



Observatorio de San Fernando

BIBLIOTECA

Nú.

Observatorio de Marina

Sec

BIBLIOTECA

Car

Núm. 197

Est

Tomo .....



















ARITHMETI-

CAE PRACTICAE ME-

thodus facilis, per Gemmam Frisium,  
medicum ac mathematicum, iam recens  
ab ipso autore emendata, & multis in  
locis insigniter aucta.

HVC ACCESSERVNT IACO-  
bi Peletarij Cenomani annotationes: Eius-  
dem itē de fractionibus Astronomicis com-  
pendium: Et de cognoscendis per memoriam  
Calendis, Idibus, Nonis, Festis mobilibus,  
& loco Solis & Lune in Zodiaco.

LVGDVNI,  
APVD IOAN. TORNAESIVM,  
ET GVL. GAZEIVM.

M. D. LVI.

Optica

INSTITUTO

OBSERVATORIO DE MARIN  
de  
SAN FERNANDO



## STIGELIVS.

*Soli homini numerare datum est: hanc indidit artem  
Cum prima nobis religione Deus,  
Qua ceu matre sata est, quæ diuidit omnia punctis:  
Semen ab his artes omne duabus habent.  
Has igitur merito geminas Plato credidit alas,  
Quæ nostros animos ardua ad astra vehant.  
Illa viam ingenuas meditando munit ad artes,  
Per quas maiestas conspicienda Dei est.  
Communem vitæ parit hæc civilis ad vsum  
Organa, mechanicâ quæque regenda manu.  
Quare, qua poteris duce, posteriore potiri,  
Frisius hic monstrat Gemina prioris iter.  
Qui nescit numeros, numerandi aut respuit artem  
Eloquio vt careat dignus & ille fuit.*

## ALBERTVS.

*Hic numeris constat rerum pulcherrimus ordo:  
Quem, nisi per numeros, cernere nemo potest.  
Si iuuat ergo vices naturæ noscere miras,  
Prima sit hæc numeros discere cura tibi.*





# ORNATISSIMO

VIRO AC MERITO VENE-

RANDO PATRI D. GVLIEL-

mo Rhetio, apud D. Michaëlem

Antuerpia Priori dignis-

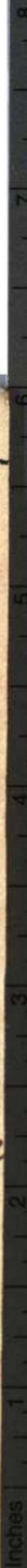
simo &c.

Gemma Frisius S. P. D.

\*

**Q**MNES qui hac tempestate elu-  
 cubrationum suarum fructu ali-  
 quo Reipub. prodesse volunt, mi  
 Rheti ornatissime, id mihi polli-  
 ceri videntur, imò præstare meritò debent,  
 vti omnino aliquid in lucem proferāt, quod  
 maiores nostros effugerit, aut minimùm in-  
 uenta eorum superest, ac quodammodo  
 emendet. Me verò si quispiam rogitet, cur  
 post tot ferè myriades authorum, qui de  
 Arithmetiis rebus scripserunt, iam tan-  
 dem actum agere, Penelopesq; telam rete-  
 xere aggrediar: huic candide in hunc mo-  
 dum responsum volo. Quum sua quodq;  
 tempus proferat ingenia, multum sanè in-  
 ter se distantia: neq; id solùm diuerso tem-

A 2 poris



TIFFEN® Color Control Patches

© The Tiffen Company, 2007

Blue

Cyan

Green

Yellow

Red

Magenta

White

3/Color

Black



poris tractu eueniat, sed vno eodemq; die comperias mille hominũ mores & diuersa iudicia, fit hinc vt quantumuis variij de eadem re authores ab alijs atque alijs colantur & expetantur, quia certè (vt ille cecinit) τῶν δ' ἕτερον μὲν ἔδωκε πατήρ, ἕτερον δ' ἀνεύουσαρ. Proinde & nos amicorum precibus cōpulsi sumus Arithmetices aliquam compendiariam rationem ac facilem, quam nescio quo arguimento nos efficere posse collegerunt, in lucem euulgare. non quòd nostra hæc meliora iudicemus iis, quæ à varijs ante nos tradita sunt, verùm quòd ipsis magis arriserint, quàm ea quæ sæpe inter docendum percurrere soleo, quorum alia obscuriora visa sunt, nonnulla nimium Laconicè dicta: illa contrà prolixitatis accusanda. Quum igitur multis argumentis exploratum habeam, me in tuorum numero amicorum non posteriori abs te loco habitum fuisse semper, egoq; te vicissim ab ea vsque consuetudine, quam Matheseos mutua inter nos collatio primũ peperit, vnicè amauerim ac coluerim, tuq; adeo huiusce editionis incitator & auctor fueris inter alios præcipuus, præter decorum duxi, & ab officio



officio alienum, tantilla in re abs te potissimum atq; aliis amicis conatum meum desiderari. Qui qualiscunque est, merito tibi dedicandus videtur, qui harum rerum adeo non es ignarus, vt secundum tibi cognouerim *ὅτι τοῖς μαθηματικοῖς* in his nostris finibus neminem, vt interim taceam linguarum meliorum, sacrarumq; literarum peritiam. Quæ omnia ad miraculum vsq; summis nō solū laboribus, verū etiam cum bonæ valetudinis non parua iactura consecutus es. Accipe igitur pro tuo in nos favore hæc quamuis exigua, ac remissis interim grauioribus curis, ne tertio nos aduersa valetudine oppressus inuisas, hæc leuiora perlege, corrige, ac pro censoris officio omnia immuta. Quod reliquum est, fac vt rectius valetudinem tuam cures, meq; vt soles amare non desinas. Vale.

Louanij, quinto  
Calendas Ianuarij.



ARITHMETICÆ PRACTICAE METHODVS  
facilis per Gemmam Frisium,  
Medicum ac Mathematicum, in quatuor partes diuisa.

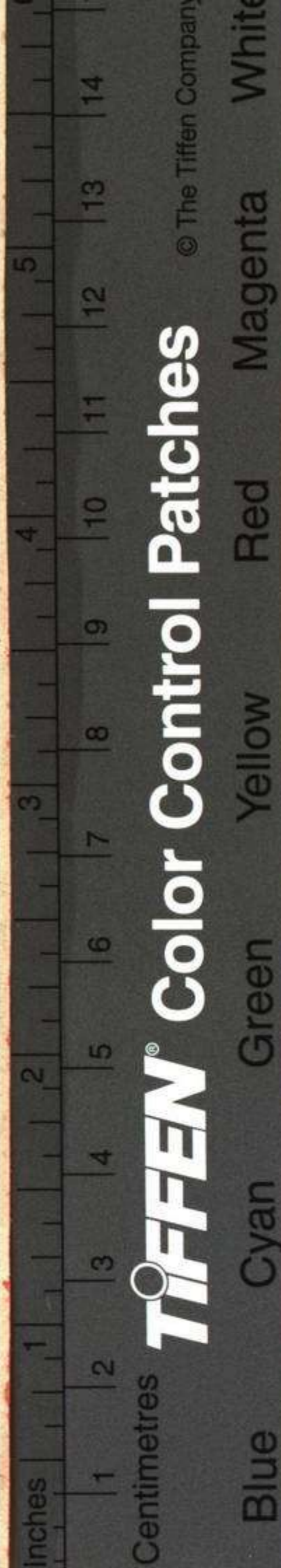
PRIMA PARS.

De speciebus Arithmetices.

**N**UMERARE est cuiusuis propositi numeri valorem exprimere, atq; etiam quemcunq; datum numerum suis characteribus adsignare. Numerationem ego inter quatuor Arithmeticae species non colloco. Sicut enim in alijs artibus elementa quaedam praecedunt artis regulas, ita numerationem à speciebus Arithmeticae meritò separandam puto.

Duo igitur sunt praecipua, per quae cum numeratio, tum quae sequuntur deinceps species perficiuntur: characteres siue elementa, & eorum loca.

**I** ELEMENTA sunt decem, quorum nouem significatiua, vnum non significatiuum, quod, ob receptam consuetudinem, CYPHRAM deinceps appellabimus: scribiturq; vt litera, o, vel circulus.





lus. Significatiua sunt,

1 2 3 4 5  
vnum, duo, tria, quatuor, quinque.

6 7 8 9  
sex, septem, octo, nouem.

Hæ notæ, solæ quidem tales obtinent singulæ va-  
lores: at si cum alijs coniungantur, vel cum cy-  
phra, infinitis modis augentur: quod quidem fit  
ob loci solùm mutationem, quemadmodum vulgò  
dici consuevit, Honores mutant mores, ita nimi-  
rum hîc loca notarum valorem augent.

Quælibet igitur notarum primo loco posita, se-  
ipsam tantum simpliciter significat, hoc est, quan-  
tũ ex impositione prima valet, vt 6 sex, 8 octo, &c.  
(Primum autem appellamus dexterum locum, eo  
quòd hæc ars vel à Chaldæis vel ab Hebræis or-  
tum habere credatur, qui etiam eo ordine scri-  
bunt.) Secundo loco qui deinde leuam versus se-  
quitur, nota quæuis seipsam decies significat, 80  
octoginta, 70 septuaginta, &c. Tertio deinceps  
loco quæuis figura se centies auget, vt 800 octin-  
genta, 600 sexcenta, 200 ducenta. cyphræ verò hîc  
loca tantum occupant.

In his ergo tribus primis locis quemuis studio-  
sum primum diligenter exercitatum velim: nam  
illis cognitis, facile quemcunq; numerum expres-  
serit,

A 4 serit,



serit, etiam si multo pluribus constet elementis, quod quidem ita facile fiet. Distingue primò numerum propositum, virgula interiecta post ternas singulas figuras, initio factò à dextris, atque ita ad finem, vt  $3|554|560|782$ . Iam contrario ordine à læua exprime omnes figuras quæ post ultimam virgulam habentur, secundum figurarum & locorum variationem, ita vt primam figuram à virgula simpliciter, secundam decies, tertiam centies enuncies, ac si nullæ aliæ præterea essent notæ. Verùm his toties hanc dictionem milles, adijce, quod sunt à principio huc vsque virgulæ, quod tamen vt latinè fiat, post primam virgulam, milia dices: post secundam, millena milia: post tertiam, millies millena milia: post quartam, millies millies millena milia: atque ita infinitis deinceps modis: qui sanè à quarta virgula Latinam (fateor) locutionem haud facile admittent, verùm nos artis potius quàm latine lingue præcepta tradere voluimus. sua etiam cuiq; arti phrasis. Exempli gratia, subiiciamus huius numeri sequentis valorem explicandum,  $23456345678$ . Distinguendus erit primum, vt diximus, interiectis vel notulis vel virgulis, hoc pacto  $23|456|345|678$ . Deinde simul connumerentur figurae duabus virgulis interclusæ, hac ratione,

vicies



vicies & ter millies millena milia, quadringenta  
 quinquaginta sex millena milia, trecenta & qua-  
 dragina quinque milia, sexcenta & septuaginta  
 octo. Atque hîc obiter obseruandum, vt duæ figu-  
 ræ proxima à virgula simul pronuncientur, vt lo-  
 quendi vsus exigit. Ex his deinceps haud diffici-  
 le fuerit propositum aliquem numerum suis chara-  
 cteribus annotare, habita scilicet ratione tum fi-  
 gurarum, tum locorum, id quod exercitio discen-  
 tium relinquimus.

Numeri in species diuisio, quarum noti-  
 tia ad sequentium vsum non  
 parum facit.

**N**umerum authores vocant multitudinem ex  
 unitatibus conflatam. Itaque unitas ipsa li-  
 cet subinde pro numero habeatur, propriè tamen  
 numerus non erit, sed numerorum omnium prin-  
 cipium. Quemadmodum enim ex fluxu puncti in  
 longum linea describitur: ita ex unitatibus accu-  
 mulatis numerus efficitur. Diuiditur autem in Di-  
 gitum, Articulum, & Compositum numerum.

**DIGITVM** vocamus omnem numerum de-  
 nario minorem: suntque in summa nouem, scilicet  
 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, quos paulo antè Elementa signi-  
 ficatiua appellauimus. **ARTICVLVS** est nu-

A S me



merus quicumque in decem æquas partes diuidi potest, easque integras. Hoc est, omnis numerus duabus aut pluribus constans notis, qui in sui principio, hoc est dextra parte, cyphram obtinet, ut 10, 20, 30, 60, 100, 600, 3000, 360, &c. Sunt autem sine numero articuli. **COMPOSITVS**, est numerus qui ex digito articuloque nascitur, talesque sunt omnes numeri pluribus notis scripti, quorum prima figura non est cyphra, verbi gratia, 3 24, 91, 102, 132, 1003, atque huiusmodi infiniti. Partuntur etiam authores numerum in parem & impar: quorum ille in partes æquas est diuisibilis, 4 hic neutiquam. Possuntque plures alie numerorum diuisiones fieri, ut in perfectum & abundantem, in quadratum, cubum, surdum &c. in primum & non primum. Sed quoniam hæc citra sequentium specierum notitiam intelligi nequeunt, matuimus in suum locum tempusque commodum seruare.

## DE ADDITIONE, Prima Specie.

**Q**uatuor omnino sunt Arithmetices species, per quas omnes regule quæstionesque omnes ferè perficiuntur: vocamus autem species certas operandi per numeros formas, quemadmodum in dialectice argumentorum formæ quatuor comprehenduntur



prehenduntur speciebus, syllogismo scilicet, inductione, enthymemate, & exemplo. Prima harum est **ADDITIONO**, quæ plures numeros in unam summam colligere docet, ut finge te expendisse uno anno 367 aureos, altero 765. docet hæc species duos hos numeros una explicare, & completi summa. Observandum igitur primo, uti maior numerus superiori loco scribatur, minores huic subscribantur, hac lege, ut prima inferiorum primæ superiorum è directo subiiciatur, secunda secundæ, tertia tertiæ, atque ita deinceps. Quibus ita collocatis, subtus ducatur linea, factoque initio à dextris, collige omnes figuras primi ordinis siue loci in unam summam: eam, si unica figura scribi potest, subscribe omnibus primo loco positis: sin verò duabus scribi oportet, scribatur dextera, reliquam serua vel memoria, vel seorsum annota. Aut si mauis adijce eam cum figuris secundo loco positis, factamque ex omnibus summam eodem modo subscribe si unica fuerit figura: sin duæ, dextram scribe, sinistram sequenti ordini adijciens: sicque pergere non desinas donec omnes ordines collegeris. Atque hic si in fine numerus duabus figuris scribendus occurrat aut pluribus, integrè scribatur iamque hoc pacto plures numeros in unam summam, ultimam scilicet, collegisti.

Exem



## Exemplum duorum numerorum.

<i>Addendi</i>	2 3 0 4 5 6
	6 7 8 2 1
<i>Summa</i>	<hr/> 2 9 8 2 7 7

## Exemplum plurium numerorum.

<i>Addendi</i>	{	4 3 2 0 6 5 2
		9 3 0 8 7 6 5
		3 6 0 0 3 2 1
		4 3 0 8 7 6 0
		5 6 7 8 9 1
<i>Summa</i>		<hr/> 2 2 1 0 6 3 8 9

## Declaratio secundi exempli.

Omnes numeri primi ordinis efficiunt 9, ea subscribo: secundi ordinis omnes numeri, scilicet 9, 6, 2, 6, 5, faciunt 28, scribo igitur 8, & duo adijcio sequenti tertio ordini, quæ simul cum alijs conficiunt 33, scribo 3, & 3 adijcio sequenti ordini, atque his colligo 26, subscribo 6, & duo adijcio quinto ordini, quæ cum alijs faciunt 10, quare subnoto 0: unitatem adijcio sexto ordini, quæ cum hac unitate efficit 21: annoto 1, & 2 coniungo cum ultimo ordine qui constituit 22, quæ cum in fine accidunt, ita subscribo integrè, 22106389.

## EXAMEN ADDITIONIS.

Collige omnes numeros addendos, per singulas  
figuras



figuras discurrendo, neglecto ordine figurarum atque interim dum excreſſit numerus, abijce 9, reſiduum reliquis adijcito, donec omnes ita percurreris, & quod tandem post collectionem & abiectionem 9, relictum fuerit, annota: nam si ritè operatus fueris, ſimilis figura re

Addendi

9 2 7 9
3 8 9
4 7 9
5 9 9
6 8 9
7 7 9
8 9 9
9 8 9
6 7 9
2 9 9
1 8 9
9 7
9 6

linquetur, si omnes ſummæ numeros ſiue characteres colligas, atque interim dum potes 9 abijcias. Sufficit hoc examen diſcentibus, alioqui certius per ſubductionem ſequentem ſpeciem effeceris operationis examen.

Si interdum (quod raram eſt) ex additione vnus loci tres figurae prodeant, tum prima ſcribatur ſub primis: ſecunda adijciatur ſecundo ordini, tertia tertio.

Summa	1 5 4 6 2
	1 1 2
	1 0 5
	5 3
	9

Verùm in talibus exemplis conſultius fuerit operationem partiri in duas aut tres ſeorſum additiones, atque ſic collectas ſummas parti-

culares, deinceps in vnã coaceruare.

DE



DE SUBDUCTIONE SIVE  
Subtractione, II specie.

**H**aec species docet unum numerum ex altero auferre, ut videatur reliquum, vel excessus duorum numerorum, contra sane quam praecedens species, ut si quispiam debeat ex mutuo mihi 30263486 aureos, soluerit autem 765432, scire cupio quantum restet soluendum. Scribe igitur minorem sub maiori, ita ut singulae figurae singulis respondeant, facto initio à dextris, hoc pacto,

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 0 \quad 2 \quad 6 \quad 3 \quad 4 \quad 8 \quad 6 \\
 \quad \quad 7 \quad 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \\
 \hline
 2 \quad 9 \quad 4 \quad 9 \quad 8 \quad 0 \quad 5 \quad 4
 \end{array}$$

Deinde aufer primam inferioris ex prima superioris ordinis, ut 2 ex 6 restant 4, ea subscribe. Simili modo secundam ex secunda, ut 3 ex 8, restant 5. Hæc subscribe, atque ita deinceps in finem usque pergito. Quòd si duæ figurae occurrant æquales, ijs subscribatur 0, ut in exemplo proposito tertio loco 4 ex 4, restat nihil, hoc scribimus per cyphram 0. Si verò inferior figura superat valore superiorem, ut in quarto loco nostri exempli accidit, 5 enim ex 3 non possunt auferri. Id quoties euenit, auferenda inferior ex 10 semper, quod



quod hinc relinquitur, adijciendum superiori figurae, summa hæc subnotanda. Verùm cautè iam obseruandum est, vt vnitas adijciatur figurae inferiori proximè sequenti, atque tum deinceps ad finem secundum has leges progrediendum. Hoc ideo fit quia dum superior inferiori minor est, mutuandum aliquid est ex sequenti proximè loco, nempe vnitas, quæ in proposito loco decem valet, atque ideo facta subductione vnitas illa sequenti ordini inferiori additur, vt à superiori auferatur. Vt quoniam quarto loco nostri exempli 5 non possunt auferri ex 3, aufero illa ex 10, restant 5, quæ adijcio superiori, scilicet 3, fiunt 8: hæc sub tribus annoto. Iam verò sequenti inferiori addo 1, fiunt 7, quæ rursus auferenda sunt ex superiori, 6 scilicet. At quoniam id non possum (cùm sit maior) subduco 7, ex 10, restant 3, quæ adijcio superiori 6, fiunt nouem, ea subscribo: atque iterum eandem ob causam sequenti adijcio 1, fiunt octo: quæ rursus quia excedunt superiorem numerum, aufero ex 10, restant duo: hæc adijcio superiori, fiunt 4, quæ subscribo. Iam verò sequenti figurae mihi adijcienda foret vnitas, sed nulla sequitur in inferiori ordine: quare loco tantum sequenti adijcienda vnitas, quæ auferenda ex superiori, scilicet 0: sed quid auferes inde, vbi

nihil



nihil est? Aufer igitur 1 ex 10, restant 9, quæ adde superiori 0, manent 9, ea subscribe. Rursus hîc adijcienda vnitas vltimo loco inferiori, quæ ablata ex 3, superiori scilicet numero, reliquit 2, subscribenda.

Aliud exemplum.

60021039097	Numerus ex quo subducitur.
29039916	Subducendus.
59991999181	
	Residuum.

Notandum si plures fuerint numeri subtrahendi ab vno, tum primùm per præcedentem doctrinam illos collige in vnâ summam, hanc aufer ex proposito numero.

Examen subductionis.

Adde numerum quem subduxisti ad residuum: quod inde producitur, æquabit primam summam, si bene fueris operatus.

Alius modus.


Vel abijce 9, quoties poteris ex secundo & tertio numero, nulla habita ratione ordinis aut loci, residuum serua: similiter ex summa prima seorsum reijce 9, quoties licuerit: quod tandem restat, æquale erit priori relicto numero.

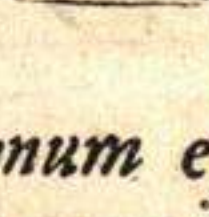
**MULTIPLICATIO,**  
Tertia species.



**M**ultiplicare, est ex ductu vnus numeri in alterum, numerum producere, qui toties habeat in se multiplicatum, quoties multiplicans vnitatem. Hoc est, multiplicare, est numerum quencunq; aliquoties aut multoties exaggerare: vt 23 multiplicare per 6, est 23 sexies exaggerare. Quoniam verò tota hæc species ex ductu digitorum in seinuicem dependet, non fuerit ociosum digitorum multiplicationem ante omnia edocere. Si igitur libet colligere quantum conficiant 8 ducta in 9, hoc est, octies nouem, vel 7 in 8, &c. scribe digitum vnum supra alterum, hoc pacto. deinde

Digiti. distantia.) distantiam vtriusque à 10 ad

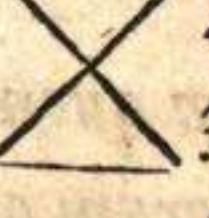
9  1 *latus* : iam duc distantiam alteram


8  2 *in alteram*, hoc est, pronuntia alte-

7 2 *ram aduerbialiter cum altera*, vt bis vnum efficit 2 : hæc subscribe distantijs : tan-

dem aufer distantiam alterius per transuersum ex altero digito, residuum subscribe digitis, vt 2 ex 9, vel 1 ex 8, relinquunt 7, ea scribe. Itaque iam inuenisti octies 9 efficere 72. Aliud exem-

plum. Placet indagare sexies 7, quantum efficiant, Dico ter 4 sunt 12,

Digiti. distantia.) 6  4 *annoto 2 sub differentijs*, vnitatem ser-

7  3 *uata* : deinde aufero 3 ex 6, aut 4 ex 7, 4 2 *supersunt 3*, quibus adiycio vnitatem

B *seruat*



seruatam, sunt 4: hinc colligo, sexies 7, efficere 42. Hæc tamen regula te fallat, nisi duo digiti simul iuncti plus decem efficiant. verum in illis ob summam facilitatem nulla opus est regula.

I	2	3	4	5	6	7	8	9	
I	2	3	4	5	6	7	8	9	I
	4	6	8	10	12	14	16	18	2
Qua-	9	12	15	18	21	24	27	3	
dra-	16	20	24	28	32	36	4		
ti	25	30	35	40	45	5			
nu-	36	42	38	54	6				
me-	49	56	63	7					
ri.	64	72	8						
		81	9						

### Tabulæ vsus.

Per tabellam autem hanc poteris ad tempus ruditati subseruire, donec vsus te ab hac molestia liberauerit. Si enim maiorem digitorum quæras in primo superiori ordine, minorem in dextro latere, concursus duorum ordinum indicabit numerum quem digitus propositus in alterum ductus constituit.

Age igitur, multiplicaturus numerum quemcunque per alterum, scribe vtrunque illorum ordine



dine seruato quem in additione seruandum diximus, ita vt maior superiorem obtineat locum. exempli gratia, 267 dies volo redigere ad horas, hoc est multiplicare per 24: scribo vtrunque eo quo diximus ordine,

2 6 7 deinde lineam 2 6 7

2 4 subtendo, 2 4

mox duco primam inferioris scilicet 4, in primam superioris, dicens, quater 7 efficiunt 28: quoniam verò hic numerus duabus figuris notatur, scribo, quemadmodum in additione, priorem, scilicet 8, altera seruata: alioqui si vnica tantum prodisset figura, eam subscripsissem, postea duco eandem primam inferioris 4 in secundam superioris, faciunt 24, quibus adijcio 2 prius seruata, exurgunt 26: priorem huius subscribo, altera seruata: tandem duco eandem primam inferioris numeri in tertiam superioris, fiunt 8, quibus adijcio 2 mox reseruata, prodeunt 10, quæ integrè annoto, quia ad finem perducta est operatio. Quibus actis, perfecta esset multiplicatio, si inferior numerus ex vnica tantum constaret figura. At quoniam ex binis constat, priori cancellata siue deleta, cum altera scilicet 2, incede eodem modo multiplicando in singulas superioris vsque ad finem.

B 2 Multip



Multiplicandus 2 6 7

Multiplicans 2 4

---

1 0 6 8

adde

5 3 4

---

Productum 6 4 0 8

Verum hinc observandum est, ut prima producti numeri collocetur non sub prima secundi, sed sub secunda, ex cuius multiplicatione productus est numerus, reliquæ per ordinem deinceps componantur. Similiter si tres fuerint, aut plures figure numeri multiplicantis, eas oportet singillatim in omnes superioris ducere; productos verò numeros sub suis multiplicantibus initium facere, reliquas figuras ordine consequi, ut in exemplis patet. Demum numeri sic collocati, colligendi sunt in unam summam, quotquot ex multiplicatione producti sunt, non ut in additione dictum est, primam adijciendo primæ, &c. sed unaquæque ad suum locum sub quo posita est colligatur, summa hinc proveniens, productus appellatur numerus, ex ductu unius numeri in alterum. Ut si Dux exercitus debeat solvere exercitui 67083 militum, singulis 8 aureosque stio est quanta opus sit summa pecunie. Exurgunt quingenta triginta sex milia sexcenta sexaginta quatuor aureorum.

Item



6 7 0 8 3

Milites.

8

Aurei singulorum.

5 3 6 6 6 4

Aurei omnium.

Item placet reducere annos Christi 1536 elapsos, ad dies: Quoniam quilibet annus constat diebus 365, exceptis intercalaribus multiplico 1536 per 365, prodeunt dies 560640, præter intercalares, quos impresentiarum omittimus.

1 5 3 6

Anni.

3 6 5

Dies anni unius.

7 6 8 0

9 2 1 6

4 6 0 8

5 6 0 6 4 0

Dies omnes.

Compendia aliquot Multiplicationis.

Multiplicaturus numerum quemcunque per 10, præpone multiplicando numero, 0. Vt 367 per 10, faciunt 3670. Si verò per 100 multiplicaturus es, præscribe duas cyphras: per mille, tres. Ac simili ratione in alijs, ubi vltima figura vnitas est, reliquæ cyphræ. Quòd si in his vltima non fuerit vnitas, sed vel alius ex digitis, vel plures fuerint significatiuæ, tum reiectis cyphris, quæ tum in multiplicantis, tum etiam multiplicandi initio fuerint, per significatiuas peragito operationem:

B 3

tionem:



tionem: facta tamen multiplicatione numero producto totidem cyphras praescribito, quot reieciſti ex ambobus, vt 3600 multiplicaturus per 7200, reijcito quatuor cyphras. Deinde multiplico

36	36 per 72, exurgunt 2592,
72	quibus praepone 4 cyphras,
72	fiunt 25920000 numerus
252	verè productus.

2592	0000
------	------

### EXAMEN MULTIPLICATIONIS.

Examinatur multiplicatio per diuisionem, sequentem speciem. Si enim productum ex multiplicatione numerum diuidas per alterum multiplicantium, necesse est alterum prodire. Neque est quod aliam expectes examinandi viam: nam alie vulgares & false sunt, & nullo innixæ fundamento. Disce igitur prius diuisionem quàm examini intendas.

#### Duplatio & Mediatio.

Solent nonnulli Duplationem & Mediationem assignare species distinctas à multiplicatione & diuisione. Quid verò mouerit stupidos illos nescio, cum & finitio & operatio eadem sit.

Duplare enim est per duo multiplicare. Mediare verò per duo partiri: quòd si hæ operationes  
sint



sint distinctæ, infinitæ iam nobis exorientur species, triplatio, quadruplatio, &c. Sed satis de illis.

## DIVISIO, QVARTA species.

**D**ividere, est numerum quemcunque in quot-  
uis partes partiri: quod alij sic finiunt, Di-  
videre est numerum producere, qui toties uni-  
tatem complectatur, quoties dividendus diuiso-  
rem. Numerum enim propositum, quem partiri  
volumus, Diuidendum appellamus. Numerus  
verò per quem diuisio perficienda est, Diuisor ap-  
pellatur: is est, qui partes denotat in quas alte-  
rum dividere volumus, vt 24 per 6 dividere, est  
24 in sex partes secare. Diceturq; hic 24 Diui-  
dendus, 6 Diuisor, 4 Productum siue productus  
numerus.

*Praxis.* Scribe diuidendum suis characteribus  
loco superiori: Diuisorem sub illo, contrario atque  
hactenus docuimus ordine, ultimam figuram sub  
ultima collocando, penultimam sub penultima, &  
reliquas eodem ordine, facto initio à sinistris.

8 6 2 8

Exemplum primum.

2 8

Diuisor.

Si tamen ultima diuisoris siue inferioris figu-  
ra excedat ultimam diuidendi, constitues vlti-

B

4

mano



*nam diuisoris sub penultima diuidendi, reliquias (si quæ sint) ex ordine.*

8 6 2 8

Exemplum alterum.

/ 9 2

Quibus exactis, vide quoties Diuisor habeatur in numero suprascripto, quod vt facile fiat, quando diuisor est duarum vel plurium figurarum, facies questionem non de toto diuisore, sed de sinistra tantum figura. Vt si diuidendi sint 433656 aurei 72 hominibus. Primum non colloco 7 sub 4, quoniam vltima diuisoris, scilicet 7 excedit vltimam diuidendi, scilicet 4, sed sub 3. deinde binarium reliquum. Iam inquirendum quoties 72 in 433. is enim numerus est suprascriptus. quod vt facile colligam, dico quoties 7 in 43, numero scilicet suprascripto. quoniam ergo sexies reperio contineri, scribo 6 ad dexteram post curuam lineam siue lunarem. Ea multiplico in totum diuisorem, exurgunt 432 scribenda sub diuisore, primam ponendo sub prima diuisoris, reliquias ex ordine deinceps: deinde aufero eundem hunc numerum ex superiori diuidendo numero, reliquum supra eundem diuisorem annoto, vt patet in exemplo.



8 8 1

\* 3 3 6 5 6

7 2      Divisor      ( 6

4 3 3

Hæc ergo una est operatio diuisionis, quam si rectè intellexisti, nihil est quod te remoretur in tota reliqua diuisione. Oportet autem post vnamquamque huiusmodi operationem, minorem restare numerum supra diuisorem, quàm sit diuisor ipse.

Perfecta igitur vna tali operatione, si plures restant figuræ diuidendi numeri versus dextram, à quibus non fuit facta subtractio, transfer diuisorem vno loco deinceps versus dextram, ita vt iam vltima diuisoris eam occupet sedem, quam antea penultima obtinuit: Aut breuius, vt quælibet figura vno loco dextram versus transferatur.

I

\* 3 3 6 5 6

( 6

7 2

Deinde iterum vt prius inquiratur quoties diuisor in numero suprascripto contineatur, facta vt antea quæstione de vltima figura diuisoris, numerus is adscribatur priori figuræ ad dextram, quam intra lineam lunarem secludi iussimus, quæ etiam ducatur in diuisorem, & productus

B 5      nume



numerus à superiori auferatur, non aliter quàm  
 antea dictum est. Atque eo ordine & modo per-  
 gendum est diuidendo, multiplicando, & aufe-  
 rendo, donec prima diuisoris perducta fuerit ad  
 primam diuidendi: sub qua facto huiusmodi pro-  
 cessu post subtractionem, cessabit diuisionis opera-  
 tio. Nam numerus qui post lunarem lineam conti-  
 netur, indicabit quoties diuisor in diuidendo nume-  
 retur. Hinc & inualuit, vt hic numerus Quotiens  
 appellaretur apud vulgares. Verùm hic notandum,  
 si quando post translationem diuisoris, hic in diui-  
 dendo numero superscripto nullo modo contineatur  
 (quod fit, dum minor est) tum scribenda est cyphra  
 post lineam curuam, siue (vt dicunt) in Quotiente,  
 & tum transferendus rursus diuisor ad proximũ  
 locum, atque ibi operandum, vt iam dictum est.

Vt in prescripto exemplo, post translatum diui-  
 sorem querimus quoties 72 in 16, vel quoties 7 in  
 vno superscripto: at cum non semel habeatur, noto  
 cyphram apud 6 in quotiente.

○ ○ I

\* 3 3 6 5 6

(60

7 2

Atque rursus translato diuisore, quero quoties  
 7 in 16? quoniam verò bis habetur, noto 2 apud  
 alias notas post lunarem lineam positas, factaque  
 multipli



multiplicatione & subtractione. Et tandem

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{0} \textcircled{0} \times 21 \\
 \times 33686 \\
 \hline
 \phantom{\times} 72 \qquad (602 \\
 \phantom{\times} 144
 \end{array}$$

translato diuisore, quero quoties 7 in 21. scribo 3 apud reliquas notas quotientis: factaque multiplicatione & subtractione nihil restat.

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{0} \textcircled{0} \times 21 \\
 \times 33686 \\
 \hline
 \phantom{\times} 72 \qquad (6023 \\
 \phantom{\times} 216
 \end{array}$$

Sed neque illud prætereundum, si interim ex multiplicatione digiti iam scripti post lineam lunarem in diuisorem, plus exurgat, quàm supra diuisorem scribitur, tum delendus erit ille digitus, & scribendus vnitate minor: idque eousque faciendum, donec ex multiplicatione numerus minor superiori euadat, vel æqualis. Vt si velim diuidere 200 aureos per 38, quero quoties 3 in 20. scribo igitur primum 6. Sed quoniam sexies 38, scilicet 228 plus valent quàm 200, deletis 6, pono in locum eorum 5, quæ multiplicata per 38, efficiunt 190. Hunc ergo numerum, quoniam minor est superiori, aufero ab ipso, residuum supra signando, reliquaque perficiendo, vt antea diximus.



$$\begin{array}{r}
 10 \\
 200 \\
 \underline{38} \qquad (65) \\
 190 \\
 \hline
 125 \qquad (20\frac{5}{6}) \\
 6
 \end{array}$$

Si igitur nihil post huiusmodi diuisionem restiterit, integrè factam esse partitionem significat: sin aliquid residuum fuerit, illud supra diuisorem ascribas post numerum quotientem, interiecta per medium linea. Vt si diuidam 125 per 6, restabunt, 5, quæ sic adnoto post numerum productum  $26\frac{5}{6}$ . Quid verò huiusmodi numerus significet, dicetur in fractis. Exemplum igitur cape tale: Proponuntur 7336268 dies, quæriturque quot conficiant annos ægyptios: Diuido igitur propositum numerum per 365 dies vnus anni: proueniunt 20099 anni, & 133 dies. operationem verò diligenter perspicere quam adscripsimus.

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 000343 \\
 \underline{7336268} \qquad (20099) \\
 368365 \\
 368365 \\
 365
 \end{array}$$



Compendia aliquot diuisionis.

Diuisurus quemcunque numerum per 10, aufer ex dextra parte vnicam eamque primam figuram. reliquæ enim figuræ productum ostendunt: ablata residuum. vt 3708 diuidendo per 10, exurgunt 370, restantque 8. Similiratione diuidens per 100, aufer duas primas dextras tanquam residuas: per mille, tres: per 10000, quatuor: atque ita deinceps, si vltima fuerit vnitas, reliquæ cyphræ.

Examen. Facturus periculum rectene an secus peracta res sit, multiplica numerum productum, siue ( vt vocant ) quotientem per diuisorem, summæ, si quid post diuisionem supererat, adijce, prodibit enim, si bene res habet, numerus diuidendus.

De mediatione, siue per duo sectione.

Mediationis operationem finitio ipsa iudicat. est enim per duo partitio, quare hîc præter exemplum nihil adiecero.

Mediatio.

x	x	x						
4	3	6	7	2	x	3	6	(21836068
2	2	2	2	2	2	2	2	

Hæ sunt igitur quatuor illæ species Arithmetices, per quas omnia quæcunque deinceps dicenda



da sunt, vel quæ per numeros fieri possibile est, absoluuntur: quare eas quisquis es ante omnia perdiscas.

## DE PROGRESSIONE.

**P**rogressionis hoc in loco usum non reperio alium, quàm additionis compendium. Habet tamen haud contemnendam utilitatem, cum in quæstionibus varijs, tum maximè in Geometricis considerationibus, ubi varia ex progressionum natura conficiuntur regulæ. Verùm nos instituti rationem habentes nostri, brevissimis totum absoluemus negotium. Progressio igitur ordinata numerorum plurium, series vocatur. Ordinata autem erit, si equalibus excessibus se mutuò per ordinem excefferint numeri, ut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, &c. Item 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, vel 2, 4, 6, 8, 10. Item 5, 8, 11, 14, 17. At talis progressio Arithmetica nominatur. Si verò per similem numeri incedunt proportionem siue rationem, hoc est ut quilibet præcedentem proximè toties complectatur, quoties secundus primum, tum huiusmodi progressio Geometrica appellatur, ut 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192. Hic igitur quilibet numerus proximè præcedentem bis continet, in sequenti quater



quater. 1, 4, 16, 64, 256, 1024. In progressionem igitur Arithmetica omnium numerorum summa sic colligitur per compendium. Primum quot sunt numeri addendi vide, numerum hunc nota: deinde primum progressionis postremo adijce, summam hanc itidem nota. Duc igitur dimidium alterius horum numerorum in alterum, prodibit omnium summa, ut 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46. Hic sunt 11 numeri. Primus verò cum ultimo, hoc est, 6, & 46, constituunt 52. Per dimidium huius, nempe 26, multiplico 11, prodeunt 286, atque hæc est summa omnium. Itidem 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24. Hic 8 sunt numeri progressionis, primus cum postremo 27 conficiunt. quæ multiplico per 4, dimidium scilicet ipsius numeri reliqui, fiunt 108, summa omnium.

Potest quoque postremus progressionis cognosci absque medijs hoc modo. Libet colligere summam 100 numerorum ternario auctorum, facto initio à 10, queritur summa. Igitur quoniam primus est 10, reliqui 99, numeri ternario addito excrescunt, multiplica 99 per 3, exurgunt 297, quæ adde primo, fiunt 307. Hic est ultimus progressionis numerus. Hunc igitur adde primo, fiunt 317, quem numerum duc in dimidium omnium numerorum, hoc est 50, colliguntur 15850, quæ est sum-

ma



*ma 100. numerorum ternario ascendentium à de-  
 nario facto initio. Econtra verò dato primo pro-  
 gressionis numero, & postremo similiter, itémque  
 excessu cognito, multitudo numerorum progres-  
 sionem constituentium sic colligetur. A postre-  
 mo aufer primum, residuum partire per exces-  
 sum: ostendit huiusmodi operatio, quot sint nu-  
 meri progressionis præter primum. Vt in exem-  
 plo præcedente, sit primus progressionis 10. po-  
 stremus 307. excessus 3. Aufer 10 ex 307. restant  
 297. quæ diuide per 3. prodeunt 99. tot sunt nume-  
 ri progressionis præter primum: itaque omnes e-  
 runt 100. Iam verò ad progressionem Geometri-  
 cam venientes sic colligemus summam plurium  
 numerorum aliqua proportione præcedentium,  
 hoc est, continua multiplicatione vnius numeri  
 productorum. Postremum igitur progressionis nu-  
 merum multiplica per eum per quem reliqui  
 multiplicando procreati sunt, & vnde propor-  
 tio progressionis nomen habet: à producto hoc au-  
 fer primum progressionis numerum: residuum de-  
 inde partire per numerum vnitatem minorem quàm  
 is est per quem multiplicasti, sic colligetur o-  
 mnium summa. vt. 2.6. 18.54.162.486.1458.4374.  
 13122. postremum omnium multiplica per 3. ( vt  
 reliquos multiplicatos vides ) fiunt 39366. Hinc  
 aufer*



aufer primum, relinquuntur 39364. Hunc numerum partire per 2. qui est numerus unitate minor ternario. est ergo summa omnium 19682. In proportione dupla diuisione non est opus, quia unitas non diuidit. At quoniam tædiosum est omnes illos numeros progressionis per multiplicationem vsque ad vltimum producere, subiiciam & huius negotij compendium.

Primum multiplica per ordinem aliquot progressionis numeros, quibus in ordinem digestis subscribe naturali serie numeros, facto initio sub secundo: sub primo verò scribe 0. vt vides in exemplo annotato.

Ex his paucis	3.	9.	27.	81.	243.	729.	
	0.	1.	2.	3.	4	5	7

brevi in infinitum quasi progredi licebit. Si enim duos quoscunque ex his numeris inuicem multiplicaueris, productumq; per primum diuideris, producetur numerus eo loco ponendus, quem duo numeri subscripti numeris multiplicatis additione facta indicabunt. Vt si 729, per 243 multiplicaueris, consurgent 177147, quæ per primum, hoc est 3 diuisa, eliciunt 59049. Hic est numerus nono loco ponendus, eo ordine quo numeri subscripti sunt, idq; propterea quòd numeri subscriptis duobus multiplicatoribus 4, & 5, efficiunt 9, simul additi. Hunc numerum postremò inuentum

C si in



si in seipsum duxeris, & productum per primum  
 diuiseris, elicies numerum decimo octauo loco po-  
 nendum, quia 9, & 9, efficiunt 18. Sic quoque  
 si 729 in se duxeris, ac ut diximus diuiseris per  
 primum, producetur numerus decimus à secundo,  
 quia ei subscribuntur 5, quæ bis accepta faciunt 10.  
 Quando autem primus progressionis numerus uni-  
 tas est, tum diuisione per primum non est opus,  
 ut quiuis facile collegerit. Est & aliud compen-  
 dium harum progressionum. Si enim primum nu-  
 merum multiplicaueris per numerum proportio-  
 nis in se ductum semel, ac sic deinceps per eun-  
 dem multiplicantem progressus fueris, produ-  
 ces numeros progressionis alternis locis ponendos.  
 Item si numerum proportionis bis in se ipsum du-  
 xeris, ac per hoc productum, quod cubum voca-  
 mus, progressus fueris: habebis numeros ternis  
 locis ponendos. Exempli gratia, volo in propor-  
 tione sine habitudine tripla progredi citò, facto  
 initio à 4. Igitur 3, numerum proportionis mul-  
 tiplico in se, fiunt 9, atque hunc numerum rur-  
 sum per 3 multiplico, fiunt 27. Igitur si 4, per 27  
 multiplicauero, fiet, 108, numerus tertio loco po-  
 nendus à secundo. Quòd si eundem hunc rur-  
 sum per 27 auxero, fient 2916, numerus, sexto  
 loco collocandus, hoc est, septimo à primo. Eodem  
 modo,



modo, si 3 in se ter duxero, fient 81, per hunc si progressus fuero, multiplicando & reliquos productos, producam numeros, quarto, octavo, duodecimoq; loco ponendos, hoc est, tribus semper intermissis progressionis numeris. Sic igitur facile ad ultimum progressionis numerum deueniemus, summamq; omnium ex præscripta via colligemus.

### DE REGULA PROPORTIONUM siue Trium Numerorum.

**S**olent alij post species istas prædictas, ingerere discipulis mox alias species fractionum, siue minutiarum, ingenia ipsorum præceptis sine usu obruentes: Mihi satius visum est, mox usum specierum qualemcunq; per regulas indicare, ne recens iacta fundamenta sine usu collabantur. Huic igitur rei maximè quadrabit regula illa nunquam satis laudata, Proportionum, siue regula Trium: quæ ideo hoc nominis habet, quòd ex tribus cognitis numeris, quartum ignotum doceat elicere. Res brevis est & facilis, usus immensus, cum in usu communi, tum in Geometria ac reliquis artibus Mathematicis. Praxis igitur talis est: Multiplica tertium per medium: quod hinc exurgit, partire per primum: numerus ex diuisione

C 2 surgens,



surgens, ostendet numerum quem inquirebas. Quod si rationem huius rei cupias, vide Euclidis decimam nonam septimi, & alias eò pertinentes.

Vt si talis proferatur in medium quæstio, pro tribus mensibus soluendi sunt 20 aurei, quot oportebit soluere per 9 menses? Duc 9 per 20, fiunt 180, quæ diuide per 3, prodeunt 60 aurei soluendi pro 9 mensibus.

Menses	Aurei	Menses
--------	-------	--------

3	20	9
---	----	---

	9	
--	---	--

	180	
--	-----	--

	3	
--	---	--

(60 aurei

8 Artificium verò magis consistit in collocandis ordine numeris, quàm operatione, quod hac via facile fit: Cum tres sint semper cogniti numeri, vnus tantùm habet quæstionem sibi annexam: hic semper tertius esto. primus verò erit numerus alter, qui de eadem est re, secundus siue medius qui relinquitur. Exempli gratia, Facta quæstione, 7 vlnæ panni constant 13 aureis, quot vlnas emerò pro 39 aureis? Tertius erit hoc exemplo numerus 39, quod huic quæstionis nota adijciatur: primus igitur ac diuisor 13, quoniam eandem rem cum tertio, scilicet aureos, denotat, medius 7, quem duc in 39, exurgunt 273. Hunc numerum



merum si per 13 partiarius, habes 21 vlnas pro 39 aureis.

Aurei	Vlnæ	Aurei
13	7	39
	39	
	273	(21 vlnæ
	13	

Oportet igitur primum numerum cum tertio eiusdem esse rei & nominis, vt si talis quæstio fiat. Per annum exoluo 80 aureos, quantum 7 diebus? Non rectè collocati sunt numeri, eo quòd primus maioris temporis sit quàm vltimus. Oportebat igitur dixisse: 365 diebus persoluo 80 aureos, quot 7 diebus? Aut 52 hebdomadis expendo 80 aureos, quot vna? Necessè est enim vtrobique vel annos vel dies vel quamcunque eiusdem nominis rem per numerum denotari.

Collocatis numeris ordine præscripto, si diuidas 9 tertium per primum, quotientem multiplices per medium, idem prædabit ac si priori modo fuisses operatus. Quare poteris etiam hac via periculum facere, num bene operatus fueris.

23	48	69
	3	23
productus	144	(3

Item si diuidas secundum per primum, quotientem

C 3

cientem



tiensem ducas in tertium, idem etiam prodibit, ut 22 dant 66, quantum 106? diuide 66 per 22, exeunt 3, quæ duc in 106, prodeunt 318. Rursus si vides primum & secundum diuidi posse facile per aliquem tertium, pone quotientes ipsorum loco primo, & secundo, tertio non variato, fiet hac via facilis operatio.

$$\begin{array}{r} 12 \qquad \qquad 36 \qquad \qquad 367 \\ \qquad \qquad \qquad \text{pone} \\ 2 \qquad \qquad \qquad 6 \qquad \qquad 367 \end{array}$$

Vel demum, si primus cum tertio, communem diuidentem admittunt, repone quotientes huiusmodi loco ipsorum, medio non euariato, reliquam deinde prosequens doctrinam regulæ. Huiusmodi multa collegit facile, qui in demonstrationibus Geometricis fuerit mediocriter versatus: quæ verò discipulis sat esse putavi, non piguit adijcere, per quæ & operari, & operationem confectam examinare licet. Si enim per varias huiusmodi dictas vias ad eundem attigeris scopum, rectè operationem te instituisse audacter credas.

SECUNDA PARS DE  
Fractionibus siue  
Minutiis.

Fractio



**F**ractiones, minutias aut partes appellamus numeros integræ rei partes significantes, vt  $\frac{1}{2}$  semissem significat,  $\frac{1}{4}$  quadrantem siue quartam partem,  $\frac{3}{4}$  dodrantem, aut tres quadrantes. Scribuntur duobus numeris, superiorem numeratorem, inferiorem denominatorem appellant: hunc quòd denotet, quot in partes integrum secari oporteat: illum quia quot huiusmodi sumendæ sint particule numeret, veluti  $\frac{3}{7}$ , hic inferior denotat integrum diuidendum in 7, sumendas tamen tantum tres septimas innuit superior. Cum igitur duo hi fuerint æquales, semper integrum tantum denotatur vt  $\frac{1}{1}$ . Cum superior maior est, plus integro, cum minor est, minus integro significat. Quantumq; in summa superior ab inferiori abest, tantum ab integro minutia superantur. Sunt etiam fractionum, vt vocant, fractiones, siue minutia minutiarum, quæ rarius occurrunt: scribuntur autem per plures simplices minutias, vt  $\frac{3}{4} \frac{1}{2}$  significant tres quadrantes semissis, vel dimidium dodrantis.

1	2	3	4	5	6	7	Integrum
	I		2		3	$\frac{6}{7}$	
I	2	3	4	$\frac{2}{3}$			
			$\frac{3}{4}$				

C 4 Item



Item  $\frac{3^2 6}{4_3 7}$ , hoc est tres quarta duarum tertiarum ex 6 septimis, hoc est integri diuisi in 7, cape 6, particulas, quas rursus seca in tres, harum accipe duas, quas diuide in quatuor, tandem tres huiusmodi significantur particule. Quotiescunque igitur tales occurrerint, mox ad simplices reducito, prius quàm aliud quippiam cum illis agas, hoc pacto: multiplica primum superiorem in secundum, & si plures adsint, productum in tertium: summam superiori loco scribe. Similiter primum inferiorem duc in secundum, productum in tertium: summam subscribe priori summæ interposita lineola, vt in exemplis prioribus  $\frac{3^1}{4_2}$ , faciunt  $\frac{3}{8}$  tres octauas integri. Item  $\frac{3^2 6}{4_3 7}$  duc 3 in 2, exeunt 6: quæ duc in tertium scilicet 6, fiunt 36, quæ pone hoc pacto  $\frac{3^6}{4}$ : deinde 4 in 3, fiunt 12, quæ duc in 7, exurgunt 84, ea subscribe sub alijs sic  $\frac{3^6}{8_4}$  hoc est, 36 octogesima quarta.

Fractiones quæ plus integro valent, reduces ad integra, diuidendo numeratorem per denominatorem, quoties integra valet: residuum suprascribe diuisori siue denominatori, vt  $\frac{8^0 6}{7}$  valent 115 &  $\frac{1}{7}$ . Integra contrà conuertes in partes, multiplicando numerum integrorum per denominatorem partium, vt 64 reduces in quadrantes, si multiplicaueris 64 per 4, exurgunt  $\frac{2^5 6}{4}$ . At si integris



regris minutiae annexae sint, eas in unam fractionem sic colliges: Multiplica integrorum numerum per denominatorem fractionis annexae: producto adiunge numeratorem fractionis annexae, habes numeratorem fractionis, subscripto eodem denominatore, ut  $23 \text{ } \& \frac{2}{3}$ , valent  $\frac{71}{3}$ , nam ter 23 valent 69, quibus adijcio 2. Haec res vsui est in multiplicatione & diuisione, & regulis sequentibus, ut facilius fiat operatio. Cum verò fractionum numeri nihil significant, nisi secundum proportionem superioris ad inferiorem, fit ut pluribus numeris eadem res notetur: commodissimum tamen est, quàm minutissimis scribi numeris. Si igitur maioribus numeris scriptam fractionem, placet minutissimo quàm potest fieri numero exprimere, inquire numerum quemcumque qui ambos, superiorem scilicet & inferiorem, ita exactè diuidat, ut nihil supersit, quotientes enim tales idem cum priori significant, ut  $\frac{2}{12}$  diuide 9 per 3, exeunt 3. Item 12 partire per 3, exurgunt 4. Dicimus igitur  $\frac{3}{4}$  idem valere cum  $\frac{2}{12}$ . Si verò ob imperitiam numerum hunc diudentem non potes inuenire, aufer ergo minorem ex maiori, delete illo à quo fit subtractio: rursusque minorem propositorum à maiori, donec fiant duo numeri pares, qui sanè indicant numerum, per quem ambo



diuidi habent, vt ad minimam deueniant propor-  
tionem. Istius rei doctrina pendet ex prima septi-  
mi Euclidis. Exempli gratia,  $\frac{27}{81}$ , aufero 27 ex  
81, restant 54, hinc rursus 27, restant 27, Si ergo  
diuidas vtrunque per 27, prodit  $\frac{1}{3}$ , quæ idem va-  
let cum  $\frac{27}{81}$ , cum sit eadem proportio superioris ad  
inferiorem. Item  $\frac{27}{63}$ , aufer 27 ex 63, restant 36,  
hinc aufer 27, restant 9, quæ aufer ex 27, restant  
18, hinc deinde 9, restant 9. Diuide igitur  $\frac{27}{63}$  per  
9, videbis  $\frac{3}{7}$  idem valere cum  $\frac{27}{63}$ . Compendium,  
Si & superiori & inferiori adsint initio cyphrae,  
abijce illas:  $\frac{200}{500}$  enim non plus valent nec minus  
quàm  $\frac{2}{5}$ :  $\frac{300}{270}$  valent  $\frac{30}{27}$ . oportet enim vtriq; equè  
multas adimere cyphras:  $\frac{100}{200}$  valent  $\frac{1}{2}$ .

Valorem fractionis in quocunque integro sic  
inuenies: Multiplica superiorem per partes inte-  
gri notas, productum partire per inferiorem, vi-  
debis quot huiusmodi notas partes valeat fra-  
ctio, vt quoniam priscis Romanis libra valebat 48  
aureos, quorum singuli æstimati erant ad 25 de-  
narios, volo scire quantum valebant  $\frac{3}{5}$  vnius li-  
bræ. Multiplico igitur 48 per 3, fiunt 144, quæ  
diuido per 5, colligo igitur 28 aureos &  $\frac{4}{5}$  aurei,  
ideoque rursus multiplico 25 per 4, productumque  
diuido per 5, sic colligo 20 denarios, vnde pronun-  
cio  $\frac{3}{5}$  vnius libræ apud Romanos valuisse 28 au-  
reos



reos & 20 denarios. Eodem modo colliges & apud nos  $\frac{3}{4}$  dimidij Angelati &c. ( vt vocant ) quot solidos valeant. Multiplica 3 per 5, cum tot sint nummi solidi dicti in dimidio angelati, exurgunt 15. quæ partire per quatuor, habes 3 solidos &  $\frac{3}{4}$  solidi. Iterum multiplica 3 per 12 asses siue stufferorum semisses, aut ( vt nostri vocant ) grossos, quæ solidum efficiunt, exurgunt 36: quæ partire per 4, habes 9 grossos. Similiter si alia proposita sit moneta, vel res quæcunque, per valorem eius notum agendum vt diximus.

Reductio ad eandem denominationem.

Partes variæ denominationis non possunt commodè ad inuicem addi, neque ab inuicem auferri, vt tertiæ partes cum quartis partibus, quemadmodum diuersorum numismatum numeros in vnã summam non colligimus. Oportet igitur ante additionem & subductionem, partes variè denominatas ad eandem denominationem reducere, quod sic fit. Sint exempli gratia,  $\frac{2}{3}$  addende cum  $\frac{4}{5}$ , multiplica denominatores in inuicem, vt 3 in 5, fiunt 15, qui erit denominator communis vtriusque fractionis. Deinde duc numeratorem primæ fractionis in denominatorem secundæ, scilicet 2 in 5, fiunt 10, prodit

nume



numerator primæ fractionis. Itidem duc nume-  
ratorem secundæ in denominatorem primæ sci-  
licet 4 in 3, fiunt 12, numerator secundæ fra-  
ctionis. Igitur  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{12}{15}$  idem valent, similiter  $\frac{12}{15}$   
cum  $\frac{4}{5}$ . Ac iam sunt reductæ in eandem deno-  
minationem, scilicet decimas quintas, atque hic  
Canon generalis est, habetque suum robur ex 17  
septimi Euclidis.

$$\frac{\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5}}{\text{Praxis} \qquad \qquad \qquad \text{Valent}} \\ \frac{10}{15} \quad \frac{12}{15}$$

Si forte denominator alterius continetur ali-  
quoties exactè in altero denominatore maiore, vi-  
de quoties id fiat, vt  $\frac{3}{4}$  cum  $\frac{5}{12}$  hic, 4 in 12 conti-  
nentur ter, ergo per 3 multiplica numeratorem  
denominatoris minoris, scilicet 3, fiunt 9, quæ po-  
ne pro numeratore, subscripto maiore denomi-  
natore. Dico igitur  $\frac{9}{12}$  idem valere tum  $\frac{3}{4}$ , &  
iam habere eandem denominationem  
cum  $\frac{5}{12}$ . Rursus si alter alterum non  
contineat aliquoties exactè, attamen  
ambo in tertio continentur numero, valent  
vt  $\frac{5}{12}$  cum  $\frac{7}{18}$ , hic 12 & 18, se mutuò  
non continent exactè, sed vterque con-  
tinetur in 36: tum vide quoties prior denomina-  
tor



tor continetur in tertio 36, & per quotientem multiplicata numeratorem eiusdem fractionis, scilicet 5 per 3, fiunt 15, numerator prioris fractionis. Simili ratione vide quoties alter denominatorum continetur in tertio, scilicet 18 in 36, per quotientem 2 scilicet, multiplicata numeratorem alterius fractionis 7, exurgunt 14 numerator alter, servato tertio numero 36, pro denominatore communi, fient itaque  $\frac{5}{12}$  &  $\frac{7}{18}$   $\frac{15}{36}$  &  $\frac{14}{36}$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5}{12} \quad \frac{7}{18} \\ \text{Valent} \\ \frac{15}{36} \quad \frac{14}{36} \end{array} \right\}$$

Additio minutiarum.

Si denominatores sunt dissimiles, reduc eos ad eundem denominatorem, deinde adde in unam summam numeratores, subscripto denominatore communi, ut  $\frac{2}{7}$  &  $\frac{3}{7}$  efficiunt  $\frac{5}{7}$ : item  $\frac{3}{4}$  &  $\frac{5}{12}$  faciunt  $\frac{14}{12}$ . Si plures sint fractiones, adde primum duas, summæ adde tertiam, ut  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{3}{4}$  cum  $\frac{4}{5}$ , primum  $\frac{2}{3}$  cum  $\frac{3}{4}$  faciunt  $\frac{17}{12}$ : cum his iunge  $\frac{4}{5}$ , fiunt  $\frac{133}{60}$ , hoc est, 2 integra &  $\frac{13}{60}$ .

Subtractio.

Vt in additione fac sint similes denominatores, tum aufer numeratorem minorem ex maiori, residuo subscribe denominatorem eundem, ut  $\frac{3}{2}$  ex  $\frac{6}{7}$ , restant  $\frac{3}{7}$ . Item  $\frac{7}{18}$  ex  $\frac{5}{12}$  restant  $\frac{1}{36}$ .

Mi



Minutias ex integris aufe-  
rendi modus.

Fractiones ex integris auferes, si prius unitatem integri fregeris in partes, vt  $\frac{3}{7}$  ex 9 integris, restant  $8\frac{4}{7}$ . Nam vnum integrum valet  $\frac{7}{7}$ , deinde aufero  $\frac{3}{7}$ , restant  $\frac{4}{7}$  cum 8 integris.

Multiplicatio,

Duc numeratorem in numeratorem, & denominatores similiter in inuicem: quod ex multiplicatione numeratorum prouenerit, erit numerator: reliquum ex multiplicatione denominatorum, denominator, vt  $\frac{1}{7}$  per  $\frac{3}{4}$  multiplicando, proueniunt  $\frac{1 \cdot 3}{7 \cdot 4}$ .

Si fractiones in integra ducere placuerit, duc integra in numeratorem fractionis, subscripto eiusdem denominatore, vt  $\frac{5}{2}$  ducendo in 20, producant  $\frac{100}{2}$ , hoc est  $8\frac{1}{2}$ .

Diuisio,

Multiplica numeratorem diuidendi numeri per denominatorem diuisoris, prouenit numerator: contra denominatorem diuidendi per numeratorem diuisoris, exurgit denominator, veluti diuidenda sunt  $\frac{2}{3}$  per  $\frac{4}{5}$ , duc 2 in 5, fiunt 10; similiter 3 in 4, efficiunt 12: sunt ergo  $\frac{10}{12}$  siue  $\frac{5}{6}$ . Si denominatores sunt similes, diuide numeratorem  
diui



diuidendi per alterum. Vt  $\frac{2}{3}$  diuidens per  $\frac{3}{2}$  produces 9. Si numeratores fuerint pares, tunc denominatorem diuisoris superscribe denominatori diuidendi, vt  $\frac{3}{4}$  per  $\frac{3}{8}$  faciunt  $\frac{8}{4}$  hoc est 2. Contra  $\frac{3}{8}$  per  $\frac{3}{4}$ , efficiunt  $\frac{4}{8}$  siue  $\frac{1}{2}$ . Si alter numeratorum alterum aliquoties continet, per illum quotientem multiplica denominatorem minoris numeratoris, productum erit numerator, si minor numerator fuerit diuisoris: si diuidendi, denominator, reliquus numerus qui minutias perficiet, erit denominator maioris numeratoris. Exempli gratia,  $\frac{3}{5}$  diuidende sunt per  $\frac{1}{3}$ : quoniam 3 in 12 continentur quater, multiplico 5 per 4, sunt 20 denominator, numerator verò 13, proueniunt  $\frac{13}{20}$  |  $\frac{1}{3}$  per  $\frac{3}{5}$  fiunt  $\frac{1}{5}$  contra si  $\frac{1}{3}$  diuidas per  $\frac{3}{5}$ , exurgunt  $\frac{20}{13}$ .

Huiusmodi plura licet inuenire compendia, sed discipulis hæc sufficiant. Si vel integra per fractiones, aut contra has per illa diuidere placeat, subscripta integris vnitate operare, tum multiplicando, tum diuidendo, ac si fractiones essent, vt 7 per  $\frac{3}{4}$  diuidendo, exeunt  $\frac{28}{3}$ , hoc est  $9\frac{1}{3}$ , contra  $\frac{3}{4}$  per  $\frac{7}{1}$  diuidens, elicies  $\frac{3}{28}$ . Si integra cum fractis occurrant, ea primùm in vnã fractionem reducito per Canones reductionum.

## REGVLA TRIVM

in minutijs.

Collo



**C**ollocatis ( vt paulo ante fractionum tra-  
 ctatum docuimus ) tribus numeris, vt quar-  
 tum elicias ignotum, multiplica tertium in secun-  
 dum: productum diuide per primum, producetur  
 quæsitus & ignotus numerus, obseruatis omni-  
 bus quæ illic obseruanda diximus. Exempli gra-  
 tia  $\frac{3}{4}$  vlnæ vaneunt  $\frac{2}{3}$  aurei, quanti emam  $\frac{5}{6}$  vlnæ?  
 Multiplica  $\frac{5}{6}$  per  $\frac{2}{3}$  proueniunt  $\frac{10}{18}$  siue  $\frac{5}{9}$ .  
 has diuide per  $\frac{3}{4}$  exurgunt  $\frac{20}{27}$ : quantum verò hæc  
 valeant in vnoquoque genere, docuimus antea in-  
 uestigare. Si aliquo loco fuerint integra sola, ipsis  
 subiecta vnitare similis erit operatio cum minu-  
 tijs, veluti  $\frac{10}{1}$  vlnæ emuntur  $\frac{1}{1}$  aureis, quanti  $\frac{3}{4}$ ?  
 multiplica  $\frac{1}{1}$  per  $\frac{3}{4}$ , erunt  $\frac{3}{4}$  siue  $\frac{3}{1}$ , quæ diuide  
 per 10, erunt  $\frac{3}{10}$  aurei.

Si fracta cum integris occurrant, ea ad vnã  
 fractionem reducito per regulas reductionum. Si  
 verò res plures concurrant vno in loco, veluti si  
 vno anno cum tribus mensibus, & tribus hebdo-  
 madis expendo 200 aureos, quantum debeo pro 7  
 mensibus? Tum omnes illa res reducito ad minimã  
 omnium: Veluti hoc in loco ad hebdomadas, sumen-  
 do pro anno 52 hebdomadas, pro tribus mensibus  
 12, quibus adiunge 3, fient 67 hebdomadæ. Simili ra-  
 tione fac ex 7 mensibus 28 hebdomadas, actum re-  
 liqua perfice pro regule forma.

R E G.



## REGVLA TRIVM

euerfa.

**I**N præcedentibus omnibus exemplis ac alijs infinitis, semper ea est ratio quarti numeri ad tertium, quæ est secundi ad primum. Atque ideo quanto tertius maior fuerit, tanto & quartus. In quibusdam verò exemplis, contraria penitus ratio est, ita vt quanto tertius maior fuerit, tanto quartus minor euadat. Veluti si modium tritici valeat 5 aureis, tum pendet panis vnus stufæ quatuor libris: quæstio est, quantum deprimet panis eiusdem precij, dum eadem mensura tritici valet tantum 3 aureos? Item, emit quidam 20 vlnas panni, latitudinem habentis 2 vlnarum: in quæstionem vocatur, si velit subducere aut tunicas, aut aulea, quot vlnis opus sit alterius panni, habentis latitudinem trium vlnarum. Vides manifestè in priori exemplo, quanto minoris venit triticum, tanto plus deprimet panis. Atque in altero, quanto latius fuerit alterum panni genus, tanto minus opus habes ad subducendum.

Simile est huic, Quidam obsessus exercitus 3000 militum habet quo viuat ad 7 menses, verum spes nulla est solutionis obsidionis ante annum:

D. quæstio



questionem ergo moueo quot milites dimittet dux, vt reliquis sufficiat ad anni calcem, & quot secum retinebit? Nam & hîc quanto longius tempus fuerit, tanto minori militum numero sufficiet victus.

In his ergo atque similibus, vt est euersa ratio, ita contrarius operandi modus. Multiplica ergo primum in secundum, productum diuide per tertium. Vt in tertio exemplo, duc 7 menses in 3000, prodeunt 21000, quæ diuide per 12 menses, hoc est annum, exurgunt 1750 milites, quibus tantum sufficiet victus idem ad annum. Reliqua sunt facilia.

### PARS TERTIA DE regulis vulgaribus.

**E**X vna hac regula (quam verè auream licet appellare) multæ diuersæq; regule, siue Canones operandi tanquam rami ex trunco oriuntur, adeò vt in omnibus ferè questionibus locum habeat, ac omnes Canones huic innitantur tanquam fundamento seu basi, quarum vna est regula duplex, quam ex tali exemplo intelliges. Pro 20 libris cuiusuis mercis aduectis per 30 miliaria soluendi sunt 4 aurei, quantum pro 50  
libris



Libris aduectis per 40 miliaria? Si hîc diligen-  
 ter obserues qui numeri sibi mutuò respondeant  
 nomine *¶* re, *¶* qui primi, quis medius: *¶*  
 duas operationes institueris secundum regulam  
 proportionum, facile quæstioni satisfiet. Semper  
 autem numerus ex priori operatione productus,  
 medius erit in posteriori quæstione. Vt 20 libræ  
 dant 4 aureos, quantum 50 lib. faciunt 10 aureos.  
 Rursus dic, 30 miliaria dant 10 aureos, quantum 40  
 miliaria, faciunt  $13\frac{1}{3}$  aureos. Item 25 aureorum  
 in 4 annis lucrum est, 8 aurei, quantum lucrabun-  
 tur 100 aurei in 10 annis? Dic, 25 aurei dant 8,  
 quantum 100? fiunt 32. Dic rursus, 4 anni  
 dant 32, quantum 10? facit 80 aureos. Item 6 au-  
 rei lucrantur 8 aureos 10 annis, in quot annis lu-  
 crifacient 3 aurei 12 aureos? Hîc diligenter nota  
 priorem operationem debere fieri per regulam  
 trium euersam. quanto enim minor sors fuerit,  
 tanto maiori opus est tempore pro lucro æquali.  
 Dic igitur, 6 aurei dant 10 annos, quot tres aurei?  
 multiplica primum in medium, *¶* c. fiunt 20.  
 Rursus dic, 8 aurei acquiruntur 20 annis, quot  
<sup>aurei</sup> ~~annis~~ 12? <sup>annis</sup> facit 30. Hîc vide, ne confundaris au-  
 reorum appellatione, cum aliquando sortem, ali-  
 quando lucrum significant: oportet autem idem  
 significari primo *¶* tertio regulæ loco, vt antea



docuimus. Equi 7 edunt 12 mensuras auenæ diebus 20, quot edent 14 equi 15 diebus? Dic, 7 equi edunt 12, quantum 14? facit 24. Rursus, 20, diebus eduntur 14. quantum 15? facit 18 mensuras, medietates diminos puta, aut quoduis genus mensuræ. Simile est, 10 messores demetunt 15 iugera tempore 7 dierum, quod diebus 16 messores demetent 20 iugera? Verùm hîc rursus prior operatio fiat per regulam euersam: quoniam quanto plures messores, tanto minori tempore opus fuerit. Dic igitur, 10 messores opus habent tempore 7 dierum, quanto 16 messores? multiplica 10 per 7, fiunt 70: diuide per 16, fiunt  $4\frac{3}{8}$  dies. Rursus dic, 15 iugera exigunt  $4\frac{3}{8}$  dies, quod 20 iugera? operare per Canonem, inuenies  $5\frac{5}{6}$  dies, hoc est, quinque dies & 20 horas. Vide operationem sequentem.

10.	7.	16.	Secunda operatio.
	10.		15.   $4\frac{3}{8}$   20
	70	$(4\frac{3}{8})$	20
	16		$\frac{700}{8}$ diuidenda per $\frac{15}{1}$

$\frac{700}{120}$  hoc est,  $5\frac{5}{6}$

REGV



REGVLA CONSORTII,  
 siue, vt dicunt, So-  
 cietatis.

**Q**uatuor mercatores inito consortio lucrati sunt 3000 aureorum, sed primus attulit tantum 30 aureos, secundus 50, tertius 60, quartus 100: in quaestionem vocatur, quantum cedere debeat unicuique ex lucro pecunia sorti commissa. Hæc regula parum etiam aut nihil differt à regula Trium. Collige enim omnium pecuniam collatam in vnâ summam, per additionem, veluti 30, 50, 60, & 100, efficiunt 240 aureos. Iam dic 240 aurei lucrati sunt 3000 aureorum, quantum 30 lucrantur? Operare secundum regulæ morem: sic colliges lucrum primi, 375 aureorum. Rursus pro secundi lucro dic, 240 lucrantur 3000, quantum 50? ac sic pro singulis vnâ constitues regulam trium, vt semper primus siue diuisor sit summa pecuniæ omnium, medius lucrum, tertio loco pro singulis ipsorum collocabis sortem. Habebit igitur primus 375, secundus 625, tertius 750, quartus 1250: quorum summa 3000 efficit. Huius regulæ ratio accipitur ex 12 septimi Euclidis.

D 3

Ecce



Ecce operationem.

240	3000		30		375
Divisor			50		625
			60	Fiunt	750
			10		1250
			240		3000

*Similis ratio est in iactura, qualis in lucro. ut si naue fracta eiectæ sint merces in mare, omnes qui consortium ineunt, ex equo damnum ferent pro diuerso precio mercium singulorum: ut si primi mercès valebant 300 aureos, secundi 400, tertij 500: eiectæ verò sint merces 100 aureorum, amittet primus 25, secundus  $33\frac{1}{3}$ , tertius  $41\frac{2}{3}$ . Et cuius merces eiectæ fuerint, is pecuniam à reliquis accipiet. Eiusdem omnino generis est quæstio: Tres emerunt 1000 libras cinnamomi pro 300 aureis: primus capit 200 libras, secundus 350 lib. tertius 450 lib. quantum soluet quilibet? Si enim dicas, 1000 lib. valent 300 aureos, quantum 200 lib? item quantum 350? ac tertio quantum 450? ac tribus operationibus regule Trium completis, soluet primus 60 aureos, secundus 105, tertius 135.*

De



De intercapedine temporis diuersa  
in consortio.

Tres mercatores consortio inito, lucrati sunt  
2345 aureos, verum primus suam pecuniam sci-  
licet 400 aureos post 14 menses repetijt, secun-  
dus 500 post 8 menses, tertius attulit per 6 men-  
ses 85 aureos: quæstio est quantum cedit singulis  
cum pro ratione pecunie, tum temporis etiam?  
Hæc etiam regula breuiter ad regulam Trium sic  
reducitur: Medius erit, vt prius, lucrum: tertius,  
vniuscuiusque pecunia per tempus suum multi-  
plicata. oportet enim proportionem lucri, com-  
positam esse ex proportione pecunie & tempo-  
ris. Vnde pecunie singulorum per suum quæque  
tempus, seruabunt in productis vtranque ratio-  
nem & pecunie & temporis, vt ex 5 octauæ  
Euclidis patet. Ponemus ergo pro primo 560, pro  
secundo 400, pro tertio 510. primus summa ho-  
rum trium per additionem collecta, veluti 1470.  
Operare iam secundum regulam consortij, habe-  
bit primus  $893\frac{1}{3}$ , siue  $\frac{7}{21}$ , pro secundo  $638\frac{2}{11}$ ,  
tertius  $813\frac{12}{11}$  siue  $\frac{4}{7}$ . Vide tamen vt tempus  
vniuscuiusque sit eiusdem denominationis, & si-  
militer pecunia. Sequitur operandi formula.

D 4 Huius



1470. 2345.

560

893  $\frac{7}{21}$ 400 surgunt 638  $\frac{2}{21}$ 510 813  $\frac{12}{21}$ 


---

 1470 summa 2345

Huic simile est, tres lucrati sunt communi forte 1000 aureos: primus attulit 30 aureos per nouem menses, secundus 70 aureos, tertius 100 aureos: quærit aliquis, quanto tempore duorum posteriorum pecunias oporteat esse in usu communi, ut primus habeat 500 aureos, secundus 300, tertius 200. Quoniam enim oportet tempus multiplicari per pecuniam, ut in præcedenti questione declarauimus, duc 30 aureos in 9, fiunt 270. Iam dic, 500 aurei quos accipit primus, valent 270, quantum 300, quos accipit secundus? Operare secundum canonem, exhibunt 162. tantum oportet conficiat pecunia secundi multiplicata per suum tempus. Si ergo diuidas 162 per 70, inuenies tempus scilicet duorum mensium  $\& \frac{12}{35}$  mensis. Tertij similiter tempus inuenitur mensis  $1\frac{2}{5}$ .

Canonici 12  $\&$  Capellani 20 diuidunt singulis annis 3000 aureorum, ea lege, ut Canonorum singuli quinos recipiant, quoties Capellanus 4, quantum ergo debetur singulis? Hic ut antè dictum, multiplica numerum personarum per



per numerum vices notantem, scilicet 12 per 5, fiunt 60: & 20. per 4, fiunt 80: ea adde, fiunt 140. Iam dic, 140 dant 3000, quantum 60? & quantum 80? Itaque inuenies pro Canonicis omnibus  $1285\frac{5}{7}$  aureos: pro Capellanis  $1714\frac{2}{7}$ . Quantum verò singuli recipiant, diuisio indicat.

140.	3000.	60		$1285\frac{5}{7}$
		80	fiunt	$1714\frac{2}{7}$
				$140$ summa $3000$

Titius ab obitu relinquens uxorem gravidam, legauit ei si filiam pareret  $\frac{1}{2}$  bonorum, quæ valebant 3600 aureos, filia tertiam partem: at si mascula gauderet prole, obtineret mater tertiam partem, filius dimidiam. Peperit autem & masculum & foemellam vno partu. Queritur quæ sit portio vniuscuiusque horum vt testatori satisfiat? Primum vide testatoris animum, qui voluit vt filia minimam acciperet partem, filius maximam. Quere igitur numerum in tales partes diuisibilem, quales assignantur, scilicet 2 & 3 veluti 6, horum dimidium valent 3, item  $\frac{1}{3}$  2. Vides ergo partes bonorum se debere habere, vt 2 & 3, hoc est, dum filia 2 aureos habet, tum matri 3 debentur. Et si mater 2 habet, filio debentur 3: ergo per regulam trium, si filia accipit 4, matri debentur 6, & filio 9. Hos autem tres



numeros per proportionem continuam sesquial-  
 teram, de qua postea dicemus, facilius inuenies.  
 Nunc sufficiat nosse oportere adsignari tres nu-  
 meros, tali se habentes ratione sicut  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{3}$ ,  
 & tales sunt 4, 6, 9: nam 4 sunt  $\frac{1}{3}$  de 12, quo-  
 rum 6 sunt  $\frac{1}{2}$ . Item 6 sunt  $\frac{1}{3}$  de 18, quorum 9  
 sunt  $\frac{1}{2}$ . His inuentis operare per regulam con-  
 sortij, adde 4, 6, 9, fiunt 19. Dic, 19 diuidet 3600,  
 quantum accipiet 4? quantum 6? & quantum 9?  
 Et facta pro singulis vna operatione, cedent fi-  
 liae 757  $\frac{1}{2}$  aurei: matri vero 1136  $\frac{1}{3}$  aurei, filio  
 1705  $\frac{1}{3}$  aurei. Tribus prolibus relictis sunt ex te-  
 stamento, vel alio quouis modo 7851 aurei, ea  
 lege vt primæ cedat  $\frac{1}{2}$ , alteri  $\frac{1}{3}$ , tertiæ  $\frac{1}{4}$ .  
 Hoc simile est cum priori. pro partibus enim in-  
 certis statue partes certas alicuius numeri, qui  
 ita sit diuisibilis, scilicet in 2, 3, & 4. Eum  
 numerum si quando inuenire nescias, duc eos in  
 inuicem, quos diuisores esse vis, vt 2 in 3 red-  
 dunt 6, ea in 4, faciunt 24: is numerus est quem  
 querimus. At si tuo Marte potes tale inuenire, si-  
 ue maiorem, siue minorem, nihil refert, quemad-  
 modum in nostro proposito, 12 diuidi possunt per  
 2, 3, & 4. Diuide igitur & repone pro prima  
 prole 6, tanquam  $\frac{1}{2}$ , pro secunda 4, scilicet  $\frac{1}{3}$ , pro  
 tertia 3, quæ sunt  $\frac{1}{4}$  ex 12. Cum his partibus 6, 4, 3,

progre



progredere per regulam consortij, vt supra. Erít diuisor 13, erítque prima portio  $3623\frac{7}{13}$ , secunda  $2415\frac{2}{3}$ , tertia  $1811\frac{10}{13}$ . Quatuor extruxerunt ædes pro 3000 aureis, soluet primus  $\frac{1}{2}$  cum 6 aureis, secundus  $\frac{1}{3}$  cum 12 aureis, tertius 8 aureos minus quàm  $\frac{2}{3}$ , quartus  $\frac{1}{4}$  cum 20 aureis, quantum soluent singuli? In huiusmodi exemplis, primùm quod superest ultra portiones statutas aufer ex summa diuidenda, quod deest adde: vt pro primo aufer 6, pro secundo 12, & pro quarto 20. Summa horum valet 38 aureos, sed pro tertio adde 8. aufer igitur 38 ex 3000, restant 2962, quibus rursus adde 8, fiunt 2970.

Hanc summam diuide per regulam consortij, vt in præcedenti docui, quærens numerum diuisibilem in 2, 3, & 4, scilicet 12, & ponens pro primo 6, pro secundo 4, pro tertio 8, quo quarto quæ 3 coniuncta, efficiunt 21: hic diuisor esto ac primus numerus, medius 2970, tertius 6. 4. 8. 3. Inuenies sic pro primo  $848\frac{4}{7}$ : pro secundo  $565\frac{5}{7}$ : pro tertio,  $1131\frac{3}{7}$ : pro quarto,  $424\frac{2}{7}$ . Sed iam adde primo suas 6, fiunt  $854\frac{4}{7}$ . Item secundo 12, fiunt  $577\frac{5}{7}$ : tertio adime 8 aureos, restant 1123 <sup>3</sup>: quarto adde 20, exurgunt  $444\frac{2}{7}$ . horum summa facit 3000 aureos, quæ erat summa diuidenda.



21

2970

6

 $854 \frac{4}{7}$ 

4

 $577 \frac{5}{7}$ 8 fiunt  $1123 \frac{5}{7}$ 

3

 $444 \frac{2}{7}$ 

Sunt tamen qui alia via hoc in loco incedant, auferentes & addentes non summæ diuidendæ, sed singulorum partibus positis. Sed rationem hanc falsam esse demonstrare possem, nisi longum nimis esset, ut facile patet positis alijs, aut maioribus, aut minoribus numeris pro singulis. Tribus partiendi sunt 450 aurei, ita ut primus  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{3}$  accipiat, secundus  $\frac{1}{3}$  &  $\frac{1}{4}$ , tertius  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{5}$ , quantum accipient singuli? Primum adde singulorum partes, scilicet  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{3}$ , fiunt  $\frac{5}{6}$  pro primo, pro secundo  $\frac{7}{12}$ , pro tertio  $\frac{2}{10}$ . Iam quære numerum diuisibilem in 6, 12, & 20, scilicet 60, huius  $\frac{5}{6}$  sunt 50, quod cognosces diuidendo numerum illum inuentum, scilicet 60 per denominatorem, & productum multiplicando per numeratorem,  $\frac{7}{12}$  valent 35,  $\frac{2}{10}$  valent 27. Cum his procede per regulam consortij, habebit primus 200  $\frac{50}{6}$ , secundus 140  $\frac{35}{6}$ , tertius 108  $\frac{27}{6}$ .

112

450

50

200  $\frac{50}{6}$ 35 fiunt 140  $\frac{35}{6}$ 

27

108  $\frac{27}{6}$ 

Ad similitudinem horum, multa poterit qui



quiuus effingere exempla , ac dubia eorum sol-  
uere, qualia sunt quæ ad regulam quam vocant  
*Alligationis*, attinent, quam breuibus explica-  
bimus aliquot exemplis.

### R E G V L A A L L I - gationis.

Oenopola quadruplex habet vinum : primi  
amphora valet 7 grossos, secundi 9 grossos, ter-  
tij 10 grossos, quarti precium est 12 grossorum. Vult  
ex quatuor generibus miscere 300 amphoras, ea  
lege, vt quælibet valeat 11 grossos, quærit quan-  
tum vniuscuiusque capiet? Hæc vt facilius ca-  
pias, finge primum duo vinorum genera miscen-  
da ad constitutum precium. Quod si tum alte-  
rum genus valore tantum superet precium con-  
stitutum, quantum reliquum abest, tum vtrius-  
que æquales portiones commixtæ efficiant precium  
constitutum. Sin verò alterius vini precium bis  
tanto superet precium constitutum, quantò alte-  
ro superatur : tum cum vna mensura carioris vi-  
ni, duæ mensuræ vilioris commiscendæ essent,  
sicque excessus defectusque compensarentur. Vn-  
de colligitur, secundum excessuum & defectuum  
proportionem commiscendas esse varias vinorum  
mensuras, idque permutatim, vt iam proposita ra-  
tio



ratio docuit. Hinc regula talis confecta est. Po-  
ne ordine precium vinorum, uti in exemplo vi-  
des, facto initio à minoribus ad maiora, ac illis  
prescribe precium commixti vini, quod hoc loco  
medium appellabimus, quamvis medium non sit  
exactè. Deinde confer vnumquodque minus pre-  
cium ad medium & maius, ita ut excessum me-  
dij supra minus adscribas maiori: maioris exces-  
sum supra medium adscribas minori. Ut in nostro  
exemplo, quia tantum vnum est precium maius,  
ad illud adscribas omnes excessus medij supra mi-  
nora: unicuique verò minorum eundem exces-  
sum maioris, supra medium scilicet. Quibus fa-  
ctis, ut in regula societatis, adde omnes excessus  
in vnã summam: numerus iste erit primus re-  
gule ac diuisor, medius, numerus mensurarum  
miscendarum, tertij erunt differentie singulorum  
ut adscripte sunt. Et si plures apud eundem nu-  
merum differentie fuerint, ille colligantur, ve luti  
figuratum sequitur.

Medium. 11.



Differentie.

1

1

1

4. 2. 1.

Sum



	I	30
<i>Summa 10 dant 300, quantum 1?</i>	I facit	30
	I	30
	7	210

Quantum opus erit sumere de vino, cuius amphora valet 8 grossos, & quantum illius quod valet 9 ita ut amphora vna valeat 9 grossos? Operari per regulam.

	8		2	
9	Differentia.			
	II		I	
		2?	$\frac{2}{3}$	
<i>Summa 3 dant 1, quantum</i>		fit		
		1?	$\frac{1}{3}$	

Quidam pro 200 aureis vult emere 400 lib. aromatum variorum, scilicet amigdalarum, ficuum, zinziberis, piperis, nucum myristicarum, & croci. Quæstio est, quot libras singulorū accipiet, ut 400 libras pro 200 aureis habeat. Primum oportet inquirere precium vnus libræ pro medio numero, hac via: Dic, 400 lib. valent 200 aureos siue carolinos, quantum 1 lib? proueniet  $\frac{1}{2}$  aurei carolini siue decem stuferi, quales 20 aureum carolinum complēt, more monete Brabantica. Deinde singulorum precium adscribas, reductis omnibus ad eandem monetam: deinde fiat colligatio maioris & minoris precij, &c. ut in precedendi docuimus quæstione.



10	{	6	ficus	l. 6
		7	amig.	6. 2
		9	zinzib.	2
		11	piper.	4
		12	nuces	1. 3
		16	croci	4. 3

<i>Precium</i>	1. lib.	<i>Differentia.</i>
		7    87 $\frac{1}{2}$
		8    100
		2    25
<i>Summa 32 dant 400, quantum</i>		4 fa. 50
		4    50
		7    87 $\frac{1}{2}$
		<i>Summa 400</i>

*Sed neminem latere volo eandem questionem varijs aliquando modis posse explicari, dum variè alligamus minores cum maioribus ad medium veluti, in præscripta questione.*

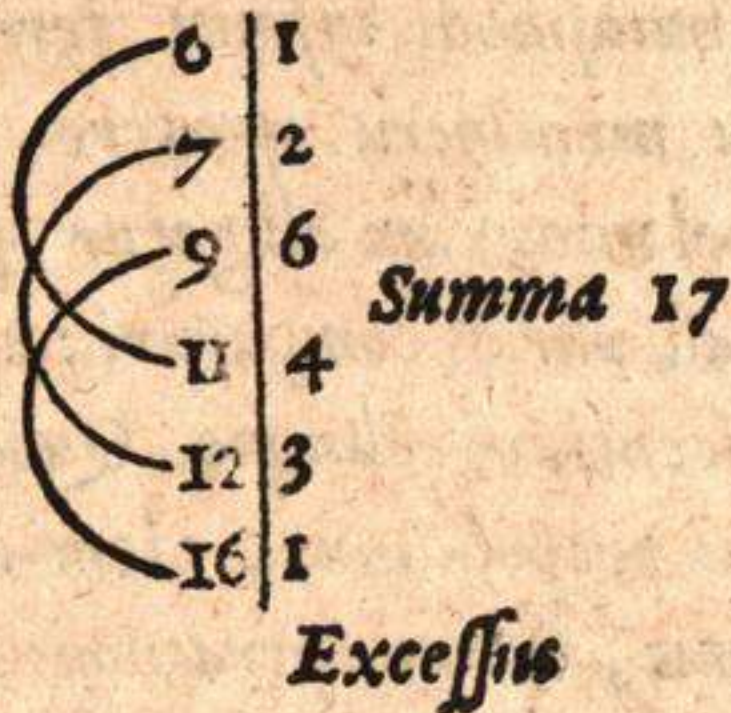
10	{	6	1. 2. 6.
		7	1. 2. 6.
		9	1. 2. 6.
		11	4. 3. 1. <i>Summa 51.</i>
		12	4. 3. 1.
		16	4. 3. 1.

*Excessus.*

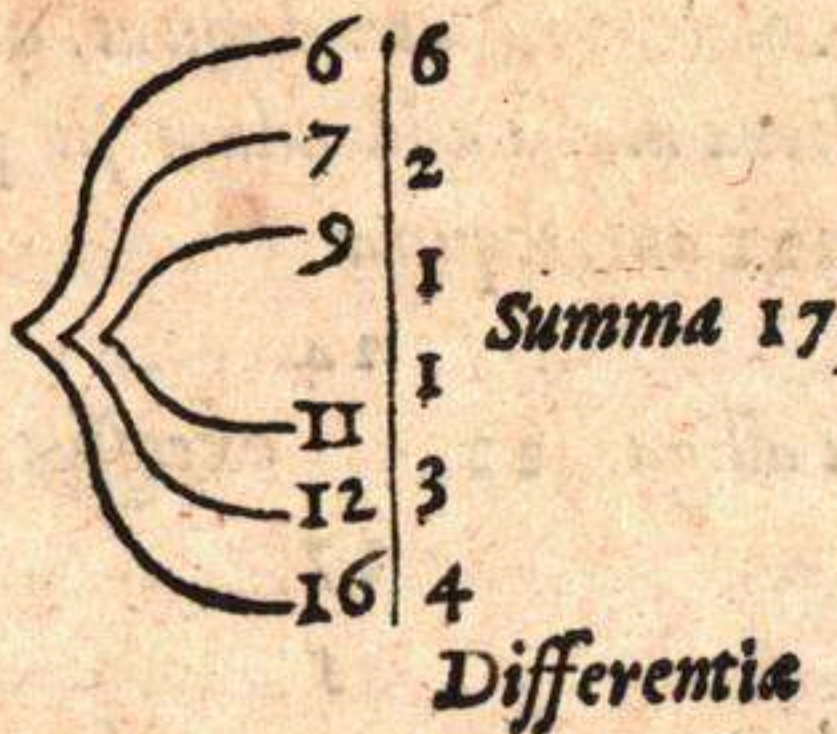
*Vel*



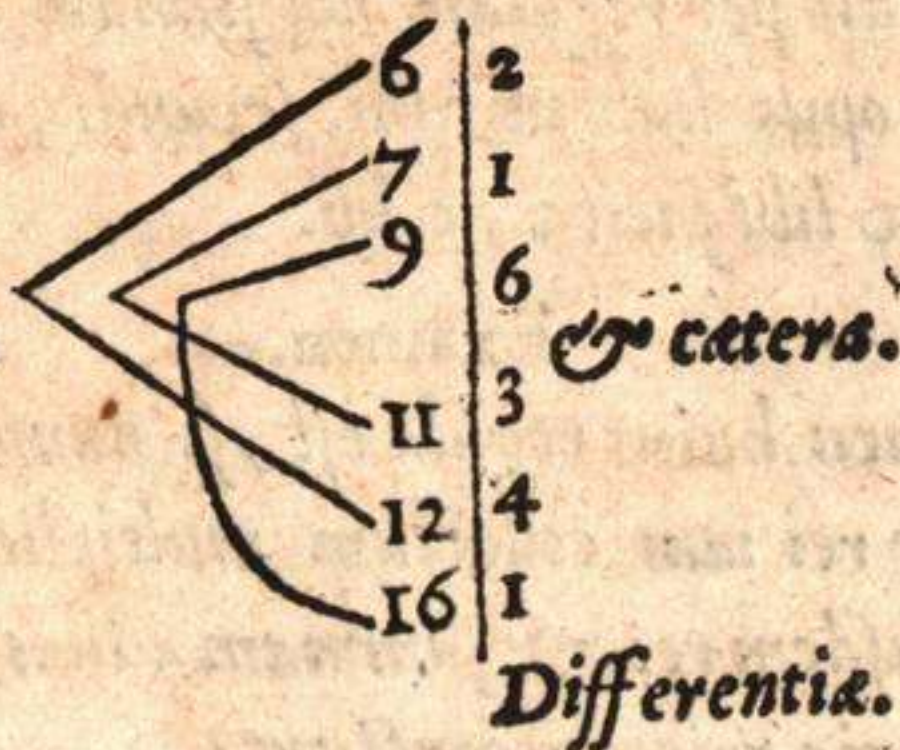
Vel sic. 10.



Item 10



Vel sic. 10



E Atque



Atque huiusmodi infiniti ferè extant modi. Interim tu memineris oportere, vt quilibet numerus semel minimum alligetur, posse tamen sepius, idq; ad varios comparari: atque huiusmodi ingenijs discentium relinquo. Quod in liquidis & aromatibus proposuimus, idem in metallis miscendis euenit, verùm operationis nulla est diuersitas: veluti si faber 100 lib. argenti habeat, Quarum vna lib. 17 aur. valeat: ac alteram massam, cuius 1. lib. valeat 24 aur. dubitat quantum argenti ex altera massa addendum sit priori, vt 1. lib. precium 22 aur. acquirat.

	24		5
Primum alliga	22	excessus	
	17		2
	5		5
Summa 7 dant 1, quantum		facit	7
	2		2
			7

16 Iam dic per regulam notissimam, 2 lib. primi argenti opus habent 5 lib. secundi, quot desiderant 100 lib. facit 250 lib.

#### Examen.

17 Examen huius regule est, si numerum vniuscuiusque rei iam collectum multiplices per precium eiusdem rei, & summam addas, exhibit summa pecunie primum constituta.



## D E R E G V L A F A L S I .

**M**ulta solent ac varia præscribi regule & quæstiones, quas si placeret omnes exequi, in volumen ingens labor noster excresceret facile. Verùm hoc non fuit nostrum institutum, quia omnia conamur potius in vnum caput colligere, & ad vnã methodum reducere. Quemadmodum hætenus multas variasq; quæstiones, ad vnã regulam Proportionum deduximus, quibus multæ similes & extant, & indies excogitari possunt. Veluti de diuisionibus, de lucri & damni ratione, de mercede conductis, atque huiusmodi innumeris: quorum nullum tam difficile est, quin facilè callenti nostra hætenus dicta explicari possint. Attamen cùm plura sint exempla, & quæstiones, quæ ad regulam Proportionum commodè reduci non possint, visum fuit tandem regulam quandam vniuersalem, tanquam sacram anchoram subnectere, per quam dubia reliqua possibilis huic nostro instituto explicari possint, & multæ etiam quæstiones earum quæ præcesserunt: quamuis id multo certius fieri & longè facilius per regulam, quam vocant Algebra, posse sciam, qua vix quicquam vidi inter Mathematicas artes præstantius, atque elegantius. Sed cùm de hac ab alijs multa dicta

E 2      sint



sint, & fortassis à nobis per Methodum (fauente Deo Opt. Max.) dicetur, cum ea res peculiarem requirat tractatum, impresentiarum missam facimus. Vocatur autem regula, quam iam docemus, Falsi, non quòd falsum doceat, sed ex falso verum elicere, fitq; in hunc modum:

Proposita quæstione quacunque per hanc enodabili, eum numerum quem scire desideras, tanquam notum iam tibi finge, ponens eius loco quencunque numerum: cum eo deinceps procede secundum exempli rationem, inferendo vnum numerum ex alio, donec ad aliquem certum & notum prius numerum in proposita quæstione datum perducaris, quem si rectè ex iam posito siue ficto numero elicere potuisti, is ipsius quem primum finxisti, est verus finis quem inquirebas.

Veluti, tres habent singuli certam argenti summam, verum singulorum summa ignota sunt, binorum verò nota. Scio enim primi aureos cum secundi aureis valere 50, secundi cum tertij aureis 70, tertij cum aureis primi valent 60: queritur summa singulorum. Finge ergo primi summam valuisse 20 aureos: ergo quoniam cum secundo habet 50, relinquuntur secundo 30, & tertio 40: quoniam ij valent 70 cum secundi aureis. Iam si 40 tertij, addantur 20 primi, exur-

gunt



gunt 60 aurei, ita uti voluit exemplum. Fuit itaque prima positio vera, neq; amplius quicquam agendum. At si ad notum numerum non peruenis exactè, verum aliquo excesseris aut abfueris, vide excessum seu distantiam, eamq; nota cum hypothesisi falsa & cum titulo plus, si excesserit: aut minus, si defuerit. Deinde finge tibi alterum numerum maiorem aut minorem iamiam posito, & cum ipso eodem modo procedas quo cum priori, donec ad notum numerum peruenieris: quem si non attigeris, vide rursus differentiam, eamq; nota cum sua hypothesisi, signoq; plus vel minus. Deinde multiplica hypothesisi priorem in differentiam alteram: similiter hypothesisi secundam in differentiam primam, producta duo serua. Hinc perpende signa plus & minus: quæ si ambo similia fuerint, scilicet aut plus aut minus, aufer productorum minus à maiori: itemq; aufer differentiam minorem à maiori: per residuum diuide residuum productorum, quotiens ostendet numerum quæsitum. At si signa fuerint dissimilia, alterum plus, alterum minus, adde producta illa duo, similiterq; differentias: & per harum summam diuide summam productorum: quotiens ostendet numerum quæsitum.

Duo habent ignotam mihi summam aureorum.



Inquit prior, si mihi dares unum è tuis, haberemus equam ambo portionem. Respondet alter, si mihi tu unum è tuis dederis, habeo duplam tuæ summæ restantis: quæritur singulorum summa. Finge priorem 3 habuisse: igitur si unum acceperit à secundo, habebit 4, tantundem relinquetur alteri. verum quoniam iam 1 dedisse intelligitur, eum huic redde: itaque habuit ab initio 5. Iam dicit priori, si mihi unum dederis, habebam duplum tui residui: adde igitur 1 ad 5, fiunt 6, restant autem priori tantum 2. Vides ergo 6 non esse duplum 2, imo triplum: falsa igitur fuit hypothesis. Et quoniam duplum 2, est tantum 4, inveni autem 6, dico differentiam esse 2 cum signo plus: quoniam tanto excessimus rei veritatem. Fingamus igitur primum habuisse 6, accipit 1 ab altero, itaque fient 7, tantum relinquetur alteri: verum quoniam 1 dedisse intelligitur, habuit ab initio 8. Iam hic petit à priori 1, ita haberet 9, relinquerentur autem priori tantum 5. Rursus 9 non est duplum de 5, uti voluit quæstio, sed abest unitate, cum duplum de 5, sit 10: scribo igitur positionem alteram, 6 scilicet cum sua differentia 1 cum signo minus.

Iam per posteriorem regulam duco 3 in 1, fiunt 3. Item 6 in 2, fiunt 12: summa horum valet 15:

Hypo

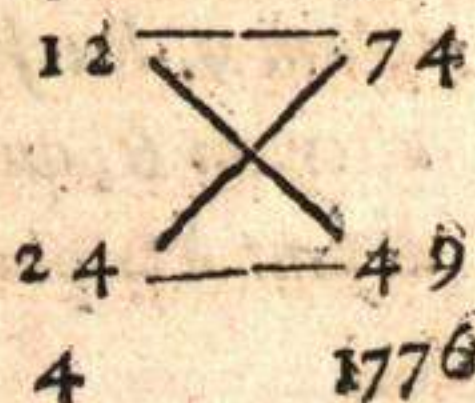


Hypo- Diffe-  
theses. rentia.

3  $\overline{\quad}$  2 *summa autem differentiarum valet 3.*  
 $\begin{array}{r} \diagup \\ \diagdown \end{array}$  *Diuido igitur 15 per 3, exurgunt 5:*  
 6  $\overline{\quad}$  1 *tantum habuit prior: adde huic 1, fiunt*  
*6, quæ relinquuntur alteri post donationem unius:*  
*ergo prius habuit 7: quibus si prior 1 adiecerit, ser-*  
*nabit ille tantum 4, alter habebit 8 duplum resi-*  
*dui prioris, uti voluit quæstio. Hanc quæstionem*  
*aliij de mulo asinoq; proponunt gestantibus vini*  
*mensuras aliquot.*

*Aspiciens quidam alterius loculos, inquit, vi-*  
*deris mihi istic habere 100 aureos. Respondet al-*  
*ter, non sunt 100: verum si dimidio plus & quar-*  
*ta parte & tertia parte auferentur, & insuper 1,*  
*tum demum 100 forent. Finge igitur fuisse 12, ad-*  
*de dimidium, scilicet 6, & tertiam partem 4, &*  
*quartam partem 3, & insuper 1, fient 26 tantum,*  
*quæ distant à 100 per 74. Scribe igitur 12 cum*  
*differentia 74, & signo minus. Rursus pone esse*  
*24 aureos, quibus adde dimidium 12, tertiam*  
*partem 8, & quartam partem 6, & 1, fient 51,*  
*quæ distant à 100 per 49.* Hypo. Diffe.

*Nota igitur 24 cum differen-*  
*tia 49, & signo minus: tum*  
*multiplica 24 in 74, exeunt*





1776. Item 12 in 49, exurgunt 588: & quoniam signa sunt similia aufer &c. ex 1776, restant 1188: similiter aufer 49 ex 74, restant 25, diuisor operationis. Diuide ergo 1188 per 25, exurgunt  $47 \frac{1}{5}$ , tot habuit aureos: quorum dimidium  $23 \frac{1}{2}$ , tertia pars  $15 \frac{1}{3}$ , quarta pars  $11 \frac{1}{4}$ , quae omnia simul efficiunt 99: quibus si vnum adieceris, 100 excrefcunt.

Hic obiter notandum, ponendos esse numeros qui apti sint ad questionem: vt quoniam dimidium,  $\frac{1}{2}$ , &  $\frac{1}{4}$  eiusdem numeri debebam adijcere, ponendus numerus diuisibilis in 2, 3, & 4: sicq; difficultates maximas & labyrinthos quasi fractionum siue minutiarum effugeris.

Quidam habet argentea duo pocula, cum vno cooperculo quod valet 16 aureos: id si priori poculo addas, valebit quadruplum alterius, sin alteri adijcias, valebit hoc triplum prioris: quantum igitur singula valent pocula? Demus primum valuisse 4: his adijcio 16, exurgunt 20, quae sunt quadruplum alterius, ergo alterum valuit 5. his rursus adijcio 16, exurgunt 21, quae debebant esse triplum prioris, scilicet 12: superat igitur rem ipsam 9. Rursus si ponam primum poculum 8, erit alterum 6, quibus adiectis 16, exurgunt 22, quae absunt à triplo prioris, scilicet 24 per 2.

Mulsi



Hypo.

Diffe.

Multiplica igitur 4, in 2, 4  
 exeunt 8. Item 8 in 9, fiunt 72:  
 quæ adde ( quoniam signa dis-  
 similia sunt ) erunt 80. Itidem adde differentias,  
 quæ constituunt 11. Diuide iam 80 per 11, fient  $7\frac{3}{11}$ :  
 tantum valuit prius poculum: quibus adde 16,  
 erunt  $23\frac{3}{11}$ , cuius  $\frac{1}{4}$  valet  $5\frac{3}{11}$ : tantum valebat  
 alterum poculum.



Cisterna quædam tres fistulas in imo fundo ob-  
 tinet, sed meatus sunt inæquales. Maiori enim  
 aperto effluit omnis humor 1 hora: mediocri aper-  
 to effluit in 2 horis: minimo verò seorsum aperto,  
 humor in 3 horis effluit: quæstio est, si omnia 3 a-  
 periantur foramina, quanto temporis spacio hu-  
 mor omnis possit effluere? Finge in vna hora, hoc  
 est 60 minutis, & tribue Cisterne aliquam cer-  
 tam mensuram pro libito, sitque 12 amphorarum.  
 Iam vides in vna hora propter maius foramen, o-  
 mnem effluxurum liquorem, hoc est 12 ampho-  
 ras: ratione minoris 6, dimidium scilicet: ratione  
 minimi 4, tertiam scilicet partem, quæ omnia ef-  
 ficiunt 22, cum tamen vas positum est tantum  
 12 continere amphoras, ergo supersunt 10. Rur-  
 sus pone dimidiam horam, hoc est 30 minuta: er-  
 go effluxerit ratione maximi foraminis 6, ratio-

E s ne



ne mediocris 3 ratione minimi 2, quæ omnia efficiunt 11, debebant effluere 12, deest igitur 1. Operare secundum regulam, inuenies 32 minuta temporis, &  $\frac{8}{11}$  minuti vnus.

Poterat hæc quæstio quoque absolui per regulam consortij. Quia enim partes aquæ eodem tempore effluentis se habent vt 1,  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{3}$  quære numerum sic diuisibilem, vt 6, vnde pro primo meatu pone 6, pro secundo 3, pro minimo 2, quæ additæ faciunt 11. Statue deinde cisternæ 12 amphoras. Et per regulam consortij dic, 11 diuident 12, quid accipiet 6? proueniet  $6\frac{6}{11}$ . quia verò maximus meatus absorbet in hora 12 amphoras, quanto tempore absorbet  $6\frac{6}{11}$ ? inuenies ex regula proportionum 32 minuta temporis &  $\frac{2}{11}$  vnus minuti.

	Hypo.	Diffe.
Simile est, Potator quidam solus exhaurit cadum vini in 20 diebus: verum si vxor eum iu-	60	10
uerit seruata proportione bibendi, 14 diebus vini tantundem obsument: quanto ergo tempore sola vxor totum vas exhauriet? Rursus tribue vino aliquam mensuram, scilicet 12, aut quemuis alium numerum, nempe 20 mensuras: ergo maritus 14 diebus 14 mensuras bibit, vxor reliquum, 6 scilicet. Dic igitur per regulam Proportionum, 6 men-	30	1
		sura



suræ bibuntur ab vxore 14 diebus, quanto tempore 20 ? facit  $46\frac{2}{3}$  dies. Itaque regula falsi non habes opus, cum tamen & per eandem fieri possit.

Finge enim vxorem exhaurire totum vas 21 diebus, dic ergo 14 diebus exhauriet 6 amphoras, quantum 21 ? colliges 9, ac sic desunt 11 mensura. Secundo pone eandem in 28 diebus idem vas consumere potitando, & quia in 14 diebus 6 absument, sequitur quod in 28 diebus 12 amphoras absument, ac sic desunt 8. Igitur per priorem regulam duc 8 in 21, fiunt 168. Item 11 in 28, consurgunt 308. Hinc aufer 168, restant 140, quæ diuide per errorum differentiam, nempe 3, prodibunt  $46\frac{2}{3}$  diebus, quemadmodum antè inueneras.

Narrat Vitruuius, lib. 9. cap. 3, cum Hiero rex statuisset dijs suis votiua offerre coronam ex puro auro, mandasse id negocij fabro, qui ( vt sepe solent ) sublata auri portione, argenti tantundem commiscuit. Quod quidem furtum citra coronæ iam confectæ lesionem deprehendit Archimedes Syracusanus hunc in modum. Confecit massam ex auro puro eiusdem ponderis cum coronam factam: Deinde aliam ex argento puro massam eiusdem planè ponderis: dein tria hæc sigillatim in labrum aqua ad summum refertum immisit:

efflu



effluentem aquam subiecto altero vase diligentissimè excepit, atque hinc auri argentique portionem deprehendit. Verùm praxim Vitruuius non adiungit: idcirco nos doctrinae gratia fingamus pondus Coronae, duarumque sigillatim massarum fuisse 5 lib. Effluxisse praeterea dum aurea massa demitteretur in labrum, 3 lib. aquae, dum Corona immergeretur  $3\frac{1}{4}$  lib. aquae, dum argentea massa demitteretur  $4\frac{1}{2}$  lib. Quæstio igitur est, quanta sit auri, & quanta argenti coronae portio? Operare per regulam hoc pacto: Finge auri 3 libras: ergo relinquentur argenti 2 lib. Iam dic per regulam Proportionum, 5 lib. auri, dant 3 lib. aquae, quantum tres lib. auri? facit  $1\frac{4}{5}$  lib. aquae. Item 5 argenti lib. dant  $4\frac{1}{2}$  lib. aquae, quantum 2 librae argenti? facit  $1\frac{4}{5}$  aquae. Adde igitur aquam argenti & auri simul, scilicet  $1\frac{4}{5}$  cum  $1\frac{4}{5}$ , exurgunt  $3\frac{3}{5}$  lib. aquae: debebant autem esse  $3\frac{1}{4}$  lib. excessimus igitur scopum per  $\frac{7}{20}$ , quas nota cum prima hypothese, scilicet 3, & signo excessus. Secundo finge auri extitisse lib. 2: igitur argenti erant 3 lib. Deinde rursus dic, 5 lib. auri dant 3 lib. aquae, quantum 2 lib. auri? facit  $1\frac{1}{5}$  lib. Item 5 lib. argenti dant  $4\frac{1}{2}$  lib. aquae, quantum 3 lib. argenti? facit  $2\frac{7}{10}$ . Adde  $1\frac{1}{5}$  cum  $2\frac{7}{10}$ , exurgunt  $3\frac{2}{10}$  lib. aquae. Debebant esse  $3\frac{1}{4}$ : nam tantum aquae effluxit



effluxit dum corona immergeretur. Excessimus ergo rem ipsam per  $\frac{1}{10}$ . Operare igitur per regulam. Multiplica  $\frac{1}{10}$  per 3, exurgunt  $\frac{3}{10}$ . Item  $\frac{7}{10}$  per 2, exurgunt  $\frac{14}{10}$  quæ subtracta ex  $\frac{3}{10}$  relinquunt  $\frac{11}{10}$  siue  $\frac{5}{4}$ . Item aufer  $\frac{7}{10}$  ex  $\frac{1}{10}$ , restant  $\frac{6}{10}$  siue  $\frac{3}{5}$ . Diuide igitur  $\frac{5}{4}$  per  $\frac{3}{5}$ , proueniunt  $\frac{50}{12}$  siue  $\frac{25}{6}$ , hoc est  $4\frac{1}{6}$  libræ auri: erant ergo tantum  $\frac{5}{6}$  libræ argenti. Quod ut examines, dic, 5 libræ auri dant 5 libras aquæ, quantum  $4\frac{1}{6}$  auri? facit  $2\frac{1}{2}$  lib. aquæ. Rursus dic, 5 lib. argenti dant  $4\frac{1}{2}$  lib. aquæ. quantum  $\frac{5}{6}$  argenti? facit  $\frac{3}{4}$  lib. aquæ, quas adde cum  $2\frac{1}{2}$  lib. exurgunt  $3\frac{1}{4}$  lib. aquæ, quantum scilicet dum corona immergeretur effluxit.

Hypo.

Diffe.

Hic obiter notandum non opus fuisse Archimedi, neque cuiquam alteri, qui velit huius rei periculum facere, conficere vel auri vel argenti massas eiusdem ponderis cum corona, vel quavis alia re examinanda, sed suffecerit quæuis pars notabilis ponderis auri vel argenti.

Hæc atque infinita alia exempla licet per regulam Falsi perficere, quæ omnia recensere infiniti esset laboris, ac intolerabilis nausæ. Habet enim sub se omnes quæstiones antedictas, ac multo plures à nobis omissas: quales sunt omnes ferè quæ



quæ per primam regulam Cossæ siue Algebrae  
 absoluuntur. Tum plures earum quæ per secun-  
 dam, tertiam ac quartam eiusdem dissoluuntur,  
 quamuis meminerim Christophorum quendam Ro-  
 dolphum Ianuerum dixisse, impossibile fore, vt  
 aliquod exemplorum quæ secunda, tertia, &  
 quarta docet regula, possit per hanc absolui. Quod  
 vti ille verè dixit, ita nos ostendemus, paulùm im-  
 mutata nostra regula aliter se habere, multaque  
 per hanc possibilia esse, quæ ille impossibilia exi-  
 stimauit. Quod dico, non quòd illius industriæ ac  
 diligentie quicquam detraham, neque quod hanc  
 regulam cum illa ( quam Cossæ dicunt ) conferen-  
 dam putem, sed vt excellentiam huius regulae o-  
 stendam, nostrumque in inuentione non penitus  
 nihil valuisse ingeniolum, dum ea adiucimus,  
 quæ ab altero nunquam dicta fuerunt, quæ tamen  
 omnia à perfectione regulae Cossæ antiquissimæ,  
 quàm longissimè absunt, cum certitudine, tum  
 etiam facilitate. At quandoquidem in his exem-  
 plis, quæ per secundam, tertiam, & quartam  
 Cossæ siue Algebrae edocentur, radicum quadra-  
 tarum & cubicarum necessaria est cognitio: ad  
 harum inuentionem primùm conuertere stylum ex  
 usu mihi esse videtur, ac eousque regulae falsi ap-  
 pendicem nostrum suspendere, quo necessaria huic  
 rei,



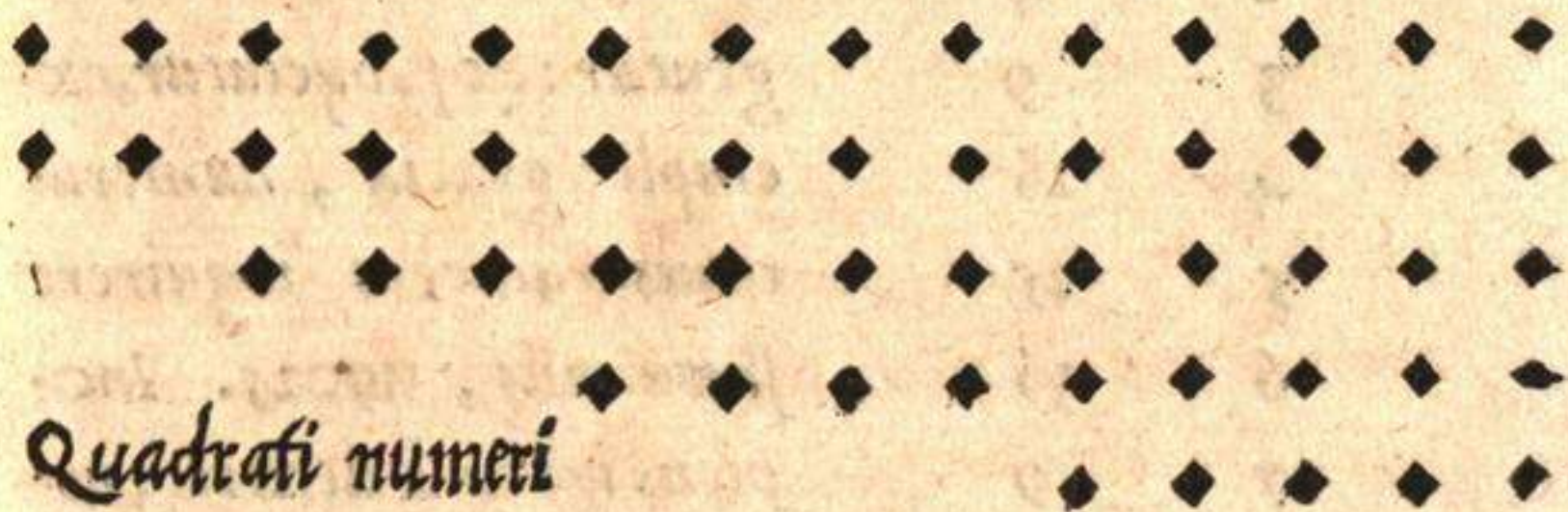
rei, multisque alijs Geometricis, ac Astrologicis  
 quæstionibus explicata fuerint præcepta.

## SEQVITVR DE RADICVM

Extractione, Primùmque de

Quadratis.

**Q**uadratum Geometræ appellant figuram  
 planam, cuius 4 latera æqualia sunt inter  
 se, omnesque anguli æquales recti, vnum verò la-  
 tus costam appellant. Talis figura producitur, si  
 linea quæcunque ducatur in latus, eousque quò  
 pertingit eiusdem lineæ longitudo.



Similiratione in Arithmetica dicimus, Qua-  
 dratum numerum, qui ita per vnitates collocari  
 potest in quadrati figuram, vt omnia latera ad  
 inuicem æqualia euadant, quales hîc annotati  
 cernuntur: latus verò vnum vocamus radicem  
 quadratam. Ac talis numerus quadratus exurgit,

si



si numerum quemuis ducas, hoc est multiplices, in latitudinem longitudini æqualem, hoc est, per seipsum: veluti quinquies 5, efficiunt 25. Dicimus igitur 25 numerum esse quadratum, cuius 5 sit radix. Inuenire igitur radicem quadratam alicuius numeri, est numerum indagare, qui in se multiplicatus, constituat numerum propositum. Hic ergo primùm oportet scire nouem radices simplices, earumque quadrata, quorum cognitio dari debet ac poni, non inquiri. Habent autem se hoc modo.

Radices.	Quadrata.	His cognitis, aliorum
1	1	numerorum maiorum ra-
2	4	dices hoc modo inuesti-
3	9	gentur: ac subiiciatur, ex-
4	16	empli gratia, numerus
5	25	cuius radicem inquirere
6	36	statuimus, II9025. Inci-
7	49	piens igitur à dextris, no-
8	64	ta primam figuram pun-
9	81	cto, deinde tertiam simi-

liter, hinc quintam, ac sic deinceps pergito notare alternas figuras vna intermissa, vt in nostro exemplo, II9025, hæ notæ præter vsum quem habet in opere, mox ostendunt quot notis scribi oporteat radicem numeri propositi. Et quoniam radicum

extractio



extractio parum à diuisione discrepet, incipe à sinistris, & numeri ultimi siue vna figura sit, siue duæ, qui est ab ultimo puncto, deinceps quære radicem: aut si non habet, accipe proximo minorem. Vt in nostro proposito numerus ab ultimo puncto, deinceps versus sinistram est 11, qui in tabula quadratorum non inuenitur: non est igitur quadratus, sed proximò minus quadratum est 9, huius radix est 3. Hanc radicem sepone ad dextram secretam semicirculari linea, quemadmodum in diuisione fieri solet: & simul quadratum illud minus, 9 scilicet, aufer ex numero à puncto ultimo deinceps posito, scilicet ex 11, restant 2, quæ supra scribe numero proposito, vt in diuisione.

At quod modò diximus 2  
 in omni radicum extractio- x x 9 0 2 5  
 ne primum esto, nec amplius . . . (3  
 repetitor, sed quod deinceps 6  
 dicitur, repetendum toties quot fuerint puncta reliqua. Dupla scilicet quicquid est per semicircularem lineam seiunctum, duplum ponas medio loco inter punctum proximum versus dextram, si vnica fuerit figura: sin duæ aut plures, collocabis reliquas ordine deinceps versus sinistram. Vt dupla 3, exurgunt 6, quæ colloca sub 9. Deinde tan-

F quam



quam hoc duplum sit diuisor, vide quoties sit in sibi suprascripto numero: quotientem hunc ascribe post lunarem lineam ad dextram, vt in diuisione: ac eundem ascribe etiam diuisori ad dextram sub puncto semper. Deinde multiplica hunc quotientem iamiam inuentum in diuisorem cum figura adiuncta. Productum aufer ex superiori suprascripto, residuum supra alias collocando, vt in diuisione. Vt quoniam 6 continentur in superiori, scilicet 29 quater, noto 4 post 3, & similiter post 6 sub puncto. Deinde multiplico 4 in 64, exurgunt 256: quæ subduco ex superioribus, scilicet 290, restant 34, quæ supra alium numerum colloco. Atque hæc adeo res est quam tantopere abhorrent iuuenum animi, ob aliorum hac in re traditionem obscuram, & labyrinthi in modum intricatam. nam quicquid reliquum est, non discrepat vel syllaba à canone iam dicto. Qui toties repetendus quot fuerint puncta reliqua, sub quibus facta non est subtractio aliqua. Vt quoniam in nostro exemplo vnus adhuc restat punctus, duplabimus iterum quicquid est in lunari linea, scilicet 34, exurgunt 68, quod duplum scribemus inter punctum

$$\begin{array}{r}
 234 \\
 119025 \\
 \dots \\
 6 \mid 4 \quad (34 \\
 256
 \end{array}$$

proxim



proximum, ponendo scilicet primam 8, sub 2, alteram 6, deinceps sub 8. Iam inquiri quoties 68 in 342, vel 6 in 34 superscripto scilicet numero, in modum diuisionis: & quoniam quinquies continetur 6 in 34, noto quinque post lunarem lineam versus dextram, & similiter post duplum sub puncto. Iam multiplico 5 in 685, exeunt 3425, quæ subducta ex superioribus nihil relinquunt. quod indicium est, numerum propositum fuisse verè quadratum. Alioqui si quicquam in vltima subductione superfuerit, tantum numerus propositus à quadrato discessit.

Hic notandum si ex multiplicatione digiti in quotiente scripti in duplum cum addita figura, plus excreuerit, quàm vt à superiori subduci possit, tum delendus est ille digitus, & in quotiente & sub puncto, & scribendus alius vnitate minor, idq; eousque faciendum, quo numerus ex multiplicatione excrescens possit ex superiori auferri. Exempli gratia, Querenda radix de 784, primus digitus erit 2, tanquam radix de 7 proxima: eius quadratum 4, ex 7 ablatum, relinquit 3: dein-

F 2 de



de dupla 2, fiunt 4, quæ posita medio loco intra puncta, diuisoris loco habentur: Quære igitur, quoties 4 in 38: Et quoniam 9 reperies, scribe 9 duobus locis dictis, deinde multiplica, exurgunt 441.

Et quoniam excedunt  
superiorem, deletis 9  
utroque loco repone 8,  
ac deinde multiplica,  
ac subtrahe ut decet.

3

7 8 4

. . .

4 9

4 4 1

(29)

3

7 8 4

4 | 8

3 8 4

Secundo notandum, si

(quando diuisor in supe-

riori non habetur, scri-

benda 0 in quotiente, uti

etiam in diuisione dictum est. At tum rursus inci-  
piendum est à Canone extractionis radicum, du-  
plando scilicet totum quotientem, &c. verum  
duplum illud ponendum est intra proxima alia  
puncta: vel si aliud non sequatur punctum, ab-  
soluta erit operatio.

Exempla.

3 6 0 2 5

. . . .

3 2

Radix.

(605

1 2 0 | 5

6 0 2 5

Aliud



## Aliud.

\* 8 3 2

8

Radix. 40, restant 32.

Ut autem firmitus hereat hic canon, vide qua-  
 ratione constructus sit. Sicut enim ex radicibus  
 quadrati numeri per multiplicationem exurgunt,  
 sic etiam ex quadratis rursus radices colligun-  
 tur. Hoc ut facilius intelligas, partire numerum  
 multiplicandum in tot partes quot scribitur figu-  
 ris, & sic multiplicationem perfice. Ut volo 23  
 in se ducere, primò ducuntur 3 in 3, deinde 3 in 2,  
 deinde 2 in 3, & postremò 2 in 2. Dissoluto autem  
 numero ducuntur 3 in 20, & 3 in 3. Item 20 in 3  
 & 20 in 20. Unde colligimus in omni multipli-  
 catione quadrata, quamlibet partem numeri sic  
 distincti semel in seipsam duci, & bis in quam-  
 cunque aliam, quod ut quarta secundi Euclidis  
 docet, sic experientia videre licet. Facile igitur  
 e contrario eruemus quadrata singularium par-  
 tium, quæ semper in multiplicationum collectio-  
 ne impares sedes obtinent. Deinde quoniam qui-  
 libet digitus bis in quoscunque alios ducitur, ideo  
 iam inuentum digitum duplamus, inquirimusq;  
 quis sit digitus qui in hoc duplum ductus, ac de-

F 3 inde



inde proximo loco in se ductus numerum sibi suprapositum deleat, sicq; pergimus donec tot habeamus digitos radiceis, quot sunt loca imparia in quadratis.

Summa igitur huius doctrinae est. Primo invenienda radix numeri, qui ab ultimo puncto versus sinistram est, &c. idq; tantum semel. Secundo duplandum quicquid in quotiente est, idq; ponendum intra puncta. Tertio diuidendum per duplum, querendo quoties in supraposito habeatur. Quarto multiplicandus digitus inuentus in duplum, cum eodem digito adiuncto. Tandem subducendum, & residuum superiori loco notandum. Ex residuo vero si quod fuerit, minutias quodammodo colliges hoc pacto: Dupla  
 18 radicem inuentam, dein unitatem adijce, huic numero tanquam denominatori suprascribito residuum.

Alio modo si velis partes quascunque colligere, nomen illarum partium duc in seipsum: quod deinde prodit, duc in numerum cuius radix querenda est. Summae huius inquire radicem, radix erit numerator partium. Exempli causa, inquirere cupio radicem de 200: igitur quoniam quadratus numerus non est, volo inuenire in minutijs siue partibus eius radicem, hoc est,  
 quot



quod centesimas vel alias partes habeat radix  
 ultra integra. Nunc ergo doctrinae gratia centesi-  
 mas libet inuenire: multiplica igitur 100 in se, hoc  
 est, in 100, exurgunt 10000, quae deinde duco  
 in 200, exeunt 2000000, huius radix 1414  
 centesima, quae sic scribi possunt  $\frac{1414}{100}$ . quoniam ergo  
 superior maior est inferiori, per regulas reductio-  
 num diuide superiorem per inferiorem, exur-  
 gunt 14 &  $\frac{14}{100}$ , hoc est  $\frac{7}{50}$ . habes igitur radicem  
 de 200 esse  $14\frac{7}{50}$  idq; satis exactè. nam ne cente-  
 sima quidem pars integri deest. Neque te fatiges  
 nimis inquirendo radicem, quia si prima inquisi-  
 tione non inueneris, nunquam radix dari poterit  
 legitimè operando. Nam plurimi numeri veris ra-  
 dicibus carent, atque hos surdos vocant.

### Examen.

Multiplica radicem iam inuentam in seipsam:  
 producto adijce residuum, si quod fuerit: si tam  
 prior summa de qua radicem inquisuisti redierit,  
 bene es operatus, alioqui erratum fuisse alicubi  
 ne dubites.

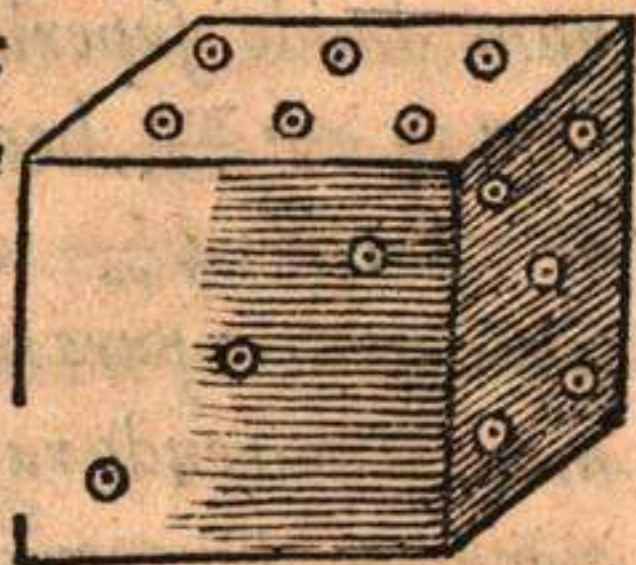
### De Radice cubica.

Quemadmodum radix quadrata, dicitur nu-  
 merus, qui in se ductus numerum constituit  
 quadratum, idq; à similitudine quadratorum  
 in Geometria, ut diximus: ita radix cubica à

F 4 cubo

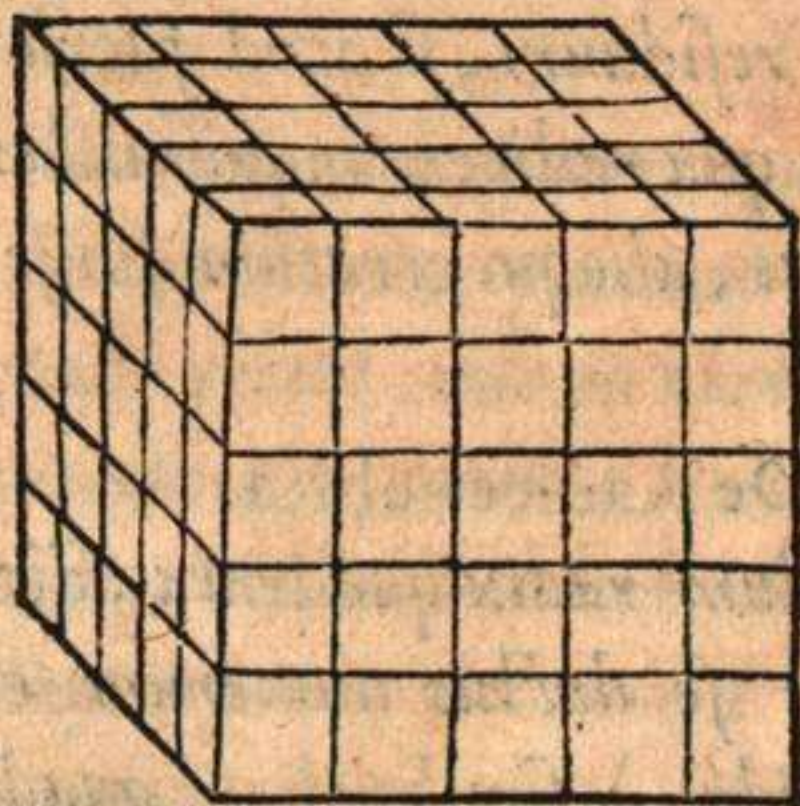


cubo Geometrico nomen sortita est. Vt enim Cubus constat primum ex ductu lateris unius in alterum (sic enim superficies constituitur) deinde ex ductu eiusdem superficiei iam procreatae in eandem lineam lateris, qualia sunt corpora ea quæ tesserae nomen habent: Ita numerus Cubicus dicitur, qui constat ex ductu numeri alicuius in seipsum, deinde ex eiusdem numeri ductu in productum. Ac talis primus numerus vocatur Radix cubica.



Cubus tessera.

Figura Cubici numeri.



Cubus 125. Radix 5.

ut



ut duc 6 in se, hoc est in 6, exurgunt 36: quæ iterum multiplicata per 6, exurgunt 216. Dicimus igitur 216 Cubum esse, 6 eius radicem cubicam.

Talem igitur radicem inquirere hoc loco docemus. Quemadmodum autem in quadratis nosse oportet novem prima quadrata, eorúmque radices, ita hîc præscire novem cubicos primos numeros, eorúmque radices oportet, qui sic habent,

*Radices. Quadrati. Cubici.*

1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Ut verò facilius sit radicum cubicarum extrahendarum ratio, aspice paucis cubicorum numerorum ex suis radicibus generationem. Contraria enim ratio erit eruendæ radicis. Si igitur numerus quispiam in se cubicè, hoc est, semel in seipsum, deinde rursus in suum productum ducatur, numerus sic generatus, cubus vocatur. Idem ille cubus producetur, si quispiam radicem suam

F s suam



suam in quotuis partes fregerit, & quamlibet  
 per se cubicè multiplicauerit partem, deinde cu-  
 iusque partes triplum in quadratum reliquarum  
 partium vicissim multiplicauerit. Hoc pulchrè  
 Cardanus in duabus partibus demonstrauit. Ve-  
 rum in Arithmeticis sufficiunt oculares demon-  
 strationes pro discipulis. Ideo subiiciamus hunc  
 numerum in se multiplicandum / cubicè 345,  
 frangam illum in suas partes, nempe 300, 40,  
 5. Multiplico quamlibet partem in se cubicè,  
 fiunt 27000000, 64000, & 125. Deinde  
 quadratum de 300, scilicet 90000, multipli-  
 co per triplum de 40, hoc est 120, fiunt 10800000.  
 Item quadratum vicissim de 40, hoc est 1600,  
 duco in triplum 300, scilicet in 900, fiunt  
 1440000. Deinde accipio has duas partes pro  
 vna, quæ erit 340, huius quadratum 115600,  
 duco in triplum reliqui numeri, hoc est in 15,  
 fiunt 1734000. Vicissim autem quadratum hu-  
 ius nempe 25, duco in triplum illius, hoc est, in  
 1020 producentur 25500. Iam tandem tres cubi-  
 cos numeros cum quatuor alijs productis colligo in  
 vnam summam, ac colligo 41063625. Hanc ean-  
 dem summam colligo si 345 in se ducam, & rur-  
 sum in suum productum. Ita contraria via cubi  
 fiunt, ac radices extrahuntur. Vides enim quo  
 modo



modo in cubi productione tot sunt cubi particulares, quot erant in radice figurae, & quilibet cubus suum locum obtinet ab altero duobus distantem locis. Deinde cuiuslibet numeri à sinistris incipiendo quadratum, ter in præcedentem multiplicatur: & vicissim, quadratum præcedentis ter in sequentes coniunctim ducitur, unde non mirum est in extractionibus radicum opposita procedi via. Poterat hoc quod diximus Geometricis demonstrationibus corroborari, sed ut diximus in Arithmetice sufficiunt inductiones ab experientia factæ, quoniam numeri sensibus subiecti sunt.

Inquisiturus ergo radicem Cubicam numeri cuiuspiam maioris quàm 1000, (minorum enim ars non existit nisi per fractiones, ut docerimus, aut ex hac tabella) primam figuram signa puncto, deinde intermissis duabus figuris, quartam, ac ita deinceps ad finem, à dextris levam versus accedendo, omiſſis duabus figuris, sequentem puncto signa, ut hic vides 41063625. Atque hic rursus ut in quadratis, quot fuerint puncta, tot erunt figurae radicem cubicam numeri propositi explicantes propter causas dictas. Vide etiam quæ sit radix cubica numeri qui est ab ultimo

timo



timo puncto deinceps ad sinistram, siue is vna figura fuerit, siue bina, siue etiam ternæ: si verò radix in promptu non fuerit, quære numerum hunc in tabella inter cubicos: quòd si non reperiatur, vide proximè minorem, eiusque radicem nota seorsum vt in quadratis. Veluti in nostro exemplo quære 41 inter cubicos. Verùm quia non habetur inter illos, accipio proximè minorem 27 scilicet, cuius radix cubica est 3, ea nota seorsum. Deinde cubicum hunc (veluti 27 in nostro exemplo) subduc ex numero proposito à puncto ultimo deinceps, scilicet 41, restant 14, ea superscribe, quemadmodum in diuisione  $\text{C}$  in quadratis dictum est.

Atque hoc in omni  
 radicum inquisitione pri-  
 mum est præceptum, nec  
 deinceps repetitur. Ve-  
 rùm sequens Canon toties repetendus est, quod fue-  
 rint puncta reliqua. Tripla scilicet quicquid in  
 quotiente est. Triplum ponito sub figura proxi-  
 ma puncto precedenti versus leuam, si plures  
 fuerint figuræ, collocentur reliquæ ex ordine.  
 Deinde rursus multiplica eundem quotientem in  
 triplum, vel quadratum quotientis tripla, idem  
 enim efficies. Producto notato, vno loco deinceps  
 versus

1 4

x x 0 6 3 6 2 5

.

.

.

2 7

(3



versus laeuam semotius quàm triplum incoeperis, & loco inferiori, vt sint iam duo numeri distincti, quorum prior triplum, alter diuisor à nobis iam vocabitur.

Per hunc diuisorem qui est triplum quadrati quotientis, diuides numerum sibi suprascriptum, adiecta tamen conditione sequenti. Diligenter considera quoties diuisor hic in numero supraposito contineri possit, hunc quotientem adscribe priori versus dextram. Deinde hunc digitum siue quotientem inuentum, duc in diuisorem, productum eidem diuisori subijce: mox eundem digitum seu quotientem duc in se, siue ( vt vocant ) quadratum deinceps in triplum, productum huic triplo subijce, & loco inferiori quàm prius productum. Tandem eundem digitum seu quotientem cubica, hoc est multiplicabis in se, rursúmque in productum: cubicum hunc sub puncto notato, & loco infimo. Tria igitur hæc producta in vnâ summam collecta, eo tamen ordine quo ponuntur, si possunt à superioribus subduci, subduc, & residuum suprascribe. Sin minus, minuendus est digitus ille quotientis eousque, ac tentandum

per

I 4							
x	x	0	6	3	6	2	5
		•	•	•			
				9	Triplum		
				27	Diuisor	(3	



per multiplicationem ac additionem, quò subdu-  
 ci possit à superiori, manente semper diuisore &  
 triplo. Vt in nostro exemplo, tripla quotientem,  
 scilicet 3, exurgunt 9: quæ scribe sub 6, deinde  
 multiplica eadem 3 in 9, exeunt 27: quæ collocan-  
 tur vna figura deinceps versus laeuam, & loco  
 inferiori. Diuide igitur 140 per 27, atque com-  
 peries quater contineri in 140. Scribe igitur 4 a-  
 pud 3: iam multiplica 4 in 27, exeunt 108, quæ  
 notanda sunt sub 27. Secundo multiplica 4 in se  
 quadratè, hoc est semel, exeunt 16, hæc duc in  
 triplum scilicet 9, exurgunt 144, collocanda  
 sub triplo. Tertio multiplica 4 in se cubicè, hoc  
 est bis, exeunt 64, statuenda sub puncto:  
 tandem collectis his tribus productis in  
 vnâ summam, prodeunt 12304:  
 quæ aufer ex superioribus,  
 suprascripto residuo

1759.



I 10 2

4 4 7 5 9

4 4 8 8 3 6 2 5

2 7 *Diuisor.* (34

I 0 8

I 4 4

6 4 *Cubus.*

I 2 3 0 4 *Summa.*

*Hæc igitur summa est totius operationis : nam quicquid deinceps restat, ne puncto quidem differt à iam dicto canone. Ne tamen per socordiam videamur defuisse studiosis, repetemus operationem canonis per exemplum propositum.*

*Tripla igitur totum quotientem, scilicet 3 4, exeunt 10 2, quæ colloca ita vt prima sit sub figura quæ proximè sequitur punctum præcedens, reliquæ ex ordine : deinde rursus multiplica totum quotientem, nempe 3 4, in triplum scilicet 10 2, surgunt 3 4 6 8 : ea colloca sub tripla, verùm vt vno loco post tripli initium sumas exordium : hic igitur numerus diuisoris vice fungitur. Vide iam quoties in superiori contineatur : quoniam ergo 3 in 17 tantum quin-  
quies*



quies habentur, adiunge 5 ad quotientem, deinde multiplica 5 in 3468 diuisorem: hinc crescunt 17340, collocanda sub diuisore. Secundo multiplica quadratum eiusdem digiti postremò in quotientem additi, quod est 25, in triplum: scilicet 102, nascuntur 2550 notanda sub triplo. Tertio, duc eadem 5 iam postremò in quotientem posita in se bis, hoc est cubicè, oriuntur 125, statuenda sub puncto. Tandem tria hæc procreata siue producta, in vnâ summam collecta, eo ordine quo posita sunt, efficiunt 1759625, quæ ex superioribus extracta, nihil relinquunt. Quod indicium est, numerum propositum ab initio fuisse verè cubicum. Atque iam inuenisti radicem cubicam eius esse 345.

Hic quoque idem notandum, quod in quadratis monuimus, dum per diuisionem nullus quotientis inueniri potest, scribendam esse in quotiente cyphram 0, ac tum rursus incipiendum à Canone: primo triplando,

triplum

$$\begin{array}{r}
 1759 \\
 \times 3625 \\
 \hline
 102 \\
 3468 \quad (345 \\
 \hline
 17340 \\
 2550 \\
 125 \\
 \hline
 1759625
 \end{array}$$



triplum verò sub figura proxima à puncto præcedente ponendo, ac reliqua ex ordine. Vide exemplum sequens, 129554316 : huius radix est 506, ac restant 100. Item huius radix 8061234 est 200, restant verò 61234. Atque ideo huiusmodi numeri non sunt cubici, neque eorum radix unquam inueniri poterit, quin semper vel minimum desit vel supersit. In partibus siue fractis tamen exactè usque adeo inquiri potest radix eorum cubica, ut parum omnino & sensum fugiens desideretur, quod hoc pacto fit : Multiplica nominatorem fractionis in se cubicè : hoc productum duc in numerum cuius radix inuenienda proponitur : totius huius producti inquire radicem cubicam, ea ostendet quot tales particulas, quales scire voluisti, contineat radix. Exempli gratia, Volo inquirere quot centesimas habeat radix cubica de 623, ob id duc in se cubicè 1000, fiunt 100000000, per hunc multiplico 623, exurgunt 6230000000 : huius radix cubica est 854, & restant 164136. Pronuntio igitur radicem cubicam de 623 esse  $\frac{854}{1000}$ , hoc est 8 integra &  $\frac{54}{1000}$ , quæ valent dimidium &  $\frac{1}{25}$ . Ita potes non solum centesimas partes, verum millesimas, & millesimarum millesimas inquirere : & non solum in integris, verum etiam in fractis siue minutijs.



## DE PARTIBVS

siue Minutiis,

**S**I partium radicem quadratam vel cubicam  
 Si uenire desideras, quære radicem numerato-  
 ris & radicem denominatoris, quæ duæ radicem  
 explicabunt, ut radix quadrata de  $\frac{1^6}{2^7}$ , est  $\frac{4}{5}$ . Item  
 radix cubica de  $\frac{2^7}{6^4}$  sunt  $\frac{3}{4}$ . Cum verò alter eo-  
 rum radice caruerit, frustra inquiras in altero,  
 ut  $\frac{1^6}{2^7}$ , quamuis radix quadrata de 16 detur: quo-  
 niam tamen 27 radicem quadratam non habent,  
 dico fractionem radice carere. Contrà 27 quamuis  
 radicem habeant cubicam, tamen fractionem ca-  
 rere dico radice cubica, quia 16 non habent radi-  
 cem cubicam. Ita  $\frac{1^6}{2^7}$  neque radicem cubicam,  
 neque quadratam habent. Potest tamen in huius-  
 modi inquiri radix in minimis particulis, & ad  
 sensum non fallens, per regulam antea datam de  
 surdis numeris in integris.

Aut si breuiori via lubet hoc negocium absol-  
 uere, præpone & numeratori & denomina-  
 tori aliquot cyphras, utrique tamen æquè mul-  
 tas. Deinde utriusque quære radicem, eritq; ra-  
 dix numeratoris numerator, & radix denomina-  
 toris denominator, minutiarum radicem expli-  
 cant



cantium, ut libet scire radicem do drantis siue  $\frac{3}{4}$ ,  
 præpono  $\mathcal{C}$  numeratori  $\mathcal{C}$  denominatori qua-  
 tuor cyphras hoc pacto  $\frac{30000}{40000}$ , deinde quero ra-  
 dicem ex 30000, quam colligo 173. Simili modo  
 quero radicem ex 40000, quæ valet 200, unde  
 concludo radicem ex  $\frac{3}{4}$  esse  $\frac{173}{200}$ .

Qualiter verò aliæ radices numerorum, qua-  
 les sunt quadrata quadratæ, quadrata cubicæ,  
 sursolida ut vocant, ac aliæ omnes in infinitum,  
 inquirantur, dicemus, si Deus annuerit, cum de  
 regula Algebra, siue Cossæ tractabimus seor-  
 sum. Iam breuibus aliquot quæstionibus vsu ha-  
 rum ostendemus, qui tamen in Geometria ac  
 Astrologia in immensum patet.

### Quæstio prima.

Turris quedam alta 200 pedes, in ambitu  
 habet fossam 60 pedum: iam ab vltiori ripa  
 ad cacumen turris fabricanda scala est: eius lon-  
 gitudinem sic inuenies: multiplica 200 in se qua-  
 dratè, exurgunt 40000: similiter 60 in se, effi-  
 ciunt 3600, quæ adde ad prius quadratum, nem-  
 pe 40000, exurgunt 43600. huius radix qua-  
 drata, scilicet  $208\frac{4}{7}$  quasi ostendit longitudinem  
 scale fabricandæ. Cuius ratio est, quoniam hîc

G 2 intell



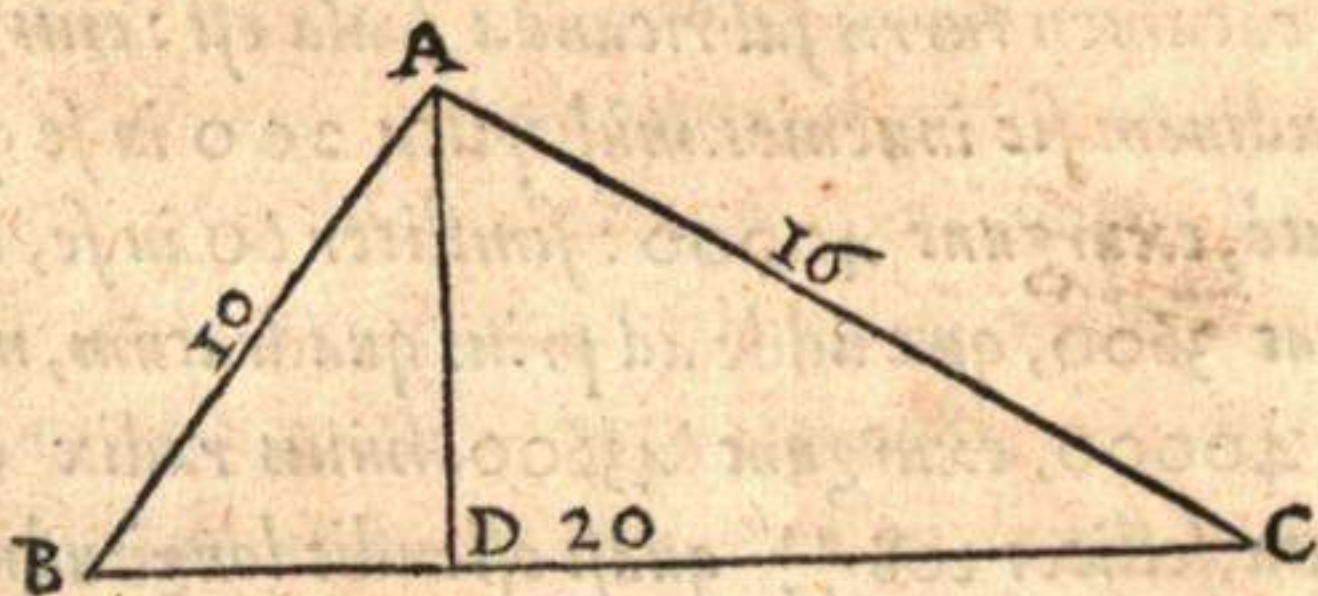
intelligitur trigonus rectangulus, cuius duo quadrata minorum laterum perpetuò tantundem faciunt, quantum maximi lateris quadratum, per penultimam primi Euclidis.

### Quaestio secunda.

Ex eodem fundamento, si habeas scalam 100 pedum, eamque remoueas 20 pedibus à turri, scies quantum protenditur in turrim. Multiplica enim 100 in se, fiunt 10000: similiter 20, sunt 400, quæ aufer ex 10000, restant 9600: cuius radix quadrata per modum iam traditum inuenta, indicabit quantum in turri protenditur scala: nempe paulò minus 98 pedibus.

### Quaestio tertia.

Proponitur ager trigonus non rectangulus, cuius tria latera sunt nota, 16, 10, 20, Verùm capacitas siue quantitas agri triangularis non potest commodè sciri, nisi cognita linea perpendi-



culari, ex angulo maiori ad latus oppositum, qualis



lis est  $AD$ , quam si multiplicaueris in medietatem  $BC$ , exurgit vera area aut superficies agri. Ergo ut lineam  $BC$ , per numeros inuenias, per decimam tertiam secundi Euclidis, multiplica vnumquodque latus in se, fiunt 100, 256, & 400: deinde adde duo maiora quadrata, scilicet 256, cum 400, exurgunt 656. Hinc aufer minimum quadratum, scilicet 100: restant 556: hæc media semper fiunt 278, ea diuide per maximum latus, scilicet 20, fiunt  $13\frac{2}{10}$  linea  $dc$ , semper maior scilicet portio basis: ergo reliqua  $BD$ ,  $6\frac{1}{10}$ . Iam ut habeas lineam  $AD$ , duc in se  $6\frac{1}{10}$  fiunt  $37\frac{1}{100}$ . Item duc in se 10, fiunt 100: aufer minus à maiori, restant  $62\frac{72}{100}$ , cuius radix quadrata longitudinem  $AD$ , perpendicularis ostendit, videlicet circiter  $7\frac{2}{10}$  &  $\frac{1}{79}$  vnus decimæ: quæ si multiplices per dimidium basis, nempe 10, exurgunt 79. tantum continet area trigoni ac amplius paulò plus  $\frac{1}{4}$ .

### Alia via.

Idem aliter efficies sine cognitione perpendicularis, hac via: Adde omnia latera, exeunt 46: hæc media, fiunt 23: hinc aufer singula latera, restant 13, 7, 3: hæc tria residua duc in inuicem: primum 13 per 7, fiunt 91: hæc per 3, fiunt 273. Hoc productum rursus multiplica per medietatem o-

G 3

mnum



mnium laterum 23. producuntur 6279: huius radicis quadrata 79, paulò plus  $\frac{1}{4}$  quantitatem area ostendit. Si velis hanc questionem clarius intueri per numeros non surdos, tum statue latera, 15, 20, 25, sic inuenies aream 150.

Vas sphericum quoddam continet 60 sextarios liquoris, eius diameter 14 palmos obtinet. Conficiendum est cubicum corpus eiusdem capacitatis cum spherico, quæritur longitudo cubici corporis. Hoc vt efficias, inquiras capacitatem sphaerae ex diametro nota: exempli gratia, statuta est 14 palmorum, hos multiplica bis in se, hoc quod vocant cubicè, fiunt 2744: deinde per regulam Geometricam ex Archimedis inuentione reperitam, duc 2744 in 11, exurgunt 30184, ea diuide per 21, inuenies  $1437\frac{1}{3}$ . Hanc enim volunt esse capacitatem sphaerae, secundum diametrum notam, hoc est, sphaeram & cubum, si eiusdem altitudinis fuerint, esse in proportione 11 & 21. Igitur si radicem cubicam de  $1437\frac{1}{3}$  inquiras, habebis latus cubici corporis quod æquale fiet spherico, scilicet 11 palmos, &  $\frac{7}{3}$ , quasi.

**A**T quoniam harum questionum Geometricarum enodationes, Geometriae non mediocre requirant peritiam, impresentiarum missas has facere statuimus, ac ad libellum de Geometria



tria praxi seruare. Et iam finem facerem, nisi in memoriam veniret promissionis de regula falsi, qua ratione ea liceat uti in exemplis secunda, tertia, & quarta regula, quam vocant Cossæ, quod ante nos nemo tentauit. Verum ut rem breuibus accipias, proponenda prius exempla sunt.

Est area quedam quadrangularis, continens in superficie 200 cubitos quadrangulos, eius longitudo est dimidio maior latitudine, quæritur & longitudo & latitudo. Per regulam ergo falsi, pone latitudinem 4 cubitorum, erit longitudo 6. duc in inuicem, exurgunt 24, debebant esse 200: absumus igitur à scopo 176. Rursus pone latitudinem 20, erit longitudo 30, duc hæc in inuicem, exurgunt 600, excedunt scopum 400. Huc vsque omnia regula falsi consonant. Sed iam multiplica hypotheses in se quadratè, & scilicet & 20, fiunt 16 & 400: hæc quadrata sint tibi hypotheses, ac deinceps cum differentijs 176 & 400 operare, ut in regula falsi docuimus: multiplica scilicet 16 per 400, fiunt 6400: similiter 400 in 176, fiunt 70400: hæc adde, exurgunt 76800: similiter adde differentias, fiunt 576. Diuide iam 76800 per 576: habes  $133\frac{1}{3}$ : huius quære radicem quadratam, ea latitudinem tibi ostendet, scilicet  $11\frac{2}{3}$  pau-



lò plus, ergo longitudo  $17 \frac{1}{3}$  paulò plus. Hi duo numeri in inuicem ducti, 200 ferè constituunt, neque vnquam vera longitudo aut latitudo numeris exprimi potest.

## REGVLA FALSI

vnus posi-  
tionis.

**H**Aec exempla & plura alia commodius faciliùsque fient per vnã positionem. Cùm enim operatus fueris cum hypothese data ad finem vsque quæstionis secundum tenorem exempli, si non assecutus es scopum, tum diuide numerum propositum, qui tanquam regula proponitur per vltimum tuæ operationis numerum: produ-  
cti quære radicem, si exemplum fuit secundæ regule Cos, aut cubicam si terciæ, aut denique radicis radicem si quartæ fuit, per radicem multiplicca primum numerum positum à te, prouenit numerus quæsitus. Quod prius propositum fuit repetamus. Sit ergo latitudo 10, erit longitudo 15, quæ duc in inuicem, prouenit 150, sed debebant esse 200. Diuide igitur 200 per 150, prouenit  $1 \frac{1}{3}$  cuius si radicem multiplices per 10, prouenit  $11 \frac{1}{2}$  quasi quæ parum à superiori differunt.

Est



Est autem hæc regula ex regula proportionum, siue de tribus numeris formata. Vnde quoque alio poteris operari modo. Dices enim, si 150 prodierunt ex 10 longitudine, unde surgent 200? Verum in hoc proposito necesse est hypothesim scilicet 10 in se ducere, vt fiat numerus superficialis, hoc est, ex duorum multiplicatione productus, quales sunt & reliqui numeri in regula positi. Est enim proportio inter quantitates eiusdem generis tantum. Ergo duc 200 in 100, fiunt 20000, quæ diuide per 150, collige  $133\frac{1}{3}$ . huius quære radicem, sic colliges longitudinem 11 cubitorum &  $\frac{1}{2}$  fermè. Eodem modo in alijs agito.

Tres sunt numeri in dupla proportione: si quadrata eorum coniungantur, efficiunt 189: finge primum 2, erit secundus 4, tertius 8, quadrata sunt 4, 16, 64, quæ simul reddunt 84, sed debebant esse 189. Diuide igitur 189 per 84, proueniunt  $\frac{9}{4}$ , cuius radix  $\frac{3}{2}$ , quæ duc in primum scilicet 2, proueniunt  $\frac{6}{1}$ , siue 3, qui erit primus numerus, secundus 6, tertius 12, quadrata 9, 36, 144, quæ simul faciunt 189, vt volebat questio.

Emi 60 vlnas panni pro aliquot aureis, qui quot numero sunt, tot vlnas habeo pro 15 aureis.

G S Volo



Volo scire aureorum summam. Pone 20. Iam dic, 20 aurei dant 60 vlnas, quot 15 aurei? facit 45 vlnas: at debebant esse 20 tantum vlnæ, quod scilicet sunt aurei. Diuide igitur 45, quia hic est tanquam scopus propositus per 20, hypothese[m] scilicet, proueniunt  $\frac{9}{4}$ , quorum radix valet  $\frac{3}{2}$ , quæ duc in 20, proueniunt 30. Aut pone precium panis 20 aur. Deinde dic, 60 vlnæ constant 20 aur. quanti 20? prodibunt per regulam  $\frac{20}{3}$ . Iam dic,  $\frac{20}{3}$  prodeunt ex 20, ex quibus prodibunt 15? Duc hypothese[m] in se, fiunt 400: hæc duc in 15, productum diuide per  $\frac{20}{3}$ , prodibunt 900, quorum radix est 30, qui est numerus quæsitus.

Quadratum propositum est, quod 154 obtinet pedes volo ex Archimedis regula circulum illi æqualem describere: quæro quanta debeat esse diameter: finge 7 pedum, igitur secundum Archimedis inuentum peripheria habet 22, aurea  $38\frac{1}{2}$ , sed debebant esse 154. igitur diuide 154 per  $38\frac{1}{2}$ , proueniunt 4, horum radix valet 2, quæ duc in 7, proueniunt 14. tantus erit dimetiens.

Mercatores aliquot inito consortio, adferunt singuli decies tot aureos quot sunt mercatores, lucrantur centenis singulis aureis bis tot aureos quot sunt mercatores, lucri dimidium ostendit quantum quisque attulerit. Quæstio est  
de



de numero mercatorum, & aureorum. Demus igitur 5 fuisse mercatores, adferunt singuli 50 aureos: summa producit 250 aureos. Lucrantur per 100, 10 aureos, quantum per 250? facit 25. huius dimidium  $12\frac{1}{2}$  debebat ostendere quantum quisque attulerat, scilicet 50. Diuide igitur 50 per  $12\frac{1}{2}$ , proueniunt 4, quorum radix quadrata 2 ducti in 5, facit 10 mercatores.

Consumpti sunt in symposio 75 denarij, soluit quisque conuiuarum tertiam partem numeri illius qui conuiuas exprimit, quot erant conuiuæ? & cetera. Finge 12, ergo quiuis soluit 4 denarios, utpote  $\frac{1}{3}$  de 12, quæ duc in 12, exeunt 48, debebant autem persoluere 75. Diuide igitur 75 per 48, proueniunt  $\frac{25}{16}$ , cuius radix  $\frac{5}{4}$ . ea multiplica in 12, exurgunt 15 conuiuæ.

Mercatores quidam ignoto numero, inito consortio conferunt singuli decies tot aureos quot ipsi sunt numero mercatores, lucrantur singulis centenis, totidem aureos quot sunt homines ipsi numero. Iterum solo lucro negociantur, & lucrantur singulis centenis ut prius: compertum autem est sortem ipsam vigesies & quinquies tantum valere quantum lucri lucrum, quot erant negociatores? & c. Finge 10, ergo singuli contri-  
buunt



buunt 100, summa facit 1000. Lucrantur per 100, aureos, ergo per 1000 lucrantur 100. Hoc lucro rursus negociantur, ac lucrantur 10, quæ debebant esse vicesima quinta pars sortis, scilicet 1000: sed vicesima quinta pars est 40, igitur diuide 40 per 10, fiunt 4, quorum radix quadrata 2, ducta in 10, facit 20 mercatores, adfert quisque 200 aureos. summa 4000, lucrantur per 100, 20: ergo per 4000, 800. Hoc lucro rursus negociantur, ac lucrantur 160, quæ multiplicata per 25, efficiunt sortem præscriptam 4000.

### EX TERTIA REGULA

Cos, siue Algebrae.

**I**N tertia regula Algebrae ubi prius multiplicasti quadratè, hinc multiplica cubicè, hoc est, bis in se. Simili ratione uti precedenti regula radicem quadratam inquisuisti, hinc cubica inquirenda est: cætera non mutantur, siue per vnâ positionem, siue per duas operatus fueris.

Murus est extruendus quadratus, qui contineat 432 lapides cubice figure. Volo autem ut longitudo latitudini sit æqualis, sed altitudo  $\frac{1}{4}$  lon



longitudinis, quæ sit longitudo, latitudo, & altitudo? Finge longitudinem 4, & latitudinem similiter 4, erit altitudo 1. Multiplica igitur longitudinem per latitudinem, 4, per 4, exurgunt 16, ea duc in altitudinem 1 scilicet, manent 16, debebant autem esse 432. Igitur diuide 432 per 16, exurgunt 27, quorum radix cubica 3, ducta in 4, facit 12. tanta erit longitudo & latitudo, altitudo 3.

Murum construere statui, cuius longitudo latitudine siue crassitie sit dimidio maior, & altitudo dimidia parte maior longitudine, continebit autem in summa 5832 lapides cubicos, hoc est, hexædros, siue sex superficierum æqualium, & laterum æqualium: queritur longitudo, latitudo, & altitudo. Finge minorem nempe crassitiem 2, erit longitudo 3, altitudo  $4\frac{1}{2}$ : duc hos in inuicem, scilicet 2 in 3, fiunt 6. hæc per  $4\frac{1}{2}$ , exurgunt 27, debebant autem esse 5832. Hæc igitur diuide per 27, exurgunt 216: harum radix cubica 6, ducta in primam hypothesim, scilicet 2, facit 12, ea erit crassitudo, longitudo 18.

Quidam incerta pecunie summa emit piperis tot lib. pro vno aureo, quanta est medietas aureorum omnium: Vendens deinde piper, acci-  
pit



pic pro 25 lib. tot aureos quot ab initio expen-  
dit, ac in fine 20 tantum aureos habuit. Quaeritur & pecuniae & piperis quantitas. Finge ipsum 50 habuisse aureos, ergo pro uno aureo emit 25 lib. piperis: si pro uno 25, quantum pro 50? facit 1250 libr. piperis. Vendit 25 lib. pro 50 aureis, ergo 1250 pro 2500, sed debebat habere tantum 20 aureos. Diuide igitur 20 per 2500, producuntur  $\frac{20}{2500}$ , siue  $\frac{2}{250}$ , aut tandem  $\frac{1}{125}$ . huius radix cubica valet  $\frac{1}{5}$ . hanc duc in 50, exurgunt 10 aurei, quos ab initio habebat mercator.

Vt autem possis notare quænam exempla sint primæ regulæ Algebrae, quæ secundæ, & quæ tertiæ & cætera, hoc est, in quibus sit inquirenda radix quadrata, in quibus cubica, & sic de reliquis: nota diligentissimè operationis processum: nam si thesis seu positio non multiplicatur per alium numerum, tunc sub prima regula cadit exemplum, nec opus est radicis extractione. Si verò semel multiplicatur per alium ex progressu operationis inuentum, tum incidisti in secundam regulam Algebrae, ac opus erit radicis quadratæ inuentione. Quòd si positio in alium per operationem inuentum ducitur, & productum rursus vel pars eius in alium, tunc cubica

radice



radice opus est. Similiter iudicabis de reliquis regulis seu radicibus secundum multiplicationis repetitionem.

Ex quarta regula Cos.

**E**T hinc idem modus operandi est qui in precedentibus, tantum mutato nomine cubi in quadrati quadratum, et radice cubica in radice radicem. Vocamus autem quadrati quadratum, numerum, qui ex ductu quadrati alicuius in se ipsum producitur, ut cum 9 sint, quadratum de 3 erunt 81 quadrati quadratum, et ratione hac 3 radice radix de 81. Radix enim de 81, valet 9, huius item radix 3.

Duo simul instituunt negociationem, sed prior quadruplo plus habet pecunie quam alter: emit idem piperis tot lib. pro vno aureo, quot habet in summa aureos. Deinde rursus vendens piper, accipit pro 16 lib. piperis tot aureos, quot valet centesima pars librarum piperis. Alter emit crocum, pro vno aureo tot lib. quot habet aureos. Vendens crocum, accipit pro vna lib. croci dimidio plus quam prior accepit pro 16 libr. piperis



piperis tandem nummos computantes, inueniunt 250. Queritur utriusque summa. Finge priorem habuisse 80, ergo posterior 20. Item emit prior pro vno aureo 80 lib. ergo pro 80 aureis 6400 lib. Vendens iam piper, accipit pro 16 lib. 64 aureos, utpote centesimam de 6400. Iam dic 16 valent 64, quantum 6400? facit 25600. Alter emit crocum pro vno aureo 20 lib. ergo pro 20 aureis 400 lib. vendit vnâ libram dimidio pluris quàm prior 16 libras piperis, scilicet pro 96. Iam dic, 1 lib. pro 96 aureis quanti 400? facit 38400. Hanc summam coniunge priori, scilicet 25600, facit 64000, sed debebant esse 250 tantum. Igitur diuide 250 per 64000, fiunt  $\frac{25}{64000}$  quæ valent  $\frac{1}{256}$ : huius radicis radix est  $\frac{1}{4}$ . nam radix prior 256, est 16, cuius deinde radix valet 4, unitatis autem radix semper est 1. Quòd autem in hac quæstione opus sit extractione radicis quadratæ ex quadrata, id in operationis progressu colligitur, ut monuimus ex multiplicationis repetitione. Ut cum dicis, emit pro aur. 80 libras, ergo pro 80 aureis 6400 lib. hîc vnâ multiplicationem perfecisti. At cum dicis 16, valent 64, quantum 6400? facit 25600. Hîc triplicem facis multiplicationem, eo quòd duo numeri propositi in regula ambo sint semel multiplicati.

Nam



Nam 6400, excreuerant ex ductu 80, in 80. Item 64, erant centesima pars ex 6400, pars verò & totum eiusdem hic estimantur naturæ: sicut qualibet pars lineæ linea est, & pars superficiei superficies. Hoc autem admonere volui, quia difficultatem habet non exiguam. Igitur multiplicata 80, per  $\frac{1}{4}$ , proueniunt 20 aurei pro priore, 5 pro altero: emit prior pro vno aureo 20 lib. ergo pro 20 aureis 400 lib. Accipio pro 16 lib. piperis 4, nempe centesimam partem de 400, igitur pro 400 libris, 100 aureos. Alter emit croci 5 lib. pro vno aureo, igitur pro 5 aureis, 25 lib. Vendit vnam lib. pro 6 aureis, hinc est quòd 25, pro 150, vendidisse constet. Iam 150 cum 100 aureis, efficiunt 250 aur. vti voluit quæstio.

Hæc adijcere tempestiuum mihi videbatur, vt radicum vsum nonnihil declararem: quas alioqui nisi huiusmodi illecebris allecti fuerint, multi tanquam Cyclopum scopulos penitus fugiunt. Scio equidem, & fateor, nihil ista esse ad perfectionem illam regulæ illius diuinæ Algebra: quum multa sint erotemata similia etiam secundæ vel primæ regulæ, quæ sine Algebra perfecta cognitione absolui nequeunt: vt interim omittam omnia quinta, sexta, septima, ac reliquarum regularum exempla, quæ perpulchrè Christophorus



stophorus Ianuer in ordinem digessit, & Hieronymus Cardanus profundissimis adinventionibus ampliauit. Sed hæc veluti præambula ac progymnasmata sint ad illa altiora, quæ aliquando, Deo fauente, in lucem dabimus, faciliori ( vt speramus ) ordine ac methodo, quàm hæctenus tractata licuit videre.

## DE PROPORTIONE,

### Pars quarta.

**P**roportionem appellant Mathematici diuersarum quantitatum ad inuicem habitum, seu rationem, Euclides λόγος appellat, Ac primum in triplicem distinguitur: In Musicam videlicet, quæ concentuum seu tonorum ad inuicem symmetriam tractat: In Arithmetica, quæ secundum qualitatem excessus proportionem metitur, veluti si dicat quis, 12 ad 8, eam habere rationem quam 16 ad 12, eo quòd vterq; excessus equalis sit. Demum in Geometricam, quam in presentiarum tractamus: Ea est duarum eiusdem generis quantitatum certa ad inuicem habitudo. Diuiditur in duplicem proportionem, nempe equalitatis & inequalitatis. Proportio equalitatis est, dum duæ quantitates equales ad inuicem, cõparantur,

vt



vt 6 ad 6, 100 ad 100. De hac nihil amplius dicendum est. Proportio inæqualitatis, quæ est dum duæ inæquales quantitates, eiusdem tamen generis, ad inuicem conferuntur: Diuiditurq; in proportionē maioris inæqualitatis & minoris: quæ sanè non alia ratione dissident, quàm quòd in illa maior ad minorem confertur, vt 6 ad 1. sextuplam habet proportionem: cōtrà 1 ad 6, proportionem subsextuplam habet, atq; hæc minoris inæqualitatis est. Verùm cum hæ non differant nisi per dictionem, sub, quam minori semper addunt, quicquid de vna dicitur, de altera intelligendū est pariter.

Proportio igitur maioris inæqualitatis & minoris, diuiditur in quinque species præcipuas, scilicet Multiplex, Superparticulare, Superpartiens, Multiplex superparticulare, & Multiplex superpartiens.

Multiplex est, cum maior minorem aliquoties exactè continet, idque amplius quàm semel, veluti 10, ad 5, item 8 ad 2. Cum igitur maior minorem bis continet exactè, tunc vocatur dupla proportio: si ter, tripla: si quater, quadrupla, ac sic de reliquis ex ordine.

Superparticularis proportio est, quum maior quantitas minorem cōtinet semel, ac vnā tantū partikulā minoris, veluti 3 ad 2, proportio-

H 2 nem



nem habet sesquialteram: 4 ad 3, proportionem sesquitertiam: 11 ad 10, proportionem sesquidecimam: ita enim nomina imponuntur omnibus. Verum hinc notandum est, huiusmodi numeros ad minimam habitudinem reduci debere, quod facile fit diuisa maiore quantitate per minorem, & fractione residua reducta ad minimos numeros, quibus scribi possint, per Canones in minutijs datos. Ut si proportionem quæ est inter 15 & 12 explicare placet, diuide 15 per 12, exurgunt  $1\frac{1}{4}$ , est igitur proportio sesquiquarta. Itẽ 16 ad 14 proportionem habet  $1\frac{1}{7}$ , hoc est sesquiseptimam: ac simili via de alijs iudicandum. Initium enim nominis est semper dictio sesqui. deinde à denominatore fractionis ex diuisione prouenientis perficitur.

Superpartiens est, cum maior quantitas minorem semel complectitur, ac insuper aliquot minoris particulas, ut 5 ad 3, proportionem habet superbipartientem tertias, continet enim 5 semel 3, ac insuper 2 tertias. Nomen igitur huius proportionis à super, initium sumit: medium est ex numeratore fractionis ex diuisione prouenientis, clauditur vero à denominatore eiusdem fractionis, Veluti si proportionem vis explicare quæ est inter 7 & 4, diuide 7 per 4, prodeunt  $\frac{3}{4}$ , vocatur



catur igitur proportio supertripartiens septimas. Item 34 ad 20, proportio est superseptupartiens decimas, vel superpartiens septem decimas, quæ sic scribitur  $1 \frac{7}{10}$ . Simili via in alijs procedendum.

Multiplex superparticularis proportio est, cum maior minorem aliquoties continet, idq; amplius quàm semel, ac præterea unam minoris particulam. Atque hîc ut proportio est ex duabus prioribus prius dictis cõposita, ita nominis quoque ratio ex illis habetur, diuidendo maiorem per minorem, ut si proportionem quæ est inter 15 & 7, explicare volueris, diuide 15 per 7. fiunt  $2 \frac{1}{7}$ . Est igitur proportio dupla sesquiseptima. Item 18 per 4, proportio est  $4 \frac{1}{2}$ , hoc est quadrupla sesquialtera, atque hinc non difficile est in alijs similiter nomen inuenire.

Multiplex superpartiens est, cum maior minorem amplius quàm semel complectitur, & præterea aliquot minoris particulas. Et hîc nomen ex duabus prioribus proportionibus sumitur, ut proportio 11 ad 4, cognoscitur, si diuidas 11 per 4, exeunt  $2 \frac{3}{4}$ , hoc est, dupla supertripartiens quartas. Item 19 ad 5, rationem habet  $3 \frac{4}{5}$ , hoc est, triplum superquatripartientem quintas, siue superpartientem tres quintas. Eadem ratio in alijs est.

H 3 DE



DE PROPORZIONE FRA-  
ctorum, siue minutiarum.

**Q**uemadmodū integrorum proportionēs di-  
gnoscuntur diuidendo maiorem per mino-  
rem, eadem via partium seu minutiarum ha-  
bitudines noscuntur per diuisionem eam quæ in  
fractis dicta est, veluti  $\frac{2}{3}$  ad  $\frac{5}{6}$ , proportionem  
habet sesquiquartam, quia  $\frac{5}{6}$  diuise per  $\frac{2}{3}$ , effi-  
ciunt  $1 \frac{3}{4}$ , siue  $1 \frac{1}{4}$ . similiter 3 ad  $\frac{2}{3}$ , ratio-  
nem habet quadruplā sesquialteram, 3 enim di-  
uisa per  $\frac{2}{3}$  efficiunt  $4 \frac{1}{2}$ .

QVA RATIONE PROPOR-  
tio quæuis continuò extendatur.

**D**atis duobus numeris sub certa habitudi-  
ne, si vis tertium illis adiungere, qui sub  
eadem proportione se habeat ad secundum, qua  
secundus ad primum: tum duc secundum in se-  
ipsum, productum diuide per primum. Ex-  
empli causa, volo tertium numerum inueni-  
re in ea proportione qua se habent 2 & 6. Duc  
in seipsum 6, fiunt 36, ea diuide per 2, fiunt 18,  
hic erit tertius numerus. Ita si libet deinceps  
quantumuis progredi, duc vltimum numerum in  
seipsum



seipsum ; productum partire per penultimum.

Hæc autem regula pendet ex Regula aurea si-  
ue proportionum : perinde enim fit ac si dicas,  
si lucrantur 6, quantum lucrabuntur 6? Tales  
autem numeri vocantur proportionales, Græ-  
cè ἀνάλογοι.

## DE MEDIO PROPOR- tionali.

**M**edium proportionale vocatur quantitas  
media inter duas, quæ ita se habet ad mi-  
nores se, quemadmodum maior ad mediam. In  
numeris inuenitur, si ducas primam in ultimam,  
tum producti radix quadrata ostendit medium  
proportionale. Vt si velim inquirere medium  
proportionale inter 3 & 12, duco 3 in 12, exur-  
gunt 36, quorum radix est 6, medium propor-  
tionale inter 3 & 12.

Item inter 4 & 9 eadē 6. Inter  $\frac{3}{4}$  & 3 inte-  
gra, duc 3 in  $\frac{3}{4}$ , fiunt  $\frac{9}{4}$ , quorū radix est  $\frac{3}{2}$ , di-  
co hinc  $\frac{3}{2}$  media esse inter  $\frac{3}{4}$  & 3, est enim  
utrobique dupla proportio. Duo autē media pro-  
portionalia inter quoscūque numeros inuenies hoc  
pactō: Minorē duc in se, productū in maiorē, quo-  
tientis radix cubica ostendit minorē numerū tan-  
quam mediū proportionale mediantē, & in pro-

II 4 portione



portione secundum, vt inter 3 & 24, sic inuenis duo media. Duc 3 in se, sunt 9. hæc duc in 24, fuit 216, cuius radix cubica 6 est, Deinde vt tertium habeas ex priori regula, duc 6 in se, sunt 36, & diuide per 3, exeunt 12. Est igitur continua proportio 3, 6, 12, 24. At in multis non dari medium proportionale, non debet male habere: cum id numerorum non ferat natura. Vt inter 3 & 8, medium proportionale est radix quadrata de 24, verum hæc in numeris non potest assignari.

## DE PROPORTIONVM

additione & subtractione.

**E**T si autem vel exiguus vel nullus est vsus harum specierum in communi rerum vsu cum tamen in Astronomicis & Geometricis rebus sint admodum necessariae, placuit eas non omittere.

Additurus ergo duas magnitudinum proportionales siue habitudines in vnâ summam, hoc est, explicaturus eas per alium numerum qui vtranque rationem complectatur: statue ipsas proportionales in terminis suis in modum minutiarum vt antea docui: Deinde multiplica denominationes has, siue (vt alij vocant) terminos in inuicem, quemad-



quemadmodum in minutijs diximus: producetur alia denominatio summam duarum proportionum complectens.

Si verò plures fuerint proportiones, tum primum prioris terminos in secunde proportionis terminos multiplica, summam hanc in tertie proportionis terminos duc, atque ita deinceps ad finem progredere: postrema multiplicatio summam ostendet omnium proportionum. Exempli gratia, placet colligere summam proportionum quæ sunt inter 6, 12, & 18. Cum igitur primi & secundi numeri proportio sit 2, hoc est dupla: secundi verò & tertij  $1\frac{1}{2}$ . hoc est sesquialtera, duco 2 in  $1\frac{1}{2}$ , proueniunt  $\frac{6}{2}$ , hoc est tripla proportio. Item statuo colligendam summam proportionum quæ sunt inter 2, 4, 10, 15, 20, 28, statuo primum terminos, qui sic se habent: 2.  $2\frac{1}{2}$ ,  $1\frac{1}{2}$ ,  $1\frac{1}{3}$ ,  $1\frac{2}{5}$ , iam duco 2 in  $2\frac{1}{2}$ , exurgunt  $\frac{10}{2}$ , hoc est quintupla proportio, deinde hæc 5 duco in  $1\frac{1}{2}$ , proueniunt  $\frac{15}{2}$ , quæ duco in  $1\frac{1}{3}$ , producantur  $\frac{60}{6}$ , siue 10, hoc est decupla proportio, deinde 10, hæc duco in  $1\frac{2}{5}$ , proueniunt  $\frac{70}{5}$ , hoc est 14. Dico ergo summam omnium proportionum esse decuplam quadruplam.

Subductionis verò contraria ratio est. Nempe diuidendi sunt termini vnus proportionis per terminos alterius proportionis. Sic enim ex se-

H. 5 ctio



Etione hac producentur termini excessum duarum proportionum significantes. Verum hinc ante omnia nosse oportet, utra proportionum maior sit, id quod clarissime denominationes siue termini earum significant. Maior enim proportio dicitur, cuius termini maiores sunt, siue cuius denominatio maior: utra autem denominationum maior sit in integris, facile est iudicare: in minutis vero artem tradidimus de minutis iudicandis. Itaque ut uno verbo dicam, subducitur una proportio ex altera, diuide maiorem per minorem, vel è contra si opus est, collocatis ipsis in terminis: tum enim proueniet excessus proportionum. Ut subducere volo rationem quae est inter 6 & 15, ab ea quae est inter 4 & 15, hoc est  $2\frac{1}{2}$ , siue duplam sesquialteram ex  $3\frac{3}{4}$ , siue tripla supertripartiente quartas: Diuido  $3\frac{3}{4}$ , vel  $1\frac{5}{4}$ , per  $\frac{5}{4}$ , producentur  $\frac{30}{20}$ , siue  $\frac{3}{2}$ , hoc est  $1\frac{1}{2}$ , siue sesquialtera proportio. Tantus est excessus duarum proportionum dictarum. Quis vero harum specierum usus sit, videre licet apud Claudium Ptolemaeum primo libro magnae compositionis. Multiplicationis vero & diuisionis proportionum nullum hinc requireres artificium, quandoquidem natura rerum non admittit in usu communi. Potest tamen ad mentem Euclidis proportio quaeuis duplicari, triplicari,



plari, & per quemcunque alium numerum multiplicari, vt ex decima finitione quinti lib. colligere licet. Fiet autem aut multiplicando toties terminos proportionis in se, quot vnitates numerus multiplicans continet, dempta 1. Vt si proportionem  $\frac{3}{2}$ , hoc est sesquialteram velim triplare, ducam 3 in se, fiunt 9, quæ rursus per 3 multiplicata, faciunt 27. Similiter 2, in se bis ducta, faciunt 8. Igitur proportio  $\frac{3}{2}$  triplicata facit  $\frac{27}{8}$  hoc est, triplam superpartientem tres octauas. Hoc idem poterat per additionem colligi vt docuimus. E contrario quoque si velis ad hunc modum proportionem in 2 secare, extrahe radicem quadratam vtriusque termini: si per 3 vis diuidere, extrahe radicem cubicam: si per 4, radicis radicem, ac sic consequenter seruato naturali ordine. Sed de his satis. De proportionalitatibus verò quas Græci ἀναλογίας vocant, nihil in presentiarum dicere statui, ne instituti mei rationem transgrediar. Hæ enim ad opificium numerorum siue praxim parum aut nihil conferunt, nisi quis ampliorem habeat Geometricarum demonstrationum vsum. Quam ob rem his nostris bene intellectis, nihil est ab alijs descriptum in hac arte (dempta illa regula Algebra) quin facile quiuis adsequatur, modò ad regulas à me dictas omnia reducat, id quod exercitatio magis magisque docebit.



## DE VSVRA.

**Q** Vanquam Christianis vel nomen vsuræ debeat esse execrandum, cùm tamen necessitas multos ad eius vsum cogat, dicam pauca de huius computatione, potissimum vt ostendam medijs proportionalis vsum extra Geometriam, de quo nunc tractauimus. Est ergo quedam vsura simplex, quæ singulis annis aliquam sortis partem exoluit, vel certis mensibus sortem æquat. Huius numeratio facillima est. Demus enim accepisse quempiam 600 aureos ad vsuram, ea lege vt post 100 menses fœnus sortem æquet, quaeritur quantum quinquennio soluet? Si ergo 100 menses lucrantur 600 aureos, quid lucrifaciunt 60 menses, siue quinque anni? ostendit regula 360 aureos, quos vltra sortem soluet, qui ad vsuram accepit 600 aureos. Vice versa si quispiam soluit pro vsura quinque annorum 300 aur. quaeritur quanta fuerit sors, permanente eadem conditione vsuræ? Dices 60 menses soluunt 300 aur. quantum 100? vnde colliges 500 aureos. Sed alia est ratio vsuræ quam Iudaicam vocant, quæ singulis annis fœnus adauget, adeò vt fœnoris fœnus singulis æstimetur annis. Exempli causa, Acceperit quispiam 800 aureos, ea lege vt fœnera-

tori



tori soluat primo anno octauam sortis partem pro  
 usura, & secundo anno non solum sortis octa-  
 uam partem, sed etiam foenoris prioris anni simi-  
 lem partem, ac sic deinceps singulis annis facta  
 auctione, quaeritur quantum quinquennio soluet?  
 Hic scire oportet singulis annis excrescere sum-  
 mam sortis & foenoris continua proportione. Ut  
 quia foenus primi anni est  $\frac{1}{8}$  sortis, erit foenus se-  
 cundi anni seorsum  $\frac{1}{8}$  sortis & foenoris primi an-  
 ni, ac sic deinceps foenus tertij anni, erit  $\frac{1}{8}$  sor-  
 tis & foenoris primi & secundi anni, unde pro-  
 portio erit continua sesquioctaua. Fac ergo quinque  
 numeros in proportione sesquioctaua ut docui-  
 mus paulò antè, sitque primus (si libet) 8, erit  
 secundus 9, tertius  $10\frac{1}{8}$ , quartus  $11\frac{25}{64}$ , quintus  
 demum  $12\frac{417}{512}$ , siue  $\frac{6561}{512}$ . Iam dic per regulam  
 proportionum, 8 soluunt in quinque annis  $\frac{6561}{512}$ ,  
 quantum 800? sic colliges simul cum sorte & fo-  
 nore adaucto,  $1281\frac{228}{512}$  vel  $1281\frac{57}{128}$ . Sed iam finga-  
 mus aliquem debere pro usura primi anni sum-  
 mam sortis & foenoris simul 4608, pro quarto ve-  
 rò anno 6561, quaeritur quanta fuerit sors & quan-  
 tum in foenus cum anatocismo cedat. Hic notabis  
 ex præcedenti declaratione inter summam primi  
 anni & summam ultimam, intercedere duas in  
 eadem proportione medias. Igitur quære duo me-  
 dia



dia proportionalia inter 4608, & 6561. Duc scilicet minorem, 4608, in se, fiunt 21233664. productum hoc duc in maiorem, scilicet 6561, exurgunt 139314069504. Huius radix cubica, 5184, ostendit minorem duarum quantitatum mediantium in eadem ratione. Igitur secundo anno soluet pro sorte & foenore cum augmento 5184. Sed sicut sors & foenus secundi anni se habent ad sortem & foenus primi anni, simul, sic summa sortis & foenoris primi anni, ad sortem solam. Igitur per regulam trium dices 5184, dant 4608? quid 4608? sic colliges sortem fuisse 4096. Si verò pro 5 annis, idem velles inquirere, tum inter duas adsignatas summas quærendum est medium proportionale, & rursus inter illud medium inuentum, duoque extrema adsignata, duo alia media. Sic tria media habebis, & duo extrema, quæ faciunt simul quinque quantitates proportionales. Si verò pro 6 annis fiat quæstio, denturque ut antè duæ extrema summa, tum necesse est 4, alias medias inuenire: verum hoc efficere difficile est, absque ampliori cognitione radicum.

Sed ut aliquid pro doctioribus adiuciam, diuidatur maior quantitas per minorem quotientis radix sursolida vocata, siue quinta, ostendit numerum, per quem multiplicata minima quan-

titas



*ticas gignit secundam, ac sic reliquas. Sic si inter duas quantitates vnā mediam velis inuenire aliter quā anteā docui, diuide maiorem per minorem, quotientis radix quadrata multiplicata in minimam, producit mediam. Si duas medias velis, diuide vt anteā, & quotientis radix cubica queratur, hæc ducta in minorem, producit secundam. Si denique tres cupis quantitates medias, diuide vt anteā dixi, maiorem per minorem, quotientis radicis radix ducta in minorem, ostendit secundam, & eadem multiplicatione continuata producuntur reliquæ omnes. Sic iudicabis de quotuis alijs quantitatibus. Hæc colliguntur ex decima finitione quinti Euclidis, & 19, octauæ propositione & similibus.*

**A P P E N D I X D E F R A C T I O -**  
**nibus Astronomicis, siue de mi-**  
**nutijs Physicis.**

**N**ON video difficultatem aliquam insignem in minutijs, siue fragmentis Physicis vel Astronomicis, verū vt sit expeditior via iuuenibus ad præclarissimas disciplinas, ad quas potissimum his nostris commentationibus adiuuare lectorem volumus, paucis-  
simis



sumis annotabo quæ possint difficilia videri. Quoniam ergo motuum astrorum temporumque dimensio ad unguem rarissimè incidit in integras mensuras, utpote annos, menses, dies, & horas: aut in circuli signa aut gradus: ideo coacti sunt artifices talia in minimas secare partes, ut exquisita constaret numeratio. Ob summam autem facilitatem placuit sexagenaria diuisio: itaque omnia integra, quæ non habent partes usu receptas, diuidunt in 60 partes, atque has vocant minuta. Minuta deinceps secant in alias 60 particulas, quas secunda nominant, secunda in 60 tertia, atque hæc rursus in 60 quarta partiuntur, sicque continuè procedunt ad decima usque, & ultra quoque si rei usus requirat. Quæcunque verò habent alias partes usu receptas, vocantur integra, aut quæ non sunt sexagesima pars alterius. Sic annos, dies, horas, circulum, signa, gradus, milliare, stadium, passus, & similia, integra vocantur, quanquam gradus vocati, dicantur apud probatos autores partes & minuta scrupula. Nos doctrinæ facilius gratia vulgò recepta vocabula seruabimus, dicturi de Additione & Subtractione, & reliquis speciebus.

Addi



## A D D I T I O .

**I**N additione illud primum obseruare oportet, vt integra sub integris, & fragmenta siue minutie collocentur sub eiusdem generis minutijs. Deinde facto initio à minimis minutijs, fiat additio in vnā summam, singulas minutias ordine colligendo. Tum verò si per additionem summa 60 superauerit, diuidēda erit summa per 60, & quot vnitates prouenerint, tot addendæ sunt proximè maiori fractioni, ac sic deinceps reliquæ colligendæ sunt, donec ad integra perueniatur. In his etiam obseruare conuenit integrorum valorem. Nam si signa proponantur communia hoc est, qualia sunt 12 in circulo, tum summa graduum diuidenda per 30, ac numerus exiens signis adiiciendus. Si verò signa fuerint Physica, quorum 6 circulum constituunt, qualia sunt ferè in tabulis Alfonsinis, tum graduum aceruus per 60 diuidatur, &c. Quoties etiam signorum communium summa 12, aut Physicorum 6 superauerit, toties illa abiiciantur prorsus, & sola residua loco signorum ponantur. Simile quoque iudicium est de alijs integris. Sed hæc satis facilia sunt callenti quatuor species Arithmetices, ideoque vno atque altero exemplo de-

I clarasse



clarasse satis videtur. Placet ex tabulis eclipsium Purbachij colligere mediocrem motum solis ad diem 12 Nouembris, & horam secundam pomeridianam anni 1547, ad quam futura putatur eclipsis solis.

	Sig.	Grad.	Mi.	Secū.
Ad An. 1460 cōpletum.	9	19	1	19
Pro 80. An. completis.	0	0	35	16
Pro 6. An. completis.	11	29	33	5
Pro Octob. completo,	9	29	38	11
Pro 12 diebus.		11	49	40
Pro 2 horis.			4	56
Summa omnium.	8	0	42	27

Summa secundorum est 147, quæ diuisa per 60, efficit 2, hæc addita minutis, faciunt simul 162, residuū verò nempe 27, subscribitur. Deinde summa minorū 162, diuisa per 60, rursus 2 producit, restantque 42, quæ subscribuntur, & 2 gradibus adiunguntur, qui omnes collecti cum illis 2, efficiunt 90, quæ diuisa per 30, (quia signa sunt communia) efficiunt 3, nihilque relinquitur: unde 0 subscribitur gradibus, & 3 adduntur signis, quæ unà cum alijs efficiunt 32. ab his abijcio 12 quoties possum, restantque 8, quæ annotantur in exemplo. Item volo inuenire mediam voca-

tam



tam coniunctionem, siue mediocrem lunarium congressum, ad eundem mensem ex iisdem tabulis. Itaque sic ago.

	Dies	Horæ	Mi.	Se.
Ad Annũ 1520 cõpletũ.	12	14	32	11
Pro An. 26 completis.	16	16	19	41
Pro Octobri completo.	8	16	30	30
Summa omnium.	46	23	31	22

Hic in minutis, & secundis eodem modo quo dictum est proceditur, verum horarum summa quæ colligitur 47, diuisa est per 24, quia tot horæ diem naturalem constituunt, residuum nempe 23 annotatur, & vnitas per diuisionem collecta diebus adijcitur.

## DE SUBTRACTIONE.

**I**N subtractione similis ordo seruandus qualis in additione, sed quoties minutia à suis minutijs subduci non possunt, tum subtrahantur ex 60, hoc est, ex vnitate minutie maioris, & residuum addatur minutijs ex quibus subtractio fieri debebat, summa subscribatur. Hoc quoties contigerit, toties vnitas additur sequenti numero subtrahendo. Si verò gradus à gradibus subtrahendi fuerint, & sub-

I 2 trahendus



trahendus superauerit illū à quo debet fieri subtractio, tunc subtrahantur ex 30, siquidem signa communia proposita fuerint, reliqua perficiantur ut dictum est. Similiter horarum numerus cum opus est, ex 24 subtrahitur. Ac eodem modo de alijs intelligendū. Exempli gratia, Collegeramus per additionem mediocrem motum Solis 8 sig. 0. grad. 42 mi. 27 secund. Ut hinc colligamus verum solis locum, iubemur subducere æquamentum, quod colligitur ex tabulis ijsdē Purbachij 1 grad. 9 mi. 53 secunda, quæ sic colloco.

Hic igitur 53 iubeor auferre ex 27, quod fieri nequit. Igitur subtraho 53, ex 60, hoc est, ex uno minuto, restant 7,

Sig.	Grad.	Mi.	Secū.
8	0	42	27
	1	9	53
7	29	32	34

quæ addita ad 27, faciunt 34, hæc subscribuntur, deinde 10 ex 42 subtracta relinquunt 32, postea unum ex nihilo auferri non potest, ideo subducitur ex 30, restant 29 gradus, quia signa sunt communia, demum vnitas aufertur ex 8 signis. Sic collegimus Solem ad tempus adsignatum occupare Scorpj 29 gradus, 32 minuta, & 34 secūda. Similiter de diebus, horis & minutijs alijs faciendum est. Ut quia collegeramus per additionem dies & horas cum minutijs pro mediocri



coniunctione liminarium, iubemur illud tempus auferre ex 59 diebus, 1 hora, 28 minutis, & 6 secundis, quæ sic collocamus.

Igitur 22 secūda ex 60, relinquunt 38, quibus addita 6, faciunt 44, deinde addimus 1 ad 31, fiūt 32, quæ abla-

Dies	Horæ	Mi.	Secun.
59	1	28	6
46	23	31	22
12	1	59	44

ta ex 60, relinquunt 28, quæ cum 28 conficiunt 56. Iam verò vnitas addenda 23 horis, fiuntque 24. quæ auferantur ex 24, quia ab 1 non possunt, sic nihil relinquitur. Ideoque 1 subscribimus & 46 diebus vnum adijcimus, summamque ex 59 auferimus, relinquuntur 12. Quòd si in subtractione integra ab integris auferri non possint, tum quoque maiora integra mutuare oportet. secundum ipsorum integrorum quæ proponuntur valorem. Vt si 6 signa communia cum 28 gradibus iubeor auferre ex 4 signis & 6 gradibus, primū subduca 28 gra. ex 30, restant 2, quæ cum 6 constituunt 8, deinde vnitatem adijcio ad 6, signa fiūt 7, quæ aufero ex 12 signis, quia tot sunt in toto circulo, restant 5 signa, quæ cum 4 signis constituunt 9, restant igitur 9 signa, & 8 gradus. Similia quiuis facile in alijs imaginabitur.

I 3 DE



## DE MULTIPLICATIONE.

**I**N multiplicatione & diuisione potissima difficultas est in inuenienda denominatione productorum. Nam quod ad multiplicationem attinet, oportet singulos numeros multiplicantis in omnes sigillatim multiplicandi numeros ducere: deinde producta eiusdem denominationis addere, & quæ 60 excedunt, per diuisionem ad maiora reducere: sic colligitur multiplicationis summa. Sed hîc admonere oportet difficultatis, quæ integris incidit. Vt si proponantur Dies, Horæ, & Minuta, multiplicanda per signa, gradus, minuta, & secunda, quoniam in multiplicando numero proponuntur duplicia integra, dies nempe & horæ, oportet illa reducere ad vnum genus integrorum. Hoc autem satis facili via potest fieri. nam horæ ad minuta diei reduci per regulam proportionum, vel per tabellas ad hoc extractas, quæ in Alfonsinis tabulis habentur. Sed breuis regula est. Multiplicatus enim horarum numerus per  $2\frac{1}{2}$ , fit numerus minutorum diei. Vel multiplica horas per 5, & medietas producti erit numerus idem minutorum diei. Hoc ubi accidit, oportet quoque reliqua minuta horarum & secunda, & quæcunque fuerint deinceps fractiones,



fractiones, ad dierum fractiones reducere, eadem scilicet via, qua horæ ad minuta dierum reducebantur. Nam si minuta horarum per  $2 \frac{1}{2}$  multiplicentur, fiunt secunda dierum. Si verò secunda horarum eo modo aucta fuerint, fient tertia dierum. Tota verò hæc res pendet ex regula proportionum. Quia enim diem volumus partiri in 60, dicimus 24 horæ valent 60 minuta, quantum 20? vel quilibet alius numerus horarum. Si verò interim per hanc reductionem numerus exurgat maior quàm 60, tunc diuidendus est numerus productus per 60, productum addendum maiori fractioni, residuum suo loco seruandum. Vno verò exemplo hanc doctrinam declarasse sat fuerit. Placet multiplicare lunæ motum diurnū per 29 dies, 12 horas, 44 mi. 3 secunda. Est autē motus lunæ diurnus ex Alfonsinis tabulis, quas sequitur Purbachius 13 gra. 10 mi. 35 secūda, 1 tertia. Hic igitur ante multiplicationem reducendi sunt numeri ad sexagenariam diuisionem. Ideoq; 3 secun. horarum multiplico per 5, diuidoque per 2, fiunt 7 tertia diei, cum dimidio, hoc est 30 quartis diei. Deinde 44 minu. multiplico per 5, fiunt 220, quæ diuido per 2, exurgunt 110 secunda diei, hæc diuido per 60, prouenit 1 minutum diei, quod seruo: relinquuntur autem 50 secunda diei,

I 4 quæ



quæ suo loco annoto. Demum 12 horas similiter duco in 5, diuidóque per 2, fiunt 30 minuta diei, quibus vnum iam antea per diuisionem collectum adijcio, fiunt postremo 29 dies, 31 mi. 50 secunda, 7 tertia, & 30 quarta diei, multiplicanda per motum lune antea positum. Hunc autem non oportet mutare, quia seruetur ordo sexagenaria diuisionis. Hoc igitur in multiplicatione & diuisione efficiendum est sedulo, vt talis ordo seruetur, hoc est, vt integra quæ proponuntur, in 60 minuta secentur absque vlla alia partitione intercedente: quælibet etiam deinceps fractiones in 60 minores particulas intelligantur diuidi. sic enim confusio denominationum productarum euitabitur. Iam verò vt denominationes productorum absque difficultate inueniri possint: pone ordine naturali denominationes quotquot velis, eisque numeros naturali serie progredientes subscribe hoc modo.

Integra, Mi.  $\bar{2}$ ,  $\bar{3}$ ,  $\bar{4}$ ,  $\bar{5}$ ,  $\bar{6}$ ,  $\bar{7}$ ,  $\bar{8}$ . &c.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Quandocunque igitur multiplicas duos numeros inter se, productum erit eius denominationis quam ostendet numerus collectus ex duobus numeris, subscriptis multiplicantium duorum denominationibus. Vt cum duco minuta in secunda, fiunt



fiunt tertia, quia 1 & 2 faciunt 3. Item cùm tertia in tertia duco, fiunt sexta, cùm integra in secunda ducuntur, fiunt secunda, cùm in tertia, tertia. Ac similiter de reliquis iudicabis. Huius autem rei demonstratio ex fractionibus vulgaribus petitur. Quia enim integrum omne hïc in 60 diuiditur, erit necessariò minutum  $\frac{1}{60}$  integri. At quia secundum est  $\frac{1}{60}$  minuti, hoc est, sexagesima sexagesima particula, erit ideo secundum  $\frac{1}{3600}$  integri, sic vnum tertium est  $\frac{1}{216000}$  integri, vnum quartum  $\frac{1}{12960000}$  integri, & vnum quintum  $\frac{1}{777600000}$  integri, qui numeri continua multiplicatione sexagenaria fiunt. Facile igitur paret ex regulis vulgarium fractionum, quòd cùm  $\frac{1}{3600}$  hoc est, 1 secundum multiplico per  $\frac{1}{216000}$  producitur  $\frac{1}{777600000}$ , hoc est, vnum quintum, sicut 2 & 3 faciunt 5. Nam vnum tertium est  $\frac{1}{216000}$  integri, vt ostendimus. Ac eodem modo de reliquis omnibus colligendum est.

Nunc igitur ad exemplum propositum accedamus. Atque vt confusio omnis euitetur, ponantur duo numeri ordine naturali, vt sequitur.

I S

Inte



<i>Integra.</i>	<i>Mi.</i>	$\bar{2}$ ,	$\bar{3}$ ,	$\bar{4}$ ,	$\bar{5}$ ,	$\bar{6}$ ,	$\bar{7}$ .		
29	31,	50,	7,	30,	<i>Multiplicandus</i>				
13,	10,	35,	1,	<i>Multiplicans</i>					
				29	31	50	7	30.	<i>Producta</i>
	17	13	34	14	22	30	<i>multipli-</i>		
4	55	18	21	15	0	<i>cationis</i>			
583	44	51	37	30	<i>sparsa.</i>				
389	57	24,	2	31	12	37	30	<i>Productū.</i>	

Primum duximus 1 tertium in 30 quarta, unde exierunt 30 septima, secundum regulam, ac sic deinceps, ut patet in primo ordine productorum. Secundo duximus 35, in omnes supremi ordinis numeros, primum verò in 30 quarta, & quia 35 secunda sunt, producuntur 1050 sexta, quæ diuisa per 60, efficiunt 17 quinta, & 30 sexta: ideoq; 30 scribo suo ordine, 17 verò seruo, post hæc duco 53 in 7, fiunt 245 quinta, quibus addo 17 quinta seruata: est igitur summa quintorum 262, quæ rursum partior per 60, fiunt 4 quarta, & 22 quinta: scribo 22 suo loco, & 4 seruo. Similiter 35 duco in 50, fiunt 1750 quarta, quia secunda ducuntur in secunda, addo nunc istis 4 quarta prius seruata, fiunt 1754 quarta, quæ diuisa per 60, faciunt 29 tertia, & 14 quarta. Ac sic perfecì reliquam multiplicationem quam adscriptam vides, multipli



triplicando scilicet singulos multiplicantis numeros in singulos multiplicandi, ac producta ubi excreuerint per 60 diuidendo. Nec opus mihi videtur ista latius prosequi, cum ex dictis & vulgari Arithmetica facilia sint. Sic igitur collegimus lunam mediocri motu percurrere 389 gradus, siue 12 signa communia, 29, gradus, 6 minuta, & reliqua quæ per multiplicationem collecta sunt in diebus 29, horis 12, minutis 44, & secundis 3. Eadem quoque ratio seruatur, cum gradus, minuta, secunda, & tertia, multiplicantur in milliaria, eorumque minuta, secunda, & tertia. At quoniam duplicia proponuntur integra, contingit non immerito dubitatio de producti denominatione: vt quia tempus multiplicauimus per motum, in questionem verti potest, quid per multiplicationem prognatum sit, tempusne an motus, hoc est, num integrorum nomine dies an gradus contineantur. Hoc autem colligemus ex propositæ questionis natura. Vt quoniam dies complectuntur motum adsignatum, erit productum de natura complexi & non complectentis, ideoque 389 integra gradus notant. Sic cum gradus & minuta multiplicantur per milliaria & minuta, productum denominabitur à milliariibus & minutis illorum, eo quòd ferè gradus ipsa milliaria complectantur. Sic enim in

Geo



Geographia dicimus gradus singulos magni circuli continere 60 milliaria Italica, in parallelis verò tantò minus quantò propius ad polum accesserint. Atque hoc modo de omnibus iudicandum est.

## DE DIVISIONE.

**I**N diuisione in primis debet constare sexagenaria illa progressio. de qua in multiplicatione abundè diximus: potissimum si quando diuisor compositus fuerit, & absque reductione diuisionem perficere voluerimus. Quando enim diuisor simplex est, nullam habet in operando difficultatem: nam singuli numeri qui in diuidendo ponuntur, sigillatim per diuisorem sunt diuidendi. Productorum verò denominationem scies ex tabella in multiplicatione posita, vbi singulis minutijs suas denominationes ordine naturali adscripsimus. Nam sicut in multiplicatione per additionem talium numerorum denominatio productorum colligebatur, ita in diuisione per subductionem, productorum denominatio cognoscitur. Subtrahenda verò est semper diuisoris denominatio à diuidendi denominatione, sic producti denominatio colligitur. Vt si 24 tertia diuidam per 6 minu-



ta, fient 4 secunda: si tertia per tertia, fiunt integra: quoniam 3 ex 3 ablata, nihil relinquunt. est autem integrorum nulla denominatio, ut antea in multiplicatione ostendimus. Atque ut ibi ex fractionum vulgarium artificio docuimus denominationes inueniri posse, ita quoque in diuisione fieri posse non est dubium. Ut quando diuido  $\frac{24}{216000}$  (sic denominatur tertia) per  $\frac{6}{60}$ , hoc est 6 minuta, ducuntur 60 in 24, & 6, in 216000, producunturque  $\frac{1440}{2196000}$ . Quod si utrunque per 6 diuiseris, redibit denominator Physicus, fientque  $\frac{240}{216000}$ , hoc est, 240 tertia: nam 216000 denominatio est tertiorum. Quod si ambos per 60 diuiseris, prodibunt  $\frac{4}{3600}$ , hoc est, 4 secunda. 3600 enim denominatio est secundorum, nec potest ad minorem fractionem Physicam reductio perducere. Sola enim diuisione sexagenaria fit progressio denominationum Physicarum: at quanquam 3600, per 60 diuidi, possunt, 4 tamen illam diuisionem non admittunt ideoque ad aliam Physicam denominationem  $\frac{4}{3600}$  non reducuntur, licet eadem hæc fractio valeat reducta  $\frac{1}{900}$ . Sed sufficit hæc indicasse studiosis, ut sciant non sine ratione dari regulas illas inueniendi denominationes Physicas. Contingit verò frequenter in diuisione diuisorem non contineri exactè in numero diuidendo. Tum sanè residuum per 60

: mul



*multiplicatum, pertinebit ad fractionem ordine sequentem. Exempli causa. Motus lunæ in die ab Alfonso statuitur 13 graduum, 10 mi. 35 secund. 1 terti. 15 quart. volo hinc discere, quantum eadem luna unius horæ spatio emetiatur. Diuidam ergo motum assignatum per 24 horas, hoc est integra. In primis non possunt 13 diuidi per 24, ideóque multiplico 13 per 60, fiunt 780 minuta, quibus addenda sunt 10 minuta quæ sequuntur. Iámque 790 diuisa per 24, fiunt 32 minuta, ac restant 22, quæ rursum in 60 ducta, faciunt 1320 secunda. His adijcio 35 secunda, unde colliguntur 1355 secunda. Hæc diuido per 24, colligo 56 secunda. Restant verò 11 secunda. Hæc multiplicata per 60 reddunt 600, quibus si 1 tertium adiecero, fiunt 661 tertia. Hæc diuido per 24, fiunt 27 tertia. Relinquuntur 13, quæ ducta in 60, efficiunt 780 quarta, quibus 15 adijcio, ac surgunt 795 quarta, quæ diuido per 24, ac colligo 33 quarta. Ac sic progrediendum est quantum libet: nos enim reliquas fractiones breuitatis gratia omisimus. Itaque motus horarius lunæ est 32 mi. 56 secunda, 27 tertia, & 33 quarta. Verùm frequenter accidit diuisorem esse compositum ex variè denominatis numeris, ac tunc maior longè incidit difficultas. Vt fingamus lunam distare secundum viæ suæ tramitem ab aliqua stella fixa 36 gradibus*



dibus, 30 minutis, 24 secundis, 50 tertijs, & 15 quartis. Queritur, quanto tempore luna spatium illud percurreret secundum mediocrem suum cursum, quem statuimus 13 gradibus, 10 mi. 35 secund. 1 tert. & 15 quart. per diem. Duplex autem in tali diuisione via potest adsignari. Altera est, vt vterque numerus, tam diuidendus quàm diuisor, reducatur ad minimam in quæstione propositam denominationem, vt hoc in loco ad quarta. Fit autem reductio talis per multiplicationem sexagenariam: quæ admodum in nostra quæstione primum multiplicauimus 36 per 60, fiunt 2160 minuta, his adijciemus 30 mi. fitque summa 2190 mi. Hæc rursus per 60 multiplicauimus, sis enascuntur 131400 secunda, quibus adiecta 24 secunda, constituunt 131424 secunda. Hæc deinceps per 60 multiplicata, faciunt 7885440 tertia. His adiecta 50 tertia, efficiunt 7885490 tertia. Demum hæc in 60 ducta, producant 473129400 quarta, quibus si 15 adijciantur, fit tota summa diuidenda 473129415 quarta. Eodem modo diuisor reductus constituit 170766075 quarta. Facta reductione diuidatur numerus diuidendus per diuisorem, & productum denominabitur ab integris. Quod verò diuidi non potest, ducatur in 60, productumque diuisum per eundem diuisorem dabit minuta:

ac



ac si deinceps quantum libet progredi licebit. Ut cum diuido 473129415, per 170766075, primò producuntur duo dies, restant verò 131597265 quarta. Hæc ducantur in 60, fiunt 7895835900 quinta, quæ deinceps diuisa per 170766075 quarta, producunt 46 minuta diei. Sunt autem residua 40595450 quinta, hæc multiplicata per 60, gignunt 2435727000 sexta, quæ si diuidantur per 170766075 quarta, colliguntur 14 secunda. Atque hoc modo procedendum ad reliquas fractiones multiplicando residua per 60, ac diuidendo per eundem diuisorem. Hic verò modus reducendi valet non solum in diuisione, cum diuisor compositus est, verum etiam in omni alia diuisione commodissimus existit. Neque verò in diuisione sola hæc ad vnã minimãmq; fractionem reductio locum habet, sed in multiplicatione quoque sæpe exercetur, id quod amplius declarare non videtur necessarium. Ipsa autem reductio haud aliter fit quàm nunc indicauimus. Multiplicatio verò per se nota. Verum productus numerus diuisione sexagenaria ad proximè maiorem fractionem reducitur, ubi si adhuc numerus superauerit 60, rursus fit diuisio, atque sic deinceps, donec ordo per diuisionem ad integra perducatur, vel ad numerum minorem 60. sed de his satis. Restat alia via diuidendi absque



absque reductione numerorum, non parvam habens difficultatem. Hanc exemplo potius quàm obscuris verborum ambagibus declarandam censeo. Ideoque proponantur ijdem numeri diuidendi, ac idem quoque diuisor, qui in questione superiori adsignabantur, ac collocentur hoc ordine.

Integr.	Mi.	2.	3.	4.	
36.	30.	24.	50.	15.	Diuidendus
13.	10.	35.	1.	15.	Diuisor.

Hic quæro, quoties 13 in 36? quia verò bis continentur, multiplico totum diuisorem per 2, fiunt 26 integra, 21 mi. 10 secund. 2 tertia, 30 quarta, quæ subtracta ex diuidendo, relinquunt 10 integra, 9 mi. 14. secund. 47 tertia, & 45 quarta. Iam quia 10 integra amplius per 13 diuidi nequeunt, resoluo ea in minuta, multiplicando per 60, fiuntque cum 9 mi. 609 minuta. His rursus diuisorem subiicio.

Mi.	2.	3.	4.	
609.	14.	47.	45.	0.
13.	10.	35.	1.	15.

Hic rursus quæro, quis sit numerus qui in diuisorem ductus totum suprapositum quàm proximè auferat. Inuenio autem 13 in 609 contineri quadragies sexies, ac satis restare pro reliquis multiplicatis

K multiplicatis



triplicatis per 46. Ideoque totum diuisorem mul-  
 tiplico per 46. minuta: siquidem diuidendo mi-  
 nuta per integra, fiunt minuta. Prodit autem ex  
 multiplicatione hic numerus 606 mi. 6. secunda,  
 50 tertia, 57 quarta, & 30, quinta. Hæc aufero  
 ex superiori secundum regulas in subductione da-  
 tas, restant 3 mi. 7 secunda, 56 tertia, 47 quarta,  
 30 quinta. Et quia 3 mi. per 13 diuidi nequeunt,  
 resoluo ea in secunda, per 60 multiplicando, sicq;  
 cum 7 additis, fiunt 187 secunda, 56 tertia, 47  
 quarta, 30 quinta. Hæc rursus diuido per diui-  
 sorem. Quoniam enim 13 in 187 continentur de-  
 cies & quater, multiplico totum diuisorẽ per 14  
 secunda: nam diuidendo minuta per integra, col-  
 ligimus secunda. Efficit autem multiplicatio 184  
 secunda, 28 tertia, 10 quarta, 17 quinta, 30 sexta.  
 Ablatis istis ex superiore restant 3 secunda, 28  
 tertia, 37 quarta, 12 quinta, 30 sexta. Per hæc ve-  
 rò licebit ulterius diuidendo progredi quantum  
 placet. Sed nobis sat esse videtur, ostendisse du-  
 plici via ad eundem finem peruenire nos posse.  
 Inuenimus enim utroque modo lunam absolutu-  
 ram spatium adsignatum, duobus diebus, 46 mi-  
 nutis dierum, & 14 secundis dierum, hoc est,  
 duobus diebus, 18 horis, & 53 minutis. Reducun-  
 tur enim minuta dierum in horas duplando ac di-  
 uidendo

uidendo



uidendo per 5, sic secunda dierum reducuntur in minuta horarum duplādo ac diuidendo per 5. Id quod ex regula proportionum colligitur: 60 enim minuta diei faciunt 24 horas, siue 5 faciunt 2: atque eodem modo de reliquis iudicandum, Qualiter verò cum multiplicatio tum diuisio per tabulam vocatam proportionalem absoluantur, hoc loco superuacaneum docere puto, cum hæc ratio sufficiat, nec illa careat sua difficultate, tum verò satis apud authores tabularum illæ tractantur.

#### De radicum extractione.

**E**Xiguus vsus est radicum quadratarum aut cubicarum in fractionibus Physicis, nec aliqua difficultas. Queruntur enim eodem modo radices, quo in vulgari Arithmetica docetur: solum verò artificium est in denominatione inuenienda. Oportet autem esse vel integra, vel denominationem parem, cum radicem quadratam inuenire volumus. Vt radix quadrata de 36 integris, est 6, integra. Itē radix quadrata de 36 secundis, est 6 mi. Item radix quadrata de 36 quartis, est 6 secunda. Oportet enim solum denominationem mediare, vt surgat denominatio radice. Quòd si numerus compositus ex varijs proponatur, is ad unicam redu-

K 2 cendus,



cendus, ut in diuisione diximus. Sic radix quadrata de 26 minutis, & 40 secundis, est 40 minuta. Nam 26 minu. valent 1560 secundas, quibus si 40 adijciantur, fiunt 1600. secunda: horum radix quadrata est 40 minuta. Si verò numerus proponitur cuius denominatio non fuerit par, reducetur ad talem denominationem. Vt volo inquirere radicem quadratam 4 graduum, 25 minutorum. Reducta ad secunda, fiunt 15900 secunda: horum radix quadrata valet 126 minuta. Quòd si exactius vellemus radicem inquirere, reducenda essent illa secunda ad quarta. Sic in cubicis oportet denominationem esse ternario diuisibilem, vel integra esse. Ideoque si talia non proponantur, reductione utendum est. Itaque radix cubica de 27 integris, est 3 integra: radix cubica de 27 tertis, 3 minuta: radix cubica de 27 sextis, 3 secunda. Demum radix cubica ex 59 integris, 19 min. 8 secundis, 24 tertis, valet 234 minuta: reducti enim numeri ad tertia, constituunt 12812904 tertia, quorum radix cubica valet 234 minuta, siue 3 integra, 54 min. Eodem modo agendum est de alijs similibus. Examinantur autem omnes iste species & operationes, per contrarias operationes. Et si quaestiones obijciantur

tur



tur ex regula proportionū, quemadmodū frequenter pro parte proportionali in tabulis inueniēda cōtingit. perficienda est regula multiplicādo, & diuidendo per has species, vt ratio regule exigit.

lucundæ aliquot quæstiunculæ.

**S**I quis petat quatuor ponderibus tantū omnia perpēdi pōdera quæ sunt ab vno vsque ad 40, ita vt non opus sit alijs ponderibus: Id efficies, si vnū pondus sit vnus libræ, secundū trium, tertiu 9, quartū 27. His enim potes omnia emeteri pondera ab vno ad 40: vt si velis efficere 21 libras, pone in altera biblance 27 & 3, in altera verò 9. Si 22 libras petis, pone in altera 27 & 3, in altera 9 & 1. Eadem ratione licebit quinque ponderibus perpendere omnia pondera ab vno ad 121 vsque, scilicet 1, 3, 9, 27, 81. Item per 6 ad 364, scilicet 1, 3, 9, 27, 81, 243.

**C**oncepit quidā numerū aliquē, quē vt indices, ita agito. Iube eū triplare cōceptū animo numerū, triplū mediare, deinde Quotientē rursus triplare, triplū hoc rursus mediare. At si in priori mediatiōe impar fuerit numerus triplus, (id enim inquirendū est) tum iube illum parem ex eo facere additione vnitatis, ac deinde mediet: tu verò ex hac additione 1 tibi reserua. Si verò in posteriori imediatione id accidat, idem iubebis eum

K 3 facere,



facere, sed tibi 2 seruabis. deinde iube illum abijcere 9, quoties potest ex ultimo suo numero, tu verò toties 4 numerabis, ac deinde adijcies si quid seruaueris. Vt, cogitauerit quispiam 7, id si triplet, erunt 21, quæ non possunt mediari, igitur adijciat 1, fiunt 22, ea mediet, sunt 11, tu verò retine 1, deinde iube vt rursus triplet 11, fiunt 33, ea rursus mediari non possunt, nisi unitate adiecta, ita erunt 34, quorum dimidium 17 ualet, tu verò 2 hic collige: iam iube illum abijcere 9, quoties potest: verùm quoniam tantùm semel id licet, 4 colliges, de reliquo nihil inquires, sed pro eo 3 tibi seruaueras, quæ cum 4 addita, 7 faciunt.

**S** I tres diuersæ res abscondantur à tribus diuersis personis, tu verò per Arithmeticam tanquam diuinus vates unicuique dicere velis quam absconderit rem, ita agito. Sint tres res a, b, c, animo tuo signatæ, personæ verò ordine animo tuo hereant, primus, secundus, tertius: tum priusquàm res abscondant, pone in medium 24 proiectiles, ex his da primo 1 in manu, secundo 2, tertio 3: deinde colloca tres res ordine, & præcipe illis, vt vbi abieris, tum singuli vnã ex his rebus quamcunq; velint abscondat, sed ea lege, vt qui absconderit a, capiat ex 18 proiectilibus relictis,  
adhuc



adhuc tot proiectiles quot habet is ipse in manu. Qui verò b absconderit, duplum capiat: qui tandem c, quadruplum. Reliquum verò in mensa aut loco aperto relinquunt. Hinc tribus rebus & personis per ordinem memoriæ infixis, secedas, quousque res absconderint, ac rationem inierint. Tum reuersus, inspice residuos in tabula proiectiles, qui perpetuò aut est 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur vnus tantum fuerit, tum primus abscondit a, secundus b, tertius c. Si duo, tum primus abscondit b, secundus a, tertius c. Reliquos ex Tabella annexa intelliges modos.

Residui		
proiecti-les.	Personæ.	Res.
	1	a
1	2	b
	3	c
	1	b
2	2	a
	3	c
	1	a
3	2	c
	3	b

Residui		
proiecti-les.	Personæ.	Res.
	1	b
5	2	c
	3	a
	1	c
6	2	a
	3	b
	1	c
7	2	b
	3	a

K 4 IACO



IACOBVS PELETARIVS  
LECTORI.

**Q** Vum viderem Gemmae Frisij Praxim Arithmetica[m] facili compendio ac luculenta[m] methodo conscriptam, sed (vt est ars ipsa offendiculis obnoxia) supra modum mendosam versari in manibus iuuenum: id negotij suscepi, vt quae securitate ingenij, vt videbatur, ac celeritate calculi exciderant, maximè verò quae à Typographorum incuria profecta essent, ea recognoscerem ac restituerem. Quae quidem commemoratio eò nõ spectat, vt ex re tã exigua laudis quicquam captare velim: immo sic statuo, authorem ipsum suo quodã iure id à me postulare, qui eius librum pro praecceptore habuerim. Atque eam ob causam quò magis officio meo satisfacerem, quò etiam Arithmeticae candidatos aliqua ex parte iuuarem, addidi Annotationes in locos aliquot qui discantibus negotium facturi ob Laconismũ videbantur: insuper de Fractionibus Astronomicis Compendium: itémque nonnulla ad Calendarij rationem pertinentia. Quae omnia sic à nobis accipies, amice Lector, vt speres nos aliquando solidius aliquid daturus. Vale. Lutetiae quarto Idus Februarij, Anno à Christo nato, 1545.



pag.6. Elementa sunt decem.) Nouenarius igitur non est ultimus simplicium numerorū, sed denarius quāuis huic proprius character non sit assignatus. Estq; admiratione dignū, quòd supra denariū numeri in seipsos recurrant, neq; vlla aliaratio numerorum excogitari potuerit, quàm ex nouē primis elementis & ipso denario cōposita. pa.7. A Chaldeis.) Alij tribuūt Phoenicibus, qui ob cōmodiorem negotiationis, quā precipuè exercebant, vsum, numerorū practicā excogitarunt, quæ postea per manus tradita in scientiam redacta est. Aegyptijs tribuitur Geometriæ inuētio. Diuidēdi enim fuerunt agrorū limites, quos Nili inundationes cōfundebant: Chaldeis Astrologia, qui & ipsi peculiari nomine Genethliaci & Mathematici dicti sunt. pa.10. Partiuuntur etiam authores.) Habet & numerus Partes species, Pariter parē, qui vsq; ad vnitatē continuè diuidi potest in æquas partes, vt 32 in 16, deinde in 8, post in 4, tandē in 2, vsq; ad 1: Pariter imparē, qui vnā tantū admittit sectionē æqualē, vt 2, 6, 10: Sic impariter parē, qui plures admittit diuisiones, sed non vsq; ad vnitatē, vt 20, 36, 48, &c. Est igitur particeps duorū priorū, pariter paris, & pariter imparis. pa.10. Possūtq; plures aliæ diuisiones numerorum fieri.) Numerus perfectus dicitur qui integrè constat ex aggregato omnium numerorum

K s qui



qui ipsum numerat, veluti 6, qui numeratur à 3, 2, 1, qui iuncti faciunt 6. Et numerus perfectus semper in 6 vel in 8 terminatur. Intra primū denarium 6 solus est perfectus: intra secundū denarium, hoc est à 10 vsq; ad 100, solus 28 est perfectus: à 100 ad 1000 solus 496: à 1000 ad 10000, 8128: & in summa vnicus reperitur numerus perfectus in quolibet decuplo augmento. Huic numero opponitur Diminutus, cuius partes numerantes ipsum non integrant. Veluti, 10 numeratur à 5, 2, 1, qui iuncti tantum octo efficiunt. Est & numerus abundans, qui à suis numerantibus superatur: vt, 12, numeratur à 6, 4, 3, 2, 1, quorū aggregatum reddit 16. Numerus primus est quem vnitas sola metitur. Numeri contra se primi dicuntur, qui nullū habent numerum cōmunem qui ipsos diuidat, vt 5, & 7, & 9 & 11, & similes. De Quadratis & Cubis dicet author suo loco. pag. 12. Collige omnes numeros.) Ea est proprietas nouenarij numero, quòd ipse mensurat equali excessu notitas collectas simplici valore aestimatas, & numerū significatum per illas ordine recto & præpostero. Vt in 84 & 48, 8 & 4 faciunt 12, à quibus ablatis 9, supersunt 3: 9 ergo numerant 84 & 48, hunc ter, illum nouies, & restant vtrinq; 3. Circuli, hoc est ciphra nō mutant superfluum eius. Hic itaq; numerus 45630, est diuisibilis per 9 præcisè: continet enim

9,5070



9,5070, hoc est quinquies millies septuagies. pa.17. Scribe digitum vnum supra alterum (&c.) Alia item ratione poteris digitorum in digitos multiplicationem expedire: scilicet vt maioris digiti distantiam à 10 accipias, postea minorem digitum à suo denario, quem denominat, toties auferas quot in numero distantie sunt unitates: Vt octies nouem, aufer à 9 unitatem qua distat à 10, & ab 80 qui est denarius ab 8 denominatus, aufer semel octo, restant 72, numerus ex vtriusq; inuicem multiplicatione consurgens. Item septies octo, aufer distantiam 8 à 10, quæ est 2: deinde à 70, qui est denarius à 7 denominatus, aufer bis septem, supersunt 56, numerus ex multiplicatione 8 in 7 consurgens. pag.33. Vt vides in exemplo, 3,6,12,24, &c.) Ne hic lector frustra distineatur, hæc progressio huc nõ spectat, quum ab unitate initium non habeat: quare numerus nono loco ponendus, non est 4608, sed 1536: quod fit manifestum diuidendo 48 per primum numerum progressionis, scilicet, 3 productum multiplicando per 96. Id enim est perpetuum in ijs progressionibus, quæ ab unitate initium non habent. Talis igitur poterit apponi progressio,

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, &c.	Volo scire numerum nono loco reponendum, multiplico 243 numerum quinario supra
0 1 2 3 4 5 6 7	



suprascriptū per 81 numerū quaternario suprascri-  
 ptū, proueniunt 19683 numerus nono loco ponendus.  
 pa.36. Artificij verò magis &c.) Hic author cō-  
 modioris disciplinae gratia tradit primū & tertiu  
 numerū de eadē re esse debere, Non est tamē adeò  
 necessariū: nihil enim refert utrū primus cū tertio,  
 an primus cū secundo de eadē sit re, modò diligēter  
 attēdamus eandē proportionē esse debere primi ad  
 secundū, quæ tertij ad quartū nobis ignotū. Vt si for-  
 mulā ab authore ascriptā sic collocemus, 3, 9, 20, in  
 idē recidet operatio: quæ & directā est, & cōfor-  
 mis doctrinæ Euclidis in 19 propositione septimi ele-  
 mentorū, vnde sumpta est hæc regula 3 quantitatū.  
 Ratio in hoc tota est, quòd nihil interest, utrū tertius  
 per mediū, aut mediū per tertiu multiplicetur, per  
 16 eiusdē septimi elementorū. pag. 37. Collocatis nu-  
 meris ordine præscripto.) Duo canones sequētes æ-  
 què atq; primus certi sunt, tamē discētibus negotiū  
 facturi, nisi in priore tertius numerus primū, & in  
 altero secundus exactè primū cōtineat. Vt in exem-  
 plo priore authoris 23, 48, 69, quoniā 69 continēt ex-  
 actè 23, in promptu est operatio. Et in altero, 22, 66,  
 106, quia 66 continent 22 præcisè, praxis facilis est.  
 Sed in hac positione 15, 36, 47, vbi primus numerus  
 neq; secundū neq; tertiu numerat, neutro modo ope-  
 rari poterit qui fractiones nō didicerit. Prima ergo  
 tra



traditio vna omnium cōmodissima. pag. 44. Atq; hic Canō generalis est. Partes ad quālibet denominationē sic reducūtur: Per numeratorē reducēdarū multiplica denominatorē earū ad quas vis reducere: productū partire per denominatorē reducēdarū, prodibit numerator tui denominatoris. Vt, volo reducere  $\frac{2}{3}$  ad sextas, hoc est, volo scire quot sextas cōtineant duæ tertiæ, multiplica 6 per 2, fiūt 12: quæ partire per 3, fiūt 4, numerator sextarū. Igitur  $\frac{2}{3}$  valent  $\frac{4}{6}$ . Itē reducēdæ sunt  $\frac{1}{6}$  ad quartas, multiplica 12 per 4, fiunt 48: quæ diuide per 16, prodeunt 3, numerator quartarū. Itaq;  $\frac{1}{6}$  valēt  $\frac{3}{18}$ . In reductione maiorū partiū ad minores, quoties aliquid reliquum fuerit, id erit pars partis, habebitq; prior fractio denominationē in recto casu à maiorū partium denominatorē qui diuisor fuerit: posterior verò in casu obliquo à denominatorē minorū. Vt, volo reducere  $\frac{3}{5}$  ad septimas: per 3 maiorū partiū numeratorē multiplica 7 minorū partiū denominatorē, fiūt 21, quæ diuide per 5 maiorū partiū denominatorē, proueniūt  $\frac{4}{7}$  et  $\frac{1}{5}$ , hoc est quatuor septimæ & vna quinta vnus septimæ. Itidē in reductione minorū partiū ad maiores, fragmentū fragmenti sumet denominationē in casu recto à minoris fragmenti denominatorē, per quem fit diuisio: alterū verò in obliquo à denominatorē maioris. Vt si  $\frac{7}{8}$  ad quintas

redu



reducere velis, duc 7 in 5, fiūt 35: hæc diuide per 8, prodeūt  $\frac{4}{5}$  &  $\frac{3}{8}$ , hoc est quatuor quinta cū tribus octauis vnius quinta. pa. 46. Diuisio. Multiplica numeratorē diuidēdi & c.) Vt cōmodius & facilius opereris in diuisione partiū, mutādus est numerator diuisoris in denominatorē, deinde eodem modo operandū vt in multiplicatione. Vt si diuidatur  $\frac{2}{3}$  per  $\frac{4}{5}$ , sic stabit exēplū  $\frac{2}{3}$ : duc 2 in 5, fiūt 10, numerator: post, 4 per 3, fiūt 12, denominator: diuisis ergo  $\frac{2}{3}$  per  $\frac{4}{5}$ , proueniūt  $\frac{1}{2}$ . pag. 46. Si denominatores sunt similes, diuide numeratorē diuidēdi per alterū.) Hoc est, ex numeratorē diuidēdi fac numeratorē, ex numeratorē diuidētis fac denominatorē. Vt si diuidēda sunt  $\frac{4}{12}$  per  $\frac{3}{12}$ , diuide 4 per duo, hoc pacto  $\frac{4}{2}$ . pag. 49. Veluti si modius tritici & c. Hæc positio nō cōuenit authoris proposito, sed oportuit maius precium modij ponere in fine quæstionis, hoc pacto: si modius tritici vaneat 8 grossis, tū pēdet panis vnius grossi 6 libris quantū deprimet panis eiusdē precij dum eadē mensura tritici valebit 12 grossos? Nā in hac positione quāto pluris vānibit triticum, tāto plus deprimet panis, manēte eodē precio ipsius. Si enim sic statuamus 8, 6, 12, multiplicatis 8 per 6, fiūt 48: quibus diuisis per 12, fiūt 4 libræ, quibus pēdebit panis. Vel sic quæredum fuit, Si modius tritici valeat 8 grossos, tū pēdet panis vnius grossi 6 libris,

quāto



quāto pluris pendebit panis eiusdē precij dū eadem mēsurā tritici uenit tantū sex grossis? Hic quanto minoris uenit triticū, tāto pluris pendebit panis. Sic igitur stabit formula, 8, 6, 6, multiplica primum per mediū, fiūt 48: quæ diuide per ultimū, exeunt 8 libræ: tāti pēdebit panis unius grossi. pa. 52. Dic equi septē dāt etc.) Hæc etiā posuio obliquè explicatur, quæ sic restitui potest. Dic, 7 equi edūt 12 mēsuras, auenæ, quot edēt 14? fiūt 24: rursus 20 dies dant 24 mēsuras, quot dabūt 15 dies? fiunt 18. Sicq; nō habet locū euersio regulæ: quæ ut locum habeat, sic potest fieri quæstio: Equi 7 edūt 12 mēsuras auenæ 20 diebus, quot diebus 14 equi edēt 15 mēsuras? Dic ergo, 7 equi dāt 20 dies, quot dies dant 14 equi? multiplica primū per secundū, fiunt 140: hæc diuide per tertiu, fiunt 10. Rursus 12 mēsuræ dāt 10 dies, quot dāt 15 mēsuræ? Utere directā operādi formā, proueniūt  $12\frac{1}{2}$  dies. pa. 58. Dic, 19 diuidet 3600 (£c.) Possumus etiā testatoris mentē sic interpretari, ut mater, filius & filia semissem & tertiam partē duntaxat bonorum inter se diuidant, quæ simul additæ efficiēt 3000 aureos. Dic ergo, 19 diuidit 3000, quantum accipiet 4, quantum 6, & quantum 9? habebit filia  $631\frac{1}{9}$ , mater  $947\frac{7}{9}$ , filius uerò  $1421\frac{1}{9}$ : Restabunt autem ex tota hereditate 600 aurei inter ceteros hæredes, si qui sint, diuidendi.

pa.



pa. 58. Is numerus est quem quærimus.) Numerū  
 minimū qui quascunq; partes denominantes conti-  
 neat, sic reperies: Multiplica primū denominatorē  
 in secundū, qui si inuicē primi fuerint, hoc est, si nul-  
 lum numerū cōmunem habeant qui ipsos numeret  
 præter vnitatē, numerus ex multiplicatione produ-  
 ctus erit minimè qui ipsos denominatores cōtineat.  
 Si verò alius præter vnitatē numerus ipsos nume-  
 ret, ex vtroq; elice numerū proportionis minimum  
 per doctrinā ab authore traditam in Canone redu-  
 ctionū: ac vide quoties hic numerus in vtroq; deno-  
 minatorū habeatur: quotiētes, vt vocāt, subnota, ac  
 per horū minorē multiplica maiorē denominatorē,  
 aut per maiorē multiplica minorē denominatorem  
 in modū crucis obliquæ, quā D. Andrea vocāt: pro-  
 ueniet numerus minimus ipsos denominatores con-  
 tinens. Deinde productū numerū confer eodē modo  
 cū denominatore sequenti, ex vtroq; elice numerū  
 proportionis minimū: per minorem quotientē mul-  
 tiplica maiorem numerū, aut minorē per maiorem,  
 quod idē est: productū erit quæsitū: sicq; cōtinuandū  
 vsq; ad vltimū denominatorē: numerus vltimò re-  
 pertus, erit minimus qui omnes has partes denomi-  
 nātes cōplectatur. Exēplū. Quærendus est numerus  
 minimus qui  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$  &  $\frac{1}{6}$  cōtineat. Multi-  
 plica primū denominationem, 2 scilicet in secundum  
 denomina



denominatorē, 3, fiunt 6. Et quia 2 & 3 sunt inuicē primi, 6 erit minimus numerus qui  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{3}$  cōtineat. Postea confer numerū productū, nempe 6, cum tertio denominatore 4, & quia in utroque binarius est proportione minimus, in 4 bis, in 6 ter contentus, multiplica 6 per 2, vel 4 per 3, exurgunt 12 numerus minimus, qui  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  &  $\frac{1}{4}$  cōtineat. Postea cōfer 12 cū quarto denominatore, scilicet. Et quia sunt contra se primi, numerus ex ipsorū inuicē multiplicatione cōsurgens, utpote 60, erit numerus minimus, qui  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , &  $\frac{1}{5}$  cōplectatur. Demū confer 60 cū 6 quinto denominatore: & quoniam senarius cōtinet unitatem sexies, 60 toties denariū, multiplica 6 denominatorem per 10, vel 60 per 1, manent ipsa 60, numerus quæsitus, nempe minimus qui  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ , &  $\frac{1}{6}$  comprehendat: hoc est, infra hunc numerū non reperietur alius qui ab omnibus ijs denominatoribus exactè diuidi possit. Item Volo minimum numerum ab his numeris 4, 10, 16 numeratū: Numerus proportione minimus inter 4 & 10 est 2, in 4 bis, in 10 quinquies contētus: multiplico 4 per 5, aut 10 per 2, fiunt 20. Rursus 4 in 20, sunt quinquies, in 16 quater: per 4 multiplico 80, aut 16 per 5, fiunt 80, numerus minimus qui hos tres numeros 4, 10, 16 exactè contineat.



pag. 63. Sic restituenda hæc formulâ.

8	2	
9	differentiæ	
II	I	
	3	
	2?	$\frac{2}{3}$
Summa. 3	dant 1, quantum	fit

I?

$\frac{1}{3}$

Dic ergo, 3 dant unâ amphorâ, quântû 2? proueniunt  $\frac{2}{3}$  prioris amphoræ valētis 8 grossos, quæ efficiunt 5 grossos cū  $\frac{2}{6}$  unius grossi. Rursus, 3 dant unâ amphorâ, quântû I. facit  $\frac{1}{3}$  alterius amphoræ valētis II grossos: hæc tertia valet 2 grossos cum  $\frac{4}{6}$  unius grossi, quæ summa iuncta cū priori, nēpe  $5\frac{2}{6}$ , faciet 9 grossos, quod erat inuestigādū. fuit itaq; hæc formula obliquè posita in prioribus exemplaribus, fo. 33. In prioribus exēplaribus sic fuit formula,

$\frac{5}{7}$

Summa. 7 facit

quæ sic restitui debet,

$\frac{2}{7}$

5?

Summa. 7 dant 1, quantum

facit


2?

$\frac{2}{7}$

pag. 66. Iã dic. 2 libræ primi argēti opus habēt 5 libris 2, &c.) Est enim eadē proportio  $\frac{2}{7}$  primi argēti ad  $\frac{5}{7}$  secūdi, quæ est duarū librarū eiusdē primi ad quinq; libras secūdi: idēq; est ac si diceres,



$\frac{2}{7}$  primi opus habet  $\frac{5}{7}$  secundi, quantum desiderat. Sed operatio per integra facilior, pag. 66. Examen huius regulæ est, &c.) Vt in vltimo exemplo, numerus secundi argenti inuentus est  $\frac{5}{7}$ , per hunc multiplica  $\frac{2}{7}$ , quæ significat præciū ipsius secundi argenti, fiunt  $\frac{10}{49}$ . Rursus numerus primi argenti, inuentus est  $\frac{2}{7}$ , per hunc multiplica,  $\frac{1}{7}$  quæ significant præciū primi argenti, proueniunt  $\frac{2}{49}$ . Adde ergo  $\frac{10}{49}$  cum  $\frac{2}{49}$ , fiunt  $\frac{12}{49}$  hoc est, 22 integra, quæ est summa primū cōstituta. pag. 75. Cū tamen & per eandem fieri possit.) Per regulā falsi potest talis constitui figura.

Hyp. 24 

Hyp. 28 

Multiplica 24 per  $1 \frac{1}{3}$ , proueniunt 32. Item 28 per 4, fiūt 112, à quibus aufer 32 (errores enim sunt similes) restāt 80 similiter aufer  $1 \frac{1}{3}$  à 4, manent  $2 \frac{2}{3}$ , per hæc diuide 80, proueniūt 30, sicut & per regulam proportionum. pag. 86. Dupla radicem inuentam, dein unitatem adijce.) Unitatem, non quæ notarum numerum, sed tantum primam notam augeat. Exemplum, Volo radicem huius numeri 1939. Ea est 44: & quia supersunt 3, duplo radicem, fiunt 88: his addo 1, fiūt 89: quibus superscribo ternarium qui reliquus erat. dico ergo radicem 1939 esse  $44 \frac{3}{9}$  precisè.



DE FRACTIONIBVS ASTRO-  
nomicis compendium: Ac primò de earum  
vsu, serie ac denominatione.

**F**ractiones Astronomicæ, quas vulgò Physicas  
vocāt, ad motus cœlestes seu circulares suppu-  
tādos potissimum spectāt. Circulus 12 signis cōstat.  
Signū 30 gradibus, Gradus 60 minutis, Minutū 60  
secūdis, Secundū 60 tertijs, Tertiū 60 quartis: &  
sic cōtinuè pergēdo per sexagenariū decremētum  
quoad placuerit: etsi hāc progeSSIONē vix aut nū-  
quā vsq; ad decima supputationū vsus admittat.  
Quēadmodū in vulgarib. calculis, præcipuè attēdi-  
tur denarius numerus, sic in fractionib. Astrono-  
micis sexagenarius, utpote oīm numerorū qui in-  
tra cētum sunt, aptissimus ad diuisionē recipiēdā.  
Habet enim partes duas, tres, quatuor, quinque, sex,  
decē, duodecim, quindecim, viginti, triginta. Vnde  
quāuis signa cōmunia 30 tātum gradibus cōstent,  
tamē ad cōmodiorē motuū & tabularū supputa-  
tionē, Astronomi ex duobus signis cōmunibus vnū  
maius Signum efficiunt, sicut Signū 60 gradus cō-  
tineat, & totus circulus 6 duntaxat Signis cōplea-  
tur: 60 signa vnum Secundum maius efficiunt: 60  
Secunda vnum Tertiū: 60 Tertia vnum Quartum:  
& sic seriatim ac sursum eundo per continuum  
augmentum sexagenarij numeri. Sed huiusmodi  
cōsecutiones quæ signa trāscendunt quæq; impro-  
priè



priè fractiones nuncupantur, rarissimè cadunt in  
 usum. Itaq; signa cõmunia in maiora eõuertenda  
 sunt priusquã Additionẽ, Subtractionem, & reli-  
 quas operationes Astronomicas aggrediare. Scio  
 aliorum rationẽ esse diuersam in statuendis deno-  
 minatoribus maiorum fractionũ, qui huic speciei  
 quã nos hìc Secundorum nomine appellamus, Pri-  
 morum denominationẽ tribuunt: & quæ Tertia  
 dicimus, Secunda vocant. Nos verò par esse duxi-  
 mus gradus in medio collocari, quorum denomi-  
 natio per 0 significatur: minorũ per 1, secundorũ  
 per 2 & c. Sic Signorũ denominationẽ voluimus  
 per 1 representari, deinde proximè maioris fra-  
 ctionis per 2. proximè itẽ maioris per 3, & c. quasi  
 sic stet formulæ series. 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4, & c.  
 Hoc est, Quarta (scilicet maiora) Tertia, Secũda  
 Signa, Gradus, Minuta, Secunda, Tertia, Quarta.  
 Nemo igitur eo nomine offendi debet, quum disci-  
 plinæ ipsius norma nullo pacto peruertatur: quin  
 etiã canones Multiplicationis & diuisionis hac ra-  
 tione longè faciliores ac generaliores redduntur.  
 Sicut in fractionibus vulgaribus duo sunt nu-  
 meri, nẽpe numerator & denominator, ita & in  
 Astronomicis: Sed usus inualuit vt hìc numera-  
 tor inferiori, denominator superiori parte pond-  
 tur, contrà quàm in fractionibus vulgaribus.



Quoniã fractiones Astronomicae aliae ex alijs cõflantur & dependent, fit vt vna quæpiã minor denominatio sine aliarũ præcedentiũ annotatione non ponatur. Vt si 12 minuta & 20 secunda velim designare, ea sic exprimam. S. O. g. O. m. 12. ̄. 20. Item 3 signa cum 25 minutis. S. 3. g. O. m. 25.

### Additio.

1 Sicut in additione integrorum simplices notæ simplicibus, denæ denis, ac centenæ centenis directè subscribuntur: ita in additione fractionũ Astronomicarum signa signis, gradus gradibus, minuta minutis: & in summa quælibet fractio, sui generis fractioni subiici debet.

2 Cuiuscũq; generis fractio nõ excedit 59: quoties enim 60 attingit, ad anterioreẽ ordinem pertinet. Vt, nõ rectè annotabis. 25 gradus cum 76 minutis: sed 26 gradus cum 16 minutis. Praxis.

3 Signa cõmunia ad signa maiora reducito, vt monuimus: deinde quodlibet genus fractiõis suo loco disponito, sic vt eadẽ denominatio eidẽ denominationi supposita sit. Et initiũ faciẽs à dextro & ultimo loco, adde inuicẽ quascũq; sub eodẽ titulo repereris, easq; sub trãsuersa linea reponito quẽadmodũ in integrorũ additiõe fieri solet, & sub proprio titulo: sicq; per ordinẽ singulorũ locorũ seu titulorum numeros simul addere non desines, donec

omnes



omnes ad vltimū absolueris. Exēpli gratia, Ad-  
denda sunt signa cōmunia 2, gradus 16, minuta  
25, secunda 17, tertia 21, quarta 27 cum signis 4,  
gradibus 20, minutis 18, secundis 22, tertijs 30, &  
quartis 12. Reductis duobus signis ad vnum, &  
quatuor ad duo, sic stabit formula:

S. g. m. 2. 3. 4.

1. 16. 25. 17. 21. 27.

2. 20. 18. 22. 30. 12.

---

3. 36. 43. 39. 51. 39.

Hæc facilior est quā quæ declarari debeat: quo-  
ties enim aggregatū fractionū vnius loci nō supe-  
rat 60, nihil differt operatio ab additiōe integro-  
rū. Si desideres exēplū in signis cōmunibus, eadē  
positio diuersam habebit operationem, hoc pacto:

S. g. m. 2. 3. 4.

2. 16. 25. 17. 21. 27.

4. 20. 18. 22. 30. 12.

---

7. 6. 43. 39. 51. 39.

Si verò ex vnius loci additiōe excreuerit nume-  
rus supra 60, ea 60 ad anteriorē ordinē pertinet,  
ideoq; vnitas addēda erit proximæ notæ sequentis  
tituli. Nā sicut in integrorū supputationibus de-  
narius numerus alicuius loci per solam vnitatem  
anterioris loci significatur & suppletur, ita sexa-  
genarius numerus alicuius fractionis Astrono-



micæ per unitatē anterioris fractionis denotatur. Exēplū, Addēda sunt signa 5, gradus 40, minuta 33, secūda 55, tertia 45, & quarta 24, cū signis 7, gradibus 25, minutis 22, secundis 18, tertijs 47, & quartis 53. Primū incipe à quartorū additione hoc pacto: 3 & 4 faciūt 7, ea scribe sub linea trāsuerſa, & sub quartorū titulo: 5 & 2 itidē faciunt 7, quæ quoniā denariorū locū occupant, 7 denas quartorū significāt, à quibus aufer 6 ( ea sunt 60 ) manet 1, quē subscribe post 7, ac sub eodē titulo quartorū, & 6 serua: inde ad tertiorū ordinē veniens pro 6 seruatis adde 1 priori notæ tertiorū, scilicet 7, fiunt 8, quæ cū 5 faciūt 13, scribe 3: deinde adde 1 ad 4, fiunt 5, quæ cū 4 faciūt 9: ex quibus aufer 6, manēt 3, quæ subscribe post priorē ternariū: & pro 6 retentis adde 1 priori notæ sequentis ordinis secundorū, fiunt 9: quæ cū 5 faciunt 14, scribe 4 sub secundorū titulo: postea adde 1 ad 1, fiunt 2, quæ cū 5 faciūt 7. subscribe 1, retine 6: pro quibus adde 1 sequenti notæ minorū, fiunt 3, quæ cū 3 faciūt 6. quibus subscriptis iunge 2 cum 3, fiunt 5, quæ subscribe post 6. Inde ad graduum ordinem venies, cuius prima nota est 5, quæ cum 0 manēt eadem; hæc scribe sub graduum titulo: deinde iunge 2 cum 4, fiunt 6. quæ serua. Tandem ad signa peruenis, & pro 6 seruatis adde 1 ad 7, fiunt 8, quæ

cum



cum 5 faciunt 13, scribe solam unitatem, & 12 re-  
tine, seu reijce, quæ duos circulos faciunt. Erit igi-  
tur formula eiusmodi.

S. g. m. 2̄. 3̄. 4̄.

5. 40. 33. 55. 45. 24.

7. 25. 22. 18. 47. 53.

1. 5. 56. 14. 33. 17.

Sequens additio sursum eundo peruenit usque ad  
secunda maiora quæ 60 signa efficiunt.

Sec. Sig. g. m. 2̄. 3̄. 4̄. 5̄.

24. 32. 0. 25. 15. 34. 54.

36. 12. 0. 26. 19. 33. 55.

48. 45. 0. 27. 17. 35. 56.

49. 29. 1. 18. 49. 44. 45.

Subtractio.

1 Si fractiones subtrahendæ non superent eas à  
quibus fit subtractio, potestate aut numero, facilis  
est operatio: nihil enim differt ab integrorum subdu-  
ctione. Ut si auferenda sint signa 2, gradus 7, minu-  
ta 12, secunda 25, & tertia 26, à signis 3, gradibus  
10, minutis 17, secundis 45, & tertijs 54, sic stabit  
formula.

S. g. m. 2̄. 3̄.

3. 10. 17. 45. 54.

2. 3. 5. 20. 28.

2 Si verò numerus subducendus alicuius gene-

L 5 ris



ris superet numerum eiusdem generis unde fit sub-  
 ductio, mutuare 1 à propinquiori nota superioris or-  
 dinis, quæ præsentis generis 60 unitates representa-  
 bit, ea 60 adiunge numero à quo fit subductio, à col-  
 lecto aufer subducendū numerum. Quòd si propin-  
 quior illa nota superioris ordinis nō sit significatiua,  
 sed 0, mutuare ab eius sinistro elemento. Quòd si  
 etiam nullum sit, accipe ab vltiori fractionis ge-  
 nere. Deinde facta subductione, pro ijs 60 adde 1 se-  
 quenti elemento proximi generis subtrahēdorum,  
 productū aufer à superiori simili modo. Exemplum:  
 subtrahenda sunt signa 2, gradus 22, minuta 45, se-  
 cunda 44. Et tertia 59, à signis 4, gradibus 0, mi-  
 nutis 40, secundis 46 Et tertijs 37. Primum quoniā  
 9 à 7 non possunt auferri, aufer à 17, supersunt 8, quæ  
 scribe sub transuersa linea sub titulo tertiorum, Et  
 pro 10 adde 1 sequenti elemento, fiunt 6, quæ quum  
 neque possint auferri à 3, mutuare 1 à proximo ge-  
 nere secundorum, quæ 6 denas tertiorum represen-  
 tabit, sic vt cum 3 fiant 9, è quibus retine 6, super-  
 sunt 3, quæ scribe sub titulo tertiorum : ac pro 6 ad  
 proximā notam secundorum adde 1, fiunt 5, quæ au-  
 fer à 6, restat 1, quam scribe sub secundorum titulo.  
 Deinde 4 aufer à 5, restat 1, eam subnota post prio-  
 rem. Tum sequentis ordinis proximo elemento adde  
 1, fiunt 6: quæ quoniam à 0 non potes auferre, aufer



à 10, restant 4, quæ scribe sub minorum titulo, & proximo quaternario adde 1, fiunt 5, quæ quum à 4 auferre non possis, mutuare 1 à proximo genere. Vbi quia nihil reperitur, mutuare ab ulteriori genere (signorum scilicet) quæ vnitas cum 6 denas minorum valeat, cum 4 faciet 10, à quibus aufer 5, restant 5, ea subscribe. Postea ad proximam notam auferendi numeri, videlicet graduum, adde 1, fiunt 3, quæ aufer à 10, restant 7, hæc subscribe, & adde 1 binario sequenti, fiunt 3: quæ quoniam non possunt auferri à loco vbi nihil est, mutuare rursus 1 à proximo genere signorum, quæ faciet 6 denas graduū, à quibus ablatis 3, restant 3. Vltimò peruenis ad signorum titulum, vbi reperis 2, quibus adde 1, fiunt 3, quæ aufer à 4, restat 1, estque operatio absoluta. Sequitur formula.

S.	g.	m.	̄.	̄.
4.	0.	40.	56.	37.
2.	22.	45.	44.	59.
<hr/>				
1.	37.	55.	11.	38.

In Tabularum calculis aliquando contingit vt fractiones tum potestate tum numero maiores, à paucioribus & minoribus sint auferenda. Vbi integrum circulum, hoc est, 6 signa mutuari oportet, vt vides in hac positione. Hæc autem reijciuntur in additione.



S. g. m. 2. 3.

2. 27. 33. 50.

4. 38. 39. 44. 46.

3. 48. 54. 5. 14.

## Multiplicatio.

1 *Fractionum Astronomicarum Multiplicatio & Diuisio tribus modis absoluuntur: Primo per reductionem ad minimum genus: Altero per Tabulam tabularum ad omnes supputationes inseruientem: Tertio per tabulas sinuum. Hic duntaxat primum modum attingemus, tum quod pagina minor est quam qua tabulas capere possit: tum etiam quod nihil promiserimus aut instituerimus aliud quam copiosè docere. Porro Multiplicatio per tabulam proportionum etsi facilis ac expedita sit, diuisio tamen per ipsam non minus est tædiosa (ea plerumque occurrunt operationes) quam per reductionem ad minimum genus.*

2 *Quantum igitur ad multiplicationem attinet, summa artis est. Adde inuicem denominatores, prouenit denominator quæsitus: numeratores verò multiplicentur inter se non aliter quam integra. Ut si multiplicentur secunda 5, per quarta 7, adde 2 ad 4, fiunt 6 denominator: deinde duc 5 in 7, fiunt 35 numerator. Quo in loco rursus monendum est, signa per 1, gradus per 0, minuta etiam per 1 denominari: signis verò secunda maiora ascendendo continenter succedere.*



3 Gradus itaq; per quodcunque genus fractionis multiplicati, idipsum genus restitunt: signa & minuta augēt denominationem vnitate. Quū verò fractio maior per minorem multiplicatur, denominator exurgit ablata minori nota à maiori. Vt tertia maiora per secunda minora multiplicata producunt signa. Rursus tertia minora per secunda maiora producunt minuta. Vbi diligenter animaduerte vtrius fractionis maior sit nota. Nam si maioris fractionis maior sit nota, producitur maior, si minoris, minor. Hæc manifesta fiunt ex subiecta tabella.

Ter.	Secund.	Sig.	Gr.	m	2	3	4	5	6
Sec.	Quart.	Ter.	Sec.	Sig.	Gr.	m	2	3	4
Sig.	Ter.	Sec.	Sig.	Gr.	m	2	3	4	5
Gra.	Secund.	Sig.	Gr.	m	2	3	4	5	6
m	Singn.	Gr.	m	2	3	4	5	6	7
2	Grad.	m	2	3	4	5	6	7	8
3	m	2	3	4	5	6	7	8	9
4	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Titulum multiplicande fractionis in sinistro latere Tabulae inuestiga, multiplicantis in vertice eiusdem, aut è diuerso, & ab utroque recto introitu in Tabulam procede: angulus communis indica



dicabit denominationem ex utriusque fractionis multiplicatione prouenientem. De multiplicatione unius fractionis in unam, hæc sufficiant.

4 Cōtingit autem plerunq; ut plures fractionum species etiam per plures sint multiplicandæ. Hic itaq; reductione opus est, hoc pacto: Singula fractionum genera quæ tum in multiplicandis tum in multiplicantibus sunt, reduc ad ultimum & minimum genus in utrisque contentum: producta quæ utrinq; exurgunt, multiplica inuicem. Sūma denominationem sortietur quæ ex horum duorū multiplicatione coalescere solet. Postea ex diuisione ipsius summae per 60, scies quid quantūque cuiuslibet generis in ipsa contineatur, ut infra docebimus.

5 Reductio ad minimum genus fit multiplicando numeratorem maximi generis per 60: productum rursus per 60: sicq; continuanda producti cuiusque multiplicatio per 60 vsq; ad ultimum & minimum genus. Quod ut facilius fiat, subiiciam Multiplicationis & Diuisionis per 60 compendium. Numerū multiplicandum duc in 6, producto adde 0. Ut si uelis ducere 115 in 60, duc 115 in 6, fiunt 690, his adde 0, exeunt 6900. Simili ratione diuides per 60, intersecando primam notam numeri diuidendi, per virgulam, ac cæteras notas diuidendo per 6: siquid hinc superfuerit, annectes notæ intersectæ, id erit

totius



totius diuisionis superfluum Vt si velis diuidere 265  
per 60, segrega 5 per virgulā hoc pacto 26|5. Postea  
diuide 26 per 6, prodeunt 4, supersunt 2, quibus an-  
necte 5: exurgunt itaque 4 ex diuisione 265 per 60,  
& restant 25. Praxis. 6 Ducenda sunt minuta 16,  
secunda 25, & tertia 36 in secunda 10, tertia 15 &  
quarta 20. Quoniam igitur minimum multiplican-  
darum fractionum genus est tertiorum, quaelibet  
fractio ad tertia reducenda est hoc pacto: Duc 16  
minuta in 60, fiunt 960 secunda: his iunge 25, fiunt  
985 secunda: hæc quoque duc in 60, fiunt 59100 ter-  
tia, quibus adde 36, fiunt omnino 59136 tertia: quæ  
serua donec eadem via fractiones multiplicantes  
reduxeris. Et quoniam minimum multiplicantium  
genus, est quartorum, quaelibet species ad quarta  
reducenda sunt. Duc ergo 10 secunda in 60, fiunt  
600 tertia: quibus adde 15, fiunt 615 tertia; hæc duc  
in 60, fiunt 36900 quarta, quibus iunge 20, fiunt  
36920 quarta. Per hæc ergo multiplica 59136 ter-  
tia, proueniunt 2183301120, quæ septimorum deno-  
minationem habent, quum tertia per quarta mul-  
tiplicata producant septima. Tandem vt scias quæ  
genera fractionum, & quantum cuiusque generis  
in 2183301120 septimis contineantur, hæc diuide  
per 60, exurgunt 36388352, sexta: hæc quoque di-  
uide per 60, exeunt 606472 quinta, supersunt 32  
sexta:



*sexta*: Diuide 606472 per 60, fiunt 10107 *quarta*, supersunt 52 *quinta*: diuide 10107 per 60, fiunt 168 *tertia*: supersunt 27 *quarta*. Tandem diuide 168 per 60, proueniunt 2 *secunda* supersunt 48 *tertia*. Erit igitur productum,

2, 3, 4, 5, 6.

2, 48, 27, 52, 32.

Diuisio.

1 In diuisione fractionũ *Astronomicarum* nihil interest *utra* per alterã diuidatur, quantum ad denominatorem reperiendum: *utroque* enim idem exurgit denominator. *Vt* si diuidas *tertia* per *quarta*, idẽ proueniet denominator ac si diuideres *quarta* per *tertia*.

2 *Sũma* verò artis est: Subtrahe denominatorẽ *minorem* à *maiori*, relinquetur denominator *quæsitus*: denominatores verò diuiduntur inter se non *secus* quàm *integra*. *Vt* si *secunda* 18 diuidenda sint per *quarta* 6, aufer 2 à 4, manent 2 denominator: deinde partire 18 per 6, exeunt 3 numerator. Habes itaque  $\frac{2}{3}$  ex diuisione  $\frac{2}{18}$  per  $\frac{4}{6}$ .

3 *Atque* hic Canon generalis est, præter quàm quòd, si *maior* fractio per *minorem* diuidatur, aut *contrà*, producetur denominator ex *utriusque* additione: sed ex *maiori* fractione fiet *minor*: Idẽ & si per *gradus maior* diuidatur fractio: *ut* si *tertia*

*maiora*



maiora per gradus diuidantur, fiunt tertia minora. Vbiq; verò intelligo seruari fractionū maiorum rationē quā supra dedimus. Sed, vt diximus, rarissimè cadunt in vsum. Hæc demonstrat sequens Tabella.

Quit.	Quar.	Ter.	Sec.	Sig.	g	m	2	3	4	5	6	7	8
Quar.	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ter.	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Sec.	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sig.	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9
g	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8
m	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7
2	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6
3	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5
4	8	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4
5	9	8	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3
6	10	9	8	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2

Titulū diuidēde fractionis inuestiga in latere sinistro Tabule diuidentis in vertice eiusdē, vel cōtrā angulus cōmunis ostēdet denominatorē ex vtriusque fractionis inuicem diuisione prouenientem.

4 Quoties verò plures fractionum species per vnā aut plures diuidēde sunt, id per reductionem absolues hoc pacto: Omnes diuidēdarū fractionū species reduc ad vltimā ac minimam ipsarū denominationē sicut in multiplicatiōe docuimus, ac

M simili



simili modo diuidentium si plures sint, productum diuidentiarum partire per productum diuidētium, quod exhibet eam denominationem sortietur, quæ ex his speciebus productis inter se diuisis secundum Canonem nasci solet. Exemplum. Sint gradus 25, minuta 15, & secūda 30, diuidenda per minuta 15. Reductis diuidendis ad secūda, proueniunt 90930 secūda: quæ diuide per 15 minuta, exurgunt 5062 minuta, quum secūda per minuta diuisa restituāt minuta. Inuento producto, ut scias quantum cuiusq; generis cōtineat, ipsum diuide per 60, ut supra docuimus. Ut diuide 6062 per 60, habebis 101 gradus & 2 minuta, hoc est 1 signū, 41 gradus & 2 minuta, productū ex diuisione suscepta. Itē diuidēdi sunt gradus 16, minuta 19, secūda 41: per minuta 22, secūda 4. Reductis diuidēdis fractionibus exurgunt 58781 secūda: Reductis diuidētibus proueniūt 1376 secūda: per hæc diuide 58781, prodeunt 43 gradus, quum secūda per secūda diuisa producāt gradus.

s Quòd si productum diuidens, maius sit producto diuidendo, multiplica per 60 donec eò creuerit ut diuidi possit. Exemplum: Diuidenda sunt minuta 32, & secūda 23 per secūda 51, & tertia 20. Ex reductione diuidentiarum proueniunt 1943 secūda: ex reductione diuidentium 3080 tertia. Et quoniam 1943 non possunt diuidi per 3080, multiplica



triplica 1943 per 60, fiunt 116580 tertia. Hæc diuide per 3080, exeunt 37 gradus &  $\frac{2620}{3080}$  vnius gradus, quũ tertia per tertia diuisa producant gradus.

6 Quoties verò restabunt minutia, vt in hoc postremo exemplo, hac ratione elicies quanti valeant.

Multiplica numeratorem fractionis annexæ per 60: quod exurgit partire per denominatorem eiusdem: productum erit proxima denominationis ab integris ipsas minutias præeuntibus. Vt in suscepto exẽplo fractio annexa, fuit  $\frac{2620}{3080}$ . Duc 2620 in 60, fiunt 157200: hæc diuide per 3080, fiunt 51 (minuta. s. proxima denominatio à gradibus) &  $\frac{120}{3080}$  vnius minuti. Cuius fractionis æstimationem simili via inquirere posses. Verũ quoniã hic error sensum effugit, in hoc & similibus potes tutò consistere.

De inuenienda radice quadrata in fractionibus Astronomicis.

Artificium inueniendæ radice quadratæ in fractionibus Astronomicis, est, vt accipias denominatoris dimidium, relinquetur denominator radice: numeratoris verò radicem inuestigia sicut integrorũ. Vt radix  $\sqrt{\frac{1}{6}}$  est  $\frac{1}{2}$ . Nam dimidiũ denominatoris est 1, numeratoris radix 4. Item radix  $\sqrt{\frac{1}{9}}$  est  $\frac{1}{3}$ . Oportet itaq; denominatorem esse eiusmodi vt in dimidium secari possit. Vt si velis radicẽ tertiorũ 15, hæc prius reducenda sunt ad 900 quarta, quorũ radix est  $\frac{1}{2}$ .

m 2

Item



Item querenda est radix gradus 1, minutorum 20, secundorum 11, tertiorum 25, & quartorum 21. omnes hæ fractiones ad quarta reductæ exurgunt in 1796-9121 quarta: horum radix quadrata est 4239, quorum denominatio à secundis est accipienda, ut pote dimidium ex 4. Habes operationem hinc appositam.

P R I M A	7
x 3 2	x 3 2 6 2
x 7 9 8 9 1 2 1	x 7 9 8 9 x 2 1
8   2	8 4   3
1 6 4	2 5 2 9 (4 2 x
7	
x 3 2 6 2	
x 7 9 8 9 x 2 x	T E R T I A
8 4 6   9	
7 6 2 2 1	(4 2 3 9 Radix.

Iam diuide 4239 secunda per 60, habebis minuta 70 cum secundis 39, hoc est gradum 1, minuta 10 & secunda 39, radice inuenta estimationem. Examen huius operationis est, ut multiplices radicem inuentam in se ipsam: exhibit enim numerus quadratus primum susceptus si non erraueris.

#### De radicis Cubicæ inuentione.

Sicut in quadratis denominator radice exurgit ex dimidio denominatoris quadrati: ita in Cubicis ex tertia parte denominatoris Cubici, Numeratoris

verò



verò extrahitur radix Cubica sicut ex integris, ut radix Cubica  $\frac{6}{17}$ , est  $\frac{2}{3}$ . Sunt enim 2 subtripulum 6, & 3 radix Cubica 27. Quoties itaq; denominator in tria diuidi non poterit, opus erit reductione. Ut, si quæris radicem cubicam minutorum 7 & secundorum 30, prius ad 27000 tertia reducas: horum radix erit 30, quæ minutorum denominationem habebunt. Item quærenda est radix Cubica minutorum 18, secundorum 51, tertiorum 57, quartorum 18, quintorum 43, & sextorum 12. Ex reductione proueniunt 14760139392 sexta: quorum Radix 2448 secunda, hoc est, 40 minuta & 8 secunda. Vide sequentem operationem

<p style="text-align: right; margin-right: 20px;">6846</p> <p>•••••</p> <p style="text-align: right;">12</p> <hr style="border: 0.5px solid black;"/> <p style="text-align: right;">48      (24)</p> <p style="text-align: right;">96</p> <p style="text-align: right;">64</p> <hr style="border: 0.5px solid black;"/> <p style="text-align: right;">5824</p> <p style="text-align: right;">x 3</p> <p style="text-align: right;">6846388</p> <p>•••••</p> <p>•••••</p>	<p style="text-align: right; margin-right: 20px;">143</p> <p style="text-align: right;">6846365</p> <p>•••••</p> <p style="text-align: right;">72</p> <p style="text-align: right;">1728      (244)</p> <hr style="border: 0.5px solid black;"/> <p style="text-align: right;">6912</p> <p style="text-align: right;">1152</p> <p style="text-align: right;">64</p> <hr style="border: 0.5px solid black;"/> <p style="text-align: right;">702784</p> <p style="text-align: right;">m 3</p>
--	---

x 4670139392. Secūda
x 4670139392



732 (2448 Radix

178608

1428864

46848

512

143355392

*Examen. Duc radicem inuentam in seipsam, productum rursus in radicem: exhibit numerus Cubicus ab initio susceptus.*

DE COGNOSCENDIS PER  
memoriam Calendis, Idibus, Nonis, Aureo numero, festis mobilibus, & loco  
Solis & Lunæ in Zodiaco.

**M**ensium numerum, nomen, atq; ordinem nemo est qui nesciat. Ex ijs Ianuarius, Martius, Maius, Iulius, Augustus, October, & December habent dies, 31, Februarius dies 28: Sed quarto quoq; anno accrescit dies vna quæ intercalaris dicitur, 6 Cal. Martij in sede F, literæ: quo anno habet ipse Feb. 29 dies. Aprilis, Iunius, September, & Nouember dies 30. sic vt totus annus 365 diebus compleatur sine bissexto, cum bissexto 366.

2 Annus bissextilis est quum numerus annorum Christi per 4 diuisus nihil relinquit: vt 1540, 1544, 1548, & similes.

3 Calēdæ cuiuslibet mensis in ipsius die prima sitæ  
sunt:



fant: sed earū continuatur in diebus mensis præce-  
 dentis per ascensum retrogradū sumptis. Vt, Prima  
 dies Februarij Calendæ Febr. dicuntur, vltima Ia-  
 nuarij pridie Cal. Feb. trigesima Ianuarij tertio Cal.  
 Feb. vigesima nona eiusdem quarto Cal. Feb. & sic  
 numeratim vsq; ad diem decimam tertiam, à qua  
 initium habēt Idus Ianuarij. Die duodecima dici-  
 tur Pridie Idus Ianuarij vndecima tertio Idus, de-  
 cima quarto Idus: & sic vsq; ad diem quintā, vbi  
 Nonæ eiusdē. Die quarta dicitur pridie Nonas Ian.  
 die tertia tertio Nonas, die secunda quarto Nonas.  
 Rursus dies prima eiusdem, Calendæ Ian. dicuntur.  
 ac similis ordo obseruatur in cæteris. Dicimus enim  
 die vltima Decemb. pridie Cal. Ian. trigesima eius-  
 dē tertio Cal. Ian. & sic per duodecim menses Ca-  
 lendæ in diuersis mēsis plures aut pauciores sunt  
 pro dierum numero. Idus verò in quolibet mense  
 sunt octo, quarum ordo à Calendis vsque ad nonas  
 ascendit. Nonarū verò idē numerus non est singulis  
 mēsis: sed Martio, Maio, Iulio & Octobri sunt  
 sex, ac eorum die septima dicimus Nonis, sexta pri-  
 die Nonas, quinta tertio Nonas, &c. Reliquis verò  
 sunt quatuor tantū, quæ initiū habent à die quinta.

4 Numerus Cycli decemnouenalis, quem Au-  
 reum vocant, sic reperitur: Annis Christi oblatis  
 adde vnitatem: productū diuide per 19: quod post  
 m 4 diuisi



diuisionem manet, est Aureus numerus. Exemplum, Volo scire numerum Aureū anni 1545: Ad-  
do 1, fiunt 1546: Hæc diuido per 19, restant 7 nu-  
merus quæsitus. Numerus verò partitionis, quem  
quotientem vocant, indicat reuolutiones huius Cy-  
cli elapsas à Christo nato, nempe 81.

5 Hinc exurgit numerus Epactæ. Duc aureum  
numerum in 11, productum partire per 30, quod  
restat est quæsitum. Vt, Aureus numerus Anni  
1545 est 7 per Canonem præcedentem, que ducta  
in 11 producunt 77: hæc diuide per 30, supersunt  
17, numerus Epactæ huius anni. Hi duo nume-  
ri non à capite anni Romani, sed à Martio ini-  
tium habent, eorumq; vsus est in reperiendis Con-  
iunctionibus & Oppositionibus medijs lumina-  
rium, quas mox explicuimus: sed prius pauca  
quædam ad hoc pertinentia præmittemus.

6 Sol singulis annis totum circulum Zodiaci lu-  
strat. Zodiacus in 12 signa diuiditur, quorum or-  
do st, Aries: Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,  
Libra, Scorpio, Sagittarius, Capricornus, Aqua-  
rius, Pisces: quorum vnumquodque 30 gradi-  
bus constat. Sol singulis mensibus vnum Signum  
percurrit, singulis diebus gradum: Non tamen vt  
mensium initium, Signorum initio respondeat: sed  
diuersitas hæc est: Die 12 Ianuarij Sol ingreditur  
Aquarium,



Aquarium, 12 Februarij Pisces, 12 Martij Arietem, 12 Aprilis Taurum: sicq; continuo ac recto ordine. Eorum inter se oppositio à septimo quoq; sumitur. Aries opponitur Libræ, Taurus Scorpioni, Gemini Sagittario, Cancer Capricorno, Leo Aquario, Virgo Piscibus. Quadratus aspectus in quarto quoque signo est. Aries quadrato aspectu intuetur Cancrũ, Taurus Leonem, Gemini Virginem, & sic de reliquis. Ex hoc locus Solis inuentu facillimus, singulis diebus singulos gradus tribuendo.

7 Cõiunctio Lunæ cum Sole vulgò Nouiluniũ appellatur: Oppositio ipsius ad Solẽ, Plenilunium. Quadraturæ intermediæ, hoc est trium Signorum intervallũ, significãt medietates ipsius incrementi siue decrementi. Hæ verò sic reperiuntur: Numero Epactæ reperto per quinti numeri doctrinã, adde numerum Calendarũ, quæ à mense Martio fluxerũt: productũ aufer à 30, quod remanet indicat diem quo futura est Cõiunctio: Die verò post decimaquinta erit Oppositio. Exemplum: Volo scire quoda die mensis Iulij hoc anno 1545 sit futura Coniunctio, Epacta suprã inuenta est 17 eodem anno, huic adde 5, numerum scilicet Calendarum quæ à Martio præteriẽre, fũt 22, quæ aufer à 30, restant 8. Erit ergo illo mense Coniunctio octaua die. Iam adde 15 ad 8, exurgunt 23. Die ergo 23 erit Oppositio. Quòd si productum sit

M 5 mi



minus quam 15, ipsum aufer à 15, quod remanet est dies Oppositionis. Si excedat 30, aufer à 45, quod remanet itidem est dies Opposit. Exēplum: volo Oppositionem quæ fuit mense Aprili 1539. Numerus Epactæ illius anni, fuit 11, per 5: his adde 2 pro Calendis quæ præterierunt à Martio, fiunt 13: hæc aufer à 15, manent 2, fuit ergo Oppositio die secunda illius mensis. Item volo Oppositionem quæ futura est mense octobri Anno 1546. Numerus Epactæ erit 28, quibus additis 8, numero scilicet Calendarum à Martio, fiunt 36. Hæc aufer à 45, manent 9. Erit itaq; Oppositio nona die Octobris illo anno. Hoc ideo addendum fuit, quòd sæpe fit vt Oppositio alicuius mensis præueniat Coniunctionem eiusdem. A die Oppositionis ablatis diebus 15 habebitur dies præcedentis Coniunctionis. Vt si die nona Octob. sit futura Oppositio, præcedet Coniunctio die 24. Septemb. Habita Coniunctione & Opposit. habebimus quadraturas addendo vel auferendo 7 dies.

8 Hinc elicitur locus Lunæ in Zodiaco. Primum considera locum Solis ad diem susceptum: postea vide vtrum præcesserit Cōiunctio an Oppositio, & quot dies hinc elapsi sunt. Hos dies multiplica per 4, productum partire per 9: numerus partitionis indicabit Signa & partes signorum: utpote per integra intelligitur numerus Signorum, numerator verò



verò fractionis annexæ indicabit gradus triplicatos. Ea signa & gradus adde ad locum Solis semper, productum erit locus Lunæ si præcesserit Coniunctio: Si verò præcesserit Oppositio, erit locus oppositus Zodiaci: Exemplum: Volo scire locum Lunæ 18 Iulij 1545, Coniunctio per 7 erit 8 die: superatio dierum est 10: hæc duc in 4, fiunt 40: quæ diuide per 9, exurgunt  $4\frac{4}{9}$  hoc est quatuor signa & 12 gradus. Nam pro qualibet nona tres gradus sumendi sunt. Hæc adde ad locum Solis qui per præcedentia erit in 7 gradu Leonis. Erit ergo Lunæ locus circa 19 gradū Scorpj, quum præcesserit Coniunctio. Rursus volo locum Lunæ die 17 Octob. 1546. Oppositio erit die 9 eiusdem: superatio est 8 dierum: quos multiplica per 4, fiunt 32, diuide per 9, prodeunt  $3\frac{5}{9}$ , hoc est tria signa & 15 gradus. Adde ad locum Solis: qui erit in 6 gradu Scorp. exhibit 21 gradus. Aquarij: Cuius loco accipies 21 gradum Leonis, signi scilicet oppositi, quia præcesserat Oppositio. Nequis tamen nimia securitate fallatur, quæcunque hîc dicta sunt, de medijs Coniunctionibus & Oppositionibus dicta intelligat, de ijs scilicet quæ proximè accedunt ad veras, quæ in Ephemeridum libris reperiuntur: Possunt enim à veris differre 13 horarū spatium, atq; eo amplius Idem & de locis ipsis intelligas. Horum cognitio ut non omnino certa ac exacta sit, certè pulchra



pulchra & iucūda est, nullis ad hoc Tabulis necessarijs: maximè verò quòd per medias Cōiunctiones atq; Oppositiones potius quàm per veras metiamur festorum mobilium cursum hoc qui sequitur modo.

9 Per Canones superiores habeas Coniunctionem in mense Februario anni propositi, & vide in quā ceciderit diem, & proxima dies Martis erit Carnisprivium Romanū. Quòd si die martis fuerit Cōiunctio, omnino ad diem sequentem Martis differatur: Dominica proxima erit Quadragesima: Post sex hebdomadas erit Pascha. Exēplum: Coniunctio in mense Feb. 1545. erit die 12 per doctrinam precedentem. Dies autem 12 erit dies Iouis. Erit itaq; die 17 Carnispriviū, & quadragesima 22 eiusdē: Pascha 6 hebdomadis, hoc est quadragesima secunda post die, quæ cadet in 5 Aprilis. Additis quinque hebdomadis, hoc est 35 diebus ad diem Paschæ, habetur dies Rogationum. Erunt ergo die 10 Maij: quibus additis 4 diebus, erit Ascensio Domini. Hinc ad Pentecosten sunt 10 dies, eritq; 24 eiusdem mensis. festum Trinitatis die septima à Pentecoste, eritq; die ultima Maij. Festum corporis Christi est die quarta à Trinitate. Aduentus domini semper est Dominica quarta ante Natalis festum. Vnde si Natalis sit die Dominica, celebrabitur Aduentus die 27 Nouembris, eritque à Natali remotissimus.

mus.



mus. Eius tempus maximum est dierum 28, minimum 21. Interuallum est spatium à Natalis festo ad Dominicam in qua cantatur, Esto mihi: Ea est quæ proximè antecedit Carnis Priuium Romanum. Septuagesima est tertia Dominica ante Quadragesimam. Vnde cū Anno 1545 posuerimus Quadrag. 22 Feb. fuit Septuagesima die prima eiusdem. Superest vt de Cyclo Solari & Cyclo indictionis dicamus.

10 Cū addideris 9 ad annum Christi oblatum, & productum diuideris per 28, quod ex diuisione restabit, erit numerus Cycli solaris. Exemplum: Queritur numerus Cycli solaris Anni 1545: His adde 9, fuit 1554. diuide per 28, supersunt 14 numerus quesitus. Numerus verò diuisionis 55 ostendit revolutiones huius Cycli elapsas à Christo nato.

11 Per hunc numerum habetur dies anni prima. Nam si fuerit 28 sine 0, dies prima Anni occurret die Dominica: si 1, die Lunæ: si 2, die Mercurij ratione anni intercalaris: si 3, die Iouis: si 4, die Veneris &c. Exemplum: Quum Anno 1545 numerus Cycli Solaris sit 14, & singulis annis vnitate crescat: fuit ergo anno 1532, 1, & prima dies anni Lunæ: 1533, Mercurij propter bissextum: 1534, Iouis: 1535, Veneris: 1536, Sabbati. Rursus 1537, Lunæ, quum præcesserit bissextus: & eadem ratione 1541 die Sabbati: Erit itaque annus 1545 die Iouis. Ex hoc



in promptu est litera Dominicalis. Nam quum diem anni primam habuerimus ( cuius litera semper est A ) computatis diebus & literis, illa statim suoque ordine occurret. Vt, quum Anni 1545 dies prima sit Iouis, & sit A, erit dies Veneris B, Sab- bati C, & Dominica D.

12 Numerus Indictionis hac ratione reperitur. Annis Christi adde 3, productum diuide per 15: quod remanet ex diuisione est quæsitum. Vt Anno 1545 adde 3, fiunt 1549: hæc diuide per 15, restant 3, numerus indictionis huius anni. Numerus verò partitionis 103 indicat huius Cycli reuolutiones à Christi natiuitate elapsas. Hic numerus hodie Pon- tificum diplomatis & notariorum instrumentis inseri solet. Hic animaduertendum est Indictionis numerum à mense Septembri initium habere, sicut & Aureum numerum à Martio: sic vt Anno 1545 post finem mensis Septembris numerus Indi- ctionis non 3, sed 4 sit futurus. In horum numero- rum ac festorum mobilium negotio multa sunt quæ sermonis puritatem non admittunt. Sed is me nihil mouebit scrupulus, donec me quamplurimis pro- desse posse confidam. P. V. C. J.



ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΓΕΩ-  
ΜΕΤΡΙΚΟΥ.

Ημίονος καὶ ὄνος φορέσσω οἶνον ἕβαινον,  
 Αὐτὰρ ὄνος σενάχιζεν ἐπ' ἀχθεῖ φόρῃς ἑοῖο.  
 Τῷ δὲ βαρυσενάχισαν ἰδῆσ' ἐρέεινεν ἐκείνη,  
 Μῆτερ, τί κλαίεις ὀλοφύρεαι ἢ ὕτε κέρη;  
 Εἰ μέτρον ἐν μοι δοίης, διπλάσιον σέθεν ἦρα.  
 Εἰ δέ κεν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητά φυλάξεις,  
 Εἰπὲ τὸ μέτρον, ἄρισε γεωμετρίας ἐπιΐσορ.

PHILIPPVS MELANCHT.

*Mula Asinaeque duos imponit servulus utres  
 Impletos vino, segnemque ut vidit Asellam  
 Pondere defessam vestigia figere tarda  
 Mula rogat: Quid chara parens cunctare, gemisque?  
 Vnam ex utre tuo mensuram si mihi reddas,  
 Duplum oneris tunc ipsa feram. Sed si tibi tradam  
 Vnam mensuram, fient equalia utrique  
 Pondera. Mensuras dic docte Geometer istas.*

IOACHIMVS HELLER.

*Mulus portabat vinum comitatus Asella,  
 Hæc oneris queritur pondera vasta sui:  
 Ille graues matris gemitus miratur, et inquit,  
 Cur ad hæc lacrymis lumina mœsta fluunt?  
 Mollities teneras, mater, decet illa puellas,  
 Quas premit insuetus debilitatque labor.  
 Vnam mensuram si nostros fundis in utres,  
 Ipse tui vini pondera dupla feram:  
 Sin vnam contra nostro de fasce leuabis  
 Partem, tunc æquum pondus uterque feret.  
 Dic mihi mensuras, ô docte Geometer, istas,  
 Non aliter Phœbi nomine dignus eris.*



NYKALAOY T E P

M E T P I K O Y

... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..

P H I L I P P I N S M E L A N O U T

... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..

L O A C H I N I V S W I L L E M

... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..  
... ..























Obser  
B

Núm.






3379



EMMA M FRI

LIBRARIUM ETIC



vatorio de Marina  
BIBLIOTECA

197



2003