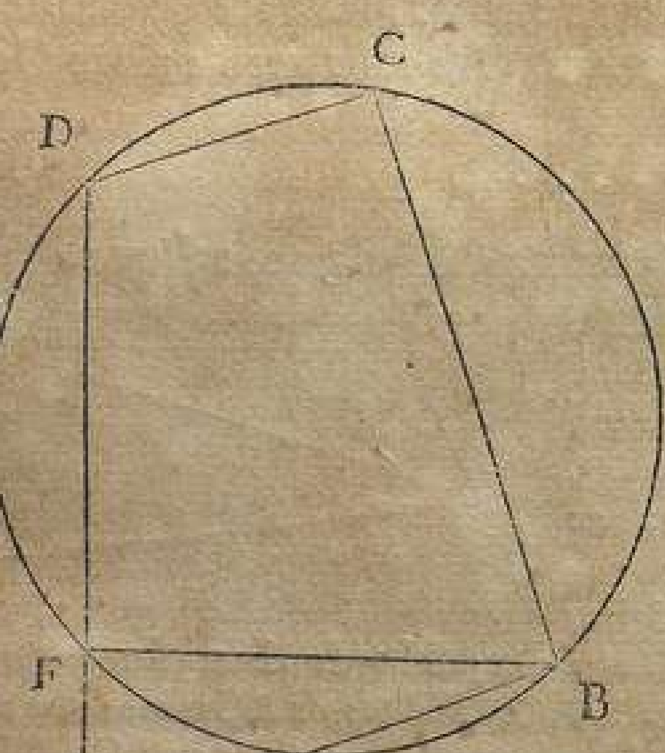
Si in quadrilatero duo anguli oppositi duobus rectis sint æquales, erit quadrilaterum in circulo.



Sit quadrilaterum ABCD, & anguli oppositi DAB, DCB sint duobus rectis æquales. Dico quadrilaterum ABCD esse in circulo. Descriptum videlicet circulum per puncta B, C, D transire quoque per A punctum.

Circulum enim per puncta B, C, D ductum secet recta DA in F. & si fieri possit sit F aliud ab A puncto. Itaque connectatur BF, erit igitur punctum A intra circulum vel extra, sit primum intra circulum. Et quoniam anguli DCB dupla amplitudo est circumferentia DFB, erit anguli DFB dupla amplitudo circumferentia DCB, quanta etiam ex hypothesi est dupla amplitudo anguli DAB. ut tum illius, tum anguli DCB dupla amplitudo quatuor rectos, id est circumferentiam totam, absumat. Angulo igitur DFB angulus DAB erit æqualis. quod quidem est absurdum, quandoquidem angulus DAB, qui exterior est trianguli AFB, valet angulum AFB, & præterea angulum ABF. Non est igitur intra circulum punctum A. Sit extra. Sunt igitur duobus rectis æquales anguli DCB, DFB in ea constitutione, sicut anguli DCB, DAB ex hypothesi. Quare angulo FAB æqualis est angulus DFB. Quodquidem est absurdum, quandoquidem angulus DFB exterior est trianguli AFB. Itaque valet angulum FAB & præterea angulum FBA. Non est igitur extra circulum punctum A. Cum itaque non sit neque extra circulum neque intra, erit in ipsius circuli circumferentia, & idem ipsum quod F punctum, atque adeo quadrilaterum ABCD erit in circulo. Quod erat ostendendum.





COROLLARIVM.

Ex his manifestum fit, quemadmodum circa datum quadrilaterum circulus describatur, si quidem duo oppositi anguli sunt duobus rectis æquales.

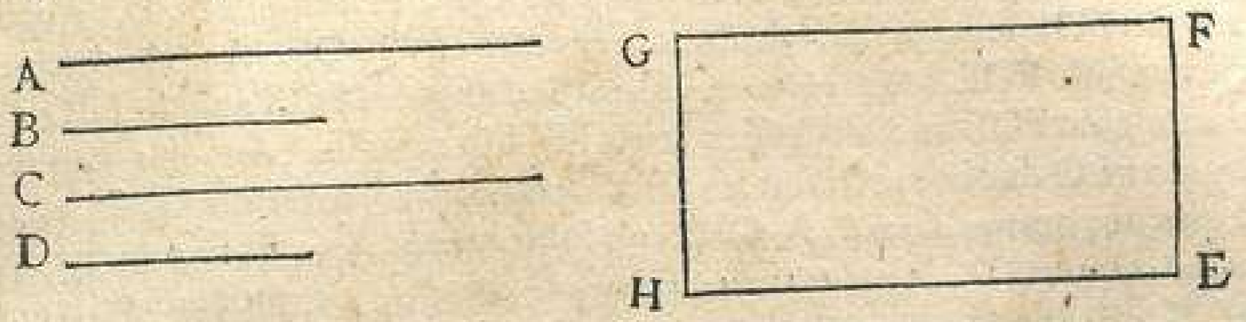
Dato nempe quadrilatero ABCD, & acta diagonia BD, circa triangulum DCB describetur circulus, qui quidem transibit per A punctum, secundum ea quæ exposita sunt.

PRO-

PROPOSITIO III.

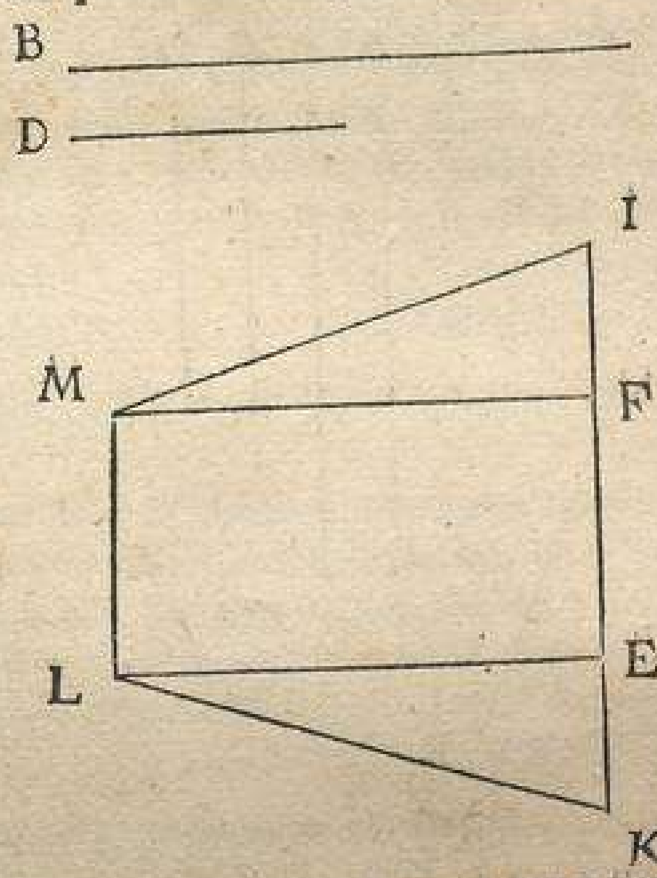
Ex datis quatuor lineis rectis quarum tres simul sumptæ sint majores reliqua, quadrilaterum quod sit in circulo, constituere.

Sint datæ quatuor lineæ rectæ A, B, C, D quarum tres simul junctæ sunt majores reliqua. Oportet ex datis A, B, C, D quadrilaterum quod sit in circulo, constituere. Intelligatur A opponi C, B vero opponi D. Aut igitur A, C erunt æquales, aut inæquales. Sint primum æquales, ac ipsæ B, D inter se quoque æquales. Faciant angulum rectum EF,

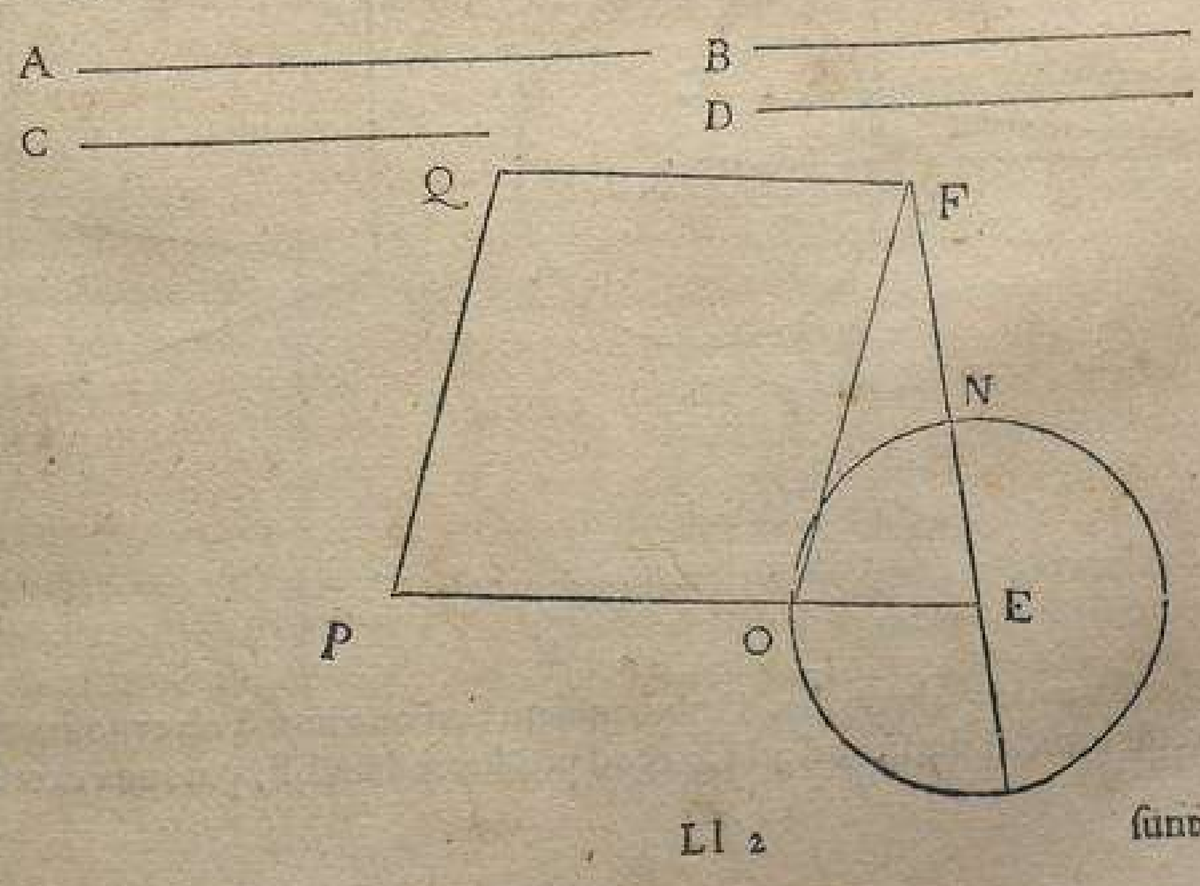


FG datis B, C seu D, A æquales, & compleatur parallelogramum GHEF, sive quadratum, sive ἑτερόμηκες. Bini igitur anguli oppositi duobus rectis erunt æquales. Quilibet enim est rectus. Constructum est igitur eo casu quadrilaterum quod est in circulo.

Sed manente rectarum A, C æqualitate, sint B, D inæquales, & harum major sit B, minor D. Agatur EF ipsi D æqualis. Differentia autem inter B, D secetur æqualiter, quoniam A, C sunt æquales, & producatur EF utrinque in punctis I, K, posita unaquaque productionum FI, EK æquali ipsi dimidiæ differentiæ. Itaque sit IK ipsi B æqualis, & per puncta F, E agantur perpendiculares EL, FM, in quibus sumantur KL, IM ipsis A, C æquales, & jungatur ML. Constructum est igitur quadrilaterum MLKI in quo LK, MI datis A, C sunt æquales, & IK, ML seu FE datis quoque B, D æquales. Æquiangula autem sunt triangula rectangula IFM, KEL, quoniam æquilatera. Et angulus IML compositus est ex angulo recto FML, & angulo acuto

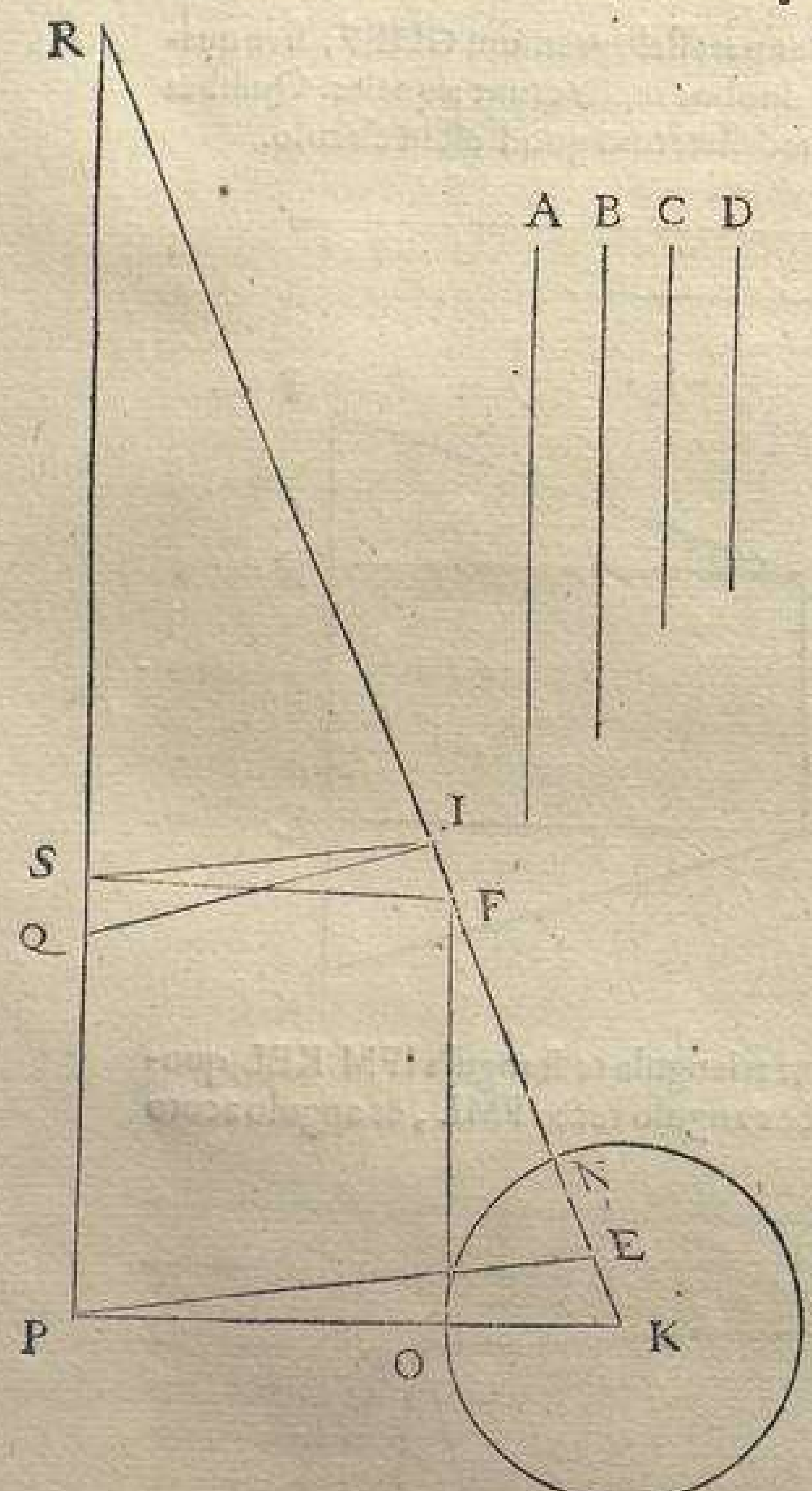


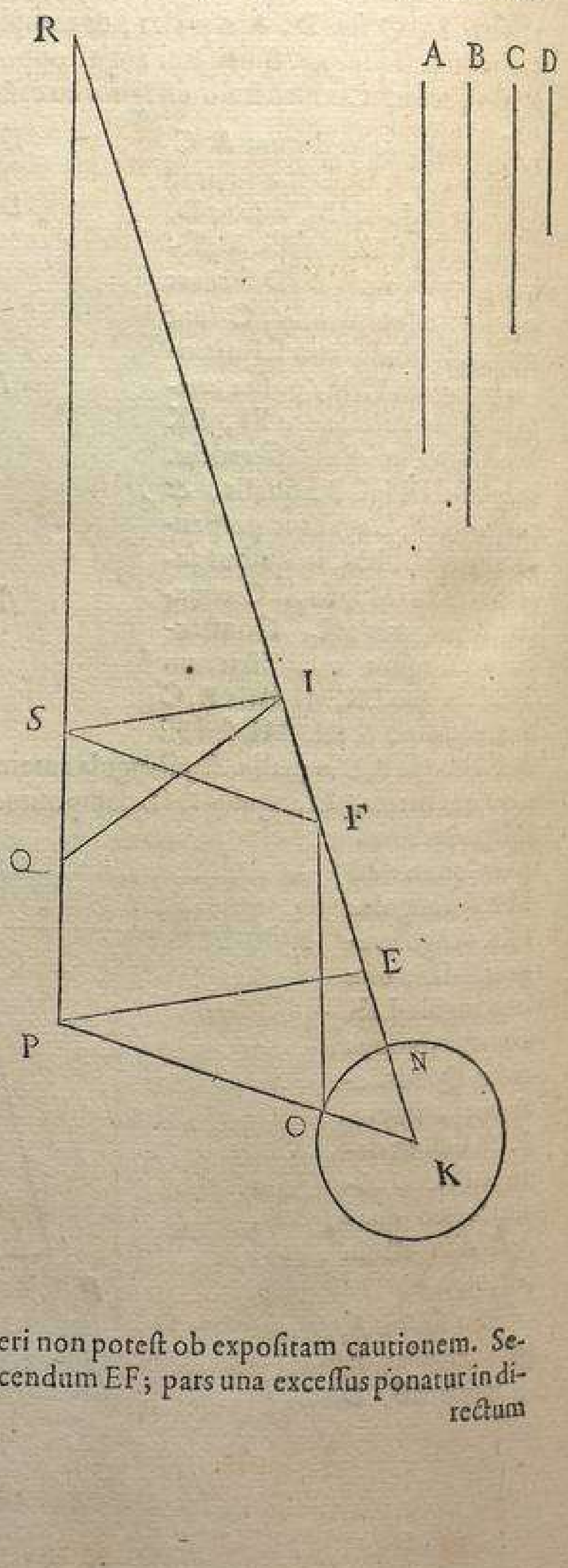
IMF, cujus complementum est MIK seu angulus LKI. Angulus igitur IML, una cum angulo LKI æquatur duobus rectis. Quadrilaterum itaque MLKI est ex datis A, B, C, D cõstructũ eo quoque casu est in circulo.



Sed sunto A, C inæquales. Et si quidem B, D sunt æquales, is casus cum antecedente concurrit. Sola enim ad constructionem opus est notarum A, C in notas B, D subrogatione. Quo tamen constantior undique cernatur methodus, agatur rursus EF ipsi B æqualis. Et quoniam nulla est inter B, D differentia, centro E, intervallo EN, æquali differentiæ inter A, C abscisso ex EF describatur circulus, & ex puncto F in circumferentia circuli sumatur FO ipsi FE æqualis, & agatur EOP majori ipsarum A, C (sit illa A) æqualis. Vnde OP fit æqualis ipsi C, & per P, F agantur rectæ ipsis FO, OP æquales & parallelæ sese committentes in Q. Quadrilaterum igitur constructum est QPEF, cujus latera sunt datis æqualia. Nempe PE, QF id est PO sunt datis A, C æqualia, & reliqua duo QP, FE reliquis B, D. Angulus autem PQF angulo FOP est æqualis, rhomboides enim est QPOF. Angulus itaque PQF, seu FOP cum angulo FOE duos rectos æquabit. Sed angulus FOE angulo FEO est æqualis, cum in triangulo FOE constructa sint crura FE, FO æqualia. Angulus itaque PQF una cum angulo FEO duobus rectis est æqualis. Itaque quadrilaterum QPFE est in circulo.

Sed quatuor omnes datæ A, B, C, D jam sunto inæquales. Et sit A major opposita C. & B major opposita D. Agatur rursus EF ipsi D æqualis. Et quoniam rectam D superat opposita B, erit excessus minor composita ex A, C. alioquin ipsa B tribus reliquis A, C,





D esset major vel æqualis. Quod quidem fieri non potest ob expositam cautionem. Secetur excessus ille sicut A ad C, & ad producendum EF; pars una excessus ponatur in di-

rectum

rectum versus F & sit FI; altera versus E, & sit EK. Sit pars EK similis ipsi A & ideo major; pars FI similis ipsi C & ideo minor. Est igitur IK ipsi B æqualis. Centro autem K intervallo KN, æquali excessui quo A præstat ipsi C, describatur circulus quem IK abscindat in N.

Quoniam IF, EK similes sunt datis C, A, & ipsis tamen minores ideo excessus quo EK superat ipsam IF minor est semidiametro KN, quæ est excessus quo latus A superat C datam. Id autem manifestum est si punctum E consistat intra puncta K, N. Sin minus. Utrobique addatur IF. Ergo composita ex KN, IF est major ipsa EK. & utrinque ablata KN, fit IF major ipsa EN. Constat autem IE ex IF, FE; FN vero constat ex FE, EN. Itaque IE major est FN. Eadem IE minor est FK, quoniam IE componitur ex IF, FE; at FK composita est ex FE, EK: & constructa est EK pars major, IF minor. Cum itaque IE sit major quam FN, & minor quam FK, poterit à puncto F ad circumferentiam circuli duci recta FO ipsi IE æqualis.

Ducatur igitur FO, & producatur KO in P, posita KP ipsi A æquali seu PO ipsi C, & agatur PQ ipsi FO parallela, datæ vero D seu EF æqualis, & jungatur IQ. Dico inprimis IQ esse ipsi PO, id est datæ C, æqualem.

Enimvero continuentur KI, PQ donec conveniant in R, & agatur FS ipsi PO æqualis & parallela, & jungantur PE, SI. Erunt igitur SP, FO parallelæ & æquales, id est æquales ipsi IE composita ex EF seu PQ & IF. Quare IF, SQ sunt æquales. Facta autem est KE ad FI, sicut PK ad SF. Trianguli igitur SFI crura SF, FI cruribus PK, KE trianguli PKE sunt similia; angulus autem verticis in utroque est æqualis, videlicet angulus SFI angulo PKE, cum sint parallelæ SF, PK. Quare triangula SFI, PKE similia sunt, atque adeo bases SI, PE parallelæ. Est igitur ut RS ad RI, sicut SP ad IE. Sed SP, IE ostensæ sunt æquales. Ergo RS, RI erunt quoque æquales & etiam RQ, RF. Trianguli igitur RSF crura RS, RF cruribus RI, RQ trianguli RIQ sunt æqualia. Idem autem est angulus ad R verticem. Quare basis quoque IQ basi FS id est PO erit æqualis, ut est adseveratum.

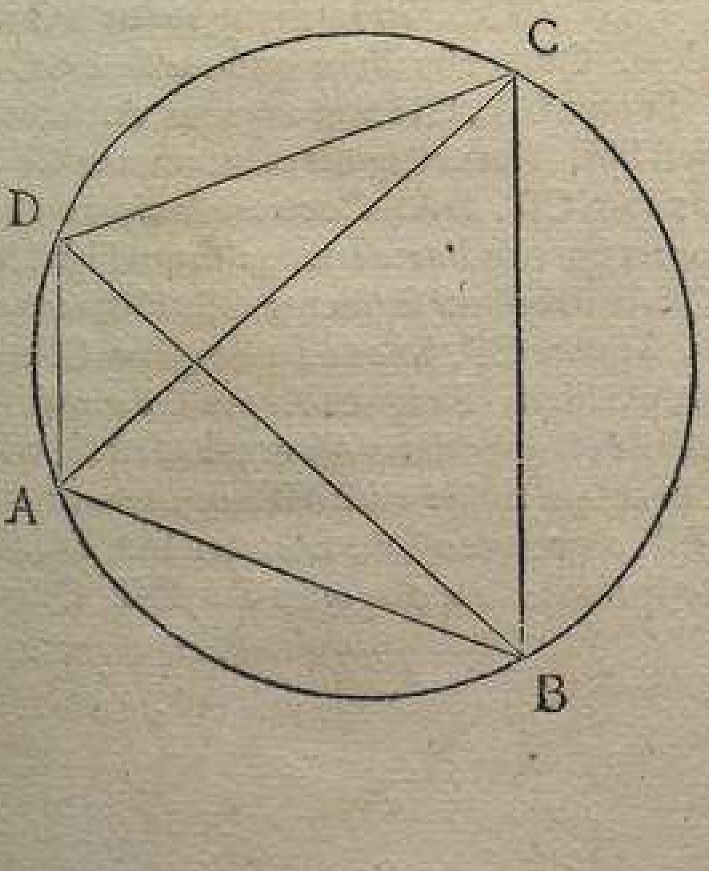
Est igitur quadrilaterum PKIQ ex quatuor datis A, B, C, D constructum. Dico denique ipsum esse in circulo.

In ea enim triangulorum RSF, RIQ æqualitate, & similitudine angulus RQI, qui exterior est anguli IQP, fit æqualis angulo RFS seu IKP. Exterior autem angulus cum interiore æquatur duobus rectis. Quare angulus IQP una cum angulo IKP est æqualis duobus rectis. Quadrilaterum igitur PKIQ est in circulo. Ex datis itaque quatuor inæqualibus rectis A, B, C, D constructum est quadrilaterum PKIQ quod est in circulo, sicut oportebat.

Ad Arithmeticas autem effectiones hoc addatur

Δεδόμενον.

Datis quatuor lateribus quadrilateri circulo inscripti, diagonia utravis est data.

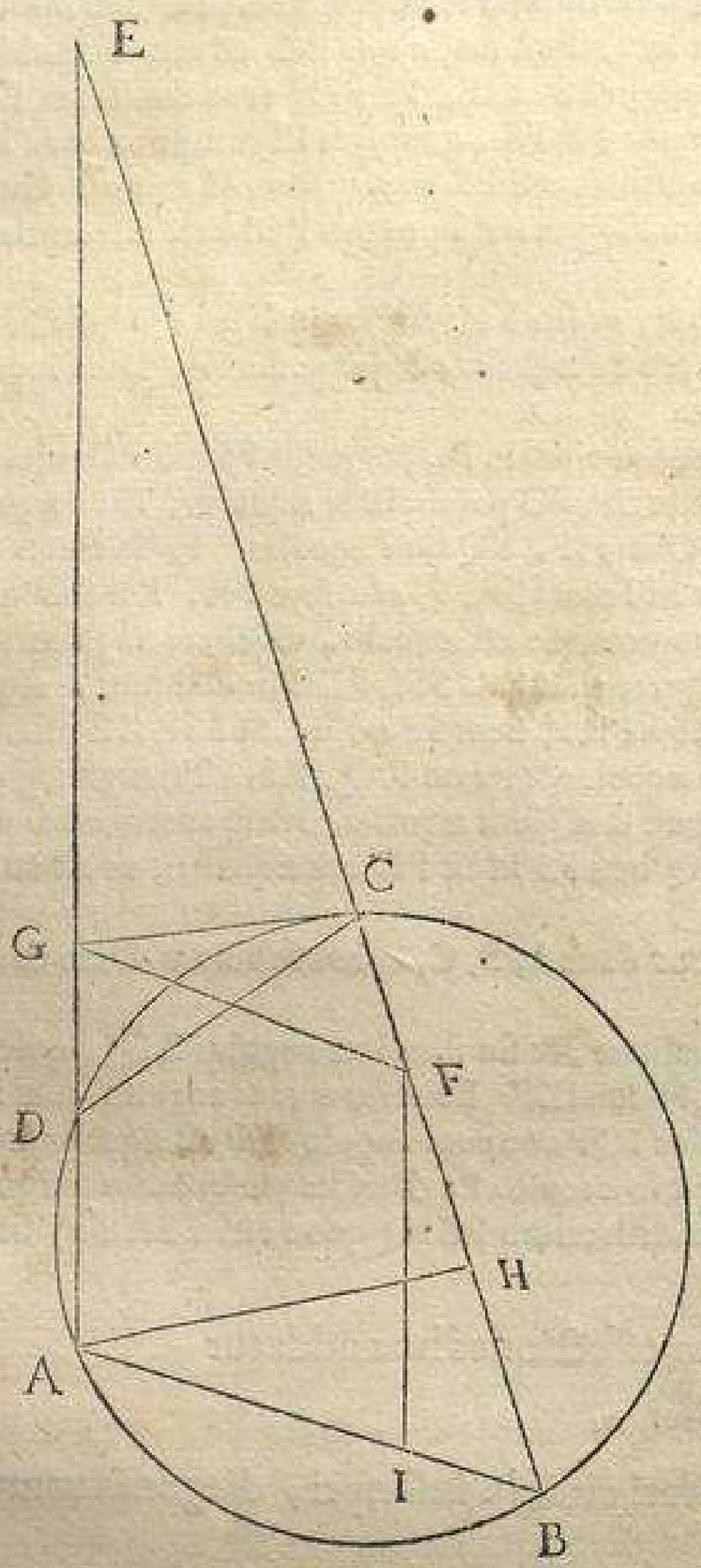


Sit quadrilaterum ABCD inscriptum circulo, & dentur latera singula AB, BC, CD, DA. Dico dari diagonias AC, DB.

Aut enim opposita duo latera AB, CD æqualia sunt, vel inæqualia. Sint primum æqualia. Quoniam eæ circumferentiæ sunt æquales, quæ ab æqualibus rectis subtenduntur, & contra, lineæ rectæ quæ æqualibus circumferentiis subtenduntur sunt æquales. erunt circumferentiæ DC, AB æquales, & diagonia DB erit diagoniæ AC æqualis.

Quod autem fit sub diagoniis quadrilateri circulo inscripti, æquale est ei quod fit sub duobus lateribus oppositis, una cum eo quod fit sub duobus reliquis. Quare quod fit sub AC, DB id est quadratum AC vel DB, æquabitur ei quod fiet sub AB, CD id est quadrato AB vel CD una cum eo quod fit sub CB, DA. Sunt autem datæ ex hypothesi rectæ AB, CB, CD, DA. Quare dabitur ipsa AC.

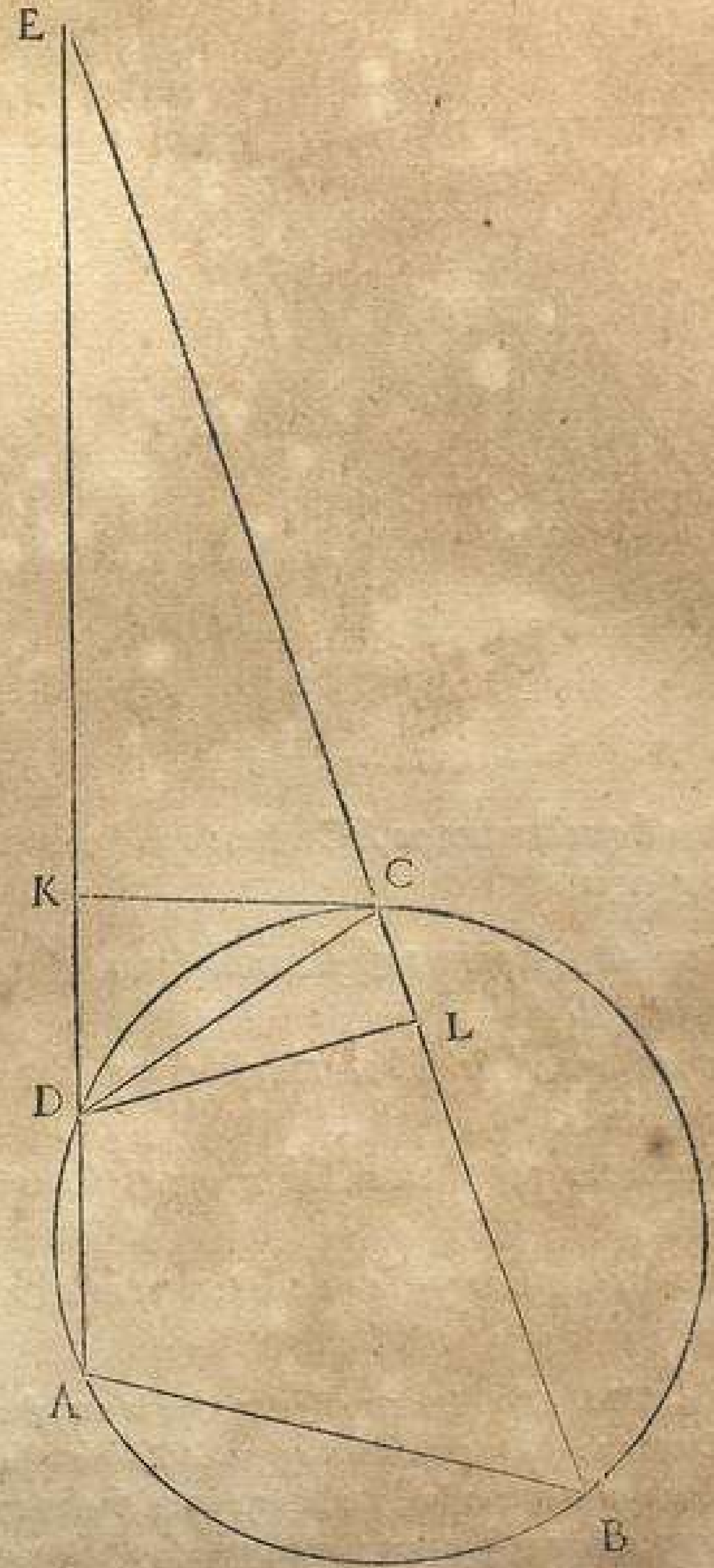
Sed sunto AB, CD latera inæqualia. Rursus si latus BC lateri DA est æquale, accident ut ante æquales diagoniæ, & dabuntur exposita methodo.



Sed sit undique inæqualitas, ut pote sit BC latus majus latere DA, & AB majus latere CD. Quoniam rectæ AB, CD sunt inæquales, erunt circumferentiæ quoque AB, CD inæquales. Quare non erunt parallelæ AD, CB, sed extra circulum productæ sese committent. Conveniant in E. fient igitur duo triangula EAB, ECD habentia angulum verticis communem ad E. Et quoniam angulus DCB una cum angulo opposito DAB est æqualis duobus rectis & idem angulus DCB una cum angulo suo exteriore ECD æquatur duobus rectis, utrinque ablato angulo DCB, fit angulus ECD angulo DAB æqualis. Quare similia sunt triangula EAB, ECD, & est ED ad EC, sicut EB ad EA. Abs EB autem abscindatur EF ipsi ED æqualis; & contra abs EA abscindatur EG ipsi EC æqualis, & jungatur FG. Triangula igitur EFG, EDC æqualium fiunt laterum & angulorum. Angulus enim ad verticem utrique est communis, quem æqualia comprehendunt latera situ permutato. Itaque data est GF datæ DC æqualis. Et quia est ut ED id est EF ad EC id est EG, ita EB ad EA. ideo erunt parallelæ GF, AB. Abscindatur quoque abs EB recta EH æqualis ipsi EA, & jungantur GC, AH. Est igitur ut EC ad EG, ita EH ad EA, æqualis videlicet ad æqualem. Quare parallelæ quoque sunt GC, AH, atque adeo triangula CGF, HAB similia. Et quia GA, CH sunt æquales, utrinque demptis æqualibus ED, EF, fit DA æqualis ipsi FH. Data est igitur composita ex CF, HB, quoniam composita illa est differentia datarum CB, DA. Cæterum secatur differentia illa secundum datam rationem. Nam propter similitudinem triangulorum HAB, CGF, est AB ad HB, sicut FG seu CD ad CF. Quare dabuntur segmenta CF, HB, atque adeo dabuntur FB, GA. Illa auferendo à data CB ipsam CF, hæc addendo ipsam CF seu GD ipsi DA. Itaque ipsi GA agatur FI æqualis & parallela. Fit igitur AI ipsi GF æqualis, cum sint parallelæ GF, AB. atque adeo IB differentia est inter datas AB & GF id est CD. Triangulum igitur FIB est datorum laterum. Ei autem simile est EAB, cujus basis data est AB. Quare crura quoque dabuntur EA, EB, atque adeo EF, EG, seu ED, EC. Datis igitur lateribus trapezii ABCD circulo inscripti datæ sunt diagoniæ CA, DB. Quod erat ostendendum.

Vel

Vel ex D cadat in EB perpendicularis DL. Quoniam triangulum EDC datorum est laterum, & data quoque ipsa CB, dabuntur segmenta EC, CL, LB, atque adeo ipsa altitudo DL, cujus quadratum una cum quadrato L B, æquabitur quadrato diagoniæ DB. quæ quidem rectum subtendit angulum in triangulo rectangulo DLB. Ex C autem cadat in ED perpendicularis CK. Quoniam triangulum EDC datorum est laterum, & data quoque ipsa EA, dabuntur segmenta EK, KD, KA, atque adeo ipsa altitudo KC, cujus quadratum una cum quadrato EA, æquabitur quadrato diagoniæ CA, quæquidem rectum subtendit angulum in triangulo rectangulo CKA,

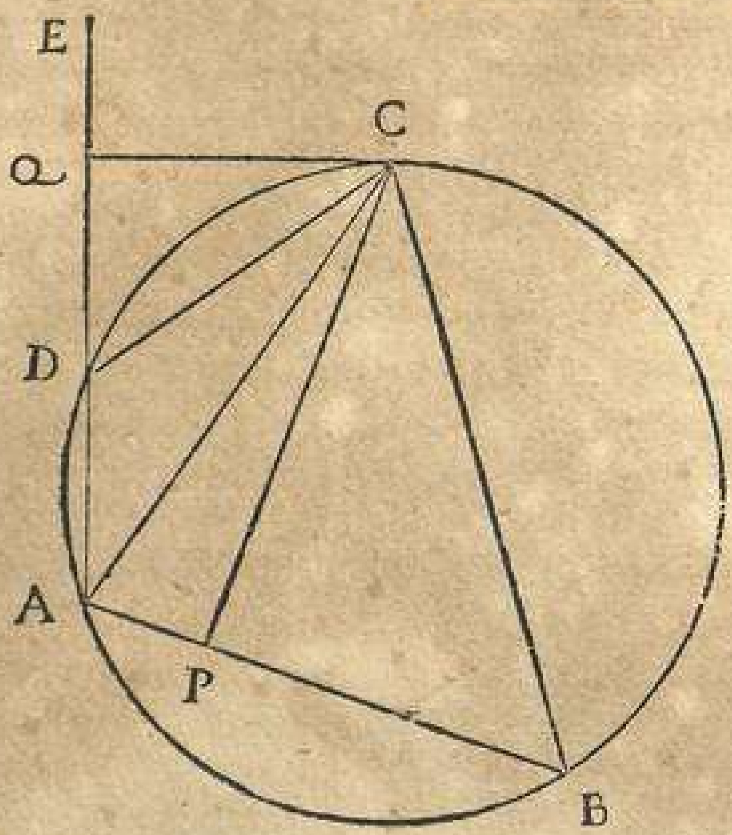


Primo casu sit AB 65, BC 75, CD 65, DA 9. Fit AC vel DB 70, altitudo 60, diameter 81 $\frac{1}{4}$.

Opus autem secundo casu instituendum in hanc recidit analogiam.

Sit latus primum tertio oppositum idemque majus, & secundum majus quarto. Erit ut rectangulum sub primo & secundo, una cum rectangulo sub tertio & quarto ad adgregatum quadratorum primi & secundi minus adgregato quadratorum secundi & tertii, ita rectangulum sub primo & secundo ad adgregatum quadratorum primi & secundi minus quadrato diagoniæ, quæ angulo qui fit à primo & secundo, vel tertio & quarto subtenditur. & ita rectangulum sub tertio & quarto ad quadratum diagoniæ ejusdem minus adgregato quadratorum tertii & quarti.

Et hæc ex Analyticis suam habent demonstrationem. Sit enim quadrilaterum ABCD circulo inscriptum. ac primum quidem latus AB sit majus ipso CD, & CB majus ipso DA & agatur diagonia CA. Circumferentia igitur ABC major erit circumferentia CDA. Angulus itaque CDA erit obtusus, angulus vero CBA acutus, & æqualis CDE exteriori anguli CDA. Cadant vero in AB, AD perpendiculares CP, CQ. illa igitur cadet intra triangulum CAB, hæc extra triangulum CDA. Itaque quod fit sub BP, AB bis, æquale erit quadratis ex AB, CB, minus quadrato ex AC. Et quod fit sub QD, DA bis, æquale erit quadrato ex AC. minus quadratis ex CD, DA. Et per æqualium cum æqualibus additionem, quod fit sub BP, AB bis, una cum eo quod fit sub QD, AD bis, erit æquale quadratis ex AB, CB minus quadratis ex CD, DA. Porro similia sunt triangula CDQ, CBP.



CBP. Itaque est ut CB ad BP, ita CD ad DQ. & ut quod fit sub AB, CB ad id quod fit sub AB, BP bis, ita quod fit sub AD, CD ad id quod fit sub AD, QD bis. Et per synthesin ut quod fit sub AB, CB una cum eo quod fit sub AD, CD ad id quod fit sub AB, BP bis una cũ eo quod fit sub AD, QD bis, id est, ad adgregatum quadratorum ex AB, CB minus quadratis ex CD, DA, ita quod fit sub AB, CB ad id quod fit sub AB, BP bis, id est, ad quadrata ex AB, CB minus quadrato ex AC. & ita quod fit sub AD, CD ad id quod fit sub AD, QD bis, id est, ad quadratum ex AC minus quadratis ex CD, DA. Revocata autem ad æqualitatem analogia,

Planum quod fit sub primo & secundo latere ducatur in adgregatum quadratorum tertii & quarti.

Planum contra quod fit sub tertio & quarto ducatur in adgregatum quadratorum primi & secundi.

Summa dividatur per planum sub primo & secundo latere adjunctum plano sub tertio & quarto.

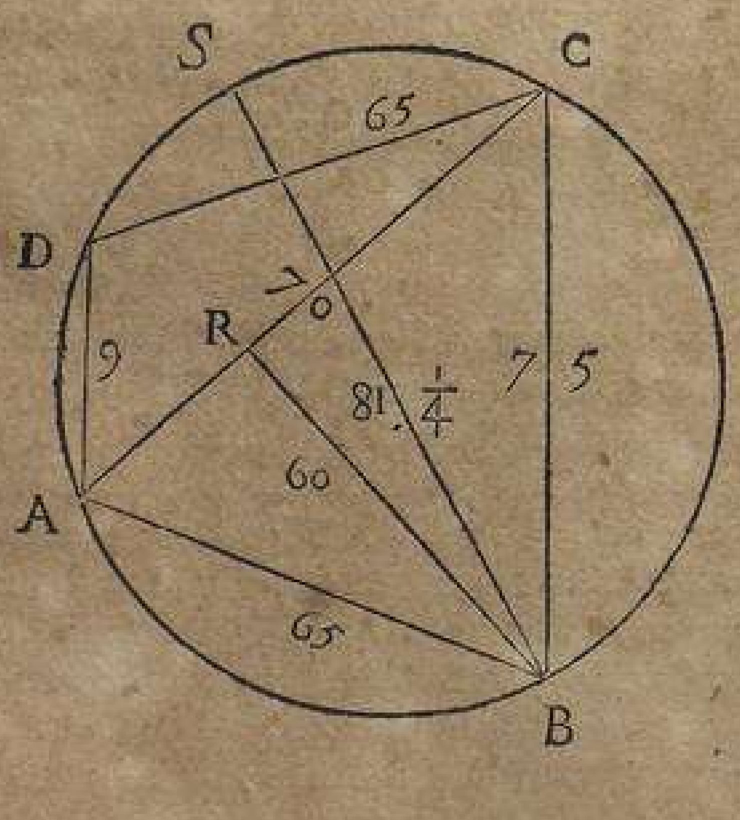
Orietur quadratum diagoniæ quæ lateri primo & secundo, seu tertio & quarto subtenditur.

Sit AB 2, CB 4, CD 1, AD 3. Ducatur 8 in 10 & 3 in 20, fiunt 80 & 60, summa factorum 140 dividatur per 11. Oritur 12 $\frac{8}{11}$ quadratum diagoniæ AC, unde ipsa fit $\surd$ 12 $\frac{8}{11}$.

Et cum CB primo numeratur ordine. Ducatur 4 in 13 & 6 in 17, fiunt 52 & 102, summa factorum 154 dividatur per 10, oritur 15 $\frac{2}{5}$. quare diagonia fit $\surd$ 15 $_5$. Ducantur diagoniæ altera in alteram quod fiet æquale erit $\surd$ 196, id est 14. Quanta etiam est summa plani quod fit sub binis oppositis. Porro.

Data diagonia datur triangulum circulo inscriptum, quamobrem dabitur diameter circuli. Est enim ut altitudo trianguli ad crus unum, ita crus alterum ad diametrum circuli circa triangulum descripti.

Vt hæc alibi exposita sunt



Sit, ut in primo casu, AB 65, BC 75, CD 65, DA 9. Quoniam diagonia AC data est 70, itaque dantur trianguli ADC crura DA, CD 9 & 65, basis vero AC 70. ideo dabitur altitudo ejusdem 60. Sit autem BR. Et quia est ut BR ad AB, ita BC ad BS diametrum. fiet ut 60 ad 65, ita 75 ad 81 $\frac{1}{4}$. Quare longitudo BS erit 81 $\frac{1}{4}$, hujus dupla est 162 $\frac{1}{2}$. At trianguli cujus basis esset 75, altitudo 65, hypotenusa esset major 99. Cujus vero basis 65, altitudo 9, hypotenusa major esset ipsa base 65. Duæ igitur illæ hypotenusæ essent majores 164, at-

164, atque adeo diameter major 82. Quod fieri non poteſt, cum ea tantum ſit $81\frac{1}{4}$, ut oſtenſum eſt. Vnde manifeſtus ſit error in expoſita methodo initio hujus Capitis, ad inveniendum diametrum ex quatuor lateribus datis, de quo Auctor meminit.

CAPVT II.

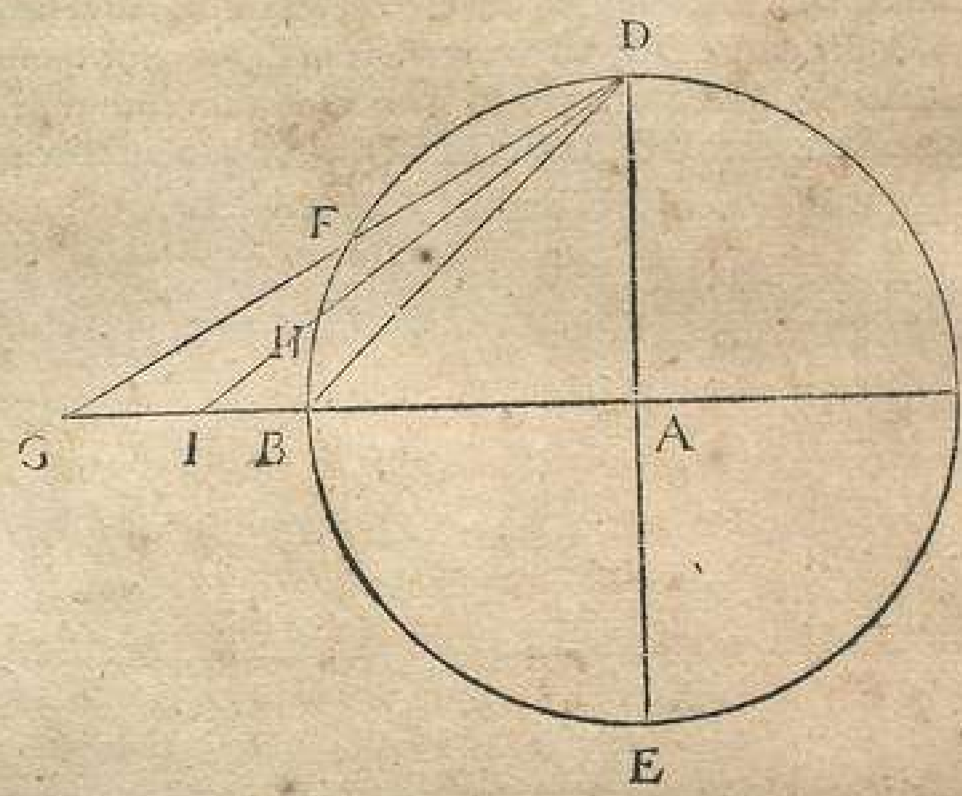
Mechanice methodus inveniendi latera polygonorum quorumcumque.

CAnon Mathematicus vere lydius eſt lapis ad nova probandum inventa. Pſeudographiam enim laterum vel angulorum ſtatim detegit, ut ecce propoſuerit Mechanicus quiſpiam

MECHANICVM.

Latus pentagoni circulo inſcribendi compendioſe invenire.

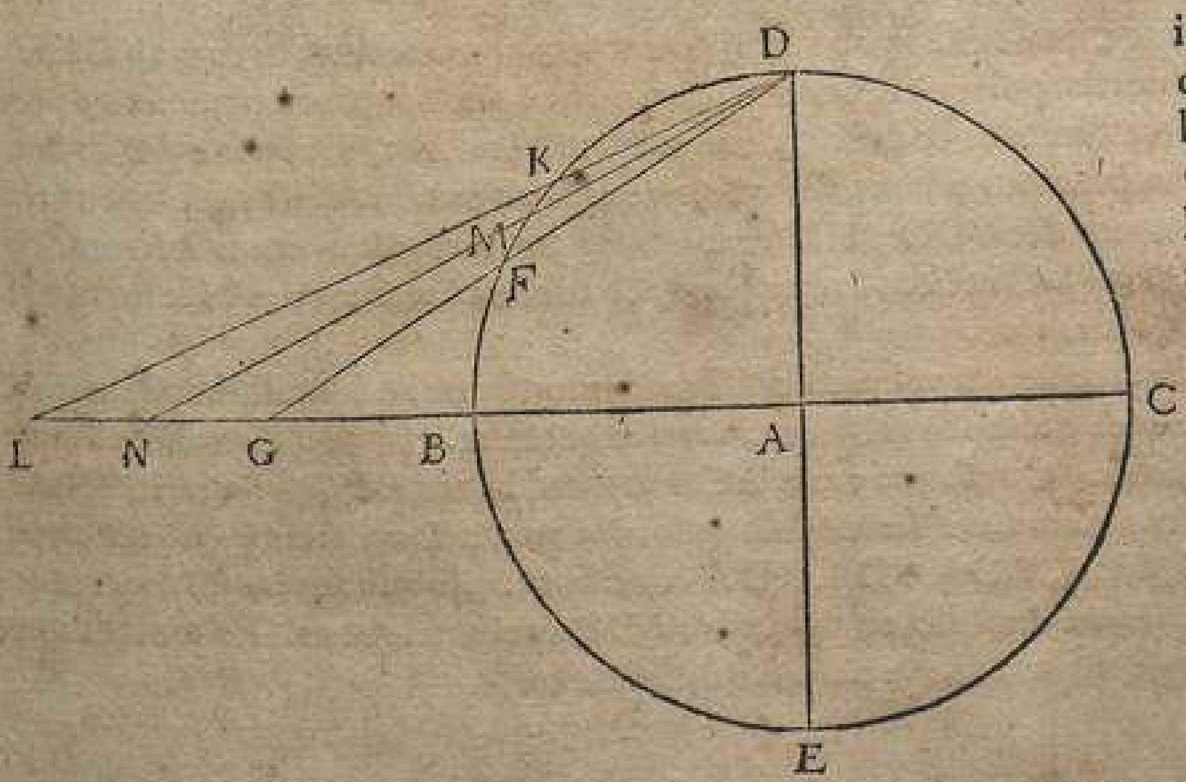
Sub centro A intervallo quocumque AB deſcribatur circulus BDCE. Oportet latus pentagoni circulo inſcribendi invenire. At vero inter hexagonum & tetragonum pentagonum conſiſtit, æquidiſtans ab iis pari angulorum numero. Dantur autem commode latera hexagoni & tetragoni. Quare ſecetur circulus BDCE quadrifariam à duabus diametris BC, DE ſeſe ideo normaliter ſecantibus in centro, & ſumatur DF latus hexagoni, & productæ DF, CB conveniant in G. Sumatur quoque latus tetragoni DB deſinens in ipſa CG in B. Jam autem inventum ſit latus pentagoni quod quæritur conſiſtens inter DF, DB & ſit DH quod productum intercipiat AG in I. Dico Mechanicus GI, IB eſſe æquales. Itaque in ſyntheſi datam BG propter datas DB, DG ſecabo bifariam in I, & ducta DI ſecante circulum in H, exhibuero DH ut latus pentagoni.



ALIVD.

Latus heptagoni circulo inſcribendi invenire.

Sub A centro intervallo quocumque deſcribatur circulus. Oportet latus heptagoni in eo inſcribendi invenire. At vero inter hexagonũ & octogonum heptagonum cõſiſtit, æquidiſtans àb iis pari angulorũ numero. Dantur autem commode latera hexagoni

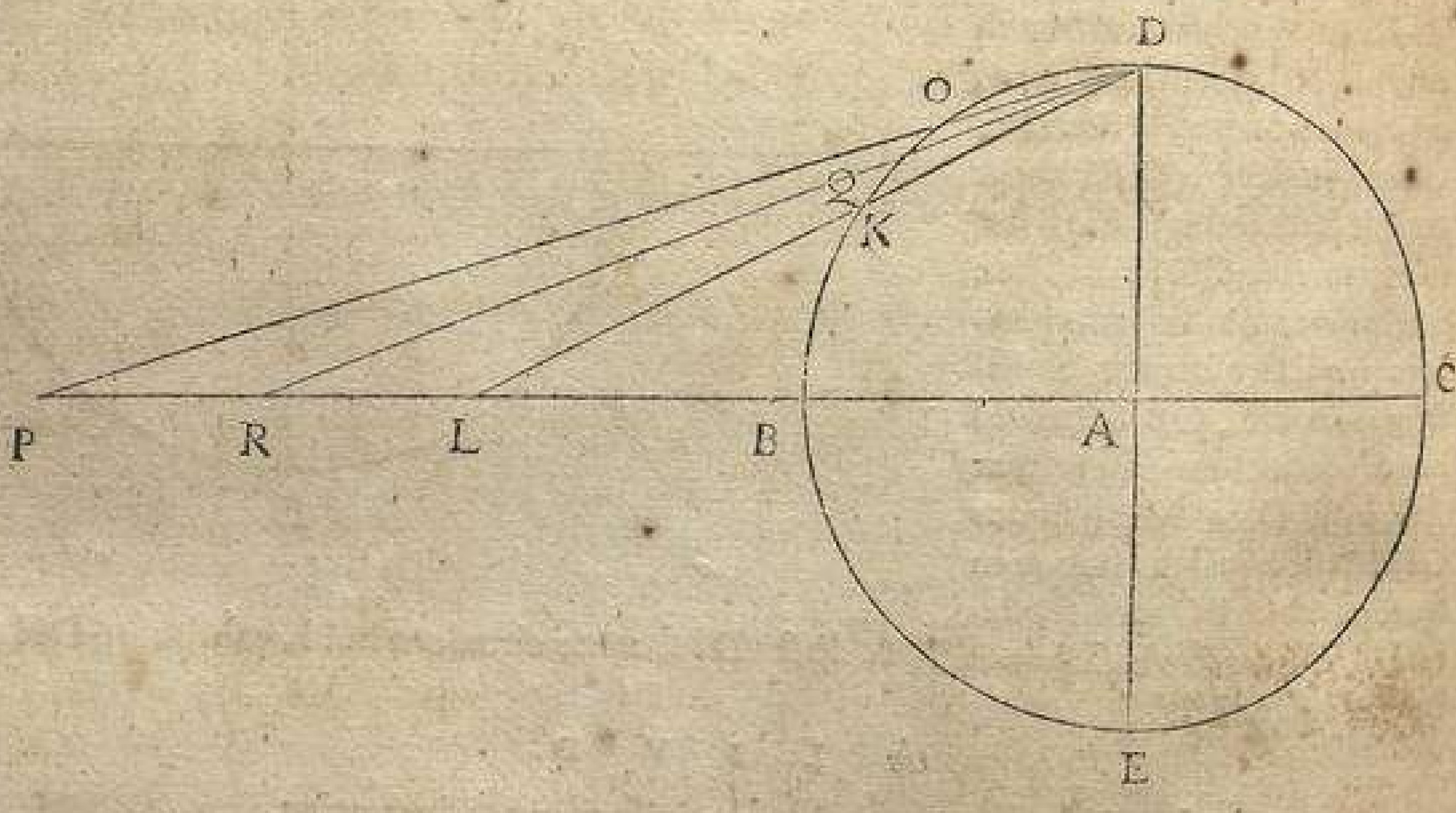


goni & octogoni. Quare secetur circulus BDCE quadrifariam à duabus rectis BC, DE sese ideo normaliter secantibus in centro, & sumatur DF latus hexagoni, & productæ DF, AB conveniant in G. Sumatur quoque latus octogoni DK, cui producto ipsa AB occurrat in L. Jam autem inventum sit latus heptagoni quod quæritur, consistens inter DK, DF, & sit DM, quod productum intercipiat GL in N. Dico Mechanicus rectas LN, NG esse æquales. Itaque in synthesi datam GL (propter datas DK, DF) secabo bifariam in N, & ducta ND secante circulum in M, exhibuero DM ut latus heptagoni.

ALIVD.

Latus enneagoni circulo inscribendi invenire.

Sub A centro intervallo quocumque AB describatur circulus. Oportet latus enneagoni ei circulo inscribendi invenire. At vero inter octogonum & decagonum enneagonum consistit æquidistans ab iis pari angulorum numero. Dantur autem commodè latera & octogoni & decagoni. Quare secetur circulus BDCE quadrifariam à duabus diametris BC, DE sese ideo normaliter secantibus in centro, & sumatur DK latus octogoni, & productæ DK, AB conveniant in L. Sumatur quoque latus decagoni DO, cui producto ipsa AB occurrat in P. Jam autem inventum sit latus enneagoni quod quæritur consistens inter DO, DK & sit DQ, quod productam intercipiat LP in R. Dico PR, RL



esse æquales. Idque generale esse in omnibus lateribus polygonorum, ut cum ab D limite sumentur latera duorum polygonorum æquidistantium pari angulorum numero à polygono de cujus latere quæritur & desinent producta in linea AB, pars lineæ AB ab iis ita intercepta secabitur bifariam à latere de quo quæritur ad eam producto. Itaque in synthesi datam LP propter datas DO, DK secabo bifariam in R, & ducta DR secante circulum in Q, exhibuero DQ ut latus enneagoni, & eandem methodum in reliquis lateribus constanter observavero.

Etsi vero non demonstranti vel paralogistice demonstranti fides adhibenda non est, placeat tamen quam ea methodus aberret à vero expendere. Id per Canonem Mathematicum statim licebit. Constituta enim AC sinu toto, latera AB, AG, AI, AL, AN, AP, AR, fiunt prosinus, numerive fœcundi angulorum qui ad D in triangulis rectangulis BDA, GDA, IDA, LDA, NDA, PDA, RDA consistunt. Anguli autem illi dantur propter datas absumptas ex dimidio circuli ambitu DE circumferentias. Itaque dabuntur quoque prosinus ipsi, atque adeo prosinuum differentiæ.

Vt

Vt ecce in primi Mechanici paradigmate.

Constituta	*AD*	100,000	*Itaque* IB *est*	37,638
fit	*BA*	100,000	GI	35,576
	AI	137, 638	*Non sunt igitur* IB, GI *æquales:*	
	AG	173, 205	*sed illa major, hæc minor.*	

Aeque in secundi mechanici paradigmate.

Constituta	*AD*	100,000	*Itaque* NG *est*	34, 447
fit	*GA*	173, 205	LN	33, 769
	AN	207, 652	*Non sunt igitur* NG, LN *æquales:*	
	AL	241, 421	*sed illa major, hæc minor.*	

Æque in tertii mechanici paradigmate.

Constituta	*AD*	100,000	*Itaque* RL *est*	33,327
fit	*AL*	241, 421	PR	33,020
	AR	274,748	*Non sunt igitur* RL, PR *æquales.*	
	AP	307,768	*sed illa major, hæc minor.*	

Quam autem teneant latera polygonorum accuratam inter se rationem mysterium est, quod aperui in analyticis angularium sectionum, & adnotavi *περιέργως* in libro Variorum de rebus Mathematicis responsorum octavo.

FINIS.

FRANCISCI VIETÆ

AD

ANGVLARES SECTIONES

THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ,

DEMONSTRATA

PER

ALEXANDRUM ANDERSONUM.

AD

ANGVLARES SECTIONES

THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ
DEMONSTRATA
PER
ALEXANDRUM ANDERSONUM.

THEOREMA I.

SI fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus, differat ab acuto secundi, per acutum tertii; & sit excessus penes primum, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa, sit similis rectangulo sub hypotenusis primi & secundi.

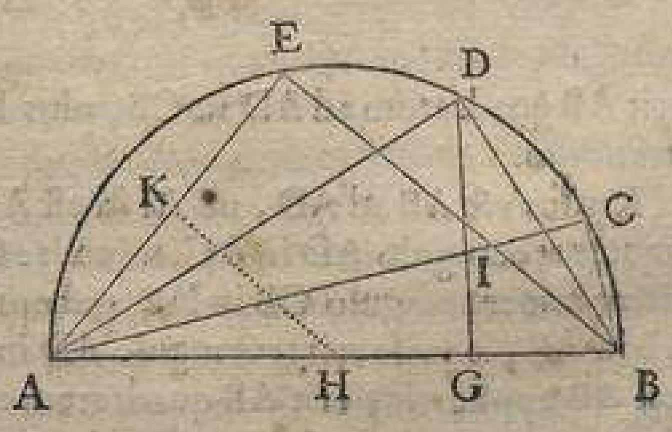
Perpendiculum, simile rectangulo sub perpendiculo primi & base secundi, minus rectangulo sub perpendiculo secundi, & base primi.

Basis, rectangulo, sub basibus primi & secundi, plus rectangulo sub perpendiculis eorundem.

Is angulus acutus intelligitur, cui latus perpendiculi voce designatum subtenditur. reliquus è recto, cui basis. hypotenusa vero, latus recto subtensum.

Sint tria triangula AEB, ADB, ACB, quorum bases sint AE, AD, AC, perpendicula EB, DB, CB. secet EB basin AC in I puncto: & demittatur perpendicularis DG in rectam AB.

Eritque ut AD ad DB, ita AE ad EI, id est EB minus IB. & rectangulum DB in AE, æquale erit rectangulo AD in EB minus AD in IB, additoque communi AD in IB: DB in AE plus AD in IB, æquabitur AD in EB. est quoque ut AD ad AB, ita CB ad IB, & rectangula AB in CB, AD in IB æqualia: ergo DB in AE plus AB in BC, æqualia erunt ipsi AD in EB. & ablato communi (AE in DB,) AB in BC æquabitur AD in EB minus AE in DB, quibus ipsi AB applicatis orietur latitudo BC, eritque AB quadratum ad AD in EB minus AE in DB, ut AB ad BC. Quod erat demonstrandum.



Rursus ut AG ad AD, ita AE ad AI, & AD in AE, æquale erit ipsi AG in AI; est autem AB in AC, æquale AG in AI plus AG in IC plus GB in AC; & GB in AC, æquale ipsis GB in AI plus GB in IC. est quoque AG in IC plus GB in IC, æquale AB in IC, & proinde AG in AI plus AB in IC plus GB in AI, æqualia erunt AB in AC; sed GB in AI, æquale est DB in EB minus DB in IB, (est enim GB ad DB, ut EI vel EB minus IB, ad AI.) & DB in IB, æquale est AB in IC (est enim IB ad IC, ut AB ad DB:) ergo AG in AI plus AB in IC plus EB in DB minus AB in IC, id est AG in AI sive AD in AE plus DB in EB, æqualia erunt AB in AC, hisce igitur ipsi AB applicatis, orietur latitudo AC, eritque AB quadratum ad AD in AE plus EB in DB, ut AB ad AC. Quod erat secundo loco ostendendum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Eadem est demonstrationis vis, quum triangulorum diversæ sunt hypotenusæ, ut in triangulis AKH, ADB, ACB, nam propter triangulorum similitudinem, erit ut AB quadratum ad AE in AD plus EB in DB, ita AB in AH ad AD in AK plus DB in KH: siquidem est ut AB ad AH, ita AE ad AK, & EB ad KH, itemque ut AB quadratum ad AB in AH, ita EB in AD minus DB in AE ad KH in AD minus DB in AK.

Sit trianguli primi perpendiculum 1. basis 2.
Secundi perpendiculum 1. basis 3.
Trianguli tertio similis sit perpendiculum 1. basis 7.

THEOREMA II.

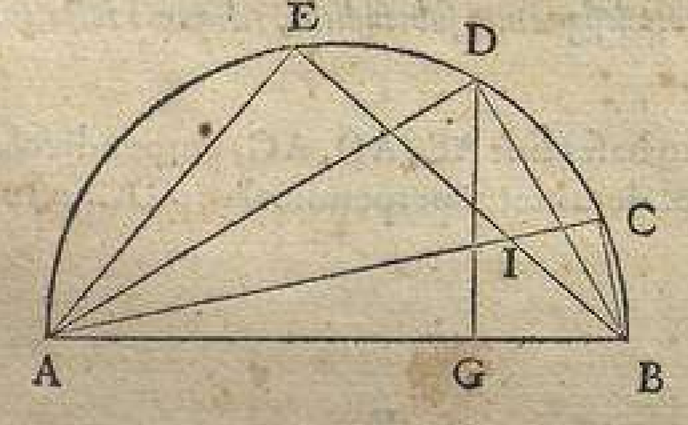
Si fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus adjunctus acuto secundi, æquet acutum tertii, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa, sit similis rectangulo sub hypotenusis primi & secundi.

Perpendiculum, simile rectangulo sub perpendiculo primi, & base secundi, plus rectangulo sub perpendiculo secundi & base primi.

Basis, rectangulo sub basibus primi & secundi, minus rectangulo sub perpendiculis eorundem.

Repetatur superioris Theorematis diagramma, in quo est AG ad AD, ut CB ad IB, & rectangulum AD in CB, æquale rectangulo AG in IB.



Est autem AB in EB, æquale ipsis AG in IB, AG in IE & GB in BE id est GB in BI, plus GB in IE: & est AB ad DB, ut AI ad IE, & rectangulum AB in IE, æquale rectangulo DB in AI; sed AB in IE, æquale est AG in IE, plus GB in IE: quibus addatur GB in IB, id est DB in IC (est enim GB ad DB, ut IC ad IB), erunt AG in IE, plus GB in IE, plus GB in IB, æqualia AI in DB, plus IC in DB, id est DB in AC. ergo AG in IB, id est AD in CB, plus DB in AC, æqualia erunt AB in EB: & omnibus ipsi AB applicatis, erit AB quadratum ad AD in CB, plus DB in AC, ut AB ad EB. Quod erat demonstrandum.

Rursus est AB ad AD, ut AI id est AC minus IC ad AE, & rectangulum AB in AE, æquale rectangulo AD in AC, minus rectangulo AD in IC: sed rectangulum AD in IC, est æquale rectangulo CB in DB, (est enim AD ad DB, ut CB ad IC.) ergo rectangulum AB in AE, æquale erit rectangulo AD in AC, minus rectangulo CB in DB, & omnibus ipsi AB applicatis, erit AB quadratum ad AD in AC, minus CB in DB, ut AB ad AE. Quod erat demonstrandum. Eodemque modo licet hypotenusæ triangulorum inæquales fuerint, ut prius animadversum est.

Sit trianguli primi perpendiculum 1. basis 7.
Secundi perpendiculum 1. basis 3.
Trianguli tertio similis perpendiculum erit 1. basis 2.

THEOREMA III.

Si fuerint duo triangula rectangula, quorum angulus acutus primi, sit submultiplus ad angulum acutum secundi.

Latera secundi, recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa fit similis potestati conditionariæ hypotenusæ primi: est autem potestas conditionaria, quæ sequitur gradum proportionis multiplæ, quadratum videlicet in ratione dupla, cubus in tripla, quadrato-quadratum in quadrupla, quadrato-cubus in quintupla, & eo in infinitum progressu.

Ad similitudinem autem laterum circa rectum hypotenusæ congruentium, efficitur à base & perpendiculo primi ut binomia radice, potestas æque alta, & singularia facta homogenea distribuuntur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata, deinde negata, & harum primæ parti similis fit basis secundi, perpendiculum reliquæ.

Sic in ratione dupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato hypotenusæ primi, seu aliter aggregato quadratorum à lateribus circa rectum; basis differentiæ; perpendiculum duplo sub prædictis lateribus rectangulo.

In ratione tripla; hypotenusa secundi fit similis cubo hypotenusæ primi; basis cubo basis primi, minus solido ter sub quadrato perpendiculi primi; & base ejusdem, perpendiculum simile solido ter sub perpendiculo primi & quadrato basis ejusdem, minus cubo perpendiculi.

In ratione quadrupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato-quadrato hypotenusæ primi; basis quadrato-quadrato basis primi, minus plano-plano sexies sub quadrato perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus quadrato-quadrato perpendiculi; perpendiculum simile plano-plano quater sub perpendiculo primi & cubo basis ejusdem, minus plano-plano quater sub cubo perpendiculi primi & base ejusdem.

In ratione quintupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato cubo hypotenusæ primi; basis similis quadrato-cubo basis primi, minus plano-solido decies sub cubo perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus plano-solido quinquies sub perpendiculo primi & quadrato-quadrato basis ejusdem; perpendiculum plano-solido quinquies sub quadrato-quadrato perpendiculi primi & base ejusdem, minus plano-solido decies sub quadrato perpendiculi & cubo basis ejusdem, plus quadrato-cubo basis ejusdem.

Sit triangulum rectangulum quodcunque, cujus hypotenusa Z. perpendiculum B. basis D. Erit igitur ex demonstratis Theoremate secundo, pro triangulo anguli dupli, (quando-quidem duplum differt à dimidio per ipsum dimidium.)

Vt Z q. ad D q. — B q. ita Z ad basin anguli dupli: & ex iisdem ut Z q. ad D in B bis, ita Z ad perpendiculum dupli.

Et iterum, ut Z cub. ad D cub. minus D in B q. ter, ita Z ad basin trianguli anguli tripli. & indidem Z cub. ad D q. in B ter, minus B cubo, ut Z ad perpendiculum ejusdem trianguli anguli tripli.

Et Z qq. ad D qq. minus D q. in B q. sexies, plus B qq., ut Z ad basin trianguli anguli quadrupli. & Z qq. ad D cub. in B quater, minus B cubo in D quater, ut Z ad perpendiculum ejusdem trianguli anguli quadrupli.

Item ut Z qc. ad D qc. minus D c. in B q. decies, plus D in B qq. quinquies, ita Z ad basin trianguli anguli quintupli. & ut Z qc. ad D qq. in B quinquies, minus D q. in B c. decies, plus B qc. ita Z ad perpendiculum ejusdem trianguli anguli quintupli.

Atque ita ex ductu hypotenusarum, laterumque circa rectos angulos pro rationum simili-

similitudine jam demonstrata, provenient triangulorum angulorum multiplicium lateribus homologa in infinitum, ea qua propositum est methodo, ut ex tabella subjecta, clarius perspicere est.

Trianguli rectanguli

		anguli simpli.		*anguli multipli.*		
		Hypotenusa.	*Latera circa rectum.* *Basis. Perpendiculum.*	*Hypotenusa.*	*Basis.*	*Perpendiculum.*
		Z.	D. B.		*Dupli.*	
Potestas rationis.	*Duplæ.*	Z q.	D q. D in B 2. B q.	Z q.	D q. — B q.	D in B 2.
					Tripli.	
	Triplæ.	Z cub.	D cub. D q. in B 3. D in B q. 3. B cubo	Z cub.	D cub. — D in B q. 3.	D q in B 3. — B cub.
					Quadrupli.	
	Quadruplæ.	Z qq.	D qq. D cub. in B 4. D q. in B q. 6. D in B cub. 4. B qq.	Z qq.	D qq. — D q. in B q. 6. + B qq.	D cub. in B 4. — D in B cub. 4.
					Quintupli.	
	Quintuplæ.	Z qc.	D qc. D qq. in B 5. D c in B q. 10. D q. in B c. 10. D in B qq. 5. B qc.	Z qc.	D qc. — D c. in B q. 10. + D in B qq. 5.	D qq. in B 5. — D q. in B c. 10. + B qc.

Atque eo in infinitum progressu, dabitur laterum ratio in ratione anguli ad angulum multipla, ut præscriptum est. Quod erat demonstrandum.

Proponatur triangulum rectangulum cujus basis 10. perpendiculum 1. & angulus acutus ejusdem intelligatur simplus.

Ad triangulum anguli dupli, statuetur basis 99. perpendiculum 20.
Ad triangulum anguli tripli, statuetur basis 970. perpendiculum 299.
Ad triangulum anguli quadrupli, statuetur basis 9401. perpendiculum 3960.
Ad triangulum anguli quintupli, statuetur basis 90050. perpendiculum 49001.

Cum autem factorum nequit fieri subtractio, argumentum est angulum multiplum esse obtusum, eoque casu nihilominus excessus factorum adsignabitur lateri, & angulus subtensus intelligetur exterior multipli.

IDEM ALITER.

Phrasi Geometricæ accommodatum.

Si fuerint triangula rectangula quotcunque, & horum secundi angulus acutus sit duplus ad acutum primi, tertii triplus, quarti quadruplus, quinti quintuplus, & eo continuo naturali progressu, primi autem trianguli perpendiculum statuatur prima proportionalium, basis ejusdem secunda, eaque series continuetur.

In secundo, erit basis ad perpendiculum, ut tertia minus prima ad secundam bis.

In tertio, ut quarta minus secunda ter ad tertiam ter, minus prima.

In

In quarto, ut quinta minus tertia sexies, plus prima, ad quartam quater, minus secunda quater.

In quinto, ut sexta, minus quarta decies, plus secunda quinquies, ad quintam quinquies, minus tertia decies, plus prima.

In sexto, ut septima, minus quinta quindecies, plus tertia quindecies, minus prima, ad sextam sexies, minus quarta vicies, plus secunda sexies.

In septimo, ut octava minus sexta vicies semel, plus quarta tricies quinquies, minus secunda septies, ad septimam septies, minus quinta tricies quinquies, plus tertia vicies semel, minus prima.

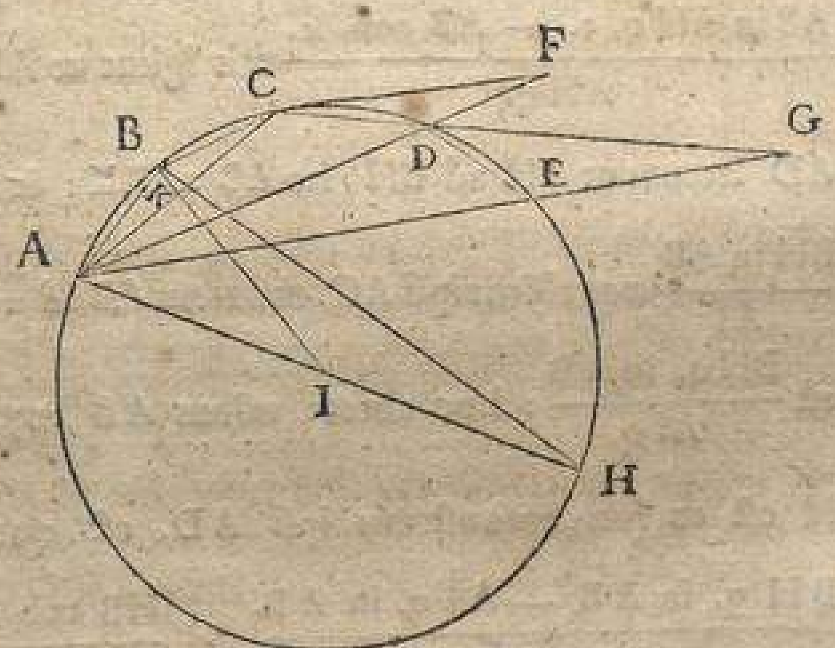
Et ita in infinitum, distributis successive in duas partes proportionalibus, secundum earum seriem, utrobique primum adfirmatis deinde negatis, & & sumptis multiplicibus, ut ordo graduum in artificiosa genesi potestatum, quibus eæ addicuntur exigit.

Quæ quidem omnia, superius expositam tabellam inspicienti, clara sunt.

THEOREMA IV.

Si à puncto in peripheria circuli, sumantur segmenta quotcunque æqualia, & ab eodem ad singula sectionum puncta rectæ educantur: erit ut minima ab sibi proximam, ita reliquarum quævis à minima deinceps, ad summam duarum sibi utrinque proximarum.

Sit circuli circumferentia quantalibet AE, secta in partes quotcunque æquales, quibus subtendantur rectæ AB, BC, CD, DE, & educantur rectæ AC, AD, AE: ducanturque rectæ CF, DG ipsis CA, DA æquales.



Erit igitur ut AB ad AC, ita AC ad AF, & AD ad AG, ob similitudinem triangulorum isoscelium ABC, ACF, ADG. est autem recta AF æqualis ipsis AD, AB: nam in triangulo æquicrure ACF, est angulus CFA æqualis angulo CAF, id est angulo BAC, angulus vero CDA anguli BAC duplus est, (siquidem duplæ circumferentiæ insistit.) est igitur CDA angulus duplus anguli CFD, atqui æqualis est duobus CFD, FCD. sunt itaque anguli CFD, FCD æquales, lateraque CD, DF æqualia: at latus CD æquale est ipsi AB, ergo & FD ipsi AB æqualis erit; & recta AF æqualis compositæ ex AD, AB. Similiter in triangulo isosceli ADG, sunt anguli DAG, DGA ad basin æquales, est itaque angulus DGA, æqualis angulo CAD, & angulus DEA externus trianguli DGE, æqualis triplo ejusdem anguli CAD vel DGE: siquidem triplæ circumferentiæ insistit, æqualium igitur partium est angulus DGE unius, talium est angulus EDG duarum. est itaque triangulum EDG æquiangulum triangulo ACD, & latus DE æquale lateri CD; erit igitur & latus EG æquale lateri CA, rectaque AG æqualis compositæ ex AC, AE. Ut igitur AB ad AC, ita AC ad compositam ex AB, AD; & ita AD ad compositam ex AC, AE, atque ita deinceps si plura fuerint segmenta. Quod erat demonstrandum. atque hinc

ZETETICUM.

In circulo duas circumferentias sumere in ratione multipla data, in qua etiam se habeant rectarum quæ ipsis circumferentiis subtenduntur quadrata.

Sit datus circulus qui supra, ABH, cujus diameter sit AH, semidiameter BI, ducaturque recta BH & sint circumferentiæ AB, AC in ratione dupla, AB, AD in ratione tripla, AB, AE in ratione quadrupla &c. erit igitur BI ad BH, ut AB ad AC, propter similitudinem triangulorum BIH, ABC: ergo $\frac{BH \text{ in } AB}{BI}$ æquabitur ipsi AC. ut autem AB ad $\frac{BH \text{ in } AB}{BI}$, ita $\frac{BH \text{ in } AB}{BI}$ ad $\frac{BH\text{q. in } AB\text{q.}}{AB \text{ in } BI\text{q.}}$ quod multatum ipsa AB, dat $\frac{BH\text{q. in } AB\text{q.} - AB\text{q. in } BI\text{q.}}{AB \text{ in } BI\text{q.}}$ id est $\frac{BH\text{q. in } AB - BI\text{q. in } AB.}{BI\text{q.}}$ æquale ipsi AD, ex præcedenti propositione. Igitur ut BI q. ad BH q. — BI q. ita AB ad AD: vel quoniam est ut AH ad AB, ita AB ad BK, quadratum igitur BK, erit $\frac{AB\text{qq.}}{AH\text{q.}}$ & $\frac{AB\text{q. in } AH\text{q.} - AB\text{qq.}}{AH\text{q.}}$ æquabitur A K quadrato: & $\frac{AB\text{q. in } AH\text{q. 4.} - AB\text{qq. 4.}}{AH\text{q.}}$ æquabitur A C quadrato: hoc autem ex præcedenti Theoremate æquale est ipsis AB q. + AB in AD. Ablato igitur communi AB quadrato, $\frac{AB\text{q. in } AH\text{q. 3.} - AB\text{qq. 4.}}{AH\text{q.}}$ æquabitur AB in AD: & hisce ipsi A B applicatis. $\frac{AB\text{q. in } AH\text{q. 3.} - AB\text{qq. 4.}}{AB \text{ in } AH\text{q.}}$ æquabitur AD, id est $\frac{AB \text{ in } AH\text{q. 3.} - AB\text{ cub. 4.}}{AH\text{q.}}$ erit igitur ut AH q. ad AH q. 3, — AB q. 4, ita AB ad AD. Iterum ut AH ad BH, ita AB ad AK: & fit $\frac{BH \text{ in } AB}{AH}$ æquale ipsi AK, ergo $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$ æquabitur ipsi AC. ut autem AB ad $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$, ita hoc ad $\frac{BH\text{q. in } AB\text{q.}}{AB \text{ in } AI\text{q.}}$, id est $\frac{BH\text{q. in } AB}{AI\text{q.}}$: hoc autem minus AB æquatur ipsi $\frac{BH\text{q. in } AB - AI\text{q. in } AB}{AI\text{q.}}$, id est ex prædemonstratis ipsi AD. est quoque ut AB ad $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$, ita $\frac{BH\text{q. in } AB - AI\text{q. in } AB.}{AI\text{q.}}$ ad $\frac{HB\text{ cub. in } AB\text{q.} - BH \text{ in } AI\text{q. in } AB\text{q.}}{AB \text{ in } AI\text{. cub.}}$ id est $\frac{BH\text{ cub.} - BH \text{ in } AI\text{q.}}{AI\text{ cub.}}$ in AB, quod multatum ipsa A C, vel $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$ id est $\frac{BH\text{ cub. in } AB \text{ in } AI - BH \text{ in } AI\text{ cub. in } AB\ 2,}{AI\text{qq.}}$ vel $\frac{BH\text{ cub. in } AB - BH \text{ in } AI\text{q. in } AB\ 2.}{AI\text{. cub.}}$ æquatur ipsi AE. ut igitur AI cub. ad BH cub. — BH in AI. q. 2, ita AB ad AE. eademque methodo sumentur & aliæ, pro ratione multipla data. Quod erat faciendum. Atque huc pertinet Analyticum illud artificium generale quadrandi lunulas, quod attigit Vieta Libro variorum 8^{vo}, cap. 9^{no}.

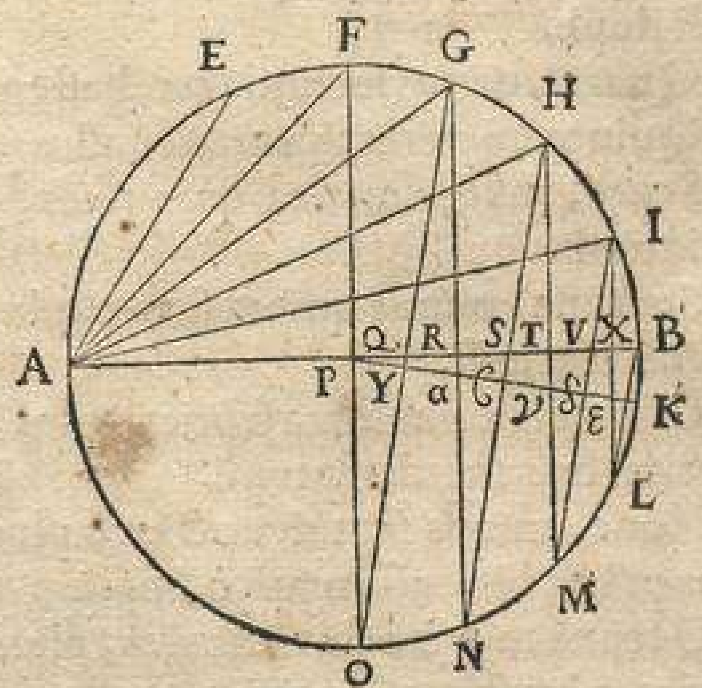
THEOREMA V.

Si à termino diametri sumantur in circulo circumferentiæ quotcunque æquales, & ab altera extremitate educantur rectæ lineæ ad sumptarum circumferentiarum æqualium terminos, erit ut semidiameter ad rectam à jam

dicta

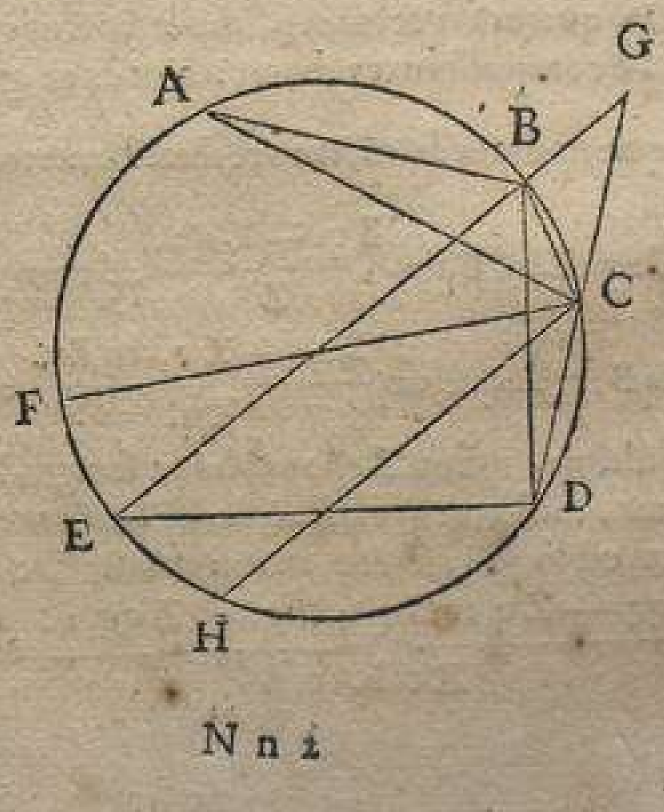
dicta extremitate eductam diametro proximam, ita quælibet intermedia, ad summam duarum, in eadem semiperipheria sibi utrinque proximarum. at si circumferentiæ sumptæ æquales, semiperipheriam superent, ita minima educta, ad differentiam duarum sibi utrinque proximarum.

Sit circulus cujus diameter AB, centrum P, ejusque peripheria à puncto B, secetur in partes quotcunque BI, IH, HG, GF, FE, &c. æquales, quibus æquales quoque sint BL, LM, MN, NO, sintque ab altero diametri extremo A eductæ rectæ ad æqualium sectionum terminos AI, AH, AG, AF, AE, &c. & eductis rectis connectantur puncta BL, IL, IM, HM, HN, GN, GO, &c. quæ prioribus ab A puncto eductis erunt sigillatim æquales, totidem quippe ac æqualibus segmentis subtensæ, secentque semidiametrum PB in punctis P, Q, R, S, T, V, X: tum minimam BL secet recta PK ex centro ad angulos rectos, secans & reliquas ipsi BL parallelas in punctis Y, β, δ & ad angulos rectos, tum & ipsas GN, HM, IL in punctis α, γ, ε.



Et quoniam rectæ IL, HM, GN, FO connectunt puncta à termino diametri B æqualiter utrinque remota, erunt hæ ad diametrum perpendiculares, ac ut AB ad AI, ita QO ad OP, & GQ ad GR, ergo ita tota GO ad compositam ex OP, GR: sic HN ad compositam ex RN, HT: atque ita & reliquæ intermediæ ad compositas ex semissibus duarum sibi utrinque proximarum: similiter, ut AB ad AI, ita Gα ad GY, & αN ad Nβ, ergo ut AB ad BI, ita tota GN ad compositam ex semissibus GY, Nβ, sibi utrinque proximarum: atque ita HM ad compositam ex semissibus utrinque proximarum Hβ, Mδ, atque ita de reliquis. Vt autem intermedia quælibet ad duarum sibi utrinque proximarum semisses, ita dupla intermediæ ad compositam ex iisdem; ergo ut diameter ad diametro proximam, ita dupla intermediæ ad compositam ex duabus sibi utrinque proximis, & ut semidiameter ad diametro proximam, ita intermedia simplex ad compositam ex duabus sibi utrinq; proximis. Quod erat demonstrandum.

Sit secundo circuli peripheria cujus diameter FC, secta in partes æquales FA, AB, BD, DH, quæ semiperipheriam superent, sitque minima alterutri semicirculo inscripta BC vel CD: dico ut semidiameter ad subtensam maximam, ita BC ad differentiam ipsarum AC, CD; seu CD ad differentiam ipsarum BC, CH.



Subtendatur enim AC, & fiant BG, BC æquales, (producta nimirum DC in G,) & protendatur GB in E, ducaturque ED: erit igitur angulus BCG id est BGC, æqualis angulo BED id est BCA. (sunt enim sumptæ circumferentiæ BD, BA æquales.) Anguli quoque BAC, BDC æquales sunt, & latera BG, BC æqualia ex constructione. Ergo & AC, DG æquales quoque erunt: est autem ut semidiameter ad subtensam maximam, ita BC ad CG differentiam ipsarum AC, CD. Est enim angulus BCG æqualis angulo BED, quem fa-

 cit

cit quoque diameter cum ſubtenſarum maxima. Eodem modo oſtendetur eſſe quoque DC ad differentiam HC, CB, ut ſemidiameter ad eductarum maximam.

THEOREMA VI.

Si à termino diametri ſumantur in circulo circumferentiæ quotcunque æquales, & ab altera extremitate educantur lineæ rectæ ad ſumptarum circumferentiarum æqualium terminos, eductæ fiunt baſes triangulorum, quorum communis hypotenuſa eſt diameter, ac baſis quidem diametro proximior intelligitur baſis anguli ſimpli, ſuccedens dupli, & eo continuo ordine: conſtituatur autem ſeries rectarum linearum continue proportionalium, quarum prima ſit æqualis ſemidiametro, ſecunda, baſi anguli ſimpli, is reliquarum baſium ordine ſuccedentium erit progreſſus.

Tertia continue proportionalium, minus prima bis, erit æqualis baſi anguli dupli.

Quarta, minus ſecunda ter, baſi anguli tripli.

Quinta minus tertia quater, plus prima bis, baſi anguli quadrupli.

Sexta, minus quarta quinquies, plus ſecunda quinquies, baſi anguli quintupli.

Septima, minus quinta ſexies, plus tertia novies, minus prima bis, baſi anguli ſextupli.

Octava, minus ſexta ſepties, plus quarta quater decies, minus ſecunda ſepties, baſi anguli ſeptupli.

Nona, minus ſeptima octies; plus quinta vicies, minus tertia ſedecies, plus prima bis, baſi anguli octupli.

Decima minus octava novies, plus ſexta vicies & ſepties, minus quarta tricies, plus ſecunda novies, baſi anguli noncupli.

Et ita in infinitum, ut per loca proportionalium imparia nova affectio ſuccedat, affirmatæ negata, negatæ adfirmata: & proportionales illæ ſint ſemper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectione per unitatis crementum, in ſecunda per numeros triangulos, in tertia per numeros pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, in quinta per numeros triangulo-pyramidales; non quidem ab unitate, ut in poteſtatum geneſi, ſed à binario ſuum ducentes incrementum.

Sit ſemicirculi cujuſvis peripheria ſecta in partes quotcunque æquales, cujus quidem ſemidiameter eſto Z, & ab extremo diametri educantur rectæ ad quælibet ſectionum puncta, quarum rectarum prima ſit B. Erit itaque ex præcedenti Theoremate, ut Z ad B, ita B ad compoſitam ex diametro & ex ea quæ ipſam B proxime ſubſequitur: eſt autem ea $\frac{B\,q.}{Z}$ quæ multata diametro vel ſemidiametro bis, relinquit $\frac{B\,q. - Z\,q.\,2.}{Z}$ æqualem tertię, deinde ut Z ad B, ita $\frac{B\,q. - Z\,q\,2.}{Z}$ ad compoſitam ex ſecunda & quarta, à qua ablata ſecunda B, relinquetur $\frac{B\,c. - Z\,q.\ \text{in}\ B\,3.}{Z\,q.}$ æqualis quartæ: atque ita ſi quod fit ſub ſecunda & ultima, ipſius Z epanaphoræ ſeu gradui qui elatiori poteſtati proxime ſuccedit applicetur, multeturque proxime antecedente, provenient reliquæ proportionales eo quo dictum eſt modo affectæ, in infinitum. Sic

$\frac{B\,qq. - Z\,q.\ \text{in}\ B\,q.\ 4.\ \text{ſic} + Z\,qq.\ 2.}{Z\,cub.}$ erit æquale quintæ.

B qc.

$$\frac{\text{B qc.} - \text{Z q. in B c 5.} + \text{Z qq. in B 5.}}{\text{Z qq.}}$$ æquale erit sextæ.

$$\frac{\text{B qqq.} - \text{Z q. in B qq. 6.} + \text{Z qq. in B q. 9.} - \text{Z qqq. 2.}}{\text{Z qc.}}$$ septimæ.

$$\frac{\text{B qqc.} - \text{Z q. in B qc. 7.} + \text{Z qq. in B c. 14.} - \text{Z qqq. in B 7.}}{\text{Z cc.}}$$ octavæ.

$$\frac{\text{B qcc.} - \text{Z q. in B cc. 8.} + \text{Z qq. in B qq. 20.} - \text{Z cc. in B q. 16.} + \text{Z qcc. 2.}}{\text{Z qqc.}}$$ nonæ.

$$\frac{\text{B ccc.} - \text{Z q in. B qqc. 9.} + \text{Z qq. in B qc. 27.} - \text{Z qqq. in B c. 30.} + \text{Z. qqqq. in B 9.}}{\text{Z qcc.}}$$ decimæ.

Atque ita deinceps. Quod erat demonstrandum.

In notis, sit semidiameter 1. basis prima 1 N. Erit

1 Q — 2	Basis anguli.	*Dupli.*
1 C — 3 N		*Tripli.*
1 QQ — 4 Q + 2		*Quadrupli.*
1 QC — 5 C + 5 N		*Quintupli.*
1 CC — 6 QQ + 9 Q — 2		*Sextupli.*
1 QQC — 7 QC + 47 C — 7 N		*Septupli.*
1 QCC — 8 CC + 20 QQ — 16 Q + 2		*Octupli.*
1 CCC — 9 QQC + 27 QC — 30 C + 9 N		*Noncupli.*

Et sic continuo radicem binarium cum sibi proximo jungendo, & compositum cum numero illis proxime deinceps componendo, creabuntur reliqui afficientium multiplicium numeri in infinitum, juxta seriem subjectæ tabellæ.

NUMERI MULTIPLICIUM ADFECTIONIS.

Prima Negata.	*Secunda affirmata.*	*Tertia negata.*	*Quarta affirmata.*	*Quinta negata.*	*Sexta affirmata.*	*Septima negata.*	*Octava affirmata.*	*Nona negata.*
2								
3								
4	2							
5	5							
6	9	2						
7	14	7						
8	20	16	2					
9	27	30	9					
10	35	50	25	2				
11	44	77	55	11				
12	54	112	105	36	2			
13	65	156	182	91	13			
14	77	210	294	196	49	2		
15	90	275	450	318	140	15		
16	104	552	660	672	336	64	2	
17	119	442	935	1122	714	204	17	
18	135	546	1287	1782	1386	540	81	2
19	152	665	1729	2717	2508	1254	287	19
20	170	800	2275	4604	4290	2640	825	100
21	189	952	2940	5733	7007	5148	2079	385

THEOREMA VII.

Si à puncto in circuli circumferentia sumantur partes quotcunque æquales, & ab eodem educantur rectæ lineæ ad sumptarum circumferentiarum æqualium terminos: constituatur autem series linearum rectarum continuè proportionalium, quarum prima sit æqualis minimæ eductæ, secunda à minima secundæ, is reliquarum eductarum ordine succedentium erit progressus.

Tertia continue proportionalium, minus prima, erit æqualis tertiæ.

Quarta minus secunda bis, quartæ.

Quinta minus tertia ter, plus prima, quintæ.

Sexta minus quarta quater, plus secunda ter, sextæ.

Septima minus quinta quinquies, plus tertia sexies, minus prima, septimę.

Octava minus sexta sexies, plus quarta decies, minus secunda quater, octavæ.

Nona minus septima septies, plus quinta quindecies, minus tertia decies, plus prima, nonæ.

Decima minus octava octies, plus sexta vicies & semel, minus quarta vicies, plus secunda quinquies, decimæ.

Et ita in infinitum ut per loca proportionalium imparia nova adfectio succedat, affirmatæ negata, negatæ adfirmata: & proportionales illæ sint semper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectione per unitatis crementum, in secunda per numeros triangulos, in tertia per numeros pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, in quinta per numeros triangulo-pyramidales; ab unitate, ut in potestatum genesi, suum ducentes incrementum.

Sit peripheria circuli secta in partes quotvis æquales ab assumpto puncto aliquo, à quo ad æqualium circumferentiarum terminos educantur rectæ, quarum minima sit Z, ab hac verò secunda B. Est igitur ex Theoremate quarto ut prima ad secundam, ita secunda ad compositam ex prima & tertia: erit itaq; tertia æqualis $\frac{\text{B q.} - \text{Z q.}}{\text{Z}}$. Eademq; methodo qua in præcedenti usi sumus, reperientur $\frac{\text{B c.} - \text{Z q. in B 2.}}{\text{Z q.}}$ quarta.

$$\frac{\text{B qq.} - \text{Z q. in B q. 3.} + \text{Z qq.}}{\text{Z c.}} \text{ quinta.}$$

$$\frac{\text{B qc.} - \text{Z q. in B c. 4.} + \text{Z qq. in B 3.}}{\text{Z qq.}} \text{ sexta.}$$

$$\frac{\text{B cc.} - \text{Z q. in B qq. 5.} + \text{Z qq. in B q. 6.} - \text{Z cc.}}{\text{Z qc.}} \text{ septima.}$$

$$\frac{\text{B qqc.} - \text{Z q. in B qc. 6.} + \text{Z qq. in B c. 10.} - \text{Z cc. in B 4.}}{\text{Z cc.}} \text{ octava.}$$

$$\frac{\text{B qcc.} - \text{Z q. in B cc. 7.} + \text{Z qq. in B qq. 15.} - \text{Z cc. in B q. 10.} + \text{Z qcc.}}{\text{Z qqc.}} \text{ nona.}$$

$$\frac{\text{B ccc.} - \text{Z q. in B qqc. 8.} + \text{Z qq. in B qc. 21.} - \text{Z cc. in B c. 20.} + \text{Z qcc. in B. 5.}}{\text{Z qcc.}} \text{ decima.}$$

Eademque ratione & reliquæ proportionales in infinitum, eo quo propositum est modo affectæ, eductis in circulo rectis æquales producentur. Quod erat demonstrandum.

In

In notis sit minima educta 1. secunda 1 N. Erit

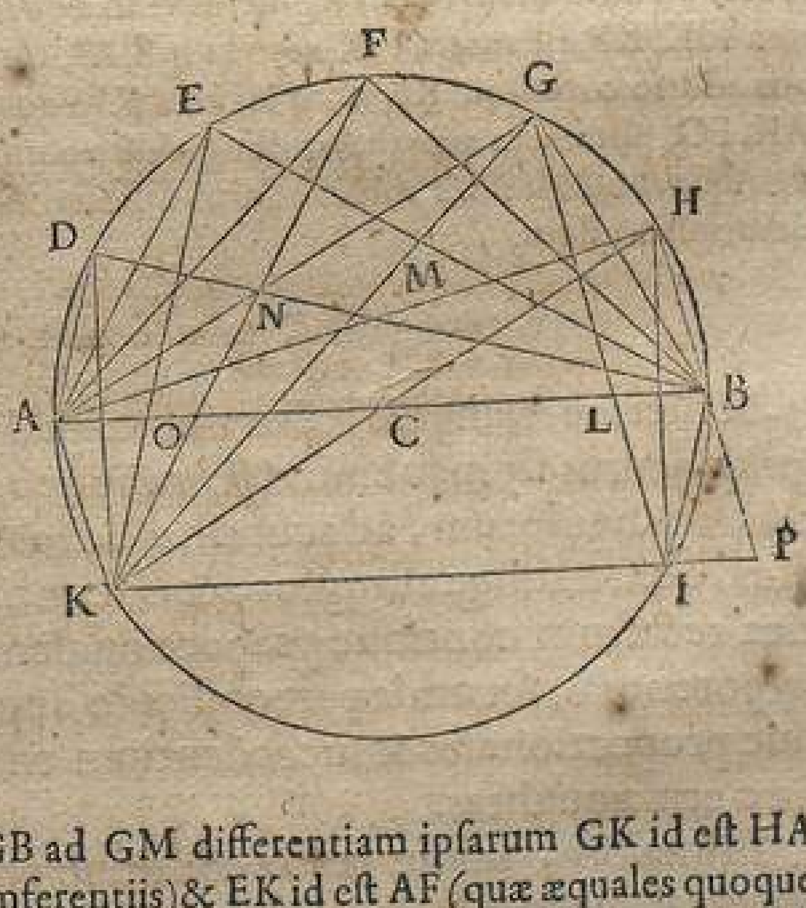
1 Q − 1			Tertiæ.
1 C − 2 N			Quartæ.
1 QQ − 3 Q + 1			Quintæ.
1 QC − 4 C + 3 N	Æquale		Sextæ.
1 CC − 5 QQ + 6 Q − 1			Septimæ.
1 QQC − 6 QC + 10 C − 4 N			Octavæ.
1 QCC − 7 CC + 15 QQ − 10 Q + 1			Nonæ.
1 CCC − 8 QQC + 21 QC − 20 C + 5 N			Decimæ.

Atque ita unitatem radicem cum sibi proximo jungendo, compositumque cum proxime deinceps sequenti componendo, creabuntur reliqui adficientium multiplicium numeri in infinitum: quos si lubet in tabella ob oculos ponere, idquidem factu facile fuerit, quemadmodum à nobis præstitum est præcedenti propositione.

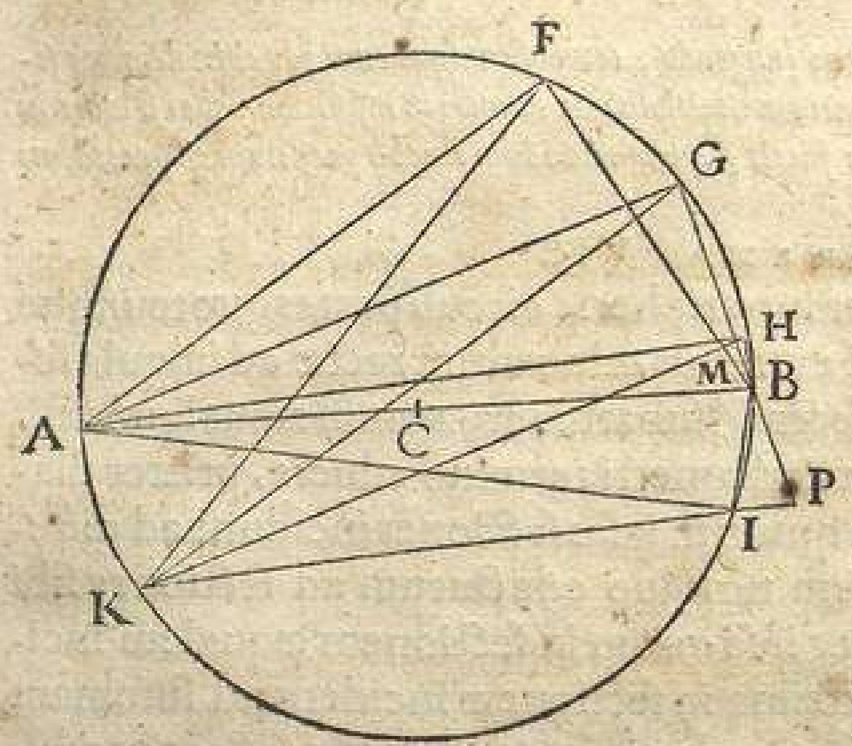
THEOREMA VII,

Si à termino diametri sumantur in peripheria circuli partes quotcunque æquales, & ab ejusdem diametri extremis educantur rectæ ad singula sectionum puncta: erit ut semidiameter ad subtensam partium æqualium uni, ita reliquarum quælibet ab alterutro diametri termino educta, præter diametrum, aut diametro proximam quum in ipsas sectiones incidunt ad differentiam duarum à reliquo ejusdem termino eductarum ad sectiones sibi utrinque proximas: at ita diameter ipsa quum in sectionem æqualem incidit, vel quum non incidit, ei proxima in sectionem incidens ad summam duarum ab altero diametri termino, ad proximas utrinque sectiones eductarum.

Circa diametrum AB, centro C, describatur circulus cujus peripheria secetur in partes quotcunque æquales AD, DE, EF, FG, GH, HB, BI, educanturque rectæ à punctis B, A ad singulas sectiones, sumatur autem & AK ipsi AD quoque æqualis, & ducantur rectæ HI, GI, GK, FK, EK, DK, AK, sitque semidiameter CH, & secet recta GI diametrum in L puncto.



Quoniam igitur recta HI angulum BIL bifariam dividens, basi perpendicularis est, erit triangulum BIL isosceles, & simile triangulo HCB: est autem triangulum BLI simile triangulo GAL, est itaque GAL triangulum isosceles, & latera GA, AL æqualia. Ut autem CH ad HB, ita HB vel BI ad BL differentiam laterum AG, AB. Similiter quoniam anguli GBE, EKG æquales sunt angulo HCB, (illi siquidem duplæ peripheriæ in circumferentia, hic simplæ in centro insistit.) angulique KEB, BGK æquales angulo CBH, æqualibus insistentes circumferentiis. secent se rectæ GK, EB in M, erunt triangula EKM, GBM similia triangulo HCB, & ut HC ad HB, ita GB ad GM differentiam ipsarum GK id est HA (æqualibus namque subtenduntur circumferentiis) & EK id est AF (quæ æquales quoque subtendunt circumferentias.) Eodemque modo, secent se rectæ EK, DB in puncto N, erunt triangula FBN, DKN, æquicrura & similia triangulo HCB, & ut HC ad HB, ita FB ad FN differentiam subtensarum FK, DK, id est ut supra GA, EA. Similiter secent se rectæ EK, AB in puncto O, eritque HC ad HB, ita EB ad EO differentiam rectarum EK, AK id est FA, DA. Eodemque modo, demonstrabitur esse ut HC ad HB, ita GA ad ad differentiam FB, HB; & FA ad differentiam GB, EB; & EA ad differentiam FB, DB. Et si protrahantur HCK, KIP, HBP, erunt triangula HCB, HKP similia: sunt enim anguli HCB, HKP, ille in centro, hic in circumferentia, æquales, & angulus CHB communis utrique, ergo & reliquus reliquo æqualis erit. est igitur ut CH ad HB, ita HK ad HP, est autem HP dupla ipsius HB, angulus enim IBP æqualis est angulo HKI, & angulus BPI angulo BHC, isosceles igitur est triangulum BIP, & crura BP, BI, id est BP, BH æqualia. Non transeat jam diameter per sectiones æquales, sed inter sectiones circumferentiam secet in B puncto: ductis ut supra rectis GK, KP, GBP.



Quoniam circumferentiæ GAK, AGH sunt æquales, (æqualibus positis segmentis AK, GH) erunt & subtensæ AH, KG æquales: estque ut prius, angulus ABG æquali ei quem facit subtensa cuivis peripheriæ æquali cum diametro, & GKP æqualis angulo in centro. Isosceles igitur erit triangulum GKP, simile ei quod fit à duabus semidiametris, & recta uni æqualium segmentorum subtensa: ut igitur semidiameter ad subtensam dictam, ita KG id est AH ad GP. Est autem BP æqualis ipsi BI, nam in quadrilatero inscripto KGBI, erunt anguli exteriores PBI, BIP ęquales interioribus GKI, KGB: est igitur triangulum BIP isosceles, simile triangulo GKP, lateraque BI, BP æqualia. At ut semidiameter ad subtensam parti æquali, ita & hic quoque BH ad differentiam AG, AI: est enim angulus BHK, æqualis ei qui fit à diametro & subtensa cuivis segmento æquali, & angulus HBF, æqualis angulo in centro sectionum æqualium uni insistenti. unde triangulum BMH isosceles erit, eique simile triangulum FKM, itaque ut radius ad subtensam cuivis segmentorum æqualium, ita BH ad HM differentiam rectarum HK, KF; est autem HK æqualis ipsi AI, (sunt enim segmenta AK, HI æqualia) quibus addito communi KI, fiunt KIH, AKI æqualia, & KF æqualis ipsi AG, nam segmenta AK, FG, ponuntur æqualia, quibus addito communi AF, fiunt KAF, AFG æqualia. Eodemque modo ita AG vel KF ad FM differentiam rectarum BF, BM vel BH. Quod erat demonstrandum.

THEOREMA IX.

Si fuerint triangula rectangula æqualis hypotenusæ, quorum primi angulus acutus sit in submultipla ratione ad angulos acutos succedentium ordine triangulorum, ad acutum videlicet secundi subduplus, tertii subtriplus, quarti subquadruplus, & eo continuo ordine: construatur autem series rectarum continue proportionalium, quarum prima sit æqualis semihypotenusæ, secunda perpendiculo anguli primi, inter succedentes continue proportionales & succedentium triangulorum bases ac perpendicula, hæc erit æqualitas.

Prima bis, minus tertia continue proportionalium, erit æqualis basi trianguli secundi.

Secunda ter, minus quarta, perpendiculo trianguli tertii.

Prima bis, minus tertia quater, plus quinta, basi trianguli quarti.

Secunda quinquies, minus quarta quinquies, plus sexta, perpendiculo trianguli quinti.

Prima

Prima bis, minus tertia novies, plus quinta sexies, minus septima, basi trianguli sexti.

Secunda septies, minus quarta quater decies, plus sexta septies, minus octava, perpendiculo trianguli septimi.

Prima bis, minus tertia sedecies, plus quinta vicies, minus septima octies, plus nona; basi trianguli octavi.

Secunda novies, minus quinta tricies, plus sexta vicies septies, minus octava novies, plus decima, perpendiculo trianguli noni.

Et ita in infinitum, inverso eo qui in sexto Theoremate expositus est, ordine.

Sit semicirculus qualis supra, cujus peripheria secta sit in partes quotcunque æquales, & à terminis diametri educantur triangulorum rectangulorum latera: sitque semidiameter X, trianguli vero submultipli perpendiculum sit B: & fiat ut X ad B, ita B ad $\frac{\text{B q.}}{\text{X}}$, quo à diametro sive ab X bis ablato, erit $\frac{\text{X q. 2.} - \text{B q.}}{\text{X}}$ Basis trianguli secundi, ex præcedenti Theoremate. sic, fiat X ad B, ita $\frac{\text{X q. 2.} - \text{B q.}}{\text{X}}$ ad $\frac{\text{X q. in B 2.} - \text{B cub.}}{\text{X q.}}$ hoc addatur ipsi B, (quandoquidem basibus decrescentibus perpendicula augentur.) fiet $\frac{\text{X q. in B 3.} - \text{B c.}}{\text{X q.}}$ æquale Perpendiculo trianguli tertii. eademque methodo erit

$\frac{\text{X qq. 2.} - \text{B q. in X q. 4.} + \text{B qq.}}{\text{X c.}}$ Basis trianguli quarti.

$\frac{\text{X qq. in B 5.} - \text{B c. in X q. 5.} + \text{B qc.}}{\text{X qq.}}$ Perpendiculum trianguli quinti.

$\frac{\text{X qqq. 2.} - \text{X qq. in B q. 9.} + \text{X q. in B qq. 6.} - \text{B cc.}}{\text{X qc.}}$ Basis trianguli sexti.

$\frac{\text{X qqq. in B 7.} - \text{X qq. in B c. 14.} + \text{X q. in B qc. 7.} - \text{B qqc.}}{\text{X qqq.}}$ Perpendiculum trianguli septimi.

$\frac{\text{X qqqq. 2.} - \text{X qqq. in B q. 16.} + \text{X qq. in B qq. 20.} - \text{X q. in B cc. 8.} + \text{B qqqq.}}{\text{X qqc.}}$

Basis trianguli octavi.

$\frac{\text{X qqqq. in B 9.} - \text{X qqq. in B c. 30.} - \text{X qq. in B qc. 27.} - \text{X q. in B qqc. 9.} + \text{B ccc.}}{\text{X qcc.}}$

Perpendiculum trianguli noni.

Et eo in infinitum progressu, adscita si placet tabella Theorematis sexti.

In notis sit prima continue proportionalium 1. eademque communis triangulorum rectangulorum semihypotenusa.

Secunda vero continue proportionalium 1 N. eademque intelligitor perpendiculum trianguli ad angulum pertinentis submultiplum.

2 — 1 Q	*Æquabitur*	*Basi*	*Anguli*	*Dupli.*
3 N — 1 C		*Perp.*		*Tripli.*
2 — 4 Q + 1 QQ		*Basi*		*Quadrupli.*
5 N — 5 C + 1 QC		*Perp.*		*Quintupli.*
2 — 9 Q + 6 QQ — 1 CC		*Basi*		*Sextupli.*
7 N — 14 C + 7 QC — 1 QQC		*Perp.*		*Septupli.*
2 — 16 Q + 20 QQ — 8 CC + 1 QCC		*Basi*		*Octupli.*
9 N — 30 C + 27 QC — 9 QQC + 1 CCC		*Perp.*		*Noncupli.*

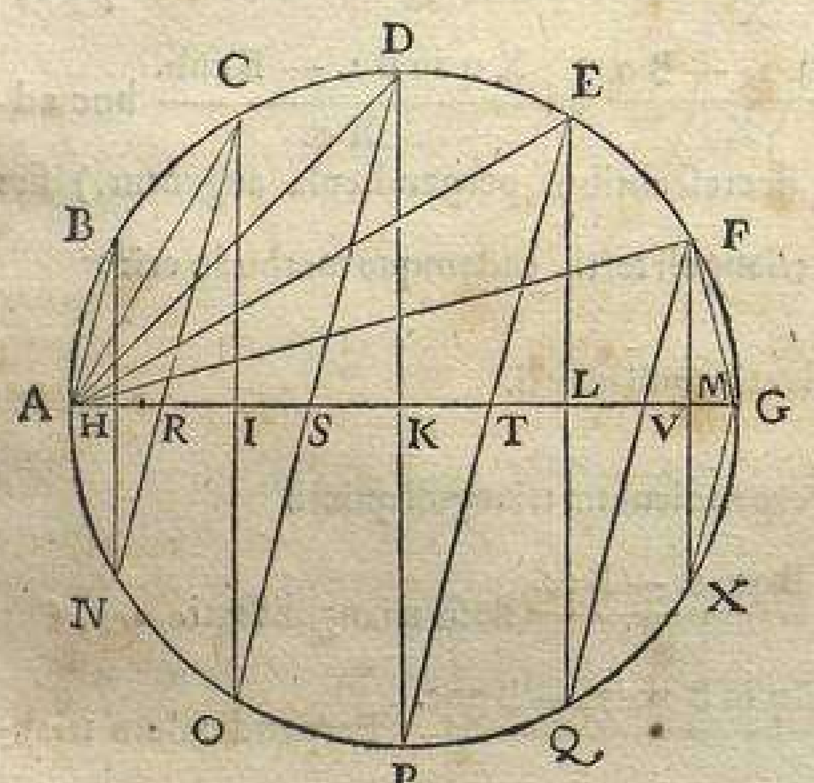
Atque

Atque ita deinceps, inverso ordine Theorematis sexti, prout illic determinatum est, nisi quod binis alternatim locis affectionum qualitates mutentur.

THEOREMA X.

Si secetur semicircumferentia circuli in partes quotcunque æquales, & à termino diametri educantur rectæ ad quælibet sectionum puncta, est ut minima educta ad diametrum, ita composita ex diametro & minima, & ea insuper cujus quadratum adjunctum minimæ quadrato efficit quadratum diametri ad compositam ex omnibus eductis duplam.

Sit semicirculus in punctis A, B, C, D, E, F, G sectus in partes quotcunque æquales, & ab A diametri termino, rectæ ad sectiones educantur AB, AC, AD, AE, AF, AG, dividatur quoque & semicirculus reliquus in totidem segmenta prioribus æqualia AN, NO, OP, PQ, QX, XG, tum puncta æqualiter à diametri terminis remota connectantur rectis, quæ diametrum secabunt ad angulos rectos, sintque eæ BHN, CIO, DKP, ELQ, FMX. harumque extrema alterna, connectant transversæ CRN, DSO, ETP, FVQ, GX.



Erit igitur BN æqualis ipsi CA, & CN ipsi AD, & CO ipsi AE, & DO ipsi AF. eodemque modo, & rectæ EP, EQ, FQ, FX iisdem sigillatim sumptis æquales ostendentur. & est GX ipsi BA æqualis, erunt itaque rectæ AB, BN, CN, CO, DO, DP, EP, EQ, FQ, FX, GX, æquales duplæ ipsarum AB, AC, AD, AE, AF & præterea ipsi diametro DP vel AG. addatur utrisque AG diameter, erunt omnes dictæ cum diametro AG, duplæ omnium AB, AC, AD, AE, AF, AG. est autem ut AH ad HB, id est AB vel GF ad FA, ita HR ad HN, & RI ad IC, & IS ad IO, & SK ad KD, & KT ad KP, & TL ad LE, & VL ad LQ, & VM ad MF, & GM ad MX: ut igitur AB ad AF, ita AG ad omnes simul perpendiculares in diametrum AG, & permutando AB ad AG, ut AF ad omnes simul perpendiculares. iterum, est AH ad AB, id est FG vel AB ad AG, ut HR ad RN, & RI ad RC, & IS ad SO, & SK ad SD, & KT ad TP, & TL ad TE, & LV ad VQ, & VM ad VF, & MG ad GX, ergo ut AB ad AG, ita omnes AH, RI, &c. id est AG ad omnes transversas simul: erat autem ut AB ad AG, ita AF ad omnes perpendiculares, erit igitur ut AB ad AG ita composita ex AF, AG ad omnes transversas & perpendiculares, & componendo ut AB ad AG ita composita ex tribus AF, AG, AB ad compositam ex omnibus perpendicularibus, omnibus transversis, & recta AG, id est (ut demonstratum est) ad duplam omnium AB, AC, AD, AE, AF, AG. Quod erat demonstrandum.

Ergo à nemine prius agnita Mysteria, tam in Arithmeticis quam Geometricis, pandit Analytice sectionum Angularium.

PROBLEMA I.

Data numero ratione angulorum, dare rationem laterum.

Hoc abunde docuit Theorema 3.

PROBLEMA II.

Facere ut numerus ad numerum, ita angulum ad angulum.

In

In ratione minoris majorisve inæqualitatis ex Theorematis 3, 6, & 9 satisfieri potest: at in majoris inæqualitatis ratione ex Theorematis 5 & 8 hujusmodi deducitur

Consectarium.

Quoniam eadem recta circulo inscripta non diameter, duabus circumferentiis subtenditur, quarum una minor est semicircumferentia circuli, altera major, æqualitas inter subtensam minori majorive & subtensam segmento minoris, pertinebit ad subtensam quoque simili segmento majoris, & ad subtensas denique reliquis circumferentiis quæ æque-multiplices, majorem minorem-ve in circulationibus componunt.

Neque enim obstat illud quod Theoremate 8[vo] animadversum est, quum segmentum semicirculo majus in partes æquales distribuitur, sive diameter in sectiones incidat, sive secus, non enim mutatur adfectionum ad perpendiculares pertinentium qualitas, aut numerorum ab ordine præscripto series: in secunda siquidem illius Theorematis figura licet ex subtensa AH concludatur summa subtensarum GB, BI, post tamen ex differentia dictæ summæ & subtensæ GB prius conclusæ, id est ex subtensa BI, concluditur tandem differentia subtensarum ab A puncto eductarum, quæ in sectiones ipsi I puncto utrinque proximas, incidunt: quæ igitur illic mutata sunt, hac operatione deinceps restituentur.

At in basium progressione, quum segmenta æqualia semiperipheriam excedunt, (ut ostensum est Theoremate quinto.) invertitur ordo homogeneorum sub gradu, & fit progressio interdum qualis Theoremate nono est exposita, si quæ ex duplici analogismo subtensæ utriusque minimæ in utraque semiperipheria, ad differentias sibi utrinque proximarum, mutata est inde eorundem homogeneorum sub gradu qualitas, analogismis intermediæ ad aggregatum sibi utrinque proximarum restituatur: quod quidem ex præscripto quinti Theorematis progressum facienti, satis constabit: atque hinc patescit consectarii veritas.

Ad sectiones itaque datorum angulorum deducuntur ex Theorematis sexto & nono Problematia, ad usum quoties opus expostulat parata, quæque in infinitum pro ratione data extendi possunt. exemplum proponatur.

PROBLEMATION I.

Datum angulum in tres partes æquales secare.

Posito X radio, seu semidiametro circuli, B subtensa anguli subsecandi, E subtensa segmenti.

X quadratum in E ter, minus E cubo, æquetur X quadrato in B. & fiet E duplex:

1. Subtensa circumferentiæ subtriplæ.
2. Subtensa circumferentiæ reliquæ ad integrum circulum subtriplæ.

Siquidem ut supra ostensum est, æqualitas inter subtensam minori majorive segmento & subtensam segmento minoris, pertinet quoque ad subtensam simili segmento majoris.

PROBLEMATION II.

Datum angulum in quinque partes æquales dividere.

Iisdem quæ prius suppositis.

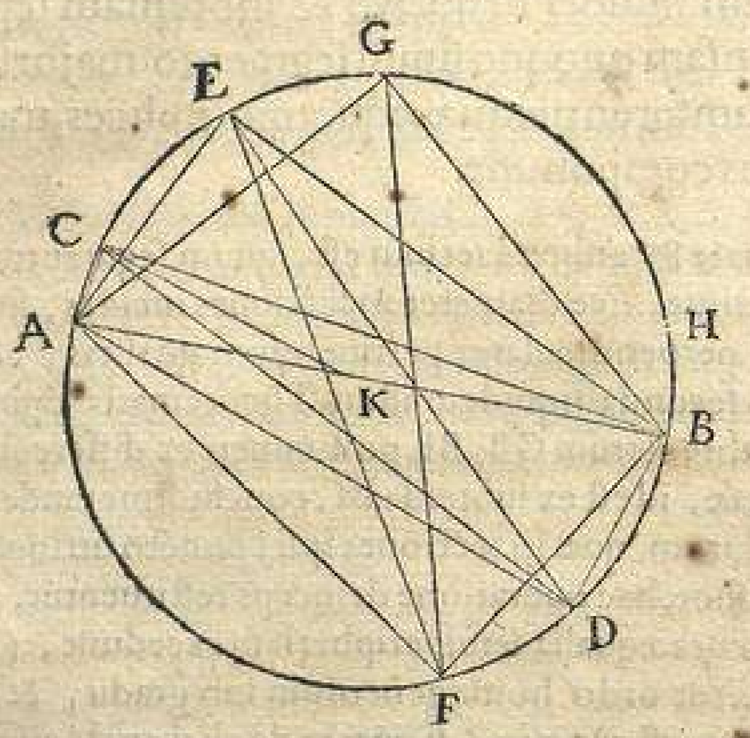
X quadrato-quadratum in E 5 — X quadrato in E cub. 5 + E quadrato-cubo, æquetur X quadrato-quadrato in B.

Et fiet E triplex:

1. Subtensa circumferentiæ subquintuplæ.
2. Subtensa circumferentiæ reliquæ ad integrum circulum subquintuplæ.
3. Subtensa circumferentiæ compositæ ex circumferentia subquintupla, & dupla subquintupla totius circuli.

Quod poſtremum, rudioribus & in Analyticis minus fortaſſis exercitatis exemplo, ſic oſtendiſſe fuerit operæ pretium.

Sit circulus cujus diameter A B, ſectus in ſegmenta inæqualia, quorum majus B A G, minus BHG; & ſit minoris ſegmenti ſubquintuplum BH, cui addatur ſegmentum HGC, æquale duplæ quintæ parti quatuor rectorum, neque enim compoſitum excedet ſemicirculum.



Segmenti itaq; B G C quintuplum, æquale erit bis circumferentiæ ſubtendenti quatuor angulos rectos ſive circulationi circa K punctum, & præterea ipſi circumferentiæ BG; & quinquies ſumptum ſegmentum BC, illud compoſitum metietur: repetatur quinquies, ſintque ſegmenta BGC, CAD, DBE, EAF, FBG. erit itaque ſegmentum B D, quod relinquitur ex integro circulo ſi inde auferatur B G C bis, duplum ipſius C A reliqui ex ſemicirculo, ablato inde ſegmento BGC. ergo & EC æquale ipſi B D (quum rectæ B C, CD ipſis CD, DE ſint æquales,) duplum quoque erit ipſius C A, ac proinde & E A triplum ipſius C A.

Eademque ratione, quoniam rectæ CB, CD ipſis quoque ED, EF ſunt æquales, erunt ſegmenta BD, DF æqualia, & ſegmentum BF quadruplum ipſius CA: ſimiliter ſunt & ſegmenta GE, EC æqualia, ac proinde & GA quintuplum ſegmenti CA. erit igitur triangulum rectangulum ACB anguli ſimpli, BAD dupli, BAE tripli, BAF quadrupli, BGA quintupli.

Poſita igitur ſemidiametro prima continue proportionalium, & ipſa CB ſecunda, eaque ſerie continuata: erit ex ſexto Theoremate recta GB æqualis ſexta, minus quarta quinquies, plus ſecunda quinquies.

In notis, ſit C K 1. C B 1 N. erit 1 QC — 5 C + 5 N, æquale ipſi G B.

PROBLEMATION III.

Datum angulum in ſeptem partes æquales diſpeſcere.

Suppoſitis quæ ſupra.

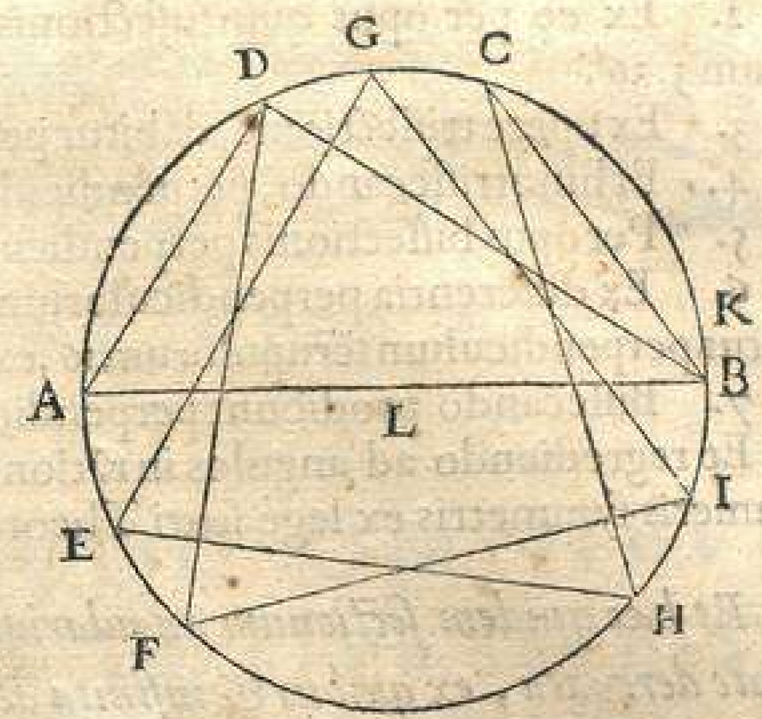
X cubo-cubus in E 7 — X quadrato-quadrato in E cub. 14 + X quadrato in E quadrato-cubum 7 — E quadrato-quadrato-cubo, æquetur X cubo-cubo in B.

Fit E quadruplex.

1. Subtenſa peripheriæ ſub-ſeptuplæ.
2. Subtenſa ſub-ſeptuplæ peripheriæ reliquæ ad integrum circulum.
3. Subtenſa peripheriæ compoſitæ ex ſub-ſeptupla & dupla ſub-ſeptupla totius circuli.
4. Subtenſa peripheriæ compoſitæ ex ſubſeptupla & quadrupla ſub-ſeptupla totius circuli.

Quod & ſic quoque declarabitur. Sit circulus cujus diameter AB, in quo ſubtendatur recta CB, & ſit peripheriæ CB pars ſeptima BK, cui addatur peripheria KD, æqualis duplæ ſeptimæ parti totius circumferentiæ, & ducantur B D, D A. Dico angulum DBA ſeptuplum, æqualem eſſe quatuor rectis, & præterea circumferentiæ ADC, ac proinde ex Theoremate 6to æqualitatem inter rectas BC, BK explicabilem quoque eſſe de terminis B D, B C.

Fiant æquales BD, DF, FI, IG, GE, EH, HC, & quoniam circumferentia DB ſepties ſumpta,



sumpta, metitur quatuor rectos angulos id est circumferentiam circuli AB integram bis (quum anguli æstimentur in circumferentia,) & præterea circumferentiam BC: igitur DB septies continuo inscripta, recidet tandem in punctum C. & quoniam lineæ BD, DF ponuntur æquales, erit circumferentia FB dupla ipsius DA, (est enim FB complementum duplæ ipsius DB ad integrum circulum.) Circumferentiæ vero FB æqualis est circumferentia DBI; quandoquidem ipsis BD, DF æquales sunt rectæ DF, FI: est itaque circumferentia ADI tripla ipsius AD. eodemque modo, quia rectæ IG, GE ipsis quoque DF, FI æquales sunt: erit circumferentia IE dupla ipsius AD, totaque ADBE quintupla ipsius AD: & rectæ EH, HC iisdem quoque æquales, quare tota ADHEC ipsius AD erit septupla. Ergo ex Theoremate sexto,

Posita semidiametro AL prima continue proportionalium, ipsa DB secunda, eaque serie continuata erit recta CB æqualis secundæ septies, minus quarta quaterdecies, plus sexta septies, minus octava.

In notis sit AL 1. DB 1 N. 7 N — 14 C + 7 QC — 1 QQC, *æquabitur ipsi CB. similiter & de termino quarto explicabitur eadem æqualitas.*

At vero ex præscripto Theorematum quinti & octavi, constabit propositorum Problematiωn in infinitum Amphibolia, sicut est superius declaratum. qui exempla desiderat, consulat Vietæ responsum ad Problema ADRIANI ROMANI.

PROBLEMA III.

Lineas rectas circumferentiis circuli in progressione Arithmetica subtensas, ex data prima maxima vel minima inscripta, & secunda ei proxima, in numeris symmetris taxare.

Et hoc opus ex Theorematis 6, 7 & 9 deducitur, quod illic clare propositum est & demonstratum.

PROBLEMA IV.

Linearum circumferentiis circuli in progressione Arithmetica subtensarum summam, ex data maxima & minima inscriptis, inquirere.

Hoc ostensum Theoremate 10.

COROLLARIVM.

Mathematicum igitur Canonem, secure ac fæliciter construet Analysta, & constructum examinabit, adiutus analyticis hisce principiis, & edoctus methodum resolvendi potestates quascumque sive puras, sive affectas.

Ad constructionem autem, primum inquiratur perpendiculum unius scrupuli, quam fieri potest accuratum, idque hac methodo.

1. Ex lateris hypothetici sectione extrema & media ratione, dabitur perpendiculum partium 18.

2. Ex eo per opus quintusectionis, invenietur perpendiculum partium 3. 36′.

3. Ex opere trissectionis, dabitur perpendiculum partium 20.

4. Et hinc trissecando, perpendiculum partium 6. 46.

5. Per opus bissectionis perpendiculum partium 3. 26.

6. Ex differentia perpendiculorum partium 3. 36′. & partium 3. 26, dabitur perpendiculum scrupulorum 16′. ex primo Theoremate.

7. Bissecando prodibunt perpendicula scrupulorum 8′. 4′. 2′. 1.

Et regrediendo ad angulos in ratione multipla, perficientur reliqua in numeris symmetris ex lege sexti Theorematis.

Et hæc quidem sectionum angularium principia, ex purioris Analyseos fonte derivata, ex quibus & infinita alia, pulcherrimæ speculationis consectaria deduci possunt, à maximo jam à multis sæculis Mathematico Francisco Vieta, olim excogitata & proposita, at sine demonstrationibus ullis ad nos transmissa, jam tandem plene perfecteque iisdem, idque ex Geometricis principiis, meo studio confirmata (ô Nobiles Mathematici) accipite, & æqui bonique consulite.

FINIS.

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ AD PROBLEMA, QVOD OMNIBVS MATHEMATICIS TOTIVS ORBIS CONSTRUENDUM PROPOSUIT ADRIANUS ROMANUS,

RESPONSVM.

SI toto terrarum orbe non errat ADRIANVS ROMANVS, dum Mathematicos totius terrarum orbis unius sui Problematis solutioni vix censet idoneos, non ille saltem Gallias, nec Galliarum Lycia suo dimensus est radio. Cedat ROMANO Belga, cedat ROMANVS Belgæ, vix sinet Gallus à ROMANO vel Belga gloriam suam sibi præripi. Ego qui me Mathematicum non profiteor, sed quem, si quando vacat, delectant Mathematices studia, Problema ADRIANICVM ut legi ut solvi, nec me malus abstulit error. Sic tri-horio ingens prodii Geometra. Neque vero placet barbarum idioma, id est, Algebricum. Geometrica Geometrice tracto, Analytica Analytice. Curabo tamen ut me, sive quasi Geometram sive novum Analystam, vulgus Algebristarum satis exaudiat.

CAPVT I.

Proponentis Adriani Romani verba.

PRimum igitur Adriani Romani proponentis ipsa verba refero, ne immutato quidem commate.

PROBLEMA MATHEMATICVM OMNIBVS ORBIS MA- "
THEMATICIS AD CONSTRVENDVM PROPOSITVM. "

Si duorum terminorum prioris ad posteriorem proportio sit, ut 1 (1) ad "
45 (1) − 3795 (3) + 9,5634 (5) − 113,8500 (7) + 781,1375 (9) − 3451,2075 (11) + 1, "
0530, 6075 (13) − 2, 3267, 6280 (15) + 3,8494, 2375 (17) − 4, 8849, 4125 (19) "
+ 4,8384, 1800 (21) − 3, 7865, 8800 (23) + 2, 3603, 0652 (25) − 1, 1767, 9100 "
(27) + 4695, 5700 (29) − 1494, 5040 (31) + 376, 4565 (33) − 74, 0459 (35) + "
11, 1150 (37) − 1, 2300 (39) + 945 (41) − 45 (43) + 1 (45) deturque terminus "
posterior, invenire priorem.

Exem-

„ Exemplum primum datum.

„ *Sit terminus posterior* R. *bin.* 2. + R. *bin.* 2. + R. *bin.* 2. + R. 2. *Quæritur terminus prior.*
„ SOLVTIO. *Dico terminum priorem esse,* R. *bin.* 2. — R. *bin.* 2. + R. *bin.* 2. + R. *bin.* 2. + R. 3.

„ Exemplum secundum datum.

„ *Sit terminus posterior* R. *bin.* 2. + R. *bin.* 2. — R. *bin.* 2. — R. *bin.* 2. — R. *bin.* 2. — R. 2.
„ *quæritur terminus prior.* SOLVTIO. *Terminus prior est* R. *bin.* 2. — R. *bin.* 2. + R. *bin.* 2. +
„ R. *bin* 2. + R. *bin.* 2. + R. 3.

„ Exemplum tertium datum.

„ *Sit terminus posterior* R. *bin.* 2. + R. 2. *quæritur terminus prior.* SOLVTIO. *Terminus prior*
„ *est,* R. *bin.* 2. — R. *quadrin.* 2. + R. $\frac{3}{16}$ + R. $\frac{15}{16}$ + R. *bin.* $\frac{5}{8}$ — R. $\frac{5}{64}$.
„ *Si in numeris absolutis solinomiis id proponere libuerit, Sit posterior terminus*

„ R. 3 $\frac{4142,1356,2373,0950,4880,1688,7242,0969,8078,5696,7187,5375}{10000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000}$.
„ *Quæritur terminus prior.* SOLVTIO. *Terminus prior erit*
„ R. $\frac{27,4093,0490,8522,5243,1015,8831,2112,6838,8180}{10000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000}$.

„ Exemplum quæsitum.

„ *Sit posterior terminus* R. *trinomia* $1\frac{3}{4}$ — R. $\frac{5}{16}$ — R. *bin.* $1\frac{7}{8}$. — R. $\frac{45}{64}$.
„ *Quæritur terminus prior. Hoc exemplum omnibus Mathematicis totius orbis ad construendum sit*
„ *propositum.*

CAPVT II.

Notæ quædam, & ἀντίστροφα ludicra duo.

GRæci per myriadas, Romani per millenas & millesima numeranto.

Ait ROMANVS] Si duorum terminorum prioris ad posteriorem proportio sit, &c. At ex libro de proportione, Ἀναλογία ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

Non igitur Analogiam, seu proportionem exhibet Romanus, sed λόγον, seu rationem.

Γελοῖον autem est Adriani Problema, nisi emendetur, Quemcumque enim terminum exhibuero, dixero non ἀτέχνως eum esse priorem de quo quæritur. Placeat enim ludenti ludicra, & seria proponenti seria propore & opponere.

LVDICRVM I.

Propositis duabus magnitudinibus, quarum prima se habeat ad secundam, sicut 1 N ad 3 N — 1 C: ex data secunda invenire primam.

Sit data secunda 1. Dico primam esse $\frac{1}{2}$. Se habere enim 1 N ad 3 N — 1 C, sicut $\frac{1}{2}$ ad 1. enunciata videlicet unitate de 1 N.

Dico primam esse $\frac{4}{11}$. Se habere enim 1 N ad 3 N — 1 C, sicut $\frac{4}{11}$ ad 1. enunciato videlicet $\frac{1}{2}$ de 1 N.

Immo dico primam esse $\frac{9}{26}$. Se habere enim ut 1 N ad 3 N — 1 C, ita $\frac{9}{26}$ ad 1. enunciato videlicet $\frac{1}{3}$ de 1 N.

Denique dico primam esse numerum symmetrum asymmetrum-ve quem libuerit, ternario minorem.

LVDICRVM II.

Propoſitis duabus magnitudinibus, quarum prima ſe habeat ad ſecundam, ſicut 1 N ad 5 N — 5 C + 1 QC: ex data ſecunda invenire primam.

Sit data ſecunda 3. Dico 3 eſſe primam de qua quæritur. Se habere enim 1 N ad 5 N — 5 C + 1 QC, ſicut 3 ad 3. enunciata videlicet unitate, vel binario de 1 N.

Dico primam eſſe $\frac{9}{123}$. Se habere enim 1 N ad 5 N — 5 C + 1 QC, ſicut $\frac{9}{123}$ ad 3. enunciato videlicet ternario de 1 N.

Immo dicam primam eſſe $\frac{48}{61}$. Se habere enim 1 N ad 5 N — 5 C + 1 QC, ſicut $\frac{48}{61}$ ad 3. enunciato videlicet $\frac{1}{2}$ de 1 N.

Dico denique primam eſſe numerum ſymmetrum vel aſymmetrum quem libuerit.

At ea mens eſt Adriani ut prima quoque ſit 1 N. Ita cenſeo. Sed ſua igitur Problematis formula id exprimendum fuiſſe contendo. Simpliciſſime enim Problemata proponenda ſunt.

CAPVT III.

Problemata duo ſeria.

Ego itaque dum ſeria propoſuero, ita mea Problemata concepero.

PROBLEMA I.

Propoſita ſerie quatuor linearum rectarum continue proportionalium: data prima & recta æquali triplo ſecundæ minus quarta, invenire ſecundam.

Sit data prima X, D vero differentia qua triplum ſecundæ quartam excedit. Oportet invenire ſecundam.

Secunda illa eſto A. Tertia igitur erit $\frac{\text{A quadr.}}{\text{X}}$. Quarta $\frac{\text{A cubus}}{\text{X quad.}}$. Quare A 3 — $\frac{\text{A cubo}}{\text{X quad.}}$, æquabitur D. Omnia ducantur per X quadratum.

Ergo X quad. in A 3 — A cubo, æquabitur X quadrato in D.

Sit X 1. A 1 N. 3 N — 1 C, æquabitur ſolido quod fit ſub data D & unitatis quadrato.

PROBLEMA II.

Propoſita ſerie ſex linearum rectarum continue proportionalium: data prima, & recta æquali quintuplo ſecundæ minus quintuplo quartæ plus ſexta, invenire ſecundam.

Sit data prima X. G vero differentia qua ſexta adjuncta ſecundæ quintuplo ſuperat quintuplum quartæ. Oportet invenire ſecundam. Secunda illa eſto A. Tertia igitur erit $\frac{\text{A quadr.}}{\text{X}}$. Quarta $\frac{\text{A cubus}}{\text{X quadr.}}$. Quinta $\frac{\text{A quad.-quadr.}}{\text{X cubo.}}$. Sexta $\frac{\text{A quadr.-cubus}}{\text{X quad.-quad.}}$. Quare ſecundum ea quæ proponūtur A 5 — $\frac{\text{A cub.}}{\text{X quad.}}$ 5 + $\frac{\text{A quadr. cub.}}{\text{X quadr.-quadr.}}$, æquabitur G. Omnia ducantur in X quad.-quadr. Ergo X quad.-quad. in A 5 — X quad. in A cubum 5 + A quad-cubo, æquatur X quad. quadr. in G.

Sit X 1. A 1 N. 5 N — 5 C + 1 QC, æquatur plano-ſolido quod fit ſub data G & unitatis quadrato-quadrato.

CAPVT IV.

Emendatum Adriani Problema.

Non diſſimili formula emendo Adrianicum Problema, & ita concipio.

PROBLEMA

Propoſita ſerie quadraginta ſex linearum rectarum continue proportionalium: data prima, & recta æquali ſecundæ multiplici per numerum 45.
Minus quarta multiplici per numerum 3, 795.
Plus ſexta multiplici per numerum 95, 634.
Minus octava multiplici per numerum 1, 138, 500.
Plus decima multiplici per numerum 7, 811, 375.
Minus duodecima multiplici per numerum 34, 512, 075,
Plus decima quarta multiplici per numerum 105, 306, 075.
Minus decima ſexta multiplici per numerum 232, 676, 280.
Plus decima octava multiplici per numerum 384, 942, 375.
Minus viceſima multiplici per numerum 488, 494, 125.
Plus viceſima ſecunda multiplici per numerum 483, 841, 800.
Minus viceſima quarta multiplici per numerum 378, 658, 800.
Plus viceſima ſexta multiplici per numerum 236, 030, 652.
Minus viceſima octava multiplici per numerum 117, 679, 100.
Plus triceſima multiplici per numerum 46, 955, 700.
Minus triceſima ſecunda multiplici per numerum 14, 945, 040.
Plus triceſima quarta multiplici per numerum 3, 764, 565.
Minus triceſima ſexta multiplici per numerum 740, 259.
Plus triceſima octava multiplici per numerum 111, 150.
Minus quadrageſima multiplici per numerum 12, 300.
Plus quadrageſima ſecunda multiplici per numerum 945.
Minus quadrageſima quarta multiplici per numerum 45.
Plus quadrageſima ſexta,
Invenire ſecundam.

Sit data prima X. D vero ſecunda multiplex & adfecta proſtaphæretice, ut exponitur in Problemate. Oportet invenire eam ſecundam puram. Sit illa A. Sane quadratum poteſtas eſt rationis duplæ, cubus triplæ, quadrato-cubus quintuplæ. Tædioſa autem eſt quadratorum & cuborum frequentior repetitio. Sed & poteſtatis eminentioris reſpectu, inferiores dicuntur gradus quibus ad poteſtatem ſcanditur, ut in Iſagogicis eſt definitum. Secundum quæ quarta conſtituendarum continue proportionalium fit A poteſtas rationis triplæ adplicata X gradui ſecundo. Sexta A poteſtas rationis quintuplæ adplicata X gradui quarto. Octava A poteſtas rationis ſeptuplæ adplicata X gradui ſexto. Continuetur is ordo ad quadrageſimam uſque ſextam. Ergo ſecunda continue proportionalium, multiplex per numerum 45, minus quarta multiplici per numerum 3, 795, plus minuſque binis alternis multiplicibus per numeros in Theoremate expoſitos æquabitur D. Omnia ducantur in epanaphoram, ſeu gradum, qui elatiori poteſtati proxime ſuccedit, id eſt quadrageſimum quartum. Igitur homogeneum poteſtatis rationis quadragequintuplæ effectum ſub A ſimplici, & X gradu quadrageſimo quarto, multiplici per numerum 45, minus homogeneo ſub A gradu tertio, & X gradu quadrageſimo ſecundo multiplici per numerum 945, plus minuſque reliquis ordine homogeneis, ita reciproce adfectis ſub gradibus binis alternis, & multiplicibus ſecundum numeros continue triangulos à binario ſuum ducentes incrementum in Problemate deſignatos, æquabitur dato homogeneo quod fit ſub dato latere D & X gradu quadrageſimo quarto.

Sit X 1. A 1 (1). 45 (1) — 3, 795 (3) + 95, 634 (5) — 1, 138, 500 (7) + 7, 811, 375 (9) — 34, 512, 075 (11) — 105, 306, 075 (13) — 232, 676, 280 (15) + 384, 942, 375 (17) — 488, 494, 125 (19) + 483, 841, 800 (21) — 378, 658, 800 (23) + 236, 030, 652 (25) — 117, 679, 100 (27) + 46, 955, 700 (29) — 14, 945, 040 (31) + 3, 764, 565 (33) — 740, 259 (35)

259 (35) + 111, 150 (37) — 12, 300 (39) + 945 (41) — 45 (43) + 1 (45), *æquabitur homogeneo sub data D & unitatis gradu quadragesimo quarto.*

CAPVT V.

Exempla Adriani ad Problematis sui solutionem nihil conferre.

QVod autem ad ea quæ profert Adrianus exempla pertinet, in secundi posteriore termino irrepsit mendum. Itaque ita locum restituo. *Sit terminus posterior R binomia 2 — R bin. 2 — R bin. 2 + R bin. 2 + R bin. 2 + R 2.* Cæterum ajo neque secundum illud neque primum sive tertium ad Problematis sui solutionem quicquam conferre. Aliunde videlicet terminos, qui ut quæsiti exhibentur, haberi quàm vi Problematis. Neque enim ideo quod opus Geometrice compono idem Geometrice resolvo. Ad datam primam & secundam construo seriem continue proportionalium εἰς ἄπειρον. At non ideo ex data prima, & quarta vel sexta exhibeo Geometricè secundam. Nec moveant in magnitudinibus per numeros asymmetros datis vel quæsitis repetita per griphos & soritas asymmetriæ symbola. Obscurum explicare per obscurius Matæotechnia est, præsertim cum adfectas potestates quascumque resolvendi methodum non minus feliciter quam puras Analytice nova in Scholas induxerit. Liceat autem fucum facere. Quid ni ego quoque mea bina Problemata Problemati Adriani, quo me brevius expediam, ἀντιστροφα ita solvero? Immo etiam ἀμφιβολίαν (quod in suo non præstitit Adrianus) designavero? *Propositum igitur esto*

PROBLEMA I.

Data magnitudine cui æquatur 3 N — 1 C, invenire 1 N.

I. 3 N — 1 C, æquetur $\surd\, 2$. Dico 1 N esse radicem binomiæ $2 - \surd\, 3$.
Vel etiam, $\surd\, 2$.

II. 3 N — 1 C, æquetur radici binomiæ $\frac{3}{2} - \surd\, \frac{5}{4}$. Dico 1 N esse radicem trinomiæ $\frac{9}{4} - \surd\, \frac{5}{16}$ — rad. bin. $\frac{15}{8} + \surd\, \frac{45}{64}$.
Vel etiam, radicem binomiæ $\frac{3}{2} + \surd\, \frac{5}{4}$.

III. 3 N — 1 C, æquetur radici binomiæ $\frac{5}{2} + \surd\, \frac{5}{4}$. Dico 1 N esse radicem trinomiæ $\frac{7}{4} - \surd\, \frac{5}{16}$ + rad. bino. $\frac{15}{8} + \surd\, \frac{45}{64}$.
Vel etiam, rad. bino. $\surd\, \frac{5}{4} - \frac{5}{2}$.

Sed 3 N — 1 C, æquetur 1. Ecquis vero 1 N primam, secundam-ve (est enim duplex) accurate construxerit?

PROBLEMA II.

Data magnitudine, cui æquatur 5 N — 5 C + 1 QC, invenire 1 N.

I. 5 N — 5 C + 1 QC, æquetur 2. Dico 1 N esse radicem binomiæ $\frac{3}{2} - \surd\, \frac{5}{4}$.
Vel etiam dico 1 N esse 2.

II. 5 N — 5 C + 1 QC, æquetur 1. Dico 1 N esse radicem trinomiæ $\frac{9}{4} - \surd\, \frac{5}{16}$ — radice bino. $\frac{15}{8} + \surd\, \frac{45}{64}$.
Vel etiam 1 N esse radicem trinomiæ $\frac{9}{4} + \surd\, \frac{5}{16}$ + rad. binomia. $\frac{15}{8} - \surd\, \frac{5}{64}$.
Vel etiam, dico 1 N esse 1.

III. 5 N — 5 C + 1 QC, æquetur $\surd\, 2$. Dico 1 N esse rad. bin. 2. — rad. bin. $\frac{5}{2} + \surd\, \frac{5}{4}$.
Vel etiam dico 1 N esse rad. bin. 2 + rad. bin. $\frac{5}{2} + \surd\, \frac{5}{4}$.
Vel denique dico 1 N esse rad. bin. 2 — rad. bin. $\surd\, \frac{5}{4} - \frac{5}{2}$.

Sed 5 N — 5 C + 1 QC, æquetur radici binomiæ $\frac{5}{2} - \surd \frac{5}{4}$. Ecquis vero 1 N primam, ſecundam, tertiam ve (eſt enim triplex) accurate conſtruxerit?

In æqualitate Adriani poſterior terminus ſit 2. Prior poteſt eſſe binomia $\surd \frac{5}{4} - \frac{1}{2}$. vel etiam 2.

CAPVT VI.

Eadem exempla eſſe ſoluta imperfecte.

SAne Problemata, quæ ἀμφίβολα ſunt, rejiciunt Logici ὡς ἐριστικὰ καὶ σοφιστικά. Quod ſi ea admittant Analyſtæ, ambiguitatem igitur ut explicent jure ab iis expoſcam. Propoſuero cuipiam 1 QC — 15 QQ + 85 C — 225 Q + 274 N, æquari 120. Et quæſivero quanta ſit 1 N, radixve propoſiti adfecti quadrato-cubi. Ille vero ſimpliciter reſponderit 1 N eſſe 1. Dixero geneſim & ſymptomata propoſitæ æquationis ignorare. Itaque non reſpondere πρὸς ἔπος, ἢ ἐντέχνως. Me enim quærere 2, 3, 4, vel 5, de quibus 1 N in eo themate eſt quoque explicabilis. Ut autem mea bina Problemata Problemati Romani ἀντίστροφα, ambigua ſunt, quandoquidem primum de duobus terminis poſſit explicari, ſecundum de tribus, ſic ajo Romani Problema de viginti tribus eſſe explicabile. E quibus cùm unum tantum exhibuerit vel in ſuis, quæ ipſemet ſibi imponit ſolvenda, thematis, haud ſcio an ipſemet ejus quam propoſuit æquationis geneſim & ſymptomata pernoverit. Exhibitus ab eo terminus eſto Authenta, Plagii, qui omiſſi ſunt, reliqui. Ecquis vero Plagios illos viginti duos ſive in primo ſive ſecundo tertiove exemplo accurate conſtruxerit?

CAPVT VII.

Exemplum exemplis Romani ſuperadditum & perfecte ſolutum.

SEd ne ſuſpicetur quiſpiam ideo à Romano fuiſſe præteritos duos illos & viginti, de quibus ſua poterant Problemata explicari, terminos, quod eos per vulgares radicum è radicibus in ſcala continue quadratorum περιπλοκὰς exprimi non patiebatur numerorutu aſymmetria. En exemplis Romani imperfectè ſolutis exemplum non obſcúrum ſuperaddo, & ex ipſius officina paratas quatuor ſolutiones accuratas profero.

Sit terminus poſterior $\surd 2$.

SOLVTIO PRIMA. *Terminus prior eſt radix binomiæ* $2 + \surd 3$.

SECVNDA. *Terminus prior eſt radix binomiæ 2 + radice binomiæ* $\frac{5}{2} + \surd \frac{5}{4}$.

TERTIA. *Terminus prior eſt radix binomia 2 — radice binomia* $\frac{5}{2} + \surd \frac{5}{4}$.

QVARTA. *Terminus prior eſt radix quadrinomiæ* $2 - \surd \frac{3}{16} - \surd \frac{15}{16}$ *— radice binomiæ* $\frac{5}{8} - \surd \frac{5}{64}$.

Aliam tetradem non diſſimilibus griphis parare otioſioribus licet. Quindecim vero reliquas ecquis ἀκριβῶς paraverit?

Eicadem

Eicadem & triadem totam in numeris symmetris ultro exhibeo.

				PARTIVM.
Terminus posterior datus.	141,421,	356,237,309		Quadraginta quinq;.
Communis divisor.	100,000,	000,000,000		
¶ *Classicus terminus prior quæsitus.*	3,490	681,287,456		Vnius.
Endecas insuper terminorum una, de quibus singulis idem thema potest explicari.				
I.	31,286	893,008,046	Quibus terminis similes sunt rectæ quæ in circulo subtenduntur duplo circumferentiarum.	Novem.
¶ II.	58,474	340,944,547		Septendecim.
¶ III.	84,523	652,348,139		Viginti quinque.
IV.	108,927	807,003,005		Triginta trium.
¶ V.	131,211	805,798,101		Quadraginta unius.
¶ VI.	150,941	916,044,554		Quadraginta novem.
VII.	167,734	113,589,085		Quinquaginta septẽ.
¶ VIII.	181,261	557,407,329		Sexaginta quinque.
IX.	191,260	951,192,607		Septuaginta trium.
X.	197,537	668,119,027		Octoginta unius.
¶ XI.	199,969	539,031,270		Octoginta novem.
Endecas altera				PARTIVM.
I.	10,467	191,248,599		Trium.
¶ II.	38,161	799,075,309	Quibus terminis similes sunt rectæ quæ in circulo subtenduntur duplo circumferentiarum.	Vndecim.
¶ III.	65,113	630,891,431		Novendecim.
IV.	90,798	099,947,909		Viginti septem.
¶ V.	114,715	287,270,209		Triginta quinque.
¶ VI.	136,399	672,012,499		Quadraginta trium.
VII.	155,429	192,291,394		Quinquaginta unius.
¶ VIII.	171,433	460,140,422		Quinquaginta novẽ.
¶ IX.	148,100	970,690,488		Sexaginta septem.
X.	193,185	165,257,813		Septuaginta quinq;.
¶ XI.	198,509	230,328,264		Octoginta trium.

Posita videlicet semidiametro 1. circumferentia vero tota circuli partium tercentũ sexaginta.

Sed & quis toto vitæ curriculo (nisi potestates adfectas resolvendi methodum edoctus) subtensas in prima vel secunda Endecade, ordini secundo, tertio, quinto, sexto, octavo, nono & undecimo præpositas, adeò veris, sicut & classicam, proximas, κατ᾽ ἐπίβαλλον earum, quæ accurate construuntur, elicuerit?

CAPUT VIII.

Problematis Adrianici Constructio.

OMnino qui mea bina Problemata construet, Adriane Romane, idem construet & tua. Neque vero à themate, de quo specialiter quæsivisti, recedam.

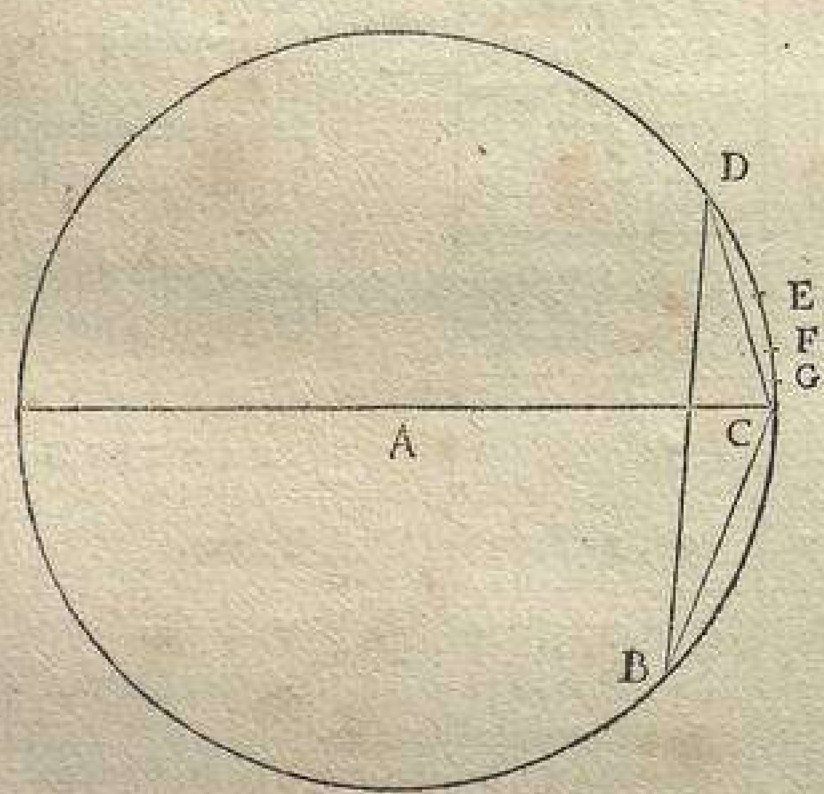
Proponatur 3 N — 1 C, æquari radici tuæ trinomiæ $\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{5}{16}}$ — rad. binomia $\frac{15}{8} - \sqrt{\frac{45}{64}}$. Et fiat 1 N B.

Rursus, Proponatur 3 N — 1 C, æquari B. Et fiat 1 N D.

Rursus, Proponatur 5 N — 5 C + 1 QC, æquari D. Et fiat 1 N G.

Dico G magnitudinem esse quam quæris.

Sed etsi me ita balbutientem intelligant Algebristæ, nolim tamen à Geometris nostris mihi objici τὸ ὃ μανθάνομεν. Itaque sub A centro intervallo quocumque describatur circulus, in quo sumantur circumferentiæ BC, BD. Illa circumferentia decagoni, hæc hexagoni. Atque harum differentia CD secetur trifariam, & sit triens CE. Et rursus circumferentia CE secetur trifariam, & sit triens CF. Circumferentia denique CF secetur quintufariam, & sit quinta pars CG, atque adeo quadragesima quinta pars totius circumferentiæ sit CE. Et subtendantur CD, CG.



Dico posita semidiametro AC 1. rectam CD esse radicem trinomiæ Adriani $\frac{7}{4} - \frac{5}{16}$ — radice binomiæ $\frac{15}{8} - \sqrt{\frac{45}{64}}$. Inter C D vero & C G rectas eam esse æqualitatem quam designavit Adrianus. Itaque rectam CG esse αὐθέντην classicumve priorem de quo quærit terminum. In primo autem suo themate adsumpserat circumferentiam CD partium CVIII, scrupulorum XLV. In secundo (si bene locum ex sui sententia restituo) partium LXXVIII, scrup. primorum XI, secundorum XV. In tertio partium CXXXV. Itaque fit CG in themate primo partium III, scrup. XLV. In secundo partium I, scrupulorum primorum LII, secundorum XXX. In tertio partium III. Quibus circumferentiis, quoniam eæ Geometrice aliunde construuntur, latera subtensa exhibentur accurate.

Quid igitur quærit à Geometris Adrianus Romanus?

Datum angulum trifariam secare.

Datum angulum quintufariam secare.

Quid ab Analystis?

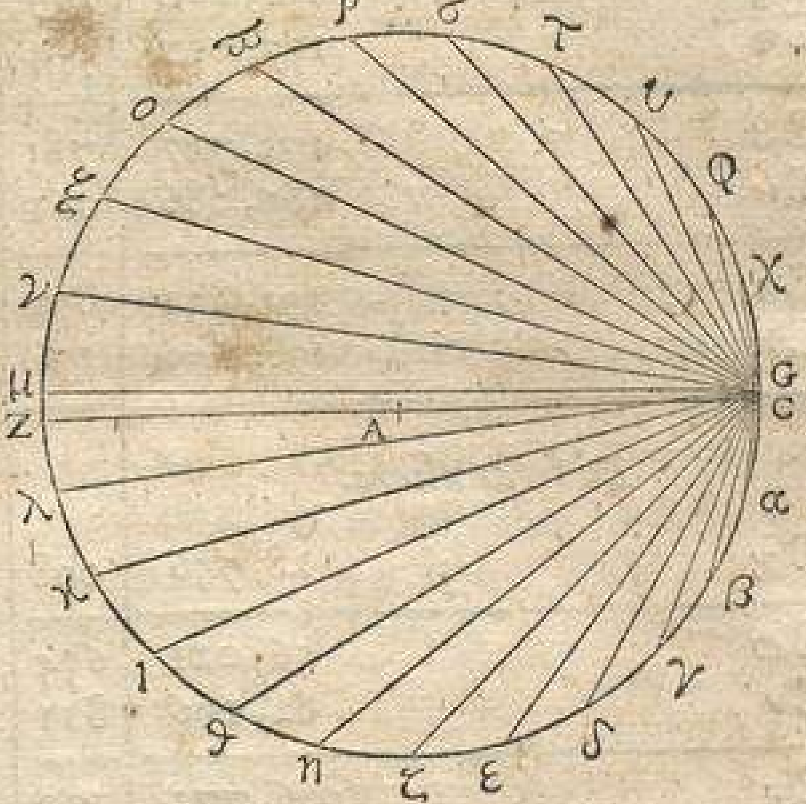
Datum solidum sub latere & dato coëfficiente plano adfectum, multa cubi, resolvere.

Datum

Datum quadrato-cubum adfectum; adjunctione quidem plano-solidi sub latere & dato coëfficiente plano-plano; multa vero plano-solidi sub cubo & dato coëfficiente plano, resolvere.

Hæc autem in opere restitutæ Analyseos Mathematicæ abunde tractata & exposita sunt. Quare quærenti Adriano licet sive in Geometricis sive in Arithmeticis satisfacere. Adscito nempe eo, quod ad supplementum Geometriæ inducendum fuit, postulato dabitur in exposito diagrammate circumferentia CF. Et eodem opere ἐναλλὰξ duplicato dabitur circumferentia GC, atque adeo recta quæ ei subtenditur. In numeris, qualium semidiameter AC 1. talium recta CG quæsita fit $\frac{930,839}{100.000.000}$.

Dato autem termino authenta, seu classico, dantur reliqui viginti duo plagii, Undecim si placet, ad alam sinistram classici. Undecim ad dextram utpote hac methodo. Quoniam in circulo cujus diameter ZAC data circumferentia CD imperata est secari quadragequintufariam, Quod opus duplici continua trisectione, ac una demum quintusectione est absolutum, Itaque data est CG quadragesima quinta pars datæ CD. Producatur GC in α posita $G\alpha$ æquali quadragesimæ quintæ parti circumferentiæ totius circuli. Supersunt igitur in circumferentia tota quadraginta quatuor quadragesimæ quintæ. Itaque à puncto α progrediendo εἰς ἑπόμενα ad punctum G sumantur circumferentiæ viginti duo æquales, quarum ideo unaquæque sit duabus quadragesimis quintis æqualis. Et sunto $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$, $\zeta\eta$, $\eta\vartheta$, $\vartheta\iota$, $\iota\kappa$, $\kappa\lambda$, $\lambda\mu$, $\mu\nu$, $\nu\xi$, ξo, $o\pi$, $\varpi\rho$, $\rho\sigma$, $\sigma\tau$, $\tau\upsilon$, $\upsilon\phi$, $\phi\chi$, χG. Et puncta quidem undecim α, β, γ, δ, ε, ζ, η, ϑ, ι, κ, λ consistent



in unius semicirculi circumferentia. Reliqua vero μ, ν, ξ, o, π, ρ, σ, τ, υ, ϕ, χ in circumferentia semicirculi reliqui. Subtendantur in priore semi-circulo $C\alpha$, $C\beta$, $C\gamma$, $C\delta$, $C\varepsilon$, $C\zeta$, $C\eta$, $C\vartheta$, $C\iota$, $C\kappa$, $C\lambda$. Æque subtendantur in posteriore $C\chi$, $C\phi$, $C\upsilon$, $C\tau$, $C\sigma$, $C\rho$, $C\varpi$, Co, $C\xi$, $C\nu$, $C\mu$. Dico subtensas illas esse binos undenos, de quibus monui, terminos.

Id est, dico de iis singulis propositum à Romano quadragequintusectionis Problema, quod tam varium & ambiguum non sensisse arguunt ea, quæ tanquam soluta protulit, exempla, posse in ea de qua specialiter quærit hypothesi, non aliter quam de primum exhibita CG, explicari.

				PARTIUM.	SCRUP.
In numeris qualium AC	100,000	000		XC.	∴
Talium data CA sit ἐξ ὑποθέσεως	41,582	338		XII.	∴
Clasis CG quæsita	930	839	*Qualium*	∴	XVI.
Reliquarum Endecas prima			*autem*		
Cα	13,022	572		III.	XLIV.
Cβ	40,671	389	*tota cir-*	XI.	XLIV.
Cγ	67,528	585	*culi cir-*	XIX.	XLIV.
Cδ	63,071	414	*cumfe-rentia est*	XXVII.	XLIV.
Cε	116,802	731	*partium*	XXXV.	XLIV.
Cζ	136,260	439	*IIICLX. taliũ ipsa,*	XLIII.	XLIV.
Cη	157,027	354	*quæ à re-*	LI.	XLIV.
Cϑ	172,737	783	*ctis designa-tis subten-*	LIX.	XLIV.
Cι	185,086	061	*duntur, cir-*	LXVII.	XLIV.
C$\varkappa$	193,831	852	*cumferen-tia semis-*	LXXV.	XLIV.
Cλ	198,849	238	*ses sunt*	LXXXIII.	XLIV.
Endecas altera.					
Cχ	28,756	098		VIII.	XVI.
Cφ	56,021	654		XVI.	XVI.
Cυ	82,196	811		XXIV.	XVI.
Cτ	106,772	100		XXXII.	XVI.
Cσ	129,269	199		XL.	XVI.
Cρ	149,250	207		XXVIII.	XVI.
Cϖ	166,326	235		LVI.	XVI.
Co	180,164	914		LXIV.	XVI.
Cξ	190,496	888		LXXII.	XVI.
Cν	197,121	055		LXXX.	XVI.
Cμ	199,908	485		LXXXVIII.	XVI.

CAPUT IX.

Ratio constructionis.

RATIONEM constructionis edocet Analyticus angularium sectionum primus, seu catholicus, in quo ordinata sunt Theoremata hæc.

E duobus angulis acutis trianguli, is qui continetur abs hypotenusa & base acuti nomen retineto. Alter qui continetur abs hypotenusa & perpendiculo, esto reliquus è recto.

THEO-

THEOREMA I.

Si fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus, differat ab angulo acuto secundi, per acutum tertii, & sit excessus penes primum, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa, fit similis rectangulo sub hypotenusis primi & secundi.

Perpendiculum, simile rectangulo sub perpendiculo primi & base secundi, minus rectangulo sub perpendiculo secundi & base primi.

Basis, rectangulo sub basibus primi & secundi, plus rectangulo sub perpendiculis eorundem.

Sit trianguli primi perpendiculum B. Basis D.
Secundi perpendiculum F. Basis G.
Tertii perpendiculum erit simile G in B — F in D. Basis G in D + F in B.

Sit trianguli primi perpendiculum 1. *basis* 2.
Secundi perpendiculum 1. *basis* 3.
Trianguli tertio similis sit perpendiculum 1. *basis* 7.

THEOREMA II.

Si fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus adjunctus angulo acuto secundi, æquet acutum tertii, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa, fit similis rectangulo sub hypotenusis primi & secundi.

Perpendiculum, simile rectangulo sub perpendiculo primi & base secundi, plus rectangulo sub perpendiculo secundi & base primi.

Basis, rectangulo sub basibus primi & secundi, minus rectangulo sub perpendiculis eorundem.

Sit trianguli primi perpendiculum B. Basis D.
Secundi perpendiculum F. Basis G.
Tertii perpendiculum erit simile F in D + B in G. Basis G in D — F in B.

Sit trianguli primi perpendiculum 1. *basis* 7.
Secundi perpendiculum 1. *basis* 3.
Trianguli tertio similis perpendiculum erit 1. *basis* 2.

Atque hæc duo priora Theoremata fundamenta sunt omnis doctrinæ angularium sectionum.

THEOREMA III.

Cujus inventi lætitia adfectus, ô Diva Melusinis, tibi oves centum pro una Pythagoræa immolavi.

Si fuerint duo triangula rectangula, quorum angulus acutus primi, sit sub multiplus ad angulum acutum secundi.

Latera secundi, recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa fit similis potestati conditionariæ hypotenusæ primi: est autem potestas conditionaria, quæ sequitur gradum proportionis multiplæ; quadratum videlicet in ratione dupla; cubus in tripla; quadrato-quadratum in quadrupla; quadrato-cubus in quintupla, & eo in infinitum progressu.

Ad similitudinem autem laterum circa rectum hypotenusæ congruentium, efficitur à base & perpendiculo primi ut binomia radice, potestas æque alta, & singularia facta homogenea distribuuntur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata, deinde negata, & harum primæ parti similis fit basis secundi, perpendiculum reliquæ.

Sic in ratione dupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato hypotenusæ primi, seu aliter adgregato quadratorum à lateribus circa rectum; basis differentiæ; perpendiculum duplo sub prædictis lateribus rectangulo.

In ratione tripla; hypotenusa secundi fit similis cubo hypotenusæ primi; basis cubo basis primi, minus solido ter sub quadrato perpendiculi primi & base ejusdem; perpendiculum simile solido ter sub perpendiculo primi & quadrato basis ejusdem, minus cubo perpendiculi.

In ratione quadrupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato-quadrato hypotenusæ primi; basis quadrato-quadrato basis primi, minus plano-plano sexies sub quadrato perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus quadrato-quadrato perpendiculi; perpendiculum simile plano-plano quater sub perpendiculo primi & cubo basis ejusdem, minus plano-plano quater sub cubo perpendiculi primi & base ejusdem.

In ratione quintupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato-cubo hypotenusæ primi; basis similis quadrato-cubo basis primi, minus plano-solido decies sub cubo perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus plano-solido quinquies sub perpendiculo primi & quadrato-quadrato basis ejusdem; perpendiculum plano solido quinquies sub quadrato-quadrato perpendiculi primi & base ejusdem, minus plano-solido decies sub quadrato perpendiculi & cubo basis ejusdem, plus quadrato-cubo basis ejusdem.

Trianguli rectanguli de angulo acuto enunciandi proponatur hypotenusa Z, basis D, perpendiculum B. Et oporteat constituere triangula rectangula anguli dupli, tripli, quadrupli, quintupli, &c.

Ad triangulum anguli dupli fit hypotenusa similis Z quadrato. Basis D quadrato, minus B quadrato. Perpendiculum B in D 2.

Ad triangulum anguli tripli fit hypotenusa similis Z cubo. Basis D cubo — B quadr. in D 3. Perpendiculum B in D quad. 3 — B cubo.

Ad triangulum anguli quadrupli fit hypotenusa similis Z quad.-quad. Basis D quadr.-quad. — B quadr. in D quadr. 6 + B quad.-quad. Perpendiculum B in D cub. 4 — B cubo in D 4.

Ad triangulum anguli quintupli fit hypotenusa similis Z quadr.-cubo. Basis D quadr.-cubo — B quad. in D cub. 10 + B quad.-quad. in D 5. Perpendiculum B in D quadr-quad. 5 — B cub. in D quad 10 + B quad.-cubo.

Proponatur triangulum rectangulum cujus basis 10. perpendiculum 1. & angulus acutus ejusdem intelligatur simplus.

Ad triangulum anguli dupli, statuetur basis 99. perpendiculum 20.

Ad triangulum anguli tripli, statuetur basis 970. perpendiculum 299.

Ad triangulum anguli quadrupli, statuetur basis 9401. perpendiculum 3960.

Ad triangulum anguli quintupli, statuetur basis 90050. perpendiculum 49001.

Et cum angulus acutus primi trianguli deprehendetur esse.

	PAR.	SCRUP.	SEC.
	5	42	38
Erit angulus acutus secundi	11	25	16
tertii	17	7	54
quarti	22	50	32
quinti	28	33	10.

Cum autem factorum nequit fieri subtractio, argumentum est angulum multiplum esse obtusum, eoque casu nihilominus excessus factorum adsignabitur lateri, & angulus subtensus intelligetur exterior multipli.

ALITER.

ALITER.

Si fuerint triangula rectangula quotcunque, & horum secundi angulus acutus sit duplus ad acutum primi, tertii triplus, quarti quadruplus, quinti quintuplus, & eo continuo naturali progressu, primi autem trianguli perpendiculum statuatur prima proportionalium, basis ejusdem secunda, eaque series continuetur.

In secundo, erit basis ad perpendiculum, ut tertia, minus prima ad secundam bis.

In tertio, ut quarta, minus secunda ter, ad tertiam ter, minus prima.

In quarto, ut quinta, minus tertia sexies, plus prima, ad quartam quater, minus secunda quater.

In quinto, ut sexta, minus quarta decies, plus secunda quinquies, ad quintam quinquies, minus tertia decies, plus prima.

In sexto, ut septima, minus quinta quindecies, plus tertia quindecies, minus prima, ad sextam sexies, minus quarta vicies, plus secunda sexies.

In septimo, ut octava, minus sexta vicies semel, plus quarta tricies quinquies, minus secunda septies, ad septimam septies, minus quinta tricies quinquies, plus tertia vicies semel, minus prima.

Et ita in infinitum, distributis successive in duas partes proportionalibus, secundum earum seriem, utrobique primum adfirmatis deinde negatis, & sumptis multiplicibus, ut ordo graduum in artificiosa genesi potestatum, quibus eæ addicuntur, exigit.

THEOREMA IV.

Si fuerint triangula rectangula æqualis hypotenusæ, quorum primi angulus acutus sit in submultipla ratione ad angulos acutos succedentium ordine triangulorum, ad acutum videlicet secundi sit subduplus, tertii subtriplus, quarti subquadruplus, & eo continuo ordine: construatur autem series linearum rectarum continue proportionalium, quarum prima sit æqualis semihypotenusæ, secunda basi trianguli primi, inter succedentes continue proportionales & succedentium triangulorum bases, hæc erit æqualitas.

Tertia continue proportionalium, minus prima bis, erit æqualis basi trianguli secundi.

Quarta, minus secunda ter, basi trianguli tertii.

Quinta, minus tertia quater, plus prima bis, basi trianguli quarti.

Sexta, minus quarta quinquies, plus secunda quinquies, basi trianguli quinti.

Septima, minus quinta sexies, plus tertia novies, minus prima bis, basi trianguli sexti.

Octava, minus sexta septies, plus quarta quaterdecies, minus secunda septies, basi trianguli septimi.

Nona, minus septima octies, plus quinta vicies, minus tertia sedecies, plus prima bis, basi trianguli octavi.

Decima, minus octava novies, plus sexta vicies septies, minus quarta tricies, plus secunda novies, basi trianguli noni.

Et ita in infinitum, ut per loca proportionalium imparia nova adfectio succe-

ſuccedat, adfirmatæ videlicet negata, negatæ adfirmata: ac proportionales illæ ſint ſemper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectione per unitatis crementum, in ſecunda per numeros triangulos, in tertia per numeros quos vocant pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, in quinta per numeros triangulo-pyramidales, non quidem ab unitate ut in poteſtatum geneſi, ſed à binario ſuum ducentes incrementum.

In notis ſit prima continue proportionalium 1, eademque triangulorum rectangulorum ſemihypotenuſa.

Secunda vero continue proportionalium 1 N, quæ intelligitor baſis trianguli ad angulum pertinentis ſubmultiplum. Erit

1 Q − 2		*Dupli.*
1 C − 3 N		*Tripli.*
1 QQ − 4 Q + 2		*Quadrupli.*
1 QC − 5 C + 5 N	*Baſis anguli*	*Quintupli.*
1 CC − 6 QQ + 9 Q − 2		*Sextupli.*
1 QQC − 7 QC + 14 C − 7 N		*Septupli.*
1 QCC − 8 CC + 20 QQ − 16 Q + 2		*Octupli.*
1 CCC − 9 QQC + 27 QC − 30 C + 9 N		*Noncupli.*

Et eo in infinitum continuando ordine, adſcita ſi placet numerorum continue triangulorum à binario ſuum ducentium incrementum tabella.

THEOREMA V.

Si fuerint triangula rectangula æqualis hypotenuſæ, quorum primi angulus acutus ſit in ſubmultipla ratione ad angulos acutos ſuccedentium ordine triangulorum, ad acutum videlicet ſecundi ſubduplus, tertii ſubtriplus, quarti ſubquadruplus, & eo continuo ordine; conſtruatur autem ſeries linearum rectarum continue proportionalium, quarum prima ſit æqualis ſemi-hypotenuſæ, ſecunda perpendiculo trianguli primi, inter ſuccedentes continue proportionales & ſuccedentium triangulorum baſes ac perpendicula, hæc erit æqualitas.

Prima bis, minus tertia continue proportionalium, erit æqualis baſi trianguli ſecundi.

Secunda ter, minus quarta, perpendiculo trianguli tertii.

Prima bis, minus tertia quater, plus quinta, baſi trianguli quarti.

Secunda quinquies, minus quarta quinquies, plus ſexta, perpendiculo trianguli quinti.

Prima bis, minus tertia novies, plus quinta ſexies, minus ſeptima, baſi trianguli ſexti.

Secunda ſepties, minus quarta quaterdecies, plus ſexta ſepties, minus octava, perpendiculo trianguli ſeptimi.

Prima bis, minus tertia ſedecies, plus quinta vicies, minus ſeptima octies, plus nona, baſi trianguli octavi.

Secunda novies, minus quinta tricies, plus ſexta vicies ſepties, minus octava novies, plus decima, perpendiculo trianguli noni.

Et ita in infinitum, inverſo eo, qui in antecedente Theoremate expoſitus eſt, ordine.

In notis, Sit prima continue proportionalium 1. eademque communis triangulorum rectangulorum ſemihypotenuſa.

Secunda

Secunda vero continue proportionalium 1 N. *eademque intelligitur perpendiculum trianguli ad angulum pertinentis submultiplum.*

2 — 1 Q	*Æquabitur*	*Basi*	*Anguli*	*Dupli.*
3N — 1 C		*Perp.*		*Tripli.*
2 — 4Q + 1 QQ		*Basi*		*Quadrupli.*
5N — 5C + 1 QC		*Perp.*		*Quintupli.*
2 — 9Q + 6QQ — 1 CC		*Basi*		*Sextupli.*
7N — 14C + 7QC — 1QQC		*Perp.*		*Septupli.*
2 — 16Q + 20QQ — 8CC + 1QCC		*Basi*		*Octupli.*
9N — 30C + 27QC — 9QQC + 1CCC		*Perp.*		*Noncupli.*

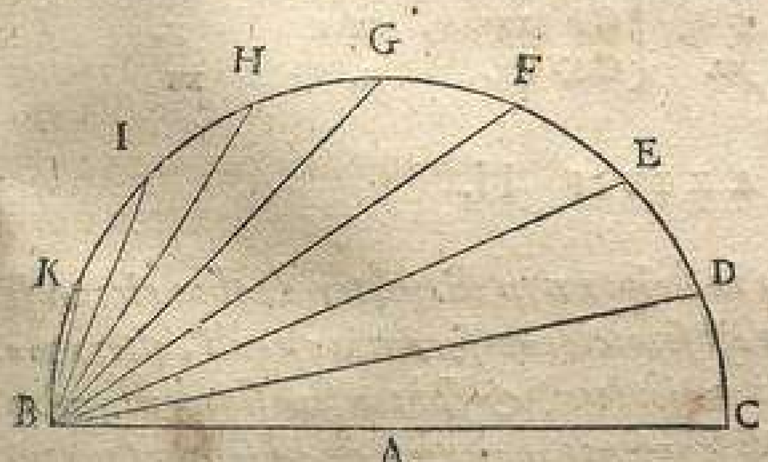
Et eo infinitum continuando ordine, adscita si placet numerorum continue triangulorum suum à binario ducentium incrementum tabella.

Sic potestas rationis quadrage-quintuplæ, adfecta prostaphæretice eo progressu, & adplicata una cum homogeneis sub gradibus ad congruas unitatis epanaphoras, æqualis est basi ejus trianguli cujus angulus acutus ad acutum primi est quadrage-quintuplus. Progressui autem illi consentit is quem è tabella emendicatum designavit in suo Problemate Adrianus Romanus.

COROLLARIVM I.

Ex his manifesta fit progressio linearum rectarum quæ circumferentiis circuli subtenduntur.

In circulo cujus A centrum, diameter BAC, sumantur circumferentiæ æquales CD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, & subtendantur BD, BE BF, BG, BH, BI, BK. Subtensæ igitur illę sunt bases triangulorum rectangulorum, quorum hypotenusa communis est diameter BC, & ad angulum acutum DBC duplus est angulus acutus EBC, triplus FBC, quadruplus GBC, quintuplus HBC, & eo continuo ordine.



Construantur autem continue proportionales lineæ rectæ, quarum prima sit ipsi semidiametro AC æqualis, secunda ipsi BD.

Tertia continue proportionalium minus prima bis, æqualis erit ipsi BE.

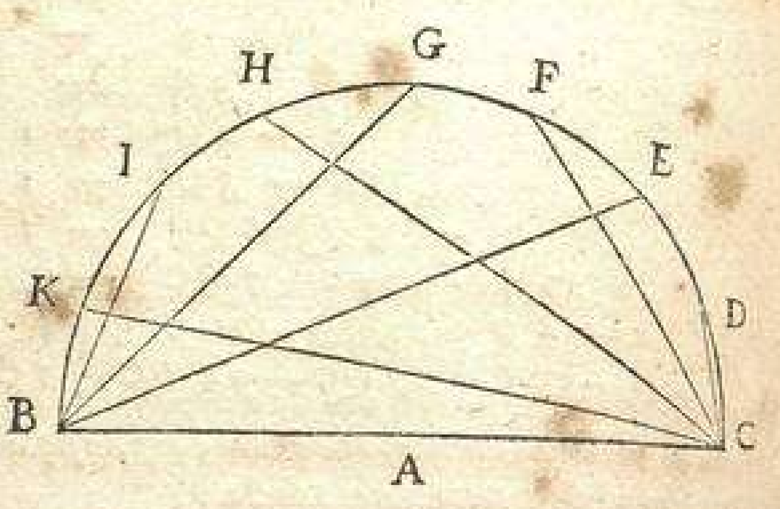
Quarta minus secunda ter, æqualis ipsi BF. Et reliquæ, ut est ordinatum primo ad resolutiones Theoremate.

Sit AC seu Prima		100,000,000,000,000.
BD seu Secunda		196,000,000,000,000.
Erit	*Tertia*	384,160,000,000,000.
	Quarta	752,953,600 000,000.
	Quinta	1,475,789,056,000,000.
	Sexta	2,862,546,549,760,000.
	Septima	5,669,392 237,529,600.
	Octava	11,112,006,825,558,016.

					PART.	SCRVP.	SEC.
Itaque erit recta	BE	184,160,000,000,000.	*Ipsa vero circūferentiæ semisses.*	CD.	XI.	XXVIII.	XLII.
	BF	164,953,600,000,000.		CE.	XXII.	LVII.	XXIV.
	BG	139,159,056,000,000.		CF.	XXXIV.	XXVI.	VI.
	BH	107,778,549,760,000.		CG.	XLV.	LIV.	XLVIII.
	BI	72,096,901,529,600.		CH.	LVII.	XXIII.	XXX.
	BK	33,531,337,238,016.		CI.	LXVIII.	LII.	XII.
				CK	LXXX.	XX.	LIV.

 Rur-

Rursus in circulo cujus A centrum, diameter BC, sumantur circumferentiæ æquales CD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, & subtendantur CD, BE, CF, BG, CH, BI, CK. Construantur autem continue proportionales lineæ rectæ, quarum prima sit ipsi semidiametro AC æqualis, secunda ipsi CD. Erit prima bis continue proportionalium, minus tertia æqualis ipsi BE.



Secunda ter minus quarta æqualis CF, & reliquæ, ut est ordinatum in secundo ad resolutiones Theoremate.

	Sit AC seu Prima	100,000,000.
	CD seu Secunda	20,000,000.
Erit	*Tertia*	4,000,000.
	Quarta	800,000.
	Quinta	160,000.
	Sexta	32,000.
	Septima	6,400.
	Octava	1,280.

					PART.	SCRUP.	SEC.
Itaque erit recta	BE	196,000,000.	*Ipsa vero circumferentia semisses.*	CD	V.	XLIV.	XX.
	CF	59,200,000.		CE	XI.	XXVIII.	XL.
	BG	184,160,000.		CF	XVII.	XIII.	∴
	GH	96,032,000.		CG	XXII.	LVII.	XX.
	BI	164,953,600.		CH	XXXVIII.	XLI.	XL.
	CK	129,022,720.		CI	XXXIV.	XXVI.	∴
				CK	XL.	X.	XX.

COROLLARIUM II.

Quoniam autem eadem recta circulo inscripta non diameter duabus circumferentiis subtenditur, quarum una minor est semicircumferentia circuli, altera major. Æqualitas inter subtensam minori majorive, & subtensam segmento minoris pertinebit ad subtensam quoque simili segmento majoris, & ad subtensas denique reliquis circumferentiis quæ æque multiplices majorem minorem-ve in circulationibus component.

Atque hinc Theorematia hæc.

Statuitor X sinus totus. B vero sinus duplus anguli subsecandi. Et esto E sinus duplus segmenti.

THEOREMATION I.

X quadratum in E 3 — E cubo, æquatur X quadrato in B. Et fit E duplex. j sinus duplus anguli subtripli. ij sinus duplus differentiæ inter angulum subtriplum & trientem duorum rectorum.

In notis 3 N — 1 C, *æquetur* √ 2. *Quoniam posito* 1 *sinu toto, fit* √ 2 *sinus duplus anguli partium XLV, ideo* 1 N *est sinus duplus anguli partium XV, vel etiam est sinus duplus anguli partium XLV. Erit igitur* 1 N *radix binomia* 2 — √ 2. *Vel etiam* √ 2.

3 N — 1 C, *æquetur* 1. *Quoniam posito* 1 *sinu toto, fit* 1 *sinus duplus anguli partium XXX, ideo* 1 N *est sinus duplus anguli partium X, vel etiam est sinus duplus anguli partium L.*

Erit

Erit igitur 1 N $\frac{34,729,635,533,396}{100,000,000,000,000}$.

Vel etiam $\frac{153,208,888,623,795}{100,000,000,000,000}$.

THEOREMATION II.

X quadr.-quadr. in E 5 — X quadr. in E cub. 5 + E quadr.-cubo, æquatur X quad.-quad. in B. Et sit triplex. j. Sinus duplus anguli subquintupli. ij. Sinus duplus differentiæ inter angulum subquintuplum & quintam partem duorum rectorum. iij. Sinus duplus anguli compositi ex angulo sub-quintuplo, & quinta parte quatuor rectorum. Neque enim compositus ille rectum excedit.

5 N — 5 C + 1 QC, æquetur 1. *Quoniam posito 1 sinu toto, fit 1 sinus duplus anguli partium* XXX. *Ideo* 1 N *est sinus duplus anguli partium* VI. *vel sinus duplus anguli partium* XXX. *Vel etiam sinus duplus anguli partium* LXXVIII.

Erit igitur 1 N *radix trinomiæ* $\frac{9}{4} - \sqrt{\frac{5}{16}}$ — *radice binomiæ* $\frac{15}{8} + \sqrt{\frac{45}{64}}$.

Vel 1.

Vel etiam radix trinomiæ $\frac{9}{4} + \sqrt{\frac{5}{16}}$ + *radice binomiæ* $\frac{15}{8} - \sqrt{\frac{45}{64}}$.

5 N — 5 C + 1 Q C, *æquetur* $\frac{68,404,028,665,134}{100,000,000,000,000}$. *Quoniam posito 1 sinu toto, datum homogeneum propositæ æqualitatis fit sinus duplus anguli partium* XX. *Ideo* 1 N *est sinus duplus anguli partium* IV.

Vel sinus duplus anguli partium XXXII.

Vel etiam sinus duplus anguli partium LXXVI.

Erit igitur 1 N $\frac{13,951,294,748,825}{100,000,000,000,000}$.

Vel $\frac{105,983,852,846,641}{100,000,000,000,000}$.

Vel etiam $\frac{194,059,145,255,109}{100,000,000,000,000}$.

THEOREMATION III.

X cubo-cubus in E 7 — X quad.-quad. in E cub. 14 + X quadr. in E quadr.-cub. 7 — E quad.-quad.-cubo, æquabitur X cubo-cubo in B. Et sit E quadruplex. j. Sinus duplus anguli subseptupli. ij. Sinus duplus differentiæ inter angulum subseptuplum & septimam partem duorum rectorum. iij. Sinus duplus anguli compositi ex subseptuplo & septima parte quatuor rectorum. iiij. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta & septima quoque parte quatuor rectorum.

7 N — 14 C + 7 QC — 1 QQC, *æquetur* 1. *Quoniam posito 1 sinu toto, fit 1 sinus duplus anguli partium* XXX. *Ideo* 1 N *est sinus duplus anguli partium* IV, *cum duabus septimis partis unius. Vel sinus duplus anguli partium* XXI, *cum tribus septimis Vel sinus duplus anguli partium* LV, *cum quinque septimis. Vel denique anguli partium* LXXII, *una cum sex septimis partis unius.*

Et si 7 N — 14 C + 7 QC — 1 QQC, *æquetur* 2. *Quoniam 2 est sinus duplus anguli recti, fit* 1 N *sinus duplus anguli partium* XII, *cum sex septimis. Vel sinus duplus anguli partium* LXIV, *cum duabus septimis.*

Erit igitur 1 N $\frac{44\,504\,18680}{100\,000\,000\,00}$. *Latus tessera-decagoni.*

Vel etiam $\frac{180193773\,58}{100\,000\,000\,00}$. *Recta cujus quadratum quadrato lateris heptagoni adjunctum, æquatur quadrato diametri.*

Quæ

Quæ Theoremata licet in infinitum eadem methodo extendere. & pertinebit vigesimum secundum ad æqualitatem expositam quadrage-quintusectionis de viginti tribus terminis explicabilem, quorum primus est

Sinus duplus anguli subquadragequintupli.

II. Sinus duplus differentiæ inter angulum subquadragequintuplum, & quadragesimam quintam partem duorum rectorum.

III. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & quadragesima quinta parte quatuor rectorum.

IV. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & quadragesima quinta quoque parte quatuor rectorum. Est autem quadragesima illa quinta pars partium octo, quæ angulo subquadragequintuplo cuivis, ac differentiæ inter eundem, & quadragesimam quintam partem duorum rectorum, id est partes quatuor, potest addi uni undecies, alteri decies, nec compositus angulus rectum excedit. Itaque fit Terminus.

V. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XVI.

VI. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XVI.

VII. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XXIV.

VIII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XXIV.

IX. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XXXII.

X. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XXXII.

XI. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XL.

XII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XL.

XIII. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XLVIII.

XIV. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XLVIII.

XV. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LVI.

XVI. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LVI.

XVII. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LXIV.

XVIII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LXIV.

XIX. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LXXII.

XX. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LXXII.

XXI. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LXXX.

XXII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LXXX.

XXIII. Sinus duplus anguli compositi ex partibus LXXXVIII angulo subquadragequintuplo, vel ejus à partibus IV differentia. propter hanc enim vel illam additionem partes LXXXIV recti anguli amplitudinem non excedent.

Atque hic ad Romani Problema Responsum explicitum esto.

AUCTA

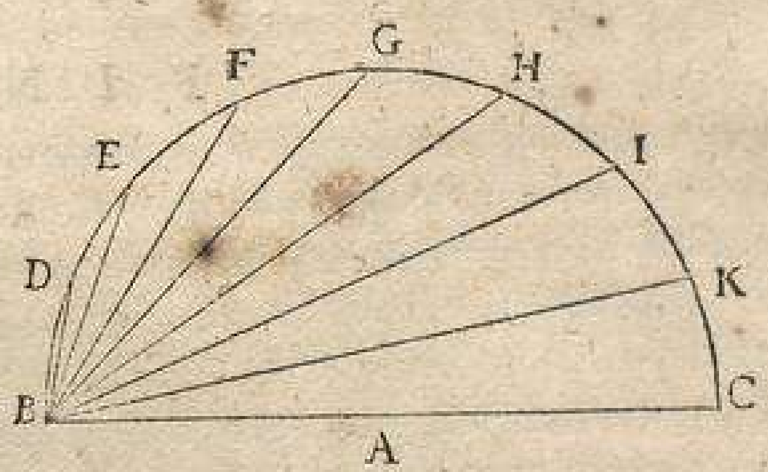
AVCTARIVM.

ADdatur, ad justam progressionis linearum rectarum, quæ circumferentiis circuli subtenduntur, doctrinam, hoc quod sequitur.

THEOREMA.

Si secetur semi-circumferentia circuli in partes quotcunque æquales, & ab extremo diametri educantur rectæ ad quælibet sectionum puncta: erit ut minima educta ad diametrum, ita composita ex diametro, & minima, & ea insuper, cujus quadratum adjunctum minimæ quadrato efficit quadratum diametri ad compositam ex omnibus eductis duplam.

Sit circulus sub A centro, diametro B C descriptus. Secetur autem circumferentia B C in partes quotcunque æquales, & sint illæ BD, DE, EF, FG, G H, H I, I K, K C, & subtendantur B D, B E, B F, BG, BH, B I, B K. Est igitur B K æqualis subtensæ D C, cujus quadratum adjunctum quadrato ex DB æquale est quadrato ex B C. Dico esse ut BD ad BC, ita compositam ex B C, B D, B K seu D C ad compositam ex omnibus duplam, videlicet compositam duplam ex B D, B E, B F, BG, B H, B I, B K, B C, ut hæc abunde demonstrata sunt & exposita in Analyticis angularium sectionum.



Est conditus canon sinuum per singula sexagesima scrupula partium quadrantis circuli in particulis qualium totus adsumitur 100, 000, 000. Quærit aliquis summam omnium sinuum singulis scrupulis congruentium. Quoniam igitur est ut sinus unius scrupuli ad sinum totum, ita sinus unius scrupuli, sinus complementi, & sinus totus ad sinum totum, prosinum complementi, & transsinuosam complementi: Addat Logista transsinuosam complementi unius scrupuli suo congruenti prosinui, & insuper sinui toto, & constabitur duplum summæ quæsitæ. Transsinuosas videlicet voco hypotenusas quas suppeditat canon fœcundissimus, Prosinus latera circa rectum quæ canon fœcundus.

Transsinuosa igitur complementi unius scrupuli numeratur	343, 774, 681, 923
Prosinus vero,	343, 774, 667, 379
His addatur sinus totus.	100, 000, 000
Summa fit	687, 649, 349, 302.

Est igitur 343, 824. 674, 651 summa omnium sinuum scrupulorum quadrantis, ipso sinu toto XC partium numerato, tam accurata quam patitur in ea hypothesi linearum symmetria.

Novis autem canonistis sui placent errores calculi. Itaque de sua falsa taxatione prosinuum & transsinuosarum moniti non resipiscunt. Sed qui anno 1579 fuit editus infeliciter canon meus Mathematicus, is cura secunda recognitus majorem fortassis apud eos obtinebit auctoritatem.

PORRO ad exercendum non cruciandum studiosorum ingenia PROBLEMA hujusmodi construendum subjicio.

Datis tribus circulis, quartum circulum eos contingentem describere.

Proposuit enim Apollonius in libris περὶ ἐπαφῶν, sed illi periere injuria temporis. Si autem non ferat suos Apollonios Belgium, feret Gallia.

Non dubito quin Algebristæ idipsum in formulam δεδομένου conceptum absolvent, ut pote,

Datis semidiametris singulis trium quorumlibet circulorum, una cum centrorum distantia, semidiameter quarti circuli eos contingentis, ac sui centri à reliquis centris distantia, erit data.

Sed quæ Problemata Algebrice absolvit Regiomontanus, is se non posse aliquando Geometrice construere fatetur. An non ideo quia Algebra fuit hactenus tractata impure? Novam amplectimini φιλομαθεῖς, valete, & æqui bonique consulite.

FINIS.

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ

APOLLONIVS GALLVS.

Seu,

EXSUSCITATA APOLLONII PERGÆI ΠΕΡῚ ΕΠΑΦΩ͂Ν GEOMETRIA.

Ad V. C.

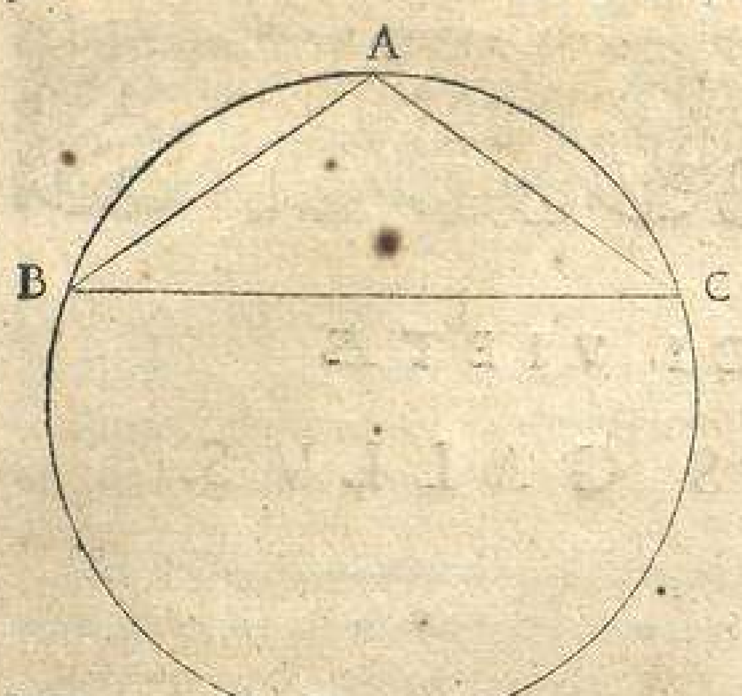
ADRIANUM ROMANUM Belgam.

PROBLEMA Apollonii de describendo circulo, quem tres dati contingant (clarissime Adriane) Geometrica ratione construendum proposui φιλομαθέσι, non Mechanica. Dum itaque circulum per hyperbolas tangis, rem acu non tangis. Neque enim hyperbolæ describuntur in Geometricis καὶ ἐπιστημονικὸν λόγον. Duplicavit cubum per parabolas Menechmus, per conchoidas Nicomedes, an igitur duplicatus est Geometrice cubus? Quadravit circulum per volutam inordinatam Dinostratus, per ordinatam Archimedes, an igitur Geometrice quadratus est circulus? Id vero nemo pronunciabit Geometra. Reclamaret Euclides, & tota Euclideorum schola. Ergo clarissime Adriane, ac si placet Apolloni Belga, quoniam Problema quod proposui planum est, tu vero ceu solidum explicasti, neque ideo occursum hyperbolarum, quem ad factionem tuam adsumis, firmasti, neque etiamnum potes firmare, quoniam revera si asymptoti fuerint parallelæ, erit irritus labor, & alioqui conicas sectiones in plano describere semper veriti sunt antiqui, missas fac lineas mixtas, & jam ab Apollonio ad ripas Oceani Aquitanici exsuscitato ultro accipe τεχνικὴν καὶ ἐπιστημονικὴν χορηγίαν.

Apollonii Pergæi Problemata περὶ ἐπαφῶν ad decem contraxit Pappus Alexandrinus, quæ ideo singula persequar eo, qui convenientior videbitur, ordine.

PROBLEMA I.

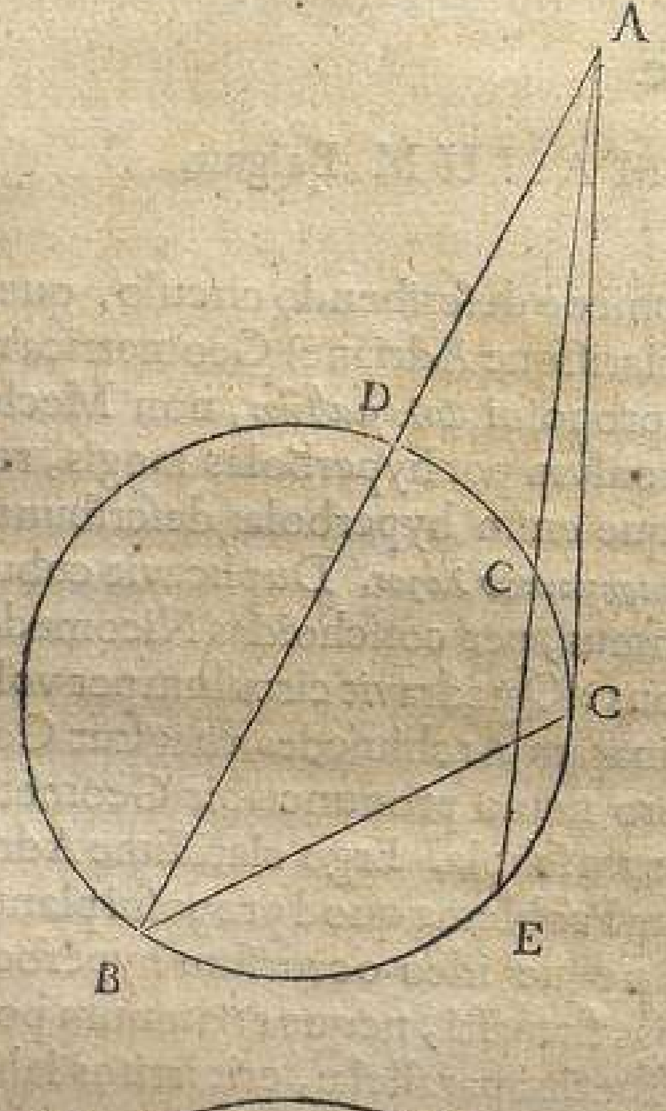
DAtis tribus punctis per eadem circulum describere: oportet autem data puncta non existere tria in eadem linea recta.



Sint data tria puncta A, B, C. Oportet per puncta A, B, C circulum describere. Iungantur puncta A, B, C. Et quoniam non existunt in eadem linea recta ex cautione adjecta Problemati, ideo triangulum fit, cujus apices erunt ipsa A, B, C puncta. Itaque circa triangulum A B C describatur circulus. Id enim docent Elementa. Per puncta igitur A, B, C descriptus est circulus ABC. Quod faciendum erat.

Lemma ad id quod sequitur.

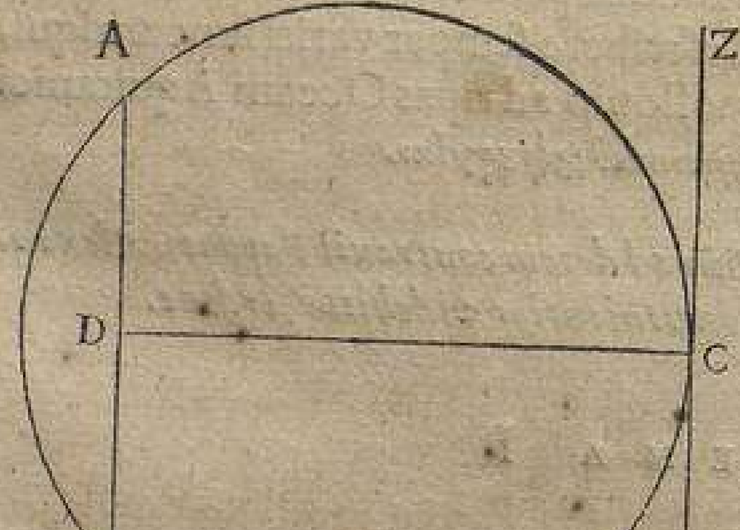
Sit triangulum A B C, secetur autem crus A B in D, ita ut quod fit sub A B, A D æquale sit quadrato cruris AC, & per puncta D, B, C describatur circulus. Ajo circulum DBC tangi à recta A C.



Si enim fieri possit, circulus non tangatur à recta A C. igitur ab ea secabitur. Sectio autem erit in duobus punctis. sit alterum punctum E. Quod fit igitur sub A D, A B erit æquale ei quod fit sub A C, A E. Hoc autem est absurdum, cum æquetur ipsum quadrato A C ex constructione, A C vero & A E proponuntur inæquales. Recta igitur A C circulum A B C non secabit, sed tanget. Quod erat ostendendum.

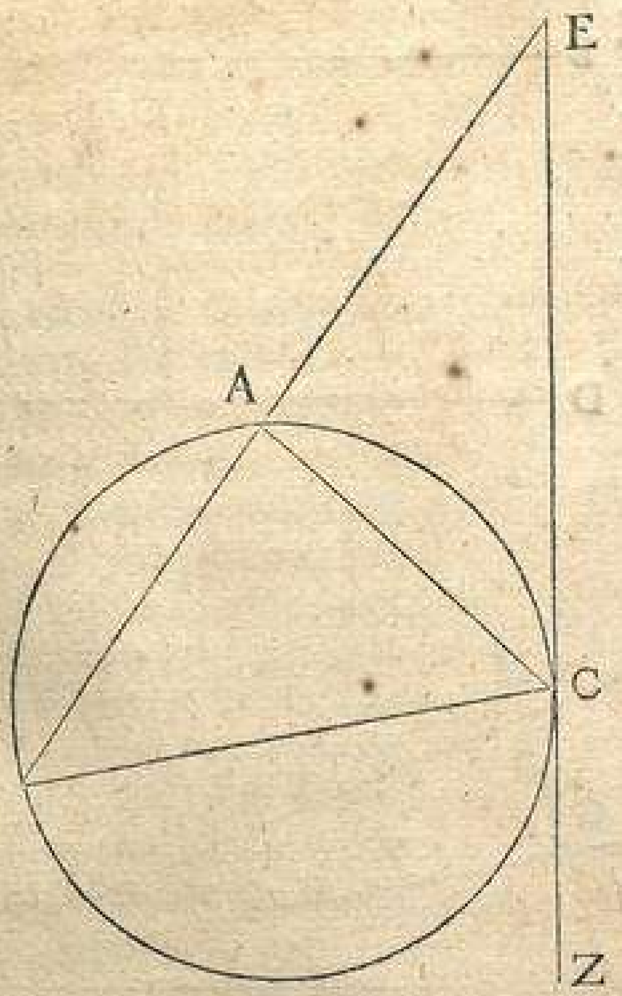
PROBLEMA II.

Datis duobus punctis, & linea recta, per data puncta circulum describere, quem data linea recta contingat.



Sint data duo puncta A, B, & data quoque linea recta C Z. Oportet per A, B puncta, circulum describere, quem linea recta C Z contingat. Iungantur A, B. Si igitur A B fuerit ipsi C Z parallela, secabitur A B bifariam, & ad rectos angulos in puncto D à recta secante C Z in C, & cum per puncta A, B, C describetur circulus, quoniam recta C Z ipsi A B est parallela, recta quoque C Z secabitur à DC ad rectos angulos in C. Itaque circulus A B C tangetur à recta C Z, in ipso C puncto.

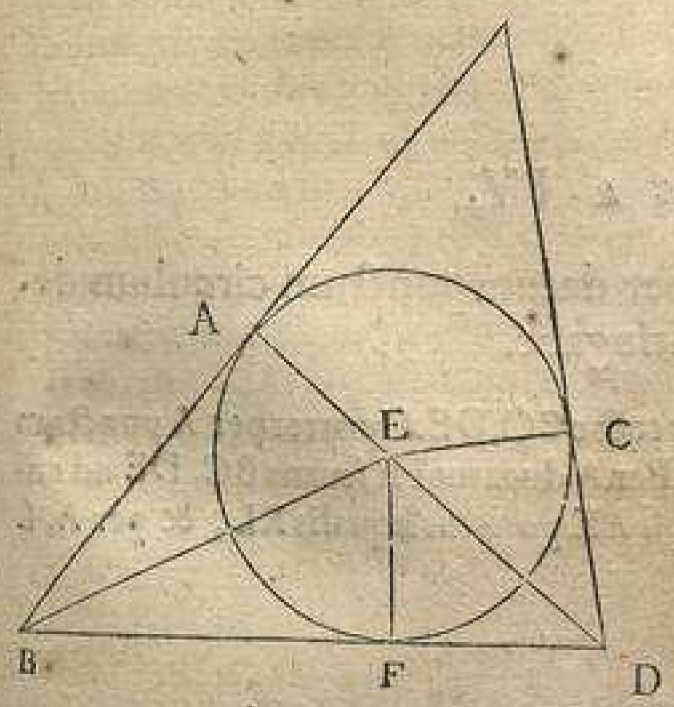
Quod



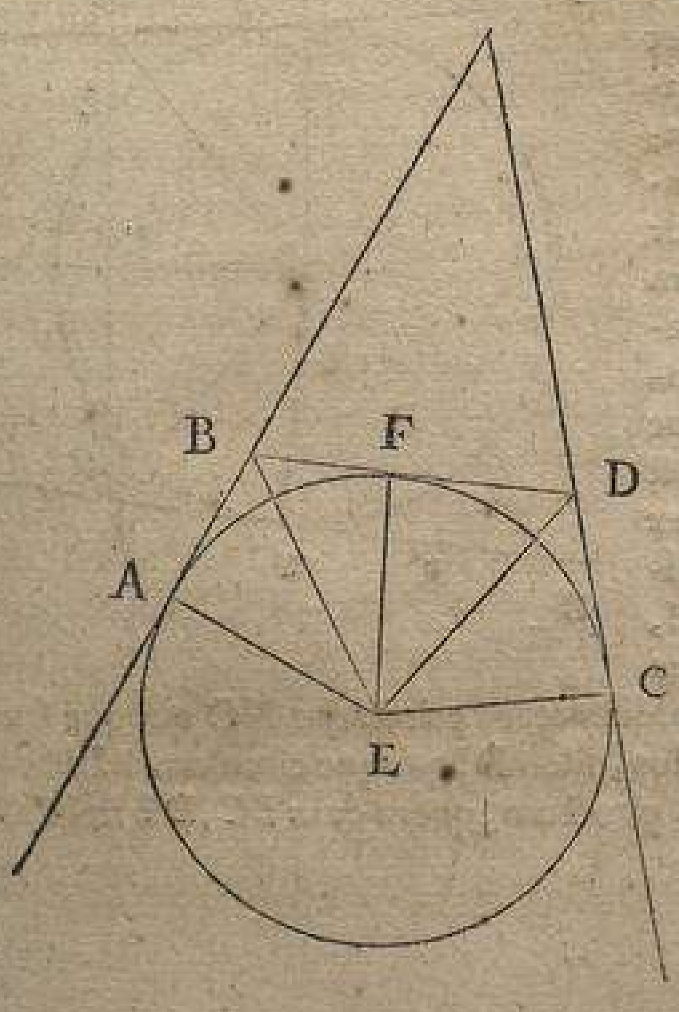
Quod si non fuerit A B ipsi C Z parallela, conveniant ambæ in E, secetur autem E Z in C, ita ut quod fit sub E B, E A æquale sit quadrato ipsius E C, & per puncta A, B, C describatur circulus. Igitur tangetur à recta E C Z per expositum Lemma. Ergo quocunque casu describitur per puncta A, B circulus A B C quem recta C Z in ipso C puncto contingit. Quod erat faciendum.

PROBLEMA III.

Datis tribus lineis rectis, describere circulum quem harum unaquæque contingat. Oportet autem datas lineas rectas non esse parallelas.



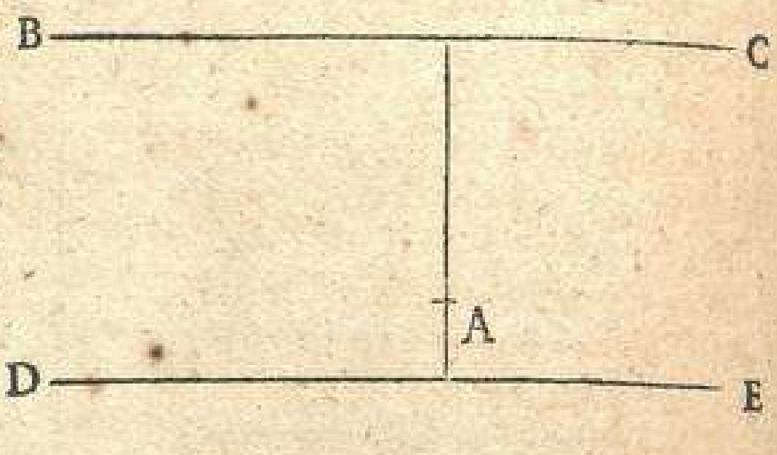
Sint datæ tres lineæ rectæ A B, C D, B D, atque harum B D neutri reliquarum sit parallela ex cautione adjecta Problemati, itaque reliquas secet in ipsis B, D punctis. Oportet describere circulum, quem rectæ AB, C D, B D contingant. Secentur bifariam anguli A B D, C D B à rectis concurrentibus in E, itaque sint B E, D E, & cadant in A B, C D, B D perpendiculares EA, EC, EF. Erunt igitur eæ æquales. Triangulum enim rectangulum E A B simile est triangulo rectangulo E F B ex constructione, utriusque vero communis est hypotenusa B E. Quare altitudo E A altitudini E F erit æqualis. Sic ostendetur E F æqualis ipsi E C. Centro igitur E intervallo E A seu E F vel E C describatur circulus A F C. Descriptus est igitur circulus A F C quem rectæ A B, C D, B D tangunt in punctis A, C, F. Quod erat faciendum.



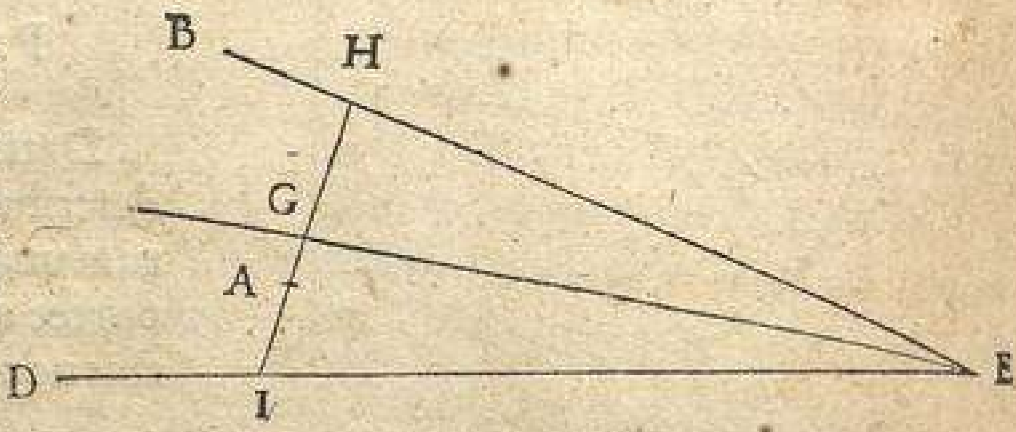
Lemma.

Per datum punctum ducere lineam rectam secantem duas datas ad angulos æquales.

Sit datum A punctum, datæ quoque duæ lineæ rectæ B C, D E. Oportet per A punctum ducere lineam rectam ſecantem BC, DE ad angulos æquales. Si igitur fuerint parallelæ B C, D E demittatur ab A puncto perpendicularis utrivis ipſarum, utravis ſecabitur ad angulos æquales, nempe rectos.



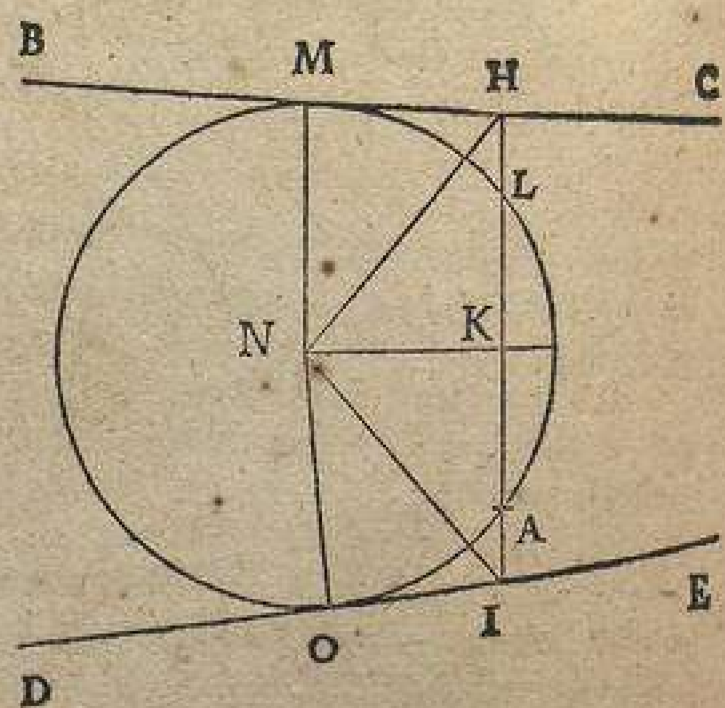
Si non ſint parallelæ, convenient. Conveniant igitur in F puncto, & ſecetur angulus D F B bifariam à recta, quam A G ſecet in G, ad angulos rectos, rectas vero B F, D F in H, I. Triangula igitur H G F, I G F lateribus & angulis ſunt æqualia, atque adeo anguli qui ad H, I, æquales. Dato igitur A puncto per ipſum ducta eſt linea H I ſecans datas B F, D F in H, I ad angulos æquales. Quod faciendum erat.



PROBLEMA IV.

Datis duabus lineis rectis, & puncto, per datum punctum circulum deſcribere, quem datæ duæ lineæ rectæ contingant.

Sit datum A punctum, datæ quoque duæ lineæ rectæ BC, DE. Oportet per A punctum circulum deſcribere, quem BC, DE contingant. Per A ducatur HI ſecans BC, DE ad angulos æquales, eaque ſecetur bifariam in K, & ipſi AK ponatur æqualis KL, & per A, L puncta deſcribatur circulus, quem altera datarum B C, vel D E contingat. Dico eundem à reliqua contingi. Contactus enim à BC, ſit M, & circuli centrum N, à quo ducatur NO, ſecans DE normaliter in O, & agatur NK. Quoniam igitur ſecatur AL bifariam in K ab ea quæ eſt ex centro, ideo angulus NKI eſt rectus. Connectantur autem NH, NI. Æquales igitur ſunt NH, NI, quoniam perpendiculum triangulis rectangulis N K H, N K I commune N K. Sed & baſis HK baſi KI conſtructa eſt æqualis. Ergo æquales quoque anguli NHM, NIO, cum ſint reſidui poſt ablationem æqualium N H L, N I L ex æqualibus conſtructis MHK, OIK. Similia ſunt itaq; triangula rectangula N H M, NIO, ac etiam æqualia cum ſint æquales ipſorum hypotenuſæ. Eſt autem MN ſemidiameter, erit itaque NO quoque ſemidiameter, quam cum ſecet DI ad rectos angulos, ideo DI quoque circulum ALM continget. Ergo deſcriptus eſt circulus AOM per A punctum, quem datæ BC, DE in M, O contingunt. Quod erat faciendum.

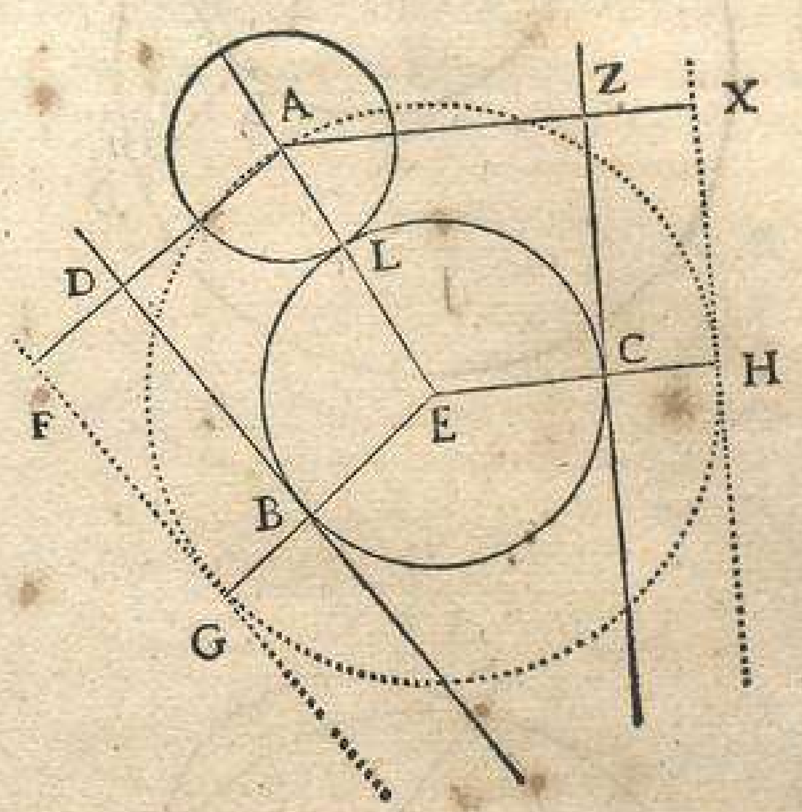


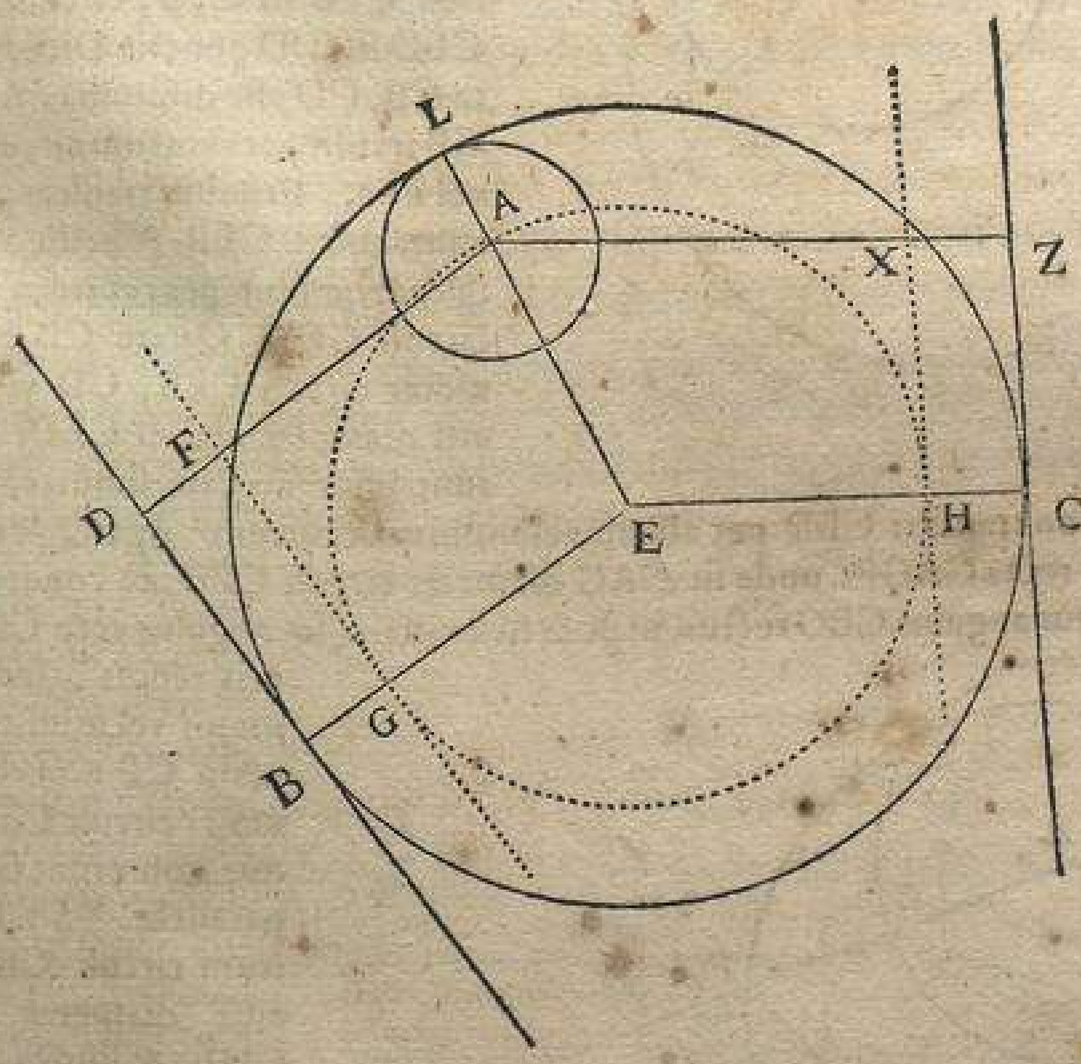
PRO-

PROBLEMA V.

Dato circulo, & duabus lineis describere circulum quem datus circulus, & datæ duæ lineæ rectæ contingant.

Sit datus circulus, cujus A centrum, datæ quoque rectæ lineæ ZC, DB. Oportet describere circulum, quem circulus, cujus A centrum, & rectæ lineæ ZC, DB contingant. Cadant in ZC, DB perpendiculares AZ, AD, quæ secentur ad easdem partes in punctis X, F posita unaquaque rectarum ZX, DF æqualibus semidiametro circuli, cujus A centrum, & per X, F agantur XH, FG ipsis ZC, DB parallelæ, & per ipsum A signum describatur circulus posititius AGH, quem actæ XH, FG contingant, & sit illius circuli centrum E. Et manifestum est fore E centrum circuli, quem datus circulus, cujus A centrum, &



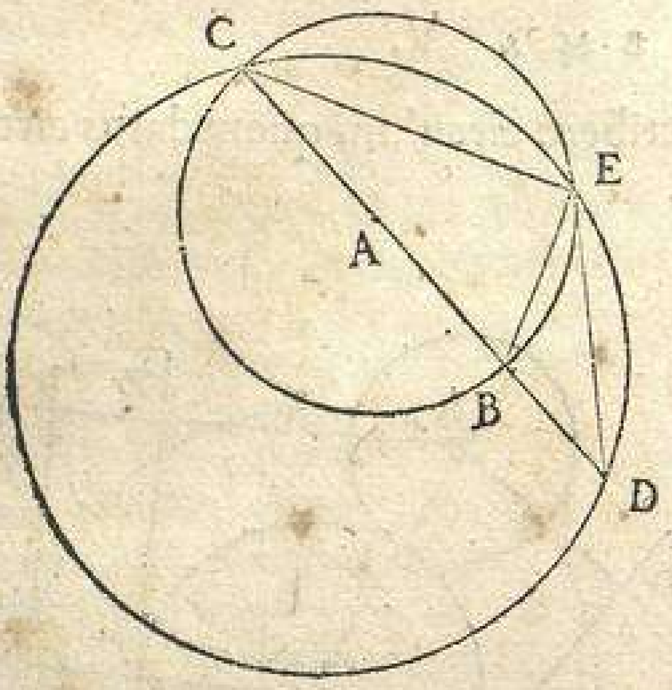


datæ rectæ CZ, DB contingent, ob æqualia æqualibus addita, vel adempta undecunque intervalla. Itaque cadat ad angulos rectos EC. Erit ea semidiameter circuli quæsiti.

Lemma I.

Si duo circuli se mutuo secent, à puncto autem sectionis ducatur per centrum unius circulorum linea recta, ea non transibit per alterius circuli centrum.

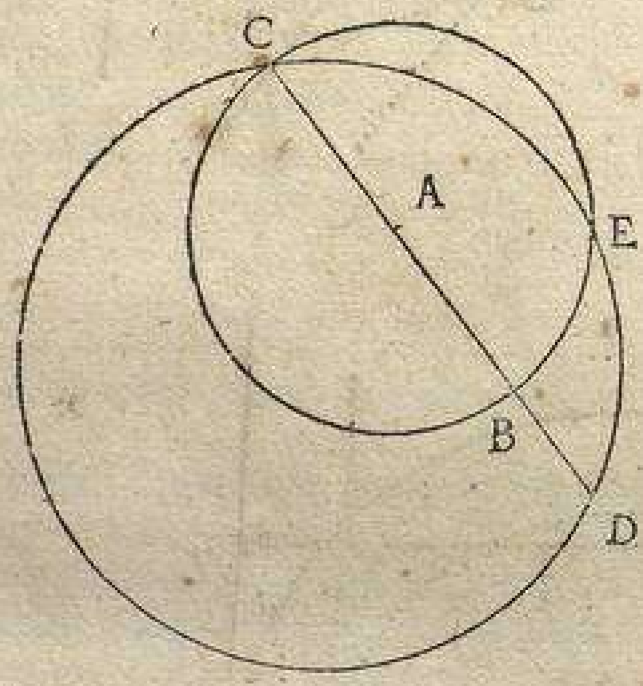
Duo



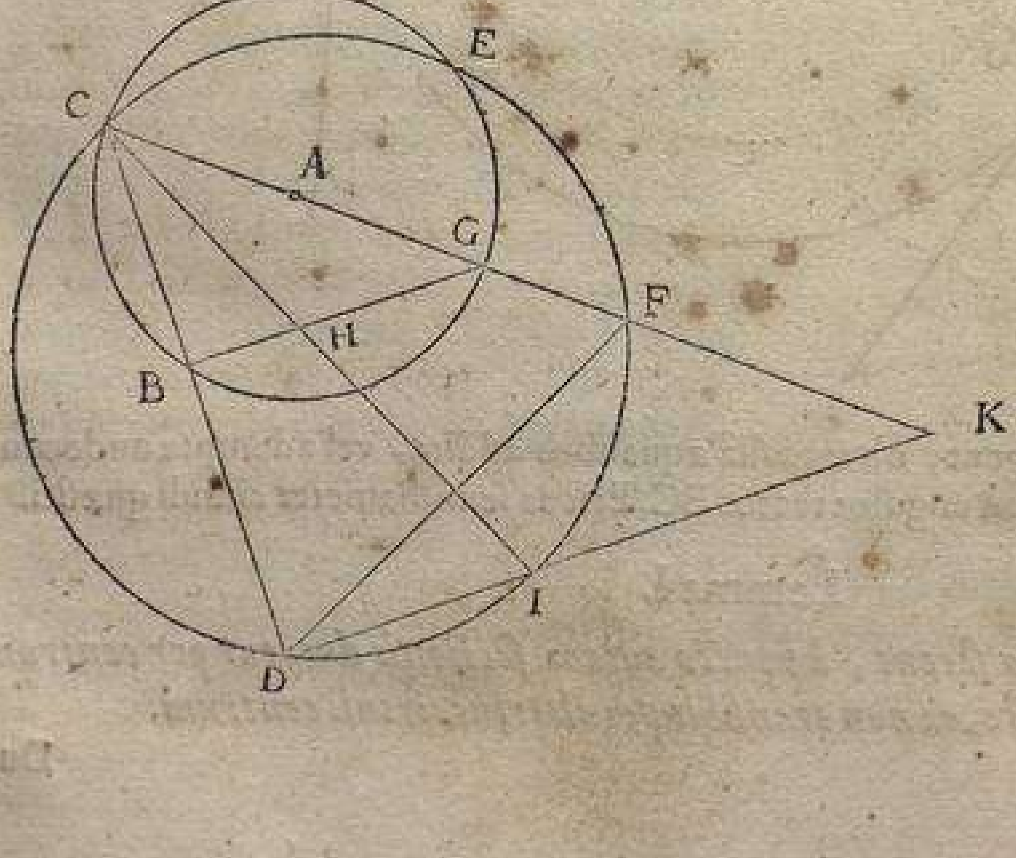
Duo circuli CEB, CED sese mutuo secent, sectio igitur erit in duobus punctis. Sint illa C, E. & sit A centrum circuli CEB, & agatur diameter ipsius CAB secans circulum CED in D. Dico rectam CABD non transire per centrum circuli CED. Iungantur enim EC, EB, ED. angulus igitur CEB est rectus, ut pote in semicirculo. Quare CED non erit rectus, sed recto major vel minor per angulum BED. Non est igitur CABD diameter circuli CED, atque ideo non transit per ejus centrum. Quod erat ostendendum.

Lemma II.

Si duo circuli sese mutuo secent, à puncto autem sectionis ducatur linea recta utrumque circulum secans, erunt dissimilia circulorum illorum segmenta.



Duo circuli CEB, CED sese mutuo secent in punctis C, E. Agatur vero linea recta CBD; secans circulum CEB in C, B; circulum vero CED in C, D punctis. Dico segmenta CB, CD esse dissimilia. Aut enim CB transit per centrum circuli CEB, vel non. Primum transeat per centrum circuli CEB, & sit illud A, non igitur transibit per centrum alterius circuli CED. Quare CB erit diameter circuli CEB, CD vero non erit diameter circuli CED. Non erunt igitur eo casu similia segmenta CB, CD. Sed non transeat CBD per alicujus circulorum centrum. Agatur per A centrum circuli CBE recta CAGF, unde sit CAG diameter circuli CBE, & connectantur BG, DF. Erit igitur angulus CBG rectus, ut pote in semicirculo, angulus vero CDF non erit rectus, sed recto major vel minor, quoniam CF non erit diameter circuli CED. Itaque non erunt GB, DF parallelæ. Sit H centrum circuli CED, & ejus diameter agatur CHI, & juncta DI intercipiat CG in K. Erit igitur angulus CDI rectus, & ideo parallelæ erunt BG, DK. Vnde erit CB ad CD, sicut CG ad CK, erunt autem CI, CK inæquales. Quare non

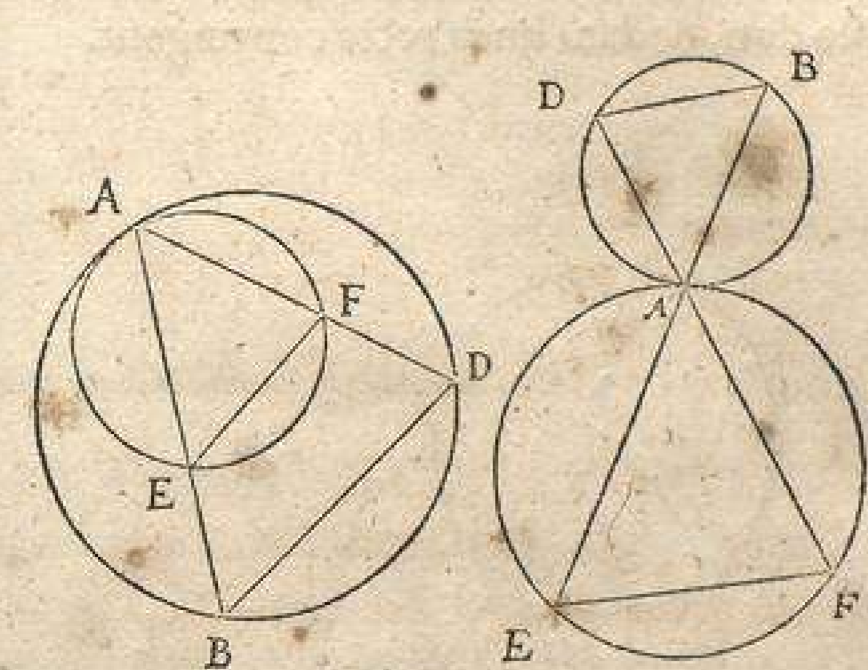


non erit CB ad CD, ſicut CG ad CI, & ideo eo quoque caſu diſſimilia erunt ſegmenta CB, CD. Quod erat oſtendendum.

Lemma III.

Si per crura trianguli agatur recta baſi parallela, itaque duo conſtruuntur ſub eodem vertice ſimilia triangula, qui circa triangulum unum deſcribetur circulus tangetur in vertice communi à circulo qui circa triangulum alterum deſcribetur.

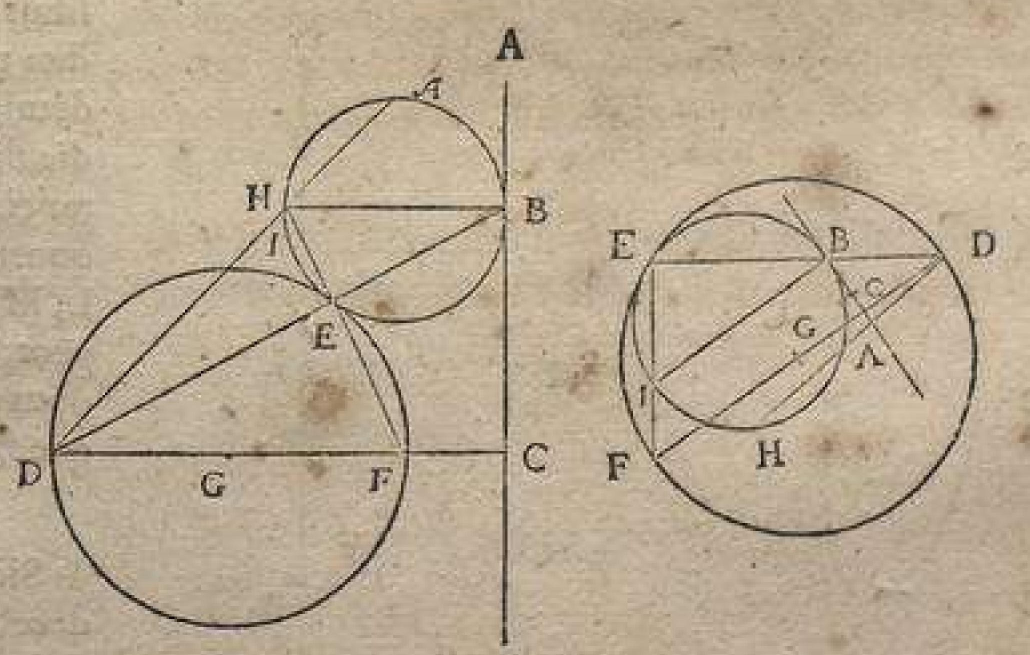
Sit triangulum ABD, ipſius autem crura AB, AD ſecet recta EF ipſi BD parallela, itaq; duo conſtituuntur ſimilia triangula ABD, AEF ſub eodem A vertice. Ajo circulum circa triangulum ABD deſcriptũ à circulo circa triangulũ AEF deſcripto tangi in ipſo A puncto. Deſcribatur enim circa triangulum ABD circulus primus, & circa triangulum AEF circulus ſecundus. Illi igitur circuli ſeſe mutuo ſecabunt in A vel ſeſe tangent, ſed non ſeſe mutuo ſecant. Eſſent enim AE, AB ſegmenta diſſimilia eorum, quorum ſunt ſubtenſæ, circulorum. Sed ſunt ſimilia. Similia enim ſunt triangula ABD, AEF. Itaque eſt ut AB ad AE, ita ſemidiameter circuli triangulum ABD circumſcribentis ad ſemidiametrum circuli triangulum AEF circumſcribentis. Cum igitur non ſeſe mutuo ſecent circuli ABD, AEF, ſeſe contingent in A. Quare circulus ABD à circulo AEF tangetur in A puncto. Quod erat oſtendendum.



PROBLEMA VI.

Datis puncto, linea recta, & circulo, per datum punctum deſcribere circulum, quem data linea recta & datus circulus contingant.

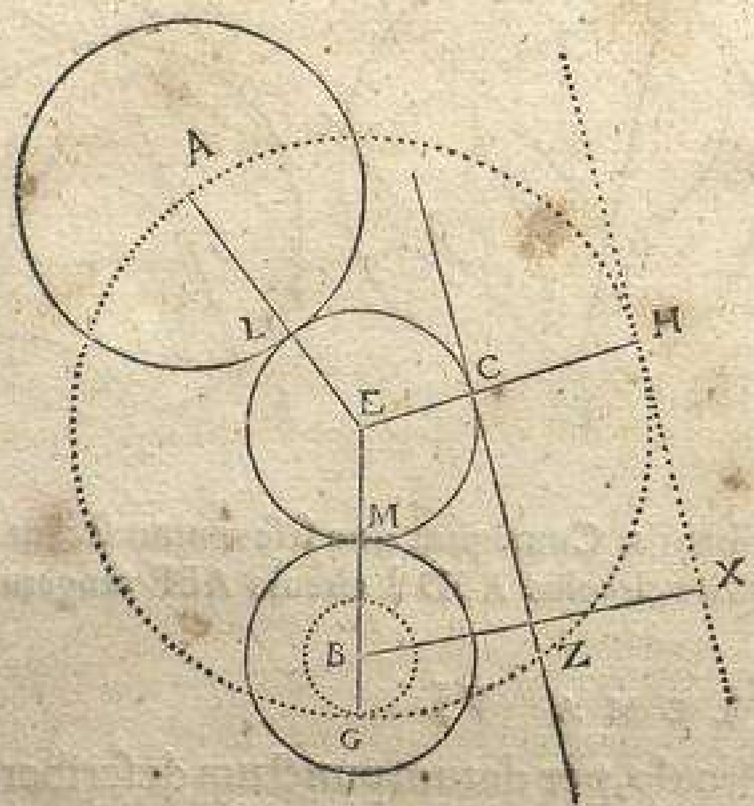
Sit datum A punctum, data quoque linea recta BC, ac datus denique circulus DEF. Oportet per A punctum circulum deſcribere, quem recta linea BC, ac circulus DEF contingant. Ex G centro circuli DEF demittatur in BC perpendicularis DC, ſecans ex diametro circulum DEF in punctis D, F, & connectatur DA, quæ ita ſecetur in H, ut quod fit ſub DA, DH æquale ſit ei quod fit ſub DC, DF, & per puncta AH deſcribatur circulus, quem recta contingat in B, & agatur DB ſecans circulum DEF in E, & connectatur FE. Rectus eſt igitur angulus DEF. Itaque in quadrilatero BEFC anguli oppoſiti duobus rectis ſunt æquales, rectus enim quoque eſt angulus BCF. Quare quod fit ſub DB, DE æquale eſt ei quod fit ſub DF, DC, id eſt ex conſtructione æquale ei quod fit ſub DA, DH. Sunt igitur puncta AHEB in circulo. Sed E eſt in circulo DEF. Quare circulus DEF ſecat vel

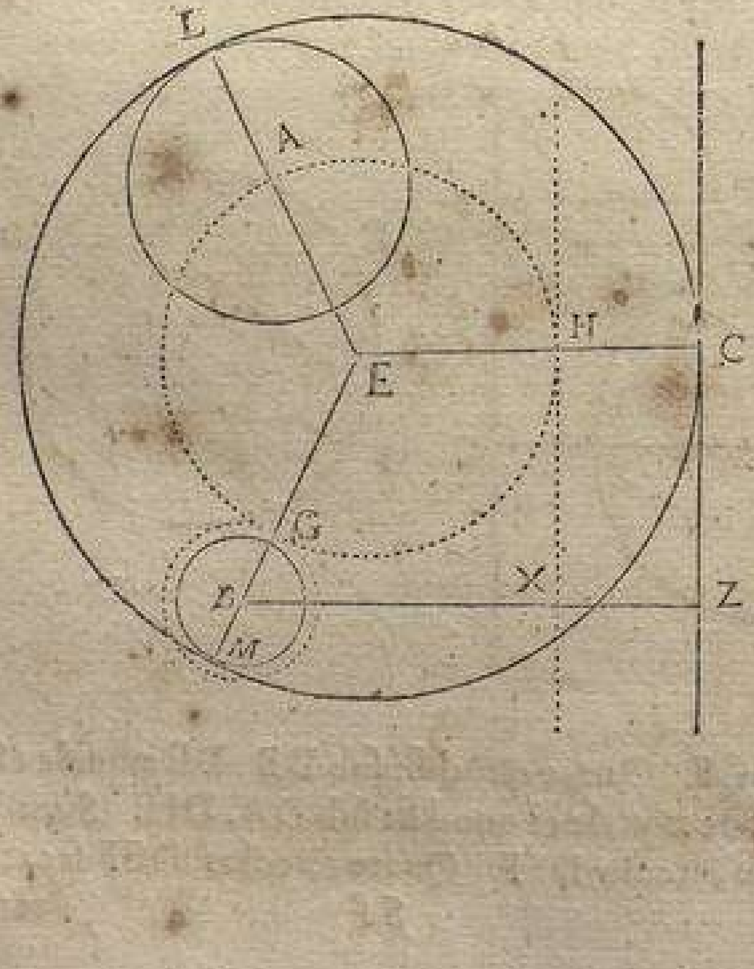


tangit in E circulum AHEB. Agatur autem BI diameter circuli. Quoniam is circulus tangitur à recta BC in B, erit angulus CBI rectus, atque adeo erunt IB, DC parallelæ, & cum jungetur IE fiet angulus IEB rectus, ſicut eſt angulus DEF. Quare IE, EF coincidunt in eandem lineam rectam. Itaque duo ſimilia triangula ſunt DEF, BEI ſub eodem vertice, & ideo circuli ea triangula circumſcribentes ſeſe mutuo contingent in E, non etiam ſecabunt. Igitur per A punctum deſcriptus eſt circulus BAE, quem recta BC in B, circulus vero DEF in E contingunt. Quod erat faciendum.

PROBLEMA VII.

Datis duobus circulis, & linea recta, deſcribere tertium circulum, quem duo dati, & data linea recta contingant.





Sint dati duo circuli, primus cujus A centrum, ſecundus cujus B, & data quoque linea recta CZ. Oportet deſcribere tertium circulum quem circuli, quorum A, B centra, & recta CZ contingant. Cadat in rectam CZ perpendicularis BZ, & ſecetur in X, ut ſit ZX æqualis ſemidiametro AL ad primũ circulum pertinenti, & ipſi CZ agatur parallela HX, & centro B, intervallo BG, æquali adgregato vel differentiæ ſemidiametrorum primi & ſecundi circuli deſcribatur circulus poſititius. denique per A punctum deſcribatur circulus AGH, quem poſititius contingat in G, & linea recta HX in H. & ſit ejus E centrum. & manifeſtum eſt idem E ſignum fore centrum circuli quem dati circuli, quorum A B centra & data linea recta CZ contingent, ob æqualia ab æqualibus dempta undiquaque, vel addita undiquaque intervalla. Itaq; demittatur in CZ datam perpendicularis EC, ea erit ſemidiameter circuli LMC, quem circuli, quorum A, B centra in punctis L, M & recta CZ in C contingent, habita ea, quam decebit, & opus exiget partium ratione. Itaque factum erit quod oportuit

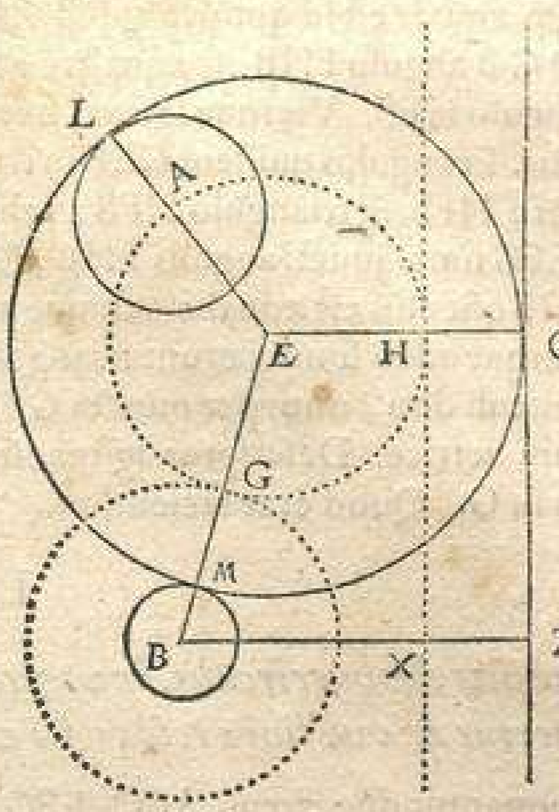
Πτώσεις.

Sic autem habebitur ea quam decebit, opuſve exiget, partium ratio.

I.

Vt tertium circulum duo dati cõtingant extra. Primus circulus, cujus A centrum erit major datorum

rum, Secundus, cujus B, minor, & erit BG differentia ſemidiametrorum primi & ſecundi, acta vero BX excedet datam CZ, cui eſt perpendicularis.



II.

Vt tertium circulum duo dati contingant intus. Rurſus circulus, cujus A, centrum erit major datorum, Secundus, cujus B, minor, & erit BG differentia ſemidiametrorum primi & ſecundi, acta vero BX deficiet à data CZ, cui eſt perpendicularis.

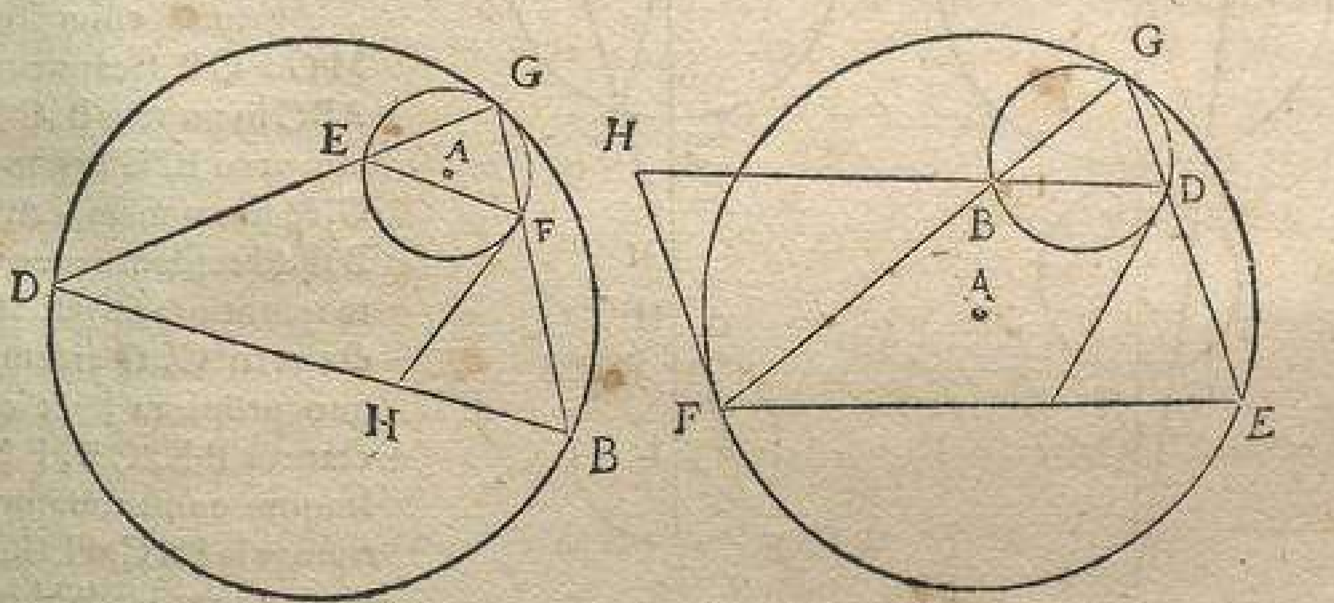
III.

Vt tertium primus contingat intus alter extra, erit BG adgregatum ſemidiametrorum primi & ſecundi, & acta BX deficiet à data CZ, cui eſt perpendicularis.

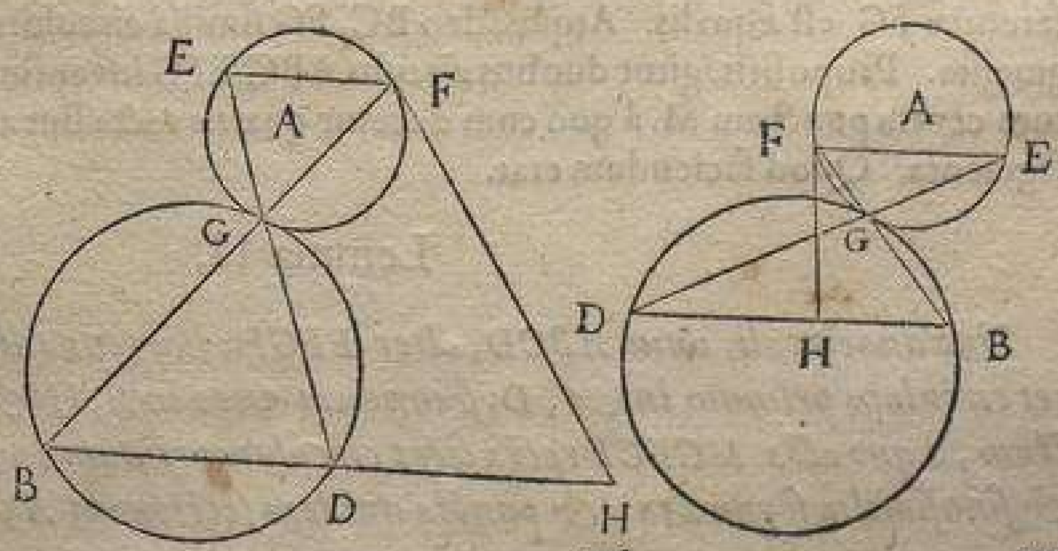
PROBLEMA VIII.

Datis duobus punctis, & circulo, per data duo puncta circulum deſcribere, qui datum contingat.

Sint data duo puncta B, D, ac præterea circulus EFG, cujus A centrum. Oportet per



puncta B, D circulum deſcribere, qui circulum GEF contingat. Secetur ita BD in H, ut quod fit ſub BD, BH æquale ſit differentiæ quadratorum AB, AF, & circulum EGF tangat recta HF, & connectatur BF ſecans circulum EFG tum in F tum in G, & connectatur quoq; DG, ſecans eundem circulum in E, & per puncta GBD deſcribatur circulus. Quoniam rectangulum ſub BD, BH conſtructum eſt æquale differentiæ quadratorum AB, AF,



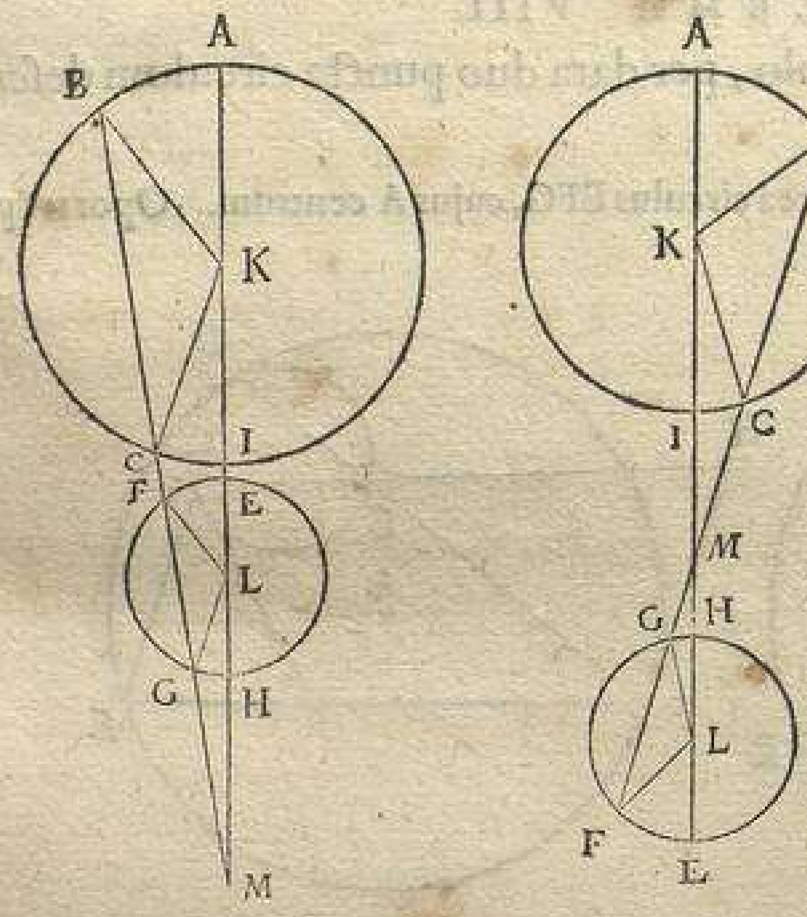
 cui

cui etiam æquale est id quod fit sub BG, BF, ideo puncta D, G, F, H sunt in circulo, & angulus D G B angulo FHB est æqualis, ac angulus G D B id est connectendo E F angulus GEF angulo HFB. Vterque igitur, sive angulus GEF, sive angulus HFB dematur à duobus rectis. Et angulus quidem GEF in triangulo GEF, relinquet angulos EGF, EFG; angulus vero HFB in triangulo HFB, relinquet angulos FHB, FBH. Erunt igitur anguli EGF, EFG simul juncti angulis FHB, FBH simul junctis æquales. Sed angulus EGF angulo FHB ostensus est æqualis. Itaque angulus reliquus EFG angulo reliquo FBH erit æqualis, atque adeo similia erunt triangula GDB, GEF, sub eodem G vertice. Unde descripti circuli duo, unus per puncta GEF, alter per puncta GDB, sese contingent in G communi vertice. Descriptus igitur est per D, B puncta circulus DBG, circulum GEF tangens in G. Quod erat faciendum.

Lemma I.

Propositis duobus circulis, invenire punctum in jungente ipsorum centra, à quo, cum ducetur quævis linea recta ipsos circulos secans, similia erunt segmenta.

Proponantur duo circuli ABC, EFG, & sit primi centrum K, secundi L, & jungatur KL. Oportet in K L invenire punctum à quo cum ducetur quævis linea recta circulos ABC, EFG secans, similia erunt segmenta. Secetur KL, vel producatur in M, ut sit KM ad LM, sicut AK ad EL. Dico cum à puncto M ducetur linea recta circulos ABC, EFG secans, similia fore ipsorum segmenta.



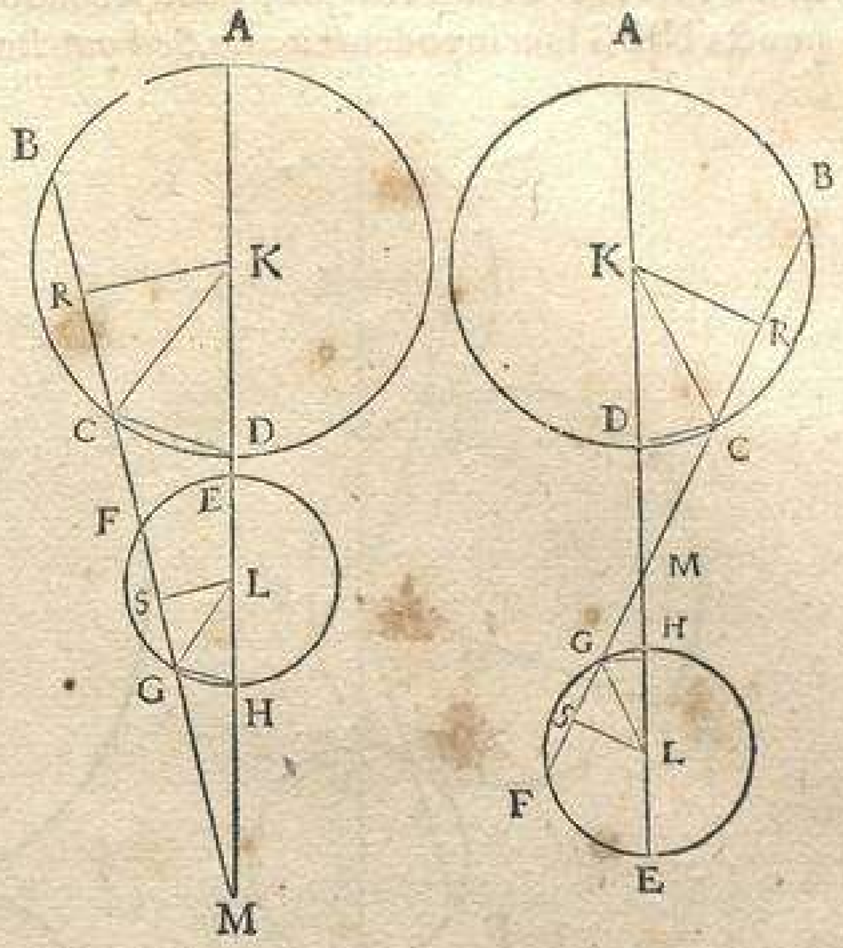
Agatur enim quævis M G F C B secans circulum ABC in punctis B, C, circulum vero EFG in punctis F, G, & sint puncta sectionum B, F ad easdem partes, ut pote remotiora ab ipso M, puncta vero C, G eidem M signo propiora, & connectantur B K, C K, F L, L G. Itaque constituuntur duo triangula BKC, FLG. Quoniam igitur est KM ad LM ex constructione, sicut KB ad FL, erunt BK, FL parallelæ, & angulus KBC angulo LFG æqualis. Æque, quoniam KM ad LM ex constructione est, sicut KC ad LG, erunt KC, LG parallelæ, & angulus KCB angulo LGF æqualis. Quare & angulus reliquus BKC, id est circumferentia BC, angulo reliquo FLG, id est circumferentiæ FG, est æqualis. Atque adeo BC, FG similia circulorum, ad quos pertinent, segmenta. Propositis igitur duobus circulis ABC, EFG inventum est in KL jungente ipsorum centra punctum M, à quo cum ducetur quævis recta linea ipsos secans, similia erunt segmenta. Quod faciendum erat.

Lemma II.

Sint duo circuli, unus ABCD, alter EFGH; jungens autem eorum centra KL secet circulum primum in A, D; secundum vero in E, H; & in ea sumatur M punctum, à quo acta MGFCB recta secet circulum primum in B, C, secundum in F, G, & sint similia segmenta, & puncta quidem sectionum A, B sint remotiora ipsis C, D, &

D, & puncta F, E ipsis C, H. Ajo id quod fit sub M G, M B æquari id quod fit sub M H, M A.

Cadant enim ex centris K, L in subtensas BC, FG perpendiculares KR, LS, & connectantur semidiametri KC, LG. Quoniam BC, FG proponuntur similia suorum circulorum segmenta, R C vero & SG sunt semisses subtensarum B C, F G, ideo similia sunt triangula KRC, LSG, & parallelæ K C, L G; atque adeo anguli CKD, GLH similes, ac denique subtensæ eorum amplitudini CD, GH parallelæ. Quare est ut MD ad MC, ita MH ad MG. Sed MD ad MC est, ut MB ad MA. Et ideo quod fit sub MB, MG ei quod fit sub MA, MH est æquale.



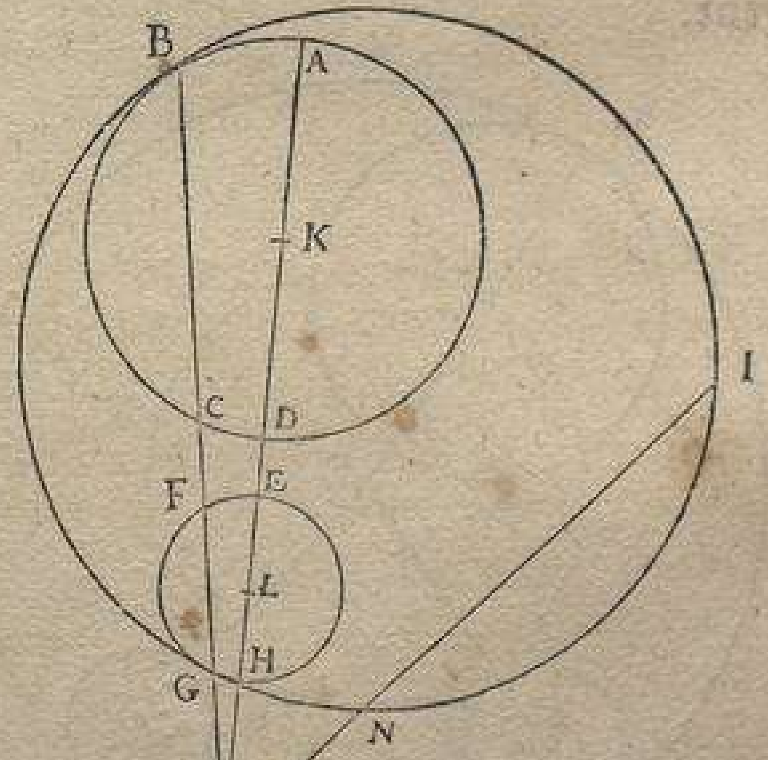
Iisdem positis, Ajo eadem ratione id quod fit sub M E, M D, æquari ei quod fit sub M F, M C.

Quoniam enim EFGH est in circulo, ideo est MH ad MG, sicut MF ad ME. Sed MH ad MG est, sicut MD ad MC. Ergo est MF ad ME, sicut MD ad MC, & ideo quod fit sub ME, MD ei quod fit sub MF, MC est æquale.

PROBLEMA IX.

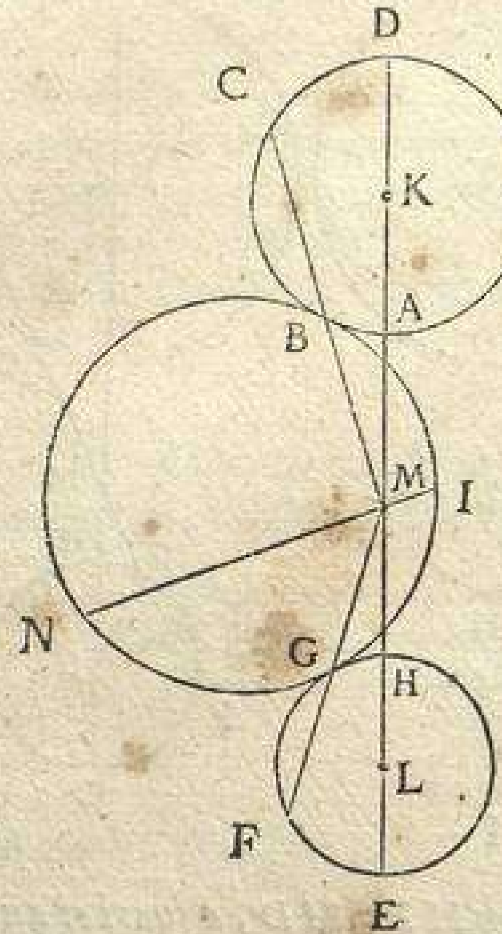
Datis duobus circulis, & puncto, per datum punctum circulum describere quem duo dati circuli contingant.

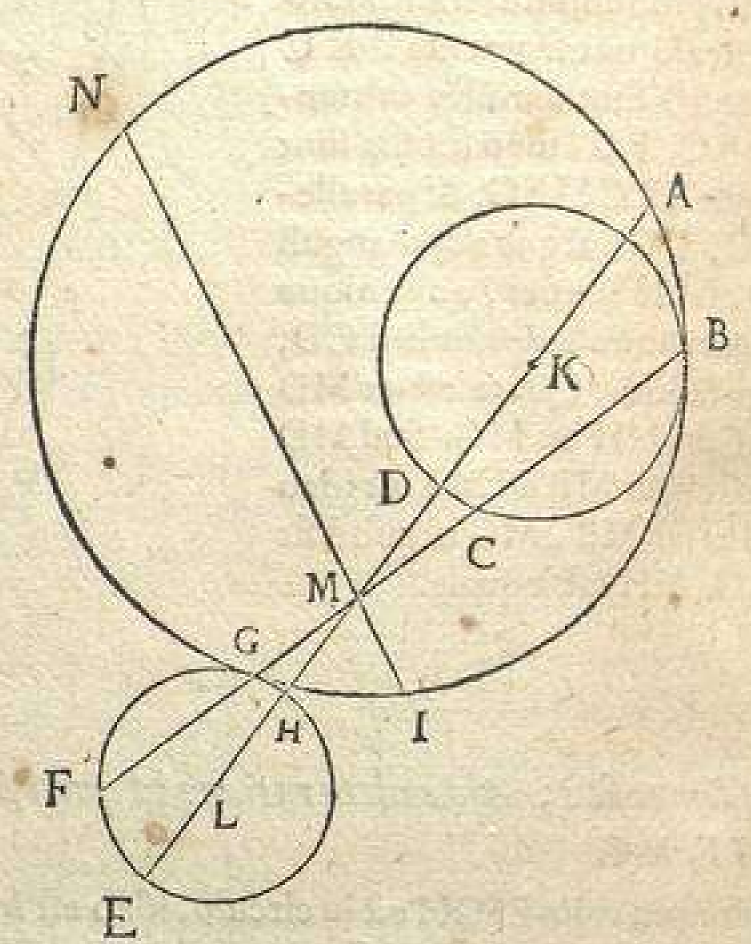
Sint dati duo circuli, unus ABCD, alter EFGH, & præterea datum I punctum. Oportet per I punctum circulum describere quem circuli ABCD, EFGH contingant. Circulorum ABCD, EFGH jungantur centra K, L, & in KL inveniatur ex antecedente, quod primo loco præmissum est, Lemmate, M punctum, à quo, cum ducentur rectæ lineæ secantes circulos ABCD, EFGH, similia sint segmenta. Ipsa vero KL secet ex diametro circulum ABCD in signis A, D, circulum vero EFGH in signis E, H, & ita secetur MI in N, ut quod fit sub MI, MN æquale sit ei quod fit sub MH, MA, & per I, N puncta describatur circulus qui à circulo ABCD tangatur. Id enim jam docuit Problema octavum. Et sit contactus in B, & con-



 necta-

nectatur BM secans circulum ABCD in B, C, circulum vero EFGH in F, G. Quod fit igitur sub MG, MB æquale est ei quod fit sub MH, MA, id est ex constructione ei quod fit sub MN, MI ex antecedente, quod secundo loco præmissum est, Lemmate. Quare puncta NIBG sunt in eodem circulo. Sed punctum G est quoque in circulo EFGH. Quare circuli EFGH, IBGN sese mutuo secant, vel contingunt in G.

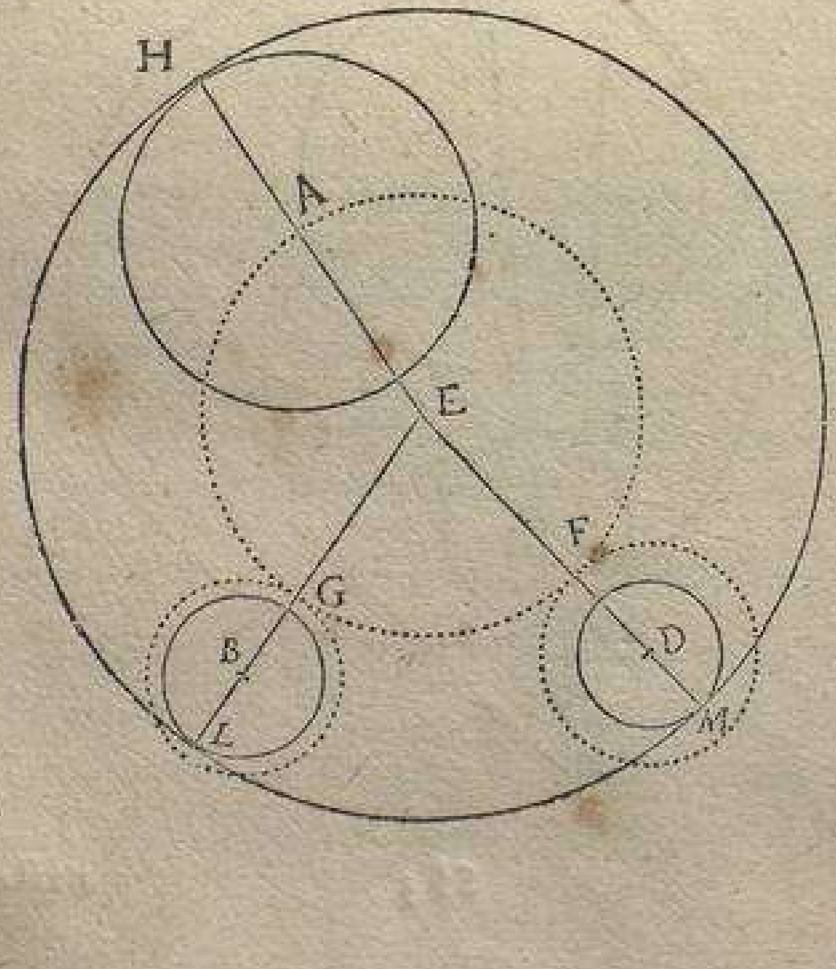




At vero sese contingunt circuli BNI, BCD in B ex constructione. Unde segmentum BG simile est segmento BC. Segmentum autem FG simile est segmento BC. Itaque segmentum FG erit simile segmento BG. Quare circuli EFG, IBG sese contingunt in G, non etiam sese mutuo secabunt. Descriptus est igitur per I punctum circulus IBG, quem circuli ABD, EGH contingunt in B, G. Quod erat faciendum.

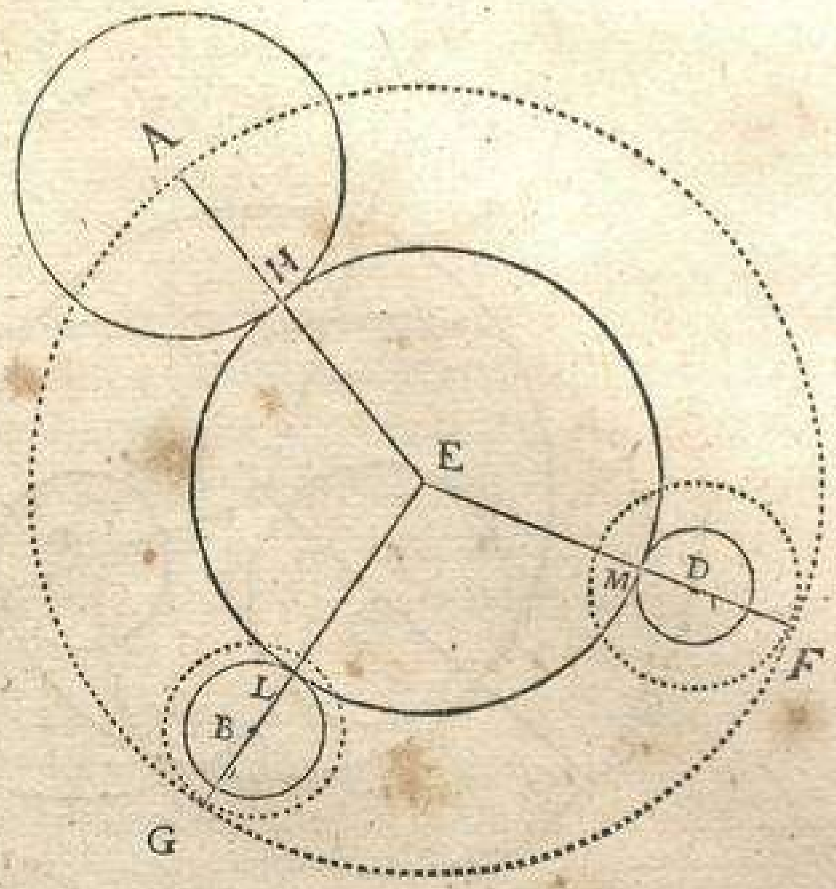
PROBLEMA X.

Datis tribus circulis, describere quartum circulum quem illi contingant.



Sint dati tres circuli quorum primi centrum A, secundi B, tertii D. Oportet describere circulum quartum quem illi contingant. Centro D intervallo DF differentia vel adgregato semidiametrorum primi & tertii, describatur circulus posititius unus. Et centro B, intervallo BG, differentia vel adgregato semidiametrorum circuli primi & secundi, describatur posititius alter. Denique per A punctum describatur circulus AGF quem posititii contingant in punctis G, F, & fit circuli illius centrum E. Et manifestum est ipsum E signum fore quoque centrum circuli, quem dati contingent, ob æqualia æqualibus dempta undiquaque,

quaque, vel undiquaque addita intervalla. Itaque ducatur ab eo puncto E recta per centrum alicujus datorum ad ipsius dati circumferentiam habita ea quam decebit opus-ve exiget, partium in positionibus ratione, & intervallo EH describatur circulus HLM. factum erit quod oportuit.



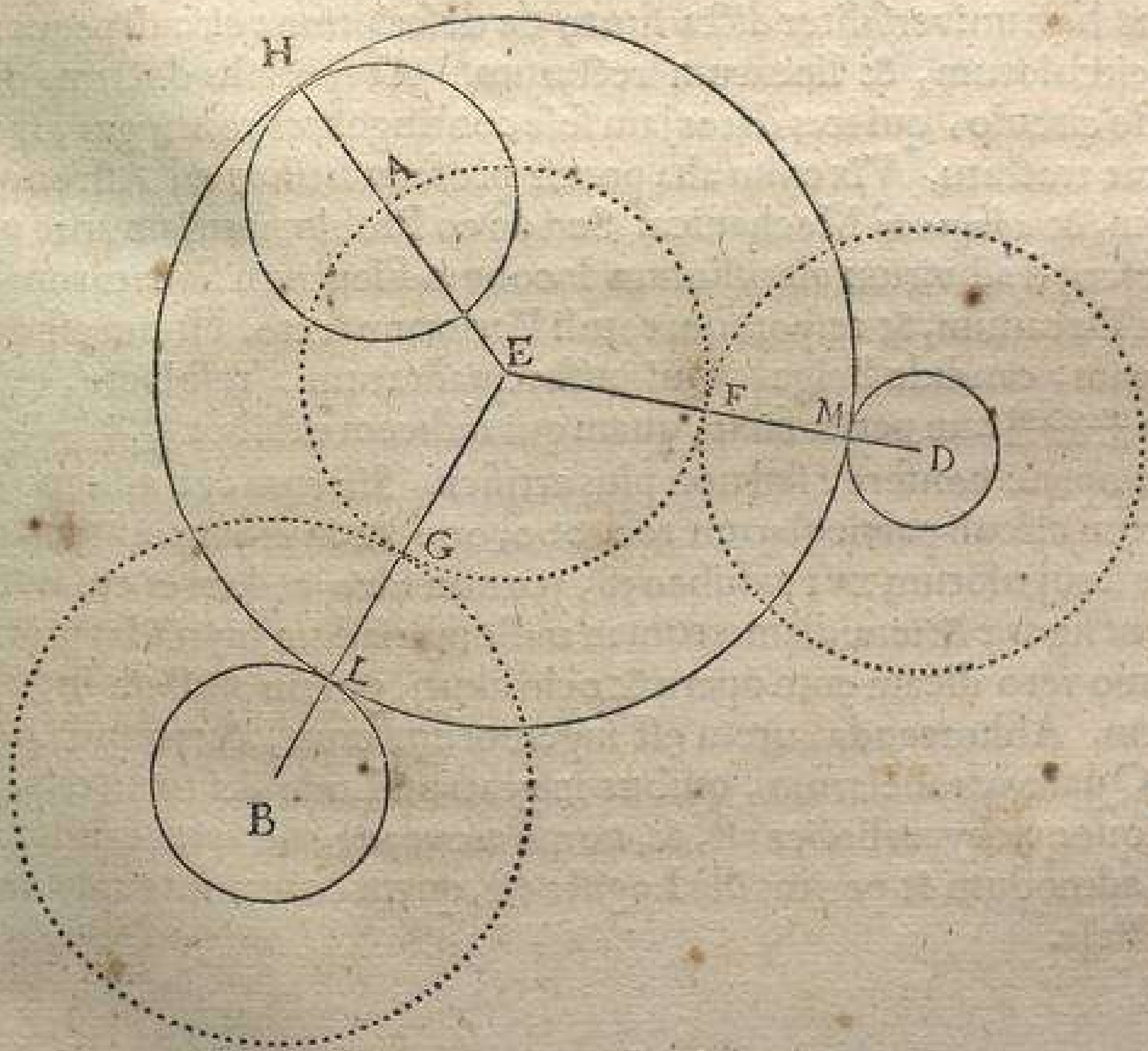
Sic autem habebitur ea, quam decebit opus-ve exiget partium ratio.

I.

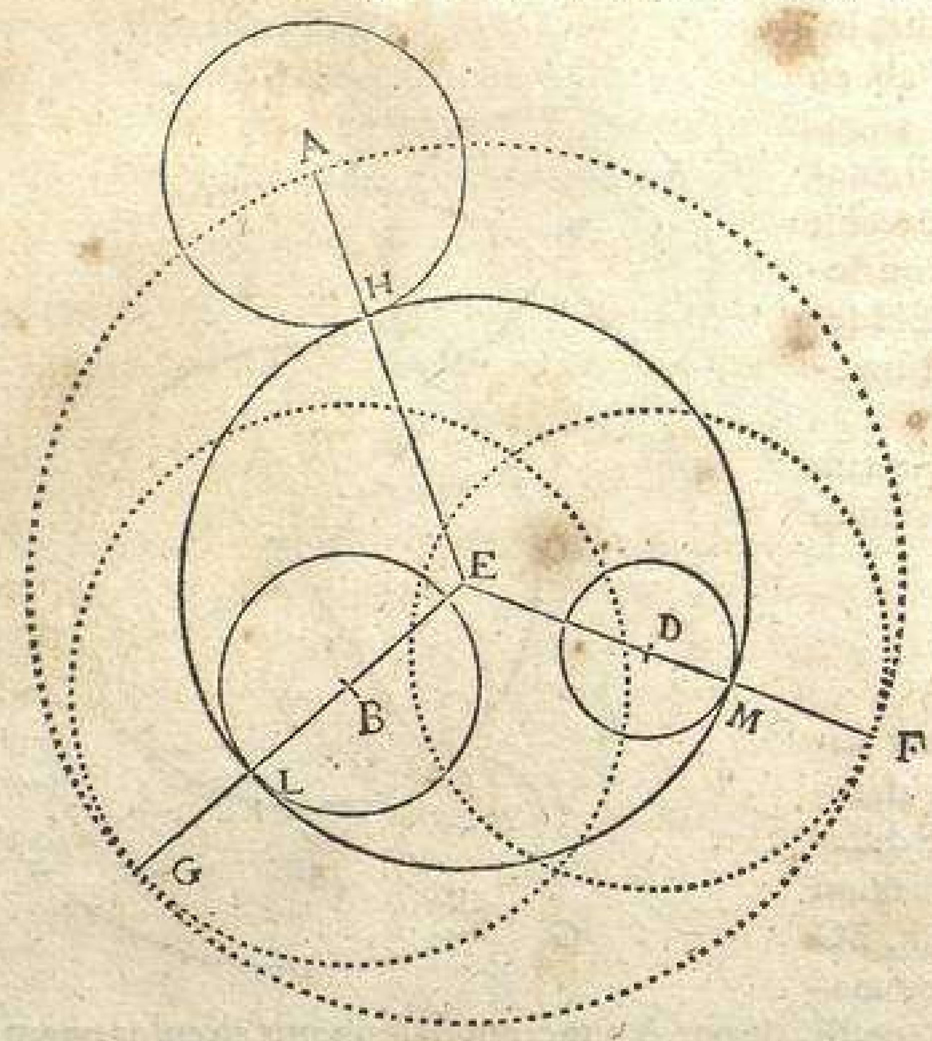
Vt quartus à datis tangatur intus. Sit A centrum maximi datorum, B medii, D minimi, DF differentia qua ſemidiameter maximi ſuperat ſemidiametrũ minimi, BG differentia qua ſemidiameter maximi ſuperat ſemidiametrum medii, & per A punctum deſcribatur circulus quem poſititii extra contingant.

II.

Vt quartus à datis tangatur extra. Sit rurſus A centrum maximi, B medii, D minimi, DF differentia qua ſemidiameter maximi ſuperat ſemidiametrum minimi, BG differentia qua ſemidiameter maximi ſuperat ſemidiametrum medii, & per A punctum deſcribatur circulus quem poſititii intus contingant.



III. Vt



III.

Vt quartus à primo tangatur intus, & à secundo & tertio extra. Sit DF adgregatum semidiametrorum primi & tertii, BG adgregatum semidiametrorum primi & secundi. Et per A punctum describatur circulus quem posititii extra contingant.

IV.

Vt quartus à primo tangatur extra, & à secundo & tertio intus. Sit rursus DF adgregatum semidiametrorum primi & tertii. BG adgregatum semidiametrorum primi & secundi, & per A punctum describatur circulus, quem posititii intus contingant.

Atque hæc universaliter dicta sunto de descriptione circuli per contingentias circulorum, & linearum rectarum. At specialis doctrina de describendo circulo, qui tres datos jam sese contingentes contingat, speciali digna erat tractatu. Vix enim alia potest proferri utilior ad Astronomica præsertim, & αὐτοματὰ Mechanica. Sed de eo Problemate jam ante plures annos rescripsi ad virum clarissimum Iacobum Fleurium Senatorum Parisiensium Decanum, & responsum retuli Variorum sexto. Unum est de quo te moneam, candide Belga. Qui jussus quadratum 2 resolvere, exhibet radicem $\frac{141,421,356}{100,000,000}$ tam perite facit, quam qui radicem exhibet $\frac{141,421,356,237,309,505}{100,000,000,000,000,000}$. Hic plus operæ confert, sed non plus artificii. Sic cum ego adsumo semidiametrum circuli particularum 100, 000, 000 & in iisdem subtensam peripheriæ scrupulorum XVI exhibeo 58, 329 non ideo cedam ei cui vastiores placebunt figuræ & semidiametrum in mille myriadum myriadas protraxerit. Immo vero dicam eum opera & ocio abuti, gnarus nullam inde nasci utilitatem. Abhorrenda autem est ingeniorum crux, & vitanda ματαιοτεχνία. Quare parallelarum, quibus in gratiam Ludovici tui uteris, constructio quoque hyperbolica est, &, ne me moveant, me vetat candor tuus. Subtilis admodum & peritus ille Logista est, quem & te mihi cupio amicissimos. Vale.

APPEN-

APPENDICULA I.

DE PROBLEMATIS, QUORUM GEOMETRICAM CONSRUCTIONEM SE NESCIRE AIT REGIOMONTANUS.

DIxi quædam esse Problemata, quorum Geometricam constructionem se nescire ait Regiomontanus, quanquam Algebrice, ut loquitur, ea explicet. Consulatur liber suus de triangulis. At Algebra, quam tradidere Theon, Apollonius, Pappus, & alii veteres Analystæ, omnino Geometrica est, & magnitudines, de quibus quæritur, sive re, sive numero statim exhibet, aut erit ἄῤῥητον ἢ ἄλογον πρόβλημα Neque vero

Ego Archimeden, aut ego Eucliden miser
Verso diurna, verso nocturna manu,
Subtilis artis aucupans palmarium.
Sed sive lectis quatuor Problematis
Orontianis, atque Stofleri novem,
Vitellionis quinque, Peurbachi tribus,

sive alia, quam boni illius Poëtæ, sed aliquando licentiosi, & in Geometricis infelicissimi, non est capessere via, Problemata tamen illa Regiomontani construxero.

PROBLEMA I.

DAta base trianguli, altitudine, & rectangulo sub cruribus, invenire triangulum.

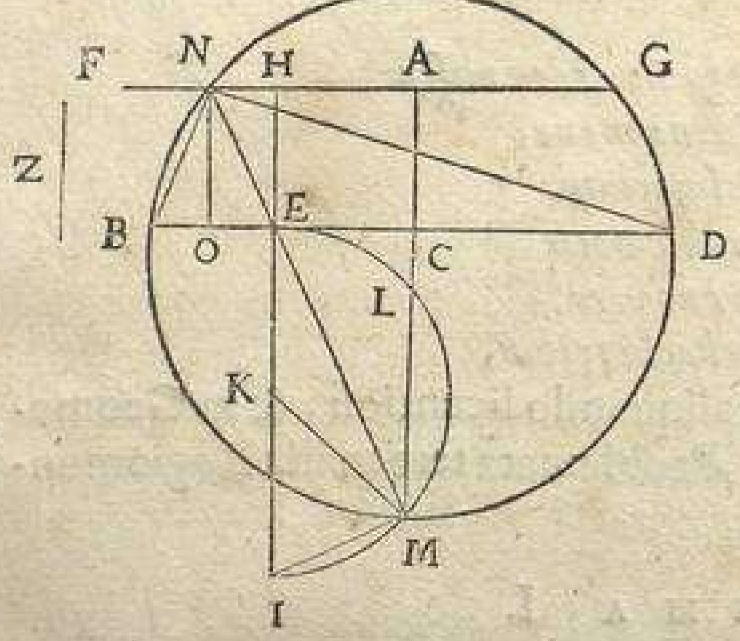
Trianguli de quo quæritur esto data basis AB, altitudo æqualis rectæ AC, rectangulum autem sub cruribus detur æquale ei quod fit sub AC, AE. Oportet invenire triangulum, cujus basis AB, altitudo ipsi AC æqualis, & rectangulum sub cruribus æquale ei quod fit sub AC, AE. Inclinentur AC, AB ad angulos rectos, & ipsæ AE, AB secentur bifariam in F, D, & per D agatur DG ipsi CAE parallela, in qua ponatur AG ipsi AF æqualis, & centro G intervallo GA vel GB describatur circulus. Denique per punctum C agatur CK ipsi AB parallela, secans circulum in I, K, & connectantur AI, BI. In triangulo igitur AIB, cum ex vertice cadet in basin AB perpendicularis IL, ipsa erit altitudini AC æqualis. Agatur autem diameter IGM, & connectatur MB, erit triangulum IBM rectangulum, & simile triangulo IAL. Recti enim sunt anguli ILA, IBM, & sive anguli IMB sive anguli IAB duplam amplitudinem eadem peripheria IB definit. Quare est ut IL ad AI, ita IB ad IM. Sed IM est dupla ipsius AG, & ideo æqualis toti AE. Itaque rectangulum sub IM, IL constituitur rectangulo sub CA, AE æquale, ergo eidem quoque æquatur rectangulum sub AI, IB. Ad datam itaque basin AB, & altitudinem IL, seu AC ita constitutum est triangulum AIB, ut rectangulum sub cruribus æquale sit rectangulo sub AC, AE. Quod erat faciendum.

PROBLEMA II.

Data base, altitudine, & ratione crurum trianguli, invenire triangulum.

Oportebit autem, cum basis secabitur pro ratione crurum, & rectangulum quod fit sub segmentis adplicabitur ad altitudinem, quod inde orietur, non minus esse differentia segmentorum basis.

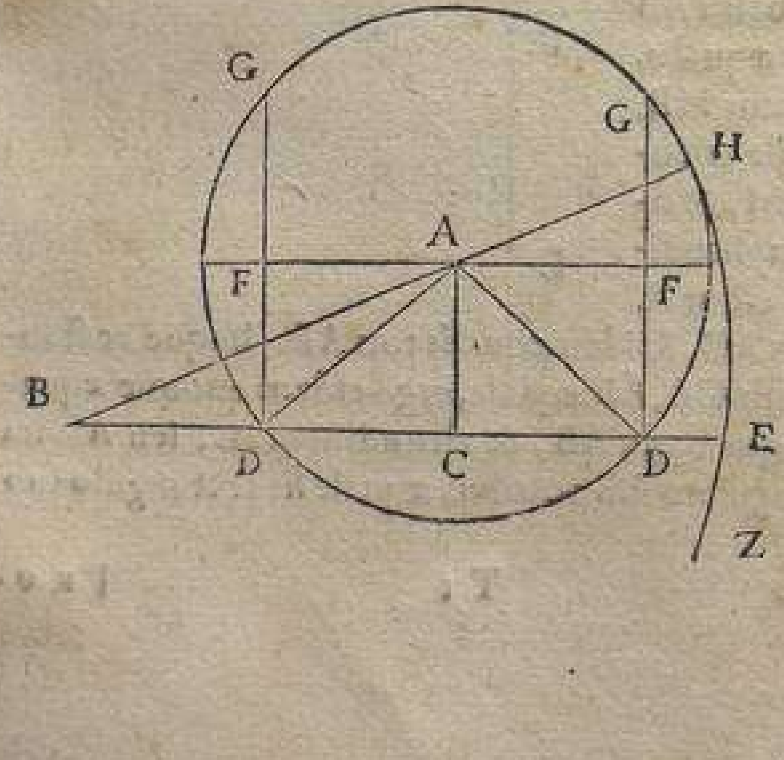
Sit data trianguli basis BD, altitudo Z, ratio crurum ut S ad R. Oportet invenire triangulum. Basis BD secetur bifariam & ad angulos rectos in C à recta AC quæ sit ipsi Z æqualis, & per A agatur FAG ipsi BD parallela. Eadem basis BD secetur in E ratione crurum ut sit BE ad ED, sicut S ad R, & agatur HE ipsi AC æqualis & parallela, & ita producatur in I ut quod fit sub HE, EI sit æquale ei quod fit sub BE, ED, & secetur EI bifariam in K, & centro K intervallo EK vel KI describatur circulus quem AC continuata secet in punctis L, M, aut demũ contingat in M. Secabit enim aut continget circulum illum AC. quoniam cadens in eam ex centro K perpendiculariter erit æqualis ipsi EC, cui ex cautione adjecta Problemati præstabit aut demum erit æqualis EK semidiameter circuli. Denique acta ME secet FG in N, & connectantur BN, ND. Triangulum igitur constructum est BND, cujus basis est data BD, in quam cadens perpendicularis NO fit ipsi AC seu Z datæ æqualis. Connectatur autem IM. Sunt igitur triangula similia rectangula NHE, IME, & est ut NE ad IE, ita HE ad EM. Quod fit itaque sub NE, EM æquale est ei quod fit sub HE, EI, id est rectangulo sub BE, ED. Quare puncta B, N, D, M sunt in circulo. In eo autem subtensa BD secatur bifariam ad rectos angulos ab AC. quare sectio est per centrum, & sunt peripheriæ æquales BM, MD. angulus igitur BNE angulo END est æqualis, & ideo est BN ad ND, sicut BE ad ED. Triangulum igitur BND descriptum est sub data base BD, cujus altitudo NO æqualis est imperatæ Z seu AC, & BN ad ND se habet, ut BE ad ED seu, ut S ad R. Quod faciendum erat.



PROBLEMA III.

Data base, altitudine, & adgregato crurum trianguli, invenire triangulum.

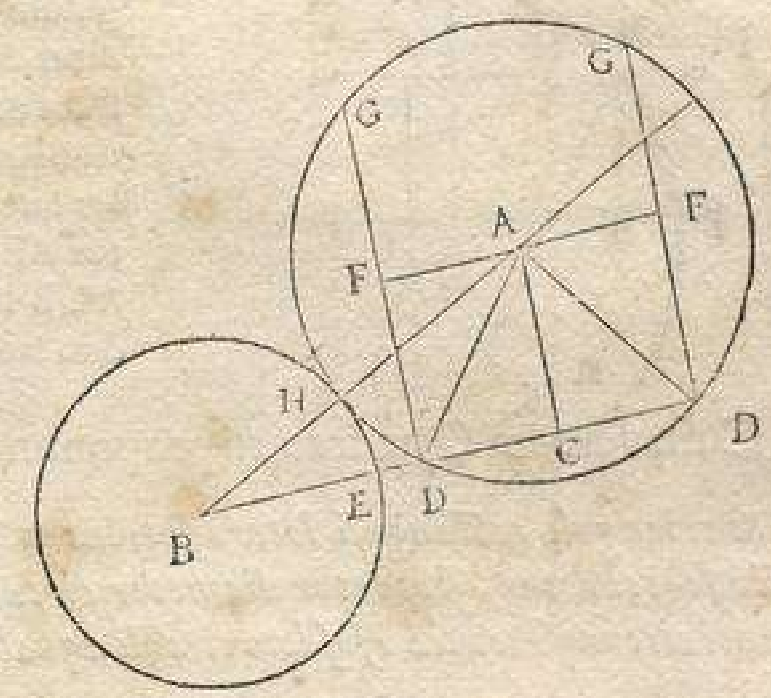
Sit trianguli data basis BD, altitudo DF, adgregatum crurum BE. Oportet invenire triangulum. Centro B intervallo BE describatur circulus EZH, inclinentur autem DF, DB ad angulos rectos, ipsaque DF duplicetur in G, & per puncta G, D describatur circulus GHD circulum HEZ contingens in H, & sit circuli GHD centrum A, itaque connectatur AD. Triangulũ igitur cõstructum est ABD sub data base BD, & sunt AD, AH æqua-



æquales, auctæ videlicet semidiametri circuli GHD. Itaque componitur data BH ex cruribus AB, AD. Connectatur autem AF. Quoniam GD secatur bifariam in F ab ea quæ est ex centro (constructa est enim GD dupla ipsius DF) ideo secatur GD in F ad angulos rectos. Cadat igitur in basin BD perpendicularis AC, erunt AF, CD æquales & parallelæ, atque adeo æquales & parallelæ FD, AC. Est itaque AC altitudo trianguli ABD. Triangulum igitur ABD constructum est sub data base BD, habens altitudinem AC æqualem datæ FD, & crurum AB, AD adgregatum æquale est ipsi BH, id est BE datæ. Quod faciendum erat.

PROBLEMA IV.

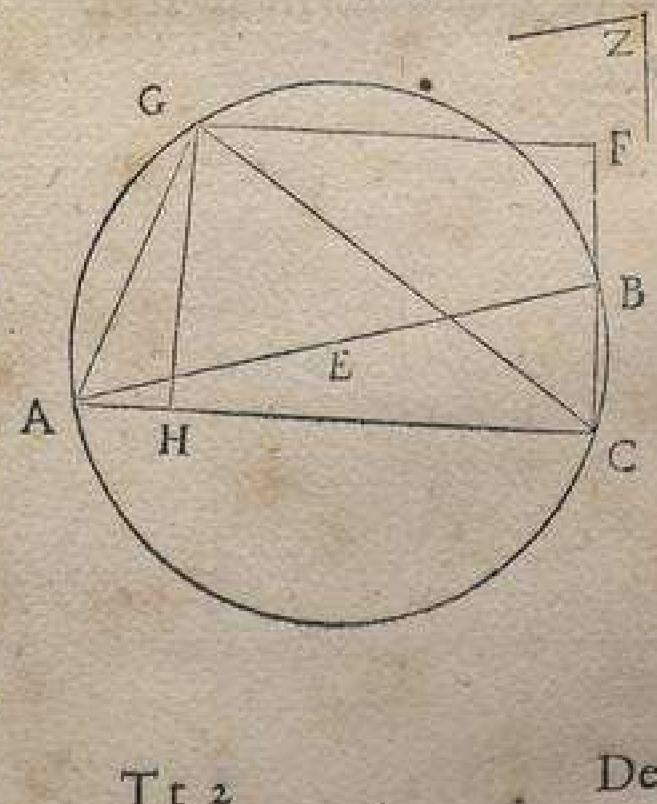
Data base, altitudine & differentia crurum trianguli, invenire triangulum.



Trianguli de quo quæritur sit data basis BD, altitudo DF, differentia crurum BE. Oportet invenire triangulũ. Centro B intervallo BE describatur circulus EH, inclinentur autem DF, BD ad angulos rectos, ipsaque DF dupletur in G, & per puncta G, D describatur circulus GHD circulum HE contingens in H, & sit circuli GHD centrum A. Itaque connectatur AD. Triangulum igitur constructum est ABD sub base data BD, & sunt AD, AH æquales, uterque videlicet semidiameter circuli GHD. Itaque crus AD differt à crure AB per BH, id est per BE datam. Connectatur autem AF. Quoniam GD secatur bifariam in F ab ea quæ est ex centro (constructa est enim GD dupla ipsius DF) ideo secatur GD in F ad angulos rectos. Cadat igitur in basin BD perpendicularis AC, erunt AF, CD æquales & parallelæ, atque adeo æquales & parallelæ FD, AC. Est autem AC altitudo trianguli ABD. Triangulum igitur ABD constructum est sub data base BD, habens altitudinem AC æqualem datæ FD, & ejus crura AB, AD differunt per BH seu BE datam. Quod faciendum erat.

PROBLEMA V.

[Data base, altitudine, & angulo verticis invenire triangulum.



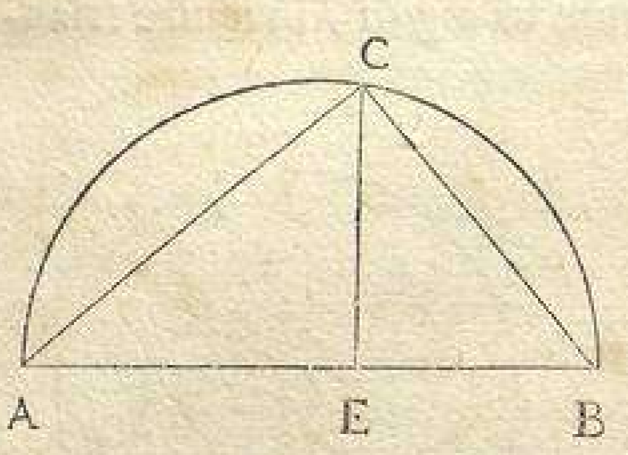
Sit data trianguli basis AC, altitudo CF angulus ad verticem æqualis angulo Z. Oportet invenire triangulum. Inclinentur AC, CF ad angulos rectos. Faciant vero AB, AC angulum æqualem ei quem relinquit è recto angulus Z, intercipiente AB ipsam CF in B puncto. Et per signa A, C, B describatur circulus, quem acta per F ipsi AC parallela secet in G. Dico triangulum AGC ipsum esse quod quæritur. Anguli enim sive ABC sive AGC duplam amplitudinem eadem definit peripheria AC, quare sunt æquales. Sed constructus est angulus ABC dato Z æqualis. Tantus est igitur angulus AGC Cadat autem in AC perpendicularis GH, erit igitur ipsa trianguli AGC altitudo ac datæ CF æqualis, cæterum AC ipsa est basis data. Factum est igitur quod oportebat.

De Problemate Raymari.

Problema, quod à Raymaro non fuisse constructum merito conquereris, dum suam proposuit circuli quadrationem, ita concipio & absolvo.

PROBLEMA VII.

Invenire triangulum rectangulum, cujus tria latera sint proportionalia.



Exponatur linea AB secta in E media & extrema ratione, & fiat ea diameter circuli, quem excitata normalis ad E intercipiat in C, & connectantur AC, BC. Triangulum igitur fit rectangulum ACB, cujus latus AC proportionale est inter AB, AE. Quoniam vero proponitur AB secta media & extrema ratione, ideo proportionales sunt AB, AE, EB. Sed & proportionales quoque construuntur AB, BC, EB. Sunt igitur AE, BC æquales. Trianguli igitur rectanguli ACB latus AC proportionale est inter reliqua duo latera AB, BC. Quod faciendum erat.

Cum vero ita Quadratarii proponunt,

Si trianguli rectanguli latera fuerint proportionalia, latus autem quod angulo recto subtenditur, statuatur diameter circuli: majus reliquorum laterum erit quadranti circumferentiæ ejusdem circuli æquale,

quàm longe absint à vero ita planum fit.

Sit	AB	100,000
Fit AE seu	BC	61,803
	EB	38,197
	AC	78,615

Diameter igitur circuli ad quadrantem circumferentiæ se haberet, ut 100, 000 ad 78, 615, & angulus BAC fieret partium XXXVIII II' XXII'' qualium rectus XC. At diameter circuli ad quadrantem circumferentiæ se habet proxime ut 100, 000 ad 78, 540. Et cum latus AC constituitur propemodum quadranti circumferentiæ æquale, angulus BAC existit partium XXXVIII IX' XLVI'.

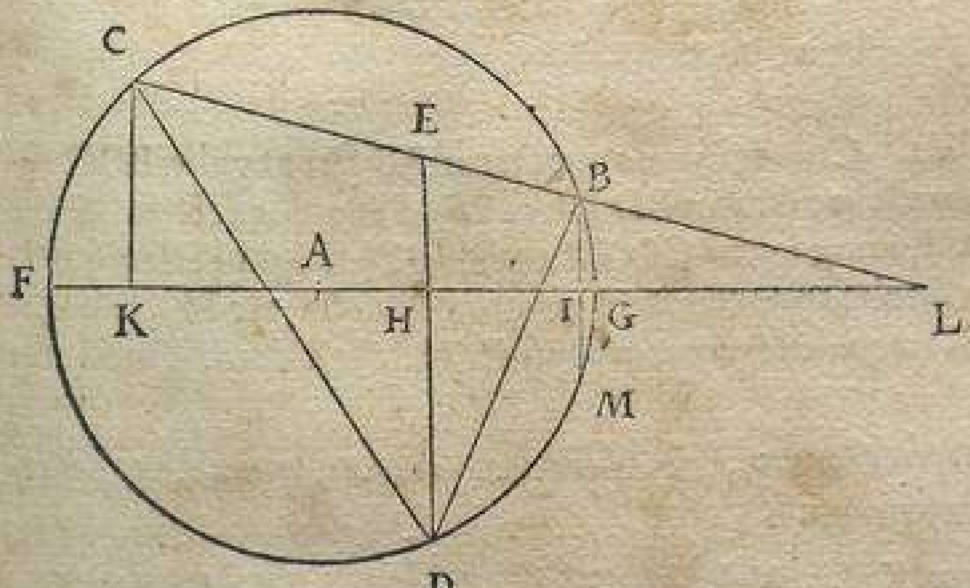
APPENDICVLA II.

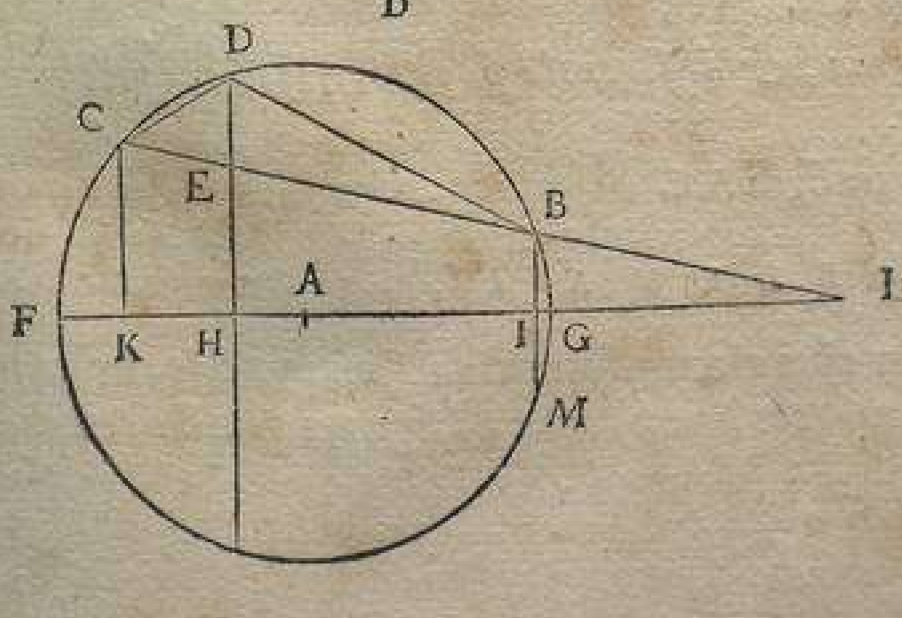
DE PROBLEMATIS QVORVM FACTIONEM GEOMETRICAM NON TRADUNT ASTRONOMI, ITAQUE INFELICITER RESOLVUNT.

PTOLEMÆVS ipſe, & Ptolemæi paraphraſtes Copernicus, cum ex tribus Epochis mediis, & totidem adparentibus exquirunt ſummarum abſidum loca, & Eccentrotetas vel Epicyclorum ſemidiametros, Geometras non ſe produnt, adſumentes opus tanquam confectum, quod ideo reſolvunt infeliciter. Immo vero Copernicus ἀτεχνίαν non ſolum profitetur, ſed docet capite nono libri tertii revolutionum, cum ex Timocharis, Ptolemæi & Albategnii obſervatis ſtudet adſequi maximam proſtaphæreſin Æquinoctiorum, & Epochas anomaliæ à limite tarditatis. Jubet enim non jam artis, ſed aleæ magiſter, circulum tandiu revolvi, donec error, quem ex ſua ἀγεωμετρησίᾳ naſci agnoſcit, tandem ſi ſors dederit compenſetur. Quare Aſtronomos quoque excitabit Apollonius Gallus Adpendicula Secunda. Sane infelici Logiſta fuit infelicior Geometra Copernicus, itaque omiſſa à Ptolemæo omiſit, commiſit autem quamplurima. Sed ea ſupplebimus omiſſa & emendabimus commiſſa in Francelinide, in qua etiam exibebimus Epilogiſticen motuum cœleſtium Prutenianam per hypotheſes, quas vocant Apollonianas, ſi minus placent Ptolemaicæ à motu in alieno centro & hypocentris ſeu ἐπικυκλῶν προσνεύσεσι liberatæ.

PROBLEMA I.

Dato circulo, & tribus punctis in ejus circumferentia, invenire diametrum, in quam cum demittentur è datis punctis normales, ſegmenta diametri à normalibus intercepta datam teneant rationem.





In dato circulo BCD, cujus A centrum, ſignata ſunto puncta B, C, D. Oportet invenire diametrum illius circuli in quam cum cadent normaliter è punctis B, C, D demiſſæ, ſegmenta diametri ab iis intercepta datam teneant rationem. Imperetur ratio ſegmentorum à normalibus ex ſignis B, C, D demiſſis interceptorum eſſe ut S ad R. Secetur CB in E ut ſit CB ad BE, ſicut S ad R, & jungatur DE quam FG acta è centro ſecet in H ad angulos rectos. Dico diametrum FG eſſe quæſitam, in quam cum cadent normaliter BI, CK, DH: erit KI ad HI ſicut S ad R. Rectæ enim CB, FG erunt parallelæ vel non. Quod ſi fuerint paral-

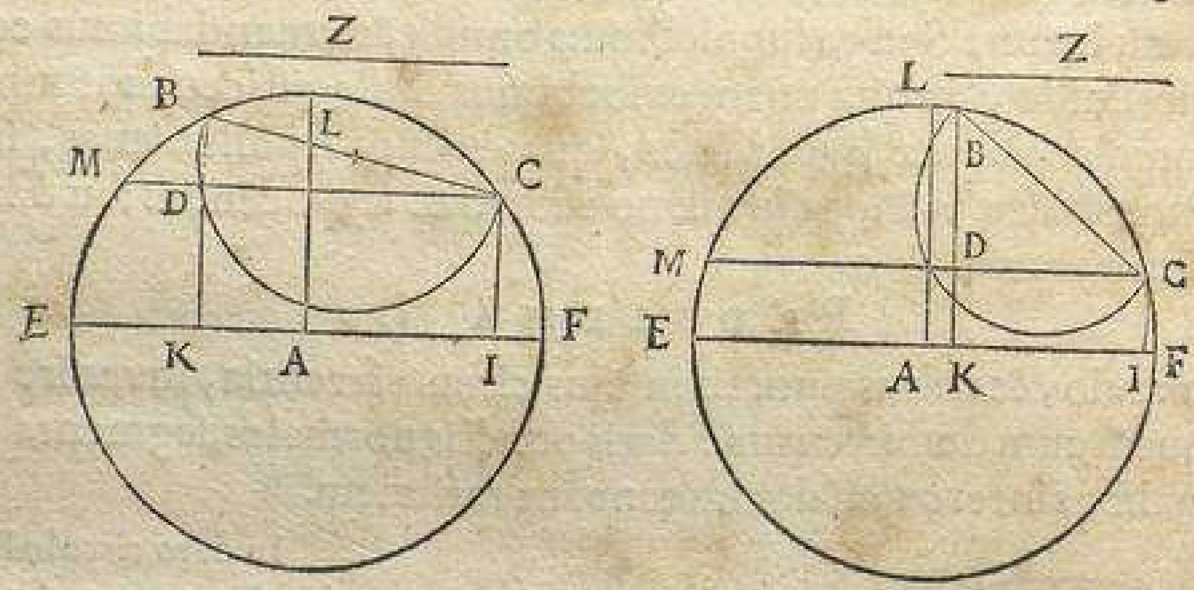
parallelæ erunt CB, IK æquales, ac æquales EB, IH, & ideo KI ad HI id est CB ad EB, erunt in ratione data S ad R ex constructione. Quod si sese committant, commissura esto in L, erit igitur ut LC ad LK, ita LE ad LH, & ita LB ad LI, & dividendo & permutando erit KI ad HI, sicut CB ad EB, id est sicut S ad R. Quemadmodum oportebat.

Sic licet datis KH, HI una cum peripheriis BC, CD, BD invenire peripheriam BG, atque adeo Epochas à limitibus, ac ipsam diametrum FG in partibus ipsorum KH, HI. Construatur enim triangulum BDC, erit igitur illud datorum angulorum propter datas peripherias, & ideo datorum quoque laterum in partibus diametri FG. Quare triangulum EBD data in iisdem partibus habebit latera EB, BD, una cum angulo EBD. Ergo dabitur angulus EDB seu DBM, qui ablatus è peripheria BMD, relinquet peripheriam BM, quæ dupla est ipsius BG.

PROBLEMA II.

Dato circulo, & duobus punctis in ejus circumferentia signatis, invenire diametrum, in quam, cum demittentur à datis punctis normales, segmentum diametri ab iis normalibus interceptum erit dato æquale.

In dato circulo BC, cujus A centrum, signata sunto duo puncta B, C. Oportet invenire diametrum, in quam, cum demittentur à signis B, C normales, segmentum diametri à normalibus interceptum sit æquale Z datæ. Subtendatur peripheria BC, & fiat recta BC diameter circuli, cui inscribatur CD æqualis ipsi Z. Per centrum autem A agatur EF dia-



meter circuli BC, ipsi DC parallela. Cum igitur connectetur BD fiet angulus BDC rectus. Et quoniam EF, DC sunt parallelæ, secabit BD ipsam EF ad angulos rectos. Secet in K, & ipsi BK agatur parallela CI, erunt igitur CD, KI æquales. Dato igitur circulo BC, & signatis in ejus circumferentia duobus punctis B, C, inventa est diameter EF, in quam demissis normaliter BK, CI, fit KI æquale segmentum ipsi CD, id est Z dato. Quod erat faciendum.

Sic licet dato adgregato peripheriarum, & adgregato sinuum, qui ad eas pertinent, peripherias & sinus distinguere.

Si quidem A consistat intra signa K, I. Vel,

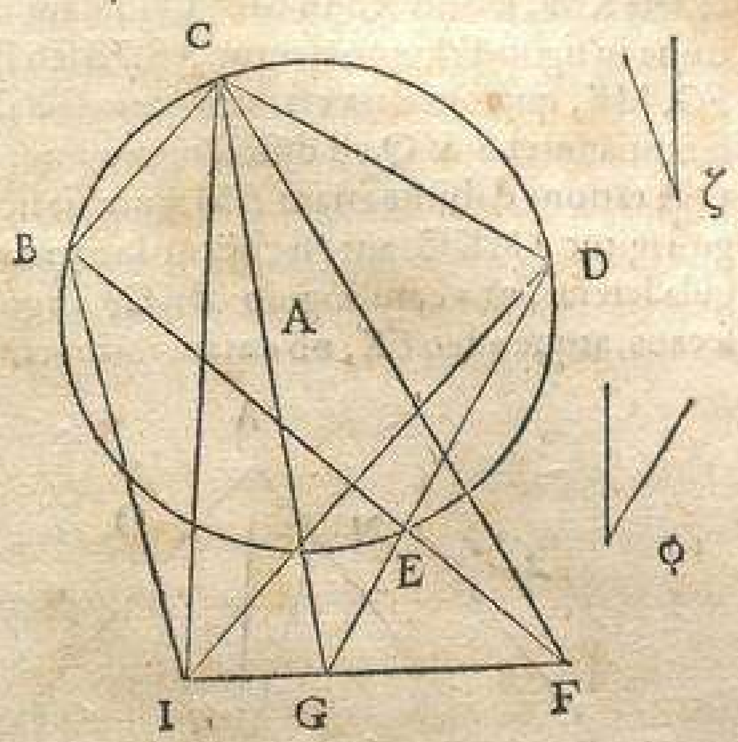
Data differentia peripheriarum, & differentia sinuum, qui ad eas pertinent, peripherias & sinus distinguere.

Si quidem K signum consistat intra signa A, I.

PROBLEMA IV.

Dato circulo, & signatis in ejus circumferentia tribus punctis, invenire punctum, à quo, cum ducentur tres lineæ rectæ ad signata puncta, inclinabuntur eæ ad angulos datos.

In dato circulo, cujus A centrum, signata sunto tria puncta B, C, D. Oportet invenire punctum, à quo acta ad B cum acta ad C faciat angulum æqualem dato angulo ζ, acta vero ad C cum acta ad D angulum æqualem dato angulo φ. Iunctis BC, CD inclinentur CB, BE ad angulos rectos, & sit E signum in peripheria. connectendo igitur DE inclinabuntur quoque CD, DE ad angulos rectos. Sumatur autem angulus BCF æqualis complemento anguli ζ, itaque CF intersecet BE in F. Sumatur quoque angulus DCG æqualis complemento anguli φ, ipsaque CG intercipiat DE in G. Porro in actam GF cadat normaliter CI. Ajo I esse punctum quæsitum à quo cum ducentur IB, IC, ID, erit angulus CIB angulo ζ æqualis, angulus vero CID angulo φ. Quoniam enim anguli CBF, CIF constructi sunt recti, ideo puncta CBIF erunt in circulo, cujus diameter CF. Itaque angulo CFB angulus CIB erit æqualis, & ideo angulo ζ, cujus complementum est angulus BCF ex constructione. Æque quoniã anguli CDG, CIG constructi sunt recti, ideo puncta C, D, G, I erunt in circulo, cujus diameter CG. Itaq; angulo CGD angulus CID erit æqualis, & ideo angulo φ, cujus complementum est angulus DCG ex constructione. Quare factum est quod oportebat.

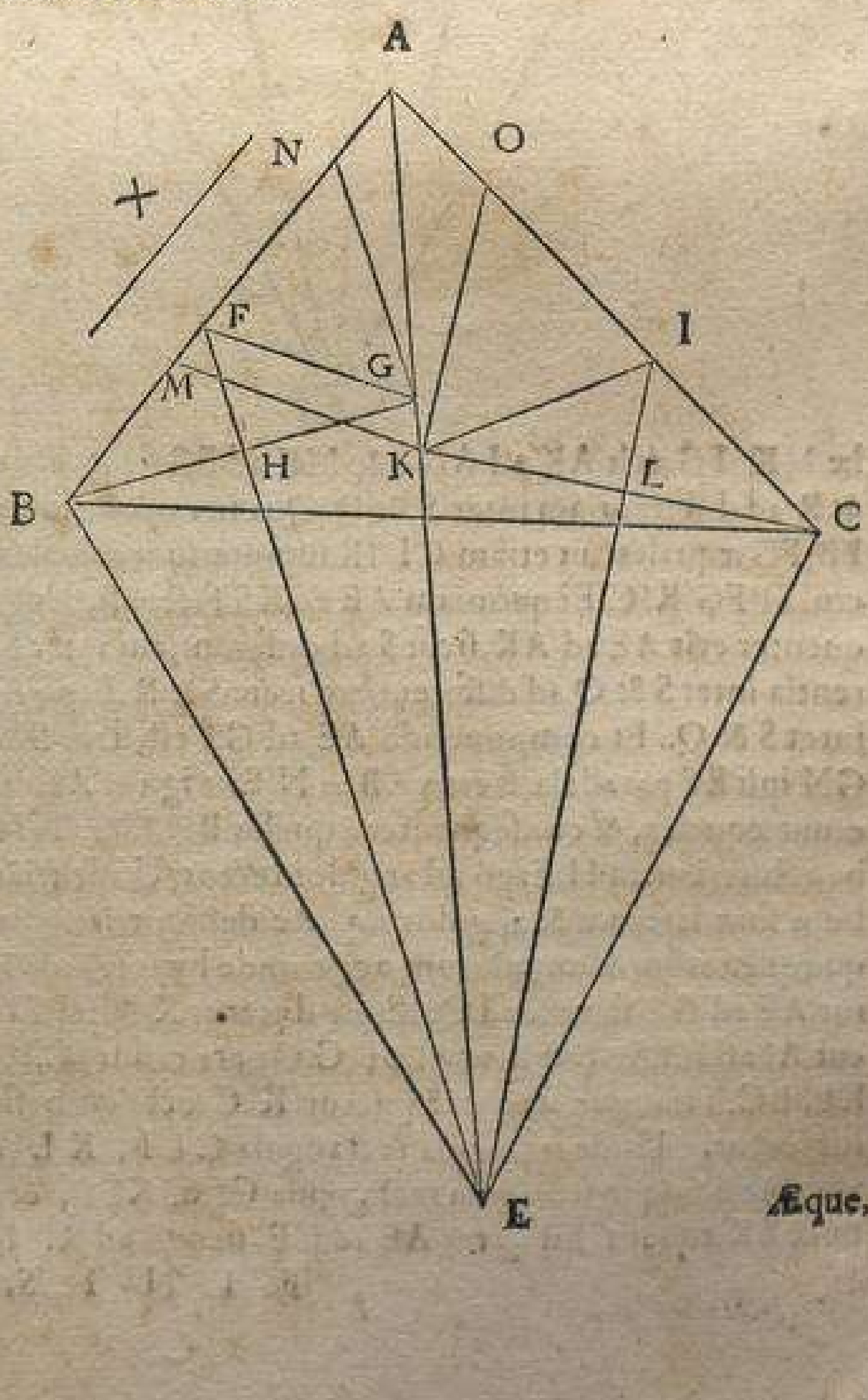


PROBLEMA V.

Dato triangulo, invenire punctum, à quo ad apices dati trianguli actæ tres lineæ rectæ imperatam teneant rationem.

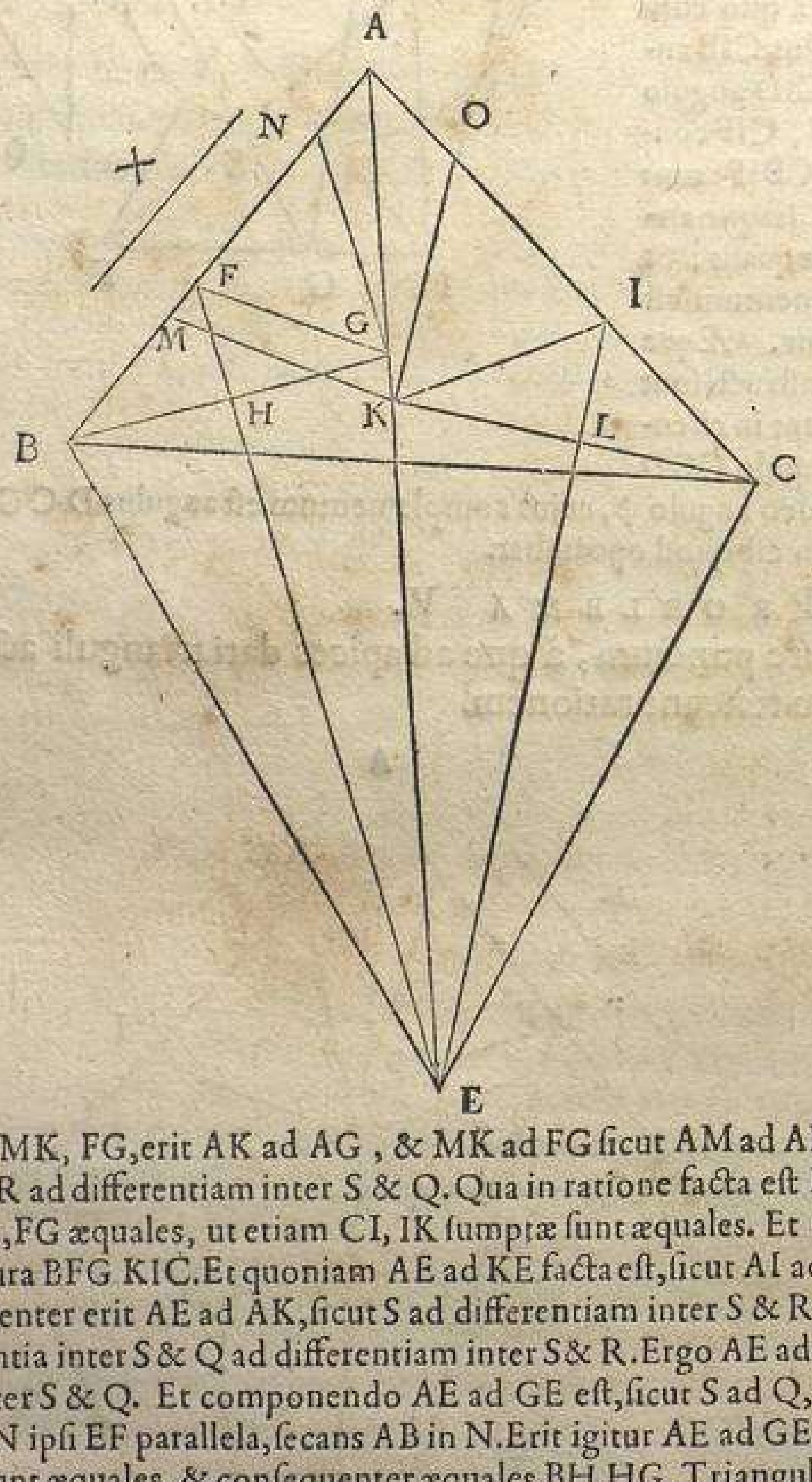
Sit datum triangulum ABC. Oportet invenire punctum, à quo actæ ad A, B, C apices dati trianguli tres lineæ rectæ imperatam teneant rationem, utpote acta ad A ad actam quidem ad B teneat rationem S ad Q, ad actam vero ad C teneat rationem S ad R.

Sit jam factum, & sit illud punctum E, itaque EA se habeto ad EB quidem sicut S ad Q, ad EC vero sicut S ad R. Cum igitur secabitur AB in F ut sit AF ad ad FB, sicut EA ad EB, id est S ad Q, & connectetur EF sectus erit bifariam angulus AEB. Itaque cum in EA sumetur EG ipsi EB æqualis, & connectetur BG, secabitur BG bifariam, & ad angulos rectos à recta EF. Secetur in H, & connectatur FG. Ergo FG, FB erunt æquales.



Æque,

Æque, cum secabitur A C in I, ut sit AI ad IC, sicut EA ad EC, id est sicut S ad R, & connectetur EI, sectus erit bifariam angulus AEC. Itaque cum in EA sumetur recta EK ipsi EC æqualis, & connectetur CK, secabitur CK bifariam & ad angulos rectos à recta EI. Secetur in L, & connectatur IK. Ergo IK, IC erunt æquales. Ipsi autem FG agatur parallela KM, secans AB in M. Quoniam data sunt latera AB, AC, quæ secantur data ratione in signis F, I, ergo dantur AF, FB seu FG & AI, IC seu IK. Et quoniam parallelæ sunt FG, MK, quarum data est ratio, cum se habeat FG ad MK, sicut AG ad AK, id est ut differentia inter S & Q ad differentiam inter S & R, data autem est FG, ergo dabitur MK. Qua ratione dabitur etiam AM, cum sit sicut AG ad AK, ita AF data ad AM. Quadranguli igitur AMKC, aut (si coëant in eandem rectam MK, KC) trianguli, data erunt singula latera, una cum angulo MAC. Ergo data quoque erit AK datum angulum MAC secans, atque adeo EK, ob datam rationem EA ad EK.



Componetur autem sic. Secetur A B in F, ut sit AF ad FB, sicut S ad Q. & AC secetur in I, ut sit AI ad IC, sicut S ad R. Rursus AF secetur in M, ut sit AF ad AM, sicut differentia inter S & Q ad differentiam inter S & R. qua etiam in ratione sit F B ad X. Et centro M intervallo æquali ipsi X describatur circulus, quem centro I intervallo IC descriptus secet vel contingat in K, & connectatur AK, quæ producatur in E, ut sit AE ad KE, sicut S ad R. Ajo E punctum esse quæsitum, à quo cum ducentur EB, EC erit AE ad BE quidem sicut S ad Q. ad CE vero sicut S ad R. Ipsi enim MK agatur parallela FG secans AE in G, & connectantur BG, CK, EF, EI, ipsaque EF secet BG in H, & ipsa EI secet CK in L. Quoniam igitur constructæ sunt parallelæ MK, FG, erit AK ad AG, & MK ad FG sicut AM ad AF, id est sicut differentia inter S & R ad differentiam inter S & Q. Qua in ratione facta est MK, id est X ad FB. Sunt itaq; FB, FG æquales, ut etiam CI, IK sumptæ sunt æquales. Et eapropter triangula sunt æquicrura BFG KIC. Et quoniam AE ad KE facta est, sicut AI ad IC, id est, sicut S ad R, consequenter erit AE ad AK, sicut S ad differentiam inter S & R. Sed AG ad AK, est sicut differentia inter S & Q ad differentiam inter S & R. Ergo AE ad AG est, sicut S ad differentiam inter S & Q. Et componendo AE ad GE est, sicut S ad Q, id est, sicut AF ad FB. Iā agatur GN ipsi EF parallela, secans AB in N. Erit igitur AE ad GE, sicut AF ad FN. Ergo FN, FB erunt æquales, & consequenter æquales BH, HG. Trianguli itaq; æquicruri BFG secta est basis bifariam in H. Ergo ad angulos rectos. Unde triangula rectangula BHF, GHF æqualium sunt laterum & angulorum. Ac deniq; triangula rectangula BHE, GHE æqualium quoq; laterum & angulorum, ac proinde hypotenusa EB hypotenusæ EG æqualis. Est igitur AE ad GE, sicut S ad Q. Æque ducatur KO ipsi EI parallela. Erit igitur AE ad KE, sicut AI ad IO. Sed est sicut AI ad IC. Quare erunt IC, IO æquales, & consequenter æquales KL, LC. Trianguli itaque æquicruri KIC secta est basis KC bifariam in L. Ergo ad angulos rectos. Unde triangula rectangula C L I, K L I æqualium sunt laterum & angulorum. Ac denique triangula rectangula CLE, KLE, & proinde hypotenusa C E hypotenusæ EK æqualis. Est igitur AE ad CE, sicut S ad R. Itaque factum est quod oportuit.

FINIS.

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ VARIORVM DE REBVS MATHEMATICIS RESPONSORVM, LIBER VIII.

Capvt I.

Problema de duabus mediis, ἄλογον.

De duplicatione cubi interrogatus, quare eam non adgnoſceret Geometra, ita reſpondi.

Lege Geometrica quiſquis duce conſtruit, unum
Ad duo quæ data ſunt puncta capit medium.
Sed medium duplex illum reperire neceſſe eſt,
Quem movet augendi fabrica juſſa Cubi.
Tu numerare potes, numeroſque reſolvere? binis
Solvere de mediis arte Problema potes.
Septa Geometræ non egreſſurus, idipſum
Tentas? in vanum te, miſer, excrucias.
Quæ cauſſa? anne illa hac ars eſt præſtantior arte?
Quodque poteſt numerus, linea nonne poteſt?
Eſt data principium numeri monas, illius omnes
Ad numeros ratio eſt nota ſubinde datos.
Sed nulla eſt ex ſe data linea, quæque relata eſt,
Quod punctum ſola mente ſubeſt minimum.
Sic, cum principium menſuræ circulus extet,
Ponitur ad radium quemlibet ille datum.
Qui vero exercet numeros, male collocat horas,
Si rectum curvo conciliare ſtudet.
Nempe eſt ad minimam cycloides linea rectam,
Ad monadem ſicut maximus eſt numerus.
Infinita Dei vis non datur, ut datur unus,
Nec punctum eſt cœli terra quod omnis habet.
Hæc ego perpendens myſteria Numinis alti,
In ſcirpo nodum quærere non ſtatuo.

Sane quot veteres conſtruxere Problema περὶ δύο μέσας, confugere εἰς ὀργανικήν, quales undecim ſummi illi artifices, Eudoxus, Plato, Hero, Apollonius, Diocles, Pappus, Sporus, Menechmus, Archytas, Eratoſthenes, ac denique Nicomedes. quorum omnium ſententiæ extant apud Eutocium in commentariis ad Archimedem, de Sphæra & Cylindro, ut non ſine cauſa Plutarchus dixerit Problema illud ἄλογον, non quod numeris explicari non poſſit, ut γραμμαὶ ἄλογοι dicuntur, ſed cujus fabrica non ratione, ſed inſtrumento conſtituatur.

Locus Plutarchi eſt in Marcello inquientis.

„ Ἀππίου μὲν τὸν πεζὸν ἐπάγοντος στρατὸν, αὐτὸς πεντηρεῖς ἔχων ἑξήκοντα, παντοδαπῶν
„ ὅπλων, καὶ βελῶν πλήρεις, ὑπὲρ δὲ μεγάλου ζεύγματος νεῶν ὀκτὼ πρὸς ἀλλήλας συν-
„ δεδεσμένων μηχανὴν ἄρας, ἐπέπλει πρὸς τὸ τεῖχος τῷ πλήθει καὶ τῇ λαμπρότητι τῆς
„ παρασκευῆς καὶ τῇ δόξῃ τῇ περὶ αὐτὸν πεποιθώς. ἧς ἄρα λόγος οὐδεὶς ἦν Ἀρχιμήδει, καὶ
„ τοῖς Ἀρχιμήδους μηχανήμασιν, ὧν ὡς μὲν ἔργου ἀξίου σπουδῆς, οὐδὲν ὁ ἀνὴρ προὔθετο. γεω-
„ μετρίας δὲ παιζούσης ἐγεγόνει πάρεργα πλεῖσαι, πρότερον φιλοτιμηθέντος Ἱέρωνος τοῦ βα-
„ σιλέως, καὶ πείσαντος Ἀρχιμήδη τρέψαι τι τῆς τέχνης ἀπὸ τῶν νοητῶν ἐπὶ τὰ σωματικὰ,
„ καὶ τὸν λόγον ὅμως γέ πως δι' αἰσθήσεως μίξαντα ταῖς χρείαις, ἐμφανέστερον καταστῆσαι
„ τοῖς πολλοῖς. τὴν γὰρ ἀγαπωμένην ταύτην καὶ περιβόητον ὀργανικὴν ἤρξαντο μὲν κινεῖν οἱ περὶ
„ Εὔδοξον καὶ Ἀρχύταν, ποικίλλοντες τῷ γλαφυρῷ γεωμετρίαν, καὶ λογικῆς ἀποδείξεως
„ οὐκ εὐποροῦντα προβλήματα, δι' αἰσθητῶν καὶ ὀργανικῶν παραδειγμάτων ὑπερειδόντες,
„ ὡς τὸ περὶ δύο μέσας ἀνάλογον πρόβλημα, καὶ στοιχεῖον ἐπὶ πολλὰ τῶν γραφομένων ἀναγ-
„ καῖον, εἰς ὀργανικὰς ἐξῆγον ἀμφότεροι κατασκευὰς μεσογράφους τινὰς ἀπὸ καμπύλων
„ γραμμάτων, καὶ τμημάτων μεθαρμόζοντες. Ἐπεὶ δὲ Πλάτων ἠγανάκτησεν, καὶ διε-
„ τείνατο πρὸς αὐτοὺς, ὡς ἀπολλύντας καὶ διαφθείροντας τὸ γεωμετρίας ἀγαθόν. ἀπὸ τῶν ἀσω-
„ μάτων, καὶ νοητῶν ἀποδιδρασκούσης ἐπὶ τὰ αἰσθητὰ, καὶ προσχρωμένης αὖθις αὖ σώμασι
„ πολλῆς καὶ φορτικῆς βαναύσου ἀργίας δεομένης, οὕτω διεκρίθη γεωμετρίας ἐκπεσοῦσα μη-
„ χανικὴ καὶ περιορωμένη πολὺν χρόνον ὑπὸ φιλοσοφίας μία τῶν στρατιωτίδων τεχνῶν ἐγεγόνει.

Sunt tamen quidam adeo felicis ingenii, ut ſalutata Geometria ſtatim ſe ἄλογα quæque & ἄρρητα adſequi poſſe contendant, & excitandi ſe cauſa ſæpe ante triumphum canant & ludant. Publice autem intereſt ne ſtudioſi opera & ocio abutantur. Quamobrem in eos ita luſi.

Plura, Mathematici, ne vota vovete caduca,
Decepti niveos nec jugulate boves.
Conſecrare libet ſi veſtræ anathemata mentis,
Non ebur, at cornu, ſomnia veſtra probet.

CAPUT II.

Hiſtoria duplicationis cubi.

Hiſtoria duplicationis cubi ex epiſtola Eratoſthenis ad Ptolemæum regem, quam cum Epigrammate recenſet Eutocius, & ex Vitruvio ſcitu digna, & jucunda eſt.

„ Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ἐρατοσθένης χαίρειν.

„ Τῶν ἀρχαίων τινὰ τραγῳδοποιῶν φασὶν εἰσαγαγεῖν τὸν Μίνω τῷ Γλαύκῳ κατασκευά-
„ ζοντα τάφον. πυθόμενον δὲ ὅτι πανταχοῦ ἑκατόμπεδος εἴη, εἰπεῖν,
„ Μικρόν γ' ἔλεξας βασιλικοῦ σηκὸν τάφου,
„ Διπλάσιος ἔστω.
„ ὁ δὲ τέκτων τοῦ κύβου ἐπισφαλεὶς, διπλασιάζων ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφου, ἐδόκει
„ διημαρτηκέναι. τῶν γὰρ πλευρῶν διπλασιασθεισῶν, τὸ μὲν ἐπίπεδον γίνεται τετραπλάσιον,
„ τὸ δὲ στερεὸν ὀκταπλάσιον. ἐζητεῖτο δὴ καὶ παρὰ τοῖς γεωμέτραις, τίνα ἄν τις τρόπον τὸ δο-
„ θὲν στερεὸν διαμένον ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι διπλασιάσειεν. καὶ ἐκαλεῖτο τὸ τοιοῦτον πρόβλη-
μα,

μα, κύβου διπλασιασμός· ὑποθέμενοι γὰρ κύβον ἐζήτουν τοῦτον διπλασιάσαι· πάντων δὲ διαπορούντων ἐπὶ πολὺν χρόνον, πρῶτον Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἐπενόησεν, ὅτι ἐὰν εὑρεθῇ δύο εὐθειῶν γραμμῶν, ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος ἐστὶ διπλασία, δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, διπλασιασθήσεται ὁ κύβος, ὥς τε τὸ ἀπόρημα αὐτοῦ εἰς ἕτερον οὐκ ἔλασσον ἀπόρημα κατέστρεφεν. μετὰ χρόνον δέ τινά φασιν Δηλίους ἐπιβαλομένης νόσου κατὰ χρησμὸν διπλασιάσαι τινὰ τῶν βωμῶν ἐπιταχθέντας, ἐμπεσεῖν εἰς τὸ αὐτὸ ἀπόρημα. διαπεμψαμένους δὲ τοὺς παρὰ τῷ Πλάτωνι ἐν ἀκαδημίᾳ γεωμέτρας, ἀξιοῦν αὐτοῖς εὑρεῖν τὸ ζητούμενον. τῶν δὲ φιλοπόνως ἐπιδιδόντων ἑαυτοῖς, καὶ ζητούντων, δύο δοθεισῶν δύο μέσας λαβεῖν, Ἀρχύτας μὲν ὁ Ταραντῖνος λέγεται διὰ τῶν ἡμικυλίνδρων εὑρηκέναι, Εὔδοξος δὲ διὰ τῶν καλουμένων καμπύλων γραμμῶν· συμβέβηκε δὲ πᾶσιν αὐτοῖς ἀποδεικτικῶς γεγραφέναι· χειρουργῆσαι δὲ, καὶ εἰς χρείαν πεσεῖν μὴ δύνασθαι, πλὴν ἐπὶ βραχύ τι τοῦ Μενέχμου, καὶ ταῦτα δυσχερῶς. ἐπινενόηται δέ τις ὑφ' ἡμῶν ὀργανικὴ ῥᾳδία, δι' ἧς εὑρήσομεν, δύο τῶν δοθεισῶν οὐ μόνον δύο μέσας, ἀλλ' ὅσας ἄν τις ἐπιτάξῃ. τούτου εὑρισκομένου δυνησόμεθα καθόλου τὸ δοθὲν στερεὸν παραλληλογράμμοις περιεχόμενον εἰς κύβον καθιστάναι, ἢ ἐξ ἑτέρου εἰς ἕτερον σχηματίζειν, καὶ ὅμοιον ποιεῖν καὶ ἐπαύξειν διατηροῦντας τὴν ὁμοιότητα. ὥς τε καὶ βωμοὺς, καὶ ναούς. δυνησόμεθα δὲ καὶ τὰ τῶν ὑγρῶν μέτρα, καὶ ξηρῶν, λέγω δὲ οἷον μετρητὴν μεδίμνων εἰς κύβον καθιστάναι, καὶ διὰ τῆς τούτου πλευρᾶς ἀναμετρεῖν τὰ τούτων δεκτικὰ ἀγγεῖα πόσον χωρεῖ. χρήσιμον δὲ ἔσται τὸ ἐπινόημα, καὶ τοῖς βουλομένοις ἐπαύξειν καταπαλτικὰ καὶ λιθοβόλα ὄργανα. δεῖ γὰρ ἀνάλογον ἅπαντα αὐξηθῆναι, καὶ τὰ πάχη, καὶ τὰ μεγέθη, καὶ τὰς κατατρήσεις, καὶ τὰς χοινικίδας, καὶ τὰ ἐμβαλλόμενα νεῦρα, εἰ μέλλει καὶ ἡ βολὴ ἀνάλογον ἐπαυξηθῆναι· ταῦτα δὲ οὐ δυνατὰ γενέσθαι ἄνευ τῆς μέσων εὑρέσεως.

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγου διπλάσιον ὦ γαθὲ τεύχειν
φράζεαι, τὴν στερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
Εὐμεταμορφῶσαι, τόδε τοι πάρα· κἂν σύγε μάνδρην
ἢ σιρὸν, ἢ κοίλου φρείατος εὐρὺ κύτος
Τῇδ' ἀναμετρήσαιο μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
συνδρομάδας διοσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων.
Μὴ δὲ σύγ' Ἀρχύτεω δισμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
μὴ δὲ Μενεχμείους κωνοτομεῖν τριάδας
Δίζηαι. μηδ' εἴ τι θεουδέος Εὐδόξοιο,
καμπύλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
Τοῖς δέ τε ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μυρία τεύχοις,
ῥεῖά κεν ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος.
Εὐαίων Πτολεμαῖε πατὴρ ὅτι παιδὶ συνηβῶν
πάνθ' ὅσα καὶ μούσαις καὶ βασιλεῦσι φίλα.
Αὐτὸς ἐδωρήσω· τὸ δ' ἐς ὕστερον οὐράνιε Ζεῦ
καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο δέ τις ἄνθεμα λεύσσων
τοῦ Κυρηναίου τοῦτ' Ἐρατοσθένεος.

Vitruvius libro IX. Capite II.

Transferatur mens ad Archytæ Tarentini, & Eratosthenis Cyrenæi cogitata. Hi enim multa & grata à Mathematicis rebus hominibus invenerunt. Itaque cum in cæteris inventionibus fuerint grati, in ejus rei concertationibus maxime sunt suspecti. Alius enim alia ratione explicare curavit quod Delo imperaverat responsis Apollo, uti ara ejus quantum haberet pedum quadratorum id duplicaretur, & ita fore ut ij qui essent in ea insula tunc religione liberarentur. Itaque Archytas hemicylin-

,, *cylindrorum descriptionibus, Eratosthenes organica Mesolabi ratione idem ex-*
,, *plicaverunt.*

Ut autem Eratosthenes de suo invento consecravit mentis anathema, sic ante Eratosthenem

Ηνικε Πυθαγόρης τὸ περίκλεες εὕρατο γράμμα
Κεῖν' ἐφ' ὅτῳ κλεινὴν ἤγαγε βουθυσίην.

Et post Eratosthenem

Τρεῖς γραμμὰς ἐπὶ πέντε τομαῖς εὕρων ἑλικώδεις
Περσεὺς. τοῦ δ' ἕνεκα δαίμονας ἱλάσατο.

CAPVT III.

Protases Cyclotomicæ.

PRotases Cyclotomicæ non sunt folia Sibyllæ, si non ex vi verborum, sed ex verisimili mente proponentis candide & secundum Mathematicos interpretationem accipiant.

Protases.

,, *Quid est qua spacium rotatile orbis*
,, *Quadro limite contrahit potestas?*
,, *Quid pomœria quæ rotunda circi*
,, *Curvis linea finibus coercet?*
,, *Ambas reddere possit an Logista*
,, *Argutis numeris? an hanc, an illam,*
,, *An neutras? Data circuli potestas*
,, *Cui sit debita circulo? Potestas*
,, *Quod segmen data segminis requirat?*
,, *Et quantum modulum in dato orbe circi?*
,, *Et quæ segminis est dati potestas?*
,, *Quævis scalpra trifariam secare.*
,, *In partes totidem angulum secare.*
,, *Hos si solveris, ô Poëta, nodos,*
,, *Si non solvero ego hos, Poëta, nodos,*
,, *Tu sis Phœbus, & ipse sim* * lacuna *

Primæ propositionis constructio est.

Quid est] quænam est. *Potestas*] figura plana. *Quadro limite*] quadrata. *Qua contrahit*] quæ æquat. *Spacium rotatile orbis*] circulum.

Secundæ.

Quid linea] quænam est linea. *Qua coërcet*] quæ terminat. *Finibus curvis*] punctis. *Pomœria rotunda circi*] circulum.

Tertiæ.

An Logista] an Geometra. *Possit reddere*] possit ostendere. *Ambas*] lineam rectam, cujus quadratum est æquale circulo, & circumferentiam circuli. *Argutis numeris*] se habere inter se ut numerum ad numerum, vel non. alteram alteri esse commensurabilem, vel incommensurabilem. *An hanc, an illam, an neutras?*] bene perspicuis demonstrationibus.

Quartæ.

Cui circulo sit debita] cui circulo æquetur. *Data potestas*] datæ lineæ rectæ quadratum. *Circuli*] æquandum circulo.

Quin-

Quintæ.

In dato orbe circi] in dato circulo. *Quod ſegmen requirat*] cui ſegmento æquetur. *Data poteſtas*] datæ lineæ rectæ quadratum. *Segminis*] æquandum ſegmento.

Sextæ.

In dato orbe circi] ad datum circulum. *Quantum modulum requirat*] quam analogiam habeat. *Data poteſtas*] datæ lineæ rectæ quadratum. *Segminis*] æquandum ſegmento.

Septimæ.

Quæ eſt poteſtas] quæ eſt linea recta, cujus quadratum eſt æquale. *Dati ſegminis*] dato ſegmento circuli.

Octavæ.

Quavis ſcalpra] datum ſectorem circuli majorem. *Secare trifariam*] ſecare in ratione imperata.

Nonæ.

Angulum] datum ſectorem circuli minorem. *Secare trifariam*] ſecare in ratione imperata.

Etſi autem inſolens fortaſſis videbitur conſtructio, tamen omnino neceſſaria eſt, ut propoſitiones ſint in tuto, quas alioquin ita conciperet Geometra.

1 Dato circulo invenire quadratum æquale.

2 Invenire lineam rectam circumferentiæ dati circuli æqualem.

3 Oſtendere latus quadrati circulo æqualis eſſe incommenſurabile vel commenſurabile diametro.

4 Dato quadrato invenire circulum æqualem.

5. & 6. Datum circulum ita ſecare, ut ſegmentum æquale ſit dato quadrato.

7 Dato circuli ſegmento invenire quadratum æquale.

8. & 9. Datam circumferentiam circuli ſecare in ratione imperata.

Epilogus Poëtica eſt.

CAPUT IV.

μεσόγραμμον. *Radius.* Μετρικὴ τέχνη. *Scalprum.* Δυώαμις. *Dies Septimanæ.*

Διοσὰ λαβεῖν μεσόγραμμα non eſt δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Non magis διοσὰ μεσόγραμμα ſunt duæ mediæ lineæ quam διοσὰ παραλληλόγραμμα duæ lineæ parallelæ, vel διοσὰ εὐθύγραμμα duæ rectæ, διοσὰ μελανόγραμμα duæ nigræ, πολύγραμμα plures, πεντέγραμμα quinque, ac denique μονόγραμμον linea una. Παραλληλόγραμμα, εὐθύγραμμα, περιφερόγραμμα, καμπυλόγραμμα, & ſimilia adjectiva à voce γραμμῆς deducta ſunt ſchemata & figuræ, quæ lineis interſtinguuntur.

¶ Radius elegans eſt verbum quo dimidia dimetiens circuli ſignificetur. Cicero in Timæo.

„ Et globoſus fabricatus eſt mundus quod Græci σφαιροειδὲς vocant, cu-
„ jus omnis extremitas paribus à medio radiis attingitur. Virgilius ſecundo
„ Georgicων.

„ *Hinc* (id eſt, è Sylvis) *radios trivere rotis Agricolæ.*

Ovidius ſecundo Metamorphoſεων.

„ *Aureus axis erat, temo aureus, aurea ſummæ,*
„ *Curvatura rotæ, radiorum argenteus ordo.*

Plato

Plato autem in eo quem Tullius interpretatus est Timæi loco vocem ἄκλινος non usurpavit.

¶ Non vox Metricæ pro Geometria, sed Geometriæ vox pro Metrica recepta est. Plato in Philebo; τί δὲ λογιστικὴ καὶ μετρικὴ κατὰ τὴν τεκτονικὴν καὶ κατ' ἐμπορικὴν τῆς κατὰ φιλοσοφίαν γεωμετρίας τε καὶ λογιστικῶν καὶ καταμελετωμένων πότερον ὡς μία ἑκάτερα, χεκτέον ἢ δύο τιθῶμεν. Idem libro VII. de Republica Geometriam ponit τὴν περὶ τὸ ἐπιπέδου πραγματείαν. At μάθημα περὶ τὴν τῶν κύβων αὔξην καὶ τὸ βάθος μετέχον οὔπω δοκεῖ εὑρῆσθαι, καὶ τῇ ζητήσει γελοίως ἔχει. Et dicebatur Stereometria quam usu tamen Geometriam quoque σφόδρα γελοῖον ὄνομα, ut est in Epimenide, tandem vocaverunt.

¶ Σκυτοτόμος secat apud Platonem τομεῖ καὶ σμίλη. τομεὺς figura Geometrica est. Ergo σμίλη figura quoque erit Geometrica. Vix scalpra & formas ita emerim non sutor ad locupletandum Mathemata. Artificum enim organa à figuris Geometricis designantur. At figuras contra Geometricas ab artificum organis denominari non sinet Plato. Quinimmo dixerit illud esse τὸ γεωμετρίας ἀγαθὸν διαφθείρειν ἀπὸ τῶν ἀσωμάτων καὶ νοητῶν ἀποδιδρασκούσης ἐπὶ τὰ αἰσθητά.

¶ Δύναμις lineæ rectæ non est ipsa linea recta, aliave longitudo, sed planum. Δύναμις circuli non est circulus, aliave figura plana, sed plano-planum. Est δυναμοδύναμις. Plana planis, plano-plana plano-planis comparentur. Nemini licet à lege homogeneorum deflectere.

¶ De diebus septimanæ insignis est & singularis apud Dionem locus libro XXXVII. Sic enim ait ille.

Dion Cassius lib. 37.

,, Τὸ δὲ δὴ ἐς τοὺς ἀστέρας τοὺς ἑπτὰ τοὺς πλανήτας ὠνομασμένους τὰς ἡμέρας ἀνακεῖσθαι,
,, κατέστη μὲν ὑπ' Αἰγυπτίων, πάρεστι δὲ καὶ ἐπὶ πάντας ἀνθρώπους, οὐ πάλαι ποτὲ, ὡς λόγῳ
,, εἰπεῖν, ἀρξάμενον οἱ γοῦν ἀρχαῖοι Ἕλληνες οὐδαμῇ αὐτὸ (ὅσα γε ἐμὲ εἰδέναι) ἠπίσταντο, ἀλλ'
,, ἐπειδὴ καὶ πάνυ νῦν τοῖς τε ἄλλοις ἅπασι καὶ αὐτοῖς καὶ τοῖς Ῥωμαίοις ἐπιχωριάζει, καὶ ἤδη
,, καὶ τοῦτο σφισὶ πάτριον τρόπον τινὰ ἐστὶ βραχύ τι περὶ αὐτοῦ διαλεχθῆναι βούλομαι, πῶς
,, τε καὶ τίνα τρόπον τοῦτο τέτακται. ἤκουσα δὲ δύο λόγους, ἄλλως μὲν οὐ χαλεποὺς γνωσθῆναι
,, θεωρίας τινὰς ἐχομένους. εἰ γάρ τις τὴν ἁρμονίαν τὴν διὰ τεσσάρων καλουμένην (ἥπερ που καὶ
,, τὸ κῦρος τῆς μουσικῆς συνέχειν πεπίστευται) καὶ ἐπὶ τοὺς ἀστέρας τούτους ὑφ' ὧν ὁ πᾶς τοῦ οὐρανοῦ
,, κόσμος διείληπται, κατὰ τὴν τάξιν καθ' ἣν ἕκαστος αὐτῶν περιπορεύεται καὶ ἐπάγεται. ἀρξά-
,, μενος ἀπὸ τῆς ἔξω περιφορᾶς τῆς τῷ Κρόνῳ διδομένης, ἔπειτα διαλιπὼν δύο τὰς ἐχομέ-
,, νας τὸν τῆς τετάρτης δεσπότην ὀνομάσειε, καὶ μετ' αὐτὸν δύο αὖ ἑτέρας ὑπερβὰς ἐπὶ τὴν ἑβδό-
,, μην ἀφίκοιτο, κἀν τῷ αὐτῷ τούτῳ τρόπῳ αὐτούς τε ἐπανιὼν καὶ τοὺς ἐφόρους σφῶν
,, θεοὺς ἀνακυκλῶν ἐπιλέγοι, τὰς ἡμέρας εὑρήσει πάσας αὐτὰς μουσικῶς πως τῇ τοῦ οὐρανοῦ
,, διακοσμήσει προσηκούσας. εἷς μὲν δὴ τοῦτος λέγεται λόγος. ἕτερος δὲ ὅδε τὰς ὥρας τῆς
,, ἡμέρας καὶ τῆς νυκτὸς ἀπὸ τῆς πρώτης· ἀρξάμενος ἀριθμεῖν καὶ ἐκείνην μὲν τῷ Κρόνῳ δι-
,, δοὺς, τὴν δὲ ἔπειτα τῷ Διῒ, καὶ τρίτην Ἄρει, τετάρτην Ἡλίῳ, πέμπτην Ἀφροδίτῃ, ἕκτην Ἑρμῇ,
,, καὶ ἑβδόμην Σελήνῃ, κατὰ τὴν τάξιν τῶν κύκλων καθ' ἣν οἱ Αἰγύπτιοι τοιαύτην νομίζουσι, καὶ
,, τοῦτο καὶ αὖθις ποιήσας. πάσας γὰρ οὕτως τὰς τέσσαρας καὶ εἴκοσιν ὥρας περιελθὼν εὑρήσει τὴν
,, πρώτην τῆς ἐπιούσης ἡμέρας ὥραν ἐς τὸν Ἥλιον ἀφικνουμένην. καὶ τοῦτο καὶ ἐπ' ἐκείνων τῶν τεσσά-
,, ρων καὶ εἴκοσιν ὡρῶν κατὰ τὸν αὐτὸν τοῖς πρόσθεν λόγον πράξας τῇ Σελήνῃ τὴν πρώτην τῆς τρίτης
,, ἡμέρας ὥραν ἀναθήσεις. καὶ οὕτω καὶ διὰ τῶν λοιπῶν προΐσῃ τὸν προσήκοντα ἑαυτῇ θεὸν ἑκάστη
,, ἡμέρα λήψεται. ταῦτα μὲν οὕτω παραδέδοται.

Id est ex interpretatione Xylandri.

Quod autem dies ad ſeptem ſidera illa quos planetas appellarunt referuntur, id ab Ægyptiis haud ita dudum, ut paucis dicam, inſtitutum ad omnes homines dimanavit. Nam priſcis Græcis, quantum mihi conſtat, notus hic mos non fuit, & quandoquidem is nunc & apud omnes homines ubique & præſertim apud Romanos uſitatus eſt, paucis qua ratione & quo pacto ita inſtitutus ſit diſſeram. De quo duos ſermones accepi haud ita difficiles cognitu, contemplationi tamen cuidam innitentes. Nam ſi quis harmoniam eam quæ diateſſaron vocatur (quæ alioquin in Muſica primas obtinere creditur) etiam ad iſthæc ſidera quibus omnis cæli ornatus conſtat, ita transferat, quemadmodum ordo converſionis unjuſcujuſque eorum exigit, factoque ab extremo ambitu quem Saturno tribuunt initio, dein proxime ſequentes duos motus præteriens quarti dominium recenſeat, iterumque ab eo duobus proxime præteritis ad ſeptimam converſionem deveniat. Atque hoc modo diebus ſingulis eorum inſpectores gubernatoreſq; Deos in orbem rediens deligat, aſſignetque. Is inveniet omnes dies Muſica quadam ratione cæleſti adminiſtrationi congruere. Atque hæc prior fertur ratio. Altera hæc eſt. Horas tam diei quam noctis numera à prima incipiens eamque Saturno tribue, ſequentem Jovi, tertiam Marti, quartam Soli, quintam Veneri, Mercurio ſextam, ſeptimam Lunæ ſecundum ordinem orbium quem eo quo perhibui modo Ægyptii tradunt, hocque aliquoties facto ubi per viginti quatuor horas circumiveris, primam ſubſequentis diei horam invenies Soli obtingere. Jam ſi hujus quoque diei horas viginti quatuor eodem modo tractes, ad Lunam referes primam tertiæ diei horam. Sique eodem modo reliquos etiam dies percurreris, quævis dies ſibi congruentem Deum accipiet. Atque hæc quidem ita perhibentur.

CAPUT V.

Περὶ δύο μέσους πρόβλημα, *cum extremæ ſunt in ratione dupla.*

IN Supplemento Geometrico adnotata eſt ex Poriſticis methodus deſcribendi compendioſe εἰς κύβου διπλασιασμὸν quatuor lineas rectas ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ cum extremæ ſunt in ratione dupla. Placet igitur hoc loco via Syntheſeos idem opus demonſtrare.

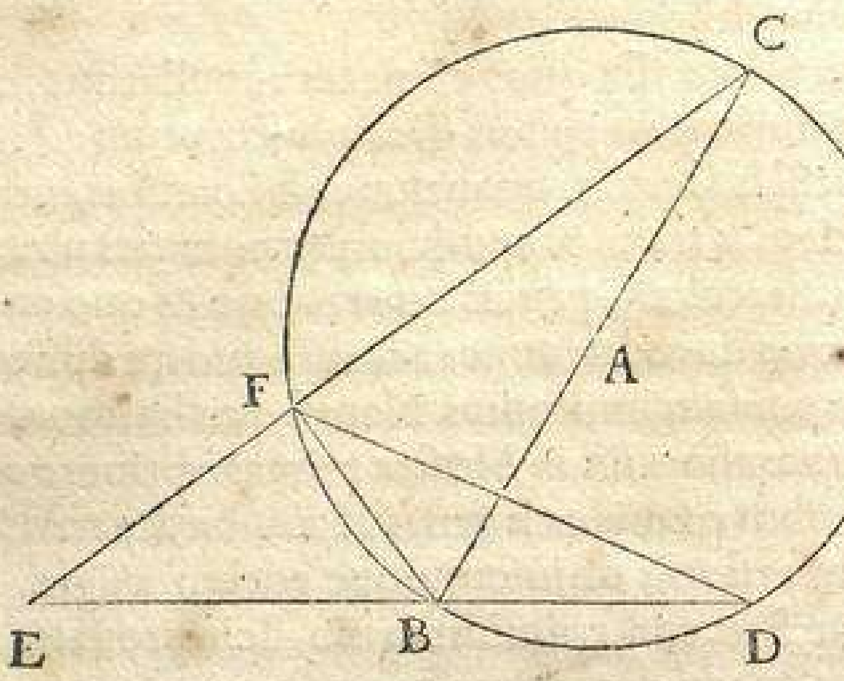
PROPOSITIO.

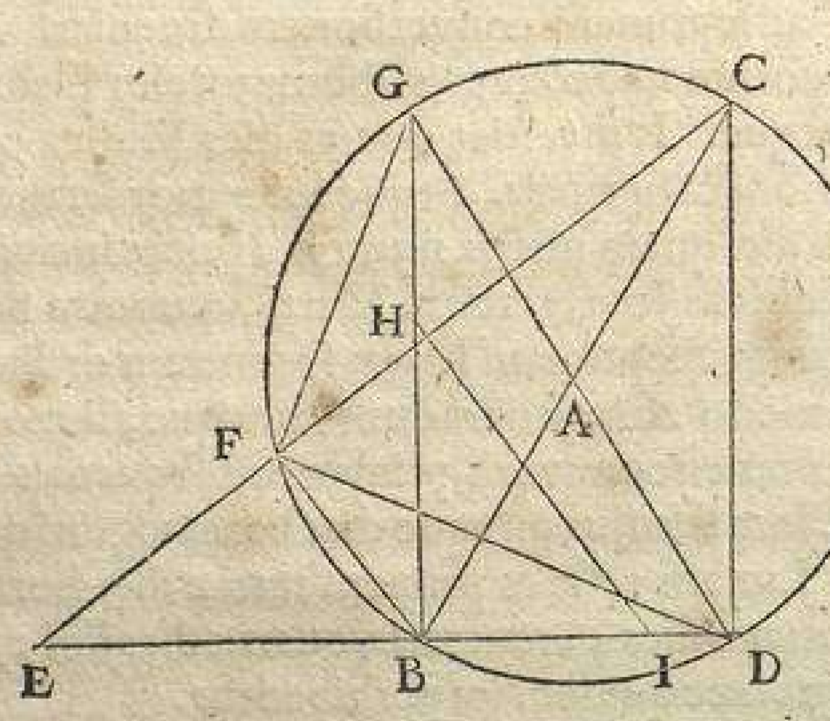
Deſcribere quatuor lineas rectas continue proportionales, quarum extremæ ſint in ratione dupla.

Centro A intervallo quocunque deſcribatur circulus, & acta diametro BAC, ſumatur BD circumferentia hexagoni. Et ſubtendantur BD, DC, & in DB continuata ponatur CE ſecans circulum in F, ita ut FE fiat æqualis ipſi BD ſeu AD vel AC ſemidiametro circuli, & connectatur FD. Dico continue proportionales eſſe EF, EB, FD, BC.

Quoniam enim triangula EFD, EBC angulum habent ad E communem, ipſi autem angulo ECB angulus FDE eſt æqualis, cum utriuſvis amplitudinem duplam definiat eadem circumferentia BF, ideo angulus EFD angulo EBC eſt æqualis, reliquus videlicet reliquo. Itaque ſimilia triangula ſunt EFD, EBC, & vi ſimilitudinis eſt ut EF ad EB, ita FD ad BC.

Porro actæ CD agatur æqualis & parallela BG, ſecans EC in H, & ad H educatur HI ipſi EC perpendicularis, ſecans ED in I, & connectantur GF, FB. Triangula igitur rectangula





ctangula sunt EFB, DFG. Anguli enim ad F recti sunt. Sed & anguli FBC duplam amplitudinem definit circumferentia CGF. Consequenter anguli exterioris, videlicet FBE amplitudinem duplam definit circumferentia FBD, angulus igitur FBE angulo FGD est æqualis, & reliquus reliquo. Quare triangula EFB, DFG similia sunt. Ipsi autem EFB simile est triangulum EHI, quia parallelæ sunt FB, HI, utraque secans EC perpendiculariter, hæc ex constructione, illa ex vi circuli.

Est igitur ut FD ad DG, ita EH ad EI, & ut EF ad EB, ita EH ad EI. Est autem ut EF ad EB, ita EB ad EH, propter triangulorum quoque EFB, EBH similitudinem. Quare proportionales sunt continue EF, EB, EH, EI. Sed ex ratione parallelarum est quoque ut BD id est EF ad EB, ita HC ad EH. Quare HC, EB sunt æquales. Dico EI quoque æquari BC.

In triangulo enim EBC obliquangulo, cujus altitudo CD, quadratum ex EC æquale est quadratis ex BC, EB singulis, una cum eo quod fit sub EB, BD bis. Ipsum vero quadratum ex EC, æquale quadratis ex EH, HC singulis una cum eo quod fit sub EH, HC bis. Vtrinque auferatur quadratum ex HC seu EB. Quadratum igitur ex EH una cum eo quod fit sub EH, EB bis, æquatur quadrato ex BC una cum eo quod fit sub EB, BC, id est, æquatur facto sub BC & composita ex EB, BC. Sed quadratum ex EH valet factum sub EB, EI. Facto autem sub EH, EB bis, æquatur factum sub EF, EI bis, factumve sub BC, EI. Quare factum sub EI & composita ex EB, BC, æquatur facto sub BC & composita ex EB, BC. Est igitur BC æqualis EI, & sunt continue proportionales EF, EB, EH, BC. Sed erat ut EF ad EB, ita FD ad BC. Quare FD quoque est æqualis ipsi EH, & fiunt continue proportionales EF, EB, FD, BC. Primæ autem EF extrema BC est dupla. Est enim BC diameter, & ipsa EF constructa est semidiametro æqualis. Constructæ sunt igitur quatuor lineæ rectæ continue proportionales EF, EB, FD, BC, quarum extremæ sunt in ratione dupla. Quod erat faciendum.

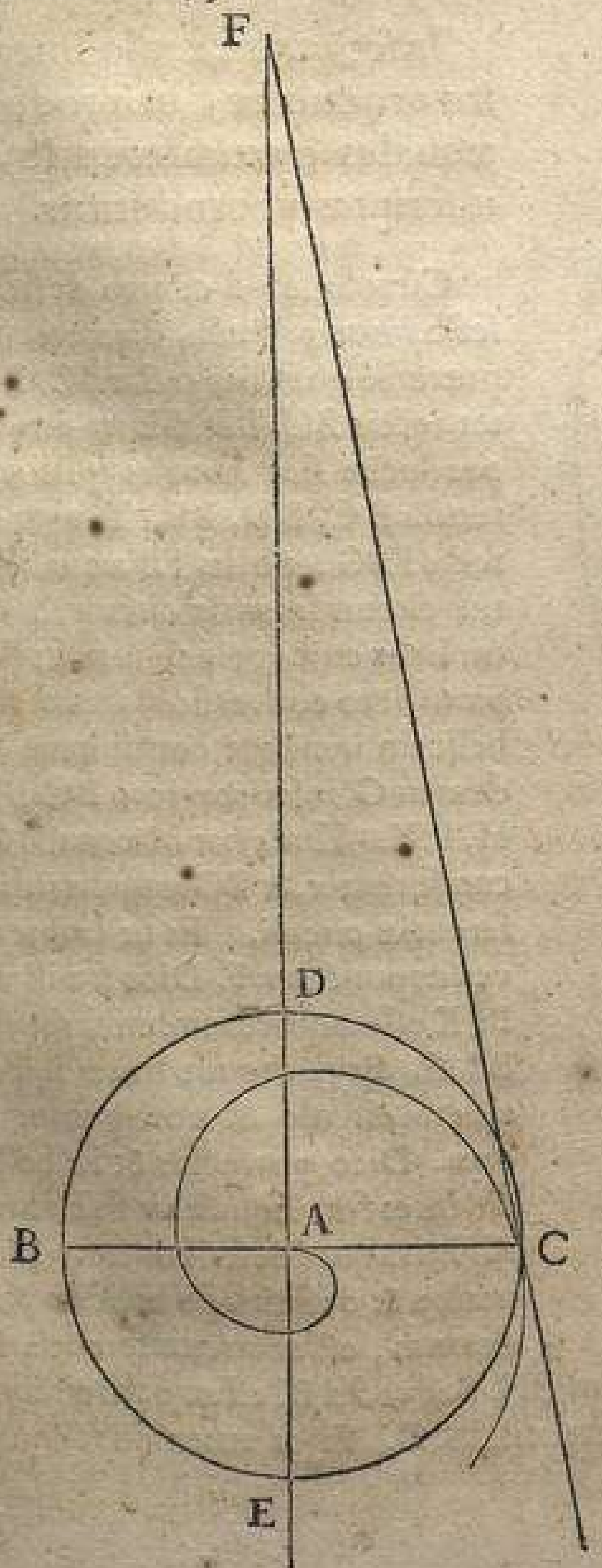
Est autem Mechanice bene obvia & absolvitur una, quod ajunt, circini adapertura.

Sit	EF	100,000,000.	I.	
Fit	EB	125,992,105.	II.	ἔγγιστα.
	FD	158,740,105.	III.	ἔγγιστα.
	CB	200,000,000.	IV.	ἀκριβῶς.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cum jubetur Arithmeticus inter 1 & 2 exhibere numerum medium proportionalem, ille vero responderit non exhiberi, quoniam numeri extremi 1 & 2 non sunt similes plani, tam apte in ea hypothesi solvit Problema de uno medio, quam si juberetur inter 1 & 4 exhibere medium proportionalem, & exhibuerit,

hibuerit 2. Problema enim Arithmeticum Inter duos numeros datos invenire numerum medium proportionalem, *intelligitur, si modo dati extremi sint similes plani, id est, invenire medium, si quidem sit aliquis medius. Sic cum jubetur inter 1 & 2 exhibere duos medios continue proportionales, ille vero responderit non exhiberi, quoniam extremi 1 & 2 non sunt similes solidi, tam apte in ea hypothesi solvit Problema de duabus mediis, quam si juberetur inter 1 & 8 exhiberi duos medios numeros continue proportionales, & exhibeat 2 & 4. Problema enim Arithmeticum* Inter duos numeros datos invenire duos medios numeros continue proportionales, *intelligitur, si modo dati numeri sint similes solidi. Similitudinem autem numerorum arguit Arithmeticus statim ac in specie dati sunt numeri. Cum autem Geometra profitetur inter datas duas lineas rectas invenire se mediam proportionalem, non satisfacit Problemati, nisi eam exhibeat, sive datæ extremæ se habeant in ratione quadrati numeri ad quadratum numerum, sive in alia quacunque, quoniam media illa de qua quæritur est re ipsa. Neque enim ut in numeris, sic in lineis perpetua est symmetria. Æque si quis profiteatur inter datas duas lineas rectas invenire se duas medias continue proportionales, non satisfaciet Problemati, nisi eas exhibeat, sive datæ extremæ se habeant in ratione cubi numeri ad cubum numerum, sive alia quacunque. cum duæ illæ mediæ quæsitæ sint re ipsa. Plane, datis duabus lineis rectis habentibus inter se proportionem numeri cubi ad numerum cubum, licebit invenire Geometrice duas medias continue proportionales. invenietur enim maxima datarum communis mensura, quæ metietur datas per numerum cubum. Metietur sane primum octies, quartam vicies septies. Prima igitur ad secundam per resolutionem Arithmeticam erit ut duo ad tria. Itaque qualium partium prima erit octo, talium secunda erit duodecim. Fit autem Geometrice ut numerus ad numerum, ita linea recta ad lineam rectam. Sed eam habitudinem numeri cubi ad numerum cubum oportebit ex lege quæstionis proponi, quoniam ut eam arguit Arithmeticus numerorum qui proponuntur, artificiosa, unitatis vi, resolutione, non ita Geometra suarum linearum, quarum nulla datur ex se, constructione.*



CAPUT VI.

Usus volutarum in dimensione circuli.

QUæ ad dimensionem circuli pertinent Problemata, soleo, missa facta Dinostrati, Nicomedis, & Hippiæ linea τετραγωνιζούσῃ, ea per Helicas Archimedeas, feliciores, meo quidem judicio, & elegantiores, quando earum vis dignius quam solet expenditur, ita absolvere.

PROPOSITIO I.

Invenire lineam rectam circumferentiæ dati circuli æqualem.

Sit datus circulus cujus A centrum, diameter BAC. Oportet invenire lineam rectam circumferentiæ dati circuli æqualem.

Diametrum BC secet perpendiculariter diameter DE, & describatur helix, cujus principium A, principium vero conversionis recta AC. Tangat autem helicem in C puncto recta CF, abscindens AD continuatam in F. Dico rectam AF toti circumcumferentiæ dati circuli ſub A centro deſcripti eſſe æqualem. Ex demonſtratis ab Archimede propoſitione xxviij περὶ ἑλικῶν.

PROPOSITIO II.

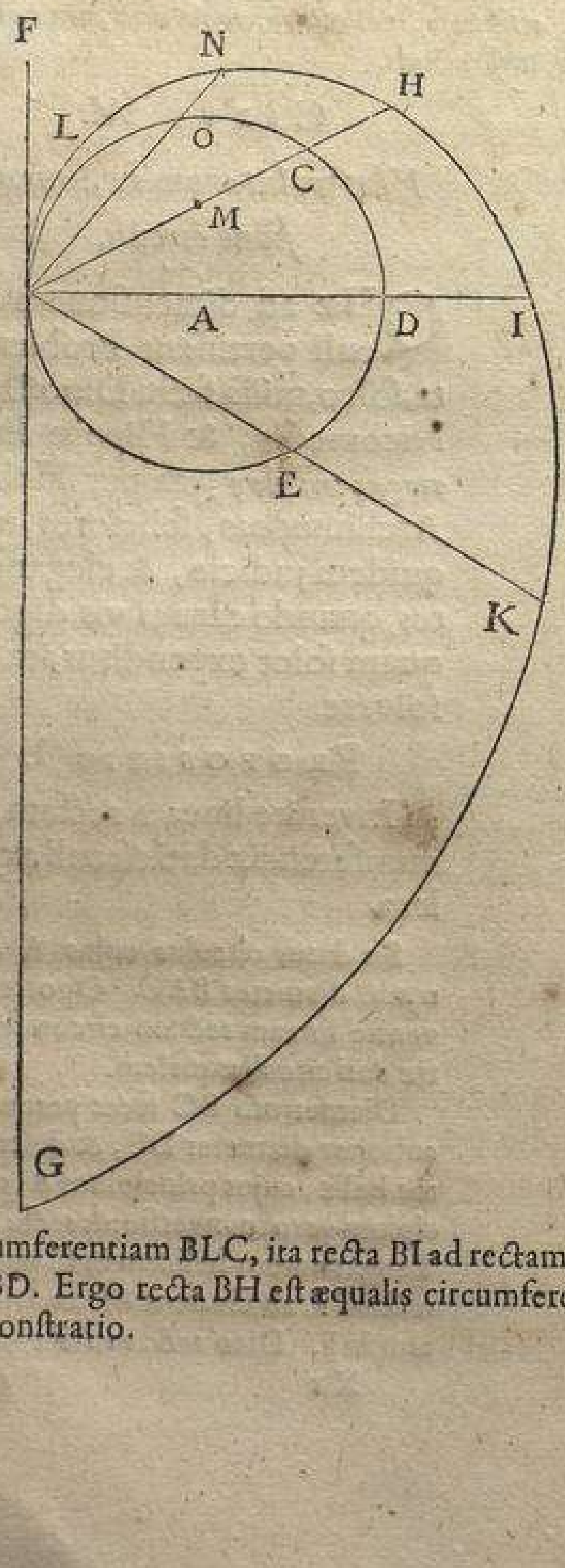
Invenire quadratum dato circulo æquale.

At per primam Archimedis ἐν κύκλου μετρήσει triangulum rectangulum cujus altitudo æqualis eſt perimetro circuli, baſis ſemi-diametro, circulo eſt æquale. Area autem cujuſvis trianguli eſt æqualis ei quod fit plano à baſe in dimidium altitudinis. Quod igitur fiet ex ſemiperimetro, & ſemidiametro circuli erit æquale circulo. Quare inter ſemidiametrum circuli, & lineam rectam æqualem ſemi-circumferentiæ ſumatur media proportionalis, à qua efformetur quadratum. Erit igitur illud circulo æquale.

PROPOSITIO III.

Invenire circulum dato quadrato æqualem.

Exponatur circulus quilibet, & is quadretur. Et fiat ut latus quadrati circulo expoſito æqualis, ad latus dati quadrati, ita ſemidiameter expoſiti ad aliam rectam. Erit igitur alia illa recta ſemidiameter inveniendi circuli. Deſcribatur itaque ex poſtulato circulus. Ergo deſcriptus dato quadrato erit æqualis.



PROPOSITIO IV.

Inſcriptas circulo lineas rectas ita producere, ut productæ ſint æquales circumferentiis, quibus inſcriptæ ſubtenduntur.

Circulo ſub A centro deſcripto: inſcribantur primum diameter BD, & præterea quælibet rectæ BC, BE. Oportet rectas BC, BD, BE ita producere, ut productæ ſint æquales ipſis circumferentiis B C, B D, BE. Tangat circulum recta FBG, poſita FB æquali duplo totius circumferentiæ circuli, & deſcribatur helix cujus principium ſit B, principium vero converſionis recta BF. Et in helicem incidant continuatæ F B quidem in G, inſcriptæ vero BC, BD, BE in H, I, K. Unde fiat BI æqualis ſemi-circumferentiæ, & BG æqualis toti circumferentiæ circuli. Et ſit L inter B & C verſus punctum F. Dico ſimiliter BCH, BEK eſſe æquales circumferentiis BLC, BL E. Et quotquot lineæ inſcribentur eidem circulo & porrigentur ad helicem. Dico porrectas & in helicem incidentes fore æquales ipſis circumferentiis intra quas deſcribuntur. Etenim ex natura & definitione helicωn Archimedearum, eſt ut circumferentia BLD ad circumferentiam BLC, ita recta BI ad rectam BH. Sed recta BI eſt æqualis circumferentiæ BD. Ergo recta BH eſt æqualis circumferentiæ BLC. Viget autem in reliquis ea ipſa demonſtratio.

PRO-

PROPOSITIO V.

Datam circumferentiam secare in imperata ratione.

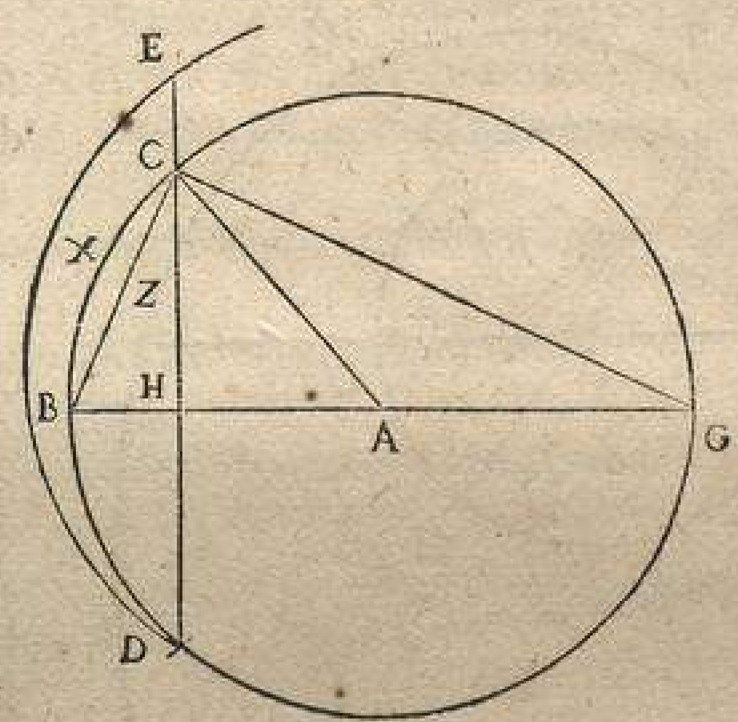
Sit circulus sub A centro descriptus, in quo detur quælibet circumferentia BC quam oporteat ita secare, ut tota BC ad partem ejusdem se habeat in ratione imperata X ad Z. Sumatur ipsi circumferentiæ BC recta BH æqualis, describendo helicem BHIG, ut in antecedente constructione, & fiat BH ad BM, sicut X ad Z. Et à puncto B incidat in helicem BIG recta BN, æqualis BM abscindens circumferentiam circuli in O. Est igitur circumferentia BC ad circumferentiam BO, sicut recta BH ad rectam BN seu BM, id est sicut X ad Z.

Quare factum est quod oportuit.

PROPOSITIO VI.

Si segmentum circuli sit minus semicirculo, id quod fit planum sub semi-diametro & differentia inter duplum circumferentiæ qua segmentum comprehenditur, & inscriptam ejusdem duplo, æquale est quadruplo ipsius segmenti.

Sub A centro describatur circulus BXCD sectus à quacumque BZC. Et sit segmentum BXCZ minus semicirculo. Ipsi autem CXB circumferentiæ sumatur circumferentia BD æqualis, & jungatur DC, producaturq; in E, ita ut DE sit æqualis circumferentiæ DBXC. Dico id quod fit planum sub AB, CE æquari quadruplo sectionis BXCZ.



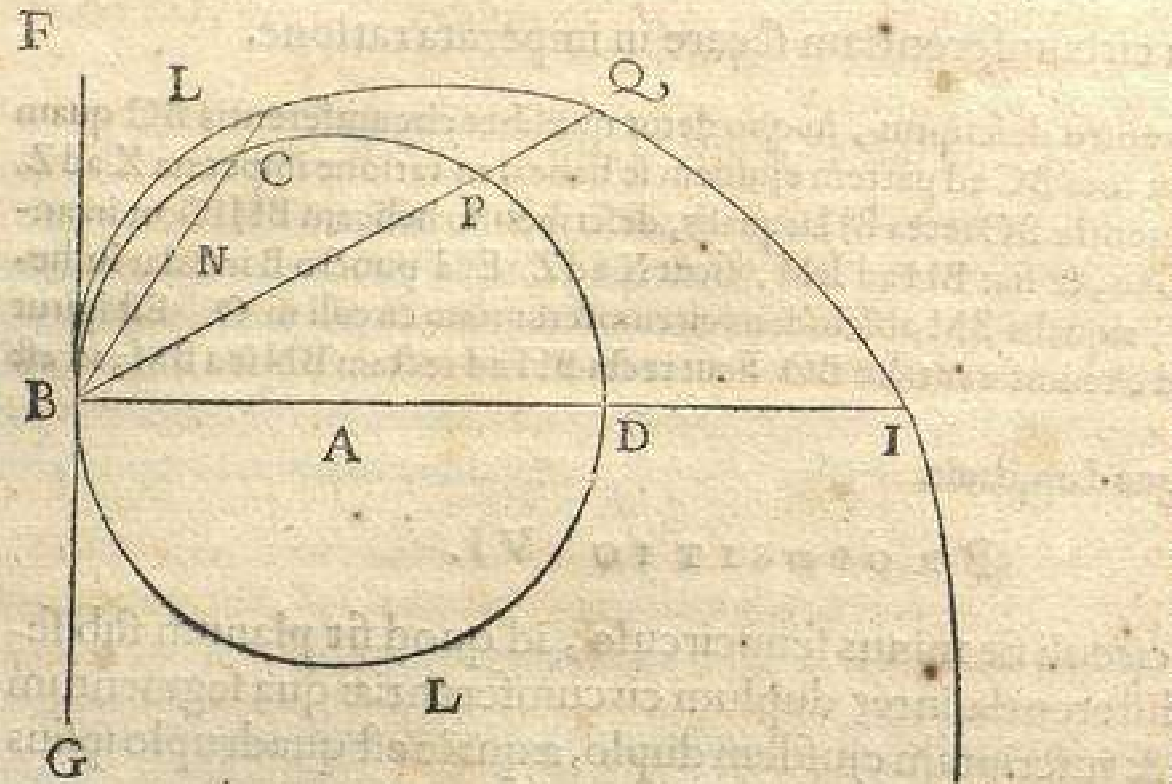
Agatur enim diameter BAG, secans CD in H, & jungantur CA, CG. Secatur igitur CD bifariam & perpendiculariter in H. Et triangulum BCG æquale est ei quod fit sub altitudine CH & AB, quæ dimidia est basis BG. Ejusdem vero trianguli BCG dimidium est triangulum CBA. Constat autem sector CAB tum segmento BXCZ tum triangulo CAB. Idem sector est æqualis dimidio ejus quod fit sub AB & circumferentia BC. Quare segmentum BXCZ una cum triangulo CAB, id est dimidio ejus quod fit sub CH, AB, æquatur dimidio ejus quod fit sub AB & circumferentia BC. Omnia quadruplicentur. Segmentum igitur BXCZ quater una cum eo quod fit sub CD, AB, æquatur ei quod fit sub AB & circumferentia DBXC, hoc est sub AB & recta DE. Utrinque auferatur id quod fit sub CD, AB. Quadruplo igitur segmenti BXCZ æquatur id quod fit planum sub AB, CE. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VII.

Dato circuli segmento invenire quadratum æquale.

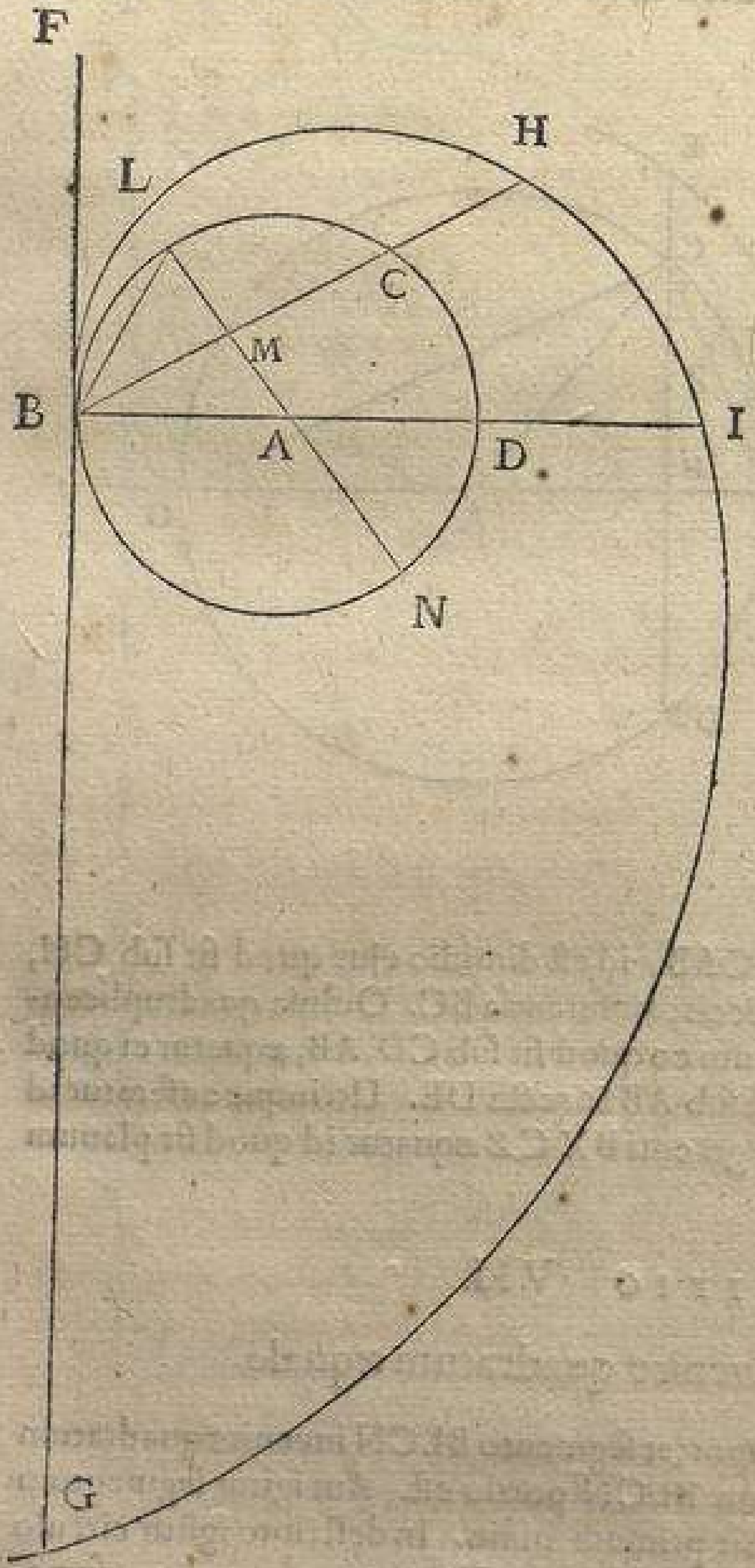
Sit datum circuli segmentum BLCN. Oportet segmento BLCN invenire quadratum æquale. Describatur circulus, cujus spacium BLCN portio est. Aut igitur segmentum BLCN minus est semicirculo, aut majus. Sit primum minus. In descripto igitur circulo suma-

sumatur circumferentia BP dupla ipsius BC & subtendatur BP & producatur in Q, ita ut recta BQ sit ipsi circumferentiæ BP æqualis, secundum jam tradita helicis idcirco describendæ præcepta.



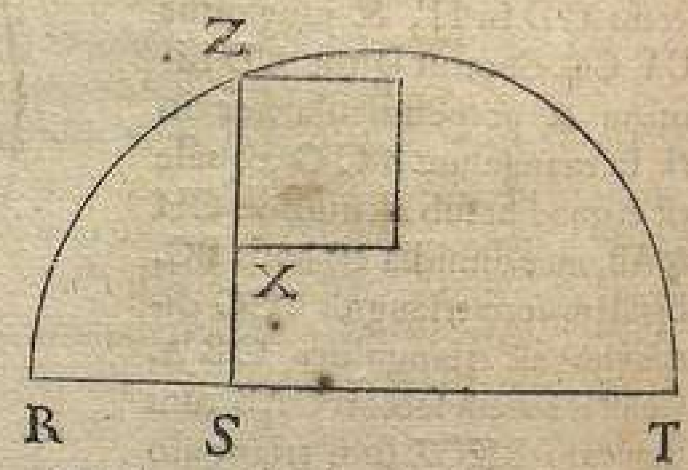
Agatur etiam semidiameter BA. Quod igitur fiet sub B A, P Q erit quadruplo segmenti BLCN æquale. Quare inter AB & PQ quæretur media proportionalis, à cujus mediæ semisse quadratum erit æquale segmento BLCN.

Quod si datum segmentum sit majus semicirculo, nihilominus quadrabitur minus, reliquum videlicet è circulo, quod cum auferetur è quadrato circulum æquante, dabitur quadratum æquale segmento majori quæsito. Itaque utrovis casu imperato satisfit.



PROPOSITIO VIII.

Datum circulum ita secare, ut segmentum sit æquale dato quadrato.



Sit datus circulus BCDN, datum quoque quadratum cujus latus ZX. Oportet circulum BCDN ita secare, ut segmentum sit æquale quadrato ex ZX. Aut igitur quadratum ex ZX minus est semicirculo vel majus. Sit primum minus semicirculo. Duplato igitur latere ZX in S, quadratum quod fit ex ZS erit quadruplum quadrati ex ZX, & ipsum quadratum ex ZS erit minus duplo circuli. Sit autem circuli diameter BAD, & cum quadratum ex ZS adplicabitur ad AB seu TS faciat latitudinem SR. Porro tangat circulum recta BF, posita BF æquali quadruplo totius circumferentiæ circuli, & describatur helix, cujus principium in B, principium vero conversionis in F, eaque dia-

diametrum BAD continuatam abscindat primum in I, contingentem vero abscindat primum in G, Ergo BI est semi-circumferentiæ æqualis & BG toti. Itaque quod fiet sub BA, BI erit æquale circulo. Quod vero sub BA, BG æquale ejusdem circuli duplo. Quadratum autem ex ZS minus est circuli duplo. Quare SR minor erit ipsa BG. Quæ quidem BG tangit circulum. Abs B igitur poterit educi recta incidens in helicen in puncto H, circulũ vero secans in puncto C, ut sit CH æqualis ipsi SR per viij Archimedis περὶ ἑλικῶν.

Educatur igitur, & secetur BC bifariam in M à diametro LAN, & jungatur BL. Dico segmentum comprehensum à circumferentia BL & recta quæ ei subtenditur esse æquale quadrato ex ZX secundum ea quæ in antecedentibus exposita sunt. Dato igitur circulo BCDN, & quadrato à latere ZX, sectus est circulus à recta BL ut segmentum minus æquale sit quadrato ex ZX. Quod erat faciendum.

Quod si datum quadratum sit majus semi-circulo, auferendum erit illud à quadrato datum circulum æquante, & ita secabitur circulus ut segmentum sit æquale illi residuo. Quo segmento dato, reliquum circuli erit segmentum majus quæsitum.

Quemadmodum autem ea quæ de quadratis dicuntur ad alias rectilineorum species possint trahi, evidens fit ex elementis.

CAPUT VII.

Ad descriptionem heptagoni propositam à F. F. C. Scholium.

DEscripturus Euclides in dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum exquisivit triangulum isosceles, in quo unusquisque angulorum qui sunt ad basin duplus esset reliqui. Sic ad inscriptionem heptagoni solet inquiri triangulum isosceles in quo unusquisque angulorum qui sunt ad basin sit triplus reliqui. Quam methodum etiam sequutus sum in Geometrico, quod anno superiore editum est, Supplemento.

Triplicem autem hujusmodi constructionem exhibet uno contextu F. F. C.

Primam Geometricam, sed veræ tantum proximam, non etiam accuratam.

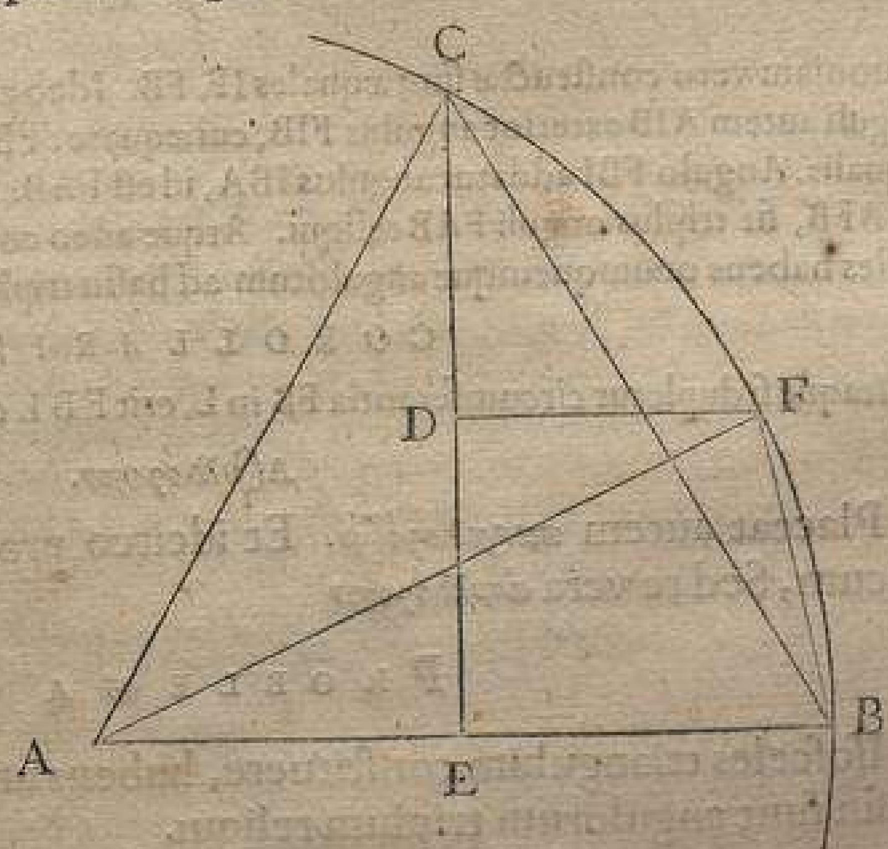
Alteram veram & accuratam, sed non Geometricam.

Tertiam Geometricam sed ἀσυλλόγιστον.

Quas singulas singulis Problematis suo ordine ita expono.

PROBLEMA I.

Triangulum isosceles constituere, habens proxime unumquemque angulorum qui sunt ad basin triplum reliqui.



Sub A centro intervallo quocunque AB describatur circulus, in cujus circumferentia sumatur BC arcus hexagoni, & cadat in AB semidiametrum perpendicularis CE, quæ secetur bifariam in D puncto, per quod agatur parallela ipsi AB, secans arcum CB in F, & jungatur FB.

Dico triangulum AFB esse triangulum isosceles habens proxime unumquemque angulorum qui sunt ad basin triplum reliqui qui ad A verticem constituitur.

Æqualia enim sunt crura AF, AB, ut pote semidiame-

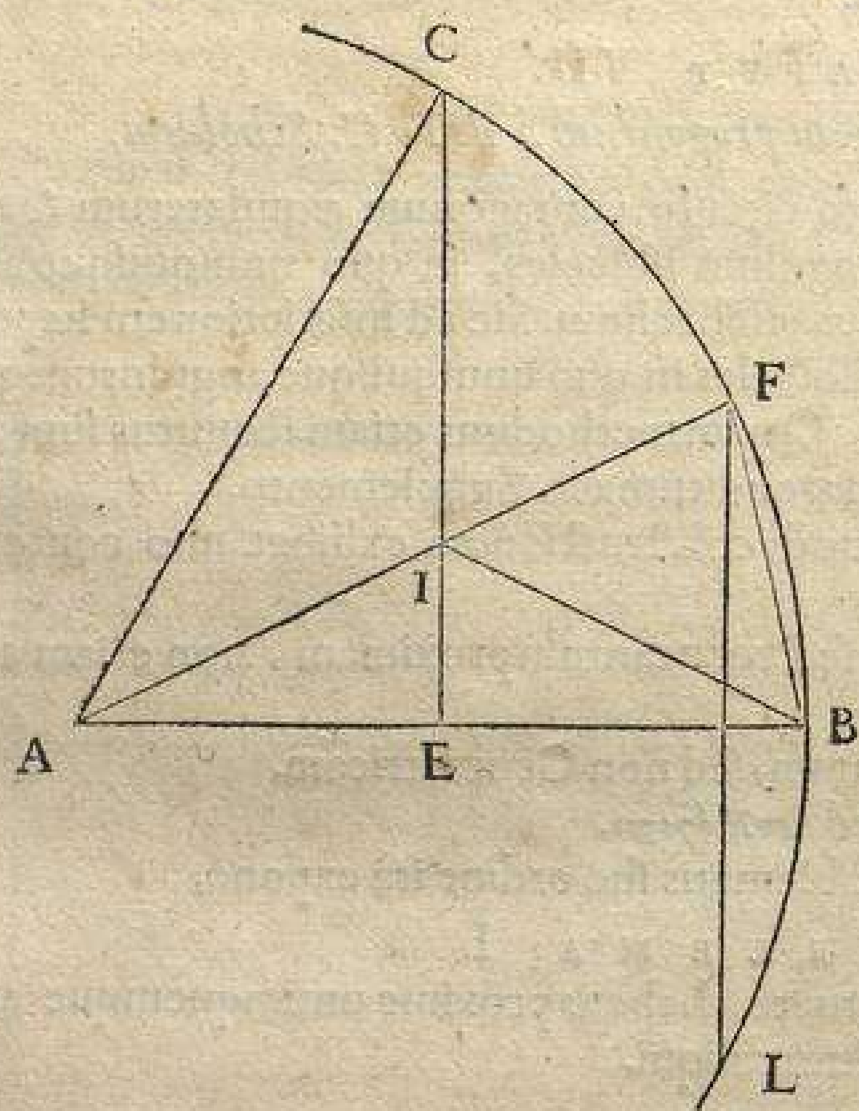
tri

tri ejusdem circuli, arcui autem FB congruus sinus est DE, dimidia totius CE. Sit igitur AC particularum 100, 000. talium fit AE 50, 000, & CE 86, 602. Itaque DE est 43, 301, cui sinui congruit ex Canone circumferentia xxv. partium cum besse partis unius proxime, constituto angulo recto earumdem xc, seu tota circumferentia ccclx. Septima autem pars duorum rectorum continet partes xxv cum quinque-septimis partis unius. Quinque vero septimæ non multo majores sunt besse. Est igitur circumferentia FB amplitudo anguli bene proximi septimæ parti duorum rectorum. Tanta autem est amplitudo anguli FAB. Quare anguli AFB, ABF continent singuli prope tres septimas. Itaque unusquisque eorum est prope triplus reliqui, Quod erat ostendendum.

PROBLEMA II.

Isosceles triangulum constituere Mechanica ratione, habens unumquemque angulorum qui sunt ad basin triplum reliqui.

Sub A centro intervallo quocunque describatur circulus, in quo sumatur circumferentia hexagoni CB. Cadat autem in actam semidiametrum AB perpendicularis CE, & aliqua Mechanica ratione (id enim non postulat Geometria) agatur altera semidiameter AF, quæ ita secet arcum CB in F; perpendicularem vero CE in I, ut cum subtendetur arcus FB, rectæ IB, FB sint æquales.



Dico triangulum AFB esse isosceles, & habere unumquemque angulorum qui sunt ad basin triplum reliqui.

Crura enim AB, AF sunt æqualia, cum sint semidiametri ejusdem circuli. Itaque anguli quoque AFB, ABF erunt æquales. Iungatur autem BI. Fiunt igitur duo triangula rectangula AIE, BIE, bases habentia æquales AE, EB; altitudinem vero IE communem. Quare hypotenusæ quoque AI, IB sunt æquales. Sunt igitur ut lateribus sic & angulis æqualia triangula AIE, BIE. Et est angulus IAE æqualis angulo IBE. Quoniam vero constructæ sunt æquales IF, FB. Ideo anguli FIB, FBI sunt æquales. Trianguli autem AIB exterior angulus FIB, cui æquatur FBI, binis IAB, IBA interioribus est æqualis. Angulo FBI addatur angulus IBA, id est FAB. Angulus itaque ABF, seu ei æqualis AFB, fit triplus anguli FAB reliqui. Atque adeo constitutum est ABF triangulum isosceles habens unumquemque angulorum ad basin triplum reliqui.

COROLLARIVM.

Itaque si dupletur circumferentia FB in L, erit FBL circumferentia heptagoni.

Ἀσυλλόγιστον.

Placeat autem παραλογίζειν. Et idcirco proponatur tanquam Geometricum, Sed re vera ἀσυλλόγιστον

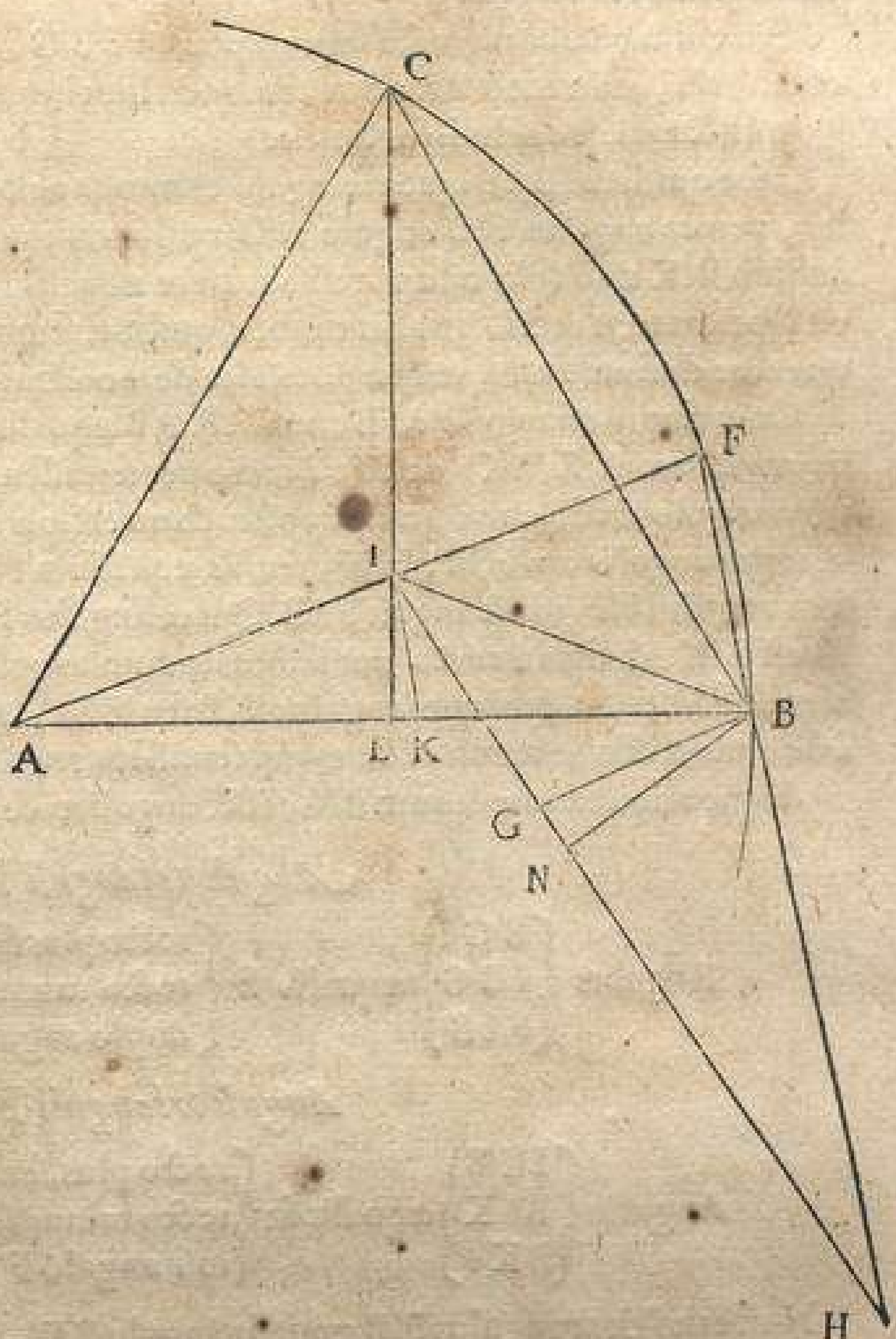
PROBLEMA III.

Isosceles triangulum constituere, habens unumquemque eorum qui ad basin sunt angulorum triplum reliqui.

Ἔκθεσις

Ἔκθεσις. Sub A centro, intervallo quocunque AB, describatur circulus, in quo sumatur circumferentia hexagoni BC, & cadat in semidiametrum AB perpendicularis CE, agatur autem altera semidiameter AF, secans CB in quocunque F puncto, perpendicularem vero CE in I. (Ecquid enim attinet ad constructionem secare CE bifariam in D, & per D agere parallelam ipsi AD, ad indicandum F punctum cum in quibuscunque sectionibus eadem omnino vigeat argumentatio?) Denique jungatur FB.

Διορισμὸς πρῶτος. Dico rectas IE, EB esse æquales.



Κατασκευή. Producatur enim ,,
recta FB quantumvis in H, ad re- ,,
ctam FI & ad signum ejus I angu- ,,
gulus constituatur FIH angulo ;,
FBA æqualis (per 23 primi,) per ,,
signum I recta IK parallela fiat re- ,,
ctæ FB, per signum vero B paral- ,,
lela fiat rectæ FI recta BG, juncta ,,
BI, & demissa in IH perpendicu- ,,
lari BN. ,,

Ἀπόδειξις I. Quoniam igitur ,,
isoscelium ABF, HIF anguli sunt ,,
æquales & AFH utrique commu- ,,
nis, æquiangula & similia erunt ,,
ABF & HIF isoscelia. Quia vero ,,
trianguli ABC perpendicularis ,,
CE secat basin AB bifariam in E ,,
& ad rectos AEI, BEI angulos, ea ,,
latera AI, IB & angulos EAI, EBI ,,
facit adinvicem æquales (per 4 ,,
sexti) cum proportionalia sint sin- ,,
gula singulis latera. Cæterum cum ,,
triangulorum ABF & HIF trape- ,,
zia BFIK & IFBG sint æquiangu- ,,
la. (Atque hæc apodictica hacte- ,,
nus vera sunt, sed jam sequitur pa- ,,
ralogismus) & in similia triangula ,,
dividantur, scilicet BIG & IFB. A- ,,
liud in IBK & IFB sectis angulis ,,
oppositis ex 20 sexti. Et triangu- ,,
lum IBF sit commune, sequetur (ex ejusdem Monito) basin BF unius esse ad dimetien- ,,
tem BI, ut alia basis FI ad eandem dimetientem BI, & idcirco æquales BF & FI (per no- ,,
nam quinti) ,,

Ἀπόδειξις II. Rursus & secundo cum isoscelium ABF & HFI bases ac reliqua latera sint ,,
proportionalia, si aliqua basis BF sit major FI basi reliqua, latus FI majus erit latere BF ,,
(cum sint similia triangula BFI & IBF,) sed & minus nempe æquale basi IF minore sup- ,,
posita, quod fieri non potest. Itaque erunt BF & IF rectæ æquales. ,,

Ἀπόδειξις III. Rursus & tertio in triangulis BFI, IFB æqualibus & habentibus unum ,,
angulum BFI uni IFB æqualem, utraque rectarum FI, FB est communis basi unius ac la- ,,
teri alterius reciproce (per 15 sexti) & proinde æqualia erunt isoscelis IFB latera IF ipsi FB, ,,
& anguli qui ad basin IB æquales. ,,

Διορισμὸς δεύτερος. Secundo dico angulorum ABF, AFB unumquemque esse triplum ,,
reliqui. ,,

Ἀπόδειξις. Trianguli enim AIB exterior angulus FIB vel FBI illi æqualis, binis IAB, ,,
IBA interioribus est æqualis, cui addatur IBA æqualis ei qui ad A. Totus AFB & proin- ,,
de reliquus ABF triplus erit anguli BAF reliqui. ,

Συμπέρασμα. Isosceles itaque triangulum ABF habens unumquemque eorum ABF, ,,
AFB qui ad basin sunt angulorum triplum reliqui qui ad A, constituimus. ,,

Elen-

Elenchus Syllogismi.

At vero libere acta fuit AF per quodcunque segmentum circumferentiæ CB. Itaque sequeretur quamcunque circumferentiam FB, modo faciat partem ipsius hexagoni CB, esse amplitudinem septimæ partis duorum rectorum. Hoc autem omnino est absurdum.

Est igitur in exposita demonstratione ἀσυλλογισία.

Conclusio secunda prorsus vera est, & syllogistica.

At in prima fallacia est.

Etsi enim quæ constructa sunt trapezia I F B G, B F I K sint & bene demonstrentur æquiangula, non ideo lateribus censenda sunt homologa. Itaque triangulum IBG triangulo IBK male concluditur simile.

Latus quidem IB utrique triangulo commune est & angulos IGB, IKB subtendit æquales, verum angulus FIB angulo BKI nullo casu potest esse æqualis. Idem angulus FIB angulo BIK uno solo casu potest accidere æqualis, videlicet, cum angulus FAB duarum est septimarum recti. In aliis casibus quibuscunque inæqualitas est, & laterum consequenter dissimilitudo, eaque potest ita demonstrari.

Cum sint in triangulo AFB crura AF, AB æqualia, uterque angulorum AFB, FBA, seu iis æqualium AIK, AKI deficit à recto per semissem anguli FAB, seu ei æqualis IBA. Æque in triangulo IHF, quod simile constructum est ipsi ABF, cum sint crura HI, HF æqualia, uterque angulorum HFI, HIF, seu iis æqualium HBG, HGB deficit à recto per semissem anguli IHF, id est anguli FAB. Quare angulus FBI, cui ex ratione parallelarum æqualis est BIK, deficit à recto per sesquialterum anguli FAB. Angulus autem FIB duplus fit anguli FAB. Ac denique angulus IKB seu BGI, quem angulus IKA vel BGH relinquit è duobus rectis, excedit rectum per semissem anguli FAB.

Atque adeo triangulorum BIG, IBK anguli ita se habebunt.

Anguli trianguli B I G.

$$\text{Angulus}\left\{\begin{array}{l}\text{B G I}\\ \text{I B G}\\ \text{F I B}\end{array}\right\}\text{æqualis fit}\left\{\begin{array}{l}\text{recto plus semisse anguli F A B}\\ \text{recto minus }\tfrac{3}{2}\text{ anguli F A B}\\ \text{duplo anguli F A B.}\end{array}\right.$$

Anguli trianguli I B K.

$$\text{Angulus}\left\{\begin{array}{l}\text{I K B}\\ \text{B I K}\\ \text{B K I}\end{array}\right\}\text{æqualis fit}\left\{\begin{array}{l}\text{recto plus semisse anguli F A B}\\ \text{recto minus sesquialtero anguli F A B}\\ \text{ipsi angulo F A B.}\end{array}\right.$$

Non erit igitur angulus FIB æqualis angulo BKI, neque enim duplum est æquale simplo. Utrique vero, sive angulo FIB sive angulo BIK, addatur sesquialter anguli FAB. Triplus igitur angulus F A B cum semisse ejusdem æquabitur recto. Itaque in alia proportione quacunque anguli FIB, IBK erunt inæquales.

Omnino æqualitates cubicas non adgnoscit Geometria suis contenta solitis postulatis. Qui autem tesseradecagonum describit vel heptagonum, in æquationem incidit cubicam, ut est in Analyticis expositum. Atque ex jam constructo Mechanica ratione schemate sic potest demonstrari. Hic igitur esto

PROTASIS IV. THEOREMA.

Si angulus acutus trianguli rectanguli fuerit septima pars recti, solidum sub hypotenusa dimidia & quadrato perpendiculi, minus ipsius perpendiculi cubo, æquabitur cubo hypotenusæ dimidiæ, minus solido duplo sub perpendiculo & hypotenusæ dimidiæ quadrato.

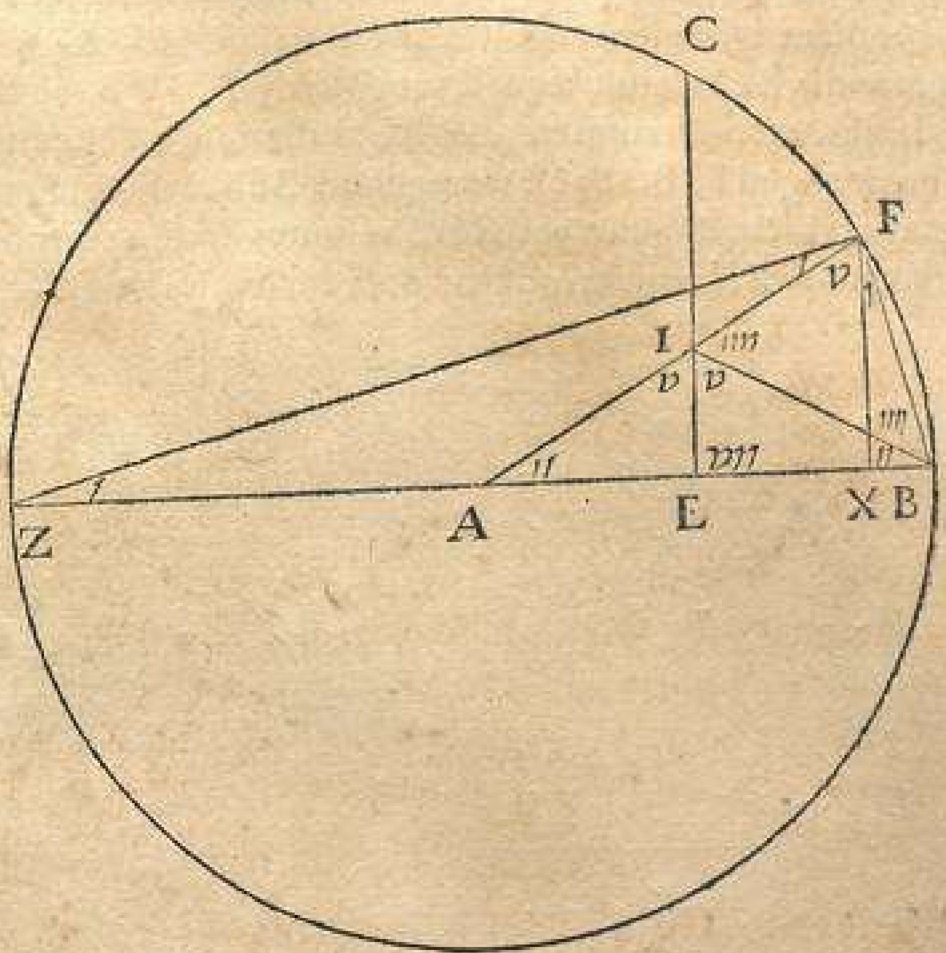
Sit triangulum ZFB, habens angulum ad F rectum; ad Z vero æqualem septimæ parti recti, & secetur ZB bifariam in A.

Dico solidum sub AB & quadrato ex FB, minus cubo ex FB, æquare cubum ex AB, minus solido duplo sub FB & quadrato ex AB.

Centro enim A intervallo AB seu AZ describatur circulus. Circumferentia igitur illius

lius

lius transibit per F, cum sit angulus ZFB rectus, & acta semidiametro AF fiet triangulum AFB crurum æqualium AF, AB. Quoniam autem angulus F Z B est septima pars recti, ideo constituto angulo recto ZFB partium septem, earumdé angulus F Z B erit pars una, & angulus F B A seu A F B partium earumdem sex. angulus vero F A B duarum. Secetur autem AB bifariam in E. Itaque in A B cadat è circumferentia perpendicularis CE, abscindens AF in I, & connectatur B I. Triangula igitur A E I, B E I æqualium sunt laterum & angulorum, habentia angulum ad E rectum, & angulum I A E angulo I B E æqualem. Definitus est autem angulus totus F B Z partium sex, qualium rectus est septem. Angulus vero I A E seu I B E earumdem duarum. Cum itaque ab angulo FBZ auferentur partes duæ ad angulnm IBE. Erit angulus FBI quatuor earumdem partium qualium etiam sex constitutus est angulus IFB. Quare angulus FIB erit earumdem quoque quatuor partium ut compleantur duo recti, quos tres anguli trianguli IFB adæquent. Est igitur triangulum IFB æqualium quoque crurum IF, FB, cum sint anguli FBI, FIB æquales.



Cadat porro in AB perpendicularis FX. Est igitur FB media proportionalis inter ZB, id est AB duplam, & XB differentiam inter AB & AX. Quare quadratum ex FB æquale est duplo quadrato ex AB, minus eo quod fit bis sub AB, AX. Et consequenter solidum quod fit sub AI & quadrato ex FB æquabitur solido duplo sub AI & quadrato ex AB, minus eo quod fit bis sub AI, AB, AX. At vero est ut AI ad AE, ita AF seu AB ad AX Duplum igitur planum sub AI, AX æquale est quadrato ex AB. Itaque solidum quod fit sub A I & quadrato ex FB, æquabitur solido duplo sub AI & quadrato ex AB, minus cubo ex AB. Est autem AI differentia inter AB & IF, seu FB. Quare solidum quod fit sub AB & quadrato ex FB, minus cubo ex FB, æquale est cubo ex A B, minus solido duplo sub FB & quadrato ex AB. Quod erat ostendendum.

Sit AB 1. FB 1 N. 1 Q — 1 C, æquatur 1 + 2 N.

Sit Z B 200, 000, 000, fit F B latus tessere-decagoni circulo inscripti 44, 504, 187, cujus Z B est diameter.

PROTASIS V. THEOREMA.

Si angulus acutus trianguli rectanguli fuerit dupla septima pars recti: cubus è base, minus solido sub hypotenusa dimidia & ipsius basis quadrato, æquabitur duplo solido sub base & hypotenusæ dimidiæ quadrato, minus ipsius hypotenusæ dimidiæ cubo.

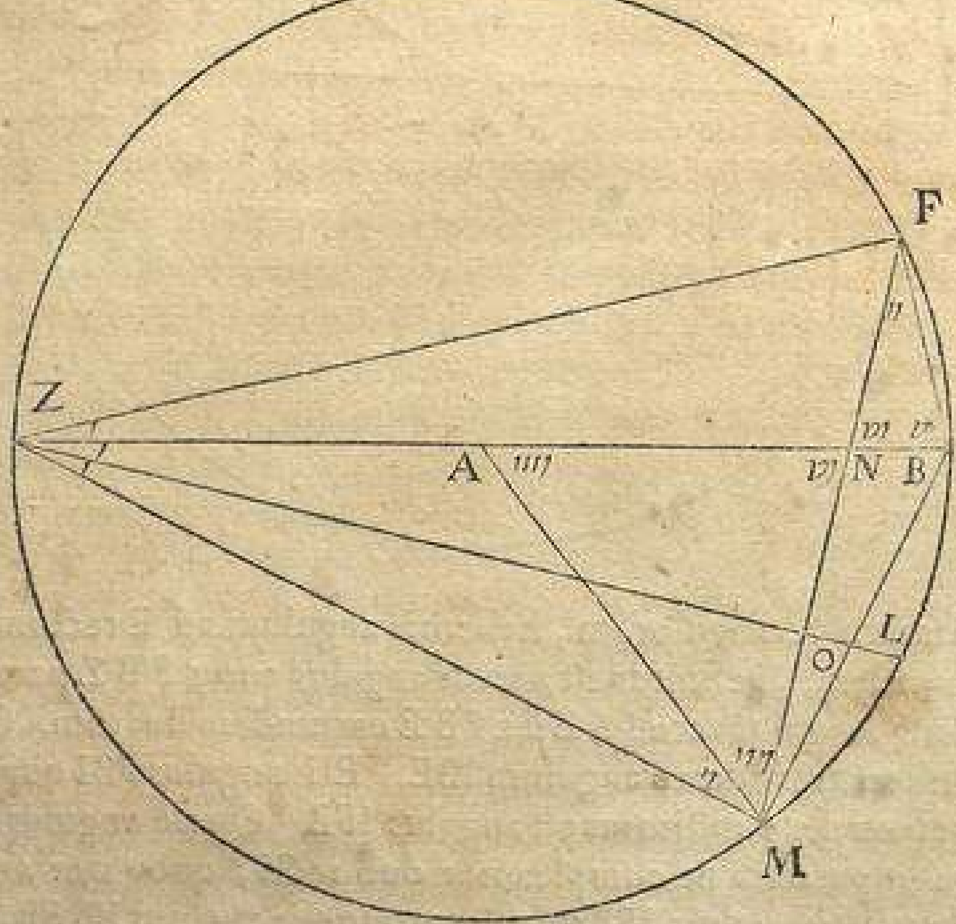
Sit triangulum ZMB, habens angulum ad M rectum; ad Z vero æqualem duabus septimis recti, & secetur ZB bifariam in A.

Dico cubum ex Z M, minus solido sub A B & quadrato ex Z M, æquari solido duplo sub Z M & quadrato ex AB, minus cubo ex AB.

Centro enim A, intervallo AB seu AZ describatur circulus. Circumferentia igitur illius transibit per M, cum sit angulus Z M B rectus. Secetur autem bifariam circumferentia

rentia BM in L, & ipſi circumferentiæ BL ſumatur æqualis circumferentia BF, & jungantur rectæ FB, FM, ZL. Ipſaque FM abſcindat diametrum ZB in N, ZL vero in O.

Quoniam igitur ſive anguli BZM ſive anguli MFB definit duplam amplitudinem circumferentia BLM, erunt æquales anguli MZB, MFB, ac ſinguli duarum ſeptimarum recti. Ipſius autem circumferentiæ BLM dimidia eſt circumferentia FB, definiens amplitudinem anguli FZB. Et eſt triangulum ZFB rectangulum. Quare angulus FZB erit ſeptima pars recti, angulus vero FBZ reliquus è recto continebit ſex ſeptimas. Cum itaque in triangulo FBN angulus ad F ſit duarum ſeptimarum recti, angulus vero ad B ſex ſeptimarum, reliquus FNB erit quoque ſex ſeptimarum, ut compleantur duo recti. Quare crura FN, FB erunt æqualia. Triangulo autem FNB ſit ſimile triangulum Z N M. Itaque in eo crus ZN cruri quoque Z M erit æquale, atque adeo ZL ſecabit M N in O ad angulos rectos, cum ſecet & baſin & angulum verticis bifariam. Et ideo erunt ſimilia triangula Z O N ſeu Z O M & Z B F.



Et quoniam anguli BZM duplus eſt angulus BAM, & conſequēter quatuor ſeptimarum; cum hic è centro ille ſit è circumferentia; angulus vero FNB conſtitutus eſt ſex ſeptimarum: ideo in triangulo ANM reliquus angulus AMN erit quoque quatuor ſeptimarum ad complendum duos angulos rectos, & fient rectæ AN, MN æquales.

Et vero ob ſimilitudinem triangulorum Z O N, Z B F, erit ut Z B ad F N, ita Z N ad O N. Itaque quod fiet ſub Z N, F N id eſt B F, æquale erit ei quod fit ſub O N, Z B, id eſt ſub M N, A B.

Et quoniam ſubtenſæ Z B, FM ſeſe interſecant in N, eſt ut ZN ad MN, ita FN id eſt FB ad NB. Et per conſequens ut Z N ad MN, ita quod fit ſub FB, ZN, id eſt ſub MN, AB ad id quod fit ſub NB, ZN. Sed MN ſeu A N differentia eſt inter Z N ſeu Z M & ZA ſeu AB. Et NB differentia eſt inter ZB ſeu AB bis & ZM. Quare per interpretationem, erit ut ZM ad ZM minus AB, ita quod fit ſub ZM, AB, minus quadrato ex AB ad id quod fit ſub ZM, AB bis, minus quadrato ex ZM. Et ſubducendo erit, ut ZM ad AB, ita quod fit ſub ZM, AB, minus quadrato ex AB ad quadratum ex ZM, minus quadrato ex AB, & inſuper eo quod fit ſub ZM, AB. Et cum quæ fiunt ſolida ſub extremis analogiæ illius terminis comparabuntur iis quæ fiunt ſub extremis, & utrobique addatur ſolidum ſub AB & quadrato ex ZM. Cubus ex ZM, minus ſolido ſub AB & quadrato ex ZM æquabitur ſolido duplo ſub ZM & quadrato ex AB, minus cubo ex A B. Quod erat oſtendendum.

Sit AB 1. ZM 1 N. 1 C — 1 Q, *æquabitur* 2 N — 1.

Sit ZM 200, 000, 000, *fit* ZM 180, 193, 774. *Itaque recta* BM *ſeu* FL *fit* 86, 677, 748 *latus heptagoni circulo inſcripti cujus* ZM *eſt diameter.*

CAPUT VIII.

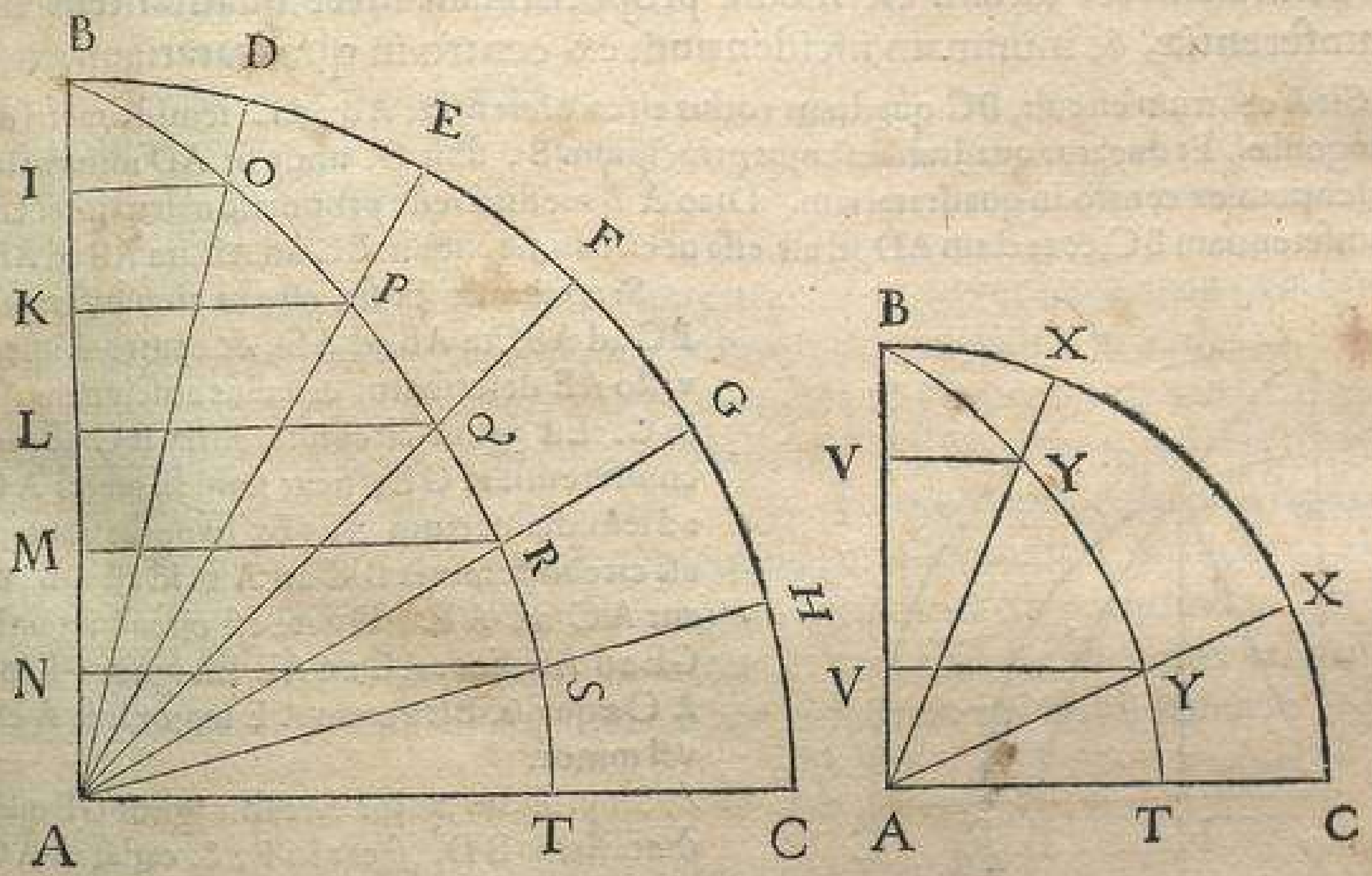
Γραμμὴ τετραγωνίζουσα.

QUid sit, γραμμὴ τετραγωνίζουσα, & quis ejus effectus, quæve miracula ἐν τῇ κύκλου μετρήσει καὶ τομῇ, ita expendo.

PROPOSITIO I.

Quadratariæ hypotyposin exhibere.

Sit A centrum circuli, B C quadrans totius circumferentiæ, A B, A C semidiametri orthogoniæ. Secetur autem BC in partes quotcunque æquales, ut pote sex BD, DE, EF, FG, GH, HC, & agantur semidiametri AD, AE, AF, AG, AH. Secetur quoque B A in partes totidem nempe sex, & sint illæ B I, I K, K L, L M, M N, N A, & ipsi AC agantur parallelæ IO, KP, LQ, MR, NS, secantes semidiametros AD, AE, AF, AG, AH in punctis O, P, Q, R, S. Porro intelligatur duci linea per puncta B, O, P, Q, R, S, & cadere ad A C in puncto T uniformi progressu, nempe ut cum semidiameter BA &

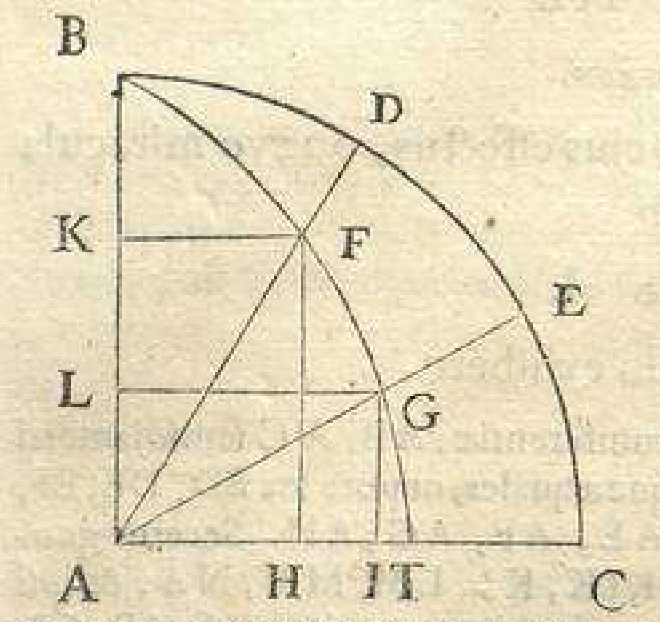


circumferentia BC secabuntur similiter, illa in V hæc in X, & per V acta ipsi AC parallela secabit AX in Y, transeat BT per Y, atque adeo cum ad punctum B describetur ipsi AC parallela BZ, & movebitur illa per singula ipsius BA puncta eo ipso tempore, & uniformi motu, quo semidiameter AB circum agit BC, linea BT transeat per puncta sectionum ipsarum BZ, BA, talis BT est γραμμὴ τετραγωνίζουσα seu (quandoquidem quadratarii voce utitur Sidonius Apollinaris) quadrataria, cujus principium B, finis T. puncta parodica O, P, Q & similia, incidentes à centro ad quadratariam AB, AO, AP, AQ & similes, quarum maxima est AB semidiameter, minima AT.

PROPOSITIO II.

Si ex centro circuli incidant in quadratariam lineæ rectæ, & à puncto incidentiæ demittantur in diametrum, in qua desinit quadrataria, perpendiculares: demissæ sunt similes angulis quibus illæ subtenduntur.

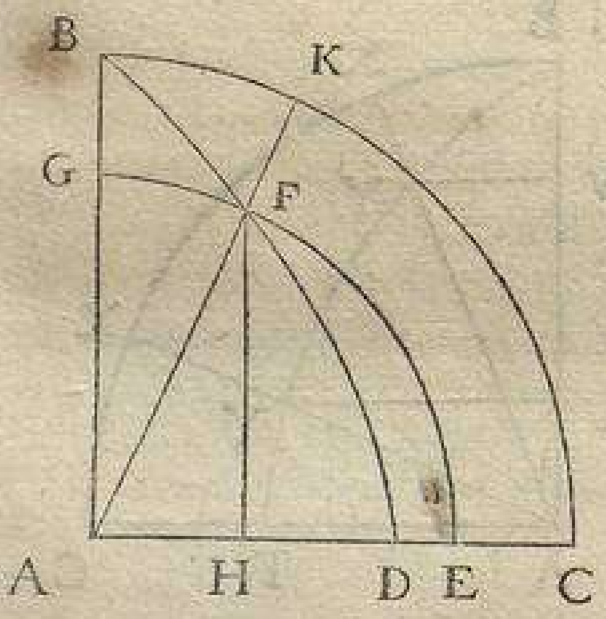
Sit A centrum circuli. BC quadrans totius circumferentiæ, AB, AC semidiametri orthogoniæ. Et ad B C agantur ad quæcunque D, E puncta circumferentiæ semidiametri AD, AE, AD, AE, quas ducta quadrataria BT principium habens in B finem in T, secet in F, G. Et in AT demittantur perpendiculares FH, GI. Dico esse ut FH ad GI, ita angulum FAH ad angulum GAI. Cadant enim in AB perpendiculares FK, GL. Quoniam igitur F, G puncta sunt parodica quadratariæ, secta est semidiameter BA in K, L similiter ac circumferentia BC in D, E. Itaque est ut BA ad KA, ita circumferentia BC ad circumferentiam DC, & ut BA ad LA, ita circumferentia BC ad circumferentiam EC. Quare est KA ad LA, ut circumferentia DC ad circumferentiam EC. Et vero KA, LA sunt ipsis FH, GI æquales. Et circumferentia DC est amplitudo anguli FAH, & circumferentia EC amplitudo anguli GAI. Quare est ut FH ad GI, ita angulus FAH ad angulum GAI. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO III.

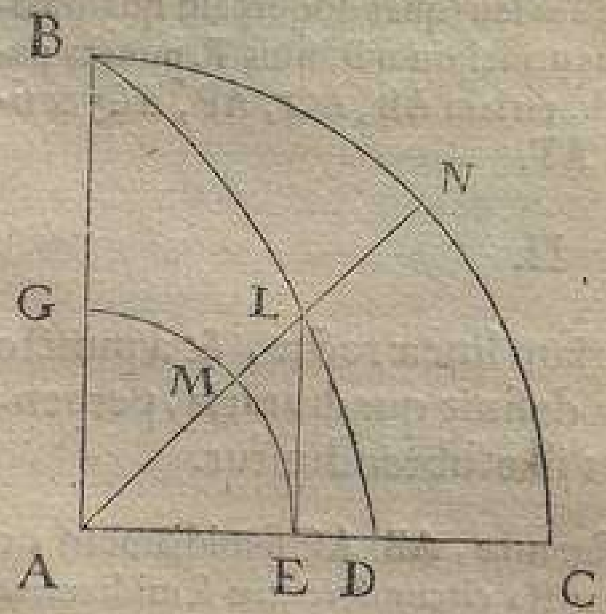
Semidiameter circuli est media proportionalis inter quadrantem circumferentiæ, & minimam incidentium ex centro in quadratariam.

Sit A centrum circuli, BC quadrans totius circumferentiæ, AB, AC semidiametri orthogoniæ. Et ducatur quadrataria cujus principium B, finis D. unde fit AD minima incidentium ex centro in quadratariam. Dico AB mediam esse proportionalem inter circumferentiam BC, & rectam AD, id est, esse ut circumferentiam BC ad AB, ita AB ad AD.



Si enim non ita sit, esto ut circumferentia BC ad AB, ita AB ad AE, & centro A intervallo AE describatur circulus abscindens AB in G. Est igitur circumferentia BC ad circumferentiam GE, sicut semidiameter AC ad semidiametrum AE. Ex hypothesi autem est circumferentia BC ad AC id est AB, sicut AC ad AE. Quare est circumferentia GE ad AE, sicut AC ad AE. Est igitur GE ipsi AC æqualis. Est autem AE major ipsa AD, vel minor.

Sit primum major. Secabit igitur GE quadratariam BD. secet in F, & cadat in AC perpendiculariter FH, & connectatur AF, & producatur ad circumferentiam BC, quam secet in K. Est igitur BC ad KC, sicut GE, id est AC ad FE. BC autem ad KC est, sicut BA ad FH: erit igitur BA ad FH, sicut AC ad FE. Sed BA, AC sunt æquales, FH igitur & FE essent quoque æquales. Hoc autem est absurdum. Dupla enim FH duplo circumferentiæ FE inscribitur. Cedit autem circumferentiæ inscripta. Non est igitur AE major quam ipsa AD.



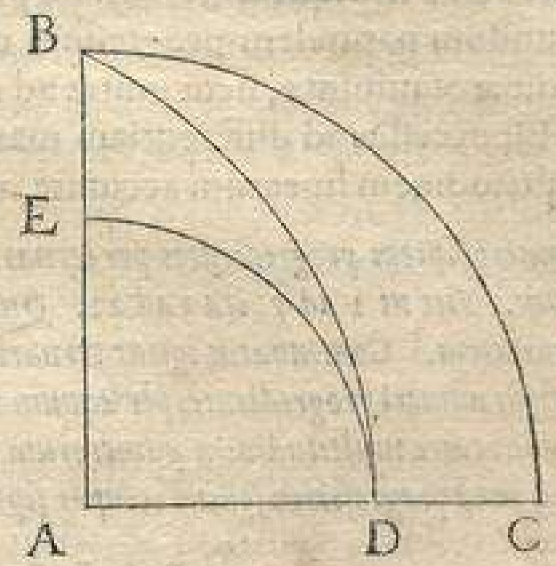
Secundo sit AE minor quam AD. Circulum igitur GE tangat ad E recta secans quadratariam in L. Et jungatur AL & producatur ut ante ad circumferentiam BC, quam secet in N; GE vero in M. Est igitur BC ad NC, sicut GE id est AC ad ME. BC autem ad NC est, sicut BA ad LE. Est igitur BA ad LE, sicut AC ad ME. Sed BA, AC sunt æquales. Æquales igitur quoque essent LE, ME. Hoc autem est absurdum. Dupla enim ipsius LE circumscribitur duplo circumferentiæ ME. Præ-

ME. Præstat autem circumferentiæ circumscripta. Non est igitur AE minor quam ipsa AD. Cum itaque AE non sit minor ipsa AD neque major, est igitur ipsi æqualis. Quare est ut BC ad AB, ita AB ad AD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IV.

Semidiameter circuli est æqualis quadranti circumferentiæ circelli homocentri intervallo æquali minimæ incidentium ex centro in quadratariam descripti.

Sit A centrum circuli, BC quadrans totius circumferentiæ, AB, AC semidiametri orthogoniæ. Et ducatur quadrataria cujus principium B, finis D. & centro A intervallo AD describatur circellus abscindens AB in E, unde fit ED quadrans totius circumferentiæ circuli sub A centro intervallo AD descripti. Dico semidiametrum AB esse circumferentiæ ED æqualem.



Est enim AC seu AB ad AD, sicut circumferentia BC ad circumferentiam ED. cum illæ rectæ sint semidiametri suorum circulorum, hæ circumferentiæ, & singulæ quadrantes sui totius. Sed est quoque AB ad AD, sicut circumferentia BC ad AB, ex jam demonstratis. Ergo AB æqualis est circumferentiæ ED. Quod erat ostendendum.

Atque his datæ quidem circumferentiæ licet invenire lineam rectam æqualem, atque adeo quadrare circulum, & quodlibet circuli segmentum. Et contra, datæ lineæ rectæ licet invenire circumferentiam æqualem, & dato quadrato invenire circulum æqualem. At vix dato quadrato invenietur dati circuli segmentum æquale. Quod tamen opus concessis helicibus absolvitur eo ipso, quod ad supplementum Geometriæ inductum est, postulato. Itaque majora sunt helicis quam quadratariæ commoda. Sed & quadrataria est δυσμηχανωτέρη, quanquam fortassis non minus feliciter quam helix æqualitatem lineæ rectæ & circumferentiæ comprobet.

CAPVT IX.

Γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχουσαι.

Cum ab extremitate diametri circuli, secta circumferentia in partes quotcunque æquales, educuntur rectæ per quælibet æqualium sectionum puncta, eductas autem terminat helix ab eadem extremitate ducens exordium, fiunt γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχουσαι, quæ ad percipiendum vim helicis non infeliciter lineis rectis à circumferentia conclusis comparantur. Sed & hujusmodi lineis æqualiter sese excedentibus firmatur valde multangulorum numerorum doctrina, in quibus nulla non recondi mysteria Platonici testantur. Quamobrem περὶ τούτας τὰς γραμμὰς propono.

PROPOSITIO I.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes, sit autem minima excessui æqualis: est minima ad maximam, sicut unitas ad multitudinem linearum.

Sit enim minima eadem & prima. Quoniam igitur prima est excessui æqualis, seipsam metitur unitate, secundam binario, tertiam ternario, quartam quaternario, ac denique maxi-

maximam sui ordinis numero secundum naturalem progressum. Itaque quotus est excessus in maxima, tot sunt lineæ, & constat propositum.

PROPOSITIO II.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes: est excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu, & minimæ, sicut unitas ad multitudinem linearum.

Sit enim minima eadem & prima. Differentia igitur primæ & secundæ erit excessui æqualis. Quare differentiam illam metitur excessus unitate, differentiam vero primæ & tertiæ binario, differentiam primæ & quartæ ternario, differentiam primæ & quintæ quaternario, ac denique differentiam primæ & extremæ seu maximæ, sui ordinis numero secundum naturalem progressum unitate dempta. Est igitur excessus ad differentiam maximæ & minimæ, sicut unitas ad multitudinem linearum una dempta, & per synæresin, Est excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu & minimæ, sicut unitas ad multitudinem linearum accurate, ut est enunciatum.

Sint numeri septem progredientes per ternarii crementum quorum primus est 1. & oporteat invenire extremum. Fiet ut 1 ad 7, ita 3 ad 21. Quare 21 differentia erit inter extremum continuatum ternario & unitatem. Continuatus igitur ternario extremus erit 22, accuratus 19.

Sint rursus numeri progredientes per æquum ternarii crementum, quorum primus est 1, extremus 19. Et oporteat invenire multitudinem numerorum ita progredientium. Fiet ut 3 ad 21, ita 1 ad 7. Quare numerus 19 in ea progressione sedem occupat septimam.

PROPOSITIO III.

Si fuerint quatuor lineæ, quarum primam tanto superet secunda, quanto tertiam quarta: composita ex extremis est æqualis compositæ è mediis.

Sit enim prima B, secunda B plus F, tertia D. Quarta igitur erit D plus F, ex lege propositionis. Composita autem ex extremis est B plus D, plus F, quanta etiam composita ex mediis. Itaque constat propositum.

PROPOSITIO IV.

Si fuerint tres lineæ æqualiter sese excedentes: composita ex extremis est æqualis mediæ duplæ.

Sit enim prima B, secunda B plus F. Tertia igitur erit B plus F bis. Composita autem ex extremis fit F bis, plus B bis, quanta etiam est media dupla. Itaque constat propositum.

PROPOSITIO V.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes: est composita ex extremis ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad multitudinem linearum.

Multitudo enim linearum æqualiter sese excedentium erit numero par, aut impar. Sit par, veluti sint lineæ sex. Prima igitur cum sexta, secunda cum quinta, tertia cum quarta erunt æquales inter se per propositionem tertiam. Sunt autem tres binæ lineæ. Quare composita ex prima & sexta ter sumpta fiet composita ex omnibus, sexies vero composita dupla. Est igitur composita ex prima & sexta ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad senarium.

Sit autem numerus linearum impar, veluti sint septem lineæ. Prima igitur cum septima, secunda cum sexta, tertia cum quinta erunt inter se æquales. Sunt autem tres binæ lineæ. Quare composita ex prima & septima sexies sumpta erit dupla compositæ ex omnibus, excepta media seu quarta. Sed composita ex prima & septima æqualis est mediæ duplæ per propositionem quartam. Quare composita ex prima & septima septies sumpta erit composita ex omnibus dupla accurate. Est igitur composita ex prima & septima ad ad compoſitam ex omnibus duplam, ſicut unitas ad ſeptenarium. Quæ demonſtrationis veritas in quotcunque aliis linearum numeris paribus imparibuſve eandem vim manifeſto obtinet. Eſt igitur compoſita ex extremis ad compoſitam ex omnibus duplam, ſicut unitas ad multitudinem linearum, quemadmodum eſt ordinatum.

PROPOSITIO VI.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter ſeſe excedentes, minima autem ſit exceſſui æqualis: eſt ut minima ad maximam, ita compoſita ex minima & maxima ad compoſitam ex omnibus duplam.

Per antecedentem enim propoſitionem, eſt compoſita ex minima & maxima ad compoſitam ex omnibus duplam, ſicut unitas ad multitudinem linearum. Per primam autem propoſitionem, minima exceſſui æqualis, eſt quoque ad maximam, ſicut unitas ad multitudinem linearum. Quare eſt compoſita ex minima & maxima ad compoſitam ex omnibus duplam, ſicut minima exceſſui æqualis ad maximam, ut hic eſt ordinatum.

Sint numeri progredientes per unitatis crementum. Primus 1. extremus 20. & oporteat invenire ſummam omnium, fiet ut 1 ad 20, ita 21 ad 420. Itaque 420 erit ſumma omnium dupla, 210 ſimpla, eaque ducta in unitatem dicitur numerus triangulus.

PROPOSITIO VII.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter ſeſe excedentes: eſt ut exceſſus ad differentiam maximæ continuatæ exceſſu, & minimæ, ita compoſita ex minima & maxima ad compoſitam ex omnibus duplam.

Per propoſitionem enim quintam eſt compoſita ex minima & maxima ad compoſitam ex omnibus duplam, ſicut unitas ad multitudinem linearum. Per ſecundam autem propoſitionem exceſſus ad differentiam maximæ continuatæ exceſſu & minimæ, eſt quoque ſicut unitas ad multitudinem linearum. Quare eſt compoſita ex minima & maxima ad compoſitam ex omnibus duplam, ſicut exceſſus ad differentiam maximæ continuatæ exceſſu, & maximæ, ut hic eſt ordinatum.

Sint numeri progredientes per ternarii crementum. Primus 1, extremus 10. & oporteat invenire ſummam omnium fiet ut 3 ad 12, ita 11 ad 44. Itaque 44 erit ſumma omnium dupla, 22 ſimpla, & ea ducta in unitatem dicitur numerus quinquangulus.

PROPOSITIO VIII.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter ſeſe excedentes: quadratum maximæ continuatæ dimidio exceſſu, æquale eſt duplo quod fit plano ſub compoſita ex omnibus, & exceſſu, una cum quadrato differentiæ inter minimam & exceſſum dimidium.

Sit enim exceſſus F, minima B, compoſita ex omnibus G, maxima vero continuata dimidio exceſſu ſit E. Ex antecedente igitur propoſitione eſt, ut F ad E plus F ſemiſſe, minus B, ita E minus F ſemiſſe, plus B ad G bis. Qua reſoluta analogia. E quadratum, æquatur F in G bis, plus quadrato differentiæ inter B & F ſemiſſem. Quod ipſum eſt quod ordinatur.

Sint numeri aliquot progredientes per quaternarii crementum, & horum primus 1, ſumma vero omnium 120. (Is autem ductus in unitatem dicetur ſexangulus. Exceſſus enim adſcito binario multitudinem angulorum exprimit.) Et oporteat invenire latus numeri illius ſexanguli. Primum igitur quæretur gnomon extremus, id eſt maximus in ea progreſſione numerus. Itaque ille continuatus dimidio progreſſionis cremento, id eſt binario, ſit 1 N. Ergo ex hac propoſitione 1 Q, æquabitur 961. 1 N eſt 31, gnomon extremus 29. Cum igitur primus ſit 1, extremus 29, crementum gnomonum per monadas quatuor, fiet per propoſitionem ſecundam ut 4 ad 32, ita 1 ad 8. Itaque 8 eſt latus quæſitum propoſiti 120 ſexanguli.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si fuerint tres lineæ æqualiter ſeſe excedentes : octuplum quod fit planum ſub media & maxima, adjunctum minimæ quadrato, æquatur quadrato compoſitæ ex maxima & media dupla.

Minima enim eademque prima trium linearum ſeſe æqualiter excedentium, ſit B; exceſſus F. Secunda igitur erit B plus F. Tertia B plus F bis. Quod autem fit planum ex B plus F, in B plus F bis, ipſum (ut ex Logiſtica Specioſa evidens fit) octies ſumptum, & adjunctum B quadrato, facit quadratum abs radice B ter, plus F quater, quanta eſt compoſita ex maxima & media dupla. Quare conſtat propoſitum.

PROPOSITIO X.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter ſeſe excedentes, ſit autem minima exceſſui æqualis: eſt ut minima ad maximam, ita quadratum compoſitæ ex minima & maxima, adjunctum plano ſub eadem compoſita & maxima ad adgregatum quadratorum à ſingulis ſextuplum.

Illud ipſum eſt quod tradit Archimedes propoſitione XX περὶ ἑλικῶν.

Oporteat invenire ſummam omnium quadratorum, quæ fiunt à ſingulis lateribus ab 1 *ad* 9. *Fiet ut* 1 *ad* 9, *ita* 190 *ad* 1710. *Itaque* 1710 *ſumma erit ſextupla ad ſummam quadratorum quæſitam, quæ ideo eſt* 285.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter ſeſe excedentes : eſt ut unitas ad multitudinem linearum una dempta, ita quod fit planum ſub maxima & minima, adjunctum trienti quadrati differentiæ inter maximam & minimam, ad planum majus quam adgregatum quadratorum à ſingulis lineis, multatum quadrato maximæ ; ſed minus quam adgregatum idem, multatum quadrato minimæ.

Illud quoque ipſum eſt quod tradit Archimedes propoſitione XXI περὶ ἑλικῶν.

PROPOSITIO XII.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter ſeſe excedentes, ſit autem minima exceſſui æqualis: eſt ut minima ad maximam, ita ſolidum quod fit ſub maxima & quadrato compoſitæ ex minima & maxima ad adgregatum cuborum à ſingulis quadruplum.

Eſt enim minima ad maximam, ſicut compoſita ex maxima & minima ad compoſitam ex omnibus duplam, & omnibus quadratis, eſt quadratum minimæ ad quadratum maximæ, ſicut quadratum compoſitæ ex minima & maxima ad quadratum compoſitæ ex omnibus duplæ. Et conſequenter eſt minima ad maximam, ſicut ſolidum ſub maxima & quadrato compoſitæ ex maxima & minima ad ſolidum ſub prima & quadrato compoſitæ ex omnibus duplæ. Sed ſolidum ſub prima & quadrato compoſitæ ex omnibus, eſt æquale adgregato cuborum à ſingulis (id enim oſtenſum eſt in Zeteticis.) Ergo conſtat enunciatum.

Oporteat invenire ſummam omnium cuborum qui fiunt à ſingulis lateribus ab 1 *ad* 9, *fiet ut* 1 *ad* 9, *ita* 900 *ad* 8, 100. *Itaque* 8 , 100 *ſumma erit quadrupla ad ſummam cuborum quæſitam, quæ ideo eſt* 2, 025.

PROPOSITIO XIII.

Et ſi fuerint lineæ quotcunque ſeſe excedentes, ſit autem prima exceſſui æqualis, fiunt ab iis quatuor ſolida continue proportionalia, qualia ſequuntur.

Pri-

Primum, Cubus minimæ.

Secundum, Cubus compoſitæ ex maxima & minima, multatus adgregato cuborum minimæ & maximæ.

Tertium, Adgregatum cuborum è ſingulis ter duodecuplum.

Quartum, Cubus compoſitæ ex omnibus ſextuplæ.

Oſtenſum enim quoque eſt in Zeteticis, ſolidum quod fit ſub quadrato minimæ & compoſita ex omnibus ſextupla, adjunctum cubo è minima, æquari differentiæ inter cubum compoſitæ ex maxima & minima, & cubum maximæ. Itaque per tranſlationem ſub contraria adfectionis nota, ſolidum quod fit ſub quadrato minimæ & compoſita ex omnibus ſextupla, æquat cubum compoſitæ ex maxima & minima, multatum adgregato cuborum minimæ & maximæ. Quare cum ponitur minima, ut prima continue proportionalium; compoſita vero ex omnibus ſextupla, ut quarta. Latus cubi æquantis cubum compoſitæ ex maxima & minima, multatum adgregato cuborum minimæ & maximæ, fiet ſecunda. Et cum ſingulæ illæ proportionales ducentur cubice, fient quoque cubi illi proportionales. Æque quoniam ſolidum quod fit ſub minima & quadrato compoſitæ ex omnibus, æquatur adgregato cuborum è ſingulis. Ideo cum ponitur minima ut prima quatuor continue proportionalium; compoſita vero ex omnibus ſextupla, ut quarta. Latus cubi æquantis ter duodecuplum adgregatum cuborum è ſingulis, fiet tertia. Et cum ſingulæ illæ proportionales ducentur cubice, fient quoque cubi illi proportionales. Et conſtat propoſitum.

Sit minima 1, maxima 4. Summa omnium ſextupla fit 60. Et ſunt continue proportionalia ſolida, 1. 60. 3,600. 216,000.

Addatur ad illuſtrandum locum Plutarchi Platonica quæſtione quarta, cum inquit πᾶς τρίγωνος ἀριθμὸς ὀκτάκις γενόμενος καὶ μονάδα προσλαβὼν γίνεται τετράγωνος.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter ſeſe excedentes, ſit autem prima exceſſui æqualis: octuplum ejus quod fit ſub minima & compoſita ex omnibus, adjunctum minimæ quadrato, æquatur quadrato compoſitæ ex minima & extrema dupla.

Linearum enim æqualiter ſeſe excedentium minima, eademque exceſſui æqualis, ſit X; maxima vero D. Duplum igitur ejus quod fiet ſub minima & compoſita ex omnibus, erit D quadratum, plus X in D. Octuplum vero addito minimæ quadrato, erit D quadratum quater, plus X in D quater, plus X quadrato. Quod ipſum eſt quadratum à binomia radice D bis, plus X. Itaque conſtat propoſitum.

Sit X 1, D 9, compoſita ex omnibus dupla erit 90. Itaque numerus triangulus eſt 45, cujus octuplum adſciſcens unitatem ut planum, facit 361 quadratum à 19, radice compoſita ex dupla ipſius 9 & unitate.

CAPVT X.

Progreſſio linearum rectarum quæ circumferentiis circuli ſubtenduntur.

IN recognitione Canonis Mathematici, & univerſalium ad eundem inſpectionum ſingularis libri (is enim infeliciter editus eſt anno 1579) repetivi, ac in brevem Epitomen congeſſi Analytica fere omnia quæ pertinent ad generale, quod aperui, myſterium angularium ſectionum. Verumtamen hic etiamnum erit utilis & jucunda recordatio eorum Theorematum, quibus progreſſio manifeſta fit linearum rectarum quæ circumferentiis circuli ſubtenduntur, commode deinceps per ſpirica diagrammata cum progredientibus Arithmetice comparandarum.

THEOREMA I.

Καθολικὸν Ad triangula rectangula, quorum anguli acuti se habent inter se, ut numerus ad numerum.

Si fuerint duo triangula rectangula, quorum angulus acutus primi sit sub-multiplus ad angulum acutum secundi.

Latera secundi, recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa fit similis potestati conditionariæ hypotenusæ primi: est autem potestas conditionaria, quæ sequitur gradum proportionis multiplæ; quadratum videlicet in ratione dupla; cubus in tripla; quadrato-quadratum in quadrupla; quadrato-cubus in quintupla, & eo in infinitum progressu.

Ad similitudinem autem laterum circa rectum hypotenusæ congruentium, efficitur à base & perpendiculo primi ut binomia radice, potestas æque alta, & singularia facta homogenea distribuuntur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata, deinde negata, & harum primæ parti similis fit basis secundi, perpendiculum reliquæ.

Sic in ratione dupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato hypotenusæ primi, seu aliter, adgregato quadratorum à lateribus circa rectum; basis differentiæ; perpendiculum duplo sub prædictis lateribus rectangulo.

In ratione tripla; hypotenusa secundi fit similis cubo hypotenusæ primi; basis cubo basis primi, minus solido ter sub quadrato perpendiculi primi & base ejusdem; perpendiculum simile solido ter sub perpendiculo primi & quadrato basis ejusdem, minus cubo perpendiculi.

In ratione quadrupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato-quadrato hypotenusæ primi; basis quadrato-quadrato basis primi, minus plano-plano sexies sub quadrato perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus quadrato-quadrato perpendiculi; perpendiculum simile plano-plano quater sub perpendiculo primi & cubo basis ejusdem, minus plano-plano quater sub cubo perpendiculi primi & base ejusdem.

In ratione quintupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato-cubo hypotenusæ primi; basis similis quadrato-cubo basis primi, minus plano-solido decies sub cubo perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus plano-solido quinquies sub perpendiculo primi, & quadrato-quadrato basis ejusdem; perpendiculum plano solido quinquies sub quadrato-quadrato perpendiculi primi & base ejusdem, minus plano-solido decies sub quadrato perpendiculi & cubo basis ejusdem, plus quadrato-cubo basis ejusdem.

Trianguli rectanguli de angulo acuto enunciandi proponatur hypotenusa Z, basis D, perpendiculum B. Et oporteat constituere triangula rectangula anguli dupli, tripli, quadrupli, quintupli, &c.

Ad triangulum anguli dupli fit hypotenusa similis Z quadrato. Basis D quadrato, minus B quadrato. Perpendiculum B in D 2.

Ad triangulum anguli tripli fit hypotenusa similis Z cubo. Basis D cubo — B quadr. in D 3. Perpendiculum B in D quad. 3 — B cubo.

Ad triangulum anguli quadrupli fit hypotenusa similis Z quad.-quad. Basis D quadr.-quad. — B quadr. in D quadr. 6, + B quadr.-quadr. Perpendiculum B in D cub. 4, — B cubo in D 4.

Ad triangulum anguli quintupli fit hypotenusa similis Z quad.-cubo. Basis D quad.-

cubo,

cubo — B quad. in D cub. 10 + B quadr.-quadr. in D 5. Perpendiculum B in D quad.-quad. 5 — B cubo in D quad. 10 + B quad.-cubo.

Proponatur triangulum rectangulum cujus basis 10. perpendiculum 1. & angulus acutus ejusdem intelligatur simplus.

Ad triangulum anguli dupli, statuetur basis 99. perpendiculum 20.

Ad triangulum anguli tripli, statuetur basis 970. perpendiculum 299.

Ad triangulum anguli quadrupli, statuetur basis 9401. perpendiculum 3960.

Ad triangulum anguli quintupli, statuetur basis 90050. perpendiculum 49001.

Et cum angulus acutus primi trianguli deprehendetur esse.

	PART.	SCRUP.	SEC.
	5	42	38
Erit angulus acutus secundi	11	25	16
tertii	17	7	54
quarti	22	50	32
quinti	28	33	10.

Cum autem factorum nequit fieri subtractio, argumentum est angulum multiplum esse obtusum. Eoque casu nihilominus excessus factorum adsignabitur lateri, & angulus subtensus intelligitur exterior multipli.

ALITER.

Si fuerint triangula rectangula quotcunque, & horum secundi angulus acutus sit duplus ad acutum primi, tertii triplus, quarti quadruplus, quinti quintuplus, & eo continuo naturali progressu, primi autem trianguli perpendiculum statuatur prima proportionalium, basis ejusdem secunda, eaque series continuetur.

In secundo, erit basis ad perpendiculum, ut tertia, minus prima, ad secundam bis.

In tertio, ut quarta, minus secunda ter, ad tertiam ter, minus prima.

In quarto, ut quinta, minus tertia sexies, plus prima, ad quartam quater, minus secunda quater.

In quinto, ut sexta, minus quarta decies, plus secunda quinquies, ad quintam quinquies, minus tertia decies, plus prima.

In sexto, ut septima, minus quinta quindecies, plus tertia quindecies, minus prima, ad sextam sexies, minus quarta vicies, plus secunda sexies.

In septimo, ut octava, minus sexta vicies semel, plus quarta tricies quinquies, minus secunda septies, ad septimam septies, minus quinta tricies quinquies, plus tertia vicies semel, minus prima.

Et ita in infinitum, distributis successive in duas partes proportionalibus secundum earum seriem, utrobique primum adfirmatis deinde negatis, & sumptis multiplicibus, ut ordo graduum in artificiosa genesi potestatum, quibus eæ addicuntur, exigit.

THEOREMA II.

Si à termino diametri sumantur in circulo circumferentiæ quotcunque æquales, & ab altera extremitate educantur lineæ rectæ ad sumptarum circumferentiarum æqualium terminos: eductæ fiunt bases triangulorum rectangulorum, quorum communis hypotenusa est diameter; ac basis quidem diametro proximior intelligitur basis anguli simpli, succedens dupli, & eo continuo ordine. Constituatur autem series linearum rectarum continue proportionalium; quarum prima, sit æqualis semidiametro; secunda, basi anguli simpli.

Is reliquarum baſium ordine ſuccedentium erit progreſſus.

Tertia continue proportionalium, minus prima bis, erit æqualis baſi anguli dupli.

Quarta, minus ſecunda ter, baſi anguli tripli.

Quinta, minus tertia quater, plus prima bis, baſi anguli quadrupli.

Sexta, minus quarta quinquies, plus ſecunda quinquies, baſi anguli quintupli.

Septima, minus quinta ſexies, plus tertia novies, minus prima bis, baſi anguli ſextupli.

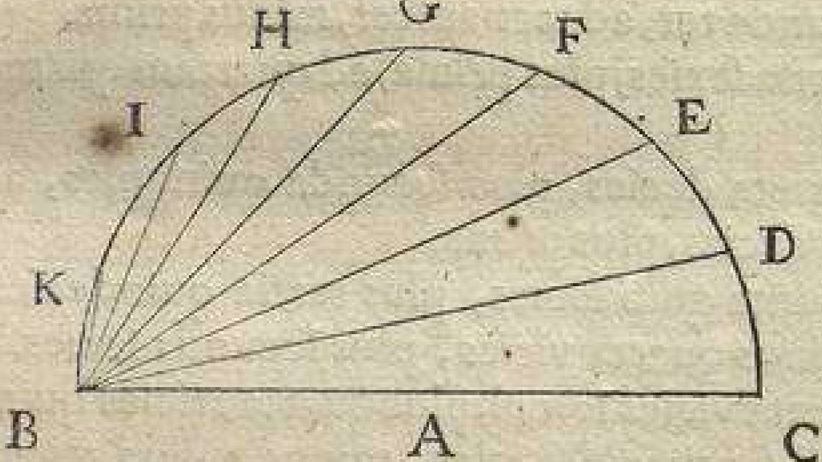
Octava, minus ſexta ſepties, plus quarta quater-decies, minus ſecunda ſepties, baſi anguli ſeptupli.

Nona, minus ſeptima octies, plus quinta vicies, minus tertia ſedecies, plus prima bis, baſi anguli octupli.

Decima, minus octava novies, plus ſexta vicies ſepties, minus quarta tricies, plus ſecunda novies, baſi anguli novemcupli.

Et ita in infinitum, ut per loca proportionalium imparia nova adfectio ſuccedat, adfirmatæ videlicet negata, negatæ adfirmata. Ac proportionales illæ ſint ſemper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectione per unitatis crementum, in ſecunda per numeros triangulos, in tertia per numeros quos vocant pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, & ita continue, ſecundum poteſtatis, cui proportionalis addicta eſt, conditionem.

Vt hæc in Analyticis abunde, ſufficienterque demonſtrata & expoſita ſunt.



Sit circulus ſub A centro, diametro BC *deſcriptus, & ſumantur circumferentiæ æquales* CD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, *& ſubtendantur* BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK; *ſit autem dimidia* BC *partium* 100,000; BD *partium* 196,000. *Et ad datas primam* BA, *ſecundam* BD, *conſtruantur proportionales continue. Vnde fit.*

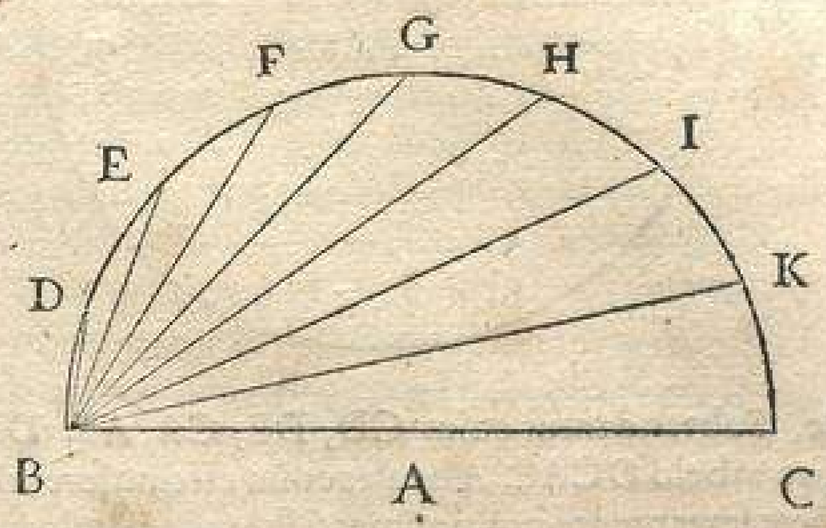
Prima	100,000,000,000,000.
Secunda	196,000,000,000,000.
Tertia	384,160,000,000,000.
Quarta	752,953,600,000,000.
Quinta	1,475,789,056,000,000.
Sexta	2,892,546,549,760,000.
Septima	5,669,392,237,529,600.
Octava	11,112,006,825,558,016.

Qualium igitur eſt recta	BC	200,000,000,000,000.
	BD	196,000,000,000,000.
Erit	BE	184,160,000,000,000.
	BF	164,953,600,000,000.
	BG	139,159,056,000,000.
	BH	107,778,549,760,000.
	BI	72,096,901,529,600.
	BK	33,531,377,238,016.

THEO-

THEOREMA III.

Si ſecetur ſemi-circumferentia circuli in partes quotcunque æquales, & à termino diametri educantur rectæ ad quælibet ſectionum puncta: eſt ut minima educta ad diametrum, ita compoſita ex diametro, & minima, & ea inſuper, cujus quadratum adjunctum minimæ quadrato efficit quadratum diametri ad compoſitam ex omnibus eductis duplam.



Sit circulus ſub A centro, diametro B C deſcriptus. Secetur autem circumferentia B C in partes quotcunque æquales, ut pote octo, & ſint illæ B D, D E, E F, F G, G H, H I, I K, K C, & ſubtendantur B D, B E, B F, BG, BH, BI, BK. Eſt igitur BK æqualis ſubtenſæ D C, cujus quadratum adjunctum quadrato ex D B æquale eſt quadrato ex BC. Dico eſſe ut BD ad B C, ita compoſitam ex B C, B D, BK ſeu DC ad compoſitam ex omnibus duplam, videlicet compoſitam duplam ex BD, BE, BF, BG, BH, BI, B K, B C, ut hæc abunde demonſtrata ſunt & expoſita in Analyticis angularium ſectionum.

Eſt conditus Canon ſinuum per ſingula ſexageſima ſcrupula partium quadrantis circuli, in partibus qualium ſinus totus adſumitur 100, 000, 000. *Quærit aliquis ſummam omnium ſinuum ſingulis ſcrupulis congruentium. Quoniam igitur eſt ut ſinus unius ſcrupuli ad ſinum totum, ita ſinus unius ſcrupuli, ſinus complementi, & ſinus totus ad ſinum totum, proſinum complementi, & tranſſinuoſam complementi: Addat Logiſta tranſſinuoſam complementi unius ſcrupuli ſuo congruenti proſinui, & inſuper ſinui toto, & conſlabitur duplum ſummæ quæſitæ. Tranſinuoſas, videlicet, voco hypotenuſas, quas ſuppeditat Canon fœcundiſsimus; Proſinus, latera circa rectum, quæ Canon fœcundus.*

Tranſſinuoſa igitur complementi unius ſcrupuli numeratur.	343, 774, 681, 923
Proſinus vero,	343, 774, 667, 379
His addatur ſinus totus.	100, 000, 000
Summa ſit	687, 649, 349, 302

Eſt igitur 343, 824, 674, 651 *ſumma omnium ſinuum ſcrupulorum quadrantis, ipſo ſinu toto* XC *partium numerato, tam accurata quam patitur in ea hypotheſi linearum ſymmetria.*

CAPVT IX.

Arbeli, & Lunularum quadrationes aliquæ.

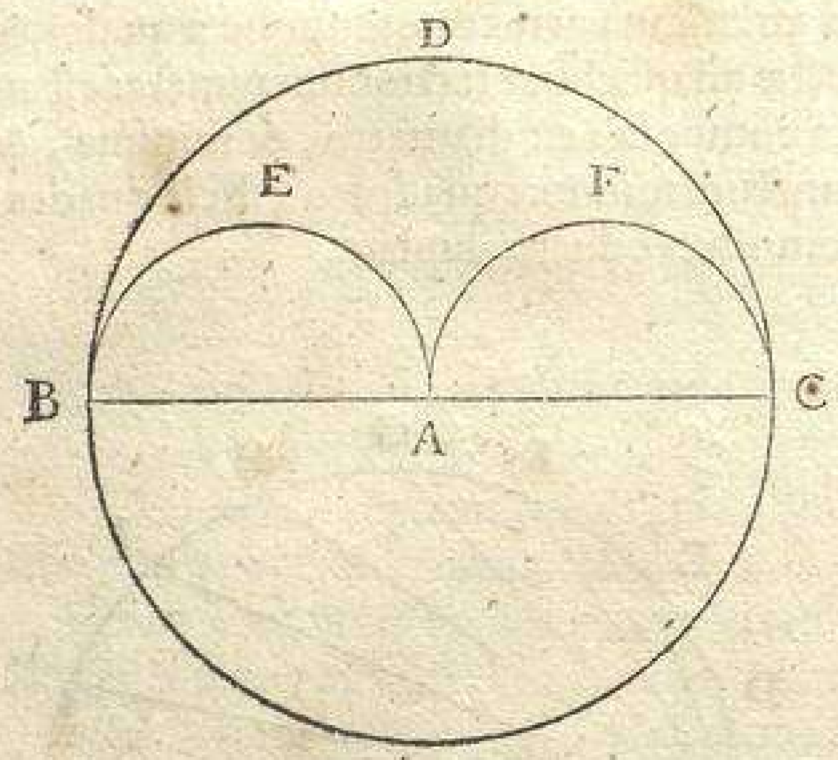
LUnulam unam quadravit Hippocrates Chius. Lunulas autem poſt Hippocratem quadravit nullus Geometra. Neque enim Analyticum quadrandi lunulas hactenus propoſitum fuit à quopiam artificium. Ergo univerſalia univerſaliter docenda ſunt, & quadrandæ non una, ſed infinitæ eadem & generali methodo lunulæ. Primum autem proponam de arbelo.

PROPOSITIO I.

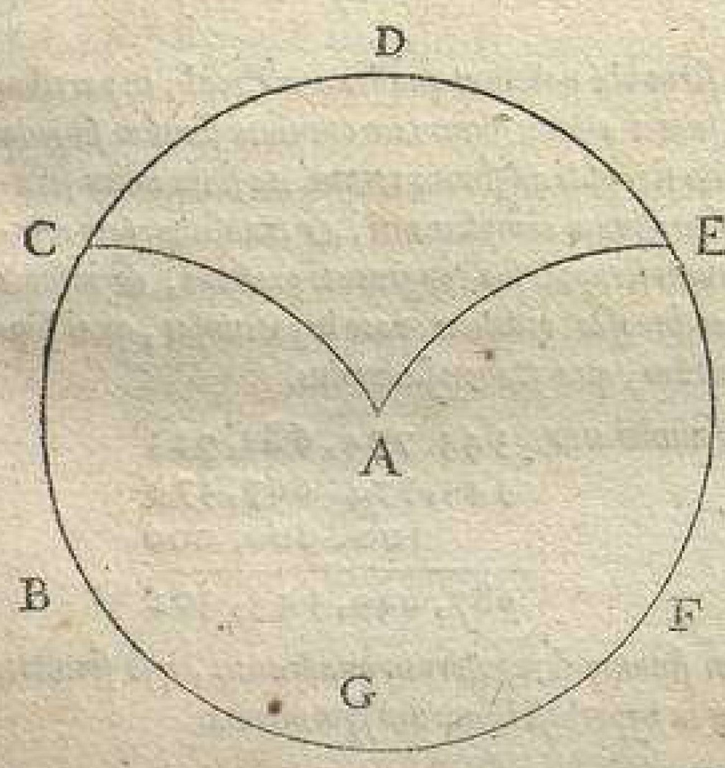
Arbelum deſcribere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

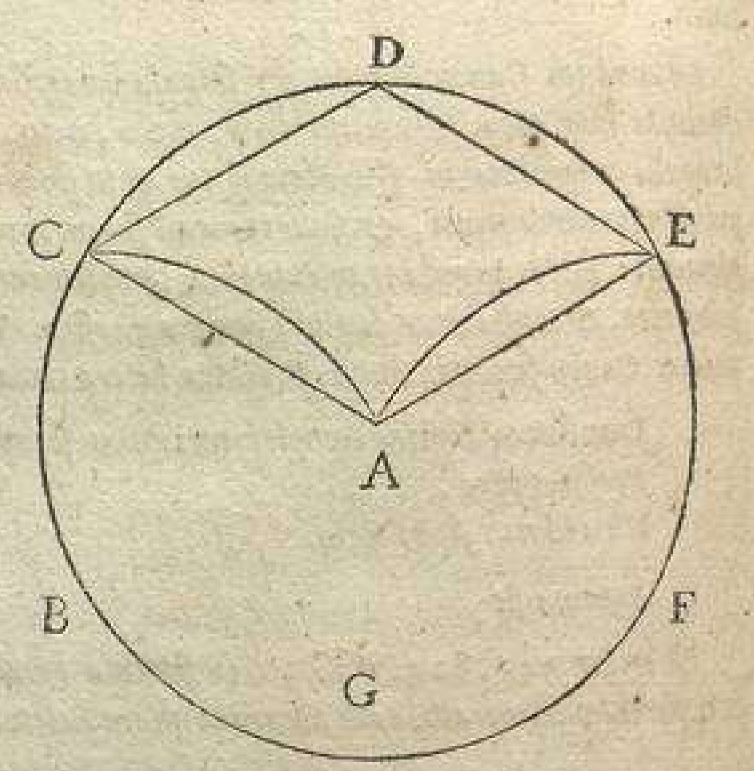
Τοῖς ἀρβήλοις σμίλαις καὶ ξύστροις οἱ σκυτοτόμοι τέμνουσι καὶ ξέουσι τὰ δέρματα. Sunt autem arbeli ſeu arbela τὰ κυκλοτερῆ σιδήρια, ut adnotavit Scholiaſtes Nicandri. Itaque Proclus appellavit arbelum ſpacium tribus circumferentiis comprehenſum. Vt ecce, deſcribatur

batur circulus sub A centro, & agatur diameter B A C, & fiant AB, A C singulæ dimetientes circulorum, ipsisque describantur circuli. Sunt igitur semicircumferentiæ suorum circulorum, singulæ B C, B A, A C curvæ lineæ. Quapropter spacium C D B E A F est arbelus, scalprumve sutorium. Figuram autem arbeli Proculianam imitatur arbelus alter, quem ita describimus.



Sub A centro, intervallo AB describatur circulus, cujus circumferentia secetur in partes sex æquales, quæ sunto B C, C D, D E, E F, F G, G B, & centro B intervallo BC, & centro F intervallo FE describantur circuli, atque adeo circumferentiarum suarum sextantes sunto C A, A E. Spacium igitur DCAE est arbelus noster, cui rectilineum ita licet exhibere æquale. Subtendantur enim CD, DE, CA, AE. Dico quadrangulum CDEA æquari descripto arbelo DCAE. Æquales enim circumferentiæ sunt CD, DE, CA, AE, singulæ videlicet sextantes totius perimetri suorum circulorum, qui quidem circuli sunt æquali intervallo descripti, ideoque inter se æquales. Quantas igitur partes arbeli auferunt tmemata





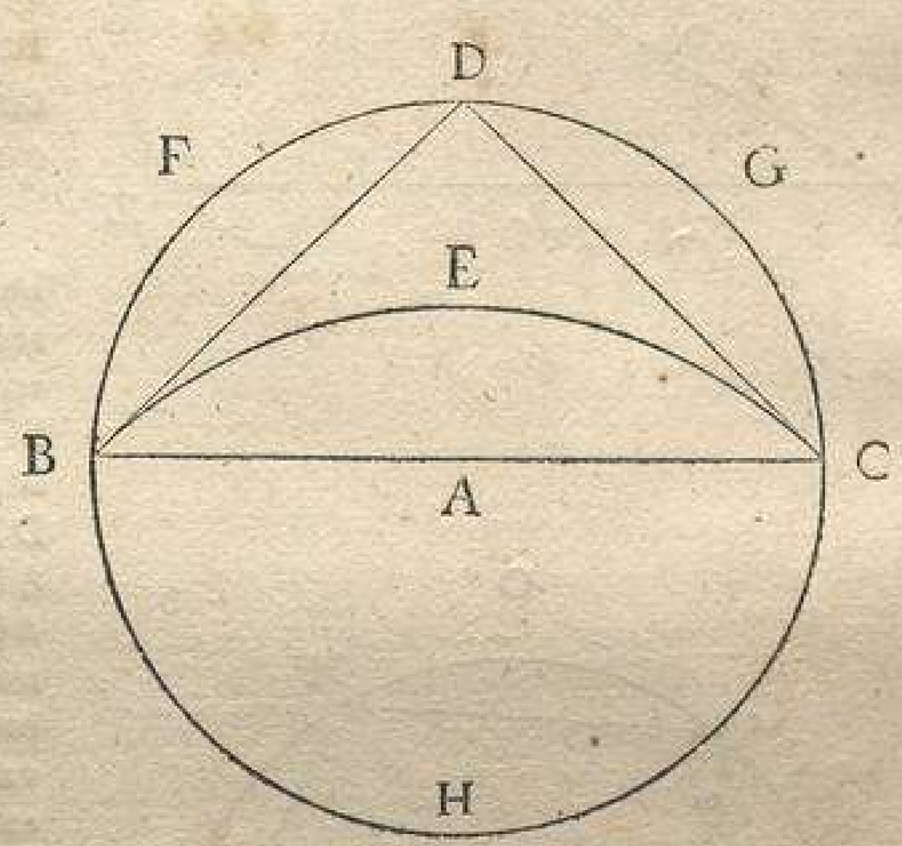
CD, D E, tantas restituunt æqualia quoque tmemata C A, A E. Quod enim recta C D circumferentiam CA non secet, ideo manifestum est, quia anguli DCA duplam amplitudinem definit circumferentia DEF. Itaque angulus DCA continet δίμοιρον τῆς ὀρθῆς. Quod si CD secaret circumferentiam CA, anguli DCA amplitudo minor esset circumferentia DEF dimidia CA. Non igitur recta CD secat circumferentiam CA, & locus est omnino expositæ prostaphæresi, atque adeo justæ expositi arbeli quadrationi.

PROPOSITIO II.

Ex circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione dupla lunulam describere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

Μηνίσκους adnotavit Suidas dici τὰ τοῦ κύκλου σιδήρεια παρὰ τοῖς φιλοσόφοις. At apud Geometras μηνίσκος ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ δύο περιφερειῶν, vel δύο κύκλων μὴ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων ὑπεροχὴ κοίλης καὶ κυρτῆς, vel τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δύο περιφερειῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ κοῖλα ἐχουσῶν. Στεφανὴ excessus est duorum circulorum circa unum idemque centrum. Πελεκὺς figura comprehensa quatuor circumferentiis, duabus concavis, & duabus convexis. Ac meniscum quidem sive lunulam quadravit Hippocrates Chius, conflatam ex circumferentia duorum circulorum existentium in ratione dupla. At figuras στεφανοειδεῖς καὶ πελεκοειδεῖς quadravit nemo artificiose, ut neque circulos neque circulorum τομέας καὶ τμήματα. Causa est quod perimetri ad circulum analogia ἐν θεῶν γόνασι κεῖται. Ita autem quadrantur lunulæ, ut ex syncrisi περιφερογραμμῶν cum περιφερογράμμοις, non etiam cum εὐθυγράμμοις demonstratio pendeat, ut ante exposita quadratio arbeli demonstrata est κατ᾽ ἐφάρμωσιν ex collatione æqualium in æqualibus circulis segmentorum. Enimvero oportet facere quod hic propositum est, omnino artificium analyticum erit hujusmodi.

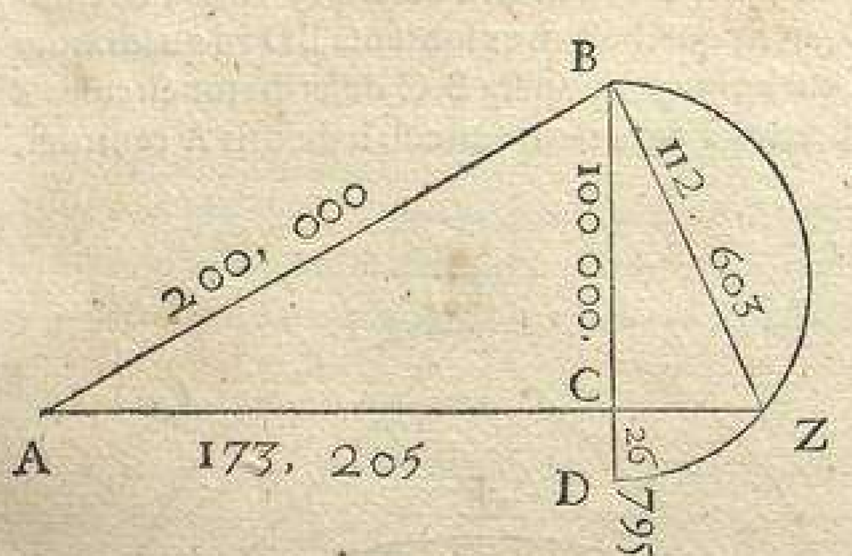
Quoniam figura proponitur describenda duabus comprehensa circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione dupla, ita ut ei figuræ rectilineum possit exhiberi æquale, eo reducitur res ut in exposito quolibet circulo sit secanda bifariam circumferentia, cui quæ subtenditur recta ad subtensam dimidio ejusdem circumferentiæ sit quadratica potestate in ratione dupla, ut pote in circulo sub A centro descripto aliqua circumferentia BC ita secanda est bifariam in D, ut sit quadratum ex subtensa BD ad quadratum ex subtensa B C, sicut unum ad duo. Cum enim per puncta B C describetur circulus à cujus dimetiente quadratum sit ad quadratum à dimetiente circuli habentis A centrum, sicut duo ad unum, describetur lunula DBEC, ipsique rectilineum licebit exhibere æquale. Quoniam enim circuli, cujus BACE est segmentum, quadratum ad quadratum circuli habentis A centrum est, ut duo ad unum, ideo circulus ille hujus est duplus. Et cum sit eadem ratio totius ad totum quæ partis ad partem, est autem EBAC segmentum circuli simile segmento FBD, seu GDC. Ideo segmentum EBAC æquabit ambo segmenta FBD, GDC. Et vero recta BD circumferentiam non secat, quia anguli DBC duplam amplitudinem definit circumferentia DGC. Itaque angulus DBC æquat dimidiam circumferentiam BEC, cum sint BEC, DGC similes circumferentiæ suorum circulorum. Quod si recta BD secaret circumferentiam BEC, angulus DBC minor esset dimidia circumferentia BEC. Sunt autem DC, BD æquales, & similiter sitæ. Itaque recta quoque DC circumferentiam BEC non secat. A lunula igitur DBEC auferantur DFB, DGC, & restituantur additione segmenti EBAC, fit rectilineum triangulum DBC æquale descriptæ lunulæ DBEC. Quæ cum ita sese habeant, esto jam factum quod quæritur, sit nempe circumferentia BDC secta bifariam in D, ita ut quadratum à subtensa BD descriptum ad quadratum à subtensa BC sit, sicut unum ad duo. Quantarum igitur partium quadratum à BC est 2, tantarum quadratum à BD est 1, & à DC quoque 1. Ergo trianguli BDC quadrata à lateribus BD, DC æqualia sunt quadrato à latere BC.



Rectangulum est igitur triangulum BDC, angulum ad D habens rectum. Consequenter BC dimetiens est ipsius in quo triangulum inscribitur circuli. Quare ad compositionem, exponatur circulus cujus A centrum, & ipsius circumferentia secetur quadrifariam in punctis B, D, C, H, & centro H intervallo HB vel HC describatur circulus alter, fit igitur lunula DBEC à duobus circulis existentibus in ratione dupla. Quadratum enim à latere tetragoni inscripti circulo descriptum, duplum est quadrati à semidiametro descripti.

pti. Sed & circumferentia BDC dupla est ad circumferentiam BEC. Rectus enim est angulus BHC, cujus amplitudinem definivit circumferentia BEC, quadrans ideo totius circumferentiæ sui circuli, & similis circumferentiæ DGC. Dico itaque lunulæ DBEC rectilineum exhiberi æquale. Subtendantur enim BC, BD, CD, fit triangulum rectangulum BDC. Et quoniam similes sunt circumferentiæ BFD, DGC, BEC, latera BD, DC non secabunt circumferentiam BEC. Circuli autem, circulorumve similes sectores, similiaque segmenta sunt ut à diametris quadrata. Segmentum igitur EBC duplum est ad segmentum FBD seu GDC, & illud hæc ambo adæquat. Et vero triangulum BDC aufert à lunula segmenta FBD, GDC, adsumit vero segmentum EBC ea adæquans. Lunulæ itaque DBEC exhibetur æquale rectilineum, triangulum videlicet rectangulum DBC. Quod facere oportebat.

Non dissimili methodo quadrabit Analysta lunulam conflatam ex circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione tripla & quadrupla aliterve multipla, edoctus progressionem subtensarum. Deinde opus retexenti licebit per synthesin (uti jam in ratione tripla & quadrupla edo exemplum,) suum inventum ordinare.



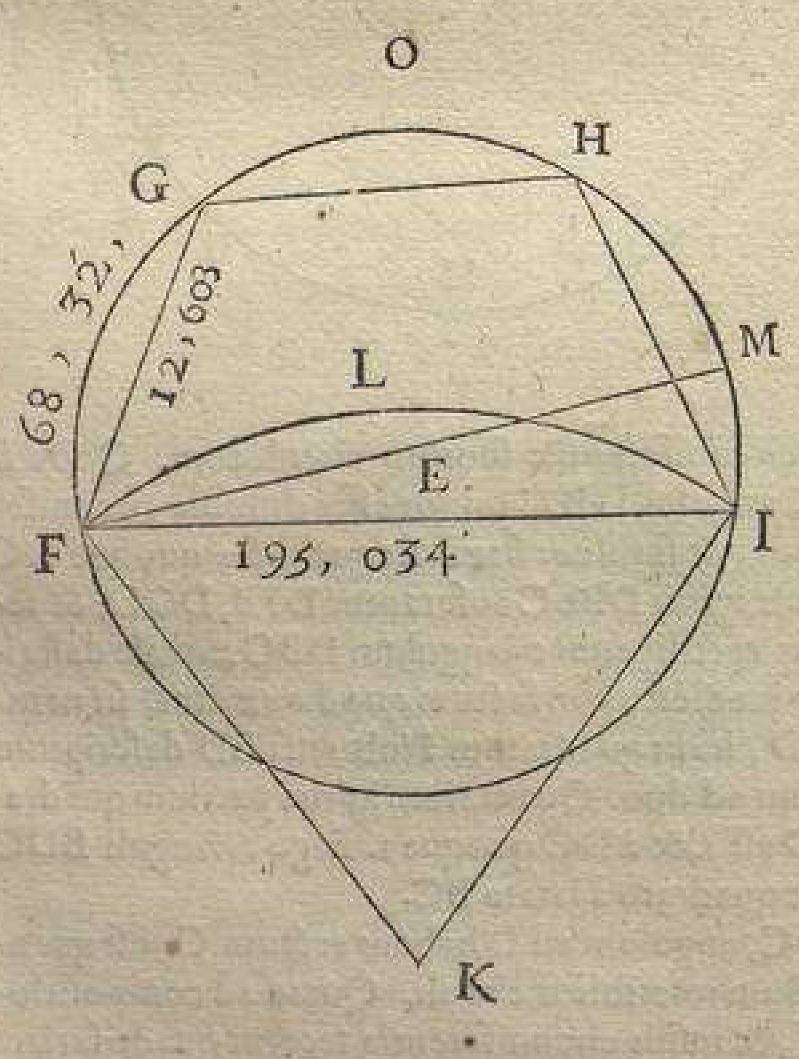
PROPOSITIO III.

In circulo duas circumferentias sumere existentes in ratione tripla, in qua etiam se habeant rectarum, quæ ipsis circumferentiis subtenduntur, quadrata.

Exponatur triangulum rectangulum ABC, habens angulum ad C rectum, angulum vero ad A trientem recti. Est igitur quadratum ex BC ad quadratum ex AC, ut unum ad tria. Producatur autem BC in D, posita CD æquali excessui quo AB hypotenusa trianguli præstat AC basi, & sumatur media proportionalis inter BC, BD, & sit BZ. Sumpto denique quovis centro & intervallo æquante BC perpendiculum expositi trianguli, describatur circulus, in cujus circumferentia inscribantur rectæ FG, GH, HI ipsi BZ æquales, & subtendatur FI. Est igitur circumferentia FI ad circumferentiam FG tripla. Dico similiter quadratum ex subtensa FI ad quadratum ex FG esse quoque triplum.

Agatur enim diameter FM.

Quoniam circumferentia FGHI tripla est ad circumferentiam FG, ideo est FG ad FI, sicut quadratum ex FM ad quadratum triplum ex FM, minus quadrato quadruplo ex FG. Id enim expositum est in Analyticis angularium sectionum Zetetico Theorematis quarti. Et ideo cum sit FG constructa ipsi BZ æqualis, FM vero dupla ipsius BC: est BZ ad FI,



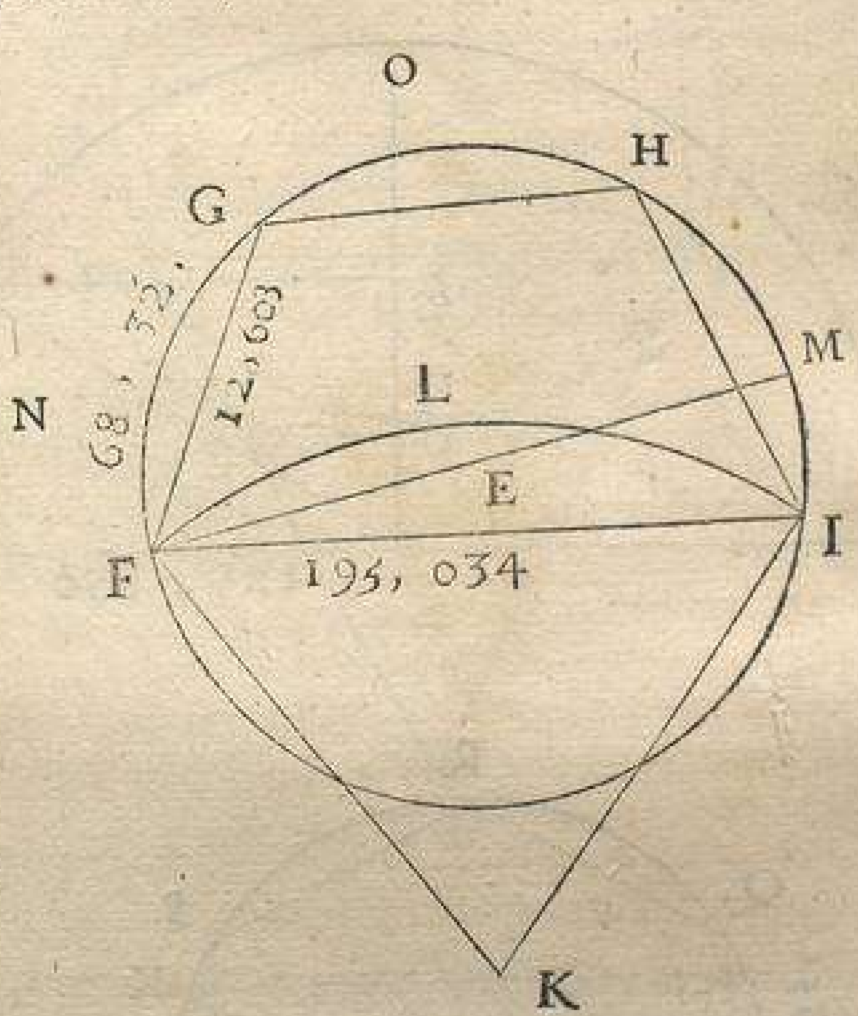
sicut

sicut quadratum ex B C ad quadratum triplum ex BC, minus quadrato ex BZ. Et cum quadratum ex BZ æquale sit ei quod fit sub BD, BC: est BZ ad FI, sicut BC ad BC triplum, minus BD. Ipsa porro BD valet BC ter, minus AC. Composita enim est BD ex BC, CD. Ipsaq; CD constructa est æqualis excessui quo AB, id est dupla BC, præstat ipsi AC. Ergo est BZ ad FI, sicut BC ad AC. Sed quadratum ex BC ad quadratum ex A C est, ut unum ad tria. In circulo igitur sub L centro descripto, sumptæ sunt duæ circumferentiæ F G, F I quarum hæc ad illam est tripla, sicut etiam triplum est quadratum FI ad quadratum FG. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO IV.

Ex circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione tripla lunulam describere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

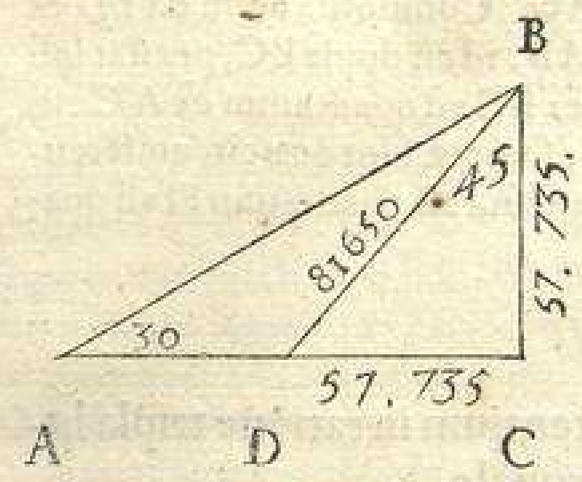
Exponatur circulus quilibet sub L centro descriptus in quo sumatur circumferentia FI, cui quæ subtenditur ad subtensam ejusdem circumferentiæ trienti sit quadratica potestate, ut tria ad unum. Deinde per puncta FI, intervallo KI vel FK sumpto æquali latere trigoni eidem circulo F I inscripti describatur circulus alter F L I sub K centro. Secetur autem circumferentia F I trifariam in punctis G, H, & subtendantur trientes illi FG, GH, H I, ac denique F I. Dico factum esse quod oportuit. Descriptam enim esse lunulam GFLIH conflatam ex circumferentiis FGHI, FLI ad duos circulos in ratione tripla existentes, pertinentibus, ita ut ei rectilineum exhibeatur æquale. Ipsi namque lunulæ GFLIH æquale esse rectilineum quadrilaterum FGHI.



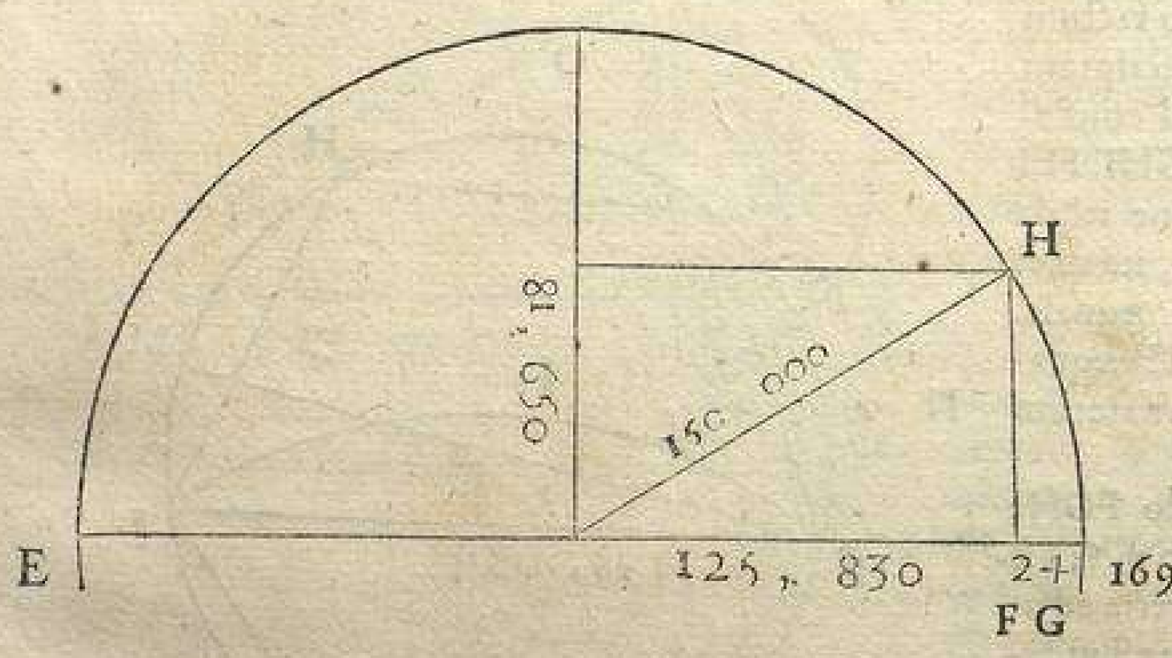
Quoniam enim circulo FGHI inscripta F I ad inscriptam F G est quadratica potestate, ut tria ad unum, itaque longitudine est ut latus trigoni eidem circulo inscripti ad semidiametrum. Qua in ratione constituta est semidiameter circuli F L I ad semidiametrum circuli FGHI. Igitur circulus FLI ad circulum FGHI triplam habet rationem. Et segmentum LFI simile fit segmento FGN, valetque triplum segmenti F G N. Atque adeo ipsa segmenta tria inter se æqualia FGN, GHO, HIM. Neque vero HI recta, nedum recta G H vel F G secabit circumferentiam F L I, propter similitudinem circumferentiarum FNG, F L I, ex jam demonstratis. A lunula igitur GFLIH auferantur segmenta F G N, G H O, H I M; addatur vero segmentum LFI. Tantundem ergo lunulæ CFLIH supplet segmentum FIL, quantum eidem lunulæ adimunt segmenta FGN, GHO, HIM. Rectilineum itaque quadrilaterum FGHI lunulæ LFGHI circulorum à circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione tripla descriptæ, effectum est æquale, sicut oportebat.

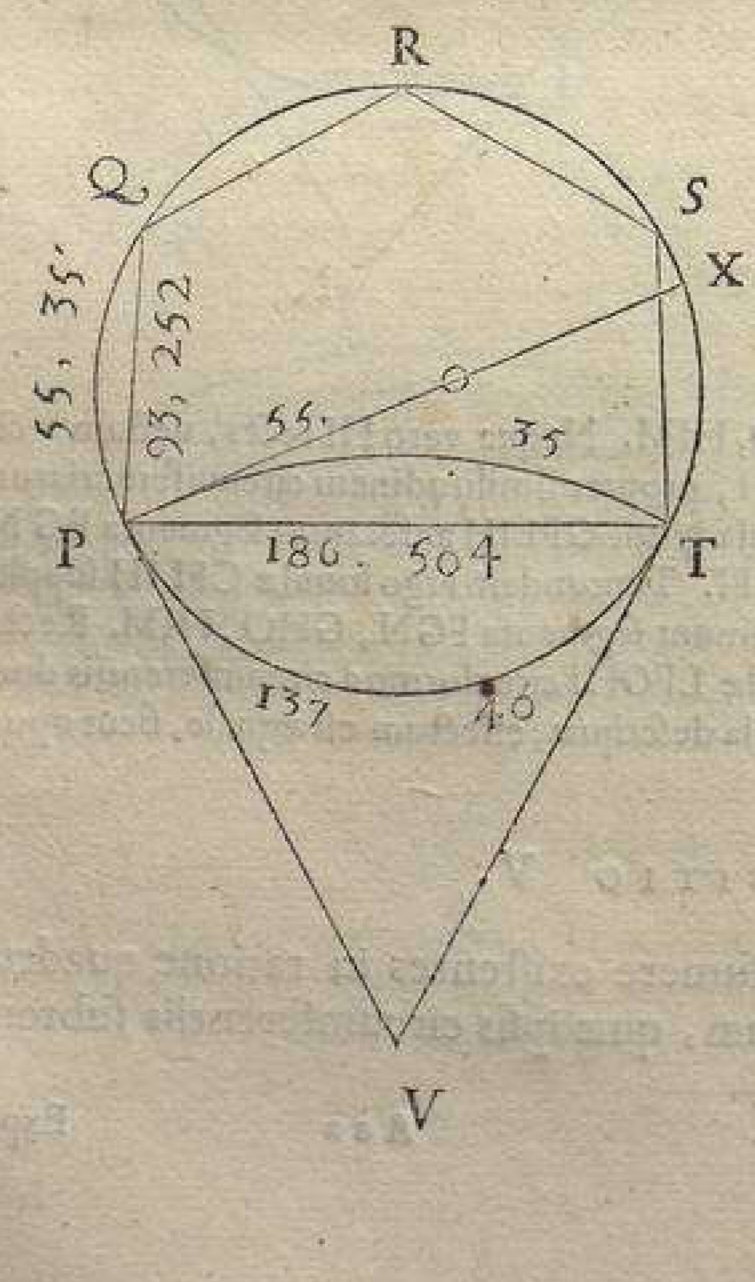
PROPOSITIO V.

In circulo duas circumferentias sumere existentes in ratione quadrupla, in qua etiam se habeant rectarum, quæ ipsis circumferentiis subtenduntur, quadrata.



Exponatur rursus triangulum rectangulum ACB, habens angulum ad C rectum; angulum vero ad A trientem recti. Et ex AC abscindatur CD ipsi BC æqualis, & jungatur BD. Ad datam vero EG compositam ex tripla AC, ut adgregatum extremarum in serie trium linearum rectarum continue proportionalium, & datam quoque HF ipsi BD æqualem ut mediam trium illarum, inveniantur extremæ EF, FG. Et rursus inter ipsas EF, FG inveniantur duæ mediæ continue proportionales LK, KF. Cum autem quadratum compositæ ex LK, KF auferetur à quadrato duplæ AC, relinquat quadratum ex MN. Et centro O, intervallo OP sumpto æquali ipsi AC describatur circulus, cui inscribantur PQ, QR, RS, ST ipsi MN æquales. Est igitur circumferentia PT ad circumferentiam PQ quadrupla. Subtendatur autem PT. Dico quadratum ex subtensa PT esse quoque quadruplum quadrati ex subtensa PQ, id est, longitudinem PT ad longitudinem PQ esse duplam.

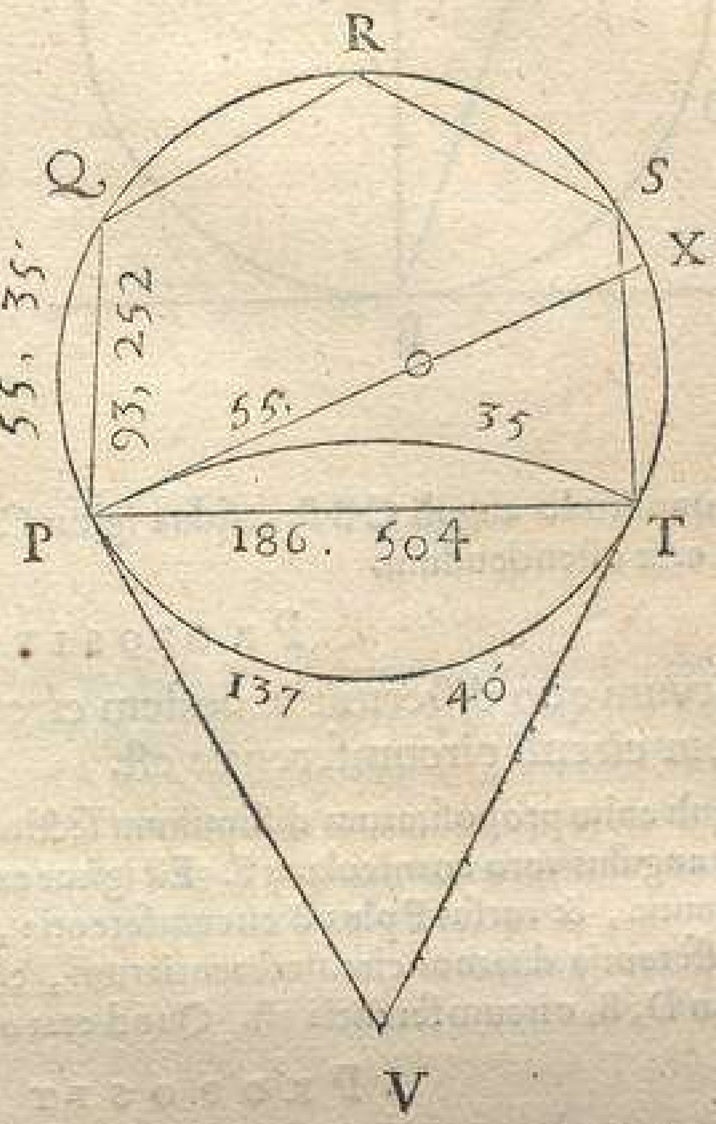




Agatur enim diameter POX, & subtendatur QX. Est igitur QX æqualis compositæ ex LK, KF & quoniam circumferentia PQRST est quadrupla ad circumferentiam PQ: ideo est subtensa PQ ad subtensam PT, sicut cubus ex PX ad cubum octuplum ex QX, minus solido quadruplo sub QX & quadrato ex PX, vel sicut cubus ex PO ad cubum ex QX, minus solido duplo sub QX & quadrato ex PO, per ea quæ exposita sunt in Analyticis angularium sectionum Zetetico Theorematis quarti. Proposita autẽ quavis serie quatuor continue proportionalium, cubus compositæ è mediis æquat solidum sub composita ex extremis & rectangulo quod sub iisdem fit vel mediis, plus triplo solido sub eadem composita è mediis & prædicto rectangulo. Itaque cum QX componatur ex duabus mediis continue proportionalibus inter EF, FG, sub quibus quod fit rectangulum æquale est quadrato ex HF, id est duplo quadrato ex BC; sextuplum autem quadratum ex BC valet duplum quadratum ex AC. Cubus ex QX, multatus solido duplo sub QX & quadrato ex PO, id id eſt AC, æquat ſolidum ſub duplo quadrato ex BC & compoſita ex EF, FG, id eſt tripla AC. Quare PQ ad PT eſt, ſicut cubus ex AC ad ſolidum ſub duplo quadrato ex AC & AC: & poſtremis binis analogiæ terminis ad AC adplicatis, eſt PQ ad PT, ſicut AC quadratum ad ſextuplum quadratum ex BC, id eſt, ad duplum ex AC quadratum, atque adeo ut unum ad duo. In circulo igitur ſub O centro deſcripto, ſumptæ ſunt duæ circumferentiæ P Q, P T quarum hæc ad illam eſt quadrupla, ſicut etiam quadratum ſubtenſæ P T ad quadratum ſubtenſæ PQ. Quod erat faciendum.

Propositio VI.

Ex circumferentiis duorum circulorum exiſtentium in ratione quadrupla lunulam deſcribere, cui rectilineum exhibeatur æquale.



Exponatur circulus quilibet ſub O centro deſcriptus, in quo ſumatur circumferentia P T cui quæ ſubtenditur ad ſubtenſam ejuſdem circumferentiæ quadranti ſit quadratica poteſtate, ut quatuor ad unum. Deinde per puncta P T intervallo V P vel V T æquante diametrum circuli jam deſcripti, deſcribatur circulus alter ſub V centro. Secetur autem circumferentia P T quadrifariam in punctis Q, R, S, & ſubtendantur quadrantes illi P Q, QR, RS, ST, ac denique PT. Dico factum eſſe quod oportuit. Deſcriptam enim eſſe lunulam QPTSR conflatam ex circumferentiis P Q R S T, PT ad duos circulos in ratione quadrupla exiſtentes pertinentibus, ita ut ei rectilineum exhibeatur æquale. ipſi namque lunulæ R P T æquale eſſe rectilineum quinque-laterum PQRST.

Quoniam enim circulo P R T inſcripta PT ad inſcriptam PQ eſt quadratica poteſtate, ut quatuor ad unum, & conſequenter longitudine ut duo ad unum. Qua in ratione conſtituta eſt ſemidiameter circuli P T ad ſemidiametrum circuli PRT. Igitur circulus P T ad circulum PRT quadruplam habet rationem. Et ſegmentum P T ſimile ſit ſegmento P Q, valetque quadruplum ſegmenti P Q, atque adeo ipſa ſegmenta quatuor inter ſe æqualia PQ, QR, RS, ST. A lunula igitur Q P T S R auferantur ſegmenta PQ, QR, RS, ST. Addatur vero ſegmentum P T. Tantundem ergo lunulæ Q P T S R ſupplet ſegmentum P T, quantum eidem lunulæ adimunt ſegmenta PQ, QR, RS, ST.

Rectilineum itaque quinque laterum P Q R S T lunulæ Q P T S R à circumferentiis duorum circulorum exiſtentium in ratione quadrupla deſcriptæ, effectum eſt æquale, ſicut oportebat.

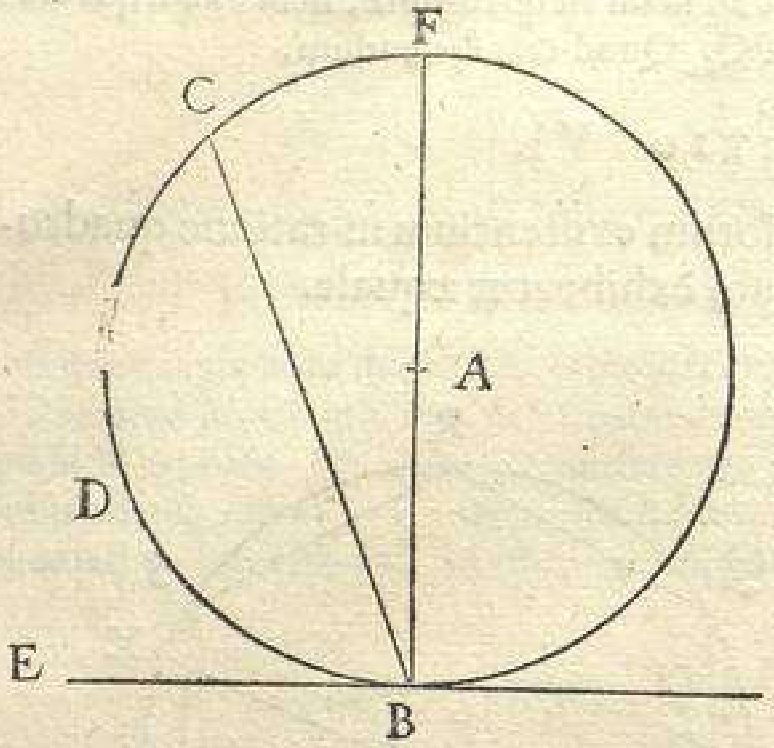
Capvt XII.

De Miſtilineis ſive angulis ſive figuris.

Quæ de Miſtilineis ſive angulis ſive figuris hactenus occurrerunt παχυκώτερα fere ſunt hæc.

PROPOSITIO I.

Circumferentia sub qua & base comprehenditur segmentum circuli, dupla est amplitudo anguli sectionis, continuati angulo corniculari.



Angulus qui fit à linea recta circulum tangente & ipsa circumferentia, solet ab interpretibus dici κερατοειδής, sive cornicularis.

Circuli igitur sub A centro descripti, sit segmentum quodcunque B D C, comprehensum à recta B C quæ basis est segmenti, & circumferentia BDC. tangat autem circulum recta B E. Dico circumferentiam BDC duplam esse amplitudinem anguli EBC, compositi ex sectionis angulo DBC, & corniculari DBE. Agatur enim diameter B A F, angulus igitur rectus est EBF. recti autem anguli amplitudo dupla est semicircumferentia circuli. Itaque dupla amplitudo anguli EBF est circumferentia B D C F. à quo auferatur C F, dupla amplitudo anguli C B F. residua igitur C D B dupla est amplitudo anguli E B C. Quod erat ostendendum.

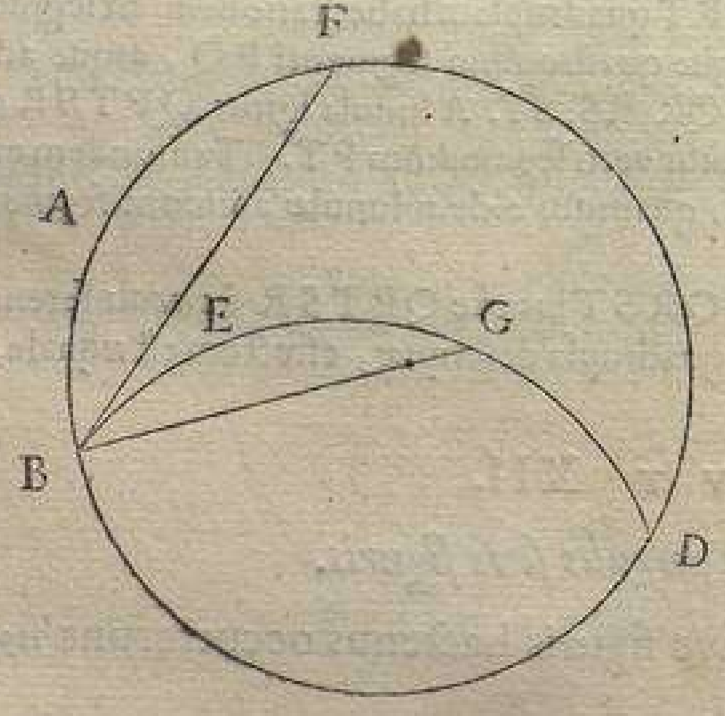
PROPOSITIO II.

Curvum quo differunt in eodem circulo anguli dissimilium sectionum, ejusdem circuli circumferentia est.

Anguli enim propositarum dissimilium sectionum circuli, sunto D, B; illa major, hæc minor; angulus vero cornicularis F. Est igitur ex antecedente propositione F plus D circumferentia, & rursus F plus B circumferentia, & harum differentia est D minus B, & vero differentia duarum circumferentiarum, circumferentia est. Quare differentia angulorum D, B, circumferentia est. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO III.

Angulo dato, quem faciunt duæ circumferentiæ duorum sese secantium æqualium circulorum, una convexa, altera concava, angulum rectilineum exhibere æqualem.

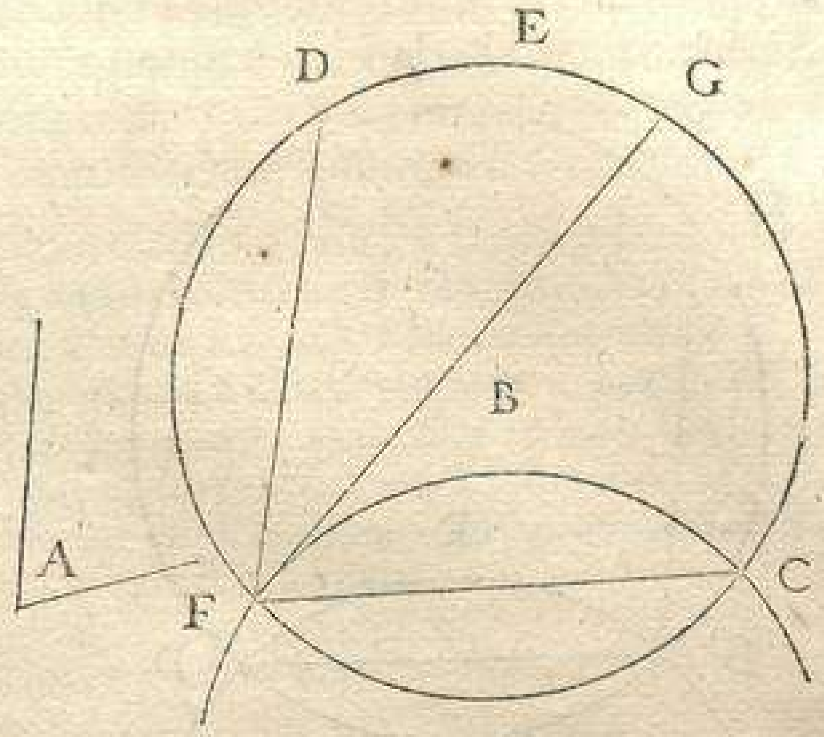


Duo circuli ABD, BED æquali intervallo descripti, sese mutuo intersecent in punctis B, D. unde fiat lunula ABED. Oportet angulo ABED lunari, angulum rectilineum exhibere æqualem. Circulum BED tangat in B recta B F, secans circulum ABD tum in B, tum in F; circumferentiæ autem B F sumatur in circulo secundo B E D, circumferentia B G æqualis, & subtendatur B G. Quoniam igitur æquales sunt sectiones ABF, EBG; quantum ab angulo lunari ABED aufert angulus sectionis ABF; tantum restituit angulus sectionis

nis E B G. Angulo itaque A B E D lunari exhibitus est æqualis angulus rectilineus F B G. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO IV.

A duobus æqualibus circulis lunulam describere, cujus angulus dato angulo existat æqualis.



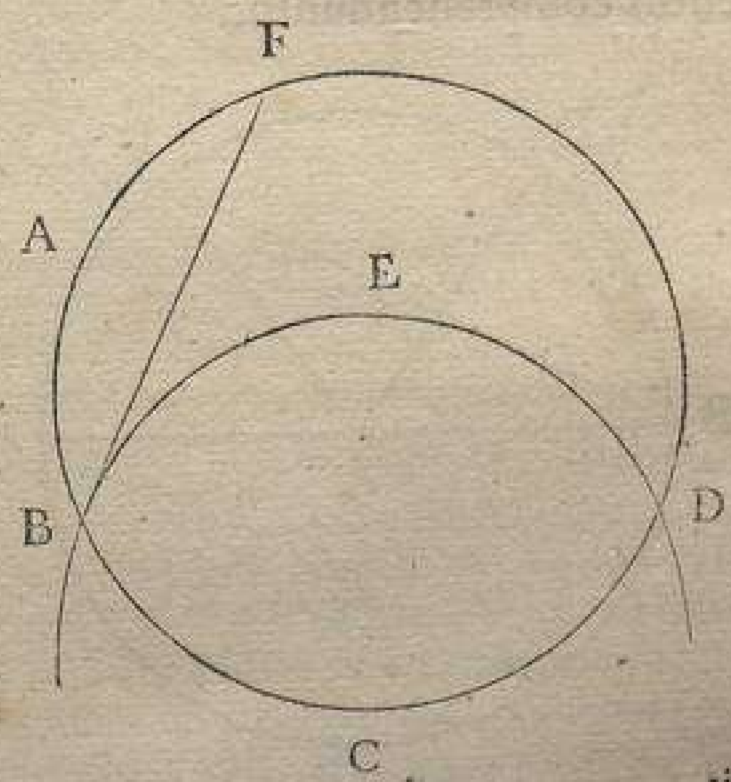
Sit datus angulus A. Oportet describere lunulam, cujus angulus dato A angulo existat æqualis.

In circulo sub B centro descripto, sumatur circumferentia CED æqualis amplitudini duplæ anguli A dati, & residua DFC secetur bifariam in F, & per puncta FC ducatur circulus descripto jam circulo æqualis. Dico factum esse quod oportuit. Lunulam enim esse descriptam, cujus angulus EFC sit dato A angulo æqualis. Recta enim FG tangat circulum secundum in F, secans primum tum in F, tum in G, & subtendatur FC. Circumferentia igitur FC seu FD circumferentiæ GC est æqualis, utravis enim definit amplitudinem duplam anguli rectilinei GFC. Quare circumferentia G D F est circumferentiæ C E D æqualis. Ipsa autem G E F est amplitudo dupla anguli sectionis E F G, continuati angulo corniculari ejusdem circuli, vel æqualis. Angulus vero sectionis EFG continuatus angulo corniculari GFC, est ipse angulus lunaris. Lunaris igitur anguli EFC amplitudo dupla æqualis est circumferentiæ GDF, id est CED; simpla dimidiæ CED, id est angulo A dato.

Itaque factum est quod oportuit.

PROPOSITIO V.

Anguli lunulæ à duobus circulis æqualibus descriptæ, definire amplitudinem.



Duo æquales circuli unus ABCD, alter B E D describant lunulam ABED. Oportet anguli lunaris ABED definire amplitudinem.

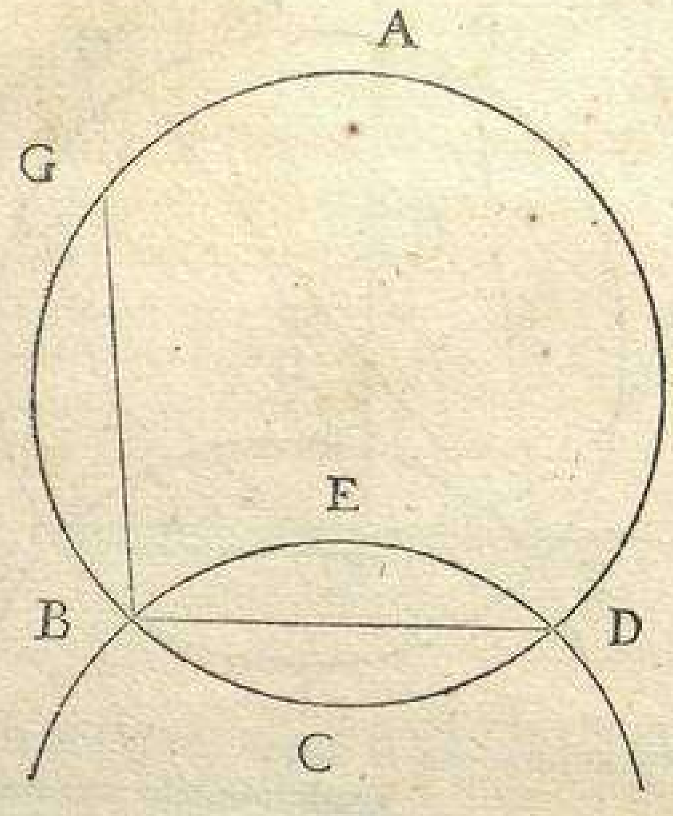
Circulum B E D tangat recta in B, secans primum circulum tum in B, tum in F. Dico circumferentiam FAB æqualem esse duplæ amplitudini anguli lunaris ABED, Angulus enim lunaris componitur angulo sectionis A B F, & angulo corniculari F B E D; qui quidem angulus cornicularis FBED æqualis est angulo corniculari quem efficeret tangens ipsum circulum ABCD: cum sint circuli ABCD, B E D æquales. Sed anguli sectionis F B A, continuati angulo corniculari

 ejus.

ejusdem circuli BCD seu ei æqualis BED duplæ amplitudini, æqualis est circumferentia FAB. Eadem igitur æqualis quoque est duplæ amplitudini anguli lunaris A B E D. Secta autem esto bifariam FAB circumferentia in A. Anguli igitur lunaris ABED definita est amplitudo, videlicet circumferentia BA. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO VI.

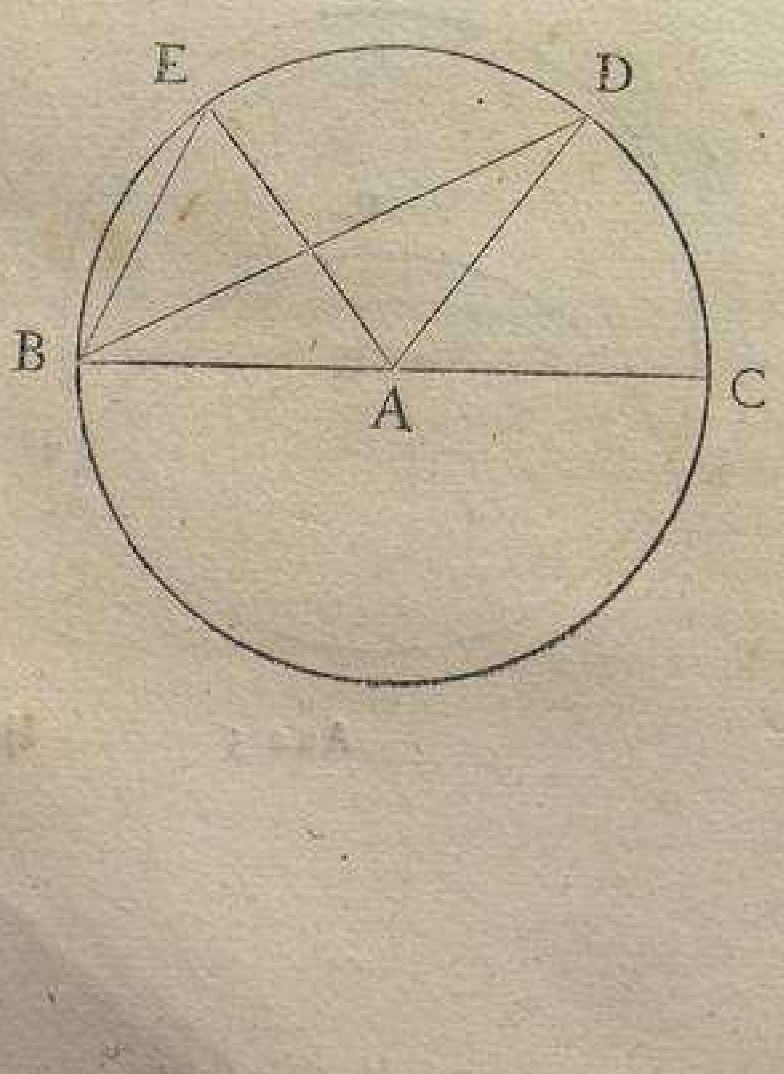
Triangula mistilinea, lunulis quas æquales circuli describunt, exhibere æqualia.



Duo æquales circuli unus ABCD, alter B E D describant lunulam ABED. Oportet lunulæ ABED exhibere triangulum mistilineum æquale. Subtendatur BD, erunt igitur circumferentiæ BED, BCD æquales. est autem B D minor diametro, si enim esset communis diameter duorum æqualium circulorum concurrerent illi, non etiam lunulam describerent. Quare secatur circulus quilibet inæqualiter. Sit autem superior circulus A B C D, à quo dempta lunula relinquatur figura κερατοειδὴς E B C D. Est igitur circumferentia DAB major circumferentia BCD, seu BED. Quare à circumferentia BAD auferatur circumferentia BG circumferentiæ B C D seu B E D æqualis, & manifestum est triangulum mistilineum G B D; crura habens æqualia BG, BD, ipsasque rectas lineas; basin vero GD circumferentiam, lunulæ ABED esse æquale. Tantum enim detrahit lunulæ sectio B G, quantum eidem addit sectio B D: cum sint BD, BG sectiones similes & æquales.

PROPOSITIO VII.

Si ab unaquaque extremitatum diametri, sumantur in eandem partem circuli duæ circumferentiæ æquales; ab altera autem earundem extremitatum, inscribantur lineæ rectæ ad terminos sumptarum æqualium circumferentiarum: spatium circuli quod interjacet inter diametrum & proximam inscriptam, adjunctum sectioni circuli, quam facit altera inscriptarum, æquale est duobus sectoribus qui sub æqualibus sumptis circumferentiis comprehenduntur.



Sit circulus sub A centro, dimetiente quacunque BC descriptus, & in eandẽ partem circuli à dimetiente BC bifariam secti sumantur circumferentiæ CD, BE æquales, & subtendantur BD, BE, agantur quoque semidiametri A D, A E. Dico spacium comprehensum à rectis B D, B C & circumferentia DC, æquari sectoribus BAE, CAD. Triangula enim rectilinea B A E, D A C æqualium sunt laterum & angulorum. Quoniam autem in angulo rectilineo BDC recta DA secat bifariam basin BC, ideo secat quoque bifariam ipsum triangulum

lum BDC. Quare triangulum BAD æquale est triangulo DAC, seu BAE. Spacium itaque mistilineum illud DBC, æquale est sectori DAC & triangulo BAE. Utrobique addatur sectio BE. Spacium igitur mistilineum illud DBC additum sectioni BE, æquale est sectoribus BAE, CAD. Quod erat ostendendum.

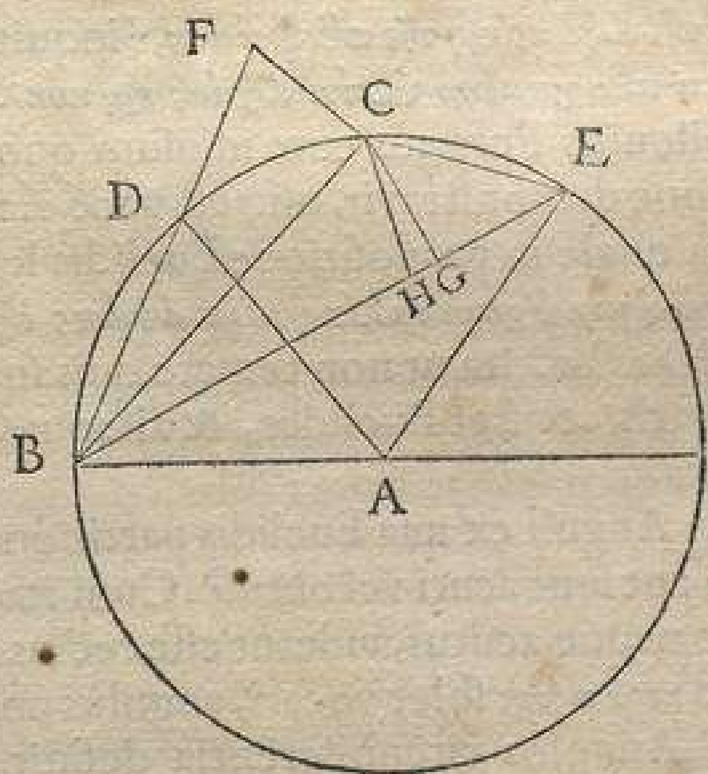
PROPOSITIO VIII.

Si ab unaquaque extremitatum diametri, sumantur in eandem partem circuli circumferentiæ æquales; ab altera autem earundem extremitatum, inscribantur lineæ rectæ ad terminos sumptarum æqualium circumferentiarum: spacium circuli quod inter rectas inscriptas interjacet, æquale est sectori ab eadem circumferentia, qua spacium ipsum, comprehenso.

Repetatur antecedens diagramma. Dico spacium circuli E B D comprehensum à rectis EB, BD & circumferentia ED, esse æquale sectori EAD. A semicirculo enim BEC auferatur spacium B D C comprehensum à rectis B D, B C & circumferentia D C, ipsa etiam demmatur sectio BE: superest itaque spacium EBD comprehensum à rectis EB, BD & circumferentia E D. Ab eodem autem semicirculo auferantur sectores CAD, BAE qui quidem prædicto mistilineo B D C spacio, una cum sectione BE sunt æquales. Superest igitur sector EAD. Ergo sectori EAD æquale est spacium EBD comprehensum à rectis EB, BD & circumferentia ED. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IX.

Cum ab eodem puncto circumferentiæ inscribuntur circulo tres lineæ rectæ, quarum media latus est tetragoni, secans bifariam angulum ab inscriptis extremis factum. Itaque descripta sunt duo triangularia spacia, quorum bases sunt circumferentiæ æquales, latus autem inscripti tetragoni crus utrique commune. Dimidiam differentiam duorum illorum spaciorum triangularium, figuræ tum mistilineæ, tum rectilineæ, adæquare.



Sub A centro, intervallo quocunque AB describatur circulus, in quo sumatur B C circumferentia tetragoni, & à puncto C sumantur utrinque circumferentiæ æquales CD, CE circumferentia tetragoni minores, & subtendantur B D, B E. Sunt itaque descripta duo spacia triangularia DBC, CBE, quorum bases DC, CE sunt circumferentiæ æquales. latus autem tetragoni BC crus est eis triangulis mistilineis commune. Itaque oportet dimidiam differentiam duorum illorum spaciorum triangularium, figuræ tum mistilineæ tum rectilineæ adæquare.

Sub centro B, intervallo BC describatur circulus, cujus circumferentiam abscindant BD, BE in F, G. Dico in primis differentiam dimidiam inter spacium D B C & spacium C B E, æquari triangulo mistilineo C G E, seu C D F. Descriptus enim circulus sub B centro, intervallo B C duplus fit ad circulum sub A centro, intervallo A B descriptum. Itaque sector F B G ad illum pertinens circulum, æqualis est sectori D A E ad hunc pertinenti; qui quidem sector D A E æqualis ostensus est spacio mistilineo D B E. Quare si ab his æqualibus commune utrinque auferatur spacium mistilineum B D C G, relinquetur triangulum mistilineum C D F triangulo mistilineo CGE æquale. Est autem FBC sector dimidius totius sectoris FBG, id est spacii mixtilinei DBE

inæqua

inæqualiter secti à recta BC, & est DBC minus segmentum, CBE majus. Atque huic majori segmento cum aufertur triangulum mistilineum GCE, remanet dimidium totius spacii, sicut cum illi minori adjicitur triangulum CFD, triangulo GCE æquale. Cum autem secatur magnitudo quæpiam, dimidia differentia segmentorum, adjuncta dimidiæ magnitudini, facit majus segmentum, ablata minus. Dimidia igitur differentia inter spacium DBC & spacium CBE, est triangulum mistilineum GCE seu CFD. Quod primo loco fuit ostendendum.

Secundo cadat in BE perpendiculariter CH, & subtendatur CE. Dico rectilineum ac rectangulum triangulum CHE, æquari mistilineo GCE. Quoniam enim circulus FCG est duplus circuli DCE, ideo cum secabuntur similiter circuli illi: segmenta illius erunt segmentorum hujus dupla. Itaque totum segmentum CE, quod describitur in minore duorum illorum circulorum, æquale est dimidio simili segmento descripto in majore, nempe spacio HCG, cum dupla circumferentia CG similis sit circumferentiæ CE. Quantum igitur triangulo mixtilineo GCE detrahit segmentum CE, tantundem restituit dimidium simile segmentum HCG. atque adeo rectilineum triangulum CHE, æquale sit mixtilineo GCE. Quod secundo loco fuit ostendendum.

Sic igitur dimidia differentia inter spacium DBC & spacium CBE, adæquata est tum figuræ mixtilineæ nempe DCF seu GCE, tum rectilineæ HCE, ut erat faciendum.

CAPVT XIII.

Angulus cornicularis.

COepit agitari quæstio à sagacibus quibusdam Geometris, an diverticulum quod facit circulus à linea recta vel circulari, quæ ipsum tangit, sit angulus nec-ne. Circulus enim censetur figura plana, infinitorum laterum & angulorum; linea autem recta rectam contingens quantulæcunque sit longitudinis, coincidit in eandem lineam rectam, nec angulum facit. Itaque cum proposuit Euclides inter lineam rectam quæ circulum tangit & ipsam circumferentiam, non cadere alteram lineam rectam εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, οὐ inquit ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται, non etiam γωνίαν περιεχομένην ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας οὐ τέμνει ἑτέρα εὐθεῖα. Sic Apollonius Pergæus cum idipsum quod in circulo Euclides inesse in coni sectione demonstravit, usus est voce τόπου non γωνίας, nec inde elicuit Porisma quale in propositione Euclidis legitur de angulo semicirculi his verbis: καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστί, ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων. Ita ut non temere quis suspicetur ea esse adulterina, ne sibi non satis constet Euclides, & alioqui Geometrica multa corruant fundamenta.

1. Anguli ex ipsa Euclidis partitione, recti sunt aut obliqui. Obliqui vero aut sunt acuti vel obtusi. Cum itaque angulus semicirculi non sit obtusus neque acutus, videtur esse rectus; is vero qui existimatur reliquus è recto κερατοειδὴς solet vocari, angulus imaginarius, γωνία εἰκονική.

2. Angulos circumferentia definit. Nulla circumferentia definit diverticulum κερατοειδές. Diverticulum igitur illud non est angulus.

3. Secto dissimiliter circulo, anguli sectionum dissimilium differunt per circumferentiam; quæ autem magnitudo metitur totam & ablatam, eadem metitur & reliquam. Propositis igitur sectionibus dissimilibus, metiatur magnitudo quæpiam angulum majoris, metietur & angulum minoris. Differentiam igitur majoris & minoris metietur, id est circumferentiam. Ergo anguli sectionum circumferentiæ sunt, & cum iidem non sint majores neque minores dimidio circumferentiæ, sub qua & base comprehenduntur sectiones, ei dimidio censendi sunt æquales.

4 An

4 An circulus quænam figura plana est anomala? an non Aristoteli prima figura planarum est & perfectissima, ut sphæra solidarum. Regularis autem est in planis figuris, ut similitudo earum æqualitatem angulorum arguat & æqualitas similitudinem. Itaque in circulis inæqualibus, anguli similium sectionum videntur æquales. Si angulus semicirculi in majore circulo idem est qui in minore, angulus κερατοειδὴς angulo κερατοειδεῖ non exhibetur minor. Cum itaque decrementum non suscipiat, magnitudo non est, neque enim datur magnitudo ἐλαχίστη aliter quam intellectu.

5 Anguli κερατοειδοῦς siquidem is incrementum suscipit, duplus est angulus qui fit in contactu duorum æqualium circulorum: cur ejusdem non dabitur triplus, quadruplus, aliterve multiplus?

6 Circulus circulum æqualem in lunari spacio potest secare ad angulum rectum: an igitur angulus exterior qui fit ex concavis circumferentiis deficiet à recto, per angulum contingentiæ ipsorum circulorum?

In sphæra maximus circulus maximum circulum per polos ductum ad angulos rectos utrinque secat. Qualis autem est circulus in planis, talis est sphæra in solidis, inquit Aristoteles.

Obtinuit tamen Procli & aliorum interpretum sententia adserentium angulum κερατοειδῆ angulum esse, ipsumque minorem quovis acuto. Lineæ enim circulari à suo ortu inesse curvaturam. Itaque transiri per majus & minus & non transiri per æquale, cum immota base trianguli rectanguli circumducetur hypotenusa donec coincidat cum base.

CAPUT XIV.

Æqualitas lineæ rectæ & circumferentiæ, secundum Archimedem comprobata.

TRadit Eutocius à nemine unquam dubitatum fuisse εἶναί τινα τῇ φύσει εὐθεῖαν ἴσην τῇ περιφερείᾳ τοῦ κύκλου. Æqualitatem autem illam ita demonstravit Archimedes.

PROPOSITIO I.

Datis duabus inæqualibus lineis, una recta, altera circulari, invenire lineam rectam minorem majore datarum, & majorem minore.

Excessus enim datarum linearum rectæ & circularis, esto Z. Recta vero ipsa G. Aut igitur recta G major est circulari, aut minor. Sit primum major. Oportet igitur invenire lineam rectam, quæ sit minor quam G, sed major quam G minus Z.

Sumatur quæcunque longitudo major ipsa G, & sit H: & fiat ut H ad G, ita H minus Z ad A. Dico inprimis longitudinem A esse minorem quam G. Quoniam enim ex hypothesi est, ut H ad G, ita H minus Z ad A: ideo subducendo erit ut H ad G, ita Z ad G minus A. Cum igitur A possit ex G auferri, est A minor quam G. Secundo dico A esse majorem quam G minus Z. Quoniam enim H est major quam G: ideo erit ut H ad G, ita Z ad minorem quam Z, veluti, ad F; & subducendo erit ut H ad G, ita H minus Z ad G minus F. Itaque G minus F æquabitur A. Est autem G minus F major quam G minus Z. Ab eadem enim G longitudine minor illic quam hic aufertur longitudo. Quare A est major quam G minus Z.

Propositis itaque duabus inæqualibus lineis; una recta, nempe G; altera circulari, eaque minore, nempe G minus Z: inventa est A linea recta; minor quam G: sed major quam G minus Z. Quod erat faciendum in prima πτώσει.

Sed esto G recta minor circulari. Oportet igitur invenire lineam rectam, quæ sit major quam G, sed minor quam G plus Z. Sumatur rursus quæcunque longitudo major quam G, & sit H: & fiat ut H ad G, ita H plus Z ad E. Dico inprimis longitudinem E majorem esse quam G. Quoniam enim est, ut H ad G, ita H plus Z ad E. Ideo subducendo erit ut H ad G, ita Z ad E minus G. Cum igitur G auferatur ex E, præstat E ipsi G. Secundo dico E esse minorem quam G plus Z. Quoniam enim H est major quam G: ideo est ut H ad G, ita Z ad minorem quam Z, veluti ad F. Et per additionem ut H ad G, ita H plus Z ad G plus F. Itaque G plus F æquabitur E. Est autem G plus F minor quam G plus Z. Eidem enim longitudini G minor illic quam hic additur longitudo. Quare E minor est quam G plus Z.

Propositis itaque duabus lineis, una recta nempe G, altera circulari eaque majore nempe G plus Z: inventa est E linea recta, major quam G, sed minor quam G plus Z. Quod erat faciendum in secunda πτώσει. Atque adeo constat Problema.

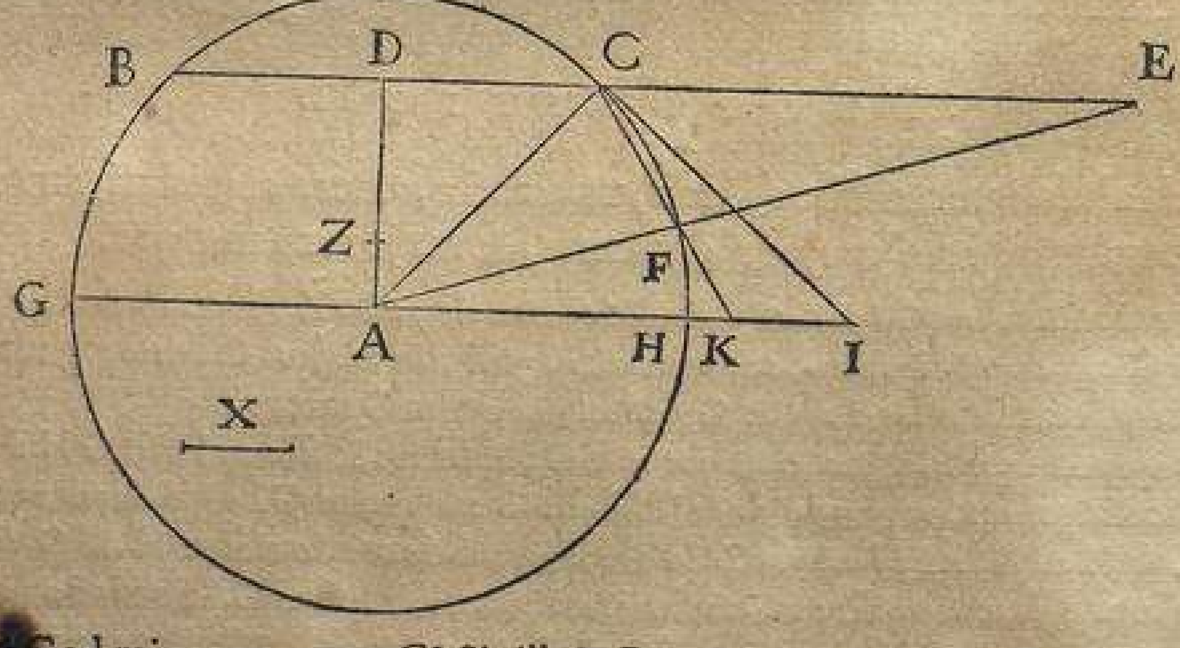
SCHOLIUM.

Eadem argumentatione propositis duobus angulis uno rectilineo, altero mistilineo, poterit inveniri rectilineus minor dato rectilineo, sed major dato mistilineo. Quod tamen negabunt Euclidei, neque enim dabitur angulus rectilineus minor recto rectilineo idemque major angulo semicirculi.

PROPOSITIO II.

Circulo dato, & linea recta in eo inscripta, quæ diametro minor existat, ipsaque extra circulum continuata, educere lineam è centro ita secantem circulum & continuatam inscriptam, ut pars eductæ è centro interjacens inter circumferentiam & inscriptam, se habeat ad jungentem inscriptæ & eductæ terminos in circumferentia notatos viciniores, sicut dimidia inscripta ad minorem ea quæ ex centro inscriptam illam bifariam secat.

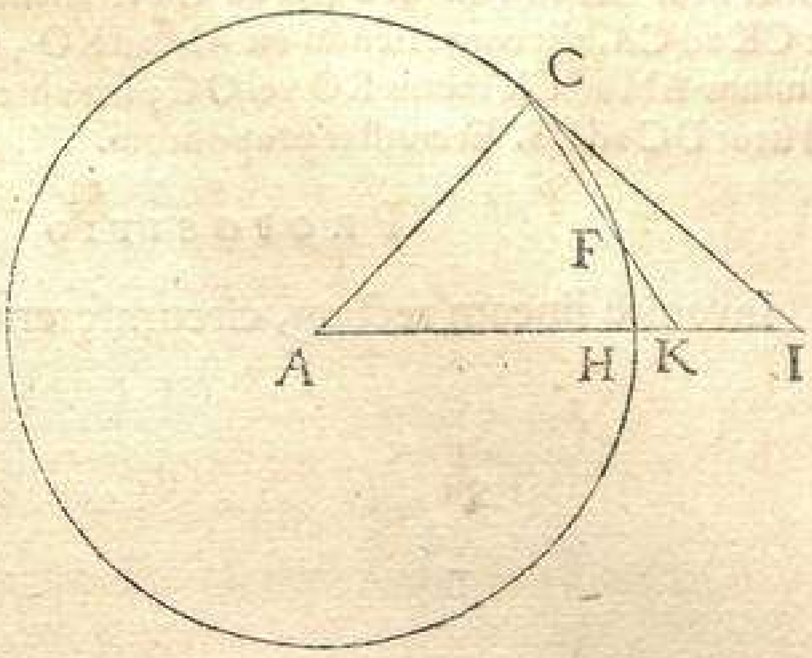
Sit datus sub A centro descriptus circulus, cui inscripta sit BC minor diametro, secta bifariam ab ea quæ ex centro in D. Eadem BC producta esto extra circulum. Dico posse educi talem AFE; secantem BC productam in E; circumferentiam vero in F: ut FE ad CF se habeat, ut DC ad quamcunque minorem ipsa AD, utpote DZ. Ipsi enim BC agatur diameter parallela GAH, quam tangens circulum in C secet in I. Sunt igitur similia triangula ADC, AIC. Quare DC ad AD est, sicut AC ad CI. DC vero ad DZ,



est sicut DC ad minorem quam CI. Sit illa X. Potest igitur è puncto C educi recta, secans circumferentiam in F, parallelam vero GI in K: ita ut FK sit æqualis ipsi X, cum sit X minor quam CI. Educatur igitur & jungatur AF, & continuetur ad BC in E. Ergo est ut DC ad DZ, sic AF ad FK. Sed cum sint parallelæ BE, GI, similia triangula sint AKF, GFE. Quare est, ut AF ad FK, ita FE ad CF. Est igitur FF ad CF, sicut CD ad DZ. Et constat propositum.

SCHOLIUM.

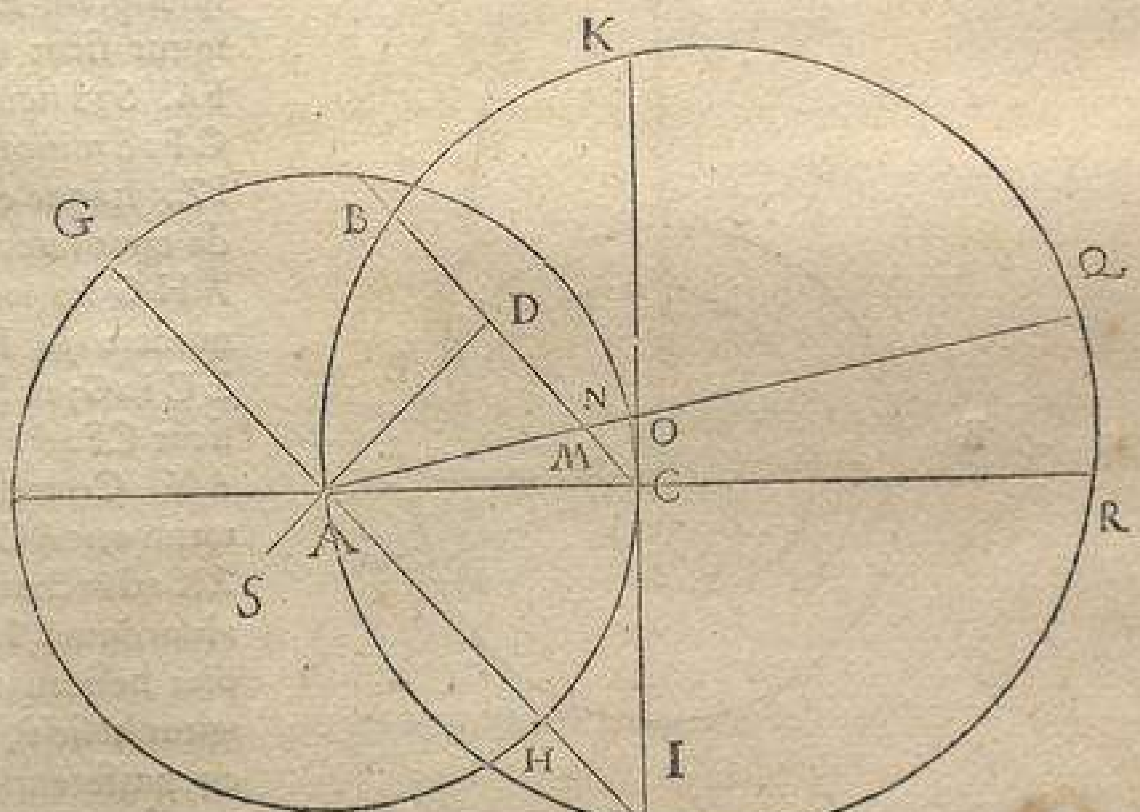
Quod sumit Lemma Archimedes posse à puncto C educi rectam, quæ secat circumferentiam in F: rectam vero AI in K, ita ut FK sit æqualis cuicumque rectæ X; modo ea sit fit minor quam CI: verum eſt κατ' αἴσθησιν. Neque enim X tam proxima ipſi C I deſignabitur, quin educetur FK ipſi æqualis, & tamen different C K, F K. Secabit enim C K circulum in F, cum ſit CK alia à tangente CI; & minor ipſa C I; major vero recta C H. Sectio autem contingit in duobus punctis. Unde linea erit inſcripta CF. Itaque κατὰ φύσιν, verum eſt aliquam eſſe lineam, quæ erit minor ipſa C I, & major ipſa FK, nempe ipſam CK: cum imaginabimur CK omnium poſt CI maximam.



PROPOSITIO III.

Circulo dato, & linea recta in eo inſcripta, quæ diametro minor exiſtat, & alia inſuper quæ circulum tangat in inſcriptæ termino, educere lineam è centro ita ſecantem circulum & ipſam tangentem, ut pars eductæ è centro interjacens inter circumferentiam & inſcriptam ſe habeat ad partem tangentis quæ eſt inter contactum & ipſam eductam, ſicut dimidia inſcripta ad majorem ea quæ ex centro inſcriptam illam bifariam ſecat.

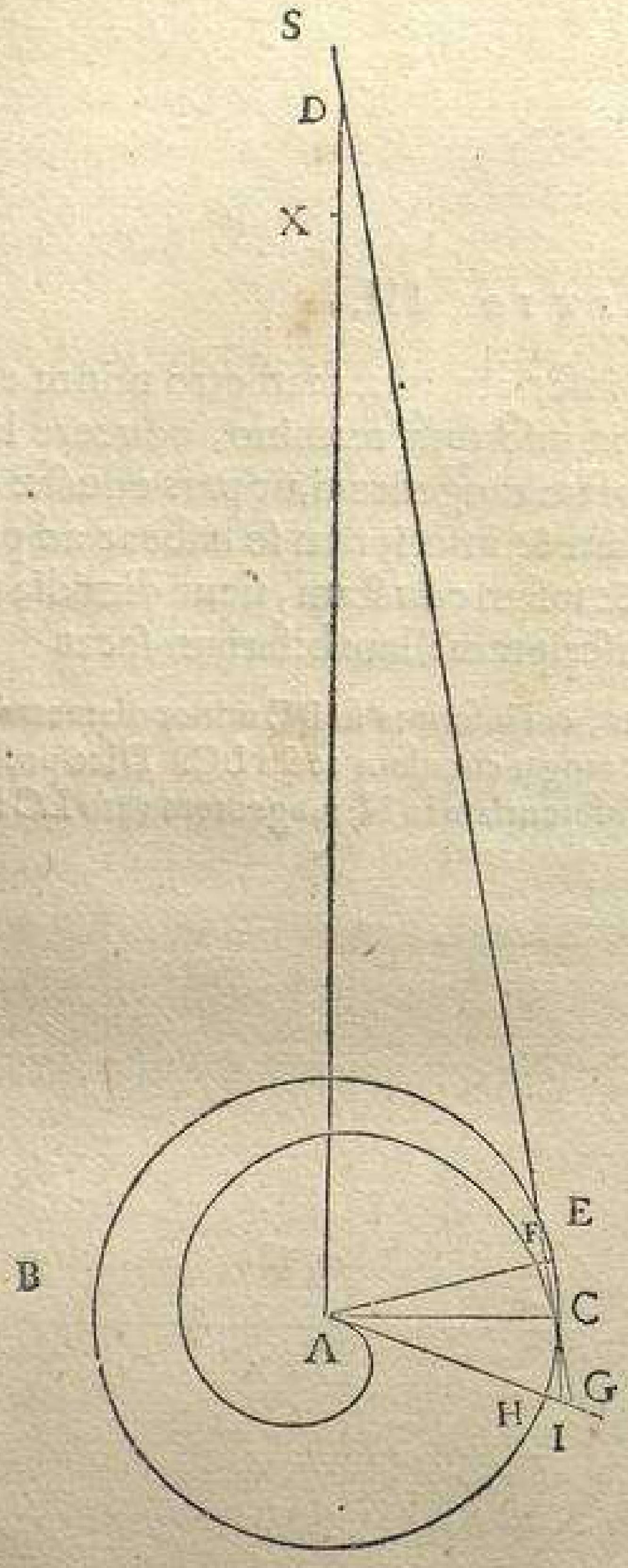
Sit datus ſub A centro deſcriptus circulus, cui inſcripta ſit BC minor diametro, ſecta bifariam ab ea quæ ex centro in D. Sed & tangat circulum recta LC. Dico poſſe educi talem AMNO; ſecantem BC in M; circumferentiam in N; tangentem vero LC in O: ut MN ad OC, ſe habeat ut DC ad quamcunque majorem ipſa DA, utpote DS. Ipſi enim B C agatur diameter parallela GAH, quam tangens L C ſecet in L. Sunt igitur ſimilia triangula ADC, ALC. Quare DC ad AD eſt, ſicut A C ad C L. DC vero ad D S eſt, ſicut A C ad majorem quã CL. Sit illa C K, & per tria puncta K A L deſcribatur circulus, ad cujus circumferentiam producatur AC in R, & eidem circulo inſcribatur AMNOQ: ita ut OQ ſit ipſi CR æqualis. (Id enim fieri poteſt) quoniam CK constructa eſt major quam CL. Dico eſſe MN ad OC, ſicut AC ad CK, ſeu DC ad DS. Eſt enim OA ad MA, ſicut OL ad CL: cum ſint BC, GL parallelæ. Itaque quod fit ſub OA, CL, æquale eſt ei quod fit ſub MA, OL. Sed & quod fit ſub KO, OL, æquale eſt ei quod fit ſub AO, OQ. Eſt autem id quod fit ſub KO, OL ad id quod fit ſub AM, OL, ſicut KO ad AM. Et ut id quod fit



fit sub AO, OQ ad id quod fit sub AO, CL, sicut OQ id est CR ad CL. Quare est KO ad AM, sicut CR ad CL. Sed CR ad CL est, sicut CK ad CA. Quare est KO ad AM, sicut CK ad CA. Et convertendo est AM ad KO, sicut CA ad CK, & subducendo est CA minus AM ad CK minus KO vel OC; seu aliter est MN ad OC, sicut AC ad CK, id est sicut DC ad DS. Et constat propositum.

PROPOSITIO IV.

Invenire lineam rectam, circumferentiæ dati circuli æqualem.



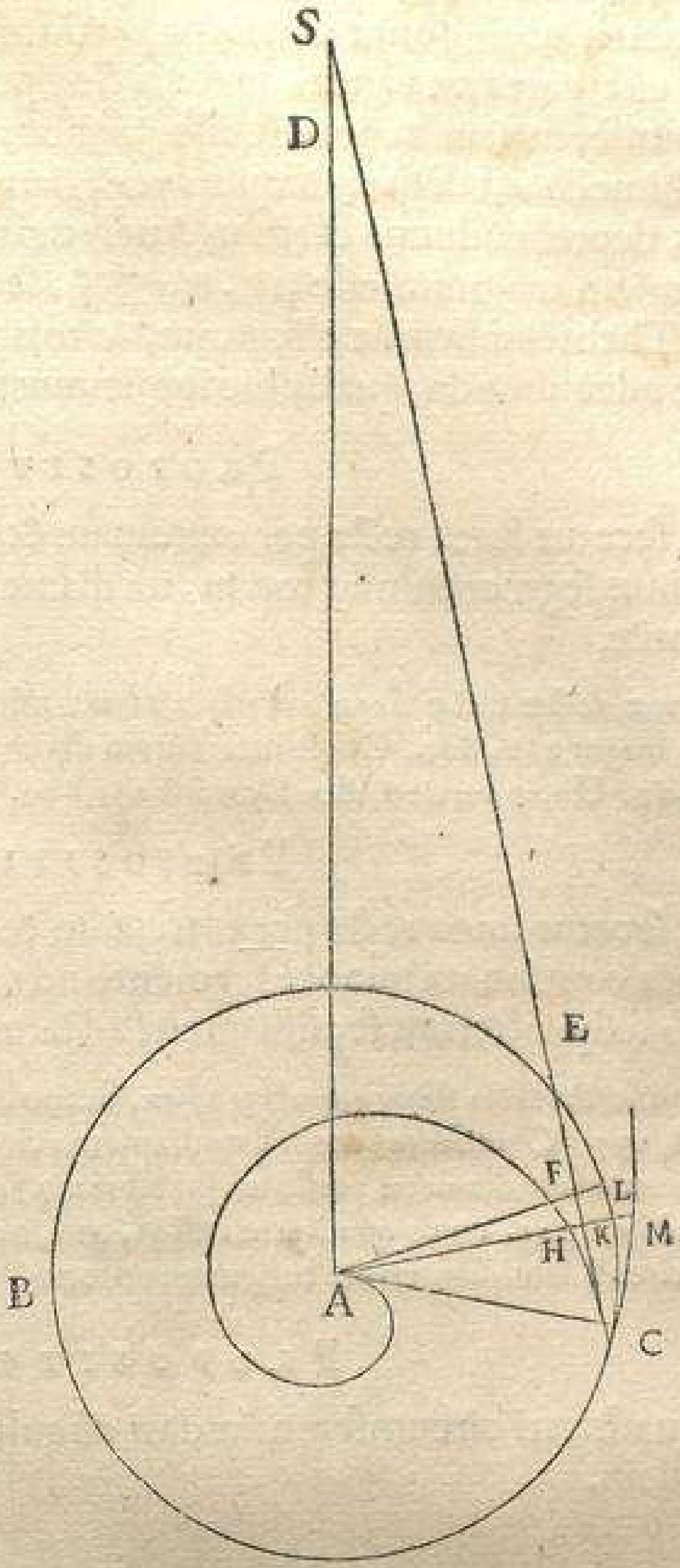
Sit datus circulus cujus A centrum, diameter BAC. Oportet facere quod propositum est. Describatur helix cujus principium A, principium vero conversionis AC. Cadat autem in A C perpendiculariter recta D A, quam alia recta tangens helicem ad C intercipiat in D. Dico D A toti circumferentiæ dati circuli B C esse æqualem.

Si enim non sit æqualis, erit igitur major aut minor. Primum si fieri possit esto DA major circumferentia dati circuli B C. Itaque ex propositione prima sumatur recta minor quidem ipsa DA; sed major ipsa circumferentia circuli B C; & sit illa XA. Helicen autem tangens recta CD, intercipiat circumferentiam in E. Et è centro acta AF secet inscriptam E C bifariam in F. Est igitur sicut C A ad A D, ita C F ad FA. Sed sicut C A ad X A, ita erit C F ad minorem quam A F, ut pote FZ. Itaque ex propositione secunda continuetur E C, & educatur A H G ita secans circumferentiam quidem in H; continuatam vero E C in G; ut HG ad C H, se habeat sicut CF ad FZ, hoc est sicut AC ad AX. Conversim igitur & permutatim erit AC seu AH ad HG, sicut AX ad rectam C H. Hoc autem est absurdum. Ipsa enim A G intercipiat helicen in I. Ex proprietate igitur helicis, est A H ad H I, sicut circumferentia tota circuli ad circumferentiam C H; & consequenter cum tota circumferentia cedat rectæ A X, erit A H ad H I, sicut A X ad majorem circumferentia C H; & cum HG præstet ipsi H I (tangit enim helicen recta C G non etiam secat) multo magis erit A H ad H G, sicut A X ad majorem longitudinem circumferentia C H, nedum recta C H, quæ minor est quam curva C H. Non est igitur DA minor circumferentia circuli.

Sed si fieri possit, esto D A minor circumferentia dati circuli EBC. Itaque ex eadem propositione prima sumatur recta minor quidem circumferentia circuli EBC; sed major ipsa A D, & sit A S. Erit igitur A C ad A S, sicut C F ad majorem quam F A, ut pote F R. Itaque tangat quæpiam recta circulum ad C, & ex propositione tertia educatur AKLM;

ita

ita secans EC in K; circumferentiam in L; tangentem vero in M, ut sit KL ad MC, sicut CF ad FR, hoc est, sicut AC seu AL ad AS. Conversim igitur & permutatim erit AL ad KL, sicut AS ad MC. Hoc autem est absurdum. Ipsa enim ALM intercipiat helicen in H. Ex proprietate igitur helicis est AL ad HL, sicut circumferentia tota ad circumferentiam LC, & per consequens, cum tota circumferentia præstet ipsi AS; erit AL ad HL, sicut AS ad minorem circumferentia LC. Et cum KL cedat ipsi HL (tangit enim helicen recta CK, non etiã secat.) Erit AL ad KL, sicut AS ad minorem circumferentia LC, nedum recta MC, quæ ipsa LC circumferentia est major. Non est igitur DA minor circumferentia circuli. Itaque est eidem æqualis. Circumferentiæ igitur dati circuli EBC inventa est recta DA æqualis. Quod faciendum erat.



SCHOLIUM.

Sic dixerit aliquis angulo semicirculi æqualem esse rectum. Si enim non sit æqualis, aut erit major, aut minor. Sit primum major, & sumatur angulus rectilineus; minor quidem recto; sed major angulo semicirculi. Et statim deprehendet, id fieri non posse. esse enim adsumpto quoque rectilineo majorem angulum semicirculi, demonstrabit. Sit autem minor, & sumatur angulus rectilineus; major quidem recto; sed minor angulo semicirculi. Et statim quoque deprehendet, id fieri non posse. esse enim adsumpto quocunque obtuso minorem angulum semicirculi, demonstrabit. Itaque concludet tandem secundum propositum adversus Euclidem, Euclideorumve sententiam.

CAPUT XV.

Geometrica κύκλου μέτρησις, bene proxima veræ.

QUæ sit analogia circumferentiæ circuli ad diametrum, adhuc nescitur. Neque enim inventio lineæ rectæ circulo æqualis, sive Archimedea, sive Nicomedea, est ἔντεχνος. Arguit itaque Archimedes analogiam circumferentiæ circuli proximam veræ, ex collatione polygonorum inscriptorum circulo cum similibus polygonis circumscriptis. Polygona inscripta minora sunt circulo, circumscripta majora. Area circuli media est inter aream polygoni inscripti & polygoni similis circumscripti. Diameter autem ducta in perimetrum circuli, facit aream ipsius quadruplam. Sic conclusit Archimedes circumferentiam minorem esse tripla sesquiseptima

ptima diametri, ſed majorem tripla decupartiente ſeptuageſimas primas diametri, id eſt, poſita diametro partium ſeptem, circumferentiam minorem eſſe partibus viginti duabus. Sed poſita eadem diametro partium 71, circumferentiam majorem eſſe partibus 223. Sed nos egreſſi longe fines Archimedeos, etſi ſua inſequuti veſtigia: poſita diametro particularum 100, 000, deprehendimus certo in Analyticis angularium ſectionum; circumferentiam majorem eſſe 314, 159 $\frac{26,535}{100,000}$; ſed minorem 314, 159 $\frac{26,537}{100,000}$. Itaque duo Theoremata inde elicuimus, & totidem Problemata, ad Mechanicen bene adcommoda, qualia hic ſubjicimus.

PROPOSITIO I.

Si ſecetur linea recta per extremam & mediam rationem: erit proximè ut minus ſegmentum ad totam, ita diameter circuli ad dextantem circumferentiæ.

Lineæ rectæ ſectæ ἄκρον καὶ μέσον λόγον, minus ſegmentum ſit 100, 000. Tota ſit paulo major 261, 803. Conſtituta autem diametro 100, 000. Fit circumferentia tota 314, 160. Uncia vero 26,180. Dextans 261,800. Quare bene proxima veræ eſt analogia.

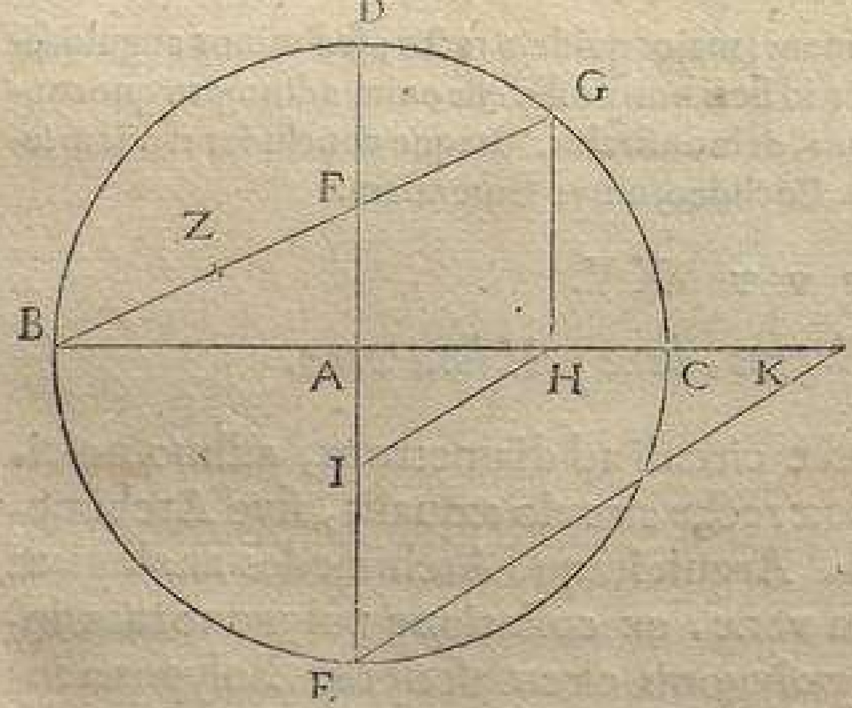
PROPOSITIO II.

Si ſecetur linea recta per extremam & mediam rationem: erit proxime ut tota continuata minore ſegmento ad totam duplam, ita quæ poteſt quadrato ſeſquialterum ſemidiametri ad latus quadrati circulo æqualis.

Linea recta ſecta ἄκρον καὶ μέσον λόγον, ſit 100, 000. Minus ſegmentum fit paulo minus 38, 197. Conſtituta autem ſemidiametro circuli 100, 000, quæ poteſt quadrato ſeſquialterum ſemidiametri, paulo major eſt 122, 474. & eſt ut 138,197 ad 200, 000, ita 122, 474 ad 177, 245, cujus quadratum eſt 31, 416, 000,000 proxime. Tanta autem fere eſt area circuli ſemidiametrum habentis 100,000. Quare bene proxima veræ eſt analogia.

PROPOSITIO III.

Quadranti circumferentiæ dati circuli invenire proxime lineam rectam æqualem.



Sit datus circulus ſub A centro deſcriptus BDCE. Oportet quadranti circumferentiæ dati circuli BDCE, invenire lineam rectam proxime æqualem.

Datus BDCE circulus ſecetur quadrifariam à duabus diametris BC, DE, ſeſe perpendiculariter interſecantibus in A, ipſaque DA ſecetur bifariam in F, & per punctum F inſcribatur BG, & in BC cadat perpendicularis GH. Abs BF autem auferatur ZF ipſi FA æqualis, unde fit BZ latus decagoni, cui ponatur in EA ſemidiametro æqualis EI: & fiat ut AI ad AE, ita AH ad AK, juncta videlicet HI, & acta EK ipſi HI parallela. Dico rectam AK eſſe æqualem circumferentiæ DGC.

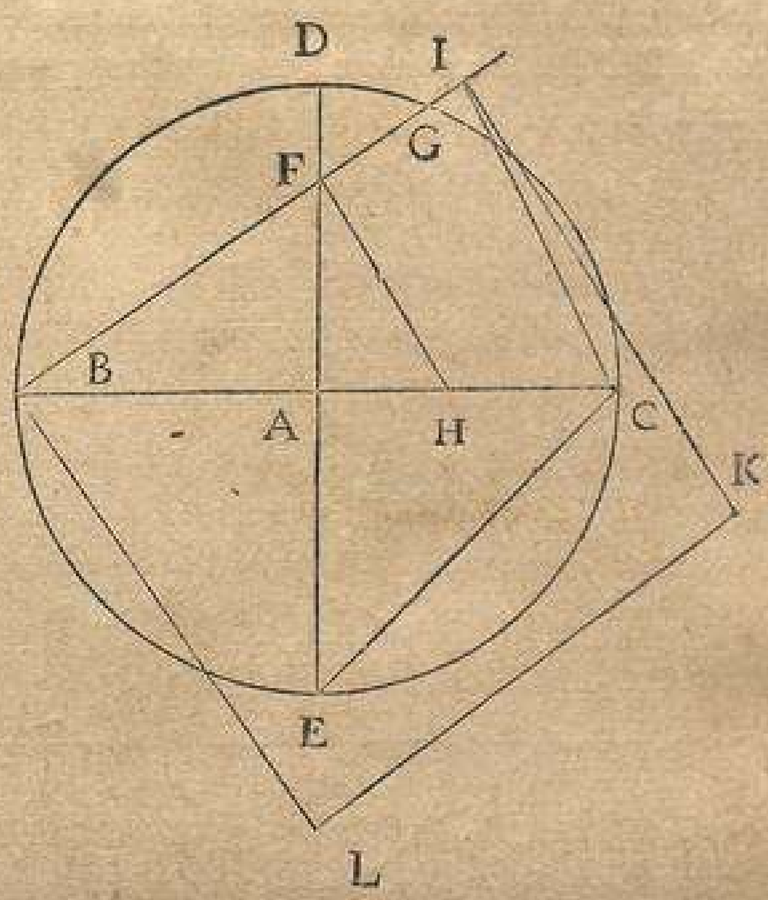
Quoniam enim IE poſita eſt æqualis ipſi BZ, ideo ſecatur AE per mediam & extremam rationem in I, & eſt AI minus ſegmentum, IE majus. Itaque ex propoſitione prima, ſicut eſt AI ad AE, ita erit diameter ad dextantem circumferentiæ, ita ſemidiameter

ad

ad quincuncem, & ita dimidia ſemidiameter ad duas uncias cum ſemiſſe, ac denique ita dimidia ſemidiameter aucta quinta parte ad tres uncias quadrantemve circumferentiæ. At vero AH eſt dimidia ſemidiameter aucta quinta parte, eſt enim ut B A ad AF, ita BG ad GC ſive longitudine, ſive poteſtate. Sed quadratum ex BG ad quadratum ex GC eſt, ut BH ad HC. Ergo quadratum ex B A ad quadratum ex A F eſt, ut B H ad H C. Et per ſynereſin eſt quadratum ex B F ad quadratum ex B A, ut B C ad B H. Qualium autem BA 10, talium FA 5, BF $\sqrt{}$ 125, BC 20. Et quoniam eſt ut 125 ad 100, ita 20 ad 16, talium etiam BH eſt 16, atque ideo AH 6. Eſt igitur AH æqualis dimidiæ BA auctæ quinta parte. Quare cum ſit ut A I ad A E, ita A H ad A K: erit A K æqualis quadranti circumferentiæ circuli. Quadranti igitur circumferentiæ dati circuli, inventa eſt recta AK proxime æqualis. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO IV.

Invenire quadratum circulo proxime æquale.



Sub A centro deſcribatur circulus ſectus quadrifariam à duabus diametris BC, DE, ſeſe perpendiculariter interſecantibus in A, & in AD ponatur AF æqualis dimidiæ C E, & per F inſcribatur BG. Secetur autem A C per extremam & mediam rationem in H, & ſit AH minus ſegmentum, HC majus. Et fiat ut BH ad BF, ita BC ad BI, juncta videlicet FH, & acta CI ipſi HF parallela. Dico B I eſſe latus quadrati circulo B E C D proxime æqualis.

Eſt enim B H ad B C, ſicut tota continuata minore ſegmento ad totam duplam. Itaque ut B H ad B C, ſic quæ poteſt quadrato ſeſquialterum ſemidiametri ad latus quadrati circulo æqualis proxime. Sed BF poteſt quadrato ſeſquialterum ſemidiametri. Poſita eſt enim FA æqualis dimidiæ C E. Quoniam igitur eſt ut B H ad B C, ita B F ad B I: erit BI latus quadrati circulo D B E C æqualis proxime. Deſcribatur itaque ipſum quadratum B I K L.

Inventum eſt igitur B I K L quadratum, circulo B D C E proxime æquale. Quod erat faciendum.

CAPVT XVI.

De altera methodo quadrandi circulum per angulum angulo, qui ſit à tangente helicem, & diametro circuli, propemodum æqualem.

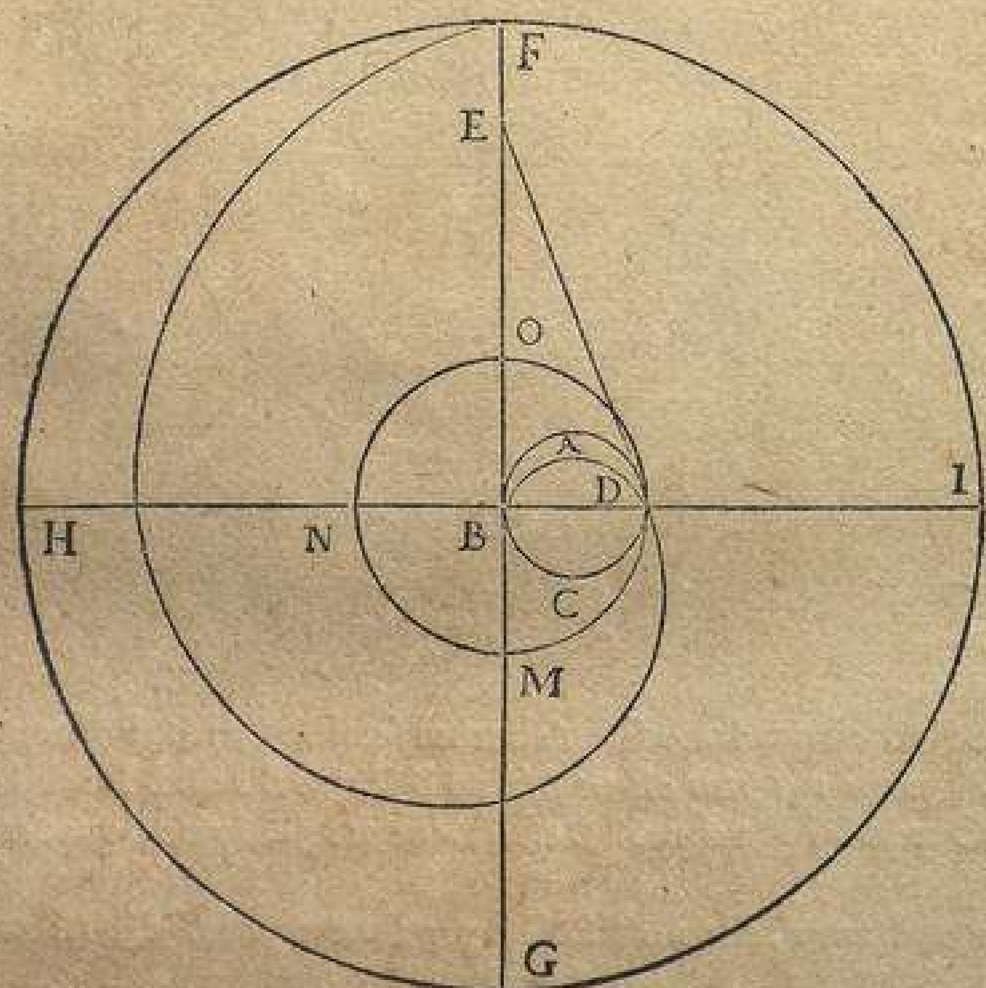
ETſi non deſcribantur volutæ, neque tangantur κατ' ἐπιστημονικὸν λόγον, attamen quanti ſint anguli in volutarum contactu, quantæve rectæ, quæ iis angulis ſubtenduntur, ratiocinamur ἐπιστημονικῶς, & μηχανικὴν juvat τεχνικῇ, τεχνικὴν μηχανικῇ, ut hoc capite placet exemplificari, & quadrandi circulum tam proxime quam placuerit vero, methodum bene paratam, neque δυσμήχανον exhibere, qua haud ſcio an alia poſſit proponi generalior & artificioſior.

PRO-

PROPOSITIO I.

Si deſcribatur helix, cujus principium ſit in una extremitate diametri alicujus circuli; quadrans vero principii converſionis ſit ipſa diameter; ſeſe autem mutuo ſecent duæ lineæ rectæ. Vna circulum contingens in principio helicis. Altera contingens helicem in quadrante principii converſionis. Itaque duæ illæ lineæ rectæ una cum diametro circuli triangulum rectangulum deſcribant, cujus baſis ſit ipſa diameter. Erit altitudo trianguli ſemi-perimetro dati circuli æqualis, ipſum vero triangulum circulo æquale.

Sit circulus A B C D, cujus diameter B D, & deſcribatur helix, cujus principium B, quarta vero pars principii converſionis ſit BD. Seſe autem mutuo ſecent duæ lineæ rectæ in E. Una circulum contingens in B, altera contingens helicem in D. Itaque duæ illæ lineæ rectæ BE, DE una cum diametro BD triangulum EBD rectangulum conſtituant, cujus baſis ſit B D. Dico altitudinem EB circumferentiæ B A D, id eſt ſemiperimetro dati circuli A B C D eſſe æqualem, atque adeo ipſum triangulum E B D dato circulo A B C D eſſe æquale.



Centro enim B, intervallo B F quadruplo ad B D, deſcribatur circulus F H G I quadriſectus à duabus diametris HBDI, FEBG. Itaque BF ſit principium revolutionis helicis, cujus continuetur in prima revolutione deſcriptio. Sed & centro B intervallo BD deſcribatur circulus tertius DMNO.

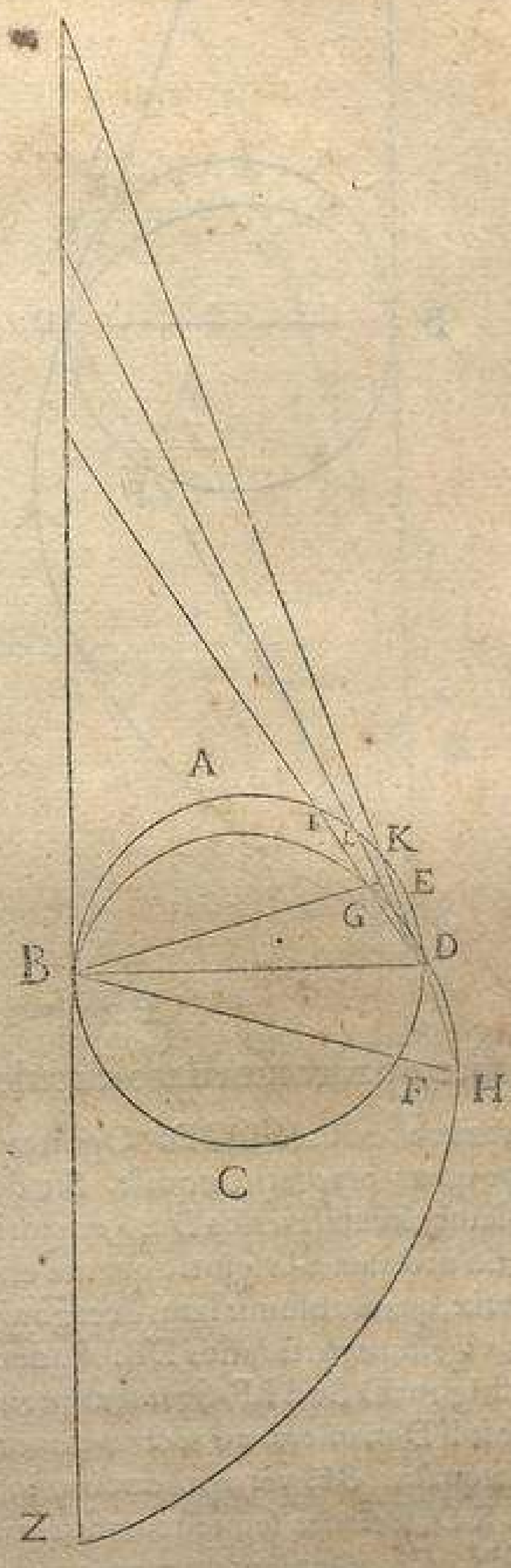
Per ea igitur quæ demonſtrata ſunt ab Archimede XXI propoſitione περὶ ἑλικῶν, recta BE quadranti totius circumferentiæ D M N O eſt æqualis. Quadrans autem totius circumferentiæ circuli DMNO eſt æqualis ſemiperimetro circuli BAD. Perimetri enim circulorum ſunt, ut ipſorum diametri. Diameter vero circuli D M N O eſt dupla ad diametrum circuli A B C D. Itaq; BE eſt æqualis ſemiperimetro circuli ABCD. Quod erat primo loco oſtendendum.

Triangulum porro rectangulum cujus altitudo eſt quadrupla ipſius BE, immutata baſe BD, eſſet æquale circulo DMNO, ex propoſitione prima περὶ μετρήσεως κύκλου. Triangulum igitur rectangulum EBD, erit æquale quadranti circuli D M N O. Sed quadranti circuli D M N O æqualis eſt circulus A B C D. Circuli enim ſimiles ſunt iis, quæ à dimetientibus illorum deſcribuntur, quadratis. Triangulum igitur rectangulum EBD circulo A B C D eſt æquale. Quod erat ſecundo loco oſtendendum.

PRO-

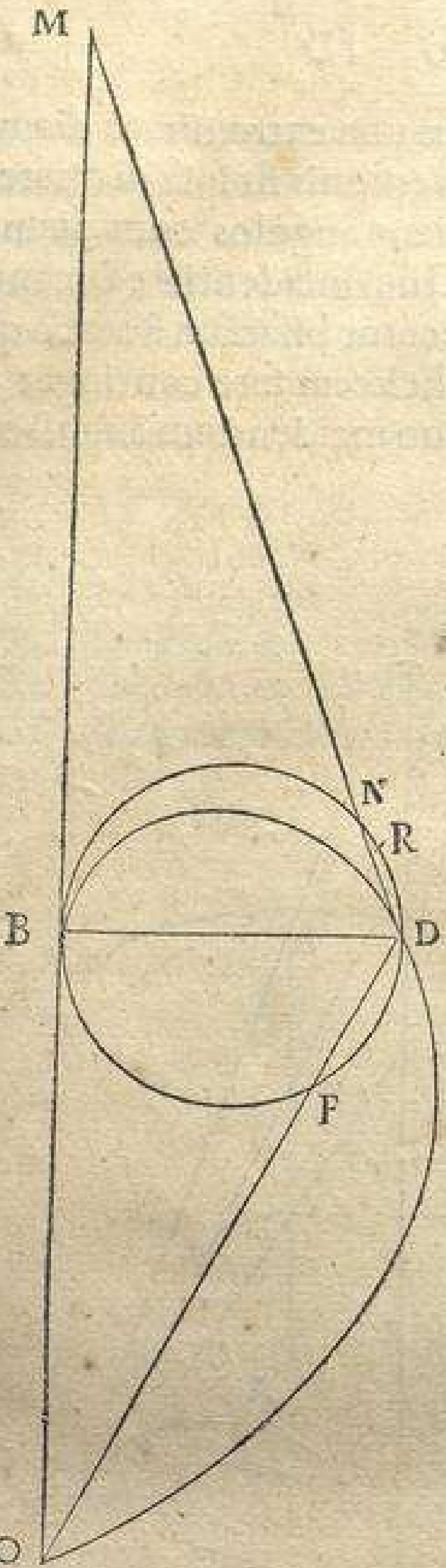
PROPOSITIO II.

Si describatur helix cujus principium sit in una extremitate diametri alicujus circuli, quadrans vero principii conversionis sit ipsa diameter, incidant autem in helicem duæ rectæ quæ faciant angulos cum diametro æquales, & ab extremitate diametri ad punctum incidentiæ educantur duæ aliæ lineæ rectæ, à quibus qui fit angulus secetur bifariam à tertia quapiam recta. Tertia illa in ea anguli bipartitione helicem fere continget, tantoque propius cum contingente concurret, quo incidentium anguli cum diametro facti erunt acutiores.



Sit circulus A B C D, cujus diameter B D, & describatur helix BGHZ, cujus principium conversionis intelligatur recta contingens circulum ad B, quadrupla ad ipsam B D diametrum. Itaque sit B D quadrans principii conversionis. Sumantur autem D E, D F circumferentiæ æquales, & agantur B E, B F incidentes in helicen ad puncta G, H, & connectantur D G, H D secantes circumferentiam in I, K. Ipsaque circumferentia IK secetur bifariam in L, & jungatur D L. In helicen igitur incidentes D G, D F, faciunt cum diametro BD angulos æquales. Angulum autem ab eductis D G, H D secat bifariam recta D L. Dico rectam D L helicen fere contingere in ipso D puncto.

Helicen enim vere contingat recta D M, intercipiens in M eam quæ circulum ad B contingit. Est igitur B M semiperimetro circuli A B C æqualis. Qualium itaque DB est 200, 000, talium BM est 314, 159 proxime. Angulus igitur B D M fit partium LVII. XXXI′. VI″. Ipsa autem DM circuli A B D circumferentiam intercipiat in N. Erit circumferentia B N partium CXV. II′. XII″. Sed & helix contingentem B M intercipiat primum in O. Itaque B O sit semis principii conversionis, & jungatur D O secans circumferentiam in P. Quoniam B O dupla est B D, fit angulus B D O partium LXIII. XXV′. LIIII″. Itaque circumferentia P B partium est CXXVI. LI′. XLVIII″. Residua vero è tota perimetro B N D P fit partium CCXXXIII. VIII′. XII″. Et si residua illa secetur bifariam in R, fit BR seu RP partium CXVI. XXXIIII′. VI″. excedens BN duntaxat per partem I. XXXI′. LIIII″. etiamsi angulus ex incidente B O & diametro sit rectus. Itaque sit B O maxima incidentium in hypothesi duarum quæ cum diametro faciant angulos æquales. Duæ autem illæ incidentes quæ in exposita constructione sum-



ptæ sunt B G, B H, faciant cum diametro angulos bene acutos. Sint sane D E, D F peripheriæ singulæ partium IX, ad peripheriam decagoni subquadruplæ. Est IX ad CLXXX, ut I ad 20. Qualium itaque B D est 20, talium incidens BG est 19, B H vero 21. Et anguli DBG, D B H fiunt singuli partium IV cum semisse. In triangulo itaque G D B, cum data sit ratio crurum G B, B D, una cum angulo verticis D B G: dabitur angulus G D B. Æque in triangulo B H D, cum data sit ratio crurum B H, B D, una cum angulo verticis H B D: dabitur angulus B D H, qui cum angulo B D K duorum rectorum est. Cum autem resecabitur ab angulo K D B angulus G D B, remanebit angulus I D K, atque adeo dimidius angulus I D L, seu L D K. Instituatur igitur calculus. Fit angulus G D B partium LIV. XXXVII. XLV″. angulus B D H partium CXIX. XXXIV′. LI″. K D I partium V. XLVII. XXIII″. peripheria BL, CXV. II. LIV″. besse duntaxat scrupuli major circumferentia B R. D L igitur fere concurrit cum D R, & tanto propius concurret quanto circumferentiæ D E, D F adsumentur breviores. Quo pertinet propositum.

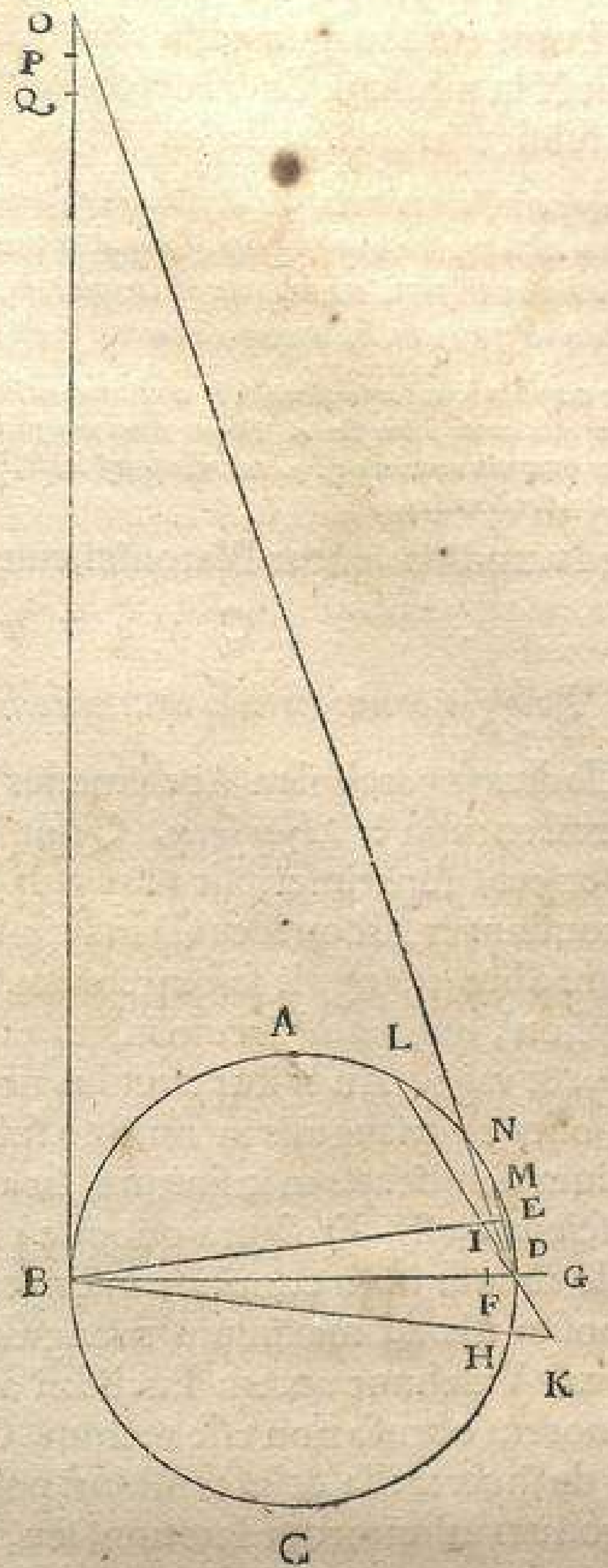
PROPOSITIO III.

Invenire quadratum dato circulo tam proxime quam placuerit, æquale.

Sit datus circulus A B C D. Oportet dato A B C D circulo invenire quadratum tam proxime quam placuerit, æquale. Sit dati circuli diameter B D, & abs semicirculo B D abscindatur circumferentia D E, datam habens ad semiperimetrum DEB rationem. Sit data ratio ut unum ad viginti, quanta erit si peripheria D E sumpta sit æqualis quadranti peripheriæ, quam absumit latus decagoni circulo inscripti. Abscindatur ab D B recta D F, æqualis vigesimæ parti ipsius DB. Eadem D B producatur in G, posita D G æquali ipsi FD. Est igitur D B ad BF, sicut semiperimeter BED ad peripheriam B E, quam rationem obtinebit B D diameter ad rectam minorem subtensa B E. Abs BE igitur abscindatur BI ipsi B F æqualis. B H vero producatur in K, ita ut B G, B K sint æquales. Et connectantur D I, K D, secantes semicircumferentiam B A D in punctis L, M, & secetur LM bifariam in N. Circulum autem tangat recta in B, quam acta DN intercipiat in O. Dico rectam B O esse semiperimetro B A D proxime æqualem, atque adeo triangulum B O D dato circulo A B C D propemodum æquale. Excedere enim circulum tam pauxilla differentia, ut ejus excessus vix habenda sit ratio.

Recta enim tangat helicen in D puncto, & intercipiat contingentem BO in P. Ex his igitur quæ superiore propositione demonstrata sunt, punctum P concurret fere cum O pun-

O puncto. Erit autem O aliquanto elatius, sed ea differentia erit admodum exigua. Et si utravis D H, D E foret quadragesima pars, aut octogesima, aut pro arbitrio minutula semiperimetri, F D vero vel D G tantula semidiametri, tanto propius punctum P ad O punctum accedet. Sane si per puncta I D K describatur circulus, quem recta tangat in D puncto intercipiens BO in Q, erit BQ minor ipsa B P nedum minor ipsa B O, ita ut B P inter B Q & BO consistat, ut numeris quoque potest demonstrari. Triangulum igitur O D B seu Q D B, fiet triangulo PDB hoc est areæ circuli tam prope æquale quam placuerit. Triangulo autem rectilineo BDO æquale quadratum constituatur RSTV. Circulo igitur A B C D quadratum R S T V inventum est tam proxime quam placuit æquale. Quod erat faciendum.



CAPUT XVII.

Progressio Geometrica.

PRogressionis Geometricæ doctrina uno fere absolvitur Theoremate, deductis videlicet ex eo quatuor δεδομένοις.

THEOREMA.

Si fuerint magnitudines continue proportionales: erit ut terminus rationis major ad terminum rationis minorem, ita differentia compositæ ex omnibus & minimæ ad differentiam compositæ ex omnibus & maximæ.

Sint magnitudines continue proportionales, quarum maxima sit D, minima X, & composita ex omnibus F, & sit ratio majoris ad minorem sicut D ad B. Dico esse ut D ad B, ita F minus X ad F minus D.

Δεδόμενον I.

Itaque datis D, B, X, *dabitur* F. *Enimvero* $\frac{\text{D quad.} - \text{B in X}}{\text{D} - \text{B}}$ *æquabitur* F.

II.

Contra datis D, B, F, *dabitur* X. *Enimvero* $\frac{\text{B in F} + \text{D quad.} - \text{D in F}}{\text{B}}$ *æquabitur* X.

III.

Et datis D, F, X, *dabitur* B. *Enimvero* $\frac{\text{D in F} - \text{D quad.}}{\text{F} - \text{X}}$ *æquabitur* B.

IV.

Et datis B, F, X, *dabitur* D. *Enimvero* D *in* F — D *quad. æquabitur* B *in* F — B *in* X.

Ut hæc in Analyticis abunde demonstrata, & exemplificata sunt.

At vero cum magnitudines ſunt continue proportionales in infinitum, abibit X in nihilum. Et evaneſcere aſſerent Mechanici, cum minima quantitas ſubſit tantum intellectu.

Itaque erit ſecundum eos. Vt differentia terminorum rationis ad terminum rationis majorem, ita maxima ad compoſitam ex omnibus. Cum alioquin eſſet, Vt differentia terminorum rationis ad terminum rationis minorem, ita minima ad crementum. Et ut differentia terminorum rationis ad terminum rationis majorem, ita maxima ad compoſitam ex omnibus plus cremento.

Sint magnitudines proportionales in continua ratione ſubquadrupla εἰς ἄπειρον, & ſit maxima omnium 3. Compoſita ex omnibus fiet 4. Neque enim magnitudinibus illis in continua ratione ſubquadrupla exiſtentibus quarum maxima eſt 3, tantula poteſt addi, quin compoſita ſit major 4. Eoque pertinet quadratio Paraboles Archimedæa.

Sed vix adſentientur Platonici, cum ipſa omnis Geometria ſit intellectu.

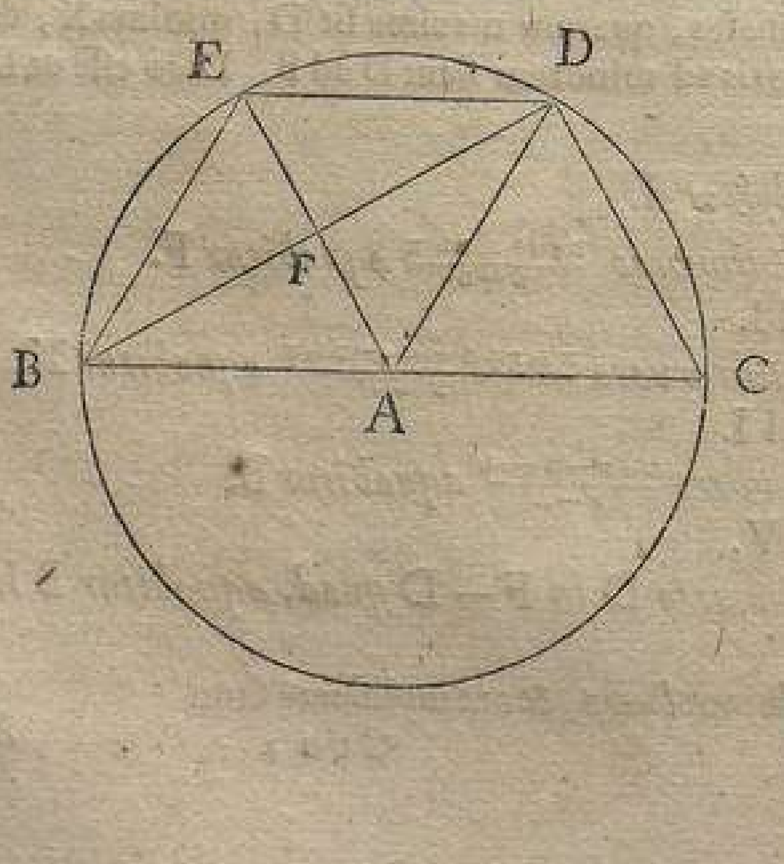
CAPVT XVIII.

Polygonorum circulo ordinate inſcriptorum ad circulum ratio.

QUadravit parabolen Archimedes inſcriptione continua triangulorum exiſtentium ἐν λόγῳ ῥητῷ, Quoniam enim triangulo maximo parabolæ inſcripto, ſuperinſcripſit triangula in continua ratione ad maximum illud conſtanter ſubquadrupla in infinitum: Ideo concluſit parabolen eſſe maximi illius trianguli ſeſquitertiam. At ita circulum quadrare neſcivit Antiphon; quoniam circulo inſcripta continue triangula exiſtunt ἐν λόγῳ ἀῤῥήτῳ, & vago. An igitur circulus non poterit quadrari? Si enim figura compoſita ex triangulis in ratione ſubquadrupla ad datum maximum triangulum conſtitutis in infinitum, ſit ad idem ſeſquitertia, infinitorum aliqua ſcientia eſt. Et figura quoque plana poterit componi ex triangulis circulo in infinitum continue inſcriptis ἐν λόγῳ, licet ἀῤῥήτῳ, & vago. Et compoſita illa ad maximum triangulum inſcriptum aliquam habebit rationem. Valebunt autem Euclidæi adſerentes angulum majorem acuto & minorem obtuſo non eſſe rectum. Circa hæc, ut liceat liberius Philoſophari de incerta illa & inconſtanti polygoni cujuſvis ordinate inſcripti ad polygonum infinitorum laterum, ſeu, ſi placet, circulum, ita propono.

PROPOSITIO I.

Si eidem circulo inſcribantur duo ordinata polygona, numerus autem laterum vel angulorum primi, ſit ſubduplus ad numerum laterum vel angulorum ſecundi: erit polygonum primum ad ſecundum, ſicut apotome lateris primi ad diametrum.



Apotomen lateris voco ſubtenſam peripheriæ, quam relinquit è ſemicirculo ea cui latus ſubtenditur.

In circulo igitur cujus A centrum, diameter BC, inſcribatur polygonum quodcunque ordinatum, cujus latus ſit BD. Secta vero circumferentia BD bifariam in E, ſubtendatur BE. Itaque inſcribatur aliud polygonum ordinatum cujus latus ſit BE. Numerus igitur laterum vel angulorum polygoni primi, erit ſubduplus ad numerum laterum vel angulorum ſecundi. Connectatur autem DC. Dico polygonum primum cujus latus BD ad polygonum ſecun-

ſecundum cujus latus BE vel ED eſſe, ut DC ad BC. Iungantur enim DA, ED. Conſtat igitur polygonum primum tot triangulis B A D, quot exiſtunt latera vel anguli polygoni primi. Polygonum autem ſecundum conſtat totidem trapeziis BEDA. Polygonum igitur primum ad polygonum ſecundum ſe habet, ut triangulum B A D ad trapezium BEDA. Quod quidem trapezium B E D A dividitur in duo triangula BAD, BED, quorum baſis communis eſt B D. Triangula autem quorum eadem eſt baſis ſunt ut altitudines. Agatur itaque ſemidiameter A E, ſecans B D in F. Quoniam igitur circumferentia BD ſecta eſt bifariam in E, acta A E ſecat B D ad rectos angulos. Itaque A F eſt altitudo trianguli B D A, & F E altitudo trianguli BED. Quare triangulum B A D ad triangulum BED eſt, ut AF ad E F, & componendo triangulum BAD ad triangula B A D, B E D ſimul juncta, id eſt trapezium B E D A, ſicut AF ad AE. Qua adeo in ratione erit etiam polygonum primum ad polygonum ſecundum. Sed AF ad AE ſeu AB eſt, ut DC ad BC. Eſt enim angulus BDC rectus ſicut BFA. & ideo ſunt parallelæ A F, D C. Eſt igitur polygonum primum, cujus latus BD, ad polygonum ſecundum, cujus latus BE vel ED, ſicut D C ad B C. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO II.

Si eidem circulo inſcribantur polygona ordinata in infinitum, & numerus laterum primi ſit ad numerum laterum ſecundi ſubduplus, ad numerum vero laterum tertii ſubquadruplus, quarti ſuboctuplus, quinti ſubſexdecuplus, & ea deinceps continua ratione ſubdupla.

Erit polygonum primum ad tertium, ſicut planum ſub apotomis laterum polygoni primi & ſecundi ad quadratum à diametro.

Ad quartum vero, ſicut ſolidum ſub apotomis laterum primi ſecundi & tertii polygoni ad cubum à diametro.

Ad quintum, ſicut plano-planum ſub apotomis laterum primi ſecundi tertii & quarti ad quadrato-quadratum à diametro

Ad ſextum, ſicut plano-ſolidum ſub apotomis laterum primi ſecundi tertii quarti & quinti polygoni ad quadrato-cubum à diametro.

Ad ſeptimum, ſicut ſolido-ſolidum ſub apotomis laterum primi ſecundi tertii quarti quinti & ſexti polygoni ad cubo-cubum à diametro. Et eo in infinitum continuo progreſſu.

Sit enim apotome lateris polygoni primi B, ſecundi C, tertii D, quarti F, quinti G, ſexti H. Et ſit diameter circuli Z. Ex antecedente igitur propoſitione polygonum primum ad polygonum ſecundum erit, ut B ad Z. Itaque quod fit ex B in polygonum ſecundum, erit æquale ei quod fit ex Z in polygonum primum; polygonum vero ſecundum ad tertium erit, ut C ad Z. Et per conſequens, quod fit ſub polygono ſecundo & B, id eſt quod fit ſub primo & Z ad id quod fit ſub polygono tertio & B, ſicut C ad Z. Quare quod fit ſub polygono primo & Z quadrato, æquale eſt ei quod fit ſub polygono tertio & plano B in C. Eſt igitur polygonum primum ad polygonum tertium, ſicut planum B in C ad Z quadratum. Et quod fit ſub tertio & plano B in C, æquale erit ei quod fit ſub primo & Z quadrato. Rurſus ex eadem antecedente propoſitione eſt, ut polygonum tertium ad polygonum quartum, ſicut D ad Z. Et per conſequens. Quod fit ſub tertio & plano B in C, id eſt quod fit ſub primo & Z quadrato ad id quod fit ſub quarto & plano B in C, eſt ſicut D ad Z. Quare quod fit ſub primo & Z cubo, æquale erit ei quod fit ſub quarto & ſolido B in C in D. Eſt igitur polygonum primum ad quartum, ſicut B in C in D ad Z cubum. Eademque demonſtrationis methodo erit ad quintum, ſicut B in C in D in F ad Z quadrato-quadratum. Ad ſextum, ſicut B in C in D in F in G ad Z quadrato-cubum. Ad ſeptimum, ſicut B in C in D in F in G in H ad Z cubo-cubum. Et eo conſtanti in infinitum progreſſu.

COROLLARIVM.

Itaque quadratum circulo inſcriptum erit ad circulum, ſicut latus illius quadrati ad poteſtatem diametri altiſſimam adplicatam ad id quod fit continue ſub apotomis laterum octogoni, hexdecagoni, polygoni triginta duorum laterum, ſexaginta quatuor, centum viginti octo, ducentorum quinquaginta ſex, & reliquorum omnium in ea ratione angulorum laterumve ſubdupla.

Sit enim quadratum circulo inſcriptum polygonum primum, octogonum erit ſecundum, hexdecagonum tertium, polygonum triginta duorum laterum quartum, & eo continuo ordine. Itaque erit, ut quadratum circulo inſcriptum ad polygonum extremum ſeu infinitorum laterum, ſicut quod fit ſub apotomis laterum tetragoni, octogoni, hexdecagoni, & reliquorum omnium in ea ratione ſubdupla in infinitum, ad poteſtatem diametri altiſſimam. Et per adplicationem communem, ſicut apotomes lateris quadrati ad poteſtatem diametri altiſſimam adplicatam ad id quod fit ſub apotomis laterum octogoni, hexdecagoni, & reliquorum omnium in ea ratione ſubdupla in infinitum. Eſt autem apotome lateris quadrati circulo inſcripti ipſi lateri æqualis, & polygonum infinitorum laterum circulus ipſe.

Sit circuli diameter 2. Latus quadrati ei circulo inſcripti fit $\sqrt{2}$, *quadratum ipſum 2. Apotome lateris octogoni* $\sqrt{2+\sqrt{2}}$. *Apotome lateris hexdecagoni* $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$. *Apotome lateris polygoni triginta duorum laterum* $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$. *Apotome lateris polygoni ſexaginta quatuor laterum* $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}$ *Et eo continuo progreſſu.*

Sit autem diameter 1. Circulus 1 N. Erit $\frac{1}{2}$ *ad 1 N, ſicut* $\sqrt{\frac{1}{2}}$ *ad unitatem adplicatam ad id quod fit ex* $\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}$, *in* $\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}}$, *in* $\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}}}$, *in* $\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}}}}$.

Sit diameter X. Circulus A planum. Erit X quadratum $\frac{1}{2}$ ad A planum, ſicut L. X quadrati $\frac{1}{2}$ ad X poteſtatum maximam adplicatam ei quod fit ex radice binomia X quadrati $\frac{1}{2}$, + radice X quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, in radicem binomiam X quadrati $\frac{1}{2}$, plus radice binomiæ X quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, + radice X quadrato-quadrato-quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, in radicem binomiæ X quadrati $\frac{1}{2}$, plus radice binomiæ X quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, + radice binomiæ X quadrato-quadrato-quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, + radice X quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, in radicem &c. in infinitum obſervata uniformi methodo.

CAPVT XIX.

Πρόχειρον, *ſeu ad uſum Mathematici Canonis methodica.*

AT vos, ô nobiles ſiderum obſervatores, miſſa facta matæotechnia ad veram Cyclometriam revoco, hoc eſt, ad legitimum Mathematici Canonis uſum. Ut enim vulgo peccatur in ejus fabrica, ſic etiam in uſu. Itaque dum renovatur meus ad Canonem inſpectionum liber, Analyticæ meæ methodi, qua ſoleo expedire me à triangulis planis ac ſphæricis, ultro copiam facio ad excitandum veſtra ſtudia per aliquod laborum, quos ſuſtinetis in abacis Aſtronomicis, ſublevamen. Neque vero obruent vos multitudine præcepta. Tum enim negocium viginti & uno δεδομένοις fere abſolvo.

Δεδό-

Δεδόμενον I.

TRIANGVLI PLANI RECTANGVLI

Datis angulis, dantur latera in partibus Canonis.

Enimvero,

Ex canonica serie prima:

Perpendiculum fiet simile sinui anguli acuti. Basis, sinui reliqui è recto. Hypotenusa, sinui toto.

Vel,

Ex serie secunda:

Perpendiculum fiet simile prosinui anguli acuti. Basis, sinui toto. *Hypotenusa, transsinuosæ anguli acuti.*

Vel denique,

Ex serie tertia:

Perpendiculum fiet simile sinui toto. *Basis, prosinui anguli reliqui. Hypotenusa, transsinuosæ ejusdem.*

Vel etiam,

Mixtim ex Canonis serie trina:

Perpendiculum fiet simile differentiæ inter transsinuosam anguli acuti & sinum reliqui è recto. Basis, sinui acuti. Hypotenusa, prosinui ejusdem.

Vel,

Perpendiculum fiet simile differentiæ inter sinum anguli acuti & transsinuosam reliqui è recto. Basis, sinui reliqui è recto. Hypotenusa, prosinui ejusdem.

Vel denique,

Perpendiculum fiet simile transsinuosæ anguli acuti. Basis, transsinuosæ reliqui è recto. Hypotenusa, adgregato prosinus acuti & prosinus reliqui è recto.

Δεδόμενον II.

Trianguli plani rectanguli.

Data hypotenusa ac perpendiculo vel base, dantur anguli,

Enimvero erit,

Vt hypotenusa ad sinum totum, *ita perpendiculum ad sinum anguli acuti. Et ita basis ad sinum reliqui è recto.*

Aliter erit,

Vt basis ad sinum totum, *ita hypotenusa ad transsinuosam anguli acuti.*

Vel,

Vt perpendiculum ad sinum totum, *ita hypotenusa ad transsinuosam anguli reliqui è recto.*

III.

Trianguli plani rectanguli.

Datis perpendiculo & base, dantur anguli.

Enimvero erit,

Vt basis ad perpendiculum, ita sinus totus *ad prosinum anguli acuti.*

Vel,

Vt perpendiculum ad basin, ita sinus totus *ad prosinum anguli reliqui è recto.*

TRIAN-

IV.

TRIANGVLI CVIVSCVNQVE PLANI

Datis angulis, dantur latera in partibus Canonis.

Enimvero,

Latera sunt similia sinibus, quibus ea subtenduntur.

Aliter,

Latera trianguli sunt similia compositis ex prosinibus pertinentibus ad complementa semissium, quibus ea adjacent, angulorum.

Aliter,

Basis trianguli sit similis compositæ ex prosinibus semissium, qui ad eam existunt, angulorum. Crus vero unumquodque simile excessui, quo prosinus pertinens ad complementum dimidii anguli ad verticem, superat prosinum ipsius anguli ad basin, cui crus idem adjacet, dimidii.

Aliter,

Crura sunt similia transsinuosis pertinentibus ad complementa angulorum ad basin, quibus ea adjacent. Basis autem similis differentiæ vel adgregato prosinuum ad eadem pertinentium complementa; adgregato videlicet cum uterque angulorum ad basin proponitur acutus; differentiæ cum alter eorum obtusus.

V.

Trianguli cujuscunque plani

Datis lateribus, dantur anguli.

Enimvero erit,

Vt duplum rectangulum sub cruribus ad differentiam inter quadrata crurum simul juncta & quadratum basis, ita sinus totus *ad sinum complementi anguli ad verticem.*

Et si quidem quadratum basis cedat quadratis crurum simul junctis, erit angulus qui ad verticem existit acutus, si præstet, obtusus. Sed si æquale fuerit, rectus.

Lemmatia duo.

I.

Dato angulo, qui ad verticem existit, datur summa angulorum ad basin.

Ea enim æqualis est angulo exteriori ad verticem.

II.

Data summa angulorum ad basin, & differentia eorundem, dantur anguli ad basin singuli.

Enimvero dimidia differentia duarum magnitudinum adjecta dimidiæ summæ earundem, efficit magnitudinem majorem, ablata minorem.

VI.

Trianguli cujuscunque plani

Datis cruribus ac verticis angulo, dantur anguli ad basin.

Enimvero erit,

Vt adgregatum crurum ad differentiam eorundem, ita prosinus dimidiæ summæ angulorum ad basin ad prosinum dimidiæ differentiæ.

Aliter,

Aliter,

Datis cruribus & verticis angulo, dantur anguli ad basin.

Enimvero erit,

Vt crus primum ad crus secundum, ita transsinuosa complementi anguli verticis ad aliam rectam, cujus effectæ analogæ & prosinus complementi anguli verticis adgregatum vel differentia, erit prosinus complementi anguli à crure primo subtensi.

Adgregatum videlicet, cum angulus qui ad verticem existit proponitur obtusus; differentia, cum acutus.

Et hoc quidem casu, si prosinus complementi anguli verticis minor fuerit facta analoga: angulus cui crus primum subtenditur erit acutus; & si major, obtusus; sed si æqualis, rectus.

VII.

Trianguli cujuscunque plani

Datis cruribus, & uno ex angulis ad basin, datur angulus alter ad basin.

Enimvero dato angulo crus quod subtendetur intelligitor primum, eritque Vt crus primum ad crus secundum, ita sinus anguli dati ad sinum anguli alterius adbasin quæsiti.

Vel erit,

Vt crus secundum ad crus primum, ita transsinuosa complementi anguli dati ad transsinuosam complementi anguli quæsiti.

Cum autem is qui datur angulus fuerit acutus, ac crus primum quod ei subtenditur cedat secundo: erit adfectio anguli de quo quæritur anceps, si quidem crus secundum ad primum minorem habuerit rationem ea quam habet sinus totus *ad sinum anguli dati. Itaque constituetur eo casu pro libito sive acutus quem exhibet Canon, sive is, quem acutus idem relinquit è duobus rectis. Vter autem adsumendus sit non licebit definire per ea quæ proponuntur.*

VIII.

TRIANGVLI SPHÆRICI RECTANGVLI

Dato latere, quod angulo recto opponitur, ac uno ex obliquis angulo, dantur latera reliqua, ac angulus reliquus.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad sinum lateris dati, ita sinus anguli dati ad sinum lateris angulo dato oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad prosinum lateris dati, ita sinus complementi anguli dati ad prosinum lateris reliqui.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi lateris dati, ita prosinus anguli dati ad prosinum complementi anguli reliqui.*

Aliter erit,

1 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam complementi lateris dati, ita transsinuosa complementi anguli dati ad transsinuosam complementi lateris angulo dato oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad prosinum complementi lateris dati, ita transsinuosa anguli dati ad prosinum complementi lateris reliqui.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam lateris dati, ita prosinus complementi anguli dati ad prosinum anguli reliqui.*

IX.

Trianguli sphærici rectanguli.

Datis duobus lateribus, è quibus unum angulo recto opponatur, datur latus reliquum, ac reliqui anguli.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi lateris angulo recto oppositi, ita transsinuosa alterius lateris dati ad sinum complementi lateris reliqui.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam complementi lateris angulo recto oppositi, ita sinus alterius lateris dati ad sinum anguli cui latus illud alterum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad prosinum complementi lateris angulo recto oppositi, ita prosinus alterius lateris dati ad sinum complementi anguli reliqui.*

ALITER

Erit,

1 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam lateris angulo recto oppositi, ita sinus complementi alterius lateris dati ad transsinuosam lateris reliqui.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad sinum lateris angulo recto oppositi, ita transsinuosa complementi alterius lateris dati ad transsinuosam complementi anguli cui latus illud alterum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad prosinum lateris angulo recto oppositi, ita prosinus complementi alterius lateris dati ad transsinuosam anguli reliqui.*

X.

Trianguli sphærici rectanguli

Datis duobus lateribus, circa angulum rectum consistentibus, datur latus reliquum, ac anguli reliqui.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi lateris primi dati, ita sinus complementi lateris secundi dati ad sinum complementi lateris tertii.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad prosinum complementi lateris primi dati, ita sinus lateris secundi dati ad prosinum complementi anguli cui datum latus primum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad sinum lateris primi dati, ita prosinus complementi lateris secundi dati ad prosinum complementi anguli cui datum latus secundum opponitur.*

ALITER

Erit,

1 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam lateris primi dati, ita transsinuosa lateris secundi dati ad transsinuosam lateris tertii.*

Et,

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad prosinum lateris primi dati, ita transsinuosa complementi lateris secundi dati ad prosinum anguli cui latus primum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam complementi lateris primi dati, ita prosinus lateris secundi dati ad prosinum anguli cui latus secundum opponitur.*

XI.

Trianguli sphærici rectanguli

Dato uno è lateribus, quæ circa rectum angulum consistunt, ac angulo cui latus idem opponitur, dantur reliqua latera, ac angulus reliquus.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad prosinum lateris dati, ita prosinus complementi anguli dati ad sinum lateris alterius circa rectum angulum consistentis.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad sinum lateris dati, ita transsinuosa complementi anguli dati ad sinum lateris angulo recto oppositi.*

Denique,

3 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam lateris dati, ita sinus complementi anguli dati ad sinum anguli reliqui.*

ALITER.

Erit,

1 *Vt sinus* totus *ad prosinum complementi lateris dati, ita prosinus anguli dati ad transsinuosam complementi lateris alterius circa rectum angulum consistentis.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam complementi lateris dati, ita sinus anguli dati ad transsinuosam complementi lateris angulo recto oppositi.*

Denique,

3 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi lateris dati, ita transsinuosa anguli dati ad transsinuosam complementi anguli reliqui.*

XII.

Trianguli sphærici rectanguli

Dato uno è lateribus, quæ circa angulum rectum consistunt, & angulo cui latus alterum circa eundem rectum consistens opponitur, dantur latera reliqua, ac angulus reliquus.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad prosinum complementi lateris dati, ita sinus complementi anguli dati ad prosinum complementi lateris angulo recto oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad sinum lateris dati, ita prosinus anguli dati ad prosinum lateris alterius circa rectum consistentis.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi lateris dati, ita sinus anguli dati ad sinum complementi anguli reliqui.*

ALITER.

Erit,

1 *Vt sinus* totus *ad prosinum lateris dati, ita transsinuosa anguli dati ad prosinum lateris angulo recto oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam complementi lateris dati, ita prosinus complementi anguli dati ad prosinum complementi lateris alterius circa rectum consistentis.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam lateris dati, ita transsinuosa complementi anguli dati ad transsinuosam anguli reliqui.*

XIII.

Trianguli sphærici rectanguli

Datis angulis, dantur latera.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad prosinum complementi anguli primi obliqui dati, ita prosinus complementi anguli secundi obliqui dati ad sinum complementi lateris angulo recto oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam complementi anguli primi, ita sinus complementi anguli secundi ad sinum complementi lateris angulo secundo oppositi.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi anguli primi, ita transsinuosa complementi anguli secundi ad sinum complementi lateris angulo primo oppositi.*

ALITER.

Erit,

1 *Vt sinus* totus *ad prosinum anguli primi, ita prosinus anguli secundi ad transsinuosam lateris angulo recto oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad sinum anguli primi, ita transsinuosa anguli secundi ad transsinuosam lateris angulo secundo oppositi.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam anguli primi, ita sinus anguli secundi ad transsinuosam lateris angulo primo oppositi.*

XIV.

Προθηκίδιον.

Data duorum maximorum in sphæra circulorum inclinatione, quorum unus secatur à tertio per alterius polos, arguitur quanta sit maxima differentia suarum à nodo longitudinum.

Et contra. Ex maxima differentia longitudinum à nodo, arguitur quanta sit circulorum inclinatio.

Enimvero est,

Vt sinus totus *plus sinu complementi inclinationis ad sinum* totum *minus sinu complementi inclinationis, ita sinus* totus *ad sinum differentiæ maximæ.*

Et,

Vt sinus totus *plus sinu maximæ differentiæ ad sinum* totum *minus sinu maximæ differentiæ, ita sinus* totus *ad sinum complementi inclinationis.*

Est autem limes velocitatis in nodo, Mediocritatis in puncto maximæ differentiæ, Tarditatis in æquidistantia à nodo.

TRIAN-

XV.

TRIANGVLI CVIVSLIBET SPHÆRICI

Datis tribus lateribus, dantur anguli.

Enimvero latus quærendo angulo oppositum, esto primum. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; *unum quod sit sub sinibus qui pertinent ad complementa laterum secundi & tertii; alterum sub sinibus ipsorummet laterum secundi & tertii.*

Et erit,

Vt exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriundæ & sinus complementi lateris primi, ita sinus totus *ad sinum complementi anguli quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum latus illud primum fuerit minus quadrante circuli; latera vero secundum & tertium fuerint adfectionis inter se diversæ. Vel cum latus idem primum fuerit majus quadrante; reliqua vero adfectionis ejusdem.

Ac Primo quidem exposito casu angulus qui quæritur erit acutus; Secundo vero obtusus.

Contra sumetur differentia; cum latus primum fuerit minus quadrante; reliqua vero ejusdem adfectionis, qui Tertius est casus. Vel cum latus idem fuerit majus quadrante; reliqua vero diversæ adfectionis, qui sit casus ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo erit minor sinu complementi lateris primi, erit angulus qui quæritur acutus; & cum major, obtusus. Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo fuerit minor eo sinu, erit angulus qui quæritur obtusus; & cum major acutus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit angulum qui quæritur esse rectum.

Quando vero latus illud primum erit quadrans circuli, fiet compendiose

Vt sinus totus *ad prosinum pertinentem ad complementum lateris secundi, ita prosinus pertinens ad complementum tertii ad sinum complementi anguli quæsiti.*

Et cum latera secundum & tertium fuerint adfectionis ejusdem, erit is obtusus; cum diversæ, acutus.

At cum latera secundum & tertium proponentur inter se æqualia, erit

Vt sinus totus *ad sinum lateris secundi vel tertii, ita transsinuosa pertinens ad complementum dimidii lateris primi ad transsinuosam pertinentem ad complementum dimidii anguli quæsiti.*

XVI.

Trianguli cujuslibet sphærici

Datis tribus angulis, dantur latera.

Enimvero angulus cui latus quærendum opponitur, primus è datis esto. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; *unum quod sit sub sinibus qui pertinent ad complementa angulorum secundi & tertii; alterum sub sinibus qui pertinent ad angulos ipsos secundum & tertium.*

Et erit,

Vt exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitu-

titudinis ex prima adplicatione oriundæ & sinus complementi anguli primi, ita sinus totus *ad sinum complementi lateris quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum angulus ille primus fuerit obtusus; reliqui vero adfectionis inter se diversæ. Vel cum angulus idem primus fuerit acutus; reliqui vero ejusdem adfectionis.

Ac Primo quidem casu latus quæsitum erit majus quadrante; Secundo minus.

Contra sumetur differentia; cum angulus ille primus fuerit obtusus; reliqui vero ejusdem adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum angulus idem primus fuerit acutus; reliqui vero adfectionis diversæ, qui fit casus ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet sinui complementi anguli primi, latus quæsitum erit majus quadrante; & cum præstabit, minus. Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet ei sinui, latus quæsitum erit minus quadrante; & cum præstabit, majus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit latus de quo quæritur esse quadranti æquale.

Quando vero angulus ille primus fuerit rectus, fiet compendiose

Vt sinus totus *ad prosinum complementi anguli secundi, ita prosinus complementi tertii ad sinum complementi lateris quæsiti.*

Et cum anguli illi secundus & tertius fuerint adfectionis diversæ, erit latus quæsitum majus quadrante; & cum ejusdem, minus.

At cum angulus secundus & tertius proponentur æquales, erit

Vt sinus totus *ad sinum anguli secundi vel tertii, ita transsinuosa dimidii anguli primi ad transsinuosam dimidii lateris quæsiti.*

XVII.

Trianguli cujuslibet sphærici

Datis lateribus duobus, & angulo quem ea comprehendunt, dantur anguli reliqui.

Enimvero latus quærendo angulo oppositum, esto è datis primum. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; *unum quod fit sub sinu complementi anguli dati & prosinu complementi lateris dati secundi; alterum sub sinu ipsius anguli dati & transsinuosa complementi lateris dati secundi.*

Et erit,

Et exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriundæ & prosinus complementi lateris primi, ita sinus totus *ad prosinum complementi anguli quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum latus illud primum fuerit minus quadrante; latus vero secundum & angulus datus fuerint adfectionis inter se diversa. Vel cum latus idem primum fuerit majus quadrante; latus vero secundum datum & angulus datus fuerint ejusdem adfectionis.

Ac Primo quidem casu angulus de quo quæritur erit acutus; Secundo obtusus.

Contra sumetur differentia; cum latus illud primum fuerit minus quadrante; latus vero secundum & datus angulus fuerint ejusdem adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum latus primum fuerit majus quadrante; latus vero secundum & datus angulus fuerint ejusdem adfectionis, qui fit casus ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo fuerit minor prosinu complementi lateris primi, erit angulus qui quæritur acutus; & cum major, obtusus. Con-

Contra in Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo fuerit minor prosinu complementi lateris primi, erit angulus qui quæritur obtusus; & cum major, acutus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit angulum qui quæritur esse rectum.

Quando vero latus primum quadrans erit circuli, fiet compendiose

Vt sinus totus *ad sinum complementi lateris secundi, ita prosinus complementi anguli dati ad prosinum complementi anguli quæsiti.*

Et cum latus illud secundum & angulus datus fuerint ejusdem adfectionis, angulus qui quæritur erit obtusus; & cum diversæ, acutus.

At cum data latera primum & secundum proponentur inter se æqualia, erit

Vt sinus totus *ad transsinuosam lateris primi vel secundi, ita prosinus complemento dimidii anguli dati congruus ad prosinum anguli cui primum secundum-ve latus opponitur; obtusi, si majus quadrante; acuti, si minus.*

XVIII.

Trianguli cujuslibet sphærici

Datis duobus angulis, & latere quod adjacet, dantur latera reliqua.

Enimvero anguli cui latus quærendum opponitur, è datis primus esto. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; *unum quod sit sub sinu complementi lateris dati & prosinu complementi dati anguli secundi; alterum sub sinu ipsius lateris dati & transsinuosa complementi ejusdem anguli secundi.*

Et erit,

Vt exiens è prima adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriundæ & prosinu complementi anguli primi, ita sinus totus *ad prosinum complementi lateris quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum angulus primus fuerit obtusus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint adfectionis inter se diversæ. Vel cum is angulus primus fuerit acutus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint ejusdem adfectionis.

Ac Primo quidem exposito casu latus quæsitum erit majus quadrante; Secundo minus.

Contra sumetur differentia; cum is angulus primus fuerit obtusus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint ejusdem adfectionis; qui Tertius erit casus. Vel cum is angulus primus fuerit acutus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint adfectionis diversæ, qui casus sit ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet prosinui complementi anguli primi, latus quæsitum erit majus quadrante; & cum præstabit, minus.

Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet prosinui complementi anguli primi, latus quæsitum erit minus quadrante; & cum præstabit, majus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit latus de quo quæritur esse quadranti circuli æquale.

Quando vero angulus primus fuerit rectus, fiet compendiose

Vt sinus totus *ad sinum complementi anguli secundi, ita prosinus complementi lateris dati ad prosinum complementi lateris quæsiti.*

Et

Et si angulus secundus & latus datum fuerint diversæ adfectionis, erit latus quæsitum majus quadrante; & si ejusdem, minus.

At cum dati anguli primus & secundus proponentur æquales, erit

Vt sinus totus *ad transsinuosam anguli primi vel secundi, ita prosinus dimidii lateris dati ad prosinum lateris angulo primo vel secundo oppositi; si acuto, minoris quadrante; & si obtuso, majoris.*

XIX.

Trianguli cujuslibet sphærici

Datis lateribus duobus, & angulo quem ea comprehendunt, datur latus reliquum.

Enimvero duo rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; *unum quod fit sub prosinibus qui pertinent ad complementa datorum laterum; alterum sub eorundem complementorum transsinuosis.*

Et erit,

Vt exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriundæ & sinus complementi anguli dati, ita sinus totus *ad sinum complementi lateris quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum datus angulus fuerit acutus; data vero latera ejusdem inter se adfectionis. Vel cum datus angulus fuerit obtusus; data vero latera adfectionis diversæ.

Ac Primo quidem exposito casu latus quæsitum erit minus quadrante; Secundo majus.

Contra sumetur differentia; cum datus angulus fuerit acutus; data vero latera fuerint diversæ adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum datus angulus fuerit obtusus; data vero latera adfectionis ejusdem, qui sit casus ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet sinui complementi anguli dati, latus quæsitum erit minus quadrante; & cum præstabit, majus.

Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet sinui complementi anguli dati, latus quæsitum erit majus quadrante; & cum præstabit, minus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit latus de quo quæritur esse quadranti circuli æquale.

Quando vero datus angulus fuerit rectus, fit compendiose

Vt sinus totus *ad sinum complementi unius datorum laterum, ita sinus complementi alterius ad sinum complementi lateris quæsiti.*

Et si data latera fuerint ejusdem adfectionis, latus quæsitum erit minus quadrante; & si diversæ, majus.

At cum latera data proponentur æqualia, erit

Vt sinus totus *ad sinum lateris dati, ita sinus dimidii anguli dati ad sinum dimidii lateris quæsiti.*

XX.

Trianguli cujuslibet sphærici

Datis angulis duobus, & latere quod iis adjacet, datur angulus reliquus.

Enim-

Enimvero duo rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum ; *unum quod sit sub prosinibus qui pertinent ad complementa datorum angulorum; alterum sub eorundem complementorum transsinuosis.*

Et erit,

Ut exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriundæ & sinus complementi lateris dati ,ita sinus totus *ad sinum complementi anguli quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum latus datum fuerit majus quadrante ; anguli vero dati ejusdem adfectionis. Vel cum datum latus fuerit minus quadrante; anguli vero dati adfectionis diversæ.

Ac Primo quidem exposito casu angulus qui quæritur erit obtusus; Secundo acutus.

Contra sumetur differentia; cum datum latus fuerit majus quadrante; dati vero anguli diversæ adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum latus datum fuerit minus quadrante; dati vero anguli adfectionis ejusdem, qui fit casus ordine Quartus.

Ac Tertio casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo erit minor sinu complementi lateris dati, erit quæsitus angulus obtusus; & cum major, acutus.

Contra in Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo minor erit sinu complementi lateris dati, angulus quæsitus erit acutus ; & cum major, obtusus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit angulum de quo quæritur esse rectum.

Quando vero latus datum fuerit quadranti circuli æquale, fiet compendiose

Ut sinus totus *ad sinum complementi unius datorum angulorum, ita sinus complementi alterius ad sinum complementi quæsiti.*

Et si anguli dati fuerint ejusdem adfectionis, angulus quæsitus erit obtusus ; & si diversæ, acutus.

At cum anguli dati proponentur æquales, erit

Ut sinus totus *ad sinum anguli dati, ita sinus complemento dimidii lateris dati congruus ad sinum complemento dimidii anguli quæsiti congruum.*

XXI.

Trianguli cujuslibet sphærici.

Datis duobus lateribus, & angulo cui unum ex illis lateribus opponitur, datur angulus cui alterum datorum laterum opponitur.

Vel,

Datis duobus angulis, & latere quod alteri datorum angulorum opponitur, datur latus reliquo oppositum.

Enimvero,

Sinus laterum sunt similes sinibus angulorum quibus latera opponuntur. Erit autem adfectio in prima hypothesi plerumque anceps.

Συώτομον.

Quæ per factionem sub sinibus peripheriarum & adplicationem ad sinum totum exurgunt, eadem opere additionis vel subductionis præsto sunt.

Enimvero,

Cum duæ peripheriæ angulum acutum componunt, est

Ut sinus totus *ad sinum duplum primæ, ita sinus secundæ ad sinum complementi differentiæ, minus sinu complementi compositæ.*

2 *Et cum componunt obtusum, utraque vero componentium quadrante minor existit, est*
Vt sinus totus *ad sinum duplum primæ, ita sinus secundæ ad sinum complementi differentiæ, plus sinu complementi compositæ.*

3 *Aut si prima componentium major est quadrante, secunda minor: est*
Vt sinus totus *ad sinum duplum primæ, ita sinus secundæ ad sinum complementi compositæ, minus sinu complementi differentiæ.*

ALIVD.

Generaliter invertuntur & varie concipiuntur, ac etiam sæpenumero compendiose absolvuntur triangulorum tam planorum quam sphæricorum Analogiæ.

Enimvero,

In comparatione simplicis peripheriæ, est

1 *Vt sinus peripheriæ ad sinum* totum, *ita sinus* totus *ad transsinuosam complementi.*

Et,

2 *Vt sinus complementi peripheriæ ad sinum* totum, *ita sinus* totus *ad transsinuosam peripheriæ.*

Et,

3 *Vt prosinus peripheriæ ad sinum* totum, *ita sinus* totus *ad prosinum complementi.*

Et cum proponuntur duæ peripheriæ

4 *Vt sinus peripheriæ primæ ad sinum peripheriæ secundæ, ita transsinuosa complementi secundæ ad transsinuosam complementi primæ.*

Et,

5 *Vt sinus complementi primæ ad sinum complementi secundæ, ita transsinuosa secundæ ad transsinuosam primæ.*

Et,

6 *Vt prosinus peripheriæ primæ ad prosinum peripheriæ secundæ, ita prosinus complementi secundæ ad prosinum complementi primæ.*

Rursus est,

7 *Vt rectangulum sub sinu peripheriæ primæ & sinu complementi secundæ ad rectangulum sub sinu peripheriæ secundæ & sinu complementi primæ, ita prosinus primæ ad prosinum secundæ.*

Et,

8 *Vt rectangulum sub prosinu peripheriæ primæ & sinu secundæ ad rectangulum sub prosinu secundæ & sinu primæ, ita transsinuosa primæ ad transsinuosam secundæ.*

Et,

9 *Vt rectangulum sub sinu primæ & transsinuosa ejusdem ad rectangulum sub sinu secundæ & transsinuosa ejusdem, ita prosinus primæ ad prosinum secundæ.*

Et,

10 *Vt rectangulum sub sinibus duarum ad rectangulum sub sinibus complementorum earundem, ita prosinus unius ad prosinum complementi alterius.*

Et,

11 *Vt rectangulum sub sinibus duarum ad rectangulum sub prosinibus earundem, ita sinus complementi unius ad transsinuosam alterius.*

Et,

12 *Vt rectangulum sub transsinuosa complementi primæ & sinu secundæ ad rectangulum sub prosinu complementi primæ & differentia inter* totum *& sinum complementi secundæ, ita transsinuosa primæ ad prosinum complementi dimidiæ secundæ.*

Et cum proponuntur tres peripheriæ, est

13 *Vt rectangulum quod fit sub sinu* toto *& transsinuosa primæ ad id quod fit sub transsinuosa secundæ & transsinuosa tertiæ, ita quod fit sub sinu complementi secundæ & sinu complementi tertiæ ad id quod fit sub sinu* toto *& sinu complementi primæ.*

Et,

14 *Vt rectangulum quod fit sub sinu* toto *& transsinuosa primæ ad id quod fit sub prosinu secundæ & prosinu tertiæ, ita quod fit sub prosinu complementi secundæ & prosinu complementi tertiæ ad id quod fit sub sinu* toto *& sinu complementi primæ.*

Et,

15 *Vt rectangulum quod fit sub sinu* toto *& transsinuosa primæ ad id quod fit sub sinu secundæ & trans-*

& transsinuosa tertiæ, ita quod fit sub transsinuosa complementi secundæ & sinu complementi tertiæ ad id quod fit sub sinu toto & sinu complementi primæ.

Et,

16 *Vt rectangulum quod fit sub sinu* toto *& prosinu primæ ad id quod fit sub sinu secundæ & prosinu tertiæ, ita quod fit sub transsinuosa complementi secundæ & prosinu complementi tertiæ ad id quod fit sub sinu* toto *& prosinu complementi primæ.*

DATI SEXTI.

Παρατομπή I.

Peripherias intelligo tripleuro sphærico constituendo idoneas. Itaque ne semicirculum excedunto.

Data peripheria composita è duabus peripheriis, quarum transsinuosæ datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si composita minor est circuli quadrante,*

Erit,

Vt transsinuosa componentium primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum secundæ, plus prosinu complementi compositæ.

2 *Et si composita major est quadrante circuli, utraque vero componentium minor quadrante,*

Erit,

Vt transsinuosa primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum secundæ minus prosinu complementi compositæ.

3 *Et si denique componentium peripheriarum prima sit minor quadrante, secunda major,*

Erit,

Vt transsinuosa primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi compositæ minus prosinu secundæ.

Et,

Vt transsinuosa secundæ ad transsinuosam primæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi compositæ plus prosinu secundæ.

II.

Data differentia duarum peripheriarum, quarum transsinuosæ datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si differentia sit major circuli quadrante,*

Erit,

Vt transsinuosa differentium primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum complementi differentiæ plus prosinu secundæ.

2 *Et si differentia sit minor quadrante, differentes autem peripheriæ diversæ sint speciei,*

Erit,

Vt transsinuosa primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum secundæ minus prosinu complementi differentiæ.

3 *Et si denique differentia sit minor quadrante, utraque vero differentium vel minor quadrante, vel utraque major. Prima autem intelligatur ea ad quam pertinet transsinuosa major,*

Erit,

Vt transsinuosa primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum secundæ minus prosinu complementi differentiæ.

Et,

Vt transsinuosa secundæ ad transsinuosam primæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum primæ minus prosinu complementi differentiæ.

III.

ALITER.

Data summa vel differentia duarum peripheriarum, quarum transsinuosæ datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si utraque peripheria proponatur minor quadrante vel utraque major.*

 Erit.

Erit,

Vt adgregatum similium transinuosarum ad differentiam earundem, ita prosinus complementi dimidiæ summæ peripheriarum ad prosinum dimidiæ differentiæ, Et ita prosinus complementi dimidiæ differentiæ ad prosinum dimidiæ summæ.

2 *Quod si una è peripheriis proponitur minor quadrante, altera major,*

Erit,

Vt adgregatum similium transinuosarum ad differentiam earundem, ita prosinus dimidiæ differentiæ peripheriarum ad prosinum complementi dimidiæ summæ, Et ita prosinus dimidiæ summæ ad prosinum complementi dimidiæ differentiæ.

IV.

Data peripheria composita è duabus peripheriis, quarum sinus datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si composita minor est circuli quadrante,*

Erit,

Vt sinus componentium primæ ad sinum secundæ, ita transinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi primæ minus prosinu complementi compositæ.

2 *Et si composita major est quadrante, utraque vero componentium minor quadrante,*

Erit,

Vt sinus primæ ad sinum secundæ, ita transinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi compositæ plus prosinu complementi primæ.

3 *Et si denique componentium peripheriarum prima sit minor quadrante, secunda major,*

Erit,

Vt sinus primæ ad sinum secundæ, ita transinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi compositæ minus prosinu complementi primæ.

Et,

Vt sinus secundæ ad sinum primæ, ita transinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi compositæ plus prosinu secundæ.

V.

Data differentia duarum peripheriarum, quarum sinus datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si differentia sit major quadrante circuli,*

Erit,

Vt sinus componentium primæ ad sinum secundæ, ita transinuosa complementi differentiæ ad prosinum complementi primæ minus prosinu complementi differentiæ.

Cum autem prima sumetur major quadrante, secunda sumetur minor, & contra.

2 *Et si differentia sit minor quadrante circuli, differentes autem peripheriæ diversæ sint speciei,*

Erit,

Vt sinus primæ ad sinum secundæ, ita transinuosa complementi differentiæ ad prosinum complementi differentiæ, plus prosinu complementi primæ.

Et cum prima sumetur major quadrante, altera sumetur minor, & contra.

3 *Et si denique differentia sit minor quadrante, utraque vero differentium vel quadrante minor vel utraque quadrante major, ac prima quidem intelligatur ea cui debetur sinus major, secunda cui minor,*

Erit,

Vt sinus primæ ad sinum secundæ, ita transinuosa complementi differentiæ ad prosinum complementi differentiæ minus prosinu complementi primæ.

Et,

Vt sinus secundæ ad sinum primæ, ita transinuosa complementi differentiæ ad prosinum complementi differentiæ plus prosinu complementi primæ.

Cum autem sumetur prima minor quadrante, sumetur quoque secunda minor quadrante. Et contra cum sumetur prima major quadrante, sumetur quoque secunda major quadrante. Itaque omni casu ἀμφίβολον est Problema.

VI. ALI-

VI.

ALITER.

Data summa vel differentia duarum peripheriarum, quarum sinus datam habeant rationem, dantur singulares peripheriæ.

1 *Enimvero si utraque peripheria proponitur minor quadrante, vel utraque major,*

Erit,

Vt adgregatum similium sinuum ad differentiam eorundem, ita prosinus dimidiæ summæ peripheriarum ad prosinum dimidiæ differentiæ earundem, Vel ita prosinus complementi dimidiæ differentiæ peripheriarum ad prosinum complementi dimidiæ summæ.

2 *Quod si una è peripheriis proponatur minor quadrante, altera major,*

Erit,

Vt adgregatum sinuum ad differentiam eorundem, ita prosinus dimidiæ differentiæ peripheriarum ad prosinum dimidiæ summæ, Vel ita prosinus complementi dimidiæ summæ ad prosinum complementi dimidiæ differentiæ.

DATI SEPTIMI.

Παρατομή.

Data summa vel differentia duarum peripheriarum, quarum prosinus datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si utraque peripheria proponatur minor quadrante, vel utraque major,*

Erit,

Vt adgregatum similium prosinuum ad differentiam eorundem, ita sinus summæ peripheriarum ad sinum differentiæ, Vel ita transsinuosa complementi differentiæ ad transsinuosam complementi summæ.

2 *Quod si una è peripheriis proponatur minor quadrante, altera major,*

Erit,

Vt adgregatum similium prosinuum ad differentiam eorundem, ita sinus differentiæ peripheriarum ad sinum adgregati, Vel ita transsinuosa complementi summæ ad transsinuosam complementi differentiæ.

Τέλος Προχείρου.

ΕΙΣ ΠΡΟΧΕΙΡΟΝ ΣΧΟΛΙΑ.

I.

Canonis Mathematici Hypotyposis.

EX angulis latera, vel ex lateribus angulos & mixtim in triangulis tam planis quam sphæricis adsequi, summa gloria Mathematici est. Sic enim cælum & terras & maria felici & admirando calculo mensurat. Itaque ad eum finem paratur Canon Mathematicus, quo exhibentur latera trianguli plani rectanguli, æstimata in numeris serie trina in habitudine anguli acuti ad rectum quacunque. Deinde docet ars obliquangulorum ad rectangula, & sphæricorum ad plana, reductionem.

Latera trianguli plani rectanguli vocantur, Hypotenusa, Perpendiculum, Basis.

Hypotenusa dicitur latus subtensum angulo recto, reliquis famosiori.

Perpendiculum unum è lateribus circa rectum. Basis alterum.

E duobus angulis acutis trianguli plani rectanguli, unus acuti nomen retinet, alter dicitur reliquus è recto. Is autem angulus acutus intelligitur, cui latus perpendiculi voce designatum subtenditur, Reliquus è recto, cui basis. Et vice versa, latus ei angulo qui acuti voce primus exauditur subtensum, Perpendiculum denominatur. Latus subtensum reliquo è recto, Basis.

Angulus rectus datur ex se & constituitur partium XC, qualium tota circumferentia circuli, quæ quatuor æstimatur rectorum, adsumitur III^c LX: unaquæque pars rursus subdividitur in LX scrupula.

Anguli

Anguli acuti vel sui exterioris amplitudo est peripheria.

Differentia autem inter eam & amplitudinem anguli recti, dicitur complementum, seu residua.

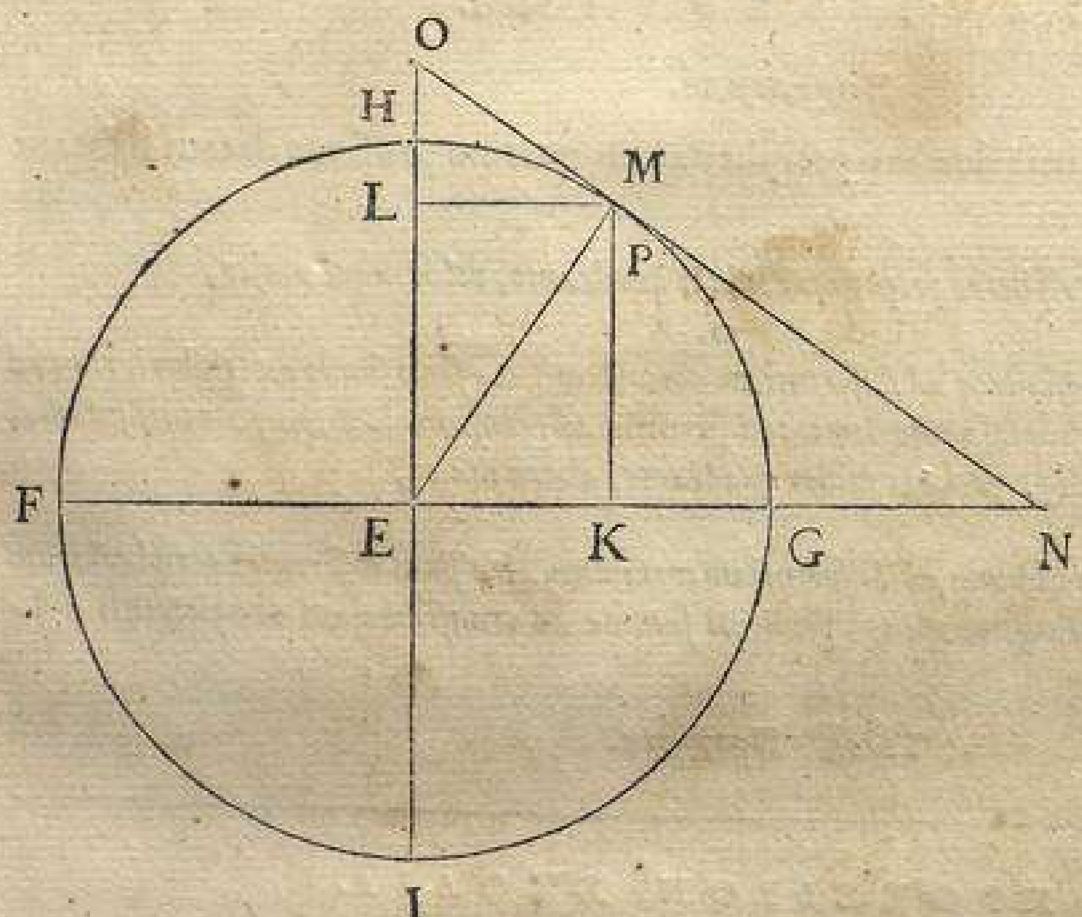
Semidiameter canonica circuli datur ex se, & constituitur particularum 100, 000. Latera trianguli reliqua in unaquaque serie taxantur in iisdem, per quæcunque scrupula quadrantis circuli congruenter.

Itaque absolvitur totus Mathematicus Canon ter similibus planis triangulis rectangulis 2700, quot videlicet scrupulis constat dimidius angulus rectus.

A quo systemate deinceps convertuntur triangula, qui enim angulus dicebatur is, quem acutus relinquebat è recto, exinde nomen Acuti adsumit; alter ipse nomen Reliqui è recto. Atque ideo Basis in Perpendiculum transit, & viceversa Perpendiculum in Basin, ut sola opus sit vocum permutatione.

Quæ ut oculis Geometrice subjiciantur

Exponatur circulus cujus E centrum, quadrisectus à duabus diametris F E G, H E I, & in quadrante circuli HG sumatur quæcunque peripheria G M, & cadant in semidiametros E G, E H perpendicula M K, M L. Sed & tangat circulum ad M recta M N, quam continuatæ semidiametri E G, E H secent in N, O. Tria igitur in conspicuo sunt triangula plana rectangula similia, Primum E K M seu M L E, Secundum E M N, Tertium O M E, latus unum E M, commune habentia, quod quidem primi sit Hypotenusa, secundi Basis, tertii Perpendiculum, quando videlicet angulus M E K, cujus amplitudinem peripheria G M definit, acuti nomine exauditur. Idemque latus commune E M constituitur semidiameter circuli. Canon igitur Mathematicus adsumit latus E M particularum 100, 000. sectaque GH bifariam in P, promovet P punctum per quæcunque peripheriæ G H segmenta, id est ex instituta partitione, per sexagesima quæcunque partium quadragenarum quinarum scrupula, quæ sunt loca 2700. Et totidem exhibita terna similia triangula rectangula.



Punctum M mobile consistit in P, quoniam ab eo signo idem est progressus versus H, qui regressus versus G. Itaque M H convertitur in quandam M G & vice versa, ut invertenda quoque sit sola denominatio laterum vel angulorum.

Porro expositis tribus similibus triangulis rectangulis E K M, E M N, O M E, alia quoque in exposito schemate cernuntur triangula tria similia M K N, O L M, O E N. Vt evidens fit ex ipsa constructione.

II.

Linearum rectarum ad circumferentias relatarum notatio. Et de Canonibus Sinuum, Fœcundo, & Fœcundissimo seu Hypotenusarum.

Linearum rectarum ad circumferentias relatarum, duæ apud Geometras reperiuntur species, inscriptæ & circumscriptæ. Inscriptæ pertinent ad circumferentias ab iis subtensas,

tenſas, Circumſcriptæ ad peripherias ab eductis è centro ad earum extrema interceptas. Sive autem inſcriptas ſive circumſcriptas, cadens ad angulos rectos ſemidiameter bifariam ſecat, cum videlicet circumſcriptio ſit ordinati polygoni.

Itaque in adcommodatione trianguli plani ad circulum ſerie primâ, Perpendiculum fit ſemiſſis inſcripta duplo peripheriæ, ejus videlicet quæ anguli acuti vel ſui exterioris amplitudinem definit. Baſis ſemiſſis inſcriptæ duplo reliqui è recto, ſeu complementi. Hypotenuſa ſemidiameter.

In ſerie ſecunda, Perpendiculum fit ſemiſſis circumſcripta duplò peripheriæ. Baſis ſemidiameter. Hypotenuſa educta è centro ad metam ſemiſſis circumſcriptæ duplo peripheriæ.

In ſerie tertia, Perpendiculum fit ſemidiameter. Baſis ſemiſſis circumſcriptæ duplo complementi. Hypotenuſa educta è centro ad metam ſemiſſis circumſcriptæ duplo complementi.

Quoniam vero triangulum ipſum non omne deſcribitur intra vel circa circulum, ideo ne vocum catachreſis quempiam deludat, dicitur rudiuſcule triangulum circulo adcommodari.

Cæterum latera unius ſeriei à lateribus alterius, ſive proprie ſive per ſynecdochen diſtinguuntur, ex ipſa adcommodationis per inſcriptionem aut circumſcriptionem, varietate.

Arabes autem ſemiſſes inſcriptas duplo, numeris præſertim æſtimatas, vocaverunt allegorice SINVS, atque ideo ipſam ſemidiametrum, quæ maxima eſt ſemiſſium inſcriptarum, SINVM TOTVM. Et de iis ſua methodo Canones exaraverunt qui circumferuntur, ſupputante præſertim Regiomontano bene juſte & accurate, in iis etiam particulis qualium ſemidiameter adſumitur 10, 000, 000.

Ex Canonibus deinde Sinuum derivaverunt recentiores Canonem ſemiſſium circumſcriptarum, quem dixere Fæcundum; & Canonem eductarum è centro, quem dixere Fæcundiſſimum & Beneficum, Hypotenuſis addictum. Atque adeo ſemiſſes circumſcriptas, numeris præſertim æſtimatas, vocaverunt Fæcundos Sinus numeroſve videlicet; quanquam nihil vetat Fæcundi nomen ſubſtantivè accipi. Hypotenuſas autem Beneficas, vel etiam ſimpliciter Hypotenuſas: quoniam Hypotenuſa in prima ſerie Sinus TOTIVS nomen retinet. Itaque ne novitate verborum res adumbretur, & alioqui ſua artificibus eo nomine debita præripiatur gloria, præpoſita in Canone Mathematico Canonicis numeris inſcriptio, candide admonet primam ſeriem eſſe Canonem Sinum. In Secunda vero, partem Canonis fæcundi, partem Canonis fæcundiſſimi, contineri. In tertia, reliquam.

Sane præter inſcriptas & circumſcriptas, circulum etiam adficiunt aliæ lineæ rectæ, velut Incidentes, Tangentes, & Secantes. Verum illæ voces ſubſtantivæ ſunt, non peripheriarum relativæ. Ac ſecare quidem circulum linea recta tunc intelligitur, cum in duobus punctis ſecat. Itaque non loquuntur bene Geometrice, qui eductas è centro ad metas circumſcriptarum vocant ſecantes impropriè, cum ſecantes, & tangentes ad certos angulos vel peripherias referunt. Immo vero artem confundunt, cum his vocibus neceſſe habeat uti Geometra abs relatione.

Quare ſi quibus arrideat Arabum metaphora, quæ quidem aut omnino retinenda videtur, aut omnino explodenda; ut ſemiſſes inſcriptas, Arabes vocant Sinus; ſic ſemiſſes circumſcriptæ, vocentur Proſinus Amſinuſ-ve; & eductæ è centro, Transſinuoſæ. Sin allegoria diſpliceat, Geometrica ſane inſcriptarum & circumſcriptarum nomina retineantur. Et cum eductæ è centro ad metas circumſcriptarum, non habeant hactenus nomen certum neque elegans, vocentur ſane Proſemidiametri, quaſi protenſæ ſemidiametri, ſe habentes ad ſuas circumſcriptas, ſicut ſemidiametri ad inſcriptas.

III.

Ad triangulorum planorum πραγματείαν.

CAnonis uſum in triangulis planis rectangulis, docet ipſa constructio. Quæ autem triangula plana proponuntur obliquangula, aut demum indeterminatæ ſpeciei, reſolvuntur in certa rectangula, educta ab angulorum aliquo ad latus quod ei ſubtenditur perpendipendiculari; ea cautione, ut ex datis terminis ſalvi ſuperſint ac illibati, qui ſufficiant ad adſequendum rectangula.

IV.

Ad τριπλεύρων ſphæricorum πραγματείαν.

1 TRipleurum ſphæricum conſtituunt, tres maximi circuli in ſphæra deſcripti.

2 Circuli appellatione jam non exauditur plana figura. Semicirculus, Quadrans circuli, Segmenta circulorum, ſunt peripheriæ ἀπολαμβανόμεναι.

3 Anguli, quem bini quique maximi circuli, in mutua eorum ſectione efficiunt, æſtimantur in circumferentia maximi circuli, ſub puncto ſectionis tanquam polo deſcripti, quanta ab illis duobus maximis circulis intercipitur.

4 Sectores circulorum, quorum ſunt ſegmenta latera tripleuri ſphærici, angulum ſolidum conſtituunt in centro ſphæræ.

5 Itaque duo latera quomodo-cunque ſumpta, ſunt majora reliquo.

6 Tria autem latera ſimul juncta, ſunt minora circulo.

7 Et majus latus majori angulo opponitur.

8 Si peripheria eſt ſemicirculus, ſectores angulum non conſtituunt in centro ſphæræ, verùm coincidunt in eandem lineam rectam. Itaque quodlibet latus ſphærici trianguli, minus eſt ſemicirculo.

9 Producto autem uno latere, angulus exterior minor eſt duobus angulis reliquis, ſimul ſumptis.

10 Si ſub apicibus ſingulis propoſiti tripleuri ſphærici, deſcribantur maximi circuli: tripleurum ita deſcriptum, tripleuri primum propoſiti, lateribus & angulis eſt reciprocum.

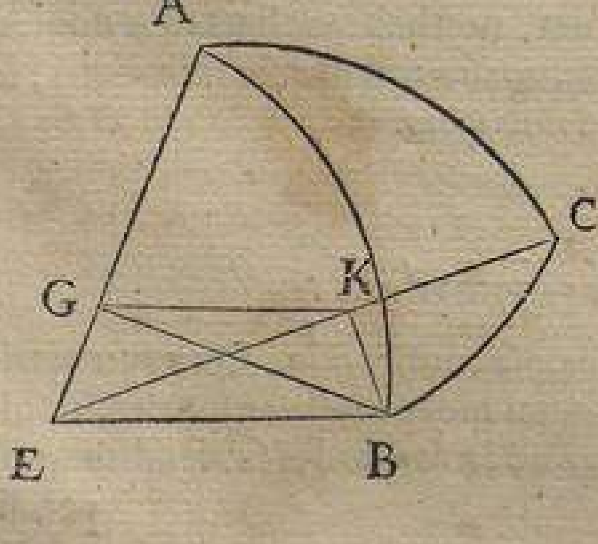
11 In triangulis ſphæricis quorum tres anguli, aut etiam anguli duo proponuntur recti, factione res non indiget. Enimvero latera tripleuri ſphærici, amplitudinibus eorum quibus opponuntur angulorum, eo caſu ſunt æqualia. Et contra, angulorum amplitudines ſunt lateribus, quæ ipſis opponuntur, æquales. Et ſi dati duo anguli fuerint recti, & data quæ iis opponuntur latera, non licebit tertium latus angulum-ve definire, per ea, quæ proponuntur.

12 Itaque circa ea triangula, quorum angulus unus eſt rectus, diriguntur artis præcepta. Et ſi quidem in iis rectangulis proponatur angulus aliquis obtuſus aliquod-ve latus majus quadrante, invertitur triangulum κατ' ἀναπλήρωσιν. Et cum idem triangulum quatuor modis variari poſſit, ad quod cujuſcunque ſit modi pertineant eædem ſinuoſæ lineæ rectæ, eligitur adſequenda ea ſpecies, quæ angulos, qui acuti ſunt, exhibet, & latera quadrante minora. Ea enim adſequuta, de ſpecie propoſita licet judicium facere & ratiocinari.

13 Sphærica tripleura rectangula τεχνικῶς ita reducuntur ad plana.

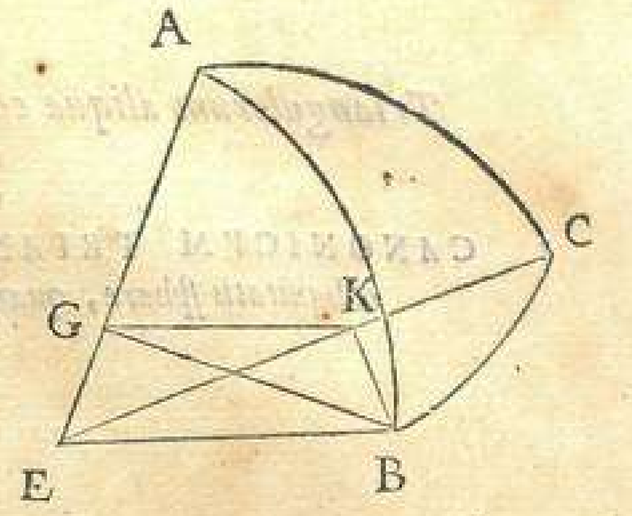
Sit triangulum ſphæricum A B C, cujus angulus ad C rectus exiſtat, qui vero ad A acutus. Et ex E centro ſphæræ agantur ſemidiametri E A, E B, E C, & ad A E in plano A E B perpendicularis demittatur B G; excitetur vero in plano A E C ipſa G K perpendicularis ad AE. Dico in primis angulum K G B, eſſe angulo ſphærico B A C æqualem.

Quoniam enim planorum A E C, A E B, ſectio communis eſt E A, cui ducuntur πρὸς ὀρθὰς in plano quidem AEB recta B G; & in plano A E C recta K G: ideo angulus acutus B G K eſt inclinatio planorum A E C, A E B. At inclinantur eadem plana A E C, A E B, circulive, per angulum ſphæricum B A C. Eſt igitur angulus K G B angulo ſphærico B A C æqualis. Quod primo loco fuit oſtendendum.



Secundo dico angulos G K B, E K B eſſe rectos.

Quoniam enim recta linea A G, duabus rectis G K, G B ſeſe mutuo ſecantibus in G ſigno, ad rectos



ctos angulos insistit: ideo plano G K B per ipsas ducto, ad angulos rectos erit. Per ipsam autem lineam A G transit planum A E C. Quare planum G K B, erit ad planum A E C rectum. Ad planum autem A E C, rectum est quoque planum B E C: circuli enim A C, C B sese mutuo normaliter secant ex hypothesi, quia angulus A C B proponitur rectus. Et horum planorum G K B, B E C, eidem plano A E C rectorum, communis sectio est recta K B. Itaque eidem plano A E C ad rectos angulos ipsa B K insistit, & ideo ad omnes rectas lineas quæ ipsam contingunt & in subjecto sunt plano A E C quales G K, E B, rectos angulos efficit. Sunt igitur anguli G K B, E K B recti. Quod secundo loco fuit ostendendum.

14 Cum triangulum sphæricum proponitur obliquangulum aut incertæ adhuc speciei sed ex datis adsequendæ, in duo rectangula quemadmodum & planum resolvitur. Aut etiam ipsummet obliquangulum sphæricum ad planum reducitur. Verum methodus illa videtur hac expeditior.

Resolvitur triangulum obliquangulum in duo rectangula, demissa ab aliquo angulorum ad latus quod ei opponitur peripheria orthogonia. Itaque circulus maximus, cujus peripheria illa est segmentum, educendus est per polos circuli, à quo absumitur latus angulo parodico oppositum.

Curandum autem est ea eductione, ut ex datis terminis salvi supersint ac illibati, qui sufficiant ad adsequendum rectangula.

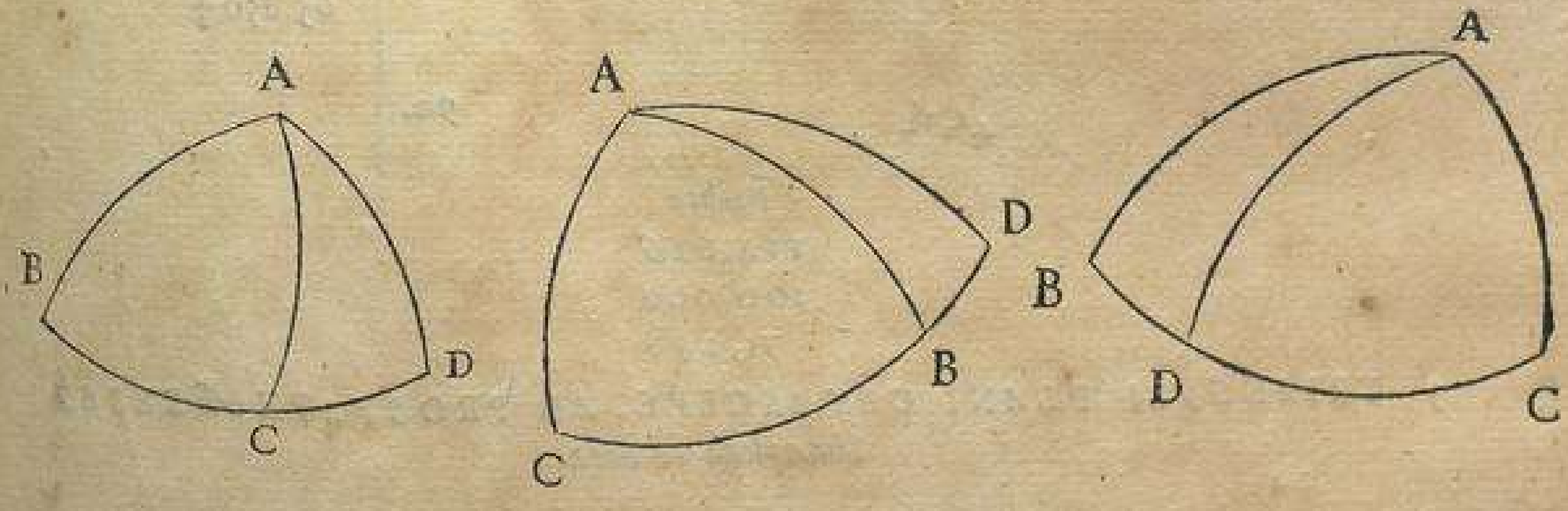
15 Si uterque angulorum ad basin trianguli sphærici fuerint ejusdem adfectionis, peripheria ab angulo verticis ad basin demissa, cadit intra triangulum; sed si diversæ, extra.

16 Si crura trianguli sphærici fuerint majora quadrante circuli; basis vero quadrans aut quadrante major: anguli omnes erunt obtusi.

17 Si trianguli sphærici tres anguli fuerint acuti, latera quoque minora erunt quadrante circuli.

18 Sit triangulum sphæricum A B D, & in peripheriam B D cadat segmentum orthogonii A C.

Primum dico esse transsinuosam anguli B A C ad transsinuosam anguli D A C, sicut prosinum peripheriæ A B ad prosinum peripheriæ A D.



Secundo dico esse transsinuosam peripheriæ C B ad transsinuosam peripheriæ C D, sicut transsinuosam peripheriæ A B ad transsinuosam peripheriæ A D.

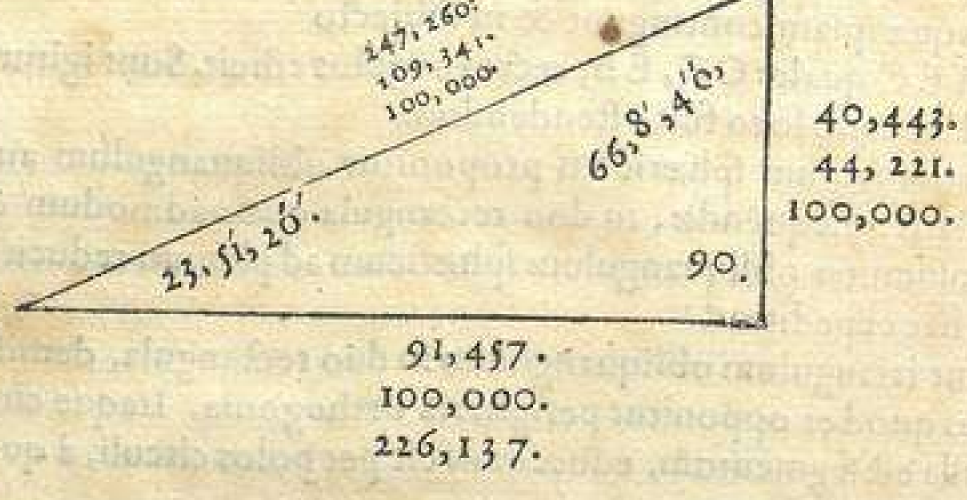
Tertio dico esse sinum C D ad sinum C B, sicut prosinum anguli B ad prosinum anguli D.

Denique & quarto dico esse sinum anguli B A C ad sinum anguli D A C, sicut transsinuosam anguli D ad transsinuosam anguli B.

V.

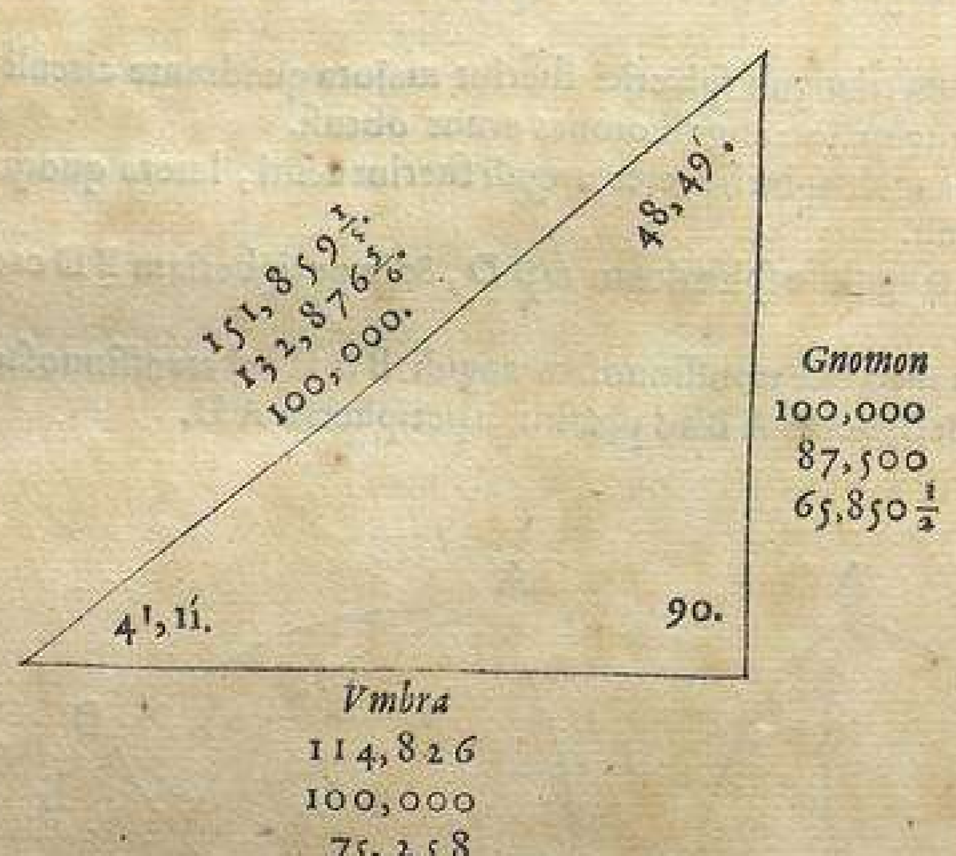
Triangulorum aliquæ constitutiones, ad comprobandum exemplis præcepta.

1 CANONICVM TRIANGVLVM PLANVM RECTANGVLVM, *obliquitatis sphæra, quanta deprehensa est ab Hipparcho, Eratosthene, & Ptolemao.*

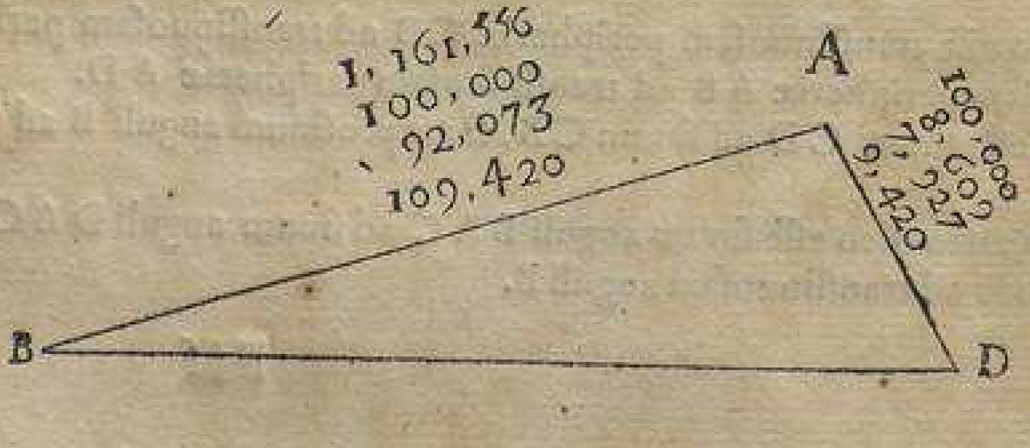


2 CANONICVM TRIANGVLVM PLANVM RECTANGVLVM, *elevationis poli supra horizontem Parisiensem.*

Parisiis, observante me die æquinoctii umbra meridiana, deprehensa est gnomonis sesquiseptima.



3 TRIANGVLI PLANI CATASCEVE, AD PROSTAPHÆRESES *Lunæ plenæ vel novæ.*



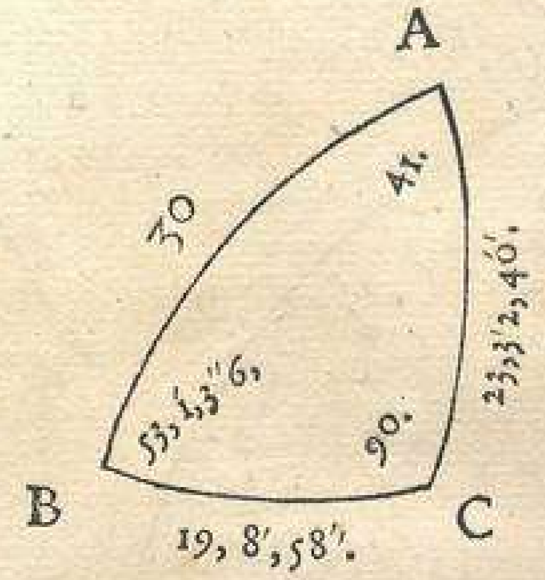
Anguli

Anguli.

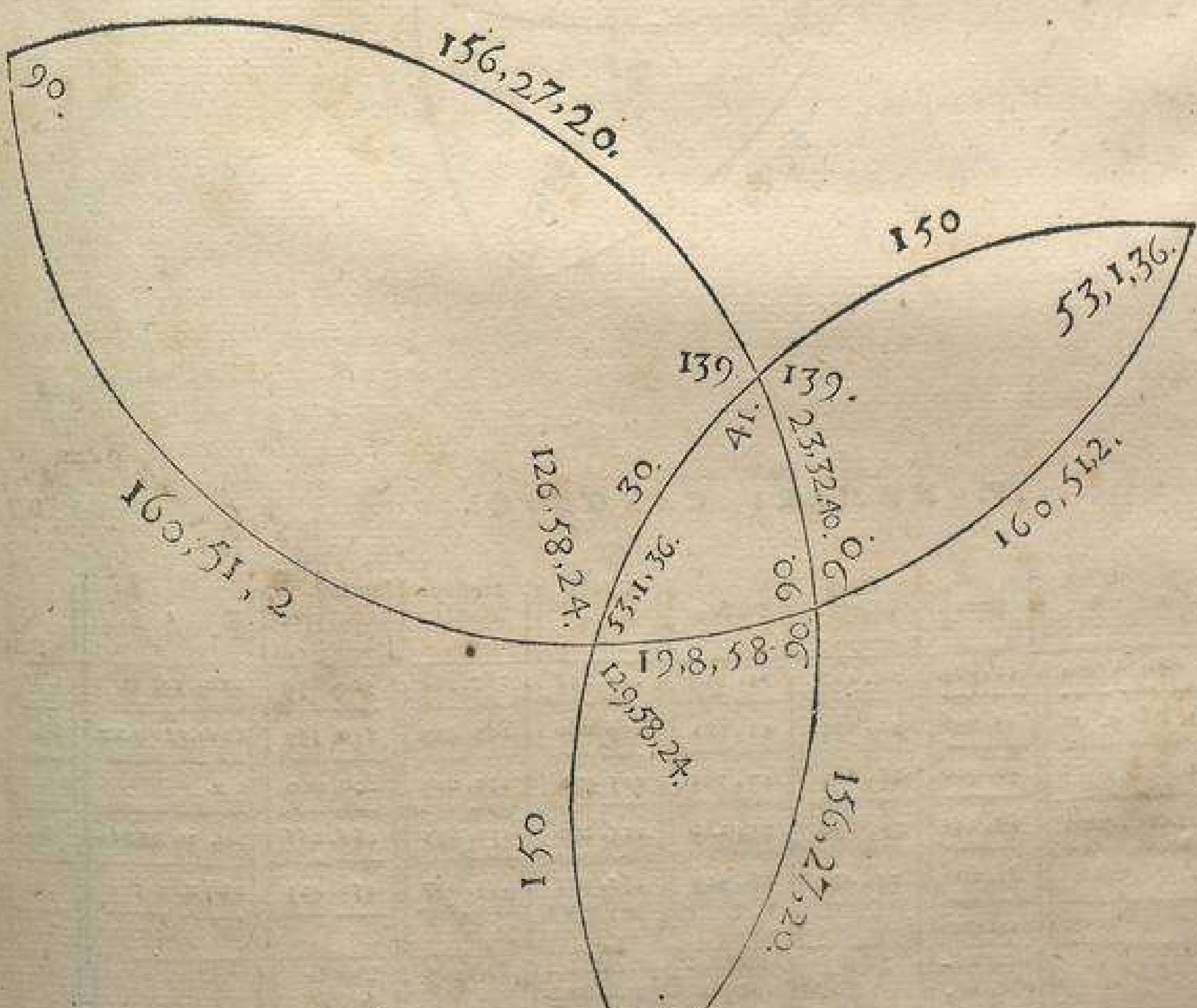
A	B	D
Anomalia μέση à limite velocitatis.	Prosthaphæresis.	Anomalia φαινομένη à limite tarditatis.

Ratio AB ad AD constituitur, ut sinus totus ad sinum partium IV, LVI cum triente, quanta deprehenditur maxima prosthaphæresis ἐν συνοδικοῖς καὶ πανσεληνοῖς ex observatis.

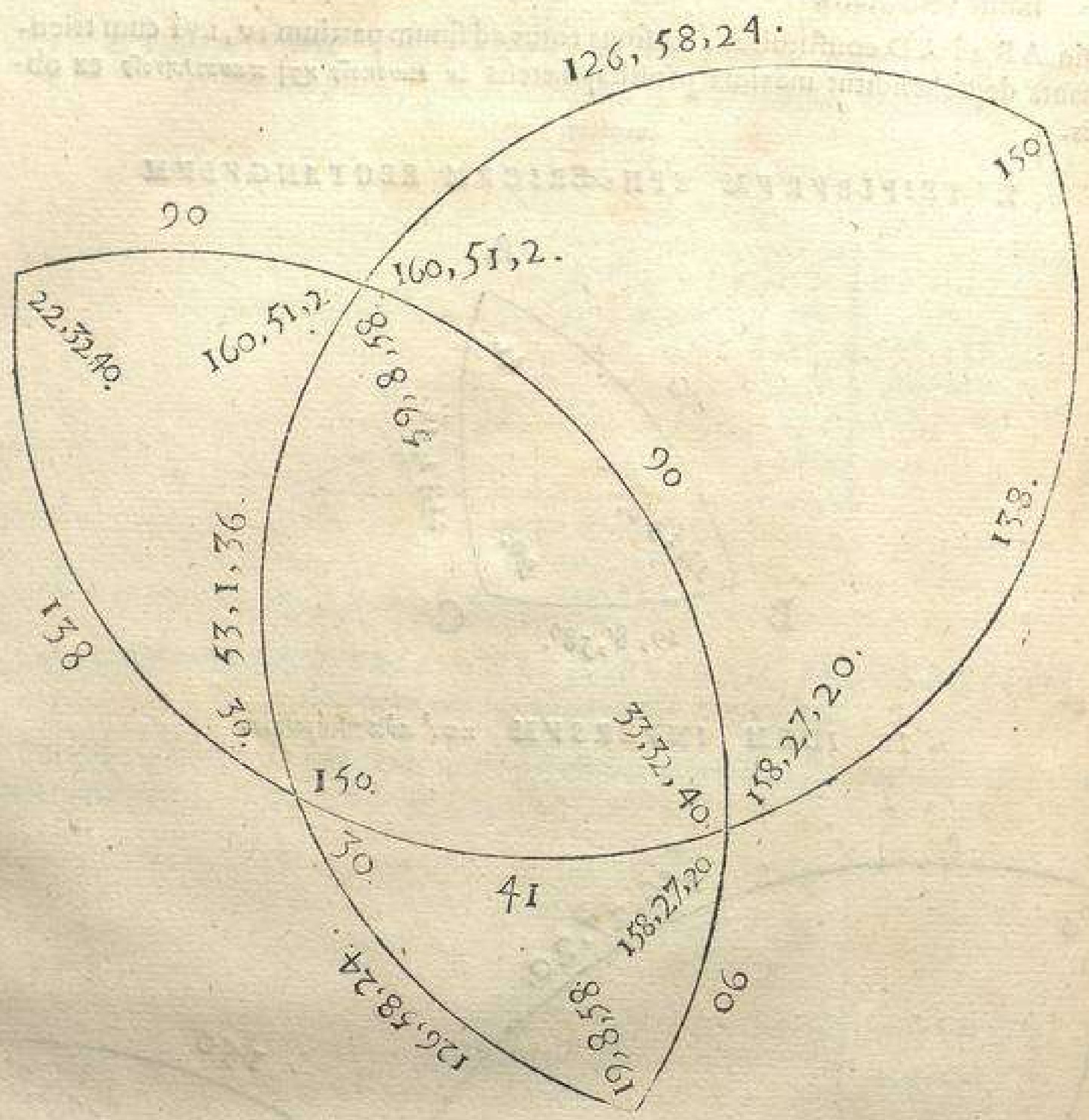
I. TRIPLEVRVM SPHÆRICVM RECTANGVLVM



II. IDEM INVERSUM κατ' ἀναπλήρωσιν.



III. IDEM INVERSVM PER ENALLAGEN πλαγιογωνικήν.

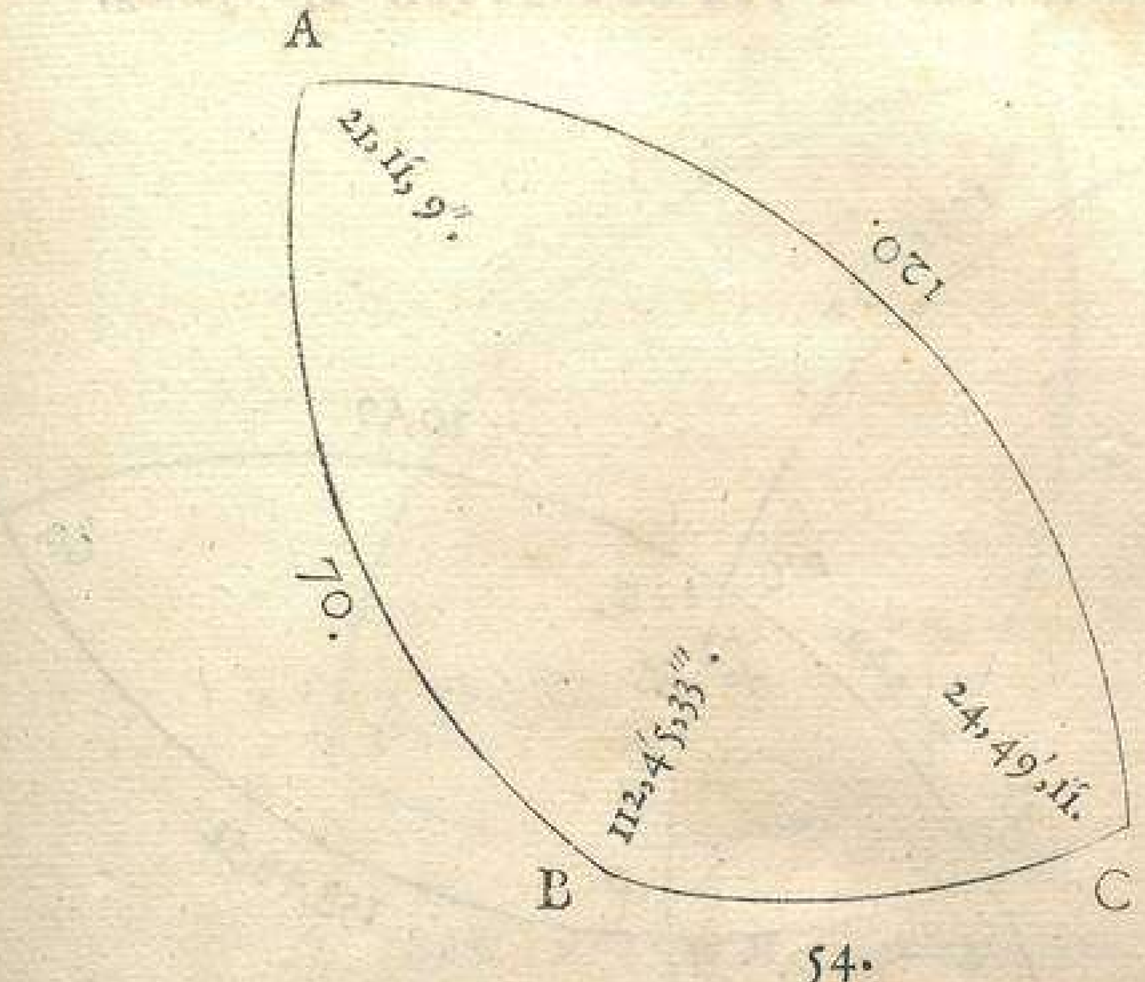


IV. NVMERI CANONICI.

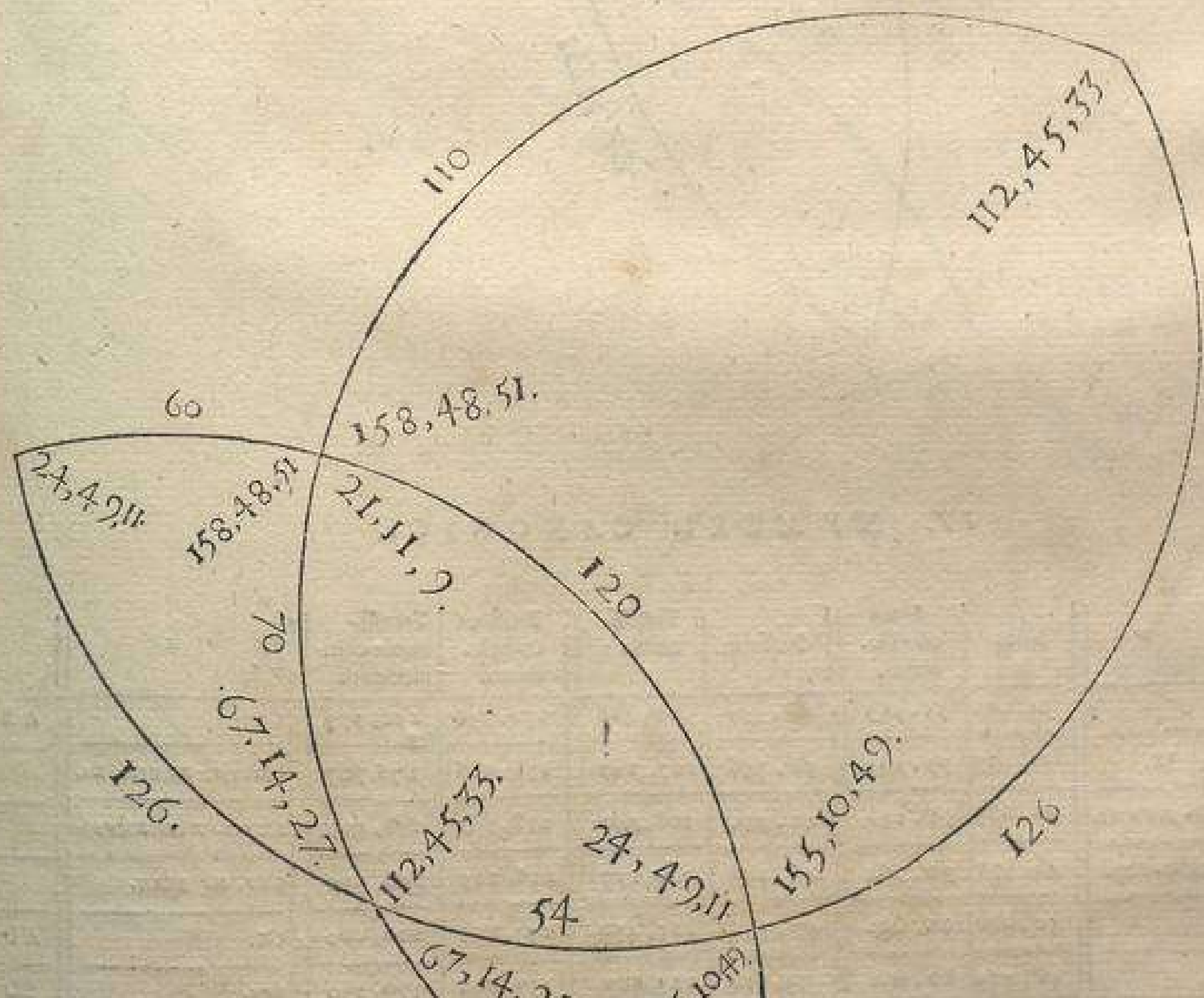
	P. ′ ″	Sinus	Sinus complementi.	Prosinus.	Transsinuosa.	Prosinus complementi.	Transsinuosa complementi.	P. ′ ″	
C B	XIX. VIII. LVIII.	32,803	94,467	34,725	105,858	287,980	304,850	LXX. LI. II.	
A C	XXIII. XXXII. XL.	39,946	91,675	43,573	109,080	229,499	250,339	LXVI.XXVII.XX.	
A B	XXX.	50,000	86,602	57,735	115,470	173,205	200,000	LX.	
	XXXVI.LVI.LXXIV	60,145	79,892	75,282	125,170	132,853	166,266	LII. II. XXXVI.	B
A	XLI.	65,606	75,471	86,929	132,501	115,037	152,425	XLIX.	
C	XC.	100,000							
		Sinus cōplementi.	Sinus	Prosinus complementi.	Transsinuosa complementi.	Prosinus.	Transsinuosa.		

I. TRI-

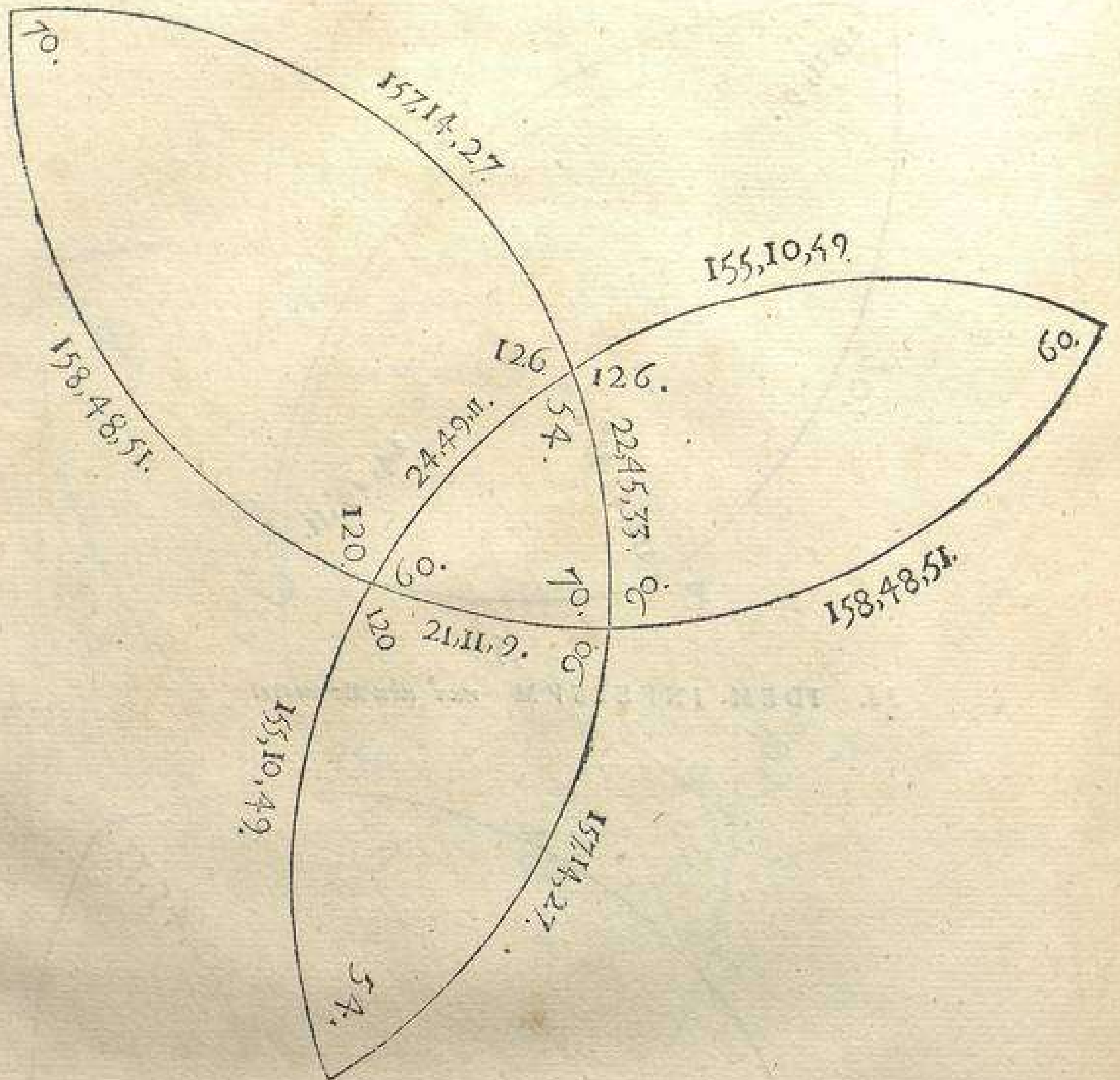
I. TRIPLEVRVM SPHÆRICVM OBLIQVANGVLVM.



II. IDEM INVERSVM κατ' ἀναπλήρωσιν.



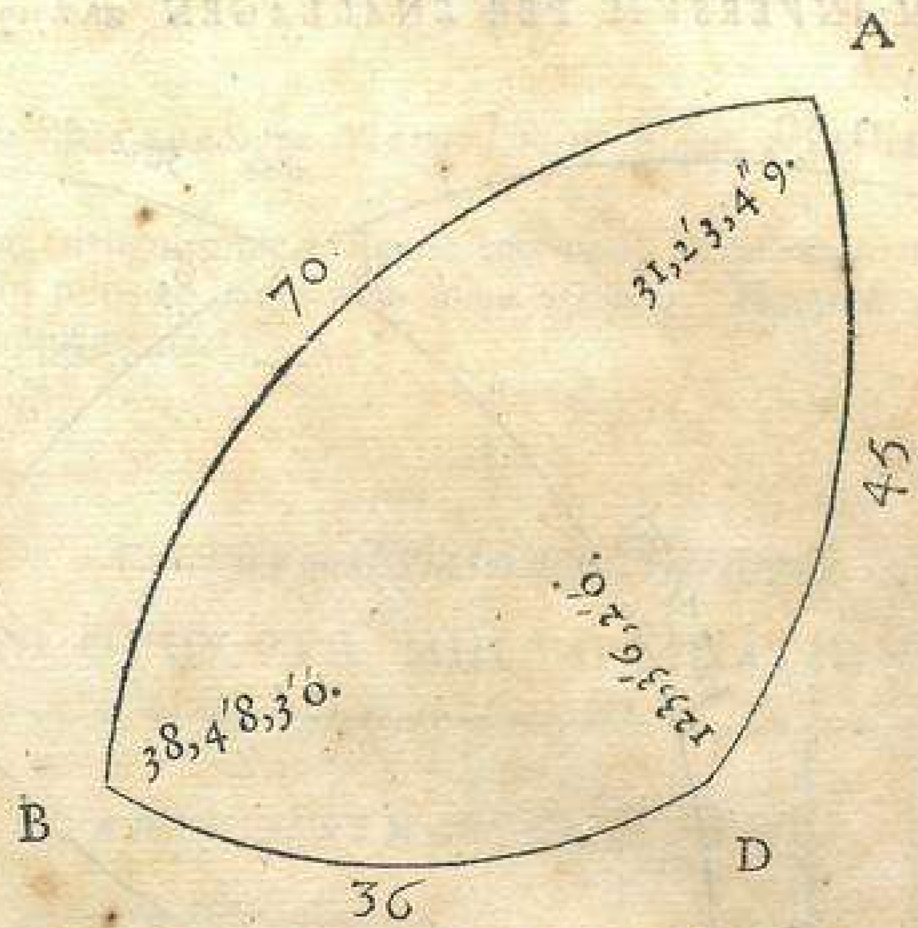
III. IDEM INVERSVM PER ENALLAGEN πλευρογωνικήν.



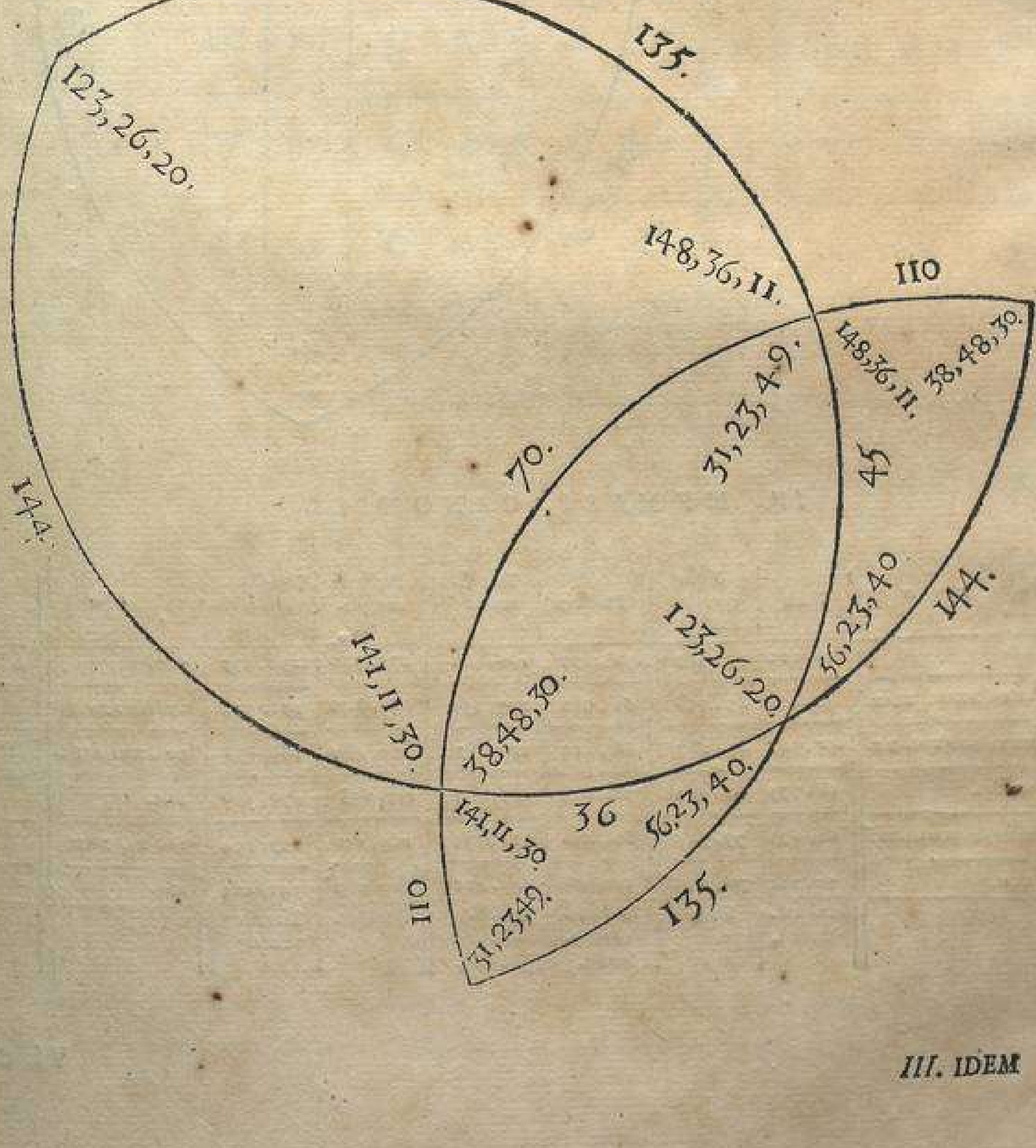
IV. NVMERI CANONICI.

	P. ′ ″	Sinus	Sinus complementi.	Prosinus.	Transsinuosa.	Prosinus complementi.	Transsinuosa complementi.	P. ′ ″	
	XX.	34,202	93,969	36,397	106,418	274,748	292,379	LXX.	AB
A	XXI. XI. IX.	36,139	93,241	38,758	107,247	258,006	276,707	LXVIII. XLVIII. LI.	
B	XXII. XLV. XXXIII.	38,686	92,214	41,952	108,443	238,337	258,493	LXVII. XIV. XXVII.	
D	XXIV. XLIX. XI.	41,977	90,763	46,248	110,177	216,223	238,229	LXV. X. XLIX.	
	XXX.	50,000	86,602	57,735	115,470	173,205	200,000	LX.	AD
	XXXVI.	58,779	80,902	72,654	123,607	137,638	170,130	LIV.	BD
		Sinus complementi.	Sinus	Prosinus complementi.	Transsinuosa complementi.	Prosinus.	Transsinuosa.		

I. ALIVD.

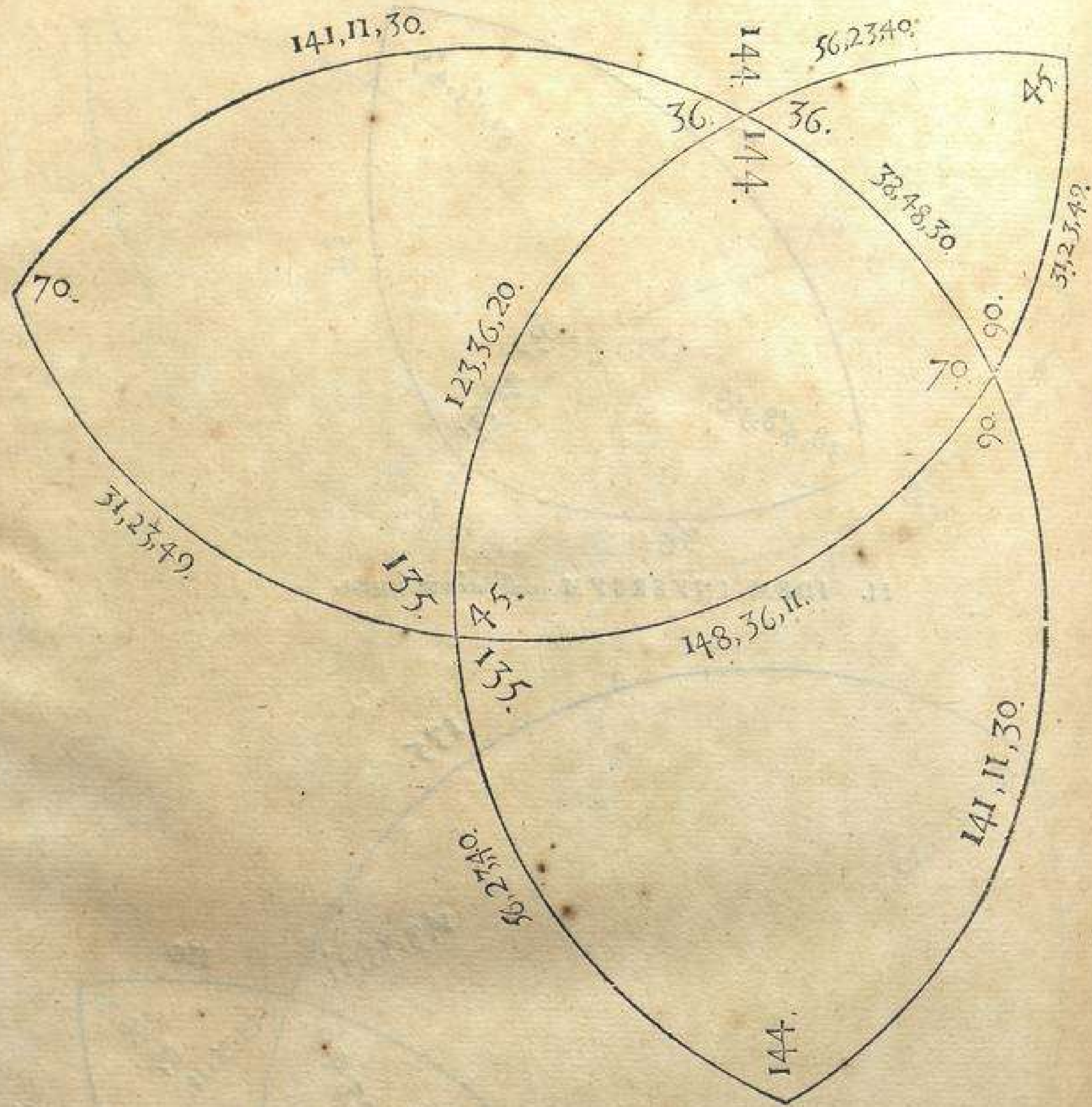


II. IDEM INVERSVM κατ' ἀναπλήρωσιν.



III. IDEM

III. IDEM INVERSVM PER ENALLAGEN πλαγιογωνικήν.



IV. NVMERI CANONICI.

	P. ′ ″	Sinus	Sinus complementi.	Profinus.	Transsinuosa.	Profinus complementi.	Transsinuosa complementi.	P. ′ ″	
	XX.	34,202	93,969	36,397	106,418	274,748	292,379	LXX.	AB
A	XXXI. XXIII. XLIX.	52,097	85,358	61,032	117,153	163,848	191,953	LVIII. XXXV. XI.	
	XXXII. I. XXXVI. XX.	55,347	83,287	66,454	120,067	150,480	180,678	LVI. XXIII. XL.	D
BD	XXXVI.	58,779	80,902	72,654	123,607	137,638	170,130	LIII.	
B	XXXVIII. XLVIII. XXX	62,672	77,923	80,430	128,333	124,330	159,554	LI. XI. XXX.	
AD	XLV.	70,711	70,710	100,000	141,421	100,000	141,421	XLV.	
		Sinus complementi.	Sinus	Profinus complementi.	Transsinuosa complementi.	Profinus.	Transsinuosa.		

VI. Ca-

VI.

Canonicæ analogiæ triangulorum ſphæricorum in notis.

Canonicas ſphæricorum triangulorum analogias recenſeo, ac ne earum mole obruantur ſtudioſi potius quam juventur, eas in notis ad paratiorem uſum exhibeo. Notarum autem radiatione deſignantur [laterum] vel angulorum complementa.

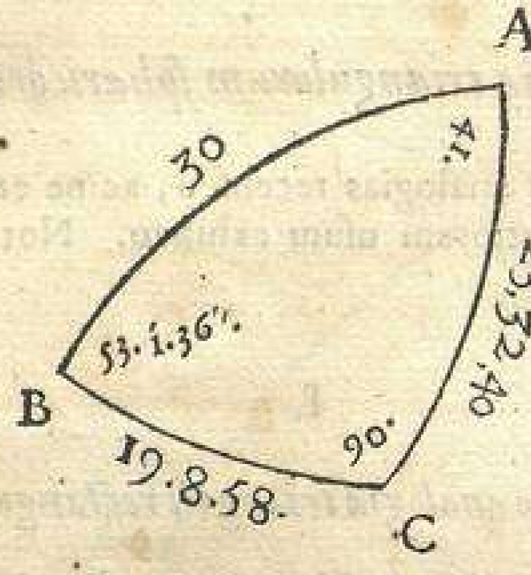
I.

Canonica analogia trianguli rectanguli.

AD OPUS PER MULTIPLICATIONEM.

	DECADIS PRIMÆ.										DECADIS II.			
	PENTAS PRIMA.					PENTAS SECVNDA.					PENTAS PRIMA.			
	Totus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.		Totus.	Proſinꝰ.	Proſinꝰ.	Sinus.		Totus.	Sinus.	Trãsª.	Transſª.
I	C	AB	A	CB	VI	C	AC	B′	CB	III	C	A′C′	AB	CB
II	C	AB	B	AC	VII	C	CB	A′	AC	IV	C	A	B	AC
III	C	C′B′	A′C′	A′B′	VIII	C	B′	A′	A′B′	II	C	B	A′C′	A′B′
IV	C	A′C′	A	B′	IX	C	A′B′	CB	B′	V	C	C′B′	A	B′
V	C	C′B′	B	A′	X	C	A′B′	AC	A′	I	C	AB	C′B′	A′

	HYPODECADIS PRIMÆ.										HYPODECADIS II.			
	PENTAS PRIMA.					PENTAS SECVNDA.					PENTAS PRIMA.			
	Totus.	Transſª.	Trãs.ª.	Trãsª.		Totus.	Proſinꝰ.	Proſinꝰ.	Trãsª.		Totus.	Transſª.	Sinus.	Sinus.
I	C	A′B′	A′	C′B′	VI	C	A′C′	B	C′B′	III	C	AC	A′B′	C′B′
II	C	A′B′	B′	A′C′	VII	C	C′B′	A	A′C′	IV	C	A′	B′	A′C′
III	C	CB	AC	AB	VIII	C	B	A	AB	II	C	B′	AC	AB
IV	C	AC	A′	B	IX	C	AB	C′B′	B	V	C	CB	A′	B
V	C	CB	B′	A	X	C	AB	A′C′	A	I	C	A′B′	CB	A



DECADIS II.

PENTAS SECVNDA.

	Totus.	Sinus.	Profin⁹.	Profin⁹.
VII	C	AC	A	CB
X	C	Ⱥ	AB	AC
IX	C	B'	ȻB'	ȺB'
VI	C	CB	ȺȻ	B'
VIII	C	ȺB'	B	Ⱥ

DECADIS TERTIÆ.

PENTAS PRIMA.

	Totus.	Sinus.	Trāſs^a.	Tranſs^a.
V	C	B	A	CB
III	C	ȻB'	AB	AC
I	C	A	ȻB'	ȺB'
II	C	AB	ȺȻ	B
IV	C	ȺȻ	B	Ⱥ

PENTAS SECVNDA.

	Totus.	Sinus.	Profin⁹.	Profin⁹.
IX	C	B'	AB	CB
VI	C	CB	B	AC
X	C	Ⱥ	ȺȻ	ȺB'
VIII	C	ȺB'	A	B'
VII	C	AC	ȻB'	Ⱥ

HYPODECADIS II.

PENTAS SECVNDA.

	Totus.	Trāſs^a.	Profin⁹.	Profin⁹.
VII	C	ȺȻ	Ⱥ	ȻB'
X	C	A	ȺB'	ȺȻ
IX	C	B	CB	AB
VI	C	ȻB'	AC	B
VIII	C	AB	B'	A

HYPODECADIS TERTIÆ.

PENTAS PRIMA.

	Totus.	Tranſs^a.	Sinus.	Sinus.
V	C	B'	Ⱥ	ȻB'
III	C	CB	ȺB'	ȺȻ
I	C	Ⱥ	CB	AB
II	C	ȺB'	AC	B'
IV	C	AC	B'	A

PENTAS SECVNDA.

	Totus.	Trāſs.^{a}.	Profin⁹.	Profin⁹.
X	C	B	ȺB'	ȻB'
VI	C	ȻB'	B'	ȺȻ
X	C	A	AC	AB
VIII	C	AB	Ⱥ	B
VII	C	ȺȻ	CB	A

AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Transs.ª	Sinus.	Totus.	Sinus.		Profinª.	Profinª.	Totus.	Sinus.		Transsª.	Trāsª.	Totus.	Transsª.
I	ȺB'	A	C	CB	VI	ȺȻ	B'	C	CB	III	ȺȻ	ȺB'	C	ȻB'
II	ȺB'	B	C	AC	VII	ȻB'	Ⱥ	C	AC	IV	A	B'	C	ȺȻ
III	AC	ȻB'	C	ȺB'	VIII	B	Ⱥ	C	ȺB'	II	B	AC	C	AB
IV	AC	A	C	B'	IX	AB	CB	C	B'	V	ȻB'	Ⱥ	C	B
V	CB	B	C	Ⱥ	X	AB	AC	C	Ⱥ	I	ȺB'	ȻB'	C	Ⱥ

	Sinus.	Transsª.	Totus.	Transsª.		Profinª.	Profinª.	Totus.	Transsª.		Sinus.	Sinus.	Totus.	Sinus.
I	AB	Ⱥ	C	ȻB'	VI	AC	B	C	ȻB'	III	ȺȻ	ȺB'	C	ȻB'
II	AB	B'	C	ȺȻ	VII	CB	A	C	ȺȻ	IV	A	B'	C	ȺȻ
III	ȺȻ	CB	C	AB	VIII	B'	A	C	AB	II	B	AC	C	AB
IV	ȺȻ	Ⱥ	C	B	IX	ȺB'	ȻB'	C	B	V	ȻB'	Ⱥ	C	B
V	ȻB'	B'	C	A	X	ȺB'	ȺȻ	C	A	I	AB	CB	C	A

Aliter, AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Transsª.	Sinus.	Totus.	Sinus.		Profinª.	Profinª.	Totus.	Sinus.		Sinus.	Sinus.	Totus.	Transsª.
I	Ⱥ	AB	C	CB	VI	B	AC	C	CB	III	ȺB'	ȺȻ	C	CB
II	B'	AB	C	AC	VII	A	CB	C	AC	IV	B'	A	C	AC
III	CB	ȺȻ	C	ȺB'	VIII	A	B'	C	ȺB'	II	AC	B	C	ȺB'
IV	Ⱥ	ȺȻ	C	B'	IX	ȻB'	ȺB'	C	B'	V	Ⱥ	ȻB'	C	B'
V	B'	ȻB'	C	Ⱥ	X	ȺȻ	ȺB'	C	Ⱥ	I	CB	AB	C	Ⱥ

	Sinus.	Transsª.	Totus.	Transsª.		Profinª.	Profinª.	Totus.	Transsª.		Transsª.	Trāsª.	Totus.	Sinus.
I	A	ȺB'	C	ȻB'	VI	B'	ȺȻ	C	ȻB'	III	AB	AC	C	ȻB'
II	B	ȺB'	C	ȺȻ	VII	Ⱥ	ȻB'	C	ȺȻ	IV	B	Ⱥ	C	ȺȻ
III	ȻB'	AC	C	AB	VIII	Ⱥ	B	C	AB	II	ȺȻ	B'	C	AB
IV	A	AC	C	B	IX	CB	AB	C	B	V	A	CB	C	B
V	B	CB	C	A	X	AC	AB	C	A	I	ȻB'	ȺB'	C	A

AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Transſª.	Profinꝰ.	Totus.	Profinꝰ.		Transſª.	Trãſª.	Totus.	Transſª.		Transſª.	Profinꝰ.	Totus.	Profinꝰ.
VII	AC	Ⱥ	C	ȻB'	V	B'	A	C	CB	IX	B	AB	C	CB
X	Ⱥ	ȺB'	C	ȺȻ	III	CB	AB	C	AC	VI	ȻB'	B	C	AC
IX	B'	CB	C	AB	I	Ⱥ	ȻB'	C	ȺB'	X	A	ȺȻ	C	ȺB'
VI	CB	AC	C	B	II	ȺB'	ȺȻ	C	B'	VIII	AB	A	C	B'
VIII	ȺB'	B'	C	A	IV	AC	B	C	Ⱥ	VII	ȺȻ	ȻB'	C	Ⱥ

	Sinus.	Profinus.	Totus.	Profinꝰ.		Sinus.	Sinus.	Totus.	Sinus.		Sinus.	Profinꝰ.	Totus.	Profinꝰ.
VII	AC	Ⱥ	C	ȻB'	V	B	Ⱥ	C	ȻB'	IX	B'	ȺB'	C	ȻB'
X	Ⱥ	ȺB'	C	ȺȻ	III	ȻB'	ȺB'	C	ȺȻ	VI	CB	B'	C	ȺȻ
IX	B'	CB	C	AB	I	A	CB	C	AB	X	Ⱥ	AC	C	AB
VI	CB	AC	C	B	II	AB	AȻ	C	B	VIII	ȺB'	Ⱥ	C	B
VIII	ȺB'	B'	C	A	IV	ȺȻ	B'	C	A	VII	AC	CB	C	A

Aliter, AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Profinus.	Sinus.	Totus.	Profinꝰ.		Sinus.	Sinus.	Totus.	Transſª.		Profinus.	Sinus.	Totus.	Profinꝰ.
VII	Ⱥ	AC	C	CB	V	Ⱥ	B	C	CB	IX	ȺB'	B'	C	CB
X	ȺB'	Ⱥ	C	AC	III	ȺB'	ȻB'	C	AC	VI	B'	CB	C	AC
IX	CB	B'	C	ȺB'	I	CB	A	C	ȺB'	X	AC	Ⱥ	C	ȺB'
VI	AC	CB	C	B'	II	AC	AB	C	B'	VIII	Ⱥ	ȺB'	C	B'
VIII	B'	ȺB'	C	Ⱥ	IV	B'	ȺȻ	C	Ⱥ	VII	CB	AC	C	Ⱥ

	Profinꝰ.	Trãſª.	Totus.	Profinꝰ.		Trãſª.	Transſª.	Totus.	Sinus.		Profinꝰ.	Trãſ.ª	Totus.	Profinꝰ.
VII	A	ȺȻ	C	ȻB'	V	A	B'	C	ȻB'	IX	AB	B	C	ȻB'
X	AB	A	C	ȺȻ	III	AB	CB	C	ȺȻ	VI	B	ȻB'	C	ȺȻ
IX	ȻB'	B	C	AB	I	ȻB'	Ⱥ	C	AB	X	ȺȻ	A	C	AB
VI	ȺȻ	ȻB'	C	B	II	ȺȻ	ȺB'	C	B	VIII	A	AB	C	B
VIII	B	AB	C	A	IV	B	AC	C	A	VII	ȻB'	ȺȻ	C	A

II.

Canonicæ analogiæ sphærici trianguli obliquanguli.

Vt ex lateribus, anguli.

	Sinus. Sinum.	TOTVS. Sinus. Sinum. Sinum.	TOTVS.	Sinus.
I	AD in AB	C in Ƀ'Đ' = +ue Ⱥ Đ' in Ⱥ Ƀ'	C	Ⱥ
II	AB in BD.	C in Ⱥ Đ' = +ue Ⱥ Ƀ' in Ƀ'Đ'	C	Ƀ'
III	BD in AD	C in Ⱥ Ƀ' = +ue Ƀ'Đ' in Ⱥ Đ'	C	Đ'

Vt ex angulis latera.

IV	B in D	C in Ⱥ = +ue Ƀ' in Đ'	C	Ƀ'Đ'
V	D in A	C in Ƀ' = +ue Đ' in Ⱥ	C	Ⱥ Đ'
VI	A in B	C in Đ' = +ue Ⱥ in Ƀ'	C	Ⱥ Ƀ'

Vt ex cruribus & angulo verticis, anguli ad basin.

	Sinus. Transsinuosâ.	TOTVS. Sinus. Prosinum. Prosinum.	TOTVS.	Prosinus.
I	Ⱥ in Ⱥ Đ'	C in Ⱥ Ƀ' = +ue Ⱥ in Ⱥ Đ'	C	Đ'
II	Ⱥ in Ⱥ Ƀ'	C in Ⱥ Đ' = +ue Ⱥ in Ⱥ Ƀ'	C	Ƀ'
III	Ƀ' in Ⱥ Ƀ'	C in Ƀ'Đ' = +ue Ƀ' in Ⱥ Ƀ'	C	Ⱥ
IV	Ƀ' in Ƀ'Đ'	C in Ⱥ Ƀ' = +ue Ƀ' in Ƀ'Đ'	C	Đ'
V	Đ' in Ƀ'Đ'	C in Ⱥ Đ' = +ue Đ' in Ƀ'Đ'	C	Ƀ'
VI	Đ' in Ⱥ Đ'	C in Ƀ'Đ' = +ue Đ' in Ⱥ Đ'	C	Ⱥ

Vt ex angulis ad basin & base, crura.

	Sinus. Transsinuosa.	Totvs. Sinus. Prosinum. Prosinum.	Totvs.	Prosinus.
VII	ɃĐ in Ƀ	C in Đ =+ue ɃĐ in Ƀ	C	ȺɃ
VIII	ɃĐ in Đ	C in Ƀ =+ue ɃĐ in Đ	C	ȺĐ
IX	ȺĐ in Đ	C in Ⱥ =+ue ȺĐ in Đ	C	ɃĐ
X	ȺĐ in Ⱥ	C in Đ =+ue ȺĐ in Ⱥ	C	ȺɃ
XI	ȺɃ in Ⱥ	C in Ƀ =+ue ȺɃ in Ⱥ	C	ȺĐ
XII	ȺɃ in Ƀ	C in Ⱥ =+ue ȺɃ in Ƀ	C	ɃĐ

Vt ex cruribus & angulo verticis, basis.

	Transsin. Transsin.	Totvs. Prosinus. Sinum. Prosinum.	Totvs.	Sinus.
I	ȺɃ in ȺĐ	C in Ⱥ =+ue ȺɃ in ȺĐ	C	ɃĐ
II	ɃĐ in ȺɃ	C in Ƀ =+ue ɃĐ in ȺɃ	C	ȺĐ
III	ȺĐ in ɃĐ	C in Đ =+ue ȺĐ in ɃĐ	C	ȺɃ

Vt ex angulis ad basin & base, angulus verticis.

IV	Đ in Ƀ	=+ue C in ɃĐ Đ in Ƀ	C	Ⱥ
V	Ⱥ in Đ	=+ue C in ȺĐ Ⱥ in Đ	C	Ƀ
VI	Ƀ in Ⱥ	=+ue C in ȺɃ Ƀ in Ⱥ	C	Đ

Vt ex angulis ad basin & crure, crus alterum.

Vel ex cruribus & vno angulorum ad basin, angulus alter ad basin.

Sinus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.
A	BD	B	AD	D	AB

CAPVT XX.

Annus Gregorianus. Decem dies exemptiles. Sedes Æquinoctij verni. Επακταὶ ἡμέραι.

ANnum quo utimur, ad cursum Solis felicissimè direxisse mihi videtur Gregorius decimus tertius. Annum definiverat Julius Cæsar dierum $365\frac{1}{4}$: itaque edixerat, ut peracto quadriennii Ægyptiaci circuitu, qui dierum est quater 365, dies unus intercalaretur. quod quidem Bissextum vocarunt. Fastos correxit Gregorius, & constituit annum dierum $365\frac{97}{400}$. Itaque quoniam quadringenti anni Gregoriani à totidem Iulianis deficiunt triduo, vetuit Gregorius ne in quadringentorum annorum circuitu, alioqui juxta Cæsaris edictum peragendo, centesimus annus, ducentesimus, ac trecentesimus diem adsciscerer intercalarem. Sanè Tropicus annus, quem ex anno Thebitij vel Copernici sidereo & Æquinoctiorum præcessione componit Reinholdus, dierum est $365\frac{242,544}{1000,000}$, aliter dierum 365, horarum 5, scrupulorum primorum 49, secundorum 16. At $\frac{97}{400}$ diei, sunt $\frac{2,425}{10,000}$, seu horæ 5, scrupula prima 49, secunda 12. Peritiorum igitur in arte calculo consentit adprimè calculus Gregorianus. Turbanda verò nimium non fuit solita Bissextorum œconomia, utpote si perimendum fuisset primo Tetracosieteridis triente Bissextum primum, secundo secundum, ac tertio denique tertium. Itaque scrupulosæ magis quam utili psephophoriæ elegans ac expedita, & ad vulgi sensum per annorum centurias accommodata, insensili errore anteposita est.

Die dominico post decimam quartam Lunam primi mensis, celebrandum esse Pascha, sanxerunt patres Niceni, circa annum Christi 326. Quo seculo vigesimus primus dies Martij sedes erat Æquinoctij verni. Primam autem Lunam vocabant primum diem ab antecedente synodo, seu φάσιν, Neomeniamve Politicam. Itaque epochas Neomeniarum primi mensis ita concluserunt; ut limes citimæ, dies esset Martij octavus; remotissimæ, dies Aprilis quintus. Si itaque in octavum diem Martij cadebat Neomenia, primaue Luna seu φάσις, die Dominico qui 21 diem Martij proximè sequebatur, Pascha celebrabant; & si cadebat in quintum Aprilis, Dominico qui proximè sequebatur decimum octavum Aprilis. Eodem servato in sitibus intermediis, præcepto. At nostro sæculo ante adhibitam correctionem non jam vigesimo primo die Martij, sed undecimo mensis ejusdem adparebat Sol vernus Æquinoctialis. Intervallo enim temporis elapsi à Nicenâ synodo ad initium Tetracosieteridis Gregorianæ, defecerant anni Juliani à Tropicis, per dies decem. Ne itaque Decreta de termino Paschali forent immutanda, ac ritus & ordo ordinandi solennia, cui jam adsueverat Romana Ecclesia, jussit Gregorius ab anno Christi 1582 eximi decem dies, ut Æquinoctium vernum in suam pristinam sedem, id est, vigesimum primum diem Martij piâ patrum Nicenorum memoriâ, restitueret. Quidam autem censuerunt id factum male, quoniam non ideo vigesimus primus dies Martij constans erit Æquinoctij Epocha. Itaque magis erat ut Æquinoctij medij sedes præfigeretur, non veri. Ego verò an, & quæ sit differentia medij Æquinoctij & veri, hactenus non didici. Nullam

lam agnovere Ariſtarchus Samius, Hipparchus, Eratoſthenes, ac Ptolemæus. Probabili ſanè conjectura à Phyſicis motuum legibus ductâ, incrementum ac decrementum obliquitatis ſphæræ, & ſecundùm illud anomaliam anni Tropici, arguit Copernicus. At eam conjecturam pro veritate non accepero. Decrevit ajunt obliquitas Sphæræ ab Hipparcho & Ptolemæo adnotata, decrevit annus Tropicus, quem iidem obſervarunt. Eſto. Ecquis donec incrementum perceperit de anomaliæ periodo ratiocinabitur ſecurè? Hactenus incrementum percepit nemo. Sed & quod deprehenditur decrementum tam exiguum eſt, ut τηρήσεως fallaciæ tam æquè cauſa phænomeni adſignanda ſit, quàm motui alicujus novæ jam inducendæ ſphæræ.

Annus Lunæ ad annum Solis dirigitur per ἐπακτὰς ἡμέρας. Etenim menſis Lunæ politicus, æſtimatur dierum 30 & 29, ſerie alternâ. Itaque annus Lunaris, qui talium menſium conſtituitur duodecim, eſt dierum 354. Ergo ἡμέραι ἕνδεκα ſunt ἐπαγόμεναι anno Lunæ, ut is Solari adæquetur. Quanquam enim ab Aſtronomis ſynodicus menſis Lunæ taxetur dierum $29\frac{530,593}{1000,000}$, atque adeo annus Lunaris conſtet $354\frac{367,105}{1000,000}$, æqualis videlicet ſeu medius; quandoquidem calculi adparentiarum moleſtiam non ſubit vulgaris computator, politicus tamen iſte calculus in Aſtronomicum tandem recidit. Annis enim 19 Julianis debentur dies $6,939\frac{3}{4}$, & annis 19 Tropicis ſeu Gregorianis dies $6,939\frac{243}{400}$. Menſes verò ſynodici 235 explentur diebus $6,939\frac{689,197}{1000,000}$, id eſt $6,939\frac{51}{74}$ ἔγγιστα. At inter $\frac{51}{74}$ & $\frac{3}{4}$ vel $\frac{243}{400}$ pauxilla differentia eſt. Ergo errorem, qui ex Biſſextilium annorum cum Ægyptiacis ſeu communibus commixtione irrepit, emendat tandem Enneadecaeteris, ac ſuâ quâque periodo eandem fere ætatem Lunæ reſtituit. Ποσταῖα igitur ſit Luna ad conſtitutum anni diem an decima quarta, an junior, ſeniorve; cyclus Epactarum ex data radice arguit ἐντεχνῶς, per totam Enneadecaeteridis ſive Julianæ ſive Gregorianæ periodum, ut pote

Sit anno Chriſti 1598. Dies Marti vigeſimus primus decima quarta Luna, idem igitur ſtatus Æquinoctij dies erit anno 1599 vigeſima quinta Luna. Anno 1600 ſexta. Anno 1601 decima ſeptima, & eo continuò donec ſingulares anni Enneadecaeteridis expleantur, per vndenarium numerum progreſſu, abjecto tricenario, cum ad eum adſcenditur, numero, id eſt, menſe politico pleno.

Addit tamen ætati Lunæ Enneadecaeteris Juliana $\frac{60,803}{1000,000}$ diei unius, id eſt $\frac{9}{148}$ ἔγγιστα. Quo ſpaciolo ſuas Epochas Novilunia in antecedentia promovebunt. Contra adimit Enneadecaeteris Gregoriana $\frac{81,697}{1000,000}$ diei vnius, id eſt $\frac{3}{37}$ ἔγγιστα. Quo ſpaciolo ſuas Epochas Novilunia in conſequentia promovebunt. Quanquam verò illa Lunæ προέμπτωσις, vel hæc μετέμπτωσις, in una vel altera Enneadecaeteride neglecta, errorem non inducit ſenſilem, ejus tamen παραλλάξεως habenda tandem aliqua ratio eſt. Annis enim 2812 Julianis, quæ ſunt Enneadecaeterides 148, προέμπτωσις numerabitur dierum novem. Itaque poſt exactos annos 304 Julianos, erunt ſyzygiæ die uno citiores. Contra annis totidem 2812 Gregorianis, μετέμπτωσις numerabitur dierum duodecim, vel in annis 703, quæ ſunt Enneadecaeterides 37, tridui. Itaque poſt exactos annos 228 Gregorianos, erunt ſyzygiæ die vno tardiores.

Non igitur abs re ſublatus eſt de Kalendario aureus, qui fallax eſt ad arguen-

arguendum Neomenias, nisi suo situ sæpe moveatur numerus, & accersitus in ejus locum Epactarum cyclus, quarum characteres tam constanter suas sedes retinent, quàm ipsi dierum quibus adscribuntur, numeri.

Omnis in iis ordinandis & adæquandis labor. Neque enim paucæ in Lilianum πασχαλίων ψῆφον irrepserunt mendæ. Sed de iis tollendis ad Ecclesiasticos referam commodiore loco, ac ipsis detegam periodum, quæ summo ipsorum adplausu mirum Solis & Lunæ consensum prodat εἰς ἱερὰ ἐπιμήνια. Sed

Eheu, quis unctum chrismate mystico
Necare regem, sacrilegâ manu,
Ausus cucullatus sodalis
In numerum colitur Deorum!
Pij haud vacillent, ECCE MALUS BONIS.
Tremant procaces, ECCE BONUS MALIS
Non compater nomen sodali
Omen at imposuit nefando.

FINIS

Hhh FRAN-

FRANCISCI VIETÆ MVNIMEN

ADVERSVS NOVA CYCLOMETRICA,

Seu,

ΑΝΤΙΠΕΛΕΚΥΣ

FRANCISCI VIETÆ

MVNIMEN

ADVERSVS NOVA CYCLOMETRICA,

Seu,

ΑΝΤΙΠΕΛΕΚΥΣ.

LUSERVNT illi operam infeliciter, qui ſuis, quas Securiclas vocant, figuris conati ſunt circulum triginta ſex ſegmentis hexagoni adæquare. Quid enim certi ex magnitudinibus plane incertis poterant reſolvendo conſequi? Æqualia æqualibus addant vel ſubtrahant, per æqualia dividant aut multiplicent, invertant, permutent, ac denique per quoſcunque proportionum gradus deprimant, vel attollant, hilum ſua Zeteſi non proficient. ſed in vicium, quod Logici appellant *αἴτημα τοῦ αἰτήματος*, Diophantæi *ἀνισότητα*, incident, aut demum falſo ſeipſos deludent calculo, ut præſenſiſſent, ſi qua lux eis adfulſiſſet veræ analyticæ doctrinæ. Sunt autem imbelles, qui *μονοςόμους* iſtas bipennes reformidant, & jam ab iis ſauciatum deflent Archimedem. Sed vivit Archimedes. Neque enim eum offendunt *ψευδογραφήματα περὶ τὸ ἀληθὲς, ψευδοψηφοφορίαι*, Anapodixes, verba magnifica. Quo tamen undique ſint tutiores,

Nubigeros clypeos, intactaque cædibus arma,

ſed *δυσαπελέκητα*, quibus primum ſeſe muniant, profero, ſubminiſtraturus *πολεμικά*, ſi forte hoſtium ferocior audacia eſt.

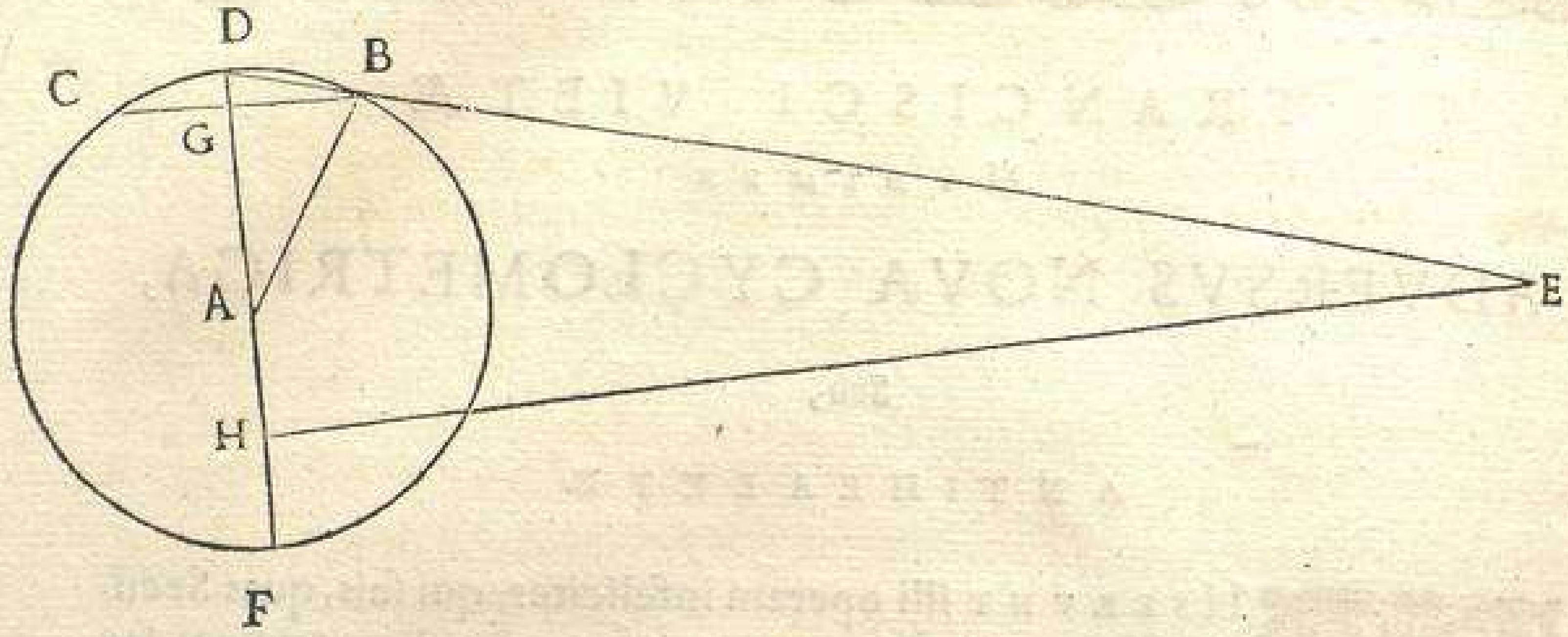
Propositio I.

AMBITVS dodecagoni circulo inſcripti, minorem habet rationem ad diametrum, tripla ſequioctava.

Centro A intervallo quocunque A B deſcribatur circulus B C D, in quo ſumatur B C circumferentia hexagoni, quæ ſecetur bifariam in D, & ſubtendatur D B. Eſt igitur D B latus dodecagoni, quo duodecuplato in E, erit D E æqualis ambitui dodecagoni circulo B D C inſcripti. Agatur autem diameter D F. Dico D E ad D F, rationem habere minorem tripla ſeſquioctava.

Jungantur enim B C, B A, ipſamque B C diameter D F ſecet in G. Ergo bifariam & ad angulos rectos ſecabit. Triangulo autem D B G conſtruatur ſimile triangulum D E H.

Quoniam recta B C ſubtenditur circumferentiæ hexagoni, ideo B A ſeu D A ipſi B C eſt æqualis. Quare conſtituta A C ſeu B C partium octo, fit B G earundem quatuor. Quadratum vero abs A G eſt 48, & ideo A G fit major $6\frac{12}{13}$. Ipſa autem D G minor $1\frac{1}{13}$. Et cum conſtituta ſit D E duodecupla ipſius D B, erit quoque E H duodecupla ipsius B G, & D H duodecupla ipsius D G. Quare erit E H earundem partium 48. D H vero minor 13. Immo minor $12\frac{12}{13}$. Quadratum autem à latere 48, est 2304; abs 13 ve-



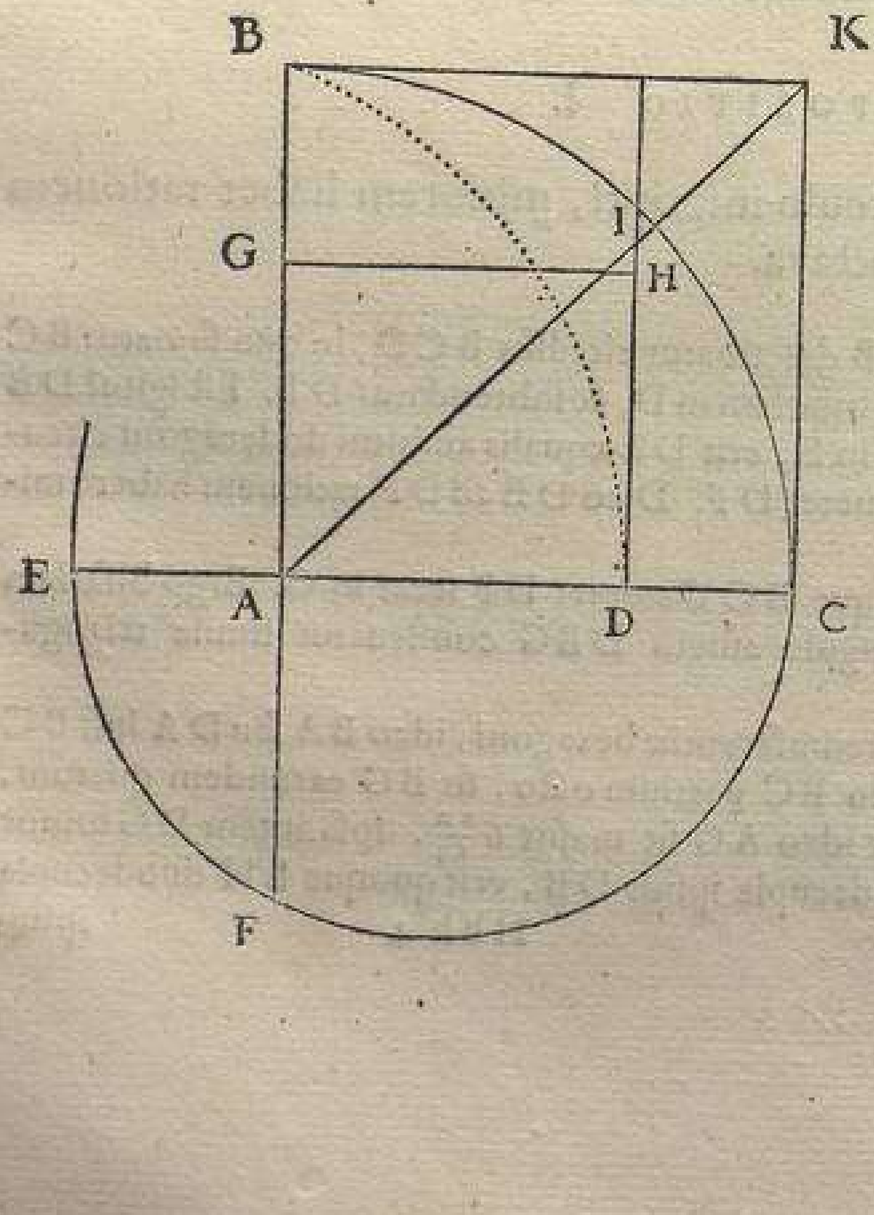
ro, 169. Quæ duo quadrata conficiunt 2473, non etiam 2500, quadratum à latere 50. Quare recta D E, cujus quadratum æquale est quadratis E H, D H, minor est 50. At vero ratio 50 ad 16, est tripla sesquioctava accurate. Ratio igitur D E ad D F, minor est tripla sesquioctava. Quod erat ostendendum.

Omnino Arithmetica tam scientia est quam Geometria. Magnitudines rationales rationalibus numeris, irrationales irrationalibus commode designantur. Qui per numeros magnitudines metitur, si suo calculo alias is deprehendit, quam re ipsa sint, non arti sed artificis culpa est.

Immo vero, ait Proclus, est ἀριθμητικὴ ἀκριβεστέρα γεωμετρίας. *Accurate supputanti constituta diametro partis unius, ambitus dodecagoni inscripti sit latus binomia* $72 - \sqrt{3888}$. *Qui contra pronunciaverit, errat vel in mensuris Geometra, vel in numeris Epilogista.*

Ambitus autem circuli ad diametrum majorem esse tripla sesquioctava sicuti minorem tripla sesquiseptima non dubitavit hactenus Mathematicorum schola. Id enim vere demonstravit Archimedes. Non igitur è falso Epilogismo inducendum fuit ἀπόπημα ὀφθαλμοφανές. *Lineam rectam esse circulari iisdem terminis contenta majorem, contrarium sumente Archimede* ἐκ τῆς κοινῆς ἐννοίας, *& ipsum etiam demonstrante Eutocio, ac generaliter definiente* πασῶν τῶν ταὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

PROPOSITIO II.



Semidiametri circuli à quadrataria divisæ pars à centro ad quadratariam, major est media proportionali inter semidiametrum & duas quintas semidiametri.

Sit quadrans circuli A B C, quadrataria B D; sumatur A E æqualis duabus quintis semidiametri A B vel A C; media vero proportionalis inter A E, A C, sit A F. Dico A D majorem esse quam A F.

Ex iis enim, quæ de quadrataria à Pappo demonstrata sunt, semidiameter A B seu A C, me-

A C, media est proportionalis inter circumferentiam B C & A D. Sit A B partium 7. Circumferentia B C, quæ quadrans est perimetri, erit minor 11. Nam diametro existente 14, perimeter minor est 44. Sit autem A B 35. Circumferentia B C minor erit 55. Quod vero fit sub A D, B C, æquale est quadrato ex A B. Quare erit A D major $22\frac{3}{11}$. Qualium autem A B, id est A C, valet 35, talium est A E 14; A F vero minor $22\frac{3}{22}$. Erit igitur A D major quam A F. Quod erat ostendendum.

Itaque si ex diametro A B *abscindatur recta* A G *ipsi* A F *æqualis, & compleatur parallelogrammum* G H D A, *ipsum erit* ἑτερόμηκες, *non quadratum. Et cum complebitur quadratum* B C, *acta diagonia* B K *non transibit per* H, *sed per aliquod* I *punctum remotius à* D *puncto. Quod ad vitandum Pseudographema præstabat adnotasse.*

PROPOSITIO III.

Quadratum ab ambitu circuli, minus est decuplo quadrati à diametro.

Sit enim diameter 7. Diametri quadratum erit 49. Ipsius vero decuplum 490. At ambitus circuli minor erit 22, & proinde quadratum ab ambitu minus 484.

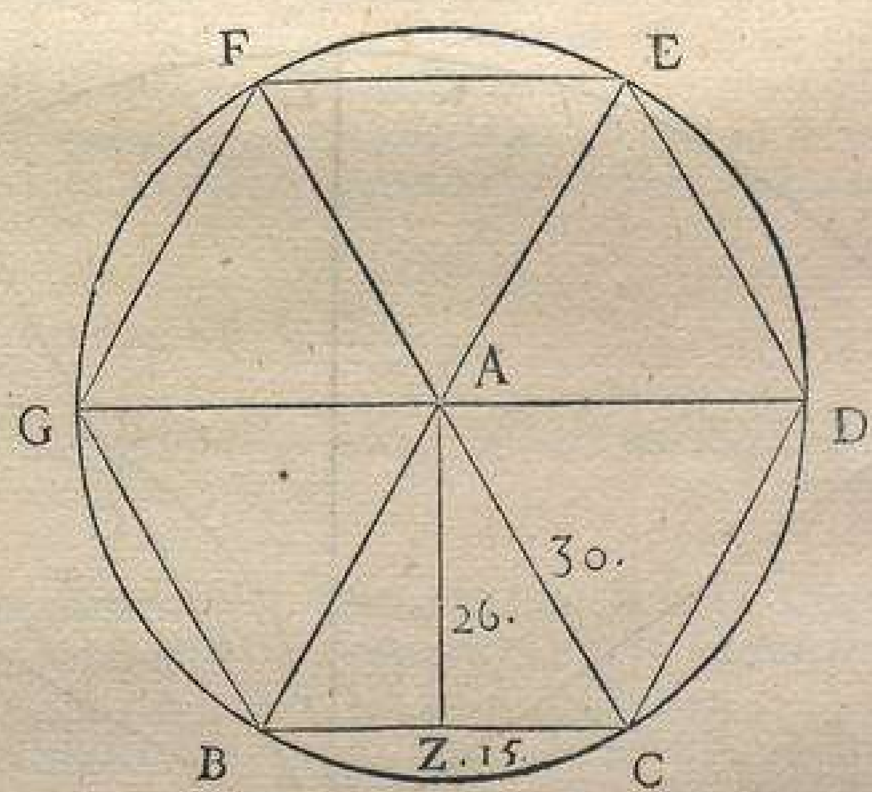
Fuit autem hæc Arabum in quadrando circulo jamdiu explosa sententia, Quadratum ab ambitu circuli esse decuplum quadrati à diametro. *Neque vero ferendus est, qui adversus demonstrantem Archimedem* αὐτοφαλικῶς *Anapodicta proposuerit.*

PROPOSITIO IV.

Circulus ad hexagonum ei inscriptum rationem habet majorem, quam sex ad quinque.

Circulo, cujus A centrum, inscribatur hexagonum B C D E F G. Dico circulum cujus A centrum ad hexagonum BCDEFG rationem habere majorem, quam sex ad quinque.

Iunctis enim A B, A C, B C, cadat in B C perpendicularis A Z.



Quoniam igitur in triangulo A B C crura A B, A C æqualia sunt, basis secta est bifariam in Z & sunt æquales B Z, Z C. Triangulum autem æquilaterum est A B C. Crura enim ambo sunt semidiametri. Sed & basis, cum sit latus hexagoni, semidiametro est æqualis. Constituta igitur semidiametro B A seu A C 30, fit B Z seu Z C 15, A Z vero fit minor 26, cujus quadratum est 676. Differentia vero quadratorum A B, B Z est duntaxat 675. Quod fit porro sub B Z, A Z rectangulum, triangulo B A C est æquale. Ducatur itaque 15 in 26, fiunt 390. Qualium igitur quadratum A B erit 900, talium triangulum A B C erit minus 390, vel (omnibus divisis per 30) existente quadrato A B 30, triangulum A B C erit minus 13. Iungantur A D, A E, A F, A G. Constat igitur hexagonum B C D E F G triangulis sex æqualibus ipsi B A C. Quare qualium quadratum A B erit 30, talium hexagonum erit minus 78. Vel qualium quadratum A B erit quinque, talium hexagonum erit minus partibus tredecim.

 At

At vero, est ut perimeter circuli ad diametrum, ita quod fit sub perimetro circuli & quadrante diametri ad id quod fit sub diametro & quadrante diametri. Sed id quod fit sub perimetro circuli & quadrante diametri, est æquale circulo. Quod autem fit sub diametro & quadrante diametri, ipsum est quadratum à semidiametro. Ergo est ut perimeter ad diametrum, ita circulus ad quadratum è semidiametro. Qualium autem diameter est 1, talium perimeter major est $3\frac{10}{71}$, & tanto manifestius major $3\frac{10}{80}$ seu $3\frac{1}{8}$. Qualium igitur quadratum semidiametri AB erit quinque, ut ante, talium circulus erit major $15\frac{5}{8}$. Hexagonum autem in iisdem partibus fuit minus 13. Quare circulus ad hexagonum ei inscriptum majorem habebit rationem quam $15\frac{5}{8}$ ad 13, id est, quam 125 ad 104, seu 6 ad $4\frac{124}{125}$, & tanto evidentius majorem, quam sex ad quinque. Quod erat ostendendum.

Non igitur κατὰ τὸ πρᾶγμα circulum quadrant, qui eum hexagono & quintæ parti hexagoni statuunt æqualem, cum sit major secundum limites ab Archimede ἐκ τῶν ἰδίων ἀρχῶν præstitutos. Scholæ autem nostræ Platonicæ sunt, ô professores candidi. Quare ne principiis Geometricis obluctamini. Et vero ut circulum truncarunt πελεκητῷ, sic in damni accepti compensationem caudæ suæ hirundinum acutiorem versus partem jam decurtentor.

PROPOSITIO V.

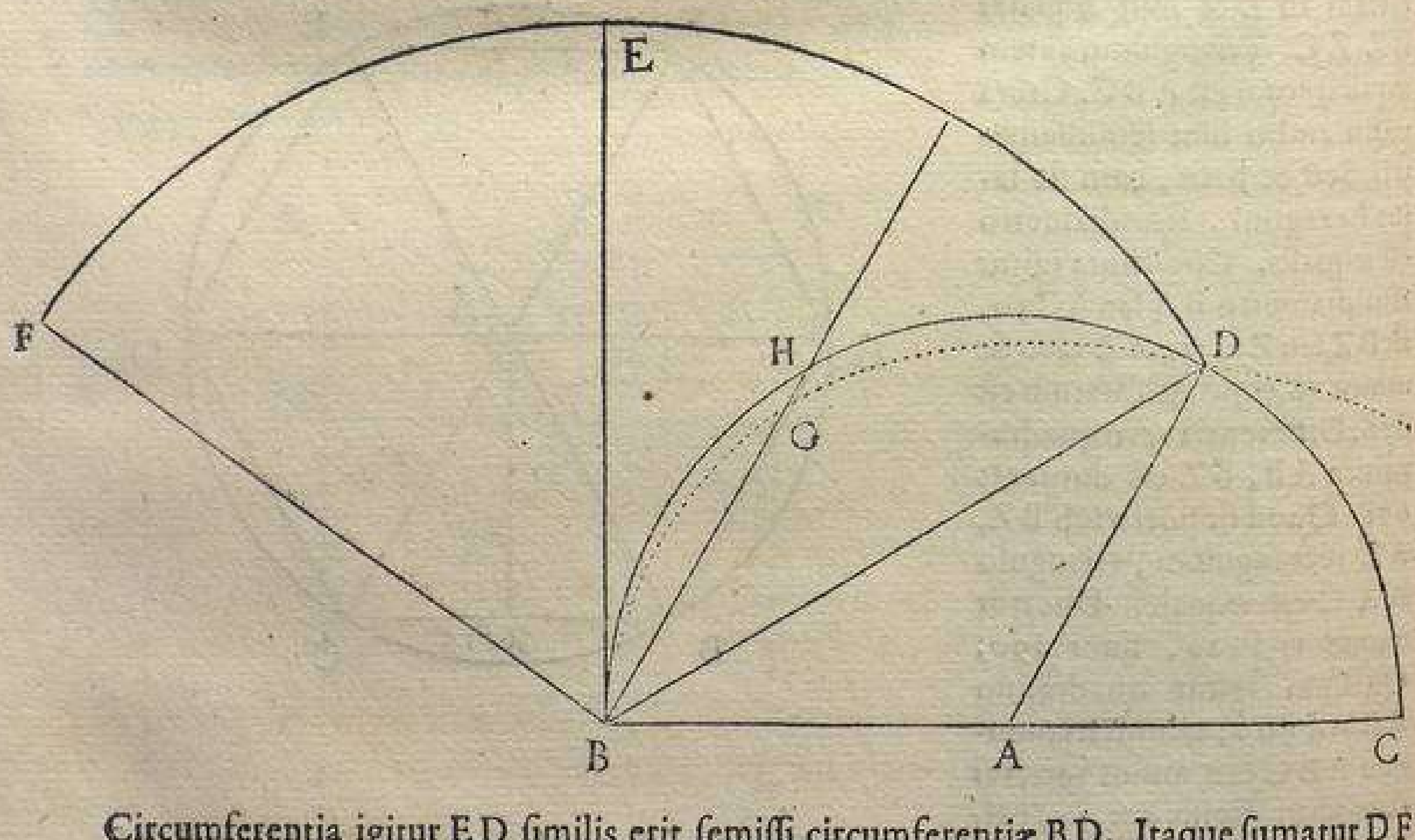
Triginta sex hexagoni segmenta majora sunt circulo.

Quoniam enim circulus ad hexagonum ei inscriptum majorem habet rationem, quam sex ad quinque, seu as ad dextantem, ideo differentia inter circulum & hexagonum erit major sextante circuli. Sed differt circulus ab hexagono per sex segmenta hexagoni. Sex igitur segmenta hexagoni superant sextantem circuli, atque adeo triginta sex segmenta erunt asse circulove majora. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VI.

Omne segmentum circuli majus est sextante sectoris similis, similiterque descripti in eo circulo, cujus semidiameter basi segmenti propositi est æqualis.

In descripto sub A centro, circulo BDC, subtendatur quævis circumferentia BD; tangat autem circulum recta BE, & centro B intervallo BD describatur circulus alter DEF.



Circumferentia igitur ED similis erit semissi circumferentiæ BD. Itaque sumatur DF circumferentia ipsius DE dupla, & jungantur BF, AD. Similes igitur erunt sectores BAD, FBD. Dico segmentum circuli BDC contentum recta BD & circumferentia, cui ea subtenditur, esse majus sextante sectoris FBD.

Descri-

Deſcribatur enim linea ſpiralis, cujus principium B, tranſitus per D, exiſtente BD tanta parte principii converſionis BEZ, quanta pars eſt angulus E B D quatuor rectorum. Sectoris igitur E B D tertia pars eſt ſpatium contentum recta B D & ſpirali. Id enim poſt Archimedem Pappus demonſtravit propoſitione XXII. libri IV. Mathematicarum collectionum. Sectoris vero FBD ſpacium idem erit pars conſequenter ſextupla. duplus enim conſtructus eſt ſector F B D ad ſectorem EBD. Neque vero ſpiralis concurret cum circulari. Id enim eſſet abſurdum. Sed neque ſpiralis in progreſſu egredietur circulum priuſquam ad D punctum pervenerit. Secetur enim angulus E B D utcunque à recta B G H, intercipiente ſpiralem in G, circumferentiam in H. Recta igitur BD ad rectam BG erit, ut angulus EBD ad angulum EBG; id eſt, ut circumferentia BD ad circumferentiam BH, ex conditionibus helicῶn. At major eſt ratio circumferentiæ BD ad circumferentiam BH, quam ſubtenſæ BD ad ſubtenſam BH. Majores enim circumferentiæ ad minores majorem habent rationem, quam rectæ ad rectas, quæ iiſdem circumferentiis ſubtenduntur. Quare recta BH rectam BG excedet. Idemque in quibuſlibet rectis, angulum EBD ſecantibus, accidet. Itaque tranſibit ſpiralis ſub circumferentia B D, & aliquod ſpacium inter ſe & circumferentiam relinquet. Quo quidem ſpacio ſegmentum circuli contentum recta B D & circumferentia, excedit ſpacium, quod ab eadem recta & ſpirali comprehenditur, & ſextanti ſectoris F B D oſtenſum eſt æquale. Segmentum igitur illud erit majus ſextante ſectoris F B D. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Atque hinc quoque manifeſtum eſt, triginta ſex ſegmenta hexagoni eſſe circulo majora.

Quando enim eveniet B D eſſe ſegmentum hexagoni, ſectores F B D, B A D erunt æquales, quoniam ſuorum circulorum ſemidiametri B D, A D erunt æquales. Sex igitur ſegmenta hexagoni erunt ſectore B A D majora, atque adeo triginta ſex ſegmenta majora ſex ſectoribus, id eſt, toto circulo.

Potuit non minus generale Theorema, per parabolas, aut potius ea, quibus parabola quadrantur, Geometrica media demonſtrandum ita proponi, Omne ſegmentum circuli majus eſt ſeſquitertio trianguli iſoſcelis ipſi ſegmento immota baſe inſcripti. *Secundum quod ſtatim adparebit majorem eſſe rationem triginta ſex ſegmentorum hexagoni ad circulum, quam* 48 *ad* 47. *Immo etiam accuratius ſupputanti ſola triginta quatuor ſegmenta, & ſpacium paulo majus beſſe ſegmenti, ſed minus dodrante, deprehendentur complere circulum. Licet autem hyperochen ſegmenti ſupra trientem unciæ circuli ita oculis exhibere.*

PROPOSITIO VII.

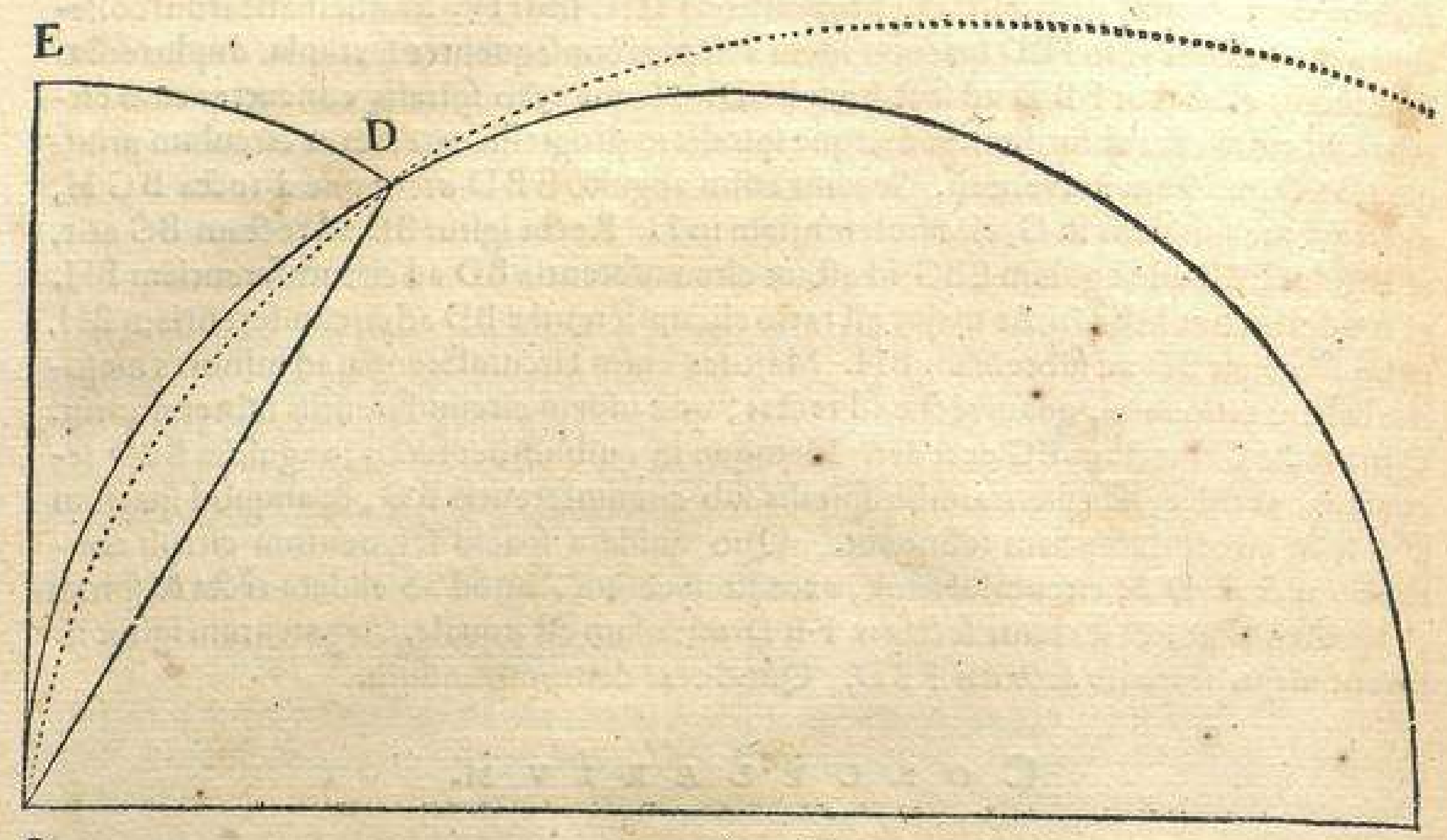
In dato circulo à ſegmento hexagoni trigeſimam ſextam partem ipſius circuli abſcindere.

Sit datus circulus, cujus A centrum, diameter B C, ſegmentum hexagoni B D. Oportet in dato circulo BDC à ſegmento hexagoni B D contento recta B D & circumferentia cui ſubtenditur, trigeſimam ſextam partem ipſius circuli B D C abſcindere.

Tangat circulum recta B E, & deſcribatur linea ſpiralis, cujus principium B, tranſitus per D, exiſtente BD tanta parte principii converſionis BEZ, quanta pars angulus EBD eſt quatuor rectorum, & centro B intervallo B D deſcribatur circulus D E. Sectoris igitur EBD tertia pars eſt ſpatium contentum recta BD & ſpirali. Eſt autem BD æqualis ſemidiametro B A. eſt enim BD latus hexagoni ex hypotheſi, & angulus EBD eſt triens recti, cum ſit B D circumferentia amplitudo beſſis recti. Sector igitur EBD eſt uncia circuli, & ſpatium conſequenter ſpirale BD triens unciæ, id eſt, trigeſima ſexta pars circuli. Tranſibit autem ſpiralis per ſegmentum, non etiam concurret cum circulari, vel circula-

rem

rem abſcindet in progreſſu abs B antequam ad punctum D pervenerit, ut eſt demonſtra-



tum. In dato igitur circulo B D C abſciſſa eſt à ſegmento hexagoni B D trigeſima ſexta pars ipſius circuli. Quod facere oportebat.

Atque hoc ſcuto tandem ſeptemplici mollis & hebetis ſecuriclæ acies ſatis obtuſa eſto.

Quod ſi qui ipſius πελεκεωμαχίας hypotypoſin deſiderent, in his ne vacent, brevibus paginis eam conſpiciunto.

ANALYSIS CIRCULI
ſecundum πελεκητάς.

I.

Circulus conſtat ſex ſcalpris hexagoni.

II.

Scalprum hexagoni conſtat ſegmento hexagoni & triangulo hexagoni, ſeu majore.

III.

Triangulum hexagoni ſeu majus conſtat ſegmento hexagoni & ſecuricla.

IV.

Securicla conſtat duobus ſegmentis hexagoni & complemento ſecuriclæ.

V.

Complementum ſecuriclæ conſtat ſegmento hexagoni & reſiduo ſegmenti.

VI.

Rurſus complementum ſecuriclæ conſtat triangulo minore & reſiduo trianguli minoris. Eſt autem triangulum minus quinta pars trianguli hexagoni, ſeu majoris.

LEM-

LEMMATA DVO VERA,

Primum.

Decem minora triangula æqualia ſunt ſex ſegmentis hexagoni & duobus complementis ſecuriclæ.

Quorum enim triangulum hexagoni conſtat ſegmento & ſecuricla, ſecuricla vero duobus ſegmentis & complemento : ideo duo triangula hexagoni conſtant ſex ſegmentis & duobus complementis. Sed duo triangula hexagoni ſeu majora æqualia ſunt decem minoribus. Ergo decem minora triangula æqualia erunt ſex ſegmentis & duobus complementis. Quod erat oſtendendum.

Secundum.

Quadraginta minora triangula æqualia ſunt circulo & duobus complementis ſecuriclæ.

Quoniam enim circulus æquatur ſex ſcalpris hexagoni, ſex autem ſcalpra æqualia ſint ſex triangulis hexagoni & ſex ſegmentis, ſex porro triangula hexagoni valeant triginta triangula minora : ideo circulus æquatur triginta triangulis minoribus & ſex ſegmentis. Utrobique addantur duo complementa ſecuriclæ. Circulus igitur una cum duobus complementis ſecuriclæ æquabitur triginta triangulis minoribus & ſex ſegmentis & duobus complementis. Sed ſex ſegmenta & duo complementa valent decem minora triangula per antecedens Lemma : Ergo quadraginta minora triangula æquantur ſex ſegmentis hexagoni & duobus complementis ſecuriclæ. Quod erat oſtendendum.

ΨΕΥΔΑΡΙΟΝ.

Dico triangulum minus æquari ſuo reſiduo.

Ὡς Ἀπόδειξις.

Quoniam enim circulus cum duobus complementis ſecuriclæ (quæ quidem valent duo triangula minora, & duo reſidua minoris trianguli) æquantur triginta ſex minoribus triangulis & inſuper quatuor. Utrinque auferantur duo triangula minora. Illic cum auferentur de duobus complementis, relinquent duo reſidua trianguli. Hic cum auferentur è quatuor triangulis, relinquent duo triangula. Ergo duo reſidua æquantur duobus triangulis.

Elenchus ἀσυλλογισίας.

Ab æqualibus totis non ab æqualium parte auferenda æqualia ſunt, ut quæ relinquuntur maneant æqualia. Auferre ex æqualium parte eſt adſumere reliquum è toto reliquo eſſe æquale, ut hic circulum æquari triginta ſex minoribus triangulis. Illud vero pernegatur, & eſt falſiſſimum. Sibi demonſtranda concedere, eſt velle videri demonſtrative errare.

AD ΨΕΥΔΑΡΙΟΝ ALIVD, LEMMATA DVO VERA,

Primum.

Viginti quatuor quartæ trianguli hexagoni & ſex ſegmenta ſunt æqualia viginti quatuor ſegmentis & ſex complementis ſecuriclæ.

Quoniam enim triangulum hexagoni conſtat tribus ſegmentis & complemento ſecuriclæ, circulus autem componatur ex ſex triangulis & ſex ſegmentis : ideo viginti quatuor ſegmenta cum ſex complementis circulum adæquant. Et quia quatuor quartæ integrum componunt, æquabunt quoque circulum viginti quatuor quartæ trianguli hexagoni una cum ſex ſegmentis. Quæ autem uni æquantur æqualia ſunt inter ſe. Quare viginti quatuor quartæ trianguli hexagoni & ſex ſegmenta æqualia ſunt viginti quatuor ſegmentis & ſex complementis ſecuriclæ. Quod erat oſtendendum.

Secundum.

Si fuerint tres magnitudines inæquales, quarum media ſumpta viceſies & quater, & addita minimæ ſexies ſumptæ, eandem magnitudinem componat quam minima ſumpta viceſies & quater, & addita maximæ ſexies ſumptæ: differentia inter quadruplum mediæ & triplum minimæ erit maximæ æqualis.

Sit enim minima B, media D, maxima A. Ergo ex hypotheſi B 6, plus D 24. æquabitur A 6 plus B 24. Utrinque auferatur B 24. Igitur D 24 minus B 18 æquabitur A 6. Et omnibus per ſex diviſis, D 4 minus B 3 æquabitur A. Quod ipſum eſt quod enunciatur.

ΑΝΑΠΟΔΕΙΚΤΟΝ ΘΕΩΡΗΜΑ.

Sunt tres inæquales figuræ planæ & inter ſe commenſurabiles; minima, ſegmentum hexagoni; media, quadrans trianguli hexagoni; maxima, complementum ſecuriclæ hexagoni.

Potuit inæqualitas, & inæqualitatis gradus demonſtrari; at ſymmetriam aſymmetriamve nemo demonſtraverit, quin triangulum hexagoni aliud-ve rectilineum circulo primum comparaverit. Ea vero comparatio adhuc neſcitur, εἴγε ἐπιστητός ἐστι, καὶ ἐν θεῶν γούνασι κεῖται.

ΨΕΥΔΟΠΟΡΙΣΜΑ.

Itaque qualium quadrans trianguli hexagoni erit partium quinque, talium ſegmentum eſſe quatuor neceſſe eſt.

Ὡς ἀπόδειξις.

Sit enim ſegmentum hexagoni B, quadrans trianguli hexagoni D, complementum ſecuriclæ Z. Quoniam igitur tres ſunt inæquales magnitudines, atque harum B minima, D media, Z maxima, & ſe habent inter ſe ut numerus ad numerum. Eſto D partium quinque, talium B erit trium aut quatuor, & nihil præterea. Sit autem, ſed ſi fieri poſſit, partium trium; ex primo igitur & ſecundo Lemmate erit Z undecim. Itaque complementum conſtabit duobus ſegmentis & dodrante ſegmenti. Senſus autem repugnat. Quare eſt B quatuor.

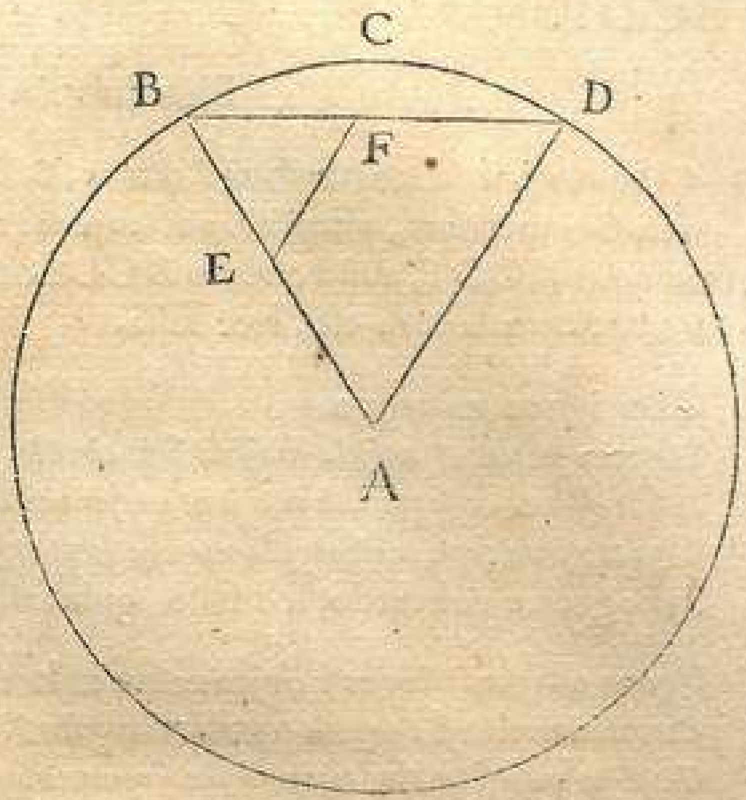
Elenchus ἀσυλλογιστίας.

Poſita D magnitudine partium quinque, poteſt oſtendi B major eſſe partibus tribus. An vero ideo B erit quatuor, conceſſo etiam eo, quod neſcitur, habere ſe B ad D, ut numerum ad numerum? Omnino ea concluſio aſyllogiſtica eſt. Quid enim ſi B ſtatuatur quatuor partium cum aliqua rationali fractiuncula. An quatuor cum ſemiſſe ſe non habere ad quiuque, ut numerum ad numerum, hoc eſt, ut 9 ad 10, alius quam ἀλογιστικὸς ἢ ἀγεωμέτρητος negaverit? Sanè poſita D partium 11, fit B paulo major 9; Z vero paulo minor 17, ſecundum limites Archimedæos. Ex his autem duobus ψευδαρίοις dimanarunt reliqua πελεκητῶν κατὰ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου καὶ τὰς τῶν στερεῶν ἐπιφανείας σφάλματα.

Πέρας τοῦ Ἀντιπελέκεως.

SECUN-

SECVNDÆ ΠΕΛΕΚΥΟΜΑΧΙΑΣ hypotyposis, ἐκ τοῦ προσθηκιδίου.



IN circulo cujus A centrum ſumatur circũferentia hexagoni BCD, & connectantur AB, AD, BD. Ex AB autem abſcindatur recta, cujus quadratum ad quadratum AB ſe habeat, ut unum ad quinque. Sit illa BE, & per E agatur ipſi AD parallela, ſecans BD in F.

Itaque triangulum BEF triangulo BAD fiat æquiangulum, & ejuſdem ſubquintuplum.

LEMMA I. VERVM.

Triginta ſeptem triangula BEF majora ſunt circulo BCD.

In adnotatis enim ad Mathematicum Canonem oſtenſus eſt circulus ad quadratum ſemidiametri ſe habere proxime, ut 31, 415, 926, 536 ad 10,000,000,000. Poſito autem latere AB, id eſt, ſemidiametro, particularum 100,000, trianguli ABD æquilateri altitudo eſt 86, 602 $\frac{54,038}{100,000}$.

Itaque.

Triangulum ABD fit	4, 330, 127, 019
Triangulum BEF.	866, 025, 404
Triginta ſeptem triangula BEF,	32, 042, 939, 948
Excedentia circulum	31, 415, 926, 536
Per particulas	627, 013, 412

LEMMA II. VERVM.

Circulus BCD non eſt major triginta ſex ſegmentis BCDF.

Quinimo circulus BCD longe minor eſt triginta ſex ſegmentis BCDF. Sector enim BAD ſexta pars eſt totius circuli

Itaque

Qualium circulus eſt	31, 415, 926, 536
Talium ſector BAD eſt	5, 235, 987, 756
Auferatur triangulum ABD earundem	4, 330, 127, 019
Relinquitur ſegmentum hexagoni ſpaciumve mixtilineum BCDF.	905, 860, 737
Ter duodena autem talia ſegmenta ſunt	32, 610, 986, 532
Excedentia circulum per particulas	1, 195, 059, 996

ΨΕΥΔΟΠΟΡΙΣΜΑ.

Ergo triginta ſeptem triangula BEF ſunt majora triginta ſex ſegmentis BCDF.

Elenchus ἀσυλλογιστίας.

In Grammaticis, dare navibus Auſtros, & dare naves Auſtris, ſunt æque ſignificantia. Sed in Geometricis, aliud eſt adſumpſiſſe circulum BCD non eſſe majorem triginta ſex ſegmentis BCDF, aliud circulo BCD non eſſe majora triginta ſex ſegmenta BCDF. Illa adſumptiuncula vera eſt, hæc falſa.

Cum igitur ita arguo
Triginta ſeptem triangula majora ſunt circulo.
Sed triginta ſex ſegmenta non ſunt majora circulo.
Ergo triginta ſeptem triangula majora ſunt triginta ſex ſegmentis.
Syllogiſtice concludo, ſed falſo, quia falſum adſumo.

Pecco autem in leges Logicas cum in hanc formulam ſyllogiſmum inſtituo.
Circulus minor eſt triginta ſeptem triangulis.
Circulus non eſt major triginta ſex ſegmentis.
Ergo triginta ſeptem triangula ſunt majora triginta ſex ſegmentis.

Eſt autem ὀφθαλμικὸν σφάλμα, non διανοητικόν. Cum enim initio vere propoſuiſſent Cyclometræ circulum non eſſe majorem triginta ſex ſegmentis hexagoni, legerunt ex poſtfacto non eſſe minorem, atque inde ſuum elicuerunt falſum Corollarium.

FINIS.

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ

RELATIO KALENDARII VERE GREGORIANI,

Ad Ecclesiasticos Doctores.

Exhibita Pontifici Maximo

CLEMENTI VIII.

ANNO CHRISTI cIↄ Iↄ c *IVBILÆO.*

Οἱ πρόσθεν, μήνης καὶ Ἠελίοιο κελεύθους
    Οὐκ ἀκριβῶς χρονικαῖς δῶκαν Ἐφημερίσι.
Ταῖς ἄρα κἂν ἀχλὺς πολλὴ καὶ σύγχυσις ἄφνω
    Ἔμπεσεν, ὡς μεσταῖς πάντοθεν ἀμπλακιῶν,
Εἰ μὴ Γρηγόριος, μεγάλων φάος Ἀρχιερήων
    Καὶ Χριστοῦ ποίμνης μηλονομεὺς ὕπατος,
Ἐλλογίμους ἄνδρας, καὶ τοῖσι μαθήμασι λαμπροὺς
    Ἰητροὺς τόσσης δίζετο συγχύσεως,
Σὺν τοῖς πολλὰ καμὼν ἱεραῖς φρεσί, τῶν προπάροιθε
    Πάντ' ὤρθωσε χρόνων σφάλματ' ἐπιστημένως.
Οὐδ' ἄρα πᾶσιν ὁμῶς θεῖος πόνος ἥνδανε θυμῷ,
    Οὐδ' ἀπέην τοῦτον μῶμος ἐλεγχόμενος.
Καί τις ἄκαιρα φρονῶν, τάχ' ἀϊδρείῃσι νόοιο
    Τήνγ' ὤρθωσιν ἔφη οὐκ ἀκριβῆ τελέθειν,
Νῦν δὲ σαφῶς δείξας σύνγ' ἀκριβέεσσι λογισμοῖς
    Οὐιέτης, δριμὺς καὶ φύσιν ἀγχίνοος,
Ὡς οὐδὲν μωμητὸν Ἐφημερὶς Ἀρχιερῆος
    Οὐδὲ ψευδαλέον κάλλιπεν ἐσσομένοις.
Νῦν οἱ παιδείης πλείστη χαρίς· ὡς ἄρ' ἀμούσων
    Ἴδμονι σὺν τέχνῃ σβέσσεν ἀγηνορίην.
Καὶ πάλι Γρηγορίου παρὰ πολλοῖς ἠρέμα κλεινῆς
    Σβεννύμενον μελέτης αὖθις ἔγειρε κλέος.

FRANCISCI VIETÆ

RELATIO KALENDARII VERE GREGORIANI.

Ad Ecclesiasticos Doctores.

DE Gregoriana Fastorum correctione rogatus aliquando meam sententiam dicere, respondi & responsum meum ad finem libri octavi variorum de rebus Mathematicis responsorum capite vicesimo adposui. Totum autem illud caput, & ea quæ nunc tradere est animus, ad vos refero, summi Doctores, & ab ea qua excellitis æquanimitate ἐλεγκτικὸν vestrum exposco, & si licet, expecto. Non vobis placent ampullæ verborum & nugæ, & egomet ab ampullatis & nugatoribus mihi obstrepi pertimesco. Itaque singularibus propositionibus, ac veluti apodicticis, rem ago. At vox etiamnum faucibus hæsisset, nisi in Regicidam exclamassem. Quæ enim impietas Mathematico diagrammate nequibat, fatidico anagrammate fuit ostendenda, si qui forte sint adhuc rerum ignari, qui tantum facinus non execrentur. Una rubrica propositiones includo, De fabrica & usu Kalendarii vulgaris. sic enim Kalendarium novum, quod Lilii nomine circumfertur, adpello. Altera, De Symbolis quibus illud non esse Gregorianum arguitur.

Tertia, De fabrica & usu Kalendarii vere Gregoriani.

RUBRICA I.

De fabrica & usu Kalendarii vulgaris.

PROPOSITIO I.

Kalendarium vulgare construere.

Kalendarii vulgaris fabrica his consistit præceptis.

1 Primus mensis Lunæ à septimo die Januarij initium ducito.

2 Is constituitor cavus, secundus plenus, & eo deinceps alterno ordine.

3 Singulis & similibus mensium diebus, singuli & similes adponantur in cyclum characteres viginti novem. Luxetur autem tricesimus quisq; dies mensis constituti pleni.

4 Characteres sunto

E	D	C	B	A	u	t	ſ	rq
p	n	m	l	k	i	h	g	f	e
d	c	b	a	P	N	M	H	G	F.

5 Continuetur characterum ordo successive ad ultimum diem mensis Decembris, & inversim à septimo Januarij ad primum, luxato quoque die sexto.

6 Sed & dies luxati tricesimum suscipiant characterem ipsumque duplicem, Omalum & Anomalum. Omalus esto F, Anomalus Φ, & Omalus quidem societur ipsi E, Anomalus ipsi G.

7 Quin & Anomalus quidem u societur ipsi A, majusculo in ultimo die Decembris.

8 Characteres mensi Januario adpositi, & à tricesimo primo ejusdem mensis ad primum naturali numerorum ordine numerati, vocentur Epactæ.

Itaque similitudo characterum, Epactarum ve Neomenias anni arguat.

9 Ac Epacta quidem vicesima quinta, cum sit duplex F & Φ, Neomeniam ὁμαλῶς arguito cum erit aureus numerus XI vel minor, ἀνομάλως cum XII vel major.

10 Et anomalæ decimæ (ut pote u circumducto) locus esto eo speciali casu, quo aureus numerus erit XIX.

CON-

	Ianuarius.	Februarius.	Martius.	Aprilis.	Majus.	Iunius.	Iulius.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
1	1 P *	32 N xxix	60 P *	91 N xxix	121 M xxviii	152 H xxvii	182 G xxvi	213 E xxiv F xxv	244 D xxiii	274 C xxii	305 B xxi	335 A xx
2	2 N xxix	33 M xxviii	61 N xxix	92 M xxviii	122 H xxvii	153 G xxvi Φ 25	183 F xxv Φ 25	214 D xxiii	245 C xxii	275 B xxi	306 A xx	336 u xix
3	3 M xxviii	34 H xxvii	62 M xxviii	93 H xxvii	123 G xxvi	154 E xxiv F xxv	184 E xxiv	215 C xxii	246 B xxi	276 A xx	307 u xix	337 t xviii
4	4 H xxvii	35 G xxvi Φ 25	63 H xxvii	94 G xxvi Φ 25	124 F xxv Φ 25	155 D xxiii	185 D xxiii	216 B xxi	247 A xx	277 u xix	308 t xviii	338 ſ xvii
5	5 G xxvi	36 E xxiv F xxv	64 G xxvi	95 E xxiv F xxv	125 E xxiv F xxv	156 C xxii	186 C xxii	217 A xx	248 u xix	278 t xviii	309 ſ xvii	339 r xvi
6	6 F xxv Φ 25	37 D xxiii	65 F xxv Φ 25	96 D xxiii	126 D xxiii	157 B xxi	187 B xxi	218 u xix	249 t xviii	279 ſ xvii	310 r xvi	340 q xv
7	7 E xxiv	38 C xxii	66 E xxiv	97 C xxii	127 C xxii	158 A xx	188 A xx	219 t xviii	250 ſ xvii	280 r xvi	311 q xv	341 p xiv
8	8 D xxiii	39 B xxi	67 D xxiii	98 B xxi	128 B xxi	159 u xix	189 u xix	220 ſ xvii	251 r xvi	281 q xv	312 p xiv	342 n xiii
9	9 C xxii	40 A xx	68 C xxii	99 A xx	129 A xx	160 t xviii	190 t xviii	221 r xvi	252 q xv	282 p xiv	313 n xiii	343 m xii
10	10 B xxi	41 u xix	69 B xxi	100 u xix	130 u xix	161 ſ xvii	191 ſ xvii	222 q xv	253 p xiv	283 n xiii	314 m xii	344 l xi
11	11 A xx	42 t xviii	70 A xx	101 t xviii	131 t xviii	162 r xvi	192 r xvi	223 p xiv	254 n xiii	284 m xii	315 l xi	345 k x
12	12 u xix	43 ſ xvii	71 u xix	102 ſ xvii	132 ſ xvii	163 q xv	193 q xv	224 n xiii	255 m xii	285 l xi	316 k x	346 i ix
13	13 t xviii	44 r xvi	72 t xviii	103 r xvi	133 r xvi	164 p xiv	194 p xiv	225 m xii	256 l xi	286 k x	317 i ix	347 h viii
14	14 ſ xvii	45 q xv	73 ſ xvii	104 q xv	134 q xv	165 n xiii	195 n xiii	226 l xi	257 k x	287 i ix	318 h viii	348 g vii
15	15 r xvi	46 p xiv	74 r xvi	105 p xiv	135 p xiv	166 m xii	196 m xii	227 k x	258 i ix	288 h viii	319 g vii	349 f vi
16	16 q xv	47 n xiii	75 q xv	106 n xiii	136 n xiii	167 l xi	197 l xi	228 i ix	259 h viii	289 g vii	320 f vi	350 e v
17	17 p xiv	48 m xii	76 p xiv	107 m xii	137 m xii	168 k x	198 k x	229 h viii	260 g vii	290 f vi	321 e v	351 d iv
18	18 n xiii	49 l xi	77 n xiii	108 l xi	138 l xi	169 i ix	199 i ix	230 g vii	261 f vi	291 e v	322 d iv	352 c iii
19	19 m xii	50 k x	78 m xii	109 k x	139 k x	170 h viii	200 h viii	231 f vi	262 e v	292 d iv	323 c iii	353 b ii
20	20 l xi	51 i ix	79 l xi	110 i ix	140 i ix	171 g vii	201 g vii	232 e v	263 d iv	293 c iii	324 b ii	354 a i
21	21 k x	52 h viii	80 k x	111 h viii	141 h viii	172 f vi	202 f vi	233 d iv	264 c iii	294 b ii	325 a i	355 P *
22	22 i ix	53 g vii	81 i ix	112 g vii	142 g vii	173 e v	203 e v	234 c iii	265 b ii	295 a i	326 P *	356 N xxix
23	23 h viii	54 f vi	82 h viii	113 f vi	143 f vi	174 d iv	204 d iv	235 b ii	266 a i	296 P *	327 N xxix	357 M xxviii
24	24 g vii	55 e v	83 g vii	114 e v	144 e v	175 c iii	205 c iii	236 a i	267 P *	297 N xxix	328 M xxviii	358 H xxvii
25	25 f vi	56 d iv	84 f vi	115 d iv	145 d iv	176 b ii	206 b ii	237 P *	268 N xxix	298 M xxviii	329 H xxvii	359 G xxvi
26	26 e v	57 c iii	85 e v	116 c iii	146 c iii	177 a i	207 a i	238 N xxix	269 M xxviii	299 H xxvii	330 G xxvi Φ 25	360 F xxv Φ 25
27	27 d iv	58 b ii	86 d iv	117 b ii	147 b ii	178 P *	208 P *	239 M xxviii	270 H xxvii	300 G xxvi	331 E xxiv F xxv	361 E xxiv
28	28 c iii	59 a i	87 c iii	118 a i	148 a i	179 N xxix	209 N xxix	240 H xxvii	271 G xxvi Φ 25	301 F xxv Φ 25	332 D xxiii	362 D xxiii
29	29 b ii		88 b ii	119 P *	149 P *	180 M xxviii	210 M xxviii	241 G xxvi	272 E xxiv F xxv	302 E xxiv	333 C xxii	363 C xxii
30	30 a i		89 a i	120 N xxix	150 N xxix	181 H xxvii	211 H xxvii	242 F xxv Φ 25	273 D xxiii	303 D xxiii	334 B xxi	364 B xxi
31	31 P *		90 P *		151 M xxviii		212 G xxvi Φ 25	243 E xxiv		304 C xxii		365 A xx (u) 19

PROPOSITIO II.

Cyclum Neomeniarum anni vulgariter exhibere.

Cum Neomenias Neomeniis correſpondentes in eodem anno ſimilitudo characteris arguat, erit ideo cyclus Neomeniarum anni hujuſmodi.

Cyclus vulgaris Neomeniarum anni.

Numerus characteris.	Character Neom. an.		Ianu.	Febr.	Martt.	April.	Maj.	Iuni.	Iuli.	Augu.	Augu.	Sept.	Octo.	Nové.	Decé.	Character Neomeniæ.		Character Neomeniæ.
xxiv	E		7	5	7	5	5	3	3	Aug. 1	31	19	29	27	27	e		f
xxiii	D		8	6	8	6	6	4	4	2	Sept. 1	30	30	28	28	d		e
xxii	C		9	7	9	7	7	5	5	3	2	Oct. 1	31	29	29	c		d
xxi	B		10	8	10	8	8	6	6	4	3	2	Nov. 1	30	30	b	Rurſus	c
xx	A		11	9	11	9	9	7	7	5	4	3	2	Dec. 1	31	a	31	b
xix	u		12	10	12	10	10	8	8	6	5	4	3	2	Et cum	p	cum	a
xviii	t		13	11	13	11	11	9	9	7	6	5	4	3	aureus nume-	N	aureus nume-	p
xvii	ſ		14	12	14	12	12	10	10	8	7	6	5	4	rus an-	M	rus eſt	N
xvi	r		15	13	15	13	13	11	11	9	8	7	6	5	ni eſt minor	H	19 & ſit ad	M
xv	q		16	14	15	14	14	12	12	10	9	8	7	6	19 fit	G	annū	H
xiv	p		17	15	17	15	15	13	13	11	10	9	8	7	ad an-	F	ſequē-	G
xiii	n		18	16	18	16	16	14	14	12	11	10	9	8	num ſequē-	E	tem.	F
xii	m		[illegible]	17	19	17	17	15	15	13	12	11	10	9	tem.	D		E
xi	l		20	18	20	18	18	16	16	14	13	12	11	10		C		D
x	k		21	19	21	19	19	17	17	15	14	13	12	11		B		C
ix	i		22	20	22	20	20	18	18	16	15	14	13	12		A		B
viii	h		23	21	23	21	21	19	19	17	16	15	14	13		u		A
vii	g		24	22	24	22	22	20	20	18	17	16	15	14		t		u
vi	f		25	23	25	23	23	21	21	19	18	17	16	15		ſ		t
v	e		26	24	26	24	24	22	22	20	19	18	17	16		r		ſ
iv	d		27	25	27	25	25	23	23	21	20	19	18	17		q		r
iii	c		28	26	28	26	26	24	24	22	21	20	19	18		p		q
ii	b		29	27	29	27	27	25	25	23	22	21	20	19		n		p
i	a		30	28	30	28	28	26	26	24	23	22	21	20		m		n
	P	Ian. 1	31	Martt. 1	31	29	29	27	27	25	24	23	22	21		l		m
xxix	N	2	Febr. 1	2	Apr. 1	30	30	28	28	26	25	24	23	22		k		l
xxviii	M	3	2	3	2	Maji. 1	31	29	29	27	26	25	24	23		i		k
xxvii	H	4	3	4	3	2	Iun. 1	30	30	28	27	26	25	24		h		i
xxvi	G	5	4	5	4	3	2	Iul. 1	31	29	28	27	26	25		g		h
xxv	F	6		6		4		2		30		28		26		f		g

Cum F eſt character Neomeniarum anni ſumuntur alternationes menſium ex E vel G. Ex E cum aureus numerus anni eſt xi vel minor. Ex G cum aureus numerus anni eſt xii vel major.

PROPOSITIO III.

Cyclum Epactarum ad aurei numeri normam vulgariter dirigere.

Cyclus Epactarum ad aurei numeri normam directus is eſt, qui per undenarii numeri crementum progreditur abjecto tricenario, cum ad eum aſcenditur numero. Itaque is eſt ejuſmodi.

P *	l C c XI XXII III	P F f XIV XXV VI Φ 25	s M i XVII XXVIII IX	A XX
	a m D I XII XXIII	d q G IV XV XXVI	g t N VII XVIII XXIX	k X
	B b n XXI II XIII	E e r XXIV V XVI	H h u XXVII VIII XIX	P *

PROPOSITIO IV.

Cyclum Neomeniarum Paschalium ad aurei numeri normam vulgariter directum exhibere.

Exponatur cyclus Epactarum ad aurei numeri normam directus & expendantur dies mensis Paschalis quos sibi vendicant Epactæ & adnotentur. Cyclus igitur Neomeniarum Paschalium ad aurei numeri normam directus erit, qualis sequitur.

P 31 Martij	L C c 20 9 21 Martij Martij Martij	P F f 17 ∴ 25 Martij Martij	s M i 14 2 22 Martij Aprilis Martij	A 11 Martij
	a m D 20 19 8 Martij Martij Martij	d q G 27 16 4 Martij Martij Aprilis	g t n 24 13 1 Martij Martij Aprilis	k 21 Martij
	B b n 10 29 18 Martij Martij Martij	E e r 5 26 16 Aprilis Martij Martij	H h u 3 23 12 Aprilis Martij Martij	P 31 Martij.

Luxatur autem F, & transit in E. Cum aureus numerus est XI vel minor. In G cum XII vel major.

Conspectus Neomeniarum Paschalium in Enneadecaeteride, secundùm Kalendarium vulgare.

I	II		III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
23	12	P *	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4
24	13	N XXIX	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4
25	14	M XXVIII	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5
26	15	H XXVII	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8
27	16	G XXVI	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9
28	17	F XXV	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10
29	18	E XXIV	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2	22	11
30	19	D XXIII	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12
31	20	C XXII	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13
1	21	B XXI	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14
2	22	A XX	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15
3	23	u XIX	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16
4	24	t XVIII	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17
5	25	s XVII	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18
5	26	r XVI	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2	22	11	30	19
8	27	q XV	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20
9	28	p XIV	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21
10	29	n XIII	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2	22
11	30	m XII	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23
12	31	l XI	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24
13	1	k X	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25
14	2	i IX	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26
15	3	h VIII	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27
16	4	g VII	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28
17	5	f VI	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29
18	5	e V	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2	22	11	30
19	8	d IV	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31
20	9	c III	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1
21	10	b II	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2
22	11	a I	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3

F transit

F transit in E cum aureus numerus est XI vel minor. In G cum aureus numerus est XII vel major.

PROPOSITIO V.

Proemptosin Lunæ in annorum Iulianorum centuriis expendere.

Proemptosis Lunæ dicitur cum anticipant suas primum status Epochas Neomeniæ, Metemptosis cum eas transgrediuntur. Cyclo autem decemnovali anticipant Neomeniæ per $\frac{38}{625}$ unius diei. Itaque cyclis decemnovalibus 625, id est, annis 11875 Julianis, anticipatio est dierum 38. Est autem ut 11875 ad 38, ita 1000 ad 32. Quare expectato similis aurei numeri ad similem aureum numerum reditu, annis 10000 Julianis anticipatio est dierum 32. seu annis 2500 dierum 8. vel annis 312 $\frac{1}{2}$ diei unius. Et vero cyclus decemnovalis dierum est 6939 $\frac{3}{4}$. Non igitur diebus 6939 $\frac{3}{4}$ restituuntur menses Lunæ 235, ut deprehenderat Meton, sed 6939 $\frac{1723}{2500}$. Itaque diebus 17, 349, 223 absolvuntur menses 587, 500. Qui calculus Hipparchi calculo consentit probe. Observaverat enim Hipparchus, referente Ptolemæo, annis Ægyptiis 345, diebus 82, hora una menses absolvi 4, 267, id est, diebus 3, 199, 369 menses 102, 808.

PROPOSITIO VI.

Dies quos exemerit Gregoriana correctio ad succedentia secula numerare.

Annorum centuriis ab Era Christi abjice 15 centurias, & quotus in residuo erit quaternarius centuriarum numerus tot sume ternos dies, & si divisione instituta supersunt centuriæ duæ, sume unum, & si tres, sume duos, sumptos collige adscito denario, & summam habebis dierum quos exemerit Gregoriana correctio.

PROPOSITIO VII.

Metemptosin Lunæ in annorum Gregorianorum centuriis expendere.

A summa dierum quos exemerit Gregoriana correctio auferantur dies proemptoseos, residui igitur erunt dies metemptoseos Lunæ.

PROPOSITIO VIII.

Aurei numeri radicem constituere.

Anno ab Era Christi Dionysiana primo fuit aureus numerus 2.

PROPOSITIO IX.

Aureum anni propositi numerum invenire.

A dato anno ab Era Christi abjice circulationes annorum 19, qui supererit numerus auctus unitate erit aureus numerus anni propositi, si in consequentia instituatur numeratio. At si in antecedentia, qui supererit numerus demptus ex 21 relinquet aureum numerum.

PROPOSITIO X.

Epactarum radices vulgariter præfigere.

Periodus annorum 25,000 Iulianorum, qua antevertunt suas Epochas Neomeniæ diebus octo, initium septingentis annis ante Christum sumito, desitura anno Christi 1800. Character Neomeniæ Epactæve anno Christi 500 esto P, seu o sub aureo numero III. Itaque anno 800 præfigitor a seu 1, anno 1100 b seu 2, 1400 c seu 3, 1800 d seu 4, sub eodem videlicet numero III nequedum inita anni correctione. Quoniam vero cum abs charactere c seu 3 dementur decem characteres, mutuato characterum cyclo, supererit D seu 23, ideo post ablatos ad anni correctionem dies decem, anno Christi 1500 & deinceps ad annum 1700, character Neomeniæ Epactæve radicalis esto D seu 23 sub aureo numero III.

PROPOSITIO XI.

Dies proemptoseos Lunæ ad succedentia secula supputare.

A proposito annorum ab Era Christi numero abjice 1800 & diem unum serva, quotus in residuo erit 2500, tot sume dies octonos; & quoties deinceps ea divisione instituta in residuo erit 300, tot sume dies singulos, sumptos cum eo quem adservasti in unam summam conjice, & voca dies proemptoseos seu anticipationis Lunæ. Si non potes abjicere 1800 nullam numera proemptosin.

PROPOSITIO XII.

Dies metemptoseos Lunæ ad succedentia secula supputare.

Ad datas annorum ab Era Christi centurias dies numera quos exemit Gregoriana correctio, abjecto denario. Et à summa dierum aufer dies proemptoseos. Residui erunt dies metemptoseos Lunæ.

PROPOSITIO XIII.

Epactas ad succedentia secula vulgariter adæquare.

Ad datas annorum Gregorianorum centurias numera dies metemptoseos Lunæ, & summam abjectis circulationibus dierum 30 aufer ab Epacta 23, ut prodeat Epacta vera seculi propositi, subjacens aureo numero III.

COROLLARIUM.

ITAQUE, Clavius in Apologeticis,

,, *Quoniam in quolibet spacio annorum* 10, 000 *mutatio fit tredecim litera-*
,, *rum, ita ut in tricesimo spacio fiat mutatio omnium* 30 *literarum, efficitur ut*
,, *transactis* 30 *spaciis* 10, 000 *annorum, hoc est, elapsis annis* 300, 000 *rever-*
,, *antur omnino eædem literæ quæ prius eodemque ordine. Quare tabula æquatio-*
,, *nis Epactarum continetur cyclo* 300, 000 *quod non paucis incredibile prorsus*
,, *videri possit.*

Annis 10, 000 Iulianis adimit Gregoriana correctio dies 75, à quibus dum proemptosis aufertur dierum 32, relinquitur metemptosis dierum 43, quibus expectatis, eo annorum intervallo ad suas sedes restituuntur Neomeniæ.

Abs 43 abjecta circulatione, supererunt 13. Sit radix Epactæ 23 seu D, aufer 13 à 23, supererunt decem seu Epacta k. Fit igitur tredecim characterum mutatio. At annis 300, 000 metemptosis erit dierum 1290, & abjectis circulationibus dierum 30, nihil supererit. Quare eo intervallo relinquetur ipsa Epacta 23 seu D.

Secundum quæ hic proferuntur

Ad

Ad æquationes Epactarum abaci.

Anni à Christo.	Dies metemptoseos Lunæ.	Anni à Christo.	Dies metemptoseos Lunæ.	Anni à Christo.	Dies metemptoseos Lunæ.	Anni à Christo.	Dies metemptoseos Lunæ.	Annorum centuriæ denæ.	Adde
1600	0	4100	11	6600	22	9100	33	10000	43
1700	1	4200	11	6700	23	9200	33	20000	86
1800	1	4300	12	6800	22	9300	33	30000	129
1900	2	4400	12	6900	23	9400	34	40000	172
2000	2	4500	13	7000	24	9500	35	50000	215
2100	2	4600	13	7100	24	9600	34	60000	258
2200	3	4700	14	7200	24	9700	35	70000	301
2300	4	4800	14	7300	25	9800	36	80000	344
2400	3	4900	14	7400	25	9900	36	90000	387
2500	4	5000	15	7500	26	10.000	36	100000	430
2 00	5	5100	16	7600	26	10100	37	Annorum centuriæ millenæ.	Adde,
2700	5	5200	15	7700	26	10200	37	100000	430
2800	5	5300	16	7800	27	10300	38	200000	860
2900	6	5400	17	7900	28	10400	38	300000	1290
3000	6	5500	17	8000	27	10500	38	&c.	
3100	7	5600	17	8100	28	10600	39		
3200	7	5700	18	8200	29	10700	40		
3300	7	5800	18	8300	29	10800	39		
3400	8	5900	19	8400	29	10900	40		
3500	9	6000	19	8500	30	11000	41		
3600	8	6100	19	8600	30	11100	41		
3700	9	6200	20	8700	31	11200	41		
3800	9	6300	21	8800	31	11300	42		
3900	10	6400	20	8900	31	11400	42		
4000	10	6500	21	9000	32	11500	43		
41	11	6600	22	9100	33	11600	43		

Quæritur Epacta seculo 4,900. Metemptosis Lunæ datur ex abaco dierum 14, qui ablati ex 23, relinquunt 9 seu j Epactam seculi propositi sub aureo numero III.

Quæritur Epacta seculo 109,500. Annis 100,000 debetur metemptosis dierum 430, & annis 9,500 metemptosis dierum 35, summa 465 id est 15, abjectis circulationibus triginta dierum. Quare abjectis 15 abs 23, erit seculo 109,500 Epacta 8 seu h sub aureo numero III.

Quæratur Epacta seculo ab Era Christi 218,000. Et annis quidem 200,000 debetur metemptosis dierum 860, annis vero 10,000 dierum 43, annis denique 8000 dierum 27. Summæ 930. abjectis circulationibus 30 dierum, nihil superest. Quare Epacta relinquetur 23 sub aureo numero III.

RUBRICA II.

De Symbolis quibus vulgare Kalendarium non esse Gregorianum arguitur.

PROPOSITIO I.

SI fuerit annus Bissexti, qui menses Lunæ à sexto Februarij vel ulteriore ad diem usque intercalationis incipient, constituentur illi in exposito vulgari Kalendario dierum unius & triginta.

Nam ſextus dies Februarij habet Epactam C, qualem etiam Martij nonus. Eſto itaque ſextus Februarij primus dies menſis Lunæ, & Martij nonus primus dies menſis ſequentis. Ergo menſis à ſexto Februarij incipiens, erit in anno communi dierum xxx. Quare cum adjicietur Biſſextus, menſis ille Lunaris erit dierum unius & 30. Idem licet arguere de ſeptimo Februarij die & conſequentibus ad diem uſque intercalationis.

κριτικὸν I.

At menſes Politici dierum ſunt 30 vel 29, ac præſertim 30 & 29 alternis. Cùm autem ſtatuuntur dierum 28 vel 31, ſunt prodigioſi & ἄτακτοι.

Quare hæc eſto ad expoſitum vulgare Kalendarium nota prima.

PROPOSITIO II.

Eſt Neomenia anni aliqua, quâ datâ non dabitur in expoſito Kalendario Neomenia Paſchalis.

Aureus numerus anni eſto 19, & detur ultimus Decembris Neomenia. Quæro Neomeniam Paſchalem. Ultimus dies Decembris duplicem mihi exhibet characterem, omalum A, & anomalum u circumductum. Omalus arguit Neomeniam Paſchalem die xi Martij. Anomalus die xii. Cur vero hunc potius quam illum elegero, non docent artis præcepta.

κριτικὸν II.

In arte bene inſtitutâ ἀντιστρόφων eadem eſt lex & δύναμις καὶ ἐπιστήμη. Πάσχει καὶ ποιεῖ τὰ ἐναντία παρ' ἀλλήλων, ut loquitur Ariſtoteles. Itaque datâ Neomeniâ Paſchali, danda eſt ex ſimilitudine characteris Neomenia non Paſchalis, & contra. Nihil igitur niſi ἀτεχνίαν prodit & ἀταξίαν duplex uni diei adſcriptus character.

Quare hæc eſto ad expoſitum Kalendarium nota ſecunda.

PROPOSITIO III.

Sunt Neomeniæ Paſchales aliquæ, quibus datis non ideo dabuntur Neomeniæ anni reliquæ.

Sit data Neomenia Paſchalis Aprilis quartus, aureus autem numerus xii, vel major. Quæro Neomenias anni reliquas. Quartus Aprilis duplicem mihi exhibet characterem, nempe G regularem, & Φ adventitium. G regularis arguet Neomeniam tertio Maji, adventitius quarto. Cur vero hunc potius quam illum elegero, non docent artis præcepta.

Rurſus, ſit data Neomenia Paſchalis Aprilis quintus, aureus autem numerus xi vel minor. Quæro Neomenias anni reliquas. Quintus Aprilis duplicem mihi exhibet characterem, nempe E & F. Arguit E Neomeniam Maji quinto, F quarto. Cur vero E potius quam F elegero, non docent artis præcepta.

κριτικὸν III.

At quæ ἀμφιβολία quod-ve ἐναντιοφανὲς, is dies eſt Neomenia & non Neomenia.

Quare hæc eſto ad expoſitum Kalendarium tertia nota.

PROPOSITIO IV.

Directo per expoſitam methodum ad aurei numeri normam Neomeniarum Paſchalium cyclo, æquali ac uniformi non incedunt illæ progreſſu.

Sit

Sit aureus anni numerus I. Neomenia vero Paſchalis, viceſimus quartus Martij. Cum igitur aureus numerus erit VIII, cadet in quintum Aprilis Paſchalis Neomenia, & cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo.

Eſto rurſum aureus anni numerus I. Neomenia vero Paſchalis, viceſimus ſecundus Martij. Cum igitur aureus numerus erit VIII, cadet in quartum Aprilis Neomenia, ex eodem cyclo.

Eodem igitur annorum intervallo, ut pote 608 Iulianorum, quæ pertinebat Neomenia ad aureum numerum I, promovebitur in antecedentia duobus diebus. Quæ vero ad aureum numerum VIII, promovebitur iniqua diſpenſatione die duntaxat uno.

Aliud. Sit aureus anni numerus I. Neomenia verò Paſchalis, decimus Martij. Cùm igitur aureus anni numerus erit XV, cadet in quartum Aprilis Paſchalis Neomenia, ex Cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo.

Eſto rurſum aureus anni numerus I. Neomenia verò Paſchalis, octavus Martij. Cùm igitur aureus numerus anni erit XV, cadet in tertium Aprilis Paſchalis Neomenia, ex eodem Cyclo.

Eodem igitur annorum intervallo, utpote 608 Iulianorum, quæ pertinebat Neomenia ad aureum numerum I, promovebitur in antecedentia duobus diebus. Quæ verò ad aureum numerum VIII, promovebitur iniquâ diſpenſatione die duntaxat uno.

Κειμήνον IV.

Dies parodicos Neomeniarum Paſchalium διχοτομεῖν, id verò eſt earum ſtatum ac œconomiam ſubvertere. At diffindendus erat aliquis dies ad juſtam menſium Politicorum dierum 30 & 29 alternationem. Ita res eſt, ſed diffindatur ergo qui re ipſa diffindi debuit, nec incommoda fictio veritati præpolleat. Is eſt exotericus ſumendus proximè extrà limites Paſchales, quem in exceſſum defectumve ſuppleant limitanei. Parodicorum non eſt ſupplere, cum inter eos non ſit aliquod interſtitium, in quod ipſi prorumpant.

Quare hæc eſto ad expoſitum Kalendarium quarta nota.

PROPOSITIO V.

Cùm aureus numerus anni fuerit IX, X, XI, Epactam viceſimam quintam devolvi, ſive ὁμαλῶς in viceſimam quartam, ſive ἀνωμάλως in viceſimam ſextam, leges cycli decemnovalis admittunt.

Lex cycli decemnovalis eſt, ne idem Epactæ character in eodem cyclo decemnovali concurrat. Periodo enim annorum decem & novem Iulianorum non pauciorum Neomenias ad ſuas ſedes redire primus deprehendiſſe perhibetur Athenienſis Meton, cujus ideo cyclum nullo non dignū elogio aureum dixere anteceſſores. Et vero ſi in cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo, numerentur in conſequentia XII characteres à charactere F incluſive, incidetur in characterem G. Subjaceat ergo Epacta F aureo numero I, conſequens ſubjacebit Epacta G aureo numero XII. Ratio itaque ſuadet ut in characterem E non G devolvatur character F ſub aureo numero I, atque adeo ſub aureis numeris I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII. Sed cùm aureus numerus ad quem ſpectat F, erit IX vel major, devolutionem ad E non cogit ea expoſita ratio cycli decemnovalis. Æquè, ſi in cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo numerentur in antecedentia XII characteres à charactere F incluſivè, incidetur in characterem E. Subjaceat ergo Epacta F aureo numero XII, conſequenter ſubjacebit Epacta E aureo numero I. Ratio itaque ſuadet ut in characterem G non etiam E fiat devolutio Epactæ F ſub aureo numero XII, atq; adeo ſub aureis numeris XIII, XIV, XV, XVI, XVII, XVIII, XIX. Sed cùm aureus numerus ad quem ſpectat F erit XI vel minor, devolutionem ad G non cogit ea expoſita ratio cycli decemnovalis. Itaque ſub aureis numeris exiſtentibus inter XII & VIII, (ut ſunt IX, X, XI) liberæ characteris F ad G vel E devolutioni non obſtat expoſita lex cycli decemnovalis. Quod erat oſtendendum.

Κειμ-

Κελικὸν V.

Quod igitur F devolvi jubetur in E, cùm aureus numerus est XI, X vel IX, alia debuit obtendi ratio quam lex cycli decemnovalis. Elenchus hic est ἀναιτιολογίας, non causæ pro causa. Inclinat sanè mensis verus versus plenum aliquanto magis quàm versus cavum. Est enim mensis verus dierum 29 horarum 12 cum dodrante fere. Itaque excessus pleni supra verum ad defectum cavi à vero est fere, ut $11\frac{1}{4}$ ad $12\frac{3}{4}$. Sed ea ratio vix major est, ratione novem ad decem. Ergo periodi novem & decem annorum ita potiùs erat ineunda distributio, ut decem primis annis cycli transiret F in E, reliquis novem in G, ut aliqua servaretur analogia atque partitionis causa.

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium nota quinta.

PROPOSITIO VI.

Aut in exposito Kalendario perperam Epactæ ordinatæ sunt, aut dissident inter se, atque adeo semetipsas destruunt Neomeniarum Paschalium Epochæ.

Primùm enim non dissideant, atque adeo semetipsas non destruant Neomeniarum Paschalium Epochæ. Dico Epactas in exposito Kalendario perperam ordinari. Quoniam enim in exposito Kalendario bene constitutæ sunt Neomeniæ Paschales, & ideo sub aureo numero III vicesimus octavus Martij seculo 1500 ante correctionem fuit Neomenia. Post correctionem verò eodem seculo octavus Martij Neomenia. Eundem igitur characterem possidere debuit sextus Aprilis, quem octavus Martij. Nam sextus Aprilis post correctionem is ipse est, qui numerabatur vicesimus octavus ante correctionem & erat Neomenia. Ille dies est 97 anni à Ianuario inchoati, hic dies 87; fuerunt autem ablati dies decem. Itaque ea ablatione dies 87 incidet in diem 97. Sed sextus Aprilis characterem C possidet, octavus vero Martij characterem D. Malè igitur Epactæ ordinatæ sunt, cum utriusque debuit esse idem character: quandoquidem uterque erat eodem anno Neomenia.

Contra sint bene ordinatæ Epactæ, atque adeo character C bene adsignatus Aprilis septimo, D vero Martij octavo, C nono. Dico Neomeniarum Paschalium Epochas inter se non constare. Quoniam enim anno 1500 ante correctionem Neomenia Paschalis constituta est ad 28 Martij, qui adhibita correctione incidit in sextum Aprilis, cujus character est C, quem etiam possidet nonus Martij. Ego nonus Martij anno 1500 post correctionem erat Neomenia. Sed constituta est Neomenia ad octavum Martij. Dissident igitur inter se atque adeo semetipsas destruunt Neomeniarum Paschalium Epochæ. Quod erat ostendendum.

Κελικὸν VI.

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium nota sexta.

PROPOSITIO VII.

Quanquam Epactas adæquandi ratio ab interventu vel omissione Bissexti pendeat & æstimetur, in exposito tamen Kalendario Neomeniæ Ianuarij & Februarij, quæ Bissexti sedem antecedunt, eo symptomate ante paroxismum adficiuntur.

Seculo 1900 numerabitur Epacta XXI, quæ alioqui retineretur seculo 2000, si annus 2000 careret Bissexto. Sed quia is annus diem adsciscit intercalarem, cujus sedes est post sextum Kalendas Martij, Epacta una die retrocedet & ipsa erit XX; non tantum ad symbolum Neomeniarum, quæ Bissextum Kalendas Martij subsequuntur; sed etiam Neomeniarum Ianuarij & Februarij: quoniam auctoribus vulgaris Kalendarij placuit

annum

annum à Ianuario auspicari, & toto anni ita auspicati curriculo, eodem charactere Neomenias designare. Et seculo 1800 numerabitur Epacta xxi, quæ alioquin decederet uno die, si annus 1800 diem adsciscere intercalarem. Sed quia ex Gregorij constitutione eo anno Bissextum ad Kalendas Martij omittitur, ideo retinetur Epacta XXI; tam ad succedentes luxato loco; quam antecedentes ejusdem anni Neomenias. Idem in centuriis quibuscumque licebit deinceps exemplificari.

Κεφάλαιον VII.

Quæ verò microcosmia hæc, Physici, me à casu ante casum adfici.

Quare hæc esto ad expositum vulgare Kalendarium septima nota.

PROPOSITIO VIII.

Exposita Epactas adæquandi methodus duabus nititur hypothesibus, quarum alterâ statuitur Luna συνοδική, alterâ διχότομος uno eodemque momento.

Una hypothesi, annis 312 $\frac{1}{2}$ Iulianis antevertunt suas Epochas Neomeniæ, die uno. Altera, restituuntur ad easdem Epochas, annis 300, 000 Gregorianis. Si prima Hypothesis vera est, ut sanè ab eâ non longè recedunt Astronomi, complentur menses Lunæ Synodici 235, annis decemnovem Iulianis, minus $\frac{38}{625}$ unius diei. Itaque mensis dierum est 29 $\frac{5306}{10000}$ proximè, & menses 43 absument dies 1270, minus aliquot dierum scrupulis. Sed menses 44 absumunt dies 1299, & aliquot insuper dierum scrupula. A die igitur, quo nova statuetur Luna, numerentur in antecedentia dies 1290, & Luna tunc erit novem & decem dierum proximè, vel numerentur dies 1290 in consequentia, eaque erit dierum fere 20. atque adeo hic vel illic διχότομος.

Eadem stante hypothesi, annis 300, 000 Iulianis antevertent suas Epochas Neomeniæ, diebus 960. Deficiunt autem anni 300, 000 Gregoriani à totidem Iulianis, diebus 2250, à quibus cum auferentur 960, relinquuntur dies 1290. Vincet igitur proemptosin metemptosis, diebus 1290. Et ideo exactis annis tantum Gregorianis 300,000 & præterea diebus 1290, erit per eam hypothesin nova Luna. Sed exactis tantum annis Gregorianis 300,000, erit διχότομος, utpote dierum novem. At secunda hypothesis eâ periodo statuit nouam. Repugnantes igitur sunt inter se hypotheses illæ, cum eodem momento hæc statuit Lunam συνοδικὴν, illa διχότομον. Quod erat ostendendum.

Κεφάλαιον VIII.

Magnarum periodorum falsitas veritas-ve, nisi post exacta multa secula, potest argui. Nam magis Hebræos convincam falsi, cùm mensem constituunt dierum 29, horarum 12, scrupulorum 44, secundorum 3, tertiorum 20, quàm Hipparchum, Ptolemæum & Copernicum, qui mensem adsumunt, novem scrupulis tertiis Hebraico, minorem. At in hypothesium repugnantia ecquis falsitatem non concludet?

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium octava nota.

Sanè in annis Gregorianis 300,001 ferè fit absoluta apocastasis. Sit igitur seculo 1600, sub aureo numero III, octavus Martij Neomenia, exactis inde annis 300,001, erit octavus Martij, sub aureo numero XIII, Neomenia, & sub aureo numero III, vicesimus octavus Martij Neomenia. At circa Aprilis quintum vel Martij octavum, Luna erit διχότομος.

PROPOSITIO IX.

Medias Solis & Lunæ Syzygias, ex abacis Astronomicis, per annorum Gregorianorum centurias, ad urbis Romæ meridianum, supputare.

Proponuntur duo abaci unus radicum, alter prostaphæreseon. Ut sciatur eligenda radix, datum in centuriis annorum ab Erâ Christi numerum, divide per 4 centurias, & si di-ſi diviſione inſtituta nihil ſupereſt, ſume radicem anni 1600. Sin remanet centuria una, ſume radicem anni 1700, ſi duæ, radicem 1800, ſi denique tres, radicem anni 1900. Electa radice, tu Eræ datæ & adſumptæ expende intervallum. Et in abaco ſecundo quære tempus ei debitum intervallo, abjecto ſi opus eſt menſe Synodico, & tandem aufer tempus illud è congrua radice, mutuato contra ſi opus eſt menſe Synodico, ne extra limites evageris Paſchales. Notatur autem & aureus numerus anni radicis, & quot unitates ei addendas poſtulat intervallum à radice.

Menſis Synodicus dierum eſt 29, hor. 12, ſcrup. 44.

Abacus primus.

Symbolum radicis.	Anni à Chriſto Gregoriani.	Radices Syzygiarum Paſchalium. Dies Martij.	Horæ.	Scrupula.	Aureus. numerus
*	1600	14	20	31	V
1	1700	20	4	45	X
2	1800	25	12	58	XV
3	1900	30	21	12	I

Abacus ſecundus.

Tempus ablativum congruæ radici.

Anni Gregoriani.	Dies.	Horæ.	Scrupula.	Unitates additivæ. aureo numero.
400	9	3	50	I
800	18	7	40	II
1200	27	11	30	III
1600	7	2	36	IV
2000	16	6	25	V
2400	25	10	15	VI
2800	5	1	22	VII
3200	14	5	12	VIII
3600	23	9	2	IX
4000	3	0	7	X
6000	19	6	32	XV
8000	6	0	14	I
10,000	22	6	39	VI
20,000	15	0	34	XII
30,000	7	18	29	XVIII
40,000	0	12	25	V
50,000	22	19	4	XI
60,000	5	12	59	XVIII
70,000	8	6	54	IV
80,000	1	0	59	X
90,000	23	7	19	XVI
100,000	19	1	24	III
200,000	2	14	4	VI
300,000	18	15	28	IX

Exemplum I.

Quæro mediam Syzygiam anno 109, 500. Cum centurias 1095 divido per 4, ſuperſunt centuriæ 3. Quare eligo radicem anni 1900. Ea eſt dies Martij 30, hora 21, ſcr. 12. Proemptoſis annorum 100, 000 numeratur dierum, horarum, & horariorum ſcrupulorum 16, 1, 24. Annorum vero 4000 adnotatur 3, 0, 7. Annorum denique 3, 600 eſt 23, 9, 2. Summa 42, 10, 33, & abjecto menſe Synodico fit 12, 21, 49. Quos cum aufero abs 30, 21, 12, relinquitur dies Martij 17, 23. 23. In quem menſem incidit media ſyzygia Paſchalis & erit aureus anni numerus IV.

Exemplum II.

Quæro mediam ſyzygiã anni 218,000. Eligenda erit radix anni 1600, quæ eſt 14, 20, 31, & operatione inſtituta incidet media ſyzygia in idem Martij 20, 14, 54, & erit aureus anni numerus XIV.

PRO-

PROPOSITIO X.

Si durent ſecula, νεμηνίας ἐν πανσελήνοις collocabit tandem vulgaris computator.

Adverſus Patrum decreta, fruſtratâ eâ, quam de ſuis Soſigenibus conceperat Gregorius, expectatione.

Quæro à vulgari computatore Neomeniam Paſchalem anno ab Erâ Chriſti 109,500. Is igitur numerabit Epactam 8 ſub aureo numero III. Et ideo viceſimum tertium Martij fore Neomeniam eo ſeculo, ſub aureo numero III pronunciabit: atque adeo ſub aureo numero IV, qui ad annum propoſitum pertinet, Neomeniam Paſchalem incidere in duodecimum Martij; quanquam media ſyzygia contingat ſecundum Aſtronomos media nocte, quam ſequitur decimus octavus. Sed illud eſt Neomenias ἐν διχοτομίαις tantum non etiam πανσελήνοις collocare.

Quæro igitur ab eodem Neomeniam Paſchalem ſeculo ab Era Chriſti 218, 000. Is igitur numerabit Epactam 23. Et ideo octavum Martij Neomeniam, ſub aureo numero III pronunciabit, atque adeo ſub aureo numero XIV, qui ad annum propoſitum pertinet, Neomeniam Paſchalem incidere in quintum Aprilis. At concedet Hipparchus, concedent Hebræi, & alii veri computiſtæ metemptoſin promotionem-ve eſſe dierum 930 proximè. Itaque poſt intervallum annorum Gregorianorum 218, 000 & dierum præterea 930 fieri apocataſtaſin Lunæ, ſed ipſo intervallo 218, 000 annorum Gregorianorum, eam contingere id vero pernegabunt. Neque enim numerus dierum 930 menſium reſtitutioni eſt idoneus. Eo intervallo complentur menſes 31 & præterea dimidius menſis. Erit igitur ſeculo 218, 000 quintus Aprilis plenilunium, & ita ſe habere abaci Aſtronomici comprobabunt. Anno enim 218, 000 ſyzygia media Romæ erit die Martij 20, hora ſecunda pomeridiana, ſcrupulis 54. Quare Neomenia Paſchalis quæ ſerior eſt ipſa media ſyzygia accidet die viceſimo primo vel viceſimo ſecundo, die vero quinto Martij erit decima quarta. Ergo Neomeniam in πανσελήνῳ collocavit vulgaris computator. Quod erat oſtendendum.

Κεφάλαιον IX.

Ecquis verò novilunia in pleniluniis collocare, illud propriè ex diametro errare non adpellet? Ecquis veſtrûm, Doctores me vel eo nomine χρηματίζοντα, καὶ γνώμην εἰς βουλὴν εἰσφέροντα in conſeſſu veſtro non ferat?

Quare hæc eſto ad expoſitum Kalendarium nona, & correctione omnino indigens (etiamſi tolerarentur reliquæ) nota.

Κεφάλαιον generale.

Quare Kalendarium vulgare non eſt Gregorianum, immo neque cenſendum eſt Lilianum, quanquam Lilij nomine vulgò circumfertur.

Sic enim Pontifex.

„ *Allatus eſt nobis liber à dilecto filio Antonio Lilio artium ac medicinæ do-*
„ *ctore, quem quondam Aloiſius ejus Germanus frater conſcripſerat, in quo per*
„ *novum quendam Epactarum cyclum ab eo excogitatum, & ad certam ipſius au-*
„ *rei numeri normam directum, atque ad quamcunque anni Solaris magnitudi-*
„ *nem accommodatum, omnia quæ in Kalendario collapſa ſunt, conſtanti ratione,*
„ *& ſeculis omnibus duratura, ſic reſtitui poſſe oſtendit, ut Kalendarium ipſum*
„ *nulli unquam mutationi in poſterum expoſitum eſſe videatur. Novam hanc*
„ *reſtituendi Kalendarii rationem exiguo volumine comprehenſam ad Chriſtia-*
„ *nos Principes, celebrioreſque univerſitates paucos ante annos miſimus, ut res,*

 „ *quæ*

„ quæ omnium communis eſt, communi etiam omnium conſilio perficeretur. Illi „ cum, quæ maximè optabamus, concordes reſpondiſſent, eorum nos omnium con- „ ſenſione adducti, viros ad Kalendarij emendationem adhibuimus in almâ ur- „ be harum rerum peritiſſimos, quos longè ante ex primariis Chriſtiani orbis „ nationibus delegeramus. Ii cum multum temporis, & diligentiæ ad eam lucu- „ brationem adhibuiſſent, & cyclos tam veterum, quàm recentiorum undique „ conquiſitos, ac diligentiſſimè perpenſos inter ſe contuliſſent, ſuo & doctorum ho- „ minum qui de ea re ſcripſerunt, judicio hunc præ cæteris elegerunt Epactarum „ cyclum, cui nonnulla etiam adjecerunt, quæ ex accurata circumſpectione viſa „ ſunt ad Kalendarii perfectionem maximè pertinere.

At Lilium exclamantem ſubaudio

Πολλῶν ἰατρῶν εἴσοδός μ' ἀπώλεσεν.

Planè, cum fucatum Kalendarium pro vero adripimus, ipſimet ſumus in cauſa, cur ab omnibus gentibus, quæ Romano ſolebant uti, idem ſummo omnium voto reſtitutum feliciſſimis Gregorij XIII auſpiciis non recipiatur. Quare excitandus eſt Lilii genius, & quæ ſui correctores perperam correxere, ea ſupplenda, & ſuo nitori, quandoquidem hæc nobis otia facis, auguſtiſſime Galliarum & Navarræ Rex Henrice, reſtituenda.

Neque verò ſequar eorum veſtigia, qui jam ante me eam curam ſuſcepiſſe videri volunt. Infelicibus enim cenſoribus infeliciores chirurgos ſeſe prodiderunt, non cenſenda cenſuêre, non probanda probavêre. Itaque quæ à nobis adnotata ſunt de Kalendarii vulgaris ἀταξία, καὶ ἀτεχνία, καὶ ψευδοψηφοφορία, eadem omnino eandem adverſus nova, quæ tanquam caſtigata propoſuerunt, Kalendaria vim obtinent, immò etiam majorem. Ego à Gregorii mente quantum ex ſuo diplomate eam colligere potero, non diſcedam, ea ipſa quæ à ſuis Soſigenibus expectarat, præſtaturus, volente Deo.

RUBRICA III.

De fabricâ, & uſu Kalendarii verè Gregoriani.

Primâ parte Rubricæ proponitur ſimplex fabrica, & uſus ratio.
Alterâ expenditur Kalendarii dignitas & præſtantia.

PROPOSITIO I.

Kalendarium Gregorianum conſtruere.

1 Primus menſis Lunæ ab octavo die Martij technicum initium ducito.
2 Is conſtituitor plenus, ſecundus cavus, & eo deinceps alterno ordine.
3 Singulis & ſimilibus menſium diebus ſinguli & ſimiles adponantur in cyclum characteres viginti novem. Luxetur autem triceſimus quiſque dies menſis conſtituti pleni.
4 Characteres ſunto, ſi placet,

N	M	H	G	F	E	D	C	B	A
u	t	ſ	r	q	p	n	m	l	k
i	h	g	f	e	d	c	b	a	

5 Con-

5 Continuetur characterum ordo ad anni technici finem, id est Martij septimum. Itaque ad undecim dies ἐπαγομένους repetantur è cyclo literæ undecim majusculæ, atque adeo per totum Kalendarium characterum similitudo Neomenias anni, uti mutuo sibi correspondent, arguat.

6 Tricesimus dies mensis cujuslibet constituti pleni esto Neomenia nulla. Itaque characterem ἐξώτερον suscipito, qualis γγ Æolicum digamma.

7 Character ἐξώτερος, in quem alioqui caderet Neomenia, devolvitor in N vel a. In N quidem, cum aureus numerus erit x vel minor; in a verò, cum aureus numerus erit xi vel major.

8 Characteres, si placet, numero designentur, ac vocentur Epactæ. Technicæ quidem, cum a numerabitur prima, b secunda, c tertia, ac eo deinceps ordine.

9 Kalendarium ita constructum perpetuo Epitheto perpetuum dicitor.

	Ianuarius.	Februarius.	Martius.	Aprilis.	Majus.	Iunius.	Iulius.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
1	300 F XXV	331 E XXIV	359 F XXV	25 e V	55 e V	86 c III	116 c III	147 a I	178 N XXIX	208 N XXIX	239 H XXVII	169 H XXVII
2	301 E XXIV	332 D XXIII	360 E XXIV	26 d IV	56 d IV	87 b II	117 b II	148 γγ *	179 M XXVIII	209 M XXVIII	240 G XXXI	270 G XXVI
3	302 D XXIII	333 C XXII	361 D XXIII	27 c III	57 c III	88 a I	118 a I	149 N XXIX	180 H XXVII	210 H XXVII	241 F XXV	271 F XXV
4	303 C XXII	334 B XXI	362 C XXII	28 b II	58 b II	89 γγ *	119 N XXIX	150 M XXVIII	181 G XXVI	211 G XXVI	242 E XXIV	272 E XXIV
5	304 B XXI	335 A XX	363 B XXI	29 a I	59 a I	90 N XXIX	120 M XXVIII	151 H XXVII	182 F XXV	212 F XXV	243 D XXIII	273 D XXIII
6	305 A XX	336 u XIX	354 A XX	30 γγ *	60 N XXIX	91 M XXVIII	121 H XXVII	152 G XXVI	183 E XXIV	213 E XXIV	244 C XXII	274 C XXII
7	306 u XIX	337 t XVIII	365 u XIX	31 N XXIX	61 M XXVIII	92 H XXVII	122 G XXVI	153 F XXV	184 D XXIII	214 D XXIII	245 B XXI	275 B XXI
8	307 t XVIII	338 ſ XVII	1 N XXIX	32 M XXVIII	62 H XXVII	93 G XXVI	123 F XXV	154 E XXIV	185 C XXII	215 C XXII	246 A XX	276 A XX
9	308 ſ XVII	339 r XVI	2 M XXVIII	33 H XXVII	63 G XXVI	94 F XXV	124 E XXIV	155 D XXIII	186 B XXI	216 B XXI	247 u XIX	277 u XIX
10	309 r XVI	340 q XV	3 H XXVII	34 G XXVI	64 F XXV	95 E XXIV	125 D XXIII	156 C XXII	187 A XX	217 A XX	248 t XVIII	278 t XVIII
11	310 q XV	341 p XIV	4 G XXVI	35 F XXV	65 E XXIV	96 D XXIII	126 C XXII	157 B XXI	188 u XIX	218 u XIX	249 ſ XVII	279 ſ XVII
12	311 p XIV	342 n XIII	5 F XXV	36 E XXIV	66 D XXIII	97 C XXII	127 B XXI	158 A XX	189 t XVIII	219 t XVIII	250 r XVI	280 r XVI
13	312 n XIII	343 m XII	6 E XXIV	37 D XXIII	67 C XXII	98 B XXI	128 A XX	159 u XIX	190 ſ XVII	220 ſ XVII	251 q XV	281 q XV
14	313 m XII	344 l XI	7 D XXIII	38 C XXII	68 B XXI	99 A XX	129 u XIX	160 t XVIII	191 r XVI	221 r XVI	252 p XIX	282 p XIV
15	314 l XI	345 k X	8 C XXII	39 B XXI	69 A XX	100 u XIX	130 t XVIII	161 ſ XVII	192 q XV	222 q XV	253 n XIII	283 n XIII
16	315 k X	346 i IX	9 B XXI	40 A XX	70 u XIX	101 t XVIII	131 ſ XVII	162 r XVI	193 p XIV	223 p XIV	254 m XII	284 m XII
17	316 i IX	347 h VIII	10 A XX	41 u XIX	71 t XVIII	102 ſ XVII	132 r XVI	163 q XV	194 n XIII	224 n XIII	255 l XI	285 l XI
18	317 h VIII	348 g VII	11 u XIX	42 t XVIII	72 ſ XVII	103 r XVI	133 q XV	164 p XIV	195 m XII	225 m XII	256 k X	286 k X
19	318 g VII	349 f VI	12 t XVIII	43 ſ XVII	73 r XVI	104 q XV	134 p XIV	165 n XIII	196 l XI	226 l XI	257 i IX	287 i IX
20	319 f VI	350 e V	13 ſ XVII	44 r XVI	74 q XV	105 p XIV	135 n XIII	166 m XII	197 k X	227 k X	258 h VIII	288 h VIII
21	320 e V	351 d IV	14 r XVI	45 q XV	75 p XIV	106 n XIII	136 m XII	167 l XI	198 i IX	228 i IX	259 g VII	289 g VII
22	321 d IV	352 c III	15 q XV	46 p XIV	76 n XIII	107 m XII	137 l XI	168 k X	199 h VIII	229 h VIII	260 f VI	290 f VI
23	322 c III	353 b II	16 p XIV	47 n XIII	77 m XII	108 l XI	138 k X	169 i IX	200 g VII	230 g VII	261 e V	291 e V
24	323 b II	354 a I	17 n XIII	48 m XII	78 l XI	109 k X	139 i IX	170 h VIII	201 f VI	231 f VI	262 d IV	292 d IV
25	324 a I	355 N XXIX	18 m XII	49 l XI	79 k X	110 i IX	140 h VIII	171 g VII	202 e V	232 e V	263 c III	293 c III
26	325 γγ *	356 M XXVIII	19 l XI	50 k X	80 i IX	111 h VIII	141 g VII	172 f VI	203 d IV	233 d IV	264 b II	294 b II
27	326 N XXIX	357 H XXVII	20 k X	51 i IX	81 h VIII	112 g VII	142 f VI	173 e V	204 c III	234 c III	265 a I	295 a I
28	327 M XXVIII	358 G XXVI	21 i IX	52 h VIII	82 g VII	113 f VI	143 e V	174 d IV	205 b II	235 b II	266 γγ *	296 N XXIX
29	328 H XXVII		22 h VIII	53 g VII	83 f VI	114 e V	144 d IV	175 c III	206 a I	236 a I	267 N XXIX	297 M XXVIII
30	329 G XXVI		23 g VII	54 f VI	84 e V	115 d IV	145 c III	176 b II	207 γγ *	237 N XXIX	268 M XXVIII	298 H XXVII
31	330 F XXV		24 f VI		85 d IV		146 b II	177 a I		238 M XXVIII		299 G XXVI

PROPOSITIO II.

Periodos Lunæ constituere.

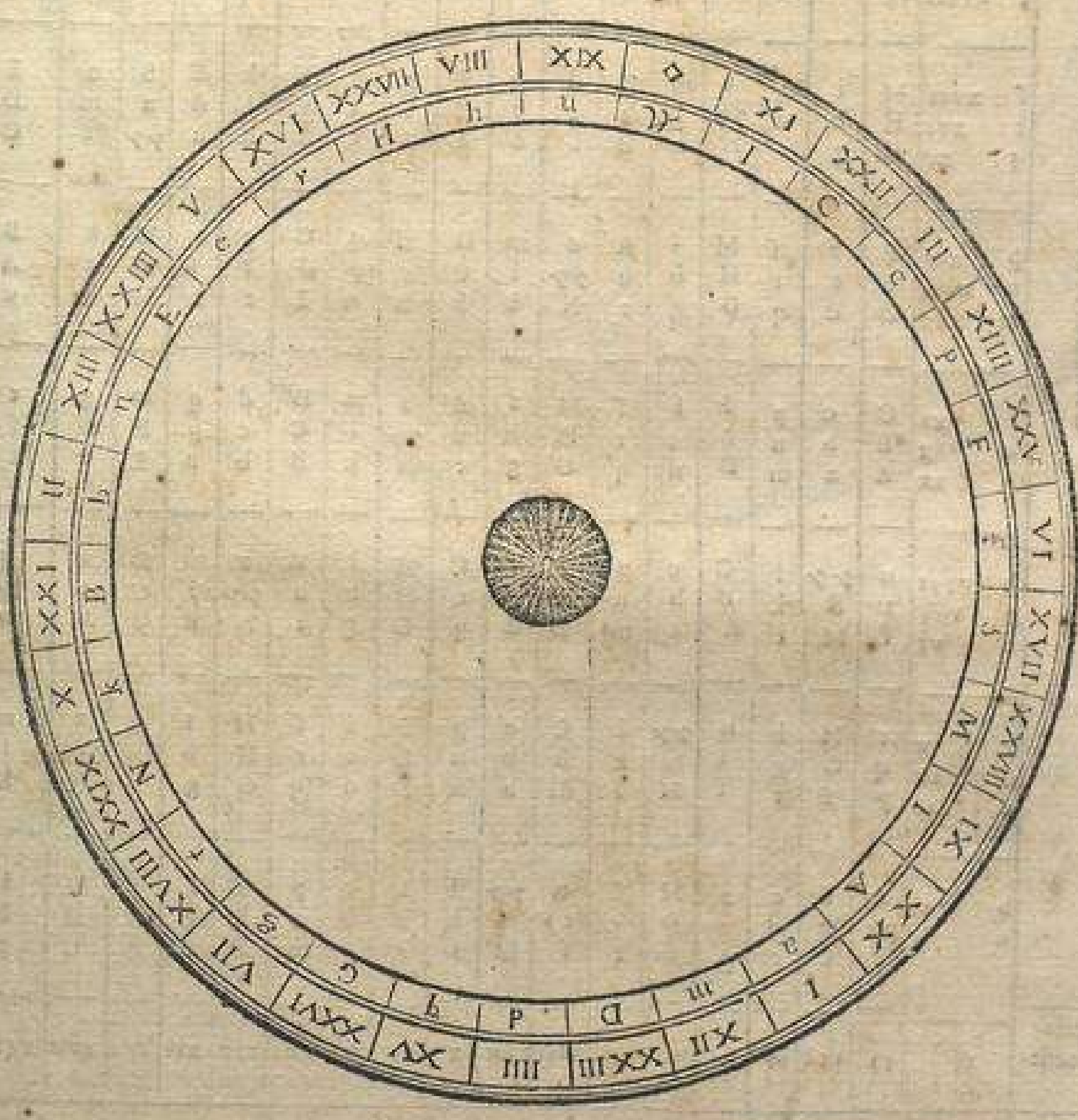
Prima periodus Lunæ annorum 19 Iulianorum esto. Magna annorum Iulianorum centuriis 34 concluditor.

PROPOSITIO III.

Cyclum Epactarum ad primæ periodi normam dirigere.

Cyclus Epactarum ad primæ Lunaris periodi normam directus esto hujusmodi.

Ὀργανικῶς.



Immoto Epactarum cyclo movetur cyclus aurei numeri.

Πινα-

Πινακικῶς.

Ordo ac ſucceſſio characterum in Enneadecaeteride ad metatheſes quaſcunque.

Anni ſingulares Enneadecaeteridis.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
Characteres Neomeniarum.	N xxix	k	B	b	n	E	e	r	H	h	u	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ
	M xxviii	i	A	a	m	D	d	q	G	g	t	N	k	B	b	n	E	e	r
	H xxvii	h	u	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A	a	m	D	d	q
	G xxvi	g	t	N	k	B	b	n	E	e	r	H	h	u	γγ	l	C	c	p
	F xxv	f	ſ	M	i	A	a	m	D	d	q	G	g	t	N	k	B	b	n
	E xxiv	e	r	H	h	u	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A	a	m
	D xxiii	d	q	G	g	t	N	k	B	b	n	E	e	r	H	h	u	γγ	l
	C xxii	c	p	F	f	ſ	M	i	A	a	m	D	d	q	G	g	t	N	k
	B xxi	b	n	E	e	r	H	h	u	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ	M	i
	A xx	a	m	D	d	q	G	g	t	N	k	B	b	n	E	e	r	H	h
	u xix	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A	a	m	D	d	q	G	g
	t xviii	N	k	B	b	n	E	e	r	H	h	u	γγ	l	C	c	p	F	f
	ſ xvii	M	i	A	a	m	D	d	q	G	g	t	N	k	B	b	n	E	e
	r xvi	H	h	u	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A	a	m	D	d
	q xv	G	g	t	N	k	B	b	n	E	e	r	H	h	u	γγ	l	C	c
	p xiv	F	f	ſ	M	i	A	a	m	D	d	q	G	g	t	N	k	B	b
	n xiii	E	e	r	H	h	u	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A	a
	m xii	D	d	q	G	g	t	N	k	B	b	n	E	e	r	H	h	u	γγ
	l xi	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A	a	m	D	d	q	G	g	t	N
	k x	B	b	n	E	e	r	H	h	u	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ	M
	i ix	A	a	m	D	d	q	G	g	t	N	k	B	b	n	E	e	r	H
	h viii	u	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A	a	m	D	d	q	G
	g vii	t	N	k	B	b	n	E	e	r	H	h	u	γγ	l	C	c	p	F
	f vi	ſ	M	i	A	a	m	D	d	q	G	g	t	N	k	B	b	n	E
	e v	r	H	h	u	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A	a	m	D
	d iv	q	G	g	t	N	k	B	b	n	E	e	r	H	h	u	γγ	l	C
	c iii	p	F	f	ſ	M	i	A	a	m	D	d	q	G	g	t	N	k	B
	b ii	n	E	e	r	H	h	u	γγ	l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A
	a i	m	D	d	q	G	g	t	N	k	B	b	n	E	e	r	H	h	u
		l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A	a	m	D	d	q	G	g	t
Anni ſingulares in Enneadecaeteride.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX

Valet, ut data anni unius Epactą, dentur Epactæ periodi reliquæ. Sit aureus numerus I, *Epacta* c. *Ergo cum aureus numerus erit* II, *dabitur Epacta* c. *cum* III, *p. & eo conſequenter ordine.*

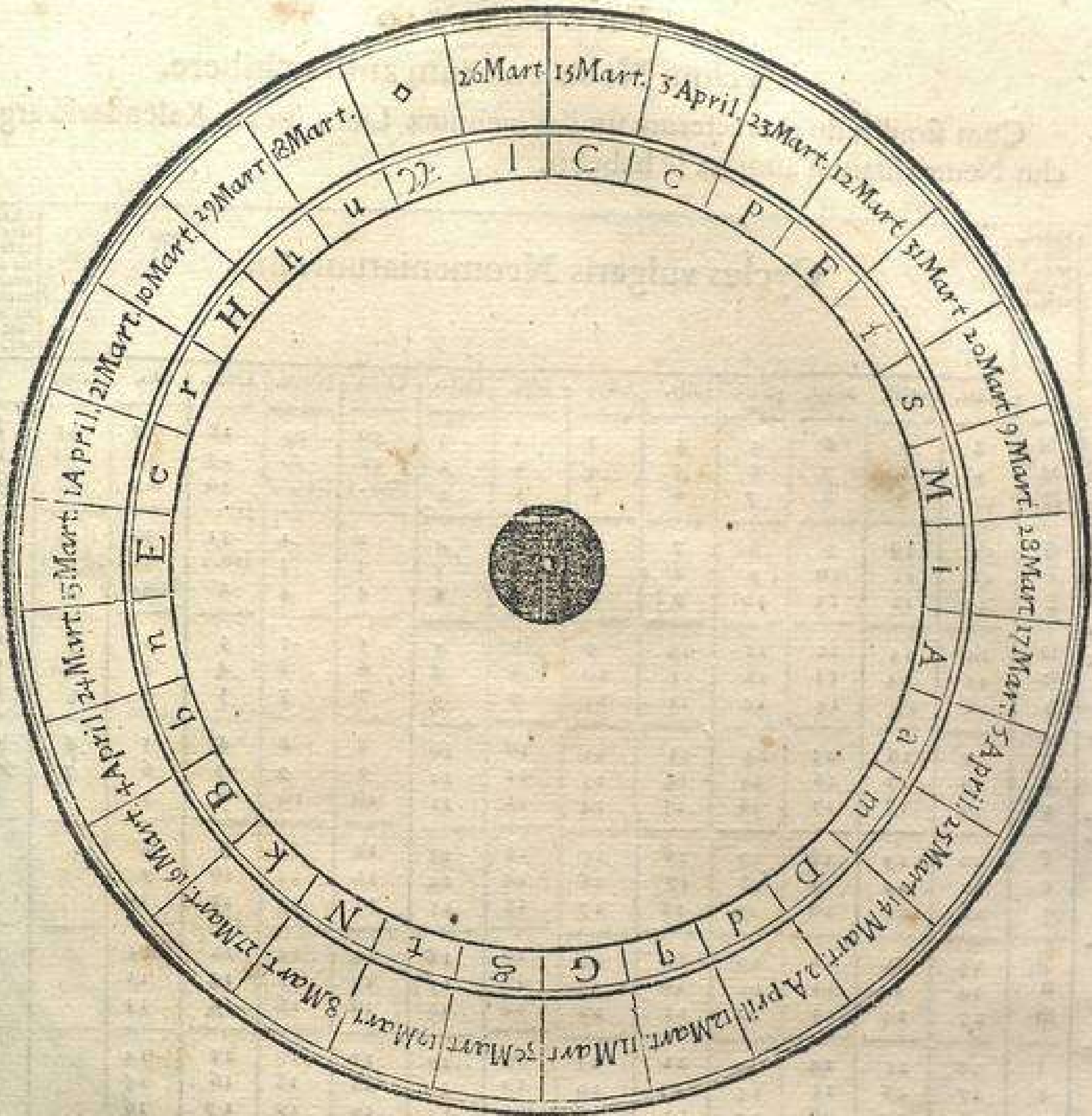
PROPOSITIO IV.

Cyclum Neomeniarum Paſchalium ad aurei numeri normam dirigere.

Citima Neomenia eſto Martij octavus, remotiſſima Aprilis quintus. Cyclus igitur Epactarum ad aurei numeri directus, cum ad Neomenias Paſchales aptabitur, erit hujuſmodi.

Οργανι-

Ὀργανικῶς.



Immoto Epactarum cyclo movetur cyclus aurei numeri.

Πινακικῶς.

Conspectus Neomeniarum Paschalium in Enneadecaeteride uniformi incedentium progressu.

Aureus numerus.	I	II			III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
	23	12	f	vi	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4
	24	13	e	v	1	21	10	29	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5
	25	14	d	iv	2	22	11	30	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†
	26	15	c	iii	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8
	27	16	b	ii	4	24	13	1	21	20	29	18	5†	26	15	3	23	12	31	20	9
	28	17	a	i	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10
	29	18	γγ	*	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11
	30	19	N	xxix	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15	3	23	12
	31	20	M	xxviii	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13
	1	21	H	xxvii	10	29	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14
	2	22	G	xxvi	11	30	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15
	3	23	F	xxv	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16
	4	24	E	xxiv	13	1	21	10	29	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17
	5	25	D	xxiii	14	2	22	11	30	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18
	8	26	C	xxii	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19
	8†	27	B	xxi	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15	3	23	12	31	20
	9	28	A	xx	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21
	10	29	u	xix	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22
	11	30	t	xviii	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15	3	23
	12	31	ſ	xvii	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24
	13	1	r	xvi	21	10	29	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25
	14	2	q	xv	22	11	30	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†	26
	15	3	p	xiv	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27
	16	4	n	xiii	24	13	1	21	10	29	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28
	17	5	m	xii	25	14	2	22	11	30	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29
	18	8	l	xi	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30
	19	8†	k	x	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15	3	23	12	31
	20	9	i	ix	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1
	21	10	h	viii	29	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2
	22	11	g	vii	30	19	8†	27	16	4	24	13		21	10	29	18	5†	26	15	1
Aureus numerus.	I	II			III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX

Minio autem, ut ante, distincti sunt dies Aprilis à diebus Martis, ne vox Martij & Aprilis sæpe repetita obrueret inspectorem potius quam delectaret.

PROPOSITIO V.

Cyclum Neomeniarum anni exhibere.

Cum similitudo characterum similes mensium Lunæ dies in Kalendario arguat, cyclus Neomeniarum anni ita se habebit.

Cyclus vulgaris Neomeniarum anni.

Numerus Characteris.	Character Neomeniæ anni.	Mart.	April.	Maj.	Iuni.	Iulii.	Augu.	Sept.	Octo.	Octo.	Nové.	Decé.	Ian.	Febr.	Character anni sequẽtis cujus aureus numerus est unitate major.	Character anni sequẽtis cujus aureus numerus est unitas.
XXIX	N	8	7	6	5	4	3	1	1	30	29	28	27	25	k	l
XXVIII	M	9	8	7	6	5	4	2	2	31	30	29	28	26	i	k
XXVII	H	10	9	8	7	6	5	3	3	Nov. 1	Dec. 1	30	29	27	h	i
XXVI	G	11	10	9	8	7	6	4	4	2	2	31	30	28	g	h
XXV	F	12	11	10	9	8	7	5	5	3	3	Ian. 1	31	Mart. 1	f	g
XXIV	E	13	12	11	10	9	8	6	6	4	4	2	Febr. 1	2	e	f
XXIII	D	14	13	12	11	10	9	7	7	5	5	3	2	3	d	e
XXII	C	15	14	13	12	11	10	8	8	6	6	4	3	4	c	d
XXI	B	16	15	14	13	12	11	9	9	7	7	5	4	5	b	c
XX	A	17	16	15	14	13	12	10	10	8	8	6	5	6	a	b
XIX	u	18	17	16	15	14	13	11	11	9	9	7	6	7	γγ	a
XVIII	t	19	18	17	16	15	14	12	12	10	10	8	7		N	γγ
XVII	ſ	20	19	18	17	16	15	13	13	11	11	9	8		M	N
XVI	r	21	20	19	18	17	16	14	14	12	12	10	9		H	M
XV	q	22	21	20	19	18	17	15	15	13	13	11	10		G	H
XIV	p	23	22	21	20	19	18	16	16	14	14	12	11		F	G
XIII	n	24	23	22	21	20	19	17	17	15	15	13	12		E	F
XII	m	25	24	23	22	21	20	18	18	16	16	14	13		D	E
XI	l	26	25	24	23	22	21	19	19	17	17	15	14		C	D
X	k	27	26	25	24	23	22	20	20	18	18	16	15		B	C
IX	i	28	27	26	25	24	23	21	21	19	19	17	16		A	B
VIII	h	29	28	27	26	25	24	22	22	20	20	18	17		u	A
VII	g	30	29	28	27	26	25	23	23	21	21	19	18		t	u
VI	f	31	30	29	28	27	26	24	24	22	22	20	19		ſ	t
V	e	Apr. 1	Maji. 1	30	29	28	27	25	25	23	23	21	20		r	ſ
IV	d	2	2	31	30	29	28	26	26	24	24	22	21		q	r
III	c	3	3	Iun. 1	Iul. 1	30	29	27	27	25	25	23	22		p	q
II	b	4	4	2	2	31	30	28	28	26	26	24	23		n	p
I	a	5	5	3	3	Aug. 1	31	29	29	27	27	25	24		m	n
	γγ	6		4		2		30		28		26			l	m

Sit octavus Martij, Neomenia. Erit eodem anno 7 Aprilis, Neomenia. 6 Maji. 5 Iunij, & eo continuo, quem eadem proselis indicat, ordine, & inversim.

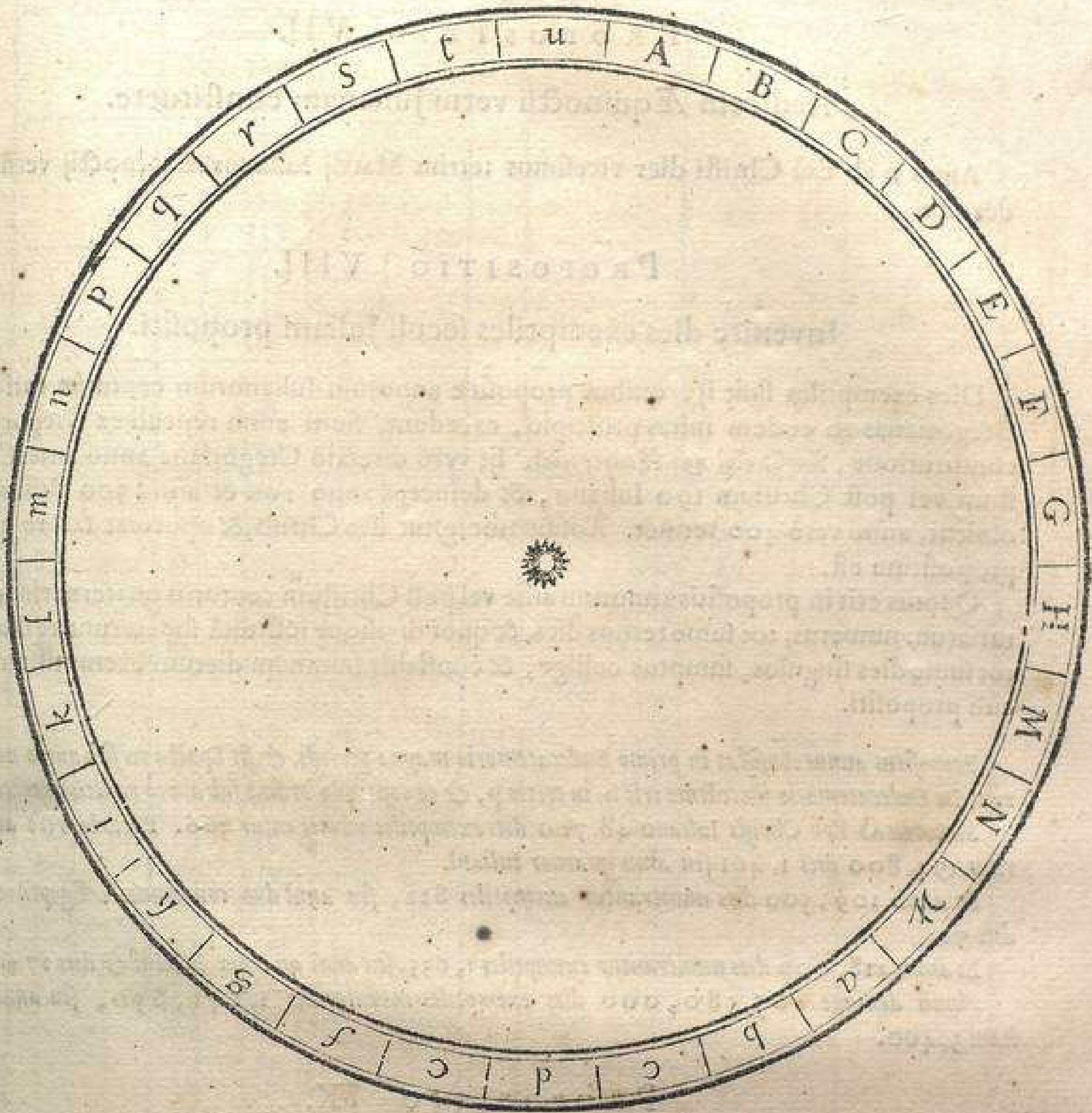
PROPOSITIO VI.

Cyclum Epactarum ad magnæ Lunaris periodi normam dirigere.

Magna Lunæ periodus restituit Neomenias aureo numero unitate diminuto. Nam cum ab annis 3400 abjiciuntur cycli decemnovales, supersunt anni 16. Aureo autem alicui numero 16 unitates addere, ipsum est unitate minuere. Quare præficiatur periodo, quæ agitur, numerus aureus 1. Antecedenti igitur præficiebatur aureus numerus 2. Succedenti præficietur 19. Ergo magna Lunari periodo absumuntur characteres Epactarum undecim sub constante aureo radicis numero. Ac proinde ternis annorum centuriis, quarum singulæ constant diebus 36,525, absumuntur consentaneè κατ' ἐπίβαλλον ὁλοσχερῆ character unus, ac tandem quatuor centuriis postremus. Itaque cyclus Epactarum ad magnæ Lunaris periodi normam directus, cum ea definita sit annorum Iulianorum 3400, id est, dierum 1, 241, 850, se habebit hujusmodi.

Opyd-

Οργανικῶς.



Πινανικῶς.

Endecaeteris.	Anni Iulians.	Dies annorum iulianorum.	CHARACTERES EPACTARUM									
I	0	0	m n p	q r s	t u A	B C D	E F G	H M N	γγ a b	c d e	f g h	i k l
II	300	109, 575	u p q	r s t	n A B	C D E	F G H	M N γγ	a b c	d e f	g h i	k l m
III	600	219, 150	p q r	s t u	A B C	D E F	G H M	N γγ a	b c d	e f g	h i k	l m n
IV	900	328, 725	q r s	t u A	B C D	E F G	H M N	γγ a b	c d e	f g h	i k l	m n p
V	1200	438, 300	r s t	u A B	C D E	F G H	M N γγ	a b c	d e f	g h i	k l m	n p q
VI	1500	547, 875	s t u	A B C	D E F	G H M	N γγ a	b c d	e f g	h i k	l m n	p q r
VII	1800	657, 450	t u A	B C D	E F G	H M N	γγ a b	c d e	f g h	i k l	m n p	q r s
VIII	2100	766, 925	u A B	C D E	F G H	M N γγ	a b c	d e f	g h i	k l m	n p q	r s t
IX	2400	876, 600	A B C	D E F	G H M	N γγ a	b c d	e f g	h i k	l m n	p q r	s t u
X	2700	986, 175	B C D	E F G	H M N	γγ a b	c d e	f g h	i k l	m n p	q r s	t u A
XI	3000	1,095, 750	C D E	F G H	M N γγ	a b c	d e f	g h i	k l m	n p q	r s t	u A B
	3400	1,241, 850										

Valet, ut datâ Epacta ad parodum aliquam magnæ periodi, dentur Epactæ ad parodos ejusdem periodi reliquas, sub immutabili aureo radicis numero.

 Distin-

Diſtinguntur autem parodi per periodi Endecatemoria, conſtituta videlicet annorum 300 ſingula; excepto poſtremo embolimæo, cui tribuuntur anni quadringenti reliqui.

PROPOSITIO VII.

Radicem Æquinoctii verni Julianam conſtituere.

Anno o ab Erâ Chriſti dies viceſimus tertius Martij Iulianus Æquinoctij verni ſedes eſto.

PROPOSITIO VIII.

Invenire dies exemptiles ſeculi Juliani propoſiti.

Dies exemptiles ſunt ij, quibus propoſitæ annorum Iulianorum centuriæ totidem Gregorianas ab eodem initas principio, excedunt. Sunt enim rejiculi ex Gregorianâ conſtitutione, ἀποβλητοὶ καὶ ἐξαιρέσιμοι. Et verò directio Gregoriana anno ante Chriſtum vel poſt Chriſtum 100 Iuliano, & deinceps anno 200 & anno 300 Biſſextum omittit, anno verò 400 retinet. Adſumatur igitur Era Chriſti, & oporteat facere quod propoſitum eſt.

Quotus erit in propoſitis annorum ante vel poſt Chriſtum centuriis quaternarius centuriarum numerus, tot ſume ternos dies, & quot diviſione inſtitutâ ſupererunt centuriæ, tot ſume dies ſingulos, ſumptos collige, & conflabis ſummam dierum exemptilium ſeculi propoſiti.

Propoſitus annus conſiſtat in primo Endecatemorio magnæ periodi, & ſit Epacta m *ſub aureo numero* 1. *In Endecatemorio ſuccedente erit* n, *in tertio* p, *& eo continuo ordine ſub aureo radicis numero* 1.

Sic annis ab Erâ Chriſti Iulianis 48,700 *dies exemptiles numerantur* 366. *Periodo verò annorum* 194,800 *dies* 1,461 *ſeu anni quatuor Iuliani.*

Et annis 109,500 *dies numerantur exemptiles* 822, *ſeu anni duo communes Ægyptiive & dies* 92.

Et annis 218,000 *dies numerantur exemptiles* 1,635, *ſeu anni quatuor Iuliani & dies* 174.

Annis denique 165,580,000 *dies exemptiles inveniuntur* 1,241,850, *ſeu anni Iuliani* 3,400.

PROPOSITIO IX.

In Kalendario Juliano Epochas Æquinoctii verni ad Juliana quæcunque ſecula, ſubnotare.

Inveni dies exemptiles propoſiti ab Erâ Chriſti Juliani ſeculi, quos à 23 Martij numera excluſivè in conſequentia dierum Kalendarij, ſi de antecedentibus ſeculis, vel in antecedentia ſi de conſequentibus quæritur, & is, in quem deſinet numeratio, ſedes erit Æquinoctii verni Iuliani quæſita.

Secundum quæ hic proferuntur.

IN

IN KALENDARIO JULIANO ADNOTATÆ ad aliquot annorum Julianorum Centurias Æquinoctii verni Epochæ.

Anni Iuliani ante Christum.	Dies mẽsis. Ianuarij.	Dies anni technici.	Anni Iuliani post Christum.
	30	329	
	31	330	6,700 6,800
	Februarij.		
	1	331	6,600
	2	332	6,500
	3	333	6,300 6,400
	4	334	6,200
	5	335	6,100
	6	336	5,900 6,000
	7	337	5,800
	8	338	5,700
	9	339	5,500 5,600
	10	340	5,400
	11	341	5,300
	12	342	5,100 5,200
	13	343	5,000
	14	344	4,900
	15	345	4,700 4,800
	16	346	4,600
	17	347	4,500
	18	348	4,300 4,400
	19	349	4,200
	20	350	4,100
	21	351	3,900 4,000
	22	352	3,800
	23	353	3,700
	24	354	3,500 3,600
	25	355	3,400
	26	356	3,300
	27	357	3,100 3,200
	28	358	3,000
	Martij.		
	1	359	2,900
	2	360	2,700 2,800
	3	361	2,600
	4	362	2,500
	5	363	2,300 2,400
	6	364	2200
	7	365	2100
	8	1	1,900 2,000
	9	2	1,800
	10	3	1,700
	11	4	1,500 1,600
	12	5	1,400
	13	6	1,300
	14	7	1,100 1,200
	15	8	1,000
	16	9	900

Anni Iuliani ante Christum.	Dies mensis.	Dies anni technici.	Anni Iuliani post Christum.
	Martij.		
	17	10	700 800
	18	11	600
	19	12	500
	20	13	300 400
	21	14	200
	22	15	100
0 100	23	16	0
200	24	17	
300	25	18	
400 500	26	19	
600	27	20	
700	28	21	
800 900	29	22	
1,000	30	23	
1,100	31	24	
	Aprilis.		
1,200 1,300	1	25	
1,400	2	26	
1,500	3	27	
1,600 1,700	4	28	
1,800	5	29	
1,900	6	30	
2,000 2,100	7	31	
2,200	8	32	
2,300	9	33	
2,400 2.500	10	34	
2,600	11	35	
2,700	12	36	
2,800 2,900	13	37	
3,000	14	38	
3,100	15	39	
3,200 3,300	16	40	
3,400	17	41	
3,500	18	42	
3,600 3,700	19	43	
3,800	20	44	
3,900	21	45	
4,000 4,100	22	46	
4,200	23	47	
4,300	24	48	
4,400 4,500	25	49	
4,600	26	50	
4,700	27	51	
4,800 4,900	28	52	
5,000	29	53	
5,100	30	54	
	Maij.		
5,200 5,300 &c.	1	55	

In intervallo autem annorum Iulianorum 194, 800 circumducetur quater Kalendarium. Et erit circumductionis is schematismus.

KALENDARIUM JULIANUM.

			Dies Februarij. 24 Sedes Bissexti.	129,300 129,100 129,200	
Dies Martij. 20	300 400	49,000	97,700	126,300 126,400	
21	200	48,900	97,500 97, 600	126,200	
22	100	48,700 48,800	97,400	126,100	
23	0	48,600	97,300	125,900 126,000	194,700 194,800
24	48,500	97,100 97,200	125,800	194,600	
25	48,300 48,400	97,000	125,700	194,500	
26	48,200	96,900	125,500 126,000	194,300 694,400	
27	48,100	96,700 96,800	125,400	194,200	

Quaro Epocham Æquinoctij verni Iulianam seculo 109, 500. *Dies numerantur exemptiles* 92 *supra annos duos communes, quos dies dum numero à die* 16 *anni technici, id est* 23 *Martij, incido in diem* 289, *id est* 21 *Decembris, sedem ideo Æquinoctij verni eo seculo apud Iulianos.*

Quaro de seculo 218, 000. *Dies numerantur exemptiles* 174 *supra annos* 4 *Iulianos, quos dum numero à die* 16 *anni technici, incido in diem* 207, *Epocham ideo Æquinoctij verni Iulianam.*

PROPOSITIO X.

In quem diem Gregorianum cadat dies Julianus, vel contra explorare.

Parentur duo Kalendaria rotatilia & homocentra. Vnum, in quo intelligatur moveri Æquinoctium, & ideo Julianum. Alterum, in quo retineri ad 21 Martij, & ideo Gregorianum. Et in Juliano adnotetur Epocha Æquinoctij verni, quæ tempori proposito congruit. Quando igitur illa committetur cum die 21 Martij Gregoriano, accidet eâ commissurâ, ut dies in utroque Kalendario iidem, sed aliter à Julianis aliter à Gregorianis numerati, mutuo sibi correspondeant reliqui. Aptentur itaque Kalendaria hujusmodi. Et omnino Problemati satisfiet.

PROPOSITIO XI.

Cyclum Epactarum in Kalendario Juliano ordinare.

Ex eâ, quæ exposita est, Kalendariorum epharmoge suum quisque dies Julianus à Gregoriano cyclo characterem numerumve Epactæ, prout è regione occurret, suscipito,

PROPOSITIO XII.

Radicem Neomeniæ Julianam constituere.

Anno o ab Erâ Christi Neomenia ad 25 diem Martij Julianum consistito.

PROPOSITIO XIII.

Magnæ Lunaris periodi initium præfigere.

Annus o ab Erâ Christi esto annus o magnæ Lunaris periodi.

PROPOSITIO XIV.

Unicuique magnæ periodo Lunæ aureum numerum constantem præficere.

Magna quæque Lunæ periodus, aureum numerum anni à quo incipit, retineto. Itaque aureus numerus 1 magnæ post Christum primæ periodo præficitor, quoniam ea incipit

cipit anno o ab Erâ Christi, id est, anno ante Christum primo 1. Et succedenti secundæ præficitor aureus numerus 19, quoniam incipiet anno Christi 3, 400. Tertiæ 18, & eo continuo unitatis decremento. Contra prima ante Christum periodus, quæ incepit anno ante Christum 3, 400, aureum numerum 2 adserito.

Tertia, quæ incepit anno, ut Hebræi vocant Tohu 6, 800, aureum numerum 3.

COROLLARIVM.

Itaque post absolutas periodos magnas Lunæ denas novenas, annorum videlicet Iulianorum 64, 600, redibit idem aureus numerus.

PROPOSITIO XV.

Julianas Neomeniarum constantes Epochas unicuique Endecatemorio magnæ Lunaris periodi, sub aureo anni 1, à quo ea initium ducit, numero, adsignare.

Primi Endecatemorij Neomenia ex jam constituta radice ad 25 Martij alligator. expleto Endecatemorio, die uno recedito. Itaque Neomenia secundi Endecatemorij ad diem 24 reponitor. Tertij ad 23, & eo continuo ad postremum Endecatemorium regressu, ex jam constituto Epactarum ad magnæ periodi normam dirigendo cyclo.

Secundum quæ

CON-

CONSTANTES NEOMENIARVM IVLIANARVM

Epochæ ad quæcunque ſecula præterita vel futura
ſe habebunt, ut in Tabella.

Anni ante Chriſtum Iuliani. Sub aureo numero III.	Sub aureo numero. II.	Endeca-temoria.	Dies Martii.	Dies anni technici	Anni poſt Chriſtum Iuliani. Sub aureo numero. I.	Sub aureo numero. XIX.	XVIII.	XVII.	XVI.	XV.	XIV.	XIII.	XII.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	IV.	III	II.	I.
	3400	I	25	18	0	3400	6800	10,200	13,600	17,000	20,400	23,800	27,200	30,600	34,000	37,400	40,800	44,200	47,600	51,000	54,400	57,800	61,200	64,600
	3100	II	24	17	300	3700	7100	10,500	13,900	17,300	20,700	24,100	27,500	30,900	34,300	37,700	41,100	44,500	47,900	51,300	54,700	58,100	61,500	&c.
	2800	III	23	16	600	4000	7400	10,800	14,200	17,600	21,000	24,400	27,800	31,200	34,600	38,000	41,400	44,800	48,200	51,600	55,000	58,400	61,800	
	2500	IV	22	15	900	4300	7700	11,100	14,500	17,900	21,300	24,700	28,100	31,500	34,900	38,300	41,700	45,100	48,500	51,900	55,300	58,700	62,100	
	2200	V	21	14	1200	4600	8000	11,400	14,800	18,200	21,600	25,000	28,400	31,800	35,200	38,600	42,000	45,400	48,800	52,200	55,600	59,000	62,400	
5300	1900	VI	20	13	1500	4900	8300	11,700	15,100	18,500	21,900	25,300	28,700	32,100	35,500	38,900	42,300	45,700	49,100	52,500	55,900	59,300	62,700	
5000	1600	VII	19	12	1800	5200	8600	12,000	15,400	18,800	22,200	25,600	29,000	32,400	35,800	39,200	42,600	46,000	49,400	52,800	56,200	59,600	63,000	
4700	1300	VIII	18	11	2100	5500	8900	12,300	15,700	19,100	22,500	25,900	29,300	32,700	36,100	39,500	42,900	46,500	49,700	53,100	56,500	59,900	63,000	
4400	1000	IX	17	10	2400	5800	9200	12,600	16,000	19,400	22,800	26,200	29,600	33,000	36,400	39,800	43,200	46,600	50,000	53,400	56,800	59,200	63,000	
4100	700	X	16	9	2700	6100	9500	12,900	16,300	19,700	23,100	26,500	29,900	33,300	36,700	40,100	43,500	46,900	50,300	53,700	57,100	60,500	64,200	
3800	400	XI	15	8	3000	6400	9800	13,200	16,600	20,000	23,400	26,800	30,200	33,600	37,000	40,400	43,800	47,200	50,600	54,000	57,400	60,800	64,500	
3400	0				3400	6800	10,200	13,600	17,000	20,400	23,800	27,200	30,600	34,000	37,400	40,800	44,200	47,600	51,000	54,400	57,800	61,200	64,800	

Ad circumducendum magnas periodos Lunæ denas novenas, abacus.

64,600	I
129,200	II
193,800	III
258,400	IV
323,000	V
387,600	VI
502,200	VII
516,800	VIII
581,400	IX
646,000	X

Quæritur Epocha Iuliana periodica Neomeniæ ſeculo ante Christum 1200. *Datur ab anno* 1300 *ad annum* 100 *Martij* 18 *ex tabella, ſub aureo numero ij.*

Quæro de ſeculo 1600 *poſt Christum. Datur* 20 *Martij ab anno* 1500 *ad* 1800 *ex tabella, ſub aureo numero j.*

Quæro de ſeculo 109,500. *Circumducta magna periodo dena novena, ſupererit annus* 44,900. *Quo ſeculo Epocha Neomeniæ Iuliana datur Martij* 23, *ſub aureo numero vij.*

Quæro de ſeculo 218,000. *Circumductis tribus periodis denis novenis, ſupererit annus à Chriſto* 24,200. *Quo ſeculo Epocha Neomeniæ Iuliana datur* 24 *Martij ex tabella, ſub aureo numero xiij.*

Quæro denique de ſeculo 145,576,800. *Circumductis* 2563 *magnis periodis, ſupererit annus à Chriſto* 7,000. *Quo ſeculo Epocha Neomeniæ Iuliana datur* 24 *Martij ex tabella, ſub aureo numero xvij.*

PROPOSITIO XVI.

Ad datum tempus, manente anni Juliana ordinatione, Epactam invenire; atque adeo Neomeniam Paſchalem, & Neomenias anni reliquas.

Ad datum tempus inveni Epocham Julianam tum Æquinoctii verni tum periodicæ Neomeniæ. Quibus in Kalendario Juliano adnotatis ordinentur Epactæ. Quem igitur characterem nanciſcetur Epocha periodicæ Neomeniæ, is erit Epacta quæſita ſub aureo anni, à quo initium ducit periodus, numero.

Sanè cùm Epocham citimæ Neomeniæ Epochas periodicæ antevertet, in anni antecedentis characteres fiet eruptio. Itaque diminuendus erit eo caſu aureus numerus unitate.

Cyclorum porrò ad ordinandum Epactas, rotatilium peripheriæ vix diviſionem recipiunt in dies tercentum ſexaginta quinque, niſi admodum figura ſit immenſa. Sed quod organum anguſtia chartæ denegat, commode ſupplet Epilogiſmus.

FORMULA EPILOGISMI.

Adnotatur autem ad præclariorem conſpectum non ipſa Æquinoctij verni Juliana Epocha, ſed Epocha citimæ Neomeniæ, dies-ve primus anni ſolennium, diem Æquinoctij verni diebus tredecim perpetuò antevertens.

Anno ante Christum Iuliano	*Qualis cycli annui Epocha Iuliana citima Neomenia dies eſt*	*Talis, Epocha Iulianæ periodicæ Neomeniæ dies eſt*	*Itaque diſtantia periodicæ à citima dierum eſt*	*At in rectâ Epactarũ ordinatione, citima Neomenia caput eſt anni ſolennium ſeu dies anni technici.*	*Ergo cadet periodica Neomenia in diem anni technici. Cujus ideo character dabit Epactam, & eſt*	
		Sub aureo numero III.	in antecedentia.		Sub aureo numero II.	
4,400	36	10	26	I	340	q
4,300	35	10	25		341	p
4,200	34	10	24		342	n
4,100	33	9	24		342	n
4,000	33	9	24		342	n
3,900	32	9	23		343	m
3,800	31	8	23		343	m
3,700	30	8	22		344	l
3,600	30	8	22		344	l
3,500	29	8	21		345	k
		Sub aureo numero II.			Sub aureo numero I.	
¶ 3,400	28	¶ 18	¶ 10		¶ 356	M
3,300	27	18	9		357	H
3,200	27	18	9		357	H
3,100	26	17	9		357	H
3,000	25	17	8		358	G
2,900	24	17	8		359	F
2,800	24	16	8		358	G
2,700	23	16	7		359	F
2,600	22	16	6		360	E
2,500	21	15	6		360	E
2,400	21	15	6		360	E
2,300	20	15	5		361	D
2,200	19	14	5		361	D
2,100	18	14	4		362	C
2,000	18	14	4		362	C
1,900	17	13	4		362	C
1,800	16	13	3		363	B
1,700	15	13	2		364	A
1,600	15	12	3		364	B
1,500	14	12	2		464	A
1,400	13	12	1		365	u
1,300	12	11	1		365	u
1,200	12	11	1		366	u
1,100	11	11	in conſequētia.		Sub aureo numero II.	
			¶ 0		¶ 1	N
1,000	10	10	0		1	N
900	9	10	1		2	M
800	9	10	1		2	M
700	8	9	1		2	M
600	7	9	2		3	H
500	6	9	3		4	G
400	6	8	2		3	H
300	5	8	3		4	G
200	4	8	4		5	F
100	3	8	5		6	E

Anno

Anno post Christum Iuliano.		Sub aureo numero I.			Sub aureo numero I.	
¶ 0	3	¶ 18	¶ 15		¶ 16	p
100	2	18	16		17	n
200	1	18	17		18	m
300	365	17	17		18	m
400	365	17	17		18	m
500	364	17	18		19	l
600	363	16	18		19	l
700	362	16	19		20	k
800	362	16	19		20	k
900	361	15	19		20	k
1,000	360	15	20		21	i
1,100	359	15	21		22	h
1,200	359	14	20		21	i
1,300	358	14	21		22	h
1,400	357	14	22		23	g
1,500	356	13	22		23	g
1,600	356	13	22		23	g
1,700	355	13	23		24	f
1,800	354	12	23		25	f
1,900	353	12	24		25	e
2,000	353	12	24		25	e
2,100	352	11	24		25	e
2,200	351	11	25		26	d
2,300	350	11	26		27	c
2,400	350	10	25		26	d
2,500	349	10	26		27	c
2,600	348	10	27		28	b
2,700	347	9	27		28	b
2,800	347	9	27		28	b
2,900	346	9	28		29	a
3,000	345	8	28		29	a
3,100	344	8	29		30	γγ
3,200	344	8	29		30	γγ
3,300	343.	8	30		31	N
		Sub aureo numero xix.			Sub aureo numero xix.	
¶ 3,400	342	18	41		42	t
3,500	341	18	42		43	s
3,600	341	18	42		43	s
3,700	340	17	42		43	s
3,800	339	17	43		44	r
3,900	338	17	44		45	q
4,000	338	16	43		44	r
4,100	337	16	44		45	q
4,200	336	16	45		46	p
4,300	335	15	45		46	p
4,400	335	15	45		46	p
4,500	334	15	46		47	n
4,600	333	14	46		47	n
4,700	332	14	47		48	m
4,800	332	14	47		48	m
4,900	331	13	49		48	m
5,000	330	13	48		49	l
5,100	329	13	49		50	k
5,200	329	12	48		49	l
5,300	328	12	49		50	k
5,400	327	12	50		51	i
5,500	326	11	50		51	i
5,600	326	11	50		51	i
5,700	325	11	51		52	h
5,800	324	10	51		52	h
5,900	323	10	52		53	g
6,000	323	10	52		53	g
6,100	322	9	52		53	g
6,200	321	9	53		54	f
6,300	320	9	54		55	e
6,400	320	8	53		54	f
6,500	319	8	54		55	e
6,600	318	8	55		56	d
6,700	317	8	56		57	c
6,800 &c.	317					

Quæro Epactam seculi Iuliani 109,500. Dies anni technici 276 fuit Epocha Iuliana citima Neomenia. Epocha vero excurrentis periodicæ dies 16, sub aureo numero VII. *Hæc igitur ab illa distat in consequentia diebus 105. Quare dies 106 in Kalendario dabit Epactam, & est* n, *sub ipso aureo numero* VII.

Quæro Epactam seculi 218,000. Dies anni technici 194 fuit Epocha Iuliana citimæ Neomeniæ. Epocha vero excurrentis periodicæ 17, sub aureo numero XIII. *Hæc ab illa distat in consequentia diebus 188. Quare dies 189 in Kalendario Gregoriano dabit Epactam, & est* t, *sub ipso aureo numero* XIII.

Data autem Epacta, dabitur Paschalis Neomenia *ex situ Epactæ in mense anni technici primo*, atque adeo Neomeniæ anni reliquæ, *ex characterum similitudine*.

Pascha primum celebrarunt patres nostri anno à conditu mundi secundum Hebræos 2448. Itaque secundum eosdem is erat annus ante Christum 1312. Quæro diem Iulianum Paschalis Neomeniæ.

Quoniam eo seculo dies duodecimus anni technici fuit Epocha citimæ Neomeniæ apud Iulianos, is notetur in Kalendario Iuliano, & committatur cum die citimæ Gregorianorum, id est, anni technici primo. Dies igitur undecimus, qui eodem seculo existit Epocha Neomeniæ Iuliana sub aureo numero 11, in eodem Kalendario Iuliano adnotatus concurret cum die 365 Gregorianorum, cujus character est u. *Quare sub aureo numero 1 Epacta erit* u, *non etiam sub aureo numero 11, quoniam Epocham citimæ Epocha periodicæ excurrentis Neomeniæ antevertit. Characterem autem* u *possidet in primo Epactarum Gregorianarum Cyclo dies Martij 18, cui ἐν ἐφαρμογῇ respondebit apud Iulianos 29. Ergo vicesimus nonus secundum Iulianos fuit Paschalis Neomenia, sub aureo numero 1. Immo etiam secundum Hebræos, qui quidem anno Iuliano ad suas Tekuphas, Gregoriano ad sua Moladoth proxime utuntur.*

PROPOSITIO XVII.

Ad datum tempus Gregorianum Epactam invenire; atque adeo Neomeniam Paschalem, & Neomenias anni reliquas.

Ad datum tempus Gregorianum inveni Epactam ac si proponeretur tempus Iulianum. Vix inter annorum Iulianas ac Gregorianas centurias, ea erit discrepantia, ut Epactam immutet.

At si durent secula, itaque dies exemptiles metam anni transcendant, quot anni numerabuntur exemptiles, tot unitatibus diminuendus erit aureus numerus, cui subest apud Iulianos Epacta. Enimvero proponantur anni à Christo Iuliani 48,700. Dies exemptiles ad anni metam adscendunt. Itaque qui Iulianis erit aureus numerus 1, is erit Gregorianis 2.

An autem & quatenus alioqui dies vel anni exemptiles Epactam immutent, dignoscetur ex Epactarum cyclo ad magnæ Lunaris periodi normam directo, & temporis adsumpti Iuliani, & propositi Gregoriani collatione. Cum enim in Epactarum cyclo, ut is ad magnæ periodi normam dirigatur, aptabitur ad tempus adsumptum Epacta inventa, quæ tempori vero occurret, ea erit de qua quæritur.

Ne vero transcendant dies exeresimi magnam periodum Lunæ, quoniam anni Gregoriani 165,580,000 deficiunt à totidem Iulianis per annos Iulianos 3,400. Est autem numerus 165,580,000 multiplex 3,400. Itaque intervallo annorum Gregorianorum 165,580,000 redeunt ad statas Epochas Neomeniæ, adaucto unitatibus sexdecim, vel quod idem est, diminuto tribus unitatibus aureo numero, circumducatur sane ea longissima periodus, retentis unitatibus tribus pro quaque circumductione ablativis aureo numero. Sic igitur in infinitum invenietur Epacta ad propositum pertinens Gregorianum seculum. Quod faciendum erat.

Proponantur longa secula. Itaque quæratur Epacta anni à Christo Gregoriani 109,500. Et seculo Iuliano 109,500 jam inventa est Epacta n, *sub aureo numero* VII. *Differunt autem ea secula annis quidem duobus. Sed ea differentia tanti non est, ut Epactam immutet. Neque enim ante annos tercentum, immutatur character in Epactarum cyclo, ad magnæ periodi normam directo. At aureum numerum immutat. Qui enim à Iulianis numerabitur annus à Christo 109,500, is erit 109,502 secundum Gregorianos. Ergo seculo 109,500 Gregoriano Epacta quidem erit* n, *sed sub aureo numero* IX.

Sub

Sub aureo autem numero IV, qui ad annum 109,500 pertinet, erit Epacta t, ex cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo, atque adeo 19 Martij Paschalis Neomenia.

Quæratur rursus Epacta anni Gregoriani 218,000. Et seculo 218,000 Iuliano jam inventa est Epacta t, sub aureo numero XIII. Differunt autem secula annis quidem quatuor. Sed ea differentia quoque tanti non est, ut Epactam immutet. At aureum numerum immutat. Qui enim à Iulianis numerabitur annus à Christo 218, 000, is erit 218,004 secundùm Gregorianos. Ergo seculo 218, 000 Gregoriano Epacta quidem erit t, sed sub aureo numero XVII. Sub aureo autem numero XIV, qui ad annum 218,000 pertinet, Epacta erit q, atque adeo 22 Martii Paschalis Neomenia.

Proponantur sanè longiora secula, ut pote, Quæratur Epacta anni Gregoriani 19, 480,000. Seculum illud esto Iulianum. Ergo circumductis magnis Lunæ periodis denis novenis 301, supererunt anni 35, 400. Erit itaque 21 Martij Epocha Neomeniæ Iuliana, sub aureo numero X. Dies autem exemptiles colliguntur 146,098, seu anni Gregoriani 400 & insuper dies unus. Quare 22 Martij, cujus character q, erit Epocha Gregoriana, sub aureo numero XI. Qui enim numerabitur à Iulianis annus 19, 480,000, is erit Gregorianis 19, 480, 400. Itaque addendæ sunt 400 unitates aureo numero Iuliano X, id est unitas una, post circumductos cyclos decemnovales. At quæritur Epacta seculi Gregoriani 19, 480,000 non etiam seculi 19, 480,400. Mittatur ergo Epacta q in cyclum magnæ periodi, sub Endecatemorio quinto, ad quod videlicet pertinet annus 35, 400, id est, subducta decies magna periodo, annus 1400 incidet annus 35,000, id est, post eandem subductionem, annus 1000 in r characterem Endecatemorij quarti. Erit igitur r emendata Epacta, sub aureo numero XI, seculo Gregoriano 19,480,000. At sub aureo numero IV, qui ad propositum annum 19,480,000 pertinet, erit Epacta N, atque adeo octavus Martij Paschalis Neomenia.

PARS ALTERA RUBRICÆ,

seu

De Kalendarii verè Gregoriani dignitate & præstantiâ.

PROPOSITIO XVIII.

IN Kalendario Gregoriano limites Neomeniarum Paschalium ritè sunt constituti.

Fixus est Æquinoctij dies ad vicesimum primum diem Martij, & deinceps figendus decernitur novâ instituendâ intercalatione, si fortè succedentia secula adsumptam anni Solaris magnitudinem à justâ desciscere comprobent. Quare citima Neomenia Paschalis semper hærebit octavo Martij, remotissima Aprilis quinto. Sunt hi limites à patribus Nicænis præstituti, quos egredi nefas est. Salva enim oportet & illibata manere eorum decreta.

PROPOSITIO XIX.

In Kalendario Gregoriano constitutum est anni Lunaris principium, quale solemnium ratio, ac mensis Paschalis dignitas exposcit.

Non temerè immutanda sunt, quæ semper certam interpretationem habuerunt. Præcepit Hebræis Deus, ut mensem primum vocarent eum, cujus decima quarta dies Æquinoctium vernum proximè consequeretur, & eâ phase Domini celebrarent. Pascha illi *σκιῶδες* etiamnùm eâ die inducunt. At nos Pascha *αὐθεντικὸν* non in ipsa quidem decima quarta, sed die dominica proxime sequente celebramus. Ergo mensibus Cæsares nomina imponant. Anni caput pro arbitrio constituant. At *ἱεροπολίται* politiam desiderant cælestem. Itaque primus mensis anni solemnes Neomeniarum Paschalium parados
„ contineto, atque adeo citima Paschalis Neomenia primus dies ejusdem esto. Euse-
„ bius, *Αὐτὴ τοίνυν καὶ ἡμῖν κατὰ τὴν τοῦ Θεοῦ ἁγίαν Ἐκκλησίαν ἀρχὴ ἔτους ἔσω πάντοτε. Καθ᾽ ὃν*
„ *καὶ τὸ ἅγιον Πάσχα δὐεῖσηντες εἰς κυριακὴν ἐμπίπτον τὴν ιδ τῆς σελήνης τὸν δὲ τοῦ μηνὸς οὐχὶ*
„ *Ἰουδαϊκῶς ἀλλ᾽ Ἀποστολικῶς ἐκτελοῦμεν κατὰ φυσικὴν, καὶ θεοπαράδοτον μέθοδον.*

PROPOSITIO XX.

In Kalendario Gregoriano data Neomenia Paſchali, reliquæ anni Neomeniæ arguuntur certò, & contra.

Sit data Neomenia Paſchalis octavus Martij, oportet Neomenias reliquas anni certo arguere. Quoniam ſingulis & ſimilibus menſium diebus, ſinguli & ſimiles adpoſiti ſunt characteres viginti novem, octavus autem Martij charactere N inſignitur, quem etiam adſciſcunt dies ſeptimus Aprilis, ſextus Maji, quintus Iunij, ſextus Julij, tertius Auguſti, primus Septembris, primus Octobris, triceſimus Octobris, viceſimus nonus Novembris, viceſimus octavus Decembris, viceſimus ſeptimus Ianuarij, ac denique viceſimus quintus Februarij. Ideo duodecim illi dies erunt eo anno à citima Paſchali Neomenia τεχνικῶς incepto Neomeniæ. At generaliter in reliquis quibuſcunque Paſchalibus Neomeniis accidet, ut ſimilitudo characteris, menſium Lunarium initia quæque, invicem ſibi correſpondentia, arguat.

Contra ex lege ἀντιστροφῶν. Quemadmodum data Neomenia Paſchali, dantur ex ſimilitudine characteris Neomeniæ anni reliquæ, ſic data Paſchali, dabitur nec non Paſchalis eo ipſo ſymbolo.

Quid igitur, ſi proponatur triceſimus dies menſis alicujus conſtituti pleni Neomenia. Et quoniam triceſimus dies menſis primi non eſt Paſchalis Neomenia (limites enim egreditur Paſchales) ideo neque ei correſpondentes in Kalendario technico conſtitutæ ſunt Neomeniæ, atque adeo triceſimus quiſque dies conſtituti pleni habitus eſt ὑπεράριθμος, ἀνάρμοστος, ἀμφικρεμὴς, ἄναστρος, Neomeniaque nulla, ut undique reciproca eſſent & conformia artis bene inſtitutæ præcepta.

Quod ſi quis contendat petulantiùs, id abſurdius eſſe, quàm uti duplice charactere vel diſcolori, adſumat ſanè characterem triceſimum, Omalum P, Anomalum Π. Ac omalum quidem ſociet ipſi N. Anomalum ipſi a, ut ad alternationes menſium locus ſit ipſi N, cum aureus numerus erit X vel minor; ipſi verò a, cùm XI vel major.

PROPOSITIO XXI.

In Kalendario Gregoriano libera relinquitur Epactarum per numeros ordinatos nomenclatura.

Cùm è characteribus Neomeniarum, is qui collocatur diei Aprilis quinto, numeratur primus, quarto ſecundus, & eo deinceps ordine, Epactæ vocentur technicæ. Et cum is qui collocatur triceſimo Martij numeratur primus, qui viceſimo nono ſecundus & eo deinceps ordine, vocentur vulgares. Et cum is qui diei Æquinoctij ſeu viceſimo primo Martij numeratur primus, & qui viceſimo ſecundus, & qui viceſimo ſecundo viceſimus nonus, & eo deinceps in antecedentia & conſequentia ordine, vocentur Paſchales.

„ *Ἐπακταὶ ἡμέραι, inquit Budæus, intercalati dies appellantur. Lingua vernacula Epactam appel-*
„ *lat rationem vulgarem, qua colligitur curſus Lunaris ab imperitis, quam Iſidorus libro VI Etymo-*
„ *logiarum docent. Sunt autem undeni dies in ſingulos annos adnumerandi uſque ad triceſimum,*
„ *quos Epactas adpellant.*

Iſidorus libro VI Etymologicῶν.

„ *Epactas Græci vocant, Latini adjectiones annuas Lunares, quæ per undenarium numerum uſque*
„ *ad tricenarium in ſe reſolvuntur, quas ideo Ægyptii adjiciunt, ut Lunaris dimenſio ratione Solis*
„ *adæquetur. Luna enim juxta curſum ſuum viginti novem ſemis dies lucere dignoſcitur. Et fiunt in*
„ *annum Lunarem dies 354. Remanent ad curſum Solis dies undecim, quos Ægyptii adjiciunt, unde*
„ *& adjectiones vocantur. Abſque his non invenies Lunam quota ſit in quolibet anno & menſe & die.*
„ *Iſtæ Epactæ ſemper undecim Kalendis reperiuntur in eadem Luna, quæ fuerit eo die. Continentur au-*
„ *tem circulo decemnovali. Sed cum ad 29 Epactas pertinent, qui eſt circulus decemnovalis, jam ſequen-*
„ *ti anno addes ſuper 29 undecim, ut decem annumeres detractis triginta. Sed inde reverteris, ut de-*
„ *cem pronuncies.*

Refert vir fide dignus habere ſe ψῆφον Πασχαλίων in antiquiſſimis membranis Græcè ſcri-

ſcriptum, in quo anni caput eſt September; itaque Epactæ technicæ quotam Lunæ ad illud initium arguunt.

Nicopolitani & Alexandrini ſuos habebant Auguſtales Sacerdotes indices anni, ſeu, ut Theodoretus loquitur, *τοῦ ἐνιαυτοῦ ἄρχοντας*. Maximus Monachus, *ἡ ποσταῖα τῆς Σελήνης*, inquit, *ἐν τῇ τριακάδι Μαρτίου μηνὸς τὰς τοῦ ὅλου κείνου ἔτους κρατούσας τῆς Σελήνης Ἐπάκτας ἀποδείκνυσι*. Notat ille vulgares, & eas Lilius adpoſuit.

De Paſchalibus vulgaris eſt verſiculus.

Quæ tenet undenas Aprileis Luna Kalendas, Epactæ numerum monſtrat per quemlibet annum.

	Character Neomeniæ.	Epacta τεχνική.	Vulgaris.	Paſchalis.
Dies Martij.				
8	N	29	23	14
9	M	28	22	13
10	H	27	21	12
11	G	26	20	11
12	F	25	19	10
13	E	24	18	9
14	D	23	17	8
15	C	22	16	7
16	B	21	15	6
17	A	20	14	5
18	u	19	13	4
19	t	18	12	3
20	ſ	17	11	2
21	r	16	10	1
22	q	15	9	0
23	p	14	8	29
24	n	13	7	28
25	m	12	6	27
26	l	11	5	26
27	k	10	4	25
28	i	9	3	24
29	h	8	2	23
30	g	7	1	22
31	f	6	0	21
Dies Aprilis.				
1	e	5	29	20
2	d	4	28	19
3	c	3	27	18
4	b	2	26	17
5	a	1	25	16
6	γγ	0	24	15

Aufer à technicis unitates ſex, habes vulgares. Adde vulgaribus ſex, habes technicas. Technicis aufer vel adde 15, habes quotam Lunæ ad diem Æquinoctii, Epactaſve Paſchales.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Prima Lunæ periodus bene proxima eſt veræ.

Prima Lunæ periodus eſt decem & novem annorum, quibus utimur; ſive Iulianorum ſive Gregorianorum. Eâ reſtituuntur ad eaſdem ferè Epochas Neomeniæ, poſt abſolutos menſes 235. Mahezor Hebræi, Græci Enneadecaeterida, Romani cyclum decemnovalem appellant, & numerum à radice periodi, aureum. Eam in annis Iulianis primus inveniſſe perhibetur Meton. At Iuliana ſerior aliquando periodo vera eſt. Contra Gregoriana citior. Media inter utramque veræ bene proxima. Menſes enim 235 complentur ex obſervatis diebus 6,939 $\frac{28,983}{42,053}$, ſeu 6,939 $\frac{27,568}{40,000}$. At anni 19 Iuliani valent dies 6,939 $\frac{300}{400}$. Gregoriani 6,939 $\frac{243}{400}$.

PROPOSITIO XXIII.

Vt anni Iuliani, Gregoriani-ve novem & decem, ad totidem annos communes; ita 235 menſes Lunæ Synodici, quales medio motu ab Aſtronomis ſolent taxari proximè, ad 235 menſes Politicos, quorum 228 pleni & cavi alternè, è ſeptem verò reliquis ſex ſunt pleni, & unus cavus.

Nam 235 menſes Lunæ Synodici, quales medio motu ab Aſtronomis ſolent taxari, complentur proxime annis 19, ſive Iulianis, ſive Gregorianis. Menſes autem Politici 228 cavi & pleni, alternis conſtant diebus 6,726, ſex pleni diebus 180, cavus unus diebus 29, ſumma dierum 6,935, qui debentur annis communibus decem & novem.

PROPOSITIO XXIV.

Propoſitis in cyclum characteribus triginta, undenarium quemque ſumere, & ea ſerie ipſos ordinare.

Proponantur in cyclum characteres triginta, & ſunto,

a b c I II III	d e f IV V VI	g h i VII VIII IX	k X
l m n XI XII XIII	p q r XIV XV XVI	ſ t u XVII XVIII XIX	A XX
B C D XXI XXII XXIII	E F G XXIV XXV XXVI	H M N XXVII XXVIII XXIX	P XXX

Oportet undenarium quemque ſumere, & eâ ſerie eos ordinare. Numerentur naturali ordine ac progreſſu, & ab eorum aliquo conſtituatur cyclus, qui per undenarium numerum progrediatur, abjecto tricenario, cum ad eum adſcenditur, numero. Erunt igitur in eo quoque cyclo gnomones triginta. Suum vero unuſquiſqne characterem recipiat, videlicet.

l C c XI XXII III	p F f XIV XXV VI	ſ M i XVII XXVIII IX	A XX
a m D I XII XXIII	d q G IV XV XXVI	g t N VII XVIII XXIX	k X
B b n XXI II XIII	E e r XXIV V XVI	H h u XXVII VIII XIX	P XXX

Ergo factum erit quod oportebat.

PRO-

PROPOSITIO XXV.

In Kalendario Gregoriano, ita ordinatus eſt curſus Lunæ, ut circulationibus Kalendarij decem & novem compleat Luna menſes Politicos 235, qui Aſtronomicis bene conſentiunt.

Exponantur enim è Kalendario Gregoriano triginta characteres, quos adſciſcunt triginta dies, cujuſlibet menſis conſtituti pleni. Iidem ordine retrogrado numerati ordinentur undeni, itaque characterem l character C diebus undecim antevertat, & ea continua ſerie. Adſumatur autem quilibet ipſorum, utpote l, in quo Luna conſiſtat nova, & à puncto l cyclum anni ita percurrat Luna, ut deſinat ſua circuitio in characterem C, & à charactere C in characterem c, qui ordo continuabitur decies octies, cyclo vero decimo nono redibit Luna ad ipſum characterem l, ex propoſito Epactarum cyclo, ad aurei numeri normam directo. Dico igitur ea ſua circulatione abſumi annos Lunares decem & novem, & præterea menſes Politicos plenos ſex & unum cavum. Quoniam menſes Politici pleni dierum ſunt 30, & cavi dierum 29; annus autem Lunaris ſex plenis & ſex cavis παραλλάξ: & ideo diebus 354. Cyclus porrò anni communis eſt dierum 365, quot conſtat Kalendarium. Statuatur N dies anni primus, M ſecundus, ac denique γγ triceſimus. Cum igitur abs l Luna pervenerit ad C per ipſum N, abſumentur dies 354. Nam ab l ad finem anni numerantur dies 346, quibus adduntur dies octo. Quare is eſto annus Lunaris primus. A puncto C ad punctum c abſumentur dies 384. Nam à puncto C ad finem anni numerantur dies 357, quibus adduntur 27. Quare is eſto annus Lunaris ſecundus & præterea menſis plenus, ac denique ea numeratio continuetur.

N	1
M	2
H	3
G	4
F	5
E	6
D	7
C	8
B	9
A	10
u	11
t	12
ſ	13
r	14
q	15
p	16
m	17
n	18
l	19
k	20
i	21
h	22
g	23
f	24
e	25
d	26
c	27
b	28
a	29
γγ	30

l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A
19	8	27	16	5	24	13	2	21	10
346′	357′	338′	349′	360′	341′	352′	363′	344′	355′
354	384	354	354	384	354	354	384	354	384
Primus annus Lunæ.	Secundus plus menſe pleno primo.	Tertius annus.	Quartus.	Quintus plus menſe pleno ſecundo.	Sextus annus.	Septimus.	Octav⁹ plus menſe pleno tertio.	Nonus.	Decimus plus menſe pleno quarto.

A	a	m	D	d	q	G	g	t	N	l
10	29	18	7	26	15	4	23	12	1	19
355′	336′	347′	358′	339′	350′	361′	342′	353′	364′	
384	354	354	384	354	354	384	354	354	383	
Decimus plus menſe pleno quarto.	Vndecimus.	Duodecimus.	Decimus tertius plus menſe pleno quinto.	Decimus quartus.	Decimus quintus.	Decimus ſextus plus menſe pleno ſexto.	Decimus ſeptimus.	Decimus octavus.	Decimus nonus plus menſe cavo.	

Tandem igitur redibit Luna ad punctum l, poſt abſolutos annos & menſes expoſitos. Decem autem & novem anni Lunares, Politico calculo, conſtant menſibus 228 plenis & cavis alternè, quibus cum adduntur ſex menſes pleni & unus cavus, ſumma menſium fit 235. qui totidem Aſtronomicis, in annorum 19 Iulianorum Gregorianorumve intervallo, bene conſentiunt. Neque verò aliter eveniſſet, ſi ab alio quàm l puncto, inſtituta fuiſſet numeratio. In Kalendario igitur Gregoriano, ita ordinatus eſt curſus Lunæ, ut circulationibus Kalendarii decem & novem Luna compleat menſes Politicos 235, qui totidem Aſtronomicis bene conſentiunt. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XXVI.

In Kalendario Gregoriano Neomeniæ Paſchales æquali incedunt ac uniformi progreſſu.

Cum dies menſis Lunæ, qui primus ordinatur in Kalendario Gregoriano, ſint dies Neomeniarum Paſchalium parodici, excepto trigeſimo, qui quidem exoticus eſt ac penſilis, directi ſunt illi viginti novem ad aurei numeri normam in tabella, una cum exotico ſeu penſili cujus character adſignatur $\gamma\gamma$. Itaque ſit data Neomenia octavus Martij, ſub aureo numero I. Et oporteat reliquas Neomenias ſub reliquis aureis numeris invenire. Quoniam igitur ad octavum Martij pertinet character N, cui ſuccedit in cyclo directo character k, proponitur autem aureus numerus anni I: ergo ſub aureo numero II erit k Neomenia, id eſt, 27 Martij. Et ſub aureo numero III, B Neomenia, id eſt, 16 Martij, & eo continuo, donec periodus Metonica cycluſve decemnovalis compleatur, ordine. Sextus autem Aprilis in ea numeratione eſſet Neomenia, ſub aureo numero XII. At is eſt exoticus ac penſilis. Eum itaque ſupplent in exceſſum defectumve parodici limitanei extremique, intra quos ipſe conſiſtit medius in Kalendario, Octavus videlicet Martij, & Quintus Aprilis, ille deficiens, hic excedens. Ac Octavus quidem Martij præſtat illud officium omnino, cum cadit character exoterici ſub aureo numero X, vel minore; Quintus verò Aprilis, cum cadit ſub aureo XII, vel majore. Nam ſi caderet character exoterici ſub aureo numero X, vel minore, & ipſum ſuppleret Aprilis quintus. Quoniam dum $\gamma\gamma$ conſtituitur primus, in cyclo, ad decemnovalem directo, fit a duodecimus; & dum $\gamma\gamma$ ſeptimus, fit a decimus nonus: ideo concurrerent duo a in cyclo eodem decemnovali. Et contrà, ſi caderet exotericus ſub aureo numero XII, vel majore, & ipſum ſuppleret Martij octavus. Quoniam dum $\gamma\gamma$ conſtituitur duodecimus in cyclo, ad decemnovalem directo, fit N primus. Et cum $\gamma\gamma$ decimus nonus, fit N ſeptimus: ideo concurrerent duo N. Qui concurſus ſive hic, ſive illic eſſet abſurdus. Neque enim ante tranſactam Enneadecaeterida reſtituuntur Neomeniæ ad eoſdem dies. Sed & quoniam menſis Lunæ proximior vero, major eſt diebus 29, & horæ ſemiſſe, per dodrantem horæ, itaque magis renovatur Luna quàm vergat in ſenium, quæ in diem exotericum incidit. Ideo non ſolùm ſupplet exoterici officium octavus Martij ſub aureo numero VII, immo etiam ſub aureo numero X, & deinceps minore. Quintus verò Aprilis ſub aureo numero XI & majore, ut ſervetur analogia X ad IX, in qua ferè eſt exceſſus menſis veri ſuper Politicum cavum ad defectum ejuſdem veri à pleno. Illo igitur limitaneorum ſupplemento, congrua ſub aureo numero XII in propoſita hypotheſi exhibetur Neomenia quintus Aprilis, cum notâ exceſſus. Quod ſi data ſit Neomenia Martij 16, unde ſextus Aprilis foret Neomenia, ſub aureo numero X, exhibebitur octavus Martij cum nota deficientiæ, utravis πλώσ parodicis Neomeniis, nullam inde vim ſtationemve, patientibus. Quod obſervandum erat.

PROPOSITIO XXVII.

In Kalendario Gregoriano, cum fuerit aureus anni numerus 19, cadat autem Neomenia in diem anni 336 vel 337, ei ſuccedens Neomenia non erit prodigioſa, neque ideo ad eam dijudicandum, machina ſuperinducetur.

Patet undique Kalendarij γνησίως εὐταξία, ubi in vulgaribus reliquis redarguitur ἀταξία. Exponatur Kalendarium vulgare cum Epactarum cyclo, ducto anni à Kalendis ſive Martij ſive Ianuarij initio, & ſit aureus numerus anni 19, Epactaque XIX. Si igitur ducatur initium anni à Kalendis Martij, erit 29 Ianuarij Neomenia, nulla autem erit Epacta 19, in Februario menſe, non accedente biſſexto. Non accedat biſſextum. Ergo ſequentem Neomeniam arguet, anni ſequentis Epacta I. Epactam verò I non offendet computator, ante diem Martij penultimum, quem ideo ſtatuet Neomeniam. A penultimo autem Ianuarij ad penultimum Martij numerantur dies 59. Prodigioſum ſanè ad menſem

ſem unum intervallum, atque ideo prodigioſa, quæ proximè penultimum Ianuarij ſubſequitur, Neomenia.

Et ſi ducatur initium à Kalendis Ianuarij, erit ſecundus Decembris Neomenia. Nulla autem erit alia Epacta XIX in toto menſe Decembri, niſi ſocietur quædam diſcolor cum Epacta XX ad Decembris finem, ut ei locus ſit, eo ſpeciali caſu. Sed illud eſt machinam ſuperinducere. Et ſi prima ad primum anni diem pertinens Epacta, non numeraretur XXX ſed XXIX, in idem incideretur atopema, cum numeraretur Epacta XVIII.

At in Kalendario Gregoriano, ſimilis error non poteſt argui. Sit enim rurſus aureus numerus anni 19, & character Neomeniæ u, ſeu Epacta XIX, ſequens igitur Neomenia incidet ὁμαλῶς in Martij ſeptimum. Sit autem character Neomeniæ t, ſeu Epacta XVIII. Ergo ſequentis anni character ad Neomenias erit γγ, ſeu Epacta nulla. Itaque quoniam aureus numerus illius anni erit I, devolvetur γγ in characterem N. Atque ideo octavus Martij conſtans erit & regularis Neomenia, nullâ ſuperinducta machina. Quod obſervandum erat.

Sanè cum fuerit anni numerus aureus X, vel minor, Epacta verò u ſeu XIX, quoniam anno ſequente communi Epacta erit γγ ſeu nulla & ideo devolvenda in N, cenſebitur eo caſu tam anni dies ultimus antecedentis quàm primus ſuccedentis particeps ejuſdem Neomeniæ, ut ab octavo die Martij ſolita inſtituatur Plenilunii Paſchalis numeratio. Alioquin adſignandus fuerat character a diei ſeptimo Martij, & ab ipſo ſubeunda Epactarum mutatio, non etiam primâ Paſchali Neomeniâ. Sed cùm antecedens annus adſciſceret Biſſextum, incideretur in vitium menſis prodigioſi. A ſexto enim Februarij ad Martij octavum, numerantur in anno communi dies XXX, in Biſſextili XXXI. At in hypotheſi Gregorianâ dies iſte ὑπερβαίνων tum in finem antecedentis anni, tum initium ſuccedentis diffinditur.

Itaque, quanquam is caſus ſit ἐκ παραλόγου, neuter tamen menſium illorum poteſt dici ἁπλῶς dierum unius & triginta.

PROPOSITIO XXVIII.

In Kalendario Gregoriano, menſes Lunæ, quorum dies Februarij erunt initia, Politicorum plenorum limites non egredientur, accedente Biſſexto.

Sit enim viceſimus ſeptimus Ianuarij anno communi Neomenia, ſequens erit ad 25 Februarij. Itaque is menſis erit Politicus cavus. Accedat autem Biſſextum,

„ Biſſextum ſextæ Martis tenuere Kalendæ.

Itaque accedente Biſſexto, menſis Politicus erit plenus, idemque accidet, in quemcunque diem à viceſimo ſeptimo Ianuarij ad ipſum diem Biſſexti, cadat Neomenia.

Sanè à vulgari calculo non recedere, & à vero quàm minimùm aberrare ſuaviſſimum eſt. Itaque à Kalendis Ianuarij vellem poſſe duci initium anni, quoniam ita fert computus vulgi. Sed dum eo ſcopo intendo, deludor verſus limites Paſchales. Obſtat omnino dignitas & ordo ſolennium. *Vt Numa nec Ianum nec avitas præterit umbras*, ſic ἀρχιερεῖς antiquos Eccleſiæ ritus & ſacros πασχαλίων Canonas ne prætereunto. Faſti Pompiliani, Faſtis Gregorianis prorſus cedunto.

Dies ſextus ante Kalendas Martij poſſidet Epactam u, ſeu primam, quintus Epactam N, ſeu XXIX. Qui itaque intercalatur medius, is conſentaneo ordine characterem ὑπερκέραθμον ſibi vendicabit Æolicum Digamma, id eſt, Epactam nullam, ut nullus anni dies ἐμβολίμου obventu de ſua Epactali poſſeſſione deturbetur. Omnino in bene inſtituta Kalendarij ordinatione, indicem citimæ Neomeniæ Epactam oportet eſſe XXIX, remotiſſimæ I, & quam poſſidet dies Æquinoctij verni XVI. Ac denique Epactam diei, poſt quem fit intercalatio Iuliana, I ut Epacta δισεντύκτου, quo verbo Græci juris auctorum Gloſſarij Biſſextum interpretantur, ſit nulla. Itaque quibus perplacuerit initium cycli, ſive decemnovalis ſive Epactarum, duci à Kalendis Ianuarij, iis retinendum eſt Æquinoctium pridie Idus Martij, & ſedes δισεντύκτου ad XIII Kalendas Januarij præfigenda. Atque adeo non decem dies, ſed tres duntaxat eximendi.

At cur recepto jam à tot ſeculis Kalendario Romano vis fiet! Novus annus, Paſcha, διακαινίσιμος ἑβδομὰς Paſchalis. Familiam reliquarum Neomenia ducat, à qua pendent & legem accipiunt reliquæ.

PROPOSITIO XXIX.

In Kalendario Gregoriano, mensis, quem Hebræi Nisan dixere, semper existit plenus.

A Sole & Luna, & cæteris Planetis, &, ut adnotat Dio, ab earum septem stellarum harmonia διατεσσάρων, non à Diis gentium, imposita sunt diebus septimanæ nomina. Quoniam tamen ipsi Planetæ à Diis gentium, vel Dii gentium ab ipsis planetis denominabantur, ideò maluit uti Hebræorum phrasi Ecclesia ad designandum dies septimanæ, quàm Ethnicæ εἰδωλομανίας non oblivisci. Cur verò etiamnum superstitiosa, quæ Gentes indidere mensibus anni, nomina retinemus?

Annum Lunarem Politicum, diebus 354 constantem, distribuere Hebræi in menses duodecim, quorum sequitur ordo & nomenclatura.

I	Nisan	VII	Tisri
II	Iiar	VIII	Marhesuan
III	Sivan	IX	Kisleu
IV	Tamus	X	Tebeth
V	Ab	XI	Sebebat
VI	Elul	XII	Adar.

Est etiam decimus tertius mensis Veadar, qui septies in cyclo decemnovali intercalatur.

Epacta anni in mense Neomeniarum Paschalium parodico primum diem mensis Nisan arguit. Prima igitur Epacta seu a sit Epacta anni. Et incidere primum diem mensis Nisan in quintum Aprilis ea statim arguet. Primum vero diem mensis Iiar in quintum Maji; fiet itaque mensis Nisan dierum 30. Æquè, N, Epacta XXIX seu postrema, sit Epacta anni, & incidere primum diem mensis Nisan in octavum Martij, ea statim arguet; primum verò diem mensis Iiar in Aprilis septimum. Rursus itaque fit mensis Nisan dierum 30. Quod in reliquis quoque Epactis intermediis continget. At in Kalendario vulgari, idem mensis Nisan semper evenit cavus. Dixit autem Dominus ad Moysem & Aaron, in terrâ Ægypti, *Mensis iste vobis principium mensium primus erit in mensibus anni.* Primum verò mensem constitui plenum, non apud Hebræos tantum, sed alios quoscunque computatores fuit hactenus in more positum, à quo, ut nos populariter gereremus, non erat recedendum. *Odi profanum vulgus, & arceo.*

PROPOSITIO XXX.

In Kalendario Gregoriano, annus, receptum vulgò & usitatum intercalandi morem, sancta piorum meditatione, retinet.

Receptus vulgò & usitatus intercalandi mos est, ut ad finem anni rejiciatur intercalatio.

Sic Ægyptij, quorum annus est dierum 365, reiiciunt quinque dies intercalares, post absolutos menses duodenos, qui singuli constituuntur tricenûm dierum.

Sic Romani rejiciunt diem Bissexti ad Terminalia.

Quoniam itaque annum, quo utimur, non ad cursum Solis tantùm, sed etiam Lunæ dirigi, Gregorio placuit; Solis autem ratio intercalationem diei unius exigit, Luna dierum undecim; meritò anni Politici tam Solis, quam Lunæ, commune adsumptum est ad octavum Martij initium, & sive diei intercalandi Solis causa, sive Lunarium undecim, rejecta est sedes in anni illius τεχνικῶς incepti finem. Fuit ea Nicænorum patrum, ac Gregorij felicitas & prudentia, in constituendo & retinendo ad diem 21 Martij Æquinoctio verno, & præfigendis limitibus primæ Neomeniæ Paschalis ad octavum diem Martij; etsi à Computistis hactenus non animadversa, nec adnotata. De eâ enim moniti tenuissent initium bonum, id est avitum, & Gregorianum.

Ego illud tanti facio, ut etiamsi à sexto ante Kalendas Martij amovissent diem intercalarem, & ad sextum Kalendas Ianuarij reposuissent anni correctores; satis εὐτάκτως καὶ ἁπλῶς ad vulgi captum constitissent in Kalendario omnia, conquereret tamen apud vos Doctores tanquam de adumbrato, quod maxime obnunciandum erat, insigni mysterio aut non adsequuta Patrum & Gregorij mente. Summam enim rationem post juris auctores dixero, quæ pro religiosis Paschalium solennibus facit.

Magna dies est Nativitas Christi; itaq; à Kalendis Ianuariis annum vulgò auspicamur.

Quod

Quod etiam regiâ constitutione Caroli noni sancitum est, anno 1564. At idem de rejectione Bissexti in Decembrem nihil cavit. Ianuarius esto janua anni, ac mensis primus ordine. Sed mensis Neomeniarum Paschalium maneto (quia præcepit Moses) primus dignitate. Annum Hebræi à Tisri incipiunt, id est, à Neomenia ante Æquinoctium autumni, quoniam creatum fuisse mundum eo tempore prædicant, quanquam ex Moysis edicto primus ac præcipuus sit Nisan, ad Pascha & reliqua festa legalia. Februarius mensis,

Qui sequitur Ianum, veteris fuit ultimus anni,
Tu quoque sacrorum, Termine, finis eras.

PROPOSITIO XXXI.

Magna periodus Lunæ, synodicos menses feliciter & accuratè restituit. Vocetur itaque Gregoriana.

Aperui vobis Lunæ periodum novam, summi Doctores, & eò magis novam, quoniam de eà, Clavi, non meministi in Apologeticis tuis. Eam Gregorianam fas mihi sit appellare, quoniam dum ex Gregorij mente Kalendarium emendare studeo, ea mihi occurrit. Quam si non adgnoverit Lilius, interfuisse in suâ restitutione adseram minùs peritiæ, sed plus divinitatis; ac diviniorem Gregorium, qui divino adflatus numine eam restitutionem amplectendam esse, & mox Astronomicis stabiliendam apodixibus præsenserit. Est enim illa gloriosius initæ correctionis fundamentum.

Annis novem & decem Julianis restituuntur ad suas sedes Neomeniæ proximè. Quæ fuit periodus Metonis.

Annis 3400 Julianis restituuntur Neomeniæ ad suas sedes accuratè. Quæ esto periodus Gregoriana.

Complentur autem dies 1,241,850.

Menses synodici 42,053.

Enneadecaeterides 179, minùs anno Juliano uno.

Itaque mensis est dierum $29\,\frac{22,313}{42,053}$.

Aliter, secundum Hebræos dierum 29, horarum 12, helakin 793. Secundum Hipparchum, & Ptolemæum dierum 29, scrupulorum primorum 31, secundorum 50, tertiorum 8.

Aliter dierum 29, horarum 12, scrupulorum primorum 44, secundorum 3, tertiorum 11.

Et secundùm eos, qui jamdudum istam per execontadas calculandi rationem è scholis ablegandam censuerunt, dierum $29\,\frac{530,592,348}{1000,000,000}$. Sic autem periodus Gregoriana Metonicæ in calculo Politico conciliatur. Anticipat periodus Gregoriana Metonicas 179, aureo numero uno. utpote seculo Christi 500, sub aureo numero III, tricesimus primus Martij erat Neomenia. Ergo seculo annorum Iulianorum 3900, erit quoque tricesimus primus Martij Neomenia, sed sub aureo numero II. At sub aureo numero III, erit anticipatio characterum undecim, & ideo à charactere f deveniet Neomenia ad characterem s, qui in cyclo ad decemnovalem directo ipsi f proxime succedit.

Ut verò abjiciantur menses intervallo dierum dato, & sciatur accessus recessusve Neomeniæ à datâ Epochâ, non infeliciter abacus Politicus is construetur.

 Dies

Dies.	Menses.
1,241,850	42,053
946,544	32,053
651,238	22,053
355,932	12,053
60,626	2,053
31,095	1,053
1,565	53
1,269	43
974	33
679	23
383	13
88	3
59	2
29	1

At annis Gregorianis 165,580,000 complebuntur menses synodici 2,047,939,047. Est enim ut $365 \frac{100}{400}$ ad $365 \frac{97}{400}$, ita 146,100 ad 146,097, & ita 48,700 ad 48,699. Ducantur autem 48,699 in dies $365 \frac{100}{400}$, efficis summam dierum, quibus constant anni Juliani 48,699. Sed hæc summa dierum illi æquatur, ob expositam analogiam. Anni igitur Gregoriani 48,700 valebunt 48,699 Iulianos. Ducantur ergo 3,400 in 48,699, efficies annos Iulianos, quibus debentur menses 42,053, multiplices per 48,699. Ducantur quoque 3,400 in 48,700, efficies annos Gregorianos ejusdem valoris, cujus effecti Iuliani. Itaque debebuntur quoque illis Iulianis menses 42,053, multiplices per 48,699. Sunt autem 2,047,939,047. Et constat propositum. ¶ Annis verò 9,129 Tropicis, debentur fere menses 112,910; & annis 1,000,000, menses 12,368,277. ¶ Sed & quoniam diebus 1,241,850, absolvuntur menses synodici 42,053; Politici verò menses pleni absolvuntur duntaxat 41,395, qui videlicet ducti in 30, efficiunt dies 1,241,850. ideo dies veri ad dies Epactales, quorum circuitus est characterum triginta, se habebunt ut 41,395 ad 42,053. Et ita faciendum erit, si quando dies mensium verorum ad dies plenorum Politicorum velimus revocare.

Sanè, eadem annorum 3,400 periodo, restitui obliquitatem Solis, & bis Æquinoctia, statuerunt Coperniciani. Itaque sive stet, sive accedat recedatve Æquinoctium, mirus hic apparet consensus Solis & Lunæ εἰς ἱερὰ ἐπιμήνια. Hinc etiam salva omnino per annorum centurias rejecti Bissexti omissio, & per eas instituta Epactarum adæquatio.

PROPOSITIO XXXII.

Ad datum tempus, manente anni Juliani forma, ex data media Solis & Lunæ syzygia aliqua, extra limites constitutos Paschales, invenire scrupuloso calculo mediam syzygiam, quæ in eodem anno technico intra limites consistat.

Dies.	Horæ.	Scrupula.	Numerus mensium.
29	12	44	I
59	1	28	II
88	14	22	III
118	2	56	IV
147	15	40	V
177	4	24	VI
206	17	8	VII
236	5	52	VIII
265	18	26	IX
295	7	21	X
324	20	5	XI
354	8	49	XII
383	21	33	XIII

Oporteat facere quod propositum est. Paretur mensium Lunarium abacus, ex jam exposita taxatione, & esto

Et expendatur intervallum, à data Epocha syzygiæ non Paschalis ad diem citimæ Paschalis, idcirco adnotandum. Itaque ab eo intervallo tot menses periodicos aufer, quot auferri posse abacus indicabit. Definet igitur numeratio in diem mensis constituti primi seu Paschalis. *Vt ecce,*

Quæro mediam syzygiam intra limites constitutos Paschales ipso anno Eræ Dionysiacæ Christi in meridiano Romæ. Et

Et verò adnotat Reinholdus in ſuis Canonibus Prutenicis initio annorum Chriſti ætatem Lunæ fuiſſe 17, horar. 5, ſcrup. $37\frac{1}{2}$, in Meridiano Regij-montis Boruſſiæ. Eſt autem eo occidentalior Meridianus Romæ, per horæ fere dodrantem. Itaque dies Ianuarij 13, horâ ſextâ à mediâ nocte ſcrupulis 29, fuit media ſyzygia Romæ. Ea epocha incidit in diem 312 anni technici, cui dierum numero accedunt proxime in abaco dies, quos decem menſes ſynodici abſumunt. Itaque decem menſes ſynodicos demo abs 312,6,29. Et ſuperſunt dies 16, horæ 23, ſcrup. 8. Et ſextus decimus dies anni technici eſt viceſimus tertius Martij. Ergo anno ab Era Chriſti 0 in ipſa fere media nocte, quam ſequebatur Martij viceſimus quartus, fuit Romæ media Solis & Lunæ Paſchalis ſyzygia. Eſt autem intra limites conſtitutos Paſchales.

PROPOSITIO XXXIII.

Proemptoſin Lunæ, in dato annorũm intervallo, ad ſuccedentia ſecula ſupputare.

Epacta, proemptoſis, anticipatiove ſyzygiarum, incrementum ætatis Lunæ, ſunt ſynonyma. Et verò ut periodus annorum Iulianorum 3,400 ad menſes 42,053, ita periodus una annorum 19, æqualium quoque Iulianorum, ad menſes 235 & inſuper $\frac{7}{3,400}$ unius menſis. Ergo periodis viginti, talium annorum 19, id eſt, annis Iulianis 380, abſolvuntur menſes 4700. & proemptoſis erit pars $\frac{7}{170}$ unius menſis, id eſt, dies unus, horæ 5, & ſcrupula 11.

Quo pertinet ſequens abacus.

Anni Iuliani	Anticipatio ſyzygiarum. Dies	Hor.	Scrup.
380	1	5	11
760	2	10	22
1,140	3	15	33
1,520	4	20	44
1,900	6	1	55
2,280	7	7	6
3,660	8	12	17
3,040	9	17	28
3,420	10	22	39

Idem abacus arguit proemptoſin in annis viginti, eſſe dierum 10 22 39. circumductâ videlicet magnâ periodo 3,400. Quare per vicenos annos progrediens, incrementi ætatis Lunæ tabella, ita prorſus ſe habebit.

Anni Iuliani viceni.	Anticipatio ſyzygiarum. Dies.	Horæ.	Scrup.
0	0	0	0
20	10	22	39
40	21	21	18
60	3	7	13
80	14	5	32
100	25	4	31
120	6	14	25
140	17	13	4
160	28	11	43
180	9	20	39
200	20	20	17
220	2	6	12
240	13	4	51
260	24	3	30
280	5	13	25
300	16	12	4
320	27	10	42
340	8	29	37
360	19	19	16
380	1	5	11

At qualium dierum $29\frac{22,313}{42,053}$ ſeu aliter $29\frac{530,592,348}{1000,000,000}$ eſt menſis unus, talium menſes duodecim ſunt dierum $354\frac{367,108,176}{1000,000,000}$. Itaque in anno communi proemptoſis eſt dierum 10 & præterea $\frac{632,891,824}{1000,000,000}$. Id eſt, dierum 10, horarum 15, ſcrupulorum 11′, 22″. In annis denique quaternis Iulianis, dies 14, horæ 0, ſcrup. 1. In annis igitur Julianis quaternis & deinceps ſingulis, accedent ætati Lunæ dies, quos indicabit ſequens tabella.

Anni Iuliani quaterni.	Anticipatio ſyzygiarum Dies.	Horæ.	Scrup.
0	0	0	0
4	14	0	1
8	28	0	2
12	11	11	20
16	25	11	22
20	10	22	39
Anni communes ſinguli.	**Anticipatio ſyzygiarum. Dies.**	**Horæ.**	**Scrup.**
0	0	0	0
1	10	15	11
2	21	6	23
3	2	8	50
Annus Biſſexti 4	14	0	1

Cum autem Iuliani magnam conſtitutam periodum annorum 3400 excedent, circumducetur ea ſemel vel pluries, ut exiget propoſitum intervallum. Quo pertinet abacus, qui ſequitur.

Ad circumductiones magnarum periodorum Lunæ, abacus.

3,400	I	37,400	XI
6,800	II	40,800	XII
10,200	III	44,200	XIII
13,600	IV	47,600	XIV
17,000	V	51,000	XV
20,400	VI	54,400	XVI
23,800	VII	57,800	XVII
27,200	VIII	61,200	XVIII
30,600	IX	64,600	XIX
34,000	X.		

Quæritur incrementum ætatis Lunæ, intervallo annorum Iulianorum 300,000. *Abjectis magnis periodis* 88, *supererunt anni* 800. *Annorum* 760 *intervallo congruit proëmptoſis dierum.*

	2	10	22.
Annorum verò 40 *dierum*	21	21	18.
Intervallo igitur annorum 800			
id eſt, 300 000, *accedent ætati Lunæ.*	*Dies.*	*Horæ.*	*Scrup.*
	24	7	40

PROPOSITIO XXXIV.

Anni Juliani manente forma, medias Solis & Lunæ ſyzygias, quæ conſiſtunt intra limites conſtitutos Paſchales, ad ſuccedentia quæque ſecula vel præterita, ſupputare.

Id verò jam non erit negotioſum ex inventâ Epochâ ad annum 0 ab Erâ Chriſti, & adnotatâ ad quæcunque ſecula proëmptoſi. Itaque per vicenos quoſque decemnovales cyclos magnæ periodi, vel per ſingulos centenos licet ſyzygias ordinare, & ad ſecula præterita & futura aptare. Ut in Tabellâ.

Ante

Ante Christum.	Ante Christum. Aureus numerus II.	Post Christum. Aureus numerus I.	Epochæ syzygiarum, in mense constituto Paschali, per singulos vicenos cyclos decemnovales Iulianos. Dies Martij.	Horæ.	Scrup.	Post Christum. Aureus numerus XIX.
	3400	0	23	23	8	3400
&c.	3020	380	22	17	56	3780
	2640	780	21	12	45	4160
	2260	1140	20	7	34	4540
5280	1880	1520	19	2	23	4920
4900	1500	1900	17	21	12	5300
4820	1200	2280	16	16	1	5780
4140	740	2660	15	10	50	6060
3760	360	3040	14	5	39	6440
	Post Christū.					
3380	20	3420	13	0	28	6820

At centum annis Iulianis in consequentia, proëmptosis fit dierum 25, horarum 4, scrupulorum 36,51′ proximè : atque adeo metemptosis in eodem, dierum 4, horarum 8, scrup. 13′,12″. Itaque sic se habebunt Epochæ syzygiarum in mense constituto Paschali, per centesimos annos Julianos quoscunque.

	Anni ante Christum.	Anni à Christo Iuliani.	Anni à Christo Iuliani.	Syzygiæ mediæ in urbe Roma. Dies,	Horæ,	Scrup.	Aureus numerus anni.
	3400	0	3400	Martij 23	23	8	I
	3300	100	3500	28	7	21	VI
	3200	200	3600	Aprilis 1	15	34	XI
	3100	300	3700	Martij 7	11	3	XVI
	3000	400	3800	11	19	17	II
	2900	500	3900	16	3	31	VII
	2800	600	4000	20	11	44	XII
	2700	700	4100	24	19	58	XVII
	2600	800	4200	29	4	11	III
	2500	900	4300	Aprilis 2	12	25	VIII
	2400	1000	4400	Martij 8	7	54	XIII
	2300	1100	4500	12	16	8	XVIII
	2200	1200	4600	17	0	21	IV
&c.	2100	1300	4700	21	8	35	IX
	2000	1400	4800	25	16	48	XIV
5300	1900	1500	4900	30	1	2	XIX
5200	1800	1600	5000	Aprilis 3	9	15	V
5100	1700	1700	5100	Martij 9	4	45	X
5000	1600	1800	5200	13	12	58	XV
4900	1500	1900	5300	17	21	12	I
4800	1400	2000	5400	22	5	26	VI
4700	1300	2100	5500	25	13	39	XI
4600	1200	2200	5600	30	21	53	XVI
4500	1100	2300	5700	Aprilis 4	6	6	II
4400	1000	2400	5800	Martij 10	1	36	VII
4300	900	2500	5900	14	9	49	XII
4200	800	2600	6000	18	18	3	XVII
4100	700	2700	6100	23	2	16	III
4000	600	2800	6200	27	10	30	VIII
3900	500	2900	6300	31	18	34	XIII
3800	400	3000	6400	Aprilis 5	2	57	XVIII
3700	300	3100	6500	Martij 10	22	16	IV
3600	200	3200	6600	15	6	40	IX
3500	100	3300	6700	19	14	53	XIV
3400	0	3400	6800	23	23	8	XIX

Si proposita annorum ab Erâ Christi centuria in consequentia succedentia-ve excedat tricesimam quartam, circumducetur.

PROPOSITIO XXXV.

Proëmptoses Lunæ, in dato annorum Gregorianorum intervallo, supputare.

Maxima apocastaseos Lunæ periodus, adnotata est annorum Gregorianorum 165, 580,000.

Deficit ea ab annis totidem Julianis, per magnam unam Lunæ periodum, annorum Julianorum 3,400.

Quæq; periodus annorum Gregorianorum 4,870,000 deficit per annos 100 Iulianos.

Quæque periodus annorum 194,800 per annos quatuor Iulianos.

Quæque tetracosieteris per dies tres.

Quæque centuria tetracosieteridos præter ultimam per diem unum.

Ex hypothesi Correctionis Gregorianæ. Oporteat autem facere quod propositum est.

Sumantur proëmptoses Lunæ, ac si intervallum esset annornm Iulianorum. Deinde expendantur dies & anni exemptiles ex Gregoriana correctione. Et pro eorum numero emendentur proëmptoses Iulianæ, ablatione τοῦ ἐπιβάλλοντος.

Proëmptoses igitur sic adsequeris Gregorianas.

Formula Epilogismi.

Prostaphæreses aurei numeri.	Anni Gregoriani.	Proemptosis annis totidem Iulianis congrua.			Dies exemptiles.	Proemptosis diebus exemptilibus congrua.			Proemptosis emendata.		
		Dies.	Horæ.	Scrup.		Dies.	Horæ.	Scrup.	Dies.	Horæ.	Scrup.
	Per centesimos annos tetracosieteridis.										
V	100	25	4	31	1	1			24	4	31
X	200	20	20	17	2	2			18	20	17
XV	300	16	0	4	3	3			13	12	4
I	400	12	3	50	3	3			9	3	50
	Per singulas tetracosieteridas.										
I	400	12	3	50	3	3			9	3	50
II	800	24	7	40	6	6			18	7	40
III	1200	6	22	46	9	9			27	11	30
IV	1600	19	2	36	12	12			7	2	36
V	2000	1	17	42	15	15			16	6	26
VI	2400	13	21	31	18	18			25	10	15
VII	2800	26	1	21	21	21			5	1	21
VIII	3200	8	16	27	24	24			14	5	11
IX	3600	20	20	17	27	27			23	9	1
X	4000	3	11	23	30	0	11	16	3	0	7
	Per tetracosieteridas denas.										
X	4,000	3	11	23	30	0	11	16	3	0	7
I	8,000	6	22	46	60	0	22	32	6	0	14
XI	12,000	10	10	9	90	1	9	48	9	0	21.
II	16,000	13	21	31	120	1	21	4	12	0	27
XII	20,000	17	8	54	150	2	8	20	15	0	34
III	24,000	20	20	17	180	2	19	36	18	0	41
XIII	28,000	24	7	40	210	3	6	59	21	0	48
IV	32,000	27	19	3	240	3	18	8	24	0	55
XIV	36,000	1	17	42	270	4	5	24	27	1	2
V	40,000	5	5	4	300	4	16	39	0	12	25
XV	44,000	8	16	27	330	5	3	15	3	12	32
VI	48,000	12	3	50	360	5	15	11	6	12	39
	Per periodos copulæ anni Gregoriani & Iuliani singulas excrescentes.										
VIII	48,800	6	22	46	366	11	15	11	24	20	19
XVI	97,600	13	21	31	732	23	6	22	20	3	53
V	146,400	20	20	17	1098	5	8	50	15	11	27
XIII	195,200	27	19	3	1464	17	0	1	10	19	2

Pro-

Prostaphæreses aurei numeri.	Anni Gregoriani.	Proemptosis annis totidem Iulianis congrua.			Anni exemptiles Iuliani	Proemptosis annis Iulianis exemptilibus congrua.			Proemptosis emendata.		
	Per periodos copulæ anni Iuliani & Gregoriani quaternas.	Dies.	Horæ.	Scrup.		Dies.	Horæ.	Scrup.	Dies.	Horæ.	Scrup.
XII	194,800	15	15	13	4	14	0	1	1	15	12
V	389,600	1	17	42	8	28	0	3	3	6	23
XVII	584,400	17	8	54	12	12	11	20	4	21	34
X	779,200	3	11	23	16	26	11	22	6	12	45
III	974,000	19	2	36	20	10	22	39	8	3	57
	Per periodos copulæ vicenas.										
III	974,000	19	2	36	20	10	22	39	8	3	57
VI	1,948,000	8	16	27	40	21	21	18	16	7	53
IX	2,922,000	27	19	3	60	3	7	13	24	11	50
XII	3,896,000	17	8	54	80	14	5	52	3	3	22
XV	4,870,000	6	22	46	100	25	4	31	11	6	59
XVIII	5,844,000	26	1	21	120	6	14	25	19	10	56
II	6,818,000	15	15	13	140	17	13	14	25	14	43
V	7,792,000	5	5	4	160	28	11	43	6	6	5
VIII	8,766,000	24	7	40	180	9	21	39	14	10	1
XI	9,740,000	13	21	31	200	20	20	27	22	13	58
XIV	10,714,000	3	11	23	220	2	6	12	1	5	11
XVII	11,688,000	22	13	49	240	13	4	51	9	8	58
I	12,662,000	12	3	50	260	24	3	30	17	13	4
IV	13,636,000	1	17	42	280	5	13	25	25	17	1
VII	14,610,000	20	20	17	300	16	12	4	4	8	13
X	15,584,000	10	10	9	320	27	10	42	12	12	11
XIII	16,558,000	0	0	0	340	8	20	37	20	16	7
XVI	17,532,000	19	2	36	360	19	19	16	28	20	4
XIX	18,506,000	8	16	29	380	1	5	11	7	11	16
	Per periodos copulæ trecentenas octogenas.										
XIX	18,506,000	8	16	27	380	1	5	11	7	11	16
XIX	37,012,000	17	8	54	760	2	10	22	15	22	32
XIX	55,518,000	26	1	21	1140	3	15	33	2	9	48
XIX	74,224,000	5	5	4	1520	4	20	44	0	8	20
XIX	92,530,000	13	21	31	1900	6	1	55	7	19	36
XIX	111,036,000	22	13	59	2280	7	7	6	15	6	53
XIX	129,542,000	1	17	42	7660	8	12	17	22	18	9
XIX	148,048,000	10	10	9	3040	9	17	28	0	16	41
XIX	166,554,000	19	2	36	3420	10	22	39	8	3	57
XVI	165,580,000	0	0	0	3400	0	0	0	0	0	0

PROPOSITIO XXXVI.

Medias Solis & Lunæ ſyzygias Paſchales Gregorianas, ad ſuccedentia quæque ſecula vel præterita, ſupputare.

Quanta fides Canonibus Prutenicis adhibenda ſit, viderint ſyderum obſervatores. Sed ſi omni authoritate niterentur ac præjudicio, dejicerent de ſuâ ſede Æquinoctium vernum Kalendarij Gregoriani Poliorcetæ, atque adeo ipſum Kalendarium funditùs everterent. Neque enim debuerant eximi dies decem, ut Epocha Æquinoctij verni ad diem XXI Martij retineretur, ſecundùm Prutenicos Epilogiſtas. Enimverò ad Eram Chriſti diſtabat medius Sol à medio Æquinoctio εἰς ἑπόμενα, per partes 278 $\frac{375}{1000}$, & εἰς προηγούμενα per partes 81 $\frac{625}{1000}$. quibus debentur dies 82 $\frac{814}{1000}$. Ut enim partes circuli ad dies anni Gregoriani, id eſt, ut 360 ad 365 $\frac{97}{400}$, ita 10,000,000 ad 10,145,625. Ergo anno ab Erâ Chriſti primo medius Sol medium tenebat Æquinoctium Romæ, die 24 Martij, horâ ſeptimâ poſtmeridiana. Et cum anni 400 Tropici ſeu Gregoriani deficiant à totidem Iulianis, triduo: anno igitur 401 Iuliano, die Martij 21, horâ ſeptimâ poſtmeridianâ, medius Sol medium tenebat Æquinoctium. Anno verò 400, die Martij 21, horâ unâ poſtmeridianâ.

Anni 1200 Tropici Gregoriani deficiunt à totidem Iulianis, per dies novem. Quare ut retineretur medium Æquinoctium, ſeculo Chriſti 1600, ad diem 21 Martij, erant eximendi duntaxat dies novem. Ideo autem ſeculo Chriſti 1600, retinendum erat Æquinoctium vernum ad diem XXI Martij, quoniam anno 1654 anomalia Æquinoctiorum conſiſtet in limite tarditatis, ſicut annis 63 ante Chriſtum. Reſtitui enim anomaliam annis 1717 Ægyptiis ſtatuerunt Coperniciani, & medium Æquinoctium tardiùs citiuſve vero poſſe contingere, per diem unum & diei quintantem. Trepidare enim Eclipticam hinc inde per ſcrupula 71 $\frac{3}{8}$. Medium itaque Æquinoctium aliquando in viceſimum diem, aliquando in viceſimum ſecundum prolabetur. Quos inter limites media conſiſtens Epocha, dies erit viceſimus primus. Sed & apparens Sol à medio Sole poteſt differre per biduum & horas decem. Sit enim Ecliptica ad Æquatorem maximè obliqua & apogæon Solis adparens in Cancro. Medius Sol adparentem Solem antecedet, per biduum & horas decem. Contrà, cum apogæon Solis adparens erit in Capricorno. Ergo poterit apparere Sol in vero Æquinoctio, die 24 Martij, & die 18, inter quas rurſum Epochas media erit dies Martij 21. At ablatione 10 dierum, non fit dies 21 Martij media Epocha, ſed dies 22. Sed cur aliter definientes Gregorij Soſigenas increpavero. Non deſunt enim, qui Copernici chronologiam improbent, non deſunt qui obſervent. An reſtituendus ſit ille dies, ſuccedentia ſecula comprobabunt. Sed currente ſeculo, ſive ſciens ſive errans eum exemerit Lilius, adficiar ultrò Lilianâ, ſive prudentiâ, ſive felicitate.

Anno igitur ducenteſimo ab Erâ Chriſti exeunte, incipit Gregoriana correctio.

Trecenteſimo ablatus fuit dies unus, & erat annus Tetracoſieteridis tertius.

Quadringenteſimo retentum fuit Biſſextum.

Ita placuit ſalvas fieri à patribus, uti Paſchales acceptas Neomenias.

Fictiones civiles legis Corneliæ, vel jura poſtliminij, in res ſacras ita induci, fortè ſubſannabunt irriſores. Sed quod nolent pietati, concedant ſanè calculi commoditati. Ergo emendatæ ita ſe habebunt Paſchalium ſyzygiarum, ad multa ſecula præterita & futura, Epochæ.

Anni

Anni Gregoriani ante Christum.	Epochæ Syzygiarum Paschalium Gregorianæ.	Aureus numerus.	Anni Gregoriani post Christum.	Epochæ Syzygiarum Paschalium Gregorianæ.	Aureus numerus.
1600	Martij 29 1 42	XVI	3600	Martij 28 2 50	X
1500	Aprilis 3 9 56	II	3700	Aprilis 2 11 4	XV
1400	Martij 10 5 26	VII	3800	Martij 9 6 33	I
1300	14 13 39	XII	3900	14 14 47	VI
1200	19 21 53	XVII	4000	18 23 0	XI
1100	25 6 6	III	4100	24 7 14	XVI
1000	30 14 20	VIII	4200	29 15 27	II
900	Aprilis 4 22 33	XIII	4300	Aprilis 3 23 41	VII
800	Martij 10 18 3	XVIII	4400	Martij 9 19 10	XII
700	16 2 16	IV	4500	15 3 24	XVII
600	21 10 30	IX	4600	20 11 37	III
500	26 18 14	XIV	4700	25 19 51	VIII
400	31 2 57	XIX	4800	30 4 4	XIII
300	Aprilis 5 11 10	V	4900	Aprilis 4 12 18	XVIII
200	Martij 12 6 40	X	5000	Martij 11 7 47	IV
100	17 14 53	XV	5100	16 16 1	IX
Post Christum.					
0	21 23 8	I	5200	21 0 14	XIV
100	27 7 21	VI	5300	26 8 28	XIX
200	Aprilis 1 15 34	XI	5400	Martij 31 16 41	V
300	Martij 8 11 4	XVI	5500	Martij 7 21 11	X
400	12 19 17	II	5600	Martij 11 20 25	XV
500	18 3 31	VII	5700	17 4 38	I
600	23 11 44	XII	5800	22 12 52	VI
700	28 19 58	XVII	5900	27 11 5	XI
800	Aprilis 2 4 11	III	6000	Aprilis 1 5 19	XVI
900	Martij 8 23 41	VIII	6100	Martij 8 0 48	II
1000	14 7 54	XIII	6200	15 9 2	VII
1100	19 16 8	XVIII	6300	18 17 15	XII
1200	24 0 21	IV	6400	23 1 29	XVII
1300	29 8 35	IX	6500	28 0 42	III
1400	Aprilis 3 16 48	XIV	6600	Aprilis 2 17 56	VIII
1500	Martij 10 12 18	XIX	6700	Martij 9 13 25	XIII
1609	14 20 31	V	6800	13 21 39	XVIII
1700	20 4 45	X	6900	19 5 52	IV
1800	25 12 58	XV	7000	24 13 6	IX
1900	30 21 12	I	7100	29 22 19	XIV
2000	Aprilis 4 5 26	VI	7200	Aprilis 3 6 33	XIX
2100	Martij 11 0 36	XI	7300	Martij 10 1 42	V
2200	16 9 9	XVI	7400	15 10 16	X
2300	21 17 22	II	7500	20 18 29	XV
2400	26 1 36	VII	7600	25 2 43	I
2500	31 9 49	XII	7700	30 10 56	VI
2600	Aprilis 5 18 5	XVII	7800	Aprilis 4 18 9	XI
2700	Martij 12 13 32	III	7900	Martij 11 14 38	XVI
2800	16 21 46	VIII	8000	15 22 54	II
2900	22 5 19	XIII	8100	21 6 27	VII
3000	27 14 13	XVIII	8200	26 15 21	XII
3100	Aprilis 1 22 26	IV	8300	31 23 34	XVII
3200	Martij 7 17 56	IX	8400	Aprilis 5 7 48	III
3300	13 2 9	XIV	8500	Martij 12 3 17	VIII
3400	18 10 23	XIX	8600	17 11 31	XIII
3500	23 18 37	V	8700	22 19 45	XVIII
3600	28 2 50	X	8800	27 3 58	IV

A centuriâ Bissextili ad centuriam non Bissextilem progressus Neomeniarum, est dierum 5, horarum 8, scrup. 13, secundorum 12.

A primâ non Bissextili ad secundum non Bissextilem, idem progressus.

A secundâ rursus ad tertiam, idem.

At à tertiâ non Bissextili ad quartam Bissextilem progressus, est dierum 4, horarum 8, scrup. 13, secundorum 12. Progressus autem aurei numeri per singulas centurias, est unitatum quinque.

Quâ arte potest Epocharum subjecta tabella protendi ad quot libuerit secula. Quod si qua centuria proponatur à Christo, cujus non data sit Epocha (ante Christum enim ad primum usque Pascha protensæ sunt Epochæ) expendetur in centuriis pariter paribus intervallum ab Erâ cognitæ Epochæ, & secundùm illud sumetur proëmptosis congrua gua, & ejus ſubductione vel metemptoſeos additione emendabitur radix. Datâ videlicet proëmptoſi datur metemptoſis. Eſt enim differentia inter proëmptoſin & menſem ſynodicum, qui dierum eſt 29, horarum 12, ſcrup. 44.

Quæro mediam ſyzygiam Paſchalem, anno 109,500. Intervallo annorum 10,800 debetur proëmptoſis dierum 22, 1, 39′, ſeu metemptoſis dierum 7, 11, 5′. Differentia Eræ propoſitæ & illius intervalli eſt 1500, cujus anni media ſyzygia in Epocharum tabellâ conſtituta eſt ad Martij diem 10, 12, 18′. Quare dies Martij 17, 23, 23′ erit media Paſchalis ſyzygia anno 109,500, ut ante.

Quæro rurſus mediam ſyzygiam Paſchalem, anno Chriſti 218,000. Intervallo annorum 214,800 debetur proëmptoſis dierum 16, 15, 46′, ſeu metemptoſis dierum 12, 20, 58′. Differentia Eræ propoſitæ & illius intervalli eſt 3200, cujus anni à Chriſto media ſyzygia conſtituta eſt ad diem Martij 7, 17, 56. Quare dies Martij 20, 14, 54 erit media ſyzygia, anno 218,000, ut ante.

Quæro denique mediam ſyzygiam, anno Chriſti 165,580,200. Intervallo annorum 165,580,200 nulla debetur proëmptoſis. Differentia illius intervalli & Eræ propoſitæ eſt 200, cujus anni à Chriſto conſtituta eſt media ſyzygia ad diem Aprilis 1, 15, 34. Anno igitur 165,580,200 die primo Aprilis hora ferè 4 poſtmeridiana continget Romæ media Paſchalis ſyzygia. Erit autem aureus anni numerus VIII.

PROPOSITIO XXXVII.

Annus Gregorianus anno ſydereo eſt bene commenſurabilis.

Annus ſydereus ex ſententiâ Thebites & Copernici bene præfinitur dierum $365\frac{77}{300}$.

Itaque ut anni 1200 Gregoriani deficiunt à totidem Iulianis diebus novem: ſic totidem ſyderei ſuperant totidem Iulianos diebus octo.

Defectus Gregorianorum à Iulianis eſt ſeſquioctavus ad exceſſum ſydereorum ſupra Iulianos.

Ut 438,308 ad 438,291, ita anni Gregoriani ſeu tropici ad ſydereos.

Porrò anno 500 ante Chriſtum, proximè caput fixarum punctum erat Æquinoctij verni. Unde per totum Kalendarium Iulianum licet Epochas ingreſſus Solis in caput fixarum ad quaſcunque annorum Iulianorum centurias adnotare, ut in tabellâ.

Adnotatæ in Kalendario Iuliano ingreſſus Solis in caput fixarum, Epochæ.

		Dies Februarij.					
4800	4700	25	600	500	25		
	4600	26		400	26		
4500	4400	27	300	200	27	Anni post Chriſtum.	
	4300	28		100	28		
		Dies Martij.	Anni o ante Chriſtum.				
4200	4100	1			29	0	100
	4000	2			30	200	
3900	3800	3			31	300	400
					Aprilis.		
	3700	4			1	500	
3600	3500	5			2	600	700
	3400	6			3	800	
3300	3200	7			4	900	1000
	3100	8			5	1100	
3000	2900	9			6	1200	1300
	2800	10			7	1400	
2700	2600	11			8	1500	1600
	2500	12			9	1700	
2400	2300	13			10	1800	1900
	2200	14			11	2000	
2100	2000	15			12	2100	2200
	1900	16			13	2300	
1800	1700	17			14	2400	2500
	1600	18			15	2600	
1500	1400	19			16	2700	2800
	1300	20			17	2900	
1200	1100	21			18	3000	3100
	1000	22			19	3200	
900	800	23			20	3300 &c.	
	700	24					

Quæris quo die Iulianorum anni ante Chriſtum 3400, Sol cum capite fixarum congrediebatur? Inſpice tabellam, & deprehendes eum diem fuiſſe apud Iulianos eo ſeculo Martij ſextum.

Quæris de ſeculo poſt Chriſtum 1600? Argues ingredi Solem in caput fixarum Aprilis octavo, id eſt, Gregorianis decimo octavo.

Ergo ſeculo 1600 ingreſſus ille ſerior erit ingreſſu Solis in verni Æquinoctij punctum, diebus 28.

PRO-

PROPOSITIO XXXVIII.

Radix Neomeniæ Juliana, bene conſtituta eſt ad xxv Martij, anno o ab Erâ Chriſti.

Inſigne tempus, à quo magna periodus Gregoriana initium ducat, eſt Era Chriſti. Paſcha enim noſtrum immolatus eſt Chriſtus. Ad Eram autem Chriſti adnotata eſt in Meridiano urbis Romæ media ſyzygia in ipſa media nocte, quam ſequebatur dies Martij viceſimus quartus. A media nocte diem auſpicamur Chriſtiani. Itaque media ſyzygia Paſchalis eo ſeculo diei Iulianorum viceſimo quarto videtur adſcribenda, ſub aureo numero 1, qui ad annum o Chriſti pertinet, unitate deinceps augenda per ſingulas ternas centurias magnæ periodi. Quanquam enim ea radix poſſet fortaſſis ad aliquas intermedias parodos magnæ periodi, ſub alio aureo numero, magis congruere, tamen præſtantia Eræ allectus ἀκριβεῖαν illam felicitati calculi non antepoſuero. At Neomeniam primam-ve Lunam à mediâ ſynodo ſejungo, & eâ poſteriorem per diei integri ſpacium ſtatuo. Quartam enim decimam numeramus à conſtituto die Neomeniæ incluſivè. Et citimam Neomeniam Paſchalem octavo Martij, remotiſſimam Aprilis quinto, ideo collocaſſe videntur Patres Nicæni: quoniam dies Æquinoctij ad viceſimum primum Martij adfixus, medius eſt inter extremas Paſchales ſyzygias, id eſt, ſeptimum Martij & Aprilis quintum.

Sed & Hebræi transferunt ſuas Neomenias in diem ſequentem, ſi quando media ſynodus poſt horam cadat Meridianam. Quâvis autem ſedulitate adplices Kalendario aureum numerum, Epactarum-ve cyclum ad arguendas in cyclo decemnovali Neomenias, non efficies, ut tuo Politico calculo mediis ſyzygiis omnino conſentiant. Quin aliquando per diei dodrantem vel etiam diem integrum diſſentient. Eſto igitur viceſimus quartus Martij (quandoquidem ad ejus diei motum, adnotata eſt benè accuratè in Meridiano Romæ media ſynodus, anno ante Chriſtum primo) Politicæ Neomeniæ Epocha. Ut aureus radicalis numerus eſt 1 ſeculo Chriſti, ſic deinceps erit XIX ſeculo 3400, & XVIII ſeculo 6800, & XVII ſeculo 10200. Et eo continuo progreſſu. Igitur ex Epactarum cyclo ad aurei numeri normam directo, ſub aureo numero, qui quartum à radicali locum incluſivè obtinebit, erit viceſimus primus Martij Paſchalis Neomenia. Atque adeo tertius Aprilis quarta decima Paſchalis. Eſto autem quartus Aprilis dies Domini. Quarto igitur Aprilis celebrabitur Paſcha. At accurato calculo media ſyzygia cadit in 21 Martij horâ 14, & die duntaxat Aprilis quinto horâ 8 antemeridianâ erit plenilunium medium. Ergo ante plenilunium medium in ipſa quartâ decimâ Lunâ cum Judæis Paſcha celebrabitur. Id autem abhorrent Chriſtiani. Non eſt igitur præfigenda eadem mediæ ſynodi & Neomeniæ Politicæ Epocha. Ergo ab Erâ Chriſti magna periodus Gregoriana initium ducito, & ad illud Epacta III ſeu XI, quam poſſidet Martij viceſimus quintus, radix Neomeniarum Paſchalium, atque adeo Epactarum eſto.

PROPOSITIO XXXIX.

Adæquandi Epactas, ex Gregoriana Lunæ magna periodo, methodus, expedita & uſui Politico bene idonea eſt.

Cyclis enim omnino innititur Epilogiſmus Gregorianus, & rotatili ſtatim obvius fit tabellâ.

Sanè ſecundum magnam, quam propoſui, Lunæ periodum, menſis dierum eſt $29\frac{530,592,348}{100,000,000}$. Quod ſi periodo annorum 2500 Iulianorum anticipent menſes, diebus octo, ut ſtatuere vulgares computatores, ergo ἀναλόγως annis 19 Iulianis anticipatio eſt $\frac{152}{2500}$ unius diei. Itaque menſes 235 complentur diebus $6939\frac{6892}{10000}$, atque adeò menſis dierum eſt $29\frac{530,592,340,425}{100,000,000,000}$. Utra igitur hypotheſis magis eligenda ſit, non licet in tam exigua inter eas differentia certò definire. Sed ſi, vulgari adſumpto firmamento, Epactæ Gregorianæ expeditiùs adæquentur, vulgare adſumitor; ſin minùs, ipſum quod præpoſui vulgari. Quà de re ut judicent computiſtæ, ſequentia hæc ex rubricâ primâ repeto, & ad Kalendarium verè Gregorianum apto præcepta.

PRO-

PROBLEMATION.

Manente vulgarium computatorum firmamento, quo annorum 2500 Iulianorum periodo anticipant Neomeniæ, diebus octo, ad constitutam ab ipsis radicem, Epactas adæquare.

I.

Seculo 1500 post correctionem & deinceps seculo 1600, Neomenia Paschalis Gregoriana constituitor ad 8 Martij, sub aureo numero III. Itaque Epacta esto N seu XXIX.

II.

Periodus annorum 2500, à seculo ante Christum 700 initium ducito, seculo post Christum 1800 renovator.

III.

Itaque à proposito annorum Christi in centuriis numero abjice 1500, & quotus in residuo erit 400, tot sume ternos dies; & si divisione institutâ supersunt centuriæ duæ, sume diem unum, & si tres, sume duos. Sumptos collige & voca dies additivos.

IV.

Deinde à proposito annorum ab Erâ Christi in centuriis numero, abjice 1800, & diem unum serva. & quotus in residuo erit 2500, tot sume dies octonos; & quotus deinceps divisione institutâ in residuo erit 300, tot sume dies singulos. Sumptos collige cum eo quem adservasti & voca dies ablativos. Si non potes abjicere 1800, nullum numera diem ablativum.

V.

Denique excessum dierum additivorum supra dies ablativos sume, & eum numera ab octavo Martij exclusivè; & is in quem desinet numeratio, dabit Epactam, sub aureo numero III.

VI.

Ad Corollarium propositionis XIV, sub Rubricâ I, subjectus est abacus, qui primâ statim inspectione dat illum excessum.

VII.

Si secula durent, itaque excessus ad periodos dierum annuas Julianas adscendit, eæ circumducuntor divisione per quadrimas, seu dierum 1461, primùm, deinde per annuas communes, seu dierum 365, institutâ. Radix autem aurei numeri, quæ constituta est III, tot unitatibus, quot erunt periodi annuæ, crementum suscipito.

VIII.

Quot autem erunt periodi annorum 2500, tot octonis diebus; & quot deinceps annorum 300, tot diebus singulis excessus minuitor.

Anni à Christo.	Dies accessionis.	Dies recessionis.	Excessus.	Quotus dies anni technici.	Character diei & est Epacta sub aureo numero III.
1500	0	0	0	1	N
1600	0	0	0	1	N
1700	1	0	1	2	M
1800	2	1	1	2	M
1900	3	1	2	3	H
2000	3	1	2	3	H
2100	4	2	2	3	H
2200	5	2	3	4	G
2300	6	2	4	5	F
2400	6	3	3	4	G
2500	7	3	4	5	F
2600	8	3	5	6	E
2700	9	4	5	6	E
2800	9	4	5	6	E
2900	10	4	6	7	D
3000	11	5	6	7	D
3100	12	5	7	7	C
3200	12	5	7	8	C
3300	13	6	7	8	C
3400	14	6	8	9	B
3500	15	6	9	10	A
3600	15	7	8	9	B
3700	16	7	9	10	A
3800	17	7	10	11	u
3900	18	8	10	11	u
4000	18	8	10	11	u
4100	19	8	11	12	t
4200	20	8	12	13	s
4300	21	9	12	13	s
4400	21	9	12	13	s
4500	22	9	13	14	r
4600	23	10	13	14	r
4700	24	10	14	15	q
4800	24	10	14	15	q
4900	25	11	14	15	q

Ad circumducendum annuas periodos, abaci.

Dies.	Periodi annuæ.	Vnitates adjiciendæ aureo numero.
365	1	I
730	2	II
1095	3	III
1461	4	IV
1461	4	IV
2922	8	VIII
4383	12	XII
5848	16	XVI
7305	20	I
8766	24	V
10 277	28	IX
11 688	32	XIII
13 149	36	XVII
14 610	40	II

Dies.	Periodi annuæ.	Vnitates addendæ aureo numero.
14 610	40	II
29 220	80	IV
43 830	120	VI
58 440	160	VIII
73 050	200	X
87 660	240	XII
102 270	280	XIV
116 880	320	XVI
131 490	360	XVIII
146 100	400	I

Dies.	Periodi annuæ.	Dies minuēdi ab excessu.	Vnitates addendæ aureo numero.
109 575	300	1	XV
219 150	600	2	XI
328 725	900	3	VII
439 300	1200	4	III
547 875	1500	5	XVIII
657 450	1800	6	XIV
767 025	2100	7	X
913 125	2400	8	VI

Quæro Epactam Gregorianam, seculo Christi futuro 109,500.

Annus 109,500 *colligitur ex abaco excessus esse dierum* 465, *circumduco* 365, *supersunt dies* 100. *Ergo* 101 *dies anni technici dabit Epactam, sub aureo numero* IV. *Itaque erit illa* t, *& consequenter Neomenia Paschalis dies* 19 *Martij.*

Quæro rursus Epactam Gregorianam, seculo Christi futuro 218,000. *Annis* 218,000 *colligitur ex abaco excessus dierum* 930, *circumduco bis* 365, *supersunt dies* 200. *Ergo* 201 *dies anni technici dabit Epactam, sub aureo numero* V. *Itaque erit illa* f, *& consequenter Neomenia Paschalis dies* 31 *Martij, sub aureo numero* V, *& sub aureo numero* XIV *ad propositum annum pertinente, dies* 22 *Martij.*

Quæro denique Epactam Gregorianam, seculo Christi futuro 165,580,200. *Annis* 165,580,200 *colli-*

colligitur ex abaco excessus dierum 711,982. Annis enim 165,579,000 debetur excessus dierum 711,951. Annis verò 10,200 dies 37. Abjicio 1,949 annuas periodos, supersunt dies 116, correcti verò 110, ob centurias 19, quæ adimunt dies sex. Ergo dies 111 anni technici dabit Epactam, sub aureo numero XIV. Cum enim ex annis 1,949 circumduco cyclos decemnovales, supersunt XI, additurì aureo numero radicali III. Erit igitur, sub aureo numero XIV, Epacta h, & consequenter Neomenia Paschalis Martij 29. Sed, sub aureo numero VIII, ad propositum annum pertinente, dies Aprilis quartus.

PROPOSITIO XL.

Decima quinta Paschalis Gregoriana, medio plenilunio Astronomico bene proximè succedit, aut demum illud non antevertet.

Quintâ decimâ Lunâ, à die possidente Epactam, in mense constituto Paschali, numeratâ inclusivè, Pascha celebramus Christiani, si dies is est dominicus, sin minùs die proximo Dominico. Curandum fuit itaque, ne, quam constituimus quintam decimam, cum quartâ decimâ Judaïca, concurreret. Ea de causa, adsumpta est ad radicem dies primus, à mediâ syzygiâ; neque consilium fallet eventus, *ut exemplis licet comprobare.*

Primum esto. Seculo 109,500, adnotata est Politico calculo Gregoriana Epacta g seu VII, sub aureo numero III. Itaque 30 Martij erit prima Luna, & consequenter sub aureo numero IV, ad propositum annum pertinente Martij 19. Atque adeo secundus Aprilis quinta decima.

Eo ipso anno 109,500, adnotata est Astronomico calculo media syzygia, die Martij hora & scrupulos 17, 2″3, 23‴. cui tempori cum addidero dimidium mensem synodicum, seu dies 14, horas 18, 22′, incido in diem medij plenilunij, videlicet primi Aprilis horam 17, 45′, id est, in diem secundum ferè,

Alterum. Seculo 218,000, adnotata est Politico calculo Gregoriana Epacta f seu VI, sub aureo numero V. Itaque 31 Martij erit prima Luna, & consequenter sub aureo numero XIV, ad propositum annum pertinente 22 Martij. Atque adeo quintus Aprilis decima quinta.

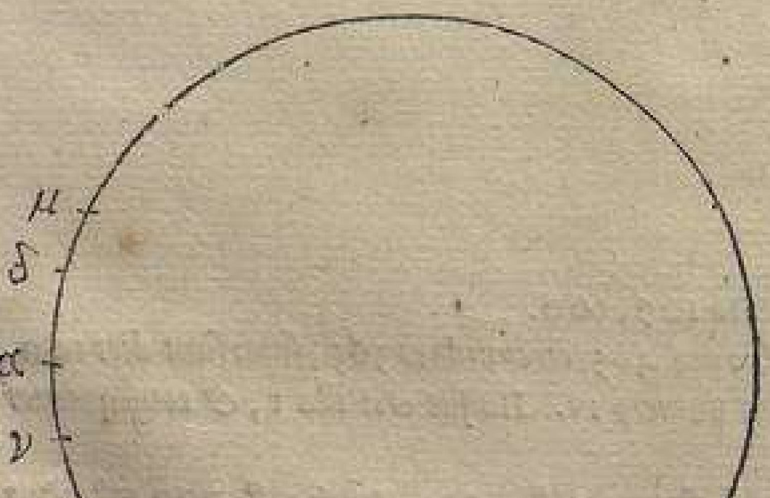
Eo ipso anno 218,000, adnotata est Astronomico calculo media syzygia, die Martij 20, horâ 14, 54′, cui tempori cum addidero dimidium mensem synodicum, incido in diem plenilunij medij, videlicet quarti Aprilis hor. 8, 37′. cui diei proximè succedit quintus.

Tertium. Seculo 105,580,200, adnotata est Politico calculo Gregoriana Epacta s seu XVII, sub aureo numero I. Ideo 20 Martij erit prima Luna, & consequenter sub aureo numero VIII, ad propositum annum pertinente 2 Aprilis Neomenia. Atque adeo 16 Aprilis decima quinta.

Eo ipso anno, adnotata est Astronomico calculo media syzygia, die Aprilis 1, hora 15, 34′, cui tempori cum addidero dimidium mensem synodicum, incido in diem medij plenilunij, videlicet 16 Aprilis hor. 9, scr. 56 antemeridiana.

PROPOSITIO XLI.

Maneat anni Juliani forma, quæratur autem Neomenia Paschalis, vix abs Epacta Gregoriana eam inveniet vulgaris computator.



Esto enim cyclus anni $\alpha\beta\gamma\delta$ communis, & ideo dierum 365, & à quocunque α puncto sumatur ejus initium. Itaque primus mensis Lunæ finiat in β, duodecimus in δ, peripheria verò $\delta\alpha$ sit undecim dierum intercalarium anno Lunæ, ut is Solari adæquetur. Proponatur autem aliquod tempus, non immutatâ anni Juliani formâ, ad quod oporteat invenire Neomeniam Paschalem.

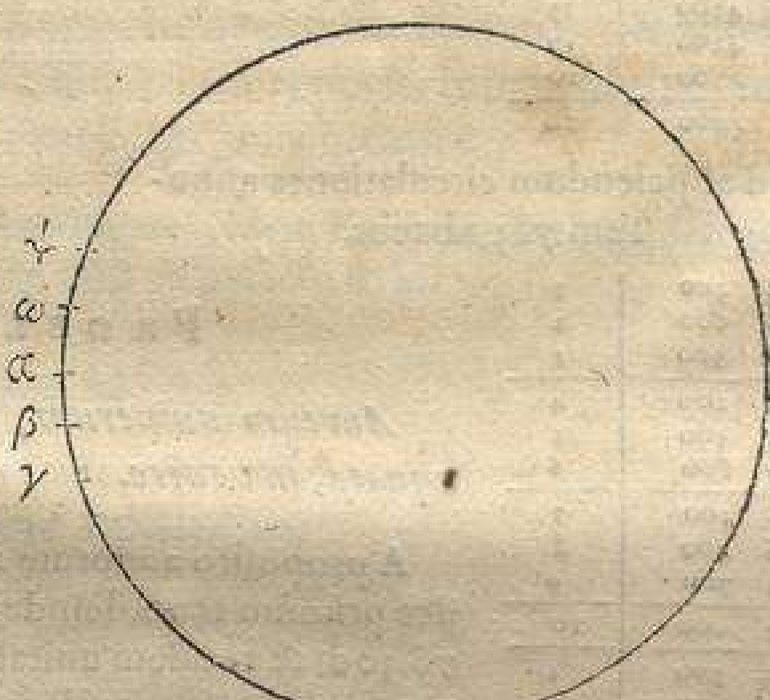
Quoniam anni mensem primum peripheria $\alpha\beta$ constanter designat, in eo consistet anni Epacta, quam per singulas centurias invenire deinceps non erit operosum, fixâ semel radice, propter

pter animadversam absolutam apocastasin Lunæ in annis Julianis 3,400. Designari verò eam Epactam in mense, in quo dies Æquinoctij verni versabitur fere medius, erit absonum: cum annis quorum periodis Luna sese alligat, vagetur Æquinoctium. Sit igitur Epacta in peripheria $\alpha\beta$ ad quodcunque ε punctum, diemve. Dies igitur Neomeniæ Paschalis erit is, qui mense, intra quem dies Æquinoctij verni consistit ferè medius, characterem eundem suscipiet quàm dies ε. At proponatur tempus hujusmodi, ut dies Æquinoctij verni consistat intra mensem $\mu\delta\alpha\nu$, constitutâ peripheriâ $\alpha\nu$ æquali ipsi $\delta\alpha$, & ideo dierum 11; peripheria verò $\delta\mu$ dierum 8. Quoniam $\delta\alpha$ continet dies intercalares, ideo characteres eosdem suscipiet, quos & peripheria $\alpha\nu$. Itaque mensis $\mu\delta\alpha\nu$ characterum erit tantum 29. Et eapropter poterit accidere, ut character, quem suscipit dies ε, in mense $\mu\delta\alpha\nu$, non inveniatur. Et si inveniatur, poterit accidere, ut non inveniatur in peripheriâ $\delta\mu$, sed in $\delta\nu$. Quod si in $\delta\nu$, erit anceps, cum eosdem suscipiat characteres peripheria $\delta\alpha$, quos $\alpha\nu$. Itaque erit in ambiguo, qui dies statuendus erit Neomenia, an is quem character ε in peripheriâ $\alpha\delta$ arguet, an is quem idem character arguet in peripheriâ $\delta\alpha$. Quare manente anni Juliani formâ, anxius erit & minùs Politicus ad Neomenias arguendum Paschales, nisi Gregorianæ Epactæ auxilio, calculus. Cum itaque ad eam recurrendum sit, recta autem præstent obliquis, valeant anni Iuliani. Et Gregorianos deinceps quæque gentes amplectimini.

Προλεπτικόν.

At verò objecerit quispiam. Cyclus Neomeniarum Gregorianarum interdum stationes patitur & repedationes, quibus leges mediorum motuum repugnant.

Sit enim cyclus Enneadecaeteridis $\alpha\beta\gamma\psi\omega$, & à puncto α motus quidem in consequentia sit versus $\beta\gamma$, in antecedentia verò versus $\omega\psi$, & intelligatur α Neomenia. Ut igitur in cyclis decemnovalibus Iulianis semper anticipabunt Neomeniæ suam Epocham α, occupaturæ aliquando puncta ω, ψ, & eo uniformi εἰς προηγούμενα deinceps incessuræ progressu. Sic quoniam in cyclis decemnovalibus Gregorianis Neomeniæ contrà à suâ α Epochâ anticipantur, promoturæ in puncta β, γ, è re videbatur ut ea promotio esset uniformis, neque punctum β pateretur στηριγμὸν ac repedationem versus α, quod tamen contingit interdum, ob



rejectam bissexti ad centesimos annos omissionem. Quæ ideo Politia, cum eâ Astronomicæ leges violentur, vel non fuit retinenda, aut si salvanda erat, alia methodus Epilogismi Lunaris excogitanda. Sanè annis 2900 Gregorianis absolvuntur menses 35,858 minus $\frac{1}{810}$ mensis unius. Itaq; si apocatastasis statueretur annorum 2,900 Gregorianorum, & post tales viginti septem periodos exactas auferretur tricesima pars mensis unius, id est, unus character, calculus ille Politicus non longè descisceret à vero. Et posset cyclus Neomeniarum statui constanter ἀπολειπτικῶς, facta characterum 12, quorum fiet mutatio à periodo in periodum, in 29 partes congrua distributione. Periodus enim una aureo numero antecedentis addet unitates 12. Cum autem duo aurei numeri duodecim unitatibus differunt, tot quoque characteribus different characteres, qui iisdem addicuntur. Quo pertinent sequentia Problematia.

PROBLEMATION I.

Tabellam Neomeniarum Paschalium ἀπολειπτικὴν condere.

Fiat, ut 29 ad 12, ita excessus centuriarum anni supra 15 ad dies additivos octavo Martij, ut prodeant Epochæ Neomeniarum ἀπολειπτικαί, à centuria 15 ad centuriam 44, ab Erâ Christi. Si fragmentum majus est $\frac{14}{29}$, sume pro eodem unum integrum.

Tabella Neomeniarum Paſchalium ὁμαλιστική.

Anni à Chriſto Gregoriani.	Dies Martij.
1500	8
1600	8
1700	9
1800	9
1900	10
2000	10
2100	10
2200	11
2300	11
2400	12
2500	12
2600	13
2700	13
2800	13
2900	14
3000	14
3100	15
3200	15
3300	15
3400	16
3500	16
3600	17
3700	17
3800	18
3900	18
4000	18
4100	19
4200	19
4300	20
4400	20

PROBLEMATION II.

Ad datas annorum ab Erâ Chriſti centurias, dies Neomeniarum Paſchalium adæquare.

A propoſito annorum ab Erâ Chriſti in centuriis numero, abjice primum centurias 15, deinde abjice circulationes centuriarum 78,300, & totidem unitates ſerva. Abjice poſt circulationes centuriarum 29, & ſume in tabella Epocham congruentem, cui ſervatas unitates adde.

Ad abjiciendum circulationes annorum 783, abacus.

78	300	1
156	600	2
224	900	3
313	200	4
391	500	5
469	800	6
548	100	7
626	400	8
704	700	9
783	000	10
2	900	1
5	800	2
8	700	3
11	600	4
14	500	5
17	400	6
20	300	7
23	200	8
26	100	9
29	000	10
31	900	11
34	800	12
37	700	13
40	600	14
43	500	15
46	400	16
49	300	17
52	200	18
55	100	19
58	000	20
60	900	21
63	800	22
66	100	23
69	600	24
72	500	25
75	400	26
78	300	27

PROBLEMATION III.

Aureum numerum, cui ſubjacet Paſchalis Neomenia adæquata, invenire.

A propoſito annorum ab Erâ Chriſti in centuriis numero, abjice primùm 1500, deinde à reſiduo abjice circulationes annorum 78,300, & totidem unitates ſerva. Abjice poſt circulationes annorum 2900, & totidem unitates duodenas cum iis quas adſervaſti, adde aureo numero 111, ut prodeat is cui Neomenia Paſchalis ſubjacet adæquata.

Quæro Neomeniam Paſchalem, ſeculo ab Erâ Chriſti 218,000, differentia inter 218,000 & 1,500, eſt 216,500, hinc abjicio duas periodos annorum 78,300, & 20 periodos annorum 2900, ſuperſunt anni 3400, quibus congruit ad Epocham æquabilem Neomeniæ dies Martij 16. Sed ob duas periodos annorum 2900, adjiciendi ſunt dies duo. Quare Epocha Neomeniæ æquata erit Martij decimus octavus. Sic autem æquabitur aureus numerus. Majores duæ periodi addunt aureo numero 111 duas unitates, & viginti minores periodi addent 240. Aureus igitur numerus erit 245. Id eſt, abjectis XIX annorum circulationibus, erit aureus numerus XVII. Paſchalis igitur Neomenia, ſub aureo numero XVII, incidet eo anno in Martij decimum octavum. Sed ſub aureo numero XIV, ad propoſitum annum pertinente in 21 Menſis ejuſdem.

Sed

Sed tanti non fuit apud me ea, in quam digressus sum, prolepsis: ut ideo à primum tradito, bene familiari & undique sibi consentienti & justo calculo, discederem. Directus est annus communis ad cursum Solis, & fuit uniformis progressus. Directus est cursus Solis ad cursum Lunæ, & fuit uniformis progressus. Sed non novum est, in concursu duorum æqualium motuum eos sese mutuò collidere, & contra niti.

EPILOGUS.

Ergo Kalendario verè Gregoriano cedant Hebræorum, Syrorum, Arabum, Persarum & omnia omnium gentium Kalendaria. Dum ea dirigunt ad cursum Solis computatores, deluduntur in cursu Lunæ, & contrà. At sive Solem sive Lunam politiæ Gregorianæ submisisse videtur Creator Cæli & Terræ. Expendite vos, & miramini quibus suspecta est Romani Pontificis ἀρχιερατικὴ προεδρία. Non vestri abaci, ô Astronomi, vel cum ipsis ad quarta, quinta, sextave scrupula leptolegematis exactiores. Politicos menses polit Metonica Enneadecaeteris, Enneadecaeterides Metonicas perficit Gregoriana Trichiliatetracosieteris. Et dum annum Julianum tropica periodus emendat, ut messium feriæ æstati, & vindemiarum autumno competant, non ideo interruptæ nos fallunt apocatastases Lunæ ad stata solemnium tempora. Suggerit accessum recessus, & accessus recessum, & æquatio æquationem à semetipsa repetit, miro volubili nexu, nec ante desinenda, quàm desierit mundus, circuitione.

Vobis autem ne desim, ô Computistæ vulgares, idem Kalendarium verè Gregorianum excudendum curavi, eo ipso, cui jam estis adsuefacti, stylo.

Κλήμεντι μεγίστῳ Ἀρχιερεῖ.

Καὶ κλέος ἡ φήμη οὐ μεῖον ἔνειμε Σεβάστῳ
  Ἰουλίου, ὅτ' ἱερὰς ἤνεσ' Ἐφημερίδας·
Καὶ ταύτας τὸ πλέον κυρώσατο. τῶν Ἱερήων
  Καίπερ ἀκυρώσας σφάλματ' ὀπισθοφανῆ.
Καὶ σύ, νομεὺς ἱερὲ, Χριστοῦ ἴσον κλέος ἔσχες
  Κυρώσας χρονικὴν Γρηγορίοιο βίβλον.
Ἥν γ' ἀμαθῶν ὄχλος διεσύρατο. νῦν δ' ἀκέραια.
  Μικρ' ἀλλαξαμένη δέξατο ἥδε σελίς.

FINIS.

KALENDARIVM GREGORIANVM PERPETVVM.

GREGORIVS EPISCOPVS, SERVVS SERVORUM DEI, AD PERPETUAM REI MEMORIAM.

INTER gravissimas pastoralis officij nostri curas, ea postrema non est, ut quæ à sacro Tridentino Concilio Sedi Apostolicæ reservata sunt, illa ad finem optatum, Deo adiutore, perducantur. Sanè ejusdem Concilij Patres, cum ad reliquam cogitationem, Breviarij quoque curam adjungerent, tempore tamen exclusi rem totam ex ipsius Concilij decreto ad auctoritatem & judicium Romani Pontificis retulerunt. Duo autem Breviario præcipuè continentur, quorum unum preces, laudesque divinas festis, profestisque diebus persolvendas complectitur, alterum pertinet ad annuos Paschæ, festorumque ex eo pendentium recursus, Solis & Lunæ motu metiendos. Atque illud quidem felicis recordationis Pius V. prædecessor noster absolvendum curavit, atque edidit: hoc vero, quod nimirum exigit legitimam Kalendarij restitutionem, jamdiu à Romanis Pontificibus prædecessoribus nostris, & sæpius tentatum est, verùm absolvi, & ad exitum perduci ad hoc usque tempus non potuit, quòd rationes emendandi Kalendarij, quæ à cælestium motuum peritis proponebantur, propter magnas, & ferè inextricabiles difficultates, quas hujusmodi emendatio semper habuit, neque perennes erant, neque antiquos Ecclesiasticos ritus incolumes (quod in primis hac in re curandum erat) servabant. Dum itaque nos quoque credita nobis, licet indignis à Deo dispensatione freti, in hac cogitatione curaque versaremur, allatus est nobis liber à dilecto filio Antonio Lilio artium & medicinæ doctore, quem quondam Aloysius ejus germanus frater conscripserat, in quo per novum quendam Epactarum cyclum ab eo excogitatum, & ad certam ipsius aurei numeri normam directum, atque ad quamcunque anni Solaris magnitudinem accommodatum, omnia quæ in Kalendario collapsa sunt, constanti ratione, & sæculis omnibus duratura, sic restitui posse ostendit, ut Kalendarium ipsum nulli unquam mutationi in posterum expositum esse videatur. Novam hanc restituendi Kalendarij rationem exiguo volumine comprehensam ad Christianos Principes, celebrioresque universitates paucos ante annos misimus, ut res, quæ omnium communis est, communi etiam omnium consilio perficeretur. Illi cum, quæ maximè optabamus, concordes respondissent, eorum nos omnium consensione adducti, viros ad Kalendarij emendationem adhibuimus in alma urbe harum rerum peritissimos, quos longè ante ex primariis Christiani orbis nationibus delegeramus. Ii cum multum temporis, & diligentiæ ad eam lucubrationem adhibuissent, & cyclos tam veterum, quàm recentiorum undique conquisitos, ac diligentissimè perpensos inter se contu-

contuliſſent, ſuo & doctorum hominum qui de ea re ſcripſerunt judicio, hunc præ cæteris elegerunt Epactarum cyclum, cui nonnulla etiam adjecerunt, quæ ex accurata circumſpectione viſa ſunt ad Kalendarij perfectionem maximè pertinere.

Conſiderantes igitur nos, ad rectam Paſchalis feſti celebrationem juxta ſanctorum Patrum, ac veterum Romanorum Pontificum, præſertim Pij & Victoris primorum, nec non magni illius œcumenici Concilij Nicæni, & aliorum ſanctiones, tria neceſſariò conjungenda, & ſtatuenda eſſe, primùm certam Verni æquinoctij ſedem, deinde rectam poſitionem XIV. Lunæ primi menſis, quæ vel in ipſum æquinoctij diem incidit, vel ei proximè ſuccedit, poſtremò primum quemque diem Dominicum, qui eandem XIV. Lunam ſequitur: curavimus non ſolùm æquinoctium Vernum in priſtinam ſedem, à qua jam à Concilio Nicæno decem circiter diebus receſſit, reſtituendum, & XIV. Paſchalem ſuo in loco, à quo quatuor, & eo amplius dies hoc tempore diſtat, reponendam, ſed viam quoque tradendam & rationem, qua cavetur, ut in poſterum æquinoctium, & XIV. Luna à propriis ſedibus nunquam dimoveantur. Quò igitur Vernum æquinoctium, quod à Patribus Concilij Nicæni ad XII. Kalend. Aprilis fuit conſtitutum, ad eandem ſedem reſtituatur; Præcipimus & mandamus, ut de menſe Octobri anni 1582. decem dies incluſivè à tertia Nonarum uſque ad pridie Idus eximantur, & dies, qui feſtum S. Franciſci IV. Nonas celebrari ſolitum ſequitur, dicatur Idus Octobris, atq; in eo celebretur feſtum Sanctorum Dionyſij, Ruſtici, & Eleutherij martyrum, cum commemoratione ſancti Marci Papæ & confeſſoris, & Sanctorum Sergij, Bacchi, Marcelli & Apuleii martyrum. Septimodecimo verò Kalend. Novembris, qui dies proximè ſequitur, celebretur feſtum S. Calliſti Papæ & martyris. Deinde XVI. Kalend. Novemb. fiat officium & Miſſa de Dominica XVIII. poſt Pentecoſten, mutatâ litterâ Dominicali G in C. Quintodecimo denique Kalend. Novemb. dies feſtus agatur ſancti Lucæ Euangeliſtæ, à quo reliqui deinceps agantur feſti dies, prout ſunt in Kalendario deſcripti.

Ne verò ex hac noſtrâ decem dierum ſubtractione alicui, quod ad annuas vel menſtruas præſtationes pertinet, præjudicium fiat, partes Judicum erunt in controverſiis, quæ ſuper hoc exortæ fuerint, dictæ ſubtractionis rationem habere, addendo alios x. dies in fine cujuſlibet præſtationis.

Deinde ne in poſterum à XII. Kalend. April. æquinoctium recedat, ſtatuimus Biſſextum quarto quoque anno (uti mos eſt) continuari debere, præterquam in centeſimis annis: qui quamvis Biſſextiles antea ſemper fuerint, qualem etiam eſſe volumus annum 1600. poſt eum tamen, qui deinceps conſequentur centeſimi, non omnes Biſſextiles ſint, ſed in quadringentis quibuſque annis primi quique tres centeſimi ſine Biſſexto tranſigantur, quartus verò quiſque centeſimus Biſſextilis ſit, ita ut annus 1700. 1800. 1900. Biſſextiles non ſint. Anno verò 2000. more conſueto dies Biſſextus intercaletur, Februario dies 29. continente: idemque ordo intermittendi, intercalandique Biſſextum diem in quadringentis quibuſque annis perpetuò conſervetur.

Quò item XIV. Paſchalis rectè inveniatur, itemque dies Lunæ juxta antiquum Eccleſiæ morem ex Martyrologio ſingulis diebus ediſcendi fideli populo verè proponantur, ſtatuimus, ut amoto aureo numero de Kalendario.

lendario, in ejus locum ſubſtituatur cyclus Epactarum, qui ad certam (uti diximus) aurei numeri normam directus efficit, ut Novilunium, & XIV. Paſchalis vera loca ſemper retineant. Idque manifeſtè apparet ex noſtri explicatione Kalendarij, in quo deſcriptæ ſunt etiam tabulæ Paſchales ſecundùm priſcum Eccleſiæ ritum, quo certiùs & faciliùs ſacroſanctum Paſcha inveniri poſſit.

Poſtremò quoniam partim ob decem dies de menſe Octobri anni 1582. (qui correctionis annus rectè dici debet) exemptos, partim ob ternos etiam dies quolibet quadringentorum annorum ſpatio minimè intercalandos, interrumpatur neceſſe eſt cyclus literarum Dominicalium 28. annorum ad hanc uſque diem uſitatus in Eccleſia Romana, Volumus in ejus locum ſubſtitui eundem cyclum 28. annorum ab eodem Lilio, tum ad dictam intercalandi Biſſexti in centeſimis annis rationem, tum ad quamcunque anni Solaris magnitudinem accommodatum, ex quo litera Dominicalis beneficio cycli Solaris æquè facilè, ac priùs, ut in proprio canone explicatur, reperiri poteſt in perpetuum.

Nos igitur ut quod proprium Pont. Max. eſſe ſolet, exequamur, Kalendarium immenſâ Dei erga Eccleſiam ſuam benignitate jam correctum atque abſolutum hoc noſtro decreto probamus, & Romæ unà cum Martyrologio imprimi, impreſſumque divulgari juſſimus. Ut verò utrumque ubique terrarum incorruptum, ac mendis & erroribus purgatum ſervetur, omnibus in noſtro & ſanctæ Romanæ Eccleſiæ dominio mediatè vel immediatè ſubjecto commorantibus impreſſoribus ſub amiſſionis librorum, ac centum ducatorum auri Cameræ Apoſtolicæ ipſo facto applicandorum: aliis verò in quacunque orbis parte conſiſtentibus ſub excommunicationis latæ ſententiæ, ac aliis arbitrij noſtri pœnis, ne ſine noſtrâ licentiâ Kalendarium, aut Martyrologium ſimul vel ſeparatim imprimere, vel proponere, aut recipere ullo modo audeant vel præſumant, prohibemus.

Tollimus autem, & abolemus omnino vetus Kalendarium, volumuſque, ut omnes Patriarchæ, Primates, Archiepiſcopi, Epiſcopi, Abbates, & cæteri Eccleſiarum præſides, novum Kalendarium (ad quod etiam accommodata eſt ratio Martyrologij (pro divinis officiis recitandis, & feſtis celebrandis in ſuas quiſque Eccleſias, Monaſteria, Conventus, ordines, militias, & diœceſes introducant, & eo ſolo utantur tam ipſi, quàm cæteri omnes Preſbyteri, & clerici ſæculares, & regulares utriuſque ſexus, necnon milites, & omnes Chriſti fideles: cujus uſus incipiet poſt decem illos dies ex menſe Octobri anni 1582. exemptos. Iis verò, qui adeò longinquas incolunt regiones, ut ante præſcriptum à nobis tempus harum literarum notitiam habere non poſſint; liceat, eodem tamen Octobri menſe inſequentis anni 1583, vel alterius, cùm primùm ſcilicet ad eos hæ noſtræ literæ pervenerint, modò à nobis paulo ante tradito ejuſmodi mutationem facere, ut copioſius in noſtro Kalend. anni correctionis explicabitur.

Pro data autem nobis à Domino auctoritate hortamur, & rogamus chariſſimum in Chriſto filium noſtrum Rodulphum Romanorum Regem Illuſtrem in Imperatorem electum, cæteroſque Reges, Principes, ac Reſpublicas, iiſdemque mandamus, ut quo ſtudio illi à nobis contenderunt, ut hoc tam præclarum opus perficeremus; eodem, immò etiam majore, ad conſervandam in celebrandis feſtivitatibus inter Chriſtianas nationes concordiam, noſtrum hoc Kalendarium & ipſi ſuſcipiant, & à cunctis ſibi ſubjectis populis religioſe ſuſcipiendum, inviolateque obſervandum curent.

Verùm quia difficile foret præſentes literas ad univerſa Chriſtiani orbis loca deferri, illas ad Baſilicæ Principis Apoſtolorum, & Cancellariæ Apoſtolicæ valvas, & in acie Campi Floræ publicari & affigi, & earundem literarum exemplis, etiam impreſſis, & voluminibus Kalendarij, & Martyrologij inſertis & præpoſitis, ſive manu tabellionis publici ſubſcriptis, necnon ſigillo perſonæ in dignitate Eccleſiaſtica conſtitutæ obſignatis, eandem prorſus indubitatam fidem ubique gentium & locorum haberi præcipimus, quæ originalibus literis exhibitis omnino haberetur. Nulli ergo omnino hominum liceat hanc paginam noſtrorum præceptorum, mandatorum, ſtatutorum, voluntatis, probationis, prohibitionis, ſublationis, abolitionis, hortationis & rogationis infringere, vel ei auſu temerario contraire. Si quis autem hoc attentare præſumpſerit, indignationem omnipotentis Dei, ac beatorum Petri & Pauli Apoſtolorum ejus ſe noverit incurſurum.

Datum Tuſculi Anno Incarnationis Dominicæ M. D. LXXXII. Sexto Kalend. Martij. Pontificatus noſtri Anno Decimo.

Cæ. Glorierius.
A. de Alexiis.

Anno à Nativitate Domini noſtri Jeſu Chriſti milleſimo quingenteſimo octuageſimo ſecundo Indictione decima, Die verò Iovis prima menſis Martij, Pontificatus verò Sanctiſſimi in Chriſto patris, & D. N. Gregorij divinâ providentiâ Papæ XIII. anno ejus decimo: Retroſcriptæ literæ Apoſtolicæ publicatæ, & affixæ fuerunt in Valvis Principis Apoſtolorum de Urbe, & Cancellariæ Apoſtolicæ, ac in acie Campi Floræ, ut moris eſt, per me Scipionem de Octavianis Apoſtolicum Cur.

Franciſcus Baron Magiſter Curſorum.

CANO-

CANONES IN KALENDARIUM GREGORIANUM PERPETUUM.

CANON I.

DE CYCLO DECENNOVENNALI AUREI NUMERI.

CYclus decennovennalis aurei numeri est revolutio numeri 19. annorum ab 1. usque ad 19. quâ revolutione peractâ, iterum ad unitatem reditur. Verbi gratiâ. Anno 1577. Numerus cycli decennovennalis, qui dicitur aureus, est *1*. Anno sequenti 1578. est 2. & ita deinceps in sequentibus annis, uno semper amplius, usque ad 19. qui aureus numerus cadet in annum 1595. post quem iterum ad unitatem redeundum est, ita ut anno 1596. aureus numerus sit rursus 1. & anno 1597. sit 2. &c. Continet autem hic cyclus aurei numeri annos 19. quia post 19. annos Solares elapsos revertuntur Novilunia ad eosdem dies mensium, licet non omnino præcise, sed aliquâ diei particulâ citius, ut à computistis, & in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani ostenditur. Hoc cyclo decennovennali aurei numeri per dies Kalendarij distributo, Ecclesia Romana ad hanc usque diem usa est, tum ad conjunctiones Solis ac Lunæ inquirendas, tum verò maximè ad inveniendum diem festum Paschæ, & ad indaganda alia festa mobilia: propterea quòd veteres putabant Novilunia, transacto spatio 19. annorum Solarium, ad eundem prorsus diem, eandemque horam redire: quod verum non est, cum Novilunia, paulò citiùs quàm spatium 19. annorum Solarium compleatur, ad eandemq; sedem redeant, ut dictum est: Hinc factum est, ut Novilunia hoc tempore plus quàm quatuor dies distent ab aureo numero in veteri Kalendario Romano, & secundùm illius normam Pascha sæpenumero post XXI. Lunam, contra Majorum instituta, celebretur: adeò ut cyclus hic aurei numeri inutilis omnino jam sit inventus ad Novilunia, festaque mobilia indicanda, idemque magis ac magis in dies futurus sit inutilis; tum propter decem dies ex mense Octobri anni 1582. auferendos; tum etiam propter tres Bissextos omittendos, quibusque quadringentis annis, nisi in 30. ordines redigatur, hoc est, nisi 30. Kalendaria construantur, ut ex illis seligatur semper illud, quod certo cuidam tempori congruit: quæ res quantas perturbationes, quantosque sumptus personis præsertim Ecclesiasticis esset allatura, nemo non videt. Hoc incommodum ut vitetur, substitutus est in locum aurei numeri in Kalendario, cyclus Epactarum constans ex 30. numeris Epactalibus: qui quidem nihil aliud est, quàm cyclus decennovennalis aurei numeri æquatus, ita ut sit instar aurei numeri in 30. Kalendaria, de quibus dictum est, distributi, ut in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani declaratur. Aureo numero utemur in posterum, non quidem ad Novilunia & festa mobilia inquirenda, ut ad hanc usque diem factum est ab Ecclesiâ, sed solùm ad investigandam Epactam cujuslibet anni, ex quâ & Novilunia, festa mobilia, deinde reperiantur, ut in sequenti canone docebimus: ita ut etiam nunc necessarium omnino sit aureum numerum quovis anno indagare, licet is de Kalendario sit submotus, locumque ampliùs non habeat ad Novilunia festaque mobilia invenienda.

Igitur ut aureus numerus quolibet anno proposito inveniatur, composita est sequens

 tabella

tabella aureorum numerorum, cujus usus incipit ab anno correctionis 1582. inclusivè, duratque in perpetuum.

Ex ea enim aureus numerus cujuslibet anni post annum 1582. reperietur hoc modo.

Tabella cycli aurei numeri initium sumens ab anno correctionis 1582.

VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.	XVII.	XVIII.	XIX.	I.	II.	III.	IV.	V.

Anno 1582. tribuatur primus numerus tabellæ, qui est VI. secundus autem, qui est VII. sequenti anno 1583. & ita deinceps in infinitum, donec ad annum, cujus aureum numerum quæris, perveniatur, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris. Nam numerus, in quem annus propositus cadit, dabit aureum numerum quæsitum.

Sed quoniam valde laboriosum est, ac molestum tot annos in dictâ tabellâ enumerare, eamque toties repetere, donec ad annum, cujus aureus numerus quæritur perveniatur, præsertim verò si annus propositus procul ab anno 1582. absit, construximus hanc aliam tabulam, ex qua sine magno labore aureus numerus cujuscunque anni tam ante, quàm post annum 1582. invenietur, hac arte.

Quæratur annus propositus in tabulâ, sub annis Domini: qui si descriptus in ea fuerit, aureus numerus ad dextram ipsius collocatus, additâ priùs unitate, ut in vertice tabulæ præcipitur, erit is, qui quæritur. Si verò annus propositus, in tabula non continetur, accipiatur annus in tabulâ contentus proximè minor, unà cum aureo numero respondente, deinde sumantur in eadem tabula anni qui supersunt, unà cum aureo numero respondente, qui priori aureo numero invento addatur, rejicianturque à composito numero 19. si rejici possunt. Et tandem unitas adjiciatur. Componetur enim hac ratione aureus numerus propositi anni. Quòd si neque anni, qui superfuerunt, in tabulâ reperiantur, accipiendus erit rursum annus proximè minor, unà cum ejus aureo numero, qui priori aureo numero invento adjiciendus est, & à composito numero rejicienda 19. si rejici possunt. Idemque faciendum erit cum reliquis annis, qui supersunt, donec omnes in tabula inveneris: & tandem ultimo aureo numero ex aureis numeris in tabula repertis confecto (rejectis prius 19. si rejici possunt, ut dictum est) addenda unitas. Conficietur enim hoc modo aureus numerus anni propositi. Quòd si post additionem unitatis numerus

Tabula ad aureum numerum cujuslibet anni inveniendum.

Anni Domini	Aureus numerus Adde 1	Anni Domini	Aureus numerus Adde 1
1	1	300	15
2	2	400	1
3	3	500	6
4	4	600	11
5	5	700	16
6	6	800	2
7	7	900	7
8	8	1000	12
9	9	2000	5
10	10	3000	17
20	1	4000	10
30	11	5000	3
40	2	6000	15
50	12	7000	8
60	3	8000	1
70	13	9000	13
80	4	10000	6
90	14	20000	12
100	5	30000	18
200	10	40000	5

rus

rus compositus fuerit 19. ita ut detractis 19. nihil remaneat, erit aureus numerus 19.

Exemplis res fiet illustrior. Sit inveniendus aureus numerus anni 700. Quoniam hic annus in tabula reperitur, eique respondet aureus numerus 16. si huic aureo numero adjiciatur 1. erit anno 700. aureus numerus 17. Rursus inveniendus proponatur aureus numerus anni 1583. Quoniam hic annus in tabula non existit, sumendus est annus 1000. in tabula proximè minor, ejusque aureus numerus 12. Deinde accipiendi in tabula anni residui 583. qui quoniam in ea non continentur, capiendus iterum est annus 500. in tabula proximè minor, ejusque aureus numerus 6. quo ad priorem aureum numerum 12. inventum adjecto, conficietur numerus 18. Post hæc anni 83. qui supersunt, sumendi sunt in tabula, sed quoniam non reperiuntur, accipiendus est annus 80. in tabula proxime minor, ejusque aureus numerus 4. quo apposito ad aureum numerum 18. prius compositum, efficietur numerus 22. à quo si detrahantur 19. remanebunt 3. Postremò, remanentes anni 3. sumendi sunt in tabula, & aureus numerus 3. illis respondens: quo adjecto ad aureum numerum 3. proximè relictum, componetur numerus 6. cui tandem si addatur 1. ut in vertice tabulæ præcipitur, erit anno 1583. aureus numerus 7. Sit denique quærendus aureus numerus anni 1595. Accipio primum aureum numerum 12. respondentem anno 1000. eumque addo aureo numero 6. qui anno 500. respondet, conficioque numerum 18. Deinde aureum numerum 14. respondentem anno 90. addo illi aureo numero 18. invento, procreoque numerum 32. à quo detractis 19. remanet numerus 13. cui adjungo aureum numerum 5. respondentem anno 5. efficioque numerum 18. Huic tandem si addam 1. habebo 19. pro aureo numero anni 1595.

Additur autem semper ultimo numero unitas, quia Christus anno secundo hujus cycli aurei numeri natus est, fuitque anno Domini primo aureus numerus 2. & anno secundo aureus numerus 3. &c.

Compositio quoque hujus tabulæ perfacilis est. Primis enim 10. annis respondent primi decem aurei numeri. Deinde quia à 10. anno progreditur tabula per annos decimos, respondetque anno 10. aureus numerus 10. ita ut singulis 10. annis aureus numerus 10. unitatibus augeatur, duplicandus erit aureus numerus 10. respondens 10. anno, & à producto numero 20. rejicienda 19. ut habeatur aureus numerus 1. respondens anno 20. Cui aureo numero 1. iterum adjiciendus est aureus numerus 10. decimi anni ut componatur aureus numerus 11 pro anno 30. atque hoc modo pro sequentibus decimis annis usque ad 100. addendus semper est aureus numerus 10. præcedenti aureo numero, & rejicienda 9. si rejici possunt, ut habeatur sequens aureus numerus. Post hæc, quia in tabulâ post annum 100. fit progressio per annos centesimos, respondetque anno 100. aureus numerus 5. duplicandus erit aureus numerus 5. ut componatur aureus numerus 10. pro anno 200. quandoquidem singulis annis 100. aureus numerus augetur 5. unitatibus. Aureo numero verò 10. iterum addendus erit aureus numerus 5. centesimi anni, ut gignatur aureus numerus 15. pro anno 300. atque ita pro sequentibus annis centesimis usque ad 1000. addendus semper est aureus numerus 5. præcedenti aureo numero, & rejicienda 19. quando possunt rejici, ut exurgat sequens aureus numerus. Hac arte tabulam extendere poteris ad quotcunque annos, si observes, per quos annos tabula progrediatur, & qui aureus numerus respondeat illi anno, à quo progressio incipit. Ita vides ab anno 1000. usque ad annum 10000. præcedenti aureo numero semper adjectum esse aureum numerum 2. & abjecta esse 19. quando rejici potuerunt: quia progressio annorum incipit tunc ab anno 1000. proceditque per annos millesimos usque ad annum 10000. & præterea anno 1000. respondet aureus numerus 12. &c.

Porrò sine hac tabulâ facillimo quoque negotio per præcepta Arithmetices aureus numerus cujuslibet anni reperietur hoc modo. Anno Domini proposito addatur 1. & numerus compositus per 19. dividatur, Numerus enim, qui ex divisione relinquitur, (nulla habita ratione quotientis numeri: hic enim solùm ostendit, quot revolutiones aurei numeri à Christo usque ad annum propositum peractæ sint) erit aureus numerus anni propositi. Et si ex divisione nihil remanet, erit aureus numerus 19. Ut si quæratur aureus numerus anni 1584. addo 1. & compositum numerum 1585. divido per 19. invenioque ex divisione relinqui 8. Erit ergo anno 1584. aureus numerus 8. Rursus si anno 1595. quærendus sit aureus numerus, additâ unitate, fit numerus 1596. quo diviso per 19. nihil superest. Erit igitur tunc aureus numerus 19. Item si anno 1600. addatur 1. fiet numerus 1601. quo diviso per 19. relinquetur 5. pro aureo numero anni 1600. Atque ita de cæteris.

CANON II.

DE EPACTIS ET NOVILUNIIS.

Epacta nihil aliud est, quàm numerus dierum, quibus annus Solaris communis dierum 365. annum communem Lunarem dierum 354. superat: ita ut Epacta primi anni sit 11. cum hoc numero annus Solaris communis Lunarem annum communem excedat, atque adeo sequenti anno Novilunia contingant 11. diebus priùs, quàm anno primo. Ex quo fit, Epactam secundi anni esse 22, cum eo anno rursum annus Solaris Lunarem annum superet 11. diebus, qui additi ad 11. dies primi anni efficiunt 22. ac proinde, finito hoc anno, Novilunia contingere 22. diebus priùs quàm primo anno: Epactam autem tertij anni esse 3. quia si rursus 11. dies ad 22. adjiciantur, efficietur numerus 33. à quo si rejiciantur 30. dies, qui unam Lunationem Embolismalem constituunt, relinquentur 3. atque ita deinceps. Progrediuntur enim Epactæ omnes per continuum augmentum 11. dierum, abjectis tamen 30. quando rejici possunt. Solùm quando perventum erit ad ultimam Epactam aureo numero 19. respondentem, quæ est 29. adduntur 12. ut abjectis 30. ex composito numero 41. habeatur rursus Epacta 11. ut in principio. Quod ideo fit, ut ultima Lunatio Embolismica, currente aureo numero 19. sit tantum 29. dierum. Si enim 30. dies contineret, ut aliæ sex Lunationes Embolismicæ, non redirent Novilunia post 19. annos Solares ad eosdem dies, sed versus calcem mensium prolaberentur, contingerentque uno die tardiùs, quàm ante 19. annos. De quâ re plura invenies in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani. Sunt autem 19. Epactæ, quot & aurei numeri, respondebantque ipsis aureis numeris ante Kalendarij correctionem eo modo, quo in hac tabellâ dispositæ sunt.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris, ante Kalendarij correctionem.

Aurei numeri	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Epactæ.	XI.	XXII.	III.	XIV.	XXV.	VI.	XVII.	XXVIII.

9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16	17.	18.	19.
IX.	XX.	I.	XII.	XXIII.	IV.	XV.	XXVI.	VII.	XVIII.	XXIX.

Quia verò cyclus decennovennalis aurei numeri imperfectus est, cum Novilunia post 19. annos Solares non præcisè ad eadem loca redeant, ut dictum est, imperfectus etiam erit hic cyclus 19. Epactarum. Quamobrem cum ita emendavimus, ut in posterum loco aurei numeri, & dictarum 19. Epactarum utamur 30. numeris Epactalibus ab 1. usque ad 30. ordine progredientibus, quamvis ultima Epacta, sive quæ ordine est trigesima, notata numero non sit, sed signo hoc * propterea quod nulla Epacta esse possit 30. Variis autem temporibus ex his 30. Epactis respondent decem & novem aureis numeris variæ decem & novem Epactæ, prout Solaris anni, ac Lunaris æquatio exposcit: quæ quidem decem & novem Epactæ progrediuntur, ut olim per eundem numerum 11. adduntürque semper 12. illi Epactæ, quæ respondet aureo numero 19. ut habeatur sequens Epacta respondens aureo numero 1. ob rationem paulò ante dictam. Id quod sequentes tres tabellæ perspicuum faciunt: quarum prima continet aureos numeros, & Epactas inter se respondentes ab anno correctionis 1582. post detractionem x. dierum, usque ad annum 700. exclusivè, quo anno secunda tabella assumenda est, & tertia anno 900. atque ita deinceps alia atque alia, ut infra docebimus. Quæ quidem omnia uberiùs in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani explicantur. Quàmvis autem vulgares Epactæ mutentur à die primo Martij, re ipsa tamen mutandæ sunt, unà cum aureo numero, in cujus locum hæ nostræ Epactæ succedunt, à die octavo, quo contingit

tingit citimum Novilunium Paschale anni, post undecim dies à sede Bissexti; intercalares anno Lunæ, ut is anno Solis adæquetur.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab Idibus Octobris anni correctionis 1582. detractis prius x. diebus, usque ad annum 1700. exclusivè.

Aurei numeri	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	1.	2.	3.	4.	5.
Epactæ.	II.	XIII.	XXIV.	V.	XVI.	XXVII.	VIII.	XIX.	*	XI.	XXII.	III.	XIV.	XXV.	VII.	XVIII.	XXIX.	X.	XXI.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab anno 1700. inclusive usque ad annum 1900. exclusive.

Aurei numeri	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Epactæ.	XV.	XXVI.	VII.	XVIII.	XXIX.	X.	XXI.	II.	XIII.	XXIV.	VI.	XVII.	XXVIII.	IX.	XX.	I.	XII.	XXIII.	IV.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab anno 1900. inclusive usque ad annum 2200. exclusive.

Aurei numeri	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.
Epactæ.	V.	XVI.	XXIV.	VIII.	XIX.	*	XI.	XXII.	III.	XIV.	XXV.	VI.	XVII.	XXVIII.		IX.	XX.	XII.	XXIII.

Quælibet autem tabella ab eo aureo numero initium sumit, qui illo anno currit à quo usus tabellæ incipit: & licèt in his tabellis diversæ semper Epactæ aureis numeris respondeant, aliquando tamen continget, ut eisdem aureis numeris eædem Epactæ respondeant, quæ olim ante correctionem Kalendarij.

Itaque si Epacta quocunque anno proposito invenienda sit, quærendus est aureus numerus illius anni in superiori ordine illius tabellæ quæ illi tempori, in quo propositus annus continetur, congruit. Mox enim sub aureo numero in inferiori ordine tabellæ reperitur Epacta anni propositi vel certé hoc signum * Ubi ergo Epacta illa in Kalendario inventa fuerit, eo die Novilunium fiet. Invenietur autem aureus numerus vel ex antecedente canone, vel ex tabella Epactarum proposito tempori congruente, tribuendo primum aureum numerum illius tabellæ illi anno, à quo usus tabellæ incipit, & secundum aureum numerum sequenti anno, &c. Eodem modo reperietur Epacta sine aureo numero, si prima Epacta tabellæ tribuatur illi anno, à quo ejus usus incipit, & secunda Epacta sequenti anno, &c. Ubi autem signum * inventum fuerit, sumetur Epacta proximè sequens vel proximè antecedens secundum aurei numeri currentis conditionem.

Exemplum. Anno correctionis 1582. aureus numerus est 6. nempe primus primæ tabellæ, cujus usus incipit ab Idibus Octobris anni correctionis 1582. detractis priùs x. diebus. Erit ergo tunc Epacta 11. quæ sub aureo numero 6. collocatur fietque Novilunium die 27. Octobr. & 26. Novembr. & 25. Decemb. Item anno 1583. jam correcto: aureus numerus est 7. cui in eâdem tabellâ supposita est Epacta XIII. quæ toto anno in Kalendario Novilunia indicabit, ut in Martij die 24. Aprili 13. &c. deinque die Ianuarij 13. Februarij 12. Rursus anno 1710. aureus nũmerus est 1. sub quo in ordine Epactarum secundæ tabellæ, quæ anno proposito congruit, collocatur Epacta VI. quæ in Kalendario toto anno Novilunia demonstrabit: nimirum in Martio die 31. In Aprili die 29. &c. ac denique in Ianuario die 20. Februario 19. Postremò, anno 1905 aureus numerus est 6. sub quo in ordine Epactarum tertiæ tabellæ, quæ proposito anno congruit, reperitur signum * itaque sumetur Epacta sequens XXIX. Ubicunque ergo anno 1905. in Kalendario Epacta XXIX. reperitur, ibi Novilunium fit: ut in Martio die 8. in Aprili die 7. in Majo die 6. &c. Quotiescunque enim signum * respondet aureo numero 10. vel minori, adsumenda est in Kalendario Epacta I. Quando verò idem signum * respondet aureo numero 11. vel majori, adsumenda est Epacta XXIX. Quod ideo fit, ut anni Lunares perfectiùs Solaribus annis respondeant: & Lunationes ita sibi mutuò succedant, ut alternatim sex contineant dies 30. & sex aliæ dies tantùm 29. complectantur. Id quod abundè in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani explicatum est.

Quòd

Quòd si quando Epactæ per dies Kalendarij distributæ indicent Novilunia paulò seriùs, quàm res postulet, mirandum non est, cum maturo consilio ita sint dispositæ. Cum enim nullus cyclus Lunaris ad unguem calculo Astronomico respondere possit, sed modò citiùs, modò tardiùs Novilunia indicet, data est diligenter opera in distribuendo cyclo hoc 30. Epactarum in Kalendario, ut potiùs Novilunia seriùs aliquando per Epactas demonstrentur quàm ut aliquando sedes suas antevertant, ne cum Quartadecimanis hæreticis sacrosanctum Pascha, vel in XIV. Luna, vel ante celebretur: adeo ut propter celebrationem Paschæ major sit habita ratio XIV. Lunæ, vel Plenilunij, quàm Novilunij. Neque magni refert si aliquando, quod raro tamen accidit, propter hanc Novilunij postpositionem, contingat Pascha celebrari post diem XXI. Lunæ. Minus enim hoc peccatum est, quàm si ante diem XIV. Lunæ celebretur, vel in ultimo mense, quod esset absurdissimum. Sed de his plura in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani, ubi etiam hypotheses, quæ in hac correctione Kalendarij assumptæ sunt, in medium afferentur.

Verùm, ut videas unde præcedentes tres tabellæ sint depromptæ, & quâ arte aliæ construi possint, addita est sequens tabella cycli Epactarum perpetua, unà cum tabulâ æquationis cycli Epactarum, ex quâ cujusque anni Epacta reperietur in perpetuum. Rationem constructionis tam tabellæ cycli Epactarum perpetuæ, quàm tabulæ æquationis cycli Epactarum, quoniam paucis explicari non potest, desumunturque literæ alphabeti ex tabulâ cycli Epactarum expansa, consultò in librum novæ rationis restituendi Kalendarij Romani, ubi tabula illa expansa continetur, rejicimus.

Tabella cycli Epactarum perpetua.

γγ	L	C	c	P	F	f	s	M	i	A	a	m	D		
*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII		
d	q	G	g	t	N	K	B	b	n	E	e	r	H	h	u
IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX

Tabula æquationis cycli Epactarum perpetui.

	Anni Domini.		Anni Domini.
N	1582.	B	3300.
N	1600. Biss.	C	3400.
M	1700.	B	3500.
M	1800.	B	3600. Biss.
H	1900.	B	3700.
H	2000. Biss.	A	3800.
H	2100.	u	3900.
G	2200.	A	4000. Biss.
F	2300.	u	4500.
G	2400. Biss.	t	4200.
F	2500.	t	4300.
E	2600.	t	4400. Biss.
E	2700.	s	4500.
E	2800. Biss.	s	4600.
D	2900.	r	4700.
D	3000.	r	4800. Biss.
C	3100.	r	4900.
C	3200. Biss.		

Utriusque autem usus hic est. Quæratur in tabulâ æquationis annus propositus, vel si is in tabulâ non invenitur, annus proximè minor: noteturque literâ alphabeti sive majusculâ, sive minusculâ, ad sinistram ipsius collocata, & aureus numerus investigetur anno proposito congruens. Deinde in tabellâ cycli Epactarum perpetuâ similis litera notetur, & cellulæ, quæ ab illa litera inclusivè tertia est versus sinistram, aureus numerus 1. tribuatur, & sequenti cellulæ ad dexteram subsequens aureus numerus 2. & ita deinceps, donec ad aureum numerum propositi anni perveniatur, redeundo ad principium tabellæ, si eam totam percurreris, computatâ quoque literâ γγ sub quâ signum * collocatur pro unâ cellulâ. His enim ritè peractis, illicò in cellulâ, in quam aureus numerus propositi anni cadit, Epacta illius anni reperietur. Diligenter tamen observandum est, ut quando aureus numerus anni propositi fuerit 10 vel minor, cecideritque in cellulam literæ γγ ubi est hoc signum * sumatur Epacta XXIX. Quando verò aureus numerus anni propositi fuerit 11. vel major, sumatur Epacta I.

Exem-

Exemplis planum id faciemus. Anno 1582. post correctionem respondet in tabulâ æquationis litera N. majuscula, estque aureus tunc numerus 6. Si igitur in tabellâ cycli Epactarum perpetua tribuas cellulæ literæ g minusc. quæ tertia est à cellulâ literæ N. majusc. aureum numerum 1. & sequenti cellulæ ad dextram aureum numerum 2. & ita deinceps, cadet aureus numerus 6. anni propositi 1582. in cellulam Epactæ 11. quæ in Kalendario ab Idibus Octob. illius anni Novilunia monstrabit. Rursus anno 1583. jam emendato aureus numerus est 7. eique in tabulâ æquationis respondet litera eadem N, majusc. Quoniam enim hic annus in tabulâ non reperitur, sumendus est proximè minor, nempe 1582. cui litera N, majusc. respondet. Tribuendo ergo in tabellâ Epactarum aureum numerum 1. cellulæ literæ g, minusc. quæ tertia est à cellulâ literæ N, majusc. & aureum numerum 2. sequenti cellulæ ad dextram, & sic deinceps, cadet aureus numerus 7. propositi anni in cellulam Epactæ XIII. quæ eo anno Novilunia ostendet. Item anno 1710. respondet litera M, majusc. in tabulâ æquationis, estque rursum aureus numerus 1. Quare si aureum numerum 1. illius anni tribuas primæ cellulæ literæ f, minusc. in tabellâ Epactarum, quæ tertia est à literâ M, majusc. reperies VI. pro Epactâ illius anni. Rursus anno 1912. respondet in tabulâ æquationis litera H, majusc. & est aureus numerus 13. Quapropter si tribuatur in tabellâ Epactarum perpetua cellulæ literæ e, minusc. quæ tertia est à literâ H, majusc. aureus numerus 1. & sequenti cellulæ ad dextram aureus numerus 2. & ita deinceps, redeundo ad principium tabellæ, cadet aureus numerus 13. propositi anni in secundam cellulam. Quare Epacta tunc erit XVII. Adhuc anno 2000. respondet in tabulâ æquationis litera H, majusc. estque aureus numerus 6. Tribuendo ergo aureum numerum 1. cellulæ literæ e, minusc. in tabellâ Epactarum, quæ tertia est à cellulâ literæ H, majusc. & aureum numerum 2. sequenti cellulæ ad dextram &c. cadet aureus numerus 6. propositi anni in cellulam literæ γγ, sub quâ ponitur signum * Quia verò aureus numerus 6. minor est quàm 11. accipienda est Epacta XXIX. pro anno 2000. Postremò, anno 1609. in tabellâ æquationis respondet litera N, majusc. estque aureus numerus 14. Quamobrem si in tabellâ Epactarum cellulæ literæ g, quæ tertia est à cellula literæ N, majusc. detur aureus numerus 1. & sequenti cellulæ ad dextram aureus numerus 2. &c. redeundo ad principium tabellæ, occurret aureus numerus 14 propositi anni eidem cellulæ literæ γγ, sub qua signum * ponitur. Et quoniam aureus numerus 14. major est, quàm 10. accipienda est Epacta 1. pro anno 1609. Atque hoc modo Epactam cujuslibet anni invenies in perpetuum.

Ex his facilè quivis tabellam componere poterit si velit, similem tribus superioribus, in qua nimirum Epactæ contineantur certis quibusdam annis inservientes. Ut quoniam usus tertiæ tabellæ extenditur usque ad annum 2200. exclusivè, si quis aliam tabellam optet, cujus usus incipiat anno 2200. quærenda erit, ut jam docuimus, Epacta anni 2200. Si namque ordine disponantur omnes 19. aurei numeri, initio facto ab aureo numero anni 2200. & sub aureo numero dicti anni collocetur Epacta ejusdem anni inventa: deinde reliquæ Epactæ ordine sub aliis aureis numeris collocentur, quæ per continuam additionem numeri 11. ad præcedentem Epactam constituantur, ita tamen, ut Epactæ sub aureo numero 19. positæ, si hic aureus numerus in tabella ultimus non fuerit, addantur 12. non autem 11. ut supra diximus, composita erit tabella Epactarum, cujus usus incipiet ab anno 2200. inclusivè, terminabiturque anno 2299. quandoquidem anno 2300. in tabula æquationis alia litera respondet, nempe F, ita ut tunc sit alia tabula extruenda. Verbi gratia: dicto anno 2200. respondet in tabula æquationis litera G, majusc. estque aureus numerus 16. Si igitur tribuamus aureum numerum 1. cellulæ literæ d, minusc. in tabella perpetua Epactarum, quæ tertia est à cellula literæ G, & sequenti cellulæ ad dextram aureum numerum 2. &c. incidet aureus numerus 16. dicti anni 2200. in cellulam literæ u, sub qua reperitur Epacta XIX. illius anni. Quocirca tabella Epactarum respondentium aureis numeris, initio sumpto ab aureo numero 16. & ab Epacta XIX. illius anni sic stabit.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab anno 2200. inclusive usque ad annum 2300. exclusive.

Aurei numeri	16.	17.	18.	19.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
Epactæ.	XIX.	*	XI.	XII.	IV.	XV.	XXVI.	VII.	XVIII.	XXIX.	X.	XXI.	II.	XIII.	XXIV.	V.	XVI.	XXVII.	VIII.

Sed eædem hæ Epactæ faciliùs ex tabella cycli Epactarum perpetuâ extrahi possunt. Cum enim aureus numerus 1. tribuatur cellulæ literæ G, majusc. & aureus numerus 2. sequenti cellulæ ad dextram, ubi est litera g. & aureus numerus 3. sequenti cellulæ ad dextram, ubi est litera t, aureus numerus verò 4. sequenti adhuc cellulæ ad dextram, in qua descripta est litera N, majusc. &c. ut dictum est, scribendæ erunt Epactæ sub aureis numeris hujus tabellæ temporariæ, quemadmodum in tabella illa cycli Epactarum perpetua aureis numeris respondent, ut in exemplo factum esse vides. Hinc facilè apparet, qua ratione superiores tres tabellæ Epactarum temporariæ sint compositæ. Generalior porrò via inveniendæ Epactæ cujuslibet anni ex rotâ mobili desumitur, cujus constructionem quoniam in lib. novæ rationis restituendi Kalendarij Romani tradita est, deditâ operâ hic omittimus.

CANON III.

DE CYCLO SOLARI, SIVE LITERARUM DOMINICALIUM 28. ANNORUM.

Cyclus Solaris, seu literarum Dominicalium, est revolutio numeri 28. annorum ab 1. usque ad 28. quâ revolutione peractâ, iterum ad unitatem reditur, initiumque sumit quilibet annus hujus cycli à Ianuario. Procreatur autem cyclus hic Solaris 28. annorum ex multiplicatione 7. per 4. propterea quod propter septem dies hebdomadæ, septem sunt literæ Dominicales, & quovis quarto anno unus dies intercalatur, ita ut tunc ordo ille septem literarum interrumpatur, recipianturque duæ literæ Dominicales. Hoc cyclo litera Dominicalis cujusque anni investigatur in perpetuum, ut ad finem sequentis canonis docebimus.

Ut igitur quolibet anno proposito numerus cycli Solaris reperiatur, composita est sequens tabella, cujus usus incipit ab anno correctionis 1582. duratque in perpetuum. Ex qua numerus cycli Solaris quocunque anno currens post annum 1582. investigabitur hoc modo.

23.	24.	25.	26.	27.	28.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	12.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.

Anno 1582. tribuatur primus numerus tabellæ, qui est 23. secundus autem, qui est 24. sequenti anno 1583. & ita deinceps in infinitum, donec ad annum, cujus numerum cycli Solaris quæris, perveniatur, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris. Nam cellula, in quam cadit annus propositus, numerum cycli Solaris quæsitum indicabit.

Sed quoniam valde laboriosum est ac molestum, tot annos in dicta tabella enumerare, eamque toties repetere, donec ad annum propositum perveniatur, præsertim verò si annus propositus procul ab anno 1582. absit, construximus hanc aliam tabulam, ex qua sine magno labore, cycli Solaris numerus quolibet anno tam ante, quàm post annum 1582. invenietur hac ratione.

Quæratur annus propositus in tabulâ sub annis Domini, qui si descriptus in eâ fuerit, numerus ad dextram ipsius collocatus (additis prius 9. ut in vertice tabulæ præcipitur: & rejectis 28. post hanc additionem si rejici possunt) erit numerus cycli Solaris, qui quæritur. Si verò annus propositus, in tabulâ non continetur, accipiatur annus in tabulâ contentus proximè minor, unà cum numero cycli Solaris respondente. Deinde sumantur in eadem tabulâ anni qui supersunt, unà cum numero cycli Solaris respondente, qui priori numero cycli Solaris invento addatur, rejicianturq; à composito numero 28. si re-ſi rejici poſſunt. Et tandem addantur 9. Numerus enim compoſitus, rejectis prius 28. ſi poſſunt rejici, erit numerus cycli Solaris quæſitus. Quòd ſi neque anni, qui ſuperfuerunt, in tabulâ reperiantur, accipiendus erit rurſum annus proximè minor, unà cum numero cycli Solaris reſpondente: qui priori numero cycli Solaris invento adjiciendus eſt, & à compoſito numero rejicienda 28. ſi rejici poſſunt. Idemque faciendum erit cum reliquis annis qui ſuperſunt, donec omnes in tabulâ inveneris: & tandem ultimo numero cycli Solaris ex numeris cycli Solaris in tabulâ repertis confecto, addenda 9. & à ſummâ, quæ conflabitur, rejicienda 28. ſi rejici poſſunt. Conficietur enim hoc modo numerus cycli Solaris anni propoſiti. Quòd ſi poſt additionem 9. numerus compoſitus fuerit 28. ita ut poſt detractionem 28. nihil remaneat, erit numerus cycli Solaris 28.

Tabula ad numerum cycli Solaris cujuſlibet anni inveniendum.

Anni Domini	Cyclus Solaris *Adde* 9	Anni Domini	Cyclus Solaris *Adde* 9
1	1	300	20
2	2	400	8
3	3	500	24
4	4	600	12
5	5	700	0
6	6	800	16
7	7	900	4
8	8	1000	20
9	9	2000	12
10	10	3000	4
20	20	4000	24
30	2	5000	16
40	12	6000	8
50	22	7000	0
60	4	8000	20
70	14	9000	12
80	24	10000	8
90	6	20000	4
100	16	30000	12
200	4	40000	16

Exemplis rem illuſtrabimus. Inveniendus ſit numerus cycli Solaris anno 1000. Quoniam hic annus in tabulâ reperitur, eique reſpondet numerus 20. ſi addantur 9. fiet numerus 29. à quo ſi rejiciantur 28. remanebit 1. pro numero cycli Solaris anno 1000. Rurſus inquirendus proponatur numerus cycli Solaris anno 1582. Quoniam hic annus in tabulâ non invenitur, ſumendus eſt annus 1000. in tabulâ proximè minor, ejuſque numerus cycli Solaris 20. Deinde accipiendi in tabulâ anni reſidui 582. qui quoniam in eâ non continentur, ſumendus iterum eſt annus 500. in tabulâ proximè minor, ejuſque numerus cycli Solaris 24. quo ad priorem numerum cycli Solaris 20. inventum adjecto, conficietur numerus 44. à quo ſi detrahantur 28. remanebunt 16. Poſt hæc anni 82. qui ſuperſunt, accipiendi in tabulâ: ſed quia non reperiuntur, ſumendus eſt annus 80. in tabulâ proximè minor, ejuſque numerus cycli Solaris 24. quo adjecto ad numerum cycli Solaris 16. priùs compoſitum, efficietur numerus 40. à quo ſi ſubtrahantur 28. relinquentur 12. Tandem accipiendi ſunt reliqui anni 2. in tabulâ, & numerus cycli Solaris 2. illis reſpondens: quo appoſito ad numerum cycli Solaris 12. proximè relictum, componetur numerus 14. Ad quem poſtremò ſi addantur 9. ut in vertice tabulæ jubetur, fiet numerus cycli Solaris 23. anni 1582. Denique, inveſtigandus ſit numerus cycli Solaris anno 7075. Accipio primùm numerum cycli Solaris 0. è regione anni 7000. eumque addo numero cycli Solaris 14. è regione anni 70. reperto, efficioque numerum 14. Deinde huic numero 14. adjungo numerum cycli Solaris 5. anno 5. reſpondentem & procreo numerum 19. Cui tandem appono 6. efficioque numerum cycli Solaris 28. pro anno 7075.

Adduntur autem ſemper 9. ultimo numero, quia Chriſtus anno decimo hujus cycli Solaris natus eſt, fuitque anno Domini primo numerus cycli Solaris 10. & anno ſecundo numerus cycli Solaris 11. &c.

Compositio quoque hujus tabulæ non differt à constructione tabulæ pro aureo numero inveniendo, nisi quòd hic rejicienda sunt 28. non autem 19. ut ibi. Quocirca facilè eam extendere poteris ad quotcunque annos volueris.

Cæterum sine hac tabulâ facili admodum negotio per præcepta Arithmetices numerus cycli Solaris quolibet anno proposito invenietur hoc modo. Anno Domini proposito addantur 9. & compositus numerus per 28. dividatur. Numerus enim, qui ex divisione relinquitur, (nulla habita ratione quotientis numeri: hic enim solùm indicat quot revolutiones cycli Solaris à Christo usque ad annum propositum peractæ sint) erit numerus cycli Solaris anni propositi. Et si ex divisione nihil remanet, erit numerus cycli Solaris 28. Ut si quæratur numerus cycli Solaris anno 1582. Addo 9. & compositum numerum 1591. divido per 28. invenioque ex divisione relinqui 23. Anno ergo 1582. numerus cycli Solaris erit 23. Rursus si desideretur numerus cycli Solaris anno 1587. Addo 9. & facio 1596. quem numerum partior per 28. reperioque nihil superesse. Anno igitur 1587. numerus cycli Solaris erit 28. Et sic de cæteris.

CANON IV.

DE LITERA DOMINICALI.

QUoniam tum propter decem dies ablatos ex mense Octobri anni 1582. tum etiam propter tres Bissextos quibusque quadringentis annis omittendos, ut in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani, & in Bullâ correctionis anni à Gregorio XIII. Pont. Max. sancitum est, cyclus literarum Dominicalium quibusque 28. annis in seipsum rediens, & ad hanc usque diem ab Ecclesia Romana usitatus interrumpatur necesse est, proponimus sequentem tabellam literarum Dominicalium omnibus annis post Idus Octobris anni correctionis 1582. (detractis priùs x. diebus) usui futurum usque ad annum 1700. exclusivè.

Tabella literarum Dominicalium ab Idibus Octobris anni correctionis 1582. (detractis prius x. diebus) usque ad annum 1700. exclusive.

c b	A	f e d	c	A g f	e	c b A	g	e d c	b	g f e	d	b A g	f	d
	g		b		d		f		A		c		e	

Usus hujus tabellæ hic est. Anno correctionis 1582. post Idus Octobris (detractis prius x. diebus) tribuatur litera c, primæ cellulæ: & sequenti anno 1583. litera b, secundæ: & anno 1584. dentur literæ A,g, tertiæ cellulæ, & sic deinceps aliis annis ordine aliæ cellulæ tribuantur, donec ad annum propositum perventum sit, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris. Nam cellula in quam annus propositus cadit, dummodo minor sit, quàm annus 1700. dabit literam Dominicalem propositi anni. Quæ si unica occurrerit, annus erit communis, si verò duplex, Bissextilis: & tunc superior litera Dominicam diem ostendet in Kalendario à principio anni usque ad festum S. Mathiæ Apostoli, inferior autem ab hoc festo usque in finem anni. Exempli gratia. Sit invenienda litera Dominicalis anno 1587. Numera ab anno 1582. quem tribue primæ literæ c, usque ad annum 1587. tribuendo singulis cellulis singulos annos (computando geminas literas quascunque, superiorem & inferiorem, pro una cellula) cadetque annus 1587. in literam d, quæ sextum locum in tabella occupat. Est ergo toto eo anno litera Dominicalis d, annusque communis est, cum litera simplex occurrat. Rursus sit investiganda litera Dominicalis anno 1616. Numera ab anno 1582. ut dictum est, usq; ad annum 1616. redeundo ad principium tabellæ, postquam eam percurreris, pervenïesque ad duas hasce literas c,b, septimo loco positas. Est ergo annus ille Bissextilis, cum duplex litera occurrat, superiorque litera c, Dominicam diem indicabit à principio anni illius usque ad festum S. Mathiæ, inferior autem b, in reliqua parte anni.

Verùm ut in annis, qui parum ab anno 1700. distant, facilior reddatur numeratio, & ne ne ſæpiùs ad principium tabellæ cogaris redire, componenda erit tabella quædam annorum hac arte. Ad annum 1582. à quo uſus tabellæ literarum Dominicalium incipit, addantur 28. & iterum 28. ad numerum compoſitum, & ſic deinceps; ita tamen, ut ultimus annus minor ſit anno 1700. ad quem uſus tabellæ literarum Dominicalium non pervenit.

Anni à quibus tabella literarum Dominicalium incipit.
1582.
1610.
1638.
1666.
1694.

Itaque ſi annus, cujus litera Dominicalis quæritur, in hac tabella annorum continetur, erit prima litera tabellæ literarum Dominicalium Dominicalis eo anno. Si verò non continetur, ſumendus eſt in tabella annorum annus proximè minor, & ab eo numerandum in ſupradicta tabella literarum Dominicalium, initio facto à prima cellula, uſque ad annum propoſitum. Pervenietur enim hac numeratione ad literam Dominicalem, ita ut nunquam ad principium tabellæ redeundum ſit. Vt ſi annus propoſitus ſit 1638. qui in hac tabella reperitur, erit eo anno litera Dominicalis c, quæ prima eſt in tabellâ literarum Dominicalium. Si autem annus propoſitus ſit 1647. qui in hac tabella non continetur, numerandum erit in tabellâ literarum Dominicalium ab anno 1638. proximè minori uſque ad datum annum 1647. tribuendo nimirum annum 1638. primæ cellulæ, & ſequentem annum 1639. ſecundæ cellulæ, &c. Cadet enim hoc modo annus propoſitus 1647. in decimam cellulam literæ f, quæ tertia eſt poſt Biſſextum, & Dominicalis eo anno.

Finito autem anno 1699. in cujus fine uſus ſuperioris tabellæ literarum Dominicalium terminatur, aſſumenda eſt ſequens tabella literarum Dominicalium, cujus uſus ab anno 1700. incipit, eſtq; perpetua, ſi adjuncta tabula æquationis adhibeatur, hoc modo.

Tabella literarum Dominicalium ab anno 1700 incluſive perpetua, ſi quibuſque 400. annis tres Biſſexti omittantur.

I		II		III									
d c	b A g	f e	d c b	A g	f e d	c b	A g f	e d	c b A	g f	e d c	b A	g f e

Inventurus literam Dominicalem cujuſlibet anni, qui non minor ſit anno 1700. vide in tabulâ æquationis, qui numerus ex antiquis Romanorum notis ad ſiniſtram anni propoſiti, vel (ſi is in tabula deſcriptus non eſt) anni proximè minoris reperitur, eumque in tabella literarum Dominicalium perpetua nota. Si enim cellulæ hujus numeri antiqui Romani tribuas annum in tabulâ æquationis acceptum, ſequentem verò annum ſequenti cellulæ, & ita deinceps, donec ad annum propoſitum perveneris redeundo ad principium tabellæ ſi opus fuerit, incides in cellulam literæ Dominicalis, quam quæris. Quæ ſi fuerit ſimplex, annus propoſitus communis erit, ſi verò duplex, Biſſextilis: exceptis annis illis centeſimis, in quibus dies intercalaris omittitur, quales ſunt omnes illi & ſoli, qui in æquationis tabula expreſſi ſunt. In his enim quoniam communes ſunt, ex duabus literis inventis inferior duntaxat aſſumenda eſt, relicta ſuperiore, quia

Tabula æquationis ſupradictæ tabellæ literarum Dominicalium ab anno 1700. perpetuæ.

	An. Domini.		An. Domini.		An. Domini.
I	1700	I	2900	I	4100
II	1800	II	3000	II	4200
III	1900	III	3100	III	4300
I	2100	I	3300	I	4500
II	2200	II	3400	II	4600
III	2300	III	3500	III	4700
I	2500	I	3700	I	4900
II	2600	II	3800	II	5000
III	2700	III	3900	III	5100

hæc in anno præcedenti usum habuit. In aliis centesimis Bissextilibus, cujusmodi sunt omnes illi, qui in tabula æquationis notati non sunt, utraque litera inventa est accipienda, quemadmodum in aliis annis Bissextilibus.

Exemplum. Anno 1710. respondet in tabulâ æquationis hic numerus antiquus I. quia cum dictus annus in tabula non contineatur, accipiendus est annus 1700. proximè minor, cui respondet numerus I. Igitur si ab anno 1700. in tabula invento fiat numeratio in tabella literarum Dominicalium perpetua per cellulas: usque ad annum propositum 1710. initio facto à prima cellula, supra quam nimirum ponitur idem numerus antiquus I. qui in æquationis tabula repertus est, reperietur litera Dominicalis e, secunda post Bissextum, eritque annus 1710. communis, & secundus post Bissextum. Rursus anno 1912. respondet in tabula æquationis numerus antiquus III. Numerando igitur ab anno 1900. in tabula reperto, in tabula literarum Dominicalium per cellulas, initio sumpto à nona cellula, supra quam nimirum positus est antiquus numerus III. usque ad annum 1912. inveniemus duas literas Dominicales g, f, eritque annus ille Bissextilis. Præterea anno 1800. in tabula æquationis respondet antiquus numerus II. cui in tabella literarum Dominicalium respondent duæ literæ f, e, quarum inferior e, solùm illi anno deserviet, quoniam annus est communis, & superior litera f fuit Dominicalis anno præcedente 1799. Postremò, anno 3600. respondet in tabula æquationis numerus antiquus III. prope annum 3500. proximè minorem. Si igitur ab anno 3500. in tabella literarum Dominicalium numerentur cellulæ, sumpto initio à nona cellula hujus numeri III. invenientur duæ hæ literæ b, A, quarum utraque accipienda est, quia annus ille centesimus Bissextilis est, cum in tabula æquationis non contineatur.

Hic autem utendum erit quoque artificio supra descripto, ut numeratio facilior reddatur. Nempe construenda erit tabella annorum, quæ per continuam additionem 28. ad annum in tabula æquationis inventum, progrediatur. Ut in proximo exemplo ad annum 3500. deinde ad compositum numerum 3528. &c. ita tamen, ut ultimus numerus compositus minor sit quàm 3700. Hoc enim anno alius numerus antiquus accipiendus erit in tabella literarum Dominicalium, ut ex tabula æquationis constat. Hac tabella annorum composita, statim sciemus à quo anno inchoanda sit numeratio in tabella literarum Dominicalium. Hac ratione, ut in proximo exemplo persistamus, sub numero antiquo III. numerationem auspicabimur ab anno 3584. qui proximè minor est in tabella annorum quàm propositus annus 3600. qui cadet in cellulam duarum literarum b, A, ut priùs.

3500
3528
3556
3584
3612
3640
3668
3696

Facillima porrò est constructio tabulæ æquationis. Progreditur enim per omnes annos centesimos, qui Bissextiles non sunt, omissis centesimis Bissextilibus, quia in illis ordo literarum Dominicalium interrumpitur, in his verò non. Itaque post ternos quosque centesimos unus annus centesimus relinquitur in tabula, cum ille sit Bissextilis. Deinde, ut vides numeri antiqui I. II. III. ordine repetuntur.

Ex his non difficile erit cuilibet ex nostra tabella perpetua decerpere tabellam particularem suo tempori deservientem. Si enim tabella 28. literarum Dominicalium componatur, principio sumpto à cellula illius numeri antiqui, qui in tabula æquationis cuilibet anno centesimo respondet, confecta erit tabella deserviens ab eo anno centesimo usque ad annum centesimum qui in tabula æquationis sequitur exclusivè: ita tamen, ut ex primis duabus literis anno illi centesimo, à quo usus tabellæ incipit, respondentibus, inferior assumatur, relicta superiori. Hac arte constructa est sequens tabella, cujus usus incipit ab anno 1800. duratque usque ad finem anni 1899. hac lege, ut anno 1800. litera Dominicalis sit e, inferior primarum duarum f, e. Sequenti deinde anno 1801. litera Dominicalis sit d, &c.

Tabella literarum Dominicalium ab anno 1800. *usque ad annum* 1900. *exclusive.*

f	dcb	A	fed	c	Agf	e	cbA	g	edc	b	gfe	d	bAg
e		g		b		d		f		A		c	

Ex-

Expeditè quoque eandem literam Dominicalem cujuſque anni perpetuò inveniemus tam ante correctionis annum quàm poſt, ex antiquo cyclo Solari, ſeu literarum Dominicalium 28. annorum, quo ad hanc uſque diem Eccleſia uſa eſt. Hic autem, unà cum tabula æquationis, quæ per omnes annos centeſimos progreditur, ita ut quartus quiſque centeſimus ſit Biſſextilis, & tunc idem numerus antiquus repetatur, ita ſe habet.

Cyclus Solaris, ſeu literarum Dominicalium antiquus 28. annorum perpetuus.

V		VII		II		IV		VI		I		III	
g f	e d c	b A	g f e	d c	b A g	f e	d c b	A g	f e d	c b	A g f	e d	c b A

Tabula æquationis Cycli Solaris antiqui.

	An. Domini.
V	1
V	1582
Detractis x. diebus.	
I	1582
I	1600 Biſſ.
II	1700
III	1800
IV	1900
IV	2000 Biſſ.
V	2100
VI	2200
VII	2300
VII	2400 Biſſ.
I	2500
II	2600
III	2700
III	2800 Biſſ.
IV	2900
V	3000
VI	3100
VI	3200 Biſſ.
VII	3300
I	3400
II	3500
II	3600 Biſſ.
III	3700
IV	3800
V	3900
V	4000 Biſſ.
VI	4100
VII	4200
I	4300
I	4400 Biſſ.
II	4500
III	4600
IV	4700
IV	4800 Biſſ.
V	4900
VI	5000
VII	5100
VII	5200 Biſſ.
I	5300

Inventurus ergo literam Dominicalem quocunque anno dato, vide in tabulâ æquationis, qui numerus antiquus ad ſiniſtram anni propoſiti, vel (ſi is in tabulâ non eſt deſcriptus) anni proximè minoris reperitur, eumque in cyclo Solari nota. Ab hoc enim incluſivè ſi numeres tot cellulas literarum Dominicalium, dextrorſum procedendo, & iterum ſi opus fuerit, à principio cycli incipiendo, quot unitates in numero cycli Solaris currente (quem ex canone 3. invenies) continentur, incides in cellulam literæ Dominicalis, quam quæris. Quæ ſi fuerit ſimplex, annus propoſitus communis erit; ſi verò duplex, Biſſextilis, exceptis illis annis centeſimis, in quibus intercalaris dies omittitur, cujuſmodi ſunt omnes illi, ac ſoli, quibus in tabulâ æquationis ſyllaba [Biſſ.] appoſita non eſt. In his enim, quoniam communes ſunt, inferior litera ex duabus inventis aſſumenda eſt, relictâ ſuperiori, quoniam hæc in præcedenti anno fuit Dominicalis. In centeſimis aliis Biſſextilibus, quales ſunt omnes illi, quibus ſyllaba [Biſſ.] adjuncta eſt, utraque litera eſt accipienda, quemadmodum in aliis annis Biſſextilibus.

Exemplum. Anno 1699. reſpondet in tabulâ æquationis numerus antiquus I. propè numerum 1600. proximè minorem. Cùm ergo anno 1699, numerus cycli Solaris ſit 28. numerandæ erunt 28. cellulæ literarum Dominicalium, initio facto ab eâ ſupra quam numerus hic I. poſitus eſt, uſque ad d, quæ erit litera Dominicalis eo anno, tertia poſt Biſſextum. Rurſus anno 1700. reſpondet in æquationis tabulâ numerus antiquus II. eſtque numerus cycli Solaris 1. In prima ergo cellula literarum Dominicalium ſub numero antiquo II. ex duabus literis d, c, inferior erit litera Dominicalis illius anni: quia communis eſt, & ſuperior litera d fuit Dominicalis in præcedenti anno 1699. ut in proximo exemplo patuit. Poſtremò, anno 2000 reſpondet in tabula æquationis numerus antiquus IV. numerus autem cycli Solaris tunc eſt 21. Quare ſi numerentur 21. cellulæ literarum Dominicalium, initio facto à cellula hujus numeri antiqui IV. invenientur duæ hæ literæ b, A, quæ ambæ Dominicales erunt eo anno, cùm Biſſextilis ſit. Porrò via hæc multò facilior eſt in libro novæ rationis reſtituendi Kalendarij Romani per tabulam ſeptem cyclorum literarum Dominicalium expanſam, ubi etiam commodiſſima ratio traditur beneficio rotæ mobilis.

CANON

CANON V.

DE INDICTIONE.

INdictio est revolutio 15. annorum ab 1. usque ad 15. qua revolutione peracta, iterum reditur ad unitatem, initiumque sumit quilibet annus hujus cycli à Januario in bullis Pontificiis. Et quoniam Indictionis frequens usus est in Diplomatibus & scripturis publicis, facilè annum Indictionis currentem quolibet anno proposito inveniemus ex sequenti tabella, cujus usus perpetuus est, initium tamen sumit ab anno correctionis 1582.

Tabella Indictionis ab anno correctionis 1582.

10.	11.	12.	13.	14.	15.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

Nam si anno 1582. tribuas primum numerum, qui est 10. & sequenti anno 1583. secundum numerum, qui est 11. & sic deinceps usque ad annum propositum, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris, cadet annus propositus in Indictionem, quæ quæritur.

Quoniam verò molestum est ac laboriosum, tot annos in dicta tabella percensere, redeundo sæpius ad ejus principium, quousque anni propositi Indictio reperiatur, præsertim si annus propositus longè ab anno 1582. absit, confecimus hanc aliam tabulam, ex qua sine magno labore Indictio cujusvis anni tam ante annum 1582. quàm post, invenietur hoc modo.

Tabula ad Indictionem cujuslibet anni inveniendam.

Anni Domini	Indictio *Adde* 3	Anni Domini	Indictio *Adde* 3
1	1	80	5
2	2	90	0
3	3	100	10
4	4	200	5
5	5	300	0
6	6	400	10
7	7	500	5
8	8	600	0
9	9	700	10
10	10	800	5
20	5	900	0
30	0	1000	10
40	10	2000	5
50	5	3000	0
60	0	4000	10
70	10	5000	5

Quære annum propositum in adscriptâ tabulâ, vel proximè minorem, si is in tabulâ non reperitur: deinde residuos annos, unà cum Indictionibus ad dextram annorum collocabis. Si enim has omnes Indictiones in unam summam collegeris eo ordine, ut in canone tam aurei numeri, quàm cycli Solaris docuimus, & tandem addideris 3. rejectis tamen semper 15. quoties possunt rejici, habebis Indictionem anni propositi. Quod si ultima summa post additionem 3. fuerit 15. ita ut abjectis 15. nihil relinquatur, erit Indictio 15. Id quod uno aut altero exemplo faciemus perspicuum. Anno 2000. respondet in tabulâ Indictio 5. cui si addatur 3. fiet Indictio 8. anni 2000. Item, ut anno 1582. reperiatur Indictio, accipiendus est annus 1000. proximè minor, unà cum Indictione 10. Deinde ex reliquis annis 582. annus 500. proximè minor, unà cum Indictione 5. quâ ad priorem 10. adjectâ, efficietur numerus 15. à quo si abjiciantur 15. nihil superest. Post hæc ex residuis annis 82. sumendus est in tabulâ annus 80. proximè minor, una cum Indictione 5. quæ addita Indictiodictioni o. quæ proximè relicta fuerat, faciet numerum 5. cui si adjungatur Indictio 2. respondens residuis 2. annis, fiet numerus 7. Huic tandem si addantur 3. componetur Indictio 10. pro anno 1582. Postremò, Indictio anni 3040. ita invenietur. Indictio o. respondens anno 3000, proximè minori addatur Indictioni 10. quæ residuis annis 40. respondet, habebiturque numerus 10. Cui si addantur 3. fiet Indictio 13. anni 3040.

Adduntur autem semper 3. ultimo numero, quia Christus natus est anno quarto cycli Indictionis, fuitque anno Domini primo Indictio 4. & anno secundo Indictio 5. &c.

Compositio quoque hujus tabulæ eadem est, quæ tabulæ ad aureum numerum, & numerum cycli Solaris inveniendum: nisi quod hic rejicienda sunt semper 15. si fieri potest, non autem 19. vel 28. ut ibi.

Verùm absque hac tabulâ perfacilis quoque est inventio Indictionis cujuslibet anni per præcepta Arithmetices hoc pacto. Anno Domini proposito addantur 3. & compositus numerus per 15. dividatur. Numerus enim ex divisione relictus (nulla habita ratione quotientis numeri, cum hic solùm demonstret, quot revolutiones cycli Indictionis à Christo usque ad annum datum transierint) erit Indictio quæsita. Ut anno 1582. addo 3. fiuntque 1585. quæ partior per 15. remanentque ex divisione 10. pro Indictione anni 1582. Item anno 1587. addo 3. efficiturque numerus 1590. quem divido per 15. nihilque superest. Est ergo tunc Indictio 15.

CANON VI.

DE FESTIS MOBILIBUS.

QUoniam ex decreto sacri Concilij Nicæni Pascha, ex quo reliqua festa mobilia pendent, celebrari debet die Dominico, qui proximè succedit XIV. Lunæ primi mensis, (is verò apud Hebræos vocatur primus mensis, cujus XIV. Luna vel cadit in diem Verni æquinoctij, quod die XXI. mensis Martij contingit, vel propiùs ipsum sequitur) efficitur, ut si Epacta cujusvis anni inveniatur ex canone 2. & ab eâ in Kalendario notata inter diem octavum Martij inclusivè & quintum Aprilis inclusivè (hujus enim Epactæ XIV. Luna cadit vel in diem æquinoctij Verni, id est, in diem XXI. Martij, vel eum propiùs sequitur) numerentur inclusivè deorsùm versus dies quatuordecim, proximus dies Dominicus diem hunc XIV. sequens (ne cum Iudæis conveniamus, si fortè dies XIV. Lunæ caderet in diem Dominicum) sit dies Paschæ.

Exemplum. Anno 1583 jam emendato Epacta est XIII. & litera Dominicalis b. Quæro igitur hanc Epactam XIII. in Kalendario inter octavum diem Martij, & quintum Aprilis inclusivè, invenioque eam è regione diei 24. Martij, à quâ inclusivè deorsùm versus numero XIV. dies, ut habeam XIV. Lunam, quam video cadere in diem 6. Aprilis, post quem diem prima litera Dominicalis b reperitur è regione diei 10. ejusdem Aprilis. Pascha ergo anno 1583. celebrandum erit die 10. Aprilis. Rursus anno 1585. Epacta est V. & litera Dominicalis f. Et quoniam invenio Epactam V. inter diem 8. Martij & 5. Aprilis inclusivè positam esse è regione diei 1. Aprilis, à quo inclusivè si deorsùm versus numerem 14. dies, invenio XIV. Lunam die 14. Aprilis, quæ est Dominica, cum è regione illius sit litera Dominicalis f. Ne igitur cum Judæis conveniamus, qui Pascha celebrant die XIV. Lunæ, sumenda est litera Dominicalis f, quæ sequitur XIV. Lunam, nempe ea quæ è regione diei 21. Aprilis collocatur: atque adeo Pascha eo anno celebrandum erit die 21. Aprilis. Item anno 1592. Epacta est XXII. & duplex litera Dominicalis e, d, cum annus ille sit Bissextilis. Si igitur ab Epacta XXII. quæ è regione diei 15. Martij ponitur inter diem 8. Martij & 5 Aprilis inclusivè, numerentur inclusivè dies 14. cadet XIV. Luna in diem 28. Martij. Et quia tunc currit posterior litera Dominicalis, nempe d, quæ post diem 28. Martij, id est, post XIV. Lunam collocata est è regione diei 29. Martij, celebrabitur eo anno Pascha die 29. Martij.

Invento autem die Paschæ, facilè alia festa mobilia invenientur. Si enim ante diem Paschæ numerentur sex Dominicæ in Kalendario, habebitur prima Dominica Quadragesimæ, & proximè præcedens feria quarta erit prima dies Quadragesimæ, hoc est, dies Cinerum: quam proximè præcedit Dominica Quinquagesimæ, & ante hanc celebrabitur Dominica Sexagesimæ, quam Dominica Septuagesimæ præcedit. Si verò post Dominicam Paschæ in Kalendario numerentur quinque Dominicæ, sequentur quintam

Dominicam statim Rogationes, & proximè sequens feria quinta erit Ascensio Domini. Septima autem Dominica post Pascha erit dies Pentecostes, cui statim succedit Dominica Trinitatis, & feria quinta proxima celebrabitur festum Corporis Domini. Hac ratione anno 1592. cum Pascha celebretur die 29. Martij, celebrabitur prima Dominica Quadragesimæ die 16. Februarij, currente tunc litera Dominicali e. Dies autem Cinerum erit 12. Februarij, & Dominica Septuagesimæ cadet in diem 26. Ianuarij. Rogationes autem erunt die 4. Maji, & Ascensio Domini die 7. Maji, Dominica verò Pentecostes die 17. Maii, & festum Trinitatis die 24. Maji. Festum denique Corporis Domini die 28. Maji celebrabitur. Numerus verò Dominicarum inter Pentecosten & Adventum hac ratione invenitur. Supputentur ante Nativitatem Domini quatuor Dominicæ. Quarta enim Dominica ante Domini Nativitatem est prima Dominica Adventus. Quapropter si numerentur omnes Dominicæ post Pentecosten usque ad primam Dominicam Adventus Domini exclusivè, habebitur numerus Dominicarum inter Pentecosten & Adventum Domini: quem tamen numerum breviùs docebimus investigare paulò infra.

Cæterùm ut faciliùs omnia festa mobilia inveniantur, compositæ sunt duæ sequentes tabulæ Paschales, una antiqua, & nova altera. Ex antiquâ, ita festa mobilia reperientur. In latere sinistro tabulæ accipiatur Epacta currens, & in lineâ literarum Dominicalium sumatur litera Dominicalis currens, infra tamen Epactam currentem, ita ut si litera Dominicalis currens reperiatur è regione Epactæ currentis, assumenda sit eadem litera Dominicalis proximè inferior: nam è regione hujus literæ Dominicalis omnia festa mobilia continentur. Ut in eisdem exemplis: Anno 1583. Epacta est XIII. & litera Dominicalis b. Si igitur in tabulâ antiquâ sumatur litera Dominicalis b, quæ primo infra Epactam XIII. occurrit, reperietur è regione hujus literæ Dominica Septuagesimæ die 6. Februarij, dies Cinerum 23. Februarij, dies Paschæ 10. Aprilis, Ascensio Domini 19. Maji, dies Pentecostes 29. Maji, & festum Corporis Domini 9. Junij. Dominicæ autem inter Pentecosten & Adventum tunc erunt 25. & Adventus celebrabitur die 27. Novembris, & sic de cæteris. Item anno 1585. Epacta est V. & litera Dominicalis f, quæ in tabula reperitur è regione Epactæ V. Quare sumenda est alia litera f, quæ proximè infra Epactam invenitur, è regione cujus invenies Septuagesimam die 17. Februarij, diem Cinerum 6. Martij, & Pascha die 21. Aprilis, &c.

Notandum autem est, quòd quemadmodum in anno communi, cadente litera Dominicali è regione Epactæ in tabula antiqua, sumitur eadem litera proxima infra Epactam, ut diximus: ita quoque in anno Bissextili, si alterutra duarum literarum Dominicalium tunc currentium è regione Epactæ reperiatur, assumendæ sunt aliæ duæ similes literæ proximè inferiores, ut festa mobilia inveniantur.

Ex tabulâ verò Paschali novâ ita eadem festa mobilia reperientur. In cellulâ literæ Dominicalis currentis quæratur Epacta currens. Nam è directo omnia festa mobilia deprehendentur. Ut anno 1585. in cellulâ literæ Dominicalis f, tunc currentis, è regione Epactæ VI. quæ eodem anno currit, habetur Septuagesima die 17. Februarij, dies Cinerum 6. Martij, & Pascha die 21. Aprilis, &c.

Sed sive antiquâ, sive novâ tabulâ Paschali utamur, invenienda sunt omnia festa mobilia in annis Bissextilibus per literam Dominicalem posteriorem, quæ nimirum currit post festum S. Mathiæ Apostoli, ne scilicet ambigamus, utra duarum literarum pro hoc, aut illo festo indagando accipienda sit: ita tamen, ut Septuagesimæ, & diei Cinerum inventæ in Januario, aut Februario addatur unus dies. Quod ideo fit quia ante diem S. Mathiæ currit prior litera Dominicalis, quæ in Kalendario priorem semper sequitur. Post festum autem S. Mathiæ in Februario licèt posterior litera currat, additur tamen tunc dies intercalaris, ita ut dies 24. Februarij dicatur 25. & dies 25. dicatur 26. &c. Quòd si dies Cinerum cadat in Martium, nihil addendum est, quia tunc & litera posterior currit, & dies mensis propriis numeris respondent, cum dies intercalaris Februario sit additus. Exempli gratiâ, Anno 2096. Bissextili, Epacta erit XI. & literæ Dominicales A, g. Si igitur per posteriorem literam, quæ est g, festa mobilia investigentur, reperietur Septuagesima die 11. Feb. & dies Cinerum 28. Feb. Si autem addatur unus dies, cadet Septuagesima in diem 12. Feb. quæ est Dominica, & dies Cinerum in diem 29. Feb. quæ est feria quarta. Pascha autem, & reliqua festa in eos dies cadent, qui in tabulâ expressi sunt.

Item

Item anno 4088. Bissextili, Epacta erit 1. & literæ Dominicales d, c. Si igitur per literam c, quæ posterior est, inquirantur festa mobilia, invenietur Septuagesima die 21. Februarij: & si addatur unus dies, cadet in diem 22. Februarij, quæ est Dominica. Dies autem Cinerum cadet in diem 10. Martij: quare nihil additur, &c.

Adventus Domini celebratur semper die Dominico, qui propinquior est festo S. Andreæ Apostoli, nempe à die 27. Novembris inclusivè, usque ad diem 3. Decembris inclusive: ita ut litera Dominicalis currens quæ reperitur in Kalendario à die 27. Novembris inclusive, usque ad diem 3. Decembris inclusive, indicet Dominicam Adventus Ut verbi gratiâ, si litera Dominicalis est g, Dominica Adventus cadet in diem secundum Decembris, quia ibi est litera g in Kalendario, &c.

Numerus quoque Dominicarum inter Pentecosten & Adventum Domini ita brevissime investigabitur. Vide quot Dominicæ sint post Pascha usque ad festum S Georgij inclusive, quod cadit in diem 23. Aprilis. Nam tot Dominicæ addendæ sunt ad 24. ut habeatur numerus Dominicarum inter Pentecosten & Adventum Domini. Ut quoniam quando Pascha celebratur die 26. Martij, sequuntur quatuor Dominicæ usque ad festum S. Georgij inclusive, quod etiam tunc cadit in diem Dominicum, erunt 28. Dominicæ inter Pentecosten & Adventum Domini. Item quia quando Pascha cadit in diem 3. Aprilis, sequuntur duæ Dominicæ usque ad festum S. Georgij inclusive, erunt 26. Dominicæ inter Pentecosten & Adventum Domini. Quòd si nulla Dominica sequatur diem Paschæ usque ad dictum festum inclusivè, vel ipse dies Paschæ cadat in illud festum, erunt 24. Dominicæ: si denique Pascha celebretur post idem festum, erunt tantùm 23. Dominicæ inter Pentecosten & Adventum Domini.

Ex his omnibus facilè intelligi potest, quâ ratione utraq; tabula Paschalis composita sit.

Ad finem tandem tabularum Paschalium apposita est tabula temporaria multorum annorum, è regione quorum omnia festa mobilia dicto citiùs inveniuntur: quæ quidem tabula ex tabulis Paschalibus excerpta est, ex quibus infinitæ aliæ erui possunt pro quibuscunque annis.

Tabula Paschalis antiqua reformata.

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.	Domin. Septuagesimæ.	Dies Cinerum.	Dies Paschæ.	Dies Ascensionis.	Dies Pentecostes.	Corpus Christi.	Dominica post Pent.	Prima Dominica Adv.
XXIX		Ianu.	Feb.	Mart.	April.	Maii	Maii		
XXVIII	d	18	4	22	30	10	21	28	29. Nov.
XXVII	e	19	5	23	1. Maii.	11	22	28	30
XXVI	f	20	6	24	2	12	23	28	1. Dec.
XXV	g	21	7	25	3	13	24	28	2
XXIV	A	22	8	26	4	14	25	28	3
XXIII	b	23	9	27	5	15	26	27	27 Nov.
XXII	c	24	10	28	6	16	27	27	28
XXI	d	25	11	29	7	17	28	27	29
XX	e	26	12	30	8	18	29	27	30
XIX	f	27	13	31	9	19	30	27	1. Dec.
XVIII	g	28	14	1. April.	10	20	31	27	2
XVII	A	29	15	2	11	21	1. Iunii.	27	3
XVI	b	30	16	3	12	22	2	26	27. Nov.
XV	c	31	17	4	13	23	3	26	28
XIV	d	1. Feb.	18	5	14	24	4	26	29
XIII	e	2	19	6	15	25	5	26	30
XII	f	3	20	7	16	26	6	26	1. Dec.
XI	g	4	21	8	17	27	7	26	2
X	A	5	22	9	18	28	8	26	3
IX	b	6	23	10	19	29	9	25	27
VIII	c	7	24	11	20	30	10	25	28
VII	d	8	25	12	21	31	11	25	29
VI	e	9	26	13	22	1. Iunii.	12	25	30
V	f	10	27	14	23	2	13	25	1. Dec.
IV	g	11	28	15	24	3	14	25	2
III*	A	12	1. Mart.	16	25	4	15	25	3
II	b	13	2	17	26	5	16	24	27. Nov.
I	c	14	3	18	27	6	17	24	28
	d	15	4	19	28	7	18	24	29
	e	16	5	20	29	8	19	24	30
	f	17	6	21	30	9	20	24	1. Dec.
	g	18	7	22	31	10	21	24	2
	A	19	8	23	1. Iunij.	11	22	24	3
	b	20	9	24	2	12	23	23	27. Nov.
	c	21	10	25	3	13	24	23	28

TABULA PASCHALIS NOVA REFORMATA.

Literæ Dominicales.	Cyclus Epactarum.	Septuagesima.		Dies Cinerum.		Pascha.		Ascensio.		Pentecostes		Corpus Christi.		Dominicæ inter Pent. & Advent.	Prima Dominica Adventi.	
D	29.	18.	Ian.	4.	Feb.	22,	Mart.	30.	April.	10.	Maii	21.	Maii	28	29.	Nov.
	28. 27. 26. 25. 24. 23. 22.	25.	Ian.	11.	Feb.	29.	Mart.	7.	Maii	17.	Maii	28.	Maii	27	29	
	21. 20. 19. 18. 17. 16. 15.	1.	Feb.	18.	Feb.	5.	April.	14.	Maii	24.	Maii	4.	Iunii	26	29	
	14. 13. 12. 11. 10. 9. 8.	8.	Feb.	25.	Feb.	12.	April.	21.	Maii	31.	Maii	11.	Iunii	25	29	
	7. 6. 5. 4. 3. 2. 1.	15.	Feb.	4.	Mar.	19.	April.	28.	Maii	7.	Iunii	18.	Iunii	24.	29	
E	29. 28.	19.	Ian.	5.	Feb.	23.	Mart.	1.	Maii	11.	Maii	22.	Maii	28	30	Nov.
	27. 26. 25. 24. 23. 22. 21.	26.	Ian.	12.	Feb.	30.	Mart.	8.	Maii	18.	Maii	29.	Maii	27	30	
	20. 19. 18. 17. 16. 15. 14.	2.	Feb.	19.	Feb.	6.	April.	15.	Maii	25.	Maii	5.	Iunii	25	30	
	13. 12. 11. 10. 9. 8. 7.	9.	Feb.	26.	Feb.	13.	April.	22.	Maii	1.	Iunii	12.	Iunii	25	30	
	6. 5. 4. 3. 2. 1.	16.	Feb.	5.	Mart.	20.	April.	29.	Maii	8.	Iunii	19.	Iunii	24	30	
F	29. 28. 27.	20.	Ian.	6.	Feb.	24.	Mart.	2.	Maii	12.	Maii	23.	Maii	28	1.	Decemb.
	26. 25. 24. 23. 22. 21. 20.	27.	Ian.	13.	Feb.	31.	Mart.	9.	Maii	19.	Maii	30.	Maii	27	1	
	19. 18. 17. 16. 15. 14. 13.	3.	Feb.	20.	Feb.	7.	April.	16.	Maii	26.	Maii	6.	Iunii	26	1	
	12. 11. 10. 9. 8. 7. 6.	10.	Feb.	27.	Feb.	14.	April.	23.	Maii	2.	Iunii	13.	Iunii	25	1	
	5. 4. 3. 2. 1.	17.	Feb.	6.	Mart.	21.	April.	30.	Maii	9.	Iunii	20.	Iunii	24	1	
G	29. 28. 27. 26.	21.	Ian.	7.	Feb.	25.	Mart.	3.	Maii	13.	Maii	24.	Maii	28	2.	Decemb.
	25. 24. 23. 22. 21. 20. 19.	28.	Ian.	14.	Feb.	1.	April.	10.	Maii	20.	Maii	31.	Maii	27	2	
	18. 17. 16. 15. 14. 13. 12.	4.	Feb.	21.	Feb.	8.	April.	17.	Maii	27.	Maii	7.	Iunii	26	2	
	11. 10. 9. 8. 7. 6. 5.	11.	Feb.	28.	Feb.	15.	April.	24.	Maii	3.	Iunii	14.	Iunii	25	2	
	4. 3. 2. 1.	18.	Feb.	7.	Mart.	22.	April.	31.	Maii	10.	Iunii	21.	Iunii	24	2	
A	29. 28. 27. 26. 25.	22.	Ian.	8.	Feb.	26.	Mart.	4.	Maii	14.	Maii	25.	Maii	28	3.	Decemb.
	24. 23. 22. 21. 20. 19. 18.	29.	Ian.	15.	Feb.	2.	April.	11.	Maii	21.	Maii	1.	Iunii	27	3	
	17. 16. 15. 14. 13. 12. 11.	5.	Feb.	22.	Feb.	9.	April.	18.	Maii	28.	Maii	8.	Iunii	26	3	
	10. 9. 8. 7. 6. 5. 4.	12.	Feb.	1.	Mart.	16.	April.	25.	Maii	4.	Iunii	15.	Iunii	25	3	
	3. 2. 1.	19.	Feb.	8.	Mart.	23.	April.	1.	Iunii	11.	Iunii	22.	Iunii	24	3	
B	29. 28. 27. 26. 25. 24.	23.	Ian.	9.	Feb.	27.	Mart.	5.	Maii	15.	Maii	26.	Maii	27	27.	Nov.
	23. 22. 21. 20. 19. 18. 17.	30.	Ian.	16.	Feb.	3.	April.	12.	Maii	22.	Maii	2.	Iunii	26	27	
	16. 15. 14. 13. 12. 11. 10.	6.	Feb.	23.	Feb.	10.	April.	19.	Maii	29.	Maii	9.	Iunii	25	27	
	9. 8. 7. 6. 5. 4. 3.	13.	Feb.	2.	Mart.	17.	April.	26.	Maii	5.	Iunii	16.	Iunii	24	27	
	2. 1.	20.	Feb.	9.	Mart.	24.	April.	2.	Iunii	12.	Iunii	23.	Iunii	23	27	
C	29. 28. 27. 26. 25. 24. 23.	24.	Ian.	10.	Feb.	28.	Mart.	6.	Maii	16.	Maii	27.	Maii	27	28.	Nov.
	22. 21. 20. 19. 18. 17. 16.	31.	Ian.	17.	Feb.	4.	April.	13.	Maii	23.	Maii	3.	Iunii	26	28	
	15. 14. 13. 12. 11. 10. 9.	7.	Feb.	24.	Feb.	11.	April.	20.	Maii	30.	Maii	10.	Iunii	25	28	
	8. 7. 6. 5. 4. 3. 2.	14.	Feb.	3.	Mart.	18.	April.	27.	Maii	6.	Iunii	17.	Iunii	24	28	
	1.	21.	Feb.	10.	Mart.	25.	April.	3.	Iunii	13.	Iunii	24.	Iunii	23	28	

TABEL-

TABELLA TEMPORARIA FESTORUM MOBILIUM.

Anni Domini.	Literæ Dominicales.	Aureus numerus.	Epactæ.	Septuagesima.	Dies Cinerum.	Pascha.	Ascensio.	Pentecostes.	Corpus Christi.	Dominicæ post Pent.	Prima Dominica Adventus.
1582	c	6	II							23	28. Nov.
1583	b	7	XIII	6. Feb.	23. Feb.	10. April.	19. Maii.	29. Maii.	9. Iunii.	25	27. Nov.
1584	A g	8	XXIV	29. Ian.	15. Feb.	1. April.	10. Maii.	20. Maii.	31. Maii.	27	2. Dec.
1585	f	9	V.	17. Feb.	6. Mart.	21. April.	30. Maii.	9. Iunii.	20. Iunii.	24	1. Dec.
1586	e	10	XVI	2. Feb.	19. Feb.	6. April.	15. Maii.	25. Maii.	5. Iunii.	26	30. Nov.
1587	d	11	XXVII	25. Ian.	11. Feb.	29. Mart.	7. Maii.	17. Maii.	28. Maii.	27	29. Nov.
1588	c b	12	VIII	14. Feb.	2. Mart.	17. April.	26. Maii.	5. Iunii.	16. Iunii.	24	27. Nov.
1589	A	13	XIX	29. Ian.	15. Feb.	2. April.	11. Maii.	21. Maii.	1. Iunii.	27	3. Dec.
1590	g	14	I	18. Feb.	7. Mart.	22. April.	31. Maii.	10. Iunii.	21. Iunii.	24	2. Dec.
1591	f	15	XI	10. Feb.	27. Feb.	14. April.	23. Maii.	2. Iunii.	13. Iunii.	25	1. Dec.
1592	e d	16	XXII	26. Ian.	12. Feb.	29. Mart.	7. Maii.	17. Maii.	28. Iunii.	27	29. Nov.
1593	c	17	III	14. Feb.	3. Mart.	18. April.	27. Maii.	6. Iunii.	17. Iunii.	24	28. Nov.
1594	b	18	XIV	6. Feb.	23. Feb.	10. April.	19. Maii.	29. Maii.	9. Iunii.	25	27. Nov.
1595	A	19	XXV	22. Ian.	8. Feb.	26. Mart.	4. Maii.	14. Maii.	25. Maii.	28	3. Dec.
1596	g f	1	VII	11. Feb.	28. Feb.	14. April.	23. Maii.	2. Iunii.	13. Iunii.	25	1. Dec.
1597	e	2	XVIII	2. Feb.	19. Feb.	6. April.	15. Maii.	25. Maii.	5. Iunii.	26	30. Nov.
1598	d	3	XXIX	18. Ian.	4. Feb.	22. Mart.	30. April.	10. Maii.	21. Maii.	28	29. Nov.
1599	c	4	X	7. Feb.	24. Feb.	11. April.	20. Maii.	30. Maii.	10. Iunii.	25	28. Nov.
1600	b A	5	XXI	30. Ian.	16. Feb.	2. April.	11. Maii.	21. Maii.	1. Iunii.	27	3. Dec.
1601	g	6	II	18. Feb.	7. Mart.	22. April.	31. Maii.	10. Iunii.	21. Iunii.	24	2. Dec.
1602	f	7	XIII	3. Feb.	20. Feb.	7. April.	16. Maii.	26. Maii.	6. Iunii.	26	1. Dec.
1603	e	8	XXIV	26. Ian.	12. Feb.	30. Mart.	8. Maii.	18. Maii.	29. Maii.	27	30. Nov.
1604	d c	9	V	15. Feb.	3. Mart.	18. April.	27. Maii.	6. Iunii.	17. Iunii.	24	18. Nov.
1605	b	10	XVI	6. Feb.	23. Feb.	10. April.	19. Maii.	29. Maii.	9. Iunii.	25	27. Nov.
1606	A	11	XXVII	22. Ian.	8. Feb.	26. Mart.	4. Maii.	14. Maii.	25. Maii.	28	3. Dec.
1607	g	12	VIII	11. Feb.	28. Feb.	15. April.	24. Maii.	3. Iunii.	14. Iunii.	25	2. Dec.
1608	f e	13	XIX	3. Feb.	20. Feb.	6. April.	15. Maii.	25. Maii.	5. Iunii.	26	30. Nov.
1609	d	14	I	15. Feb.	4. Mart.	19. April.	28. Maii.	7. Iunii.	18. Iunii.	24	29. Nov.
1610	c	15	XI	7. Feb.	24. Feb.	11. April.	20. Maii.	30. Maii.	10. Iunii.	25	28. Nov.
1611	b	16	XXII	30. Ian.	16. Feb.	3. April.	12. Maii.	22. Maii.	2. Iunii.	26	27. Nov.
1612	A g	17	III	19. Feb.	7. Mart.	22. April.	31. Maii.	10. Iunii.	21. Iunii.	24	2. Dec.
1613	f	18	XIV	3. Feb.	20. Feb.	7. April.	16. Maii.	26. Maii.	6. Iunii.	26	1. Dec.
1614	e	19	XXV	26. Ian.	12. Feb.	30. Mart.	8. Maii.	18. Maii.	29. Iunii.	27	30. Nov.

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	JANUARIUS.
XXV	A	Kal.	1	Circumcisio Domini. duplex.
XXIV	b	IV	2	Oct. S. Steph. dup. cum comm. Octav. S. Joan. & S. S. Innoc.
XXIII	c	III	3	Oct. S. Joannis. dup. cum comm. Oct. SS. Innoc.
XXII	d	Prid.	4	Oct. SS. Innocentium. dupl.
XXI	e	Non.	5	Vigilia.
XX	f	VIII	6	Epiphaniæ Domini. dup.
XIX	g	VII	7	De octava Epiphaniæ.
XVIII	A	VI	8	De octava.
XVII	b	V	9	De octava.
XVI	c	IV	10	De octava.
XV	d	III	11	De octava. & comm. S. Hyginij Papæ & martyris.
XIV	e	Prid.	12	De octava.
XIII	f	Idib.	13	Octava Epiphaniæ. dupl.
XII	g	XIX	14	Hilarij Episc. & conf. semid. cum com. S. Felicis presb. & mar.
XI	A	XVIII	15	Pauli primi Eremitæ. semid. cum com. S. Mauri Abbatis.
X	b	XVII	16	Marcelli Papæ, & mart. semid.
IX	c	XVI	17	Antonij Abbatis. dupl.
VIII	d	XV	18	Cath. S. Petri Romæ. dupl. & com. S. Priscæ virg. & mar.
VII	e	XIV	19	Marii, Marthæ, Audifacis, & Abachum mart.
VI	f	XIII	20	Fabiani & Sebast. mart dup.
V	g	XII	21	Agnetis virg. & mart. dup.
IV	A	XI	22	Vincentij & Anast. mar. semid.
III	b	X	23	Emerentianæ virg. & mart.
II	c	IX	24	Timothei episcopi & mart.
I	d	VIII	25	Conversio S. Pauli Apost. dup.
*	e	VII	26	Polycarpi episcopi, & mar.
XXIX	f	VI	27	Joãnis Chrysost. epis. & cõf. dup.
XXVIII	g	V	28	Agnetis secundò.
XXVII	A	IV	29	
XXVI	b	III	30	
XXV	c	Prid.	31	

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	FEBRUARIUS.
XXIV	d	Kal.	1	Ignatij episcopi & mart. semid.
XXIII	e	IV	2	Purificatio B. Mariæ. duplex.
XXII	f	III	3	Blasii episcopi & mart.
XXI	g	Prid.		
XX	A	Non.	5	Agathæ virg. & mart. semid.
XIX	b	VIII	6	Dorotheæ virg. & mart.
XVIII	c	VII	7	
XVII	d	VI	8	
XVI	e	V	9	Apolloniæ virg. & mart.
XV	f	IV	10	
XIV	g	III	11	
XIII	A	Prid.	12	
XII	b	Idib.	13	
XI	c	XVI	14	Valentini presb. & mart.
X	d	XV	15	Faustini & Iovitæ mart.
IX	e	XIV	16	
VIII	f	XIII	17	
VII	g	XII	18	Simeonis episcopi & mart.
VI	A	XI	19	
V	b	X	20	
IV	c	IX	21	
III	d	VIII	22	Cath. S. Petri Antioch. dup.
II	e	VII	23	Vigilia.
I	f	VI	24	Mathiæ Apost. dup.
XXIX	g	V	25	
XXVIII	A	IV	26	
XXVII	b	III	27	
XXVI	c	Prid.	28	

In anno Bissextili Februarius est dierum 29. & festum S. Mathiæ celebratur 25. Februarij, & bis dicitur, sexto Kalendas, id est, die 24. & die 25. & litera Dominicalis, quæ assumpta fuit in mense Ianuario, mutatur in præcedentem: Vt si in Ianuario litera Dominicalis fuit A, mutetur in præcedentem, quæ est g, & cæt.

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literę Dominicales.		Dies mensis.	MARTIUS.
xxv	d	Kal.	1	
xxiv	e	vi	2	
xxiii	f	v	3	
xxii	g	iv	4	
xxi	A	iii	5	
xx	b	Prid.	6	
xix	c	Non.	7	S. Thomæ de Aquino confess. dupl. & com. S. S. Perpetuæ & Felicitatis martyr.
Initium Cycli Epact.				
xxix	d	viii	8	
xxviii	e	vii	9	Quadraginta mart. semid.
xxvii	f	vi	10	
xxvi	g	v	11	
xxv	A	iv	12	Gregorij Papæ & confess. & Ecclesiæ Doctoris duplex.
xxiv	b	ii	13	
xxiii	c	Prid.	14	
xxii	d	Idib.	15	
xxi	e	xvii	16	
xx	f	xvi	17	
xix	g	xv	18	
xviii	A	xiv	19	
xvii	b	xiii	20	Ioseph. confess. duplex.
xvi	c	xii	21	
xv	d	xi	22	Benedicti Abbatis. duplex.
xiv	e	x	23	
xiii	f	ix	24	
xii	g	viii	25	Annunciatio B. Mariæ duplex.
xi	A	vii	26	
x	b	vi	27	
ix	c	v	28	
viii	d	iv	29	
vii	e	iii	30	
vi	f	Prid.	31	

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies menſis.	APRILIS.
v	g	Kal.	1	
iv	A	iv	2	
iii	b	iii	3	
ii	c	Prid.	4	
i	d	Non.	5	
*	e	viii	6	
xxix	f	vii	7	
xxviii	g	vi	8	
xxvii	A	v	9	
xxvi	b	iv	10	
xxv	c	iii	11	Leonis Papæ & conf. duplex.
xxiv	d	Prid.	12	
xxiii	e	Idib.	13	
xxii	f	xviii	14	Tiburtij, Valentiniani, & Maxim. martyrum.
xxi	g	xvii	15	
xx	A	xvi	16	
xix	b	xv	17	Aniceti Papæ & mart.
xviii	c	xiv	18	
xvii	d	xiii	19	
xvi	e	xii	20	
xv	f	xi	21	
xiv	g	x	22	Sotheris & Caij Pontificum, & martyrum. ſemid.
xiii	A	ix	23	Georgij martyris. ſemidup.
xii	b	viii	24	
xi	c	vii	25	Marci Euangeliſtæ. dup.
x	d	vi	26	Cleti, & Marcellini Pont. & martyrum. ſemidup.
ix	e	v	27	
viii	f	iv	28	Vitalis martyris.
vii	g	iii	29	
vi	A	Prid.	30	

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	MAIUS.
v	b	Kal.	1	Philippi & Jacobi Apostol. duplex.
iv	c	vi	2	Athanasij episcopi & conf. dup.
iii	d	v	3	Inventio. S. Crucis. duplex. & cõm. SS. Alexandri, Eventij, & Theoduli, mart. ac Iuvenalis episcopi & conf.
ii	e	iv	4	Monicæ viduæ.
i	f	iii	5	
xxix	g	Prid.	6	Joannis ante portã Latinam. dup.
xxviii	A	Non.	7	
xxvii	b	viii	8	Apparitio S. Michaelis. duplex.
xxvi	c	vii	9	Gregorij Theologi episcopi & confes. duplex.
xxv	d	vi	10	Gordiani & Epimachi mart.
xxiv	e	v	11	
xxiii	f	iv	12	Nerei Archillei, & Pancratij martyrum.
xxii	g	iii	13	
xxi	A	Prid.	14	Bonifacij martyris.
xx	b	Idib.	15	
xix	c	xvii	16	
xviii	d	xvi	17	
xvii	e	xv	18	
xvi	f	xiv	19	Potentianæ virginis.
xv	g	xiii	20	
xiv	A	xii	21	
xiii	b	xi	22	
xii	c	x	23	
xi	d	ix	24	
x	e	viii	25	Urbani Papæ & martyris.
ix	f	vii	26	Eleutherij Papæ & martyris.
viii	g	vi	27	Joannis Papæ & martyris.
vii	A	v	28	
vi	b	iv	29	
v	c	iii	30	Felicis Papæ & martyris.
iv	d	Prid.	31	Petronellæ virginis.

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	JUNIUS.
III	e	Kal.	1	
II	f	IV	2	Marcellini, Petri, & Erasmi martyrum.
I	g	III	3	
*	A	Prid.	4	
XXIX	b	Non.	5	
XXVIII	c	VIII	6	
XXVII	d	VII	7	
XXVI	e	VI	8	
XXV	f	V	9	Primi & Feliciani martyrum.
XXIV	g	IV	10	
XXIII	A	III	11	Barnabæ Apostoli. duplex.
XXII	b	Prid.	12	Basilidis, Cyrini, Naboris, & Nazarij martyrum.
XXI	c	Idib.	13	
XX	d	XVIII	14	Basilij magni epis. & cõf. duplex.
XIX	e	XVII	15	Viti, Modesti, & Crescẽtiæ mart.
XVIII	f	XVI	16	
XVII	g	XV	17	
XVI	A	XIV	18	Marci & Marcelliani mart.
XV	b	XIII	19	Gervasij & Protasij mart.
XIV	c	XII	20	Silverij Papæ & martyris.
XIII	d	XI	21	
XII	e	X	22	Paulini episcopi & confes.
XI	f	IX	23	Vigilia.
X	g	VIII	24	Nativitas S. Joan. Baptistæ. dup.
IX	A	VII	25	De octa. Nativ. S. Joan. Baptistæ.
VIII	b	VI	26	Joannis & Pauli mart. semidup. cũ com. octa. Nativit. S. Joan.
VII	c	V	27	De oct. Nativit. S. Joan.
VI	d	IV	28	Leonis Papæ & confes. semid. & comm. octav. & vigiliæ.
V	e	III	29	Petri & Pauli Apost. dupl.
IV	f	Prid.	30	Cõmem. S. Pauli Apostoli. dup. & comm. oct. S. Joan.

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	JULIUS.
III	g	Kal.	1	Oct. Joan. Baptistæ. dup. & comme. Octav. Apostolorum.
II	A	VI	2	Visitatio B. Mariæ. dup. cum comme. Octav. Apostolorum.
I	b	V	3	De octava Apostolorum.
XXIX	c	IV	4	De octava.
XXVIII	d	III	5	De octava.
XXVII	e	Prid.	6	Oct. Apost. Petri & Pauli. dupl.
XXVI	f	Non.	7	
XXV	g	VIII	8	
XXIV	A	VII	9	
XXIII	b	VI	10	Septem fratrum mar. & SS. Ruffinæ ac Secundæ mart. semid.
XXII	c	V	11	Pij Papæ & mart.
XXI	d	IV	12	Naboris & Felicis mart.
XX	e	III	13	Anacleti Papæ & mart. semid.
XIX	f	Prid.	14	Bonaventuræ epis. & conf. semid.
XVIII	g	Idib.	15	
XVII	A	XVII	16	
XVI	b	XVI	17	Alexii confess.
XV	c	XV	18	Symphorosę cum septē filiis mart.
XIV	d	XIV	19	
XIII	e	XIII	20	Margaritæ virginis & martyris.
XII	f	XII	21	Praxedis virginis.
XI	g	XI	22	Mariæ Magdalenæ. duplex.
X	A	X	23	Apollinaris episc. & mart. semid.
IX	b	IX	24	Virg. & cō. S. Christinæ. virg. & m.
VIII	c	VIII	25	Iacobi Apost. dup. & cō. S. Christophori mart. in Laud. tantùm.
VII	d	VII	26	
VI	e	VI	27	Pantaleonis mart.
V	f	V	28	Nazarij, Celsi, & Vict. Papę mart. & Innocētij Papę & conf. semid.
IV	g	IV	29	Marthæ virg. semid. & com. SS. Felicis Papæ, Simplicij, Faustini, & Beatricis mart.
III	A	III	30	Abdon, & Sennen. mart.
II	b	Prid.	31	

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	AUGUSTUS.
I	c	Kal.	1	Petri ad Vincula. dup. & com. SS. Machabæorum mart.
*	d	IV	2	Stephani Papæ & martyris.
XXIX	e	III	3	Inventio S. Steph. proto. ſemid.
XXVIII	f	Prid.	4	Dominici confeſſoris duplex.
XXVII	g	Non.	5	Dedic. S. Mar. ad Nives. dup.
XXVI	A	VIII	6	Transfig. Dñi. dupl. & cõm. SS. Xiſti Papæ. Felicis, & Agap. mart.
XXV	b	VII	7	Donati epiſcopi & mart.
XXIV	c	VI	8	Cyr. Largi, & Smarag. mart. ſemid.
XXIII	d	V	9	Vigilia & comm. S. Romani mart.
XXII	e	IV	10	Laurentij mart. duplex.
XXI	f	III	11	De octa. S. Laur. cum comm. SS. Tiburtij, & Suſannæ mart.
XX	g	Prid.	12	De oct. & comm. S. Claræ virg.
XIX	A	Idib.	13	De octa. & com. SS. Hippolyti & Caſſiani mart.
XVIII	b	XIX	14	De oct. cum com. Vigiliæ, & S. Euſebij confeſſ.
XVII	c	XVIII	15	Aſſumptio B. Mariæ virg. dup.
XVI	d	XVII	16	De oct. Aſſump. B. Mar. cũ com. oct S. Laurent.
XV	e	XVI	17	Oct. S. Laur. dup. & cõ. oct. Aſſũ.
XIV	f	XV	18	De oct. & comm. S. Agapeti mar.
XIII	g	XIV	19	De octava.
XII	A	XIII	20	Bernar. abb. dup. cũ cõ. oct. Aſſũ.
XI	b	XII	21	De octava.
X	c	XI	22	Oct. Aſſump. B. Mar. du. cũ com. SS. Timot. Hipp. & Symph. mar.
IX	d	X	23	Vigilia.
VIII	e	IX	24	Barth. Ap. du. Ro. celebr. die 25.
VII	f	VIII	25	Ludovici Regis Franciæ confeſ.
VI	g	VII	26	Zepherini Papæ & mart.
V	A	VI	27	Aug. epiſ. conf. & Eccl. doct. dup. & com. S. Hemetis mar.
IV	b	V	28	
III	c	IV	29	Decol. S. Joan. Bap. dup. & com. S. Sabinæ mart.
II	d	III	30	Felicis & Adaucti mart.
I	e	Prid.	31	

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	SEPTEMBER.
XXIX	f	Kal.	1	Ægidij Abb. & com. SS. martyrum XII. fratrum.
XXVIII	g	IV	2	
XXVII	A	III	3	
XXVI	b	Prid.	4	
XXV	c	Non.	5	
XXIV	d	VIII	6	
XXIII	e	VII	7	
XXII	f	VI	8	Nativit. B. Mariæ. dup. & comm. S. Adriani mart. in Laudibus mart.
XXI	g	V	9	De oct. S. Mar. & com. S. Georg. mart.
XX	A	IV	10	De octava.
XIX	b	III	11	De oct. & commem. SS. Proti, & Hyacinthi mart.
XVIII	c	Prid.	12	De octava.
XVII	d	Idib.	13	De octava.
XVI	e	XVIII	14	Exaltatio S. Crucis. duplex cum comm. octavæ Nati. S. Mariæ
XV	f	XVII	15	Oct. Nativit. B. Mariæ. dup. cum. comm. S. Nicomedis mart.
XIV	g	XVI	16	Cornelij & Cypria. Pont. & mar. semid. cum com. SS. Euphemiæ, Luciæ, & Gemin. mart.
XIII	A	XV	17	
XII	b	XIV	18	
XI	c	XIII	19	
X	d	XII	20	Vig. & cõ. S. Eustachij, & soc. mar.
IX	e	XI	21	Matthæi Apostoli. duplex.
VIII	f	X	22	Mauritij & sociorum mart.
VII	g	IX	23	Lini Papæ & mart. semidup. cum comm. S. Theclæ virg. & mar.
VI	A	VIII	24	
V	b	VII	25	
IV	c	VI	26	Cypriani, & Justinæ mart.
III	d	V	27	Cosmæ & Damiani mart. semid.
II	e	IV	28	
I	f	III	29	Dedic. S. Michaelis Archág. dup.
*	g	Prid.	30	Hieronymi presb. conf. & Ecclesiæ Doctoris. dup.

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	OCTOBER.
XXIX	A	Kal.	1	Remigij episc. & confess.
XXVIII	b	VI	2	
XXVII	c	V	3	
XXVI	d	IV	4	Francisci confes. duplex.
XXV	e	III	5	
XXIV	f	Prid.	6	
XXIII	g	Non.	7	Marci Papæ & confes. cum com. SS. Sergij, Bacchi, Marcelli, & Apuleij martyrum.
XXII	A	VIII	8	
XXI	b	VII	9	Dionysij, Rustici, & Eleutherij mart. semid.
XX	c	VI	10	
XIX	d	V	11	
XVIII	e	IV	12	
XVII	f	III	13	
XVI	g	Prid.	14	Callisti Papæ & mart. semid.
XV	A	Idib.	15	
XIV	b	XVII	16	
XIII	c	XVI	17	
XII	d	XV	18	Lucæ Euangelistæ. duplex.
XI	e	XIV	19	
X	f	XIII	20	
IX	g	XII	21	Hilarionis Abbatis. & com. SS. Ursulæ & soc. virg. & mart.
VIII	A	XI	22	
VII	b	X	23	
VI	c	IX	24	
V	d	VIII	25	Chrysanthi & Dariæ mart.
IV	e	VII	26	Evaristi Papæ & mart.
III	f	VI	27	Vigilia.
II	g	V	28	Simonis & Iudæ Apostolorum. duplex.
I	A	IV	29	
XXIX	b	III	30	
XXVIII	c	Prid.	31	Vigilia.

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	NOVEMBER.
xxvii	d	Kal.	1	Festum omnium Sanctorũ. dup.
xxvi	e	iv	2	Comm. omnium defunctorum. dup. & de Oct. omniũ Sanctorũ.
xxv	f	iii	3	De octava.
xxiv	g	Prid.	4	De octava. cum comm. SS. Vitalis & Agricolæ mart.
xxiii	A	Non.	5	De octava.
xxii	b	viii	6	De octava.
xxi	c	vii	7	De octava.
xx	d	vi	8	Octava omn. SS. duplex & com. SS. quatuor Coron. mar.
xix	e	v	9	Dedicat. Basilicæ Salvatoris dup. cũ com. S. Theod. mart.
xviii	f	iv	10	Tryphonis, Respicij, & Nymphæ mart.
xvii	g	iii	11	Martini epis. & conf. dup. & com. S. Mennæ mart.
xvi	A	Prid.	12	Martini Papæ & mart. semid.
xv	b	Idib.	13	
xiv	c	xviii	14	
xiii	d	xvii	15	
xii	e	xvi	16	
xi	f	xv	17	Greg. Thaumaturgi epis. & conf.
x	g	xiv	18	Dedic. Basilic. Petri & Pauli dup.
ix	A	xiii	19	Pontiani Papæ & mart.
viii	b	xii	20	
vii	c	xi	21	
vi	d	x	22	Cæciliæ virginis & mart. semid.
v	e	ix	23	Clementis Papæ & mar. semidup. cum comm. S. Felicitatis mart.
iv	f	viii	24	Chrysogoni mart.
iii	g	vii	25	Catherinæ virginis & mart. dup.
ii	A	vi	26	Petri Alexandrini epis. & mart.
i	b	v	27	
*	c	iv	28	
xxix	d	iii	29	Vigilia & com. S. Saturnini mar.
xxviii	e	Prid.	30	Andreæ Apostoli duplex.

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	DECEMBER.
XXVII	f	Kal.	1	
XXVI	g	IV	2	Bibianæ virg. & mart. comm.
XXV	A	III	3	
XXIV	b	Prid.	4	Barbaræ virg. & mart. comm.
XXIII	c	Non.	5	Sabbæ Abbatis. comm.
XXII	d	VIII	6	Nicolai Episc. & confes. semid.
XXI	e	VII	7	Ambrosij Episcopi & confes. & Ecclesiæ Doctor. dupl.
XX	f	VI	8	Conceptio B. Mariæ dup.
XIX	g	V	9	
XVIII	A	IV	10	Melchiadis Papæ & mart. comm.
XVII	b	III	11	Damasi Papæ & conf. semid.
XVI	c	Prid.	12	
XV	d	Idib.	13	Luciæ vir. & mart. duplex.
XIV	e	XIX	14	
XIII	f	XVIII	15	
XII	g	XVII	16.	
XI	A	XVI	17	
X	b	XV	18	
IX	c	XIV	19	
VIII	d	XIII	20	Vigilia.
VII	e	XII	21	Thomæ Apostoli. dup.
VI	f	XI	22	
V	g	X	23	
IV	A	IX	24	Vigilia.
III	b	VIII	25	Nativitas Domini Nostri Iesu Christi. dup.
II	c	VII	26	Stephani protomart. dup. & comm. Octavæ Nativit.
I	d	VI	27	Joannis Apostoli & Euang. dup. & comm. Octav.
XXIX	e	V	28	SS. Innocentium Martyrum. dup. & comm. Octav.
XXVIII	f	IV	29	Thomæ Cãtuar. Episcopi & mar. semid. & comm. Octav.
XXVII	g	III	30	De Dominica infra Oct. Nat. vel de oct. cum cõm. aliarum oct.
XXVI	A	Prid.	31	Silv. Pap. & Cõf. dup. & cõ. Oct.

FINIS.

FRANCISCI VIETÆ

Adversus

CHRISTOPHORVM CLAVIVM.

Expostulatio.

Εἰς Κλάβιον.

Πάντας μὲν τελέως ὤνησε σὺν ἴδμονι τέχνῃ
    Οὐιέτης χρονικῶν δεῖξας ὁδοὺς τελετῶν.
Καὶ νῦν, καὶ μῆτιν καλὰ σώζων Ἀρχιερῆος
    Τοῦ πάνυ, ἐν σκολιῷ πράγματι εὐθυπορῶν.
Ἔνθεν ὀφειλομένην χάριν αὐτῷ πᾶς τις ἔνειμε.
    Αὐτὰρ ἑνὸς Κλαβίου ὁ φθόνος εἷλε φρένας,
Ὅς γε κακηγορέειν μάλα μὲν, καὶ ἄκριτα φλύζειν
    Ἤλασεν, ἀλλοτρίας εἰς κλέος εὐστοχίης,
Καὶ σὺν ἐπεσβολίῃσι βέλη μὴ καίρια βάλλειν
    Εἰς σκόπον, οὔ γε τυχεῖν, εἶχεν ἀπειροκάλως.
Οὐ φθόνος εἷλε μόνος. σὺν γὰρ πολὺς ἕσπετο τῦφος,
    Ἀγνοίας προχέων ἀχλὺν ἀπειρεσίην,
Σὺν τῷ ὄχλους ἀμαθεῖς παράγει ἀνεμώλια βάζων,
    Πολλὰ ὑπὲρ δύναμιν ῥεῖα τελεῖν πίσυνος.
Καὶ πάλι θρησκείης φθείρει νέα, ἠδὲ παλαιὰ
    Δόγματα, καὶ γνώμας ὀρθοτόμων κανόνων.
Ἀλλ' ἀγαθὲ τρέπε νοῦν ποτε πρὸς νήφοντα λογισμόν.
    Οὐ φθόνος, οὐ τῦφος πρὸς κλέος ἄνδρας ἄγει.

FRANCISCI VIETÆ

Adversus

CHRISTOPHORVM CLAVIVM.

Explicatio.

ACCVSAVI jamdudum Christophorum Clavium de corrupto Kalendario Romano. Quàm enim divinum & augustum est Gregorianum de anni restitutione diploma, tam profana & infelix est Gregoriani diplomatis Claviana executio, defensioque. Sosigene usus erat Gregorius Aloysio Lilio, cujus fato prærepti adversaria, cum non intelligeret Clavius, depravavit miserè, & in contemptæ religionis crimen incidere maluit, quocunque periculo subversurus omnia, quàm rerum imperitus videri. De ipsius in Mathematicis rebus & Theologicis peritiâ, vel imperitiâ nihil ad me attinet pronunciare. Pronunciabo, neque perperam, si necesse habuero. Sed, qualiscumque sit Mathematicus, falsam periodum Lunarem induxit ad Epactarum æquationem, synodos in panselenis aliquando collocaturus, & panselenos in synodis, Quod, si quo modo est, errare est abs parœmia τὸ ἁμαρτάνειν τῆς ὁδοῦ, cum panseleni mediæ mediis synodis opponantur ex diametro οὐ ψευδωνύμως. Et, qualiscumque sit Theologus, profanum anni ad solennia principium adsumpsit, ex quo sequuta est absurda Epactarum ordinatio, & iniqua & prodigiosa mensium partitio, Neomenia Paschali ab aliis legem accipiente, ἄνω ποταμῶν ἱερῶν, cum vera Theologia, à verbo Dei & beatis Patribus accepta, non etiam, ut Adiaphoristæ censent, Hebræa & superstitiosa eo ipsomet adsertore doceat mensium primum esse Nisan dignitate, & ab eo renovanda anni solennia, ac idipsum Ethnicæ religionis cultores in suis peragendis sacrorum ritibus suboluisse, non sine magno veræ religionis nostræ mysterio, quod nefas fuit contempsisse. Ergo falsæ periodo Lunari Clavianæ, veram ac verè Lilianam, ac Gregorianam opposui, & profano anni adsumpto principio, principium à patribus Nicenis ex lege Dei præfinitum, ex quo sequuta est consentanea Epactarum ordinatio, ac recta & æqua mensium partitio, Neomeniâ Paschali cyclum inchoante, & ab eâ reliquis anni Neomeniis legem, ut decebat secundum divina patrum decreta, accipientibus, prolato eâ de re libello, & auctoritate regiâ summo Pontifici exhibito, sub titulo Relationis Kalendarij verè Gregoriani ad Ecclesiasticos Doctores, quorum judicio & censuræ me meumque scriptum submisi. Non autem erat æquum indictâ causa reum condemnari. Itaque libelli mei copia facta Clavio jam à biennio est. Quæ igitur tandem Clavij partes erant, æqui judices? Suumne errorem ultrò agno-

agnoſcere & confiteri, in cauſa præſertim publicâ, in quâ de myſteriis noſtræ Religionis agitur, & Reipublicæ Chriſtianæ concordiâ, & divinâ ſupremi Pontificis auctoritate? Id quidem ab homine Theologo è ſocietate Jeſu, ὡς ἱερῷ τὴν τέχνην καὶ τὰ ἤθη, ſperandum maximè videbatur. Sed, quocunque res evadat, vix eò adducimur, ut condemnemus noſtra, probemus autem aliena. Rapimur omnes φιλαυτίᾳ, quantamcumque ſimulemus ſanctitatem, &, quâ poſſumus arte, veritati vim facimus, ne vinci ullo modo videamur. Etiam ſapientibus cupido gloriæ noviſſima exuitur. τὴν κενοδοξίαν ὡς τελευταῖον χιτῶνα ἡ ψυχὴ πέφυκεν ἀποτίθεσθαι. At pertinuiſſe ad Clavium in eo, in quo conſtitutus eſt, reatu recriminatione uti, id verò nemo jure dixerit. Ait enim lex, ait Canon, *Neganda eſt accuſatis licentia criminandi, priuſquam ſe crimine, quo premuntur, exuerint, ſecundum ſcita veterum juris auctorum.* Sed neque potuit is doctor in re propriâ licentiam ſibi tribuere ſententiæ. Vetat enim Rubrica, *Ne quis in ſuâ cauſa judicet, vel ius ſibi dicat.* Nulla tamen divini & humani juris habitâ ratione Clavius calumniatur, ut meo nomini & famæ apud ſummum Pontificem detrahat pro eâ, qua apud eum valet, gratiâ. Pluribus autem, quas ad plures conſcribit, literis, ſignificat ſe meum libellum planè refutaſſe in libro novæ reſtitutionis Kalendarij, aliquando, ſi Deo placuerit, in lucem emittendo. Quæ iſta contumelia eſt, Clavi, quæ inſolens & vana jactantia! An ideò ſi conatus es, ut pro tuo jure potes, meum libellum refutare, tu refutaſti? Prodeat conatus ille tuus, & ego, volente Deo, eum infringam cras atque hodie. Non is eſt ordo judiciorum & proceſſus. Te falſum Mathematicum, ſi quidem Mathematicus es, demonſtravi, & falſum Theologum, ſi quidem Theologus. Itaque quando te reum peragere conſilium eſt, dicenda tibi cauſa eſt juxta formam Conſtititutionum, non loquendum ex plauſtro. Et ſi τεκμηρίοις meis te convinci neges, paralogiſmata mearum demonſtrationum coram judicibus, in quos conſenſum eſt, detegenda & indicanda, priuſquam eorum judicio abſolvaris. Ante verò abſolutionem nullius ſunt momenti ἀντικατηγορίαι, & ἀλαζονείαι tuæ. Et quæ te de libro novæ reſtitutionis Kalendarij nova ſollicitudo tenet, cum ſit is jam à me editus, qui vel à die diplomatis locum, ut par erat, & vim obtinet? Tua, quam meditaris, editio intempeſtiva eſt, & aſpernanda deinceps, ut falſa & plagiaria. Falſitatem vel repetita dies arguet. Plagium meus liber, mea, inquam, relatio Kalendarij verè Gregoriani firmamentis Theologicis, Politicis, & Aſtronomicis undique muniti. Δὶς καὶ τρὶς τὰ καλά. Sed cum alienum jus præripere tibi ſit animus & conſilium, non tuum eſt, Clavi, αὖθις ἀριζήλως εἰρημένα μυθολογεύειν. Odium autem Pontificium, quod, ut in me concites, mala arte eniteris, cave ſis ne in te potiùs ſentias exacerbari. Οἱ αὐτῷ κακὰ τεύχει ἀνὴρ, ἄλλῳ κακὰ τεύχων, Ἡ δὲ κακὴ βουλὴ τῷ βουλεύσαντι κακίστη. Quid enim ſi Proteſtantes veram anni rationem, quam ſyncerè ex Gregorij mente retuli, amplectantur, eamque à ſe, non à ſummo Pontifice agnoſcant, cui tam obſtinatè falſam tuam & profanam, & præterea abſurdam & prodigioſam tribuis, itaque auctoritatem defugiat, imò verò te falſum procuratorem & defenſorem is aliquando redarguat? Annum correxerat Julius Cæſar, idemque magnus Pontifex. Cum autem Julianam anni ordinationem ſacerdotes exequerentur malè, errorem ſuſtulit Auguſtus Cæſar, idemque magnus Pontifex. Quo nomine non minor ei, quam Julio deceſſori, gloria tributa eſt. Magna magni Gregorij circa anni restitutionem gloria. Sed non minor magni Clementis, cum te malè feriatum computatorem, tuasque falsas periodos & hypotheses in constituendo anni principio legi divinæ repugnantes rejecerit, & legitimam diplomatis Gregoriani exequutionem brevi Apostolico edixerit. Et si, ne id obtingat, os Pontifici ad tempus præsens oblinas, rebus serenis tenebras obducens, καὶ βαδίζων, ὡς ὄνος, εἰς ἄχυρα τραγημάτων, at te unum exlegem, ut ad tuas calumnias redeam, nemo feret. Tu, nisi monitus resipiscas, crimina, quorum reus es, necesse habes diluere, & interea Constitutionibus civilibus parere. Sed vos obtestor, Venerandi Patres & Antistites è societate Jesu, Vestra in vestrum collegam auctoritate de eo inquirite, causaque cognita, ἢ χαμόθεν, ἢ ἀπὸ βήματος, omnino pertinaciæ suæ & livori obsistite, ne cum suis falsis, & infelicibus Apologeticis de Apostolica sede quàm malè meritus, is solus in causa sit in vestri collegij contumeliam & opprobrium, cur ab omnibus gentibus, quæ Romano Kalendario solebant uti, idem felicissimis Gregorij decimi tertij auspiciis restitutum non recipiatur. Sit sanè κενόδοξος ἐν ταῖς ἀδιαφόραις. Sed esto ὀρθόδοξος ἐν ταῖς ἱεραῖς καὶ ὁσίαις. Dissidium in anni ratione quantas turbas ciet, & molestias in rerum commerciis per celebriores nundinas, & nobiliora quæque Emporia! At fovet præterea dissensionem animorum in controversis, quæ ad religionem spectant, capitibus. Dematur autem fucus omnis, & cedat nudæ veritatis vi fastus & livor, Epactarum æquationi & ordinationi falsæ & profanæ & præterea absurdæ & prodigiosæ substituatur justa, pia, & ab omnibus absurditatibus & prodigiis libera, ac denique, ut ex verbis diplomatis, & syncera eorumdem interpretatione constat, verè Liliana ac Gregoriana, Nullus adparebit in orbe Astronomus, nullus in verba peritorum in arte jurans, qui admirandam Gregorianam anni restitutionem non admirabitur, & si forte à sanctâ Romanâ Ecclesiâ deviùs, eidem statim sese insinuare non studeat ἀμφασίη κραδίην ἀμφιχυθεὶς μεγάλη. Hoc ipsum est, quod omnes pij habent in votis, Venerandi Patres, & Antistites. Tanto Reipublicæ Christianæ bono qui obfuerint ope, consilio, dolo malo, sacri & intestabiles sunto; & à felici piorum consessu extorres arceantor.

FINIS.

FRAN-

FRANCISCI à SCHOOTEN

NOTÆ

IN ISAGOGEN.

Ante omnia, Benigne Lector, te monitum velim, Scholium primum D. de Beaugrand in Isagogen à me consultò prætermissum fuisse, cum ad propositum Vietæ argumentum non modò nihil facere, verùm etiam in præstantem adeò Virum iniquum esse videretur. Quod enim Veterum Analysin quorundam Theorematum ac Problematum exemplis repræsentare conatur, id quidem hujus loci non est. Quod verò eandem universalem asserit, & Vietææ præferendam censet, quia illa nullis terminis coërcetur sicut Logistice speciosa, quam ait usum tantùm habere, ubi de quantitatum æqualitate seu proportione inquiritur, hoc ego minùs ex vero, nec appositè dici puto: quandoquidem id omne, quod sub contemplationem Matheseos cadit, quantitatis nomine semper gaudet, illudque demum per æqualitatem aut proportionem elucescit. Ita ut hoc ipso nomine Vietæa Analysis habenda sit quàm maximè universalis, atque alteri vagæ præferenda: cum ea non tam ars dicenda sit, quæ certis præceptis & legibus continetur, quàm naturalis quædam ingenij industria aut facultas, usu & exercitatione confirmata.

Deinde notandum, Scholia in 10 & 11 Symbolum paululùm à me mutata esse; quæ supersunt autem, ultimo excepto, subjeci ut sunt; & à textu Vietæ vel inde dignoscentur, quòd alio charactere sunt expressa.

Quod autem spectat ad ultimum Scholium in posteriora verba ejusdem Isagoges, illud ipsum non minùs quàm primum omittendum duxi: cum mentem Vietæ prorsus pervertat, quæ est, beneficio Analyseos speciosæ NULLUM NON PROBLEMA SOLVERE. *Hoc verò frustra polliceri Vietam suâ Analysi inquit Scholiastes. Et quidem in rei demonstrationem affert Problema 4^{tum} Scholij primi, in quod nihil prorsus posse artem Vietæ asseverat, ponens id ipsum cum Getaldo inter Problemata, quæ ille sub Algebram non cadere existimavit, & propterea more Veterum resolvit. Verùm enimverò licèt Getaldo, (viro alioquin de rebus Mathematicis optimè merito) non constiterit modus hoc Problema Vietæ viâ resolvendi, non ideo tamen censendum est in hoc nihil prorsus posse Analysin speciosam; quemadmodum etiam nec in omnia alia similia Problemata, in quibus inter data unicus duntaxat angulus reperitur. Aliter enim se rem habere ostendit vir doctissimus Petrus Herigonius in Cursu suo Mathematico Cap. 12. Algebræ, quæst. 12: siquidem istic loci id perfacile arte Vietæ dissolvit. Ubi etiam rectè declarat, majores difficultates Algebræ, non in angulis, sed in inventione æquationum, quæ in scalarium serie minùs adscendant, consistere. Quod etiam brevi, Deo favente, in Apollonij locis planis à me restitutis, plura exempla edocebunt.*

Addit porrò Scholiastes idem intelligendum esse de Theorematibus, in quibus anguli inter se comparantur. Quale vult esse Theorema 4^{tum}, utpote cujus nec veritas nec demonstratio ullatenus Analysi speciosâ Vietæ investigari posit. Ejus verò contrarium Herigonius quoque Prop^{ne} 35. Capitis 5^{ti} suæ Algebræ demonstrat, illudque leve negotium esse ostendit. Ita ut dicta Problemata, ad quæ velut ad lapidem Lydium, Scholiastes artem Analyticam Vietæ explorare suscepit, facillimè quidem per eandem resolvi atque componi queant.

Cæterùm quid illa tandem posit, resolvereque recuset, suis ad hoc Paradigmatis subnexis exponere conatur: unde demum concludit speciosam istam Analysin, triplicem Zetetices, Poristices, & Exegetices formam indutam, speciosum quoque solummodò sibi vendicare Problema OMNE IN QUO DE QUANTITATUM ÆQUALITATE VEL PROPORTIONE INQUIRITUR, PROBLEMA UTCUNQUE SOLVERE. *In quo si tollas vocem utcunque, quam nescio quâ ratione motus apposuerit, non video quid universaliùs Problema exiquiras: cum universa*

versa Mathesis non nisi doctrina quantitatis sit dicenda: adeò ut omne id, quicquid ibidem solvendum proponitur (ut supra dictum fuit) non nisi in quantitatum æqualitate vel proportione aliquâ explicanda, consistat. Quod etiam summi ingenij Vir Renatus des Cartes, in dissertatione de methodo rectè regendæ rationis, scribit se circa Mathematicas Scientias in genere animadvertisse, nimirum, etiamsi illæ circa diversa objecta versentur, in hoc tamen convenire omnes, quòd nihil aliud examinent quàm relationes sive proportiones quasdam, quæ in iis reperiuntur.

IN NOTAS PRIORES.

Quæ hîc majoris illustrationis ergo interserenda existimavit Vir doctissimus P. Marinus Mercennus, sunt quæ sequuntur.

Pag. 17. Sit latus unum A, alterum B. Dico A quad., + A in B 2, + B quad., æquari A + B quadrato. Ex opere multiplicationis A + B per A + B.

Ibidem. Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubum, + A quadr. in B 3, + A in B quad. 3, + B cubo, æquari A + B cubo. Ex opere multiplicationis A quad., + A in B 2, + B quad., per A + B.

Rursus circa finem. Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadr.-quadr., + A cubo in B 4, + A quadr. in B quadr. 6. + A in B cubum 4, + B quadr.-quad., æquari A + B quad.-quadrato. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quad. in B 3, + A in B quad. 3, + B cubo, per A + B.

Pag. 18. Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadrato-cubum, + A quad.-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadr. quadratum 5, + B quadrato-cubo, æquari A + B quadrato-cubo. Ex opere multiplicationis A quadrato-quadrati, + A cubo in B 4, + A quad. in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quad.-quadrato, per A + B.

Ibidem. Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubo-cubum, + A quad.-cubo in B 6, + A quadr.-quad. in B quadr. 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadr. in B quadr.-quad. 15, + A in B quad.cubum 6, + B cubo-cubo, æquari A + B cubo-cubo. Ex opere multiplicationis A quad.-cubi, + A quad.-quad. in B 5, + A cubo in B quad. 10, + A quad. in B cubum 10, + A in B quad.-quad. 5, + B quad.-cubo, per A + B.

Pag. 19. Et proportionalia sex plano-solida,

A quadrato-cubus.
A quadrato-quadratum in B.
A cubus in B quadratum.
A quadratum in B cubum.
A in B quadrato-quadratum.
B quadrato-cubus.

Et proportionalia denique continuè septem solido-solida,

A cubo-cubus.
A quadrato-cubus in B.
A quadrato-quadratum in B quadratum.
A cubus in B cubum.
A quadratum in B quadrato-quadratum.
A in B quadrato-cubum.
B cubo-cubus.

Et sic deinceps.

Pag. 24. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens sublateralis longitudo D. Dico A quad., + A in B 2, + B quadr., + D in A, + D in B, æquari A + B quadrato, + D in A + B. Ex opere multiplicationis A + B per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eâdem binomiâ radice componantur duo quadrata, unum purum, alterum adfirmatè adfectum: singularia plana, quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Planum à latere primo in coëfficientem longitudinem.
Planum à latere secundo in eandem ipsam coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

Pag. 25. initio geneseos cubi adfecti adfirmatè sub quadrato.

Paulò autem post. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens subquadratica longitudo D. Dico A cubum, + A quadr. in B 3, + A in B quad. 3, + B cubo, + A quad. in D, + A in B in D 2, + B quad. in D, æquari A + B cubo, + D in A + B quadratum. Ex opere multiplicationis A quad., + A in B 2, + B quad., per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eâdem binomiâ radice componantur duo cubi, unus purus, alter adfirmatè adfectus, sub ipsius radicis quadrato & adscitâ coëfficiente longitudine: singularia solida, quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Solidum à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem.

Solidum à latere secundo in duplum planum, quod fit à latere primo in coëfficientem longitudinem.

Solidum à quadrato lateris secundi in coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

Deinde. geneseos quadrato-quadrati adfecti adfirmatè sub latere.

Denique. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens sublaterale solidum D. Dico A quad.-quad., + A cubo in B 4, + A quad in B quad. 6. + A in B cubum 4, + B quad-quad., + A in D solid., + B in D solidum, æquari A + B quadr.-quadr., + D solid. in A + B. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadr, in B 3, + A in B quadr. 3, + B cubo, + D solido, per A + B.

Pag. 26. post Theorema. geneseos plano-plani adfecti cubo adfirmatè.

Ibidem. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens longitudo D. Dico A quad.-quad., + A cubo in B 4, + A quad. in B quadr. 6, + A in B cubum 4, + B quad.-quad., + A cubo in D, + A quad. in B in D 3, + A in B quad. in D 3, + B cubo in D, æquari A + B quad.-quad., + D in A + B cubum. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadr. in B 3, + A in B quad. 3, + B cubo, per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eâdem binomiâ radice componantur duo quadrato-quadrata, unum purè, alterum adfectum adjunctione plano-plani sub ipsius radicis cubo & adscitâ coëfficiente longitudine. Singularia plano-plana quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Plano-planum à lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.

Plano-planum à quadrato lateris primi in triplum planum, quod fit ex latere secundo in coëfficientem longitudinem.

Plano-planum à latere primo in triplum solidum, quod fit ex quadrato lateris secundi in coëfficientem longitudinem.

Plano-planum à cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

Purum.		Adfectum.
A quadrato-quadratum.		A quadrato-quadratum.
A cubus in B 4.		A cubus in B 4.
A quadratum in B quadratum 6.		A quadratum in B quadratum 6.
A in B cubum 4.		A in B cubum 4.
B quadrato-quadratum.		B quadrato quadratum.
	I	A cubus in D.
	II	A quadratum in B in D 3.
	III	A in B quadratum in D 3.
	IV	B cubus in D.

Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadr. in B 3, + A in B quadr. 3, + B cubo, per A + B + D.

Apposuimus denique in eundem finem pag. 40 & 41, duas figuras è regione sibi respondentes. Quæ *autem praterea in Notas priores commentus est Scholiastes I. de Beaugrand, ipsa characteris, quo expressa sunt, differentiâ, facilè dignoscentur.*

IN LIBROS ZETETICORVM.

Quæ in libris Zeteticorum, tanquam commissa aut omissa deprehendimus, atque ad Autoris mentem immutanda visa nobis sunt, ea benignus Lector sic accipiat.

Pag. 43. *lin.* 27. *ubi habebatur* ita D ad A $=$ B *posuimus:* ita D $=$ B ad A. *Sicut etiam paulò inferiùs lin.* 33. *pro* ita D ad E $=$ B *scripsimus:* ita D $=$ B ad E: *siquidem sic meliùs cum Canone consentiunt. Addidimus porrò perspicuitatis causa in Canone hæc duo verba* Lateri deficienti. *Notandum præterea, ne hoc opus in nimiam molem excresceret, sed paucioribus paginis comprehenderetur, nos hunc numerum* $\dfrac{\begin{matrix}\text{S in B}\\ = \text{R in D}\end{matrix}}{\text{S} = \text{R}}$ *ita denotasse:* $\dfrac{\text{S in B} = \text{R in D}}{\text{S} = \text{R}}$, *quemadmodum videre licet pag.* 44. *lin.* 2. *Sic etiam pag.* 64. *L. V.* $\left\langle \begin{matrix}\text{B quad.}\\ + \text{D quad.}\end{matrix}\right.$ *hoc pacto notavimus:* $\sqrt{\text{B quad.} + \text{D quad.}}$. *Vt & pag.* 74. *lin. penult. in locum* $\dfrac{\text{B in} \left\langle \begin{matrix}\text{B cubum}\\ - \text{D cubo bis}\end{matrix}\right.}{\begin{matrix}\text{B cubo}\\ + \text{D cubo}\end{matrix}}$ *substituimus:* $\dfrac{\text{B in } \overline{\text{B cubum} - \text{D cubo 2}}}{\text{B cubo} + \text{D cubo}}$. *Quod similiter plurimis aliis locis factum quoque fuit.*

Pag. 44. *lin.* 30. *hæc verba addidimus* à latere excedente.

Pag. 45. *lin.* 20. *pro* Itaque restituto defectu vel amputato excessu, fit latus justum *majoris perspicuitatis ergo scribi curavimus:* Itaque restituto defectu lateri deficienti, vel amputato excessu à latere excedente, fit latus justum. *Lineâ autem sequenti loco* E 100 *scribatur* E 150, *ponendo nempe* S *esse* 5, *cæteris invariatis. Quod si autem cum Autore ponamus* S *valere* 3, *tunc quidem* A *fiet* 30, *non* 20; *at verò* E 90, *non etiam* 100.

Pag. 46. *lin.* 14. *pro* Datum igitur latus ita secare est, ut præfinitæ unciæ unius segmenti ad præfinitas uncias alterius, æquent summam præscriptam *posuimus:* Datum igitur latus ita secatur, ut præfinitæ unciæ unius segmenti cum præfinitis unciis alterius, æquent summam præscriptam. *Sciendum porrò est duos Canones ejusdem Zetetici paulò aliter à me propositos fuisse quàm ab Autore, nempe in permutatâ proportione, siquidem sic analogismis, ex quibus deprompti sunt, meliùs conveniunt.*

Pag. 48. *lin.* 17. *pro his verbis* ut ea minor sit D *substituimus:* ut ea major sit D.

Pag. 52. *lin.* 17. *pro* faciet differentiam quadratorum ductam in se *hæc legenda voluimus:* faciet quadratum differentiæ quadratorum.

Pag. 56. *lin.* 9. *prior editio hæc habet:* Differentiæ quadratum $\surd\text{C.}\,\frac{10}{30}$, aliter $\surd\text{C.}\,\frac{100}{3}$. Atque adeò ipsa differentia $\surd\text{CC}\,\frac{100}{3}$; latus itaque minus est $\surd\text{C}\,\frac{30}{8} - \surd\text{CC}\,\frac{100}{192}$, latus majus $\surd\text{C}\,\frac{30}{8} + \surd\text{CC}\,\frac{100}{192}$. *pro quibus scribenda existimavimus:* Differentiæ quadratum $\frac{10}{\surd\text{C.}30}$, aliter $\surd\text{C}\,\frac{100}{3}$. Atque adeò ipsa differentia $\surd\text{QC}\,\frac{100}{3}$; latus itaque minus est $\surd\text{C}\,\frac{30}{8} - \surd\text{QC.}\,\frac{100}{192}$, latus majus $\surd\text{C.}\,\frac{30}{8} + \surd\text{QC.}\,\frac{100}{192}$. *Ibidem verò lin.* 25. *in locum:* Ut quadratum differentiæ laterum, *subrogetur:* Ut quadratum simile differentiæ laterum. *Videtur autem in priori impressione vox* dimidiæ *pro* simile *irrepsisse. Linea porrò* 28 *prior editio* Rectang. ——— ut 1 ad 2: erit ut S ad R, ita 10 ad 8. *legendum autem censuimus:* Rectang. ——— ut 2 ad 1: erit ut S + R 2 ad R, ita 20 ad 8.

Pag. 59 *lin.* 28. Unde extremæ sunt $\surd$ 25. *ego sic scribendum duxi:* Unde extremæ sunt 1 & 4.

Pag. 61. *lin.* 39. Dato autem rectangulo sub lateribus & differentiâ, dantur latera, *legendum putavi:* Dato autem rectangulo sub lateribus & adgregato laterum, dantur latera. *Inferiùs verò lineâ ultimâ pro* Cubus adgregati extremarum, *ponendum censui:* Cubus adgregati mediarum.

Pag. 63. *lin.* 30. *prior impressio:* Quibus etiam quadratis æquabantur latera circa rectum, *ego autem legendum volui:* Quibus etiam quadratis æquabantur quadrata laterum circa rectum.

Pag. 67. *lin.* 18. *prior impressio:* si quidem latitudine sit major, *ego legendum putavi:* si quidem latitudine sit minor. *Et paulò post lin.* 23. Unde sit D differentia *ponendum duxi:* Unde cum sit D differentia. *Subinde verò, initio Theorematis, adjeci hæc verba:* In triangulo rectangulo.

Pag. 68. *lin.* 22. *prior impressio:* Differentiæ autem lateris circa rectum reliqui ab hypotenusa, *legendum autem censui:* Quadratum autem differentiæ lateris circa rectum reliqui ab hypotenusa. *Ibidem lin.* 27. *pro* & orietur $\frac{1}{8}$ *posui:* & orietur $-\frac{1}{8}$ perpendiculum. *Rursus*

ſus lin. 44. *pro* idemque minus *ſcripſi*: idemque majus. *Linea autem ſequenti in locum* vel majus adgregato *ſubſtitui*: vel minus adgregato.

Pag. 69. *lin.* 28. *pro* idemque majus differentiâ B plani & D plani *poſuimus*: idemque majus differentiâ $\sqrt{}$ B plani & $\sqrt{}$ D plani.

Pag. 72. *lin.* 41. *pro* relinquit B quadratum *ſcripſimus*: componit B quadratum.

Pag. 73. *Perpendiculo tertij trianguli ordinis prioris apponatur hic numerus* B in D q. 3. + B cubo 4. *ſicut etiam perpendiculo tertij trianguli poſterioris numerus hic* B q. in D 3. + D cubo 4.

Pag. 75. *lin.* 13. *vetus impreſſio* Secundi D in $\langle \frac{\text{B cubum bis.}}{-\text{D cubo}}$ *ego autem legendum duxi*: ſecundi $\frac{\text{D in B cubum 2} + \text{D cubo}}{\text{B cubo} - \text{D cubo}}$. *Ibidem lin.* 26. *pro* Secundi $\frac{\text{D quad. in A}}{\text{B quad.}}$ *poſui*: Secundi $\frac{\text{D quadr. in A}}{\text{B quad.}}$ — B.

Pag. 77. *lin.* 25. *hæc inſeri voluimus*: Adgregatum primi & tertij eſt 97, quadratum videlicet à 10, multatum 3.

Pag. 78. *lin.* 9. *addidimus*: quod eſt quadruplum rectangulum ſub lateribus. *Ibid. lin.* 35. *addidimus quoque*: adjunctum 192.

Pag. 80. *lin.* 21. *vetus impreſſio* adjectis 1089 facit 6989, *ego autem poſui*: adjectis 1989 facit 6889.

Pag. 81. *lin.* 5. *vetus impreſſio* Contra quoniam A quad. — G plano, eſt majus quàm B in A + G plano, *delendum cenſui*: + G plano. *Ibid. lin.* 10. *pro* Ergo S in E 2 — E quad., minus erit quàm G planum *ego poſui*: Ergo S in E 2 — E quadr., majus erit quàm G planum. *Et in locum* Unde adſumetur F minor quàm S + $\sqrt{\text{S quad.} + \text{G plano}}$, *ſcribendum duxi*: Unde adſumetur F minor quàm S + $\sqrt{\text{S quad.} - \text{G plano}}$. *& deinceps pro* Contra R in E 2 — E quadr., majus erit quàm G planum *ſubſtitui*: Contra R in E 2 — E quadr., minus erit quàm G planum. *Et rurſus pro* Unde adſumetur F major quàm R + $\sqrt{\text{R quadr.} + \text{G plano}}$, *legendum cenſui*: Unde adſumetur F major quàm R + $\sqrt{\text{R quad.} - \text{G plano}}$.

Ibidem linea 13. *pro* major verò $\sqrt{\frac{5}{4}} + \frac{1}{2}$ *poſui*: major verò $\sqrt{\frac{265}{4}} + \frac{5}{2}$. *Linea verò* 14 *poſt* At 12 eſt minor quàm $\sqrt{}$ 76 + 4, *omittenda duxi hæc verba*: nam valor quadrati à 12 eſt $\sqrt{}$ 64 + 4. *Deinceps autem in locum* Et 11 eſt major quàm $\sqrt{\frac{289}{8}} + \frac{1}{2}$ *ſubrogavi*: Et 11 eſt major quàm $\sqrt{\frac{265}{4}} + \frac{5}{2}$. *Rurſus pro* Sumatur ergo S 12. R 11. eligenda erit F minor quàm 12 + $\sqrt{}$ 84, ſed major quàm 11 + $\sqrt{}$ 61. *ſic poſui*: Sumatur ergo S 13. R 10. eligenda erit F minor quàm 13 + $\sqrt{}$ 109, ſed major quàm 10 + $\sqrt{}$ 40. *Ac denique pro* At 21 eſt minor quàm 12 + $\sqrt{}$ 84, nam valor quadrati 21, eſt 12 + $\sqrt{}$ 81. Et 19 eſt major quàm 11 + 161, nam valor quadrati à 19 eſt 11 + $\sqrt{}$ 64. *ita ſcripſi*: At 23 eſt minor quàm 13 + $\sqrt{}$ 109. Et 17 eſt major quàm 10 + $\sqrt{}$ 40. *De his aliiſque penes Lectorem judicium eſto.*

IN TRACTATVS DE ÆQVATIONVM RECOGNITIONE ET EMENDATIONE.

Præter ea quæ hìc adnotavit Anderſonus, animadvertimus porrò hæc quæ ſequuntur.

Pag. 101. *lin.* 33. *pro* Capite *poſuimus*: Theoremate.

Pag. 102. *lin.* 32. *pro* $\frac{\text{Z plano-plano}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$ *ſcripſimus*: $\frac{\text{Z plano-plano-plano}}{\text{Z plano} + \text{B quadr.}}$.

Pag. 104. *lin.* 36. *pro* S. quad. — B quad. *legendum duximus*: B. quad. — S quad.

Pag. 108. *lin.* 16. *&* 17. *hæc verba inſeruimus*: A poteſtatem + B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in E gradum — E poteſtate, & per Antitheſin. *A paginâ porrò* 108. *uſque ad pag.* 127. *nos in locum* Propoſitionis *ubique* Theorema *ſubſtituimus, ut cæteris conſentiant.*

Pag. 109. *lin.* 23. *pro* duabus *poſuimus*: quatuor.

Pag. 123. *lin.* 8 *&* 9. *hæc interſerenda duxi*: & quum poſtremo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe G quadratum. *Ibid. lin.* 13. *pro* adſcito verò ſecundo 4 *ego ponendum cenſui*: adſcito verò poſtremo, facit 4. *Rurſus ibidem lin.* 35 *&* 36. *in locum* ex tribus primis *ſubrogavi*: ex tribus poſtremis; *lineâ verò* 37. *pro* ex tribus poſtremis *poſui*: ex tribus primis. *Denique lin. ultim. pro* & fit A minus latus & majus *legendum volui*: & fit A minus latus, & E majus.

Pag. 125. *lin.* 42. *&* 43. *pro* quadrato *poſuimus*: quadrato-cubo. *Ibidem verò lineâ antepenultimâ ſimiliter pro* quadrato *legendum voluimus*: quadrato-cubo.

Pag. 131. *lin.* 10. *pro* Z plano *ſtatui*: Z ſolido.

Pag. 132. *lineâ primâ in locum* 30 Q *ſuppoſui*: 30 N.

Pag. 133. *lin.* 30. *hæc verba interpoſuimus:* qualis quæ adficietur adfirmatè. *Ibid. lin.* 37. *pro* — D plano *ſcripſimus:* + D plano.

Pag. 136. *lin.* 9. *in locum* — B in E quadr. + A cubo *ſubſtituimus* : & E cubus + B in E quad. *Ibidem linea penultima, addidimus hæc verba* : Oportet rurſus anaſtrophen facere.

Pag. 138. *lin.* 26. *pro* √ 24 — 4 *poſuimus:* √ 24 + 4.

Pag. 139. *lin.* 7. *pro* $\frac{\text{D ſolido in A}}{\text{D}}$ *legendum duximus:* $\frac{\text{B ſolido in A}}{\text{D}}$. *Ibidem lin.* 9. *addita eſt vox:* ducantur. *Linea autem* 28. *pro* Omnia per D cubum in H plano-planum *ſcripſimus* : Omnia per D cubum in H plano-plano-planum ducantur.

Pag. 144. *linea, quæ præcedit antepenultimam, pro* + G quadr. in A quad. 2. *poſui:* + G plano in A quad. 2.

Pag. 145. *lin.* 25. *pro* + B plano *ponendum cenſui:* — G plano.

Pag. 146. *lin.* 17. *pro* + D quad. $\frac{1}{2}$. *legendum duxi:* — D quad. $\frac{1}{2}$. *Sic etiam lin.* 24. *ubi in locum* — D quad. *poſui:* — D quad $\frac{1}{2}$.

Pag. 147. *lin.* 6. *pro* G planum 2 in A *poſuimus:* G planum 2 in A quad. *Ibid. lin.* 9. *pro* — G plano 4. *ſcripſimus:* — G plano. *Item lin.* 25. *in locum* + Z plano-plano *ſubſtituimus:* + Z plano-plano 4.

Pag. 148. *lin.* 9. *pro* + 64 N *legendum exiſtimavimus:* + 6400 N ; *linea autem* 22. *pro* E quadrati-cubus *legendum eſſe:* E plani-cubus ; *At verò linea* 26. *pro* + 144 Q *ſcribendum eſſe:* + 114 Q.

Pag. 150. *lin.* 5. *pro* planum *ſcripſi:* quadratum; *linea autem ſequenti pro* quadrato *poſui:* plano. *Ibid. lin.* 17. *in locum* plani ſub radice ſolidâ , negati de quadrato *ſubſtitui* : quadrati inverſè negati, radicem habentis ſolidam.

Pag. 151. *linea antepenultima pro* $\frac{-\text{B plano in Z in E}}{\text{D}}$ *poſuimus* : $\frac{+\text{B plano in Z in E}}{\text{D}}$.

Pag. 152. *lin.* 29. *pro* — 3 N *ſcripſimus:* + 3 N. *Ibidem linea, quæ præcedit antepenultimam pro* fit 1 N 2. *ſcripſimus:* fit 1 N √ 2. *A pagina porrò* 152 *uſque ad pag.* 160. *ubique pro voce* Propoſitionis *poſuimus:* Theorema , *quia eas ſicut cæteras interpretandas duximus, tum quòd ipſa pari quoque nomine cum illis gaudere viderentur.*

Pag. 153. *lin.* 22. *pro* B in A *legendum putavi* : $\overline{\text{B} + \text{D}}$ in $\overline{\text{A}}$. *Ibid. lin.* 31. *pro* D in A *ſcribendum cenſui* : $\overline{\text{D} - \text{B}}$ in $\overline{\text{A}}$.

Pag. 154. *lin.* 14. & *pag.* 155. *lin.* 2. *pro* B plano *poſui:* D plano.

Pag. 155. *lin.* 39. *pro* æquetur *ſcripſi:* æquabitur, *ſicuti etiam pluribus aliis locis factum fuit; linea verò ſequenti pro* — X cubo in √ X quad. 3. *poſui* : — X cubo 2 in √ X quad. 3. *Addidimus præterea ibidem duas regulas ſequentes:* Quoniam enim X quad. in A quad. 2 — A quad.-quad., æquatur X quad.-quad. 4 — X cubo 2 in √ X quadr. 3: ergo per antitheſin, & ad X cubi 2 communem adplicationem.

Pag. 156. *lin.* 2. & 3. *pro* Quadrato-cubicam *poſuimus:* Quadrato-cubica-cubicam.

Pag. 161. *lin.* 3 & 4 *in Appendice pro* & præterea ſegmentum B F : metiatur, & ducantur ſubtenſæ B D, D M, M F *legendum duximus* : & præterea ſegmentum B G ſegmentum B F ter metietur, ducantur autem ſubtenſæ B D, D M, M F. *Ibid. lin* 13. *pro* 7mo *poſuimus* : 5to.

IN TRACTATVM DE NVMEROSA POTESTATVM PVRARVM ATQVE ADFECTARVM RESOLVTIONE.

QVæ in hoc tractatu, præter Getaldum, cujus opera in lucem prodiit, animadvertimus, atque immutanda cenſuimus, hæc ferè ſunt.

Pag. 165. *lin.* 39. *pro* ſecundi *ſcripſimus:* latere ſecundo.

Pag. 167. *lin.* 16. *pro* plus ſolido ſub triplo latere primo & quadrato ſecundi inveniundi *poſuimus:* plus ſolido ſub triplo quadrato primi & latere ſecundo inveniendo. *Ibid. lin.* 27. *pro* ſub quadrato lateris primi & ſecundo *legendum duximus* : ſub quadrato lateris ſecundi & primo. *Vt & lin.* 29. *pro* ſolidum verò ſub &c *ſcribendum putavimus*: ſolidum verò triplum ſub &c. *Rurſus linea ſequenti pro* ſolidum denique ſub &c. *ſcripſimus* : ſolidum denique triplum ſub &c.

Pag. 172. *lin.* 7. *pro* à quadrato-quadrato primi in decuquintuplum quadratum ſecundi *poſuimus* : à quadrato-quadrato ſecundi in decuquintuplum quadratum primi.

Pag. 174. *lin.* 3. *poſt ratione, nos ſequentia verba miſſa fecimus* : Sed quemadmodum hæ reductioductiones fiant, docebitur opportuniùs, speciali eâ de re, sive ad Arithmetica sive ad Geometrica, concepto tractatu. *Videtur enim Autor iis innuere tractatum de Emendatione Æquationum, qui post ipsius mortem Andersoni opera prodiit, ac idem existat atque ille, qui in hoc opere tractatum hunc proximè antecedit.*

Pag. 187. *lin.* 15. *pro* lateris secundi *posuimus:* lateris primi.

Pag. 190. *lin.* 13 *&* 19. *addidimus verbum:* puri.

Pag. 200. *lin.* 35. *pro* majus *posuimus:* minus.

Pag. 201. *lin.* 35. *pro* Coëfficiens in duplum lateris primi *legendum duximus:* Planum expletionis à coëfficiente in duplum lateris primi.

Pag. 210. *lin. antepenult. pro* Quadrato-quadrato *posuimus:* quadrato-cubo.

Pag. 218. *lin.* 14. *pro* 57 N *scripsimus:* 57 Q. *Ibidem lin.* 19. *pro* 5, 400 *legimus:* 540. *Lineâ denique penult. pro* minor *statuimus:* major.

Pag. 220. *linea quæ præcedit antepenultimam hæc verba addidimus:* ablatus è solido 27, 755; *tum antepenultima hoc verbum:* tribus.

Pag. 223. *lin. antepenult. interseruimus verbum:* Secunda; *linea autem penultima pro* majus *posuimus:* minus.

Pag. 227. *lin. antepen. in locum* dividatur, *substituimus:* ducatur.

Pag. 228. *à linea* 39 *usque ad finem in priori editione hæc habebantur:* per ea quæ de isomeriâ in tractatum de Recognitione Æquationum rejecta sunt.

Quid verò si 1 N est explicabilis sub notâ asymmetriæ, Quæratur autem sub eâ specie exhiberi? & id per artem non denegabitur. Sed eam doctrinam meritò antecedit, sicut & Resolutionem Binomiarum potestatum, doctrina de Recognitione. Adde quod sua etiam asymmetris numeris congruit Logistice, ideò fusiùs, & convenientiore tradenda loco. Itaque hic esto

Explicitus de Numerosa Potestatum Resolutione Tractatus.

IN EFFECTIONUM GEOMETRICARUM CANONICAM RECENSIONEM.

PAg. 230. *lin.* 12. *hæc verba addidimus:* Illud enim est, Datis lateribus invenire planum, sive exhibere quadratum ipsi plano æquale.

Pag. 233. *lin.* 12. *pro* rectangulo sub extremis *posuimus:* mediæ quadrato.

Pag. 236. *lin.* 28. *pro* Quæ in serie datur prima *scripsimus:* media. *Ibid. lin.* 39. *pro* singulas reliquas B C *legendum duximus:* singularum reliquarum B C.

IN SUPPLEMENTUM GEOMETRIÆ.

PAg. 243. *lin.* 8. *post ea verba:* ita G A ad B C, *habebantur hæc in priori editione:* Ipsi autem G A addatur G H, auferatur autem A I, *quæ quidem velut supervacua à nobis omissa sunt. Ibid. lin.* 13. *hæc interseruimus:* inter partes interiores; *sicut etiam:* erunt continuè proportionales.

Pag. 245. *lin.* 27. *hæc verba,* excedit duos rectos angulus B A C *ita immutavimus:* excedunt duo recti angulum B A C.

Pag. 247. *lin.* 11. *pro* secunda *posuimus:* prima. *Ibid. lin.* 41. *in locum* adgregato *subrogavimus:* quadrato è tertiâ ad.

Pag. 248. *linea prima, pro* secundæ & tertiæ *posuimus:* è tribus; *quemadmodum etiam lin.* 3. *pro:* secundæ & primæ. *Ibid. lin.* 47. *pro* E A C, & tamen minor sit recto necesse est. Igitur uterque angulus *legendum duximus:* B A C vel B C A, & minor sit recto necesse est. Igitur uterque angulorum.

Pag. 249. *lin.* 32. *pro* quadratum ex B H *scripsimus:* quadrati ex A B. *Ibid. lin.* 39. *pro* fit bes *statuimus* fit triens.

Pag. 250. *lin.* 4. *pro* secundi *posuimus:* primi. *Ibid. lin.* 9. *post* anguli B A C *hæc interseruimus:* & major sit recto necesse est. *Eadem linea, pro* Ideo est exterior ipsorum qui sunt ad basin angulorum, & consequenter major recto *scripsimus:* Ideo est quilibet ipsorum B A C, B C A qui sunt ad basin angulorum consequenter major triente recti. *Ibid. lin.* 35 *in locum* qui sunt ad basin videlicet D C E vel D E C *supposuimus:* quem anguli ad basin

D C E vel D E C relinquunt è duobus rectis. *Denique linea* 49. *pro* quadratum ex BH *legendum censuimus:* quadrati ex A B.

Pag. 252. *linea* 50. *pro* I A in A B bis *posuimus* : I A in A B. *Scholium denique quod ibidem subjunximus, vir clarissimus D. Diodati Parisiis huc misit; quod ait sibi ex Italia ab autore missum fuisse, qui ut nomen suum exprimi minùs curaverit, neque nos pro merita laude illum celebrare possumus.*

A *Pag.* 254. *hac verba propositionis* 21 *illustranda duximus.*

Ideo est ut D B ad A B, ita quod fit sub D A, A B ad quadratum ex D C. *Nam cum ex hypothesi (ut dictum est) B D sit ad D A, ut quadratum ex A B ad quadratum ex D C:* [a] *erit quoque per divisionem rationis contrariam D B ad B A, ut quadratum ex A B ad id quod fit sub D A, A B bis, plus quadrato ex A D. Vt autem D B ad B A,* [b] *ita est assumpta communi altitudine B A, id quod fit sub D B, B A ad quadratum ex B A. Erit itaque ut id quod fit sub D B, B A ad quadratum ex B A, ita quadratum ex A B ad id quod fit bis sub D A, A B, plus eo quod ex A D quadrato.* [c] *Et ut una antecedentium ad unam consequentium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes igitur ut id quod fit sub D B, B A ad quadratum ex B A sive* [b] *ut D B ad B A, ita id quod fit sub D B, B A plus quadrato ex A B, hoc est,* [d] *id quod sub D A, A B continetur ad quadratum ex B A unà cum eo, quod bis sub D A, A B continetur, plus quadrato ex A D, sive ad* [e] *quadratum ex D C.*

[a] Vide Clavium ad 17. Quinti Elem.
[b] 1 Sexti Elem.
[c] 12 Quinti Elem.
[d] 3 Secundi Elem.
[e] 4 Secundi Elem.

B Et consequenter est D F ad A B seu D E, sicut D A ad D C. *Quoniam enim est ut D F ad D C, sicut id quod fit sub D A, A B ad quadratum ex D C:* [b] *erit quoque assumpta communi altitudine D C, ut id quod fit sub D F, D C ad quadratum ex D C, ita id quod fit sub D A, A B ad quadratum ex D C.* [f] *Æquale igitur hinc est id quod fit sub D F, D C ei quod fit sub D A, A B; & consequenter D F ad A B seu D E, sicut D A ad D C.*

[f] 9 Quinti Elem.

Pag. 256. *lin.* 27. *pro* plus Z quadrato 2 in A *posuimus:* minus Z quadrato 2 in A. *Ibid. lin.* 31. *pro* tripla base illius trianguli & crure *scripsimus:* base illius trianguli & triente cruris.

IN PSEVDO-MESOLABVM *ET* ADIVNCTA CAPITVLA.

PAg. 263. *lin.* 26. *pro* ad subtensam duplo anguli dupli *legendum censui*; ad subtensam duplo complementi anguli sectionis.

Pag. 271. *lin.* 30. *pro* differentia extremarum *posui*: differentia mediarum; *linea autem sequenti hac verba habebantur*: Et ita fiet, *qua supervacanea judicavi, ac idcirco omisi.*

Pag. 272. *lin.* 5. *pro* Quare fit G H $\surd$ 13 *scripsi*: Quare fit dupla G H $\surd$ 13. *Ibid. lin.* 26. *hac verba* inter B E, E C *interserui.*

Pag. 278. *lin. penult. addidi hac verba:* vel æqualis.

Pag. 279. *lin.* 10. *pro* Eadem I E major est F K *posui*: minor est.

Pag. 282. *lin.* 30. *hac duo verba* unde ipsa *interserui.*

Pag. 283. *lin. prima addidi*: Quod fieri non potest, cum ea &c. *usque ad Caput XII.*

IN THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ AD ANGVLARES SECTIONES.

PAg. 289. *lin.* 27. *omissum erat verbum:* cubo, *quod itaque ibidem interseruimus. Addidimus praterea eadem pagina tres regulas, qua ultimam pracedunt:* Item ut Z q c. &c.

Pag. 293. *lin.* 12. *pro hisce verbis* in punctis Υ, α, β, γ, δ, ε, & ad angulos rectos *posuimus:* in punctis Υ, β, δ & ad angulos rectos, tum & ipsas G N, H M, I L in punctis α, γ, ε. *Ibidem linea antepenultima & penultima hac interseruimus* differentiam ipsarum A C, C D.

Pag. 294. *linea prima ante verba*: Eodem modo *hac delevimus*: differentiam ipsarum A C, C D. Quod erat demonstrandum.

Pag. 302. *lin.* 5. *pro* æquale quintæ parti *posuimus:* duplæ quintæ parti. *Ibidem lin.* 8. *pro* æquale erit circumferentiæ *posuimus:* æquale erit bis circumferentiæ. *Paulò autem post linea* 10 *pro* integræ circulationi *posuimus tantùm*: Circulationi.

Pag. 303. *lin.* 20. *pro* quinto *posuimus:* sexto.

IN

IN RESPONSVM
AD
ADRIANI ROMANI PROBLEMA.

PAg. 317. *lin.* 2. *interseruimus verbum*: rectangula. *Ibidem linea* 14 & 15. *pro* minus tertia quindecies, plus prima *posuimus*: plus tertia quindecies, minus prima. *Eadem porro linea pro* plus secunda vicies *scripsimus*: plus secunda sexies. *Linea denique* 42. *pro* minus tertia vicies *posuimus*: minus tertia sedecies.

Pag. 318. *lin.* 28. *post* bases *addidimus* ac perpendicula. *Ibidem linea* 40. *pro* minus tertia vicies *posuimus*: minus tertia sedecies. *Denuò initio lineæ* 42. *post* secunda *adjunximus*: novies.

Pag. 323. *lin.* 38. *addidimus verbum*: toto.

IN APOLLONIVM GALLVM.

HIc ferè nihil occurrit advertendum, nisi quod pag. 337. lin. 21. pro intus posuerim : extra; pagina autem sequenti, linea quæ præcedit antepenultimam, in locum Ludovici legendum arbitror Ludolphi nimirum à Collen, qui Adri. Romano admodum familiaris fuit, atque harum artium vinculo intimè conjunctus. Sicuti etiam ex ipsius autoris verbis conjicere licet, quandoquidem eum subtilem admodum & peritum Logistam appellat, quem & sibi amicissimum cupit.

In appendicula autem prima, seu pag. 340. *lin.* 5. *pro* majus *statuimus*: non minus.

Pag. 341. *lin.* 24. *pro* ambæ videlicet semidiametri *scripsimus*: utraque videlicet semidiameter. *Ibidem linea antepenultima pro* erit igitur trianguli A G C altitudo data C F æqualis *posuimus*: erit igitur ipsa trianguli A G C altitudo ac datæ C F æqualis.

In appendicula vero secunda, seu pag. lin. 37. *pro* segmenti à normalibus ex signis B, C demissis intercepti *ponendum censuimus*: segmentorum à normalibus ex signis B, C, D demissis interceptorum.

IN OCTAVVM LIBRVM VARIORVM DE REBVS MATHEMATICIS RESPONSORVM.

PAg. 357. *lin.* 40. *pro* segmentum igitur X Z *posuimus*: segmentum igitur B X C Z quater.

Pag. 363. *lin.* 49. *omissa erat vox*: angulum, *quam præterea supplevimus*.

Pag. 364. *lin.* 27. *in locum verborum*: Et quoniam angulus B Z M duplus est anguli B A M, *subrogavimus hæc*: Et quoniam anguli B Z M duplus est angulus B A M.

Pag. 365. *lin.* 15. *pro* secabit basin in Y *posuimus*: secabit A X in Y,

Pag. 367. *lin.* 2. *pro* est æqualis *scripsimus*: est igitur ipsi æqualis.

Pag. 368. *in fine lineæ* 41 *addidimus verbum*: duplam.

Pag. 369. *lin.* 9. *hæc verba* & maxime *interseruimus*. *Ibid. lin.* 22. *loco* primam *scripsimus*: secundam.

Pag. 370. *lin.* 35. *pro* ad minima *posuimus*: ad maximam.

Pag. 371. *lin.* 31. *in locum*: & maxima, *substituimus*: & composita ex omnibus.

Pag. 378. *in linea quæ præcedit antepenultimam post* Angularium Sectionum *adjecimus*: Zetetico Theorematis quarti.

Pag. 380. *lin.* 2. *hæc interseruimus*: angulum verò ad A trientem recti. *Ibid. lin.* 22. *pro* ipsi M N *posuimus*: compositæ ex L K, K F. *Rursus linea* 38. *post* sectionum *addidimus*: Zetetico Theorematis quarti. *Ac denique linea* 46. *pro* Itaque cum M N id est Q X *scripsimus*: Itaque cum Q X.

Pag. 381. *lin.* 3. *pro* & tripla A C *posuimus*: & A C; *linea vero sequenti pro* ad duplum ex A C *scripsimus*: ad duplum ex A C quadratum.

Pag. 384. *lin.* 3. *interseruimus vocem* bifariam.

Pag. 385. *linea antepenultima hæc habebantur*: Spacio igitur illi D B E tantundem detrahit triangulum mistilineum G C E, quantum addit C F D, & sunt æqualia illa triangula mistilinea G C E, C F D. Est autem F B C sector dimidius totius sectoris F B G id est spacij mixtilinei D B E. *in quibus cum videatur tautalogia latere, ea sic immutavimus*: Quare si ab his æqualibus commune utrinque auferatur spacium mistilineum B D C G, relinquetur triangulum mistilineum C D F triangulo mistilineo C G E æquale.

Pag.

Pag. 386. *lin.* 11. *supplevimus verbum*: dupla, *quod deerat in priori editione.*

Pag. 387. *lin.* 16. *pro* ductos *posuimus*: rectos. *Ibid. lin.* 39. *interseruimus vocem*: inæqualibus.

Pag. 389. *lin.* 2. *pro* Neque enim tam proxima recta ipsi C I designabitur X *posuimus*: Neque enim X tam proxima ipsi CI designabitur.

Pag. 391. *lin.* 47. *pro* inscriptis *posuimus*: circumscriptis.

Pag. 393. *lin.* 36 *post* æqualis dimidiæ C E, *hæc verba ut supervacanea prætermisimus*: Itaque quadratum ex F A est dimidium quadrati ex B A.

Pag. 396. *lin.* 5 *pro* subduplæ *scripsimus*: subquadruplæ. *Ibid. lin.* 39. *pro* æqualis peripheriæ, quam absumit latus enneagoni circulo inscripti, dimidiæ. *posuimus*: æqualis quadranti peripheriæ, quam absumit latus decagoni circulo inscripti. *Rursus linea* 43. *in locum*: semidiameter, *substituimus*: diameter.

Pag. 397. *lin.* 35. *in locum*: ita composita ex omnibus, *surrogavimus*: ita differentia compositæ ex omnibus & minimæ.

Pag. 401. *linea antepenultima & ultima, pro* ad sinum *ponendum censui*: ad prosinum.

Pag. 404. *lin.* 39. *pro* ita sinus complementi lateris *scripsi*: ita sinus lateris. *Ibid. lin.* 43. *pro* ad prosinum anguli *legendum duxi* ad prosinum complementi anguli.

Pag. 410. *lin.* 8. & *pag.* 411. *lin.* 31. *hæc verba supplevimus*: Trianguli cujuslibet sphærici.

Pag. 433. *lin.* 6. *pro* ut peracto quadriennij Ægyptiaci, qui dierum est 365, circuitu, dies unus intercalaretur *scripsimus*: ut peracto quadriennij Ægyptiaci circuitu, qui dierum est quater 365, dies unus intercalaretur.

IN MVNIMEN ADVERSVS NOVA CYCLOMETRICA, SEV ΑΝΤΙΠΕΛΕΚΥΣ.

PAg. 440. *lin.* 22. *interseruimus vocem*: circulove.

Pag. 441. *lin.* 24. *pro* diametri *scripsimus*: semidiametri. *Ibid. lin. antepenult. pro* basis *posuimus*: bessis.

Pag. 444. *circa finem, hæc verba habebantur*: Constructio quadrilateri quod sit in circulo & Mechanica ratio inscribendi æquilatera Polygona quæcunque opportuniore emendabitur loco post propositam Pseudo-mesolabi ut Pseudo-mesolabi fabricam, *quæ tanquam supervacanea omisimus.*

Atque hæc quidem ferè sunt, quæ inter imprimendum annotare nobis contigit, quorumque Lectorem advertere operæ pretium duximus: quem rogo ut studium hoc nostrum qualecunque æquiboniq; consulat.

Errata quædam animadversa.

Pag. 3. *lin.* 47. Plano *lege* plano plano.
Pag. 4. *sub* 14. Quæst. 2 | 9. Zetetic. 4. *omissa est lin.* 44. 7. Quæst. 5 | 10. Zetetic. 4.
Pag. 13. *lin. antepenult.* in finitum *lege* infinitum.
Pag. 14, 15, 16. *corrigatur superinscriptio.*
Pag. 14. *lin. antepenult.* proportionalis *lege* proportionalia.
Pag. 23. *quæ inter lineas* 12 & 41 *continentur, ut & pag.* 38. *inter lineas* 12 & 23, & *inter lin.* 36 & 46, *tum inter lin.* 49 & *lin.* 10. *paginæ sequentis, sicuti etiam ibidem inter lin.* 24 & *lin.* 28. *ac denique pag.* 40. *inter lin.* 38 & *lin.* 47, *alio charactere exprimenda fuissent, quandoquidem eorum sunt, quæ I. de Beaugrand adjunxit.*
Pag. 27. *omissum est signum negationis* —, *ante* A in B quad. 3.
Pag. 45. *lin.* 22. E 100 *lege* E 150.
Pag. 55. *lin.* 3. Et omnibus per 3 divisis *lege* Et omnibus per B 3 divisis.
Pag. 70. *lin.* 9. adjectum *lege* adjecto.
Pag. 75. *lin.* 13. $\dfrac{\overline{D} \text{ in } \overline{B \text{ cubum } 2 - D \text{ cubo}}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$ *lege* $\dfrac{\overline{D} \text{ in } \overline{B \text{ cubum } 2 + D \text{ cubo}}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$.
Pag. 81. *lin.* 3. D $\frac{2}{1}$ *lege* D $\frac{1}{2}$.
Pag. 108. *lin. penult.* Geometrica *lege* Geometria.
Pag. 111. *lin.* 3. Cap. XV. *lege* Cap. XVIII.
Pag. 338. *circa finem* Ludovici *lege* Ludolphi.
Pag. 341. *lin.* 24. uterque *lege* utraque.
Pag. 388. *lin.* 35. FF *lege* FE.
Pag. 431. *in Canonicis analogiis trianguli sphærici obliquanguli, ubi ex cruribus & angulo verticis invenitur angulus ad basin, error commissus est in Symbolis angulorum A, B, D, & peripheriarum B D, A D, A B qui quidem non ut complementa, sed ut anguli ipsi & ipsæ peripheriæ notanda sunt: quocirca negligatur ibidem earundem notarum radiatio.*

FINIS.

751

VIETÆ
MATHE