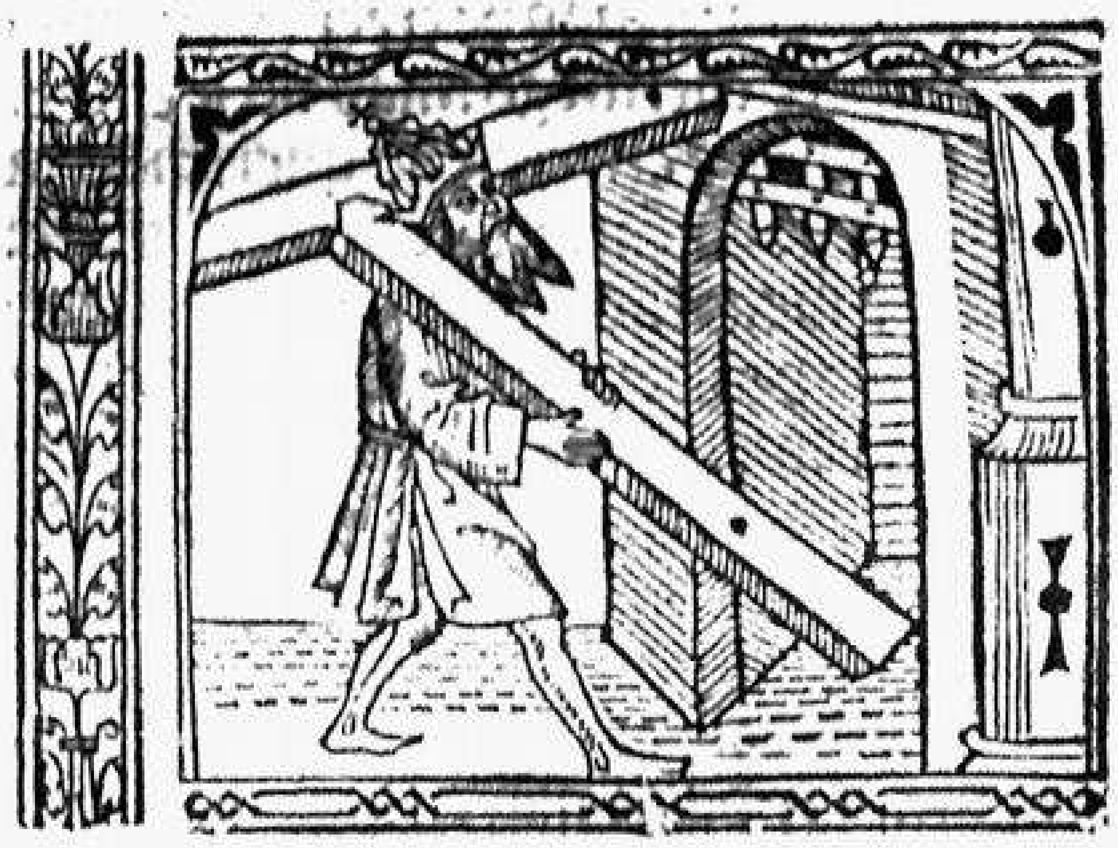
nueſtro ſeñor nos moſtro caſtidad: ⁊ alos q̄ la guardaſſen prometio les vida q̄ ſiēpre ha de durar y podemos moſtrar q̄ eſta malicia q̄ es teſtigo falſo: empero mas vale q̄ nos ſufriamos penas q̄ no ella quando fuere vencida ⁊ la nr̃a paciencia por eſta razō ſera mas firme: empō diga lo la ſu criada q̄ dixo q̄ viera el nr̃o pecado: porq̄ veays que miēte ella delo q̄ dize. E hizieron traer la ſiruiēta para que dixeſſe el teſtimonio. E la ſiruiēta acuſaua lo muy atreuidamēte como gelo moſtrara la ſeñora: diziēdo q̄ quiſiera forçar la: ⁊ q̄ntos eran de ſu cōpaña dezian lo miſmo que gelo moſtrara ella q̄ lo ateſtiguaſſen aſſi. Entonce Eugenio dixo: ya paſſa el tienpo de callar: ⁊ vino el tiēpo de hablar: mas no quiera dios que eſta falſa ſuzia ponga falſo teſtimonio alos ſieruos de dios: porque ella no aya gloria ē ſu engaño: ⁊ porq̄ la v̄dad ſea ſobre la mentira: ⁊ la ſabiduria vença ala maldad: ⁊ porq̄ ſe mueſtre la verdad: no por mi alabança: mas por gloria de dios. E diziendo eſto hendio la ſaya deſde la cabeça faſta abaxo delos pies. E alli pareſcio como era muger. E dixo al adelātado. Tu eres mi padre: ⁊ claudia tu muger es mi madre: y eſtos dos q̄ aqui eſtan contigo victor ⁊ ſergio ſon mis hermanos: ⁊ yo ſoy Eugenia tu hija: y eſtos dos q̄ vienē comigo ſon protho ⁊ jacito. E oyēdo eſto ſu padre ⁊ conociēdo a ſu fija abraçola con ſu madre ⁊ lloro mucho: ⁊ viſtierō ſu fija eugenia de paños de tartaril: ⁊ paños de peſo: ⁊ honrraron la mucho. E vino fuego del cielo y q̄mo a Malancia cō todos los ſuyos q̄ dixeron falſo teſtimonio: ⁊ aſſi conuertio eugenia a ſu padre ⁊ a ſu madre ⁊ a ſus hermanos ala fe de Jeſu xp̃o: ⁊ a toda ſu compaña: en manera q̄ el padre dexādo el adelātamiento fizieron lo los xp̃ianos obiſpo. y el eſtando vn dia en oracion mataron lo los gentiles. E claudia y Eugenia cō ſus hermanos tornaron ſe a roma: ⁊ conuertierō ay muchos infieles ala fe de Jeſu xp̃o: y a eugenia echaron la enel rio con vna gran piedra al cuello porque ſe ahogaſſe por mādado del emperador. E andaua ſalua ſobre el agua: y entōce ſacarō la d̄l agua y echarō la en vn horno ardiendo: mas por virtud de dios fue luego matado: y ella eſtaua en holgura y en gloria: ⁊ deſpues encerraron la en vna carcel muy eſcura: mas acabado que la metieron enella luego fue muy clara: y eſtando alli diez dias ſin comer: apareſciole el ſaluador del mundo ⁊ traxo le pan muy blanco ⁊ dixo le. Toma eſte pan de mi mano ⁊ come ca yo ſoy el tu ſaluador que tu mucho amaſte de coraçon: y eſte dia te vendras para mi ⁊ yo te reſcebire enel mi reyno: y enel dia de la natiuidad de Jeſu chriſto embiaron a vn ſayon que la deſcabeçaſſe. E deſpues apareſcio a ſu madre: ⁊ dixo le que la ſiguiria el domingo adelante. y eſtando claudia en oracion el domingo adelante ſe fino como le fuera reuelado. E protho ⁊ jacito lleuando los al templo que ſacrificaſſen los dioſes fizieron ellos ſu oraciō a dios: ⁊ luego fue el ydolo quebrantado: ⁊ los maluados viēdo eſto cortaron les las cabeças. E aſſi fueron martyres.

¶ Dela exaltacion dela ſancta Cruz de nueſtro ſeñor jeſu xp̃o.



LA exaltacion dela cruz d̄ nueſtro ſeñor jeſu xp̃o haze la ygl̃ia muy honrradamente: porque la nueſtra fe es muy ēſalçada eñlla. ca enel año dela encarnaciō que andaua en ſeys cientos y ſeſſenta ⁊ vn años: permitiēdo dios atormentar ſu pueblo por la crueldad delos paganos. Coſdroe rey d̄ perſia fue ſeñor de todos los reynos de aq̄lla tierra: y el viniēdo a Jeruſalē: eſpanto ſe del ſepulchro de nr̃o ſeñor Jeſu xp̃o: ⁊ torno ſe: empero leuo conſigo vna parte dela ſancta cruz en que tho Jacinto que eſtauan alli conella: ⁊ nos paſſamos los philogiſmos delos philoſophos ſin ſaber. E quãto jamas dixẽ los philoſofos: ⁊ los gramaticos: ⁊ los retoricos todo ſe encierra eneſta palabra. El poderio q̃ yo auia me hizo vueſtra ſeñoria: ⁊ la ſabiduria hizo me vueſtra hermana: ⁊ agora ſeamos hermanos ⁊ ſigamos a Jeſu criſto: ⁊ a ellos plugo les mucho con eſtas palabras que ella les dixo. y entõce tomo ella veſtiduras de varõ ⁊ fueſſe a vn moneſterio: del q̃l era abad Heleno vn hõbre ſieruo de dios q̃ no dexaua entrar enel moneſterio muger alguna q̃ aſſi vinieſſe. y ella pidiendo q̃ la acogieſſen en aq̃lla orden: el abad ⁊ los monjes pẽſando q̃ era hombre: ⁊ porq̃ ſe demoſtraua ſer gran ſabio reſcibieron la enel moneſterio. y ella dixo que auia nõbre Eugenio ⁊ aſſi biuio gran tiẽpo. ¶ Una vez diſputãdo eſte Eugenio con vn hereje: ⁊ no pudiendo eſte hereje ſuffrir eſtos argumẽtos tan grandes ⁊ tan fuertes que le fazia eugenio: mando fazer grãde fuego: ⁊ dixo que aq̃l q̃ ſe no quemaſſe enel fuego: q̃ la fe de aquel fueſſe mas verdadera: ⁊ mas de creer. y eugenio entro primero enel fuego: mas no le empecio coſa alguna. y el hereje no queriendo entrar enel fuego: forçaron le todos q̃ entraſſe: y entrando luego fue q̃mado. y todos tenian a eugenio por hombre: ⁊ llamauã le fray Eugenio: ⁊ andaua en habito de frayle: ella y Protho ⁊ Jacinto que entraran en aquel moneſterio. ¶ Otroſi ſu padre ⁊ ſu madre eran muy triſtes porq̃ no la fallauan: ⁊ viendo el carro en caſa vazio buſcauan la llorando: mas no la podiã fallar en lugar del mundo. y preguntaron alos adeuinos: que era de ſu fija: y ellos dixeron que dios la puſiera entre las eſtrellas del cielo: ⁊ porende ſu padre fizo hazer vna ſu ymagen: y q̃ todos la adoraſſen: y ella con ſus compañeros protho ⁊ jacinto fincaron en ſeruicio de dios: ⁊ deſpues q̃ murio el abad: hizieron abad a fray Eugenio: y entonces hauia en Alexandria vna buena dueña q̃ deziã Malancia: y era quartanaria: ⁊ ſano la ſanta Eugenia: vntando la con olio enel nõbre de Jeſu chriſto. y por eſto embiaua le ella muchos preſentes: mas el no los q̃ria tomar. E aquella dueña pẽſando que fray eugenio era hombre viſitaua lo muy a menudo: ⁊ viẽdo lo muy apueſto y gracioſo de cuerpo: començo lo a amar mucho: buſcãdo le maneras como le pudieſe atraer: para que pecaſſe conella. y penſando como lo podria hauer conſigo en algun lugar. E vna vez haziẽdo como que era enferma: embio por el que vinieſſe a ella: y que la quiſieſſe viſitar. E viniendo el a viſitar la a ſu camara: fue ella moſtrando ſe le por lo meter en tentacion: ⁊ deſcubrio le todo ſu coraçon: moſtro le como lo amaua mucho: ⁊ q̃ queria ſer ſuya: y tomando lo por el cuello abraço lo y beſo lo: ⁊ cõbido lo a hazer el pecado. E fray eugenio aborreſcio la: ⁊ fue triſte diziendo. Con gran derecho te llamã ati Malancia. Ca tu llena eres de maldad: y d' negrura: y con derecho eres dicha negra y eſcura. Ca eres fija delas tinieblas: ⁊ amiga del diablo: adalid de polucion: ⁊ criamiento dela luxuria: hermana de angoſtura: ⁊ hija de muerte que ſiempre ha de durar. E viendo ella que era engañada: y temiendo ſe que por auentura ſeria deſcubierta de aquel pecado: quiſo lo antes ella deſcubrir. y començo a dar grãdes bozes: diziẽdo que fray Eugenio la q̃ria forçar. E porende fueſſe a philipo el adelãtado que vos deximos que era ſu padre: el qual la p̄diera como de ſuſo oyſtes: y querello ſe del muy ahincadamente: diziendo. Que vn frayle mal x̄piano entrara a ella por razõ de fiſica: y que la quiſiera forçar malamente: ⁊ ſino fuera por vna ſu ſiruienta q̃ la amparara q̃ eſtaua ay conella: q̃ pecara conella por fuerça. E oyendo lo el adelantado fue muy ſañudo. y embio gran compaña de peones: ⁊ fizo traer a Eugenio: ⁊ a todos los x̄pianos preſos en cadenas. y eſtablecio vn dia ſeñalado q̃ los echaſſen alos leones: ⁊ avn alos oſſos ⁊ alas otras beſtias brauas q̃ los comieſſen. y llamando los ante ſi: dixo a Eugenio. Di nos tu hombre del diablo eſto vos moſtro a vos el vueſtro ſeñor Jeſu Chriſto que vos andeys corrompiendo ⁊ con muy gran locura forçando las mugeres. y eugenio reſpõdio le mirãdo cõtra tierra porque no lo conocieſſen ⁊ dixo le.

ſant Gil houo ſe a vencer por las lagrimas del rey que le rogaua que houieſſe cuydado de aquel moneſterio: pues por ſu induſtria ſe fiziera ⁊ por ſeruicio de dios. E oyendo el rey carlos la ſu fama embio por el: ⁊ reſcibio lo cō grāde honrra: y entre todo lo q̃ fablarō dela ſalud del anima rogole q̃ rogaſſe a dios por el. Ca auia fecho vn pecado: que nunca oſara cōfeſſar tan malo era. y el domigo adelante diziēdo ſant gil ſu miſſa ⁊ rogando por el rey: apareſcio le el angel de dios. E puſo vna carta ſobre el altar en que era eſcripto el pecado del rey por orden: y q̃ era perdonado ſi ſe cōfeſſaſſe ⁊ ſi ſe partieſſe del pecado: y ſe arrepintieſſe. y en fin era eſcrito q̃ todo hombre q̃ rogaſſe ſant gil por qualquier pecado y ſe quitaſſe del: no dubdaſſe q̃ gelo ꝑdonaſſe dios por ruego de ſant Gil. y el dio la carta al rey: y el rey conoſcio ſu pecado: ⁊ demādo perdō a dios muy humilmēte: y en cabo nr̃o ſeñor le moſtro el dia en que hauia de morir ſant Gil: ⁊ dixo alos mōjes que rogaſſen a dios por el: ⁊ aſſi partio deſte mundo y fueſſe a parayſo: y los monges dieron muchos teſtimonios que oyeron los angeles cantar con ſu anima.

¶ Dela natiuidad d̄ nueſtra ſeñora la virgen Maria.

SAncta Maria virgen glorioſa nacio del tribu de juda ⁊ del linaje d̄l rey Dauid. E ſant matheo ⁊ ſant Lucas no cuentā la generacion de ſancta Maria: mas cuentā la de Joſeph: empero aquello no haze nada ala concepcion de Jeſu chriſto. Ca lee ſe q̃ fue coſtumbre d̄la ley vieja: que no contaſſen la generacion delas mugeres: mas la de los varones. Ca por cierto la virgen ſancta maria era del linaje d̄l rey Dauid: y pareſce mayormente eneſto. Ca ſegun la eſcriptura da teſtimonio muchas vezes Jeſu chriſto fue del linaje d̄ dauid. E porque jeſu xp̃o naſcio ſolamēte de ſctā maria: coſa cierta es ⁊ manifieſta q̃ ſancta maria vino de eſſe miſmo linaje. Ca dauid entre todos los otros ouo dos hijos. Nathā ⁊ Salomon que fueron hermanos. E del linaje de Nathan vino a grādes tiēpos vn judio q̃ ouo nōbre Leui ſegun lo cuenta ſant matheo enel euangelio: que habla del linaje de ſancta maria. y eſte leui houo dos fijos: y el vno dellos houo nombre Panther. y eſte Panther houo por hijo a Joachim. y eſte joachim fue padre de ſctā Maria virgē. E de ſanta maria naſcio nueſtro ſeñor Jeſu xp̃o: y eſte linaje vino de Nathan aquel fijo de Dauid que vos deximos de ſuſo. E del otro fijo de dauid que ouo nōbre Salomon: vino deſpues a gran tiempo vn judio que ouo nombre Salatiel: que fue lleuado con el otro a Babilonia quando los captiuo Nabuchodonoſor rey de Babilonia. E deſpues Salatiel houo vn hijo q̃ houo nombre Zorobabel. y eſte Zorobabel houo otro hijo que dezian Abiud: ⁊ Abiud houo otro hijo que houo nombre Heliachim: y Heliachim houo por hijo a Azor: ⁊ Azor houo por hijo a Sadoch: ⁊ Sadoch houo por hijo a Achim. E achim houo por hijo a Eliud. y eliud ouo por hijo a Eleazar. y eleazar ouo por fijo a Matham. y nathā houo por fijo a Jacob: ⁊ Jacob houo por hijo a Joſeph. y eſte Joſeph fue eſpoſo de ſanta Maria: y en algūas eſcripturas cuentan a eſte Joſeph por fijo de otro padre: que houo nombre Hely. y eſto diremos aqui por qual razon es. Deueys ſaber que enla ley vieja fue vſado: ⁊ avn oy dia lo vſan los judios: que ſi vn hombre caſado moria no auiendo hijo en ſu muger. Caſaua otro ſu hermano del muerto con aquella muger meſma. Ca dezian que leuantaua della fijo: ⁊ linaje para ſu hermano muerto. E aſſi aquel Jacob que vos deximos ouo vn hermano naron ⁊ tomaron le el manto conel dinero ⁊ dexarõ lo del todo deſnudo. y ellos yendo ſe aprieſſa para ſe eſconder anduuieron toda la noche: ⁊ ala mañana hallaron ſe delante en ſu camara ⁊ ſaludo los ⁊ cõbidolos muy bien ⁊ dio les lo que auiã meneſter en quanto el pudo: ⁊ lauo les los pies. y ellos marauillãdo ſe deſto q̃ les auia fecho tornarõ ſe a la fe. E morãdo cõel vnos mõjes mãcebos venia vna onça ⁊ hazia les daño a todos. y ellos armarõ le vnos lazos ⁊ cayo eñllos. y eſtando preſa de noche ſupo lo eſte ſctõ hõbre y leuãto ſe ⁊ dixo le. Que hazes aq̇ mezquina: huye ayna no te prendan. E ſolto la: y embio la que ſe fueſſe. E deſpues que murio ſant Mamertino: eſtando el ſu cuerpo en vna villa: no lo podian mouer para lo lleuar a enterrar haſta que vino vno: al qual el auia quebrantado las priſiones: ⁊ ſoltado ð la carcel: y el y otros lleuaron lo a enterrar a la ygleſia de ſant German.

¶ La vida ð ſeñor ſant Gil abad.

SAnt Gil abad fue dela cibdad ð Athenas: ⁊ fue de linaje de Reyes: y de pequeño ſupo las eſcripturas de dios. E yendo vn dia ala ygleſia por la plaça demando le vn enfermo limoſna. y el dio le la ſu ſaya: ⁊ viſtiendo la el enfermo: luego fue ſano. E ðſpues que murieron ſus padres fizo heredero a Jeſu chriſto de todo lo ſuyo. E vna vez viniẽdo ð la ygleſia: encõtro con vn hombre que mordiera vna ſerpiẽte ⁊ ſant gil rogo a dios por el: ⁊ luego fue ſano. E por fuyr el loor delos hõbres: fueſſe a morar al yermo cõ vn hermitaño que deziã Veredino: hõbre de gran ſantidad: el q̃l ſaco la hãbre ð ſobre la tierra por ſus merecimiẽtos: ⁊ morãdo ay ambos ⁊ faziẽdo muchos milagros por fuyr la vanagloria ðxo eſte hõbre bueno ⁊ fueſſe a morar mas adentro al yermo: do fallo vna cueua ⁊ vna fuẽtezilla. y embiaua le dios vna cierua q̃ le daua leche a ciertas horas. ⁊ andãdo los mõteros del rey a caça en aq̃l yermo ⁊ viẽdo aq̃lla cierua fuerõ empos della con los canes: y ella fuyo ⁊ metio ſe ſo las faldas de ſu criado. E marauillãdo ſe ſant gil porq̃ fuya mas q̃ ſolia: oyo los caçadores: ⁊ rogo a dios que le guardaſſe el ama q̃ le diera. E luego no oſo can ninguno llegar a ella: mas tornaron ſe ahullando alos caçadores: y venida la noche: fueron ſe los caçadores al poblado. E quando lo oyo el rey tomo otro dia el obiſpo ⁊ otra compaña mucha ⁊ fueſſe para alla ⁊ tornauan ſe los canes: ⁊ no oſauan llegar a ella como de primero: ⁊ cercaron todos el lugar: ⁊ no podian entrar por las muchas eſpinas. E tiro vno ðllos vna ſaeta por ſacar dende la cierua: ⁊ hirio al ſieruo de dios que rogaua por ſu ama. E haziendo los hombres camino llegaron faſta la cueua: ⁊ vieron vn viejo veſtido en habito de monge muy digno de honrra por la ſu edad: ⁊ la cierua echada a ſus pies. y el obiſpo y el rey entraron a pie enla cueua. E mandarõ alos otros que eſtuuieſſen fuera: y preguntarõ le que quiẽ lo auia traydo en aquel yermo tan eſpeſſo: ⁊ quien lo firiera tan mala mente. y el reſpondio les a todo: y ellos demãdarõ le perdon con gran humildad: y que le darian maeſtro q̃ lo ſanaſſe ⁊ muchas joyas: mas el no las quiſo tomar ni quiſo tomar melezina ninguna: mas ſabiẽdo que enla enfermedad ſe prueua la paciencia: rogo a dios que en quanto eneſte mũdo biuieſſe: que nunca fueſſe ſano como ð antes era. E viſitaua lo aquel rey muy a menudo: ⁊ recebia del comeres ðla ſalud para el anima. y el rey daua le muchas riq̃zas y el no las q̃ſo tomar: mas mãdo le q̃ hizieſſe dellas vn moneſterio: pa religioſos do ſiruieſſen a dios: y el rey viẽdo que era buen conſejo hizo lo aſſi: ⁊ deſpues

PROCLI DIADOCHI
LYCII
PHILOSOPHI PLATONICI
AC
MATHEMATICI PROBATISSIMI
IN
PRIMVM EVCLIDIS
Elementorum librum

COMMENTARIORVM
AD
VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM
PRINCIPIVM ERVDITIONIS TRADENTIVM
Libri IIII.

A

FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO
ſumma opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quę
in gręco codice omnes deſiderabantur aucti: primùm iã Romanę
linguę venuſtate donati, & nunc recèns editi.

Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illuſtrium, atque Autorum:
Elēcho librorū, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati ſunt:
& Indice locupleti notabilium omnium in opere contentorum.

CVM PRIVILEGIO.

PATAVII,
Excudebat Gratioſus Perchacinus
1560.

·: Chaucs:·


FRANCISCVS BAROCIVS PATRITIVS VENETVS AGENS ÆTATIS ANNVM XXII

VINCENTII CARDINI FLORENTINI
CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET
INTERPRETIS COMMENDATIONEM.

AD LECTOREM, QVAM DE Proclo capere poſſit vtilitatem .

LEctor ſi plenam cupias iam ſcire Matheſin,
Eſſe Geometres non modò, diſce viam.
Te ſocium Proclo ſummis nunc viribus adde,
Huncq; ſtude manibus voluere ſæpe tuis .
Omnem ſummatim tractat . vel Dogmata Plato
Quæ ſcripſit Magnus, quæ vel Ariſtoteles .
Pellit hic obſcuras Amborum lucidus vmbras,
Et probat, & reprobat pro ratione loquens .
Crede mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi .

IN PROCLVM DE NOmine eius, & Cognomine.

FAmiliæ nomen quid Diadochus vult ſibi?
Proclus quid propriũ? nil aliud quàm quod puto.
Ab errore procul vt ſunt dicit omnia;
Et candidus verbis, & re Gemma eſt nitens,
Magiſtratus inſtar vel olim quòd Virũm
Vnus ſucceſsit Philoſophis hæres bonis.

In Eundem, & eius Patriam.

ANtiquam cano Termilen,
Illuſtremq; Virum, qui ſapientiæ
Claram iam mage reddidit .
Tu cæptis faueas Iuppiter inuoco
Muſæ principium meæ .
Naturalis amãns maximus extitit,
Diuinæ & Sophiæ ſimul :
Platonis doceant ſcripſit in aurea
Doctis quæ Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior eſt quibus ;
Si non quo Scholio monet
Vatem Smyrna bonum, quem ſibi vendicat ,
Aſcræumq; polinerit .
Sed quid quòd Megarum conſpicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monſtret qui Numeros, Harmonicos ſonos,
Curſus (preter in omnibus
Menſuram propriam) & Sidera calleat?
Eſt Maioribus vnicus,
Qui ſe conſimilem præbeat vndique,
Maioremq; Sequentibus .
Hic eſt, quo Regio proſpera gaudeas,
Non quòd nomine ſis nouo
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos .
Nam Pandione iam ſatus
Eſt ſortitus Auum, qui Draco erat gradu ;
Quem mirè quoque Mulciber
Produxit genitus patre fulminum
Olim coniuge de ſua,
Tradunt cui veteres imperium Aëris .
Lapſum ſuſcipit Inſula
Ob turpem faciem vertice cælico,
Deiectumq; parentibus ;
Quo caſu pede adhuc claudicat altero .
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit quæ Deus eſt tela Gigantibus
E' cælo iaculatus, et
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada .
Quam tunc per Stygias aquas
Firmam pollicitus maximus eſt Deûm.
Heros dum voluit datam
Amplecti, monita hæc reſtitit artibus .
Quare ſemina proiicit
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modò .
Matris nomine mænia
Struxit, dicier hæc ſi genitrix poteſt .
Ne mirum ergo quis audiat
Cùm tam præcipuos hos perhibent viros .
Iunxit primus equos, pedes
Vt fœdos tegeret, curribus, & rotis .
Succeſsit genitus Patri
Dictus qui Proauo totus inhæreat .
Natos conſequitur duos,
Et natas geminas, nunc miſeras aues .
Abſint ſed volo tragica,
Tectis garriat hæc, & nemore hæc gemat .
Natorum Lycus alite
Felici, imperium rexerat, auxerat.
Hic ſolus mihi dicitur,
Qui nomen dederat pòſt tibi Termile .
A nobis alii procul,
Dircæi, Iliadæ, cuncti abeant ſimul .
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq; à te Lycius dictus Apollò; non
Vndas quòd capiat Lupus
Tanquam ſæuus oues (nam Pateræ Deus
Hinc dictus colitur ſuus)

At lætare magis quòd Lycius Proclus.
Iactas igniuomum Polo
Montem perpetuo culmine proximum,
Qui monſtro ſimilis, Leo
Cantatur iugiter pectoreq́;, oreq́;,
Tum Capra inguine, & horridus
Extremò Coluber, laus Ephyræ Ducis.
Te te Semideo Proclo
Effer, qui melius ſidera tangere
Poſſit, Numinibus frui,
Et ſecum pariter quoſque reducere.

IN EVNDEM AB Interprete recognitum.

QVantum nunc tibi Procle debet orbis,
Tantum & tu ſtudiis, Barocioque.
Nam quantum inſinuas ſcientiæ, ille
Tantum ponere diligentiæ vltro
Conatur, valeant recèns vt omnes
Et quæ, & quo doceas videre pacto.
Sic & te ex lacero integrum reponit,
Te verè lacerum, te vt ediderunt
Qui græcè prius, alta proditorum
Turba; vt ſicariis manus dediſſe
Iam viſus fueris malis, & inde
Vitam vix miſer abſtuliſſe tandem.

AD FRANCISCVM BAROCIVM
Precatio bona ob Procli reſtitutionem.

FRanciſce vt dignus mi pro meritis videris opto
Sit tibi vita, ſalus, honor vndique; ſint tui labore;
Felices ſemper, Mundo quibus eſt renatus ille,
Cui debent opera Euclidis ſatis, ille Proclus inquã,
Vnde Mathematicus certè valet eſſe, non haberi
Solum per ſe quiſque breui bonus. O tibi ſit autor
Alte boni bene tanti iterumq́; iterumq́; dico, & oro:
Diiq́; Deęq́; omnes faueant ſimul, aſtra, cũcta, q̃ ſunt.
Phœnix Phœnicem renouas aliam (patere credo)
Mercurii, atque Mineruæ munera qui ſuo decori
Reſtituis, parcis ſudoribus, aſpicisq́; nullos
Sũptus. quod bene ſit his oĩbus, et bene vſq; in ęuum

AD EVNDEM, DE eius cognomine.

VT tu mira Baroci
Es molesque, veloxque
Κύκνους ecce triuiſti,
Gaude οἶνον amicum.
Pondus tu graue dictus
Nobis ocia miſcens
Et pares, reſonaſque,
Quod nunc ἔργα recludunt.
Hoc tam nemo venuſtè
Munus παλλάδος, atque
Ἑρμοῦ: tam κατὰ καιρὸν
Vnquam condidit ἄλλος.
Summum iam decus extas
Orbi, non modò cunctis
Notis τοῖς πατριώταις
Annis ſic tener altus.
Felix perpetuo ſis.
Μουσῶν tempore Alumne,
Et gratos habeas nos
Multùm te vſquè rogamus.

Δεκάστιχον πρὸς αὐτὸν ἑλληνιστὸν ἐπίσημον.

Ἑλληνίζεις, ἐλλόγιμός τ᾽ εἶ,
ἀλλ᾽ εἰκαῖος ἐγὼ, καὶ μᾶλλον
βάρβαρος. εἰ μέντοι χὴν κτυπῶν
ὥσπερ, ἀείδω φωνηέντων
νῦν μετὰ κύκνων, ἔσθ᾽ ὄρθος γε,
ὅς με συνάγει σοῦ μὲν ἐπαίνων.
λάμβανε τὴν βούλησιν, καὶ νοῦν
ἥμισυ τῆς ψυχῆς ὢν σύμου.
ἀμίμητος πίνδαρος οὐδεὶς
εἰμὶ γὰρ, οὐδεὶς ὅστις ὅμηρος.

CLARISSIMO DANIELI BARBARO

PATRIARCHAE AQVILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.

* * *

AMOR Deorum antiquiſsimus, atq; nouiſsimus, rerum omnium autor, & ſeruator nō ab re Patriarcha digniſsime à ſapientiſsimis philoſophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædã res ſit, à diuiniſqúe cauſis profluat, nō ĩmeritò Deum quidẽ, ex Dijſqúe genitum eum philoſophi, poetęqúe finxerũt. Antiquiſsimum autem cęterorũ Deorum aſſerunt, quoniam tunc ortum habuit, cùm ſummum bonum, quod eſt primus ille vniuerſorũ pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi eſſentia, quã Chaos priſci uocarunt, per conuerſionem illius eſſentię ad ſuum vnde orta eſt principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: poſtremò ipſius animę corpus, quod ex cęlis, elementis, miſtiſqúe conſtat: quæ quidem omnia iuxta ſuarum, quæ in mente diuina effulgent Idearum ſimilitudinem, Dij vocantur, vt Cęlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouiſsimum verò, quia duplex Amor cùm ſit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; è veſtigio quodam, diuinoqúe ſemine orta, parentem ſuum recognitum proſequuntur, & fine perfectionis ſuę frui deſiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior eſt, hic verò iunior. Vnde etiam principiũ rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouiſsimũ priſcę autoritatis philoſophi, diuiniqúe viri eum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & ſeruatorem non iniuriâ, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cõmuniter ab omnibus philoſophis fruendæ pulchritudinis deſiderium definitur, quia eius proprium eſt, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoſo coniungat, per cuncta ea, quę ſunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima cauſa in rerum natura ſunt edita, aut ſuperiorum, aut inferiorum, aut ęqualium inter ſe ſortita ſunt ordinem, atq; reſpectum. Si ſuperiora ſint, inferiorum ſunt cauſę: ſi inferiora, ſuperiorum opera: ſi ęqualia, eadem natura fruuntur. Quòd ſi cauſæ quidem ſint, opera ſua diligunt, &

ſummã

ſummam eorũ pulchritudinem, ſummamq́ue perfectionem deſiderant: ſi autem opera, cauſarum ſuarum pulchritudine frui, perfectioneq́ue, expetunt: ſi verò eadẽ natura ſint prędita, tanq̃ ſimiles Totius, Eiuſdemq́ue partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnà omnes perfecta Totius pulchritudine perfrui poſsint. Quod cùm ita ſit, omni ex parte cõſtat, Amorem in omnibus eſſe rebus, perq́ue omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri poſſe, quod odio proſequatur alterum, niſi per accidens. non enim per ſe contrarium aliud ſibi contrarium odit, & fugit: ſed per accidens, ac ſuijpſius Amore, nè ab eo corrũpatur. Cùm ergo Amor omnibus rebus tam diuinis, quàm humanis inſitus, innatusq́ue ſit, cuinam dubium erit, ſi oſtendantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumq́ue opera Amore conſeruari, quin Amor effector omnium ſit, & ſeruator? At propagandæ proprię cuiusq; rei perfectionis cupiditas, maximus Amor eſt. Deus autem, in cuius ſolùm immenſa poteſtate reperitur abſoluta perfectio, propagandę eius perfectionis cauſa cuncta produxit, idẽq́ue omnibus propagandi deſideriũ largitus eſt. quę id ita ſortita ſunt, vt quicquid in Mundo fit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conſeruat, diuiſio diruit, atq; diſperdit. Amor autem cõiunctionis parandę vim habet. Amor igitur non ſolùm efficit omnia, verùm etiam conſeruat. Quo circa iurè autor omnium dicitur, & ſeruator. Verùm ſi Amor res omnes efficiendi, & ſeruandi vim habet, cuiq; ſatis, ſuperq́ue perſpicuum eſt, eum ſcientiarũ quoq; autorem, & cuſtodem eſſe. nam (ſi Ariſtoteli credendum eſt) eędem ſententię, eędemq́ue ſcientiæ ſępenumero apud homines iuxta quaſdam ordinatas Vniuerſi conuolutiones apparẽt, atq; euaneſcunt. Vt verò alijs maximis philoſophis placuit, omnes ſcientiæ, & artes, omnia homium inuenta, omnesq́ue demũ res, quę in toto orbe terrarum tum à Natura editę, tum ab hominibus excogitatę, repertęq́ue fuerunt, infinitis ſeculis floruere poſt infinita incendia viciſsim, ac diluuia, quibus iã deperierant, atq; deciderant: eodemq́ue modo iterũ floreſcent, atq; peribunt. Quę quidem res cùm ita ſe habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, pręſertimq́ue ſcientiarum redintegrationem, & conſeruationem. nam poſt Deucalioneos imbres propter nimiam aquarum copiam non modò vrbes, ędificia, & cuiuſcunq; generis animantia (pręter ea, quę diuina prouidentia cuſtodiuit) periere, verũ etiam omnis rerum memoria, quę in libris continebatur, ita extincta fuit, vt illi primi homines, qui ex paucis ijs, qui iam relicti erant, orti ſunt, tanq̃ nouiſsimi, & rerum omnium imperiti, vitam quandã ſimplicem, puram, ab omni malitia, atq; verſutia vacuam, omninoq́ue (vt aiunt poetę) auream agerent. In qua quidẽ aurea ętate cùm rudes illi eo, quo Deus Mundum proſequitur Amore primùm, deinde naturali hominum ſciẽdi deſiderio excitati, admirari, obſtupeſcereqúe cœpiſſent, ac demũ totam Mũdi machinam, eiusqúe motus, & motuum effectus peruarios cõtemplari, necnõ modò huius, modò illius rei cauſam inueſtigare, id ita factum eſt, vt ſciẽtię iterum omnes, paruo quaſi quodã à principio ortum traxerint, hinc vires in dies ſumpſerint, paulatimqúe ſeſe ad ſummũ ſuę perfectionis euexerint. Pòſt verò cùm propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa, variaqúe in Vniuerſum ſęuientia bella, quibus cunctæ prouinciæ deuaſtatæ fuerant, multa pręclara priſcorum Autorum opera omnibus in ſcientijs radicitus interierunt: multa excęcata, atqꝫ euerſa in lucem exierunt. Quæ nimirum, vel ſaltem quæ in illis continebãtur doctrinæ, ne penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quædam earum ad nos vnquam peruenire poſſet, Amor pleroſqꝫ inuaſit tum illorum doctrinas de ſuo inueniendi, tum hæc inſtaurandi. nemo enim artem, vel ſcientiam aliquam reperire, aut diſcere poteſt, niſi eum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inueſtigandi, inueniendiqúe deſiderium excitet. duplici ſiquidem huiuſcemodi Amore, ſapientia omnis menti data eſt, qua ſanè ad Deum ſuum opificem reuertitur, cùm per hęc inferiora ipſius pulchritudinem cõtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quàm opus eſt in re manifeſta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipſum expertus ſum. nam cúm ſæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas ſcientias, quæ aliàs floruere, nunc abolitas propè, atqꝫ deperditas eſſe animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non'ne ea, quæ priſco tempore vel adoleſcentulis notiſſima, facillima, in promptuqúe erãt, hoc noſtro ſeculo tanquam ęnigmata, difficilima, nimisqúe abſtruſa eruditiſſimis quoque viris eſſe videntur? Cuius profectò rei cauſam cùm perſæpe inueſtigarem, nullam aliam eſſe deprehendi, niſi paucitatem ſcriptorum, quæ à tot, tantiſqúe clariſſimis viris in hiſce ſcientijs nobis relicta fuere. multæ enim, & variæ præſtantiſſimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cõmemorantur, quarum ne veſtigium quidem nunc extat. Hæc cùm multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumqúe Euclidem Megarenſem inſignem Mathematicum, qui harum diſciplinarum initia maximo cum ordine, maximoqúe cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quàm exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum ſcriptum, aut commentarium deſideraui, quanuis neſcius non eſſem, quòd impreſſi fuerant Baſileæ quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere potuerim. editi nanque erant perinde ac ſi editi nunquam fuiſſent. Veruntamen cùm diuina prouidentia propter communem ſtudioſorum omnium vtilitatem huic meo flagranti deſiderio auxiliari maximo ſuo Amore decreuiſſet, fecit vt cùm eſſem in Inſula Creta tertio abhinc anno quoddam vetuſtisſimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impresſi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andreæ Doni præceptoris mei, viri ſanè in græcis literis omnium ętatis ſuę græcorum præſtantisſimi. ex quo quidem exemplari impreſſum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Poſtea verò cùm in Italiam reuerſus eſſem, & horum iam commentariorum maximam agnouiſſem doctrinam, atque vtilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliqúe eos inſtaurandi deſiderio, Amoreqúe ardebam. Quapropter vt eiuſmodi deſiderio meo ſatisfacerem, primùm Bononiam profectus ſum, vbi inueni duo exemplaria manu ſcripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, vt appellant, quod vnà cum alĳs etiam libellis vt tranſcriberem conceſſum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononienſi, Priori tunc illius cœnobĳ, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, niſi humanitate, Amoreqúe erga me quodam impulſi maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentisſimi viri Fabritĳ Garzoni medicam facultatem publicè in Bononienſi Gymnaſio profitentis, qui etiam quę maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipſum ſuum exemplar mecum afferri. quod ſanè mihi non parum vtilitatis attulit. Deinde cùm illhinc diſcesſiſſem, Patauium me contuli, vbi ex ĳs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod poſtremò è græca lingua in latinam conuerti, tum exercitationis cauſa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoqúe Mathematicas diſciplinas ab ineunte adoleſcentia proſequutus ſum: tum etiam vt amicorum meorum perſuaſionibus morem gererem, & communi eorum ſtudioſorum vtilitati, qui ſermonem gręcum non callent, conſulerem. Ac denique quum hoc iampridem à multis expectatum opus, abſolutum, inſtauratumqúe vidiſſem, pluresqúe ipſi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, cenſores adhibuiſſem, nolui omnino Horatĳ ſententiam obſeruare dicentis:

Id tibi iudicium eſt, ea mens, ſi quid tamen olim
Scripſeris in Metii deſcendat iudicis aures,
Et patris, & noſtras, nonumq́; prematur in annum.
Membranis intus poſitis delere licebit
Quod non edideris. neſcit vox miſſa reuerti.

ſed communi potius vtilitati ſtudens, imprimendum illud eſſe duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

Vene-

Venetijs in bibliotheca Sanctorum Ioannis, & Pauli: alterum Patauij ex bibliotecha Io. Vincentij Pinelli Genuēſis viri tā genere, quā animo, & moribus nobilisſimi. Ex quibus ſanè omnibus, quæ hucuſque vidi exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilisſimū, lucidisſimum'q; volumē, à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primùm renouatæ Phęnicis inſtar exoritur. De cuius ortu felicisſimo primùm Deo ſummo rerum opifici, deinde Amori non ſolùm ſcientiarum, verū etiam rerū omnium autori, ſeruatoriqúe immortales habendæ ſunt gratiæ. Vides igitur, dignisſime Patriarcha tum præſentē meā lucubrationem, tum omnia, quæ in rerum natura orta ſunt, oriunturqúe quotidie, Amoris gratia oriri, & fieri. Cùm itaq; opus hoc Amore factum à me ſit, operępretium eſt, vt quoddam etiam munus Amoris mihi ſecum afferat. Maximum autem munus Amoris mihi videtur Amicitia. Amicitia inquam ea, quę vera Amicitia eſt. cùm enim triplex ſit Amor, vnus, quo iucundū: alter, quo vtile: tertius, quo verè bonum, honeſtumqúe diligimus, quorum etiam vnuſquiſq; duplex eſt, ſiquidem aut ſimplex, aut mutuus, cumqúe Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tū naſcatur, & nihil aliud quàm inueteratus quidam ſit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quædam exoriens eſt, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem eſſe. vnā quidem, cuius finis iucundum: alteram autem, cuius vtile: tertiam verò, cuius finis bonum ſimpliciter eſt, & honeſtum. Hæc autem ſola perfecta, vera inuiolabilis, atq; indiſſolubilis eſt, cùm cæteræ omnes vndiq; claudicent, ψευδοφιλίαι ſint, & violari facilè, diſſolui'q; posſint. Hęc porrò & in rationalibus tantū animis, & rarò reperitur, quæ à philoſophis varijs fuit modis definita. Alij nanq; tum ad eius finem, tum ad ſubiectum reſpicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum eam definierunt: modò, honeſtam perpetuæ voluntatis cōmunionem. Alij verò, beneuolentiam mutuam, non latentem, propter bonum ſimpliciter, atq; honeſtum comparatam. Alij præterea, ſummam omnium diuinarum, humanarumqúe rerum cum beneuolentia, & charitate conſenſionem. Alij demū, aliter. Hæc ſcilicet ea eſt Amicitia, quæ maximū Amoris munus eſſe mihi videtur. Vtinam aūt tale munus Amoris à pręſenti meo, Amoriſqúe opere mihi daretur. O felix opus Amoris, & munus, quod vna interiecta morte duę vitę ſequuntur. O diuinum lucrum, diuinamqúe Amicitiā, quādo vnus animus duo occupat corpora, vna'q; vita duobus agitur ab amicis, quorum vterq; geminam habeat vitam, alterqúe alteri ſimilis adeò ſit, vt alter idem vocari posſit. Diuinam inquam, propterea quòd excepta ſapientia (vt rectè ait Cic.) nihil melius homini, nihil iucundius vera, perfectaqúe Amicitia Deus immortalis vnquam dedit. in ſapientia enim, & virtute ſummum bonum præ-clarè poſitum eſt. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil eſt,quod magis alliciat homines ad diligendum ſeſe, quàm virtutis,morumqúe bonorum ſimilitudo,necnon ſtudiorum ſocietas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia eſt, quam diu inter nos eſſe deſideraui. ſemper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi ſunt,quos diligamus,& à quibus diligamur. quandoquidem charitate, beneuolentiaqúe ſublata, omnis eſt è vita ſublata iucunditas. Quam quidem ſententiam diligentisſimè ſemper obſeruandam mihi propoſui. Vnde ſanè quum diebus præteritis varias ego,multiplicesqúe animi tui dotes perpendẽs,maximam conuenientiã, cognationemqúe in tuis,meiſqúe Idea,ſidere,genio,animæ,corporiſqúe affectione animaduertiſſem, te vnum in primis elegi, quem volui cùm mihi coniunctus communi iam patria ſis, Amicitia quoq; perfecta coniungere, cunctiſqúe veſtigijs tuis ſemper inſiſtere. ſpero enim, & volo Amicitiam noſtram (quæ beneuolentia fortaſſe mutua, ſed latens huc uſque fuit) veram, perfectam, indiſſolubilem, ſempiternamqúe fore. omnis enim Amicitia,quæ ex optimis orta eſt principijs,vera eſt,& perfecta, neq; vllo vnquam pacto violari, diſſoluiqúe poteſt. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam,ſummum certè ſui bonum ruit. at nemo proprij boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: ſed bonum, & virtus gignit,& continet,cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atq; indiſſolubilis permanet,ex eaqúe ſemper maxima vtilitas,maximaqúe iucunditas effloreſcit. Verumenimuero quoniam tulit hanc nobis legem Natura,vt non ſine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione exiſtimarem: eam qualiſcunq; eſt, tibi dicandam eſſe ſtatui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua ſolitus es humanitate accipere non grauaberis.neminem enim habui,cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineruęqúe munus, vt ſub tutela tui amplisſimi nominis,maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum verſetur. me verò vt Amicitia noſtra vera, perfectaqúe ſit, mutuo ſemper,& non latenti Amore dilige. Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO
AD
LECTOREM.

QVVM opus, quod à me multos abhinc menſes ſumma primę rerum omnium cauſæ prouidentia ſuſceptum fuerat, poſt multos labores diuino tandem auxilio completum, abſolutumq́; ſit, ſtudioſe Lector, prudenti (ut mihi perſuadeo) conſilio factum iri exiſtimo, ſi antequam ad ſcripta ipſa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti ſunt, te commonefaciam. Quibus inſtructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam conſequi. nam operępretium eſt ante omnem diſciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne ſuarum reminiſci rationum poſsit impedimento ſunt: tum ea cognoſcere, à quibus ipſa diſciplina exoritur. Primùm itaque te ſcire uelim præter alios multos Proclos, unum Clariſsimum omnium fuiſſe, cognomine Diadochum, hoc eſt ſucceſſorem, patria Lycium, Platonicum Philoſophum, Mathematicumq́; præſtantiſsimum. qui (ſi Suidæ credendum eſt) magni Syriani fuit diſcipulus, cumq́; Athenienſi Scholæ præfuiſſet, alios ipſe diſcipulos habuit, è quorum numero unus, inſignisq́; fuit Marinus Neapolitanus eius ſucceſſor: alter M. Antonius, à quo etiam (ut refert Spartianus) ad conſulatum uſque prouectus fuit. Is ſanè Proclus permulta nobis ſcripta reliquit, in arte Grammatica, in Philoſophia, cõmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Heſiodi Ἔργα καὶ ἡμέρας, in Theologiam Orphei, aliaque præter ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos ſumma quidem admiratione dignos, ſummoque ſtudio in manibus habendos cenſeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuerſamque Philoſophiam nobis aditum patefaciunt. & præſertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino inſtauratos nunc ſeſe omnibus offerunt. Quam etiam ob cauſam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Baſileę dilaniato potius quàm impreſſo, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpſi, atque in id unum tranſtuli, quod etiam primus è græco in Latinum ſermonem conuerti. In quo ſanè uertendo quanuis neſcius non eſſem Horatium dixiſſe, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum eſſe cenſui: ſed ubique uerba græca, uerborumque ſenſa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos imitatus ſum, qui in uertendis libris non pauca de ſuo adijciunt, permulta prætermittunt, aut ſeriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propoſitum habui. multi nanque interpretati ſunt, at ille ſolus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias ſiquidem multorum uidi conuerſiones, quæ certè ab omnibus ſunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) neſcio cuius rei cauſa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidiſsima ſenſa, obſcuriſsima, falſaq́; reddunt: aut quia græcum ſermonem perfectè non callent: aut quia ſcientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua ſcientiarum uocabula (quod fieri non poteſt) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingreſsi, eos etiam ſecum unà peſſum trahunt, qui eorum ſcripta legunt. Alij autem barbariem paſsim quandam adamantes, ita libros è græco ſermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuerſi dici poſsint. hi nanque ſententiam Quintiliani non obſeruarunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec ſcientias poſsidentes, dum Pędagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conſcribunt, egregiè hallucinantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipſos cõmaculant, atque euertunt. Silentio autem prætereundum non eſt te in hac mea Procli conuerſione multa, & uaria, quæ obſeruanda ſunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus ſum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi ſectando: ſed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de hiſce, quæ hoc in uolumine continentur ſcientijs pertractarunt. Deinde uocabula ſcientiarum pasſim (ut fieri potuit) legitima, ſynceraq́ue uertere uolui. Ambitus pręterea orationis, ſiue circuitus perſpicuitatis gratia quandoque immutaui, ac ea uſus ſum figura, quam Ὕστερον πρότερον Græci uocant. Ambiguitates inſuper euitaui, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumq́; dicendi formularum reſolutionibus: tum etiam rectè ſcribendi ſcientia, ut legenti tibi notum erit. A quibuſdam denique dictionibus necesſitatis, latinæq́; linguæ paupertatis cauſa non abſtinui, quæ exempli gratia huiuſcemodi ſunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibuſdam Aduerbijs, ut, Vniformiter, Multiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs ſcientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæſitum, Prædicatum, Subiectum, ac ſimilibus: & à nominibus proprijs ſcientiarum, ut, Perſpectiua, & Specularia, quę quidem nomina adeò diuulgata ſunt, ut ſi aliter expreſſa fuerint, ab omnibus non facilè percipi posſint: ſimiliterque à quibuſdam dictionibus græcis, quibus cùm antiquiores pleriq́; græcè uſi ſint, nonnulli iuniores, quos ſequutus ſum, eas nuper latinè reddidere, uerbi cauſa, Obtuſangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumq́; dixerunt, cùm tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci Ὀρθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. ſi enim Ὀρθογώνιον Rectangulum uertunt, quur Ὀξυγώνιον, & Ἀμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtuſangulum uertendum non eſt? Si Τρίγωνον, & Τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur Πεντάγωνον, & Ἑξάγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, ſimiliterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vſi tamen nos quoq; ſumus quibuſdam græcis dictionibus propterea quòd ſi uertantur, proprios ſcientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdrum, Octaëdrum, Icoſaëdrum, Sphęra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiuſmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in noſtra conuerſione non ab re obſeruata comperies, unà cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præſentia ſilentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum eſt ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philoſophiam, quam Proclus noſter elegantisſimè tradit libenter ab eo ſuſcipere, diligere, exercere, atque perdiſcere: ſi Animam tuam, & temetipſum cognoſcere cupis. Anima nanque noſtra (ut docet ſapientisſimus Plato) mathematicam ſortita eſt eſſentiam, unde ſanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non ſolùm communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque ſphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant cauſam. Anima ſiquidem noſtra omnes haſce præaſſumpſit diſciplinas in ſui eſſentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, eſſentialesq́; in ipſa exiſtentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quæ in ipſa eſt Anima concinnam, compoſitamq́; eſſe nemo ſit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus oſtendit) cunctæ in ea reperiantur harmonicę rationes, Διατεσσάρων nempe, Διαπέντε, Διαπασῶν, quæq́ue ex his compoſitæ ſunt: Geometriam inſuper iuxta unionem, ſuiq́; integritatem, formam, & linearem eſſentiam. quatenus enim una, integra, Totumq́; eſt, Continui ipſius eſt particeps: quatenus uerò Numerus, diſcretam ſibi uendicauit naturam. Verùm ut continua, duas habet in ſe ſe rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuerſumq́ue eſt propagantem gignit, qui porrò Circuli cùm haud per Angulos rectos ſe inuicem interſecent, Signiferi, Aequatoriſque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in cęlis eſt, Idem ſemper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuerſum. per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in ſuo pulcherrimè cuſtoditur ordine. Cùm ergo Animæ noſtræ eſſentia Linearis, Circulariſque ſit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonicis manifeſtum eſt, & (ut Peripatetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quòd Anima

Geometriam quoque in ſe ſe præaſſumpſit. Præterea cùm Circuli, qui in ipſa ſunt & immobiles ſint, & à ſe ſe moueantur, immobiles quidem iuxta eſſentiam (omne enim, quod à ſe mouetur, ſimul mouetur, & immobile eſt, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasq́; circuitiones, non immeritò Sphæricam quoque ipſam præſumpſit. Quum itaque Anima noſtra mathematica ſit ſecundum omnes Mathematices partes, operæpretium eſſe exiſtimo quemlibet, qui Animam ſuam, & ſe ſe deſiderat cognoſcere, eoq́; præſtare cæteris animantibus, in Mathematicis exerceri ſcientijs, ſine quibus utique nunquam ſe ſe perfectè cognoſcere poterit. Quapropter te (Lector Candidisſime) iterum, atque iterum hortor ut haſce ſcias præ cęteris alijs complectaris: & ſi Mathematicus breui tēporis curriculo cupis euadere, præſens Procli doctisſimū, lucidisſimūq́; Volumen legas, atq; perlegas.

PRæter ea, quæ communiter de tota tralatione noſtra diximus, pauca adhuc quædam potisſimùm animaduertenda ſunt amice Lector. Primò quidem ꝙ ubicunque inter parua noſtra Scholia ſignum hoc † reperies, uerba ipſum cōſequētia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quæ uidimus exemplaribus decerpſimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo poſtremò exemplaria ad manus noſtras peruenerunt, in quibus nōnulla denuo in primo, ſecundoq́; libro, qui iā impresſi erant, uaria eſſe cōperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus. q̄ hoc ordine ſubſequūtur.

Pag. 25. Lin. 3. Et materiam ipſarum inuincibilem complectitur, uireſq́; &c.

Pag. 29. Lin. 22. Geometrię formas appellat, ſeparari autem nos à ſenſilibus per huiuſcemodi formas, excitariq́; à ſenſu ad mentem concedit &c.

Pag. 76. Lin. 13. Verò, Hebetudo, atque Acumen. hæc enim Magis, &c.

QVONIAM autem in libris imprimēdis uel ſi Argus Lynceis oculis præditus maxima diligentia impreſſoribus præeſſet, fieri non poſſet, quin errores aliquot obrepāt: idcirco ea, quæ errata eſſe deprehendimus, excudenda duximus, ut à quouis ſic corrigi posſint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linea	
Reſpicicens	reſpiciens	3	21	
Anti.	autoritate	16	25	In ſcholijs
Memnone	Menone	26	28	& in ſcho. Lin. 11. & 13.
Decucurrit	decurrit	32	14	
Quæq́;	quiq́;	37	22	
Excucurrit	excurrit	49	26	
Mænechmos	Menæchmios	64	14	
Dixt	dixit	77	11	
Corniculari Cornicularis	Lunulari Lunularis	109	16	
Cornicularis	Lunularis	109	18	
Ab re	non ab re	134	17	
Propter	præter	135	2	
Ad Baſim	ſub Baſi	147	27	
Internus	externus	176	10	
Anguli	Trianguli	180	35	
Ipſi	Ipſis	189	38	
Igitur	autem	199	25	
Infiniti	Finiti	206	23	
Alterntim	Alternatim	215	12	
Puæoſtenſa	Præoſtenſa	224	19	in ſcholijs.
Problematis	Theorematis	225	17	
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21	
Habebant	habeant	241 244	30 31	
Summantur	ſumantur	250	32	
Conſtitutio	& Conſtitutio	265	7	
Rectangulis	Rectilineis	266	26	

Cæterùm ſi præter hæc fortaſſe aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut ſuperius dictum eſt) in hac mea uerſione obſeruata eſſe mihi perſuadeo, haud obſeruata paſſim reperies, huic paruo peccato ignoſces.

AT NE fortè exiſtimes Lector prudentiſſime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum eſſe temere, hoc te nō lateat quòd cùm iam hos libros latinos feciſſem annum penè totum ante emiſſionem conſumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi cenſores adhiberem. M. Antonium Paſſerum Patauinum in primis alterum ætatis noſtrę Ariſtotelem. M. Antonium Muretum Gallum, Ioannem Faſeolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritiſſimos, cunctiſq; ſcijs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatem maximę ſpei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philoſophiæ ſtudijs, & in Mathematicis apprime verſatum. Cuius conſilio, accerrimoq; iudicio me perſæpe vſum eſſe nunquam inficiabor. Horum ſanè clariſſimorum virorum autoritate fretus, propter communem ſtudioſorum vtilitatem malui non parum potius periculi ſubeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm ſine vllo meo diſcrimine eum pati in tenebris vlterius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM Virorum Illuſtrium, & Autorum, quorum hoc in volumine mentio facta eſt.

Deorum.

AMor.
Apollo.
Bacchus.
Ceres.
Cœlius.
Diana.
Iuno.
Iuppiter.
Mars.
Mercurius.
Neptunus.
Oracula.
Pluto.
Rhea.
Saturnus.
Venus.
Veſta.
Vulcanus.

Virorum Illuſtrium.

GElon Syracuſius Rex.
Hieron Syracuſius Rex.
Pericles Atheniẽſis Senator clariſſ.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

AEneas Hieropalita.
Ameriſtus Steſichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergęus.
Archimedes Syracuſius.
Architas Tarentinus.
Ariſtoteles.
Aſinęus Philoſophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chryſippus.
Cicero.
Cratiſtus Platonicus.
Cyzicinus Athenienſis.
Democritus.
Dinoſtratus Menęchmi frater.
Epicurus, & ſequaces.
Eratoſthenes.
Euclides.
Eudemus.
Eudoxus Cnidius.
Eutocius Aſcalonita.
Gemînus.
Hermotimus Colophonius.
Heron.
Heſiodus.
Hippias Eleus.
Hippocrates Cous.
Hippocrates Chius.
Homerus.
Ioannes Grammaticus.
Interpres Heſiodi in Theogonia.
Leodamas Thaſius.
Leon.
Marcus Antonius.
Marinus.
Menæchmus.
Menelaus.
Neoclides.
Nicomedes.
Oenopides.
Orpheus.
Pappus.
Perſeus.
Philippus Mendæus.
Philo Academicus.
Philolaus.
Plato.
Plotinus.
Plutarchus.
Porphyrius.
Poſidonius.

Ptolemæus Primus
Ptolemæus.
Pyrrhonij philoſophi.
Pythagoras.
Quintilianus.
Simmias.
Simplicius.
Spartianus.
Speuſippus.
Stoici.
Suidas.
Thales Mileſius.
Theętetus Athenienſis.
Theodorus Cyrenęus.
Theodorus Mathematicus.
Theodorus Gaza.
Theudius Magnes.
Varro.
Victruuius.
Vitellio.
Xenocrates.
Zeno Sidonius.
Zenodorus.
Zenodotus Andronis diſcipulus.

ELENCHVS LIBRORVM, qui in eodem hoc volumine citati ſunt.

Aſtrologica tractatio Carpi Mechanici.
Bacchæ Philolai.
Ciuilis, vel de Regno Platonis.
Commentaria Procli in Timęum Platonis.
Cõmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis
Commentaria Eutocii Aſcalonitę in libros Conicorum Apollonii.
Commentaria Eutocii in Archimedem.
Cõmentaria Simplicii in lib. Phyſic. Ariſt.
Cõmentaria Campani in Euclidis Elemẽta.
Compendium Elementorum Aeneæ Hierapolitæ.
Critias Platonis.
Elemẽta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
Elementa Muſicalia eiuſdem.
Elementa Hippocratis Chii.
Elementa Leontis.
Elementa Hermotimi.
Elementa Theudii.
Epinomides falsò Platoni aſcriptus.
Ἔργα, καὶ ἡμέραι Heſiodi.
Gorgias Platonis.
Liber Archimedis de Circuli dimenſione.
Liber Archimedis Aequiponderantium.
Libri Archimedis de Sphęra, & Cylindro.
Liber Ariſtotelis de Lineis inſecabilibus.
Liber Ariſt. de Diuinatione per ſomnum.
Liber Ariſt. de Senſu, & Senſili.
Libri Ariſt. Reſolutorii.
Libri Metaphyſicorum Ariſt. XIIII.
Libri Ariſt. Moralium Nicomachiorum.
Libri Ariſt. de Partibus animalium.
Libri Ariſt. Phyſicorum.
Libri Ariſt. de Anima.
Libri Ariſt. de Cęlo.
Liber Eudemi de Angulo.
Libri Geometricarũ enarrationũ Eudemi.
Liber Euclidis Mendaciorum, ſiue Fallaciarum.
Liber Euclidis de Diuiſionibus.
Libri Corollariorum Euclidis.
Libri Platonis de Rep.
Libri Platonis de Legibus.
Liber Hippocratis Coi de Locis.
Liber Procli de motu.
Liber M. Varronis de lingua latina.
Liber Ptolemæi, cui titulus eſt, A minoribus quàm duo recti ꝓductas coincidere.
Liber Apollonii de Cochlea.
Liber Apollonii Conicorum.
Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
Liber Hippocratis Chii de Quadratura Lunulæ.
Liber Io. Grammatici contra Proclum.
Libri Theurgiæ.
Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ.
Libri Geometrici Menæchmi.
Libri Geometrici Dinoſtrati.
Libri Geometricarum enarrationũ Gemini
Libri Vitellionis.
Meno Platonis.
Miſcellanea Porphyrii
Odyſſea Homeri.
Opuſculum Plutarchi de vitanda vſura.
Parmenides Platonis.
Perſpectiua Euclidis.
Phędo Platonis.
Phædrus Platonis.
Philebus Platonis.
Quæſtiones Philippi Mendæi.
Riuales Platonis.
Sophiſta Platonis.
Specularia Euclidis.
Sympoſium Platonis.
Theætetus Platonis.
Theologumena Arithmeticæ.
Theogonia Heſiodi.
Theologia Orphei.
Timæus Platonis.
Vita Periclis à Plutarcho tradita.

FINIS.

PROCLI DIADOCHI LYCII
COMMENTARIORVM
IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM
LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO
PATRITIO VENETO
INTERPRETE.

De Mathematicæ Eſſentiæ medietate
Cap. I.

MATHEMATICAM Eſſentiam neque ex primis eorum, quæ ſunt generibus, neque ex vltimis, à ſimpliciqúe eſſentia ſeiunctis eſſe neceſſe eſt, ſed medium obtinere locum inter impartibiles, & ſimplices, & incompoſitas, & indiuiſibiles ſubſtãtias: & partibiles, atq; in multiplicibus compoſitionibus, varijsqúe diuiſionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipſa verſantur eodem ſemper modo ſe habet, & firmum eſt, neque confutari poteſt, formis, quæ in materia feruntur ipſam ſuperiorem eſſe declarat. progrediẽdi verò vis illa, quæ apprehendit, & quę rerum ſubiectarũ dimenſionibus pręterea vtitur, & quę ab alijs principijs alia pręparat, inferiorem ipſi dat ordinem, eo ordine, quẽ ſortita eſt impartibilis, & in ſe ipſa perfectè cõſtituta natura. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quę ſunt cognitiones primis, & medijs, & poſtremis ſubſtantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectilem tribuebat, quæ collectim, & ſimplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cùm ſine materia ſit, & ſumma quadam puritate prædita, & quadam vnius formæ ratione ſe conijciat, resqúe ipſas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partibilibus autem, poſtremamqúe naturam ſortitis, & Senſilibus omnibus, opinionem, quę obſcuram veritatem nacta eſt: Medijs verò (cuiuſmodi ſanè Mathematices formæ ſunt) & impartibili natura inferioribus, partibiliqúe ſuperioribus, cogitationem. hæc enim mente quidẽ, ſupremaqúe ſcientia inferior eſt, opinione autem perfe-

Cõcluſio vniuerſalis.

Cõcluſionis ꝓbatio.

Platonis ĩ Repu. & aliis ĩ locis cognitionũ diuiſio.

Eorũ, quę ſub cognitionẽ cadunt diuiſio.

ctior, & magis certa, atq; pura. nam progreditur quidem, mentiſqúe impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehenſionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rurſus quæ diuiſa ſunt, ad mentemqúe refert. Quemadmodum igitur ipſę inter ſe diſtant cognitiones, ita ſanè & quæ ſub cognitionem cadunt, natura diſtincta ſunt. & quę intelligi quidem poſſunt vnius formæ exiſtentijs omnia ſuperant. Senſilia verò, ſuperantur penitus à primis eſſentijs. Mathematica autem, & omnino quæcunq; ſub cogitationem cadunt, medium ſortita ſunt ordinem. cùm ea quidem, quæ intelliguntur diuiſione vincant, ſenſilibus verò, cùm materiæ ſint expertia præcellant: & ab illis quidem ſimplici quadam vi ſuperentur, his autem certa quadam ratione pręſtent: & apertiores quidem quàm ſenſilia intelligentis eſſentię notiones habeant, ipſius verò imagines ſint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quæ ſunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in veſtibulis quidem primarum formarum ſint collocata, illarumqúe in vnum coactam, & impartibilem, & fœcundam exiſtentiam patefaciant, nondum verò partitionem, & compoſitionem rationum, conuenientemqúe imaginibus ſubſtantiam ſuperent, nec varias, & cogitandi vim habentes animæ notiones tranſcurrant, & ipſis ſimplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohęreant. Medietas itaq; Mathematicorum generum, ac formarum, in pręſentia huiuſcemodi eſſe intelligatur. Medium vtiq; complens inter impartibiles prorſus eſſentias, & eas, quæ circa materiam partibiles fiunt.

† progrediẽdi.

Epilogus.

Communia eorum, quæ ſunt, Mathematicęqúe Eſſentię principia, Finis, & Infinitum. Cap. II.

De hiſce duob⁹ rerũ pricipiis, & Vni⁹ cauſa vide Platonẽ ĩ Philebo.

PRincipia autem totius Mathematicę Eſſentię conſiderantes, ad ipſa regredimur principia, quę per ea omnia, quę ſunt permeant, & omnia à ſeipſis gignunt, Finem inquam, & Infinitum. ex his nanq; dũobus primis poſt illam Vnius cauſam, quę neq; explicari, neq; omnino comprehendi poteſt, cum alia omnia, tũ Mathematicarum diſciplinarum natura conſtituta eſt. illis quidem collectim omnia, & ſeparatim producentibus: his verò conuenienti in menſura progredientibus, ac decenti ordine progreſſum recipientibus, & alijs quidem primis, alijs verò medijs, alijs autem poſtremis ſubſiſtentibus. nam intellectilia quidẽ genera ſua quadã ſimplici vi primũ Fine, Infinito'q; participãt. quippe quę propter quidẽ vnionẽ, & idẽtitatẽ, firmã'q;, ac ſta-

Qũo intellectilia genera his princpiis participẽt

bilem

bilem exiſtētiam, Fine perficiuntur: propter verò diuiſionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamqúe diuerſitatem, ac progreſſum, Infinitatem nāciſcuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta ſunt, non tamen ex primis tantùm, nec ex intellectilibus, occultiſqúe principijs: verùm etiā ex ijs, quę ab illis ad ſecundum ordinem progreſſa ſunt, medioſqúe eorum, quæ ſunt ornatus, & varietatem, quæ in ipſis reperitur inuicem producere ſufficiunt. Vnde ſanè in his quoq; rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibētur verò ab ea, quę Finis eſt cauſa. Numerus enim ab Vnitate exorſus inceſſabilem recipit accretionem, ſemper autem qui acceptus eſt, finitus eſt. Magnitudinum quoq; diuiſiò in infinitum abit, omnia tamen quæ diuiduntur terminata ſunt, totius'q; particulæ actu finitæ exiſtunt. Atq; adeò Infinitudine quidem non exiſtente, omnes Magnitudines commēſurabiles eſſent, nullaqúe reperiretur, quę aut verbis explicari, aut ratione comprehendi non poſſet (quibus ſanè ea, quę in Geometria tractantur, ab ijs, quę in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim oſtendere minimè poſſent, neq; omnes eorum, quę ſunt rationes in ſeipſis cōplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus īmutat rationem, in vnitatē, & †eam quę ante ipſā rationē facta eſt reſpicicens, diligenterqúe exquirens. Fine verò ablato, commenſurabilitas, communicatioqûe rationum, & formarum vna, eademqúe ſemper eſſentia, & æqualitas, & quęcunq; ad meliorem coordinationem ſpectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum eſſent ſcientiæ: nec firmæ, ac certæ comprehenſiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ ſunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hiſce principijs opus eſt. Poſtrema verò, quęqúe in materia feruntur, ab ipſaq; natura conformantur, omnino ex ſui natura ambobus frui manifeſtè videntur. Infinito quidem quò ad ſubiectam ſibi formarum ſedē: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verùm quòd eadem Mathematicarum quoq; Eſſentiarum præexiſtunt principia, quę & eorum omnium, quæ ſunt, manifeſtum eſt.

Qūo Mathematica gñā ex his orta ſint principiis.

Arguit ſecūdo hypotheticorū modo quòd Finis, & Infinitū Mathematicarū Eſſētiarū principia ſint.

† eum qui āte ipſum eſt reſpiciens,

Qūo Materialia genera his duob⁹ pricipiis fruantur.

Epilogus.

Quęnam ſint communia Mathematicarum Eſſentiarum Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipſarum principia, & per omnia Mathematica genera permeantia contemplati ſumus, eodē ſanè

Diuina ſcientia.

Cōmunes Mathematicę conſiderationes.

modo cōmunia quoq; ipſarum Theoremata, & ſimplicia, & ab vna ſcientia orta, quæ cunctas ſimul Mathematicas cognitiones in vnum continet, conſiderabimus. & quomodo omnibus congruant, poſſintqúe tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inſpici, perſcrutabimur. Huiuſcemodi autem ſunt, omnia Proportionum, & Compoſitionum, & Diuiſionum, & Cōuerſionum, & alternarum Immutationum: itemqúe Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisqúe oppoſitorum: & prorſus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuerſè, & cōmuniter conſiderantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus ſunt, ſed quatenus per ſe vnumquodq; horum naturam quādam habet cōmunem, ſuiqúe ſimpliciorem præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoq;, & ordo omnibus communia ſunt Mathematicis diſciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quæruntur via, & ab his ad ea tranſitus, quæ ſanè Reſolutiones & Compoſitiones appellantur. Similitudo pręterea, atq; diſſimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus abſunt. Figuras enim alias quidē ſimiles, alias verò diſſimiles dicimus: eodemqúe modo Numeros alios quidem ſimiles, alios verò diſſimiles. Præterea quæcunq; iuxta potentias apparent, cunctis ſimiliter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ poſſunt, tum etiam eorū, quę potentijs illis ſubijciuntur. Quę ſanè & Socrates in libris de Republica Muſis ardua, ſublimiaqúe loquentibus dicauit. quippe qui cōmunia cūctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictiſqúe Numeris obfirmauit, in quibus ſanè menſurę quoq; vbertatis, huicqúe contrarię ſterilitatis apparent.

Socrates i. 8. de Rep. idē inferiꝰ cap. 8. & com. 13. libri 2.

Communia hęc quomodo ſubſiſtant, & à qua conſiderentur ſcientia. Cap. IIII.

Cōcluſio.

Cōcluſionis probatio.

OPortet autem cōmunia hæc non vtiq; in multis, & diuiſis formis primò ſubſiſtere arbitrari, neq; poſtremò, & ex multis ortum habere: verùm, vt pręcedentia ipſas, ſimplicitateqúe, & certa quadam ratione excellētia ponere. iccirco enim cognitio quoq; ipſorum multas antecedit cognitiones, ipſiſqúe principia ſuggerit, & eę multę circa ipſam ſubſiſtunt, ad ipſamqúe referuntur. dicat enim Geometra quòd quatuor Magnitudinibus proportionalibus exiſtētibus, alternatim quoque proportionales erunt, demonſtretqúe hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat ſimiliter Arithmeticus quòd quatuor Numeris proportionalibus exiſtentibus, alterna-

tim

tim quoque proportionales erunt. hocqúe ex proprijs ſcientiæ ſuæ oſtendat principijs. quis nam eſt ille, qui alternam Rationem per ſe cognoſcit, ſiue in Magnitudinibus illa ſit, ſiue in Numeris? compoſitarumqúe Magnitudinum, vel Numerorum diuiſionem, & diuiſarum ſimiliter compoſitionem? non ſunt certè partibilium quidem ſcientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ ſine materia ſunt, & quæ propius intelligentē contemplationem ſunt conſtituta, nullam habemus ſcientiam, ſed multò prius illorum cognitio ſcientia eſt, & ab illa ſcientiæ multę communes ſuſcipiunt rationes. & ad tantas vſque cognitiones fit aſcenſus à magis particularibus, ad magis vniuerſales, quouſque ad ipſam eius, quod eſt, quatenus eſt reuertamur ſcientiam. ipſa enim non quæ Numeris per ſe inſunt, neque adeò quæ omnibus communia ſunt quantitatibus contemplari æquum ſibi cenſet: ſed cunctorum, quę ſunt vnam, & firmam eſſentiam, atque exiſtentiam contemplatur. Et proinde omnium eſt ſcientiarum capaciſſima, & ab illa cęteræ ſibi omnes ſua aſſumunt principia. ſemper nanque ſuperiores inferioribus primas Demonſtrationum ſuppoſitiones præbent. illa autem, quę ſcientiarum omnium perfectiſſima eſt, omnibus ex ſe principia largitur, alijs quidem magis vniuerſalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Thęteto Socrates iocoſa ſerijs cōmiſcens, Columbis quidem ſcientias, quę in nobis ſunt, comparat: volare autem ipſas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, ſeorſum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magiſqúe capaces ſunt, multas intra ſe magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas diſtributa ea, quæ cognitioni ſubijciuntur attingunt, inter ſe diſtant, nulloqúe modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus ſint excitatæ primis principijs. Vna igitur ſcientia omnes ſcientias, & doctrinas præcedat, quippè quæ cōmunia, & per omnia genera permeātia cognoſcat, cūctiſqúe Mathematicis ſcientijs principia ſuppeditet. Et hucuſq; de ipſa doctrina noſtra terminetur.

Cōmunia hęc neq; à nārali Sciētia, neq; à Mathematica cognoſcunt, ſed à Diuina.

Diuina Sciētia oīum Scientiarū capaciſſima, quam Ari. dominā Sciētiarū vocat ī prio poſt. tex. 23.

Socrates in Theæteto.

Epilogus. Pria Philoſophia, quā Plato Dialecticā vocat ī ſeptimo de Rep.

Quod ſit inſtrumentum iudicans Mathematicas. Cap. V.

POſthęc autem quod nam ſit inſtrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas conſiderabimus, & conſtituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. ſeorſum quidem quæ ſub cognitionem cadunt, ſeorſum verò cognitiones diuidit. & ijs, quæ ſub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones diſtribuit.

Diuiſio Platonis ī ſeptimo dē Rep. & alijs ī locis.

buit. nam eorum,quę ſunt,alia quidem intellectilia,alia verò ſenſilia ponens. rurſus autem intellectilium alia iterum intellectilia,alia cogitationi ſubiecta. & ſenſilium alia quidem ſenſilia,alia verò coniecturalia,intellectilibus quidem (quę ſanè prima ſunt quatuor generum) cognitionem aſſignat intelligẽtiam: ijs autem,quę cogitationi ſubiecta ſunt,cogitationem: ſenſilibus verò,fidem: cõiecturalibus autem, coniectandi vim. & eandem rationẽ coniectandi vim ad ſenſum habere oſtendit,quam habet cogitatio ad intelligentiam. vis enim coniectandi ſenſilium ſpectra cognoſcit,dum in aquis, & alijs corporibus perſpicuè imaginem referentibus inſpiciuntur. quippe quę poſtremã quodãmodo in aquis ſortita ſunt ſedem, & ſimulacrorum verè facta ſunt ſimulacra. ſimiliter cogitatio intellectilium imagines inſpicit, quę à primis,& ſimplicibus,& impartibilibus formis in multitudinẽ, diuiſionem'q; ſunt delapſę. Quapropter huiuſce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet ſuppoſitionibus: intelligentia verò ad ipſum non ſuppoſitum principium peruenit. Si igitur Mathematicæ res neq; impartibilem,ab omniqúe diuiſione, ac varietate ſeparatam ſubſtantiam ſortitæ ſunt,neq; eam,quę ſenſu deprehenditur,& multis mutationibus obnoxiam,& quacunq; ratione diuiſibilem,cuilibet manifeſtum eſt,quòd iuxta ſuam eſſentiam cogitationi quidẽ ſubiectę ſunt: cogitatio autem veluti inſtrumentum aptum ad iudicãdum ipſis pręeſt,ſicut ſenſilibus ſenſus,& coniecturalibus coniectandi vis. Vnde ſanè & Socrates obſcuriorem quidem harũ cognitionem prima ſcientia determinat,euidentiorem verò eo appulſu,qui in opinione poſitus eſt. nam id quidem vltra intelligentiam obtinent, vt quod euolutum eſt,& progrediendi vim habet contẽplentur: ea verò,quæ in ipſis reperitur rationum ſtabilitate,quę etiam confutari non poteſt, opinionem ſuperant. & quòd quidem ex ſuppoſitione ortum trahãt, id ſortitę ſunt,iuxta primę ſcientię diminutionẽ: quòd verò in ijs formis conſtitutę ſint,quę ſine materia exiſtũt, iuxta perfectiorem ſenſilium cognitionem. Inſtrumentum itaq; aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale,nempe cogitationem ex ſententia Platonis,ſtatuimus. quippe quę opinione quidem ſeipſam ſuperiorem ſtatuit, ab intelligentia verò ſuperatur.

Cognitionũ ꝓportio ſecũdũ Platonẽ.

Mathematicę res cogitationi ſubiectæ ſũt,& Cogitatio eſt inſtrumẽtũ iudicãs ipſas.

Socrates ĩ ſeptimo de Rep.

Idẽ ſuperius cap. primo.

Epilogus.

Quæ nam ſit Mathematicorum generum, ac formarum eſſentia,& quomodo ſubſiſtat Cap. VI.

Quęſtio.

SEquitur autem, vt conſideremus quæ nam dicenda ſit Mathema-

ticarum

ticarum formarum, generumqúe eſſentia, & vtrùm à ſenſilibus ipſam manare, in rerumqúe natura ſubſiſtere ſit admittendum, ſiue per abſtractionem (vt dici ſolet) ſiue per collectionem particularium in cõmunem vnam rationem: an & ante hęc ipſam ſubſiſtere fatendũ, vt aſſerit Plato, omniumqúe rerum progreſſus oſtendit. Primùm itaque ſi à ſenſilibus Mathematicas formas oriri, ſubſiſtereqúe dicimus, anima quidem noſtra à Triangulis, vel Circulis in materia inſidentibus, Circularem, vel Triangularem formam poſtremò in ſeipſa formãte, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuincique minimè poteſt, rationibus ineſt Mathematicis? hæc enim aut à ſenſilibus, aut ab anima eruantur neceſſe eſt. Atqui à ſenſilibus hæc educi eſt impoſibile. multò enim maior certitudo illis concedenda eſſet. Ab ipſa igitur anima educentur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ijs autem, quæ certa non ſunt quod certũ ſit adhibet. vbi nanque in eis, quæ ſub ſenſum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut craſſitudinis percipi potuerit? vbi porrò ex Circuli Centro exeuntium Linearum ęqualitas? vbi ſemper ſtabiles Laterũ rationes? vbi Angulorum rectitudines? non equidem video. ſiquidem omnia, quæ ſub ſenſum cadunt inuicem cõmiſta ſunt, nullum qúe in his ſyncerum reperitur, quod à contrario purum ſit, ſed cuncta partibilia, & dimenſionum plena, & motui obnoxia exiſtunt. Quo nã modo igitur immobilibus rationibus ex ijs, quę mouentur, & alio, atque alio tempore aliter ſe habent ipſam immutabilem, firmam qúe attribuemus eſſentiã? quidquid enim ab ijs, quæ mouentur ortum ducit eſſentijs, mutabilem ex ipſis habere exiſtentiam nemo eſt, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quę minimè coargui poſſunt formis, à non certis certitudinem adijciemus? quicquid enim ĩmobilis cognitionis eſt cauſa, magis illud tale eſt. Confeſſum igitur, ac receptum ſit animam formarum, rationumqúe Mathematicarum eſſe genitricẽ. Verùm ſi quidem habens exempla ſecundum eſſentiam, conſtituit eas, & ſunt huiuſcemodi ortus quędam earum, quæ in ipſa præexiſtebant formarum emiſsiones, & Platoni aſtibulabimur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum diſciplinarum eſſentia erit inuenta: ſi verò non habens, neque cũ rationes præoccuparit, tantum ſubtexit ornatum materiæ expertem, tantamqúe gignit contemplationem, quomodo quæ genita ſunt dijudicare poteſt, ſint'ne vitalia, an ſubuentanea, & ſimulacra pro veris? quibus autem regulis vtens veritatem, quę in his eſt metitur? quo demum pacto eſſentiam ipſorum non habens, tantam rationum pro-

ducit

Prima opinio, q́ eſt Ariſtotelis.

Secunda opinio, q́ eſt Platonis.

Primæ opinionis cõfutatio. Argumẽtum.

Certitudo Mathematica ab anima ipſa emanat.

Cõcluſio argumẽti.

Alia quæſtio.

Prima opinio, quę eſt Platonis.

Secunda opinio, q́ eſt Ariſt. eiusq; cõfutatio.

Primũ argumentũ.

ducit varietatem? Vagam quippe, & incertam ita horum faciemus ſubſtantiam, quæqúe ad nullum terminum referatur. Si igitur anima Mathematicas gignit formas, neq; à ſenſilibus rationes habet, quibus eas conſtituit, ab illis tamen ipſas producit, ipſius vtique animæ partus, ac fœtus, permanentes, ęternasqúe patefaciunt formas. Secundò, ſi inferius, & à ſenſilibus Mathematicas colligimus rationes, quo nam modo neceſſe non fuerit potiores eas perhibere demõſtrationes, quęcunque à ſenſilibus conſtituuntur, & non eas, quæ à magis vniuerſalibus, ſimplicioribusqúe formis? cauſas enim vbique demonſtrationibus eſſe proprias ad eius, quod quæritur venationē dicimus. Si igitur particularia, & ſenſilia, vniuerſalium, & ſub cogitationem cadentium cauſæ ſunt, quid cauſæ eſt quòd demonſtrationis definitio ad magis vniuerſalia vice particularium referatur? & eorum, quæ cogitationi ſubijciuntur eſſentia, potius quàm ſenſiliũ eſſentia cognatior demonſtrationibus, magisqúe affinis oſtendatur? nam neque ſiquis (vt dici ſolet) demonſtrarit Aequicrus duobus Rectis ęquales habere Angulos, & Aequilaterum, & Scalenum, is quodãmodo ſcit: ſed qui omne Triangulum, & ſimpliciter demonſtrauit, per ſe ſcientiam habet. Et rurſus quod vniuerſale eſt, melius eſt ad demonſtrationem, quàm particulare. itemqúe demõſtrationes ex magis vniuerſalibus cõſtant, atque conflantur. ex quibus autem ſunt demonſtrationes, ea priora ſunt, & ſingularibus natura præcellunt, ſuntqúe cauſæ eorum, quæ demonſtrantur. Multum igitur abeſt, vt quæ demonſtrandi vim habent ſcientiæ poſterius genita, obſcurioraqúe ſenſilia reſpiciant, atque ſcrutentur, non autem ea contemplentur, quę à cogitatione comprehenduntur, quæqúe perfectiora ſunt ijs, quæ à ſenſu, opinioneqúe cognoſcuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quòd animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam ſi materia quidem eſſentialia, quęqúe magis eſſe dicuntur, manifeſtioraqúe à natura accipit: anima verò ſecundo loco ab illis & ſimulachra, & imagines poſterius eductas in ſe ſe informat in eſſentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ ſuaptè natura ab ipſa ſeparari non poſſunt, quomodo animã imbecilliorem, inferioremqúe materia non oſtendunt? tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum eſt locus. ſed primarum altera, altera ſecundarum. & illa quidem earum, quæ præcipuè ſunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum, quę ſecundum eſſentiam, hęc verò earum, quæ ſecundum excogitationē factæ ſunt. Quonã pacto igitur anima, quæ mentis, intelligentisqúe eſſentiæ primò eſt particeps, & hinc cognitione,

Cõcluſio primi argumenti.

Secũdum argumen.

Cõcluſio ſecũdi argumenti.

Tertiũ argumentũ.

gnitione, totáqúe vita repletur, obſcuriores recipit formas ijs, quæ ab vltima eorũ, quæ ſunt, & quò ad Eſſe omnium imperfectiſſima recipiuntur ſede? Verũ enimuero huic quidẽ occurrere opinioni, quę ſępe à pleriſq; exagitata, ac conuicta fuit, ſuperuacaneum fuerit. Quòd ſi neq; per abſtractionem materialium Mathematicę formæ ſunt, neque per collectionem eorum, quæ in ſingulis ſunt cõmunium, neque prorſus poſterius genitę, & à ſenſilibus: neceſſe eſt vtiq; animam aut à ſe, aut à mente, aut & à ſe & à mente ipſas accipere. At ſi quidem à ſe duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum imagines? quomodo inter impartibilem, partibileqúe naturam fuerint medię, nullam à primis quò ad Eſſe perfectionem ſortitę? quomodo demum ea, quæ in mente ſunt, primaria omnium ſunt rerum exempla? Si verò ab illa tantùm, quo pacto vis illa exercendi ſui, ac mouendi ſui, quæ in anima eſt, permanere poterit? ſiquidem quæ in ipſa ſunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur ſubſtantiam aliunde in ipſam fluxere? præterea in quonam anima ab ipſa differet materia, quæ potentia ſolùm eſt omnia, nullamqúe prorſus formarum materialium gignit? Reliquum eſt igitur animam & à ſe, & à mente haſce producere, ipſamqúe formarum plenitudinem eſſe, quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex ſeſe autem ad Eſſe tranſitum ſortiuntur. Non eſt igitur tabella, rationibuſqúe vacua ipſa anima, imò ſemper ſcripta, ſeſeqúe ſuapte natura deſcribens, cùm à mente quoq; deſcribatur. nam anima etiam ipſa, mens eſt iuxta mentem ipſa priorem ſeipſam conuoluens, imagoqúe illius, & adumbratio extrinſecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo cognoſcit, anima quoq; cuncta animando, & ſi illa per exempla, & anima per imagines: & ſi illa contrahendo, anima diſtinguendo. Quod nimirum Plato quoque ſciens, animam ex omnibus Mathematicis conſtituit formis, eamqúe diuidit per numeros, & connectit proportionibus, harmoniciſqúe rationibus, & primaria Figurarum principia in ipſa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipſa exiſtentes ciet intelligẽter. Cunctę igitur res Mathematicę primùm in ipſa ſunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per ſe mouentur: & ante apparentes Figuras, Figurę † animales: & ante ea, quę cõcinnata ſunt, harmonicę Rationes: & ante corpora, quę circulariter mouentur, inuiſibiles Circuli producti ſunt. horumqúe omnium vbertas ipſa eſt anima, & iſte ornatus alius eſt, qui ſe ipſum producit, & à proprio producitur principio, & vita ſeipſum explet, ab opificeqúe ſine corpore, ac ſine dimenſione expletur. & quando ſuas promit ra-

Cõcluſio trimẽbris ex iis, quę dicta sũt.

Primum mẽbrum.

Scũdum.

Tertium.

primi mẽbri cõfutatio.

Primum

Secundũ.

Tertium argumẽ.

Secundi mẽbri cõfutatio

Primũ ar.

Secũdum.

Tertii mẽbri cõfirmatio.

Cõcluſio.

Digreſſio cõtra Ari.

Cognitio animę differt à cognitione mentis.

Plato i Timęo animã ex omni⁹ Mathematicis formis cõſtituit.

† vitales

tiones,tunc omnes patefacit ſcientias,atque virtutes. His itaque formis anima ſuam induit eſſentiam, nec eſt Numerus in ipſa Vnitatum multitudo exiſtimandus,neque eorum,quæ cum dimẽſione ſunt idea corporaliter intelligenda, ſed vitaliter, & intelligenter omnia apparentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum exempla ſupponenda ſunt, Timæum ſequendo, qui omnẽ ipſius ortum,atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniũq́ue cauſas in ipſa collocauit. nam omnium quidem Numerorum linearium, & planorum, & ſolidorum ſeptem termini principia comprehenderunt. Rationum verò omnium ſeptem rationes, ſecundũ † eſſentiam in ipſa præextiterunt. Figurarum autem principia, ſecundum opificam vim in ipſa collocata ſunt. Motuum deniq; primus, qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnà cum ipſa ſubſiſtit. omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motuſq́ue circularis principium eſt. Eſſentiales igitur,& per ſe mobiles Mathematicarũ rerum ſunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes promouens, prouoluenſq́ue cogitatio, omnem Mathematicarum ſcientiarum varietatem conſtituit. nec vnquam quieſcet gignens quidem ſemper, aliaq́ue poſt alia inueniens, ſuas autẽ indiuiduas rationes explicans. cuncta ſiquidem primiariè præoccupauit, & ſecundum infinitam ſui vim ex præaſſumptis principiis varia producit,proponitq́ue Theoremata.

Qũo Mathematicę res in anima intelligẽdę ſint.

Timæus.

Pulchrũ.

† cauſam.

Epilogus.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ ſint, & quouſq; ſuis actionibus ſe extendant Cap. VII.

VErùm poſt Mathematicarum formarum eſſentiam, ad vnam ipſarum ſcientiam recurremus, quã ante multas alias eſſe oſtendimus, & inſpiciemus quodnam ipſius ſit opus, quæúe ipſius vires, & quouſq; ſuis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicę ſcientię cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendũ eſt. neq; ſanè eiuſmodi, cuiuſmodi intelligens, quod in ſeipſo firmiter ſitum, & perfectũ eſt,& ſeipſo contentum,& in ſeipſum vergens:nec cuiuſmodi illud eſt,quod opinioni, atq; ſenſui aſcribitur,hę ſiquidẽ cognitiones externis rebus incumbunt,& in illis agunt, & cauſas eorũ, quæ ab ipſis cognoſcuntur nõ habent. At Mathematica extrinſecus à recordatione quidem ſumit initium, in intimas verò deſinit rationes,& excitatur quidẽ à poſterioribus,peruenit autẽ in præcipuam formarũ eſſentiam. nec ĩmobilis quidẽ eius eſt actio,ſicut intelligens,nec motu locali

Superi' in cap. 4.

Opus Mathematicę ſcientiæ.

Medietas Mathematicæ ſciæ.

tu locali,neq; alterante,quẽadmodum ſenſus, ſed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatũ,interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipſis perficiuntur progrediens, interdũ verò retrorſum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoſcũtur ad ea,quæ quæruntur, interdũ verò ab ijs,quæ in quæſtione poſita ſunt ad ea,quæ cognitione præcedunt. Pręterea non vtpotè ex ſeſe perfecta omnem ſuperat inquiſitionem,quẽadmodum mens,neq; ab alijs,vt ſenſus, perficitur, ſed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem aſcẽdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuerſasq́ue cõtẽplationis ſemitas gignentes: alteras verò multos tranſitus proprias in ſuppoſitiones colligendi vim habentes. cùm enim principia tum Vnum,& Multitudinem,tum Finem, & Infinitum ſibi propoſuerit, & ea, quę ipſi quò ad comprehẽſionem ſubijciuntur mediũ inter impartibiles formas,omnifariamq́ue partibiles ſortita ſint ordinem,iurè ſanè (vt arbitror) cognoſcẽdi quoq; vires totius ipſorum ſcientię duplices eſſe innatę ſunt. & vnę quidẽ ad vniẽdũ nobis properant, multitudinemq́ue cõtrahunt: alterę verò ſimplicia in varia,& magis vniuerſalia in magis particularia,& rationes in principio digeſtas in ſecũda,à principijsq́ue multifariè multiplicata diſtinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vſq; permeat,quę rerũ ſenſiliũ abſolutiones ſunt,naturęq́ue iungitur,& multa vnà cũ naturali ſcientia demõſtrat. quemadmodũ porrò ab inferioribus aſcendens ad intelligẽtem quodãmodo proximè accedit cognitionem, primarumq́ue rerũ contẽplationem attingit. Vnde ſanè & in profluentibus à ſe ſe limitibus totã Mechanicã,& Perſpectiuam,& Speculariã produxit conſiderationẽ,aliasq́ue multas ſcientias,quę ſenſilibus implexę ſunt,per eaq́ue operantur. & in aſcenſibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciſcitur: & cũ ipſis partibiles apprehenſiones, & eas,quę in progreſſibus feruntur cognitiones,ſuaq́ue genera, & formas perficit, illisq; aſsimilat eſsẽtijs: necnõ de Dijs ipſis veritatẽ,& de ijs,quę ſunt cõtẽplatione ĩ proprijs ĩdicat tractatiõibus. Atq; hęc de his dicta ſint.

Vię quibꝰ ꝓcedit ſcientia Mathematica

Duplices Mathematicæ ſci vires.

Principia Mathematicæ ſcię tũ vnũ & Multitudo, tũ Finis,& Infinitum.

Progreſſus ſciẽtię Mathematicæ, atq; regreſſꝰ.

Extremæ cõſideratiões Mathematicę ſciẽtię.

Epilogꝰ.

De vtilitate Mathematicæ ſcientiæ Cap. VIII.

POſtea verò ſcientiæ huius vtilitatem confeſtim perſpiciamus, quæ à maximè præcipuis cognitionibus vſque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum diſciplinarum appellat cognitionem,quoniam ſanè eam habet rationem ad vniuer-

Qua d' cauſa Timęꝰ Mathematicam cognitionẽ erudiendi viam appellarit.

ſorum ſcientiam, primamq́ue Philoſophiam, quam eruditio ad virtutem. nam hæc quidem animam noſtram probis ad vitam perfectam concinnat moribus, illa verò cogitationem noſtram, animęq́ue oculum ad eam, quæ hinc fit † euectionem præparat. Ideo & in Republica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs ſtudijs excæcatur, defoditurq́ue, à Mathematicis tantùm diſciplinis recreari, excitariq́ue rurſus innatus eſt ad eius, quod eſt contemplationem, & à ſimulacris ad ea, quæ vera ſunt, & ab obſcuro lumine ad id, quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorſus à ſpecu, & vinculis generationis autoribus in hoc exiſtentibus, materialibusq́ue retinaculis ad incorpoream, impartibilemq́ue exurgere eſſentiam. nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationũ, firmitudoq́ue, ac ſtabilitas contemplationis nos ipſis coniungit intellectilibus, perfecteq́ue in ipſis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & ſemper diuina pulchritudine collucentibus, ſemperq́ue mutuum ordinem ſeruantibus. In Phædro autẽ Socrates tres, qui euehuntur nobis tradit, quippe qui primam quoque ipſi vitam complent, Philoſophum nempè, Amatorium, & Muſicum. Verùm Amatorio quidem euectionis initium, & via hinc eſt ab apparente pulchritudiue, excitationibus medijs formis pulchritudinum vtenti. Muſico verò, qui tertiam ſortitus eſt ſedem, ab ijs, quæ in ſenſibus ſunt harmonijs, ad inuiſibiles harmonias, & rationes in his exiſtentes eſt tranſitus. & alteri quidem viſus, alteri verò auditus reminiſcentiæ inſtrumentum eſt. Ei autem, qui natura eſt Philoſophus, vnde tandem, & per quæ intelligentis cognitionis † reminiſcentia eſt, & ad id, quod verè eſt, veritatemq́ue ipſam excitatio? nam hoc quoque propter imperfectionem proprij principij opus eſt. naturalis enim virtus, & oculum imperfectum, & morem ſortita eſt. Excitatus eſt igitur à ſeipſo, & eo, quod eſt gaudet is, qui natura talis eſt. Exhibendæ autem ipſi, inquit Plotinus, ſunt Mathematicę diſciplinę, vt cum natura aſſueſcat incorporea, eumq́ue his tanquam figuris vtentem, ad Dialecticas rationes, prorſuſq́ue ad omnium eorum, quę ſunt conſiderationem ducere oportet. Cęterùm ꝙ ad Philoſophiam Mathematica pręcipuam affert vtilitatem, ex his perſpicuũ eſt. Opus eſt autem vt de ſingulis quoqꝫ mentionem faciamus, & quòd Theologiæ quidem intelligentes apprehenſiones pręparat. quęcunqꝫ enim imperfectis ſcrutatu difficilia, arduaq́ue ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Mathematices rationes credibilia, & manifeſta, & certa per imagines oſtendunt. nam ſupereſſentialium quidem proprietatum ſi-

gnifi-

† Circum actioné.

Quid dicat Socrates vide ĩ ſeptimo đ Repu.

De ſpecu Platonis vide Proclũ in ſeptimo de Rep.

Socrates in Phędo.

† Præludium.

Plotinus.

Dialecticas .i. Metaphyſicas.

Vtilitas, quã affert Mathematica ad Philoſophiam.

Ad Theologiam.

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ ſub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea ſanè Plato quoque multas, admirabilesqúe de Deis ſententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumqúe Philoſophia his vtens velaminibus ſacram diuinarum ſententiarum tegit diſciplinam. talis enim eſt & vniuerſus ſacer, diuinus'q; ſermo, & Plilolai in Bacchis, totus'q; modus enarrationis Pythagorę de Deis. Ad naturalem autē contemplationem maximè confert, quippe quū rationū ordinem, quo Vniuerſum fabricatū eſt patefecerit, & proportionem, quę cūcta ea, quæ in mūdo ſunt colligauit, vt inquit Timęus, nec non amica fęcerit quę ſibi inuicē oppugnant, & conuenientia, cōſentientiaqúe ea, quę inter ſe diſcrepant, ſimplicia inſuper, primaria'q; elementa conmenſurabilitate vndequaq;, & ęqualitate comprehenſa oſtēderit, per quę totum quoq; cęlum confectū eſt, quippe quod Figuras conuenientes in ſuis portionibus ſuſcepit, item'q; proprios vnicuiq; eorum, quę fiunt Numeros, eorumqúe reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos ſingulorum ortus, contrarioſqúe interitus poſſumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbiq; oſtendens, de omnium natura contemplationē Mathematicis nominibus patefacit, elementorūqúe ortus Numeris, atq; Figuris exornat, & vires, & paſſiones, actioneſqúe ipſorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtuſitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariæ elementorum mutationis cauſam eſſe cenſens. Ad eam autem Philoſophiam, quę Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipſam multùm ſanè, & admirabiliter prodeſſe, tum actionum tempora dimetientem, tum varias Vniuerſi reuolutiones, tū etiam conuenientes ortibus Numeros, aſſimilantes inquam, & diſſimilitudinis autores fæcundos inſuper, atq; perfectos, hiſqúe contrarios, & concinnos vitę miniſtros, inconcinnitatēqúe præbentes, atq; omnino fertilitatem, ac ſterilitatem afferentes? Quę porrò Muſarum quoq; ſermo in libro de Repu. oſtendit, vniuerſum Geometricum Numerum potiorum, ac deteriorum generationum autorem ponens, morumqúe bonorum indiſſolubilis perſeuerantiæ, atque optimarum Rerūpublicarum mutationis in eas, quæ à ratione remotæ, affectibuſqúe deditæ ſunt. quòd enim ad totam Mathematicā diſciplinam ſpectat huiuſce Numeri, qui Geometricus appellatur ſcientiā tradere, & nō ad vnā quādam, vtputa Arithmeticam, vel Geometriam, omnino manifeſtum eſt. per omnes ſiquidem Mathematicas diſciplinas vberta-

Plato.

Pythagoreorū philoſophia.

Philolai ſermo in Bacchis.

Ad Naturalem.

Proportio cūcta, q̄i Mūdo ſūt colligauit. vide hoc in Timæo.

Qua d' cauſa Timę⁹ cōtēplationē rerū naturalium Mathematicis explicet nomīnibus.

Ad Politicam.

Muſę ī 8. d' Repub.

Numerus Geometric⁹ Platonis, quo nihil obſcurius, vt ait Cicero. d' quo dicendū ī comētariis noſtris.

tis,ſterilitatiſqúe rationes permeant. Ad Philoſophiam rurſus moralem nos inſtituit, ad eamqúe poſtremã perfectionem perducit, ordinem, concinnamqúe vitã moribus noſtris inferens. Figuras pręterea virtuti cõuenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, à quibus ſanè Athenienſis etiã hoſpes eos inſtitui, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adoleſcentia ſunt conſecuturi. Virtutũ inſuper rationes in medium affert, aliter quidẽ in Numeris, aliter verò in Figuris, aliter autem in Muſicis conſonantijs, vitiorumqúe demũ exceſſus, atq; defectus ĩdicat, per quos moderati moribus, ornatiqúe efficimur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidẽ Caliclẽ inordinatę, intẽperatęqúe vitæ accuſans, Geometriam inquit, ac Geometricã æqualitatem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam interuallum, iuxta planam, ſolidamqúe generationem inuenit. Verũtamen quanta cæteris quoq; ſcientijs, atque artibus à Mathematica ſcientia prodeat vtilitas didicerimus vtique conſiderantes quòd contemplãtibus quidem, vt Rhetoricę, atq; huiuſcemodi omnibus, quæcunq; in ſermone poſitę ſunt perfectionem, ordinemqúe addit: necnon id, quòd ex primis, & medijs, atq; vltimis ad eius ſimilitudinem compleantur. Poëticis autem exempli loco rationes Poëmatum propoſuit, quippe quæ menſuras etiam in ipſa exiſtentes præpoſuit. Agentibus verò, actionem, & motum per ſuas manentes, immobilesqúe formas determinat. prorſus enim omnes artes (vt ait in Philebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteqúe ponderandi indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæ autem omnes in Mathematicæ ſcientiæ ſermonibus continentur, & iuxta illos terminantur. Numerorum nanque diuiſiones, & dimenſionum varietas, ponderumqúe differentia ab hac cognoſcuntur. Vtilitas igitur totius Mathematicæ ſcientiæ ad Philoſophiam ipſam, cæteraſqúe ſcientias, & artes, per hæc, quæ iam dicta ſunt cognita erit audientibus.

Ad moralem.

Athenienſis hoſpes in 2. de legibus.

Socrates in Gorg.

Socrates ĩ nono de Rep.

Ad cęteras ſciãs, & artes vtilitas Mathematicæ ſciæ.

Socrates ĩ Phileb.

Epilog°.

Quorundam obiectio contra Mathematices vtilitatem, ipſiusqúe ſolutio. Cap. VIIII.

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum procliues ſunt propter illos, qui Geometriam ſubuertere volunt, huiuſce ſcientiæ dignitatem deſtruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decuſqúe auferentes tanquam quæ de ijs verba non faciat. Alij verò, vtiliores ſenſilium experientias affirmantes ijs, quæ in ipſa vniuerſè ſpectan-

Prima opinio.

Secunda opinio.

ſpectantur, verbi gratia Geodæſiam, hoc eſt terræ diſtributricem, Geometria: & vulgarem Arithmeticam, Arithmetica, quę in Theorematibus eſt poſita: nauticamqúe Aſtrologiam, ea, quæ vniuerſè docet. non enim diteſcimus, dicunt ipſi, diuitias cognoſcendo, ſed illis vtendo, neque felices ſumus felicitatem cognoſcendo, ſed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas ſcientias, quæ in cognitione, ſed eas, quæ in exercitatione verſantur, prodeſſe fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, ijs, qui in contemplatione ſola verſati ſunt, ad vſus humanos omni ex parte ſunt præſtantiores. Aduerſus itaque eos, qui hæc dicunt, reſponſum daturi ſumus, Mathematicarum diſciplinarum pulchritudinem quidem ab ijs oſtendentes, à quibus Ariſtoteles quoque nobis perſuadere conatus eſt. tria enim hæc potiſſimùm, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. ſiquidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indetdrminatione iam in compoſito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinate'qꝫ ſe ſe mouente, & rationi diſſonante, & terminum illinc non ſuſcipiente exoritur. Quamobrē pulchritudo etiam ipſa in contrarijs quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeqúe exiſtit. Hęc autem in Mathematica ſcientia maximè inſpicimus, ordinem quidem, in poſteriorum ſemper, magiſqúe variorum ex primis, atque ſimplicioribus oſtenſione, ſemper enim ſequentia præcedentibus annexa ſunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, conſequentium primas Suppoſitiones: conuenientiam verò, in conſonantia adinuicem eorum, quæ demonſtrantur, ad mentemqúe omnium relatione, cōmunis ſiquidem menſura totius ſcientiæ mens eſt, à qua principia quoqꝫ accipit, & ad quam diſcentes conuertit: determinationem autem, in manētibus ſemper, immobilibuſqúe rationibus, non enim interdum quæ ſub ipſius cognitionē cadunt aliter ſe habent quēadmodum opinabilia, atqꝫ ſenſilia, ſed eadem ſemper ſe ſe offerunt, intelligentibus'qꝫ formis determinata ſunt. Si itaqꝫ pulchritudinis parandę vim habentia, hæc præcipuè ſunt, Mathematicę autem res per hæc exprimuntur, perſpicuum quidem eſt, quòd in his etiam eximium illud decus reperitur. quomodo nanqꝫ eſſe nō debet, mente quidem ſcientiam deſuper illuſtrante, hac autem ad mentem properante, noſqúe à ſenſu ad illam transferre feſtinante? Eius autem

Fūdamētū ſecūdæ opinionis.

Reſponſio ad primā opinionē.

Tria ſunt, q̄ pulchritudinē efficiunt ex ſententia Ariſt. 13. methaph. 1 cap. 3.

Qūo tria hęc ī Mathematicis ſint.

Cōcluſio.

Reſpōſio ad ſecūdā opinionē.

tem

tem rurſus vtilitatem non ad humanos vſus reſpicientes, necꝫ neceſſitati ſtudentes iudicare ęquum ducemus. ſic enim ipſam quocꝫ contẽplantem virtutem inutilem eſſe fatebimur, quæ ſeipſam ab humanis ſeparat, hæcq́ue minimè reſpicere, nec cognoſcere appetit. Quod ſanè Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis exiſtentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam reſpectu ipſos auertit: ab omni verò neceſſitate, ac vſu bene ſolutam ipſorum cogitationem ad omnium eorum, quæ ſunt attollit cacumen. Et Mathematicam igitur ſcientiam, ex ipſaq́ue contemplationem propter ſe expetendam eſſe ponendum, non autem propter vſus humanos. Si autem prodeuntem ex ipſa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet, ad intelligentem cognitionem ipſa referenda eſt. ad ipſam enim nos deducit, animæq́ue oculum ad vniuerſorum cognitionem præparat, impedimenta, quæ à ſenſibus proueniunt abſtergens, atquę auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non ad huius vitæ vſus, ſed ad vitam contemplantem reſpicientes vtilem, vel inutilem dicimus, ita ſanè Mathematicæ quoque finem ad mentem, vniuerſamq́ue ſapientiam referre oportet. Propterea quæ in ipſa quocꝫ eſt actio, & per ſe quidem, & propter vitam intelligentem ſtudio digna eſt. Patet autem ipſam per ſe ab ijs, qui in ea verſantur expeti (quod & Ariſtoteles *alicubi ait*) eò quòd nullum cùm ſit quærentibus propoſitum præmium, paruo tamen tempore tantùm incrementi Mathematica contemplatio ſuſcepit. Pręterea verò, quia omnes in ipſa libenter verſantur, voluntq́ue omnibus alijs dimiſſis in ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quaſi labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum diſciplinarum cognitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipſis ſunt minimè deguſtarunt. Non igitur hac de cauſa Mathematicam ſpernendum, quia ad humanos vſus nobis non prodeſt (vltimæ enim eius deſinentiæ, & quæcuncꝫ cum materia operantur huiuſcemodi vſum cõſiderant) ſed contrà eius immaterialitatem, ipſiq́ue ſoli quid boni eſſe admirãdum. cùm enim penitus homines de rebus neceſſarijs curare ceſſaſſent, ad inquiſitionem Mathematicarum diſciplinarum cõuerſi ſunt, & non ĩmeritò. nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortuiq́ue coniuncta ſunt, ab hominibus ſtudio affectantur: ſecunda verò, quę animam ab ortu ſeiungunt, idq́ue, quod eſt, in memoriam redigunt.† Iurè igitur neceſſaria quoque ante ipſa, quæ propter ſeipſa honorabilia ſunt, ſenſuiq́ue cognata ante ipſa, quæ mente cognoſcuntur aggredimur. omnis nanque ortus, vitaq́ue animæ, quæ in ſe ipſam conuertitur, ab

Socrates in Theæteto. Vide etiã finẽ Menonis.

Mathematica ſcientia pp ſe expetenda eſt.

Idẽ i ſuperiori capite.

Mathematica ſcientia ꝓpter vitã cõtẽplantẽ eſt expetẽda.

Fũdamẽtũ ſũptũ ab anti. Ariſt.

Cõcluſio.

Idem ait Ariſt. in prio Metaph. cap. primo.

† Sic

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata eſt. Tot aduerſus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt ſcientiam dicta ſint.

Epilogus.

Alia quorundam Platonicorũ contra Mathematicarum vtilitatem obiectio, eiusqúe ſolutio.

Cap. X.

FOrſan autem nonnulli ex noſtra familia inſurgẽtes, Platonemqúe rationum teſtem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum diſciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipſum omnino Philoſophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem à choro ſciẽtiarum excludere, ipſamqúe tanquam principia ſua ignorãtem redarguere, & cui principium quidem ſit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ijs, quæ non nouit. His addent etiam quotcunqꝫ alia ibi à Socrate opprobria contra hanc contẽplationem obiecta fuere. Aduerſus igitur amicos viros nos verba facientes, ipſis in memoriam redigemus, quòd ipſe etiam Plato animę purgatricem, ſurſumqúe ductricem Mathematicam eſſe perſpicuè aſſeuerat, quippe quę caliginẽ aufert ab intelligenti cogitationis lumine, quod potiùs conſeruandum eſt, quàm infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quęqúe non ſolùm Mercurialium, ſed Minerualium quoqꝫ munerum eſt particeps: & quòd ipſam vbiqꝫ ſcientiam vocat, quòdqúe exercẽtibus maximę felicitatis cauſam. Verùm quid ſibi velit verbis, quibus in libris de Republica ſcientiæ cognomen ab ipſa abſtulit, breuiter dicam. ad doctos enim pręſens erit mihi ſermo. Scientiã Plato pleriſqꝫ quidẽ in locis, omnẽ (vt ita dicam) vniuerſalium appellat cognitionem, ipſam ſenſui ſingularia cognoſcenti in diuiſione opponens, ſeu talis cognoſcendi modus arte, ſeu experientia fiat. & hoc (vt arbitror) ſenſu in Ciuili, atque in Sophiſta ſcientiæ vti nomine videtur, ipſam quoque præclaram Sophiſticam ſcientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam eſſe dixit: nec non Adulatoriam, plurimasqúe alias, quæ experientiæ ſunt, non autem veræ ſcientiæ. Hanc autem rurſus vniuerſalium cognitionẽ diuidens in eam, quæ cauſas, & eam, quæ ſine cauſa cognoſcit, alteram quidem ſcientiam exiſtimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & ſic artibus quidem alicu-

Argumẽtũ ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Reſpõſio ad Platonicos.

Homerus in Odiſ.

Explicat Platonis ſententiã.

Pla. ĩ multis locis.

Pla. in Ciuili, & in Sophiſta. Socrates ĩ Gorgia.

Platonis diuiſio.

bi ſcientiæ nomen attribuit : experientijs autem nequaquam . res enim inquit in Sympoſio, quæ nullam habet rationem, quonam pacto ſcientia eſſet ? & omnis igitur cognitio, quę rerum cognoſcendarum rationem, cauſamq́ue continet, ſcientia quędam eſt. Rurſus itaq; hanc quoq; ſcientiam, quę à cauſa cognoſcendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnam quidem partibilium cõiectatricem, alteram verò eorum, quæ per ſe ſunt, eodemq́ue modo ſemper ſe habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuiſionem Medicinã quidem, omnemq́ue facultatẽ, quę in materialibus verſatur, à ſcientia ſeparat: Mathematicam verò, omninoq́ue rerum ſempiternarum contẽplandarum vim habentem, ſcientiam appellat . Hanc denique ſcientiam, quam ab artibus diſtinguimus diuidens , vnam quidem ſuppoſitionis expertem eſſe vult : alteram verò ex ſuppoſitione ſcaturire . & illam quidem , quæ ſuppoſitionis eſt expers , vniuerſorum cognoſcendorum vim habere : ad bonum vſque , ſupremamq́ue omnium cauſam ſcandere : finemq́ue ſcandendi bonum illud ſibi efficere : hanc verò, quæ definita, ac determinata ſibi præſtruit principia, à quibus ea oſtẽdit, quæ principia ipſa conſequuntur, non planè † ad principium, ſed ad finem tendere . & ſic ait Mathematicam tanquam ſuppoſitionibus vtentem ab ea , quæ ſuppoſitione caret , perfectaq́ue eſt ſcientia deficere . vna enim verè ſcientia eſt, per quã omnia, quæ ſunt cognoſcere apti ſumus , à qua etiam principia omnibus emergunt ſcientijs, alijs quidem propinquioribus, alijs verò remotioribus conſtitutis. Ne dicamus igitur quòd Mathematicam à ſciẽtiarum numero Plato expellit, ſed quòd eam ab vnica ſcientia, quę ſupremam tenet ſedem, ſecundam aſſerit: nec quòd dicit ipſam ſua ignorare principia, ſed quòd cum ab illa acceperit, & ſine vlla demonſtratione habuerit, ex his ea, quæ ſequuntur demonſtrare . animam ſiquidem, quæ ex Mathematicis conſtituta eſt rationibus , aliquando quidem motus principium eſſe concedit : aliquando aũt, à generibus, quæ intelligentiæ ſubijciũtur motum ipſum recipere . quadrantq́ue hæc inter ſe . ijs enim, quæ ab alio mouentur quędam motionis eſt cauſa, non omnis autem motus habet cauſam. Eodem ſanè modo & Mathematica à prima quidem ſcientia ſecunda eſt, & quaſi reſpectu illius imperfecta : eſt attamen ſcientia , non vt à ſuppoſitione immunis , ſed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt cauſas concluſionum afferens, rationemq́ue continens eorum, quæ ipſius cognitioni ſubijciuntur . Hæc itaque omnia de Platonis ſententia , pro Mathematicis dicta ſint .

Plato in Sympoſio

Quõ differat ars à ſciẽtia, oſtẽdit Ariſto . ſexto Moraliũ cap. 3. & 4.

De bono, & ſuprema cauſa vide Platonem, & Proclũ in 7. de Rep.

† in principio, ſed in fine eſſe.

Deſtructio Argumenti.

Circa hoc vid. Platonem in Timæo.

Epilogus.

Quæ

Quæ à Mathematico poſtulanda ſint, & quonam pacto ipſum quiſpiam rectè iudicare poſsit. Cap. XI.

QVæ autem à Mathematico quis poſtularet, & quonam pacto ipſum quiſpiam poſſet rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Ariſtoteles, qui ſimpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus eſt ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantùm diſciplinis, rectitudinis earum, quæ in his ſunt rationum ferre poterit ſententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea ſumere, & cognoſcere, primùm quidem in quibus conueniat communiter demonſtrare, in quibuſqúe ad ſingulorum proprietates reſpicere. multa nanq; eadẽ, ſpecie differentibus inſunt, vt omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidẽ prædicamentum, cõmune autem ſpecie in ſingulis differt, vt in Figuris, Numeriſqúe ſimilitudo. Non eſt autem vna in his quærenda à Mathematico demonſtratio. non enim eadem ſunt Figurarum, & Numerorum principia, verùm ſubiecto differunt genere. Quòd ſi per ſe accidens ſit vnum, demonſtratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus eſt Triangulis. † Illudqúe, cuius cauſa id contingit, idẽ eſt in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangulariſqúe ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verùm etiam omnibus Rectilineis ineſt, & demonſtratio quatenus Rectalinea ſunt conuenit in omnibus. nam quęlibet ratio ſimul infert quãdam prorſus proprietatem, & paſsionem, cuius cuncta per eam rationem participant, vtputa triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figurę. Secundò verò, ſi iuxta ſubiectam materiam demonſtrat, vtpote ſi neceſſarias, taleſqúe reddit rationes, quæ coargui, conuinciqúe minimè poſsint, non autem probabiles, nec veriſimili refertas. Simile enim eſt, inquit Ariſtoteles, à Rhetorico demonſtrationes exigere, & Mathematico probabiliter diſputanti aſſentiri. debet ſiquidem quiuis ſcientia, arteqúe præditus conuenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philoſophum veriſimiles poſtulat rationes, vt de his pertractantem: eum verò, qui de intellectilibus, ſtabiliqúe eſſentia diſſerit, rationes, quæ nec conuinci, nec moueri quidem poſſunt. Confeſtim nanque ſcientias, vel artes Subiecta differre faciunt, vtpote ſi alia quidem immobilia ſint, alia verò moueantur, ac ſimpliciora alia, alia magis cõpoſita:

Ariſt. in 1. de partib. animaliũ, & in prio Ethic. c. 3

Termini, quibus Mathematic⁹ iudicãdus eſt.

Primus terminus.

† Illudq;, cui id cõtingit, idẽ eſt in omnibus. Triãgulũ nẽpe, Triãgulariſq; ratio

Secundus terminus.

Ariſt. primo Ethic. cap. 3.

Plato in Timęo.

Metaph. 6.

Idé vide apud Ariſto. ſecundo Meta. tex. 16.

Tertius terminus.

Quō erret Mathematicꝰ demōſtrādo.

& alia quidem intellectilia, alia verò ſenſilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus, nam ſi vna quidem ſenſilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiectorum cognitio ſit, non eodem modo ambæ erunt certæ, ſed altera magis, ideo Arithmeticam harmonica dicimus certiorem. Neque omnino Mathematicam, cæteraſqúe ſcientias iiſdem vti demonſtrationibus æquum cenſebimus. earum enim Subiecta haud exiguam ipſis prebent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Mathematicas rectè iudicaturus eſt rationes, conſiderandum quid idem, quid alterum, quid per ſe, & per accidens, quid Proportio, omniaqúe huiuſcemodi. errores ſiquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè ſe demoſtrare exiſtimant, nequaquam autem demonſtrant, cùm idem tanquam alterum in vnaquaque ſpecie demonſtrēt, vel alterum tanquam idem: aut cùm quod eſt per accidens, tanquam per ſe ſuſcipiant, vel quod per ſe, tanquam quod eſt per accidens, verbi gratia, quòd Circunferentia pulchrior ſit quàm recta Linea, vel Aequilaterū ꝙ Aequicrus. non ſpectat enim ad Mathematicum hęc determinare.

Quartus terminus.

Triplices debēt eſſe Mathematicę demōſtrationes

Epilogus.

Quarto deniqꝫ loco dicimus, quòd cùm Mathematica medium inter intellectilia, ſenſiliaqúe obtineat locum, & multas quidem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in ſe oſtendat, triplices quoque in ipſa demonſtrationes inſpiciendæ ſunt, vnæ quidem, quæ menti ſint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accōmodatæ ſint, tertiæ verò, quæ opinionem attingant. oportet enim iuxta Problemata demonſtrationes differre, conuenientemqúe eorum, quæ ſunt generibus diuiſionem ſuſcipere, ſiquidem ipſa quocꝫ Mathematica omnibus ipſis annectitur, ſuaſqúe omnibus coaptat rationes. Verùm de his quidem hactenus.

Quę, & quot ſint totius Mathematicę ſciētię ſpecies iuxta Pythagoreorum ſententiam. Cap. XII.

Diuiſio Mathematicarū Scientiarū ex mente Pythagoræ.

Quotum, & Quātū pricipalia Mathematices Subiecta.

DE partibus autem Mathematices poſthęc determinandum, quę, & quot numerò ſint. nam poſt totum ipſius, atqꝫ integrū genus, ſciētiarum quoque magis particularium differentias per ſpecies conſiderare par eſt. Pythagorei itaque vniuerſam Mathematicam ſcientiam quadrifariam diſtribuendam eſſe cenſuerunt. vnam quidem eius partem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumqúe partium vtranque duplicem ponentes. Quotum enim aut per ſe ſubſiſtere dixerunt, aut iuxta reſpectum ad aliud conſiderari: Quantum verò aut

ſtare

ſtare, aut moueri. & Arithmeticam quidem quod per ſe eſt Quotum contemplari, Muſicam verò quod ad aliud, Geometriam autẽ Quãtum quatenus immobile eſt, & Sphęricam quod per ſe mouetur. Cõſiderare præterea haſce ſcientias Quotum, & Quantum non magnitudinem abſolutè, neque multitudinem, ſed quod iuxta vtrunq; eſt definitum. hoc enim ab infinitis ablatum ſcientias perpẽdere, ne eã, quæ vtrobiq; eſt infinitatem cognitione comprehendere vanum ſit. Cùm autem hęc viri ſapientiſsimi dicant, non ſanè Quotum, quod in ſenſilibus ipſis eſt, neq; Quantum illud, quod circa corpora excogitatur, nos intelligendum cenſebimus. nam horum (vt arbitror) cõtemplatio ad naturalem ſpectat ſcientiam, non autem ad Mathematicam ipſam. At quoniam vniuerſorum vnionem, & diuiſionem, identitatemqúe, vnà cum diuerſitate, & præter hęc ſtatum, & motum ad animam complendam rerum opifex ſuſcepit, ex hisqúe generibus ipſam conſtituit, quemadmodum Timęus nos docuit, dicendum quòd iuxta quidem ipſius diuerſitatem, rationumqúe diuiſionẽ, ac multitudinem conſiſtens cogitatio, ſeſeqúe intelligens eſſe & vnum, & multa, Numeros profectò ſibi proponit, producitqúe, horumqúe cognitionem Arithmeticam: iuxta verò multitudinis vnionem, & ſecum cõmunicationẽ, colligationemqúe Muſicam ſibi cõparat, ideò etiã Arithmetica Muſicam antiquitate pręcellit, cùm porrò anima quoq; ipſa ab opifice prius diuiſa ſit, deĩde rationibus collecta, vt enarrat Plato. Rurſusqúe iuxta quidem eum, qui in ipſa eſt ſtatum actionem ſtabiliens, Geometriam ex ſe ſe deprompſit, vnamqúe eſſentialem Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphęricã. mouetur nanq; ipſa quoq; per Circulos, conſiſtit autẽ ſemper eodem modo, ob Circulorum cauſas. Rectum inquam, & Circulare. & propterea hìc quoq; Geometria Sphęricam, vt motum ſtatus pręcedit. Quoniam aũt cogitatio ipſa non ad eius infinita vi pręditam formarũ conuolutionem, ſed ad Finis iuxta genera ambitum reſpiciens haſce genuit ſcientias, idcirco dicunt ipſas à multitudine, magnitudineqúe infinitum abſtuliſſe, & circa finitum tandem verſari. omniũ ſiquidem principia, pariter'q; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipſa cogitatione collocauit. cùm enim tota ad ſeipſam ſimilium partium ſit, & vna, atq; indiuiſibilis, rurſusqúe diuiſibilis, formarumqúe ornatum educens, Finis, atq; Infinitatis eſſentialis ex ipſis intellectilibus eſt particeps. verùm intelligit quidem ipſa ob Finem, gignit verò vitas, rationesqúe varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentię haſce conſtituere ſcientias iuxta eum, qui in ipſis eſt Finem, non autem iuxta vitæ

Infini-

Q̃uo Quotũ & Quantum a Mathematico conſideretur.

Digreſsio.

Ex quibus Animã cõſtituat opifex ex Timęi ſententia.

Q̃uo cogitatio Mathematicas producat ſcĩas.

Anima prius ẽ diuiſa, poſtea collecta ex mẽte Platonis in Timęo. & ideo Arithmetica p̃cedit Muſicam.

Geometria pręcedit Aſtronomiã, quia motu prior eſt ſtatus

Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum verſari.

Cogitatiõis intelligẽtię iuxta ſuum Finẽ Mathematicas ſciẽtias cõſtituerũt

Epilogus.

Infinitatem. mentis ſiquidem imaginem afferunt, non autem vitæ. Pythagoreorum itaq; hęc eſt ſententia, & quatuor ſciẽtiarum diuiſio.

Alia totius Mathematicæ ſcientiæ diuiſio ex mente Gemini. Cap. XIII.

Alia Mathematicarum Diuiſio, ex Gemini ſententia.

Mathematicæ ſciẽtiæ partes.
Arithmetica.
Geometria.
Mechanica.
Aſtrologia.
Perſpectiua.
Geodæſia.
Canonica, ſiue Regularis.
Supputatrix.

Excluditur Ars militaris a Mathematicis ſciẽtiis, & aliæ.

Hippocrates in lib. de locis.

Quomodo Mathematicis Ars militaris vtat.

Geometrię duę ſũt ſpecies, Planorũ conſideratio, & Stereometria.

RVrſus autem quidam alio modo diuidendam eſſe Mathematicam cenſent, ſicuti & Geminus. & vnam quidem eius partem in intellectilibus duntaxat, alteram verò in ſenſilibus verſari volunt, hæcqúe attingere. Intellectilia vtique appellantes quaſcunque inſpectiones anima per ſe ſe exuſcitat, ſeſe à materialibus ſeparans formis. Atq; eius quidem, quæ in intellectilibus verſatur, duas longè primas, pręcipuasqúe ponũt partes, Arithmeticam, & Geometriam: eius verò, quæ in ſenſilibus officium, & opus explicat ſuum, ſex, Mechanicam, Aſtrologiam, Perſpectiuam, Geodæſiam, Canonicam, atq; Supputatricem. Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad inſtruendas, coordinandasqúe pertinet acies, quam Græci (τακτικὴν) vocant, vnam aliquam ex Mathematices partibus dicendam eſſe non cenſent, vt quidam alij voluere, ſed vti eam volunt, modò quidem arte ſupputandi, vt in enumerandis legionibus: modò verò Geodæſia, vt in diuidendis, dimetiendisqúe caſtrorum metationis campi ſpatijs. Quemadmodum porrò eo magis neque hiſtoriam ſcribendi, neque medendi artem Mathematices partem vllam eſſe dicunt, licet ſępenumero tum Hiſtorici, tum etiam Medici Mathematicis vtantur Theorematibus. Rerum quidem geſtarum ſcriptores, vel Climatum ſitus referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res in arte ſua huiuſcemodi vijs dilucidando. nam vtilitatem, quæ in Medicinam ab Aſtrologia peruenit, ipſe etiam Hippocrates oſtẽdit, ac ferè omnes quicunq; aliquid de opportunis temporibus, locisqúe dixere. Eadem ſanè ratione, ille etiam, qui aciebus inſtruendis operam accommodat, Mathematicis quidem vtetur Theorematibus, nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem volens, quę numeroſa eſt, paucisſimam oſtendere multitudinem, caſtra, ſuosqúe exercitus ad Figuram Circuli formet: interdũ verò ad Figurã Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiuſdam Multianguli, vbi plurimam apparere cupit. Cùm autem hæ ſint totius Mathematicæ ſcientię ſpecies, Geometria rurſus diuiditur in Planorum cõtemplationem, & Solidorum dimenſionem, quę Stereometria vocatur.

ſiquidem

ſiquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quępiam non eſt tractatio. quoniam neque Figura † ex his vlla ſine Planis, vel Solidis fieri poſſet. nihil enim aliud agit Geometria vlla ſui parte, quàm vt Plana,aut Solida vel conſtituat: vel conſtituta inter ſe comparet, aut diuidat. Itidem Arithmetices diſtributio eſt in Numerorum lineariũ, & planorum,& ſolidorum contemplationem. ſpecies nanque Numeri per ſe ſe conſiderat ab Vnitate prodeuntes, & planorum ortus Numerorum,ſimilium inquam, atque diſſimilium,ſolidorumq́ue ad tertiã vſq; accretionem progreſſus. Geodæſia verò, Supputatrixq́ue his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) ſimiles in diuiſione ſunt, quippe quæ non de intellectilibus Numeris, vel Figuris, ſed de ſenſilibus verba faciunt. neque enim Geodæſiæ munus eſt, vt Cylindrum,aut Conum metiatur, ſed rerum materialium aceruos tanquam Conos,& puteos tanquam Cylindros. neque intellectilibus id aſſequitur rectis Lineis, ſed ſenſilibus, interdum quidem certioribus quodam pacto, vt radijs ſolaribus: interdum verò craſſioribus, vt Spartis,& Perpendiculo. neque ſimiliter Supputator ipſas per ſe Numerorum inſpicit paſſiones, ſed vt ſunt in ſenſilibus ipſis. vnde nomen quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (μυλίας) quaſdam, & (φιαλίτας) appellans. & nullum quidem concedit eſſe minimum, vt facit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad aliquid, minimum illud ſuſcipit. vnus enim aliquis homo eſt ipſi pro menſura totius hominum multitudinis, ſicut Vnitas quoque communis eſt omnium Numerorum menſura. Perſpectiua rurſus, atque Canonica a Geometria, Arithmeticaq́ue gignuntur. Et Perſpectiua quidem radijs viſorijs tanquam Lineis vtitur,& Angulis,qui ex hiſce conſtituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam,quę proprio nomine dicitur Perſpectiua,quippe quę reddit cauſam earũ apparentiarum,quę aliter q̃ ſint ſe ſe nobis offerre ſolent, ob eorum, quæ ſub viſum cadunt alios atq; alios ſitus, & diſtãtias, vt Parallelarum coincidentię,vel Quadrangulorum tanquã Circulorum aſpectionis: & in vniuerſam Speculariam,quę circa varias, multipliceſq́ue verſatur refractiones, & imaginariæ, ſeu coniecturali cognitioni connectitur: necnon in eam,quę Sciographice, hoc eſt vmbrarum deſignatrix appellatur,quę oſtendit quî fieri poſſit vt ea,quę in imaginibus apparẽt, haud inconcinna, vel deformia ob deſignatorum diſtantias, altitudineſq́ue videantur. Canonica autem,ſiue Regularis apparentes cõcinnentiarũ conſiderat rationes,Regularũ ſectiones reperiens,ſenſuſq́ue vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis exiſtens, vt menti

Pulchrum.

† in his

Pricipale Geometrię officiũ.

Tres Arithmeticę partes, linearium,& planorum,& ſolidorum Numerorum conſideratio.

Geodæſia, & Supputatrix eodem modo diuiduntur, quo Arithmetica,& Geometria.

Quę Geodęſia & Supputatrix conſiderent.

Canonicã intelligi eſſe Muſicam.

Tres totius Perſpectiuę partes

Perſpectiua.

Specularia.

Sciographica.

Canonica quid conſideret, de qua Plato in 7. de Repu.

Mechanicę partes.
Inſtrumentorum effectrix.
Miraculorum effectrix, quæ triplex eſt.
Timæus.
Aequilibrantiũ & centroponderantium cognitio.
Sphęrarum effectrix.
Aſtrologiæ cõſiderationes, & partes.
Gnomonica.
Metheoroſcopica.
Dioptrica.
Epilogus.

aures ipſas præpoſuiſſe videatur. Ad has porrò, quas hucuſq; enumerauimus accedit ea, quę Mechanica nuncupatur, pars & ipſa quędam exiſtens totius tractationis, & cognitionis rerum ſenſilium, materiæqúe coniunctarum. Sub hac verò eſt inſtrumentorum effectrix, quæ (ὀργανοποιητική) vocatur, eorum inquam, quę gerendis ſunt bellis idonea. qualia ſanè Archimedes etiam fertur conſtruxiſſe, Syracuſas terra, mariqúe obſidentibus reſiſtentia. & miraculorum effectrix, quæ (θαυματοποιητική) dicitur, quippe quæ alia quidem ſpiritibus maximo cum artificio conſtruit, quemadmodum etiam Cteſibius, atq; Heron operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inęquilibrium, ſtatus verò æquilibrium eſſe cauſam cenſendum, vt Timæus etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisqúe animatas conuolutiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum eſt & æquilibrantium omnino, & eorum, quę centropõderantia vocantur cognitio: nec non (σφαιροποιία) hoc eſt Sphęrarum effectrix ad cęleſtium circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiã fabricatus eſt: ac deniq; omnis, quę materiam mouendi vim habet. Reliqua aũt Aſtrologia eſt, quę de mundanis diſſeri. motibus, de corporum cęleſtium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraqúe diſtantijs, ac de omnibus, quę huiuſcemodi ſunt, multa quidem à ſenſu ſibi aſſumens, multùm verò cum naturali conſideratione communicans. Huius autem vna pars eſt Gnomonica, quę in horarũ dimẽſione poſitu Gnomonum exercetur. Altera eſt Metheoroſcopica, quę eleuationum differentias, ſiderumqúe reperit diſtantias, necnon multa alia, & varia Aſtrologica perdocet Theoremata. Tertia pars eſt Dioptrica, quę ſanè quinq; Solis, & Lunę, cæterarumqúe ſtellarũ diſtantias huiuſcemodi Dioptricis dignoſcit inſtrumentis. Talia de partibus quoque Mathematices à priſcis tradita, memoriæqúe prodita ſuſcepimus.

Quomodo Dialectica Mathematicarũ ſcientiarum vertex ſit, & quæ ſit ipſarum coniunctio ex Platonis ſententia. Cap. XIIII.

Plato in 7. de Repub.
Vide Epinomidem, qui Platoni aſcribitur.

ATque hæc poſita ſint. Illa rurſus inſpiciamus quo nam pacto Plato Dialecticam Mathematicarum diſciplinarum verticem, ſiue faſtigium in libris de Republica nuncupauit, & quæ nam ipſarum coniunctio ſit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem compoſuit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione ſuperior eſt, & principia deſuper ipſi ſuppeditat, cogitationemq;

tionemq́ue ipſam ex ſeſe perficit, eodem ſanè modo Dialectica quoque puriſsima Philoſophiæ pars exiſtens, ſimplicitate Mathematicas diſciplinas proximè vincit. Et totum ipſarum orbem complectitur, vireſq́ue à ſe ſe ſuggerit ipſarum ſcientijs varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Reſoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonſtrantem: à quibus ſanè adiuta, & perfecta Mathematica ipſa, alia quidem per reſolutionem inuenit, alia verò per compoſitionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quæruntur per demonſtrationem colligit. Haſce quidem vias ſubiectis ſuis accõmodans, vnaquaque autem harum vtens ad inſpiciendos medios ſermones ſuos. Vnde porrò & reſolutiones in ipſa, & definitiones, & diuiſiones, ac denique demonſtrationes propriæ ſunt, volutãtur'q; ſecundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immeritò igitur Dialectica Mathematicarum eſt veluti vertex, & faſtigium. Quum omne, quod in ipſis intelligens eſt perficiat: & quod certum eſt, ab omni reprehenſione reddat immune: quodq́ue immobile, pariter vt eſt cuſtodiat ſtabile: & quod materiæ eſt expers, & purum, ad mentis ſimplicem, à materiaq́ue ſecluſam naturam referat: ipſarum præterea prima definitionibus diſtinguat principia: generum ſubinde, & formarum, quæ ſub ipſis ſunt generibus diſcretiones oſtendat: compoſitiones inſuper, quæ ex principijs producunt ea, quæ conſequuntur principia: nec non reſolutiones, quæ ad prima, ac principia conſurgunt, ſcanduntq́ue, edoceat. Cæterùm coniunctio quoq; Mathematicarum diſciplinarum, nõ vt cenſuit Eratoſthenes, proportio ipſa ponẽda eſt. Siquidẽ proportio vnum quiddam eorum, quę Mathematicis communia ſunt dicitur eſſe, & eſt. Multa verò præterea alia ſpectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas diſciplinas, quæ per ſe inſunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem eſt earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium ſcientiarũ ſpeciatim principia ſimpliciori quodã modo in ſeipſam cõplectitur: & cõmunitatem earum, atque differentiam conſiderat: & quæcunq; eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus inſint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc ijs, qui aptè diſcunt fit reuerſio. Hac autem ſuperior Dialectica quoque Mathematicarum diſciplinarum coniunctio eſt. Quam verticem etiam ipſarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipſa ſiquidem totam Mathematicam perficit, ad menteḿq́ue potentijs ſuis

Cõiũctio Mathematicarũ, nõ eſt ꝓportio, vt voluit Eratoſthenes

Secunda Mathematicarũ cõiunctio. Plato in Repub.

Tertia Mathematicarum cõiunctio.

† ingreſsũ.

Finis optimus, Méth.

† ipſum optimum.

reducit, & verè oſtendit eſſe ſcientiam, & certam efficit, nulliq́ue reprehenſioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipſa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in ſe ſe comprehendit: ipſarumq́ue varietatem, ſua ſimplicitate: & partitionẽ, impartibili cognitione: multitudinẽq́ue, vnione coarctat. Ipſa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorũ ſermonum† cogitationem: Finis autem eſt tum ſurſum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis† longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata ſint.

Mathematices nomen vnde ſit ortum.

Cap. XV.

Plato in Memnone

Socrates in Memnone.

RVrſus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumq́ue diſciplinarum vnde nam diceremus ſcientijs his ab antiquis aſsignatum fuiſſe, & quam rationem aptè reddere poſſemus? Porrò mihi videtur talẽ ſcientiæ, quæ de cogitantibus ſermonibus eſt appellationẽ, nõ ſanè (quẽadmodũ plurima noĩum) à quibuſcũq; repertã fuiſſe: ſed (vt eſt, & dicitur) à Pythagoreis: cùm perſpexiſsẽt quidẽ, ꝙ omnis quæ Matheſis, hoc eſt diſciplina appellatur, reminiſcentia eſt: quæ quidẽ nõ extrinſecus animis aduenit, quẽadmodum quæ à ſenſilibus conſurgunt phantaſmata in phantaſia informantur: Neque aduentitia, aſcititiaq́ue veluti quæ in opinione poſita eſt cognitio, verùm excitatur quidem ab ijs, quę apparent, perficitur verò intus ab ipſa cogitatione ad ſe ſe conuerſa. Cumq́ue perſpexiſſent, quòd licet ex multis rebus reminiſcentiæ oſtendi poſsint, præcipuè tamẽ (vt Plato quoq; ait) ex Mathematicis diſciplinis. Nam ſi quiſpiam, inquit ille, in deſcriptionibus induxerit, ibi certè Matheſim reminiſcentiam eſſe facillimè cõprobabit. Vnde porrò Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo oſtendit, nihil aliud eſſe diſcere, quàm animam ipſam ſuarum rationum recordari. Id autem ideo eſt, quia id, quod recordatur nil aliud eſt, quàm cogitans animæ pars: hęc autem in Mathematicarum diſciplinarum rationibus eſſentiam ſuam perficit, ipſarum'q; ſcientias in ſe antea accepit, licet ſecundum ipſas non agat. Habet ſiquidem oẽs ſecundũ eſſentiã, & occultè: Promit autem vnãquanq;, cùm impedimentis, quę à ſenſu proueniunt liberata fuerit. Nam ſenſus quidem partibilibus ipſam coniungunt, phantaſiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem flectunt.

ctunt. Atqui partibile omne, eius, quæ ad nos metipſos fit conuerſionis obſtaculũ eſt. Et omne, quod informat, eã, quæ formæ eſt expers cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus obnoxium, eius, quę nullis affectibus lęditur actionis eſt impedimentum. Cùm igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in ipſa ſunt rationes per ipſam met cogitationem cognoſcere poſſumus: & actu ſcientes eſſe: & eſſentialem cognitionem depromere. Dum autem vincti, captiuiqúe ſumus: & animæ oculo conniuentes: nullo modo conuenientem nobis perfectionem aſſequi poterimus. Hæc itaque Matheſis eſt, ſiue diſciplina, quæ æternarum in anima rationũ reminiſcentia eſt. Mathematicaqúe (hoc eſt diſciplinatiua ſcientia, vt ſic exponã) propter hanc ea cognitio potiſſimùm nuncupatur, quæ nobis ad earũ rationũ reminiſcẽtiam maximè confert. Et opus igitur, atque officium huiuſce ſcientiæ, quale porrò ſit à nomine fit manifeſtum. Id nempe, quod inſitam mouet cognitionẽ, & exuſcitat intelligentiã, & purgat cogitationẽ, & promit formas, quę nobis ſecundũ eſſentiã inſunt, & aufert obliuionẽ, atque ignorantiam, quæ nobis ab ortu noſtro ĩnatæ ſunt, et ſoluit vincula, quę ab irrationabilitate proueniunt: ad Dei planè ſimilitudinem huius ſcientiæ præſidis, qui intelligẽtia munera manifeſtat, & cuncta diuinis rationibus complet, & animas ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuſcitat ſopore, & inquiſitione ad ſeipſas cõuertit, & obſtetricatione quadam perficit, puręqúe mentis inuentione ad vitam beatã deducit. Cui ſanè nos quoque præſens opus dicantes, de Mathematica ſcientia contemplationem perſcribemus.

Opus Mathematices à noĩe fit manifeſtum.

Opus Mathematices, ſimile eſt operi Dei.

PRIMI LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI
IN PRIMVM EVCLIDIS
ELEMENTORVM.

LIBER SECVNDVS.

Quòd Geometria totius Mathematicæ pars ſit, & quęnam ſit ipſius materia. Cap. I.

Epilogus eorũ, quæ in prio libro dicta ſunt.

Dubitatio bimébris.

Primũ mébrum.

Primũ argumentũ.

Secundum argumétũ

COMMVNIA quidem, ad omnemqúe Mathematicam ſcientiam ſpectãtia, in prædictis ſermonibus perſpeximus, & à Platone non diſſentientes, & ab alijs conſiderationes, quæ ad præſentem pertinent tractatum colligentes. Poſthęc autem conſequens eſt, vt de ipſa quoq; Geometria, deqúe propoſita Elementorum inſtitutione diſſeramus, cuius gratia totum hunc ſermonem incepimus. Quòd igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars ſit, quod'q; poſt Arithmeticam ſecundum obtineat locum, quippe cùm ab hac perficiatur, atque determinetur (quicquid enim in ipſa exprimi, atque cognoſci poteſt, ab Arithmeticis rationibus determinatur) à veteribus dictum fuit, nec lõgo indiget in pręſentia ſermone. At à nobis quoq; de hac enarratio pro animi ſententia fieri poſſet, ſi ſubiectam ipſi materiam conſideraremus, quem inter ea, quæ ſunt, ſortita ſit locum, & eſſentiam. Ex hac enim bene perſpecta, ſcientiæ quoque vis ipſam cognoſcentis, vtilitaſqúe ab ipſa proueniens, nec non illud, quod à diſcentibus comparatur bonum, ſtatim apparebit. Etenim dubitaret aliquis in quo eorum, quę ſunt genere Geometricam ponens materiam ab ea, quæ de ipſa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ, de quibus Geometra diſſerit in ſenſilibus ſunt, nec ab ipſa ſeparari poſſunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à ſenſilibus nos liberare, ad incorporeamqúe ſubſtantiam deducere, item'q; ad intellectilium inſpectionem aſſuefactionem eſſe, ad mentiſqúe actionem præparare dicemus? Vbi autem impartibile ſignum in ſenſilibus vnquam ſpectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non

pro-

profundam ſuperficiem, vel à centro ad circunferentiam linearum æqualitatem,vel omnino multiangulas, multarumq́ꝫ baſium figuras omnes, de quibus Geometria docet? Quonã demum pacto huiuſce ſcientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo poſſint: cùm ſenſiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus ſuſcipiant,mobiles omnes,atqꝫ mutabiles exiſtant,omniqúe ſint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnà cum ſibi contraria inæqualitate ſubſiſtat: impartibilia verò,ſecundum partitionem,interuallumqúe ſint progreſſa? Quòd ſi extra materiam ſunt ſubiecta Geometriæ, formæqúe puræ, & à ſenſilibus ſeparatæ: impartibiles proculdubio omnes erunt,& incorporeæ,& magnitudinis expertes. Extenſio nanque, tumor, omninoqúe interuallũ propter materiale receptaculum formis aduenit,quod impartibilia quidem,partibiliter: dimenſione autem carentia, vnà cum dimenſione: immobilia verò, mobiliter ſuſcipit. Quomodo ergo rectam lineam,triangulum,circulumqúe ſecamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipſorumqúe,& figurarum accretiones,atque decretiones, vtputa triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectarum linearum contactus? Cuncta enim hęc partibilem eſſe Geometricam oſtendunt materiam, neque in impartibilibus inſidere rationibus. At dubia quidem talia ſunt, præter illud etiam qꝫ Plato in cogitatione poſitas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à ſenſilibus ad huiuſcemodi formas, exurgereqúe à ſenſu ad mentem concedit, tametſi (vt ſuperius diximus) quæ in cogitatione ſunt rationes indiuiduæ ſint: & nullo interuallo diſtent: & ſecundum Animę proprietatem ſubſiſtant. Si autem & rebus ipſis,& Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ ſunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuerſale,vnũqúe plura continens aut in ſingularibus excogitari innatum eſt, apparereúe tale, quod exiſtẽtiam quoqꝫ in his habeat: inſeparabile ab ipſis exiſtat: in ipſiſqúe diſpoſitum ſit,ac diſtributum: & cum his vel ſimul moueatur,vel firmiter,immobiliterqúe conſiſtat: Aut ante multa ſubſiſtere,multitudiniſqúe gignendæ vim habere,multis à ſeſe imagines præbens, & ipſum impartibiliter quidem præſtructum eis, quibuſcum participat, varias autem ad ſecunda participationes ſuggerens: Aut excogitatione à multis formari, & exiſtentiam gignentem habere, poſtremoqúe multis inſidere. Iuxta enim has trinas ſubſiſtentias comperiemus (vt cenſeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per reſpectum, quem habent ad ipſa, prædicationemqúe, ſubſiſtunt.

Tertiũ argumẽtum

Secundum membrum

Primũ argumẽtum.
Secundum argumẽtũ
Tertiũ argumentũ.

Quartum argumẽtũ ab autoritate Platonis in 7. de Rep. vide etiã Ariſt. 2. phiſico. & 3. de aia

Solutio.

Diuiſio ipſius vniuerſalis.

ſubſiſtunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo abſoluam) vniuerſalibus formis exiſtentibus, eius formæ, qua multa participãt, quęq́ue in multis eſt, & particularia complet, differentias, iuxta ſubiectam materiam conſiderabimus. Ipſiuſq́ue participantia duplicia ponentes, vna quidem ſenſilia, altera verò in phantaſia ſubſiſtentia (materia ſiquidem duplex eſt: vna quidem eorum, quæ ſenſui coniugata ſunt: altera verò eorum, quæ ſub phantaſiam cadunt, vt quodam in loco & Ariſtoteles ait) id vniuerſale, quod in multis eſt diſtributum, duplex eſſe concedemus. Alterum quidem ſenſile, tanquã quo ſenſilia participent: alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantaſiæ multitudinibus ſubſiſtat. Phantaſia nanq; propter motum formantem, atque eò quòd cum corpore, & in corpore ſubſiſtit: partibiles ſemper, & diuiſas, & figuratas fert impreſſiones. Et quicquid ab ea cognoſcitur, talẽ ſortitũ eſt exiſtentiã. Vnde ſanè & mentẽ paſſibilẽ eam quiſpiam vocitare non dubitauit. Atqui ſi mens eſt, quonã modo non impaſſibilis eſt, nec materiæ expers? Sin autem cum paſſione agit, quopacto adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impaſſibilitas quidem menti, intelligentiq́ue naturæ competit: paſſibile verò, ab illa longè abeſt eſſentia. Sed (ni fallor) ipſius inter maximè primas, atque poſtremas cognitiones medietatem explicare volens, ſimul & mentem ipſam vocitauit, tanquam primis ſimilem, & paſſibilem, iuxta eam, quam habet cum poſtremis cognationem. Nam primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumq́ue expertes ſunt: intellectilia in ſeſe comprehendentes, & circa ſeſe agentes, & eis, quæ ſub cognitionem cadunt coniunctæ, abomniq́ue impreſſione, ac paſſione aliunde aduenientc immunes. Vltimę verò, per inſtrumenta ſeſe exercent, & paſſiones potius ſunt, cogntiones extrinſecus admittentes, vnaq́ue cum ſubiectis ſeſe commouentes. Tales enim (inquit Plato) ſunt ſenſus, qui ex violentis paſſionibus fiunt. At phantaſia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem à ſeſe, promitq́ue id, quod ſub cognitionem cadit: eò autem ꝙ extra corpus non eſt, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & interuallum, & figuram, ea, quæ ſub ipſius cadunt cognitionẽ deducit. Et ideo quicquid nouerit, impreſſio quędam eſt, & forma intelligentię. Circulum'q; vnà cum ſuo cognoſcit interuallo, ab externa quidẽ materia immunem, intellectilem verò, quæ in ipſa eſt materiam habentem. Atq; idcirco non vnus tantum in ipſa eſt circulus, quemadmodum neq; in ſenſilibus. Simul nanq; apparet diſtantia, maius'q;, & minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur inſenſi-

Triplices vniuerſales formæ ſunt.

Duplex materia ex ſentẽtia Ariſt. ĩ 7. meta. 35. & 39.

Duplex vniuerſale, quod in multis eſt

Ariſt. 3. de aĩa, tex. 30.

Plato in Timęo.

Phantaſia media eſt inter ſenſũ & mẽtem.

in ſenſilibus circulis vniuerſale diſtributum eſt, quod vnumquenq; etiam ipſorum, circulum perficit, omneſq́ue ſibiȷ̈nuicem ſimiles, vna ratione ſubſiſtentes, magnitudinibus verò, vel ſubiectis differentes: In ijs etiam, qui in phãtaſia ſunt circulis eſt quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes ſunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, ineſt autem ipſis differẽtia iuxta vnum hic tantùm, in phantaſia, ſcilicet magnitudinem. Cùm enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vno quidem omnes ſubiecto immateriali, & in vita exiſtentiam habent, quę à ſimplici corpore eſt inſeparabilis, interualloq́ue impartibilem ſuperat eſſentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuerſale illud, quod eſt in multis intelligatur. Vnum quidem in ſenſilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexq́ue circularis, atque triangularis, omninoq́ue figuræ, ratio. Altera quidem in intellectili, altera verò in ſenſili materia. Præit autem, hiſq́ue antiquior eſt, quæ in cogitatione reſidet ratio, quæq́ue in ipſa conſedit natura. Altera quidem immaginabilium circulorum, & vnius in ipſis exiſtẽtis formæ: altera verò ſenſilium autor. Sint enim qui in cœlo ſunt circuli, & omnino qui à natura producti ſunt; quorum ſicut ſub diſtributionem non cadit, quę in cogitatione eſt ratio, ita & naturalis. Sunt nanque ea, quæ cum interuallo ſunt, nullis diſtincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, abſque magnitudine in incorporeis cauſis, quemadmodum & è contrario impartibilia, partibiliter: magnitudiniſq́ue expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione eſt circulus, vnus, & ſimplex eſt, ab interualloq́ue immunis: & magnitudo inſuper ipſa, expers magnitudinis ibi: figuraq́ue, nulla figura expreſſa. Nam rationes abſque materia talia ſunt. Qui autem in phantaſia: partibilis, figuratus, cum interuallo, nõ vnus duntaxat, ſed vnus, & plures, nec forma tantùm, ſed diſtributa forma. Qui verò in ſenſilibus: compoſitus, magnitudine diſtans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumq́ue puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cùm de circulo quicquam loquitur, atq; diametro, deq́ue paſſionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum ſpectant, vt de contactibus: diuiſionibus: & de ijs, quæ huiuſmodi ſunt: neque de ſenſilibus docere, diſſerereq́ue dicimus (ab ipſis ſiquidem ſeparare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione eſt forma (vnus enim eſt circulus, ipſa verò de pluribus ſuos habet ſermones, de vnoquoq; proponẽs, deq́ue omnibus eadem contemplans: & indiuiſibilis quidem ille, diuiſibilis ve-

rò,

Duplex eſt circularis, & triãgularis ratio.

Geometria vniuerſale illud conſiderat, qđ in imaginabilibus diſtributũ ẽ.

rò, qui in Geometria eſt circulus) verùm vniuerſale quidem ipſum conſiderare fatebimur, ſed illud, quod in imaginabilibus diſtributum eſt circulis. Et alium quidem intueri : per aliumqúe, eum, qui in cogitatione eſt circulum contemplari : circa alium verò demonſtrationes facere. Cùm enim cogitatio rationes habeat : nequeat autem eas contractè perſpicere : diſtrahit ipſas, ac ſubducit, & in phantaſiam in veſtibulis collocatam promit, in illaqúe, aut etiam cum illa ipſarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à ſenſilibus ſeparationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non ſine phantaſia eſt. Compoſitioneſqúe figurarum, ac diuiſiones imaginabiles ſunt, cognitioqúe ipſarum via quidem eſt, quæ nos ad eam perducit eſſentiam, quam per cogitationem aſſequimur : nondum autem ad illam decucurrit, cùm cogitatio ipſa ad exteriora inſpiciat, hæcqúe iuxta interiora contempletur, & rationum impreſſionibus vtatur, à ſeſeqúe ad exteriora moueatur. Quòd ſi vnquam cùm interualla contraxerit, impreſſioneſqúe, & multitudinem ſine impreſſione, atq; vniformiter perſpexerit, ad ſeſe reuerti potuerit : tunc eximiè rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interualliqúe expertes, atque eſſentiales, quarum copia eſt. Hæcqúe ipſius actio finis porrò Geometrici ſtudij erit optimus : ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypſone ipſam ad perfectiorem, magiſqúe intelligentem reducentis cognitionem : necnon ab ijs, quæ in phantaſia ſunt informantibus apprehenſionibus ſoluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemqúe, necnon ad eũ tranſitum, qui à phantaſia ad ſolam cogitationem fit, ipſam per ſeſe finem facere. Surripiendo ſe ſe ab interuallis, paſſibiliqúe mente ad eam actionem, quæ in cogitatione eſt. Per quam cuncta ſine interuallo cernet, & ſine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo ſunt multiãgula, omniaqúe in omnibus, & vnumquodq; ſeorſum. Ob hoc enim oſtendimus etiam in phantaſia, & in multiangulis circulos inſcriptos, & in circulis multiangula : alternam rationum partis expertium imitantes oſtenſionem : Idcircò igitur & figurarum conſtitutiones, & ortus, & diuiſiones, & poſitiones, & applicationes deſcribimus : quoniam phantaſia inſuper vtimur, huiuſcemodiqúe ex hac diſtantijs. Siquidem forma ipſa immobilis eſt, & ingenita, & indiuiſibilis, & ab omni ſubiecto immunis. Verùm quæcunq; etiam in illa latenter ſunt, cum interuallis, partibiliterqúe in phantaſiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio eſt : à quo autem

pro-

Idẽ vide ſuperius i lib.1.c.1.

Optimus finis Geometrici ſtudii, & doni Mercurialis opus. De Calypſone vide Plutar. in opuſc. de vitãda vſura.

promuntur forma, quæ in cogitatione eſt: in quo verò eſt id, quod promitur, paſſibilis, quæ vocatur mens. Quæ ſeſe circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à ſeſe puræ intelligentiæ vim ab interuallo immunem ſeparat, & ſeſe iuxta omnes informes ſpecies conformat, omniaqúe prorſus euadit, ex quibus conſtat cogitatio ipſa, & quę in nobis eſt impartibilis ratio. Hęc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cùm haud ignoraremus quęcunque Porphyrius quoque Philoſophus in Miſcellaneis conſcripſit, & quæcunque quãplurimi Platonicorum deſcribunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cõuenire arbitrati ſumus, & Platoni, qui quę Geometriæ ſubijciuntur ea eſſe vult, quæ ſub cogitationem cadunt. Hæc enim ſibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum cauſæ quidem, per quas cogitatio etiam demonſtrationes profert, in ipſa præextiterunt cogitatione; ipſæ verò ſingulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantaſia ſitæ ſunt.

Porphyrius in Miſcellaneis.

Pla. in Timęo, & in 7. de Rep.

Quæ ſcientia, Geometria ſit.

Cap. II.

DE ipſa verò ſcientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur eſt Magnitudinũ, & Figurarũ, & in his exiſtentiũ Terminorum, & Rationum, quæ in ipſis ſunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Paſſionũ, variarumqúe Poſitionum, ac Motuũ cognitrix. Ab impartibili quidē Signo progrediēs, ad Solida autem vſqꝫ deſcendens, multiformeſqúe ipſorum differentias inueniens. Rurſuſqúe à compoſitioribus ad ſimpliciora, & ad horum recurrens principia. Compoſitionibus enim, ac Reſolutionibus vtitur, ſemper quidem à ſuppoſitionibus incohans, principia quoque à pręuia ſibi aſſumendo ſcientia: cunctis verò Dialecticis vijs vtens. In principijs quidem, formarum Diuiſionibus à generibus, Definiētibuſqúe orationibus. In eis autem, quæ poſt principia ſunt, Demonſtrationibus, ac Reſolutionibus. Vt & à ſimplicioribus varia magis oſtendat prodeuntia: & ad ipſa rurſus redeuntia. Et ſeorſum quidē de ſibi Subiectis verba faciens: ſeorſum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demõſtrationes exurgit: ſeorſum verò de per ſe Accidentibus, quæ Subiectis quocꝫ ineſſe oſtendit. Vnaquæcꝫ .n. ſcientiarum aliud quidem habet genus, circa quod verſatur, cuiuſque paſſiones ſibi conſiderandas proponit: alia verò principia, quibus vtitur in Demonſtrationibus: alia autem, quę per ſe inſunt. Et Pronunciata

Tria ĩ vnaquaq; ſcĩa requirunt ſubiectum Accidens, & Principium.

quidem cõmunia ſunt omnibus (licet ſingulæ propriè ipſis in ſubiecta ſibi vtantur materia) genus verò , & per ſe accidens diuerſum . Geometrię igitur ſubiecta quidẽ ſunt, Triangula, Quadrangula, Circuli, Figuræqúe prorſus, ac Magnitudines, harumqúe Termini. Quæ autẽ his per ſe inſunt, Diuiſiones, Rationes, Contactus, Aequalitates, Applicationes, Exceſſus, Defectus , huiuſcemodi omnia . Petitiones vero, & Pronuntiata, quibus ſingula demonſtrat : illud, à quocunq; ſigno, ad quodcunque ſignum rectam lineam ducere . Et illud , ſi ab æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia eſſe. Quæqúe his cõſequentia ſunt. Vnde etiã non omne Problema, nec Quæſitum omne Geometricum eſt, ſed quæcunque ex Geometriæ fluunt principijs . Et qui ex his coargutus, conuictuſqúe fuerit : conuincetur vtique vt Geometra . Quæcunque autem non ex his, haud Geometrica quidem , verùm à Geometrica contemplatione ſunt aliena . Et hæc duplicia ſunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæſitum illud eſt, quemadmodum Quæſitum Muſicum à Geometria alienum dicimus, quoniam ab alijs prorſus emanat ſuppoſitionibus , non autẽ à Geometrię principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs, ſed peruerſè, vt ſiquis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geometria quoq; inſtrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus dignoſcere poterimus , quæ nam ipſius conſequantur principia , & quæ à principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redarguere poſſumus prout errant, hanc habẽt promiſsionem. Alia nanq; Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim de alijs dicendum eſt , ſiquidem ab ijs plurimùm diſtant ? Certior nanq; alia, quàm alia eſt ſcientia (vt ait Ariſtoteles) quæ quidem à ſimplicioribus emanat ſuppoſitionibus , quàm ea, quæ magis varijs vtitur principijs : quæqúe dicit propter quid , quàm ea , quæ tantùm rem ita ſe habere cognoſcit : & quæ circa intellectilia verſatur, quàm ea, quę ſenſilia attingit. Et iuxta haſce certitudinis definitiones, Arithmetica quidem, Geometria certior eſt : eius ſiquidem principia ſimplicitate ſua excellunt. Nam Vnitas quidẽ, poſitionis eſt expers: Punctum verò, poſitionem habet. Et Punctum quidem , cùm poſitionẽ ſuſceperit , Geometriæ principium eſt : Vnitas verò , Arithmeticæ. Geometria autẽ certior, quàm Sphęrica : & Arithmetica, quàm Muſica. Hæ nanque cauſas eorum, quæ ſub illis continentur Theorematum vniuerſaliter reddunt. Geometria rurſus, quàm Mechanica, Perſpectiua, ac Specularia : quoniam ipſæ de ſenſilibus verba faciunt. Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum principijs

Geometrię ſubiecta.

Geometrię accidentia.

Geometrię principia.

Quæ ſint q̃ſita Geometrica.

Quæ ſint quęſita nõ Geometrica.

Duplex ẽ quęſitũ nõ Geometricum.

Geometria nobis exhibet inſtrumenta iudicandi

Ariſto. 1. poſt. t. 42.

Arithmetica cercior eſt q̃. Geometria.

Geometria cercior quàm ſpherica , & Arithmetica, q̃. Muſica.

Geometria cercior quàm Mechanica, Perſpectiua , & Specularia

Arithmetices, & Geometriæ principia differunt inuicem, & cōmunicant.

Quæ ſint cōia Arithmeticæ, & Geometriæ theoremata, & quę vtriq; propria.

cipijs differunt, harum verò duarum ſuppoſitiones diſtant quidem inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemque conueniunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonſtrantur theorematum, alia quidem ſunt ipſis communia, alia verò vtrique propria. Nam illud quidem, omnem rationem exprimi poſſe, ſoli competit Arithmeticæ: Geometriæ verò minimè. Sunt enim in ipſa rationes etiam, quæ exprimi non poſſunt. Illud quoque, quadrangulorum gnomones ſecundum minus terminari, Arithmeticæ proprium: in Geometria enim minimum prorſus non datur. Geometriæ verò peculiaria ſunt ea, quæ circa poſitiones verſantur: numeri enim nullam habent poſitionem. Quæ circa contactus: tangere enim in continuis reperitur. Quæ circa eas proportiones, quę exprimi nō poſſunt: vbi enim in infinitum procedit diuiſio, ibi quoque quod exprimi non poteſt extat. Ambabus autem communia ſunt, quæ de diuiſionibus habentur, quales tradit Euclides in ſecundo: præter illam, quæ in extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rurſus autem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria transferuntur in Arithmeticam: alia autem contrà ab Arithmetica in Geometriam: alia verò ambabus ſimiliter competunt, quæ à tota Mathematica ſciētia in ipſas deueniunt. Nam permutatio quidem, & rationū conuerſiones, et cōpoſitiones, ac diuiſiones, hoc modo ambabus cōmunia ſunt. Quæ verò cōmenſurabilia ſunt, Arithmetica quidem primùm inſpicit: poſtea verò Geometria, illam imitans. Vnde etiam huiuſcemodi cōmenſurabilia, hæc eſſe determinat, quęcunq; rationem ad ſe inuicem habent, quam numerus ad numerum: vtpotè quòd commenſurabilitas in numeris præcipuè ſubſiſtat. Vbi nanque numerus, ibidem etiam cōmenſurabile: & vbi cōmenſurabile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria quidem primùm inſpicit: iuxta proportionem autem ab ipſa accipiens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta cauſam ſunt. Ab effectibus igitur excitati, ad ipſarum cauſas, quæ in numeris ſunt, trāſimus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inſpicimus, veluti cùm omne multiangulum à nobis in triangula reſoluitur: Quandoque verò proximo contenti ſumus, veluti cùm quadrangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in numeris autem hoc non habentes, vno defficiente alterum alterius duplū eē dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri, ille, qui fit à ſeptenario duplus eſt, vno defficiente. At hæc quidem in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Cōmuniū theorematum diſtinctio.

ſcientiarum principia eſt,atque differentiam oſtendentes. Ad Geometricum ſiquidem ſpectat conſpicere cõmunia quidẽ theoremata, à quibus cõmunibus deriuentur principijs: propria verò, à quibus. Et ſic non Geometrica quidem,ac Geometrica diſtinguere. Et hæc quidem ad aliam: hæc verò, ad aliam afferre ſcientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quouſque progrediatur, quæqúe ſit ipſius vtilitas.

Cap. III.

ALtius autem rurſus exordium ſumentes,totam contẽplemur Geometriam,vnde nam inceperit,& quouſque progrediatur. Sic.n. ornatũ,qui in ipſa eſt rectè perſpiciemus. Intelligemus ſanè per omnia ea,quæ ſunt,ipſam ſimul extendi: & cunctis ſuas accõmodare animaduerſiones: & omnium formas in ſe continere: & iuxta quidem ſupremum eius,quodqúe ſummam intelligendi vim habet, ea, quæ verè ſunt circunſpicere: & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumqúe formarũ potentias. Nam harũ quoque rationes in proprijs habet contẽplationibus. Et oſtendit quænam Dijs quidem conuenientes figuræ ſint: quæ verò primis eſſentijs: quæ autem animarum ſubſtantijs. Iuxta verò medias cognitiones,cogitantes euoluit rationes: & eam,quæ in eis eſt, varietatem explicat,atque inſpicit: ipſarumqúe exiſtentiam oſtendit,& eas, quæ in ipſis ſunt paſſiones: necnon ipſarum cõmunitates, & differẽtias. E quibus ſanè imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cõprehendit,ad eſſentialemqúe rationũ redigit ſubſtantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes,naturam conſiderat, traditqúe quonam pacto ſenſilium elementorum formæ,& earum,quæ in ipſis ſunt potentiarum, iuxta cauſam in rationibus ipſis ſunt præacceptæ. Habet.n. imagines quidem vniuerſorum intellectilium generum: exemplaria verò ſenſiliũ: ſuam autem iuxta ea,quæ cogitationi ſubiecta ſunt cõpleuit eſſentiam. Per hæcqúe veluti per media ad vniuerſa ea, quæ ſunt, & ea, quæ fiunt aſcendit, atque deſcendit. Geometricè verò de ijs, quæ ſunt, ſemper philoſophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cõprehendit imagines intelligentium, animaliumqúe, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerumpublicarum tradit ornatus: & varias ipſarum in ſe oſtendit mutationes. Hæc quidem agens ĩmateriali quadam, cognoſcendiqúe vi: materiã verò attingens, multas à ſe ſe promit ſcientias : vt Geodeſiam, Mechanicam, & Perſpectiuã. Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs. Bellica etenim inſtrumenta, ciuitatumq́ue propugnacula hiſce ſcientijs conſtruxit. Et montium circuitus, locorumq́ue ſitus cognitos fecit. Menſuras demum edocuit; alias quidem earum, quę in terra; aliàs verò earum, quæ ſunt in mari viarum. Necnon Libras, Trutinaſq́ue conſtruxit. Ex quibus æqualitatem iuxta numerum, certã ciuitatibus reddidit. Itemq́ue totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit. Plurimaq́ue hominibus ab ijs, quæ incredibilia ſunt, manifeſtauit, omnibuſq́ue oſtendit credibilia. Quale ſanè Hieron quoque Syracuſius de Archimede dixiſſe fertur, cùm nauem trinis inſtructam velis fabricaſſet, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere pręparabat. Cùm .n. omnes vnà Syracuſij nauẽ illã protrahere minimè poſſent, Archimedes Hieronem ſolum ipſam ſubduxiſſe fecit. Stupefactus autẽ ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum eſt. Idem autem Gelonem etiam aiunt dixiſſe, cùm corona, quam fabricatus eſt non ſoluta, ſingulum cõmiſtarum materiarum pondus comperiſſet. Hæc quidem Antiquorũ plurimi memoriæ prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes; & proinde pauca ex pluribus nos in præſenti appoſuimus, Geometriæ omnino cognitionem, vtilitatemq́ue oſtendentes.

Hierõ Syracuſius.

Gelonis corona.

Quis ſit Geometriæ ortus, quæq́ue fuerint ipſius inuentores Cap. IIII.

ORtus autẽ ipſius, qui hoc ſeculo extiterit, poſthæc indicandus eſt. Diuinus .n. Ariſtoteles dixit eaſdẽ ſententias ſæpe ad homines peruenire iuxta quaſdam ordinatas ipſius orbis conuolutiones. Nec noſtris quidem temporibus primùm, vel eorũ, qui à nobis cogniti ſunt ſcientias conſtitutionem ſuſcepiſſe, verùm in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuiſſe ipſas, & rurſus euanuiſſe. At quoniam principia quoque artium, atque ſcientiarum, iuxta præſentem conuolutionem conſideranda ſunt, dicimus quòd à pleriſque memoriæ proditum eſt, apud Aegyptios Geometriam primùm inuentã fuiſſe, quæ ab agrorum emenſione ortum habuit. Hæc ſiquidẽ illis neceſſaria fuit, propter Nili inundationẽ, conuenientes ſingulis terminos diluentis. Nec mirum videri conuenit à cõmodo, & opportunitate tam huius, quàm aliarum ſcientiarum inuentionem ſumpſiſſe initium. Siquidem quod

Ariſto. 1. de cœlo tex. 22. & 1. meteo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emẽſione apud Aegyptios primùm.

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' ſenſu igitur ad conſiderationem, & ab hac ad mentem non immeritò fiet tranſitus. Quemadmodum ergo apud Phęnicas propter mercaturas, atque cõmertia, numerorum certa cognitio ſumpſit exordium, ita ſanè apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta eſt cauſam. Cùm itaque Thales primùm Aegyptum petijſſet, hanc cognitionem in Græciam tranſtulit. Et multa quidem ipſe inuenit, multorum autem principia ſibi ſuccedentibus enarrauit. Alia quidẽ vniuerſalius, alia verò ſenſibilius attingens. Poſt hunc autem Ameriſtus Steſichori Poetę frater, tanquam qui Geometriæ ſtudium tetigit, deguſtauitq́ue memoratur, cuius Hippias quoque Eleus mentionem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Poſt hos autem Pythagoras eã Philoſophiã, quæ circa ipſam Geometriã verſatur, in liberalis doctrinæ figurã cõmutauit, altius ipſius principia cõſiderans: immaterialiterq́ue, & intellectiliter theoremata perſcrutans. Qui ſanè eorum etiam, quæ explicari in Geometria non poſſunt tractationem, mundanarumq́ue figurarum conſtitutionẽ inuenit. Hunc verò ſecutus Anaxagoras Clazomenius multa, quæ ad Geometriam pertinent aggreſſus eſt. Oenopideſq́ue Chius, qui fuit Anaxagora aliquanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti eorum, qui in Mathematicis gloriã ſint conſecuti. Quibus ſuccedens Hippocrates Chius, qui lunulę quadraturam inuenit, Theodoruſq́ue Cyrenęus inſignes in Geometria euaſere. Primus nanq; eorum, qui cõmemorantur, Hippocrates Elementa conſcripſit: Plato autẽ cùm his ſucceſsiſſet, fecit tum Geometriam ipſam, tum etiã cæteras Mathematicas Diſciplinas maximum ſuſcepiſſe additamentum, propter ingens, quod ipſis adhibuit ſtudium. Quẽadmodum alicubi ipſe ſeſe manifeſtat, & volumina Mathematicis ſermonibus reddendo frequẽtia: & vbiq; excitando quod in ipſis mirabile eſt, Philoſophiãq́ue attingit. Hoc autem tẽpore fuit & Leodamas Thaſius, & Architas Tarentinus, & Theęthetus Athenienſis: à quibus theoremata aucta ſunt, ad peritioremq́ue peruenere conſtitutionem. Leodamante autem iunior Neoclides fuit, huiusq́ue diſcipulus Leon: qui ad ea, quæ ſuperiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa quoq; conſtruxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter vſum eorum, quæ in ipſis oſtenduntur: & determinationem inuenerit, quando ſcilicet quod quęritur problema poſsibile ſit, & quando impoſsibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior, ſodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,

Apud Phęnicas numerorũ incepit cognitio.

Mathematici clari.

Thales Mileſius primus, ab Aegypto ĩ Græciam Geometriam trãſtulit.

Ameriſtus

Hippias

Pythagoras.

Anaxagoras.

Oenopides.

Hippocrates.

Theodorus.

Plato

Leodamas

Architas

Theętetus

Neoclides

Leon.

Eudoxus.

quæ

quæ vniuerſalia appellantur locupletiorem reddidit: & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa ſectionem à Platone ſumpſerāt initium, in huberiorem diffudit multitudinem, reſolutionibus etiam in ipſis vſus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem diſcipulus, cum Platone autem verſatus, eiusqúe frater Dinoſtratus perfectiorem adhuc totā fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis diſciplinis, tum etiā in reliqua Philoſophia præcellere viſus eſt. Elementa nanque conſtruxit egregiè, multaqúe particularium, magis vniuerſalia fecit. Cyzicinus præterea Athenienſis ijſdem temporibus vigens, & in alijs quidem Mathematicis diſciplinis, potiſsimùm autem in Geometria illuſtris euaſit. Diuerſabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæſtiones. Hermotimus autem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Thęteto prius edita fuerant huberiora fecit, cōpluraqúe inuenit Elementa, Locoſqúe nonnullos conſcripſit. Philippus autē Mendęus Platonis diſcipulus, ab ipſoqúe in Mathematicis diſciplinis incēſus, & quæſtiones iuxta Platonis inſtitutiones faciebat, & hæc ſibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonicę Philoſophiæ conducere exiſtimabat. Qui itaque hiſtorias perſcripſere, hucuſque ſcientiæ huius perfectionem producunt. Non multò autē his iunior Euclides eſt, qui Elementa collegit, & multa quidem conſtruxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Thęteto reperta fuerant. Ea præterea, quæ à prioribus molliore brachio oſtenſa fuerāt, ad eas redegit demonſtrationes, quæ nec coargui, nec conuinci poſſunt. Fuit autē iſte vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris Euclidis meminit. Quin etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum eſſet'ne aliqua ad Geometriam capeſſendam Elementari inſtitutione breuior via, reſpondiſſe nullam eſſe viā regiā, quæ ad Geometriā ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidē eſt, antiquior verò Eratoſthene, & Archimede (hi .n. vno, eodem'qꝫ tēpore vixerunt, vt tradit Eratoſthenes) Secta aūt Platonicus, huicqúe philoſophię familiaris eſt. Vnde ſanè totius quoqꝫ Elemētorū inſtitutionis finē ſtatuit, earū, quæ Platonicæ appellātur figurarū cōſtitutionē.

Amyclas

Menæchmus.

Dinoſtratus.

Theudius.

Cyzicinus

Hermotimus.

Philippus Mendęus.

Euclides.

Primus Ptolem.

Archimedes.

Eratoſthenes.

Platonicę figuræ.

Quæ Euclides Mathematica ſcripſerit volumina.
Cap. V.

SVnt itaque multa quoque alia huiuſce viri Mathematica volumina,

Euclidis opera

Perſpectiua. Specularia. Muſica. Liber de diuiſionibus. Geometrica Elementa.

na, admirandę diligentię, peritęqúe cuiuſdam conſiderationis plena. Talis enim eſt eius Perſpectiua, & Specularia. Tales etiam, quæ ad Muſicam capeſſendam conducunt Elementares inſtitutiones. Itemqúe de Diuiſionibus liber. Præcipue verò circa Geometricam Elementorum inſtitutionem eum quiſpiam admirabitur, propter ordinem, & electionem eorum, quę per Elementa diſtribuit Theorematum, atque Problematum. Etenim non ea aſſumpſit omnia, quę poterat dicere, ſed ea duntaxat, quæ Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autē omnis generis ſyllogiſmorū modos, alios quidē à cauſis fidem ſuſcipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad ſcientiamqúe accommodatos. Præter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Definientem verò, in eſſentialibus rationibus: Demonſtrantem autem, in his, quæ à principijs ad quæſita fiunt progreſſionibus: Reſoluentem verò, in his, quæ fiunt à quæſitis ad principia reuerſionibus. Quinetiam varias conuerſionum ſpecies, tum earum, quæ ſimpliciores, tum etiam earum, quæ compoſitiores ſunt, in hac tractatione commodè eſt intueri. Et quæ quidem tota totis conuerti poſſunt: quæ verò, tota partibus, & contrà: quæ autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentionum continuationem, diſpoſitionem, atque ordinem pręcedentium, & ſequentium, vim, qua ſingula tradit, vel etiā quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à ſcientia elapſus, ad contrariumqúe mendacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imaginamur tanq; quę veritati adhęrent, quęqúe parientibus ſciētiam principijs ſunt conſequētia, quæ tamen tendunt in eū, qui ex principijs fluit errorem, rudioresqúe decipiunt, horum quoque perſpicacis prudentiæ Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inſpectionem aggrediuntur, ab omniqúe deceptione permanere immunes. Atque hoc ſanè volumen, per quod hanc infert nobis prępárationē (ψευδαρίων) hoc eſt Mendaciorū, ſiue Fallaciarum inſcripſit. Quippe qui modos ipſarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogitationem noſtram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio verum comparauit, experientiæqúe ipſi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendiqúe vim habet. Elementaris verò ipſius peritæ Geometricarum rerum contemplationis inſtitutio, inuincibilem, perfectamqúe habet enarrationem.

Liber Mendaciorum, ſiue Fallaciarum.

Quod nam ſit Geometrię Propoſitum.

Cap. VI.

QVod igitur huius tractationis Propoſitum ſit, fortaſſe ſciſcitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propoſitũ eſſe diſtinguendum, tum iuxta res, de quibus quæſita fiunt, tum etiam iuxta addiſcentem. Et ad ipſa quidem ſubiecta reſpicientes, dicimus quòd de Mundanis vtique Figuris omnis Geometræ eſt ſermo. Quippe qui à ſimplicibus quidem incipit, in harum verò conſtitutionis varietatem deſinit. Et ſeorſum quidem ſingulas conſtituit, ſimul verò ipſarum in Sphęram inſcriptiones, quaſqúe habent rationes tradit. Quapropter ſingulorum quoque librorũ Propoſita ad Mundum eſſe referenda nonnulli opinati ſunt, ipſorumqúe vſum, atque vtilitatem, quam ad Vniuerſi contemplationẽ nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiſcẽtem verò reſpiciendo Propoſitum diſtinguentes, hoc ipſum quod (Stichioſis) dicitur, hoc eſt Elementorum inſtitutio, ipſi Propoſitum eſſe dicemus: necnon addiſcentium cogitationis perfectionem ad vniuerſam Geometriam. Ab his enim auſpicantes reliquas quoque huiuſce ſcientiæ partes cognoſcere, varietatẽqúe in ipſa exiſtentem comprehendere poterimus. Et ſine his impoſsibilis nobis, incomprehenſibiliſqúe cæterorum eſt diſciplina. Principaliſsima nanque, ac ſimpliciſsima, primiſqúe ſuppoſitionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata ſunt. Cæterorumqúe demonſtrationes his tanquam notiſsimis vtuntur, ab hiſqúe egreſſæ ſunt. Quemadmodũ ſanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphęra, & Cylindro cõſcripſit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quę in hac oſtenſa ſunt tractatione, tanquã euidentibus videntur vti principijs. Propoſitum igitur id eſt, addiſcentes nempe ad totam ſcientiam Elementis inſtituere, Mundanarumqúe Figurarum determinatas conſtitutiones tradere.

Duplex propoſitum.

Primum Geometrę Propoſitũ

Quorũdã opinio.

Secundum Geometrę Propoſitũ

Archimedes.

Apollonius.

Geometriæ totum Propoſitũ

Vndenam ortum ſit Elementaris inſtitutionis nomen, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc eſt Elementorũ inſtitutor vocetur.

Cap. VII.

HOc ipſum autem (Stichioſeos) hoc eſt Elementaris inſtitutionis, ipſiuſqúe Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque inſtitutio,

Inſcriptio

quam habet rationem, vt ſanè de inſcriptione etiam aliquid quæramus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia verò Elementaria appellare conſueuerunt, alia autem extra horum vim determinantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum conſideratio ad aliorum pertranſit ſcientiam, & ex quibus dubiorum, quæ in ipſis contingunt ſuccurrit nobis ſolutio. Nam quemadmodum vocis literatæ ſunt quædam principia prima, & ſimpliciſſima, & indiuiſibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omniſq́ue dictio, atque oratio ex his conſtituta eſt; ita ſanè totius quoque Geometriæ ſunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ ſequuntur, principij rationem habentia, & ad omnia ſpectantia, multorumq́ue accidentium demonſtrationes præbentia, quæ Elementa appellant. Elementaria verò ſunt, quæcunque ad plura ſe extendũt, & ſimplicitatem quandam, atque ſuauitatem habent, non tamen eiuſdem ſunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd ſua contemplatio ad omnem ſcientiam communis non eſt, Exempli gratia, Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extenſam in multitudinem cognitionem habent, nec porrò ſcitum quicquam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Elementarium vim. Rurſus autem Elementum (vt ait Menæchmus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod confirmatur Elementum eſt. vt Primum apud Euclidem Secundi, Quintiq́ue, Quartum. Sic porrò multa quoque inuicem alterum alterius Elemementa eſſe dicentur. Mutuò enim confirmantur. Nam & ex eò, quòd extrinſeci Rectilineorum Anguli, quatuor ſunt rectis æquales, intrinſecorum rectis æqualium multitudo, & è contrario ex hoc illud, oſtenditur. Sumptioniq́ue huiuſcemodi Elementum aſſimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in quod cùm ſit magis ſimplex, compoſitum diſſoluitur. Ita autem non omne rurſus, omnis Elementum vocabitur: verùm ea, quæ principaliſſima ſunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione ſunt conſtituta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa ſunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque Elementa conſtructa ſunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ circa Plana verſatur, alia verò Stereometriæ. Eodem ſanè modo in Arithmeticis quoque, in Aſtronomicisq́ue Elementares inſtitutiones multi conſcripſere. Difficile autem hoc eſt, eligere quidem, commodeq́ue in vnaquaque ſcientia ordinare Elementa,

ex

Triplex Theorema.

Elementũ quid.

Elementare quid.

Theorema.

Quid ſit Theorema quod neq; Elementũ eſt, neque Elemẽtare.

Duplex Elementum ex Menechmi ſententia.

Petitiones Theorematũ Elemẽta ſunt.

Cur Euclidis Theoremata Elementa vocentur.

Dificile é Elementa cõſtruere.

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæque reſoluantur. Atq; eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vſi ſunt Demonſtrationibus, alij verò in infinitam̃ longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modũ per impoſsibile, alij verò Proportionem prætermiſerunt, alij autem præparationes aduerſus deſtruentes principia moliti ſunt. Omninoque plurimi Elementaris inſtitutionis modi à ſingulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod ſuperuacaneum eſt de medio tollere: impedimentum ſiquidem hoc in ſcientia eſt. Cuncta verò propoſitũ continentia, concludentiaque eligere: commodiſsimum enim hoc in ſcientia eſt, atque vtiliſsimum. Diluciditatis autem ſimul, ac breuitatis maximam habere curam: harum nanque contraria cogitationem noſtram perturbant. Vniuerſalem denique Theorematum in terminis cõprehenſionem ſibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia fruſtra diſſecant, incomprehenſibilem efficiunt cognitionẽ. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis inſtitutionem, aliorum inſtitutionibus excellere facilè quiſpiam reperire poſſet. Ipſius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contẽplationem maximè confert: diluciditatem verò, ordinatamque traditionẽ, ille, qui fit à ſimplicioribus ad magis varia tranſitus efficit, nec non ea, quæ à cõmunibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuerſalitatem autem demonſtrationis, ea, quæ fit ex primis, principalibusque Theorematibus àd Quæſita migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ijſdem vijs cognita fiunt, vt Scaleni, Aequicrurisque conſtitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamque varietatem inferunt, ab Elementorum electione longè aliena ſunt, qualia ſunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copioſius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita ſunt tanquam ex cauſis facilè conſtituuntur, quẽadmodum plurimæ Angulorum, Linearumque ſpecies. Hæc enim ab Euclide quidem omiſſa fuere, apudque alios longum ſunt ſortita ſermonem, cognoſcuntur autem à ſimplicibus. Atque hæc de vniuerſa Elementari inſtitutione perſcribenda nobis erant.

Diuerſis modis multi Elementa tradiderunt.

Condõnes quę requiruntur ad optimã Elementorũ inſtitutionem.

Euclidis Elemẽtaris inſtitutio oés iã dictas habet conditiones. Et ideo omnes aliorũ inſtitutiones excellit.

Cur quædã ab Euclide prætermittanť

Apollonius.

Quis nam ſit Geometricorum ſermonum ordo. Cap. VIII.

VNiuerſum autem ſermonum, qui in ipſa ſunt ordinem hoc pacto

Prima phi loſophia.

Nulla ſcia ſua demõſtrat principia.

Motus, vt ſuppoſitio pricipiũ é.

Euclides.

Qũo differant inter ſe Pronuntiatũ, Petitio, & Suppoſitio ex ſententia Ari. 1. poſte. tex. 25

nunc edocebimus. Quoniam hanc ſcientiam (Geometriam inquã) ex ſuppoſitione conſtare dicimus, ex definitisq́ue principijs reliqua, quæ ſequuntur demonſtrare (vna enim tantùm abſque ſuppoſitione eſt, reliquæ verò omnes ab illa ſua aſſumunt principia) neceſſe eſt vtique Geometricam Elementorum inſtitutionem conſtruentem ſeorſum quidem ſcientiæ tradere principia, ſeorſum verò, quæ ex principijs fluunt cõcluſiones; deq́ue principijs nullam reddere rationem, quæ autem principia conſequuntur, rationibus confirmare. Nulla nanque ſcientia ſua demonſtrat principia, neque de ipſis verba facit; verùm circa ipſa per ſeſe ſibi facit fidem, magisq́ue ſunt ei euidentia, quàm quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per ſeſe, hęc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philoſophus à definito rationes propagat principio, motum eſſe ſupponens. Ita Medicus, cæterarumq́ue ſcientiarum, atque Artium vniuſcuiuſq; peritus. Quòd ſiquis principia, & quæ de principijs ſcatent, in idem permiſceat, is totam perturbat cognitionem, eaq́ue conglutinat, quę nullo pacto inuicem conueniunt. Principium ſiquidem, & quod ab ipſo emanat, natura ab inuicem diſtincta ſunt. Primùm itaq; (vt dixi) principia, ab eis, quæ principijs conſequentia ſunt, diſtinguenda erant. Quod ſanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) ſuorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cõmunia ſcientiæ huius exponit principia. Deinde ipſa quoque communia principia in Suppoſitiones, Petitiones, Pronuntiataq́ue diuidit. Differunt nanque hæc omnia inuicem, nec idem eſt Pronuntiatum, & Petitio, & Suppoſitio (vt alicubi diuinus Ariſtoteles aſſerit) ſed cùm quidem, & addiſcenti cognitum, & per ſeſe credibile fuerit quod in principij aſſumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum eſt: vt, quę eidem ęqualia, ad inuicem quoque ęqualia eſſe. Cùm verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quę per ſeſe fidem faciat, verũtamen ponit, conceditq́ue id aſſumenti, tale ſuppoſitio eſt. Nam quòd Circulus ſit eiuſmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præſumpſimus: verũ audiendo, abſque demonſtratione concedimus. Cùm autem rurſus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiſcente conceſſum, aſſumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus; ſicut, omnes rectos angulos ęquales eſſe. Hoc autem hi manifeſtum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per ſe ſe concedi poteſt, pertractare ſtuduerunt. Ac iuxta quidem Ariſtotelis doctrinam hoc modo diſtinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppoſitio.

ſitio. Sæpenumero autem omnia quoq; hæc quidam Suppoſitiones vocant, quemadmodum Stoici omnem ſimplicem Enuntiationem Axioma vocarunt. Quamobrem iuxta quidem horum ſententiam, Suppoſitiones quoque erunt Axiomata: iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppoſitiones appellabuntur. Rurſus autem, quæ ex principijs ſcaturiunt, in Problemata, Theoremataqúe diuiduntur. Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesqúe prorſus, quæ circa ipſas ſunt affectiones continentia: Hęc verò, quæ per ſeſe ſingulis accidunt oſtendentia. Quēadmodum enim effectrices Scientię, contemplationis ſunt participes: eodem ſanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præaſſumpſere. Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt, quemadmodum Speuſippi, Amphinomiqúe Sectatores, arbitrati ſcientijs contemplantibus magis eſſe propriam Theorematum appellationem, quàm Problematum. Præſertim cùm de æternis verba faciant. Ortus enim in æternis non eſt. Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit: ortum, effectionemqúe eius, quod prius nō erat enuntiando, vtputa Aequilateris Trianguli conſtitutionē, vel Quadranguli data recta linea deſcriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum Signum poſitionem. Melius itaque (inquiunt) eſt, dicere quòd omnia, huiuſcemodi ſunt. Ortus autem ipſorum non efficiendo, ſed cognoſcendo cernimus, perinde ac ſi fiant, quę ſemper ſunt accipientes. Quapropter cuncta etiam Theorematicè, non autem Problematicè ſuſcipi dicemus. Alij verò contrà cuncta dicenda eſſe Problemata cenſebant: Quemadmodum qui Menęchmum ſecuti ſunt Mathematici. Munus autem Problematis eſſe duplex, aliquando quidem quæſitum comparare, aliquando verò cùm determinatum illud acceperint, videre vel quid ſit, vel quale quid ſit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud reſpectus. Et rectè quidem vtrique dicunt. Siquidem & Speuſippi ſectatores benę ſentiunt. Non enim eiuſmodi ſunt Geometriæ Problemata, cuiuſmodi Mechanices. Senſilia nanque ea ſunt, ortumqúe habentia, & cuiuſcunque generis mutationem. Et qui Menęchmum ſecuti ſunt, à veritate non diſſentiunt. Siquidem neq; Theorematum inuentiones, abſque in materiam acceſſu eſſe vllo modo poſſunt: materiam inquam intellectilem. In illam itaque rationes progreſſæ, ipſamqúe informantes, non immeritò vtique generationibus aſſimilari dicuntur. Cogitationis nanque noſtrę motum, rationumqúe in ipſa exiſtentium productionem: Figu-

Stoicorū opinio.

Quæ à principiis emanāt in Problemata, Theoremataq; diuiduntur.

Speuſippi, & Amphinomi opinio.

Eorū fundamētum.

Menæchmi opinio.

Munus ꝓblematis duplex ſecundū Menęchmum

Duarū ſuperiorum opinionū cōciliatio.

Intelligibilis materia.

rarum, quæ in Phantaſia ſunt, nec non earum, quę circa ipſas verſantur affectionum, ortum eſſe dicimus. Ibi enim ſunt & Conſtitutiones, & Sectiones, & Poſitiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quę in Cogitatione ſunt, ſine ortu, omniq́ue mutatione conſtiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometrica, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipſa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contrà. Prorſus nanque Demonſtrationes contemplationis ſunt opus, cuncta autem, quæ in Geometria poſt principia ſunt, per Demonſtrationem ſumuntur. Proinde Theorema communius eſt. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, ſed ſunt quædam, quæ etiam ex ſe ſe Quæſiti Demonſtrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate diſtinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnumquodq; eorum, quæ de eius prædicantur materia, ſuumq́ue oppoſitum ſuſcipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem ſuſcipere ſymptoma, non autem & oppoſitum. Ipſorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, vtputa Triangulum, vel Quadrangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatũ, id, quod per ſeſe accidens vocatur, vtputa Aequalitatem, vel Sectionem, vel Poſitionem, vel aliquid aliud huiuſcemodi. Cùm igitur ita quiſpiam propoſuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Problema dicit. Poſsis nanque in ipſum & non æquilaterum intendere. Rurſusq́ue ſuper datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum conſtituere. Fieri enim poteſt, vt & non æquilaterum conſtituatur. Cùm autẽ Angulos, qui ad Baſim Aequicrurium ſunt, æquales eſſe quiſpiã propoſuerit, Theorema eum proponere dicendum. Fieri enim non poteſt, vt non æquales etiam ſint Anguli, qui ad Baſim ſunt Aequicrurium. Quo circa ſiquis Problematicè formans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geometriæ ignarus exiſtimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo exiſtit, Rectus eſt. In quibus ergo Symptoma vniuerſale eſt, totamq́ue materiam comitatur, hæc Theoremata dicenda ſunt: in quibus verò nõ vniuerſale, nec ſubiectum prorſus conſequitur, id Problema ponendum eſt. Vt datam rectam Lineam terminatam, bifariã, vel in partes æquales ſecare. nam fieri poteſt, vt in nõ æquales quoque ſecetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas diſpeſcere. datur enim & in non æquales diuiſio. Ex data recta Linea Quadrangulum deſcribere. poteſt ſiquidem, & non Quadrãgulum deſcri-

Aliorũ opinio, in quo differat theorema à Problemate.

Materia Problematis, & theorematis, quid.

Prędicatũ ſymptoma quid.

Quo differat Theorema à Problemate iuxta Zenodori opinionem.

Definitio Theorematis, & Problematis à Poſsidonii ſectatoribus tradita.

deſcribi. Atque omnia quæcunque id genus ſunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodoti, qui Oenopidis quidem doctrinæ fuit familiaris, Andronis verò diſcipulus, Theorema à Problemate diſtinguebant, quatenus Theorema quidem quærit quid ſit ſymptoma, quod de ea, quæ in ipſo eſt materia prædicatur: Problema autem quo exiſtente, quid ſit. Vnde Poſidonij ſectatores Theorema quidem Propoſitionem definierunt, perquam quæritur ſit nec ne: Problema verò, Propoſitionem, in qua quæritur quid eſt, vel quale quid eſt. Et illam quidem, cõtemplantem Propoſitionem enuntiando formare nos oportere dicebant, vt omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omniſquè Aequicruris æquales ſunt, qui ad Baſim ſunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quærentes ſit'ne ſuper hance rectam Lineam Triangulum conſtituere. Differe enim (dicebant ipſi) abſolutè quidem, atque indefinitè quærere ſit'ne ab hocce Signo huicce rectæ Lineę rectam Lineã ad Angulos rectos erigere, & quæ nam ſit ipſa Perpendicularis inſpicere. Cęterùm quòd quidem nonnulla ſit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quæ iam diximus manifeſtum eſt. Quòd autem Euclidis quoque Elementaris inſtitutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex ſingulis manifeſtum fiet. Siquidem ipſe quoque in fine eorum, quæ demonſtrantur adiecit, interdum quidem [quod oſtendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] vt hæc quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod oſtendendum erat] Theorematum ſit deſignatrix. Licet enim (vti diximus) in Problematibus etiam Demonſtratio ſit, veruntamen quandoque quidem Demonſtratio quoq; generationis gratia, nam vt oſtendamus quòd id, quod iuſſum erat, factum eſt, Demonſtrationem aſſumimus: quandoque verò, ipſa per ſe ſe digna eſt, ſiquidem Quæſiti naturam in medium afferre poteſt. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contexentem, ipſiſquè alternatim vtentem, vt in primo libro: Interdum verò alteris abundantem, Nam quartus quidem liber totus Problematum eſt, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta ſint.

Euclidis Elementaris inſtitutio Problemata hẽt, & Theoremata.

Huius rei cauſam vide ĩferius in lib. 3. in com. propoſitionis 4. & 9. atque aliis ĩ locis

Quod ſit primi libri Propoſitum.
Cap. VIIII.

POſthæc autem cùm primi libri Propoſitum determinauerimus, diuiſionemq́ue in medium attulerimus, tractationem de Definitionibus aggrediemur. Propoſitum itaque in hoc libro eſt, Rectilineorum contemplationis principia tradere. Quanuis .n. Circulus, deq́ue ipſo conſideratio, Rectilineorum eſſentia, ac cognitione præſtantior ſit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à ſenſilibusq́ue ad intellectilia Cogitationē transferre feſtinantibus magis conueniens eſt. Etenim ſenſilibus quidem rectilineæ Figuræ ſunt propriæ, intellectilibus verò, Circulus. Quoniam ſanè quod quidem ſimplex, & vniforme, & definitum eſt, naturæ eorum, quæ ſunt competit: quod autem varium exiſtit, indefiniteq́ue continentium Laterum numero creſcit, ad ſenſilia ſpectat. In hoc igitur libro maximè primæ, principaliſſimæq́ue Rectilineorum Figurę traduntur, Triangulum inquã, & Parallelogrãmum. In his enim tanquam ſub genere Elementorum quoque cauſæ continentur. Aequicrus ſcilicet, atq; Scalenum, & quæ ex his conſtituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, & Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ conſtitutæ ſunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadranguli ortum, illius quidem ſuper datam rectam Lineam, huius verò ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulũ proxima trium Elementorum eſt cauſa, Ignis ſcilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrangulum verò Terræ annexum eſt. Ac demum primi libri Propoſitum toti cõuenit tractationi, ad vniuerſamq́ue mundanorum Elementorum confert cognitionem. Quinetiam addiſcentes inſtituit in eam, quæ de rectilineis Figuris eſt ſcientiam. Prima ſiquidem ipſarum rectè inuenit principia, accurateq́ue colligauit.

Primi libri Propoſitũ.

Maximè primæ, & principaliſſimę Rectilineorũ Figuræ Triãgulum, & Parallelogrãmum.

Triangulũ ęquilaterũ trium Elementorum eſt proxima cauſa, Quadrangulum verò, vnius.

Primi libri Diuiſio Cap. X.

Pria pars primi libri eiuſq́; propoſitum.

Diuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima quidem Triangulorum ortus, proprietatesq́ue declarat, tum iuxta Angulos, tum etiam iuxta Latera. Ipſorum inſuper comparationes facit adinuicem, atque vnumquodq; per ſe ſe inſpicit. Triangulum nanq; vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos conſiderat, interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atq; inęqualitatem. Duoq́ue ſupponens, eadem rurſus varijs rationibus reperit. Secunda autem, contemplationem de Parallelogrãmis contexit, Parallelarum proprietates, Parallelogrãmorumq́ue generationes deſcribens. Itemq́ue Symptomata, quæ ſunt in ipſis demonſtrans. Tertia verò, Triangulorum, Parallelogrãmorumq́ue cõmunicationem oſtēdit,

Secũda, & eius propoſitum.

Tertia, & eius propoſitum.

oſtendit,& in Symptomatibus,& in ijs,quæ ad inuicem fiunt comparationibus. Etenim quæ in eiſdem, & in æqualibus ſunt Baſibus Triangula, atque Parallelogrãma ijſdem affici paſſionibus oſtendit: & per complicationem, vtriſque in vna Baſi exiſtentibus: & quonã pacto fiat Parallelogrãmum ęquale Triangulo: ac deniq; de ijs,quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus deſcribuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à ſubtendente rectum Angulum fit, ad ea,quę à comprehendentibus ipſum. Talis ſit & Diuiſio.

Quædã ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

INcipientes autem de ſingulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi ſunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Caſus, & ſiquid aliud id genus eſt, quæcunque ab ijs, qui nos anteceſſerunt diuulgata fuere. Nam horum quidem ſatietate ſumus affecti, & ipſa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuerſamque ſpectant Philoſophiam, horum præcipuam faciemus cõmemorationem. Pythagoreos imitantes,quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [Figura, & Gradus: non autem Figura,& tres Oboli.] oſtendentibus quòd vtique oportet eam ſectari Philoſophiam, quæ per vnumquodq; Theorema Gradum aſcendit, Animamq́ue tollit in altum: non autem in ſenſilibus eam permanere ſinit, & contubernalem mortalibus explere vſum,huicq́ue conſulentem,quę hinc fit euectionem negligere.

Pythagoreorum Aenigma

INCIPIT TEXTVS.

Signum eſt, cuius pars nulla.

Definitio prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compoſitioribus ad ſimpliciora fit tranſitum Geometra excucurrit à Corpore quidem, quod trinis dimenſionibus diſtat,ad Superficiẽ, quæ hoc terminat: à ſuperficie aũt ad huius Terminũ Lineam: à Linea verò ad Signũ ab omni dimenſione immune, ſępenumero dictum fuit, & omnino manifeſtum eſt. Quoniam autem iſti Termini in compluribus quidem locis propter

Cõment. primum.

Geometra ꝑgreditur à cõpoſitioribus ad ſimpliciora.

Quibusdá Termini Terminatis pręcellũt, & vbi Terminata, Terminis.

In immaterialibus rebus ſimpliciora pcellunt cõpoſitioribus.

Termini imateriales pręcellunt Terminatis ĩmaterialibus. Ratio.

In materialibus rebus cõpoſitiora ſimplicioribus pręcellũt.

Terminata materialia pręcellũt Terminis materialibus. Ratio.

Cõfirmatio eorum quæ dicta ſunt.

ſimplicitatem, natura compoſitorum præſtantiores eſſe videntur; in compluribus verò, cùm in ijs, quæ ab ipſis terminantur habeant exiſtentiam, accidentibus ſimiles ſunt, determinandum horum vtrunque in quibus eorum, quæ ſunt generibus inſpiciatur. Dico itaq; quòd ea quidem, quę materiæ ſunt expertia, & in ſeparatis ſubſiſtunt rationibus, formiſqúe ipſis, quæ ſunt ſub ſe ſe collocatę, ſemper prius ſortita ſunt ſimpliciorum ſubſiſtentiam principaliorem, compoſitiorum ſubſiſtentia. Proptereaqúe & in Mente, & in Ornatibus tũ medijs, tũ ijs, qui Animæ ſunt, & in Naturis ipſis, quæ proximè corpora viuificant, ijs, quę terminantur, Termini iuxta eſſentiam pręcellunt: & quàm ipſa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis primarij ſunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod vndequaque progreditur: & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio ſuſcipit perfectius eſt. Quæ verò materiæ egent, & in alijs conſiſtunt, & à ſua degenerant eſſentia, & circa ſubiecta ſparguntur, vnionemqúe habent aſcititiam, compoſitiores ſortita ſunt rationes prius quàm ſimpliciores. Et propterea quæ in Phantaſia, & earum, quæ ſub Phantaſiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæqúe in ſenſilibus ſunt à Natura progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur rationes: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis diſtat dimenſionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel ſenſu, per Superficiem vndequaque terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progreſſa lateat, Linea ipſam præaſſumpſit, determinauitqúe ipſi adueniens. & Signum ſimiliter Lineam: compoſitis propter ſimplicia ſubſiſtentibus. Etenim hoc quoque rurſus manifeſtum eſt, quòd in ſeparatis quidem Formis, Terminorum rationes in ſeipſis ſunt, non autem in ijs, quę terminantur. & manentes quæ re vera ſunt, Secundorũ conſtituendorum vim habent. In inſeparabilibus verò Formis, ſe ſe ijs, quæ terminantur dederunt, in illiſqúe ſitæ ſunt, & factæ ſunt veluti partes eorum, ſuntqúe deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili eſſentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita ſunt. Suamqúe ſimplicitatem, atque puritatem non amplius Termini cuſtodire poſſunt. Cùm enim in alio conſiſtant, naturam ſuam in ſubiecti materiam immutarunt. Materia ſiquidem horum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnicam obſcurans dimenſionem, vndique fit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, ſimulqúe

diſtra-

diſtrahitur cum ijs, quæ ab ipſo terminantur. Cunctis enim hiſce rationibus in materiam delapſis, his quidem à cogitatione in intellectilem, his verò à natura in ſenſilem, ſubiectis refertæ ſunt. à ſuaq́ue ſimplicitate in alienas compoſitiones, atque Interualla diſceſſerunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & ſine vlla dimenſione exiſtẽtibus, in materia alia quidem præcipuè, alia verò propter eius naturam partita ſunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam eſt, vt quædam primum, & quędam medium, & quędam vltimum ſortitę ſint locum: & formarum aliæ quidem magis vniformes ſunt, aliæ verò, magis multiplicantur: & aliæ quidem aggregatas ſuas habent potentias, aliæ verò in Interuallum tendentes: & aliæ quidem Fini vicinæ ſunt, aliæ autem Infinitati? Etſi enim hiſce duobus principijs omnes participant, verũtamen alię quidem ab vno, aliæ verò ab altero ortæ ſunt, eiuſq́ue magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorſus eſt impartibile, ſiquidem iuxta quoque Finem ſubſiſtit. Habet autem vim infinitam latẽter, qua etiam omnia producit Interualla. Progreſſuſq́ue omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinitę naturæ magis eſt particeps. Quapropter ex eorum quoque numero eſt, quæ aliunde terminantur, iuxtaq́ue omnes dimenſiones in infinitum diuiduntur. Quę verò inter hæc media ſunt, ſecundũ Extremorũ diſtãtiã, aut ex eorũ ſunt numero, quę Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Siquidem quatenus ex Fine conſtant, alia terminare poſſunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cùm ergo Signum quoque Terminus ſit, in participatione propriam conſeruat potentiam. Cùm autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipſo terminantur adeſſe cogatur, infinitè in ipſis eſt. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis diſtant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit cauſa, & ferax vniuerſorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantùm omnia exiſtens. Vtq́ue paucis rem complectar, formæ, quæ propter ſimplicitatem, atque impartibilitatẽ in principijs ſuperiorẽ tenent locũ, in participationibus ſeruant quidẽ (vt natura eis cõparatum eſt) ſuam proprietatem, deteriores tamen cõpoſitioribus factę rationibus. Materia nanqꝫ, harũ clarius poteſt fieri particeps, ad haſq́ue potius quàm ad ſimpliciſſimas eorum, quæ ſunt cauſas ſuſcipiendas præparari. Quapropter ſe-

Nota hic Duplicem materiam

Dubitatio

Solutio.

Formarũ imaterialium ordo

Reſpõdet tacitæ obiectioni.

paratorum quidem principiorum veſtigia deſcendunt in ipſam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis cauſæ eſt particeps, quàm Plani. huiusq́ue magis, quàm formæ ipſius lineæ. & huius adhuc magis, quàm Signi hęc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenę pręeſt, omniaq́ue partibilia vnit, ac continet, eorumq́ue progreſſus terminat, & producit omnia, atque vndequaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini ſunt, Signum verò, omnium. Quòd autem non opinandum eſt huiuſcemodi Terminos (Corporum inquã) ſola excogitatione ſubſiſtere, quemadmodum Stoici cenſuerunt: verùm eſſe quaſdam huiuſcemodi naturas in ijs, quæ ſunt, ipſorumq́ue rationes opificas præ ſe ferre, in memoriam quidem redigiſſemus ſi ad totum inſpexiſſemus Mundum, & eas, quæ in ipſo fiunt conuolutiones, conuolutionumq́ue Centra, nec non ad Axes per tota ipſa penetrantes. Centra nanque actu ſubſiſtunt, ſiquidem Sphæras continent, in ſtatuq́ue ſuo conſeruant, & ipſarũ Interualla vniunt, & potentias in ipſis exiſtentes conſtringunt, ad ſeſeq́ue conſtabiliunt. Axes autẽ ipſas euoluunt, atque circũducunt, & circa ſe ſe reuoluunt ipſi immobiliter ſiti. Quin etiam Poli Sphęrarum & ipſos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in ſe ſe conſtringentes, quopacto perſpicuè non oſtendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis diſtant omnium perfectrices, & vnionis, atq; inceſſabilis motus præbitrices? Vnde ſanè Plato quoque Adamantinam eſſe dicit ipſorum ſubſiſtentiam, immutabilem ipſorum eſſentiæ vim, & æternam, & ſtabilem, quæq́ue eodem ſemper modo ſe ſe habet, oſtendens. Fuſumq́ue ait totum circa ipſa verti, & circa ipſorum vnionem circũſilire. Aliæ autem magis reconditę, abſtruſæq́ue orationes Opificem quoq; Mundo aiunt aſſiſtere Polis inſidentem, ſuoq́ue diuino Amore Vniuerſum ad ſe ſe conuertentem. Pythagorei verò Polum quidem Rhęę Sigillum appallandum eſſe cenſebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisq́ue vitã largitur, inexplicabilẽ, efficacemq́ue vim per hæc in vniuerſum effundit. Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cùm opificam cuſtodiam Iuppiter in ſinu Mundi poſuiſſet, in Medio ipſam firmiter collocauit. Centro ſiquidẽ manente Vniuerſum quoque immobilem ſuum habet ornatum, & aſſiduam conuolutionem: manentq́ue omnia ſuum cuſtodientia ordinem immutabilem: & qui Polis aſſiſtunt Dij, diuiſorum collectricem, multiplicatorumq́ue vnitricem adepti ſunt potentiam: quiq́ue

Axes

Digreſſio

Stoicorũ opinio, ipſiusq; oppugnatio.

Cẽtra q̃d faciant.

Axes.

Poli.

Pla. in 10. de Rep.

Pythagorei qua de cauſa Polum Rhęę Sigillũ appellabãt.

Cur centrũ Iouis carcerem.

Dii Polorum.

Axes ſortiti ſunt, conuolutiones coercent, æterneq́ue euoluunt. Et ſi fas eſt noſtram in medium afferre ſententiam, Cẽtra quidem Sphærarum omniũ, atque Poli conciliantium Deorum Notæ ſunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compoſitionem affingentes. Axes verò, vniuerſorum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasq́ue ipſi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphęrę autem ipſæ Deorum ad perficiendum efficacium imagines ſunt, principium fini copulãtes, & omnibus Figuris ſimplicitate, & ſimilitudine, & perfectione præſtantes. Verùm hæc quidem in longum produximus, vt oſtenderemus impartibilium, & omnino eorum, qui in Mundo ſunt Terminorum vim, quòdq́ue iſti, quatenus primarum, & maxime principalium cauſarum imaginem afferunt, maximũ in Vniuerſo ſortiti ſunt ordinem. Non enim eiuſmodi Termini ſunt Centra, & Poli, cuiuſmodi eorum, quæ terminantur: ſed actu ſubſiſtunt, habentq́ue exiſtentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè ſubſiſtunt inſpicientes, exilem eorum ſubſiſtentiam eſſe exiſtimant, & alij quidem dicunt ſola excogitatione à ſenſilibus ipſos ſeparari, alij verò nullibi etiam, niſi in noſtris excogitationibus eſſentiam habere. Quoniam autem ſunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, conſiderabimus quonã pacto iuxta ordinem in ipſis exiſtentem, in eorum etiam, quæ ſunt generibus ſubſiſtant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt, verùm impartibiliter, atque vniformiter: ita vt omnes ſecundum vnicam formam ſubſiſtant, iuxta Signi rationem, quæ occultè, & impartibiliter exiſtit. Omnes verò in Animis, ſed iuxta Lineæ formam. Vnde ſanè Timęus quoque ex rectis, circularibusq́ue Lineis Animam conſtituit. Quilibet nanq; Circulorum Linea tantum eſt. Omnes autẽ in Naturis, cæterùm iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum conſtituendorum vim habentes, per Plana manifeſtari iubebat. Corporumq́ue in Plana reſolutio ad proximam eorum, quæ apparent cauſam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. ſiquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipſis ſubſiſtunt. Omnes igitur vbique, & vnaquęq; iuxta proprium ordinem apparent: diuerſitasq́ue à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile exiſtit, quodq́ue partibile eſt eùm ſimplicitate præſtet iuxta hancce eorũ, quæ ſunt diminutionẽ,

Dii Axiũ.

Propria opinio.

Quorũdã duplex opinio, prima Stoicorum, ſecũda Ariſto.

Qũo iſti Termini ſubſiſtant.

Timęus.

Quilibet circulorũ Linea tãtum eſt.

Pla. in Timęo, vide et à Ariſt. i tertio de Cœlo.

hoc

hoc quoque eximiam partibilium ſibi vendicauit ſubſiſtentiam. & interdum quidem penitus ipſa ſuperat ſecundũ cauſæ excellentiam, interdum verò ipſis connexum eſt, interdum autem aduentitiam in ipſis ſortitum eſt exiſtentiam. & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur, propriam abſumit impartibilitatem.

Dupliciter vnitas cõſideratur.

Dupliciter Signũ cõſideraſ.

Quemadmodũ igitur Vnitas alia quidem eſt Numerorum genitrix, alia verò vt ſubſtrata Numeris materia: & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium: ita ſanè Signum quoque partim quidem eſt Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem cauſam.

Dubitatio

Nunquid ergo Signum ſolum impartibile ſit? an etiã Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris?

Solutio.

Num autẽ Philoſopho quidem de omnibus, quę ſunt, verba facienti, cuncta certè vtcunq; ſub diſtributionem cadentia conuenit inſpicere, omnesque partium primarias ſubſiſtentias: particularium verò ſcientia prædito à quibuſdam definitis principijs contemplationem producenti, & vſque ad illa recurrenti, progreſſus autẽ eorum, quæ ſunt minimè ſcrutanti, hanc ſolam impartibilem naturam, quæ ad eius ſpectat prima principia, aggredi, conſiderare, & tradere: hancque intueri ſimplicitatem, quæ præeſt omnibus ijs, quæ ſub cognitionem ipſi cadunt?

Solum Signũ i Geometria partiũ expers eſt, & ſola vnitas in Arithmetica.

Solum igitur Signũ iuxta Geometricã materiam partitionis eſt expers, Vnitas verò, iuxta Arithmeticam. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta ſit, in pręſenti tamen ſcientia perfecta eſt. Siquidẽ Medicus quoque corporum Elementa eſſe ait Ignẽ, atque Aquam, hisque ſimilia. & ipſorum reſolutio adhæc vſque progreditur. At Naturalis Philoſophus ad alia, quæ his ſimpliciora ſunt tranſit. & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad ſenſum, hic verò, ſimplex quò ad rationem. & vterque rectè quò ad propriam ſcientiam. Neque igitur Signi definitionem peccaſſe putauerimus, neque imperfectam ipſam eſſe poſuerimus. Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia ſufficienter tradita eſt. hoc ſiquidem ipſi tantùm deeſt, quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me, Signum eſt. meumque principium, & ſimplicisſimũ nil aliud eſt, quàm hoc. Et ita conuenit Geometra dicente, audire.

Finis Digreſsionis

Cur Euclides à partium negatione Signum definiat.

Parmenides.

Euclides itaque à partiũ negatione principium nobis declarauit ad totius ſibi ſubiectæ naturæ conſiderationem. Negatiuæ nanque orationes principijs conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque cauſam ſolis negationibus tradidit. Omne ſiquidem principium diuerſa ab eis, quæ ſcatent à principio conſtat eſſentia: & horum negationes illius nobis patefaciunt

ciunt proprietatem. Quod enim horum quidem eſt cauſa, nihil autē horum eſt, quorum eſt cauſa, huiuſcemodi doctrina perſpicuum fit.

Dubitatio

Fortè autē quiſpiam dubitet. Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantaſia recipiente, partium expers Signum Geometra in ipſa inſpicit? non enim quia rationes in Cogitatione exiſtentes, ſed Intelligentiū, diuinarumqúe Formarum Simulachra Phantaſia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & ſub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens.

Solutio.

Ad quā ſanè ambiguitatem dicamus, quòd imaginarij motus ſpecies neque partibilis tantùm eſt, neque impartibilis: Verùm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod eſt Forma expreſſum.

Fundamētum.

Primū argumentū.

Nā ſi partibilis eſſet tantùm, non vtique plures Formarum in ſeſe cuſtodire poſſet impreſſiones, ſubeuntibus præexiſtentes obſcurantibus. Siquidem nullum Corpus ſimul, & ſecundum idem pluribus continetur Figuris: verùm per ſecundas priores delentur.

Secūdū argumentū.

Si autem impartibilis, Cogitatione porrò, & Anima impartibiliter cuncta ſpectāte nō eſſet inferior, neque per Formas operaretur.

Cōcluſio.

Quare ipſam neceſſe eſt incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincqúe † conſatam, conſperſamúe promere Formam cuiuslibet eorum, quæ ſub cognitionem cadunt, ad ipſam penetrantium: deſinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum.

† Cōuolutā promere &c.

Quòd ſi huiuſcemodi naturam ſortita eſt, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipſa. & iuxta illam, Signum præcipuè eſſentiam haberè dicendum. Lineę nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipſa eſt.

Phantaſię duplex vis.

Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter.

Definitio Signi ſecūdū Pythagoreos, & eius expoſitio.

Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem poſitionem habentem, conſiderandum quid nam ſibi velint. Quòd itaque Numeri quidem magis immateriales, magisqúe puri, quàm Magnitudines ſint, & quòd Numerorum principium, Magnitudinum principio ſimplicius ſit, cuilibet manifeſtum eſt.

Vnitas, & Numerus in opinione ſubſiſtunt.

At cùm dicant Vnitatem quidem poſitionē habentem, Signum eſſe, oſtendere mihi videntur quòd vtique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione ſubſiſtunt. Numerum dico, Monadicum. Quapropter Numerorum etiam quilibet, vtputa Quinarius, & Septenarius vnus eſt in qualibet Anima, & non plures: Figuraqúe carent, & aduentitia Forma. Signum autem in Phantaſia palàm ſe ſe offert, & tanquam in loco exiſtit, & materiale eſt, iuxta intellectilem materiam.

Intellectilis materia.

Non habet itaque poſitionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omniqúe Interuallo, ac loco immunis. Habet

bet autem poſitionem Signum, quatenus in Phantaſię gremijs apparet, materialeq́ue exiſtit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto ſimplicior eſt. Siquidem iuxta poſitionem Punctum Vnitatem ſuperauit: appoſitiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appoſitiones ipſas recipiunt.

Definitio ſecunda.

TEXTVS

Linea autem, Longitudo ſine Latitudine.

Cóm. ſecundum.

LInea ſecundum obtinet locum quatenus longè primum, & ſimpliciſsimum eſt Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adijciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Linea reſpectu Superficiei, principij habet rationẽ. Nam Signum quidem vtpote Magnitudinum omnium principiũ ſola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. eſt ſiquidem Lõgitudo, hacq́ue Signi impartibilitatẽ excedit. ſine Latitudine tamen, quippe quæ à cęteris ſeiuncta eſt Dimenſionibus. Nam omne porrò, quod eſt Latitudinis expers, idem etiam Craſsitudine caret, non autem & contrà. Cùm ergo Latitudinem ademerit, Craſsitiem quoq; ſimul ademit. Quocirca nec addidit, quòd non craſſa quoq;, tanquam quod conſequatur notionem eius, quod ſine Latitudine eſt. Definiũt autem ipſam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verùm hæc quidem definitio perfecta eſt, Lineæ eſſentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à cauſa producente, ipſam manifeſtare videtur: & non omnem Lineam, ſed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile exiſtens, quod tamen partibilibus exiſtẽtiæ eſt cauſa. Fluxus autem progreſſum oſtendit, fœcundamq́ue vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumq́ue detrimentum accipientem, eandem quidem ſemper manentem, cunctis autem Partibilibus eſſentiam præbentem. Cęterum hęc quidem cuilibet nota, manifeſtaq́ue ſunt. At nobis metipſis magis Pythagoricos ſermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportione correſpondentia ponunt. quæ tamẽ vt ea, quæ cum In-

Aliæ Lineæ definitiones.

Digreſsio

teruallo

teruallo ſunt ſuſcipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam, Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, ſolidum Corpus. Vnde etiam Ariſtoteles Corpus ait Ternario perfici numero. Et nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati aſſimilari: quæ autem poſt Signum ſunt, ſubſiſtere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancq́ue ſeruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodq; ſui proximi ſuperioris, & eundem ad propinquum, adq́ue ſequens habere gradum, quem illud ad ipſum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem: hancq́ue Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarij verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem eſſe Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem eſt Pythagoreorū ordo, qui deſuper ſumpſit initium, & eorum, quæ ſunt naturam conſequitur. nam Signum quidem duplex eſt, vel enim per ſe ſe eſt, vel in Linea. quod etiam cùm tāquam Terminus ſit ſolum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, ſupremam eorum, quæ ſunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportione reſpondere poſitum fuit. Vnitas ſiquidem ibi primùm, vbi paterna eſt Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cùm prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem ſit, eò quòd vnico diſtat Interuallo, Dyadicaq́ue propter progreſſum: ſi .n. infinita ſit, indefiniti Binarij eſt particeps, ſi autem finita, duobus ei opus eſt Terminis, Vnde, & Quò. propter hęc vtique Totalitatē imitatur, ordinemq́ue illum ſortita eſt. Quæ etiam porrecta eſt Vnitas, & duo gignit. hæc enim progreſſum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrectè, & vnico diſtat Interuallo: Binarijq́ue materiam. Superficies autem, Ternarius cùm ſit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamq́ue formam, atque ſpeciem ſuſceperit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ ſunt terminanti, primùm: Binario verò ipſam diuidenti, quodāmodo ſimilis eſt. Solidum verò cùm tripliciter diſtet, per Quaternariumq́ue Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem diſtinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatuū apparet diſtinctio, necnon vniuerſorū in tres partes diuiſio, vnà cum Quaternaria proprietate, hoc eſt genitrice, atq; feminea. At hęc quidem fuſius pertractari poſſunt. Lineam autem rurſus ſecūdam exiſtentem, iuxtaq́ue primam ab impartibili natura motionem conſtitutam, non immeritò Pythagoreorum quoque ſermo Dyadicam appellabat. Cæterùm quòd & Signū

Ariſt. primo de cęlo tex. 2.

Exēplum.

Signū duplex.

Oraculū.

Cur Pythagorei Lineã Diadicam appellabãt. Parmenides.

† hoc nãq;

Finis Digreſsionis

Notio Lineæ iuxta Apollonium.

Pulcherrimus Lineę ſenſus.

poſt Vnitatem, & Linea poſt Binarium, Superficiesq́ue poſt Ternarium ſit, Parmenides etiam alicubi oſtendit, ab vno Multa primùm negatione auferens, deinde Totum. Quòd ſi Multa ante Totũ Numerus quoque ante Cõtinuum, & Binarius ante Lineam, Vnitasq́ue ante Signum erit. ſiquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [non totum] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta ſint dum accuratius naturam eius contemplamur. Admittemus autem Apollonij quoque ſectatores dicentes, quòd Lineæ quidẽ notionem habemus, quando Longitudines tantùm, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinẽ tunc, Craſsitiemq́ue ſubiungimus: ſed vnicam dũtaxat conſideramus diſtantiam. Quemadmodum ſanè, cùm etiam campos metimur, Superficiem cernimus. cùm autem Puteos, Solidum. omnes .n. diſtantias ſimul colligentes, tantùm eſſe Putei ſpatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Senſum autem ipſius Lineæ habuerimus vtique, ſi diuiſiones locorũ lucidorum, ab obumbratis inſpexerimus, nec non ad Lunam, quę ſuper Terram eſt. hoc nãque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet diſtantiam: Longitudinem autem habet, quę vnà cùm Lumine, & Vmbra extenditur.

Definitio tertia.

TEXTVS

Lineæ autem Extrema, ſunt Signa.

Cõm. 3.

Intolerabilis Binarii audacia

Digreſsio

OMne cõpoſitum à ſimplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumq́ue imagines in Mathematicis principijs palàm ſe ſe offerunt. Cùm .n. Lineam à Signis terminari dicat, manifeſtè videtur ipſam per ſe ſe infinitam facere, quippe quę propter proprium progreſſum, Extremũ non habet. Quemadmodũ igitur Binarius ab Vnitate terminatur, ſuamq́ue intolerabilem audaciam ſub Terminũ, Finemq́ue redigit, cùm ab illa coerceatur: ita ſanè Linea quoque Signis apud ipſam exiſtentibus terminatur. Cùm .n. Binario ſimilis ſit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarij naturam participat. Verùm in imaginabilibus quidem, atque in ſenſilibus Signa ipſa, quæ in Linea ſunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præextitit quidem partiũ expers Signi Ratio, progreſſa autem illinc ipſa longè prima cum Interuallo ſeipſam conſti-

conſtituendo, & mouens ſe ſe, & fluens in infinitum, indefinitumqúe Binarium imitans, à proprio quidē coercetur principio, ab eodemqúe vnitur, atq; vndequaq; corripitur. Infinita ergo, finitaqúe ſimul exiſtit. iuxta quidem ſui progreſſum, infinita: iuxta verò terminatricis cauſæ participationē, finita. Cùm .n. ipſi aduenerit, illius cōprehenſione retinetur, terminaturqúe iuxta illius vnionem. Vnde porrò in Imaginibus quoque Signa finem, atq; principium Lineę occupando, ipſam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato ſeparatus eſt, hìc verò duplex: in ipſo enim Terminato ſubſiſtit. Et hoc afferret vtique mirabile indicium, Formas in ſe ſe quidem manentes ea, quę ipſis participant, iuxta cauſam pręcedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem ſubſiſtere. Siquidem vnà cum ipſis multiplicantur, & partiuntur, ſubiectorumqúe diuiſionem recipiunt. Pręterea hoc quoq; de Linea præaccipiendum eſt, quòd ipſa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate, quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum ęquilaterum conſtituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis ęquales ſint, Triangulū conſtruere. in Problematis .n. Conſtructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraq; parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datā rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non ſit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipſum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque ſcitu dignum cùm ſit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta ſunt? & cuius Lineæ? ſiquidem neq; infinitæ, neq; cuiuslibet finitæ? Nam eſt quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis eſt, quæ in ſe ſe coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei eſt Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea eſt? accipiemus .n. quandam circunferentiā, quæ à Signis terminatur, Lineæqúe Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli, Clypeiqúe Linea quandam etiā aliam ſibi aſſumpſit proprietatem, per quam non ſolùm Linea eſt, verùm etiam Figuræ perficiēdæ vim habens. Ipſæ ergo Lineæ quidem vtraſque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in ſe ſe coeunt. quòd ſi deſcribi quoq; eas intelligas, reperies vtique quomodo à Signis terminantur. Si verò deſcriptas iam acceperis, finemqúe principio con-

Finis digreſſionis

Notādū

Prima propoſitio primi Elemētorū.

Vigeſima ſecunda ꝓpoſitio eiuſdem.

Duodecima propoſitio eiuſdem.

Tripliciter Linea à Geometra cōſideratur.

Dubitatio

Solutio.

iunxeris, non amplius ipſarum Extrema poteris inſpicere.

TEXTVS

Recta Linea eſt, quę ex æquo inter ſua Signa ſita eſt.

Definitio quarta.

Cõm. 4. Diuiſio Lineæ ſecundum Plat. & Ariſt.

Pla. in Parmenide.

Ariſt. 1. de cœlo t. 5.

Dubitatio Xenocratis.

Apollonius in libro de Cochlea.

PLato quidem Lineæ duas ſimplicisſimas, præcipuasq́ue ponens ſpecies, Rectam vtiq;, & Circularem, reliquas omnes per miſtionem ex his conſtituit, quæcunq; Tortuoſæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ ſunt, aliæ verò circa Solida ſubſiſtunt: & quęcunque per Solidorum ſectiones producuntur curuarum Linearum ſpecies. Et videtur Signum quidem (ſi fas eſt dicere) Vnius, iuxta Platonis ſententiam, afferre imaginē. hoc nanque nullam habet partē, quemadmodū ille quoque in Parmenide oſtendit. Quoniam autē poſt Vnū, tres ſunt ſubſtantiæ, Finis, Infinitū, & Miſtum, per haſce Linearū, & Angulorum, & Figurarū ſpecies in rerū natura producuntur. & Fini quidē Circunferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphera in Solidis proportione reſpondent: Infinitati verò, Rectū iuxta hæc omnia. cunctis .n. propriè cōpetit, ſi in vnoquoq; ſpectetur. Miſtum autē, quod in his omnibus eſt, Miſto illic exiſtenti. Lineæ nanque miſtæ ſunt, vt circunuolutæ, implexæq́ue Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, vt Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræq́ue Planæ quidem, vt Segmenta, atque Apſides: Solidæ verò, vt Coni, atq; Cylindri, cæteræq́ue id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Miſtum in his omnibus eſt. Quinetiam Ariſtoteles Platoni aſtipulatur. Omnis ſiquidem (inquit) Lineæ ſpecies vel Recta eſt, vel Circularis, vel ex his Miſta. Vnde & Motus tres ſunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Miſtus. Ambigunt autem quidam aduerſus hanc diuiſionem, & dicunt non eſſe duas tantūmodo ſimplices Lineas, verùm quandā quoque tertiā dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrū deſcribitur, quando, dū recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiē, Signum in ipſa, parili celeritate mouetur. fit .n. Helix, hoc eſt implexa, circunuolutaq́ue Linea, quæ omnes ſui partes omnibus ſecundū partium ſimilitudinē adaptat, vt oſtendit Apollonius in libro de Cochlea. quę quidē pasſio ex omnibus Helicibus ipſi ſoli cōpetit. Planę nanq; Helicis partes inter ſe disſimiles ſunt. necnō eius, quæ circa Conū, & eius, quæ circa Sphæram deſcribitur. Sola

aūt

Solutio Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

autem Cylindrica eodem ſanè modo ſimilium partium eſt,quo etiam Recta,circularisqúe Linea.Nunquid itaque ſimplices Lineę tres ſint, & non duæ tantùm? cui dubitationi occurremus dicentes, ſimilium quidē partium eſſe huiuſcemodi Helicem, queadmodū Apollonius quoq; docuit, ſimplicem autem minimè. non .n. idem eſſe quod ſimilium partium eſt,& quod ſimplex. ſiquidem eorum etiā, quæ natura conſtant, ſimilium quidem partium ſunt Aurum,& Argentum, ſimplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Miſtionē ex ſimplicibus,ipſam quoq; Generationem manifeſtare.Oritur.n.dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipſa recta Linea fertur.Duo igitur motus ſimplices ipſam cōſtituerunt. Quamobrē ex numero Miſtarum eſt Linearum, non autem ſimplicium. Quod .n. ex diſsimilibus eſt conſtitutum, Simplex non eſt: ſed Miſtum. Recteqúe Gemînus cùm ex pluribus quidem motibus,ſimplicium quoque Linearū aliquam produci conceſsiſſet, non equidem omnem etiā talem Miſtam eſſe conceſsit: verū illam, quæ ex diſsimilibus oritur motibus. ſi .n. Quadrangulum, duosqúe motus,qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producetur, recta exiſtens Linea,non obid tamen Linea recta mixta eſt.Nulla.n. alia ipſam præcedit Linea, quæ ſit per ſimplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verùm nec ſi quis in Angulo recto rectam ſubduci Lineam excogitauerit, bipartitaqúe ſectione Circulum deſcribere,propter hoc Linea circularis Miſtione producta eſt. eius .n. quæ hoc modo mouetur Extrema cùm æqualiter moueantur, rectā deſcribunt: bipartita verò ſectio cùm inæqualiter deuoluatur,circulum deſignat: reliqua autem Signa, deſcribunt Ellipſim. Quapropter Lationis, quæ bipartita fit ſectione *inæqualitatem* conſecuta eſt circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam,non autem ſecundum naturam moueri ſuppoſitum fuit. At hæc quidē de his ſint ſatis. Videbitur autē vtriſque Lineis ſimplicibus exiſtentibus (Recta inquā,& Circulari) Recta vtique ſimplicior eſſe. in hac .n. ne opinione quidē diſsimilitudo excogitari poteſt. in Circulari verò,Concauum, & Conuexum diſſimilitudinem indicant. & Recta quidem Circunferentiā ſecundum excogitationem non infert, Circunferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen reſpectum ad centrum, ſecum affert. Quid autem ſiquis etiā dicat Circunferentiam recta Linea ad conſtitutionem indigere? ſi enim rectę Lineę terminatę vtrūuis quidem

dem Extremorũ maneat, alterum verò moueatur, Circulum proculdubio deſcribet, eius autẽ Centrum, manens rectæ Lineę Extremum erit. An id, quod Circulum deſcribit, Signum eſt, quod circa manens fertur, non recta Linea? diſtantiam enim duntaxat ipſa determinat; Circularẽ verò Lineam Signũ conſtituit dum circulariter mouetur. De his autem ſatis. Verum enimuero Circunferentia quidem Fini proxima eſſe videtur, & eandẽ ad alias Lineas habere rationem, quã Finis ad omnia ea, quæ ſunt. finita ſi quidem eſt, ſolaqúe ex ſimplicibus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitũ enim producta nequaquã ceſſat, & quemadmodũ ex Fine, & Infinito reliqua omnia producta ſunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne miſtum Linearum genus conſtitutum eſt, tum Planarum, tum earũ, quæ in Solidis conſiſtunt corporibus. Et propter hanc cauſam Anima quoq; Rectum, & Circulare ſecundum eſſentiam in ſe pręaſſumpſit, vt omnem, quæ in Mundo eſt Infiniti coordinationem, omnemqúe Finis moderetur naturam. Recto quidem progreſſum, Circulari verò regreſſum ipſorum conſtituens. atque illo quidem in multitudinem ipſa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nõ ſolùm Anima, verũetiam ille, qui Animam produxit, haſqúe potentias ipſi tradidit, vtraſque primarias in ſeſe habet cauſas. cùm enim omnium eorum, quæ ſunt, principiũ, Media, fineſqúe præaſſumpſiſſet, rectas Lineas terminat ſecundum naturam circũiens, inquit Plato. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad ſeſeqúe reuerſus eſt, manens in ſuo quodãmodo more, ait Timæus. Nota autẽ eſt Linea recta quidẽ, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immaculatæ, & indeficientis, & omnipotentis, omnibuſqúe aſſiſtentis prouidentiæ. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in ſeſe coit actionis, quæqúe ad ſe ſe conuertitur, & iuxta vnum intelligentẽ terminum omnibus dominatur. Cùm itaque duo hęc principia Rectum ſcilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in ſeipſo prępoſuiſſet, duas à ſe ſe produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agentem, intelligentiumqúe eſſentiarum effectricem: alteram verò iuxta Rectum, ſenſilibuſqúe ortum præbentem. Quoniam autem Anima medium inter intelligentia, ſenſiliaqúe ſortitur locum, quatenus quidem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus verò ſenſilibus præeſt, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harũ Formarum ad ea, quæ ſunt ſimilitudine, dicta ſufficiant. At rectè Lineæ definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam poſuimus: per quam oſtendit ſolam rectam Lineam ei, quod inter ſua ſitum eſt. Si-

Solutio.

Digreſsio

Pla. in Timęo.

Timæus.

Linea recta cuius ſit Nota.

Circunferẽtia cuius Nota ſit.

Duę, quæ à Deo sũt Vnitates.

Finis Digreſsionis

Ponderat definitionem Euclidis.

gna

gna æquale occupare ſpatium. quanta .n. eſt alterius Signorum ab altero diſtãtia, tanta eſt rectę, quæ ab ipſis terminatur Lineę magnitudo. Atq; hoc eſt ex æquali inter ſua collocari Signa. Quòd ſi in Circunferentia, vel etiam in alia quadã Linea duo Signa ſumpſeris, quod inter hæc includitur Lineæ ſpatium, ipſorum diſtantiã ſuperat: omniſq́ue Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cõmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam neceſſarium duntaxat iter facere Vulgus etiã inquit: eos autem, qui non per rectã, à neceſſario plurimùm aberrare. Plato autẽ rectam Lineam ſic definit. Linea recta eſt, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quæ in directum poſita ſunt pati neceſſe eſt: quæ verò in Circuli Circunferentia, vel in alio ſita ſunt Interuallo, haud neceſſariũ eſt vt hoc patiantur. Quapropter Aſtrologici quoq; tunc Solẽ dicunt deliquiũ pati, cùm ipſe, & Luna, noſterq́ue oculus in vna fuerint recta Linea. tunc .n. à Luna media inter nos, atq; ipſum exiſtente obumbrari. Et forſan rectæ Lineæ paſſio oſtenderit vtiq; quòd in his etiã, quæ ſunt, iuxta proceſſus, qui à cauſis emanãt, Media quidem Extremorũ diſtantiam, adinuicemq́ue cõmunicationem, diuidendi vim habent. quẽadmodum ſanè iuxta regreſſus, quæ etiã ab ipſis diſtant ad primarias conuertuntur cauſas. Archimedes verò rectam definiuit Lineã, minimã earũ, quæ Terminos habent eoſdem. Cùm .n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter ſua collocata ſit Signa, hac de cauſa eoſdẽ Terminos habentium minima eſt. ſi .n. quędã fuerit minor, non ex æquo inter ſua iacebit Extrema. Quin etiam reliquæ omnes rectæ Lineę definitiones, in eaſdẽ recidunt ſententias. Exẽpli gratia, quòd in ſuis conſtituta eſt extremitatibus. & quòd nõ eſt pars quidẽ ipſius in ſubiecto Plano, pars verò, in ſublimiori. & ꝙ omnes eius partes omnibus ſimiliter congruunt. & quòd extremis manentibus, ipſa quoque manet. quòd demũ cũ vna, quæ ſit ſibi ſpecie ſimilis Figurã non perficit. hæc .n. omnia rectæ Lineæ proprietatem exprimunt, quã habet ex eo quòd ſimplex eſt, & vnum habet breuiſſimum ab Extremo, ad aliud Extremũ progreſſum. hęc etiam de rectæ Lineæ definitionibus dicta ſint. Diuidit autem rurſus Lineã Gemînus, primũ quidem in Incompoſitam, & Compoſitam. vocat autem Cõpoſitam, refractam, Angulumq́ue efficientẽ: reliquas verò ipſarum omnes, Incompoſitas. Deinde Compoſitã, in eam, quæ Figuram efficit, & eam, quæ in infinitum producitur. Figurã facere dicens, Circularem, Clypeiq́ue Lineam, quæq́ue Hæderę ſimilis eſt: non facere autẽ Rectanguli, Obtuſanguliq́ue Coni ſectionem, Con-

chæ

Definitio rectę Lineæ ſecundum Pla.

Pulchra ꝗ rectæ Lineę paſſione in iis, quæ ſunt, cõtẽplatio

Defõ rectæ Lineæ ſecundum Archime.

Multę rectæ Lineę defões.

Alia Lineę diuiſio ſecũdũ Geminum

chæ ſimilem, Rectam, id genus omnes. Rurſusqúe alio modo Incõpoſitæ Lineæ aliam quidem ſimplicem eſſe, aliam verò miſtam. Et ſimplicis aliam quidẽ Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam eſſe, vt Rectam. Miſtę autem aliã quidem in Planis, aliam verò in Solidis eſſe. Et eius, quæ in Planis eſt, aliam quidẽ in ſe ſe coincidere, vt quæ Figurã refert Hæderæ, quæ Ciſſoides vocitatur: aliã verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Solidis eſt, aliã quidem in Solidorum ſectionibus excogitari: aliã verò circa Solida ipſa conſiſtere. nam Helicem quidẽ, quæ circa Sphæram, aut Conũ deſcribitur, circa Solida conſiſtere: Conicas verò, vel Spiricas ſectiones à tali Solidorũ gigni ſectione. Iſtas autẽ ſectiones alias quidẽ à Menęchmo, Conicas ſcilicet, excogitatas fuiſſe; quod etiam Eratoſthenes referens ait.

Neque Mænechmos in Cono ſecare Ternarios.

Eratoſthenis Pentametrum:

Alias verò à Perſeo, qui Epigramma quoque in earum inuentione compoſuit, dicens.

Perſei Epigrãma.

Tres Lineas in quinq; ſectionibus ſpiricas cùm inueniſſet
Perſeus, harum cauſa Dijs ſacrificauit.

Conicæ ſectiones

Spiricæ ſectiones

Quæ quidem tres Conorũ ſectiones ſunt, Parabole, Hyperbole, atq; Ellipſis. Spiricarum autẽ ſectionum alia quidẽ implicata, inuolutaqúe eſt, equinę ſimilis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga exiſtens medium quidem ſpatium minus habet, ad vtranque autem partẽ dilatatur. Cæterarũ autem miſtionum multitudo infinita eſt. Solidarũ nanque Figurarum innumera eſt multitudo, multiformesqúe ipſarum conſtituuntur ſectiones. non .n. recta Linea dũ circulariter mouetur quandã determinatam facit Superficiẽ, neque etiã Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipſæ. Multifariè igitur ſi ſecentur hæc Solida; varias Linearum oſtendunt ſpecies. Earum demum, quæ circa Solida conſiſtunt Linearũ, aliæ quidem ſimilium partiũ ſunt, vt quæ circa Cylindrum ſunt Helices: aliæ verò diſſimiliũ partium, quemadmodũ cęteræ omnes. Ex his itaque diuiſionibus colligitur quòd tres Solæ ſunt Lineæ partium ſimilium, Recta nẽpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidẽ in Plano ſimplices, vna verò miſta circa Solidum. Idqúe euidenter Gemînus demonſtrat, cùm inſuper demonſtraſſet, quòd ſi ad ſimilium partium Lineã ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipſa Angulos facientes, æquales ſunt. Ex eiuſque voluminibus horum demonſtrationes ſtudioſis capeſſendæ ſunt. ſiquidem ortus quoque ſpiricarum, & conchoidum,

Tres ſolæ ſunt Lineę partium ſimilium

Theorema Gemini.

Hæderę

Hedereqúe ſimilium Linearum tradit. Nos verò ipſarum quidē cognomina, diuiſionesqúe cōmemorauimus, ad ipſarum inquiſitionem ingenioſos excitantes. Ad ſingularum autem inueſtigationem rationes diligenter perquirere, ſuperuacaneū in præſenti eſſe arbitramur. cùm Geometra ſimplices, primariasqúe duntaxat Lineas hìc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præſenti definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicet Lineam Circulum terminātem, eſſe Circunferentiam. Miſtę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit miſtos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem. necnon Figuras Planas miſtas, Segmēta.ſ. atq; Sectores: Solidasqúe, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuſcuiuſq; tradidit ſpecies, Linearum autē, duas tantum, ideſt Rectam, & Circularem. cùm arbitraretur opus eſſe in ſermonibus, qui de ſimplicibus habentur, ſimplices aſſumere ſpecies. reliqua .n. omnia, Lineis compoſitiora ſunt. Quamobrem nos quoq; Geometram ſequentes in ſimplicibus Lineis ipſarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ortū Spiricarū, et Cōchoidū, & Hædere ſimiliū Linearum.

Cur Euclides duas tātùm Lineæ ſpēs tradiderit

TEXTVS

Superficies aūt eſt, quę Lōgitudinem, & Latitudinē tātùm habet.

Definitio quinta.

POſt Signum, & Lineā Superficies collocata eſt, quæ duplici diſtat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Craſſitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimenſione diſtante ſimpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [tātùm] duobus Interuallis adiecit, vtpote tertio Interuallo in ſuperficie non exiſtente. hæcqúe negationi Craſſitudinis æquipollet, vt hìc quoq; Superficiei ad Solidum cōparatæ iuxta ſimplicitatem præſtantiam, negatione, vel æquiualente negationi additione oſtendat: diminutionem verò, quam habet ſi ad præcedentia comparetur, affirmationibus ipſis. Alij autem Corporis Terminum ipſam definiuerunt, idē propemodum dicentes. ſiquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna ſuperatur diſtantia. Alij verò, magnitudinem binis diſtantē Interuallis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant aſſignationem, idem declarantes. Superficiei autē cognitionem nos habere dicunt, cùm agros dimetimur, eorumqúe extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem diſtinguimus: ſenſum verò quendam cape-

Cōm. 5.

Aliæ Superficiei definitiones.

Simile dixit de Linea ſuperius in cōmento 2.

re, vmbras inſpicientes. cùm .n. ipſæ ſine Craſſitudine ſint, eò quòd interiorem Terræ partem penetrare non poſſunt, Latitudinem tantùm, atque Longitudinem habent. Pythagorei autē Ternario ipſam aſſimilari dicebant. Quoniā ſanè omnibus, quæ in ipſa reperiuntur Figuris Ternarius longè prima eſt cauſa, Circulus .n. qui Orbicularium principiū eſt, latenter Ternarium habet, Centro, Interuallo, atq; Circunferentia. Triangulū autem cùm omnium Rectilineorū principatum teneat, vndequaque manifeſtum eſt, quòd Ternario clauditur, & iuxta illum Formam ſuſcepit.

Qua de cā Pythagorei Ternario Sup̄ficiem aſſimilari dicebant.

Definitio ſexta.

TEXTVS

Superficiei verò Extrema, ſunt Lineæ.

Cōm. 6.

Digreſſio

EX his etiam tanquā imaginibus intelligendū eſt, quòd omne proximum quolibet eorū, quæ ſunt ſimplicius, Terminū cuilibet, & Finem affert. Anima nanque Naturæ operationē perficit, atque determinat: & Natura, Corporū Motionem; & ante hæc Mens, Animę conuolutiones metitur: ipſiusq́ue Mentis vitam, Vnū. illud .n. mēſura omniū eſt. Quēadmodum ſanè in his quoque Solidū quidem à Superficie, Superficies aūt à Linea, Lineaq́ue à Signo terminatur. illud ſiquidem, Terminus omniū eſt. In Formis igitur immaterialibus, rationibusq́ue impartibilibus Linea vniformis exiſtēs, in Superficiei progreſſu variū motum terminat, ac coërcet, ipſiusq́ue proximè vnit infinitatē. In imaginibus aūt cùm Terminato Terminans aduenerit, hoc pacto Terminū ipſi præbet. Siquis autē hîc quoque quærat quonam pacto omnis Superficiei Extrema ſint Lineæ, cùm non omnis etiam finitæ Extrema ſint. Sphæræ nanq; Superficies, terminata quidem eſt, non autē à Lineis, ſed à ſe ſe. Dicemus quòd accipiendo Superficiē quatenus duplici diſtat Interuallo, à Lineis ipſam terminari iuxta Longitudinē, Latitudinemq́ue reperiemus. Quòd ſi Sphæricā inſpexerimus, ipſam vtique accipimus vt eam, quæ iā Figuram ſuſcepit, & aliam habuit qualitatē, & finem principio coniunxit, ex duobusq́ue Extremis Vnum fecit. & hoc potentia duntaxat vnum exiſtens, non autem actu.

Vnū hic, pro Deo.

Dubitatio

Solutio.

Plana

TEXTVS

Plana Superficies eſt, quę ex æquo inter ſuas collocata eſt Lineas.

Definitio ſeptima.

PRiſcis non placuit Philoſophis Planũ Superficiei ponere ſpeciem, verùm vtidẽ vtrunque aſſumere, ad Magnitudinẽ duplici Interuallo diſtantem repręſentandã. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum eſſe dixit contemplatricem, Stereometriæ ipſam in diuiſione opponens, perinde ac ſi eſſet idem Planum, & Superficies. Itidẽ admirandus etiã Ariſtoteles. At Euclides, & qui eũ ſecuti ſunt, genus quidem Superficiẽ faciunt, eius verò ſpeciem, Planum, quẽadmodum Lineæ, Rectã. Quapropter Planum quoque ſeorſum à Superficie definit, ad rectæ Lineę ſimilitudinẽ. illã nanque ſpatio, quod inter Signa collocatum eſt æqualẽ eſſe dicebat. Hancqúe ſimiliter ait duabus poſitis rectis Lineis locũ occupare ſpatio, quod inter duas illas Lineas ſitum eſt, æqualẽ. Hæc .n. eſt, quæ ex æquo inter ſuas collocata eſt Lineas, quã alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus ſuis conſtitutã dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidã fortaſſe dicant ipſam, breuiſſimã quoque eadem Extrema habentiũ Superficierũ. Et cuius media obumbrant Extrema, omnesqúe rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus ſolum mutantes, transferre poterint. ſiquidẽ Rectum, & Circulare, & Miſtũ à Lineis incohantia ad Solida vſque perueniunt, vt ſuperius diximus. ſunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportione. Ideo Parmenides etiã omnem ait Figuram aut Rectam eſſe, aut Circularem, aut Miſtam. Si vis ergo Rectũ in Superficiebus conſiderare, ſume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: ſi autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: ſi verò Miſtũ, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autẽ (inquit Gemînus) cùm Linea, itemquè Superficies Miſta dicatur, Miſtionis modum cognoſcere, quoniã diuerſus eſt. Neque .n. per cõpoſitionẽ tantùm, neque per Tẽperationem Miſtio in Lineis eſt. Helix ſiquidem miſta eſt, nec tamen eſt pars quidem ipſius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Compoſitionẽ miſta ſunt. neque etiã ſi vtcunque ſecetur Helix ſimplicium imaginẽ affert, quod patiuntur ea, quæ per Tẽperationem ſunt miſta: verùm in ipſa, corrupta ſimul Extrema, confuſaqúe ſunt. Quamobrem hoc quidem Miſtionẽ eſſe

Cõm. 7.

Plato in 7 de Rep.

Ariſto. in pluribus locis.

Aliorum multæ Superficiei definitiones

In cõm. 4. Parmenides.

Documentum. Geminus.

Miſtionis modus diuerſus eſt in Lineis, & in Superficiebus.

Lineæ per Cõfuſionem miſtę ſunt.

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus ſentit. In Suberficiebus verò Miſtio, neque per Cõpoſitionem eſt, neq; per Confuſionẽ: ſed potius per quandam Temperationẽ. Circulũ.n.in ſubiecto Plano intelligentes, & Signum ſublime, à Signoq́ue ad Circuli Circunferentiam rectam Lineam producentes, ipſamq́ue rotantes, Conicã vtique faciemus Superficiem, quæ miſta eſt. Rurſusq́ue ipſam ſecantes reſoluemus in ſimplicia. à vertice.n. ad Baſim ſectionẽ ducentes, quod ſecat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea, Miſtionis modũ haud per tẽperationem eſſe oſtendit. neque.n. nos ad Elementorũ ſimplicem remittit naturã. Superficies autẽ ſi ſecentur, ſtatim per quas etiã Lineas ſint procreatę, nobis oſtendunt. Modus igitur Miſtionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficiebus idem non eſt. Quemadmodũ autẽ in Lineis erant quædã ſimplices, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiã nulla præcedente doctrina anticipatas notiones habet, Miſtarum verò ſpecies magis artificioſa indigebant deprehenſione: ita nimirum in Superficiebus quoque, earum, quæ maximè Elementares ſunt Planarũ, atq; Sphæricarũ ex ſe ſe notiones habemus: earum verò, quæ per Miſtionem cõſtituuntur, ſcientia ipſa, eiusq́ue ratio inueſtigat varietatẽ. Hoc aũt admirabile in ipſis eſt, quòd ſcilicet à circulari quoque Linea, Superficiei Miſtio in generatione ſæpenumero fit. Hoc verò Spiricę quoq; contingere dicimus Superficiei. per Circuli.n. reuolutionẽ hæc intelligitur erecti permanentis, & circa idem Signũ, quod eius Centrũ non ſit ſe ſe voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut.n. in Circunferentia Centrum eſt, aut intra Circunferentiam, aut extra. Quòd ſi in Circunferentia quidem Centrum ſit, fit Spira Continua: ſi autẽ intra Circũferentiã, Implicita: ſi verò extra, Diuidua. Tresq́ue ſunt Spiricæ ſectiones, iuxta haſce tres differentias. Verũtamen omnis Spira miſta eſt, licet vnus ſit, à quo producitur, Circularisq́ue motus. Fiunt aũt Superficies miſtæ tum à ſimplicibus (vt diximus) Lineis, dũ huiuſcemodi motu mouentur, tũ etiã à miſtis. Cùm ergo tres ſint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt miſtas Superficies, quas vocant Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axẽ conuertitur, Rectangulum Conoides fit: ab Ellipſi verò, quę Sphęroidea nominantur. ſi circa maiorẽ quidem Axem conuolutio fiat, Oblongũ: ſi verò circa minorẽ, Latum. Ab Hyperbole demũ, Obtuſangulũ Conoides. Sciendum autem eſt, quòd interdum quidẽ ex Lineis in ſuperficierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrà: ex Conicis.n. Spiricisq́ue Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas Lineas.

Error Theodori Mathematici.

Supficies per Tẽperationem miſtę sũt.

Coni ort⁹

Pulchrũ.

Commune Lineis, & Superficiebus.

Admirabile Superficierũ proprium.

Spirę ort⁹

Tres ſunt Spiræ.

1 Spira cõtinua.

2 Spira implicita.

3 Spira diuidua.

Tres ſunt Spiricę Sectiones

Dupliciter fiũt miſtæ Superficies.

Quatuor corpora, q̃ miſtas hñt Supficies, à trib⁹ Conicis Lineis producuntur. Et eorũ Sup

Lineas. Quin etiam hoc quoque præaccipiendum eſt de Linearum, Superficierumq́ue differentia, quòd Lineæ quidem partiũ ſimilium tres ſunt (vt ſuperius dictũ fuit) Superficies verò duæ tãtùm. Plana, atque Sphærica. non autẽ Cylindrica quoque, ſiquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere poſſunt. Hæc de Superficierum quoq; differentiis à nobis dicta ſint, quarum cùm vnã Geometra elegiſſet (Planã inquam) hanc vtique definiuit, in hacq́ue vtpote ſubiecta, Figuras, harumq́ue paſſiones contẽplabitur. copioſior nanque in hac ei eſt ſermo, quàm in alijs Superficiebus. rectas ſiquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipſa poſſumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumq́ue Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omniſq́ue generis Angulorum conſtitutiones. In alijs verò Superficiebus non omnia hæc inſpici poſſunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineũ Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorũ Sectiones, vel rectarum Linearum inſpicies? Non ĩmeritò igitur hãc Superficiem & definiuit, & in ipſa cuncta edendo res ſuas pertractat. hinc nanque præſentem tractationẽ Planam appellauit. & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectũ, & ante oculos conſtitutum: cuncta verò in hoc Cogitatione deſcribentẽ, Phantaſia quidem quaſi Plano ęquiparata ſpeculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione ſunt ſuas in illud demittentibus imagines.

ficies Conoides appellantur.
1 Rectangulũ Conoides.
2 Obtuſãgulũ Conoides.
3 Oblongũ Sphæroides.
4 Latum Sphęroides.
Secũda cõmunitas linearũ, & ſupficierũ
Scďa dría Linearũ, & Superficierum.
In cõm. 4.
Duæ tãtũ ſimiliũ ptiũ Supficies ſunt.
Cur Geometra Planã tantùm definiuerit Superficiẽ
Qũo Planũ intelligendũ ſit ĩ Geometria.

TEXTVS

Planus autem Angulus eſt, duarum Linearum in Plano ſe ſe tãgentium, & non in directo iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Definitio octaua.

ANgulum alij quidem veterũ Philoſophorũ in Prædicamento eorum, quæ ſunt ad Aliquid collocantes, Inclinationẽ eſſe dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad ſeinuicem inclinata ſunt. Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atq; Obliquitatem, talem dicunt Superficiei eſſe, vel Solidi paſſionem. Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipſum, vel Solidum eſſe fatentur. Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud eſt, niſi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea ſiquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur eſt, ipſum aut Superficiem eſſe, aut Solidũ.

Cõm. 8.
Digreſsio
Triplex dẽ Angulo opinio.
1 opinio, q̃ eſt Euclidis.
2 opinio, q̃ Eudemi.
3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorũq; fundamentũ.

Solidum. Verùm ſi Magnitudo quidẽ eſt, omnes autẽ eiuſdem generis Magnitudines, finitæ exiſtentes, rationem adinuicem habent: Anguli quoque omnes eiuſdem generis, nempe qui in Superficiebus ſunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad Rectilineum habebit rationem. Quæ autem adinuicem rationẽ habent, ſi multiplicentur, poſſunt ſeinuicem excedere. Excedet igitur aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimè fieri poteſt. oſtenditur ſiquidem omni Rectilineo minor. Atqui ſi Qualitas ſolùm eſt, quẽadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto in partes æquales diuiſibilis eſt? non .n. minus Angulis, quàm Magnitudinibus ęqualitas ineſt, & inæqualitas, omninoq́ue diuiſibilitas: verùm ſimiliter vtriſq; per ſe ſe accidunt. Quòd ſi ea, quibus hæc per ſe inſunt, Quantitates quædam ſunt, non autẽ Qúalitates, manifeſtũ eſt vtiq;, quòd Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis ſiquidem Magis, & Minus propriæ ſunt paſſiones, non autẽ Aequale, & Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inęquales dicere, & hũc quidem maiorem, illũ verò minorem: ſed diſſimiles, aliumq́ue magis Angulum, alium minus. Verùm quòd hæc aliena ſint à Mathematicarum rerum eſſentia, nemo eſt, qui nõ videat. omnis ſiquidem Angulus eandem ſuſcipit definitionem, neque hic quidẽ magis Angulus eſt, ille verò minus. Tertiò ſi Angulus Inclinatio eſt, ac deniq; eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtiq; eueniet, vt vna exiſtente Inclinatione, vnus quoque ſit Angulus, non autem plures. Nam ſi nihil aliud eſt quàm ipſe Linearum, vel Planorum reſpectus, quî fieri poteſt vt vnus quidẽ Linearum, vel Planorum ſit reſpectus, Anguli verò plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Baſim Triangulo diſſectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Triangularium Linearum inſpicies Inclinationem: duos verò diſtinctos Angulos. vnum quidem Planum, ipſius ſcilicet Trianguli: alterum verò, in miſta Coni Superficie, comprehenſum autem vtrunq; à iam dictis binis Lineis. Non igitur harum reſpectus Angulum faciebat. Ceterùm, neceſſe eſt ipſum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem, aut eorum, quæ ſunt ad Aliquid. Nam Figuræ quidem Qualitates ſunt, harũ verò ad ſeinuicẽ rationes, eorum, quæ ad Aliquid. Oportet ergo Angulum quoque ſub horum trium generum aliquo reduci. Talibus planè Dubijs exiſtentibus, & Euclide quidẽ Angulum Inclinationẽ dicente, Apollonio verò Superficiei, vel Solidi in vno Signo ſub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem vniuerſaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem noſtrum

Tertię opinionis cõfutatio.

In tertio Elem. propõne 16.

Secundæ opinionis cõfutatio.

Primũ argumentũ.

Secũdum argumẽtũ

Primę opinionis cõfutatio.

Argumentũ in contrarium.

Propria opinio.

ſtrum ſequentibus dicendum eſt, Angulum nil quidem prædictorum ipſum per ſe ſe eſſe: ſed per horum omnium concurſum conſtitui. Et propter hanc cauſam dubitationem illis attuliſſe, qui ad Vnũ quoddam ſpectarunt. Non eſt autẽ Angulus duntaxat huiuſcemodi, ſed Triangulum quoq;. Quantitatis ſiquidem ipſum eſt particeps, ęqualeq́ue dicitur, & inęquale, vtpote materiæ ad ipſa rationẽ habẽs. Adeſt autẽ ipſi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidẽ tam ſimilia dicantur Triangula, quàm æqualia) hoc quidẽ ab alio, illud verò ab alio habẽs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidẽ indiget ſubiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate, per quam quaſi propriam habet Formam, exiſtentiæq́ue Figuram. Indiget demum & Linearum ipſum terminantium, vel Superficierum ipſum comprehendentium reſpectu. ex hisq́ue conſtat omnibus Angulus, nec tamen Vnum aliquid iſtorum eſt. Et eſt quidem diuiſibilis, & æqualitatem, atq; inæqualitatem ſuſcipere poteſt, iuxta eam, quæ in ipſo eſt Quantitatem. Non cogitur autem eiuſdem generis Magnitudinum rationem admittere, cùm peculiarẽ etiam habeat Qualitatem, per quam ſæpenumero Anguli alĳ alĳs incomparabiles ſunt; neq; vna Inclinatio vnicum perficere Angulum, ſiquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata eſt Lineas, ipſius complet eſſentiam. Si itaque ad haſce perſpexerimus diſtinctiones, & Abſurda diſſoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non eſſe quidem Superficiei, vel Solidi collectionẽ, vt Apollonius inquit, (cùm hæc quoquè ipſius cõpleant eſſentiam) verùm nihil aliud eſſe, quàm Superficiem ipſam in vno Signo collectam, ab inclinatisq́ue Lineis comprehenſam, vel ab vna ad ſe ſe inclinata Linea: ipſumq́ue Solidum ab inclinatis ad ſeinuicẽ Superficiebus collectũ. Vt Quantũ formatum, à taliq́ue reſpectu conſtitutum definitionem ipſi ſuppeditet: non autem Quantitas per ſe, nec Qualitas ſolùm, neque Relatio. Hæc de Angulorum ſubſtantia dicenda duximus, cõmunem de omni Angulo præoccupantes contẽplationem, antequã in ſpecies ipſum diuidamus. Cùm autem tres de Angulo ſint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo ſcripſit, Qualitatem ipſum eſſe conceſſit. ortum .n. Anguli conſiderans, nil aliud eſſe ait, quàm Linearum Fractionem. Quòd ſi Rectitudo Qualitas eſt, Fractio quoque Qualitas erit. Proinde ipſum cùm in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem eſſe. Euclides autẽ, & quicunq; ipſum Inclinationem dixere, inter ea, quę ſunt ad Aliquid enumrant. Quantitatem verò dixerunt ipſum, quicunque Angulum eſſe dicunt

Deſtruit argumẽta quæ in ipſum reſſecti poſsẽt.

Anguli Plani perfecta definitio.

Anguli Solidi perfecta defõ.

Vniuerſalis, & pfecta Anguli defõ.

Opinionũ diſtributio Eudemi fũdamẽtum in lib. ſuo d̃ Angulo

Euclides.

primũ

Plutarchi, & Apollonii aliud fundamẽtum.

primum ſub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiã eſt, Apollonium quoque in eandem compellens ſententiam. oportet .n. (inquit) eſſe aliquod Interuallum primum ſub continentium Linearum, vel Superficierum Inclinatione.

Fũdamẽti deſtructio

Primũ argumentũ.

Imò cùm Interuallum, quod ſub Signo eſt, continuum ſit, fieri non poteſt, vt primum accipiatur. omne ſiquidem Interuallum, in infinitum eſt diuiſibile.

Secũdum argumẽtũ

Præter hoc etiam ſi vtcunque primum diſtinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autẽ Angulus vnus.

Carpi aliud fundamentum.

Carpus autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum eſſe ait, & diſtantiam cõprehendentium ipſum Linearum, vel Superficierum: hancqúe vnico diſtantem Interuallo, non tamen idcirco Lineam eſſe ipſum Angulum. non .n. omne, quod vnico diſtat Interuallo, eſſe Lineam.

Fũdamẽti deſtructio

Hoc autem omnium abſurdiſſimum eſt, aliquam ſcilicet eſſe Magnitudinem, quæ vnico diſtet Interuallo, præter Lineam.

Finis Digreſſionis

verùm de his quidem ſatis, ſuperque.

Angulorũ diuiſio.

Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis conſiſtere dicendum. Et eorũ, qui in Superficiebus alios quidem in ſimplicibus, alios verò in miſtis. In Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus, & in Conica, & in Sphærica, & in Plana. Eorum autem, qui in ſimplicibus conſiſtunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis conſtituuntur. facit .n. Angulos & ipſe Signifer, Aequinoctialẽ in duas diſſecans partes, ad Superficierum ſecantium verticem.

Anguli Sphęrales

ſuntqúe in Sphærica Superficie huiuſcemodi Anguli. Eorum verò, qui in Planis, alij quidem à ſimplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à miſtis, alij verò ab vtriſque. in Clypeo .n. ab Axe, Clypeiqúe Linea Angulus comprehenditur: ſed harum vna quidem miſta eſt, altera verò ſimplex.

Angulus ex Clypei Linea.

Quòd ſi Clypeum Circulus ſecet, erit Angulus à Circunferentia, & Ellipſi comprehenſus.

Linearum Ciſſoidum denoĩatio.

Angulus Ciſſoides.

Cùm autem Ciſſoides, hoc eſt Hæderę ſimiles Lineæ, ad vnum coëuntes Signum, ſicut Hȩderæ folia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint, à miſtis vtriq; lineis talis comprehenditur Angulus.

Angulus ex Hippopedis Lineis

Itidem cùm Hippopeda, hoc eſt equinæ ſimilis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna eſt, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque miſtæ comprehendunt Lineæ. Qui demum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à ſimplicibus comprehenduntur Lineis. Horum autem rurſus alij quidem à ſimilibus ſpecie continentur, alij verò à ſpecie diſſimilibus.

Tres ex Circũferẽtiis Anguli fiunt.

duę nanque Circunferentiæ ſeinuicem ſecando, vel ſe ſe cõtingendo, Angulos efficiunt. ipſoſqúe triplices, aut .n. vtrinque conuexos,

Angulus vtrinque cõuexus

quando ſcilicet extra fuerint Circunferentiarum Conuexa: aut vtrinque Ca-

uos,

quando vtraqꝫ Caua extra ſunt, quos Syſtroides vocant: aut miſtos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehendũtur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipſi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus conſtituuntur Angulos Geometra in pręſentia definit, qui cõmune Anguli Plani nomen ipſis impoſuit. & genus quidem ipſorum, Inclinationem dixit: locum autẽ, Planum ipſum, Anguli nanque poſitionem habent: ortum verò talẽ, quòd duas, ſcilicet oportet eſſe Lineas ad minus, & non tres, vt in ſolido. hasqúe ſe ſe tangere, & ſeſe tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinatio ſit, & Linearum comprehenſio: non autem diſtantia tantùm, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autẽ hæc definitio primùm quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Ciſſoides cùm vna ſit, Angulum efficit. & Hippopeda ſimiliter. totam enim Ciſſoidem vocamus, non autẽ eius particulas (ne aliquis dicat, quòd hæ coëuntes Angulum faciunt) totamqúe Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cùm vna ſit, ipſa ad ſe ſe Angulum efficit, non ad aliã. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna exiſtente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quotcunqꝫ alia aduerſus hanc opinionem obijci conſueuere. Tertiò demum ſuperuacanea in quibuſdam Angulis eſſe, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam abſque etiam huiuſce partis adminiculo, definitio perfecta eſt. harum ſiquidem Linearum alterius ad alterã Inclinatio ipſum efficiet Angulum. prorſus .n. fieri non poteſt, vt in directo Orbiculares iaceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda cenſuimus, partim quidem ipſam interpretantes, partim verò aduerſus eam dubitantes.

Angulus vtrinqꝫ cauus, vel Syſtroides.

Angulus Lunularis

Duo ſunt Anguli ex Linea recta, & circũferẽtia.

Angulus Semicircularis.

Angulus Cornicularis.

Tres ex rectis Lineis fiũt Anguli, de quibꝰ īferius in cõ. 10.

Ponderat Euclidis đfinitionẽ.

Confutat Euclidis đfinitionem triplici fũdamẽto.

Primũ fundamentũ.

Secundum fundamẽtum.

Tertiũ fundamẽtum.

TEXTVS

Cùm autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint, Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Defõ 9.

Cõm. 9.
Digreſſio

ANgulum Notam eſſe dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ

Vniuerſalis Anguli cōſideratio.

in diuinis generibus eſt, ordiniſque diuiſa in vnū, & partibilia in impartibilem naturam, & multa in copulantem colligentis cōmunitatē. copula .n. is quoque plurium Linearū, Superficierumque fit, & Magnitudinis in impartibilitatē Signorum collector, & omnis, quæ per ipſum conſtituitur Figuræ cōprehenſor.

Oracula.

Quapropter Oracula quoque Angulares Figurarum cōpagines, Nodos nuncupant, quatenus imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumque coniunctionum, perquas ea, quæ natura diſcreta ſunt cohęrent ſibi inuicem.

Pulcherrima Angulorū oīum cōſideratio.

Angulorū qui in Superficiebus.

Angulorū qui in Solidis.

Angulorū qui in ſimplicibus Superficiebus.

Angulorū qui in miſtis Superficiebus.

Angulorū Circularium.

Angulorū Rectilineorum.

Angulorū Miſtorū.

Qui ergo in Superficiebus ſunt Anguli, magis īmateriales ipſarum, & ſimpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Solidis, eas, quę vſque ad inferiora progrediuntur, diſiunctiſque rebus cōmunitatem, & vndequaq; partibilibus, eiuſdem naturæ conſtructionem ſuppeditant. Eorum autē, qui in Superficiebus, alij quidem primas ipſarum, īmiſtaſque affingunt: alij verò eas, quæ infinitatē progreſſionum in ipſis exiſtentium complectuntur. & alij quidem intelligentium Formarum vnitrices: alij autem Senſilium Rationum: alij verò earum, quæ inter haſce medium obtinent locum copulatrices. Qui igitur ex Circunferentijs fiunt Anguli cauſas imitātur, quę intelligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circunferentiæ nanq; ad ſe ſe coire properantes, mentis, intelligentiumque Formarū imagines ſunt: Rectilinei verò eas, quæ ſenſilibus pręſident, & Rationum in his exiſtentium coniunctionem præbent: Miſti autem, cōmunitatum, tam ſenſilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam immobilem vnionem conſeruatrices. Operæpretiū eſt igitur adhæc reſpiciendo Exemplaria, ſingulorum quoque cauſas reddere.

Pythagorei.

Philolaus

apud Pythagoreos nanque, alios Angulos Dijs alijs dicatos inueniemus, quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem Angulum: alijs verò Quadrangularem: alijſque alios conſecrauit. necnon eundem pluribus Dijs, eidemque Deo plures, iuxta diuerſas, quæ in ipſo ſunt potentias, permiſit.

Aſinæus Philoſophus.

Vide idē ſuperius cap. 9.

Ad quæ mihi videtur Aſinæus quoque Philoſophus reſpiciens, & ad opificum Triangulum, quod totius Elementorū exornationis primaria eſt cauſa, alios quidē iuxta Latera: alios verò iuxta Angulos conſtituiſſe Deos. Illos quidem, progreſſionem, atq; potentiā: hos autem, vniuerſorum coniunctionē, progreſſorumque rurſus in vnū collectionem, ſuppeditātes.

Solutio tacitę obiectionis

At hæc quidē ad eorum, quę ſunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineę hìc Angulū cōtinere dicuntur, nil mirū eſt. nam quod in his Vnū, & impartibile reperitur, aduentitiū eſt: in ipſis autē Deis, & ijs, quæ verè ſunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuiſa præcedit.

Cùm

TEXTVS

Cùm verò recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam eos, qui ſunt deinceps Angulos æquales adinuicem fecerit: vterque æqualium Angulorum Rectus eſt: & quæ inſidet recta Linea, Perpendicularis vocatur ſuper quam inſedit. Defõ 10.

Obtuſus Angulus eſt, qui maior eſt Recto. Defõ 11.

Acutus verò, qui Recto eſt minor. Defõ 12.

Cõm. 10.

Socrates ĩ Repub.

HAe ſunt triplices Angulorum ſpecies, de quibus Socrates quoq; in Republica dicit, qui ex ſuppoſitione apud Geometras accipiũtur, Rectilineo iuxta diuiſionẽ in ſpecies, hoſce conſtituẽte Angulos, Rectũ (inquã) Obtuſum, & Acutũ. Illo quidẽ per ęqualitatẽ, & identitatẽ, ſimilitudinemq́ue definito: his verò per Maioris, & Minoris naturã, ac deniq; per inæqualitatẽ, & diuerſitatẽ, & per Magis, & Minus indeterminatè conſtitutis. At multi quidẽ Geometrę huiuſce diuiſionis nullã poſſunt reddere rationẽ, verùm vt ſuppoſitione hac quoq; vtũtur, tres .ſ. eſſe Angulos. Cùm autẽ de cauſa ipſos interrogauerimus, hæc ab ipſis non eſſe poſtulanda reſpondent. Pythagorici verò triplicis diſtributionis ſolutionẽ ad principia referẽtes, nõ ſunt inopes in reddẽdis huius quoq; Rectilineorũ Angulorũ differentię cauſis. cũ. n. principiorũ vnũ quidem per Finẽ ſubſiſtat, Terminiq́ue, & idẽtitatis, & ęqualitatis, ac denique totius melioris coordinationis cauſa abſolutionibus ſit: alterũ verò infinitũ exiſtat, progreſſumqú in infinitũ, & accretionẽ, & decretionẽ, & inęqualitatẽ, & omnis generis diuerſitatẽ à ſe ipſo genitis tribuat, omninoq́ue deteriori præſit ſeriei, iurè ſanè propter hæc cùm Rectilinei quoque Anguli per illa conſtituantur principia, quæ quidẽ à Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate reſpectu cuiuslibet Recti, ſimilitudineq́ue præditum, & finitum ſemper, atque determinatum, eundemq́ue manentẽ, neque accretionẽ, neque decretionem ſuſcipientem: quæ verò ab Infinitate, cùm ſit ſecunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Digreſſio.

Pythagorici Geometrę reddũt cãm cur tres ſint rectilinei Anguli.

Finis.

Infinitum

Rõ, quæ à Fine prouenit rectũ efficit Angulũ.

Rõ, ꝙ ab Infinito ꝓuenit Obtuſum, & Acutũ ꝓducit Angulum.

naturam diſtinctos, iuxtaqúe Magis, & Minus, motū infinitū habentes, cùm vnus quidem magis, & minus Obtuſus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumqúe potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiæ autores, Rectitudo nanque ad deterioraqúe inflexibilitas, & īmutabilitas illis conuenit Dijs: Obtuſos verò, atque Acutos Dijs progreſsionis, & motus, potētiarumqúe varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo ſiquidem expanſę prorſus Formarum progreſsionis imago eſt, Acumen verò, diuidenti, mouentiqúe vniuerſorum cauſę aſsimilatur. Quin etiam in ijs, quæ ſunt, eſſentiæ quidem Rectitudo aſsimilatur, eundem Eſſe ſui Terminum conſeruans: Accidentibus verò, Obtuſus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus ſuſcipiunt, & indefinitè mutari nunquā ceſſant. Iurè igitur & Animam adhortantur deſcenſum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem ſpeciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando. cuiuſdam .n. conuenientię, coniunctionisqúe naturæ, vel (vt Gręci dicunt) Sympathię diſtributio, ipſam in materialem deducit errorem, indefinitamqúe varietatē. Nota igitur eſt Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, īmaculatæ potentiæ, & indeclinabilis, huiuſcemodi omnium. Eſt autem & diuinæ, intelligentisqúe menſuræ Signum. Perpendiculari ſiquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectū relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cùm ipſi per ſe ſe indefiniti, indeterminatiqúe ſint. ſiquidem in exceſſu, defectuqúe inſpiciuntur, quorum vterque per ſe indefinitus eſt. Quapropter Virtutem quoq; dicunt iuxta Rectitudinem ſtare, vitium verò iuxta Obtuſi, & Acuti Infinitatem ſubſiſtere, exceſſusqúe partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius īmoderationem oſtendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisqúe ſimilium: Obtuſum verò, atq; Acutum, motus infiniti, & inceſſabilis progreſsionis, & diuiſionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hęc de his. Definitionibus autem Obtuſi, Acutiqúe Anguli genus addendum eſt. vterq; .n. eſt Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verùm non omnis abſolutè, qui Recto minor, Acutus eſt. Cornicularis nanque omni Recto eſt minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto eſt minor, Acutus tamen non eſt. Cauſa autem, quoniam Miſti ſunt, quidē

Rectilineorū Angulorum pulcherrima ad Deos comparatio.

Rectilineorū Angulorū ad ea, q̄ ſunt cōparatio

Pulchrum

Perpēdicularis pulchra cōſideratio, et cōparatio

Perpēdiculari Figurarū metimur altitudines. Huius aūt cauſā vide inferius ī cōmēto 19.

Rectilineorū Angulorū ad virtutē, & vitiū cōparatio.

Epilogus.

Finis Digreſsionis Primū notādum.

& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilineorum Angulorũ, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtuſi ſunt. Oportet ſiquidem Obtuſum, Rectilineũ eſſe. Hoc itaque primùm adnotamus. Deinde quòd Rectum Angulum cùm definire propoſuiſſet, rectam ſuſcepit Lineã ſuper aliam rectã Lineam ſtantẽ, & eos, qui deinceps ſunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtuſum verò, atque Acutum, non itẽ accipiens rectam Lineã ad alterutrã partem inclinatam: ſed à relatione ad Rectum tradidit. ipſe .n. & non Rectorum menſura eſt, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrã inclinatæ partẽ, erant innumeræ: & non vnica tantùm, quẽadmodũ Perpendicularis. Poſt hæc autẽ illud, quod dixt [Angulos æquales adinuicem] ad ſummã quandam Geometricam diligentiam ſpectare cenſemus. ſiquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs eſſent, nec tamen Recti. cùm autẽ æquales adinuicẽ ſint, Rectos eſſe neceſſe eſt. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi non videtur eſſe ſuperuacanea, vt quibuſdã non rectè viſum fuit: ſed rectitudinis rationem oſtendere. Ideo .n. vterque Angulorũ Rectus eſt, quia cùm ſint deinceps, æquales ſunt. Siquidem quæ inſidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrã partẽ, æqualitatis ambobus eſt, & vtrique rectitudinis cauſa. Non igitur abſolutè adinuicem æqualitas, ſed conſequenter poſitio, vnà cũ æqualitate, cauſa eſt Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hîc quoque Autoris noſtri propoſitum in memoriã reuocandum cenſeo, quòd ſcilicet de ijs ſermonrm habet, qui in vno Plano conſiſtunt Angulis. Quãobrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio eſt: ſed eius, quę in vno eſt, eodemq́ue Plano. Illam verò, quę Solida appellatur, non eſt præſentis tẽporis definire. Quẽadmodum igitur Planũ definiuit Angulum: ita etiã huiuſcemodi Perpendicularẽ. quoniam ſolida Perpendicularis non ad vnicã tantùm rectam Lineam, rectos facere debet Angulos: verùm ad omnes, quæ eam tangunt, & in ſubiecto ſunt Plano. hoc ſiquidem illi eſt proprium.

Secũdum.

Rectus angulus non Rectorũ mẽſura ẽ, quẽadmodũ, & Inæqualium ęqualitas.

Tertium.

Quartũ.

Quintum

TEXTVS

Terminus eſt, quod alicuius Extremum eſt.

Defō 13.

TErminus non ad omnes magnitudines referẽdus eſt, Lineę nanq; Termi-

Cōm. 11.

Geome-tria, q̄ ab initio fuit

Circulus eſt quodda Planū ſpatiū. Cōtrariū vide ſuperi⁹ in cōm. 1.

Terminus eſt, & Extremum: verùm ad Spatia, quæ in Superficiebus ſunt, & ad ſolida Corpora. nunc.n. Terminum vocat Ambitū, qui vnūquodque Spatium terminat, atque diſtinguit. huiuſcemodiq́ue Terminum, Extremum eſſe definit. non eo modo, quo Signum, Lineę Extremum dicitur: ſed eo, quo illud, quod includit, atq; excludit à circūiacentibus. Eſt autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit, per quam agros metiebātur, & Terminos ipſos inconfuſos, diſtinctoſq́ue ſeruabant, ex qua in præſentis quoq; ſcientiæ cognitionem peruenere. Cùm itaq; externum Ambitum, Terminū Euclides vocaſſet, nō immeritò ipſum, Extremum quoq; Spatiorum definiuit. per hunc.n. quodlibet comprehenſorum circūſcribitur. Dico autem exempli cauſa in Circulo, Circunferentiam quidē, Terminum, atq; Extremum: ipſum verò Planum, quoddam Spatium: in cæteriſq́ue ſimiliter.

Defō 14.

TEXTV.

Figura eſt, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur.

Cōm. 12. Figura multipliciter dicitur

Prima ſpecies Figuræ.

Secūda.

Tertia.

Quarta.

QVoniam Figura multipliciter dicitur, diuerſaſq́ue in ſpecies diuiditur, operępretium eſt primùm eius differentias inſpicere: poſtea de illa Figura, quæ in hac proponitur definitione diſſerere. Eſt itaq; Figura quædam, quæ per mutationem conſtituitur, & à paſſione fit, dū illa, quæ Figuram recipiunt vexantur, vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones ſuſcipiunt, vel alterātur, vel alias varias affectiones patiuntur. Eſt etiam Figura, quę ab Arte vtpote Fictoria, vel Statuaria fit, iuxta præexiſtentem in Arte ipſa Rationem: Arte quidē ſpeciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venuſtatem illinc recipiente. Sunt autē his adhuc nobiliores, pręclarioreſq́ue Figurę, Naturę opificia. alię quidē in ijs, quę ſub Luna ſunt Elemētis, Rationū in ipſis exiſtentium cōprehendendarū vim habētes: alię verò in cœlis, quæ ipſor ū potentias, & motus diſtingunt. per ſe ſe nanq; & adinuicē cęleſtia corpora plurimā, admirabilēq́ue exhibent Figurarū varietatē: & alias alio in tēpore formas oſtēdunt, intelligētiū formarū imaginē afferentes: & ſuis cōcinnis reuolutionibus incorporeas, īmaterialeſq́ue Figurarū deſcribunt potentias. Sunt autē rurſus præter has quoque puriſſimæ, atque perfectiſſimæ pulchritudines, Animarum Figuræ, quæ cùm vita quidem plenæ, per ſe ſeqúe mobiles ſint, ijs, quæ ab alio mouentur præexiſtunt: cùm verò immaterialiter, & ſine vlla dimenſione ſubſiſtant, ijs, quę dimenſionem, & materiam habent præcellunt. de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, eſſentialemqúe Animarum explicauit Figuram. Quinetiã Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniores ſunt, quæ vndique quidem partibilibus eſſentijs præſtant: vndiq; verò impartibili, Mentisqúe luce reſplendent: vniuerſorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices ſunt: & omnibus ex æquo adſunt, in ipſisqúe firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, ſenſilium verò Figurarum ĩmutationẽ ad proprium Terminum reuocant, Sunt demum ab his etiam omnibus ſeparatæ, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & quę exprimi non poſſunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidẽ Mentium inſident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vnicis ſuis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq; exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circũambit Figuris. & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiuſcemodi nanque characteres ignotas Deorũ patefaciunt vires: alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò ſedentia faciens: & alia quidẽ cordi ſimilia, alia autem ſphærica, alia verò alijs expreſſa Figuris: & alia quidẽ ſimplicia, alia verò ex pluribus cõpoſita formis: & alia quidẽ ſacra, atque venerabilia, alia autem domeſtica, & Deorum propriam manſuetudinem exhibentia. alia verò torua conſtruens, aliasqúe demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognationẽ. Cùm itaq; Figura ab ipſis Deis ſumat exordium, vſque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens cauſis. oportet ſiquidem ante imperfecta, perfecta ſupponere: & ante ea, quæ in alijs exiſtunt, ea, quæ in ſe ſe ſita ſunt: & ante ea, quæ ſua priuatione ſunt plena, ea, quæ propriã naturam ſynceram cuſtodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales ſunt, materiali inuenuſtate participant, nec habent conuenientem ſibi puritatem. Cœleſtes verò, partibiles ſunt, in alijsqúe ſubſiſtunt. Animarum autẽ, diuiſione, & varietate, omnisqúe generis inuolutione præditæ ſunt. Mentium verò, vnà cum vnione progreſſum in multitudinem habent. Ipſæ autem Deorum liberę, & vniformes, & ſimplices, & genitrices Figuræ, ante omnia ſubſiſtunt, omnẽ in ſe ſe perfectionem habentes, & à ſe ſe cunctis abſolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auſcultandi, tolerandiqúe ſunt, qui dicunt quaſdam additiones, & ablationes, & alterationes, ſenſiles Figuras

Timæus,

Quinta.

Sexta, & vltima Figurę ſpẽs oĩum pfectiſſima.

Theurgia

Digreſſio

Figurarũ oĩum conſideratio.

Democriti opinio, & eius cõ

guras

futatio, vide ét Ari. in lib. de ſéſu & ſéſili, & ì li. de diuinatione per ſomnū.

Primū argumétum

Secūdū argumétum

Opinio ꝓpria.

Prima opinio, quæ é Antiquorū, & eius cōfutatio.

Secūda opinio, ꝗ eſt Stoicorū, & eius cōfutatio, vide ét. Ari. primo, & 13. Meta. & 2. Phy. 19.

Primū argumentū.

Secūdū argumétum

Propria opinio.

guras, producere (motus ſiquidem cùm imperfecti ſint , principalem vtique, primariamqúe habere non poſſent effectuum cauſam : neque ex motibus contrarijs eædē ſæpe fierent Figurę . ex additione nanq;, & detractione, eadem quandoque fiet Forma) verùm hęc alijs in generatione ſeruire cenſebimus ; perfectionemqúe ipſis ab alijs primigenijs cauſis aſsignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ materiæ expertes ſunt Figuræ ſubſiſtere non poſſunt, illæ verò tantùm, quæ in materia ſunt, ſubſiſtunt, vt quidam alicubi dicunt . At neque (vt alij aiunt) ſunt quidē extra materiam, ſubſiſtunt verò ſecundum excogitationē duntaxat, & abſtractionem . vbi .n. certitudo, & pulchritudo, & ordo Figurarum in ijs, quę per abſtractionem ſubſiſtunt, incolumis ſeruari poteſt? eiuſmodi .n. cùm ſint , cuiuſmodi ſenſiles, quàm longè ab inconuincibili, puraqúe deficiunt certitudine . Cùm autem ſuſcipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vndenā hæc accipient? aut .n. à Senſilibus (verùm in illis non erant) aut ab Intellectilibus (verùm perfectius erunt in illis) nā dicere ab eo, quod non eſt , omnium eſt abſurdisſimum . non .n. imperfectas quidem Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo ſubſiſtentes reliquit . nec fas eſt Animam noſtram certiores , & perfectiores , magisqúe ordinatas producere Figuras, quàm Mens, ipſiqúe Dij . Sunt ergo ante ſenſiles Figuras, per ſe ſe mobiles, & intelligentes, & Diuinæ Figurarum Rationes . & nos excitamur quidem à ſenſilibus, proferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines ſunt . & his ſenſiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diuinas, per Imagines cognoſcimus . emergentes .n. ſe ſeqúe propagantes quæ in nobis ſunt Rationes, Deorum formas oſtendunt , vniformesqúe vniuerſorum Terminos . per quos inexplicabiliter in ſe ſe cuncta conuertunt, in ſe ſeqúe continent . In Deis igitur cum egregia vniuerſarum Figurarum cognitio eſt, tum gignendi , & cuncta inferiora conſtituendi vis . In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem eorum, quæ apparent potentiam habent : cognitionis verò, intelligētisqúe perceptionis expertes ſunt. In Animis verò particularibus, immaterialis quidem intellectio eſt, & per ſe ſe agens cognitio: fœcunda autem, efficaxqúe cauſa, non eſt . Quemadmodum igitur Natura efficiendo Senſilibus præeſt Figuris, eodem modo Anima iuxta cognitricem ſui partem agendo, promit in Phantaſia tanquam in ſpeculo Figurarum Rationes . Illa autē in ſuis ſpectris eas recipiēs, habensqúe imagines earū, quæ intus exiſtunt Rationum , per haſce quippe imagines prębet, Animæ intus conuerſionem, ad ſe ſeqúe ab ipſis ſpectris

Qualis in Deis Figura ſit.

Qualis in Naturis.

Qualis in Animis.

Pulchra Naturę ad Aiam cōparatio.

actionem. Exempli gratia, ſiquis in ſpeculo ſe ſe aſpiciens, & Naturæ potentiam, ſuamque pulchritudinem admiratus, ſe ſe videre voluerit, huiuſcemodiqúe potentiam acceperit, ita vt denique aſpiciens ſimul, obiectumqúe euadat. Anima nanque hoc pacto extra ſe in phantaſia aſpiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipſarumqúe pulchritudinẽ admirata, & ordinem, ſuas admiratione proſequitur Rationes, à quibus hæ quoque ſcaturiunt, mirificeqúe delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra verſantem dimittit, ſuam verò quærit, introrſusqúe tranſire deſiderat, & Circulum ibi, atq; Triangulum, omniaqúe ſimul, & impartibiliter cernere, ſeſeqúe obiectis inſerere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in ſacrarijs, adytisqúe ſunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Interuallo diſtans, ac denique cæterorum, quæ ſub cognitionem cadunt quoduis in vnionem aſcendens. Figura igitur per ſe mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per ſe mobilem: quæ verò Vni eadem eſt, impartibilem præcedit. omnia enim cùm ad Vnitates redierint terminantur. eſt ſi quidem cunctis illinc ad Eſſe ſuum aditus. Verum enimuero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cùm autem Geometra eam, quæ in Phantaſia eſt contempletur Figuram, hancqúe primùm definiat (ſi quidem ſenſilibus etiam definitio hæc ſecundo loco congruit) Figuram eſſe ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cùm enim ipſam vnà cum materia iam accepiſſet, & tanquam Interuallis diſtantem excogitet, non immeritò finitam, terminatamqúe vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectilem, vel ſenſilem, aliunde Terminum ſortitur. Nec ipſum Terminus eſt, ſed Terminatum. neque ſuipſius Terminus, ſed aliud quidem in ipſo Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipſo eſt Termino, ſed ab ipſo continetur. Quantitati enim adnectitur, & ſimul cum illa ſubſiſtit, ipſiqúe ſubijcitur Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aſpectus, nil aliud eſt, quàm Figura, & Forma. ipſam ſiquidẽ terminat, Characteremqúe ipſi talem, & Terminum vel ſimplicem, vel compoſitũ adijcit. cùm .n. hęc quoq; Finis, & Infiniti duplicẽ progreſſum in proprijs Formis oſtendat (quẽadmodum etiã Anguli Ratio) vnũ quidẽ Terminum, Formãqúe ſimplicẽ infert ijs, quę ab ipſa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherrimum exẽplum.

Applicat dictis exẽplum.

Epilogus.

Vnũ hic ꝑ Deo, vt ẽt ſuperius ĩ cõm. 6.

Finis Digreſſionis.

Geometra eã cõtẽplat̃ Figurã, quæ in Phantaſia eſt.

Ponderat Euclidis Defõnem

Quõ Figura, Finem, et Infinitũ in ꝑpriis Formis oſtendat circa omne Figuratum aut vnum ſibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum eſt, & materiale, Quantitatique annexum Figuram appellans, non iniuria ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipſam contineri inſuper dixit. At Poſidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figuræ à Quantitate ſeparans: ipſamqúe terminandi, & definiendi, & comprehendendi cauſam eſſe cenſens. quod enim claudit, diuerſum eſt ab eo, quod clauditur. Terminusqúe, à Terminato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinſecus circumpoſitum Terminum reſpicere, ille verò ad totum ſubiectum. Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremqúe ambitum Figuram eſſe: alter verò iuxta Circunferentiam tantùm oſtendit. & alter quidem definit quod fignratum eſt, quodque vnà cum ſubiecto inſpicitur: alter verò Circuli Rationem definire deſiderat, ipſam nempe, quæ Quabtitatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captioſusqúe vir Euclidis obtrectaret definitionem, quippe quæ genus, à formis definiat (quæ enim ab vno Termino, & quæ à pluribus continetur, Figuræ ſunt ſpecies) aduerſus ipſum vtique dicendum erit, quòd genera quoque, formarum potentias in ſe ſe præoccuparunt. cumqúe priſcæ autoritatis viri ab ijs potentijs, quæ in generibus ſunt, genera ipſa manifeſtare volunt, videntur quidem à formis propoſitum aggredi: re vera autem ipſa à ſeipſis edocent, & à potentijs, quæ in ipſis exiſtunt. Figuræ igitur Ratio cùm vna ſit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipſa eſt, atque Infinitatem. & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiarum in ipſa exiſtentium differentias definitione complectitur. Verùm vndenam egreditur Figuræ Ratio, à quibusúe cauſis perficitur? Dico ſanè, quòd primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisqúe Miſto. Proinde ipſa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Miſto producit ſpecies. Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his conſtant, Miſti. Secundò autem à Totalitate ea perficitur, quæ in diſſimiles dirimitur partes. Vnde porrò ipſa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquæque Figurarum in diuerſas ipſarum diſſecatur ſpecies. Circulus nanque, & Rectilineorum quodlibet, in ratione diſſimiles diuidi poteſt Figuras. Quod & ipſe Euclides in Diuiſionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in ſimiles datas Figuras,

Qualis ſit Figura, q̄ ab Eucli. definitur.

Ceſō Poſidonii.

Cōparat Poſidonii Defōnem Definitioni Euclid.

Duplex Circuli cōſideratio. vide ét ſuperius in cōm. 1. & in cō. 11.

Dubō contra Euclidis definitionem.

Argumentum.

Solutio.

Digreſſio. Cauſę Figura perficientes. Figurę Rationis triplex cā prima.

Secūda cā q̄ eſt pria Totalitas.

Euclides i lib. de Diuiſionibus.

ras, aliam verò in diſſimiles diuidens, Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuſcunq; generis porrigit Formas, multiformesqúe Figurarum producit Rationes. Et ſe ſe propagans, non ceſſat vtiq;, donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemqúe Formarum varietatem aperiat. Et quẽadmodum illic Vnũ, in eo, quod eſt: & id, quod eſt, in Vno ſimul eſſe oſtenditur, ita ſanè ipſa etiã in rectilineis Figuris Circulares, & cõtrà rectilineas in Circularibus comprehenſas oſtendit. Totamqúe ſui naturam in vnaquaq; propriè manifeſtat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam ſimul in omnibus ſit, & in vnoquoq; ſeorſum. Hanc itaq; vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progreſſionis formarum menſuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros conſtituit, alias quidem iuxta ſimpliciores, alias verò iuxta compoſitiores. Triangula ſiquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaqúe Multiangula vnà cum Numerorum in infinitũ mutationibus progrediuntur. Verùm qua de cauſa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum eſt, Scientibus autem vbi quidem Numerus ſit, vbi verò Figura, manifeſta eſt reddendæ cauſæ ratio. Quintò ab alia Totalitate ſecũda, quæ etiam in conſimilia diuiditur, ea Formarum diuiſione repletur, quæ ipſas in alias ſimiles diuidit Formas, per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id, quod dixi in Imaginibus quoq; nos exercentes efficimus, ſiquidem longè prius in principijs præextitit. Veruntamen ad haſce aſſignationes reſpiciendo, plurimas de Figuris reddere poſſumus cauſas, ipſas ad ſua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiuſcemodi ſortita eſt ordinem, à totqúe cauſis perfectionem ſuſcipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterqúe in alios agit. Alijs quidem ſimpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compoſitiores. & alijs quidem primarias aſſignans, & eas, quæ in Superficiebus producuntur: alijs verò (ſolidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis ſunt ſibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus exiſtentibus, Deorum ſiquidem Formæ accumulatæ ſunt, vniuerſarumqúe plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrãgulariter. eodemqúe modo in Solidis.

Tertia cã, quæ eſt accumulata Multitudo.

Quarta cã, q̃ ẽ Numerus Ternarius.

Numerus eſt ĩ Arithmetica, Figura autẽ in Geometria.

Quĩta cã, q̃ eſt ſecũda Totalitas.

Quõ Figura Diis attribuatur.

TEXTVS

Defõ 15. Circulus eſt Figura Plana ab vna Linea cóprehenſa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurã ſunt oẽs rectæ Lineæ incidentes, ſibi inuicem ęquales ſunt.
Defõ 16. Centrum verò ipſius Circuli, id Signum appellatur.

Cóm. 13. Circulus é oíum Figurarũ p̃ſtãtiſſima. PRima, ſimpliciſſima, atque perfectiſſima Figurarũ Circulus eſt. nã Solidis quidem omnibus præſtat, eò quòd in ſimpliciori loco exiſtit: ijs verò, quæ in Planis ſubſiſtunt, ſimilitudine, atque identitate excellit. Finiq́ue, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportione reſpondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ ſupra Mundum ſunt Figurarum diuiſiones faciens, ſemper diuinioris eſſe naturę Circulum reperies. ſi .n. in cœlum, & Generationẽ vniuerſum diuidas, cœlo quidem formam Circularẽ, Generationi verò rectam aſſignabis. quicquid namque in generabilibus Circulare eſt, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, deſuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunuolutionem Generatio ad ſe ſe reuoluitur: inſtabilemq́ue mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd ſi in Animam, & Mentẽ ea, quæ corpore carent diſtribuas, Mentis quidẽ eſſe dixeris Circulũ, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuerſionẽ ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem Socrates ĩ Timæo. habet rationẽ Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlũ. Circulariter .n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentẽ imitatur. Animę autẽ generatio, & progreſſus, ſecundum rectã fit Lineã. alias .n. alijs ſe applicare Formis, Animæ proprium eſt. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidẽ corporeum Recti portione: omne verò Animale, Circuli identitate, ſimilitudineq́ue participare conſtitues. nam illud quidẽ cõpoſitum eſt, potẽtijsq́ue varium, quẽadmodum rectilineæ Figuræ: hoc verò, ſimplex, & intelligẽs: per ſe mobile, & per ſe agens: in ſe ipſum conuerſum, in ſe ſeq́ue agens. Vnde Timæus. porrò Timæus quoq; cùm vniuerſi Elementa rectilineis conſtituiſſet Figuris, motum ipſis Circularẽ, & informationẽ ab ea, quæ Mundo Epilogus. inſidet Anima præbuit. Veruntamẽ quòd Circulus quidẽ vbiq; reſpectu aliarum Figurarũ primas tenet, ex iam dictis manifeſtum eſt. Digreſſio Operępretium eſt autẽ totam quoq; ipſius ſeriẽ inſpicere, deſuper Circulus ꝑfectioné rebꝰ oíbus prębet. inchoantẽ, & vſq; ad inferiora deſinentẽ, omniaq́ue perficientẽ, iuxta eorum aptitudinẽ, quæ ipſius ſuſcipiunt conſortium. Deis. Dijs itaq; conuerſionẽ ad ſuas cauſas, atq; vnionẽ præbet, & hoc, quòd in ſeipſis maneant, à beatitudineq́ue ſua non diſcedant, ſummas quidẽ ipſorũ

vnio-

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus deſiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipſis ſunt potentiarum circa illa ſtabiliter collocans, illorumq́ue ſimplicitate continens. Mētium autē eſſentijs hoc ſuggerit, quòd ſcilicet in ſe ſe perpetuò agant, & à ſe ſe cognitione repleantur, & in ſe ſe intellectilia contracta teneant, in ſe ſeq́ue intellectiones perficiant. omnis ſiquidē Mens intellectile ſibi proponit, hocq́ue tanquam Centrū eſt Menti: Mens autē ipſa, circa ipſum ſe implicat, & agit, & vnitur intra ſe ſe vniuerſis vndiqꝫ Mētis actionibus. Animis verò illuſtrat vim per ſe viuendi, per ſe mouendi, ad Mentē conuertēdi, circa Mentē circunſiliēdi, redeundiq́ue iuxta proprias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes. rurſus .n. intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præſtabūt, Animæ verò circa ipſas Circulariter agēt. omnis nancꝫ Anima iuxta quidē ſui partem intelligentē, & ipſum Vnum ſupremum, Centrum ſuſcepit: iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mentē ſuam circumplecti deſiderans. Cœleſtibus autē corporibus, aſſimilationē ad Mentē, ſimilitudinem, ęquationē, vniuerſorum in Extremis comprehenſionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mēſuris, ſempiternam ſubſiſtentiam, hocq́ue demum, quòd principio, & fine careant, cuncta id genus. Iis verò, quæ ſub concauo orbis Lunæ ſunt Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum aſſimilationē: id, quod in generabilibus eſt ingenitum: id, quod manet, in ijs, quæ mouentur: & id, quod in partibilibus Terminatum exiſtit. omnia .n. ſemper ſunt propter generationis Circulū, & æquabilitas ſeruatur in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam ſi generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipſorum ordo, totaq́ue euaneſceret exornatio. Rurſus autem Animalibus, atqꝫ Plātis, eam, quæ in generationibus reperitur ſimilitudinem affert. ex ſeminibus ſiquidem hæc, ex hiſq́ue ſemina fiunt. & generatio ex ijs alternatim perficitur, atqꝫ circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrà: vt corruptio quocꝫ vnà cū generatione ſit. Iis verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipſorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipſa quocꝫ decēter exornat poſtremis ſuarum potētiarum veſtigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modo fertilitates, verum etiam ſterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones ſubſiſtunt (vt oſtendit Muſarum ſermo) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta ſint, circunuoluuntur tamen hæc quocꝫ (inquit Socrates) & his etiā adeſt Circularis reuolutio, Circulariſq́ue ordo.

Mentium eſſentiis.

Animis.

Vnum hic pro Mēte.

Cęleſtib⁹ corporib⁹

Quatuor Elemētis.

Aīalibus, & Plātis.

Iis, q̃ pter naturam fiūt.

Muſæ i 8, de Repu. Socrat. in Repub.

ordo : vt nullum immoderatum, malumqúe ſit, nec deſertum à Dijs : ſed perfectrix vniuerſorum prouidentia, malorum etiã infinitam varietatem ad terminum, conuenientemqúe ipſis redigat ordinē.

Epilogus.

Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vſque participationes, & nihil reliquit ſuæ participationis expers, cùm decorem illis, & ſimilitudinem, & formationem, & perfectionem ſuppeditet.

Circuli pulchra in Numeris cōtēplatio

Quocirca in Numeris quoq; media continet Centra totius Numerorum progresſionis, quæ ab Vnitate vſq; ad Denarium circunuoluitur. Quinarius enim, atq; Senarius ex omnibus Circularem oſtendunt potentiam, quippe qui in ijs, quæ fiunt ex ſe ſe progresſionibus, in ſe ſe iterum reuertuntur. cùm .n. multiplicantur, in ſe ſe deſinunt.

Numeri Circularis cōtēplatio

Progresſionis igitur imago eſt multiplicatio, ſiquidem in multitudinem extēditur: Regresſionis verò, exitus in eadem ſpecie. Horum autē vtrunq; Circularis præbet potentia, excitãs quidē à manente veluti Centro cauſas, multitudinis productrices, cōuertēs verò poſt productiones multitudinem ad cauſas.

Quinarius, et ſenarius mediū inter oēs numeros poſſidēt locū.

Duo itaq; Numeri medium inter omnes posſident locum, Circuli proprietatem habentes. Quorum vnus quidem omne maſculorum, imparisqúe Naturæ conuertibile genus præcedit : alter verò omne femineum, & par, fœcundaſqúe ſeries ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam.

Finis Digresſionis

Verùm hęc quidem hucuſq; terminata ſint.

Mathematicę Circuli defōnis contēplatio, & cōditiones.

Mathematicam autē Circuli definitionem accuratam vndequaq; exiſtentem contemplabimur. Figuram itaq; ipſum definiuit, quoniam ſanè finitus eſt, & ab vno Termino vndequaq; comprehenditur, & non eſt infinitæ naturæ, ſed Termino conſociatus.

Prima cōditio.

Secūda cōditio.

Itemqúe Planū, quia cùm Figuræ vel in Superficiebus, vel in ſolidis ſpectētur Corporibus, Circulus planarū Figurarū prima eſt, ſimplicitate quidē ſolidis pręſtans, Vnitatis verò ad planas rationē habens.

Tertia.

Ab vna autē Linea cōprehenſum, eò quòd Vni eſt ſimilis, & per Vnum definitur, Terminorumqúe extrinſecus circūpoſitorum varietatē non recipit.

Quarta.

Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipſum ſunt exeuntes, quoniam earum etiam Figurarum, quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent : aliæ verò haud cunctas. Ellipſis nanq; ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes, ad ipſamqúe incidentes, æquales ſunt : verùm duæ tantùm. Necnon Planum, quod à Ciſſoide intercluditur Linea, vnam habet continentem, non eſt tamen in ipſo Centrum, à quo omnes ęquales ſint.

Quinta.

Quoniam autē Centrum in Circulo, omnino vnum eſt Signum (plura .n. vnius haud ſunt Centra)

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales eſſe Lineas : infinita .n. ſunt intra ipſum Signa, horum autem omnium vnum tantùm Centri vim habet. Et quia vnũ hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales ſunt, vel intra Circulum eſt, vel extra (quilibet nanq; Circulus habet Polum, à quo omnes, quę ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales ſunt) propterea illud addidit [eorum quę intra Figuram ſunt Signorum] neq; hoc abre fecit, Centrum ſolum accipiẽs, non autem Polum. ſiquidẽ vult cuncta in vno inſpicere Plano, Polus verò ſubiecto Plano ſublimior eſt. Neceſſariò igitur in fine quoq; adiecit, quòd hoc Signum, quod vtique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipſo ad Circunferentiã incidentes, æquales ſuut, Centrum eſt Circuli. nam duo tantùm huiuſcemodi Signa ſunt, Polus nempe, atq; Centrum. verùm ille quidem extra Planum eſt, hoc verò intra. exẽpli gratia, Si Gnomonem in Cẽtro Circuli ſtantem intellexeris, ſuperior ipſius extremitas Polus eſt. omnes .n. quę ab ipſo ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonſtrantur. ſimiliterquè in Cono, totius Coni vertex, Polus eſt Circuli ad Baſim exiſtentis. Quid igitur Circulus ſit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferẽtia, quidquè tota Circularis Figura, hucuſq; deteterminatum eſt. Rurſus ergo ex his ad Exẽplarium recurramus contemplationem, in illiſquè Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præſtantiam vbiq; intelligamus. à Centro autem diſtantias, iuxta progreſſus, qui fiunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progreſſorum regreſsionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in ſuam voluuntur vnionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta ſunt ſimul, Centrum, Interualla, externaquè Circunferentia : ita ſanè in illis quoq; haud alia quidem tempore præexiſtunt, alia verò conſequuntur, verúm vnà quidem omnia ſunt, permanſio, progreſſus, atq; regreſſus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indiuiſibiliter, & ſine vlla dimenſione ſubſiſtunt : hæc verò cum dimenſione, & diuiſibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinſeca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno ſunt. Quòd ſi illud, quod vice fungitur Centri ſuſcipias, in hoc cuncta reperies. Quòd ſi diſtantẽ ab hoc progreſſum, in hoc quoq; habebis omnia. Quòd ſi regreſſum, ſimiliter. Cùm itaque cuncta ad inuicem perſpexeris, & defectum à dimenſione proue-

Sexta.

Defõ Cẽtri.

Quid ſit Polus Circuli, & ei⁹ defõ.

Epilogus.

Digreſsio. Centri, & diſtãtiarũ à Centro, & Circũferẽtiæ in Exẽplaribus cõtẽplatio.

Quõ hæc cũ illis cõmunicẽt.

Quõ differant.

Pulchrum

Quõ inueniatur ille qui verè ẽ

Circulus, & vera Circularis natura.

nientē abſtuleris, poſitionēq́ue ipſam, circa quā ſit partitio è cōſpectu remoueris, eũ, qui verè eſt Circulus inuenies, ad ſeſe progredientē, & ſeſe terminantem, & in ſeſe agentem, & vnum & multa exiſtentem, & manentem, & progredientē, atq; regredientem: nec non ſui maximè impartibile, maximeq; ſingulare firmiter collocantem: prorſus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaq́ue eam, quæ in ipſo eſt infinitatem: ad vnum verò ſeſe exſeſe conuoluentem, per ſimilitudinemq́ue, & identitatem ad impartibilem ſui naturę, occultatricemq́ue in ipſo vnius vim ſe ſe excitantem. Quod porrò vnum cùm in gremio contineat, ac circumambiat, ipſum iuxta etiam ſui ipſius multitudinem æmulatur. quod nanq; conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, eſt tanquā Centrum, quod Interuallo diſtet, ad ſeſeq́ue annuit, Centrum ſuſcipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeq́ue progreſſus principium habuit, ibi terminare regreſſum. tale enim vbique Centrum eſt rei amabilis loco, atq; deſiderabilis, omnibus circa ipſum ſubſiſtentibus prępoſitum, omniumq́ue progreſſuum initium, & autor. Quam quidē rem Mathematicum quoq; Centrum exprimit, omnes à ſeſe ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemq́ue ipſis præbendo tanquam propriæ vnionis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

Idē ſuperius in prīcipio huiꝰ cōmenti.

Cētri Mathematici ad cētrum intelligibile pulchra comparatio

Defō Cētri ab Oraculis tradita.

Centrum eſt, à quo omnes vſq; ad Circunferentiam ęquales ſunt:
Et ad quod.

Verùm quòd quidem ſit diſtantiæ Linearum initium per particulam [à quo] indicant: quòd verò Circunferentiæ medium, per particulam [ad quod]. hæc ſiquidem ex omni ſui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus eſt cauſam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemq́ue ſuſcepit, ſupremum vtiq; intellectilium dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis cauſæ aſſimilatur: Lineę autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantùm ad ſeſe infinitæ, Infinitatem affingunt: Linea uerò, quę infinitam iſtarum terminat extenſionem, ipſamq́ue rurſus cũ Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his conſtanti ſimilis eſt. Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

Prima cā, ꝑ quā Figura Circularis apparuit.

Orphei carmen

Infinitum autem ſecundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

Cùm enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudq́ue tanquā Centrum ſuæ habeat lationis, iure ipſo Circulariter agere dicitur. Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progreſſio-

Triadicus Deus.

nis etiam rectilinearum Figurarum primã in ſe ſe continuit cauſam. hinc ſiquidem & nomen ipſi, Sapientes, Theologicorumqúe maximè arcani impoſuere. ex hisqúe manifeſtum eſt, quòd prima quidẽ Figurarum Circulus eſt: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, ſubſiſtunt autem iuxta præexiſtentes latenter in intellectilibus cauſas.

Prima Figurarũ circulus, & prima Rectilinearũ Triãgulũ.

Epilogus.

TEXTVS

Dimetiens autem Circuli, eſt recta quædam Linea per Centrũ ducta, quæ ex vtraque parte à Circuli Circunferentia terminatur, Circulumq́ue bifariam ſecat.

Defõ 17.

QVòd non omnem definit Dimetientem, ſed Circularem tantummodo, perſpicuè Euclides ipſe oſtẽdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens eſt, ac denique omnium Parallelogrãmorum, eſt etiam Sphęræ in ſolidis Figuris. Verùm in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantùm. Siquidem Ellipſis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere conſueuere: Circuli verò, propriè Dimetientem. Hæc itacꝫ genere quidem recta Linea eſt, multis autẽ in Circulo rectis Lineis exiſtentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum eſt, ita ſanè Dimetiens quocꝫ hæc tantùm vocatur, quæ tranſit per Centrum, nec intra Circunferentiam deſinit, necꝫ huius terminum tranſcendit: ſed vtrincꝫ ab ipſa terminatur. Et hæc quidem ipſius ortum oſtendunt. Quod autem in fine adiectum eſt, quòd bifariam quocꝫ Circulum ſecat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminãtur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente ſecari, Thaletem ferunt primum demonſtraſſe. Cauſa autem bipartitæ Sectionis eſt, indeclinabilis per Centrũ rectæ Lineæ tranſitus. cum .n. per medium ducatur, ſemperqúe eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem ſeruet, ęquum vtrinque ad Circuli Circunferentiam abſcindit. Si autem per Mathematicam quocꝫ viam idem oſtendere deſideras, intellige ductam Dimetienrem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. ſi .n. ęqualis non eſt, vel intra cadit, vel

Cõm. 14.

Qũo differãt Dimetiens, & Diagoni⁹, & Axis.

Dimetiẽs in circulo tãtùm propriè dicit.

Thales.

Demõſtratio.

extra : vtcunque autem ſe habeat, eueniet minorem rectam Lineam eſſe æqualem maiori . ſiquidem omnes à Centro ad Circunferētiam, ſunt æquales . Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circunferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit, at hoc fieri non poteſt . congruūt ergo, & proinde æquales ſunt . quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam ſecat . Verùm ſi vna exiſtente Dimetiente duo Semicirculi fiunt, infinitę verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet vtique duplicia infinitorum eſſe, iuxta numerum . hæc enim nonnulli obijciunt aduerſus Magnitudinum in infinitum ſectionem. Nos autem dicimus quòd ſecatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita . nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantùm . & hoc quidem eſſentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat . Simul igitur cum vna Dimetiente duo ſunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitę erunt, & ſi in infinitum ſumptę fuerint . Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt : verum duplicia, quæ continuè fiunt, finitorum duplicia ſunt . ſemper ſiquidem ſumptę Dimetientes , finitę numero ſunt . quomodo nanque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuiſiones, cùm Numerus ante Magnitudines ſit , & omnes ipſarum ſectiones definiat, & infinitatem pręoccupet, ſemperqúe partes, quę oriuntur determinet ?

Dubitatio
Hac vtiť obiectione Io.gra. in lib. cōtra Proc. Vide ét Simpliciū 13. digreſsione contra Gra. in 8. phiſico.
Solutio.

TEXTVS

Defō. 18. Semicirculus verò, eſt Figura, quæ à Dimetiente continetur, & ea, quæ ab ipſa Dimetiente aufertur Circuli Circunferentia .

Defō 19. Centrum auté Semicirculi, idem eſt , quod etiam Circuli .

Cōm. 15. EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quę ſunt in Circulo Signis diſcrepantem . A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamqúe ab alijs rectis, quæ intra Circulum deſcribuntur Lineis ſeparauit . A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam ſit edocet : & quòd à duobus Terminis continetur, hisqúe ſemper differentibus, Recta ſcilicet, atque Circunferentia : & quòd Recta illa non quælibet eſt, ſed Circuli Dimetiens . ſiquidem minus quoqꝫ Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circunferentiaqúe continentur, non tamen hęc Semicirculi ſunt . eò quòd Circuli diuiſio, per Centrum facta non eſt . Cunctæ ergo huiuſcemodi Figuræ, bifor-

Figurę biformes.

bifor-

biformes ſunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex diſsimilibus conſtant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis: vel à Recta, & Circunferentia, vt iam dictæ Figuræ: vel à duabus miſtis Lineis, veluti ſi duæ Ellipſes ſeinuicem interſecent (Figuram ſiquidem claudent, quæ inter ipſas intercipitur) vel à miſta, & Circunferentia, ſicuti quando Circulus ſecat Ellipſim: vel à miſta, & recta, vtpote Ellipſis dimidium. Semicirculus autem ex diſsimilibus eſt Lineis, verùm ſimplicibus, hisqúe per appoſitionem ſeinuicem tangentibus. Antequam igitur ſermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo poſt Circulum, ad Biformem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam ſpatium comprehendent. Recta verò, atque Circunferentia, duo poſſunt comprehendere ſpatia. & duæ Circunferentiæ ſimiliter, vel Angulos facientes, vt in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti ſi concentricos intelligas Circulos. quòd enim medium inter vtroſque intercipitur ſpatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusqúe fit Angulus. non enim ſeinuicem interſecant, quemadmodum in Lunulari, & in vtrinque conuexa Figura. Cæterùm quòd idem Semicirculi Centrum ſit, quod etiam Circuli, manifeſtum eſt. Dimetiens enim Centrum in ſe ſe habens, Semicirculum complet, ab hocqúe omnes ductæ ad Semicircunferentiam, ſunt æquales: hæc nanque pars eſt Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur eſt Semicirculi, Circuliqúe Centrum. Et eſt adnotandum quòd ex omnibus Figuris hæc ſola in ſuo Ambitu Centrum habet, ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quòd Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, vt in Circulo: aut in Ambitu, vt in Semicirculo: aut extra, vt in quibuſdam Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumúe rerum affert imaginem, niſi omnes Figuras, quæ à primis non prorſus diſceſſere, ſed ipſis quodammodo participant, poſſe ipſis concentricas eſſe, eiſdemqúe cauſis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque eſt ipſis commune. Et forſan aſsimilatur vtique Semicirculus ſecundis poſt ſimplicisſima prin-

Monadic⁹ Circulus.

Figuræ, q̃ à duobus Terminis cōprehēditur diuiſio

Cur Euclides Semicirculū in hoc 1. lib. definiat, et non in 3. vbi definit ét ſegmenta. ibi .n. locus eſt proprius.

Figura Lunularis

Corona

Vtrinque cōuexa Figura.

Notādum

Centrum tres habet locos.

Digresſio

Dupliciter Semicircul⁹ cū Circulo cōicat.

Pulchra ſemicirculi cōſideratio.

cipia coordinationibus, quę illis principijs participant: & per cognationem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen, quod eſt, primamquè ipſarum cauſam reducuntur.

TEXTVS

Defō 20. Rectilineę Figurę ſunt, quę à rectis cōprehenduntur Lineis.
Defō 21. Trilateræ quidem, quæ à tribus.
Defō 22. Quadrilateræ verò, quæ à quatuor.
Defō 23. Multilaterę aūt, q̃ à pluribus q̃ quatuor cōprehendūtur Lateribus.

Cōm. 16.

POſt Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemquè Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progreſſus traditur. propterea nanque Semicirculi quoque mentio facta eſt, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidē cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quēadmodum etiā Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius eſt. nam ſi Vnitas quidē componatur plus facit, quàm ſi multiplicetur: Numerus verò contrà, plus ſi multiplicetur, quā ſi componatur: Binarius aūt ſiue in ſe ſe multiplicetur, ſiue componatur, ęquale perficit. Quēadmodum igitur iſte Vnitatis, atque multitudinis medietas eſt: ita etiam Semicirculus iuxta quidem Baſim cum Rectilineis cōmunicat, iuxta verò Circunferentiā, cum Circulo. Progrediuntur aūt rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vſque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit. Trilaterę enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsquè cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ ſiquidem Multilateræ quoq; ſunt: verùm habent etiā propriam præter cōmunem denominationem. Cùm autem in cæteris propter infinitum Numerorum progreſſum proſequi minimè potuiſſemus, cōmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarū verò, Quadrilaterarumquè duntaxat mentionē fecit, quoniā Numerorum ēt primi ſunt in ordine Ternarius, & Quaternarius: ille quidem in Imparibus purus Impar exiſtens, hic verò in Paribus, Par. Vterq; itaque ab ipſo fuit aſſumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad ſubſiſtentiam ipſarum iuxta omnes Numeros Pares quidē, atque Impares oſtendendam. Quinetiam cùm de his tanquā de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogrāmis) in primo libro docturus ſit, non īmeritò ad hæc vſque propriam ſtatuit enumerationē: reliquas verò omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus eſt nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his

Idē ī ſuperiori cō.

Quomodo Binari⁹ medi⁹ ſit īter vnitatem, & Numerū. Qūo Semicircul⁹ medius ſit īter Circulū, & Figuras rectilineas.

Duplici q̃ cauſa duarum tantùm rectilinearū Figurarum Euclides mentionē fecit. Prima cauſa.

Secunda.

ſufficiant. Rurſus autem altius exordiendo dicendũ, quòd planarum Figurarum aliæ quidem à ſimplicibus continentur Lineis, aliæ verò à miſtis, aliæ autē ab vtriſque. Et earũ, quæ à ſimplicibus cōprehenduntur, aliæ quidē à ſimilibus ſpecie, vt rectilineæ: aliæ verò à ſpecie diſſimilibus, vt Semicirculi, & Segmēta, & Apſides, quæ Semicirculis minores ſunt. necnon earum, quæ à ſimilibus ſpecię continentur, alię quidē à Circulari cōprehenduntur Linea: aliæ verò à recta. Earum autē, quæ à Circulari Linea cōprehenduntur, aliæ quidē ab vna, aliæ verò à duabus, aliæ autē à pluribus continentur. Ab vna quidē, Circulus ipſe. A' duabus verò, alię quidē deangulares, vt Corona, quę à concentricis Circulis terminatur: aliæ verò Anguloſæ, vt Lunula. A pluribus autē quàm duabus, proceſſus in infinitũ. à tribus nanque, & quatuor, deincepsqúe Circunferentijs quædã continentur Figuræ, ſi .n. tres Circuli ſe ſe tangant, quoddam ſpatium Trilaterum intercipiũt, quod tribus Circunferentijs terminatur: ſi verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsqúe ſimiliter. Earũ autē, quæ à rectis continentur Lineis, aliæ quidē à tribus, aliæ verò à quatuor, aliæ autē à pluribus cōprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis ſpatium cōprehenditur, nec multò magis ab vna. Quapropter omne quidē ſpatium, quod ab vno Termino, vel duobus cōprehenditur, aut miſtũ eſt, aut Circulare. Miſtumqúe dupliciter, aut quoniã miſtæ ipſum cōprehendunt Lineæ, quēadmodum illud, quod à Ciſſoide Linea intercipitur: aut quia diſſimiles ſpecie ipſum continent, veluti etiã Apſidē: dupliciter ſiquidē Miſtio fit, vel per Appoſitionem, vel per Confuſionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera eſt, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autē omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea eſt. ſiquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficietur. Et hæc de planarum Figurarum diuiſione ſufficiant. Quòd autem Rectitudo progreſſionis, & motus, & infinitatis eſt Nota, quòdqúe genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisqúe, & motus autoribus peculiaris eſt, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineæ igitur Figuræ hiſce peculiares ſunt Dijs, qui feracis totius Formarum progreſſus actionis ſunt principes. Quocirca generatio quoque per haſce præcipuè fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeqúe ſubſiſtit ſuam ſortita eſt eſſentiam.

Planarum Figurarũ diuiſio.

Rectilineæ. Semicirculi, & Segmēta, & Apſides.

Circulus. Corona. Lunula.

A duabus rectis Lineis ſpatiũ nō cōprehēdit. idē ĩ ſuperiori com. & ĩferius ĩ 10. pronũtiato.

Figura dupliciter Miſta dicitur.

Dupliciter fit Miſtio. idem ſuperius ĩ com. 7.

Digreſſio.

Vide ſuperiꝰ cō. 10.

Generationē hic intelligit Elemētarē regionem. vide etiam in com. 13.

Tri-

TEXTUS

Defõ 24 Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum eſt, quod tria Latera habet æqualia.

25. Aequicrus autem, quod duo tantùm æqualia habet Latera.

26. Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

27. Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum eſt, quod vnum rectum Angulum habet.

28. Obtuſangulum autem, quod vnum Obtuſum habet Angulum.

29. Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Cõm. 17. Duplex Triãgulorũ diuiſio. Triangulorum diuiſio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: ſequitur autẽ ea, quę ab Angulis tanquam propria. ſiquidem hi etiam tres Anguli ſolis rectilineis conueniunt Figuris, Rectus nempe, Obtuſus, atq; Acutus: Aequalitas verò Laterum, atq; inæqualitas, eſt vtique in non rectilineis quoque Figuris. Diuiſio Triãgulorũ à Lateribus. Inquit igitur quòd Triangulorum alia Aequilatera ſunt, alia Aequicrura, alia Scalena. aut .n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia. & rurſus quòd Triangulorum alia Rectangula ſunt, alia Obtuſangula, alia Acutangula. Diuiſio Triangulorum ab Angulis. & Rectãgulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quẽadmodum etiam Obtuſangulum, quod vnum habet Obtuſum: plures ſiquidem vno vel Rectos, vel Obtuſos Triangulum habere Angulos impoſſibile. Acutangulum verò, quod vtiq; omnes habet Acutos. non .n. hìc quoq; ſatis eſt vnicum habere Acutũ. cuncta ſiquidẽ Triangula hoc pacto Acutangula eſſent. nam omne Triangulũ duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulũ ſolum. Cur Euclides duplicẽ Triãgulorum tradat Diuiſionem. Videtur autem mihi Euclides ad illud ſolum reſpiciens ſeorſum quidem ab Angulis, ſeorſum verò à Lateribus diuiſionẽ feciſſe: quòd ſcilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam eſt. ſunt .n. Triangulũ Quadrilaterũ, quod Acidoides Triangula Quadrilatera, quæ (ἀκιδοειδῆ) hoc eſt cuſpidis ſimilia à Mathematicis ipſis vocantur: à Zenodoro autem (κοιλογώνια) hoc eſt cauum Angulum habentia. intellige .n. vnum ex Trilateris, ſuperq́ue perqúe vno Latere duas Rectas introrſum conſtitue. Clauditur igitur quoddam ſpatium, quod ab externis, & internis rectis cõprehenditur Lineis, treſqúe habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipſæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur eſt huiuſcemodi Figura Quadrilaterum. Non ergo ſi quod tres habet Angulos inuenerimus ſiue Acutos, ſiue vnum Rectum, ſiue Obtuſum vnum, ſtatim etiam Trilaterum, quod vèl ęquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum ſit, inuenimus. erit .n. fortaſſe & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Latera. & ideo nõ eſt temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda ſententia. At hæc quidem de his ſufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem ſimpliciter generationis, generabiliumqúe formationis dicunt eſſe principium. Quocirca tum naturales, tum conſtructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait eſſe Timæus. triplici nanq; diſtant Interuallo, & vndequaq; partibiliũ, varieqúe permutabilium ſunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumqúe materialium coniunctiones, ſolutas præ ſe ferunt: quemadmodum ſanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipſis aduentitium, coniunctionemqúe præbent. Iurè igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dijs quatuor conſecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem deſuper à cœlo, vel à quatuor Signiferi Segmẽtis deuenientem, in hiſce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam conſtituit eſſentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terreſtrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota eſt, humidum, calidumqúe exiſtens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti ſunt adinuicem, propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipſorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiã differentiæ ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium conſtitutionis eorum, quæ ſub Luna ſunt, & autorem eſſe fatebimur. nam rectus quidem Angulus eſſentiam ipſis exhibet, & ipſius Eſſe menſuram determinat: Rectanguliqúe Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit eſſentiam, Obtuſus verò vniuerſam diſtantiam ipſis tribuit:

Obtu-

vel Cœlogoniũ appellatur.

Quadrangulũ quinquilaterũ.

Digreſſio.

Pythagorei.

Timæus.

Attẽde ſimilitudinem pulcherrimã, & nota q̃s ſit Aduẽtitius Angulꝰ, quẽ Triãguli tres Anguli Lineis Triãgularibus præbẽt.

Philolaus quatuor Diis Triãgularẽ Angulũ cõſecrauit.

Quadripartita Elemẽtorũ exornatio

Saturnus.

Mars.

Pluto.

Bacchus.

Nota quę ſint horũ Deorũ in ĩferioribꝰ operõnes.

Nota quæ ſint horũ

Deorū ꝓpriæ naturæ. Cōfirmatꝗ Pythagoreorū, & Timęi dictum alia ratione. Finis Digresſionis Documentum. Septē Triangulorū ſunt ſpēs.

Obtuſanguliq́ue Ratio formas materiales in magnitudinē auget, & in omnis generis mutationē. Acutus autem Angulus diuiſibilem ipſorum naturā efficit: Acutanguliq́ue Ratio diuiſiones ipſis in infinitū fieri præparat. ſimpliciter verò Triangularis Ratio Interuallo diſtantem, & vndequaq; partibilē materialium corporum conſtituit eſſentiam. Tot quidē de Triangulis erant à nobis inſpicienda. Ex hiſce autē diuiſionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulorum ſpecies eſſe ſeptē numero, nec plures, neque pauciores. nam æquilaterum quidē vnum eſt, cùm Acutangulum tantùm ſit: reliquorum autē vtrunque eſt triplex. Aequicrus nanque aut Rectangulū eſt, aut Obtuſangulū, aut Acutangulum: Scalenumq́ue ſimiliter hanc triplicē habet differentiam. Si itaque hæc quidem tripliciter, Aequilatera verò vnico modo ſe habēt, ſeptē omnes Triangulorum ſpecies dicantur. Rurſus autē iuxta Laterum quoq; diuiſionem, Triangulorum ad ea, quæ ſunt proportionē intelligas: nam Aequilaterum quidē æqualitate prorſus, ſimplicitateq́ue præſtans, Diuinis cognatū eſt Animis: menſura ſiquidem eſt & inæqualium æqualitas, quēadmodum & inferiorū omnium Diuinitas. Aequicrus autem melioribus generibus, materialē naturam dirigentibus, quorū maior pars quidē menſura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materialemq́ue īmoderationem attingunt: Aequicrurium nanq; duo quidē Latera æqualia ſunt, Baſis autē inæqualis. Scalenum verò, Vitis partibilibus, quæ vndequaq; claudicāt, ſe ſeq́ue præparant, cùm ad generationē tendant, refertæq́ue materia ſint.

Digresſio Aequilaterum Triāgulū Diuinis aſsimilatur Aīs. Aequicrus melioribꝰ generibus. Scalenum Vitis partibilibus.

TEXTVS

Defō 30. Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem eſt, quæ æquilatera eſt, atque rectangula.

31. Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non eſt.

32. Rhombus autem, quę æquilatera quidem, ſed rectangula non eſt.

33. Rhomboides verò, quæ ex oppoſito Latera, & Angulos habens inuicem æquales, neque æquilatera eſt, neque rectangula.

34. Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Cõm. 18.
Diuiſio Quadrilaterarũ Figurarũ ſecundũ Poſidonium.

QVadrilaterarum Figurarum primam diuiſionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipſarum, Parallelogrãma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, ſed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut .n. vtrãque habere oportet, æqualitatem ſcilicet Laterum, Angulorumqúe rectitudinem: aut neutrum: aut alterũ, hocqúe dupliciter. Quamobrem quadrupliciter conſtituitur Parallelogrãmum. Non Parallelogrãmorum autẽ alia quidem duo tantùm habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorſus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiuſcemodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hęc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura ſeptem nobis conſtituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum eſt: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: ſexta, Scalenum Trapezium: ſeptima, Trapezoides. Verùm Poſidonius quidẽ perfectam in tot fecit membra rectilineorũ Quadrilaterorum diuiſionem, quippe qui ſeptẽ horum quoq; poſuit ſpecies, quẽadmodum etiam Triangulorũ. Euclides verò in Parallelogrãma quidem, & non Parallelogrãma diuidere minimè potuit, quippe qui neq; de Parallelis mentionẽ fecit, neq; de Parallelogrãmo ipſo nos docuit. Trapezia aũt, Trapezoideaqúe omnia, cõmuni nomine appellauit, Trapezia ipſa deſcribens, ad eorũ quatuor differentiam, in quibus Parallelogrãmorum verificatur proprietas. hæc autẽ eſt ex oppoſito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum nanq;, & Altera parte longius, ipſeqúe Rhombus ex oppoſito Latera, & Angulos habent æquales. Ipſe autem in Rhomboide tantùm hoc addidit, ne ſolis ipſum negationibus definiat, cùm neq; æquilaterũ ipſum dixiſſet, neq; rectangulũ. in quibus .n. proprijs caremus orationibus, cõmunibus vti neceſſarium eſt. Quòd verò hoc ſit cunctis commune Parallelogrammis ipſum oſtendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum eſſe Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verùm iuxta Angulorum duntaxat Obtuſitates, & Acumina. cùm illa rectangula ſint. ſi .n. Quadran-

Septẽ sũt ſpẽs Quadrilaterarum Figurarum.

Euclidis Diuiſio.

Parallelogrãmorũ ꝓprietas.

In Propoſitione 34 primi. Documẽtum.

gulum, aut Parte altera longius iuxta oppoſitos Angulos diſtrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutoſqúe fieri reperies: alios verò dilatari, Obtuſoſqúe apparere. Videturqúe hoc nomen Rhombo à motu impoſitum fuiſſe. etenim ſi Quadrangulum in modum Rhombi moueri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatum videbitur. Quemadmodum porrò ſi Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipſis ſtatim apparet. De ipſo autem Quadrangulo fortaſſe quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus eſt commune, ijs etiam, quæ neque æquiangula, neq; æquilatera ſunt, ſimiliterqúe Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici poteſt, ipſe ſiquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum ęquilaterum] vel [Quinquangulum, quod ęquilaterum ſit, atque æquiangulum] quaſi poſſint hæc, talia quoq; non eſſe. Cùm verò Quadranguli facta fuerit mentio, ſtatim æquilaterũ indicat, atque rectangulum. Huiuſce autem rei ratio hæc eſt. Solum Quadrangulum ſpatiũ & iuxta Latera, & iuxta Angulos †Terminatum habet. quilibet enim ipſorum Rectus eſt, Angulorum menſuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Vtroque igitur modo præſtans, iurè commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumqúe Obtuſos omnes. Non immeritò igitur cùm ex omnibus Quadrilateris ſolum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumqúe Rectitudine repletum ſit, hoc nomen ſortitum fuit. præſtantibus enim formis, Totius nomen ſæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipuè diuinæ eſſentiæ afferre imaginem. purum ſiquidem, immaculatumqúe ordinem per hoc potiſſimùm ſignificant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas verò firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipſa Aequalitate. Dij ergo, qui omnibus rebus ſtabilis collocationis, & puri, incontaminatiqúe ordinis, & indeclinabilis potentiæ ſunt autores, meritò Quadrangulari Figura, quaſi ab imagine manifeſtantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehenſionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Veſtæqúe Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terrã cõſtituat, proximumqúe ipſius ſit Elementum, quemadmodum à Timæo didicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipſa, genitalia ſemina, fœcundaſque ſuſcipiat potentias, non iniuria hiſce Dijs vitam largien-

Dubitatio

Solutio.

† optimũ.

Digreſſio Pulchra Pythagoreorũ conſideratio. Motus ab inęqualitate emanat Quies aũt ab ęqualitate, idẽ in 1. lib. c. 13 Philolaus trib⁹ Deis Quadrangularẽ angulũ cõſecrauit. Quadrangulũ pximũ Terræ eſt Elemẽtũ. Idẽ ſu

gien-

gientibus Quadranguli Angulum permiſit. quidam etenim Terram, Cereremq́ue ipſam, Veſtam appellant, & tota Rhea ipſam participare dicunt, omnesq́ue in ipſa eſſe genitrices cauſas. Terreſtri igitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Aſſimilant autem quidam vniuerſæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porrò Virtutum quoque vnamquanque perfectam dicimus, & ſeipſa contentam, & Menſuram, & Terminum vitæ, omnisq́ue Obtuſi, & Acuti medietatem. Oportet autē non latere quòd Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipſorum tranſitum oſtendens, omniumq́ue in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumq́ue in Imparibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariusq́ue Triadicus fœcundorū quidem, efficaciumq́ue bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in ſtatuq́ue ſuo conſeruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulū Iouis eſſe Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarij Numerum Iuppiter continet, atque conſeruat. præeſt enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuerſumq́ue abſolutè regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda duximus, tum autoris noſtri ſententiam declarantes, tum etiam ad inſpectiores apprehenſiones ijs anſam prębentes, qui intellectilium, occultarumq́ue eſſentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca. 9. vide ét Platonem in Timęo. Vide iterpretem in Theogonia Heſiodi.

Quorūdā cōtēplatio

Notādum pulcherrimum.

Cōcluſio.

Duodenarius eſt Iouis imperium.

Dodecagoni Angulū Ioui Philolaus cōſecrauit cuius cām vide etiā apud Pla. in 10. de Rep. & in Epinomide. et apud Proclū in Thimæo, & apud Plutar. in op. de Placitis.

Epilogus.

Defō 35.

TEXTVS

Parallelæ rectæ Lineæ ſunt, quæ cùm in eodem ſint Plano, & ex vtraque parte in infinitum producātur, in nulla parte ſibi inuicem coincidunt.

QVę nam ſint Parallelarum Elementa, quibusq́ue in his accidentibus cognoſcantur, poſtea diſcemus: quæ verò Parallelæ rectę Lineę ſint, his verbis definit. Oportet itaque ipſas (inquit) in vno eſſe Plano, & dum ex vtraq; parte producuntur non coincidere, ſed in infinitū produci. & non Parallelę.n. ſi aliquatenus producantur, non coin-

Cōm. 19. In ꝓpōne 27. & 28.

cident. in infinitum autem produci, & non coincidere, Parallelas exprimit. neque etiam hoc abſolutè, verùm ex vtraque parte in infinitum produci, & non coincidere. nam fieri poteſt vt non Parallelæ etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur, ex altera verò minimè. annuentes enim in hacce parte, plurimùm ab inuicem in altera diſtant. Cauſa autem hæc eſt, quoniam duæ rectæ Lineæ nullum ſpatium comprehendere poſſunt. quòd ſi ex vtraque parte annuant, hoc non accidet. Quin etiam rectas Lineas in eodem eſſe Plano, rectè inſuper acceptum fuit. ſi enim altera quidem in ſubiecto eſſet Plano, altera verò in ſublimi, iuxta omnem poſitionem ſibi inuicem non coincident. non tamen proinde Parallelę ſunt. Vnum igitur Planum ſit, producanturq́ue ex vtraque parte in infinitum, & neutra in parte ſibi inuicem coincidant. his enim exiſtentibus Parallelæ rectæ Lineæ erunt. & hoc modo Euclides quidem Parallelas definit rectas Lineas. Poſidonius autem hæ Parallelæ ſunt (inquit) quæ neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano: ſed æquales habent omnes Perpendiculares, quę à Signis alterius ad alteram ducuntur. Quæcunque verò maiores ſemper, atque minores fecerint Perpendiculares, coincident aliquando, quia ſibi inuicem annuunt. Perpendicularis ſiquidem Spatiorum altitudines, Linearumq́ue diſtantias terminare poteſt. Quocirca æqualibus quidem Perpendicularibus exiſtentibus, æquales etiam ſunt rectarum Linearum diſtantiæ: maioribus verò, atque minoribus factis, diſtantia quoque fit maior, & minor, & ſibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus ſunt Perpendiculares minores. Sciendum autem eſt, quòd ipſum non coincidere haud prorſus Parallelas efficit Lineas. Concentricorum nanque Circulorum Circunferentiæ non coincidunt: ſed opus eſt etiam ipſas in infinitum produci. Hoc autem non ſolis Rectis, verum etiam alijs ineſt Lineis. poſſibile enim eſt intelligere Helices circa rectas Lineas ordine deſcribi, quæ ſi vnà cum rectis Lineis in infinitum producantur, nunquam coincidunt. Hæc itaque Geminus ex his rectè diuiſit, à principio dicens, quòd Linearum quidem aliæ ſunt terminatę, Figuramq́ue continent, vt Circulus, ipſiuſq́ue Ellipſis Linea, necnon Ciſſoides, & aliæ quàm plurimæ: aliæ verò indeterminatæ, quæ in infinitum etiam producuntur, vt Recta, Rectanguliq́ue Coni, atque Obtuſanguli ſectio, necnon Conchoides ipſa. Rurſus autem earum, quæ in infinitum producuntur, aliæ quidem nullam comprehendunt Figuram, vt Recta, & iam dictæ Conicæ ſectiones: aliæ verò coëuntes, Figuramq́ue facientes, in infinitum poſtea producun-

Duę rectę Lineę nullũ ſpatiũ cõprehendere poſſunt. Idẽ in cõ. 15. & 16. & hæc eſt cã cur nõ Parallelę ex vna parte in infinitũ ꝑduci poſſint.

Cõdõnes Parallelarũ rectarũ Linearũ.

Poſidonii Parallelarum defõ.

Perpendiculares terminãt Spatiorũ altitudines, & Linearũ diſtantias: ideo ꝑpendiculari Figurarũ metimur altitudines, vt dictũ eſt ſuperius in cõm. 10.

Notandũ.

Diuiſio Linearũ ſecundũ Geminum.

ducuntur. Harum autem aliæ quidem non coincidunt amplius, quæ vtcunque productæ fuerint non coincidunt: aliæ verò coincidentes ſunt, quę ſcilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem, aliæ quidem in vno ſunt inuicem Plano: aliæ verò, minimê. Non coincidentium autem, in vnoqúe Plano exiſtentium, aliæ quidem æquali ſemper interuallo diſtant ab inuicem: aliæ verò interuallum ſemper imminuunt, quęadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam, & Conchoides ad Rectam Lineam. hæ ſiquidem cùm imminuatur ſemper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem ſibiinuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maximè admirabile eſt in Geometria Theorema, oſtendens Nutum quarundam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali ſemper diſtant interuallo, quæ ſunt rectę Lineę, Spatium, quod inter eas poſitum eſt nunquam imminuentes in vno Plano, Parallelæ ſunt. Tot etiam ab eleganti Gemîni ſtudio ad propoſitorum explanationem decerpſimus.

Admirabile in Geomet. Theorema. de quo ét inferius in cõm. 3. & 3 quarti

Hic quędā q̃ non sũt parui momẽti animaduertemus in cõmentariis noſtris.

⁂

FINIS SECVNDI LIBRI.

Procli

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TERTIVS.

De Petitione, & Pronuntiato Cap. Vnicum.

Cõtinuatio Libri.

In cap. 8. ſuperioris Libri.

QVVM Geometriæ principia trifariè diuiſa ſint, in Suppoſitiones, Petitiones, & Pronuntiata, quæ nam inter hæc ſit differentia in ſuperioribus tradidimus. De Petitione autem peculiariter, & Pronuntiato accuratius diſſerere in præſentia propoſitum nobis ſit, quandoquidem & de ĳs præcipuè nunc ſermonem habeamus. Suppoſitiones ſiquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis expoſuimus. Commune igitur eſt tam Pronuntiatis, quàm Petitionibus nulla egere demonſtratione, neque Geometrica fide: ſed tanquam manifeſtas accipi, cæterorumqúe principia fieri. Differunt autem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus diſtincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id, quod Subiecta conſequitur perſpicere, ac cognoſcere proponimus: in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem ſanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque per ſe ſe cognitu manifeſta ſunt, noſtriſqúe indoctis notionibus ſunt in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunq; factu, comparatuqúe facilia ſunt, cùm in illis accipiendis Cogitatio nõ defatigetur, quæqúe nulla egent varietate, & nulla Conſtructione. Euidens ergo, & indemonſtrabilis cognitio, inconſtructaqúe ſumptio, Petitiones, à Pronuntiatis diſtinguunt. quemadmodum etiam demonſtrans cognitio, Quæſitorumqúe vnà cũ Conſtructione ſumptio Theoremata, à Problematibus ſeiunxit. vbique .n. principia, ſimplicitate, & indemonſtrabilitate, atque eò quòd per ſe ſe fidem faciunt, ĳs, quæ poſt principia ſunt præſtare oportet. vniuerſaliter ſiquidem (inquit Speuſippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia quidem nullo vario peracto decurſu profert, & ad futurã inquiſitio-

Cõmunitas Petitionũ, & Pronũtiatorum ex ſententia autoris, et Gemini. Eorũ differentia.

Speuſippus.

nem

Exéplum.

Helicis Planę generatio.

Aequilateri Triaguli cōſtitutio.

nem pręparat,euidentioremqúe horum habet apprehenſionē,quàm obiectorum viſus:alia verò cùm ſtatim aſſequi non poſſit, per tranſitum ab illis progrediens, iuxta conſequentiam ipſa venari conatur. Exempli gratia, hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere,tanquã euidens,factuqúe facile ſuſcipit. Cùm enim indecliui Signi fluxu componatur, ſimulqúe progrediatur, cò quòd nuſquam magis,vel minus declinat,in altero incidit Signo. Rurſus ſi vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipſum moueatur, Circulum nullo negotio deſcripſit. Siquis autem vnius reuolutionis Helicem deſcribere voluerit,magis varia eget machinatione. varijs nanque motibus ipſa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit conſtituere,is quoq; methodo quadam egebit, ad Trianguli conſtitutionē. dicet.n. Geometrica Mens quòd cùm ego intellexerim rectam Lineam,quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud,& Signũ, quod à manente Extremo in ipſa moueatur, vnius reuolutionis Helicē deſcripſi. cum.n. ſimul & rectæ Lineæ extremitas, quæ deſcribit Circulum,& Signum, quod in ipſa mouetur recta Linea, in eodē Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rurſus cùm Circulos æquales deſcripſerim, & à cōmuni ſectionę ad Cētra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroqúe Centrorum,ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebo Triangulum, Multũ itaque abeſt vt hæc ſimplici apprehenſione, primaqúe notione perficiantur. nam contenti eſſemus ortus ipſorum conſequi. Facilius ergo,vel difficilius hæc comparari,& vel pluribus, vel paucioribus Medijs oſtendi, propter aggredientium habitus euenit: prorſus verò Demōſtratione egere,atq; Conſtructione,propter Quæſitorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidentia deficit. Vtrunque igitur ſimplex, & deprehenſu facile debet eſſe, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verùm Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandã materiam, ad Symptomatis aſſignationem, quæ habeat ſimplicem, facilemqúe deprehenſionem: Pronuntiatum verò, quoddam per ſe accidens dicit, ex ſe ſe audientibus cognitum. vtpote calidum eſſe Ignem, vel quoddã aliud eorũ,quæ manifeſtiſsima ſunt, & in quibus dubitantes, aut ſenſu,aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiuſdem quidē generis eſt Petitio, & Pronuntiatum: differunt autē iam dicto modo. vtrũque.n. principium eſt indemonſtrabile, verùm hoc quidem ſic: illa verò aliter,vt diximus. Iam autem alij quidem omnia iſta Petitiones vocanda cenſent, ſicut etiam Problemata, Quæſita omnia. Archimedes nanque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) ęqualia Grauia ab æqualibus Longitudinibus ęquè ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatum potius quiſpiam appellarit: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quēadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonſtratione indigent. iuxta enim eandem (vt videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia tranſiere. differt tamen vt Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiato. tametſi ambo indemonſtrabilia ſint, quemadmodum illa, demonſtratione indigent. & alterum quidem tanquam factu facile ſumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium conſenſu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis diſtinguit. Alij autem fortaſſe dicant quòd Petitiones quidem, ſunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuerſæ, quæ circa Quantum, & Quotum verſatur contemplationi communia. nam illam quidē, quæ petit rectos Angulos eſſe æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem ſunt æqualia, inuicem quoq; eſſe æqualia, communis eſt notio, qua tum Arithmeticus, tum etiam quiſq; ſcientia præditus vtitur quod cōmune eſt ſuæ accomodans materiæ. Ariſtoteles verò (vt prius etiam diximus) Petitionem inquit cùm demonſtrabilis ſit, ab audienteq́ue non concedatur, tāquam principium tamen ſuſcipi: Pronuntiatum verò, per ſeſe indemonſtrabile eſſe, omneſq́ue id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui diſputationis gratia contra ipſum dubitarint. Tres itaq; cùm ſint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipſo Comparare, ac Cognoſcere tantū Petitionem à Pronūtiato diſtinguit, manifeſtum eſt, quòd illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem eſſe, non eſt Petitio. nec quinta, quæ ait, ſi in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad eaſdemq́ue partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas ſi in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. hæ ſiquidem neq; in Conſtructione ſumuntur, nec quicquam facere iubent: ſed Symptoma quoddam oſtendunt, quod rectis Angulis ineſt, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. Iuxta verò ſecundam non erit Pronuntiatū illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere. quod etiam quidam nūc tanquam Pronuntiatum adſcribunt. hoc enim Geometricæ materię proprium eſt, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos An-

Archimedis, & aliorū opinio.

Prima Petitio Archimedis ī lib. Aequipōderantium.

Aliorū opinio, de qua vide ēt in ſuperiori libro cap. 8.

Vt Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiato differt. Idē in principio capitis.

Aliorum opinio de differētia Petitionū, & Pronūtiatorum.

Ariſtotelis opinio de differētia Petitionis, & Pronuntiati q̄ vide ēt ī ſuperiori libro cap. 8. & primo poſt. tex. 25.

Iuxta primā differentiā nec quarta, nec quīta Petitio, in Petitionibus cōnumerari debent.

Iuxta ſecūdā differentiam nō eſt Pronuntiatū, illud, qd' vltimū in gulos æquales eſſe. Iuxta autem tertiam, quæ Ariſtotelica eſt, omnes quidem, quę per demonſtrationẽ quandam de ſeſe fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonſtrabilia ſunt, Pronuntiata. Fruſtra igitur Pronuntiatorum demonſtrationes tradere conatus eſt Apollonius. rectè enim Gemînus animaduertendo adnotauit, quòd alij quidem indemonſtrabilium quoque demonſtrationes excogitarunt, ab ignotioribusq́ue Medijs ea, quæ ſunt omnibus nota probare conati ſunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui oſtendere voluit verum eſſe Pronuntiatum, quod ait quæ eidem ſunt æqualia, & ſibi inuicem æqualia eſſe: alij verò quæ etiam demonſtratione indigent, in indemonſtrabilibus aſſumpſere. vt Euclides ipſe quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonſtratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non eſt quorum conuerſa, Theoremata demonſtrabilia ſunt, hæc tanquam indemonſtrabilia aſsignare? nam quòd rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores ſunt, ipſemet Euclides in illo oſtendit Theoremate, quod ſic ait [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores ſunt, omnifariam ſumpti] Quinetiam quòd non prorſus quicunque Recto æqualis, Rectus eſt, perſpicuè oſtenditur. Non ergo indemonſtrabilia eſſe horum conuerſa concedendum eſt, inquit Gemînus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem eſſe Petitiones: reliquas verò duas, & ipſarum conuerſas demonſtrante egere ſcientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas ſpatium non comprehendere addi ſuperuacaneè. Siquidem per demonſtrationem de ſe fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc ſufficiant. Rurſus autem Pronuntiatorum, alia quidem ſunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipſis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitate metiri, Arithmeticum Pronuntiatum eſt. illud verò, quod ait, Aequales rectæ Lineæ ſibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum eſſe diuiſibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata ſunt. illud autem, quæ eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia, omniaq́ue huiuſcemodi, ambabus communia ſunt. Vtitur autem vtraque & his, in quibuſcunque ſuum ſubiectum poſtulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Conſimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem ſingulis propriæ ſunt

Pronuntiatis enumeratur.

Quæ ſint Petitiones, & q̃ Pronuntiata ex Ari. ſentẽtia.

Reprehẽdit Apolloniũ iuxta Ariſt. et Gemini ſentẽtiã.

Reprehẽdit Euclidẽ iuxta Gemini, et iuxta ꝓpriã ſentẽtiã, quippe q quartã, & quintã Petitionẽ, malè ĩ Petitionibus enumerauit.

In Propoſitione 17 primi Elementorũ.

Hoc inferius oſtenditur in cõment. 2.

Iuxta Gemini ſentẽtiã excludit à Pronuntiatis vltimũ ꝓnuntiatũ.

Epilogus.

Pronũtiatorũ, et Petitionũ diuiſio, per quã 2. opinio d' dria Petitionis & Pronũtiati, cõfutatur.

ſcientijs,aliæ verò cõmunes omnibus. nam illam quidẽ,quę petit diuidere Numerũ in partes minimas,peculiarẽ Arithmetices Petitionẽ eſſe dixeris: quæ verò omnem rectã Lineam finitã in directũ producere,Geometrię: quæ autẽ Quantitatem in infinitum augere, ambabus cõmunem. Numerus nanqꝫ, & Magnitudo poſſunt hoc pati.

Quãtitas hic cõiter ꝑ genere accipitur.

PETITIONES.

TEXTVS

Petitio 1. Petatur ab omni Signo ad omne Signũ rectam Lineam ducere.

Secũda. Et rectam Lineam terminatam ſecundum continuum in directum producere.

Tertia. Et omni Centro, & Interuallo Circulum deſcribere.

Cóm. 1.

TRes iſtę tum propter facilitatem,tum quia aliquid comparare nobis imperant, in Petitionibus ex Gemîni ſententia neceſſariò collocandæ ſunt. nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectã Lineam ducere,eam conſequitur definitionem, quæ Lineam Signi fluxum eſſe ait, & Rectam indecliuem,atqꝫ inflexibilem fluxum. Si igitur Signum indecliui,breuiſſimoqúe motu moueri intellexerimus, in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta eſt, nilqúe varium intelleximus. Si autem cùm Recta ipſa Signo terminetur,ſimiliter ipſius Extremum breuiſſimo,indecliuiqúe motu moueri intellexerimus, ſecunda Petitio à facili,ſimpliciqúe apprehenſione comparata erit. Si verò terminatam rurſus rectam Lineam manere quidem ſecundum alterum eius Extremum,moueri autem circa id,quod manet,ſecundum reliquũ,tertia porrò facta erit. nam Centrum quidẽ, eſt Signum id,quod manet: Interuallum verò, recta Linea. quanta .n. hæc eſt, tanta eſt Centri ad omnes Circunferentiæ partes diſtantia.

Dubitatio

Siquis autem dubitet,quomodo motus ipſos Geometricis rebus adhibemus,ĩmobilibus exiſtentibus,qũo autẽ impartibilia mouemus (hęc.n.minimè fieri poſſe) eum rogabimus non paſſim moleſtũ eſſe,

Solutio

ſi memoria tenet ea, quę in principio demonſtrata fuere. quòd vtiqꝫ Rationes eorũ,quę in Phantaſia iacent, omnes ibi deſcribũt Cogitationis imagines,quarũ Cogitatio ipſa rationẽ habet. Tabella .n. non ſcripta,huiuſcemodi Mens eſt,vltima, atqꝫ paſſibilis. At nulla apud nos oratio hęc. Mẽs.n.illa,quæ recipit ſpecies,aliunde per motũ ipſas recipit.& motum quidẽ non corporeum, ſed imaginarium intelligamus.impartibiliaqúe corporeis moueri motibus minimè cõcedamus, verùm imaginarios pati decurſus. Etenim Mens impartibilis exiſtens mouetur, non tamen ſecundum locum. & Phantaſia iuxta eius

Mens vltima, & paſſibilis,& q̃ recipit ſpecies,idẽ in ſuperiori lib.cap. 1.

Impar-

Impartibile, proprium habet motum. nos autem ad corporeos motus reſpicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deſerimus. A corporeo itaque loco, externiſqúe motibus impartibilia pura ſunt: motus verò alia ſpecies, aliusqúe locus motibus illis cognatus in ipſis conſideratur. ſiquidem poſitionem quoque in Phantaſia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere poteſt, quod alicubi † mouetur, & à loco comprehenditur. locus enim eorum quidem, quæ cum dimenſione ſunt, dimenſionem habet & ipſe: impartibilium verò nullam habet dimenſionem. Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum ſunt ſpecies, & aliæ quæ ab illis conſtituuntur: alius etiam motus corporum, & alius eorum, quæ in Phantaſia excogitantur: necnõ alius partibilium eſt locus, & alius impartibilium. Oportetqúe hæc diſtinguendo, rerum eſſentias non confundere, necꝫ perturbare. Videtur autem harum trium Petitionum prima quidē, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea, quæ ſunt, in ſuis cauſis cõtinentur impartibilibus exiſtentibus, ab ipſisqúe terminantur: & ꝙ etiam prius quã conſtituantur, vndequacꝫ ab ipſis comprehenſa ſunt. nam Signis exiſtentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipſisqúe terminatur, & inter ipſa recipitur. Secunda verò, q̃uo ea, quę ſunt proprias habendo cauſas, ad omnia progrediuntur continuationē in illis ſeruantia, quę tandem ab ipſis nõ abripiuntur: ſed propter infinitę potentię cauſam, vbicꝫ permeare conãtur. Tertia aũt, q̃uo ea, quę progreſſa ſunt, ad propria rurſus principia regrediuntur. Signi .n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum producens, Circularem imitatur regreſſum. Scire aũt oportet ꝙ in infinitum produci non omnibus ineſt Lineis. neque .n. Circulari, necꝫ Ciſſoidi, necꝫ omnino illis, quæ Figuram deſcribunt, quinetiam necꝫ illis, quę nullam faciunt Figuram. necꝫ .n. vnius reuolutionis Helix in infinitũ producitur. nam inter duo Signa conſtituitur. necꝫ vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt. At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam poſſibile eſt. non enim omnis Linea inter omnia Signa ſubſiſtere poteſt. Hæc etiam de his. Ad reliqua autem pergamus.

† iacet

Digreſsio.

Finis Digreſsionis Documētum.

TEXTVS

Et omnes rectos Angulos ſibi inuicem æquales eſſe.

Petitio 4.

Cõm. 2.

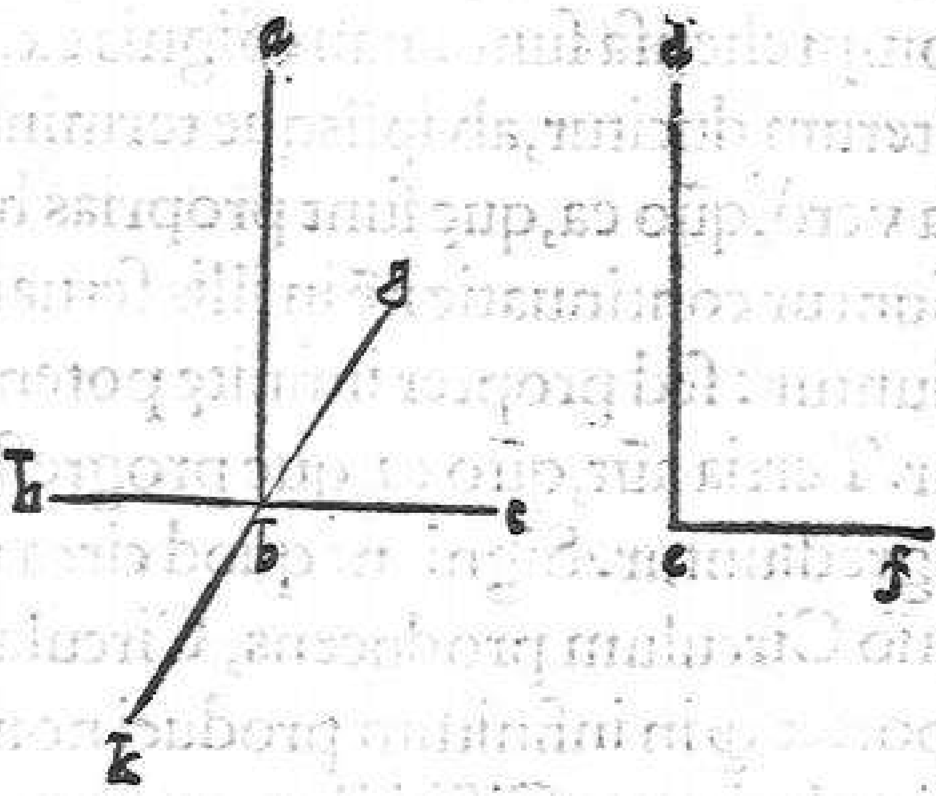
Excludit quarta Petitio à Petitionũ numero, tũ iuxta Gemini, tum iuxta Ari. ſententiã. idẽ ſuperius cõ. 1. huiꝰ libri.

Demõſtratio quartę Petitionis

In 10. definitione.

Pappi documentũ.

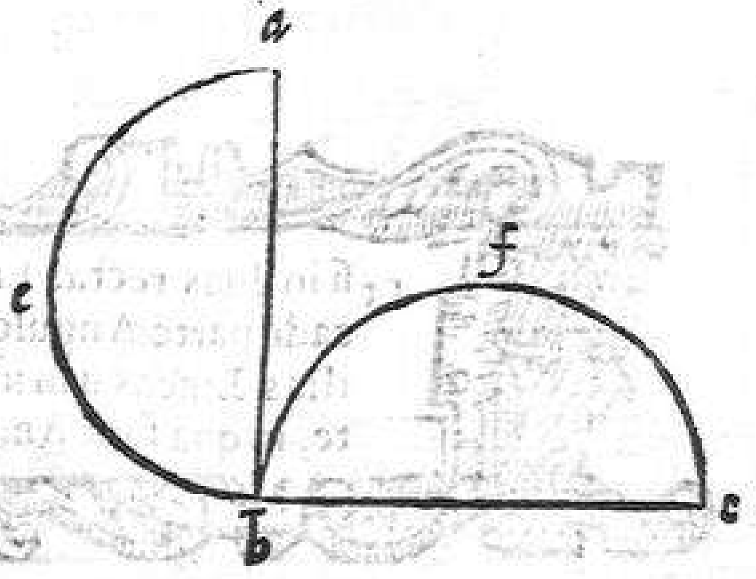
PRæſens Petitio ſi quidem tanquam manifeſta, nullaqúe egens demonſtratione à nobis cõceditur, Petitio quidẽ non eſt ex Gemini ſententia: ſed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per ſe accidens dicit, nihil ſimplici notione facere iubens. verùm neq; etiam iuxta Ariſtotelis diuiſionẽ Petitio eſt. Petitio enim ex ſententia illius aliqua indiget demonſtratione. Si verò demonſtrabilem ipſam eſſe dicimus, ipſiusqúe demonſtrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta Gemini ſententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq; ſecundum etiam noſtras communes notiones rectorum Angulorum æqualitas. Cùm .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad Angulorum, qui vtrobiq; ſunt accretionem in infinitum, atq; decretionem, reſpectu cuiuſcunq; Recti æqualis eſt. etenim primum rectum Angulum hoc modo conſtituimus, ſtantis rectæ Lineæ, ſuper quam ſtetit vtrobique Angulos, æquales faciendo. Si autem demonſtrationem quoque Linearem de hoc afferre oportet, ſint duo recti Anguli vnus a b c, alter d e f. Dico quòd æquales ſunt. ſi.n. non ſunt æquales, alter ipſorũ ſit maior, vtputa qui ad Signũ b. Si igitur Linea d e, ad Lineã a b adaptetur, Linea e f intra cadet. Cadat vt Linea b g, & producatur Linea b c vſq; ad Signum h. Quoniã igitur Angulus a b c rectus eſt, Angulus quoque a b h rectus erit, & ſibi inuicem erunt æquales. habemus.n. in Definitionibus quòd rectus Angulus ei, qui deinceps eſt Angulo æqualis eſt. Angulus ergo a b h maior eſt Angulo a b g. Producatur rurſus Linea g b vſque ad k. Quoniam igitur Angulus a b g rectus eſt, & qui deinceps eſt Angulus, rectus erit, ac propterea ipſi a b g æqualis. Angulus igitur a b k Angulo a b g æqualis eſt, quapropter Angulus a b h, Angulo a b g minor erit, ſed erat etiam maior, quod fieri non poteſt. Non eſt igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expoſitoribus oſtenſum fuit, & non multa egebat conſideratione. Pappus verò rectè nos animaduertit quòd huius Petitionis conuerſa, vera non eſt, nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum eſſe. verùm ſi rectilineus fuerit, abſque dubio Rectum eſſe. Poſſe autem curuilineum

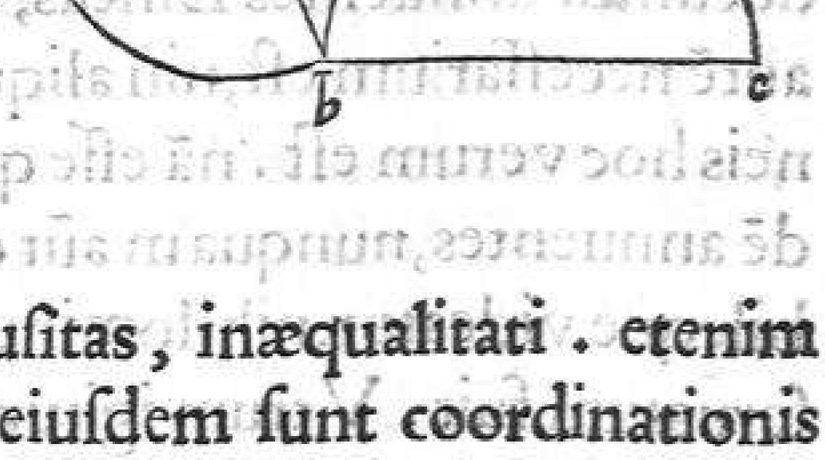


quoq;

quocꝫ Angulum Recto æqualem oſtendi. Et eſt manifeſtum quòd huiuſcemodi Angulum, poſſe Rectum eſſe non dicemus. in rectilineorum enim Angulorum diuiſione Rectum accipiebamus, à recta Linea ſuper ſubiectã rectam Lineam inflexibiliter ſtante ipſum conſtituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus eſt, ſiquidem necꝫ rectilineus. Intelligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales a b, & b c, Angulum, qui ad b Signum eſt, rectum facientes, in ipſisq́ue Semicirculi, Centro, & Interuallo deſcripti a e b, & b f c. Quoniã itaque Semicirculi æquales ſunt, ſibi inuicem cõgruent, & Angulus e b a æqualis eſt Angulo f b c. Cõmunis apponatur reliquus, nempe e b c. Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis eſt, ipſi ſcilicet e b f, Cornicularis tamen Rectus non eſt. Eodem autem modo ſi etiam Obtuſus, vel Acutus ſit Angulus a b c, æqualis ipſi Cornicularis Angulus oſtendetur (hoc enim eſt genus illud curuilineorum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animaduertendum eſt, quòd in Recto quidem, atque in Obtuſo medium Angulum, qui à Linea c b, & b e Circunferentia continetur addere oportet: in Acuto verò, auferre. recta enim Linea c b, Circunferentiam b e ſecat. Ponantur igitur vtriuſque ſuppoſitionis exemplares deſcriptiones. Hæc itacꝫ deſcripta ſint. quæ quidem oſtendunt & quòd omnes Recti ſibi inuicem æquales ſunt, & quòd non omnino Recto æqualis, Rectus & ipſe eſt. nam ſi necꝫ rectilineus eſt, quonam pacto rectum quis ipſum dicet? Manifeſtum autẽ eſt ex hac quoque Petitione, quòd Anguli Rectitudo æqualitati cognata eſt, quemadmodum Acumen, atque Obtuſitas, inæqualitati. etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiuſdem ſunt coordinationis (vtraque enim ſub Fine exiſtit) vt etiam ſimilitudo: Acumen verò, atque Obtuſitas eiuſdem cum inæqualitate ſunt ſeriei, veluti & diſsimilitudo. ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ ſunt.

In 10. definitione.



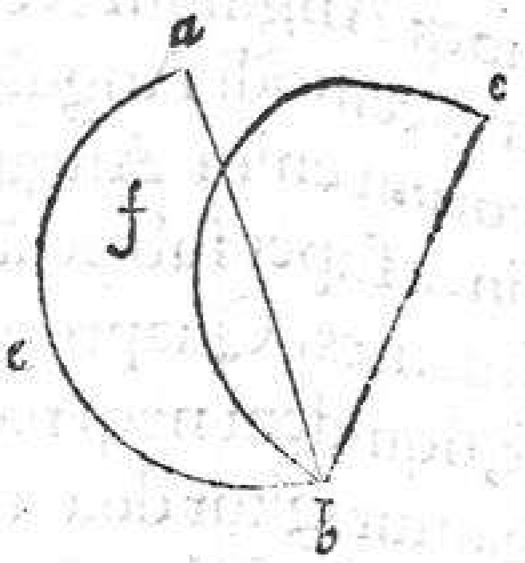


Documẽtum.

Idẽ vide in 2. libro cõm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inſpicientes, Rectum Recto dicunt æqualem: alij verò Qualitatem, ſimilem. quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem ſimilitudo in Qualitatibus eſt.



Petitio 5.

TEXTVS

Et ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadẽ parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas ſi in infinitũ producantur coincidere, in ea parte, in qua ſunt Anguli duobus Rectis minores.

Cõm. 3.
Ptolemę⁹ in Lib. cui titulus eſt, à minoribus duob⁹ rectis productas coĩcidere.
In 17. propõne primi Elem.
Quorũdã obiectio.
Gemini reſponſio
Ariſto. 1. Ethi. cap. 3. idẽ ẽt ſuperius i 1. lib. c. 11.
Simmias ĩ Phędone Platonis, de quo vide ẽt Plu. in vita Periclis.
Idẽ in fine ſecundi libri.

HAnc penitus è numero Petitionum delere oportet. Theorema.n. eſt, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro ſoluere ſibi propoſuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonſtratione indiget, & eius cõuerſum Euclides etiam tanquam Theorema oſtendit. Fortaſſe autẽ quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam eſſe cenſerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectorũ diminutionem, Rectarum nutus fidem per ſe ſe præbet. Ad quos Geminus rectè reſpondit dicens, quòd ab ipſis huiuſce ſcientiæ autoribus didicimus, non prorſus probabilibus imaginationibus adhibere mentẽ, ad Geometricas rationes capeſſendas. ſimile.n. eſt, inquit etiã Ariſtoteles, à Rhetorico demonſtrationes poſtulare, & Geometram probabiliter diſputantem patienter auſcultare. & qui apud Platonẽ Simmias, Quoniam ex apparentibus demonſtrantes vanos eſſe ſcio. Et hîc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque neceſſarium eſt: hoc verò, magis atque magis dũ producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autẽ neceſſarium eſt, niſi aliqua ratio demonſtret, quòd in rectis Lineis hoc verum eſt. nã eſſe quidẽ quaſdam Lineas in infinitum quidẽ annuentes, nunquam aũt coincidentes, licet incredibile, admirabileq́ue videatur, nihilominus verũ eſt, & in alijs Lineæ formis obſeruatum fuit. Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri posſit, quod in illis fit Lineis? antequam.n. per demonſtrationem ipſum coniicerimus, quæ in alijs oſtenduntur Lineis, Phantaſiæ moleſtiam afferunt. Quod ſi & rationes contra coincidentiam Linearum dubitã-

tes

tes valde mordaces eſſent, quomodo nõ eò magis probabile hoc, atq; irrationale à noſtra doctrina expelleremus? Verùm quòd quidem demonſtratio quærenda eſt præſentis Theorematis, & quòd à Petitionum proprietate alienum eſt, ex his patet: quomodo verò demõſtrandum ipſum ſit, quibusq́ue rationibus quæ contra ipſum feruntur inſtantiæ auferendæ ſint, ibi dicendum, vbi & ipſe Elementorum inſtitutor mentionem eius facturus eſt, tanquàm manifeſto vtens. tũc enim neceſſarium eſt ipſius euidentiam oſtendere, quippe quæ non indemonſtrabiliter ſe ſe offert, verùm per demonſtrationem manifeſta fit.

Excludit oīno Petitio hæc è numero Petitionū.

PRONVNTIATA.

TEXTVS

Quæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia. Primū ꝓnuntiatū
Et ſi æqualibus æqualia adiiciantur, tota ſunt æqualia. 2
Et ſi ab æqualibus ęqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia ſunt. 3
Et ſi inæqualibus æqualia adiungantur, tota ſunt inæqualia. 4
Et ſi ab inæqualibus æqualia demãtur, reliqua inæqualia ſunt. 5
Et quæ eiuſdem duplicia, ſibi inuicem ſunt æqualia. 6
Et quæ eiuſdem ſunt dimidia, æqualia ſunt adinuicem. 7
Et quæ ſibi met ipſis congruunt, adinuicem æqualia ſunt. 8
Et totum, eſt ſua parte maius. 9
Et duæ rectæ *Lineæ* ſpatium non comprehendunt. 10

HAec ſunt ea, quæ iuxta omnium ſententiam indemonſtrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus ſic ſe habere iudicãtur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propoſitiones ſimpliciter Pronuntiata appellant, qualeſcunque fuerint, ſiue immediatę propriè ſint, ſiue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidẽ omnem ſimplicem enuntiatricem Orationẽ, Pronuntiatum appellare conſueuerunt: cumq́ue dialecticas nobis Artes ſcribunt, de Pronuntiatis diſſerere dicunt. Accuratius autem quidam ab alijs Propoſitionibus Pronuntiata diſtinguentes, immediatam, per ſeſeq́ue propter euidentiam fidem facientem propoſitionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Ariſtoteles, ipſiq́ue Geometræ dicunt. idem enim eſt iuxta horum ſententiam Pronuntiatum, & commu-

Cóm. 4.

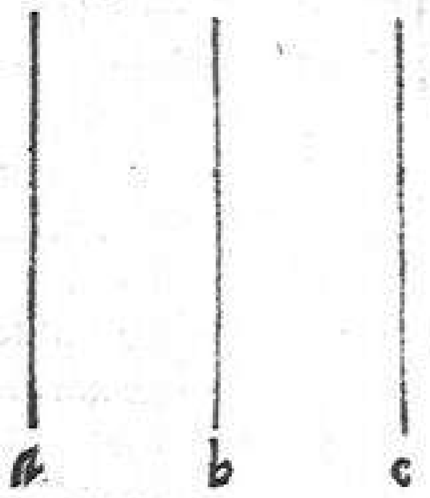
Idé in 2. libro cap. 8.

Ariſto. & Geometrarũ opinio: idé in lib. 2. cap. 8.

Dãnatur Apolloniꝰ qui Pronũtiata demõſtrauit idẽ ſuperius ĩ c. 1. huius lib. In demõſtrabilia à demõſtrabilibus natura differũt. & eorũ ſcię diuerſę ſunt idẽ Ariſt. 1. poſt. t. 5. & 6.

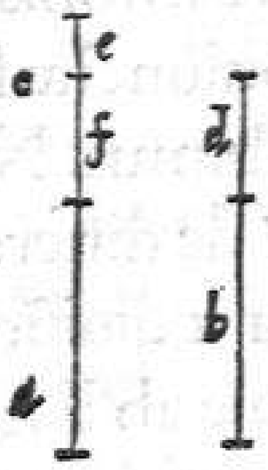
Apollonii demõ.

nis notio. Multum igitur abeſt vt nos Apollonium Geometram laudemus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonſtrationes ſcripſit, quippe qui ex oppoſito Euclidi fertur. nam hic quidem & demonſtrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonſtrabilium quoque demonſtrationes inuenire conatus eſt. Hæc autem natura ab inuicem differunt, ſcientiarumq́ue genus diuerſum eſt. earũ inquam, quæ fiunt circa immediatas propoſitiones, quę omnino propter euidentiam in noſtram cognitionem cadunt: & earum, quæ demonſtrationibus vtuntur, quę principia ab illis accipiunt, cumq́ue acceperint in proprijs concluſionibus decenter vtuntur. Quòd autem primi Pronuntiati demõſtratio, quam Apollonius inueniſſe ſibi perſuaſit non magis cognitum concluſione Medium habet, imò etiam magis dubium, cognoſcere quis poterit ſi & paululum in ipſam inſpexerit. Sit enim (inquit) a æquale ipſi b, & b ęquale ipſi c, dico quòd etiam a ipſi c æquale eſt. Cùm enim a ipſi b æquale ſit, eundem occupat locum, quẽ b. & quoniam b ipſi c ęquale eſt, eundem, quẽ & ipſum occupat locum. & a igitur eundẽ occupat locum, quem c. ęqualia igitur ſunt. In his itaque duo præaſſumpſiſſe oportet. vnum quidem, quòd quæ eundem occupãt locum, ſibi inuicem æqualia ſunt: alterum verò, quòd quæ eundem, quem idem occupant locum, & adinuicem eundem occupant locum. Quòd autem hæc præſenti Pronuntiato obſcuriora ſint, manifeſtum eſt. quomodo enim quæ eundem explent locum æqualia ſunt? ſecundum Totum, an ſecundum partem? vel ſecundum Rationis figurationem? Propterea non omnino admittendum eſt, ad locum tranſire, qui ijs, quę in loco ſunt ignotior nobis eſt. difficilis enim, atq; ambigua eſt eſſentiæ ipſius inuentio. Ne igitur prolixa oratione vtamur, omnia Pronuntiata tanquã immediata, ac per ſe manifeſta tradẽda ſunt, cùm per ſe nota & credibilia ſint. qui enim ijs, quæ manifeſtiſsima ſunt demonſtrationem affert, non cõfirmat veritatem, quę de ipſis eſt: Sed minuit euidentiam, quam in indoctis pręnotionibus habemus. hoc autem de Pronuntiatis præaccipiendum eſt tanquam proprietatis ipſorum arbitrium. & quòd omnia communis Mathematicarum ſcientiarum generis ſunt, & non ſolùm in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari dicitur, verùmetiam in Numeris, & Motibus, & Temporibus. hocq́ue neceſſarium eſt. Aequale enim, atq; Inæquale: & Totum, atq; pars:



P̃ria Pronũtiatorũ ꝓprietas. Secunda Pronũtiatorum ꝓprietas

& Magis, ac Minus diſcretis, continuiſq́ue Quantitatibus communia ſunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines verſatur, his omnibus tanquam euidentibus indiget. & in omnibus verum eſt tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia eſſe: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque à nobis ſumptam fuerit. Communibus autem exiſtentibus vnuſquiſq; ſecundum propriam materiam vtitur, quoad ipſa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipſis inſuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque ſcientia concluſiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horũ etiam numerum neq; ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantùm poſuit. Pronuntiatum .n. & illud eſt, Totum eſt ſua parte maius, Geometraq́ue paſſim hoc in demonſtrationibus aſſumit: necnon illud, Quæ ſibi metipſis cõgruunt ęqualia ſunt. etenim hoc ſtatim in quarta Propoſitione ad Quæſitum prodeſt. neque etiã alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria ſunt, vt duas Rectas ſpatium nõ comprehendere, cùm Pronuntiata communis ſint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam poſita ſunt conſequuntur, vt illud, quod ait eiuſdem duplicia, æqualia eſſe. hoc enim illud conſequitur, quod ait ſi æqualibus æqualia addantur, tota æqualia eſſe. nam quæ Dimidio ſunt æqualia, cùm ipſum Dimidium aſſumpſerint, eiuſdem duplicia quidem fiunt, & ſibi inuicem ęqualia, propter ęquale additamentum. & iuxta hanc rationem non ſolùm duplicia, verùm etiam triplicia, eiuſdemq́ue multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quędam etiam alia conſcribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adijciantur, totorum exceſſus, adiunctorum exceſſui æqualis eſt. & è contrario, Si inæqualibus ęqualia adiungantur, totorum exceſſus exceſſui eorũ, quæ à principio erant æqualis eſt. & ſunt hæc quoque ex ſe ſe manifeſta, oſtenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adijciãturq́ue ipſis inæqualia c, d, ſit autem c maius d, ipſo e, reliquum verò ſit f. Quoniam igitur a ipſi b æquale eſt, necnon f ipſi d, a f ipſi b d ęquale erit. nam ſi æqualibus æqualia addantur, tota ſunt æqualia. a c igitur ipſum b d ipſo e tantùm ſuperat, quo etiam c ſolum, ipſum d ſuperabat. Rurſus ſint inæqualia c, d, adiunganturq́ue ipſis ęqualia a, b, & ſit exceſſus ipſius c ad d, ipſum e, reliquum verò f. Quoniam



Qũo ex cõmunib⁹ principiis ꝓprię fiãt concluſiones. idem ſuperius cap. primo.

Herõ tria tm̃ Pronũtiata poſuit.

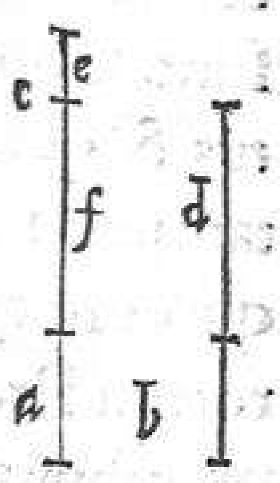
Reſecat ſextum, & 7. & 10. Pronũtiatum.

Pronũtiata comunis ſút generis. idẽ ſuperius. cap. 1.

Quædam alia Pronuntiata quę à Pappo adduntur.

Demonſtratio primi Pronũtiati à Pappo adiecti

Demõſtratio ſecúdi.



niam igitur a æquale eſt ipſi b, & f ipſi d, a f ipſi b d erit ęquale. totum igitur a c, ipſum b d, ipſo e tantùm excedit, quo etiam c, ipſum d excedebat. Hæc itaque, iã dicta Pronuntiata conſequuntur, & non immeritò in pluribus exẽplaribus prætermittuntur. Quotcunqꝫ autem alia hiſce addit, per definitiones præaſſumpta fuere, illaſquè conſequuntur. Verbi gratia, quòd omnes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, ſibi inuicem congruunt. quæ enim in Extremitatibus ſuis collocata ſunt, huiuſcemodi habent naturam. Et quòd Lineam quidem Signum, Superficiem autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit. omnia enim ijs diuiduntur, quibus etiam proximè terminantur. Et quòd Infinitum in Magnitudinibus eſt, additione, atque diminutione, potentia autem vtrunque. nam omne continuum diuidi, augeriquè in infinitum poteſt. Verum enimuero quoniam de his quoque ſummatim diximus, reliquũ eſt vt ea, quæ principia conſequuntur conſideremus. hucuſqꝫ enim principia ſe extendunt. Eorum autem, qui aduerſus Geometriam inſtant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt, quippe qui † partes nullam habere ſubſiſtentiam oſtendere conati ſunt, quorum etiam rationes ſunt diuulgatæ, aliorum quidẽ omnem quoque ſcientiam auferentium, ac veluti hoſtium germina ab aliena regione, fœcundaquè Philoſophia demolientium, quemadmodum Pyrrhoniorum Philoſophorum: aliorum verò Geometrica tantùm principia ſubuertere ſibi proponentium, vt Epicureorum. alij autem cùm principijs iam permiſiſſent, non poſſe inquiunt ea, quæ principia conſequuntur demonſtrari, niſi quoddam etiam aliud ipſis concedatur, quod in principijs pręacceptum non fuerit. hunc .n. contradicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicureus autem Secta fuit, aduerſus quem Poſidonius etiã integrum ſcripſit librum, imbecillem totam ipſius opinionem oſtendens. † Verum enimuero cauſę illę, quę de principijs ratione reddi poterãt modicè à nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter ſe coniunctæ ſunt. Zenonis aũt infeſtum acceſſum paulò poſt conſiderabimus. Nunc verò cùm Theorematũ, Problematumquè ſermonẽ & de differentia ipſorum, & de vtriuſque partibus, & ijs, quæ in ipſis fiunt diuiſionibus breuiter reſumpſerimus, ad expoſitionem eorum, quæ ab Elementorum inſtitutore oſtenduntur accedemus, pulchriora quidem eorum, quæ ab Antiquis in hiſce ſcripta ſunt decerpentes, infinitamquè ipſorum ſermonum prolixitatem contrahentes: ea verò,

Reliqua ex definitionib⁹ manifeſta fiunt.

Eorũ, qui cõtra Geometriam ĩſtant diuiſio.

† Terminos.

Stoici, quorũ opinioné vide in lib. ſecundo com. 1.

Pyrrhonii Philoſophi,

Epicurei.

Zeno Sidonius.

Liber Poſidonii aduerſus Zenonem.

† Verum enĩuero, qui de prĩcipiis diuerſi inter ſe afferũt ſermones, moderatè à nobis ex iis, q̃ p̃cedũt, abſoluti ſunt.

In comẽt. ſequenti.

Propoſitũ Autoris ĩ ſequẽtib⁹.

ro, quæ magis artificioſa ſunt, & methodis ſcientiam parientibus plena tradentes, accuratę rerum tractationi magis, quàm Caſuum, Sumptionumq́ue varietati incumbentes, ad quæ vt plurimùm iuuenes currentes videmus.

Iuuenes ad Caſuũ, Sumptionũq; varietaté libéter currunt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.

TEXTVS

Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod ęquilaterum eſt, conſtituere.

Propoſitio prima Problema primum.

QVum omnis ſcientia duplex ſit, & alia quidem circa immediatas Propoſitiones verſetur, alia verò circa ea, quę ex illis oſtenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quæ principia conſequuntur ſuam euoluat tractationem, hæc rurſus in Geometricis ſermonibus ſeipſam in Problematum quidem peractionem, Theorematumq́ue inuẽtionem diuiſit. & Problemata quidẽ appellauit ea, in quibus quæ quodammodo non ſunt, comparare, manifeſtare, ſtruereq́ue proponit: Theoremata verò, in quibus id, quod exiſtit, vel non exiſtit, perſpicere, cognoſcere, ac demonſtrare ſtatuit. nam illa quidem Ortus, & Poſitiones, & Applicationes, & Deſcriptiones, & Inſcriptiones, & Circunſcriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaq́ue huiuſcemodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quæ Geometriæ ſubiectis per ſe inſunt perſuadere, demonſtrationibusq́ue conuincere enituntur. de quibuſcunque .n. Quæſitum fieri poſsibile eſt, de ĳs omnibus Geometriæ eſt ſermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipſum [quid eſt] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam quęrit: vel intelligentiam, & ipſam ſubiecti eſſentiam. dico autem, verbi gratia, cùm quærat, quæ ſit ſimiliũ partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiuſcemodi Lineę definitionem inuenire deſiderat, quòd ſimilium partium Linea eſt, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipſas Linearum partium ſimilium ſpecies ſuſcipere, vtputa quòd aut Recta eſt, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5. Sciétia duplex.

Differentia Problematum, et Theorematú. idé in primo cap. huius Libri.

Munus Problematis.

Munus Theorematis.

De quibꝰ Geometrię ſit ſermo.

Geometria q́rit quatuor ea, quę q́ri ſolent.

Geometria q́rit ipsú Quid eſt, dupliciter.

Qúo Geometria q̃rat ipſum Si eſt. Quomodo, Quale quid ē. Reſpódet Procl. cōtra Amphinomi, & Ari. ſentētiā, ex ſententia Gemini. Argumētum.

ipſum [ſi eſt] per ſe ipſum quærit, & hoc maximè in Determinationibus, diſcutiens vtrum impoſſibile ſit quod ab his quæritur, aut poſſibile : & quouſque locum habet : & quot modis. Quinetiam ipſum [quale quid eſt] cùm enim per ſe accidentia Triangulo, & Circulo, & Parallelis conſideret, manifeſtum eſt quòd ipſum [quale eſt] ibi quærit. At cauſam, & ipſum [propter quid] Geometriam minimè contemplari pluribus viſum fuit. huiuſce enim ſententiæ eſt & Amphinomus Ariſtotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Geminus) huius etiam inquiſitionem in Geometria. quomodo enim Geometræ non eſt quęrere qua de cauſa in Circulis quidem infinita Multiangula æquilatera inſcribuntur, in Sphæris verò Multiangula ſolida æquilatera, atque æquiangula, ex ſimilibuſqúe Planis conſtructa infinita inſcribere eſt impoſſibile ? ad quem enim ſpectaret hoc inueſtigare, ac inuenire niſi ad Geometram ?

Qúo, & q̃do propter quid Geometria q̃rat.

Quando igitur ſyllogiſmus Geometris per impoſſibile fuerit, Symptoma tantùm inuenire cupiunt : quando autem per præcipuam demonſtrationem, tunc rurſus ſi quidem in particulari demonſtrationes fiant, cauſa nōdum manifeſta eſt : ſi verò in vniuerſali, in omnibuſqúe ſimilibus, continuò & ipſum [propter quid] manifeſtum fit.

Epilogus.

Verùm de Quæſitis quidē hęc ſufficiant.

Problematum, atq; Theorematū partes. Propoſitionis officium. Expoſitionis officium. Conſtructionis officium. Demōſtrationis officium. Cōcluſionis officiū. Tres partes sūt maximè neceſſarię, q̃ ſemp eſſe debent tū in Problematib⁹, tū in Theorematibus, Propoſi-

Omne autem Problema, omneqúe Theorema, quod perfectis ſuis completum eſt partibus, hæc omnia in ſe habere debet, Propoſitionem, Expoſitionem, Determinationem, Conſtructionē, Demonſtrationem, & Concluſionem. Horum autem Propoſitio quidem inquit quo exiſtente Dato, quid Quęſitum ſit. perfecta enim Propoſitio ex vtriſque conſtat. Expoſitio verò ipſum per ſe ſe Datū excipiens, Quæſtioni præparat. Determinatio autem, ſeorſum Quęſitum quod quid eſt explanat. Conſtructio verò, ea, quę Dato deſunt ad Quæſiti venationem, adijcit. Demonſtratio autem, peritè ex cōceſſis colligit propoſitum. Epilogus verò, ſiue Concluſio, rurſus ad Propoſitionem conuertitur confirmando id, quod oſtenſum eſt. & omnes quidem Problematum, Theorematumqúe partes tot ſunt : maximè autem neceſſariæ, & in omnibus exiſtentes, Propoſitio, Demonſtratio, & Concluſio. nam oportet & Quæſitum precognoſcere, & Medijs hoc oſtendere, quodqúe oſtenſum eſt concludere, harumqúe trium vt aliqua deſit fieri non poteſt. reliquæ verò multis quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtilitatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expoſitio non ſunt in illo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum conſtituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum, reliqui duplum.

plum. Conſtructio autem in pluribus frequenter Theorematibus nõ eſt, † Expoſitione ſufficiente exiſtenti abſque alia additione ex datis propoſitum oſtendere. Quando igitur deficere Expoſitionem dicimus? Cùm in Propoſitione nullum fuerit Datum. Quod ſi Propoſitio vt plurimùm in Datum, & Quæſitum diuiſa fuit, non tamen id ſemper fit: verùm aliquando ſolum Quæſitum dicit, quod oportet cognoſcere, vel efficere, vt in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet conſtituere Triangulum Aequicrus, quod habeat vtrunq; eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum, reliqui duplum: ſed quòd opus eſt hoc comparare. Et fit quidem hîc etiam ex præcognitis propoſiti acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoſcimus (hoc autem omni cogitanti diſciplinæ proprium inquit Ariſtoteles) nihil tamen nobis ſubijcitur, quemadmodum in alijs Problematibus, vt quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam ſecare. hîc enim recta Linea data eſt, iubemur autem ipſam bifariam diuidere. & determinatũ eſt quid Datum quidem ſeorſum, quid verò Quæſitum ſit. Cùm igitur vtrunq; Propoſitio habuerit, tunc & Determinatio, & Expoſitio inuenitur: cùm autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt. ſiquidem Expoſitio, atque Determinatio, Dati eſt. eadem enim erit cum Propoſitione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, niſi quòd huiuſcemodi Aequicrus inuenire oportet? tale autem erat Propoſitio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæſitum Propoſitio non habuerit, Expoſitio quidem tacetur, eò quòd Datum, non eſt: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propoſitione fiat. Plura autem alia quoq; huiuſcemodi Problemata reperies, & maximè in Arithmeticis, & in decimo libro, vt duas rectas Lineas potentia commenſurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus ſunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari poteſt, vel Poſitione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Poſitione tantùm datur, Linea autem, & alia, omnibus. cúm enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam ſecare, ſpeciem Anguli quæ data eſt dicimus, quòd ſcilicet rectilinea, ne iiſdem methodis curuilineum etiam bifariam ſecare quæramus. Cùm verò, quòd duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abſcindere, Magnitudine datæ ſunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes ſunt. Cùm autẽ dicimus, quòd ſi quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoq; proportionales erunt, eadem

ratio

tio Demõſtratio, & concluſio.

Propoſitio decima Quarti Elementorum.

Quando conſtructio deficiat.

† Demõne

Prio poſt. tex. 1.

Qñ Determinatio, & Expoſitio deficiat & quãdo non.

Expoſitio, atq; Determinatio Dati eſt.

Propõ 29 Decimi Elem.

Documẽtum.

Quadru-
pliciter
Datũ acci
pitur. &
ideo Ex-
põ quoq;
quadrupli
citer fit.

Demõſtra
tio Geo-
metrica
duplex ẽ.

Perfectio
Demõnis.

Cõcluſio
Geometri
ca duplex
eſt.

ratio in quatuor Magnitudinibus data eſt. Cùm verò in dato Signo datæ rectæ Lineæ æquam rectam Lineam ponere oportet, tunc Signum Poſitione datum eſt. Vnde etiam cùm Poſitio varia eſſe poſſit, Conſtructio quoq; varietatem ſuſcipit. datum eſt enim Signum, vel extra Rectam, vel in Recta & in extremitate Rectæ, vel inter ipſius Extrema. Cùm igitur quadrupliciter Datum accipiatur, manifeſtum eſt quòd Expoſitio quoq; quadrupliciter fit. At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit. Illam autem, quæ Demonſtratio dicitur, quandoque quidem propria Demonſtrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quęſitum oſtendentem. hæc .n. Demonſtrationis perfectio eſt: quandoq; verò ex certis Notis arguentem. Et oportet non latere. vbiq; .n. Geometrici ſermones propter ſubiectam materiam Neceſſarium habent, non vbique autem demonſtrantibus methodis perficiuntur. quando .n. eò quòd extrinſecus Triãguli Angulus duobus intrinſecis, & ex oppoſito exiſtentibus æqualis eſt, tres intrinſecos duobus rectis æquales habere Triangulum oſtenditur, quomodo à cauſa eſt demonſtratio hæc? quomodo enim Medium certum ſignum non eſt? etenim nondum externo exiſtente Angulo, cùm interni exiſtant, duobus rectis æquales ſunt. eſt ſiquidem Triangulum, Latere etiam non producto. Quando autem per deſcriptionem Circulorum, quod conſtitutũ eſt Triangulum, æquilaterum eſſe oſtenditur, à cauſa apprehenſio fit. ſimilitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis cauſam eſſe dicemus. Quin etiam Concluſionem duplicem quodammodo facere conſueuere. cùm enim vt in Dato oſtẽderint, vt vniuerſaliter quoque concludunt, à particulari concluſione ad vniuerſalem recurrentes. nam cùm ſubiectorum proprietate non vtantur, ſed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam deſcribant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam ſimili concluſum eſſe exiſtimant. Ad vniuerſale igitur trãſcendunt ne particularem eſſe Concluſionem arbitremur. tranſcendunt autem ratione optima, ſiquidem poſitis non quatenus hæc, ſed quatenus alijs ſimilia ſunt, ad demonſtrationem vtuntur. non enim quatenus tantus propoſitus Angulus eſt, eatenus bipartitam faciunt ſectionem, ſed quatenus rectilineus tantùm. Eſt autem Quantitas quidem propoſito Angulo propria: Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune. ſit enim datus Angulus, ille, qui eſt Rectus. ſi igitur Rectitudinẽ in demonſtratione acciperem, in omnem Rectilinei ſpeciem tranſcẽdere minimè poſſem: Si autem Rectitudinem quidẽ ipſius non ſub-

iungo,

iungo, Rectilineum autem ſolum cōſidero, ſimiliter ſermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quòd Problema quidem ſit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari. Quæ autem in hoc eſt Propoſitio, ex Dato quidē, & Quæſito conſtat. nam data quidē eſt recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipſa æquilaterum Triangulum conſtitueretur. & præcedit quidem Datum, ſequitur autem Quæſitum, vt coniunctum etiam contexere poſſis, Si eſt recta Linea terminata, fieri poteſt vt Triangulum ęquilaterum in ipſa conſtituatur. neque enim recta Linea non exiſtente, Triangulum conſtitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non poteſt, niſi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non eſt. Poſt Propoſitionē autem ſequitur Expoſitio, Sit data recta Linea terminata, hęce. & vides quòd ipſum Datum ſolum ait Expoſitio, Quæſitum minimè ſubiungens. Poſt hanc autem Determinatio, Oportet quidē in data recta Linea terminata Triangulum æquilaternm conſtituere. & quodammodo Determinatio attentionis eſt cauſa. attentiores enim ad Demōſtrationem nos efficit, Quęſitum pronuntiando, quemadmodum Expoſitio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Poſt Determinationem autem Conſtructio ſequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, interuallo autem reliquo, Circulus deſcribatur. rurſusque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus deſcribatur, & à communi ſectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineę rectę continuentur. & vides quòd in Conſtructione Petitionibus vtor. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hac, Omni Centro & Interuallo Circulum deſcribere. vniuerſaliter enim Petitiones quidē Conſtructionibus, Pronuntiata verò, Demōſtrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonſtratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta ſunt Linea Circuli ipſum ambientis Centrum eſt, recta Linea, quæ cōmunem attingit ſectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis eſt. Propterea ſanè quoniam etiam reliquum Signum eorū, quæ in data ſunt recta Circuli ipſum continentis Centrum eſt, cōmunem Circulorum ſectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineę æqualis eſt. & horum cōmonitio à Circuli definitione fit, quæ omnes à Centro ad Circunferentiam æquales eſſe dicebat. Vtraq; igitur, eidem æqualis eſt. Quæ aūt eidem ęqualia, & inter ſe ſunt ęqualia,

Primi Euclidis Problematis ꝓpoſitio.

Nota quō omne Problema in Theorema reduci poteſt..

Primi Eucl. prob. Expoſitio. Determinatio.

Conſtructio.

In cōſtructione Petitiōibus, in demōne aūt pronuntiatis Geometrę vtunt.

Demō.

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineæ inter ſe ſunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum conſtitutum eſt.

Prima cō cluſio primi probl. Elemé. Secunda cōcluſio

hæc quidem eſt prima Concluſio, quæ Expoſitionem conſequitur. Poſt hanc autem eſt ipſa vniuerſalis, Super data igitur recta Linea Triangulum ęquilaterum conſtitutum eſt. ſiue .n. duplam eius, quæ nunc propoſita eſt datam feceris, eædem Conſtructiones, ac Demonſtrationes congruunt: ſiue triplam: ſiue aliam quomodocunque maiorē, vel minorem ipſa acceperis.

Particularū Quod feciſſe, & Quod demōſtraſſe oportuit pulchra cōſiderō.

His autem adiunxit particulam [quod feciſſe oportuit] Concluſionem Problematicā eſſe oſtendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [quod oſtendiſſe oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod eſt oſtenſionem, inuentionemqúe enuntiat. Omnino itaque hæc quidē Concluſionibus ſubdit, oſtendens quòd omnia Propoſitionis facta ſunt, & principio finem coniungens, & conuolutam quidē Mentem, rurſusqúe ad principium reuertentem imitans. Non idē autē ſemper adiungit, ſed aliquando quidē particulā [quod feciſſe oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit oſtendiſſe] propter Problematum à Theorematibus diſcrepantiam.

Epilogus.

Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hęc exercuimus, & perſpicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quæ quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittuntur. & quot modis Datum, datum eſt. & ex quibus principĳs vel Conſtructiones, vel Demonſtrationes accipimus. horum .n. perſpicax contemplatio, non paruam exercitationem, Geometricorumqúe ſermonum meditationē affert. Verūenimuero quoniā hæc quoque determinata ſunt, agè de ĳs etiam, quæ his annexa ſunt breuiter diſſeramus, quid Sumptio, quid Caſus, quid Corollarium, quid Inſtantia, quid'qꝫ Inductio.

Sumptio quid.

Sumptionem itaqꝫ de omni etiā Propoſitione, quę in alius Propoſitionis Conſtructione ſumitur ſæpenumero prędicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonſtrationē ipſius factā eſſe dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria verſantur Sumptio, eſt Propoſitio fide indigens. cùm enim vel in Conſtructione, vel in Demonſtratione aliquid ſumimus eorum, quæ oſtenſa non ſunt, ſed ratione indigent, tunc id, quod ſumptum eſt, veluti per ſe ambiguū inquiſitione dignum eſſe arbitrati, Sumptionem ipſum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonſtrabilis exiſtit, cùm illa abſqꝫ Demonſtratione ad aliorum fidem faciendā perſe ſumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē eſt, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim ineſt videre acutos in ſolutiolutionibus, nullisq́ue methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratiſtus noſter, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæſitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vſus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Reſolutionem ad exploratum principium reducit Quæſitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuiſſe fertur. Secunda autē, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propoſitum diuidit: occaſionem verò, per aliorum ablationē à propoſiti Conſtructione, Demonſtrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ ſcientijs omnibus ſit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impoſſibile, non id, quod quęritur per ſe oſtendit, ſed oppoſitum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Caſus autem, diuerſos Conſtructionis modos, poſitionisq́ue mutationē enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis tranſpoſitis. & prorſus omnis ipſius varietas circa deſcriptionem aſpicitur. Quapropter Caſus quoque vocatur, eò quòd Conſtructionis tranſpoſitio eſt. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibuſdã Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi aſcripta ſunt. Dicitur autem propriè Corrollarium, cùm ex ijs, quæ demonſtrata ſunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod ẽt propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod ſit præter gignentis ſcientiam Demonſtrationis propoſitum. Inſtantia autem, totam orationis impedit viam vel Conſtructioni, vel Demonſtrationi occurrens. & non eſt neceſſe, quẽadmodum eum, qui Caſum proponit, Propoſitionem veram oſtendere, ita etiam eum, qui Inſtantiam: ſed opus eſt Inſtantiam deſtruere, vtentemq́ue ipſa mendacem oſtendere. Inductio verò, eſt tranſitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cògnito, aut comparato, Propoſitũ quoque perſpicuum eſt. Exempli cauſa, quẽadmodum cùm & Cubi duplicatio quæſita eſſet, quæſtionem in aliud tranſtulere, cui hoc cõſequens eſt, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primũ autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem feciſſe, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propoſitum autem Problema redeamus. Quòd igitur æquilaterum quidem

Cratiſtus,

Methodi tres, quę à Plat. traduntur.

Caſus q̃d.

Corollariũ quid.

Vide Varronẽ i lib. de lingua Latina.

Inſtantia quid.

Inductio quid

Nota inductiõis Geometricæ, cũ ĩductione Logica ſimilitudinem.

Hippocrates primus fuit inductiõis Geometricę inuentor.

Digreſſio.

Triangulũ Aequilaterũ omniũ Triangulorũ optimũ eſt, aſſimilaturq; circulo.

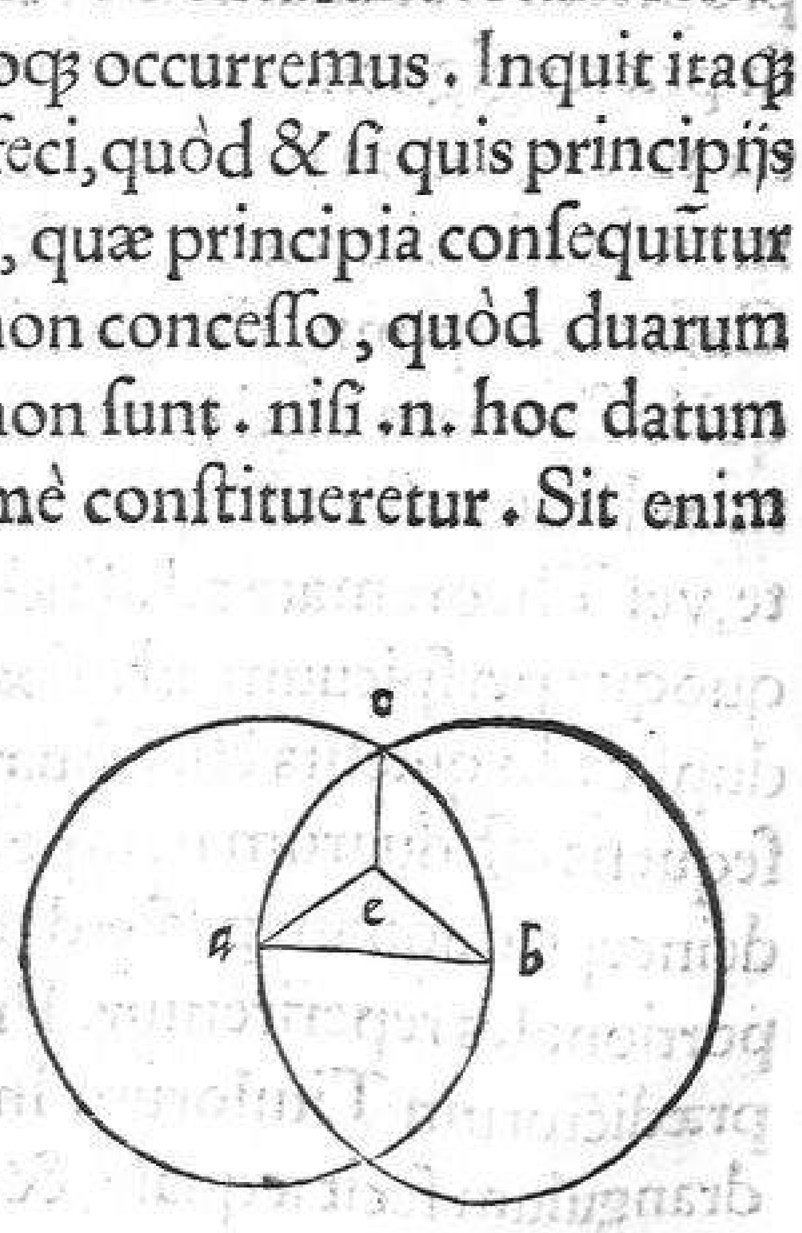
Duorũ circulorũ Aequilaterũ Triangulũ comprehẽdentiũ cõtemplatio † Intelligẽtias. Vide Platonem in Phędro, & Proclũ in Timęo pagi. 123.

Triangulum inter Triangula optimũ ſit, & Circulo maximè cognatum omnes à Centro ad Circunferentiam æquales, vnamq́ue ſimplicem Lineam extrinſecus ipſum terminantem habenti nemo eſt, cui non ſit manifeſtum. Videtur autem duorum Circulorum comprehenſio, horumq́ue ex parte vtriuſque (non enim in toto vtroq; deſcriptum eſt, ſed in illa parte, quæ ex vtriuſq; partibus conſtat) oſtẽdere in Imaginibus quomodo ea etiã, quæ à principijs egreſſa ſunt, perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis ſuſcipiunt. nam hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circunuoluuntur, propter continuã generationẽ: & Animę ipſę cùm † motus traſientes habeant, per reſtitutiones, & circunuolutiones non trãſientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autẽ & à duabus Mentibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem eſſentiæ Mentis imago eſt, Triangulum verò, primæ Animæ, propter ęqualitatem, & ſimilitudinem Angulorum, & Laterum, iurè ſanè & hoc per Circulos cùm mediũ in ipſis includatur Aequilaterum oſtenſum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, & ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque ratione conſentaneum quidem erit, Triangulum cùm triplicis Animarum ſubſtantię Nota ſit, à duobus Circulis comprehenſum, ortum ſuſcipere. Verum enimuero hæc quidem tanquam ab Imaginibus rerum naturam nobis in memoriam reducant. Quoniã autem quidã aduerſus æquilateri Trianguli conſtitutionem inſtarunt totam refellere Geometriã putantes, breuiter his quoq; occurremus. Inquit itaq; Zeno ille, cuius etiam ſuperius mẽtionẽ feci, quòd & ſi quis principijs Geometrarum permiſerit, non tamen ea, quæ principia conſequũtur cõmuni compararet conſenſu hoc ipſis non conceſſo, quòd duarum rectarum Linearum eadem Segmenta non ſunt. niſi .n. hoc datum eſſet, † æquilaterum Triangulum minimè conſtitueretur. Sit enim (inquit) recta Linea a b, ſuper qua conſtituendum eſt æquilaterũ Triãgulum. Deſcribantur autem Circuli, & à cõmuni ipſorum ſectione protẽdantur rectę Lineæ c e a, c e b cõmune habentes c e Segmentum. Accidit igitur Lineas quidem à cõmuni ſectione protenſas, Lineæ a b datæ ęquales eſſe, non autem Trianguli quoque Latera eſſe æqualia, verùm duo reliquo minora, nempe

Epilogus.

Zenonis ĩfeſtus acceſſus, & eius fũdamenta.

† Triangugulum nõ oſtẽderet ęquilaterũ. Sit .n.



ipſo a b. Hoc autem non conſtituto, neque etiam reliqua conſtituētur. Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua minimè conſequuntur, niſi hoc quoque præacceptum eſſet, neq; Circunferentiarum, neque rectarum Linearum communia eſſe Segmenta?

Reſpõſio cõtra Zenonem.

Aduerſus hæc porrò dicendum, primùm quidē quòd hoc quodammodo in principijs præacceptum fuit, duarum nēpe Rectarum non eſſe cõmune Segmentum. etenim Rectæ definitio hoc comprehendebat, ſiquidem Recta eſt, quæ ex æquo inter ſua collocata eſt Signa. hoc .n. æquale eſſe Signorum interuallum ipſi Rectæ, eam, quæ ipſa Signa coniungit, vnā, breuiſſimamque efficit, ita vt ſi quis ipſam ſecundum partem alteri adaptet, ſecundum reliquam quoque partē ipſi congruat. cùm .n. in extremitatibus ſuis ſit conſtituta, eò quòd breuiſſima eſt totam in totam cadere neceſſe erit.

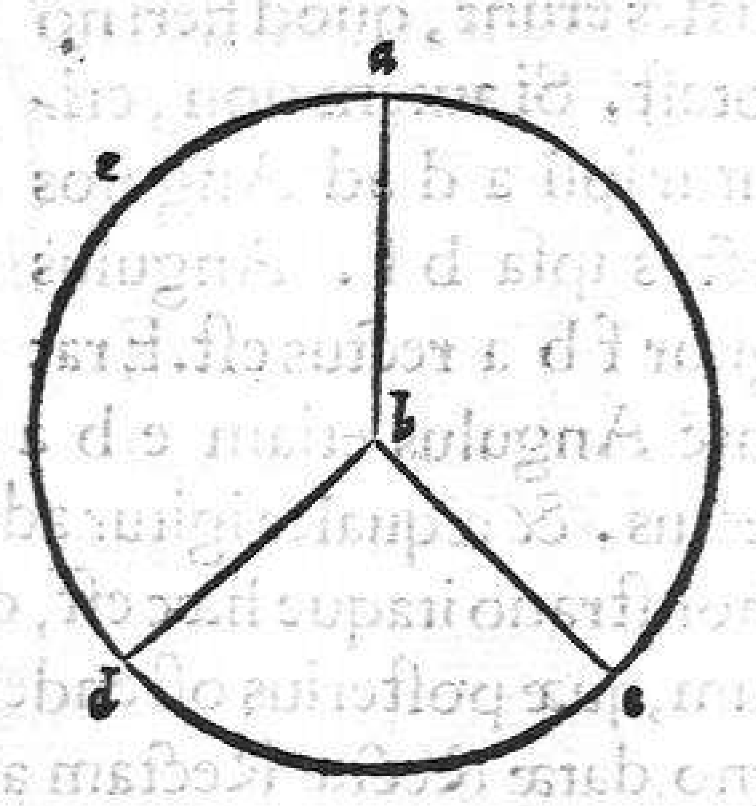
Alia Reſponſio.

Deinde quòd etiam in Petitionibus hoc manifeſtè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quæ ait [& rectam Lineam terminatam in directum producere] perſpicuè oſtendit, quòd ea, quę producitur, vna eſſe debet, vnoque motu produci.

Secũda Petitio.

Demõſtratio contra Zenoné.

Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonſtrationē huius accipere, ſit ſi fieri poteſt a b, ipſius a c, & ipſius a d cõmune Segmentum. & Centro quidem b, interuallo autem b d, Circulus deſcribatur a c d. Quoniā igitur recta Linea a b c per Centrum eſt ducta, Semicirculus eſt ipſe a e c. & quoniā recta Linea a b d per Centrū eſt protracta, Semicirculus eſt ipſe a e d. Aequales igitur ſibi inuicem ſunt Semicirculi a e c, a e d, quod fieri non poteſt.



Argumentum Zenonis cõtra Demõné.

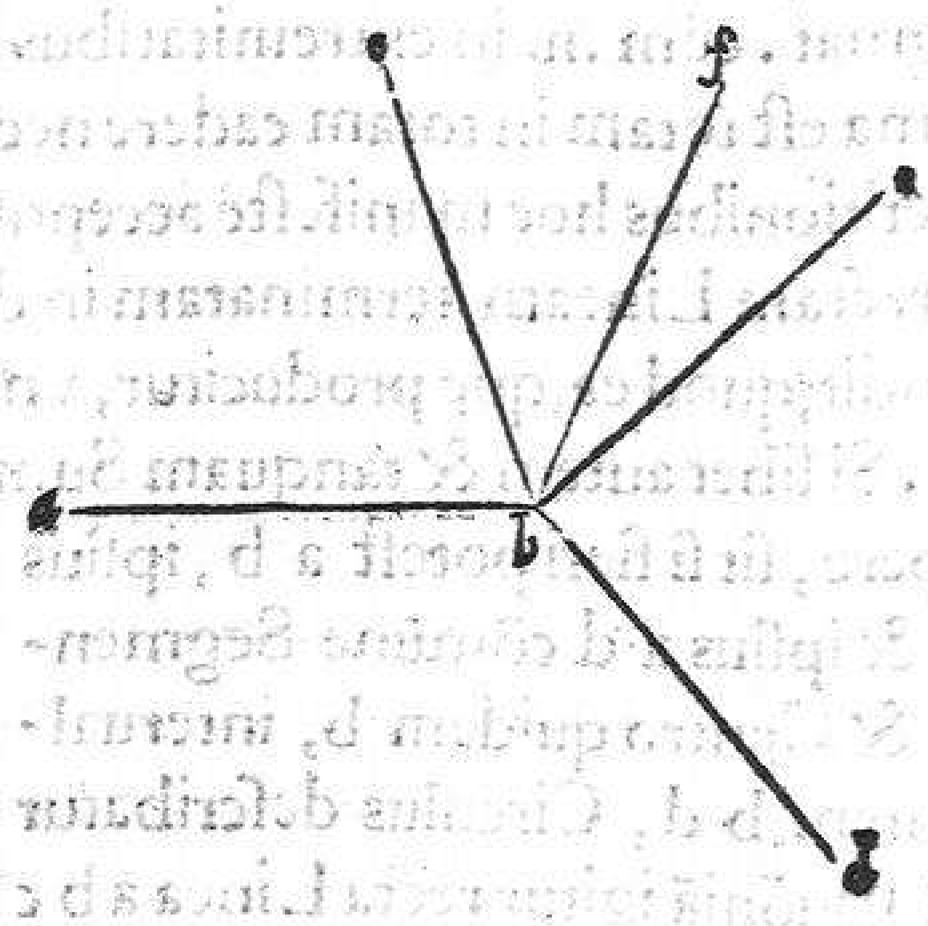
Aduerſus autem hanc Demonſtrationem dicet forſan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipſam Circulum bifariam ſecare demonſtratum eſt, quoniam nos præaccepimus duarum Circunferentiarum non eſſe cõmune Segmentum. ſic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel ſi non congrueret, aut extrà, aut intrà cadere. Nihil autem obſtat (ait ille) non totam toti congruere, verùm ſecundum aliquam partem. donec autem non demonſtretur Dimetientem bifariam Circulū diſpeſcere, neque etiam propoſitum oſtendetur.

Poſidonii Reſpõſio.

His etiam Poſidonius rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irriſit tanquā conſcium quòd licet ſecundum partē Circunferentiæ non congruant, Demonſtratio tamen bene ſuccedit. nam iuxta illam partem, in qua non cōgruunt, altera quidem intrà; altera verò extrà erit, eademq́ue abſurda ſequuntur, Recta à Centro ad externam Circunferentiam protracta. æquales .n. erunt quę à Centro ſunt, tum maior, quę ad Circunferentiam externam: tum minor, quæ ad internam. Aut igitur tota toti congruet, æqualesq́ue ſunt; aut ſecundum partē congruens, ſecundum reliquam viciſsim variat: aut nulla ipſius pars, nulli alterius parti congruit. & ſi hoc fuerit, vel extrà cadit, vel intrà. hæc autem omnia conſimiliter redarguuntur. Verùm de his hęc ſufficiant.

Alia Demōſtratio quam dānat Zeno.

Zeno autem aliam Demonſtrationē adſcribit huiuſcemodi, cui etiā obtrectare conatur. Sit .n. duarum Rectarum a c, a d, cōmune Segmentum ipſa a b. & excitetur ipſi a c ad Angulos rectos ipſa b e. Angulus igitur e b c rectus eſt. Si itaque Angulus etiam e b d rectus eſt, æquales erunt, quod fieri nō poteſt. Si autem non, erigatur ipſi a d ad Angulos rectos ipſa b f. Angulus igitur f b a rectus eſt. Erat autē Angulus etiam e b a rectus. & æquales igitur adinuicem ſunt, quod fieri non poteſt.



Demonſtratio itaque hæc eſt, quā Zeno obtrectauit, veluti aliquid eorum, quæ poſterius oſtendenda ſunt aſſumentem. à dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare.

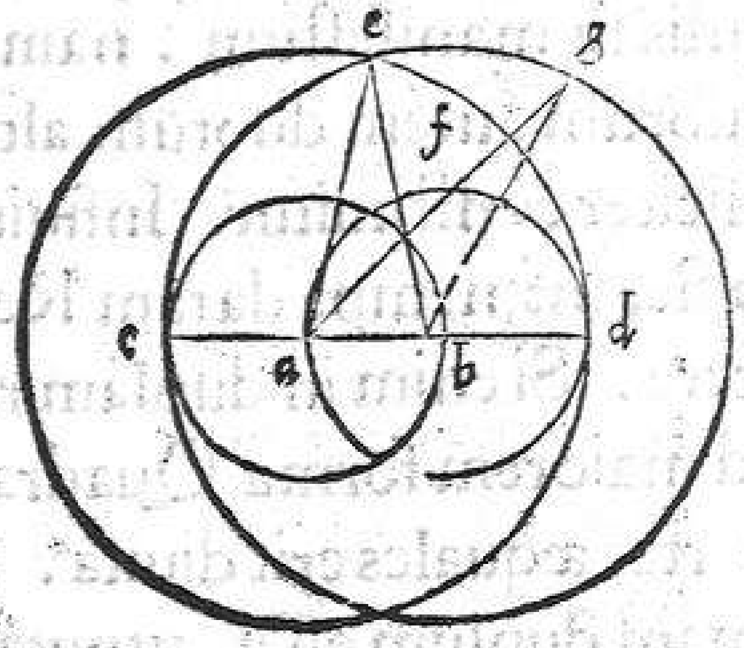
Poſidonij cōtra Zenonem reſponſio.

Poſidonius autem nuſquam quidem in Elementaribus Inſtitutionibus huiuſcemodi Demonſtrationem ferri inquit, verùm Zenonem ſuos Geometras veluti flagitioſa Demonſtratione vtentes calumniari: eſſe autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam. Siquidem eſt etiā quædam prorſus vtrique Rectarum ad Angulos rectos. quæcunq; enim duæ Rectæ rectum Angulum facere poſſunt, hocq́ue præaſſumpſimus rectum Angulum definientes. tali enim inclinatione ſolum rectum Angulum conſtituimus. Sit autem fortaſſe hæc, quam ereximus.

Epicurus.

ſiquidem ipſe etiam Epicurus, omnesq́ue alij Philoſophi multa quidem eorum, quæ fieri poſſunt, multa autem impoſsibilis quoq; materiæ, ad conſequentis contemplationem ſupponere concedunt.

Totidem de æquilatero Triangulo dicta ſint. Oportet autem reliqua etiam Triangula conſtituere, & primùm Aequicrus. Sit igitur Linea recta a b, ſuper qua oportet Aequicrus conſtituere. & deſcribantur Circuli, vt in Aequilatero. & producatur ex vtraq; parte Linea a b, ad c d Signa. c b igitur, ipſi a d æqualis eſt. Centro itaque b, Interuallo autē c b, Circulus c e deſcribatur. Rurſuſq́ue Centro quidem a, Interuallo verò d a, Circulus d e deſignetur, & à Signo e, in quo Circuli ſeinuicē interſecant ad a b Signa rectæ Lineæ e a, e b protendantur. Quoniam igitur e a quidem ipſi a d, e b verò ipſi b c æqualis eſt, æqualis autem eſt a d ipſi b c, e a quoq; ipſi e b æqualis erit. Verùm maiores etiam ſunt ipſa a b. Aequicrus igitur eſt Triangulum a b e, quod feciſſe oportuit. At porrò iuſſum ſit Scalenū conſtituere Triangulum ſuper data Recta a b. & deſcribantur Circuli Centris, & Interuallis, vt in prioribus. & ſumatur in Circunferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f, & protendatur recta Linea a f, producaturq́ue ad g Signum, protendatur autem recta Linea g b. Quoniam igitur a Centrum eſt, a f ipſi a d æqualis eſt. Maior igitur eſt a g, ipſa a d, hoc eſt ipſa g b. Centrum autē eſt & ipſum b, æqualis ergo eſt g b, ipſi c b. Maior eſt igitur g b, ipſa b a. At g a maior eſt, ipſa g b. Tres igitur g b, b a, a g inæquales ſunt. Scalenū ergo Triangulum eſt. Tria itaq; Triangula ſunt conſtituta. At hæc quidem diuulgata ſunt. Hoc verò in his pulchrum eſt, quòd Aequilaterum quidem vndequaq; ęquale exiſtens, vnico modo conſtituitur. Aequicrus autem in duobus tantùm Lateribus æqualitatem habens, dupliciter conſtituitur. data .n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor eſt, quemadmodum nos fecimus: vel ambabus maior. Scalenum verò vndiq; inęquale exiſtens, tripliciter conſtituitur. nam data recta Linea vel maxima trium eſt, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet vtranque ſuppoſitionem vel protendenti, vel contrahenti exercere. nobis autē quę ſunt expoſita ſufficiant. Vniuerſaliter verò contemplabimur quòd Problematū alia quidem ſimpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis fiunt. Vocantur autem (vt inquit Amphinomus) illa quidem, quæ ſimpliciter conſtruuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, ſe-



Finis Digreſſionis

Reliquorū Triangulorum cōſtitutio.

Documētum.

Problematū vniuerſalis Diuiſio.

Amphinomus.

cundumq́ue numerum conſtruuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem conſtruerentur, in iam dictis Triangugulis fit manifeſtum. nam Aequilaterum quidem, ſimpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alterũ verò tripliciter conſtituitur. Infinitis autem modis huiuſcemodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales diſpeſcere. Si enim in duplam rationem ſecta eſſet, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuiſa. Si verò maius Segmentũ, minore maius quàm duplum eſſet, vtputa triplum, ad maiuſq́ue ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum eſſet, in tres inæquales proportionales partes diuiſa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes ſecari poſſet, quarũ maior vel dupla eſt, vel tripla (multiplex .n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoq; proportionales partes ſecabitur. Scire autẽ oportet quòd multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, ſiue diſcendi, ſiue faciendi gratia proponatur. Propriè autem in Mathematicis diſciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantẽ operationem proponitur. quod nanq; in his fit, finem contemplationem habet. & ſæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non poſſunt, quædã Problemata vocant. Magis propriè autem id, quod fieri poteſt, & Excedens non eſt, neq; Deficiens hoc ſortitũ eſt nomen. Eſt autẽ Excedens quidem, quod ait huiuſcemodi Triangulum Aequilaterum conſtituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiarum Recti. hoc .n. ſuperuacaneũ eſt, fruſtraq́ue adiicitur. nam omni Aequilatero Triangulo ineſt. Eorum autem, quæ excedunt, quæcunq; quidem incongruentibus, non exiſtentibuſq́ue Symptomatibus redundant, Impoſsibilia hæc appellant: quęcunq; verò his, quę accidere poſſunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema eſt, quod Minus etiã quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab indeterminatione, in ordinẽ, Scientiamq́; parientẽ Terminũ reducatur. Veluti ſiquis dicat Triangulum Aequicrus conſtituere. mutilũ enim hoc eſt, atq; indeterminatum, egetq́ue aliquo, qui ſubiungat, quale Aequicrus, vtrum illud, quod Baſim maiorem: an illud, quod minorem vtroq; æqualium Laterũ habet. necnon vtrum illud, quod verticalem Angulũ vtriuſq; eorum, qui ad Baſim ſunt dulpũ habet, vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumq; eorum, qui ad Baſim

Problema multipliciter dicĩ.

Problema Geometricum.

Excedens Problema quid.

Impoſsibile Problema quid.

Maius Problema q́d.

Deficiens Problema quid.

ſim ſunt Angulorum eius, qui ad verticem eſt duplū habet: vel quod ſecundum quādam aliam rationem hoſce habet Angulos, Triplam ſcilicet, vel Quadruplam. fieri .n. poteſt vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifeſtum eſt, quòd ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nō eſſe ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt. Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiuocationem. Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præſtat. quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum eſt, neque multipliciter, vel infinitis modis cōſtruitur. tale .n. eſſe oportuit, quod eſt aliorum Elementum futurum.

Hoc ꝓponitur ī Propōne 10. quarti Elemēt.

Quale dēt eſſe pfectū Problema quod & ꝓpriè problema dicitur.

Primū problema primi Elem. cęteris ꝓblematib⁹ pręſtat.

TEXTVS

Ad datum Signum, datę rectæ Lineæ equam rectam Lineam ponere.

Propoſitio ſecunda. Problema ſecūdum.

PRoblematum quemadmodum & Theorematum alia quidē ſunt ſine Caſu, alia verò multos habent Caſus. Quæcunq; igitur eandem habent vim pluribus deſcriptionibus aduenientem, Poſitionesq́ue mutantia eundem Demonſtrationis ſeruant modū, hæc Caſum habere dicuntur: quæcunque verò iuxta vnam tantùm Poſitionem, vnamq́ue Conſtructionem procedunt, ſine Caſu hæc ſunt. ſimpliciter .n. Caſus ipſe circa Conſtructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaq; Problema multos habet Caſus. Datum autem eſt in ipſo Signum quidem, Poſitione, ſiquidem hoc tantùm modo dari poteſt: recta Linea verò, & forma (non .n. ſimpliciter Linea eſt, ſed talis) & Poſitione. quæritur ſiquidem huicce rectæ Lineæ, ad datum Signum ęquam rectam Lineam ponere, vbicunque hoc poſitum fuerit. Manifeſtum eſt autem, quòd omnino in ſubiecto Plano Signum eſt, in quo etiam recta Linea, & non in ſublimiori. omnibus .n. Planorum Problematibus, atque Theorematibus, vnum ſubijci Planum exiſtimandum eſt. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. ſi infinita data eſt? præſens nanque Datum ad finitam, ad infinitamq́ue pertinet. ſiquidem omne, quod inquiſitionis gratia propoſitum no-

Cōm. 6.

Caſus in Conſtructione eſt.

Documētum

Dub.

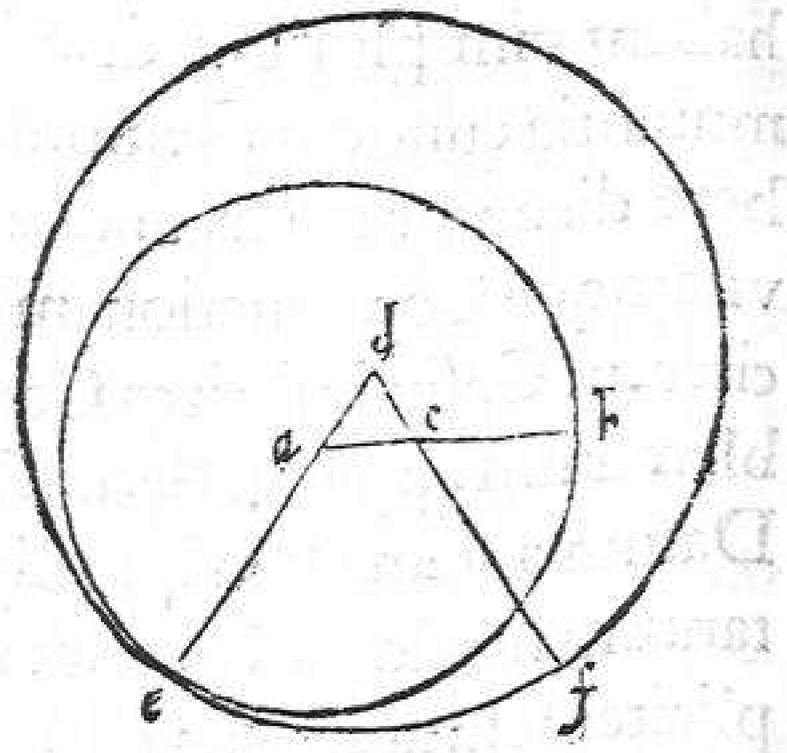
In pręcedēti Prob.

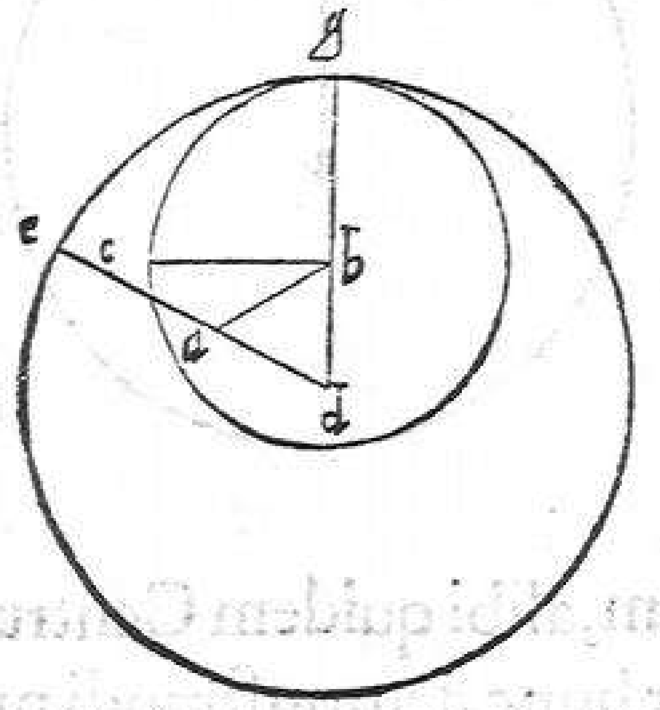
bis

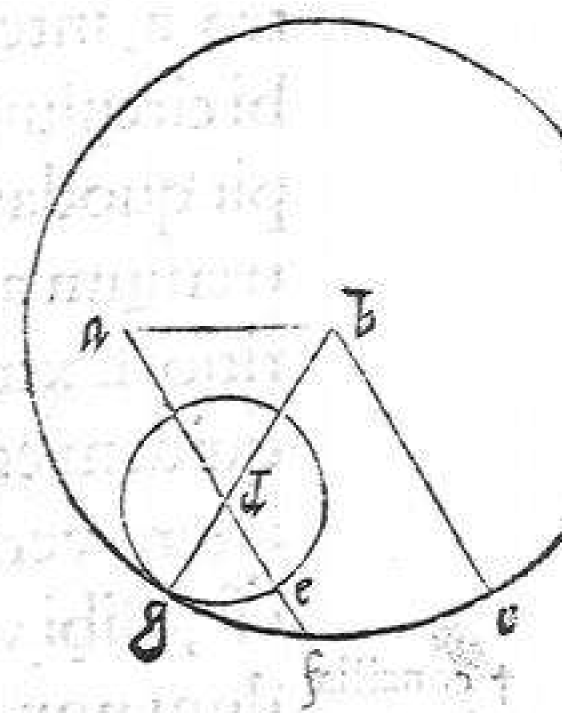
In 12. Propoſitione. Solutio.

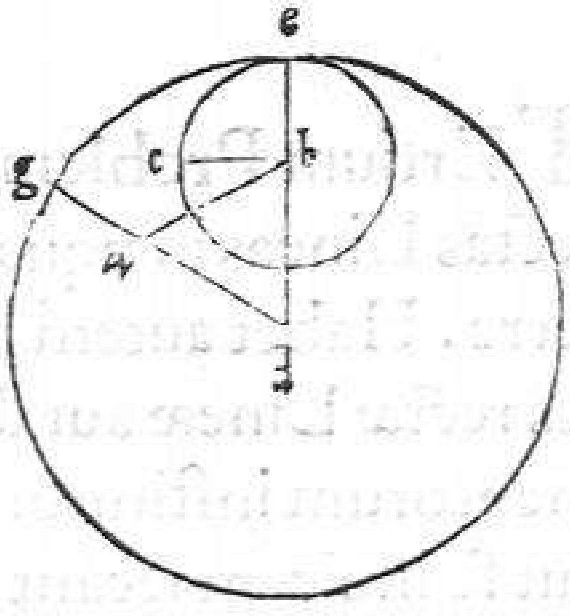
Varij hui⁹ Prob. Caſus.

bis eſt, atque ſuppoſitum ſignificat. declarat autem & ipſe, aliquando quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum conſtituere; aliquando verò, Super datam rectam Lineam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc modo dubitet, dicendum quòd cùm eam, quæ datæ eſt ęqualis ad datum Signum ponere adhortatus eſſet, quomodo hinc manifeſtum tibi nõ fecit quòd data, finita eſt? prorſus enim omnis, quæ eſt ad Signum ponenda, ſecundum ipſum Signum terminata eſt. Quamobrem multò prius illa terminata eſt, quæ ei, quæ ponitur, æqualis exiſtit. Simul igitur ad datum Signum dixit, & vtranque rectam Lineam tum datam, tum eam, quam ipſi ponit æqualem terminauit. Quòd autem præſentis Problematis Caſus à varia Signi Poſitione fiunt, manifeſtum eſt. aut enim datum Signum extra datam Rectam poſitum eſt, aut in ipſa. & ſi in ipſa, aut Extremorum eius alterum erit: aut inter Extrema iacebit. & ſi extra ipſam, aut à latere, ita vt ab ipſo ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat: aut è directo datæ, ita vt ſi ipſa producatur, in extrà poſito Signo coincidat. At Geometra quidem Signum, extrà poſitum, & à Latere ſuſcepit. Exercitationis autem gratia, omnes Poſitiones ſunt aſſumendæ, quarum difficiliorem nos exponemus. Sit enim data recta Linea a b, Signumqúe datum c, quod in ipſa iaceat inter Extrema, & fiat iuxta Elementi doctrinam Triangulum æquilaterum ſuper recta Linea c a, quod ſit d c a. & producantur d c, d a. & Centro quidem a, Interuallo autem a b, Circulus b e deſcribatur. Rurſusqúe Centro quidem d, Interuallo verò d e, Circulus e f deſignetur. Quoniam itaque a, Centrum eſt, b a, ipſi a e æqualis eſt. & propterea æqualis eſt d e, ipſi d f. quarum d c, ipſi d a ęqualis eſt. Triangulum enim d a c, ęquilaterum poſitum fuit. reliqua igitur a e, ipſi c f æqualis eſt. Erat autem a e, ipſi a b æqualis, vt oſtenſum eſt, & c f igitur ipſi a b æqualis eſt. Ad datum ergo Signum c, æqualis c f, ipſi a b poſita eſt. Quatenus itaque ad Signi Poſitionem totidem Caſus fiunt. Quatenus autem ad æquilateri Trianguli conſtitutionem, & Laterum protenſiones, Circulorumqúe deſcriptiones, adhuc multò plures.





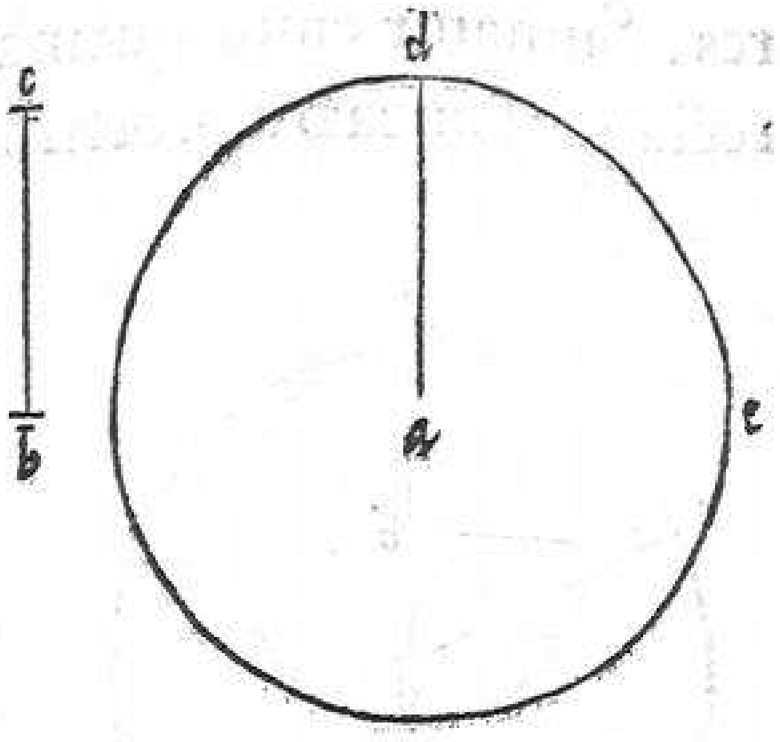




res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a, rectaq́ue Linea b c, protendatur autem b a. Triangulum itaque ęquilaterum in ipſa non conſtituatur ſuperius habẽs verticem (quoniam locus non eſt) ſed inferius, & ſit a d b. Aut ergo æqualis eſt a d, ipſi b c: aut maior: aut minor. Si igitur ęqualis, quod iuſſum erat factum eſt. † Si autem minor, Centro quidem b, interuallo verò b c, Circulus deſignetur, & producantur ipſæ a d, d b vſque ad e g Signa, & Centro quidem d, interuallo autem d g, Circulus deſcribatur g e. Quoniam igitur æqualis eſt d g, ipſi d e, ex Centro enim ſunt. ſed & a d, ipſi d b æqualis eſt. æquilaterum enim eſt a d b Triangulum. reliqua igitur a e, reliquæ b g æqualis eſt. At b g etiam æqualis eſt ipſi b c, à Centro enim & illæ exeunt. a e igitur ipſi b c æqualis eſt, quod faciendũ erat. Si verò maior eſt a d, ipſa b c, (hoc enim reliquum eſt) Centro quidem b, interuallo autem b c, Circulus deſignetur e c. Secat igitur ipſam d b, Circulus e c. Rurſus centro quidem d, interuallo autem d e, Circulus deſcribatur e g. Quoniã igitur d Signum Centrum eſt Circuli g e, æqualis eſt g d, ipſi d e. Erat autem & d a æqualis ipſi d b. reliqua igitur a g æqualis eſt ipſi b e. Verùm b e, ipſi b c æqualis eſt. ambæ enim ex Centro ſunt. a g igitur ipſi b c ęqualis eſt. & eſt poſita ad Signum a, quod erat faciendum. Multis autem alijs etiã Caſibus exiſtentibus, ſatis eſt hos quoq; in præſentia deſcripſiſſe. ex his etenim poſſibile eſt ijs, qui magis curioſi ſunt, in reliquis etiam ſe exercere. Olim autem quidam Conſtructionem huiuſce Problematis, & varietatem auferentes, ita dixere. Sit a datum Signum, b c autem data Recta, & Centro quidem a, Interuallo verò tanto quanta eſt ipſa b c, Circulus deſignetur d e, & protendatur quædam recta Linea à Signo a ad Circunferentiam, quæ ſit a d. Hæc igitur ipſi b c æqualis eſt. tanta enim erat quæ ex Cen-

† Si aũt minor, Cẽtro quidẽ b, interuallo verò b c, Circulus deſcribatur. & producãtur a d, d b vſq; ad Signa g f, & Cẽtro quidẽ d, interuallo aũt d g, Circulus deſignetur. Quoniã itaq; æqualis eſt d g, ipſi d e, ex Centro.n. ſunt. ſed & a d, ipſi d b æqualis ẽ. æquilaterũ.n. eſt. Tota igitur a e, toti b g eſt æqualis. Verũm b g equalis eſt ipſi b c, ex Cẽtro enim. ipſa ergo a e, ipſi b c ęqualis eſt, quod feciſſe oportuit.

Quorũdã praua demõſtratio



Centro, quanta eſt ipſa b c. & factum eſt id, quod iuſſum erat. Siquis igitur hæc dicat, quod in principio eſt petit. cùm .n. dicat Centro a, interuallo autem b c, deſcribi circulum e d, æqualem iam accepit quodammodo ipſi b c, ad Extremum a poſitam. & ſeruans Petitio Extrema interualli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum deſignabat: hîc autem, alibi quidem Centrum eſt, alibi verò interuallum. Omnino igitur hunc demonſtrandi modum non † approbabimus.

† concilia bimus.

Propó 3. Problema tertium.

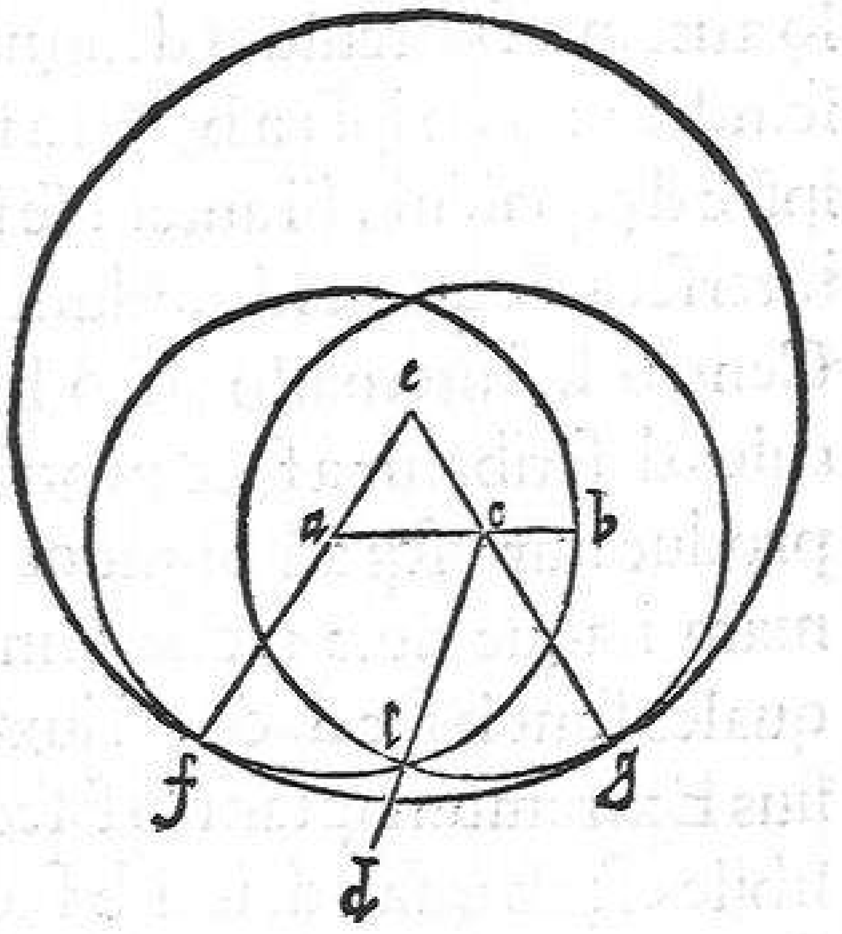
TEXTVS

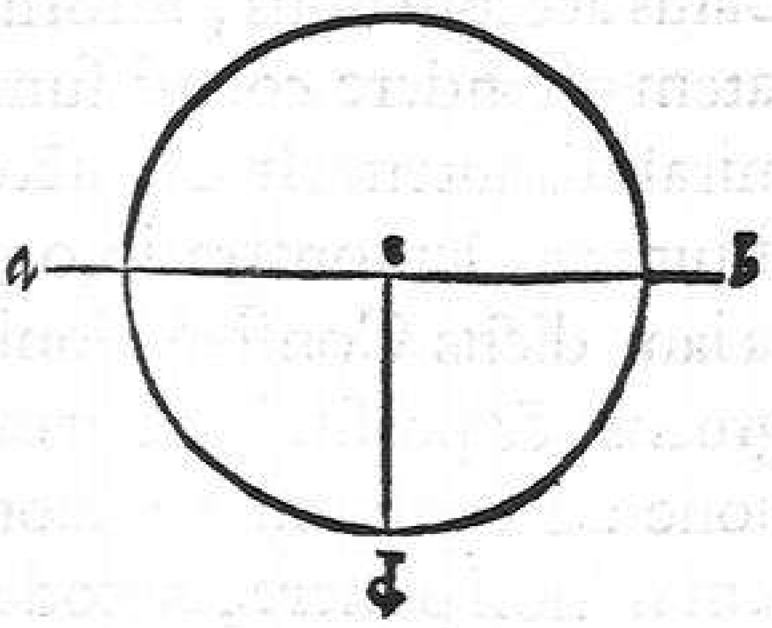
Duabus datis rectis Lineis inęqualibus, à maiori ęqualẽ minori abſcindere.

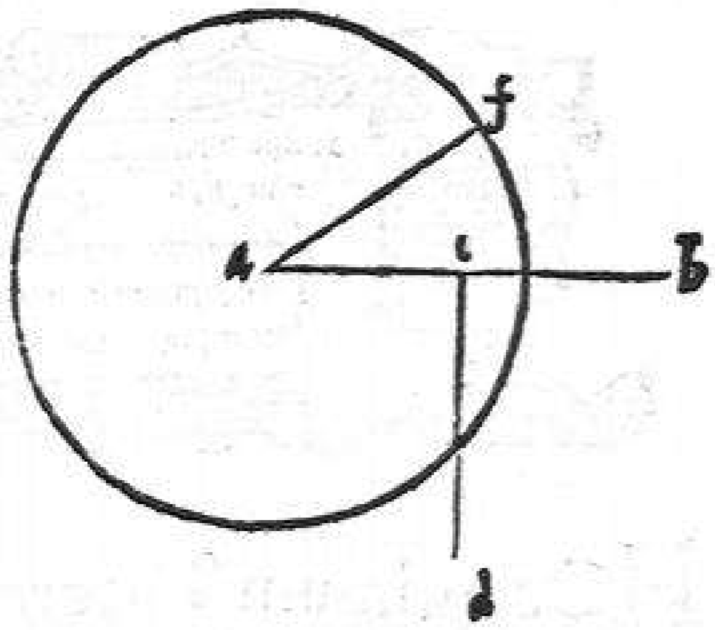
Côm. 7. Varii huiꝰ Problematis Caſus.

TErtium Problema id eſt datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Caſus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut diſtant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum inſtitutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut ſe inuicem ſecant: aut altera iuxta vnum ſui Extremum alteram ſecat, hocqúe dupliciter. aut maior minorem: aut minor maiorem. Verùm ſi iuxta vnum coniungantur Extremum, manifeſta eſt Demõſtratio. communi .n. Extremo Centro vſus, interuallo verò Linearum minore, Circulum deſignabis, & maiorem ſecabis, & minori æqualem abſcindes. quantum enim Circulus intra ſe abſcindit, tantùm minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram ſecat, vel maior ſecat minorem: vel è conuerſo. & ſi ſeinuicem ſecarent, aut in partes æquales ab inuicem ſecantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocqúe dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

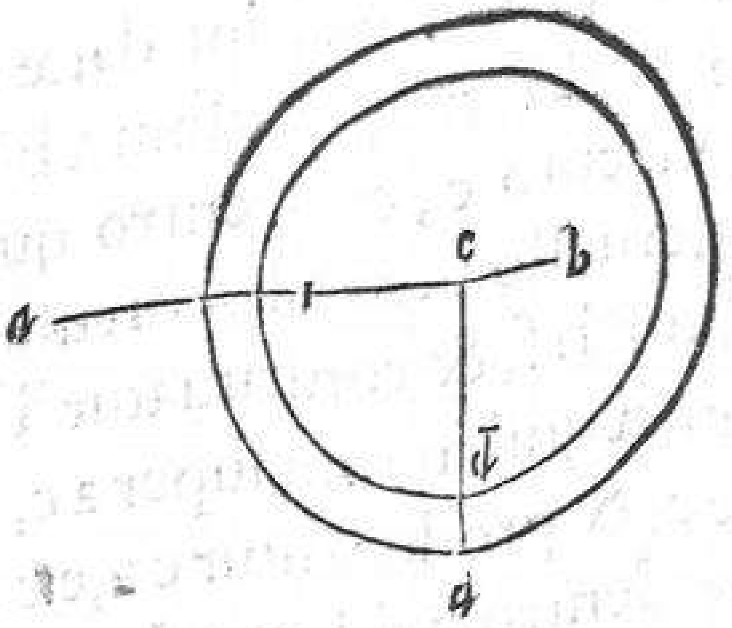
ribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales a b, & c d, maior autē c d, ſecetq́ue ipſam a b ſui ipſius Extremo c, & Centro quidem a, Interuallo verò a b, Circulus deſcribatur b f, & conſtituatur Triangulum æquilaterum ſuper a c, quod ſit a e c, & producantur e a, e c. & rurſus Centro quidem e, Interuallo autem e f, deſignetur Circulus g f. rurſusq́ue Centro quidem c, Interuallo verò c g, Circulus g l. Quoniam igitur e f ęqualis eſt ipſi e g (Centrum enim eſt e) quarū e a, ipſi e c æqualis eſt, reliqua a f, reliquæ c g æqualis erit. Verùm a f etiam, ipſi a b eſt æqualis. a enim Centrum eſt. & c g igitur, ipſi a b æqualis erit, & hæc ęqualis eſt ipſi c l. centrum enim eſt Signum c. & a b igitur ipſi c l æqualis eſt. Aequalis igitur ipſi a b ablata eſt ipſa e l. Verùm ſit c d minor ipſa a b, ſecetq́ue ipſam a b, iuxta c ſuum Extremum. Aut itaq; in medio ipſam diſpeſcit, aut non in medio. Secet primùm in medio, c d igitur aut dimidiū eſt ipſius a b, & eſt æqualis a c, ipſi c d: aut medietate minor, & Centro quidem c, Interuallo verò c d, Circulum deſignans ab ipſa a b ipſi c d æqualem abſcindes: aut maior medietate, & ad a Signum, a f ipſi c d æqualem ponens, deſcribensq́ue Circulum Centro a, Interuallo autem a f, ab ipſa a b, ipſi a f, hoc eſt ipſi c d æqualem abſcindes. Si autem c d ipſam a b non per mediū diſpeſcit, erit c d aut ipſius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque c d medietas eſt, vel minor medietate ipſius a b, Centro vtens Signo c, Interuallo autem c d, abſcindes ab ipſa a b, ipſi c d æqualem, iuſſumq́ue factum eſt. Si verò

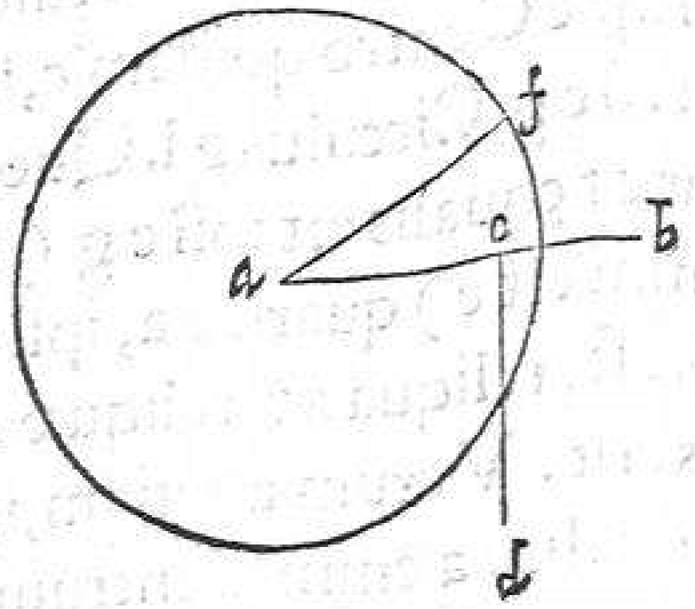


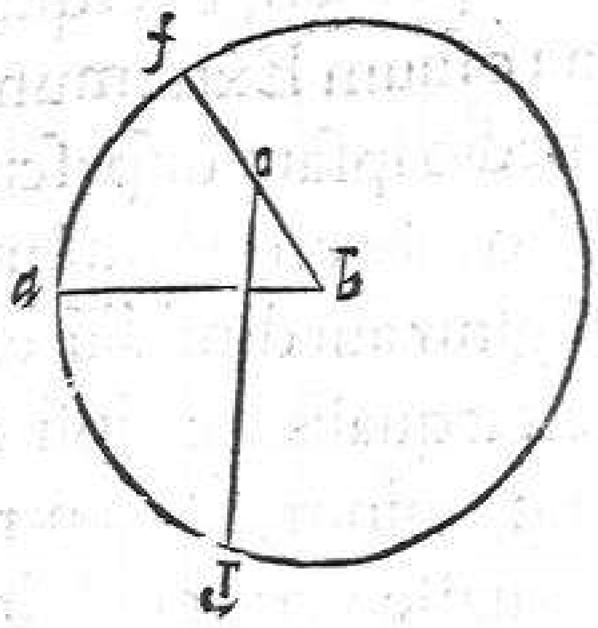




ipſa maior, rurſus ad Signum a, ipſam a f, ipſi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Interuallo autem a f Circulum deſignabis abſcindentem ab ipſa a b, ipſi a f, hoc eſt ipſi c d ęqualem. Si autem ſe inuicem interſecarẽt quemadmodum c d, a b, Centro b, Interuallo verò b a, Circulus deſcribatur a f, & protracta b c, producatur vſqꝫ ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Lineæ inæquales ſunt b f, c d. & c d iuxta ſui ipſius Extremum ipſam b f ſecat, poſſibile eſt ab ipſa c d, ipſi b f æqualem facere. vtrunque enim oſtenſum eſt. Fieri igitur poteſt, vt ipſi quoque a b ab ipſa c d, æqualis abſcindatur. nam a b, & b f ſibi inuicem æquales ſunt. Nos itaque cũm ex diuiſione Caſus accepiſſemus, ipſorum varietatem oſtendere conati ſumus. Admirabilis autem eſt Elemẽtorum inſtitutoris Demonſtratio, omnibus illa iam dictis Conſtructionibus congruens. & poſſibile eſt in omni poſitione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremo Centro vtentem, & poſita Interuallo Circulum deſcribere, qui à maiori, minori æqualem abſcindet, ſiue ſe inuicem interſecent, ſiue altera alteram, ſiue quodam alio poſitionis modo ſe ſe habeant.







Propõ 4. Theorema primũ

TEXTVS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehenſum: & Baſim Baſi æqualẽ habebunt, & Triangulũ Triangulo ęquũ erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erũt ęquales, ſub quibus æqualia Latera ſubtendunt.

Cõm. 8. HOc primum Theorema in Elementorum inſtitutione aſſumpſimus, quæ autem hoc præceſſerunt, omnia Problemata erant. Primũ quidem Triangulorum ortum tractãs; Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam alij rectam Lineam comparare proponentia. horumqúe illud quidem à non Aequali æqualem producebat, hoc verò ab Inęquali per ablationem Aequale reperiebat. Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate eſt Symptoma, in Triãgulo, rectaquè Linea nobis comparata ſit, hoc primum, quod propoſuimus Theorema ipſam in illis tradit. quomodo nanq; qui prius Triãgula non conſtituit, ortumqúe ipſorum non comparauit de ijs, quæ per ſe ipſis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipſis ſunt æqualitate erat docturus? Quomodo autem Latera Lateribus, rectasqúe Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minimè problematicè pertractauit, nec machinatus eſt, æqualium inquã Rectarum inuentionem? dicatur enim ſi contingeret antequam illa fiant, quòd ſi duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorſus habebunt. non'ne igitur facile penitus eſt † ipſi occurrere, quòd neque omnino ſcimus ſi Triangulum conſtitui poteſt? Subinde autem inferatur, quòd ſi etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint. non ne aliquis aduerſus hoc quoque dubitet vtrùm nec poſſibile ſit rectas Lineas ſibi inuicẽ ęquales eſſe? & potiſſimùm in Geometricis Formis, in quibus non prorſus inæqualitate exiſtente, æqualitas etiã eſt. addiſcemus enim quòd Cornicularis Acuto ſemper inęqualis eſt, & nunquam ęqualis, & Semicircularis ſimiliter, tranſitusqúe à Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit. Hæc igitur Elementorum inſtitutor prius auferens, & Triangulorum conſtitutionem (tribus enim formis cõmune eſt) & ęqualium Rectarum ortus tradidit, hosqúe duplices. nam alteram quidem, omnino nõ exiſtentem producit: alteram verò, ab Inęquali per ablationem acquirit. hisqúe non immeritò Theorema ſubdit, per quod oſtenditur quomodo Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehenſum habent: Baſim quoq; Baſi, & Aream Areæ, reliquosqúe Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent. tria enim ſunt, quæ in his Triangulis oſtenduntur: duo verò, quæ dantur. Data eſt itaq; duorum Laterum æqualitas, vel ęqualia duo Latera (& manifeſtum quòd Ratione data eſt) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continetur ad Angulum æqualitas: quęruntur autem tria, Baſis ad Baſim ęqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumqúe Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus habe-

Aequalitas primũ in quãtitate eſt Symptoma.

† Ipſi occurrere? neq;.n. omnino ſcim⁹ an Triãgulũ cõſtitutum ſit.

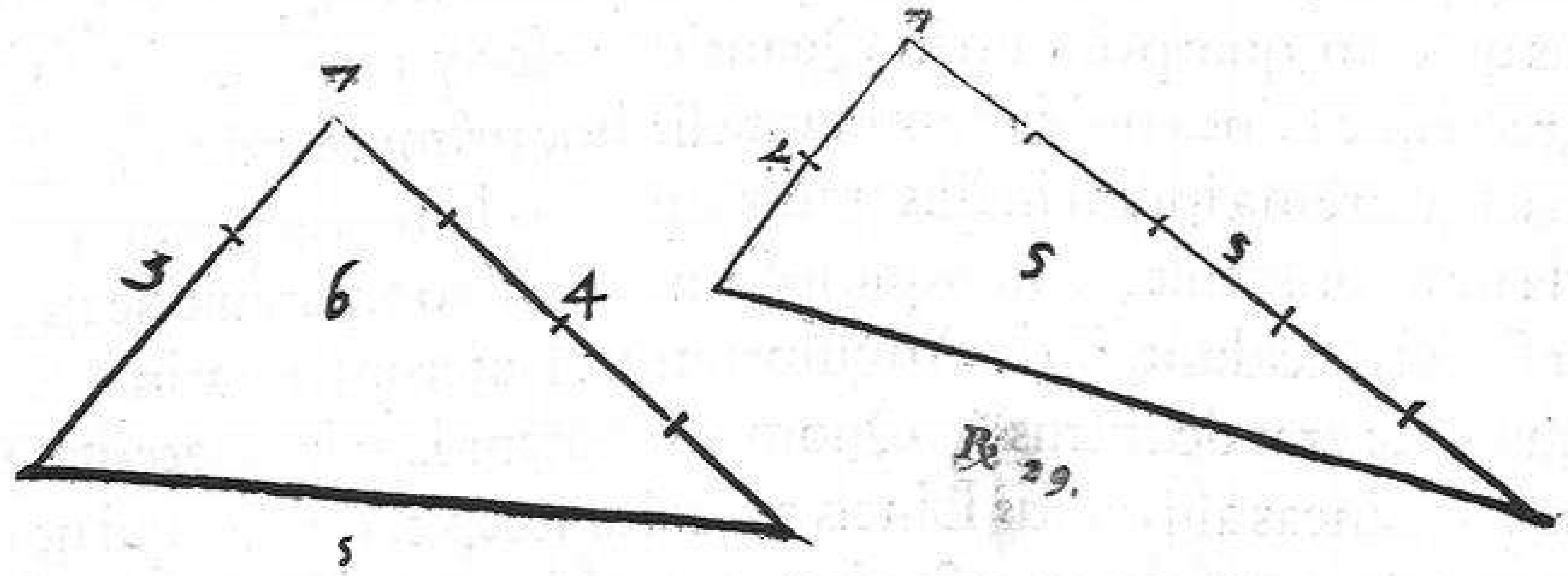
Vide 16. Propóné tertii Elementorũ.

Datum huius Theorematis.

Quęſitum hui⁹ Theorematis.

rent æqualia, Theoremaq́ue verum non eſſe, eò quòd alterum alteri æquale non eſt, ſed vtraque ſimul , propterea in Datis addidit Latera ęqualia eſſe, non ſimpliciter, ſed alterum alteri. Si enim contingeret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenſo Recto exiſtente, eſſent quidem duo Latera ſimul, duobus æqualia (Septem enim & hęc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo ęquale oſtenderetur. alterius enim Area eſt Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei cauſa eſt, quoniam non etiam alterum alteri exiſtit ęquale. Multi itaque in quibuſdam agrorum diuiſionibus hoc non obſeruantes cùm maiorem agrum ſumpſiſſent, iuſti exiſtimati fuere, perinde ac ſi æqualem ſuſcepiſſent. quoniam vtraq; ſimul vnum agrũ comprehendentia Latera vtriſque ſimul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operępretium eſt igitur alterum quoque alteri ęquale ſuſcipere. & vbicunque Elementorum inſtitutor hoc adiecerit, adnotari, quoniã ab re hoc addit, ſi quidẽ de datorũ quoq; ęqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ab ęqualibus Lateribus comprehenſum] ne indeterminatè Loquẽdo, aliquem ſumamus eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum. Quin etiam Baſim quoq; in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod è regione ante oculos iacet: duobus autem iam pręacceptis neceſſariò reliquum Baſim eſſe ſupponendũ eſt. Quapropter hìc quoque Elementorum inſtitutor cùm duo Latera duobus Lateribus æqualia præſumpſiſſet, reliqua, Triangulorum Baſes appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cùm ipſorum Area æqualis fuerit. nam fieri poteſt Ambitibus æqualibus exiſtentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales eſſe. Aream autem voco, Spatium ipſum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum ſanè Ambitum etiam, Li-

neam



Idem inferius in lib. 4. in cõm. propõnis 37. & in cõm. propõnis 47.

Pulchrũ.

Documẽtum.

Baſis Triãguli quid.

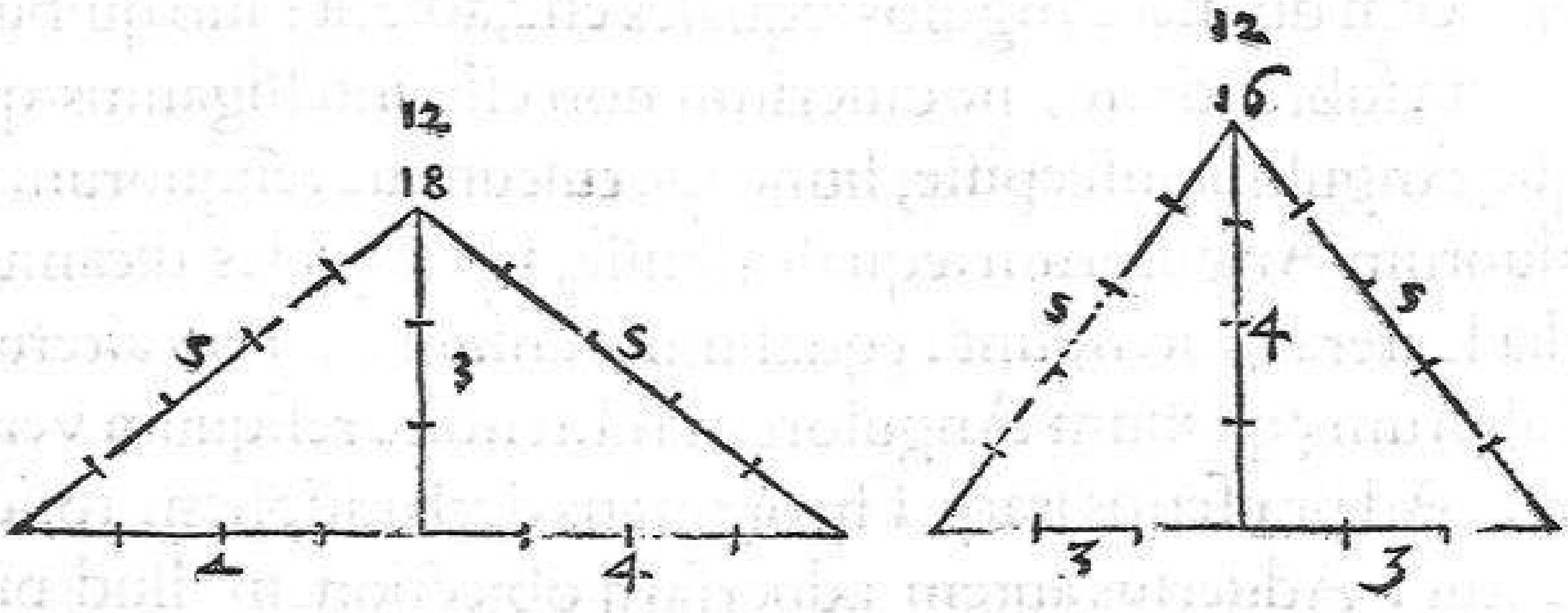
Duplex è Trianguli Baſis.

Quõ Triãgulũ Triãgulo ęquale fit:

Area Triãguli quid.

Ambitus Triãguli quid.

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compoſitam. Diuerſum igitur eſt vtrunque, & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales eſſe, ſi & Area Areæ debet eſſe æqualis. Accidit autem in quibuſdam Triangulis Areis quoque æqualibus exiſtentibus, Ambitus eſſe inæquales: Ambitibusq́ue æqualibus exiſtentibus Areas inæquales eſſe. Duobus enim Aequicruribus Triangulis exiſtentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Baſium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex. horum ſanè qui Geometriæ quidē ignarus eſt maius dixerit illud, quod Baſim octo Vnitatum habet. totus enim Ambitus Octodecim erit. Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriuſque Area Duodecim eſt, hæcq́ue demonſtrabit Perpendicularem in vtroq; Triangulo à Vertice ducens, hanc'q; cum altera parte Segmentorum Baſis multiplicans. Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus exiſtentibus Spatia inæqualia eſſe. & quidam olim ſuos participes in agrorum diuiſionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrū ſumpſere. Baſis verò Baſi æqualis eſſe dicitur, omninoq́ue recta Linea alij rectæ Lineæ ęqualis eſt, cùm ipſarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint. nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit: æquales autem, iuxta etiam Extrema ſibi inuicem congruunt. Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis eſſe dicitur cùm vno alterum comprehendentium Laterum ſupra vnum alterius poſito, reliquum etiam reliquo congruit: cùm autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus eſt, cuius Latus extrà cecidit: cùm verò intrà, minor. nam ibi quidem alterum continet, hîc verò continetur ab ipſo. Angulorum autem æqualitatem ſumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæteriſq́ue omnibus, qui eiuſdem ſunt ſpeciei, vt in Lunularibus, in Syſtroidibus,



Pulchra cōſideratio. Vide ét in lib. 4. in cōm. ꝓpōnis 37. & 54.

Qūo recta Linea alii rectæ Lineæ æqualis dicatur.

Qūo rectilinéus Angul⁹ rectilineo Angulo dicatur ęqualis.

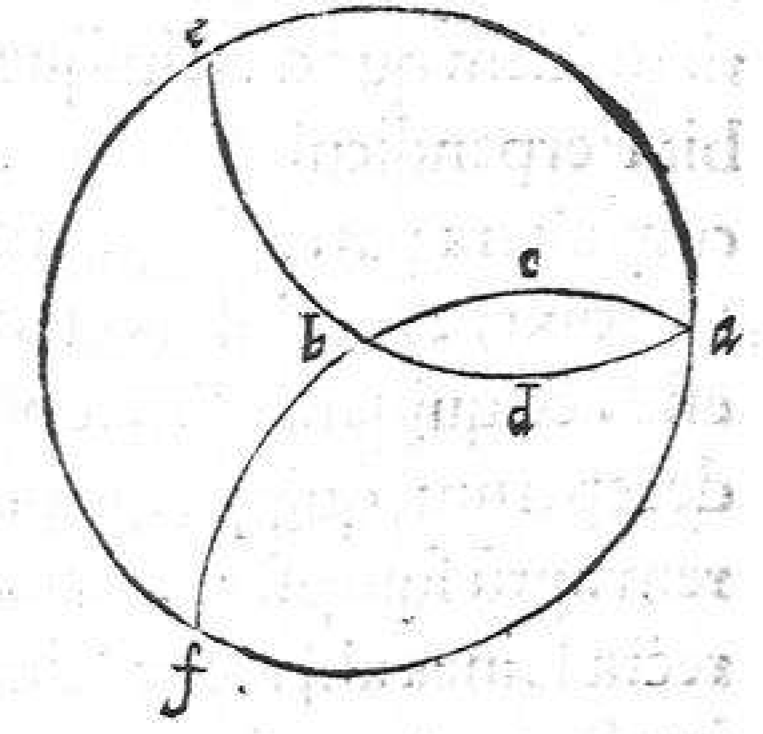
Qūo Latera dicātur Angulos ſubtēdere.

Documē-ti finis. † prẹaſſumātur. Ad ipſius aūt Demōnē illud.

Demonſtrat quòd duę rectæ Lineę ſpatiū non cōprehēdūt.

Documētum.

ſtroidibus, atque in vtrinque conuexis. quoniam fieri poteſt vt & æquales ſint, & Latera ſibi inuicem non congruant. Rectus .n. cuidam Lunulari æqualis eſt, & tamen fieri non poteſt, vt rectis Lineis Circunferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum eſt, quòd Angulos ſubtendere Latera dicuntur, quę è regione iacent. omnis enim Triangularis Angulus à duobus quidem Trianguli Lateribus continetur, à reliquo verò ſubtenditur. Propterea Geometra quoque cùm dixiſſet Angulos æquales eſſe, adiecit [ſub quibus ęqualia Latera ſubtendunt] ne diuerſum non eſſe intelligamus qualemcunque Angulum ſuſcepiſſe, huncqúe cuicunque reliquorum Trianguli duorum Angulorum æqualē dixiſſe, ſed æquales dicamus quos ęqualia Latera ſubtendunt. ęqualium etenim Laterum alterum quidem, alterum ęqualium Angulorum ſubtendit: reliquum verò, reliquum. Ad præſentis itaq; Theorematis declarationem totidē † cōſiderentur. Aduerſus autem aduerſarij obiectionem illud præaſſumemus, quòd duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc ſiquidem tanquam euidens Geometra ſuſcepit. Si enim, inquit, Baſium Extrema ſibi inuicem congruent, Baſes quoque congruunt: ſi verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde euenit igitur quòd hoc fieri nō poſſit? Sint duæ Rectę Spatium comprehēdentes a c b, a d b, & producantur in infinitum. & Centro quidem b, interuallo autem a b, Circulus a e f deſignetur. Quoniā itaque Linea a c b f, Dimetiens eſt, medietas Circunferentiæ eſt ipſa a e f. Rurſus quoniam Linea a d b e, Dimetiens eſt, medietas Circunferentię Circuli eſt ipſa a e. Aequales igitur ſunt ipſæ a e, a e f Circunferentiæ, quod minimè fieri poteſt. Duæ igitur rectę Lineę nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoq; inſtitutor ſciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad omne Signum, rectam Lineam ducere] eò quòd vna recta Linea ſemper duo Signa coniungere poteſt, non autem duæ. nam plures quidem Circunferentię duo Signa coniungere poſſunt & in eiſdem partibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetientis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coniunguntur. Fieri autem poteſt vt & extra, & intra Semicirculos infinitę Cir-



cunferentiæ data Signa coniungentes deſcribantur. cauſa verò eſt, quoniam recta Linea eadem habentium Extrema eſt minima. vnum autem vbique minimum eſt, & ſemper menſura aliorum infinitudinis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipſe cùm vnus ſit, menſura cęterorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum menſurationem maximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque ſufficiant. Quòd autem tota præſentis Theorematis Demonſtratio à cõmunibus dependet notionibus, ac veluti ſponte naturæ proueniẽs eſt, ab ipſaq́ue Suppoſitionum euidentia egreſſa, cuilibet manifeſtum eſt. nam cùm quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia ſint, ſibi inuicem congruunt. Cùm verò Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur æquales ſint, ipſi quoque ſibi inuicem congruunt. Angulo autem ad Angulum, Lateribusq́ue ad Latera coaptatis, infernę etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæ, Baſis quoque congruet Baſi. Si verò Tria Tribus, totum etiam Triangulum toti Triangulo, omniaq́ue omnibus æqualia erunt. Aequalitas igitur in ijs, quæ eiuſdem ſunt ſpeciei conſiderata, totius Demonſtrationis cauſa eſſe apparuit. duo enim hîc ſunt Pronuntiata totam propoſiti Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum quidem dicens quòd ea, quæ congruunt ſibi inuicem, æqualia ſunt. & hoc ſimpliciter verum eſt, nullaq́ue indiget limitatione, quo Elementorum inſtitutor & in Baſi, & in Spatio, reliquiſq́ue Angulis vtitur. hæc enim inquit æqualia ſunt, quoniam ſibi inuicem congruunt. Alterum verò, quòd ea, quę ęqualia data ſunt, ſibi inuicẽ congruunt. Hoc autem non in omnibus verum eſt, ſed in ijs, quæ ſpecie ſimilia ſunt. Specie autem ſimilia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, & Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiuſdem, & Anguli, qui à ſimilibus ſimiliter iacentibus Lineis comprehenſi ſunt. Horum autem dico quòd quæ æqualia data fuerint, ſibi inuicem congruunt. Ita vt tota Demonſtratio (vt breui complectens dicam) huiuſcemodi ſit. Hæc hiſce æqualia data ſunt, duo nempe Latera duobus Lateribus, & Anguli ab ipſis comprehenſi, hæcq́ue ſibimetipſis conueniunt. Si autem hæc ſibi inuicem conueniunt, & Baſis Baſi, omnibuſq́ue omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque ſunt. Si igitur hæc hiſce æqualia data ſunt, ſimul etiam oſtenditur quòd omnia omnibus ſunt æqualia. & is primus apparet modus cognitionis æqualium vndequaq; Triangulorum. Verũ enim vero de † tota Demonſtratione hæc ſatis ſint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idẽ in lib. ſecundo. Cõm. 10.

Finis Documẽti.

Præſentis Theorematis Demõſtratio

Octauum Pronũtiatum.

Conuerſum octaui Pronũtiati.

Nota q̀ ſpeciẽ hic ſpecialiſſimã intelligit.

† Sĩplici.

Digreſſio.

Diſtinctio Problematũ, & Theorematũ ſecundum Carpum.

Aſtrologica tractatione de Problematibus, atque Theorematibus ſermonem ſuſcitauit ſiquidem oportunè accidit (inquit) in præſentia ſilentio non prætereatur, ac deniq; horum diſtinctionem aggreſſus Problematicum genus ordine Theorematibus præcedere ait.

Prima differentia.

Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematibus inueniri quærũtur.

Secũda differentia.

Nec non Problematis quidem Propoſitionem ſimplicem eſſe, nullaqúe artificioſa intelligentia indigentem. hoc aliquid enim facere manifeſtè iubet, vt ęquilaterum Triangulum conſtituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori ęqualem abſcindere. quid enim horum difficile, & obſcurum eſt? Theorematis verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentiqúe ſcientiam iudicio indigentem. vt neq; veritatem excedere, neq; à veritate deficere videatur. quale ſanè hoc quoq; eſt, Theorematum primum exiſtens.

Tertia differentia.

Præterea in Problematibus quidem vna quædam eſt via communis per Reſolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere poſſumus. hoc pacto enim faciliora Problematum inueſtigantur. in Theorematibus verò adeo difficilis tractatio eſt, vt ad tempus vſq; noſtrum (inquit ipſe) nemo communem horũ inuentionis methodum tradere poſſit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus ſimplicius vtiq; eſſet. His autem diſtinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoq; inſtitutione Problemata Theorematibus præcedunt, ab hisqúe Elementorũ inſtitutio ſumit exordium, & primum quidem Theorema, quartũ eſt in ordine. non quia quartum ex ipſis oſtenditur, ſed quoniam ſi ẽt nullo eorum, quæ ipſum præcedunt in demonſtratione egeret, illa præcedere neceſſarium fuit, eò quòd Problemata ea ſunt, hoc autem Theorema. omnino enim cõmunibus in hoc vtitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuerſis in locis poſitum accipit. congruentia enim, quæqúe ex hac oſtenditur æqualitas ſenſibilem prorſus, & euidentem habent deprehenſionem. veruntamen tali etiam exiſtente primi Theorematis Demonſtratione, iurè Problemata præceſſere, quoniam vniuerſaliter primariũ illa ſortita ſunt locum.

Propria opinio.

& forſan ordine quidem Problemata Theorematibus præcedunt, & potiſſimùm apud eos, qui ab Artibus, quæ circa ſenſilia verſantur, ad contemplationem aſcendunt: dignitate verò Theoremata Problematibus præcellũt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus ſe cõiungit, problematicè agere: quatenus verò primæ ſciẽtiæ cohęret, Theorematicè à Problematibus ad Theoremata, à Secundis ad Prima, & ab ijs, quæ ad Artes magis ſpectant

Defendit Geminũ. ad ea, quæ gignendę ſcientiæ magis vim habent procedere. Vanum eſt igitur Gemîno obtrectare tanquam Theorema Problemate prius eſſe dicenti. etenim Carpus ipſe Problematibus ipſum Præcedere iuxta ordinem aſſignauit: Gemînus autẽ Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodãmodo præcedentibus ipſum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorũ Ortus, & æqualitatis inuentionẽ didicimus. Nũc autem addatur etiam quòd cùm quidẽ in Theorematibus Simpliciſſimum ſit, atq; principaliſſimum (ab ipſis enim ſolis, vt ita dicã, primis notionibus ſuapte natura oſtenditur) quoddam verò demõſtret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duoſqúe Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò poſt Problemata primum collocatum eſt, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta ſunt, omninoqúe Data ipſa conſtruuntur.

TEXTVS

Propô 5. Theorema ſecundum.

Aequicrurium Triãgulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ad inuicem ſunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, ſibi inuicem æquales erunt.

Côm. 9. Theorematum diuiſio.

THeorematum alia quidem Simplicia ſunt, alia verò Compoſita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppoſitiones, & iuxta Concluſiones indiuiſibilia ſunt, vnum habẽtia Datum, & vnũ Quęſitum. exempli gratia, ſi hoc modo Elementorum inſtitutor dixiſſet, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet. Compoſita verò, quę ex pluribus conſtant, aut Suppoſitiones compoſitas habentia, aut Cõcluſiones Suppoſitione Simplici exiſtente, aut etiam vtraſque. Et horũ alia quidem ſunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quęcunq; Compoſita exiſtentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimè poſſunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & conſequens, verùm fieri non poteſt vt Datũ in Simplicia diuidatur, Theoremataqúe fiant. non enim ſi Triangula Latera ſola ęqualia habuerint, vel ſolum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidũt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodũ illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quę ſub eadem ſunt Altitudinę, eandem habent rationem, quam Baſes.] poſſibile enim eſt diuidentem etiam dicere, Triangula, quę ſub eadē ſunt Altitudine, eandem habēt rationē, quam Baſes, in Parallelogrāmiſq́ue ſimiliter. Omnium autem Compoſitorum alia quidem iuxta Concluſionem componuntur, ab eadem Suppoſitione excitata: alia verò iuxta Suppoſitiones Compoſitionem habent, eandemq́ue omnibus inferunt Concluſionem: alia autem iuxta Concluſionem, & iuxta Suppoſitiones Compoſita ſunt. Iuxta itaq; Concluſionem hîc Cōpoſitio eſt, in hoc enim Theoremate tria ſunt ea, quæ concluduntur, Quòd Baſes æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui Anguli reliquis Angulis æquales ſunt, Sub quibus æqualia Latera ſubtendunt. Iuxta autem Suppoſitiones, in Cōmuni Triangulorum, & Parallelogrāmorum Theoremate ſub eadem Altitudine exiſtentiū. Et iuxta vtrūq; verò, in illo Theoremate [Circulorum, Ellipſiūq́ue Dimetientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipſa continentes bifariā diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuerſalia ſunt: alia verò à Particularibus vniuerſale concludunt. Si enim dicamus quòd Dimetiens Circulum, Ellipſim, Parallelogrammaq́ue diuidit, † vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuerſaliter accipimus, quod autem ex omnibus conſtat vniuerſaliter facimus. Si autem dicamus, in Circulo omnes per Centrum tranſeuntes ſe inuicem bifariam ſecant. Segmentorumq́ue omnium Angulos æquales faciunt, Vniuerſale dicimus. nam in Ellipſi non omnes Segmentorum Anguli æquales ſunt, † ſed ſoli eorum, quę à Dimetiente fiunt. Omnino autem haſce compoſitiones Geometræ breuitatis, Reſolutionumq́ue gratia machinati ſunt. multa .n. cùm incompoſita quidem ſint, non reſoluuntur, Compoſita autem ſolùm Cōmoditates ad Reſolutionē, quæ tendit ad principia præbent. His itaque prius conſideratis, quintum Theorema Compoſitum omnino dicendum eſt, & iuxta vtrunq; Compoſitum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæſitum. † quod Elementorum quoque inſtitutor oſtendens, ipſum cùm vnum ſit partitus eſt, & ſeorſum vtraque Data, & Quæſita appoſuit, quippe qui Aequicrurium dixit qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. rurſuſq́ue deinceps, & productis ęqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, ęquales ſunt. non .n. duo eſſe Theoremata exiſtimandum eſt, ſed vnum, Compoſitum autem & iuxta Datum, & iuxta Quæſitum. & vtrunque eorum, quæ componuntur perfectum, ac verum eſt. Idcirco Conuerſio quoque vera eſt in vtroque. Si .n. qui ad Baſim ſunt, æquales fuerint, Aequicrus eſt Triangulum: ſi autem qui ſub Baſi, æquales rectæ Lineæ protractæ ſunt,

&

Prima p̄poſitio ſexti.

Theorema.

† Vnamquāq; quidem Complexi partē nō vniuerſaliter.

† Sed eorū tātùm, quę

† quæ.

Triangulum Aequicrus eſt. Verùm Elemẽtorum inſtitutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales eſſe, Conuerſionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui ſub Baſi ſunt, ęquales eſſe, minimè, licet hoc quoque verum ſit. At huius quidem cauſam poſterius dicemus. Nunc autem illud primùm quæremus, qua de cauſa hoc omnino demonſtrauit, Angulos, qui ſub Baſi ſunt, ęquales eſſe, nequaquã enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematũ Conſtructione, aut Demonſtratione vtetur. Cùm igitur inutile futurum ſit, quid opus fuit huic Theoremati illud interſerere? Dicendum itaque ad hanc Quæſtionem, quòd quanuis nuſquam hoc vſurus ſit, Angulos ſcilicet, qui ſub Aequicrurium Baſi ſunt, æquales eſſe, ad Inſtantiarũ tamen deſtructiones, obiectionumq́ue Theorematibus reſiſtentium ſolutiones hoc vtiliſſimum erit. Artificioſum aũt eſt, ad ſcientiamq́ue ſpectat ſolutiones oppugnantiũ ĳs, quæ dicenda ſunt præparare, reſponſionũq́ue ſubſidia præmoliri. vt non ſolùm eorũ, quę vera ſunt Demonſtrationes ex ĳs, quę prius ſunt demõſtrata, verũ etiã Falſi redargutiones ex illis fiant. Et ſuſcipies quidem † ex hoc quoq; in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentũ. nam qui in illis etiã ſermonibus hoc facere poteſt, & ea, quæ ſequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod ſanè præter propoſitũ eſt) alĳs primò ipſorũ ſolutiones præparare, is vtique certiſſimam mirũ in modum diſputationum viã prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque inſtitutor re ipſa nos docens, ante ea Theoremata, quibus reſiſtentes obiectiones ſoluemus, ĳs, quæ nunc oſtendũtur vtentes, Angulos etiam, qui ſub Aequicrurium Baſi ſunt, ęquales eſſe ſimul demonſtrat, & mendacĳ, quod in illis eſt redargutionem præparat. Quòd autem Inſtantias, quæ in ſeptimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc ſoluemus, procedentibus perſpicuũ erit. Ex his verò patet, qua etiam de cauſa ab hoc quoque Sextũ non conuertit, quoniam neque etiã præcipuam hoc affert vtilitatẽ, verùm per accidens ad totã ſcientiã nobis confert. Siquis autẽ à nobis petat, nos non producentes etiã æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Baſim Aequicrurium ſunt, æquales oſtendere (non enim opus eſſe per eos, qui ſub Baſi ſunt, hos quoq; ęquales demonſtrare) quodãmodo Cõſtructionẽ tranſponentes, & eas quæ extrà fiunt conſtructiones intra ipſum Aequicrus facientes, Propoſitum oſtendemus. Sit. n. Aequicrus a b c, accipiaturq́ue in Linea a b quodcunque Signum, ſitq́ue illud d, & ab ipſa a c, ipſi a d æqualis ſumatur, quę ſit a e, & protrahãtur rectæ Lineæ b e, d c, d e. Quoniam itaque a b, ipſi a c: & a d, ipſi

Vide inferius in pręſenti cõm.

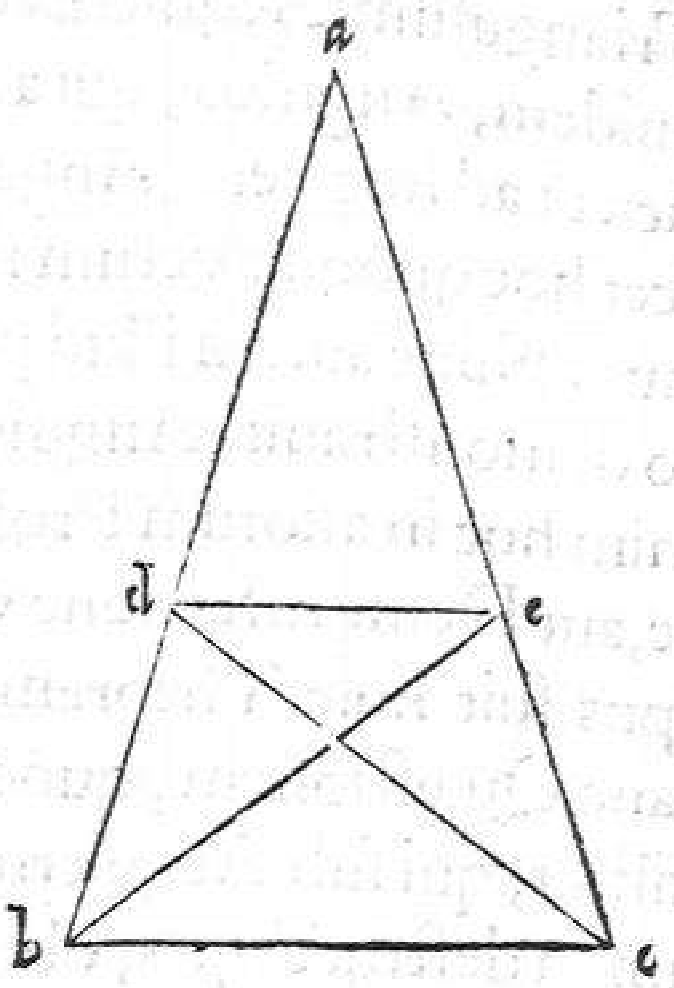
Dubitatio

Solutio.

Notãdum † ex hoc quoq; eiuꝰ qui i Geometria eſt eſt ordinis ad Rhetoricã emolumẽtum.

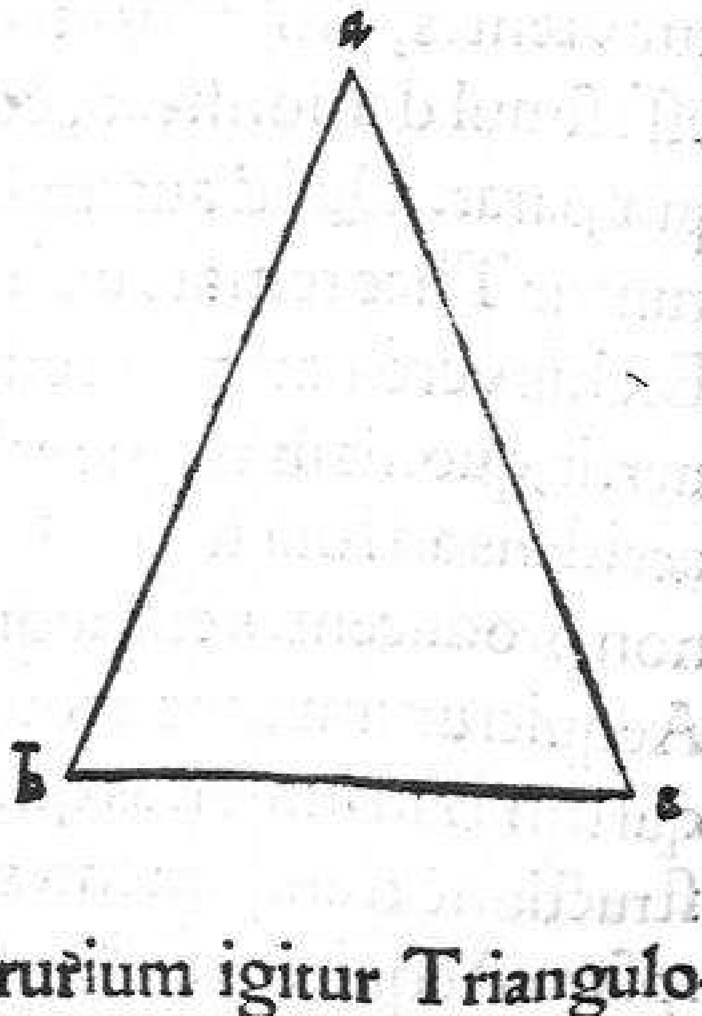
Ecce cauſa, quã ſuperius ꝓmiſit.

Quidã huius Theorematis caſus.



a e æquales ſunt, Angulusqúe a cõmunis, erit etiam b e æqualis ipſi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quãob rem Angulus a b e, Angulo a c d ęqualis eſt. Rurſus quoniam d b, ipſi e c: & b e, ipſi d c ęquales ſunt, Angulusqúe d b e, Angulo e c d ęqualis eſt. & Baſis igitur d e cùm vtriſque cõmunis ſit, ſibi ipſi eſt æqualis, omniaqúe omnibus æqualia ſunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis eſt. Quoniã igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis eſt, à quibus Anguli d e b, e d c ęquales ablati ſunt, reliqui igitur b d c, c e b æquales ſunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus c e, e b alterum alteri ęqualia, & Baſis b c cõmunis. & omnia igitur omnibus ęqualia ſunt. Quãobrem reliqui quoque Anguli, ſub quibus æqualia Latera ſubtẽdunt ęquales ſunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis eſt. nam Angulum quidẽ d b c, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b ſubtendit. Aequicrurium igitur Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt, æqualibus etiã rectis Lineis non productis. Adhuc autẽ breuius hoc Pappus ipſe demonſtrat, † quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit Aequicrus a b c, & ſit æqualis a b, ipſi a c. Intelligamus itaque hoc vnũ tanquam duo Triangula, & dicamus ſic. Quoniã a b, ipſi a c: & a c, ipſi a b ęquales ſunt, duæ vtique a b, a c, duabus a c, a b æquales ſunt, Angulusqúe b a c, Angulo c a b æqualis eſt (idẽ .n. eſt) & omnia igitur, omnibus ęqualia ſunt. Baſis quidẽ b c, Baſi c b. Triangulum aũt a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. ſub his .n. æqualia Latera ſubtendunt, ipſa nẽpe a b, a c. Aequicrurium igitur Triangulorũ, qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. Videturqúe hunc Demonſtrationis modũ inueniſſe, cùm conſideraſſet quòd Elementorũ quoque inſtitutor in quarto Theoremate cũ duo Triangula vniſſet,

† nulla additione idigens, Demõſtratio Pappi.



ſibi inuicem congruere feciſſet, ex duobusq́ue vnum confeciſſet, hoc modo ipſorum iuxta omnia æqualitatem obſeruauit. Conſimiliter igitur fieri poteſt, vt nos quoque in hoc vno per aſſumptionem duo Triangula contēplantes, Angulorū, qui ad Baſim ſunt æqualitatem demonſtremus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiuſce Theorematis inuentionis cauſa, gratię ſunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertiſſe, ac dixiſſe quòd vtique omnis Aequicruris qui ad Baſim ſunt Anguli, ęquales ſunt: moreq́ue Antiquorum æquales, ſimiles appellauiſſe. Magis autem quis eos iuniorum laude proſequeretur, qui adhuc magis vniuerſaliter demonſtrarunt (è quorum numero Gemînus etiam eſt) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnam ſimilium partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt ſiue Rectā Baſim habeant, ſiue Circunferentiam, ſiue Cylindricam Helicē, ipſarum Anguli, qui ad Baſim ſunt, æquales ſint. hoc .n. Gemînus Theoremate vtens, oſtendit quòd tres ſolæ Lineæ & non plures ſimilium partium ſunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum deſcribitur Helix, & hoc eſt propriè vniuerſale, cui primò Symptoma hoc competit, quēadmodum ſanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per ſe ineſſe oſtēdetur. Non eſt igitur vniuerſaliter Aequicruris propriū, & ſi etiam omni ipſi competit, Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habere: ſed æqualium rectarum Linearum, ad ſimilium partium Lineam incidentium. illis enim primùm ineſt, æquales Angulos ſubtendere.

Thales fuit primus hui⁹ Theorematis īuentor.

Laudat Geminū.

Theorema Gemini.

In 20. ꝓpoſitione.

TEXTVS

Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ ſub æqualibus Angulis ſubtendunt, ſibi inuicem æqualia erunt.

Propõ 6. Theorema 3.

PRæſens Theorema duo hæc Theorematum in primis oſtendit, Conuerſionem, & ad impoſſibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, oſtenditur autē per Deductionem ad impoſſibile. Operæpretium eſt itaque de vtraque dicere quęcunque ad præſentē ſpectant tractationem. Conuerſio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Concluſiones, atque Suppoſitiones adinuicem Theoremata viciſſim accipiunt. & prioris quidem Concluſio, in poſteriori Suppoſitio fit: Suppoſitio

Cõm. 10.

Cõuerſio quid apud Geometras.

verò,tanquam Concluſio infertur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. Suppoſitio quidem Aequicrus Triangulum hîc eſt: Concluſio autem, Angulorum,qui ad Baſim ſunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Baſim æquales, hæc Aequicrura ſunt. quod ſanè ſextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppoſitionem quidẽ hoc fecit, Angulos,qui ad Baſim ſunt, æquales eſſe: Concluſionem verò, Laterum illos æquales Angulos ſubtendentium ęqualitatem. Alia autem, Conuerſio iuxta quandam ſolam Compoſitorum mutationem. ſi .n. Compoſitum Theorema fuerit, à pluribus Suppoſitionibus incipiens, in vnamq́ue Concluſionem deſinens, † accipientes Concluſionem,vnamq́ue ex Suppoſitionibus,vel etiã plures, aliquam reliquarũ Suppoſitionum veluti Concluſionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati,octauũ conuertitur. nam alterũ quidem inquit, ſub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Baſes æquales ſubtendunt: alterum autẽ, in æqualibus Baſibus ęqualia Latera poſita, ęquales Angulos continent. quorũ illud quidem,in æqualibus Baſibus, prioris Concluſio fuit: illud verò, æqualia Latera poſita, vna ex præaſſumptis in illo Suppoſitionibus: illud autem, æquales Angulos cõprehendunt, altera in illo fuit Suppoſitio. Duabus itaque hiſce Conuerſionibus exiſtentibus, illa quidem,quæ Præcipua dicitur,vniformis eſt, atque determinata: altera autem,varia, in multumq́ue Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, ſed in multis conuertens, propter Suppoſitionum multitudinem, quæ in Compoſitis Theorematibus eſt. Sæpenumero autem ei etiã, quod à duabus incipit Suppoſitionibus vnũ eſt quod conuertitur, quando Suppoſitiones nõ omnes determinatę, ſed quędam indeterminatæ fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere,quòd multę falſę Conuerſiones fiunt,& nõ ſunt propriè Cõuerſiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus eſt. non tamen conuerſum etiam verũ eſt, quòd omnis Triangulus Numerus, Sexangulus ſit. Cauſa autem,quoniam alterum quidẽ cõmunius eſt, alterum verò particularius.& de omni alterũ ſolum de altero dicitur. In quibus autem quod primò ineſt, & ſecundum quod ipſum accipitur, in illis Conuerſio quoq; conſequitur. Et hæc quidẽ Menęchmi, Amphinomiq́ue familiares Mathematicos non latuere.Ipſorum autẽ, quæ conuertuntur Theorematum,alia quidem Præcedentia vocare conſueuerunt, alia verò Conuerſa. Cùm .n. quoddam genus ſupponentes, aliquod de ipſo Symptoma demonſtrauerint,Pręcedens hoc appellant. Cùm autẽ è contrario Suppoſitionem quidem Symptò-

ma

† accipientes Concluſionem vnamq́ue ex Suppoſitionib⁹, concluſio, né faciũt, vnã Suppoſitionũ, velét plures. & hoc modo.

Duplex Cõuerſio Geometrica, ꝓpria, atq; imꝓpria.

† Et non vnũ vni, Sed vnum multis cõuertẽs, iuxta Suppoſitionũ Notadũ.

Quid p̄cedẽs, & q̄d Conuerſum Theorema.

ma fecerint: Concluſionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuerſum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicrus Triangulũ Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet hoc Pręcedens eſt. ſubijcitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipſum Aequicrus Triãgulum.

Genus hic pro ſubiecto.

Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos ſubtendentia habet æqualia, & eſt Aequicrus. hoc Conuerſum eſt. Subiectum enim, huiusq́ue paſſionem immutat. & hanc quidem ſupponit, illud verò ex hac oſtendit.

Epilogus.

Tot de Geometricis Conuerſionibus erant nobis dicenda.

Deductio ad impoſſibile quid apud Geometras.

Deductiones autem ad impoſſibile, omnino quidem in euidens impoſſibile deſinunt, cuiusq́ue contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipſarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppoſitionibus opponuntur deſinere: alias verò in ea, quæ ijs, quæ prius demonſtrata ſunt contradicunt. nam præſens quidẽ ſextum Theorema id, quod accidit, impoſſibile eſſe oſtendit, eò quòd communem deſtruit notionem, Totum ſua parte maius dicentem. Octauum verò in impoſſibile quidem incidit, nõ tamen in id, quod communis notionis deſtruendæ vim habet, ſed eius, quod per ſeptimum Theorema oſtenſum eſt. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans oſtendit ijs, qui Quæſitum non concedunt. Omnis autem ad impoſſibile Deductio quod Quæſito oppugnat accipiens, hocq́ue ſupponens progreditur, donec in exploratum abſurdum incidat, per illudq́ue Suppoſitionem auferens, id, quod à principio quærebatur corroboret.

Documentum.

Omnino enim ſciendum eſt, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principijs ſunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit.

Porphyriꝰ

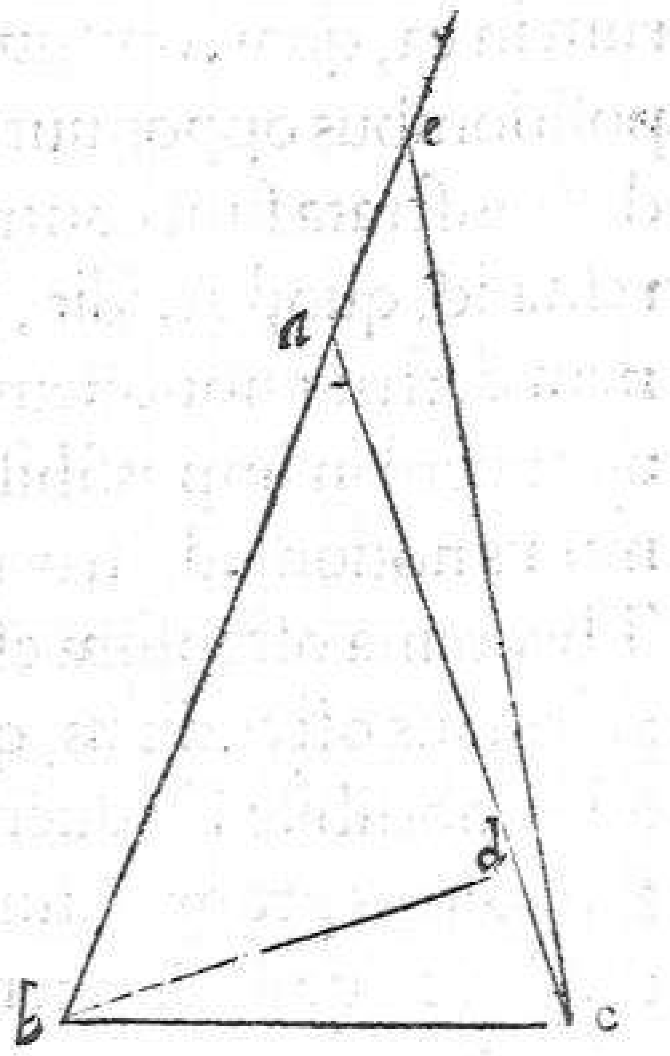
Et quæ à principijs quidem duplices & ipſæ ſunt. aut enim à communibus notionibus, à ſolaq́ue euidentia fidem per ſe facienti emanarunt: aut ab ijs, quæ præoſtenſa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel deſtruendorum vim habent. Verùm ponendi quidẽ principia vim habentes, Reſolutiones appellantur, hisq́ue cõpoſitiones opponuntur. nam fieri poteſt vt à principijs illis ad Quęſitũ ordine progrediamur, & hoc nil aliud quàm Cõpoſitio eſt. Deſtruendi verò vim habẽtes, Deductiones ad impoſſibile nuncupantur. aliquid.n.eorum, quę conceſſa ſunt, exploratáque habentur deſtruere, huiuſce viæ opus eſt. Et eſt in hac quoque Ratiocinatio quædam, non autem eadem, quæ in Reſolutione. in Deductionibus enim ad impoſſibile iuxta ſecundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio eſt. vt ſi Triangulorum æquales Angulos habentiũ Latera æquos Angulos ſubtẽdentia

Epilogus.

In principio huius cõmenti.

Quidã huius Theorematis caſus.

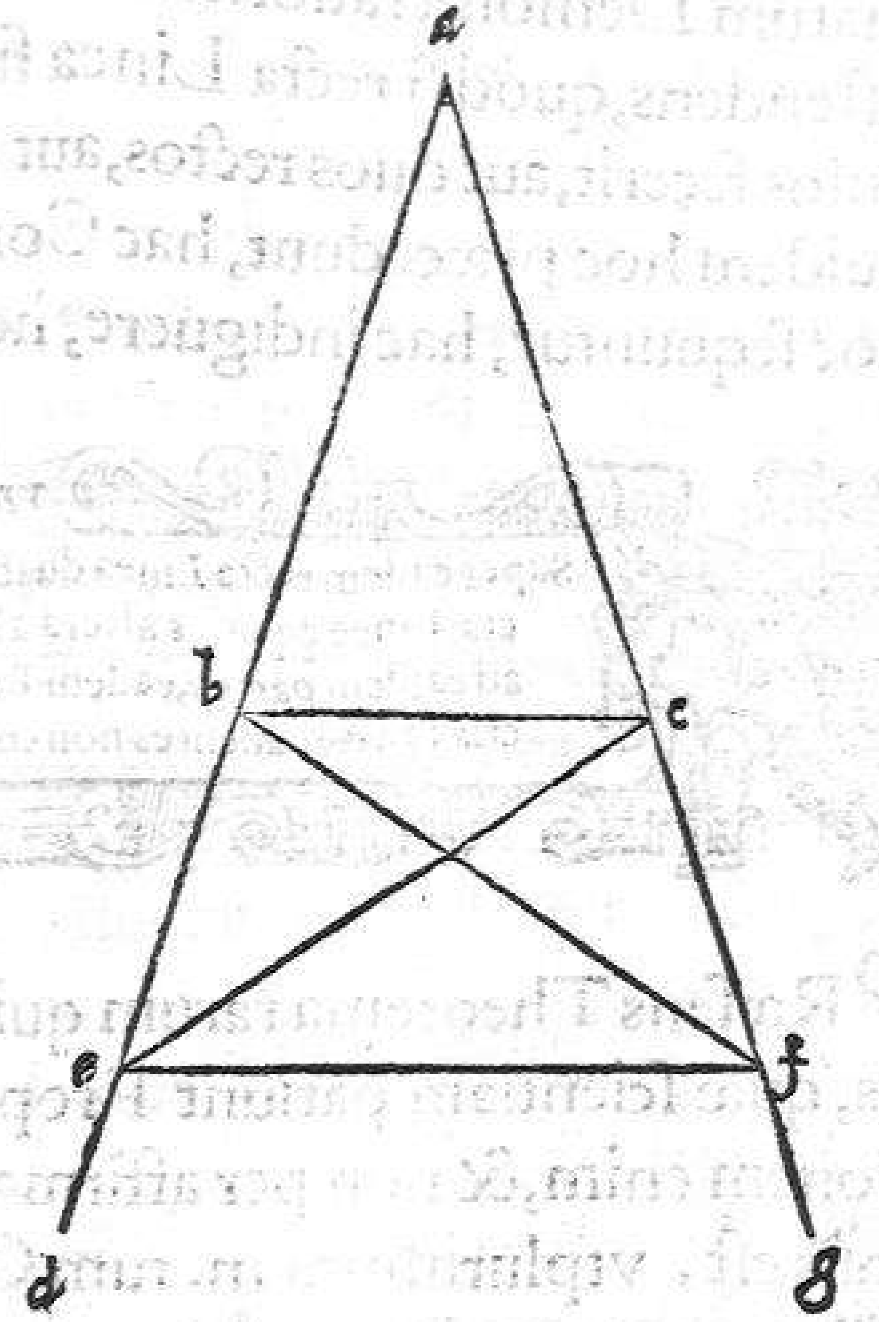
æqualia non ſunt, Totum ſuæ parti æquale eſt; verùm hoc fieri non poteſt. Triangulorum igitur duos Angulos ęquales habentium Latera quoque æquos Angulos ſubtendentia æqualia ſunt. Totidem de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impoſſibile vocatur ſufficiant. Vtitur aũt (quod iã diximus) Elementorũ inſtitutor Conuerſione quidem, in Propoſitione, quippe qui Concluſionem quinti Theorematis veluti Datum accepit, illiuſq́ue Suppoſitionem tanquã Quæſitum adiecit: Deductione autem ad impoſſibile, in Conſtructione, atque in Demonſtratione. Si autem aliqui ſurgant dicentes, quòd nõ oportet ipſi a b ab ipſa a c æqualem auferentem, ad Signũ c, facere ablationẽ, ſed ad Signum a, hanc quoq; ponentes Suppoſitionem in idem impoſſibile incidemus. Sit .n. a b ęqualis ipſi a d, & producatur b a, ponaturq́ue æqualis a e, ipſi d c. Tota igitur b e, toti a c ęqualis eſt. Connectatur ipſa e c. Quoniã itaq; a c æqualis eſt ipſi b e, cõmunis autẽ b c, duę duabus æquales ſunt, & Angulus, qui ad Signum b, Angulo a c b æqualis eſt. Sic .n. poſitum fuit. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia ſunt. Quamobrem Triangulum quoque e b c, Triangulo a b c ęquale eſt, Totum parti, quod minimè fieri poteſt.



Demõ reliqui conuerſionis membri.

Verùm quoniam hoc quoque manifeſtum eſt, ſequitur vt reliquum etiam Conuerſionis oſtendamus. nam Elementorum quidem inſtitutor ad quinti Theorematis partẽ, totum ſextum conuertit. Operæpretium eſt autem reliquam quoq; Conuerſionem adijcere. hæc autem eſt illa, quæ accipit quidem tanquam Suppoſitionem, cuiuſdam Trianguli Angulos, qui ſub Baſi ſunt, æquales eſſe: oſtendit verò Triangulum eſſe Aequicrus. Sit igitur a c b Triangulum, & producantur a b, a c ad Signa d g, ſintq́ue Anguli, qui ſub Baſi ſunt, æquales. Dico quòd Triangulum a b c, Aequicrus eſt. Sumatur .n. in Linea ad Signum e, ipſiq́ue b e æqualis c f. & connectantur Lineę e c, b f, e f. Quoniam igitur b e, ipſi c f æqualis eſt, cõmunis autẽ b c, duæ duabus ęquales ſunt. & Angulus e b c, Angulo f c b ęqualis eſt. ſub Baſi enim ſunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia ſunt. & Baſis igitur e c, Baſi f b æqualis eſt, Angu-

lusq́ue



luſqúe b e c, Angulo c f b: & Angulus c b f, Angulo b c e. ſub ipſis enim æqualia Latera ſubtendunt. erat autem totus e b c Angulus toti f c b Angulo æqualis, ex quibus Angulus f b c, Angulo e c b ęqualis eſt. & reliquus igitur e b f, reliquo f c e æqualis eſt. eſt autem b e, ipſi c f: & b f, ipſi c e æqualis, æqualeſqúe continent Angulos. & omnia igitur omnibus ęqualia ſunt. Quapropter Angulus etiam b e f, Angulo c f e æqualis eſt. Quamobrem Latus quoque a e, Lateri a f ęquum eſt (per ſextum, oſtenſum .n. eſt) ex quibus b e, ipſi c f æqualis eſt. ſic enim ablatę fuere. reliqua igitur a b, reliquæ a c æqualis eſt. Aequicrus ergo eſt Triangulum a b c. Tum igitur ſi duos, qui ad Baſim ſunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus eſt: tum ſi Lateribus productis duos, qui ſub Baſi ſunt Angulos ęquales habuerit, hoc etiam modo datum Triãgulum Aequicrus erit.

Dubitatio

Qua de cauſa igitur reliquam quoq; partem Elementorum inſtitutor non conuertit?

Solutio.

An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui ſub Baſi ſunt æquales eſſe extra propoſitum erat, aliorum dubiorum ſolutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Baſim ſunt ęqualibus exiſtentibus Triangulum Aequicrus eſſe neque ad præcipuam Demonſtrationem, neq; ad eorum, quæ quæruntur ſolutionem ipſi confert, cùm ſequentibus etiam Theorematibus hoc confirmetur, ipſiqúe anſam illa præbeãt, Angulis, qui ſub Baſi ſunt, ęqualibus exiſtentibus, Aequicrus & Triangulum oſtendi? ſi .n. omnis recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam, duoſqúe Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit: Angulis, qui ſub Baſi ſunt æqualibus datis, & qui ad Baſim ſunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus exiſtentibus, & Latera ipſos ſubtendentia erunt æqualia. Hoc itaq; in tota Elementari inſtitutione vſus Euclides accipere potuit, quòd Angulis, qui ſub Baſi ſunt ęqualibus exiſtentibus, Triangulũ Aequicrus eſt. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

Propō 13.

matum Demonſtrationem. nam paulò pòſt apparebit Theorema oſtendens, quòd ſi recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quę quidem hoc præcedunt, hac Conuerſione nihil indigent: quæ verò hoc ſequuntur, hac indiguere, hocqúe Theoremate fidem facient.

Propō 7. Theorema 4.

TEXTUS

> Super eadem recta Linea duabus eiſdem rectis Lineis aliæ duæ rectæ Lineę ęquales altera alteri, ad aliud atque aliud Signum, ad ad eaſdem partes, eadem Extrema cum duabus initiò ductis rectis Lineis habentes non conſtituentur.

Cōm. 11.

Aristote. in 1. po.ſt tex.31.

† nam ſine affirmōne neque

PRæſens Theorema rarum quid paſſum eſt, quod haud frequenter ijs, quæ ſcientiam pariunt Propoſitionibus euenire ſolet. per negationem enim, & non per affirmationem formari, non ſatis proprium ipſis eſt. vtplurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmeticorũ Theorematum Propoſitiones, affirmationes ſunt. Cauſa autem (vt inquit Ariſtoteles) quoniam vniuerſale quidem affirmans ſcientijs maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negationeqúe nihil indigens: vniuerſale verò negans, affirmatione quoque indiget, ſi debet oſtendi † nam ex negantibus tantùm neque Demonſtratio eſt, neq; Ratiocinatio quędam. Atque idcirco Demonſtrantes ſcientiæ, plurima quidem affirmantia oſtendunt, rarò verò negantibus vtuntur conclusionibus. Admirabili autem diligentia plena eſt huiuſce Theorematis Propoſitio, omnibusqúe additionibus vincta, quibus adeò certa, atque indubitata facta eſt, vt ab ijs, qui calumniari conantur, coargui, cōuinciqúe minimè poſſit. nam primò quidem particula illa [ſuper eadem recta Linea] ſumpta eſt, ne ſuper alia duas duabus alteram alteri æquales oſtendamus, Propoſitioneqúe vtentes circunueniamus. Secundò vna recta Linea exiſtẽte, nō inquit ſuper ipſam duas duabus æquales ſimpliciter conſtituere (hoc enim fieri poteſt) ſed alteram alteri. quid .n. mirũ eſt vtraſque vtriſq; ęquales ſumpſiſſe eum, qui alteram quidem earum, quæ conſtituuntur protrahit: alteram verò contrahit? Verùm alteram alteri (inquit) impoſſibile. Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid enim ſi quis cùm primis duabus duas alias alteram etiam alteri ęquales feciſſet, haſce illis in eodẽ Signo, quod ſubiectas rectas Lineas iuxta verticem coniungit, coaptaſſet, hasqúe conſtituiſſet? omnino .n. æqualibus rectis Lineis exiſtentibus, Extrema quoque ipſarum congruẽt.

Prima huius Theorematis cōditio.

Secunda.

Tertia.

gruent.

Quarta.

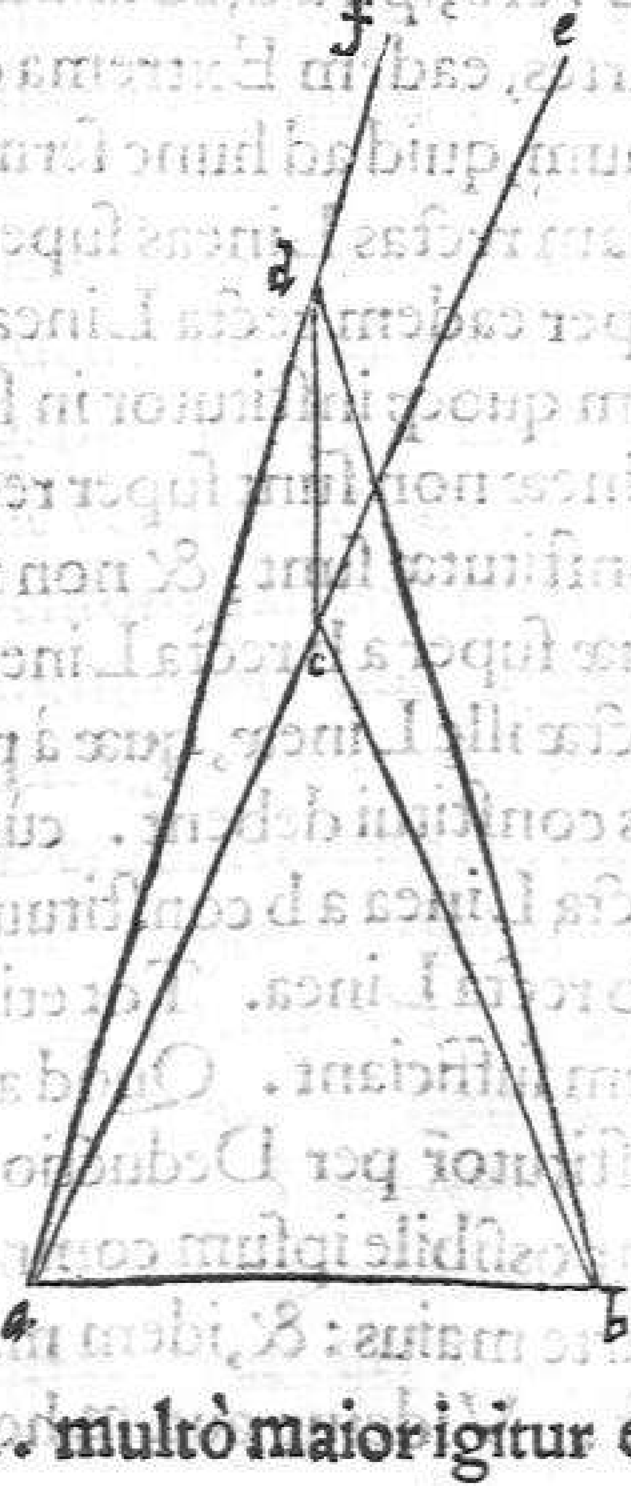
Quartò adiecit particulam [ad eaſdem partes] quid enim ſi vna recta Linea ſubiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipſius partem, alteras verò ad alteram poſuiſſemus, ita vt recta illa Linea cõmunis duorum Triangulorum oppoſitos vertices habentium Baſis eſſet? Ne igitur hoc paſſi, noſtram deceptionem ad Elementorum inſtitutorem inferamus, adiecit particulam [ad eaſdem partes,].

Quinta.

Quintò ſubdidit [eadẽ Extrema cum duabus initiò ductis rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam ſuper eadem recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum, ad eaſdem partes conſtituiſſet, tota recta Linea vſus, & ſuper hac ipſas duas conſtituens, ijs, quę conſtituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis, quæ initiò ductæ erant. ſi enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipſius Latere intellexerimus, duæ duabus ęquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo Lateri, alteriquè Dimetienti. Verùm ęquales eadem non habebunt Extrema. neque .n. Parallelæ, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ Extrema habebunt. ipſę autem erant æquales. His igitur diſtinctionibus ſeruatis & Propoſitio vera, & Ratiocinatio certa oſtenditur.

Instantia.

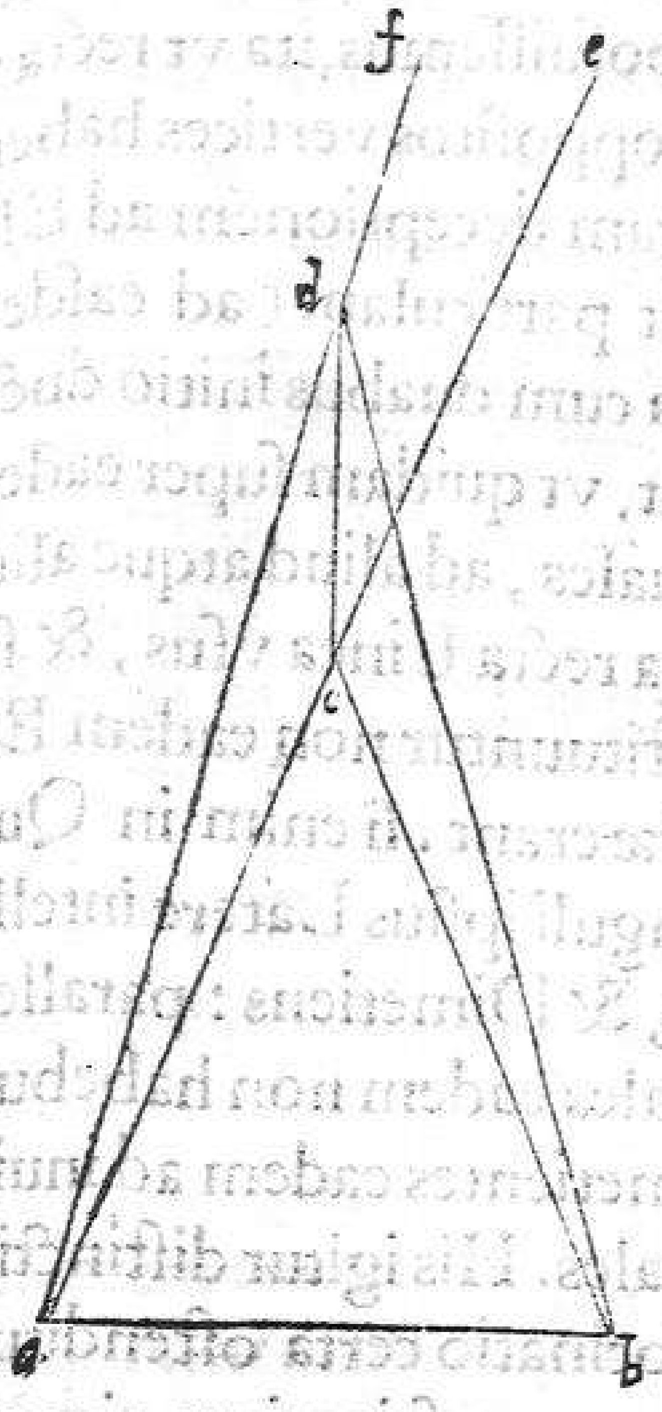
Fortaſſe autem quidam præter hos quoq; omnes ſcientiam gignentes Terminos inſtare auſi eſſent dicentes, quòd his etiã ſuppoſitis, fieri poteſt vt id, quod Geometra dicit impoſſibile ſit. Sit .n. a b recta Linea, & ſuper hac duabus a c, c b, duę ęquales a d, d b, ſintquè hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum, c nempe, atque d ſint, eademquè Extrema cum ijs, quæ initiò ductæ ſunt rectis Lineis habeant, a ſcilicet, atque b. & ſit a c quidem æqualis ipſi a d: b c verò, ipſi b d.



Reſpõſio.

Aduerſus itaque hoc modo inſtãtes occurremus, connectendo quidem Lineam d c, producendo verò Lineas a c, & a d ad Signa e f. his .n. constructis manifeſtum, quòd Triangulũ quidem a c d Aequicrus eſt, ęquali exiſtẽte (vt aſſerit eorum oratio) a d, ipſi a c: Anguli verò, qui ſub Baſi, æquales, Angulus ſcilicet e c d, Angulo f d c. Angulus igitur f d c, maior eſt Angulo b d c. multò maior igitur eſt Angu-

Angulus b c d, Angulo b dc. Sed quoniam rurſus Linea d b æqualis eſt Lineæ b c, Anguli etiam, qui ad Baſim, æquales ſunt, nempe Angulus b c d, Angulo b d c. Idem igitur & multò maior, & æqualis eſt, quod minimè fieri poteſt. Et hoc quidem eſt, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui ſub Baſi ſunt, ſibi inuicẽ æquales eſſe, quanuis ad ſequentium Theorematũ Demonſtrationes vtile non ſit, ad Inſtantiarum tamen ſolutiones maximã affert vtilitatem. in præſentia nanque Inſtantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd a c, a d ęqualibus exiſtẽtibus, Anguli quoq; e c d, f d c æquales erunt. Conſimiliter autẽ in alijs quoq; Theorematibus ad dubiorum ſolutiones maximè nobis cõferre apparebit.



Alia Inſtãtia.

Si quis autem dicat quòd ſint ſuper recta Linea a b, rectæ Lineæ b d, b c ęquales rectis Lineis a c, a d, quarum b c quidem ęqualis ſit ipſi a c: b d verò, ipſi a d, ad aliud atq; aliud Signũ, a ſcilicet, atq; b, ad eaſdem partes, eadem Extrema cum ipſis a c, a d habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc ſermonem dicemus? An quòd oportet primas etiam rectas Lineas ſuper recta Linea a b conſtituere, hiſqúe æquales ſuper eadem recta Linea a b conſtitui? hoc modo enim Elementorum quoq; inſtitutor in Propoſitionẽ dicit. Ipſe autem a c, & a d rectę Lineæ non ſunt ſuper recta Linea a b, ſed ad quoddam eius Signum conſtitutæ ſunt, & non ſuper ipſa. Quamobrem aliæ quidem ſunt quæ ſuper a b recta Linea conſiſtunt, vt a c, c b, & a d, d b: aliæ verò rectæ illę Lineæ, quæ à principio poſitæ fuerant † quæqúe ipſis ęquales conſtitui debent. cùm tamen opus ſit rectas Lineas, quæ ſuper recta Linea a b conſtituuntur, æquales ipſis eſſe, quæ erant ſuper ipſa a b recta Linea. Tot etiam aduerſus hæc, & aduerſus hanc quæſtionem ſufficiant. Quòd autem præſens Theorema ab Elementorum inſtitutor̃ per Deductionem ad impoſſibile oſtenſum eſt, & quòd impoſſibile ipſum communi oppugnat notioni dicenti, totum eſt ſua parte maius: &, idem maius, æqualeqúe eſſe non poteſt, manifeſtum eſt. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præaſſumpta octaui

Reſpõſio.

† quæque ipſis æquales ſunt.

rematis eſſe, ad illius nanqꝫ Demonſtrationem confert, & neqꝫ Elementum ſimpliciter eſt, neque Elementare. non .n. ad plura ſuam extendit vtilitatem. Rariſſimum igitur apud Geometram ipſius vſum reperiemus.

TEXTVS

> Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, habuerint aũt & Baſim Baſi ęqualem: Angulum quoque Angulo ab æqualibus rectis Lineis contentum, æqualem habebunt.

Propó 8. Theorema. 5.

Cóm. 12.

OCtauum Theorema quarti conuerſum eſt, non iuxta præcipuam Conuerſionem ſumptum. non.n.totam illius Suppoſitionem, Concluſionem: totamqúe Concluſionem, Suppoſitionem facit. Verùm aliquam quidem Suppoſitionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæſitorum, quæ in illo ſunt contexens, vnũ quid oſtendit eorum, quæ in illo Data fuere. nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia eſſe, in vtroque Suppoſitio eſt: hoc verò, Baſim Baſi æqualem eſſe, in illo quidem vnum Quæſitorum erat, in hoc autem Datum eſt: hoc autem, Angulum Angulo æquum eſſe, Datum quidem in illo, Quæſitum verò in hoc. Sola igitur Datorum, Quæſitorumqúe immutatio Conuerſionem efficit. Siquis autẽ cauſam addiſcere deſideret, propter quam octauum in ordine poſitũ eſt, & non ſtatim poſt quartum tanquam illi Conuerſum, quemadmodum ſanè poſt quintum ſextum, quippe quod ipſius quinti Conuerſum eſt, plurima ſiquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia conſequuntur, & poſt ipſa nullo medio intercedente oſtenduntur, dicendum quòd ſeptimo quidem octauum indigebat. nam per Deductionem ad impoſſibile oſtenditur, impoſſibile verò quòd tale ſit, à ſeptimo fit cognitum. Hoc autem rurſus in Demonſtratione, quinto indigebat. Neceſſariò igitur ſeptimum, ac quintum ante hoc, quod nunc oſtenditur Theorema præaſſumptum fuit. Quoniã verò Conuerſum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonſtrationem habebat, iurè ſtatim poſt quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam cùm per Deductionem ad impoſſibile oſtendatur, à cõmunibus notionibus quod fieri non poteſt redarguit, & non (quemadmodũ octauũ) ab alio Theoremate. euidentiora .n. ad redargutionẽ ſunt ea, quæ cõmunibus notionibus oppugnantia ſunt, ijs quæ Theorematibus contradicunt. hęc ſiquidẽ

Queſtio

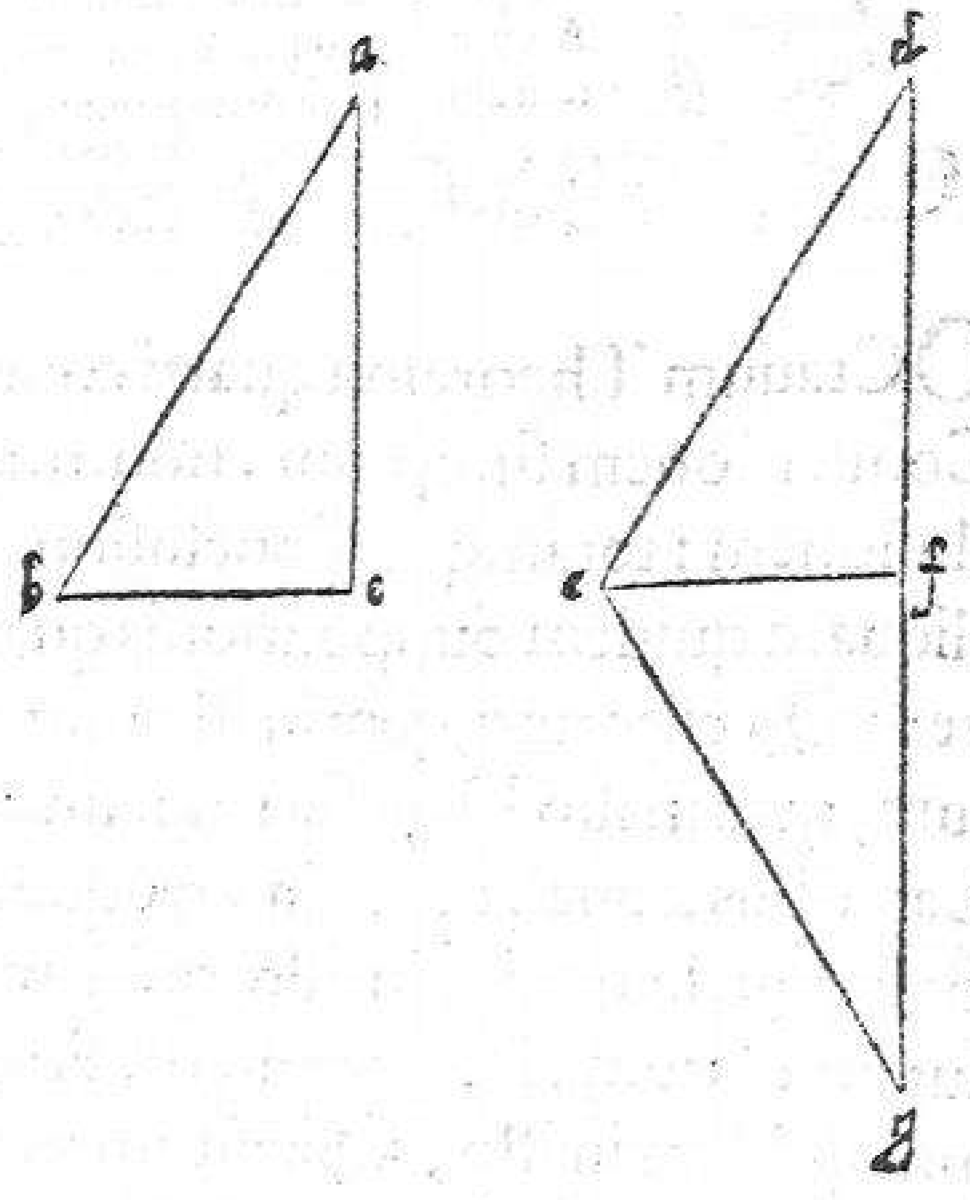
Reſpóſio.

per

per Demonſtrationem ſumpta ſunt, illorum autē cognitio Demonſtratione melior eſt. At Elementorum quidem inſtitutor ex iam demonſtrato ſeptimo Theoremate quod nunc proponitur oſtendit.

Philonis Demonſtratio.

Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauū ſe demonſtratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis exiſtentibus a b c, & d e f, duoq́ue Latera duobus Lateribus ęqualia, & Baſim b c, Baſi e f ęqualem habentibus, Baſis Baſi congruens, Triãgulumq́ue a b c, & Triangulum d e f poſitum in eodem quidem Plano, ne Baſis declinatio duorum ſit: ad alteram verò vtcunq; ipſius e f rectæ Lineæ partem, ita vt oppoſiti ipſorum vertices ſint, viceq́ue ipſius a b c, ſit hoc modo poſitum ipſum e f g. & ſit ipſi quidem d e, æqualis e g: ipſi autem d f, ipſa f g.



Caſus Demonſtrationis Philonis.

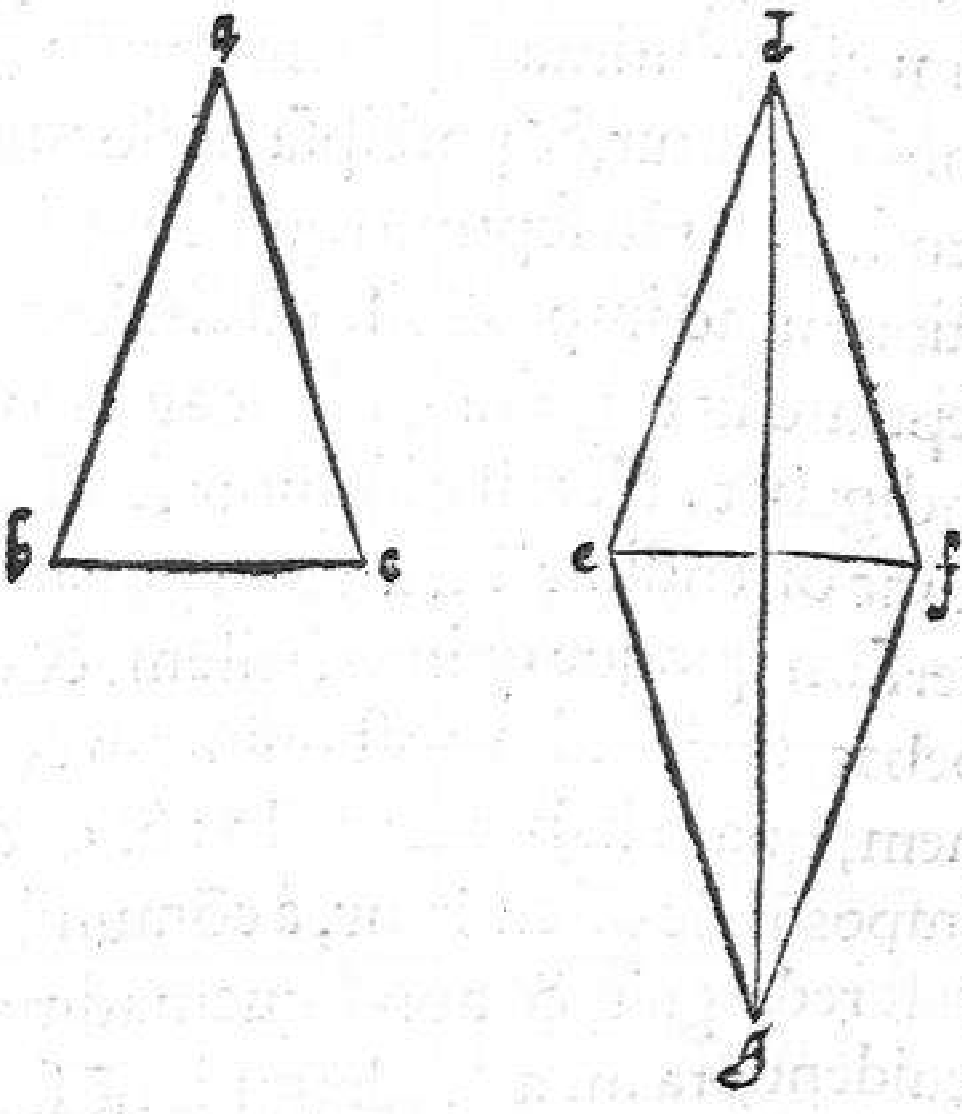
Ipſa itaque f g aut in diredirectū poſita erit Lineæ d f, aut non in directum. & ſi nō in directum, aut iuxta internã partem Angulum ad ipſam faciet: aut iuxta externam.

Primus.

Sit primùm in directū poſita. Quoniam igitur ęqualis eſt d e ipſi e g, vnaq́ue eſt Linea ipſa d f g, Triangulū d e g Aequicrus eſt, & Angulus, qui ad Signum d, Angulo, qui ad Signum g æqualis eſt.

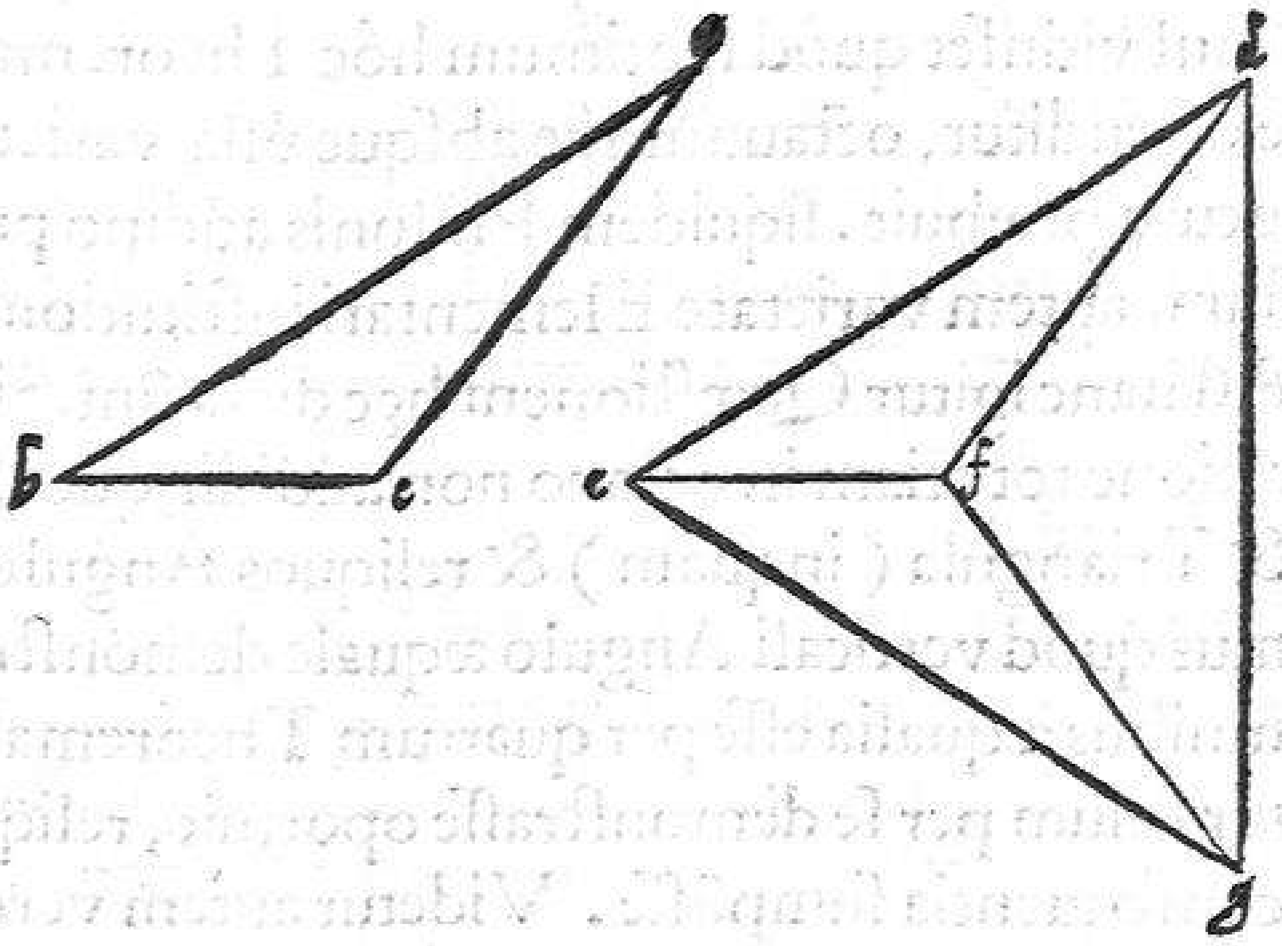
Secundus.

Si verò non indirectum iacet, intus faciat Angulum, cōnectaturq́ue d g. Quoniam igitur e d, e g æquales ſunt, Baſisq́ue d g, Angulus etiam e d g Angulo e g d æqualis eſt. Rurſus quoniã æqualis eſt d f, ipſi f g, Baſisq́ue d g, Angulus quoq; f d g, Angulo f g d æqualis eſt. Erat aūt & Angulus e d g æqualis Angulo e g d. Totus igitur e d f, toti f g e



ęqualis

æqualis eſt, quod oportuit demonſtraſſe. Tertiò autem iuxta externam partem faciat Angulum ad ipſam d f, ipſa f g, & connectatur extrà recta Linea d g. Quoniam igitur d e, e g æquales ſunt, Baſiſqúe d g, Anguli e d g, d g e ęquales sūt. Rurſus quoniam d f, f g æquales ſunt, Baſiſqúe d g, Angulus f d g, Angulo f g d æqualis eſt. Erāt autem toti etiam e d g, d g e Anguli ad inuicem ęquales. & reliqui igitur e d f, f g e Anguli inter ſe æquales erunt. & ſic Propoſitum iuxta quamlibet f g rectæ Lineæ poſitionem inuentum eſt, dum Theorema nos demonſtrauimus, ſeptimoqúe nuſquam vſi fuimus. Num igitur (dicunt ipſi) fruſtra illud ab Elementorū inſtitutore introductum eſt ⁖ ſi .n. propter octauum tantùm ipſum aſſumpſimus, octauum autem abſque etiam illo oſtenſum eſt, quonam pacto penitus inutile ſeptimum non apparet ⁖ Aduerſus hæc itaqꝫ dicendum (quæ ĳ etiam, qui nos præceſſere dixerunt) quòd ſeptimum Theorema demonſtratum, ĳs, qui Aſtronomicarum rerū periti ſunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæqúe defectibus habetur ſermo, maximam affert vtilitatem. hoc .n. aiunt vtentes oſtendiſſe quòd tres conſequenter Defectus æquali ſpatio ab inuicem diſtantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt ſecundus tanto temporis ſpatio diſtet à primo, quanto tertius à ſecundo. Exempli gratia, ſi poſt primum ſecundus ſex menſibus, vigintiqúe diebus elapſis factus fuit: Tertium vtique poſt ſecundum tanto tēporis ſpatio minimè factum eſſe, verùm aut maiori, aut minori. hoc autem ſic ſe habere per ſeptimum Theorema demonſtrari. & non hoc ſolùm Elementorum inſtitutorem tanquam ad Aſtronomiam nobis conferens obiter oſtendiſſe, verùm multa quoque alia Theoremata, atqꝫ Problemata. vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulorum Figuræ Latus Circulo inſcribit, cuius gratia quis dixerit eū proponere niſi ad Aſtronomiam huiuſce Problematis relationis ⁖ qui enim deſcripſerunt in Circulo per Polos tranſiente Quindecangulū,



Tertius.

Dubitatio

Solutio.

Tres defectus cōſequēter ęquali ſpatio diſtantes eſſe nō poſſunt.

Vltima propoſitio libri quarti quō ad Aſtronomiā conferat.

Polorum Aequatoris à Signiferi Polis diſtantiam habent. Quindecangulari
ſiquidem Latere ab inuicem diſtant. Videtur igitur Elementorum
inſtitutor ad Aſtronomiam etiam reſpiciens, multa præoſtendere,
ad illam quoque ſcientiam nos præparans. Cùm autem
ſimul vidiſſet quòd ſeptimum hoc Theorema ex quinto Theoremate
oſtenditur, octauumq́ue abſque vlla varietate oſtendit, hunc ipſi
locum præbuit. ſiquidem Philonis additio pulchra quidem eſt, Caſuum
autem varietate Elementari inſtitutioni non ſatis conueniens.
Dubitatio Ad hanc igitur Quæſtionem hęc dicta ſint. Siquis autem dubitet qua
ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate,
Solutio. & Triangula (inquam) & reliquos Angulos, æquales eſſe: Dicemus
quòd verticali Angulo æquale demonſtrato, omnia quoque omnibus
æqualia eſſe per quartum Theorema ſequutum eſt. Hoc igitur
ſolum per ſe demonſtraſſe oportuit, reliqua verò omnia tāquam
Documētum. conſequentia ſumpſiſſe. Videtur autem verticalium Angulorum ęqualitatem,
Laterum illos Angulos cōprehendentium, Baſiumq́ue
æqualitas efficere. neque enim Baſibus inæqualibus exiſtentibus
ijdem Anguli manent comprehendentibus Lateribus æqualibus
ſuppoſitis, verùm dum Baſis minor fit, Angulus ſimul diminuitur,
& dum creſcit illa, Angulus quoque vnà creſcit. neque ijſdem Baſibus
exiſtentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angulus
manet, verùm dum quidem imminuuntur, augetur: dum verò
augentur, ĩminuitur. Contrariam .n. paſſionē Anguli, Lateraq́ue illos
cōprehendentia patiuntur. etenim ſi in eadē Baſi Latera in inferiorē
partē deſcēdere intelligas, ipſa quidē diminuis, Angulum aūt ab ipſis
cōprehenſum auges, maiorēq́ue ipſorū ab inuicē diſtantiam efficis. Si
aūt in altū ferri, additamentumq́ue ſuſcipere: Angulum, quē continent
diminuis. coincidunt ſiquidem diutius, vertice ipſorum magis
remoto à Baſi facto. Certum igitur eſt dicere, quòd & Baſis eadē exiſtēs,
& Latera ęqualia exiſtētia, ipſius Anguli ęqualitatē determināt.

TEXTVS

Propō 9. Probl. 4. Datum Angulum rectilineum bifariam ſecare.

Cōm. 13. PRoblematibus Theoremata admiſcet, Theorematibusq; Problemata
contexit, & vtriſq; totā Elementarem inſtitutionem cōficit,
tūm quidem Subiecta comparās, tū verò Symptomata circa ſubiecta

ipſa conſiderans. Cùm itaque præcedentibus oſtendiſſet & in vno Triangulo ęqualitati Laterum conſequentem ęqualitatem Angulorum, & è contrario: & in duobus Triangulis ſimiliter, hoc excepto, quòd Conuerſionis modus in vno, in duobusq́ue Triangulis diuerſus fuit, ad Problemata tranſit, iubetq́ue datum Angulum rectilineũ bifariam ſecare. Et manifeſtum, quòd Angulus hîc quidem iuxta Formã eſt datus. Rectilineus .n. dictus eſt, & non quicunq;. nam omnẽ Angulũ bifariam ſecare ſecundũ Elementarem inſtitutionem non poſſumus. quandoquidem ambiguum etiam eſſe poſſibile eſt, an omnis Angulus bifariam ſecari poſſit. fortaſſe enim dubites vtrũ poſſibile ſit Cornicularem Angulum bifariam ſecare. Quinetiã ſectionis Ratio nobis diſtincta fuit, & hoc rurſus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præſentem tranſgreditur Conſtructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinq; partes æquales. nam Rectum quidem trifariã ſecare poſſibile eſt, paucis eorũ, quæ poſterius tradenda ſunt vtentem: Acutum verò, impoſſibile ad alias Lineas non traſcendentem, quæ miſtæ ſunt Speciei. Hoc autẽ manifeſtant qui hoc modo propoſuere. Datum Angulum rectilineum trifariam ſecare. nam Nicomedes quidẽ ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinẽ, & Symptomata tradidit, inuentor ipſe proprietatis ipſarum exiſtens, omnem rectilineum Angulum trifariam ſecuit. Alij verò, ex Hippię, Nicomedisq́ue quadrantibus Lineis idem fecerunt, miſtis hi etiam quadrantibus Lineis vſi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum ſecuerunt. quorum conſiderationes ijs, qui inſtituuntur contemplatu difficiles cùm ſint, in præſentia omittimus. forſan enim magis cõmodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum inſtitutore datam Circunferentiam biſariam ſecante. ibi nanque idem inquiſitionis eſt modus, non ſolùm bifariam, verùm etiam Trifariam ſecare. & ab ijſdem Lineis priſci omnẽ Circunferentiam in tres partes æquales diuidere conati ſunt. Iurè igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantùm, & Circunferentiæ mentionem fecit, ſolum rectilineum Angulum, Circunferentiamq́ue bifariam tantùm ſecuit. Species autem, quæ ex his miſtione conſtituuntur explicatu, enumeratuq́ue difficiles exiſtentes, haud curioſè examinans, omnes huiuſcemodi inquiſitiones, quæcunque miſtis egent Lineis prætermittit, in primis, ſimpliciſſimisq́ue formis ea ſolùm, quæ ex his vel fieri, vel conſiderari poſſunt inueſtiganda proponens. quale profectò eſt, quod etiam in pręſentia proponitur Problema: Datum An-

Circa hoc Vide Vitellionẽ in 28. Propoſitione primi.

Nicomedes ꝓprietatis Conchoidũ Linearũ fuit inuentor.

In Propoſitione 30. tertii Elemen.

Hic tradit cauſam ꝓpter quã Eucl. rectilineũ Angulũ ſolũ, & Circunferentiam in duas tãtũ partes ęquales ſecuit.

gulum rectilineum bifariam ſecare] in hoc enim in Conſtructione quidem vna Petitione, & primo, ac tertio Theoremate : in Demonſtratione verò, ſolo octauo Theoremate vtitur. omnino ſiquidem

In lib. 2. cap. 8.

Problemata quoque Demonſtratione egent (vt prius etiam diximus) quodqúe ſcientiam gignit, ab hac adipiſcuntur. Fortaſſe autẽ

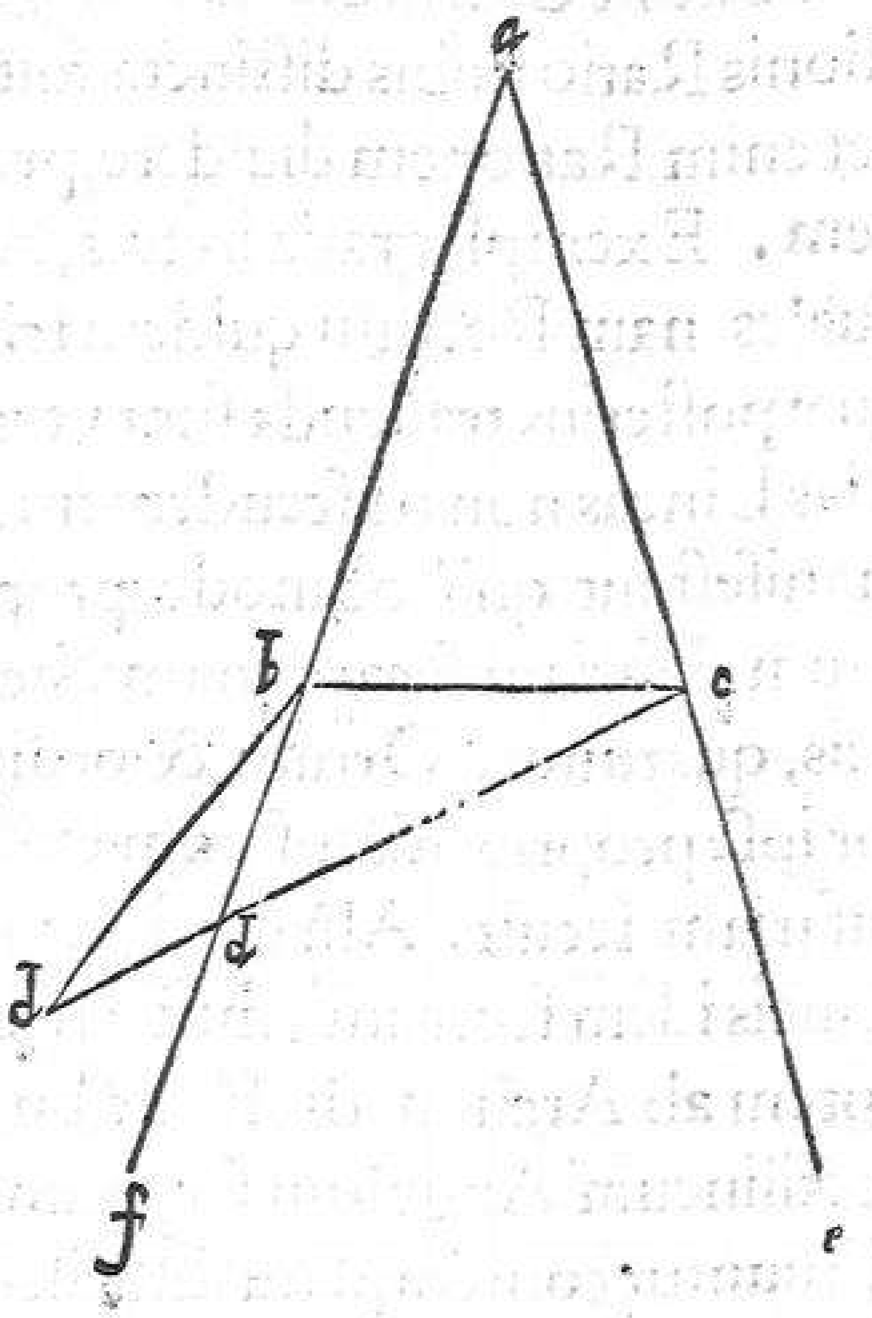
Instantia.

quidam aduerſus Geometram inſtent dicentes, quod apud ipſum cõſtituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verùm aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifeſtum vtrunque quod dicitur, per elementa. Sit Angulus b a c, quem bifariam ſecare oportet. & in Linea a b, Signum b, & ipſi b a æqualis c a, & connectatur b c, cõſtituaturqúe in ipſa Triangulum æquilaterum b c d. hoc porrò d Signum aut inter a b, a c rectas Lineas eſt, aut in a b, aut in a c, aut extra vtranque. Elementorum itaque inſtitutor inter illas ipſum aſſumpſit, & propterea qui impedimento ſunt, Demonſtrationemqúe impediunt aut in altera rectarum Linearũ ipſum poſitum eſſe dicunt, aut extra etiam

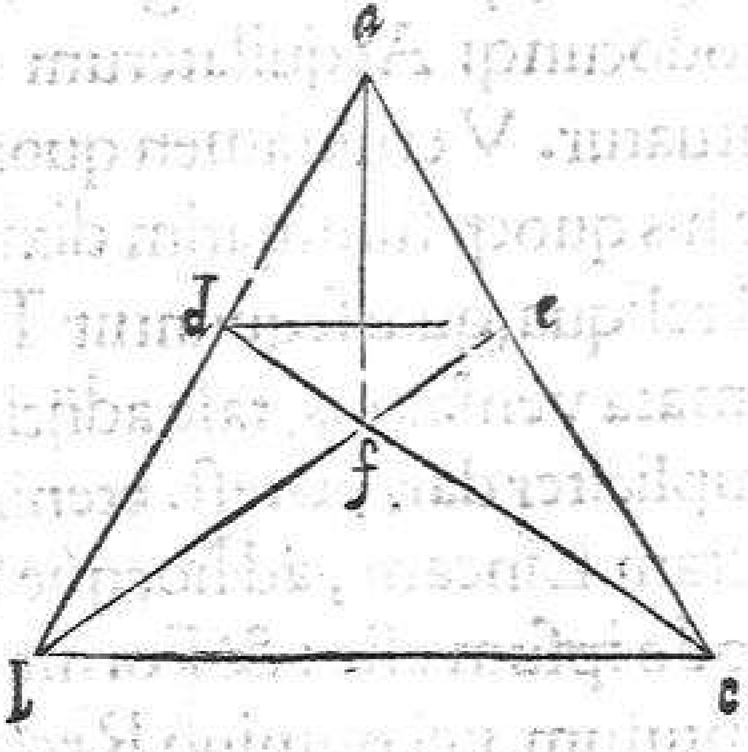
Solutio.

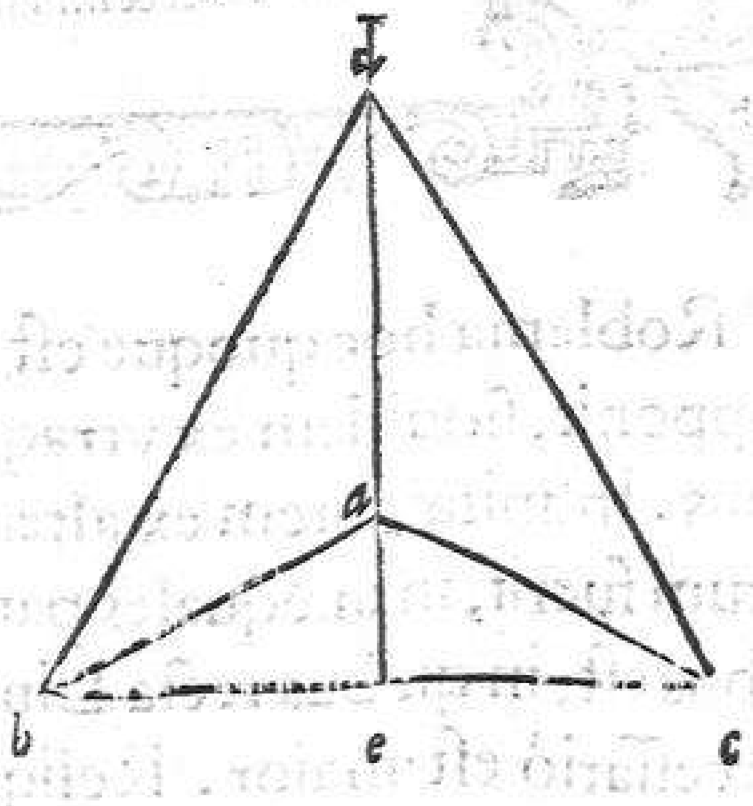
vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea a b, ita vt b c d Triangulum æquilaterum ſit. Aequalis igitur eſt d b, ipſi d c, & Anguli, qui ad Baſim, æquales ſunt, Angulus ſcilicet c b d, & Angulus b c d. Totus igitur b c e maior eſt Angulo c b d. Rurſus quoniam a b, ipſi c a æqualis eſt, Triangulum a b c æquicrus eſt, & Angulos, qui ſub b c Baſi ſunt, æquales habebit. Angulus igitur b c e, Angulo c b d æqualis eſt. Erat autem & maior, quod fieri non poteſt. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea a b d eſſe non poteſt. Similiter oſtendemus quòd neque etiam in Linea a c e. Ponatur igitur extra vtranque ſi fieri poteſt. Quoniã igitur b d, ipſi c d æqualis eſt, Anguli, qui ad Baſim, ęquales ſunt, nempe b c d, & c b d. Maior igitur eſt Angulus b c d, Angulo c b f. multò igitur maior eſt b c e, ipſo c b f. verùm æqualis etiam ipſi eſt, ſub Baſi ſiquidẽ b c Aequicruris a b c ſunt, quod fieri non poteſt. Non ergo d Signum extra

duas



duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem oſtẽdemus quòd neque etiam alijs in partibus. Et vides rurſus quòd Inſtantias redarguimus hoc vtentes, Aequicrures (inquam) Triangulos Angulos, qui ſub Baſi ſunt, æquales habere. hoc illud, quod prius dicebamus, quòd plura ſcientię oppugnantium, debilia, facileq́ue cõfutabilia hoc Theoremate oſtenduntur: & quòd hanc Geometræ præſtat vtilitatem. Siquis autem dicat ſub Baſi b c locum non eſſe: opus eſſe verò Aequilaterum ad eaſdem partes, in quibus ſunt Lineæ b a, a c conſtituere, neceſſe vtique erit Lineas, quæ conſtituuntur aut ipſis b a, a c congruere, ſi ipſæ quoque Baſi c b æquales: aut extra ipſas cadere, ſi ipſæ Baſi b c minores: aut intra, ſi ipſæ b a, a c, ipſa b c maiores fuerint. Congruant primùm, ſitq́ue Aequilaterum ipſum b a c, & ſumatur in Latere a b Signũ d, & à Latere a c auferatur æqualis ipſi a d, quæ ſit a e, connectanturq́ue d e, b e, c d, a f. Quoniam itaque a b, ipſi a c: & a d, ipſi a e æquales ſunt, duæ b a, & a e, duabus c a, a d æquales ſunt, eũdemq́ue Angulum comprehendũt. Quamobrẽ & omnia omnibus ſunt æqualia, & Angulus d b e, Angulo c c d ęqualis eſt. Aequalis autem eſt & d b ipſi e c: & b e, ipſi c d. Et omnia igitur omnibus ęqualia ſunt. Quapropter Angulus d e b, Angulo e d c æquus eſt. ſub his.n. ęqualia Latera ſubtendunt. Et d f igitur ipſi e f (per ſextum) æqualis eſt. Quoniam igitur a e, ipſi a d ęqualis eſt, & a f cõmunis, Baſisq́ue d f, Baſi e f ęqualis, Angulus d a e ĩ duas partes ęquales diſſectus eſt, quod faciendum erat. Si autem extra b a, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera cadant, ſint b d, d c, connexaq́ue d a producatur vſq; ad Signũ e. Quoniam itaque b d, d c æquales ſunt, communis autem d a, Baſesq́ue b a, a c ęquales, Angulus quoq; b d a (per octauum) Angulo c d a ęqualis eſt. Rurſus quoniam b d, d c æquales ſunt, & d e cõmunis, Anguloſq́ue æquales continent (vt oſtenſum eſt) Baſis quoque b e, Baſi e c (per quar-



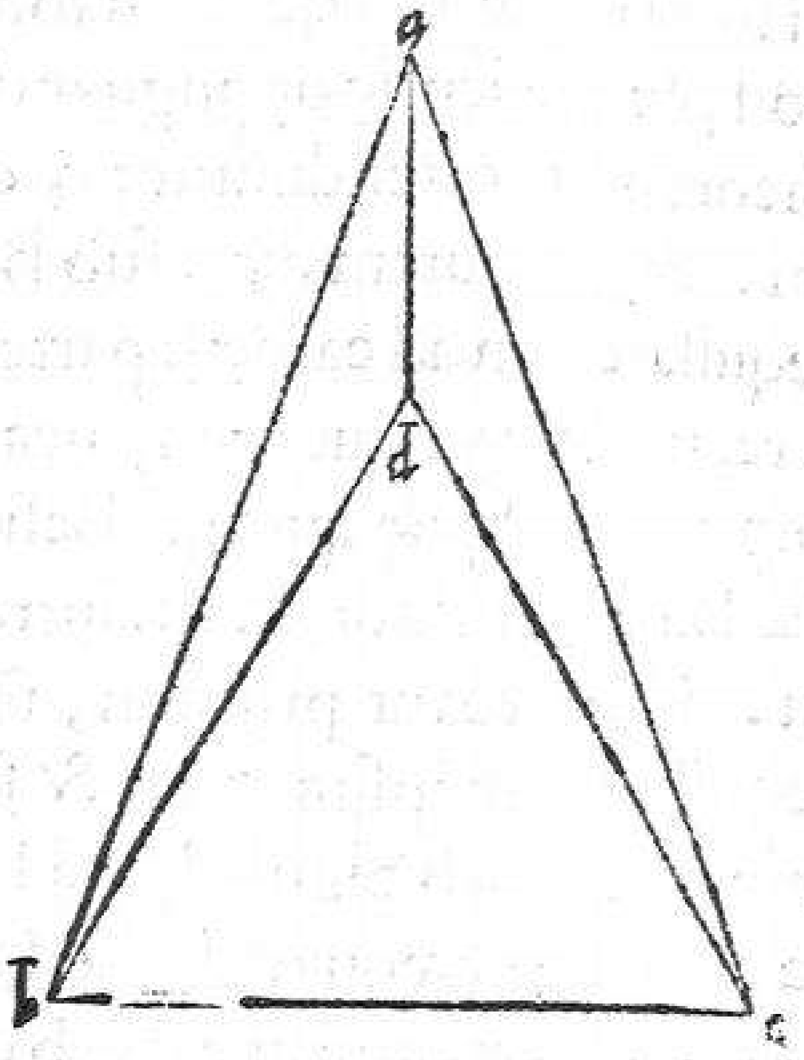


Idé ſuperius in cõ. 9. 10. & 11.

Varii huius Theorematis Caſus.

quar-

quartum) æqualis eſt. Quoniam igitur a b æqualis eſt ipſi a c, communiſq́ue a e, Angulus quoque b a e, Angulo c a e æqualis eſt, quod oſtendendum erat. Si verò intra a b, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, vt ipſa b d, d c, connectatur rurſus Linea a d. Quoniam itaque b a, ipſi a c æqualis eſt, communiſq́ue ipſa a d, Baſis autem b d æqualis eſt Baſi c d, et Angulus ergo b a d Angulo c a d (per octauum) æqualis eſt. Bifariam ergo ſecatur Angulus, qui eſt ad Signũ a, quomodocunq; Aequilaterum conſtituatur. Documẽtum. Veruntamen quoniam de his quoq; ſummatim diximus, ad reliqua, quæ ſequuntur Theoremata veniamus, tale adijcientes circa Angulum datum, quòd quadrupliciter dari poteſt. etenim Poſitione, vt quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocq́ue Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipſum eſſe: & Forma, vt quando Rectum, vel Acutum, vel Obtuſum, vel omnino Rectilineum, vel Miſtum dicimus: & Ratione, cùm duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, vt cùm tertiã partem Recti dicimus. Præſens autem Angulus Forma tantùm datus eſt.



TEXTVS

Propõ 10, Probl. 5. Datam rectam Lineam finitam, bifariam ſecare.

Cõm. 14. PRoblema hoc quoque eſt, quod finitam quidem rectam Lineam ſupponit, ſiquidem ex vtraque parte infinitam terminare non poſſumus. Infinitæ autem ex altera parte tantùm, vbicunque Signũ ſumptum fuerit, in inæquales partes fit ſectio. illa enim, quæ in eiſdẽ partibus eſt, in quibus recta Linea infinita exiſtit, reliqua finita exiſtente neceſſariò eſt maior. Reliquum igitur eſt vt ex vtraque parte finita Dubitatio accipiatur quæ bifariam ſecari debet. Fortaſſe autem quidam ab hoc

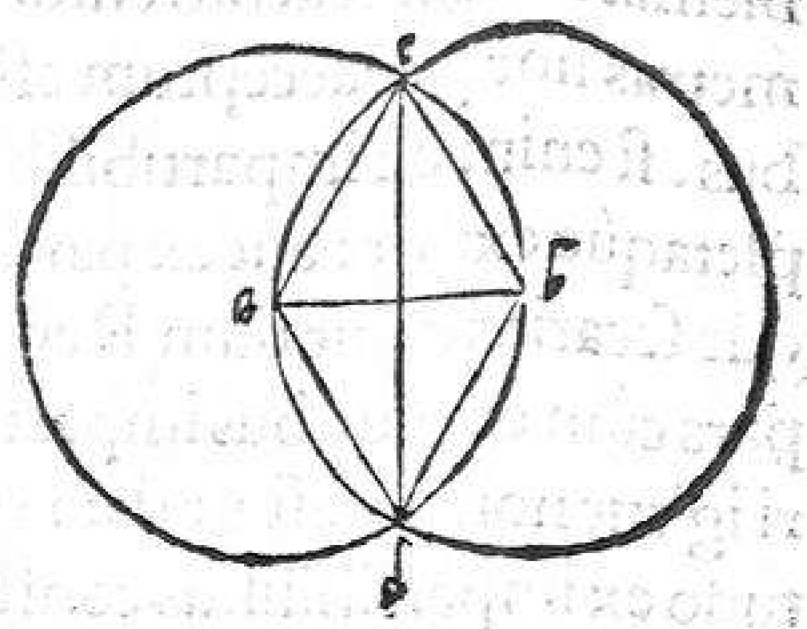
Problemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppoſitio apud Geometras hoc præacceptum eſt, Lineam non conſtare ex impartibilibus. ſi enim ex impartibilibus conſtet, aut ex imparibus finita, cõpletaqúe exiſtit: aut ex paribus. At ſi ex imparibus, impartibile quoque ſecari videtur dum Recta bifariam ſecatur. quoniam altera ipſius pars cùm ex pluribus impartibilibus conſtet, reliqua maior erit. Fieri igitur non poteſt vt data recta Linea bifariam ſecetur, ſi Magnitudo ex impartibilibus conſtat. Si autem nõ ex impartibilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipſi) hoc communi omnium conſenſu accipi, Geometricumqúe principium eſſe, Magnitudinem ex eorum eſſe numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Geminus ait aduerſus hæc dicemus, quòd diuiſibile quidẽ Continuum eſſe iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum eſſe dicimus, quod ex partibus coniunctis conſtat, omnino autem hoc diuidi etiam poſſibile eſt. quòd verò in infinitum quoq; Continuum diuiditur, non præſumpſere, ſed ex proprijs demonſtrant principijs. cùm enim oſtendunt quòd incommenſurabilitas in Magnitudinibus eſt, & non omnes ad inuicem cõmenſurabiles ſunt, quid aliud ipſos oſtendere quiſpiã dicat, niſi quòd omnis Magnitudo in ſemper diuiſibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cùm minimum communis menſura omnium Magnitudinum ſit? Hoc igitur demonſtrabile, illud verò, Pronunciatum eſt, quòd ſcilicet omne Continuum, eſt diuiſibile. Quapropter cùm finita quoque Linea continua ſit, diuiſibilis eſt. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum inſtitutor in duas ſecat partes æquales, non autem tanquam præaſſumens quòd in infinitum diuiſibilis eſt. non enim idem eſt, diuiſibile aliquid eſſe, & in infinitum eſſe diuiſibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam ſermo inſecabiles Lineas inferens. omnino enim ſi eſt Linea, aut Recta eſt, fieriqúe poteſt vt bifariam ipſa ſecetur: aut Circularis, & eſt maior quadã Recta (omnis ſiquidem Circularis prorſus quandam Rectam minorem habet) aut Miſta, atque eò magis hæc diuiſibilis eſt, cùm ex Simplicibus diuiſibilibus conſtet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam ſecat, in Conſtructione quidem primo, ac nono vtens: in Demonſtratione verò, quarto ſolo. per Angulos enim Baſes æquales oſtendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam ſecat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariã ſecturi ſumus, & Ce-

Solutio ex Gemini ſẽtentia.

Vide Ariſto. in libello de Lineis iſecabilibus.

Confutat̃ hic Xenocratis opinio de Lineis iſecabilibus. vide ét Ari. in libello de Lineis inſecabilibus.

Apollonii Pergei Demõſtratio



tro quidem a, interuallo autem a b, Circulus deſcribatur. Rurſusqúe Cẽtro quidem b, interuallo verò b a, alius Circulus deſignetur, & connectatur ad communes Circulorum ſectiones recta Linea c d. hæc bifariam ſecat rectam Lineam a b. cõnectantur enim d a, d b, & c a, c b, quę ęquales ſunt. nam vtraque ipſi a b ęqualis eſt. Communis autem c d, & d a, ipſi d b per eandem rationem æqualis eſt. Angulus ergo a c d, Angulo b c d ęqualis eſt. Quamobrem a b (per quartum) bifariam diſſecta eſt.

Epilogus.

Talis eſt ſecundum etiam Apollonium præſentis Problematis Demonſtratio, ab æquilatero quidem Triangulo & hæc ſumpta: vice autem huius, Angulum nẽpe, qui ad c Signũ eſt bifariã diſſectũ ſuſcepiſſe, bifariam eum eſſe diſſectum per æqualitatem Baſium oſtendens.

Melior eſt Eucli. Demõ Demõſtratione Apollonii

Multò igitur melior Elementorum inſtitutoris Demonſtratio eſt, cùm & ſimplicior ſit, & ex principijs ſcaturiat.

Propõ 11. Probl. 6.

TEXTVS

Datæ rectæ Lineæ à Signo in ea dato, rectam Lineam ad Angulos rectos excitare,

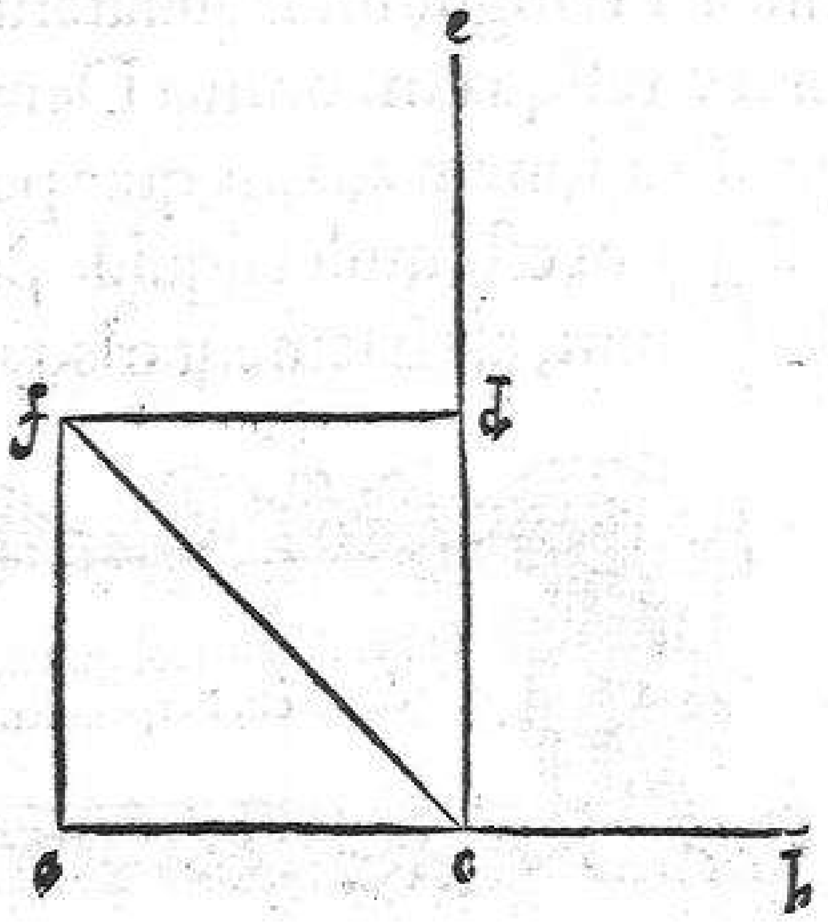
Com. 15.

Siue ex vtraque parte finitam, ſiue ex vtraque infinitam, ſiue ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam accipiamus, & Signum in ipſa, præſentis Problematis Conſtructio cõmodè Geometræ ſuccedet. quanuis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipſam producentes, eadem faciemus. Manifeſtum autem quòd Signum quidem in Præſentia Poſitione datum eſt, cùm in recta Linea Poſitione tantùm iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data eſt. Magnitudo ſiquidem ipſius, vel Ratio, vel Poſitio non fuit diſtincta. Elementorum itaque inſtitutor primo vſus Theoremate, atque Tertio, vnaqúe Petitionum, prima ſcilicet, & octauo præter hæc Theoremate, decimaqúe Definitione, propoſitum oſtendit.

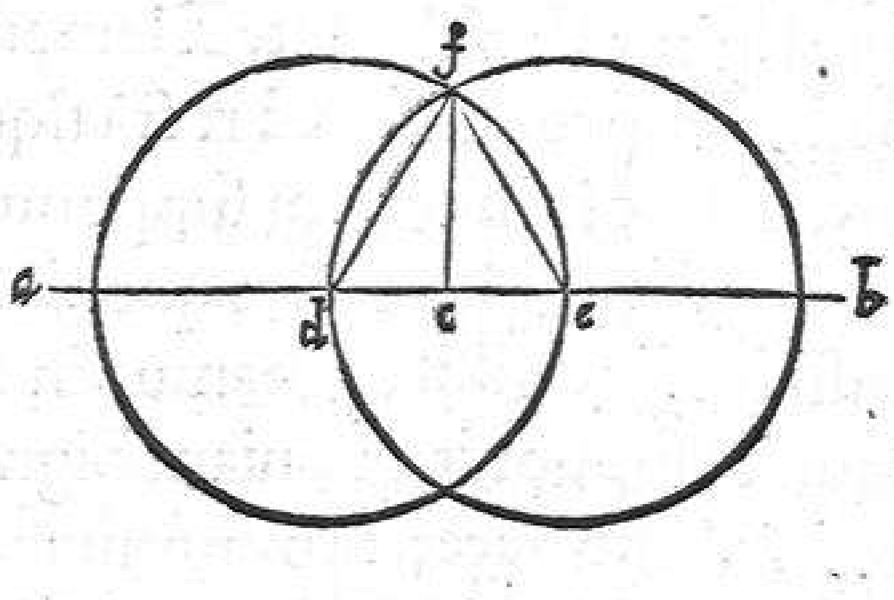
Caſus problematis.

Si autem quidã in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri poſſe oſtendemus.

mus. Sit enim recta Linea a b, datumqúe in ea Signum a, & ſumatur in recta Linea a b quodcunq; Signum, ſitqúe illud c, & ab hoc (quemadmodum Elementũ nos docuit) ipſi a b, recta Linea ad Angulos rectos erigatur, ſitqúe illa c e, & ab ipſa c e, ipſi a c æqualis abſcindatur d c, & Angulus, qui ad Signum c bifariam ſecetur à Linea c f, & à Signo d, ipſi e c ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea f c in Signo f, & à Signo f, ad Signum a connectatur f a. Dico quòd Angulus, qui ad Signum a, rectus eſt. cùm .n. d c, ipſi c a æqualis ſit, cõmunis autem c f, Anguloſqúe æquales contineãt. (Angulus .n. qui ad Signum c, bifariam ſectus fuit) & d f igitur, ipſi f a æqualis eſt, omniaqúe ſimiliter omnibus (per quartum) æqualia ſunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a, Angulo, qui ad Signum d æqualis eſt. Rectus autem eſt qui ad Signum d, Rectus igitur eſt & qui ad Signũ a. Quęſitum ergo oſtenſum eſt. Elementorum autem inſtitutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iuſſit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium eſt igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum ſuſcipere, vt quę excitatur recta Linea ad ſubiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineã ad Angulos rectos excitat hoc modo. Sit .n. (inquit) data quidẽ recta Linea a b, datum verò in ea Signum c, ſumatur aũt in ipſa a c quodcunque Signũ, ſitqúe illud d, et ab ipſa c b, ęqualis ipſi c d auferatur, quę ſit c e, & Centro quidẽ d, interuallo verò d e, Circulus deſcribatur, rurſuſqúe Cẽtro quidem e, interuallo autem e d, Circulus deſignetur, & ducatur recta Linea à Signo f, ad Signum c. Dico quòd hæc eſt illa, quæ ad Angulos rectos excitata eſt. ſi .n. f d, f e connexæ fuerint, æquales erunt. Aequales autem ſunt & d c, c e, & cõmunis f c. Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octauum) ſunt æquales. Recti igitur ſunt. Vides'ne rurſus quòd ma



Apollonii Demõ.



Comẽdat Euclidis Demõnẽ.

gis varia hæc Demonſtratio eſt ea, quæ eſt apud Elementorum inſtitutorẽ, Circulorumqúe deſcriptione indiguit, ut hinc ſuper d e recta Linea Triangulum æquilatorum deſignaret, propoſitumqúe oſtenderet: reliqua .n. omnia Demonſtrationibus communia ſunt. Demonſtrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum eſt. multa ſiquidẽ præſupponit eorũ, quæ poſterius oſtendenda ſunt, ab Elementariſqúe inſtitutionis ordine omnino decidit.

Dãnat Demóné, quę fit per Semicirculos.

TEXTVS

Super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea nó eſt, Perpendicularem rectam Lineam deducere.

Propó 12. Probl. 7.

Cóm. 16.

Oenopides primꝰ fuit huius Problematis indagator.

HOc Problema Oenopides primus indagauit, vtile ipſum ad Aſtrologiam exiſtimans. Vocat autem Perpendicularem priſco more Gnomonem, quoniam Gnomõ etiam Orizonti ad Angulos rectos eſt, eadem eſt autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantùm ab illa differens, cùm Subiecto eadem ſit, quemadmodũ (inquit ipſe) & Gnomon. Duplex aũt rurſus Perpendicularis eſt, alia quidẽ plana: alia verò, ſolida. & cùm quidẽ Signũ, à quo Perpẽdicularis recta Linea ducitur, in eodẽ Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cùm verò Signũ ſublime, extraqúe ſubiectum Planũ fuerit, ſolida nuncupatur. Et plana quidẽ ad rectã Lineã ducitur: ſolida aũt, ad Planũ. Propterea neceſſariũ ẽt eſt illã non ad vnã rectã Lineã rectos Angulos facere, verũ ad omnes, quę in eodẽ Plano ſunt rectas Lineas. ad Planũ.n. Perpendicularis deducta fuit. In præſenti igitur Problemate Elementorũ inſtitutor planã Perpẽdicularẽ deducere proponit. ad rectã ſiquidẽ Lineã deductio proponitur, & quatenus oĩa in eodem ſupponuntur Plano ſermo procedit. In Linea itaqꝫ ad Angulos rectos quoniã Signũ in ipſa Recta ſuppoſitum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpẽdiculari aũt, datã rectã Lineam infinitã ſupponit, quoniam Signũ, à quo Perpẽdicularis ducetur extra rectã alicubi iacet. ſi.n. infinita nõ eſſet, eatenus Signũ accipere poſſemus, vt extra quidẽ datã rectã Lineã eſſet, in directũ ipſi iacens, ita vt protracta recta Linea in ipſo incideret, Problemaqúe haud bene ſuccederet. Idcirco infinitã poſuit rectã Lineã, vt ad alterutrã tantũ ipſius partẽ Signũ accipiatur, nuſqꝫ loco ipſi relicto, in quo datę rectę Lineę in directũ eſſe poſſit, niſi in illa, & nõ extra illã ponẽdũ ſit. Hac igitur

Duplex pendicularis.

de

de cauſa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum ſubſiſtere poteſt, contemplatione dignum eſt. manifeſtum enim quòd Recta infinita exiſtente, Planum quoque infinitum erit, hæcqúe actu, ſi quod ab Euclide propoſitum fuit verum eſt. Quòd itaque in ſenſilibus quidem nulla Magnitudo iuxta vllam diſtantiam infinita exiſtit tum diuinus Ariſtoteles, tum qui ab ipſo Philoſophiam acceperunt, affatim oſtendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum ſimplicium corporum infinitum eſſe poteſt. vniuſcuiuſque ſiquidem locus terminatus eſt. Veruntamen neque etiam in ſeparatis, impartibilibusqúe Rationibus eſſe huiuſcemodi Infinitum poſſibile eſt. Si enim neque etiam Dimenſio, neque Magnitudo in illis eſt, multò minus infinita Magnitudo eſſet. Reliquum igitur eſt Infinitum in Phantaſia tantùm ſubſiſtere, Phantaſia Infinitum non intelligente. ſimul enim intelligit, Formamqúe, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectione tranſitum phantaſmatis ſiſtit, percurritqúe ipſum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantaſia Infinitum eſt, ſed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaqúe incomprehenſibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Viſus non videndo, tenebras cognoſcit: ita Phantaſia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipſum eò quòd vim impartibilem habet, quæ aſſiduè progredi poteſt: intelligit verò tanquam ſubſiſtens, quoniam Infinitum non intelligit. quod enim tanquam quod percurri non poteſt reliquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cùm datam infinitam Lineam in Phantaſia poſuiſſemus, quemadmodum ſanè reliquas etiam omnes Geometricas ſpecies, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaqúe huiuſcemodi, non admirabimur quomodo actu infinita eſt Linea, ſeipſamqúe in infinitum progrediens finitis applicat intellectionibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonſtrationesqúe ſunt, non ad ſcientiam Infinito vtitur, Infinitum ſiquidem omnino ſcientia perceptibile non eſt, ſed ex ſuppoſitione ipſum accipiens, Finito ſolo ad Demonſtrationē vtitur, & non Infiniti gratia, ſed Finiti Infinitū aſſumit. quoniā ſi conceſſeris ipſi datū ſignū neq; in directū finitę datę rectę Lineę iacere, neque ſic ab ipſa diſtare, vt nulla eius pars Signo ſubijciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Vt igitur finita recta Linea Cogitatio vtens ſine reprehenſione, controuerſiaqúe ipſa vtatur, eſſe Infinitum ſupponit, quippe quæ Phan-

Digreſſio

Ariſto. 3. phy. in c. de īfinito.

Infinitum in Phantaſia ſubſiſtit.

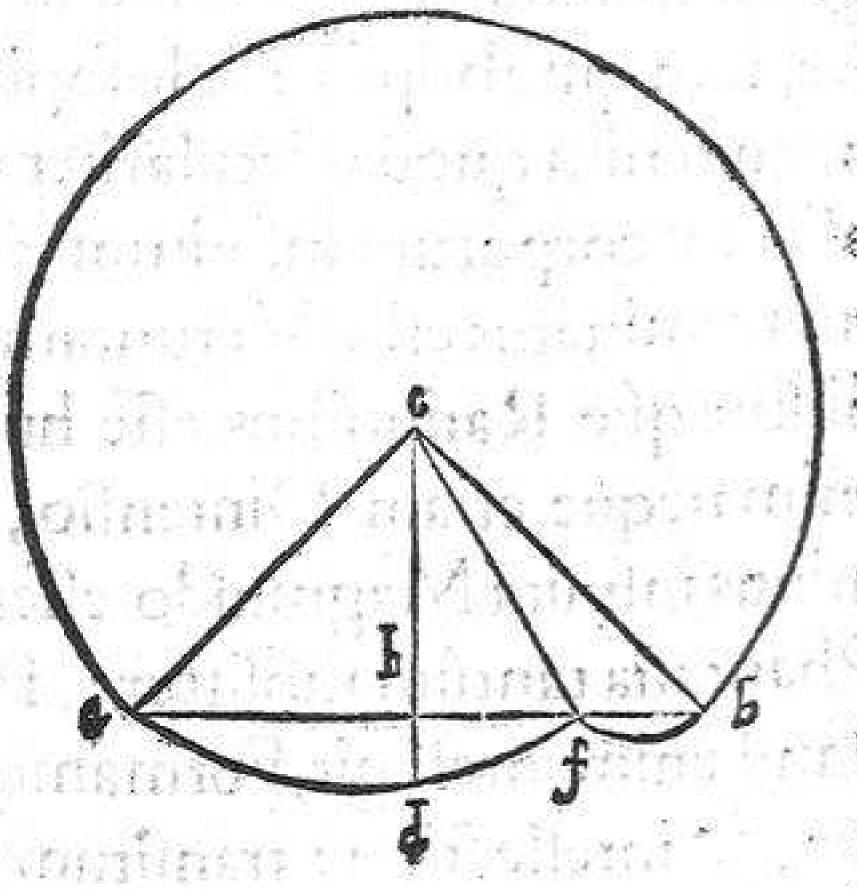
Pulcherrimum exēplum.

Phantaſia habet vim impartibilem. idem in 2 libro cōm. 1.

taſiæ Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento vtitur. De Infiniti itaque ſuppoſitione tot in præſenti ſufficient. Poſt hæc aũt veniamus ad Inſtantias, quæ aduerſus huiuſce Problematis Conſtructionem feruntur. Suſcipiatur .n. (dicunt) recta Linea infinita exiſtente a b, Signoqúe dato, à quo Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d, quẽadmodum inquit Geometra. verùm Circulus, qui ſecat rectam Lineam a b in Signis a b, ſecet etiam ipſam in Signo f, ſitumqúe ſubſcriptum habeat.

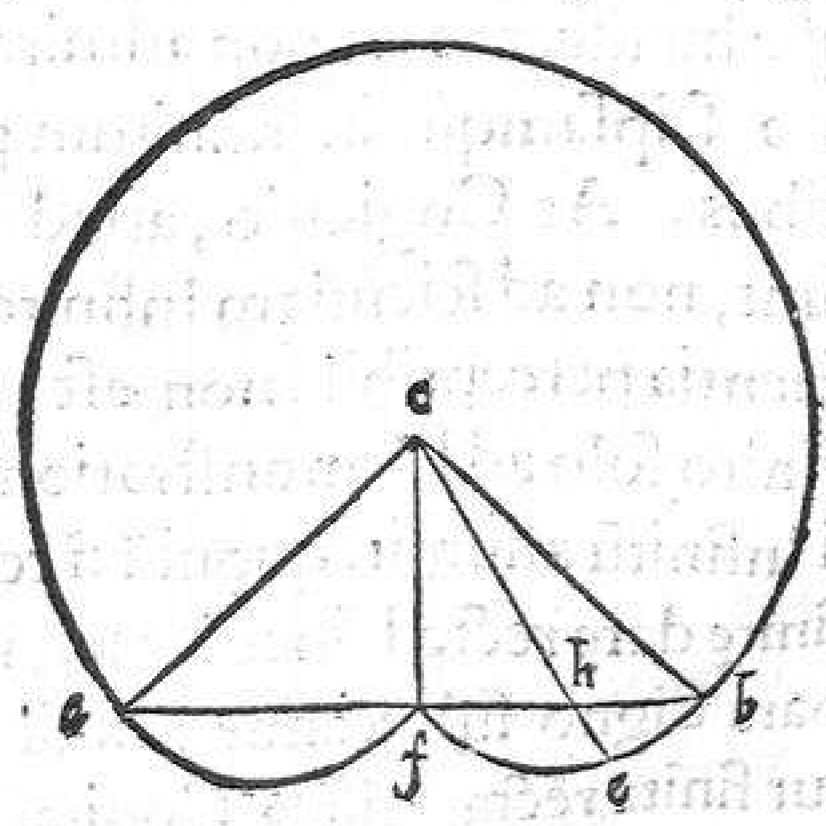
Finis Digreſsionis

Inſtantiæ huius Problematis.



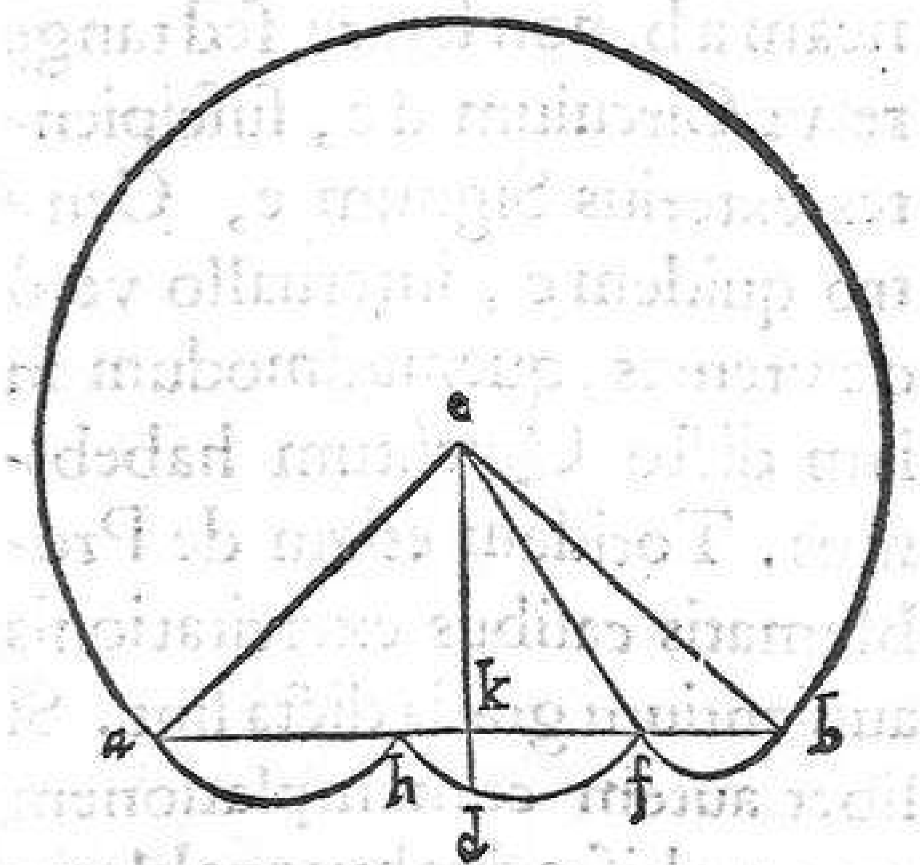
Reſpõſio.

Aduerſus itaque hunc ſermonẽ dicemus quòd impoſsibile dicit. ſecetur .n. recta Linea a b bifariam in Signo h, cõnectaturqúe c h, & producatur vſque ad Circunferentiam ad Signum d, connectanturqúe c a, c b, c f. Quoniam itaq; ex Centro hæ ſunt, & a h, ipſi h b ęqualis eſt, cõmunis verò c h, omnia omnibus æqualia ſunt. Ipſa igitur c h ad Signum h rectos efficit Angulos. Rurſus quoniam c a, c b æquales ſunt, Angulos ad Signa a b æquales faciunt. verùm c a quoque, ipſi c f ęqualis eſt, quamobrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis eſt. Similiter Angulus c b f, Angulo c f b. Quoniã igitur Anguli qui ad a, & b Signa, æquales ſunt, Angulus quoq; c f a, Angulo c f b æqualis eſt, ſuntque deinceps, Recti igitur ſunt. Eſt autem vterque etiam Angulorum, qui ſunt ad Signũ h, rectus. Ipſa igitur c h, ipſi c f æqualis eſt. At c f etiam æqualis eſt ipſi c d, ex Centro ſiquidem ſunt. & c h igitur, ipſi c d ęqualis eſt, quod fieri nõ poteſt. Nõ ſecat igitur Circulus in alio Signo rectam Lineam a b. Siquis aũt dicat quòd qui deſcribitur Circulus ipſam a b in Signo f bifariam ſecat, rurſus idẽ impoſsibile oſtẽdemus. Deſcribantur .n. omnia vt prius, & recta Linea f b bifariam ſecetur in Signo h. Quoniam igitur a f, f b ęquales ſunt, cõmunis autẽ c f, Baſiſqúe c a, Baſi c b æqualis, omnia

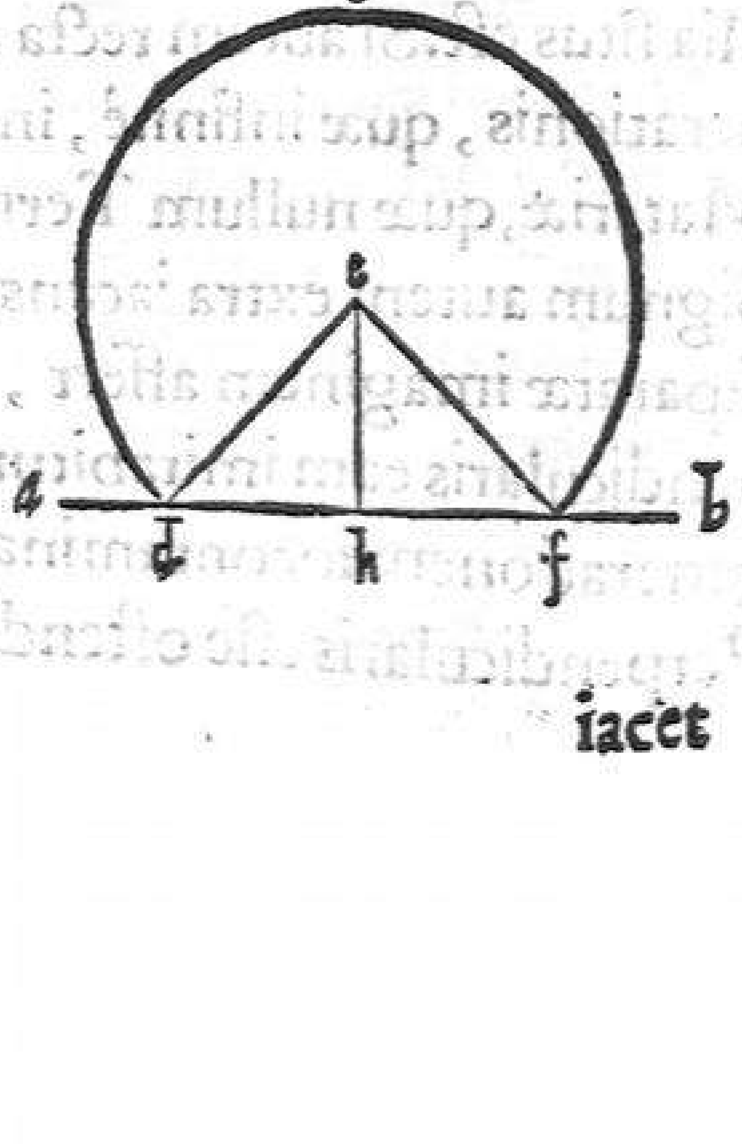


omni-

omnibus æqualia ſunt. Quapropter Anguli, qui ad Signum f, recti ſunt. Rurſus quoniam æqualis eſt f h, ipſi h b, cõmunisqúe c h cõnexa, & Baſis c f æqualis Baſi c b, ex Centro.n.ſunt, Anguli igitur, qui ad Signum h, recti ſunt. æquales .n. deincepsqúe ſunt. Quoniã igitur vterque Angulorum c f h, c h f rectus eſt, æqualis eſt c f, ipſi c h. Verùm c f, ipſi c e æqualis eſt, ex Centro enim ſunt, & c h igitur, ipſi c e inęqualis non eſt, quod fieri minimè poteſt. Reliquum autem eſt Tertiam Inſtantiam percurrere. Secet .n. (inquiunt) qui deſcribitur Circulus rectam Lineam in Signis a, b, & in Signis f, h. Nos itaq; ſecãtes rectam Lineam a b bifariam in Signo k, & cõnectentes Lineas c a, c f, c k, c b id, quod fieri nõ poteſt oſtẽdemus. cùm enim a k, k b æquales ſint, & communis c k, Baſesqúe c a, c b æquales, & Anguli igitur, qui ad a b Signa, æquales ſunt, qui autem ad Signũ k, recti. Verùm vtraq; ipſi c f æqualis eſt. & Anguli igitur, qui ad Signum f, recti ſunt. ęquales ſunt.n. deinceps exiſtentes. ipſa igitur c f ęqualis eſt ipſi c k. rectos.n. Angulos ſubtendunt. At c f æqualis eſt ipſi c d, ex Centro ſiquidem ſunt, c d ergo, ipſi c k æqualis eſt, quod eſt impoſſibile. Fieri igitur non poteſt vt in vno Signo, vel in duobus, vel ĩ pluribus alĳs pręter Signa a b Circulus, qui deſcribitur rectam Lineam a b ſecet. Inſtantiæ itaque hæ ſunt. Sunt autem & Caſus Conſtructionis huiuſce Problematis, qui ab Inſtãtĳs ſunt diſtinguendi. non.n. idem eſt Inſtantia, & Caſus, ſed hic quidem aliter idem oſtendit: illa uerò, inſtantem ad incommodum ducit. Alĳ autem expoſitores hæc ab inuicem non diſtinguentes, omnia in idem afferunt, incertumqúe eſt vtrum Caſus nobis, an Inſtantias ſcribere enũtient. Nos igitur hæc diſtinguentes, ſeorſum poſt Inſtantias Caſus deſcribere colligimus. Sit igitur recta Linea Infinita a b datum autẽ Signũ c. Dicit itaque aliquis quòd nõ eſt amplius locus in altera rectæ Lineę parte, ſed in illa tantum vbi Signum c



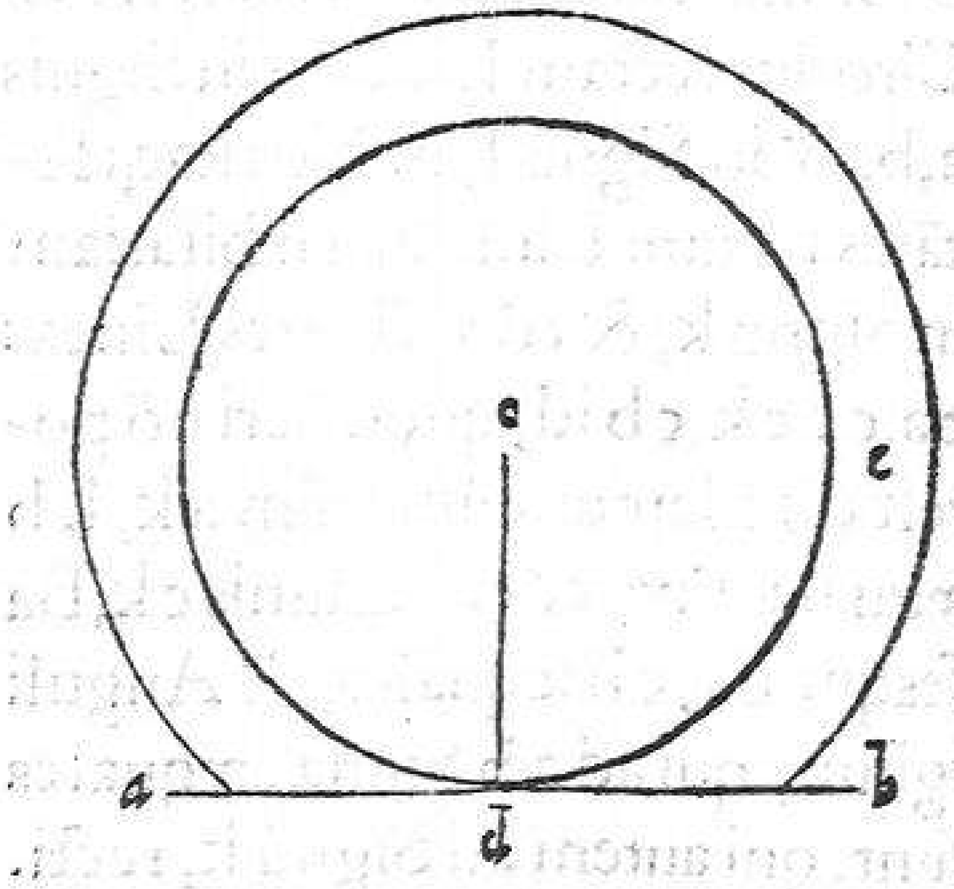
Quõ differat Caſus ab Inſtãtia. d' quo vide ét ſuperius cõ. primo huius libri.



Caſus huius Problematis.

iacet

iacet. Sumẽtes igitur in ipſa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferẽtiam deſcribemus d e f, ſecantesqúe ipſam d f bifariam in Signo h, cõnectemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipſi h f æqualis eſt, cõmunis autem c h, & c d ipſi c f æqualis eſt (ex Cẽtro.n.ſunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h ſibi inuicẽ æquales ſunt deinceps exiſtẽtes. Recti igitur ſunt. Perpẽdicularis ergo eſt c h ad ipſam d f.



Quin etiam ſiquis dicat Circulum, qui deſcribilur rectam Lineam a b, non ſecare, ſed tangere vt Circulum d e, ſuſcipientes exterius Signum e, Centro quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæſitum habebimus. Totidem etiam de Problematis caſibus exercitationis audientium gratia dicta ſint. Si

Digreſsio libet autem contemplationem quoque hiſce duobus problematibus adijcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureqúe, atque incontaminatè aſcendentem, ad deterioraqúe inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipſam Perpendicularem deſcendentis, Infinitudineqúe iuxta generationem minimè repletæ imago eſſe. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitateqúe, Termino, atque Fine coarctatæ actionis eſt Nota. Vnde ſanè Timæus quoque alterum Circulum ſenſilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in noſtris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasqúe contorſiones, perturbationesúe à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusúe, firmusqúe, atq; indecliuis ante ſenſilia ſitus eſt. Si autem recta quoque infinita Linea Nota eſt totius generationis, quæ infinitè, indeterminateqúe mouetur, nec non ipſius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamqúe eſt Formam ſortita: Signum autem extra iacens, impartibilis eſſentiæ à materialibusqùe ſeparatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Per-

Vnum hic pro Deo. pendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibiliqúe ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis eſſe oſtenditur niſi à Circulis, hoc quoque inflexibi-

litatis,

litatis, quæ vitis per Mentem ineſt, Signum erit. nam vita quidem ipſa per ſe ipſam cùm tanquam motus ſit, indeterminata eſt: terminatur autem, & pura, immaculataqúe potentia repletur Mente participans, † vnaqúe cum Mente progrediens.

† Mentiq; adhęrés.

TEXTVS

Cùm recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

Propõ 13. Theor. 6.

Cõm. 17.

AD Theoremata rurſus tranſiuit ea conſequens, quæ per Problemata oſtenſa ſunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis, & ad Angulos rectos recta Linea ducta fuiſſet, reliquũ erat quærere, ſi Perpendicularis non eſſet, quales Angulos, & quomodo ſe ſe habentes ad rectam Lineã efficiet quæ in ipſa conſiſtit. Hoc igitur vniuerſaliter oſtẽdit quòd omnis recta Linea ſuper quadam recta Linea cõſiſtens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, ſi ſtatus ipſius indecliuis, firmus, nuſquamqúe vergens fuerit: aut duobus rectis ęquales, ſi altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à ſubiecta Linea diſtiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in alteram partem aufert, tantum reliquo per diſtantiam addit. Oportet autem animaduertere quod in hac quoque Propoſitione diligentiæ Geometra curam adhibuit. non enim ſimpliciter dixit quòd omnis recta Linea ſuper rectam conſiſtẽs Lineam, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit, ſed ſi Angulos fecerit. quid enim ſi in rectę Lineæ extremitate conſiſtens vnum efficit Angulũ, accidit ne quandoque hunc duobus rectis æqualem eſſe? hoc certè fieri non poteſt. omnis ſiquidem rectilineus Angulus duobus rectis eſt minor, quemadmodum omnis ſolidus minor eſt quatuor rectis. Licet igitur eum, qui maximè Obtuſus eſſe videtur accipias, hunc quoque augebis tanquam eum, qui duorum rectorum menſuram adhuc non recepit. Opus eſt itaq; rectam Lineam ſic conſiſtere, vt Angulos faciat. Hoc ergo, quod dixi ad ſcientiæ genitricem diligentiam ſpectat. Quid autem ſibi volens adiecit particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis ęquales]? etenim cùm duos rectos fecerit, duobus rectis ęquales efficit. recti ſiquidem ſibi ipſis æquales ſunt. An alterum quidem æqualium quoq; Angulorum cõmune eſt, alterum verò ęqualium tantùm proprium? Conſueuimus autem cùm quidem & proprium, & com-

Dubitatio

Solutio.

mune

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cùm verò illud non habemus,cõmuni contenti eſſe ad ſubiectarum rerum explicationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps ſunt,rectis æquales eſſe, rectorum etiam cõmune eſt, verùm non ſolùm de ipſis prædicatur: hoc verò,rectos eſſe,æqualitatis ipſorũ peculiare exiſtit. Solùm igitur dictum hoc,duobus rectis æquales eſſe,inæquales ſignificat. in his enim ſolùm verificatur, in æqualibus verò,minimè. Et hoc Elementorum quoqꝫ inſtitutor duobus rectis ex aduerſo diuidit. cùm.n. ipſum per ſe ipſum dicitur, inæquales vtrobique Angulos ſignificandi vim habet.

Digreſſio Idẽ ſuperius in lib. 2. cõ. 10. & aliis in locis. Poſſumus autem per hæc quoque conſpicere quòd æqualitas menſura, atque terminus inæqualitatis eſt. quanuis.n. Obtuſi, Acutiqúe Anguli accretio,atque decretio indeterminata, infinitaqúe ſit,à Recto tamẽ finẽ, terminumqúe ſuſcipere dicitur,& vterqꝫ quidem ſeorſum à ſimilitudine ad illũ recedit: ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autẽ ad Recti ſimplicitatem ęquiparari minimè poſſunt, ipſo duplicato æqualitatẽ recipiunt, exemplum infinitatis ipſorum Binarius exiſtens, cùm per ſe infinitus ſit. Et hoc manifeſtam progreſſionis primariarũ cauſarum,iuxtaqúe vnum terminum eodem ſemper modo circa generationis infinitatem conſiſtẽtium imaginem afferre videtur. nam quomodo aliter generatio,quæ ipſo Magis & Minus participat,indefiniteqúe fertur intellectilibus congruit, quodãmodoqúe ipſis adæquatur,niſi per participationem dum fęcundis potentiis ipſa progrediuntur, ſeſeqúe tantùm multiplicant? quæ enim in ſua ſimplicitate, impartibilitateqúe manent,omnino à generabilibus ſeparata ſunt.

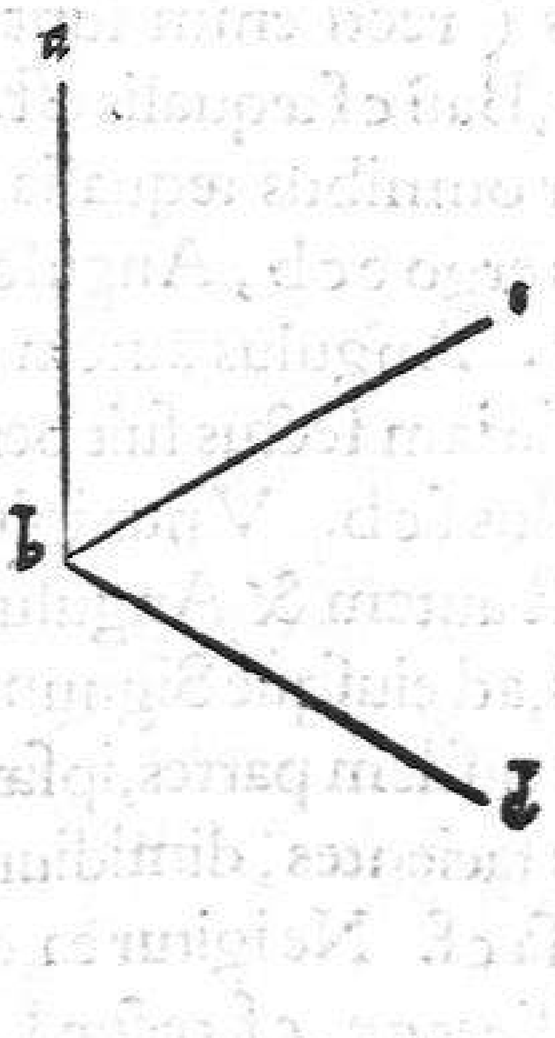
Epilogus. Tot à præſenti quoque Theorematę ad vniuerſorum cognitionem aſſumenda ſunt.

Prɛpõ 14. Theor. 7.

TEXTVS

Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusqꝫ ſigna duę rectæ Lineæ conſequenter, non ad eaſdem partes poſitę, eos, qui deinceps ſunt Angulos duobus rectis ęquales fecerint,ipſę rectæ Lineæ in directum ſibi inuicem erunt.

Cõm. 18. PRæſens Theorema pręoſtẽſi Conuerſum eſt. ſemper enim Conuerſa Præcedentibus Theorematibus conſequentia ſunt. Cùm itaqꝫ illud Rectam ſuper Rectam conſtituiſſet, & Angulos, qui deinceps ſunt aut duos rectos,aut duobus rectis æquales eam efficere oſtendiſſet, hoc accipit quidẽ ad aliquam Rectam duos,qui efficiũtur Rectos, oſtendit autem quòd vna Recta eſt, quæ hos efficit ad iam dictã rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quæritur, per Deductionemqúe ad impoſſibile oſtenditur. hoc modo.n. Conuerſa Theorematum oſtendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonſtrationes ſuſcipere. Poſſumus autem in hoc quoq; ſummam, eximiamqúe orationis ſcientiam gignentis diligentiã aſpicere. nam primò quidem cùm dixiſſet, ſi ad aliquam rectam Lineã, addit [ad eiusqúe Signum] quid.n. ſi duobus rectę Lineæ Extremis exiſtẽtibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta eſſet, duobusqúe rectis æquales ad rectam Lineam Angulos feciſſent, potuiſſent'ne propterea in directum eſſe? & quomodo quæ à diuerſis rectæ Lineæ Signis eductæ ſunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiusqúe Signum] cùm vtraſque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem eſſent Signum, & non Conſequenter (infinitas ſiquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere poſſumus) adiecit particulã [duæ rectæ Lineæ conſequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbũ [cõſequenter] tum ad eaſdem partes, tum vtrobiq; cõſideratur: Lineas autem quę ad eaſdem partes conſequenter ſunt, in directum ſibi inuicem eſſe impoſſibile, hoc quidem explicuit, nobis autem conſiderandi anſam præbuit, quòd rectæ Lineæ, quæ conſequenter ſunt, vtrobique poſitione ſunt accipiendæ. hæ ſiquidem in directum etiam eſſe oſtẽdi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusqúe Signum b, ad eaſdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæ itaq; cõſequenter quidem ad inuicem ſunt. nulla enim alia recta Linea inter ipſas eſt. hæc autem deinceps ſunt, inter quæ nullum eſt ſimile. etenim columnas haſce conſequẽter eſſe dicimus, inter quas nulla alia eſt columna. quanuis.n. Aer omnino medius ſit, nil tamen eiuſdem generis in medio eſt. Quoniam itaq; ad eaſdem partes iacẽt, in directum minimè ſunt, licet duos etiã Angulos faciant duobus rectis ęquales, Angulos nempe, qui ad † Lineã a b ſunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamqúe recti partem in ſe continere: Angulum verò a b c duas reliquas Tertias eſ-



Conuerſa Theoremata per Deductionẽ ad impoſſibile vt plurimũ debẽt oſtẽdi, ꝓblemata verò ꝑ p̃cipuã Demõnẽ, cuius cauſã vide inferius in cõ. Propõnis 19.

Primò.

Secundò.

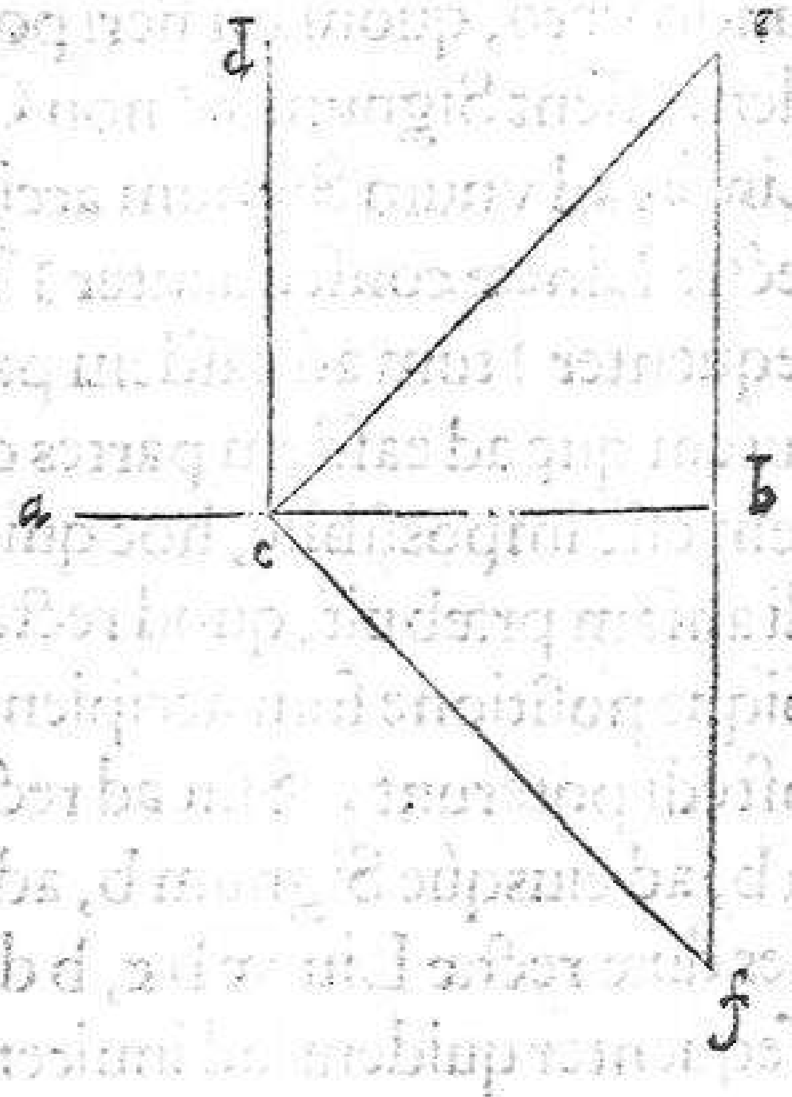
Tertiò.

Vide Definitionem hãc apud Proclũ in lib. de motu.

† Signum b ſunt.

Porphyrij Demõ.

eſſe. tot de Propoſitione ſufficiant. In Conſtructione autem vna Petitione vtitur, ſecunda ſcilicet, quæ rectam Lineam in directum producere petit, quemadmodum in Demonſtratione præcedenti Theoremate, duobuſq́ue Pronuntiatis, eo ſcilicet, quod quę eidem æqualia ad inuicem quoq; eſſe ęqualia dicit: & eo, quod ſi ab æqualibus, æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia eſſe. Ad impoſſibilis autem collectionem, Pronũtiato, quod ait Totum ſua parte eſſe maius. eſt enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non poteſt. Quôd autem poſſibile eſt ad eandem rectam Lineam, ad eiuſq́ue Signum duas rectas Lineas conſequenter iacentes, ad eaſdem tamen partes, Angulos, qui ad vnam illã rectam Lineam ſunt, duobus rectis ęquales efficere, oſtendemus ſic, quemadmodũ & Porphyrius. Sit quædam recta Linea a b, & quodcunq; in ipſa Signum c, & ipſi a b exicitetur ad Angulos rectos recta Linea c d, ſeceturq́ue bifariã Angulus d c b per Lineam c e, & à Signo e ad Lineam a b ducatur perpẽdicularis e b, & producatur ipſa e b, ponaturq́ue ipſi e b æqualis b f, & connectatur c f. Quoniam itaq; e b, ipſi b f æqualis eſt, communis autem eſt b c, ęqualeſq́ue continent Angulos (recti enim ſunt) Baſis igitur e c, Baſi c f æqualis eſt. & omnia igitur omnibus æqualia ſunt. Angulus ergo e c b, Angulo f c b æqualis eſt. Angulus autem e c b recti dimidium eſt. rectus ſiquidem d c b bifariam ſectus fuit per Lineam e c. dimidium ergo recti eſt & Angulus f c b. Vnus igitur rectus, rectiq́ue dimidium eſt Angulus d c f. Eſt autem & Angulus d c e dimidium recti. ad rectam igitur Lineã c d, ad eiuſq́ue Signum c, duæ rectæ Lineæ conſequenter poſitę ſunt, ad eaſdem partes, ipſæ nempe c e, & c f Angulos duobus rectis ęquales facientes, dimidium quidem recti ipſa c e, vnũ verò & dimidium ipſa c f. Ne igitur ea, quę fieri non poſſunt quęramus, quonam pacto ſcilicet c e, c f rectæ Lineæ Angulos, qui ſunt ad rectam Lineam d c duobus rectis ęquales facientes, ſibi inuicem in directum ſunt, adiecit Geometra particulam [non ad eaſdem partes] Oportet ergo ad vtraſq; rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duobus



bus rectis æquales ad ipſam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad haſce, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.

TEXTVS

Si duæ rectæ Lineæ ſe inuicem ſecuerint, Angulos qui ſunt ad verticem, ęquales efficiunt.

Propó 15. Theor. 8.

ANgulos, qui deinceps ſunt ab Angulis, qui ſunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum ſectione fit: illorum verò, altera tantùm ab altera diſſecta. Si enim recta Linea ipſa quidē inſecta manēs, illam verò ſuo Extremo ſecās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ ſe inuicem ſecuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipſorum ſunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema oſtendit, quòd duabus rectis Lineis ſe inuicem ſecantibus, Anguli ad verticem æquales ſunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: exiſtimatum verò Demonſtratione ſcientiam gignente dignum ab Elementorum inſtitutore. Oſtenditur autem non ex omnibus capitibus. nā Conſtructio quidem in præſentia deficit: Demonſtratio verò, quam omnino neceſſarium eſt ineſſe, à tertiodecimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē eſt, Quę eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua ęqualia ſunt. Verumenimuero Euclidis Theorema manifeſtum eſt. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiuſque Signum duæ rectæ Lineæ non ad eaſdem partes ſumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipſæ rectæ Lineę in directum ſibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea a b, & quodcunq; in ipſa Signum c, & ad Signum c duæ rectæ Lineæ c d, c e non ad eaſdē partes ſumātur facientes Angulos a c d, b c e ęquales. Dico quòd in directum ſunt ipſæ c d, c e. Cùm enim recta Linea c d ſuper rectam Lineam a b inſederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe d c a, d c b. Verùm Angulus d c a, Angulo b c e æqualis eſt. Anguli igitur d c b, b c e duobus rectis æquales ſunt.

Cõm. 19.

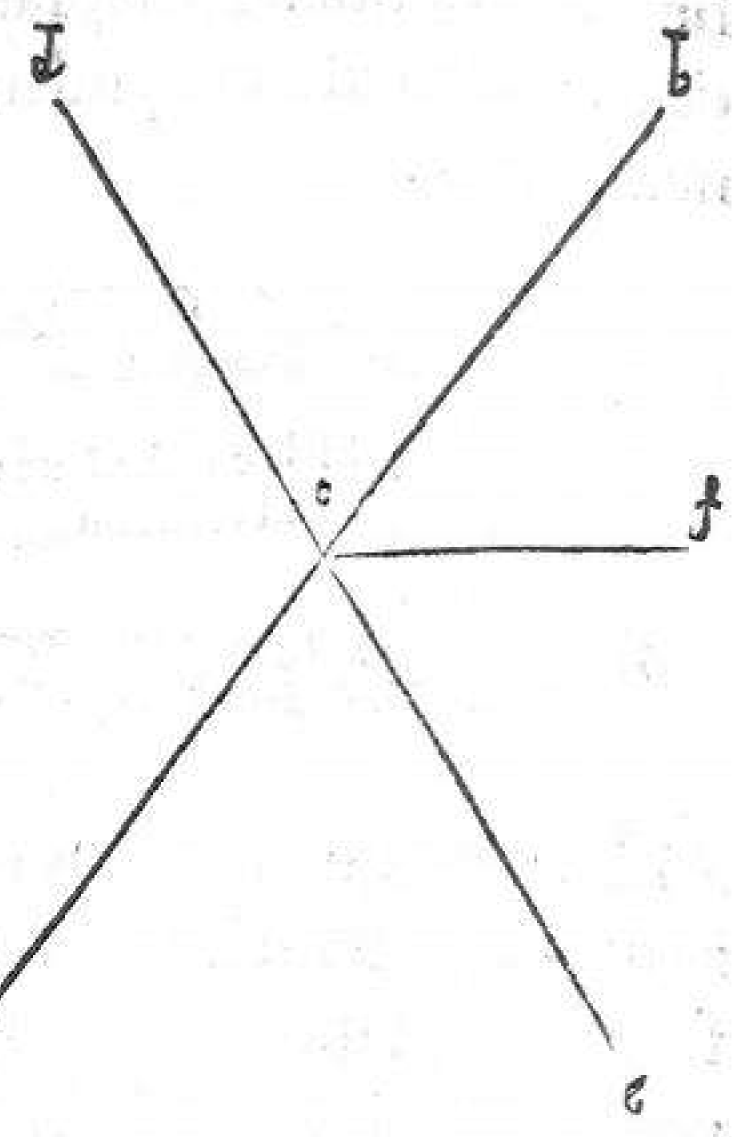
Anguli deinceps qui ſint.

Anguli ad verticem qui ſint.

Thales fuit primꝰ huius Theorematis inuentor referēte Eudemo. Euclides verò primus hoc demõſtrauit.

Conuerſũ huius Theorematis.

Demõ Cõuerſi præſentis Theorematis.



Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam b c, ad eiusq́ue Signum c duæ rectæ Lineæ conſequenter c d, c e non ad eaſdem partes poſitæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum ſibi inuicem ſunt rectæ Lineæ c d, c e. Conuerſum igitur præſenti Theoremati oſtenſum eſt. Videtur autē Geometra hoc prætermiſiſſe, quoniam facile eſt iuxta eãdem viam per Deductionem ad impoſſibile hoc quoq; oſtendere, iuxta quam quartum decimum oſtendimus. ijſdem .n. ſuppoſitis, dico quòd recta Linea c d, rectæ Lineæ c e in directum eſt. ſi .n. non eſt, ſumatur ipſi c d in directum recta Linea c f. Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ ſe inuicē ſecant a b, & d f, Angulos ad verticē æquales efficiunt. Anguli igitur a c d, b c f æquales ſunt. Erant autem a c d, b c e quoq; Anguli ęquales. Angulus ergo b c e, Angulo b c f æqualis eſt, maior minori, quod fieri non poteſt. Nulla igitur alia recta Linea præter ipſam c d, ipſi c e in directum erit. Ipſæ ergo c d, c e rectæ Lineæ in directum ad inuicē ſunt, Angulis ad verticem æqualibus ſuppoſitis. Cùm itaq; eadem ſit Demonſtratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præaſſumpta fuit, quomodo ſuperuacaneum non eſſet hanc afferre Cõuerſionem? Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impoſſibile, tum per viam oſtendentem nos ipſum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partiũ ſimilitudini rectarum Linearum, in extremitatibusq́ue ſitui conſidere. quoniam ſic ſe habentes Lineas, & ſe inuicem ſecantes, ſimiles ad ſe inuicem vtrinque inclinationes, ad ipſasq́ue habere neceſſe eſt. Circunferentiæ ſiquidē, omninoq́ue non rectæ Lineæ ſe inuicem ſecantes, Angulos ad verticem haud neceſſariò æquales faciunt, ſed interdum quidem æquales, interdum verò inæquales. ſi .n. duo æquales Circuli per Centra ſe inuicem ſecuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticē exiſtentes, æquales efficiunt: verùm non etiã reliquos, vtrinq; cauum ſcilicet, atq; vtrinq; conuexum, ſed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius ſegmen-

Cur Euclides hoc p̃termiſerit

Alia eiuſdē oſtēſio indirecta.

Documentum.

torum ad alterius ſegmenta diſtantiam efficit.

TEXTVS

Ex his porrò manifeſtum eſt, quod ſi duæ rectę Lineę ſe inuicem ſecuerint, quatuor Angulos quatuor rectis ęquales faciunt.

Corollarium.

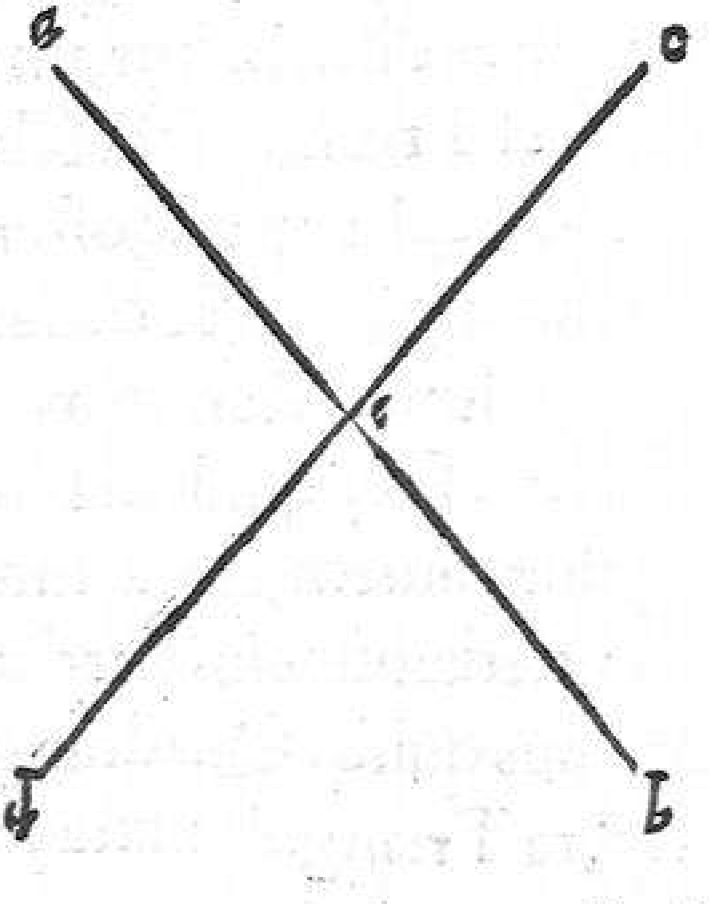
Cōm. 20.

Duplex Corollariū. idem in cōm. 1. huius lib.

Primum tertii. Tertium decimi.

Euclides libros Corollariorū cōſtruxit.

VNum quid Geometricorum nominum Corollarium eſt. hoc autem duplex quidpiam ſignificat. vocant .n. Corollaria quæcunque etiam Theoremata vnà cum aliorum Demonſtrationibus probãtur, veluti Lucra inexpectata, atq; emolumẽta quærentium exiſtentia: & quæcunq; queruntur quidem, inuentione autem indigẽt, & neq; generationis ſolæ cauſa quæruntur, neq; ſimplicis contẽplationis. nam quòd quidẽ Aequicrurium qui ad Baſim ſunt Anguli æquales ſunt, contẽplari oportet, exiſtentiumq́ue rerum huiuſcemodi cognitio eſt. Angulum autẽ bifariam ſecare, vel Triangulum conſtituere, vel rectam Lineam æqualem abſcindere, vel ponere, hęc omnia vt aliquid fiat poſtulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam ipſarum communem menſuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo inter Problemata, atq; Theoremata ſunt. neq; .n. Quæſitorum ortus in his, neq; ſola contemplatio, ſed inuentio eſt. opus eſt ſiquidem Quæſitum in conſpectu, & præ oculis ponere. talia igitur ſunt quæcunq; etiam Corollaria Euclides ſcripſit, quippe qui libros Corollariorum conſtruxit. verùm de huiuſcemodi quidem Corollariis dicere prætermittatur. Quæ autem in Elementari inſtitutione ſunt Corollaria, ſimul quidẽ cùm aliorum Demonſtrationibus apparẽt, ipſa verò non pręcipuè quæruntur, veluti id, quod in præſentia proponitur. nã quærebatur quidẽ ſi duabus rectis Lineis ſe inuicẽ ſecãtibus, Anguli ad verticẽ ęquales ſunt. Dum aũt hoc oſtendebatur ſimul etiam demonſtratũ eſt, quòd quatuor qui fiũt Anguli quatuor ſunt rectis æquales. Cùm .n. dicebamus ſint duæ rectę Lineę a b, c d ſe inuicẽ in Signo e ſecantes. quoniã igitur ipſa a e ſuper ipſam c d ſtetit, Deinceps



Definitio Corollarii.

Vide Varronem in lib. de lingua latina

Corollariorū Diuiſio.

Primò.

Secundò.

Tertiò.

Documentum.

Admirabile Pythagoricum Theorema.

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rurſus quoniam ipſa b e ſuper ipſam c d ſteterit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæſito demonſtrabamus, quòd Anguli, qui ſunt circa e Signum, quatuor rectis æquales ſunt. Corollarium igitur eſt Theorema, quod ex alius Problematis, vel Theorematis Demonſtratione ex improuiſo emergit. nam veluti caſu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neqꝫ etiam quærentibus obuiam ſe ſe offerunt. Vnde hæc quoqꝫ lucris aſſimilauimus. & fortaſſe Mathematicarum rerum periti hoc ipſis impoſuere nomen, oſtendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd vtiqꝫ vera Dei munera, veraqúe lucra hæc ſunt, non aūt quę illi videntur. hęc ſiquidem facultas illa, quæ in nobis eſt producit, feraxqúe ſciētiæ vis præcipuis quæſitis adijcit, copioſas Theorematū opes manifeſtans. Corollariorum igitur proprietatem talem eſſe dicēdum. Diuidēda autem ipſa ſunt, primò quidem iuxta ſciētias. Corollariorum .n. alia quidē Geometrica ſunt, alia verò Arithmetica. nam pręſens quidē Corollarium, Geometricum eſt: quod autem in fine ſecūdi Theorematis ſeptimi libri Arithmeticorum Elementorum adijcitur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæſita. nam alia quidem Problematibus conſequētia ſunt, alia verò Theorematibus. hoc .n. Theorematis eſt: quod verò in ſecundo ſeptimi libri eſt poſitum, Problematis. Tertiò autē rurſus iuxta oſtēſiones. nam alia quidē vnà cum vijs oſtēdentibus, alia verò vnà cum Deductionibus ad impoſſibile oſtenduntur. præſens .n. directa oſtēſione: quod autem in primo tertij Elementorum ſimul oſtenſum fuit, vnà cum Deductione ad impoſſibile apparuit. Verumtamen multis etiā alijs modis Corollaria diuidi poſſunt, nobis autem in præſenti hæc quoqꝫ ſufficiēt. Præſens aūt Corollarium, de quo ſermonem habemus, nos docēs, quòd locus, qui circa Signum vnum eſt in quatuor rectis ęquales Angulos diſtribuitur, illi etiā admirabili Theoremati anſam præbuit, quòd Tria hæc ſola Multiangula totum, qui circa Signū vnum eſt locum replere poſſe oſtendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod eſt æquilaterum, atqꝫ æquiangulum. Verùm æquilaterum quidem Triangulum ſexies aſſumptum. ſex ſiquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficient. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæqúe eius parti æqualis eſt. Quadrangulum verò, quater. nam vnus quiſqꝫ Quadrangularis Angulus, rectus eſt. Sex igitur æquilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos complēt, plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocunq; iuxta Angulos compoſitum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & eſt Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium ſi etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo ſe inuicem ſecuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quotcunq;, omnes qui fiunt Anguli quatuor Rectis æquales oſtenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum ſibi vendicant. Manifeſtum eſt autem, quòd Anguli ſemper rectarum Linearum dupli numero fient. & ſic duabus quidem rectis Lineis ſe inuicē ſecantibus quatuor erunt Anguli ęquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli ſex: quatuor verò, octo, ſimiliterq́ue in infinitum. ſemper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem creſcunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē ſemper eſt id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.

TEXTVS

Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus vtroq; interno, & ex oppoſito iacenti maior eſt. Propõ 16. Theor. 9.

Cõm. 21.

QVi hanc Propoſitionē cum defectu pronuntiarunt ſine hac particula [vno Latere producto] fortaſſe quidem cum multis alijs, tum precipuè Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obtrectandi anſam præbuere. non enim omnino quatenus Triangulum eſt, externum etiam Angulum habet. Quicunq; autem hanc è medio tollere callumniam voluerunt, cum propoſita additione Geometrę familiari exiſtente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos ſub Aequicrurium Baſi exiſtētes, æquales oſtendere volens addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, æquales ſunt. Et ſi igitur apud alios non integra, imperfectaq́ue fuit, apud tamen Elementorum inſtitutorē perfecta, integra'q; fuit perſcripta. Quid itaq; Propoſitio inquit? quòd omnis Trianguli ſi vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipſum conſtituitur, vtroq; interno, & ex oppoſito iacenti maiorē reperies. nam ambobus quidem ſimul æqualis paulò pòſt oſtendetur, vtroq; autem maior ex hoc oſtenditur. & neceſſariò ad eos, qui ex oppoſito

Philippi Mathematici obtrectatio referente Herone.

In 32. propoſitione.

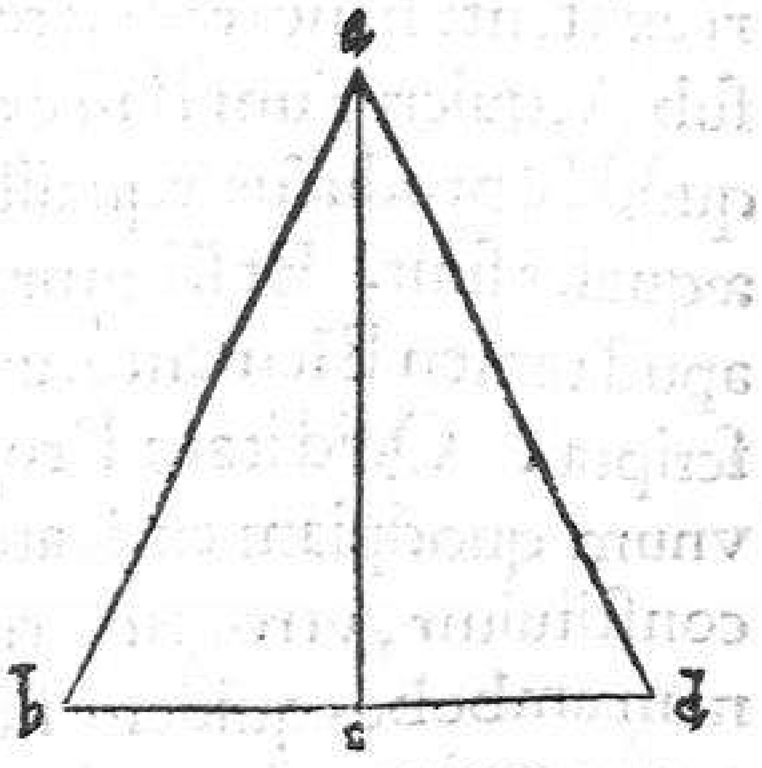
ſunt

ſunt ipſum comparauit. non autem ad eum, qui eſt deinceps. nam ipſi quidem & æqualis, & minor eſſe poteſt: illorum autem, vtroque omnino eſt maior. Si enim Trangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumqúe ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris, externus ei, qui deinceps eſt, æqualis erit. Si verò Obtuſangulū fuerit, fieri poterit vt internus externo maior ſit. Idcirco igitur haud reliquo deīceps ſibi proximo ipſum cōparauit, ſed ſibi oppoſitis. Angulorum enim intra Triangulum exiſtentium vnus quidem deinceps ipſi finitimus eſt, duo verò ex oppoſito. Horum igitur vtroqꝫ internus maior eſt, nō autem eo, qui deinceps ſibi adhæret. Quidam autem duo hæc Theoremata præſens ſcilicet, atque ſequens coniungentes, Propoſitionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Triāguli Angulus vtroqꝫ interno, ex oppoſitoqúe iacenti maior eſt: & duo quilibet internorū Angulorum, duobus rectis minores ſunt. Habent autem connexionis horum Theorematum occaſionem, quoniam ipſe etiam Geometra paulò pòſt in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus producto externus Angulus duobus internis, ex oppoſitoqúe exiſtentibus eſt æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus ſunt rectis æquales. Hîc quoqꝫ igitur in ſimilibus Quæſita contexere, Propoſitionēqúe compoſitam efficere æquū eſſe cenſent. & eſt manifeſtū, quòd id quidē, quod demonſtrandum proponitur, Compoſitum erit: Datum verò ſi quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit, ipſum quoqꝫ erit Compoſitum (duo ſi quidem oportet intelligere, ſubiectum ſcilicet Triangulum, vnūqúe Latus productum) ſi verò ſine hac, potentia quidem Compoſitum erit, actu autem Simplex. Omnino ſiquidem hoc etiam tanquam Datum ſimul accipiedum eſt, dum enim Angulum externum ſupponimus, Latus tanquam productum preſuppoſuimus. Hęc de his. Aſſumemus aūt ex preſenti Theoremate, ꝙ fieri non poteſt vt ab eodē Signo ad eandem rectam Lineam tres ęquales rectę Lineæ incidant. Sint .n. ab vno Signo tres rectæ Lineæ æquales a b, a c, a d ad rectam Lineam b d ductæ. Quoniam itaqꝫ a b, ipſi a c æqualis eſt, qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. Angulus igitur a b c ęqualis eſt Angulo a c b.

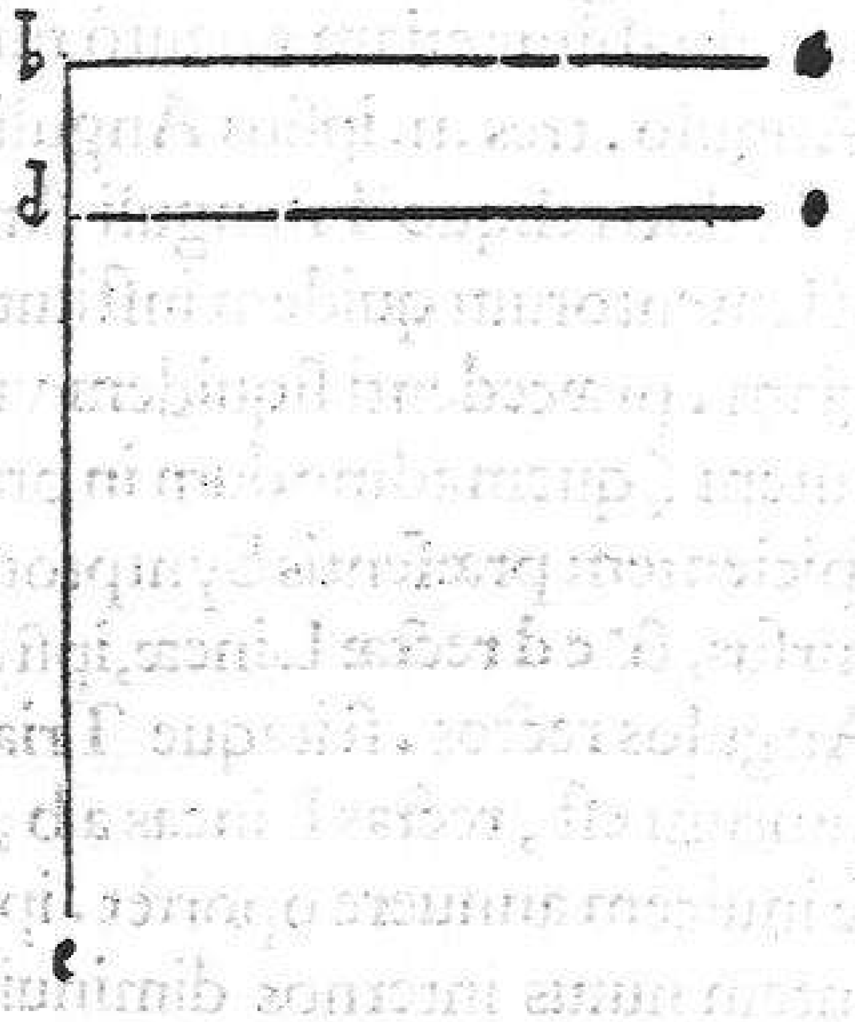
Quorūdā opinio.

Eorū fundamentū. In 32. ꝓpoſitione.

Documentum. Corollarium tanq̃ ſumptio.



Aliud Corollarium



Rurſus quoniã ęqualis eſt a b, ipſi a d, Angulus a b d, Angulo a d b æqualis eſt. Erat autem Angulo a b c, Angulus a c b ęqualis. Angulus ergo a c b, Angulo a d b æqualis eſt, externus interno, & ex oppoſito iacenti, quod fieri non poteſt. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineæ ęquales minimè ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoq; demonſtrabimus, quòd ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex oppoſito exiſtenti æqualem fecerit, rectæ illæ Lineæ Triangulum minimè facient, neque coincident, quoniam idẽ & maior, & æqualis erit, quod eſt impoſſibile. Exẽpli gratia, ſint a b, c d rectę Lineę, in ipſasqúe recta Linea e b incidens Angulos a b d, c d e ęquales faciat, non coincident porrò rectę Lineæ a b, c d. ſi enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus c d e æqualis Angulo a b d. & cũ externus ſit, interno, ex oppoſitoqúe iacenti maior erit. neceſſe igitur eſt ſi coincidunt, non amplius Angulos ęquales manere, ſed omnino illũ, qui eſt ad Signum d augeri. ſiue enim a b immobili manente, c d ad ipſam moueri excogitaueris vt coincidant, maiorem efficies diſtãtiam in Angulo c d e. nam quantò magis c d accedit ad ipſam a b, tãtò magis ab ipſa d e recedit. ſiue etiam manente ipſa c d, excogitaueris a b ad ipſam moueri, Angulum a b d, minorem efficies. ſimul .n. ad ipſam c d fertur, & ad ipſam b d. ſiue etiam vtraſque ad ſe inuicem moueri feceris, ipſam quidẽ a b ad ipſam c d tendentẽ, Angulumqúe a b e, contrahentem: ipſam verò c d ab ipſa d e recedentem propter motum ad Lineam a b, Angulumqúe c d e creſcentem reperies. Neceſſariò igitur ſi Triangulum fuerit, & rectæ Lineæ a b, c d coinciderint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex oppoſito iacẽti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus magis diſtrahitur. Horum autem cauſa eſt rectarum Linearum motus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulũ, altera verò ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocqúe tibi cõ-

† Altera quidẽ ad eas partes in quibus internũ facit Angulũ rẽdẽte: altera verò ab iis partibus, ĩ quibus externũ facit Angulũ ſeſe mouente.

ſiderandum eſt, quomodo rerum ortus veras Quęſitorum cauſas ante conſpectum nobis afferunt.

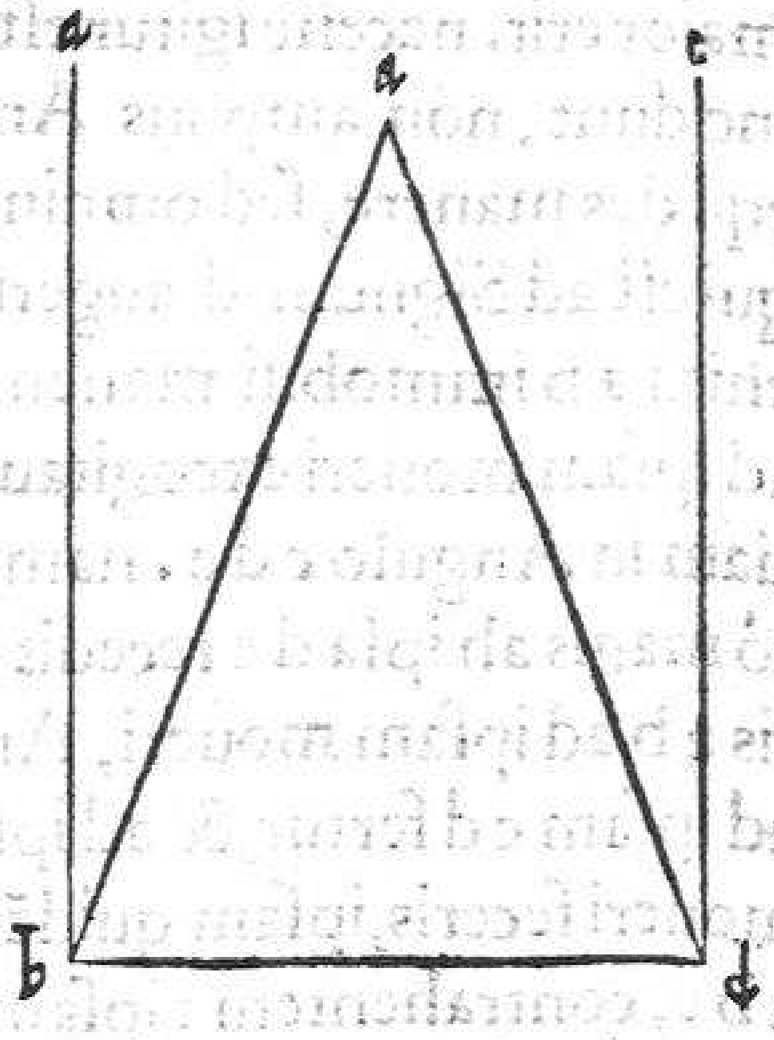
TEXTVS

Propō 17 Theo. 10. Omnis Triāguli duo Anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.

Cōm. 22. NVnc quidem indeterminatè oſtenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis ſunt minores, in ſequentibus autem determinabitur etiam quantò minores, quòd ſcilicet reliquo Trianguli Angulo. tres .n. ipſius Anguli duobus Rectis ęquales ſunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus ſunt Rectis minores. Et Elementorum quidem inſtitutoris Demonſtratio manifeſtam habet viam. præcedenti ſiquidem vtitur Theoremate. Operæpretium eſt autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inſpicientem præſentis Symptomatis cauſam reperire. Sint igitur a b rurſus, & c d rectæ Lineæ, ipſi b d ad Angulos rectos. ſi itaque Triangulū futurum eſt, rectas Lineas a b, c d ad ſe inuicem annuere oportet. ipſarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti.n.ſunt ante nutum. Conſimiliter autem, ſi etiam in Latere a b, rectas Lineas ad Angulos rectos ſtantes intellexerimus, eadem euenient iuxta rectarum Linearū nutū: & Anguli, qui ſunt ad Signa a, b, erunt duobus Rectis miuores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc ergo cauſa eſt, non autem externum Angulum vtroque interno, ex oppoſitoqúe iacenti maiorem eſſe. nam productum quidē eſſe Latus, neceſſarium non eſt, neque aliquem extrà conſtitutum eſſe Angulum. duos verò quoslibet internorum Angulorum duobus Rectis minores eſſe, neceſſarium eſt. Quomodo autem quod neceſſarium non eſt, neceſſarij cauſa erit? nullo certè modo. Verùm (quod iam dixi) cauſa quidem eſt id, quod dictum fuit, rectarum inquam Lineas-

In Propoſitione 32

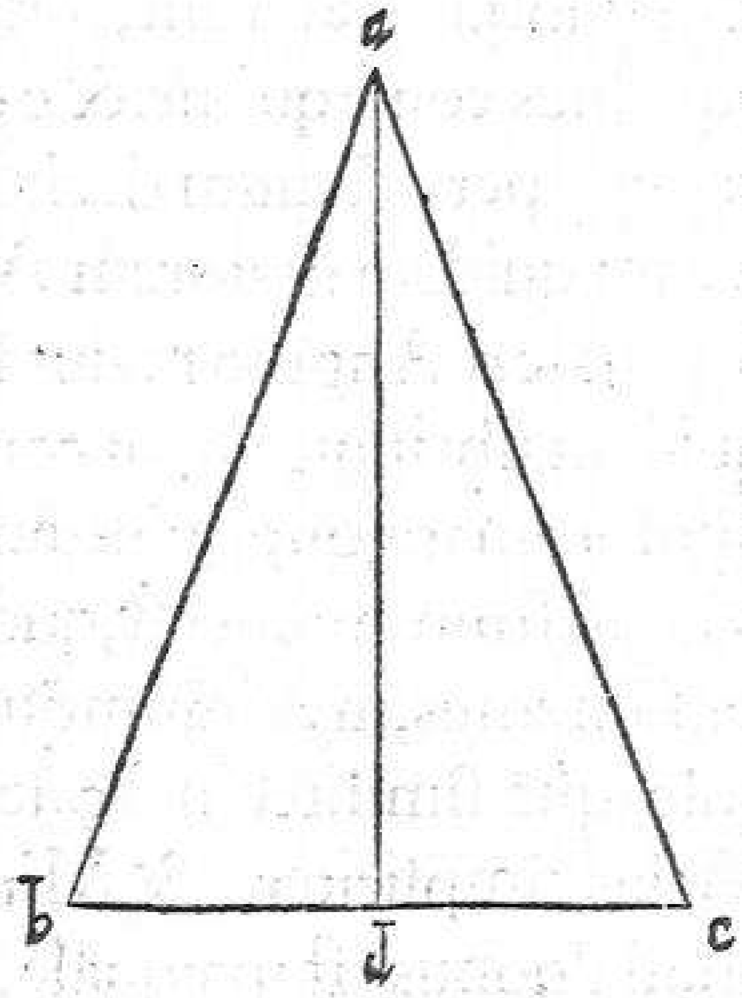
Documētum.



rum ad Baſim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autẽ Elementorum inſtitutor per externum Angulum Quæſitum oſtendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem oſtendamus.

Caſus huius Theorematis.

Sit Triangulum a b c, ſumaturq́ue in Latere b c quodcunq; Signum d, & connectatur a d. Quoniã itaq; Trianguli a b d Latus vnũ productum eſt, ipſum ſcilicet b d, Angulus externus a d c, interno a b d maior eſt. Rurſus quoniam Trianguli a d c Latus unum productum eſt, ipſum nẽpe c d, Angulus externus a d b, Angulo interno a c d maior eſt. Veruntamen Anguli, qui ſunt circa a d rectam Lineã, duobus Rectis æquales ſunt, per tertium decimum. Anguli igitur a b c, a c b duobus ſunt Rectis minores. Similiter oſtendemus, quòd Anguli etiam b a c, & b c a duobus Rectis minores ſunt, in a c Latere Signum accipiendo, à Signoq́ue b ad Signũ acceptum connectendo. & rurſus Angulos c a b, a b c minores duobus Rectis affirmabimus in a b Latere Signũ ſuſcipiendo, à Signoq́ue c ad Signum ſuſceptum rectam Lineam connectendo. Propoſitum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto oſtenſum eſt. Fieri igitur poteſt vt per hoc, illud quoq; oſtendatur, ꝙ ſcilicet ab eodem Signo ad vnam rectam Lineam duæ Perpẽdiculares minimè ducentur. ſint .n. à Signo a ad rectam Lineam b c duæ Perpendiculares a b, a c. Anguli itaq; a b c, a c b, recti ſunt. At quoniam ipſum a b c, Triangulum eſt, duo ipſius quilibet Anguli duobus Rectis ſunt minores. Anguli igitur a b c, a c b, duobus Rectis minores ſunt. Verùm ęquales quoq; duobus Rectis propter Perpendiculares ſunt, quod nequaq; fieri poteſt. Ab eodẽ igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur.



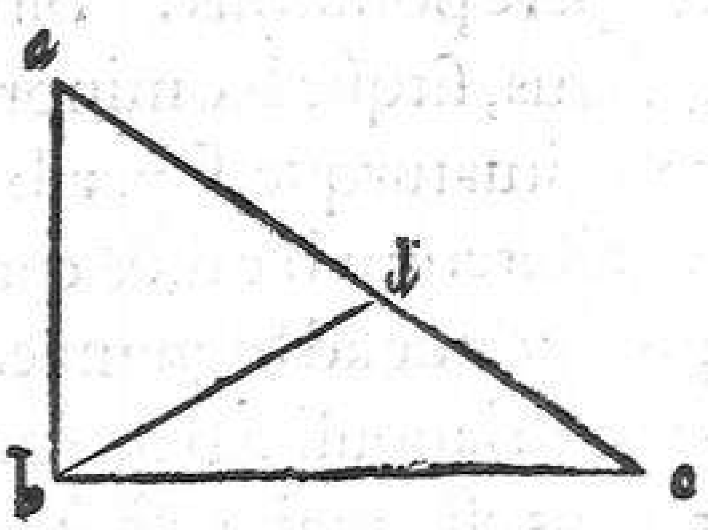
Corollarium tãq̄ Sumptio.

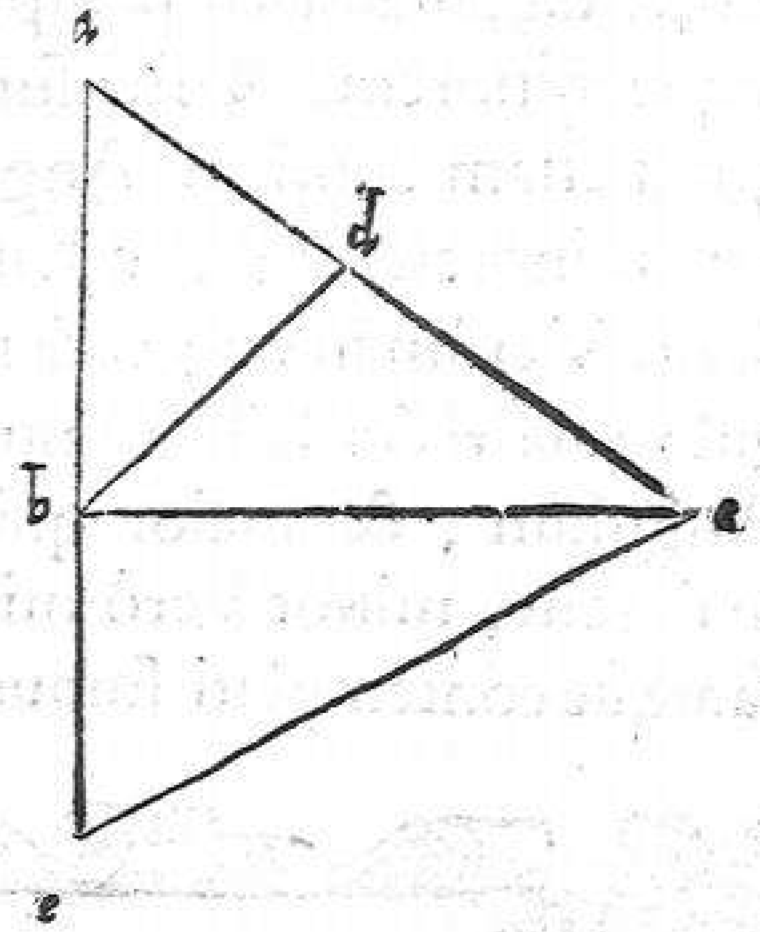
TEXTVS

Omnis Trianguli maius Latus maiorem Angulum ſubtẽdit.

Propõ 18 Theo. 11.

Cóm.23. QVòd quidem Laterum æqualitas in vnoquocꝫ Triangulorum Angulos, qui ab his ſubtenduntur, æquales efficit, Angulorũqúe æqualitas ſimiliter Latera ipſos ſubtendentia, æqualia oſtendit, per quintum, & ſextum Theorema didicimus. Quod autem inęqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipſis ſubtenduntur Angulorum ęqualitas conſequitur, & è contrariò, per hęc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquã) & nonũ decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum ſub maiori Latere, alterum verò ſub maiori Angulo maius Latus oſtendit. quippe quę conuertuntur quidem ſibi inuicem, in contrarijs autem rebus eadem contemplãtur Symptomata, quę quintum, & ſextum Theorema contẽplatum fuit. Documétum. Manifeſtum autem eſt, quòd maius, minusqúe Latus proportionaliter ſumemus, maximumqúe, medium, & minimũ diſtinguemus, Angulosqúe ſimiliter in Scalenis Triangulis: in Aequicruribus autem Maius ſimpliciter, & Minus ſufficient. vnum ſiquidem eſt Latus, quod duobus eſt inæquale, aut maius, aut minus exiſtens, quẽadmo- Digreſsio dum in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem oſtendunt, æquilateris, æquicruribusqúe Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque ſcalenis. Cauſa autem eſt, quoniam Triangulorum alia quidẽ ex æqualitate ſola, alia autem ex ſola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta ſunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inęqualitatẽ conſtituuntur. atcꝫ alia quidẽ Fini cognata ſunt, alia verò Infinitati, alia autẽ per miſtionem vtriuſque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iſte permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figuriſqúe, Trilateras, Quadrilateras, cæterasqúe conſequenter omnes. Verumenimuero & Finis tum quidem per ſimilitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis ineſſe Formis excogitatur: & Infinitũ tum quidem per diſsimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Miſtum interdum quidẽ ex ſimilitudinibus, & diſsimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Cauſa autem horum quocꝫ eſt, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemqúe ſpectant. Hæc itaque aſsignauimus, quoniã hæc duo nobis aſsignantibus, manifeſtũ nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum inſtitutor dicens, non etiam ęquilateri dicit; ſed eius, quod maius, minusqúe Latus habet. oportet ſiquidem Dato præcedenti Quæſitũ conſequẽs exiſtimare: quod autem maius, minusqúe Latus Finis Digreſsionis habet, huic ſub maiori Latere maiorẽ Angulum eſſe. Quoniam autem





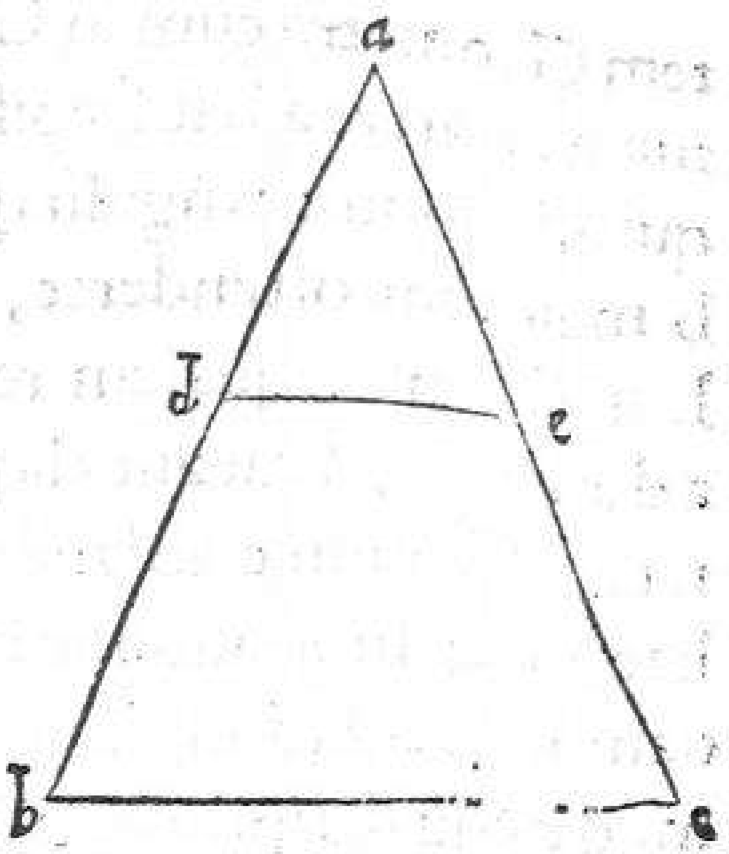
Porphyrii Demō.

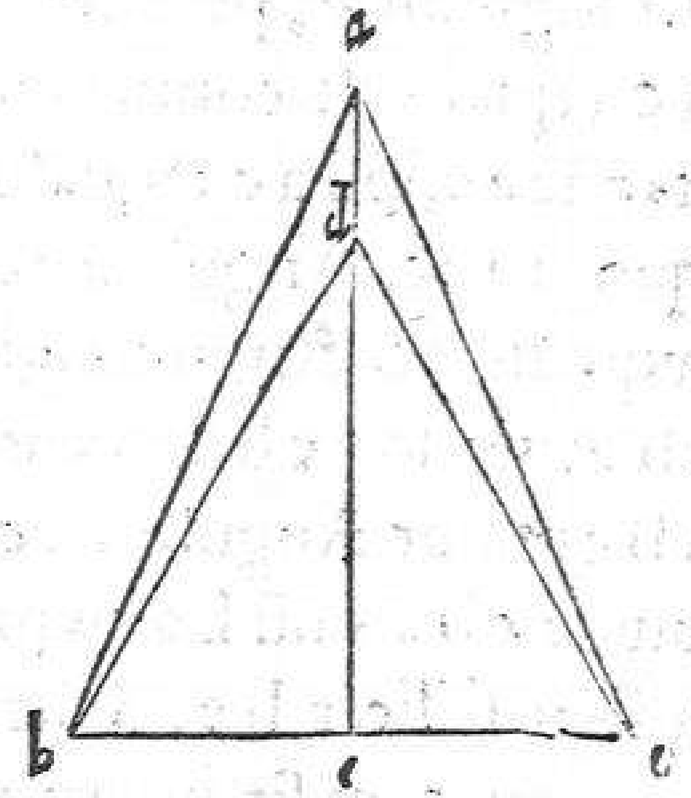
tem Geometra cùm in Conſtructione Triangulū a b c, Latusqúe a c maius Latere a b ſuſcepiſſet, vt Angulo qui ad Signū c Angulū qui ad Signum b maiorem oſtenderet, à Latere a c, Lateri a b, æqualem rectam Lineam a d abſcidit, dicat aūt aliquis, quòd oportet a d Signum c ablationẽ fieri, age in hac quoq; ſuppoſitione Propoſitū oſtẽdamus quemadmodum Porphyrius. ſit ẽn. d c ęqualis ipſi a b, & producatur a b ad Signum e, ponaturqúe b e æqualis ipſi d a. tota igitur a e, toti a c æqualis eſt. connectatur e c. Quoniã itaque a e, ipſi a c æqualis eſt, Angulus quoq; a e c, Angulo a c e, per quintum æqualis eſt. Angulus igitur a e c maior eſt Angulo a c b. Eſt autem Angulus ẽt a b c maior Angulo a e c. Trianguli ſiquidẽ c b e vnū Latus productum fuit, ipſum ſcilicet b e, & ſic Angulus a b c externus cùm ſit, interno, ex oppoſito'q; iacẽti maior eſt. Multò maior igitur eſt Angulus a b c, Angulo a c b, quod erat oſtendendū. Geometricę quidem præſentis Theorematis oſtẽſiones huiuſcemodi ſunt. Manifeſtum eſt autẽ quòd cauſa huiuſce Symptomatis eſt, ipſius Lateris Angulum ſubtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nã maior quidem exiſtens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illū quoq; ſimul diminuit, magiſqúe contrahit. Hoc autem euenit propter rectæ Lineæ in ſuis extremitatibus ſitū. ipſa enim in extremitatibus ſuis collocata, Angulorū quoq; magnitudines iuxta ſui ipſius accretionem, atq; decretionem cõmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, ſiquidem fieri poteſt vt idem Angulus à maiori, minoriqúe recta Linea ſubtendatur: eademqúe recta Linea maiorem, atq; minorem Angulum ſubtendat. Sit enim fortaſſe Triangulum æquicrus a b c, & ſumatur in ipſo a b Latere Signum d, & ipſi a d, æqualis auferatur a e, connectaturqúe d e. Angulum igitur, qui ad a Signum eſt rectæ Lineæ d e, b c ſubtendunt, quarum altera quidem maior eſt, altera verò minor. infinitaſqúe

Documẽtum.

eodem

eodem modo Angulum a ſubtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere poſſumus. Sit rurſus a b c Aequicrus, ſitq́ue b c minor ipſis b a, & a c, conſtituaturq́ue ſuper b c Triangulum æquilaterum b c d, & connectatur a d, & producatur ad Signum e. Quoniam itaque Trianguli a b d, Angulus b d e externus eſt, maior eſt Angulo b a d. Similiter Angulus c d e maior eſt Angulo c a d. Totus ergo b d c maior eſt toto b a c, eademq́ue recta Linea ambos ſubtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Oſtenſum autem eſt, quòd etiam eundem Angulum maiores, minoresq́ue rectæ Lineæ ſubtendunt. Verùm in vno, eodemq́ue Triangulo vna recta Linea vnum ſubtendit Angulum, & maior quidem ſemper maiorem, minor verò minorem, cauſamq́ue contemplati ſumus.





TEXTVS

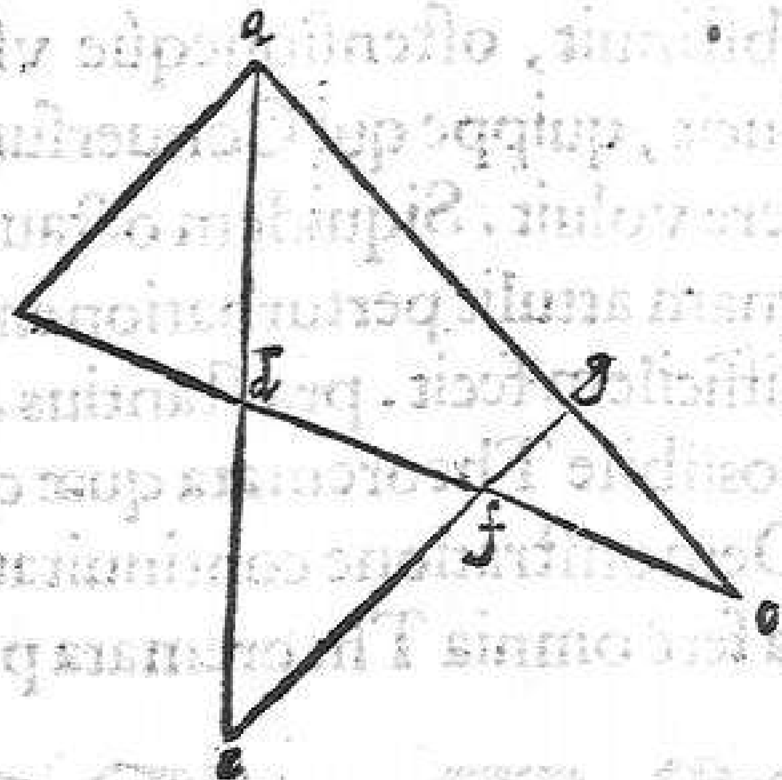
Propõ 19 Theo. 12. Omnis Trianguli ſub maiori Angulo maius Latus ſubtendit.

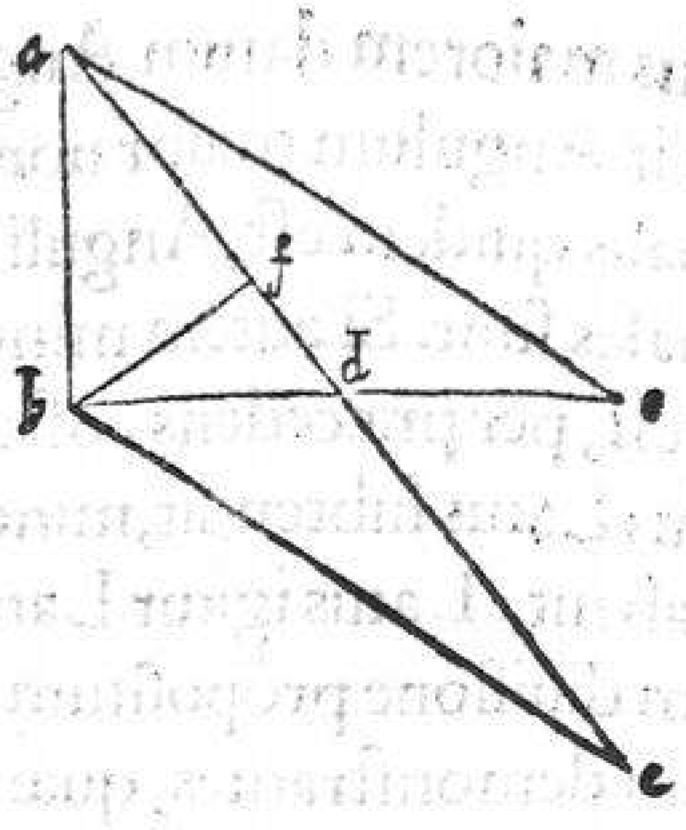
Cõm. 24. HOc præcedenti Theoremati cõuerſum eſt. & eſt ſimplex in vtroque tum Datum, tum Quæſitum. & quod quidem illic Concluſio, hîc Suppoſitio: quod verò illic Suppoſitio, huiuſce Concluſio eſt. Præceſsit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatẽ: ſequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales ſupponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonſtrationis modus in illo quidem oſtendens eſt, in hoc verò, per Deductionem ad impoſsibile Propoſitum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non poteſt. Angulis .n. inæqualibus exiſtentibus, dico (inquit ipſe) quòd Latera quoque inæquales Angulos ſubtendentia, inæqualia ſunt. &

maius

Sumptio.

maius maiorem datum Angulum ſubtendit. ſi .n. quę maiorem ſubtendit Angulum maior non eſt, aut æqualis eſt, aut minor. Verùm ſi æqualis quidem eſt, Anguli etiam, quos ſubtendunt (per quintum) æquales ſunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem ſubtendit, minor eſt, per præcedens. oſtenſum .n. fuit, quòd maiorem Angulum maius Latus ſubtendit, minoremqúe minus. At è contrario Anguli ſe habent. Latus igitur Latere maius eſt. Fieri autẽ poteſt vt ſine hac etiam diuiſione propoſitum oſtendamus, quandam prius ſumptiunculam demonſtrantes, quæ talis eſt. Si Trianguli Angulus bifariam ſectus fuerit, ſecansqúe Angulũ recta Linea ad Baſim ducta, in partes inæquales ipſam diuidat: Latera illum Angulũ continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Baſis ſegmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum a b c, ſeceturqúe bifariã Angulus qui ad Signum a, per rectam Lineam a d, & ipſa a d ſecet Baſim b c in partes ĩęquales, ſitqúe pars c d maior parte b d. Dico quòd maius eſt Latus a c, Latere a b. Producatur a d ad Signum e, & ponatur æqualis d e, ipſi a d. & quoniam d c, ipſa d b maior eſt ponatur d f æqualis ipſi b d, & connectatur e f, & producatur vſqꝫ ad Signum g. Quoniã itaqꝫ a d, ipſi d e: & b d, ipſi d f ęquales ſunt, duæ ſunt duabus æquales, Anguloſqúe æquales comprehendunt, qui ad verticem ſunt. Baſis igitur b a, Baſi e f ęqualis eſt, & omnia ergo omnibus ęqualia ſunt. Quamobrem Angulus quoque d e f ęqualis eſt Angulo d a b. At hic ipſi d a g inæqualis non eſt. Quapropter Latus etiam a g, Lateri e g æquum eſt, per ſextũ. Latus igitur a c, Latere e f maius eſt. Latus aũt f e æquale eſt Lateri a b. maius eſt ergo Latus a c, Latere a b, quod demonſtrandum erat. Hoc præaſſumpto oſtendemus, quòd ſub maiori Angulo, maius Latus ſubtendit. Sit Triangulum a b c habens Angulum qui ad Signum b, maiorem Angulo qui ad Signum c. Dico quòd Latus a c maius eſt Latere a b. Secetur b c bifariam in Signo d, & connectatur a d, & ducatur d e æqualis ipſi a d, & connectatur b e. Quoniam itaque b d, ipſi d c: & a d, ipſi d e æquales ſunt, duæ duabus ſunt æquales, Anguloſqúe æquales comprehendunt eos, qui ſunt ad verticem. Et Baſis igitur b e, Baſi a c æqualis eſt, & omnia





omnibus. Quamobrem Angulus etiam d b e, Angulo qui ad Signũ c æqualis eſt, minor autem Angulo a b d. Secetur igitur bifariã Angulus quoque a b e per rectam Lineam b f. Maior eſt igitur e f, ipſa f a. Quoniã itaq; Trianguli a b e, Angulus qui ad Signum b, bifariã ſectus fuit per rectam Lineam b f, & maior eſt e f, ipſa f a, maius eſt (per præoſtenſum) Latus b e, Latere b a. ipſa autẽ b e, ipſi a c ęqualis oſtenſa fuit. Latus igitur a c maius eſt Latere a b, Quæſitum ergo oſtenſum eſt. Documé-tum. Et eſt manifeſtum quòd Elementorum inſtitutor varietatem Demonſtrationis deuitans ab hoc demonſtrandi modo ſe abſtinuit, oſtenſionequé vſus fuit, quæ ex diuiſione ad impoſſibile ducit, quippe qui Conuerſum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuerſionem cognitu difficilem fecit. præſtantius .n. eſt continuationem ſeruando per impoſſibile Theoremata quæ conuertuntur oſtendere, quàm præcipua Demonſtratione continuitatem diſcerpere. Propterea ſanè Conuerſa ferè omnia Theoremata per impoſſibile oſtendit. Cauſa ꝑpter quã Conuerſa Theoremata per ĩpoſſibile oſtẽdunt.

TEXTVS

Propõ 20 Theo. 13.

Omnis Trianguli duo Latera reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta.

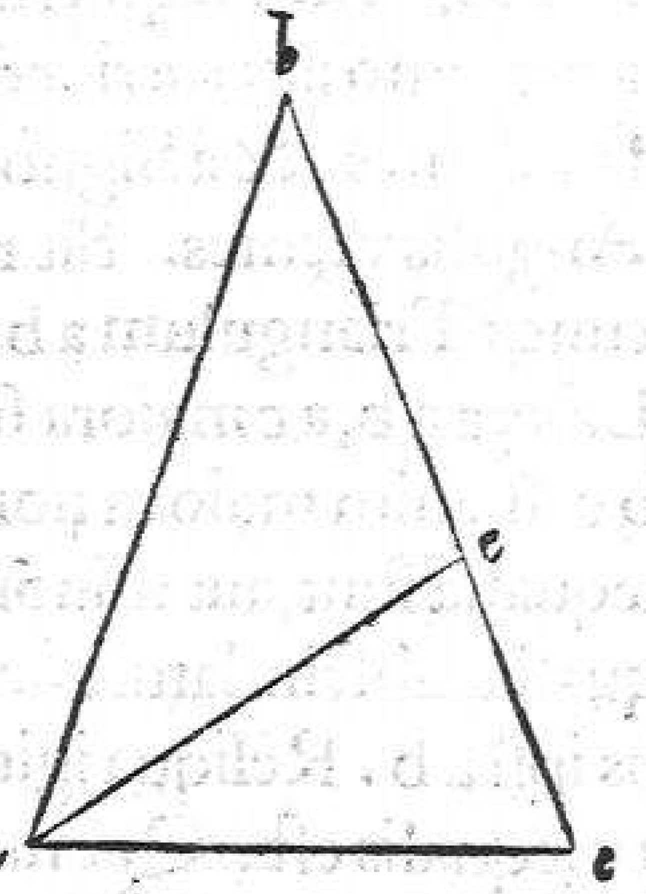
Cõm. 25. Epicureorũ impugnatio.

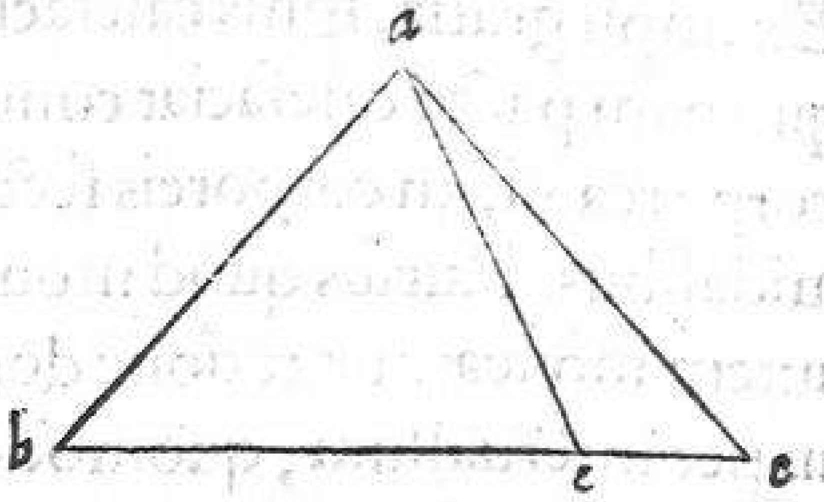
PRæſens Theorema impugnare quidem Epicurei conſueuere tum Aſino ipſum manifeſtum eſſe dicentes, tum nulla egere probatione: ſimiliter autem ignari munus eſſe ea, quę clara ſunt probatione digna cenſere, immanifeſtisqué per ſe fidem præſtare. qui .n. hæc confundit, indemonſtrabile, demonſtrabilequé manifeſtè ignorare videtur. Quòd autem Aſino præſens Theorema cognitum ſit, oſtendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo poſita Aſinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduerſus hęc itaq; Reſpõſio. dicendum quòd pręſens Theorema ſenſu quidẽ manifeſtum eſt, non autem & ſcientiam gignente ratione. multis .n. hoc accidit rebus.

Exẽpli

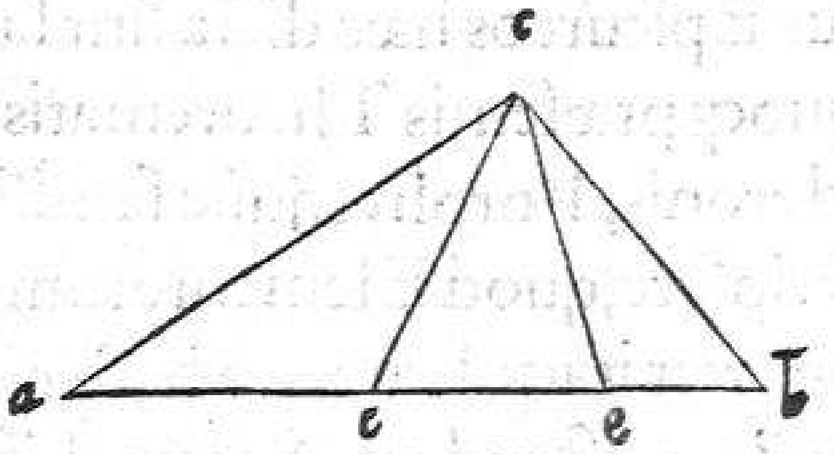
Exempli gratia, Ignis calefacit,hoc quoq; ſenſui indubitatum eſt,ſed quo nam pacto calefaciat conuincere ſcientiæ officium eſt, vtrum incorporea vi, an corporeis ſectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rurſus quòd mouemur ſenſui eſt perſpicuum, quomodo autem moueamur,ratione docere difficile eſt,vtrùm per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, ſiquidem omnis Magnitudo in infinitum diuiſibilis eſt? Sit igitur hoc quoq;, duo Trianguli Latera reliquo eſſe maiora, ſenſui manifeſtum. Quomodo verò hoc fiat,dicere ad ſcientiam ſpectat. Veruntamen aduerſus Epicureos hæc dicta ſint ſatis. Operæpretium eſt autem cæteras quoq; præſentis Theorematis Demonſtrationes enarrare,quaſcunq; Heronis, Porphyrijq́ue familiares recta Linea minimè producta deſcripſere,quod Elementorum inſtitutor fecit. Sit Triangulum a b c, oportet itaq; Latera a b, a c Latere b c maiora oſtendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum eſt per rectam Lineam a e. Quoniam itaque Trianguli a b e, Angulus a e c externus eſt, maior eſt Angulo b a e. Verùm Angulus b a e Angulo e a c æqualis poſitus fuit. Angulus igitur a e c maior eſt Angulo e a c. Quapropter Latus quoq; a c, Latere c e maius eſt. Eadē ſanè ratione Latus etiā a b maius eſt Latere b e. Trianguli enim a e c, Angulus a e b externus eſt, maiorq́ue Angulo c a e, hoc eſt Angulo e a b. Quapropter Latus quoque a b, Latere b e maius eſt. Latera ergo a b, a c toto Latere b c maiora ſunt. Similiter de alijs etiam Lateribus oſtendemus. Sit rurſus Triangulū a b c. Si itaq; æquilaterum eſt Triangulum a b c proculdubio duo Latera reliquo ſunt maiora. Tribus .n. æqualibus exiſtentibus, duo quælibet reliqui dupla ſunt. Si autem æquicrus, aut minorem vtroque æqualium Baſim habet,aut maiorem. Si itaque minor quidē Baſis eſt, duo rurſus reliquo maiora ſunt. Si autem maior Baſis, ſit ipſa b c maior,abſcindaturq́ue alterutri illorum ęqualis, quę ſit b e, & connectatur a e. Quoniam igitur Trianguli a e b, Angulus a e c externus eſt, maior eſt Angulo b a e. eadem ſanè ratione Angulus etiā a e b, Angulo c a e maior eſt. Anguli igitur, qui ſunt circa e Signum, toto qui eſt ad Signum a maiores ſunt, quorū b e a æqualis eſt ipſi b a e, ſiqui-

Porphyrii & Heronis Demonſtrationes.

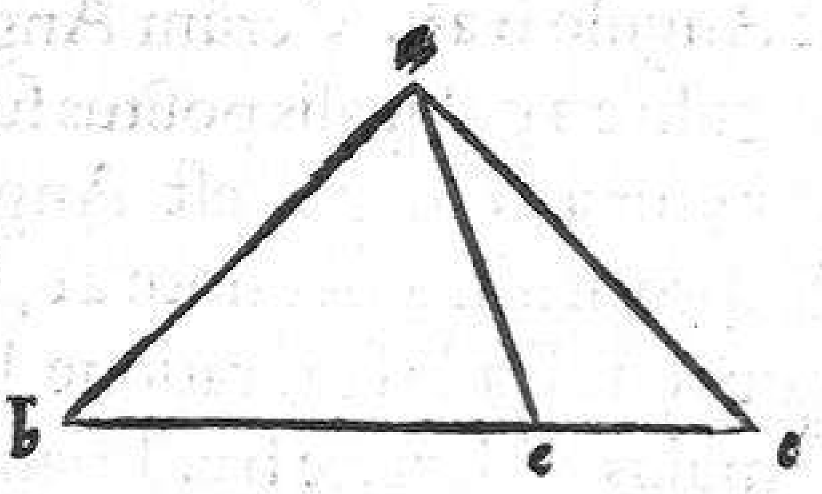


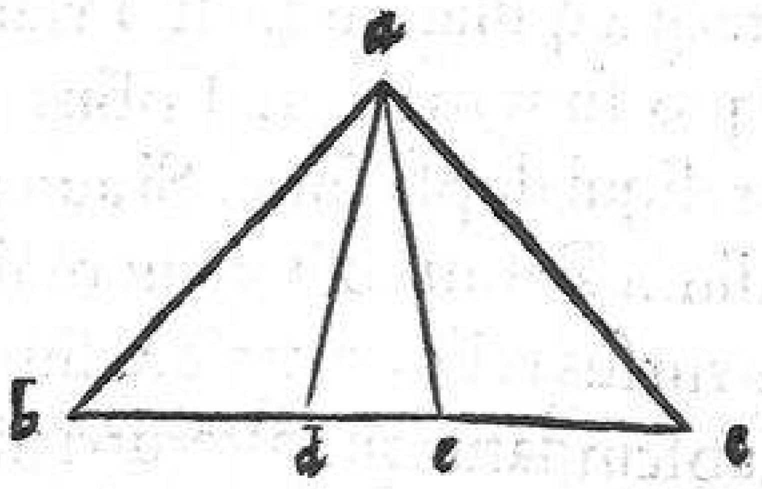


dem a b, etiam ipſi b e ęquale eſt. reliquus igitur a e c reliquo c a e maior eſt. Quamobrem Latus quoque a c maius eſt Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æquale Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora ſunt. Si verò Triangulum a b c Scalenum fuerit, ſit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro ſumptum, reliquum prorſus excedit. per ſe nanque vtroque maius eſt. Si aũt Latera a c, & c b, ipſo a b maximo exiſtente maiora oſtendere quæreremus, vt in Aequicrure faciemus à maximo alterutri æqualem abſcindentes, & à Signo c connectentes, externisq́ue Triangulorum Angulis vtentes. Sit rurſus quodcunq; Triangulum a b c. Dico ꝙ Latera a b, a c maiora ſunt Latere b c. ſi enim maiora non ſunt, aut æqualia ſunt, aut minora. Sint æqualia, abſcindaturq́ue b e æqualis ipſi a b. Reliqua igitur e c, ipſi a c æqualis eſt. Quoniam itaque a b, ipſi b e ęqualis eſt, ęquales ſubtendunt Angulos. Similiter porrò & quoniam a c, ipſi c e ęqualis eſt, ęquales Angulos ſubtendunt. Anguli igitur, qui ſunt ad e Signũ, æquales ſunt Angulis, qui ad a Signũ ſunt, quod fieri non poteſt. Rurſus autem ſint minora Latera a b, a c, Latere b c, abſcindaturq́ue ipſi quidem a b æqualis ipſa b d: ipſi verò a c, ipſa c e. Quoniam itaque a b, ipſi b d æqualis eſt, Angulus quoq; b d a, Angulo b a d inęqualis non eſt. & quoniam a c æqualis eſt ipſi c e, Angulus etiam c e a, Angulo e a c ęqualis eſt. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales ſunt. Rurſus quoniã Trianguli a d c, Angulus b d a exter-



Demõ per Deductione ad impoſsibile.





externus eſt, Angulo e a c eſt maior. maior eſt nanq; ipſo c a d. Pari ratione & quoniam Triãguli a b e, Angulus c e a externus eſt, maior eſt Angulo b a d. etenim Angulo b a e maior eſt. Anguli ergo b d a, c e a duobus b a d, e a c maiores ſunt. Erant autem æquales etiã ipſis, quod fieri non poteſt. Latera igitur a b, a c neque æqualia ſunt Lateri b c, neque minora, ſed maiora. Similiter autem de alijs etiam oſtendetur.

TEXTVS

Si ſuper vno Trianguli Latere duę rectę Lineę ab Extremis incipientes introrſum conſtitutę fuerint, quę conſtitutæ ſunt rectę Lineæ, reliquis Trianguli Lateribus minores quidem erunt, maiorem verò Angulum continebunt.

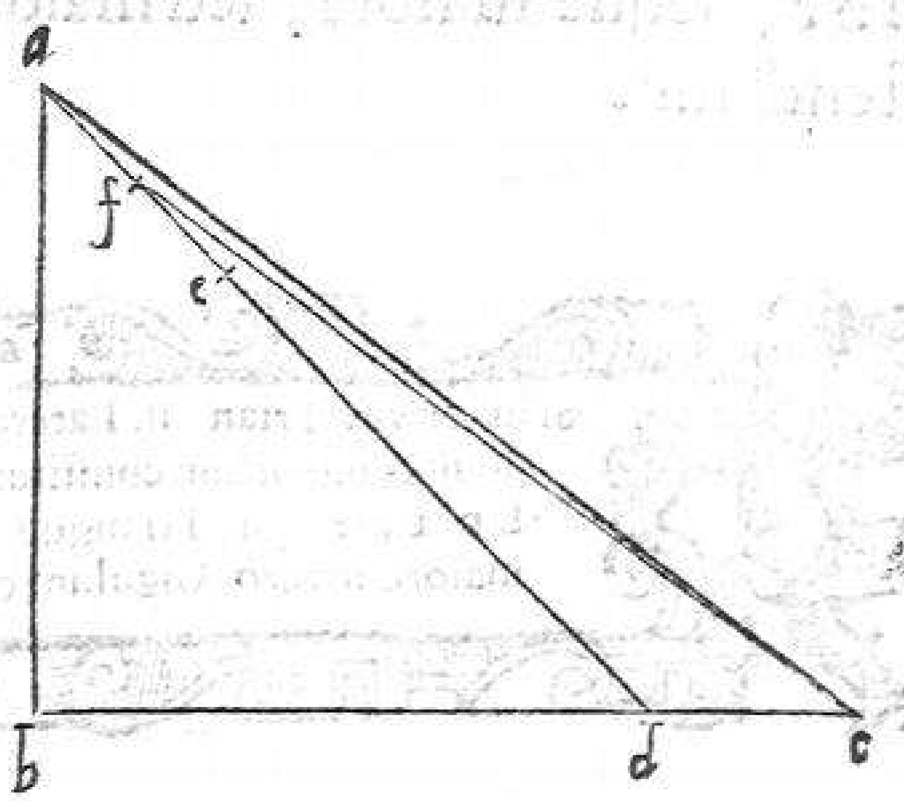
Propõ 21 Theo. 14.

Cõm. 26.

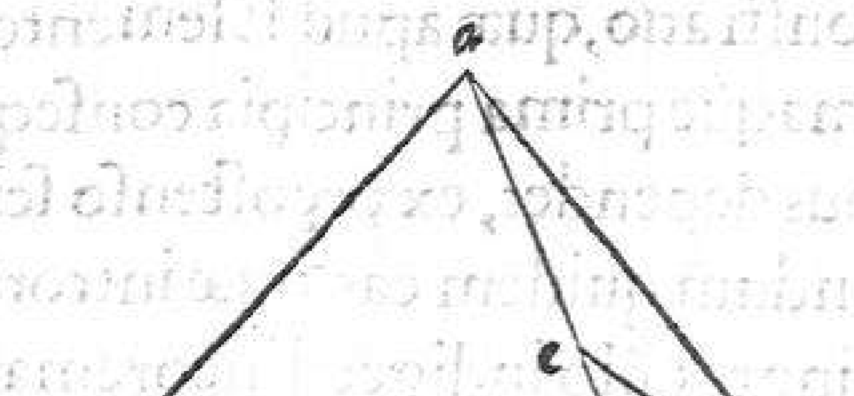
QVod quidem à Propoſitione exprimitur, manifeſtum: & Demonſtratio, quæ apud Elementorum inſtitutorẽ, euidens eſt: Theoremaq́ue prima principia conſequitur. ex duobus enim Theorematibus dependet, ex pręoſtenſo ſcilicet, & ſexto decimo. nam ad oſtẽdendum quidem eas, quæ introrſum conſtitutæ ſunt externarum eſſe minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliquo ſunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipſis cõprehenſum Angulo ab externis comprehenſo maiorẽ, illud ipſi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppoſitoq́ue iacenti maiorem eſſe. Accipies autem ſimul Geometricę diligentię fidem, & admirabilium, quę in Mathematicis ſunt diſciplinis cõmemorationem, ſi oſtenderimus quòd poſſibile eſt intra Triangulum quoddam ſuper vno Laterum, non ſuper toto, ſed ſuper aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores conſtituere: rurſusq́ue alias minorem Angulum cõprehendentes Angulo ab externis comprehenſo. hoc.n. oſtenſo, ſimul quidẽ manifeſtum erit, quòd neceſſariò Elementorũ inſtitutor adiecit opus eſſe vt ab Extremis Baſis communis incipiant rectæ quæ introrſum conſtituuntur Lineæ, ſuperq́ue vno toto Latere, non autem ſuper aliqua totius parte conſtituantur: ſimul verò (quòd iã diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria ſunt admirabilia manifeſtum fiet. quomodo enim admirabile non eſt, ſi quæ quidem ſuper toto

Quoddã admirabile in Geometria.

conſtituuntur Latere, externarum minores ſunt: quę verò ſuper parte, maiores? Sit itaqꝫ rectangulum Triangulum a b c, Angulum, qui ad b Signum eſt rectum habens, ſuſcipiaturqúe in Latere b c quodcunque Signū, ſitqúe illud d, & connectatur a d. Maior eſt igitur a d, ipſa a b.



Auferatur ab ipſa a d, æqualis ipſi a b, quæ ſit d e, & diuidatur e a bifariam in Signo f, & connectatur f c. Quoniam igitur a f c, Triangulum eſt, ipſæ a f, f c maiores ſunt ipſa a c. Verùm a f æqualis eſt ipſi f e. Rectæ Lineæ igitur f e, f c, ipſa a c maiores ſunt. Aequalis autem eſt d e, ipſi a b. Rectæ Lineæ igitur f c, f d maiores ſunt rectis Lineis a b, a c, & ſunt intrà.

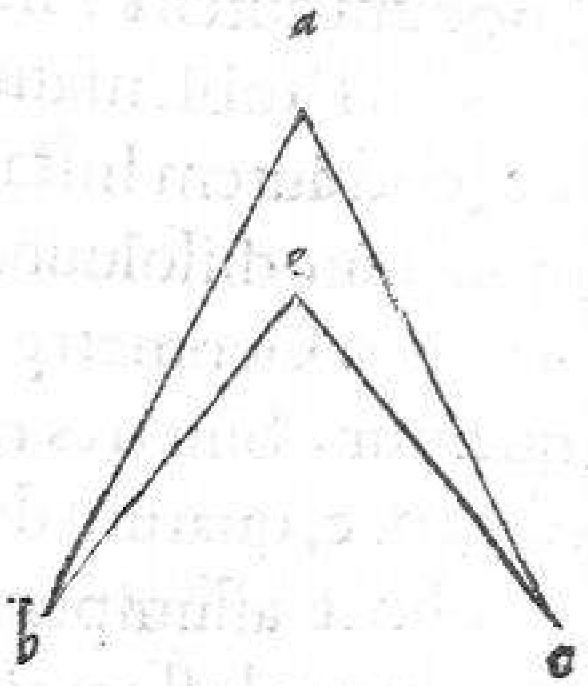


Sit rurſus Triangulum æquicrus a b c Baſim b c vtroque ęqualium Laterum maiorē habens, abſcindaturqúe a b ipſa b c, æqualis ipſi a b, quæ ſit b d, & cōnectatur a d, ſumaturqùe in ipſa a d quodcunqꝫ Signum, ſitqúe illud e, & connectatur c e. Quoniam itaqꝫ a b, ipſi b d æqualis eſt, Angulus quoqꝫ b a d, Angulo b d a æqualis eſt. & quoniam Trianguli e d c Angulus b d a externus eſt, maior eſt interno, & ex oppoſito iacenti, ipſo nempe d e c. Quamobrem Angulus quoqꝫ b a d, Angulo d e c maior eſt. Multò maior eſt igitur Angulus b a c, Angulo d e c, & continetur b a c quidem ab externis, d e c verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Lineæ d e, e c minorem Angulum cōprehendentes Angulo ab externis comprehenſo conſtitutæ ſunt, Propoſitumqúe oſtenſum eſt, nobis expoſitorum Parallelis non vtentibus. Neceſſarium eſt igitur rectas quæ conſtituuntur Lineas à Baſis Extremis incipere. quæ enim ſuper aliqua ipſius parte conſtituuntur & maiores aliquando externis oſtenduntur, & minorē Angulum cōprehendētes. Cùm aūt hoc modo ab Extremis incipiēdo conſtituuntur, eorū etiā Triangulorū, quæ Acidoidea vocantur ſpecies apparet, vnum hoc quoqꝫ eorum, quę in Geometria

Idē in lib. ſecūdo in com. 17.

admi-

admirabilia ſunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum a b c. nam à quatuor quidem Lateribus b a, a c, c e, e b continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b, alterum autem qui ad a, reliquum verò qui ad c Signum eſt. Quadrilaterum ergo Triangulum eſt præſens Figura.



TEXTVS

Ex tribus rectis Lineis, quæ ſunt tribus datis rectis Lineis æquales, Triangulum conſtruere. Oportet autem duas reliqua eſſe maiores quomodocunq; aſſumptas.

Propoſitio 22. Prob. 8.

Com. 27.

AD Problemata iterum trãſiuimus, & iubet Euclides tribus propoſitis rectis Lineis, quarum duæ reliqua ſint maiores, Triangulum ex Lateribus, quę ſint datis rectis Lineis æqualia conſtruere. quippe qui hoc quidem primùm cognouit, quòd fieri non poteſt vt ex ijſdem illis, quæ dictam poſitionem iam acceperunt, Triangulum conſtruatur: ex ijs autem, quæ ipſis æquales ſunt fieri poteſt. Deinde, quòd oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores eſſe. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta, quemadmodum oſtenſum fuit. hacq́ue de cauſa adiecit, quòd vtique neceſſarium eſt primis etiam rectis Lineis exiſtentibus, ex tribus, quæ ipſis æquales ſunt, Triangulum cõſtruere: opus eſſe verò duas reliqua maiores eſſe, quomodocunque aſſumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quę ipſis æquales ſunt rectis Lineis. Ad hæc autem Inſtantias quoque omnes deſtruxit, quæ aduerſus Conſtructionem feruntur, quæq́ue per hanc ſolam additionem diſſolui poſſunt. Præſens ergo Problema ex Determinatis eſt, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodũ & Theorematum, alia quidem Indeterminata ſunt, alia verò determinata. ſi enim hoc modo ſimpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales ſunt, Triangulũ conſtruere, Problema Indeterminatum eſt, atque Impoſſibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliqua ſunt maiores, quomodocunque aſſumptæ, Determinatum eſt, atque Poſſibile. fit enim hoc quoq;. Quemadmo-

In 20. Propoſitione.

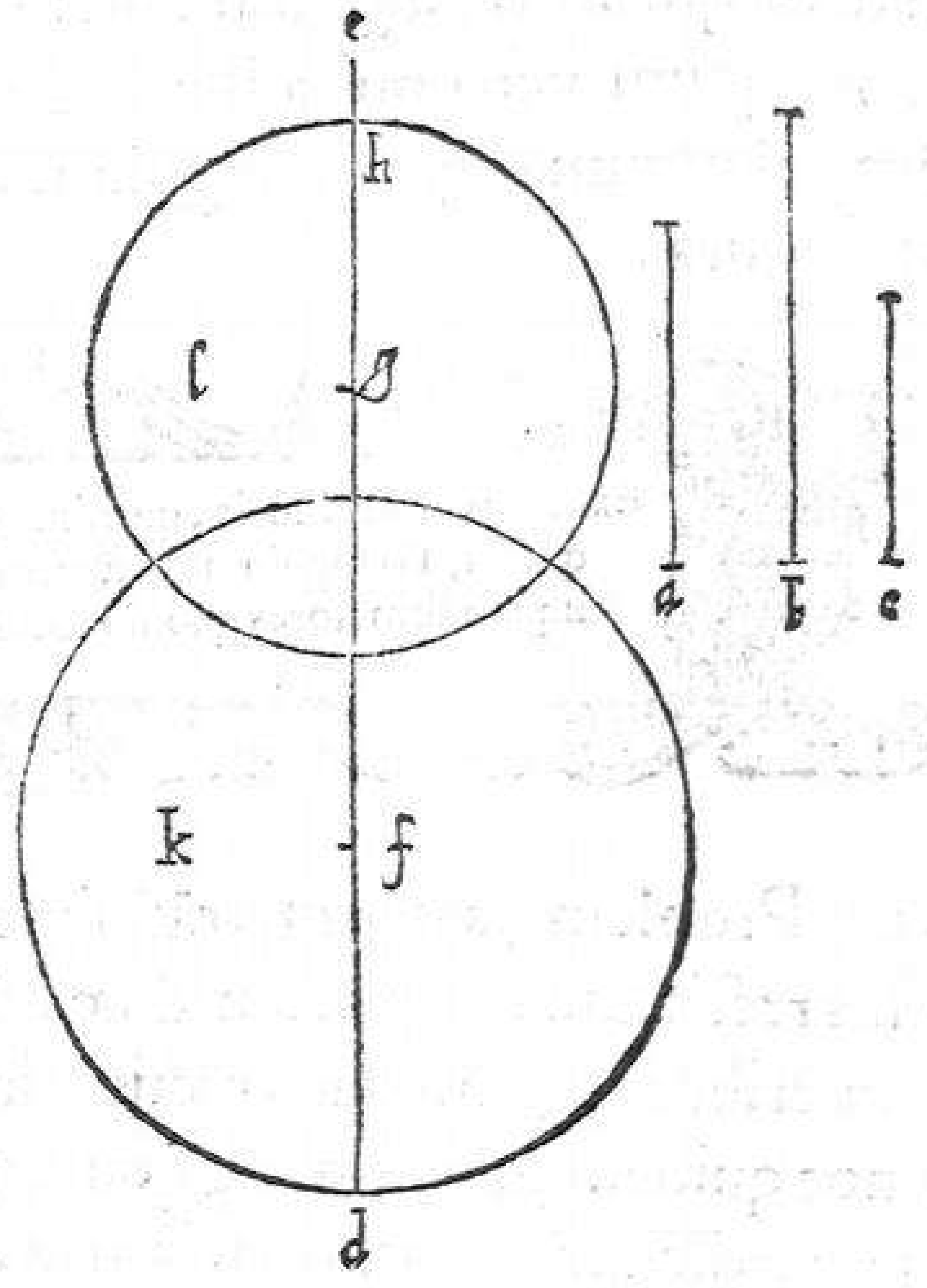
De Problematib9 Determinatis, Indeterminatis, Poſſibilib9, & Impoſſibilib9 vide ſuperi9 in com. primo.

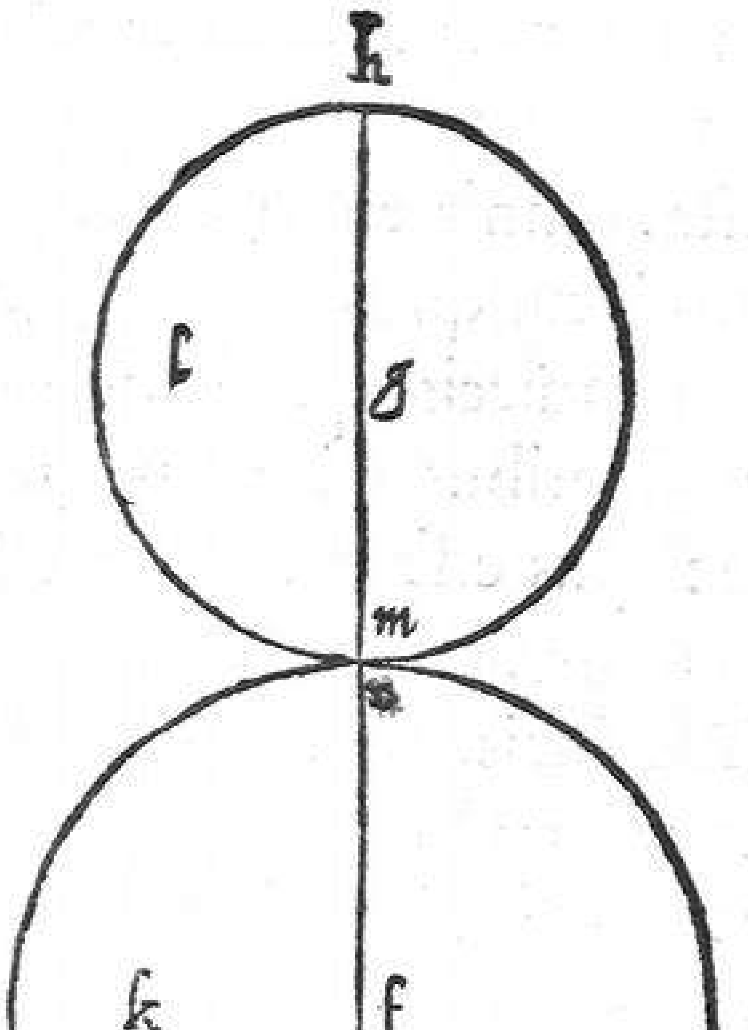
admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falſum fit diuiſio, ita quoq; Problematum iuxta Poſsibile enunciatum, atq; Impoſsibile. Quòd autem Inſtantiæ etiam, quæ aduerſus Conſtructionem feruntur, hinc diſſoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipſam inſpicientes. Geometrę.n.verba ſequemur. Sint tres rectę Lineæ a, b, c, quarum duæ quomodolibet aſſumptæ reliqua ſint maiores, Iuſſumquè facere opus ſit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidẽ parte finita, vtputà ĩ Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipſi quidem a, æqualis ipſa d f: ipſi autem b, ipſa f g: ipſi verò c, ipſa g h. & Centro quidem f, interuallo autem f d, Circulus k deſcribatur. rurſusq; Cẽtro quidẽ g, ĩteruallo verò g h, Circulus l deſignetur. & ſecent ſe inuicem Circuli. hoc ſiquidem Elementorũ inſtitutor † ſortitus eſt. Vnde igitur hoc euenit dicat aliquis? fortaſſe enim vel tangunt tantùm ſe inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipſos pati neceſſe eſt, aut ſe inuicem interſecare, aut tangere, aut diſtare ab inuicem. Dico itaq; quòd neceſſariò ſe inuicem interſecant. tangant enim prius ſe inuicem. Quoniam itaq; f Signũ Centrum eſt Circuli k, ipſa d f æqualis eſt ipſi f n. & quoniam g Signum Centrum eſt Circuli l, æqualis eſt ipſa h g, ipſi g m. Duæ igitur d f, g h, vni ęquales ſunt, nempe ipſi f g. Poſitæ autem ſunt ipſa maiores, quemadmodũ etiam a vnà cùm c, ipſa b eſt maior. illis ſiquidẽ ſunt æquales. Aequales igitur ipſi, ipſaquè maiores ſunt, quod fieri

Inſtantiæ huius Problematis.

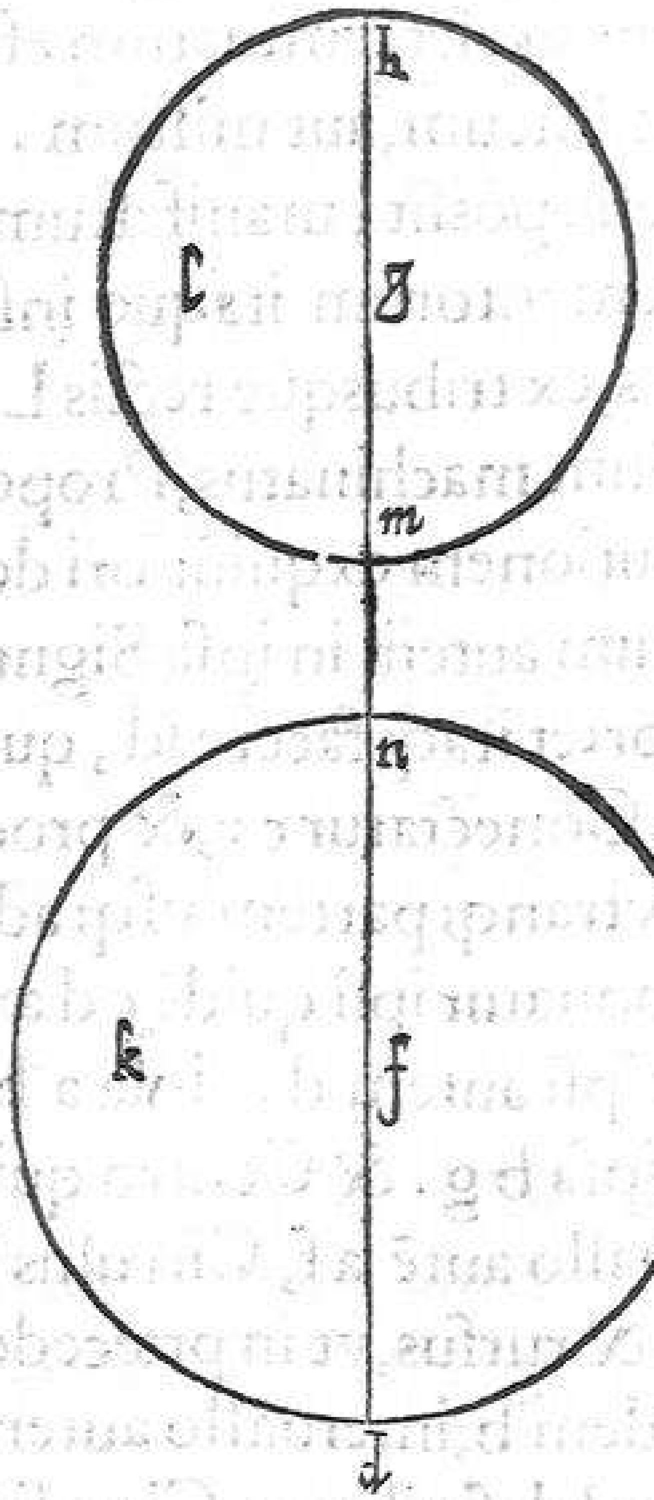
† aſsũpſit.

Reſpõſio.





fieri non poteſt. Rurſus ſi fieri poteſt diſtent ab inuicem Circuli, vt ipſi k l. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum eſt, ipſa d f, ipſi f n æqualis eſt. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum eſt, h g æqualis eſt ipſi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g eſt maior. ipſa enim f g ipſas d f, g h excedit, ipſa n m. Suppoſitum autem fuerat ipſas d f, h g, ipſa f g maiores eſſe, quemadmodum etiam ipſas a, c ipſa b. nam ipſa quidem d f, ipſi a: ipſa autem f g, ipſi b: ipſa verò h g, ipſi c ęqualis poſita fuit. Neceſſarium eſt igitur Circulos k l ſe inuicem interſecare. Quamobrem rectè Elementorum inſtitutor Circulos ſe inuicem ſecantes accepit. ſiquidem triū etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores ſuppoſuit, quomodocunq; aſſumptas, non autem vni æquales, neq; ipſa minores. neceſſe eſt autem tangentibus quidem ipſis ſe ſe, ipſas eſſe æquales: diſtantibus verò ipſis ab inuicem, duas reliqua minores eſſe.



TEXTVS

Ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum, dato Angulo rectilineo æqualem Angulum conſtituere.

Propõ 23.
Prob. 9.

Cõm. 28.

Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referēte Eude.

PRoblema hoc quoque eſt, quod Oenopidis quidem potius quàm Euclidis inuētum lucrum eſt, vt ait Eudemus: Anguli verò aliȷ́ Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumqúe in ea Signum conſtitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum eſſe, neceſſariò Euclides adiecit. quoniā nec fieri poteſt vt omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam conſtituatur. oſtenſum .n. fuit quòd duo tantùm curuilineorū Angulorum Rectilineis Angulis æquales ſunt, Angulus ſcilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iā oſtenſus fuit: & Angulus Figuræ illius, quæ Securi ſimilis eſt, quippe qui duabus Recti Tertiȷs æqualis eſt.

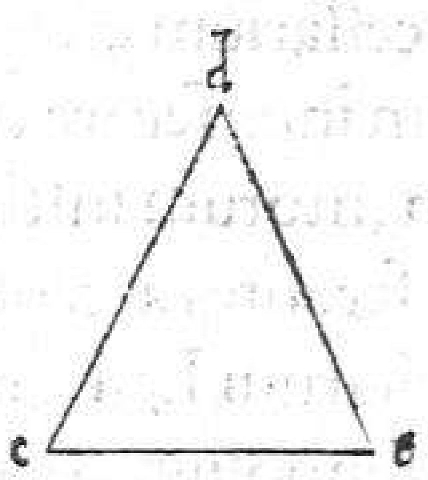
In cõm. 2. huius lib.

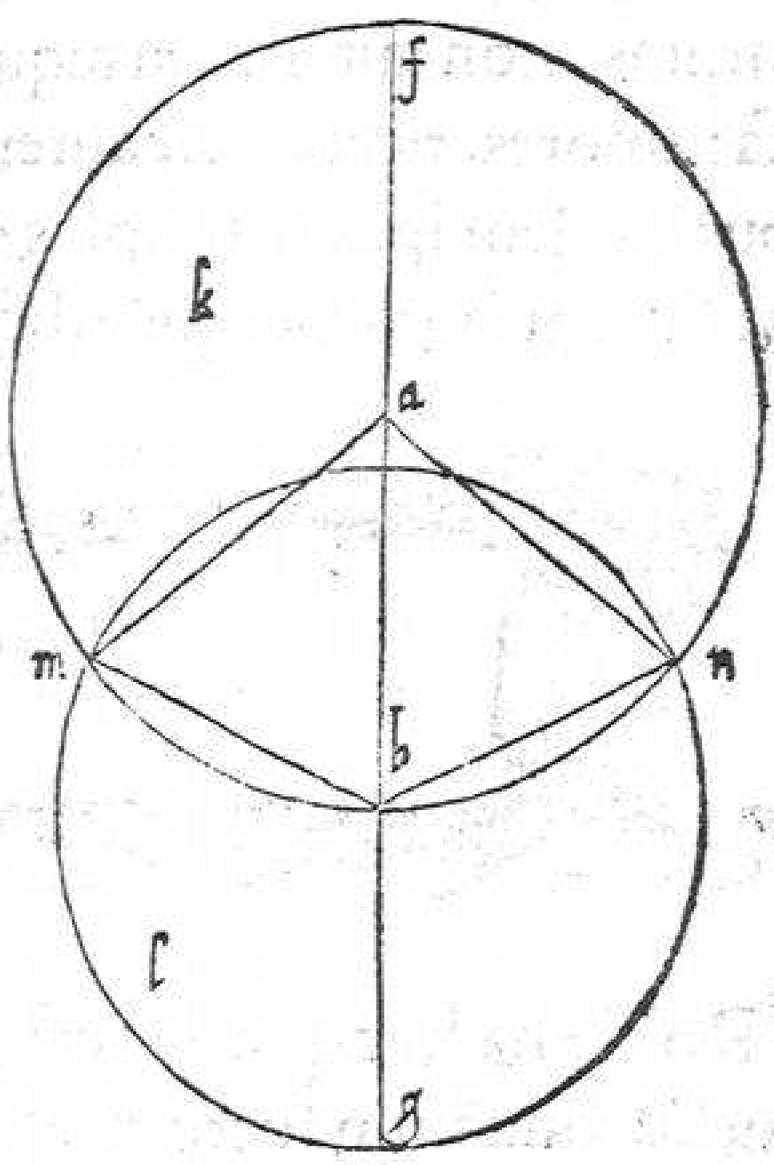
Fit

Nota, ꝙ Angul⁹ Figurę ſimilis Securi, ſpecies eſt Anguli lunularis, & vocat̄ Pelecoides Angulus.

Fit aūt huiuſcemodi Lunularis Figura, quæ Pelecoides vocatur, duobus Circulis per Centra ſe inuicem ſecantibus. Hoc verò, ad quandā rectam Lineam Anguli conſtitutionem fieri, Angulum qui conſtituitur determinatum efficit, nō autem ſpecie indifferentem, ſed aut rectilineum, aut miſtum. cùm autem nullus miſtus rectilineo æqualis eſſe poſſit, manifeſtum quòd ipſe quoque omnino rectilineus eſt. Elementorum itaque inſtitutor præcedenti Problemate ſimpliciter vſus, ex tribusqúe rectis Lineis, quæ tribus datis æquales ſunt, Triangulum machinatus, Propoſitum fecit. Accipies autem Trianguli cōſtitutionem exquiſitiori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b, datum autem in ipſa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e. oportet itaqꝫ facere id, quod iuſſum eſt. Cōnectatur c e, & producatur a b ad vtranqꝫ partem vſqꝫ ad Signa f g, & ponatur ipſi quidē c d æqualis, ipſa f a: ipſi autem d e, ipſa a b: ipſi verò e c, ipſa b g. & Centro quidem a, interuallo autē a f, Circulus k deſignetur. & rurſus, vt in præcedenti, Cētro quidem b, interuallo autem b g, Circulus l deſcribatur. Circuli igitur ſe inuicem interſecant, quemadmodum ſuperius oſtenſum eſt. Secēt ſe in Signis m, n, à Signoqúe n cōnectantur ad Centra rectæ Lineæ, ſimiliterqúe à Signo m. Quoniā igitur f a, ipſi a m & ipſi a n æqualis eſt: ipſi autem f a, æqualis eſt ipſa c d, ipſa quoque a m, & ipſa a n, ipſi c d æquales ſunt. Rurſus quoniam b g, ipſi b m, & ipſi b n æqualis eſt: ipſa autem g b, ipſi c e inæqualis non eſt, ipſæ etiā b m, & b n, ipſi c e æquales ſunt. Verùm & ipſa a b, ipſi d e æqualis eſt. Duæ igitur a b, a m duabus d e, d c inæquales nō ſunt, & Baſis b m æqualis eſt Baſi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis eſt. Rurſusqúe duæ n a, a b duabus c d, d e æquales ſunt, & Baſis n b, Baſi c e ęqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e eſt ęqualis, Iuſſūqꝫ dupliciter factum eſt. non .n. vnum tantùm, ſed duos conſtituimus Angulos dato Angulo æquales ad vtranque partem rectę Lineę a b,

Alia exq̄ſitior hui⁹ Problematis Demó.

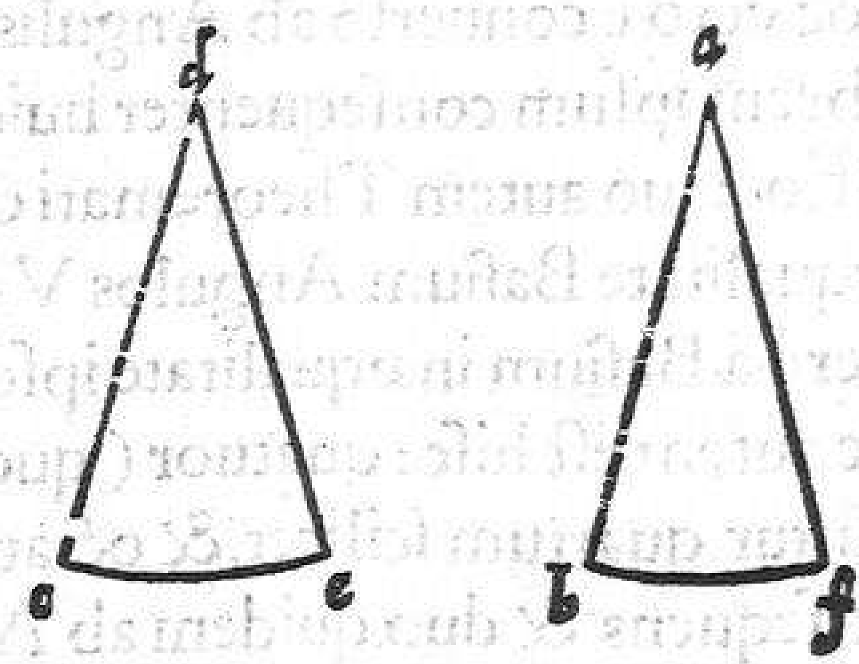




vt in

vt in ſequentibus etiam in qualibet voluerimus parte conſtitutionem facere, indubitatum ſit, nemoqúe contradicat. Hęc quidem Constructioni Elementorum inſtitutoris adÿcimus. Apollonÿ autem oſtenſionem non laudamus, tanquam eam, quæ ÿs indiget, quæ in Tertio Libro oſtenduntur. accipiens .n. ipſe quemcunque Angulum c d e, & rectam Lineam a b, Cētro quidem d, interuallo aūt c d, c e Circunferentiam deſcribit. Similiterqúe Centro quidem a, interuallo verò a b, b f Circunferētiam deſignat. intercipiensqúe c e Circunferentiam æqualem ipſi b f, connectit rectam Lineam a f, Anguloſqúe a, c æqualibus Circunferētÿs inſiſtentes, æquales affirmat. Oportet autem præaſſumpſiſſe quòd ipſa etiā a b, ipſi c d æqualis eſt, vt Circuli quoque æquales ſint. Huiuſcemodi itaque oſtenſionē tanquam poſterioribus vtētem ab Elementari inſtitutione alienam eſſe cenſemus Illam autem Geometræ tanquam principia conſequentem præponimus.

Dãnat Apollonii oſtenſioné.



TEXTVS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum: Baſim quoque Baſi maiorem habebunt.

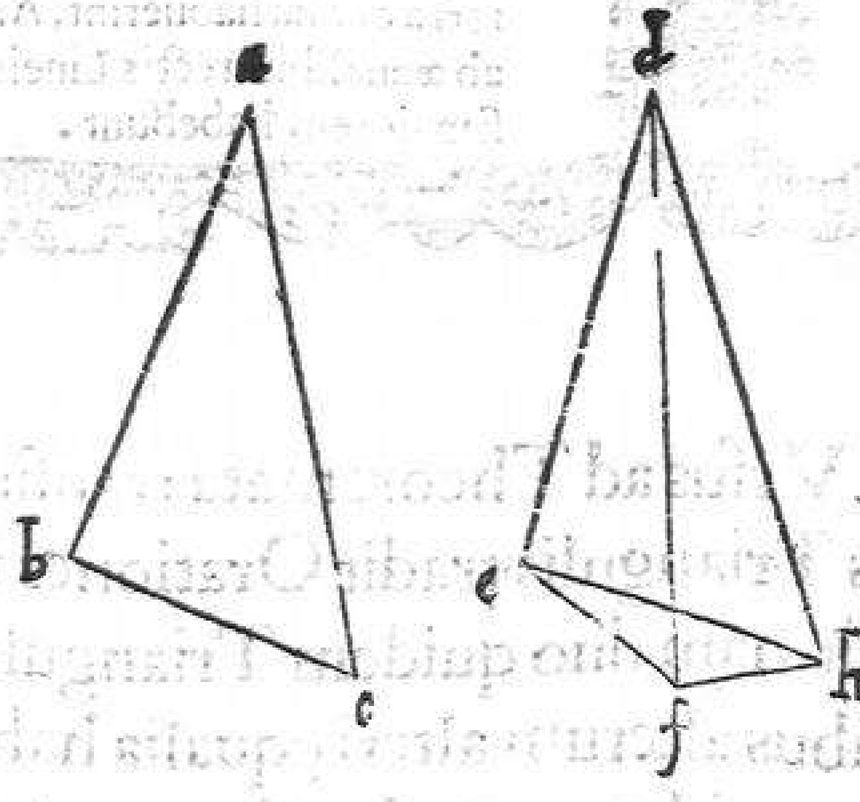
Propõ 24 Theo. 15.

RVrſus ad Theoremata tranſiuit, & ſimiles de inęqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula ſupponēs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri ęqualia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in vtroque ponit, interdum verò inæqualem: & Baſim eodem modo interdum quidem æqualem in vtroq;, interdum autem inæqualem. & ęqualitati quidem illius conſequentē eſſe demonſtrauit Baſium æqualitatem, harumqúe æqualitati Angulorū Verticalium ęqualitatem eſſe conſequentem ſimiliter demonſtrauit: inæqualitati verò, inæqualitatē nunc oſtendit. Hoc igitur quod nunc

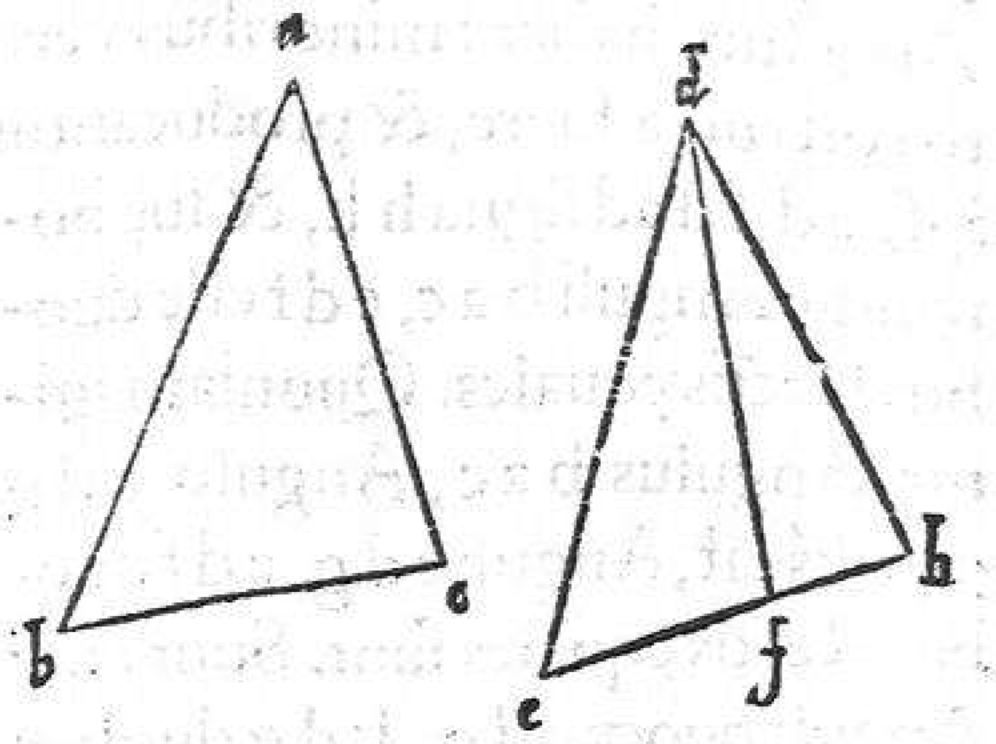
Cõm. 29

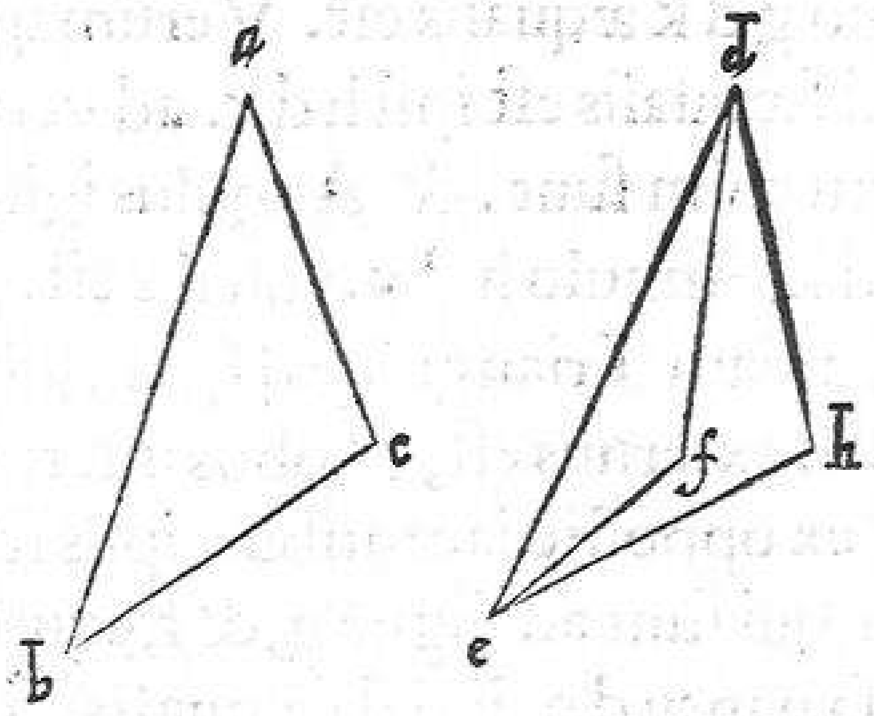
proponitur Theorema Quarto quidem oppoſitum eſt. nã illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales ſuppoſuit, hoc verò inæquales ipſos ſupponit. & illud quidem æquales ipſorum Baſes demonſtrauit, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. pręcedit autem ſequenti Theoremati. nam illud quidẽ à Baſibus ad Angulos, ſub quibus Baſes ſubtendunt inęqualitatis orationem deducit: hoc verò ę conuerſo ab Angulis ad Baſes, quæ ſub ipſis ſunt. Quamobrem ipſum conſequenter huic quidem iam dicto modo cõuerſum eſt, octauo autem Theoremati oppoſitum. nam alterum quidem ab æqualitate Baſium Angulos Verticales ęquales demonſtrat, alterum verò à Baſium inæqualitate ipſos quoqꝫ inæquales oſtendit. Cõmune autem eſt hiſce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale verſantur, quartum ſcilicet, & octauũ: duo verò circa inęquale, hoc vtiqꝫ, & ſequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præſentia quęrere propoſuimus: duo autem à Baſibus, octauum porrò, quodqúe deinceps poſt pręſens collocatum eſt) commune cunctis inquam hiſce quatuor eſt, tum quarto, & octauo, tum vigeſimo quarto, & vigeſimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his.n. inæqualibus exiſtẽtibus omnis inquiſitio ſuperuacanea eſt, à deceptioneqúe haud immunis. Hęc de his in vniuerſum dicta ſint. Age autem Elementorum quoqꝫ inſtitutoris prędſentis Theorematis Conſtructionem conſideremus, quodqúe deficit ipſi adnciamus, accipiens enim duo Triangula a b c, d e f, Latera a b, a c Lateribus d e d f æqualia habentia alterum alteri, Angulumqúe ad a Signum exiſtentem Angulo ad d Signum exiſtenti maiorem, & volens oſtendere Baſim b c, Baſi e f maiorem, ad rectam Lineam e d, ad Signumqúe in ipſa, quod eſt d, Angulo qui ad a Signum eſt ęqualem conſtituit Angulum e d h. maior enim eſt Angulus qui ad a Signum eſt, Angulo qui ad Signum d, connectitqúe ipſi a c, ęqualem d h. Recta itaqꝫ Linea e h ad Signum h producta aut ſupra rectã Lineam e f cadit, aut ſuper ipſa, aut infra ipſam. Elementorum ſanè inſtitutor vtpote ſuprà iacentem ipſam accepit. Sit autem ſuper ipſa

Varii huꝰ Theorematis Caſus.



recta Linea. Rurſus itaque idē oſtendemus. duæ enim a b, a c duabus d e, d h æquales ſunt, æqualesqúe continent Angulos. & Baſis igitur b c, Baſi e h æqualis eſt. At ipſa e h maior eſt quàm ipſa e f, quapropter ipſa quocꝫ b c maior eſt quàm ipſa e f. Verùm ſit infra ipſam e f, poſita. Connectentes itaque ipſam e h dicemus quòd cùm ipſæ a b, a c ipſis d e, d h æquales ſint, æqualesqúe Angulos comprehendant, ipſa quoque b c, ipſi e h ęqualis eſt. Quoniam igitur intra Triangulum d e h duę rectæ Lineæ d f, f e in Latere d e ſunt conſtitutę, externis minores ſunt. Aequalis autem eſt d h, ipſi d f. ipſi nancꝫ a c æqualis eſt. Maior eſt igitur ipſa h e quàm ipſa e f. Sed h e æqualis eſt ipſi b c. Maior eſt ergo ipſa b c quàm ipſa e f. Iuxta itacꝫ omnem poſitionem Theorema oſtenſum eſt. Qua de cauſa igitur, quemadmodum in quarto Theoremate ſimul demonſtrauit quòd Areę quoque Triangulorum æquales ſunt, in hoc etiam non adiecit quod pręter Baſium inæqualitatem, Areæ quoque inæquales ſunt? Aduerſus hanc vticꝫ dubitationem dicatur quòd non eſt eadem ratio in ęqualibus Angulis, & Baſibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidē, & Baſibus ęqualibus exiſtentibus, Triangulorum etiam ęqualitas ſequitur: inæqualibus autem exiſtentibus, neceſſarium non eſt Arearū inæqualitatem conſequi. ſed tum æqualia, tum inæqualia Triangula eſſe poſſunt: maiusqúe illud, quod maiorem Angulum, Baſimqúe maiorem habet, itemqúe minus. Propterea igitur Elementorum inſtitutor Triangulorum comparationem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ poſterius oſtendenda ſunt anticipantes in præſentia quoque Arearum cōparationem facere, dicimus quòd ipſis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus exiſtentibus (habeatur autem ſermo in deſcriptione, quæ in Elemento eſt) Triāgula æqualia oſtēdun-





Dubitatio

Solutio.

Digreſsio

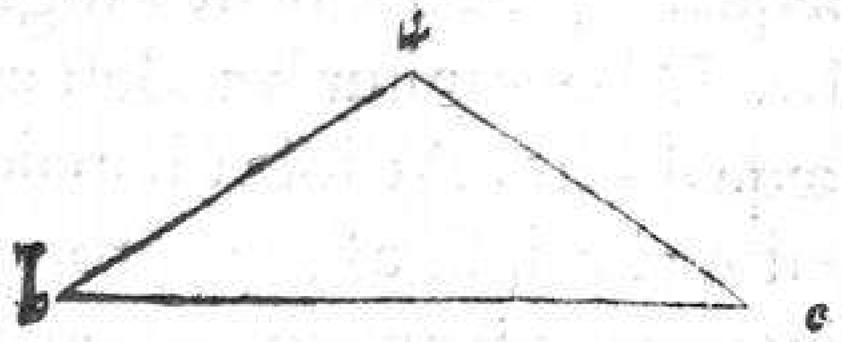
Arearum
pulchra cō-
paratio.

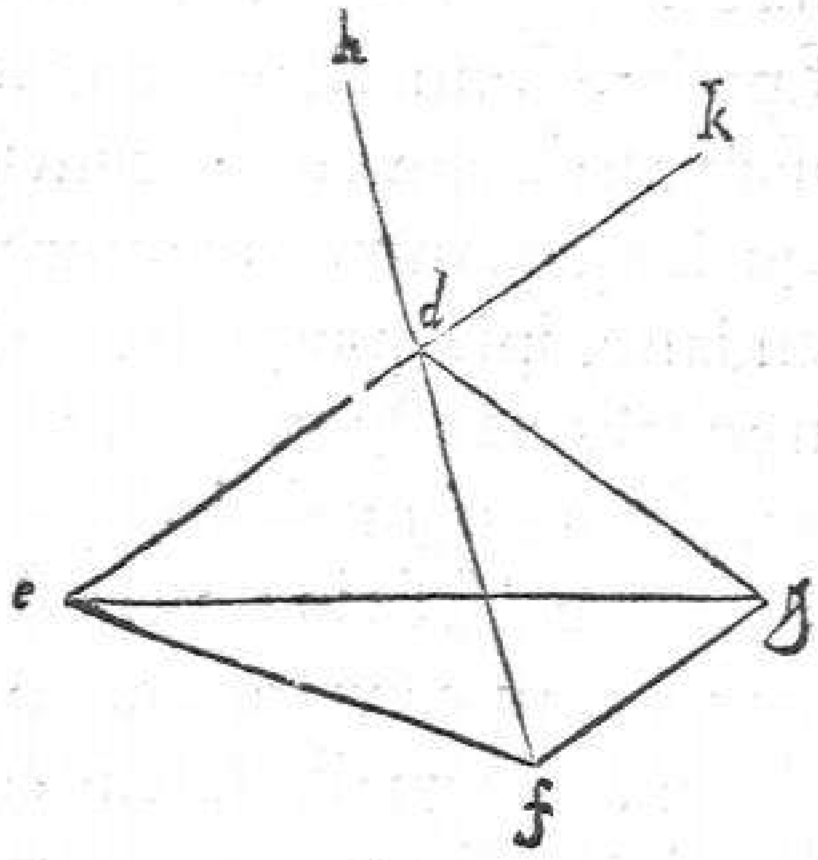
duntur : maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet : minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cōſtructa fuere, & producantur ipſę e d, f d ad ſigna h k, & ſupponantur Anguli b a c, e d f eſſe duobus Rectis ęquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g ęqualis eſt, Anguli e d g, e d f duobus Rectis ęquales ſunt. Sunt autē Anguli quoq; e d g, k d g duobus Rectis ęquales. Cōmunis auferatur e d g. Reliquus gitur e d f, reliquo g d k æqualis eſt. Verùm ipſe e d f æqualis eſt ipſi h d k. ad verticem enim ſunt. & Angulus igitur g d k, Angulo h d k æqualis eſt. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus eſt, duobus internis, & ex oppoſito iacentibus, ipſis ſcilicet, qui ſunt ad Signa g, & f, ęqualis eſt. At iſti ęquales ſibi inuicē ſunt. ipſa nanq; d g, ipſi d f æqualis eſt. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus eſt. Aequalis igitur eſt Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & ſunt alternatim. Parallela igitur eſt d e, ipſi f g. Triangula ergo g d e, f d e ſuper eadem Baſi d e ſunt, in eiſdemqúe d e, g f Parallelis. Aequalia igitur ſunt. Verùm Triangulum g d e, Triāgulo a b c eſt æquale. & Triangulū ergo d e f, Triangulo a b c inæquale non eſt. Et vides quòd tribus indiguimus Theorematibus, quæ ad Parallelarum tractationē ſpectant, vno quidem dicenti quòd omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex oppoſito iacētibus æqualis eſt : altero autem, quòd ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelæ rectæ Lineæ ſunt : tertio verò, quòd Triangula ſuper eadem Baſi, in eiſdemqúe Parallelis conſtituta, æqualia ſunt. Quæ Elementorum quoq; inſtitutor ſciens, Triangulorum comparationem omiſit. Verùm ſint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & conſtruantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc eſt Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores ſunt : Anguli autem e d g, g d k duobus ſunt Rectis æquales, ablato communi, ipſo ſcilicet e d g, Angulus e d f maior eſt Angulo g d k, hoc eſt Angulus k d h maior

Propoſitio 32.

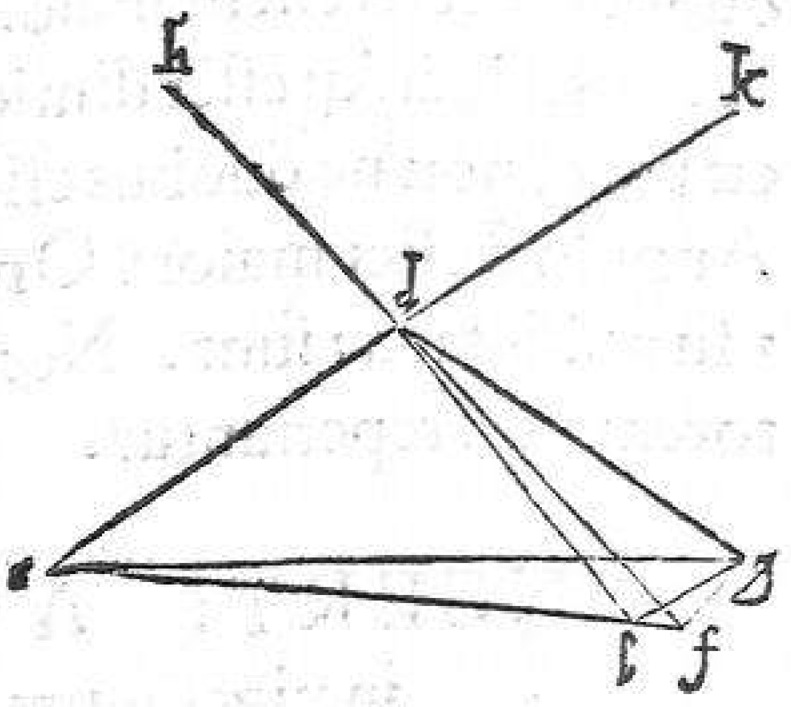
Propoſitio 27.

Propoſitio 37.

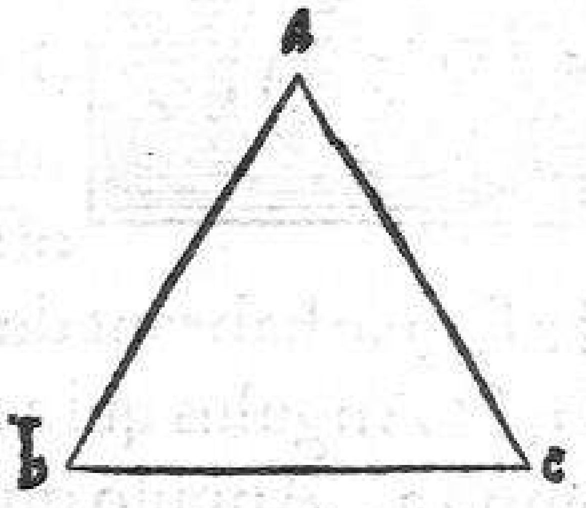


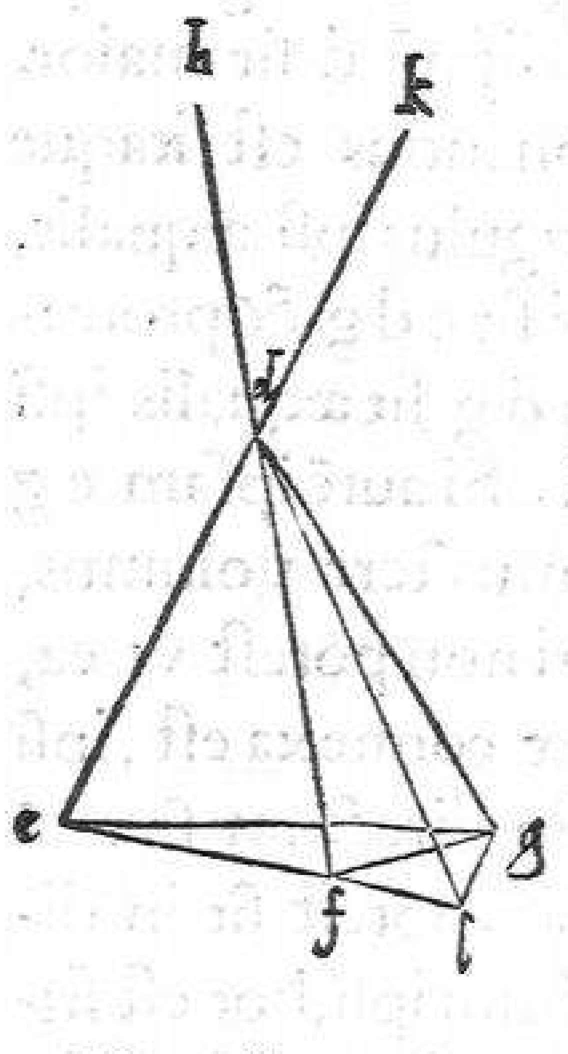


ior



ior Angulo g d k. Angulus igitur g d h maior quàm duplus eſt Anguli g d k, ipſe nempe, qui duplus eſt Anguli ad g Signum exiſtentis. Angulus igitur g d k minor eſt Angulo, qui ad g Signum eſt. Ponatur ipſi g d k, æqualis d g l, & connectatur e l, & d l. Parallela ergo eſt g l, ipſi d e. Triangula igitur g d e, l d e æqualia ſunt. At Triangulum l d e minus eſt Triangulo f d e. Triangulum igitur g d e, Triangulo f d e minus eſt. Aequale autem eſt Triangulum g d e, Triangulo a b c. Triangulum ergo a b c, Triangulo f d e minus eſt, ipſum nempe, quod maiorem Angulum habet. Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inęquales eadēq́ue conſtruātur. Quoniā itaq; Anguli e d g, g d k duobus ſunt Rectis æquales, cōmuni ablato e d g, totus g d h minor quàm duplus eſt ipſius g d k. Sed duplus etiam ipſius qui ad g Signum eſt. Angulus igitur g d k, Angulo qui ad Signum g, maior eſt. Ponatur Angulo g d k, æqualis d g l, & coincidat g l cum ipſa e f in Signo l, & connectatur d l. Parallela igitur eſt g l, ipſi d e. Aequalia ergo ſibi inuicē ſunt Triāgula g d e, l d e. Verùm Triangulū quidem l d e maius eſt Triangulo f d e: Triāgulum verò g d e æquale eſt Triangulo a b c. Triangulum ergo a b c, Triangulo d f e maius eſt. Oſtenſum eſt igitur Triāgulum a b c, Triangulo d e f & æquale, & maius, & minus, Angulis qui ſunt ad a, & d Signa aut duobus Rectis æqualibus, aut maioribus quàm duo Recti, aut minoribus exiſtentibus. omneſq́ue ſuppoſitiones fieri poſſunt. Quid enim ſi Angulus qui ad a Signum, vnus Rectus, Rectiq́ue dimidium eſſet: qui verò ad Signum d, Recti dimidium, non'ne duo iſti Anguli duobus Rectis æquales eſſent? Quid autem ſi qui ad Signum a, vnus Rectus, & Recti dimidium



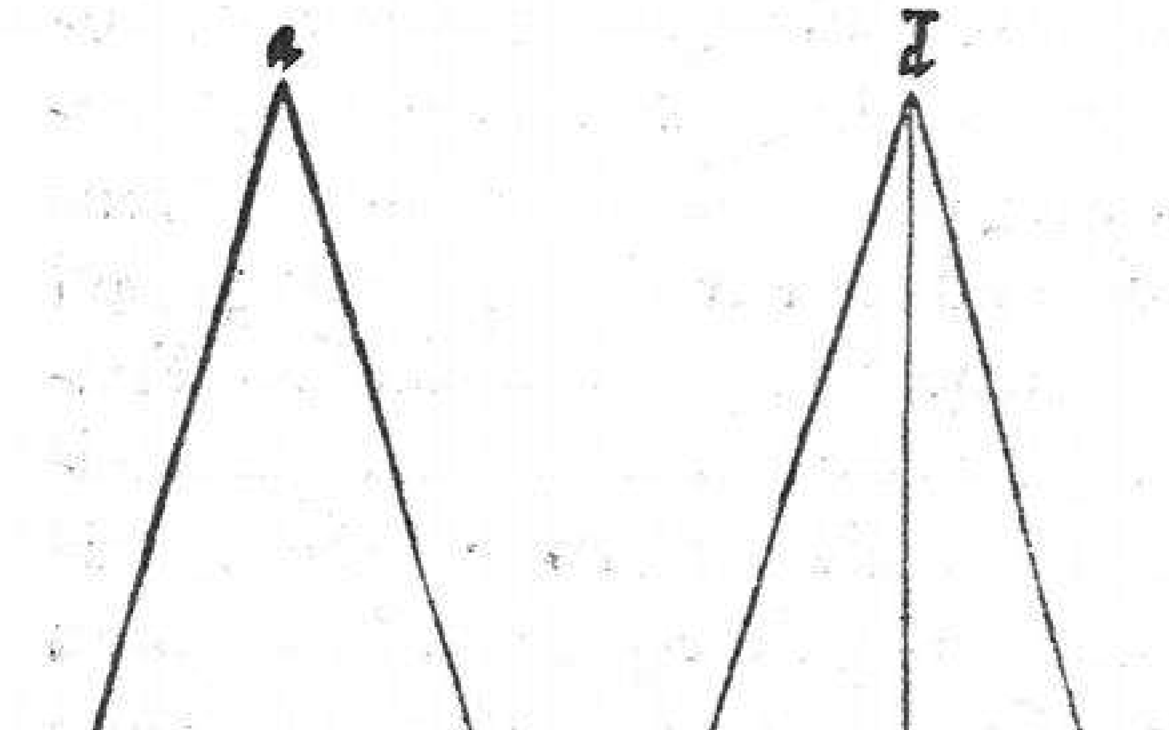


dium eſſet: qui verò ad Signum d, binæ vnius Recti Tertię, non'ne duobus Rectis eſſent maiores? Quid verò ſi qui ad Signum a, vnus Rectus, Rectiq; eſſet dimidium: qui autem ad Signum d, tertia Recti pars, non'ne duobus eſſent Rectis minores, & ſemper Angulus a, Angulo d eſſet maior? Omnes itaq; hæ Comparationes Parallelarū vſu nobis factæ ſunt. Neceſſariò igitur apud Elementorum inſtitutorem non reperiuntur.

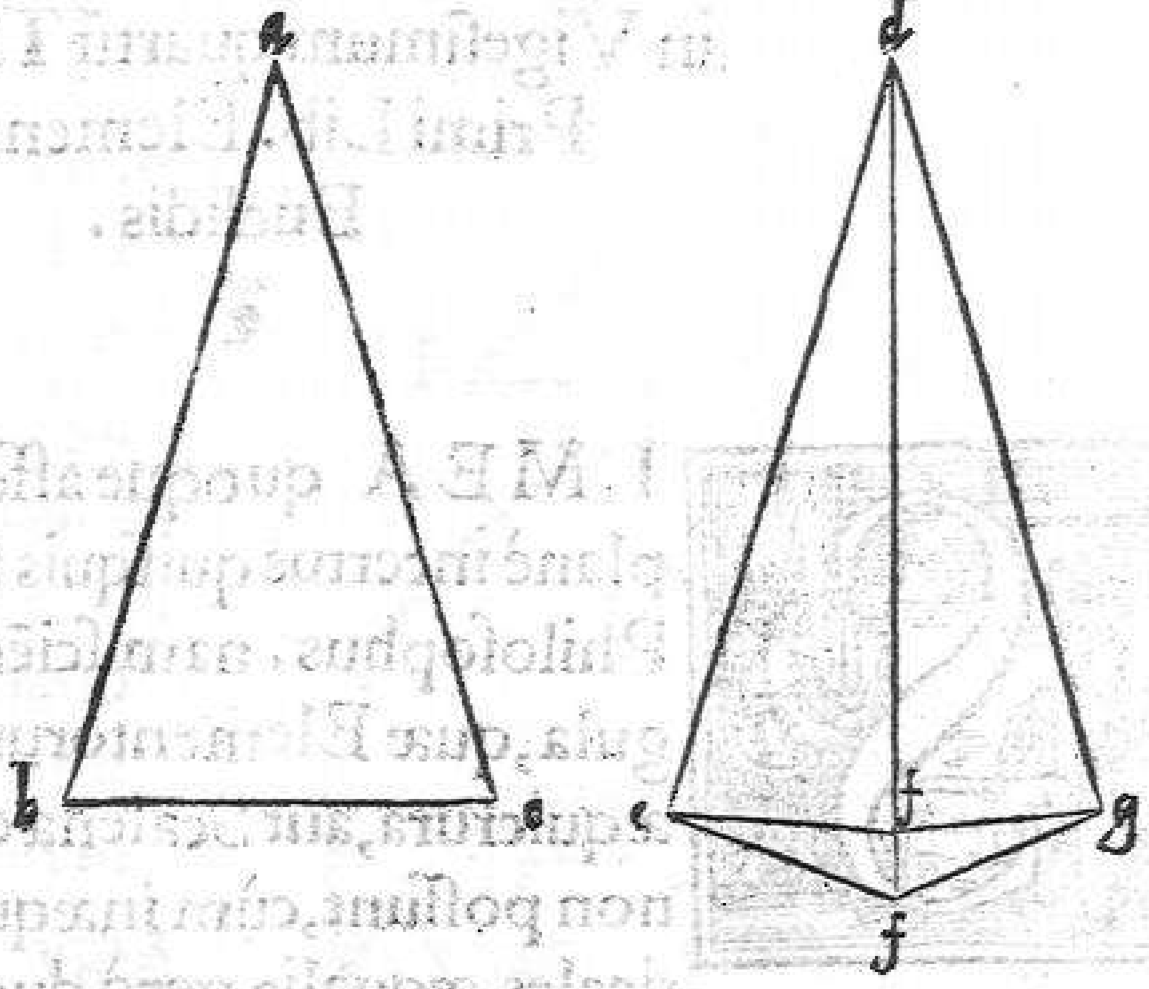
INCERTI AVTORIS SCHOLIVM in vigeſimum quartum Theorema Primi Libri Elementorum Euclidis.

Scholium in exẽplari quodã veteri repertum.

SI MEAM afferre ſentētiam operæpretium eſt, errauit Philoſophus. nam fieri non poteſt vt ſuper ipſa ſubtendente quę poſterius protracta eſt recta Linea cadat, ſed neceſſariò ſupra ipſam incidet, quemadmodum Elementorum quoq; inſtitutor vſus fuit, quod autem dicimus, hoc modo oſtendemus. Sint duo Triãgula æquicrura a b c, d e f, quæ habeant duo Latera b a, a c duobus Lateribus e d, d f ęqualia, & Angulus qui ad Signū a, Angulo qui ad Signū d ſit maior. Ponendus eſt itaque Angulus ipſi æqualis, qui ſit e d g, & protracta d g ſit æqualis ipſi e d. Si autē ipſam e g connectere volumus, fieri non poteſt vt ea, quæ connexa eſt, ipſi e f in directum ſit. nã ſi fieri poteſt ſit in directum ipſi, hoc eſt ſuper eadem recta Linea incidat ipſa e g, quemadmodum vſus eſſe videtur Proclus in ſecunda ſua ſuppoſitione. Quoniam itaq; duo Triangula æquicrura eſſe ſupponuntur, æqualis vtique erit Angulus qui ad Signum e, Angulo qui ad Signum g. Cæterùm ipſi etiam d f e eſt æqualis. & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e ęqualis



lis eſt. quæ enim eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia. Si autē hoc verum eſt, Trianguli d f g, externus Angulus interno, & ex oppoſito collocato ęqualis erit, quod eſt impoſsibile. Fieri ergo minimè poteſt vt recta Linea e g, rectæ Lineæ e f in directum ſit. Si verò hoc fieri nō poteſt, eò magis neque extrà incidet. Intrà igitur. Non ergo rectè dixit Philoſophus. Veruntamen alia quoq; ratione hoc fieri non poſſe oſtendemus in eadem deſcriptione. Cùm enim ipſa d e, tum ipſi d f, tū ipſi d g ęqualis ſupponatur, ipſa quoque d f, ipſi d g erit ęqualis. Quapropter tria Triāgula æquicrura ſunt, vtputà d e f, d f g, & d e g. æqualia ſiquidē inter ſe tria Latera oſtenſa ſūnt. & qui igitur ad Baſes ipſorum ſunt Anguli, æquales ſibi inuicem erunt. hoc eſt qui ad Signum e, ei qui ad Signum g, & adhuc ipſi d f e: & qui ad Signum g, ipſi d f g. Quatuor igitur Anguli ſibi inuicem ſigillatim ęquales ſunt. Quamobrem & duo ipſorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad e, & g Signa, duobus d f e, d f g ęquales vtriq; ſimul vtriſq;. Anguli igitur d f e, d f g, duobus ſunt Rectis æquales. ſiquidē recta Linea d f ſuper rectā Lineā e g ſtetit. Quocirca Anguli quoque d e f, d g f duobus Rectis æquales ſunt. Si autem hoc verum, ſeptimū decimum Theorema deſtructum eſt. At qui illud verum eſt, hoc ergo nequaquam fieri poteſt. Quæ ergo producitur recta Linea e g, ſuper eadem recta Linea e f non cōnectetur. Si verò hoc fieri non poteſt, multò magis (vt dictum eſt) neque extrà incidet. quod enim in illa ſuppoſitione euenit abſurdū, abſurdo hoc maius eſt. Dicēdum igitur pro Philoſopho quòd eos, qui inſtituuntur alloquens, non ſatis ſcitè expoſuit. Vel exercitationis gratia, animiqúe excitationis eorum, qui ingenio præſtant. vel fortaſſe etiam hallucinatus eſt. & nil mirum. Præterea aliter idem oſtendemus. Cùm enim quatuor Anguli ſigillatim ęquales ſibi inuicē oſtenſi ſint, hoc eſt ipſe d f e, & ipſe d f g: & adhuc qui ad Signum e, & qui ad g Signum. Cùm verò recta Linea ſuper rectā conſiſtens Lineā Dein-



Defendit Proclū magis eū offendēdo.

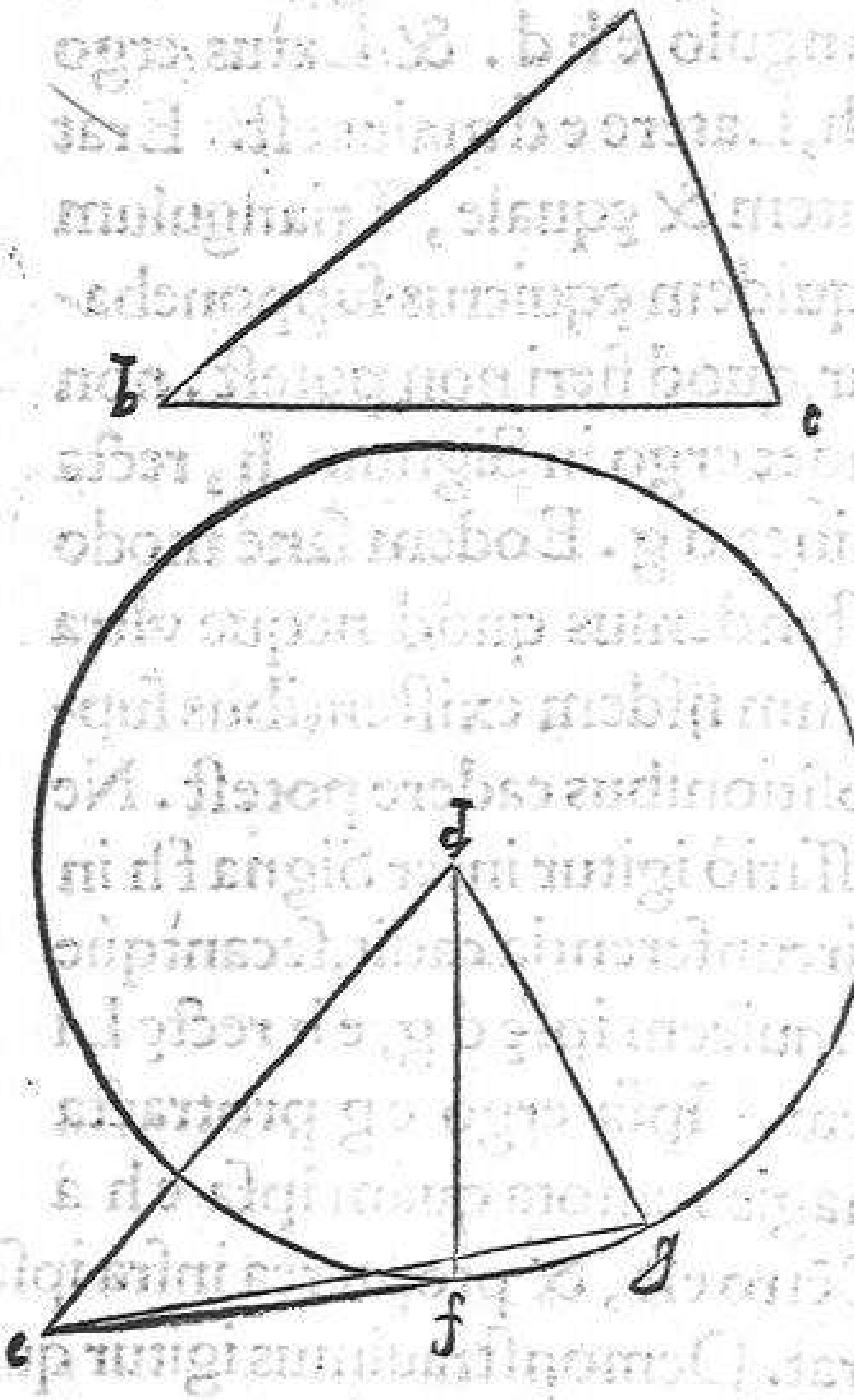
ceps

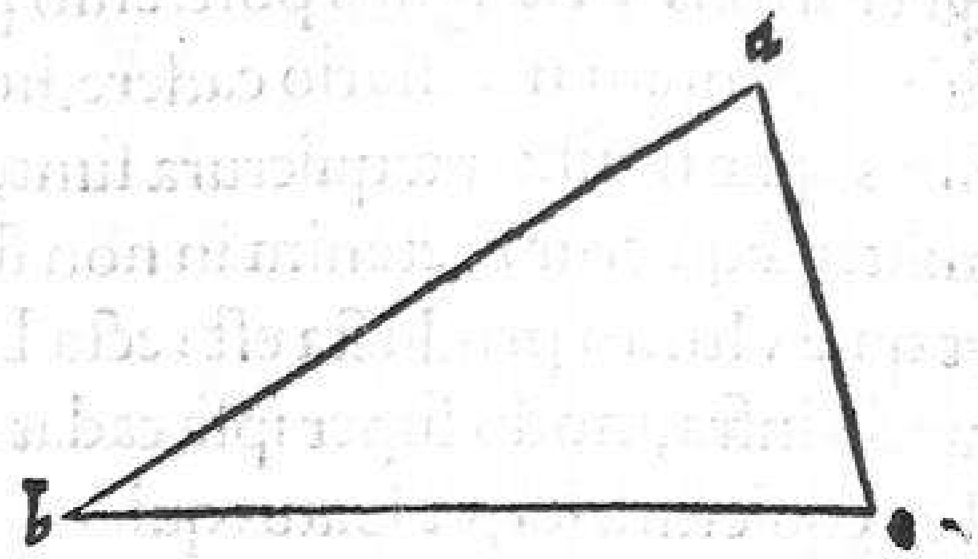
ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus eſt. Quamobrem vterque ipſorum d f e, d f g rectus erit. Si hoc autem verum eſt, Angulus etiam, qui ad g, rectus erit. Si autem hoc verũ, deſtructum eſt rurſus ſeptimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores ſunt. noſtra autem ſuppoſitio oſtẽdit ipſos duobus Rectis æquales, quod eſt abſurdum.

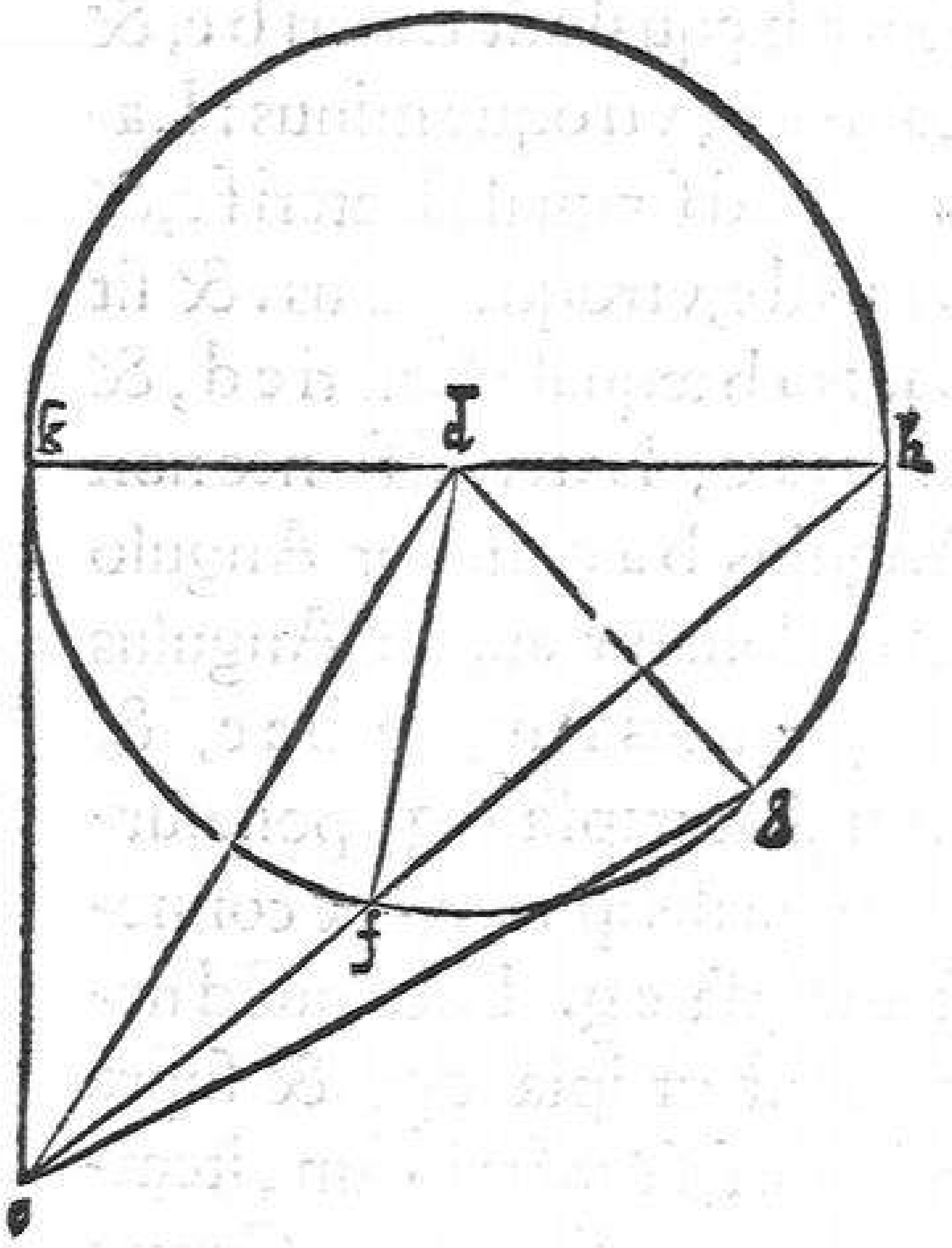
FRANCISCI BAROCII SCHOLIVM
aduerſus quoddam incerti Autoris Scholium in Vigeſimum quartũ Theorema Primi Lib. Elementorũ Euclidis.

Scholium Interpretis.

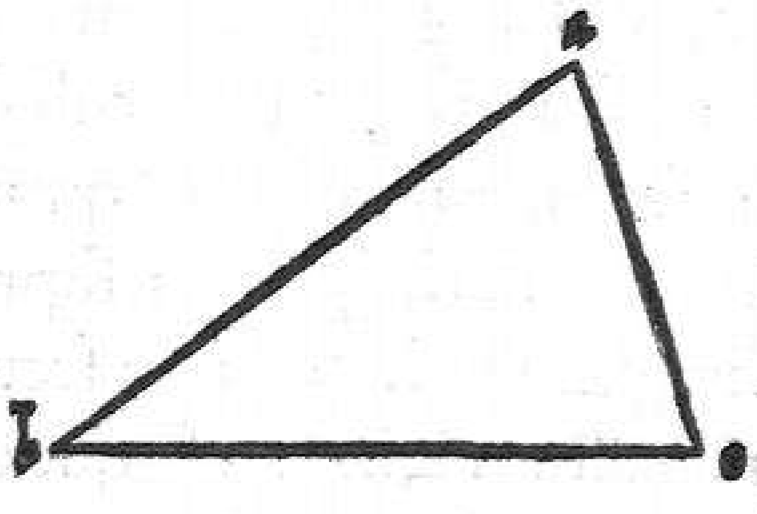
SI MEA quoque afferenda eſt ſententia errauit planè incertus quiſquis ſit Autor, non errauit autẽ Philoſophus. nam ſciẽdum eſt quòd ipſa Triangula, quæ Elementorum inſtitutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. ęquilatera enim eſſe non poſſunt, cùm inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri ſint. erũt ſiquidem Anguli etiam ęquales, quod non ſupponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoq; inſtitutor ipſa accepit, neceſſariò ſupra ſubtendentem quæ vltimò protracta eſt recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor oſtendit: Si verò Scalena, vt & Proclus ipſa ſuſcepit, fieri poteſt vt quæ vltimò protracta eſt recta Linea, tum ſuper ipſa ſubtendente, tum ſupra ipſam, tum etiam infra ipſam cadat. & iuxta omnem poſitionem Theorema veritatem in ſe continet, vt apud Proclum ipſum quilibet videre poteſt. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infeſtat. non enim in æquicruribus Triangulis, extrà, vel ſuper ipſa ſubtendente vltimò protractam Proclus accepit, ſed ſimpliciter enuntiauit. Cùm autẽ indeterminatè aliquid affirmamus, ĩ quibus fieri poteſt ipſum intelligimus, nõ aũt in quibus non poteſt fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quaſi ad rudes, ambitionis cauſa, quippe quòd tantũ virum deceptum oſtẽdat, aut exercitationis gratia, Animiq́ue excitationis eorum, qui ingenio valent, præſens ſcripſit Scholium, aut fortaſſe etiam hallucinatus eſt. Scire autem operæpretium eſt quòd cùm ait incertus Autor in æquicruribus Triangulis poſtremò productam rectam Lineam ſupra ſubtendentem neceſſariò cadere, hoc verum eſt in ijs quidē æquicruribus, quæ ſimiliter æquicrura ſunt, non autem in ijs, quæ non ſunt ſimiliter æquicrura. etenim in non ſimiliter æquicruribus fieri poteſt, vt quæ vltimò producta eſt recta Linea, modò ſupra ſubtendentem, modò infra, modò ſuper ipſa cadat. Sint enim duo Triangula a b c, d e f ęquicrura ita, vt Latus quidem a b ęquale ſit Lateri b c, & Latus a c, vtroque minus: Latus verò d f æquale Lateri f e, & Latus d e, vtroque maius. & ſit Latus a b æquale Lateri e d, & Latus a c, Lateri d f. necnon Angulus b a c, maior Angulo e d f. Ponatur autem Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & protrahatur ipſa d g, ponaturq́ue æqualis ipſi a c, & connectatur ipſa e g. Dico quòd fieri poteſt vt ipſa e g, & ſupra ipſam e f, & infra ipſam, itemq́ue ſuper ipſa cadat. Centro enim Signo d, interuallo autem Linea d f, Circulus deſcribatur, quem aut tangit Linea e f, aut ſecat. Tangat primùm. Linea igitur d g in Circuli Circunferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, neceſſariò ipſa e g ſupra ipſam e f cadet. Secet autem ipſa e f Circulum vt habetur in ſecunda noſtra deſcriptione, & producatur in directum Linea e f, quouſque Circulum iterum ſecet in h Signo. Quoniam itaque ipſa d g, ipſi d f æqualis eſt, neceſſariò in Circuli Circunferentia cadit. Aut igitur inter f h Signa in Circunferentia cadit, aut in Signum h, aut vltra h Signum. At qui fieri non poteſt vt in Signum h, aut vltra h Signum ipſa cadat. neceſſarium igitur eſt inter f, & h Signa ipſam cadere. Quod autem neque in Signum h, neque vltra h Signum cadere poteſt, ſic oſtendemus. Cadat primùm in Signum h, vt ipſa d h, & producatur ipſa h d in directum vſque ad Signum k, & connectatur Linea k e, quę tangat Circulum,

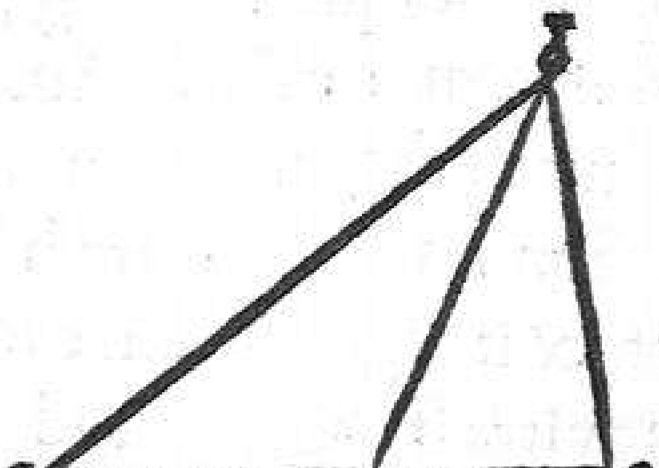






in Signo k. Quoniam igitur duæ k d, d e duabus e d, d h æquales ſunt, Baſis autem e h, Baſi e k eſt maior, Angulus ſanè e d h, Angulo e d k maior eſt. Verùm Angulus e d k maior eſt Angulo e h d. Multò maior igitur eſt Angulus e d h, Angulo e h d. & Latus ergo e h, Latere e d maius eſt. Erat autem & ęquale, Triangulum ſiquidem ęquicrus ſupponebatur, quod fieri non poteſt. non cadet ergo in Signum h, recta Linea d g. Eodem ſanè modo oſtendemus quòd neque vltra ipſum ijſdem exiſtentibus ſuppoſitionibus cadere poteſt. Neceſſariò igitur inter Signa f h in Circunferentia cadit, ſecantq́ue ſe inuicem ipſę d g, e h rectę Lineæ. Ipſa ergo e g protracta magis remota quàm ipſa e h à Cētro eſt, & propterea infra ipſam e f cadit, quod demonſtrandum erat. Demonſtrauimus igitur quòd tum ſupra, tum infra ipſam cadere poteſt. Reliquum autem eſt oſtēdere quòd fieri poteſt, vt etiam ſuper ipſa ſubtendente quæ vltimò protracta eſt recta Linea cadat. Sint itaque duo Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea, quæ ſuperius deſcripta ſunt. & ſit quidem vterq; Angulorum b a c, a c b reliqui duplus, itemq́ue duplus Anguli e d f. hoc enim fieri poteſt. conſtituatur aūt ad d e rectā Lineā, ad Signūq́ue in ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & ponatur cuiuis Linearū a c, d f æqualis ipſa d g, cōnectatur'q; Linea e g. Dico quòd his ſuppoſitis, neceſſariò ip-



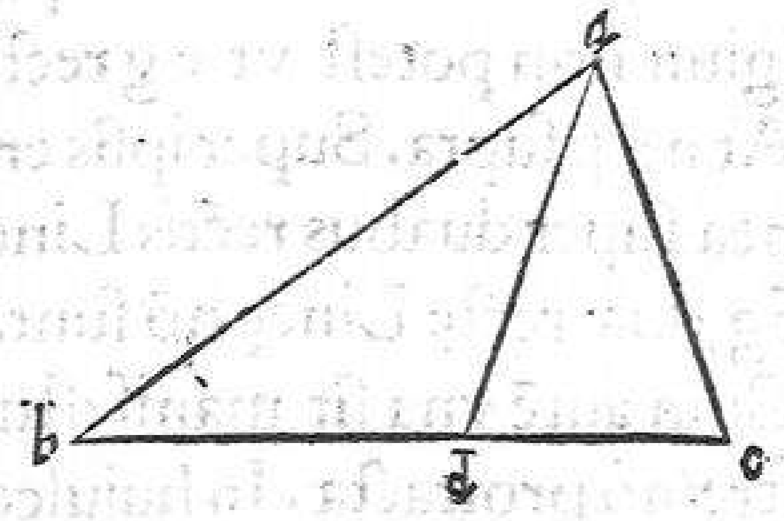


ſa f g ipſi e f in directũ eſt, ipſaq́ue e g poſtremò protracta, ſuper ipſa e f g velis nolis cadet. Primùm igitur oſtendendum quòd in directũ eſt ipſa g f, ipſi f e, vnaq́ue eſt recta Linea ipſa e f g: poſtea verò, quòd ſuper ipſa cadit recta Linea e g, poſtremò protracta. Si autem hoc oſtendere volumus, oſtendenda prius eſt nobis Sumptiuncula quędã, quæ talis eſt.

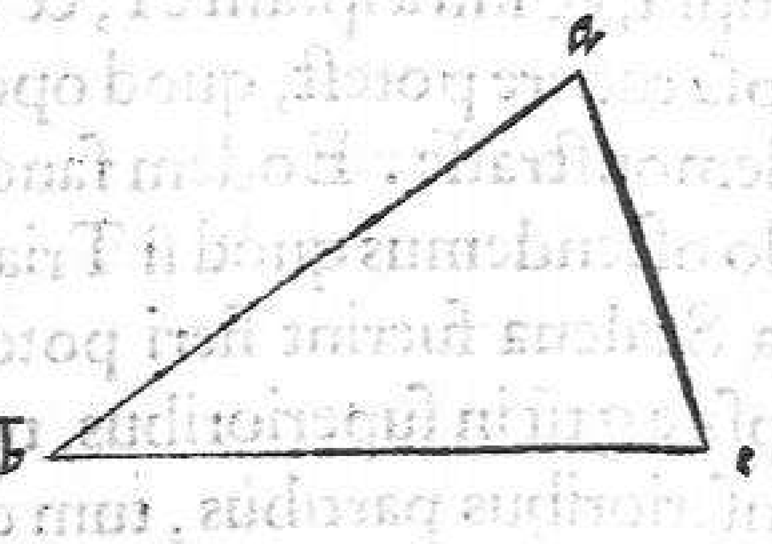
Sumptio.

Si Trianguli ęquicruris vtrunque eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Baſim ſunt bifariam ſectus fuerit, quæ Angulum ſecat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, ęqualis eſt Baſi Trianguli, quod initiò erat, itemq́ue alteri diſſecti Lateris Segmento, quod minori Triãguli Angulo magis propinquũ eſt.

Demõ Sũptionis.



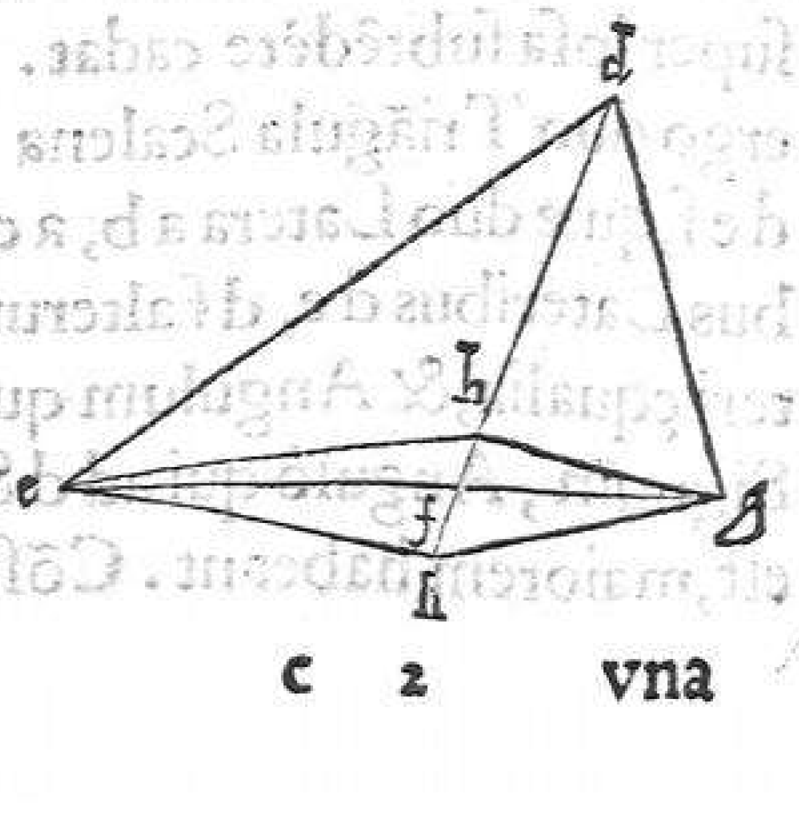
Sit Triangulũ a b c æquicrus habens vtrunq; eorum, qui ad a c Baſim ſunt Angulorum reliqui duplũ, & ſecetur bifariam Angulus, qui ad a Signum eſt per rectã Lineam a d, & ducatur ipſa a d ad Latus b c. Dico quòd æqualis eſt recta Linea a d vtrique rectarum Linearum a c, d b. Quoniam Angulus b a c duplus eſt vtriuſq; Angulorum b a d, a b d, Angulus b a d, Angulo a b d æqualis eſt. Aequale igitur eſt & Latus a d, Lateri d b. Rurſus quoniam Trianguli a b d externus eſt Angulus a d c, duobus internis, ex oppoſitoq́ue iacentibus, ipſis nẽpe a b d, b a d eſt æqualis, qui ipſi b a c æquales ſunt. Angulus ergo a d c, Angulo b a c inæqualis non eſt. At ipſe b a c, ipſi a c b eſt ęqualis. æquicrùs.n. Triãgulum a b c ſupponebatur.



Angulus igitur a d c, Angulo a c d ęqualis eſt. & Latus ergo a d ęquale eſt Lateri a c. Oſtenſum eſt aũt ipſi etiam d b ęquale. Recta igitur Linea a d vtriq; a c, d b rectarum Linearũ æqualis eſt, quod oportuit demonſtraſſe.

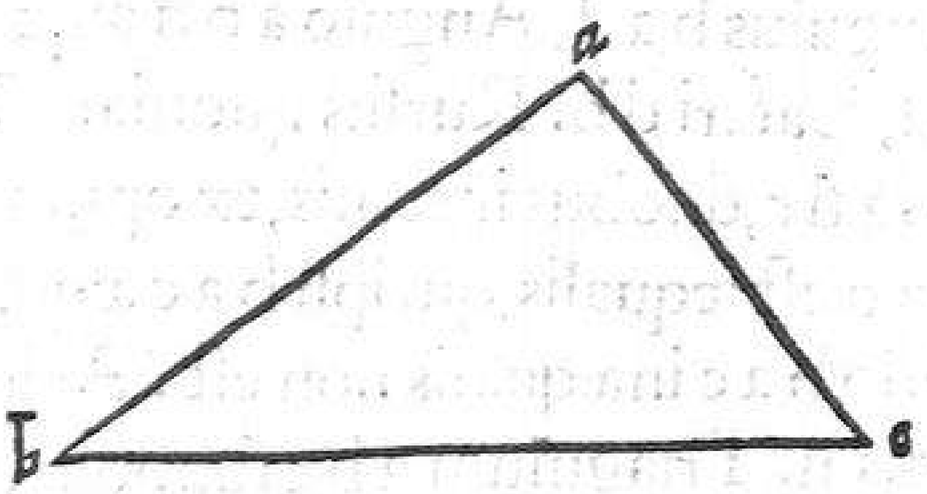
Propoſiti Demõ.

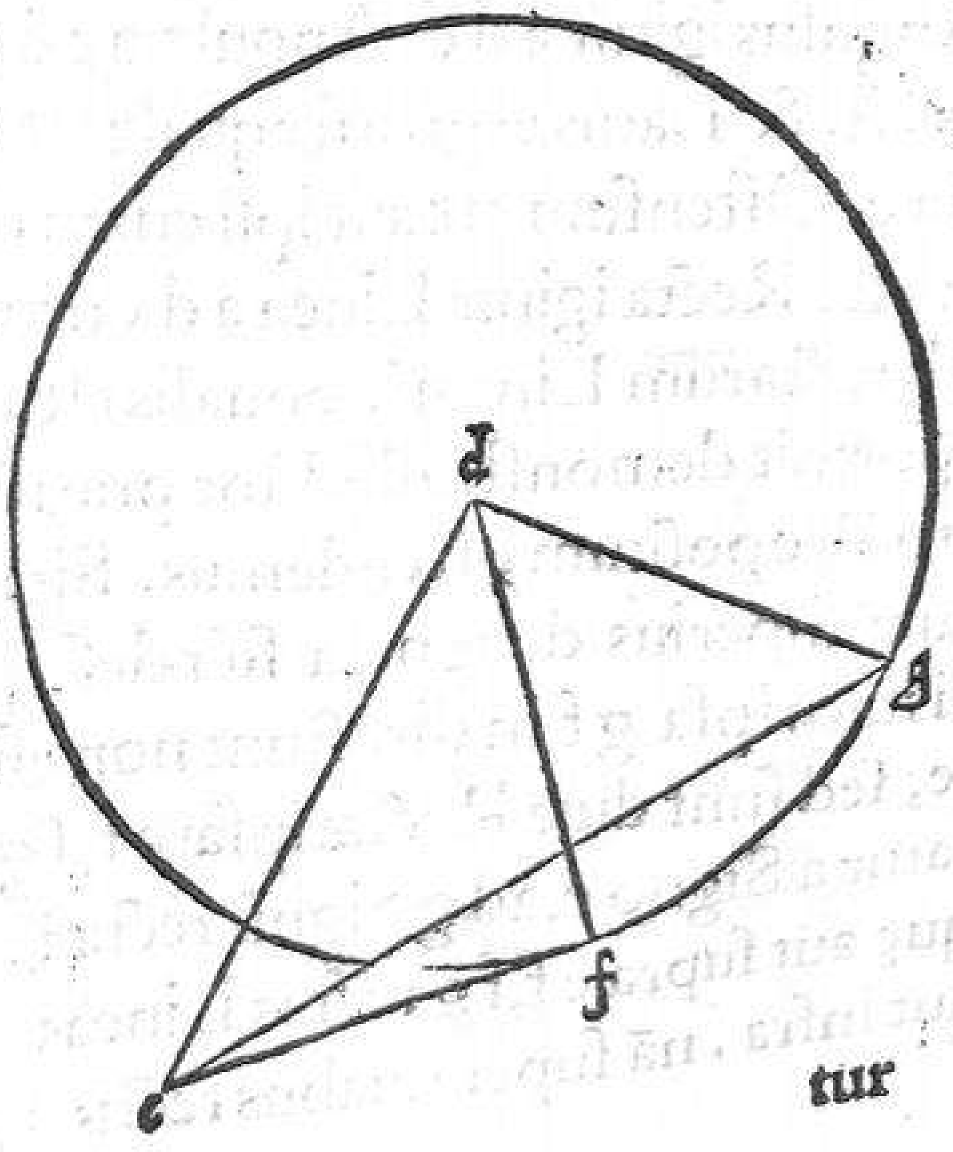
Hoc præaſſumpto Propoſitum oſtendemus. Sit igitur quæ ſuperius deſignata fuit deſcriptio. Si itaq; ipſa g f in directum non eſt ipſi f e, ſed ſunt duæ Rectæ ipſæ e f, f g, ducatur à Signo e, ad g Signũ recta Linea, quę aut ſupra e f, f g rectas Lineas cadit, aut infra. nã ſuper duabus rectis Lineis



vna recta Linea cadere minimè poteſt. Cadat primò ſuprà. Secat igitur ipſam d f. ſecet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipſi d e: & a c, ipſi d g æqualis eſt, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehẽdunt eos, qui ſunt ad verticem. Baſis igitur b c, Baſi e g æqualis eſt, omniaque omnibus ſunt æqualia. Triangulum ergo e d g ęquicrus eſt, habens vtrunque eorum qui ad Baſim d g ſunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis eſt igitur ipſa d h, ipſi d g, poſita autem erat ipſa d g, ipſi d f ęqualis. & ipſa ergo d h, ipſi d f æqualis eſt, Totæ ſua pars, quod nequaquã fieri poteſt. Nõ cadit ergo ſuprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producatur ipſa d f quouſque ipſam ſecet in h Signo. Similiter porrò oſtendemus quòd tota d h ſuæ d f parti æqualis eſt, quod eſt abſurdum. Fieri igitur non poteſt vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; ſupra. Super ipſis ergo neceſſariò cader. Verũ vna recta Linea ſuper duabus rectis Lineis tota cadere non poteſt. Ipſæ igitur e f, f g, duæ rectę Lineę nõ ſunt. Vna ergo tota ipſa e f g recta Linea eſt. Cùm autẽ vna ſit, manifeſtum eſt quòd nulla alia eſt, niſi ipſa e g poſtremò protracta. In huiuſcemodi igitur Aequicruribus, quę hoc modo ſe ſe habent recta quę vltimò protracta eſt Linea, neq; ſuprà, neq; infrà, ſed ſuper ipſa ſubtendente omnino cader. Oſtenſum autem fuit quod aliter ſe ſe habentibus huiuſcemodi Aequicruribus fieri poteſt vt etiam ſupra ipſam, & infra ipſam cadat. In non Similiter Aequicruribus igitur ipſa e g & ſupra, & infra ipſam e f, & ſuper ipſa cadere poteſt, quod oportuit demonſtraſſe. Eodem ſanè modo oſtendemus quòd ſi Triangula Scalena fuerint fieri poteſt vt ipſa e g tũ in ſuperioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam ſuper ipſa ſubtẽdẽte cadat. Sint ergo duo Triãgula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri ęqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signũ eſt, maiorem habeant. Cõſtitua-

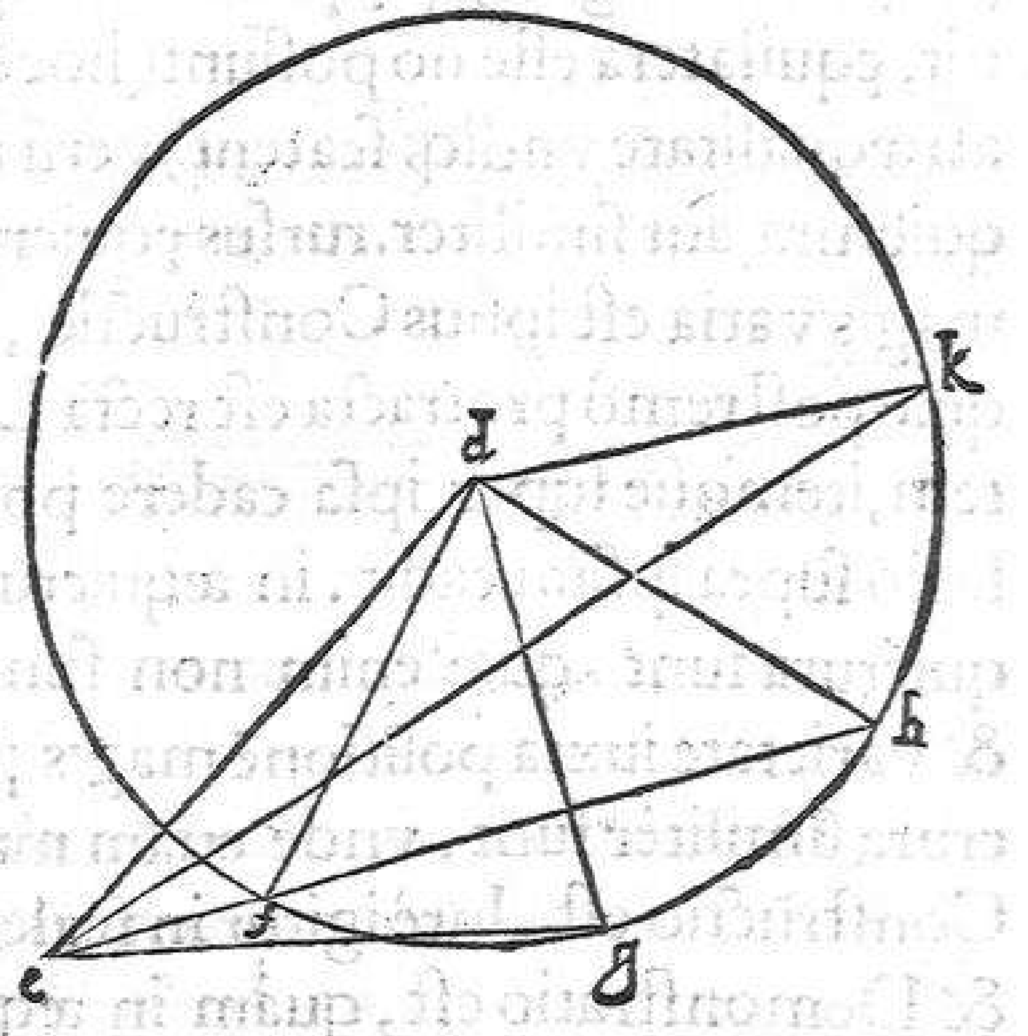
Demõ in Scalenis.





tur

tur itaq; ad rectam Lineam d e, a d Signumq́ue in ea d, Angulo b a c æqualis Angulus e d g, & ponatur cuiuis ipſarum a c, d f æqualis ipſa d g, & connectatur e g. Dico quòd fieri poteſt vt ipſa e g & ſupra ipſam e f, & infra, & ſuper ipſa cadat. Centro enim d, interuallo autem d f Circulus deſignetur, quē aut tangit rurſus ipſa e f, & tunc recta Linea e g ſupra rectam Lineam e f cadet, vt in Aequicruribus oſtenſum eſt: aut ſecat ipſum. Secet, & producatur in directũ ipſa e f quouſq; ſecet rurſus Circulum in h Signo. Aut ergo ipſa d g inter Signa f h in Circunferentiam incidit, & ſic ipſa e g infra ipſam e f cadet: aut in Signo h, & tunc ipſa e g ſuper ipſa e f in directum cadet, vt ipſa e h: aut vltra h Signũ, vt ipſa d k, & ſic ipſa e k, hoc eſt ipſa e g ſupra ipſam e f cadet. In Scalenis ergo Triangulis quæ vltimò producta eſt recta Linea non ſolùm ſupra ſubtendentem, verum etiam infra, iteq́ue ſuper ipſa cadere poteſt, quod erat demõſtrandum.



Non errauit igitur Proclus maximus quidem Philoſophus, quippe qui Triangula ipſa non determinauit, ſed ſimpliciter enuntiauit. Aſſumemus autem ex his Triangulorũ cum ad principia totius Mathematicę eſſentię relationem, tum ad ea, quæ ſunt proportionē. quum enim Mathematica genera, & ſpecies Fine, & Infinito participent, ſiquidem ab ipſis etiã ſcaturiunt, alia quidem Fini cognata ſunt, alia verò Infinitati, alia autem per miſtionem vtriuſque ſubſiſtunt. & quæ quidem ex Fine orta ſunt, terminum, & ſtatum, & identitatem, & ęqualitatem, & ſimilitudinem ſeruant: quę autem ab Infinitate emanant, in infinitum progreſsionem, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & diſsimilitudinem, & varietatem, omniſq́ue generis diuerſitatem in ſe ſe oſtendunt: quæ verò per miſtionem vtriuſq; gignuntur, partim quidem Finis naturã propter meliorem coordinationem, partim autem Infinitatis propter deteriorem ſeriem indicant. Non immeritò igitur propter hæc cùm Trilateræ etiã Figuræ per illa principia conſtituantur, Finis quidem Ratio æquilaterum perfecit Triangulum, quod æqualitate tantùm,

Digresſio

Triãgulorũ ad ſua principia relatio.

& ſimilitudine eſt præditum, & iuxta omnia finitum ſemper, atque terminatum, idemq́ue manens, & neqꝫ accretionem iuxta Angulos, neqꝫ decretionem, neqꝫ vllam iuxta Latera varietatem ſuſcipiens: Infinitatis aũt, ſcalenũ, quod ſolius inęqualitatis, & diſſimilitudinis eſt particeps, iuxtaq́ue omnia indeterm̃ationem, & motum infinitum, & varietatem oſtendit: vtriuſque autem, quippe quæ medium ipſarum tenet Centrum, miſtæq́ue ex ambobus naturæ eſt particeps, æquicrus, quod Finis ſimul, atque Infinitatis oſtendendæ vim habet. Quapropter Triãgula, quę præſens Vigeſimũ quartũ Theorema proponit, ęquilatera eſſe nõ poſſunt (hoc ſiquidẽ inęqualitatẽ oſtẽdit, illa ãt ab æqualitate vndiqꝫ ſcatent) verũ aut æquicrura, aut ſcalena. & ſi æquicrura, aut ſimiliter. rurſus ęquicrura, aut nõ ſimiliter. & in ſcalenis magis varia eſt ipſius Conſtructio, q̃ in æquicruribus. in ſcalenis .n. quæ poſtremò protracta eſt recta Linea & ſupra, & infra ſubtendentem, itemq́ue ſuper ipſa cadere poteſt: in æquicruribus autẽ neceſſariò ſupra ipſam cadit. in æquicruribus inquam, quæ ſimiliter æquicrura ſunt. quæ enim non ſunt ſimiliter æquicrura diuerſitate, & varietate iuxta poſitionẽ magis participant, quàm ea, quæ æquicrura ſimiliter ſunt. vnde etiam magis varia iſtorum, quàm illorum Conſtructio eſt. Iurè igitur in ſcalenis magis varia Conſtructio ipſa, & Demonſtratio eſt, quàm in æquicruribus. Siquidẽ ſcalena quidẽ varietate, & diuerſitate, ſimpliciterq́ue deteriori ſerie magis quàm æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ ſunt magis cognata. Propterea ſanè diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium menſuris, & ſimplicitate, & æqualitate, identitateq́ue præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei aſſimilant: æquicrus autem ſecundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ menſura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialemqꝫ immoderationem iuxta ſuas extremitates attingunt, æquicrururium ſiquidem duo quidẽ Latera, & duo Anguli ęquales ſunt, Baſis autem, Verticaliſq́ue Angulus inæqualis: Scalenum verò vitis partibilibus, quę vndequaqꝫ immoderatione, & inęqualitate, omniſq́ue generis diuerſitate, & varietate refertæ ſunt. Verùm de his quidem hactenus.

Pulchra Triãgulorum iuxta Pythagoreos ad ea q̃ ſunt cõparatio.

Finis Scholii

Corollarium ex Scholio.

Corollarium.

EX his porrò manifeſtum eſt quòd in Triangulis non ſimiliter ęquicruribus cùm quidem Angulus Verticalis vnius duplus fuerit Anguli Verticalis alterius, neceſſariò quę vltimò protracta eſt recta Linea, ſuper ſubtendẽte recta Linea cadit: cùm autem maior quàm duplus, infra ipſam; cùm verò minor, ſupra. Opus eſt autem quando ſuper ipſa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunq; eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum reliqui duplum habeat.

SEQVVNTVR PROCLI Commentarij.

TEXTVS

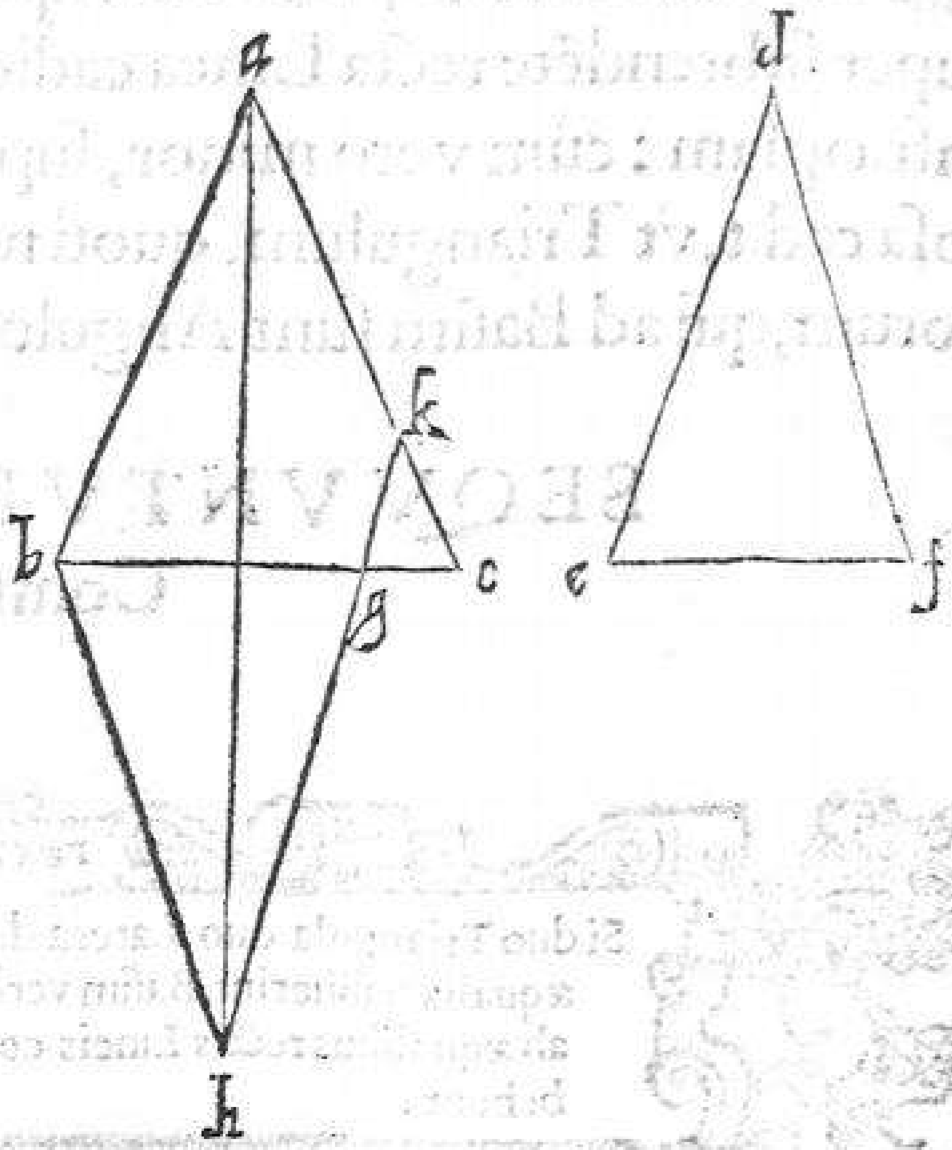
Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Baſim verò Baſi maiorem: Angulũ quoque ab æqualibus rectis Lineis contentum Angulo maiorem habebunt.

Propó 25 Theo. 16.

Cóm.30.

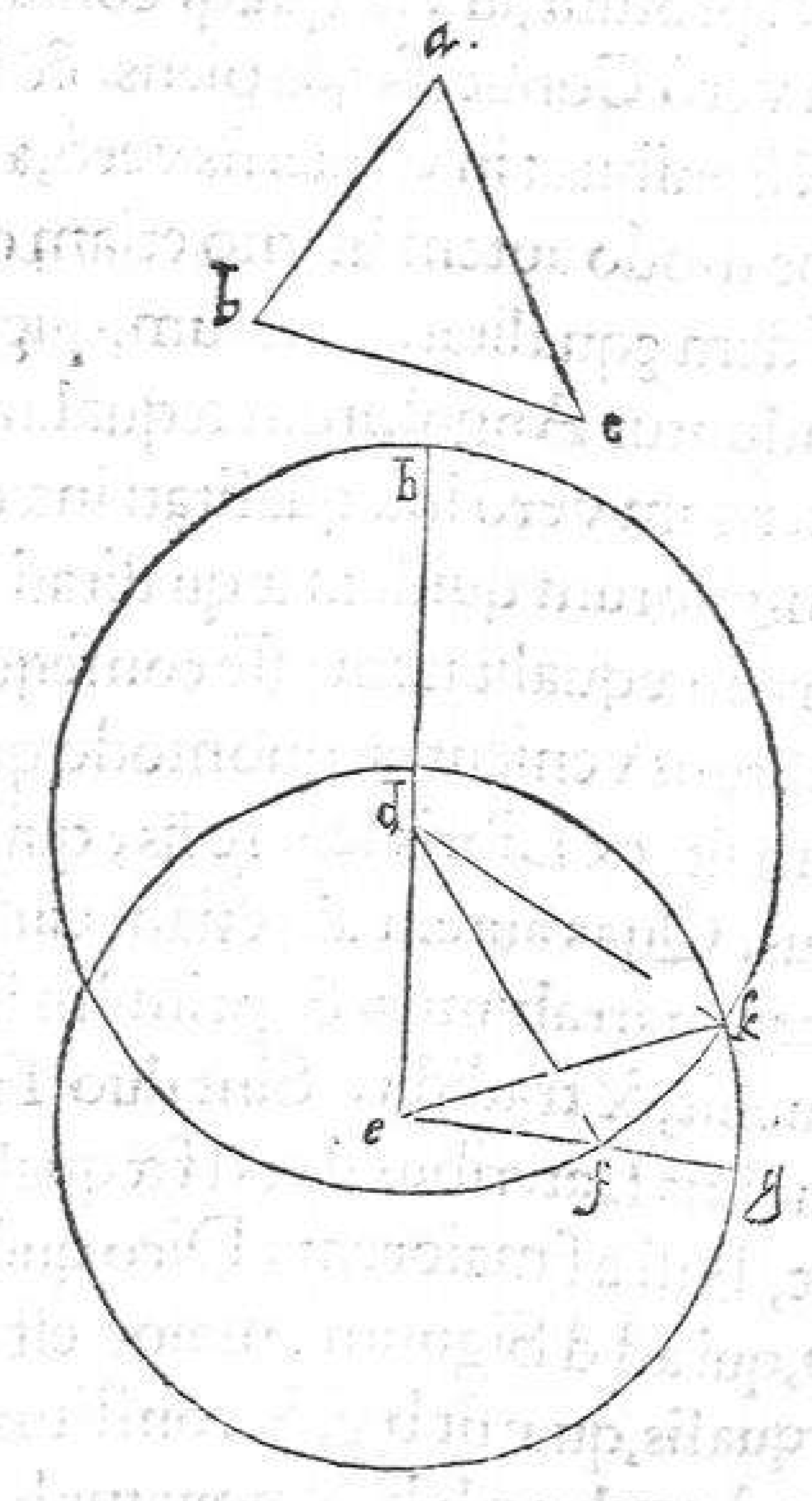
PRęſens Theorema Octauo quidem oppoſitum eſt, pręcedenti verò conuerſum. iuxta coniugationem enim Elementorum inſtitutor de Angulorum, Baſiumqúe æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq; coniugationum alia quidem Pręcedentia, alia verò Conuerſa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis oſtẽſionibus: in Cõuerſis verò, ad impoſſibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem ęqualitati Laterum, quę in ipſo ſunt, eorum, qui ab ipſis ſubtenduntur Angulorum æqualitatem conſequentem eſſe oſtendens: interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rurſusqúe è conuerſo, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem eſſe conſequentem affirmans. Verùm ad Propoſitum venientes, quomodo quidem Geometra oſtendit manifeſtũ cùm ſit, ex Libris legere ijs, qui diſcendi tenentur deſiderio dimittemus. Quas autem alij etiam eiuſdem afferunt Demonſtrationes breuiter enarrabimus. & primùm illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula a b c, d e f duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f æqualia habentia alterum alteri, Baſimqúe b c, Baſi e f maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior eſt. abſcindatur enim à Baſi b c, Baſi e f æqualis, quæ ſit b g, & conſtituatur ad b Signum Angulo d e f, ęqualis Angulus g b h, & ponatur b h ipſi d e æqualis, & connectatur h g, & producatur vſque ad k Signum, cõnectaturqúe a h. Quoniam itaque

Demõſtratio Menelai Alexãdrini.



que b g æqualis eſt ipſi e f, b h autem ipſi e d, duæ duabus ſunt æquales, Anguloſqúe æquales continent. Ipſa igitur g h, ipſi d f ęqualis eſt, et Angulus b h g Angulo e d f inęqualis non eſt. Et quoniam g h ęqualis eſt ipſi d f, ipſa autem d f, ipſi a c, ipſa quoque g h, ipſi a c æqualis eſt. Maior eſt igitur h k, quàm a c, quamobrẽ multò maior quàm a k. Et Angulus ergo k a h, Angulo k h a maior eſt. Rurſus quoniã æqualis eſt ipſi a b, ipſa b h, ipſi nanque d e eſt æqualis, Angulus b h a, Angulo b a h æqualis eſt. Totus igitur b h k Angulus toto b a c Angulo eſt minor, æqualis autem Angulo; qui ad Signum d, oſtenſus eſt. Angulus ergo b a c, Angulo, qui eſt ad d Signum, eſt maior. Talis quidem Menelai Demõſtratio eſt. Heron autem Mechanicus hoc modo non per impoſsibile idem oſtendit. Sint duo Triãgula a b c, d e f, eędēqúe ſint ſuppoſitiones. & quoniam b c maior eſt quàm ipſa e f, producatur e f, & ponatur ipſi b c, æqualis e g, ſimiliterqúe protrahatur d e, & ponatur ipſi d f, ęqualis d h. Circulus igitur, qui Cẽtro d, interualloqúe d f deſcribitur tranſibit etiam per Signum h. Deſcribatur vt f k h. & quoniam a c, a b maiores ſunt ipſa b c, hæ autem ipſi e h ęquales sũt, & b c, ipſi g e, Circulus, qui Centro quidem e, interuallo autem e g deſcribitur, ſecat ipſam e h. Secet vt ipſe g k, & connectantur à communi Circulorum ſectione ad Centra rectę Lineæ k d, k e. Quoniam itaque d Signum Centrũ eſt Circuli h k f,

Heronis Mechanici Demõ.



ipſa

ipſa d k, ipſi d h ęqualis eſt, hoc eſt ipſi a c. Rurſus quoniam e Signum Centrum eſt Circuli g k, ipſa e k ipſi e g æqualis eſt, hoc eſt ipſi b c. Quoniam igitur duæ a b, a c duabus d e, d k ſunt æquales, & b c Baſis, e k Baſi, Angulus quoq; b a c, Angulo e d k eſt æqualis. Angulus ergo b a c, Angulo f d e maior eſt.

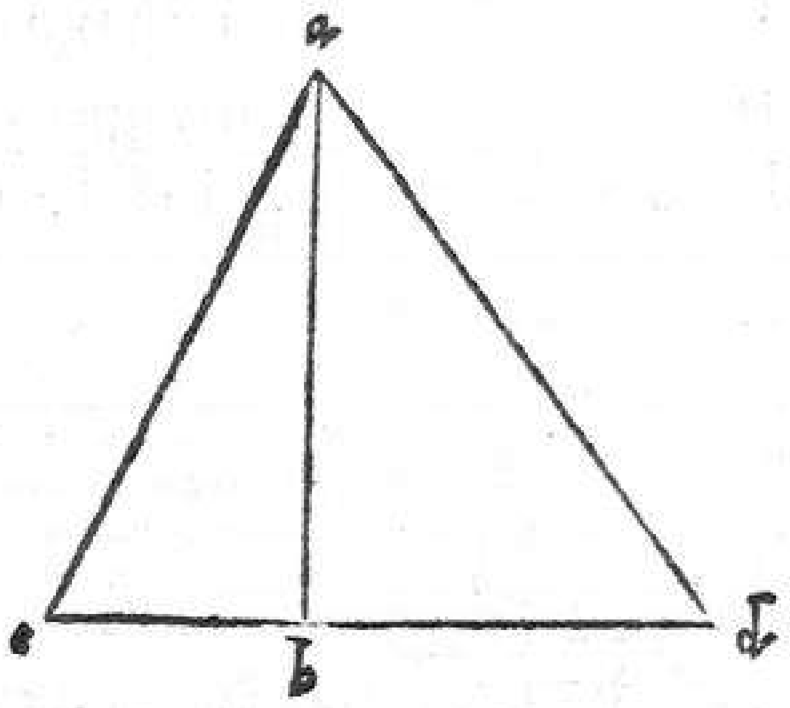
Propõ 26
Theo 17.

TEXTVS

Si duo Triangula duos Angulos duobus Angulis alterum alteri æquales habuerint, vnumq; Latus vni Lateri æquale, aut quod æquis adiacet Angulis, aut quod ſub vno æqualium Angulorum ſubtendit: reliqua quoque Latera reliquis Lateribus alterum alteri æqualia, & reliquum Angulum reliquo Angulo æqualem habebunt.

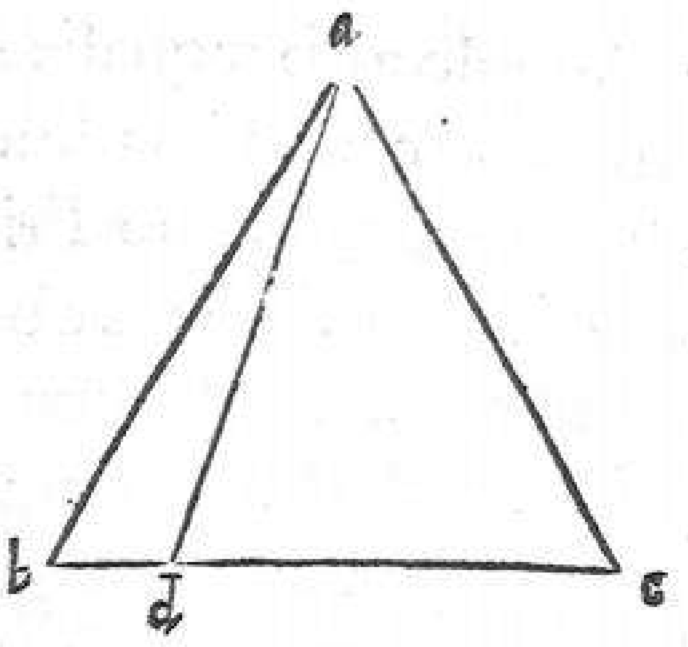
Cõm.31.
Pulcherrima cõparationis Triãgulorũ Diuiſio

TRiangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, neceſſe eſt aut Latera ſola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut ſolos Angulos æquales ſumendo, Laterum æqualitatem inueſtigare: aut Angulos, & Latera miſcendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem ſcrutari. Solos itaq; Angulos quidẽ ęquales cùm accepiſſet Euclides, Latera quoq; Triangulorum nõ potuit æqualia oſtendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula ſunt, quum etiam iuxta Latera, comprehenſaqúe ſpatia ab alijs ſuperentur: Angulos autem Angulis illorum ſingillatim ęquales habeãt. Sola verò Latera ęqualia cùm ſuppoſuiſſet, omnia æqualia eſſe demonſtrauit per octauũ Theorema, in quo duo ſunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Baſimquè Baſi æqualem habent, hæcqúe æquiangula, æqualiumqúe Spatiorum comprehendendorum vim habentia oſtenduntur. & Elementorum inſtitutor hanc additionem prætermiſit tanquam per quartum neceſſariò conſequentem, nullaqúe Demonſtratione egentem. Latera autem, atq; Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumqúe Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duoſqúe Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contrà vnum Angulum, duoqúe Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiã vno Latere, vnoqúe Angulo plures. Verùm vnum Angulum, vnumqúe Latus cùm accepiſſet, Propoſitum minimè oſtendit, reliquorũ ſcilicet æqualitatem. fieri enim poteſt vt duo Triangula iuxta vnum ſolum Latus, vnumqúe Angulum ęqualia exiſtentia, quò ad reliqua prorſus inęqualia ſint. Sit enim recta Linea a b Perpendiculariter erecta ſuper rectam Lineam c d, ſit autem maior b d quàm b c, & connectan-

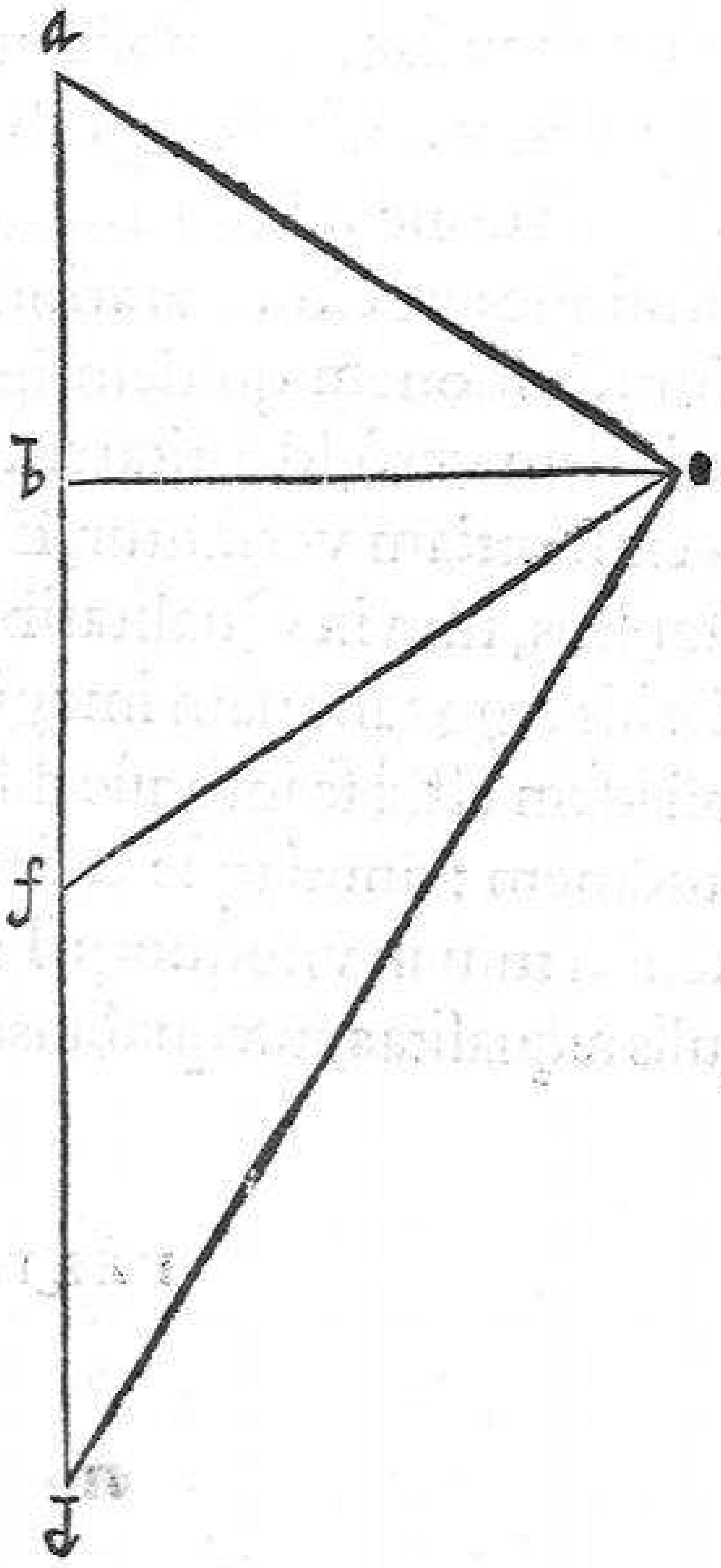


tur a c,a d. His igitur Triangulis vnum quidem eſt Latus commune, vnusqúe Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia ſunt. Vnum autē Latus, & duos Angulos accipere licet, cęteraqúe ęqualia oſtēdere, & hoc facit per pręſens Theorema. Vnū verò Latus, & tres Angulos ęquales iterum ſupponere ſuperuacaneum eſt. Siquidē duobus etiam ſolis æqualibus exiſtentibus, reliquorum æqualitas oſtenſa fuit. Rurſus vnum Angulū, duoqúe Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonſtrauit. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere ſuperuacuum eſt. duo nanque tantùm ęqualia aſſumpta, cæterorum æqualitatem concluſerunt. Quinetiam duo Latera, duoſqúe Angulos æquales ſuſcipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia ſuperuacanea ſunt. quæ.n.pauciores conſequuntur ſuppoſitiones, omnino plures etiā comitantur, dūmodo cum † datis conditionibus ſuppoſitiones accipiantur. Tres ergo ſuppoſitiones Demonſtratione egentes ſunt nobis ortæ, quæ quidem ſola tria Latera ſuſcipit: quæqúe vnum Latus, & duos Angulos, quā nunc Geometra proponit: huicqúe oppoſita. Et propterea hęc ſola tria Theoremata de æqualitate Triangulorū habemus, quæ in Lateribus, Angulisqúe verſatur. Quandoquidem cæteræ omnes ſuppoſitiones ad Quæſitum oſtendendum aut inualidæ ſunt, aut validæ quidem, ſed ſuperuacaneæ, eò quòd per pauciores ſuppoſitiones eadem ſuapte natura comparata ſunt. Quēadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia ſuſcipiebat, vnoqúe Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, ſed (vt ab ipſo propoſitum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales aſſumens, vnumqúe Latus vni Lateri, hoc non quodlibet aſſumit, verùm aut ęquis Angulis adiacens, aut ſub vno ęqualium Angulorum ſubtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis ſumptus, neque quoduis in præſenti Theoremate Latus, reliqua æqualia oſtendere poteſt. Dico autem, exempli gratia, exiſtente Triangulo æquilatero a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo Trian-

† decétibus.



Triãgula duo Latera a b, ad duobus Lateribus a c, a d æqualia habentia, vnũq́ue Angulum, qui ad b Signum vni Angulo, qui ad c Signum æqualem, verùm nõ etiam reliqua Latera æqualia ſunt, vtputà Latus b d, Lateri d c. inæqualia enim ſunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales ſunt. Cauſa autem eſt quoniam Angulo Angulum ęqualem ſuſcepimus non eum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem ſanè modo præſens quoque Theorema titubare videbitur, niſi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus ſub vno æqualium Angulorũ ſubtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triãgulum rectãgulum a b c, Angulum, qui ad b Signum eſt rectum habens, Latus'qꝫ b c maius Latere b a, & producatur a b, & cõſtituatur ad rectam Lineam b c, ad Signumq́ue in ea c, Angulo b a c, ęqualis Angulus b c d, & coincidant b d, c d productæ vſqꝫ ad Signum d. Duo itaqꝫ Triangula ſunt a b c, b c d vnum Latus b c commune habentia, duosq́ue Angulos duobus Angulis ęquales a b c quidẽ, ipſi c b d (Recti.n. ſunt) b a c autem, ipſi b c d. ſic .n. conſtituti fuere. Aequalia igitur (vt videtur) Triangula ſunt, oſtenditur tamen Triangulum b d c maius Triãgulo a b c. cauſa aũt eſt quoniam commune Latus b c in Triangulo quidem a b c vnum ęqualiũ Angulorũ ſubtẽdens accepimus, ipſum ſcilicet, qui ad a Signum eſt: in Triangulo verò b c d, æquis Angulis adiacens. Opus erat igitur in vtriſque aut vnum æqualium Angulorum ſubtendere, aut ęquis Angulis adiacere. Hoc autem nõ obſeruantes Triangulũ illud æquale affirmamus, quod neceſſariò maius eſt. quomodo .n. Triangulum b c d, Triangulo a b c maius non eſt: conſtituatur .n. ad rectam Lineam b c, ad Signumq́ue in ipſa datum



c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b. Angulus .n. b c d maior eſt Angulo à c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum eſt. Quoniam igitur duo Triangula ſunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterũ alteri ęquales habentia, vnũq́ue Latus cõmune ęqualibus Angulis adiacens ipſum ſcilicet b c, Triangula æqualia ſunt. Maius eſt autẽ Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur eſt Triangulo etiam a b c. Prius autẽ æquale oſtenſum fuit, propter cuiuslibet Lateris aſſumptionem. Hæc ad præſentium quoq; diligentiam Porphyrius nobis ſuppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præſens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari ſunt diſtantiam eo modo, quo dicunt ipſum oſtẽdere, hoc inſuper vti (inquit) neceſſe eſt. Ex iam dicta autem diuiſione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationẽ breuiter aſſumemus, prætermiſſorumq́ue cauſas dicere poterimus, tãquam mendaces ſuppoſitiones ipſas, vel tanquam ſuperuacaneas redarguentes. & huc vſque finem habere Elemẽtorum inſtitutori primam ſectionem ſtatuemus, quippe qui Triangulorum quidem Conſtitutiones, ac Comparationes iuxta Aequale, & Inęquale fecit. & per Conſtitutionem quidem, ipſorum Eſſentiam tradidit: per Comparationem verò, Identitatem, atque Diuerſitatem. tria .n. ſunt, quę circa exiſtentiam verſantur, Eſſentia, Idem, & Alterum, tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus ſecundum ſubiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus oſtenditur quòd vnumquodq; ſibi ipſi idem eſt, à ſe ipſoqùe diſcrepat, propter eam, quæ in ipſo eſt multitudinem: omniaq́ue eadem ſibi inuicem ſunt, & à ſe ipſis diuerſa. etenim tum in vnoquoq; Triangulorum, tum in pluribus vno Triãgulis æqualitas, inæqualitasq́ue reperta fuit.

Porphyrius.

Eudemus ĩ Geometricis enarrationibꝰ ad Thaletem hoc Theorema refert

Epilogus primæ ſectiõis primi lib. Elementorum Euclidis. Documétum.

Pulchra conſideratio.

TERTII LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.

Quod ſit Secundæ primi Elementorum Partis Propoſitum

Caput vnicum.

DE TRIANGVLORVM quidem Ortu, & æqualitate, vel inæqualitate quæcunque Elemẽtari inſtitutiõe dici poterãt ex iã dictis didicimus. De Quadrilateris aũt Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipuè quidem de Parallelogrãmis nos edocens, ſimul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoq; doctrinam afferens. diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppoſitionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quaſdam ſpecies, Trapeziumqúe ſimiliter. Verùm quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum eſt, Trapezium verò non eundem, neque ſimilem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipſi eſt ſermo, vnà autem cum his Trapezium quoq; contemplatur. ex Parallelogrammorum enim ſectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifeſtum erit. Quoniam autem rurſus fieri non poteſt vt aliquid de Parallelogrãmorum conſtitutione, vel æqualitate dicatur abſq; Parallelarum conſideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifeſtum, Parallelogrammum illud eſt, quod à Parallelis ex oppoſito iacentibus rectis Lineis circunſcribitur) neceſſariò hinc à Parallelis doctrinæ ſumit initium, paululum autem ab his progreſſus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vſus Theoremate inter harum, illorumqúe Elementarem inſtitutionem. quippe quod videtur quidẽ Symptoma quoddam, quod Parallelis ineſt contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim eſt quod ait, Rectæ Lineæ, quæ ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſę quoque æquales, & Parallelæ ſunt. nam in hoc quidem Theorema-

Continuatio Libri.

In cō. 18. Libri 2.

Inferius ī Propōne 35.

Propō 33.

te quoddam ęqualibus, Parallelisqúe rectis Lineis Accidens conſideratur: ex connexione autem Parallelogrammum apparet, quod Latera ex oppoſito iacentia, Parallelaqúe habet. Quod igitur Parallelarum ſermo neceſſariò præaſſumptus fuit, ex his manifeſtum eſt. Tria,'quæ Parallelis ꝑ ſe inſunt Tria autem aſſumenda ſunt, quæ Parallelis per ſe inſunt, & ipſas per ſe exprimunt, ipſisqúe conuertuntur, non ſolùm tria ſimul, ſed vnūquodqꝫ etiam ſeorſum ab alijs ſumptum. Quorum vnū quidem eſt, Recta Linea Parallelas ſecante, Alternos Angulos æquales eſſe: alterum autem, Recta Linea Parallelas ſecāte, internos Angulos duobus Rectis eſſe æquales: reliquum verò, Recta Linea Parallelas ſecante, externum Angulum interno, ex oppoſitoqúe iacenti æqualem eſſe. ſufficiens enim eſt quodlibet horum Symptomatū demonſtratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autē cęteri quoqꝫ Mathematici de Lineis diſſerere conſueuerunt, vniuſcuiuſque ſpeciei Apolloni⁹ † Nicodemus. Hippias. Perſeus. Symptoma tradentes. Apollonius nanqꝫ in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma ſit oſtendit, & † Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perſeusqúe in Spiricis. nam poſt ipſarum ortum quod ipſis per ſe, & ſecundum quod ipſum inſit, aſſumptū, conſtitutam nobis formam à cunctis alijs diſtinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoqꝫ inſtitutor Parallelarum Symptomata primùm inueſtigat.

SECVNDA PARS PRIMI LIBRI
Elementorum.

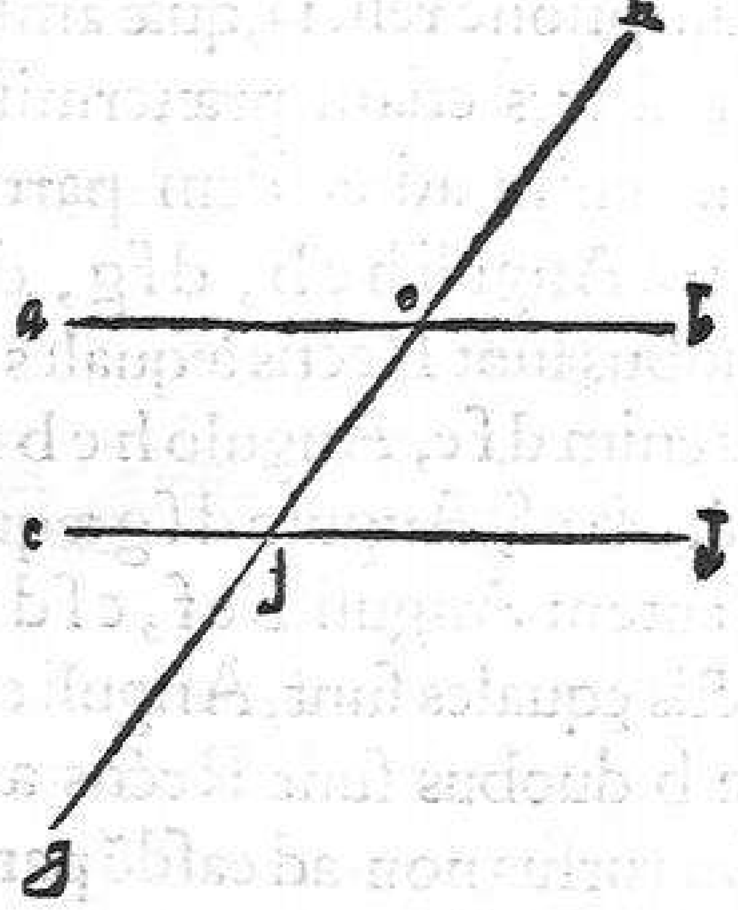
TEXTVS

Propō 27 Theor.18 Si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea Alternos Angulos æquos ad inuicem fecerit Parallelæ ipſæ rectæ Lineæ ad inuicem erunt.

Cōm.primum. IN præſenti quidem Theoremate tāquam euidens præaſſumptum non fuit rectas Lineas in vno eſſe Plano, potius verò in omnibus Theorematibus, quę in Plano conſiderantur. Adijcitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus exiſtentibus rectę Lineæ Parallelæ eſſent, niſi in eodem quoque eſſent Plano. nihil .n. obſtat in modū literę X rectis Lineis altera quidē in vno, altera verò in alio Plano iacētibus rectam in ipſas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non ſunt tamen Parallelæ quæ hoc modo ſe habent

rectæ

rectæ Lineæ. Præaſſumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione deſcribimus, in vno eodem'ꝗ Plano excogitamus. Quapropter hac quoꝗ additione in prẹſentia non indiguit. Sciendū aūt eſt quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra ſuſcipit, interdum quidem iuxta talem ſitum, interdum verò iuxta talem Rationū conſequentiam. & iuxta hanc quidem ſignificationē in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [Alternatim] vtitur: iuxta autē alterā, tum in hoc, tum cūctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in haſqúe incidentem. Angulos enim, qui ad eaſdem partes non fiunt neque deinceps ſibi inuicem iacent, ſed diſtincti quidem ab incidente ſunt, ambo autē intra Parallelas exiſtunt, differūt verò eò ꝙ alter quidē ſurſum, alter aūt deorſum iacet, Alternos Angulos, ſiue Alterntim Angulos appellat. Dico aūt, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d exiſtentibus, incidēteqúe in ipſas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itēqúe Angulos c f e, b e f Alternatim, ſiue Alternos eſſe dicit, vtpote Alterno, cōmmutatoúe ordine iuxta poſitionem ſe habentes. Illud aūt ſciendum eſt quòd tali rectarū Linearum ſitu exiſtente, omnia Symptomata diuiſione ſex fiunt. quorum tria tantùm Geometra ſuſcepit, tria verò omiſit. aut enim ad eaſdē partes Angulos ſumemus, aut non ad eaſdem.



Et ſi ad eaſdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas oſtendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & ſi non ad eaſdem, rurſus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ ſecantur Lineas accipere neceſſe eſt: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem deſcriptione manifeſtum quod dicitur, & ſint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipſas recta Linea e f, & producatur ad h g Signa. Si igitur ad eaſdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrà pones, vt ipſos b e f, & e f d, vel ipſos a e f, & e f c: aut ambos extrà, vt ipſos h e b & d f g, vel ipſos h e a, & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, vt ipſos h e b, & e f d, vel ipſos g f d, & f e b, vel ipſos h e a, & e f c, vel ipſos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad eaſdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intrà po-

In lib. 2. in cōm. 7.

Notandū

Qui ſint Alterni Anguli.

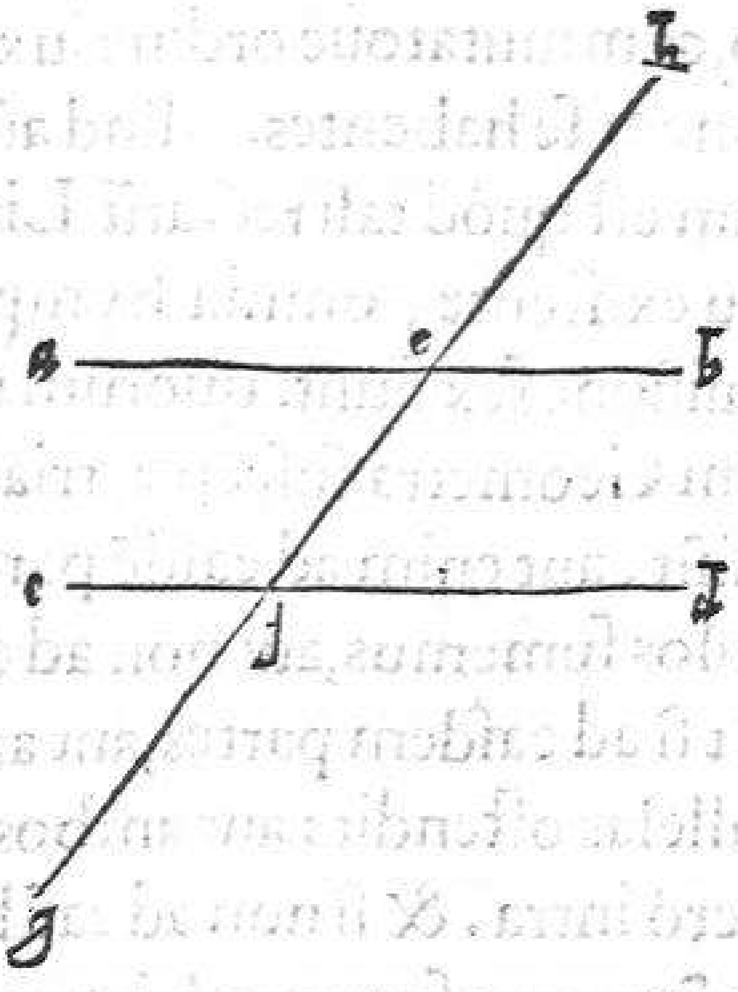
Documētum.

Diuiſio Symptomatū Parallelarū Linearū.

nes,

Anguli in Parallelis ſex modis ſumũtur .

nes, vt ipſos a e f, & e f d, vel ipſos c f e, & f e b : aut vtrunq; extrà, vt ipſos a e h, & d f g, vel ipſos h e b & c f g : aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, hocqúe rurſus quadrupliciter . aut enim ipſos a e h, & e f d : aut ipſos h e b, & e f c : aut ipſos g f c, & f e b : aut ipſos g f d, & f e a pones . & præter has alia Sumptio non eſt . Cùm itaque Anguli ſex modis ſumantur, Geometra tres ſolas ſumptiones contexuit. & hæc quidem conſequẽtia Symptomata Parallelas exprimere apta nata ſunt . Harum autem trium Sumptionum vna quidem eſt ex ijs Angulis, qui non ad eaſdẽ ſunt partes, ex ijs quidem, qui intrà tantùm ſumpti ſunt, quos Alternos etiam appellauit, ita vt ij, qui extrà ambo ſunt, & ij, quorum vnus quidẽ extrà, alter verò intrà, prætermiſſi ſint: duæ verò, ex ijs, qui ſunt ad eaſdem partes, ex ijs quidẽ, qui ambo intrà ſunt, quos duobus Rectis ęquales eſſe dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem eſt intrà , alter verò extrà, quos æquales eſſe dixit, vna ſanè Sumptione relicta, quæ ambos extrà ſupponit . Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermiſſas ſuppoſitiones eadem conſequuntur. Sint enim ad eaſdem partes ambo extrà Anguli h e b , d f g , dico ꝙ hi duobus ſunt Rectis æquales. Angulus enim d f e, Angulo h e b : & Angulus b e f, Angulo d f g æqualis eſt. Si autem Anguli b e f , e f d duobus rectis ęquales ſunt, Anguli etiã d f g, h e b duobus ſunt Rectis æquales . Sint rurſus non ad eaſdẽ partes Anguli a e h, e f d, quorum alter quidem ſit intrà, alter verò extrà , dico quòd ipſi quoque duobus Rectis æquales ſunt . ſi enim Angulus a e h , Angulo b e f æqualis eſt, Anguli autẽ b e f & e f d duobus Rectis ſunt ęquales, Anguli quoque a e h, & e f d duobus Rectis æquales ſunt . Sint rurſus non ad eaſdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, vt Anguli a e h, d f g , dico quòd hi ſibi inuicem æquales ſunt . ſi enim Anguli a e h, & b e f ad inuicem æquales ſunt, Angulus autem d f g, Angulo b e f eſt æqualis, Angulus igitur a e h, Angulo d f g inęqualis non eſt. Si igitur quę in tribus, quas Geometra ſuſcepit ſuppoſitionibus cõſequuntur ſumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera conſequentur . pręter hoc, quòd in quibus quidem hęc Geometra ſuſcepit iuxta quidem



duas Sumptiones Anguli ſibi inuicẽ æquales ſupponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis ęquales : in his autem è contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, ſibi inuicem. cùm enim omnes ſumptiones ſex ſint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus eſſe Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non ĩmeritò quæ prætermiſſæ, ijs, quæ memoria dignę factę ſunt ſumptionibus è contrario ſe habent. Videtur autem Geometra haſce ſuppoſitiones elegiſſe, quęcunque vel affirmatione abundãt, vel ſimpliciores ſunt, atq; idcirco ex ijs quidem Angulis, qui non ad eaſdem ſunt partes, ſolos internos, quos Alternos nuncupauit: ex ijs verò, qui ad eaſdem partes ſunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepiſſe: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitaſſe. Veruntamen ſiue hæc cauſa, ſiue alia dicenda ſit, ex his manifeſtum eſt quot ſunt ea, quæ ſuppoſitiones ipſas conſequuntur.

Cur tres ſumptiones Angulorũ Euclides ṕtermiſerit.

TEXTVS

Si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, externũ Angulũ interno, & ex oppoſito iacẽti, ad eaſdéq; partes ęqualẽ fecerit, aut internos, & ad eaſdem partes iacentes duobus Rectis ęquales: Parallelę erunt inter ſe ipſę rectę Lineæ.

Propó 28 Theo. 19.

PRæcedens quidem Theorema Angulos non ad eaſdem quidem partes, intra aũt rectas Lineas iacentes ſuſcipiens, Parallelas eſſe inter ſe rectas Lineas oſtendebat: hoc verò reliquas duas Suppoſitiones proponit, quarum vna quidẽ iuxta particulas [extrà] & [intrà] Angulos ſeparat, altera verò ambos intrà ſupponit, eandemqúe concluſionem oſtẽdit. Videbitur autem fortaſſe Elementorum inſtitutor incõuenienter Theoremata partitus eſſe. nam opus erat aut tres ſuppoſitiones diuiſim capere, triaqúe Theoremata facere: aut omnes in vno colligere Theoremate, quẽadmodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum ſcripſit: aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuiſionem, & ſeorſum quidem ſuppoſitiones ſuſcipere, in quibus Anguli æquales ſunt, ſeorſum verò illam, in qua duobus ſunt Rectis ęquales. in preſentia autem in vno quidẽ Theoremate Alternos ęquales ſuppoſuit, in altero verò externum interno, & internos, ad eaſdemqúe partes iacentes duobus Rectis æquales. Quęnam igitur huiuſce diuiſionis fuit cauſa? An non ad Angulorũ inter ſe, vel ad duos Rectos æqualitatem reſpexit, neque hac ratione

Cóm. 2.

Dubitatio

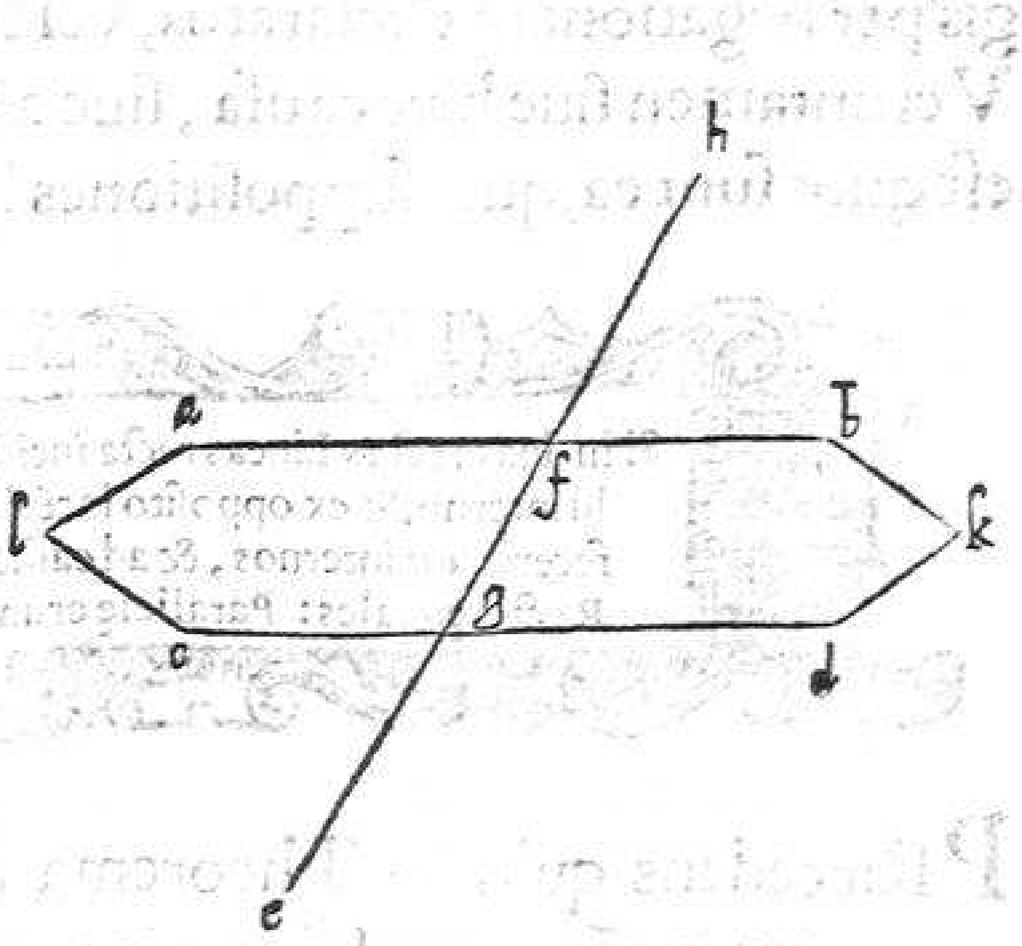
Hierapolita Aeneas cõpendiũ Elementorũ ſcripſit.

Solutio.

propoſita Theoremata ab inuicem ſeparauit, ſed ad illud, Angulos ad eaſdem, vel non ad eaſdem accipi partes: nam pręcedens quidem non ad eaſdem partes Angulos ſuſcipiebat, tales ſiquidē Alterni ſunt: hoc verò, ad eaſdem partes, vt etiam ex Propoſitione perſpicuum eſt.

Ptolemæi Demōſtratio i libro, cui titulus eſt Rectas Lineas ab angulis minoribus, q̃ duo Recti productas coicidere.

Verùm quomodo quidem Elementorum inſtitutor oſtendit quòd internis Angulis æqualibus duobus Rectis exiſtentibus, rectæ Lineæ ſunt Parallelæ, patet ex ĳs, quæ ſcripta ſunt. Ptolemæus aūt in quibus demonſtrare propoſuit rectas Lineas, quę ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad eaſdem partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema oſtēdens, internis nēpe Angulis æqualibus duobus Rectis exiſtentibus, Parallelas eſſe rectas Lineas, hoc modo oſtendit. Sint duæ rectæ Lineæ a b, c d, ſecetque ipſas quędā recta Linea e g f h, ita vt Angulos b f g, & f g d duobus Rectis æquales efficiat, dico quòd ipſæ rectæ Lineę Parallelę ſunt, hoc eſt nunquā coincident. Si enim fieri poteſt coincidant dum producūtur b f, g d rectę Lineæ in Signo k. Quoniam itaqꝫ recta Linea e f ſtetit ſuper rectam Lineā a b, Angulos a f e, b f e duobus Rectis æquales efficit. Conſimiliter autem quoniam f g ſuper c d ſtetit, duobus Rectis æquales efficit c g f, d g f Angulos. Quatuor igitur, b f e, a f e, c g f, d g f quatuor Rectis ęquales ſunt, quorū duo b f g, f g d duobus Rectis ſupponuntur æquales. Reliqui igitur a f g, c g f hi quoqꝫ duobus Rectis ęquales ſunt. Si ergo rectæ Lineę f b, g d duobus Rectis internis exiſtentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipſæ igitur f a, g c dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoqꝫ a f g, c g f æquales ſunt. aut enim in vtriſque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, ſiquidem tum hi tum illi duobus ſunt Rectis æquales. Coincidant itaque rectæ Lineæ f a, g c in Signo l. Duæ igitur l a f k, l c g k rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod eſt impoſſibile. Fieri igitur non poteſt vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis exiſtentibus rectæ Lineæ coincidant. Parallelæ igitur ſunt.



TEXTVS

In Parallelas rectas Lineas recta incidens Linea, & Alternos Angulos inter ſe æquales: & externum interno, & ex oppoſito, & ad eaſdem partes iacenti ęqualẽ: & internos, ad eaſdẽq; partes iacentes duobus Rectis ęquales efficit.

Propoſitio 29. Theo. 20.

PRæſens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod enim in vtroq; illorum Quæſitum eſt, ſuppoſitionem efficit: Quæ aũt in illis Data ſunt, oſtendere proponit. & hęc etiam Conuerſorum differẽtia ſilẽtio prętereũda nõ eſt, ꝙ omne, quod cõuertitur, aut vnũ vni cõuertitur, vt quĩto ſextũ: aut pluribus vnũ, vt p̃cedentibus quod in pręſentia proponitur: aut plura vni, vt paulò pòſt nobis manifeſtũ erit. In præſenti autẽ Theoremate primùm Elementorum inſtitutor hac Petitione vſus eſt, quę ait ſi in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea internos, & ad eaſdẽ partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitũ producũtur coincidere ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ ante Theoremata ſunt dicebamus, quòd non ab omnibus hoc conceſſum fuit indemonſtrabiliter euidens eſſe. nam quomodo tale erit cuius Conuerſum veluti demõſtrabile in Theorematibus perſcriptum eſt? Theorema enim illud, quod ait omnis Triãguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis eſſe minores, huic Petitioni Conuerſum eſt. Præterea quoniam annuere rectas Lineas ſemper magis, atque magis dum producuntur, coincidentiæ certum Signum non eſt, eò quòd aliæ quoq; repertæ ſunt Lineæ annuentes quidem ſemper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam, vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cùm hoc tanquam Theorema præordinaſſent, quod ab Elementorum inſtitutore vt Petitio aſſumptum eſt, Demonſtratione dignum cenſuere. Videtur autẽ Ptolemæus quoq; ipſum oſtendere in libro, cui titulus eſt, rectas Lineas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur, coincidere. oſtenditqúe ipſum cùm multa præaſſumpſiſſet eorũ, quæ ad hoc vſq; Theorema ab Elementorum inſtitutore iam demonſtrata ſunt. & ſupponatur omnia eſſe vera (ne nos quoque aliam ſuperaddamus confuſionem) hocqúe veluti Sumptiunculam ex iam dictis oſtendi. Vnũ autẽ hoc quoq; eſt eorum, quæ pręoſtenſa ſunt, quod ait rectas, quę à duobus Angulis ęqualibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quòd Conuerſum etiam verum eſt, quod ait Parallelis rectis Lineis exiſtentibus ſi

Com. 3.

Quædam Cõuerſorum differentia.

In cõ. 32. Propõnis.

Quĩta Petitio.

In lib. 3. ĩ cap. 1. & ĩ cõm. 3.

In fine ſecũdi lib. et in cõm. 3. libri tertii

Digreſſio. Quę Prolemęus dicat in ſuo Libello.

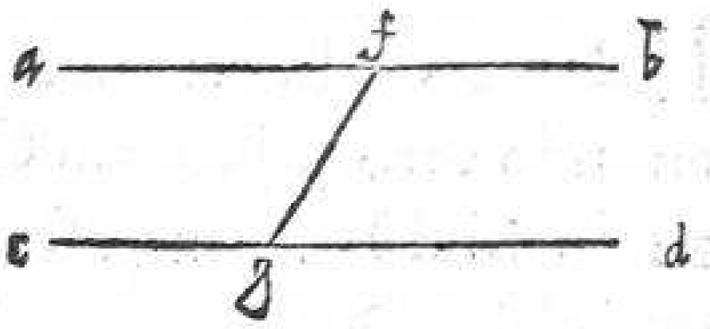
Secũda ps Propõnis 28.

Conuerſa ſecũdę partis 28. Propõnis, & tertia 29. pars.

ab vna recta Linea ſecentur, internos, ad eaſdemq́ue partes Angulos duobus Rectis eſſe æquales. neceſſe eſt enim Parallelas ſecantem aut duobus Rectis ęquales internos ad eaſdemq́ue partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores.

Flagitioſa Ptolemæi rõcinatio.

Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatq́ue in ipſas recta Linea g f, dico quòd internos, & ad eaſdē partes Angulos duobus Rectis maiores nō efficit.



Demõ tertiæ Partis hui⁹ Theorematis ſecundũ Ptolemæum.

ſi enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores ſunt, reliqui b f g, d g f duobus ſunt Rectis minores. ſed duobus etiã Rectis ijdem maiores ſunt. non enim magis Parallelæ ſunt a f, c g quàm f b, g d. Quãobrem ſi quæ in ipſas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipſas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficiet. Verùm ipſimet duobus etiam Rectis ſunt minores (quatuor ſiquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales ſunt) quod fieri non poteſt. Similiter planè oſtendemus ꝙ quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad eaſdemq́ue partes Angulos. Si autem neque maiores, neq; minores duobus Rectis efficit, reliquum eſt incidentem internos, ad eaſdēq́ue partes Angulos duobus Rectis æquales efficere.

Demõ quĩtæ Petitionis ſecũdũ Ptolemęũ

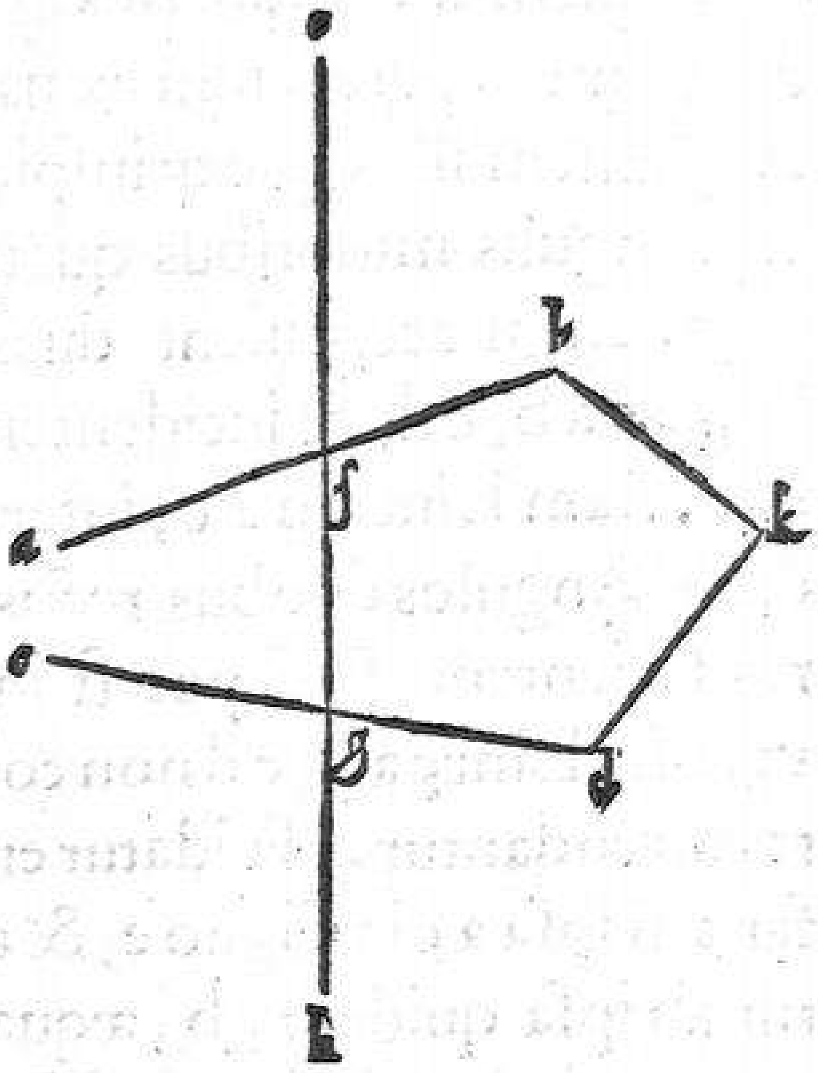
Hoc itaque pręoſtenſo propoſitum procul dubio demonſtratur. dico enim quòd ſi in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea internos, ad eaſdemq́ue partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, ſi producantur ipſæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. non coincidant enim. At ſi non coincidentes ſunt ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus ſunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad vtraſque partes non coincidẽtes erunt rectę Lineæ. Si autem hoc verum eſt, Parallelæ ſunt. Verùm oſtenſum eſt quòd quæ in Parallelas incidit internos, ad eaſdemq́ue partes Angulos duobus Rectis æquales efficiet. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores ſunt, quod fieri non poteſt.

Alia quĩtę Petitionis ſecundum Ptolemęũ accuratior Demõ.

Hæc cùm præoſtendiſſet Ptolemęus, ad Propoſitumq́ue perueniſſet, quoddam accuratius adijcere vult, & oſtendere quòd ſi in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad eaſdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non ſolùm non ſunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum oſtenſum eſt, verum etiam coincidentia ipſarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores

ſunt,

ſunt, non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectę Lineæ a b, c d, incidẽſq́ue in ipſas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g, & c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores ſunt. Quòd itaque non ſunt non coincidentes rectæ Lineæ, oſtẽſum eſt. Si autem coincidũt, aut ad Signa a, c coincidẽt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g, & c g f duobus Rectis ſunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Triãguli ergo g f k externus interno, & ex oppoſito iacenti minor eſt, quod fieri minimè poteſt. Non igitur ad haſce partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipſarum coincidentia erit, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem eſt ne fortè aliqua peruerſa, captioſaq́ue ratiocinatio in aſſumptis ſuppoſitionibus ſit, in illis inquam, in quibus dicebat quòd recta Linea, quæ non coincidentes rectas Lineas ſecat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad eaſdẽ partes in vtriſq; partibus ſunt aut duobus ſunt Rectis æquales, aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuiſio eſt. nil ſiquidem impedit non coincidentes dicentem eas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur, duos quidem, qui ad eaſdem partes ſunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò, qui ad reliquas, duobus Rectis minores, & vnam, eandemq́ue rationẽ de his non admittere. Imperfecta autem diuiſione exiſtente, Propoſitum minimè demonſtratum eſt. Præterea illud quoq; aduerſus oſtenſionem haud ſilentio prætereundum eſt, quòd non per ſe id, quod fieri non poteſt oſtendit. non .n. quia Parallelas ſecans quædam recta Linea Angulos ad eaſdem partes in vtriſq; partibus exiſtentes duobus Rectis maiores, vel minores fecit, propterea haſce ſuppoſitiones abſurdum conſequitur. Quoniã tamen quatuor, qui intra Lineas, quæ ſecantur ſunt Anguli, quatuor ſunt Rectis æquales, propterea vtraque harum ſuppoſi-



Aduerſus Ptolemęũ

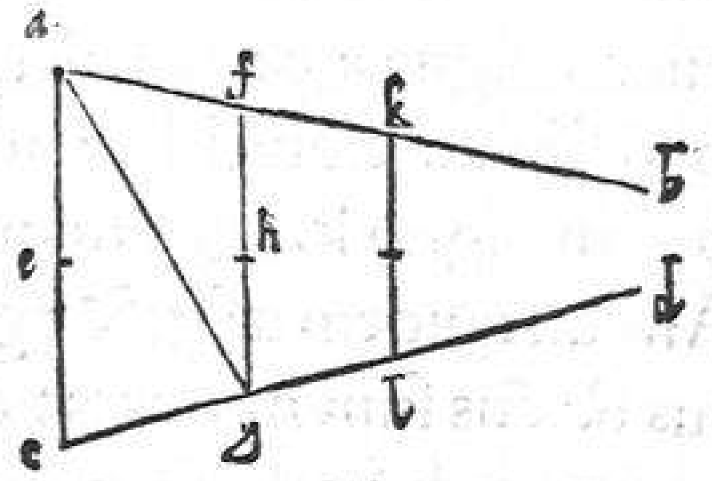
Primũ fundamentũ.

Secũdum fundamētum.

poſitionum fieri non poteſt. quandoquidem ſiquis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eiſdẽ ſuppoſitionibus aſſumptis eadem conſequentur. Aduerſus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex ĳs, quæ diximus oſtenſionis imbecilitas.

Quorũdã inſtãtia aduerſus quitã Petitionem.

Agè autem illos quoq; inſpiciamus, qui dicunt fieri non poſſe vt quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidant. Cùm enim accepiſſent duas rectas Lineas a b, c d, & incidentem in ipſas rectam Lineam a c, internoſque duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri poteſt inquiunt vt rectę Lineę a b, c d non coincidẽtes oſtendantur. diuidatur enim bifariam ipſa a c in Signo e, & abſcintur ab ipſa quidem a b, æqualis ipſi a e, quæ ſit a f: ab ipſa verò c d, æqualis ipſi e c, ipſa c g. Manifeſtum itaq; eſt quòd rectæ Lineę a f, c g non coincident in Signis f g. Si enim coincident, erunt duæ ipſi a c æquales in Triangulo, quod fieri non poteſt. Connectatur rurſus f g, & diuidatur bifariam in h Signo, abſcindãturquè æquales. Neq; hæ igitur coincident per eandem rationem, hocqúe in infinitum facientes Signa non coincidentia connectendo, & connexã bifariam ſecando, à rectiſqúe Lineis hiſce dimidĳs ęquales Lineas abſcindendo, oſtendere dicunt quòd a b, c d rectę Lineæ nuſquam coincidunt.



Reſpõſio ad inſtantiam.

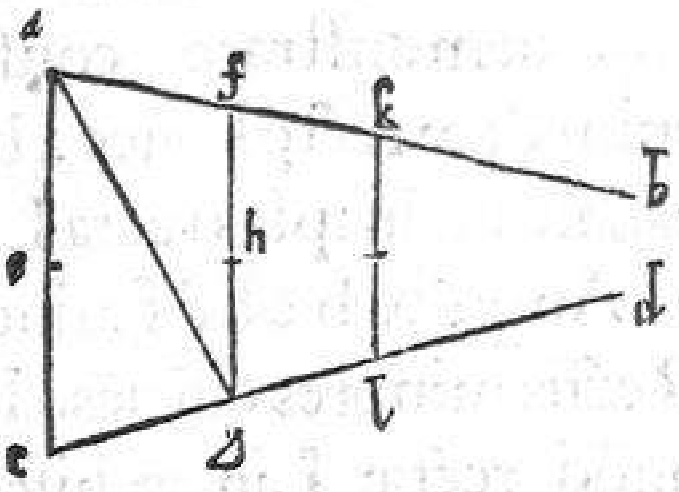
His itaq; talia dicentibus, dicendum nobis eſt quòd verum quidẽ dicunt, non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum ſimpliciter hoc modo, verum non eſt, neq; verũ eſt ipſas nullomodo prorſus coincidere. non coincidant enim ipſæ a b, c d rectæ Lineæ Angulo b a c, & Angulo d c a determinato, in Signis f, & g, nihil tamẽ impediet quin coincidãt in Signis k, l, ſi ẽt ipſę f k, g l ipſis f h, h g ęquales fuerint. coincidẽtibus. n. ipſis a k, c l nõ adhuc ĳdẽ manẽt ipſi k f h, l g h Anguli, & quędã ipſius f g rectę Lineę pars extra ipſas a k, c l rectas Lineas relĩquitur. & ſic duæ rurſus ipſæ ſcilicet f k, g l tanta Baſi maiores ſunt quantã intercipiunt in interiori ipſius f g rectę Lineę parte.

Alia Reſponſio.

Pręterea aũt illud quoq; dicendũ eſt indeterminate ipſis dicentibus Rectas, quę à minoribus q̃ duo Recti protrahuntur nõ coincidere, quòd ea quoq; deſtruunt, quæ deſtruere nolunt. Sit enim eadem deſcriptio. Vtrùm igitur poſſibile eſt à Signo a ad Signum g rectam Lineam connectere, an impoſſibile? nam ſi impoſſibile quidem eſt, præter quintam Petitionem primam quoque deſtruunt

dicen-

dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri poſſe vt recta Linea ducatur: ſi verò poſſibile, connectatur. Quoniam itaque Anguli f a c, g c a duobus Rectis ſunt minores, manifeſtum eſt quòd Anguli etiã g a c, g c a multò magis duobus Rectis minores ſunt. Lineę rectę igitur a g, c g in Signo g coinciderunt ab Angulis productæ, qui duobus ſunt Rectis minores. Fieri ergo non poteſt vt indeterminatè dicatur eas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur non coincidere. Verũenimuero quòd aliquæ quidem rectæ Lineæ ab Angulis, qui ſunt minores duobus Rectis productæ coincidunt, manifeſtum eſt, quanuis de omnibus hoc quęrere ſermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duorum Rectorum diminutione exiſtente, iuxta quidem tantã diminutionem non coincidentes rectas Lineas permanere: iuxta verò aliam hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiuſce Demonſtrationem perſpicere quærit dicatur à nobis quòd opus eſt talè Pronuntiatum præaſſumpſiſſe) quo Ariſtoteles quoque vſus eſt Mundum finitum eſſe oſtendens) Si ab vno Signo duæ rectæ Lineæ Angulum facientes in infinitum producantur, ipſarum, quippe quæ in infinitum productę ſunt diſtantia omnem finitam Magnitudinem excedit. oſtendit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circunferentiã productæ ſunt infinitis exiſtentibus, interuallum quoqꝫ inter ipſas interiacens infinitum erit. finito ſiquidem exiſtente, fieri poteſt vt diſtantia augeatur. Quamobrem rectæ Lineæ infinitæ non ſunt. Omni igitur finita Magnitudine maius interuallum rectæ, quæ in infinitum producuntur Lineæ ab inuicem diſtabunt. Hoc ſanè præſuppoſito, dico quòd ſi alteram Parallelarum rectarum Linearum quædam recta Linea ſecuerit, reliquam quoqꝫ ſecabit. Sint enim Parallelæ a b, c d, ſecetqúe ipſam a b, recta Linea e f g. Dico quòd ipſam quoqꝫ c d ſecabit. cùm enim duæ rectę Lineę ſint, quæ ab vno Signo f in infinitũ producuntur, ipſæ nempe b f, f g, omni Magnitudine maiorem habent diſtantiam. Quapropter hac quoqꝫ, quæ tanta eſt quantũ eſt interuallũ, quod inter Parallelas adiacet.



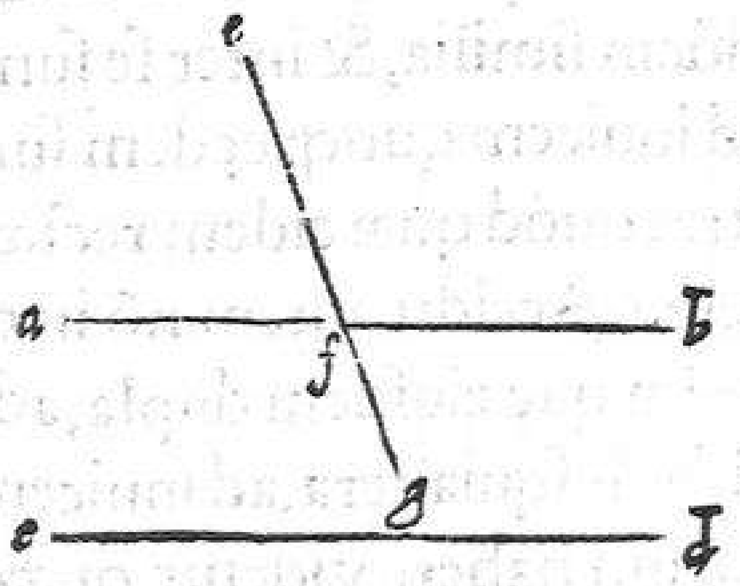
Aliquę rectę Lineæ à minoribus q̃ duo Recti productę coincidũt, & aliquę non coincidũt. & hæc eſt ꝓpria Autoris opinio.

Pronuntiatũ, quo vsꝰ eſt ét Ariſtot. 1. de cęlo tex. 35.

Oſtẽſio Ariſto.

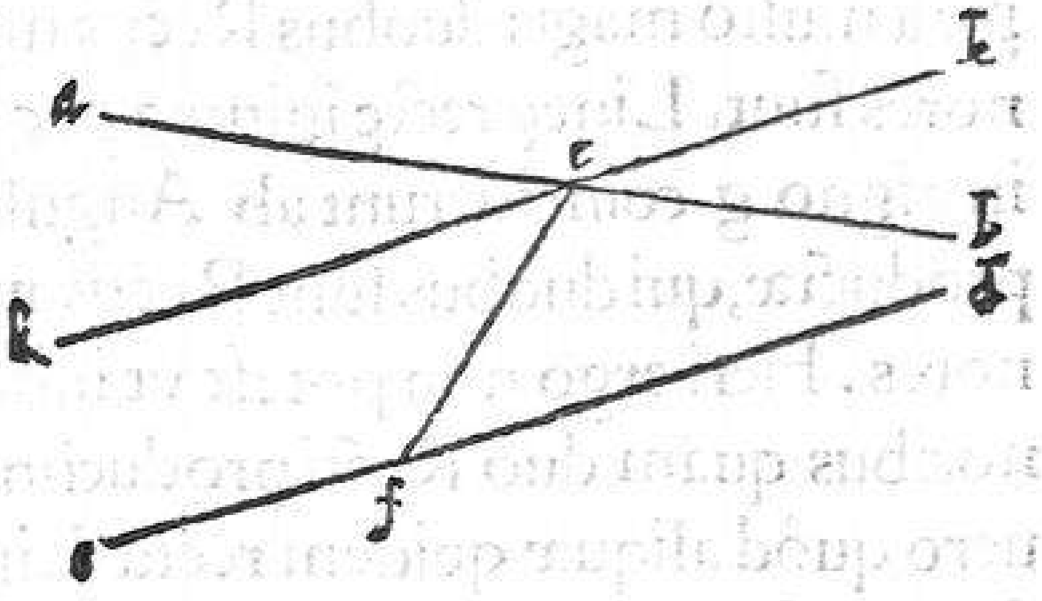
Sumptio.

Demõ Sũptionis.



cet. Cùm igitur maiorem diſtantiam ab inuicem diſtiterint harum Parallelarum diſtantia, ipſa f g ipſam c d ſecabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea ſecuerit, reliquã quoq; ſecabit. Hoc antè demonſtrato, conſequenter Propoſitum oſtendemus. Sint enim duæ rectę Lineę a b, cd, cadatq́ue in ipſas recta Linea e f Angulos b e f, d f e duobus Rectis minores efficiẽs. Dico quòd rectæ Lineæ hiſce in partibus coincidẽt, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. cùm enim Anguli b e f, d f e duobus Rectis minores ſint, ſit æqualis exceſſui duorum Rectorum, h e b Angulus, & producatur h e ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas h k, c d, recta Linea e f cecidit, internoſq́ue Angulos duobus Rectis ęquales efficit, ipſos ſcilicet h e f, d f e, rectę Lineę h k, c d Parallelę ſunt. & ſecat ipſam k h, ipſa a b. Secabit igitur & ipſam c d, per ſumptionem, quæ puæoſtenſa eſt. Coincident ergo rectæ Lineæ a b, c d ad illas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propoſitum oſtenſum eſt.

Quitę Petitiōis pulchra Demō.



TEXTVS

Propō 30. Theo. 21.

Quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter ſe ſunt Parallelæ.

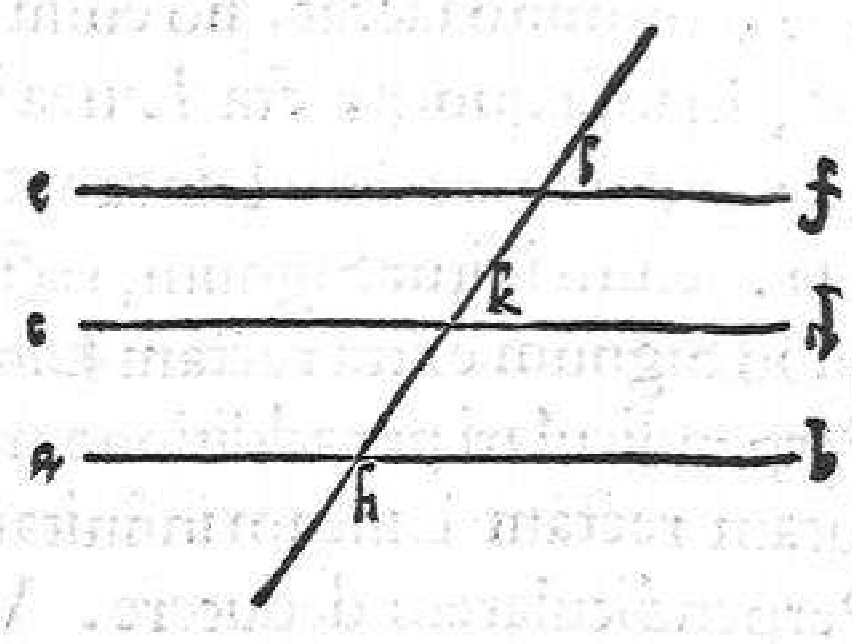
Cōm. 4.

COnſueuit Geometra in Sermonibus ijs, qui circa reſpectus verſantur oſtendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem reſpectum habent. ſic enim in Pronuntiatis quoq; dicebat, Quę eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia, in ſequentibuſq́ue dicet, Quę eidem ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia, & Quæ eidem Rationi eædem, ad inuicem quoq; eędem ſunt. Hoc modo igitur nunc quoq; demonſtrat quòd quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter ſe ſunt Parallelę. Accidit autem nõ in omnibus reſpectibus hoc verum eſſe. non enim quę eiuſdem dupla, ad inuicem quoq; dupla ſunt: nec quę eiuſdem ſeſquialtera, ad inuicem quoq; ſeſquialtera ſunt, ſed in illis ſolis locum habere videtur, quæcunq; vniuocè cõuertuntur, in ęqualitatę,

Primũ ꝓnuntiatũ. Propō 21. ſexti Elementorũ. Propō 11. quinti Elementorũ.

Documẽtum.

in ſimilitudine, in identitate, & in Parallela poſitione. quæ enim Parallelę Parallela, & ipſa Parallela eſt. quemadmodum ęquali ęquale, & ipſum eſt æquale: & ſimili, ſimile, ipſum quoqꝫ eſt ſimile. † ipſe nanqꝫ Parallelarum ad ſeſe reſpectus ſimilitudo poſitionis eſt. Dicit igitur, atque oſtendit in præſentia quòd quæ eidem Parallelæ ſunt, omnino ita ſe habent, vt ad inuicem quoqꝫ Parallelæ ſint. Et ipſe quidem eidem Parallelas extremas ſuſcepit, & mediam, ad quam hæ ſimilem habēt reſpectum, vt à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifeſtum. Si enim ad alterutras partes inter ſe coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipſam Parallelę. Fieri autem poteſt vt qui etiam ſitum iā permutauit, idem oſtendat iiſdem viis, quibus Geometra ad Propoſitum oſtendendum vſus eſt. Exempli gratia qui ad ipſam a b, ipſam c d, & ipſam e f Parallelam accepit, ambabus ſuprà iacentibus, ipſa a b infrà, & non media exiſtente. incidens enim in ipſas recta Linea h k l, vtrunqꝫ, Angulorum h k d, k l f, ipſi a h k ęqualem efficiet, quoniam Alterni ſunt. Quamobrem & ſibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineę igitur c d, e f, Parallelæ ſunt. Si quis autem dicat ſint a h, h b, ipſi c d Parallelæ, & inter ſe igitur Parallelę ſunt, dicemus quòd a h, h b vnius Parallelæ ſunt partes, & non ſunt duæ Parallelæ. in infinitum ſiquidē produci Parallelæ intelligendæ ſunt, ipſa autem a h producta, in ipſam h b incidit. Eadem ergo cum ipſa eſt, & non alia. Omnes igitur ipſius Parallelæ partes & ipſæ tum rectę, cui tota etiam Parallela erat Lineę, tum partibus ipſius Parallelę ſunt. Exēpli cauſa tum ipſa a h, ipſi k d: tum ipſa h b, ipſi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hęc non ab re adnotauimus, propter Sophiſticas importunitates, iuueniles'qꝫ Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiuſcemodi captioſas ratiocinationes inueniens, ſcientibuſqúe vanam moleſtiam afferens. Non eſt autem opus pręſens Theorema conuertere, atqꝫ oſtendere quòd quæ inter ſe Parallelæ, eidem quoqꝫ ſunt Parallelę. Si enim rurſus alteram alicui Parallelam ſuppoſuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelæ eidem erunt, in idemqúe redibimus.



In quibus reſpectib⁹ identitatis cōſequentia verificetur.

tex. gręcus ſic habet † ipſa nāq; Parallelitas ſi dici poteſt ſimilitudo.

Finis Documenti.

Caſus huius Problematis.

Dubitatio

Sol.

Notādū.

Propõ 31. Prob. 10.

TEXTVS

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam Lineam ducere.

Cõm. 5. OPortuit non ſolùm Parallelis per ſe accidentia in Elementorum inſtitutoris ſermonibus nos didiciſſe, ſed Ortum quoque ipſarum Geometricis vijs enarraſſe, & cognouiſſe quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. paſſim enim Ortus apertiorẽ nobis reddunt ſubiectorum eſſentiam. Hoc igitur Elementorum inſtitutor per præſens efficit Problema. cùm enim Signum, rectamq́ue Lineã

Documẽtum. ſuſcepiſſet, per Signum, rectę Linę Parallelam ducit. Oportet autẽ nos præaſſumere quòd neceſſarium eſt vt Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nõ enim quoniam per datum Signum dictum eſt, in ipſa quocꝫ recta Linea ipſum dabimus. nulla ſiquidem alia præter datam rectam Lineam erit illa, quæ per ipſum ducitur Parallela. Cùm igitur Signum, rectamq́ue Lineam partitus ſit, indicauit quòd Signum extra rectam Lineam accipiẽdum eſt, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifeſtum fecit dicens, ſuper datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non eſt,

Cõmunitates huiꝰ, & duodecimi Problematis. Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidẽ ambobus his Problematibus eſt commune: alterum verò quòd ab eodum Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quocꝫ inſtitutor hoc modo ſingulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hîc

In cõ. 22. lib. tertii. verò Parallelam. Verùm illud quidem oſtenſum fuit, hoc verò ex antè demonſtrato manifeſtum eſt. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quocꝫ Parallelę erunt, in dato Signo coincidẽtes, quod fieri minimè poteſt. Opus

Differẽtię huius, & duodecimæ Prepoſitionis. eſt autem differentias quocꝫ harum duarum Propoſitionum obſeruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandocꝫ quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium eſt, & propterea ab ipſo fit deductio: quandoque verò in ipſa eſt, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipſum ductio fit. non enim eò quòd ſecet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, ſed eò quòd cum ipſo coincidit, terminatq́ue ſuum reſpectu illius rectæ Lineæ interuallum per Signi, rectęq́ue Linę diſtantiam. quantum enim datum

Signum à data recta Linea diſtat, tantum etiam Parallela inter ſeipſam, & illam interuallum habet.

TEXTVS

Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus duobus internis, & ex oppoſito iacentibus eſt æqualis. & Trianguli tres interni Anguli duobus ſunt Rectis æquales.

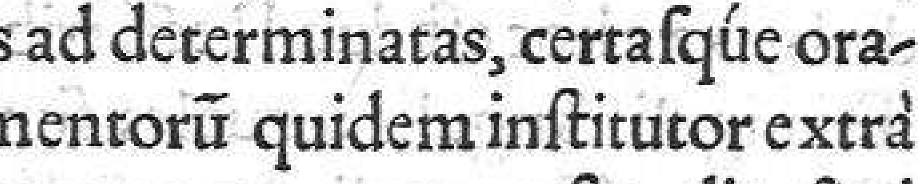
Propó. 32
Theo. 22.

Com. 6.

QVantum deficiebat in ſextodecimo, & ſeptimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non ſolùm enim quòd Trianguli externus Angulus vtroqꝫ interno, & ex oppoſito iacenti maior eſt per hoc Theorema addiſcimus, verùm & quantò maior. ambobus ſiquidem æqualis cùm ſit, maior quàm alteruter reliquo eſt. nec quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores ſunt ex his cognoſcimus, ſed quantò etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum vtriqꝫ attulit. nec propterea ſuperuacua illa eſſe diceremus. maximam nanque nobis multis in Demonſtrationibus attulerunt vtilitatem, è quibus hoc quoque oſtendemus. & neceſſarium eſt cognitionem noſtram ab imperfecto ad perfectum procedẽtem, ab indeterminatis apprehenſionibus ad determinatas, certaſq́ue orationes tranſire. Veruntamen Elementorũ quidem inſtitutor extrà Parallelam ducendo, vtrunqꝫ eorum, quæ quæruntur oſtendit. fieri autem poteſt vt qui etiam nõ extrà eam ducit eadem oſtendat, ordinem tantùm eorum, quę oſtenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius oſtendit, externum Angulum internis, & ex oppoſito iacẽtibus ęqualem eſſe, ex hocqꝫ reliquũ probauit. nos verò è contratio faciemus. Sit igitur a b c Triãgulum, & producatur Latus b c vſqꝫ ad e Signum, & ſumatur Signum in ipſa b c, quod ſit f, & cõnectatur a f, & per Signum f Parallela ducatur ipſi a b, ipſa f d. Quoniam itaqꝫ f d, ipſi a b Parallela eſt, in ipſaſq́ue incidit recta Linea a f, & recta Linea b c, Anguli Alterni ęqua

Reſpódet tacitæ obiectioni.

Caſus huius Theo.



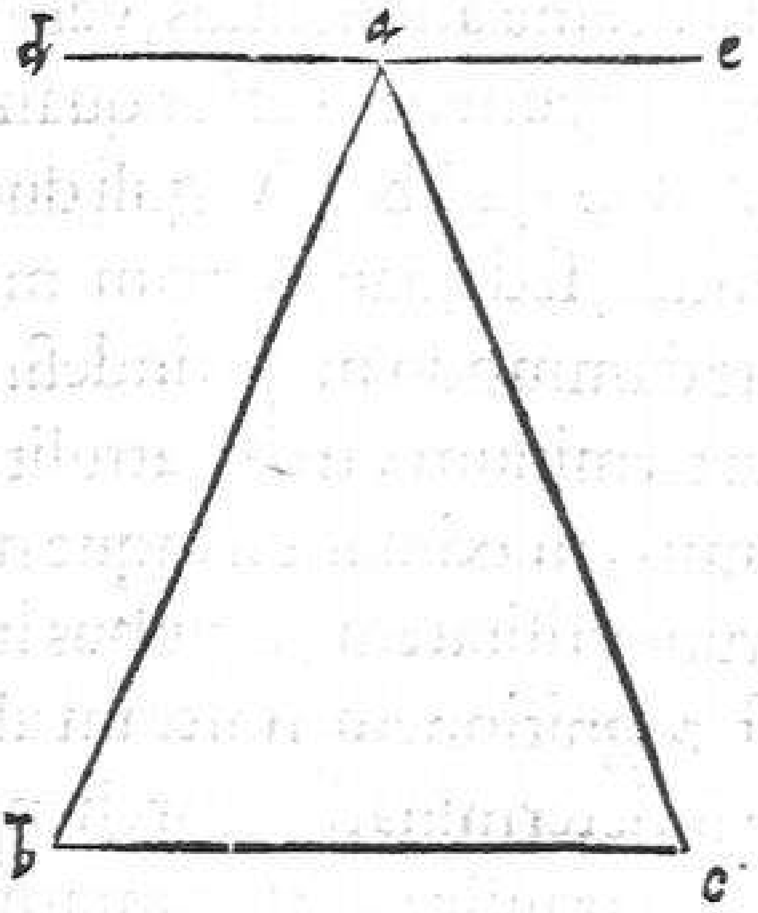
les ſunt, necnon externus interno. Totus igitur a f c ipſis f a b, a b f ęqualis eſt. Similiter oſtendemus Parallelam ducentes quòd Angulus etiam a f b æqualis eſt Angulis f a c, a c f. Duo igitur a f b, a f c tribus Trianguli Angulis æquales ſunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus ſunt Rectis ęquales, ipſis nēpe a f b, a f c. Verùm ipſi etiā a c f, a c e duobus Rectis ſunt æquales, communis auferatur a c f. Reliquus igitur externus ſcilicet internis, & ex oppoſito iacentibus æqualis eſt. Hoc itaq; quod diximus iam dicto modo oſtenditur.

Pythagorei inuenerunt hoc Theo. referēte Eudemo.

Eudemus autē Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiuſce Theorematis inuentionem, quòd vtiq; omne Triangulū internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propoſitumqúe eos hoc modo oſtendere inquit.

Pythagoreorū Demōſtratio

Sit Triangulum a b c, ducaturqúe per Signum a ipſi b c Parallela d e. Quoniam igitur rectæ Lineæ b c, d e Parallelæ ſunt, Anguli etiam Alterni ſunt æquales. Aequalis igitur eſt Angulus quidem d a b Angulo a b c, Angulus autem e a c Angulo a c b. Communis addatur Angulus b a c. Anguli igitur d a b, b a c, c a e hoc eſt Anguli d a b, b a e hoc eſt duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales ſunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus ſunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonſtratio eſt.



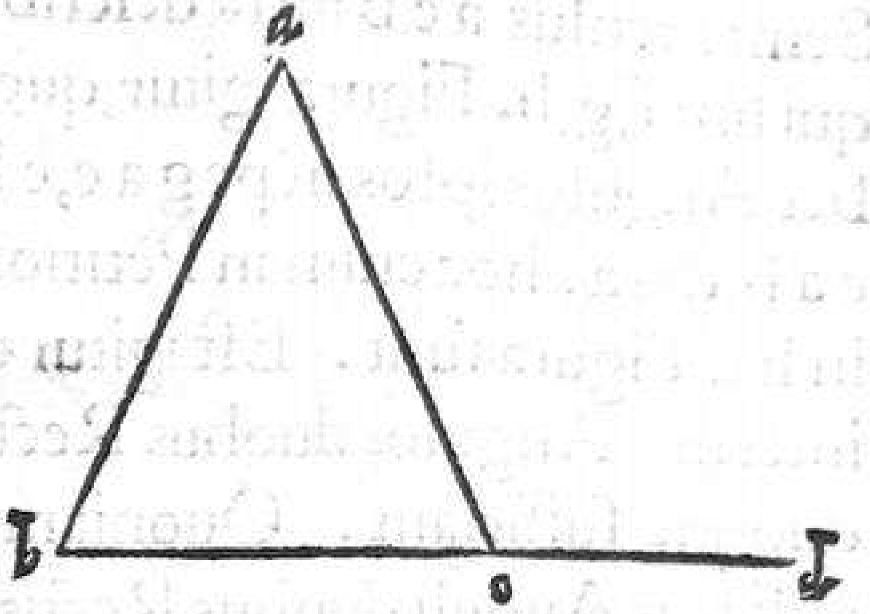
Conuerſa præſentis Theo. & habes hic tertiū Cōuerſorū differētię mēbrū, qđ ſuperi⁹ i cō. tertio ꝓmiſerat.

Operæpretium eſt autem ea etiam, quæ huic Elementorum inſtitutoris Theoremati conuertuntur inſuper tradere. duo enim ad vnum conuertuntur, cùm hoc & iuxta Quæſitum, & iuxta Datum compoſitum ſit. Datum enim duplum eſt. Triangulum ſiquidem, vnumqúe ex Lateribus productum. & Quæſitum ſimiliter. nam vnum quidem eſt quod externum internis, & ex oppoſito iacentibus æqualem eſſe ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis eſſe æquales. Si itaq; externum etiam internis, & ex oppoſito iacentibus æqualem eſſe ſuppoſuerimus, vnum Latus productum eſſe, in directumqúe ipſi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extrà eſt Lineam iacere oſtendimus: Si verò tres internos Angulos duobus Rectis ęquales, oſtendimus quòd data Figura Triangulum eſt. & ſic totum Quæſitum ad totum Datum conuerſum erit.

Cōuerſū. primę partis, & eius demō.

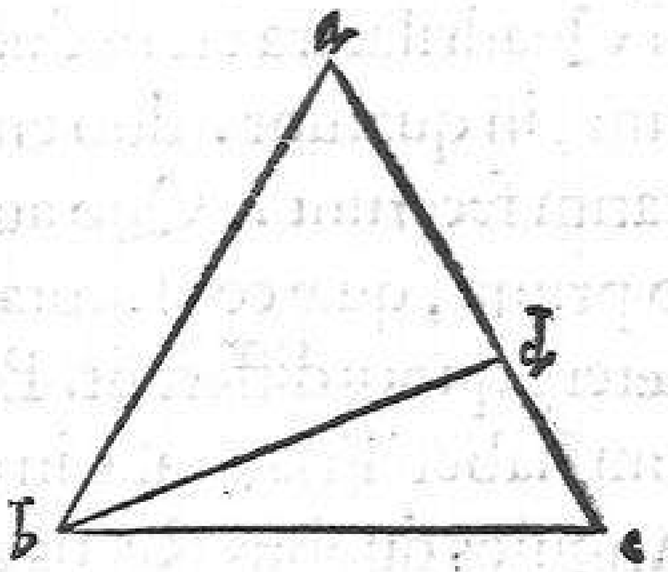
Sit igitur Triangulum a b c, externuſqúe Angulus a c d

æqua-



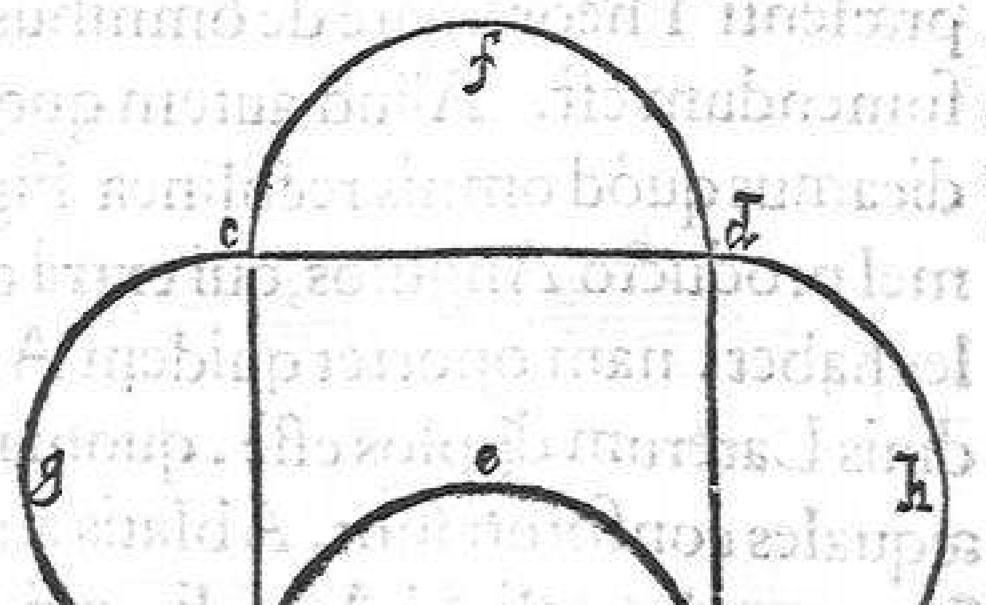
æqualis internis, & ex oppoſito iacentibus, dico quòd Latus b c productum eſt vſq; ad d Signum, vnaq́ue recta Linea eſt ipſa b c d. Cùm enim Angulus a c d internis, & ex oppoſito exiſtentibus æqualis ſit, communis adĳciatur Angulus a c b. Anguli igitur a c d, a c b tribus Angulis Trianguli a b c æquales ſunt. At tres Anguli Trianguli a b c duobus ſunt Rectis æquales. & Anguli igitur a c d, a c b duobus Rectis æquales ſunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad eiuſq́ue Signum duę rectę Lineę conſequenter non ad eaſdem partes poſitæ eos, qui deinceps ſunt Angulos duobus Rectis ęquales fecerint, ipſæ rectæ Lineæ in directum ſibi inuicẽ erunt. Recta Linea igitur b c rectæ Lineæ c d in directũ eſt.

Cõuerſũ ſecundæ partis, ei⁹ q́; Demõſtratio.



Sit rurſus quædã Figura rectilinea a b c tres habẽs Angulos ſolos duobus Rectis ęquales ipſos ſcilicet a, b, c, dico quòd Triangulum eſt, vnaq́ue recta Linea eſt ipſa a c. Connectatur enim recta Linea b d. Quoniam igitur vtriuſq; a b d, d b c Triangulorum tres Anguli duobus ſunt Rectis æquales, quorum Anguli ipſius a b c duobus Rectis ſunt æquales, reliqui porrò a d b, c d b duobus Rectis æquales ſunt, & ſunt ad rectam Lineam b d. In directum igitur eſt d c, ipſi d a. Vna ergo recta Linea eſt Latus a c. Similiter aũt oſtendemus ꝙ Latus etiã a b, & Latus b c vna recta Linea eſt. Triãgulũ ergo eſt Figura a b c. Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum eſt. non autem ſi aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino eſt Triangulum.

Figura ex Circũferẽtiis cõſtructa, quæ hẽt internos Angulos duob⁹ Rectis æquales. ſũt autem & aliȩ curuilineȩ Figure, quæ hoc patiuntur.



Figuram nanq; ex Circunferentĳs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. ſit enim Quadrangulũ a b c d, & ſuper Latere a b, Semicirculus a e b intrà deſcribatur: ſuper alijs autẽ Lateribus extrà, qui ſint f,g,h. Figura igitur, quę à Semicirculis cõprehẽditur duos habet Angulos ipſos nẽpe g a e, e b h duobus Rectis ęquales ipſis ſcilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus oſtenſum fuit, & hi ſoli Anguli in hac Figura ſunt. Eſt igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis ęquales habet. Hæc de Conuerſis quoque ſufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales ſunt, via quædam nobis accipienda eſt, per quam cæterorum quoq; omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales ſunt. vtputa Quadranguli, Quinquanguli, omniumq́ue conſequenter Multilaterorum. Primùm igitur ſciendum eſt quòd omnis rectilinea Figura in Triangula reſoluitur, omnium ſiquidem conſtitutionis principium eſt Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quòd † rectitudo planæ Baſis ex Triangulis conſtituta eſt. Vnaquæq́ue autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus reſoluitur. Si Quadrilatera eſt in duo: Si quinq; Laterum, in tria: Si ſex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula compoſita Quadrilatererum ſtatim fecerunt. Quo autem compoſitorum Triangulorum numero prima, quæ conſtituta eſt Figura, à ſuis Lateribus diſcrepat, hoc cæterę quoq; differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ diſſoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere oſtenſum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorũ, quæ compoſita ſunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum ęquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus ſiquidem Triangulis eſt compoſita: omnis verò quinque Laterum, ſex, hocq́ue conſequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præſenti Theoremate de omnibus Multiangulis ſimul, & rectilineis ſumendum eſt. Aliud autem quod eſt huic conſequens ſummatim dicamus quòd omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus ſemel producto Angulos, qui extrà cõſtituuntur Rectis quatuor ęquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos eſſe. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales conſtituti ſunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis ſunt æquales, reliqui Anguli, qui extrà ſunt quatuor Rectis æquales fiunt. Exempli gratia, ſi Figura Triangula fuerit, dum vnumquodq; ipſius Latus ſemel producitur, ſex Rectis æquales Anguli conſtituũ-

In lib. 3. in com. 2.

Epilogus.

Digreſsio, ĩ qua ſunt quatuor pulcherrimę cõſiderationes.

Prima.

Plato ĩ Timæo.

† recta.

Secunda.

tur

tur interni, atque externi, quorum interni duobus æquales ſunt, reliqui ergo externi quatuor ſunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes ſunt octo, Laterum ſiquidem dupli ſunt, quorum interni quatuor Rectis ſunt æquales, & externi igitur totidem alĳs æquales ſunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes ſunt, ſex autẽ Rectis interni ſunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales ſunt, in infinitumqúe ſimiliter eadem erit via. Poſt hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquenꝗ Angulum duarum Recti Tertiarum habet: æquicrus verò, cùm Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: ſcalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illũ ſubtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiarum, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò neceſſariò tertiæ partis Recti. oportet enim tres duobus Rectis eſſe ęquales. Hæc autem non ab re adnotanda eſſe cenſeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum eſt, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per ſe, & ſecundũ quod ipſum Triangulo ineſt. idcirco & Ariſtoteles in tractationibus de Demonſtratione hoc exemplum habet in promptu, ſecundum quod ipſum conſiderans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam eſſe per ſe, & primùm ineſt, ita † rectilineæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis ęquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiuſce Theorematis veritas nobis occurrere. ſi enim rectam Lineam, in eiusqúe Extremis quaſdam ad Angulos rectos ſtantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexerimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum eſt quod abſtulerunt, neceſſariò tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

Tertia.

Vide Pla. in Timęo.

Quarta.

Exẽplũ familiarisſimũ Ariſt.

† Triãgulo

Iuxta etiã cões notiones veritas p̄ſentis Theorematis apparet. ſimile dixit in cõm. 22. lib. 3.

TEXTVS

Rectæ Lineę, quæ ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſæ quoq; ęquales, & Parallelæ ſunt.

Propõ 33
Theo. 23.

PRæſens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrã-

Cõm. 7.

Superius ĩ cap. 1.

morumqúe conſidrationis eſſe dicebamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogrãmorumqúe Ortum latentem tradit. ſit enim Parallelogrammum tum ex ĳs, quæ initiò ductæ ſunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ĳs, quæ ipſas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales ſimiliter, & Parallelæ oſtenduntur. Quapropter quod ſtatim poſt hoc ſequitur veluti conſtituto iam Parallelogrammo, quę per ſe inſunt hiſce Spatiis contemplatur. At hęc quidem manifeſta ſunt.

Diligētia propōnis.

Oportet autem & diligentiam, quæ in Propoſitione hac eſt conſiderare.

Primò.

Primò quidem quòd non ſatis erat eas, quæ coniunguntur æquales eſſe. non enim omnino quę ęquales coniungunt, ęquales ſunt, niſi Parallelæ etiam eſſent. nam Triangulo æquicrure exiſtente, & Signo in vno æqualium Laterum aſſumpto, per hocqúe Baſi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Baſi, & ipſa Baſis, non tamen æquales quoque ſunt. illæ ſiquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt.

Secundò.

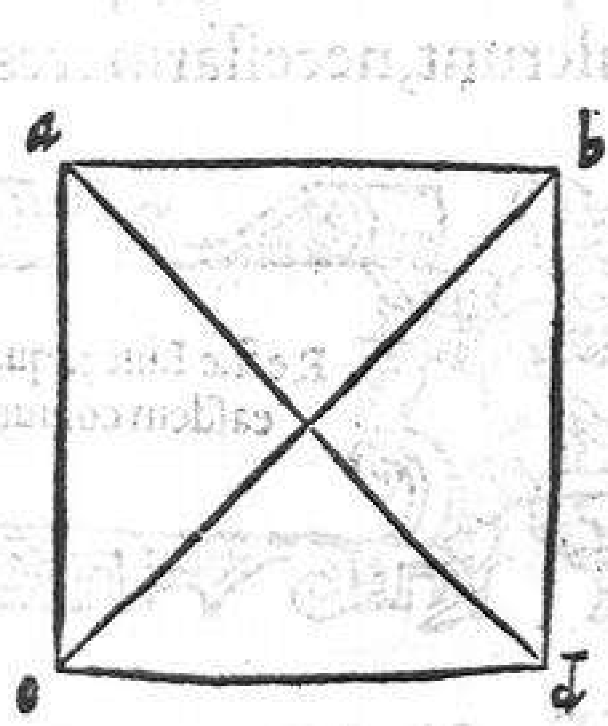
Secundò autem, quòd neqꝫ hoc, nempe Parallelas eſſe ſubiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas exiſtimauit. in iam dicta enim Conſtructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perſpicuum eſt. ducta enim recta Linea, & Baſis Parallelæ ſunt, verùm quæ ipſas coniungunt Parallelæ non ſunt. partes ſiquidem ſunt Laterum æquicruris. Opus eſt igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur poſitione: † ad Parallelarum autē poſitionem, illarum æqualitate.

† ad illarũ aũt Parallelã poſitioné, harũ ęqualitate.

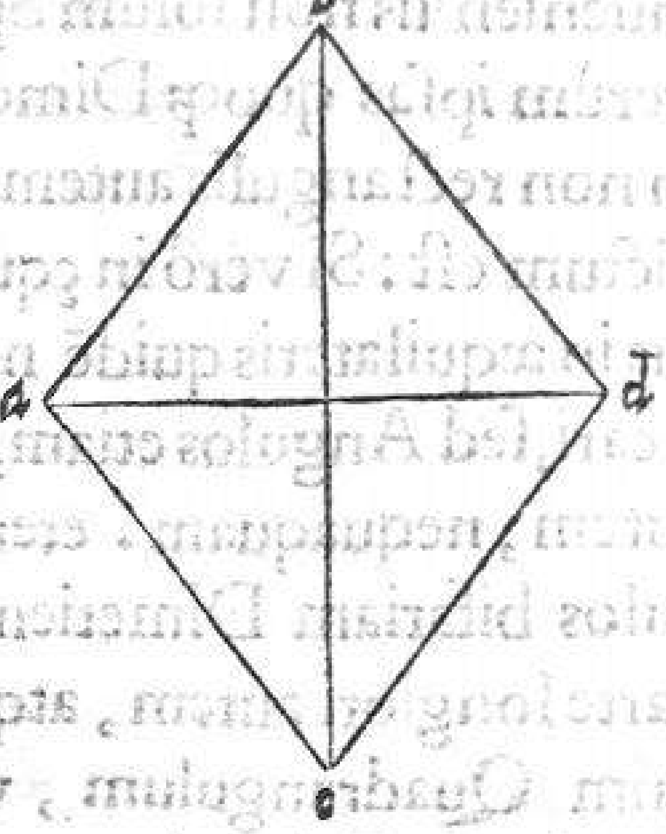
Idcirco Elementorum inſtitutor vtrunque in ĳs, quæ coniunguntur aſſumpſit, vt in coniungentibus etiam vtrunque oſtendat tum æquales inter ſe, tum Parallelas eſſe.

Tertiò.

Tertiò verò præter hęc dicatur quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis ſuppoſitis, non omnino quę ipſas coniungunt, ęquales, & Parallelę ſunt. niſi enim ad eaſdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidē Parallelæ ipſæ ſint fieri non poteſt (ſecantur ſiquidem ad inuicem) vt autem ęquales, quandoque quidē fieri poteſt, quandoqꝫ verò minimè. nam ſi quidē Quadrangulum, vel altera parte longius ſumpſeris, vt a b c d, rectaſqúe Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes ęquales quidem ſunt, non autem Parallelę, atqui ęqualia, & Parallela dictorum Spatiorum ex oppoſito iacentia Latera coniungunt: Si au-



tem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimentientes non ſolùm non Parallelæ, verùm etiam inæquales ſunt. cùm enim a b, ipſi c d æqualis ſit, communis autem a c, Angulusqúe b a c, Angulo a c d inæqualis, Baſes quoque inæquales ſunt. Non immeritò igitur Elementorum inſtitutor æquum eſſe cenſet vt quæ æquales, Parallelaſqúe coniungunt, ad eaſdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipſis a c, b d ſuppoſitis, ipſas a d, & b c coniungentes accipiamus, ſed ipſas a b, & c d. haſce enim oſtendit quidẽ æquales, & Parallelas: illas verò, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam oſtẽdimus, in Rhombo verò, & Rhomboide nunquam oſtendemus. oppoſitum ſiquidem oſtenſum eſt, quòd inęquales ſunt propter internorum, ad eaſdemqúe partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

TEXTVS

Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Anguli, inter ſe ſunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam ſecat.

Propô. 34.
Theo. 24.

Com. 8.

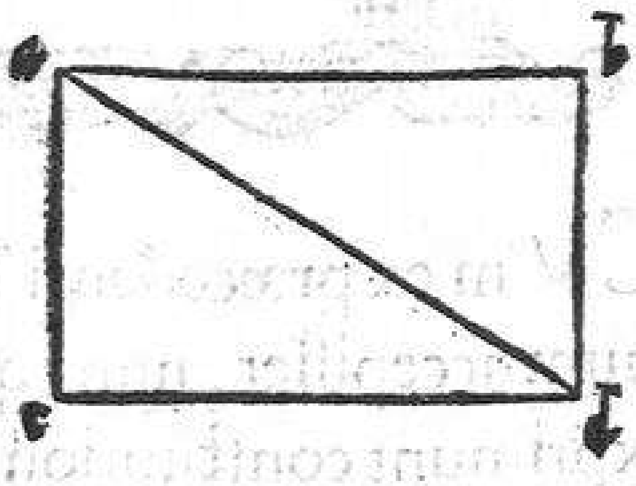
CVm ex præcedenti Theoremate conſtitutum iam Parallelogrãmum accepiſſet, nunc quæ ipſi primò inſunt, quæqúe propriam eius exprimunt conſtitutionem, contemplatur. Hæc autem talia ſunt, Latera, quæ ex oppoſito ſunt æqualia eſſe, & Angulos, qui ex oppoſito ſunt æquos eſſe, & Spatia ipſa bifariam à Dimetiente ſecari. de his enim dictum eſt illud, & Dimetiens ea bifariam ſecat. ita vt Area ipſa ſit totum id, quod bifariam ſecatur, non autem Anguli per quos Dimetiens tranſit. Hęc itaqꝫ tria per ſe Parallelogrãmis inſunt, Laterum, & Angulorum ex oppoſito iacentiũ æqualitas, Spatiorum'qꝫ per Dimetientes bipertita ſectio. Et vides quòd ab omnibus proprietates ipſorum venatus eſt, à Lateribus ſcilicet, ab Angulis, ab ipſisqúe Areis. Quatuor autem Parallelogrãmis exiſtentibus, quę in

Tres huius Theorematis paſſiones.

Decumẽtum.

Differẽtia, q̃ i diuiſionib⁹ Parallelogrammorũ apparet.

Suppoſitionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum eſt, quòd ſi quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non ſolùm Spatia Dimetientes ipſorum bifariam ſecare, verùm ipſas quoq; Dimetientes in rectangulis quidem æquales eſſe, in non rectangulis autem, inæquales, vt in precedenti Theoremate dictum eſt: Si verò in ęquilatera, & non æquilatera, reperiemus rurſus in æquilateris quidẽ non ſolùm Spatia à Dimetientibus bifariam ſecari, ſed Angulos etiam, per quos ipſæ ducuntur: in non ęquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes ſecant, non Spatia tantùm: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sit enim Quadrangulum, vel Rhombus a b c d, & Dimetiens a d. Quoniam igitur a b, b d Latera a c, c d Lateribus ſunt æqualia (æquilatera enim ſunt) Anguliq́ue a b d, a c d æquales (ex oppoſito enim iacent) necnon Baſis communis, omnia omnibus ſunt æqualia. Quapropter Anguli etiã b a c, c d b bifariam ſecti ſunt. Rurſus ſit idem vel Altera parte longius, vel Rhõboides. Si itaq; Angulus b a c, & Angulus c d b bifariã à Dimetiẽte ſecatur, Angulus autem c a d Angulo a d b ęqualis eſt, Angulus etiã b a d Angulo a d b erit æqualis. Quamobrem Latus quoq; a b Lateri b d æquum erit. Verùm inęqualia ſunt. Angulus igitur b a c à Dimetiente bifariã nõ ſecatur. Similiter autẽ neq; Angulus c d b, qui ipſi æqualis eſt. Vt itaque paucis rem complectar, in Quadrangulo quidem & Dimetiẽtes æquales ſunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli bifariam à Dimetientibus ſecantur propter Laterum æqualitatem, & Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cõmunem Parallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Dimetientes quidẽ æquales ſunt eò quòd rectangulum eſt, Anguli autẽ à Dimentientibus bifariam non ſecantur eò quod non eſt æquilaterum, Spatiorum verò in partes æquales diuiſio huic quoq; ineſt quatenus Parallelogrammũ eſt: in Rhombo autem in æquales quidem



Cõcluſio.

Dimetientes ſunt quoniam non eſt rectangulum, ab his verò non ſolùm Spatia bifariam ſecantur quoniam eſt Parallelogrãmum, ſed Anguli etiam quoniam æquilaterum eſt: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales ſunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inęquales ſecantur tanquã non ęquilatero, ſola autem Spatia, quæ ſunt ad vtraſqꝫ Diagoniorum partes, æqualia fiunt tanquam Parallelogrammo exiſtente. Hæc quidem dicta ſunt, quippe quæ eam oſtendunt differentiam, quæ in Parallelogrãmorum quatuor exiſtentiũ diuiſionibus reperitur. Illud autem ſilentio prætereundũ non eſt, quod in hoc Theoremate artificioſum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuerſalia ſunt, alia verò non vniuerſalia. Quomodo autem vtrunqꝫ horum dicimus, commemorabimus cùm Quæſitum partiemur, quod vnam quidē habet partem vniuerſalem, alteram verò non vniuerſalem. quanuis enim omne Theorema vniuerſale quidē eſſe fortaſſe videretur, & omne, quod ab Elementorũ inſtitutore oſtenditur huiuſcemodi eſſe (quemadmodum in præſentia quoqꝫ non ſolùm Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos, æquales habere vniuerſè de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verùm etiam Dimetientē vnumquodqꝫ bifariam ſecare) attamen alia quidem vniuerſè oſtendi dicimus, alia verò non vniuerſè. aliter enim vniuerſale appellari conſueuit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autē quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma ineſt. vniuerſale ſiquidem eſt & quòd omne ęquicrus tres Angulos duobus Rectis habet ęquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum eſt: vniuerſale autem & quòd omne Triangulũ habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per ſe ineſt. Quocirca primùm quoque hoc de Triangulo oſtendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque ſignificationē alia quidem vniuerſalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuerſalia, præſens Theorema dicimus vnum quidem Quæſitorum vniuerſale habere, alterum verò non vniuerſale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos ęquales habere, vniuerſale eſt, ſolis ſiquidem Parallelogrãmis ineſt: hoc verò, Dimentientem Spatiũ bifariam ſecare, non vniuerſale, quoniam non omnia cõprehendit, in quibus Symptoma hoc inſpicitur. etenim Circulis, & Ellipſibus hoc ineſt. Et videntur primæ quidem rerum huiuſcemodi notiones eſſe magis particulares: progreſſæ autem, totum comprehendere. Cùm enim Antiqui contemplati fuiſſent quòd Dimetiens

Epilogus Documēti.

Digreſsio Pulcherrima d' vniuerſali cõſideratio.

Theorematũ alia vniuerſalia, alia nõ vniuerſalia.

Duplex vniuerſale. i. ſē vide apud Ari. in primo Poſteriorũ tex. 11.

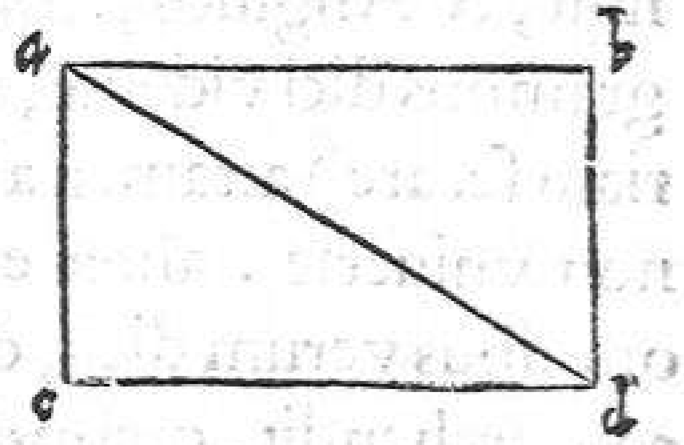
Propria vniuerſalis Significatio.

Vide Ari. primo Poſterio tex. 12. & 13.

bifariam ſecat Ellipſim, Circulum, atqꝫ Parallelogrãmum, cõmune in his poſtea contẽplati fuere. Hallucinatur aũt (inquit Ariſt.) quidẽ non vniuerſale tanquã vniuerſale oſtendens, eò quòd commune innominatũ eſt, cui primùm Symptoma ineſt. nam quid commune ſit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atqꝫ Sonis, quibus omnibus alterna Ratio ineſt, non eſt dicere. quid præterea cõmune ſit Ellipſi, & Circulo, & Parallelogrãmo, difficile eſt exprimere. nam vna quidem Figura rectilinea eſt, altera autem Circularis, tertia verò miſta. Qua propter vniuerſè eum oſtendere opinamur, qui demonſtrat quòd omne Parallelogrãmum Dimetiens bifariam ſecat. eò quod commune ſimul non cernimus, propter quod hoc verum eſt. Hoc igitur in Parallelogrammis etiam huiuſcemodi vniuerſale non eſt, propter iam dictam cauſam: Illud verò eſt, Omne Parallelogrammũ Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos æqualia habere.

Conuerſũ primæ, & ſecũde paſſionis hui⁹ Theorematis.

etenim ſi aliqua Figura ſuppoſita fuerit quæ ex oppoſito ſunt Latera, & Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc eſſe oſtendetur. ſit enim talis a b c d, & Dimetiens a d.



Quoniam itaque a b, b d Latera a c, c d Lateribus æqualia ſunt, & qui ab ipſis comprehenduntur Anguli æquales, Baſisqúe communis, omnia quoqꝫ omnibus ęqualia erunt. Angulus igitur b a d Angulo a d c, & Angulus a d b Angulo c a d æqualis eſt. Parallela ergo eſt ipſa quidẽ ab ipſi c d, ipſa verò a c ipſi b d. Quamobrem Parallelogrammum eſt Figura a b c d. Totidem de his dicta ſufficiant.

Finis Digreſſiõis. Documẽtum. Vnde ortũ ſit hoc nomẽ Parallelogrãmum.

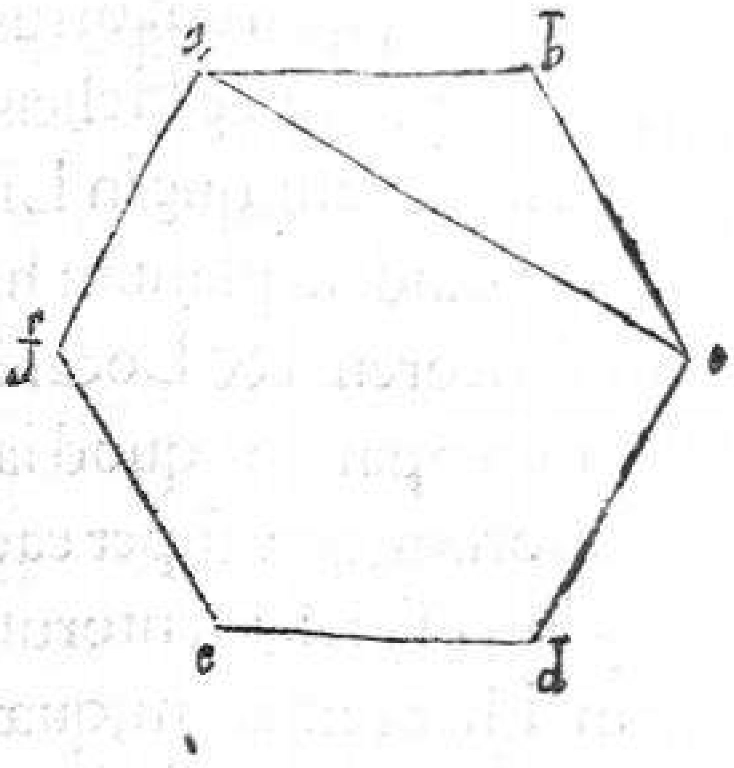
Videtur autem ipſum quoqꝫ Parallelogrammorũ nomen Elementorum inſtitutor compoſuiſſe, accipiendo occaſionem ex præcedenti Theoremate. Cùm enim oſtendiſſet quòd rectæ Lineæ, quæ ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſæ quoque æquales, & Parallelę ſunt, perſpicuum eſt quòd Latera quidem, quę ex oppoſito ſunt tum ea, quæ coniungunt, tũ ea, quæ coniunguntur Parallela eſſe pronuntiauit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iurè Parallelogrãmum appellauit, quemadmodũ & eam, que à rectis comprehenditur Lineis rectilineam nuncupauit.

Quid ſit ꝓpriè Parallelogrãmum, & quid ſit Parallelogrammũ apud Euclidem.

Et eſt manifeſtum quòd Elementorum quidem inſtitutor Parallelogrãmum in Quadrilateris poſuit. Animaduerſione autem dignum eſt, nunquid omne etiam Rectilineum, quod ex paribus conſtat Lateribus cùm æquilaterum, atque æquiangulum fuerit, Parallelogrãmum dicendum ſit. habet

enim

enim hoc quoque Latera, quæ ex oppoſito iacent, æqualia, & Parallela: nec non Angulos, qui ſunt ex oppoſito, ęquales. Exempli cauſa Sexangulum, & Octangulum, & Decangulum. ſi enim Sexangulum a b c d e fintelexeris, rectamqúe Lineam a c coniunxeris, ipſam a f, ipſi c d Parallelam oſtendes. Angulus enim, qui ad b Signum, vnus eſt Rectus, & tertia Recti pars, & vnus quiſque Sexanguli Angulus, cùm æquiangulum fuerit. æquale præterea eſt Latus a b Lateri b c, æquilaterum enim eſt poſitum. vterque igitur Angulorum b a c, b c a tertia Recti pars eſt. Anguli ergo f a c, a c d Recti ſunt. Quapropter ipſa a f ipſi c d Parallela eſt. Similiter autem reliqua etiam, quę ex oppoſito ſunt Latera, Parallela eſſe oſtendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis. Si itaq; Parallelogrammum eſt quod à Parallelis ex oppoſito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit. † Quòd autem apud Elementorum inſtitutorem Parallelogrãmum quadrilaterum eſt, patet. Fit autem perſpicuũ in illo potiſſimùm Theoremate, in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Baſim, & in eiſdem eſt Parallelis, Trianguli duplum eſſe. hoc enim in ſolis Quadrilateris verum eſt.



† Præter quã quòd ex Sẽtẽtia Elemẽtorũ ĩſtitutoris omne Parallelogrãmũ manifeſtum Quadrilaterum eſt.

TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

TEXTVS

Parallelogramma, quæ Super eadem Baſi ſunt, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propõ. 35. Theo. 25.

Com. 9.

QVemadmodum Theorematum alia quidẽ vniuerſalia, alia verò particularia eſſe dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes ſubiungebamus quòd etiam alia quidem Simplicia, alia verò Compoſita, quidqúe horum vnumquodq; ſit oſtendebamus, ita ſanè iuxta aliam diſtinctionem alia quidem Localia eſſe dicimus, alia verò non Localia. Voco autem Localia quidem, quibuſcunq; idem Symptoma in toto quodam loco accidit: Locum verò, Lineę, vel Superficiei

In Superiori cõmẽto, & ĩ cõ. 9. libri 3. Theorematũ alia Localia, alia nõ Localia.

Quis ſit Locus Geometric⁹. Localium Theorematũ diuiſio. Linearum alię Planę, aliæ Solidæ.

Præſens Theorema & Locale, & in Lineis Locale, et Planum eſt. Theorema Locale, & ĩ Lineis Locale, & Solidum. Qua d' cauſa Theoremata Localia Ideis Chryſipp⁹ aſſimilauerit.

Cauſa qua Euclides ĩ hoc libro Theoremata localia Plana ĩ rectis Lineis tãtùm tradat, in tertio aũt ea etiam q̃ ĩ Circũferẽtiis cõſtituũt, & habes hic diuiſionẽ localiũ ĩ Lineis Planorũ Theorematum. ꝙ alia in rectis, alia in Circunferentiis.

ſitum, qui vnum, idemq́ue Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis conſtituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum aliæ quidem ſunt Planæ, aliæ verò Solidæ, Planæ quidem quarum ſimplex eſt in Plano intelligentia, vt ipſius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ ſectione apparet, vt Cylindricę Helicis, Conicarumq́ue Linearum, dicerem vtique eorum etiam, quę in Lineis conſtituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò ſolidum. Præſens igitur Theorema & Locale eſt, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus eſt Parallelogrammorum, quæ ſuper eadem Baſi conſtituuntur. quę ſanè ęqualia quoq; inter ſe Elementorum inſtitutor oſtendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale ſit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inſcribuntur, æqualia ſunt. quòd enim Hyperbole ſolida ſit Linea, patet. Coni ſiquidem Linea eſt. Huiuſcemodi itaque Theoremata (vt ait Geminus) Ideis Chryſippus aſſimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehenſio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, ſi infinita ſuper eadem Baſi Parallelogramma intelligantur, omnia ſibi inuicem æqualia oſtendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum inſtitutor præſens adſcripſit. & videtur cùm ad modum Elementi iuxta omnes diuiſiones Theoremata varietate diſtinguat, iurè neque huiuſcemodi ipſorum ideam prætermiſiſſe. Veruntamen cùm in præſentia quidem de Rectilineis ſermo ſit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cùm ea, quæ de Circulis, eorumq́ue Symptomatibus contemplari poſſunt pertractet, ea etiam, quæ in Circunferentijs conſtituuntur Localium ſimul, & Planorum Theorematum docebit. tale ſiquidem in illis eſt quod ait, Qui in eodem Segmento ſunt Anguli, inter ſe ſunt ęquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti ſunt. nam ſi infiniti quidem Anguli in Circunferentia conſtituti fuerint eadem exiſtente Baſi, omnes oſtenduntur eſſe æquales. Si verò quod à Baſi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes eſſe oſtenduntur. & illa quidem proportione reſpõdent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ ſuper eadem Baſi, & in eiſdem ſunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè quærendorum talis eſt, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncupatur.

patur. Fortaſſe autẽ omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiuſce contemplationis ſunt rudes, ſi Parallelogrãma Super eadem Baſi, in eiſdemq́ue Parallelis conſtituta, ſibi inuicem æqualia ſunt. quomodo enim hoc fieri poteſt, quippe cùm Spatiorum, quæ ſuper eadem Baſi conſtituuntur longitudo in infinitum creſcat? quantùm nanq; Parallelas producimus, tantùm Parallelogrammorum quoq; Longitudines augere poſſumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatiorum æqualitas maneat, non immeritò forſan aliquis quærat. nam ſi Latitudo quidem eſt eadem, Baſis ſiquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Eſt igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis ſequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis diſciplinis appellãtur. executi ſunt enim Mathematici quoq; in Theorematibus, quemadmodũ Stoici in Argumentis Locũ, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema è numero eorum eſſe, quæ huiuſcemodi ſunt. Stupet itaq; vulgus ſtatim cùm Longitudo multiplicata Spatiorum æqualitatem non deſtruit, eadem exiſtente Baſi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuenda'ue Spatia. quantùm enim Angulos inæquales efficimus, tantùm Spatium magis diminuimus, ſi Longitudo, Latitudoq́ue eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus eſt, vt æqualitatem ſeruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum a b c d, & producatur Latus a c in infinitum, ſitq; hoc fortaſſe rectangulum, & in Baſi b d alterum cõſtituatur, ſitq́ue illud b e f d. Quòd itaque aucta ſit Longitudo, conſtat. maius enim eſt Latus b e, Latere a b, cùm Angulus, qui ad a Signum eſt, rectus ſit. verùm hoc neceſſariò factum eſt, inæquales ſiquidem facti ſunt Anguli ipſius b e f d Parallelogrammi, & alij quidẽ Acuti, alij verò Obtuſi. hoc autem euenit eò quòd b e Latus accedit quodammodo ad Latus b d, Spatiũq́ue contrahit. Sumatur enim verbi cauſa ipſi a b, æqualis b g, Parallelaq́ue per Signum g, ipſi b d ducatur, quæ ſit g h. Eſt igitur & Longitudo Parallelogrammi b d g h Longitudini Parallelogrammi a b c d æqualis, Latitudoq́ue eadem,

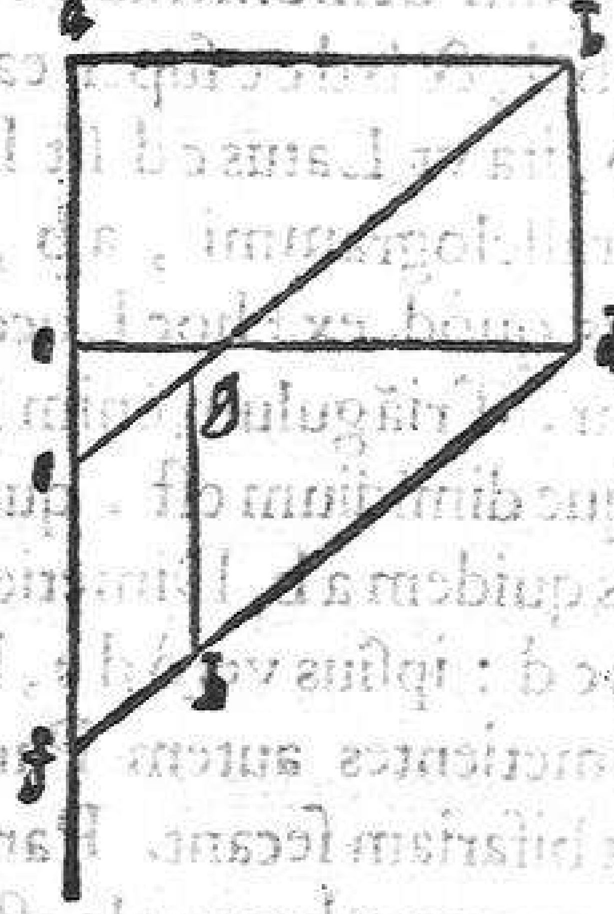
Dubitatio rudium.

Præſens Theorema è è numero admirabilium i Mathematicis Theorematum.

Quid ſit Locus admirabilis, apud Mathematicos, & apud Stoicos.

Reſpõſio ad dubitationẽ rudium.

Dẽmõſtrat quòd Longitudinis accretione opus ẽ ad Spatiorũ æqualitatẽ ſeruandã.



Spatiũ

Terminus accretiõis Lõgitudinis Parallogrãmorum ęqualiũ, eſt locꝰ ipſe Parallelarũ Linearum. Pulchrũ.

Iſoperimetrorũ Parallelogrãmorum Quadrangulũ quidẽ maximũ ẽ, Rhomboides verò minimũ.

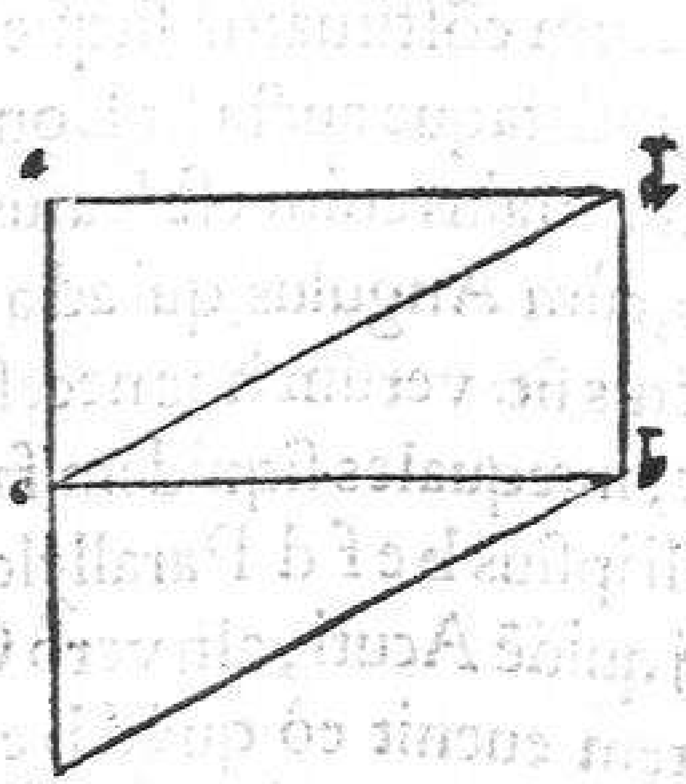
Ex hoc loco, & ex 13. cõ. lib. 3. habes ꝙ Procli ĩtẽtio erat totã Euclidis Elemẽtarẽ ĩſtitutionẽ exponere.

Documẽtum Trapeziũ quid.

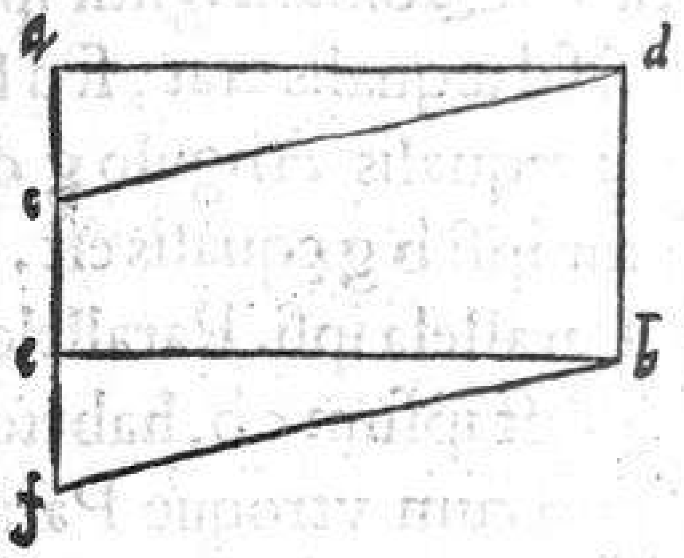
Reliq̃ duo huius Theorematis Caſus.

† ex hoc loco. id eſt rõne loci.

Spatium tamen Spatio minus. ipſo nanqúe b e f d minus eſt. Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit, Longitudinis autem accretio quantum illa abſtulit, tantum adijciens, Spatiorum æqualitatem ſeruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipſe Parallelarum Linearum Locus eſt. nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis exiſtentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius eſſe oſtenditur: æquilateris verò ambobus exiſtentibus, & ęqualem habentibus Ambitum, quod eſt rectangulum maius eſſe oſtenditur eo, quod rectangulũ non eſt. Angulorum nanqúe rectitudo, & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia. Vnde ſanè Quadrangulum quidem ijs omnibus, quæ equalẽ Ambitum habent maius eſſe videtur: Rhõboides verò, cunctis minus. At hæc quidem alias oſtendemus. magis enim Suppoſitionibus ſecundi Libri conueniunt. Quò ad præſens autem Theorema ſciendũ eſt quòd Parallelogrãma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera. in præſentia ſiquidem de Areis ſermo eſt: & quòd nunc primùm in huiuſce Teorematis Demonſtratione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifeſtum etiam fit, quòd non ab re in Suppoſitionibus hoc quoq; quid nam ſit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum. quòd enim quę ex oppoſito ſunt Latera, & Angulos non habet æqualia, è Parallelogrammorum excidit ordine. Elementorum itaque inſtitutor cùm difficiliorem Caſum elegiſſet, Propoſitum demonſtrauit. Siquis autem dicat, ſint Parallelogramma a c b d, & b d c e ſuper eadem Baſi d b, ita vt Latus c d ſit Dimetiens Parallelogrammi, a b, oſtendemus quòd ex † hoc Loco æqualia ſunt. Triãgulum enim b c d, vtriuſque dimidium eſt. quoniam ipſius quidem a b, Dimetiens eſt Latus c d: ipſius verò d e, Latus c b. Dimetientes autem Parallelogrãma bifariam ſecant. Parallelogrãmum ergo a b æquale eſt Parallelogrãmo d e. Rurſus ſiquis ſupponat Latus a c ipſius a b Parallelogrammi ſecari à Latere d c, ſicqúe iacere Parallelogramma quemadmodum ipſa a d b e, b d c f, oſtendemus quòd hæc etiam ęqualia ſunt.



cùm



cùm enim Latus a e Lateri c f æquale ſit, vtrunq; enim cùm ex oppoſito iaceat, æquale eſt Lateri d b. Auferatur communis c e recta Linea. Aequalis eſt igitur a c, ipſi e f. Verùm a d etiã ęqualis eſt ipſi e b, & Angulus c a d Angulo f e b. Parallela enim eſt a d, ipſi e b. & Baſis igitur c d, Baſi f b æqualis eſt, totūq́ue a d c Triangulū toti e b f Triangulo eſt ęquale. Cōmune adijciatur c b Trapeziū. Totū igitur a b, toti d f inęquale non eſt. Et vides quòd iſti tres ſoli ſunt Caſus. Latus enim d c aut ſecat Latus e b, vt Elementorum inſtitutor accepit: aut in Signum e cadit, vt in penultima deſcriptione: aut ſecat Latus a e, vt in præſentia ſuppoſuimus. & iuxta omnes Caſus Theorema verū eſſe oſtenſum eſt, † niſi quòd duplex Trapeziorum differentia cùm ſit, & alia quidem neutrū oppoſitorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezijs, quæ apud Geometram ſunt, in præſentiq́ue deſcriptione altera eſt Species. ipſa enim c e, ipſi d b eſt Parallela.

Cauſa cur tres ſoli ſint Caſus hui⁹ Theorematis.

†. Rurſus quòd Nota qđ Proclus Trapezia, & Trapezoidea cō muni noīe Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide ēt cō. 18. lib. ſecūdi.

TEXTVS

Parallelogramma, quæ ſunt ſuper æqualibus Baſibus, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propó. 36 Theo. 26.

Com. 10.

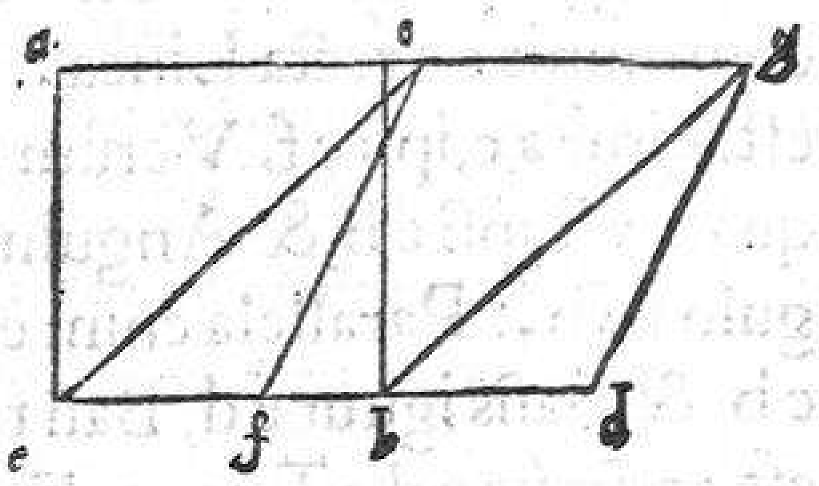
Præcedens quidem Theorema eaſdem Baſes accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus eſt Parallelogrãma in eiſdē ſupponere Parallelis. Oportet igitur ipſa neque intra ſubiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neq; extra. Parallelogramma enim in eiſdem dicuntur eſſe Parallelis, cùm Baſes ipſorum, & quæ his ex oppoſito iacent Latera eiſdem Parallelis coaptantur. Cęterùm Elementorum quidem inſtitutor cûm Baſes omnino ſeparatas ſuſcepiſſet, Theorema oſtendit. Nihil autē impedit ita etiam ipſas ſuppoſitas accipere, vt quandam cōmunem habebant partem. ſint enim a b, c d Parallelogramma, ſuper ęqualibus Baſibus e b, f d communem partem habentibus, & in eiſdem Parallelis, dico quod æqualia ſunt. Connectantur e c, b g rectæ Li-

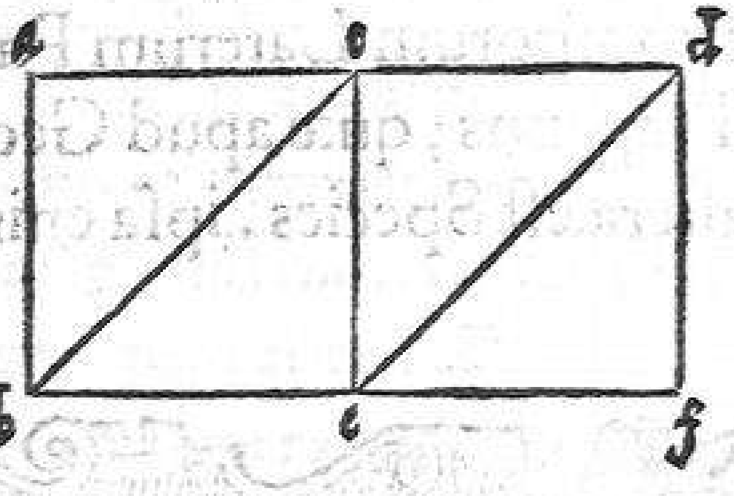
Cōmunitas, & differētia pręſentis, & pręcedētis Theore.

Qūo Parallogrāma ī eiſdē dicāt eſſe Parallelis.

Reliq duo Caſus hui⁹ Theore.

neæ. Quoniam igitur ipſa e f, æqualis eſt ipſi b d, etenim Baſis e b Baſi f d æqualis erat, ſed Latus c f Lateri d g eſt æquale, & Angulus c f e æqualis Angulo g d b, & c e igitur ipſi b g ęqualis eſt. eſt autem & Parallela ipſi. Parallelogrammũ ergo eſt ipſum c b, habetq́ue eandẽ Baſim cum vtroque Parallelogrãmorum a b, c d, & in eiſdem eſt Parallelis. Parallelogrammum igitur a b Parallelogrammo c d eſt ęquale. Si quis autem neque communem habentes partem, neq; à ſe inuicem ſeparatas Parallelogrãmorum Baſes ſupponat, verùm quod ſolùm reliquum eſt ſe inuicem tangentes in vno Signo, vt in Parallelogrãmis a e, e d, dicemus quòd Baſis b e, Baſi e f, & Lateri c d eſt æqualis. Quamobrem & recta linea c b, rectæ Lineæ d e æqualis, & Parallela eſt. quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipſæ, Parallelęq; ſunt. Parallelogrãmum igitur eſt ipſum b d, & eſt ſuper eiſdem Baſibus, & in eiſdem Parallalelis cum ipſis c b, d e Parallelogrammis. Aequalia ergo ſunt c b, d e Parallelogramma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Conſtructiones diuiſimus cùm dicebamus Baſes aut communem habere partem, † aut tangere tantùm ſe inuicem, aut à ſe inuicem diſtare. Fieri autem poteſt vt quanuis ſe ſe tangant quemadmodum ipſę b e, e f, totum d e Parallelogrãmum extra Latus c e ſupponatur, vel c e Latus congruens ipſi a e rectæ Lineæ, vel Latus c e ſecans Latus a c, vel Latere a c producto vſque ad Signum h Latus c e cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi h e, quando & d f Latus idem fuerit cum recta Linea a f, vel c e Latus ſecans Latus a h, vel a h Latere producto vſque ad k Signum Latus c e cadens extra Signum h, & Latus d f ſecans Latus a h * vel congruens *



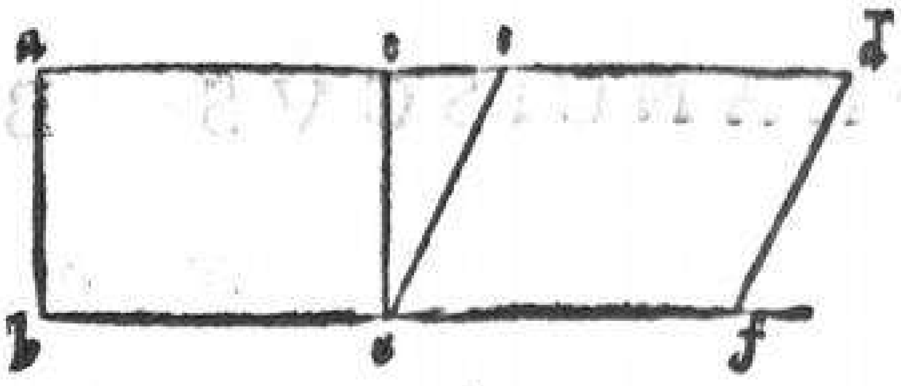


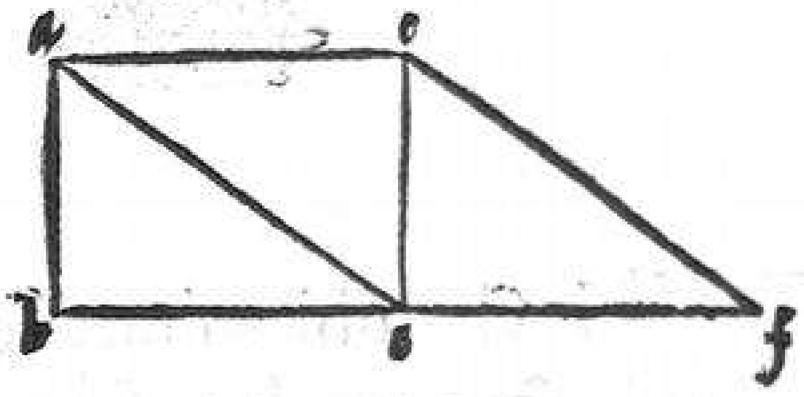
Diuiſio triũ huius Theo. Caſuũ, & primò vltimi.

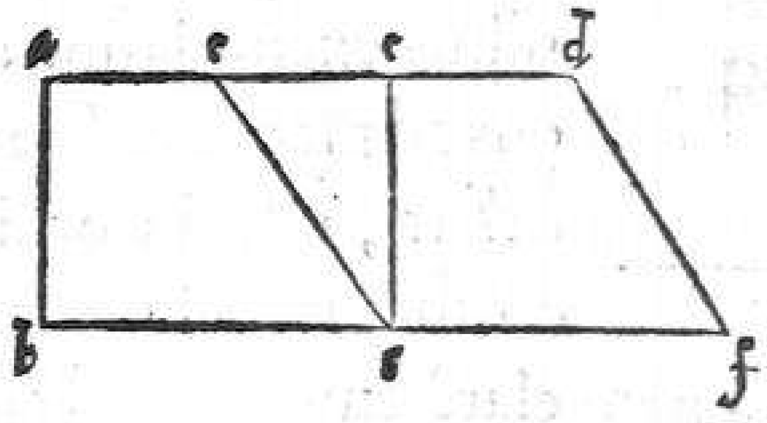
† aut à ſe iuicẽ ſeparatas eſſe, aut tãgere tm̃ ſe inuicem.

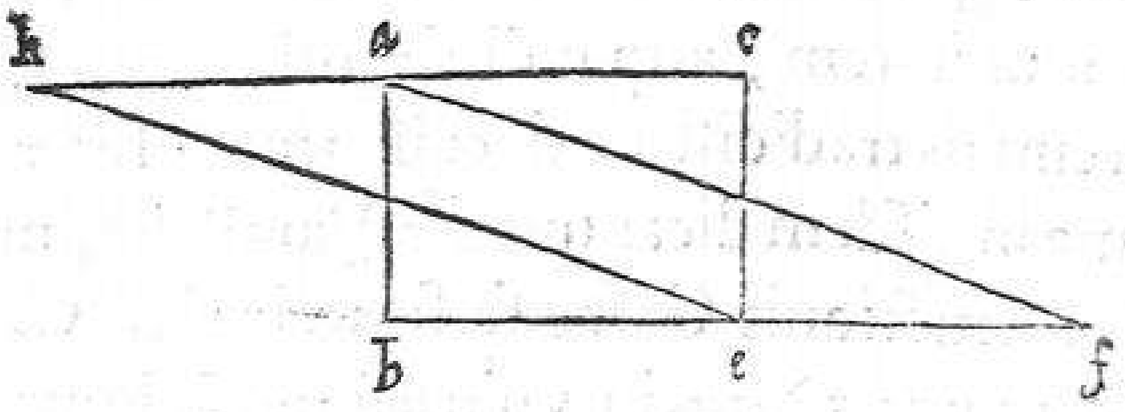
* * *

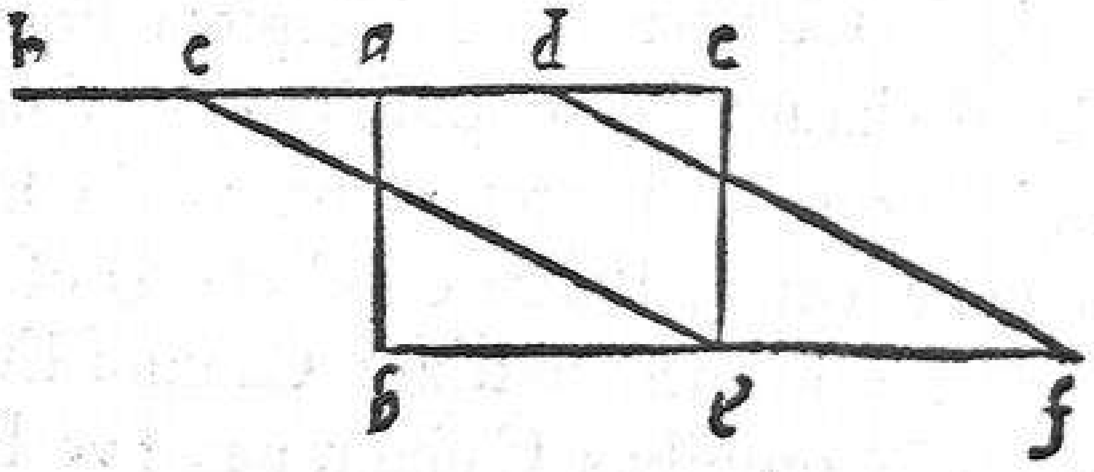
Fran-

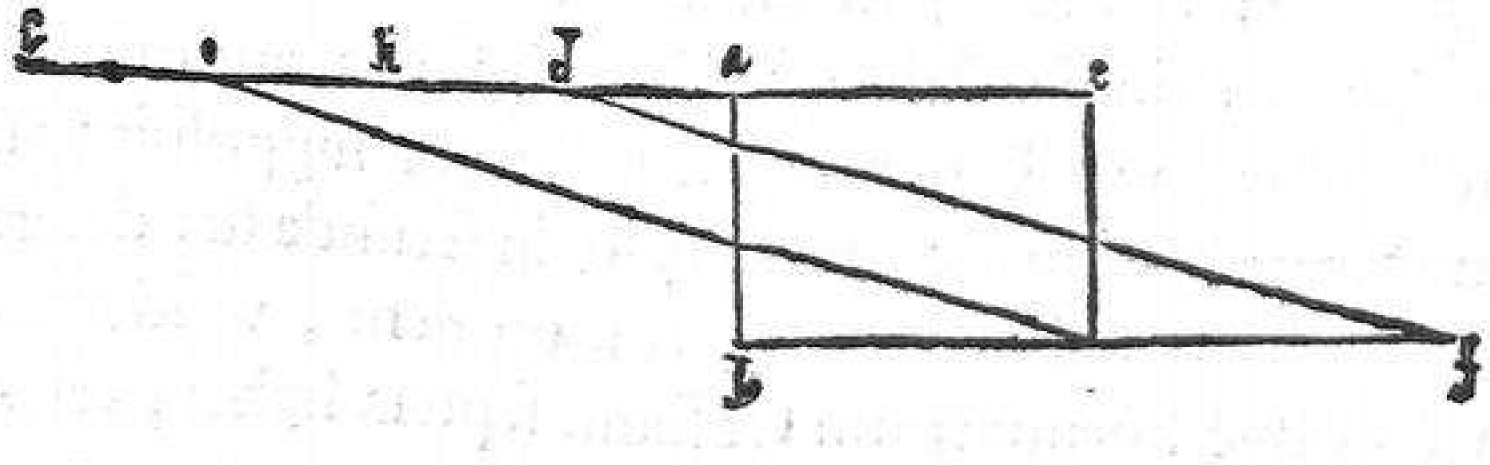

a
e
i
d
b
e
f


a
c
b
e
f


a
e
c
d
b
e
f


k
a
c
b
e
f


h
c
a
d
e
b
e
f


g
e
h
d
a
c
b
f

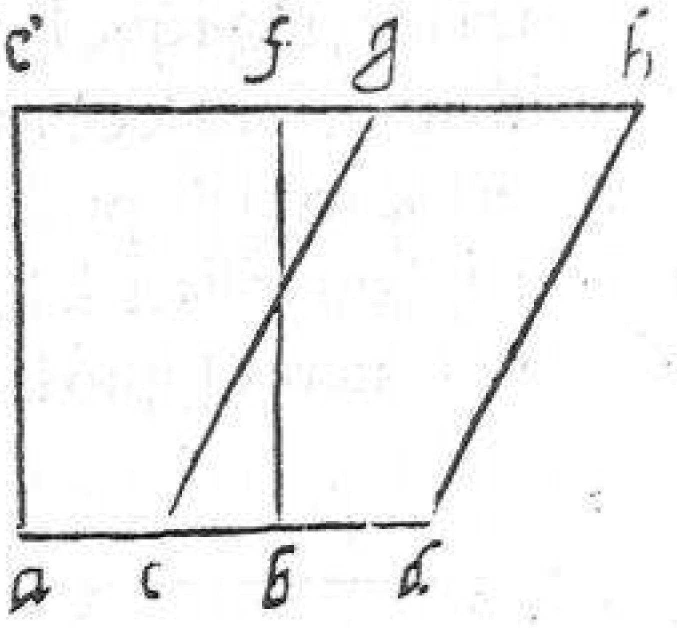
FRANCISCVS BAROCIVS

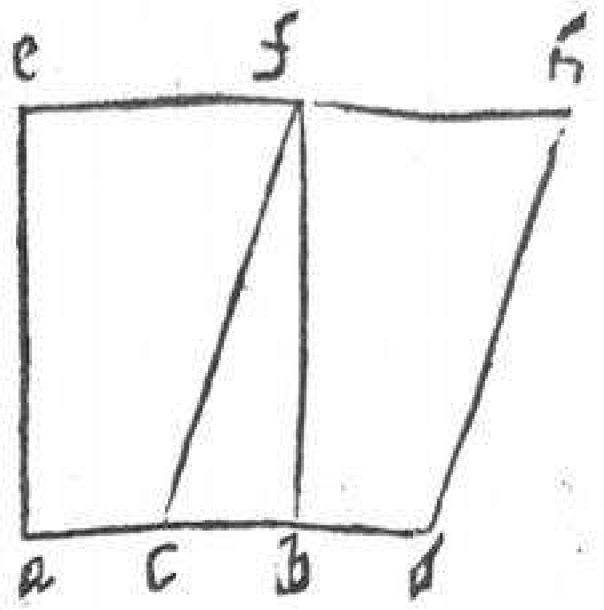
AD LECTOREM.

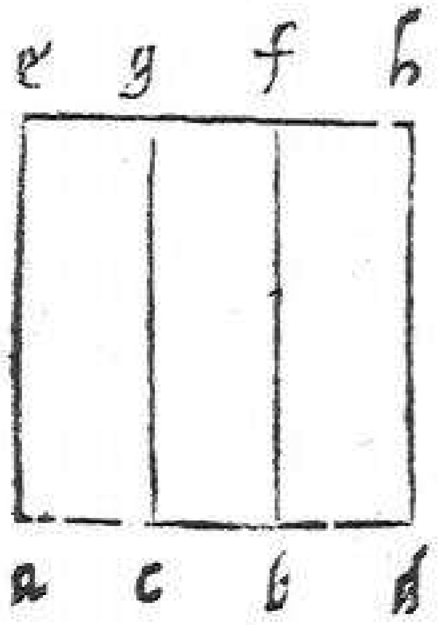
Scholii

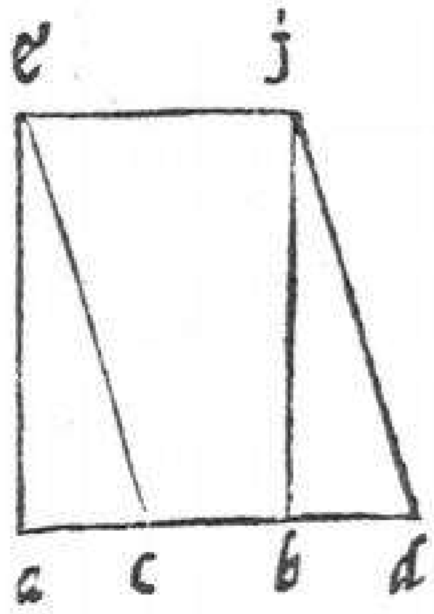
Diuiſio Caſuum.

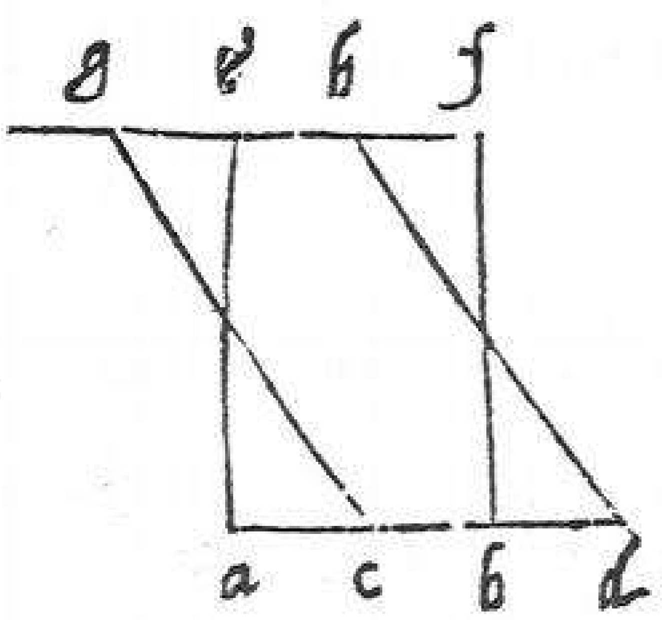
HIC tibi animaduertendum eſt candide Lector, quòd præſens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum eſt in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vſque tempus ad manus noſtras peruenere. ideo quale ſe ſe offert, tale in ordine ſuo imprimendum eſſe cenſui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoſcas, nonnulla ſunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur ſi integrum eſſet, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noſter primùm communitatem, atque differentiam præſentis, & præcedentis Theorematis tradidiſſet, docuiſſetquè obiter quomodo Parallelogramma in eiſdem dicantur eſſe Parallelis, more ſuo ad exponendos Conſtructionis Caſus ſe ſe accinxit. Caſus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuerſum, & iuxta primam animi notionem ſe ſe nobis offerunt, è quorum numero vnus quidē eſt ille, quem Euclides in ſua Conſtructione ſuſcepit: reliqui verò duo ſunt ij, quos Proclus declarare ſibi propoſuit. quos ſanè cùm declarauerit, & oſtenderit quòd Theorema vniuerſè in his tribus Caſibus veritatem nanciſcitur, ſtatim quod erat conſequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Caſuum Diuiſionem vnà cum Theorematis in omnibus Caſuum partibus Demonſtratione. Verùm Diuiſio quidem talis eſt. Quum Parallelogrammorum ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemquè Parallelis exiſtentium tres ſint Conſtructionis Caſus, & Baſes ipſorum aut omnino à ſe ſe diſiunctæ ſint, vt Elementorum inſtitutor ſuppoſuit: aut in vno tantùm Signo coniunctæ, vt Proclus in ſecunda ſua deſcriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Caſuum ſeptem habet partes.

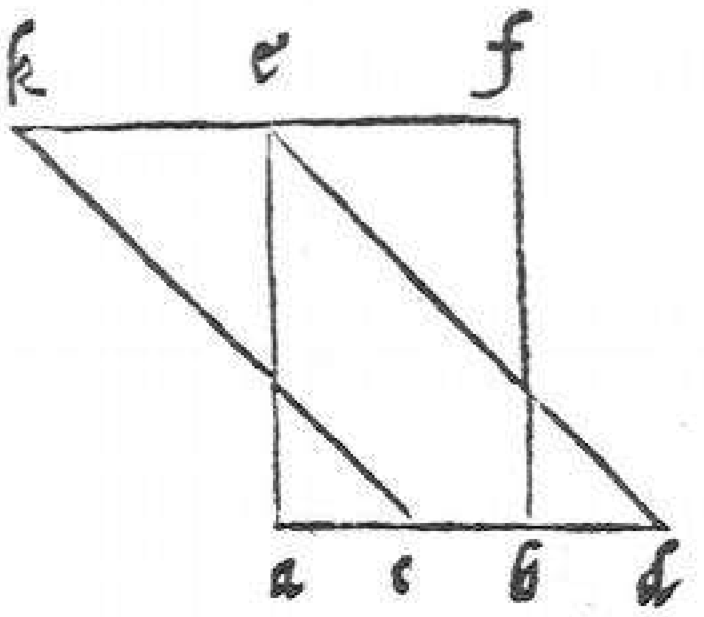


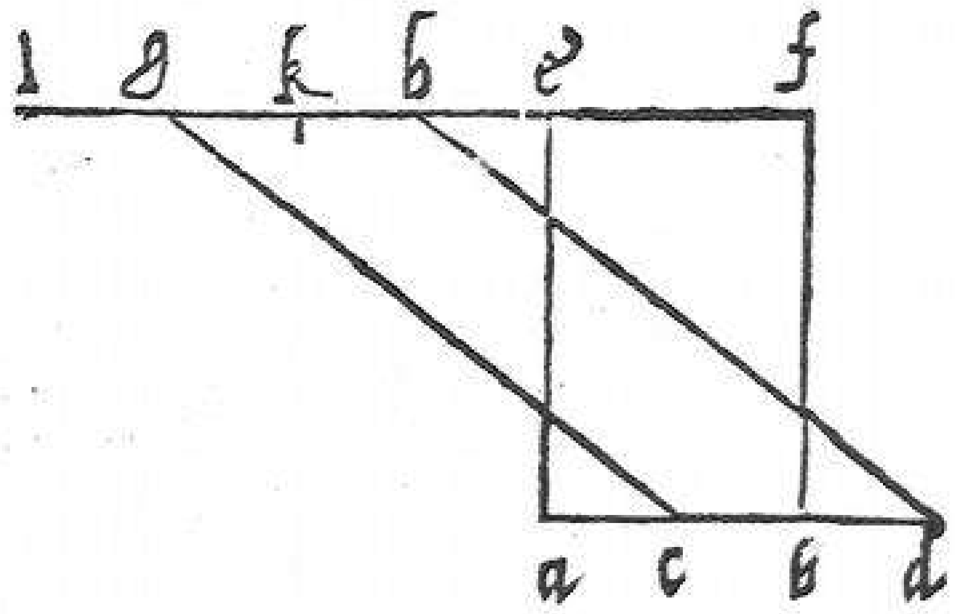








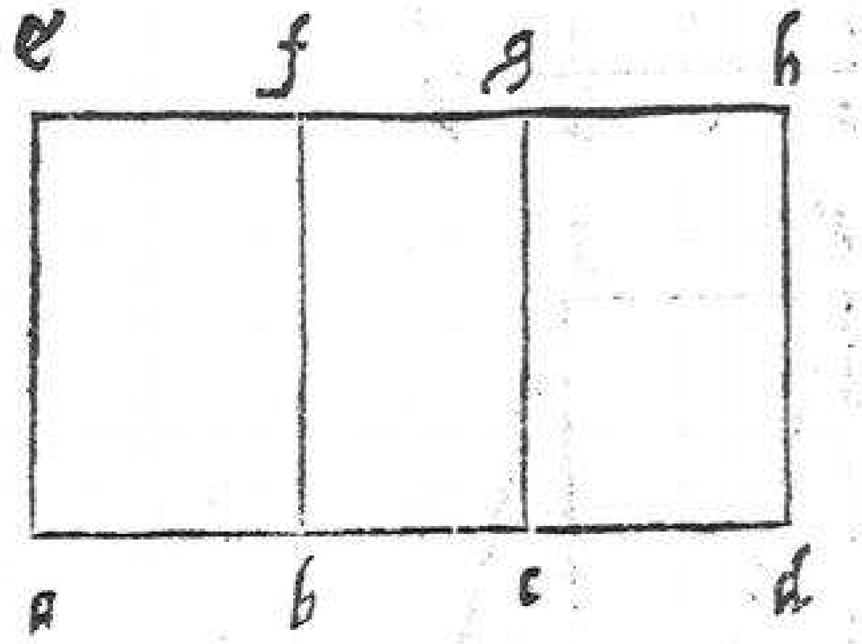


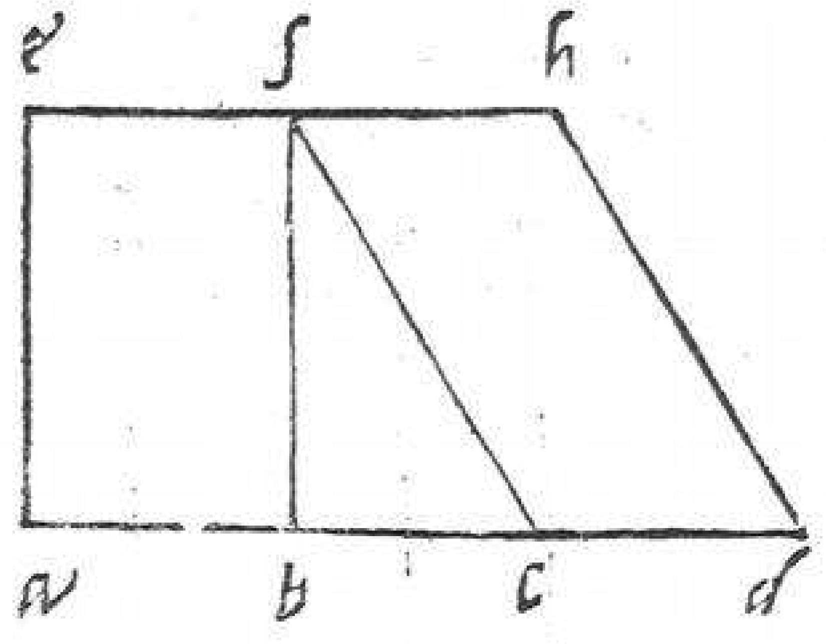


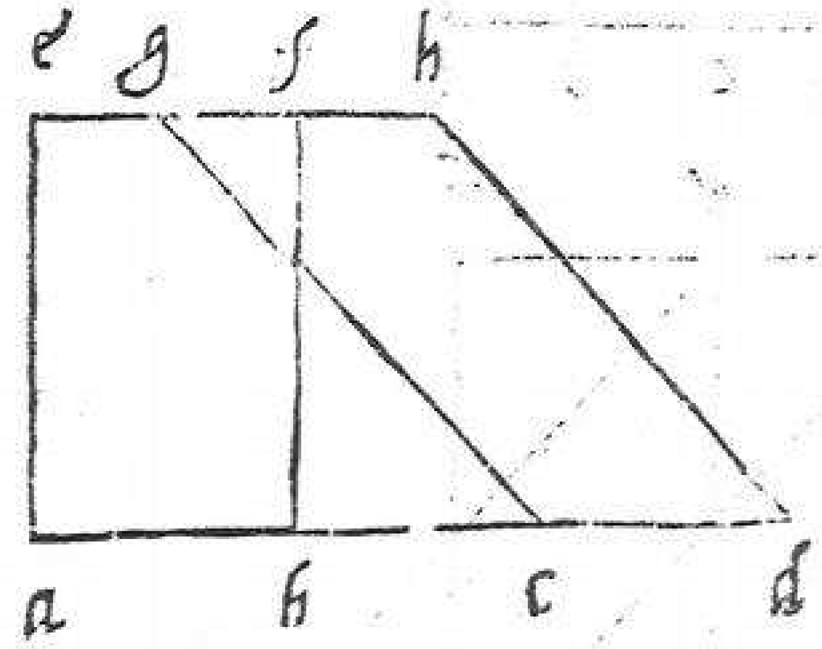
nam ſi quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipſę a b c d Latera ſanè hiſce Baſibus oppoſita, quę ſint e f, g h, aut ita à ſeſe diſtant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipſum ſcilicet f g: aut in vno tantùm Signo, inquo coincidunt etiam Signa f g: nempe in Signo f coniuncta ſunt, vt ipſa e f, f h: aut quandam habent partem communem, vt puta ipſam g f: aut ſibi inuicem congruunt, & tunc Signa g h coincidunt cum e f Signis: aut Producto Latere e f, & poſita Linea k e æquali ipſi e f, Latus g h communem habet partem & cum Latere e f, vt ipſam e h, & cum Linea k e, vtpote ipſam g e:

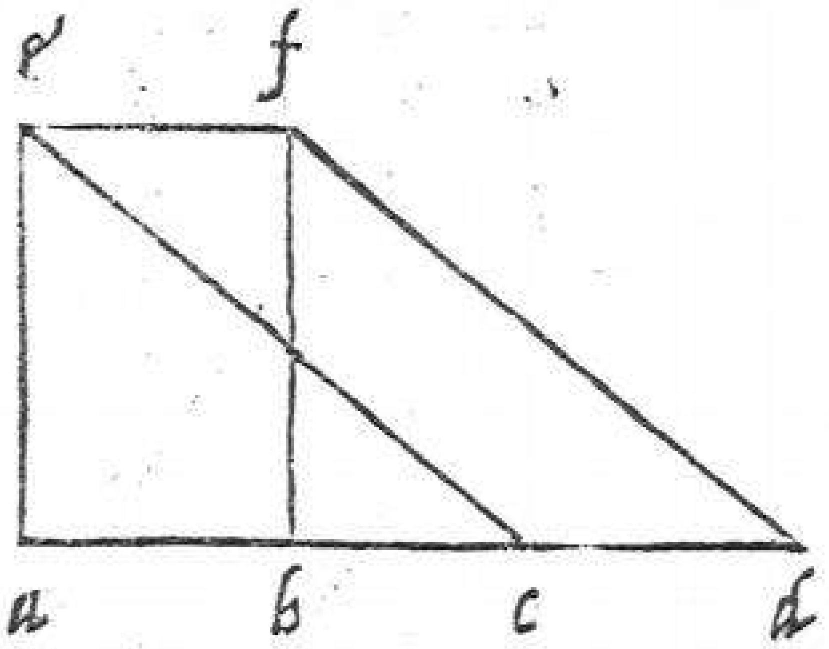
aut

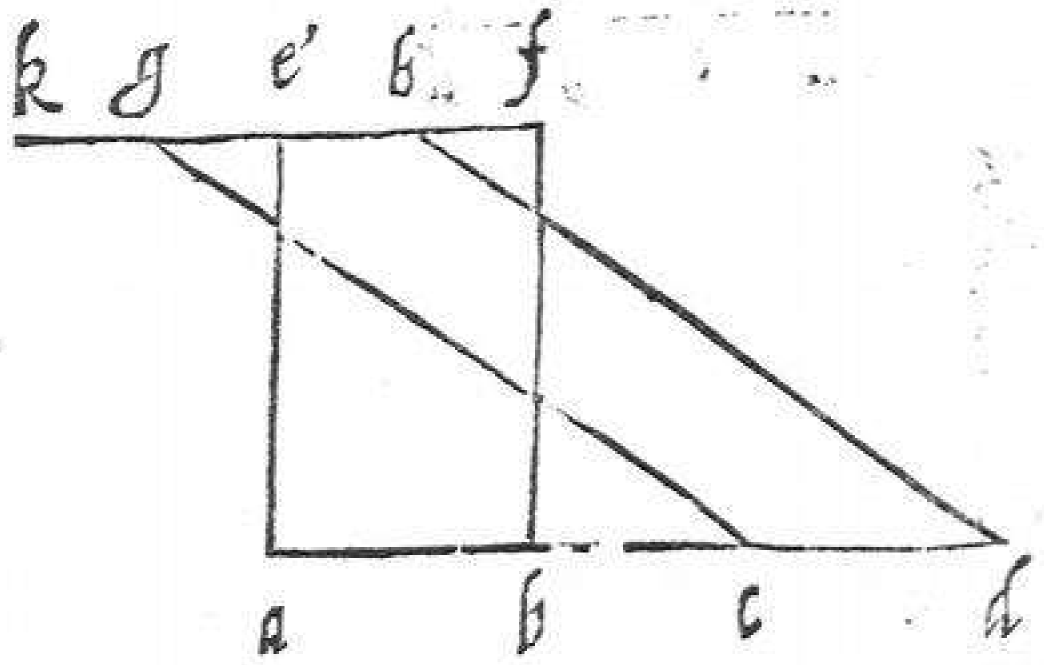
aut totũ Latus g h cadit ſuper tota Linea k e, tãgitq́ue Latus e f in Signo e tantùm, & tunc Signa g h coincidunt cũ ipſis k e Signis: aut producta rurſus Linea k e, & poſita Linea l k æquali ipſi k e, Latus g h partẽ habet cõmunem & cũ Linea k e, ipſam ſcilicet k h, & cũ Linea l k, vt ipsã g k, & tunc Latus g h diſtat à Latere e f, ipſo h e interuallo.

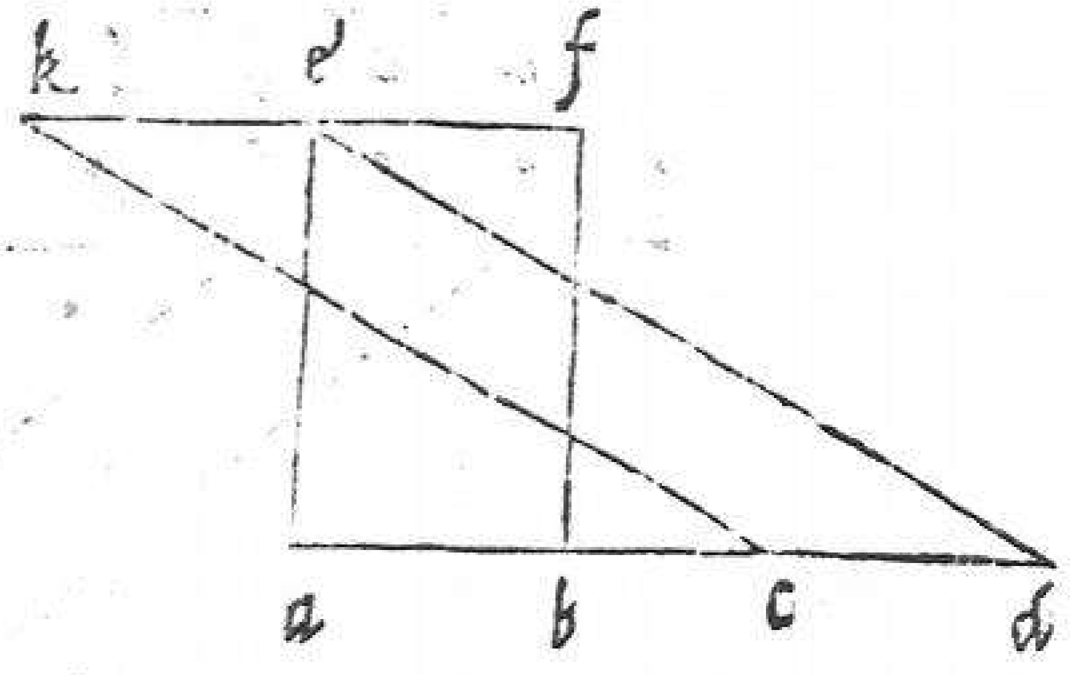


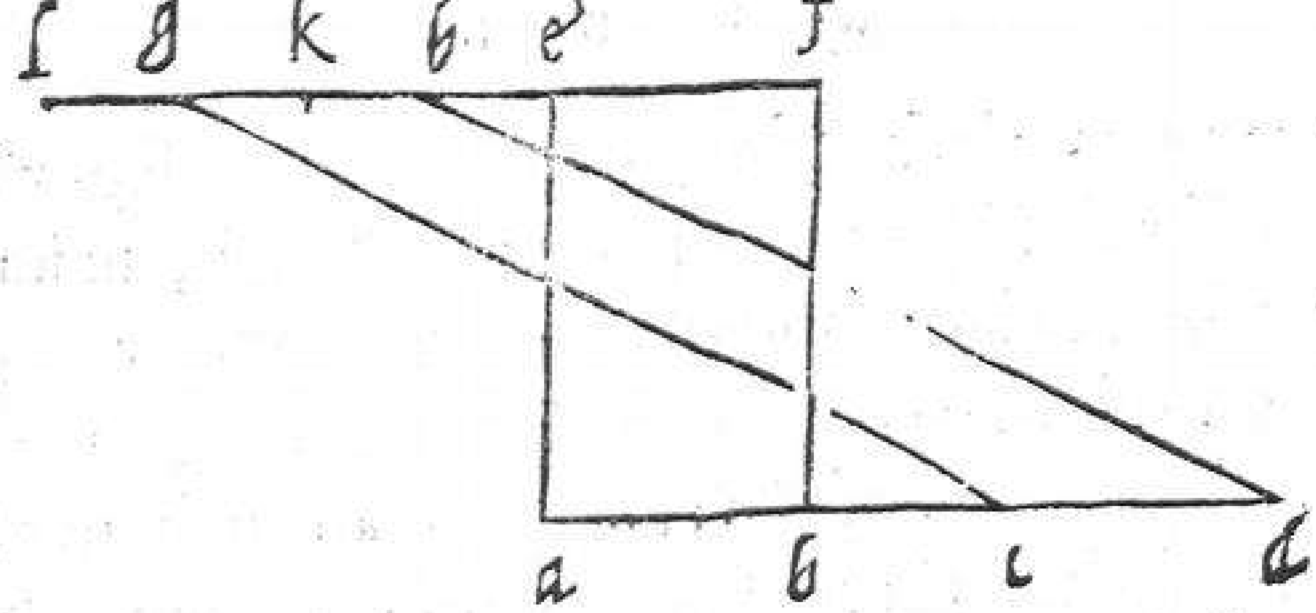












Si verò penitus à ſe ſe disiunctæ fuerint, vt ipſæ a b, c d, Latera porrò e f, g h, quæ hiſce Baſibus è regione ſunt, aut & ipſa à ſe ſe diſtant in-

terual-

teruallo f g: aut in vno duntaxat Signo ſe ſe tangunt, videlicet in Signo f, cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtputa ipſam g f: aut Latus g h cadit ſuper Latere e f, coincidendo Signa g h cum e f Signis: aut producto Latere e f, & poſita æquali k e Linea ipſi e f, Latus g h cõmuni fruitur parte tum quidem cum Latere e f, ipſa ſcilicet e h, tum verò cum Linea k e, nempe ipſa g e: aut Latus g h congruit Lateri k e, & Signa g h eadẽ ſunt cum Signis k e, tangitq; Latus e f in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea k e, & poſita æquali Linea l k ipſi k e, Latus g h communem ſortitur partem ipſam quidem k h cum Linea k e, ipſam verò g k cum Linea l k, tuncqúe Latus g h à Latere e f interuallo h e diſtat. Si autem in vno tantùm Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum eſt, Septem iterum modis Caſus ipſe varietatem ſuſcipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclũ ipſum videre potes, in fine enim Diuiſionis huius Caſus cõmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem eſt Diuiſio Caſuum, quam aggreſſus eſt Proclus noſter in pręſenti commentario, in quo non extat niſi Caſus illius Diuiſio, qui Baſes æquales Parallelogrammorum in vno tantùm Signo coniunctas ſupponit: reliquorum autem duorum Caſuũ diuiſiones cum Demonſtrationibus Theorematis in Singulis Caſibus deſiderantur, forſan cum quadam etiam pulchra conſideratione, aut documento in fine cõmentarij, vt autoris mos eſt. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiqúe Theoremate colligi poſſunt, quæ ad vniuerſam Geometriam maximè conducunt. Verumenimuero de Diuiſione quidẽ hęc ſufficiãt. Demõſtrationes autẽ pręſentis Theorematis iuxta ſingulas Caſuũ partes tũ quia faciles ſunt, tũ breuitatis cauſa in pręſentia ſilentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs noſtris diffuſius, & ſingillatim eas examinare. Hęc erãt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cõmentarij, quod ſi aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnà cum ſequentis vndecimi cõmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum eſt, te participem facere polliceor.

Quę deſit i 11. Procli cõmentario.

SEQVVNTVR PROCLI COMMENTARIA.

TEXTVS

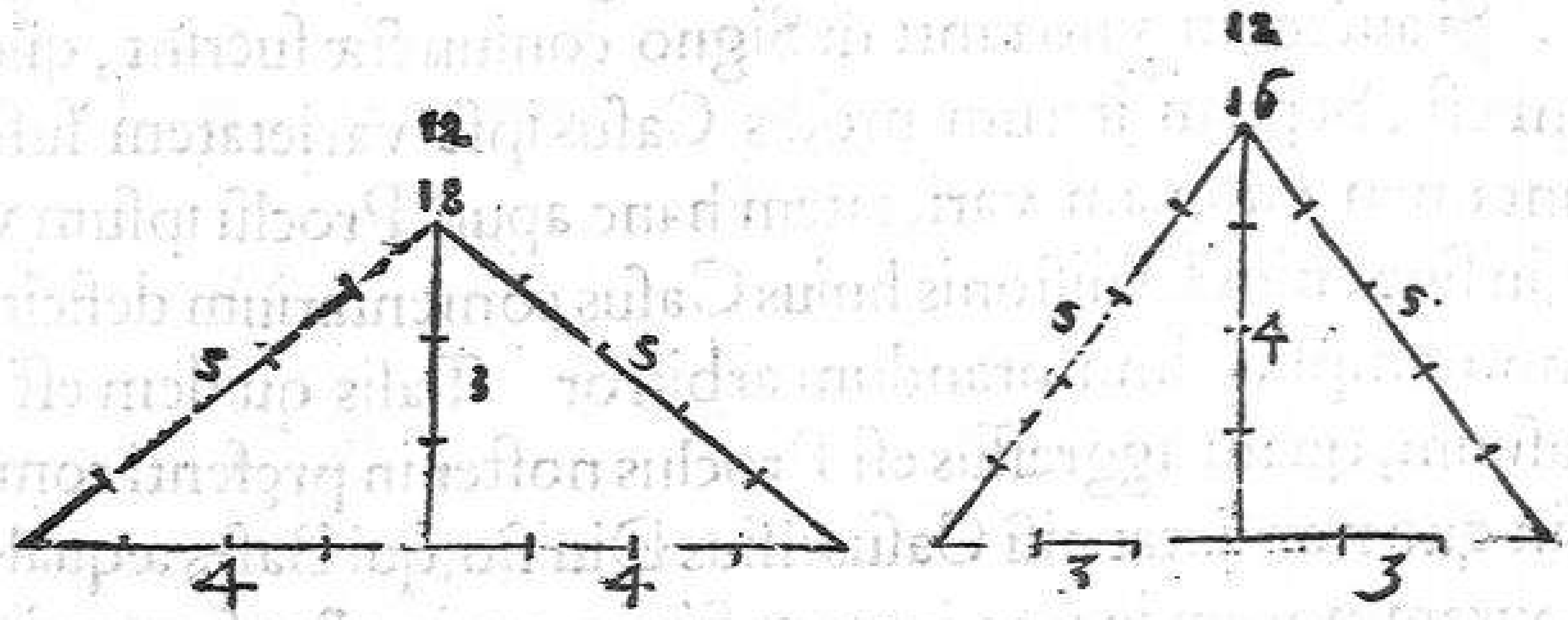
Triangula, quæ ſuper eadem Baſi ſunt, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propõ. 37 Theo. 27.

Initium huius Commentarii Deſideratur.

* * *

Com. 11. * affirmant. æqualibus nanque illis exiſtentibus, Spatia inęqualia: & inęqualibus, ęqualia oſtenduntur. Tale autē quid Chorographi Chorographorū hallucinatio. perpeſsi ſunt Vrbiū magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Olī verò quidam poſſeſsionum participes in diuiſione eos, qui vnà cū ipſis diuidebāt deceperūt, quippe qui Ambitus exceſſu abuſi ſunt, pluráqꝫ Idē in lib. tertio in com. 8. ſumpſerunt cùm peragrātes eam ſuſcepiſſent poſſeſsionē, quę à maiori Ambitu continebatur: Aream autem cùm in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutaſſent, optimi exiſtimati fuere.



duobus enim ęquicruribus Triãgulis propoſitis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Baſim verò ſex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Baſim verò octo eorundem, verbi graria cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò ſedecim earundem menſurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia ęqualia ſunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtrunqꝫ ſiquidem duodecim eſt. ſi enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Baſes diuides, efficieſque in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Baſis dimidium: ipſam autem Perpendicularem è contrario, illic quidem quatuor, hîc verò trium. oportet ſiquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atqꝫ ei, quod à Baſis dimidio fit eſſe æquale. Verùm ſi hoc quidē trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & ſi hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cùm igitur Perpendiculari Baſis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio † æquale Triangulo Spatiū habebis. eſt æquale habebis. hoc autem iuxta vtrunqꝫ idem eſt ſiue Ternario Quaternarium, ſiue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta ſunt ad oſtendendum quòd Spatiorum æqualitas non

omni-

omnino ex Ambitibus accipienda eſt. ne admiremur ſi cũ Triangula, quæ ſuper eadem Baſi ſunt, iuxta reliqua Latera intra eaſdem Parallelas in infinitum augeri poſſint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eiſdem Parallelis dicenda ſunt, quæcunque ſuper altera Parallelarum Baſes cùm habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea eſt, & Baſibus Parallela ſuper eadẽ recta Linea iacentibus.

Qũo Triã gula ĩ eiſdẽ Parallelis eſſe dicantur.

TEXTVS

Triangula, quæ ſunt ſuper æqualibus Baſibus, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propõ. 38 Theo. 28.

Com. 12.

PRæſens quoque Theorema locale quidem eſt, quippe quod Parallelogrammis proportione reſpondet, & Triangulorum ſitũ ſuper æqualibus Baſibus ſupponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis oſtenſa ſunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem exiſtente Baſi, alia verò Baſibus ęqualibus exiſtentibus, vnam Demonſtrationem in ſexto libro per primum Theorema tradere, latereq́ue vulgus eum hoc facere. cùm enim hoc oſtẽdat, Triangula, & Parallelogrãma, quæ ſub eadem ſunt Altitudine, eandem habere inter ſe rationem, quam habẽt Baſes, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuerſè ex ipſa Proportione demonſtrat. eadem nanq; Altitudo nil aliud eſt niſi in eiſdem eſſe Parallelis. nam Figuræ omnes, quę in eiſdem ſunt Parallelis, ſub eadem Altitudine ſunt, & contrà. Altitudo ſiquidem eſt Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam ſe extendit. Illic itaq; per Proportionem oſtenſum eſt quòd ita ſe ſe habent Triangula, & Parallelogramma, quę ſub eadem ſunt Altitudine, hoc eſt quæ in eiſdem ſita ſunt Parallelis, vt Baſes, & æqualibus exiſtentibus Baſibus, æqualia ſunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter ſe rationem. In præſentia verò quoniam non decebat Proportione vti eum, qui nondum de ipſa docuit, contentus eſt æqualitate ſola, atq; identitate. ex æqualitate enim identitas Baſium colligitur. In vno igitur illo quatuor hęc Theoremata comprehenduntur. non ſolùm quia vna Demonſtratione oſtendit quæcunq; in hiſce quatuor continentur, verùm etiam quia † plus quid addit, identitatem vtiq; rationum, quanuis inæquales

Quid ſit Altitudo Figurarũ.

† oĩno q̄d vel ꝑfectú q̄d.

Caſus hui⁹ Theore.

Baſes fuerint. Hæc de his. Quòd autem hoc quoq; Theorema multos habet Caſus, quodqúe fieri poteſt vt Triangulorum Baſes aut eandem partem habentes ſumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruentes, iuxta verò Signum vnum ſe ſe contigentes: aut etiam omnino ſeparatæ ita vt inter ipſas Linea ſit, manifeſtum eſt ijs etiam, qui paululum intelligere poſſunt. & quòd iuxta omnes Caſus vtcunq; Baſes ſitas habeant, aut Vertices, eadem via eſt. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere vtrunq;, Triangulorumqúe æqualitatem oſtendere.

Propô. 39 Theo. 29.

TEXTVS

Aequalia Triangula, quæ ſuper eadem Baſi ſunt, & ad eaſdem partes, in eiſdem ſunt Parallelis.

Com. 13.

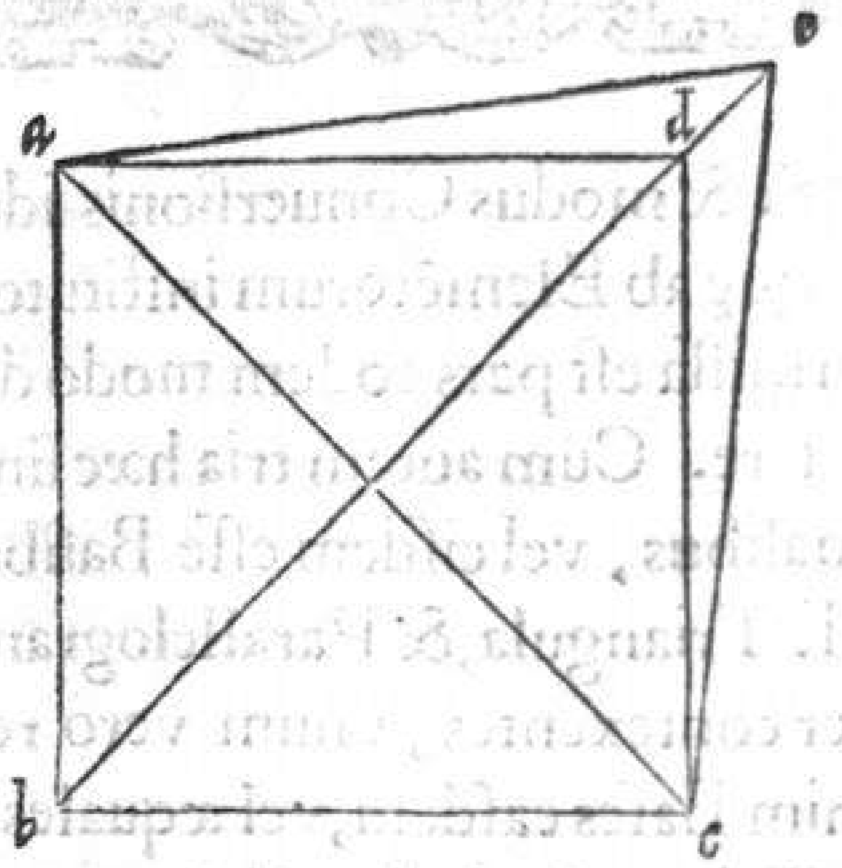
QVando quidem ęqualitatā oſtendere nobis propoſitum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis ſuſcipientes, aut ſuper eiſdem, aut ſuper æqualibus iacentibus Baſibus. Nunc autem conuertentes, quę quidem in Parallelogrammis Conuerſa ſunt prętermiſimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna cenſuimus. Cauſa verò, quoniā modus quidem Demōſtrationis idem eſt in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impoſſibile, ſimilemqúe Conſtructionem. cōtenti autem ſumus cùm in ſimplicioribus, Triangulis inquam, viam oſtenderimus, relinquere ijs, qui magis curioſi ſunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam eſſe viam facile eſt ſimul agnoſcere. nam cùm acceperimus æqualia Parallelogramma ſuper eadem Baſi, aut etiam ſuper æqualibus, dicemus quòd in eiſdem quoque ſunt Parallelis. Si enim non ſunt, aut alterutrum eorū intrà cadet productis ijs, quę in altero ſunt Parallelis, aut extrà. vtcunque autem ceciderit, cùm acceperimus illud, & quæ in eo ſunt Parallelas, oſtendemus quæ in Triangulis etiam oſtenduntur. quòd vtique Totū ſuæ parti erit æquale. hoc verò fieri non poteſt. Quòd autem iure Elementorum inſtitutor particulam illam addidit [& ad eaſdem partes] manifeſtum eſt. nam fieri poteſt vt ſuper eadem Baſi ęqualia Triangula ſummantur, vnum quidem ad haſce partes, alterū verò ad alias, attamen non omnino in eiſdem hæc ſunt Parallelis. neque enim ſub eadem Altitudine ſunt. Hanc igitur propterea adiecit

Cauſa propter quam Conuerſę 35. & 36. Propoſitionis tū ab Euclide, tū à Proclo ptermiſſæ ſunt.

Geometrica diligētia.

Reliquus abſurdæ ſuppoſitionis Caſus.

cit particulam. Cùm autem dupliciter Parallela ipſa duci poſſit iuxta abſurdam ſuppoſitionem, aut intrà, aut extrà, ipſe quidem Euclides intrà eam duxit: nos verò extrà ducentes, eadem oſtendemus. Sint enim a b c, d b c Triangula æqualia ſuper vna Baſi, ad eaſdemq́ue partes, dico quòd in eiſdē ſunt Parallelis, & quę ad vertices ipſorum connexa eſt recta Linea, Baſi eſt Parallela. Connectatur a d recta Linea. Si autē hęc Parallela non eſt, ſit quę extra hanc iacet, ipſa nempe a e, & producatur ipſa b d vſque ad e Signum, & connectatur ipſa e c. Aequale ē igitur Triāgulū a b c Triangulo e b c. Verùm Triangulum a b c ęquale eſt Triangulo d b c. Triangulum ergo e b c Triangulo d b c eſt æquale, parti Totum. At hoc fieri non poteſt. non igitur extra ipſam a d, Parallela cadet. Oſtenſum eſt autem quòd neque intra, apud Elementorum inſtitutorem. Ipſa ergo a d ipſi b c Parallela eſt. In eiſdem igitur ſunt Parallelis æqualia Triangula, quæq́ue ad eaſdem partes, & ſuper eadem Baſi ſunt. Demonſtrata eſt itaque reliqua etiam Deductionis ad impoſſibile pars. Adnotatu autem dignum eſt quòd Triplex cùm ſit Theorematum Conuerſio (aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauumdecimum, & nonumdecimum diximus: aut totum ad partem, vt ſextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauū, & quartū. non enim totū in altero Datū, Quęſitū in altero eſt: nec Quęſitū, Datū, ſed pars) videntur talia eſſe hęc quoq; Theoremata in Triangulis. erat ſiquidem Quæſitum in præcedentibus, Triangula ęqualia eſſe, hoc autem non ſolum in his Datum eſt, quippe cùm partem inſuper ſumpſerit eius, quæ in illis erat ſuppoſitionis. hoc enim, ſuper eadem eſſe Baſi, vel ſuper æqualibus, cum in his, tum in illis datum eſt, præterquam quòd in hiſce ſuppoſitionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quæſitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad eaſdem partes] extrinſecus inſuper fuit aſſumpta.



Notandū.

Triplex Couerſionū differētia.

Propó. 40
Theo. 30.

TEXTVS

Aequalia Triangula, quæ ſuper æqualibus ſunt Baſibus, & ad eaſdem partes, in eiſdem ſunt Parallelis.

Com. 14.

Tres paſſiones, ex quib⁹ decē fiũt Localia Theo.

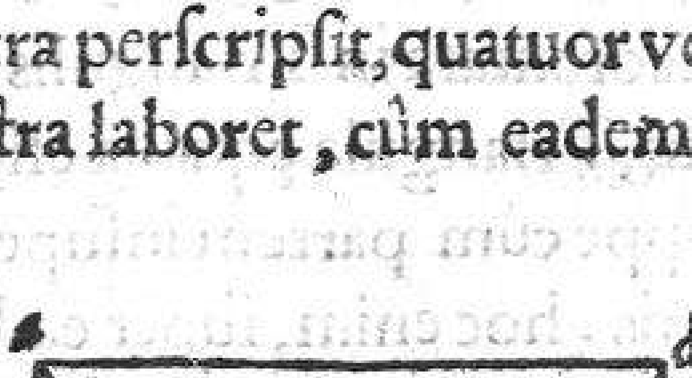
Cauſã vide ĩ ſuperiori cõ.

Quã d' cauſa reliqua quatuor omiſerit Euclides Theoremata.

EST & modus Conuerſionis idem in hoc, & Demonſtratio ſimilis, & quę ab Elemẽtorum inſtitutore Deductionis ad impoſſibile prætermiſſa eſt pars eodem modo demonſtratur, & nõ eſt opus eadẽ repetere. Cùm autem tria hæc ſint in dictis Propoſitionibus, ſuper æqualibus, vel eiſdem eſſe Baſibus: in eiſdem Parallelis: & æqualia eſſe Triangula, & Parallelogramma, manifeſtum eſt quòd duo ſemper contexentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Baſes eaſdem, vel æquales ſupponemus, in eiſdemqúe Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipſa ſuſcipiemus, & Baſes eaſdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omiſit Elementorum inſtitutor, ea nempe quæ ſunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo oſtendit, ea porrò quæ in Triangulis ſunt: aut & cùm æqualia ſumpſerimus, & in eiſdem Parallelis, reliquum oſtendemus, quòd vtriq; vel ſuper eiſdem ſunt, vel ſuper æqualibus Baſibus, & faciemus alia quatuor, quæ ſanè omnino etiam dimiſit Elementorum inſtitutor. in hiſce nanque eadem eſt Demonſtratio, niſi quòd duo ex his quatuor per ſe vera non ſunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quę in eiſdẽ ſunt Parallelis, neceſſariò ſuper eadẽ Baſi ſunt. ſed totum hoc, in hiſce ſuppoſitionibus verum eſt, quòd ſuper eiſdem ſunt Baſibus, vel ſuper æqualibus. alterum autem non omnino ſumptas ſuppoſitiones conſequitur. Quapropter cùm decem ſint omnia hæc Theoremata, Sex quidẽ Geometra perſcripſit, quatuor verò prætermiſit, ne rurſus eadem ratione fruſtra laboret, cùm eadem ſit Demonſtratio. oſtendatur enim

Demõſtratio reliquorũ duorũ.

in Triangulis quòd ſi æqualia fuerint, in eiſdemqúe Parallelis, aut ſuper eiſdem, aut ſuper ęqualibus Baſibus erunt. nõ ſint enim, ſed ſi fieri poteſt ſint a b c, d e f Triãgula, quæ hoc modo ſe ſe habeant in Baſibus inæqualibus, ipſis ſcilicet b c, e f, &



ſit maior ipſa b c, & abſcindatur b h, quæ ſit æqualis ipſi e f, connectaturqúe ipſa a h. Quoniam itacꝫ Triangula a b h, d e f ſuper ęqualibus ſunt Baſibus ipſis b h, e f, in eiſdemqúe Parallelis, ęqualia vticꝫ ſunt. At ipſa quoque a b c, d e f Triangula ſuppoſita ſunt æqualia. Triangula ergo a b c, a b h æqualia erunt, quod fieri non poteſt. Non ſunt igitur inæquales ipſorum a b c, d e f Triangulorum Baſes. Idem autẽ demonſtrandi modus in Parallelogrãmis etiam erit. Cùm itacꝫ & via oſtenſionis eadem ſit, & id, quod fieri non poteſt, idẽ, quòd ſcilicet totũ ſuę parti eſt ęquale, non ĩmeritò ab Elementorũ inſtitutore prætermiſſum fuit. Dictum eſt itaque quòd decem neceſſariò ſunt Theoremata, & quæ ſint ea, quę prętermiſſa ſunt, quæqúe ſit horum reticentiæ cauſa. Verùm tranſeamus ad ea, quæ poſt hæc conſequuntur.

Epilogus.

Propô. 41
Theo. 31.

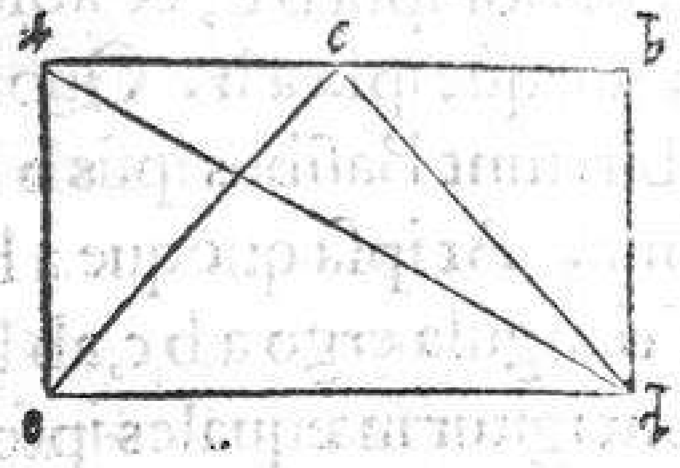
TEXTVS

Si Parallelogrammum cum Triangulo eandem Baſim habuerit, in eiſdemque fuerit Parallelis, duplum erit Parallelogrammum ipſius Trianguli.

Com. 15.

ESt quidem præſens quocꝫ Theorema locale, miſcet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum conſtitutiones ſub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma ſeorſum perſpeximus, itemqúe Triangula, ita cùm ſimul etiam vtraque ſumpſerimus idem cum illis perpeſſa, quam habeãt inter ſe rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia ſiquidem inter ſe ſunt æqualia quę ſuper eiſdem ſunt Baſibus ſiue Triangula, ſiue Parallelogramma, in eiſdemqúe Parallelis. in his verò prima inæqualium rationum ipſa nempe dupla oſtenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum eſſe demonſtrat eadem Baſi, eademqúe Altitudine exiſtente. At Elementorum quidem inſtitutor cùm Trianguli Verticem extra Parallelogrãmum ſuppoſuerit, Propoſitum oſtendit. Nos autem cùm in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipſorum Baſi Parallelum eſt, eum ſumpſerimus, idẽ demonſtrabimus. duo ſiquidẽ ſunt hi Theorematis Caſus. Quandoquidem eadem ambobus exiſtente Baſi, aut intra Parallelogrãmum Verticẽ habere Triangulum neceſſe eſt, aut extra. Sit igitur Parallelogrãmũ a b c d, & e c d Triangulum, & ponatur Signum e inter a, & b Signa, connectaturqúe a d recta Linea. Quoniam itacꝫ

Caſus huius Theorematis.



Parallelogrammũ Trianguli ec d eſt duplum, Triangulũ autem a d c ęquale eſt e d c Triangulo, Parallelogrãmum porrò ipſius e c d Triãguli duplum eſt. Quod igitur eadem exiſtente Baſi duplum eſſe Trianguli Parallelogrãmum oſtenditur, perſpicuum eſt. Si autem Baſes æquales fuerint, eodem modo oſtendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducentibus. Triangulis enim æqualibus exiſtentibus, Parallelogrãmum, quod alterius duplum eſt, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò æqualia ſunt propter Baſium æqualitatem, Altitudiniſque identitatem. Iurè igitur hæc quoq; Geometres omiſit, eadem enim eſt Demonſtratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tantùm Signo coniungentur, aut ſeparatæ erunt ab inuicem. vtcunque autem hæc varietatem ſuſcipiant, vna eſt iuxta omnes Caſus Demõſtratio. Atqui Conuerſa quoq; huic Theoremati eodem modo Demonſtrabimus. quorum vnum quidem eſt, Si Trianguli Parallelogrãmum duplum fuerit, eandemqúe Baſim, aut æquales inuicem habuerint, † fuerint autem ad eaſdem partes, in eiſdem erunt Parallelis. Si enim non erunt, Totum ſuæ parti erit æquale, eademqúe ratio vigebit. neceſſe eſt enim aut intra Parallelas Trianguli Verticẽ cadere, aut extra. vtro autem ſe ſe modo habuerit idem ſequitur impoſſibile, ducta Parallela ipſi Baſi per Trianguli Verticem. Alterum verò eſt, Si Trianguli Parallelogrammũ duplum fuerit, in eiſdemq; ambo fuerint Parallelis, ſuper vna Baſi, aut ſuper æqualibus erunt. ſi enim ſuper inæqualibus, cùm æquales ſumpſerimus, vniuerſum Totũ ſuæ parti æquale oſtendemus. In hoc igitur cõmune impoſſibile omnia hęc Theoremata deſinunt. Quare Elementorũ inſtitutor nobis reliquit eam, quæ in his eſt varietatẽ inueſtigare, cùm in ſimplicioribus ipſe, & principalioribus contemplationẽ † contraxerit. Verumenimuero quoniam hæc quoque in memoriã reuocata ſunt, agè exercitationis cauſa nos Parallelogrãmũ non accipiendo ſed Trapeziũ, cuius duo tantùm Latera ſunt Parallela, quippe quod eandem cũ Triangulo habeat Baſim dum in eiſdem iacet Parallelis, videamus quã ad Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit, perſpicuum eſt. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrãmum eſſet, cũ Quadrilaterum porrò ſit. Dico autem quòd aut duplo maius eſt, aut minus. cùm enim duo Latera Parallela ſint, omnino vnum quidem eſt maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus exiſten-

Demõſtratio i Baſib⁹ ęqualibus ⁊ Parallelogrãmorum.

Cur Theoremata in ęqualibus baſib⁹ Euclides prætermiſerit.

Conuerſia hui⁹ The. & nota cõuerſionis modum.

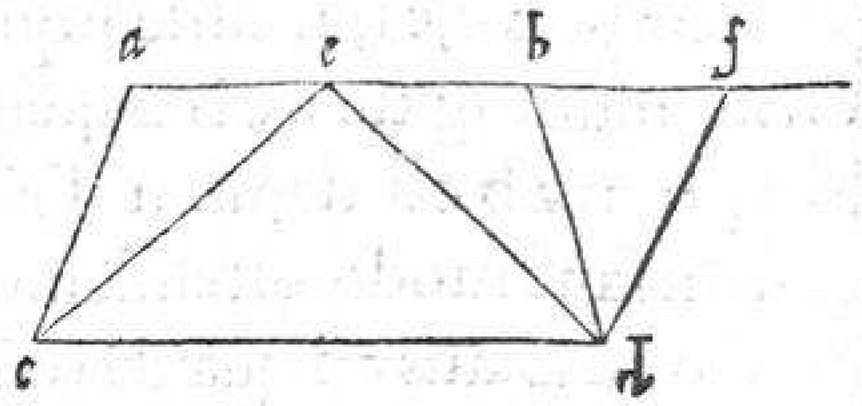
† Si autẽ.

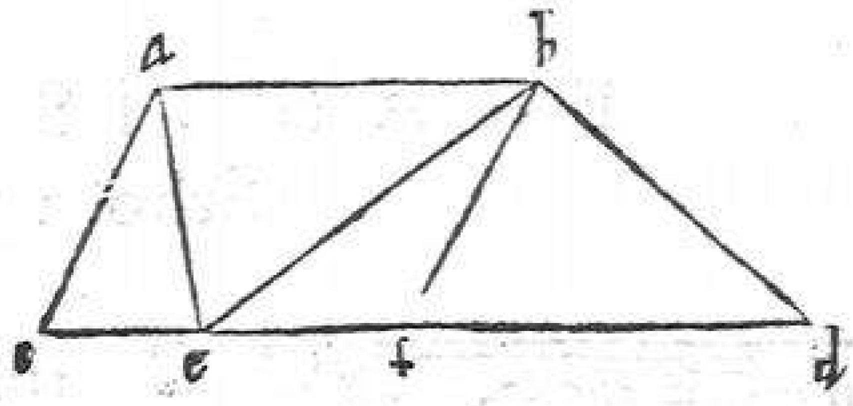
Nota ꝙ ex trib⁹ q̃ i hoc etiam Theo. sũt paſſionib⁹ quiq; fieri poſſunt Theo. quorũ vnũ tñ poſuit Euclides, reliqua aut ꝑtermiſit, q̃ addidit Proclus, vna cũ obticẽtię cauſa.

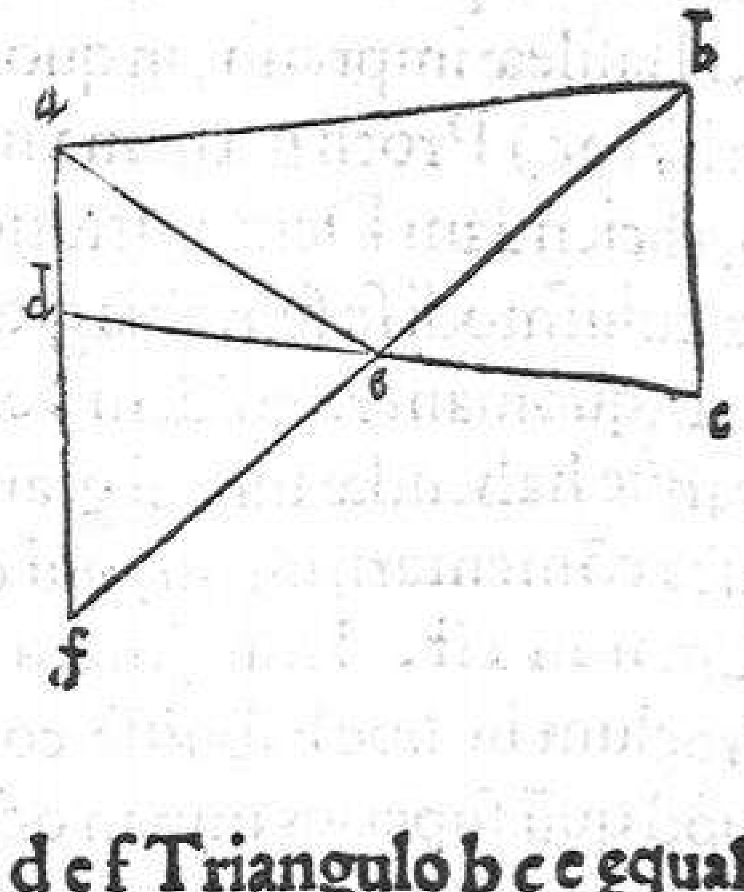
† ſtiterit.

Digreſſio Hic elicit quoddam aliud hiu⁹ Theo. cõuerſũ, iuxta alium Cõuerſionis modũ.

exiſtentibus, quæ etiam ipſa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Baſem habuerit, minus quàm duplũ Trianguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim a b c d Quadrilaterum, ſitq́ue minus Latus a b Latere c d, & producatur Latus a b in infinitũ, & Triangulũ e c d eandem habeat Baſim cum Quadrilatero, ipſam nempe c d, ducaturq́ue per d Signum ipſi a c Parallela, quę ſit d f. Duplum eſt igitur Trianguli e c d ipſum a c d f Parallelogrammum. Quare a b c d Quadrilaterũ minus quàm duplum eſt. Rurſus habeat Triangulum Baſim a b, ducaturq́ue ipſi a c Parallela b f. Parallelogrãmum igitur a b f c duplum eſt Trianguli. Quapropter Quadrilaterum a b c d maius quàm duplũ eſt. His itaq; oſtenſis dicimus quòd Quadrilatero exiſtente, cuius duo tantũ Latera ex oppoſito iacẽtia ſunt Parallela, ſi quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam diſſecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod fit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum eſt, aut minus. Si verò ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam ſecto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum eſt. Hoc ergo oſtendatur. Sit porrò Quadrilaterum a b c d, ſitq́ue in ipſo Latus a d Lateri c b Parallelum, & ſecetur bifariam Latus d c ad e Signum, & cõnectantur a e, e b rectæ Lineæ, & producatur ipſa b e, coincidatq́ue cum Latere a d ad Signum f. Quoniam itaq; Anguli, qui ſunt ad e Signum æquales ſunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus f d e Angulo b c e eſt æqualis, Latus etiã f e Lateri e b erit ęquale, & Triangulum d e f Triangulo b c e ęquale.







Per 33. Propóné. Pulcherrima Triãguli cum Trapezio ſup eadẽ Baſi, & in eiſdẽ Parallelis cõparatio. nota q aũt cadit etiã ĩter Parallelogrammũ, & Trapeziũ ſup eadẽ Baſi, & ieiſdem Parallelis cõparatio d' qua dicẽdũ in Cõmentariis nr̃is. oĩa aũt hęc vera sũt & ĩ Baſibus ęqualib⁹; horũq; cõuerſa, ſi cõueniẽtib⁹ modis fiant.

Comparatio Trianguli cum Trapezio ſup eadẽ baſi nõ in eiſdẽ Parallelis, ſed cũ quadã alia cõditiõe. & hoc eſt qđ Proclus obiter oſtẽdit.

Com-

Commune apponatur Triangulum a d e. Totum igitur a e f Triangulum duobus a d e, b c e Triangulis eſt ęquale. Verùm Triangulũ a e f æquale eſt a e b Triangulo. nam ſuper æqualibus ſunt Baſibus, ipſis nempe b e, e f, in eiſdemqúe Parallelis, * ſi reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur a e b æquale eſt Triangulis a d e, b c e, & Quadrilaterum a b c d duplum Trianguli a e b, quod erat oſtendendũ. Eodem ſanè modo oſtendemus quòd ſi etiam à Latere a b bifariam diſſecto ad Latus c d quædã rectæ Lineæ ducantur, eius, quod ſit Trianguli duplum Quadrilaterum eſt. Si ergo ab altero Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam ſecto ad reliquum rectæ quædam Lineę ducantur, eius, quòd ſit Trianguli duplum Quadrilaterum eſt. Hæc quidem exercitationis gratia ſint demonſtrata. Ad ea verò, quæ ſequuntur eundum nobis eſt.

* hic ad finé vſq; omnia fortaſſe Procli nô ſût, ſed ab aliquo addita.

FRANCISCI BAROCII
Scholia ad Lectorem.

Scholium primum.

HOC rurſus in loco Lector beneuole ſilentio prętereundum nõ eſt, quòd in omnibus ferè, quę hucuſq; vidimus exemplaribus maximã hîc imperfectionem inuenimus. nam præſens quidem quintuſdecimus Cõmentarius finem verſus mutilatus eſt, totus verò ſextuſdecimus quadrageſimæ ſecundæ Propoſitionis cõmentarius, vna cũ principio ſeptimidecimi deſideratur, præter quàm quòd legimus in vno ſolo exemplari quædam verba, quæ videntur quintũdecimum commentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [ſi reliqua ducta fuerit] vſq; ad finem cõmentarij, vt videre potes in Exemplari græco Baſileæ impreſſo, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ (vt arbitror) Procli germana non ſunt, ſed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonſtrationem, quam autor inceperat. Vnde ſanè ea cuiuſmodi ſe ſe nobis græcè obtulerunt, eiuſmodi latinè reddidimus, quoniam re quidem vera Demõſtrationem abſoluunt, proptereaq́ue habendæ ſunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiuſce cõmentarij finem, qui cõſtet ex proprijs Procli verbis, deſiſtendum non eſt. Longiorem ſiquidem eo, qui nunc extat ſermonem Proclum in hoc habuiſſe commentario cenſeo, primò quidem eò quòd quũ ſuperius tum in octauo Commentario, quod eſt vltimum ſecundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Commenta-

Prima ratio.

menta-

mentarios partis tertię primas tenet, nec ſecũdę parti tertiã cõnexerit, neq; tertię propoſitũ diſcuſſerit, quẽadmodũ fecit in principio quarti libri, vbi porrò cũ in fine tertij primã partẽ epilogo terminauerit, anteq̃ ad vigeſimęſeptimę Propoſitionis expoſitionẽ accederet, quę ſecũdæ partis principio fruitur, integrũ interpoſuit Capitulũ, in quo ſecũdã primę annexã oſtẽdit, quę'q; in ea pertractãda erãt ab Elemẽtorũ inſtitutore declarauit, hęc plane hoc in loco faciẽda erãt, quippe cũ in hoc potiſsimùm Theoremate tertiæ partis Propoſitum appareat. At nemo eſt, qui non videat, quòd in fine quartidecimi Cõmentarij nullum ſecundæ partis fecit epilogum, ſed nullo intercedente medio ad trigeſimęquintę Propoſitionis interpretationem ſe contulit: quod'q; in principio quintidecimi nec haſce duas partes inuicẽ colligauit, neq; mentionem vllam fecit eorum, quæ ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum exiſtimo. cùm enim haud ſine cauſa Proclus noſter in quatuor duntaxat libros ſua in primum Elementorum Librum Cõmentaria diuidere voluerit, non potuit intèr quartũdecimũ, & quintumdecimum Cõmentarium hæc facere, ne Cõmentariorum peruerteret ordinem, & quodãmodo cuiuſdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum eſt vt in fine quintidecimi breuiter tum iſtarum partium continuationem, tum vltimæ propoſitum tetigerit, neq; à Cõmentariorum ſerie diuertendo, nec quadripertitam librorum diſtributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perſpicuum nobis eſt quòd præſens, de quo loquimur Cõmentarius prolixiorem ea, quæ in ipſo reperitur orationem continuerit. Secundò verò, quoniam digreſsionem in materia pulcherrima, difficiliqúe aggreſſus eſt, quippe quæ pluribus indiget verbis ad omnes ipſius materiæ partes explicandas. quum enim Euclides hucuſq; Parallelogrãmum Parallelogrãmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrãmum Triãgulo ſuper eadem, aut ſuper ęqualibus Baſibus, in eiſdemqúe Parallelis comparauerit, itidem Proclus noſter, qui paſſim in Cõmentarijs ſuis vtilitati ſtudentium conſuluit, hìc quoque exercitationis noſtræ cauſa Trapezium Triangulo, & Parallelogrãmo, itemqúe alteri Trapezio ſuper eadem, aut ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemqúe Parallelis comparare ſibi propoſuit. Trapeziũ inquam illud, quod propriè Trapeziũ à Poſidonio, & à Proclo vocatur, quippe quod duo tantùm habet Latera Parallela. nam Trapezoidea, quæ etiam Trapezia Euclides cõmuni nomine nuncupauit nullam habẽt Parallelarum cauſa paſsionem, nec in eiſdem eſſe poſſunt Parallelis, cùm Latera Parallela non habeant. nec eſt valida ra-

Secũda ratio.

qd doceat Proclus in ſua digreſsione.

Reſponſio ad tacitá obiectionem.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrilateræ ſimul, & quadrangulæ, alio verò trilaterę in eiſdem dicuntur eſſe Parallelis. Quare Proclus ipſe priusquàm Trapezij cum Triangulo, vel Parallelogrãmo, vel alio Trapezio comparationem efficeret, declarauit de quo Trapezio ſit ei ſermo, nempe de eo, quod proprio nomine Trapeziũ appellatur, poſtea incepit comparare Trapezium Triangulo ſuper eadem Baſi, & in eiſdem Parallelis, qua comparatione facta, antequam eadem ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemqúe Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo ſuper eadem Baſi, & non in eiſdem Parallelis, ſed cũ alia conditione: necnon ſuper æqualibus Baſibus, non in eiſdem Parallelis, ſed cum quadam alia conditione comparare. At finem verſus comparatiotionis, quæ ſuper eadem Baſi non in eiſdem Parallelis cum conditione bipertitę Lateris, quod eſt Baſi oppoſitum ſectionis ſit, cõmentarius deliquium patitur, deeſtqúe primùm quidem comparatio Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus, non in eiſdem Parallelis, ſed cum hac conditione quòd Triangulum ſolum in duabus ſit Parallelis, quarum vna cadat ſuper communi eorum Baſe, altera ſecet Trapezij Latus, quod eſt Baſi eius oppoſitũ in duas partes æquales: ſecundò verò Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemqúe Parallelis comparatio: tertiò autem, Comparatio Trapezij cum Parallelogrammo ſuper eadem, vel ſuper æqualibus Baſibus, & in eiſdem Parallelis: quartò denique, eadem Trapezij cũ Trapezio comparatio: quintò demum, & vltimò præter quandam ſui moris pulchrã in fine cõmentarij conſideratiõe, aut documentũ, deeſt procul dubio ſecundæ, atq; tertiæ primi Elementorũ libri partiũ continuatio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum inſtitutore pertractantur breuis commemoratio. Hæc ſunt ea, quæ in pręſenti cõmentario iudicio meo deſiderantur, ibi [in eiſdemqúe Parallelis] quanuis aliquis Procli ſtudioſus manũ iniecerit, poſtremáq; earũ, quę nunc extant in eo Demõnem perfecerit, ac demũ ita cõmentariũ epilogo concluſerit, vt integrũ videatur. Veruntamen poſſibile etiam eſt ꝙ cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima, ſynceraqúe ſint, deliquium verò cõmentarij incipiat poſt illa verba [Trianguli duplum Quadrilaterum eſt] quodqúe verba illa [Hæc quidem &c.] quę poſtremũ ſortita ſunt locum, ſint totius cõmentarij epilogus. Aut fortaſſe etiam fieri poteſt vt defectus in duobus ſit locis, primùm ibi [Quadrilaterũ eſt] deinde ibi [ſint demonſtrata] ita vt verba illa [Hæc quidem &c.] ſint epilogus digreſſionis, illa autem

Quæ deſint in digreſſione, & in fine cõmentarii.

[ad ea

[ad ea verò &c.] ſint pars epilogi eorum, quæ poſt digreſsionem dixiſſet, ac deniq; totius cõmentarij. Aut inconueniens quoque non eſt quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hęc quidem] vſque ad illa [eundum nobis eſt] ſint totius digreſsionis epilogus, ſecunda'q; imperfectio ſic ſe habeat [eundum nobis eſt hoc prius obiter adnotato, quòd ex præſenti potiſsimùm Propoſitione apparet tertiæ primi Elementorũ partis Propoſitum, cõmunis nempe Triãgulorum, Parallelogrãmorumq́ue contemplatio] & ſimilia. Verumenimuero vtcunque ſe habeat ſtudioſis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non ceſſabo vt mecum quęrere non deſiſtant quouſq; omnes Procli commentarij perfecti, integriq́ue reperiantur, ne tanta, quæ in eis eſt doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda cenſui partim vt ea tibi verba oſtenderem, quę in quodam exemplari græco ad huius cõmentarij finem adiecta mihi videntur, ne ſi aliquando integrum, vel aliter ſe habere commentarium reperias, ea me addidiſſe exiſtimes: partim etiam vt quæ in ipſo deſiderantur paucis recenſerem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc ſufficiant.

TEXTVS

Dato Triangulo æquale Parallelogrammum conſtituere in dato Angulo rectilineo.

Propõ. 42
Prob. 11

Scholium ſecũdum.

COmmentarius Procli in hanc Propoſitionem, qui eſſet in ordine ſextuſdecimus deſideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, eſſetq́ue noſtrum eam commentario illuſtrare, vt Euclidis ordo, atq; doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propoſitionibus, ita etiam in hac eluceſceret. Sed quoniam propoſitum in præſentia nobis eſt Proclum ſolũ abſq; alijs expoſitionibus emittere, ſatius erit huiuſce Problematis interpretationem aliàs vnà cum reliquis in Proclum noſtris expoſitionibus edere. Nunc verò ſatis ſit adnotaſſe quòd deeſt Procli totus ſextuſdecimus cõmentarius, vt vnuſquiſq; diſcendi cupidus, eum inueſtigare conetur. atq; hæc de his. Altius autem rurſus exordium ſumendo perſcrutemur defectum ſequentis ſeptimidecimi commentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, vt de ijs etiam, quæ deſiderantur ſententiam afferre poſſimus. Quũ itaque tres quidem ſint huiuſce trigeſimiſecundi Theore-

Quę contineãtur i 17.cõmẽtario.

Quę reperiantur in 17.cõmẽrio.

Quę deſint i 17. Cõmentario.

matis Caſus nec plures, neq; pauciores, Euclides autẽ breuitatis gratia vnum ex facilioribus ſumpſerit, in quo Theorema demonſtrauit, lucidiſsimus Proclus, qui vbiq; ſumma cura, & diligẽtia vtilitati noſtrę ſtuduit, hoc etiam in loco reliquos duos Conſtructionis Caſus dilucidare, Theorematiſqúe veritatem in ijs demonſtrare cœpit, quibus Demonſtrationibus abſolutis, cũ pulcherrimo documento, vt eius mos eſt, Cõmentario finem dedit. & hæc quidem ſunt, quæ in commentario reperiuntur. Quoniã autem ab expoſitione Caſuum commentarios ſuos auſpicari minimè conſueuit, & quoniã deſunt quædã verba ad ſententiã, orationemqúe perficiendam, iudicandũ eſt quòd non paucis initium verſus cõmentarius caret. At verba quidem, quę deſunt ad complendum ſermonem, huiuſcemodi forſan eſſent [Verùm Elementorum inſtitutor Parallelogrãma, quę circa Dimetientẽ conſiſtunt inuicem coniuncta ſuſcepit, ſi quis autẽ inſurgat dicẽs quòd fieri poteſt vt Parallelogrãma inuicem non coniungantur iuxta vnũ Signum, quodqúe porrò Cõplementa non ſunt quadrilatera, oportet hunc quoq; ponentem Caſum idem accidens perſpicere &c.] Ea verò, quæ ante Caſuum expoſitionem in cõmentarij principio deſiderantur, fortaſſe varia eſſent. conſueuit enim Proclus vbique antequam ad Caſuum interpretationem accederet, varia in principijs cõmentariorum recenſere, verbi gratia, Propoſitionis continuationẽ, & ſpeciem, vtputa ſi Theorema ſit, an Problema, etſi Problema quidem, quale Problema, vtrùm Ordinatum, vel Inordinatum, vel Mediũ: vtrùm Determinatum, an Indeterminatũ: vtrùm Abundans, an Diminutum: & ſi Abundans, vtrum Maius, an Impoſsibile: & ſi Diminutum, vtrũ Sectionem, vel Poſitionem, vel Conſtitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiuſmodi Theorema, vtrũ Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & ſi Elementũ, vtrùm Simplex, an Compoſitũ: & ſi Compoſitum, vtrùm Complexum, an Incomplexum: & ſi Complexũ, vtrùm Vniuerſale, an Particulare: & ſi Vniuerſale, vtrũ Præcedens, an Conuerſum: & ſi Pręcedens, vtrùm Locale, an ſecus: & ſi Locale, vtrùm in Lineis Locale, an in Superficiebus: & ſi in Lineis, vtrùm in Lineis planis, an in ſolidis: & ſi in Planis vtrũ in ſimplicibus, an in miſtis: & ſi in ſimplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & ſi in circularibus, vtrũ in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & ſi in miſtis, vtrum in Helicibus, an in Ciſſoidibus: vel alijs huiuſmodi: Quòd ſi in ſolidis, vtrũ in ſphęricis, vel in conicis, vel cylindricis, vel

ſpi

ſpiricis, vel alius cuiuſdam ſpeciei : & ſi in Sphæricis, vtputa in Helicibus, vtrùm ſphærarum æqualium, vel inæqualium. & ſi in conicis, vtrùm in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipſibus, vel Helicibus : & ſi in cylindricis, vtrùm in Ellipſibus, vel Helicibus : & ſi in ſpiricis, vtrum in ijs, quæ fiunt à ſectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quę etiam variæ ſunt. ſimiliterqúe ſi eſt Locale in Superficiebus, vtrùm in planis, an in ſolidis : & ſi in planis quidẽ, vtrùm in circularibus, ſemicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimqúe multilateris : & ſi in trilateris, vtrùm in æquiliteris, vel æquicruribus, vel ſcalenis : & ſi in æquicruribus, ſiue ſcalenis, vtrùm in rectãgulis, obtuſangulis, vel acutangulis : & ſi in quadrilateris, vtrùm in parallelogrammis, an ſecus : & ſi in parallelogrammis, vtrùm in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus : & ſi in non parallelogrammis, vtrùm in trapezijs, an trapezoideis : & ſi in trapezijs, vtrùm in æquicruribus, an in ſcalenis : & ſi in multilateris, vtrùm in quinquangulis quinque Laterum, vel ſexangulis ſex Laterum, deincepsqúe in infinitum : & ſi in quibuslibet iſtarum, vtrùm in æquilateris, & ęquiangulis, vel in æquilateris, ſed non æquiangulis, vel in æquiangulis, ſed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus ſolidis fuerit, vtrùm in ſphæricis, ſpiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiuſdam alius ſpeciei : & ſi in ſphęricis quidem, vtrùm in ſemiſphæricis, vel ſemiſphęrica maioribus, aut minoribus : ſi autem in ſpiricis, vtrùm in ſpiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ : ſi verò in conicis, vtrùm coni rectanguli, obtuſanguli, vel acutanguli : & ſi in aliquibus iſtarum, vtrùm in conicis Coni æquicruris, vel ſcaleni : ſi demũ in cylindricis, vtrùm in ijs, quę fiunt à circũuolutione Lateris Quadranguli, vel Partealteralongioris : & ſi in qualibet iſtarum, vtrùm Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Poſthęc conſueuit Proclus conſequenter Expoſitionem Theorematis aggredi, & declarare quæ ſit eius Suppoſitio, quodqúe Conſequens : necnon quod ſit eius Conuerſum, quiſqúe Conuerſionis modus, vtrùm iuxta Præcipuam Conuerſionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur : & vtrùm totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem : quot præterea Propoſitio conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat : quis fuerit eius inuentor : vtrùm ſit aliqua contra eam inſtantia, & quomodo ſit ei occurendum : ac demum quæ ſit eius Conſtructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Conſtruatur, atq; demonſtretur, vtrùm per Demonſtra-

monſtra-

monſtrationem directam, an per Deductionem ad impoſsibile: & vtrùm in vnico Caſu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nacta ſit: & ex quibus medijs demonſtretur, vtrùm ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: poſtremoq́ue cum aliqua pulchra cōſideratione, aut documento, aut digreſsione cōmentarijs ſuis finem imponere, vt in præſenti feciſſe videtur. Hæc candidisſime Lector erant mihi recenſenda, vt quæ in Procli cōmentarijs deſiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inueſtigare non ceſſabo quouſque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademq́ue perfectione, qua Autor illud perſcripſit reſtituam, & renatę Fœnicis inſtar reuiuiſcere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæq́ue iandiu deſideratum munus impertiar. Quòd ſi ante mearum expoſitionum emiſsionem hoſce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata ſunt perficere pro viribus enitar. De his autem hactenus.

Sequuntur Procli Commentaria.

TEXTVS

Propō.43
Theo. 32.

Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem cuiuſcunque Parallelogrammi cōſiſtentium, inter ſe ſunt æqualia.

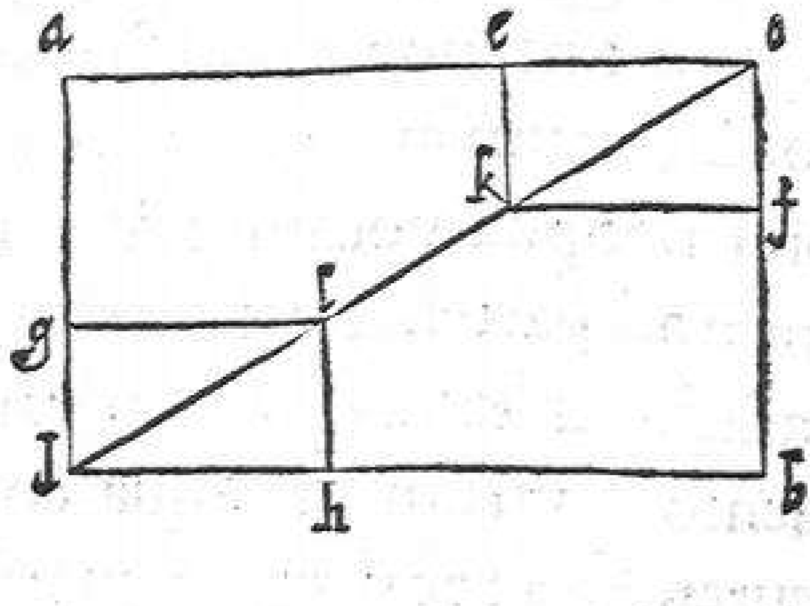
Principium huius commentarii deſideratur:

* * * *

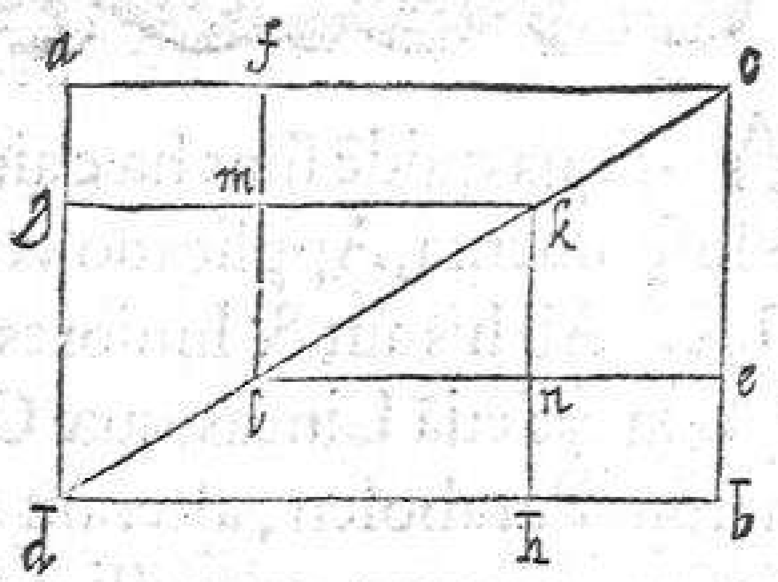
Com. 17.

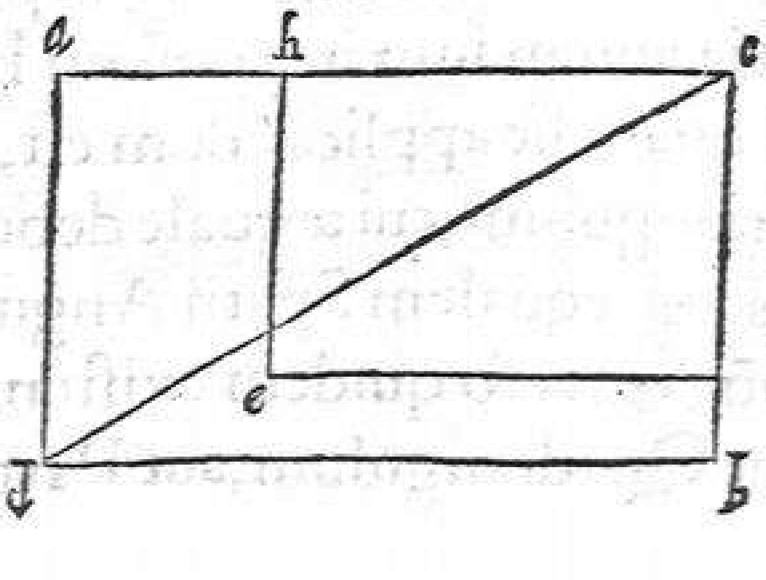
Reliq̃ duo huiꝰ The. Caſus.

* vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum Signum, quodq́ue porrò Complementa nō ſunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Caſum idem accidens perſpicere. Sit enim Parallelogrāmum a b, quod habeat Parallelogramma c k, d l circa eandem Dimetientem, ſit autem inter ipſa quædam k l recta Linea, quæ ſit Dimetientis pars. Rurſus itaque eadem dices, nempe Triangulum a c d æquale Triangulo b c d, & Triangulum e c k, Triangulo k c f, necnon d g l Triangulum d h l Triangulo. Reliqua igitur a g l k e quinque Laterum Figura,



Figura, reliquę b f k l h quinq; Laterũ Figuræ æqualis eſt. Hæc autẽ erant complementa. Si verò neq; coniungerentur Parallelogrãma iuxta Signum, neq; diſtarent ab ſe inuicẽ, ſed inuicem interſecarent, eadem hoc quoque modo Demonſtratio erit. Sit enim Parallelogrãmũ a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrãma circa ipſam, vnum quidẽ ipſum e c f l, alterũ verò, à quo etiã hoc ſecetur, ipſum d g k h. Dico quòd ipſa f g, e h Cõplementa ęqualia ſunt. Cùm enim totũ d g k Triãgulũ toti d h k Triãgulo æquale ſit, eſt autẽ pars quoq; ipſius Triãgulum k l m ęquale Triãgulo k l n, Parallelogrãmũ ſiquidẽ eſt & ipſum l k. Reliquũ igitur d l n h Trapeziũ reliquo d l m g Trapezio eſt æquale. Verùm a d c Triangulum æquale eſt b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziũ d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non eſt. Oſtenſum eſt igitur Theorema iuxta omnes Caſus. Sunt autem tres tantùm, nec plures, neq; paucio res. Parallelogrãma enim, quæ circa eandem conſiſtunt Dimetientem aut ſecabunt ſeſe, aut iuxta Signum ſeſe tangent, aut quadam à ſeſe Dimetientis parte diſtabunt. At nomen ipſum Complementorum à re ipſa Elementorum inſtitutor accepit, quatenus hęc quoq; præter duo Parallelogrãma totum complent. Quapropter ipſum per ſe ipſum memoria dignum in Definitionibus exiſtimatũ nõ fuit. varietate ſiquidem ei opus erat ad ſui declarationem, vt cognoſceremus quid eſſet Parallelogrãmum, quęq́ue eſſent ea Parallelogrãma, quæ toti Parallelogrãmo circa Dimetientem ſunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantùm modo cognitum vtique fieret. Illa autẽ Parallelogrãma circa eãdem Dimetientẽ ſunt, quęcunq; partẽ totius Dimetientis pro ſua etiã Dimetiente habent: quęcunq; verò nõ, minimè. cùm enim totius Parallelogrãmi Dimetiẽs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrãmi ſecat, tunc Parallelogrãmũ hoc toti Parallelogrãmo circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ eſt. Exẽpli gratia vt in a b Parallelogrãmo c d Dimetiens ſecat e h Latus ipſius c e Parallelogrãmi. Parallelogrãmũ ergo c e Parallelogrãmo c d circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ eſt.





Cur tres ſoli ſit huius Theo. Caſus.

Documétum.

Vnde ortũ ſit hoc nomẽ Cõpleméta.

Cur in De finitionib⁹ cõplemẽta Euclides nõ definierit.

Quæ Parallelogrãma dicantur eſſe circa eãdẽ Dimetientẽ.

Propô·44
Prob. 12
† in dato
Angulo re
ctilineo.

TEXTVS

Ad datam rectam Lineam dato Triangulo æquale Parallelogrammum applicare † in Angulo, qui ſit æqualis dato Angulo rectilineo.

Com. 18.

Noīa hæc παραβολῆ, ὑπερβολῆ, ἔλλειψις q̃d ſignificent apud Antiquos, quidq́ue apud iuniores. circa hoc vide ēt Geminū i 6. lib. Geometricarū enarrationū, et Eutocium i primum conicorū Apollonii. In propōnibus 28. & 29. Qūo Applicatio fiat.

ANtiqua quidē ſunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagoricæq; Muſę inuenta, Applicatio vtiq; Spatiorum, & Exceſſus, atq; Defectus. Ab his aūt & Iuniores cùm nomina ſuſcepiſſent, tranſtulerunt ipſa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui vnā quidē harum Parabolen, alteram autem Hyperbolen, Tertiam verò Ellipſim vocarunt. cùm illi quidem priſcæ autoritatis, diuiniq́ue viri in plana Spatiorum ad terminatam rectam Lineam deſcriptione quæ ab hiſce indicantur nominibus perſpicerent. quum enim propoſita recta Linea datum Spatium toti rectę Lineæ coaptaueris, tunc Spatium illud applicari dicunt: quum verò Spatij Longitudinem ipſa recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem, ita vt Spatio deſcripto aliqua extrà ſit rectæ Lineæ pars, tunc deficere. & hoc modo Euclides in ſexto Libro tum Exceſſus, tum Defectus mentionem facit. in præſentia verò Applicatione indiguit, dato Triangulo ad datam rectam Lineam æquale Parallelogrammum applicare volens. vt non ſolùm Parallelogrammi dato Triangulo æqualis conſtitutionem habeamus, verùm etiam ad determinatam rectam Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato, quod Aream duodecim pedum habeat: recta autem Linea propoſita, cuius Longitudo quatuor pedum ſit, ęquale Triangulo Parallelogrammum ad rectam Lineam applicamus, ſi cùm acceperimus totam quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quot pedum Latitudinem eſſe oprtet, vt Triangulo Parallelogrammum fiat æquale. Cùm itaq; fortaſſe trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Longitudinem cum Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes propoſito Angulo recto exiſtente, Spatium illud habebimus. Tale quidem eſt verbum hoc [Applicare] olim à Pythagoreis traditum. Tria autem ſunt in præſenti Problemate Data, vnum, recta Linea, ad quam ſic applicandum eſt, vt tota ipſius Spatij Latus fiat: alterum, Triangulum, cui æquale debet eſſe quod applicatur: tertium, Angulus, cui æqualem Spatij Angulum eſſe oportet: Et eſt rurſus perſpicuū, ꝙ recto quidem exiſtente Angulo, Spatium, quod applicatur, aut Quadrangulum, aut Partealteralongius erit: acuto verò, ſiue obtuſo,

Tria ſunt Data i ho: Proble.

Documentum.

tuſo, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifeſtum eſt, quòd rectam Lineam finitam eſſe oportet. ad infinitam ſiquidem hoc fieri non poteſt. Simul igitur cùm dixiſſet ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quòd etiam neceſſarium eſt rectã Lineam finitam eſſe. Vtitur autem in Conſtructionẽ præſentis Problematis Conſtitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo ſit æquale. non eſt enim idem Applicatio, Conſtitutio, vti diximus. verùm hæc quidem totum conſtituit Spatium tum ipſum, tum Latera cuncta: illa verò, cùm vnum Latus datum habeat, ad hoc cõſtituit ipſum Spatium, quippe quæ neq; deficit iuxta hanc extenſionem, neq; excedit, ſed vno hoc vtitur Latere, quod Aream comprehendit. Qua igitur (fortaſſe dicas) de cauſa cùm quidem Triangula Triangulis æqualia oſtendebat, Theorematibus vtebatur: cùm verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiuſdem ſunt ſpeciei ſponte naturæ proueniens eſt, conſiderationeq́ue ſola indiget: eorum autem, quæ diſſimilis ſpeciei ſunt, propter eam, quæ iuxta ſpeciem fit mutationem, ortu, machinationeq́ue æqualitas indiget, quippe cùm per ſeſe inuentu difficilis ſit.

Qũo differat Applicatio à Cõſtitutione.

Finis Documenti.

Dub.

Sol.

TEXTVS

Dato Rectilineo æquale Parallelogrammum conſtituere in dato Angulo rectilineo.

Propõ 45. Probl. 13.

DVobus Problematibus, in quibus tum Conſtitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebat, hoc vniuerſalius eſt. ſiue enim Triangulum, ſiue Quadrangulum, ſiue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipſi Parallelogrammum conſtituemus. nam omne Rectilineum (vt prius etiam diximus) per ſe in Triangula diſſoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cùm itaque datum Rectangulum in Triangula

Com: 19. Hoc Problema vniuerſali⁹ eſt 11. & 12. Problemate, & vltima Propõne ſecundi libri.

Superius ĩ com. 6.

Demõ ꝓblematis.

reſoluerimus, & vni quidem ipſorum æquale Parallelogrammum conſtituerimus, reliquis vero ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis conſtat, æquale Rectilineo, quod ex illis conſtabat Triangulis, quodque iuſſum eſt factum erit. Et ſi ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quidē Triangula eam diſſoluemus, vni autem æquale conſtituemus Parallelogrammum, & ſepties æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod quæritur. Ex hoc autem (vt arbitror) Problemate priſci incitati æquale Circulo Quadrangulum deſcribere quæſierunt. Si enim Parallelogrammum cuicunque Rectilineo æquale reperitur, quæſtione dignum eſt, num rectilineæ quoque Figuræ poſſint Curuilineis æquales oſtendi. Et Archimedes oſtendit quod omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis eſt, cuius vna quidem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circumferentiam Linearum vni ex ijs, quæ circa rectum Angulū ſunt Trianguli Lateribus: Ambitus verò, Baſi æqualis eſt. Verùm hæc quidem alibi. ad ea verò, quæ conſequuntur eamus.

Exēplum in Figura decē Laterum

Vide Archimedem & Eutociū in lib. de Circuli dimenſione.

Epilogus.

TEXTVS

A Data recta Linea Quadrangulum deſcribere.

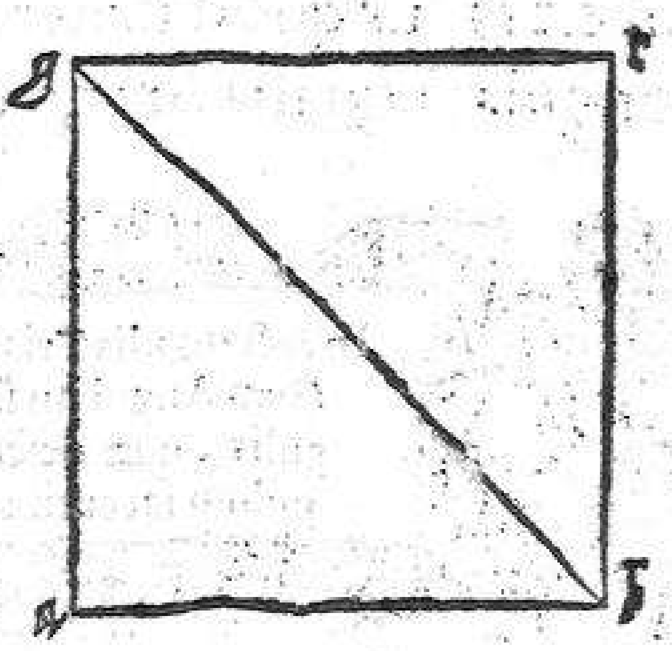
Propo. 46 Probl. 14.

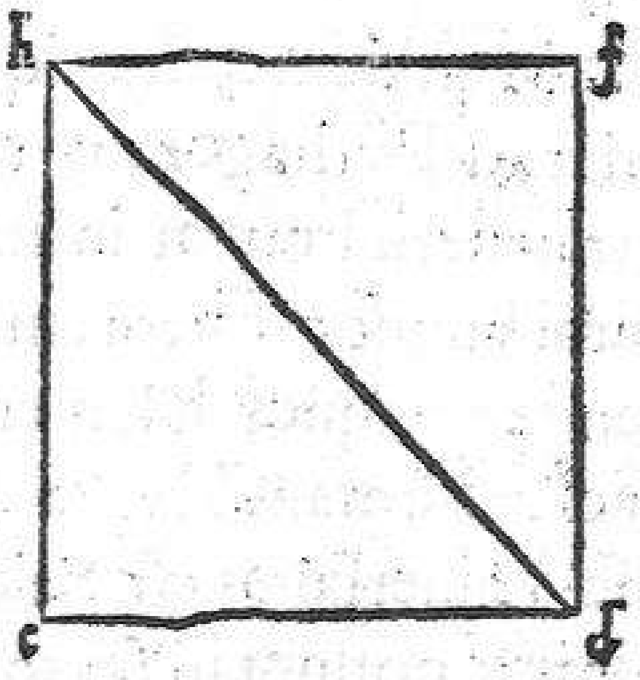
Com. 20. Optima rectilineorū æquilaterū triangulū, et Quadrāgulū ſunt, quibus opus ē ad conſtitutionem quatuor mūdanarū Figurarum. idē in lib. 2. cap. 9. et cō. 17. & 9. & aliis in locis.

INdiget quidem hoc Problemate potiſſimùm in ſequentis Theorematis Conſtructionem. Videtur autem, duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluiſſe, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli. quoniam ſanè ad conſtitutionem quoque mundanarū Figurarum, & præcipuè earum quatuor, quarū & ortus eſt, & diſſolutio, hiſce Rectangulis opus eſt. nam Icoſaedrum quidē, & Octaedrum, & Pyramis ex æquilateris Triangulis conſtant:

Cubus

Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipuè illa quidem conſtituere, hæc verò deſcribere. conuenientia nanqꝫ hiſce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis conſtruitur, Conſtitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Deſcriptione indiget. non enim quemadmodũ habemus Quadrangulum cùm datæ rectæ Lineę numerum in ſeipſum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, ſed cùm aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnũ ex his æquilaterum Triangulum conſtruimus. & Circulorum deſcriptio prodeſt ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propoſitę rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conſpicua ſunt. Oſtendendum eſt aũt ꝙ rectis Lineis, à quibus Quadrangula deſcribuntur æqualibus exiſtentibus, ipſa etiam æqualia ſunt. Sint enim æquales ipſæ a b, c d rectæ Lineæ, & ab ipſa quidem a b deſcribatur a b e g Quadrangulum, ab ipſa verò c d, ipſum c d h f, & connectantur g b, h d rectę Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ a b, c d æquales ſunt, ipſæ etiam a g, h c ſunt æquales, æqualeſqúe Angulos comprehendunt, & Baſis g b Baſi h d æqualis, & Triangulum a b g Triangulo c d h, & ipſorum duplicia ſunt æqualia. Quadrangulum ergo a e Quadrangulo c f inæquale non eſt. Veruntamen Conuerſum quoque verum eſt. Si enim Quadrangula ſunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus deſcripta ſunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipſa a f, c g, & ponantur ita vt in directum ſit Latus a b Lateri b c. cùm itaque Anguli recti ſint, recta quoque Linea f b rectæ Lineæ b g in directum eſt. Connectantur f c, a g, a f, c g rectæ Lineæ. Quoniam igitur a f Quadrangulum æquale eſt c g Quadrangulo, & a f b Triangulum c b g Triangulo eſt æquale. communę apponatur b c f





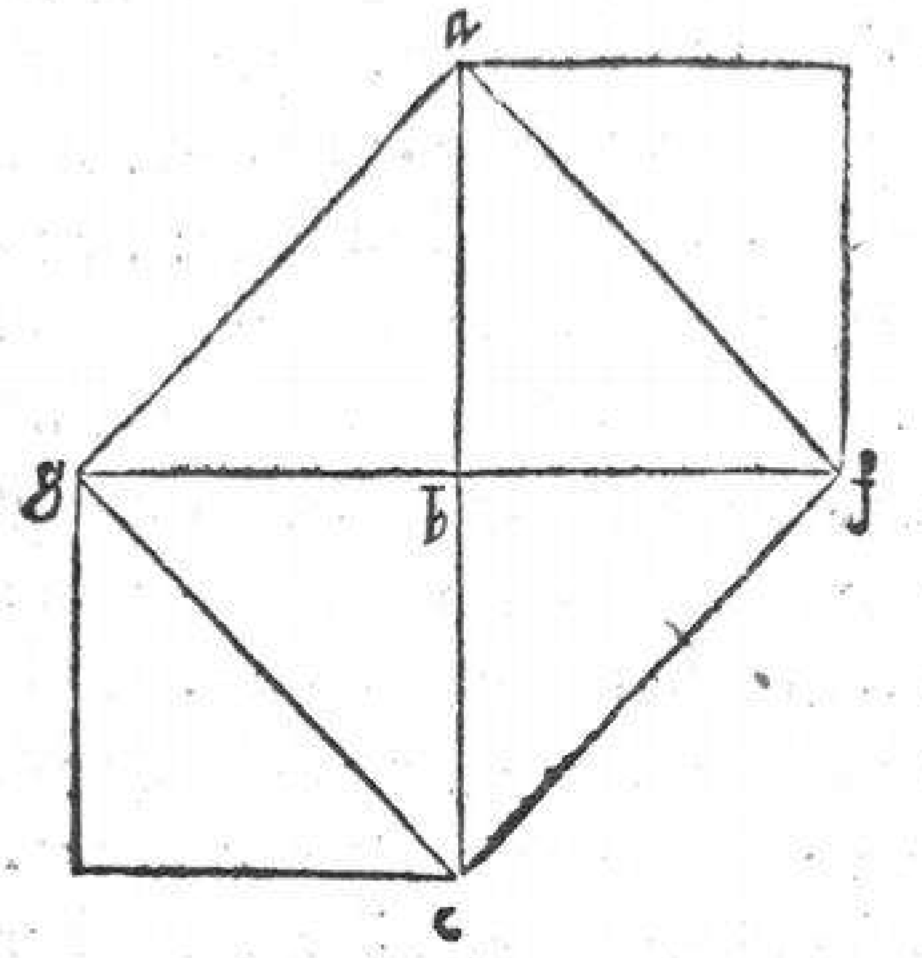
Cur Euclides vnum horũ cõtituat, alterũ deſcribat.

Quõ ex Circulorũ deſcriptione oriatur Triangulũ ęqlaterũ.

Documẽ.

Demõ cuiuſdã vtiliſſimi The. qđ depẽdet ex Definitione Quadranguli.

Demõſtrati Theorę. Conuerſum, eiuſqꝫ Demõ.



Triangulum. Totum ergo a c f Triangulum Toti c f g Triangulo æquale eſt. Parallela eſt igitur ipſa a g, ipſi f c. Rurſus quoniam, tū ipſe a f g, tum ipſe c g b Angulus dimidia recti pars eſt, ipſa a f, ipſi c g eſt Parallela. Aequalis igitur eſt recta Linea a f rectæ Lineæ c g, Parallelogrāmi ſiquidē Latera ex oppoſito iacentia ſunt. Quoniam itaqꝫ duo ſunt Triāgula a b f, b c g, quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cùm ipſæ a f, c g Parallelæ ſint, necnon Latus vnum ipſum ſcilicet a f Lateri c g æquale, Latus quoqꝫ a b Lateri b c, & Latus b f Lateri b g erit ęquale. Oſtēſum eſt igitur quòd Latera etiam, à quibus deſcripta ſunt a f, c g Quadrangula, æqualia ſunt, æqualibus illis exiſtentibus.

Propō. 47 Theo. 33

TEXTVS

In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere rectum Angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt Quadrángulis, quæ deſcribuntur à Lateribus † circa rectum Angulum iacentibus.

† rectū Angulū cōphēdentib'.

Com. 21.

Præſens Theo. ad Pythagorá referí, qui ét ſacrificauit i inuentione. vide Victruuium. Euclidis commendario. Vide 31. Propōnē Sexti.

SI eos quidem qui antiqua enarrare volūt audiamus, pręſens Theorema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes eum cùm id inuenerit bouem immolaſſe. Ego verò miror quidem & eos, qui primi huiuſce Theorematis veritati incubuere. magis autē admiratione proſequor Elementorum inſtitutorem, non ſolùm, quia per euidentisſimam Demonſtrationē hoc cōuicit, verū etiā quia & quod ipſo vniuerſalius eſt Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuincique minime poſſunt in ſextò libro perſuaſit. nam in illo vniuerſè oſtendit quòd in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum Angulum ſubtendente deſcribitur, æqualis eſt formis, quæ à Lateribus rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ ſimiles, ſimiliterque deſcribuntur. nam omne quidē Quadrangulum omni Quadrangulo eſt ſimile, non autem omnia ſibi inuicem ſimilia rectilinea, Quadrangula ſunt. in Triangulis ſiquidem, aliiſque multiangulis ſimilitudo

ſimilitudo eſt. Ratio igitur, quæ demonſtrat formam, quæ à Latere rectum Angulum ſubtendente fit ſiue Quadrangularis ſit, ſiue qualiſcunqꝫ alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum exiſtentibus priori ſimiles, ſimiliterqúe deſcriptæ ſunt, quoddam magis vniuerſale oſtendit, quodqúe ſcientiæ gignendæ magis vim habet quàm illud, quod ratio illa oſtendit, quæ Quadrangulum ſolum Quadrangulis ęquale affirmat. ibi enim & cauſa manifeſta † fit vniuerſali oſtenſo, quòd vtique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à ſubtendente ipſum Latere deſcribitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipſum comprehendentibus priori ſimiles, ſimiliterqúe deſcriptæ ſunt. quemadmodum Hebetudo quidem, exceſſum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaqꝫ oſtenditur Theorema, quod in ſexto libro eſt, ibi perſpicuum erit. Quomodo autem præſens verum eſt, nunc conſideremus, hoc tantum adiicientes, quòd hìc vniuerſale non debet oſtendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarũ ſimilitudine docuit, neqꝫ omnino aliquid de Proportione oſtendit. multa enim eorum, quæ hìc magis particulatim, † in illo magis vniuerſè per eandem viam oſtenſa ſunt. Oſtendit igitur Elementorum inſtitutor in præſentia Propoſitum à communi de Parallelogrãmis contemplatione. Cùm autem rectangula Triangula duplicia ſint, alia quidem æquicrura, alia verò ſcalena, in æquicruribus quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non eſt enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. niſi quis proximiorem dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus eſt, Vnitate deficiente. in ſcalenis verò fieri poteſt vt Numeri ſuſcipiãtur, & euidenter nobis oſtenditur quod à ſubtendente rectum Angulum fit, æquale ijs, quæ à Lateribus circa rectum Angulum exiſtentibus fiunt. huiuſmodi enim eſt quod in Libro de Republica eſt Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum ſubtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale eſt ijs, quæ ab illis fiunt. hoc enim eſt vigintiquinqꝫ, quæ autem ab ills fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario ſedecim. Perſpicuum ergo eſt in Numeris quod dicitur. Traditę autẽ ſunt & viæ quædam inuentionis huiuſcemodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagorã, quippe quæ ab imparibus orta eſt Numeris. ponit enim datũ imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quę circa rectum Angulum ſunt, & cùm acceperit eum, qui ab ipſo fit quadrangulum,

ab

† oſtendit Cauſa paſſionis tum huiꝰ, tũ 31. Theo. ſexti Elem. é ipſa Anguli rectitudo, quemadmodũ Hebetudo, & Acumé exceſſus, diminutioniſq; cauſę sũt.

Ex hoc loco, & ex cõ. 9. huiꝰ & 13. tertii habes ꝙ Procli itẽtio erat totã Euclidis Elemẽtarẽ iſtitutioné exponere.

Notandũ.

† nobis Digreſſio.

Duplex rectãgulum Triãgulũ.

Nõ iuenit quadrangulus Numerꝰ quadranguli Numeri duplus qđ ꝓbat Campanꝰ i 10. Elementorum.

De hoc Triangulo vide Platoné in Rep.

Duæ ſunt vię, qbꝰ iueniunt Triãgula rectãgula Numeros integros in Lateribus habentia.

Via Pythagorica.

ab hocq́ue Vnitatem abſtulerit, reliqui dimidium ponit tanquàm maius Latus eorum, quæ circa rectum ſunt Angulum, cũ autem huic quocꝫ Vnitatem adiecerit, reliquum quod ſubtendit Latus efficit. Exempli gratia cùm Ternarium acceperit, ab ipſoq́ue quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipſo Nouenario Vnitatem abſtulerit, Octonarij dimidium Quaternarium ſuſcipit, huicꝗ rurſus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumq́ue eſt Triangulũ rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterũ aũt quatuor, tertiũ verò quincꝫ Vnitatũ habet. At Platonica, à Paribus adoritur. cùm enim datũ parẽ ſuſceperit Numerum, ponit ipſum tanquã vnũ Latus eorum, quæ circa rectum Angulum ſunt, huncq́ue cùm bifariam diuiſerit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cùm Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus ſubtendens efficit, cùm verò Vnitatem à quadrangulo abſtulerit, facit reliquum Latus eorum, quȩ circa rectum Angulum ſunt. Verbi cauſa, cùm Quaternarium ſumpſerit, huiuſq́ue dimidiũ Binariũ in ſeipſum multiplicauerit, ipſumq́ue Quaternarium fecerit, cùm Vnitatem quidem abſtulerit, Ternarium efficit, cùm verò adiecerit efficit Quinarium, idemq́ue Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. † quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinſecus inſuper enarrata ſint. Quum autem Elementorum inſtitutoris Demonſtratio perſpicua ſit, nihil addendũ eſſe cenſeo, quod ſit ſuperuacaneum, ſed ijs, quæ ſcripta ſunt nos ęſſe contentos. quandoquidem quicuncꝫ etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in ſexto libro oſtenſa ſunt, nullius rei difficilis, quæq́ue ad negotium ſpectet cauſa, inſuper aſſumere coacti fuere. Nos itacꝫ ad ea, quæ ſequuntur tranſeamus.

Exẽplum viȩ Pythagoricæ.

Via Platonica.

Exemplũ viæ Platonicæ.

† qđ enim à Quinario fit, æquale ẽ ei, quod fit à Ternario, & ei, qđ à Quaternario Compoſitis.

Finis digreſſiõis.

Reprehẽdit Heronis, & Pappi ſectatores.

TEXTVS

Si Quadrangulum, quod ab vno Laterum Trianguli deſcribitur ȩquale fuerit Quadrangulis, quȩ à reliquis duobus Trianguli Lateribus deſcribuntur: Angulus, qui à reliquis duobus Trianguli Lateribus comprehenditur, rectus eſt.

Propó. 48 & vltima primi Ele. Theo. 34.

COnuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theorematì, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulũ fuerit, quod à ſubtendente deſcribitur Quadraugulũ, æquale eſt Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus deſcribuntur: & ſi quod ab hoc, eis,

Cõ. 22. & vltimum.

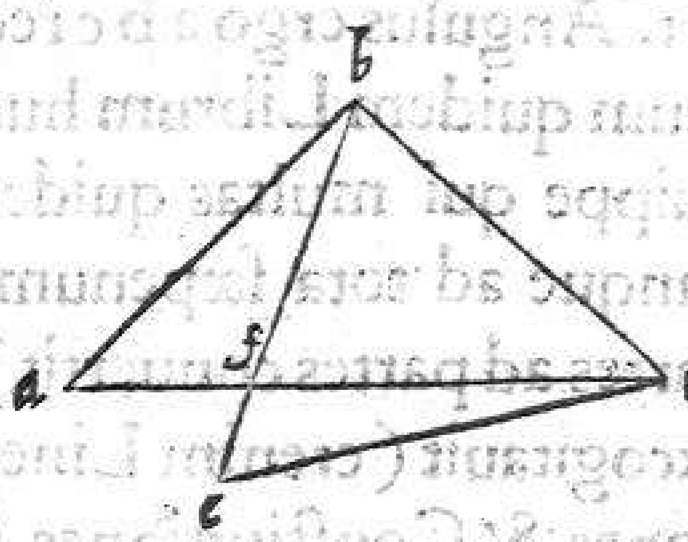
Modus cõuerſionis huiꝰ The.

quæ

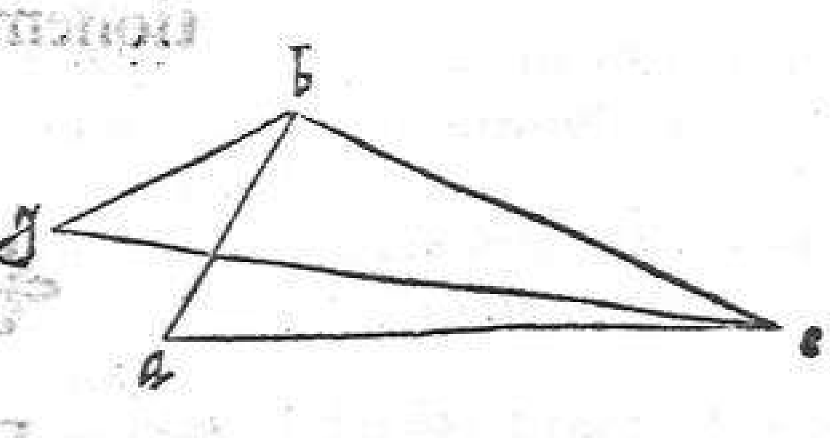
quæ à reliquis, æquale fuerit; Triangulum rectangulum eſt, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonſtratio quidem Elementorum inſtitutoris conſpicua eſt.

Inſtantia huꝰ Theorematis.

Reſpõſio.



Triangulo autem exiſtente a b c, & habente Quadrangulum, quod deſcribitur à Latere a c, æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c deſcribuntur, cùm in ipſo Triangulo Lateri b c à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, ſi quis dicat quòd ad alteras partes recta Linea ad Angulos rectos eſt excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum inſtitutor excitauit, dicemus quòd ſermo hic impoſſibile ait. neq; enim intra Triangulũ ipſam cadere poſſibile eſt, neq; extra, ſed nulla alia eſt, quàm ipſa a b. nam ſi fieri poteſt cadat, vt ipſa b e. Quoniam itaq; Angulus e b c rectus eſt, Angulus certè c f b acutus eſt. Quamobrem reliquus a f b obtuſus erit. Maius eſt igitur Latus a b, Latere b f. Ponatur ergo ipſi a b æqualis, quæ ſit b e, & connectatur e c. Quoniam igitur Angulus e b c rectus eſt, Quadrangulum, quod à Latere e c deſcribitur, æquale eſt Quadrangulis, quæ à Lateribus e b, b c deſcribuntur. Verùm ipſa e b ipſi b a, eſt æqualis. Quadrangulum ergo, quod deſcribitur à Latere e c, æquale eſt Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c deſcribuntur. Eiſdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere a c deſcribitur. Aequale igitur eſt quod à Latere e c, ei, quod à Latere a c deſcribitur Quadrangulo. Et ipſa e c ergo ipſi a c æqualis eſt. Erat autem, & ipſa e b recta Linea, æqualis rectæ Lineæ a b. Duæ igitur b e, e c rectę Lineæ, duabus b a, a c rectis Lineis æquales altera alteri ſuper recta Linea b c conſtitutæ ſunt, quod nequaquam fieri poteſt. Non cadet ergo intrà recta Linea, quæ ad Angulus rectos excitatur. Atqui neq; extrà ad alteras ipſius a b rectę Lineę partes. Si enim fieri poteſt cadat, vt ipſa b g, & ſit æqualis ipſi a b ipſa b g, & connectatur c g. quoniã itaq; Angulus g b c rectus eſt, Quadrangulum, quod à Latere g c deſcribitur, æquale eſt Quadrangulis, quæ à Lateribus b g, b c deſcribuntur. Erat autẽ & quod à Latere a c, æquale ijs, quæ à Lateribus a b, b c, æqualis verò eſt a b, ipſi



Nota q̃d huius Theorematis iſtãtia ſolũit p ſeptimã Propõnẽ primi. Quapp ñ ab re ab Elemétorũ inſtitutore inter ſextã, & octauã iter iecta fuit. vtilis.n. ẽ ad inſtantias deſtruendas, nec non ad Aſtronomiã vide cõm. 12. lib. 3.

ipſi g b. Aequalis eſt igitur g c, ipſi a c. At ipſa quoqꝫ g b recta Linea rectæ Lineæ b a æqualis eſt, ſuper vna b c recta Linea, quod fieri non poteſt. Neqꝫ ergo intrà, neqꝫ extrà cadet recta Linea, quæ ad Angulos rectos ipſi b c à Signo b excitatur. Super ipſa igitur a b cadet. Angulus ergo a b c rectus eſt. Soluta eſt igitur Inſtantia.

Epilogus totius primi lib. Elemētorũ.

At primum quidem Librum hucuſqꝫ Elementorum inſtitutor compleuit, quippe qui multas quidem Conuerſionum ſpecies tradidit (tota nanque ad tota ſæpenumero Theorematum, & tota ad partes, & partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem excogitauit (etenim Linearum, Angulorumqúe Sectiones, & Poſitiones, & Conſtitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem & Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata Localia nobis ſatis ſuperqꝫ in memoriã redegit, Vniuerſalium prętera, Particulariumqúe Theorematum Elementarem inſtitutionẽ patefecit, & Indeterminatorum, Determinatorũqúe Problematum differentiã indicauit (quæ ſanè omnia nos quoqꝫ ipſum conſequentes ordinatim explicauimus) totum deniqꝫ Librum ad vnum Propoſitum retulit, ad Elementarem vtiqꝫ inſtitutionem eius, quæ de ſimplicioribus rectilineis Figuris eſt contemplationis, ac demum tum Conſtitutiones ipſarum inueſtigauit, tum quæ ipſis per ſeſe inſunt conſiderauit. Nos autem ſi reliqua etiam eodem modo perſequi poterimus, Dijs gratiam habebimus. ſi autem aliæ curæ nos ab inſtituto amouerint, huiuſce contemplationis ſtudioſos iuxta eandem viam reliquorum quoque Librorum expoſitionem facere cenſeo, quod difficile pasſim eſt, & ad rẽ ipſam pertinet, facileqúe diuidi poteſt ſectantes. quoniam ea ſanè, quæ hoc tempore afferuntur Commentaria multam, atqꝫ variam in ſe ſe confuſionem continent, quippe quæ nullam cauſæ asſignationem ſimul inferunt, neque iudicium Dialecticum, neque contemplationem Philoſophicam.

Hinc perſpicuũ eſt ꝙ Procli ꝓpoſitum erat oẽm Euclidis elementarẽ inſtitutionẽ exponere, ſed certũ nõ ẽ ipſũ eã expoſuiſſe, quia cũ cõdone hoc pollicetur.

⁂

Commentariorum Procli Diadochi in primum
Euclidis Elementorum
Finis.

INDEX OMNIVM RERVM NOTABILIVM,

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem
quàm accuratiſſimè digeſtus, & quàm locu-
pletiſſimè, vbi p, principiũ,
m, medium,
& f, finem cuiuſcunqꝫ paginę declarat.

A Litera.

ACIDOIDES Triangulũ quid. pag.94.f.& 189.p
Acumen, & Obtuſitas inęqualitati cognatæ ſunt. 109.f.
Admirabile Superficierum proprium. 68.m.
Admirabile ĩ Geometria Theorema. 101. m. 110.f, & 219.m.
Admirabile Pythagoricum Theorema 174 f.
Admirabile quoddã in Geometria de Lineis, quæ intra Triangulum conſtituuntur. 187.f.
Aenigma Pythagoreorum. 49, m.
Aequalitas primũ in Quantitate eſt Symptoma. 133, p.
Aliorum antiquorũ opiniones de differentia Theorematis, & Problematis. 45. m.
Altitudo Figurarum quid. 249. f.
Ambiguum eſt an Cornicularis Angulus bifariam ſecari poſſit. 155. p.
Ambitus Trianguli quid. 134. f.
Amphinomi opinio de Theoremate, & Problemate. 45. p.
Anguli Sphęrales qui. 72. m.
Anguli ex Linea recta, & Circunferentia duo ſunt. 73. p.
Anguli ex rectis Lineis tres fiunt. 73 m, & 75. p.
Anguli conſideratio vniuerſalis. 74. p.
Anguli Deinceps qui ſint. 171. p.
Anguli ad Verticem qui ſint. 171. p.
Anguli Alterni qui ſint. 215. p.
Anguli in Parallelis ſex modis ſumuntur. 216. p.
Angulorũ oĩũ pulcherrima cõſiderõ. 74. f.
Angulorum, qui in Superficiebus ſunt conſideratio. 74. p.
Angulorum, qui in Solidis ſunt conſideratio. 74. p.
Angulorum, qui in ſimplicibus Superficiebus ſunt conſideratio. 74. m.
Angulorum, qui in Superficiebus miſtis ſunt conſideratio. 74. m.
Angulorũ Circulariũ conſideratio. 74. m.
Angulorũ rectilineorũ cõſideratio. 74. m.
Angulorũ miſtorum conſideratio. 74. m.
Angulorum rectilineorum tres Species, quas ait Socrates in Rep. ex Suppoſitione apud Geometras accipi. 75. p.
Angulorum rectilineorum ad Deos pulcherrima comparatio. 76. p.
Angulorum rectilineorum ad ea, quę ſunt comparatio. 76. p.
Angulorum rectilineorum ad virtutem, & vitium comparatio. 76. f.
Angulorum Verticalium ęqualitas vnde fiat. 154. f.
Angulorum Curuilineorum duo tantùm rectilineis ęquales ſunt, 109.m, & 191.f.
Angulorum æqualitas, atq; inæqualitas maximã habet vim ad augenda, diminuenda'ue Spatia. 239, m.
Angulos Oracula Nodos cur nuncupent. 74. p.
Angulos quomodo diuerſè Diis attribuãt Pythagorei, & Philolaus, Aſinæuſq; philoſophus. 74. f.
Angulum omnem bifariam ſecare ſecundum Elementarem inſtitutionem eſt impoſſibile. 155. p.
Angulus ex clypei Linea, & recta Linea. 72. f.
Angulus Ciſſoides quid. 72. f.
Angulus ex hippopedis Lineis. 72. f.
Angulus triplex fit ex Circũferẽtiis. 72. f.

Angulus vtrinque conuexus quis. 72, f.
Angulus vtrinque cauus, vel Syſtroides quis. 73. p.
Angulus Lunularis quis. 73. p, & 109. m.
Angulus Semicircularis quis. 73. p.
Angulus Cornicularis quis. 73. p.
Angulus rectus nō rectorum menſura eſt, vt inæqualium æqualitas. 77, m. 137. p; & 168. p.
Angulus planus quid ſit. 69. f.
Angulus rectilineus quid ſit. 73. f.
Angulus rectus, Obtuſus, & Acutus qui ſint. 75. p.
Angulus aduētitius Triāguli quid. 95, m
Angulus quomodo Angulo ęqualis, & quomodo ſimilis dicatur. 110. p.
Angulus rectilineus Angulo rectilineo quomodo dicatur ęqualis. 135. f.
Angulus rectus in tres partes ęquales facilè ſecari poteſt, Acutus autem nō poteſt niſi per Lineas miſtas. 155. m.
Angulus quadrupliciter dari pōt. 158. m.
Angulus Pelecoides, ſiue Angulus Figurę Securi ſimilis quid. 192. p.
Anima aliquando motus principium eſt, aliquando ab alio motum recipit ſecūdum Platonem. 18. f.
Anima prius eſt diuiſa, poſtea collecta ex mente Platonis, & ideo Arithmetica pręcedit Muſicam, & eſt pulcherrima ratio. 21. m.
Anima ad mentē eandē habet rationē, q̄ generatio ad cęlum. & ideo circulariter etiā mouet̃ ex Platonis ſententia. 84. m.
Animæ duplex actio. 62. f.
Antiquorum opinio de Figura. 80. p
Apollonii opinio de Angulo. 69. f.
Apollonii demonſtratio primi Pronunciati Euclidis. 112. m.
Applicatio quid ſit, & qūo fiat. 264. m.
Applicatio à Cōſtitutione quomodo differat. 265. p.
Apſis quid. 93. p.
Archimedes, & Apollonius tanquam euidentibus vtuntur principiis, iis, quę in Elementis Euclidis oſtenſa ſunt. 41. f.
Archimedes oſtendit Circulum eſſe ęqualem cuidam Triangulo. 266. m.
Area Trianguli quid. 144. f.
Argumentum deſtruens primum membrum dubitationis bimembris de Geometrica materia. 28. f.
Argumentum deſtruens idem. 28. f.
Argumentum ad idem, 29. p.
Argumenta quatuor deſtruentia ſecundum membrum dubitationis bimembris de Geometrica materia. 29. m.
Argumenta quòd phantaſia ab impartibili ad partibile procedat. 55. p.
Argumenta contra Democriti opinionē de Figura. 80. p.
Argumenta deſtruentia opinionem Stoicorum de Figura. 80. m.
Argumentum ſecundo hypotheticorum modo, quòd Finis, & Infinitum Mathematicarū ſcientiarū principia ſint. 3. m.
Argumentum quod. Mathematica eſſentia media ſit inter naturalem eſſentiam, & Metaphyſicam. 1. p, & 6. f.
Argumentum quòd communia Mathematica Theoremata, cōſiderationes, & principia ante multa ſubſiſtant. 4. f.
Argumentū quo confutatur Ariſt, opinio de ſubſiſtentia Methematicæ eſſentiæ, 7. p.
Argumentum contra Ariſt. opinionem quomodo Anima conſtituat Mathematicas formas. 7. f.
Argumentum contra eundē de eodē. 8. p.
Argumētum aduerſus eundē de eodē. 8. f.
Argumentū deſtruens primum membrū trimembris concluſionis de ortu formarū Mathematicarū ab Anima. 9. p.
Argumentum deſtruens idem. 9. p.
Argumentum ad idem deſtruendum. 9. p.
Argumentum deſtruens ſecundum mēbrum eiuſdem concluſionis. 9. m.
Argumentum deſtruens idem. 9. m.
Argumentum ex verbis Platonis in 7. de Repu. contra Mathematicarum vtilitatem, 17. p.
Argumentū Zenonis contra demonſtrationem ſibi contrariam. 123. f.
Ariſtotelis opinio quomodo ſubſiſtat Mathematica eſſentia. 7. p.
Ariſt. opinio quomodo Anima cōſtituat Mathematicas formas. 7. f.
Ariſt. opinio de ſubſiſtentia Terminorum corporis. 53, m.
Ariſt. opinio de Plano. 67. p.
Arithmetica certior eſt quàm Geometria, & quàm Muſica. 34. f.
Arithmetices tres ſunt partes, Lineariū, & Planorum, Solidorumq́ Numerorum conſideratio. 23. p.
Arithmetices, & Geometrię principia differunt inuicem, & cōmunicant. 35. p.
Artes omnes Arithmetica, & Arte metiēdi, Arteq́ ponderandi indigent ex mēte Socratis in Philebo. 14. f.

Artificioſum eſt, ad ſcientiamq́; ſpectat ſolutiones oppugnantium dicendis præparare. 141, m.
Aſtrologiæ conſiderationes. 24. m,
Aſtrologiæ tres ſunt partes, Gnomonica, Metheoroſcopica, & Dioptrica. 24. m.
Axes Sphærarum quid faciant. 52. m.
Axis quid ſit, & quomodo differat à Diagonio, & Dimetiente. 89. m.

B. Litera.

BAſis Trianguli quid. 134. f.
Baſis Trianguli duplex eſt. 134. f.
Binarii intolerabilis audacia, de qua in Theologumenis Arithmeticæ. 58, f.
Binarius quomodo medius ſit inter Vnitatem, & Numerum. 92, m.
Bonum, & ſuprema cauſa. de qua Plato, & Proclus in 7. de Rep. 18, m.

C. Litera.

CAlliclis reprehenſio in Gorgia. 14. p.
Calypſo, de qua Plutarchus in opuſculo de vitanda vſura. 32, m.
Canonica ꝙ nihil aliud ſit q̃ Muſica. 23. m.
Canonica quid conſideret. 23. f.
Carpi opinio de Angulo. 69. f.
Caſus quid ſit, 121. m.
Caſus in Conſtructione eſt. 127. f.
Caſus varii ſecundi Problematis primi Elementorum. 128. m.
Caſus varii tertii Problematis primi Elementorum. 130. m.
Caſus varii quintæ Propoſitionis primi Elementorum. 141. f.
Caſus ſextę Propoſitionis primi Elementorum. 145. p.
Caſus tres Demonſtrationis Propoſitionis 8. primi Elemētorum ſecundũ Philonem. 152. m.
Caſus varii Propoſitionis 9. primi Elementorum. 157. p.
Caſus Propoſitionis 11, primi Elementorum. 160. f.
Caſus ab Inſtantia quõ differat. 121. m. & 155. f.
Caſus Propoſitionis 12. primi Elementorum. 165. f.
Caſus Propoſitionis 17. primi Elementorum. 179. p.
Caſus Propō. 18. primi Elemētorū. 181 p.
Caſus tres Propoſitionis 24. primi Elementorum. 194. f.
Caſus Propoſitionis 30. primi Elementorum. 225. p.
Caſus Propoſitionis 31. primi Elementorum. 227. m.
Caſus Propoſitionis 35. primi Elementorum. 240. f.
Caſus Propoſitionis 36. primi Elementorum. 241, f.
Caſus Propoſitionis 38. primi Elementorum. 250. p.
Caſus Propoſitionis 41. primi Elementorum. 253. f.
Caſus Propoſitionis 43. primi Elementorum. 262. f.
Cauſa prima, per quam Figura circularis apparuit. 88. f.
Cauſa, propter quam Philolaus quatuor Diis triangularem Angulum, & tribus quadrangularem attribuerit. 99. m.
Cauſa cur Perpendiculari Figurarum metiamur altitudines, 100. m.
Cauſa, propter quam Euclides non fecit conuerſionem ſecundæ partis quintæ Propoſitionis primi Elementorum. 141, f, & 147. f.
Cauſa, propter quam Euclides rectilineũ Angulum ſolum, & Circunferentiam bifariam tantùm ſecuit. 155. f.
Cauſa, propter quam conuerſa Theoremata per Deductionem ad impoſſibile vtplurimum oſtenduntur. 184. m.
Cauſa vera Symptomatis Propoſitionis 17. primi Elementorum. 178, m
Cauſa Symptomatis octauędecimæ Propoſitionis primi Elementorum. 181. f.
Cauſa cur tres tãtùm ſint Caſus 35. Propoſitionis primi Elementorum. 241. p.
Cauſa cur conuerſæ. 35. & 36, Propoſitionis tũ ab Euclide, tum à Proclo prętermiſſæ ſint. 250. m.
Cauſa paſſionis tũ 47. Propoſitionis primi, tum 31, ſexti Elementorum, eſt Anguli rectitudo. 269, p.
Cauſæ quinque Figuram perficientes. 82. f, & 83. p.
Centra Spærarum quid faciant. 52. m.
Centri Mathematici ad Centrum intelligibile pulchra comparatio. 88. m.
Centrum Circuli quid ſit. 84. p, & 87. p.
Centrum Semicirculi quid ſit. 90. m.
Centrum tres tantùm habet locos. 91. f.
Certitudo Mathematica ab Anima ipſa emanat. .7 m.
Certitudo eadem nõ eſt ab omnibus Mathematicis requirenda, neque eiſdem

Demõſtrationibus Sciẽtię omnes vtuntur ex Ariſt. ſententia. 10. p.
Circularis Numeri contemplatio. 86. p.
Circuli duplex conſideratio, 82. m.
Circuli pulchra in Numeris contemplatio. 86. p.
Circulorum quilibet Linea tãtùm eſt 53. f. cuius oppoſitum habetur, 78. m.
Circulus quid ſit. 84. p.
Circulus eſt omnium Figurarum præſtãtiſſima. 84. p.
Circulus perfectionem quomodo rebus omnibus præbeat. 84. f.
Circulus verus, & vera circularis Natura quid ſit. 88. p.
Circulus eſt prima omniũ Figurarũ. 89. p.
Circulus, monadicus eſſe dicitur. 91. p, & 92. p.
Circulus quomodo fiat Ellipſis, 98. p.
Circunferentia quid ſit. 84. p.
Circunferentia omnis per Lineas miſtas in tres partes æquales ſecatur. 155. f,
Circunferentiam cur Euclides bifariam tantùm ſecuit. 155. f.
Ciſſoides Angulus quid ſit. 72, f.
Ciſſoidum Linearum denominatio. 72. f.
Cœlogonium Triangulum quid, 94. f.
Cogitatio eſt inſtrumẽtum iudicans Mathematicas. 6. m.
Cogitatio media eſt inter intelligentiam, & opinionem. 5. f.
Cogitationis intelligentiæ iuxta ſuum finem Mathematicas ſcientias conſtituerunt. 21. f.
Cogitatio quomodo Mathematicas producat, omnesq; ſcientias. 26. f, & 27. p.
Cognitio Mathematica obſcurior eſt prima ſciẽtia, euidẽtior autẽ opinione. 6. f.
Cognitionum proportio ſecundum Platonem, 6. p.
Commendatio Mathematicarum ex 7. de Rep. 12. f.
Commendatio Mathematicarum ex Plotino. 12. f.
Communia eorum, quæ ſunt, Mathematicæq; eſſentiæ principia Finis, & Infinitum, 2. m, & 7. m,
Communia Mathematica Theoremata, conſiderationes, & principia ante multa ſubſiſtunt. 4. f.
Communia Arithmeticæ, & Geometriæ Theoremata, & vtrique propria quæ ſint, 55. p.
Cõmunitas Propoſitionũ 35, & 36. primi Elementorum. 241. f.
Cõitas Linearũ & Superficierũ. 68. m.
Communitas ſecunda Linearum, & Superficierum. 68. f.
Communitates duodecimę, & 31. Propoſitionum primi Elemementorum. 226. m.
Communium Arithmeticę, & Geometrię Theorematum diſtinctio. 35. m.
Cõparatio Definitionis Figurę ſecũdũ Poſidoniũ ad Definitionẽ Euclidis. 82. p.
Comparatio pulcherrima Trianguli cum Trapezio ſuper eadem Baſi, & in eiſdem Parallelis. 255. p.
Comparatio pulcherrima Trianguli cum Trapezio ſuper eadem Baſi non in eiſdem Parallelis, ſed cum quadam alia conditione. 255. f.
Cõplementorũ nomẽ vnde ſit ortũ. 263. f.
Compoſitio in Mathematicis quid. 145. f.
Concluſio trimembris in quęſtione quomodo Anima conſtituat Mathematicas formas, 9. p.
Concluſio Geometrica duplex eſt. 118. m.
Concluſiones primi Problematis Euclidis. 120. p.
Concluſionis officium. 116. f.
Conditiones, quæ requiruntur ad optimam Elemẽtarem inſtitutionem. 43. p.
Cõditiones ſex definitionis Circuli, 89. m.
Conditiones Parallelarum rectarum Linearum. 100. m,
Conditiones quartæ Propoſitionis primi Elementorum. 131. p.
Conditiones quinq; 7. Propoſitionis primi Elementorum, 148 f, & 149. p.
Conditiones tres Propoſitionis 14. primi Elementorum. 159. m.
Confirmatio tertii membri trimembris concluſionis de ortu Formarum Mathematicarum ab Anima. 9. m.
Confirmatio dicti Pythagoreorum, & Philolai de Triangulo. 95. f.
Cõfutatio opinionis Carpi, & Apollonii, & Plutarchi de Angulo, 70. p.
Confutatio opinionis Eudemi de Angulo. 70. p.
Confutatio opinionis Euclidis de Angulo, 70. m,
Confutatio Definitionis Anguli, quam trudit Euclides. 73. m.
Confutatio opinionis Democriti de Angulo. 79. f.
Confutatio opinionis Antiquorum de Figura. 80. p.
Confutatio opinionis Stoicorum de Figura. 80. p.

Conſutatio opinionis Xenocratis de Lineis inſecabilibus. 159. f.
Conſutatio primi membri trimēbris concluſionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima. 9, p.
Conſutatio ſecundi membri trimembris cōcluſionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima. 9. m.
Coni ortus. 68. p.
Conicæ ſectiones, quæ, & quot. 64. m.
Conicæ tres Lineæ, quatuor producunt miſta Corpora 68. f.
Coniunctio Mathematicarū non eſt Proportio, vt cenſuit Eratoſthenes, 25. m.
Coniunctio prima Mathematicarū. 25. f.
Cōiunctio ſecunda Mathematicarū. 25. f.
Cōiunctio tertia Mathematicarum, 26. p.
Conoides Superficies quę dicantur. 68. f.
Conoides rectangulum quid. 68. f.
Conoides obtuſangulum quid. 68. f.
Conſideratio pulchra in Triangulis, & in iis, quæ ſunt. 212. f.
Cōſideratio pulcherrima de vſi 235. p.
Conſtructio quando deficiat. 117. p.
Conſtructio primi Problematis Euclidis. 119. m.
Conſtructionis officium. 115. f.
Cōtemplatio quorundā de Terra, Cerere, Veſta, & Rhea. p. 99. p.
Cōtemplatio duorum Circulorum æquilaterum Triangulum comprehendentium. 112. p.
Continuatio libri ſecundi Autoris cum primo. 28. p.
Continuatio libri tertii Autoris cum ſecundo. 102. p.
Continuatio quarti libri Autoris cum tertio. 213. p.
Conuerſa Theoremata præcedentibus ſemper conſequentia ſunt. 168. f.
Conuerſa Theoremata per Deductionem ad impoſſibile vt plurimū debent oſtēdi, Problemata verò per præcipuam demonſtrationem. 169. p, & 184. m.
Conuerſa quintędecimæ Propoſitionis primi Elementorum. 171. f.
Conuerſa quadrageſimę primæ Propoſitionis primi Elemētorum. 254. m.
Conuerſæ trigeſimę ſecundę Propoſitionis primi Elementorum. 228. f.
Conuerſio apud Geometras quid. 143. f.
Conuerſio Geometrica duplex, Præcipua, & non Præcipūa, vel propria, & impropria. 144. m.
Conuerſio triplex eſt. 251. f.
Conuerſiones falſæ quæ ſint. 144. f.
Conuerſionis modus, qua conuertitur vltimum Theorema primi Elementorum, & alia. 270. f.
Cōuerſum octaui Pronuntiati primi Elemētorum nō eſt verum niſi in ſimilibus ſpecie ſpecialiſſima. 137. f.
Conuerſum primæ, & ſecundæ paſſionis 34. Propoſitionis primi Elementorum. 256. m.
Conuerſum quoddam aliud quadrageſimę primę Propoſitionis iuxta alium Conuerſionis modum. 254. f.
Cornicularis Acuto ſemper inæqualis eſt. 133. m.
Corollarium quid ſit. 121. m.
Corollariū quintędecimę Propoſitionis primi Elementorum. 173. p.
Corollarium duplex eſt. 121. m, & 173. p.
Corollarium tanquam Sumptio ex 15. Propoſitione primi Elementorum ſcaturiens. 176. f.
Corollarium aliud ex 15. Propoſitione primi Elementorum. 177. p.
Corollarium tanquam Sumptio ex 17. Propoſitione primi Elementorū. 179. f.
Corollarium ex Scholio Franciſci Barocii. 206. f.
Corona apud Geometras quid. 91. m.
Cur Plato in Timęo Animam ex Mathematicis formis conſtituat, 9. f.
Cur Plato multas experientias, & Artes, quę verę ſcientię non ſunt, ſcientias appellauerit. 17. f.
Cur proceres Fatidicos ab omni ad humanam vitam reſpectu Socrates auertat in Thęteto. 15. p.
Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum verſari. 21. f.
Cur tertia Geometrię ſpecies non ſit, q̄ de Punctis, & Lineis tantùm agat. 23. p.
Cur Plato adamantinam Polorum ſubſiſtentiam dicat. 52. m.
Cur Pythagorei Polum ſigillum Rhęę vocabant. 52. f.
Cur iidem Centrum Iouis carcerem. 52. f.
Cur Plato naturales Rationes per Plana manifeſtari iubebat, 53. f.
Cur Euclides à partium negatione Signum definiat. 54. f.
Cur Pythagorei Lineam dyadicam appellabant. 57. f.
Cur Euclides duas tantùm Lineę ſpecies tradiderit, 65. p.
Cur Pythagorei Ternario Superficiem

aſſimilauerint. 66. p.
Cur Euclides Planam tantùm definiuerit Superficiem. 69. p.
Cur Euclides Semicirculum in primo libro definiat, & non in tertio, vbi proprius eſt locus. 91. p, & 92. p.
Cur Euclides duplicem Triangulorũ diuiſionem tradat. 94. f.
Cur Euclides prætermiſerit conuerſam 15. Propoſitionis primi Elementorum. 172. p.
Cur Euclides Propoſitionem 19. primi Elementorum per Demonſtrationẽ directam non demonſtrauit. 184. m.
Cur Euclides tres Angulorũ in Parallelis ſumptiones prętermiſerit. 217. m.
Cur non ſit conuertenda 30. Propoſitio primi Elementorum. 225. f.
Cur familiariſſimum Ariſt. exemplum ſit hoc. Omne Triangulum habet tres Angulos ęquales duobus rectis. 231. f.
Cur Theorema in Baſibus ęqualibus de Parallelogrammo ſimul, & Triangulo Euclides prętermiſerit. 254. p.
Cur tres ſoli ſint 41. Propoſitionis primi Elementorum Caſus. 265. m.
Cur in Definitionibus Complementa Euclides non definiuerit. 263. f.
Cur Euclides duorum tãtùm Rectilineorum ortum tradat. 266. f.
Cur Euclides Triangulum ęquilaterum per Conſtitutionem producat, Quadrãgulũ autẽ per Deſcriptionẽ. 267. p.
Cur vniuerſè 47. Propoſitio primi Elementorum oſtendenda non ſit. 269. m.

D. Litera.

DAta tria ſunt in Propoſitione 44. primi Elementorum. 264. f.
Datũ oẽ quatuor modis dari põt. 117. f.
Datum primi Theorematis primi Elemẽtorum. 133. f.
De Petitione, & Pronuntiato caput vnicum. 102. p.
Deductio ad impoſſibile quid apud Geometras. 145. p.
Defectus tres conſequenter ęquali Spatio diſtantes eſſe non poſſunt. 153. f.
Defenſio Gemini. 139. p.
Definitio Problematis, & Theorematis ſecundum Poſidonium. 47. p.
Definitio rectę Lineę ſecũdũ Platonẽ 63. p
Definitio rectę Lineę ſecundum Archimedem. 61. m.
Definitio Centri Circuli. 87. p.
Definitio Poli Circuli. 87. m.
Definitio Cẽtri ab Oraculis tradita. 88. m.
Definitio perfecta Anguli Plani. 71. f.
Definitio perfecta Anguli Solidi. 71. f.
Definitio vniuerſalis, & perfecta ipſius Anguli. 71. f.
Definitio Parallelarum Linearum ſecundum Poſidonium. 100. m.
Definitio eorum, quę conſequenter, vel deinceps eſſe dicuntur. 169. f.
Definitio Corollarii. 121. m, & 174. p.
Definitiões varię ipſius rectę Lineę. 63. m.
Definitiones varię Superficiei. 65. f.
Definitiones varię Plani. 67. m.
Definitionis Mathematicę Circuli conſideratio. 86. m.
Democriti opinio de Figura. 79. f.
Demonſtratio Mathematica quòd Circulus bifariam à Dimetiente ſecatur. 89. f.
Demonſtratio quartę Petitionis Euclidis. 108. m.
Demõſtratio Geometrica duplex ẽ. 118 p.
Demonſtratio primi Problematis Euclidis. 119. f.
Demonſtratio contra Zenonem. 123. m.
Demõ alia, quã dãnat Zeno. 124. p.
Demonſtratio praua Quorundã ſecundi Problematis primi Elementorũ. 129. f.
Demonſtratio vltimi Pronuntiati primi Elementorum. 133. f.
Demõſtratio quartę Propoſitionis primi Elementorum. 137. p.
Demonſtratio quintę Propoſitionis à Pappo tradita. 141. f.
Demonſtratio conuerſionis ſecundę partis 5. Propoſitionis primi Elementorũ, quę ab Euclide prętermiſſa eſt. 146. f.
Demonſtratio octauę Propoſitionis primi Elementorum ſecundum Philonem. 152. p.
Demonſtratio Apollonii Pergęi in Propoſitionem 10. primi Elementorum Euclidis. 160. p.
Demonſtratio Propoſitionis 10. primi Elementorum ab Euclide tradita melior eſt ea, quam tradidit Apollonius. 160. m.
Demonſtratio Apollonii in 11. Propoſitionem primi Elementorum. 161. f.
Demonſtratio Euclidis in Propoſitionem 11. primi Elementorum melior eſt Demonſtratione Apollonii. 161. f.
Demõſtratio vndecimę Propoſitionis primi Elemẽtorũ, quę fit per Semicirculos

non approbatur. 162.p.

Demonſtratio Porhpyrii, quæ confirmat quandã particulam quartędecimę Propoſititionis primi Elementorũ. 170.m.

Demonſtratio conuerſæ 15. Propoſitionis primi Elementorum. 171.f.

Demõſtratio alia eiuſdẽ indirecta. 172,m.

Demõ octauędecimę Propoſitionis primi Elemẽtorũ ſecundũ Porphyriũ. 181.p.

Demonſtratio directa Propoſitionis 19. primi Elementorum. 184.p.

Demõſtratio Propoſitionis 23. primi Elemẽtorũ ab Autore tradita, quę eſt exquiſitior Demonſtratione Euclidis 192. p.

Demonſtratio Apollonii in 23. Propoſitionem primi Elementorum, quæ damnatur ab Autore. 193.p.

Demonſtratio cuiuſdam pulchræ Sumptionis. 203.p.

Demonſtratio vigeſimęquintæ Propoſitionis primi Elementorum ſecundum Menelaum Alexandrinum. 207.f.

Demonſtratio vigeſimęquintę Propoſitionis primi Elementorum ſecundum Heronẽ Mechanicum. 208 m.

Demonſtratio vigeſimęoctauę Propoſitionis primi Elementorum ſecundum Ptolemęum. 218.p.

Demonſtratio tertię partis 29. Propoſitionis primi Elemẽtorũ ſecundũ Ptolemæum. 220.p.

Demonſtratio, quam habet Ariſt. primo de Cęlo tex. trigeſimoquinto. 223.m.

Demonſtratio Sumptionis, per quam demonſtratur quinta Petitio primi Elementorum. 223.f.

Demonſtratio pulchra 5. Petitionis primi Elementorũ ab Autore tradita 224 p.

Demonſtratio trigeſimæſecundę Propoſitionis primi Elementorum ſecundum Pythagoreos. 228.m.

Demonſtratio Autoris quòd longitudinis accretione opus ſit ad Spatiorum æqualitatem ſeruandam. 239. f.

Demõſtratio trigeſimęnonę Propoſitionis primi Elementorum in reliquo abſurdę Suppoſitionis Caſu. 251. p.

Demonſtratio duorum Theorematum ex iis quatuor, quæ Elementorum inſtitutor omiſit. 252.f.

Demõſtratio quadrageſimę primę Propoſitionis primi Elemẽtorũ in Baſibus etiã æqualibus. 254. p.

Demonſtratio Propoſitionis 45. primi Elementorum. 265.f.

Demonſtrationes quorundã Pronuntiatorũ à Pappo additorũ. 113 f,& 114 p.

Demonſtrationes vigeſimę Propoſitionis primi Elementorum à Porphyrio, & Herone traditæ. 185.p, & 186.m.

Demonſtrationes quintæ Petitionis ſecũdum Ptolemæum. 220.m.

Demonſtrationes conuerſarũ trigeſimæſecundæ Propoſitionis primi Elementorum. 229.p.

Demonſtrationes duorum vtiliſſimorum Theorematum. 257.m.

Demonſtrationis officium. 116.f.

Demonſtrationis Geometricæ perfectio. 118.p.

Deſtructio Argumenti Platonicorũ contra Mathematicarum vtilitatem. 18.m.

Deſtructio Argumentorum, quæ ꝯ flecti poſſent in Autorem circa opinionem ſuam de Angulo. 71,m.

Deſtructiones fundamentorum opinionis aliorum de Angulo. 72.p.

Determinatio quando deficiat. 117.m.

Determinatio Dati eſt. 117.m.

Determinatio primi Problematis Euclidis. 119.m.

Determinationis officium. 116.f.

Deus vnum eſſe dicitur. 66.m.

Deus Triadicus quid. 88.f.

Diagonius quid ſit. 89.m.

Dialetica eſt puriſſima Philoſophiæ pars. 25.p.

Dialecticã, quæ Metaphyſica eſt cur Plato Mathematicarum faſtigium in 7. de Rep. appellauerit. 24.f, & 25.f.

Differentia ſecunda Linearum, & Superficierum. 69.p.

Differentia inter Dimetientem, Diagonium, & Axem. 89. m.

Differentia quædam Cõuerſionũ. 219.p.

Differentia, quæ in Paralellogrammorũ diuiſionibus apparet. 234.p.

Differentia Propoſitionum 35, & 36. primi Elementorum. 241.f.

Differentiæ tres Problematis, & Theorematis ſecundum Carpum. 238. p.

Differentię duodecimę, & trigeſimę primę Propoſitionũ primi Elemẽtorũ. 226. f.

Difficile eſt Elementa conſtruere. 42. f.

Digreſſio contra Ariſt. quòd Anima non ſit tanquam tabula raſa. 9. m.

Digreſſio de ortu Mathematicarum Scientiarum ab Anima. 21.p.

Digreſſio contra Stoicos, & Ariſtotelẽ de Terminorũ corporis ſubſiſtẽtia. 52.p.

Digreſſio de Linearum ad ea, quæ ſunt ſimilitudine. 61.p.
Digreſſio d' Termino, et Terminato, 66m
Digreſſio de Anguli Quod quid eſſe. 69.f
Digreſſio de Circuli perfectione. 84.f.
Digreſſio de contemplatione Centri, & Diſtantiarum à Centro, & Circunferentiæ in Exemplaribus, 87.m.
Digreſſio de ordine Pythagoreorum, & Ariſto. in corporis Terminis, & corpore, 56.f.
Digreſſio quomodo ſeſe habeant Signa, & Linea in formis immaterialibus. 58.f.
Digreſſio de Anguli conſideratione in intellectilibus. 73.f,
Digreſſio inueſtigans ex mente Pythagoreorum cauſam cur tres ſint rectilinei Anguli. 75,m.
Digreſſio de Figurę cõſideratione. 78.m.
Digreſſio de cauſis Figuram perficientibus. 82:fs
Digreſſio de conſideratione Semicirculi in iis, quæ ſunt, 91.f.
Digreſſio de Figurarum rectilinearum in intelligibilibus, & ſenſilibus conſideratione, 93.f.
Digreſſio de Triangulorũ in iis, quę ſunt conſideratione. 95.p.
Digreſſio de aſſimilatione Triãgulorum iis, quæ ſunt. 96.m.
Digreſſio de conſiderationibus Quadranguli in iis, quæ ſunt. 98.f,
Digreſſio de conſideratione trium primarum Euclidis Petitionum in imaginibus. 107.m.
Digreſſio de conſideratione Trianguli æquilateri. 121.f.
Digreſſio cõtra Carpum in defenſionem Gemîni de ordine Problematis, et Theorematis. 138.p.
Digreſſio de Infiniti in Mathematicis ſubſiſtentia. 163.p.
Digreſſio de conſideratione Lineæ ad Angulos rectos, & Perpendicularis in iis, quę ſunt. 166.m.
Digreſſio paſſionis Propoſitionis tertię decimę in iis, quę ſunt, 168.p.
Digreſſio de æqualitate, atque inæqualitate in Triangulis, & de cauſis Triangulorum. 180,m.
Digreſſio de cõparatione Arearum Triãgulorũ vigeſimęquartę Propoſitionis primi Elementorum. 195.f,
Digreſſio contra Ptolemęum de quintæ Petitionis demonſtrationibus. 219.f.
Digreſſio de quatuor pulcherrimis conſiderationibus in Triangulo, & aliis Rectilineis. 230.p,
Digreſſio de Vniuerſali, 235.p.
Digreſſio de cõparatione Trapeziorum cum Triangulis, Parallelogrãmis, atq; Trapeziis, 25 .f.
Digreſſio Franciſci Barocii de Triangulorũ ad principia totius Mathematicę eſſentiæ relatione, & de eorundem ad ea, quę ſunt, Proportione. 205.m.
Dii Polorum Sphęrę quid faciant. 52.f.
Dii Axium Sphęrę quid faciant. 53.p.
Diligentia Geometrica, ſiue conditiones Propoſitionis 33. primi Elementorum. 232.p.
Diligẽtia Geometrica Propoſitionis 39. primi Elementorum. 250.f.
Dimetiens Circuli quid. 89.p.
Dimetiens in Circulo tantùm propriè dicitur, & Diagonius in Figuris, quę habent Angulos, 89,m.
Dioptrica quid conſideret. 24,f.
Diſtãtia nauigiorũ in mari oſtẽdit per 26. Propoſitionẽ primi Elemẽtorũ. 212.m.
Diſtributio opinionum de Angulo. 71.f.
Diuina Scientia cunctas ſimul Mathematicas cognitiones in vnũ continet. 4 p.
Diuina Scientia omnium Scientiarum eſt capaciſſima. & illa eſt, quę cognoſcit cõmunia Mathematica Theoremata, & principia, 5.m.
Diuina Scientia, ſiue prima Philoſophia, quę Dialectica à Platone vocatur, cunctis Mathematicis Scientiis principia largitur, 5.f.
Diuiſio Scientiarum, & Artium ſecundũ Platonem. 17.f.
Diuiſio Mathematicarum Scientiarum ex mente Pythagorę. 20.f.
Diuiſio totius Mathematicę Scientię ex mente Gemîni. 22.p.
Diuiſio ipſius Vniuerſalis. 2 .f.
Diuiſio Lineę ſecũdũ Geminũ 63.f.110.f.
Diuiſio Cognitionum ſecundum Platonem. 1.f, & 5.f.
Diuiſio eorum, quę ſub cognitionẽ cadũt iuxta Platonis ſententiam. 2.p,
Diuiſio primi libri Elementorum. 42.f.
Diuiſio Lineę ſecundum Platonem, & Ariſtotelem. 60.p.
Diuiſio Angulorum. 72,m,
Diuiſio Figurę illius, quę à duobus Terminis comprehenditur, 91.p.
Diuiſio Planarum Figurarum. 93.p,

Diuiſio Quadrilaterarum Figurarum ſecundum Euclidem. 96.f.
Diuiſio Quadrilaterarum Figurarum ſecundum Poſidonium. 97.p.
Diuiſio Pronuntiatorum, per quam confutatur quorundam Mathematicorum opinio de Petitionis, & Pronuntiati cōmunitate, & differentia. 105.f.
Diuiſio Autorum, qui contra Geometriã inſtarunt, & opinionum eorũ. 114.m.
Diuiſio vniuerſalis Problematum. 125.f.
Diuiſio Theorematum. 139.m.
Diuiſio Mathematicarum probationũ ex mente Autoris, & Porphyrii. 145.f.
Diuiſio triplex Corollariorum. 174.m.
Diuiſio pulcherrima comparationis Triangulorum ad inuicem, 209.p.
Diuiſio Symptomatum Parallelarum Linearum. 215.m.
Diuiſio Theorematum Localium. 238.p.
Diuiſio Caſuum 36. Propoſitionis primi Elementorum. 242.f, & 244. f.
Documentum Pappi in 4. Euclidis Peritione. 108.f.
Dodecagoni Angulum Ioui Philolaus cur conſecrauerit. 99.m.
Duę rectæ Lineæ nullum Spatium comprehendere poſſunt: & hæc eſt cauſa quòd non Parallelæ in infinitum ex altera parte producunt, necnō aliarũ rerũ eſt cauſa. 91.m, 93.m 100.p, & 111.m.
Duæ Circunferentiæ duo Signa coniungere poſſunt, ſed duæ rectę Lineæ nequaquam. 136.f.
Dubitatio bimembris de Geometrica materia. 28.f.
Dubitatio de partitione rerum impartibilium. 51.p.
Dubitatio an Circunferentia indigeat recta Linea ad conſtitutionem. 61.f.
Dubitatio quomodo omnis Superficiei Extrema ſint Lineę, cùm neque infinitę, neque omnis finitę Extrema ſint. 66.f.
Dubitatio nunquid Signum ſolum impartibile ſit. 54.p.
Dubitatio quomodo impartibilia in Phãtaſia inſpiciantur, quæ cuncta partibiliter recipit. 55.p.
Dubitatio quomodo Lineæ extremitates Signa dicta ſint, cùm neque infinita Linea, neque omnis finita extremitates habeant. 59.f.
Dubitatio Xenocratis contra Platonis, & Ariſt. diuiſionem Linearum. 60.f.
Dubitatio de infinitis Dimetientibus, qua & Ioã. Grammaticus vſus fuit. in Lib. contra Proclum. 90.p.
Dubitatio contra Euclidis definitionem Figuræ. 82.m.
Dubitatio de Quadranguli nomine. 98.p.
Dubitatio pulchra de motu Geometrico. 106.f.
Dubitatio de data recta Linea in ſecunda Propoſitione primi Elementorũ. 127.f.
Dubitatio familiariũ Philonis de 8. Propoſitione primi Elementorum. 153.m.
Dubitatio cur tot conſequentia in 8. Propoſitione primi Elementorum Euclides non poſuit, quot in 4. 154.p.
Dubitatio Quorundam, vtrùm Linea cōſtet ex impartibilibus. 159.p.
Dubitatio cur Euclides ſecundam partem quintæ Propoſitionis primi Elementorum demonſtrauit cùm ea nuſquam vtat. 141.p, 147.m, 150.m, & 157.p.
Dubitatio cur Euclides adiecerit in 13. Propoſitione primi Elementorum particulas [duos rectos, aut duobus rectis æquales] 167.f.
Dubō cur Euclides nō adiecit in Propoſitione 24. primi Elementorũ inæqualitatem Arearũ, vt in 4. ęqualitatē. 195 m.
Dubitatio de partitione Propoſitionum 27. tũ 28. primi Elemētorũ. 217.p.
Dubitatio aduerſus Propoſitionem 30. primi Elementorum. 225.f.
Dubitatio rudium in 35. Propoſitionem primi Elementorum, 239.p.
Dubitatio cur Euclides cùm Triangula Triangulis æqualia oſtendebat, Theorematibus vtebatur: cùm autem Triangula Parallelogrammis, Problematibus. 265.p.
Duo rerum omnium principia ſecundum Platonem. 2.f.
Duodenarius eſt Iouis imperium. 99.m.

E. Litera.

ELementa variis modis multi tradidere. 43.p.
Elementare quid, 42.p.
Elementaris inſtitutio vnde dicta ſit, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc eſt Elementorum inſtitutor vocetur. 41.f, 42, & 43.
Elementorum rationes Triangulares ait eſſe Timæus, 95.m.
Elementum quid. 42.p.
Elementum duplex ex Menæchmi ſententia, 42.m.

Emolumentum, quod Geometricus ordo Rhetoricis præbet. 141.m.
Epicureorum impugnatio vigeſimę Propoſitionis primi Elementorum. 184.f.
Epicurus, omneſq; alii Philoſophi multa ſupponunt, quę fieri nō poſſunt. 124.f.
Epigramma Perſei. 64.m.
Epilogus eorum, quæ in primo Procli libro dicta ſunt. 28.p.
Epilogus primæ partis primi Elementorum, 212.m.
Epilogus totius primi lib. Elemēto. 272.p
Epinomides Dialogus, qui Platoni aſcribitur, legitimus ipſi non eſt ex Procli ſententia. 24.f.
Eratoſthenis carmen, 64.m.
Error Theodori Mathematici. 68.p.
Error Apollonii ex Ariſto. Gemini, & Autoris ſententia. 105.p, & 112.p.
Error Euclidis ex Ariſt. Gemini, & Autoris ſententia. 105.m.
Euclides finem ſuę Elementaris inſtitutionis ſtatuit quinq; Platonicarum Figurarum conſtitutionem. 39.f.
Euclides quædam cur prætermittat. 43.f.
Euclides non ab re in vno quoq; ſuorum librorum exponit principia. 44.m.
Euclides ipſemet ſuas Propoſitiones demonſtrauit ex Autoris ſententia. 120.p, 128.m, & 152.p.
Euclidis opera. 39.f, & 40.
Euclidis Elementaris inſtitutio omnes habet conditiones, quę ad optimam Elementorum inſtitutionem requiruntur. ideo omnes aliorum inſtitutiones excellit. 43.m.
Euclidis Elemētaris inſtitutio partim habet Problemata, partim Theoremata, quibus non ab re quandoq; quidem alternatim vtitur, quandoq; verò alteris abundat. 47.m.
Euclidis opinio de Plano. 67.p.
Euclidis opinio de Angulo. 69.f.
Eudemi opinio de Angulo. 69.f.
Exemplum pulcherrimum actionis Animæ. 81.p.
Exemplum pulcherrimum Problematis Inordinati. 126.p.
Exemplum pulcherrimū quomodo phātaſia Infinitum cognoſcat. 163.m.
Exemplum pulcherrimi Theorematis Localis in Lineis Solidis. 238.p.
Exemplum Demonſtrationis Propoſitionis 45. primi Elementorum in Figura decem Laterum. 166.p.
Expoſitio verborū Platonis in 7. de Rep. vbi Scientiæ nomen ab ipſa Mathematica abſtulit. 17.f.
Expoſitio quādo deficiat. 116.f, & 117.m.
Expoſitio Dati eſt. 117.m.
Expoſitio quadrupliciter fit. 118.f.
Expoſitio primi Problematis Euclidis. 119.m.
Expoſitionis officium. 115.m.
Ex quibus Animam conſtituat opifex ſecundum Timæum, 21.p.
Extrema Lineę quę ſint. 58.m.
Extrema Superficiei quę ſint. 66.m.
Extremæ conſiderationes Mathematicæ Scientiæ. 11.f.

F. Litera.

Figura omnis aut recta eſt, aut circularis, aut miſta ex Platone. 67.f.
Figura quid ſit. 78.m.
Figura multipliciter dicitur. 78.m.
Figura in Deis qualis ſit. 80.f.
Figura qualis ſit in Naturis. 80.f.
Figura qualis ſit in Animis. 80.f.
Figura quæ à Geometra conſideret. 81.m.
Figura Finem, & Infinitū in propriis formis quomodo oſtendat. 81.p.
Figura ab Euclide definita qualis ſit. 82.p.
Figura à Poſidonio definita qualis ſit. 82 p
Figura quomodo Diis attribuatur. 83.f.
Figura Lunularis quid. 91.m.
Figura, quę Corona dicitur quid. 91.m, & 93.p.
Figura vtrinq; conuexa quid. 91.m.
Figura rectilinea quid. 92.p.
Figura trilatera quid. 92.p.
Figura quadrilatera quid. 92.p.
Figura multilatera quid. 92.p.
Figura dupliciter miſta dicitur. 93 f.
Figura ex circunferentiis conſtructa, quę habet internos Angulos duobus rectis ęquales. 229.f.
Figurę, Modulationes, & Motus, quibus Atheniēſis hoſpes eos inſtitui vult, qui virtutem ab ineunte ętate ſunt conſecuturi. 14.p.
Figuræ ſex ſpecies. 78.f, & 79.f.
Figuræ biformes quę ſint, 90.p.
Figurarum omnium conſideratio. 79.f.
Finis Mathematicarum quid. 26.p.
Flagitioſa Ptolemęi ratiocinatio 220.p.
Formarum immaterialium ordo. 51.p.
Fundamenta Autoris aduerſus Ptolemęum. 221.m.

Fuſus Platonis quid. 52.f.

G. Litera.

GElonis Syracuſii Regis dictum. 37.m.
Gelonis corona. 37.m.
Cemîni laus. 143.p.
Gemînus tradit ortus Spiricarum, & Cōchoidū, & Hederę ſimiliū Linearū. 65.p
Geodæſiæ tot ſunt partes, quot Geometriæ. 23.p.
Geodeſię ſubiecta, & cōſiderationes. 23.m.
Geometrę proceſſus à compoſitioribus ad ſimpliciora. 49.f.
Geometrę nō poſſunt reddere cauſam triplicis rectilinei Anguli diuiſiōis. 75.m.
Geometria præcedit Aſtronomiam, quia motu ſtatus prior eſt. 21.f.
Geometria totius Mathematicæ pars eſt. 28.p.
Geometria vniuerſale illud conſiderat, quod in imaginabilibus diſtributum eſt. 32.f,
Geometria cuiuſmodi Scientia ſit. 33.m.
Geometria quæ conſideret. 33.m.
Geometria nobis exhibet inſtrumenta iudicandi. 34.m.
Geometria certior eſt quàm Spherica, ſiue Aſtronomia, & quàm Mechanica, & quàm Perſpectiua, & Specularia. 34.f.
Geometria promit à ſe ſe Geodęſiam, Mechanicam, & Perſpectiuam, aliasq; Scientias. 37.p.
Geometria ortū habuit ab agrorū emenſione apud Aegyptios primùm. 37.f.
Geometria, quę ab initio fuit qd ſit. 78.p.
Geometria quærit quatuor ea, quæ quæri ſolent. 115.f.
Geometria quærit ipſum Quid eſt dupliciter. 115.f.
Geometria qūo quęrat ipſum Si eſt. 116.p
Geometria quomodo quęrat ipſum Quale quid eſt. 116.p.
Geometria quomodo, & quando quærat ipſum Propter quid eſt. 116.m
Geometriæ duæ ſunt ſpecies, Planorum conſideratio, & Stereometria. 22.f.
Geometriæ principale officium 23.p.
Geometrię ſubiecta ſub cogitationem cadunt ex mente Platonis. 3[illegible].m.
Geometrię ſubiecta, accidentia, & principia quæ ſint. 34.p.
Geometrię, & Arithmetices principia differunt inuicem, & communicant. 35.p.
Geometriæ laudes. 87.m.
Geometriæ ortus, & inuentores. 37.f, 38, & 39.
Geometriæ propoſitum. 41.p.
Geometriæ primum propoſitum. 41.p.
Geometriæ ſecundum propoſitum. 41.m.
Geometriæ totum propoſitum. 41.f.
Geometrię de qbus ſit ſermo. 115.f. 127.f.
Geometrica materia qd. 28.p, 31.f, & 32.p
Geometricę formæ in cogitatione poſitæ ſunt, nosq; à ſenſilibus ſeparant, & à ſenſu ad mentem excitant. 29.m.
Geometricorum ſermonum ordo. 44.p, 45.46, & 47.
Gnomonica quid conſideret. 24.m.

H. Litera.

HAllucinatio quorundā ex Ariſt. ſententia, qui non Vniuerſale tanquā Vniuerſale oſtendebāt. 237.p.
Hallucinatio Chorographorum. 248.p.
Helicis Planæ generatio 103.m.
Helicium, Cylindrica ſola eſt ſimiliū partium, non tamen ſimplex. 60.f.
Helix in Sphera quid. 60.f, & 64.p.
Helix in Cono quid. 60.f, & 64.p.
Helix Cylindrica quid. 61.p.
Heron tria ſola Pronūtiata poſuit. 113.m.
Hieronis Syracuſii Regis dictum. 37.p.
Hieronis nauis. 37.p.
Hippocrates Chius fuit primus inuentor Inductionis Mathematicę. 121.f.
Homerica Minerua. 17.m.

I. Litera.

IDentitatem in quibus oſtendat Euclides. 224.f.
In quibus reſpectibus conſequentia identitatis verificetur. 225.p.
In Rebus immaterialibus ſimpliciora cōpoſitioribus præcellunt. 50.p.
In Rebus materialibus compoſitiora pręcellunt ſimplicioribus. 50.m.
Indemonſtrabilia à demonſtrabilibus natura differunt, & eorum Scientię diuerſę ſunt ex mente Ariſt. 112.p.
Inductio Mathematica quid ſit. 121.f.
Inductionis Mathematicæ cū Inductione logica ſimilitudo. 121.f.
Infinitum in phantaſia ſubſiſtit. 163.m.
Inſcriptio Elementorum Euclidis. 42.p.
Inſtantia Mathematica quid ſit. 121.f.
Inſtantia quorundā aduerſus quintā Petitionem primi Elementorum. 222.p.

Inſtantia vltimi Theorematis primi Elementorum. 271, p.

Inſtantiæ ſeptimę Propoſitionis primi Elementorum. 149. m, 150. m.

Inſtantiæ Propoſitionis 12. primi Elementorum. 164. p.

Inſtantię Propoſitionis 22. primi Elementorum. 190. p.

Intellectilis materia, qua Signũ materiale dicitur, vnitas autem immaterialis, & Numerus. 55. f.

Inuentio Interualli Tyrannicę voluptatis ad Regiam, iuxta Planam, Solidamq́ generationem, de qua Socrates in 9. de Repu. 14. m.

Iuuenes ad Caſuũ, Sumptionumq́ varietatem libenter currunt. 115. p.

L. Litera.

LAtera quomodo dicantur Angulos ſubtendere. 136. p.

Laterum æqualitas in Triangulis infert ęqualitatem Angulorũ ab eis ſubtenſorum, & è contrario. 180. p.

Latus maius, & minus quomodo ſumendum ſit in 13. & 19. Propoſitionibus, tum in Aequicruribus, tum in Scalenis Triangulis. 180. p.

Linea quid ſit. 56. p.

Linea longè primum, & Simpliciſſimum eſt Interuallum. 55. p.

Linea tum finita eſt, tum infinita. 59. m.

Linea tripliciter Geometra vtitur. 59. m,

Linea recta cuius ſit Nota. 62. m.

Linea Incompoſita quid. 63. f.

Linea Compoſita quid. 63. f,

Linea refracta quid. 63. f.

Linea Figuram efficiens quid. 63. f.

Linea, quę in infinitum Figuram non facit quid. 63. f,

Linea conchæ ſimilis, vel Conchoides quid. 63. f.

Linea indefinita quid. 64. p.

Linea Plana quid. 60, 64, & 238. p.

Linea Solida quid. 60. 64, & 238. p.

Linea Ciſſoides quid. 64. p.

Linea Helix quid. 64. p.

Linea recta quid ſit. 60. p.

Linea recta Lineę rectę quomodo dicatur ęqualis. 13.5. f.

Linea recta non rectarũ mẽſura eſt. 137. p.

Lineę varię definitiones. 56. f.

Lineę notio iuxta Apollonium. 56. p.

Lineę pulcherrimus ſenſus. 58. m.

Lineę partium ſimilium tres ſolę ſunt. 64. f, & 69. p.

Lineę per confuſionem miſtę ſunt. 67. f,

Loci, ex quibus habet̃ quod Procli propoſitum erat exponere totam Elementarem Euclidis inſtitutionem, 155. f, 240. m, & 269. p.

Locus, ex quo habetur quòd Euclides ſuas Propoſitiones demõſtrauit. 120. p.

Locus Geometricus quid ſit. 238. p.

Locus Admirabilis apud Mathematicos, & apud Stoicos quid ſit. 239. m,

Locus, vbi quędam verba non videntur eſſe Procli germana, ſed ab aliquo addita ad perficiendũ cõmentariũ. 256. p.

Locus, ex quo incertum eſt, an totam Euclidis Elementarem inſtitutionem expoſuerit Autor. 272, f.

Lunula quid ſit. 93. p.

M. Litera.

MAteria duplex ex ſententia Ariſt. & Autoris. 30. p, & 31. p.

Materia intelligibilis quę. 45. f.

Materia Problematis, & Theore. 46. m.

Mathematica eſſentia media eſt inter eſſẽtiam Naturalem, & Metahpyſicã. 1, p,

Mathematica Scientia propter ſe eſt expetenda. 15. p.

Mathematica ad intelligentem cognitionem nos deducit, Animęq́ oculum ad Vniuerſorum cognitionem pręparat. 12, p, & 16. p.

Mathematica Scientia propter vitã contemplantem eſt experenda. 16. m,

Mathematicę eſſentiæ medietas, 1, p.

Mathematicę res cogitationi ſubiectę ſunt, & cogitatio eſt inſtrumentum iudicans ipſas. 6. m.

Mathematicę per ſe ſoli aliquod bonũ eſt, ideo non eſt ſpernenda etſi ad humanos vſus non prodeſt. 16. f.

Mathematicæ Scientię partes principales Arithmetica, Geometria, Mechanica, Aſtrologia, Perſpectiua, Geodęſia, Canonica, ſiue Muſica, & Supputatrix. 22. p.

Mathematicę diſciplinę pręcipuè reminiſcentiam oſtendunt ex mente Platonis. 26. f.

Mathematices nomen vnde ſit ortum. 26. f, & 27. p.

Mathematices nomẽ à Pythagoreis quomodo ſit repertum, 26. m.

Mathematici clari. 38.p.
Matheſis omnis, reminiſcentia eſt ex Platonis ſentẽtia, & Pythagoreorũ. 26.f.
Mathematices quatuor ſunt partes, inſtrumentorum Effectrix, miraculorum Effectrix, æquilibrantium, centro ponderantiumque Cognitio, & Sphærarum Effectrix. 24.f.
Medietas Mathematicorum generum, ac formarum. 2.m.
Medietas Mathematicę Scientiæ. 10.m.
Menæchmi opinio de Theoremate, & Problemate. 45.f.
Menechmus fuit inuentor conicarum Sectionum. 64.m.
Mens vltima, & paſſibilis, & quę recipit ſpecies quæ ſit. 30.m, & 106.f.
Mercurialia, & Minerualia munera. 17.m, & 32.m.
Metheoroſcopica quid conſideret. 24.f.
Methodi tres Mathematicę, quę à Platone traduntur. 121.p.
Militaris ars à Mathematicis excludit̃, necnon Medicina, & alię. 22.m.
Miraculorum Effectricis tres ſunt partes, vna, quę ſpiritibus: altera, quę ponderibus: tertia, quę neruis, Spartiſque vtitur. 24.p.
Miſta Linea quę ſit, 61.m.
Miſtio in Lineis à Miſtione in Superficiebus quomodo differat ex Gemini ſententia. 67.f.
Miſtio dupliciter fit, 67.f, & 93.f.
Modulationes, & motus, & Figurę virtuti conuenientes, quibus Athenienſis hoſpes eos inſtitui vult, qui ab ineunte adoleſcẽtia virtutẽ cõſecuturi ſũt. 14.p
Motus vt Suppoſitio principiũ eſt. 44.m.
Motus ab inęqualitate emanat, Quies autẽ ab ęqualitate. 24.p, & 98.f.
Munus Problematis duplex ſecundum Menechmum. 41.f.
Munus Problematis quid. 115.m.
Munus Theorematis quid. 115.m.
Muſarum ſermo in 8. de Rep. 4.m. 13.f, & 85.f.

N. Litera.

NAturę ad Animam pulchra comparatio. 80.f.
Negatiuæ orationes principiis conueniunt ex Platonis ſententia. 54.f.
Neutrum Theorema quid. 42.m.
Nicomedes fuit inuentor proprietatis Conchoidum Linearum. 155.m.
Nomina hæc παραβολὴ, ὑπερβολὴ, ἔλλειψις quid ſignificent apud antiquos, quidq́; apud iuniores Mathematicos. 264.p.
Non omnis Angulus recto æqualis, rectus & ipſe eſt ex Pappi, & Autoris ſententia. 105.m, & 109.p.
Non omnis Linea ab omni Signo ad omne Signum protendi poteſt, 107.f.
Notanda quinq; in 10.11, & 12. definitionibus Euclidis. 76.p, & f.
Numeri, qui in terminatis limitibus communia cunctis Mathematicis rationibus comprehendunt, in quibus etiam menſuræ fertilitatis, ſterilitatiſq; apparent ſecundum Platonem. 4.m.
Numeri in opinione ſubſiſtunt. 55.f.
Numerorum cognitio apud Phœnicas cœpit. 38.p.
Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obſcurius ex M. Tullii ſentẽtia. 13.f.
Numerus pręcedit Continuũ, & Binarius Lineam, & Vnitas Signum ex mente Platonis. 58.p.
Numerus quadrãgulus Numeri quadrãguli duplus inueniri nõ poteſt. 269.m.

O. Litera.

OBiectio quorundam quòd quinta Euclidis Petitio in Petitionibus connumeranda ſit. 110.m.
Obtusãguli Coni ſectio quid. 63.f, & 100f
Onopides fuit primus inuẽtor Propſitionis 23. primi Elementorum referente Eudemo. 191.f.
Omnia quæcunq; in Plana tractatione deſcribimus, in vno, eodemq́; Plano excogitamus. 69.m. 127.f, & 215.p.
Opinio Autoris de Centris, Polis, Axibus, & Sphæris. 53.p.
Opinio triplex de Angulo. 69.f.
Opinio Autoris de Angulo. 70.f.
Opinio Autoris de Figura. 80.p.
Opinio alia Autoris. 80.m.
Opinio Autoris de ordine Problematis, & Theorematis. 138.f.
Opinio quorundam de Propoſitione 15. primi Elementorum, & eorum fundamentum. 176.p.
Opinio Autoris quòd aliquę rectæ Lineæ à minoribus q̃ duo recti productę coĩcidunt, & aliquæ non coincidunt. 123.p.
Optimum illud, quod etiam Bonum, vel Supremum cauſam Plato appellat, Ma

thematicarum finis eſt. 18. m, & 26. p.
Optimus Geometrici ſtudii finis, & doni Mercurialis opus. 18.m, 26.p, & 32.m,
Opus Mathematices à nomine fit manifeſtum : 27.m.
Opus Mathematices ſimile eſt operi Dei, 27.m.
Oraculi dictum de Vnitate. 57.m.
Orphei carmen. 88.f,

P. Litera.

PArallelę lineę quę ſint. 99.f.
Parallelæ Lineę alię etiam ſunt pręter rectas. 100.m.
Parallelæ Lineæ non dicuntur omnes, quę non coincidunt, ſed omnes, quę nō coincidendo in infinitum poſſunt protrahi, 100.m.
Parallelogramma quomodo æqualia eſſe dicantur. 240.m.
Parallelogramma quomodo in eiſdem dicantur eſſe Parallelis. 241. f.
Parallelogrāmi nomē vnde ſit ortū. 236.p
Parallelogrammorum proprietas quid ſit. 97.f. 233.m, 234. f, & 236.m.
Parallelogrammorum Iſoperimetrorum Quadrangulum quidem maximū eſt, Rhomboides verò minimum. 240. p.
Parallelogrāmum propriè quid ſit. 236. f.
Parallolagrammum apud Euclidem quid ſit. 237.m.
Partealteralongior Figura quid, 96. f.
Partes, quę partibus pręcipuis Problematum, & Theorematum annexæ ſunt, quot, & quę ſint. 120.p.
Particularum [quod feciſſe oprtuit] & [quod demonſtraſſe oportuit] pulchra conſideratio, 120.p.
Paſſio Propoſitionis 15. primi Elementorum vnde ſcaturiat. 172. f.
Paſſiones tres, ex quibus decem fiunt Localia Theoremata. 252. p.
Paſſiones tres, ex quibus fiunt quinq; Localia Theoremata, quorum vnum tantum non ab re poſuit Euclides, reliqua autem prętermiſit, quę addit Autor cum reticentię cauſa. 254.m.
Perpendiculari Figurarum metimur altitudines. 76. m, & 100. m.
Perpendicularis terminat Spatiorū altitudines, & Linearum diſtantias. 100. m.
Perpendicularis pulchra conſideratio, & ad ea, quæ ſunt comparatio. 76.m.
Perpendicularis duplex eſt. 162. p.
Perſeus fuit inuentor Linearum Spiricarum. 64. m.
Perſpectiua quid conſideret, 23. f.
Perſpectiuæ totius tres ſunt partes, Perſpectiua nomine generis, Specularia, & Sciographica. 23. f.
Petitio à Pronuntiatio ita differt ex mente Gemini, & Autoris, vt Problema à Theoremate. 102.p, & 104.p.
Petitio 4. & 5. primi libri Euclidis nota ſunt in Petitionibus cōnumerāoę ex ſētētia Gemini, & Autoris 104.f, & 108.p
Petitio 5. primi Elementorum non eſt indemonſtrabilis. 104.f, 108.p, & 219. p.
Petitiones Theorematū Elemēta ſūt, 42. f.
Petitiones tres, quæ verę Petitiones ſunt iuxta omnium ſententiam. 106.p.
Petitionibus quidem in Conſtructione, Pronuntiatis verò in Demonſtratione vtimur. 119. f.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia ex ſententia Gemini, & Autoris. 102.m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia iuxta Archimedis, & ſequacium opinionem. 104. p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia iuxta opinionem tum Stoicorum, tum Speuſippi, & Amphinomi. 104. p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differētia iuxta aliorū ſententiā. 104.m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia iuxta opinionem Ariſto. 44. m, & 104. m, & 111. f.
Phantaſia media eſt inter ſenſum, & mentem ex ſententia Ariſt. 30. f.
Ppantaſia ex impartibili ad partibile procedit. 55.p
Ppantaſię duplex vis. 55. m, & 163.m.
Phantaſiam cur Ariſtoteles mentem paſſibilem vocauerit. 30. m.
Philippi Mathematici obtrectatio in Propoſitione 16. primi Elementorum referente Herone. 175, m.
Ppilolaus Diis quatuor Triangularem Angulum cur conſecrauerit. 95.f.
Ppilolaus Diis tribus Quadrangularem Angulum cur conſecrauerit, & quibus, 98. f.
Planum quomodo in Geometria intelligendum ſit. 69. m.
Platonis opinio quomodo ſubſiſtat Mathematica eſſentia. 7. p.
Platonis opinio quomodo Anima conſti-

tuat Mathematicas formas. 7.f.
Platonis ſentẽtia de Mathematicarũ vtilitate,& dignitate,& ſi ſcientię ſunt. 18.p
Platonis opinio de Plano. 67.p.
Plutarchi opinio de Angulo. 69.f.
Polus Circuli quid ſit. 87,m,
Ponderum motionis quidẽ inęquilibriũ, Status vero, æquilibrium eſt cauſa ex Timæi ſententia. 24.p.
Præmonitio Autoris ad lectores. 49.p.
Primæ,principaliſſimæq́ rectilineę Figurę,Triãgulũ,& Parallelogrãmũ.48.m.
Primum Problema primi Elementorũ cęteris Problematibus pręſtat. 127.p.
Principia Mathematicæ ſcientię tum vnũ, & Multitudo ; tum Finis, & Infinitum. 11.m.
Principium ſecundæ partis primi Elementorum. 214.f,
Principium tertiæ partis primi Elementorum. 237.f.
Problema à Theoremate quomodo differat. 102.m, & 115.m.
Problema omne in Theorema reduci poteſt. 119.p.
Problema Ordinatũ quid. 125.f.
Problema medium quid. 126.p.
Problema Inordinatum quid. 126.p.
Problema multipliciter dicitur. 126.m
Problema Mathematicum quid. 126.m
Problema Excedens quid ſit. 126,m
Problema Impoſſibile qd ſit. 126.f,et 189f
Problema Maius quid ſit. 126.f
Problema Deficiens, vel Minus quid ſit. 126.f
Problema Determinatum, vel Indeterminatum quid. 126.f, & 189.f
Problema perfectũ cuiuſmodi debeteſſe, quod & propriè Problema dicit. 127.p
Problematibus omnibus, quæ in Plano aliquid faciunt, vnum ſubiici Planum exiſtimandum eſt,69.m,127.f,& 215.p
Problematis partes quæ, & quot ſunt. 116.m.
Problematum alia ſimpliciter, alia multipliciter,alia infinitis modis fiunt. 125.f
Problematum alia ſunt ſine Caſu, alia multos habent Caſus. 127.m
Productio in infinitum non omnibus ineſt Lineis. 170.f
Progreſſus Scientiæ Mathematicæ, atque regreſſus. 11.m
Pronuntiata, & Petitiones quæ dicenda ſint ex mente Ariſt. 105.p
Pronuntiata communis ſunt generis ex mente Autoris. 105.f,& 111.m
Pronuntiata quædam, quæ à Pappo addita ſunt. 113.f
Pronuntiatorum duplex proprietas ex Autoris ſententia. vbi notanda eſt contradictio cum ſuperioribus, ſimulq́ue ſoluenda. 112.f
Pronuntiatum, & Petitio, atq; Suppoſitio quomodo differant ſecũdũ Ariſt. 44.m
Pronuntiatum vltimum primi libri Euclidis non eſt collocandum inter Pronuntiata ex ſententia quorundam Mathematicorum, & Gemini, & Autoris. 104.f, & 105.f
Pronuntiatum 7.& 10. reſecãtur ex mente Aũtoris. 113.m
Pronũtiatum quoddã,quo vſus eſt Ariſt. primo de cęlo tex. 35. 223.m
Proportio cuncta in Mundo colligauit ex mente Timæi, 13.p
Propoſitio prima, Problema primũ primi Euclidis Elementorum. 115.p
Propoſitio primi Problematis Euclidis qualis ſit. 119.p
Propoſitio ſecunda, Problema ſecundum primi Elementorum. 127.m
Propoſitio tertia, Problema tertium primi Elementorum. 130.m
Propoſitio quarta, Theorema primum primi Elementorum. 132.f
Propoſitio 5. Theorema 2, primi Elementorum. 139.m
Propoſitio 6. Theorema 3. primi Elementorum. 143.m
Propoſitio 7. Theorema 4, primi Elementorum. 148.p
Propoſitio 8. Theorema 5. primi Elementorum. 151.p
Propoſitio vltima libri quarti Elementorum quomodo ad Aſtronomiam conducat. 153.f
Propoſitio 9. Problema 4. primi Elementorum. 154.f
Propoſitio 10. Problema 5. primi Elementorum. 158.f
Propoſitio 11. Problema 6. primi Elementorum. 160.m
Propoſitio 12. Problema 7. primi Elementorum. 162.p
Propoſitio 13. Theorema 6. primi Elementorum. 167.p
Propoſitio 14. Theorema 7. primi Elementorum. 168.f
Propoſitio 15. Theorema 8, primi Elementorum. 171.p

Propoſitio 16. Theorema 9 primi Elementorum. 175.m

Propoſitio 17. Theorema 10. primi Elementorum. 178.p

Propoſitio 18. Theorema 11. primi Elementorum. 179.f

Propoſitio 19. Theorema 12. primi Elementorum. 182.f

Propoſitio 20. Theorema 13. primi Elementorum. 184.f

Propoſitio 21. Theorema 14. primi Elementorum. 187.p

Propoſitio 22. Problema 8. primi Elementorum. 189.p

Propoſitio 23. Problema 9. primi Elementorum, 191.f

Propoſitio 24. Theorema 15. primi Elementorum. 193.m

Propoſitio 25. Theorema 16. primi Elementorum. 207.p

Propoſitio 26. Theorema 17. primi Elementorum. 209.p

Propoſitio 27. Theorema 18. primi Elementorum. 214.f

Propoſitio 28. Theorema 19. primi Elementorum. 217.m

Propoſitio 29. Theorema 20. primi Elementorum, 219.p

Propoſitio 30. Theorema 21. primi Elementorum. 224.m

Propoſitio 31. Problema 10. primi Elementorum. 226.p

Propoſitio 32. Theorema 22. primi Elementorum. 227.p

Propoſitio 33. Theorema 23, primi Elementorum. 231.f

Propoſitio 34. Theorema 24. primi Elementorum. 233.m

Propoſitio 35. Theorema 25. primi Elementorum. 237.m

Propoſitio 35. primi Elemẽtorum in numero admirabilium in Mathematicis Theorematum. 239.p

Propoſitio 36. Theorema 26. primi Elementorum. 241.m

Propoſitio 37. Theorema 27. primi Elementorum. 247.f

Propoſitio 38. Theorema 28. primi Elementorum. 249.p

Propoſitio 39. Theorema 29. primi Elementorum. 250.p

Propoſitio 40. Theorema 30. primi Elementorum. 252.p

Propoſitio 41. Theorema 31. primi Elementorum, 253.m

Propoſitio 42. Problema 11. primi Elementorum, 259.m

Propoſitio 43. Theorema 32. primi Elementorum. 262.m

Propoſitio 44. Problema 12. primi Elementorum. 264.p

Propoſitio 45. Problema 13. primi Elementorum. 265.f

Propoſitio 45. primi Elementorum vniuerſalior eſt Propoſitione 42. eiuſdem primi, necnon vltima ſecundi Elementorum. 265.f

Propoſitio 46. Problema 14. primi Elementorum. 266.f

Propoſitio 47. Theorema 33. primi Elementorum. 268.m

Propoſitio 47. primi Elementorum à Pythagora reperta fuit. 268.m

Propoſitio 31. ſexti Elementorum vniuerſalior eſt Propoſitione 47. primi Elementorum. 268.m

Propoſitio 48. Theorema 34. primi Elementorum. 270.f

Propoſitiones tum Geometricorum, tum Arithmeticorum Theorematum vtplurimum affirmationes ſunt. 148.p

Propoſitionis officium quid, 116.m

Propoſitionis 12. primi Elementorum Oenopides fuit primus ĩdagator. 162.p

Propoſitum Geometriæ duplex, 41.p

Propoſitum primi libri Elementorũ. 48.p

Propoſitum primæ partis primi libri Elementorum, 48.f

Propoſitum ſecundæ partis eiuſdem. 48.f

Propoſitum tertiæ partis eiuſdem. 48.f

Propoſitum ſecundæ partis primi Elementorum. 213.p

Pulchra de rectę Lineę paſſione in iis, quæ ſunt contemplatio, 63.m

Pulchritudo in Mathematicis potiſſimùm reperitur. 15.m

Pythagorei inuenerunt Propoſitionẽ 32. primi Elemẽtorũ referẽte Eudemo. 228.p

Pythagoreorum philoſophia, & Philolaus in Bacchis vtens Mathematicis velaminibus Sacram diuinarum ſententiarũ tegunt diſciplinam. 13.p

Pythagoreorum pulchra de Quadrangulo conſideratio. 98.f

Q. Litera.

QVa de cauſa Timęus erudiendi viam Mathematicarum cognitionem appellauerit. 11.f

Qua de cauſa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. 13.m
Qua de cauſa duarū tātùm rectilinearū Figurarū mentionē Euclides fecerit. 92.m
Qua de cauſa Theoremata Localia Ideis Chryſippus aſſimilauerit. 238.m
Qua de cauſa Euclides in primo libro Theoremata Localia in rectis Lineis tantùm tradat. 238.f
Qua de cauſa decem Localium Theorematum, quatuor, Elementorum inſtitutor omiſerit. 252.m
Quadrangulū terreſtris Elementi eſt proxima cauſa. 48.m.98.f,& 267.p
Quadrangulum quinq; Laterū quid. 95.p
Quadrangulum quid ſit. 96.f
Quadrangulum, & æquilaterum Triangulum omnium Rectilineorum optima ſunt. 266.f
Quadrangulum omnium Quadrilaterorum rectilineorum eſt optimum. 266.f
Quadrilaterarum Figurarū ſeptem ſunt ſpecies, 97.m
Quadripertita Elementorum exornatio quid ſit. 95.f
Quæ ſint communia Mathematicarum Eſſentiarum Theoremata. 3.f
Quæ ſint communes Mathematicę conſiderationes. 4.p
Quæ ſcientia cognoſcat cōmunia Mathematica Theoremata, & Principia. 5.p
Quæ ſit cognitionum Proportio ſecundum Platonem. 6.p
Quæ ſit Mathematica eſſentia, & quomodo ſubſiſtat. 6.f
Quę dicēda ſit ſcīa ſecundū Platonē. 17.f
Quæ à Mathematico poſtulanda ſint, & quonam pacto ipſum quiſpiam iudicare poſſit. 19.p
Quæ Demonſtrationes à Mathematico, & quæ à Rhetorico, & quæ à Naturali philoſopho exigendæ ſint ex Ariſtot. & Platonis ſententia, 19.f,& 110.m
Quæ, & quot ſint totius Mathematicæ ſcientiæ ſpecies, vel partes ſecundum Pythagoreos. 20.f
Quæ ſit Geometrię materia. 28.p
Quæ ſint Quęſita Geometrica, & quę non Geometrica. 34.p
Quæ ſcientia alia ſcientia certior ſit ex mente Ariſt, 34.f
Quę à principiis emanant, in Problemata, Theoremataq; diuiduntur. 45.p
Quæ ſint propriæ naturæ, & operationes in inferioribus rebus horum quatuor Deorū, nēpe Saturni, Martis, Plutonis, & Bacchi. 95.f
Quæ deſiderentur in 11, & 12. Procli cōmentariis libri quarti. 247.m
Quę deſint in digreſſione Commentarii 15. quarti libri, & in fine eiuſdem commentarii. 258.m
Quę continerētur in 17. commentario libri quarti ſi integrum eſſet, quęque in eo reperiantur. 259.f
Quę deſint in principio 17. commentarii libri quarti. 260.m
Quales ſint Mathematicæ rōnes. 10.m
Quantitas quandoq; communiter pro continua, & diſcreta accipitur, quandoque pro altera tātùm: Magnitudo verò pro cōtinua ſemper. 20.f. 21.p. 77. f. 106. p,& 133.p.
Quęſitū non Geometricū duplex ē. 34.m
Quæſitum primi Theorematis primi Elementorum. 133.f
Quæſtio quomodo ſubſiſtat Mathematica eſſentia. 6.f
Quęſtio quomodo Anima conſtituat Mathematicas formas. 7.f
Quęſtio vbi Termini Terminatis præcellant, & vbi Terminata Terminis. 50.p
Quæſtio de ordine octauę Propoſitionis primi Elementorum. 151.m
Quid ſit ex æquali inter ſua collocari ſigna. 63.p
Quid doceat Proclus in digreſſione commentarii 15. quarti libri. 257.f
Quinarius, & Senarius medium inter omnes Numeros poſſident locum. 86.m
Quis fuerit inuentor Conicarum, & Spiricarum ſectionum. 64.m
Quod conuertitur (illud imitatur) quod manet. 84. m,& 88.p
Quod opus, & quę vires Mathematicę ſcientię ſint, & quouſque ſuis actionibus ſe extendant. 10.m
Quod ſit inſtrumentum iudicans res Mathematicas. 5.f
Quomodo intellectilia genera Fine, & Infinito participent. 2.f
Quomodo Mathematica genera ex Fine, Infinitoque orta ſint, 3.p
Quomodo Naturalia, ſiue materialia genera Fine, & Infinito fruantur. 3.f
Quomodo cōmunia Mathematica Theoremata, & cōſiderationes, atq; principia ſubſiſtant, & à qua conſiderēt ſciētia. 4.f
Quomodo differat Animę cognitio à co-

gnitione mentis. 9.m
Quomodo res Mathematicę in Anima ſint intelligendæ. 10.p
Quomodo Plato in Timęo ortum, atque creationem Animę ex formis compleat Mathematicis. 10.p
Quomodo cogitatio omnem Mathematicarum Scientiarum varietatem conſtituat. 10.m,& 21.m
Quomodo tria, quæ pulchritudinem efficiunt in Mathematicis ſint. 15.m
Quomodo differat Ars à Scientia ſecundum Platonem,& Ariſtotelem. 18.p
Quomodo quiſpiã eruditus, de aliquo ſententiã afferre poſſit ex mente Ari. 19,p
Quomodo erret Mathematicus demonſtrando. 20.p
Quomodo Quotum, & Quantum à Mathematico conſiderentur. 21.p
Quomodo Mathematicis Ars militaris,& Ars hiſtoriã ſcribẽdi dicantur vti. 22.m
Quomodo Dialectica Mathematicarum ſcientiarum vertex ſit, & quæ ſit ipſarũ coniunctio ex Platonis ſententia. 24.f
Quomodo rerum opifex rectas Lineas terminet ſecundum naturam circumſiens, vt ait Plato. 62.f
Quomodo Centrum, à Centro ad Circũferentiam Linę,& Circunferentia ipſa cum intellectilibus communicent. 87.f
Quomodo eadem ab illis differant. 87.f
Quomodo inueniatur ille, qui verè eſt Circulus,& vera Circularis natura. 88.p
Quomodo recta Linea ex duobus ſimplicibus motibus generetur, 61.m
Quomodo itidem Circunferẽtia ex duobus ſimplicibus oriatur motibus. 61.f
Quomodo ex cõmunibus principiis propriæ fiant Concluſiones. 104.m. 105.f,& 113,m.
Quomodo Parallelogrãma dicantur eſſe circa eandem Dimetientem. 263.f
Quomodo ex Circulorum deſcriptione oriatur Triangulum ęquilaterum. 119.m,& 267.p
Quorundam duplex obiectio cõtra Mathematices vtilitatem, eiuſque ſolutio. 14.f,& 15.p.
Quorundam Platonicorum contra Mathematicarum vtilitatẽ obiectio, eiuſq; ſolutio. 17.p
Quotum, & Quantum principalia Mathematices ſubiecta. 20.f

R. Litera.

RAriſſimus eſt vſus 7. Propoſitionis primi Elementorũ apud Euclidẽ. 151.p
Ratio Figuræ duplex eſt. 31.p
Ratio quidem, quę à Fine prouenit rectũ efficit Angulum, quę aũt ab Infinito, Obtuſum, atq; Acutum. 75.f
Recta Linea ſimplicior eſt Circulari. 61.f
Rectãguli Coni ſectio quid. 63.f,& 100.f
Rectilinea omnis Figura in Triangula reſoluitur. 230.p,& 265.f
Rectilineę Figurę quibus Diis peculiares ſint. 93.f
Rectilineę Figurę Elementarem exornarunt regionem. 84.f,& 93.f
Rectilineorum omnium conſtitutionis principium eſt Triangulum ex Platonis,& Autoris ſententia. 230.p
Rectitudo quarum rerum Nota ſit, atq; imago. 76.p,& 93.f
Rectitudo ęqualitati cognata eſt. 109.f
Rectitudo Planę Baſis ex Triangulis cõſtituta eſt, vt ait Plato in Timęo. 230.m
Rectitudo Angulorum,& Laterum ęqualitas omnem habent vim ad augenda Spatia. 240.p
Rectitudo ęqualitatis cauſa eſt, Hebetudo aũt,& Acumen, inęqualitatis. 269.p
Recto exiſtente Angulo Propoſitionis 44. primi Elementorum Spatium, quod applicatur, Quadrangulum, aut Partealteteralongius eſt: acuto verò, ſiue obtuſo, Rhombus, aut Rhomboides. 264.f
Rectum, & Circulare,& Miſtum à Lineis incohantia ad Solida vſque perueniunt. 60.m,& 61.p
Reliquus Abſurdæ Suppoſitionis Caſus Propoſitionis 39. primi Elementorum. 251.p
Reprehenſio Heronis,& Pappi. 270.f
Res, quę non reddit rationem, non eſt ſciẽtia, ex mente Platonis,& Ariſt. 18.p
Reſolutio in Mathematicis quid. 145.f
Reſpectus Parallelarũ ad ſeſe, vel (vt Proclus ait) Parallelitas ipſa, qd ſit. 225.p
Reſponſio ad obiectionem Platonicorum contra Mathematicarũ vtilitatẽ. 17.m
Reſponſio tacitę obiectionis quomodo Formę immateriales, alię quidem Fini, alię verò Infinitati vicinę dicuntur, cùm ex Fine, Infinitoq; ortę ſint. 51.p
Reſponſio Gemini ad quorundã obiectionem quòd quinta Petitio Euclidis in Petitionibus connumeranda ſit. 110.m
Reſponſio Autoris,& Gemini cõtra Ariſtotelis,& Amphinomi opinionẽ, quòd

Geometria non quęrat ipſum Propter quid, 116.p
Reſponſio Poſidonii cōtra Argumentum Zenonis. 121.f
Reſponſio alia Poſidonii contra Zenonem. 124 f
Reſponſio tacitę obiectionis cur tria Problemata primo Theoremati Euclides prępoſuerit. 133.p
Reſponſio ad Quęſtionē de ordine octauę Propoſitionis primi Elemētorū. 151.m
Reſponſio ad inſtantias duodecimæ Propoſitionis primi Elementorum. 154.m
Reſponſio ad impugnationem Epicureorum in 20. Propoſitionem primi Elementorum. 184.f
Reſponſio ad inſtantias vigeſimę ſecundæ Propoſitionis primi Elementorū, 190.f
Reſponſio tacitę obiectionis quòd 16, & 17. Propoſitiones primi Elementorum ſuperuacaneę non ſint. 227.m
Reſpōſio ad dubitationem rudium in 35. Propoſitionē primi Elemētorū. 239.m
Reſponſio ad tacitam obiectionem quód non valeat dicere, Triangula nullum habent Latus Parallelum, ergo non poſſunt eſſe in eiſdem Parallelis. quod tamen verū eſt de Trapezoideis. 258.p
Reſponſio ad inſtantiam vltimi Theorematis primi Elementorum. 271.p
Reſponſiones contra Zenonem. 123.p
Reſpōſiones ad īſtātias ſeptimę Propoſitionis primi Elementorū. 149.m,& 150.m
Reſponſiones aduerſus inſtantiā quorundam in quintam Petitionem. 222.f
Rhomboides quid ſit. 96.f
Rhombus quid ſit. 96.f
Rhombus videtur dimotum eſſe Quadrangulum, & Rhomboides dimotum Partealteralongius. 97.f

S. Litera.

SCholia Franciſci Barocii in 41.42, & 41. Propoſitiones primi Elementorum, vbi Procli Commentaria mutilata ſunt. 256.m
Scholium incerti Autoris contra expoſitionem Procli in 24. Propoſitionem primi Elementorum. 198.p
Scholium Franciſci Barocii aduerſum incertum Autorem in defenſionem Procli. 200.p
Scholium Franciſci Barocii in 36. Propoſitionem primi Elementorum. 244.p
Sciētia nulla, ſua demōſtrat principia. 44p
Scientia duplex eſt. 125.m
Scientię omnes à prima philoſophia, ſua aſſumunt principia. 5.m,& f, & 44 p
Scientia, & Artes ſubiecta differre faciunt. 19.f
Sciographica ſcīa, ſiue Sciographia quid conſideret. 23.f
Segmenta quid. 93.p
Semicircularis Angulus Acuto nunquā æqualis eſt, vt etiam Cornicularis, & ideo ſit tranſitus à maiori ad minus non per æquale. 133.m
Semicirculi pulchra conſideratio. 91.f
Semicirculi ad ea, quæ ſunt cōparatio. 91.f
Semicirculus quid ſit. 90.m,& 93.p
Semicirculus ſolus ex omnibus Figuris Planis habet Centrum in Ambitu. 91.f
Semicirculus cum Circulo dupliciter communicat. 91.f
Semicirculus biformis dicit̄. 91.p,& 92.p
Semicirculus quomodo medius ſit inter Circulum, & rectilineas Figuras. 92.m
Senſus ex violentis paſſionibus fiunt, ex mente Platonis. 30.f
Sententiæ eædem ſæpe ad homines perueniūt iuxta quaſdam ordinatas ipſius orbis conuolutiones. 37.f
Signi definitio ſecundum Pythagoreos, eiuſq; expoſitio. 55.m
Signum quid ſit. 49.f
Signū dupliciter conſiderat̄. 54.p,& 57.m
Signum ſolum in Geometria eſt impartibile. 54.m
Signum, Vnius affert imaginem iuxta Platonis ſententiā. 60.m
Signum Poſitione tantùm dari poteſt, reliqua autem, quæ dantur in Geometria tum Poſitione, tum Ratione, tum Magnitudine, tū Forma dari poſſunt. 117f
Similitudo pulcherrima Triangulorum ad Elementa. 95.m
Simplex Linea quæ. 61.m
Singulorum Elemētaris inſtitutionis Euclidis librorum Propoſita, ad Mundum referenda ſunt, vt volunt quidam. 41.f
Solutio dubitationis bimembris de Geometrica materia. 29.f
Solutio dubitationis de rerum impartibilium partitione. 51.p
Solutio dubitationis nunquid Signum ſolum impartibile ſit. 54.p
Solutio dubitationis quomodo impartibilia in phantaſia inſpiciant̄, quę cuncta partibiliter ſuſcipit. 55.p

Solutio dubitationis qũo Lineę extremitates Signa dicta ſint, cùm neque infinita Linea, neq; omnis finita extremitates habeat. 59.f

Solutio dubitationis Xenocratis contra Ariſt. & Platonis Linearum diuiſionem. 61.p

Solutio dubitationis vtrũ Circunferentia ĩdigeat recta Linea ad cõſtitutionẽ, 62 p

Solutio dubitationis quomodo omnis Superficiei Extrema ſint Lineæ, cùm neq; infinitæ, neq; omnis finitæ Extrema reperiantur. 66.f

Solutio tacitæ obiectionis quomodo Lineæ Angulum continere dicantur, cùm Angulus diuinæ vnionis Nota ſit, quæ omnia in ſe comprehendit. 74.f

Solutio dubitationis contra Euclidis definitionem Figuræ. 82.m

Solutio dubitationis de infinitis Dimetientibus Circuli. 90.p

Solutio dubitationis de Quadranguli nomine, 98.m

Solutio dubitationis de motu Geometrico, 106.f

Solutio dubitationis de data recta Linea in Propoſitione 2. primi Elementorum, 128.p

Solutio dubitationis cur Euclides demõſtrauit ſecundam partem quintæ Propoſitionis primi Elementorum cùm ea nuſquam vſurus ſit. 141.p, & 147.m

Solutio dubitationis Philonis Familiariũ de 8. primi Elementorum Propoſitione. 153.m, & 271.f

Solutio dubitationis cur tot conſequentia in 8. Propoſitione primi Elementorum Euclides non addiderit, quot in 4. 154.p

Solutio ex ſententia Gemîni, dubitationis quorundam vtrum Linea ex impartibilibus conſtet. 159.p

Solutio dubitationis cur Euclides adiecerit in Propoſitione 13. primi Elementorum particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis æquales] 167.f

Solutio dubitationis cur Euclides non adiecit in 24. Propoſitione primi Elementorum inæqualitatem Arearum, quemadmodum in 4. ęqualitatẽ. 195.m

Solutio dubitationis de partitione vigeſimæ ſeptimę, & vigeſimę octauę Propoſitionis primi Elementorum. 217.f

Solutio dubitationis, quę inſtat Propoſitioni 30. primi Elementorum. 225.f

Solutio cur Euclides cùm quidem Triangula Triangulis æqualia oſtendebat, Theorematibus vtebat: cùm vero Triangula Parallelogrammis, Problematibus. 265.m

Specularia quid conſideret. 23.f

Specus Platonis ex 7. de Rep. 12.p

Speuſippi opinio de Theoremate, & Problemate. 45.p

Sphæroides oblongum quid, 68.f

Sphæroides Latum quid. 68.f

Spira triplex eſt. 68.m

Spira continua quid, 68.f

Spira Implicita quid. 68.f

Spira Diuidua quid. 68.f

Spiræ ortus. 68.m

Spiricæ ſectiones quę, & quot, 64.m

Spiricæ ſectiones tres ſunt. 68.f

Stoicorum, & quorundam aliorum opiniones de Pronuntiato, Petitione, & Suppoſitione. 45.p, & 111.f

Stoicorum opinio de ſubſiſtentia Terminorum corporis. 52.p, & 114.m

Stoicorum opinio de Figura. 80.p

Sumptio quid ſit. 120.f

Sumptio, per quam oſtenditur 19. Propoſitio primi Elementorum demonſtratione directa. 183.p

Sumptio quædam pulchra. 203.p

Sumptio quædam, per quam demonſtrat quinta Petitio primi Elemẽtorũ. 223.f

Superficiei pulchra notio, & ſenſus. 65.f

Superficies per temperationem miſtæ ſunt. 68.p

Superficies miſtę duplici modo fiunt. 68.f

Superficies partium ſimilium duę ſunt tantùm. 69.p

Superficies quid ſit. 65.m

Superficies Plana quid ſit. 67.p

Supputatricis tot ſunt partes, quot Arithmetices. 23.p

Supputatricis ſubiecta, & conſiderationes. 23.p

Symptoma prędicatum quid. 46.m

Symptomata Parallelarum Linearum ſex ſunt. 215.m

T. Litera.

TEerminata materialia pręcellunt Terminis materialibus. 50.m

Termini immateriales pręcellunt Terminatis immaterialibus. 50.p

Termini quatuor, quibus Mathematicus diiudicandus eſt. 19.p

Terminus primus, quo Mathematicus iu-

dicandus eſt, 19.p
Terminus ſecundus. 19.f
Terminus tertius: 20,p
Terminus quartus. 20.m
Terminus quid ſit. 77.f
Terminus ad quas Magnitudines ſit referendus. 78.p
Terminus ab Extremo qũo differat. 78.p
Terminus Accretionis Longitudinis Parallelogrammorum eſt Locus ipſe Parallelarum Linearum. 240.p
Ternarius Tetradicus, & Quaternarius Triadicus totam generalium exornationem continent. 99.m
Thales Mileſius primus demonſtrauit Circulum à Dimetiente bifariã ſecari. 89 f
Thales Mileſius primùm ab Aegipto in Gręciam Geometriam tranſtulit. 38.p
Thales fuit primus inuentor quintę primi Elementorum Propoſitionis. 143.p
Thales fuit primus inuentor Propoſitionis 15.primi Elementorũ,Euclides verò eam primò demonſtrauit. 171.m
Thales fuit inuentor 26.Propoſitionis primi Elementorũ referẽte Eudemo. 212m
Theorema triplex, Elementum, Elementare,& Neutrum. 41.p
Theorema vtiliſſimum ad intelligendum locum Platonis in Timęo de conſtitutione Elementorum. 42.m
Theorema pulcherrimum, & vtile Gemini. 64.f
Theorema Simplex quid ſit. 139,m
Theorema Compoſitum quid. 139.f
Theorema Complexum quid. 139.f
Theorema Incomplexum quid. 139 f
Theorema Vniuerſale quid ſit. 140,m, & 235.p.
Theorema particulare qd. 140.m,& 215.f
Theorema ſecundum primi Elemẽtorum cuiuſmodi ſit. 140.f
Theorema pręcedens, & Theorema Conuerſum quid. 144.f
Theoremata Euclidis cur Elementa vocentur. 41.f
Theoremata cõpoſita triplicia ſunt. 140.p
Theoremata quæ Localia ſint,& quę non Localia. 237.f
Theorematibus omnibus, quę in Plano aliquid contemplantur vnũ ſubiici Planũ intelligẽdũ eſt. 69.m, 117.f,& 215.p
Theorematis Gemini Conuerſum. 143.p
Theorematis partes quę,et quot ſĩt. 116m
Theorematũ alia ſunt ſine Caſu,alia multos habent Caſus. 127.m
Tehurgia quid, 79.m
Timæus ex rectis, circularibuſque Lineis Animam conſtituit, 51.f
Timæus Elementa rectilineis Figuris cõſtituit. 84.f
Trapezia,& Trapezoidea Euclides communi nomine Trapezia vocauit. 97.f 241,m,& 257,f.
Trapezium non abre Euclides in primo libro deſiniuit. 240.m
Trapezium à Trapezoide qũo differat ex ſententia Poſidonii,& Autoris. 97.m
Tres, qui euehuntur ſecundum Platonem in Phedro. 22.m
Tres ſunt Mathematicarum coniunctiones. 25.m
Tres partes ſunt maximè neceſſarię, quę debent ſemper eſſe tum in Problemate, tum in Theoremate, Propoſitio, Demonſtratio,& Concluſio. 116.f
Tres ſunt Paſſiones 34. Propoſitionis primi Elementorum, 233.f
Tria ſunt, quę pulchritudinem efficiunt ex Ariſtotelis ſententia. 15.m
Tria in vna quaqꝫ ſcientia requiruntur, Subiectum, Accidens,& Principium. 33.f
Tria ſunt,quę circa exiſtentiã tum in Quãtitatibus, tum in Qualitatibus verſant, Eſſentia, Idem,& Alterum. 212.m
Tria ſũt,quę Parallelis per ſe inſũt. 214.p
Tria ſunt, quę per ſe Parallelogrammis inſunt. 233.f
Triangula,quorũ duo Latera vnius,duobus Lateribus alterius ęqualia ſunt, & Angulus vnius ab illis ęquis Lateribus comprehẽſus Angulo alterius ab ęquis Lateribus comprehenſo æqualis, & tamen non ſunt ęqualia nec Triangula, nec Baſes eorum, nec reliqui Anguli. 134.p, & 248.p
Triangula quandoqꝫ habent Areas ęquales, & Ambitus inęquales, quandoque autẽ è contrario. 135.p. 195.f,& 248.p
Triangula duo dupliciter ęquicrura eſſe poſſunt. 201.p
Triangula quomodo in eiſdem dicantur eſſe Parallelis. 249.p
Trianguli ęquilateri conſtitutio. 103.m, 115,p,& 119.f
Triangulorum duplex diuiſio. 54 p
Triangulorum ſeptem ſunt ſpecies. 96.p
Triangulorum reliquorum ſuper data recta Linea conſtitutio, 125.p
Triãgulorũ ad ſua principia relatio 206p
Triãgulorum ad ea, quę ſunt comparatio

iuxta Pythagoreorum ſentẽtiam. 206.f
Triangulum æquilaterum trium Elemẽtorum eſt proxima cauſa. 48.m
Triangulum torius Elementorũ exornationis primaria eſt cauſa. 74.f,& 166.f
Triangulum eſt prima rectilinearum Figurarum. 48.p,& 89.p
Triangulum quadrilaterum qd ſit. 94.f
Triangulum ſimpliciter generationis, generabiliumq; formationis principium dicunt eſſe Pythagorei. 95.p
Triangulum æquilaterum omnium Triangulorum eſt optimum, aſsimilaturq; Circulo. 122.p,& 266.f
Triangulum ęquilaterũ vnico modo conſtituitur, æquicrus autem duobus, Scalenum verò tribus. 125.f
Triangulum Triangulo quomodo ſit æquale. 154.f
Triangulum æquilaterum, & Quadrangulum optima Rectilineorum omniũ ſunt. 98.m,& 122.p,& 266.f
Triangulũ rectangulũ duplex eſt. 269.m
Triangulum Rectangulum Platonis, de quo loquitur in libro de Rep. 269.f
Triplices debent eſſe Mathematicæ Demonſtrationes. 20.f

V, Litera.

VEritas Propoſitionis 32. primi Elemẽtorum apparet etiam iuxta cõmunes notiones. 231.f
Via inueniendæ multitudinis Triangulorum, in quæ quodcunq; Rectilineum reſoluitur. 230.m
Vię q̄bus ꝑcedit ſciẽtia Mathematica. 11.p
Viæ duæ ſunt, quibus inueniunt̃ Triangula rectangula Numeros integros in Lateribus habentia. 269.f
Vires Mathematicę ſcientię duplices. 11.p
Vna recta Linea duo Signa coniunger poteſt, ſed duæ nunquam. 136
Vndenam tota inceperit Geometria, & quouſq; progrediatur, & quæ ſit ipſius vtilitas. 36.p
Vnitas dupliciter conſideratur, 54.p
Vnitas ſola in Arithmetica impartibilis eſt. 54.m
Vnitas, & Numerus in opinione ſubſiſtunt. 55.f
Vnitas Puncto ſimplicior eſt. 56.p
Vnitates duæ, quæ apud rerum opificem ſunt. 62.f
Vniuerſale in multis diſtributum duplex eſt. 30.p
Vniuerſale quidem affirmans ſcientiis maximè cõuenit, negationeq; non indiget: vniuerſale verò negans affirmatione indiget ſi demonſtrari debet, ex mente Ariſt. 148.p
Vniuerſale duplex eſt ex ſententia Autoris, & Ariſt. 235.m
Vniuerſales formæ triplices ſunt. 30.p
Vniuerſalis propria Significatio ex eorundem ſententia. 235.f
Vnius cauſa, quæ rerum omnium eſt productrix ſecundum Platonem. 2.f
Vnum, & Vnitas Deus vocatur. 66.m. 81.m, & 166.f
Vnum, & Vnitas ad Dei ſimilitudinem mens vocatur. 85.m
Vtilitas, quam affert Mathematica ad totam philoſophiam. 12.f
Vtilitas, quam affert ad Theologiã. 12.f
Vtilitas Mathematicę ad Naturalem philoſophiam. 13.p
Vtilitas Mathematicæ ad Politicã. 13.m
Vtilitas Mathematicæ ad Moralem philoſophiam. 14.p
Vtilitas Mathematicæ ſcientiæ ad cęteras ſcientias, & Artes. 14.m
Vtilitas Aſtrologiæ ad Medicinam ex ſententia Hippocratis. 22.f

X. Litera.

XEnocratis confutatio de Lineis inſecabilibus. 159.f
Xenocratis dubitatio contra diuiſionem Linearum. Ariſt. & Platonis. 60.f

Z. Litera.

ZEnodoti opinio de differentia Problematis, & Theorematis. 47.p
Zenonis infeſtus acceſſus, & eius fundamenta. 121.f

FINIS.

PATAVII,
Excudebat Gratioſus Perchacinus.
1560.