TOPOGRAFIA
Y
AGRIMENSURA

CURSO ELEMENTAL

DE

TOPOGRAFÍA Y AGRIMENSURA,

OBRA ÚTIL
PARA LOS DIRECTORES DE CAMINOS VECINALES,
AUXILIARES, Y DELINEANTES DE LOS INGENIEROS Y ARQUITECTOS,
Y ESCRITO PARA SERVIR DE TEXTO
Á LOS MAESTROS DE OBRAS, APAREJADORES,
AGRIMENSORES Y PERITOS AGRÓNOMOS, MEDIDORES
Y TASADORES DE TIERRAS.

POR

D. DEMETRIO DE LOS RIOS Y SERRANO,

ARQUITECTO DE LA REAL ACADEMIA DE NOBLES ARTES DE SAN FERNANDO,
PROCEDENTE DE LA ESCUELA ESPECIAL;
CATEDRÁTICO DE LAS EXPRESADAS ASIGNATURAS EN LA ENSEÑANZA DE MAESTROS DE OBRAS,
APAREJADORES Y AGRIMENSORES
DE LA ESCUELA DE BELLAS ARTES DE SEVILLA; ETC., ETC.

Antonio Ruiz García

— SEVILLA: —

Imprenta y Litografía: Librería Española y Extrangera de D. J. M. Geofrin,
Impresor honorario de Cámara de S. M.—Sierpes 35.

1864.

PRÓLOGO.

La profesion del Agrimensor, aunque atendida por algunos de nuestros mas ilustrados monarcas, que en varias pracmáticas han distinguido á los geómetras con honores y exenciones, no ha alcanzado sin embargo entre nosotros toda la importancia que su ejercicio merece, en atencion á la influencia que puede tener en la sociedad.

En efecto, al Agrimensor se le confia la apreciacion de la propiedad rural y agrícola, pues *mide la extension y aprecia segun su calidad las tierras* de donde proceden las primeras existencias materiales, y en este concepto no solo afecta su pericia á los intereses de la familia, sino á los de la Nacion que desea formar una rigurosa estadística de la riqueza territorial, que en detalle y en último resultado es *apreciada, reconocida y estimada* por el espresado perito.

No peligra menos la paz de las familias, ni se afecta menos á sus intereses, en el *reparto* de heredades que se confia al Agrimensor; quien tiene que poseer muchos conocimientos matemáticos para verificar esta operacion con entera exactitud y segun las exigencias de los herederos. La responsabilidad de semejantes profesores es muy grande en los deslindes de las posesiones particulares y aun en el de los bienes de los pueblos y partidos; pues además de la idoneidad científica, han menester gran honradéz y tacto para conducirse en tan delicadas comisiones, á fin de evitar los disturbios y ruinosos pleitos que entre pueblos y familias surgen á cada paso. No menos tino necesitan dichos profesores para verificar los *apeos*, confirmacion de los repartos y deslindes, é interesa á los propietarios, á los municipios y al pais en general saber por medio de los *aforos*, lo que producen las tierras en granos y caldos.

Sin embargo de todo esto y del prestigio con que procuró nuestro gobierno rodear la interesante profesion del agrimensor, consagráronse á ella, salvas muy honrosas excepciones, hombres de escasos antecedentes científicos, dándoles ocasion hasta sus propios maestros, que escribieron libros sobradamente rudimentales y afectando que lo hacían para gente de campo y de escasa instruccion fundamental.

Las reglas prácticas que sin maduro y profundo exámen formaban la teoría y ejercicio del Geómetra, no podian satisfacer á la razon de hombres que obraban por lo general bajo la autoridad del libro, sin que su juicio sancionara de antemano sus procedimientos; ni la sociedad regida por un ilustrado gobierno podia dar completa fé á los resultados deducidos por personas que científicamente no estaban convencidas de ellos, salvas siempre, como antes apuntamos, algunas ilustradas individualidades.

Convencido el Gobierno de esta verdad, elevó por fin á carrera mas detenida la del Agrimensor y tomóla bajo sus auspicios, dándole la instruccion que reclamaba para su propio aprovechamiento y el de la sociedad que recibe sus beneficios. Varios reglamentos, segun las distintas formas porque ha pasado en poco tiempo esta enseñanza, determinaron los estudios elementales que el Agrimensor necesitaba, formando la asignatura que tenemos la honra de explicar, el fondo de su doctrina. Un libro que la encerrase extensamente y con propiedad, faltaba á la verdad en las escuelas, toda vez que los tratados de agrimensura nacionales y extrangeros carecen de la profundidad que se necesita para formar profesores entendidos al par que prácticos. Pero las cátedras de Topografía y Agrimensura abiertas por el Gobierno no se limitaron solo á los profesores indicados, por mas que la importancia de sus estudios mereciese su particular cuidado.

Desde que con la creacion de la escuela especial de Arquitectura, se levantó á su debida altura esta importantísima carrera, era necesario llevar a los demás profesores del arte de construir las ventajas iniciadas para los mas caracterizados de esta respetable clase. Facilitadas en efecto las vias de la enseñanza para el Arquitecto, no podian quedar cerradas para el Maestro de Obras, su inmediato auxiliar, y cuyos servicios para con los pueblos, como profesor independiente, son de tan considerable estima.

La Topografía y Agrimensura entran como base necesaria de su carrera y sirven no menos á la del Aparejador, infatigable agente de las construcciones, que como gefe inmediato de los obreros é intérprete del

Arquitecto, necesita de muchos conocimientos científicos y de no poca actividad, inteligencia y práctica.

Muy embarazados se verian los Maestros de Obras en el desempeño de su profesion, faltándoles los conocimientos elementales para levantar planos y replantear proyectos; pero no menos imposibilitados se hallarian los Aparejadores al actuar como tales, toda vez que el Gobierno de S. M. ha hecho del Agrimensor y Aparejador una profesion sola, como compuestas ambas de conocimientos que mútuamente se favorecen en el terreno de la práctica.

Por esto crece de punto la dificultad de hallar una obra de Topografía y Agrimensura capáz de satisfacer á los expresados antecedentes y de servir á un tiempo con aprovechamiento á los peritos agrimensores, tales como los considera el programa de los estudios de ampliacion, á los Maestros de Obras y á los Agrimensores-aparejadores. Muchas son en verdad las obras de Topografía que escritas en francés se conocen entre los estudiosos, y algunas hay en nuestro idioma que merecen particular aprecio; pero si bien se analizan, unas abundan en excelente doctrina para Ingenieros y Arquitectos, siendo escasas en detalles útiles para el Agrimensor-aparejador y Maestro de Obras, y otras son tan rudimentales ya, tan concisas y pueriles, que no fuera prudente ponerlas en manos de los que mejor y mas extensa instruccion merecen.

Las proporciones, extension y eleccion de las materias que constituyen un libro de texto para los Maestros de Obras y Agrimensores, no son las de los ordinariamente conocidas, ni sería razonable señalar mas de uno para entresacar, descartándose de muchas cosas, la enseñanza útil; pues además de la falta de unidad que en esto habría, no es justo gravar á los alumnos con los dispendios y la pérdida de tiempo que tales defectos originan.

Nadie mejor que el Gobierno conoce la necesidad de obras de texto apropiadas á cada enseñanza, estimulando directamente á los profesores á semejante trabajo, por medio de sus acertadas disposiciones; pero al presentar nosotros este libro al público, llevamos la íntima conviccion de su escaso mérito científico, toda vez que nada, absolutamente nada ponemos de nuestra propia cosecha en materia tan sumamente trillada y sabida.

No pretendemos ni aun exponer con novedad un solo problema de los generalmente conocidos. Nuestra doctrina es la de los autores mas autorizados, recopilada para uso de nuestra cátedra, sin extendernos jamás á donde debe llegar el alumno arquitecto ó ingeniero, ni despreciando pormenores provechosos al Agrimensor-aparejador ó Maestro de Obras. Ceñirnos en el plan y en su desarrollo al espíritu de los anteriores programas señalados, con las modificaciones que en la práctica de la enseñanza nos han parecido convenientes, tal ha sido nuestro principal propósito, acortando en lo posible estas lecciones temerosos de hacer una impresion demasiado abultada. Por eso suprimimos en esta primera edicion la teoría de logaritmos, algunos elementos de Trigonometría rectilínea, y mas de una leccion de Topografía y Agrimensura, proponiéndonos extendernos, si estas tuviesen favorable acogida, á la parte legal y práctica del Agrimensor, y á la insercion de mayor número de tablas y formularios, á fin de que aquel tenga en un solo libro todo lo mas interesante de su profesion.

Ni se limita al perito agrimensor, Agrimensor-aparejador y Maestros de Obras el fruto de este trabajo. Sabido es el inmenso desarrollo que han tenido toda clase de construcciones públicas entre nosotros, y espérase con sobrado fundamento que crezca rápidamente el desenvolvimiento de nuestros intereses materiales. Piénsase en la conservacion y cultivo de los montes y bosques, crúzase la Península de caminos de toda especie, y lo mismo las construcciones civiles que las militares, toman un incremento de cada vez mas progresivo y vigoroso. Los Ingenieros de toda especie y los Arquitectos puestos al frente de semejante movimiento material, han menester delineantes, auxiliares y ayudantes para el desempeño de sus funciones, y las escuelas profesionales de Maestros de Obras, Aparejadores y Agrimensores prestan los naturales auxiliares de los segundos y no pocos brazos al servicio de los primeros. La Topografía y el Dibujo Topográfico son siempre de suma é inmediata aplicacion, y bastan semejantes estudios, hechos con detencion, para que tengan entrada muchos jóvenes, sin mas antecedentes, en empresas de ferro-carriles y otras muchas construcciones, no siendo infructuosas estas lecciones para formar delineantes y auxiliares de toda clase de trabajos facultativos.

Que por cualquier concepto aproveche á la juventud, tal es la recompensa de un trabajo, que como antes confesamos, no tiene novedad, ni mérito alguno.

TOPOGRAFÍA.

LECCION PRIMERA.

INTRODUCCION.

1. Definicion. Topografía en su mas lata asercion, significa la descripcion de una porcion de terreno. Esta descripcion puede verificarse por medio de relaciones escritas, ó por el trazado de planos.

Refiérese la Topografía propiamente dicha mas particularmente á estos últimos, y en este caso se la define ordinariamente diciendo: que, *Topografía es una ciencia matemática, auxiliada por las demás, que tiene por objeto el levantamiento y el trazado de los planos.*

2. Puede considerarse como la aplicacion de la Geometría elemental y de la Trigonometría rectilínea á la resolucion de esta clase de problemas prácticos, en razon á que estas dos ciencias son las mas indispensables para su estudio.

3. Etimología. Conviene con las definiciones de la Topografía la etimología de esta palabra. Se compone de las griegas *topos* y *graphos* ó *grafos*, significando lugar ó sitio la primera, dibujo la segunda, y la reunion de ambas, *ciencia que trata de la descripcion escrita, ó dibujo de los sitios ó lugares del terreno.*

4. ORIGEN. No es fácil determinar cuando tuvo su orígen entre los hombres. Se pierde en la mas remota antigüedad, teniendo ocasion tan pronto como fué necesario fijar límites á las tierras de propietarios contiguos, ó representar la configuracion de los terrenos. Los historiadores cuentan que tuvo su cuna en el Egipto. A consecuencia de las inundaciones periódicas del Nilo, rio que fertiliza aquel pais, cubríanse de arenas las tierras de los naturales y se perdian las señales que marcaban la pertenencia de los convecinos, lo que produjo entre ellos contínuas disenciones y muy sangrientos debates, hasta que Sesostris, Rey á quien se le atribuyen la mayor cultura y engrandecimiento de aquella Nacion, ordenó, que se reuniesen todos los sábios que en su tiempo alcanzaban nociones prácticas sobre la extension, y fijasen reglas para medir y repartir las tierras. De aquí provinieron al par que la Topografía, la Geometría y la Agrimensura, comenzándose á reunir en cuerpo de doctrina los conocimientos que hasta entónces se tenían sobre estas ciencias.

Su comun orígen parece estar conforme con la etimologia de todas ellas; pues además de la expresada para la palabra Topografía, ó dibujo de los sitios ó lugares, la Geometría significa medida de la Tierra, de *Geos*, la tierra, y *métros*, la medida, voces griegas, y Agrimensura, medida tambien del campo, de las latinas, *Ager* el campo, y *mensura* la medida.

Cualquiera que sea el grado de certeza que haya acerca de este punto, puede asegurarse, que se desarrollarían primeramente la Topografía y la Agrimensura, como mas prontas á satisfacer las necesidades perentorias de los hombres, en órden á la conservacion y deslinde de sus propiedades, mientras que la Geometría elemental no se iría formando sino despues que del egercicio de aquellas se dedujeron especulátivamente sus principios constituyentes. Posteriormente, y á manera que con la civilizacion de los pueblos adelantáran las ciencias matemáticas y en particular la Geometría, ésta con la Trigonometría forman la base de la Topografía y Agrimensura, como sus mas inmediatas aplicaciones (1) efectuándose su estudio en sentido inverso de su orígen, con relacion á las demás ciencias sus auxiliares.

5. Diferencia de la Topografía con las ciencias análogas. Por lo expuesto en los párrafos anteriores, se conoce la estrecha analogía que existe entre la Topografía, la Agrimensura y otras ciencias del mismo orígen que ella, y de objetos muy semejantes al suyo. Señalando su diferencia con las demás, se vendrá en su mejor conocimiento. La Topografía forma, segun algunos, una parte de la Geodesia, ciencia que enseña á efectuar las operaciones, que tienen por objeto las cartas ó mapas, donde se representan grandes porciones de la tierra. En efecto: divídese esta última en Topografía, Corografía ó Geomorfía, é Hidrografía.

La Corografía ó Geomorfía tiene casi el mismo propósito que la Topografía, difiriendo solo, en que la primera se extiende á representar en sus cartas mayores porciones de terreno que la segunda, y la Hidrografía, proponiéndose figurar sitios ó lugares referentes al mar y sus accesorios, no puede confundirse con la Topografía ni la Corografía, que se ocupan mayormente en el trazado de planos levantados sobre la tierra. (a) A poco que se reflexione sobre la etimología de los nombres designados para esas ciencias, se encontrará corroborada su diferencia en la forma que se acaba de manifestar.

6. La Geografía ó descripcion de la tierra, segun la formacion de la palabra, tiene bajo este concepto algo de comun con aquellas ciencias, pues en efecto, describe astronómica, física é históricamente la tierra por medio de las cartas ó mapas que le suministra la Geodesia.

7. La Geometría práctica y la Agrimensura tienen tambien algo de comun con la Topografía: porque siendo la primera aplicacion inmediata de la Geometría elemental, y tratando de la resolucion material de los problemas especulativos, entiende como la Topografía en el levantamiento de planos, en la nivelacion, y en otras cuestiones no menos útiles para el uso de las carreras ma-

(a) La Topografía no excluye las orillas del mar como límites de la tierra y vice-versa: en las cartas hidrográficas se ponen las orillas de la tierra como límites del mar; pues no puede tomarse en sentido absoluto la diferencia establecida entre la Corografía y Topografía y la Hidrografía.

temáticas; pero no excediéndose de los recursos que la elemental le ofrece, no puede desempeñar las atribuciones de la Topografía, auxiliada además por la Trigonometría y aun por la Geometría descriptiva, ú otra cualquier ciencia matemática, ó física, que le sirva á su propósito. La Agrimensura de cuya etimología y orígen se ha hablado en el párrafo 4.º, constituye por sí sola una profesion, que además de la Topografía, necesita de otros conocimientos propios del Agrimensor, como son la medida y division de terrenos, los aforos, los apeos, deslindes &c., agenos todos á la ciencia de que se trata, y distando por esta razon de equivocarse con ella.

8. Extension. Diferenciándose la Topografía de la Corografía, respecto á las cartas, principalmente en su extension, se debe fijar la que á la primera le corresponde. Comprende esta desde el plano de una posesion por pequeña que sea, hasta el de un partido judicial ó administrativo, el de la jurisdiccion eclesiástica de una Diócesis, ó cuando mas el de una provincia ó distrito militar.

9. En este plano deben figurarse los terrenos, que son *llanos* ó *ligeramente accidentados*, y *quebrados* ó *desiguales*, señalándose entre estos últimos las rocas y las montañas. Divídense tambien los terrenos en *cultivados* é *incultivados*, perteneciendo á los primeros, los olivares, viñedos, huertas, tierras de labor &c., y á los segundos, los bosques, arenales, terrenos pedregosos, monte bajo, eriales, matorrales &c.

10. Las aguas deben indicarse tambien en los planos topográficos, haciendo distincion de las corrientes, entre las que se cuentan los rios, arroyos, torrentes y canales de riego y navegacion &c., y de las paradas, como lagos, lagunas, pántanos, terrenos fangosos, inundaciones, orillas del mar &c.

11. Las construcciones represéntanse tambien en el plano segun sean públicas ó privadas, correspondiendo á estas últimas las casas, alquerías, almacenes &c., y á las anteriores, las poblaciones, caminos, carreteras, ferro-carriles &c. Tambien se anotan las construcciones conforme á su carácter de civiles, religiosas ó militares, y finalmente, no deben omitirse en los planos suministrados por la Topografía, cuantos detalles y accidentes constituyen

la fisonomía del terreno, segun sea la intencion ó propósito que se tuvo al trazarlas.

12. Division. Divídese la Topografía segun los terrenos en Planimetría y Nivelacion.

Entiéndese por Planimetría, la parte que trata del levantamiento de planos y representacion de los terrenos llanos, ó ligeramente ondulados; y por Nivelacion, la que se ocupa en la operacion necesaria para figurar los terrenos desiguales ó muy accidentados.

Ocurre á menudo hacer uso de ambas en muchos planos, donde á la vez hay que estimar llanos y montañas.

13. En la Planimetría se comprende: 1.º—La descripcion y uso de los instrumentos propios para levantar los planos. 2.º—Las operaciones necesarias para obtenerlos. 3.º—Las reglas que preceden á su trazado.

14. Del mismo modo en la nivelacion se tendrá en cuenta: 1.º—Su teoría y la descripcion de los niveles y accesorios útiles á ella. 2.º—Las operaciones que han de practicarse para efectuarla. 3.º—Su aplicacion á los córtes, desmontes, terraplenes, trazado de caminos y á la teoría del dibujo topográfico.

15. La Topografía puede tambien conceptuarse en dos maneras; *levantamiento de planos y su trazado*, incluyéndose en la primera la descripcion y uso de los instrumentos topográficos, y refiriéndose á la última cuanto concierne al dibujo y expresion del terreno.

16. Planos. Para levantar el plano de una posesion, comarca ó pais, se entiende, efectuar las operaciones topográficas necesarias para su representacion, y se llama plano topográfico, aquel en el que se dá cuenta de una corta porcion de tierra, region ó provincia, determinando de forma, magnitud y posicion cuántos objetos y pormenores caracterizan el sitio ó lugar propuesto, segun sea la intencion del Topógrafo.

17. Los terrenos se figuran en el plano por medio de una rigurosa proyeccion y con arreglo á una escala.

18. Entre los varios sistemas de proyecciones conocidas, las ortogonales son las adoptadas para los planos topográficos. Segun esta clase de proyecciones los objetos se consideran vistos desde

el infinito, y las líneas proyectantes que parten desde todos sus puntos son paralelas y perpendiculares á los planos de proyeccion.

19. En efecto: para representar ó dar cuenta exacta de un objeto sobre un plano ó en un papel, se necesitan dos planos de proyeccion, uno horizontal y otro vertical, determinándose la proyeccion horizontal de dicho objeto, supuesto en el espacio, por perpendiculares ó proyectantes bajadas desde el mismo al plano horizontal de proyeccion, y la proyeccion vertical, por perpendiculares tambien, ó proyectantes bajadas desde el cuerpo al plano vertical que se elige para este propósito.

20. Esto es, sin embargo, para una representacion completa, segun la Geometría descriptiva, que para la Topografía solo basta la proyeccion horizontal; pues la vertical no le sirve, porque teniendo que representar muchos cuerpos á la vez, unos mayores que otros, los mayores y mas próximos ocultarían á los mas pequeños y distantes, resultando tal confusion, que léjos de servir al propósito de describir los terrenos, sería imposible comprenderlos. De la proyeccion vertical de un terreno no saldría ni aun un pais siquiera; pues estos son una perspectiva, cuyo punto de vista se elige de modo que favorezca á los objetos que se quieren ver, razon por la qué, ni la ciencia ni el arte reconocen la proyeccion vertical de los terrenos, á menos que no se trate de sus detalles.

21. Escalas. Para representar una extension cualesquiera de terreno sobre un plano limitado ó un papel, es preciso valerse como se ha dicho de las escalas.

Se llama escala á la relacion que existe entre una línea medida sobre el terreno y su correspondiente en el plano. Esta relacion varía conforme la porcion de pais que ha de figurarse en él.

22. Para las mayores operaciones de Agrimensura es de 1: 2000, de 1: 3000, de 1: 5000; es decir, que la unidad con que se mide sobre el terreno, se ha de dividir por 2000, 3000 ó 5000 para obtener la unidad del plano, que será el cociente; ó que para reproducir la unidad lineal de medida efectiva, será necesario repetir 2000, 3000 ó 5000 veces la unidad de la relacion ó escala. De aquí proviene expresarla por un quebrado cuyo nú-

merador es la unidad, y cuyo denominador las partes en que está dividida para deducir la unidad del plano.

Para poblaciones, calles, canales, y en general para las cartas especiales, se usa la relacion desde 1: 2000 á 1: 2500, ó $\frac{1}{2000}$, $\frac{1}{2500}$. En los trazados de proyectos es de 1: 5000, ó $\frac{1}{5000}$. En planos de mediana extension $\frac{1}{20000}$.

En cartas geográficas $\frac{1}{40000}$, $\frac{1}{80000}$ &c.

Los edificios se sugetan á escalas cuyo tipo varía mucho y sus detalles se trazan segun $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$ ó $\frac{1}{2}$ y aun en igual escala que la egecucion.

23. Trazado de las escalas. Por aplicacion, se llama tambien escala, á la línea sobre la que se aprecia la relacion.

Si se quiere trazar una escala, cuya relacion sea por egemplo 1: 200, ó $\frac{1}{200}$ y la unidad de medida empleada para las operaciones topográficas fuese el métro, como 0,005, componen $\frac{1}{200}$ del métro, estos 0,005 constituirán el métro de la escala, que repetido 200 veces, produciría la unidad lineal usada.

Sobre una línea A B (fig. 1.ª) se colocarán, á principiar por el punto A, los 0,005 diez veces, con lo que se tendrán diez métros: una abertura de compás igual á los diez métros se llevará en adelante, desde la division 10 hasta B, y se tendrán otros diez métros de la escala, y así pudiéramos haber continuado hasta tener una escala de 30, 50 ó 100 &c. métros. Subdividiendo la primera division en 10, tendrémos los decímetros de la escala, ó medio milímetro será el decímetro de la relacion.

24. Lo mismo se pudieran haber formado multitud de escalas en cualquier clase de unidad lineal, segun las infinitas relaciones que se necesitasen; pero teniendo que representar terrenos de extension considerable en hojas de papel que no pueden exceder de un tamaño limitado, siempre nos encontraríamos con un caso análogo al anterior; esto es, que apreciaríamos hasta decímetros, pero que la escala no permitiría hacer la division de los centímetros, ó acaso la de los decímetros ó métros. Para apreciar unidades menores que las que puede fijar el compás, nos valemos de la escala llamada de *mil partes* ó de *transversales*, cuya formacion es la siguiente.

Sobre una recta A B (fig. 2.ª) tómese once veces una longitud igual á 100 partes, ó unidades de la relacion dada, y levántense perpendiculares en los puntos de division. Sobre la primera perpendicular D, tómense así mismo 10 partes iguales, y por los puntos de division marcados de esta suerte, tírense paralelas á la D B, hasta encontrar á la última perpendicular levantada sobre A B; divídase la longitud comprendida entre E y F en 10 partes iguales, de las que cada una valdrá diez unidades de la relacion, y poniendo la numeracion segun se nota en la figura, únanse los puntos 90 y 0, 80 y 10, 70 y 20 &c. por medio de transversales, y la escala quedará trazada.

Demostracion. Si se quisiera averiguar la longitud de la línea M N, tómese con el compás, y colóquese sobre la division 400 y la horizontal 8 hasta M. $M\,N = N\,O + O\,S + S\,M$. $N\,O = 300$ y $M\,S = 20$, por ser igual á las dos divisiones comprendidas entre 10 y 30, y cada una vale 10; luego falta conocer á O S, que se calcula comparando los triángulos D O S, D F C, los cuales por ser semejantes nos dán $O\,S : C\,F :: D\,O : D\,F$, dedonde $O\,S = \dfrac{C\,F \times D\,O}{D\,F} = \dfrac{10 \times 8}{10} = 8$; luego $M\,N = 300 + 20 + 8 = 328$ unidades de la relacion.

$L\,T = 207$. $P\,Z = 245$. $Q\,R = 184$. $H\,K = 351$.

25. Regla. Así pues, para usar la escala de mil partes, *se pondrá una de las puntas del compás en la division de las centenas correspondientes y sobre la horizontal que marque las unidades, segun la numeracion de la vertical A E, abriéndose la otra punta segun la numeracion de las decenas fijada al pié de las transversales en la línea A D.*

26. Terminaremos esta leccion con algunos problemas sobre escalas. 1.º—Dada la relacion $\frac{1}{2\,500}$, por egemplo, hallar el valor de la línea M sobre el plano. En efecto: $\dfrac{1}{2500} = \dfrac{X}{M}$, ó $2500 : M :: 1 : X$.

Si M=317, 2500: 317:: 1: X, ó X=0,127. 2.° = Dado un plano cuya escala no se conoce, pero sí su superficie, determinar la relacion de la escala en que el plano se formó.

Llamando S á la superficie del plano obtenido con una escala cualquiera, P á la superficie conocida y R á la relacion de la escala que nos ha servido, se tendrá·

$$S: P:: R^2: X^2, \text{ ó } X = \sqrt{\frac{P \times R^2.}{S}}$$

3.°=Dado un plano cuya superficie se conoce, hallar inmediatamente su escala.

Si en vez de R del problema anterior, llamamos B á una línea determinada con la escala que sirvió para S, se deducirá que S: P:: B²: X² ó $X = \sqrt{\frac{B^2 \times P,}{S}}$ fórmulas que pueden aplicarse fácilmente.

PRIMERA PARTE

DE LA TOPOGRAFÍA, Ó PLANIMETRÍA.

PRIMERA PARTE DE LA PLANIMETRÍA.

INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS.

LECCION SEGUNDA.

Útiles necesarios en las operaciones topográficas. Descripcion y uso.

PASEMOS cuenta de los útiles é instrumentos con brevedad; pues la inspeccion de ellos vale mas que las explicaciones mas detalladas.

27. JALONES Ó BANDEROLAS Y PIQUETES. Las banderolas y jalones sirven para determinar visuales en el terreno, entendiéndose por visual la línea mental que con la vista dirigimos de un jalon á otro, ó á un objeto cualesquiera. Las banderolas son unas varas cilíndricas de madera de 0,02 á 0,035 de grueso y de 2 á 4 métros de largo, armadas en su estremidad inferior por un regaton que sirve para clavarlas en el terreno y provistas en su estremidad superior de un trapo de colores vivos, á fin de que se distinga á larga distancia. Para este objeto y para su mejor conservacion se pintan las varas de colores claros, ó bien de dos colores

encontrados, como el blanco y negro, á trechos alternados. La madera debe elegirse á propósito para el uso de las banderolas, cortándola segun la longitud de la veta y procurándose en la construccion que las varas no salgan con alaveos. Cuando los jalones no alcanzan á la altura que se necesita, se pueden unir dos, llevando uno de ellos en su parte superior un tubo de metal dónde entra el otro.

28. *Los piquetes* sirven para fijar los puntos por dónde pasa una línea en el terreno y consisten simplemente en estacas pequeñas aguzadas y preparadas al efecto.

29. Cadena, rodete ó cinta, y varas. Para medir las líneas en las grandes operaciones, sirve la cadena que es de alambre de hierro de 0,003 á 0,004 de grueso y de 10 á 20 métros de longitud. Los eslabones consisten en trozos de alambre que se unen por sus estremos con anillas tambien del mismo, y de modo que entre centro y centro de dichas anillas haya dos decímetros. En las estremidades tiene la cadena dos asas para meter por ellas la mano y atirantarla sobre el terreno, construidas de modo que el último eslabon y el asa compongan otros dos decímetros y por ellas se meten las agujas, ó por fuera si se incluye en la medida total de la cadena el grueso del alambre de las asas. Las agujas son de un alambre generalmente mas grueso, para que se hinquen con seguridad en el terreno y sirvan de apoyo en el atirantado de la cadena, llevando un asa en la parte superior con una seña para que se vean fácilmente y no se pierdan.

No conviene que el alambre sea muy delgado; porque si bien tendría menos rigidéz la cadena, se doblarían sus eslabones á cada paso en las operaciones del campo y habría que estar rectificando contínuamente su longitud; ni tampoco aprovecha alambre grueso por su peso y la dificultad de estirar la cadena. Su longitud y la de sus eslabones tambien es menester que esté ajustada á la que aconseja la práctica; pues si son molestas las cadenas pequeñas en las grandes operaciones, las cadenas grandes no lo son menos por su difícil manejo y las inexactitudes que resultan.

La numeracion de la cadena se hace de métro en métro, poniendo una anilla de laton á los cinco eslabones, y de cinco en cinco métros una chapa del mismo metal con el número necesario que cuelga de la anilla correspondiente. Pueden hacerse además multitud de cadenas aplicables á la unidad de medida que se quiera y á los usos del que las necesite.

Las *cintas* sirven para la medicion de edificios, jardines, ó posesiones muy pequeñas á lo sumo; pues no permiten un uso demasiado fuerte, y aprecian las longitudes con mas exactitud que la cadena. (a) Están preparadas al efecto, para que no sufran grandes alteraciones por la humedad ó el calor, y llevan la division métrica por un lado y por la otra la corriente del pais donde se usan, enrollándose dentro de una caja circular de suela que les dá el nombre de *rodete*. Modernamente se usan cintas metálicas, con el objeto de obtener mayor precision en las medidas; y su construccion consiste en formar la trama con delgados alambres, que al propio tiempo que les dán alguna consistencia, no son tan sensibles á las alteraciones atmosféricas.

Finalmente, tambien sirven para medir algunas veces, las *varas*, que son de madera, cilíndricas y graduadas segun se desea. A fin de no repetir mucho su colocacion sobre una línea para medirla, se unen dos por medio de un tubo de metal, que una de ellas lleva en un estremo; pero de cualquier modo que sea, se emplean muy poco en la práctica, no aprovechando como no sea en la medicion de alturas de edificios, ó en cosa parecida. (b)

(a) Para el uso indicado, ó en operaciones cortas como se ha dicho, resulta así en efecto; pero en operaciones largas, además de lo mucho que se destrozarían las cintas, como tambien se expresa, serían mucho mas inexactas que las cadenas, por lo mucho que se contraen ó dilatan, segun la humedad ó sequedad del tiempo.

(b) *La estadia*, instrumento fundado en la semejanza de triángulos, sirve tambien para medir, pero este instrumento que dán á conocer generalmente los autores, sirve á la verdad bien poco en el terreno de la práctica.

PARTES ESENCIALES DE LOS INSTRUMENTOS.

ALIDADAS.

30. La *alidada* tiene por objeto dirigir visuales, esto es, determinar con precision los puntos por donde pasa una línea que imaginamos. Vá generalmente unida á los instrumentos de que forma parte, ó separada; pero siempre se emplea como auxiliar de ellos.

31. Hay dos clases de alidadas, de *pínulas* y de *anteojo*. La alidada de pínulas se compone (fig. 3.ª) de una regla de laton A B de 0,30 á 0,40 de largo y de 0,04 á 0,05 de ancho por término medio, en cuyos extremos A B se levantan perpendicularmente las pínulas A E, B F que son otras reglas del mismo metal y de 0,08 á 0,10 de altura, las cuales tienen abiertas unas ventanillas *g h*, *g' h'* atravesadas por cerdas *g h*, *g' h'*; pero contrapuestas y enfrente cada una de ellas de un agujero cónico *s*, *s'*; de manera, que mirando por el agujero *s* de la pínula A pase la visual por la cerda *h' g'* de la pínula B, ó mirando por el agujero *s'* de esta pínula, pase la visual por la cerda de la pínula A.

32. Para usar este instrumento es necesario, que si se concibe un plano vertical, que enrase con los agujeros y cerdas de ambas pínulas, enrase tambien con el canto de la regla; pues de esta suerte cuando se traze por dicho canto una recta sobre el papel, esta se hallará en el mismo plano que la visual dirigida por las miras, ó pínulas de la alidada, y será la traza de dicho plano con el plano horizontal de proyeccion, ó plano sobre que se proyecta el dibujo. Tal sucedería si el canto de la regla fuese C D, aunque algunos constructores no tienen presente este principio; porque si se supone que la visual dirigida con la alidada termina en un objeto bastante lejano, esta difiere poco de la línea

A B M trazada por el canto A B de la regla, si su ancho no es muy considerable.

33. Mediante la condicion enunciada será preciso rectificar la alidada, ú observar si sirve ó no; para lo que bastará dirigir una visual por el agujero *s* á la cerda *h' g'* y al objeto, y trazar una línea sobre el papel por el canto de la regla C D; despues se volverá la alidada de manera que sin movernos miremos desde el agujero *s'* á la cerda *g h* y al objeto, procurando que el canto C D enrase con la línea anteriormente trazada. Si enrasa en efecto, la alidada servirá; pero si por el canto se puede trazar otra línea distinta á la primera, será necesario rectificar las cerdas; pues resultará que las visuales están en planos distintos, ó que no pasan por el plano vertical del canto A B de la regla.

34. Las alidadas de anteojo son de mas uso en el dia y consisten igualmente en una regla de laton, sobre la que se alza un apoyo del mismo metal para sostener el anteojo, que sustituye á las pínulas ó miras. La condicion de estas alidadas es la misma que para las anteriores, esto es, que el plano vertical que contiene las visuales dirigidas pase por el eje del anteojo y por el canto de la regla, por consiguiente, la rectificacion ó colimacion es la misma. Prefiérense estas alidadas no solo porque se descubren los objetos á mayor distancia, sino porque dán mas precision en los resultados.

35. Anteojos. Estos, además de las alidadas, acompañan á la mayor parte de los instrumentos topográficos. Algunos autores se extienden tanto sobre ellos y su teoría, que forman de esto solo una parte de la Topografía.

Nosotros no diremos mas, sino que son de dos clases, microscrópicos y de larga vista, segun sirvan para ver las divisiones sumamente pequeñas del Limbo y Nonio, ó para distinguir los objetos del terreno á gran distancia. Para los primeros basta á veces un cristal biconvexo constituyendo un microscópio simple, y en cuanto á los segundos los hay con varios lentes de los cuales el que se acerca al ojo se llama ocular, y objetivo el que se dirige al objeto. Estos últimos llevan dos hilos de platino atravesados á ángulos rectos en un aro interior, y el punto de interseccion de estos hilos ó cerdas, determina el eje del anteojo por el que se dirigen las visuales. Unas pequeñas llaves sirven para arreglar las cerdas, y el anteojo puede graduarse sin necesidad de tirar violentamente de sus tubos, por medio de una *cremallera* ó juego de tornillos dispuestos para este fin. Los objetos se ven invertidos en la mayor parte de estos anteojos.

LIMBO Y NONIO Ó VERNIER. (a)

36. El Limbo es el canto ó parte graduada de los instrumentos de precision. En efecto: si con una regla dividida ó graduada segun una unidad de medida cualesquiera pretendiésemos conocer la longitud de una línea, el canto graduado que se ajusta á dicha línea para apreciarla es el limbo de la regla; así como si pretendiésemos conocer el valor de un arco y se le aplicase un semicírculo graduado, el canto de este último sería su limbo.

37. Pero por muy minuciosamente que estén trazadas las menores divisiones sobre el canto de los instrumentos, hay multitud de casos en que estas no bastan, necesitándose apreciar fracciones ó subdivisiones menores que ellas. Para esto sirve el Nonio ó Vernier.

Sea (fig. 4.ª) A B una regla cualesquiera dividida en cuarenta partes iguales, por egemplo. Si tomamos cinco de estas partes para formar la regla C D y la dividimos en seis, dicha regla será el Nonio ó Vernier, cuyo uso estriba en lo siguiente.

Por la construccion se tendrá, que si lo colocamos sobre el canto de la regla A B ó el limbo, de modo que la division cero del uno coincida con la division cero del otro, la 1 del Vernier se separará $\frac{1}{6}$ de la 1 del limbo, la 2 estará $\frac{2}{6}$ mas á la izquierda que la del limbo, la 3, $\frac{3}{6}$ ó caerá en medio de la 3 del limbo, la 4 caerá $\frac{4}{6}$ á la izquierda de la 4 del mismo limbo, la 5, $\frac{5}{6}$ y la 6 se confundirá con la 5 del limbo.

(a) Nonio se dice de Nuñez inventor de este mecanismo, y Vernier tambien es nombre del autor que le atribuyen los franceses.

Si trasladamos el Nonio á C′ D′ habrá recorrido una longitud igual á 17 partes del limbo mas una fraccion *s* 0 de la parte ó division 18 que necesitamos conocer. Para ello observaremos que la línea divisoria del Nonio coincide con cualquiera de las del limbo, que en este caso es la 3, y por lo dicho arriba, la division 2 del Nonio estará $\frac{1}{6}$ de division á la derecha de la 19 del limbo, la 1 del primero estará $\frac{2}{6}$ sobre la 18 del segundo y la division 0, $\frac{3}{6}$ sobre la 17 de la regla, ó $s\ 0=\frac{3}{6}$; habiéndose separado la division 0 del Nonio, ó su *línea de fé*, de la línea 0 del limbo que tambien es su línea de fé, 17 $\frac{1}{6}$ partes de la regla en el movimiento que al Nonio le dimos.

38. Si hubiéramos tomado 9 partes del limbo para dividirlas en 10 en el Nonio, las fracciones hubieran resultado en décimas y en general resultará una fraccion cuyo numerador será la division del Nonio que coincida con cualquiera de las del limbo, y su denominador el número de partes en que hemos dividido el Nonio.

39. Si llamamos n al número de partes en que se ha dividido el Nonio, $n-1$ serán las partes que se han tomado del limbo y el Nonio quedará formado dividiendo $\frac{n-1}{n}$, luego llamando L al valor de una de las partes del limbo, la fraccion definitiva será llamándola f, $f=\frac{L}{n}$.

Así pues, si cada una de las divisiones de la regla A B (fig. 4.ª) valiese 12 milímetros, L=12 m.ˢ, $n=6$ y $f=\frac{12}{6}$ ms.=2 m.ˢ que por coincidir la division 3 del Nonio con una del limbo, se tendría que $s\ 0=6$ milímetros.

Si cada una de las divisiones de la regla representase un centímetro y hubiéramos tomado 9 para dividirlas en 10 partes en el Nonio, como un centímetro vale 10 milímetros, L=10 m.ˢ, $n=10$ y $f=\frac{10}{10}$ ms.=0,001, que por coincidir la division 3 del Nonio, resultaría que $s\ 0=0{,}003$.

40. El Nonio se aplica en la misma forma al limbo de un círculo graduado (fig. 5.ª)

Si el Limbo es el arco A B se tomarán de él tambien 5 divisiones y se formará otro arco con ellas, que dividido en 6 partes iguales constituirá el Nonio. Coincidiendo ambas líneas de fé, la division 1 del Nonio quedará $\frac{1}{6}$ á la izquierda de la del limbo, la 2, $\frac{2}{6}$, la 3, $\frac{3}{6}$, la 4, $\frac{4}{6}$, la 5, $\frac{5}{6}$ y la 6, $\frac{6}{6}$ ó una division entera; llevando el Nonio á N habrá recorrido 11 divisiones del limbo mas la fraccion E O que es igual á $\frac{3}{6}$ por coincidir la division 3 del Nonio con una del Limbo, ó todo el arco recorrido M N será igual á $12\frac{1}{2}$ partes del Limbo.

Tomando 9 divisiones del Limbo para dividirlas en 10 partes del Nonio, las fracciones serían décimas, aplicándose para este caso la fórmula $f = \frac{L}{n}$.

EJEMPLOS...... Si $L = 2^{o} = 120'$ y $n = 30 \ldots f = \frac{120'}{30} = 4'$
Si $L = 1^{o}$ $n = 30 \ldots f = \frac{60'}{30} = 2'$
Si $L = 30'$ $n = 15 \ldots f = \frac{30'}{15} = 2'$
Si $L = 30'$ $n = 30 \ldots f = \frac{30'}{30} = 1'$

REGLA. *Para apreciar divisiones menores que las del limbo en los instrumentos graduados, se conocerán las fracciones menores que el instrumento aprecia con el Nonio, observando si son grados, medios grados, ó de dos en dos grados las divisiones menores del limbo y dividiendo una de estas por el número de partes en que lo esté el Nonio, diciéndose que hay tantas fracciones de esta especie, cuantas determine la línea del Nonio que coincide con cualquiera de las del limbo.*

ARTICULACIONES Y TORNILLOS DE LOS INSTRUMENTOS.

41. Las articulaciones que permiten tomar á los instrumentos posiciones segun se quiera, una vez colocado sobre su pié, se llaman *rodillas* y hay varias clases de ellas.

La mas usual es la de *nuez*, consistente en una esfera pequeña de laton unida por medio de una espiga al instrumento, la que juega dentro de unas conchas del mismo metal, que se atornillan al tubo que entra en la espiga del pié.

Algunas rodillas consisten en dos cilindros que se penetran en ángulos rectos, pudiendo resbalar el uno sobre el otro, y finalmente, otras rodillas se componen solamente de una espiga que entra en un tubo holgado, á la que se dá movimiento atornillando ó destornillando cuatro tornillos que atraviesan el tubo, ó de dos discos que tambien toman movimiento por el uso de otros cuatro tornillos. Una buena ó mala rodilla influye mucho en el uso de los instrumentos.

42. El manejo de estos es esencial en los instrumentos, dividiéndose en tornillos de *presion* y de *coincidencia*. Llámanse de presion los que solo tienen por objeto paralizar el movimiento despues de adoptada una posicion para el instrumento ó cualquiera de sus piezas; y se dicen de coincidencia los que se emplean para irse aproximando pausadamente hasta obtener lo que se apetece con el instrumento.

Para usar el Nonio con exactitud se necesita uno de estos tornillos, que se coloca al extremo de la regla que lleva dicho Nonio: (fig. 6.ª)

La regla S G expresada, tiene además una pieza *a b* en la que se ha practicado una abertura por la que corre una pieza pequeña *f g*. El tornillo N entra en la hembra Z y tambien en la pieza móvil *f g*, la que está suelta cuando gira la regla con rapidéz al rededor de su centro, llevando consigo el tornillo de coincidencia y la pieza *f g*; pero cuando se quiere usar este último, se fija la pieza móvil al limbo del instrumento A B por medio de un tornillo de presion, y entonces la regla S G no puede girar resbalando sobre A B, sino lo que le permita pausadamente el tornillo, que la llevará á la izquierda ó derecha de la pieza ahora fija *f g*, segun se dé vueltas á la cabeza N del tornillo. Como el paso de la hélice de este es muy corto, el movimiento es muy lento y permite aproximar, ó retirar la regla y su Nonio, con toda la exactitud que se apetezca.

PIÉ DE LOS INSTRUMENTOS.

43. Para el uso de los instrumentos es preciso colocarlos á la altura conveniente sobre un pié que se llama *Trípode.* Este consta de un prisma triangular terminado en su parte superior por la espiga donde entra el instrumento y de tres piernas que se adosan, una á cada cara del prisma que constituye la cabeza del trípode, por medio de sus correspondientes tornillos de presion, que se aflojan para poder separar ó juntar las piernas segun el terreno lo permita, y que despues se aprietan para evitar variacion ó movimiento alguno. Cada pierna del trípode lleva en su estremidad inferior una punta de hierro para asegurarla en el terreno, y para poner el pié de modo que la espiga que recibe al instrumento quede vertical, es preciso suspender una plomada desde el eje del prisma á que se arrimen las piernas del trípode, lo que determinará una vertical que pasará tambien por el eje de la espiga. Los mejores trípodes son los que en vez de un prisma forma su cabeza una pieza con tres orejas, cada una de las cuales recibe dos listones, que unidos en sus estremidades inferiores dentro de un regaton comun, constituyen una pierna del trípode en la forma de una V. Estos son mas firmes y no permiten variaciones sensibles despues de colocado el instrumento.

LECCION SEGUNDA.

DE ALGUNOS INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS.

44. Los instrumentos de la primera parte de la Planimetria sirven para medir líneas, (a) ó para medir ángulos.

De los primeros se usan muy pocos, constituyendo los segundos la mayor parte de los instrumentos topográficos.

Estos se dividen en *Goniómetros* y *Goniógrafos*.

Se llaman *Goniómetros* los que aprecian el ángulo sobre el terreno, tomando su valor en un apunte que para esto se hace, y se dicen *Goniógrafos* los que uniendo el ángulo sin determinar su valor, permiten al propio tiempo que se trazen en el papel.

Los Goniómetros mas usuales son:

La Pantómetra.

El Gafómetro.

El Teodolito.

La Brújula ordinaria y de reflexion. (b)

El Sestante graduado, octante y círculo de reflexion.

Son Goniógrafos:

La Plancheta y el triángulo de reflexion ó sestante.

Además hay otros instrumentos, como la *declinatoria*, que tiene un objeto determinado, y las escuadras sencillas y de reflexion

(a) Véase la nota *b* del párrafo 29.

(b) En esta primera edicion suprimimos los instrumentos de reflexion, que describiremos en las sucesivas.

que no se consideran como goniómetros, por no apreciar mas que cierto escaso número de ángulos.

45. Escuadra de Agrimensor, Pantómetra, Gafómetro y Teodolito. El instrumento mas sencillo que se usa en las operaciones del campo, es el círculo ó *escuadra* de Agrimensor, llamado así por ser el predilecto de estos profesores. El círculo consiste en un disco circular de laton A B, (fig. 7) atravesado por dos reglas á ángulos rectos que llevan en sus extremos M, N, O, P, cuatro pínulas levantadas perpendicularmente sobre dicho disco, constituyendo con él dos alidadas cruzadas en ángulos rectos. Debajo del encuentro de estas dos reglas ó alidadas, vá el tubo que se mete en la espiga del pié, generalmente consistente en un simple chuzo.

46. Este instrumento sirve exclusivamente para levantar perpendiculares, ó trazar ángulos rectos.

47. Modifícase la forma del círculo ó escuadra de Agrimensor, por medio de un cilindro A A′, C C′ (fig. 8) cortado en cuatro hendiduras, rendijas ó miras, á ángulos rectos, de modo que aplicando la vista á la M P y dirigida á la hendidura N′ R′, se cruce esta visual perpendicularmente en el eje del instrumento con la visual dirigida por las hendiduras N R, M′ P′.

48. Pero esta clase de escuadras ya no se construyen, prefiriéndose al cilindro, un prisma octogonal de laton, (fig. 9), atravesadas todas sus caras con hendiduras ó miras, á fin de que no solo se puedan levantar perpendiculares, ó trazar ángulos rectos, sino tambien ángulos de 45.° Se procura que las cuatro miras de frente se distingan de las otras cuatro, y estén dispuestas de modo que cada rajilla caiga enfrente de la cerda de la mira correspondiente. Este instrumento tiene un tubo atornillado en la parte inferior del prisma, el cual sirve para fijarlo sobre el pié, y se puede destornillar y meterse dentro, para que ocupe el instrumento menos lugar en su conduccion.

49. Para usarlo, colóquese sobre cualquier punto D de la línea A B (fig. 10) determinada por los jalones A, B, de manera que mirando por la pínula ó mira *a* á la *b* se vea el jalon B, y volviéndose á mirar por la pínula *b* á la *a*, se descubra ó se vea

proyectada la cerda en el eje del jalon A. Mirando ahora desde la rendija *d* á la cerda de la pínula *c*, en la prosecucion de esta visual se mandará colocar un jalon C, que con el punto D, determinará la posicion de la línea C D perpendicular á la propuesta A B. Análogamente se trazará un ángulo de 45º con las escuadras ordinarias.

50. Como el uso principal de este instrumento es levantar ó bajar perpendiculares, para que esto se verifique con exactitud, es preciso cerciorarse de que son iguales los cuatro ángulos formados por los dos diámetros de la escuadra.

51. Luego para rectificarla ó reconocer si sirve ó no con arreglo á su objeto; despues de colocada en el punto D y levantada la perpendicular D C, (fig. 10) se hará girar de modo que la mira *c* venga á ocupar la posicion que tenía la *b*, la *b* habrá venido ahora al punto *d*, la *d* al punto *a* y la *a* al punto *c* que tenía la pínula *c*; pues mirando por *c* á la cerda de la mira *d*, debe descubrirse el jalon A, como cuando por *b* que estaba donde ahora *c*, se miraba á la cerda *a* y se descubría el mismo jalon; y mirando por *b* que vino donde antes estaba *d*, la visual dirigida á la mira *a* debe pasar por el eje del jalon C. De esta suerte se comprobará que son iguales los ángulos formados por las visuales dirigidas, ó que al caer una sobre otra no se ha inclinado á un lado mas que á otro, siéndole perpendicular. Si esta condicion no se verifica habrá que rectificar la colocacion de las cerdas, debiéndose desechar la escuadra que dé un error grave.

52. Pantómetra de Fouquier. Una perfeccion del anterior es este instrumento, que permite apreciar toda clase de ángulos, y que se presta á operaciones topográficas mas complicadas.

53. Consta (fig. 11) de dos cilindros de laton de igual diámetro y superpuestos el uno sobre el otro. Tales son el inferior A B C D que lleva en su parte mas baja el tubo T, para colocarlo sobre el trípode, asegurándose con el tornillo *t*, y el superior A E F B, que gira sobre el inferior al rededor del eje de ambos, moviéndose por medio del tornillo *s*. Sobre el canto A B del cilindro inferior, está hecha la graduacion del limbo en grados, ó de dos en dos grados, segun permite su diámetro y sobre

el borde inferior del cilindro superior se traza el Nonio N. El cilindro inferior se atraviesa por miras que coinciden con la línea 0 180°, ó línea de fé del limbo, y el superior tambien vá atravesado con otras dos miras que coinciden con la línea de fé del Nonio, ó diámetro que pasa por la division 0.

En vez de estas miras, puede llevar el instrumento por encima del cilindro superior un anteojo, cuyo eje óptico coincida con las líneas de fé del limbo y Nonio, superpuestas la una sobre la otra, lo que permite medir ángulos entre objetos mas distantes. Finalmente, sobre el círculo superior del instrumento, se acomodan una brújula y uno ó dos niveles de aire para colocar el disco del instrumento en perfecta posicion horizontal; pues los ángulos tomados con él están siempre referidos al horizonte, ó resultan en esta proyeccion.

54. Algunas *pantómetras* se hallan tan bien preparadas, que sirven no solo para levantar planos, sino tambien para nivelar y medir alturas; pero es necesario reconocer que cada instrumento tiene en topografía su índole distinta, lo que le imperfecciona en el uso que debiera hacerse con lo demás.

55. Para tomar un ángulo con la Pantómetra, despues de averiguada la relacion del limbo y el nonio, se hará que coincidan ambas líneas de fé, y de esta suerte se mira por el anteojo á un objeto que caiga á la derecha, á fin de que al mover el cilindro inferior para buscar el otro objeto que está á la izquierda, se recorra el arco del limbo segun la numeracion natural; pues los ángulos que se aprecian son los opuestos por el vértice; contándose su valor desde la línea de fé del limbo, fijo desde que se observó el primer objeto, hasta la línea de fé del nonio, despues del movimiento necesario para ver el segundo objeto. El ángulo que resulte es el formado para las visuales dirigidas desde el centro del instrumento á cada uno de los objetos elegidos, centro que se refiere desde el suelo al instrumento, ó desde el instrumento al terreno, por medio de una plomada.

56. Para que una Pantómetra sea buena, es preciso que el eje de rotacion del cilindro móvil ó superior, pase por el centro del limbo ó círculo graduado, y que el eje del anteojo ó las miras, coincidan con la línea de fé ó de 0 180°.

57. En cuanto á lo primero, bastará tomar con el instrumento varios ángulos al rededor desde un punto de estacion, y sumarlos todos entre sí, para ver si completan los 360 grados que tiene la circunsferencia, ó los 400, si estuviese graduada de esta suerte. Si no los completan, estará la division mal hecha, ó el eje fuera de su sitio, lo que debe rectificarse. Una diferencia de pocos minutos se tolera en la práctica ordinaria. (a)

58. Para ver si el eje del anteojo coincide, ó está en el mismo plano vertical que las líneas de fé del instrumento, se colocará este en un punto cualquiera de una línea determinada por dos jalones, coincidiendo su centro con dicho punto, pues deberá encontrarse en la vertical de la plomada y su línea de fé sobre la línea designada. Despues se hará girar el instrumento media vuelta completa y se observará si de nuevo coinciden las visuales con la línea que se toma para comprobacion, debiendo corregir las cerdas, ó lo que impida que la condicion se verifique.

59. Gafómetro. Este instrumento sirve para medir ángulos en varios planos ó en todas direcciones, y puede considerarse como una perfeccion sucesiva de los anteriores. Consta en su forma mas elemental de un semicírculo de laton graduado A B C (figuras 12 y 13) y de dos alidadas, una fija A C con sus pínulas correspondientes, y otra E D móvil al rededor de un eje de rotacion O, perpendicular al disco del instrumento. Las extremidades de esta alidada pueden resbalar sobre el limbo, ó parte graduada de dicho disco, razon por la que en ellas se traza el Nuñez ó Vernier.

En vez de alidadas pónense dos anteojos, uno fijo y otro móvil que las sustituyen con ventaja, por divisarse los objetos á mayor distancia y precisar mejor las visuales. Una pequeña brújula ocupa generalmente la parte vacía entre la alidada fija y el semicírculo graduado, para el mas cómodo uso del instrumento en el curso de las operaciones, y se añade un nivel para cuando se

---

(a) Comprobadas algunas Pantómetras por mis discípulos en las operaciones prácticas del campo, se ha dado caso de no hallar error, variando algunas veces de 1 á 3 minutos, los que ya no son tolerables en este instrumento, si se ha de operar mucho con él y si se quiere un buen resultado.

quiere poner horizontal el disco del gafómetro, llevando este por último debajo de su centro de rotacion, la rodilla de cualquier clase que sea y con esta el tubo que entra en la espiga del trípode. (Véase la figura 13, proyeccion horizontal y vertical.)

60. Se ha perfeccionado este instrumento de manera que puesto sobre el trípode, dada la posicion que se quiera por medio de la rodilla, y paralizado este movimiento con el tornillo de presion correspondiente, pueda girar el disco del instrumento al rededor de su centro por medio de un eje, movimiento que se detiene con un tornillo de presion: el anteojo fijo puede girar tambien en un plano horizontal y en otro vertical, lo mismo que el móvil ó superior, para buscar con comodidad los objetos, acompañando siempre á este último en todos los gafómetros de alguna precision, el tornillo de coincidencia que vá con el Nonio en la regla de la alidada de anteojo.

61. La linea 0 180° del semicírculo graduado es la línea de fé de este instrumento, y para medir el ángulo que en un punto del terreno se forma con las visuales supuestas desde *c* á dos objetos, se tendrán presentes estos pormenores.

1.°—Se colocará el trípode de manera que su plomada coincida con el *punto de estacion*, ó que la vertical pase por dicho punto y el eje de la espiga.

2.°—Se colocará sobre ella el instrumento, manejando la rodilla por medio de sus tornillos, hasta conseguir el disco del instrumento en el plano en que se vá á tomar el ángulo. Si es horizontal, se consultará el nivel que le acompaña.

3.°—Supuesto el anteojo fijo en coincidencia con la línea de fé, se hará girar el instrumento hasta que con este anteojo se descubra un objeto, teniendo cuidado de presentar el disco de suerte que se pueda leer naturalmente la graduacion del limbo y Nonio. Los hilos de platina, ó líneas que se cruzan en el foco del anteojo, determinan un punto que se proyectará sobre el eje del jalon, señal ú objeto, y conseguido esto, se parará el movimiento del instrumento por medio del tornillo de presion correspondiente.

4.°—Se hará girar el anteojo móvil hasta buscar el otro objeto, y cuando se crea que la visual pasa por su eje, ó muy próximamente, se asegura la pieza del tornillo de coincidencia á la parte inferior del disco del instrumento, concluyendo de acercarse con toda exactitud á la visual por medio de dicho tornillo.

5.º—Finalmente, se examinará el limbo y el Nonio y se leerá el ángulo, aplicando la fórmula del número 39.

En algunos gafómetros se podrá suprimir el anteojo fijo, pues poniendo el anteojo móvil sobre la línea de fé, y haciendo girar el instrumento hasta ver el primer objeto, luego se fijaría el disco del instrumento y con el mismo anteojo se dirigiría la otra visual al otro objeto, en la misma forma que antes se ha dicho. (a)

62. Se deduce del uso del instrumento las condiciones que debe tener para ser bueno. En efecto, la primera es que el eje de rotacion del semicírculo, así como el de la alidada ó anteojo móvil, pasen por el centro, y la segunda que la línea de fé ó 0,180º, coincida con el eje del anteojo fijo y con la linea de fé del Nonio, y el eje del anteojo móvil superpuesto sobre el fijo.

Si el semicírculo graduado no gira al rededor de su centro, no apreciará los ángulos en su verdadero valor, sino ángulos cuyo vértice no esté en el centro de la circunsferencia, en cuyo caso no tienen por medida el arco que abarcan, así como de estar el eje de la alidada móvil fuera del centro, resulta igual inexactitud ó error.

63. Para probar si el instrumento puede servir respecto á este punto, se fijarán tres jalones en el terreno, constituyendo un triángulo cualesquiera. Se levantará uno de ellos, y coloeando en su lugar el instrumento de modo que su plomada coincida con el punto que marcaba el jalon, se tomará el ángulo formado allí con los otros jalones. Se traslada el instrumento á otro jalon que se quita restableciendo el primero, y se mide el ángulo en este segundo punto de estacion con los otros jalones, y así mismo se hace

---

(a) Se indica esto, porque algunos gafómetros de anteojos, están construidos de manera que el eje óptico del fijo, jamás se halla en el plano vertical de la línea de fé; pues sugetos á una pieza que gira al rededor del eje, se hallan fuera de este, lo que no advertido por los principiantes, les induciria á gravísimos errores que se evitan como se acaba de hacer; esto es, olvidando para las medidas de los ángulos del anteojo fijo, que no strve nada mas que para referir á un punto varias operaciones verificadas con el instrumento.

respecto del tercero, sumándose despues los ángulos que resulten, para ver si componen 180º, en cuyo caso el instrumento es bueno, tolerándose un defecto si es muy pequeño. (a) Tambien se comprobaría el instrumento desde un solo punto de estacion, tomando varios ángulos al rededor y sumándolos para ver si componen los grados en que se divide la circunsferencia.

64. Produce error que las cerdas de la alidada, ó el eje del anteojo fijo, no pasen por la línea de fé, ó de 0 180º. En efecto, si no pasa por C F (fig. 14), pasará por *a*, en cuyo caso para medir un ángulo G C F, se habrá contado de menos la porcion de arco *a* F, ó pasará por *a'* midiéndose de mas la porcion F *a'*. Este error es de fácil compensacion, y se corrige en las cerdas, comprobándolo como se dijo respecto de las alidadas en general.

65. El mismo error de inexactitud resultará, si no coincide el eje óptico del anteojo móvil con la línea de fé del Nonio, y ambos con la de fé del limbo, lo que se comprueba como en el caso anterior, esto es, poniendo las líneas de fé en coincidencia y mirando á un objeto con los anteojos, volviéndolos, y tornando á mirar al mismo objeto, para cerciorarnos de que el plano que pasa por las líneas de fé, es el mismo que pasa por los ejes de los anteojos.

66. El *teodolito* es superior en su construccion y uso al gafómetro; pues además de servir como él, para medir los ángulos entre los objetos, reducidos al horizonte, nos permite observar al propio tiempo, el ángulo que formarían dos visuales dirigidas á distinta altura, y los ángulos que se forman en planos verticales. Consta (fig. 15) de un disco circular, horizontal y cónico A B, que lleva en su borde el limbo trazado sobre platino, para que las divisiones sean tan pequeñas como sea posible. Dentro de este disco gira otro de igual clase, pero menor, en cuyo borde ván los nonios, que generalmente son cuatro, trazados tambien sobre su platina, y para poder apreciar las divisiones de estos y del limbo, se usan anteojos microscópicos, tales como el *a*, y unos pequeños

---

(a) Al gafómetro se le debe tolerar menos que á la pantómetra, y al teodolito menos que al gafómetro, segun la mayor exactitud que debe dar cada instrumento.

cristales deslustrados con la inclinacion suficiente, para que el reflejo no impida la lectura. Los discos horizontales A B, se colocan en su posicion por medio de los niveles *n n*, estando provistos del correspondiente juego de tornillos, *z z*, de coincidencia y de presion, para apreciar con exactitud los ángulos y evitar los errores. Tambien llevan estos discos horizontales la brújula que acompaña á casi todos los goniómetros.

Sobre los expresados discos se alzan verticalmente dos apoyos F F, que sostienen un eje horizontal E, sobre el que gira en un plano vertical, un disco semicircular dentro de otro, dispuesto, C D, como los explicados anteriormente. Tienen su platina para el limbo, lo mismo que para el nonio N, y su juego de tornillos de coincidencia y presion *t*. El tornillo *x* paraliza el movimiento de los discos C D. El anteojo G H sirve lo mismo para los ángulos referidos á los discos horizontales A B, que para los apreciados con los C D, y el nivel N que le acompaña, tiene por objeto dirigir visuales horizontales para observar los ángulos formados con ellos, como acontece con los eclímetros, de que hablaremos en la segunda parte de la Topografía. Por último: el teodolito explicado se apoya en la rodilla de platillos R, provista de sus cuatro tornillos correspondientes, la que se coloca sobre el trípode P.

Esta clase de teodolitos es la mas usual y ligera; pero en la figura 16 damos á conocer uno de los antiguos, para que se pueda formar mas cabal idea de semejantes instrumentos. Consta, como el anterior de los discos horizontales A B, *a b* (veanse ambas proyecciones de la figura), metido el *a b* dentro del A B y pudiendo girar dentro de él; porque el eje vertical D se compone de un tubo al que vá unido uno de los discos, y dentro de este tubo entra el espigon que vá unido al otro disco. Ambos discos llevan su platina para el nonio y los cuatro limbos, practicándose la lectura por medio de los cristales deslustrados é inclinados *o o*, y los microscópios *n n*, que llevan su correspondiente indicador ó puntero. Un tornillo de coincidencia *e*, sirve para el efecto ya explicado respecto á los goniómetros en general, acompañando á este juego de discos horizontales un anteojo *c c*, que han hecho bien en suprimirlo en el teodolito de la figura 15; pues no pasando su eje óptico por la línea de fé, ni el centro de los discos, ó por el eje de rotacion, lo mas que se puede hacer con él, es referir cierto número de ángulos á un punto fijo. El juego vertical es en un todo análogo al de los discos horizontales. Consta como él, de dos discos E E, que entran uno dentro de otro, y giran en esta posicion por el mismo mecanismo explicado. Llevan sus correspondientes platinas con el limbo y los cuatro nonios F. F. F. F., que se leen con los microscópios *m. m. m. m.* El tornillo de coincidencia *f* ajusta exactamente el nonio al limbo para apreciar los ángulos, que se toman dirigiendo las visuales por el anteojo G G, y un tornillo de presion *g*, colocado en la pieza *d*, que vá unida al eje vertical D, paraliza todo movimiento despues de hechas las oportunas observaciones. Por último, un juego de niveles N. N. (N′ N′) sirven para colocar el disco A B horizontalmente, y verticalmente el E E, descansando el instrumento en la rodilla de platillo *h h*, provista de sus tornillos *t. t. t*, con la que vá unido al trípode P.

El uso del teodolito, así como su colimacion y rectificaciones, es análogo á lo dicho anteriormente para el gafómetro, si bien todo en el primero es mucho mas exacto y necesita de mas escrupulosidad para su manejo. Estos instrumentos aprecian segundos, y un número considerable de ellos, es un error que no debe tolerarse en su construccion.

LECCION CUARTA.

BRÚJULA Y PLANCHETA.

67. Brújula. Sirve esta tambien como goniómetro para medir ángulos, y por consiguiente para el levantamiento de planos. Está basada en el principio físico, de que dejando en libre movimiento una aguja imantada, se dirige esta al polo Norte. Se compone la brújula de una caja cuadrada de madera, A B C D (figura 17, proyeccion horizontal), de dos decímetros, ó algo mas por lado, y de un grueso tambien próximamente á tres centímetros. En esta caja, ó mejor pieza de madera, está practicado un rebajo circular N E S O, en cuyo fondo se fija un disco metálico y en él un anillo tambien de metal algo resaltado, sobre el que se practica la graduacion en grados, ó de dos en dos grados, segun lo permita su diámetro. En el fondo circular del rehundido se trazan los diámetros Norte, Sur, Este, Oeste de la brújula, paralelamente cada uno de ellos á los cantos de la caja, y poniendo á sus estremidades las iniciales N, S, E, O.

Sobre el centro de estos diámetros se alza verticalmente un estilete, ó pequeño eje de acero terminado en punta, para recibir la aguja, que es una planchita de acero de la forma descrita en la figura y de antemano perfectamente imantada. La punta que ha de dirigirse al polo Norte, se empabona para diferenciarla, y gira la aguja libremente, por la rotacion del agujero cónico que se practica en el punto de interseccion de las diagonales de la aguja, sobre la punta del estilete. Para disminuir todo lo posible esta rotacion; puesto que toda la virtud de la brújula estriba en que su aguja se dirija libremente hácia el Norte, así como para que no se desgaste por la rotacion el agujero de la aguja, con lo que esta se inclinaría hácia algun lado; se le coloca en el punto indicado una piedra agata con un pequeño agujero cónico, que entra sobre la punta del estilete. El rebajo de la caja donde está la aguja se tapa con un cristal para impedir que el aire la mueva, y lleva una palanquita que la coge por debajo y la pega á dicho cristal al cerrarse la caja, á fin de quitarle todo movimiento cuando no sirve la brújula.

68. La línea Norte Sur es la línea de fé, ó de 0 180°, en este instrumento, y sobre el canto de la caja C′ D′, paralelo á ella, (figura 17, proyeccion vertical), gira por medio de un eje horizontal F, en un plano vertical, un prisma de madera de la misma longitud y grueso que la caja, atravesado en su interior por una mira; ó mejor, sobre este prisma se aplica un anteojo *m n*, que gira con él, para dirigir las visuales necesarias en la práctica de las operaciones.

La caja de la brújula gira horizontalmente sobre el eje vertical que pasa por el estilete, y usando de los platillos y tornillos, G, se facilita y paraliza este movimiento convenientemente. Finalmente, á la brújula acompaña constantemente un nivel de aire R′, para ponerla perfectamente horizontal, y tiene su rodilla H, para darle el movimiento que se quiera, despues de colocada sobre el trípode.

69. Uso de la Brújula para medir los ángulos. Para medir el ángulo que se forma en un punto con las visuales dirigidas desde allí á dos objetos cualesquiera, se colocará el trípode del instrumento sobre este punto por medio de su plomada, y se pondrá la caja de la brújula perfectamente horizontal, moviendo la rodilla, y consultando el nivel que la acompaña, á fin de que la aguja obre sin que agente alguno la aparte de su natural tendencia. Esta no se dirige, como mas adelante observaremos, al Norte exactamente; pero de cualquier manera que sea, su posicion es constante en el giro horizontal de la brújula.

Sentado este precedente, buscaremos con el anteojo un objeto de los que se necesitan, haciendo girar la caja al rededor de su centro. En esta primera observacion la division cero habrá recorrido un arco cualesquiera á derecha é izquierda de la aguja, segun el ángulo que la posicion constante de esta forma con la visual al primer objeto, y este arco se lee en el anillo graduado, valiéndose de un lente, con el que una vista ejercitada discrepa en un error de poca importancia. Despues se vuelve á mover la caja de la brújula para dirigir la otra visual al otro objeto, haciendo que el punto de interseccion de las cerdas, caiga sobre su centro ó eje, y se consultará de nuevo la graduacion que señala la punta azul de la aguja. En esta segunda observacion, la division cero habrá recorrido el arco que mide el ángulo; mas como antes habia recorrido ya un arco respecto de la punta de la aguja, ahora señalará la suma de dichos arcos, de los que restando la graduacion que señalaba la aguja en la primera observacion, se obtendrá el valor del ángulo pedido.

70. Regla. *Luego para medir un ángulo con la brújula, bastará observar el arco que recorre cuando se dirige la primera visual, y restarlo del que recorre cuando se dirige la segunda.*

Pero este modo de tomar un ángulo no es el usual y constante para las operaciones que se practican con la brújula; sino que basta saber el ángulo que forman las visuales con el *meridiano magnético*, ó direccion constante de la aguja.

71. Observaciones sobre los errores de la Brújula, y su correccion y rectificacion. En el uso de la brújula tropezamos con varios de sus inconvenientes. Lo es en primer lugar, las oscilaciones repetidas de la aguja, que es necesario dejar completamente en reposo, hasta que sin agente alguno que la impida obrar libremente, marque la graduacion. Estas oscilaciones son naturales en ella; mas cuando se prolongan demasiado, impiden leer con exactitud la graduacion, lo que puede acontecer por falta de equilibrio de la aguja sobre su estilete, debiéndose corregir este defecto antes de emplear la brújula en las operaciones.

Es necesario además que el eje vertical de la aguja esté colocado exactamente sobre el centro, ó que la brújula esté bien centrada. Si los errores que de esto resultan fueran iguales en todos los arcos, la compensacion no produciría mal resultado en la medida de los ángulos; pero de todas las posiciones que la aguja puede tomar, cuando no está bien centrado el instrumento, solo una aprecia la verdad de lo que se pretende.

En efecto: sea c' (fig. 18) el centro falso donde se ha colocado el estilete y c el centro verdadero. Si la direccion de la aguja es M N, perpendicular á A E, el arco D N será el mayor error que puede producirse, disminuyendo á manera que la aguja se aproxime á dicho diámetro; pues si toma la posicion P Q, el arco que mide ahora el error será b Q, que como se tiene el triángulo rectángulo $c\ c'\ s$, en el que la hipotenusa $c\ c'$ mide el mayor error, ó el del arco D N, el cateto $c\ s$ que mide el error b Q, será menor, y así irá disminuyendo sucesivamente hasta que la aguja caiga sobre el diámetro A E, donde desaparece completamente. Lo mismo se prueba cuando la aguja cae á la izquierda en M′ N′ y toma la posicion P′ Q′; luego los errores son variables en cada posicion de la aguja, menos cuando se confunde con el diámetro A E, lo que debe rectificarse. Para ello, si se hace girar la caja, (fig. 19), de manera que la aguja que estaba en c' venga á c'', y el anteojo R S á R′ S′, poniendo este de modo que el ocular quede en su sitio, el doble error será $c'\ c''$ cuerda del arco $c'\ c''$ recorrido por el eje de la aguja en el movimiento; luego sería preciso tomar la mitad $c\ c'$ para el centro c que se desea. Se tolerará el error poco considerable, pero cuando es bastante sensible, se mudará la posicion del estilete.

Otro error es, que el diámetro de fé, ó en el que se pone el cero, ó índice, no sea paralelo al eje del anteojo. Esto se rectifica haciendo girar la brújula análogamente á lo visto para los demás instrumentos, y observando si se miden en un sentido ángulos distintos que en el otro, de cuya diferencia se tomará un término medio, desechando la brújula que dé este error muy sensible.

Tambien es inconveniente, el que girando la brújula al rededor de su centro, se dirijan las visuales con el anteojo colocado en el canto de la caja; porque (fig. 20) si c es el centro del instrumento referido al punto de estacion, el ángulo que se busca es el F c O, esto es, el formado por la visual dirigida desde el punto de estacion c á un objeto O, y la direccion F c de la aguja; pero por la posicion del anteojo, el que se toma verdaderamente es el F G O, mayor que F c O, el ángulo O′ G O, que es igual á G O c. Se observará fácilmente que á manera que la distancia c O desde la brújula al objeto es menor, el error es mayor y vice-versa. Este error es poco notable cuando la distancia es grande.

Tal inconveniente desaparecería, si el eje del anteojo estuviera en el plano vertical del diámetro N S; pero puede corregirse conociendo la distancia O c y el semi-ancho $c\ q$ de la caja, pues

(Trigonometría) $sen.\ O'\ q\ O = \dfrac{c\ q}{c\ O}$.

72. Suponiendo que la caja tenga dos decímetros de lado, $c\ q = 0{,}10.^{c}$ y para varias distancias de O c, siguiendo la graduacion sexagesimal, ó de 360° hasta aquí usada, se tendrían los ángulos:

Si O c=10.^{m} . . .	ángulo=0°, 34′, 22″
20.^{m}	=0°, 17′, 11″
30.^{m}	=0°, 11′, 27″
40.^{m}	=0°, 8′, 36″
50.^{m}	=0°, 6′, 52″
100.^{m}	=0°, 3′, 26″

Estos valores se restarán del ángulo tomado con la brújula, y como para 500 métros solo resulta un error de 41 segundos, se vé que desde esta distancia en adelante dicho error es tolerable. En la práctica se evita llevar este en cuenta, separándose con el trípode la distancia $c\ q$, para que la visual caíga sobre c O, ó llevando una distancia O O′=$c\ q$ desde O á O′ y mirando al jalon colocado en O′, en lugar del objeto O.

74. Declinatoria y orientacion de los planos. Otro de los usos, ó el mas importante de la brújula es orientar los planos, esto es, relacionar los objetos figurados en ellos con los puntos cardinales de la tierra.

En este caso la brújula recibe el nombre de declinatoria, y se compone sencillamente de una caja cuadrada de menores dimensiones que las de la anteriormente descrita, llevando del mismo modo el disco graduado y atravesado por los diámetros N S, E O, en cuyo centro gira sobre un estilete la aguja imantada.

75. Una aguja se imanta, poniéndola perfectamente en la direccion Norte Sur, y colocando sobre ella dos barras bien imantadas, una á cada lado de su centro, de modo que el polo Sur de la una, caiga sobre el lado Norte de la aguja, y el polo Norte de la otra sobre la parte Sur de la misma, formando con la inclinacion de las barras sobre la aguja, ángulos agudos simétricos á uno y á otro lado. Despues se frota en esta disposicion la aguja con las barras hasta llegar á sus estremos, en cuyo caso se levantan y se vuelven á poner de igual suerte, repitiéndose el frotamiento cuanto sea necesario hasta que se pruebe la aguja, haciéndola levantar pequeños pedacitos de papel.

76. La aguja por mas bien imantada que esté, nunca se dirige exactamente al polo Norte, ó segun la verdadera *meridiana* del punto donde se hace la observacion; sino que se desvia algun tanto de ella.

77. El ángulo de desvío, formado entre la verdadera meridiana, ó línea Norte Sur, y la que señala la aguja, ó *meridiano magnético*, se llama *declinacion de la aguja*, razon por qué la brújula destinada á apreciarla, recibe el nombre de *declinatoria*.

78. Se entiende por *planos meridianos* los que cortan la tierra pasando por los polos, y por cada punto de ella puede concebirse uno de estos planos. *Paralelos* se llaman á los que cortan tambien á la tierra; pero perpendicularmente á los anteriores, ó paralelamente al *ecuador*, que es el plano secante y perpendicular al eje de la tierra, que pasa por su centro.

79. Igualmente se llaman *meridianos* los círculos máximos que resultan de la interseccion de los planos meridianos con la tierra; así como se dicen paralelos los diferentes círculos que describen los puntos de aquella en su movimiento de rotacion al rededor de su eje, ó los que resultan de la interseccion de planos paralelos al ecuador con la tierra.

80. *Línea meridiana de un punto* es la que procede de la interseccion de un plano meridiano, que pase por aquel punto, con la

superficie de la tierra. Esta línea es la verdadera N S, á que deben arreglarse los planos, para fijar de posicion respecto á los puntos cardinales, todos los objetos é incidentes del terreno.

81. En las declinatorias se traza generalmente la declinacion de la aguja, en atencion á que esta varía poco ú nada en mucho tiempo, y entónces es fácil orientar los planos.

82. Para ello colóquese la declinatoria sobre el plano perfectamente horizontal, en cuyo caso la aguja tomará libremente su direccion magnética, y haciendo girar la caja al rededor de su centro, que coincidirá con el punto donde se quiere señalar la orientacion, se volverá hasta que la aguja imantada caiga sobre la flecha trazada en el disco para indicar la declinacion. Entónces se trazará una línea por el canto de la caja, paralela á la línea N S, y levantándola, se tirará por el punto dado una paralela á la línea anterior, que será la proyeccion de la verdadera meridiana sobre el plano.

83. Si la declinacion no estuviese indicada en la brújula que usamos, ó quisiéramos rectificar la declinatoria; sería preciso trazar la verdadera meridiana sobre el terreno y referirla al papel, ó trazarla en el papel solamente, y colocando el canto de la caja paralelo á la línea N S sobre dicha meridiana, la aguja tomará un desvío, ó formará su meridiano magnético un ángulo con la expresada línea, que se leerá en el disco graduado. Este ángulo es la declinacion de la aguja.

84. Para hallar esta declinacion como acabamos de ver, se necesita saber trazar la línea meridiana; y para ello se conocen varios métodos.

1.º—*Sirviéndonos de las alturas solares*. Sea (fig. 21) O el punto por donde debe pasar la meridiana en un terreno enteramente llano. En este punto clavaremos un piquete A O perfectamente vertical, y haciendo centro desde O, trazaremos una circunsferencia sobre el terreno, ó un arco indefinido B C.

A una hora cualesquiera antes del medio dia, la cabeza del piquete A habrá proyectado su sombra en un punto B del arco trazado, y á la hora correspondiente despues del medio dia, la cabeza del mismo piquete habrá arrojado su sombra sobre el punto C del referido arco. Dividiendo su porcion B C en dos partes iguales y uniendo el punto de division con el punto O dado; la línea O M será la meridiana que se pide.

Con mas exactitud se trazará, si en vez de proyectarse la línea sobre el terreno, se escoge un plano perfectamente horizontal y un estilete A O, aguzado en A, perfectamente vertical. Para comprobar la meridiana se pueden trazar además los arcos $a a' b b' d d'$, en los que se harán observaciones análogas á las anteriores sobre cada uno de ellos; pues las sombras O *a*, O *b*, O *d* del estilete, antes del medio dia serán respectivamente iguales á las $O a' O b' O d'$, pasando para cada una de ellas el mismo tiempo que para las proyectadas antes de aquella hora. La *bisectriz* M *n o p* de los arcos B C, $a\ a'$, $b\ b'$, $d\ d'$, será la línea meridiana.

Sobre un tablero se puede tambien hallar por medio del Nogmon *o s* (fig. 22) consistente en el estilete vertical *o*, que lleva en su extremidad superior un alambre recurvo, con una chapa atravesada por el agujero *s*. Esta chapa dá su sombra sobre los arcos $a\ a'$, $b\ b'$, $c\ c'$, trazados en el papel, haciendo centro en la proyeccion s' del punto *s*, y el rayo solar que pasa por su agujero los vá cortando antes y despues del medio dia, segun los puntos a, b, c, y a', b', c', siendo la bisectriz de dichos arcos, s' M, la meridiana que se busca.

Finalmente, se puede trazar la curva hiperbólica $a\ b\ c\ c'\ b'\ a'$, observando donde encuentra la sombra del estilete al plano en las horas correspondientes, y despues se trazará el eje de simetría de dicha curva, que es la meridiana.

Estas construcciones no son completamente exactas, á menos que el Sol no describiese en su movimiento de rotacion, arcos de círculo paralelos al ecuador de la tierra; pero como aquel astro recorre cada dia oblícuamente á dicho ecuador un pequeño arco de la eclíptica de un grado próximamente, es necesario corregir las meridianas halladas todos los dias, escepto en los solsticios, por ser entonces poco sensible la declinacion del Sol. Hay una tabla de correccion, en la que se explica tambien como se hace.

2.º—*Observando el Sol en su Oriente y Ocaso.* Si C (fig. 23) es el punto dado, y O un objeto fijo cualquiera, tomaremos con un instrumento, cuyo anteojo tenga el cristal ennegrecido ó deslustrado, el ángulo S C O que se forma en el punto de estacion con el Sol saliente S y el objeto O. Igual operacion haremos respecto al ángulo O C S′ del Sol poniente S′ y el objeto, y sumando ambos ángulos y tomando la mitad, la bisectriz M C será la meridiana pedida.

3.º—*Por medio de las estrellas.* Como la estrella polar P de la *osa menor* (fig. 24) dista 1º,36′ del polo, y se puede buscar por medio de las estrellas F, G de la *osa mayor*; dirigiendo una visual al través de una plomada C Q que enfile con la estrella C de la *osa mayor*, la D de la constelacion *Casiopea* y la estrella polar, se marcará el punto donde dicha plomada encuentre al terreno, y retirándose á verificar lo mismo con la plomada en otro punto cualquiera, la línea que une ambos puntos será la meridiana.

85. Plancheta. Este sencillo instrumento consiste en un tablero, donde se pone el papel, sostenido por un trípode con su rodilla correspondiente. Sobre este tablero se coloca la alidada de pínulas ó anteojos.

A fin de no pegar el papel, y para poder trazar planos grandes, lleva la plancheta en dos de sus cantos paralelos, dos cilindros donde se arrolla el papel ya dibujado, que se vá desarrollando del otro donde está en blanco. Los tornillos de presion impiden que se afloje, ó tenga movimiento el papel por la accion de los cilindros.

Como uno de los mayores inconvenientes de la plancheta es el movimiento, se construyen de gran peso, sujetando el papel con un marco de laton donde se trazan escalas, ú otras graduaciones auxiliares. El trípode empleado para este instrumento debe ser seguro, así como su rodilla, pudiendo tener la plancheta varios movimientos para comodidad del que la usa. Generalmente basta con que gire al rededor de su centro, y algunas llevan una brújula para su orientacion. La alidada que se coloca encima, debe ser algo pesada para asentar el tablero de modo que el aire, ó cualquier empuje involuntario, no altere las operaciones.

86. Uso de la Plancheta. Para trazar un ángulo formado en un punto del terreno:

1.º—Se colocará la plancheta de suerte que la plomada de su trípode coincida con dicho punto, en cuyo caso las diagonales trazadas desde los ángulos del tablero, se encontráran en la vertical de la plomada.

2.º—Se pondrá la alidada enrasando su canto con el punto de estacion referido ya al plano de la plancheta, y se dirigirá la visual al primer objeto; y

3.º—Se trazará una línea que pase por el canto de la alidada, la que se volverá tocando al punto dicho, hasta descubrirse el otro objeto, trazándose tambien otra línea por su canto; con lo que se tendrá sobre el papel el ángulo observado en el terreno; porque las líneas tiradas serán las trazas de los planos verticales que pasen por la primera y segunda visual, ó lo que es lo mismo, se tendrá la verdadera proyeccion del ángulo.

87. Para referir un punto del terreno á la plancheta con exactitud en cualquier caso, se usa un compás de puntas recurvas ó una lámina de laton doblado en forma de pinza, que entra en el canto del tablero, llevando en la punta superior un agujero que coincide con una plomada que se suspende de la inferior, á fin de que cuando esta esté sobre el punto del terreno, el agujero marque por arriba su referencia á la plancheta. (Véase la fig. 25.)

88. Finalmente: concluiremos esta leccion, observando, que cada instrumento topográfico tiene su índole distinta, segun la que, se usa en las operaciones. La escuadra, por egemplo, no dá mas que ángulos rectos, y es preciso buscar un sistema apropiado á esta facultad para levantar planos. La Pantómetra y Gafómetro miden toda clase de ángulos, pero no puede usarse lo mismo la primera que el segundo, por su naturaleza distinta. La direccion constante de la aguja en la brújula, nos suministra una modificacion para los sistemas de planos levantados con instrumentos que miden ángulos, y por último, el teodolito es muy superior á todos los demás por su mayor exactitud y por el mayor número de sus aplicaciones. Sería impropio levantar un plano por el sistema de coordenados con este último instrumento; así como lo sería tambien, que con la pantómetra se intentase una buena triangulacion, sistema de levantar planos, que se ejecuta con el teodolito. Este

ejemplo nos dice, que debemos conocer las particularidades de cada instrumento para adecuarlo á un sistema oportuno, como acabamos de indicar al comienzo de este párrafo, lo que se consigue por medio de la práctica, en la que se prefieren unos instrumentos á otros, segun sus excelencias respectivas, ó el conocimiento relativo que de ellos se tiene, cayendo en desuso algunos, como le acontece al gafómetro, para sustituirse con otros nuevos, ó recientemente perfeccionados. Los que explicamos nosotros, son en verdad pocos y los mas conocidos, valiéndonos de una ó de sus dos proyecciones para su representacion, ó figurándolos en perspectiva, segun nos ha parecido que se comprenderían mas fácilmente, no deteniéndonos mucho en esta parte de la Topografía; porque como digimos al empezarla, la inspeccion de los instrumento vale mas que sus mejores descripciones.

SEGUNDA PARTE

DE LA PLANIMETRÍA.

USO DE LOS INSTRUMENTOS.

LECCION QUINTA.

Diferentes modos de levantar planos.

89. Segun se infiere de los instrumentos explicados, el levantamiento de planos estriva en medir los ángulos y líneas que al objeto conducen, llamándose *sistema* al procedimiento que se sigue en las operaciones indispensables para ello.

Cualquiera que sea el sistema podrá acontecer, ó que se ponga el plano en limpio al par que se levanta, ó que se tomen solamente los datos sobre el terreno. Lo primero sucede las menos veces, y consiste en ir poniendo en escala el resultado de las operaciones cuando se hacen. Para lo segundo se necesita: 1.º—formar el *croquis*: 2.º—verificar las operaciones y apuntar las acotaciones en dicho croquis; y 3.º—poner el plano en limpio.

90. Se llama *croquis del terreno* á la copia aproximada, que á simple vista se toma, para que nos sirva de guia y recordacion; debiendo recorrerse el terreno de antemano, para reconocer las dificultades que puedan ocurrirse y elegir la clase de sistema que es preciso emplear, segun el instrumento que se lleve al campo.

Trazado ligeramente, aunque lo mas aproximado posible, el contorno del terreno y adoptado el sistema mas conveniente para levantar el plano, se indicará tambien dicho sistema en el croquis y se procederá en seguida con los instrumentos á verificar las operaciones, en la forma que á su debido tiempo se enseñará. Hallado el valor de las líneas y los ángulos del terreno, se anotará su valor sobre las líneas y los ángulos correspondientes al croquis, cuyas anotaciones se llaman *cotas ó acotaciones*, y finalmente, recogidos y consignados los datos necesarios en el borrador ó croquis expresado, se pondrá el plano en limpio, trabajo de gabinete, que se explicará tambien mas adelante.

91. Sistema de levantamiento de planos. Se conocen varios sistemas para obtener los planos, á saber: 1.º—Sistema de coordenadas. 2.º—De rodeo. 3.º—De un punto de estacion. 4.º—De varios puntos de estacion. 5.º—De intersecciones. 6.º—Sistemas mistos; y 7.º—De triangulacion.

92. Sistema de coordenadas. Para fijar la posicion de un punto p (fig. 26) en un plano, se necesita referirlo á una línea $x\ z$, por medio de la perpendicular $p\ r$, bajada de dicho punto á la recta, ó conocer la distancia mas corta del punto á una recta, que se toma como término de comparacion. Mas como á una distancia $p\ r$ de la línea $x\ z$, pueden suponerse infinitos puntos, que cumplan con la misma condicion, es preciso bajar otra perpendicular $p\ q$ desde el punto dado á otra línea de referencia, $x\ y$, que sea perpendicular á $x\ z$. De este modo se conocerá la posicion del punto, pues ninguno otro dista como él, de $x\ z$ y de $x\ y$ las distancias $p\ r$ y $p\ q$. Observando que $p\ q = x\ r$, podremos sustituir la distancia $p\ q$, por la que hay entre el pié de la perpendicular bajada del punto, y x encuentro de $y\ x$ y $x\ z$. Las líneas $x\ y$, $x\ z$ se llaman *ejes coordenados*, el punto x *origen*, y $p\ r$, $x\ r$ *coordenadas* del punto p.

93. Esto entendido, si se pretendiese levantar el plano de un terreno cuyos límites, ó los objetos insistentes en él, formasen el polígono A B C D E F G (fig. 27), formaríamos como se ha dicho en el número 90 el croquis $a\ b\ c\ d\ e\ f\ g$, y tomando el lado A G del terreno por *base*, que así se llama toda línea á la que referimos

el sistema de las operaciones, le bajaríamos las perpendiculares B M, C N, D O, F P, E Q desde los puntos B, C, D, E, F. Midiendo dichas perpendiculares, así como las distancias M N, N O, O P, P Q comprendidas entre sus piés y N A, Q G; ó M A, M N, M O, M P, M Q, M G, distancias que hay entre los piés de las perpendiculares bajadas de los puntos y el orígen M; tendremos los datos suficientes para levantar el plano; porque dichas perpendiculares y las distancias comprendidas entre sus piés, son las coordenadas de los puntos del terreno, que se fijan de posicion respecto al eje ó base A G, prolongada convenientemente.

94. Para hacer el apunte de estos datos prolongaremos así mismo la línea *a g*, correspondiente á la base A G, y á ella bajaremos las perpendiculares *b m*, tambien correspondientes á B M del terreno, *c n* á la C N, *d o* á la D O, *f p* á la F P, y *e q* á la E Q, y anotando en ellas y en las distancias *m a*, *a n*, *n o*, *o p*, *p q*, *q g*, las que se han medido con la cadena en el terreno, quedará el croquis formado como se advierte en la figura, poniéndose despues en limpio.

95. Como este sistema solo estriba en levantar perpendiculares y medirlas, como asímismo las distancias comprendidas entre sus piés, el instrumento mas apropósito para él es la escuadra ó círculo de Agrimensor. La rectificacion para cerciorarnos de que la operacion está bien hecha en este sistema, es repetirla, ó variar de base, siendo el mas sencillo de todos los procedimientos que se siguen para levantar planos, é indispensable en muchos casos, como tendremos lugar de conocer.

96. Sistema de Rodeo. Consiste este en medir los ángulos y los lados al par que se dá la vuelta al terreno. Sea (fig. 28), A B C D E F el polígono que cierra dicho terreno. Se recorrerá trazando el croquis *a b c d e f* y con cualquier instrumento de medir ángulos se apreciará el formado en A con las visuales A F, A B, que acotaremos en su correspondiente *f a b* del expresado croquis. Siguiendo en la direccion B C D &c., mediremos el lado A B que tambien acotarémos en su correspondiente *a b* del mismo croquis, y puesto en B el instrumento se apreciará como antes el ángulo A B C, que se apunta de igual suerte en el arco trazado

en el *a b c* del borrador. Así proseguiremos midiendo los lados B C, C D, D E, E F, F A y los ángulos B C D, C D E, D E F, E F A y apuntando sus valores en los lados *b c*, *c d*, *d e*, *e f*, *f a* y en los ángulos *b c d*, *c d e*, *d e f*, *e f a* del croquis. Como los ángulos del plano son iguales con los del terreno y los lados respectivamente proporcionales segun la relacion de la escala, el polígono que resulte trazado será semejante en un todo al propuesto, consiguiéndose así el objeto que se pretende.

97. Este sistema, aunque al parecer sencillo, es el mas engorroso de todos; pues al poner el plano en limpio rara vez se *cierra* el polígono, ó cae precisamente el estremo A del último lado F A sobre el A del primer lado A B; sino que sobra, ó falta algo, lo que prueba que el plano no está bien levantado. Para rectificar la operacion segun el mismo sistema, se necesita seguir el *inverso*, es decir, que si para el *directo* marchamos de A para B C D &c., para dicho sistema inverso se necesita seguir el camino de A F E D &c. Cuando en este segundo caso tampoco se cierre el polígono, conviene rectificar de nuevo los datos sobre el terreno, ó tomar el término medio de los errores producidos y cerrarlo en este supuesto, caso de no poder verificar lo primero.

La conciencia individual del que levanta el plano, ó la entidad de este segun los usos á que se destina, regulan la precision en las operaciones, así como sus medios de rectificacion, lo mismo en el presente que en cualquier otro modo de ordenar las operaciones.

98. Sistema de un punto de estacion. Se emplea este cuando el plano es pequeño, y consiste en elegir un punto cualquiera del polígono, ó dentro de él, desde el que se observen todos los ángulos formados con las visuales dirigidas á los objetos convenientes. En el polígono A B C D E F G H (fig. 29) se supone colocado el instrumento en P, y desde él se dirigen visuales á todos los puntos A. B. C. D. E. F. &c. del terreno. Midiendo los ángulos B P A, C P B, D P C, E P D, F P E, F P G, G P H, &c. que concurren en P, apuntando sus valores en los ángulos correspondientes del croquis *b p a*, *c p b*, *d p c*, *e p d*, *f p e*, *f p g*, *g p h*, &c. y tomando los diagonales P A, P B, P C, P D, P E,

P F, P G, P H que se acotan tambien en sus respectivas *p a*, *p b*, *p c*, *p d*, *p e*, *p f*, *p g*, *p h*, del borrador, se habrán recogido los datos necesarios para poner el plano en limpio; porque el polígono del terreno se compone de la reunion de todos los triángulos en que lo hemos dividido por medio de diagonales, y estos triángulos son semejantes á los del plano; pues sus ángulos son respectivamente iguales y proporcionales los lados, de donde resulta que el polígono trazado será tambien semejante al que forma los límites del terreno.

99. Para comprobar este sistema se sumarán todos los ángulos observados en P, á fin de ver si componen los 360°, ó 400° (a), en que está dividido el limbo.

Sistema de varios puntos de estacion. Este no es mas que una repeticion del anterior, para poder levantar planos de la estension que se quiera. En efecto: si A, B, C, D, E, F, G, H, P, Q, R, (fig. 30) son los puntos notables del terreno, nos colocaremos en O, primer punto de estacion, donde observaremos los ángulos formados á su alrededor. Mediremos dichos ángulos D O A, D O C, C O E, E O B, y B O A y las distancias O A, O D, O C, O E, O B, que anotaremos como ya se sabe en el apunte ó borrador. Pasaremos á E punto ya fijo, y tomándolo como segundo de estacion, dirigiremos desde él las visuales E F, E G, E H, y mediremos los ángulos O E H, H E G, G E F, O E F y las distancias E H, E G, E F; todo lo que se apunta en el borrador ó croquis. Por último, trasladándonos al punto H ya fijo, este será el tercer punto de estacion, y se medirán y acotarán los ángulos R H Q, Q H P, P H E y las distancias H R, H Q, H P. Así proseguiremos sin obstáculo indefinidamente. Se puede comprobar si los ángulos están bien formados, sumando todos los de un punto, como en el caso anterior, ó midiéndolos de otra suerte, y todo el sistema se rectificará si se varia de puntos de estacion.

100. Sistema de intersecciones. Supongamos que A B C D E F G H (fig. 31) es el polígono, ó que en cada uno de dichos

---

(a) Aunque se ha indicado como mejor que la sexagesimal, esta division de circunsferencia, aun no está generalizado su uso.

puntos hay un objeto digno de tomarse en cuenta. Para emplear el sistema enunciado, comenzaremos por elegir una base A F, tal que desde allí se vean cómodamente todos los objetos que necesitamos. Con un instrumento de medir ángulos tomamos los que se observen en el estremo A de la base, tales como los B A C, C A E, E A D, D A F, F A G, G A H y los acotamos en el croquis, así como la longitud de la base A F. En F medimos tambien los ángulos E F C, C F D, D F B, B F A, A F H, H F G, y los acotamos como siempre. Estos datos nos bastan para levantar el plano; pues los triángulos en que se divide el polígono del terreno, por medio de la base y las diagonales supuestas desde sus estremos, son semejantes á los triángulos del polígono del plano. (a)

101. Este sistema es mejor que todos los anteriores por poder comprobarse, no solo con elegir distinta base, sino por medio del cálculo, que es la mejor de todas las comprobaciones. Así es que como para el punto B tenemos el triángulo A B F, en el que nos es conocido el lado A F y los ángulos B A F, B F A, le podemos resolver y en su consecuencia conocer los lados A B, F B, que por su interseccion fijan la posicion del punto B. Para el C, tenemos el triángulo A C F, en el que así mismo se conoce un lado A F y los ángulos C A F, C F A, le resolvemos y tambien nos determinará dicho punto C, como los triángulos A D F, A E F, A G F, A H G nos dan la posicion de los puntos D, E, G, H; pues siempre conocemos un lado, que es la base A F, y los ángulos formados en sus estremos. Análogamente podríamos resolver los lados A B, B C, C D, &c. que cierran el polígono.

102. Sistemas mixtos. Damos este nombre á los que participan de los anteriores, por parecerse á ellos en parte, ó por usarse al propio tiempo.

1.º—El de intersecciones acabado de explicar, puede aplicarse sin necesidad de tomar ángulo ninguno; pues si desde la base

---

(a) En la práctica lo mismo pueden tomarse los ángulos de un estremo A, por egemplo, como se acaba de explicar; que tomando los B A F, C A F, D A F, E A F, G A F, H A F, que forma la base con cada una de las visuales A B, A C, A E, A D, A G, A H, ó los B A C, B A E, B A D, B A F, B A G, B A H.

A F conocida, medimos tambien la diagonal F B y el lado A B, y los acotamos en el croquis, la interseccion de estas dos líneas nos dá el punto B. Las diagonales A C, C F nos dan así mismo el punto C, las A D, D F, el punto D y el lado F E con la diagonal A E, el punto E. Por debajo de la base se mide el lado F G y la diagonal A G para el punto G, y para el H la diagonal F H y el lado H A. Fijos los puntos en el plano, se unen entre sí por los lados que cierran el polígono, semejante en un todo al propuesto; pues todos los lados y diagonales del primero, son respectivamente proporcionales, con los lados y diagonales del segundo. Este sistema es propio para planos pequeños, en los que se haga solamente uso de la cinta ó de la cadena.

2.º—Para el plano de A B C D E F (fig. 32) bastaba solo medir los lados F A, A B, B C y las diagonales A C, B F, lo que nos fijaría los cuatro puntos A. B. C. F. Midiendo F C, F E, C D y las diagonales C E, F D tendremos además los puntos E, D, que faltan. Este sistema de lados y diagonales es el empleado en el levantamiento de planos de edificios. Podríamos haber medido los cuatro lados A B, B C, C F, F A, y una sola diagonal A C ó B F, y despues los lados F E, E D, D C y tambien una sola diagonal E C ó F D.

Combinados los seis datos que pueden entrar en un cuadrilátero, es decir, los cuatro ángulos, los cuatro lados y los dos diagonales, se necesitan para el A B C F, dos ángulos y tres lados, dos diagonales y tres lados, ó cuatro lados y una diagonal, que es lo que suele acontecer, segun los inconvenientes que se ocurren en la práctica; pues caso habrá en que no se pueda medir diagonal ninguna y haya necesidad de tomar los ángulos, y lo mismo de las diagonales y los lados. Esta clase de planos se levantan exclusivamente con la cinta.

3.º—Si se pretendiese levantar el plano de A B D E G H (fig. 33), en el que además de los lados del polígono A B, B D, D E, E G, se quisiera fijar el contorno sinuoso G P H y los objetos C, F, habiendo estorbos que no permitan seguir un sistema fijo, comenzaríamos por colocar el instrumento en A y medir el ángulo H A B y los lados A H, A B. Pasando á B, proseguiríamos este sistema de *rodeo*, si se pudiera observar el ángulo A B D. Mas no siendo así, nos iríamos á F y tomando este por *punto de estacion*, mediríamos los ángulos B F D, D F E sin obstáculo alguno, y asimismo las distancias F B, F D, F E, que nos fijarían los puntos B, D, E. Trasladándonos á D E y tomándola como base, por el *sistema de intersecciones* se apreciaría la F G y se determinaría el punto G, y desde el punto H ya fijo, como otro *punto de estacion*, se podrían tirar las visuales H C, H F, H A. Para concluir mediríamos el ángulo A H C, y la distancia H C que nos dán el punto C, y el ángulo C H F y la longitud H F que necesitamos; pues para determinar los puntos *n*, P, *r* por donde pasa la curva caprichosa G P H, es necesario bajar las perpendiculares *n m*, P *o*, *r q* y medirlas así como las distancias comprendidas entre sus piés, que es lo mismo que emplear el sistema de *coordenadas*.

En el uso de los instrumentos tendremos ocasion de repetir todos estos problemas de la práctica. En los egemplos propuestos vemos que se necesitan emplear varios sistemas, razon por la qué los llamamos *mixtos*.

103. Triangulaciones. Pero de todos los modos de levantar planos, el mas espedito y superior por su exactitud, y el que se emplea en los grandes terrenos, es el llamado por *triangulaciones*.

El mas importante objeto de estas, es fijar las bases principales á que se ha de referir un sistema. Como cualquiera de los explicados, el de intersecciones ó el de puntos sucesivos, por egemplo, cuando se aplican á un terreno muy extenso, han de dar á largas distancias graves errores, pues un ligero desvío de la verdad se multiplica muchas veces; es necesario fijar puntos distantes á quienes referir de cuando en cuando la operacion que se viene haciendo, y estos puntos, ó las bases que los unen, se determinan por la triangulacion.

104. Hay dos métodos de triangulacion, el de lugares geométricos, y el ordinario, que es el que vamos á explicar.

105. Este método consiste, como se deja entender, en formar una red, ó conjunto de triángulos, que cubren todo el terreno. Comiénzase (fig. 34) por trazar un triángulo A B C entre los

puntos notables A, B, C, ó señales que se ponen al efecto, y se mide perfectamente la base A B y los tres ángulos, calculando los lados desconocidos por trigonometría. A partir de este triángulo se van midiendo los ángulos en todos los triángulos B C D, C D B, B D E, E B D, D C G, G D C, G D F, F G D, &c. que constituyen la triangulacion ó conjunto de bases A C, C B, B D, &c. á las que se refieren todos los puntos del terreno. Los lados de todos estos triángulos se obtienen por el cálculo; pues basta solo la mensura de la base inicial A B y los ángulos correspondientes, fijándose, con cualquiera de los sistemas explicados, respecto á las bases sucesivas, los puntos *a. b. c. d. e. f. g. h......* &c., lo que puede hacerse por medio de otra pequeña triangulacion sugeta á la primera, que comprendiendo en una red todo el terreno, enlace los puntos dignos de tenerse en cuenta.

106. Como estas operaciones requieren suma exactitud, los autores detallan minuciosamente todo cuanto en ellas debe hacerse. Nosotros indicaremos mas adelante algunos pormenores acerca de este, y de los demás sistemas indicados.

LECCION SEXTA.

RESOLUCION DE ALGUNOS PROBLEMAS CON LOS JALONES, PIQUETES Y CADENA.

107. Los jalones, piquetes y cadena se emplean en todas las operaciones, y con solo su auxilio se practican además algunos egercicios topográficos y se levantan planos, que si no se consiguen con precision, como desde luego se deja comprender, sirven en no pocas ocasiones, facilitándose mucho los trabajos prácticos.

108. Alineaciones. Se hacen estas con los jalones y tienen lugar en todas las operaciones topográficas, bien definitivamente, ó ya como auxiliares al objeto.

Las alineaciones se practican en los terrenos llanos, ó ligeramente ondulados, y en los terrenos quebrados ó montañosos. En el primer caso (fig. 35), si se tienen dos puntos A y B de una línea que se ha de prolongar, nos colocaremos detrás del jalon A á alguna distancia, y mirando por su costado y el del jalon B, mandaremos que un peon presente el jalon C lo mas verticalmente posible, como se supone que estaban los jalones A y B. Por señas fáciles de ocurrírseles á todo el mundo, haremos que el peon retire el jalon á derecha é izquierda, hasta que esté en el plano vertical de los que nos han servido de base, y por medio de otra seña lo clavará en el terreno. Pasando al jalon B, por este y por el C últimamente fijado, dirigiremos otra visual al jalon D, que se colocará de igual suerte, y pasando al jalon C, continuaremos indefinidamente la operacion todo lo que sea necesario. La distancia de los jalones depende de la vista del que dirija la alineacion, del terreno mas ó menos ondulado, ó de un dia mas ó menos claro ó nebuloso, procurándose sea la mayor posible, á fin de disminuir los errores. Las alineaciones deben rectificarse recorriéndolas en sentido inverso ó de otro modo cualesquiera.

109. Si los puntos extremos A y B de la alineacion A B, se nos hubiesen prefijado, hallaremos los intermedios (fig. 36 proyeccion horizontal) colocando los jalones *d c* de modo que mirando por ellos se descubra el objeto A. Mas como al mirar por el *c* al *d*, el objeto B quedará á la izquierda ó á la derecha, por mas ejercitada que la vista se tenga, levantaremos el jalon *d* y lo colocaremos en d', donde mirando por *c* á d' se vea el punto B. Ahora el objeto A estará fuera de la alineacion; pero se levantará tambien el jalon *c* y se llevará á c' en la direccion d' c' A y despues el jalon d', á d'' en la direccion c' d'' B y el c' á c'' en la direccion d'' c'' A, y así seguidamente por medio de tantéos sucesivos hasta hallar los puntos C D que estén en la alineacion A B. Tenidos estos, es fácil determinar los puntos H, J..... &c., entre el jalon D y el objeto B, ó los F, G..... &c. entre el jalon C y el objeto A.

110. Cuando el terreno es muy movido ó accidentado, puede alinearse subiendo ó bajando, ó atravesando un barranco en el que hay que bajar ó subir. De cualquier manera que sea, todo el artificio consiste, ó en alargar los jalones para que se descubran, ó en aproximarlos convenientemente. Así pues; (fig. 37), si vamos subiendo la cuesta A B, por los jalones M y N dirigiremos una visual al pié del jalon O, estando en N por este y el O, otra al pié del jalon P, llegando al O, por este y el P, otra al pié del jalon Q y por el P y el Q, otra al pié del jalon R y así de los demás. El plano vertical que pase por los dos primeros M, N, pasará asímismo por todos ellos y dará su traza en el terreno, que es la línea M R.

Si se alineára bajando, colocados detrás del jalon M y á nuestra altura dirigiríamos cómodamente la visual primera, V 1.ª, por dicho jalon, por el N y por la cabeza del jalon O, que es donde le alcanza. Por el canto del jalon N, por el O y la cabeza del jalon P, dirigiríamos la visual V 2.ª; por el jalon O, el P y la cabeza del Q, la visual V 3.ª, y finalmente, por el pié, ó parte baja del jalon P, por el promedio del Q y la cabeza del R, enfilaríamos la visual V 4.ª. El plano vertical que por su interseccion con el terreno, determina la alineacion que se ha hecho, debe contener á todos los jalones, é importa poco los encuentre en su promedio, en el pié, ó en la cabeza, con tal que sean verticales, para lo que se necesita alguna práctica.

111. Trazado de las líneas. Los jalones marcan una alineacion; pero se necesitan para las operaciones sucesivas, y es preciso fijar la línea en el terreno. Esto se hace por medio de piquetes, clavándose cierto número de ellos entre jalon y jalon, y sustituyendo estos tambien con estacas á manera que se van quitando para proseguir la alineacion. La entidad de la operacion, por su duracion ó exactitud, determina el número de los piquetes y si se han de clavar poco ó mucho; pues si se han de levantar en seguida, no se hincarán como cuando es preciso que queden fijos por mucho tiempo. Con los piquetes queda trazada la línea, lo que tambien se hace con un surco ó de otra suerte, segun sea necesario.

112. Medicion de las líneas. Supongámos el caso mas sencillo, ó que se vá á medir una línea en un terreno llano. Para esto, un extremo ó asa de la cadena se coloca en el punto de partida, y el otro extremo ó asa la llevará el peon ayudante; quien atirantará la cadena bien arrimada á la línea, asentándola sobre el terreno si conviene, ó la levantará, en caso de ligera ondulacion, del extremo necesario. Se cuida que no haya entorpecimientos en sus eslabones, ni los ofrezca el terreno, y se juzga de su horizontalidad, mirándola por su promedio y á cierta distancia. El peon que cuida del asa delantera, lleva las agujas, y cuando ha estado una vez la cadena sobre el terreno, clava una aguja, cogiéndola entre los dedos índice y de corazon contra el alambre del asa de la cadena. Despues se levanta esta, y marchando al par con ella, se coloca á continuacion, cayendo el asa que tiene el que dirige la operacion sobre la aguja clavada, y colocando el peon otra aguja. Así se prosigue, y al final se cuentan las agujas, que recoge el que practica el trabajo, y por ellas se saca el número de cadenas, y por consiguiente el de métros, ó cualquiera otra unidad de me-

dida, añadiéndose á esto lo que faltare de cadena para completar la línea.

113. Este procedimiento no es aplicable en terrenos quebrados, ó movidos fuertemente, cuando se necesita conocer la longitud de las líneas proyectadas en un plano horizontal, ó referidas al horizonte, pues no es posible levantar la cadena de un extremo lo necesario para atirantarla en ese sentido, y se apela al uso de un renglon (fig. 39) que se coloca horizontalmente por medio de un nivel, segun *a b*, pendiendo de su extremidad *a* una plomada, que coincide con el punto A de partida. Se levanta el renglon y se lleva sobre el pié M, que puede ser un piquete con un egion, para colocarlo horizontalmente como en el caso anterior, y haciendo que su plomada, pendiente del extremo *c*, coincida con el punto *b*, ó extremidad del renglon en el caso anterior. Así se vuelve á colocar este todas las veces necesarias sobre la línea que se mide, y su número multiplicado por el de métros ó piés que tiene el renglon, nos dará la longitud de la línea, añadiendo lo que falte de un renglon para completarla.

114. Este sistema es sumamente engorroso para una medicion larga, razon por qué se prefiere emplear una sencilla fórmula sacada de la Trigonometría, para reducir las pendientes al horizonte. En efecto: si representamos por P una línea medida en pendiente, y por *a* al ángulo que forma esta con el plano horizontal, la línea referida al horizonte, á quien llamarémos *x*, se tendrá por la fórmula x=P. *cos. a*. (*Véase su uso en la leccion XII.*)

115. Levantar y bajar perpendiculares. Se puede levantar una perpendicular en un punto, fuera, y al extremo de una línea.

Para lo primero, si A B (fig. 40) es la recta y P el punto, se tomarán á su derecha é izquierda dos distancias iguales P *m*, P *n* y en los puntos *m* y *n* se clavarán dos piquetes. Fijando una extremidad de una cuerda, dividida en dos partes iguales por medio de una señal, en el piquete *m*, y la otra extremidad en el piquete *n*, y atirantándola hasta que su mitad, ó la señal puesta en ella, venga enfrente de P, P Q será la perpendicular pedida; pues se habrá formado el triángulo isósceles *m* Q *n* en el que Q P es perpendicular á A B y la divide en las dos partes iguales, *m* P, *n* P, como por construccion se tiene. Se puede hallar otro punto que sirva de comprobacion, pasando la cuerda fija en los extremos *m*, *n* al lado *m* R *n*, y atirantándola dará el punto R, que estará en la prosecucion de Q P.

116. Si desde el punto P, (fig. 41) fuera de la línea A B, se la quiere bajar una perpendicular, fijarémos el extremo de una cuerda en dicho punto, y el otro extremo lo llevarémos hasta que toque á la línea A B en el punto *m*, y pasándola á la derecha, en el punto *n*. Dividiendo la porcion *m n* en dos partes iguales, nos dará el punto Q, que unido con P, resuelven el problema; por haberse formado como en el caso anterior un triángulo isósceles *m* P *n*, y dividir la P Q á *m n* en dos partes iguales por construccion.

117. Por último: si el punto P (fig. 42) estuviese al extremo de la línea A P, por no poderse prolongar, emplearémos una cuerda *n m* P, dividida en dos partes iguales *m n*, *m* P, con lo que se formará el triángulo isósceles *n m* P. Fijando el punto *m* y haciendo girar la extremidad P de la cuerda hasta la prosecucion del lado *n m*, el punto Q es el que se busca; porque si suponemos que las distancias iguales *m n*, *m* P, *m* Q son rádios de la circunferencia que pasa por los puntos *n*, P, Q, el ángulo *n* P Q tiene su vértice en dicha circunferencia y por medida la mitad del diámetro *n* Q; luego es recto y por consiguiente P Q perpendicular á A P en el punto pedido.

118. Este caso podría haberse resuelto (fig. 43) con la cadena tomando 3, 4 y 5 partes de ella y formando un triángulo rectángulo en que la hipotenusa fuese igual á las 5 partes, á 4 el cateto mayor y á 3 el menor. Haciendo que uno de los catetos coincida con P A, el otro marcará la direccion de P Q, perpendicular pedida; pues $5^2=4^2+3^2$, ó $25=16+9$, ó el triángulo formado es en realidad rectángulo, y P Q perpendicular á A P en el punto designado. La construccion del triángulo rectángulo puede aplicarse tambien, para levantar una perpendicular en cualquier punto de la recta.

119. Tirar paralelas. Parece natural que sabiendo levan-

tar perpendiculares, si queremos tirar una paralela á una línea del terreno por un punto dado, bajemos de este punto una perpendicular á dicha línea y despues levantemos otra segunda perpendicular á la primera en dicho punto. Tambien podríamos bajar una perpendicular á la línea desde el punto en cuestion, y sobre otro punto cualquiera, levantaríamos otra perpendicular, sobre la que llevaríamos la distancia que hay desde el punto á la recta en la primera perpendicular. Así obtendríamos el otro punto de la paralela; pero son mas sencillos los siguientes procedimientos:

1.º—Desde el punto P dado (fig. 44) llévese una cuerda P B hasta B y márquese este punto, así como el *m* en que la misma cuerda encuentra á la recta dada A B.

Trasladando la extremidad B de la cuerda al piquete *m*, y la extremidad *m* al piquete B y atirantando la cuerda el nudo ó señal puesto en P vendrá á *n* y se tendrá por la construccion P B *m*=*n* P B, ó P *n* paralela á A B.

2.º—Si A B es la recta y P el punto, (fig. 45) desde él atirantaremos la cuerda P *m*, poniendo un piquete en el punto *m*, donde toca á A B. Dividiremos la cuerda en dos partes iguales, y en un punto medio *n* clavaremos otro piquete. Colocando una extremidad de la cuerda en el punto *o*, donde clavaremos otro piquete ó jalon, y mirando por este y el *n*, continuaremos la alineacion *o n* Q y tomando *n* Q=*n o*, el punto Q resolverá la cuestion; pues habremos formado un paralelógramo por medio de sus diagonales *m* P, *o* Q, en el que P Q será la línea que se busca.

3.º—Finalmente: por el punto P (fig. 46) hagámos pasar la línea M *m* y con ella formemos en M un ángulo cualquiera *m* M *n*, clavando en *n* un jalon. Aquí tendremos tres líneas que se pueden medir, M *m*, M *n* y M P, luego formando la proporcion M *m*: M *n* :: M P: M Q, que se busca, la hallaremos y por consiguiente el punto Q, que satisface á la cuestion; pues habremos formado dos triángulos semejantes, en los que el ángulo M es comun y los lados P Q, *n m* paralelos.

LECCION SETIMA.

DE OTROS PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN
CON PIQUETES Y JALONES.

120. FORMAR UN ÁNGULO IGUAL Á OTRO DADO. Esto puede acontecer tomando el ángulo en el terreno y formándolo en otro punto tambien del terreno, tomándolo en el papel para trasladarlo al terreno, ó tomándolo en este para trazarlo en el papel. Para lo primero, sea B A C (fig. 47) el ángulo en cuestion y sobre sus lados indefinidos tómense A B=25,30, por egemplo, y A C=28,60. Si además de estos datos se mide B C=19,55, que une los extremos B y C de los lados A B, A C, ya podremos formar el ángulo A B C sobre cualquiera línea del terreno y desde el vértice que se fije de antemano; porque desde dicho vértice y hasta donde alcance, se llevará la longitud B A=25,30 sobre la línea indefinida A M y con una cuerda B C A=B C+C A=19,55+28,60 señalada con un nudo en el punto C, separacion de la parte B C=19,55 y la parte A C=28,60, determinaremos la posicion de dicho punto C, sugetando la cuerda por sus extremos en los piquetes colocados en A y B y atirantándola hasta que el nudo C caiga en el punto buscado, con el cual y con el vértice A ya se puede prolongar indefinidamente el lado A N, obteniendo así el ángulo M A N que se deseaba.

Si *b a c* fuera el ángulo que tenemos en el plano y que se quiere trasladar al terreno, mediríamos con la escala los *a b*, *a c* y *b c* y con la unidad lineal de medida correspondiente, se tomará A B sobre A M desde el vértice A, acabando de completar la operacion con una cuerda B C A, cuyos trozos B C y C A estén en la misma relacion de la escala con *b c* y *c a*, que lo estuvo A B con *a b*; y ateniéndonos en todo lo demás á la operacion acabada de explicar.

Por último; si hemos tomado en el terreno los datos A B=25,30, A C=28,60 y B C=19,55, para formar el ángulo en el papel, sobre una línea indefinida *a b* se llevarán las partes de escala correspondientes á A B á partir del vértice *a*, y haciendo centro en él y en *b* con los rádios *a c* y *b c*, tomados segun las partes de escala correspondientes á A C y B C, el punto de interseccion *c* de los dos arcos que resulten, unido con el *a*, nos resuelven la cuestion propuesta.

Todo esto se simplifica mucho tomando A B=A C ó *a b*=*a c*, en cuyo caso B C y *b c* serían las cuerdas del arco de B A C=*b a c*. Así es como se hace siempre que se puede en la práctica, en la que acontece muy á menudo tomar ángulos con la cinta ó cadena, bien en el interior de un espacio cerrado por muros, ó ya por el exterior de estos, en cuyo caso se prolongarán por medio de jalones las líneas de los paramentos de ambos muros, y se tomará el ángulo opuesto por el vértice al de la esquina del edificio.

121. Dividir un ángulo en dos partes iguales. Supuesto el vértice C accesible (fig. 48), bastaría marcar dos puntos á igual distancia de C sobre C A y C B; uniendo dichos puntos y dividiendo la cuerda en dos partes iguales. El piquete puesto en el punto de division, junto con el jalon ó piquete de C, determinan la bisectriz pedida. No llegándose á C por algun impedimento, se tira desde un punto A del lado A C, una línea A B de cualquier suerte, y en el triángulo A C B se tiene C A B+C B A=180°— A C B, con lo que se construye el triángulo isósceles C A D; pues tomando con cuerdas el ángulo C A B y formándolo sobre A B en el punto B, se tiene C B F=C A B+A B C, que no hay inconveniente en dividir en dos ángulos iguales D B G=G B F. Formando en A sobre A C el ángulo $\text{C A D}=\dfrac{\text{C A B}+\text{A B C}}{2}=\text{G B F}$ y prolongando A D hasta D, C D A=C A D; luego dividiendo definitivamente D C en dos partes iguales, C E perpendicular á A D, será la bisectriz que se pretende.

122. Dividir una línea en el número de partes iguales que se quieran, cuando no se puede proceder sobre dicha línea. A B (fig. 49) es la expresada, y en A y B se alínean otras dos A D, B C paralelas, así como B D, A C. Se distribuye cada una en el número de partes pedido y se unen los puntos de division tambien por paralelas, que cortarán á A B, segun la division que se busca.

123. Prolongar una línea á través de uno ó mas obstáculos. Si no hubiera mas que uno, se podrán adoptar los siguientes procedimientos:

1.º—(Fig. 50). A B es la línea dada y O el obstáculo. En un punto M de la línea se forma un ángulo cualquiera por medio de la alineacion M E G indefinida, lo bastante para salvar el inconveniente. En E punto de esta directriz anterior al objeto O, se trazará la E B que tambien formará un ángulo cualquiera con E M y pasado mas allá del objeto, por el punto F se tirará la F C indefinida y paralela á E B. Los triángulos semejantes M B E, M C F, en los que podremos medir M E, E B y M F, nos darán la longitud F C, y por consiguiente determinado de posicion el punto C de la línea que se vá á continuar. Para el otro punto D que se necesita, tiraremos por G otra paralela á F C y compararemos los triángulos M E B y M G D, despues de haber medido M G; los que nos darán $G\,D = \dfrac{M\,G \times E\,B}{M\,E}$. La dificultad está en tirar las paralelas E B, F C, G D; para las que si no convienen los métodos indicados, podremos tomar el ángulo M E B con una cuerda; pues si se miden E *m*=E *n* y *m n*, colocando la parte E *m* de modo que E caiga sobre F y ella se confunda con F M; la parte E *n* caerá sobre F C cuando despues de atirantada bien la cuerda nos dé la *m n* del ángulo anterior, y M E B=M F C por correspondientes, ó E B paralela á F C. Adolece este método de la necesidad de formar ángulos con tanta imperfeccion, por lo que el siguiente es mas sencillo y á propósito.

2.º—Subsistiendo (fig. 51) A B la línea y O el obstáculo, por un punto F de la primera tiraremos la F *m* E de cualquier modo, con tal que se pase del estorbo. Por *m*, punto de dicha línea, tiraremos la *m n* paralela á A B, y por E, la E P indefinida. Los triángulos semejantes *m* E *n*, F E P, en los que se medirán E F, E *m*, E *n*, nos darán la longitud E P y por consiguiente el punto P que se busca. El punto Q se consigue por la comparacion de los triángulos *m* E *o*, F E Q.

124. Cuando hay mas de un obstáculo, pueden seguirse estos procedimientos:

1.º—(Fig. 52). Sea A B la línea que se quiere prolongar, pero que no se puede, por el estorbo 1. Tírense las M N, N Z, N R, N G y la paralela *o p q r* á la A B. Los triángulos *o* N *p*, M N Z, nos darán el punto Z; los *o* N *q*, M N R, el punto R y los *o* N *r*, M N G, el punto G, que salva el obstáculo 2. Si se quiere proseguir por otro punto S, tírense tambien las S G, S K y S E, y la *s v* paralela á la línea A B prolongada. Los triángulos *x* S *y*, G S K, *x* S *v*, G S E, nos determinarán los puntos K, E, salvado el tercer obstáculo; y así indefinidamente.

2.º—Del mismo modo se podría haber trazado una línea en un bosque, ó salvando varios obstáculos; pues si en un punto C (fig. 53) tiramos una línea C S, y por los puntos M, N, O, P, Q, R, S, las paralelas entre sí é indefinidas M B, N N′, O O′, P P′, Q Q′, R R′, S S′; comparando los triángulos semejantes C M B, C N N′, nos darán C M: M B :: C N: N N′, en la que midiendo las tres primeras líneas y efectuando las operaciones, deducimos el punto N. C M B, C O O′, nos darán asimismo el punto O′, C M B, C P P′ el punto P′, y así de los restantes Q′, R′, S′.

125. Si el problema fuese inverso, es decir, que tuviésemos solamente los puntos extremos C S′, salvando los obstáculos intermedios, se haría hácia S′ una señal convenida para que desde C nos dirigiésemos próximamente á él segun la alineacion C S, se uniría el punto S al punto S′ y se mediría la C S y la S S′. Para hallar el punto B, que ahora no se conoce, diríamos C S: S S′:: C M: X. Tiraríamos por M una paralela á S S′ tomando el ángulo C S S′=C M B, y llevando la longitud de X sobre M B hasta B, este sería un punto, así como los N′, O′, P′, Q′, R′, determinados todos de igual suerte.

Estos egemplos, así como todos los que citemos mas adelante, sirven de indicacion solamente; pues el caso práctico pedirá, segun sus incidentes, la operacion que es preciso practicar, en razon á que no siempre tendremos terreno disponible como aquí suponemos.

126. Medir distancias inaccesibles. Ocurre la necesidad de medir líneas que no podemos recorrer, como el ancho de un foso, rio, ó arroyo &c., y entónces puede acontecer que la línea inaccesible lo sea por uno ó por ambos extremos.

Si lo es por un extremo, se seguirá cualquiera de los siguientes medios de resolucion, segun haya ó no, bastante terreno donde extenderse.

1.º—Si hay bastante terreno (fig. 54), sea A B la línea inaccesible por el punto B. La prolongaremos en nuestro lado segun A C, y por los puntos A y C supongamos los A F, C D que se cortarán en el punto G. Tomaremos G D=G C y A G=G F y D F será paralela á A B. Si dividimos A D en dos partes iguales A P=P D y buscamos en la prolongacion de D F un punto R, tal que mirando por un jalon colocado en él y otro en P se descubra el punto B inaccesible, R será el punto que resuelve la cuestion; pues D R=A B, por haberse formado los triángulos P D R=A B P en los que los lados respectivos serán iguales.

2.º—Si A B (fig. 55) es ahora la línea inaccesible, tambien en el punto B, la prolongaremos así mismo segun A C. Por A y C se tirarán las A G, C E, encontrándose en el punto D, de tal suerte que E D=D C, G D=D A. E R será entónces una paralela á la propuesta A B, y como A G queda dividida en dos partes iguales en el punto D por la construccion; buscando sobre E R el punto R que se encuentre en la visual R D B, este determinará el problema; pues G R=A B por haberse trazado los triángulos G D R=D B A, que tienen los ángulos en D iguales por opuestos al vértice, los R y B iguales tambien por alternos internos entre las paralelas A B, G R, siendo B R la secante, y el lado A D=D G por construccion.

3.º—Por último: en la figura 56 hemos prolongado la línea inaccesible A B hasta C y hemos levantado en A la perpendicular

E A D. Tomando A D=A E y formando en D el ángulo A D C= B E A, la visual D C interceptará á la prolongacion de A B en el punto C y se tendrá el triángulo D A C=E A B y por consiguiente A C=A B.

127. Pueden proponerse mas egemplos, y si se permite formar ángulos con cuerdas, la cuestion se resolverá además bajo multitud de aspectos diferentes; pero aconsejamos métodos análogos á los dos anteriores, en los que todo queda hecho por medio de medidas y líneas auxiliares, dejando la facultad de tomar ángulos para los instrumentos de precision.

128. Cuando no hay terreno donde extenderse se apela á las proporciones, así pues, prolongando A B solo hasta p y formando el ángulo A q p=A E B, se dirá q A: A p:: E A: A B; ó construyendo el ángulo n m A=B E A, m A: A n:: E A: A B; proporciones de las cuales puede deducirse A B que es lo que se busca.

129. La línea que se quiere medir puede estar toda ella en la orilla opuesta de un rio ú obstáculo cualquiera, ó lo que es lo mismo, ser inaccesible por sus dos puntos extremos.

En tal caso sea A B (fig. 57) la expresada línea. Colocados enfrente de ella estableceremos una base, ó trazaremos la línea directriz D C E, y desde el punto de ella tal como C dirigiremos las visuales C B, C A. Por el punto p intermedio entre C y D, trazaremos la m p paralela á D A hasta que encuentre á la visual C A y buscando entre C y E el punto q, por medio de la proporcion C D: C p:: C E: C q, por dicho punto se tirará la q n paralela á E B, hasta que encuentre á la visual C B en el punto n.

Los triángulos semejantes C p m, C D A, C q n, C E B nos darán:

$$C\,p : C\,D :: C\,m : C\,A$$
$$C\,q : C\,E :: C\,n : C\,B$$

en las que podremos conocer los lados C A ó C B. Pero en esas dos proporciones

$$C\,p : C\,q :: C\,D : C\,E$$
$$\text{luego}=C\,m : C\,n :: C\,A : C\,B$$

lo que nos manifiesta que los triángulos C *m n*, C A B son semejantes y por consiguiente *m n* paralela y proporcional á A B. Así, pues, comparándolos de esta otra suerte

C *m*: *m n*:: C A: A B

quedará resuelta la cuestion; pues C *m* y *m n* los podemos medir y C A la calculamos antes.

130. DADOS DOS PUNTOS EN EL TERRENO, HALLAR LA POSICION DE OTRO TERCERO INACCESIBLE. Este problema tiene mucha analogía con el anterior de *medir distancias inaccesibles*; aunque se resuelve de otra manera, segun sus distintos casos.

1.º—A y B (fig. 58) son los puntos dados y C el inaccesible. Por A y B se dirigen las alineaciones A C, B C y se toman dos puntos D, E sobre cada una de ellas. Se miden A B, A D, B D, B E, y A E, y con arreglo á escala sobre una línea *a b* correspondiente á A B del terreno, se trazan en un papel los triángulos *a b d*, *a b e*; pues con los rádios *a d*, *b d* se determina el punto *d* y con los otros rádios *a e*, *b e* el punto *e*. Prolongando *a d* y *b e* indefinidamente se encontrarán en *c*; luego tomando con la escala las distancias *a c*, *b c* sabremos las de A C, B C á que se encuentra el punto C respecto de A y B sobre el terreno.

2.º—Si apesar de ser dados los puntos A y B (fig. 59) y por consiguiente la distancia que media entre ellos, no se pudiera pasar de A para B, ni de B para A; en A formaríamos el triángulo A D E cuyos tres lados se miden, y en B el B F G, midiendo tambien sus tres lados.

En el papel formaríamos los triángulos *a d e*, *b f g*, á los extremos de *a b* correspondiente á los A B del terreno, y prolongando los lados *a d*, *b f* se tendrá el punto *c* y por lo tanto las distancias *a c*, *b c* con la escala, que son las correspondientes á las A C, B C del terreno.

3.º—Cuando no hay bastante extension para formar los triángulos A D E, F G B de la figura 59, por pasar por A y B los bordes de un rio, se construyen como se vé en la figura 60, y despues en el papel para prolongar los lados *e a*, *g b* y hallar el punto *c* y sus distancias *a c*, *b c* con la escala, ó las A C, B C del terreno.

131. SIENDO INACCESIBLE UNO DE LOS PUNTOS A, B, DADOS EN EL PROBLEMA ANTERIOR, CONOCER LA DISTANCIA DE DICHOS PUNTOS AL OTRO INECCESIBLE C. (Fig. 61.) Hágase la alineacion F E B sobre el punto B y elíjase un punto D por el que se dirige la visual D E que se prolonga hasta que pase por C, construyéndose el triángulo D E B, cuyos tres lados se miden, así como B F y los lados del triángulo F G H formado sobre el extremo F de la alineacion F A C. Con tales datos se traza en el papel sobre *b f* correspondiente á B F, los triángulos *b d e*, *h g f* y prolongando sus lados *e d*, *f h* hasta encontrarse en *c*, ya puede medirse con la escala *a c* que dá A C del terreno y *b c* correspondiente tambien á B C. En las figuras 59, 60 y 61 suprimimos los correspondientes al papel; pues sin ellos se entiende la explicacion, que debe ser semejante á la de la figura 58.

LECCION OCTAVA.

LEVANTAMIENTO DE PLANOS CON LOS JALONES Y PIQUETES.

USO DE LOS MISMOS EN LOS PLANOS DE POBLACIONES.

132. Con la cadena y piquetes se levantan algunos planos de corta extension empleando cualquiera de los sistemas en que baste solo la medicion de las líneas. En efecto: si A B C D F G (figura 62) es el polígono del terreno, le recorreremos y figuraremos su perímetro en el croquis *a b c d f g*. Desde un punto *c*, trazaremos en dicho croquis las diagonales *c a*, *c g*, *c f* que nos indican el método adoptado, y pasaremos en seguida sobre el terreno, alineando con jalones las diagonales C A, C G, C F y los lados C B, B A, A G, G F, F D y D C. A manera que se ván determinando dichas diagonales y lados, se ván señalando sus puntos con piquetes, y midiendo unas y otros con la cadena, todo lo que se acotará sobre las diagonales y lados del borrador ó apunte. Despues no habrá inconveniente en trazar el plano; pues si sobre *c d* de la escala, con los rádios *d f*, *c f* trazamos dos arcos haciendo centro en *d* y *c*, estos se encontrarán en *f* punto fijo de este modo. Desde este punto con el rádio *f g*, trazaremos otro arco, que se encontrará con el que determina el rádio *c g*, y con los rádios *g a*, *c a*, *a b*, *c b*, fijaremos la posicion de los puntos *a*, *b*, de igual manera. El plano queda formado; pues sus ángulos serán

los del terreno, y sus lados y diagonales proporcionales á los correspondientes del mismo terreno, segun la escala que se adopte.

133. Podrá emplearse la cadena y los piquetes procediendo de esta otra manera. Sea A B C D E F G H (fig. 63) el polígono cuyo perímetro irregular se quiere representar. Si hacemos las alineaciones A H *f*, *f* G F, F E *b*, *b* B A, lo encerraremos en un cuadrilátero cualquiera, cuya forma es fácil obtener, midiendo sus lados A *f*, *f* F, F *b*, *b* A y la diagonal A F (n.º 102), todo lo que se apuntará en los lados y la diagonal correspondientes del croquis. Para el lado A L le prologaremos hasta que encuentre el lado G F en *l*, y anotaremos en el croquis la distancia *f l*, á fin de determinar la direccion de A *l* y la longitud A L del lado. Las acotaciones de A H, *f* G, nos determinan la posicion y longitud del lado H G y uniendo el punto H con L ya fijo en el plano, tenemos el lado H L. El F G ya le hemos determinado al hallar por la acotacion *f* G el punto G, ó se deduce restando esta acotacion de la total *f* F, y el lado E F se mide y se acota sobre la alineacion F *b*. Para E D se prolonga como antes y se acota *m b* y E D; efectuándose lo mismo con B C, cuyas acotaciones *b* B, *b c*, B C, ó *c* C le determinan de posicion y longitud. Tenidos los puntos D y C no habrá mas que unirlos en el plano, ó se prolonga D C hasta *d* y se acotan *b d* y *d* C ó D C. Finalmente; la acotacion *b* B, ya nos basta para A B, último lado del polígono.

134. Mas sencillamente se hubiera hecho el croquis del plano anterior, acotando F G, G *f*, *f* H, H G, H L, L A, A H, A *b*, A B, B *c*, B C, *b c*, C D, D E, *b* E, E F, y suprimiendo todas las demás líneas interiores, método que nos permite levantar el plano sin necesidad de entrar dentro del terreno, caso que ocurrirá mucho en la práctica. En efecto: el plano podrá ponerse en limpio con dichos datos, pues sobre la prolongacion del lado F G (entiéndase todo trasladado al papel con la escala), se tomará lo que dicha escala nos diga para G *f*, y con *f* H y G H tambien de la escala se fijará el punto H. Trazando con los rádios H L, A L los arcos desde los extrémos H, A, se encontrarán en L, y A *b* por su interseccion con F *b* nos darán el punto *b*, desde donde descontándose la longitud *b* B, segun escala, se vendrá al punto B fijo en

el papel de esta suerte. B *c* como rádio que parte del punto B, encuentra á *b* F en el punto *c* y la acotacion B C dá el punto C, desde donde con los rádios C D y E D que parten desde E y C, puntos fijos por las acotaciones, se hallará el D, tambien por la interseccion de los arcos. Finalmente; el lado E F ya resulta de su acotacion como se acaba de indicar.

135. Pero puede seguirse además el método de *intersecciones*, usado como se advierte en la figura 64. A B es la base y despues de medida se toman los datos para los ángulos C A D, D A E, E A B como se ha dicho en el n.º 120, ó mejor aun se apuntan las acotaciones A *c*, A *b*, *b c* para el ángulo C A B; las *d* A, A *b*, *b d* para el D A B; las *e* A, A *b*, *b e* para el E A B, y así análogamente las correspondientes á los ángulos A B E, A B D, A B C del punto B, con cuyos datos por la interseccion respectiva de las líneas, nos resultarían determinados los puntos C, D, E; lo que sucede muy imperfectamente á causa de la inexactitud con que se toman las acotaciones para los ángulos.

Hasta el sistema de *rodeo* puede usarse sin otro auxilio que la cadena y piquetes, tomando los ángulos como se indica en la figura 65 y midiendo los lados del polígono. Los ángulos A y B se han tomado interiormente por medio de las acotaciones A *d*, A *b*, *b d*; B *a*, B *c*, *a c*; pero los restantes se aprecian exteriormente si hay inconveniente para entrar dentro del polígono. El plano se pone en limpio como se advierte en la misma figura, pero repetimos que todos estos procedimientos son groseros, y caso de tener que usar los piquetes y cadena, deben preferirse los métodos explicados en las figuras 62 y 63.

136. La figura 66 representa el plano de una plaza con las avenidas de cinco calles que en ella desembocan. Para levantarlo, solo llevamos la cinta y la cartera, en la que, recorrido perfectamente el contorno y embocaduras de las calles, hacemos el apunte ó croquis. Tomando cualquier lado de la plaza para comenzar, A B por egemplo, desde el punto A medimos la diagonal A C desde la esquina A á la esquina C, la C *a* desde la última á un punto cualquiera ó señal que se hace en la pared, y la distancia A *a* desde la esquina A á dicha señal. Con esto acotado en el croquis, tene-

mos lo suficiente para fijar la esquina C en su correspondiente sitio y midiendo C *b* y *a b*, fijamos tambien el punto *b* que unido con C determinan un lado de la primera calle; pues el otro es prolongacion de A *a*. A D y el lado C D de la plaza nos bastan para el punto D, el que nos puede ayudar para continuar la operacion. En efecto: desde él, y desde A con las diagonales A R y D R se fija el punto R y tomando las distancias A F, R F la esquina F de la plaza. Con T F y A T se tiene el punto T, y con A V y T V el punto V, los que unidos con los de las esquinas A y F, demuestran la embocadura de la calle que puede continuarse por los puntos *x*, *e*, que arrojan las acotaciones T *x*, V *x*, T *e*, V *e*.

Siguiendo desde la esquina R con R S, D S, se obtiene la posicion de la otra esquina S y con S P, R P la de la esquina P. S y P unidos con Z y Q, que nos dán las diagonales y los lados S Q, P Q, P Z, S Z, fijan la avenida de la tercera calle. El lado P N de la plaza se consigue tirando la diagonal R N y midiendo el lado P N. El L H tambien se consigue con las diagonales A L, D L, A H, D H, ú otras que partan de puntos de antemano fijos, y se continúa por la embocadura de la cuarta calle N O, L M, como ya hemos visto para los anteriores. En conclusion: D E, de quien ya tenemos la esquina D, se determina asegurando la posicion del punto E por las diagonales A E, D E y se sigue la direccion de la última calle que nos queda, determinando el punto de la esquina J, por las acotaciones H J, E J, y el F de la esquina reentrante, por las medidas H F, E F. Con J K y F K se halla el punto K, y el G con las F G, K G, que concluyen la operacion. Es fácil conocer que nada nos impide poner el plano en limpio y que se pudieran haber tomado otras acotaciones, eleccion que se deja á la pericia del geómetra práctico, segun los estorbos del terreno; estribando todo el procedimiento en el método mas sencillo y sostenido y en la claridad de los apuntes.

137. No se puede pasar de una plaza con las embocaduras de las calles; pues para extendernos á mayor porcion de terreno y al plano de una poblacion, ya es necesario valerse de buenos instrumentos y emplear sistemas á propósito tanto para levantar el plano como para comprobar las operaciones. Mas adelante tendremos

ocasion de ocuparnos detenidamente acerca de esto, cuando hablemos del uso de los goniómetros; pero como aunque se opere con estos para cerrar los polígonos, ó formar las triangulaciones necesarias, siempre hay que apelar á la cadena ó cinta y á las cuerdas y piquetes para detallar los pormenores de los planos de las poblaciones, en este sentido diremos algo ahora, que nos servirá para lo sucesivo.

138. Despues de adoptado el sistema mas conveniente para levantar el plano de una poblacion, que consiste en establecer los ejes de las calles y plazas y cerrar polígonos, cuyos lados son estos ejes, lo que se hace con una buena pantómetra, brújula ó teodolito, se atirantan sobre los expresados ejes cuerdas flexibles pero resistentes, sujetándolas á clavos ó estacas que se hincan en el terreno. A estas cuerdas se bajan perpendiculares desde todos los puntos notables de las calles, tales como las esquinas, ángulos, resaltos y chaflanes, lo que se verifica con grandes escuadras, construidas con largos renglones de madera que formen entre sí ángulos rectos.

139. Puede acontecer que el eje ó la cuerda atirantada que lo representa, pase junto á una esquina, ó resalto que se quiera fijar, y entónces llegará un renglon de la escuadra á tocar dicho resalto ú esquina, mientras el otro renglon se adapta perfectamente á la cuerda, en cuyo caso, levantada así la perpendicular, se medirá con la cinta y se acotará oportunamente. Mas si la calle fuese ancha hay que llevar una regla suficientemente larga para que se adapte á una pierna de la escuadra y al punto cuya ordenada se busca. Si se tratase de una plaza, paseo ó espacio grande, la perpendicular se bajará con el instrumento; porque así como es engorroso é inexacto, ó imposible de usar este en las ordenadas cortas, en las largas es el mas conveniente y el que dá mejores resultados.

140. Así bajadas todas las perpendiculares necesarias desde los puntos notables de los edificios á la cuerda, ó eje de una calle, mídense, como se ha dicho, todas ellas y las distancias comprendidas entre sus piés, llevando con mucho cuidado la cartera de los apuntes; pues hay en las poblaciones antiguas calles muy lar-

gas y defectuosas, llenas de ángulos, resaltos y chaflanes, las cuales necesitan mucho método y claridad para hacer sus acotaciones. Por esta razon debe procederse por trozos de un tamaño regular, marcando con intencion los desvíos ú entradas de las casas, los ángulos que forman en sus medianerías, las plazoletas ó solares que resulten y demás incidentes notables de las construcciones, á fin de figurar las perpendiculares con limpieza y escribir en ellas su valor, de modo que jamás resulte equivocacion ninguna.

141. Pero aunque el sistema de coordenadas es el mejor para referir los puntos de las calles á sus ejes, no debe emplearse este solo. Verdad es que las abscisas ó distancias comprendidas entre los piés de las ordenadas pueden comprobarse, comparándose la suma de todas ellas con la longitud total del eje; pero esto no es bastante para rectificar la posicion de los puntos. Para ello mídense tambien la longitud de las fachadas, ó las distancias comprendidas entre las esquinas, chaflanes y demás puntos, y tambien se puede emplear el sistema de intersecciones como se ha explicado en esta leccion: (véase el párrafo 136.)

Con las coordenadas de los puntos y la interseccion de las diagonales que se conciben desde unos á otros entre todos ellos, hay lo bastante para verificar el trazado de las calles una vez puestos sus ejes. Como se forma una red de triángulos con la cinta para rectificar la posicion de los puntos, algunos llaman á este sistema triangulacion; pero nosotros reservamos este nombre para el explicado en el número 103, en el que solo se mide una base y los ángulos, y todos los lados se resuelven trigonométricamente.

LECCION NOVENA.

PLANOS DE EDIFICIOS.

142. Comencemos por levantar el plano de la casa cuya planta representa la figura 67. Primeramente la reconoceremos escrupulosamente para hacernos cargo de su forma en general, y despues prepararemos el croquis en la cartera. Para ello se trazará el muro de fachada, subdividiéndolo en las puertas y ventanas *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Se entra, y visto que hay dos crugías A y B, se representan en el croquis, así como las laterales M, N, el patio P y corral C. Hecho el esqueleto, por decirlo asi, del edificio, pasamos al vestíbulo ó portal y le copiamos, trazando las diagonales é indicando todas las puertas ó ventanas. Entramos en las piezas de la derecha pertenecientes á la primera crugía y las copiamos una á una, detallando sus muros de crugía ó tabiques de division, sus puertas y ventanas y demás construcciones notables. Pasamos á las piezas A, A de la izquierda en esta primera crugía y hacemos lo mismo. Con las piezas B, B, B, B, de la crugía segunda se sigue la misma marcha y tambien para las laterales M. N. El patio se indica con sus lados de corredor y fuente, si la hubiere, y finalmente se apuntan todos los detalles del corral como hasta aquí se ha hecho.

Anotada así la distribucion general y particular del edificio, primero por sus crugías y segundo por su division parcial, se procede á la mensura de todas las diagonales y lados necesarios, segun se dijo en el número 102.

En efecto; comenzando como antes por el zaguan, medimos y acotamos los lados *m p*, *p o*, *o l*, *m l* y una diagonal *p l*, ó las dos diagonales y tres lados cualesquiera. La longitud *m s* nos dice cuanto dista del rincon la arista de la puerta, cuyo ancho *x s* se toma, y su derrame si lo tuviese. Lo mismo harémos para la puerta de enfrente *n r*, comenzando siempre por la principal *a* de la calle cuya mocheta y alfeizar se acotan, y siguiendo lo mismo con todas las puertas y ventanas que se hallen al paso. Tambien se comienza apuntando el grueso del muro foral y se sigue hasta la medianería del fondo y lados, apuntando todos los de muros de crugía, citaras, citarones, &c. La práctica constante enseña la destreza que se adquiere en estas sencillas operaciones, que lo mismo son para una casa pequeña que para un edificio grande. Cuando las crugías son regulares y las piezas en que se dividen, se simplifica la operacion, que sin embargo de su sencilléz, ofrece no poca molestia al poner los planos en limpio; pues no conciertan muchas veces las anotaciones entre sí, y dejan sin cerrar el perímetro de un edificio. Mucha práctica se necesita tambien para la comprobacion de unas acotaciones con otras, y para tomar el término medio prudencial que nos conduzca al fin propuesto, caso de no poderse medir de nuevo, que es lo mas acertado.

El procedimiento de diagonales y lados acabado de indicar, es el mas expedito y exacto; pero puede acontecer que haya un estorbo en medio del pátio, por ejemplo, que impida tender la cinta para tomar las diagonales. Entonces se acostumbra tomar los ángulos tal como el D por medio de las distancias arbitrarias pero iguales D *p*, D *q* y la cuerda *p q*, que se miden y acotan oportunamente. Debe tomarse la distancia D *p* todo lo mas larga posible para que el ángulo se aproxime á la verdad lo mejor que sea dable.

143. Aunque la elevacion de las casas no sea materia propia de la Topografía, indicarémos como se halla, sin embargo, deseosos de ilustrar este punto, por ser tan interesante para los Maestros de Obras y Aparejadores y aun acaso alguna vez para los mismos Agrimensores, profesores á quiénes se destina este curso.

En efecto: se hace un croquis de la fachada de una casa de la misma manera que ya se sabe, esto es, apuntándose en él los pisos que tiene, el número y colocacion de ventanas y balcones que hay en cada piso, la puerta principal y las accesorias, la cornisa é impostas y la clase de cubierta del edificio: (véase la fig. 68). Con varas, ó echando el rodete de la cinta desde los balcones, por medio de una plomada, se toma la altura del piso bajo y principal, y con la cinta puesta en la punta de una vara, el último piso. Las alturas de las puertas y ventanas se miden y se anotan y así mismo las del pretil de azotea, cornisa, imposta y zócalo si lo hubiere, apuntándose cada una de estas partes en las indicadas en el croquis. En cuanto á las distancias horizontales de puerta á puerta ó de ventana á ventana, así como el ancho de unas á otras &c., se supone que se tienen ya en la planta levantada de antemano, ó si no se miden y se acotan como siempre.

Toda la delicadeza de la operacion estriba en tomar con precision las medidas y en apuntarlas con entera claridad en el croquis. Para esto último cada cual sigue su costumbre diversa en el modo de ordenar las acotaciones horizontales y verticales. Algunos ponen las de alturas á partir de la línea mas alta ó de la mas baja, segun se vé á la izquierda de la figura, de modo que si se comienza por el vuelo de cornisa, primero se anota la altura de esta, despues la del tercer cuerpo hasta dicho vuelo, la misma altura incluyendo además la imposta del segundo, la altura de ambos cuerpos desde el vuelo de la cornisa hasta el de la imposta del cuerpo bajo, la misma incluyendo además dicha imposta, la altura desde el vuelo superior de la cornisa hasta la coronacion del zócalo, y por último la total del edificio. Generalmente se sacan estas líneas de acotaciones fuera del dibujo, como se vé á la derecha de la figura, y para fijar balcones y ventanas con sus jambas y demás detalles, se hace como se vé en medio de la misma figura, esto es, se procede por pisos, poniendo en el segundo la altura que media entre el vuelo inferior de la cornisa y superior de la jamba; la que hay entre la expresada línea de la cornisa y el vuelo inferior de dicha jamba; la que comienza desde la mencionada cornisa é incluye el hueco de ventana sin la jamba por abajo; la misma añadiéndole el grueso de jamba; y por último, la altura del píso desde imposta á cornisa. Lo mismo se practica para los pisos principal y bajo; pudiendo evitarse repeticiones enojosas. Las distancias horizontales se anotan análogamente; pues si se toma la arista de la esquina por eje de referencia, se pondrá primero la distancia que hay entre dicha esquina hasta la jamba; despues hasta incluir la misma jamba; hasta incluir el hueco del balcon; hasta el otro hueco; hasta incluirle, y así sucesivamente.

Este modo de acotar distancias horizontales y verticales, esto es, refiriéndose siempre á una línea, es sin duda mas exacto, que si se tomasen separadamente las medidas de los distintos miembros arquitectónicos, es tambien mas sencillo y claro y el único que se puede emplear en muchos casos; pues el modo de tomar una cornisa, por egemplo, es midiendo desde su vuelo superior al suelo y despues de su moldura inferior al mismo suelo que nos sirve de referencia; porque la altura de la cornisa será la diferencia de estas dos medidas, la cual no se puede tomar directamente la mayor parte de las veces.

Referidas, pues, todas las distancias á una línea, séase el terreno, el suelo de algun piso, el vuelo de la cornisa, &c. para las horizontales, ó las aristas de esquina, medianerías, &c. para las verticales, las diferencias de todas estas distancias entre sí nos darán las alturas ó gruesos de los diferentes cuerpos y detalles arquitectónicos. Así que en las acotaciones verticales de la figura 68, la diferencia entre la 1 y 2 nos dá la altura del muro del piso segundo sin incluir la cornisa; la diferencia entre la 2 y la 3 la altura de la imposta; el exceso de la 4 sobre la 3 la del piso principal; el exceso de la 5 sobre la 4 la de la imposta de este piso; la diferencia de la 5 á la 6 la altura del bajo hasta el zócalo; y por último, la resta que resulte de comparar la 6 y 7 la altura de dicho zócalo. Para las distancias horizontales, la acotacion 1 determina el grueso del pilar de esquina; la diferencia entre esta y la 2 el ancho de la jamba; la que hay entre la 2 y 3 el del hueco del balcon; la diferencia entre la 3 y 4 vuelve á darnos el ancho de la jamba; y la diferencia entre la 4 y 5 nos declara cual es el del pilar, sin incluir la jamba del otro balcon que siempre es igual en todos ellos. Las acotaciones de los edificios tienen comprobacion; pues si además de tomarlas como se acaba de indicar, lo hacemos tambien parcialmente, esto es, midiendo para las horizontales el pilar de esquina, el ancho de la jamba, el hueco de balcon y así sucesivamente, ó para las verticales la altura de la cornisa, la del segundo piso, la de la imposta, &c.; las acotaciones apuntadas del primer modo se comparan con las halladas de la segunda suerte, y así se reconocerán los errores si los hubiere, los que se rectificarán volviendo á tomar nuevos datos, y si esto no fuera fácil, se compensarán del modo mas racional y prudente. Todo el artificio de esta sencilla teoría de acotaciones consiste en la claridad; por lo que se recomienda esta mucho, tanto en la eleccion de las distancias que deben medirse, y en el método que para esto se escoja, como en el modo de escribir los números, que deben ser muy claros, evitando sus correcciones y poniéndolos en el sentido de la distancia acotada. Como suele suceder que en una misma línea se acotan dos ó mas distancias, debe abrirse un paréntesis para cada una y colocar en medio el número de su longitud, cuyas extremidades se señalan con una cruceta ó *pié de gallo*, que así llaman los prácticos á la especie de flecha indicada para determinar un punto. (a)

144. En los borradores groseramente hechos, en pequeño tamaño, y llenos de líneas y números, no deben apuntarse mas que los mas precisos, para evitar la confusion. Así que una cornisa de una casa, ó una imposta que consta de varias molduras, no se apunta en el croquis mas que dándose solo cuenta de su altura total, como se ha visto en el número anterior.

Es necesario, pues, formar apuntes aparte de los detalles, que se tomen de esta manera. Sea A (fig. 69) el perfil de una imposta cuya acotacion total es 0,386 milímetros. Suspenderemos desde el punto mas saliente p una plomada, y con una regla graduada que se coloca perfectamente horizontal por medio de un nivel, se ván

---

(a) Hay autores tan minuciosos que de las maneras de acotar toda clase de croquis y planos forman una extensa teoría, la que irá embebida en nuestras explicaciones conforme sea necesario.

tomando las distancias que hay entre el hilo de la plomada y cada vuelo de las molduras, acotándose además el alto de estas análogamente á lo ya explicado en el párrafo de arriba. En efecto: colocada la regla de modo que su extremo se apoye en el listel mas alto de la imposta, hasta el hilo de la plomada se contarán 0,045 milímetros que hay y se apuntarán convenientemente en el croquis para hallar el vuelo del listel y el del cuarto bocel que corona este miembro arquitectónico. Puesta la regla en la parte inferior del talon se hallará su vuelo y se acotará segun $0^{m},070$. El plano que sigue ó faja ancha de la imposta, se determinará por la acotacion horizontal $0^{m},072$; el saliente del liste inferior por la $0^{m},068$; la arista donde muere el cuarto bocel que hay debajo por la $0^{m},072$; el vuelo de este bocel por $0^{m},100$ y asímismo el del listel desde donde arranca; el del cabeto que une este listel con el plano ó faja última de la imposta por $0^{m},150$; y así iríamos hallando todas las demás acotaciones horizontales, sin olvidar la del vuelo de la cornisa sobre el muro, que aquí es $0^{m},150$. Para las verticales comenzando por abajo, la primera altura solo tiene $0^{m},090$ que se acotan, refiriéndola á la arista inferior de la imposta, así como todas las demás Desde dicha arista hácia arriba incluyendo el listel hay $0^{m},096$ que se acotan; desde la misma comprendiendo el bocel $0^{m},126$ que tambien se acotan; desde la expresada línea de referencia hasta incluir el listel, $0^{m},136$; hasta el talon, $0^{m},286$; hasta comprender el mismo, $0^{m},316$; agregando el listel, $0^{m},326$; añadiendo el bocel, $0^{m},366$; y por último, abarcando con la última medida hasta el plano inclinado que despide las aguas, $0^{m},386$ ó séase toda la altura de la imposta, que queda acotada de esta suerte en sus vuelos y gruesos de molduras. Nótese que tambien pudimos haber tomado dichos gruesos separadamente y haberlos apuntado sobre la línea que figura el hilo de la plomada; no obteniendo por todos estos medios de acotar, mas que las coordenadas de los puntos notables del perfil.

145. Formado el croquis de la fachada de un edificio y puestas en él las acotaciones generales, se procede á poner el plano en limpio ó á representar definitivamente dicha fachada. Como en ello solo indicamos las alturas de impostas, jambas y cornisas

y como para cada una de estas hemos formado el croquis correspondiente de su corte, segun acabamos de ver en el párrafo anterior, se ván poniendo todos estos detalles con arreglo á sus acotaciones de vuelos y gruesos de molduras, trazándose primero el esqueleto, por decirlo así, del edificio, y acabando de darle su peculiar fisonomía con la representacion parcial de cada cual y de todos sus distintos miembros arquitectónicos.

146. Lo mismo que acabamos de ver, lo mismo se hace cuando además de las cornisas, jambas é impostas, adornan á los edificios, pilastras, columnas, archivoltas, repisas, guarda-polvos, frontones y otros muchos cuerpos decorativos, sean de la clase y forma que se quieran; pues siempre se sacarán cortes de cada uno de estos detalles, tomando sus acotáciones de vuelos y alturas y longitudes, cuyas acotaciones no son, como se acaba de indicar, sino las coordenadas de los puntos notables, por lo que la teoría de las acotaciones no es otra que la de coordenadas aplicadas con oportunidad. Una columna por sí sola basta para entretener la paciencia de un buen dibujante; pues si esta es corintia, por ejemplo, y su fuste estriado, las acotaciones del perfil y diámetro de la basa, las medidas del diámetro inferior y superior del fuste, el reparto de las estrías y la copia delicada del capitel corintio, todo esto constituye un estudio detenido, cuyo mecanismo no es sin embargo otro que el mismo que hemos ya explicado.

147. Pero una de las cosas mas interesantes que pueden ocurrirse al copiar los edificios, es la eleccion de los datos que han de tomarse para el trazado de los arcos; pues estos varían mucho de formas y curvaturas. Para los arcos semi-circulares ó de medio punto, bastará tomar su diámetro por los arranques; mas si su vuelta fuere mayor ó menor que la semi-circunferencia, en cuyo caso se llaman peraltados y rebajados, entonces será necesario medir la cuerda del arranque, y además otras dos para cada uno de los puntos que determinan su curvatura.

Los arcos apuntados ú ojivales se componen de dos arcos de círculo, que partiendo de los arranques se encuentran en el vértice de la ojiva, y si esta es equilátera bastaría tomar la abertura ó luz del arco por los arranques; pero si fuese rebajada, ó peraltada, sería necesario medir además las cuerdas que desde dichos arranques ván al vértice y las sagitas de estos arcos, ú otras cuerdas parciales, si con los datos anteriores no hubiera suficiente para caracterizar su curvatura.

Los arcos elípticos se trazan tomando por datos su luz y peralte ó los ejes mayor y menor de la elipse generatriz; y mas adelante nos ocuparemos del modo de trazar esta clase de curvas. Por último, cualquier clase de arco que se nos presente en la práctica, bien sea de tres centros, ya de asa de cesta, de herradura, por tranquil, &c. &c., todos pueden someterse á la ley general de las coordenadas que se tomarán con el cartabon comun formado por reglas de madera. De cada clase de arco se hace su estudio, copiándolo en el croquis, tomando las medidas en el edificio segun se indica y acotándolas en dicho croquis; pues con tales antecedentes ya nos es fácil el trazado sobre el papel. Los recursos prácticos de cada cual, le sugerirán el uso que debe hacer de *cuerdas* y *coordenadas*, segun quiera fijar puntos de la curva ó hallar su centro ó centros; ateniéndose siempre á la naturaleza de la misma curva.

148. Suponiendo al lector con suficientes nociones de Geometría descriptiva para poder entender el corte de un edificio, los datos que para su trazado se toman son semejantes en un todo á los que se necesitan para una fachada, procediendo primero por las acotaciones generales del conjunto y formando despues para cada detalle uno ó mas cortes segun se necesite, á la manera de lo visto en la figura 69. Si estos trabajos, lo mismo cuando se toman los datos, que luego en el bufete, fuesen el objeto exclusivo de estas lecciones, nos extenderíamos en tantos pormenores, que formarían un libro; pero contrayéndonos á nuestra leccion presente, la terminaremos planteando el problema inverso al levantamiento de planos de los edificios; esto es, si hasta aquí se han tomado los apuntes sobre ellos para representarlos en el papel, ¿qué haríamos para trasladar al terreno el proyecto de un edificio representado en un plano?

149. Esto se llama en la práctica verificar un *replanteo*, y para egemplo propongámonos (fig. 69) replantear el jardin, cuyos

cuadros y calles se han estudiado de antemano en el papel para plantarse en el espacio A B C D cerrado por muros. Para ello, tomaríamos la línea A B del plano como base para comenzar y midiendo sobre él A *b*, *b a'*, *a'* A, la escala nos diría el número de piés ó métros que tuviera cada una de estas medidas, y llevando sobre el muro con la cinta la A *b*, por la interseccion de *b a'* y A *a'* se fijaría el punto *a'* en el terreno y del mismo modo se obtendría el *b'*, despues de medidas las B *b'*, *a b'*, B *a* del papel y trasladadas al mismo terreno. Los puntos *c'*, *d'*, se replantearían de semejante modo, y así de los demás, por este sistema de intersecciones, cuyas líneas se miden primero sobre el papel con la escala para trasladarlas al terreno con la cinta, obteniendo de tal suerte las calles del rededor y sus esquinas con las transversales.

Sobre el papel pudiéramos tambien haber prolongado las líneas de los cuadros hasta las A B, B C, C D, D A; pues llevando con la cinta desde el ángulo D, las D *d*, D *d''*, sobre los muros que le forman, con los rádios *d d'*, *d'' d'* determinamos el punto *d'* y semejantemente el *m'* con los *m m'*, *n m'*, fijando de posicion la línea *d' m'* que demuestra el ancho y forma de esta calle lateral; así como se hubieran determinado las otras restantes. Este procedimiento sería el mas á propósito para fijar los ejes transversal y longitudinal M N, O Q; pues llevando al terreno con la cinta C N y D N tenemos fija y comprobada la posicion del punto N, así como con A M y B M la del punto M, extremos del eje M N, y análogamente relacionaríamos con el terreno el eje Q O. En su punto de interseccion *r*, suponemos que hay una fuente cuya planta R se saca en detalle para replantearla despues, y desde el punto *r* con el rádio que nos dé la escala del plano, trazaremos con una cuerda la plaza circular, encuentro de las dos calles que cortan el jardin. Semejantemente fijaremos los ejes de las otras pequeñas calles accesorias que forman los cuadros, no olvidándonos de referir siempre á todos los ejes los anchos de las mencionadas calles, tanto principales como accesorias. Mas exacto y sencillo hubiera sido comenzar por establecer los ejes principales, relacionando con estos los de las calles que se cruzan y las del rededor, como tambien los ejes de las otras calles de los cuadros.

LECCION DECIMA.

DE ALGUNOS PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON LA ESCUADRA DE AGRIMENSOR.

150. 1.º—Levantar una perpendicular desde un punto tomado en una línea. Ya al hablar del uso de la escuadra y su rectificacion, manifestamos la manera de levantar una perpendicular en un punto de una recta. Indicaremos el caso en que el instrumento no pueda colocarse de modo que su centro coincida con dicho punto.

Si A B (fig. 70) es un muro, por egemplo, y se le quiere levantar la perpendicular en el punto P, es necesario apartar la escuadra de dicho muro hasta que se pueda andar cómodamente al rededor de ella, y para esto establecemos la *a b* paralela al haz A B del mismo muro, tomando las distancias A *a*, B *b* iguales y paralelas entre sí.

Para utilizar el instrumento en esta operacion preparatoria, se establece una línea *a' b'* próximamente paralela y en sus extremos *a'* y *b'* se levantan dos perpendiculares *a'* A, *b'* B que serán entre sí paralelas, lo que no ofrece dificultad alguna. Llevando la longitud A *a* desde B á *b* se consigue la paralela *a b* indicada. La operacion se reduce ya á ir colocando el instrumento de modo, que coincidiendo siempre sus pínulas *d e* con la línea *a b*, se halle un punto O, tal que mirando por las otras pínulas *g f*, la visual intercepte la vertical trazada en el muro por medio de una plomada que pase por el punto P. Mirando desde *f* á la pínula *g* y mandando colocar un jalon en O, O *c* P será la perpendicular pedida.

151. 2.º—LEVANTAR UNA PERPENDICULAR QUE PASE POR UN PUNTO FUERA DE LA LÍNEA. Esta es A B (fig. 72), y P el punto dado. Con el instrumento nos colocamos sobre el punto O′ de la línea, de manera que siempre coincida con ella uno de sus diámetros. Mirando por las pínulas del otro será difícil que la perpendicular pase por el punto dado; pero veremos si queda á la izquierda ó derecha, moviendo el instrumento hasta ponerlo en otro punto O″ donde volvemos á hacer la misma observacion. Si aun no se ha hallado la visual en este tantéo, será posible que al hacer otro nos pase la visual al lado opuesto y así sería muy engorroso continuar, hasta obtener el resultado; por cuya razon bastan dos tantéos cuando mas; pues tomando la distancia P P″ y llevándola desde O″ hasta O, tendremos apróximadamente el pié de la perpendicular, donde colocado el instrumento ya quedará muy poco que rectificar.

152. 3.º—LEVANTAR UNA PERPENDICULAR AL EXTREMO DE UNA LÍNEA QUE NO PUEDE PROLONGARSE. Este caso parecido al primero se determina (fig. 73) tomando la distancia P C, levantando la perpendicular en el punto C y llevando á E sobre la perpendicular E L la distancia P C. Unido el punto L con el dado P, P L será la perpendicular pedida, pues es paralela á la auxiliar E C.

153. 4.º—BAJAR UNA PERPENDICULAR DESDE UN PUNTO FUERA DE UNA LÍNEA, SIN VERSE DICHO PUNTO DESDE EL PIÉ DE LA PERPENDICULAR. La operacion ahora es casi idéntica á la anterior; pues si P es el punto (fig. 74), A B la línea, y M un obstáculo que impide verse aquel desde C; se levanta la perpendicular auxiliar C′ P′ y en P′ otra que pase por el punto P. Medida la distancia P P′ y llevándola desde C′ á C, se determina el punto que se quiere. De otra manera (fig. 75) podríamos resolver esta cuestion. Sea A B la línea y P el punto. En este colocamos el instrumento y trazamos el ángulo recto A P B, dirigiendo las visuales P A, P B con cada uno de los diámetros. En el triángulo rectángulo A P B se tiene que si se concibe una perpendicular bajada desde el vértice P, habrá quedado dividido en otros dos triángulos rectángulos semejantes con el total, y por consiguiente se

pueden comparar diciendo A B: P B:: P B: B C, ó A B: A P:: A P: A C, de donde $C\,B=\frac{P\,B^2}{A\,B}$, $A\,C=\frac{A\,P^2}{A\,B}$, que nos fijan la posicion del punto C.

154. 5.º—Tirar paralelas. La escuadra se presta muy bien á esta operacion por su propiedad inherente. Así que (fig. 76) bajando desde P la perpendicular P C á A B como se ha visto (n.º 151) y levantando en P la P E, esta será paralela á A B; pero es mucho mejor levantar dos ó tres perpendiculares (fig. 77) A B, D C, F E á larga distancia sobre la línea dada A D F, y sobre cada perpendicular poner la distancia á que ha de pasar la paralela B C E, lo que puede rectificarse tambien con el instrumento.

155. 6.º—Prolongar líneas á través de obstáculos. Análogamente á lo ya explicado, se prolonga una línea A B (fig. 78) pasando por un estorbo; pues levantando las perpendiculares iguales A *a*, B *b* establecemos la paralela *a b* que se prolonga hasta pasar el obstáculo. En los puntos *c*, *d*, donde esto se verifica, se levantan tambien las perpendiculares *c* C, *d* D, en las que poniendo la longitud A *a*=B *b*, se obtendrán los puntos C, D, de la recta A B prolongada.

Muy sencillamente sacamos el mismo resultado, (fig. 79) levantando en C la perpendicular C B á una línea auxiliar A P que forma con la dada A B un ángulo cualesquiera y despues otra perpendicular M N á la misma línea; pues midiendo A C, B C, A M, lados de los triángulos semejantes A C B, A M N, se halla $M\,N=\frac{C\,B\times A\,M}{A\,C}$ y por lo tanto el punto N perteneciente á la línea A B prolongada. De la misma manera se encuentra $P\,Q=\frac{A\,P\times C\,B}{A\,C}$ y con los puntos N y Q se puede continuar la alineacion indefinidamente.

La figura 80 representa otro método de proseguir la línea A B mas allá de un obstáculo. Por B se hace pasar la línea D B C, se toma D B=B C y se levantan las perpendiculares D A y C E indefinidas. Llevando sobre esta última la longitud de la primera D A, se halla el punto E por la formacion de los dos triángulos iguales A D B, B C E á uno y otro lado de la línea prolongada. Otro punto se hallaría prolongando así mismo D B C á uno y otro extremo D M=D O y levantando las dos perpendiculares M N=O P; pero por medio de las proporciones no tenemos necesidad de D B=B C; sino que se halla el punto E por la comparacion B D: B C:: D A: C E y el punto P por esta otra, B C: C E:: B O: O P, y con los dos puntos E, P, queda resuelta la cuestion.

Finalmente; como la escuadra permite formar ángulos de 45.º (fig. 81) en A formamos en efecto uno, y en C pasado el obstáculo levantamos la perpendicular C D=C A que nos fija la posicion del punto D, perteneciente á la línea A B. Prolongando A C hasta E y levantando otra perpendicular E F=E A se halla otro punto, que con el anterior resuelve el problema; porque hemos construido así dos triángulos rectángulos é isósceles, en los que A, B, D, son puntos de la hipotenusa A D del primero A C D, y A, B, D, F, puntos de la hipotenusa A F del segundo A E F.

156. Trazar una línea por medio de un bosque. Este caso no es mas que una repeticion del anterior; pues si (fig. 82) fuera A P la línea que se quiere trazar, se elegiría una auxiliar A O, y levantándole perpendiculares se obtendrían todos los puntos necesarios por medio de la comparacion de los triángulos semejantes A B C, A D E, A L K, A O P. La figura 83 sirve para la explicacion del mismo problema, variando solo de lo acabado de decir, en que si A B es la línea que ha de trazarse y A C la auxiliar que se elige para ello, sobre esta última pueden formarse ángulos de 45º en vez de levantársele perpendiculares, pues siempre resultarán *c c'*, *d d'*, *e e'*, *f f'*,....... B C paralelas, y por la comparacion de los triángulos semejantes A *c c'*, A *d d'*, A *e e'*, A *f f'*..... A B C conseguirse los puntos *d' e' f'*..... &c.

157. Puede ocurrir en la práctica que la línea auxiliar no forme ángulo con la dada á causa de algun inconveniente que lo impida y no por esto deja de ser útil el método indicado; pues (figura 84) M O: P O—M A:: M Q: R Q—M A:: M S: S Z—M A:: M N: N B—M A.

158. Otro modo de trazar una línea por medio de un bosque, ó en sitio de muchos inconvenientes, es el representado en la figura 85. Sean sus puntos extremos A y P, no alcanzándose á ver uno de otro. Desde A haremos las alineaciones A B, A M, en las que ningun obstáculo se presenta, y bajando desde P las perpendiculares P Q, P R á A B y A M, marcamos en la P Q un punto g. Otro punto h se halla sobre la P R, por la proporcion P Q: P R:: P g: P h, y en g y h se levantan las dos perpendiculares g D, h D, cuyo punto de interseccion D es el que se pretende. El punto C, se halla tambien por la proporcion P Q: P R:: P f: P s, y levantando en f y s las perpendiculares s C, f C que se encuentran en C. Prosiguiendo de la misma manera, se determinarían otros puntos.

Este problema puede servir para el caso en que teniendo dos caminos A B, A M que se encuentran en A, se quiere trazar otro que partiendo de un punto M tambien termine en A, conjuncion de los tres.

159. 6.º—MEDIR DISTANCIAS INACCESIBLES. Pueden serlo por algun estorbo que haya hácia el medio de la línea; porque no se llegue á uno de sus extremos, ó porque ambos sean inaccesibles.

160. Para el primer caso. 1.º—Se levantan dos perpendiculares en los extremos A y B (fig. 86) y se establece la paralela a b que dará la longitud pedida; ó 2.º—En el extremo A (fig. 87) se forma el ángulo B A C por medio de la A C, á la que se levanta una perpendicular C B que pase por el extremo B, y en tal caso

$$A\,B=\sqrt{A\,C^2+C\,B^2}.$$

161. 3.º—Si A B es la línea, (fig. 88) buscaremos un punto D, desde donde viéndose los extremos A y B se pueda formar un ángulo recto cuyos lados D A, B D, pasen por dichos puntos. Desde D se baja la perpendicular D C y los triángulos semejantes C D B, A D C, con el total A D B nos dán el resultado A C, que unido al C B determinan la longitud de A B, que tambien puede comprobarse hallándola por los expresados triángulos.

162. Si no pudiéramos llegar á un extremo de la línea, se puede elegir cualquier método de los siguientes:

1.º—Si A B (fig. 89) es la línea y A el punto inaccesible, en el B se levantará la perpendicular B L y en cualquier punto de esta, tal como L, se formará el ángulo A L B con la visual L A dirigida al extremo inaccesible. En otro punto D, se levanta tambien la D C perpendicular á B L y con los triángulos L D C, L B A semejantes, podremos formar la proporcion L D: D C :: L B: A B que resuelve la cuestion; pues pueden medirse las líneas L D, D C y L B sin inconveniente alguno.

2.º—Se obtiene la longitud de A B (fig. 90) inaccesible tambien en A, levantándole en B la perpendicular B C que se divide en dos partes iguales por el punto P. En C se levanta otra perpendicular C D, y buscando el punto D, por medio de la visual D P A que pase por P y el extremo A, será C D=B A por lados respectivos en los triángulos iguales B A P, P D C. Si no hubiere bastante terreno para efectuar esta operacion, los triángulos semejantes P E F, P B A nos darán el mismo resultado.

3.º—Por último: mas fácilmente hubiéramos encontrado la longitud de la línea A B inaccesible en A (fig. 91), levantando en B la perpendicular B C y buscando en ella un punto C tal, que dirigiendo la visual C A se forme un ángulo B C A de 45º. Entónces tendríamos el triángulo izóseles A B C, en el que A B=B C que es lo que se buscaba.

163. Cuando las distancias son inaccesibles por sus dos extremidades, se adopta un procedimiento análogo á estos:

1.º—Si A B (fig. 92) no se puede medir ni por A ni por B, buscamos un punto C, donde se forme el ángulo recto A C D, y desde C bajamos sobre la prolongacion B D de A B la perpendicular C n. Otra perpendicular m B se levanta en m, punto cualquiera de C D, con tal que pase por B extremidad de la línea, y con los triángulos D m B, n D C, A C D, se establecen las proporciones

n D: D C :: D C: A D

n D: D m :: D C: D B

De donde restando D B de A D, se tendrá la longitud A B, ó

$$A\ B = \frac{D\ C^2 - D\ C \times D\ m}{n\ D}$$

2.º—Siendo A B (fig. 93) completamente inaccesible, se adopta una base para la operacion, C G D, y en sus extremidades se buscan dos puntos C y D, donde se puedan levantar las perpendiculares D B, C A que pasen por A y B, límites de la línea inaccesible. Desde un punto de la base G se dirigen las visuales G A, G B, y tomando G H y G L que sean respectivamente proporcionales con G C, G D, en C y L se levantan las perpendiculares H S, L R hasta que encuentre á las visuales G A, G B en los puntos S, R. Los triángulos semejantes G H S, G C A, G S R, G A B, nos dán

G H: G C:: G S: G A

G S: G A:: S R: A B

Haciendo G C=G D queda el problema resuelto con prolongar la visual A G hasta F, punto de encuentro con la perpendicular B D tambien prolongada, y la B G hasta E que tambien encuentra á la A C E en dicho punto. Entónces se habrá formado un paralelógramo A B E F; pues el triángulo C G A=D G F, por tener los ángulos en G iguales por opuestos al vértice, los en D y C rectos, y C G=G D por la construccion. Del mismo modo B G D=E G C, luego A G=G F, B G=G E, y por lo tanto E F=A B por lado opuesto en dicho paralelógramo, ó parte de paralela interceptada por paralelas.

Cuando no hay terreno desde la base C D para arriba, y no se puede hallar E F, se establece como antes la Q P paralela á A B, y se dice G H: G Q:: G D: G B, G Q: Q P:: G B: B A.

164. Finalmente: por medio de este problema puede resolverse otro, que consiste en tirar una paralela por un punto O, á una línea del todo inaccesible. En efecto, como se ha encontrado la E F ó Q P paralela á A B por lo antes enunciado, ya es fácil tirar la paralela M N en nuestro terreno, de cualquier modo de los indicados al comienzo de esta leccion.

El problema anterior sirve tambien para saber la distancia de un punto G á cualquiera de las extremidades A ó B, ó la de C á A y D á B, como ya se ha visto.

Los anteriores problemas resueltos con la escuadra de Agrimensor, bastan para acostumbrar al principiante en el uso del expresado instrumento, siendo además muy útiles en la práctica de las operaciones; pues al levantar un plano nos hallamos muchas veces en la necesidad de apelar á ellos. Algunos mas pudiéramos haber explicado; pero en obsequio de la brevedad solo recordamos los que ordinariamente se ofrecen en el curso de los trabajos, no deteniéndonos en demostraciones puramente elementales y que el alumno debe hacer por sí mismo tan luego como comprenda el procedimiento; pues para ello debe estar de antemano preparado.

LECCION UNDECIMA.

LEVANTAMIENTO DE PLANOS CON LA ESCUADRA

DE AGRIMENSOR.

165. Aunque ya manifestamos en el párrafo 93 el sistema mas adecuado para levantar los planos con este instrumento, indicaremos sin embargo los medios mas expeditos para resolver las dificultades que se presenten en la práctica de las operaciones, consultando siempre á la naturaleza del instrumento empleado.

En la figura 94 representamos otro modo de practicar el sistema de coordenadas; pues no habiendo inconveniente de entrar en el polígono A B C D E F G, elegimos por base la A E, diagonal mas larga, desde la cual se divisan sin inconvenientes los objetos del terreno. Comenzamos la operacion, poniendo el instrumento de modo que uno de sus diámetros coincida con la base, y sin salirnos de esta buscamos el pié *a* de la perpendicular *a* G; medimos A *a* y *a* G, las acotamos en el croquis y corremos el instrumento hasta que vueltos al otro lado de la base, hallemos el pié *b* de la perpendicular B *b*. Se toma la longitud A *b* y la de B *b* que se acotan, y se corre de nuevo el instrumento hasta *f*, tornándonos hácia el lado del punto F. Levantada la perpendicular *f* F y medida, así como la distancia A *f*, las apuntamos y pasamos á los puntos *c* y *d*, donde levantamos las perpendiculares C *c*, D *d* que medimos y acotamos de igual suerte que las distancias A *c*, A *d*, y *d* E y A E; con lo que se consiguen los datos necesarios para poner el plano en limpio.

166. Este sencillo procedimiento no puede seguirse en planos de mayor extension, que cierren un polígono de muchos y desiguales lados. En este caso todo el artificio consiste en inscribir en el polígono dado, otro tambien irregular pero de menor número de lados, los que se toman como otras tantas bases referidas á una principal, como en el egemplo acabado de explicar. En efecto: supongámos que el polígono es el A B C D E F G H L M N O P...... &c. de la figura 95. Uniendo el punto A con el G, A G es una base para los puntos B, C, D, E, F, G, referida á la base general A S por las coordenadas A 5, G 5 que se miden y se acotan convenientemente. G L es otra base para los puntos H y L, referida á la principal por las acotaciones L 4, A 4. L O sirve para los puntos M, N, O, y se determina de posicion por las coordenadas O 2, A 2 del punto O, toda vez que el L ya se fijó para G L. O S, que se sitúa respecto á la base general por medio de la ordenada ya medida O 2 y S 2, es la base parcial de los puntos P, Q, R, S del polígono, los que se refieren á ella por medio de las coordenadas P *p*, O *p* para el punto P; Q *q*, O *q* para el punto Q; R *r*, O *r* para el R, y O S ú *r* S para el S. Continuando, la base parcial S X sirve para los puntos del polígono T, V, X; X K para los Z, L, LL, K; K *j* para los *o*, *a*, *j*; *j e* para los *b*, *c*, *d*, *e* y *e* A, para los *m*, *n*, *p*, *q*, *r*, A. Ahora pues; inscrito el polígono A G L O S X K *j e* en el total, y asegurada la longitud y posicion de cada uno de sus lados por medio de las coordenadas con la base A S; sobre cada uno de ellos bajamos en detalle perpendiculares desde los puntos del polígono dado; B *b*, C *c*, D *d*, E *e*, F *f*, H *h*, M *m*, N *n*, &c., y medidas estas, como tambien las distancias comprendidas entre sus piés y anotado todo con suma claridad en el croquis, acabaremos de recoger los datos del terreno para el trazado del plano.

167. Mas cómodamente se podrá seguir el método indicado en la figura 96 cuando el terreno lo permita. Consiste en inscribir el rectángulo ó cuadrado 1 2 3 4, en el polígono dado A B C D E F G H L M N O P Q R, y tomar cada uno de los lados 1 2, 2 3, 3 4, 4 1 por base de los puntos cercanos. Medidos los lados del rectángulo no necesitamos de otros datos y de nuevas bases, y en

seguida pasamos á bajar las perpendiculares B *b*, C *c*, D *d* E *e*, F *f*, G *g*, H *h*, L *l*, O *o*, P *p*, R *r*, que medidas con las distancias de sus piés y acotadas unas y otras, nos ofrecen antecedentes bastantes para poner el plano en limpio.

Si dentro del rectángulo 1 2 3 4, quedasen casas ú otros objetos que fijar en él, se bajará de la casa 5 una perpendicular *m n* que medida como P *m* nos determina un punto notable de ella, por el que podremos guiarnos si el muro es paralelo al lado 3 4; mas sino lo fuese, como sucede con la construccion 6, se hallarán las coordenadas de las esquinas *z*, *x*, ó finalmente, puede considerarse el muro 7 como prolongado hasta *p* y *q*, con lo que basta para fijarlo de posicion y longitud por las acotaciones *p p'*, *q q'*, *p' q'*.

168. Hasta aquí se ha podido penetrar en lo interior del terreno; pero si esto fuera enteramente impracticable, se seguirá un método análogo al anterior, aunque inverso, para levantar el plano. Esto es, circunscribiendo al polígono *a b c d e f g h* (fig. 97) un rectángulo A B C D, cuyos lados A B, B C, C D, D A, se miden y se toman por bases como en los casos anteriores. Fácilmente se comprende en la figura la manera de hallar detalladamente los puntos *a*, *b*, *c*, *d*, *e*..... &c., bajando para el lado A B la perpendicular *q q'*, puesto que los puntos *o*, *p*, insisten sobre dicho lado; para el B C las *m m'*, *l l'*, teniendo sobre él los puntos *n*, *h*; para el C D la *e e'*, siendo *g*, *f*, *d*, puntos del mismo; y para el D A las *b b'*, *r r'*, cayendo sobre dicho lado los puntos *c*, *a*. Los datos quedarían recogidos si se midiesen y acotasen todas esas perpendiculares y las distancias comprendidas entre sus piés, ó entre los puntos que pertenecen á los lados que sirven de base; para lo que en vez de tomar las A *q'*, *q' p*, *p o* para el lado A B; B *n*, *n m'*, *m' l'*, *l' h* para el B C; C *g*, *g f*, *f e'*, *e' d* para el C D; D *c*, *c b'*, *b' a*, *a r'*, *r'* A para el D A, sería mas conveniente medir A *q'*, A *p*, A *o*, A B, B *n*, B *m'*, B *l'*, B *h*, B C, C *g*, C *f*, C *e'*, C *d*, C D, D *c*, D *b'*, D *a*, D *r'*, D A.

169. La figura 98 representa un polígono muy irregular *a b c d e f g h*..... &c., al que no se le puede fácilmente inscribir ni circunscribir un rectángulo, ni menos un cuadrado; porque si se

pretendiese hacer lo primero, solo se podría verificar en un pedazo del polígono, y si lo segundo, habría necesidad de perpendiculares muy largas. En este caso, comiénzase por circunscribir el polígono con el rectángulo A B C D, de modo que los lados A B, B C, C D, D A toquen puntos como los *a*, *f*, *o*, ó coincidan como sucede con el lado S R. Al rectángulo A B C D ya es fácil referirles otros pequeños B E L N, D G Q P, que restados del total, dejan ceñido el polígeno en cuestion por otro P Q G A N L E C, cuyos lados G A, A N, N L, L E, E C, C P, P Q, se toman como bases y con ellas se relacionan los puntos del terreno; pues se miden y se acotan G *a*, G *b'*, G *c'*, G *d'*, G *e'*, G A y *b b'*, *c c'*, *d d'*, *e e'*, para el lado G A; A *f*, A *q'*, A N y *q q'* para el lado A N; N *h'*, N *l*, N *k'*, N L y *h h'*, *k k'* para el lado N L; L *n* y L E, para el L E; E *o*, E *p'*, E C y *p p'* para el E C; C R, C S, C P para este lado; P *t*, P *x'*, P Q para el mismo lado P Q; y por último, Q *v'*, Q *z*, Q G y *v v'* para el lado Q G; con todo lo cual, se tienen los datos necesarios para levantar el plano.

170. Cuando el terreno que se ha de representar en él, es considerablemente extenso, fácil es comprender que no se le podrá rodear con un rectángulo, ni aun aplicársele lo que acabamos de manifestar; sino que es preciso suponer varios ó muchos cuadrados, rectángulos, ó polígonos irregulares formados con ángulos de 45°, 90° y 135°; cuyas figuras constituyen un conjunto perfectamente enlazado de todas ellas, refiriendo á sus lados, que se toman por bases ó ejes, todos los puntos importantes del terreno.

En la figura 99 se explica este procedimiento general; pues comenzando por medir y acotar A B, eje establecido para referirle todos los puntos que de uno y otro lado le caigan cerca, en B se formará y acotará el ángulo A B C=135°, pues en dicho punto y sobre la continuacion de A B se ha descrito el de 45°. Mídese B C, y sobre ella en el punto C, construimos el ángulo B C N de 45°, acotando la primera y el segundo. Esto mismo se hace con C N, formando en N el ángulo F N C de 135°, que tambien se acota; así como el lado F N, el ángulo N F G que es de 90°, el lado F G, el ángulo F G H recto, el lado G H, el ángulo G H L de 45°, el lado H L, el ángulo H L M=90°, el lado L M, el ángulo

L M A=135° y el lado M A que cierra el polígono A B C N F G H L M. Para comprobacion del mismo, ó bien porque dentro de él hubiese algunos objetos que relacionar, se une el punto B con G por medio de la B G que se mide y que se puede ligar con los lados A B, G F del polígono por las coordenadas B P, P Q con respecto al primero, y G S, S R respecto del segundo.

Al polígono A B C N F G H L M se une el C D E F N, cuyos ángulos N C D, C D E, E F N son rectos, el F N C=135° y lo mismo F E D. Por los lados H G, G F de la figura, se cerraría otro polígono y con él otros varios, por el L H lo mismo, por los L M, M A tambien lo mismo y así del resto, indicacion que dejamos claramente hecha en dicha figura, para que se comprenda la marcha sistemática que debe seguirse. Así rodeados todos los puntos notables del terreno por medio de estos polígonos irregulares y por rectángulos y cuadrados cuando convenga, se ván refiriendo á sus lados metódica y sostenidamente todos los puntos que á derecha é izquierda se ván encontrando, como sucede con los *a*, *b*, *c*, *e* de la izquierda de A B y los *d*, *f* de su derecha, los *g*, *l* de la izquierda de B C y el *h* de su derecha, y de esta suerte todos los restantes. Muchos puntos como los *a*, *g*, *l*, *q* &c. podrán referirse á mas de un eje; pues el primero *a* lo está al A M y al A B, el *g* al G B y al B C, el *l* al B C y C N, el *q* al C D y al D E, y análogamente todos los demás. Esto es conveniente, porque sirve para comprobacion de las operaciones.

171. Pero hasta aquí se ha supuesto que los objetos del terreno, bien sean árboles, casas, pozos, ballados &c. le cierran dentro de un polígono, cuyas distancias de un objeto á otro son los lados, ó ya se han formado polígonos arbitrarios entre dichos objetos para relacionarlos como se acaba de manifestar. En la práctica puede acontecer muy á menudo que los terrenos estén cerrados ú atravesados por curvas muy sinuosas, y entonces (figura 99) si F *o t k w* Z *m n o* es una línea de esta especie, uniríamos dos de sus puntos F, Z por una base F Z, á la que le bajaríamos las perpendiculares *v v'*, *t t'*, *k k'*, *w w'* y todas cuántas se necesiten para obtener los puntos de inflexion *v*, *t*, *k*, *w*.

Esto no tiene nada de nuevo; pues la curva se fija por las coordenadas de sus puntos, lo mismo que hasta aquí se ha hecho para situar los objetos del terreno. Solo es de notar que para esto último las perpendiculares son largas y separadas cuanto convenga, y para lo primero se han de repetir y apróximar minuciosamente, cuanto sea necesario para adquirir en detalle mayor número de datos.

172. Este prolijo aunque sencillo procedimiento, es sin embargo el mas á propósito y expedito para levantar el plano de un camino, rio ó laguna, en la forma siguiente. (a)

Sea A B (figura 100) un trozo de camino que se ha relacionado ya con el resto del plano del terreno, y supongámos que en B dá el expresado camino una vuelta, describiendo la curva B C. Uniendo los extremos B, C de la misma, quedará establecida la base B C á la que por medio de las coordenadas *a a'*, *b b'*, *c c'*, *d d'*, *e e'*, *f f'*, B *a'*, B *b'*, B *c'*, B *d'*, B *e'*, B *f'*, referimos todos los puntos notables *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, del rodeo que dá el camino. Esto es lo que ya se sabe para determinar toda curva; fáltanos pues, añadir que para fijar de posicion la base B C respecto de la direccion A B que se traía; lo cual es absolutamente indispensable, porque si no giraría la curva B C al rededor del punto B, abriendo ó cerrando la vuelta del camino; se prolonga C B hasta *m* donde se levanta una perpendicular *m n* que llegue á la A B, ó en *n* se levanta dicha perpendicular de modo que toque á la prolongacion de C B en *m*, y medida la expresada perpendicular y B *n*, ó B *m*, segun lo sea aquella á A B ó á *m* C, ya se tendrá lo necesario para poner el plano en limpio, habiéndose podido verificar lo mismo respecto de una línea cualquiera D C, para referir el otro extremo de la curva C á las demás operaciones topográficas. Concíbese fácilmente que si hubiese varios recodos ó

(a) Claro está que cuando se dice levantar el plano de un camino, rio etc., no se trata ahora de seguir todo el trayecto del primero ni la corriente del segundo. Solo nos concretamos á seguir la direccion del pequeño trozo de camino ó rio, que atraviesa el terreno que ha de representarse en nuestro plano, ó tomar las orillas de uno ú otro para limitar el mismo plano. En tal concepto, los desvíos de un extremo á otro de un camino ó rio son pequeños, y pueden evitarse relacionando dichos extremos ú otros puntos intermedios.

vueltas en el camino, no haríamos mas que repetir lo que acabamos de manifestar.

173. Si se tratara de tomar los datos para figurar en el plano un rio, cuyo trozo fuese corto, procederíamos como se advierte en la figura 101. A lo largo de este trozo estableceríamos una línea A B, como base general de la operacion y con relacion á ella, nos valdríamos de otras parciales C D, D E, E F, que se acomodan á las vueltas del rio, formando una línea quebrada G D E F, y que se sitúan respecto de A B por medio de las coordenadas C *c*, *c m*, *m d*, D *d*, *d n*, *n e*, E *e* &c., ó por las acotaciones C *c*, *c m*, *m n*, *n e*, E *e*, que bastan para figurar el contorno C *m n* E, ceñido mas aun á las orillas del rio. Hecho esto, ya es fácil bajar perpendiculares desde los puntos notables de la referida orilla á cada una de las bases parciales que le caen mas próximas, segun se nota en la figura y conforme á lo tantas veces repetido; no necesitándose mas que acotar dichas perpendiculares con las distancias comprendidas entre sus piés y un orígen, ó séanse las abscisas correspondientes, para conseguir cuantos datos son suficientes en la orilla inferior, donde acaba de operarse. La opuesta se hallaría de igual suerte, refiriendo sus bases parciales G H, H L, L M á una paralela á A B, ó si esto no es posible, á una línea A Z que forme un ángulo cualquiera con A B, ó de otro distinto modo. Sea este el que se quiera, siempre se necesitará relacionar una orilla con otra, ó fijar algunos puntos de la opuesta respecto de los de la primera, á fin de que tomados los oportunos datos las podamos colocar en el dibujo invariablemente y de manera que limiten el curso del rio, figurándolo con entera semejanza. Es indispensable, pues, referir dos puntos de la otra orilla, cuando menos, á otros cuatro de la primera; y en tal concepto el *h* lo estará á los *f*, *g* y el *j* á los *l*, *k*, formándose los ángulos *f g h*, *j l k* de 45° y hallándose las distancias *f h*, *k j* inaccesibles en los puntos *h*, *j*, segun lo dicho en el párrafo 162—3.º, ó de otro modo que mejor convenga.

174. Para un trozo de rio mayor que el que nos ha servido de egemplo en la figura acabada de explicar, ya no nos servirían bases como la A B á quien referir las otras parciales. Sería ne-

cesario (fig. 102) ceñir desde luego á una orilla la A B y relacionar con esta la B C por medio del ángulo C B A=135° y con B C la D C por medio de otro ángulo de 135°, prosiguiendo con ángulos de 45°, 90° y 135° que son los conocidos que nos permite la escuadra. A B puede formar con B C un ángulo cualquiera; pues tomando B *n* y levantando en *m* una perpendicular *m n*, que se mide, el punto *m* unido con B nos darían la direccion de *m* B C respecto de la B A. Otro punto *z* de esta misma direccion se consigue prolongando la A B y levantando en *x* la perpendicular *x z*; pues *x* B, *x z* coordenadas de *z* nos fijan la posicion de semejante punto, habiendo determinado de igual suerte los *v*, *y*, de la *v* C *y* D con relacion á la base C B. A las A B, B C, C D se refieren, como es sabido, los puntos notables de esta orilla, haciendo lo mismo con la opuesta y relacionándolas entre sí como se ha visto en el párrafo anterior.

175. Por último: manifestaremos con la figura 103 como se levanta el plano de una laguna, pántano ó pequeño lago. Si la laguna es pequeña, se la circunscribe con una figura regular de pocos lados, y á estos se refieren los de otro polígono que mejor se ciña á las orillas, bajando las perpendiculares que se miden, así como las abscisas correspondientes y los lados de los polígonos auxiliares. Si el pántano ó pequeño lago fuese de alguna consideracion, se le rodeará con un polígono *e f g h l n*..... &c. cuyos lados formen ángulos de 45°, 90° y 135°, ú ángulos cualquiera, fijando el cambio de direccion de unos lados respecto de otros por medio de coordenadas, sistema que en último resultado se emplea para obtener los puntos de las orillas.

176. Reasumiendo: además de poder tomar los datos para un camino, un rio y una laguna, el Agrimensor, que es quien mas á menudo emplea la escuadra, tiene los siguientes recursos para levantar planos con ella.

1.°—Inscribir, circunscribir, ó en parte inscribir y en parte circunscribir un polígono respecto del dado, por medio de coordenadas referidas á una base general, bajando perpendiculares desde los puntos notables del terreno á los lados del polígono auxiliar.

2.º—Inscribir, circunscribir, ó en parte inscribir y en parte circunscribir un cuadrado ó rectángulo respecto del polígono dado, bajando las perpendiculares á los lados de dicho cuadrado ó rectángulo.

3.º—Circunscribir en todo ú en parte una porcion de terreno con un rectángulo, restándole ú añadiéndole triángulos ú otros pequeños rectángulos, con el objeto de rodear mas estrechamente el polígono con otro auxiliar, á cuyos lados se bajan las perpendiculares.

4.º—Formar una red ó conjunto enlazado de rectángulos y de polígonos cuyos ángulos sean de 45º, 90º y 135º, lo que nos permite extendernos á una porcion no pequeña de terreno, fijando todos sus puntos con relacion á los lados de los polígonos por medio de las respectivas coordenadas.

5.º—Formar toda clase de polígonos, cualesquiera que sean sus ángulos; pues siempre podemos determinar el desvío que sufre una línea respecto de otra á quien encuentra formando ángulo, por medio de coordenadas que siempre son las que expresan la fisonomía del terreno, bajando perpendiculares á los lados de los polígonos construidos de esta suerte.

6.º—Además puede añadirse, que los Agrimensores prácticos usan ciertas escuadras de madera con cortes de sierra dados de modo, que correspondan á los ángulos agudos que forma la hipotenusa con el cateto mayor en una série de triángulos rectángulos calculados segun el teorema de Pitágoras, de que el cuadrado de la hipotenusa es igual á la suma de cuadrados de los catetos, y que dichas escuadras les servirían, segun ellos, para cualquiera de los casos anteriores, si con tales instrumentos levantáran planos; pues en realidad solo los emplean en medir los terrenos, como diremos mas adelante.

177. Ni sería conveniente otra cosa; porque no siendo exactos los planos levantados con la escuadra usual, aun mas imperfectos serían los resultados obtenidos con las escuadras acabadas de indicar. Por esto mismo aconsejamos el mayor cuidado en la formacion del croquis, escritura de acotaciones y ordenacion de los trabajos, no contentándose con levantar simplemente el plano;

sino que además de las operaciones empleadas para ello, debe rectificarse ó comprobarse por otra série de trabajos; esto es, que si se eligió una base para bajar las perpendiculares, se adopte de nuevo otra para ver si dá igual resultado, ó que si se empleó uno cualquiera de los procedimientos enseñados se compare despues con otro distinto. No es necesario que un plano levantado con la escuadra se compruebe con la misma; pues se pueden usar para ello los jalones y piquetes, procurando en general que el sistema y los instrumentos usados para las primeras operaciones, sea de naturaleza análoga al sistema é instrumentos que sirvan para las segundas; porque seria erróneo comprobar con piquetes y jalones ó con la escuadra un plano levantado con un instrumento de precision, así como no lo es usar la cinta ó cadena, segun se dijo en la leccion octava, para comprobar los planos levantados con la escuadra.

LECCION DUODECIMA.

DE ALGUNOS EJERCICIOS QUE SE PRACTICAN CON LA PANTÓMETRA Y EL GAFÓMETRO.

178. Con los expresados instrumentos se resuelven mas exactamente los problemas hasta aquí explicados, pudiendo extendernos á otras muchas cuestiones útiles en la práctica.

179. En los párrafos 55 y 61 se dijo como se tomaban ángulos con ellos, y mas adelante, cuando nos ocupemos en el levantamiento de planos, manifestaremos como esos ángulos se *repiten* ó comprueban; pues jamás nos debemos contentar con medirlos una vez, ó simplemente de primera.

180. Las perpendiculares se alzan ó bajan desde un punto dado sobre ó fuera de una línea, formando ángulos de 90º, caso que se ocurrirá poco con estos instrumentos, á los que no debemos tratar como á la escuadra, cuyo uso mas principal es levantar perpendiculares.

181. Tirar paralelas. 1.º—En la figura 104, A B es la línea dada y P el punto por donde ha de pasar la paralela. Con uno cualquiera de los dos instrumentos indicados, se toma desde A el ángulo P A B, dirigiendo una visual á P y otra á B, y trasladándonos á P, sobre P A se forma el ángulo Q P A=P A B y P Q indefinida es la paralela pedida; pues los ángulos Q P A, P A B son alternos internos respecto de la secante A P.

Con el Gafómetro es muy fácil esta sencilla operacion; pues con el anteojo fijo se dirige la visual A B y con el móvil la A P, y apretando el tornillo de presion de este último, se lleva el instrumento á P y se hace girar hasta que el anteojo fijo enfile con P A, en cuyo caso el otro señala la visual P Q de la paralela que se pretende.

2.º—La figura 105 representa otra manera no menos fácil de conseguirla; pues si A B es la línea y P el punto, haremos una alineacion cualquiera R P *m* que pase por el punto P y encuentre en cualquiera á la línea A B. Colocando la Pantómetra en *m*, mediremos el ángulo A *m* P, que se lleva sobre P R desde el punto P hácia el mismo lado, ó se toma en *m* el ángulo B *m* R y sobre P *m* se forma en P. Si no se hubiera podido apreciar este último ángulo y fuera difícil prolongar la *m* P mas abajo del punto P, se hubiera tomado el ángulo A *m* P, que restado de 180º nos dá el B *m* P que ya podemos construir sobre P *m* en el punto P, consiguiendo de cualquiera de estos modos la P Q paralela á A B.

3.º—La línea A B (fig. 106) puede ser enteramente inaccesible y sin embargo se aborda la cuestion sencillamente. En el punto dado P, se forma el ángulo A P C de suerte que las visuales P A, P C pasen por puntos señalados de A B, como se suponen serlo A, C. Búscase despues otro punto D tal, que desde él con el ángulo A D C=A P C pasen las visuales por los puntos A, C, y concebida la P D que une el punto dado con el D, mídese el ángulo A D P que esta forma con D A, describiéndose desde el punto P sobre P C el ángulo C P Q=A D P que resuelve el caso; pues por la construccion los puntos A, C, P, D pertenecen á la misma circunferencia, en la que A C P=A D P por tener la mitad del arco A P por comun medida; luego por haberse descrito el ángulo C P Q=A D P, A C P=C P Q, que siendo alternos internos respecto de la secante P C, nos demuestran que A C ú A B y P Q, son paralelas.

182. Prolongar líneas á través de uno ó mas obstáculos. Si A B (fig. 107) fuese la línea, ningun procedimiento es mas á propósito para la Pantómetra ó Gafómetro, que el siguiente. Sobre un punto cualquiera C, se forma un ángulo D C B arbitrario pero agudo y se busca sobre el lado C D un punto D, desde el cual se vea salvado ya el estorbo. En este punto se construye un ángulo C D F=A C D—D C B y tomando C D=D F en el punto F,

y sobre F D se forma el ángulo D F G=A C D que prolonga la línea A B mas allá del inconveniente segun F G, que puede continuarse indefinidamente. La razon de esto es, que si A C D= D F G, D C B=D F B y por tener D C=D F, el triángulo C D F será isósceles y F G continuacion del lado C F.

Lo explicado con las figuras 50, 53 y otras, para los piquetes y escuadra, tiene mejor aplicacion aun si se emplea un instrumento de precision, pudiéndose trazar con facilidad líneas por medio de bosques, ó sitios donde se multipliquen los obstáculos.

183. Trazar una línea cuyos puntos extremos no se vean uno de otro. Se puede resolver este problema análogamente á lo dicho sobre esto en el n.º 158; pero mas brevemente y con mayor precision.

1.º—Sean A y P (fig. 108) los puntos que no se ven entre sí. Desde A alineamos las A B, A C y por el punto P, otra C P B que corte á las anteriores de cualquier manera. En esta última línea tomamos dos puntos *m*, *n*, por la proporcion P B: P C :: P *m*: P *n* y sobre ellos formamos los ángulos P *m* *z*=P B A, P *n* *z*=P C A. El punto *z* interseccion de *n z*, *m z* es uno de los buscados; así como el *x*, que se obtiene determinando sobre B C los puntos *r*, *q* por la proporcion P B: P *q* :: P C: P *r* y formando sobre ellos los ángulos P *q x*=P B A, P *r x*=P C A. Así se hubieran conseguido cuantos puntos intermedios se hubieran necesitado entre P y A; pues P A es la bisectriz de todos los ángulos *m z n*, *q x r*, B A C, que son iguales por tener sus lados A B, *x q*, *z m* y A C, *x r*, *z n* respectivamente paralelos entre si, verificándose la division en la razon de P B: P C.

2.º—Se puede simplificar este problema; porque si se halla un punto tal como *z*, no hay precision de buscar otros intermedios entre *z* y A, sino que se toma el ángulo *z* P C y con el A C P ó el *z n* P que necesitamos medir para determinar el punto *z*, deducimos el ángulo C A P=180º—(A P C+P C A). Formado este ángulo en el punto A sobre la A C, se alinearán jalones en la direccion de la visual A *x*, rozando los matorrales del terreno en su continuacion hasta llegar á los puntos *z* ó P.

3.º—Sirve tambien esta explicacion para el caso en que se tiene A x que ha de pasar por P; pero que no se puede proseguir por impedirlo uno ó varios obstáculos insuperables en el punto x, y sin embargo se necesita operar sobre la parte P x de la línea A P.

184. Medir líneas en pendiente, ó su reduccion al horizonte. Al hablar de la medicion de líneas en terrenos muy accidentados, indicamos en el número 111 que en esta leccion nos ocuparíamos en el uso de la fórmula x=P *cos. a*. En efecto: si A B (fig. 109) es la pendiente P que se quiere reducir al horizonte, ó á su proyeccion A C, en el punto mas bajo A, se pondrá un Gafómetro de modo que su disco quede vertical, y que la plomada del trípode coincida con el dicho punto. Consultando el nivel de aire se dirige con el anteojo fijo la visual horizontal *a c* y con el móvil la *a b* á un jalon *b* B=*a* A, altura del instrumento. El ángulo *b a c*=B A C y *a b*=A B, *a c*=A C; luego midiendo la pendiente A B, se aplicará la fórmula: pues *a c*=*a b*×*cos. b a c*, ó *log. a c*=*log. a b*+*log. cos. b a c*. (a)

Ejemplo.—Si B A C=*b a c*=*a*=18° 22′ y A B=P=315^{m}.

se tendrá A C ó x=315^{m}×*cos.* 18° 22′

y aplicando los logaritmos

$$\begin{array}{r} log.\ 315^{m}=2.49831055 \\ log.\ cos.\ 18^{\circ}22'=9.97729340 \\ \hline 2.47560395 \end{array}$$

$$x=298^{m},953.$$

Empleando las tablas de las expresiones naturales de las líneas trigonométricas (b)

cos. 18° 22′=0,94906 y la fórmula x=P *cos. a* se aplica; pues

$$x=315^{m}\times 0,94906=298^{m},953$$

resultado que si fuera siempre tan satisfactorio, haría preferibles

---

(a) En el resultado hay que tener en cuenta la refraccion de la luz de que trataremos en la segunda parte, á la que pudiera tambien pertenecer esta clase de problemas.

(b) Se supone que el lector conoce la formacion y uso de estas tablas, así como las de logaritmos; pues sin este requisito no podemos dar un paso en el ejercicio de los instrumentos de precision.

estas tablas sobre las de logaritmos; pues su uso es mucho mas sencillo y cómodo.

185. Medir líneas inaccesibles en un extremo. 1.º—Séalo A B (fig. 110) por el extremo A. En B se mide el ángulo A B C que A B forma con una base B C elegida á nuestra satisfaccion. Mídese tambien esta base y el ángulo A C B descrito desde un extremo C con las visuales C A, C B, y con esto ya tenemos los datos necesarios; pues la cuestion queda reducida á resolver el triángulo A B C en el que se tiene el lado B C y los ángulos adyacentes A B C, A C B. En efecto: $B\,A\,C=180^{\circ}-(A\,C\,B+A\,B\,C)$

y $sen.\ B\,A\,C : C\,B :: sen.\ A\,C\,B : A\,B$; luego $A\,B=\dfrac{C\,B\times sen.\ A\,C\,B}{sen.\ B\,A\,C}$

y aplicando logaritmos

$log.\ A\,B=log.\ C\,B+log.\ sen.\ A\,C\,B-log.\ sen.\ B\,A\,C$

ó $log.\ A\,B=log.\ C\,B+log.\ sen.\ A\,C\,B+comp.\ logtco.\ sen.\ B\,A\,C.$

Ejemplo.—Sea $C\,B=572^{m.}$, $A\,B\,C=23^{\circ}55'$, $A\,C\,B=115^{\circ}41'$

$$B\,A\,C=180^{\circ}-(115^{\circ}41'+23^{\circ}54')=40^{\circ}25'$$

$$\begin{array}{r}
log.\ 572^{m}=2.75739603\\
log.\ sen.\ 115^{\circ}41'=9.95482270\\
\hline
12.71221873\\
log.\ sen.\ 40^{\circ}25'=9.81180380\\
\hline
log.\ A\,B=2.90041493\\
A\,B=795^{m},875.
\end{array}$$

Si queremos emplear la tabla de las expresiones naturales de las líneas trigonométricas, se planteará la cuestion diciendo como acaba de verse que

$$B\,C : A\,B :: sen.\ B\,A\,C : sen.\ A\,C\,B$$

de donde $A\,B=\dfrac{B\,C\times sen.\ A\,C\,B}{sen.\ B\,A\,C}$

pero $sen.\ A\,C\,B=sen.\ 115^{\circ}41'=sen.\ 64^{\circ}19'=0,90120$

$sen.\ B\,A\,C=sen.\ 40^{\circ}25'=0,64746$

$B\,C=572^{m.}$

luego sustituyendo estos valores en el de A B,

$$A\ B=\frac{572^{m}\times 0{,}90120}{0{,}64746}=796^{m},167.$$

Este valor difiere del obtenido con los logaritmos en $0^{m},292$, error que no es grave; porque si directamente se miden con la cadena $795^{m},87$ ó $796^{m},16$, es muy problable que nos resulte mas de eslabon y medio de diferencia si se vuelven á medir de nuevo, aunque el terreno sea llano y se tomen todas las precauciones posibles. Este egemplo, así como el del número anterior, bastan para que el principiante se decida por unas ú otras tablas; pues si bien las de los logaritmos ofrecen mayor precision, tambien su uso ocasiona doble trabajo de bufete y está expuesto por el mayor número de operaciones que necesita, á mas errores de pluma ó cálculo.

Las tablas de las expresiones naturales de las líneas trigonométricas, tienen tambien la ventaja de que por su medio se puede resolver gráficamente el problema propuesto sin necesidad de trazar los ángulos *a b c*, *a c b* con un instrumento de gabinete; pues con los senos y tangentes naturales se construyen dichos ángulos (a) en los puntos *c* y *b* de *c b* tomada con la escala, y por la interseccion de *c a* y *b a*, se encuentra *a b* cuya longitud se conoce por la misma escala.

186. 2.º—Al resolver el triángulo A B C (fig. 111) se ofrecen algunas veces dificultades que vencer; pues si se busca A C y se ha medido la base C B y el ángulo A C B, falta conocer el A B C ó el B A C, lo que no es posible á causa del obstáculo *m* que impide dirigir la visual desde A á B ó desde B á A. Si no hay inconveniente en andar al rededor del punto A, mas arriba ó mas abajo de este y en la direccion de C A se toma un punto D ó E, desde donde pueda ya apreciarse el ángulo B D C ó el B E C, que con C B y el ángulo A C B resuelven el triángulo B D C ó el B E C y por consiguiente el lado D C ó el E C, de los que añadiendo A D ó quitando A E, queda C A. Si A B fuera la línea, cuya longitud

(a) En la leccion correspondiente de la tercera parte de la Planimetría hablaremos de esto.

se quiere conocer, lo cual no es posible conseguirlo directamente por el obstáculo *m* que impide á la vez medirla y dirigir la visual A B, haríamos lo que se ha dicho para resolver uno de los dos triángulos D C B ó E C B, y hallada A C por este medio, con ella, B C y el ángulo A C B comprendido se resolvería el triángulo A C B y por tanto A B, caso de resolucion que recordamos á continuacion.

187. MEDIR LÍNEAS INACCESIBLES EN SUS DOS EXTREMOS. 1.°—Si A B (fig. 112) es inaccesible de todo punto, se elige una base C D que se mide perfectamente, apreciando en su extremo C los ángulos A C D, A C B y en el D los A D C, B D C que se apuntan en el croquis de la operacion. Con D C y los ángulos A C D, A D C se resuelve el triángulo A C D; porque el ángulo C A D=180°—(A C D+A D C) y

$$sen.\ C\ A\ D : C\ D :: sen.\ A\ D\ C : A\ C,\ \text{ó}$$

$$log.\ A\ C = log.\ C\ D + log.\ sen.\ A\ D\ C - log.\ sen.\ C\ A\ D.$$

Sabida así la longitud de A C, en el triángulo B C D hallaremos la de C B; puesto que se tiene C D y los ángulos adyacentes B C D, B D C y C B D=180°—(B C D+B D C), diciéndose como antes que

$$sen.\ C\ B\ D : C\ D :: sen.\ C\ D\ B : C\ B,\ \text{ó}$$

$$log.\ C\ B = log.\ C\ D + log.\ sen.\ C\ D\ B - log.\ sen.\ C\ B\ D.$$

Ahora nos queda el triángulo A C B, en el que por deduccion trigonométrica conocemos los lados A C, C B y antes apreciamos el ángulo comprendido A C B. Para resolverlo se recordará que

$$B\ C + A\ C : B\ C - A\ C :: tang.\frac{C\ A\ B + A\ B\ C}{2} : tang.\frac{C\ A\ B - A\ B\ C}{2}$$

empleando logaritmos

$$log.\ tang.\frac{C\ A\ B - A\ B\ C}{2} = log.(B\ C - A\ C) + log.\ tang.\frac{C\ A\ B + A\ B\ B}{2}$$

$$-log.\ (B\ C + A\ C)$$

lo que nos dá la tangente de la semi-diferencia de los ángulos desconocidos, que sumada con la semi-suma de los mismos ángulos, ó restada de la semi-suma, resuelve cualquiera de los ángulos que se buscan y por tanto la cuestion; pues si se halló de esta suerte el ángulo mayor C A B, diremos que

$$\textit{sen}.\ C\ A\ B : C\ B :: \textit{sen}.\ A\ C\ B : A\ B, \text{ ó}$$

$$\textit{log}.\ A\ B = \textit{log}.\ C\ B + \textit{log}.\ \textit{sen}.\ A\ C\ B - \textit{log}.\ \textit{sen}.\ C\ A\ B$$

y si se halló el ángulo menor A B C

$$\textit{sen}\ A\ B\ C : A\ C :: \textit{sen}.\ A\ C\ B : A\ B, \text{ ó}$$

$$\textit{log}.\ A\ B = \textit{log}.\ A\ C + \textit{log}.\ A\ C\ B - \textit{log}.\ \textit{sen}.\ A\ B\ C.$$

Concíbese fácilmente cuán entretenido es este problema si se han de emplear los logaritmos para la resolucion de los tres triángulos que se necesitan; por lo que si las tablas de las líneas trigonométricas naturales economizan trabajo en los casos de los números anteriores, mas cómodas parecerán en este que es mucho mas complicado. Para el uso de estas últimas tablas, cuando se tiene A C, C B y el ángulo A C B comprendido, sirve la fórmula $d=\sqrt{a^2+b^2-2\,a\,b\cdot cos.\ D}$, que aplicada al triángulo A C B, será $A\ B=\sqrt{A\ C^2+C\ B^2-2\ A\ C\times C\ B\times cos.\ A\ C\ B}$, advirtiendo que el producto $2\ a\ b\ cos.\ D$ de la fórmula, se sumará ó restará segun el ángulo D, sea obtuso ó agudo.

188. 2.º—Al tiempo de establecer la base C D (fig. 113) desde cuyos extremos se ven los de la línea inaccesible A B, puede suceder que se tropieze con un obstáculo y entónces se toma otra segunda base D E y los ángulos C D E, C E D para resolver el triángulo C E D y encontrar la longitud de la base C D, con la cual y con los ángulos tomados desde sus extremos C, D, ya se puede proseguir la resolucion de este problema como se ha visto en el número anterior. Los autores presentan casos mas ó menos oportunos sobre estos problemas, para prevenir á los principiantes, á fin de que no se hallen desprovistos de recursos en la práctica, aconsejando nosotros que las cuestiones se aborden siempre lo mas sencillamente posible, evitándose los cálculos exagerados en cosas que no los merecen.

189. Medir el diámetro de una torre en la que no puede entrarse. Ó se llega á su pié fácilmente, ó la torre queda mas allá de un obstáculo insuperable. Si en el primer caso es de base rectangular ó polígona, no hay dificultad ninguna que orillar; mas

si es de base circular A (fig. 114) se coloca en un punto p el Gafómetro y se dirigen las visuales $p\ q$, $p\ r$ tangentes á la planta de la torre, se divide el ángulo $q\ p\ r$ formado con ambas visuales en dos partes iguales, con lo que la bisectriz p A pasará por el centro A de la torre, y suponiendo en el punto de tangencia q levantada la perpendicular q A, este será el rádio que se desea; el que se obtiene resolviendo el triángulo rectángulo $p\ q$ A en el que se conoce el ángulo agudo $q\ p$ A y el cateto $p\ q$; luego

$$q\,A = tang.\,A\,p\,q \times p\,q, \text{ ó } log.\,q\,A = log.\,tang.\,A\,p\,q + log.\,p\,q.$$

190. Sin acercarnos al pié de la torre por ser inaccesible para nosotros, se mide tambien su diámetro; pues se escoge una base $p\ q$ (fig. 115) y desde los puntos p, q se dirigen las visuales tangentes $p\ m$, $p\ n$, $q\ x$, $q\ z$ y se miden los ángulos $m\ p\ n$, $x\ q\ z$, que se dividen en dos partes iguales por las bisectrices p A, q A las cuales se encuentran en el centro de la torre. Fácil es resolver el triángulo A $q\ p$ en el que se ha medido la base $p\ q$ y tambien los ángulos A $q\ p$, A $p\ q$ con lo que se conoce la hipotenusa P A, que junto con el ángulo $m\ p$ A bastan para la resolucion del triángulo rectángulo A $m\ p$; pues A $m = p$ A $\times sen.\ m\ p$ A, ó

$$log.\,A\,m = log.\,p\,A + log.\,sen.\,m\,p\,A.$$

191. CONOCIDA LA POSICION DE TRES PUNTOS A, B, C, FIJAR OTRO PUNTO P, CON RELACION Á ELLOS. Supongámos (figura 116) que en la playa se tengan las distancias de a hasta b y de este punto hasta c, y que desde un barco p se han medido con el Gafómetro los ángulos $a\ p\ b$, $b\ p\ c$. Con una escala cualquiera trazaremos sobre el papel dos líneas $a\ b$, $b\ c$, tales que los puntos a, b, c queden entre sí como se sabía que estaban segun los datos, y trazando una circunferencia capáz del segmento $a\ b$ y otra capáz del segmento $b\ c$, la interseccion de ambas se verificará en el punto p; luego tomando con la escala $a\ p$, $b\ p$, $c\ p$, se sabrá la distancia de cualquiera de esos puntos al barco. Este problema se aplica mucho en la práctica para el caso en que se pierde una señal p y se quiere restablecer, con relacion á los puntos a, b, c; siempre que se conserve el valor de los ángulos $a\ p\ b$, $b\ p\ c$.

Hasta aquí hemos visto que el carácter distintivo de los problemas resueltos con el Gafómetro ó la Pantómetra, consiste en la resolucion oportuna de los triángulos. En este último problema se pasa ya al trazado en el papel, y si admitimos este recurso, fácil es conocer cuántas cuestiones interesantes se podian estudiar gráficamente con los datos tomados en el terreno. Basta lo expuesto para que se comprenda el uso de los instrumentos indicados, antes de emplearlos en el levantamiento de planos; no habiendo querido hablar del Teodolito, porque si bien puede emplearse en problemas importantes, ó cuando mejor nos plazca, resérvase sin embargo para operaciones topográficas de mayor interés, como en adelante veremos.

LECCION DECIMA-TERCERA.

LEVANTAMIENTO DE UN PLANO CON LA PANTOMETRA.

192. Como la Pantómetra es el instrumento que por su construccion y uso sigue inmediatamente á la escuadra de Agrimensor y como que estos profesores suelen emplear tambien mucho la Pantómetra, vamos á detenernos algun tanto en el levantamiento de un plano con la misma, contrayéndonos á un terreno dado cuyos objetos nos recuerden menos en abstracto que hasta aquí, los campos, rios, arroyos, caminos, vallados y demás cosas notables que dán fisonomía á una pequeña comarca. Indicaremos todos los pormenores por su órden sucesivo.

193. Eleccion de útiles é instrumentos. Provisto el Agrimensor de banderolas y piquetes (27) debe escoger una cadena de 20^m con las condiciones que se advierten en el párrafo 29, rectificándola de antemano ó comparándola con una línea de 20^m, trazada sobre un buen pavimento ó sobre un muro. Si resultase notable diferéncia y fuera fácil conseguir otra, claro está que sería preferible; mas si el error es pequeño basta que se tenga en cuenta en todas las medidas. Siempre sería aventúrado usarla sin conocerla, pues de este descuido se originan muchos errores que aparecen al tiempo de poner los planos en limpio.

Si recomendable es la rectificacion de la cadena, mucho mas lo es la de la Pantómetra segun se dijo en los núm.s 56, 57 y 58, eligiendo de estos instrumentos, los de anteojo con dos niveles y movimiento giratorio al rededor de su eje. Como el cilindro superior de la Pantómetra tiene sus miras á ángulos rectos, esta

15

parte del instrumento puede hacer las veces de una escuadra para los casos en que necesariamente ha de utilizarse; pero si no se quiere hacer abuso de la Pantómetra, se lleva una escuadra (48) á prevencion, comprobada como se dijo en el n.º 51, teniéndose cuidado de que los trípodes (43) sean de buenas condiciones. Tambien debe llevarse á prevencion una cinta para los terrenos demasiado ondulados, para medir los edificios, ó por otros conceptos en que conviene su uso, no debiéndose olvidar las carteras de campo donde se hacen toda clase de apuntes, las cuales deben ser mas bien grandes que pequeñas, para la mayor claridad de las notas y borradores.

194. Reconocimiento del terreno. Ya en el sitio donde se ha de trabajar, se procede ante todo á reconocer la extension y á examinar la naturaleza y circunstancias particulares del terreno, estudiándolo con algun detenimiento. En efecto: bajando por el camino vecinal C practicado entre las pequeñas colinas ó lomas L (fig. 117), se advertirá que aquel se desarrolla en la llanura del campo ciñéndose al pié de la mas alta colina, dándose vista en cuanto se dobla esta, al rio R, que deja entre su orilla, el camino y la falda de las otras colinas mas pequeñas, un espacio irregular y casi completamente cerrado. A un extremo de este espacio y continuando el camino C, hállase el puente P que salva la corriente del rio, dejando á la derecha la orilla mas escarpada de este. Pasado el puente se encuentra á derecha é izquierda un terreno ligeramente ondulado y continúa el camino con una gran vuelta hácia la derecha, sitio en que se ven varias casas 1, 2, 3, 4 y 5, comprendidas en el terreno que cierra el rio y la vuelta del camino. A la izquierda de este é inmediatamente que se sale del puente, ciérrase otro gran trozo de terreno entre el mismo camino C, la orilla del rio R, el regajo ó brazo de desagüe D y la vereda V. Continuando el camino adelante, ya pasada dicha vereda, puede considerarse cerrado por dicho camino, la laguna ó terreno pantanoso T, el regajo de desagüe D y la precitada vereda V, otro pedazo de terreno aun mayor que el anterior y dentro del cual hay tierras de labor, casas y otro ramal pequeño de vereda que empalma con la anterior.

La misma vereda ó camino secundário pasa por encima del arroyuelo ó regajo de desagüe D, salvando una pequeña alcantarilla A, y sigue extendiéndose por el campo y encerrando entre ella el arroyuelo D, la orilla del rio R y la linde de las viñas N N, un gran trozo de tierras de labor y eriales, quedando por último otro espacio sumamente irregular entre los olivares O O, la vereda, el regajo y las aguas pantanosas T, las que constituyen otra parte componente del sitio dado.

De esta ú de otra suerte se vá mentalmente separando en trozos el terreno, y cuando se ha concluido de recorrerle y examinarle, estudiando cada una de sus dificultades y la manera de orillarlas, se prepara el croquis, lo que se verificará del modo siguiente.

195. Formacion del Croquis. Dominando el terreno desde las colinas L, ó siguiendo el mismo camino que se ha llevado al reconocerlo, se copian á simple vista todos sus incidentes mas importantes, cuales son, las vueltas C, C, C del camino que pasa por entre las colinas; el puente P echado sobre el rio R; las márgenes de este; el regajo que desde el mismo sale para perderse en el terreno bajo y pantanoso T; la vereda ó camino secundario, que partiendo del principal ó vecinal C, pasa por la alcantarilla A, cruzando sobre el regajo D, y sigue los linderos de los olivares O O; el terreno pantanoso ó laguna T; las viñas, tierras de labor, casas, y en fin, cuanto caracteriza el sitio del terreno.

196. Todo esto no se hace de una sola vez, ni detalladamente, sino que basta indicar las líneas principales de caminos, veredas, rios, arroyos y vallados de viñas y olivares; pudiendo empezar en seguida los trabajos; pues en el curso de ellos ya se pueden situar las casas, detallar las tierras de labor y apuntar otros pormenores por este estilo. Durante los mismos trabajos se trazan las líneas topográficas que los representan y sus acotaciones; porque si bien pudiera estudiarse primero en el croquis lo que se ha de hacer antes de verificarlo, acaso sería luego imposible por las dificultades del terreno y habría necesidad de borrar unas líneas para sustituirlas con otras, lo que se debe evitar, para que el croquis salga con la mayor limpieza.

197. Este se hace á ojo y sobre una cartera, aconsejando que sea lo mayor posible para no aglomerar muchos guarismos y líneas, de modo que resulte un borron confuso é ininteligible. No es posible trazar á pulso ángulos iguales, ni figuras semejantes á las del terreno con toda regularidad; ni tampoco es necesario en rigor; pero sí conviene mucho apuntar con intencion, claridad y la mayor exactitud posible los incidentes del terreno y las operaciones topográficas, á fin de que en vez de ofrecernos dudas, nos sirvan luego las líneas del croquis de alguna recordacion. Caso habrá que no importe mucho figurar un ángulo agudo, siendo en realidad obtuso, con tal que se acote su valor; pero en otros sería orígen de confusion, vaguedad ó inseguridad en nuestra conciencia, y el Agrimensor, así como todos los que dirigen operaciones topográficas, deben estar satisfechos y convencidos de lo que hacen.

198. Han de figurarse, pues, como agudos los ángulos que así lo parezcan, si bien no se sepa cuantos lo sean hasta que se midan, y de la misma manera los rectos y obtusos, no debiendo confundir jamás los salientes con los entrantes. Algunos trazan todas las líneas del croquis, y en especial las perpendiculares que se ocurren, con plantillas de las que sirven para el dibujo, y sin duda que así saldría el croquis mas limpio y en cierto modo mas fiel; pero como en esto se invierte demasiado tiempo y las operaciones de campo requieren tanta celeridad como tino, y como además no sea necesaria en rigor tal precision, bastando con las líneas tiradas á pulso con seguridad é inteligencia, por esta razon rara vez ó nunca se verá á un práctico usar de las reglas en el campo; aunque son preferibles cuando el pulso es malo, ó se tiene bastante destreza para echar el mismo tiempo en tirar líneas con ellas, que otros en trazarlas á pulso.

199. De cualquier modo que se haga el croquis, siempre se cuidará que no se omitan en él ninguna de las indicaciones necesarias; así como debe procurarse no poner demasiados datos y acotaciones, que es lo que sucede por lo regular á los principiantes; porque lo primero nos obligaría á volver al terreno ó malgastar el tiempo en cálculos de bufete innecesarios, y lo segundo nos confundiría sin ningun provecho.

200. Los guarismos deben ser claros y bien colocados en sus líneas de acotacion, borrándose con limpieza los que no sirvan. Basta hacer una sola vez la indicacion de que es en métros ó en piés la unidad elegida, para hacer la escritura, no apreciándose en los primeros mas que hasta centímetros y hasta pulgadas en los segundos.

201. Operaciones topográficas. Comenzando por la mayor porcion de terreno, comprendido entre las viñas N, N, la vereda V, V, el regajo D y el rio R, concíbese un polígono N *d c b a* N, de modo que el lado N N sea el lindero de las viñas, los N *a*, *a b* otros dos lados que se ciñen á la orilla del rio, los *b c*, *c d* otros dos que se ajustan al regajo y parte de la vereda, y el *d* N el último lado que se aproxima á lo restante de la misma vereda. Los datos de este polígono se toman por el sistema de rodeo explicado en el n.º 96, sin necesidad de pasar para nada sobre las tierras de labor contenidas dentro de su perímetro, y todos esos datos se apuntan en el croquis sobre el polígono que se figure en él, semejando todo lo posible al del terreno. A los lados N *a*, *a b* se refieren las coordenadas de los puntos notables de esta orilla del rio, á los *b c*, *c d* las que nos determinan la direccion tortuosa del regajo y la vereda, y al *d* N los que acaban de indicarnos los rodeos de esta misma vereda. Por dentro del polígono se refieren á sus lados respectivos los límites de los distintos pedazos de labor, todo como se representa en la figura, sin necesidad de mas explicacion sobre materia tan especificada.

Otro gran polígono se ajusta al anterior por el lado *c d*, y es el *d c e f g h j k* refiriendo á sus lados *c e*, *e f*, *f g* los puntos notables de la vereda, las casas contenidas dentro del polígono y las tierras de labor, y á los lados *g h*, *h j*, *j k*, *k d* los puntos importantes del camino, laguna, regajo y tierras de labor. Para precisar mejor las vueltas y recodos del regajo desde D hasta la alcantarilla A, se miden D *d* y A *c* sobre los lados *d k* y *c e*, á fin de fijar los puntos extremos D, A de la base A D, á la que es fácil bajar desde el regajo todas las perpendiculares que se quieran: *h l m n o p* es otro polígono cuyos lados y ángulos se miden, y mediante el cual se determinan todos los puntos de la laguna T, y *m n o d* N &c. cerraría otro, dentro del cual queda la vereda y los olivares O O.

Por la parte superior tenemos tambien el polígono *b c e f q r s*, cuyos lados *b s*, *s r* sirven para fijar puntos de esta orilla del rio, los *r q*, *q f* para determinar puntos del camino, y así de los demás lados que ya pertenecen á polígonos anteriores, refiriéndose tambien á todos ellos las labores del campo. El polígono *f g t r q* fija de posicion las casas 1, 2, 3, 4, 5 con relacion á los lados *g t*, *t r*, sirviendo este último además para completar la orilla del rio. Pasado este, se cierra un polígono por separado de los restantes, como se vé en la figura, el cual se ajusta á la orilla opuesta del rio, al camino vecinal C C C C y á las faldas de las colinas, refiriendo dos puntos de la orilla contraria, que disten bastante entre sí, á cuatro de nuestra orilla, y uno intermedio de esta última á otros dos de la primera, segun se advierte en dicha figura; pues *z* está referido á *x*, *y*, levantando en *x* una perpendicular *x z* y formando en *y* el ángulo de 45°, y lo mismo puede hacerse respecto del punto *c'* referido á los *a' b'*, resolviéndose el triángulo *u v w* para conocer á *v w*, ó para relacionar el punto *u* de esta con los *v*, *w* de la otra orilla.

202. Todo cuanto acabamos de ver, se reduce á cerrar polígonos midiendo sus ángulos y lados y á referir á los lados de estos polígonos todos los objetos notables del terreno. Dichos polígonos se enlazan entre sí lo mismo desde la orilla del rio hácia abajo, que desde la orilla del rio hácia arriba, y ambas partes del plano se acuerdan entre sí, midiendo la anchura del rio por distintos lados y relacionando respectivamente los puntos de ambas orillas.

203. Para sacar con todo rigor las vueltas del camino, vereda, arroyo ó regajo, y orillas del rio y laguna, y para figurar con entera precision el perímetro de las casas, viñas, olivares &c., lo mismo que para todos los demás objetos notables, se hacen detalles de cada cosa donde detenidamente se apuntan las operaciones y sus acotaciones, formando una coleccion de estos detalles que acompañan al croquis del conjunto para su mayor claridad; pues sería muy difícil apuntar en una hoja de la cartera tantas

construcciones y pormenores como hemos visto que hacen falta.

204. Ordenacion y distribucion de los trabajos de campo. El plano que nos hemos propuesto por egemplo, se levanta en mas ó en menos tiempo y con mas ó menos exactitud segun el órden establecido para verificarlo, y segun la distribucion que haga el director de los trabajos, de los peones y ayudantes. En efecto: si un Agrimensor, auxiliado de dos peones cuando menos, intentase el levantamiento del plano representado en la figura 117, se fatigaría bien pronto y echaría mucho tiempo con perjuicio del buen resultado. Dedicando dos peones diestros para medir exclusivamente, otro para que se haga cargo de la conduccion del instrumento y de ponerlo en el lugar que se le demarque, y otro para fijar banderolas donde se le designe, el director de los trabajos podrá llevar el croquis de los conjuntos y detalles, hacer la medicion de los ángulos y levantar las perpendiculares, todo lo cual es mas que suficiente para ocupar demasiadamente su atencion; por lo que si al propio tiempo que recorre el terreno, fija las banderolas, toma los ángulos y los apunta en el croquis, otro ayudante de su confianza levanta las perpendiculares con una escuadra, mide las coordenadas y los lados y hace sus apuntes tambien en su respectivo croquis; claro está que el plano quedaría levantado en el menos tiempo posible, porque simultáneamente se vá tomando la configuracion del conjunto, y los detalles del terreno.

Cada cual procede sobre esto segun las circunstancias, ó segun el método particular que en la práctica haya adquirido. Nosotros nos contentamos con llamar la atencion de los principiantes sobre este particular; porque de nada serviría comprender las operaciones científicas, si los trabajos prácticos no se conducen con el órden, celeridad y precision que tanto contribuyen al buen resultado.

205. Repeticion de los ángulos: comprobacion y rectificacion de las operaciones. Aunque el sistema de rodeo explicado en el n.º 96 y usado ahora es muy sencillo, no por eso debe creerse que es fácil levantar el plano por su medio, sin mas prevenciones que las hechas hasta el presente. Los ángulos segun se apunta en el n.º 179 deben medirse una y otra vez; pues por

mucha práctica que se tenga, nada nos persuade de que está bien hecha la medida y lectura de un ángulo, si otra operacion semejante no nos lo asegura. Por esto despues de tomado y leido un ángulo se *repite* con la Pantómetra en la forma siguiente. Dirigida la visual de la derecha con el cilindro inferior, ó lo que es lo mismo segun la línea de fé del limbo, sábese que para tomar el ángulo es preciso dirigir la visual de la izquierda segun la línea de fé del Nuñez; pues el arco recorrido entre O de la una y O de la otra es la medida del ángulo. Ahora bien: si se mueve todo el instrumento hasta dirigir una visual por la mira de la línea de fé de su Nuñez al objeto de la derecha y hacemos girar de nuevo el cilindro superior hasta que por su línea de fé se descubra el objeto de la izquierda, entre la línea 0 180° ó índice del limbo y la línea índice del Nuñez, se contará un arco duplo al del ángulo medido. Por esto se podrá venir en conocimiento si hay error ó no; pues si primero leimos 25°32′, por egemplo, y luego nos resultó en el arco duplo 50°68′, claro es entónces que hay error de 2′, porque $\frac{50^\circ\,68'}{2} = 25^\circ 34'$ y $25^\circ 34' - 25^\circ 32' = 2'$. De este error se toma un término medio sumando 25°34′ con 25°32′ y dividiendo la suma por 2, de lo que resultará que el ángulo rectificado valdrá 25°33′. Mas adelante añadiremos algo sobre la repeticion de los ángulos y modos de rectificarlos.

206. Medidos, repetidos y rectificados los ángulos de un polígono, aun no tenemos lo bastante para darnos por satisfechos de que no han de resultar errores. Los hay que pueden conocerse y rectificarse sobre la marcha, y los hay tambien que no pueden aparecer sino en el gabinete al tiempo de poner los planos en limpio. Los que pueden conocerse en seguida deben comprobarse en el campo y antes de dar mano á las operaciones, para repetirlas hasta que desaparezca el error. Veámos como puede conocerse si todos los ángulos de un polígono están bien tomados; pues si los lados están bien ó mal medidos, solo lo reconoceremos en el gabinete.

207. Para conocer si los ángulos del polígono N *d c b a* N

de la figura 117 le cierran ó no, los sumaremos todos entre sí y como han de valer tantas veces dos rectos como lados tiene dicho polígono menos dos, ya será fácil verificar esta comprobacion. Supongámos que el ángulo d N N= 62° 6′

N N a=148° 11′

N a b=166° 27′

a b c= 88° 28′

b c d=176° 10′

C d N= 78° 45′

Suma. . . . . 720° 7′

Como los lados del polígono son 6, $180° \times 4 = 720°$ serán los que valen todos los ángulos del mismo, y como nos han resultado 7′ de más, este será el error por exceso que debemos rectificar. En efecto: debemos volver á medir los ángulos á ver si encontramos donde se tomaron los 7′ de más, ya en uno ó en mas ángulos, y si de nuevo nos resultase error puede repartirse entre los ángulos, á menos que no formemos empeño en llevar la exactitud á rigor.

208. El modo de repartir el error es proporcionalmente ó por igual, segun proceda de la lectura ó del instrumento; porque si procede de la lectura es probable que unas veces se lea de mas y otras de menos, y si procede del instrumento es posible que se repita de la misma manera siempre que se use.

En el primer supuesto, llamando S á la suma de todos los ángulos, D á la diferencia que ha resultado, P al valor de cada ángulo y R á la correccion que se le debe hacer, se tendrá

$$S : D :: P : R \text{ y } R = \frac{D \times P}{S}.$$

Valor que se vá encontrando para rectificar cada ángulo y que se anotará con el signo + ó — segun haya que añadirlo ó restarlo; pues si ha resultado error por exceso en el conjunto de todos los ángulos, es evidente que hay que rebajar lo que le corresponda á cada uno, ó añadir el valor de R á cada ángulo, si de la suma de todos ellos resultó equivocacion por defecto.

209. Fácil sería poner un egemplo de ambas maneras de rectificar el polígono N *d c b a* N, ú otro cualquiera de la figura que hasta aquí nos ha servido; pero esto ya pertenece mas bien al bufete que á los trabajos de campo, teniendo que ocuparnos además de esto en la leccion inmediata. Hemos usado el sistema de rodeo, porque es el que mas fácilmente se adapta á las líneas que describen las faldas de los cerros, los valles, los rios, los arroyos, los caminos, las sendas, los vallados &c.; pudiendo emplearse con la Pantómetra cualquier otro sistema de los ya conocidos. Tambien sirve lo explicado ahora respecto de este instrumento, para el Gafómetro ú otro de la misma especie; pues con cualquier goniómetro se levantaría el plano de la figura 117, análogamente á lo que ya se ha visto.

LECCION DECIMA-CUARTA.

PLANOS LEVANTADOS EN GENERAL CON PANTOMETRA Ó GAFOMETRO.

DE SUS RECTIFICACIONES Y CALEPINOS.

210. Rectificacion de los planos. En la leccion anterior hicimos particular uso de la Pantómetra, adecuándola determinadamente al sistema de rodeo, y entonces vimos como se acomodaba este sistema á una considerable porcion de terreno, combinándolo con el de coordenadas para detallar las sinuosidades de los caminos, rios y vallados. Digimos tambien como se repetian los ángulos, y terminamos la leccion manifestando cual era el medio de rectificacion mas sencillo; pues la suma de todos los ángulos de un polígono, vale tantas veces dos ángulos rectos, como lados tiene menos dos.

211. Tambien digimos en el párrafo 97, al explicar el sistema de rodeo, que para comprobarle se usaba dos veces, una directa y otra inversamente con respecto al punto de partida. En efecto: remedidos los ángulos y los lados podrán aparecer tambien los errores y rectificarse; pero si se partió de A (fig. 118) en la direccion de B C D E F, tomando los ángulos internos del polígono, se pueden tomar luego los arcos exteriores en el nuevo rodeo, (a) y sumando en cada punto el interno con el externo, han

(a) Para esto no sirve el Gafómetro y sí la Pantómetra, porque tiene completo el circulo graduado.

de componer necesariamente los 360° ó 400° en que se divide la circunferencia. De no resultar así, habrá error por exceso ó defecto, que debe rectificarse añadiéndose á cada arco lo que le corresponda proporcionalmente, si el error fué por defecto, y si por exceso restándole lo que fuere menester. Este modo de rectificar los ángulos del polígono no es tan satisfactorio como el de los números 207 y 208; pero pueden combinarse uno con otro en alguna ocasion oportuna.

212. En la figura 118 indicamos un caso práctico que puede acontecer al levantar este plano por el sistema de rodeo. Se supone que despues de tomado con el Gafómetro el ángulo F A B y medidos los lados F A y A B con la cadena, se llega á un punto B, donde es imposible colocar el instrumento y por tanto conocer el ángulo A B C. Para obviar semejante inconveniente se pone en el punto *b* del lado A B el Gafómetro ó Pantómetra y se toma el ángulo A *b* C, midiéndose y acotándose A *b* ó *b* B y *b* C y prosiguiendo el sistema con el ángulo *b* C D, el lado C D y así de los demás ángulos y lados. En este concepto habría datos bastantes, porque puesto en limpio el polígono A *b* C D E F, se prolongaría A *b* lo necesario para llegar al punto B, que se debe encontrar tambien en el arco descrito por el lado C B, considerado como rádio desde el punto C. Es mucho mas sencillo y mas exacto establecer una paralela *b c*, tomando en C el ángulo *b* C B y formándolo en *b* sobre *b* C, segun C *b c* (n.° 181); porque así podrá comprobarse mejor el polígono.

213. El sistema de rodeo es tenido por el mas *engorroso* (97); porque es el que menos se presta á dar prontos resultados; pero esto no depone en contra de su excelencia. Por el contrario: la corrobora tan plenamente, que no solo no se cierra un polígono cuando hay el mas leve defecto en uno de sus ángulos, sino que tampoco se consigue esto, como esté mal medido cualquiera de sus lados.

Un sistema es tanto mejor, cuanto que demuestra mas claramente los errores, y bajo este punto de vista los prácticos saben muy bien que el sistema de rodeo nada disimula, siendo por esta causa mal estimado de los principiantes que se cansan pronto de su intolerancia. En el sistema de uno ó de varios puntos de estacion, sobre no poderse rectificar los ángulos con tanta exactitud como en el de rodeo, no se relacionan en manera alguna los lados con los ángulos y bien pudieran medirse perfectamente los ángulos, que de nada serviría esto, si los lados no lo estuviesen del mismo modo, que es lo mas frecuente, porque nada hay mas imperfecto que las medidas de líneas sobre el campo. Aun el sistema de intersecciones (99, 100 y 101) que excusa tantos datos ocasionados á error y que se comprueba por el cálculo trigonométrico, pende de la medida de las bases, por mas que los ángulos se rectifiquen, y si en ellas se confia, en el sistema de rodeo en nada puede confiarse; porque todo demuestra la inexactitud cometida.

214. Por esto aconsejamos que los principiantes excusen en cuanto les sea dable las *rectificaciones*, repartos de errores ú arreglos de cualquier especie, midiendo de nuevo los ángulos y lados hasta que desaparezca todo error; advirtiendo, que si manifestamos en el de rodeo y en los demás sistemas cómo se verifican semejantes compensaciones, no es para que se abuse de esto; sino para que se use prudentemente cuando despues de varias tentativas no se haya corregido el error, ó cuando sea imposible volver al punto donde se tomaron los datos, para repetir el trabajo de nuevo.

215. En el sistema de uno ó varios puntos de estacion se rectifican fácilmente los ángulos de esta suerte. Colocado en el punto A (figura 119) un Gafómetro ó Pantómetra de modo que su plomada coincida con este primer punto de estacion y procurando que el instrumento quede horizontal, mídense (98 y 99) todos los ángulos c A b, b A a, a A B, B A c al rededor del punto A y como se dijo en el núm.º 99, se vé si la suma de dichos ángulos compone los 360º grados de la circunferencia ó si resulta error por exceso ó por defecto. Si resulta error por exceso, divídese este por el número de ángulos observados y el cociente se resta de cada uno, en la suposicion de que el error dependa del instrumento; mas si este se comprobó de antemano (57, 58 ó 63, 64 y 65) y se adoptó por bueno, se restará de cada ángulo el error que proporcionalmente le corresponda, recordando, que la suma de

todos los ángulos es al error total, como cada ángulo á su error respectivo. Si el error que resultase de comparar los ángulos de un punto de estacion con los grados que vale la circunferencia fuere de menos, se añadirá lo que falta á cada ángulo por igual ó proporcionalmente, análogamente á lo dicho.

216. Para cerciorarse aun mas de la medida de los ángulos, se aprecian otra vez de dos en dos, es decir, que si antes medimos *c* A *b*, *b* A *a*, *a* A B, B A *c*, ahora se observarán los *c* A *a*, *a* A *c*.

217. Lo mismo se hace en todos los demás puntos de estacion B, C, &c., no olvidando nunca que semejantes rectificaciones han de verificarse despues de repetidos los ángulos.

218. En el sistema de intersecciones (100) se repiten y se rectifican los ángulos apreciados en los extremos de la base del mismo modo que para cada punto de estacion. En la figura 119 se manifiesta como se pasa de una base á otras varias, para poder extenderse con este sistema en una porcion considerable de terreno. En efecto: despues de referidos los puntos *b*, *c*, *d*, D, C á la base A B, única que se mide, con el lado B C calculado y tomado como segunda base, se refieren por medio de los triángulos B C *e*, B C *f* los puntos *e*, *f*. Con el lado D C deducido, se relacionan, como tercera base, los puntos *a*, E, F, *g* y á la cuarta base E F los *m*, *h* y así cuantos se quieran. Sin embargo, no es usual este procedimiento; porque para los cálculos trigonométricos son mucho mas sencillas y exactas las triangulaciones.

219. Por último: los lados del sistema de rodeo, las diagonales del de uno ó varios puntos de estacion y especialmente las bases del sistema de triangulacion, todas estas líneas deben medirse mas de una vez con el mayor cuidado y tomar un término prudente entre el número de veces que se han medido. De nada serviría, pues, rectificar minuciosamente los ángulos si con las líneas no se tiene igual cuidado.

220. Calepinos. Se entiende por Calepino el estado donde se apuntan con riguroso método cuantos datos se necesitan para levantar un plano. La analogía de un *calepino* con el *croquis* de que hasta aquí hemos hablado, es muy estrecha, porque en el pri-

mero se escribe ó dice lo que en el segundo se consigna gráficamente. Los calepinos en tal concepto, no solo repiten ó comprueban lo que en el croquis se ha representado y acotado, sino que pueden sustituirle con ventaja, empleándose en las operaciones mas delicadas de la Altimetría ó nivelacion, calepinos y no croquis ó apuntes gráficos.

221. Los calepinos están sugetos á un órden estricto en el que la razon no deja nada que hacer á la imaginacion y permiten mayor número de apuntaciones; pues si en un croquis se fuese á escribir el valor de los ángulos y sus repeticiones y rectificaciones, bien pronto se llenaría el papel de guarismos y líneas, que difícilmente podrían entenderse. En un calepino se apuntan, pues, los ángulos tomados, los repetidos, su término medio, el error que resulte de ellos, el modo de repartirlo, los ángulos rectificados, los lados medidos y remedidos y cuantas observaciones se necesiten. Calepino puede hacerse en el que no solo aparezcan los datos para llevar el trayecto de una línea quebrada ó el perímetro de un polígono, sino que tambien la nivelacion del terreno con todos sus pormenores y aplicaciones.

222. Un calepino no solo representa los datos tomados en el campo. Ofrece tambien los de bufete y cuantos trabajos científicos han sido menester para la consecucion de un plano. Por esto sirven de comprobantes, ó documentos feacientes que acreditan el sistema empleado, los datos tomados, la escrupulosidad de las rectificaciones y todas las precauciones prudentes que se han tenido para llevar al término apetecido el levantamiento de un plano.

223. Por eso, cuando se presenta cualquiera carta ó plano de alguna consideracion, sin indicar como generalmente acontece, las líneas topográficas, ángulos, &c., ni acompañar una memoria ó calepino, fácil es comprender que el plano no lleva mas autorizacion que la firma que lo garantiza, la cual por respetable que sea, no basta á llenar el vacío que en los inteligentes deja un trabajo científico sin manifiesta confirmacion.

224. Todo plano debe entregarse, pues, con una ligera memoria facultativa y con los calepinos que arrojan todos los datos

y rectificaciones, sin que puedan sustituirlos los croquis ó apuntes de campo; porque estos, sobre el mal efecto que su vista ordinariamente produce, solo los entienden á veces los que los hicieron, mientras que los calepinos deben entenderse por todo inteligente. (a)

225. Cada sistema de los que conocemos para alzar planos, tiene su calepino correspondiente, y sus formas respectivas son por lo general las que en seguida mostramos, ú otras análogas, segun la costumbre del geómetra.

I.

CALEPINO PARA EL SISTEMA DE RODEO.

DATOS PARA EL PLANO DE........

Angulos.	*Rectificacion que debe hacerse.*	*Angulos rectificados.*	*Lados.*	OBSERVACIONES.
			354m 60c	
143° 16′	0° 1′ 30″	143° 14′ 30″		
			580m 30c	
42° 40′	0° 1′ 30″	42° 38′ 30″		
			»	
46° 50′	0° 1′ 30″	46° 48′ 30″		
			»	
127° 20′	0° 1′ 30″	127° 18′ 30″		
SUMA. 360° 6′	»	360° 0′ 0″		

(a) Recomendamos muy eficázmente á los Agrimensores, como profesores á quiénes se les ofrecen mas ocasiones de levantar planos extensos, que no olviden estas prevenciones; pues les evitarán graves disgustos en el trascurso de su carrera.

En la primera casilla se apuntan los ángulos, tales como se han medido, y en la segunda la rectificacion que resulta de haber sumado todos ellos y comparado esta suma, que aparece al fin de la primera casilla, con tantas veces dos rectos como lados tiene el polígono menos dos. Para dividir el error 6′ entre los ángulos, se supone que procede del instrumento, por cuya razon se reparte por igual, restando 0° 1′ 30″ de cada uno de ellos, pues los 6′ son de exceso.

En la tercera casilla aparecen los ángulos rectificados, y en la cuarta los lados correspondientes, dejando la quinta para las observaciones que ocurran, bien si ha sido necesario tomar una paralela por haber obstáculos, ú otra cosa cualquiera.

226. El calepino anterior se ha hecho en la suposicion de que se miden los ángulos una vez; mas si se repiten habrá que añadir despues de la primera otra casilla que diga *ángulos repetidos*, la tercera quedará para los *ángulos medios*, la cuarta para los *ángulos rectificados*, como se ha visto en el calepino I, la quinta para los *lados* y la sexta para las *observaciones*, como se advierte en el modelo siguiente.

II.

OTRO CALEPINO PARA EL SISTEMA DE RODEO.

PLANO DE.........

Angulos medidos.	*Angulos repetidos.*	*Angulos medios.*	*Angulos rectificados.*	*Lados.*	OBSERVACIONES.
51° 51′	103° 30′	51′ 48′	51° 50′	150m 30	
73° 52′	147° 14′	73° 44′ 30″	73° 46′ 30″	98m 50	
54° 28′	108° 30′	54° 21′ 30″	54° 23′ 30″	»	
	SUMA.........	179° 54′	180°	»	
	ERROR TOTAL.	+ 6′	» »		

227. Para el sistema de uno ó varios puntos de estacion, se emplea el siguiente:

III.

CALEPINO DE VARIOS PUNTOS DE ESTACION.

DATOS PARA EL PLANO DE.......

Puntos de estacion.	*Angulos medidos en cada punto.*	*Rectificacion que en cada uno debe hacerse.*	*Angulos rectificados.*	*Lados.*	OBSERVACIONES.
				80 m 25	
1.º.......	108º 21′	—0º 2′ 40″	108º 18′ 20″	115 m 12	
	158º 35′	—0º 2′ 40″	158º 32′ 20″	122 m 58	
	93º 12′	—0º 2′ 40″	93º 9′ 20″		
SUMA....	... 360º 8′	SUMA.....	360º » »	122 m 58	
2.º.......	124º 35′	+0º 1′	124º 36′	216 m 00	
	25º 30′	+0º 1′	25º 31′	95 m 20	
	120º 15′	+0º 1′	120º 16′	102 m 51	
	89º 36′	+0º 1′	89º 37′		
SUMA....	... 359º 56′	SUMA.....	360º »		

En la primera casilla se anotan los puntos de estacion por su órden 1.º, 2.º, 3.º, 4.º, &c., y para cada uno de ellos se abre una llave en la segunda columna, en la que se comprenden los ángulos observados en aquel punto de estacion. En el egemplo de este último calepino se supone que en el primer punto de estacion se observaron tres ángulos y en el segundo cuatro.

Al fin de cada llave se abre la suma, como se vé, de los ángulos medidos en los puntos de estacion y en la tercera casilla se deduce el error ya repartido en cada ángulo, que se anota con el signo — si se ha de restar, ó con el signo + si se ha de añadir. En efecto: hemos supuesto que despues de sumar los tres ángulos del primer punto de estacion nos sobraron 8 minutos, y por conceptuarse este error como procedente del instrumento los repartimos por igual, que si proviniese de la lectura los repartiríamos proporcionalmente. Es necesario, pues, restar de cada ángulo 0°, 2′, 40″ y verificada esta resta aparecen los ángulos rectificados en la cuarta casilla, en la que al fin de cada llave correspondiente á los puntos de estacion se hace la suma de los 360° en que se divide el limbo del instrumento. La quinta y última casilla queda como siempre para las observaciones.

Si para mayor escrupulosidad se repiten los ángulos, se abre otra casilla despues de la segunda, y en la cuarta se pone el error que debe rectificarse en cada ángulo; en la quinta el ángulo rectificado, y en la sexta las observaciones.

228. Para el sistema de intersecciones se usa un estado, en el que la primera columna sirve para la longitud de la base ó bases que fuesen necesarias, y en la segunda se anotan los extremos de cada base con una letra ó guarismo ordinal. En la tercera casilla se apuntan los ángulos medidos en cada extremo de una base, diferenciando los tomados por encima de ella, de los apreciados por debajo, con el signo + que llevan los primeros y el — de los segundos. La cuarta columna lleva la rectificacion que debe hacerse por iguales partes ó proporcionales segun la procedencia del error, señalándose con el signo + cuando ha de añadirse, y con el signo — cuando ha de restarse de cada ángulo respectivo. En la quinta casilla se escribe el valor de dichos ángulos ya corregidos del error que tenían, y con estos datos se procede á formar la segunda parte del estado, donde aparecen todos los cálculos trigonométricos. En efecto: en la sexta casilla, primera de este aparte del estado, se reasúmen todos los datos necesarios

para la resolucion de los triángulos, tomando para cada uno la base, el primer ángulo observado por encima de ella en el extremo A y el primer ángulo apreciado tambien por encima de la misma base, pero desde el extremo B; el segundo ángulo del extremo A y el segundo del extremo B por encima de la base y la longitud de esta; el tercer ángulo del extremo A y el tercero del B hácia el mismo lado y la base, y así de todos los demás datos de los triángulos que se puedan resolver hácia un mismo lado de la base, verificando lo mismo respecto de todos los correspondientes á la otra parte de la misma base. Así recogidos los datos de los triángulos, en la sétima casilla se hace el cálculo logarítmico, tal y como nos enseña la trigonometría, para deducir los lados que se anotan en la casilla octava, dejando la novena para las observaciones y notas; todo segun se advierte en el modelo que á continuacion se acompaña.

IV.

ESTADO MODELO DEL SIS-

DATOS PARA LEVANTAR

BASES. Medida.	BASES. Extremos.	Angulos medidos en los extremos.	Rectificacion.	Angulos rectificados.
586.m	A	1°.. +35° 24′	+0° 1′	35° 25′
		2°...+68° 28′	+0° 1′	68° 29′
		3°.+102° 30′	+0° 1′	102° 31′
		1°.. —98° 30′	+0° 1′	98° 31′
		2°.. —55° 3′	+0° 1′	55° 4′
		SUMA.. 359° 55′	SUMA.....	360° »
	B	1°.. +42° 16′	—0° 1′	42° 15′
		2°,. +94° 25′	—0° 1′	94° 24′
		3°.. +56° 32′	—0° 1′	56° 31′
		1°.. —58° 36′	—0° 1′	58° 35′
		2°.—108° 16′	—0° 1′	108° 15′
		SUMA.. 360° 5′	SUMA.....	360° »

IV.

TEMA DE INTERSECCIONES.

EL PLANO DE...........

Datos para los triángulos.	*Uso de los logaritmos.*	*Lados deducidos.*	Observaciones.
1.° Base. 586.m A... 35° 25′ B... 42° 15′	*Log*. 586 m= 2.76789762 *L. sen*. 42° 15′=9.82760630 12.59550392 *L. sen*. 102° 20′=9.98985970 2.60564422 *Log*. 586 m=2.76789762 *L. sen*. 35° 25′=9.76306710 12.53096472 *L. sen*. 102° 20′=9.98985970 2.54110502	1.° 403m31 2.° 347m61	
2.° Base. 589.m A... 68° 29′ B... 94° 24′	» » »	1.° » » 2.° »	
3.° Base. 589.m A.. 102° 31′ B.. 56° 31′	» » »	1.° » » 2.° »	
1.° Base. 589.m A... 98° 31′ B... 58° 35′	» » »	1.° » » 2.° »	
2.° Base. 589.m A.. 55° 4′ B.. 108° 15′	» » »	1.° » » 2.° »	

229. Para los caminos, rios, arroyos, lagunas ó pantanos, cuyo plano se nos ocurriese levantar, haríamos lo explicado en la leccion anterior, esto es, los rodearíamos con un polígono ó línea quebrada cuyos ángulos se miden y acotan, y desde los puntos notables de inflexion ó curvatura bajaríamos las convenientes perpendiculares, refiriendo los puntos de una orilla inaccesible á la otra, por medio de una série de triángulos que se resuelven por trigonometría.

Este trabajo tiene tambien completa expresion en un calepino ú estado, cuya forma en general es la presente.

V.

CALEPINO DE RODEO Y COORDENADAS.

PLANO DE........

Angulos.	Lados ú ejes.	COORDENADAS.			Observaciones.
			ORDENADAS.		
		Abscisas.	Positivas.	Negativas	

En la columna primera se apuntan los ángulos ya rectificados, ó se disponen las casillas necesarias para esto; en la segunda se escribe el valor de los lados que han de servir de ejes de las abscisas, para referir las coordenadas que aparecen en las tres casillas restantes. Caminando por cada uno de los lados del polígono, mídense las abscisas de los puntos que á este lado deben referirse á derecha é izquierda, y dichas abscisas se anotan en la tercera columna. Las ordenadas de la derecha se consideran como positivas, por cuya razon se escriben en la cuarta, y las ordenadas de la izquierda en la quinta por suponerse negativas. En la sexta y última casilla se hacen las observaciones.

230. Nótese, pues, como hasta los sistemas mixtos tienen su estado particular; pudiendo cada profesor extenderlos á su placer. Formado el croquis y apuntados en él los datos indispensables, se puede abrir el calepino en el bufete, ó comenzarlo en el campo con los apuntes mas precisos. Cuando las operaciones son largas, el calepino constituye una especie de libreta con varias hojas preparadas con las casillas correspondientes.

LECCION DECIMA-QUINTA.

USO ESPECIAL DEL TEODOLITO.—DE LAS PEQUEÑAS TRIANGULACIONES Y DE ALGUNOS DE SUS PORMENORES. (a)

231. En el número 103 se dijo que las triangulaciones son el mejor sistema que se conoce para levantar planos de gran extension, y entonces se explicó en qué consistían.

Las triangulaciones reunen la sencilléz á la exactitud y son indispensables para la comprobacion de toda carta de alguna consideracion. Con cualquier sistema de los explicados podríamos desviarnos una y otra y muchas veces de la verdad por mas verificaciones que empleásemos; mas la triangulacion viene á restablecer de cuando en cuando la certeza de la operacion, pues su principal objeto es conseguir puntos principales de referencia por medio de grandes triángulos. Estos son de *primer órden* y puede referirse á ellos cualquier sistema, ó sostenerse el de triangulacion por medio de triángulos pequeños de *segundo órden*, que fijen de posicion los detalles del terreno.

232. Recordado ésto, las principales cosas que se deben hacer en toda triangulacion son siete: 1.ª—Colocacion de las señales. 2.ª—Establecimiento y mensura de la base. 3.ª—Obser-

---

(a) Llamamos pequeñas á las triangulaciones de que vamos á tratar, para diferenciarlas de las grandes, reservadas solo á la topografía superior del ingeniero, ú á los trabajos geodésicos de las cartas geográficas. Las triangulaciones de que hablamos ahora son indispensables al Agrimensor, ú otro profesor cualquiera á quien se le confien planos catastrales ó estadísticos de los términos de los grandes pueblos ó ciudades, pues sin ellas no pueden dar paso alguno que sea de provecho. En los pormenores nos contraerémos á los límites de una leccion, sin olvidar nunca la clase de personas para quiénes estas se escriben.

vacion de los ángulos. 4.ª—Formacion del borrador provisional. 5.ª—Cálculo de los triángulos. 6.ª—Cálculo de las distancias á la meridiana y á la perpendicular. 7.ª—Regístro trigonométrico.

233. 1.º—Colocacion de las señales. Debe hacerse ante todo un reconocimiento escrupuloso del terreno, designando los lugares donde han de ponerse las señales para la red de triángulos de primer órden, que constituyen la triangulacion principal ó propiamente dicha. Se prefieren en la práctica los puntos mas elevados y despejados, como que son los que mejor se descubren á lo léjos; pero hay tambien necesidad de colocar las señales en los valles, ó puntos bajos del terreno.

En las mayores triangulaciones se reconocen hasta tres órdenes de triángulos. El primero tiene sus vértices en la cúspide de las montañas, y el lugar donde se toman los ángulos se señala con una señal de primer órden. A esta triangulacion se refiere la de segundo órden, compuesta de triángulos menores que se extienden por las faldas de las montañas, valles y llanos, determinándose los puntos donde tienen sus vértices con señales de segundo órden, y finalmente, á esta segunda triangulacion se refiere la tercera, ó los detalles de caminos, rios, arroyos, lagunas, tierras de labor, vallados, caseríos, poblaciones, &c., por cualquier método ó sistema ordinario.

234. Señales. Las de primer órden consisten en pirámides de madera de base cuadrada ó triangular, ó grandes montones de piedras alzados en esta disposicion, segun lo que mas abunde en el pais. La altura de estas pirámides llega á $\frac{1}{7000}$ de la distancia á que se vé la mas distante, y la base suele tener de ancho la mitad de dicha altura. Sobre la pirámide de madera ó piedra (figura 120) se levanta un palo verticalmente como á tres ó cuatro métros para servir de mira.

Las señales de segundo órden, que son mas sencillas, son tambien las mas ordinarias y conocidas en la práctica. Consisten estas en fuertes perchas ó varas de 4 á 5 métros de altura, en cuya extremidad superior se hace, á manera de cono truncado, una señal fija, ó mas bien se ata (fig. 122) un haz de paja al rededor del palo que se introduce en el suelo, asegurándolo con piedras ó poniéndole dos ó tres torna-puntas. En la extremidad superior de la vara y sobre la paja, ondea un trapo de colores vivos.

Estas varas se aseguran en el terreno tambien con algun arte, pues se abre un hoyo (fig, 122) de 0,^{m}40 á 0,^{m}60 de profundidad, y tal que tenga una pared excavada á corte vertical, A B, á la que se ajusta la punta de la vara de la señal M. Introduciendo un piquete N D que roce con dicha vara, á cada golpe de mazo dado sobre su cabeza irá ajustando firmemente la percha de la señal hasta que quede bien segura, en cuyo caso se rellena el hoyo con piedras y tierra que solidifiquen el terreno.

Las señales pueden además ponerse sobre edificios, árboles, ó en otras partes donde ahorren el trabajo anterior y no produzcan tanto coste.

235. De cualquier manera que ellas sean, para formar la red de triángulos que se pretende, deben colocarse á igual distancia unas de otras todo lo mas próximamente posible, á fin de que los triángulos resulten tambien próximamente equiláteros, ó isósceles al menos, evitando con sumo cuidado los ángulos muy agudos. Excusado parece decir que de cada señal deben verse las restantes que fijan los triángulos.

236. La escala que se destina para trazar el plano determina la distancia que deben guardar entre sí las señales y el número de las que se han de colocar. Por término medio se toma casi siempre para distancia de las señales, la mitad de la relacion que ha servido para la escala, en esta forma; que si la relacion es de 1 á 500 ó $\frac{1}{500}$, $\frac{500}{2}$ ó 250 métros serán los que se miden de señal á señal. Las de primer órden pueden estar á doble ó triple distancia que las de su órden inferior.

237. 2.º—Eleccion y mensura de la base. Una de las excelencias de la triangulacion, es precisamente que no se mide mas que una sola línea en todo el transcurso de la operacion: pero esta es preciso que lo esté en toda regla, pues de ella dependen todos los cálculos trigonométricos, como punto de partida.

Debe elegirse, pues, para dicha base un terreno enteramente llano y en el que se vean las señales extremas de la base sin inconveniente alguno; mas si en parte ó todo él fuese pendiente ó inclinado, se tendrá presente lo dicho en los números 103, 104 y 184, empleando directamente la fórmula x=P *cos. a*, ó usando las tablas de pendientes reducidas que hay para estos casos.

238. Estadia. Aunque poco utilizada todavía esta entre nuestros prácticos Agrimensores, segun indicamos en la nota (b) del número 29, puede servir muy bien para la mensura, ó al menos para la comprobacion de las bases. Consiste *la estadia* en una percha ó renglon dividido y numerado de modo que sus líneas y guarismos se vean claramente desde un anteojo colocado á larga distancia. Este anteojo es generalmente el de la brújula (68), el cual lleva en su foco un micrómetro con un hilo vertical y otros dos ó tres horizontales, de manera que si el mas alto y el mas bajo de estos interceptan $0^m,15$ de la estadia, á los 10^m del objetivo del anteojo, por egemplo, á los 20^m interceptarán $0^m,30$, á los 30^m, $0^o,45$, á los 40^m, $0^o,60$ y así sucesivamente hasta 200^m que interceptarán 3^m, ó si á los 10^m interceptan los hilos 0^m20, á los 200^m interceptarán 4^m; pues como se apuntó en la precitada nota, el mecanismo estriba en la semejanza de triángulos, estableciéndose las comparaciones de que si

$$10^m : 0^o,15 :: 20^m ; 0^m,30 ; 10^m : 0^m,15 :: 30^m : 0^m,45 \ldots$$
$$10^m : 0^m,15 :: 200^m : 3^m,$$
$$\text{ó } 10^m : 0^m,20 :: 20^m : 0^m,40 ; 10^m : 0^m,20 :: 30^m : 0^m,60 \ldots$$
$$10^m : 0^m,20 :: 200^m : 4^m.$$

Lo cual nos dice que con una estadia de 3 ó 4 métros podemos medir líneas de 200^m, enseñando la experiencia que esto basta para la mensura de planos de $\frac{1}{5000}$, con suma velocidad y con una aproximacion de $\frac{1}{1000}$. (a)

239. Método general. El que debe seguirse para la mensura de las bases trigonométricas es el siguiente. Despues de elegido el terreno mas conveniente debe desmontarse y terraplenarse si

---

(a) El ingeniero Mr. J. Porro dá á conocer la estadia en su obra intitulada Taqueometría, bajo el nombre de Diastimómetro de Green, aplicándola á las distancias inclinadas, á su reduccion al horizonte y á las diferencias del nivel. El mismo autor en su capítulo X, explica un aparato nuevo para medir con gran precision las bases trigonométricas. Los estudiosos pueden consultar dicho autor, sin que á nosotros se nos sea permitido extendernos sobre este punto.

presenta algunas sinuosidades, hasta que en toda la longitud de la línea se forme una verdadera planicie del ancho suficiente para que se pueda operar con desahogo. En seguida se hace la alineacion entre las señales extremas de la base, colocando los jalones perfectamente á plomo por medio de un perpendículo y rectificando una y otra vez su posicion hasta que nos cercioremos plenamente de la exactitud de la línea. Señálase esta sobre el terreno con un hilo que se atiranta entre piquetes ó clavos colocados sobre la línea, y mídese con cadenas especialmente construidas para esto, puesto que aprecian hasta centímetros; no tolerándoseles mas error que el de un centímetro por 250^{m}, ó 300 de longitud.

240. Mejor que la cadena es el uso de perchas ó renglones perfectamente divididos y comprobados, los cuales se ponen sobre unas pequeñas piedras prismáticas portátiles, asegurándonos á cada instante de su horizontalidad. Para dejar la medicion y proseguirla al dia inmediato, llevan dichas piedras prismáticas unas placas de laton en las que se cortan dos líneas á ángulos rectos para marcar el punto donde se llegó midiendo. Dos ó tres perchas se usan á un tiempo, midiéndose la base cuando menos dos veces, una desde el extremo oriental hácia el occidental, por egemplo, y otra vice-versa. Cuando se emplea la cadena se rectifica todos los dias sobre un muro y se mide la línea varias veces para tomar un término medio. (a)

(a) Por servir de instruccion y por haber tomado parte en la mensura de la base de Quito los sábios españoles D. Jorge Juan y D. Antonio Ulloa, extractamos de la obra de Mr. Bouguer intitulada *Figura de la Tierra*, los siguientes apuntes tomados de la seccion II, cap. I, números del 1 al 9.

La base se eligió despues de muchos dias de reconocimientos de Norte á Sur del valle de Yaruqui. Mr. Bouguer, Mr. de la Condamine y D. Jorge Juan se encargaron de quitar todos los árboles y demás estorbos que impedían verse los puntos extremos, operacion que duró ocho dias, despues de los cuales Mr. de la Condamine, Mr. Bouguer, Mr. Verguin y D. Antonio Ulloa comenzaron por un extremo y Mr. Godin con D. Jorge Juan por el otro. Ambas compañías llevaban tres perchas de 20 piés cada una, diferenciadas entre sí con distintos colores y poniéndose las tres á un tiempo y á continuacion las unas de las otras. Las perchas se tocaban por las cabezas en unas platinas hechas de una placa de cobre aseguradas á un corte de sierra y se tenia sumo cuidado de que la *osculacion* se hiciese con precision y sin choque á fin de que no se moviesen las perchas ya colocadas.

La compañía de Don Antonio Ulloa las ponia sobre el suelo y la de Don Jorge Juan sobre caballetes, extendiéndolas á lo largo de una cuerda perfectamente ati-

241. La base debe ser el lado de un triángulo de primer órden; pero cuando no es posible tan grande, se procede como en la figura 123; pues si dicha base es A B, se forma un triángulo isósceles A C B, en el que A C, B C pueden ser dobles que A B, y tomando A C y B C como bases de los isósceles mayores B C D, A C M, ya se puede entrar en la red de los triángulos B D H, D C E, D E F de primer órden.

242. 3.º—Medida y observacion de los ángulos. El instrumento especial para esto es el Teodolito (66), que varía de nombres y detalles segun sus constructores y perfeccionadores; pero que siempre es el goniómetro de mayor precision y superiores recursos.

243. Si en vez del Teodolito se usára un buen Gafómetro que diera los ángulos referidos al horizonte, la repeticion de dichos ángulos (205), se verificará dirigiendo una visual al objeto de la izquierda con el anteojo superior, colocado de modo que su eje óptico coincida con la línea 0 180º, y con el anteojo inferior que miraba al objeto de la derecha, otra que encuentre al de la iz-

---

rantada y alineada en el sentido de la base. Se empleaba el mayor cuidado en suspender las plomadas á los extremos de las perchas, evitando que el viento las inclinase. Cada dia se comprobaban las perchas con otra de hierro oportunamente conservada y cuando se encontraron ambas compañías en la llanura, compararon tambien las perchas entre sí. Para terminar el trabajo un dia y continuarle en el inmediato, clavaban dos grandes piquetes al extremo de la última percha y atirantaban horizontal y perpendicularmente á la direccion de dicha percha un hilo de uno á otro piquete, el cual rasaba con el extremo de la misma percha, señalándose en la cabeza de los piquetes los puntos por donde pasaba el hilo. Acto contínuo cubrían todo al rededor los piquetes con ramas y piedras y señalaban los árboles y demás objetos cercanos para encontrar los piquetes al proseguir los trabajos. Ulloa y los demás sábios de su compañia subian por la pendiente constante del terreno, mientras que D. Jorge Juan y los suyos bajaban, compensándose los errores en la extension de 6272 toesas, cuatro piés y cinco pulgadas que le resultó á los primeros y 6272 toesas, cuatro piés dos y 1|6 pulgadas que midieron los segundos. Despues de medir de nuevo otras veces la misma linea y despues de rectificada con cálculos convenientes, púsose una lápida conmemorativa en las pirámides que servian de señales en los extremos de la base, que sirvió para averiguar la figura de la tierra.

Todas las naciones al hacer sus mapas geográficos han ensayado los mas exquisitos procedimientos para medir la base geodésica de partida. La base central del mapa de España se eligió en el llano de Madridejos en 1854, preparóse hasta 1856 y midióse en 1858. Tiene catorce y medio kilómetros y echóse en la operacion desde 22 de Mayo hasta 7 de Setiembre: tal es la importancia y delicadeza de semejantes trabajos.

quierda, despues de lo cual se corre el superior que enfilaba con el objeto de la izquierda hasta descubrir el de la derecha.

Con esta operacion se habrá medido en la segunda observacion un ángulo doble al de la primera; pues si C es el centro del instrumento y vértice del ángulo (fig. 124), con el anteojo superior, puesto sobre la línea de fé ó índice, hemos dirigido la visual C A, y con el inferior la C B que apreciarían el ángulo A C B dado; mas como al girar el limbo permaneciendo fijos los anteojos con él hasta que el dirigido sobre C *b* caiga sobre C *a*, el superior de C *a* habrá tomado la direccion de C *d*, siendo A C D=A C B; al correr dicho anteojo desde el índice trasportado á C *d* hasta descubrir el objeto B, apreciará ahora el ángulo D C B doble del A C B, ó $A\,C\,B = \frac{B\,C\,D}{2}$. Si á partir de *d* D donde está el índice en la repeticion, volvemos á ejecutar lo mismo que acabamos de ver; esto es, á traer el anteojo inferior hasta C *d* y llevar el superior sobre C *b* despues que vino el índice á *e*; tomarémos el ángulo B C E triplo del A C B y así podemos tomar el cuádruplo, quíntuplo, &c., segun el número de veces que se repitan las observaciones. Repetido el ángulo todas las que su disco lo permita, se tomará luego el término medio de los errores resultantes para su verificacion. Finalmente: pueden apreciarse como manifestamos en la leccion anterior, todos los ángulos al rededor del punto donde se hacen las observaciones y ver si componen los 360° ó 400° de que consta la circunferencia y rectificar los ángulos en este sentido, lo que se llama *vuelta de horizonte.*

244. La repeticion de los ángulos con el Teodolito es mucho mas exacta y breve; porque no hay mas que reparar en sus cuatro nonios y tomar un término medio de las diferencias que resulten.

Cualquiera que sea el modo de tomar y rectificar los ángulos, debe emplearse para el buen órden de estos datos el siguiente calepino, dispuesto á la manera de los que vimos en la leccion anterior para los demás sistemas de levantar planos.

VI.

CALEPINO DE LA TRIANGULACION.

Datos para el plano de......

Base.	Señales	Observaciones hechas en los ángulos. 1.ª	2.ª	3.ª	Valor medio de los ángulos.	Datos de los triángulos.	Cálculo de los triángulos. Lados.	NOTAS.
	A.	»	»	»	»	»		
	B.	»	»	»	»	»		
	C.	»	»	»	»	»		

En la primera casilla se pone la base, en la segunda las señales, en la tercera, cuarta y quinta las repeticiones del ángulo, en la sexta su valor definitivo, en la sétima los datos para los triángulos, en la octava su cálculo y lados resueltos, y en la última las notas que se ocurriesen.

245. 4.º—Formacion del borrador provisional. En cualquier sistema de levantar planos basta recoger los datos y despues poner el trabajo en limpio en nuestro gabinete, segun veremos en su lugar oportuno. Mas para una buena triangulacion, antes de proceder al resultado definitivo, se hace un borrador en escala bastante grande en el que comenzando por la base, se ván trazando los triángulos segun las medidas de los ángulos sacadas del anterior calepino. Esto se hace de tinta negra, y despues de calculados los triángulos trigonométricamente, de tinta roja se hacen sobre el borrador ó Canevas las rectificaciones, para pasar de aquí al plano definitivo; pues no habría papel que resistiese los muchos estudios que deben hacerse de antemano para dar por trazado el plano, como dicta la conciencia del que tiene medianos conocimientos.

246. 5.º—Cálculo de los triángulos. Este se hace en vista del calepino y sobre el borrador provisional, sugetándonos á los principios constantes de la trigonometría. Mas como calcular un triángulo no es lo mismo que calcular muchos con un órden rigoroso y determinado, es preciso hacer sobre este punto algunas indicaciones. En efecto: comenzarémos por la resolucion de los triángulos de primer órden; mas como la base A B (fig. 123), lo es al propio tiempo de estos triángulos y de los de segundo órden, con ella y los ángulos C A B, C B A resolverémos el triángulo A B C y por consiguiente los lados A C, B C. Con A C resolvemos el triángulo mayor A M C y con B C el B C D que constituye por su magnitud uno de los que componen la triangulacion de primer órden. Resuelto el triángulo B C D, ya se tienen los lados C D, B D, que pueden pasar por bases de los triángulos C E D, B D H de primer órden, y de estos á todos los sucesivos sin interrupcion.

Del mismo modo se pasa de la base inicial á calcular los triángulos de segundo órden; pero una vez seguido este procedimiento, como se vé en la figura, lo que importa es buscar la manera de rectificar los cálculos, pues no nos debemos fiar de haber hecho el trabajo una sola vez. Así pues; en la figura anterior con la base medida A B hemos calculado A B C; con B C, B C D; con C D, C D E; con C E, C E G; con C G, C G M y con C M, C M A; luego volvemos á hallar el lado A C por el triángulo M C A que ya habiamos calculado en el triángulo A B C y podremos cerciorarnos si al pasar del primero al segundo, tercero, cuarto, quinto y sexto se han sumado errores sobre errores. Del mismo modo el lado M C se comprueba por el triángulo A C M y por el G C M; el C G, por el triángulo M C G y por el G C E y así de todos los demás, pues siempre hay comprobacion para el cálculo de todos los lados de los triángulos, lo mismo en la triangulacion de primero que de segundo órden.

Un error de $\frac{1}{1000}$ de diferencia entre el lado calculado antes y el mismo calculado despues debe desecharse; mas si excediere de esto debe tomarse un término medio entre los resultados de la comparacion.

247. El cálculo de los triángulos se hace en la libreta que contiene los estados ó calepinos de la triangulacion que vimos en el número VI, mas si se prefiere mayor claridad y método, se abre un calepino especial para los cálculos en la forma siguiente.

VII.

NOTA DE LOS CÁLCULOS TRIGONOMÉTRICOS.

PARA LA TRIANGULACION DEL PLANO DE.....

Triángulos	*Vértices señalados por letras.*	*Angulos rectifica-dos.*	Cálculo de los lados.		*Lados rectificados*
			Primer resultado.	*Segundo resultado.*	
		Base A B			
	A.				
1.°.......		»	1.°	1.°	1.°
	B.				
		»	2.°	2.°	2.°
	C.				
		Base B C			
	C.				
2.°.......		»	1.°	1.°	1.°
	B.				
		»	2.°	2.°	2.°
	D.				

248. REDUCCION DE LOS ÁNGULOS AL CENTRO DE ESTACION. A consecuencia de ponerse las señales en las torres, árboles, casas, y otros objetos, no pueden apreciarse allí los ángulos y por lo tanto resulta este inconveniente para la triangulacion y resolucion de triángulos. Es preciso, pues, apelar á medios auxiliares que nos dén el ángulo formado precisamente en aquel punto, y esto se llama *reducirlo al centro de estacion.*

En efecto: sea A C B (fig. 125) un triángulo cualquiera de la red, en el que la señal C no permite observar allí el ángulo A C B. No hay inconveniente en apartarse de dicha señal todo lo que se necesite hasta que se observe desde c' el ángulo A c' B, al que le restaremos el c' B C, y este será el valor de A C B. El ángulo c' B C se calcula en el triángulo C c' B; pues se puede medir C c' y c' B, ó calcular este último lado, si necesario fuera, por el triángulo c' A B, y deducir finalmente el ángulo B c' C, restando el A c' B de 180°. El ángulo que se pretende es A C B=A c' B— c' B C; porque si tiramos una paralela c' b á C B por el punto c', el ángulo A c' b=A C B; pero A c' b=A c' B—b c' B, y b c' B= c' B C, luego A C B= A c' B—c' B C que es lo antes dicho.

Análogamente si se hubiera medido el ángulo A c'' B para reducirlo al centro C, el ángulo buscado será

$$A\ C\ B = A\ c''\ B + C\ B\ c'';$$

pues tirando por c'' la c'' b' paralela á C B

$$A\ C\ B = A\ c''\ b',$$

$$\text{pero } A\ c''\ b' = A\ c''\ B + B\ c''\ b'$$

$$\text{y } B\ c''\ b' = C\ B\ c''$$

$$\text{luego } A\ C\ B = A\ c''\ B + C\ B\ c''$$

El ángulo C B c'' se cálcula en el triángulo c'' C B; pues se puede medir c c'' y c'' B que juntos con el ángulo comprendido C c'' B dán los datos suficientes. Cuando no se pueden obtener bastantes datos en el terreno, se apela al cálculo y si no al borrador de la triangulacion, tomando con la escala el lado que se necesite.

249. En la figura 126 se representa otro modo de reducir el ángulo al centro de observacion. Sea pues A C B el triángulo y C el ángulo que no puede observarse desde la señal. Si se toma el A c' B

$$A\ C\ B = A\ C\ D + D\ C\ B$$

$$A\ C\ D = A\ c'\ D - c'\ A\ C$$

$$D\ C\ B = D\ c'\ B - c'\ B\ C;$$

$$\text{luego } A\ C\ B = A\ c'\ D - c'\ A\ C + D\ c'\ B - c'\ B\ C,$$

$$\text{ó } A\ C\ B = A\ c'\ B - (c'\ A\ C + c'\ B\ C);$$

$$\text{pues } A\ c'\ B = A\ c'\ D + D\ c'\ B.$$

Se resolverán los triángulos A C c', B C c' para obtener los ángulos C A c', C B c', midiendo $c\ c'$ y c' A, c' B; pues c A, c B pueden hallarse por la escala en el borrador de la triangulacion.

Análogamente si se mide el ángulo c'', se tendrá siempre que:

$$\text{A C B}=\text{A C D}+\text{D C B},$$

$$\text{pero A C D}=\text{A } c''\text{ D}+c''\text{ A C}$$

$$\text{D C B}=\text{B } c''\text{ D}+c''\text{ B C};$$

$$\text{luego A C B}=\text{A } c''\text{ D}+c''\text{ A C}+\text{B } c''\text{ D}+c''\text{ B C}$$

$$\text{y como A } c''\text{ B}=\text{A } c''\text{ D}+\text{B } c''\text{ D}$$

$$\text{A C B}=\text{A } c''\text{ B}+c''\text{ A C}+c''\text{ B C}$$

250. Finalmente: así como en el primer caso redujimos el ángulo al centro, colocando el instrumento en uno de sus lados y en el segundo en su bisectriz, podemos tambien separarnos á derecha é izquierda del vértice ó centro de estacion, de la manera siguiente:

Sea A C B (fig. 127) el ángulo á cuyo vértice C no puede llegarse, pero sí á C′ punto separado á la derecha del expresado centro ó vértice.

$$\text{El ángulo A O B}=\text{A C}'\text{ B}+\text{C B C}'$$

$$\text{y tambien A O B}=\text{A C B}+\text{C A C}';$$

$$\text{luego A C}'\text{ B}+\text{C B C}'=\text{A C B}+\text{C A C}'$$

$$\text{y despejando A C B}=\text{A C}'\text{ B}+\text{C B C}'-\text{C A C}'$$

Luego falta conocer los ángulos C A C′, C B C′, observado ya el A C′ B; pues se ha medido al separarnos á C′ con el instrumento.

Para esto notaremos que en el triángulo C B C′ tenemos por datos, C C′ que se mide con la cadena si no hay dificultad, C B que se trae calculado por los demás triángulos de la red, ó por el borrador con la escala, y el ángulo C C′ B que es igual al de la observacion A C′ B+A C′ C, que se puede observar tambien; luego por trigonometría diremos que

$$sen.\ \text{C B C}' : \text{C C}' :: sen.\ \text{B C}'\text{ C} : \text{B C}.$$

$$log.\ sen.\ \text{C B C}'=log.\ \text{C C}'+log.\ sen.\ \text{B C}'\text{ C}-log.\ \text{B C}.$$

De igual suerte $sen.\ \text{C A C}' : \text{C C}' :: sen.\ \text{C C}'\text{ A} : \text{C A}.$

$$log.\ sen.\ \text{C A C}'=log.\ \text{C C}'+log.\ sen.\ \text{C C}'\text{ A}-log.\ \text{C A};$$

pues en el triángulo C A C′ se conoce así mismo C C′, C A por el cálculo de los otros triángulos, y el ángulo A C′ C de la observacion.

251. Cuando los vértices están en el centro ó cúspide de alguna torre cilindríca ó de base poligonal, se encuentran los centros análogamente á lo explicado ya en la leccion XII, n.° 189.

252. Reduccion de un ángulo al horizonte. Tambien se ocupan los autores de esto, en la suposicion de que los instrumentos no dán el ángulo que se mide en un plano inclinado, proyectado ó reducido al horizonte. Es raro ya el instrumento que no se prepara para ello; pues todo consiste en que puestos los anteojos en cualquiera direccion, el limbo del instrumento permanezca horizontal cuando se aprecia el ángulo; mas por no dejar incompletos estos pormenores respecto á este punto, indicarémos la fórmula usual. Si C A B (fig. 128) es el ángulo y P el plano horizontal al que se quiere referir, concebiremos un plano vertical que pase por la visual A C, y este encontrará al horizontal de proyeccion segun la traza A C′. Otro plano vertical que pase por la segunda visual A B encontraría al de proyeccion segun A B′, ó A C′, A B′ serían las proyecciones de las visuales dirigidas á dos objetos colocados á distinta altura y el ángulo C′ A B′ insistente en el plano P, será el ángulo C A B referido al horizonte. Por el punto A, se concibe una vertical A M y entonces tendrémos el ángulo b que forma dicha vertical con la visual A C, el c que forma la misma con la segunda visual A B y el ángulo a que forman entre sí ambas visuales. Todos estos ángulos se conocen, y haciendo $\frac{1}{2}(a+b+c)=s$ y C′ A $B'=r$ para mayor sencilléz, la fórmula vendrá expresada por

$$sen.\ \tfrac{1}{2}\,r=\sqrt{\frac{sen.\ (s-b)\ sen.\ (s-c)}{sen.\ b\ sen.\ c}}$$

EJEMPLO... Sea el ángulo M A C ó $b=42^{o}\ 16'$

M A B ó $c=58^{o}\ 12'$

C A B ó $a=37\ 58'$

$s=\frac{1}{2}\ (42^{o}\ 16'+58^{o}\ 12'+37^{o}\ 58')=69^{o}\ 13'$

$s-b=69^{o}\ 13'-42^{o}\ 16'=26^{o}\ 57'$

$s-c=69^{o}\ 13'-58^{o}\ 12'=11^{o}\ 1'$

log. sen. $26^{o}\ 57'=9.6563021$

log. sen. $11^{o}\ 1'=9.2812483$

comp. arit. sen. $42^{o}\ 16'=0.1722547$

comp. arit. sen. $58^{o}\ 12'=0.0706359$

19.1804410

log. sen. $\frac{1}{2}\ r=$ *log. sen.* $\frac{1}{2}$ C' A B'$=9.5902205$

$\frac{1}{2}\ r=\frac{1}{2}$ C' A B'$=22^{o}\ 54'\ 44''$; C' A B'$=45^{o}\ 49'\ 28''$

253. 6.º—CÁLCULO DE LAS DISTANCIAS Á LA MERIDIANA Y Á LA PERPENDICULAR. Este es un modo de verificar el trazado de la triangulacion general, que consiste en escoger la meridiana que pase por un vértice de la triangulacion, por eje de las abscisas, por orígen dicho vértice ó señal, y por eje de las coordenadas la perpendicular levantada en aquel punto. El propósito es fijar todas las señales de la triangulacion ó los vértices, con relacion á dichos ejes coordenados por medio de las coordenadas respectivas. Nada tenemos que añadir para hallar la verdadera meridiana ó determinarla con la brújula; pues de esto hablamos largamente en la leccion IV, núm.º 84. Respecto á los detalles de este cálculo de las distancias á la meridiana y á la perpendicular, hablarémos mas adelante cuando tratémos de los trabajos de gabinete.

254. 7.º—REGISTRO DE LAS OPERACIONES TRIGONOMÉTRICAS DE LA TRIANGULACION. Como todo el artificio del expresado cálculo consiste en convertir la red de triángulos isósceles, equiláteros, ó como resulten, á otra red de triángulos rectángulos, indicarémos mientras no damos mas pormenores, el registro ó calepino que se usa para dicha triangulacion, con lo que terminarémos la presente leccion.

VIII.

TRIANGULACION PARA EL PLANO DE.....

REGISTRO DE LAS OPERACIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Puntos de las señales.	*Nombres de los sitios de las señales.*	DISTANCIAS.		*Regiones.*	*Vértices de los ángulos.*	*Ángulos.*	*Lados.*	NOTAS.
		Á la meridiana.	*Á la perpendicular.*					

En la primera casilla se indican por letras los puntos donde se colocan las señales; en la segunda
20 los nombres de los sitios donde esto se verifica; en la tercera y cuarta las distancias á la meridiana y á la perpendicular; en la quinta las regiones hácia donde caen respecto de la meridiana y su perpendicular los puntos de las señales, esto es, si es al N.E. N.O. S.E. S.O &c.; en la sexta los vértices desde donde se observan los ángulos para los triángulos, señalándolos con letras; en la sétima el valor de esos mismos ángulos; en la octava la longitud de los lados que resultaren; y por último, la novena y postrer casilla, se deja para las notas ú observaciones ordinarias.

LECCION DECIMA-SEXTA.

USO DE LA BRÚJULA. (a)

RESOLUCION DE PROBLEMAS.—LEVANTAMIENTO DE PLANOS.

255. En las lecciones anteriores hemos discurrido sobre el uso de los goniómetros para la resolucion de problemas, levantamiento de planos, y finalmente para la triangulacion. La brújula, aunque goniómetro como todos los demás, en razon á que sirve como todos ellos para medir los ángulos en el terreno, por su particular naturaleza requiere sin embargo un uso especial, materia en que vamos á ocuparnos seguidamente, comenzando por la resolucion de algunos problemas.

1.º—Medir un ángulo en cuyo vértice no puede ponerse el instrumento. Para resolver este caso con el Gafómetro, por egemplo, (fig. 129), supongámos que A C B sea el ángulo á cuyo vértice C no puede llegarse. Por C′ sería necesario tirar la C′ q paralela á C B y tomar el ángulo A C′ q=A C B; pero para establecer dicha paralela se han de levantar las perpendiculares $n\ m$=$p\ q$ ó seguir cualquier otro procedimiento de los enseñados hasta aquí, que siempre será engorroso é inexacto; por cuya razon vamos á ver si con la brújula se obtiene mejor resultado por otro

(a) La descrita en los números 67 y 68 es la mas sencilla, usual y corriente. Las brújulas varían mucho en su construccion ó mecanismo y en sus perfecciones y pormenores, tomando como se dijo respecto del Teodolito (242) los nombres de sus constructores ó correctores.

procedimiento mas sencillo. En efecto: en la misma figura 129...2.ª A C B es el ángulo cuyo vértice se encuentra dentro de un obstáculo. Salvado este y sobre un punto p del lado A C, se coloca la brújula de modo que su centro coincida con dicho punto, moviéndose al rededor de su eje hasta que su anteojo descubra el objeto A, y entonces la aguja que obra libremente, por lo que la caja debe quedar siempre horizontal, se dirige hácia su meridiano magnético formando con el lado A C un ángulo cualquiera, tal como el indicado por b en la figura. Anótase dicho ángulo y pasando al punto q del lado c B, se practica una operacion semejante en un todo á la anterior, para averiguar el ángulo que la posicion de la aguja forma con el lado C B. Sumando entre sí ambos ángulos se tiene el propuesto, ó ángulo A C B$=a+b$; porque si por C suponemos la C S paralela á la direccion constante de la aguja ó meridiano magnético:

$$\mathrm{A\ C\ B}=\mathrm{A\ C\ S}+\mathrm{S\ C\ B}$$

$$\text{pero } \mathrm{A\ P\ S''}=b=\mathrm{A\ C\ S}$$

$$\mathrm{B}\ q\ \mathrm{S'}=a=\mathrm{B\ C\ S};$$

$$\text{luego } \mathrm{A\ C\ B}=\mathrm{A\ P\ S''}+\mathrm{B}\ q\ \mathrm{S'}$$

$$\text{ó } \mathrm{A\ C\ B}=a+b.$$

256. 2.º—LEVANTAR UNA PERPENDICULAR EN UN PUNTO DE UNA LÍNEA, Ó BAJARLA DESDE OTRO PUNTO FUERA DE ELLA. Para lo primero (fig. 130), A B sea la recta y P el punto. Sobre esta se coloca el trípode de la brújula de modo que la plomada coincida perfectamente con dicho punto, en cuyo caso se hallará el estilete de la aguja en la misma vertical y esta se dirigirá libremente hácia el polo Norte. Con el anteojo se mira entonces segun la visual P B y se lee el ángulo S P B que la punta azul de la aguja marca, ó el que forma dicha aguja con la visual dirigida. Si de este restamos 90º nos resultará el ángulo M P S que la perpendicular M P debe formar en el punto dado P con la posicion constante de la aguja; luego girando el anteojo hasta que dicho ángulo se forme, se pondrá un jalon en esta direccion, y esta será la de la perpendicular pedida.

Análogamente se resuelve el segundo caso; pues si A B (figura 131) es la línea y P el punto fuera de ella, colocamos la brújula sobre cualquier otro C de la A B, dejamos obrar la aguja, apreciamos el ángulo que su direccion forma con la recta A B dada, y restado este de 90º tendrémos el valor del ángulo S C M que la perpendicular M C debe hacer con A B. Trasportamos en seguida la brújula al punto P, y colocada allí de modo que su centro coincida con dicho punto, la aguja tendrá la misma posicion que antes, ó seguirá su direccion P S′ paralela á la anterior C S, en cuyo caso formando con ella el ángulo S′ P N=S C M, queda resuelta la cuestion, pues P N es la perpendicular pedida.

257. 3.º—Tirar paralelas. Esta operacion es de suma facilidad para la brújula, atendida la condicion de que su aguja toma una inclinacion constante en cualquier punto que se ponga, y que por consiguiente sus posiciones respectivas son siempre paralelas. Si en la figura anterior se quiere tirar por el punto P, una paralela á la recta A B, colóquese la brújula en un punto cualquiera C de la línea dada y obsérvese el ángulo que dicha línea forma con el meridiano magnético de la aguja ó séase el S C A, apúntese y traspórtese el instrumento al punto P, en el que dejando en su libre accion á la aguja, con su meridiano magnético se formará el ángulo apuntado, ó séase el R P S′=A C S y R P es la paralela que se busca.

258. 4.º—Prolongar una línea mas allá de un obstáculo. A B (fig. 132) es la recta que no puede prolongarse. En un punto *m* cualquiera de ella se aprecia con la brújula el ángulo que forma la línea en cuestion con el meridiano magnético, ó séase el S *m* B. Por otro punto C tambien de la línea, se hace pasar la alineacion C D que hace un ángulo arbitrario con ella y en el punto *n* de esta alineacion, tal que se haya salvado el estorbo, se pone la brújula para dirigir como se dijo en el número anterior, la *n r* paralela á la A B. Desde el punto D extremo de la C D, se hace la alineacion D P indefinida, y por medio de los triángulos semejantes *n* D *r*, C D P hallarémos al otro lado del obstáculo el punto P; pues midiendo D C, D *n* y D *r*, se tiene

$$D\,C : D\,n :: D\,r : D\,P.$$

Encontrado el punto que se busca, ya es fácil colocar la brújula en él y sobre la direccion de su aguja, ó meridiano magnético, formar el ángulo S″ P Q=S′ n r=S m B. P Q es la prolongacion de A B, segun se pide en el problema.

259. 5.º—Trazar una línea por medio de un bosque ó de modo que sus puntos extremos no se vean uno de otro. A B de la figura 133 es dicha línea, pues B no puede verse desde A, ni A desde B. Por el extremo B se alinean dos directrices B M, B N de un modo cualquiera y puesto el instrumento en dicho punto se vén los ángulos que la direccion S B de la aguja forma con B M y B N, tales como M B S, N B S y se apuntan. Se lleva la brújula al otro extremo A y con la direccion de la aguja se describen los ángulos S′ A N=M B S, con lo que se tiene trazado A N paralela á M B y S′ A M=S B N, con lo que se acaba de construir el paralelógramo A M B N; pues A M es así mismo paralelo á N B.

Se unen los puntos M y N por la diagonal M N y tomando sobre ella la mitad, el punto de division es uno de los que se buscan, ó pertenecciente á la A B. Dividiendo N B en dos partes iguales por el punto n, y M B en otras dos partes tambien iguales por el punto m, se tirarán las diagonales M n, N m cuya interseccion nos dá otro punto de la línea, y por último, otro tercer punto se hallaría dividiendo la porcion n B en dos partes iguales por el punto r y la B m lo mismo por el punto o. Uniendo n con o y m con r, la interseccion de las diagonales m r, n o, nos determina el expresado punto.

260. Bastan las enunciadas cuestiones para comprender la marcha propia para la brújula en las operaciones. Todo consiste pues, en aprovechar la circunstancia de que siempre se tiene en su meridiano una direccion constante, circunstancia que se utiliza en el levantamiento de planos. En la leccion IV ya se habló de la orientacion de los mismos, la que se facilita mucho conocida la declinacion de la aguja, que en España puede tomarse entre 22º 10′ y 22º 15′ hácia el O, por término medio. Con estos precedentes vamos á ver como se adapta la brújula á cada cual de los sistemas consabidos para alzar planos.

261. Sistema de rodeo. La figura 134 representa el terreno cerrado por el polígono A B C D E F. Para aplicarle el men-

cionado sistema, tomarémos en vez de los ángulos que efectivamente forman entre sí los lados de la figura, los que la direccion constante de la aguja describe en cada punto ó vértice, con dichos lados en esta disposicion.

Comiéncese por el punto A y colocada allí la brújula horizontalmente, véase la posicion de la aguja y el ángulo que esta hace con la visual dirigida por el anteojo al punto B, segun el lado A B. Este ángulo, ó séase el S A B, se anota en su correspondiente del croquis, se mide el lado A B que tambien se acota y en el punto B vuelve á observarse el ángulo que el meridiano magnético forma con el lado B C, ó séase el ángulo S′ B C, que se anota con dicho lado B C. Pasamos á C, D, E y F sucesivamente, midiendo siempre el ángulo que las visuales dirigidas forman con la aguja y los lados, y al fin tendrémos los datos necesarios para resolver el problema. Aquí se emplea con mas eficacia que cuando se usa Pantómetra ó Gafómetro, la rectificacion por el sistema inverso; pues como se nota en la figura, si se acaba de llevar el rumbo de A B C D E F...... despues se toma el contrario A F E D C B, y al poner el plano en limpio con unos y otros datos, veremos si resulta error ó se comprueban, apelando á los términos medios cuando no haya absolutamente otro recurso. Tambien se podia haber rectificado por el sistema inverso en el concepto de la figura 135, pues si comenzando por A se toma el ángulo S A B y despues en B el S′ B C &c., empezando por el extremo C se toma todo el arco exterior $m\ n\ r$ y despues el $x\ z\ v$ en el punto B. Ahora bien, como todo el arco $x\ z\ v$ es igual á 180°, mas el ángulo b, ó A B N y este es igual al a, ó S A B que se tomó en el primer punto A, podremos sentar como medio de verificacion, *que el ángulo medido en B por el sistema inverso ha de ser siempre igual á media circunferencia, mas el ángulo medido en el punto anterior por el sistema directo.*

262. Sistema de uno ó varios puntos de estacion. Si se quiere levantar el plano del polígono A B C D E F G de la figura 136, elegimos uno de sus vértices A por punto de estacion y colocado en él el instrumento, observamos y acotamos en el croquis el ángulo que hace la direccion de la aguja con la primera

visual dirigida al punto B. Permaneciendo la aguja en su posicion constante, se hace girar la caja hasta que el anteojo descubra el punto C y se consulte el arco que marca la punta azul de la aguja para apuntarlo en su correspondiente del croquis. Se sigue moviendo la caja para dirigir con el anteojo las visuales A D, A E, A F y A G, y se vé el ángulo que cada una de estas visuales forma con la posicion de la aguja ó séase con la direccion del meridiano magnético, anotándose todos ellos en los arcos trazados para este efecto en el croquis. Hecho esto y medidos con la cadena los lados y diagonales A B, A C, A D, A E, A F y A G que se acotan como es sabido, se tienen cuantos datos pueden apetecerse para el levantamiento del plano.

263. Si el que ha de levantarse fuera de bastante extension, no serviría ya un solo punto y habría que pasar de unos á otros como se advierte en la figura 137. Así pues, si hay que fijar muchos puntos se pone la brújula en uno de ellos tal como M, primero de estacion, y se miden los ángulos que cada una de las visuales dirigidas á A, B, N y P forma con la posicion de la aguja, los que se apuntan así como la longitud de las distancias M A, M B, M P, M N. Pásase á N punto ya referido á la operacion y en él se coloca la brújula para seguir midiendo los ángulos que la aguja forma con las visuales N O, N Q, que se anotan como las distancias N O y N Q. Del segundo punto se pasa al tercero de estacion P, donde se repite la misma medida de las distancias y de los ángulos que las visuales forman con la aguja, y así se prosigue de punto en punto, hasta recorrer todos los del terreno.

Este es sin duda el método mas recomendable y expedito para la brújula.

264. Sistema de intersecciones. Tambien puede adoptarse si se quiere este sistema, pues (figura 138) si A B es la base, se mide y en uno de sus extremos, A por egemplo, se pone la brújula y se mide el ángulo que dicha base forma con la direccion de la aguja y así mismo los que hace la misma con cada una de las visuales enfiladas á los puntos C, D, E, G, F, datos que se apuntan, y se pasa al punto B, donde se procede de igual suerte, midiendo los ángulos que la aguja describe respecto de las visuales

B E, B D, B C, B A, B F, B G, los que se apuntan tambien en el croquis. De la base A B se pasa á la G F, cuyos puntos extremos se han relacionado con A B y se pone sucesivamente la brújula primero en G y despues en F para proseguir haciendo respecto de la segunda, lo que con relacion á la primera base acabamos de explicar.

265. Pueden calcularse los triángulos en este sistema porque es fácil venir en conocimiento de los ángulos formados con las visuales y la base, pero en realidad no debe emplearse nunca el cálculo cuando se procede con la brújula; pues la mensura de los ángulos es siempre incorrecta, atendida la graduacion del instrumento, que aprecia á lo mas de quince en quince minutos, y tenidas en cuenta la naturaleza de la aguja y la carencia del Nonio.

266. Por estas mismas circunstancias, si bien muy apreciable para detalles de planos y operaciones prontas, no sirve nunca la brújula para planos extensos ó de mucha precision.

267. Registros. Empleando la brújula se abren tambien calepinos ó registros, para llevar con claridad los datos, á semejanza de los que hemos indicado en las lecciones anteriores. Sirvan de norma los siguientes.

IX.

SISTEMA DE RODEO.

DATOS PARA EL PLANO DE......

ALZADO CON LA BRÚJULA.

Angulos formados con la aguja.	Angulos formados con la aguja.	Compara-cion de los dos rodeos.	LADOS.		OBSERVACIONES.
Rodeo directo.	Rodeo inverso.	Angulos.	Métros.	Cents.	

X.

SISTEMA DE PUNTOS DE ESTACION.

DATOS PARA EL PLANO DE......

ALZADO CON LA BRÚJULA.

Puntos de estacion.	*Angulos que las visuales forman con la aguja.*	LADOS.		OBSERVACIONES.
		Métros.	*Cents.*	
1.......	A.	»		
	B.	»		
	C.	»		
	D.	»		
2.......	E.	»		
	F.	»		
	G.	»		

XI.

SISTEMA DE INTERSECCIONES.

DATOS PARA EL PLANO DE.......

ALZADO CON LA BRÚJULA.

BASES.			*Ángulos con la aguja.*	OBSERVACIONES.
Número de ellas.	*Longitud.*	*Extremos.*		
			1.º	
			2.º	
		A.	1.º	
			2.º	
1.ª.....	»		1.º	
			2.º	
		B.	1.º	
			2.º	
			1.º	
			2.º	
		F.	1.º	
			2.º	
2.ª.....	»		1.º	
			2.º	
		G.	1.º	
			2.º	

Daremos fin á esta leccion, manifestando como se levanta el plano de algunos detalles interesantes del terreno.

268. Si se quiere fijar el trayecto de un camino que se extiende caprichosamente dando vueltas, se empleará la brújula siguiendo el sistema de rodeo, para lo que se comenzará por colocarla en el punto de partida y ver el ángulo que el primer trozo hace con la direccion del meridiano magnético. Se mide este primer trozo y se pasa al segundo observando con la brújula cual es su direccion y midiéndolo. Así se continúa, y si el camino describe una curva cualquiera se toma por directriz la cuerda que une sus extremos, se fija la inclinacion de esta cuerda con relacion á lo restante del camino, y se determinan los puntos de la curva ó vuelta por el sistema de coordenadas ó por otro que parezca mas conveniente.

269. Si se tratára de un rio, tambien adoptaríamos el sistema de rodeo análogamente al caso anterior y á lo ya explicado en las otras lecciones para los demás goniómetros. Comenzaríamos por ajustar á una de sus márgenes un sistema de directrices, cuyas inclinaciones respectivas se aprecian, hallando los ángulos que dichas directrices forman con la direccion constante de la aguja, y midiendo la longitud de las mismas con la cadena.

Determinado el rumbo de la línea quebrada que del conjunto de las directrices resulta á causa de las ondulaciones del rio, referimos á cada una de estas directrices por medio de coordenadas, todos los puntos de inflexion de la orilla.

Con la opuesta se verifica exactamente lo mismo; mas es preciso tener puntos de una márgen referidos á la otra, para combinarlos en el trazado. Esto se consigue midiendo varias líneas inaccesibles en los puntos mas notables, tales como aquellos donde estrecha mas el rio, ó se desvían sus orillas, ó dá cualquiera de ellas una vuelta mas rápida. Las líneas inaccesibles se miden tambien con la brújula fácilmente, pues basta tomar una porcion de una directriz por base, medirla y tambien los ángulos que forman las visuales dirigidas desde los extremos de la base á un punto de la ribera opuesta, con la direccion de la aguja. Estos datos son bastantes para que trazados los ángulos sobre el papel y á los extremos de una línea que segun la escala representa la base, por la interseccion de los otros dos lados del triángulo, se tenga el punto.

270. En conclusion: para levantar el plano de un lago, laguna, pantano ó cosa parecida, se emplea el órden general que ya hemos dado á conocer, esto es, se circunscribe al pantano ó laguna un polígono que siga su perímetro con toda la estrechéz posible, se levanta el plano de este polígono con la brújula por el sistema de rodeo explicado en el número 261, y tomando cada uno de estos lados por eje de coordenadas, á él se refieren todas las de los puntos de la laguna que hácia aquel lado caen. Así se dá la vuelta completa, y apuntando todos estos datos en el croquis y registro si se necesita, se tienen los datos bastantes para verificar el trazado.

LECCION DECIMA-SETIMA.

USO DE LA PLANCHETA.

PROBLEMAS.—LEVANTAMIENTO DE PLANOS.

271. Conocido el de los goniómetros, vamos á hacer uso del único goniógrafo explicado, bien para resolver los problemas que se ocurran, ó ya para alzar el plano.

Las ventajas de la plancheta con relacion á los demás instrumentos conocidos, consisten en la brevedad de los resultados que con ella se consiguen. Con la plancheta se ahorra en efecto, el trazado del croquis y la formacion de los registros ó calepinos. No hay necesidad de averiguar el valor de los ángulos, ni menos la de los cálculos de los triángulos, ni recoger datos para combinarlos luego en el gabinete. El plano que se levanta aparece desde luego tal como debe resultar, al propio tiempo que se efectúan las operaciones. Si ocurre diferencia visible entre lo que se vá haciendo en el papel y lo que hay en el terreno, al momento aparece y en el acto puede corregirse, terminándose el plano con la última operacion de campo; pues poco ó casi nada queda ya para los trabajos del gabinete.

Por estas razones prefieren la plancheta algunos geómetras, siempre que se trata de detalles ó trabajos ligeros donde no es necesaria tanta exactitud; pues las desventajas del referido instrumento son en realidad mayores que sus ventajas, si se quiere levantar un plano con la debida conciencia.

Toda la brevedad que se gana suprimiendo el croquis y los registros, piérdese en el acto, mientras se forman las escalas en el campo, ó se decide cual es la que conviene usar; resultando además por este motivo, la inexactitud que es consiguiente á trazar escalas con notable molestia y sin los elementos que rodean al dibujante en su gabinete.

Hecha la escala, los ángulos que se proyectan en el papel, se cortan segun líneas á veces muy oblíguas y no es fácil fijar con entera exactitud y limpieza, cual sea la interseccion de dichas líneas, siendo error de alguna consecuencia tomar el punto mas arriba ó mas abajo de su verdadero lugar.

Determinados los expresados puntos, queda la dificultad de referir los del terreno al papel, ó los del papel al terreno, con exactitud y destreza, lo cual no es muy fácil de alcanzar ni en un concepto ni en otro; pues nada hay mas engorroso que la colocacion de la plancheta en ciertos casos especiales de su uso. Los errores que resultan por la falta de coincidencia de los puntos del papel y del terreno, son tales, que repetidos muchas veces en el rodeo de un polígono, acaban por imposibilitar su cerramiento, sin que sea dable designar el punto donde esto se verifica.

La traslacion de la plancheta de unos puntos de estacion á otros es molesta, y si se ha de poner siempre horizontal su tablero, como es indispensable, la brevedad que es su mejor propiedad, puesto que ahorra ciertos trabajos, queda mas que suficientemente compensada; pues se pone mas prontamente horizontal el disco de cualquier instrumento, que el tablero de la plancheta. Aun despues de colocada en el punto y en la horizontalidad convenientes, queda el defecto que se indicó en el n.º 85 de su poca seguridad; pues cualquier toque involuntario la varía notablemente, á menos que no sea una plancheta construida con todas las condiciones necesarias para evitar estas imperfecciones.

Por último: el papel sufre dilataciones y contracciones á causa de la mas ó menos sequedad ó humedad de la atmósfera y el tablero está sujeto tambien á estas alteraciones. El pegar ó sujetar el papel es expuesto, si no hay seguridad de que basta para levantar el plano propuesto, y si á pesar de prevenir papel abundante enrollado en los cilindros, faltase este, nada hay mas detenido que tener que referir á los puntos del papel lleno, otros del papel donde se han de proseguir los trabajos; pues esto dá márgen á cierta clase de problemas que traen los autores, los cuales son excusados si se evitan con oportunidad.

272. La enumeracion que acabamos de hacer de las ventajas y desventajas de la plancheta, no tiene por objeto desconceptuar en la opinion de los principiantes el uso del precitado instrumento. Apúntanse sus buenas propiedades para que se aprecien, y sus defectos para que se eviten.

273. Al emplear la plancheta, todo el artificio consiste en proyectar sobre el papel los ángulos que forman los objetos del terreno y en reducir inmediatamente á la escala los lados que se miden. Para lo primero úsase del sextante gráfico y de la alidada de pínulas ó de anteojo, y en algunos otros casos de la brújula declinatoria.

274. Nosotros haremos solamente uso de las alidadas (30 hasta 34) para la resolucion de problemas y para el levantamiento de planos, siguiendo el órden ya establecido en las lecciones anteriores.

275. Levantar una perpendicular en un punto de una línea, ó bajarla desde otro punto tomado fuera de ella. A B es la línea (fig. 139) y P el punto, que se refiere al *p* de la plancheta M N como se dijo en el n.º 87. Se pone sobre el tablero la alidada de modo que rozando el canto de la regla con el punto ya referido, se tire sobre el papel la línea *a b* correspondiente á la A B del terreno. En el punto *p*, se traza una perpendicular sobre la plancheta por cualquier procedimiento geométrico que parezca mas exacto, y ajustando el canto de la alidada sobre dicha perpendicular *p c* en la direccion de la visual que el anteojo enfila, se manda colocar el jalon C, que determina con el punto P del terreno la perpendicular pedida.

Recíprocamente; se bajará á A B una perpendicular desde el punto C, si en un punto *p'* de la *a b* de la plancheta, levantamos la perpendicular *p' c'* y colocamos la alidada sobre ella, moviendo la plancheta á la izquierda hasta que mirando por el anteojo se vea el jalon C, en cuyo caso p' caerá sobre el pié de la perpendicular. Para evitar tantéos se puede tomar C C′ y llevarla de p' á p sobre la $a\ b$ de la plancheta.

276. 2.º—Tirar paralelas. A B (fig. 140) es la línea dada y P el punto. Sobre el B se coloca la plancheta y se trazan con la alidada las líneas B p, B a, ó se forma el ángulo que en B hacen las visuales dirigidas al punto P y al A. Trasportando la plancheta á P y colocándola de modo que el B referido á ella caiga sobre el P del terreno, se moverá hasta que la B p tome la direccion P p', y la B a la P a', y con el anteojo se mirará á un jalon C que con el punto P determinan la P C, paralela pedida. Otro modo de tirar esta paralela hubiera sido, bajando desde el punto P dado, una perpendicular á la línea y trazando en el papel de la plancheta un rectángulo, ó simplemente un ángulo recto; pues refiriendo el punto donde este ángulo se forma al P del terreno, moviendo el tablero hasta que uno de los lados del ángulo recto ó del rectángulo trazado enfile, ó se halle sobre la perpendicular bajada desde el punto P á la recta, y por último poniendo el canto de la regla de la alidada sobre el otro lado del ángulo recto ó del rectángulo, la visual dirigida con el anteojo en este sentido, es la paralela que se pretende.

277. Se puede tirar tambien una paralela en el supuesto que la línea dada sea inaccesible por ambos extremos; porque si A B (fig. 141) es dicha línea y P el punto, en este se coloca la plancheta y se traza el ángulo a P b correspondiente al A P B del terreno, se pasa á otro punto C donde con el mismo ángulo se abarquen los extremos de la línea inaccesible y allí se traza el ángulo a' C p'. Vuelta la plancheta á su primera posicion, se la mueve hasta que C a' caiga sobre P b ó siga la P B del terreno, en cuyo caso la C p' tomará la direccion de P s, colocándose el jalon S, despues de enfilada esta visual con el anteojo.

278. Prolongar una línea mas allá de un obstáculo. (Figura 142.) Sobre un punto de A B, p por egemplo, se coloca la plancheta y se traza la línea $p\ m$ segun la direccion de p M, se tira la $m\ o$ en el tablero y la $p\ o$ correspondiente á la línea dada.

Así tenemos un triángulo *p m o*, que debe ser semejante al P M O del terreno, para lo que se corre la plancheta hasta que el punto *m* caiga sobre M, y *m p* síga la direccion de M P: entonces se pone la alidada sobre la *m o* de la plancheta y mirando por el anteojo se manda clavar el jalon O. Ahora bien: tomando con la escala el número de piés ó métros que tiene la *m o* en la plancheta y llevando el mismo número de piés ó métros con la cadena sobre M O, se determina el punto O. Otro punto podría hallarse lo mismo, ó tirando la *p s* indefinida sobre la *p o* y trasladando la plancheta á S de modo que *s* caiga sobre S, y *s p* siga la posicion de S *p*. Despues se traza *s d*, que al encontrar á la *p′ d* en *d*, cierra un triángulo *s p′ d* semejante al S P D; luego midiendo *s d* con la escala y llevando el resultado con la cadena de S á D, este será el segundo punto qne hace falta.

279. Trazar una línea entre dos puntos sin verse uno desde otro. (Figura 143.) A B es dicha línea y dirigiendo la alineacion A C á terreno descampado ó sin estorbos, en C se pone la plancheta, se traza la *c a* y se toma con la escala sobre ella la longitud de C A en el terreno. Lo mismo se hace respecto de *c d*, midiendo C D y tomando para la primera las partes correspondientes de escala. Se traslada la plancheta á D de suerte que su punto *d* caiga sobre él, y que *d c* se enfile con D C, y en este caso se acaba por trazar la *d b* sobre la que se toman partes de escala correspondientes á D B. En suma: por este sistema de rodeo se ha obtenido en la plancheta el dibujo completo del polígono *a c d b*, en el que los ángulos son iguales y los lados proporcionales con los del polígono A C D B, ó ambos polígonos son semejantes; luego uniendo *a* y *b* por medio de la línea *a b*, esta representará en la plancheta la que se ha de trazar en el terreno. Para ello se coloca el instrumento en A, de modo que *a* coincida con él y *a c* con la direccion de A C y entonces *a b* seguirá la alineacion A B que se desea, mandando desmontar lo que fuese necesario. Lo mismo puede hacerse en el punto B.

280. Medir líneas inaccesibles. Si la A B lo es solo en el extremo A (fig. 144), por el punto B se hace una alineacion que forme con la línea un ángulo cualquiera. Se pone en él la plancheta

y se traza el ángulo *a b c*, se mide la B C y su longitud se toma en la escala para llevarla desde *b* á *c* en el tablero. Se traslada este á C, poniendo el punto *c* sobre él, y dirigiendo el lado *c b* segun C B y en esta posicion se dirige la alidada de forma que enrasando el canto de la regla con el punto *c* del tablero, enfile con la visual C A. La recta *c a* que se traza por su canto en el papel corta en *a* á la *a b* y completa el dibujo exacto del triángulo *a b c*, semejante en un todo al A C B. Apelando á la escala y midiendo con ella la *a b* del tablero, se sabe la longitud de A B.

281. Si la línea fuese inaccesible por ambos extremos, (figura 145) se elige una base C D que se mide. En D se pone la plancheta y con la alidada se trazan las líneas *d b*, *d a*, *d c* correspondientes á las D B, D A, D C del terreno, y se toman sobre *d c* las partes de escala que segun C D se requieren. Se lleva el tablero á C y con este punto se hace coincidir el *c* del papel, así como la direccion de *d c* con la C D del terreno. Entonces se trazan *c a* y *c b*, que con la interseccion de las otras líneas, dán en la plancheta una figura semejante á la del terreno y *a b* proporcional á A B, cuya longitud se halla tomando la primera con la escala.

282. El problema explicado en el n.º 191 tiene aun mejor aplicacion con la plancheta que con el Gafómetro; pues al fin se resuelve gráficamente, carácter distintivo de todos los trabajos hechos sobre el tablero. Si se conocen en efecto, la distancia *a b*, *b c* de la figura 116, es posible fijar la posicion del punto *p* con relacion á los *a*, *b*, *c*, poniendo la plancheta sobre el punto *b*, refiriéndolo á ella, colocando horizontalmente el tablero, dirigiendo las visuales *b a*, *b c*, trazando las líneas correspondientes sobre el papel y describiendo en el mismo dos circunferencias, la primera sobre *a b* de suerte que una porcion suya corresponda al ángulo *a p b* del papel, y la segunda de modo que su arco formado sobre *b c* abarque el ángulo *b p c*. La interseccion de ambas circunferencias nos dará el punto que en la plancheta corresponde al *p* del terreno, tomándose con la escala las distancias que se pretendiesen conocer. De este problema sacan los autores mucho

partido para infinidad de cuestiones gráficas de gabinete, y sirve tambien para referir un punto del papel nuevo que se pone en la plancheta, á otros puntos del papel lleno del dibujo que se ha quitado.

283. Análogamente se podrían seguir resolviendo otros distintos problemas, habiendo adoptado cierto número de ellos; porque el objeto es solo comprender el modo de usar cada instrumento particular, lo que ha adquirido, basta para que el geómetra, á quien se suponen todos los conocimientos elementales necesarios, dé solucion á cuantas cuestiones en la práctica se le ofrezcan, segun sus circunstancias especiales. Los profesores de esta enseñanza deben aleccionar á sus discípulos en el ejercicio de problemas, cuyos datos se les impongan convenientemente, ó el lector procurará proponerse casos prácticos para adiestrarse en su resolucion. Ahora vamos á explicar como se levantan los planos con la plancheta.

284. Sistema de rodeo. Para trazar en la plancheta la figura A B C D del terreno, (figura 146) se pone aquella en A y se traza el ángulo *d a b*, que es el mismo D A B de dicho terreno. Se miden A B, A D y con las partes de escala correspondientes, se llevan sobre *a b*, *a d* del tablero, para conseguir con esto un ángulo igual al del polígono y sus lados proporcionales. Se pasa á B y se pone sobre él el punto *b* de la plancheta, siguiendo la línea *b a* la direccion de la visual B A, enfilada con el anteojo. En este caso *a d* sigue la direccion que se señala en la figura y trazando *b c*, midiendo B C, y tomando sobre la primera de estas dos las partes de escala necesarias, se habrán conseguido en el segundo punto de estacion, los dos ángulos iguales *d a b*, *a b c* á los D A B, A B C del terreno y los tres lados *d a*, *a b*, *b c* proporcionales con sus respectivos D A, A B, B C. Llevando el instrumento al tercer punto de estacion C y refiriendo á este el *c* del papel y al lado C B el *c b* del mismo, por el punto *c* enfilaremos la visual *c* D cuya proyeccion es la *c d* que cierra el polígono; pero este último trasporte de la plancheta puede evitarse, en atencion á que con los dos ángulos y tres lados del segundo punto de estacion, bastaba haber unido los puntos *d* y *c*, si no se pretendiese

comprobar, ó ver si cierra el polígono. Excusado es decir que el procedimiento es exacto, pues bien se ha visto, como se verá tambien en los sistemas siguientes, que en la figura del tablero, los ángulos son iguales y los lados proporcionales respecto á la figura del terreno.

El sistema de rodeo, que al poner el plano en limpio, dá inmediatamente el error, aquí le ofrece aun mas pronto á la vista; porque al colocar, como se acaba de decir, la plancheta en el último punto, en seguida nótase si la última visual pasa por el objeto correspondiente y el extremo del primer lado que se trazó. El sistema que ahora examinamos sirve exclusivamente para problemas tan útiles como el trazado de caminos, rios, &c. de los que nada repetiremos sobre lo muchas veces expuesto, sino que el plano de un rio se facilita en la plancheta; pues como se vé en la figura 147, siendo fácil medir distancias inaccesibles, ó determinar los puntos O, Q, X, de la otra orilla, se evita pasar á ella por medio de la interseccion de las proyecciones *m o*, *n o*, *p q*, *s q*, *t x*, *z x*, correspondientes á las visuales M O, N O, P Q, S Q, T X, Z X. En cuanto á los puntos de inflexion de la orilla donde se opera, tambien se puede evitar el sistema de coordenadas; pues trazadas sobre la plancheta las *m o*, *n o*, *p q*, *s q*, *t x*, *z x* como se ha visto, se toman con la escala las porciones de estas *m m'*, *n n'*, *p p'*, *s s'* &c. correspondientes á las M M', N N', P P', S S', &c. del terreno que fijan los puntos de la orilla M', N', P', S', &c.

285. Sistema de puntos de estacion. No se facilita menos este sistema; pues colocando la plancheta en cualquier punto A, (fig. 148) perfectamente horizontal, y refiriendo dicho punto al *a* del papel, enrasando siempre con él, se dirigen las visuales A B, A C, A D y A E, trazando al propio tiempo sus proyecciones *a b*, *a c*, *a d* y *a e* en el plano. Mídense las distancias A B, A C, A D y A E del punto de estacion á los objetos y llevando sobre sus correspondientes proyecciones las convenientes partes de escala, resulta finalmente la figura *a b c d e* semejante á la del terreno; pues está compuesta de triángulos cuyos ángulos son iguales y sus lados proporcionales con los ángulos y lados de dicho

terreno y dispuestos exactamente lo mismo. Pasando á B, C, D... &c., se puede repetir lo expresado con la precaucion de poner los puntos *b*, *c*, *d* sobre aquellos y los lados *b a*, *c a*, *d a*, sobre los lados B A, C A, D A, &c.

286. Sistema de intersecciones. Aun este se facilita mucho mas que los anteriores; pues consiste en poner sobre el extremo A de la base A B (fig. 149) la plancheta, trazar las *a c*, *a d*, *a b*, *a e*, proyecciones de las visuales A C, A D, A B y A E, medir A B, llevarla segun la escala sobre *a b*, trasportar la plancheta á B de modo que sobre este punto caiga el *b* y *b a* sobre B A, y trazar las *b d*, *b c*, *b e*, proyecciones de B D, B C y B E, que por su interseccion con las anteriores nos dán la figura *a c d b e* del papel, semejante á la A C D B E del terreno.

287. Concluirémos esta leccion con la solucion de un caso práctico muy comun en la carrera del Agrimensor, y que no es otra cosa que la aplicacion del sistema de intersecciones. En los terrenos hay lagunas que desecar para aprovechar sus fondos en las labores del campo. Antes de proceder al trabajo de la desecacion y apelar á un profesor que se encargue de ello, se llama á un Agrimensor y se le pide que examine los puntos mas bajos de la laguna, para conocer su profundidad en aquellos puntos. Sea (figura 150) L la laguna y C, D, E, F dichos puntos. Se elige una base A B que se mide perfectamente. En un punto A, se coloca una plancheta y otra en el punto B, á cargo de un ayudante hábil para esto, se refieren los puntos A y B á las respectivas planchetas y en ambas se traza la proyeccion *b a* ó *a b* de A B. En una barca ó balsa que lleve alzada una banderola, vá un peon parándose en los puntos que se quieren fijar, y supongámos sea el primero el C. A una señal convenida para que la operacion se haga al mismo tiempo, se dirigen desde las dos planchetas las visuales A C, B C y se trazan sus proyecciones *a c, b c*. Se echa una sonda en C y se vé su profundidad anotándose en un apunte. Se pasa á D, E, F y se hace lo mismo, y cuando está concluida esta doble operacion se toma sobre cualquiera de las dos planchetas, la A por egemplo, la longitud de A B sobre *a b* con la escala y se traslada lo hecho en la plancheta B á la primera. La

interseccion de las líneas trazadas nos dán los puntos *c*, *d*, *e*, *f*, en los que se apuntan la sonda que á cada cual le corresponde, objeto especial del reconocimiento.

La explicacion de este problema puede aplicarse tambien, al caso en que se quiere situar por interseccion puntos de una orilla inaccesible, cuando se desea encontrar las distancias que median entre ellos, ó cuando se pretende levantar un plano con la mayor celeridad posible.

LECCION DECIMA-OCTAVA.

APLICACIONES IMPORTANTES DE LOS INSTRUMENTOS EXPLICADOS.

PLANOS DE POBLACIONES.—PROYECTOS DE ENSANCHE Y MODIFICACION DE LAS MISMAS.—ALINEACIONES DE CALLES.

288. Vamos á hacer ahora aplicacion de cuanto llevamos dicho á la solucion de varias cuestiones sumamente interesantes en la práctica, y útiles para los profesores á quiénes estas lecciones se destinan. Los planos de caseríos ó pequeñas poblaciones están al alcance del Agrimensor, que mal podría formar una carta catastral de importancia, si no tuviese las nociones suficientes para levantar los indicados planos. Los de poblaciones importantes, sus modificaciones y las cuestiones que sobre las nuevas alineaciones de calles pueden suscitarse, objeto son del estudio especial del Arquitecto, como á quien por razon de superiores conocimientos, exclusivamente le corresponde. Sin embargo: todo cuerpo facultativo ha menester de otro muy numeroso y entendido que le sirva de auxiliar, y los Arquitectos tienen sus naturales ayudantes y auxiliares en los Maestros de obras y Aparejadores, que bien pudieran llamarse por este concepto Ayudantes y Auxiliares de obras civiles, ó de Arquitectura civil.

Estos cooperan de ordinario á la realizacion de los planos de las grandes ciudades, bajo la direccion de un Arquitecto, que necesita multitud de subalternos entendidos para la terminacion de esta clase de importantísimos trabajos. Por esta razon no nos parece extraña al propósito de este curso, la exposicion de algunas nociones sobre el particular, en beneficio de los que muy luego han de utilizarlas.

289. Planos de Poblaciones. A primera vista se concibe que los caseríos y aldeas y aun las pequeñas villas, no pueden tratarse del mismo modo que las poblaciones que pasan de 8,000 almas, ni mucho menos que las grandes ciudades ó las capitales mas populosas. Los caseríos, aldeas y pequeñas villas pueden representarse en grande escala, y por esto y por carecer de importantes edificios, notables paseos &c., no necesitan de mas plano que el de su conjunto, donde con entera claridad todo puede distinguirse y examinarse. Los planos de los pueblos cabezas de partido, ó los medianamente populosos, se trazan con escalas mas reducidas, y aun mas reducidas son las que se emplean para las grandes ciudades, donde los detalles son precisamente de la mayor importancia.

290. Por esta razon las grandes poblaciones necesitan además del plano *conjunto*, de *planos parcelarios*, que así se llaman los que representan un trozo de poblacion, compuesto de cierto número de plazas y calles.

291. Las escalas deben variar racionalmente, segun se trate de hacer el plano de una grande poblacion ó el de una poblacion mediana, lo mismo para los conjuntos que para los planos parcelarios. Aunque una poblacion de 8,000 á 12,000 almas necesite estos últimos, no es preciso que sean tan grandes como las de otra de 20,000 á 100,000 moradores, y desde luego aparecen muy pequeños los planos de las primeras, respecto de los de las segundas poblaciones, cuando las escalas para los conjuntos son iguales. Las relaciones deben ser graduales y de fácil uso en sus aplicaciones. Las adoptadas oficialmente son de $\frac{1}{300}$ para los planos parcelarios y $\frac{1}{1250}$ para los conjuntos.

292. Segun estas relaciones, en los últimos planos no pueden aparecer multitud de pormenores interesantes para la estadística, que se suprimen para mayor claridad, ó por ser imposible su material expresion. Los planos *conjuntos* tienen por objeto dar una idea general respecto á la magnitud é importancia de la poblacion,

su perímetro total y alrededores, la situacion de sus plazas y movimiento de sus calles, la colocacion de los edificios mas importantes y cuanto se ofrezca de mas bulto á la consideracion de los inteligentes.

Los planos parcelarios recogen por el contrario toda la atencion en un punto, expresándose en ellos toda clase de edificios públicos y privados, la longitud de sus fachadas, sus perímetros, su estado de vida, y hasta el mas mínimo chaflán ó resalto, sin que nada quede por demostrar en casas, paseos, plazas y calles, &c.

En el plano conjunto se hace abstraccion de cada edificio en particular, apareciendo las manzanas sin la distribucion, ó reparto de fincas que tienen, por lo que se las raya de tinta de China, y si se hace uso de colores es para diferenciar unos cuarteles de otros, ó para hacer distincion de parroquias ó barrios.

En los planos parcelarios los colores completan la expresion de lo que las líneas no pueden manifestar, empleándose para representar los edificios públicos ó particulares, el estado de primera, segunda ó tercera vida, las casas ruinosas ó los solares, los edificios en proyecto, los monumentos nacionales segun su carácter de civiles ó religiosos; y en suma, cuanto cumple saberse para formar la estadística general y completa de las poblaciones, que tanto interesa á los particulares, á las corporaciones y á los gobiernos. (a)

Con estos antecedentes comenzarémos por explicar los planos parcelarios; puesto que parece mas lógico proceder de las partes

---

(a) Para el trazado de los planos como para las cuestiones de alineaciones, los colores acordados oficialmente son: para solares sin cerca, fondo bajo de tinta de China con una sola línea exterior; para solar cercado y corrales, la misma aguada y dos líneas; para jardin y huerto, muros de tinta de China y fondo verde; casas ruinosas, muro amarillo; casas ruinosas de importancia, tierra de Siena sin tostar; edificios particulares de mucha importancia, tierra de Siena tostada; casas de media vida, muros de tinta de China; casas nuevas ó en buen estado, carmin bajo; casas recien construidas ó en construccion, carmin subido; edificios públicos, color rojo; Iglesias, capillas y conventos, morado; alineaciones propuestas por las Municipalidades, líneas rojas y llenas; anchos y variaciones de calles, línea roja de puntos y trazos, y puntos de interseccion y cambio, crucetas rojas de líneas llenas ó interrumpidas.

al todo, cuando estas partes son indispensables para la mejor consecucion de ese mismo todo ó conjunto.

293. Planos parcelarios. De todos los métodos hasta aquí expuestos para levantar planos, el de rodeo es el mas oportuno para la formacion de los parcelarios, segun ya se deja entender en el n.º 137.

En efecto: si la figura 151 representa un trozo de poblacion compuesto de la plaza P y las calles E A N O..., E D, D C G H..., F G..., M L..., fácilmente se comprenderá, que si bien no habría inconveniente en comenzar por el punto P tomado arbitrariamente en medio de la plaza y fijar desde este las entradas de las calles dirigiendo visuales á los puntos A, B, F, M, N, no puede proseguirse este sistema de puntos de estacion tan luego como se entra en las referidas calles; porque los edificios de todo punto lo impiden. Por idéntica razon no es posible de manera alguna usar el sistema de intersecciones, ni el de coordenadas aprovecha sino para fijar los puntos de una ú otra acera de las calles.

Para levantar el plano de la plaza P, se la rodea con el polígono A B F M N, y dirigiendo visuales que pasen por en medio de las calles, se cierra la manzana Q con el polígono A E D C B, la R con el B C G F, la S con el F G H L M, la Z con el M N O L y así sucesivamente de cuantas manzanas fuesen necesarias. Todos los expresados polígonos están enlazados fijamente entre sí y constituyen el total E D C G H L O, que forma este plano parcelario.

294. No es necesario que las visuales se dirijan segun los ejes de las calles; pues ni estas son siempre simétricas con respecto á dichos ejes, ni tampoco es indispensable, ni á veces cómodo ó posible establecerlos; por lo que basta como arriba se dice, que las visuales corten las calles en cualquier concepto pasando por en medio de ellas.

295. Los instrumentos mas á propósito son los goniómetros de precision, adoptando siempre que sea posible un Teodolito de Troughton ó Gambey; porque si al parecer son estas operaciones sencillas, tambien requieren la mayor exactitud imaginable. La plancheta no podría tolerarse sino en un plano de escasa impor-

tancia, y la brújula solo deberá emplearse para los caseríos donde los edificios se hallen muy desparramados en sentidos diversos.

296. Como que cada plano parcelario requiere varios croquis de polígonos, y se necesitan tantos planos parcelarios para una poblacion importante, preciso será llevar los apuntes y borradores en un album no pequeño, si uno solo es el encargado de poner los planos en limpio y otro de las operaciones topográficas. Cuando intervienen varios conviene mejor tomar los datos en hojas sueltas, que se conservan luego con riguroso método en una cartera.

297. Tambien pueden abrirse libretas con registros análogos al I y II; pero aconsejamos que en las comprobaciones no se admitan arreglos de ninguna especie. Cada polígono A B C D E, B C G F, A B F M N, &c. de la figura, debe comprobarse por separado y despues el total E D C G H L O, como se dijo en el número 207.

298. Si resultaren errores de ángulos ó lados al tiempo de poner los planos en limpio, debe volverse al terreno una y otra vez y cuantas fuesen necesarias hasta que se descubra donde está la equivocacion para que desaparezca por completo. Cuando se levanta el plano de una porcion de campo, no se puede volver al sitio en casi todas las ocasiones que esto se hace, y trabajando en una poblacion puede rectificarse cuando se quiera. Además, una hectarea de tierra de labor no vale en muchos casos la mitad que una area de poblacion, afectando los errores cometidos en estas á la utilidad, comodidad y ornato públicos, ó edificios de precio incalculable. Una equivocacion por pequeña que parezca, es pues en los planos parcelarios y conjuntos de un pueblo, mucho mas grave que cualquier otra de las que se cometen en la Agrimensura ordinaria.

299. Los detalles que caracterizan una ú otra acera y cuantos edificios se alzan en ellas, se llevan con el mismo método y órden que los polígonos de las manzanas, recordando para esto cuanto se expuso en los números 138, 139, 140 y 141 de la leccion VIII. Nada tenemos que añadir sobre esta materia.

300. Para expresar en los planos parcelarios la longitud de las fachadas, importancia y estado de los edificios, así como los

demás pormenores que exige la estadística, empléanse unos estados concebidos en estos ú otros términos.

XII.

CALLE DE...... ACERA DE LA......

Edificios y solares.	*Número.*	*Estado.*	LONGITUD DE LA FACHADA.		OBSERVACIONES.
			Métros.	*Cts.*	

En la primera casilla se declara si el edificio es particular ó público, solar ó huerta &c.; en la segunda el número que le corresponde; en la tercera su estado de 1.ª, 2.ª ó 3.ª vida, ó si el edificio ha sido reformado, ó está en ruina; en la cuarta la longitud de su fachada y en la quinta y última las observaciones oportunas.

301. CONJUNTOS. Si la poblacion es pequeña basta saber reunir en uno los planos parcelarios. Cada cual de estos se compone como se ha visto de varios polígonos que no pueden discrepar sin perjuicio de desfigurar el plano parcelario, y por consiguiente los parcelarios no pueden discrepar tampoco sin percibirse en el plano conjunto. Para que discrepe el plano de una manzana, es suficiente un error solo en un ángulo ó una línea mal medidos; luego un ángulo ó una línea, cuyos datos se equivoquen, comprometen la exactitud de un plano conjunto: tal es la que se exige en estos casos.

302. Por este motivo para enlazar entre sí los planos parcelarios, se forman triangulaciones que determinen puntos principales en el conjunto.

303. Un órden, ó una red sola de triangulaciones, bastan para el objeto, sin que haya necesidad de muchos, siendo estos considerablemente mas pequeños que los indicados en la leccion XIV.

304. Lo dicho en ella respecto á la observacion de los ángulos (a) es aplicable ahora; pero teniéndose en cuenta que la triangulacion debe hacerse por encima de los edificios, pues de otro modo es imposible, réstanos advertir que las señales de segundo órden (234) se coloquen en azoteas, terrados ú otros sitios análogos, huyendo de dirigirse á veletas de campanarios ú otros objetos de esta clase, para evitar la reduccion de ángulos á los centros de estacion (248). La eleccion de la base y su mensura es muy importante, usándose aquí con ventaja la estadia, si dicha base se elige entre dos señales colocadas sobre edificios. Si junto á la poblacion dominase una planicie, allí podría aplicarse el método general del n.º 239, midiendo la base á satisfaccion y con entera comodidad. Lo mismo puede hacerse en otro sitio cualquiera, con tal que se descubran desde los extremos de la línea elegida las señales de los edificios.

305. Para trazar la triangulacion de los conjuntos se emplea un borrador provisional análogo al indicado en el n.º 245, en el que se figuran de tinta azul los triángulos tales como el E H O de la figura 151, representando de tinta roja ó de carmin los polígonos A B C D E, A B F M N.... &c., á cuyos lados se refieren con líneas de lapiz ó de tinta de China, las coordenadas de los puntos que dán su forma propia á las manzanas.

306. De este borrador ó matriz se sacan con suma facilidad todos los planos conjuntos que se quieran, suprimiendo las líneas de la triangulacion, los lados de los polígonos y las coordenadas,

---

(a) Mr. Lefèvre publicó en Paris un nuevo sistema para observar los ángulos en las triangulaciones. Consiste este en mezclar, por decirlo así, el uso de la brújula con el del Teodolito, de manera que en lugar de tomarse los ángulos directamente, se formen con la meridiana, lo que permite mayor número de comprobaciones; pero que no dispensa ciertos cálculos aritméticos para saber el valor de los ángulos en las soluciones trigonométricas. Ni semejante método se ha generalizado, ni le creemos mas ventajoso que el general explicado en la leccion XIV, lo mismo para las ciudades que para los campos.

á fin de que no queden mas que las calles y plazas, las manzanas y los edificios. En los parcelarios, por el contrario, se dejan no solamente todas las líneas de las construcciones topográficas, sino tambien toda clase de acotaciones.

307. Por último: además del casco debe aparecer en los *conjuntos* el ruedo de las poblaciones, sirviendo para esto la red de triángulos establecida, con la que se fijan de posicion las casas de campo, ventas, huertos, arroyos, rios y cuanto constituye los alrededores de los pueblos. El terreno sobre que se fundan se expresa con curvas de nivel, de las que hablaremos mas adelante.

308. Modificacion y ensanche de las poblaciones. Además de el conocimiento verdadero que dán de la riqueza urbana, los planos parcelarios y conjuntos sirven para verificar sobre ellos el estudio de las mejoras que la comodidad, utilidad y ornato público reclaman, siendo indispensable regularizar las líneas de las fachadas, ensanchar los sitios demasiadamente angostos, dar desahogo á las plazas públicas, formar paseos y mejorar los alrededores, amenizándolos en beneficio de la salubridad pública.

309. El acrecentamiento de poblacion obliga á ensanchar las ciudades, y una vez estudiadas tan importantes cuestiones por quiénes corresponde, cumple luego realizarlas en la práctica. El trazado sobre el terreno de un trozo de poblacion, es el problema inverso del levantamiento del plano; con la diferencia de que el primer caso es mucho mas sencillo que el segundo; pues en los proyectos se tiende siempre á regularizar y por tanto á simplificar la figura de las plazas, calles y manzanas.

310. Señalados los ejes de las calles en el proyecto, medidos los ángulos que forman los polígonos sobre el papel y apreciados los lados de estos mismos polígonos con la escala, fórmanse en el terreno las figuras correspondientes y á sus respectivos lados se levantan perpendiculares para fijar los puntos de las manzanas. Trázanse estas por medio de cuerdas y piquetes, y ya se pueden abrir las zanjas para la ereccion de los edificios.

311. Alineaciones de calles. Mas frecuente es para las distintas clases de profesores que entienden en las construcciones civiles, el caso de la reforma parcial de las fachadas. No pudién-

dose levantar ningun edificio sin la prévia alineacion, todos los dias se ocurren cuestiones geométricas muy interesantes y en las que todo perito debe estar muy ejercitado; pues la mayor parte de las veces se *reciben las líneas* á presencia de personas inteligentes, y es preciso resolver en el acto cuantas dudas se ofrezcan.

312. Sea (figura 116) A C D E F G H B.... &c. la acera de la izquierda de un trozo de calle, y L O N P Q R S Z..... &c. la acera de la derecha. Las casas núm.s 3 y 11 de la acera izquierda se supone que están en línea de ante mano, ó que convienen á la nueva línea que es A B. En este caso las de los núm.s 5, 7 y 9 tienen que someterse á la modificacion ordenada por la comodidad y ornato, adelantándose unas y retirándose otras de la via pública.

El plano de la calle debe estar levantado en los parcelarios y estudiadas sus alineaciones en el proyecto, de manera que si el propietario de la casa n.º 5 pidiese línea para su fachada, no habría mas que bajar la perpendicular E *e* desde la medianería E á la línea A B establecida, y en semejante caso se sabría lo que dicho propietario ha de avanzarse por la derecha, así como por la izquierda basta medir el resalto C D. El trapecio C D E *e* es la superficie que gana para agregarla á la de su casa. El propietario del n.º 7 sale tambien beneficiado, pues extendiendo en la calle una cuerda que una los puntos A y F, bajándole una perpendicular E *e* segun se dijo en el n.º 138 y midiéndola con la cinta, esto será lo que tiene que adelantarse dicho propietario por la medianería de la izquierda entrando, y el triángulo E *e* F la superficie que ha de adquirir del tránsito público. El dueño de la casa número 9 pierde por el contrario de su area el triángulo G H F, siendo fácil saber lo que se retira por la derecha; porque para esto no hay mas que medir G H, en razon á que H es un punto de la línea proyectada. Si no lo fuese, por avanzarse ó retirarse la fachada H B mas acá ó mas allá de la línea, por ejemplo á $m\ n$, habría necesidad de establecer la $v\ x$ paralela á A B, tomar v F y llevar esta distancia á x H, sabiéndose cual es la de G H; porque $G\ H = x\ H - x\ G$, pero $x\ H = v\ F$, luego $G\ H = v\ F - x\ G$. Conócese así mismo H m, ó lo que hay que entrarse en el edificio por esta parte; porque $G\ H = G\ m + H\ m$, ó $H\ m = G\ H - G\ m$.

Pasando á la otra acera, la casa n.º 10 pierde por su izquierda entrando y gana por su derecha, no haciendo caso del n.º 8 por estar en línea. En este supuesto, tírase una paralela á esta última fachada, prolongándose segun n' q' por delante del n.º 10. Midiendo n' O y levantando en n' q' una perpendicular P $p = n'$ O; esto no puede ser mas que en el punto p que cae en el P, paso de la porcion N P O que se pierde, á la porcion P Q q que se gana. Hallado el punto P sobre la fachada, fácil es saber que N O es lo que hay que entrarse por la izquierda y Q q=Q q'—q q'=Q q'— n' O lo que debe avanzarse por la derecha. Si fuese el propietario del n.º 12 quien reclamase medidas, la paralela á la fachada número 8 sería mas larga á fin de que pasase por delante de la fachada n.º 12, y bajadas dos perpendiculares desde sus medianerías á dicha paralela, obtendríamos Q q distancia que adelanta la última fachada por la derecha de su entrada, restando de la perpendicular de este punto la n' O, ó la que se midiese en el punto O. La R r, distancia á que debe avanzarse la nueva fachada q r se consigue de igual suerte, esto es, restando de la perpendicular del punto R la longitud de la perpendicular bajada desde el punto O. Un caso análogo al del 10 es el del n.º 14.

313. En la figura 117 indicamos un procedimiento mas general que los anteriores. Consiste en tomar el plano parcelario de la calle A B C y situar inmediatamente su eje C B C para lo que sobran datos mas que suficientes en dicho plano, pues comenzándose por fijar el punto C con respecto á las esquinas h, q y el B relativamente á la fachada 23, fácil es ya formar el ángulo A B C y hasta cerrar un polígono si necesario fuese. Determinados los ejes C B, B A...... &c., en el plano constan las coordenadas de todos los puntos h, g del n.º 18, las de los e, f del 17 y las del b del 16. Lo mismo se tienen las coordenadas de los puntos q, p del n.º 18, las del o del n.º 20, las del n del 21, las del m del 22, y así de todas las que se quieran de esta otra acera. No hay pues mas que pasar de la escala á la cinta, ó del papel al terreno dichas coordenadas y clavando piquetes dentro ó fuera de los edificios segun ganen ó pierdan, quedan dadas y recibidas las *medidas* ó *líneas* de sus fachadas.

LECCION DECIMA-NOVENA.

TRAZADO DE PROYECTOS SOBRE EL TERRENO.—POLIGONOS REGULARES Y TODA CLASE DE CURVAS.

314. Despues de tomadas *las medidas* de las fachadas de los edificios, como ordinariamente se dice, lo que procede en seguida es su trazado sobre el terreno, ó séase su *replantéo*. (a)

315. Replantéo de una casa. En el núm.º 149 ya hemos dado, aunque ligera una idea de esto, con relacion á las plantaciones de un jardin. El replantéo, ó traslado al terreno de lo trazado en el proyecto de un edificio, no difiere mucho de lo que entonces se dijo; porque si la figura 67 representa la planta de una casa que ha de replantearse, lo primero que se hará es trazar sobre el plano uno ó mas ejes que corten el edificio, é inmediatamente se trasportan al terreno dichos ejes, atirantando cuerdas sujetas con piquetes ó clavós, las cuales distan entre sí lo que nos diga la escala, siendo ó no paralelas segun lo sean ó no los ejes que representan. Con relacion al eje central X Z se toman

(a) Aunque generalmente se considera el *replantéo* como la primera de las operaciones por donde debe comenzar toda construccion, no por esto pertenece en nuestra opinion mas bien al arte de edificar que á la Topografía, de quien se debe considerar como una aplicacion. Los instrumentos, la manera de usarlos, asi como los procedimientos geométrico-prácticos que se emplean, todo manifiesta la mas estrecha analogia con la ciencia topográfica; pues en realidad, el replantéo no es mas que lo inverso del alzamiento de planos de edificios, y si esto forma parte de la Topografia, tambien debe formarla lo que en la esencia no es otra cosa distinta.

los gruesos del muro foral ó de fachada, los interiores paralelos á él hasta el del testero, todos los anchos de las crugías paralelas á la mencionada fachada, así como la luz del pátio, sus corredores y el ancho del corral, clavándose estaquillas ó clavos en todos los puntos que de esta primera operacion vayan resultando.

316. Lo mismo se hace con el eje de la izquierda y con el de la derecha, esto es, se marcan sobre los hilos que los representan los dos puntos que dan el grueso del muro foral; el que determina el ancho de la primera crugía, ó crugía exterior del edificio; el que limita el espesor del primer muro travesero; el que demarca cual sea la luz del pátio, inclusos sus corredores; el que manifiesta la profundidad ó grueso del segundo muro de traviesa; el que fija el ancho de la segunda crugía paralela á la fachada; el que señala el espesor del tercer muro interior paralelo á la misma; el que dá la anchura del corral; y por último, los que demuestran el grueso del muro de testero, si este no es de medianería y por tanto hay que tomarlo.

317. Así tenemos para cada línea del terreno tres puntos uno sobre cada eje, ó para cada muro seis puntos, tres para cada línea que lo limita; luego atirantados dos hilos para cada uno de estos muros en toda la longitud de ellos, tenemos replanteados el de fachada y cuantos tenga el edificio. Como los hilos no pueden permanecer mucho tiempo, pues en seguida hay que abrir las zanjas de los cimientos y ejecutar las demás operaciones de la construccion, se hincan profundamente dos fuertes piquetes en los puntos hallados, y á la cabeza de estos piquetes se atan ó clavan listones de madera, en los cuales á corte de sierra se señalan, no solo los gruesos de muros sino tambien la zarpa de los cimientos.

318. Sobre los hilos que figuran el muro de fachada se hace la distribucion de huecos de puertas y ventanas, sin mas que tomar las medidas en el plano con la escala y trasportarlas con la cinta al terreno. Del mismo modo se procede para fijar los huecos en los muros interiores, y para determinar la posicion de las paredes perpendiculares á la de fachada, sobre cada muro paralelo se ván designando los puntos en que los de los costados les en-

cuentran, clavando estacas con listones para verificar en ellos los cortes de sierra, segun se acaba de hablar.

319. De esta suerte ya se tiene replanteado un pequeño edificio; pues de los tabiques y demás construcciones accesorias se prescinde completamente. Análogamente á lo visto se replantéa un edificio de mas importancia que la casa representada en la figura 67; porque lo dicho es el procedimiento general y corriente, pero puede simplificarse mucho cuando los edificios son completamente regulares, en cuyo caso basta referir los puntos á un solo eje y tirar por ellos paralelas, valiéndonos de las escuadras ó cartabones que se usan en fábrica. Con su auxilio se replantéan tambien los muros paralelos al eje ó ejes, ó los perpendiculares al de fachada, sirviendo siempre los renglones y cartabones para toda clase de detalles, como es la distribucion de huecos y su trazado. Tambien se facilita mucho un replantéo determinando solo una línea para cada muro y dejando para los constructores que sobre aquella línea pongan los gruesos de fábrica, los huecos y demás pormenores.

320. Replantéo de un paseo. Puede ocurrir la necesidad de replantear un paseo, por egemplo, cuya forma total sea un rectángulo cerrado en sus extremos opuestos por dos semi-círculos, dos semi-elipses, ó dos curvas regulares cualesquiera. Supongámos que dicho paseo esté rodeado de una doble fila de árboles, con asientos entre ambas hileras é interpuestos entre árbol y árbol. En medio se alza una fuente.

Uniendo los centros de los dos semi-círculos, ó los puntos medios de los ejes de las semi-elipses, se traza en el papel una línea que divida el paseo á lo largo simétricamente, y con relacion á este eje puesto ya en el terreno por medio de un hilo atirantado, se fijan todos los árboles de la primera y segunda fila, todos los asientos y cuanto sea necesario, por medio de coordenadas que primero se trazan en el papel con una escuadra de dibujar y que luego se trasladan al terreno con un cartabon de los que emplean los constructores, tomando las partes de escala con el compás en el proyecto para trasportarlos al terreno con la cinta. Esto para los costados del paseo, para sus cabeceras será preciso conocerse la clase de curvas que las forman, resolviéndose fácilmente la cuestion si son semi-circunferencias, pues entonces no hay mas que hacer centro en los puntos fijados sobre el eje para esto, y con un hilo trazar dichas curvas, á las que se refieren los árboles y asientos que las rodean, por medio de rádios que las dividen en cierto número de partes, todo lo que se hace primero en el papel, para traducirlo, digámoslo así, al terreno. La fuente se halla sobre el eje.

321. Replantéo de una pequeña iglesia. Supongámos ahora que lo que se quiere replantear es una pequeña iglesia para un pueblo de 300 vecinos. A esta le sobra con una nave espaciosa y cuatro capillas laterales, de las cuales una puede ser el baptisterio y otra el depósito de cadáveres, pudiéndose rematar el testero ó fondo del templo con un abside semi-circular ó poligonal, tras del cual puede tener la sacristía. Con tres ejes que se tracen en el papel, dos que corten por en medio las capillas laterales y otro que divida todo el templo á lo largo en dos mitades completamente iguales entre sí, hay lo suficiente para referirles todas las operaciones del replantéo. Sobre el plan terreno preparado convenientemente, (a) extiéndense las tres cuerdas ó hilos atirantados que representan los ejes, los cuales deberán ser paralelos entre sí, puesto que el edificio no puede dejar de ser completamente regular. A derecha é izquierda del eje central se refieren por medio de perpendiculares que se trazan sobre el papel y luego se llevan al terreno, no solo los gruesos de los muros que cierran la nave, sino tambien los puntos de los arcos abiertos en estos muros y los de los machones si los hubiese. Asímismo se refiere al eje central el abside, sea circular ó de planta polígona, fijando sobre él los gruesos de muros ó pilares y la distribucion de estos en sus arcos respectivos.

322. Pasando á los otros ejes de los costados se hace lo mismo respecto de las capillas colaterales, volviendo á rectificar los pilares y arcos de la nave central y replanteando los muros de

(a) En efecto: el terreno donde se replantéa una casa, un paseo ó una iglesia, tiene que ser lo mas llano ú horizontal posible, enseñándose en la segunda parte de la Topografía lo que debe hacerse para conseguir que el terreno quede de esta manera.

cerramiento. Los altares, pila baptismal y demás pormenores se replantéan durante la construccion, por lo que se hace abstraccion completa de ellos.

323. Los egemplos anteriores están puestos de propósito para hacer notar que en un paseo, por egemplo, se hallan curvas que le cierran, así como en una iglesia puede haber esa misma clase de curvas ó polígonos regulares que forman los absides de las naves ó las plantas de sus capillas, ó acaso la planta total del templo.

324. En efecto: en las casas y en los otros edificios mas importantes hay habitaciones y dependencias cuya planta ya es una curva cerrada, ya un polígono regular ó al menos simétrico, ó ya una figura mixta de curvas y rectas tambien simétrica. Las plazas públicas, los paseos, la planta total de los edificios, afectan todas estas formas que es preciso saber trazar, así como las curvas regulares que describen los encuentros de dos caminos, ó las vueltas que estos dán sobre el terreno, todo lo que interesa lo mismo á los auxiliares de obras civiles que á los de las obras públicas. (a)

325. TRAZADO SOBRE EL TERRENO DE LOS POLÍGONOS REGULARES. Para trazar polígonos regulares lo mismo en el papel que en el terreno, lo primero que se le ocurre á cualquier principiante es describir una circunferencia con el rádio oblícuo del polígono y dividir despues dicha circunferencia en tantas partes como lados ha de tener el expresado polígono; pues uniendo entre sí todos los puntos de division, queda completamente trazado.

Si este procedimiento es inexacto y molesto en el papel, porque consiste en tantéos cuyo, número depende de la destreza del delineante, todavía es mucho mas impropio para usado sobre el terreno, donde llega á ser por lo engorroso, de todo punto inaplicable, debiendo adoptarse otros medios mas directos para conseguir los resultados.

326. Para la construccion de toda clase de figuras regulares,

---

(a) No debe parecer excesivo cuanto se diga sobre replantéos ó trazado de polígonos y curvas en el terreno, no solo porque sin esto nada pueden hacer los Aparejadores y Maestros de Obras, sino porque los replantéos y trazados materiales los deben hacer siempre ellos, aunque sea á presencia del Arquitecto.

supondrémos que se dá la línea sobre que se han de construir y el lado de la figura. Para el triángulo equilátero basta tomar sobre dicha línea la longitud que ha de tener cada uno de sus lados, clavar dos piquetes en sus extremos, tomar una cuerda igual á dos veces el lado que se dió, hacer un nudo en su mitad, sujetar sus puntas cada una en un piquete, atirantar la cuerda y poner un piquete donde caiga el nudo. No es mas difícil el modo que tienen los prácticos para formar un cuadrado. Puesto su lado sobre la línea que sirve de base, en los extremos de dicho lado se levantan dos perpendiculares indefinidas con la escuadra de obras ó de albañil, y sobre ambas se toma la longitud del lado. Los rectángulos que forman la planta de casi todos los edificios y sus dependencias, así se trazan generalmente, debiéndose recorrer todos sus ángulos con la escuadra para rectificarlos. Para el exágono saben los prácticos que su lado es igual al rádio del círculo circunscrito y se aprovechan de esta circunstancia. Para el octógono forman un cuadrado como se acaba de decir, dividen en dos partes los cuatro lados, y por los puntos de division hacen pasar dos cuerdas que se corten en el centro del polígono. Tomando sobre ellas cuatro rádios oblícuos iguales á los otro cuatro del cuadrado que sirvió de base, acaban de fijar con piquetes los vértices del octógono. El dodecágono le trazan haciendo una cosa análoga con el exágono.

327. Si se quisiera inscribir en un círculo un polígono cualquiera sin necesidad de tantéos, la Geometría elemental presta medios para conocer el lado del triángulo equilátero, del cuadrado... &c. en funcion del rádio, y la Trigonometría tiene sobrados recursos para averiguar la longitud de los lados de cualquiera clase de figuras regulares.

En efecto: sea M N O P un cuadrado inscrito en el círculo O M S N L P. Si desde el centro C se tiran los rádios C M, C N, en el triángulo M N C se tendrá que

$$\textit{sen.}\ MCN : \textit{sen.}\ MNC :: MN : MC.$$

Pero $\textit{sen.}\ MCN = \textit{sen.}\ 90 = r = 1$; $\textit{sen.}\ MNC = \textit{sen.}\ 45^{o}$, $MC = R$; y si suponemos que $MN = 200$; $1 : \textit{sen.}\ 45^{o} :: 200 : R$.

Siendo S C L recto, N R será el seno del ángulo N C L de 45º, C R=N R y en el triángulo rectángulo C R N, $CN^2 = NR^2 + CR^2 = 2\ NR^2$; luego sustituyendo, $r^2 = 2\ sen.^2\ 45^o$. Extrayendo la raiz cuadrada de ambos miembros, $r = \sqrt{2}\ sen.\ 45^o$ y despejando, $sen.\ 45^o = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, con lo que hecha la sustitucion correspondiente en la última proporcion

$$1 : \frac{1}{\sqrt{2}} :: 200 : R, \text{ ó } R = \frac{200}{\sqrt{2}} = \frac{200}{1,414} = 141,4.$$

Tal es el valor del rádio ó del lado del exágono inscrito, cuando el lado del cuadrado es igual á 200 unidades.

Suponiendo ahora que M N sea el lado de un polígono inscrito cualesquiera y tirados los rádios oblícuos C M, C N, así como dividido el lado M N en dos partes M Q=Q N por la perpendicular C Q bajada desde C al dicho lado; tendrémos que

$$sen.\ M\,Q\,C : M\,C :: sen.\ M\,C\,Q : M\,Q.$$

Pero como M Q C es recto, $sen.\ M\,Q\,C = 1$, $M\,C = R = 141,4$, y llamando a al ángulo M C N, el ángulo $M\,C\,Q = \frac{1}{2}\ M\,C\,N = \frac{1}{2}\ a$; luego sustituyendo todos estos valores en la proporcion enunciada,

$$1 : 141,4 :: sen.\ \tfrac{1}{2}\ a : M\,Q, \text{ de donde } M\,Q = 141,4\ sen.\ \tfrac{1}{2}\ a$$

$$\text{y } M\,N = 2\ M\,Q = 282,8\ sen.\ \tfrac{1}{2}\ a.$$

Nótase, pues, que sustituyendo en vez de a el valor del ángulo que cada polígono inscrito forma con dos de sus rádios oblícuos consecutivos, no habría mas que sumar el logaritmo de 282,8 con el de $sen.\ \frac{1}{2}\ a$ en cada caso para obtener el logaritmo de M N y por tanto la longitud de este lado; pues

$$log.\ M\,N = log.\ 282,8 + log.\ sen.\ \tfrac{1}{2}\ a.$$

328. Fundados en esta fórmula se calcúlan los lados de las distintas figuras regulares, recordando siempre que el lado del cuadrado es igual á 200 unidades. Si fuese dicho lado igual á 1000, 500...... &c., no habría mas que dividir dichas cantidades por $\sqrt{2}$ ó por 1,414 y duplicar el cociente que resultare para averiguar la cantidad constante, cuyo logaritmo sumado con el de $sen.\ \frac{1}{2}\ a$, nos dá el valor de todos los lados de los polígonos. Trazado el círculo al que han de inscribirse y tomado el precitado

valor con una cinta, fácil es trasportar esta medida el número de veces que sea necesario, sin tener que apelar á tantéos molestos é inexactos. (a)

329. Mas topográficamente, por decirlo así, se podrían trazar polígonos regulares de grande extension por el sistema de un punto de estacion ó por el de rodeo. Para aplicar el primero basta conocer el rádio oblícuo y la clase de polígonos que se han de trazar; porque dividiendo la circunferencia por el número de lados que ha de tener dicho polígono, se sabe el número de grados del ángulo que se debe repetir al rededor de su centro como punto de estacion, y tomando sobre cada lado de estos ángulos la longitud del rádio, se fijarán con piquetes los vértices de la figura, cuyos lados pueden comprobarse para reconocer si ha salido bien ó mal trazada.

Para formar una figura regular por el sistema de rodeo, se pone la longitud de uno de sus lados sobre la línea de la base, y en sus extremos se describen ángulos tales como correspondan á cada polígono. Llevando sobre los lados de estos ángulos la longitud de los del polígono y prosiguiendo como ya se sabe, se cerrará la figura por completo, comprobándose si esto se verifica. Como la suma de todos los ángulos internos de un polígono, vale tantas veces dos rectos como lados tiene menos dos, suponiendo que n sea el número de los lados y a el ángulo interno del polígono $a=\dfrac{180^\circ\,(n-2)}{n}$, nos dá el valor del ángulo que debe formarse para cada figura en el terreno.

(a) Mr. Salneuve calcula además los lados de los polígonos, suponiendo que el diámetro es igual á 200 unidades, en cuyo caso se sustituiría 100 por 141,4, ó 200 por 282,8 en la fórmula que nos ha servido para calcular los lados, en el supuesto que el del cuadrado es igual á 200.

Los de los polígonos segun dicho Sr. son:

El del triángulo equilátero 173,2.	El del octógono 76,54.
El del cuadrado 141,42.	El del eneágono ó nonágono 68,40.
El del pentágono 117,46.	El del decágono 61,70.
El del exágono 100.	El del endecágono 56,34.
El del heptágono 86,77.	El del dodecágono 51,74.

330. Por último: delineados los polígonos con toda exactitud en el papel, fácil es trasportar estas figuras al terreno por el sistema general de coordenadas.

331. Trazado de las curvas sobre el terreno. Entre ellas figuran en primera línea las llamadas de segundo órden, por expresarse con ecuaciones de segundo grado, y resultan de la interseccion de un plano con un cono, segun la disposicion de este plano. Dichas curvas son *el círculo*, *la elipse*, *la parábola* y *la hipérbola*. Nada hay que decir en cuanto á la primera.

332. Respecto á la segunda, A C B D (fig. 119) es una *elipse*, y las líneas A B, C D que se cruzan en sus mitades respectivas á ángulos rectos, se llaman ejes *mayor* y *menor*. Los puntos F, F′ situados á igual distancia del centro se llaman *focos* de la elipse. Las líneas F *m*, F′ *m* que partiendo desde ambos focos se encuentran en un punto de la curva, se denominan *rádios vectores*, y dichos focos se determinan tomando el semi-eje mayor O B por rádio y trazando desde C, extremo del semi-eje menor como centro, un arco que corte en dos puntos al eje mayor. Estos puntos de interseccion son los pedidos.

Dados los ejes de la elipse y encontrados como se acaba de ver los focos, se traza la curva segun el principio de que la suma de los rádios vectores es siempre igual al eje mayor. En efecto: tómese una cuerda que sea del largo de dicho eje, y clávense en los focos dos piquetes, donde se aseguren las extremidades de la cuerda sin que su longitud por esto varíe. Atirántese la cuerda con otro piquete tal como *m* puesto por dentro de ella y haciendo que corra por la cuerda, ó se deslice sobre la misma de modo que siempre la roce y la mantenga tirante al rededor de los cuatro puntos A, B, C, D por los que deberá pasar: la punta del piquete *m* irá trazando en el terreno la curva.

333. Pero por este sistema, llamado de *puntos contínuos* que sirve para elipses de tamaño tan grande como se necesite en las construcciones, no podrían trazarse otras mayores, y para este caso puede emplearse el siguiente método. Sean A B, C D los ejes dados y O el centro (figura 120). Desde este se dirige una alineacion O *m* E y en ella se toman las distancias O *m* igua

al semi-eje menor, y O E igual al semi-eje mayor. Bájese una perpendicular á este último desde el punto E, tal como E *p* y desde *m* otra á E *p* como la *m n*, y el punto *n* será uno de los que se buscan y así de los demás, construccion que puede emplearse en el trazado de una elipse tan grande como se necesite.

334. La curva abierta siempre, N A Z (fig. 121), se llama parábola y la línea A B que la divide simétricamente es su eje. A se denomina *vértice* de la curva, y una cierta distancia A C del eje y fuera de ella, *parámetro*. Se traza por puntos, conocido el parámetro y dada la direccion del eje, suponiendo la semi-circunferencia C M *p* trazada con un rádio cualquiera desde C hasta O, levantando en A una perpendicular al eje, y otra en el extremo *p* de dicha semi-circunferencia, sobre la que tomaremos la porcion P N= A M. El punto N y todos los que de esta suerte se hallen, pertenecen á semejante curva, la que tambien se describe por un movimiento contínuo análogo al de la elipse.

335. Tambien la *hipérbola* que es una curva de dos ramas abiertas como la anterior y semejantes á ella (fig. 122) se traza por un movimiento continuado, pues dada la direccion del eje y su longitud A B así como la posicion de los focos F, F′, se hace girar en F una regla F P á cuyo extremo se une la cuerda P F′, tales que F P—P F′=A B. Haciendo pasar un piquete rozando dicha cuerda, se traza la rama P Z y así la Z X.

336. En el n.º 147 ya se manifestó como se recogían los datos para poner en el plano cierta clase de arcos que se encuentran en los edificios, datos que se toman de igual suerte si se trata de espacios cerrados por muros que tengan semejante curvatura. Las estancias ó dependencias de los edificios, tienen mas ordinariamente por plantas figuras mixtas de curvas y rectas que curvas cerradas, y cuando adoptan la forma de estas, prefiérense las plantas circulares y las elípticas á las de otra clase de curvas.

337. Las abiertas sirven mas bien para los Auxiliares de caminos en el acuerdo de dos trozos de via que formen ángulo y cuya vuelta violenta quiera dulcificarse, y en este concepto vamos á indicar otros procedimientos y clases de curvas.

Sean A B, B C dos trozos de camino (fig. 123), ó dos líneas cualesquiera que formen el ángulo A B C que se desea quitar suavemente. Para esto, si la curva ha de ser regular, se toman dos distancias iguales A B, B C y se dividen ambas en igual número de partes iguales tambien: por egemplo en cuatro. Por la division 1 del lado A B y la 1 del lado B C, tal como se vé en la figura, se atiranta una cuerda fija en los piquetes 1, 1. Por las divisiones 2, 2 se atiranta otra cuerda que por su interseccion con la anterior en el punto *a*, dá este primero de la curva. La cuerda 3, 3 con la 2, 2 dá otro punto *b* de interseccion y de la curva, y por último el encuentro de la cuerda 4, 4 con la 3, 3 dá el tercer punto *c*, los que unidos con los extremos 1 y 4 ó A, C, componen cinco puntos de la curva A *a b c* C.

338. Si A B y B C no son iguales, no saldrá una curva regular; pero el acuerdo del ángulo se verificará de la misma suerte (fig. 124), dividiendo A B en un número cualquiera de partes iguales que aquí son 4 y haciendo lo mismo con B C, que tambien quedará dividida en 4 partes iguales. Las intersecciones sucesivas de las cuerdas 1, 1 con la 2, 2; 2, 2 con la 3, 3; 3, 3 con la 4, 4 &c., ván señalando los puntos de la curva que resultará de la forma que aparece.

339. Si un camino diese dos vueltas ó en cualquier construccion se quisieran robar dos ángulos dispuestos como se nota en la figura 125, se procede tambien lo mismo; pues despues de dividido el lado A B en cuatro partes iguales ó en las que se quieran, se toma un punto tal como el 4 en el lado B C donde se acuerde la parte cóncava con la parte convexa de la curva, y B 4 se divide tambien en cuatro partes iguales entre sí, con lo que atirantando las cuerdas, se procede á trazar la porcion de curva A 4. En seguida 4 C se divide en otras cuatro partes iguales y C D de la misma manera, para encontrar la curvatura de la segunda vuelta.

340. El siguiente es otro método para trazar en el terreno una rama de parábola, cuando los lados del ángulo son desiguales. Siendo estos A B, B C de la figura 126, se establece entre los puntos A y C una línea, divídese esta en dos partes iguales en D, únese este punto con B y divídese asímismo B D en otras

dos partes iguales. A B, B C y cada una de las partes A D, D C, se dividen en un número de partes iguales, 4 por egemplo. Se tira por el punto E, medio de B D, la 2 E 5 paralela á A C, y tomando 2 b', 5 f' iguales á la cuarta parte de E D, tendrémos los puntos b' y f' que con E constituyen tres de la curva. Los cuatro restantes a', c', e', g', se consiguen tomando en las líneas respectivas y desde la paralela 2 E 5 para abajo, las distancias 1 a', $m\ c'$, $n\ e'$, 6 g', iguales á $\frac{1}{16}$ de E B.

341. Otro procedimiento muy parecido al acabado de explicar, es el que usan los prácticos para acordar dos trozos de camino que forman el ángulo M N O de la figura 127. Unen los puntos M, O por la M O que dividen en dos partes iguales en el punto P, donde se levanta la perpendicular P Q. El punto Q se toma á discrecion sobre esta perpendicular segun la mayor ó menor curvatura que se le quiera dar al rodeo del camino, y medida Q P se unen los puntos Q, M, Q, O con las cuerdas Q M, Q O. En medio de la Q M se levanta la perpendicular $a\ a'=\frac{1}{4}$ Q P, y en medio de Q O la $b\ b'=\frac{1}{4}$ Q P, a', b' son dos puntos, así como el Q para el trazado de la curva. Si se necesitasen otros dos, se une el punto Q con b' y con a' y se tiran tambien las cuerdas a' M, b' O. En sus mitades se levantan las perpendiculares $r\ r'$, $s\ s'$, $x\ x'$, $z\ z'$ iguales todas á $\frac{1}{4}\ a\ a'$, $\frac{1}{4}\ b\ b'$ ó $\frac{1}{16}$ de P Q, y así se hallan los puntos r', s', x', z' que con los anteriores dán los nueve puntos M, r', a', s', Q, x', b', z', O, que son mas que suficientes para caracterizar la expresada curva.

342. En la práctica se usan además las de tres y de varios centros y otras muchas cuyo trazado y generacion sería muy difuso recordar. Basten pues las curvas indicadas, acabando por señalar el modo de conseguir en el terreno todas las que se quieran, por el sistema general de la coordenadas. Cualquier curva trazada en el papel a', b', c', d', &c. (fig. 173) se traslada al terreno por medio del referido sistema; pues formado en él el ángulo A B C de las bases y tomando con el compás sobre los lados B A, B C las longitudes que á cada cual le corresponde por escala, es fácil tener con ella asímismo las longitudes $a\ b$, $b\ c$, $c\ d$, $d\ e$, &c. y llevarlas al terreno con la cadena. En cada punto a, b, c, d,

g, *h*, &c. así determinado, se levanta una perpendicular con la clase de escuadra mas conveniente, y sobre cada una de dichas perpendiculares se vá trasportando la longitud de su correspondiente en el dibujo, hasta hallar en el terreno todos los puntos *a'*, *b'*, *c'*, *d'*, *e'*, *f'*,..... *h'*, *j'*, &c.

Este procedimiento sobre ser general nos parece el mas á propósito en la práctica; pues por lo comun se comienza por estudiar en el papel las curvas necesarias á la construccion, y luego cumple trazarlas.

Acabando esta leccion con problemas útiles para los caminos, parece que deberíamos extendernos en las inmediatas en consideraciones sobre el levantamiento del plano de aquellos, toda vez que lo apuntado en los núm.s 172, 268 y 284 no sirve nada mas que para los pequeños trozos que cruzan ó atraviesan la porcion de terreno representada en un plano, y nunca para el trayecto de un camino comprendido entre dos pueblos. De esta importante materia, así como del trazado de dicho trayecto y el de los cortes y perfiles, hablarémos en la segunda parte de la Topografía, (a) y limitándonos por ahora con las aplicaciones explicadas, pasarémos en seguida á tratar de los trabajos de gabinete.

(a) No quisiéramas omitir nada de cuanto refiriéndose á la Topografía tenga carácter de trabajo profesional y útil á los Auxiliares de obras. El temor de formar un texto demasiado abultado, nos ha obligado á ir haciendo algunas aplicaciones conforme se ván dando las nociones topográficas, y si bien los estudiosos echarán mucho de menos para el aprendizage de sus respectivas carreras, lo expuesto toca aunque de paso las principales cuestiones en las que luego podrán completar sus estudios; pues este no pasa de ser un curso elemental.

TERCERA PARTE
DE LA PLANIMETRÍA.

TRABAJOS PROPIOS DEL GABINETE.

LECCION VIGESIMA.

INSTRUMENTOS NECESARIOS PARA EL DIBUJO DE PLANOS.

343. Todo el que ha menester del dibujo lineal necesita en primer lugar de un buen estuche llamado vulgarmente de matemáticas, en cuyo uso debe perfeccionarse en fuerza de mucha asiduidad y práctica. Constan ordinariamente de compases de de puntas fijas y de piezas, tira-líneas, doble decímetro y semicírculo graduado.

344. Compases. Los compases de puntas fijas se construyen de diversos tamaños segun los usos; y los de piezas se componen de las necesarias para trazar líneas de lapiz ó de tinta; pues antes de proceder á fijar con esta última el resultado del trabajo topográfico sobre el papel, conviene estudiar el trazado con lapiz que permita corregir los errores. Cuando en la descripcion de los círculos no alcanza el compás grande de piezas, se le arma en la pierna móvil una *alargadera* que acompaña tambien á los estu-

ches. Pero esto á veces no basta y en tal caso se necesita el compás llamado de varas.

Consiste este (fig. 129) en un renglon A B de madera ó de metal, de 5 á 8 decímetros y aun de un métro de longitud si se necesita, que en un extremo lleva la punta fija F para colocarla en el centro del círculo que se quiere trazar, y que para correrse á lo largo del renglon tiene la móvil M, que puede sujetarse convenientemente con un tornillo de presion P. Con este instrumento se trazan arcos de círculo de un rádio tan largo como requiera un plano regular, utilizándose para trasladar distancias ó tomar longitudes con la escala, pues para ello se mueve la punta M hasta juntarse ambas puntas, ó tocar los extremos del renglon. Debajo de la pieza que lleva la punta movible, se arma el lapiz para los tantéos ó el tira-líneas para el trazado definitivo de los arcos, y aun algunos de estos compases se han perfeccionado hasta el punto de divídir su limbo en decímetros, centímetros y milímetros, tomándose partes menores que estos últimos por medio de un Nuñez que acompaña á la pieza ó punta móvil.

Así como este es el mayor de los compases empleados en el dibujo, la *bigotera* es el mas pequeño; pues sirve para trazar los círculos mas reducidos que se ocurren. Está armado de sus piezas correspondientes, mas las mejores se construyen para su uso especial, es decir, unas para lapiz y otras para tinta. Entonces se aproximan sus puntas á vuelta de tornillo hasta dar un rádio de un milímetro ó menos si se quiere. Hay compases de elipses, grandes á la manera del de varas y chicos como la bigotera, cuyo mecanismo con su inspeccion fácilmente se comprende; y por último, acompaña á casi todo estuche el compás de proporciones de mucha utilidad en la práctica. Estriba su mecanismo en la proporcion de los lados homólogos en los triángulos semejantes y sirve para tomar la mitad, tercera, cuarta ó cualquier parte alícuota de una línea dada, segun lo permita su construccion. Así pues, si A E (fig. 130) es una pierna del compás y D B la otra, entrambas iguales y que puedan girar en el punto C, quedando C E=D C y C A=C B, se habrán formado los triángulos A C B, D C E semejantes por tener los ángulos en C iguales, como opuestos que son por el vértice, y las A B y D E paralelas por la construccion. Los lados homólogos darán la proporcion A C: C E:: A B: D E ó B C: C D:: A B: D E, esto es, que en la razon en que están divididas las piernas del compás quedan abiertas, ó que si C E ó D E son la mitad, tercera, cuarta ó cualquier parte alícuota de C A ó C B, D E es la mitad, tercera, cuarta, ó parte alícuota correspondiente de A B. Esto supuesto, la construccion de un compás de proporciones consiste en las dos piernas A B, C D de la fig.ª 131, entrambas con un vacío para que dentro del hueco de ellas corra la pieza E que se asegura donde convenga. Se abren y cierran dichas piernas con entera facilidad, y cuando con las puntas A, C se ha tomado una línea, las contrarias D, B la dán reducida en una proporcion dada, segun se gradúe la pieza; para lo que se señalan sobre una de las piernas, las líneas donde se debe poner, segun se quiera que D B sea la mitad, tercera, ó cuarta parte de A C.

345. El *doble decimetro* es una regla de metal, madera ó marfil de dos decímetros de longitud, dividida en centímetros ó milimetros. Algunas de estas tienen por el reverso la correspondencia en pulgadas y lineas del pais en que se usan, y para hallar la relacion de estas unidades de medidas con las de otro pais, se construyen los dobles decímetros en forma de prismas rectos de base triangular, en cada una de cuyas caras aparece la division correspondiente. Tambien podría hacerse en forma de cuadradillo para otra nueva division.

El doble decímetro sustituye en cierto modo al compás, pues sirve como él para trasladar divisiones de la escala de un plano á otro, para tomar las correspondientes segun una relacion conocida, esto es, que si un milímetro del plano representa un métro del terreno, tomando tantos milímetros de la regla se tienen tantos del terreno, cosa á que no alcanza el compás, y por último se usa el doble decímetro para dividir las lineas, pues si se quiere la tercera ó cuarta parte de una longitud apreciada con él, se hace aritméticamente la division y el cociente se toma en la regla para la reparticion de la línea; lo que habría de obtenerse con el compás de proporciones, ó empleando el compás ordinario por medio de engorrosos tantéos.

346. Semi-círculo graduado. Es en realidad un semi-círculo de laton y mejor de talco por su trasparencia, en el que está hecha la division de grados ó medios grados segun su diámetro lo permita, para conocer, formar, y dividir ángulos sobre el papel. Para lo primero sea B C A (fig. 132) el ángulo que se quiere conocer, se coloca el semi-círculo sobre el lado C A de modo que su centro coincida con el vértice, y el diámetro 0 180° con dicho lado; el otro C B caerá sobre cualquiera division del talco que se lee y dá el valor pedido. Mas como lo que interesa es formar el ángulo, pues ya se traen del terreno datos de su valor en la cartera, se traza para esto, que es el segundo caso, una línea C A y se marca en ella el punto C que ha de servir de vértice. Sobre dichos puntos y línea se coloca el semi-círculo de suerte que su centro y diámetro caigan sobre ellos y leyendo la graduacion se toma el número de grados y medios grados que vale el ángulo. Allí se marca un punto *p* y poniendo una regla cuyo canto coincida con este y el punto C, por su canto se traza el lado C B del ángulo. Para el tercer caso, que es dividirlo ó tomar otro de doble ó triple valor &c., se hace la division ó multiplicacion numérica y se apela á tomar el número de grados que dé el cociente ó producto. Allí tambien se señala un punto que unido con el centro determina el ángulo como se desea. Así se ha dividido el B C A en dos partes por la bisectriz D C, ó se ha tomado el D′ C A doble del primero.

347. Pero este sencillo instrumento de estuche no satisface á la exactitud apetecida, porque los goniómetros aprecian hasta minutos y él no; razon que ha obligado á modificarlo, acompañándolo de una pequeña regla giratoria en el centro del semi-círculo, la que en su extremo lleva un Nonio. Aun así no se obtiene toda la justa apreciacion que hace falta, y de mejora en mejora se ha venido á inventar el siguiente instrumento.

348. Trasportador. Llámase así porque lleva los ángulos del terreno al papel y consiste en un círculo ó anillo circular de laton, con su limbo perfectamente dividido en grados y medios grados. De la misma plancha en que se construye el disco, (figura 133) se saca la regla A C que sirve para sostener el centro P

del instrumento, al rededor del cual gira la regla P Q que tiene la abertura N para el Nonio, y el tornillo T de coincidencia, con otro de presion por debajo. La línea de fé del limbo coincide con el canto de la regla A C, y el canto *m n* de la regla P Q con el cero del Nuñez. El centro vá en hueco y se determina por la interseccion de dos cerdas á ángulos rectos. Con semejante instrumento se traza cualquier ángulo, pues si se quiere el M P Q=35°25′, se coloca el centro del instrumento de modo que el punto de interseccion de las cerdas coincida con el vértice P y el canto 0 180° de la regla A P con el lado M P, se mueve rápidamente la regla P Q hasta los 35° y para los minutos se dá vuelta al tornillo T suavemente hasta que se verifique la coincidencia de los 25′, en cuyo caso se corre sin dificultad el lapiz por el canto *m n*. El ángulo quedaría así trazado, porque se cuenta desde cero á cero de las lineas de fé. Análogamente se toma la mitad ó el doble del ángulo descrito y se hace en fin cuanto es necesario en el trazado de los planos.

349. El trasportador representado en la figura 134 es el denominado de Troughton, el mas exacto que generalmente se usa entre los dibujantes. Consiste en el anillo circular A B D, cuyo canto termina en pequeños dientes que le transforman en una rueda dentada, con la que engrana un piñon que tiene la pieza P Q en su extremidad P, para que verificándose el movimiento suave de dicha pieza P Q al rededor del centro O y recorriendo el piñon todo el engranage del disco, se mueva tambien la regla R S de los nonios que está unida á la mencionada pieza, y con dicha regla las puntas M, N, movibles en sus extremos *t t*, *t′ t′*, á causa de los tornillos *t*, *t*, *t′*, *t′* que permiten colocar ambas puntas sobre el disco cuando no sirven, y dejarlas caer sobre el papel cuando hacen falta.

Para usar este trasportador en el supuesto de que se quiera medir un ángulo, se coloca el punto O interseccion de las cerdas ó rayas del cristal sobre el vértice del ángulo, y se hace coincidir con uno de los lados una de las líneas de fé trazada á los 0 180° ó á los 90 270 sobre el canto interior del anillo. Muévese luego el tornillo T para que puesto en juego el piñon recorra los dientes de la rueda y se lleve la pieza PQ y la regla RS hasta que las puntas M, N caigan sobre el otro lado y su prolongacion, en cuyo caso leido el limbo y el Nonio correspondiente, queda conocido el valor del ángulo. Para formarlo sobre una línea y desde un punto, se colocará el instrumento como se ha dicho, esto es, de modo que su centro caiga sobre el punto y una de sus líneas de fé sobre la dada, y moviéndose despues el tornillo T hasta que el Nonio respectivo dé el valor del ángulo, se dejarán caer las puntas M, N sobre el papel, que con dos pequeños punzones de acero que tienen marcarán dos puntos, por los que se tira la línea que forma el ángulo. Otras pequeñas puntas de acero que lleva el disco por debajo, sirven para que no se resbale el instrumento sobre el papel y se trastorne el ángulo; y por último, para que los escasos de vista puedan distinguir con claridad las divisiones del Nonio y del limbo, acompaña siempre al instrumento un lente de mano.

350. Si al trasportador se le dán mayores dimensiones, se ponen por debajo cuatro puntas de acero que no lastimen el papel, y en los extremos de A C una pínula de charnela y otra en N, ó si se le pudiera armar un anteojo, tendríamos un instrumento que puede servir hasta para levantar planos en el campo, porque colocado sobre el tablero hará veces de goniómetro y goniógrafo al par, dando los resultados completos y prontos.

Situada la plancheta ó tablero en un punto de estacion perfectamente horizontal y evitado el cabeceo, se pueden tomar ángulos cuyo valor se conoce y se apunta, despues de trazados ó proyectados tales cuales son en el papel. Fácil es comprender lo restante de su manejo.

351. Además del estuche y trasportador son útiles de primera necesidad para el dibujante, los tableros, reglas, escuadras y plantillas.

El tablero se debe construir de pino, prefiriéndose la madera muerta á la demasiado fresca, pues el movimiento que toma esta con las contracciones y dilataciones producidas por la sequedad ó humedad de la atmósfera, causa al tablero alabeos que le imposibilitan para el trabajo. Se unen dos, tres, ó mas tablas segun el tamaño del tablero, cuyo ancho y grueso será proporcionado; pues ni acomoda para el uso un tablero demasiado pesado ni tan delgado que sintiendo sobradamente la influencia atmosférica, se tuerza ó abra inutilizándose por consiguiente. Las tablas se unen al tope; pues á media madera como se hace en algunas partes, léjos de conseguirse el objeto, cuando toma el tablero el movimiento indispensable, ya no se unen bien las juntas, lo que expone al dibujante á que introduciéndose por ellas las puntas del compás ó el lapiz, se rasgue el dibujo despues quizás de un largo y penoso trabajo. Para evitar que se desunan las tablas, se usan las *bisagras ó toledanas* y para precaver el pandeo las *cabeceras* y *barrotes*.

Las bisagras ó toledanas son unas dobles colas de milano *c c'*, (figura 135) hechas de una pieza de madera, que entran en cajas practicadas á uno y otro lado de la junta, ó entre dos tablas que se unen. Con ellas nada bueno se consigue; porque al verificarse las contracciones ó dilataciones propias de la madera, como esta fuerza motriz es superior á todo reparo, los esfuerzos son mas violentos y se rompen ó saltan al fin las bisagras produciendo daño en el tablero.

Las cabeceras *d, d'* se colocan en las extremidades opuestas de él metidas en el canto, y el objeto es cambiar la direccion de la fibra para que los esfuerzos sean encontrados y se contraresten. Pero estas cabeceras léjos de impedir el alabeo le causan doble y acaban por salirse del tablero. El embarrotado que consiste en meterle por ambos extremos y en direccion normal *e e', e''* á la fibra, unos gruesos listones ó barrotes á media madera y cola de milano en una escopladura practicada en todo el ancho del tablero, es la mas sencilla y mejor precaucion; pues estos gruesos barrotes no se alabean fácilmente y mantienen las tablas en el plano, aflojándose cuando mas y saliéndose de la escopladura algun tanto, lo que prueba que dichos maderos impiden el movimiento independientemente al suyo propio. Todo lo que sea ligar íntimamente las piezas es peor; razon por la que los tableros embisagrados y encabezados no son tan buenos como los sencillamente embarrotados. Y hasta la altura del barrote facilita el uso del tablero en el trabajo, porque se mueven mas fácilmente y se inclinan tambien con mas comodidad.

El tablero debe recorrerse por sus cuatro lados perfectamente á escuadra para obtener un paralelógramo lo mas exacto posible; pues esta es su forma mas usual y cómoda. Despues de servir algun tiempo se repasa á fin de mantenerlo siempre en dicha forma.

Al tablero se pega el *papel* segun su clase y para lo que ha de servir. Si se trata de un tantéo de lapiz ó cosa breve y de poca monta, basta el papel contínuo sujeto al plano por sus cuatro ángulos con cola de boca ó con unas puntas de acero con cabeza de laton llamadas *chinches*. Mas si se vá á delinear ó sacar un plano de importancia, conviene desechar todo papel de algodon y usar siempre el de hilo, sea de la clase que se quiera, que bien conocidas son de los dibujantes.

Hay papel satinado y sin satinar. El papel satinado ó al que se le ha pasado un cilindro para cerrarle los poros á fin de que presente una superficie mas tersa, sirve por lo mismo para los dibujos de pluma; pues en el papel de mucho grano salta y no se desliza con tanta facilidad. Por el contrario el papel sin satinar acomoda mejor para los planos lavados porque absorbe el agua, á diferencia del satinado que la escurre. Sin embargo: hay quien usa de ambos sin distinguir de clases, aunque siempre con algunas precauciones.

Para pegar el papel sea este el que se quiera, algunos lo mojan todo con una esponja por ambas caras, otros lo empapan solo por la que se pega al tablero, y otros en fin dejan sin mojar las orillas que han de adherirse. Se deja algun tiempo para que absorba bien el agua, en particular si el papel es satinado, hasta que esté muy flexible y en este caso se escurre y pega comenzando por los lados opuestos, para concluir con los otros dos. Hay quien lo estira por las diagonales y principia pegándolo por las puntas, pero esta diligencia es innecesaria y aun de mal efecto; pues basta que el papel haya tomado bien el agua por toda su extension para pegarlo de cualquier suerte que sea. Se evita así que forme bolsas en medio y doblando las orillas se impregnan de *cola de boca ó goma* para frotarlas despues de ponerse sobre el papel otro blanco. Tambien se pega el papel con tiras engomadas, lo que es mas breve.

Toda diligencia es á veces poca para los principiantes, que no obstante la sencilléz de estas operaciones, se encuentran con arrugas ó despegados los papeles cuando mejor pegados los creían.

352. Reglas. Estas son de diversos tamaños segun para lo que han de servir; pero siempre de madera á propósito y delgada, á fin de que por su flexibilidad se ciñan completamente al tablero. Sus cantos no necesitan chaflán, pero han de ser paralelos y bien recorridos, lo que conoce todo dibujante despues de tirada una línea. Sin embargo: la vista poco experimentada deja desapercibidos algunos pequeños garrotes que se forman en las líneas á causa de las reglas, y para saber si están mal ó bien recorridas, se tira una línea con el canto que se vá á reconocer, y despues se vuelve poniendo el mismo canto al otro lado. Si este canto no coincide en ambas posiciones con la línea, la regla deberá recorrerse. Algunas tienen embutidas en los bordes una pequeña plancha metálica á fin de que las aristas no se deterioren fácilmente, pero se usan poco en la práctica.

353. Reglas paralelas. Para tirar paralelas, cosa muy repetida en los planos, se usan dos reglas M, N (figura 136) unidas entre sí por dos piezas de metal *a*, *b*, las cuales giran en sus extremos p, p', q, q' de modo que las reglas puedan aproximarse ó retirarse á manera que se necesite tirar una recta C D mas apartada ó junta de su paralela A B. No se pueden tirar paralelas mas separadas de lo que permiten las piezas *a*, *b*; pero cuando esto se quiere se mueve la regla que se pone sobre A B y se lleva sobre otra paralela donde se fija para que la regla M alcance á tirar la paralela que se pretende.

354. Pero mejor que estas reglas sirve la *muleta* que así se llama á una regla del tamaño que se necesite, la cual tiene atravesada á ángulos rectos, otra menor en una de sus extremidades á modo de una T. La regla pequeña que forma la cabeza es mas gruesa que la otra, y por consiguiente deja un resalto por debajo que encaja en los bordes bien recorridos del tablero. Puesta la muleta en el canto mas largo, por egemplo, y corriéndola en toda

su longitud de suerte que el reborde de la cabeza roce siempre dicho canto, se tirarán por el de la regla cuantas paralelas se necesiten en toda su extension, las que serán perpendiculares á las anteriores, si los cantos del tablero están á ángulos rectos y si se han tirado varias paralelas recorriendo el canto menor.

355. Escuadras ó plantillas. Así se llaman unas tablitas delgadas de madera y cortadas en forma de triángulos rectángulos, las que son de un uso indispensable para todo dibujante por su pronto manejo. Cuando estas escuadras tienen los catetos iguales formando un triángulo rectángulo isósceles, se llaman de 45º porque en efecto sirven para trazarlos.

Estas escuadras se usan para levantar y bajar perpendiculares, tirar paralelas en todos sentidos y formar ángulos de 45º como se acaba de indicar. Si A B (fig. 137) es una recta á la que se ha de levantar una perpendicular en el punto P, se coloca la plantilla de modo que un cateto coincida con la recta y el vértice del ángulo recto con el punto, para que el otro cateto dé la perpendicular. Lo mismo se hubiera hecho si Q fuera el punto, pues se hubiera recorrido el canto de la plantilla por la línea hasta que el extremo de un cateto tocara el punto. Poniendo una regla que coincida con la línea A B y moviendo la plantilla á lo largo de su canto se tendrán cuantas perpendiculares se quieran ó paralelas se necesiten. A una regla y una plantilla se le dán sobre el tablero cuantas posiciones sean necesarias para conseguir rápidamente lo que se desea. Si se quieren tirar á A B (fig. 138) línea oblícua en el tablero varias paralelas, se adapta sobre parte de esta la hipotenusa, por decirlo así, de una plantilla P, y en esta disposicion se le acerca la regla hasta que su canto se junte con el del cateto mayor, se asegura con una mano dicha regla y con la otra se corre la escuadra P hasta que su canto toque en el punto M, por donde ha de pasar una paralela E F. Análogamente se tiran las M N, *m n*, *m′ n′*, y asímismo se emplean dos plantillas y escuadras combinadas entre sí, uso muy variado y fácil de adquirir en la práctica, del que sería difuso dar mayores detalles.

Conviene que las plantillas estén exactamente recorridas á escuadra y esto puede examinarlo fácilmente el dibujante. Sobre una línea A B cualquiera se levanta una perpendicular P Q (figura 139) poniendo la plantilla M como se ha dicho y luego se vuelve como se vé en M'. Si en ambos casos los cantos del cateto mayor coinciden con la línea, la plantilla es buena; mas si se desvían de ella dichos cantos la segunda vez, habrá que recorrerse ó desechar la escuadra, por no formar dos ángulos iguales ó rectos sobre una línea.

356. Plantillas de curvas. Así se llaman (fig. 140) unas tablas flexibles cortadas en muy diversas y caprichosas formas con distintas combinaciones de curvas, para trazarlas por su canto en el papel. Las mejores son las que se componen de porciones de curvas de generacion conocida, como son las secciones cónicas ó curvas de segundo órden, ó de curvas muy usuales en la práctica, como golas, talones, escocias, cabetos, &c. Los principiantes deben tener un juego de ellas hasta que se adiestren en hacer las curvas á pulso que es la mejor plantilla, á menos que no sean curvas grandes y de cierta generacion exacta, en cuyo caso se aplican procedimientos para trazarlas en el papel análogos á los enseñados para el terreno. Los tratados de delineacion pueden extenderse mas en este punto, pues á nosotros nos distraería demasiado esta digresion.

357. Por último: la práctica enseña la necesidad de multitud de cosas que para los planos generalmente se emplean, entre las que quedan además de las dichas el uso de los *colores* y los *pinceles* de que hablarémos algo para terminar.

Los colores mas usuales son la *tinta de China*, la *tierra de Siena*, la *gutta gamba*, el *azul de Prusia* y el *carmin*. Con la tinta de China y tierra de Siena se obtienen varios matices de color pardo muy usado en los planos para imitar la naturaleza, y con la gutta y azul de Prusia otros muchos puntos del color verde tan empleado en toda clase de vegetacion. Tambien se emplean además de los dichos otros colores y figuran en primera línea la *sepia*, el *azul índigo*, el *rojo de Indias* y otros. En su lugar debido indicaremos el uso de estos colores, que además de ser propio es convencional.

Los pinceles de la *aguada*, que así se llama la clase de pintura usada en planos, son casi exclusivamente de ardilla, cuyo pelo es suave y de mucha punta, la que introduce en los poros del papel el color perfectamente. Son preferibles los pinceles grandes á los chicos; pues la franqueza y frescura dá hermosura á los planos que no el miniado fatigoso, aunque este puede conseguirse con un pincel mediano pero de buena punta. Se arman los pinceles, de cuya construccion no nos ocupamos en este libro, en astas ó se mete el cañon del uno en el otro para usar dos á un tiempo, uno con color para darlo y otro con agua para desbatimentarlo. Muchas veces se necesita que cada pincel tenga un color distinto, para usar ambos á la vez como se verá luego.

LECCION VIGESIMA-PRIMERA.

MODO DE PONER LOS PLANOS EN LIMPIO.

358. Conocido el uso de los instrumentos y útiles que nos han de servir en el gabinete para el dibujo, vamos á poner en limpio el resultado de las operaciones practicadas en el campo. Cada plano se traza segun el instrumento y procedimiento que se siguió para levantarlo. (a)

359. PLANOS LEVANTADOS CON LA CINTA Y CADENA: PLANOS DE EDIFICIOS. Ya en la leccion VIII números 133, 134 y 135, indicamos al par que el levantamiento del plano el modo de ponerlo en limpio. Respecto á los planos de casas digimos tambien (número 142) la dificultad que se presenta de ordinario, cuando no conciertan unas medidas con otras. Es fácil comprender que la marcha seguida generalmente para poner todo plano en limpio,

(a) Pero antes de poner los planos en limpio, tratan algunos autores de la resolucion de cierta clase de problemas prévios que se ocurren en el gabinete. Por ejemplo: en el croquis del sistema de rodeo falta el valor de un ángulo ó un lado, ó se olvidó cualquiera de estas acotaciones para el sistema de varios puntos de estacion. Es necesario pues deducir un ángulo ó un lado de los demás datos combinados entre sí, ó fijar la posicion de un punto con relacion á otros varios ya conocidos. Para todas las cuestiones de esta especie que realmente tengan solucion, la geometría elemental ó la trigonometría prestan medios al dibujante que en el trascurso de los trabajos gráficos echa de menos algun dato olvidado en el campo involuntariamente. La práctica irá mostrando al principiante los recursos de que debe valerse, sin que nos entretengamos en exponer aquí algunos problemas que por aplicables que fuesen nunca podrán satisfacer á todos los casos que ordinariamente se ocurren.

consiste en formar primeramente la escala, como en la leccion I se ha explicado, calcular por ella el espacio que ha de ocupar en el papel la planta, si se quiere representar la de un edificio, y tirar la primera línea. Sobre ella se toma la de fachada y el punto por donde pase el eje del edificio: si es regular se fijan respecto de él la puerta principal, accesorias y ventanas y despues se determina el grueso del muro por una paralela.

A uno y otro lado del eje ó de la puerta *a* (fig. 67) se toma el ancho del zaguan *m l* sobre dicha paralela y haciendo centro en los extremos de dicha longitud con la diagonal *m o* y el lado *l o*, trazarémos dos arcos que por su interseccion nos determinan el punto *o*, y con la diagonal *l p* y el lado *m p* se trazan otros dos arcos que por su encuentro dán el punto *p*. Uniendo *o p* y tomando sobre esta línea el grueso del muro correspondiente, fijarémos despues sobre él la puerta *r n* y lo mismo las laterales *x s*, *t v*. Con las piezas A A A A se hace lo propio, mas si el segundo muro de la primera crugía es todo corrido y se encuentran desvíos parciales en cada pieza, es necesario hacer desaparecer este error por una correccion prudente. El mismo error puede resultar en las piezas de la crugía B B &c., é igual al cerrar el pátio P ó el corral C, cuyas medianerías pueden sufrir mas desvío del que traia la última pieza A de la primera crugía. Lo mismo decimos del corral y crugías M, N, viéndose á veces que no se cierra bien el perímetro del edificio, ó que no conciertan unas partes de edificio con las otras por carencia de datos, inexactitud al tomarlos, ó equivocacion al ponerlos en limpio. De cualquier modo que sea, es de suyo tan sencilla la teoría que se sigue para poner estos planos en limpio y el trabajo á veces tan engorroso, que nada puede decirse mejor que remitir á los principiantes á una práctica constante, pues han de tener siempre advertido que al tocar los resultados en el ejercicio ordinario de estos trabajos, dista mucho la apreciacion mental de lo que los medios groseros é inexactos pueden alcanzar.

Los instrumentos se perfeccionarán mas y mas, los modos de usarlos serán mas y mas estudiados, las rectificaciones una y otra vez empleadas contribuirán á depurar mas y mas la verdad;

pero ni aunque se tenga cuidado al elegir un instrumento, aunque se use con destreza é inteligencia, y aunque los medios de verificacion para tomar los datos y asegurarnos de que no nos hemos equivocado sean los mas eficaces; luego habrá que poner el plano en limpio y tenemos de nuevo que proceder con instrumentos para su uso y con rectificaciones que como todo lo material distan mucho de la verdad abstracta. Es necesario pues prevenir el ánimo del geómetra, lo mismo al levantar el plano que al ponerlo en limpio, á fin de que no se acuse de ineficacia en la ciencia, lo que es solo dificultad en vencer los medios toscos y groseros, que solo se emplean bien con muchos conocimientos y no menos práctica.

360. Así pues, para poner en limpio los planos levantados con los instrumentos, explicarémos el modo de conseguirlo directamente y además la verificacion del trazado.

361. Planos levantados con la escuadra. Para poner en limpio estos planos comenzamos por cerciorarnos si las medidas se hicieron bien en el terreno, lo que tambien hubiéramos podido observar allí mismo. En la figura 100 se trae medida la base A E y las distancias A b, b c, c d y d E por la parte de arriba y E f, f a, a A por la de abajo, y comparando las longitudes se tiene

A b=	88 m.s	60 c.s	E f=	49	72
b c=	64	52	f a=	135	90
c d=	10	55	aA=	14	51
d E=	36	21			
Suma.	199	88	Suma.	200	13

A E=200 m.s

Vemos pues que los errores no son de gravedad, pues comparadas ambas sumas con la longitud total, hay 13 centím.s en la una de más y en la otra 12 de menos, diferencia poco sensible en una escala reducida, que puede rectificarse. Si no se hubiera medido A E el error sería mas notable, aunque tambien puede corregirse sin pasar de nuevo al terreno, tomando el término medio y repartiéndolo para todos los puntos.

362. Despues de este cálculo prévio y formada la escala, se tantéa el espacio que ha de ocupar el polígono en el papel por la

longitud de la base y la suma de las perpendiculares mas largas B *b*, F *f*, y se tira la línea correspondiente á la A B del croquis. Sobre ella se ponen las partes de escala de su longitud total y las necesarias para hallar los puntos *a*, *b*, *f*, *c*, *d*. En cada uno de estos puntos se levanta una perpendicular con la escuadra ó plantilla, segun se dijo en la leccion anterior número 355, y sobre dichas perpendiculares se toman las partes de escala que dice el croquis ó calepino para *a* G, B *b*, F *f*, C *c*, D *d*....... Unense los puntos A, B, C, D, E, F, G con una regla y queda hecho el trazado.

363. Las mismas precauciones se toman cuando el plano es mas complicado ó se necesita inscribirle ó circunscribirle un cuadrado ó rectángulo. Pero al colocar la plantilla sobre los puntos de modo que el vértice del ángulo recto coincida con ellos y un cateto con la base, no es fácil hacer exactamente esta coincidencia sino con una de ellas que esté muy bien recorrida; por lo que se suele tirar una paralela á la base y colocando sobre esta el borde de la regla, recorrer por él la plantilla hasta que su canto corte á los puntos por donde se hace pasar la perpendicular. Las demás observaciones que pudieran hacerse dependen mas bien de la práctica que de la complicidad en el método; por lo que á dicha práctica remitimos los principiantes en el dibujo lineal.

364. Levantamiento del plano con la pantómetra, gafómetro y demás goniómetros de esta especie. Todo el artificio del dibujante consiste ahora en el trazado de los ángulos, para lo que hemos explicado el semi-círculo graduado, el trasportador y sus usos; pero hay otros medios de formar los ángulos en el papel sin emplear dichos instrumentos.

365. Uso de las cuerdas de Francoeur. Este geómetra ha formado unas tablas en las que aparecen las cuerdas de todos los arcos comprendidos entre 0° y 180°, siendo el rádio igual á 1000 partes de la escala. Para trazar un ángulo en un punto cualquiera sobre una línea dada, basta hacer centro en dicho punto y con un rádio igual á 1000 partes de la escala trazar un arco, y sobre él tomar desde la línea que sirvió de lado hasta donde alcance la cuerda del ángulo despues de buscada en la tabla. Unido el otro

extremo de la cuerda con el vértice, se tiene lo que se busca.

366. La tabla de Francœur se ha calculado usando de la fórmula $b=a$ *sen.* B que nos dice, que en todo triángulo rectángulo el cateto menor es al seno del ángulo agudo opuesto, como la hipotenusa es al rádio, que se supone igual á la unidad. En efecto: sea B A C un ángulo cualquiera, tal como el que se designa en la figura 141. Si haciendo centro en A con un rádio A B=A C=1000 partes, trazamos el arco B E C y bajamos la perpendicular A D á la cuerda B C, se tendrá por la fórmula anterior, que si llamamos a al ángulo B A C

$$BD=AB\ sen.\ \tfrac{1}{2}\ a$$

y por lo tanto $CB=2\ AB\ sen.\ \tfrac{1}{2}\ a.$

Luego siendo la unidad A B ó el rádio igual á 1000 (véase la formacion de las tablas de las líneas trigonométricas) todo estriba en buscar en la tabla de los logaritmos de los números, el del seno de la mitad del ángulo y duplicarlo.

367. Tambien sirven las tablas para resolver el problema inverso, esto es, dado el ángulo en el papel conocer su valor; porque si en la misma figura se quiere conocer el ángulo B A C, con el rádio A B=1000 partes de la escala se traza el arco B C y la cuerda B C que se mide con la misma escala, y luego se aplica la fórmula

$$sen.\ \tfrac{1}{2}\ a=\frac{CB}{2\ AB}.$$

368. Siempre se usan para las 1000 partes del rádio las mas pequeñas de la escala, mas si se trata de los lados del polígono, cuyos ángulos fuesen tan pequeños que no alcancen á dicho número de partes, se toman 100, con el cuidado de correr á lo que se halle en la tabla una coma á la izquierda; y por último, cuando se quiere construir un ángulo mayor que los arcos de las tablas, se resta de 180° y se forma el ángulo del suplemento.

369. Uso de los senos. Este procedimiento para trasportar los ángulos del terreno al papel es muy sencillo, pues basta solo para ello la tabla de los logaritmos. Así que siendo C A B (figura 142) el ángulo cuyo valor se conoce y se ha de trazar, se toma

sobre la A B indefinida una parte A b=1, rádio de las tablas, se busca en ellas el logaritmo del seno del ángulo dado, y hallado se busca tambien en la tabla de los números el que corresponde á dicho logaritmo. Con la longitud del seno así encontrada como rádio y desde el punto b como centro, se describe un arco $m\,n$, al que tirándole la tangente A c C, esta será el otro lado del ángulo que quedará así trazado. Estas tangentes son de difícil exactitud, por lo que es preciso tirarlas con cuidado á fin de que lo sean al arco donde el seno les es perpendicular; pero la dificultad mayor de este método consiste en que cuando el ángulo es casi un recto es muy difícil de trazar, por lo que se forma en efecto el ángulo recto D A B, y sobre la perpendicular D A levantada para este caso se procede como antes, lo que se comprenderá por la inspeccion de la figura, tratándose de formar el ángulo E A B.

Si en vez de que sea el rádio igual á la unidad, para mayor comodidad le queremos igual á 10, 100 ó 1000 partes de la escala, recorrerémos con la coma en el resultado obtenido segun se ha dicho, una, dos ó tres cifras á la derecha.

370. Uso de las tangentes. Tambien se conoce una tabla de estas que sirven como las de Francœur para trazar ángulos. El rádio es en ellas igual á 500 partes y están calculadas por la fórmula

B C=A C *tan. a*. (figura 143)

llamando a al ángulo B A C que se pretende. Es fácil conocer que esta fórmula está fundada en la relacion de las líneas trigonométricas con los lados del triángulo rectangulo segun se explicó en la Trigonometría. Para usar las tablas, el ángulo B A C queda inmediatamente trazado si sobre A C, en cuyo punto A se supone el vértice, se toman 500 partes desde dicho punto hasta donde alcancen, por egemplo hasta C, y aquí levantamos una perpendicular indefinida con la plantilla y sobre ella ponemos la longitud que para la tangente del ángulo B A C dice la tabla; pues uniendo el punto extremo B con el vértice, queda el ángulo construido. En general: fórmese un cuadrado A C D E cuyo lado sea de 500 partes de escala y colóquense sobre C D los valores de las distintas tangentes, las cuales dán los puntos que deben unirse con el del vértice A para el trazado de los ángulos. Si se quiere variar de rádio y usar el de 10, 100 ó 1000 partes en vez de 500, no hay mas que tener presente esta circunstancia en los resultados.

371. Sabidos estos varios modos de trazar los ángulos en el papel, todo queda reducido ya á consultar el croquis y calepino segun el método empleado, formar así los ángulos y tomar los lados. Así pues, para el sistema de rodeo se traza la línea que representa el primer lado y sobre ella se tomarán las partes de escala que este lado tenga. Despues se formarán á sus extremos los ángulos que dice el croquis y calepino, bien con el trasportador ó de cualquiera otro modo, y sobre los lados indefinidos se toman sus longitudes y así se proseguirá trazando ángulos y tomando la longitud de cada lado hasta recorrer la figura. Para varios puntos de estacion, despues de calcular la extension del dibujo en el papel, se comenzará por un punto al rededor del cual se forman los ángulos gráficamente, con la escala se toman las distancias de sus lados segun las cotas del croquis y así se pasa á los otros puntos. Lo mismo se hace para el sistema de intersecciones, pues determinada la base con la escala, á sus extremos se describen los ángulos que por la interseccion de los lados dán los puntos, ó se calcúlan los lados de los triángulos para describir arcos desde los extremos de la base que se cortan en los vértices del polígono. Tampoco añadimos nada de particular respecto á la triangulacion.

372. Mas por sencillos que parezcan todos los procedimientos para poner estos planos en limpio están sujetos á errores que se cometen en el dibujo, razon por la que se usan medios de rectificacion que consisten en trazar los planos de un modo diverso al empleado.

En efecto: cualquiera de los planos puestos en limpio despues de levantados con el Gafómetro, pueden referirse al sistema de cordenadas aunque sea la triangulacion, segun indicamos en la leccion XV al hablar de aquella. La dificultad está en pasar de un sistema de los usados con goniómetros al de cordenadas.

373. Para ello sea A B C D E F G H I J (fig.ª 144) un polígono cualquiera, cuyo plano se ha levantado con Gafómetro por el sistema de rodeo. Podemos considerar la línea A E como base

y desde todos los puntos bajarle perpendiculares tales como B b, C c, D d, F f, G g, &c., que determinen las coordenadas de dichos puntos. Tírense las p q. s k, x z, paralelas á la A E y se tendrán por la parte de arriba los triángulos rectángulos A b B, B p C, C q D, D d E y por la de abajo los A j J, J x I, I z H, H s G, G k F y F f E. Por los datos tomados en el terreno se conocen los ángulos en A, B, C, D, &c. y los lados A B, B C, C D, D E, E F, &c. y con ellos se calculan los triángulos rectángulos y por consiguiente las coordenadas. Las abscisas correspondientes á las ordenadas de la parte superior de la base son

$$A\ b,\ b\ c = p\ C,\ c\ d = C\ q \text{ y } d\ E$$

por debajo $A\ j,\ j\ i = x\ I,\ i\ h = I\ z,\ h\ g = s\ G,\ g\ f = G\ k \text{ y } f\ E.$

Las ordenadas por encima de la base son

$$B\ b,\ C\ c = B\ b - B\ p,\ D\ d = C\ c + D\ q$$

$$\text{por debajo } J\ j,\ I\ i = J\ j - J\ x,\ H\ h = h\ z + z\ H = I\ i + z\ H,$$

$$G\ g = F\ f - F\ k \text{ y } F\ f.$$

Luego conociendo los catetos de los triángulos rectángulos respectivos, tenemos las anteriores coordenadas. Para calcularlos, se comienza por saber el ángulo que forma B A con A E, B A E, pues la base se traza como mejor nos acomode. En este caso ya es fácil conocer el ángulo A B b de este triángulo, restando el anterior á quien llamarémos a de 90°, y se tiene que

$$90^{\circ} - a = A\ B\ b = b.$$

Con tales datos se deducen

$$A\ b = A\ B\ sen.\ b,\ B\ b = A\ B\ sen.\ a.$$

Restando b del ángulo A B C, acotado en el croquis, tendrémos el b B C á quien llamarémos c, y $90^{\circ} - c = B\ C\ p = d$ que dán

$$B\ p = B\ C\ sen.\ d,\ p\ c = B\ c\ sen.\ c$$

$$C\ c = A\ B\ sen.\ a - B\ C\ sen.\ d.$$

Restando asímismo B C $D + d$ de 180° resulta el ángulo D C q que designamos por e y $90^{\circ} - e = C\ D\ q = f$;

$$\text{luego } C\ q = C\ D\ sen.\ f,\ D\ q = C\ D\ sen.\ e.$$

En el triángulo D d E se tiene que el ángulo

$$d\ D\ E = C\ D\ E - f = g, \text{ y } D\ E\ d = 90^{\circ} - g = h$$

$$\text{luego } D\ d = D\ E\ sen.\ h,\ d\ E = D\ E\ sen.\ g.$$

Del mismo modo que hemos calculado todas las abscisas y ordenadas de los puntos del polígono que están sobre la A E calcularíamos las de debajo, pues basta haber indicado suficientemente la marcha. Este cálculo que se hace sobre el croquis traido del terreno, nos sirve para poner el plano en limpio por el simple uso de la escala y la escuadra ó plantilla, mas si queremos además sacar el plano en limpio por el sistema de rodeo segun los datos, ya tendrémos dos medios distintos que conducen al propio fin y que por su comparacion nos darán la rectificacion que buscamos, apelando siempre á los términos medios, ó lo que es lo mismo, á repartir los errores de suerte que en ninguna parte sean muy sensibles, si no hay otros mejores recursos que emplear.

374. Se aplica el procedimiento acabado de explicar al dibujo muy fácilmente, formando un rectángulo ó cuadrado M N O P (fig. 145) capáz de contener la figura y con arreglo á escala. Sobre la línea A B paralela á la M N ú O P, pero tirada donde convenga segun las mayores ordenadas de uno y otro lado, se toman las abscisas calculadas de antemano A *a*, *a b*, *b c*, *c d*.... &c. y lo mismo las A *h*, *h l*, *l m*.... &c. por los puntos señalados de esta manera sobre A B se levantan perpendiculares hasta M N ó hasta O P, segun las ordenadas se cuenten hácia arriba ó hácia abajo, y finalmente se concluye por tomar sobre cada paralela $a\,a'$, $b\,b'$, $c\,c'$, &c. $h\,h'$, $l\,l'$, $m\,m'$, &c. la longitud de las ordenadas correspondientes, con lo que se determinan los puntos A, a'' b'' c'' d''... h'' l'' m', que unidos entre sí cierran la figura.

375. Por último: los rectángulos A M $a\,a'$, $a\,a'\,b\,b'$, &c. que resultan de este modo, se refieren á cuadrados; pero no nos detendrémos en explicar una transformacion que no produce grandes resultados. Recordarémos sí que la triangulacion se refiere á un sistema de coordenadas por medio del cálculo de las distancias á la meridiana y la perpendicular.

376. Consiste todo como se anunció en la leccion XV, número 253, en hacer pasar por un punto de la triangulacion tal como el A (fig. 146) de la base, la línea N S ó meridiana verdadera en el terreno, y conocer el ángulo que la base ó lados de los triángulos forman con la meridiana ó su perpendicular E O. Con estos ángulos de partida se calcúlan los triángulos rectángulos para las

coordenadas como se acaba de ver en el párrafo 373. El plano levantado por triangulacion además de ponerse en limpio por un sistema análogo al de sus operaciones respectivas de campo, se traza en el papel por el de coordenadas, y caso de emplear los dos se comprueban el uno con el otro, todo como acaba de notarse. Para hacer el cálculo del paso de cualquier sistema á las coordenadas, se abre un registro.

377. PLANO LEVANTADO CON LA BRÚJULA. Este por su naturaleza exige otro modo de ponerse en limpio. El mas general y sencillo consiste en tirar en el papel una línea por un punto que suponemos el primero de estacion. Sobre esta línea que representa la direccion de la aguja, se ván formando con el semi-círculo ó trasportador los ángulos que el croquis ó registro dicen que ha de formarse con el meridiano magnético, y sobre cada lado ya medido y puesto en escala se marcan los otros puntos de estacion. Se tira otra línea paralela á la anterior por uno de ellos y allí se repite lo mismo y así sucesivamente, trazando siempre paralelas á la primera por todos los puntos, para formar sobre ellos los ángulos.

378. Esto que se dice para el sistema de puntos de estacion sirve para todos; pero nos podemos ahorrar el trabajo de tirar tanta paralela, tirando una linea sola (fig. 147); pues si A B C D es la figura que se quiere trazar, por un punto O cualquiera, trazamos una línea n s que represente la direccion de la aguja y con este punto y sobre dicha recta, formamos por medio del semi-círculo ó trasportador los ángulos n O d=N A D, n O b=N A B, n O c=N′ B C, n O d'=N″ C D, n O a=180°—s O a=N‴ D A=180°—S‴ D A; y tomando un punto A de partida se tiran por él las A B paralelas á la O b trazada. Sobre A B se toma la longitud del lado y en el punto B se hace pasar B C paralela á O c, se marca el punto C y por él se tira C D paralela á O d', fíjase con la escala el punto D, y finalmente se traza la D A paralela asímismo á la O a, con lo que se tiene dibujada la figura.

Para emplear este fácil y compendioso método de poner los planos alzados con la brújula en limpio, úsase en vez de talco ó trasportador del *papel de horizonte*, que consiste en una hoja no pequeña de marquilla donde se ha estampado un gran círculo exactamente dividido en grados, medios grados y cuartas partes de grados ó partes de 15 en 15 minutos, que son las que mas llega á alcanzar generalmente la brújula. Este papel se recorta al rededor y tiene un círculo pequeño concéntrico al grande, el cual se agujeréa ó vacia para poner un talco, papel trasparente ó de tela, donde se corten dos líneas en el centro perfectamente á ángulos rectos. Cortaduras análogas se hacen en los extremos de las líneas de fé 0 180° ó 90 270°. Preparado ya el papel de esta suerte, se coloca su centro sobre el punto 0 de la figura y la línea 0 180° sobre la *n s*, trazándose los ángulos *n* O *a*, *n* O *b*, *n* O *c*, *n* O *d*, *n* O *d'* con suma rapidéz y con bastante exactitud. El expresado papel sirve para todos los casos semejantes á este que se ha puesto de egemplo.

379. Bastan los enunciados para que el dibujante conozca con cuantos recursos cuenta, pudiendo consultar tratados mas latos si los necesita.

LECCION VIGESIMA-SEGUNDA.

COPIA Y REDUCCION DE LOS PLANOS.

380. Tomados los datos en el terreno y puesto el plano en limpio en nuestro gabinete, parece que está satisfecho todo cuanto apetecemos, si no ocurriese en la práctica la necesidad de copiar unos planos de otros, ó de dibujarlos en mayor ó menor escala.

381. Copia de planos. Primeramente nos ocuparémos de esta cuando se hace en igual escala, manifestando los siguientes medios.

382. 1.º—Picando los puntos. Consiste este en colocar la hoja de papel que contenga el plano original sobre la hoja de papel blanco donde ha de copiarse, y con una aguja sumamente fina picar los puntos notables del polígono de modo que dicha aguja, atravesando el primer papel deje su huella en el segundo. Despues y consultando el original, se ván uniendo los puntos picados entre sí con trazos de lapiz. No hay necesidad de fijar muchos de dichos puntos si el dibujo es complicado, pues picando algunos de los mas importantes y uniéndolos entre sí por líneas de lapiz que se rectifican con el compás, con esto se puede ir detallando lo demás. Cuando se pican muchos puntos, los principiantes se confunden y necesitan levantar á cada instante la hoja del original, para unir los puntos picados en la copia. De cualquier manera que sea, si el papel donde se saca esta no se ha agujereado mucho y está pegado al tablero, fácil es pasar una esponja con agua

y disminuir las huellas que la aguja deje; pero siempre se habrá dañado el original, motivo por el que este procedimiento no debe emplearse sino en muy pocos casos y segun la importancia de lo que se dibuja. Por egemplo, si se quiere pasar de un borrador al plano en limpio, puede tolerarse haciéndolo con esmero; mas si el plano original es interesante no debe usarse. De todos modos es el mas imperfecto de los medios materiales empleados en la copia de planos.

383. 2.º—Calcando al cristal. Este procedimiento es el que instintivamente se le ocurre á todo el mundo y aunque reprobado por los dibujantes de figura y adorno; pues perjudica al aprendizaje de la expresada clase de dibujo, está aceptado para esta otra en todas partes. Consiste en colocar la hoja del original debajo y la del papel blanco encima, y ambas sobre un cristal que deje pasar la luz, para que el original se vea á través del papel blanco, en el que á pulso se vá pasando el dibujo con el lápiz. En los depósitos de planos donde á cada instante se está usando este sencillo método, tienen un gran cristal puesto en un marco que puede inclinarse sobre un pié á manera de atril, bien formando un ángulo de 45°, ó como se quiera. Sobre este cristal se hace el calco como se ha dicho, y aun si se aseguran bien los papeles, á regla y con todo cuidado á fin de evitarse la repeticion del trabajo. Pero cuando se trata de líneas rectas lo mejor es marcar sus puntos con entera exactitud, pues el pasado contínuo se hace para los dibujos de montaña, donde tan difícil es la copia de las curvas de nivel, como ya veremos mas adelante. Estos planos exclusivamente se calcan, pues otra cosa sería sobre molesta, inexacta. Debe comenzarse por pasar los rios, caminos y demás líneas largas, despues las montañas, y por último tierras de labor y poblaciones; pero no se crea que esto se ha de hacer con todos los detalles, sino con los contornos generales y las curvas de nivel solamente.

384. 3.º—Uso del papel trasparente. Este papel, ó bien se prepara impregnando otro sumamente fino de materias grasas y resinosas, ó se escoge entre el que se llama *papel vegetal*, tan trasparente que puesto sobre el original se ven con entera

claridad hasta los mas delicados detalles. Este papel se pone encima del dicho original pegado por sus ángulos á fin de que no se mueva, y se pasa el dibujo con nn lápiz ni muy duro que lo rasgue, ni muy blando que haga el trazo grueso y se borre, vuélvese el papel de calcar y por el reverso se pasa otra vez con lápiz muy blando, lo que se arrima al papel blanco, para que frotándolo luego por encima ó pasándolo tercera vez con un puntero muy fino, quede la huella sobre el papel, lo que se asegura acabándolo de dibujar. Esto que es muy minucioso y limpio, requiere sin embargo la molestia de repetir el trabajo hasta cuatro veces, pero se economiza mucho tiempo si despues de hecho el primer calco se tizna un papel con polvos de lápiz por una cara que se arrima al papel blanco y sobre este papel se pega por las cuatro puntas el calco que se repasa con el punzon ó un lápiz duro, á fin de que la huella vaya dejando el lápiz del papel ennegrecido sobre el blanco, y aparezca en este pasado el dibujo. Despues se asegura este definitivamente con el lápiz y se sacude y limpia de polvos con miga de pan suavemente, para que yéndose dichos polvos quede el trazo dibujado con toda limpieza.

Conviene de cuando en cuando alzar por una punta con sumo cuídado el calco para ver si se nos ha olvidado calcar alguna cosa, ó si se ha pasado ó no al papel blanco; pues es muy engorroso volver á colocar los papeles como estaban, despues que por cualquier motivo se han separado.

Por último: si se copia de un dibujo ya estropeado á otro que se quiere poner en limpio, puede ponerse este original sobre el papel untado de negro é impregnarse por detrás si se trata de un borrador que ha de inutilizarse. Este sistema y los anteriores, como los mas materiales que son en el arte, se aprenden muy prontamente en la práctica por los que se ejercitan en todo género de dibujo.

385. 4.º—Papel tela. Pero la delineacion ha adelantado en estos últimos dias no poco en exactitud y celeridad para la copia de planos, á causa del *papel tela*, que así se llama al formado en efecto de una tela sumamente delgada y ligera, preparada con una composicion que la hace impermeable y trasparente al pro-

pio tiempo, papel muy conocido ya de todo el mundo y recomendado especialmente para las oficinas públicas, porque resistiendo mejor que el ordinario á los dobleces sin cortarse y sin ajarse, es el mas á propósito para los planos que acompañan á los expedientes. Cuando se quiere sacar una copia con esta clase de papel, se coloca este sobre el original bien extendido y sujeto con chinches, pasándose inmediatamente el dibujo de tinta de China con tira-líneas ó pluma, ó dándose hasta las aguadas si son de gruesos de muros ú otras por este estilo. Nada mas exacto, ni nada mas rápido puede desearse de cuantos medios materiales de copiar se conocen, exigiendo muy poco trabajo y conocimientos de parte de los copiantes de que á veces hay que valerse en las oficinas ordinarias.

386. 5.º—Interseccion de las líneas. Este procedimiento no es un medio material como los citados, es el trazado del dibujo por medio de la escala y compás y siguiendo un procedimiento semejante al que se ha explicado para poner el plano en limpio. Si se tiene un plano A B C D (fig. 148) en el que se representa un rio, sobre el que pasa un camino por medio de un puente, y á un lado de dicho rio hay casas y al otro tierras de labor &c., se forma un rectángulo *a b c d* en un todo igual al del plano A B C D y tomando con el compás C M sobre el plano para fijar un punto M del rio, se hará centro en *c* y con un rádio *c m* se trazará un arco. Tomando C E y trasportando esta distancia á *c e* se consigue un punto *e* de la orilla del rio, y con E M trasportada á *e* como centro y trazando con *e m*=E M un arco que corte al anterior, tendrémos otro punto *m* que corresponde al M del original. Así irémos poniendo puntos en la copia por intersecciones hasta tener todos los necesarios de una y otra orilla del rio. Para el camino con C N y F N determinarémos en la copia los puntos *f*, *n* y con C O, G O el punto *o* por medio de arcos trazados con *c o* y *g o* desde *c* y *g*. Con A Q, C Q trasportadas segun *a q*, *c q* y haciendo centro en *c* y en *a* se fija la esquina *q* de la casa Q del original y así de la otra esquina, y asímismo de las otras casas y de cuantos detalles y pormenores se ocurran; pues el procedimiento no varía sea poco ó mucho el trabajo que haya de repetirse.

387. 6.º—CUADRÍCULA. Nada mas expedito que este modo de copiar entre los dibujantes de figura. La *cuadrícula* se forma dividiendo los lados A B y A C (fig. 149) en un número cualquiera de partes iguales, y tirando por los puntos de division paralelas á dichos lados, á fin de formar un cruzado de rectángulos ó cuadrados, segun resulte mejor, ó pueda hacerse. Lo mismo se verifica sobre el cuadrado de la copia, y despues sobre cada lado de esta última se ván trasladando los puntos de la primera. Como este sistema se emplea para la reduccion, darémos en seguida mas detalles.

388. MODO DE REDUCIR LOS PLANOS. Sea el plano mayor que su copia ó vice-versa, los medios que se emplean ordinariamente son los mismos, y se refieren á los siguientes que á continuacion se expresan.

1.º—POR LA REDUCCION DE LA ESCALA. Lo que primero se ocurre al dibujante es reducir en efecto un plano de una relacion $\frac{1}{m}$ á otra $\frac{1}{n}$, reduciendo primeramente la escala. Asi pues, hecha esta segun $\frac{1}{m}$, sea mayor ó menor que la $\frac{1}{n}$, fácil es verificar el trazado de la otra por lo que se dirá respecto de las líneas proporcionales, y con ambas escalas se procede segun el sistema que se aplique al original, pues se pueden emplear en él las coordenadas, las intersecciones, &c.

Si lo primero, comiénzase por trazar sobre el papel blanco la línea de base y tomada la longitud de la del original con la escala cuya relacion es $\frac{1}{m}$, se trasporta sobre la 1.ª línea la misma longitud, pero despues de reducida segun la relacion $\frac{1}{n}$. Mídense todas las abscisas sobre la base del original con su escala, llévanse una por una sobre la base reducida de la copia conforme á la escala de la misma, y sobre los puntos que resulten se levantan otras tantas perpendiculares con la plantilla y la regla. Sobre cada cual de estas perpendiculares indefinidas se vá poniendo la ordenada correspondiente con la relacion $\frac{1}{n}$, despues de vista la longitud que tienen las ordenadas respectivas del original segun su relacion $\frac{1}{m}$. Así se consigue definitivamente el resultado.

Mas si se quisieren usar las intersecciones (figuras 148 y 150) séase A B C D el plano original y fórmese con la escala de la relacion $\frac{1}{n}$ el rectángulo *a' b' c' d'* que representa el A B C D. Tomada la distancia C E con la escala del original, llévese á *c' e'* con la de la reduccion, y con C M, E M reducidas á *c' m'*, *e' m'* con la escala de la copia, se fijará en esta el punto *m'*. Lo mismo sería del *q'* y de todos cuantos se necesitasen para terminar el trabajo.

389. 2.ª—POR LAS LÍNEAS PROPORCIONALES. Supongámos que una línea del plano cuya escala es $\frac{1}{m}$ se vá á reducir segun la escala $\frac{1}{n}$. Para conseguirlo se forma un triángulo rectángulo (fig. 151) tal, que su hipotenusa A B sea igual á un número cualquiera de partes de la escala $\frac{1}{m}$ y su cateto mayor A C al mismo número de partes, pero de la escala $\frac{1}{n}$. Si la línea dada es A D, bastará bajar desde el punto D el lado A C, la perpendicular D E y A E será la línea reducida; pues

$$A\,B : A\,C :: \frac{1}{m} : \frac{1}{n}$$

$$A\,B : A\,C :: A\,D : A\,E$$

$$A\,D : A\,E :: \frac{1}{m} : \frac{1}{n}.$$

Generalmente se hace la hipotenusa A B igual á 1000 partes de la escala $\frac{1}{m}$ y A C tambien igual á 1000 partes de la escala $\frac{1}{n}$. Pero como á cada momento que se quiere reducir una línea hay que bajar una perpendicular, este procedimiento sería engorroso si no se construyese el triángulo con una série de perpendiculares bajadas de antemano de dos ó de tres en tres milímetros, ó se tirasen las paralelas *a a*, *b b*, *c c*, &c. en dicha operacion. Entónces al poner una punta del compás en A y la otra sobre cualquiera paralela, se conoce inmediatamente la reduccion.

Esta manera de reducir es mas útil que para ninguna otra cosa, para la copia de detalles de arquitectura, lo que ocurrirá muchas veces á los Aparejadores y Maestros de Obras. En la figura 152 D es un detalle cualquiera, una cornisa por egemplo, y se quiere reducir á una tercera ó cuarta parte, ó en la relacion de *m* á *n*. Se tira la A B que representa la altura de todas las molduras y en la que se proyecta la de cada una de ellas en especial, se prolonga la línea M A y se toma A C que es la longitud correspondiente á A B ya reducida. Uniendo C con B y tirando por todos los puntos donde las lineas de molduras encuentran á A B, paralelas á B C tales como se ven en la figura, se tiene sobre A C la reduccion de cada moldura, con lo que puede trazarse el detalle *d*, reducido segun hace falta. Lo mismo hubiéramos procedido de menor á mayor y formando en vez de triángulos rectángulos otros cualesquiera, con tal que se aplique la misma teoría.

390. 3.º—Uso del compás de proporciones. En la leccion XX ya explicamos dicho compás que sirve exclusivamente para estos casos. Evita la formacion de dos escalas y del triángulo anterior, simplificando mucho el trabajo.

Comiénzase (fig. 150) por formar el cuadro *a' b' c' d'* reducido; para el que recorrido el centro del compás segun la relacion en que se vá á reducir, se toman con las puntas grandes los lados A B, A C, y vueltas las puntas chicas, las longitudes de los lados *a' b'*, *a' c'* que sirven para el trazado de dicho cuadro. En seguida se abren las puntas grandes segun C M y las chicas dán *c' m'*, se toma E M con el compás y se tiene *e' m'*, las que nos dán los puntos *m'*, *e'* del rio. Con dichos puntos y otros hallados á semejanza de estos figuramos sus orillas, y sus anchos los tomamos en el plano original con las puntas grandes para pasarlos á la reduccion con las puntas chicas; y en conclusion, un punto cualquiera *q'* se fija en la copia en pequeño, tomando C Q y vuelto el compás, trazando desde *c'* con *c' q'* un arco que se corta con otro descrito desde *a'* con el rádio *a' q'*, que se busca en el plano original abriendo las puntas grandes del compás segun A Q. Hallado un punto, así de los demás; pues el sistema es el de intersecciones, con solo la diferencia de que si antes trasladamos las medidas invariables con un compás ordinario para la copia en igual escala, ahora tenemos que volver el compás á cada medida que con las puntas mayores se tome en el original, para trasladar su reduccion á la copia.

391. 4.º—Uso de la cuadrícula. Mas arriba indicamos el uso de esta como bueno para la copia, siendo preferible para la reduccion. Los pintores que si no han menester una exactitud tan matemática, necesitan copiar en igual tamaño ó reducir multitud de formas mucho mas difíciles y complicadas que las sencillas de los planos, usan de la cuadrícula constantemente como medio el mas expedito. Si se trata de reducir el plano A B C D (fig. 149), en el que se figura un rio R, un camino C que le atraviesa por el puente P y un regajo J que acomete al rio, ú otros detalles cualesquiera. Se divide A B en un número conveniente de partes iguales, á fin de que no resulten en la cuadrícula ni muy claros ni muy reducidos sus cuadrados, y por los puntos de division se tiran las

paralelas á dicho lado, lo que se hace tambien sobre el B C. Si por no perjudicar al original no se le puede trazar de lápiz la cuadrícula como acabamos de indicar, se le pega por sus cuatro puntas un papel de calcar sobre el que se hace, y en seguida se procede á formar la del plano reducido. Ya se tiene el cuadro del plano *a b c d* y sobre *a b* se toma el mismo número de partes que sobre A B y sobre *b c* el mismo número tambien que sobre B C, á fin de conseguir una cuadrícula tal que todos sus cuadrados estén en la razon *m*: *n* que lo están los rectángulos totales A B C D, *a b c d*. Si no resultasen cuadrados porque A B y A C no tengan una comun medida, no importa que sean rectángulos, como tampoco importa que A B ó A C no estén divididos exactamente, con tal que los resíduos en ambas cuadrículas conserven siempre la relacion *m*: *n*.

Los lados de la cuadrícula cortan en el original á las líneas dèl dibujo, en puntos que es fácil trasladar á la cuadrícula de la reduccion con el compás de proporciones. Supongámos que las orillas del rio R comienzan en los puntos *m*, *n* del lado A B. El punto *m* insiste sobre el de division del segundo cuadrado y lo mismo debe acontecer en la reduccion segun se vé en *m'*. El *n* dista algo del *f* del tercer cuadrado, lo que se aprecia con las puntas grandes del compás despues de preparado segun la relacion, y vuelto se pone la distancia *f' n'* que abarcan sus puntas pequeñas desde *f'*, punto de division del tercer cuadrado, hasta *n'* que queda ya fijo. Se continúa la márgen del rio, determinando otro punto *o'*; pues se toma con las puntas grandes *q o* sobre la segunda paralela al lado A B, y vuelto el compás se lleva á la segunda paralela del lado *a b* desde el punto *q'* hasta *o'*. Otro punto *r* se halla en la interseccion de la tercera paralela á A B y la segunda á A D, el que se busca análogamente en la cuadrícula *a b c d*. Tomando D G, como se vé en el original, con las piernas largas del compás, y llevando la reduccion de las pequeñas homologamente á *d g*, tendrémos otro punto *g* del río y así todos los que se quieran del mismo, del camino, de los regajos y de cuantos detalles haya en el original.

392. 5.º—Pantógrafo. Por último: vamos á describir un

sencillo instrumento, que segun la etimología de su nombre, sirve para dibujar y reducir toda clase de figuras. Consiste en cuatro reglas A B, A C, G *b*, *b* L (fig. 153), las dos primeras unidas en sus extremos A, pudiendo girar al rededor de este punto cómodamente y las otras dos unidas en *b* en igual disposicion, pero independiente el primer par de reglas del segundo. Las cuatro reglas están atravesadas de agujeros para poner las unas respecto de las otras como convenga, y en los extremos B y C de las A B, A C se ponen puntas para que con precision se fijen sobre el papel ó recorran el dibujo, colocándose en *b* un lápiz. Si se quiere reducir el polígono ó la curva D E B F á otro polígono ó curva *d e b f* en la relacion de *m* á *n*, se colocan las reglas de modo que resulte A B: A Q:: *m*: *n* ó A C: C L:: *m*: *n*, para lo que se buscan los agujeros de las reglas y se atraviesan con una clavija que deje en movimiento todos los juegos de las reglas. En seguida se coloca el extremo C en cualquier punto donde ha de insistir y la punta B en F principio de la figura original, para que recorriendo la extremidad B toda la figura ó curva D E B F, el lápiz *b* trace la reduccion *d e b f*. Es fácil conocer que si se tiran desde el punto C las líneas C *f* F, C *b* B, C *e* E, C *d* D, con ellas se tendrá qué:

$$\mathrm{C\,F}:\mathrm{C}\,f::\mathrm{A\,B}:\mathrm{A\,Q},\ \text{y por ser}\ \mathrm{A\,Q}=b\,\mathrm{L}$$

$$\mathrm{C\,F}:\mathrm{C}\,f::\mathrm{A\,B}:b\,\mathrm{L}::m:n$$

$$\mathrm{C\,B}:\mathrm{C}\,b::\mathrm{A\,B}:b\,\mathrm{L}::m:n$$

$$\mathrm{C\,E}:\mathrm{C}\,e::\mathrm{A\,B}:b\,\mathrm{L}::m:n$$

$$\mathrm{C\,D}:\mathrm{C}\,d::\mathrm{A\,B}:b\,\mathrm{L}::m:n$$

de donde por tenerse

$$\mathrm{C\,F}:\mathrm{C}\,f::\mathrm{F\,B}:f\,b,\ \mathrm{F\,B}:f\,b::m:n$$

$$\mathrm{C\,B}:\mathrm{C}\,b::\mathrm{B\,E}:b\,e,\ \mathrm{B\,E}:b\,e::m:n$$

$$\mathrm{C\,E}:\mathrm{C}\,e::\mathrm{E\,D}:e\,d,\ \mathrm{E\,D}:e\,d::m:n.$$

Luego todo será proporcional en la reduccion con su original, ó D E B F: *d e b f*:: *m*: *n*.

El uso de este instrumento es tan sencillo como útil, recomendándose por sí mismo.

SEGUNDA PARTE
DE LA TOPOGRAFÍA.

DE LA NIVELACION Y DE SUS APLICACIONES.

LECCION VIGESIMA-TERCERA.

INTRODUCCION.

393. Definiciones. Así como en la primera parte de la Topografía hemos tratado de los problemas que mas ordinariamente ocurren en los terrenos ligeramente accidentados ú ondulados, que se consideran generalmente como llanos, así vamos ahora á estudiar algunas cuestiones sumamente interesantes sobre los terrenos fuertemente movidos ó montañosos. Tanto en este caso como en el primero, nos mantedrémos siempre dentro de los límites señalados á este tratado elemental.

La naturaleza de las consideraciones y de las operaciones varía en efecto segun la del terreno, requiriéndose en esta segunda parte no solo algunos principios no expuestos en la Planimetría, sino tambien el conocimiento de nuevos instrumentos y la manera de usarlos.

Recordando la definicion mas general de la Topografía y su etimología (pág.s 1 y 3), puede decirse que la Nivelacion conduce á la descripcion de las comarcas ó paises montañosos; así como la Planimetría ha bastado para la descripcion gráfica de los sitios ó terrenos, cuyas alturas se alzan poco del plano.

394. Pero para conseguir una perfecta descripcion, ó dar cabal idea de las montañas y demás objetos que se elevan considerablemente sobre aquel, es necesario conocer la altura de todos sus puntos sobre el mismo plano, ó al menos la de los mas interesantes. Este plano, que se supone siempre horizontal, se le llama de *reparo* ó de *comparacion*, y las alturas de los puntos se cuentan sobre perpendiculares bajadas desde ellos hasta dicho plano, las que reciben el nombre de *cotas ó acotaciones* de sus puntos respectivos. Como se deja entender, para describir ó levantar el plano topográfico de varias montañas, se necesitaría un plano de reparo para cada caso particular, de donde resultaría el de cada porcion de terreno á distinta altura del de otro sitio ó comarca diferente, sin que pudieran avenirse unos planos con otros respecto á las alturas, si no hubiese una convencion universalmente admitida, ó un *plano general de reparo*, á quien referir las acotaciones del terreno en cualquiera punto de la tierra. En efecto: este plano de comparacion es la superficie del Océano en su altura media. Se llama *diferencia de altura* entre dos puntos la que resulta entre sus acotaciones.

395. En efecto: si m, a, b, c, d, (fig. 154) son otros tantos puntos cuyas cotas se necesitan para conocer las ondulaciones producidas por la línea quebrada $m\ a\ b\ c\ d$ que representa el terreno, se supondrá que un plano de reparo P Q pase por el punto m mas bajo del mismo, y á él se referirán los puntos a, b, c, y d, bajando de a la perpendicular $a\ a'$, que es la acotacion de este punto, y de b, c y d, las perpendiculares $b\ b'$, $c\ c'$, $d\ d'$, que son las respectivas acotaciones de los puntos expresados.

Insistiendo el punto m sobre el plano de reparo P Q, la acotacion será en este caso cero y la diferencia de altura de los puntos m y a se expresará por la acotacion $a\ a'$. Para comparar el punto a con otro b, se necesitará concebir por el mas bajo b, otro plano $b\ r$ horizontal, y determinar con su auxilio la diferencia de altura de ambos puntos que será $a\ r=a\ a'-r\ a'=a\ a'-b\ b'$, esto es, la acotacion del punto mas alto menos la del mas bajo de los que se comparan. Del mismo modo razonaríamos para hallar las $c\ s$ y $c\ q$ que son las diferencias de altura respectivas entre el punto b y el c y este y d y así de las restantes.

396. Para calcular $a\ a'$ colocarémos un goniómetro capáz de medir ángulos en planos verticales, de modo que la plomada coincida con el punto m: dirigiremos con uno de los anteojos la *visual horizontal* $o\ p$ y con el otro la $o\ a$ al punto a, para averiguar el ángulo $a\ o\ p$ y con este dato y la longitud de $o\ p$ calcular en el triángulo $a\ o\ p$, $a\ p$, á cuyo cateto se le añade $p\ a'=m\ o$ altura del instrumento. Así nos habrá resultado que $a\ p+p\ a'=a\ a'$ diferencia de altura entre los puntos m, a que deseamos conocer. La diferencia $a\ r$ entre las acotaciones de a y b se calcúla en el triángulo rectángulo $a\ r\ b$, cuyo ángulo agudo $a\ b\ r$ se aprecia como en el caso anterior, y la acotacion $b\ b'$ se conoce fácilmente por ser igual á $a'\ r=a\ a'-a\ r$. $c\ s$, diferencia de altura entre b y c se calcúla en el triángulo $b\ c\ s$, y la acotacion $c\ c'$ por observarse que $c\ c'=c\ s+s\ c'$; y por último, se calcúla asímismo $c\ q$ en el triángulo $c\ q\ d$ y se conoce $d\ d'$, porque es igual á $c'\ q=c\ c'-c\ q$.

Nótase pues como el cálculo de las acotaciones y diferencias de alturas se reduce fundamentalmente á la resolucion de un triángulo rectángulo, en el que se conoce uno de los ángulos agudos y la distancia horizontal entre los puntos que se comparan, que es uno de los catetos.

397. Cuando el ángulo formado por la visual cenital $o\ x$ y la $o\ a$ que se dirige al punto del terreno es menor que 90°, se llama de *ascension* como es el $x\ o\ a$ que examinamos. El $y\ c\ b$ formado por la visual cenital $c\ y$ y la $c\ b$ dirigida al punto b, mayor que 90°, se llama por lo contrario al anterior ángulo de *depresion*; ó simplemente puede decirse que ángulo de ascension es el que se forma entre la cenital y la visual dirigida al terreno sobre la horizontal, y de depresion, el que resulta entre la misma cenital y la visual dirigida al punto del terreno por debajo de la horizontal expresada.

398. El procedimiento acabado de emplear para encontrar las alturas (párrafo 396) de los puntos sobre el plano de reparo P Q sirve para medir la de las torres, castillos y cualesquiera otras construcciones y objetos análogos, como verémos en la leccion correspondiente, pero no aprovecha ni se sigue en la práctica para la expresion de los terrenos montañosos, por ser sumamente engorroso; pues como para cada punto se ha de resolver un triángulo rectángulo, serían infinitos los que se necesitarían para una extension muy corta de terreno. La ciencia ha sabido escogerse otro camino mas sencillo y general para conseguir con suma rapidéz la diferencia de altura de los puntos del terreno que expresan su configuracion, y además, bien pronto conocerémos los errores que se cometerían al hallar la altura de los puntos sin nuevas prevenciones.

399. En efecto: si suponemos la tierra completamente esférica, lo que puede admitirse para nuestro propósito (a) y la representamos por la circunferencia A P G S (fig. 155); al rededor de un punto cualquiera A podrémos dirigir una infinidad de visuales horizontales, las cuales se contendrán necesariamente en un plano horizontal, perpendicular á la plomada suspendida en dicho punto, ó mejor á la vertical A C que describiria un cuerpo al dirigirse, en virtud de la atraccion, al centro C de la tierra. Todas las visuales concebidas al rededor del punto A y contenidas en el plano horizontal, son perpendiculares á la vertical A C que pasa por dicho punto y tangentes además en él, á la superficie de la tierra A P G S por lo demostrado en geometría elemental. Tal es la idea de la horizontalidad, que no puede concebirse sino despues de adquirida la idea de la línea vertical, á la que se refiere por la propiedad de serle perpendicular en la forma explicada.

400. Ahora bien; si ponemos en relacion con el punto dado

(a) Todo el mundo sabe pues que la forma de la tierra es la de un esferoide achatado por los polos, mas esta diferencia respecto de la esfera, no influye para nada en las alturas que de ordinario tendrémos que comparar; pues por muy considerables que se supongan, siempre serán muy pequeñas relativamente al rádio de la tierra y por consiguiente la diferencia de sus rádios en los polos ó en el ecuador no altera los cálculos de las acotaciones.

A, otro cualquiera G de la tierra, necesitarémos para comparar sus alturas ó decir cual está mas bajo ó mas alto, otro punto invariable á quien referirse en todos los casos, y este no puede ser mas que el centro C de la misma tierra. Si los puntos A y G se hallan á igual distancia del C, como no puede menos de suceder al P, al S y á los de la circunferencia A P G S, todos estos puntos están de *nivel verdadero* ó á una misma altura.

Tambien se dice que dos puntos están de *nivel verdadero* cuando distan igualmente de las aguas del Occéano, que ya elegimos como plano general de reparo.

401. Por el contrario: si el mismo punto A se compara con el E, F, ó cualquier otro que insista sobre la horizontal A F, todos distarán desigualmente del centro C de la tierra y por tanto léjos de estar de *verdadero nivel*, solo se los considerará en un *nivel aparente*.

402. Que el punto E se aparta mas que el A del centro de la tierra, así como el F mas que el E y en general que se apartarán mas, á medida que la distancia sea mayor entre el A y cualesquiera otros que se tomen sobre la horizontal, se comprende muy fácilmente; pues en el triángulo rectángulo E A C, E C hipotenusa es mayor que A C cateto, y F C hipotenusa del triángulo rectángulo mayor F A C, es mayor que E C hipotenusa del menor E A C.

403. Para establecer un nivel verdadero entre dos puntos tomados sobre la horizontal D F, se necesita que se hallen á igual distancia del punto A de tangencia, como sucede con los D y E; pues equidistan del centro C de la tierra, á causa de tenerse los dos triángulos rectángulos iguales D A C y E A C, en los que sus hipotenusas D C, E C serán tambien iguales. Los puntos D, E que se toman á igual distancia del de tangencia, se pueden considerar además como insistentes en una circunferencia concéntrica y que por lo tanto tiene un mismo rádio, ó que todos sus puntos equidistan del centro de la tierra, lo que puede aplicarse á otros dos que cumplan con igual condicion.

404. Supongámos ahora que en P se eleva una altura P Q que pretendemos medir, ó cuya acotacion necesitamos tomar desde

el punto A. Por lo indicado en el párrafo 396 nos colocaríamos en dicho punto con un goniómetro y dirigiendo primero una visual horizontal $a\ e$ y otra á la cúspide Q, tomaríamos el ángulo Q $a\ e$ para hallar Q e, á la que si se le añade la altura A a del instrumento, nos dá en suma la altura $Q\,E = Q\,e + e\,E$; siendo $e\,E = A\,a$, porque las verticales se consideran como paralelas entre sí, comparadas las alturas ordinarias que medimos con la grande longitud del rádio de la tierra.

405. Pero en realidad no es Q E, longitud que hallamos en la práctica, la de la altura P Q, resultando un error P E por defecto, que es necesario conocer para rectificar la medida, ó añadírselo convenientemente. Estando el punto P de nivel verdadero con relacion al A, y E de nivel aparente respecto del mismo punto, E P, ó el error que por defecto se comete, será *la diferencia del nivel aparente al verdadero.*

406. CÁLCULO DE LA DIFERENCIA DEL NIVEL APARENTE AL VERDADERO. Esta diferencia se calcúla por medio del triángulo rectángulo E A C en el que se tiene $E\,P = E\,C - P\,C$, y como $E\,C^2 = A\,E^2 + A\,C^2$ y $E\,C = \sqrt{A\,E^2 + A\,C^2}$, si se sustituye este valor de E C en la primera ecuacion,

$$E\,P = \sqrt{A\,E^2 + A\,C^2} - P\,C.$$

Haciendo $E\,P = D$, inicial de diferencia, $A\,E = d$ inicial tambien de distancia y $P\,C = R$ que expresa el rádio de la tierra, sustituirémos estos nuevos valores en los correspondientes de E P y nos resultará que $D = \sqrt{d^2 + R^2} - R$, fórmula que nos dice, *que la diferencia del nivel aparente al verdadero es igual á la raiz cuadrada de la suma de la distancia cuadrada entre el punto de estacion y la altura mas el rádio cuadrado, restando de todo esto la longitud del rádio de la tierra.*

407. Tambien pudiéramos observar que P E: A E:: A E: E S, de donde despejando $P\,E = \frac{A\,E^2}{E\,S}$. Haciendo $E\,P = D$, $A\,E = d$, $E\,S = 2\,R$, con estos nuevos valores se tendrá la fórmula $D = \frac{d^2}{2\,R}$,

que traducida á regla dice que la *diferencia del nivel aparente al verdadero es igual al cuadrado de la distancia comprendida entre los dos puntos que se comparan, dividido por el duplo del rádio, ó el diámetro de la tierra.*

408. Si á diferentes distancias d, d', d'' y d''' corresponden distintas diferencias de nivel D, D′, D″ y D‴ se deducirán así como $D=\frac{d^2}{2R}$; $D'=\frac{d'^2}{2R}$, $D''=\frac{d''^2}{2R}$ y $D'''=\frac{d'''^2}{2R}$. Con estos valores puede establecerse que $D : D' : D'' : D''' :: \frac{d^2}{2R} : \frac{d'^2}{2R} : \frac{d''^2}{2R} : \frac{d'''^2}{2R}$ y suprimiendo el divisor comun 2 R; $D : D' : D'' : D''' :: d^2 : d'^2 : d''^2 : d'''^2$: lo que nos enseña que las *diferencias del nivel aparente al verdadero son entre sí, como los cuadrados de las distancias entre los puntos que se comparan.*

Esta observacion se ha aplicado para formar tablas, en las que á cada distancia corresponde una diferencia de nivel para la rectificacion que ha de hacerse en la práctica, y en cada una de estas tablas se indican las condiciones, segun las cuales ha sido formada para su conveniente uso. El de las proporciones sirve para encontrar los errores correspondientes á distancias no estampadas en sus respectivas columnas.

409. CÁLCULO DEL ERROR QUE RESULTA POR LA REFRACCION DE LA LUZ. Pero no es el error de las diferencias de nivel el solo que se comete al buscar la cota de un punto, ó al comparar la altura de dos de estos en el terreno. Ocurre por exceso, en efecto, un error debido á la *refraccion de la luz*, que se necesita conocer para restarlo de los cálculos anteriores.

410. Enseña la Física que *el rayo de luz que pasa oblicuamente de un medio á otro, se refracta acercándose á la perpendicular en el punto del paso, si el segundo medio es mas refringente, ó apartándose por el contrario de la misma perpendicular, si es menos refringente.*

Este desvío se verifica segun una relacion constante entre el seno del ángulo de incidencia y el de refraccion, la que varía entre distintos medios; pues al pasar del aire al agua la relacion es de 4 á 3, del aire al cristal de 3 á 2, del cristal al agua de 9 á 8 y así de los demás. Siempre podrá decirse que la refraccion será tanto mas sensible, cuanto lo sea el paso de un fluido á otro, ó de un fluido menos denso al mismo mas denso ó vice-versa; pues en el primer caso se acercará mas á la perpendicular y en el segundo se apartará tambien mas de ella, á medida que el cambio sea mas notable entre el fluido y su parte mas densa ó menos densa.

411. Esto así entendido, si consideramos que la tierra T (figura 156) se halla rodeada de un fluido elástico y trasparente como es el aire, pero cuyas capas A A′, A′ A″, A″ A‴ ván siendo mas raras á manera que se elevan, ó mas densas conforme se aproximan á la superficie de la tierra, á causa de la compresion que ejercen las superiores sobre las inferiores, y si suponemos que un rayo de luz R L caiga oblícuamente sobre la primera capa A A′; en vez de continuar segun su primera direccion L *a*, sufrirá un desvío L *a*, acercándose á la perpendicular bajada desde el punto L. Al pasar de la capa A′ A″ sufrirá otro nuevo desvío, ó en vez de continuar segun *a′ b*, tomará la direccion de *a′ b′*; y por último, al atravesar la última capa se verificará otro tercer desvío *b′ c′*, siendo estos mas sensibles ó aproximándose mas á la perpendicular, cuanto mas densas son las capas cercanas á la tierra.

412. Los lados R L, L *a′*, *a′ b′*, *b′ c′*, se suponen tanto mas pequeños cuanto numerosas y delgadas son las capas atmosféricas, y la Física enseña tambien, que el rayo luminoso que parte del punto R, no puede verse al atravesar otros medios mas densos, sino proyectado segun la tangente á la curva formada por los lados R L, L *a′*, *a′ b′*, *b′ c′*, y que parte del punto de la tierra donde se supone el ojo del observador.

413. Si A B (fig. 157) es una altura cualesquiera que se quiere medir, se tomará para esto el ángulo B D F; pero como en vez de seguir el rayo luminoso que parte de B la direccion de B D, aparece la cúspide proyectada en C, segun la tangente C D á la curva B E, resulta que en vez de medir el ángulo B D F que se necesita, se apreciará el C D F mayor y que dá en la prolongacion

de A B el error B C, que es necesario restar de F C cateto del triángulo rectángulo C D F, resuelto en la práctica.

Tanto el ángulo C D B que mide el error de la refraccion para restarlo de B D F, como la parte B C que ha de rebajarse á la altura aparente, se calcúlan fácilmente.

414. Puissant deduce (fig. 158) que si A y B son los puntos que se comparan, y por cada uno de ellos pasa la vertical correspondiente E O ó F O, suponiendo que la refraccion del punto A se mida por el ángulo D B A y la del punto B por el C A B, se tendrá haciendo F A C$=d$, E B D$=d'$, B A C$=r$, D B A$=r'$, que F A B$=d+r$, E B A$=d'+r'$ y F A B$+$E B A$=d+d'+r+r'$... (a). Tambien se puede observar, en virtud de que el ángulo exterior de un triángulo es igual á la suma de los dos ángulos interiores opuestos, que F A B$=$C$+$A B C, E B A$=$C$+$B A C, llamando C al ángulo A O B formado en el centro de la tierra; luego

$$\text{F A B}+\text{E B A}=180^\circ+\text{C}\ldots.\ (b).$$

Formando ecuacion con los dos valores iguales de (a) y (b)

$$d+d'+r+r'=180^\circ+\text{C}\ldots.\ (c).$$

Si admitimos, como en el caso anterior, que $r=r'$ á causa de poderse considerar así la refraccion observada desde A para B ó desde B para A, podrémos despejar de la ecuacion (c)

$$r=\frac{\text{C}}{2}-\tfrac{1}{2}\,(d+d'-180^\circ)$$

y dividiendo por C, $\dfrac{r}{\text{C}}=\dfrac{\frac{1}{2}\,\text{C}-\frac{1}{2}\,(d+d'-180^\circ)}{\text{C}}=n;$

llamando en efecto n á este resultado, se obtiene próximamente $r=n$ C ó $r+r'=2\,n$ C.

415. Delambre ha demostrado que el coeficiente n en Francia es 0,07876 ó 0,08 en las temperaturas medias, y 0,15 en los tiempos húmedos ó brumosos. Tambien puede considerarse como de 0,06 á 0,08 en verano y de 0,08 á 0,10 en invierno. En cada uno de estos casos la refraccion será $r=(0{,}06)$ C, $r=(0{,}08)$ C, $r=(0{,}10)$ C, ó lo que es lo mismo, las seis centésimas, las ocho centésimas ó las diez centésimas partes del ángulo formado en

el centro de la tierra por las verticales que pasan por los puntos que se comparan. Para España se admite tambien $n=0,08$ por término medio.

416. No siendo sensibles los efectos del achatamiento, pues la distancia entre dos puntos que se comparan es muy pequeña con relacion al rádio de la tierra, el ángulo C se deduce del rectángulo D A C (fig. 155) porque se supone que el rádio medio es A C=6.366,198^m, y la distancia horizontal D A.

417. Pero podemos apreciar directamente el error B C (figura 157) que resulta por exceso en la medida de una altura A B. En efecto: si se concede que por ser el ángulo r de refraccion muy pequeño puede sustituirse con el B A P (fig. 159) diremos

que B S: B P:: B A S: B A P, ó $\text{B P}=\dfrac{\text{B S}\times\text{B A B}}{\text{B A S}}$.... ($a$);

pero si $\text{B P}=l$, $\text{B S}=\text{D}$, $\text{B A P}=(0,08)\,\text{C}$, $\text{B A S}=\dfrac{\text{C}}{2}$;

pues este ángulo formado por la tangente B A y la cuerda A S, tiene por medida la mitad del arco S A; sustituyendo en (a) será

$$l=\frac{\text{D}\times(0,08)\,\text{C}}{\dfrac{\text{C}}{2}}=(0,16)\,\text{D}.$$

Lo que nos dice que *la longitud que aprecia el error de refraccion es igual á las diez y seis centésimas partes de la diferencia del nivel aparente al verdadero.*

Fácil es conocer en la figura, que si restamos B P de B S, P S=B S—B P, pero

$$\text{B S}=\text{D}=\frac{d^2}{2\,\text{R}},\ \text{B P}=l=\frac{0,16d^2}{2\,\text{R}};$$

luego llamando a á P S, $a=\dfrac{d^2-0,16\,d^2}{2\,\text{R}}=\dfrac{0,84\,d^2}{2\,\text{R}}$, ó $a=0,84$ D; en cuyo sentido se han llegado hasta calcular tablas, en las cuales se expresan los resíduos de las diferencias de nivel, menos los errores de la refraccion.

418. A estas acompañan siempre la explicacion y el modo de usarlas; pero lo mas fácil es, evitar siempre que se pueda el error por refraccion, así como ya sabemos excusar el de la diferencia de nivel aparente al verdadero. Basta para ello colocarse en el punto medio A (fig. 159) de los B B′ que se relacionan, pues como habrá las mismas razones para un lado que para otro, la refraccion medida por B A P=B′ A P′, dará tambien el error B P=B′ P′, cantidades iguales, que si se restan de las cotas de los puntos, cuya diferencia de altura se desea, esta no se alterará, y por consiguiente el resultado será lo mismo que si no se hubiera tenido en cuenta la refraccion.

419. Siguiendo el órden indicado en la introduccion á este tratado, se divide esta segunda parte de la Topografía en otras tres análogamente á lo que ya hemos visto en la Planimetría. Estas partes son: 1.ª—Descripcion de los instrumentos y demás útiles indispensables á la Nivelacion. 2.ª—Uso de los instrumentos, Nivelacion y sus aplicaciones. 3.ª—Expresion topográfica del terreno.

PARTE PRIMERA
DE LA NIVELACION.

Descripcion de los instrumentos y útiles propios para la misma.

LECCION VIGESIMA-CUARTA.

DE LOS NIVELES, CLISIMETROS Y ECLIMETROS.—MIRAS QUE SE USAN GENERALMENTE.

420. Además de los jalones, piquetes y cadena, útiles indispensables lo mismo en Planimetría que en la Nivelacion, se necesitan otros instrumentos distintos á los ya explicados. Tales son los *niveles*, que tienen por objeto establecer en cualquier punto de la tierra una línea horizontal á que referirse en la comparacion de alturas.

421. Los niveles se apoyan en varias observaciones físicas que todas tienden á los principios explicados en la leccion anterior, y cuando solo sirven para establecer la horizontal á fin de comparar la diferencia de altura entre dos puntos distantes, se llaman propiamente *niveles*; pero si además de esta circunstancia ván acompañados de los requisitos necesarios para medir alturas,

ó conocer la pendiente de una línea inclinada respecto del horizonte, se llaman *eclímetros, clitómetros* ó *clisímetros.*

NIVELES DE PERPENDÍCULO.

422. Estos son los mas sencillos y se fundan en el principio de que todo cuerpo sólido se dirige libremente al centro de la tierra, siendo esta direccion vertical, perpendicular al horizonte sensible.

423. Nivel de albañil. En tal fundamento se apoya este nivel tan generalmente conocido y que tan útil es en la práctica de las construcciones. Consta de dos reglas ó listones de igual longitud A B, B C (figura 160), unidos en B formando un ángulo cualquiera, ó bien á ángulo recto. A igual distancia del vértice B y sobre cada pierna, de modo que se obtenga B D=B E, se coloca el travesaño D E que es tambien una regla ó liston perfectamente recorrido y del grueso de los anteriores. Los extremos A y C de las piernas se cortan segun A *a* y C *c* paralelas á las aristas del travesaño D E, el que se divide con una línea, ó generalmente con una aserradura poco profunda, en dos partes iguales F *d*=F *e*. Asímismo se hace una ligera hendidura en B, de cuyo vértice se suspende la plomada B G.

Para que M N sea horizontal, es indispensable que la prolongacion de la plomada B P le sea perpendicular, condicion que no se verifica sino cuando el hilo enrasa con la línea trazada en medio del travesaño. Esta se llama *línea de fé del nivel.*

424. Para demostrarlo, no hay mas que observar que *a b c* es un triángulo isósceles y que *b* P divide su base *a c* en dos partes iguales *a* P=P *c*, ó que en el triángulo isósceles *b d e*, F *d*=F *e* por la construccion del instrumento; luego B P perpendicular á *d e* ó á su paralela M N, cuando cae en el punto F ó en la línea de fé; pero como B G ó B P es la vertical, M N será la horizontal. Por el contrario, cuando la plomada B G no enrasa

con la línea de fé, no es perpendicular al travesaño ó á su paralela M N, luego esta última no es entónces horizontal.

425. El *ángulo que forma una pendiente con la horizontal es igual al que forma la plomada con la línea de fé.*

En efecto: si M S (fig. 161) es una pendiente, cuyo ángulo S M N con la horizontal M N se quiere conocer, colocarémos el instrumento de modo que descansen sus piés A y C sobre dicha pendiente. En este caso el travesaño D E tomará una direccion paralela á M S y la B *r* que le divide en dos partes iguales en la línea de fé, será perpendicular á M N por serlo siempre á su paralela D E. La plomada es tambien perpendicular á la horizontal M N, luego en los triángulos M *o r'*, B *o r* rectángulos en *r* y *r'*, se tendrá que por ser los en *o* iguales, como opuestos al vértice, *r'* M *o*=*r* B *o* por suplementarios. Del mismo modo se prueba que *o n r'*=B A C (fig. 162).

426. Esta cualidad en tan sencillo instrumento, es la que le habilita para usarlo como eclímetro ó clisímetro, pudiéndose conocer no solo las pendientes, sino medir como veremos las alturas.

427. El nivel de albañil no sirve para las operaciones topográficas, sino para las construcciones, como su nombre lo indica. En la leccion VI, párrafo 113 ya le recordamos (fig. 39) para poner horizontales las reglas al reducir una pendiente al horizonte. Los prácticos le emplean casi siempre colocado sobre una regla que asientan sobre las líneas de molduras, sobre las hiladas de ladrillo de los muros, sobre las solerías, y en suma sobre todas aquellas partes de la construccion que requieren la horizontalidad. En semejante caso conviene que dicha regla esté perfectamente construida para no achacar á la construccion ó al nivel los defectos que tenga; y finalmente, la colocacion de la misma regla exige no poca destreza de parte de los operarios.

428. Se conoce cuando un nivel puede servir ó no, cambiando sus piés de posicion, ó llevando (fig. 160) el A á C y el C al A; pues en ambos casos debe coincidir la plomada con la línea de fé. Si no coincide, ó se aparta formando un ángulo, se debe observar si este desvío es igual antes y despues de cambiar los piés

del instrumento. Si semejante desvío es igual servirá, pues la línea sobre que se apoya es horizontal; mas si los desvíos ó ángulos son desiguales, el nivel debe rectificarse.

429. Para esto, si la línea de fé está mal trazada, ó ha tenido alteracion á causa del movimiento de la madera, se marca el desvío en la primera observacion y en la segunda cuando se cambian los piés, y este ángulo se divide en dos partes iguales. La bisectriz dá la línea de fé rectificada.

Consiste esto en que si la línea de fé falsa cae en F″, á la derecha de la plomada, al cambiar los piés del instrumento vendrá á F′, á la izquierda de la misma, la que formará el ángulo F″ B F=F′ B F; luego dividiendo el total F′ B F″ en dos partes iguales, ó lo que es lo mismo la linea F′ F″, se tendrá rectificada la posicion de la línea de fé B F, que se confundirá con la plomada en todos los casos, suponiendo que M N sea horizontal.

430. Un triángulo isósceles construido con tres listones de madera *m o*, *o q*, *m q* á manera del nivel descrito y suspendido por sus vértices *o* y *m* de dos cuerdas *o* B, B *m*, cuyas extremidades B, B′ puedan correr á lo largo de los jalones A B y A′ B′, basta para poner los puntos B y B′ de nivel siempre que la plomada *p q* suspendida en la mitad de *m o*, caiga sobre la perpendicular *p q* á dicha línea *m o*. En este caso la plomada, así como la línea de fé, serán perpendiculares á la cuerda B B′ de la curva simétrica B *m o* B′ y por tanto los puntos B, B′, ú otros de dicha cuerda estarán de nivel, como se ha dicho.

Un cuerpo cualesquiera con tal que sea simétrico respecto de un eje *p q*, que sirva de línea de fé, puede proporcionarnos en toda ocasion un nivel de esta clase, á la verdad bien fácil de alcanzar.

431. Los albañiles, empedradores y otros prácticos suelen usar las *niveletas*, que son unas reglas en forma de T, á manera de las muletas que sirven para el dibujo, y por cuyas cabezas miran, despues de haber puesto dos de ellas horizontales con el nivel, para enrasar todas las demás.

432. Los agrónomos conocen la inclinacion que lleva el fondo de una acequia ó canal de riego, fundándose en lo dicho mas

arriba (párrafo 425). Con dos varas ó listones iguales B A, B C (fig. 164) y el travesaño *d e* colocado de modo que $b\ d = b\ e$, forman un aparato semejante al nivel de albañil, armando los piés A, C con regatones cuyas puntas no puedan pasar de las chapas A y C al clavarse en el fondo de la acequia, cuando esta vá llena de agua. Si A D es dicho fondo y una de las piernas se clava en A, la otra C bajará hasta C y se tendrá F E D$=m$ B m', y en los dos triángulos rectángulos B m m', E F D se podrá decir B m: m m':: E F: F D. Medida la longitud B m desde la union B de los palos al medio del travesaño, la m m' que es el desvío que toma la plomada cuando se sumerge la punta C, y por último la longitud E F de la acequia, se tendrá F D que aprecia la pendiente por métro ó pié correspondiente á E F.

Ejemplo. Si B $m=1^{m}$, $m\ m'=0^{m},10$, E F$=120^{m}$,

F D$=120^{m}\times0^{m},10=12^{m}$,

ó que la pendiente es igual á $0^{m},10$ por métro.

433. Trigonómetro. Así se llama un instrumento sumamente sencillo y que se apoya tambien en lo demostrado en el párrafo 425. Sirve para conocer la diferencia de nivel entre dos puntos, dada la distancia horizontal que los separa, y se denomina así porque aprecia los ángulos de la horizontal con las pendientes. Consta de dos reglas graduadas A B y C D cruzadas á ángulos rectos en A, punto donde comienza la graduacion. En el extremo D de una de ellas C D, gira por medio de una charnela otra regla E F abandonada á su propio peso, cual si fuese una plomada con la que en efecto puede sustituírsele.

434. Clisímetro de Burnier. Aunque no se funda precisamente en el perpendículo, consiste este instrumento en una aguja que permanece horizontal á causa de su natural equilibrio y tiene el mismo objeto que el anterior y todos los de su nombre. Consta de una caja A B C D (fig. 166) que en uno de sus cantos lleva un arco de círculo graduado x z y en un punto s una aguja de brazos desiguales m s, s n pero con igual peso para que permanezca en equilibrio ú horizontalmente. En este caso su punta m debe señalar la division cero ó línea de fé del arco, y entónces se dirige la horizontal B M por su canto B A paralelo á la aguja en reposo;

mas si se le diese un movimiento y dicho canto tomase la direccion *b a* para dirigir la visual *b* P, el ángulo Q *s* N=P *b* M, formado por ambas visuales, se marcará en el arco que ha recorrido la caja en su movimiento, cuando la aguja se restablezca en su horizontalidad. Sus brazos son desiguales para aumentar el arco y por consiguiente la graduacion, y se dispone de manera que no tenga demasiado movimiento al girar la caja.

NIVELES DE AGUA.

435. Estos se fundan en la propiedad que tienen los líquidos de subir á la misma altura en los vasos comunicantes, despues de supuesto el líquido en reposo. La superficie de este es horizontal y presenta un nivel natural que se aprovecha en la práctica, construyéndose tubos de $0^m,02$ á $0^m,04$ de diámetro y de un métro ó mas de largo, recurvos en sus extremos donde se ponen dos tubos ó frascos de cristal A, B (figura 167), con el objeto de que se vea por entrambos la superficie horizontal del agua para dirigir las visuales de nivel A B. En medio del tubo y por su parte inferior lleva otro *t* para colocar el instrumento sobre el trípode.

436. Los mejores se construyen de laton en cinco piezas, tres para el tubo principal que son A B, B C y C D (fig. 168) y las dos restantes M y N, ó sean los tubos perpendiculares con sus correspondientes frascos de cristal. Todas estas piezas se arman á rosca y se unen con chapas de suela que se aprietan entre sí al atornillarlas, con el objeto de que por las juntas nunca salga el agua. Se echa esta, despues de preparado el nivel, por uno de sus frascos, y cuando haya la suficiente se tapa, volviendo el otro hácia arriba á fin de que salga el aire. La pieza B C lleva la rodilla de nuez y el tubo para poner el nivel sobre el trípode.

437. Los tubos ó frascos de cristal deben ser lo mas trasparentes posible para distinguir en ellos la superficie del agua con

entera claridad y sus diámetros tienen que ser exactamente iguales; porque si uno fuese sensiblemente mas pequeño que el otro, se destruiría la horizontalidad, subiendo el agua mas en el tubo de menor diámetro. Además hay que advertir que la superficie en dichos tubos no es enteramente plana sino cóncava á causa de que los puntos de la superficie bajan mas por el centro que por la parte en contacto con el tubo.

438. De aquí procede que si estos son desiguales en diámetro ó se mira en el uno por la parte mas alta, ó línea que produce en el cristal, y al otro por el punto mas bajo de la convexidad de la superficie, no se dirigirá una visual horizontal, que es lo que se pretende. Todos estos defectos son sin embargo de corta entidad en la práctica, debiendo cumplir el nivel la condicion de tener la superficie del liquido en el mismo plano horizontal al girar al rededor de su pié.

439. El uso de este instrumento requiere algun cuidado para su conduccion de un punto de estacion á otro, procurándose quitarle la oscilacion del agua y teñirla si no se distingue bien su altura en los frascos.

NIVELES DE AIRE.

440. Niveles sencillos. Consisten en un tubo de cristal A B (fig. 169) cerrado por ambos extremos y algo encorvado ó ligeramente anular. Está lleno de alcohol ó ácido nítrico mezclado con agua, excepto una pequeña parte que la ocupa una burbuja *c d*, la que en virtud de ser mas ligera que el líquido, sobrenada en el punto mas elevado de la curvatura del tubo. Compréndese esto así, porque si fuera enteramente cilíndrico la burbuja correría á lo largo de él y no serviría para su objeto. Este tubo de cristal se mete dentro de otro de laton *b d* que lo preserva y que lleva una abertura *m n* (figura 170) que permite ver la burbuja cuando corre á derecha é izquierda, ó cuando se para en medio. En el

tubo ván trazadas á uno y otro lado unas líneas que sirven de fé. Tales son los niveles que acompañan á los demás instrumentos descritos en la Planimetría.

441. Para poder utilizar el nivel separadamente, se asegura el tubo de laton sobre una regla del propio metal *a c*, *a′ b′*, con el objeto de colocarlo sobre la plancheta, ó el disco de cualquier otro instrumento que se quiera poner horizontal. Estos son *de bolsillo* y se emplean con muchos objetos en la práctica.

442. Para que sirva en las operaciones topográficas, es preciso cuando menos poner el nivel N sobre una alidada R R′, á la que vá sujeto por los tornillos *t*, *t′* (fig. 171). Esta alidada tiene su rodilla *z* para poder bajar ó levantar la alidada hasta que la burbuja de aire del nivel esté en medio de la abertura del tubo de laton y rasando con las líneas de fé de uno y otro lado. Entónces se dirige la visual A B por las miras de las pínulas *o*, *o′* y dicha visual paralela á la regla R R′ horizontal, lo será tambien que es lo que se pretende.

443. Pero este instrumento que designamos como el mas elemental de su clase, es sumamente molesto y muy poco exacto en razon á que la excesiva sensibilidad de la burbuja no permite la inseguridad y movimientos bruscos de la rodilla de nuez, y á que las pínulas solo sirven para visuales cortas, hasta donde alcance la vista. Sería además casi imposible conseguir un plano horizontal en el giro de la alidada sobre la esfera ó nuez de la rodilla.

444. Nivel de Chezy. Es una perfeccion del anterior y se compone de una regla de laton A B (fig. 172), con dos sustentáculos asegurados en ella para recibir el anteojo E, que lleva debajo de sí el nivel N. Toda esta primera parte del instrumento gira en un plano vertical al rededor del eje P, resbalando entónces el arco Q Q′ por dentro de la espiga P R, movimiento que se regula con el tornillo T. Por último: el tambor S permite á toda la parte superior un movimiento circular horizontal, que se paraliza con el tornillo *t*, y el tubo *z* entra en la espiga del trípode sujetándose con el tornillo *x*.

445. Para usar este nivel se coloca primero el trípode en el punto dado, de modo que la plomada coincida con él y procuran-

do á la vista que el tambor S parezca horizontal, ó que la espiga P R siga la direccion vertical de la plomada. 2.º—Se mueve el instrumento por medio del tambor horizontalmente, hasta buscar con el anteojo el objeto ó mira de los puntos. 3.º—Se lleva con la mano la regla A B, hasta que la burbuja se aproxime al centro del tubo en el nivel. 4.º—Se acaba de rectificar este movimiento con el tornillo T de coincidencia.

446. Verificacion del nivel de Chezy. Para que sea bueno tiene que llenar dos condiciones. 1.ª—Que el eje óptico del anteojo sea el del tubo que lo constituye. 2.ª—Que el mismo eje óptico sea horizontal cuando el nivel esté rectificado. Si no se cumple la primera condicion, sucederá que al dar vueltas este sobre sus apoyos, describirá un cono, cuyas generatrices no serán siempre paralelas al nivel que vá unido al anteojo, y si falta la segunda, la visual no será horizontal.

447. Para ver si el eje del anteojo es el de su tubo, se dirige una visual á un objeto distante, de manera que el hilo horizontal de platina coincida con una línea horizontal de dicho objeto, y teniendo cuidado que el tornillo del retículo quede hácia arriba, por ejemplo. Despues de hecha la primera observacion, se vuelve el anteojo de modo que dicho tornillo, que ha servido de señal, caiga hácia abajo si estaba hácia arriba, ó arriba si estaba hácia abajo, y se repite la visual para ver si se proyecta en el mismo punto. Si así fuere, nada hay que corregir, mas será necesario si no mover el hilo horizontal, y lo mismo se hace con el vertical hasta que el punto de interseccion de ellos dé la misma visual antes y despues, ó en la primera y segunda observacion.

448. Para que el eje óptico sea paralelo al nivel, se dirige tambien una visual horizontal á un objeto bastantemente lejano, fijándose en un punto ó señal. Se dá media vuelta á la regla A B, de modo que una de sus puntas A haya descrito una semi-circunferencia en el plano horizontal, y entónces esta punta vendrá á B, como la B á la A, ó el sustentante C al D y el D al C. En semejante caso el ocular del anteojo se aproxima al objeto y el objetivo al ojo, luego levantando las presillas de seguridad C y D, y volviendo el anteojo de modo que quede como antes, se obser-

vará de nuevo el punto del objeto. Si se descubre en la segunda visual como en la primera, nada hay que hacer; mas si no, se aproxima el nivel al anteojo en los extremos v ó v' por medio de una llave preparada al efecto.

449. Nivel de Troughton. Otro nivel es el del autor denominado, y se describe en la figura 173. Consiste en la regla A B que lleva el anteojo C D con el nivel N. Dicha regla está unida á una espiga perfectamente á escuadra E, y esta espiga ó sustentante descansa sobre la pieza F G dividida en tres piés F, H, G, en cada uno de los cuales vá un tornillo T, T', T'', los que acercan ó retiran la pieza F G del platillo J K, segun del lado que se necesite para que la burbuja señale la horizontal. Con un instrumento de esta especie se pueden hacer varias nivelaciones desde un mismo punto, sin temor de que varíe, merced á su gran base que le dá seguridad y permite colocar el nivel horizontal en todos sentidos, ventaja que tiene sobre el anteriormente descrito.

450. Parecido al acabado de explicar es el nivel de la figura 174. Lleva una regla de la forma a, sobre la que se encuentra el anteojo b, apoyado en sus correspondientes collares c d, c' d', que se cierran por encima por las presillas ó aldabillas e, e'. A un costado de la regla a y terminando en los collares descritos, vá el nivel n y todo esto se sostiene sobre la espiga vertical o, pudiendo girar el instrumento al rededor de su eje vertical por medio del juego p q, provisto de sus tornillos de presion y coincidencia. Por último: la espiga del instrumento descansa sobre la pieza de tres piernas, que tiene los tres tornillos t, t', t''.

451. Este nivel requiere para su rectificacion los siguientes requisitos. 1.º—Que el nivel sea perpendicular al eje de la espiga y del trípode, ó que el instrumento quede en la posicion propia de su uso. 2.º—Que los hilos metálicos del retículo sean perpendiculares entre sí, quedando uno horizontal y otro vertical y cortándose ambos en el eje del tubo del anteojo. 3.º—Que dicho anteojo ó su eje sean paralelos al nivel despues de consultada su ampolla ó burbuja.

452. Para lo primero comiénzase por tocar dos tornillos t, t', colocado el nivel en su giro horizontal de modo que mirando por

encima aparezca tangente á ellos, despues se mueve el nivel hasta que quede tangente á los tornillos t' t'' y se tocan estos, y así se dá la vuelta poniendo el nivel en tres distintas posiciones y rectificando la horizontalidad, segun declare la ampollita ó burbuja, por medio de los tornillos movidos de dos en dos. Hecho esto, se le dá media vuelta completa al nivel, á fin de observar si despues de este giro la burbuja permanece en medio del tubo del nivel, segun sus líneas de fé. Si hay variacion, bien pronto se conoce y hácia que lado se inclina la burbuja; por lo que será necesario que se rectifique la posicion del nivel tocando su espiga x por medio del tornillo r con la llave s. Es de advertir, que lo mismo en esta como en todas las demás observaciones que se ván haciendo, no se pone completamente el nivel de modo que su ampollita diga, y así tantas veces como se consulte, sino que se promedian los resultados con cierto tino que solo se adquiere con la práctica.

453. Colocado ya el nivel en la forma que se ha visto, rectifícanse los hilos horizontal y vertical del retículo, dirigiendo visuales horizontales y verticales bastante distantes y dando media vuelta al anteojo como se dijo en el número 447 respecto al nivel de Chezy, y se conocerá si el punto de interseccion de los hilos se halla en el eje del anteojo; pues fijando la atencion en un punto con el que el expresado coincida, y volviendo el anteojo hasta que haya dado una vuelta sobre sus collares, se habrá descrito un pequeño círculo al rededor del punto de observacion con el de los hilos, ó siempre coincidirán uno con otro, en cuyo último caso nada habrá que hacer. Para rectificar los hilos del retículo conforme se necesiten, sirven cuatro pequeños tornillos z, z', z'' y el otro que no se vé en la figura, los que se tocan con su correspondiente llave semejante á la s. Para la tercera comprobacion del instrumento que ahora analizamos, se hace una operacion análoga á lo que se ha indicado respecto del de Chezy primeramente descrito (448).

454. Nivel de Dollon. En la figura 175 se explica este nivel que consta del disco y regla a, á cuyos extremos de la última y sobre los tornillos b, c se alza el anteojo d con el nivel á él unido n. Toda esta parte del instrumento gira horizontalmente

sobre la espiga vertical P y se contiene el movimiento con el tornillo s. Por último: otros cuatro de los que solo se ven los dos t, t', sirven para las primeras observaciones, rectificándose tambien la posicion de nivel y anteojo con los x, z y pudiéndose mover la espiga del nivel v por medio de un punzon destinado para esto.

455. Acabarémos de hablar de los niveles de aire, recomendando como los mas exelentes, los niveles de Egault y Porro. El primero goza de muy buenas propiedades, y con el segundo se pueden apreciar las distancias del nivel á las miras, que los italianos compatriotas de Porro llaman siempre *estadias* (a). No es posible que nos detengamos á dar detalles sobre ellos sin excedernos de nuestro propósito, concluyendo con decir que es grande la variedad de niveles de aire que se conocen, llevando unos el nivel encima, otros debajo y otros á los costados. El aparato sobre que se montan difiere mucho en cada cual, y tambien son diversas las rectificaciones que á cada uno le corresponden para usarlos.

456. Clisímetro de Chezy. Este instrumento se compone de una regla A B (fig. 176) sobre cuyas extremidades se levantan á ángulos rectos dos pínulas C, D desiguales. Sobre esta alidada se fija el nivel N y la regla A B gira en el punto E sobre la E F, cuyo tornillo T regula este movimiento para establecer la horizontal. Una rodilla R dá al instrumento el juego necesario, pudiendo

---

(a) En la Taqueometría ó arte de levantar los planos velózmente, obra del mencionado Porro, segun se dijo ya en la nota del párrafo 238, hace el expresado autor un juicioso paralelo entre los mejores niveles de aire que se conocen hasta el dia, y considerados bajo distintos aspectos, y en particular bajo el de los efectos ópticos, cree que el mas inferior es el de Lenoir, juzga superiores los de Chezy, Egault, etc., sobreponiendo á estos el suyo y al suyo el llamado *cathyalitico* de quien dice, que su perfeccion es teóricamente absoluta y prácticamente considerado superior á todos los demás niveles.

Habiendo sido nosotros de intento tan parcos en la descripcion de los instrumentos de la Planimetria, no podemos extendernos mas que entónces sobre los de esta segunda parte, máxime cuando las razones que nos contuvieron para aquellos, son las mismas que nos obligan ahora. Las figuras en que se representan los instrumentos enseñan á la verdad tan poco comparativamente á la inspeccion de los mismos instrumentos, que algunos autores no han titubeado en suprimir dichas figuras, y sin embargo sus tratados no por esto dejan de ser acaso los mas extensos y apreciables. Nada decimos pues de los niveles de reflexion, como nada hemos dicho del sextante y demás instrumentos de esta clase pertenecientes á la Planimetría.

girar al rededor del eje H, y por último el tubo V entra en la espiga del trípode. Todo el artificio de este clisímetro consiste en las pínulas que representamos rebatidas á derecha é izquierda del instrumento en el plano de la figura. La pequeña, C, que está á la izquierda, es un marco $a\ b\ c\ d$ del ancho $a\ b$ de la alidada. Dentro del vano de este marco corre la mira ó pieza $m\ n$ con su rendija atravesada perpendicularmente por dos cerdas en p y el agujero cónico q. Esta chapa corre un corto espacio dentro del marco y á lo largo del tornillo T'. La otra pínula mayor D tambien consta de su respectivo marco $a'\ b'\ c'\ d'$ de igual ancho $a'\ b'$ que $a\ b$. En la parte vacía de dicho marco se encaja la pieza $m'\ n'$ exactamente igual á la descrita $m\ n$ y de modo que sus cantos rocen constantemente con los interiores del marco. Esta pieza $m'\ n'$ tiene tambien su pequeña abertura cruzada á ángulo recto con dos cerdas p' y el agujero cónico q', pero en la disposicion indispensable á toda alidada, esto es, que el agujero q de la pínula $m\ n$ esté enfrente al punto de interseccion de las cerdas en la pínula $m'\ n'$ y que la rendija cuyos hilos se cortan en p de la primera, caiga enfrente del agujero q' de la segunda. Así las miras, la de la pínula mayor puede correr á lo largo del tornillo sin fin T'', cuando se le imprima á este el movimiento necesario, elevándose por lo tanto dentro del marco todo lo que se requiera, y si por último se gradúa uno de los cantos de aquel, podrémos apreciar cual haya sido esta elevacion, con tanta mas exactitud, cuanto que en el borde de la pieza móvil puede trazarse un Nonio. La línea de fé enrasará con la que pasa por el agujero y el punto interseccion de las cerdas, ó con la del canto inferior de la pieza $m'\ n'$.

457. El instrumento explicado requiere para ser bueno la condicion de que las visuales dirigidas por sus miras, cuando la de la pínula mayor está en la línea de fé, sean horizontales. Para conocerlo se coloca en efecto la pieza $m'\ n'$ de modo que su línea de fé coincida con la de la graduacion y se dirige una visual horizontal consultando al nivel, despues se dá una media vuelta trayendo mas cerca la pínula mas distante y se vuelve á mirar si en esta posicion coinciden las visuales, señal de que el instrumento sirve. Si difieren, hay que tocar al tornillo de la pínula pequeña

y á las cerdas de la otra, promediando hasta que desaparezca el error.

458. Eclímetro. Se llama asi á la brújula cuando sobre su caja lleva uno ó dos niveles de aire y cuando con el prisma que gira en su canto, ú el anteojo que vá encima, gira tambien un semi-círculo de laton, graduado, de cuyo centro pende una plomada. Es evidente que si la caja está horizontal, la plomada le es perpendicular y por lo tanto cae sobre la division 90°, que en este caso es la cero del semi-círculo; pues como el ángulo que forme esta con la plomada es igual (425) al que hiciese la caja con la visual dirigida á cualquier punto, el ángulo de ascension ó depresion se medirá en el arco, segun que pase la division cero ó línea de fé á la derecha, ó izquierda de la plomada.

459. Otro eclímetro bien sencillo á la verdad es el representado en la figura 177, y consiste en un liston de madera de una longitud conveniente *a b* y de un ancho regular. Este liston ó regla lleva en sus extremidades dos pínulas *a*, *b*, que consisten en pequeños trozos de madera del mismo ancho que el liston y cortados en chaflán segun se nota en la figura. En cualquiera de estas pínulas se aplica una corredera de laton tal como *c*, graduada en partes con relacion á la longitud del liston *a b*, y dispuesta de manera que cuando el instrumento se halle en la posicion horizontal á causa del nivel *n*, la corredera no evite establecer una horizontal si se pretende; mas si se quiere dirigir una visual á una altura, puédase verificar esto tambien, mirando por una pínula y la cabeza de la corredera, que subirá cuanto sea necesario.

MIRAS.

460. Pero además de los instrumentos expresados se necesitan otros elementales y auxiliares, indispensables á la nivelacion, que se llaman *miras*; porque sirven como de señales á quiénes dirigir las visuales horizontales, ó para determinar puntos sobre el horizonte á derecha é izquierda del nivel segun convenga.

Las hay de varias clases de las que solo indicarémos las dos mas principales. Estas son las *miras ordinarias* y las *miras parlantes*.

461. Miras ordinarias. Consisten estas en una tablilla *a b c d*, *b' d'* (fig. 178) pintada de dos colores fuertes y contrapuestos, tales como el negro y blanco, la cual corre por medio de la abrazadera *m* á lo largo de una vara ó jalon *p q*, *p' q'*, llevando el tornillo de presion *t* para fijarla á la altura conveniente. La visual se dirige á la línea *r s*, separacion del negro y blanco que es la línea de fé, y si se quiere precisarla dirigiéndola á un punto, se pinta la tablilla con cuatro cuarteles de negro y blanco, como se observa en la figura 179. Algunas llevan el jalon M N graduado con el objeto de conocer en el acto la altura N *g'*, pues se sabe cual es la de la tablilla ó su mitad *g g'*.

Esto no evita la necesidad que hay de ir á cada mira para medirla, ó leer su altura desde la línea de fé hasta el terreno, y para excusar este trabajo y obviar este inconveniente se han inventado las siguientes.

462. Miras parlantes. Se denominan así, porque al propio tiempo que se dirige la visual horizontal, nos dicen á larga distancia la altura á donde llega. Son unas reglas de madera de altura de dos ó mas métros, guarnecidas en sus extremos con chapas de laton, para evitar que se destrocen al colocarlas en el terreno. En su cara principal llevan la graduacion generalmente en métros, pintada de modo que con el uso ó las aguas no se borren los guarismos ni las divisiones. Estas se hacen de suerte que al golpe de vista se lea la altura interceptada por la visual, dividiéndose la regla en cuatro partes á lo largo. En una de ellas se ponen de rojo los métros, comenzando por cero, que se repite varias veces á fin de que desde la línea que toca en la tierra hasta la de $0^m,995$ siempre se vea un cero. Al completarse el métro, hasta los dos métros, siempre se ha de ver un 1 rojo y así sucesivamente. En la segunda columna se marcan los decímetros con líneas gruesas, ó separándolos con colores distintos, comenzando tambien por el canto inferior y siguiendo hácia arriba el órden de 1, 2, 3, 4, V, 6, 7, 8 y IX que se pintan de color negro. Se usan las cifras

romanas V y IX en vez de las árabes 5 y 9 para no equivocarlas con las 3 y 6; pues generalmente presentan los anteojos los objetos invertidos. Cuando se ha medido un métro, el 1 rojo lo declara y en medio del decímetro inmediato vá un cero hasta que se completa dicho decímetro, que entónces lleva el 1 y así sucesivamente. Los centímetros ván en la tercera columna alternando un centímetro negro con otro blanco y estos se cuentan á la vista, pudiendo apreciarse cuando hay cinco centímetros por puntos, que se colocan en la mitad de los decímetros. Por último: en la cuarta columna se dividen en dos partes los centímetros, alternando las divisiones negras con las blancas, que cada una vale 0m,005. La inspeccion de la fig.ª 180, y mas especialmente la de una de estas miras acaba de explicar su graduacion, á la verdad bien sencilla.

Ejemplo. Si en las columnas de los métros se viere un cero rojo, un IX negro y la visual cayese en el punto que divide los decímetros, la altura será entónces de 0m,95 ó de 0m.950; pues la misma division que pasa por dicho punto cuenta 0m,05 sobre los 0m,9 en divisiones negras y blancas, y tambien cae sobre los 0m,050 de la cuarta columna en divisiones de cinco en cinco milímetros, blancas y negras.

Si se viese un 2 rojo, un V negro y sobre su division, 0m,03, en dos divisiones negras y una blanca ó vice-versa, y por último, cayese la visual en la línea de la cuarta columna que divide en dos partes el centímetro superior al 0m,03, la altura sería 2m,535 y así de todas las demás. Cuando los anteojos invierten los objetos, es preciso acordarse que mientras mas bajas se ven las divisiones, mas altas son para la lectura.

463. Como estas miras no bastarían si fuesen de una longitud limitada, para terrenos muy quebrados, donde las visuales horizontales suben á considerable altura, se usan las *miras inglesas de dos y tres cuerpos.*

En efecto: en una caja de madera, que es el primer cuerpo, entra otra que es el segundo y dentro de esta una regla que forma el tercero. La division vá continuada desde la línea inferior del primero hasta la superior del último, y se aseguran los unos sobre los otros, despues que están sacados, por medio de un resorte. (Véase la figura 181).

464. Por último: para evitar la molestia de ver invertidos los guarismos y divisiones, cosa que origina siempre errores aun entre los mas prácticos y que para todo el mundo es sumamente incómoda, úsanse miras en que la escritura ya está invertida y cuyas divisiones se hacen en la forma que se observa en la figura 182. Tales son las mas comunes y modernas.

PARTE SEGUNDA

DE LA NIVELACION Y ALTIMETRIA.

Uso de los instrumentos.

LECCION VIGESIMA-QUINTA.

MODO DE MEDIR LAS ALTURAS Y LA INCLINACION DE LAS PENDIENTES.

465. La medicion de alturas es el caso particular de la nivelacion, en que los dos puntos se encuentran en la misma vertical, ó en el que una de las cotas es cero; por lo que nos ha parecido conveniente reunir en esta leccion y en esta parte de la Topografía, los problemas mas conocidos de este género, siguiendo el órden de los adelantos. Así pues, comenzarémos por medir alturas con jalones y piquetes, por medio de la sombra y con los espejos. Despues emplearémos los goniómetros, los goniógrafos, y los clisímetros y eclímetros.

466. Medir alturas con jalones y piquetes. En un punto C (fig. 183), que esté próximamente á la misma distancia del objeto, que la que se supone de altura, se coloca un jalon C F perfectamente vertical y detrás un piquete D E en el mismo plano

que el eje del objeto y el jalon anterior, de tal suerte, que mirando por su cabeza E y la F del jalon C F, se descubra la cúspide B del obelisco A B, ó la cima del objeto. Despues dirigirémos la visual horizontal E G H, lo que podrá hacerse tomando H A=E D, si el terreno lo permite. Los triángulos semejantes E G F, E H B nos darán la proporcion E G: F G :: E H: H B, de la que, midiendo E G, G F, D A=E H y efectuando las convenientes operaciones aritméticas, deducirémos la altura H B, que sumada con H A nos resuelve la cuestion.

467. Se puede hallar una altura, cuando no nos podemos aproximar á su pié, segun indican algunos autores; pues (fig. 184) si despues de hecha la misma operacion que en los casos anteriores, nos retiramos con el jalon C á C′ y con el D á D′ y tomamos H M=E G; los triángulos semejantes F′ M E′, E′ E B nos darán E′ M: E′ E:: M F′: E B; conocido este último término, pues los tres anteriores se pueden medir, se hallará B H′, observando que E F: F G:: E B: B H′, que se sumará con H′ A=E′ D′. Todos estos recursos son inexactos é ineficaces, si se cuenta con mejores elementos; pudiendo considerarse como los mas primitivos ó rudimentarios de la ciencia.

468. Medir alturas usando de las sombras. Una altura vertical A B (fig. 185) se mide por medio de su sombra A C; porque si la cúspide B proyecta su sombra en C sobre el terreno, una señal E la proyectará en F, considerándose los rayos de luz B C, E F prácticamente como paralelos. Los triángulos semejantes A F E, A C B nos darán A F: A E:: A C: A B, ó lo que es lo mismo, se podrá decir que sombra de la parte A E, es á la dicha parte, como sombra total de la altura es á la misma altura. Midiendo A E, su sombra y la sombra total, queda resuelta la cuestion de la manera indicada.

Igualmente se hubiera resuelto, colocando un jalon perfectamente vertical *a b* en cualquier punto. Este proyectaría su sombra paralela á la de la altura y ambas serían directamente proporcionales con el jalon y el objeto: pues el rayo de luz que limita la sombra del árbol A B, forma el mismo ángulo con el terreno que el rayo que limita la sombra del jalon, si dicho terreno es un plano horizontal ó una pendiente constante. Así pues se tendrá, que *a c* sombra del jalon es á su altura *a b*, como A C sombra del árbol es á su altura; proporcion en la que se conocen los tres primeros términos y por consiguiente el cuarto que se busca.

469. Por último: se hubiera averiguado la altura vertical de un muro en talud ú objeto inclinado, colocando el jalon en la misma inclinacion, ó una señal cualquiera tal como O en la arista C D (fig. 186) que produce la sombra, y por medio de la proporcion G C: C O:: E C: C D se conocerá la longitud de la pendiente C D. Puesta una plomada O H en O, podrémos finalmente comparar los triángulos semejantes C O H, C D F que nos dán

C O: O H:: C D: D F=A B.

Como C O está á nuestro alcance y conocemos O H por la misma razon y C D por haberla calculado, el problema queda resuelto en los términos que se han visto.

470. Medicion de una altura por la reflexion de la luz en un espejo. Enseñan los autores esta operacion, que consiste en colocar un jalon perfectamente vertical *a b* (fig. 187) y un espejo E en la línea A *a*, de tal suerte, que mirando por la cabeza *b* del jalon se vea proyectada en C la cúspide de la altura, ó que el ángulo de incidencia B C A sea igual al de reflexion *b c a*. Entónces los triángulos C B A, *c b a* son semejantes y comparados dán *c a*: *a b*:: C A: A B que es la altura.

471. Medicion de alturas con el Gafómetro. En el párrafo 396 hemos visto como se consigue esto. Solo tendrémos en cuenta ahora la refraccion de la luz y la diferencia del nivel aparente al verdadero. (a)

(a) Nos parece tanto mas oportuno poner estos problemas en la Altimetria, que es su lugar verdadero, cuanto que los autores que los explican en la Planimetria, tienen que dar cuenta de los errores por diferencia de nivel y por refraccion de la luz, en parte donde aun no se pueden apreciar.

Ejemplo.—Si B C A (fig. 188) tiene 33° 25′ y A C=237 piés,

log. tang. 33° 25′=	0.81940960
log. 237=	2.37474835
	12.19415795
log. r. de las tablas.=	10.00000000
log. A B=	2.19415795
A B=	156,37237
(406 y 407)....D=	0,00127
	156,37364
(417)....*l*=	0,00017
	156,37347
Altura del instrumento....	4,25000
Altura total B D....	160,62347 piés.

472. Cuando no tenemos terreno llano como D E y no podemos aproximarnos al pié A de la altura A B (fig. 189), se toman desde el punto D los ángulos A D B, A D F, A D E y B D E formados con las visuales dirigidas al pié y cabeza de la altura y con estas y la horizontal F D E. Despues se mueve el instrumento sin salir de dicha horizontal hasta otro punto E, desde donde se aprecian los ángulos B E D, A E D. En el triángulo E B D se mide D E y con los ángulos B D E, B E D se halla D B. En el D A E, con la misma distancia D E y los ángulos A D E, A E D se busca D A; y por último, en el A D B se tiene el ángulo A D B y los lados A D, B D para deducir A B. Si se quiere la altura total B G, se resuelve el triángulo rectángulo A D F, en el que se conoce A D F y la hipotenusa A D para obtener el cateto A F, que añadido á A B, mas la altura del instrumento D H=F G, nos dán

A B+A F+F G=B G.

473. Desde la altura A (figura 190) se puede conocer la C G, dirigiendo primero la visual horizontal B E y luego la B C á la

cúspide y B G al pié. Se aprecia B E por la fórmula x=P. *cos. a* y con los ángulos C B E, E B G se deducen las partes C E, E D que sumados nos dán la C D que se pretende.

474. En la figura 191 C A B representa un barranco ó precipicio al que no se puede bajar, debiéndose sin embargo conocer la falda inclinada A B y su altura vertical B E. En el borde C D, visto en perspectiva, se elige y se mide una base C D, y colocando en sus extremos C y D un gatómetro, se dirigen las visuales C A, D A para conocer en el triángulo C D A á C A y las C B, D B para lo mismo en el C D B respecto de C B. En efecto: tenemos datos bastantes, porque además de la base B C ya medida, en el triángulo D C A se aprecian asímismo los ángulos A C D, C D A y en el C D B los B D C, D C B. Con C A, C B encontrados y el ángulo comprendido B C A se resuelve el triángulo, y por tanto B A que era uno de los resultados. Para el segundo se mide el ángulo que forma la horizontal *m* C con la C A, *m* C A=C A *m'*, se halla el C A B en el triángulo B C A, y restando la suma de estos de 180° se infiere el valor de B A E, que con la hipotenusa B A antes deducida, nos dán la altura vertical B E.

475. En la figura 192 representamos ahora una montaña cuya falda y altura tambien se quieren conocer. Se elige la base C D y desde sus extremos se dirigen las visuales C A, D A y C E, D E. En el triángulo C A D, cuyos datos son D C, A C D, C D A, se determina la longitud de C A. En el E C D, cuyos datos son C D, E C D, C D E se halla C E. Con C A, C E y el ángulo comprendido A C E se deduce por último A E. Si el ángulo C E A, que puede conocerse en el triángulo C E A, se resta de 180°, se tiene el A E B, que con la hipotenusa E A son datos bastantes para conocer el cateto A B en el triángulo rectángulo A B E. (a)

476. Medir alturas con la Plancheta. Para esto es necesario que el tablero se ponga vertical, lo que se comprueba con la plomada. Si A B es la altura (fig. 193) y se coloca la plancheta

---

(a) En todos estos problemas, desde el número 472 al 475 inclusive, se hacen las correcciones que se han visto en el 471, respecto á la diferencia de nivel y refraccion de la luz.

en P, desde el punto c del papel se baja la plomada c C, se dirige con la alidada la horizontal c D, y la c A á la cúspide de la altura, se trazan sus correspondientes $c\ d$ y $c\ a$ en la plancheta y con una escala se lleva la longitud $c\ d'$ correspondiente á C B$=c$ D sobre $c\ d$. En el punto d' se levanta la perpendicular $d'\ a'$ y de esta suerte trazarémos el triángulo $c\ d'\ a'$, semejante al A c D y que necesariamente nos dá $d'\ a'$ proporcional con D A en la relacion de la escala; luego tomando con esta la longitud de $d'\ a'$ y añadiendo la altura c C$=$D B, se conseguirá la total A B propuesta. (a)

477. Uso de los Clisímetros y Eclímetros. Con los primeros y los segundos se miden pendientes y alturas en la forma que á continuacion se manifiesta.

478. *El nivel de albañil* sirve para conocer las pendientes y alturas si á derecha é izquierda de la línea de fé (figura 160) se hacen divisiones en el travesaño D E, que estén en relacion con la longitud B F; pues si se coloca (figura 194) en el punto A de modo que por su base A C se dirija la visual A B, el ángulo $s\ b\ d=$B A E y el triángulo $s\ b\ d$ semejante al B A E nos dice, que en la relacion que esté $b\ s$, cantidad constante, con $d\ s$ parte del travesaño interceptada por el hilo, en la misma estará la longitud A E con E B, lo que no solamente sirve para determinar la pendiente por pié ó métro de A B, sino que tambien la altura B E.

479. Otras veces no lleva el nivel de albañil mas que un arco $m\ n$ en el travesaño D E (fig. 160), de modo que el cero grados caiga en la línea de fé y á derecha é izquierda se divida en grados y medios grados, si es posible, hasta lo que permita el arco. En semejante caso solo tenemos en la figura 194 el ángulo B A C$=s\,b\,d$ medido por dicho arco y el cateto A E para resolver el triángulo A E B y por consiguiente la altura B E.

(a) Este problema expuesto así por algunos autores, debe considerarse mas bien como teórico que como práctico; pues en realidad nada hay mas inexacto por no decir imposible de ejecutar con precision, que el expresado modo de medir alturas.

480. El Trigonómetro (figura 165) nos dá á conocer la pendiente M P; pues como el ángulo C E F=N M P, y B A es perpendicular á A D, D A: A S:: M N: N P, que dividida por M N nos dá la pendiente por métro ó por pié de esta última.

481. Una altura A B (fig. 195) se mide análogamente, mirando por la regla *b a* á la cúspide B, en cuyo caso la plomada con ambas reglas habrá cerrado el triángulo *a b c* semejante al A B C, que nos dá B A por comparacion; pues bien puede decirse que

$$c\,a:\,a\,b::\,C\,A:\,A\,B$$

$$\text{de donde } A\,B=\frac{C\,A\times a\,b}{c\,a}.$$

482. El *Clisimetro* ó *Eclímetro* de *Burnier* mide el ángulo agudo del triángulo rectángulo, cuyo cateto adyacente se conoce para hallar el opuesto que puede ser una altura cualesquiera.

El *Clisímetro* de *Chezy* se usa (fig. 196) dirigiendo primero la horizontal *p q x* por las dos pínulas, cuando la mira de la mayor está en la division cero; despues se sube esta mira con el tornillo hasta que desde el agujero cónico de la pínula menor, que no se ha movido, se descubra la interseccion de las cerdas en la mira móvil proyectada en el punto *z*, y entónces se lee á que altura ha subido en el marco por medio de la graduacion, pudiendo decirse que $m\,n=p\,q:\,q\,o::\,p\,x,\,x\,z$, ó que la longitud de la regla es á la altura á que sube la mira móvil, como la distancia horizontal entre los dos puntos es á la diferencia de altura entre ellos. Así pues conocerémos no solo la pendiente por pié ó por métro de la línea *p z*, sino tambien la altura *x z*, á la que se le añade $p\,h=x\,r$, altura desde el agujero de la mira al suelo, para obtener la *z r* completa.

483. Brújula eclímetro. Por último: nada mas fácil que el uso de esta, en razon á que se mide el ángulo de la ascension ó depresion segun el caso, lo que con la distancia horizontal al objeto nos dán su altura ó profundidad.

484. Con el eclímetro de la figura 177 se miden alturas, porque siempre se puede decir que la longitud *a b* de este instrumento es á la altura á que sube la corredera *c*, cuando se dirige

una visual por su cabeza; como la distancia horizontal entre el punto donde se coloca el trípode y el pié de la altura, es á esta última. Dividiendo la longitud así hallada por la distancia horizontal, siempre se encuentra la pendiente por unidad de medida lineal que tiene la línea inclinada.

485. Puede observarse por punto general que con el nivel de albañil cuando solo tiene dividido el travesaño, con el de Agrónomo de la figura 164, con el trigonómetro, el clisímetro de la figura 176 y el eclímetro de la 177, se hallan las alturas y se deducen las pendientes geométricamente ó por la semejanza de triángulos; mientras que con los goniómetros, el nivel de albañil provisto de arco, la brújula eclímetro, el clisímetro de la figura 166 &c., se encuentran las alturas por la resolucion trigonométrica de nn triángulo rectángulo, en el que se conoce un ángulo agudo y la distancia horizontal que es un cateto. Respecto á las pendientes por unidad, en los terrenos en declive es mas directo medir la longitud de dichas pendientes, y con el ángulo de inclinacion formado con la horizontal, resolver el triángulo rectángulo á semejanza de lo hecho para deducir la fórmula x=P. *cos*. a de los números 114 y 184; pues subsistiendo P para designar la pendiente y a para el ángulo, la acotacion del punto mas alto es x=P. *sen*. a.

No debe olvidarse nunca en el uso de los eclímetros y clisímetros la correccion que ha de hacerse á los cálculos por la diferencia de nivel y la refraccion de la luz, segun tambien se advierte en la nota del número 475; aunque con ciertos instrumentos, tales como los niveles de albañil y agrónomo, el trigonómetro, el eclímetro de la figura 177 y el clisímetro de la 166, puede excusarse tal rigor matemático, en razon á que los errores que se cometen ordinariamente con ellos, son mayores que los muy pequeños de la diferencia de nivel aparente al verdadero y de la refraccion.

LECCION VIGÉSIMA-SEXTA.

NIVELACION SIMPLE Y COMPUESTA.

486. Se entiende por *nivelar* y por *nivelacion* la comparacion de dos puntos cualesquiera de la tierra con su centro, ó con la superficie del Océano que tambien se toma como término de referencia.

En efecto: si *m n a b e f*, (figura 197) representa un corte dado á la tierra por un plano que pase por su centro, no todos los puntos distarán real y materialmente del mismo, porque está llena la costra terrestre de montes y valles, desigualdades cuyas pendientes y alturas necesitamos estudiar. Si queremos saber cuanto se levanta verticalmente el punto *b* sobre el *a*, concebirémos la *a* C y *b* C y una porcion de circunferencia concéntrica *a c* que pasa por el punto mas bajo *a*. Entónces *a* C=*c* C y la diferencia de nivel será *b c*. Si hacemos pasar por *a* el plano horizontal *a c*, tambien resultará que con relacion á este *b c* será la *diferencia de nivel*, ó *desnivel* entre los puntos *a* y *b*; pues á *b c* siempre hay que añadir la diferencia del nivel aparente al verdadero. El mismo desnivel se notaría entre los puntos *a*, *b* con relacion á los *m*, *n* del mar, y siempre podrémos decir con propiedad, que el punto *b* se levanta mas que *a* la parte *b c* sobre el centro de la tierra, sobre los planos horizontales que pasan por los puntos mas bajos, ó sobre la superficie del Océano.

487. Las grandes montañas, altas torres ú otros objetos de gran consideracion, se refieren al nivel de mar y se dice que tal ó

cual monte se eleva mas ó menos sobre dicho nivel, que se toma por tipo de comparacion; pues así se consigue un plano general de reparo. En la práctica de las nivelaciones basta saber la configuracion del terreno en cada localidad, por lo que nos referimos á un plano de comparacion, que pase por el punto mas bajo ó mas alto del terreno.

488. Esto entendido, la nivelacion puede ser *simple* ó *compuesta*. Se llama simple cuando la distancia entre los puntos estan corta que basta una *nivelada*, y compuesta cuando se necesitan dos, algunas, ó muchas *niveladas*.

Se llama *nivelada* la porcion de terreno que se nivela de una vez, ó á la observacion que para esto se necesita. El punto donde se verifica se llama *punto de estacion* y en cada uno de estos pueden hacerse varias niveladas al rededor. Se llama *estacion* á la vez que se coloca el instrumento para hacer la observacion, de modo que tantas veces se coloque, se habrán hecho otras tantas *estaciones*.

489. Nivelacion simple. Puede hacerse de dos maneras, ó para averiguar el nivel ó desnivel entre dos puntos, ó el de uno con relacion de varios puntos al rededor. En el primer caso se coloca el instrumento en uno de los extremos ó en medio de ambos.

490. Cuando se coloca en uno de los extremos, este será el mas alto ó mas bajo, segun se considere. En la figura 198 si se camina de A para B, A será el mas bajo y la nivelada se hará *subiendo*. En la figura 199, marchando tambien de A para B, A es mas alto y la nivelada se hace *bajando*. Cambiando de *punto de partida*, esto es, marchando de B para A en la figura 198 se nivela *bajando* y en la figura 199 *subiendo*: las mismas consideraciones sirven para cuando se coloca el instrumento en el punto medio y para las nivelaciones compuestas.

491. Si se nivela subiendo (fig. 198), colócase el instrmento en el punto A, de modo que la plomada coincida exactamente con dicho punto, y se manda al peon ayudante que ponga la mira verticalmente sobre el punto B. En este caso se hace girar el nivel hasta que se descubra la expresada mira, asegurándose de la ho-

rizontalidad del instrumento al rededor de su punto de estacion, y haciendo señas para que el peon baje ó suba la tablilla C hasta que la visual horizontal $a\ b$ coincida con su línea de fé, entónces se manda fijar por medio de otra seña y se procede á medir A d, distancia horizontal entre los puntos A y B que se comparan, B C si no está graduada la vara de la mira, y la altura del instrumento A $D=b\ f$. En efecto: si concebimos un plano horizontal de reparo A d, C B prolongada hasta dicho plano, y B e horizontal que pasa por B, se tendrá llamando á B d, d, que significa diferencia de nivel, $d=$C d—C B; pero C $d=b\ f$, altura del instrumento, y C B altura de la mira; luego *en una nivelacion simple, subiendo, cuando se coloca el nivel en el extremo, el desnivel es igual á la altura del instrumento menos la de la mira.*

La distancia entre los puntos es indispensable para designarlos, y variará en la práctica de la nivelacion segun los instrumentos; pues con el nivel de agua, ó el de aire de pínulas, no podrémos hacer una nivelada simple tan larga como con el de anteojo.

492. Si la operacion se hace bajando (fig. 199) los requisitos serán los mismos para poner el instrumento y la mira, y se medirán de igual suerte las alturas de uno y otra y la distancia horizontal que los separa. Cuando la mira es parlante y el nivel de anteojo, solo bastará conocer la distancia horizontal A d, la altura del instrumento b A desde el eje del anteojo al punto, y leer sin movernos de A la graduacion de la mira, que bastará con presentarla verticalmente en el punto B.

Concibiendo el plano de reparo A d, que pasa por el punto mas alto A, la horizontal b C y la prolongacion A c de la altura del instrumento hásta la horizontal del punto B mas bajo, se tendrá $d=$B $d=$B C—C $d=$B C—b A; pero B C es la altura de la mira y b A la del instrumento, luego *en una nivelacion simple, bajando, cuando se coloca el instrumento al extremo, el desnivel es igual á la altura de la misma menos la del instrumento.*

Lo mismo se hubiera probado subiendo y bajando aunque se trocasen los puntos de partida. En todos estos casos se necesita llevar en cuenta la refraccion de la luz y la diferencia del nivel aparente al verdadero.

493. Cuando se pone el nivel en medio se evitan tales errores como ya se demostró en los números 403 y 418, y se hacen niveladas mas largas y con mas exactitud; pues si el nivel es de pínulas ó anteojo, mirando á todo su alcance á derecha é izquierda, la nivelada será doble que cuando se mira solo á un lado, no teniendo que medir para nada la altura del instrumento.

Sean A B los puntos que se quieren nivelar subiendo (fig. 200). Debe comenzarse por establecer la línea A B con jalones colocando uno de ellos hácia el promedio. Mídese despues A B referida al horizonte, y tomando su mitad, se pone un piquete en el punto de division c'. Sobre este se coloca el trípode del instrumento de modo que coincida la plomada con él. Se vé si el nivel está en la misma línea de los jalones, y despues de rectificado, se manda presentar una mira en el punto A, cuya altura A a' se lee y se apunta, para trasladar despues la mira á B, donde se lee y apunta la altura de B b'. Por lo observado en los párrafos anteriores,

$$\mathrm{B}\ d = c\ c' - b'\ \mathrm{B}.\ \mathrm{D}\ d = c'\ c'' = a'\ \mathrm{A} - a'\ \mathrm{C} = a'\ \mathrm{A} - c\ c';$$

pero como $\mathrm{B\ D} = \mathrm{D}\ d + d\ \mathrm{B}$,

$$\mathrm{B\ D} = d = a'\ \mathrm{A} - c\ c' + c\ c' - b'\ \mathrm{B} = a'\ \mathrm{A} - b'\ \mathrm{B},$$

y como a' A es la mira mayor y b' B la menor, se deduce que solo bastará restar esta mira de la otra para hallar el desnivel.

Lo mismo se hubiera observado inmediatamente, concibiendo el plano de reparo A D, la horizontal B b'' y la prolongacion B D de la vertical b' B; pues B D ó $d = \mathrm{A}\ b'' = a'\ \mathrm{A} - a'\ b'' = a'\ \mathrm{A} - b'\ \mathrm{B}$, porque $a'\ b'' = b'\ \mathrm{B}$. Ahora bien, se ha convenido en llamar *mira de atrás*, á la que dejamos á la espalda, que como se marcha de A para B será a' A, y *mira de delante ó del frente* á la que hallamos así en nuestro camino, que será la b' B; luego se podrá indicar como regla, *que cuando se nivelan con una sola nivelada dos puntos, subiendo, el desnivel es igual á la mira de atrás menos la del frente.*

494. Para el caso inverso ó bajando (fig. 201), despues de supuesto el plano D B y la horizontal A b', resulta que A D ó la

$$d = \mathrm{B}\ b' = b\ \mathrm{B} - b'\ \mathrm{B} = b\ \mathrm{B} - \mathrm{A}\ a,$$

que dice, *que en la nivelacion simple, bajando, el desnivel es igual á la mira de frente menos la de atrás.*

495. En ambos casos se observa en la práctica un error debido á la colocacion del nivel, error que debe corregirse. Al mirar (figura 200) de *a* para *b* cuando se dirige la visual horizontal *a b'*, rectificamos el instrumento y nos volvemos despues á mirar de *b* hácia *a'* para dirigir la visual *b a'*. Rara vez permanecerá la burbuja en sus líneas de fé en este movimiento; pues para ello se necesitaba establecer desde luego un plano tal, que cualquiera que fuese el giro del instrumento, sus visuales siempre fuesen horizontales. Pero este plano suele tener una de sus generatrices y todas las paralelas horizontales sin que él sea horizontal, y hallarse en este caso la regla del anteojo al dirigir la primera visual, y al dar la vuelta ya no se podrá continuar lo mismo al otro lado, lo que equivaldría á tener una visual horizontal cuando se mira á *b'* B y otra cuando se vuelve á mirar á A *a'*.

496. En los niveles de pínulas no se advierte esto porque no precisa volverlo, ni tampoco se conoce en el nivel de agua por igual motivo, aunque en este sería el error mas sensible, en razon de que la superficie del agua producirá por seccion una elipse en los tubos de los frascos y las visuales no serán horizontales, si se mira por el punto mas bajo de la superficie del agua en un frasco, al punto mas alto de la superficie del otro, ó cualquiera que no sea tambien el mas bajo.

497. Para evitar el indicado error se tantéa el nivel mirando á uno y otro lado antes de dirigir ninguna visual definitiva, y en los instrumentos que son muy engorrosos para esta rectificacion, se deja quieto el nivel y se vuelve al otro lado el anteojo.

498. Cuando se necesita nivelar un punto con varios al rededor, puede decirse que esta nivelacion es simple en razon á que no se pone mas que una vez el instrumento; pero será compuesta si se considera que hay que hacer varias niveladas.

499. El punto dado estará mas alto que los demás, mas bajo que todos ellos, ó habrá unos mas altos y otros mas bajos que él. Siempre se aplicará á cada direccion lo dicho en los párrafos 191 y 192, y sucederá que las miras de los puntos mas altos se restarán de la altura del instrumento, y este se restará á su vez de las miras de los puntos mas bajos.

500. Si se quieren nivelar los puntos a, b, c, d, e con el p (fig. 202) con la condicion de ponerse el instrumento en medio de a P, b P, c P, e P, esta nivelacion será ya compuesta y para cada direccion a P, b P, c P, e P aplicarémos lo dicho en los párrafos 193 y 194, restando de la mira puesta en P la de los puntos mas altos, ó dicha mira de la de los mas bajos.

501. Nivelacion compuesta. Póngase el instrumento en medio ó en uno de los puntos, la nivelacion simple ó de una sola nivelada solo puede tener lugar cuando la distancia es corta. En la práctica suelen estar los puntos extremos á veces sumamente distantes y es preciso apelar á la nivelacion compuesta. La exactitud que se pretende, el alcance de los instrumentos ó su índole y la mayor ó menor pendiente del terreno, determinan el número y la longitud de cada nivelada.

502. Siendo A, B (fig. 203) los puntos extremos que se han de nivelar subiendo, se hace la alineacion A B con jalones y se calcúla el número de niveladas que se necesitan con arreglo á los expresados antecedentes. Suponiendo que sean tres A b, b c, c B se mide horizontalmente A b y se coloca en su mitad m el nivel para observar la mira A a, apuntando su altura y mandándola llevar á b, donde se apunta tambien la de b d. Se mide la distancia entre los puntos de la segunda nivelada, colocando en c un jalon provisional, se pone el instrumento en el segundo punto de estacion n, y volviendo la cara de la mira al instrumento se lee su altura, mandándola trasladar á c, donde se coloca despues de levantado el jalon y se lee su altura c d'. La distancia de los puntos c y B se aprecia por último, y se divide en dos partes; se lleva el nivel al punto de division o desde donde se observa la mira c a'', vuelta hácia el que dirige la operacion y la B d'' que se manda presentar donde estaba el jalon B. Así se prolongaría indefinidamente la nivelacion, usando de una ó dos miras, segun haya proporcion.

El desnivel de los puntos A y B es B e''=B e+e e'+c e'' y c e'=c c', e' e''=b b'; luego B e''=b b'+c c'+B e. Llamando á las miras de atrás A a, a' b, a'' c; a, a', a'' y á las miras delanteras d b, d' c, d'' B; d, d', d''

$b\,b'=a-d$, $c\,c'=a'-d'$, $B\,e=a''-d''$, y

$B\,e''=a-d+a'-d'+a''-d''$, ó

$d=(a+a'+a'')-(d+d'+d'')$, lo que nos dá la siguiente

Regla. *Para nivelar subiendo, se suman todas las miras de atrás, y de esta suma se resta la de las miras de delante.*

503. Bajando, se alinean los puntos B y A', se comparte la distancia con jalones y se procede á la nivelacion análogamente á lo acabado de explicar. Las diferencias de nivel son

$$B\,f+f\,f'+f'\,f''=B\,f''$$

diferencia total, y como cada una de estas es igual á la mira de frente menos la de atrás, llamando á a''' B, a^{IV} g, a^{V} h; a''', a^{IV}, a^{V}, y á d''' g, d^{IV} h y d^{V} A'; d''', d^{IV}, d^{V},

$$B\,f=d'''-a''',\ f\,f'=d^{IV}-a^{IV},\ f'\,f''=d^{V}-a^{V} \text{ y}$$

$$B\,f''=d'''-a'''+d^{IV}-a^{IV}+d^{V}-a^{V} \text{ ó}$$

$$\begin{array}{c} d'''.....-.....a''' \\ d^{IV}....-...a^{IV} \\ d^{V}.....-....a^{V} \\ \hline \end{array}$$

$B\,f''=(d'''+d^{IV}+d^{V})-(a'''+a^{IV}+a^{V})$, lo que significa

Regla. *Para nivelar bajando, de la suma de todas las miras de delante, se resta la suma de todas las miras de atrás.*

Combinadas las nivelaciones subiendo y bajando, se vé que el desnivel de los puntos A, A' es $A\,A''=e''\,f''=B\,f''-B\,e''$, ó

$$A\,A'=(a'''+a^{IV}+a^{V})-(d'''+d^{IV}+d^{V})-$$
$$(a+a'+a'')-(d+d'+d'')$$

$$\text{y } A\,A'=(a+a'+a''+a'''+a^{IV}+a^{V})-$$
$$(d+d'+d''+d'''+d^{IV}+d^{V})$$

Regla. *Para nivelar subiendo y bajando se suman todas las miras de atrás y de ellas se resta la suma de todas las de delante.*

Ahora bien, segun la suma de las miras de atrás sea mayor, menor, ó igual que la suma de las de delante, el punto de partida estará mas bajo, mas alto ó á igual altura que el de llegada.

504. Observaciones sobre la nivelacion compuesta. En los números 491 y 502 se dice que la clase de nivel que se usa, la naturaleza del terreno, ó la mas ó menos conciencia que cada

caso requiere, deciden de la longitud ó del número de las niveladas ó estaciones. Es claro que con niveles de aire, de pínulas ó con nivel de agua, solo estamos atenidos al alcance de nuestra vista, habiendo autor (a) que designa el máximun de longitud para el nivel de agua en 200 á 300 varas castellanas si se coloca el instrumento en un extremo, y en 600 si se pone en medio de esta distancia. De cualquier manera que esto sea, los buenos niveles de anteojo en igualdad de terrenos alcanzan necesariamente mucho mas, pudiéndose decir que si con los anteriores niveles se hacen niveladas de 120 piés, por ejemplo, con estos últimos se llega aun con mas comodidad á 120m; pues dicho se está que á los niveles de anteojo acompañan siempre las miras parlantes, que tanto facilitan el trabajo, mientras que para el nivel de agua serían mas bien un estorbo, pues si se han de leer á simple vista, las niveladas serían bien cortas, razon por la que los niveles de pínulas ó de agua se usan constantemente con las miras ordinarias de tablilla.

505. La naturaleza del terreno influye aun mas directamente que la clase de niveles en la extension y número de niveladas; porque sin esfuerzo alguno cualquiera comprenderá que mientras mas accidentado, montuoso ó pendiente sea el terreno, tanto mas cortas y frecuentes tendrán que ser las niveladas, ó que por el contrario, mientras mas llano parezca ó las pendientes sean mas suaves, tanto mas podrémos extendernos ahorrando puntos de estacion.

Ocasiones hay en que para nada nos sirve que tenga el nivel anteojo ó no, ó en que la misma longitud habrían de tener las niveladas con un nivel de agua, ó con un nivel de aire con anteojo; y esto sucede cuando el terreno es sumamente pendiente, en cuyo caso para reducir al menor número posible de estaciones tan penoso trabajo, conviene que la visual horizontal intercepte la línea inferior de la mira, ó dicha mira subiendo sea 0m,00, dirigiendo la visual horizontal á su mayor altura si es bajando; pero

---

(a) Véase la obra de Carrillo de Albornóz, páginas 303 y 304.

siempre supuesto el instrumento en el punto medio de la distancia que separa ambas miras.

506. El objeto para que se hace la nivelacion y la exactitud que segun dicho objeto quiere observarse, modifican la celeridad de las operaciones; pues si solo se quiere saber el desnivel que hay entre dos puntos distantes, es claro que se podrá simplificar mucho el trabajo alargando cuanto sea posible las distancias y disminuyendo por tanto el número de estaciones; mas si además del desnivel de esos puntos se quiere conocer la situacion de los intermedios que sean dignos de consideracion, es evidente que cuántos mas sean estos, tanto mas detenida tiene que ser la operacion en su totalidad; pues todos aquellos donde mas descienda ó suba el terreno, formándose barrancos y altos, valles ó cerros, los senos de los arroyos y rios, y todos los demás accidentes de esta especie, es indispensable tenerlos presentes para el estudio de un proyecto cualquiera, y ellos demandarán las operaciones que por su causa se requieren.

Es evidente que tratándose de averiguar solamente el desnivel entre dos puntos bastantemente separados, lo mismo se hallaría el resultado en cuestion, caminando por un barranco ó por un cerro, desviándose algo mas, ó marchando directamente al punto de arribada; pero si tal nivelacion se hacía, por ejemplo, con el objeto de llevar aguas del punto mas alto al mas bajo, conviene estudiar de antemano por donde esto se pueda verificar y con menos coste, razon por la que la nivelacion queda entónces obligada á seguir, no uno cualquiera, sino el mejor trayecto posible, y este que acaso sea el de mayor desarrollo requerirá mas trabajo, si bien hay ocasiones en que puede decirse que se compensa este; pues si buscando el terreno mas llano se alarga el trayecto, tambien las niveladas, disminuyéndose el número de los puntos de estacion.

507. Las distancias que se miden entre mira y mira deben tomarse lo mas horizontalmente posible, pues solo de esta suerte se referirán invariablemente unos puntos á otros, á menos que cuando se mide el terreno, tendiendo la cadena sobre el tal y cual sea, no se tome además el ángulo de su inclinacion con la horizontal,

que así hasta pudiéramos indicar otro procedimiento para fijar de posicion en el trayecto de una nivelacion los diferentes puntos del terreno.

No acomodando ordinariamente este método por las dificultades que ofrece en la práctica, menos acomoda el usar á cada instante la fórmula x=P *cos. a*, para un número tan crecido de niveladas como pueden ofrecerse en una larga nivelacion, y así es que á pesar de que tal cosa está aconsejada por algunos autores, no se toma en cuenta en la práctica, sino que se procura tender la cadena perfectamente horizontal á simple vista, lo que llega á hacerse con no poca exactitud.

Los niveles mas perfectos, como se dijo hablando del de Porro, miden la distancia horizontal segun se indicó en la leccion XV número 238, lo que no solo facilita, sino que añade mayor precision á las operaciones.

508. El disminuir el número de estaciones ó aumentar las distancias no es á veces solo por aligerar la fatiga del trabajo. Los autores prácticos (a) creen con bastante fundamento que el nivel se debe mover lo menos posible, ó tomar el mayor número de datos sin moverlo. Por esto á veces despues de puesto en *n*, por ejemplo, (fig. 204) se dirige una visual á la mira de atrás B *c* y otra á la de delante C *d*; mas en vez de colocar el instrumento entre C y D, se mide horizontalmente esta distancia, lo mismo que la que hay entre D y E y la E y F, colocando las tablillas de todas las miras *e, f, g* en la direccion de la visual horizontal *c d e f g*.

De esta suerte se tiene, además de la altura del punto C, las de D, E, F que son notables en el terreno, y si bien las distancias desiguales *h c, h g* nos obligan á tomar en consideracion los errores de la refraccion y diferencia de nivel aparente al verdadero, como estos errores dán á 1000 piés, por ejemplo, 0,003 de pié para el primero y 0,021 de pié para el segundo, los prácticos

---

(a) Véase la obra publicada por D. Joaquin Montero, uno de los niveladores del cuerpo de caminos, que mas extensas y mejores nivelaciones tiene ejecutadas en el servicio de las obras públicas de que es Ayudante.

prefieren estas diferencias á variar mucho la posicion del instrumento, por no exponerse á equivocaciones que pueden comunicar errores de alguna consideracion en toda la extension de una línea.

509. REGISTROS DE LA NIVELACION COMPUESTA. Para llevar con órden y claridad las operaciones de campo, se abre un registro donde se apunta metódicamente todo lo que es necesario. Así pues, se necesita saber el número y órden de las estaciones, las distancias horizontales que median entre dos miras consecutivas y las alturas de estas, y todo ello se anota en este registro de campo.

XIII.

NIVELACION DE..........

Estaciones.	*Distancias.*	MIRAS. *Atrás.*	MIRAS. *Delante.*	OBSERVACIONES.
1.ª	$18^{m},90$	$3^{m},69$	$0^{m},33$	
2.ª	$28^{m},15$	$3^{m},05$	$0^{m},51$	
3.ª	$36^{m},40$	$4^{m},27$	$0^{m},10$	

En efecto: para las operaciones de campo no se necesitan mas columnas; pues en la primera con un número de órden se indican las estaciones que se hacen, debiendo advertir que en casos tales como el de la figura 204, entre los puntos *e* y *f* no se hace mas que una nivelada, y sin embargo deben considerarse las *c d*, *d e*, *e f*, *f g* como otras tantas estaciones, cuyas distancias se apuntan, así como todas las demás que ocurrieren, en la segunda columna y siempre al lado de las estaciones á quiénes correspondan. Las miras con designacion de las de *atrás* y *delante* se anotan en la tercera y cuarta casilla, de tal manera, que estas sean en efecto las de cada estacion consecutiva, en cuyas líneas figuren sin trocarse unas por otras. Por último: en las observaciones se declara la clase de terreno que se vá atravesando, si es de labor, erial ó roca, si la mira de atrás ó de delante cayó en la orilla ó fondo de un arroyo, si se debe considerar la diferencia de nivel aparente al verdadero; y en suma cuanto sea conducente al objeto, no olvidando los nombres de las posesiones ó sitios por donde se camine nivelando.

510. Hechos de esta suerte los apuntes de una nivelacion al mismo tiempo que la misma se verifica; conviene luego saber las diferencias que de la comparacion de las dos miras de cada estacion ván resultando, para conocer no solo las alturas de todos los puntos intermedios donde tales miras se hallan, sino que tambien el desnivel de los puntos extremos. Este trabajo de gabinete se hace añadiendo despues de la cuarta, otra casilla al registro anterior en esta forma.

XIV.

REGISTRO DE LA NIVELACION DE.....

Estaciones.	*Distancias.*	MIRAS.		*Diferencias parciales.*	OBSERVACIONES.
		Atrás.	*Delante*		
1.ª	$18^{m},90$	$3^{m},69$	$0^{m},33$	$+3^{m},36$	
2.ª	$28^{m},15$	$3^{m},05$	$0^{m},51$	$+2^{m},54$	
3.ª	$36^{m},40$	$4^{m},27$	$0^{m},10$	$+4^{m},17$	
4.ª	$48^{m},80$	$2^{m},24$	$3^{m},83$	$-1^{m},59$	

Todo queda como antes, mas al deducir las diferencias se advertirá que la primera $+3^{m},36$ se ha encontrado comparando la mira de atrás $3^{m},69$ con la mira de delante $0^{m},33$. y como la primera es mayor que la segunda, nos dice esto claramente (número 493) que el desnivel entre los puntos es subiendo, que para diferenciarlo de cuándo se baja se indica el resultado con el signo $+$, pues en este último caso se le pone el signo —. Como las miras de la segunda y tercera estacion se hallan en iguales circunstancias que las explicadas, esto es, que las de atrás son mayores, el terreno seguirá subiendo y las diferencias seguirán siendo positivas, las que se hallan restando las miras de delante $0^m,51$, $0^m,10$ de sus respectivas de atrás $3^m,05$, $4^m,27$. Finalmente: en la cuarta estacion ya se conoce que el terreno baja, pues la mira de atrás $2^m,24$ es menor que la de delante $3^m,83$, y la diferencia que siempre se consigue restándolas entre sí, es negativa ó $-1^m,59$.

511. Otros autores aconsejan que se pongan las diferencias positivas y negativas separadas, como se observará en el siguiente registro, lo que nos dispensa del uso de los signos.

XV.

REGISTRO DE LA NIVELACION DE.....

ESTACIONES.	DISTANCIAS.	MIRAS.		DIFERENCIAS.		OBSERVACIONES.
		ATRÁS.	DELANTE.	POSITIVAS.	NEGATIVAS.	
1.ª	18m,90	3m,69	0m,33	3m,36	»	
2.ª	28m,15	3m,05	0m,51	2m,54	»	
3.ª	36m,40	4m,27	0m,10	4m,17	»	
4.ª	48m,00	2m,24	3m,83	»	1m,59	
5.ª	42m,80	0m,37	2m,60	»	2m,23	
6.ª	79m,05	2m,01	3m,58	»	1m,57	
SUMAS...	253m,30	15m,63	10m,95	10m,07	5m,39	
		4,68		4,68		

512. Pero además de las diferencias positivas y negativas se ponen tambien en otra sétima columna las *diferencias al orígen*, esto es, que si partimos del punto donde se puso la primera mira que es la $3^m,69$ de *atrás*, se quiere saber qué desnivel vá resultando con relacion á ese punto para cada estacion, ó para mayor claridad, si el punto A (fig. 203) es el de partida, se desea conocer el desnivel del punto *b* sobre dicho punto, el de *c* sobre el mismo punto A, el de B sobre igual orígen y así sucesivamente.

513. En semejante caso se forma otro registro como el que sigue, poniendo las diferencias en una sola columna por no extendernos con él demasiado.

XVI.

REGISTRO GENERAL DE LA NIVELACION DE.....

ESTACIONES.	DISTANCIAS.	MIRAS.		DIFERENCIAS.		OBSERVACIONES.
		ATRÁS.	DELANTE.	PARCIALES.	AL ORÍGEN.	
1.ª	18m,90	3m,69	0m,33	+3m,36	3m,36	
2.ª	28m,15	3m,05	0m,51	+2m,54	5m,90	
3.ª	36m,40	4m,27	0m,10	+4m,17	10m,07	
4.ª	48m,00	2m,24	3m,83	—1m,59	8m,48	
5.ª	42m,80	0m,37	2m,60	—2m,23	6m,25	
6.ª	79m,05	2m,01	3m,58	—1m,57	4m,68	

514. Podrá fácilmente advertirse que la primera diferencia general ó al orígen es la misma que traemos de la primera estacion, la segunda diferencia general ó séase á los $18^m,90+28^m,15=47^m,05$ del orígen es $5^m,90$, porque se halla sumando $3^m,36$ con $2^m,54$;

la 3.ª es $10^m,07= 5^m,90+4^m,17$ y la distancia al orígen $83^m,45$
la 4.ª.... $8^m,48=10^m,07-1^m,59$ y la distancia $131^m,45$
la 5.ª.... $6^m,25= 8^m,48-2^m,23$ y la distancia $174^m,25$
la 6.ª.... $4^m,68= 6^m,25-1^m,57$ y la distancia $253^m,30$

Y en general: *cuando las diferencias parciales tienen el signo* + *se ván sumando á la última general que resulte, y si el* — *se restan de la última general que vaya deduciéndose; esto acontece cuando todas las miras están por encima del plano horizontal* A e″ (*figura 203*), *que cuando se hallan los puntos por debajo de dicho plano hay que verificar las operaciones vice-versa, esto es, restar de la última diferencia general todas las parciales que tengan el signo* + *y añadir las del signo* —.

515. Para demostrarlo sirva la figura 203; pues $b\ b'$ es la primer diferencia parcial y tambien la primera general que resulta al extremo de la primer nivelada, ó distancia medida en la primera estacion; $c\ c'$ es lo que está mas alto el punto c de A, ó la diferencia general que se halla en la segunda estacion al final de A $b'+b'\ c''$, suma de las dos distancias al orígen; pero como $c\ c''=c\ c'+c'\ c''=c\ c'+b\ b'$, es evidente que á la primera diferencia general ó al orígen se añade la diferencia parcial positiva, ó subiendo de la segunda estacion. Si á la segunda diferencia general $c\ c''$ se le agrega la tercera diferencia parcial y positiva, puesto que se sigue subiendo, resultará la tercera diferencia al orígen ó al final de la tercera distancia y así sucesivamente hasta que se baja; porque entónces $g\ g'=$B $e''-$B c, ó la cuarta diferencia al orígen es igual á la tercera menos la cuarta diferencia parcial negativa ó bajando, segun queda arriba dicho. Ahora bien: si A A′ (figura 105) es el plano horizontal, el punto o que se encuentra sobre él, tendrá por acotacion cero y desde allí para abajo $a\ a'$ será la diferencia general de nivel que corresponda, que desde luego es la parcial negativa, á la que es preciso agregar la di-

ferencia parcial negativa del punto *b* para hallar la general de este punto *b b'*, restando por el contrario de *b b'* la diferencia parcial positiva que resulte en *c*, pues en este punto sube el terreno. (a) Compréndese, pues, que son diferencias generales positivas las que están encima del plano, y negativas las que están debajo de él.

516. Rectificacion de la nivelacion. Terminarémos esta leccion agregándole algunas palabras sobre este particular. La nivelacion simple, cuando se coloca el nivel en un extremo, se rectifica cambiando el instrumento á donde estaba la mira y la mira donde estaba el instrumento; pues en ambos casos el desnivel subiendo ó bajando será siempre el mismo. Si hubiese dos resultados distintos, lo que no debe ser frecuente, su diferencia ó el error se corrige tomando un término medio prudencial, si es que repetida de nuevo la operacion no desaparece. Este error se nota mas principalmente en las nivelaciones compuestas, pues en ellas hay naturalmente mas ocasiones de equivocarse y reproducidos ó acumulados estos errores en un sentido, darian diferencias muy considerables, las que se aminoran mucho cuando los errores se compensan en mayor ó en menor grado.

517. La comprobacion en las nivelaciones compuestas se efectúa (figura 203) repitiéndolas inversamente, esto es, que si se procedió desde A para B y A', al terminarla en este punto se torne á nivelar volviendo por el camino que se trajo desde A' para B y para A. Los resultados en el registro al comparar los puntos A y A' deben ser en ambos casos iguales, corrigiendo los errores si se dá con ellos, ó tomando un medio prudencial, que es el último extremo á que puede llegar el práctico; pues antes debe repetir su trabajo con entera conciencia, que someterse á arreglos y compensaciones distantes muchas veces de la verdad.

Para que se pueda conocer donde hubo equivocacion y si la nivelacion es muy larga, algunos dejan clavadas estacas en los puntos de estacion y en los de las miras.

(a) En la leccion inmediata nos extenderémos aun mas todavía sobre esto.

LECCION VIGÉSIMA-SÉTIMA.

CORTES DEL TERRENO.—ACOTACIONES NEGRAS.

518. La aplicacion mas interesante é inmediata de la nivelacion, es la de los *córtes del terreno.*

Así se denominan los que resultan de la interseccion de planos secantes verticales con el mismo, y sirven para expresar su configuracion en la direccion de dichos planos. Estos son dados de posicion, segun sirvan mejor para su objeto.

Cuando hacemos una nivelacion (fig. 203) solo podemos averiguar las alturas respectivas de los puntos donde se colocan las miras, quedando por definir multitud de otros intermedios que dán cuenta de las inflexiones del terreno. Además en el calepino y á la simple vista conocemos si baja ó sube el terreno por la comparacion de las miras, pero en la práctica se necesita una representacion gráfica y fiel de todos los puntos del terreno en varios sentidos convenientes y esto se consigue con los expresados córtes.

519. Si el sentido en que se dán es siguiendo la línea mas larga, los córtes se llaman *longitudinales*, y *trasversales* los perpendiculares á estos. Tambien se suelen concebir córtes que se crucen oblícuamente y en cualquier direccion respecto del longitudinal ó paralelos á él.

520. A la línea que describe un barranco, ladera, cresta y orilla del terreno, la cual se proyecta en el horizonte dibujando su curvatura y ondulaciones, se llama *perfil* del expresado terreno;

aunque en la práctica se aplica este nombre tambien á la curva que resulta del córte, con el cual se considera como sinónimo, aunque en realidad sean cosas distintas. En este caso los perfiles son como los córtes, longitudinales, trasversales y oblícuos.

521. Importa comprender la representacion de los córtes del terreno en el papel antes de proceder á explicar de qué manera se consiguen.

522. DISPOSICION Y REPRESENTACION DE CÓRTES Y PERFILES. Esta explicacion si bien no es necesaria para los que al estudiar esta y las lecciones sucesivas, tienen nociones de Geometría descriptiva, es indispensable para los que carecen de ellas.

El plano secante que produce el córte en el terreno, encuentra al plano horizontal de proyeccion segun su *traza*, y tomando esta por charnela se *rebate* el plano vertical que contiene el *córte* sobre el plano horizontal de proyeccion ó de representacion, que así puede llamarse, porque en efecto de esta suerte aparece en él, el córte del terreno segun se pretende. Supongámos que $a\ b\ c\ d\ e$ (fig. 206) es un córte longitudinal producido por un plano vertical secante, cuya traza ó encuentro con el plano horizontal de proyeccion es X Z. Este córte no puede aparecer en el plano de proyeccion, que es el de la figura, á menos que no se suponga verificado el expresado *rebatimiento*, haciendo girar el plano secante sobre X Z hasta confundirse con el horizontal de representacion, donde se expresan las alturas de los puntos a, b, c, d, e, respecto del mismo plano. Si se supusiera un plano horizontal de reparo á cierta altura sobre el terreno, con el objeto de referirle dicho córte longitudinal $a\ b\ c\ d\ e$, es evidente que en el rebatimiento se vería representado el indicado plano de reparo segun $a''\ e''$ y el córte del terreno se hallaría por sus puntos a, b, c, d, e, á causa de las distancias verticales $a\ a''$, $b\ b''$, $c\ c''$, $d\ d''$, $e\ e''$, contadas desde el plano horizontal de comparacion hasta los mismos puntos y con el auxilio de las distancias horizontales $a''\ b'''$, $b'''\ c'''$, $c'''\ d'''$, $d'''\ e''$, contadas entre los expresados puntos del terreno.

En la figura 211 se dá un córte al terreno contenido en el paralelógramo $a\ b\ c\ d$, de modo que pase por el eje M N, y este córte rebatido hácia la derecha sobre el plano de la figura ó de proyeccion, se nos representa segun $m\ n\ o\ p\ q$ referido á un plano de reparo X Z, que siempre se supone horizontal y que en vez de pasar ahora por el punto mas bajo del terreno ó por encima de él, tiene puntos por encima tales como los m, n, q, puntos que insisten en el mismo plano como el o, que es por donde dicho plano pasa, y puntos que se hallan debajo del plano como le sucede al p. De cualquier manera que esto sea, el córte quedará figurado siempre que se conozcan las distancias verticales $m\ m'$, $n\ n'$, $p\ p'$, $q\ q'$, &c. y las $m'\ n'$, $n'\ o$, $o\ p'$, $p'\ q'$ que las separan.

523. Si perpendicularmente al córte longitudinal cuya traza es M N damos varios córtes con los planos cuyas trazas son $v\ y$, $v'\ y'$, $v''\ y''$, $v'''\ y'''$, rebatidos todos estos planos secantes sobre la figura manifestarán en ella todos los perfiles que contienen y son el $e'\ n'''$, $g'\ h'$ para el primer plano secante cuya traza es $v\ y$; $k\ o'\ l$ para el segundo plano secante cuya traza es $v'\ y'$ y así de los restantes. Otro ejemplo de córtes trasversales es el de la figura 214, en cuya parte superior se representa el córte longitudinal $a\ b\ c\ d\ e$ rebatido en el plano de proyeccion, siendo X Z la traza del plano vertical que produce dicho córte. Las perpendiculares $v\ y$, $v'\ y'$, $v''\ y''$ á dicha traza X Z son tambien las trazas de los planos perpendiculares al longitudinal que determinan los córtes trasversales que aparecen rebatidos en sentido contrario al que marcha de X para Z, sirviéndoles de charnelas sus respectivas trazas, como queda indicado, y sirviendo tambien para plano de reparo á que referir los puntos, el horizontal donde se supone verificada la proyeccion.

524. Por último: los planos oblícuos (fig. 208) cuyas trazas son P Q, P' Q', P'' Q'' y que se encuentran en el punto c, producen distintos córtes en el terreno cuyas curvas de interseccion ó perfiles aparecen rebatidos en el plano de la figura segun $m\ a\ n$ para P Q, segun $o\ a''\ p$ para P' Q', y segun $q\ a^{IV}\ n'$ para P'' Q''. Los puntos del terreno que en cada córte resultan, se refieren ahora á un plano de reparo que pasa por debajo de dicho terreno y cuya traza con el plano secante $m'\ m\ n\ n'$ es $x\ z$; con el $o\ o'\ p\ p'$; $x'\ z'$, y con el $q\ q'\ r\ r'$, $x''\ z''$. Sobre el plano de reparo se hallan los puntos m, n para el córte del plano cuya traza es P Q,

o, *p* para el córte cuya traza es P' Q' y *q*, *r* para el plano cuya traza es P'' Q''; pues el punto proyectado en *c* y en el que se cortan los tres planos secantes, se halla al propio tiempo en los tres córtes representado por *a*, *a''*, a^{IV} y por tanto á la misma altura *a a'*, *a'' a'''*, a^{IV} a^{V} del plano de reparo.

Por igual concepto los puntos b^{IV}, c^{IV}, d^{IV} de los córtes trasversales de la figura 214, son los mismos *b*, *c*, *d* del córte longitudinal; pues si por un punto del terreno se hacen pasar dos planos de cualquier modo que se córten, dicho punto será comun á dichos planos, ó pertenecerá á los dos á la vez, hallándose en la línea interseccion de ambos planos.

525. Tales son las maneras mas usuales de emplear los planos secantes para conseguir los córtes en las cuestiones ordinarias de caminos, conduccion de aguas, &c.; aunque pueden concebirse de multitud de otros modos distintos, segun los *giros* que se le dén á dichos planos secantes y la posicion de estos y los de reparo. Con estos antecedentes pasarémos á formar prácticamente los córtes del terreno, lo que se reduce á encontrar todos los puntos que se quieran del mismo en una direccion determinada y con relacion á un plano de reparo.

526. En la figura 203 determinamos la altura vertical de los puntos A, *b*, *c*, B, *g*, *h*, A' que pertenecen al córte longitudinal del terreno, refiriendo los susodichos puntos al plano de reparo que pasa por el punto A de partida. No hemos necesitado para esto mas que la nivelacion explicada en los números 502 y 503, calculando las alturas *b b'*, *c c''*, B *e''*, *g g''*, que son las diferencias de nivel al orígen A, segun se vió en el número 514 y en el registro XVI número 513.

527. Acotaciones ó cotas negras. Ahora bien: esas diferencias de nivel al orígen, ó diferencias generales, reciben tambien para el trazado de los córtes el nombre de *acotaciones negras*, para diferenciarlas de las rojas de que luego hablarémos. Estas cotas negras no se han de entender siempre como en este caso especial. El plano de reparo se toma mas ordinariamente á cierta altura sobre el punto mas elevado del terreno, y entónces los demás puntos se refieren á él por sus cotas ó acotaciones negras;

pudiendo definirse estas en general diciendo, que *cotas ó acotaciones negras, son las distancias verticales que se miden entre los puntos del terreno y un plano horizontal de reparo.*

528. En la figura 206 $a\ a''$, $b\ b'''$, $c\ c'''$, $d\ d'''$, $e\ e''$ son las cotas negras de los puntos a, b, c, d, e del terreno, contadas verticalmente entre los mismos puntos y el plano de reparo $a''\ e''$. Es necesario pues calcularlas para el trazado del corte $a\ b\ c\ d\ e$.

Para ello, la primera $a\ a''$ que se llama de partida es condicional, pues depende de la altura á que debe pasar el plano de reparo. Basta por lo general que esto suceda á 10^m mas alto que la mas elevada eminencia del terreno, ó á 10^m del punto de partida, si dicho terreno lo permite. La segunda $b\ b'''=b'''\ b'+b'\ b$,

pero $b'''\ b'=a''\ a'$ y $a''\ a'=a''\ a-a\ a'$;

luego $b\ b'''=a''\ a-a\ a'+b\ b'$. La tercera $c'''\ c=c'''\ c'+c'\ c$,

pero $c'''\ c'=b'''\ b''$ y $b'''\ b''=b'''\ b-b''\ b$;

luego $c'''\ c=b'''\ b-b''\ b+c'\ c$. La cuarta $d'''\ d=d'''\ d''+d''\ d$, pero $d'''\ d''=c'''\ c-c''\ c$, luego $d'''\ d=c'''\ c-c''\ c+d''\ d$ y la quinta finalmente, $e\,e''=e''\,e'+e'\,e=d'''\,d'+e'\,e=d'''\,d-d'\,d+e\,e'$.

Como $a\ a''$ es la cota de partida, $b'''\ b$, $c'''\ c$, $d'''\ d$ las negras del 2.º, 3.º y 4.º punto; $a\ a'$, $b\ b''$, $c\ c''$, $d\ d'$ las miras de atrás, y $b\ b'$, $c\ c'$, $d\ d''$, $e\ e'$ las de delante, se deduce la siguiente

Regla. *Para calcular las cotas negras, de la cota del punto de partida, se resta la mira de atrás de este punto y se añade la de delante, lo que dá la cota negra del segundo punto. De esta cota negra se resta la mira de atrás de su punto y se añade la de enfrente, lo que dá la cota negra del tercero, de esta cota negra se resta su correspondiente mira de atrás y se agrega de la delante para obtener la cuarta cota negra, y así indefinidamente.*

529. Con estos datos se representa el corte en el papel (figura 207). Si M N es la traza del plano de reparo $a''\ e''$, desde el punto s' se toman con la escala las distancias $s'\ v'$, $v'\ x'$, $x'\ z'$, $z'\ y'$, correspondientes á las $a''\ b'''$, $b'''\ c'''$, $c'''\ d'''$, $d'''\ e''$ del terreno (fig. 206), y bajando las perpendiculares $s\ s'$, $v\ v'$, $x\ x'$, $z\ z'$, $y\ y'$ (fig. 207) tambien correspondientes á las cotas negras $a'''\ a$, $b'''\ b$, $c'''\ c$, $e''\ e$ (figura 206), los puntos s, v, x, z, y, nos darán un corte en el papel, semejante al del terreno $a\ b\ c\ d\ e$.

Con las diferencias de nivel al orígen (figura 203) tambien se pone en limpio un corte; pues tirando en el papel una línea que represente la A *s*, sobre ella y á partir del orígen, se irán poniendo por medio de la escala todas las distancias correspondientes á las A *b'*, A *c''*, A *e''*, A *g'*, A *h'* &c., y levantando en los puntos que resulten, perpendiculares tambien correspondientes á las diferencias generales *b b'*, *c c''*, B *e''*, *g g'*, *h h'* &c., resultará un corte semejante al del terreno y que le representará fielmente.

530. De cualquiera de estas dos maneras que se haga, siempre habrá muchos puntos intermedios que tomar, además de aquellos sobre los que se pusieron las miras, si se desea un corte muy detallado y exacto. Para esto, si cuando nos pusimos con el nivel en la primera estacion (fig. 206) hubiéramos colocado jalones en *o*, *r*, *p*, *q* cuyas alturas *o o'*, *r r'*, *p p'*, *q q'* interceptadas por la horizontal se hubiesen medido, es claro que añadida á todos ellos la longitud *a' a''* y tomadas las distancias horizontales que entre ellos media, hubiéramos hallado las cotas negras de los puntos *o*, *r*, *p*, *q* ó sus coordenadas para poner el corte en limpio; pues tomando *s' t'*, *s' g'*, *s' h'*, *s' l'*, (figura 207) correspondientes segun escala á las *a' o'*, *a' r'*, *a' p'*, *a' q'* (figura 206), y bajadas por los puntos que resulten las *t t'*, *g g'*, *h h'*, *l l'*, (figura 207) segun las respectivas cotas negras, se hallarán los puntos del corte *t*, *g*, *h*, *l*, y así de cuántos se quieran.

531. Cortes trasversales. Como estos son necesariamente mas pequeños que los longitudinales, por ejemplo, en un camino ó construccion de especie análoga, indicarémos para ello los casos que pueden ocurrir y como se dán siempre esta clase de cortes. Pasando el plano de reparo de los trasversales por un punto del terreno y del corte longitudinal, sucederá ordinariamente que un lado de los cortes (fig.s 209 y 210) *e x* ó *d x'* será mas alto ó mas bajo que el otro *e z* ó *d z'* y vice-versa. En todo caso, como suelen ser los cortes trasversales simétricos respecto del longitudinal, ó este los divide en dos partes iguales, *a' e*=*e h'* ó *a' d*=*d g'*, *colocarémos en los puntos* e *ó* d *el nivel, de cuya altura al suelo, restarémos las miras de los puntos mas altos* a, b, c, d *en el uno, ó* e, f, g *en el otro corte, y restando la altura del instru-*

mento de las miras de los puntos mas bajos f, g, h *en el* x z *y* a, b, c *en el* x′ z′. Así se tendrán las cotas negras ú ordenadas $a\ a'$, $b\ b'$, $c\ c'$, $d\ d'$, $e\ e'$, $f\ f'$, $g\ g'$, $h\ h'$, en uno y otro córte y las distancias $a'\ b'$, $a'\ c'$, $a'\ d'$, $a'\ e'$, $a'\ f'$, $a'\ g'$, $a'\ h'$, datos suficientes para trazar en el papel los perfiles por el sistema de coordenadas, análogamente á lo dicho respecto de los córtes longitudinales.

532. Escalas. Estos últimos cortes pueden servir para una conduccion de aguas potables á una larga distancia del *orígen*, que así se llama el punto de partida; para un canal de riego de un largo trayecto, para un camino considerablemente extendido ó para otros proyectos ó construcciones de este género, que requieran en su estudio una tira de papel demasiadamente larga, lo que sobre ser molesto, no permite que se comparen al golpe de vista los extremos del trayecto. Además, como por muy grandes que se supongan los desniveles, nunca llegan á ser tales, que sus diferencias se acerquen, ni con mucho, á la longitud del desarrollo en semejantes proyectos, de aquí la conveniencia de usar dos escalas para esta clase de cortes, una mayor para las cotas negras y otra menor para las distancias horizontales. Esto trae hasta la ventaja de dar mas de bulto las diferencias de nivel en los perfiles, que en efecto resultan con tanto mas relieve por decirlo así, cuanto mayor es la diferencia de las dos escalas.

La relacion entre estas debe adoptarse prudencialmente segun sea la entidad del proyecto, sobrentendiéndose una convencion general para cierta clase de ellos muy conocida, como son los de caminos vecinales, carreteras ó vías férreas, &c. Pero no debe abusarse de esta convencion y emplear para el perfil de un terreno de corta extension las mismas prevenciones que para un proyecto de gran importancia; pues entónces léjos de aclarar las cuestiones se entorpecen, como sucedería si se usasen dos escalas muy diferentes para un corte que permite una sola escala grande, y que ofrezca la verdad tal cual es, sin los inconvenientes de los perfiles muy largos.

Siempre deberán expresarse las dos diferentes escalas y su relacion de $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ ó la que se necesite. En los cortes trasversales en que no es tan grande la diferencia, debe emplearse una sola escala siempre que se pueda.

533. Registros. El cálculo de las cotas negras y demás datos necesarios á un corte, se lleva con claridad y precision en calepinos ó registros dispuestos en la forma que se vé en el XVI, que puede servir muy bien para poner los cortes en limpio, cuando el plano de reparo pasa por el punto de partida; y cuando dicho plano pasa 10^m ó 20 mas alto que dicho punto, se emplea la siguiente clase de registro y cálculo de las acotaciones negras.

XVII.

REGISTRO PARA EL PERFIL LONGITUDINAL DE....

Estaciones.	*Distancias.*	MIRAS. *Espalda.*	MIRAS. *Frente.*	DIFERENCIAS. *Positivas.*	DIFERENCIAS. *Negativas*	*Cálculo de las cotas negras.*	*Cotas definitivas.*	OBSERVACIONES.
						Cota de partida 10^{m}	10^{m}	
1.ª	158^{m},20	1^{m},25	2^{m},75	»	1^{m},50			
						10^{m}—1^{m},25+2^{m},75	11^{m},50	
2.ª	213^{m},85	2^{m},70	0^{m},98	1^{m},72	»			
						11^{m},50--2^{m},70+0^{m},98	9^{m},78	
3.ª	98^{m},68	0^{m},85	1^{m},90	»	1^{m},05			
						9^{m},78—0^{m},85+1^{m},90	10^{m},83	
4.ª	180^{m},15	1^{m},52	2^{m},80	»	1^{m},28			
						10^{m},83+1^{m},28	12^{m},11	
5.ª	87^{m},95	3^{m},20	2^{m},10	1^{m},10	»			
						12^{m},11—1^{m},10	11^{m},01	

La primera, segunda, tercera, cuarta, quinta y sexta columnas son como las de la nivelacion, la sétima sirve para las sumas y restas de las miras que se necesitan hacer para hallar las cotas negras; pues ya que ha de hacerse este trabajo acomoda que aparezca donde pueda rectificarse siempre el error que pudiera resultar; en la octava columna se estampan las cotas negras definitivas ó ya calculadas, y en la novena y última las observaciones. Nótese que las tres primeras cotas negras se calcúlan segun la regla del número 558, y las otras dos sumando ó restando de las que resulten, las diferencias negativas ó positivas, que es lo que se hace siempre. Otro calepino mas usado y breve es este que sigue.

XVIII.

PERFIL LONGITUDINAL DE....

Estaciones.	*Distancias parciales.*	*Distancias al orígen.*	MIRAS.		*Diferencias por + ó —.*	*Cotas negras calculadas.*	OBSERVACIONES.
			Atrás.	*Delante.*			
						10^m de partida	
1.ª	158^m,20	158^m,20	1^m,25	2^m,75	-1^m,50	11,50	
2.ª	213,85	372,05	2,70	0,98	+1,72	9,78	
3.ª	98,15	470,20	0,85	1,90	—1,05	»	

En la primera casilla se anotan las estaciones, en la segunda se expresan las distancias horizontales de ellas, ó entre mira y mira, que por esto se llaman parciales, en la tercera se escriben las distancias al orígen ó punto de partida, conforme se vá avanzando con la nivelacion; en la cuarta las miras de atrás; en la quinta las de delante; en la sexta las diferencias, distinguiéndolas con signos + y — para no tener que usar de dos casillas, una para las positivas y otra para las negativas; en la sétima se ponen las cotas negras ya calculadas, y en la octava y última las observaciones.

Consultando en este calepino ó registro la tercera y sétima casilla, se tienen las coordenadas del corte ó perfil para su expresion gráfica.

LECCION VIGESIMA-OCTAVA.

APLICACION DE LOS CORTES A LOS PROYECTOS.—ACOTACIONES ROJAS.—PUNTOS DE PASO.

534. Los cortes son de suma aplicacion en la práctica de las profesiones. Los necesitan los ingenieros militares, de caminos ó de minas, para conocer la forma ó configuracion del terreno en que han de establecer sus proyectos de fortificaciones, de carreteras, ó de construcciones para el beneficio de los minerales.

535. No puede el arquitecto estudiar las plantas y alzados de un edificio sin conocer el terreno donde debe situarlo, ni se puede alzar ningun género de construcciones sin semejante precedente.

El Maestro de Obras por lo tanto y á su vez el Agrimensor-aparejador han menester de este estudio, si bien limitado á sus respectivas aplicaciones.

536. Elijamos varios casos particulares para venir en conocimiento de como entran los cortes del terreno en los proyectos de construccion.

1.º—Sea *a b c d* (fig. 214), proyeccion horizontal, el perímetro de un edificio de cuya planta prescindimos. A B C D será su fachada, ó el alzado segun el lado *c d* y para su mejor construccion y cómodo uso se pretende fundarlo sobre un emplazamiento llano ó en un plano horizontal que pase por la A B, á pesar de ser algun tanto movido el terreno donde el edificio debe asentarse.

Es necesario pues, conocer la configuracion de este terreno para apreciar qué puntos de él están mas altos y cuales mas bajos respecto del plano horizontal, base del edificio. Para esto darémos un corte longitudinal M N al terreno, que rebatido hácia la derecha aparecerá en el papel segun $m\ n\ o\ p\ q\ r$, y por tanto siendo X Z la traza del plano que produce el corte, sobre el horizontal de proyeccion y la que ha servido para el rebatimiento, con claridad veremos que los puntos m, n, q están sobre el plano horizontal, (211) asiento del edificio.

Si por los puntos m, n, o, p, q, r se han supuesto tambien otros tantos cortes trasversales, $v\ y$, $v'\ y'$ $v''\ y''$ $v'''\ y'''$, $c\ d$ serán las trazas sobre el plano horizontal de los planos verticales que determinan dichos cortes, las que tomadas por ejes de rebatimiento y verificado este en cada corte hácia la parte superior de la figura, nos los irán mostrando segun están trazados en ella (211) y por tanto qué puntos del terreno tienen encima ó debajo del plano de la base.

Para el primer corte $v\ y$ se vé que todos los puntos de él están encima, siendo $n\ n' = n''\ n'''$ necesariamente; porque el punto del terreno por donde pasa el corte longitudinal y trasversal siempre es el mismo, obsérvese en uno ú otro corte. En el segundo corte $v'\ y'$ el punto o, o' se confunde con el terreno y tiene parte encima y parte debajo del plano de la base, y así de los demás.

537. El último $c\ d$ es precisamente el que ha de pasar por el paramento de la fachada y por tanto aparece en la proyeccion vertical en igual forma segun A B. Pudiéramos hallar mas cortes longitudinales, ó trasversales segun la importancia del edificio, y así alcanzaríamos mayor conocimiento de la porcion de terreno que excede del plano de la base para quitarla, ó de la parte que falta rellenar para llegar á él. A la primera se le llama *desmonte* y á la segunda *terraplen*. Al plano que se quiere establecer, que si ahora es horizontal pudiera ser de otra suerte, plano del *proyecto*, y á las distancias $e\ e'$, $n''\ n'''$, $g\ g'$, $h\ h'$ del trasversal $v\ y$ *cotas negras*, y el punto o, o' del corte $y'\ v'$ tal que á un lado deja un desmonte y un terraplen, se denomina *punto de paso*.

2.º—Supongámos que desde el manantial A (fig. 212) se quieren llevar aguas potables al caserío B, atravesándose el terreno montañoso M, N, O. Comenzarémos por cerciorarnos de si tal cosa es posible, verificando una nivelacion segun *a b c d* para deducir si el punto B está en efecto mas bajo que el A, á fin de que puedan correr las aguas como es necesario. Supuesto así, se desarrollará la *a b c d* segun la recta E B', ó el corte que pasa por la primera, en un plano vertical, como aparece en la figura segun A' *f g h l m n* B'. Ya hemos dicho en su lugar que para las distancias horizontales E *f'*, *f' g'*, *g' h'*, &c. se elige una escala mas reducida que para las verticales ó acotaciones negras A' E, *f f'*, *g g'*, &c. Cuando el proyecto es pequeño, es sin embargo enojoso emplear este procedimiento, que se hace mayormente para evitar hojas de papel muy largas.

538. Con tales datos, trazarémos la A' B' que designa la pendiente constante que han de llevar las aguas, á cuya línea de proyecto se llama *rasante* en este como en cualquier caso análogo. Mas la rasante debe calcularse de la manera que mejor cumpla, y con mas ó menos economía segun las exigencias del proyecto. En efecto, la A' B' adolece del grave defecto de tenerse que rellenar toda la parte contenida entre ella y el perfil del terreno, no desmontándose nada mas que la pequeña parte *n*. Por tanto casi todo es terraplen, y estas tierras que han de extraerse, conducirse y acomodarse á la obra, ocasionan gravísimos costos sin beneficio alguno para el proyecto. *Conviene pues, como regla general á toda clase de trabajos de esta especie, que los desmontes se compensen en cuanto sea posible con los terraplenes, esto es, que las tierras que se han de extraer ó desmontar puedan llenar lo que se ha de terraplenar, con lo que se evita la mitad del trabajo y coste.*

En tal concepto A' G B' es mejor rasante, aunque no sea una línea recta, porque verificándose la conduccion de las aguas lo mismo ó tal vez mejor que en el primer caso, se compensa el terraplen B' *o p* con el desmonte *p n q*, el terraplen *q m* G con el desmonte G *l k*, y así de los demás. Ahora bien: todas las distancias que se aprecian en las verticales desde la rasante escogida A' G B', hasta el perfil del terreno A' *f g h l m n p o* B', serán las acotaciones *rojas* y *r*, G, *q*, *p*, *los puntos de paso* de los desmontes á los terraplenes.

539. Análogamente pudiéramos haber supuesto que A era una laguna que habría de desaguarse por la construccion de un canal que llevase sus aguas á un rio ó punto mas bajo B.

540. Por último: indicarémos como se entiende esta teoría con respecto al estudio de los caminos. Sea *a b c d e* (fig. 214) el perfil longitudinal del terreno donde se ha de extender un trozo de camino vecinal, por ejemplo, perfil que al propio tiempo deberá pasar por el eje del expresado camino. Si se proyecta la rasante *a c e*, notarémos que es inconveniente, 1.º por ofrecer al trayecto del camino una bajada *a c* y una subida *c e* impracticables, pues exceden de $0^m,05$ por métro, máximo de pendiente tolerable; 2.º porque los terraplenes no se compensan con los desmontes, siendo estos mucho mayores que los primeros. Es preciso pues elegir otra pendiente mas suave que no pase de la indicada, y que tampoco baje de los $0^m,005$ por métro, prescripciones aconsejadas por las teorías de estas construcciones. En tal concepto, calculamos la nueva rasante $a\ c''\ e$, y como se supone su pendiente entre los extremos indicados, y al propio tiempo se compensan el desmonte *a b m* con el terraplen $m\ c\ c''$ y el terraplen $c\ c''\ n$ con el desmonte *n d e*, esta es la rasante mas á propósito y que se elige desde luego para el proyecto. Las prolongaciones, ó partes de las acotaciones negras $b\ b'$, $c\ c'$, $d\ d'$, que se cuentan desde los puntos del terreno hasta la rasante $a\ c''\ e$, tales como $b\ b''$, $c\ c''$, $d\ d''$ son las *cotas ó acotaciones rojas* de este proyecto, y *m*, *n* los *puntos de paso* de desmonte á terraplen y de terraplen á desmonte.

Esto para el corte longitudinal, pero á él se deben referir los trasversales (parte baja de la figura). Para esto, X Z es la traza del plano vertical que nos ha dado dicho corte longitudinal. Por los puntos *b*, *c*, *d* de él hacemos pasar otros tantos planos trasversales cuyas trazas son $v\ y$, $v'\ y'$, $v''\ y''$, que rebatidos hácia la izquierda de la figura, ó contra la direccion del que marcha, si lo hace de X para Z, y en la hipótesis de que las dichas trazas sirven de ejes y pasan por los puntos *b*, *c*, *d* del terreno, nos resultarán los cortes b^{IV}, c^{IV}, d^{IV} de dicho terreno, como aparecen en la figura. Ahora falta acomodar los perfiles del camino á estos cortes trasversales.

Debajo del punto b^{IV}, que es el mismo b del terreno, en el corte longitudinal, (parte alta de la figura) pasa la rasante á la profundidad $b\,b''$ de la cota roja, y por tanto se llevará esta de b^{IV} á b^{V} sobre la X Z; porque por el punto b^{V} pasa el firme del camino. A derecha é izquierda de ese punto y en la perpendicular á X Z, se tomará $b^{V}\,a = b^{V}\,c$, semi-ancho del dicho camino, con arreglo á las instrucciones que segun su clase están prescritas, y en el extremo a se formará la cuneta $a\ h\ l\ m$, como en el c la $c\ e\ f\ g$, para dar corriente á las aguas, que despide á una y otra el *bombeo* ó *bombado* del camino. Prescindimos pues, de sus detalles de construccion sobre el firme, caja, bombado, paseo y cuneta &c. por ser extraño á estas aplicaciones, y pasamos al segundo corte. En este la rasante pasa sobre el punto c del corte longitudinal, que es el c^{IV} del trasversal, á la altura $c\,c''$ de la cota roja; luego llevando esta altura de c^{IV} á c^{V} y levantando en este punto c^{V} una perpendicular, sobre ella se llevará á uno y otro lado las distancias $c^{V}\,n = c^{V}\,o$, semi-ancho del camino, formándose desde ambos extremos n y o las pendientes $o\ z$, $n\ q$, para el sostén de tierras y vertida de las aguas, cuyas pendientes serán mas ó menos pronunciadas, segun la calidad de las expresadas tierras.

El tercer perfil del camino, que pasa por el punto d^{V}, por debajo del d del corte longitudinal, á la profundidad $d\,d''$ de la cota roja, es en un todo semejante al primero $m\ l\ h\ a\ b^{V}\ c\ e\ f\ g$.

Nótese pues, como unos perfiles manifiestan que se deben extraer todas las tierras excedentes hasta dejarlos construidos, otros se necesita levantarlos en terraplen, y otros participan á un lado del desmonte y al otro del terraplen, como mas claramente se acaba de indicar en las figuras 215, 216, 217 y 218. *En todos ellos las distancias* a a', b b', c c', d d' *&c., contadas desde los perfiles del terreno á los del proyecto son las cotas rojas, como* m, m *los puntos de paso; pues se llaman en general acotaciones rojas las distancias verticales contadas entre el terreno y las líneas del proyecto, y se denominan puntos de paso, aquellos en que comienza un desmonte y acaba un terraplen y vice-versa, ó aquellos en que la cota roja es cero y se pasa de las positivas á las negativas, enten-*

diéndose por cotas rojas positivas las que se cuentan por encima del terreno, y negativas las que se cuentan por debajo del mismo ó vice-versa.

541. CÁLCULO DE LAS ACOTACIONES ROJAS. Conocida la importancia de las acotaciones rojas, pues nos sirven, como se ha visto, para saber á qué altura ó profundidad del terreno se han de llevar las construcciones conforme al proyecto, procedamos á calcularlas.

En la figura 214 toman algunos por cotas rojas las $b\,b''$, $c'\,c''$, $d'\,d''$, contadas desde el plano de reparo de las cotas negras hasta la rasante, y en semejante concepto, como la pendiente por unidad de dicha rasante se conoce, suponiendo que sea de $0^m,045$ por métro, se dirá que $1^m: 0^m,045:: a\,x: x\,b''$. Si la distancia horizontal de los puntos a, b, $a'\,b'$, ó $a\,x=120^m$.,..

$$1^m: 0^m,045:: 120^m: x\,b'', \text{ de donde } x\,b''=5^m,40;$$

luego si $a\,a'=10^m,00$ por ser la cota de partida,

$$b'\,b''=b'\,x+x\,b''=a\,a'+x\,b''=10^m,00+5^m,40=15^m,40.$$

La segunda acotacion roja es $c'\,c''=c'\,o+o\,c''$;

$$\text{pero } c'\,o=b'\,b'', \text{ y } c'\,c''=b'\,b''+o\,c'';$$

luego conociéndose este último sumando, se conseguirá lo que se pretende. En efecto:

$$\text{si } b'\,c'=135^m=b''\,o;\ 1: 0^m,045:: 135^m: o\,c''=6^m,075,$$

y por último, $b'\,b''+o\,c''=15^m,400+6^m,075=21^m,475$.

La tercera $d'\,d''$ se calcúla como la primera $b'\,b''$, conocida la pendiente por métro de la rasante $e\,c''$, para saber el valor de $z\,d''$, á quien se agregará la cota negra $e\,e'=z\,d'$. Mas como para determinar las cotas rojas de los perfiles trasversales de un camino, con relacion á los de igual clase del terreno, los mismos autores que suponen las acotaciones rojas tales como acabamos de ver en los cortes longitudinales; para los trasversales solo las cuentan desde las líneas de proyecto al terreno y no desde un plano de reparo á las expresadas líneas; resulta en nuestro concepto falta de unidad en la manera de entender las acotaciones rojas, siendo mas sencillo para la convencion general atenerse á un solo principio, y así nosotros las contarémos lo mismo para los cortes longitudinales y rasantes que para los perfiles trasversales del proyecto y del terreno, esto es, desde las rasantes ó líneas de construccion hasta los puntos del terreno, en la forma que expusimos desde el comienzo de la leccion.

542. Así pues, las acotaciones rojas del corte longitudinal $a\ b\ c\ d\ e$, $b\ b''$, $c\ c''$, $d\ d''$ se calcúlan como se acaba de explicar, con el cuidado de restarse la negra del punto, si la rasante pasa por debajo, ó restar de la negra la acotacion roja, si la susodicha rasante pasa por encima, pues

$$b\ b''=b'\ b''-b\ b',\ c''\ c=c\ c'-c'\ c'',\ d\ d''=d'\ d''-d\ d'.$$

543. Las acotaciones rojas de los perfiles trasversales se calcúlan (fig. 215) de esta suerte: $f\ f'$ es la cota roja de antemano calculada en el corte longitudinal, y que nos dice á qué profundidad debe pasar la rasante debajo del punto f del terreno. Una nivelacion nos diría cuanto se eleva el punto c con relacion á f, ó nos designaría el valor de $c\ h$, así como la pendiente por métro de $c\ f$. En este concepto, la cota roja $c\ c'=c\ h+h\ c'$,

$$\text{pero } h\ c'=f\ f';\ \text{luego } c\ c'=c\ h+f\ f'.$$

La tercera acotacion $b\ b'=b\ m+m\ l+l\ b'$; pero $b\ m$ se conoce, averiguada la pendiente por métro de $b\ c$, y $l\ b'$ se conoce asímismo por construirse el talud de la cuneta $c'\ b'$ con una inclinacion discrecional y conveniente; y por último $l\ m=c\ c'$ cota ya calculada; luego conocidos los tres sumandos, sábese el valor de

$$b\ b'=b\ m+c\ c'+l\ b'.$$

La cuarta $a\ a'=a\ n+n\ a'=b\ b'+n\ a$, luego averiguado el valor del segundo sumando, por la pendiente de $a\ b$ por métro, se tiene el de $a\ a'$; y por último, para recoger cuantos datos son necesarios en el particular, la altura $o\ p$ del triángulo $a'\ o\ a$, que se necesita, se calcúla determinando la pendiente de $o\ a$ y la de $o\ a'$. Llámese á la primera P y P' á la segunda, y resultará que

$$p\ a=p\ o\times P,\ p\ a'=p\ o\times P',\ \text{y } a\ a'=p\ a'-p\ a=p\ o\ (P-P'),$$

de donde $p\ o=\dfrac{a\ a'}{P-P'}$. Análogamente se calcúlan las demás acotaciones de los perfiles trasversales.

544. Cuando el cálculo de las acotaciones negras está bien hecho y el trazado de los cortes del terreno perfectamente ejecu-

tado, se dispensan muchos en la práctica del cálculo de las acotaciones rojas; porque verificado el estudio de los perfiles del proyecto sobre los perfiles del terreno, con toda la exactitud que estos trabajos requieren, no hay mas que tomar gráficamente y por medio de la escala el valor de las acotaciones rojas, el cual se apunta con guarismos de carmin para los fines que la construccion material requiere.

545. CÁLCULO DE LOS PUNTOS DE PASO. La significacion de estos para el cálculo de los desmontes y terraplenes es tanta, como la de las acotaciones rojas, por lo que es menester saber como los tales puntos se determinan y conocen de posicion.

En la figura 219, M N representa el perfil del terreno, $x\ z$ es la línea de proyecto, P el punto de paso del desmonte a P a' al terraplen b P b', y $a\ a'$ y $b\ b'$ las acotaciones rojas de los extremos a y b del perfil del proyecto. Tirando por el punto b la $b\ a''$, paralela á la $a'\ b'$ del expresado perfil, los dos triángulos semejantes a P a', $a\ b\ a''$, nos darán $a\ a' : a\ a'' :: a'\ P : a''\ b$, de donde deducimos $a'\ P = \dfrac{a\,a' \times a''\,b}{a\ a''}$; pero $a\ a'' = a\ a' + a'\ a'' = a\ a' + b\ b$ por tenerse $a'\ a'' = b\ b'$; luego sustituido por $a\ a''$ este nuevo valor en la ecuacion anterior,

$$a'\ P = \frac{a\ a' \times a''\ b}{a\ a' + b\ b'}$$

y haciendo $a'\ P = D'\ a''\ b = D,\ a\ a' = C,\ b\ b' = C'$

$$D' = \frac{C \times D}{C + C'};$$

fórmula que nos dice, que habiéndose de hallar el punto de paso entre dos acotaciones rojas, *la distancia de una de estas cotas rojas á dicho punto de paso es igual á esta misma cota roja, multiplicada por la distancia que separa las dos entre las que se halla el punto; dividiéndose todo esto por la suma de ambas acotaciones rojas.*

546. Registros. Como la claridad y método son las circunstancias mas recomendables para llevar todos estos trabajos con el debido acierto, y dichas cualidades solo se consiguen con el sistema de registros hasta aquí empleados para todas las operaciones topográficas, aconsejamos que además de apuntar en los proyectos las acotaciones rojas con líneas y guarismos de carmin, se consignen en el estado de la nivelacion y de las acotaciones negras en la forma siguiente.

XIX.

PERFIL LONGITUDINAL DEL CAMINO DE.....

ESTACIONES.	DISTANCIAS.	MIRAS.		DIFERENCIAS POR + ó —.	ACOTACIONES NEGRAS.	ACOTACIONES ROJAS.	LÍNEAS DE PASO.	OBSERVACIONES.
		ATRÁS.	DELANTE.					
					»	»		
»	»	»	»	»				
					»	»		
»	»	»	»	»			»	
					»	»		
»	»	»	»	»				

Si no se quiere un estado tan extenso, porque en realidad sería molesto, se divide en dos, á saber: el de la nivelacion compuesto de las cinco primeras casillas, y otro formado con las *distancias horizontales al origen*, con las acotaciones negras y rojas y con las distancias horizontales á los puntos de paso, ó *líneas de paso*. A cada uno será preciso añadirle la columna de *observaciones*, que es comun á todo estado ó registro.

547. Los perfiles trasversales, tales como se han explicado, no necesitan de tantos requisitos como los longitudinales, y sus registros pueden tomar desde luego la última forma enunciada, que es como sigue.

XX.

PERFILES TRASVERSALES DEL PROYECTO DE.....

Perfiles.	*Distancias horizontales.*	*Acotaciones negras por + ó —*	*Cotas rojas por + ó —*	*Líneas de paso.*	Observaciones
1.º		»	»		
	»				
		»	»	»	
	»				
		»	»		
	»				

Respecto á los caminos, algunos autores hacen distincion de *izquierda* y *derecha* en esta clase de perfiles, por considerarse divididos en dos partes iguales por el corte longitudinal ó el eje de dichos caminos. Por último: en los proyectos grandes los trabajos gráficos forman colecciones de planos donde aparecen los perfiles longitudinales y trasversales expresados con entera regularidad y exactitud, y en punto á los registros, cada cual los lleva segun mas fácil y mejor le parece, dispensándose de mas ó menos trabajo, conforme lo juzgue ó no necesario.

LECCION VIGÉSIMA-NOVENA.

NOCIONES SOBRE EL TRAZADO DE LOS CAMINOS ORDINARIOS. DESMONTES Y TERRAPLENES.

548. Para el estudio de un camino vecinal, ó cualquier otro de esta especie, se necesitan los siguientes requisitos.

1.º—Ante-proyecto y trazado definitivo del camino. 2.º—Trazado de sus perfiles longitudinales y trasversales, refiriendo convenientemente los segundos á los primeros. 3.º—Eleccion de la rasante, cálculo de las acotaciones rojas y de los puntos de paso. 4.º—Cálculo de los desmontes y terraplenes. Verificados estos estudios, así como los de las obras de fábrica que fuesen necesarias, puede darse por terminado el proyecto de un camino, al que acompañará como á cualquier otro de construccion, el oportuno presupuesto basado principalmente en el estudio del movimiento de tierras, obras de fábrica, &c.

549. En las lecciones XXVII y XXVIII tratamos del trazado de perfiles longitudinales y trasversales, de la eleccion de rasante y del cálculo de las acotaciones rojas y puntos de paso. Procede pues, que nos ocupemos en esta de los desmontes y terraplenes; pero antes dirémos algo sobre el ante-proyecto y trazado definitivo de un camino, á fin de completar aunque muy sumariamente estas breves nociones.

550. Ante-proyecto de un camino. Supongámos que se quiere trazar este entre los puntos A y B (fig. 220). Lo primero que deberá hacerse, es un reconocimiento prévio para elegir el

rumbo que el camino ha de llevar apróximadamente, preveyendo que los desmontes ó terraplenes no sean excesivos, que no resulten cuestas ó bajadas muy rápidas ó pendientes, que no haya necesidad de muchas obras de fábrica, que el terreno sea el mas favorable posible, que el camino pase junto á caseríos y poblaciones; y en fin, todos aquellos casos que se recomiendan en los autores y que tan necesario es tenerlos presentes en la práctica.

Como de este reconocimiento ha resultado, que el camino debe pasar próximamente al punto *d*; pues desde él es fácil tomar rumbo á *e f g h* B, cruzando la llanura ó faldeando si fuese quebrado el terreno; desde luego haríamos una alineacion recta desde A hasta *d*, tal como la A D *d*; pero esta pasa precisamente por D, cima de la primera montaña que se encuentra, y su altura excesiva no nos permite subir hasta D, así como tampoco bajar rápidamente desde este punto hasta *d*, atravesando el rio ó arroyo R, ó quizás una cañada formada por la conjuncion de la montaña D con la mas vecina.

Es pues indispensable buscar el oportuno *desarrollo* á la línea que vá desde A hasta *d*, y para esto dirigimos el *rumbo* desde A hácia *b*, punto de la falda de la montaña D, á fin de establecer luego el rumbo segun *b c*, que se ciñe á la referida falda, y continuar por *c d*, línea que se desarrolla al pié de la otra montaña, la cual se halla despues, á la izquierda de la primera D. Por este método se vé claramente que la línea A *d*, impracticable de todo punto segun la línea mas corta, se hace viable con el desarrollo que ha adquirido al faldear las montañas segun A *b c d*.

551. Para practicar esto de un modo conveniente y establecer los puntos *b*, *c*, &c., se usa un eclímetro ó clisímetro de los explicados en la leccion XXIV, y cuyo uso para medir las inclinaciones ó pendientes se vió en la inmediata XXV. Conviene distinguir los eclímetros que dán la pendiente por unidad lineal, mediante la comparacion de triángulos semejantes, de los eclímetros ó clisímetros que solo nos dicen los grados del ángulo de depresion ó ascencion; pues como la construccion de los caminos está arreglada á una pendiente máxima ó mínima por métro (540), es preciso cuando se usan instrumentos como la brújula eclímetro, ú

otros de la clase de los últimos enunciados, deducir por los grados y minutos la pendiente por métro, teniendo que consultar para esto una tabla que hay calculada para el caso.

552. Teniendo esto presente, se coloca el clisímetro del número 456, ó el eclímetro del 459, en el punto A sobre su correspondiente trípode, y graduada la pínula mayor del primero ó la corredera del segundo hasta que dé la pendiente por métro que se desea, se manda presentar mas arriba ó mas abajo del punto *b*, una mira de igual altura que el instrumento, hasta que dirigida la visual por este se halle en la ladera de la montaña el punto *b*. Trasladados á este punto con el instrumento, se observa desde él la mira *c* y desde este punto la mira *d* y así de todas las demás, las que nos ván dando los puntos *b*, *c*, *d*, &c.

553. Con la brújula eclímetro ú otro instrumento de esta especie, visto el ángulo de ascencion que se formaría al dirigir la visual á la mira colocada en *b*, se deduciría por él la pendiente por métro y por tanto veríamos si nos convenía ó no, para bajar la mira hácia el pié de la montaña si queríamos menos pendiente, ó subirla hácia la cima si se podia tolerar mas. Una simple nivelacion practicada entre los puntos A y *b*, es mas que suficiente para resolver la posicion del punto *b* respecto del de partida A; porque conocido el desnivel ó lo que sube el terreno en el punto *b*, y dividido este desnivel por la distancia A *b*, sábese en seguida la pendiente por métro que resulta y si es ó no conveniente, para variar la mira mas arriba ó mas abajo, mas ó menos distante. Relacionado el punto *b* con el A para el establecimiento de la rasante de cualquiera de uno de estos últimos modos, así se relaciona el punto *b* con el *c* y este con el *d*, por los que ha de pasar la susodicha rasante siguiendo el trayecto A *b c d*.

554. A partir del punto *d* y bajo los mismos principios indicados, desarrollamos el trozo *d e f g*; porque de unir el punto *d* con el *g* directamente, resultaría acaso una pendiente muy rápida bajando ó subiendo desde el punto *d* al *g*; y por último, se ha dado al último trozo el desarrollo *g h* B, en vez de buscar directamente el punto B, por idénticas razones.

555. Se vé pues, que en la imposibilidad de atravesar monta-

ñas y bajos que nos darian pendientes impracticables, se buscan las cañadas y mejor que esto se faldean los cerros y montañas, acomodándose del mejor modo posible á los accidentes del terreno, y aunque en este se suponga una pendiente no muy rápida, si es demasiado constante conviene buscar en el mayor desarrollo las mejores condiciones de viavilidad, si bien evitando hacer abuso de las líneas en zik-zak, que en algunos casos deben emplearse. Las construcciones costosas que se necesitan para evitar desgracias en las cuestas demasiado pronunciadas, son de todo punto innecesarias y pueden ahorrarse, tan luego como de un modo cualquiera se pueda desarrollar el trayecto en la forma expresada.

556. Hecho el tantéo de los puntos *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* entre los A y B de partida y arribo, sin olvidar las advertencias indicadas para esto, y las demás recomendaciones que sobre la construccion de caminos traen los autores, ya puede hacerse el trazado definitivo del camino, esto es, la nivelacion exacta del terreno por los puntos A, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* hasta el B, el cálculo de las acotaciones negras hasta obtener el perfil longitudinal segun A *b c d e f g h* B, y el estudio de los trasversales que pasan por los puntos A, *b*, *c*, *d*, &c. ú otros que mas convengan.

557. Trazado definitivo de un camino. En efecto: explicado todo lo que concierne á este último en las lecciones precedentes, poco tendrémos que añadir. Si el estudio prévio ó anteproyecto se ha hecho con escrupulosidad y detenimiento, menudeando mucho los puntos *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, &c. por donde debe pasar la rasante, de poco ó de nada podrá servirnos el cálculo de las acotaciones rojas, pues estas son en todos los casos cero, por insistir todos los puntos notables de la rasante sobre el terreno. Mas si las distancias A *b*, *b c*, *c d* &c., son tales que permitan entre sí ondulaciones en el terreno y desigualdades considerables, ó el tantéo no se verificó sino con la idea de rectificar luego la rasante sobre el trazado del perfil, entónces es necesario, y esto sucederá las mas veces, verificar el estudio de las acotaciones rojas y puntos de paso para calcular lo mas científicamente posible el movimiento de tierras, y para sujetar la construccion á un estudio, que como de bufete debe ser mas concienzudo.

558. Como podrá advertirse, además del movimiento del terreno sobre que se ha de practicar el camino, es necesario fijar su trayecto y levantar su plano. Esto se hace al propio tiempo que se verifica el trazado definitivo y por tanto la nivelacion que es su base, y aunque parezca que tal cosa pertenece mejor á la Planimetría, y aunque en los números 172, 268 y 284 de ella, ya hemos visto lo que se hace para un pequeño trozo de camino que ha de representarse en un plano, ahora dirémos como se levanta el del camino señalado en la figura 220 pues este es el lugar oportuno, segun se apuntó en el número 342 y su correspondiente nota.

559. En efecto: ya se use para el caso Teodolito ó brújula, el sistema no es otro que el de *rodeo* para ir fijando el rumbo de los distintos trozos A *b*, *b c*, *c d*, *d e*, &c. Si se emplea el primer instrumento, se colocará en *b* y se dirigirán las visuales *b* A, *b c*, apuntándose el ángulo y las distancias en el registro, y pasando á *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* se irá verificando lo propio, esto es, midiendo ángulos y distancias. Mas para evitar errores en los *arrumbamientos* sucesivos de A *b*, *b c* &c., de suerte que al extremo ú en cualquier otro punto de la línea hubiese un desvío considerable, segun se previno en la nota del número 172, colocado el instrumento en A se dirige una visual á la esquina *l* de la casa *l m* y se acota el ángulo que forma esta con el *arrumbamiento* A *b*. Desde *b* se dirige la *b l* y se acota el ángulo *l b* A, en *c* se hacen las enfilaciones *c l*, *c m* y la *c n* á la casa *n*, en el *d* la *d m*, en *e* las *e n*, *e o*, *e r*, *e p*; en *f* las *f r*, *f s*, *f p*, *f q*; en *g* las *g r*, *g p*, *g q*; en *h* la *h r* y en B la B *s*. Todo esto tiene por objeto ligar por medio de *intersecciones* los puntos A, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, B del camino con los de los objetos mas importantes del terreno; pues siempre se conocen para A *l b*, por ejemplo, A *b* y los ángulos en A y *b*, y así de todos los demás casos.

560. Cuando se emplea la brújula se toman los arrumbamientos con su meridiano magnético ó la direccion de su aguja, tanto para el rumbo de A *b*, *b c*, *c d* &c., cuanto para las A *l*, *bl*, *c l*, *c m*, *c n* &c.; al poner el plano en limpio las líneas se cortarán en los puntos *l*, *m*, *n*, *o*, *p*, *q*, *r*, *s*, y nos certificarán de la exactitud del trabajo. Siempre se rectificará por el sistema *inverso*.

561. Cuanto se dijo en los números 172, 268, 284 y en otros de la Planimetría; lo explicado ahora respecto del tantéo y razado definitivo de un camino; el trazado de sus vueltas ó rodeos segun se enunció en los números 337, 338, 339, 340, 341 y 342; el de sus perfiles longitudinales y trasversales por medio de las acotaciones negras de que se habló en la leccion XXVII; el cálculo de las acotaciones rojas y puntos de paso, con aplicacion especial á un camino segun puede estudiarse en la XXVIII, y el cálculo de los desmontes y terraplenes que á continuacion se expresa, todos estos son datos de no escaso interés para los constructores de caminos, y que aunque no pasan de ser elementales, no por eso dejan de ser interesantes para el estudioso.

562. Desmontes y terraplenes. Con el cálculo de las cotas rojas y puntos de paso se procede á apreciar los volúmenes de las tierras que es preciso extraer y los de aquellas que han de aumentarse para formar los terraplenes. Este estudio es de la mas alta importancia en el de toda clase de proyectos de construccion, y muy especialmente en el de caminos que hemos tomado por particular ejemplo. En efecto: de él depende el mayor ó menor coste del movimiento de tierras y por lo tanto la realizacion posible ó no de semejantes obras, no pudiéndose formar presupuesto justificado ni exacto en ninguna otra, donde necesitándose desmontes y terraplenes, no se estudien de antemano los volúmenes de estos, ó el número de métros ó piés cúbicos, por ejemplo, que deben ponerse en movimiento hasta preparar el terreno ó conseguir las obras proyectadas.

Si $a\ b\ c\ d$... &c., $p\ q\ r\ s$... &c., 1. 2. 3. 4. 5... &c. (fig. 221), son tres cortes trasversales del terreno, á los que ya se han referido los $a\ b'\ c'\ d'\ e$.... &c., $p\ q'\ r'\ s\ k\ i$..... &c. del proyecto, observarémos que habrá que desmontar los siguientes volúmenes: 1.º—El que tiene por bases la figura $a\ b'\ c'\ d'\ e\ d\ c\ b$ y la $p\ q'\ r'\ s'\ k\ s\ r\ q$, siendo la altura la distancia e E que media entre ambos cortes verticales, cuyas trazas son $x\ z$, $x'\ z'$. 2.º—El determinado por la base $g\ h\ l\ o\ l'\ h'$, y los seis planos $o\ l'\ n$, $o\ l\ n$, $l'\ h'\ n\ m$, $l\ h\ n\ m$, $g\ h\ m$, $g\ h'\ m$. 3.º—El que tiene por base la figura $p\ q\ r\ s\ k\ s'\ r'\ q'$, y está cerrado por los planos $k\ s'\ y'''$,

$k\,s\,y'''$, $s'\,r'\,y'''\,y''$, $s\,r\,y'''\,y''$, $r\,q\,y''\,y'$, $r'\,q'\,y''\,y'$, $q'\,p\,y'$, $q\,p\,y'$. 4.º—El que tiene por base la figura marcada por los números 5, 6, 7, 8, 7', 6' y por planos que le cierran los 7, 8 v', 7' 8 v', 7 6 $v'\,v''$, 7' 6' $v'\,v''$, 6 5 $v''\,v'''$, 6' 5 $v''\,v'''$.

Los terraplenes serán. 1.º—El volúmen sumamente irregular $k\,e\,f\,g\,m\,n\,v\,t\,u\,i$, que tiene sus bases en los cortes verticales, una $e\,f\,g$ y otra $k\,i\,u\,t\,v\,z\,x'\,i'$, y está limitado por los planos $n\,t\,v$, $n\,t'\,v$, $m\,n\,u\,t$, $m\,n\,u'\,t'$, $u\,i\,f'\,g\,m$, $u'\,i'\,f\,g\,m$, $k\,i\,e\,f'$, $k\,i'\,e\,f$. 2.º—El que tiene por base la cara del corte vertical, $k\,i\,u\,t\,v\,z'\,x'\,i'$, y por planos que lo limitan $t\,v\,v'$, $t'\,v\,v'$, $u\,t\,v'\,v''$, $u'\,t'\,v'\,v''$, $u\,i\,v''\,v'''$, $u'\,i'\,v''\,v'''$, $i\,k$ 5, $i'\,k$ 5. A este volúmen se une el 3.º, cuya cara que se supone como base es la del corte vertical 1.2.3.4.5.4' 3' 2', y cuyos planos limitantes son M 5 k, M 4 $k\,y'''$, 5. 4' $y'''\,k$, 4, 3 $y'''\,y''$, 4' 3' $y'''\,y''$, 3 2 $y''\,y'$, 3' 2' $y''\,y'$, 1, 2 y' y 1 2' y'.

563. Debiéndose entender los volúmenes designados antes de rebatirse los cortes y perfiles del camino, resultan los planos en su verdadera extension y como se echará de ver, los puntos de paso m, n que necesariamente se han de hallar entre el desmonte $g\,f\,h\,l\,o\,l'\,h'$, y la parte del terraplen ó volúmen cuya base es $k\,i\,u\,t\,v\,t'\,u'\,i'$, se calcúlan por la fórmula antes deducida, así como los v, v'', v''' y los y', y'', y'''; pues en efecto, para el n, por ejemplo, se tiene la distancia total entre las dos cotas, $l''\,t'$, y las referidas cotas que son $l\,l'$ y $t\,t'$, luego lo mismo puede hallarse la distancia $n\,t'$ con relacion á la acotacion roja $t\,t'$ que la $l\,n$ con respecto á la $l\,l'$ y así de todas las distancias, que se ván poniendo segun escala desde la traza $x\,z$ hasta donde alcancen en n ó m, desde la $x'\,z'$ hasta donde lleguen para y', y'', y''', y por último, desde la misma traza $x'\,z'$ hasta v', v'', v'''.

564. Descomposicion de volúmenes. Hemos demostrado los sólidos irregulares que resultarían en conjunto; pero como sea difícil someterlos así al cálculo por su diversidad de formas, es preciso descomponerlos en otros sólidos mas sencillos, y que se prestan por lo tanto á la apreciacion geométrica. Así pues, en el primer sólido en desmonte $k\,e\,a\,p$ descrito, la descomposicion tendría lugar en los parciales $b\,a\,b'$, $p\,q\,q'$; $c\,b\,c'\,b'$, $q\,r\,q'\,r'$; $c\,d\,c'\,d'$, $r\,s\,r'\,s'$;

$d\ e\ d'$, $k\ s\ s'$. El volúmen en terraplen $k\ i\ v\ v'\ v''\ v'''\ 5$, se descompone tambien en otros varios que son: 1.º el que tiene por caras $k\ i\ i'$, $k\ i\ 5$, $k\ i'\ 5$, $i\ i'\ 5$; 2.º el cerrado por las $i'\ u'\ i\ u$, $i\ u\ v''\ v'''$, $i'\ u'\ v''\ v'''$, $i\ i'\ v'''$, $u'\ u\ v''$; el 3.º cuyos planos limitantes son $u\ u'\ t\ t'$, $u\ t\ v'\ v''$, $u'\ t'\ v'\ v''$, $u\ u'\ v''$, $t\ t'\ v'$, y el 4.º que es la pirámide contenida dentro de las caras $t\ t'\ v$, $t\ v\ v'$, $t'\ v\ v'$, $t\ t'\ v'$.

565. Redúcense, si bien se considera, estos sólidos parciales por lo general, á *pirámides* como la $t\ t'\ v\ v'$ ó la $k\ i\ i'\ 5$ acabadas de definir, á sólidos en forma de cuña $i\ i\ u\ u'$, $v''\ v'''$ que se descomponen en dos pirámides cortándolos segun un plano que pase por los tres puntos v'', i, i', y por último, á prismas como los que resultan del volúmen en desmonte $k\ e\ a\ p$. Tal es el que tiene por base el rectángulo $b'\ c'\ q'\ r'$ (que en su verdadera magnitud sería $b''\ c''\ q'\ r'$) y está limitado además por las caras $c\ b\ c'\ b'$, $q\ r\ q'\ r'$, á los extremos, $c\ b\ r\ q$ por encima, $b\ b'\ q\ q'$ por un costado y $c\ c'\ r\ r'$ por el otro.

566. Tanto esta clase de prismas, como los demás de su especie, para considerarlos así es preciso suponer que han sufrido un corte, y este podrá ser producido por un plano, ó como acontece en el sólido $a\ b\ b'$, $p\ q\ q'$, en que $b\ a$ se levanta en el punto a y $q\ p$ baja en el punto p, correspondiente al a, el corte se efectúa segun una superficie *alabeada*.

567. Para el primer caso, si la figura 222 represénta un prisma recto de base triangular $a\ b\ c$ cortado por su parte superior segun $a'\ b'\ c'$, de modo que $a\ a'=b\ b'$, pero $c\ c'$ mayor que las otras dos aristas, puede hallarse su volúmen suponiendo por la arista $a'\ b'$ una seccion $a'\ b'\ m$ perpendicular á las aristas $a\ a'$, $b\ b'$, $c\ c'$ y paralela á la base $a\ b\ c$. En este caso queda dividido en dos volúmenes parciales, á saber: el prisma $a\ b\ c$, $a'\ b'\ c'$ y la pirámide cuya base es $a'\ b'\ m$ y $a'\ b'\ c'$, $b'\ c'\ m$, $a'\ c'\ m$ las caras, c el vértice y $c'\ m$ la altura. Si se recuerda que todo prisma puede descomponerse en tres pirámides equivalentes en volúmen á otras tantas que tengan la misma base y la misma altura, se podrá decir que el volúmen del prisma

$$a\ b\ c,\ a'\ b'\ m=v=\frac{\mathrm{B}\ (a\ a'+b\ b'+c\ m)}{3},$$

llamando v al expresado volúmen y B á la seccion recta $a'\ b'\ m$, paralela é igual por lo tanto á $a\ b\ c$.

El volúmen de la pirámide $a'\ b'\ m'\ c'$, á quien llamarémos v', nos dá $v'=a'\ b'\ m\dfrac{c'\ m}{3}=B\dfrac{c'\ m}{3}$. Luego el volúmen total V, ó lo que es lo mismo el del prisma dado $a\ b\ c,\ a'\ b'\ c'$ será

$$V=v+v'=B\frac{a\ a'+b\ b'+c\ m}{3}+B\frac{c'\ m}{3}=$$

$$B\frac{a\ a'+b\ b'+c\ m+c'\ m}{3}$$

pero como $c\ m+m\ c'=c\ m$, $V=B\dfrac{a\ a'+b\ b'+c\ c'}{3}$; lo que nos dice que el volúmen de un prisma cuyas bases no son paralelas, es igual á su seccion recta, multiplicada por la suma de sus aristas dividida por tres.

568. Lo mismo deducirémos cuando las tres aristas fuesen desiguales entre sí ó que $c\ c'>b\ b'$ y $b\ b'>a\ a'$, cuando $a\ b\ c$ no es perpendicular á las aristas y la seccion $a'\ b'\ c'$ tampoco es paralela á la $a\ b\ c$, pero dos aristas permanecen iguales, y por último, cuando las aristas son desiguales y las secciones completamente diferentes y oblícuas entre sí; pues en el primer caso todo se reduciría á descomponer el volúmen en un prisma de bases paralelas y perpendiculares á las aristas y en una pirámide de base trapecia que á su vez se descompondrá en otras dos de base triangular, para sumar sus volúmenes con el prisma y obtener la fórmula enunciada; en el 2.º caso bastará dar secciones rectas por ambos extremos del prisma propuesto, á fin de conseguir dos pirámides de base triangular cuyos volúmenes sumados con el prisma recto que resulta de la segregacion de las pirámides, nos dán la fórmula expresada (568); y finalmente, en el tercer caso se darían por los extremos de la arista menor, dos secciones rectas que descompondrían el volúmen propuesto en tres, á saber: dos pirá-

mides de base trapecia y un prisma recto, ó mejor en cinco volúmenes, pues cada pirámide hay que subdividirla en otros dos. Sumados todos ellos nos darían siempre la fórmula propuesta (568); pudiendo advertirse que de estos tres últimos casos y el que antes se explicó, los dos últimos no son otra cosa mas que la repeticion de los dos primeros. (a)

569. Veamos ahora como se halla el volúmen de un prisma cuando en su seccion resulta una superficie alabeada, que así se llama á la producida por una línea que se mueve paralelamente á sí misma y recorre todos los puntos de dos rectas que no están en el mismo plano. Sea (figura 223) un prisma dado por su base $a\ b\ c\ d$, y por sus aristas $a\ a'$, $b\ b'$, $c\ c'$, $d\ d'$, pero de tal modo combinadas que $a\ a'+b\ b'=c\ c'+d\ d'$.

En semejante supuesto las caras serán $a\,a'\,b\,b'$, $a\,a'\,d\,d'$, $d\,d'\,c\,c'$, y $c\ c'\ b\ b'$, resultando en su seccion superior una superficie alabeada, y que se originará por el movimiento de una recta que se acomode al propio tiempo á las rectas $a'\ d'$, $b'\ c'$ ó á las $a'\ b'$, $d'\ c'$. Si consideramos como completado el prisma en cuestion, para lo que á continuacion de la arista $a\ a'$ se lleva $a'\ a''=b\ b'$ y sobre $b\ b'$, $b'\ b''=a\ a'$, lo mismo que $c'\ c''=d\ d'$ sobre $c\ c'$ y $d'\ d''=c\ c'$ sobre $d'\ d$; así se obtendrá un prisma de duplo volúmen respecto al dado, y si le cortamos por el plano $b''\ d''$, $b\ d$, que pasa por las diagonales $b''\ d''$, $b\ d$ de ambas bases, quedará el prisma total $a\ b\ c\ d$, $a''\ b''\ c''\ d''$ dividido en otros dos iguales en volúmen, luego el del propuesto es igual á cualquiera de estos. En efecto: llamando V al volúmen del prisma $a\ b\ d$, $a''\ b''\ d''$ y B á la seccion recta ó base $a\ b\ d$, se tendrá

$$V=B\frac{a\ a''+b\ b''+d\ d''}{3};$$

fórmula que puede reducirse á una expresion aun mas manejable

(a) Suprimimos la demostracion de todo esto, aun despues de escrita, por amor á la brevedad, bastando con lo indicado para que el estudioso discurra por sí acerca de este punto.

llamando a á la arista $a\,a'$, a' á la $b\,b'$, a'' á la $c\,c'$ y a''' á la $d\,d'$; pues entonces

$$V=B\frac{2\,a+2\,a'+a''+a'''}{3}.$$

Esta fórmula puede aplicarse, por ejemplo, al volúmen $c\,b\,c'\,b'$, $r\,q\,r'\,q'$ de la figura 221, pues insiste sobre la base rectangular $c''\,b''\,r'\,q'$, y sus cuatro aristas son $r\,r'$, $q\,q'$, $c\,c'$, $b\,b'$.

570. Esto en la hipótesis de ser $a\,b\,c\,d$ (fig. 223) un paralelógramo y $a\,a'+b\,b'=c\,c'+d\,d'$; pero si la base fuera un trapecio y la condicion de las aristas, que $b\,b'+c\,c'=a\,a'+d\,d'$, en semejante caso siempre resultaría que el volúmen del prisma en cuestion es la mitad del total $a\,b\,c\,d$, $a''\,b''\,c''\,d''$, y como este se compone de los otros dos se expresará, si le designamos por V, los parciales por v y v' y las bases por B y B',

$$V=v+v'=B\frac{a\,a''+b\,b''+d\,d''}{3}+B'\frac{b\,b''+c\,c''+d\,d''}{3}.$$

Haciendo para mayor sencilléz $a\,a'=a$, $d\,d'=a'$, $b\,b'=a''$ y $c\,c'=a'''$, resultará

$$V=B\frac{2\,a+2\,a'+a''+a'''}{3}+B'\frac{2\,a''+2\,a'''+a+a'}{3};$$

y como se ha de dividir por dos para obtener el volúmen del prisma dado, este será

$$V=B\frac{2\,a+2\,a'+a''+a'''}{6}+B'\frac{2\,a''+2\,a'''+a+a'}{6}.$$

Aquí se ha completado el prisma propuesto poniendo sobre la arista $a\,a'$, $a'\,a''=d\,d'$, sobre $d\,d'$, $d'\,d''=a\,a'$, sobre $b\,b'$, $b'\,b''=c\,c'$ y sobre $c\,c'$, $c'\,c''=b\,b'$.

571. Fórmulas para los desmontes y terraplenes. Para evitar el anterior sistema de descomposicion, que es sumamente penoso en la práctica, aconsejan los autores el uso de las siguientes fórmulas.

Por ejemplo, sea $c\ b\ c'\ b'$, $r\ q\ r'\ q'$ (figura 221) el volúmen en desmonte propuesto. Llamando D á dicho desmonte, S á la superficie $c\ b\ c'\ b'$, s á la $r\ q\ r'\ q$ y d á la distancia entre ambas

$$D=\frac{S+s}{2}d$$

Porque se considera el volúmen como un prisma recto que tiene por base un término medio aritmético, y por altura la distancia de perfil á perfil. Si se tratase del terraplen $e\ f\ f'$, $k\ i\ i'$, llamándole T y de la misma manera S á la base $e\ f\ f'$, s á la $k\ i\ i'$ y d á la distancia

$$T=\frac{S+s}{2}d, \text{ ó en general D ó } T=\frac{S+s}{2}d.$$

572. Cuando se trata de volúmenes tales como $p\ q\ q'\ y'$, $r\ q\ r'\ q'\ y'\ y''$, $s\ r\ s'\ r'\ y''\ y'''$ ó cualesquiera de los que están contenidos entre los perfiles y los puntos de paso, lo que sucede cuando uno de los cortes dá desmonte y el otro terraplen, se considerará el volúmen como la mitad de un prisma que tiene S por base y d' por altura, ó como un prisma que tiene la misma base S y $\frac{d'}{2}$ por altura, y entónces el desmonte será $D=S\frac{d'}{2}$ y el terraplen $T=S\frac{d'}{2}$, recordando que en la fórmula $d'=\frac{c\times d}{c+c'}$, (véase la del número 545) si se sustituyen las superficies S y s de los cortes en desmonte y en terraplen, por las acotaciones rojas c y c' sufriría esta trasformacion, $d'=\frac{d\times S}{S+s}$, segun la que se halla el valor de *la línea de paso* d', para el cálculo de estos desmontes y terraplenes.

573. Los autores que mas detenidamente se pueden ocupar de

esto, designan cuantos casos se pueden ocurrir en la práctica para el empleo de las tres fórmulas propuestas, y aconsejan además como cálculo aproximado que se sume la superficie total en desmonte en un perfil, con la superficie total tambien en desmonte del inmediato, y esta suma se multiplique por la semi-distancia de dichos perfiles. Análogamente se hará para los terraplenes, prescindiendo de los puntos de paso, lo que supone que los volúmenes se extienden entre perfil y perfil. Por último: tambien es muy interesante este estudio de desmontes y terraplenes aplicado á las curvas de los caminos; pero bástanos ya lo enunciado para dar las nociones que nos propusimos, terminando esta leccion con el siguiente estado de la cubicacion de desmontes y terraplenes.

XXI.

CALCULO DE DESMONTES Y TERRAPLENES DEL CAMINO DE....

Perfiles entre los cuales se hallan los sólidos.	*Clases de sólidos que resultan.*	BASES Ó SECCIONES DE DICHOS SÓLIDOS.			*Longitud de los sólidos.*	CUBICACION.		OBSERVACIONES.
		Ancho.	*Alto.*	*Superficie.*		*Desmontes.*	*Terraplenes.*	

PARTE TERCERA
DE LA NIVELACION.

TEORÍA DEL DIBUJO TOPOGRÁFICO.

LECCION TRIGESIMA.

CURVAS DE NIVEL.

574. La teoría del dibujo topográfico es uno de los estudios mas indispensables á toda clase de ingenieros, á los Arquitectos, á los demás profesores en el arte de construir, y á los Agrimensores, geómetras ó peritos agrónomos tasadores de tierras.

575. Es la ciencia que tiene por objeto el dibujo de los planos topográficos, uno de los mas científicos que se conocen. Dirígese esta teoría tanto á los planos llanos como á los montañosos, y especialmente á estos segundos, porque son los que mas necesitan de sus principios. En efecto: puede decirse que á la descripcion gráfica de las montañas en todos sus accidentes mas eficázmente se consagra la teoría del dibujo topográfico, y como para lograr su propósito necesita de la nivelacion, considérase auxiliada por esta segunda parte de la Topografía, ó como aplicacion inmediata de ella.

576. En los antiguos planos, cuando se querían demostrar las cordilleras, montañas mas ó menos elevadas, ó terrenos fuertemente accidentados, representaban unos y otros en perspectiva, ó rebatido todo en el plano de proyeccion, lo que sobre ser ineficáz para una completa y exacta representacion, ocultaba además cuantos objetos caían debajo de los montes ó alturas rebatidas. Para la expresion detallada de una montaña en la que se necesitaban conocer la altura de todos sus puntos, y por tanto toda su configuracion en altos, bajos y ondulaciones mas ó menos fuertes, era menos á propósito todavía semejante modo de representar, que solo podia ofrecer una mera semejanza, y esto por un lado únicamente.

577. Felices aplicaciones han podido darnos, además de la fisonomía física del terreno, considerado en proyeccion horizontal, el conocimiento exacto ó fijacion absoluta de todos sus puntos con relacion á un plano de reparo.

Para una y otra cosa sirve el siguiente estudio.

578. Curvas de nivel. Si A B C (fig. 224) indica una montaña, por su pié supondrémos un plano M N horizontal, que será el de reparo y proyeccion al propio tiempo.

Si por F G diésemos otro corte á la misma montaña con un plano paralelo al anterior y horizontal como él por lo tanto, este plano nos producirá en la seccion una curva F H G M (vista en perspectiva), cuyos puntos F, H, M, G, y así todos los que la constituyen, estarán á igual altura sobre el plano de reparo M N. Lo mismo acontecerá si damos una seccion por mas arriba; pues los puntos O, P, Q, R estarán tambien á igual altura sobre el plano M N, y así de todas cuantas secciones necesitemos producir por medio de planos horizontales y que corten el terreno. Sabida pues la altura de cada uno de estos planos de nivel con respecto al de reparo, se sabrá la de todos los puntos de las curvas ocasionadas por la seccion de sus planos respectivos, ó se podrá decir, que si el plano horizontal que produjo la curva F G H M, está sobre el M N á 10 métros, todos sus puntos lo estarán tambien, ó que F f=H h=M m=G g=10 métros. Si el plano sector de la curva O P Q R, está 5 métros sobre el anterior de la curva

F G H M, 15 métros será la altura de los puntos O, P, Q, R y demás de esta curva, ú O o=P p..... &c.=15^m.

579. Si numerosos planos horizontales ó de nivel cortasen una montaña, distando unos de otros desigualmente, causaria grande confusion tener que llevar en cuenta la diferente altura de unos sobre otros, lo que se evita concibiendo los planos equidistantes. Facilítase además el modo de conocer la altura de los puntos en cada seccion; pues si la equidistancia es de 10 métros, por ejemplo, á 10^m, estarán todos los puntos de la seccion mas inmediata al plano de reparo, los de la segunda á 20^m, los de la tercera á 30^m, á 40^m los de la cuarta, y así de las demás secciones.

580. *Las curvas resultantes de la seccion de planos horizontales y equidistantes con el terreno, se denominan curvas de nivel, porque en efecto todos sus puntos lo están y á igual altura con relacion á un plano de reparo.* Compréndese cuan luminoso es el uso de estas curvas para la representacion y conocimiento exacto y detallado del terreno montañoso, pues así como se fijan de posicion los innumerables puntos de una curva de nivel, se fijarían los de todas cuantas curvas se necesitasen.

581. Estas curvas se proyectan en el plano horizontal de representacion y su conjunto ofrece la proyeccion de la montaña, y por tanto su expresion científica. En efecto: si de los puntos F, G, H, M, de la primera curva se bajan las proyectantes F f, G g, H h, M m, los puntos f, g, h, m determinan por su conjunto la curva f g h m, proyeccion de la F G H M. De igual manera se obtendrá la o p q r proyeccion de la curva superior O P Q R, y así todas las proyecciones que se necesitasen. Como el plano M N produce tambien la curva A C, el conjunto de esta y las f g h m, o p q r constituyen la proyeccion de la montaña A B C, ó su representacion en el papel, por medio de la cual, si la equidistancia es de 20 métros, sabrémos que todos los puntos de f g h m distarán de los de la curva A C, 20^m, 40^m los de la o p q r de la misma A C, y análogamente de las restantes.

582. Conseguir este resultado en el terreno y su representacion en el papel, es lo mas esencial de la teoría del dibujo topo-

gráfico, que se vale en este punto ventajosamente de la geometría descriptiva.

583. Sistema general. Sea *x z* (fig. 224) la traza del plano vertical que produce el corte *a b c d e f* del terreno, rebatido ya sobre el plano horizontal de representacion. Si este mismo terreno se hubiese cortado además con tres planos horizontales y equidistantes, pasando uno por el pié de la montaña, estos planos al rebatirse el corte *a b c d e f*, se representarán segun las *a f*, *b e*, *c d*, paralelas á la traza *x z* y equidistantes entre sí, conforme sea la separacion elegida. Como cada uno de estos planos horizontales y equidistantes *a f*, *b e*, *c d* encuentran al corte *a b c d e f* segun dos puntos, para el primero *a f*, estos serán *a*, *f*, para el segundo *b e*, *b*, *e*, y para el tercero *c d*, *c*, *d*. Si se proyectan tales puntos en el plano horizontal de representacion, lo que se consigue bajando las perpendiculares $a\,a'$, $b\,b'$, $c\,c'$, $d\,d'$, $e\,e'$, $f\,f'$ á la traza *x z*; a', b', c', d', e', f', serán otros tantos puntos del terreno, proyectados de tal suerte, que a', f' corresponden á la curva del plano horizontal mas bajo, b', e' á la curva del segundo plano y c', d' á la del tercero.

584. Otro plano vertical secante cuya traza con el horizontal de proyeccion sea $x'\,z'$, producirá otro corte, que rebatido hácia donde mas convenga sobre el plano de la figura, aparecerá segun el *h l m n o p* á la parte superior de la derecha, y los planos horizontales equidistantes se representarán ahora por *h p*, *l o*, *m n* paralelas á las trazas $x'\,z'$, encontrando el primero al corte en los puntos *h*, *p*, el segundo en *l*, *o*, y el tercero en *m*, *n*.

Proyectados en h', l', m', n', o', p' como antes, y hallados de igual suerte los q', r', s', v', y', k', se reunirán cuantos se necesiten para conseguir las proyecciones de las curvas de nivel, á quiénes por traslacion se les llama tambien *curvas de nivel*.

En efecto: unidos entre sí los puntos a', h', q', f', p', k', proyecciones de los de la curva ocasionada por el plano inferior ó de arranque, $a'\,h'\,q'\,f'\,p'\,k'$ será la proyeccion de la expresada curva; así como $b'\,l'\,r'\,e'\,o'\,y'$, proyeccion de la producida por el segundo plano, y $c'\,m'\,s'\,d'\,n'\,v'$, proyeccion de la ocasionada por el tercero.

585. El conjunto de todas estas proyecciones de las curvas, ó *curvas de nivel*, constituye la representacion de un terreno montañoso; pues por ellas conocemos su configuracion y la posicion de sus puntos.

586. Respecto á lo primero (fig. 225), si *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *l*, *m*, son los puntos en que los planos equidistantes de nivel *e f*, *d g*, *c h*, *b l*, *a m* encuentran á un terreno tal como el representado, esto es, notablemente mas escarpado por la derecha que por la falda *a b c d e*, proyectados los expresados puntos en su traza correspondiente segun a', b', c', d', e', f', g', h', l', m', se notará fácilmente que las curvas se juntarán tanto mas hácia la derecha, cuanto mas se aproxime el terreno á la vertical, y se separan á la izquierda cuanto mas suave sea la pendiente; luego inmediatamente que se inspeccione un plano topográfico, por sus curvas de nivel se vendrá en cuenta del mayor escarpe, suavidad ú ondulaciones del terreno, comprendiéndose completamente su forma.

587. En cuanto á conocer la altura de sus puntos, basta recordar lo enunciado al principio de la leccion para saber que si la equidistancia es de 15 m.s por ejemplo, todos los puntos de la curva b' l' r' e' o' y' (fig. 224) están 15 m.s sobre los de la a' h' q' f' p' k', y 30 los de la c' m' s' d' n' v' sobre la última y así de los demás que hubiese.

Es claro que mientras mas curvas se hallen, mas puntos se conocen del terreno y mejor su configuracion; pero como se necesitarían muchos planos equidistantes de nivel y multitud de cortes, este trabajo sumamente delicado y engorroso necesita una limitacion prudente, razon por lo que la equidistancia de los planos ó su número, depende de la escala del plano y de la naturaleza del terreno, habiéndose escogido un tipo de relacion oportuno, que se podrá alterar segun la importancia del proyecto ú objeto para que se utiliza el plano.

588. Se elige la equidistancia segun la escala que se adopte, porque si esta es muy reducida y los planos horizontales muchos ó su equidistancia corta, las curvas se confundirían unas con otras, ofuscando la claridad del dibujo, por lo que conviene suprimir al-

gunas, ó lo que es lo mismo los planos que las producen, de donde resulta, que á menor escala corresponderá mayor equidistancia, ó que esta se elige en relacion inversa de la escala.

589. Se tiene en cuenta para esto la mayor ó menor pendiente del terreno; porque si para un terreno poco levantado ó suave se guarda la misma equidistancia que para otro mas escarpado, acontecerá que al primero corresponderán pocas curvas que lo aclaren y dén cuenta de él, falta que se evita tomando la equidistancia mas corta ó haciendo pasar mas planos horizontales.

590. La relacion de la equidistancia con la escala es en los planos topográficos ordinarios de $0^m,0005$, ó de medio milímetro por métro, de modo que si designamos por E la equidistancia y la escala es de $\frac{1}{5000}$, $0^m,0005=\frac{E}{5000}$, ó $E=0^m,0005\times5000=2^m,50$; si la escala fuese $\frac{1}{1000}$, $0^m,0005=\frac{E}{1000}$, ó $E=0^m,0005\times1000=0^m,50$; si fuese $\frac{1}{10000}$, $0^m,0005=\frac{E}{10000}$, ó $E=0^m,0005\times10000=5^m,00$ y así de las demás escalas. Esta relacion se ha adoptado teniendo además en cuenta la inclinacion del terreno.

Mas á pesar de elegirse la equidistancia de las curvas de nivel, de modo que el trabajo sea solo el indispensable para la claridad del plano, el sistema acabado de explicar aunque es mas general y exacto, úsase poco en la práctica por lo difícil y engorroso, apelándose á otros abreviados que á continuacion exponemos.

591. 1.º—Calculando la altura de los puntos del terreno con un goniómetro. En la fig.ª 226 A B C D es el corte del terreno, de manera que C D sea la parte mas suave proyectada en C′ D′, C B la mas pendiente proyectada en C′ B′ y B A un término medio entre ambas partes, proyectado en A′ B′. Medido el ángulo D C M y C D sábese la longitud de D M, ó la altura del punto sobre el plano horizontal C M que pasa por el punto C, y dividida

por la *equidistancia* se hallará el número de planos de nivel que pasan entre D y M, ó lo que es lo mismo, las curvas necesarias. Supongámos que sean dos, y midiendo el ángulo C B N y B C para hallar la altura C N, tambien la dividirémos por la equidistancia y sean cuatro los planos de nivel que haya entre C y N. Por último: conocido el ángulo B A O y B A y deducida la altura B O, sean tres los planos que segun la equidistancia se necesitan entre el punto B y el O.

Cada uno de estos planos, así como los que pertenecen á los puntos C, B y el mas bajo A, cortan al perfil A B C D en los puntos A, *a*, *b*, *c*, B, *d*, *e*, *f*, *g*, C, *h*, *l*, D, que proyectados en A, *a'*, *b'*, B'.... C', *h'*, *l'*, D' nos determinan por donde han de pasar las curvas de nivel, lo que se deduce inmediatamente; pues sabiendo que entre D y M quedan tres equidistancias, dividirémos en tres partes C' D' para hallar los puntos por donde pasan las curvas, que entre C' y B' son cuatro, como entre A' y B' tres.

Esto para el perfil A B C D cuya proyeccion es A' B' C' D', lo mismo haríamos para otro perfil si quisiéramos conocer la forma de las curvas, y siempre se vendrá en conocimiento de cuán sencillo es este método comparado con el general que tantos cortes y nivelaciones necesita.

592. 2.º—Con la cadena se averigua tambien el número de curvas que han de pasar por una línea del terreno, si bien este procedimiento, muy expedito para salir pronto del paso, no promete á la verdad mucha exactitud. En la figura 227 A B es la pendiente del terreno, y si en un punto de ella B colocamos la cadena horizontalmente segun C B y averiguamos la altura C D, convendrá conocer E B en el supuesto que A E es la equidistancia de los planos de nivel. En efecto: se tendrá comparando los triángulos semejantes B C D, B E A, que D C: C B:: A E: E B. Haciendo D C=*d*, C B=10, si la cadena es de 10 métros, A E=E, y E B=D resultará mas sencillamente que *d*: 10:: E: D.

593. Para hacer aplicacion de esto, supongámos (fig. 228) que O M, O P, O N son tres alineaciones hechas desde el punto O, vértice de una montaña en el sentido de M, N, P. Colocada la cadena en la primera O M y tomando por equidistancia los 10 m.s, hemos

visto que $d=2,50$; y la proyeccion del párrafo anterior se convertirá en esta otra

$$2,50:10::10:D, \text{ de donde } D=40^m.$$

Llevando esta longitud sobre M O cuantas veces quepa se tendrá 5 por ejemplo, y por los puntos b, c, d, e, así como por el M pasarán otras tantas curvas de nivel. Puesta la cadena sobre O N, análogamente se supone que la distancia D cabe otras cinco veces en su longitud, mientras que en O P cabe seis veces; luego haciendo pasar las curvas por sus correspondientes puntos a, N, q; b, e, p; c, h, o; d, g, n; e, f, m; estas serán las halladas de tal suerte, operacion fácil de ejecutarse en cualquier circunstancia.

594. Usase el *Trigonómetro* con ventaja para obtener la diferencia de nivel d que apróximadamente se encuentra con la cadena, y tanto el empleo de este, como el de cualquier otro instrumento á propósito, son una garantía que harán mas ó menos exacto y aceptable el procedimiento acabado de explicar.

595. 4.º—Trazando en el mismo terreno las curvas de nivel y trasportándolas luego al papel por el sistema mas conveniente, se consigue tambien la representacion gráfica de los terrenos montañosos.

En el punto A de la montaña (fig. 229) por donde suponemos que ha de pasar la expresada curva, colocamos un instrumento que pueda nivelar y medir ángulos, si es posible, y dirigiendo una visual horizontal á una mira de igual altura que el instrumento colocada en F y otra á la misma llevada á B, se medirá el ángulo B A F y los lados A B, A F. Los puntos A, B, F, estarán en un mismo plano de nivel y pertenecerán á la curva que pasa por él, ó por los piés de las miras y el instrumento. Trasladado este á F mídase el ángulo A F E despues de haber dirigido la visual horizontal á la mira colocada en E, punto de la curva y así se vá rodeando la montaña, tomando los ángulos, midiendo los lados y determinando los puntos de nivel de la curva A B C D F, que por medio de su croquis correspondiente se puede poner en limpio. La colocacion de la mira, igual siempre en altura al instrumento, se efectúa por medio de tantéos bajándola ó levantándola en el sentido del pié ó la cresta de la montaña, hasta que coincida la visual horizontal.

596. Pero si se repitiese esta operacion en cada curva de las que se necesitáran, acabaríamos por tener un sistema tan engorroso ó mas que el general; por lo que nos parece que convendría emplear el trazado de las curvas en el terreno como comprobacion que nos cerciorase de las verdaderas curvas de nivel, levantando, por decirlo así, el plano de una y hallando el número de las demás, por cualquiera de los otros medios mas expeditos y prontos.

597. Además de las curvas de nivel se necesitan para la completa expresion de los terrenos montañosos, las líneas llamadas de *division* ó vertientes y las conocidas con el nombre de *talwegs* ó corrientes.

598. Se entiende por líneas de division ó de vertiente, las que forma el terreno en sus lomos ó partes mas levantadas, de tal suerte, que las aguas escurran á uno y otro lado, ó se *aparten* y *viertan* en el sentido de dos faldas que se encuentran salientemente en las expresadas líneas, las que dán en la naturaleza idea del caballete para las armaduras de los edificios.

599. Por el contrario; las líneas de corriente ó los *talwegs* son las que resultan del encuentro de las faldas al pié de las montañas, y por las que como mas bajas corren las aguas recogidas á formar los arroyos y los torrentes.

600. Tanto unas como otras se copian con entera exactitud en los planos, pues forman su armazon ó esqueleto y sirven para situar las curvas de nivel, contribuyendo poderosamente á la descripcion gráfica que el topógrafo apetece. Para hallar las líneas de lomo ó vertiente sobre el terreno (fig. 230), sea N M la línea que se busca, y conocida la altura del punto N respecto del M y la equidistancia, se sabrá el número de planos de nivel que deben pasar entre ambos puntos; por lo que averiguada la longitud de N o y medido el ángulo N a o, se deduce la longitud del cateto a o, que poniéndola con la cadena horizontalmente se lleva desde N hasta donde alcance, que será en el punto a, punto que se fija, llevando una mira $d\ a=d\ c+c\ a$, esto es, igual á la altura de N o mas la del instrumento. Determinado el punto a, $d\ b$ se consigue

llevando una mira *e b* igual á la equidistancia *a m* mas la altura del instrumento y así de los demás puntos. La parte N *o* es á veces algo mayor ó menor que la equidistancia para hallar el punto *a*, lo que se conseguiría mas fácilmente si fuese igual como sucede en el punto *b*, M y demás que hubiere. La altura del instrumento se supone siempre la misma, debiéndose notar que los puntos determinados corresponden á la vez á la línea de vertiente y á las curvas que pasen por ellos.

601. Las líneas de *talwegs* se encuentran tambien en el terreno por medio de un nivel; pues si se coloca este en un punto conocido de una de ellas y á distancia conveniente se manda llevar una mira, se recorrerá esta á derecha ó izquierda mas y mas hasta que la visual intercepte la mayor altura de ella, en cuyo caso el punto del terreno donde insiste su pié, será el mas bajo que se busca. Esta operacion se repite para los restantes y siempre por medio de tantéos, acercando la mira á lo mas hondo de la corriente donde se recogen las aguas.

602. Trazadas en el terreno tanto las de division como las líneas de talwegs, su direccion se determina segun cualquiera sistema de los enseñados para levantar planos por medio de un croquis, y poniéndolos luego en limpio en el plano definitivo.

603. Las líneas de division y recogida de las aguas, y las curvas de nivel, bastan tal como se han explicado para trazar un plano científico del terreno quebrado, pero para darle mas expresion y que su bulto se ofrezca mas prontamente á la vista de toda clase de personas, conviene dar mas efecto á los planos, destacando las montañas por claro y oscuro, con presencia de una luz escogida de antemano.

604. Para esto, hácia la parte que segun esta convencion, debe estar en sombra, añaden los dibujantes *curvas intermedias* que intercalan entre las halladas, hasta conseguir con mas ó menos arte que la representacion *física* del terreno, segun el dicho de los autores, sea tan clara que nadie pueda dudar de su configuracion y accidentes.

Esto sin embargo, solo dá buen resultado en los dibujos muy pequeños ó hechos en pequeña escala, y aun así conviene tener mucho cuidado en no confundir las curvas que solo se trazan por conseguir la expresion artística del dibujo con las otras curvas que son las verdaderas y cuyo objeto es la demostracion científica del terreno, puesto que nos dán cuenta de todos sus puntos. En la práctica están con bastante fundamento poco admitidos los planos de efecto trazados con solo curvas de nivel, pues en realidad su expresion física es bien desagradable y poco conforme con la naturaleza, sin conseguirse jamás el relieve que dán el claro y oscuro y las tintas degradadas. Por estas razones, ó se acepta el sistema de curvas de nivel tal como se ha explicado científicamente, ó se emplea para conseguir la imitacion artística del terreno, como en la leccion inmediata se dice.

LECCION TRIGESIMA-PRIMERA.

LINEAS DE MAYOR PENDIENTE.—SISTEMAS DE LUZ.

605. No es solo el sistema de las curvas de nivel el usado en los dibujos topográficos. Conócese tambien el de las líneas de mayor pendiente, de cuya importancia nos vamos á ocupar ahora.

606. LÍNEAS DE MAYOR PENDIENTE. Definen algunos la línea de mayor pendiente diciendo que es la que naturalmente seguiría un cuerpo que resbalase desde la cima al pié de una montaña; pero se comprenderá mejor su naturaleza, apuntando que la línea de mayor pendiente es la que cumple con las condiciones siguientes:

1.ª—Que de todas las que se tracen en el terreno desde el mismo punto, es la que mayor ángulo forma con el horizonte.

2.ª—Que es perpendicular á las intersecciones de los planos horizontales con el terreno.

3.ª—Que su proyeccion es asímismo perpendicular á las proyecciones de las expresadas intersecciones ó curvas de nivel y por lo tanto la mas corta distancia entre estas intersecciones ó curvas.

Para demostrar lo primero (fig. 231) sea A B la línea de mayor pendiente, que encuentra en A y B á las intersecciones M N, P Q de los planos horizontales con el terreno. Si se proyecta el punto A en *o*, bajando desde el primero la perpendicular A *o* al plano horizontal que determine la interseccion P Q y desde dicho punto *o*, se tiran la *o* P, *o* Q á los puntos P y Q elegidos á igual distancia del punto B, y se unen los puntos P y Q con el A por medio de las A P, A Q, de semejante construccion resultará:

1.º—Que *tang.* A P $o = \frac{A\,o}{o\,P}$; *tang.* A Q $o = \frac{A\,o}{o\,Q}$; *tang.* A B $o = \frac{A\,o}{o\,B}$;

luego de todos estos ángulos será mayor el que tenga menor denominador; puesto que sus tangentes están representadas por quebrados cuyos numeradores son iguales. Así pues, si *o* B es menor que *o* Q y *o* P, el ángulo A B *o* será el mayor y A B la línea que de las tres A P, A B, A Q, forma mayor ángulo ó pendiente con el plano horizontal *o* P Q.

2.º—Que si en los triángulos rectángulos A *o* P, A *o* Q, A *o* es comun y *o* P=*o* Q; A P=A Q se apartarán igualmente del pié de la perpendicular A B á la P Q, ó lo que es lo mismo, que la línea de mayor pendiente es perpendicular á la interseccion P Q, pudiéndose probar lo mismo respecto de la M N.

3.º—Que *o* P=*o* Q; porque en los triángulos rectángulos en B, *o* B P, *o* B Q, se tiene *o* B comun y P B=B Q por construccion; luego *o* P, *o* Q son dos oblícuas que se apartan igualmente del pié B de la perpendicular *o* B á la P Q, y como *o* B es la proyeccion de A B, y P Q, M' N' proyecciones de las intersecciones rectas ó de sus tangentes si fuesen curvas como P′Q′, M″N″: se dirá finalmente que la *proyeccion de la línea de mayor pendiente es perpendicular á las proyecciones de las intersecciones, si el terreno formase faldas planas; mas si se tratase de formas redondas en que las intersecciones fuesen las curvas* M″ N″, P′ Q′, *la propiedad se enunciaría diciendo que la proyeccion de la linea de mayor pendiente es normal á las curvas de las intersecciones, segun se dijo arriba.* Esta tercera propiedad es la mas interesante de las tres que distinguen la línea de mayor pendiente.

607. Lo mismo se demuestra por Geometría descriptiva, segun puede verse en algunos autores. Pero el sistema de líneas de mayor pendiente no basta por sí solo como el de curvas de nivel para la expresion del terreno, á causa de sus muchos inconvenientes. Sea pues A B (fig. 232) una línea de mayor pendiente tomada desde la cima B hasta el pié A de la montaña. A C es el plano de referencia y A' B' la proyeccion sobre este plano; nótese que una línea de mayor pendiente puede ser de doble curva-

tura, á diferencia de las de nivel que son curvas planas y por tanto mas fáciles de conocer. En efecto: las primeras necesitan ser acotadas en toda su longitud desde B hasta A, mientras que las segundas con una sola acotacion tienen bastante para conocer todos sus puntos.

En la línea de mayor pendiente A B, A' B', si se quiere saber la altura de un punto P, P'', es preciso bajar la perpendicular P'' P' al plano de referencia y esta será la altura del punto. Otro Q dado en la proyeccion A' B' se referirá al plano por la Q Q', y continuando la perpendicular hasta Q'', Q' Q'' será la altura y así de los demás. Pero si el punto es *m* sobre la B' D, se necesitará conocer su proyeccion vertical y así de las otras líneas de mayor pendiente, para hacer respecto de cada una lo hecho respecto de A B, A' B'. Por último: si el punto es *n*, intermedio entre dos líneas de mayor pendiente, será necesario que pase por él la curva de nivel *n* P que corte á la de mayor pendiente conocida A B, A' B' y P' P'', será su altura sobre el plano de reparo. Lo mismo puede hacerse cuando el punto está sobre B D, B E ú otra cualquiera línea de mayor pendiente, pues se puede referir á una conocida por su proyeccion vertical por medio de una curva de nivel. Luego se necesitan las proyecciones horizontales y verticales de todas las líneas de mayor pendiente, ó la de una de ellas y multitud de curvas de nivel para conocer la altura de los puntos del terreno, y como por el primer sistema solo bastan las curvas de nivel, de aquí su excelencia sobre el de líneas de mayor pendiente.

608. Sin embargo: aunque se usa el primero independiente de este último, y este último nunca se emplea independiente del primero, el sistema de curvas de nivel se completa con el de líneas de mayor pendiente, ó la reunion de ambos constituye el sistema ordinario y general; contribuyendo esta reunion á dar mejor cuenta de los puntos y á expresar mas artísticamente los planos topográficos.

609. Para demostrar esto, sean *a*, *b*, *c* (fig. 233), tres curvas de nivel y por lo repetido en la leccion anterior, si la equidistancia es de 5 métros, la curva *a* está 10 sobre la mas baja y *b*

á los 5 métros; pero un punto cualquiera *d*, elegido entre dos curvas no puede conocerse sino valiéndonos de las líneas de mayor pendiente, como en este sistema nos valimos de las curvas de nivel. Por el punto *d* se hace pasar *a b* normal á la curva *a*, ó perpendicular á su tangente *a g*, la que tambien será normal á la curva *b* en este punto. Si sobre *a g* se toma *a f*=E, ó á la equidistancia, y se tiran la *d e* paralela á *a f* y la *b f*, *d e* será la altura del punto *d* sobre la curva de nivel *b*, que tomada con la escala y suponiendo que valga $1^m,50$; $6^m,5$ será la altura total del punto en cuestion sobre el plano de reparo. De la misma manera se podría llevar la equidistancia desde *a* sobre la curva hasta donde alcance y trazar por *d* otra curva paralela hasta que encuentre á la *b f*.

610. Ahora bien: *a b* es la proyeccion de la línea de mayor pendiente comprendida entre los planos que producen las curvas *a*, *b*, y por la tercera propiedad de las líneas de mayor pendiente sabemos que las proyecciones de estas ó de parte de estas, son perpendiculares ó normales á las proyecciones de las intersecciones ó curvas de nivel. Semejantes líneas se llaman *trazos* y han de cumplir precisamente la expresada condicion, esto es, *que han de ser normales á un tiempo á las dos curvas de nivel consecutivas.*

En la colocacion de estos trazos y en su mayor ó menor intensidad consiste todo el arte del dibujo topográfico, si se ha de expresar artística y científicamente al terreno.

611. Denominamos expresion artística ó física del terreno al mayor ó menor tino y gusto en darle realce y relieve sobre el papel sin faltar á las prescripciones de la ciencia, y queremos decir representacion matemática ó científica, la que conduce á dar cuenta de la altura y posicion de los puntos del terreno, prestándole á este dibujo toda su exactitud y perfeccion.

612. En la colocacion de los trazos pueden acontecer varios casos.

1.º—Que las curvas de nivel tengan próximamente la misma curvatura y que esta sea suave: en este caso (fig. 234), si por los puntos *a* y *c* han de pasar dos trazos, tirarémos por ellos las tangentes y en ellas levantarémos las perpendiculares que serán normales á la primera y tambien á la curva inferior en *b*, *d*, tiradas sus tangentes. Así debe suceder, porque suponiendo el caso en que las curvas son dos arcos de círculo, los trazos *a b*, *c d* deberían ser parte de dos rádios ó venirse á encontrar en el centro para producir la apetecida normalidad, que si se verificaba en los puntos *a*, *c*, tambien lo sería en *b* y *d*, como en los demás casos en que la curvatura es homogénea, tanto mas cuanto que todo esto se aprecia á ojo y sin comprobacion material por la pequeñéz de los trazos y su número infinito.

2.º—Cuando la curvatura es muy pronunciada para ambas curvas consecutivas, como sucede en el ejemplo de la figura 235, se comenzará por tirar el trazo recto *a b* que une los puntos mas bajos ó salientes de ambas, y como para que el trazo que parte del punto *c* sea normal á la curva inferior, se necesita que su pié se aparte mucho del *b* hasta ser perpendicular á la tangente en *f*, resultará con la curvatura *c f*, lo mismo que el *e d* y así de todos los demás, vueltos unos hácia la derecha y otros hácia la izquierda, ó abiertos en forma de abanico hasta llegar á la parte *g h*, en que siendo escasa la curvatura y homogénea para ambas curvas de nivel, los trazos son rectos como queda dicho.

3.º—Pero en *m a b* puede formar lomo el terreno ó ser una línea de division de aguas, en cuyo caso se hace lo acabado de indicar para sus trazos. No así por el contrario, si es una línea de corriente de aguas ó de talweg como la M N (fig. 236), porque entonces se colocan los trazos encontrándose en ella como se vé en el ejemplo. Aquí podría suceder que la luz entrase segun la flecha, y entonces todo el plano desde M N para abajo de la figura estaría en luz y el otro en sombra, ó vice-versa si la luz entrase al contrario.

4.º—Algun caso podrá ocurrir en que las curvas *a b*, *c d*, estén encontradas, y la normalidad de los trazos se busca como enseña el ejemplo de la figura 237.

5.º—Por último: la práctica y los buenos modelos, así como la viva voz y el ejemplo del profesor, enseñan la resolucion de cuantos casos puedan ocurrirse en la colocacion de trazos; pero siempre será prudente apuntar sobre lo dicho, que en muchas ocasiones se necesitan los *trazos y las curvas intermediarias ó intercalares*.

En la figura 238 á causa de la pronunciada curvatura de ambas curvas, despues de tirados los trazos *o s*, *n r*, *m q*, se vé que por arriba se juntan mucho y por abajo se abren con exceso, dejando unos claros que desentonan ó hacen frio el dibujo, por lo que entre *r n* y *o s* se trazan los *a*, *b* y entre *o s* y *m q*, los *c*, *d* ó cuantos sean necesarios, pero cuidando que no lleguen á la curva superior; pues reunidos los siete extremos de los trazos en *o*, producirían un borron tan desabrido ó mas que los claros que se quieren evitar. Las curvas intermediarias son las que como *a b* de la figura 239 se trazan entre las M N, por apartarse excesivamente en los puntos M N y no bastar lo antes referido.

613. Esto en cuanto á la colocacion de los trazos, que respecto á su intensidad dirémos por regla general que son mas delgados ó mas gruesos, aflojando ó apretando la pluma con que se dibujan, segun se pase de la luz á la sombra ó de la sombra á la luz, graduando con sostenido desvanecimiento si se verifica lo segundo, ó apretando y juntando los trazos si sucede lo primero. Este efecto, que es el mismo que alcanza el dibujante de figura con el difumino y el lápiz, ó el grabador con su buríl para dar claros y oscuros, ó medias tintas y reflejos, no puede comprenderse sin que se discuta anticipadamente sobre el sistema de luz mas conveniente.

614. Sobre la luz en los planos topográficos. Hay dos sistemas de luz ó modos de iluminar los planos, el de *luz cenital* y el de *luz oblícua*. Se llama luz cenital la que ilumina el plano horizontal de proyeccion por medio de rayos verticales, y luz oblícua la que forma con dicho plano un ángulo que suele ser de 45°.

615. El primero es tenido por el mas científico, porque cayendo los rayos en el sentido de las proyecciones, iluminan de un modo el mas propio para conocer por la intensidad de las sombras lo mas ó menos escarpado del terreno.

Conviene saber que en este sistema la intensidad de las sombras está en razon inversa de los senos de los ángulos que los rayos forman con las pendientes del terreno, es decir, que á mayor ángulo corresponde menor sombra, y á menor ángulo mas sombra, ó que por el contrario la intensidad de la luz está en razon directa de los ángulos, ó á mayor ángulo mas y á menor menos luz. Para esto se toma para el mas fuerte claro de luz el plano horizontal ó donde los rayos hieren con toda normalidad y como oscuridad absoluta la de un plano que forme ángulos de 48 á 50°.

616. Con estos dos límites de claro y oscuro y recordando que las curvas se aproximan unas á otras cuando el terreno es mas y mas inclinado, ó se separan cuando es mas y mas suave, podemos establecer como principio práctico para el dibujante, *que en todo plano iluminado con luz cenital, mientras mas cortos son los trazos, mas se aprietan y reunen para producir mayor sombra por donde se juntan las curvas, y menor por donde se separan, con entera degradacion ó entonacion de lo mas oscuro á lo mas claro, ó de lo mas claro á lo mas oscuro.*

617. Esta regla es exacta y á ella se reduce todo cuanto apuntan difusamente los autores sobre la *longitud* y aproximacion de los trazos, pareciéndonos excusado señalar numéricamente cual puede ser el máximo ó mínimo de la longitud de los trazos, y que relacion tiene su aproximacion con su longitud, segun se acerquen mas ó menos. Esto depende de la escala y de la mayor ó menor pendiente del terreno, ó aproximacion y separacion de las curvas, y en punto á la reunion de los trazos, la práctica y solo el tino é inteligencia científica del dibujante sabe juntarlos, sin necesidad de tener presente si el espacio que media entre los trazos debe ser $\frac{1}{5}$ ó $\frac{1}{6}$ de su longitud.

618. Conviene respetar sin dar sobrada importancia á todos estos pormenores sobre que se extienden los autores, ateniéndonos á una ilustrada práctica. Lo que es necesario saber es que en el sistema de luz cenital, los cuerpos no arrojan sombra ninguna, y así ni las construcciones, ni los árboles, ni las orillas de los rios y demás objetos se destacan por ella en el plano.

619. Por último: como el terreno aparece en proyeccion, ó segun dicho vulgar *á vista de pájaro*, las cimas se destacan por

fuerza de *claro oscuro*, que se vá degradando hácia el pié de las montañas; pues nos suponemos colocados mas próximos á sus cúspides y que la masa de aire interpuesta vá quitando fuerza de luz y de sombra á los objetos colocados á sus piés.

620. En el sistema de luz oblícua hay que tener en cuenta la sombra propia y la arrojada. En efecto: si A M B (figura 240) es una montaña y R L la direccion del rayo de luz, todos los demás rayos paralelos que la hieren, la iluminarán con tanta mas fuerza cuanto mas normales sean á su superficie. Otros rayos pasarán tangentes como *b b'* por uno y otro lado, y por su contacto determinarán la parte donde acaba el cuerpo de ser iluminado y la en que comienza á estar en sombra.

La línea N M Q, conjunto de todos los puntos de tangencia de los rayos de luz con la montaña, es la de *separacion de luz* y *sombra*, quedando toda la parte de la izquierda en luz y en sombra toda la de la derecha. Esta sombra se llama la *propia* del cuerpo. Mas si consideramos que todos los rayos que envuelven la montaña con una superficie cilíndrica, cuyo contacto con ella es la curva N M Q, pasan mas allá de los puntos de tangencia que determinan esta curva hasta tocar en el terreno, el encuentro de todos ellos con este ocasionará otra curva N *a'* Q que limita la sombra *arrojada* de la montaña.

621. Esta sombra que en la proyeccion del terreno por curvas de nivel (fig. 241) sería *b* M N *d*, se suprime del todo en los dibujos topográficos y solo se admite la sombra propia que es la que oscurece toda la parte *b* P M *d*, contraria á la luz. La razon de semejante exclusion es que la sombra arrojada impediría la clara descripcion de los objetos colocados hácia esta parte, y en esta clase de dibujo se debe preferir la claridad y exactitud al buen efecto. Sin embargo: esto se entiende con las montañas ó fuertes ondulaciones del terreno, que respecto á los detalles, como construcciones, árboles, &c. conservan sus sombras arrojadas, que dán animacion y claridad al plano, ayudando á conocer la altura de los cuerpos que la producen, pues siendo el rayo de luz de 45°, la sombra debe ser igual en longitud á la altura vertical de los objetos.

622. Elígese en efecto con semejante inclinacion el rayo de luz por esta y otras consideraciones; pero en la manera de comprender su verdadera posicion, se cometen algunos errores. Los Arquitectos é Ingenieros que para la representacion descriptiva de los objetos distinguen dos planos de proyeccion, á saber, el horizontal y el vertical, suponen por una convencion especial que el rayo de luz, siendo la diagonal del cubo, forma ángulos de 45° con ambos planos y lo mismo sus proyecciones con la línea $x\ z$ (fig. 243), ó *línea de tierra*. Tales son las $a\ b$, $a'\ b'$. En semejante caso, para la proyeccion vertical de cualquier cuerpo sirve la vertical del rayo, lo mismo que para la horizontal su correspondiente, tirando á una y otra paralelas y hallando sus trazas, y por querer seguir quizás este principio en topografía, no falta quien presente iluminados sus planos con la proyeccion $a\ b$ del rayo de luz, poniendo (fig. 244) toda la parte M O N en sombra.

623. En buen hora que cuando se dibujan los jardines de un edificio, cuya planta se lava segun el principio admitido, se pongan las sombras de los árboles y demás parte de vegetacion, con la misma direccion que lo restante del plano por no caer en contradiccion, pero cuando se trata de topografía, en que los edificios y aun los pueblos no son mas que un incidente, es preciso recordar como se dijo en la introduccion, que no se admite mas que un plano, y por tanto mas que una proyeccion, que es la horizontal.

624. Sería pues error lamentable que despues de haber partido de esta base racional para todas las teorías topográficas, al tiempo de iluminar los planos apelarémos á la proyeccion horizontal del rayo de luz, creyendo que la manera de iluminar el terreno segun la figura 241 es por un rayo de luz conforme á la proyeccion vertical.

625. Creemos que así han reflexionado los que sombrean los planos segun la figura 244 por el deseo de innovar la convencion mas universalmente conocida, á no ser que consideradamente opinen de este modo bajo otro aspecto. En efecto: proyectados los cuerpos en el plano horizontal, pueden recibir la luz del lado que mejor convenga y con la inclinacion aceptada de 45°. Puede ele-

girse pues la posicion del rayo tal como la *a b, a' b'* (fig. 245) en que se supone las proyecciones paralelas en el sentido de la flecha ó en el otro sentido en que están las *c d, c' d'*. La primera posicion es pues la convenida, y la segunda puede ser la propuesta sin necesidad de suponer contradiccion. Aun así no conviene aceptarla, á pesar de que parece que concilía las plantas de los edificios con los planos topográficos; pues así como se prefiere el dibujo de luz oblícua al de luz cenital, por ser el mas conforme con la naturaleza que nosotros vemos; asímismo se sigue adoptando la direccion del rayo de luz como se ha indicado para iluminar los cuerpos de un modo mas acostumbrado y fácil de verse en la realidad.

626. El sistema de luz cenital es mas científico porque luz y proyecciones todo se admite de la misma suerte, sin tener que suprimir sombras arrojadas y facilitando mucho á la inteligencia del terreno mas ó menos escarpado, por su mas ó menos oscuridad. Tambien es mas fácil y metódico este dibujo, si bien deja menos alvedrío al dibujante.

627. Pero el sistema de luz oblícua, si bien está en contradiccion con las proyecciones, hasta el punto de iluminar fuertemente las faldas escarpadas y ponerse en completa sombra las suaves, es sin embargo mas fácil de comprender por las razones enunciadas, y ofrece mas recursos artísticos al dibujante.

LECCION TRIGESIMA-SEGUNDA.

DE LOS PLANOS TOPOGRAFICOS EN GENERAL.

628. En los planos topográficos podrá acontecer que el terreno sea llano, montañoso ó partícipe de ambas circunstancias. Siempre se expresarán en él todas las cosas de que hablamos en la introduccion y de que nos ocuparémos en esta última leccion de la Topografía. Para ello es menester tener presente que los planos se hacen á la pluma, lavados con medias tintas, con medias tintas y á la pluma, con colores, y con colores y pluma.

629. Planos á la pluma son aquellos que se ejecutan en efecto con ella, sin que entre para nada el pincel. Para trazar un plano de esta suerte sigámos la série de las operaciones, y supongámos que despues de sacados los apuntes del terreno se ponen de lápiz en limpio. En el plano se supone que entran todas cuántas cosas se necesitan figurar en la práctica.

630. Anotada la direccion de los caminos, de los rios, los lagos, los terrenos pantanosos, la extension de monte bajo, erial, &c., designada la de los olivares, viñedos, tierras de labor, con las divisiones de heredades; figurados los pagos de huertas, los caseríos, los campos, las poblaciones y por último las montañas con sus curvas de nivel y sus rocas, todo de lápiz, se comienzan á pasar de tinta, sin necesidad de pegar el papel, por la que hay de revolverlo á cada instante, los caminos, las orillas de los rios, los caseríos y poblaciones, dejando en el lápiz las curvas de nivel del terreno montañoso, los límites de los pantanos, monte bajo y demás cosas

que no pueden ser recortadas sino perdidas, ó confundidas con el terreno.

631. Hecho esto conviene empezar por la parte llana del plano y por todo lo que en él naturalmente se encuentra, como las aguas y tierras cultivadas ó sin cultivar, &c. Las aguas sabemos que se dividen en corrientes y paradas, y comenzando por ellas trazarémos las aguas corrientes, como son las de los rios, arroyos, &c., por medio de líneas muy finas paralelas á ambas orillas y que se vayan ensanchando hácia el medio. Las aguas paradas se figuran con líneas paralelas al lado inferior del plano é interrumpidos con blancos del papel.

Las aguas de los rios se dificultan cuando tienen isletas, en cuyo caso es preciso ceñir las orillas de ellos con las líneas paralelas que siempre siguen la misma ley. Las aguas de los mares se figuran como las de los rios, esto es, ciñéndose mas y mas las líneas hácia las orillas ó separándose hasta perderse en el marco del papel.

Las aguas pantanosas se figuran intercalando entre las líneas horizontales interrumpidas de las aguas paradas, vegetacion que será tanto mas abundante, segun el terreno sea mas ó menos pantanoso.

Las lagunas se figuran como aguas paradas ó como corrientes segun tengan ó no comunicacion con rios ó arroyos. Los grandes lagos se representan como los mares. (a)

632. En punto á los terrenos deben distinguirse al golpe de vista los cultivados de los no cultivados, porque en los primeros se vea una irregularidad en el dibujo que debe desaparecer de los segundos. En los terrenos de labor se trazan como se ha dicho, los pedazos ó heredades en que se dividan las grandes porciones de sembradura, y despues se imitan los surcos del arado por líneas de puntos ó interrumpidas de diversos modos, variando la direccion

---

(a) Tanto de las aguas como de los terrenos daríamos para ejemplo un ejercicio gráfico, si no estuviéramos persuadidos que estos tratados no son á propósito para enseñar el dibujo de los planos. Para esto hay cartillas que tienen toda clase de ejercicios, y de estas nos proponemos formar mas adelante una.

de ellos para cada pedazo, que no se debe rellenar sino con arte y soltura.

En las huertas se hace casi lo mismo, solamente que los cuadros son mas reducidos y la labor se debe indicar con líneas mas juntas y variadas, para recordar las distintas clases de vegetacion. Los árboles generalmente sin colocacion sistemática con su sombra propia y arrojada y los setos y vallados dán á esta clase de dibujo mas animacion.

Los jardines se dibujan con sus figuras caprichosas, calles, fuentes, &c. y con esa mezcla de regularidad y confusion que les dá carácter.

Los olivares se representan con su separacion *en marco real ó á tres bolillo* segun escala, y teniendo en cuenta no dibujar árboles descompasadamente grandes ó chicos con relacion á las demás cosas del plano.

Las viñas se trazan por unos puntos, tambien puestos en cuadrícula ó formando triángulos entre sí, ó con una especie de 5 atravesado con un pequeño trazo, para figurar las cabezas de las cepas. La representacion de estos terrenos varía segun el plano sea de mayor ó menor escala.

El monte bajo en los terrenos no cultivados, se figura con grupos caprichosos de vegetacion oportunamente distribuidos con los claros. El bosque se dibuja casi lo mismo, con diferencia de ser mayores y mas juntos los grupos.

En el terreno erial se entremezclan piedras, pequeñas matas, &c., resultando el dibujo mas claro que en el monte bajo. El arenal, las orillas del mar, los bancos de arena &c., se representan con puntos á manera de miniatura. Los bajos en los rios se indican con líneas de puntos.

633. Así se vá rellenando el terreno con todas sus circunstancias hasta llegar á las montañas, que comenzándose á dibujar por arriba con toda la fuerza de claro oscuro necesario, se ván degradando hácia el pié, cualquiera que sea el sistema usado. Algunos ponen especial cuidado en que los trazos sean muy seguidos y otros dejan mas flexibilidad al pulso sin cuidarse de que resulten mas ó menos movidos. El trazo se tira siempre normal á las curvas

de nivel y hácia el pecho, rodeando el papel y levantando de pronto la pluma al llegar á la curva de nivel mas baja. Por el contrario, se arrastra hasta que muera el trazo suavemente, cuando se vá á unir la montaña con el terreno llano. Los trazos se deben ir apretando y juntando con entera graduacion hácia la sombra sin confundirlos unos con otros y sin engrasarlos mas de lo que permita la flexibilidad de la pluma.

634. Las rocas necesitan indispensablemente una mano diestra en el dibujo natural y producen con sus filamentos de luz, sus medias tintas y toques de oscuro fuerte en las quebraduras muy buen efecto en los planos, especialmente si coronan la cima de las montañas. Conviene distinguir las rocas naturales de las piedras movidas artificialmente, los cantos rodados de las lajas desprendidas, y así de las demás clases de piedras y rocas.

635. Tambien debe ponerse especial cuidado en el picado de las distintas clases de vegetacion que generalmente confunden los principiantes, consiguiendo resultados tan duros que con facilidad se confunden los matorrales con los riscos, cuando en los primeros debe expresarse el movimiento y diafinidad por el picado suelto, y en el segundo emplearse las líneas secas y angulosas.

636. Los edificios por último se trazan rayando las manzanas de las poblaciones con líneas paralelas y poniendo los repletones en su sitio correspondiente, ó supriméndolos si la luz es cenital.

637. *La entonacion* es el resultado que favorece ó perjudica al mérito de un dibujo, aunque sus detalles estén perfectamente ejecutados. Se debe pues seguir una degradacion constante y perfectamente relacionada segun las alturas, para que no se vengan, por ejemplo, los rios sobre las montañas, como acontece en los dibujos de los principiantes. Así que las crestas de las montañas, y de estas las mas altas sobre las otras, se destacarán por fuerza de claro y oscuro. Despues siguen los bosques espesos, el monte bajo, los edificios, tierras de labor &c. Las *aguas de los rios* en fin, deben dibujarse muy ténuemente para que resulte un plano de media tinta muy bajo, y así como el paisista vá degradando los términos segun se alejan del espectador, tambien se alejan los del dibujo topográfico en este sentido, con la diferencia que el ter-

reno se concibe á *vista de pájaro*, ó mejor con el punto de vista en el infinito.

638. Los PLANOS LAVADOS pueden serlo á medias tintas y con colores. Llamamos á medias tintas cuando se emplea en efecto un color bajo convencional para todo él, sin distincion de objetos. Un plano de esta suerte se dibujaría de lápiz como si fuera á la pluma, se le pasarían de tinta los caminos, rios y demás líneas y despues se daria una aguada general de medio color, como sepia baja, tierra de Siena &c., lavándose con tintas desvanecidas de tinta de China ó sepia las montañas, segun el sistema de luz. En este caso se pasan las curvas de nivel ó se figuran con arte á la pluma, concluyendo con ella toda clase de terrenos, rios &c. Hay cartillas en que usan este medio color extendido en todo el plano, excepto en los rios y arroyos que lavan con azul bajo ó que dibujan á la pluma como se ha referido, con la diferencia de ser la tinta azul. Para destacar mucho en estos planos se valen del blanco del papel, del fuerte de sepia y tinta de China y de la media tinta general y desvanecidas.

En algunos planos antiguos se veían las montañas lavadas con aguadas suaves de tinta de China y encima ponían los trazos, que necesitaban menos cuidado y arte.

639. Pero los planos que despues de los de pluma, necesitan mas estudio y producen mejor resultado son los de color. En ellos como principio general y lógico deben emplearse los mismos colores de la naturaleza, desechando los convencionales adoptados por los autores de cartillas. Nada mas repugnante que buscar analogías de colores con los terrenos, como el violado ó vinoso para las viñas, para producir un conjunto abigarrado que nadie comprende y que ofende á la vista.

Los planos coloridos se hacen para manifestar con toda la belleza de la verdad los terrenos. Para apelar á convenciones, mejores son las medias tintas ó mejor los planos á pluma por muy ligeros que se hagan. Por tanto la verdad debe campear en los colores, aprendiéndose con la contemplacion de los terrenos vistos desde las altas montañas, la manera de emplearlos.

640. El uso de los colores convencionales ha provenido sin

duda de no saber distinguir, por ejemplo, varios terrenos de vegetacion, si en todos ha de haber el color verde; pero bien pronto nos convenceremos de que esto no es dificultad ninguna para el buen dibujante.

641. Siguiendo el órden que antes usamos, dirémos que las aguas corrientes ó paradas se coloran con azul índigo sumamente claro, ó de Prusia que es mas limpio y brillante. En las *paradas* se dán pinceladas horizontales sobre el fondo mas claro, y en las corrientes se extiende una aguada de azul hácia las orillas que producen sombra ó se suprime cuando la luz es cenital. Debe evitarse la exageracion en esto, pues como lo que se quiere figurar es la suave oscuridad que toman las aguas por la sombra que sobre ellas arrojan las orillas, algunos principiantes dán dos ó tres aguadas y convierten con esto la superficie plana de los rios en cóncava ó convexa. La fuerza en el azul, es otro de los errores en que ordinariamente caen sin acordarse de la trasparencia de las aguas y de que los rios son los últimos términos del plano.

642. Las aguas de los mares tambien extendidas con suavidad, son de ese verde que le es propio, con aguadas á las orillas segun sea ó no la luz cenital. Cuando la luz es oblícua, dichas aguadas se extienden mas ó menos segun sean rocas altas ó playas bajas las orillas del terreno.

Los lagos de aguas salobres se consideran como aguas de mar.

Las aguas estancadas donde se cria vegetacion, se pintan con fondo azul y manchas ó pinceladas verdes.

Por el contrario el terreno pantanoso se representa con fondo verde y manchas azules, predominando mas ó menos segun sea mas ó menos pantanoso. Los malos coloristas de planos recortan estas manchas de modo que consiguen un efecto detestable y para evitar que ninguno caiga en este defecto, las manchas, así como el fondo se darán con dos pinceles metidos en la misma asta, volviendo uno y otro segun convenga y haciendo que con el color fresco, se confunda el azul con el verde y el verde con el azul sin que resulten recortes.

643. El color verde en estos terrenos debe ser bajo y en consonancia con el azul empleado, asentando sobre las manchas verdes el picado de la vegetacion que representan.

El *campo de pastos* se colora con verde bajo tambien, como para figurar que resalta poco del terreno, y encima se figura alguna vegetacion con yerbas, pero muy ligera.

Mas fuerte es el verde de las huertas sin que desentone nunca y diferénciase del campo inmediatamente, porque sobre su fondo se dibujan los cuadros de las hortalizas que son las mas pequeñas de las labores campestres.

644. Los árboles en particular se lavan con sus colores mas propios, pues el verde del olivo difiere del de la morera y este del de la encina &c. Segun sea el tamaño del árbol, así se le dán dos, tres ó mas tonos de verde y algunos se pican encima de tinta con su sombra propia. La arrojada se dá con una aguada muy ligera de sepia ó mezcla de tinta de China y tierra de Siena.

645. Tanto en el plano á pluma como en el colorido, debe cuidarse mucho que las sombras de los árboles y demás objetos sea paralela, por lo que de cada árbol se tirará una línea de lápiz con la direccion del rayo de luz; pues hay discípulos que confiándose demasiado, trazan á ojo sombras que ván en distintos sentidos, error y fealdad que debe evitarse. Excusado es recordar que en los planos de luz cenital se suprimen las sombras, que en los coloridos son de la misma tinta para todos los cuerpos.

646. Aprendido esto, los olivares se representan con fondo de color de tierra de Siena y los árboles de su color.

Las viñas con la misma tierra de Siena tostada ú otra algo mas baja ó *sin tostar*, figurando las cepas como se ha dicho para el dibujo á pluma de tinta verde.

Al monte bajo se le dá un fondo de verde manzana claro, y despues se distribuyen los grupos de matorrales y arbustos con colores verdes mas ó menos degradados y con sombras arrojadas si el sistema de luz lo permite.

El bosque puede tener su fondo de siena tostada y grandes y mas espesos grupos verdes de vegetacion que en el caso anterior, con sombras tambien espaciosas y largas.

Los jardines que se deben parecer á las huertas, tendrán sus calles, alamedas, árboles sueltos &c., perfectamente imitados y se salpicarán los cuadros de diferentes colores.

Las tierras de labor cuyo fondo es el general del terreno ó de Siena tostada, tendrán sus repartimientos en porciones ó heredades, rayadas con paralelas de pincel de otra siena mas oscura ó de verde, segun la caña del trigo ó cebada.

Los terrenos eriales se coloran con fondo de siena y manchas verdes dadas con dos pinceles como en los terrenos pantanosos.

Las orillas de arena, arenales, bancos de arena &c., se figuran con siena sin tostar y puntos de tinta de China ó siena tostada.

647. A las montañas se dá una tinta general de siena tostada y se lavan con sepia ó tinta de China mezclada con siena, animándolas con piedras y arbustos de sus colores naturales y sin perder nunca las curvas de nivel.

Las rocas se coloran con siena, sepia, tinta de China y dejando en el blanco del papel las aristas ó juntas y filamentos.

Los caseríos y pueblos se lavan con una aguada baja de carmin y repletones del mismo color. Algunos usan tintas convencionales segun los edificios sean civiles, militares ó religiosos.

Por último: los proyectos de carreteras, caminos de hierro &c., se indican con tinta roja.

648. Los autores de cartillas se entretienen en detallar menudamente las proporciones en que deben usarse los colores, las partes de agua que en cada cual entra y sus mezclas entre sí. Nosotros apuntarémos solo que el número de los elementales es corto (357), y que deben preferirse sus combinaciones á los demás colores que traen las cajas.

649. Los colores son terrosos ó á la miel, pero se emplean los primeros, pues la frescura de los planos y su brillantéz resultan del uso mas bien que de la naturaleza de los colores. La franqueza y pulcritud son cualidades necesarias junto con la armonía y entonacion en los términos y colores, para la buena consecucion del plano.

650. Algunos guiados por el ejemplo de cartillas extrangeras hacen los dibujos de montaña á la pluma y los iluminan de colores despues, produciendo este efecto mixto; pero ni estos ni los planos de medias tintas, ni de medias tintas y á la pluma son los mas usados, prefiriéndose los de pluma solo y los de colores. Los

primeros necesitan mas trabajo y destreza, los segundos mas franqueza y frescura.

651. Llama la atencion de los autores las letras que se necesitan en los planos. De poco serviría á la verdad toda la delicadeza de un plano y su buena entonacion, si con letras deformes se escribiesen los nombres de los rios, pueblos, caseríos, sierras y demás circunstancias. Por eso se trazan con arte y si conviene hasta en la significacion de ellas; pues las letras que indican cabeza de partido no se emplean para designar los pueblos subalternos, ni los rios, caminos &c.

652. Las letras mas comunes son la romana recta, la romana inclinada, la itálica recta, la itálica inclinada, la redondilla, y la gótica ó de adorno para los encabezamientos. Sin embargo, nosotros recomendamos las letras mas sencillas sobre las muy exornadas y entretenidas que quitan importancia mas bien que se la dán á los planos.

653. Por último: los *signos* contribuyen para aclarar el objeto representado si la escala es muy pequeña. Estos signos guardan siempre alguna analogía con lo que recuerdan, y tanto para esto, como para el uso de letras, mezclas de colores, diapason de tintas y de los demás pormenores de que se hablan en las cartillas y autores de Topografía, trasladamos á ellos á los lectores; siendo la viva voz y el ejemplo la mejor leccion en tales cosas.

AGRIMENSURA.

LECCION XXXIII.

INTRODUCCION.

654. La Agrimensura es una ciencia teórico-práctica, la mas antigua quizás de todas las matemáticas, pues fué la mas primitiva de que tuvo necesidad el hombre.

Concíbese que comenzaría esta por poner en práctica todo aquello que con mas urgencia necesitaba para su desarrollo material, no sin meditarlo antes segun los recursos de su civilizacion primitiva, y como desde que se asentaron las familias en un punto de la tierra dejando las tríbus de ser errantes, tuvieron propiedad en los campos y estos habian de medirse y repartirse, nació inmediatamente la Agrimensura, cuya repeticion de operaciones, aprendidas y mejoradas de unos en otros, constituye la teoría, viniendo las matemáticas elementales en época de mayor adelanto, pues no son mas que abstracciones de lo observado en la práctica. Cuando estas matemáticas elementales se llegaron á poseer hasta cierta altura, se aplicaron de nuevo á las exigencias de la vida, pues para esto meditó el hombre sobre ellas, y por esta razon necesita la Agrimensura ahora de una porcion de conocimientos elementales, y en especial de la Geometría de que es una aplicacion inmediata. La Trigonometría es indispensable si se han de saber multitud de cosas interesantes y mas indispensables que todas, la Aritmética con nociones no escasas de Algebra.

655. La *etimología* de la palabra es la mas fácil *definicion* de la Agrimensura, compuesta de las voces latinas *Ager* el campo y *mensura* la medida; pues en efecto significa y tiene por objeto primordial la mensura del campo. Además entiende en otras cosas muy importantes cuyo conocimiento se obtendrá al examinar las partes en que se divide, que son las siguientes:

656. División de la Agrimensura.—Primera parte.—Conocimiento de las tierras. Cuando el Agrimensor es llamado á apreciar un terreno, si es muy práctico conoce en seguida su calidad, despues de recorrido, y en efecto la primera parte de la Agrimensura que se nos ocurre es dar á conocer las tierras segun sus elementos constitutivos, propiedades y demás datos que se necesitan para reconocerlas y avalorarlas.

Segunda parte.—Levantamiento de planos. Despues de saber en qué clase de terreno se está, es indispensable que el Agrimensor sepa hacer un traslado ó copia fidelísima del terreno, en tal manera que se obtenga en el papel su forma y extension; para acompañar esta *descripcion gráfica* ó *plano* á los documentos de propiedad, ó para otros fines interesantes al propietario. Esta parte ó séase la del levantamiento de planos, es la mas larga de la Agrimensura, como que constituye una ciencia tan profunda y extensa, como es la Topografía ya explicada.

Tercera parte.—Dibujo de planos. Despues de levantado el plano, lo que sigue es ponerlo en limpio y dibujarlo en tal manera que no haya un atraso demasiado grande entre los que haga un Agrimensor y los otros profesores de carrera mas extensa, pues esto demostraría una falta de cultura impropia de hombres ilustrados. Esta parte figura en su lugar correspondiente de la Topografía.

Cuarta parte.—Medicion de tierras. Cuando ya sabe el Agrimensor levantar planos y dibujarlos y copiarlos ó reducirlos, puede ya pasar al resultado de su profesion, comenzando por saber medir el área contenida dentro del perímetro cuya figura se representa en el plano, ó séase para saber decir con verdad cuantas unidades de extension superficial tiene la porcion de tierra que á su pericia se les confia.

QUINTA PARTE.—DIVISION DE HEREDADES. Conocida la extension de un terreno, puede en seguida dividirse ó subdividirse segun convenga y con los datos que puedan ocurrirse; pues unas veces será en proporciones equivalentes en superficie, otras en lotes ó partes proporcionales, ya partiendo las líneas de division de un punto, ó ya cumpliendo con una condicion cualquiera. *La division de heredades* es pues una de las partes mas científicas de la profesion, no pudiéndose explicar desahogadamente sin auxilio del álgebra; pues con solo las nociones geométricas y aritméticas se coarta mucho el Agrimensor en el mayor ensanche que debe procurar á sus atribuciones.

SEXTA PARTE.—DESLINDES. Hecha una division, se pierden los datos y es preciso volverla á hacer, ó separar aquellas porciones segun consta que debe hacerse, y entonces entra *el deslinde* que vuelve á cada propietario lo que le pertenece, marcándole las líneas divisorias de sus tierras.

SÉTIMA PARTE.—APEOS. Mas á pesar de hecha una division y vuelta á restablecer por el deslinde, no se confirma si no se ponen en el terreno ciertas señales, que indiquen donde acaban las propiedades de los unos y donde comienzan las de los otros, y á esto se llama el *apeo*, operacion sencilla que nos entretendrá poco en este tratado.

OCTAVA PARTE.—AFOROS. Esta parte de la Agrimensura, nos enseña á conocer el volúmen y cantidad de los productos agrícolas, que las tierras á cada propietario le producen.

NOVENA PARTE.—Por último: á lo expresado sigue la *Agrimensura legal* y la práctica de esta profesion, limitándonos nosotros á insertar algunas tablas útiles en el desempeño de la misma.

657. Vemos que en esta division de la Agrimensura se sigue un órden lógico y natural, pues comenzando por conocer lo que es la tierra en sí, sabemos luego hallar la forma de una porcion

de la misma, despues su superficie y dividirla en cualquier número de partes ó como convenga, deslindar esta division, confirmarla de un modo material que sirva para respetar la propiedad, y por último sabemos lo que produce esta, sea en granos ó caldos, acabándose siempre por aprender la parte legal y práctica del Agrimensor, como sucede en las otras profesiones.

Conocidas la segunda y tercera parte que anteceden en este tratado, solo nos falta hablar de las *tierras*, *de su medicion*, *division*, *deslindes*, *apeos y aforos*.

CONOCIMIENTO DE LAS TIERRAS PARA AVALORARLAS.

LECCION XXXIV.

TIERRAS ELEMENTALES.

658. Por tierra se comprende en general el conjunto ó reunion de todos los detritus ó descomposiciones de los cuerpos de la naturaleza, sean orgánicos ó inorgánicos. De las rocas que constituyen la costra del globo terráqueo, se desprenden lajas mas ó menos grandes, las que se ván triturando de cada vez mas, hasta convertirse en partículas muy pequeñas, y á las que se agregan las de los vegetales y restos animales, que despues de entrar en putrefaccion se descomponen, formando todo esto una reunion de todos los cuerpos de la naturaleza que se resuelven en *tierra*. Pero las partículas que proceden de cuerpos orgánicos solo constituyen la capa exterior superficial, ó capa vegetal de los terrenos; pues el fondo ó suelo se compone de tierra mineral, ó procedente de las rocas.

659. La tierra no solo es el suelo donde insisten las plantas, sino que de ellas sacan los jugos de nutricion que les dán vida; pudiendo decirse que influye en la vegetacion de dos maneras distintas, bien natural ó sustancialmente por la calidad y clase de jugos que presta, ó ya artificial ó mecánicamente por la disposicion, labores ó preparacion que las tierras tienen, para que los fluidos atmosféricos y abonos ejerzan sobre la vegetacion los fenómenos que le son naturales.

660. En efecto: las tierras se han de disponer de suerte que las penetre bien la luz, cuya influencia está demostrada suficientemente en la vegetacion: las aguas deben penetrarlas tambien

por todas partes, á fin de que estas diluyan las partículas alimenticias que contienen; para que se concreten con las plantas y les sirvan de nutricion, y la accion del calor debe tambien sentirse libremente en la vegetacion, para que su desarrollo se verifique alternativamente con la accion de las aguas; pues como verémos mas adelante, la detencion demasiado prolongada de aquellas junto á las raices le es nociva.

661. Como las tierras son distintas, distintos son sus jugos nutritivos, y en la naturaleza se observa constantemente que á unas plantas le son mas simpáticos unos jugos que otros; pues en unos terrenos se crian espontáneamente unos vegetales y en otros terrenos otros distintos, de tal suerte, que si se quisiera trastornar su accion natural, cambiando los primeros con los segundos, no prevalecerían ninguno de los dos, á menos que el arte no los favoreciese.

662. Esto enseña á conocer que en realidad no hay tierras totalmente estériles ó malas para toda vegetacion; sino que es necesario conocer sus elementos constitutivos é índole, para aplicarles las plantas que han menester con preferencia á sus jugos.

663. Si se quisiera habilitar dichas tierras para la vegetacion especial de cualquiera clase de plantas, habría que *abonarlas*, esto es, prepararlas convenientemente para que se verifique la accion *sustancial* y *mecánica*, que son necesarias á la nutricion y desarrollo de los vegetales.

664. Pero para *abonar* una tierra ó prepararla es preciso conocerla de antemano. Para esto ya hemos dicho que fuera de la capa vegetal, todo terreno tiene un suelo ó fondo compuesto de tierra mineral ó procedente de las detritus de las rocas; preciso será pues conocer qué clase de tierras son las que constituyen dicho fondo.

Este se compone de cierta clase de tierras que llamarémos *elementales*, por tener cada cual su carácter distintivo y peculiar que impide el confundirla con las otras, y por constituir la capa exterior de la costra de la tierra.

665. Estas son la *arcilla*, la *arena*, la *cal* y el *yeso*. De cada una de ellas nos ocuparémos separadamente, concluyendo por hablar tambien de la tierra vegetal.

I.

ARCILLA.

666. Composicion química. La Arcilla es un bisilicato ó silicato doble de alumina, ó mineral compuesto de silice y alumina perteneciente á los reconocidos con el nombre de *sales*.

667. Formacion de la Arcilla. Procede de las rocas *sílico-aluminosas*, ya sean *feldespáticas*, *cuarzosas*, *micáceas*, *basálticas* ó *graníticas*, que se componen de los elementos de las anteriores; pues á consecuencia de los grandes aluviones y trastornos atmosféricos, se separan lajas ó grandes trozos de las cimas de dichas rocas, que arrastran las corrientes, redondeándolas por el contínuo choque y roce hasta convertirlas en cantos rodados. Estos vuelven á chocar y fracturarse en su caida, y sus pedazos pierden de nuevo sus filamentos por el roce al arrastrarlos consigo las aguas, y se convierten en los *guijos*, resultando de una y otra fractura y del rozamiento que el movimiento ocasiona, la *arena*, parte mas gruesa de los detritus, y la *arcilla* parte mas ténue que llevan consigo los rios, depositándola en bancos divididos por capas sucesivas, en las que las arenas ocupan las mas bajas á causa de su mayor peso, y las arcillas las superiores como ligeras y flotantes sobre las aguas.

668. Caractéres y propiedades físicas. Las arcillas son compactas y opacas, sin afectar ninguna forma cristalina, suaves al tacto y pegajosas si se tocan con el lábio, tienen un olor *particular* que las distingue de los demás minerales y afectan distintos colores segun el óxido metálico que las tiñe. Generalmente son amarillas, pardas ó azuladas, su fractura es terrosa ó algunas veces hojosa, y su dureza es muy escasa, pues se rayan con la uña.

Se mezclan con el agua hasta absorver dos veces y media mas que su peso, en cuyo caso aumentan de volúmen. Amasadas con el agua son plásticas y tenaces, razon por qué se emplean en la alfarería y escultura, y cuando sueltan el agua por la accion del fuego, se endurecen hasta el punto de que heridas con el eslabon produzcan chispas, por lo que de ellas se hacen los ladrillos, especie de piedras artificiales para la construccion.

La arcilla no hace efervescencia en los ácidos. Es tan abundante en todo el globo, que se halla formando montañas enteras y gruesas copas, pero en particular en los terrenos de acarreo ó modernos y á poca profundidad de la capa vegetal. Hay multitud de variedades de arcillas, entre las cuales distinguen los mineralogistas las tierras de porcelana, gredas, arcilla esmética ó tierra de batanero, arcilla abigarrada, margosa, ocreosa, betuminosa, esquistosa, aluminosa &c.; pero nos atenemos á la vulgarmente denominada greda.

669. Propiedades para la vegetacion. A causa de ser demasiado compactas las arcillas, no admiten con facilidad las aguas y demás agentes ó abonos atmosféricos que las plantas necesitan, y una vez admitidas las aguas, no se evaporan luego que han contribuido á la nutricion de ellas, sino que se mantienen junto á las raices pudriéndose éstas y por consiguiente destruyéndo la vegetacion. Durante el invierno se endurecen á causa del mucho frio, así como durante el verano se contraen de tal modo con la accion del calor, despues de que por su causa se deseca todo el agua, que se abren grietas por todas partes, y verificándose este movimiento, se desgajan las raices y se lastiman las plantas en tal manera, que mueren por este motivo.

Estas son razones suficientes para que la arcilla pura sea por sí sola ineficáz para la vegetacion; mas como hay tantas variedades de terrenos arcillosos, no se puede decir en absoluto la manera de mejorarlos mientras no se conozcan, en razon á que hay terrenos arcillosos buenos, mientras que otros son malos.

670. Las arcillas se labran con gran trabajo cuando están secas, por la mucha coherencia de sus partículas, y no son menos molestas de trabajar cuando se humedecen demasiado; porque

por la propiedad de ser pegajosas, pierden mucho esfuerzo inútilmente las yuntas en ararlas y abrirlas convenientemente, dificultades que unidas á las ya indicadas hacen fatigosa la labor, exigiendo esta arados é instrumentos muy fuertes y pesados, y trabajos repetidos y profundos, para cortar y desmenuzar la tierra, esponjarla y hacerla mas porosa y movible, á fin de que las plantas extiendan sus raices con mas libertad, las aguas se reciban con prontitud y prontamente se evaporen despues que mezcladas con las sustancias alimenticias nutran las raices, y finalmente, para que el calorico, la luz y demás agentes, contribuyan á la vegetacion, bajando de la capa vegetal las sustancias que dán mayor vigor y lozanía á las plantas.

Por esta razon á manera que la arcilla sea mas compacta, habrá que ararla mas y desmenuzarla convenientemente.

671. Abono de las tierras arcillosas. Como la mayor falta que tienen estas tierras es lo demasiado compactas que son, si se mezclan con otra clase de tierra suelta y porosa que se interponga entre las partículas de la arcilla para separarlas y formar un compuesto mas suelto y esponjoso, se habrá favorecido la vegetacion; y siendo la arena la mas desunida de todas las tierras, precisamente abona bien la arcilla, produciendo un terreno fértil. La arena de mar, el guijo menudo, las cenizas, las cretas y tierras calizas son excelentes abonos y mas si se consigue mezclar todas estas tierras á la vez, concluyendo siempre por la capa vegetal ó por el abono de tierras procedentes de sustancias orgánicas, animales ó vegetales; pues despues de facilitada la porosidad por la anterior mezcla, el humus ó abono vegetal presta jugos nutritivos en la abundancia que se requiere.

II.

ARENA.

672. Ya vímos que esta tierra es como la arcilla un compuesto de silice y alumina, y sabemos tambien cual es su formacion. Mas en esta clase de arena harémos entrar los detritus de cualquier clase de rocas, no solo de las cuarzosas, basálticas, graníticas &c., sino de las calizas y yesosas.

673. Propiedades físicas. La arena ó tierra silícea no se disuelve con las aguas, resistiéndose á los ácidos, á menos que no influya para esto un alcali para efectuar la vitrificacion de la fabricacion ordinaria. Las arenas son de varios colores y tamaños, y su peso es tambien diverso, aunque siempre mayor que la arcilla, pues se depositan inmediatamente en los senos de los rios ó capas mas bajas. Se llaman *crasas* cuando contienen consigo algunas otras tierras, como la cal y la arcilla, y *lavadas* cuando están sueltas ó se componen de pequeños guijos, ó piedrecitas sin union ninguna entre sí, razon por qué son sumamente movedizas.

674. Propiedades para la vegetacion. Las arenas son por sí solas tan malas ó peores que las arcillas, por tener las cualidades opuestas, es decir, que si en las arcillas no penetra bien el agua y luego se estanca por demasiado compactas, en las arenas entra inmediatamente é inmediatamente se evapora sin dar tiempo á los fenómenos de la vegetacion, y sin diluir tierra alguna de que sacar sustancia, pues la arena como sabemos no se presta á la dilusion.

675. Abonos. El modo de preparar las arenas es el análogo al de la arcilla, es decir, mezclando esta segunda con la primera para darle mas coherencia, trabazon y suministrarle partes ali-

menticias, que pueden concretarse por la accion del agua con las plantas. Los terrenos areniscos ó silíceos preparados con la arcilla, y acaso la cal y otras tierras mas, pues siempre ván todas, aunque en diversas proporciones mezcladas, son fértiles y prontos, labrándose con pocos dispendios y mucha facilidad.

III.

TIERRA CALIZA.

676. Composicion química. La cal, que forma la base de esta tierra, es un óxido de calcio, ó lo que es lo mismo, un cuerpo compuesto de los simples, oxígeno, que es un metaloideo y calcio que es un metal.

677. Propiedades químicas de la cal. Se une al ácido, enverdece el jarabe de violetas, restablece el color azul de los vegetales enrojecidos por un ácido, y no ejerce accion ninguna sobre el gás oxígeno.

678. Propiedades físicas y mineralógicas. La cal es blanca, de sabor acre y cáustico, irreductible por el calor, infusible en los hornos y resistente al fluido eléctrico. Es cristalizable y absorve el agua hinchándose, blanqueándose, desprendiendo calórico y reduciéndose á polvo. Expuesta al aire en la temperatura ordinaria, se apodera de la humedad del aire y del ácido carbónico, aumenta de volúmen, se dilata y se reduce tambien á polvo.

679. Pero no se encuentra la cal pura constituyendo generalmente los terrenos, sino que se forman carbonatos, y el *carbonato de cal* es abundantísimo en todo el globo, bajo mil variedades de minerales ó piedras. En este estado, sus propiedades principales son abandonar el ácido carbónico á la accion del calórico, por

cuya razon se extrae la cal en los hornos de los carbonatos calcareos, no se disuelven estos en el agua, y hacen efervescencia con los ácidos. Se conocen mas de 600 variedades de carbonatos de cal, y entre ellas figuran notablemente el espato calcáreo, los mármoles, los alabastros, las cretas y las margas.

680. Estas dos últimas clases de tierras calcáreas son las que mas nos interesan, y sus propiedades, comenzando por las *cretas*, son: color blanco, textura terrosa fina y opaca, y dureza muy poca pues pintan los dedos. Se pegan tambien al lábio y son bastante ligeras; su peso específico es de 2,252. Se calcinan al soplete, hacen efervescencia con los ácidos como todo carbonato, y están teñidas por algun óxido metálico.

681. Las margas se componen de cal, arcilla y arena, formando un compuesto teñido por algun óxido metálico y con proporciones diferentes de sus elementos constitutivos; por lo que se llaman margas arcillosas, areniscas ó calizas, segun el que predomine de ellos.

Las margas se presentan á veces formando piedras y otras en forma terrosa; pero siempre se desmoronan las primeras al contacto de la atmósfera, y se reducen al estado de las segundas.

Hacen efervescencia con los ácidos, segun predomine ó no el carbonato, absorven la humedad, produciendo ruido al introducirse en agua, su olor es arcilloso, y atraen el oxígeno de la atmósfera.

682. Propiedades para la vegetacion. La cal pura es infecunda, pero mezclada como se encuentra en la naturaleza con las otras tierras, produce terrenos secos y calientes, por cuya razon desarrollan la vegetacion primero que los otros. Son infinitas las variedades de esta clase de terrenos calizos, segun la proporcion en que entran los carbonatos con los otros elementos, ora predominando las arcillas, ya las arenas ó silice, ó la cal. Tambien hace diferenciar estos terrenos la mayor ó menor capa de tierra caliza, el fondo sobre que ella insiste, y el abono ó tierra vegetal que la cubre.

De todas maneras, las tierras calcáreas son por lo general sueltas ó porosas, y por consiguiente perciben bien y con prontitud las aguas y demás fluidos atmosféricos necesarios, facilitando la labranza. Las semillas pueden sembrarse á mayor profundidad.

683. PREPARACION DE LAS TIERRAS CALIZAS. La tierra caliza sirve para preparar los otros terrenos, porque separa sus partes y los hace sueltos y esponjosos, contribuyendo poderosamente á la disolucion de los abonos, pues descompone prontamente todos los restos orgánicos. Pero cuando ella debe beneficiarse á su vez, se la echa tierra vegetal y estiércoles y si es necesario arena, arcilla y margas arcillosas.

IV.

TIERRAS YESOSAS.

684. COMPOSICION QUÍMICA DEL YESO. Este es un sulfato de cal, así como las tierras de que hemos hablado son un carbonato, razon por qué generalmente se llaman tierras calizas á unas y otras.

685. PROPIEDADES Y CARACTÉRES. Esta tierra no hace efervescencia con los ácidos. Es inodora é insípida, de color gris blanquecino, azulado, amarillento &c., soluble en 460 partes de agua, su peso específico es 2,26 á 2,31.

El yeso es blando y á la accion del calórico pierde primero su brillo, si está cristalizado, y se descompone luego produciendo el yeso ordinario; se halla el yeso en capas de diversos gruesos, y segun su color, y en especial su estructura, así toma los nombres de *yeso comun*, *estriado*, *hojoso* y *alabastro*. Pero no nos detendrémos en dar á conocer cada una de estas variedades, por no ser este nuestro propósito, bastando lo indicado para que los Agrimensores principiantes no confundan la cal con el yeso, en razon á que podrían confundirse los caractéres exteriores del sulfato y del carbonato de cal.

Lo referente á terrenos yesosos respecto de la vegetacion, es análogo en un todo á los otros calizos; por cuya razon nos ahorrarémos esta repeticion.

V.

TIERRA VEGETAL.

686. Hemos dicho que sobre la superficie de cualquier terreno sea calizo, yesoso, arcilloso ó arenisco, se extiende una ligera capa ya formada por la propia naturaleza, ya por la industria del hombre, y que esta capa se compone de todo lo que vive, vegeta y perece sobre el haz de la tierra, siendo el receptáculo ó conjunto de todos los cuerpos vegetales ó animales, que pasando por la putrefaccion, llegan á la descomposicion completa. Esta capa exterior de la tierra contiene todos los jugos nutritivos de las plantas, pues el agua los diluye, bajan á las raices que los absorven, y por allí se alimentan para su desarrollo.

La tierra vegetal propiamente dicha, procede de las ramas y hojas de los vegetales que caen sobre la tierra y se descomponen, así como el humus mantillo ó estiercol proviene de los restos animales, todo lo que, combinado con alguna de las tierras elementales que conocemos, constituye la capa vegetal tan necesaria para la nutricion de las plantas.

687. La calidad de esta capa vegetal varía hasta el infinito, segun varía la calidad de los elementos constitutivos que en diversas proporciones la componen, y su grueso varía tambien segun los vegetales que se quieren criar. De uno á medio pié de grueso, basta para los cereales, y excediendo de esto pueden nutrirse cualquiera otra clase de plantas.

688. Es preciso que el humus ó mantillo tenga algun contac-

to con la atmósfera, para que ejerza su influencia con las vegetales; pues si se le echa una capa de cualquiera otra tierra encima, como exceda de cierto grueso, es infecundo y para nada sirve.

689. La tierra vegetal se conoce por su color negruzco ú oscuro. Es esponjosa, se desmenuza fácilmente con la mano, y por consiguiente en las labores embebe el agua y la suelta sin endurecerse fácilmente. De modo, que segun se vé, tiene todas las facultades necesarias para la vegetacion, tanto natural como mecánicamente; pues contiene todos los jugos de la nutricion en grado eminente, al par que se ejerce sobre ella toda la accion de los fluidos atmosféricos espontáneamente, practicándose las labores sin esfuerzos ni dispendios.

690. Sin embargo, no todas las tierras vegetales son igualmente útiles, pues las que proceden de bosques donde los vegetales que caen forman la capa exterior, ó lo mantillos que resultan de la descomposicion de animales, son mucilaginosos y buenos, mientras que los procedentes de terrenos pantanosos y plantas acuáticas no lo son tanto, por no disolverse tan fácilmente el mucílago con el agua.

691. El mantillo por sí solo ó en demasiada abundancia, tambien es nocivo á las plantas que se crian demasiado viciosas y blandas hasta el punto de abrirse al contacto de la atmósfera, ó no pueden brotar y romper por la tierra; pues sus tegidos son excesivamente flojos.

692. Por último: el mantillo ú estiercol mezclado con las otras tierras, constituye la capa vegetal indispensable que forma el abono de ellas; pues el suelo ó fondo lo constituyen las tierras elementales explicadas, preparadas ó no convenientemente, y sobre esto asienta la capa vegetal en las huertas y demás terrenos donde la labor es rica y se quiere una vegetacion especial. Por lo tocante á los terrenos en general, no todos necesitan ni gozan de tantos requisitos.

LECCION XXXV.

CONOCIMIENTO DE LAS TIERRAS.

693. Sabiendo las propiedades de las tierras elementales, ya es mas fácil conocer cuáles son las mejores y peores tierras y lo que necesitan para mejorarse; por consiguiente sabrémos avalorarlas.

Influyen en este conocimiento los colores, tacto, disposicion y profundidad de las capas terreas, los vegetales que en ellas crecen, la manera en que crecen, y sobre todo el análisis químico.

694. Se dice que las tierras negras ó pardas son las mejores, porque segun se ha visto de la vegetal y de todas aquellas en que los diferentes elementos orgánicos é inorgánicos están bien combinados, afectan este color, mas podrá provenir de circunstancias particulares, tales como las tierras mezcladas con ellas, los detritus de carbon de piedra, por ejemplo, y en este caso el color oscuro es accidental á las propiedades de las tierras, quizás malas por este motivo. Así pues, las tierras grises son buenas en algunos lados, mientras malas en otros, y las tierras rojizas producen mucho en partes y en otras poco ó nada. Por esta razon como los óxidos metálicos que tinturan las tierras nada tienen que ver con la vegetacion, nada tiene que ver el color, á menos que no acompañen otras circunstancias.

695. Una de estas puede ser el tacto. Por esto al tomar en la mano un puñado de tierra se deduce si es porosa ó no, si sus partes se desmoronan fácilmente, ó permanecen apiñadas; si tie-

nen miga y son untosas ó secas y poco jugosas, En efecto: esto conduce mas á la verdad, pues las tierras migosas y sueltas son mejores que las duras y aterronadas y secas. Para ver si esponjan ó no, suelen tener los labradores la práctica de hacer un hoyo y sacar la tierra fuera, volviéndola á echar, á fin de conocer si despues de movida aumenta de volúmen, en cuyo caso la reputan por buena. Entonces es verdad que está dispuesta á abrirse y dejar obrar los abonos atmosféricos, animales y minerales segun se requiere, mas se necesitan otros requisitos para conocer mejor las tierras.

696. *Consúltase tambien á la vegetacion* que espontáneamente se desarrolla en ellas para deducir de su fertilidad, pues se cree con sobrado fundamento, que si los medros de las plantas demuestran vigor y lozanía, el terreno es bueno; mas es preciso que se trate de las plantas propias del cultivo y no de ningunas otras, pues como sabemos, plantas que mueren en unos sitios prevalecen en otros y vice-versa. Tampoco todas las veces que vaya un Agrimensor á evaluar una tierra podrá ver su vegetacion especial, ni los motivos por qué se efectúa, razon por la que conviene apelar á mas copia de datos.

697. El *grueso de la capa* y el fondo en que insiste, son tambien cosas dignas de tomarse en cuenta. En efecto: es menester conocer la capa vegetal, las sucesivas de tierras elementales y el fondo hasta cierta profundidad; pues tiene poco valor una tierra, por ejemplo, cuando su capa vegetal ó de tierras elementales es de corto espesor y está asentada sobre roca ó bancos de piedra, guijos, arena lavada ó tierra estéril. Para esto se hacen de trecho en trecho *calicatas* ú hoyos que permitan este reconocimiento, empleándose las *tienta-agujas*, especie de *barrenas de monte*, con las cuáles se orada segun conviene la tierra. Consisten en una especie de chuzos que se arman en su parte inferior de piezas, que unas veces sirven para oradar la tierra comun, otras para romper los cantos rodados ó piedras que se presenten, y otras para sacar lo que constituye las capas inferiores que se registran. Estas piezas se arman segun conviene.

698. Despues de reconocidas las capas, debe tenerse en cuenta

si las tierras son de *regadío* ó de *secano*, áridas ó húmedas. Los terrenos de regadío son superiores á los de secano, en los paises meridionales ó templados y aun en el ardiente; pues en estas tierras la accion del calor y de las aguas, obrando alternativamente y sin faltar una cosa á otra, produce el resultado apetecible en las cosechas.

699. *La situacion* especial del terreno que se aprecia debe tambien consultarse; pues pueden estar las tierras en llanos y valles, laderas, montes y collados. Los valles son siempre los mas fértiles y donde la vegetacion crece con mayor vigor y energía, mientras que en las laderas ó faldas de las montañas ya pierde bastante de su lozanía, y en la cima ó lomas de los collados es mas débil que en parte alguna, porque arrastrando las aguas de estos en su caida, las tierras ligeras y someras que constituyen la capa vegetal ó exterior, la llevan consigo y ván á extenderla en las laderas, acumulándola en los valles que mantienen tambien las aguas por mas tiempo. Esto tiene tambien sus oportunas excepciones.

ANÁLISIS DE LAS TIERRAS.

700. Ya se ha visto como se abonan unas con otras, ó como se benefician para hacerse fértiles, y de lo indicado en el análisis de cada tierra elemental, se deduce, que todas por sí solas son infecundas, habiendo de menester de las otras, para producir la mezcla que se hace en distintas proporciones.

701. Para conocer estas, partámos de un principio para calificar las tierras, y dejando atrás las denominaciones vulgares de los labradores, atengámonos á la sencilla de que las tierras se dividen en *fértiles*, *medianas* é *infecundas*.

702. Para conocer cuáles son las de cada órden respecto á sus elementos sustanciales, se habrá de verificar un reconocimiento ó análisis. Este puede hacerse de dos maneras; advirtiendo

que ambos son prácticos y distan mucho de la exactitud química, aunque se digan análisis químicos.

703. Para analizar la tierra por el primer procedimiento, se toma de distintas partes una porcion corta de tierra, y se deja secar perfectamente para que pierda toda su humedad, se desmorona bien para separar sus partes, y se pasan despues por una criba para limpiarlas de piedras, raices y demás cuerpos extraños. Esta tierra así desmoronada, acribada y limpia se pesa, y en seguida se echa en un vaso capáz de contenerla, mezclándola con tres ó cuatro veces su peso de agua. Esta mezcla se efectúa agitando al par el agua y la tierra para verificarla lo mas completamente posible, y esto conseguido se deja reposar todo el contenido del vaso.

Entonces el humus ó tierra vegetal, como la mas ligera de todas las tierras, sobrenada en la superficie del agua, la arena por su peso vá al fondo y la arcilla ocupa el espacio intermedio. Se aparta la tierra vegetal flotante, quitándose de la superficie del agua, y se pone á secar.

Vuelta á mover el agua si se quiere, y puesta de nuevo en reposo, se inclina el vaso, á fin de que pasando el agua á otro con la arcilla, quede la arena en el fondo, donde se recoge y se aparta tambien, y por último, dejando reposar la arcilla y pasando el agua al primero, se recoge como la arena del segundo vaso, despues de haber echado en él cualquier ácido, para que haciendo efervescencia la cal, esta vaya con el agua en estado de disolucion. Secas las arcillas, arena y tierra vegetal, se pesan cada una separadamente, y se suma el peso de todas ellas para compararlo con el primero, ó el que tenía la tierra examinada antes del análisis, y la diferencia será la parte de cal disuelta. Así pues, si se tomaron 23 onzas de tierra para examinar y despues de pesada cada cual resulta lo siguiente:

Tierra vegetal. . . .	4 onzas.
Arena.	6
Arcilla..	10

Total de la tierra 23—20=3

tres serán pues, las partes de cal que la tierra en cuestion tenía.

704. Tambien puede hacerse el exámen de este modo. Despues de seca, acribada y limpia la porcion de tierra que se quiere reconocer, se pone como antes en un vaso con tres veces su peso de agua, y se remueve fuertemente para verificar la mezcla, dejándola reposar algo para apartar el agua turbia. Se echa otra limpia y se repite la operacion hasta que quede la arena limpia y sola en el fondo. Todas las aguas turbias recogidas se dejan reposar para sacar del fondo del vaso las demás tierras, que se calcinan hasta enrojecerse, con lo que desaparece el mantillo y todas las sustancias procedentes de restos orgánicos. Se pulveriza el resíduo que quedó y sobre él se echa ácido muriático, nítrico ú otro cualquiera para que la cal se disuelva. La arena se pesó á su tiempo, despues los resíduos de las aguas turbias antes y despues de someterlos al fuego, para averiguar la parte de tierra vegetal, y finalmente se vuelve á pesar la arcilla despues de sometida á los ácidos, para conocer el peso de la cal.

705. Se tienen por las mejores tierras, respecto á las de pan llevar, huertas, y las de la mayor parte de las plantas, aquellas en que predomine la arcilla, despues la arena, la cal y mantillo.

Por secundarias cuando la arena y arcilla sean iguales ó casi iguales en proporcion, y la cal mas que el mantillo.

Y finalmente, se reputan por malas aquellas que tienen muy poca arcilla, casi tanta arena como cal y poco ó casi nada de mantillo.

Segun los autores de Agricultura (a), de quien se valen para esto los Agrimensores, las proporciones en que deben entrar las tierras elementales para componer los terrenos, son las siguientes, en el supuesto de considerarse dividida la porcion que se examina en diez partes.

(a) Pueden consultarse á Boutelou, Ortega, Arias y Acosta y otros muchos nacionales con preferencia á los extrangeros.

TERRENOS FÉRTILES DE PRIMERA CLASE.

Tierras elementales.	Partes.	
—	—	
Alumina ó Arcilla.	6	10 partes.
Silice ó Arena..	2	
Caliza.	1	
Humus.	1	

TERRENOS DE SEGUNDA CLASE.

Tierras aluminosas.	4
Idem silíceas.	3
Calizas.	2,5
Humus.	0,5
Total.	10,00

TERCERA CLASE.

Silíceas.	4
Aluminosas.	1
Calizas..	5
Humus..	0
Total.	10

706. Pero además de la vegetacion espontánea de las tierras, su color, tacto y demás caractéres exteriores, el grueso de

su capa vegetal y el fondo de los terrenos, su situacion en llanos y laderas, y por último, su análisis, ó el conocimiento de las elementales de que las tierras ordinarias se componen; se necesita tener presente otras muchas cosas de que nos hablan los autores, y tales son la exposicion de los terrenos al Norte ó Mediodia; la proximidad á las arboledas; la humedad ó sequedad de los climas; la facilidad ó dificultad de adquirir los abonos, ya sean estos de los llamados fluidos, ó ya de los que se conocen con el nombre de abonos animales, vegetales y minerales ó terrosos; la proximidad de los rios ó arroyos; tener ó no las posesiones caseríos, buenos ó malos cerramientos, pozos, norias &c.; estar próximas ó retiradas de poblacion mas ó menos importante; estar ó no afectas á servidumbres públicas de caminos vecinales, veredas, ó de aguas de paso; tener por vecinos dehesas de pastos, y otras muchas circunstancias, que no deben pasar desapercibidas para el perito llamado á dar valores á las fincas rústicas.

En efecto: respecto á la exposicion del terreno, no es indiferente á la vegetacion de las plantas el gozar mas ó menos de la presencia del Sol; pues la luz y el calórico son muy indispensables para el desarrollo de los vegetales, y los terrenos que miran al Mediodia disfrutan por mas tiempo de estos beneficios, siendo además húmedos, en contraposicion de las tierras expuestas al Norte, que son frias y secas. Las alamedas disminuyen con las sombras de sus árboles los efectos del Sol, por cuya razon no conviene su proximidad, ni menos la de los bosques ó montes donde se crian animales dañinos y se hace ordinariamente caza; ni tampoco la de las dehesas de pastos pertenecientes al comun, por los perjuicios que la entrada y salida de los ganados pueden originar. Tampoco es buena la proximidad de lagunas, charcos, canales ó pantanos sucios; pues las emanaciones de las aguas infestas, si algunas veces no hacen daño á las plantas, se lo ocasionan siempre á los que las cultivan.

Las inmediaciones del mar ó de rios navegables son favorables en el concepto de participar de buenos aires y de rocío abundante, pudiéndose exportar los productos de las tierras próximas con notable ventaja respecto de las metidas mas adentro, y siendo fácil establecer canales de riego, molinos y otras obras útiles para la labranza; pero debe tener en cuenta el Agrimensor si las tierras son mas ó menos bajas con relacion á las aguas de los rios; porque si están expuestas á frecuentes inundaciones, estas perjudican mucho, ya sea llevándose la capa vegetal, ó depositando sobre ella el limo ó guijos que conducen.

Las aguas pluviales paradas ó encharcadas por no hallar pronta y natural salida, son dañosas á las posesiones y por esto deben sufrir alguna rebaja en su valor; mas debe tenerse en cuenta que en los climas secos convienen tierras que retengan las aguas por mas tiempo que en los paises lluviosos; aconsejando los autores que los desagües se verifiquen segun aconseja Rozier en su Diccionario de Agricultura. (a)

(a) En el tomo XV, pág. 14, palabra *sanear*, seccion 1.ª del cap. 2.°, véase la traduccion al castellano, dice el expresado autor. «Solo un campo de un labrador muy pobre ó negligente puede ser pantanoso ó anegado, teniendo declive; porque no hay mas que nivelar el terreno, hacer una zanja ó foso principal, y otras secundarias para que corra el agua. Esta negligencia es la causa del miserable recurso, ó mas bien de la costumbre de labrar las tierras á *surcos* ó camellones. Convengo en que una parte del terreno no queda así pantanosa; pero la otra está anegada cosi todo el invierno, y la semilla no germina en ella, ó se pudre si germina. Aconsejo que se hagan zanjas grandes y pequeñas en los paises en que no hay piedras ni guijarros; pero cuando se encuentran á un precio moderado, se debe abrir una zanja principal que atraviese todo el campo, por la parte mas baja: esta zanja podrá tener, por ejemplo, seis piés de profundidad sobre ocho de anchura. Se llenará de piedras y guijarros echados confusamente hasta la altura de cuatro piés, y los otros dos se llenarán con la tierra sacada de la zanja, nivelándola con el terreno vecino. A esta zanja principal corresponderán todas las otras laterales, en número suficiente, y abiertas de la misma manera. Es imposible que si la operacion se hace bien quede la tierra pantanosa ni sumergida en agua, aun cuando rodease por todas partes el campo. De cualquier naturaleza que sea la tierra, aunque sea arcilla, el punto principal es que la zanja madre tenga corriente, indicada por el nivel de una manera invariable. De esta operacion resulta: 1.° que se ganan los dos tercios de la tierra sacada de la zanja, y que echada en los parages bajos los eleva: 2.° que se limpia el campo de guijarros y de piedras inútiles; y en fin, que se sanea por todos sus puntos. La cosecha y la yerba no serán menos abundantes sobre la zanja misma, supuesto que le quedan 18 ó 24 pulgadas de tierra, y ninguna raiz de planta graminea penetra mas de 6 ú 8 pulgadas; y la alfalfa que es la planta de todos los prados artificiales la que profundiza mas, prevalece maravillosamente, aun en las provincias meridionales del reino, donde frecuentemente se experimenta una sequedad muy grande; porque si penetra hasta las piedras, halla en ellas una humedad suficiente para su vegetacion. Hablo de lo que he visto mas de una vez.

Estas zanjas llenas de piedras son excelentes, porque en efecto, ¿de qué serviria un campo ó un prado cortado por todas partes de zanjas descubiertas? Por

707. Una porcion de tierra que constituya una posesion de dominio particular, gana mucho en valor, aunque todas las demás circunstancias sean iguales, comparada con otra que carezca de caseríos, pozos, norias, &c. y las demás comodidades para la conservacion de los aperos de la labranza, para la pronta y mejor ejecucion de esta y para el disfrute de los encargados en verificarla, ó en la conservacion y guarda de los campos. Es evidente que cada una de esas proporciones ó mejoras de que disfruta una finca, se tasarán separadamente; pero aun así y por solo la ventaja de tenerlas favorecen al precio de las tierras. Por igual concepto son favorecidas tambien las que tienen mejores cerramientos y linderos. Las servidumbres de veredas, cualesquiera que estas sean, son molestas y producen á veces daños que se deben tener en cuenta al tiempo de avalorar las tierras.

Por último: la proximidad de las fincas á las poblaciones es de tanta importancia, aun sobre todas las demás causas expuestas, que se puede decir que en los valores ordinarios de las tierras se

---

poco declive que tuviesen, las aguas llovedizas las ensancharían, sus orillas se rebajarían, y poco á poco el terreno situado entre dos zanjas tomaría la figura de un lomo, y el campo quedaría arruinado para siempre. Las zanjas tapadas, al contrario, permiten nivelar el terreno, y formar sobre cada zanja un surco ancho para que se filtren las aguas. Como la tierra que cubre esta zanja ha sido removida muchas veces, no forma nunca una masa tan compacta como la de la tierra inmediata; y así el agua la penetra mas fácilmente, y cuando está penetrada ya, hace el oficio de una criba, dejando pasar á las piedras toda el agua supérflua.

Se me dirá acaso, que los huecos que quedan entre las piedras, se llenarán poco á poco de tierra, que la zanja se cegará, y que el remedio entonces será peor que el mal. Pero yo he visto zanjas tapadas hechas hacía mas de 30 años, y dejaban filtrar el agua tan bien como al principio. Supongámos por un instante que al cabo de este tiempo se cegasen con el uso; ¿las cosechas de 30 años no habrían ya pagado con usuras el gasto? Nadie dudará que el agua que se filtra por dos piés de tierra arrastrará poco de esta consigo, y que llegando á los huecos de las piedras y de los guijarros, correrá con bastante rapidéz para llevarse la tierra que se haya reunido entre ellas. En una palabra, este raciocinio tiene mucha fuerza como he dicho, pero es nulo consultando la experiencia. Convengo, sin embargo, en que si la zanja principal no tiene la vertiente necesaria, se alterará poco á poco, se inutilizará, y pondrá las otras en el mismo caso. Pero esta falta no es de las zanjas, sino del labrador, que ó no ha sabido dirigir la obra al comenzarla, ó no ha cuidado de verla hacer. Siempre que veamos un campo cubierto de agua meses enteros, un prado cargado de juncos, musgos etc., podemos decir que su amo ó es muy descuidado ó muy pobre.»

Hemos tomado esta noticia, por mas que parezca larga, por parecernos útil para el caso, pudiendo consultar el estudioso sobre estos desagües, y sobre las acequias y zanjas los autores que crea oportunos.

forman dos grandes grupos visiblemente separados entre sí, á saber: las tierras de primera, segunda y tercera clase de las *campiñas*, ó puntos mas apartados de las poblaciones, y las tierras de los *ruedos*, ó las de primera, segunda y tercera clase que se labran junto á las poblaciones.

Prescindiendo de que al tiempo de fundar las ciudades y aldeas se debió tener muy en cuenta la benignidad del clima, la bondad del suelo, su mejor fondo y exposicion &c., y sobre todo la abundancia de las aguas, primer elemento de la vida; la circunstancia sola de que las tierras de los ruedos pueden ser inspeccionadas mas á menudo por sus dueños, habitantes por lo comun de las poblaciones, basta por sí sola á realzar su valor, entrando tambien por mucho la mayor facilidad en exportar sus productos, ó darles la inversion que mas ventajas produzca. Ocioso parece señalar que en igualdad de circunstancias, mientras mas importantes son las poblaciones, mas lo son tambien las tierras de sus ruedos.

No siendo estas nociones aun suficientes para ilustrar á los Agrimensores en esta materia, nos extenderémos sobre ella en la siguiente leccion.

LECCION XXXVI.

TASACION DE LAS TIERRAS.—EXPROPIACION FORZOSA.

708. Además del fondo, situacion, capa vegetal, caractéres exteriores y análisis de las tierras; además de su exposicion, de sus disfrutes y proximidades, las tierras varían de condiciones relativamente á las plantas que tienen que producir, y generalmente respecto á la alza ó baja que las posesiones rústicas toman en una comarca, provincia ó nacion.

709. Es indudable que las tierras de pan llevar, las viñas y los olivares varían de valor con relacion á la distinta naturaleza de terreno que necesita cada una de estas producciones vegetales. Aunque el Agrimensor sepa cuales son tierras de primera, segunda y tercera clase en general, conviene que esté adornado de algunos conocimientos sobre cuales son mejores tierras para los granos, ó cuales para el olivo ó la vid, por ejemplo; puesto que no nos podemos extender á mayor número de plantas útiles.

710. Desde luego el espesor de la capa vegetal, como ya habrá podido notarse en las otras lecciones, no es igual para las semillas cereales, que para los arbustos y los árboles. Como se conocen tantas variedades de trigo, pues Linneo cuenta 15 entre estas y sus especies, y á pesar de esto y las añadidas por botánicos posteriores, aun se cultivan muchas mas en España, sería muy difícil que nosotros manifestásemos aquí la calidad de tierra que á cada variedad ó especie corresponde; mas sin embargo es muy cierto que el clima, cultivo y naturaleza del terreno varían la con-

dicion del trigo, hasta tal punto, que los *aristados* se vuelven *chamorros*, ó los chamorros aristados, despues de cierto número de años, si se los trasporta de un sitio á otro; y el trigo racimal, por ejemplo, que es una especie muy rara, no puede prosperar sino en tierras muy sustanciosas y bien cultivadas, mientras que otros trigos abundan en tierras mas flojas y menos cuidadas. El centeno, del que hay dos variedades, una de otoño y otra de tremesino ó primaveral, como sucede al trigo, siémbrase ordinariamente sobre rastrojo, y da buen resultado en tierras ligeras y donde no prevalece el trigo. Tambien hay muchas variedades de cebada, y de esta la llamada *ladilla* ó de dos órdenes, *Hordeum disticum*, prueba bien en parages frios, mientras que la cebada *comun*, y las denominadas *desnudas*, *ramosas* y *negras*, requieren tierras fuertes y bien abonadas y laboreadas. La cebada se siembra á principios de otoño, y siempre despues del trigo, y la avena desde Noviembre hasta Febrero, prosperando en toda clase de climas y de tierras. Los yeros y la lenteja se siembran despues de las grandes heladas en terrenos templados ó bien expuestos, aunque sean de poca miga ó ligeros.

Los garbanzos prefieren tierras ligeras, pero de buena labranza, siendo muy duros los que proceden de las tierras fuertes.

Las habas requieren tierra bien labrada y abonada, y asímismo los guisantes, que si se han de sembrar de mediados de Noviembre hasta mediados de Febrero, como las primeras, deben elegirse climas húmedos aunque no frios. Las almortas se siembran ordinariamente despues de la cebada, segun el clima, advirtiendo que en los terrenos fuertes se desarrolla mucho esta planta, pero da menos simiente que en las tierras menos pingües, pero limpias de malas yerbas. El mijo se siembra por Abril ó Mayo en tierras ligeras bien abonadas, ó en terrenos fuertes con tal que no sean demasiado compactos. El panizo se cria en tierras de regadío, y se comienza á sembrar en mediados de Mayo hasta últimos de Junio, segun el clima. El maiz se da en las tierras de secano hácia las provincias septentrionales, mientras que en las meridionales necesita del riego, prosperando en tierras medianas, pero sueltas, bien abonadas y mejor laboreadas.

711. Recomendamos á los Agrimensores un estudio bastante concienzudo sobre todas las variedades y conocimiento de estas plantas útiles, sobre las épocas y sazon de su siembra y recogida, sobre su laboreo especial, tierras y abonos que les corresponden, y sobre las demás circunstancias de esta clase; pues llamados á tasar un campo de trigo ó cebada, un maizal, garbanzal, &c., mal podrían juzgar del valor de la sembradura y cosecha, en cualquier caso en que se encuentre, si tales profesores no reunen á su cualidad de peritos geómetras, las nociones y práctica de Agrónomos que tanto necesitan. (a)

712. Para ciertos casos en que se les encarga tasen los daños y perjuicios causados en un sembrado, ó que lo evaloren tal como se encuentre, y para otras muchas ocasiones prácticas, damos los datos siguientes sobre la fecundidad de los granos. Es imposible señalar con oportunidad el número de espigas que cada grano de trigo ó de cebada pueda producir, pues esto depende de infinidad de circunstancias conocidas de todo el mundo, llegando algunos años hasta dar un grano 30, 40 y mas espigas. Parece prudente señalar el número de 10 espigas como el mas ordinario, y suponiendo que en cada una se cuenten 40 granos, cada fanega de tierra en la que ordinariamente se siembran 14 celemines, produce 400 fanegas de trigo, por ejemplo, cálculo que se puede reducir hasta el extremo de suponer solo una espiga por grano, y entonces se reducirían á 46 las fanegas de trigo que deberían recogerse, si el cultivo estuviese bien hecho; pero por desgracia no sucede esto en la práctica; sino que hasta en los mejores años se recoge mucho menos del mínimun aquí señalado.

Por lo comun, en 100 fanegas de tierra de 400 estadales entran 116 ó 120 fanegas de grano, que producen 800 en los mejores años. Hace mucho tiempo que se experimentó que con 40 fanegas de semilla, esas mismas 100 fanegas de tierra podian producir mas de 900 de grano, y con los últimos descubrimientos

---

(a) Por esto el Gobierno exige con razon nociones de Agrimensura al que pretende ser Perito tasador de tierras, y con mayor fundamento debería exigírselas tambien al Agrimensor-aparejador.

del dia se saca aun mas ventaja de la fecundidad de la naturaleza. Conviene recordar, que no porque las plantas aparezcan mas apiñadas, los resultados serán mas felices; pues por el contrario, lo acabado de indicar en el experimento á que se ha aludido, prueba que con menos grano, ó con las plantas mas separadas, se consiguió mejor resultado, lo que es fácil de explicarse cualesquiera. Una libra de trigo, segun Valcárcel, tiene 9600 granos, de suerte, que sabiendo la separacion de los montones de granos sembrados y su número, se conocerán las libras sembradas en cada estadal y las fanegas de simiente que entran en cierto número de hanegadas de tierra. Ahora bien; suponiendo en vista de oportunos datos un número de espigas para cada grano, y para cada espiga una porcion de granos, segun mejor parezca, se sabrán las fanegas de trigo ó cebada que se cogen, rebajando de todo esto lo que por varios conceptos necesariamente ha de perderse.

713. Todos estos cálculos son tan sumamente vagos é inexactos, que los prácticos los posponen y con sobrado motivo al tino práctico que de estas y otras muchas cosas adquieren, por lo que si bien aconsejamos á los Agrimensores que estén adornados de todos los conocimientos teóricos, que mas ó menos inmediatamente se rocen con su profesion, tambien les recomendamos la práctica tan indispensable á esta profesion como á todas, y que si cae sobre buena instruccion elemental, constituye la mas sólida y verdadera pericia, tanto en Agrimensura como en los demás conocimientos humanos.

714. Sería ocioso hablar de las variedades y especies del olivo que se cultivan en España, llegándose á señalar por algunos autores hasta 16 en esta provincia de Sevilla, distinguiéndose entre estas las del olivo *gordal*, *manzanillo*, *verdal* y *zorzaleño*. En general estos árboles prueban bien en los terrenos ligeros, areniscos y guijarrosos. Son excelentes las tierras sustanciosas sobre fondo de guijos ó cascajo, y la mejor situacion de estas plantas es la de los collados y cerros, con preferencia á valles, vegas y hondonadas; pues en los sitios altos gozan de la ventilacion necesaria á la conservacion del fruto, y aunque en los bajos

son mas frondosos y crecidos, pierden gran parte de la aceituna por la razon enunciada.

715. Los olivos en su plantacion guardan un órden que no es indiferente para el Agrimensor. Ya en otra ocasion (632) digimos que se ponían á *marco real* y á *tres-bolillo*. Llámase plantacion á marco real, cuando cada 4 olivos forman un cuadrado perfecto. El tres-bolillo se forma poniendo tres *cepas*, de modo que resulte un triángulo equilátero. El espacio de olivo á olivo depende de la calidad y situacion de las tierras; pues en los terrenos flojos y pendientes pueden ser mas espesos que en las tierras llanas y sustanciosas, advirtiendo que de ninguna manera conviene espesarlos hasta el punto que se hagan sombra los unos á los otros. Si se ha de sembrar entre ellos, todavía será mas necesaria la separacion, y mas si se han de plantar viñas; porque en semejante caso llegan á separarse hasta 40 piés ó mas, poniéndose siempre mas distantes los olivos que las cepas de vid.

716. El modo de ejecutar las plantaciones del olivo ó marco real es muy fácil; porque si se toma por base una línea cualquiera, basta levantarle una perpendicular en un punto, prolongándola hasta los límites de la posesion. Con una cuerda dividida con nudos ú otras señales, segun se quiera el lado del marco, se señalan sobre la primera línea los puntos de los olivos que ha de haber en ella, cuidando que un nudo caiga en el punto interseccion de ambas perpendiculares. Sobre la segunda se pone con igual cuidado la cuerda, y se señalan tambien los puntos de division. Ahora bien, si se tiran paralelas por todos estos puntos á ambas perpendiculares, las intersecciones de todas ellas darán todos los puntos donde han de ponerse los olivos. Para elegir la base y levantarle la perpendicular, se tiene en cuenta la pendiente del terreno y su exposicion, á fin de que los árboles gocen de la presencia del Sol lo mas posible.

717. La plantacion á tres-bolillo no es tampoco muy difícil; pues se elige para ella tambien una base con iguales prescripciones, sobre ella se extiende la cuerda de antemano dividida segun convenga, se levanta una perpendicular en el punto medio de una de las divisiones señaladas con piquetes, se forma el triángulo

equilátero, tomando por base esta division, y se vé donde cae su vértice sobre la perpendicular. Sirviendo la altura de dicho triángulo de distancia, se prepara otra cuerda dividida segun la misma distancia, y se coloca sobre la perpendicular para tirar paralelas por todos los puntos de division que de este modo resulten, y sobre estas paralelas se pone la primera cuerda, de modo que sobre la primera paralela próxima á la base, caiga un nudo sobre su perpendicular, en la segunda paralela la mitad de una distancia, en la tercera otra vez un nudo, en la cuarta otra vez la mitad de la base del triángulo, y así sucesivamente; dispensándonos de figuras y demás explicaciones sobre esto, porque cada cual puede hacerlo como mejor le plazca, siendo cosa tan sencilla. El número de piés de olivo que segun una separacion dada caben, ya á marco real ó á tres bolillo, en una unidad ó varias unidades agrarias, es dato muy útil en la práctica de las tasaciones, y varios autores se han ocupado de esto.

718. Las variedades, especies y sub-especies de la vid son muy numerosas, y segun cada cual de ellas, así les conviene terreno y exposicion distinta. Generalmente puede decirse, que las viñas requieren tierras ni demasiado fuertes, ni demasiadamente flojas, siendo desde luego malas las ágrias y salobres, y aquellas en que se perdieron anteriormente otras viñas de vegéz. Una de las mejores tierras para las viñas es la *albariza*, que contiene 60 ó 70 partes por 100 de carbonato de cal, bastante arcilla y algo de silice. Siguen despues *las tierras de barros*, compuestas de arenas cuarzosas, cal, arcilla y óxido de hierro que les dá el color rojo ú amarillo, y estas tierras producen la mitad que las anteriores. Las llamadas *arenas*, que son terrenos compuestos en efecto de arena cuarzosa, producen casi tanto como las tierras de *barros*, pero la calidad de la uva está en relacion con la de los barros, como la de estos con la producida por la tierra albariza que es la mas apreciada. Por último: las tierras de *bugeo*, compuestas de arcilla, carbonato de cal, tierra vegetal y alguna arena, se abren con la sequía del verano, y por esto son perjudiciales á las vides. Algunos han dividido los terrenos de las viñas en cuatro clases; y se denominan de primera, los que contienen 68 partes de carbonato

de cal, 24 de arcilla, 6 de arena y 2 de óxido de hierro; son de segunda los que se componen de 69 partes de tierra caliza, 22 de arcilla, 6 de arena y 3 de óxido de hierro; de tercera los que tienen 66 partes de caliza, 22 de alumina ó arcilla, 11 de arena y 1 de óxido de hierro; y por último, son de cuarta clase los que se forman con 62 partes de caliza, 27 de alumina, 7 de arena y 4 de óxido de hierro. (a)

719. La plantacion de la vid se hace del mismo modo que la del olivo, con solo la diferencia de adoptarse un marco mas pequeño para la primera de estas plantas; pues no excede por lo regular de 6 hasta 10 ó 12 piés. Tambien conviene valerse de tablas en que esté ya calculado el número de cepas de vid, que segun una separacion dada, quepan en una ó varias unidades agrarias.

720. Además de estos datos necesarios para conocer el valor de las tierras con relacion á sus productos, causas generales que los abrazan á todos ellos en ocasiones determinadas, alteran los valores generales de las posesiones de campo. Una série de años de malas ó buenas cosechas, la poca ó mucha exportacion por una paralisis inesperada en el comercio, ó por haberse alterado el crédito de los granos y caldos de una comarca en beneficio ó perjuicio de la otra, el estado mas ó menos próspero de la Hacienda pública en una nacion, el aumento ó disminucion de los impuestos y demás cargas y gravámenes con que pecha la propiedad territorial, el aumento ó disminucion de jornales á causa de las muchas ó pocas obras públicas, la introduccion de máquinas &c. &c., todas estas y otras muchas razones mas, reconocidas en la ciencia económica y aun por el sentido comun, bastan para alterar el valor de los productos y el de las tierras productoras, y de todo debe estar apercibido el Agrimensor experto.

721. Por último: seria muy conveniente formar un estado general de los valores de todas las tierras de la Península, segun su calidad, situacion, exposicion &c., incluyendo tambien el valor de

---

(a) Se puede consultar sobre esto la memoria de Don Simon de Rojas Clemente y Rubio, que se ocupa largamente de todo cuanto puede interesar al cultivo de la vid en Andalucía, y que contiene datos interesantísimos para el Agrimensor.

toda clase de árboles frutales y de recreo, con expresion del precio de los granos y caldos. (a) Este estado no podría mirarse jamás como absoluto, por las razones largamente enunciadas mas arriba, sino como una guia en la que luego se deberían hacer las oportunas rectificaciones, segun la alteracion parcial ó general de las tierras y sus productos de toda especie, alta y baja que es preciso tenga muy en cuenta el Agrimensor, particularmente en el territorio donde se establezca, sin ignorar ningun pormenor de esta especie, ni de cuantos pertenecen á la agricultura, estadística &c., y se rozan mas ó menos con su profesion. La práctica de esta le ha de enseñar multitud de cosas que es imposible acumular en los libros, recomendándole haga apuntes de todo cuanto la ocasion le enseñe, antes de que llegue el caso de practicarlo; pues el buen Agrimensor debe serlo lo mismo en la teoría que en la práctica, sin exclusion de ninguna de estas dos partes de la ciencia, pues ambas se sirven y se apoyan mútuamente.

722. Tasacion de las fincas rústicas.—Modo de formar la certificacion, ó documento de la tasacion. Preparado el Agrimensor con todos los conocimientos antecedentes, y con cuantos pueda añadir de su propio estudio, pues sería imposible advertirlo todo, puede proceder á verificar una tasacion tan pronto como se imponga en el modo de medir las tierras, materia reservada á la inmediata leccion. En la tasacion deben tenerse presentes las siguientes circunstancias, que se expresarán muy minuciosamente y sin omitir ninguna en la *certificacion*, de la manera que á continuacion se indica.

723. 1.º—Encabezamiento. En este se declara el nombre ó nombres del Agrimensor ó Agrimensores que ejecutan la tasacion, añadiendo sus títulos y el conducto por donde los han obtenido, con el órden de antigüedad ó de edades y categorias segun aconseja la delicadeza que tan bien asienta en toda clase de pro-

---

(a) En efecto: nosotros hemos comenzado á reunir muchos datos sobre esto, debidos á los peritos mas inteligentes y á algunos de nuestros apreciables discípulos; pero procediendo estos de puntos muy distantes, y faltando mucho para formar esta especie de curiosa estadistica, suspendemos nuestro trabajo hasta otra ocasion en que podamos terminarlo para utilidad de los Agrimensores.

fesiones. En seguida se expresará en el documento que se *certifica, haber reconocido, medido y levantado el plano* de una finca en el dia, mes y año en que se tomaron los datos, ó se pusieron en limpio, si acompaña plano; aunque es mas usual y conveniente la primera fecha.

724. 2.º—Nombres y linderos. En seguida se expresa la clase de finca, si es olivar, viña, huerta, dehesa, &c. &c., el nombre con que vulgarmente es conocida entre las demás del campo, el de su dueño, su clase de cerramiento si está cercada, y los linderos, teniendo especial cuidado en designar por medio de una perfecta orientacion, las posesiones con que se limita la que se mide, declarando su clase y á quien pertenece. Así pues, se dirá, linda por el N. con un *garrotal* de tal dueño, por N. O. con huerta ó viña del mismo ó de otro propietario, por O. con un camino vecinal ó vereda, y así de todas las demás lindes, hasta dar la vuelta completa á la finca.

725. 3.º—Cabida de tierra. Acto contínuo, se manifiesta la cabida de tierra de pan llevar, por ejemplo, que contiene la posesion, anotando primero el número de unidades de extension agraria que mide, que serán las mas conocidas y usuales del pais, para declarar en seguida su correspondencia con las miriáreas, hectáreas, áreas ó centiáreas del sistema métrico decimal. Esta es una de las partes mas importantes de la operacion, por lo que recomendamos se ejecute con mucho cuidado, á fin de darle toda la validéz posible al documento.

726. 4.º—Calidad de la tierra. Escrito en la certificacion el número de unidades de extension agraria de un pedazo de tierra, lo que procede á continuacion es, declarar de qué clase sea esta y su clasificacion de excelente, mediana ó mala; de primera, segunda y tercera clase, teniéndose en cuenta aquí todo cuanto se ha dicho en estas primeras lecciones de Agrimensura, respecto á la situacion, exposicion y proximidades, caractéres exteriores y análisis, y en suma, todo cuanto conduzca á formar en la conciencia del perito, cabal idea de lo que juzga y asevera con su firma.

727. 5.º—Arboles. Si es encinar, olivar ó huerta &c. la

posesion que se tasa, es preciso declarar el número de piés de olivo, cepas de viña ó árboles frutales y de recreo que contiene, para tasarlos separadamente, en tal manera, que en las huertas se diga cuantos de cada clase hay y el valor de cada uno y de todos ellos, anotando además para cada clase de árboles ó plantas, como el olivo y la vid por ejemplo, su especie ó variedad, su edad ó vida, y demás circunstancias dignas de tomarse en cuenta.

En las dehesas grandes donde entran distintas clases de arbolados, como chaparrales, robledales, pinares, monte bajo &c., es necesario subdividir el terreno con expresion de cada especie de árbol, si es posible, y como sería un trabajo excesivo y muy inexacto contarlos y aun calcularlos, se forma una idea prudente de todos los datos, apelando siempre á los términos de comparacion; pues no de otra manera se elabora el juicio en nuestra mente.

En los pinares y demás terrenos que producen maderas de construccion, se necesita mucha pericia especial en la calidad de las maderas con respecto á las artes en que se emplean, su desarrollo, enfermedades y multitud de otros pormenores que sería largo recordar.

728. 6.º—Caseríos y demás construcciones rurales. Cuando la posesion está cercada con tapiales, tapias ú otros cerramientos que necesitan algun arte, debe conocer el perito lo que esto cuesta y vale y tomar razon de ello, así como de las norias, pozos y molinos, y muy especialmente de los caseríos. En estos debe apuntar en la certificacion, qué clase de caseríos sean; su área en piés castellanos ó en métros superficiales; su distribucion completa, designando una por una, el servicio de todas sus oficinas y pertenencias; los molinos, vigas, trojes y demás cosas de esta especie; las clases de maderas y labor de la fábrica, y el estado de vida en que se encuentra el edificio. Para esto necesitará el perito ser Agrimensor-aparejador, pues no de otra suerte sabría dar cabal idea de todo ello.

729. 7.º—Beneficios y servidumbres. No debe olvidarse el Agrimensor de manifestar en una tasacion todas las circunstancias que hacen mas apreciable una finca; así como de las servi-

dumbres y gravámenes á que está afecta, exponiendo unas cosas y otras con claridad y concision, estilo que debe resplandecer en los escritos periciales, y cuando nada haya que advertir para que todo el mundo pueda formar completa idea de la diligencia practicada, se terminará el documento de tasacion del modo siguiente.

730. 8.º—Tasacion en venta y renta. Reconocida, medida y clasificada una porcion de tierra, se le asigna, segun su calidad y circunstancias, el valor correspondiente á cada unidad de medida agraria, á fin de hallar el importe total de todas ellas; á esto se agrega el valor de todos los árboles, despues de haber declarado su número, calidad y precio de cada uno; y por último, en otro sumando aparece el aprecio de las construcciones de cualquier clase que sean, para cerrar la suma total, que arroja el valor en venta de toda la finca. Expresado este valor, en seguida se manifiesta el que la posesion tiene en renta anual, que debe ser una deduccion del anterior, teniendo en cuenta el tanto por ciento, que segun las fincas de igual especie, ha de devengar el capital, los usufructos de que podrán tirar los colonos en caso de arriendo, la mayor ó menor proximidad á las capitales, la posicion ventajosa ó desventajosa que la tierra en cuestion ocupa relativamente á las demás de su misma clase, y multitud de otros antecedentes que sería difícil enumerar y que dicta el sentido comun, bastándonos llamar la atencion sobre este punto.

731. Hecha una tasacion en tal forma, y redactado su documento en la manera que aconsejamos, sería lo mas prudente, y aun debería exigirse legalmente que se acompañara plano demostrativo de la diligencia; pues de esta suerte se evitarían muchos litigios, y no pocos sinsabores á peritos y propietarios.

732. Expropiacion forzosa. Pero si con tal conciencia y precision se deben tasar las fincas rústicas en toda ocasion, nunca se debe poner mas especial cuidado que en las expropiaciones forzosas. La necesidad de llevar caminos y otras obras públicas por las posesiones de dominio particular, cuyo suelo es indispensable para el establecimiento de aquellos, hace que el interés individual ceda en pro del beneficio general á todos; mas no sin las consideraciones y respeto que todo gobierno bien constituido debe

á la propiedad, derecho sobre el que estriba la consolidacion de las naciones. Por esto, la equidad y el espíritu y letra de las leyes fundadas en razon y justicia, exigen del perito la mayor circunspeccion y tino, al tiempo de tasar lo que el estado toma del particular en beneficio público, debiendo el Agrimensor tener en cuenta, no solo cuanto hasta aquí hemos dicho respecto de una buena tasacion, sino que debe mostrar toda su pericia al evalorar los daños y perjuicios que sufre por lo comun el expropiado. Una posesion de campo con todos los menesteres á una buena labranza, es cortada por una línea de carretera, camino vecinal ó de hierro, y al verificarse esto, no puede serle indiferente al propietario que le segreguen un pedazo, chico ó grande, por una punta ó por otra de su terreno; no le es lo mismo que se extienda el nuevo proyecto á lo largo de una linde ó cerramiento, que divida la posesion en dos mitades, ó en dos pedazos sumamente desiguales; no es igual que se le irroguen nuevos gastos para la conservacion de sus tierras, se le quiten sus comodidades, ó acaso se le proporcionen nuevas ventajas en compensacion de los perjuicios. Por esto, además de tasar justa y cumplidamente el terreno expropiado, los árboles y productos, los caseríos y demás construcciones, débense tasar aparte los daños y perjuicios, mediante un razonamiento declarado pericialmente en el oportuno documento, y donde todo se haya previsto de modo que quede poco ensanche á la codicia de algunos propietarios abusivos, procurando no dar márgen á que los peritos representantes de los particulares se doblegucn á sus exigencias. Por ningun concepto la ciencia debe plegarse á sugestiones bastardas; mas si en último término tuviese que decidir un tercero, este debe redoblar todo su esfuerzo en que triunfe la verdad científica, que nunca está reñida con lo equitativo y justo en derecho.

733. Estadística. Por último: añadirémos cuatro palabras tambien sobre estadística; porque si justo es tasar con acierto una posesion, si esta operacion se hace mas delicada en las expropiaciones forzosas, no lo es menos cuando se trata del territorio de un pueblo, ó acaso de un partido judicial. Al Agrimensor toca medir el perímetro, ruedo y cabida de toda la extension que tienen

los campos; señalar el número de aranzadas, fanegas ó hectáreas que son de primera, segunda ó tercera clase; las que son de olivar, de viñas ó de pan llevar; las que de tierra calma ó secano, y las que de regadío ó huerta; y en suma, todo cuanto conduzca á ofrecer al gobierno una clara idea de la riqueza territorial, á fin de que las contribuciones se impongan con equidad y en justicia. En todo esto es preciso sujetarse á las prescripciones y prácticas de la administracion; por lo que nos parecen muy impropias para el uso de nuestros Agrimensores, cuantas traducciones y copias hemos visto acerca de esta materia en algunos de nuestros autores, que discurren sobre Agrimensura, como si escribiesen para extrangeros. (a) Verdad es, que sería muy conveniente que nuestro Gobierno levantáse las operaciones catastráles á la altura que alcanzan en otras naciones; pero habiéndose comenzado ya por los trabajos geodésicos del plano general de España, estando muy adelantados los de las capitales y pueblos mayores de 8000 almas, y debiendo empezarse muy pronto los parcelarios, el catastro y la estadística recibirán el primer impulso, siendo ya fácil proseguir las demás operaciones con acierto y bajo un cuerpo de inteligentes Agrimensores del gobierno, si no son ya ingenieros agrónomos, ó mejor catastráles.

(a) Véase la obra de Carrillo de Albornóz, desde el núm.° 260 al 271.

MENSURA DE LAS TIERRAS.

LECCION XXXVII.

DISTINTOS MODOS DE MEDIR LA EXTENSION SUPERFICIAL DE LOS TERRENOS.—MEDICION DE EDIFICIOS.

734. Aunque sencilla es muy interesante esta leccion, que tiene por objeto conocer el número de unidades agrarias correspondientes á la superficie del terreno.

Esto puede hacerse tomando los datos sobre el mismo, ó despues de levantado el plano. Lo primero acontece solo, cuando se pide una mera certificacion de las unidades de medida agraria contenidas en una heredad, y lo segundo cuando además de dicha certificacion, se acompaña el plano comprobante, que debiera ir siempre unido á los títulos de propiedad.

De cualquier modo, siempre habrá que tomar los mismos, ó casi iguales datos que si se fuera á levantar el plano, con la diferencia de ponerlo ó no en limpio.

Conviene no apartarse de la Geometría elemental, y desechar para siempre prácticas injustificables, que dan resultados distintos, por los que decae el carácter científico del Agrimensor.

735. Así pues, comenzarémos por indicar que la mensura de

los campos puede entenderse de dos maneras; bien asentando la cadena sobre el terreno para hallar su superficie en llanos, hondonadas y prominencias, siguiendo el relieve del suelo; ó bien poniendo siempre la cadena de nivel, para que lo que se mida sea la proyeccion horizontal que resulta en el plano topográfico. El primer modo de medir no conduce generalmente á cosa que sea necesaria; pues creciendo todos los vegetales en sentido vertical, el mismo número de plantas entran en un terreno llano, que en otro inclinado cuya proyeccion fuese equivalente á la de dicho terreno llano; necesitando partir del supuesto de que las plantas crecen normalmente á su asiento, para medir la superficie del suelo tal y cual es en sí. De cualquier manera que esta cuestion se considere, todo consistirá en el modo de poner la cadena al verificarse las medidas, segun sea la conciencia del Agrimensor.

Esto entendido, y en la suposicion de que se mide segun el terreno proyectado, varias son las maneras de medir los terrenos, como á continuacion se expresan.

736. Método de descomposicion. Así se denomina el que consiste en dividir el polígono dado en otros mas simples y de superficie conocida, para sumar despues la que resulta de todos ellos. Sea (fig. 246) A B C D E F un polígono irregular cualquiera, cuya área se pretende conocer. Si llevamos para esto la escuadra de Agrimensor, como el instrumento mas sencillo, tomarémos iguales datos que para levantar el plano por el sistema de coordenadas, esto es, eligiendo la base A D y bajando las perpendiculares B *b*, C *c*, E *e*, F *f*, que se miden y acotan, como las distancias comprendidas entre sus piés. Ahora bien, sin necesidad de poner el plano en limpio, y con solo las susodichas acotaciones, podemos hallar el área; porque el polígono total queda desde luego dividido en los trapecios B *b* C *c*, F *f* E *e*, y los triángulos rectángulos A *b* B, A *f* F, D *c* C, D *e* E, y como la superficie de cada uno de los primeros es igual á la altura multiplicada por la semi-suma de las bases paralelas, y la de los segundos, á la mitad de la suma de la base por la altura, halladas parcialmente cada una de estas superficies y sumadas entre sí, se consigue lo que se deseaba.

Ejemplo: Si A b=20^m,50; b c=44^m,30; c D=32^m,55; B b=28^m,10; C c=26^m,20; E e=32^m,12; F f=50^m,50; la superficie de B b C $c$$=44^m,30\dfrac{28^m,10+26^m,20}{2}=0^h,12^a,2^c,74$ ct.^{s} cs.

Sup. E F e $f$$=46^m,65\dfrac{50^m,50+32^m,12}{2}=0^h,19^a,27^c,11$ ct.^{s} cs;

sup. A B $b$$=\dfrac{28^m,10\times20^m,50}{2}=0^h,2^a,88^c,2$ cent.^{s} cs;

sup. A f F$=\dfrac{23^m,20\times50^m,50}{2}=0^h,5^a,85^c,80$ cent.^{s} cs;

sup. C c D$=\dfrac{26^m,20\times32^m,55}{2}=0^h,4^a,26^c,40$ cent.^{s} cs;

sup. D e E$=\dfrac{28^m,30\times32^m,12}{2}=0^h,4^a,54^c,50$ cent.^{s} cs.

Sumándolas todas entre sí, se consigue el resultado en esta forma.

Sup. B b C $c$$=0^h,\ 12^a,\ 2^c,\ 74$ cent.^{s} cs.
Sup. E F e $f$$=0^h,\ 19^a,\ 27^c,\ 11$ cent.^{s} cs.
Sup. A B $b$$=0^h,\ 2^a,\ 88^c,\ 2$ cent.^{s} cs.
Sup. A f F$=0^h,\ 5^a,\ 85^c,\ 80$ cent.^{s} cs.
Sup. C c D$=0^h,\ 4^a,\ 26^c,\ 40$ cent.^{s} cs.
Sup. D e E$=0^h,\ 4^a,\ 54^c,\ 50$ cent.^{s} cs.

Sup. total A B C D E F$=0^h,\ 48^a,\ 84^c,\ 57$ cent.^{s} cs.

Lo que compone 0 hectáreas, 48 áreas, 84 centiáreas y la fraccion de 57 centímetros cuadrados, inapreciable entre las medidas agrarias.

737. Casi todo lo manifestado en la leccion que trata del levantamiento de planos con la escuadra de Agrimensor, es aplicable á la mensura de las tierras, sirviendo iguales datos para ambas cosas. En efecto: se puede inscribir un cuadrado ó rectángulo dentro del polígono dado A B C D E...... &c. (figura 247) tal

como el M N O P, cuya superficie se conoce, multiplicando su base por su altura, y á la que se agrega la de los triángulos excedentes R A M, M B C, C D N, N *e* E, G *g* H, K *k* O, O Q R, y la de los trapecios E *e* F *f*, F *f* G *g*, H P L *l*, L *l* I *i*, I *i* J *j*, J *j* K *k*.

738. Análogamente, en el caso de no poderse entrar en el terreno A B C D E F G.... &c. (fig. 248), se circunscribirá el rectángulo Z X V W, de cuya superficie fácil de obtener, se restará la de los triángulos A B *b'*, V P O, O N M, M L *l'*, H *h* G, G X F, F E *e*, la de los rectángulos L *l* W *l'*, Z *b* B *b'*, y la de los trapecios B *b* C *c*, C *c* D *d*, D *d* E *e*, H *h* L *l*.

739. Cuando en la figura 249 fuese necesario inscribir en parte, y en parte circunscribir un rectángulo M H N L, tambien se hallaría su superficie, y á ella se agregarían los triángulos H G *g*, M E *e*, M D *d*, D *d* C, C B *b*, A *a* L, y los trapecios G *g* F *f*, F *f* E *e*, B *b* A *a*; restando de todo esto la superficie de los triángulos L O N, N Q *m*, P *p* H, y la del trapecio P *p* Q *m*.

740. Por último: si los terrenos no afectan formas poligonales, sino que los limitan líneas curvas sinuosas, como se observa en la figura 250, á causa del rio R que cierra por A B C la posesion A B C D E, trazarémos las directrices A B, B C que mejor se ciñen á las vueltas de la orilla, y tomadas como bases, bajarémos las perpendiculares *a a'*, *b b'*, *c c'*, *d d'*, *e e'*, que son indispensables para levantar el plano por coordenadas, las que medidas nos darán al punto, datos suficientes para hallar la superficie contenida entre las curvas A *a b c d* B, B *e* C, y sus respectivas directrices A B, B C. En efecto: la primera porcion de terreno A *a b c d* B, se compone de los triángulos A *a a'*, *d d'* B y los trapecios *a a' b b'*, *b b' c c'*, *c c' d d'* y la segunda B *c* C, de los triángulos B *e e'*, *e e'* C; todo lo que sumado y agregado al resto de la tierra A B C D E, da por resultado la superficie que se pretende encontrar.

741. Pero la verdadera descomposicion se hace en triángulos, como las mas simples de todas las figuras, y semejante método es aplicable á toda clase de polígonos por muy irregulares que se les considere, y cualquiera que sean el método é instrumento elegidos para levantar el plano.

Levantando, en efecto, el del polígono A B C D E F.... &c. (figura 251), y puesto en limpio su perímetro, sobre el papel trazarémos las diagonales mayores A E, A X, E X, E H, H M, E M, X M, X P, X S, P M, P S, y las mas pequeñas E G, M O, P R, Z K, y la continuacion del lado V Y hasta K. De esta suerte resultarán los triángulos interiores y mayores A E X, X E M, M E H, M X P, P X S, cuya superficie se vá hallando, así como la de los exteriores y menores A B C, C D E, E F G, G E H, H M L, M N O, O M P, P R Q, R P S, S T X, X V K, K Z Y, Z K A. En cada uno debe determinarse su altura correspondiente, que se mide por medio de la escala, así como su base, y determinada la superficie de cada triángulo, se suma la de todos para obtener el resultado propuesto.

742. Nótese que la descomposicion en triángulos puede hacerse de muchas maneras, variando las diagonales como mejor nos convenga; pero nos parece que la mejor division se hace repartiendo el interior en triángulos grandes, y concluyendo con pequeños el resto de la figura; pues así se economiza tiempo, y con mas limpieza y claridad se hacen los trabajos gráficos, evitando siempre los ángulos excesivamente agudos, cuyas líneas no determinan una interseccion exacta para la medida con la escala.

743. Hecha una vez la descomposicion sobre el plano y hallado el resultado de ella, no nos debemos fiar en su exactitud, sin *rectificar* el área por medio de otra descomposicion distinta á la anterior que la justifique. Si así aconteciese, podemos certificar con satisfaccion del área encontrada; mas si no, una tercera division que compruebe alguna de las otras, ó el reparto del error para deducir el término racional de la verdad, nos deben servir para dar el trabajo por concluido.

Por mucho que este nos parezca, debe emplearse para sostener el buen crédito del Agrimensor, y para llevar con método y certidumbre el órden de las operaciones, conviene abrir un calepino, que se conserva, entregando copia con el plano y certificacion; pues él responde de la verdad de lo aseverado científicamente.

Este calepino tiene la siguiente forma.

XXII.

Mensura de la posesion A, en aranzadas, áreas, &c.

Triángulos parciales.	*Datos de los triángulos.*	*Superficie de los mismos.*	Observaciones.
1.º *a*	»	»	
2.º *b*	»	»	
3.º *b*	»	»	
4.º *d*	»	»	

Suma.

En la primera columna se designan los triángulos por letras, ó por números de órden; en la segunda y al frente de sus correspondientes letras ó números, se ponen los datos, esto es, sus respectivas bases y las alturas; en la tercera los resultados ó el semi-producto de la base por la altura para cada triángulo, y en la cuarta las observaciones. Debajo de los resultados que dan las superficies parciales, se verifica la suma que determina el resultado total, objeto del calepino; la que puede aparecer en una cuarta columna, dejando para las observaciones otra casilla.

744. A la descomposicion por triángulos se puede aplicar oportunamente lo dicho en los párrafos anteriores respecto de los datos tomados inmediatamente con la escuadra; pues si en la figura 252 circunscribimos el polígono *a b c d*....... &c. con un rectángulo A B C D, y el espacio comprendido entre este y el expresado polígono, lo dividimos en los triángulos *m* B *n*, *m* A *l*, *l k h*, *h g f*, *h f e*, *e d* D, D *d c*, *c* C *b*, *b a o*, *o n b*; estas superficies

sumadas entre sí, y restado su total de la del rectángulo, nos darían la diferencia, ó sea el área del polígono en cuestion.

La inscripcion de la figura en un rectángulo ó cuadrado, ahorra mucho trabajo, y siempre se puede emplear como método de verificacion, con respecto á lo explicado para la figura anterior.

El calepino en este caso varía algun tanto; pues despues de hallados en la columna de los resultados todos ellos, y verificada la suma, en la quinta casilla debe constar en resúmen, la superficie del rectángulo, debajo la suma antes hallada, y la diferencia de ambos datos, como resultado definitivo.

745. Algunos autores verifican una clase de division, que exponen como sistema aparte con el nombre de *zonas paralelas*, y no es mas que la descomposicion en semejante modo, de un polígono cualquiera. Para dar ejemplo de esto, sea (figura 253) A B C D E F G el polígono, que se divide por medio de $a\ a'$, $B\ b'$, $c\ c'$, $d\ d'$, e F, $g\ g'$, paralelas á la base A G, en varias zonas paralelas, ó séase en los trapecios A G $a\ a'$, $a\ a'$ B b', B $b'\ c\ c'$, $c\ c'\ h\ d'$, $d\ d'\ e$ F, e F $g\ g'$, todos de la misma altura, y los triángulos E $g\ g'$, e D d, $d\ h$ C, que resultan de resíduos. Tomada la longitud de $m\ n$, paralela intermedia entre las A G, $a\ a'$, ó semi-suma de ellas, y multiplicada por la equidistancia de las paralelas, se tiene el primer trapecio y así de los demás; de suerte que no hay mas que tirar todas las paralelas semejantes á $m\ n$, medirlas, y su suma multiplicarla por tantas veces la equidistancia como zonas hay, á lo que se añadirá la superficie de los triángulos excedentes.

De esto se saca un calepino apropiado al procedimiento, que se aplica oportunamente, pudiendo siempre servir este último modo de dividir, de comprobacion ó verificacion de todos los casos anteriores.

746. Sistema de reduccion. Consiste este en convertir el polígono dado en otro de un lado menos, pero equivalente al primero en superficie, y este segundo, en otro tercero tambien de un lado menos y tambien equivalente al segundo en superficie, hasta parar en un triángulo que con facilidad nos dé la superficie del polígono.

747. Semejante procedimiento no debe tener lugar sino sobre el papel, donde suponemos que A B C D E sea el polígono (figura 253). Para hacer la primera reduccion se unirán los puntos E, C por medio de la E C, á la que se le tirará por el punto D, una paralela D *a*, hasta encontrar en *a* el lado B C. Si se tira la diagonal *a* E en el trapecio D *a* E C, resultarán los triángulos de equivalente superficie E D C, E *a* C, á causa de tener la misma base E C, é igual altura D $d = a\ a'$, por estar contenidos entre las paralelas E C, D *a*.

Al tirar la E C se ha añadido al polígono en cuestion, la superficie del triángulo E D C; luego si se le quita su equivalente E *a* C, quedará como antes, pero convertido en el cuadrilátero A B *a* E, y por tanto con un lado menos que el pentágono irregular A B C D E. (a)

En dicho cuadrilátero se tira la diagonal B E, y por el punto *a* su paralela *a* F, hasta encontrar en F á la prolongacion del lado A B. Uniendo E con F resultan los triángulos B *a* E, B F E, equivalentes en superficie, por tener la misma base B E y estar comprendidas sus alturas entre las paralelas A E, *a* F; luego si al triángulo A B E se le agrega la superficie del B E F, el conjunto de los dos A F E, será equivalente á la suma del mismo A B E y el B *a* E, que componian el cuadrilátero anterior A B *a* E. Véase pues, que el pentágono irregular propuesto A B C D E, se ha transformado primero en el cuadrilátero equivalente A B *a* E, y este en el triángulo tambien equivalente A F E; luego determinada la superficie del último, viénese en conocimiento de la del polígono primitivo. Compréndese que semejante sistema de medir la superficie de un terreno es aplicable solo á un caso sencillo; pues si se multiplican las operaciones gráficas en una figura complicada, la resolucion del problema llegará á ser molestosa y muy expuesta á errores de consideracion, en razon á que todo depende de la precision en el trazado de las construcciones auxiliares.

(a) Lo mismo se infiere observando directamente, que si se le quita al pentágono A B C D E el triángulo D *a* C, quedará una parte A B *a* D E, á la que si se le añade el triángulo *a* D E equivalente en superficie al D *a* C, el resultado será el mismo que antes, esto es, que el pentágono A B C D E se ha convertido en el cuadrilátero A B *a* E de equivalente superficie.

748. Sin embargo: dicho método de reduccion es bastante científico, y mas si se considera que despues de convertido un polígono en un triángulo, este puede transformarse en otro pero rectángulo, y este triángulo rectángulo en otro de igual especie, mas con un cateto de una longitud determinada de antemano.

Para convertir un triángulo cualquiera en otro rectángulo, sea el primero (fig. 254) A B C. En el punto A se levanta la perpendicular A D, y por el vértice B se tira la B D paralela á la base A C, hasta que encuentre en el punto D á la perpendicular A D. Por D se traza la diagonal D C, y D A C es el triángulo rectángulo que se busca, porque tiene la misma base que el A B C propuesto, y las alturas de ambos se comprenden entre las paralelas D B y A C; siendo por tanto equivalentes en su superficie.

749. Si A M fuese ahora la longitud dada para un cateto del triángulo rectángulo hallado A D C, se le tirará la B N paralela á D M, hasta encontrar en N á la prolongacion de A D, y trazada finalmente la N M, N A M será el triángulo de superficie equivalente al D A C; porque á la parte comun A D M, lo mismo da agregarle el triángulo D M N, que su equivalente en superficie M D C, pues ambos tienen la misma base y sus alturas se comprenden entre paralelas.

750. Para hacer aplicacion de todo esto, sea *a b c d e f g hl* un polígono cualquiera (figura 255), que despues de sufrir varias transformaciones sucesivas se ha convertido en el triángulo *a m n*. Este triángulo se transforma en el triángulo rectángulo R *a n*, y este en el Z *a* Q, suponiendo que *a* Q sea un cateto dado. Esto se hace para usar las tablas de Mr. Noyon, que contienen las superficies de varios triángulos rectángulos, en el supuesto de que subsista un cateto y el otro vaya siendo de cada vez mayor.

751. En semejante caso no hay mas que reducir el polígono á un triángulo rectángulo que tenga dicho cateto, y en vista del otro, la tabla dirá cual es su superficie, manera de hallarla sin necesidad de hacer operaciones numéricas; pues todo el procedimiento es gráfico, á distincion de los primeramente explicados por el sistema de descomposicion, que se resuelven numéricamente sin tirar mas líneas que las del plano, y su division en triángulos ó en zonas.

Conviene no olvidar semejante sistema de medir las tierras, pues cuando menos sirve para rectificar cualquiera de los de descomposicion empleados anteriormente.

752. Sistema de compensacion. Este es mas bien práctico que científico, y consiste en trazar sobre un papel de calcar una cuadrícula perfecta, cuyos cuadrados tengan una área ó centiárea, segun la extension del plano que se mida, y la escala con que se haya trazado. Preparada la expresada cuadrícula A B C D (figura 256), se coloca sobre el plano acomodándola oportunamente sobre el polígono *a b c d e f g h l m*. Se cuentan los cuadrados completos señalados dentro de su perímetro, y con los restantes se procede en esta forma, suponiendo que dichos cuadrados son áreas. El lado *a b* vemos que es diagonal exacta de su correspondiente cuadrado, por tanto equivale el triángulo *a b n* á media área, que se agrega á las anteriores. El lado *b c* es diagonal del rectángulo que se forma de dos cuadrados, y por tanto *b c o* vale la mitad de dos áreas, ó un área completa. Lo mismo acontece respecto de *c d*, luego *c d p* es igual á otra área; y así pues, *d e* deja otra área en la del polígono, por iguales razones de compensacion. Al llegar á *q* falta completar el área que cae junto á este punto, con el triángulo excedente que visiblemente se supone igual, y lo mismo dirémos para *r*. El lado *f g* se puede considerar como diagonal del rectángulo formado por seis cuadrados seguidos, y por esto deja dentro del área del polígono el triángulo *f s g* que tiene tres áreas. El lado *g h* puede tomarse como diagonal de un rectángulo compuesto de ocho áreas, que dejen su mitad, ó sean cuatro en la total; ó compensen las áreas que están faltas con los triángulos excedentes, una á una, como se hace en los puntos *q*, *r*. Por último: *h l* diagonal del rectángulo de doce cuadrados, deja seis áreas dentro, *l m* limita áreas completas, y *m a* diagonal del rectángulo formado por doce cuadrados, dejará seis áreas dentro de la figura como componentes de la superficie total. Tan sencillo procedimiento convence á los sentidos en caso de una ofuscacion producida por cálculos equivocados, y sirve por tanto de medio de verificacion á los expuestos anteriormente.

753. Mensura ordinaria. En el número 176, leccion XI,

párrafo 6.º, indicamos que los Agrimensores usan para medir terrenos ciertos cartabones que llaman *de ángulos*, con cortes dados de manera, que correspondan á ángulos agudos de triángulos rectángulos formados segun el teorema de Pitágoras. A estos ángulos los denominan de 3, de 8, ó de 5 &c., segun que el cateto menor mida 3, 8, ó 5 unidades &c. Así pues, prescindiendo de los casos en que para cuadrar cualquiera de los lados del triángulo rectángulo se necesite una fraccion decimal, forman dichos triángulos del modo siguiente.

XXIII.

Cateto mayor.	*Cateto menor.*	*Hipotenusa.*	*Angulo formado por la hipotenusa y cateto mayor.*
84 unid.s	13 unid.s	85 unid.s	8º 47′ 9″
60	11	61	10º 23′ 22″
40	9	41	12º 40′ 49″
24	7	25	16º 15′ 36″
12	5	13	22º 37′ 11″
15	8	17	28º 4′ 20″
4	3	5	36º 52′ 11″
55	48	73	41º 6′ 43″

Además de la escuadra de ángulos así preparada, llevan una tabla, mediante la cual, medido cualquiera de los lados del triángulo rectángulo *que entra por 13, 11, 9, 7, 5 &c.*, se cuadra dicho lado y se multiplica por la fraccion que dicha tabla expresa para cada lado de cada uno de los triángulos rectángulos, y de esta suerte hallan su superficie, la que agregan á los rectángulos, cuadrados ó trapecios que resulten en el terreno, en la forma que á continuacion se explica.

Sea (fig. 157) A B C D E F G H una porcion de terreno, cuya superficie se trata de averiguar con un cartabon de ángulos. Para esto establecen los Agrimensores una base como la A D, bajan sobre ella las perpendiculares B *b*, C *c* y observan si el ángulo A B *b* entra por 3, por ejemplo, y lo anotan, asi como la longitud de A B, ó la de A *b* ó B *b*. Toman los datos indispensables del rectángulo ó trapecio B *b* C *c*, segun resulte B *b*$>$C *c* ó B *b*$=$C *c*, y observan si el ángulo *c* C D entra por 8 ó es próximamente de 28º 4' 20". Si así resulta, lo anotan en el registro que para esto forman, así como C D, ó cualquiera de los otros dos lados C *c*, D *d*. Pasan al ángulo A H *a* que se supone entrar por 5, ó que el cateto menor es á 5, como el mayor á 12 y la hipotenusa á 13, y apuntando esto, como tambien uno de los lados, análogamente se ván haciendo idénticas observaciones en los ángulos *e* E D, H G *h*, *g* G F, *f* E F, para conseguir luego con el auxilio de la tabla, las superficies parciales de todos los triángulos rectángulos A B *b*, C *c* D, A *a* H, E *e* D, H *h* G, G *g* F, F *f* E, á las que se añaden las de las otras figuras B *b* C *c*, H *a* *e* E, H *f* *g* *h*, para conseguir la superficie total del polígono propuesto.

754. Omitimos formar ningun comentario acerca de esta manera de medir terrenos, que si en ella se ha alcanzado mucha práctica y destreza, produce resultados tan aceptables como cualquiera otra; pero siempre será conveniente adoptar los sistemas de medir mas sencillos posibles, y los que mas directamente sean una aplicacion de la Geometría elemental; pues así como el proceder por rutina y sin estar el Agrimensor convencido de todo cuanto hace, llevando al campo toscos instrumentos y de pocos recursos, es un atraso que trae muchas veces malas consecuencias; asímismo nos parece de pésimo resultado, inclinar al Agrimensor á verificar sus medidas del campo por medios sobradamente complicados que suprimimos, y en los cuáles se hace mas alarde de ciencia, que propósito se tiene en hallar la verdad lisa y

llanamente. Como nuestro deseo es que no haya mensura sin dar plano de ella, por eso nos inclinamos á que esta se haga, siempre que se pueda, sobre un plano perfectamente levantado.

755. De cualquier modo que la mensura de los campos se verifique, el sentido comun dicta, que se debe tolerar algun error en medidas, que distan mucho de la verdad abstracta (a); pues no es lo mismo proceder sobre un terreno llano, que sobre otro inclinado ó montañoso, raso y desembarazado de estorbos, ó lleno de malezas y de contínuos inconvenientes.

756. Medicion de los edificios. Es necesario saber como se mide el área de las casas de campo ó labor que se encuentran en las heredades, lo que sirve tambien para las fincas urbanas.

757. Los datos que se deben tomar son los mismos que para levantar el plano, el que se pondrá en limpio, ó cuando menos el perímetro total exterior, prescindiendo de muros y crujías. En semejante caso se aplica cualquiera de los modos antedichos, y la rectificacion que se creyere mas oportuna para verificar la medida.

758. Si no se quiere emplear mas trabajo que el necesario, bastará medir el ancho y largo de las crujías con inclusion de sus muros, y lo mismo de los pátios y corrales si el edificio es regular; mas si no lo fuese, se tomarán todas las acotaciones que cada caso particular requiera, todo lo que apuntado en un croquis, sirve para resolver numéricamente la cuestion.

Casos habrá que por asentarse los edificios sobre una planta cuadrada, rectángula ó trapecia, baste una, dos ó tres acotaciones solamente.

(a) Lefèvre en Francia y Mister Gibson en los Estados Unidos de América, hacen subir á un 2 por 100 el error que se debe dispensar en las medidas superficiales, y en la pátria del primero de los citados autores, ya se ha establecido dicha tolerancia legalmente. No ha faltado Agrimensor que haya establecido una escala gradual de errores segun la naturaleza distinta del terreno, distinguiendo hasta 16 casos diferentes para esto. Tambien se dispensa un error de 1: 100, cuando el polígono pasa de 300 hectáreas; 1: 200, cuando es de 100 á 300, y 1: 400, cuando no llega á 100.

De cualquier manera que la tolerancia de errores se considere, es lo cierto que es indispensable, y que á ella deben acostumbrarse jueces y propietarios, para que en ciertos casos litigiosos no les maravillen las diferencias que noten entre profesores distintos, cuando hagan una misma mensura.

759. Si se quiere medir la superficie de la casa representada en la fig.ª 67, lámina V, poniéndose su perímetro en limpio, ó procediendo sobre el plano, nada habrá mas fácil; pues si el muro de testero es paralelo al de fachada, la figura se reduce á un trapecio, cuya superficie se encuentra multiplicando la profundidad del edificio por la semi-suma de su fachada y testero, incluyendo, segun convenga, el grueso de los muros. Sin necesidad de levantar plano, ni de trazar línea alguna, se puede hacer lo mismo que acabamos de ver, tan luego como nos hayamos persuadido de que la pared del fondo es paralela á la de fachada; pero si no es fácil convencernos de esto, podemos tomar parcialmente el ancho de la primera crujía A, el largo del muro de fachada y el de la primera pared paralela que se encuentra, para lo que sería preciso medirla por el lado del pátio, apreciando la longitud de este, los gruesos de muros perpendiculares al de fachada, las anchuras de las crujías laterales, y los gruesos de las correspondientes medianerías de derecha é izquierda. Con estos datos se podrá hallar la superficie de la primera crujía, inclusos los gruesos de los muros que la cierran, y pasando al pátio, se mediría su anchura, en el supuesto de ser rectangular, así como la segunda pared paralela á la fachada por dentro del pátio, y análogamente á lo que se hizo con la primera pared paralela al muro foral, en la primera crujía A. Con tales datos tambien se consigue la superficie de otro trapecio, que se compone de todo el pátio P mas las salas M, N, incluyendo cuando convenga, los gruesos correspondientes de las medianerías. Lo mismo que se hizo con la crujía A se hace con la B, no olvidando nunca el grueso de los muros; y por último, como el corral no forma un trapecio, sino que es un cuadrilátero bastante irregular, se le considera dividido en dos triángulos, de los cuáles se toman bases y alturas para hallar sus superficies respectivas, sumando todas las halladas para obtener la total. Como no es fácil que se den en la práctica plantas tan regulares, el principiante encontrará algunas veces no pocas dificultades en tomar los datos, pero siempre debe concebir divididas las casas en grandes trozos, que ya sean rectángulos, cuadrados, trapecios, triángulos, ó cuadriláteros mas ó menos irregulares,

siempre podrá someterlos á corto número de medidas, cuyos datos serán indispensables para hallar la superficie de estas figuras parciales, que sumadas componen la total. Cuando un corral está cerrado por tápias que constituyen un polígono irregular, no hay mas remedio que concebir en el acto, y sobre el croquis donde se apuntan los datos, una descomposicion cualquiera; pues con las nociones dadas en general para medir tierras, fácil es á cualquier Agrimensor-aparejador hacer las aplicaciones de la Geometría elemental, que crea mas conducentes al propósito. Por esta razon, ni las formas poligonales, ni los espacios cerrados por muros circulares, ó formando una curva cualesquiera, ni cuantas clases de plantas se les presenten en la práctica, serán obstáculo alguno para que hallen el área de cualquier edificio, estando como deben de estar adornados de los conocimientos elementales, que ántes de verificar este estudio se les exige. Por último: llamamos la atencion sobre el suelo de los edificios, pues no todos están construidos sobre una sola base horizontal, debiéndose tener cuidado en incluir ó excluir el grueso de muros y la mitad de los medianeros, ó prescindir de ellos, segun los casos especiales en que se funda la propiedad de las casas.

DIVISION DE HEREDADES.

LECCION XXXVIII.

REPARTIMIENTO DE TERRENOS PARTIENDO LAS LINEAS DESDE UN VERTICE, O DESDE UN PUNTO TOMADO EN UN LADO O DENTRO DEL POLIGONO.

760. Esta parte de la Agrimensura ha dado materia suficiente, para que algunos autores se extiendan hasta escribir un libro sobre la division de los campos. Nosotros nos atendrémos á los casos mas generales que puedan ocurrir en la práctica, al repartirse las tierras entre distintos herederos.

761. Semejantes cuestiones se resuelven bien aritmética ó bien geométricamente, usando del análisis algebráico, ó por medio de procedimientos gráficos. La division se efectúa además en partes equivalentes en superficie, ó en porciones proporcionales. De todos modos, las líneas divisorias pueden cumplir con varias condiciones, y segun estas, así distinguirémos los casos que se ofrecen mas comunmente en la práctica.

762. Tales casos son los siguientes: 1.º—Que las líneas de division partan del vértice de un ángulo cualquiera del polígono. 2.º—Que concurran á un punto tomado sobre uno de los lados.

3.º—Que partan de un punto dado, ó concurran en un punto cualquiera dentro del polígono. 4.º—Que las líneas de division sean paralelas á uno de sus lados.

763. En cada uno de estos casos harémos aplicacion á un triángulo, á un cuadrilátero, á un pentágono irregular ó polígono cualquiera, designando cuando se hace la division en partes equivalentes, cuando en proporcionales, y empleando el cálculo y los procedimientos gráficos.

PRIMER CASO.—DIVIDIR LOS POLÍGONOS DESDE EL VÉRTICE DE CUALQUIERA DE SUS ÁNGULOS. Si se quiere dividir el triángulo A B C (figura 258) en 2 partes equivalentes en su superficie, se procederá así:

Aritméticamente. Mídase en el terreno la superficie de A B C, por medio de sus datos correspondientes, y dividida por 2, el cociente, á quien llamarémos S, ó $S=\frac{sup.\ A\ B\ C}{2}$, nos determinará junto con la altura a B, las bases A D ó D C pertenecientes á los triángulos A B D, B D C, mitades del total; pues

$$A\ D=\frac{2\ S}{B\ a},\quad D\ C=\frac{2\ S}{B\ a}.$$

Tambien se podria haber dicho que

sup. A B C: A C:: *sup*. A B D: A D:: *sup*. D B C: D C.

Gráficamente. Obsérvase que ambos valores de A D y D C son iguales, luego A D=D C, lo que se infiere tambien de la anterior proporcion, pues *sup*. A B D=*sup*. B D C y por tanto A D=D C. Esto nos dice, que si se pone en limpio y con arreglo á escala el terreno triangular A B C, no hay mas que dividir A C en dos partes iguales, y por el punto D de division y el dado B, tirar la línea de separacion. En efecto: si los anteriores datos no fueran mas que suficientes para justificar esta construccion, la consideracion de haber obtenido dos triángulos de igual base y altura, nos convencería de que tienen equivalentes superficies.

764. La division en tres ó mas partes equivalentes, se hará aritmética ó gráfica, análogamente á lo dicho, (fig. 259);

pues $A\,D=\frac{2}{3}\,\dfrac{sup.\,A\,B\,C}{B\,a}$, $D\,E=\frac{2}{3}\,\dfrac{sup.\,A\,B\,C}{B\,a}$, $E\,C=\frac{2}{3}\,\dfrac{sup.\,A\,B\,C}{B\,a}$,

ó basta dividir gráficamente A C en tres partes, y por los puntos D, E tirar las líneas divisorias B D, B E que resuelven la cuestion.

765. Si las partes en vez de equivalentes han de ser proporcionales, despues de medido el terreno triangular, se hallarán los puntos de division.

Aritméticamente. Si A B C (fig. 259) es el triángulo, B el vértice de partida, y tres las partes proporcionales

$$sup.\ A\,B\,D : sup.\ D\,B\,E : sup.\ E\,B\,C :: a : b : c;$$

se tendrán $a+b+c : sup.\ A\,B\,C :: a : sup.\ A\,B\,D=\dfrac{sup.\ A\,B\,C\times a}{a+b+c}$

$$a+b+c : sup.\ A\,B\,C :: b : sup.\ D\,B\,E=\frac{sup.\ A\,B\,C\times b}{a+b+c}$$

$$a+b+c : sup.\ A\,B\,C :: c : sup.\ E\,B\,C=\frac{sup.\ A\,B\,C\times c}{a+b+c}$$

Conocida la superficie de cada triángulo parcial, segun la relacion que debe guardar con los demás, se hallan sus bases, puesto que la altura a B comun, es conocida. Así pues,

$$A\,D=\frac{2\,sup.\ A\,B\,D}{a\,B},\quad D\,E=\frac{2\,sup.\ B\,D\,E}{a\,B},\quad E\,C=\frac{2\,sup.\ B\,E\,C}{a\,B},$$

longitudes que llevadas sobre el terreno nos designan los puntos D, E, que unidos con el B resuelven la cuestion.

Gráficamente. Se obtiene esto en la práctica fácilmente, pues trazado el triángulo, basta dividir la base A C en el número $a+b+c$ de partes iguales, y luego tomar las a, b, c, para base de cada triángulo.

Ejemplo: sean las tres partes en que se ha de repartir el terreno, segun 8: 4: 2: (fig. 260). Sumados estos números, 14 será el de partes iguales en que se divide A C, para tomar luego 8 de ellas para A D, 4 para D E y 2 para E C. Los puntos D, E se hallan de esta suerte; porque las superficies de los triángulos A B D, D B E, E B C, que tienen igual altura, deben ser entre sí como sus bases, y estas son:: 8: 4: 2.

División del cuadrilátero desde uno de sus vértices.

Aritméticamente. Si se ha de dividir el cuadrilátero A B C D (fig. 161) en tres partes equivalentes, partiendo las líneas del punto B, se mide primeramente la superficie de la figura y se divide por 3, para hallar cada una de las parciales. Con este dato se concibe tirada en el terreno la diagonal B D, y se halla la superficie del triángulo A B D. Esta será mayor ó menor que $\frac{sup.\ ABCD}{3}$, ó el tercio de la total. Suponiendo que sea mayor, habrá que quitarle, y designando por S al resíduo, se obtendrá este fácilmente, porque $sup.\ ABD - \frac{sup.\ ABCD}{3} = S.$

Este valor de S ha de aparecer en un triángulo tal como E B D, que es el que se resta del A B D; pues se conoce su superficie y su altura B a. Basta pues, hallar su base $ED = \frac{2S}{Ba}$, para conseguir el punto de division E. El F se determina prontamente, averiguando lo que al triángulo B D E le falta para completar el tercio de la superficie total, ó $\frac{sup.\ ABCD}{3}$. Este valor se deducirá de

$$sup.\ BDF = sup.\ \frac{ABCD}{3} - sup.\ BED;$$

luego bajando la perpendicular B b y midiéndola, podrémos determinar la base D F del triángulo B D F; pues

$$DF = \frac{2\ sup.\ BDF}{Bb};$$

y llevando esta longitud desde D hasta donde alcance, F es el punto deseado. Uniendo E, F con B queda dividido el cuadrilátero como se pretendía, toda vez que el resto F B C ha de ser tambien igual á $\frac{sup.\ A\ B\ C\ D}{3}$.

Gráficamente. Sea (figura 162) A B C D el cuadrilátero. Se comienza por reducirle, segun se dijo en la leccion anterior, al triángulo C E D de equivalente superficie, y su base se divide en tres partes iguales D F=F G=G E. La parte C D F que cae dentro del cuadrilátero, determina desde luego la línea divisoria C F; pero para hallar la otra C H, es preciso encontrar el punto H, lo que se consigue tirando desde el punto G la paralela G H á la diagonal A C.

Resulta así; porque al triángulo A F C se ha de añadir el A G C, para componer el total C G F; pero como A H C, C A G, son de equivalente superficie por tener iguales bases y alturas, la misma superficie tiene el cuadrilátero C H A F, que el triángulo C G F, tercera parte de la figura total A B C B. El triángulo C H B tiene que resultar la tercera parte de la superficie del cuadrilátero dado.

766. Cualquiera que fuese el número de partes en que se tenga que dividir el cuadrilátero, exige una resolucion gráfica ú aritmética, análoga á lo acabado de ver, si las partes son equivalentes en superficie; mas si fuesen proporcionales, se procede tambien análogamente, pero con solo estas variaciones.

Aritméticamente. Divídese la superficie total de A B C D (figura 161) en las partes proporcionales a: b: c, de este modo:

$$a+b+c: sup.\ A\ B\ C\ D:: a: sup.\ A\ B\ E=\frac{sup.\ A\ B\ C\ D\times a}{a+b+c}$$

$$a+b+c: sup.\ A\ B\ C\ D:: b: sup.\ E\ B\ F\ D=\frac{sup.\ A\ B\ C\ D\times b}{a+b+c}.$$

Sabida cual es la superficie de A B E y su altura B a, la base $A\ E=\frac{2\ sup.\ A\ B\ E}{B\ a}$ nos dá el punto E.

Midiendo la superficie del triángulo B E D y restándola del cuadrilátero B E D F, se deduce la del triángulo D B F, en el que se averigua la longitud de B b, para conseguir $D\,F = \dfrac{2\,sup.\,BFD}{B\,b}$, y por tanto el punto F. El resto B C F será la parte correspondiente, segun la relacion a: b: c.

Gráficamente. Basta solo dividir el triángulo C E D (fig. 262) en partes proporcionales, en vez de equivalentes, y verificar luego la misma construccion que en aquel caso se hizo.

766. **División del pentágono irregular ó otro cualquier polígono desde uno de sus vértices.**

Lo mismo se dividen aritméticamente estas figuras en partes equivalentes, que en el problema anterior; pues si A B C D E (figura 263) es el pentágono y B el punto obligado, se halla la superficie del triángulo A B F y cada una de las partes del total, dividiéndole por 4, número de las porciones. La base

$$A\,F = \frac{2\ sup.\ A\,B\,F}{B\,a},$$

dá el punto F, y restando la superficie del triángulo F B E de la porcion F E G B, ó superficie total partida por 4, se halla la del triángulo E B G, cuya base $E\,G = \dfrac{2\ sup.\ E\,B\,G}{B\,b}$ da el punto G. El H se busca de igual suerte; porque conocida la superficie de G B D y restada de la cuarta parte de la superficie total, se deduce la del triángulo D B H, que tiene por base $D\,H = \dfrac{2\ sup.\ D\,B\,H}{B\,c}$.

Gráficamente. Sirva de ejemplo el exágono irregular A B C D E F (fig. 264), y divídase en cinco partes equivalentes desde el punto B. Redúcese primero al pentágono G B C D E, despues al cuadrilátero G B H E, y por último al triángulo G B L de equivalente superficie, reservando siempre el punto B como dato obligado. En este caso se divide la base G L en 5 partes iguales G P

P O, O N, N M, M L y se tiran las B P, B O, B N, B M, que dejan dividido el triángulo G B L en el número indicado de porciones equivalentes. Para referir estas al exágono dado, por el punto P se tirará una paralela P Q á la B F hasta que encuentre al lado A F en el punto Q, que con B determinan la primera línea divisoria. La segunda B O es una de las del triángulo G B L, pues el triángulo B P O equivale en superficie al cuadrilátero B O F Q. La tercera línea divisoria es B N; porque O B N es quinta parte, lo mismo del exágono en cuestion, que del triángulo á que se redujo. La cuarta B R se halla tirando por M la M R paralela á B E, y por último, el resíduo R B C D es otra quinta parte, que puede comprobarse para justificacion de las demás.

Queda pues segregada la figura propuesta en los triángulos B A Q, B O N y los cuadriláteros B Q F O, B N E R, B R D C.

767. Análogamente á lo dicho para el cuadrilátero, podría dividirse un pentágono ó polígono irregular en partes proporcionales.

SEGUNDO CASO.—DIVISION DE LOS POLÍGONOS DESDE UN PUNTO TOMADO EN UNO DE SUS LADOS.—DIVISION DEL TRIÁNGULO.

Aritméticamente. Sea A B C (figura 265) el terreno triangular propuesto, P el punto de division tomado sobre su lado A B, y tres las partes equivalentes en que ha de repartirse.

La superficie del triángulo total se designará por

$$sup.\ A\ C\ B=\frac{C\ c\times A\ B}{2};$$

una de las partes será $sup.\ A\ D\ P=\dfrac{D\ d\times A\ P}{2}$,

y la otra $sup.\ P\ E\ B=\dfrac{E\ e\times P\ B}{2}$.

Pero como dichas porciones son un tercio de la superficie total, tambien se tendrá $sup.\ A\ D\ P=\frac{1}{3}\ \dfrac{C\ c\times A\ B}{2}=\dfrac{C\ c\times A\ B}{6};$

$$sup.\ P\,E\,B = \tfrac{1}{3}\,\frac{C\,c \times A\,B}{2} = \frac{C\,c \times A\,B}{6}, \text{ ó } \frac{D\,d \times A\,P}{2} = \frac{C\,c \times A\,B}{6};$$

$$\frac{E\,e \times P\,B}{2} = \frac{C\,c \times A\,B}{6}.$$

Dividiendo ambas ecuaciones por 2 se convierten

$$D\,d \times A\,P = \frac{C\,c \times A\,B}{3};\ E\,e \times P\,B = \frac{C\,c \times A\,B}{3},$$

y despejando, $D\,d = \dfrac{C\,c \times A\,B}{3\,A\,P}$; $E\,e = \dfrac{C\,c \times A\,B}{3\,P\,B}$.

Comparando los triángulos, A C c con A d D, B C c con B E e,

se dirá $C\,c : C\,A :: D\,d : D\,A = \dfrac{C\,A \times D\,d}{C\,c}$,

$$C\,c : C\,B :: E\,e : E\,B = \frac{C\,B \times E\,e}{C\,c}.$$

Si se sustituyen por D d, E e, sus valores respectivos,

$$D\,A = \frac{C\,A\,\dfrac{C\,c \times A\,B}{3\,A\,P}}{C\,c} = \frac{C\,A \times C\,c \times A\,B}{3\,A\,P \times C\,c} = \frac{C\,A \times A\,B}{3\,A\,P};$$

suprimida la cantidad comun C c.

$$E\,B = \frac{C\,B\,\dfrac{C\,c \times A\,B}{3\,P\,B}}{C\,c} = \frac{C\,B \times C\,c \times A\,B}{3\,P\,B \times C\,c} = \frac{C\,B \times A\,B}{3\,P\,B};$$

suprimida la cantidad C c que multiplica y divide.

Luego llevando estos valores de D A y E B, desde A y B hasta donde alcancen, en sus respectivos lados, D, E serán los puntos que se necesitan para la resolucion del problema.

Gràficamente se consigue el resultado mas prontamente; pues si A B C (fig. 266) es el triángulo, tres las partes equivalentes y P el punto dado, divídese la base A C en tres partes iguales y por los puntos F, G se tiran las paralelas F D, G E á la P B, que une el punto de partida con el vértice. Los puntos D y E en que encuentran F D, G E á los lados A B, B C, darán unidos con el propuesto P, las líneas de division P D, P E que dejan el triángulo total repartido en tres porciones equivalentes A D P, P E C, D P E B.

768. Análogamente se hace la division en partes proporcionales; porque si la relacion de las partes es a: b: c, las porciones A D P, P E C se deducen diciendo que

$$a+b+c: sup.\ \mathrm{A\ B\ C}:: a: sup.\ \mathrm{A\ D\ P}=\frac{sup.\ \mathrm{A\ B\ C}\times a}{a+b+c},$$

$$a+b+c: sup.\ \mathrm{A\ B\ C}:: b: sup.\ \mathrm{P\ E\ C}=\frac{sup.\ \mathrm{A\ B\ C}\times b}{a+b+c}.$$

Bajando las perpendiculares P x, P x' y midiéndolas, las bases A D, C E se hallarán, pues

$$\mathrm{A\ D}=\frac{2\ sup.\ \mathrm{A\ D\ P}}{\mathrm{P}\ p},\ \mathrm{C\ E}=\frac{2\ sup.\ \mathrm{P\ E\ C}}{\mathrm{P}\ p'}.$$

Gráficamente se conseguiría lo mismo si en vez de dividir el triángulo en los equivalentes A B F, F B G, G B C, se hubiese repartido en los proporcionales segun a: b: c; pues lo restante es igual al caso anterior.

769. El modo designado en el número inmediato para dividir aritméticamente en partes proporcionales un triángulo, puede usarse con mas sencilléz para dividirlo en porciones equivalentes; pues es análogo al que se empleára cuando el punto de division es uno de los vértices.

Tambien se puede dividir gráficamente el triángulo desde uno de sus lados en partes equivalentes ó proporcionales, análogamente á lo dicho en el primer caso. Sea por ejemplo, A B C (figura 267) el triángulo y P el punto, y 4 las partes equivalentes ó proporcionales. Comiéncese por reducir el triángulo A B C al A P D, y divídase este en las partes A P E, E P F, F P G, G P D, segun se advierte. Las dos primeras quedan de hecho verificadas, y para la tercera F P G, se convierte este triángulo en el cuadrilátero F P H C, por medio de la paralela G H á P C, y el triángulo P B H debe ser el resto, si las demás partes quedan bien distribuidas.

DIVISION DEL CUADRILÁTERO.

Aritméticamente. Averiguada la superficie del dado A B D C (fig. 268), y habiéndose de dividir en dos partes equivalentes en superficie por el punto P, únase con el C y mídase el área del triángulo A P C, á este le faltará una parte cualquiera para completar la mitad de la superficie total, cantidad fácil de hallar á quien llamarémos S, y bajando desde P la perpendicular P p y midiéndola, $C\,E = \dfrac{2\,S}{P\,p}$ designará el lugar del punto E, que resuelve la cuestion.

Gráficamente. Sea el cuadrilátero A B C D (fig. 269) el que se quiere dividir en cuatro partes equivalentes desde el punto P del lado A D. Conviértese en el triángulo C D E, y su base E D se divide en las cuatro partes D H=H G=G F=F E. Unase el punto P con C por medio de la línea P C, á la cual se tirarán paralelas por los puntos H, G, F, hasta que toquen en Q, R, S los lados del cuadrilátero, y unidos estos puntos con el propuesto, P Q, P R, P S serán las líneas de division, y A B S P, S P R, R P Q C, Q P D las cuatro partes equivalentes pedidas. La razon de esto es, que si se considera descompuesto el cuadrilátero P S C D en dos partes CPD+CPS, por ser *sup.* PSC=*sup.* CFP, por la construccion, *sup.* PCD+*sup.* CPS=*sup.* PCD+*sup.* FCP,

ó *sup.* P S C D=*sup.* P C D+*sup.* F P C;

pero como *sup.* P C D+*sup.* F P C=*sup.* C F D= $\frac{3}{4}$ *sup.* ABCD, su equivalente P S C D tambien será las $\frac{3}{4}$ partes del cuadrilátero total, y por tanto el resíduo A B S P= $\frac{1}{4}$ *sup.* A B C D, y así de las demás partes.

Análogamente se divide el cuadrilátero en lotes proporcionales; pues todo consiste en que las partes E F, F G, G H, H D estén sobre la base A D del triángulo C E D, en la relacion de a: b: c: d en vez de ser iguales, y el resto de la operacion gráfica es idéntico.

770. DIVISION DEL PENTÁGONO Ó DE OTRO POLÍGONO CUALQUIERA. Por via de ejercicio dividirémos otro polígono desde un punto tomado sobre cualquiera de sus lados, bien que todo ello no sea mas que repetir lo dicho.

Aritméticamente. Sea (fig. 270) A B C D E F G un heptágono irregular, que desde el punto P se ha de dividir en cinco partes equivalentes. Si fuesen proporcionales se resolverá casi de igual manera, con las correspondientes prevenciones. Tirarémos desde el punto P la P A, y comprobarémos si el triángulo A B P tiene de superficie la quinta parte de la total. Faltándole, esta falta será inmediatamente conocida, y asímismo la longitud de la perpendicular P p; luego bastará hallar A H, base del triángulo A P H, para determinar la primera division P H, y la primera parte A B P H. Hállase H L, base del triángulo H P L, cuya superficie y altura P p se conocen, y P H L será la segunda parte. Para la tercera se unen P, G, y lo que necesita el triángulo P L G para $\frac{1}{5}$ de A B C D E F G se le añade, conocida la superficie que falta y P p', para obtener la tercera parte L P M G. Por último: se tirará la P E y se medirá la superficie del cuadrilátero P E F M, á quien faltará algo, que se le agrega con el triángulo E P N, calculando su base E N, y así resultarán las partes M P N E F, N P C D, que completan la division pedida.

Gráficamente. Sea (fig. 271) A B C D E un pentágono irregular, que ha de dividirse en dos partes equivalentes. Se reduce primero al cuadrilátero equivalente F P G D, partiendo desde P, y despues este al triángulo tambien equivalente F P H, cuyo vértice queda en el punto P dado. Si su base F H se dividió en dos partes iguales en L, P L será la linea de division deseada, y A E L P, P B C D L las partes de heredad deducidas.

En efecto: dividiéndose el triángulo total F P H en los P F L, L P H parciales, se observará que el cuadrilátero P A E L equivale en superficie al triángulo P L F; luego el pentágono P L D C B, tambien tendrá el mismo número de unidades agrarias que L P H, ó las dichas partes son mitades de la total.

Si estas fueran como a: b bastaría con dividir F H, base del triángulo F P H, en esa relacion, para designar el punto L.

771. TERCER CASO.—DIVISION DE LOS POLÍGONOS POR LÍNEAS QUE PARTAN DE, Ó CONCURRAN Á UN PUNTO DENTRO DEL POLÍGONO.—DIVISION DEL TRIÁNGULO.

Aritméticamente. 1.º—Si A B C (figura 272) es el triángulo, tres las partes equivalentes y P el punto tomado dentro, se unirá con B por medio de la B P, que desde luego puede imponerse como línea de division. Si se tira la P A y se halla la superficie del triángulo B P A, podrá faltarle algo para llegar á ser $\frac{1}{3}$ de la total, lo que se le agrega con el triángulo A P D, cuya superficie y altura P p se conocen, y cuya base A D se deduce para llevar su longitud desde A hasta D, punto que unido con P darán otra línea de division. Para la tercera P E se une el punto P con C, y se comprueba si el triángulo D P C vale en superficie la tercera parte del A B C, y como le falte, se le añade, determinando la longitud E C, como repetidas veces tenemos enunciado.

Lo mismo se haría si las partes fuesen como a: b: c, pues se tendrían presentes las proporciones para saber lo que hay que añadir ó quitar á los triángulos A P B, D P C.

2.º—Si el punto P no estuviese designado de antemano, sino que se exigiese que las líneas de division pasasen por los vértices A, B, C (fig. 273), y se cortasen dentro donde resultase, entonces dividida por tres la superficie total, se sabría el valor de cada parte; C A, B A serían las bases y solo faltarían las alturas de los triángulos A B P, A C P, pues del resto B P C, excusado será decir que resultará el tercio.

Llamando S á la superficie $\dfrac{\text{A B C}}{3}$

se tendrá $\text{B}\,b = \dfrac{2\,\text{S}}{\text{A B}}$, $\text{C}\,c = \dfrac{2\,\text{S}}{\text{A C}}$,

luego levantando en B la perpendicular B b, y en C la C c, cuyas longitudes se han hallado, y tirando por b la $b\,m$ paralela indefinida respecto de B A, y por c la $c\,n$ paralela á A C, el punto de interseccion P es el que se necesita, para que unido con los vértices, resulten las porciones B P A, A P C, B P C en que se divide el triángulo propuesto.

Gráficamente. Además de la segunda solucion anterior, que tambien puede usarse gráficamente, recomendamos la siguiente por ser la mas sencilla. Sea (fig. 274) A B C el triángulo y tres las partes equivalentes en que debe repartirse, con la condicion de que sus líneas pasen por los vértices. Divídase B C en tres partes B E=E F=F C, y por los puntos E, F tírense la E G paralela á B A, y la F H paralela á A C. El punto P, interseccion de ambas será el pedido; porque son equivalentes en superficie el triángulo A P B al A E B, el A P C al A F C, por tener respectivamente iguales bases y alturas, y el B P C al E A F por ser ambos lo que sobra de resto. Pero B A E, E A F, F A C son terceras partes de la superficie total; luego sus equivalentes lo serán tambien, que es lo que se necesita.

Segunda solucion.—Si el punto P (fig. 275) fuese dado de antemano, supondríamos fijada la línea de division P F, bajaríamos la perpendicular P p, la mediríamos y prolongada á uno y otro lado la base A C, hallaríamos aritméticamente la base F G del triángulo F P G, pues se conoce su superficie tercio de la total, y su altura, que es la perpendicular P p medida. Con esto bastaría unir P con C y tirar por G la paralela H G para hallar el punto H, así como trazando la P A y tirándole por L, la L M nos dará el punto M análogamente á lo hecho antes; cuyos puntos M, H unidos con el P determinan la cuestion. Este caso es aplicable á la division en partes proporcionales, con las prevenciones que excusamos repetir.

772. Division del cuadrilátero, ó de un polígono cualquiera.

Aritméticamente. Es tan fácil esta division que solo se reduce á reproducir lo dicho en la primera solucion (párrafo 771) respecto del triángulo dividido desde un punto interior, trabajo mas útil para el ejercicio de problemas, que propio de este lugar, donde omitimos repeticiones.

Gráficamente, ofrecen estas cuestiones mayor interés, y por tanto elegimos un polígono como ejemplo.

Sea (fig. 275) el exágono irregular A B C D E F, P el punto y tres las partes equivalentes. Se reduce primero al pentágono A G C D F, despues al cuadrilátero A G D H, y por último al triángulo G D L, que se transforma en el N P M equivalente en superficie al polígono dado, teniendo el vértice en P. Dividida la base N M en tres partes M O=O Q=Q N, se trasporta una de ellas desde B hasta R, únese P con A y tirada por el punto R su paralela R S, nos dará un punto S para la línea de division P S; porque supuesta la P B desde luego, el triángulo R P B, tercio del N P M, equivale al cuadrilátero A B L S. Si se lleva tambien una tercera parte de M N desde B hasta T y se une este punto con P, el triángulo B P T, tercera parte de N P M, tendrá que referirse al polígono dado. En efecto: por T se tira la T X paralela á P B, que hallará en X á la prolongacion de B C, y el triángulo B X P equivalente al B P T, tambien lo será al cuadrilátero P Z C B, hallándose el punto Z por medio de la X Z paralela á P C.

773. Los problemas de division con el punto de partida dentro de la figura, son muy usuales en la práctica, pues suele acontecer que los herederos entre quienes se divide un terreno, quieran participar de un pozo, caserío ú otra cosa de esta especie. El Agrimensor podrá escoger el medio de division que mejor le parezca, habiendo presentado el último ejemplo con todas sus líneas, para que se conozca la dificultad de cada clase de soluciones.

LECCION XXXIX.

DIVISION DE TERRENOS CUANDO LAS LINEAS DIVISORIAS SON PARALELAS A UN LADO. — DIVISION DE POLIGONOS MUY IRREGULARES. — DIVISION DE LOS CAMPOS BALDIOS.

Prosiguiendo la materia de la leccion anterior, entrarémos en el caso de la division de terrenos, en que las líneas son paralelas á uno de los lados del polígono.

774. DIVISION DEL TRIÁNGULO.

Aritméticamente. Sea A B C (fig. 276) el triángulo propuesto y tres las partes equivalentes, se dirá que $ABC:DBE:AB^2:DB^2$,

$$\text{de donde } DB=\sqrt{\frac{AB^2\times DBE}{ABC}}\text{; pero } DBE=\frac{ABC}{3},$$

$$\text{sustituyendo, } DB=\sqrt{\frac{ABC}{3}\times\frac{AB^2}{ABC}}=\sqrt{\frac{AB^2}{3}}.$$

Lo mismo hubiéramos conseguido con la proporcion

$$AB:DB::DB:\frac{AB}{3}\text{, pues } DB^2=\frac{AB^2}{3}\text{, ó } DB=\sqrt{\frac{AB^2}{3}}.$$

Así pues, colocándose la longitud de D B desde el punto B hasta donde alcance, sobre el lado B A se halla el punto D, por donde ha de pasar la primera línea de division D E.

Análogamente se hallaría el punto E sobre el lado B C, pero si se pretende el punto F para la segunda línea de division F G, dirémos como antes que A B C: F B G:: A B^2: B F^2, de donde

$$B\,F=\sqrt{\frac{A\,B^2\times F\,B\,G}{A\,B\,C}};\ \text{pero } F\,B\,G=2\,D\,B\,E=\frac{2\,A\,B\,C}{3};$$

$$\text{luego } B\,F=\sqrt{\frac{A\,B^2}{A\,B\,C}\times\frac{2ABC}{3}}=\sqrt{\frac{2\,A\,B^2}{3}}.$$

Tambien se deducirá lo mismo, observándose como antes, que

$$A\,B: B\,F:: B\,F: \frac{2\,A\,B}{3},\ \text{de donde } B\,F=\sqrt{\frac{2\,A\,B^2}{3}}.$$

Para dar mas generalidad á la resolucion de este problema, puede observarse, que así como el divisor es 3, porque este ha sido el número de partes designadas, sería n para expresar cualquier caso de division, y $\sqrt{\frac{A\,B^2}{n}}$, $\sqrt{\frac{2\,A\,B^2}{n}}$, $\sqrt{\frac{3\,A\,B^2}{n}}$ &c. serán los respectivos valores, que han de llevarse sobre los lados, para encontrar los puntos de division, por donde han de pasar las paralelas al lado A C, que se ha elegido para esto.

Gráficamente. Siendo A B C (fig. 277) el triángulo, tres las partes como antes, y A C el lado al que las líneas de division deben ser paralelas, con el diámetro A B trazamos la semi-circunferencia A L H B, y dividido el lado A B en tres partes B a=a b=b A, por los puntos de division a, b, levantarémos las perpendiculares a H, b L, hasta que encuentren en H y L á la semi-circunferencia. Haciendo centro en B con el rádio B H, y trazando el arco H D, D será el primer punto deseado, y F el segundo, que se consigue trasportando de igual suerte B L sobre B A, segun B F.

Es verdad esto, porque H B es media proporcional entre A B y B a (recuérdese la Geometría elemental).

Así A B: B H: B H: B a, ó B H^2=A B$\times$B a,

$$\text{de donde } B\,H=\sqrt{A\,B\times B\,a};$$

pero como $B\,a=\dfrac{A\,B}{3}$, sustituyendo,

$B\,H=\sqrt{\dfrac{A\,B\times A\,B}{3}}=\sqrt{\dfrac{A\,B^2}{3}}$, que por tenerse segun la construccion $H\,B=B\,D$, se deducirá en fin que $B\,D=\sqrt{\dfrac{A\,B^2}{3}}$, resultado exactamente igual al visto en la resolucion aritmética. De igual suerte se tiene $A\,B : B\,L :: B\,L : B\,b$, ó $B\,L^2=A\,B\times B\,b$, de donde $B\,L=\sqrt{A\,B\times B\,b}$;

pero $B\,b=\dfrac{2\,A\,B}{3}$, luego $B\,L=B\,F=\sqrt{\dfrac{2\,A\,B^2}{3}}$.

Si n fuese el número de partes se dividirá A B en ellas, como se ha visto para el caso particular de tres.

775. Si se quisiera dividir aritméticamente en dos partes el triángulo A B C (figura 276) en la relacion de 2: 1 por ejemplo, $B\,F=\sqrt{\dfrac{2\,A\,B^2}{3}}$ nos dará el punto F, quedando la parte F B G doble de la A F G C, ó en la relacion de 2: 1. Si fuese en la relacion de 1: 2, bastará hallar B D; pues B D E es una parte mientras D A C E vale dos. Lo mismo seria si la relacion fuese de 1: 5 y análogamente de los demás casos. Fácil es comprender tambien que la resolucion gráfica se modificará en la division de A B (fig. 277).

776. DIVISION DEL CUADRILÁTERO.

Aritméticamente. 1.º—Si el cuadrilátero es tal como el de la fig.ª 278, en que los lados C A y D B son perpendiculares al A B, y dos las partes equivalentes en que se ha de dividir por medio de una paralela á la A B, midiendo esta y con la mitad de la superficie total, á quien llamarémos S, se tendrá

$$S = A\,B \times M\,A \text{ y } M\,A = \frac{S}{A\,B},$$

luego llevando M A desde A y B hasta donde alcance, se conseguirán los puntos M y N de la paralela M N; pues el rectángulo M A B N es la mitad del área total, y por tanto C M N D la otra mitad excedente. Análogamente se hubiera dividido semejante cuadrilátero en n, número de partes equivalentes y proporcionales.

2.º—En efecto: si A B C D (fig. 279) es un trapecio rectángulo que debe dividirse en cinco partes, se halla la altura M C, ó N D como antes, y despues de puesta tres veces, se observa que queda toda la parte Q R A B para dividirse en las otras dos partes, lo que se consigue tirando la B Z, averiguando la superficie del triángulo A B Z, y estableciendo entre este y el A T S, quinta parte de la superficie total, la proporcion siguiente.

$$\textit{Sup.}\ A\,B\,Z : \textit{sup.}\ A\,S\,T :: A\,Z^2 : A\,T^2,$$

de donde puede deducirse el valor de A T, que resuelve la cuestion, toda vez que los datos que entran en él nos son conocidos.

3.º—Si el trapecio no fuese rectángulo, sino como el A B C D de la figura 280, y se quisiera dividirle en dos partes equivalentes, segun una línea paralela al lado A B, prolongaríamos los A C, B D hasta E y en los triángulos A B E, F G E, cuyas superficies respectivas son,

$A\,B\,E = A\,B\,D\,C + C\,D\,E$, $\textit{sup.}\ F\,G\,E = \textit{sup.}\ F\,G\,D\,C + \textit{sup.}\ C\,D\,E$,
triángulos cuyas áreas se conocen, se tendrá

$$\textit{sup.}\ A\,B\,E : \textit{sup.}\ F\,G\,E :: A\,E^2 : F\,E^2,$$

$$\text{de donde } \textit{sup.}\ A\,B\,E \times F\,E^2 = \textit{sup.}\ F\,G\,G \times A\,E^2,$$

$$\text{ó } F\,E = \sqrt{\frac{A\,E^2 \times \textit{sup.}\ F\,G\,E}{\textit{sup.}\ A\,B\,E}} = A\,E\sqrt{\frac{\textit{sup.}\ F\,G\,E}{\textit{sup.}\ A\,B\,E}},$$

longitud de la que se restará E C para conseguir C F que nos da el punto F, como pudiéramos haber hallado el G.

4.º—Mas difícil será el problema si los lados del trapecio no se pueden prolongar. Para este caso necesitamos seguir el sistema analítico y emplear el cálculo algebráico en esta forma. Si A B C D (fig. 281) es el trapecio, y se supone desde luego hallada

E F, línea de division que distribuye en dos partes equivalentes la figura, será necesario medir en el terreno otra línea cualquiera que se le aproxime, tal como G H y la O P su perpendicular, así como A B, C D, lados del trapecio.

Para simplificar los cálculos se hará $AB=a$, $G H=b$, $E F=x$, $C D=c$, $M N=z$, $O P=d$.

En este caso se mide la superficie total de la figura dada, y su mitad será la de la parte A B F E, á quien llamarémos S. Así pues, $\frac{(a+x)z}{2}=S$, ó $(a+x)\ z=2\ S$, de donde $z=\frac{2\ S}{a+x}$. (a) Como A B F E—G E F H=A B H G. (b) y *sup.* A B F E$=\frac{(a+x)\,z}{2}$, *sup.* G E F H$=\frac{(b+x)\,(z-d)}{2}$, *sup.* A B H G$=\frac{(a+b)\ d}{2}$, sustituyendo en (b) y suprimiendo el divisor comun, se tendrá que

$$(a+x)\ z-(b+x)\ (z-d)=(a+b)\ d.$$

Si se despeja z en esta ecuacion, para lo que se necesita efectuar las multiplicaciones y restas indicadas, simplificar y pasar al segundo miembro $(b+x)\ d$, resulta

$$z=\frac{(a+b)\ d-(b+x)\ d}{a-b}.\ (c)$$

Igualando ambos valores de z, (a) (c)

$$\frac{2\ S}{a+x}=\frac{(a+b)\ d-(b+x)\ d}{a-b},$$

y quitando divisores, ejecutando las multiplicaciones, resta, simplificacion y variacion de signos, resulta

$$x^2\ d=a^2\ d+2\ S\ b-2\ S\ a,$$

de la que se despeja finalmente

$$x=\sqrt{\frac{a^2\ d+2\ S\ b-2\ S\ a}{d}}=\sqrt{a^2+(b-a)\frac{2\ S}{d}}$$

Conocido este valor de x, A B y la superficie de A B F E, ya es fácil saber el de M $N=z=\frac{2S}{a+x}$, levantando finalmente en A B una perpendicular sobre la que se toma dicho valor, y tirando por el punto N la paralela E $F=x$, queda resuelta completamente la cuestion.

777. Si el trapecio A B C D (figura 282) se ha de dividir en dos partes equivalentes como el anterior, llamando A $B=a$, C $D=b$, E $F=c$, $p\ q=d$, $r\ o=z$, y á la superficie A B F $E=S$, se tendrá $S=\frac{c+a)\,z}{2}$. (a) Si se tira por A la A H paralela al lado B D, y se baja la perpendicular A m, los triángulos semejantes A E G, A C H serán entre sí como sus bases y alturas, pudiendo decirse que A m. C H:: A l: E G;

pero A $m=p\ q=d$, A $l=r\ o=z$, C H=C D—A $B=b-a$;

$$\text{luego } d : b-a :: z : \text{E G, ó E G}=\frac{(b-a)z}{d},$$

$$\text{y E F=E G+G E}=\frac{(b-a)z}{d}+a=c,$$

sustituyendo, este valor en la ecuacion (a) resultará

$$S=\frac{\left(\frac{(b-a)z}{d}+a+a\right)z}{2}=\frac{\left(\frac{(b-a)z}{d}+2\ a\right)z}{2},$$

en donde reduciendo el entero á la especie de quebrado que le acompaña, efectuada la multiplicacion y division, se tendrá

$$\frac{b\ z^2-a\ z^2+2\ a\ d\ z}{2\ d}=S, \text{ ó } b\ z^2-a\ z^2+2\ a\ d\ z=2\ S\ d,$$

ecuacion en la que hechas las oportunas operaciones, esto es, sacando la z^2 como factor comun y dividiendo los demás términos por $b—a$, se despejará en fin

$$z=-\frac{a\,d}{b-a}\pm\sqrt{\frac{a\,d^2}{(b-a)^2}+\frac{2\,S\,d}{b-a}},$$

fórmula que nos indica el modo de hallar directamente la longitud de la perpendicular z, para determinar el punto por donde debe pasar la línea de division.

778. Son aplicables estas fórmulas para los casos en que se quieren las partes proporcionales, pues esto depende de la cantidad S que siempre es conocida.

Gráficamente. Siendo el trapecio A B C D (figura 283) y dos tambien las partes equivalentes, se prolongarán sus lados A B, D C hasta E, y con A E como diámetro, se trazará la semi-circunferencia A L G E. Desde E como centro, y con el rádio E B, se trazará asímismo el arco B G, y desde G se bajará á A E la perpendicular G F. Ahora bien, dividiendo A F en dos partes A H=H F, desde el punto H se levantará la perpendicular H L, y con el rádio L E se describirá desde E el arco L M, para encontrar definitivamente el punto M, por el que ha de pasar M N paralela á A D, que resuelve la cuestion. Véase que este caso es completamente análogo al del triángulo ya explicado y así todos los de esta clase, apoyándose en los mismos principios.

779. Division de cualquier polígono.

Por el uso de las fórmulas

$$x=\sqrt{a^2+(b-a)\frac{2\,S}{d}};\; z=-\frac{a\,d}{b-a}\pm\sqrt{\frac{a\,d^2}{(b-a)^2}+\frac{2\,S d}{b-a}};\; z=\frac{2\,S}{a+b},$$

podrémos dividir toda figura, por ejemplo, la A B C D E F G de la fig.ª 284. En efecto: bien se calcule $o\,g$ ú H C, se podrá segregar la parte A H C B, cuarta de la superficie total. Para la segunda H G M N C, á causa del ángulo entrante en G, habrá que calcular lo que le falta al trapecio H G L C para valer la cuarta parte de la superficie y con esta aplicar las fórmulas al trapecio M G L N, y así de las demás partes hasta dejar el resíduo P E D Q, que será una de ellas.

Gráficamente. Tomando para ejemplo el exágono A B C D E F (figura 285), que se quiere repartir en cuatro partes equivalentes por líneas paralelas á la B E, se considerará dividida la figura en los dos trapecios B E D C, B E F A, con los que se hará parcialmente lo mismo que se dijo en el número anterior, para hallar las L M, G H.

780. De otros casos de division. Además de los cuatro modos de dividir que tenemos ya expuestos separadamente, se pueden emplear estos en combinacion, esto es, dividiendo parte de un polígono por líneas paralelas á un lado, y parte desde un vértice, ó un punto tomado dentro ó en un lado del polígono. Las condiciones impuestas por los coherederos y el buen tino para satisfacerlas, deben ser el norte á que se atengan los geómetras en el uso de la ciencia, que presta recursos siempre, si se la consulta con verdaderos conocimientos.

En el caso en que se divide el polígono A B C D E (figura 286), desde un punto P por ejemplo, puede convenir que la primera línea de division P Q sea perpendicular á D C, y en efecto, no hay inconveniente de satisfacer esta necesidad, lo mismo que si viniese al vértice D, C ú otro cualquiera, ó cayese en un punto de un lado; pues siempre se verificaría lo explicado para este caso. Así pudiéramos extendernos en pormenores sobre tan importante materia si no se hicieran largas estas lecciones, aconsejando al discípulo la resolucion de problemas parciales para ejercitar su ingenio.

781. No terminarémos sin embargo sin decir como se divide en dos partes equivalentes en superficie, ó proporcionales, un polígono muy complicado. Si este es A B C D E... R (fig. 287), puede desde luego elegirse el punto de partida para la línea de division, y supongámos que sea H uno de los vértices. Dividida la porcion de la izquierda por las diagonales P R, R N, N A, A M, M H, H A y sumada la superficie de los triángulos 1, 2, 3, 4, 5, 6, se sabrá lo que le falta á esta suma para llegar á la mitad de la total, en el concepto de estar esta ya medida, y ser equivalentes las dos partes en que se divide el terreno. Supongámos que la parte que falta sea *m*, y *n* la que completa la suma de los triángulos 7, 8, 9,

10, 11, de la derecha: el triángulo A H B ha de contener ambas partes, ó *sup.* A H B$=m+n$, luego dividiéndolo en la relacion de m: n, H S será la línea de division pedida.

Si las partes fueran proporcionales en la relacion de a: b, despues de conocida la superficie total, sumariamos los seis triángulos de la izquierda, y comparados con la porcion a se vería lo que le faltaba ó sobraba para completarla, luego añadiéndolo ó quitándolo á derecha ó izquierda de la línea H A, el resto sería la porcion b.

782. En resúmen se vé que toda la teoría de la division de los campos estriba en añadir ó quitar de las porciones en que se divide la total, la superficie de los triángulos, rectángulos y trapecios, segun los casos se presentan.

783. Division de los campos. Cuando un monte, ó gran porcion cualquiera de terreno comun, se divide entre muchos partícipes, en lotes ó suertes, como acontece muchas veces, á fin de repartir los campos baldíos entre los vecinos mas pobres de los pueblos, la operacion de la division de terrenos se complica algun tanto, debiendo procurar el Agrimensor que los lotes resulten lo mas regulares posibles para su mejor labranza, eligiendo las figuras rectangulares para esto, á semejanza de lo visto en la figura 279, y procurando, lo mismo que en todos los casos de division en general, que cuando el terreno varíe notablemente en condiciones, las porciones no sean equivalentes, sino que al que le corresponda peor terreno, se le compense este perjuicio con mayor parte de él, á menos que por evitar lo complicado que es este reparto, no se hagan partes iguales dejando que la suerte adjudique las mejores y peores, segun convenio establecido. De cualquier modo que esto sea, en la division de grandes porciones de terreno en lotes, hay necesidad de dejar calles principales y trasversales, para la comunicacion y circulacion indispensables á la labranza, habiendo autores que tratan detenidamente de esto, los que se pueden consultar en caso necesario.

DESLINDES Y APEOS.

LECCION XL.

DESLINDES CUANDO SE PIERDEN LAS SEÑALES DE OTROS ANTERIORES, O CUANDO SE HACEN POR PRIMERA VEZ. — DESLINDES DE LAS PROPIEDADES DE DOS PUEBLOS.

784. Despues de verificada la division de una heredad, se ponen señales en los puntos, para designar las líneas de division. Pero estas señales se pierden con el trascurso del tiempo y es necesario reponerlas, designando de nuevo á cada cual lo que en justicia le pertenece. Esta operacion se llama *deslinde*.

785. Este suele hacerse en el sentido que se acaba de indicar, ó puede acontecer que de antiguo no se reconozcan límites seguros ó determinados, y se quieran establecer de nuevo con arreglo á la ciencia y á las leyes. En ambos conceptos estudiarémos lo que debe hacerse.

786. Si A B C D E es una posesion limitada por A E respecto de otro propietario número 1, por A B, B C con el número 2; por C D con el número 3, y finalmente por E D respecto del predio número 4, y por cualquier circunstancia hubiesen desaparecido las señales que habia en D, C, B, se restituirán fácilmente, si el

dueño de la posesion A B C D E tiene de ella el correspondiente plano.

En efecto: todo el trabajo consiste en hacer lo inverso de lo que en Topografía tenemos enseñado, esto es, de trasladar al terreno lo que hay en el dibujo, en vez de trazar en el plano lo que existe en el terreno. En este supuesto, y como no se conserva mas que la línea A E, en E se coloca un goniómetro y se mide el ángulo A E D que tiene el plano, llevando sobre E D las unidades de medida que á este lado segun escala le pertenecen. Vuélvese á colocar en D el instrumento, y tomado el ángulo E D C, sobre D C del terreno, se pone la longitud que debe tener segun el plano; se trasporta á C el goniómetro, se forma el ángulo B C D, y sobre C D se llevan las unidades lineales que dice la escala, y así se continúa formando el ángulo A B C y cerrando el polígono con la longitud de B A. Esto en el supuesto de seguir el sistema de rodeo, que cualquier otro empleado con toda clase de instrumentos, dará el mismo resultado con mas ó menos exactitud; pues todo se reduce, como dijimos al principio, á verificar lo inverso del levantamiento de planos.

787. Si no tuviese plano el propietario que pretende el deslinde, y sí escrituras y certificacion de peritos, en que se detalle la extension de sus tierras, entonces el caso será mas engorroso para resolver y mas expuesto á errores, razon por lo que debería ordenarse la formalidad del plano, cuando menos, en las grandes posesiones. En el expresado supuesto, tienen que entenderse, el propietario y peritos de la posesion A B C D E, con los propietarios y peritos de las posesiones 1, 2, 3, y 4 que rodean á la del primero. Es preciso examinar los títulos del propietario núm.º 1 para darle toda la tierra que le pertenece, al establecer de nuevo la linde A E; lo mismo hay que hacer con el 2 para las A B, B C, y así finalmente con los otros dos restantes. Mas puede acontecer al fin, que al propietario en cuestion, esto es, al de la heredad A B C D, le falte ó le sobre tierra. En el caso de haberse perdido todos los límites, la falta que puede proceder de una equivocacion, debe repartirse proporcional y prudencialmente en juicio verbal y en presencia de todos los datos. Si solo hubiera quedado

la linde A E, claro está que esto debe entenderse con los restantes, ó en general con los que hubieren perdido los linderos. Véase pues, á cuantos disgustos no puede dar orígen todo esto.

788. La ciencia, por lo que respecta á nosotros, solo debe limitarse á añadir ó quitar terreno por medio de la superficie de triángulos que se agregan ó se separan de las heredades, y en los que siempre se conocerán dichas superficies y algun otro dato, como la base y la altura. Tambien se aplica esto á los trapecios, de todo lo que nos ocuparémos detalladamente.

789. Reduccion de los límites sinuosos á lindes rectas. Cuando se pierden las señales por mucho tiempo, ó cuando en realidad antes no las ha habido, entran unos propietarios en los terrenos de los otros, formando líneas sinuosas imposibles de señalar, ni reducir á lindes ciertas y claras, por lo que se originan litigios, que es preciso evitar con cerramientos, ó simples apeos, los que siempre requieren deslindes perfectamente ejecutados. En este caso conviene pues instruir al geómetra, para que pueda resolver con facilidad, cuantos problemas se le ofrezcan en la práctica.

1.º—Reducir una línea sinuosa á dos linderos rectos. Sean (fig. 289) N, M dos posesiones limitadas entre sí por la línea sinuosa A *a b c d e f g* B, y D A, B C sean lindes ya establecidas entre el propietario N y otros sus colindantes. Quiérese, como dice el enunciado, reducir la línea sinuosa á otras dos rectas tales como la A F, F B; pues colocando una señal en F, quedan esclarecidos los términos de cada propietario, de forma que desaparezca todo temor de litigio. Para esto, únanse los puntos A, B, extremidades de la linde sinuosa, y averígüese la superficie contenida entre ella y la recta A B, lo que se consigue bajando perpendiculares de los puntos notables de inflexion, y sumando luego entre si la superficie de las figuras que resultan. Con este dato y la longitud de A B, que debe medirse, podemos reducir la cantidad de terreno contenida entre la línea sinuosa y la recta A B, á la extension de un triángulo que tenga por base la misma A B; pues si llamamos S á la expresada superficie y hacemos A B$=b$, la altura a se halla en la ecuacion, $a=\frac{2S}{b}$. Levantando en B ó A, pues es indiferente, una perpendicular B E y llevando desde B hasta E el valor de a, se tirará finalmente por E la E F paralela á A B, y en ella se escogerá un punto tal como el F, que unido con A y B nos dará las lindes A F, F B que deseábamos.

En la práctica se celebra un juicio verbal entre los propietarios y sus peritos, para determinar si la línea que separa ambas pertenencias es la sinuosa *a b c d e f g*, ú otra en la que es menester convenir de antemano, cediendo ó reclamando cada dueño segun crea justo. Hecha la operacion como acabamos de ver, quedan en completa libertad los interesados de elegir un punto cualquiera sobre la E F indefinida; pues todos cumplen con la misma condicion, en razon de tener siempre el triángulo la misma base y altura, y ser equivalentes en superficie á la contenida entre A B y la línea sinuosa convenida.

2.º—Reducir una línea sinuosa (figura 290) á otra recta que sirva de linde. Siendo A *m n o p* C la línea quebrada ó sinuosa que separa las dos posesiones, y C D, A B otras de sus lindes, se unirán como en el anterior problema los puntos A, C, extremos de la línea A *m n o p* C, se calculará la superficie contenida entre ambas líneas y en cualquier punto de A C, tal como F, se levantará una perpendicular E F; cuya altura, siendo la del triángulo A E C, equivalente en superficie á la porcion de terreno A *m n o p* C, se calcula como en el caso anterior. Mas para reducir las dos nuevas lindes A E, E C á una sola, y quitar del terreno el ángulo entrante E C D y el saliente A E C, los que como fácilmente se advierte, son bastante molestos para ambos propietarios, se tirará una paralela por el punto E á la A C, tal como la E D, y el punto D en que esta toca á la linde lateral C D, se unirá con A, dando por resultado A D, línea divisoria que cumple perfectamente con lo propuesto; pues los triángulos A E C, A D C son equivalentes en superficie á la porcion de terreno comprendido entre la línea sinuosa que antes servía de linde, y la A C que une sus extremos.

En la práctica se hace lo mismo que en el problema primero, esto es, convenir de antemano por medio de un juicio verbal en la línea que separa las dos propiedades, y por caprichosa que esta sea, se consigue el resultado acabado de explicar, siendo arbitrario el que la línea A D caiga sobre la linde de la derecha ó de la izquierda, á voluntad de los condueños.

3.º—Reducir una linde tortuosa á una línea recta, pero paralela á la que une las extremidades de la primera. Véase por el enunciado de este nuevo problema, como de uno en otro vamos perfeccionando el modo de establecer las lindes, que será tanto mejor, cuanto mas regulares resulten las figuras de los terrenos y menos lados tengan, con tendencia siempre al cuadrilátero lo mas regular posible; pues así no solo se comprende á primera vista la propiedad de cada cual, sino que pueden labrarse las tierras con menos molestia y desperdicio. Despues de las formalidades tomadas para los otros casos, si A m n o p q B (figura 291) es la linde conocida, se averiguará como siempre la superficie contenida entre dicha linde y la A B que une sus extremos. Con esta, á quien llamamos S, A B que se mide, y teniendo presente lo dicho para la division del trapecio en la leccion anterior, aplicarémos las fórmulas

$$x=\sqrt{a^2+(b-a)\frac{2\,S}{d}},\quad z=-\frac{a\,d}{b-a}\pm\sqrt{\frac{a\,d^2}{(b-a)^2}+\frac{2\,S\,d}{b-a}},$$

con las que se obtendrá la longitud de E F ó la altura E G, que resuelven mas ó menos inmediatamente la cuestion.

4.º—Reducir á lindes rectas las quebradas ó tortuosas en los terrenos muy extensos. Cuando las posesiones son muy considerables (fig. 292), si se unen los puntos A y B de la línea tortuosa A B C D E F G, resultarían sumamente largas las perpendiculares bajadas de los puntos B, C, D, E, F, á la base elegida, ó acaso no se verían dichos puntos desde ella. Por esto convendría parcialmente aplicar los problemas anteriores por pequeñas porciones, como se vé en la figura, pues se supone que se han hallado primero las A B, B C, despues las C D, D E, y por último las E F, F G. En este caso basta medir B C, por ejemplo, y todos los ángulos necesarios, para que por medio del cálculo trigonométrico se resuelvan los triángulos A B C, B C D, C D E, E F G, C E G y A C G, con los que se podrá hallar la superficie de los interiores A B C, C D E, E F G, C E G y A C G, junto con la longitud de A B, datos que nos conducen á poder levantar una perpendicular M N cuya longitud nos dé el punto M, que unido con A y B, determinan las lindes.

5.º—Verificar la reduccion de lindes, cuando no se puede entrar en el terreno comprendido entre las antiguas, y la base de la operacion. Sirva para esto la linde A C D E B de la figura 293, y como no se puede entrar en el terreno A C D E B, se prolongará A C indefinidamente, bajándole de D, E, B las perpendiculares D F, E G, B H. Con A H que se puede medir, y los ángulos H A B, A H B se puede conocer la superficie de A H B, á quien se le restará C F D, F D E G, G E B H, superficies conocidas; luego hallando el resíduo A C D B y A B, se conoce la altura del triángulo á que la última superficie ha de reducirse, operando en lo restante del problema, como se indicó en el primero.

Advertencia sobre los dos problemas anteriores. Se observará que las superficies de los triángulos se obtienen en ambos casos por su resolucion trigonométrica, pero como esta no da mas que los lados, conviene saber que la fórmula para hallar dicha superficie con estos datos es $S=\sqrt{s\ (s-a)\ (s-b)\ (s-c)}$, llamando S á la superficie del triángulo, s á la semi-suma de los tres lados y a, b, c á cada cual de ellos. El fundamento de esta fórmula debe recordarse en el álgebra aplicada á la geometría, sin ser de nuestro deber nada mas que esta advertencia, para la resolucion de los problemas 4.º y 5.º

6.º—Convertir una linde sinuosa en una línea quebrada de varios lados, en vez de uno ó dos como en los primeros casos. Este problema, es el inverso á los anteriores; pues por lo general lo que se apetece es reducir las lindes lo mas posible. Mas si en algun caso acomodase lo contrario, en vez de reducir la superficie A$m n o s r q x z$ C (fig. 294) al triángulo A B C, sobre la A D se reducirá A m n D al triángulo A E D. Uniendo D, q, nótese que la parte D o s queda dentro y la parte S r q fuera; luego se tomará la diferencia de ambas, y esta será la superficie del triángulo D E′ F, cuya base es D F; por último, la diferencia en superficie de las partes F q x, x z C se convierte en el triángulo F G C, tomando F C por base. Así resultan las lindes A E, E D, D E′, E′ F, F G, G C, y debe advertirse, que al hacer aplicacion de lo antes explicado, hemos empleado bases arbitrarias para los triángulos, en vez de las líneas, que como A C une los extremos de la sinuosa; manifestando lo que debe hacerse cuando las partes dejan algun terreno dentro y fuera de ellas.

7.º—Convertir una reduccion de linde en otra que mejor convenga. Ya hemos visto en el primero de estos problemas, que el punto donde deben unirse las dos lindes despues de reducida á ellas una línea sinuosa, es completamente indiferente, con tal de que se halle en la paralela ó la base. En la figura 295 tenemos las lindes A C, C B, resultantes de una reduccion; mas si conviene convertirlas en otras, conservando parte de la A C, A D por ejemplo, unirémos el punto D con B, y el triángulo D C B se convertirá en el D E B, D F B ó D G B, con tal de que sus vértices E, F, G, estén sobre la E G paralela á D B, que pasa por el punto C, y que tengan la base comun D B. De todos estos casos, las que mejor cumplen son las lindes A D, D G, G B, en realidad preferibles á las dadas primeramente.

790. Ejemplos de deslindes. Con los anteriores problemas basta para hacer aplicacion de ellos, al caso en que un propietario tenga que arreglar sus lindes con otros varios convecinos.

1.º—Sea pues A B C D E (fig. 296), la posesion que se ha de deslindar respecto de las que caen al rededor, y cuyos límites son A B, B C, C D, D E, E A. Comenzando por esta última linde y suponiendo que se pretende una línea paralela á A E, se aplicará el problema tercero, y en efecto se conseguirá la F G cuyos límites F, G caen sobre las lindes laterales A a, E e. Continuando hácia la derecha, nos hallamos con el propietario colindante por A B, mas como tenemos el punto G por extremidad de la linde anterior nuevamente establecida, este punto y no A, se unirá, segun G B, con el extremo B. Calculando la parte de terreno que queda fuera y dentro de esta base, se hallará la altura del triángulo G H B, conforme al primer problema. Pero quiérese sugetar á una recta la línea sinuosa B C, respecto de esta tercera posesion, y con arreglo al problema segundo, se obtiene la B L, cuya extremidad cae sobre el lindero lateral C *c*. Este punto L se une con D; pero como queda por la parte interior mas terreno tomado que excedente, en la continuacion de la linde lateral *d* D, caerá el extremo M de la nueva linde L M, trazada conforme á la anterior. Por último, quedan por puntos límites de todas las lindes encontradas, los F, M que se unen entre sí, y se calcula el terreno que se deja con el que se toma, para acabar de cerrar la posesion con sujecion al primer problema. F G H B L M N es el polígono que resulta, y F G, G H B, B L, L M, M N F las lindes respectivas.

2.º—Sea ahora para este nuevo ejemplo (fig. 297), A B C D E el terreno del propietario que pretende deslindar su pertenencia respecto de los otros, cuyas lindes comunes con él ordinariamente son A B, B C, C D, D E, E A, y que tienen tambien por lindes laterales las A *a*, B *b*, C *c*, D *d*, E *e*, que les sirven para dividir entre sí sus respectivas posesiones. Puede comenzarse como en el caso anterior, por unir el punto A con E y convertir la porcion de terreno E *m* A en el trapecio E F G A, á fin de que la linde sinuosa E *m* A se convierta en la F G, paralela á la E A. Prosiguiendo será necesario unir el extremo G de esta nueva linde con el B, extremo de la antigua y tortuosa A *n* B, la que se convierte ahora en la G H; pues el triángulo G H B tiene tanta superficie como el pedazo de terreno A *n* B. Uniendo el punto H con el C, volvemos á convertir la curva caprichosa B *o* C en otra linde recta H L, reduciendo la diferencia de superficie entre los trozos de terreno *x* B H y *x o* C al triángulo H C L. Análogamente hacemos para la nueva linde L M; pues esta resulta de reducir la superficie L C *z*—*z p* D al triángulo L D M, cuya altura cae dentro del terreno en cuestion, porque la parte L C *z* tomada al tirar la L D, es mayor que la que queda fuera de ella, *z p* D, y por tanto la linde M L cae tambien como se vé en la figura, dentro del terreno A B C D E. Por último, no siendo ya posible reducir la antigua linde D N E ni á una sola línea recta cualquiera, ni mucho menos á una paralela á M F, será indispensable terminar el deslinde por las M N, N F, que son las mas á propósito en este caso, para lo que basta transformar la porcion de terreno M D N E—E F *k* en el triángulo F M N.

3.º—En la figura 298 A B C D E es el terreno y A B, B C, C D, D E, E A las lindes comunes del mismo respecto de las demás posesiones que le rodean. Empezando por E, vemos que puede reducirse E *a* A á la linde E F, A *b* B á la F G, B *c* C á la G H, C *d* D á la H L, y finalmente, que en el caso de arreglar la linde con el último propietario, será preciso unir el último punto L con el primero E que nos sirvió de partida, para convertir el terreno E L D *e* en el de forma triangular E M L; pero que así como E M podría ser un lado cualquiera del triángulo, es la prolongacion de F E, con el objeto de ahorrarnos un lado para el polígono F G H L M.

791. De lo visto en los ejemplos anteriores, pueden deducirse las siguientes observaciones.

1.ª—Que en un terreno de la clase de los que examinamos ahora, no puede tirarse mas que una linde paralela, cualquiera que sea el número de las que haya que modificar, á menos que no resulten entre estas y las laterales, ciertos picos que no se pueden tolerar de modo alguno en la figura de las posesiones.

2.ª—Que el mayor número de líneas á que deben reducirse las lindes, es el doble de estas, sino es que en algun caso particular convenga para regularizar el terreno, aumentar lados en el polígono, como en el caso 6.º del número 789 se indica.

3.ª—Que el menor número de lados de dicho polígono es el de las lindes parciales que haya, estribando en general la operacion del deslinde en regularizar los terrenos bajo las formas mas sencillas posibles.

792. Deslinde entre dos pueblos. El problema del deslinde se complica considerablemente cuando se extiende en una larga línea, acaso de leguas, para determinar los límites legales entre los bienes comunes de dos pueblos vecinos. Los disgustos entre particulares con particulares, ó entre familias con familias, se aumentan considerablemente cuando dos pueblos se enemistan

por semejantes cuestiones, la mayor parte de las veces fomentadas por las pasiones, y nunca necesitan los Agrimensores de mayor pericia y rectitud que en estos casos; pues habiendo de verificar las operaciones, con las formalidades prescritas por la ley y á presencia de no pocos interesados, conviene que estén muy al corriente de los ejemplos indicados, prefiriendo las grandes líneas á las cortas, y el trazado todo cuanto mas recto sea posible, á las líneas quebradas, que además de necesitar muchos fitos ó señales, no dejan tan claras las cuestiones, como á veces se necesitan, para que las comprendan las personas mas agenas á los conocimientos geométricos.

LECCION XLI.

APEOS Y CERRAMIENTOS. (a)

793. Despues de verificado el deslinde con las formalidades de ley y de costumbre, y en la forma explicada en la leccion anterior, se necesita confirmar lo hecho por medio del *apeo ó amojonamiento*, que así se llama á la colocacion de las señales en los vértices del polígono resultante. En efecto: nada está hecho definitivamente, sino despues que aparecen en su lugar respectivo semejantes señales; pudiendo hasta entonces y en el plazo que debe señalar la ley, reclamar los condueños sobre la inconveniencia del deslinde practicado.

(a) Casi todos los autores que tratan de esta materia, la consideran mas bien bajo el punto de vista legal, que de otro modo cualquiera. En efecto: enumeran todos los trámites del deslinde y el amojonamiento, ya se contenten los propietarios colindantes con un solo perito, ya se valgan de *componedores amigables*, ó ya tenga que intervenir *un tercero en discordia*, segun está prevenido por las leyes; dando hasta plantillas para estos procedimientos legales, y disertando sobre los casos posibles que puedan acontecer en la práctica, para lo que convienen casi todos, que mas vale el arreglo ú *acomodo* acerca de unos cuantos estadales, que invertir mucho mas que su valor en litigios siempre desagradables, y que relajan la armonía de los que por ser vecinos, están expuestos á cada instante á tenerlos.

Nosotros tambien nos hubiéramos ocupado de esto largamente, si despues de estas teorías tratásemos de la parte legal de la Agrimensura; pero no siendo así, solo nos contentarémos con algunos ligeros apuntes respecto á las formalidades, tratando de los apeos y cerramientos, como de las demás materias de estas lecciones.

794. SEÑALES. Estas sirven para demarcar por donde ván las líneas de division que deslindan las respectivas pertenencias de distintos propietarios vecinos, y son de dos maneras, á saber: *señales naturales*, ó *señales convencionales*, en la forma siguiente.

Cuando la diferencia de altura de terrenos inmediatos demuestran un límite entre los prédios inferior y superior; cuando los separa una cañada, camino, vereda, arroyo, regajo ó paso de aguas de cualquier especie; cuando una construccion cualquiera de antemano establecida en una posesion rústica, viene á servir de término limitante á una ó varias propiedades; todos estos accidentes de semejante clase de fincas, se consideran como *señales naturales* de las lindes, las que deben preferirse siempre que sea posible á las otras, por ser mas permanentes, y no estar expuestas á ser removidas maliciosamente de su sitio, ni á ser destruidas por la mala fé de los hombres, ó por los temporales.

Pero no siempre ofrece el terreno indicaciones tan manifiestas de las diversas propiedades, como las que ofrecen las señales naturales, y es preciso apelar á las *convencionales*, que así se denominan todas las que para el apeo ó amojonamiento se preparan ordinariamente, dejando las posesiones abiertas de todo punto, ó defendiéndolas mas ó menos de las agresiones contra la propiedad, segun se tienda á establecer un cerramiento, ó un apeo mas ó menos continuado.

Respecto á las señales convencionales, varían en sumo grado, segun la abundancia de estos ó los otros materiales en cada pais, y segun el uso y las costumbres. Dichas señales suelen ser por lo comun montones de piedras ó de arcilla en forma cónica, y mejor que esto, piedras cortadas á propósito en rollos cilíndricos apuntados en cono, ó en pilares prismáticos rematados en pirámides.

795. El modo de colocar las señales (fig. 299) es el siguiente. A C B F E es el pilar y M N O P su base. En esta se trazan las diagonales M P, N O, á fin de que su punto de interseccion C′, corresponda al C de la cúspide, y si R es un piquete clavado en el terreno para indicar uno de los puntos del deslinde, se abrirá á su alrededor un hoyo bastante ancho y profundo para que pueda entrar el rollo ó fito lo suficiente á su seguridad. Sobre dicho

hoyo se atirantan dos cuerdas *a b*, *c d* que se crucen á ángulos rectos en el piquete, y se asienta la base de la señal de modo que sus diagonales coincidan con las expresadas cuerdas, todo á fin de que el punto determine con exactitud, el de la linde correspondiente.

Así puesto un coto ó fito, en el punto F del polígono FGHLM (fig. 298), de igual suerte se ván colocando los demás en los vértices G, H, L, M; pues mirando por las cúspides de los conos ó pirámides en que rematan los rollos ó pilares, siempre se sabrá lo que cae á izquierda ó derecha de la visual F G, y así de las demás.

Acontece sin embargo, que ó por ser el terreno muy extenso y haber arbolado, ó mejor aun por ser muy pendiente y quebrado, cuando se mira desde F á G, por ejemplo, no se descubre esta segunda señal, lo que nos obliga á colocar cuantas intermedias sean indispensables, hasta que con entera comodidad pueda todo el mundo observar la direccion de las lindes y sus cambios de direccion, por lo que donde esto último se verificase, sería oportuno poner un fito con alguna cifra ú otra indicacion, además del número de órden que deberían tener todos, para conocer á primera vista los que hacen falta.

Puestos los fitos ó señales, como se debe levantar un plano exacto, y todos los propietarios deben conservarlo en la parte que á cada cual pertenece, cuando se pierde uno ó varios fitos ó rollos, se establecen sin dificultad ninguna, como se dijo al principio de la leccion anterior. (786)

796. Las formalidades para el amojonamiento son las mismas que las del deslinde. Cuando un propietario quiere arreglar sus lindes con los inmediatos, manifiesta las razones que le mueven á ello, y si convienen en la necesidad de establecer nuevos límites, ó arreglar los anteriores, se citan con sus peritos respectivos para celebrar una consulta sobre el terreno. En los paises donde hay ingenieros del catastro, acuden estos ó sus delegados al sitio de la citacion, como jueces ante quienes se celebran los juicios verbales que haya lugar. El Agrimensor nombrado por el propietario que quiere un deslinde general, debe comenzar por reconocer los títulos de posesion, planos si los hubiere, y demás documentos

oportunos. En seguida debe practicar un reconocimiento en el terreno, formando un croquis de cada linde en particular y del conjunto de la finca, y en el dia convenido para el concurso de los demás peritos y propietarios, sobre cada linde debe celebrarse un arreglo ó acomodo en juicio verbal, oyendo á los propietarios condueños y al perito de la otra parte. De las reclamaciones de unos y cesion de los otros, debe resultar que en definitiva convengan en una línea divisoria que separe sus respectivas pertenencias, y entonces con presencia de lo que expongan los condueños, y oyendo al comprofesor, debe adoptarse la resolucion que mejor convenga á todos y satisfaga mas condiciones. Lo practicado segun los problemas de la leccion anterior y su aplicacion al deslinde, debe constar en detalles y conjunto de los planos que conservará el que pide deslinde general; así como cada cual de los convecinos debe reservar copia firmada por ambos profesores de la parte que le toca. En los puntos que resulten de la operacion, se clavan grandes piquetes profundamente, poniendo señales provisionales que permanecerán todo el tiempo suficiente para que los propietarios colindantes experimenten prácticamente la conveniencia ó inconveniencia del deslinde adoptado, reclamando en este plazo contra las omisiones, arbitrariedades, ó perjuicios que se hubiesen irrogado por cualquier concepto.

Mas transcurrido ese plazo y prévia autorizacion de los encargados del catastro, en los paises donde tales funcionarios existen, ó cuando acuerden los condueños, entre nosotros, se vuelven á reunir propietarios y agrimensores para el amojonamiento, que se practica como se deja dicho, debiéndose extender acta de ello así como del deslinde, documentos que léjos de perjudicar, pueden esclarecer muchas cuestiones. La conveniencia de realizarse esta teoría en todas sus partes, no necesita de mejores razones.

797. Pero bien porque no basten los amojonamientos, ó porque los propietarios no crean suficientemente garantida su posesion con las señales indicadas; por lo general suelen acotarse ó cerrarse las heredades de un modo mas manifiesto y completo, cuyas cercas ó acotamientos son de diversas clases, como á continuacion se expresan, á saber: *los vallados, las zanjas, las zanjas y valla-*

dos, los vallados en parte y en parte zanjas, los setos vivos y los setos muertos, los lindazos y los rebozos.

798. Los vallados son unas especies de barreras alzadas á lo largo de las lindes, bien con las piedras extraidas de las fincas, despues de haberlas limpiado de los cantos rodados que las perjudican, ó bien con tierras amontonadas de modo, que quedándoles la suficiente base por uno y otro lado, y teniendo una regular altura, no se corran ó desmoronen, para lo que algunos las apisonan con raices ó ramas que les añadan alguna adherencia, llegando á practicarse sobre algunos vallados de esta especie, linderos ó pequeñas sendas de comunicacion al rededor de los terrenos.

Algunos ponen por señales de sus lindes, zanjas practicadas no en todo el perimetro de la finca, sino á cortos trechos de tres ó cuatro métros de largo y de una profundidad y anchura proporcionadas, comenzando por los vértices de los ángulos donde se indica la direccion de los lados, y continuando de 40 ó de 50 en 50m, donde se ván abriendo dichos trozos de pequeñas zanjas, las que si bien proporcionan menos gastos que los fitos ó rollos, no son sin embargo ni con mucho tan convenientes, ni respecto á la exactitud del deslinde, ni por lo que toca á su conservacion.

En semejante caso mas vale abrir la zanja todo al rededor de la finca, á manera de pequeño foso, pues de esta suerte servirá tambien para dar paso á las aguas, levantando con la tierra que de ella se extrae, un vallado á su orilla y dentro del terreno propio. Mas barato que esto sería abrir zanjas á trozos regulares y con su tierra formar á continuacion vallados de modo, que despues de la zanja siga el vallado, mas allá de este la zanja, luego otra vez el vallado, y así sucesivamente. El objeto de acotar ó separar toda la finca se lograría asi, segun de ordinario se vé en no pocas partes, aunque mejor que esto son los setos, que además de defender de algun modo las posesiones, les dan un aspecto mas pintoresco y agradable.

799. Estos setos son los cerramientos que se hacen con palos ó con vegetacion, llamándose *setos muertos* á esas especies de empalizadas toscas en que se emplean las ramas, troncos, sarmientos y zarzas secas, á diferencia de los *setos vivos*, en que

se forman zarzales y crecen pitacos y demás plantas silvestres, sirviendo de cerramientos á las posesiones. Tambien se vén esta clase de setos sobre los vallados, y en general difieren estos apeos hasta lo infinito, segun las provincias y comarcas, á voluntad de los dueños.

800. Los *lindazos*, *linderos* ó simplemente lindes, son el terreno que entre propietario y propietario se queda por labrar todo al rededor de sus respectivas pertenencias, cedido por mitad por ambos en beneficio de la comodidad de los habitantes del campo; pues sirven de pequeñas veredas para comunicarse en todos sentidos con entera independencia unos de otros, y sin perjudicarse con servidumbres á veces demasiado onerosas, como son las veredas de paso. Suelen á veces levantar el suelo de estos linderos algo mas que la parte labrada, y esto es conveniente para tenerlos practicables en todos tiempos, con lo que si se les diera anchura suficiente para que pudieran pasar dos personas, y se levantasen á derecha é izquierda unos ligeros cerramientos de setos vivos, cuyas ramas no obstruyesen el paso, se conseguiría dar á los campos mas comodidades y mejor aspecto que el que tienen por algunas partes, donde los altos vallados coronados de espesas pitas, no dan buena idea del respeto que allí se profesa á la propiedad, á menos que tales prevenciones no se tomen sino contra los animales campestres.

A la propiedad debe bastarle una ligera señal, para ser acatada. Por esto en algunos puntos se usan los *rebozos* en las viñas, que no consisten en otra cosa mas que en ir atando con tomizas los sarmientos de las últimas cepas que limitan una posesion.

Pero la necesidad obliga á tomar mayores prevenciones para el amparo de las propiedades, llegándose hasta cerrarlas formalmente, como en seguida indicamos.

801. Cerramientos de las posesiones. 1.º—De piedras sueltas. Se labran con piedras sueltas, bien con cantos rodados, ó con lascas segregadas de las rocas, segun lo que abunde en las cercanías. El artificio consiste en formar un muro suficientemente grueso y de poca altura al rededor de las lindes, colocando las piedras de modo que encajen unas en otras, sin que queden

grandes intersticios. Si son lascas pizarrosas, por ejemplo, deben asentarse por sus caras planas, dejando los intersticios para rellenarse con piedras menudas ó guijo.

2.º—De piedras y tierra. Alguna mas consistencia tomarían estos toscos muros, si sus piedras se recibiesen con tierra plástica ó arcilla, la que llenando los intersticios menores, constituiría un macizo mas compacto, suficiente para el objeto que tiene y á veces muy duradero. Pero en muchos casos estos cerramientos no sirven para esto solo, sino que por estar los prédios colindantes mas bajos, es necesario además contener las tierras mas altas para que no se corran y desmoronen sobre las demás, perjuicio que afecta á todos los condueños, dañando lo mismo al que se le corren las tierras, que á los que son invadidos por ellas.

En semejante caso, y siempre que un propietario quiera tener un cerramiento análogo á los últimamente descritos, pero de mayor solidéz y utilidad, deberá formarlos de manpostería ú hormigon, en la forma siguiente.

3.º—De mampostería. Estos cerramientos son de piedras rodadas rotas al efecto, ó de lajas como se dijo arriba, pero tomadas y asentadas con mortero en vez de arcilla sola. Se comienza por abrir una zanja, si conviene dar algun cimiento al muro, segun sea la altura de este, ó el esfuerzo que tenga que sufrir. Rellénase esta zanja asentando por tongadas las piedras mas gruesas y angulosas, de modo que sus caras mayores sirvan de base ó lecho de asiento, y que sus ángulos encajen unos en otros, formando la mayor trabazon posible. Sobre esta tongada se pone otra de mortero abundante que penetre por todas las juntas é intersticios, rellenando estos si fuesen demasiado grandes, con pequeños cantos cortados ó ripios. Sobre esta capa de mortero se asienta otra de piedras, apretándola bien, y así sucesivamente. Un buen mortero se compondrá siempre de cal y arena en determinadas proporciones; pero el modo de formar estas, difiere segun la calidad de la cal y las arenas y el objeto del mortero, extendiéndose los autores de construccion largamente sobre este punto, y sobre el exámen de esta clase de materiales, En los terrenos donde no abunda la arena no son tan escrupulosos para el empleo de ella en los morteros, ni aun para la construccion de edificios, sustituyéndola por la arcilla.

4.º—Cerramientos de hormigon. Si en vez de grandes piedras rodadas rotas, ó lascas, se empleasen ripios, guijos, ó pequeñas piedras picadas para adherirlas y formar una roca artificial con el mortero, á esta especie de construccion se la llama *hormigon*, que es de muchas clases segun la calidad de los pequeños cuerpos duros que se agrupan, y el mortero que sirve para ello.

De cualquier manera que se considere el hormigon, su manipulacion varía considerablemente respecto de la mampostería, y tanto en la preparacion como en la colocacion. Desde luego debe adoptarse una proporcion conveniente entre el guijo, ripio ó piedra picada y el mortero, segun la abundancia y calidad de los materiales, la importancia de la obra, y otros datos oportunos. Mezclados todos los materiales del hormigon en dicha proporcion y perfectamente rebujados entre sí con el agua del mortero, se ván echando en cajones que sobre el cimiento se forman, hasta que adquirida la suficiente consistencia por el hormigon, puedan quitarse las tablas que forman dichos cajones y continuar la fabricacion lo mismo á lo largo del muro, que creciendo unos cajones sobre otros hasta completar su altura.

Para dar mas estabilidad á estos cajones, suelen algunos formar de trecho en trecho *pilares de mayor à menor*, construidos de ladrillo, entre los cuáles y entre hiladas horizontales, tambien de ladrillos, que se llaman *verdugadas*, se contienen los cajones, diligencia innecesaria, pues la dureza del buen hormigon es tal, que compite con la de las mejores rocas naturales. Tanto los cerramientos de mampostería como los de hormigon, pueden llevar y llevan en efecto revestidos, tan útiles para la conservacion de los muros como á propósito para darles alguna hermosura, particularmente á los de mampostería, en los que se dejan los paramentos de las grandes piedras al exterior, lo que es muy característico en las posesiones rurales.

5.º—Tapiales. Otra clase de cerramientos son los tapiales que se forman con cajones de tierra apisonada, á la manera de lo dicho para el hormigon. Estos tapiales se levantan de tierra en esa forma, y á ellos es á quiénes mejor se acomodan los pilares de mayor á menor y las verdugadas de ladrillo; pues la consistencia de la arcilla endurecida no puede nunca compararse con el hormigon; aunque hay algunos paises donde la tierra que se emplea es toda caliza y sale alguna grava de cantera mezclada con ella, todo lo que al formarse los cajones constituye un tapial, que puede hacer perfectamente las veces de hormigon, admitiendo toda clase de revestido, que para embellecer las fincas quiera dársele.

6.º—Cerramientos de adobes y ladrillos. Hay puntos donde forman de arcilla mezclada, ó sin mezcla de arena, pero amasada con paja, una especie de ladrillos sin cocer, ó piedras artificiales de arcilla endurecida al sol, que llaman adobes, con los que forman las paredes forales de las fincas.

Pero lo mismo en esta construccion que en la tan conocida de ladrillos, no nos podemos detener, por no ser propia esta explicacion de nuestras lecciones, y estando tan manifiesta la voluntad del Gobierno, de que los Agrimensores reciban mas sólida instruccion de estas cosas, al conseguír el título de *Aparejadores-agrimensores*.

802. No terminarémos sin embargo esta leccion sin indicar que los cerramientos de ladrillo no se emplean sino en posesiones que pueden sufragar esta clase de construccion, y que de su combinacion con las demás resultan: 7.º—Cerramientos de cajones de hormigon con machones de mayor á menor y verdugadas de ladrillos. 8.º—Cerramientos de cajones de mampostería con iguales combinaciones con el ladrillo. 9.º—Cerramientos de cajones de tapial, y machones y verdugadas de ladrillo. Por último: recomendamos para este estudio los autores de construccion, que es á quiénes en realidad corresponde.

AFOROS.

LECCION XLII Y ÚLTIMA.

MODOS DE HALLAR EL VOLUMEN DE LOS SOLIDOS REGULARES E IRREGULARES, LA CABIDA DE LOS VASOS Y EL LIQUIDO CONTENIDO EN ELLOS.

803. Esta parte de la Agrimensura ha consistido entre los prácticos, en un conjunto de reglas empíricas, puestas de contínuo en ejecucion, sin verdadero convencimiento de lo que practicaban. Contentábanse con efectuar lo que se les decía en los libros, sin tomarse la molestia de satisfacer la razon, y sin saber á punto fijo, si erraban ó acertaban en sus apreciaciones.

Cuando se trata de los intereses que se nos confian, debe procederse con mas cautela y con entera satisfaccion de que no se han defraudado, máxime cuando un error puede á veces consistir en considerables sumas. Por tanto, aconsejamos á los aforadores, que pongan de su parte cuanto la ciencia enseña, para que su conciencia quede tranquila; pues ya que en la aplicacion de los principios matemáticos pueda caber equivocacion, al menos que estos sean seguros, y que nos convenzámos tambien de su seguridad.

804. Decimos todo esto, por la que han tenido los que han empleado las reglas ordinarias de los aforos sin mayor exámen; pues si bien es cierto que estas son deducidas en general de principios verdaderos, tambien lo es, que algunas solo tienden á aproximaciones mas ó menos aceptables y aun á errores, y como el usarlas sin antecedentes supone carencia de anteriores conoci-

mientos, tan fácil es seguir buenos consejos como malos, si no los sanciona nuestro juicio.

805. Nosotros no vemos en el *aforamiento*, mas que la aplicacion directa de la Geometría elemental, en la parte que trata de los sólidos, y creemos que de esta ciencia no se debe apartar el aforador un punto. En efecto: se entiende por *aforar*, averiguar el volúmen de los sólidos y líquidos, ó la cabida de los vasos, y habiéndonos dado la Geometría elemental fórmulas para todos los cuerpos regulares, no hallamos motivo para rehusar su buen uso y aplicacion, bien que en algunos casos indicarémos las prácticas admitidas; pero siempre recordando la razon en que se fundan.

806. De la anterior definicion dedúcese, que los aforos pueden ser de dos maneras, *de sólidos y de líquidos*. En los aforos de sólidos entran los de *cuerpos regulares é irregulares*, diferenciándose los primeros en cuerpos cerrados por caras poliédricas, y cuerpos redondos de revolucion. En los aforos de líquidos debe distinguirse la cabida de los vasos, del volúmen del líquido contenido en ellos.

807. Aforo de sólidos.—Cuerpos regulares poliédricos. A esta clase pertenecen mas generalmente los cuerpos que entran en las construcciones, los que si bien no están sujetos á la medida de los denominados Aforadores ó Agrimensores, y sí al presupuesto ó aprecio de los Aparejadores y Maestros de Obras, para quiénes tambien se escriben estas nociones, como se quiera hacer del Aparejador y Agrimensor oportunamente una sola profesion, hablarémos acerca de esta clase de sólidos, materia que no será molestosa al perito agrimensor.

808. *Ejemplos*. 1.º—Ejemplo sencillo de un sólido regular cerrado por caras, es un muro. Este es un prisma, que tiene por base un rectángulo de su longitud y espesor, y por tanto, tomados estos datos y el de su altura y multiplicados entre sí, deducirémos el volúmen; pues en este caso la Geometría elemental nos enseña que $V = B \times A$, llamando V al volúmen, B á la base y A á la altura; pero si la base es un rectángulo ó paralelógramo, cuya base sea b y a su altura, $V = A \times a \times b$. Los cimientos de este muro son otro prisma de base rectangular y de igual longitud, pero de

mayor espesor por razon de la zarpa ó zapata, y de la altura conveniente, segun la seguridad del terreno.

Debe aplicársele, pues, la misma fórmula, como á la zanja que se abre para dicho cimiento, que se calcúla tomando las mismas dimensiones de longitud, latitud y altura, y multiplicándolas entre sí para averiguar su cabida, ó la porcion de tierra extraida de ella. Ejemplo de esta especie es un sillar de piedra, y otros muchos pudieran ofrecerse, en los que tan fácil es hallar su volúmen, pero tan difícil proceder con certeza, cuando se trata de apreciar todos estos elementos en fábrica ó en presupuestos, por razones que no son de este lugar.

2.º—Lo acabado de decir se entiende con un muro recto, pues los muros en talud se calcúlan de otra manera. Estos son tambien prismas, y tambien están sujetos á la fórmula $V=B\times A$; pero la base sobre que insisten, no es la que debe tomarse para el cálculo, sino la de uno de los planos laterales extremos, ó la de un corte normal y vertical, que será un trapecio, presentando inclinados los paramentos interior y exterior, ó solo uno de ellos, pero siempre un trapecio. En este caso $B=\dfrac{b+c}{2}\times a$ llamando b y c á las bases paralelas de la seccion y a á la altura.

Esto es aplicable á una zanja, cuya seccion es tambien un trapecio, y tambien se encontrará el volúmen multiplicando dicha seccion por la longitud de la referida zanja, caso que ocurrirá en la práctica del Agrimensor, al calcular el desmonte de una zanja para riego ú otro cualquier uso. El volúmen de un vallado puede hallarse considerándolo como un prisma de seccion triangular ó trapecia.

3.º—Lo enseñado en la Geometría para toda clase de prismas, pirámides y pirámides truncadas, tiene aplicacion en la práctica, lo mismo en las construcciones, que en algunos aforamientos; pero cuando los sólidos cerrados por planos no son de los reconocidos por la referida ciencia, se descomponen en otros que resulten ya conocidos de volúmen, debiendo recordarse sobre este particular cuanto se dijo respecto á los desmontes y terraplenes, casos en que se hace mas uso de lo tocante á volúmenes limitados por planos.

809. Cuerpos redondos ó de revolucion. Las fórmulas halladas para el cilindro, el cono, el cono truncado, la esfera y sus zonas, sectores y secmentos, tienen mucha aplicacion en el uso ordinario de las profesiones constructoras, y aprovechan tambien á los peritos Agrimensores para sus aforos.

Ejemplos. 1.º—Un saco lleno de grano afecta la forma cilíndrica, mayormente cuando se le considera derecho. En este caso, para hallar su volúmen, sabemos que ha de multiplicarse su base, ó sea el círculo sobre que descansa, por su altura, ó que su volúmen es $V=B\times A$, pero $B=\pi\ R^2$, luego usando dichas fórmulas, y recordando que $\pi=3,1415926$........., se conocerá el volúmen del saco, y por él, todos los de su especie, que estén almacenados en un punto, ó cargados en un buque, necesitándose luego reducir el número de piés que resultan á la medida ordinaria de fanegas, una vez conocida la relacion, trabajo que se ahorra con las unidades decimales.

2.º—Además de este ejemplo, que puede ocurrirse á cualquier aforador, en las construcciones se ofrecen otros muchos. Tal es averiguar el volúmen de tierra que ha de extraerse, ó se haya extraido de un pozo. Se averigua el rádio ó diámetro del pozo, y por consiguiente la superficie del círculo que sirva de base, aplicando la fórmula $B=\pi\ R^2$, consiguiéndose el volúmen por la aplicacion de $V=\pi\ R^2\times A$, despues de hallada la altura.

3.º—Poco enseñan á la verdad tan sencillos ejemplos, mas si se pidiese el volúmen de una bóveda cilíndrica de cañon seguido, se necesitaría calcularse algo mas despacio. En la figura 300 $a\ b\ c\ d\ f\ g$..... $a'\ b'\ c'\ d'\ f'\ g'$ es una bóveda engendrada, bien por el movimiento del arco $a\ b\ c\ d\ f\ g$ paralelamente á sí mismo y á lo largo de la generatriz $d\ d'$ perpendicular al paramento del arco, ó bien por dos generatrices, una que recorra paralelamente á sí misma todos los puntos de la semi-circunferencia $b\ c\ d\ e\ f$, y otra todos los de la $a\ h\ g$. De cualquier suerte que se la considere, siempre resultará que su volúmen será igual á la superficie del paramento $a\ b\ c\ d\ e\ f\ g$ del arco, multiplicada por su longitud;

pues la bóveda puede tambien tomarse por un semi-cilindro cuya base es *b c d f* y su altura *d d'*, del que se le ha restado otro semi-cilindro de igual altura y con la base *a h g*. En este caso, midiendo el diámetro mayor *b f* calcularémos la superficie del semicírculo *b c d f*, y tomando el menor *a g*, la del *a h g*, para restarla del primero, cuya resta *a b c d e f g* se multiplicará por *d d'*, para hallar el volúmen.

4.º—Cuando el arco es elíptico, tal como el *m n o p*....... *q s v y z r* (figura 301), se halla su volúmen de igual suerte, recordando que la fórmula para la superficie de la elipse es

$$S = \frac{\pi \times D \times d}{4}$$, en la que D es el diámetro mayor y *d* el menor.

Así es que medido el diámetro *q v* de la mayor, y su semi-diámetro menor *s x*, se puede calcular la semi-elipse *q s v*, de la que se restará la superficie de la semi-elipse menor *r z y*, tomando sus correspondientes datos. Hallada así la superficie *q s v y z r* del arco, se multiplicará por la longitud de la bóveda para conseguir su volúmen.

5.º—Lo mismo se sobrentiende para las bóvedas oblícuas; pero cuando la vuelta del arco es una curva peraltada ó rebajada, no sujeta á las ordinariamiente conocidas, se sigue esta práctica (figura 302). Si *a b* es la longitud del cañon recto ú oblícuo y *e l h g m f* el arco, volteado segun la curva *f m g* del intrados, ó la del trasdos *e l h*, se hará pasar la intermedia *o p r* de igual clase y curvatura, y tomando con el compás por pequeñas partes su longitud *o p r*, se multiplicará esta por el espesor *l m* de la bóveda y por su longitud *a b*, para conseguir su volúmen. Síguese el indícado procedimiento, porque si se considera desarrollado el arco en línea recta, la *f m g* será notablemente mas corta que la *e l h*, razon por la que se adopta el término medio *o p r*, para que multiplicado por el espesor de la bóveda, dé la superficie *elhgmf*.

6.º—Por último: recordarémos que el volúmen del material invertido en la rosca de un pozo cilíndrico, sea la que se quiera la curva de su ojo, no es mas que una repeticion de los anteriores problemas, pues se le puede considerar como dos bóvedas unidas por sus arranques.

810. La fórmula del volúmen de un cono, $V=\frac{\pi R^2 \times A}{3}$ es aplicable en muchos casos, lo mismo respecto de la profesion del Agrimensor, que en las construcciones.

Ejemplos. 1.º—Todos los montones de granos, paja &c., afectan por lo general la forma de conos mas ó menos pronunciados. Tómase pues la base, tirándole dos paralelas tangentes y perpendiculares á otras dos, á fin de conocer si se aproxima á un círculo ó elipse. Si dicha base puede pasar por un círculo, se usará la fórmula ordinaria del cono, mas sino será preciso sustituir $\frac{\pi \times D \times d}{4}$ en vez de πR^2.

2.º—Estos grandes montones se miden ordinariamente en las eras; pero si en los graneros los hubiese echados contra las paredes, estos afectarán naturalmente la forma de un semicono, en el que averiguada la base por sus diámetros, y tomada la altura, se multiplicará la superficie de la primera por el tercio de la segunda, y todo esto se dividirá por dos.

3.º—Cuando el monton está echado sobre el rincon del granero, puede considerarse como una cuarta parte del cono, y despues de tomados los datos y aplicada la fórmula como si fuera un cono completo, se tomará la cuarta parte del resultado.

4.º—Los maderos rollizos procedentes de una tala se pueden considerar como conos truncados, aplicándoseles lo dicho para estos en la Geometría elemental. Pero como este procedimiento no sea en la práctica cómodo, prefiérese comunmente tomar la longitud M N del tronco A B C D (fig. 303), y por su mitad ó concebir una seccion E F, la que se determina por medio de medidas fáciles de tomar, para hallar su superficie y multiplicarla por la longitud M N. Supónese en este concepto que el volúmen del cono truncado A B C D difiere poco del cilindro cuya base es la seccion media E F, y así puede admitirse para los efectos comunes. Sobre esta clase de aforos se extienden algunos autores hasta el cálculo de la mayor escuadría que puede sacarse de los troncos rollizos.

5.º—Por último: una bóveda cónica se calcúla considerándola como dos conos A B C.... G N, D E F.... L M (fig. 304), restándose el menor del mayor para hallar su volúmen A B C F E D.... G L M N. Lo mismo se entiende si fuese la bóveda cónica truncada, que se usa cuando se cubre un espacio cerrado por dos muros no paralelos, ó cuando cierra una estancia circular ó elíptica, abriéndose en su centro la dicha bóveda para comunicar luces.

811. La fórmula de la esfera $V=\frac{1}{6}\pi D^3$, tiene aplicacion particularmente en la construccion de una bóveda esférica. En la figura 305 se representa dicha bóveda por sus proyecciones, y puede considerarse análogamente á lo expuesto respecto de la cónica, como una semi-esfera A C F.... G M, de la que se ha de restar el volúmen de otra semi-esfera B D E.... H L. Tómase pues el diámetro A F de la primera y con él se calcúla la semi-esfera mayor ó del trasdos, por medio de la referida fórmula; así como con su auxilio y el diámetro B E, se calcúla la menor ó del intrados B D E, para efectuar la resta. Cuando como se vé en la figura 306 la bóveda tiene una linterna B E G F, para luces, hay que restar de la semi-esfera mayor, el secmento B H C junto con el cilindro B C N M, menos el secmento M N L de la semi-esfera menor.

812. Por último: en la práctica se presentan volúmenes compuestos de porciones de distintos cuerpos redondos, y deben descomponerse en ellos, para aplicar á cada parte su fórmula correspondiente. Tambien se ofrecen cuerpos ó volúmenes compuestos de partes poliédricas y partes redondas, y se verifica igual descomposicion como observarémos en el ejemplo siguiente (fig. 307). En las eras extienden los montones de grano prolongándolos de modo que próximamente viene á resultar un volúmen parecido al B A C D, proyeccion vertical, F G M L H E, proyeccion horizontal. Así puede considerarse descompuesto en el prisma triangular A R C S... E G H M, y en los dos semi-conos A B R... E F G P, C D S... H L M Q, partes á las que se deben apropiar sus respectivas fórmulas.

813. Por regla general, el aforador debe observar á qué volúmenes de los geométricos puede asimilar con menos diferencia los que se le ofrezcan en la práctica, ó en qué porciones ha de descomponerlos para emplear en cada porcion la fórmula oportuna,

debiendo recordar que excepto en las construcciones donde entran cuerpos labrados con alguna perfeccion, no es posible hallar en los aforos rurales, sino semejanzas mas ó menos convenientes.

814. Aforo de los cuerpos de revolucion. Muchos objetos que produce el arte ó la industria, son simétricos respecto de un eje, tales como el jarron vulgar de la figura 308, y se les llama cuerpos de revolucion por considerarse engendrados por el movimiento del perfil A B C al rededor del eje M N. Estos cuerpos son regulares por muy caprichosos que parezcan respecto á los elementales que describe la Geometría, pudiendo admitirse como compuestos, de estos últimos, en los que se segregan para la aplicacion de sus fórmulas. En el jarron de la figura, se asemeja la primera parte A B F E á un cono truncado, la B G E á una semi-esfera y la C G D á otro cono truncado. Si parcialmente se averiguan los tres volúmenes que componen el jarron y de esto se resta el cono *o p q* que es su parte vacía, se conocerá su volúmen, lo que en la práctica tiene pocas veces lugar, pues siendo estos objetos de piedra, se conoce el volúmen por el peso relativo. Sírvanos no obstante de ejemplo para cosas muy voluminosas que no puedan pesarse, y respecto á la diferencia que desde luego se percibe entre el verdadero cono truncado A B E F y el trozo de jarron producido por el perfil A B; mas adelante dirémos como nos acercámos á la verdad sin grave error.

815. Aforos de los cuerpos irregulares. Por estos últimos entendemos todos aquellos que no tienen un eje de simetría, ó que no sea posible ó fácil descomponer, incluyéndose los informes ó de formas perdidas. Si son pequeños úsase de la relacion entre su peso y su volúmen para conocer este último, ó se deduce por el de agua que desalojan de un vaso. Pero propongámonos, por ejemplo, hallar el de una estátua M de grandes dimensiones, (fig. 309). Si se forma una caja A B C D, cuya cabida se conoce fácilmente, multiplicando su base por su altura, y luego se llena de agua, introduciendo dicha estátua en esta caja, desalojará parte del agua, cuyo volúmen equivalente al suyo se encontrará sacándola y cubicando la parte vacía, ó comparando el del agua antes de meter y despues de haber sacado la estátua. Mas fácil sería

llenar de arena fina el cajon que la contiene, y despues de sacada la estátua comparar la cabida de aquel con el volúmen de arena; pues la diferencia que resulte será lo que se apetece. Análogamente se ha calculado el volúmen de la grande esfinge tallada en una roca de Egipto, y el de otros monumentos de esta especie.

816. Aforos de líquidos. Veámos algunos ejemplos de la total cabida de los vasos, que todos afectan formas cilíndricas, cónicas y en general de revolucion, y al mismo tiempo indicarémos como se conoce el volúmen del líquido contenido en ellos.

1.º—Una olla cilíndrica de lata se afora tomando el diámetro interior de su boca y su altura; pues su cabida es igual al volúmen de un cilindro cuya fórmula conocemos.

2.º—Un cubo ordinario (figura 310) tiene la forma de un cono truncado, cuya cabidad se halla tomando por dentro de él los diámetros de su boca y fondo, ó el de una seccion media *a b*, cuya superficie se multiplica por la altura total *m n*. Esto no es la verdad, pues lo cierto sería suponer el cono completo y restarle la parte truncada; pero está admitido en la práctica para mayor sencilléz en la resolucion de estos problemas, á causa de no ser muy notable la diferencia.

Tanto en este ejemplo como en el anterior, si quisiéramos conocer el volúmen de una cantidad de líquido contenido en estos vasos, procederíamos de la misma suerte, con la diferencia de que la altura es ahora solo la del líquido.

3.º—Un tonel poco abultado *m n o p* (fig. 311) puede considerarse próximamente como dos conos truncados *m n q r*, *o p q r* unidos por sus bases, y en semejante caso este ejemplo no es mas que una repeticion del anterior; pero si el tonel fuese bastante abultado ó panzudo como el *a b o r* de la figura 312, le descompondríamos en efecto, en dos conos interiores *a b d c*, *e f d c*, y otros dos exteriores *m n q p*, *p q o r* tangentes al tonel. Tomando un término medio entre los superiores *a b d c*, *m n q p* y otro término medio entre los inferiores *e f d c*, *p q o r*, la suma de estos dos términos medios será la cabida que se busca. Esto no está fundado nada mas que en aproximaciones juiciosas; pues si se tomáran los diámetros *a b*, *e f*, *c d*, interiores del tonel, para considerarlo como el conjunto de dos conos truncados, hallaríamos visiblemente una cabidad menor de la verdadera, y si tomáramos los diámetros *m n*, *p q*, *r o* para sumar los dos conos *m n q p*, *p q o r*, se encontraría una cabidad excesiva, razon por la que se toma prudencialmente la cabidad media que menos difiere de la del tonel.

Si el líquido llegase á la línea *s l*, se encontraría su volúmen por el del cono truncado *s l e f*, si llegase á *x z* se hallaría el volúmen medio de la parte vacía *a b z x* para restarlo de la cabida total, ó se añadiría al volúmen medio de la mitad del tonel *c d f e*, el volúmen medio tambien de *c d z x*.

4.º—Una caldera de la forma ordinaria (figura 313), se afora considerándola como semi-esfera exacta, por lo que bastará tomar su diámetro *a b* por el interior y aplicar la fórmula $V = \frac{1}{6}\pi D^3$. Si el líquido solo llegase á *c d* se calculará solo el secmento *c n d*.

5.º—El aforo de las tinajas donde se conservan los caldos, como el aceite, vino &c., no es mas que una combinacion de todo lo dicho anteriormente. En efecto; la representada en la figura 314, se descompondrá en el cono truncado *e f g h*, en la zona esférica *c d f e* y en el cilindro *a b d c* y como la Geometría elemental nos enseña á conocer todos estos volúmenes, hallándolos separadamente y sumándolos entre sí, quedará verificado el aforo. La tinaja de la figura 315, se descompondrá en el pequeño cono *q r s t*, la esfera *o p r q*, á la que faltan los secmentos *q x r*, *o z p*, y el cilindro *m n o p*. De las dos ánforas antiguas (fig. 316) la primera se descompondría en el cilindro *a b c d* y en el cono *m n o*, y la segunda en el cilindro *a b c d*, el cono truncado *e f h g* y la semi-esfera *g m h*, siéndonos fácil presentar otros muchos ejemplos; pues la regla general para esta clase de aforos consiste en verificar oportunamente la descomposicion de los vasos por medio de planos horizontales, y de manera que siempre resulten cuerpos conocidos de la Geometría elemental, para aplicarles sus fórmulas correspondientes.

Excusado parece advertir que todos los datos de diámetros y alturas se han de tomar por dentro ó deducirse el grueso de las tinajas y demás vasijas, si tuvieran algun líquido dentro, cuyo volúmen se mide análogamente á lo dicho para la cabidad de estos vasos.

817. Pero para esto último, esto es, para deducir el volúmen de los líquidos que hay en los vasos, indicarémos aquí la práctica que usan algunos Agrimensores. Consiste en el uso de una regla que se construye de la manera siguiente.

Prepárase primero un vaso cilíndrico de lata *a b c d* (fig. 316) perfectamente construido, y colocándolo sobre un plano horizontal se le echa un cuartillo, una azumbre, un litro ú otra cualquiera cantidad de líquido que se tome por unidad de medida, segun la cabida del vaso. Entonces se toma con toda exactitud la altura *c m* ó *d n* del líquido y el diámetro *a b* del vaso, repitiendo sobre el canto inferior de la regla A B (fig. 317), cinco, diez, quince ó mas veces la altura *c m* del líquido, y colocando el diámetro *a b* una vez sobre el otro canto, desde A hasta la division 1.

Para proseguir con las demás divisiones, debe recordarse que la superficie de varios círculos son entre sí, como los cuadrados de sus diámetros, y en este caso, para obtener el diámetro de un vaso que con la misma altura *cm* ó *dn* tuviese doble cabida que el que nos sirve de unidad, supondrémos la perpendicular A B en el punto A de la regla, y uniendo la division 1 con B, $B1^2=AB^2+A1^2$, luego llevando B 1 desde A hasta 2, esta será la segunda division.

Para la tercera se tendrá $B\,2^2=B\,A^2+A\,2^2$;

$$\text{pero } A\,2^2=B\,1^2=A\,B^2+A\,1^2,$$

luego sustituyendo $B2^2=BA^2+BA^2+A\,1^2=BA^2+BA^2+BA^2$, luego trasportando B 2 desde A hasta 3, esta division corresponde al diámetro de un vaso de la misma altura que el propuesto por unidad y de triple cabida. Por último: así prosiguiendo hallaríamos las demás divisiones.

Construida ya la regla, afóranse con ella los vasos cilíndricos fácilmente; porque con un canto se toman las alturas y con el otro los diámetros, y si en el primero llega el líquido á la division tres y con el segundo en el diámetro tomado se miden dos partes, seis serán los litros, azumbres ó cuartillos contenidos en el vaso, segun era un litro, cuartillo ú azumbre el que sirvió de unidad para el vaso de la figura 316.

TABLAS IMPORTANTES

PARA EL USO DE LOS PROFESORES Á QUIÉNES SE DESTINA ESTA OBRA.

TABLA I.

CUADRADOS, CUBOS Y RAICES CUADRADAS Y CÚBICAS

DE LOS NÚMEROS QUE FIGURAN EN LA PRIMERA COLUMNA.

Número.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.
1	1	1	1.000	1.000
2	4	8	1.414	1.259
3	9	27	1.732	1.442
4	16	64	2.000	1.587
5	25	125	2.236	1.709
6	36	216	2.449	1.817
7	49	343	2.645	1.912
8	64	512	2.828	2.000
9	81	729	3.000	2.080
10	100	1000	3.162	2.154
20	400	8000	4.472	2.714
30	900	27000	5.477	3.107
40	1600	64000	6.324	3.419
50	2500	125000	7.071	3.684

Número.	Cuadrado.	Cubo.	Raiz cuadrada.	Raiz cúbica.
60	3600	216000	7.745	3.914
70	4900	343000	8.366	4.121
80	6400	512000	8.944	4.308
90	8100	729000	9.486	4.481
100	10000	1000000	10.000	4.641
200	40000	8000000	14.142	5.848
300	90000	27000000	17.320	6.694
400	160000	64000000	20.000	7.368
500	250000	125000000	22.361	7.937
600	360000	216000000	24.495	8.434
700	490000	343000000	26.457	8.879
800	640000	512000000	28.284	9.283
900	810000	729000000	30.000	9.655
1000	1000000	1000000000	31.623	10.000

II.

CIRCUNFERENCIAS Y SUPERFICIES

DE LOS CÍRCULOS QUE TIENEN POR DIÁMETROS LOS NÚMEROS QUE FIGURAN EN LA PRIMERA COLUMNA.

Números.	Circunferencias.	Superficies de círculos.
1	3.14	0.78
2	6.28	3.14
3	9.42	7.07
4	12.57	12.57
5	15.71	19.63

Números.	Circun-ferencias.	Superficies de círculos.
6	18.85	28.27
7	21.99	38.48
8	25.13	50.26
9	28.27	63.61
10	31.41	78.54
20	62.83	314.15
30	94.24	706.85
40	125.66	1256.63
50	157.08	1963.49
60	188.49	2827.43
70	219.91	3848.45
80	251.32	5026.54
90	282.74	6361.72
100	314.15	7853.97
200	628.32	31416
300	942.48	70686
400	1256.64	125664
500	1570.80	196350
600	1884.96	282744
700	2199.12	384846
800	2513.28	502656
900	2827.44	636174
1000	3141.59	785399

3,1415926
2
6,2831852
314,16

3,141592
2000
~~2512~~
25132736

III.

TABLA DE DIFERENCIAS ENTRE LAS DEL NIVEL APARENTE Y VERDADERO Y LAS DE LA REFRACCION DE LA LUZ.

Distancias.	Diferencias entre las de nivel y refraccion.	Restas.
100	0.0007	
200	0.0026	—— 19
300	0.0059	—— 33
400	0.0106	—— 47
500	0.0165	—— 59
600	0.0237	—— 72
700	0.0323	—— 86
800	0.0422	—— 99
900	0.0534	—— 112
1000	0.0660	—— 126
1500	0.1484	—— 824
2000	0.2639	——1155
2500	0.4123	——1484
3000	0.5938	——1815
3500	0.8082	——2144
4000	1.0556	——2474
4500	1.3360	——2804
5000	1.6493	——3133
5500	1.9957	——3464
6000	2.3750	——3793

IV.

TABLA DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL APARENTE AL VERDADERO Y DE LAS DE REFRACCION DE LA LUZ, EN PIÉS DE CASTILLA.

Distancias.	*Diferencias de nivel aparente y verdadero.*	*Diferencia por refraccion.*	*Exceso de las diferencias de niveles sobre las de refraccion.*
100	0.0002	0.0000	0.0002
200	0.0009	0.0001	0.0007
300	0.0020	0.0003	0.0017
400	0.0035	0.0006	0.0029
500	0.0055	0.0009	0.0046
600	0.0079	0.0013	0.0066
700	0.0107	0.0017	0.0090
800	0.0140	0.0022	0.0118
900	0.0177	0.0028	0.0149
1000	0.0219	0.0035	0.0184
1500	0.0492	0.0079	0.0414
2000	0.0875	0.0140	0.0735
2500	0.1368	0.0219	0.1149
3000	0.1970	0.0315	0.1654
3500	0.2681	0.0429	0.2252
4000	0.3501	0.0560	0.2941
4500	0.4432	0.0709	0.3722
5000	0.5471	0.0875	0.4596
5500	0.6620	0.1059	0.5561
6000	0.7878	0.1261	0.6618
7000	1.0723	0.1716	0.9007
8000	1.4006	0.2241	1.1765
9000	1.7726	0.2836	1.4890
10000	2.1884	0.3501	1.8383

V.

TABLA DE LAS CUERDAS

CON UN RÁDIO IGUAL Á LA UNIDAD.

Grados.	0'	10'	20'	30'	40'	50'
0°	0	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0436	0,0465	0,0494
3	0,0523	0,0553	0,0582	0,0611	0,0640	0,0669
4	0,0698	0,0727	0,0756	0,0785	0,0814	0,0843
5	0,0872	0,0901	0,0931	0,0960	0,0989	0,1018
6	0,1047	0,1076	0,1105	0,1134	0,1163	0,1192
7	0,1221	0,1250	0,1279	0,1308	0,1337	0,1366
8	0,1395	0,1424	0,1453	0,1482	0,1511	0,1540
9	0,1569	0,1598	0,1627	0,1656	0,1685	0,1714
10	0,1743	0,1772	0,1801	0,1830	0,1859	0,1888
11	0,1917	0,1946	0,1975	0,2004	0,2033	0,2062
12	0,2091	0,2120	0,2148	0,2177	0,2206	0,2235
13	0,2264	0,2293	0,2322	0,2351	0,2380	0,2409
14	0,2437	0,2466	0,2495	0,2524	0,2553	0,2582
15	0,2611	0,2639	0,2668	0,2697	0,2726	0,2755
16	0,2783	0,2812	0,2841	0,2870	0,2899	0,2927
17	0,2956	0,2985	0,3014	0,3042	0,3071	0.3100
18	0,3129	0,3157	0,3186	0,3215	0,3244	0,3272
19	0,3301	0,3330	0,3358	0,3387	0,3416	0,3444
20	0,3473	0,3502	0,3530	0,3559	0,3587	0,3616
21	0,3645	0,3673	0,3702	0,3730	0,3759	0,3788
22	0,3816	0,3845	0,3873	0,3902	0,3930	0,3959
23	0,3987	0,4016	0,4044	0,4073	0,4101	0,4130
24	0,4158	0,4187	0,4215	0,4244	0,4272	0,4300

Grados.	0'	10'	20'	30'	40'	50'
25°	0,4329	0,4357	0,4386	0,4414	0,4443	0,4471
26	0,4499	0,4527	0,4556	0,4584	0,4612	0,4641
27	0,4669	0,4697	0,4725	0,4754	0,4782	0,4810
28	0,4838	0,4867	0,4895	0,4923	0,4951	0,4979
29	0,5008	0,5036	0,5064	0,5092	0,5120	0,5148
30	0.5176	0,5204	0,5233	0,5261	0,5289	0,5317
31	0,5345	0,5373	0,5401	0,5429	0,5457	0,5485
32	0,5513	0,5541	0,5569	0 5597	0,5625	0,5652
33	0,5680	0,5708	0,5736	0,5764	0,5792	0,5820
34	0,5847	0,5875	0,5903	0,5931	0,5959	0,5986
35	0,6014	0,6042	0,6070	0,6097	0,6125	0,6153
36	0,6180	0,6208	0,6236	0,6264	0,6291	0,6319
37	0,6346	0,6374	0,6401	0,6429	0,6456	0,6484
38	0,6511	0,6539	0,6566	0,6594	0,6621	0,6649
39	0,6676	0,6704	0,6731	0,6759	0,6786	0,6813
40	0,6840	0,6868	0,6895	0,6922	0,6949	0,6977
41	0,7004	0,7031	0,7059	0,7086	0,7113	0,7140
42	0,7167	0,7105	0,7222	0,7249	0,7276	0,7303
43	0,7330	0,7307	0,7384	0,7411	0,7438	0,7465
44	0,7492	0,7519	0,7546	0,7573	0,7600	0,7627
45	0,7654	0,7680	0,7707	0,7734	0,7761	0,7788
46	0,7815	0,7841	0,7868	0,7895	0,7922	0,7948
47	0,7975	0,8002	0,8028	0,8055	0,8082	0,8108
48	0,8135	0,8161	0,8188	0,8214	0,8241	0,8267
49	0,8294	0,8320	0,8347	0,8373	0,8400	0,8426
50	0,8452	0 8479	0,8505	0,8532	0,8558	0,8584
51	0,8610	0,8636	0,8663	0,8689	0,8715	0,8741
52	0,8767	0,8794	0,8820	0,8846	0,8872	0,8898
53	0,8924	0,8950	0,8976	0,9002	0,9028	0,9054
54	0,9080	0,9106	0,9132	0,9157	0,9183	0,9209
55	0,9235	0,9261	0,9287	0,9312	0,9338	0,9364
56	0,9389	0,9415	0,9441	0,9466	0,9492	0,9518
57	0,9543	0,9569	0,9594	0,9620	0,9645	0,9671
58	0,9696	0,9722	0,9747	0,9772	0,9798	0,9823
59	0,9848	0,9874	0,9899	0,9924	0,9949	0,9775

Grados.	0'	10'	20'	30'	40'	50'
60°	1,0000	1,0015	1,0050	1,0075	1,0101	1,0126
61	1,0151	1,0176	1,0201	1,0226	1,0251	1,0276
62	1,0301	1,0326	1,0351	1,0375	1,0490	1,0425
63	1,0450	1,0475	1,0500	1,0524	1,0549	1,0574
64	1,0598	1,0623	1,0648	1,0672	1,0697	1,0721
65	1,0746	1,0771	1,0795	1,0819	1,0844	1,0868
66	1,0893	1,0917	1,0941	1,0956	1,0990	1,1014
67	1,1039	1,1063	1,1087	1,1111	1,1136	1,1160
68	1,1184	1,1208	1,1232	1,1256	1,1280	1,1304
69	1,1328	1,1352	1,1376	1,1400	1,1424	1,1448
70	1,1472	1,1495	1,1519	1,1543	1,1567	1,1590
71	1,1614	1,1638	1,1661	1,1685	1,1709	1,1732
72	1,1756	1,1779	1,1803	1,1826	1,1850	1,1873
73	1,1896	1,1920	1,1943	1,1966	1,1990	1,2013
74	1,2036	1,2060	1,2083	1,2106	1,2129	1,2152
75	1,2175	1,2198	1,2221	1,2244	1,2267	1,2290
76	1,2313	1,2336	1,2359	1,2382	1,2405	1,2427
77	1,2450	1,2473	1,2496	1,2518	1,2541	1,2564
78	1,2586	1,2609	1,2632	1,2654	1,2677	1,2699
79	1,2721	1,2744	1,2766	1,2789	1,2811	1,2833
80	1,2856	1,2878	1,2900	1,2922	1,2944	1,2966
81	1,2989	1,3011	1,3033	1,3055	1,3077	1,3099
82	1,3121	1,3143	1,3165	1,3187	1,3209	1,3231
83	1,3252	1,3274	1,3296	1,3318	1,3339	1,3361
84	1,3383	1,3404	1,3426	1,3447	1,3469	1,3490
85	1,3512	1,3533	1,3555	1,3576	1,3597	1,3619
86	1,3640	1,3661	1,3682	1,3704	1,3725	1,3746
87	1,3767	1,3788	1,3809	1,3830	1,3851	1,3872
88	1,3893	1,3914	1,3935	1,3956	1,3977	1,3997
89	1,4018	1,4039	1,4060	1,4080	1,4101	1,4121

VI.

NUEVAS MEDIDAS Y PESAS LEGALES.

MEDIDAS LONGITUDINALES.

Unidad usual. El *metro* igual á la diezmillonésima parte de un cuadrante de meridiano desde el polo del Norte al ecuador.

SUS MÚLTIPLOS.

El decámetro igual diez metros.
El hectómetro igual cien metros.
El kilómetro igual mil metros.
El miriámetro igual diez mil metros.

SUS DIVISORES.

El decímetro igual un décimo de metro.
El centímetro igual un centésimo de metro.
El milímetro igual un milésimo de metro.

MEDIDAS SUPERFICIALES.

Unidad usual. La *área* igual á un cuadrado de diez metros de lado, ó sea á cien metros cuadrados.

SUS MÚLTIPLOS.

La hectárea ó cien áreas, igual á diez mil metros cuadrados.

Sus divisores.

La centiárea, ó el centésimo del área, igual al metro cuadrado.

MEDIDAS DE CAPACIDAD Y ARQUEO PARA ÁRIDOS Y LÍQUIDOS.

Unidad usual. El *litro* igual al volúmen del decímetro cúbico.

Sus multiplos.

El decálitro igual diez litros.
El hectólitro igual cien litros.
El kilólitro igual mil litros, ó una tonelada de arqueo.

Sus divisores.

El decílitro igual un décimo de litro.
El centílitro igual un centésimo de litro.

MEDIDAS CÚBICAS Ó DE SOLIDEZ.

El metro cúbico y sus divisiones.

MEDIDAS PONDERALES.

Unidad usual. El *kilógramo* ó mil gramos igual al peso en el vacío de un décimo cúbico, ó sea un litro de agua destilada y á la temperatura de cuatro grados centígrados.

Sus múltiplos.

Quintal métrico igual cien mil gramos.
Tonelada de peso igual un millòn de gramos igual al metro cúbico de agua.

Sus divisores.

Hectógramo igual cien gramos.

Decágramo igual diez gramos.

Gramo, peso de un centímetro cúbico, ó sea un mililitro de agua.

Decígramo igual un décimo de gramo.

Centígramo igual un centésimo de gramo.

Milígramo igual un milésimo de gramo.

Por tanto mandamos á todos los tribunales, justicias, gefes, gobernadores y demas autoridades así civiles como militares y eclesiásticas de cualquiera dignidad, que guarden y hagan guardar, cumplir y ejecutar la presente ley en todas sus partes.

Dado en San Ildefonso á 19 de Julio de 1849.—Está rubricado de la Real mano.—El ministro de Comercio, Instruccion y Obras públicas, Juan Bravo Murillo.

VII.

CORRESPONDENCIA DEL SISTEMA ORDINARIO DE PESAS Y MEDIDAS CON EL SISTEMA DECIMAL.

MEDIDAS LINEALES.

De piés á metros.

1 pié lineal tiene.	0m,278 6	6.	1,671 8
2..	0, 557 2	7.	1,950 4
3.	0, 835 9	8.	2,229 1
4.	1, 114 5	9.	2,507 7
5.	1. 393 1	10.	2,786 3 (a)

(a) Los que quieran pueden apelar á tablas mas extensas; pues á nosotros no nos es posible extendernos mas sobre este particular.

De varas á metros.

1 vara lineal tiene.	0m,835 9	6.	5, 015 4
2.	1, 671 8	7.	5, 851 3
3.	2, 507 7	8.	6, 687 2
4.	3, 343 6	9.	7, 523 1
5.	4, 179 5	10.	8, 359 0

MEDIDAS SUPERFICIALES.

Piés á metros.

1 pié cuadrado tiene en metros cuadrados.	0, 077 63	6. . .	0, 465 82
2.	0, 115 27	7. . .	0, 543 46
3.	0, 232 91	8. . .	0, 621 10
4.	0, 310 55	9. . .	0, 698 73
5.	0, 388 18	10. . .	0, 776 37

Varas á metros.

1 vara cuadrada tiene en metros cuadrados.	0, 698 73	6. . .	4, 192 43
2.	1, 397 47	7. . .	4, 891 16
3.	2, 096 21	8. . .	5, 589 90
4.	2, 794 95	9. . .	6, 288 64
5.	3, 493 69	10. . .	6, 987 38

MEDIDAS AGRARIAS.

Estadales á hectáreas.

1 estadal tiene.	0^h,001 11	6.	0, 006 70
2.	0, 002 23	7.	0, 007 82
3.	0, 003 35	8.	0, 008 94
4.	0, 004 47	9.	0, 010 06
5.	0, 005 59	10.	0, 011 17

Celemines á hectáreas.

1 celemin tiene	0^h,053 66	6.	0, 321 97
2.	0, 107 32	7.	0, 375 64
3.	0, 160 98	8.	0, 429 30
4.	0, 214 65	9.	0, 482 96
5.	0, 268 31	10.	0, 536 63

Fanegas á hectáreas.

1 fanega tiene. .	0^h,643 95	6.	3, 863 74
2.	1, 287 91	7.	4, 507 70
3.	1, 931 87	8.	5, 151 65
4.	2, 575 82	9.	5, 795 61
5.	3, 219 78	10.	6, 439 57

MEDIDAS CÚBICAS.

Piés cúbicos á metros cúbicos.

1 pié cúbico tiene metros cúbicos. . . .	0, 021 63	6.. . .	0, 129 79
2.	0, 043 26	7.. . .	0, 151 42
3.	0, 064 89	8.. . .	0, 173 06
4.	0, 086 53	9.. . .	0, 194 69
5.	0, 108 16	10.. . .	0, 216 32

Varas cúbicas á metros cúbicos.

1 vara cúbica tiene metros cúbicos. . . .	0, 584 07	6. . .	3, 504 47
2.	1, 168 15	7. . .	4, 088 55
3.	1, 752 23	8. . .	4, 672 63
4.	2, 336 31	9. . .	5, 256 71
5.	2, 920 39	10. . .	5, 840 79

MEDIDAS DE CAPACIDAD.

ARIDOS.

Fanegas á hectólitros.

1 fanega tiene hectólitros. .	0, 555	6. . . .	3, 330
2.	1, 110	7. . . .	3, 885
3.	1, 665	8. . . .	4, 440
4.	2, 220	9. . . .	4, 995
5.	2, 775	10. . . .	5, 550

Cahices á hectólitros.

1 cahiz tiene hectólitros. .	6, 660	6.. . .	39, 960
2.	13, 320	7.. . .	46, 620
3.	19, 980	8.. . .	53, 280
4.	26, 640	9.. . .	59, 940
5.	33, 300	10.. . .	66, 600

ACEITE.

—

Arrobas á hectólitros.

1 arroba tiene hectólitros. .	0, 125	6. . . .	0, 753
2.	0, 251	7. . . .	0, 879
3.	0, 376	8. . . .	1, 005
4.	0, 502	9. . . .	1, 130
5.	0, 628	10. . . .	1, 256

VINOS.

—

Arrobas á hectólitros.

1 arroba tiene hectólitros	0, 161 32	6. . .	0, 967 97
2..	0, 322 65	7. . .	1, 129 30
3..	0, 483 98	8. . .	1, 290 63
4..	0, 645 31	9. . .	1, 451 96
5..	0, 806 64	10. . .	1, 613 29

Moyos á hectólitros.

1 moyo tiene hectólitros.	2, 581 26	6. . .	15, 487 61
2.	5, 162 53	7. . .	18, 068 88
3.	7, 743 80	8. . .	20, 650 15
4.	10, 325 07	9. . .	23, 231 42
5.	12, 906 34	10. . .	25, 812 69

MEDIDAS DE PESO.

Arrobas á kilógramos.

1 arroba tiene kilógramos.	11, 502	6. . .	69, 013
2.	23, 004	7. . .	80, 516
3.	34, 506	8. . .	92, 018
4.	46, 009	9. . .	103, 520
5.	57, 511	10. . .	115, 023

Quintales á kilógramos.

1 quintal tiene kilógramos	46, 009	6. . .	276, 055
2.	92, 018	7. . .	322, 065
3.	138, 027	8. . .	368, 074
4.	184, 037	9. . .	414, 083
5.	230, 046	10. . .	460, 092

Tambien traen los autores las tablas inversas, esto es, las del sistema métrico con la correspondencia ordinaria, las que suprimimos por brevedad.

VIII.

MEDIDAS DE PROVINCIAS CON ARREGLO AL METRO.

Alava, Avila, Badajóz, Búrgos, Cáceres, Córdoba, Cádiz, Cuenca, Granada, Guadalajara, Huelva, Leon, Murcia, Málaga, Oviedo, Orense, Palencia, Pontevedra, Salamanca, Santander, Sevilla, Soria, Valladolid, Vizcaya y Zamora, usan la vara castellana.—Las de Albacete, Guipúzcoa, Logroño, Segovia y Toledo tienen $0^m,837$; la de Alicante $0^m,912$; la de Almería $0^m,833$; la de Palma en las Baleares, ó séase la media cana $0^m,782$; la cana de Barcelona $1^m,555$; la vara en las Canarias $0^m,842$; la de Castellon de la Plana $0^m,906$; las de Ciudad Real y Jaen $0^m,839$; la cana de Gerona $1^m,559$; las varas de Huesca y Zaragoza $0^m,772$; la media cana de Lérida $0^m,778$; la vara de Lugo $0^m,855$; las de Madrid y la Coruña $0^m,843$; la de Pamplona $0^m,785$; la media cana de Tarragona $0^m,780$; la vara de Teruel $0^m,768$; y por último, la de Valencia $0^m,906$.

Son interesantísimas las tablas que publican algunos autores que se ocupan exclusivamente de esto, respecto á las medidas de capacidad; pues casi con seguridad puede decirse que cada provincia de España tiene las suyas, tanto para los áridos como para los líquidos. No nos atrevemos á extendernos tanto, recomendando á los Agrimensores que las adquieran y lleven siempre consigo, pues son utilísimas. Respecto de las medidas de peso, Alava, Almería, Avila, Badajóz, Búrgos, Cádiz, Canarias, Ciudad Real, Córdoba, Cuenca, Granada, Guadalajara, Huelva, Jaen, Leon, Logroño, Madrid, Málaga, Murcia, Oviedo, Palencia, Salamanca, Santander, Segovia, Sevilla, Soria, Toledo, Valladolid y Zamora usan la libra de Castilla; las demas tienen cada cual la suya, conviniendo ó no con otras.

Pero donde la diversidad de unidades llega al mayor grado de divergencia es en las agrarias, que mas interesan al Agrimensor. Volvemos á llamar la atencion de esto, para la adquisicion de tan curiosas tablas, contentándonos nosotros con poner aquí las medidas agrarias de Andalucía, Leon y ambas Castillas.

LEON Y CASTILLA NUEVA Y VIEJA.

	Metros cuadrados.
Avila.—La fanega de esta provincia tiene. .	3930. 396
Búrgos. . . . La fanega. . . .	6439. 561
Ciudad Real. . . Idem. . . .	6439. 561
Cuenca. . . . . Idem. . . .	6439. 561
Guadalajara.—La fanega superficial. . .	3105. 498
Leon.—La émina de secano. . . .	939. 413
La de regadío.	626. 223
Logroño.—La fanega superficial. . .	1901. 962
Palencia.—La obrada.	5383. 187
Madrid.—La fanega superficial. . . .	3423. 812
Salamanca.—La fanega.	6439. 561
Santander. . Idem.	6439. 561
Segovia.—La obrada de tierra. . . .	3930. 396
Soria.—La fanega superficial. . . .	2235. 958
Toledo.—Su fanega..	3757. 653
Valladolid.—La obrada.	4658. 247
Zamora.—La fanega.	3353. 938

ANDALUCÍA.

Almería.—Su fanega de secano. . . .	6439. 561
	Su tahulla de riego. . . .	1118. 233
Cádiz.—La fanega.	6439. 561
Córdoba.—La fanega.	6121. 228
	La aranzada.	3672. 737
Granada.—La fanega.	6439. 561
Huelva. . Idem.	3689. 332
Jaen. . . Idem.	6262. 781
Málaga. . Idem.	6037. 089
Sevilla. . Idem.	5944. 724
	La aranzada.	4755. 779

IX.

TABLA DE LAS MEDIDAS AGRARIAS

CON ARREGLO Á VARAS CUADRADAS DE CASTILLA.

CASTILLA NUEVA Y VIEJA.

El estadal mas comun tiene 11 piés de largo, hay aranzadas que tienen 400 estadales cuadrados, y fanegas que varían entre 400 y 500 estadales cuadrados. La yugada tiene 50 fanegas y la caballería 60 fanegas. Además se conoce el carro de tierra de la provincia de Santander, cuadrado de tierra cuyo lado varía y que es mayor que el estadal indicado.

	Varas cuadradas.
En Avila la fanega tiene..	5625
La aranzada.	6400
La huebra.	3200
La peonada de prado.	5600
En Búrgos la fanega tiene.	9216
En Ciudad Real..	9216
En Cuenca.	9216
En Guadalajara.	$4444\frac{4}{9}$
En Logroño.	2722
En Madrid (varía si se mide con su vara ó la de Castilla).	4900
En Santander.	9216
En Segovia, obrada de tierra de 400 estadales.	5524 47
En Soria.	3200
En Toledo, la fanega de 400 estadales. .	$5377\frac{7}{9}$
La de 500.	$6722\frac{2}{9}$

ANTIGUO REINO DE LEON.

	Varas cuadradas de Castilla.
Leon.—La émina de secano.	$1344\frac{4}{9}$
La de regadío.	$896\frac{2}{9}$
Palencia.—La obrada.	$7704\frac{1}{6}$
Salamanca.	9216
Valladolid.—Obrada de 600 estadales. .	$6666\frac{2}{3}$
Zamora.	4800

ANDALUCÍA Y MURCIA.

Se usan en estas provincias la ochava, cuartera, tahulla, hanegada de regadío y secano, marjal, hubada y soga toledana de Córdoba. El marjal de Granada es de tres tahullas; la tahulla de Almería segun unos tiene 237 varas cuadradas; otros autores traen tahullas de Almería para tierras de riego con 1600 varas. Hay fanegas de 9 marjales.

La fanega de secano de Almería y Cádiz es igual á la de Búrgos, Ciudad Real, Cuenca, Salamanca y Santander.

VARAS CUADRADAS DE CASTILLA.

La fanega de Córdoba tiene. . .	$8760\frac{5}{12}$
Granada.	9216
Huelva.	5280
Jaen.	8963
Málaga.	8640
Sevilla.—La fanega.	$8507\frac{13}{16}$
La aranzada. . . .	$6806\frac{1}{4}$
Albacete.	10000
Murcia.	9600

REINO DE VALENCIA.

En este se usan ordinariamente la cuerda de 20 brazas lineales y 180 palmos valencianos que hacen $48\frac{3}{4}$ varas lineales castellanas. La cuartera tiene 50 brazas c.s y $121\frac{7}{8}$ varas cuadradas; la fanega 200 brazas y $487\frac{1}{2}$ varas c.s; la cahizada es de 6 fanegas y la yugada de 6 cahizadas.

Además se usa la almutada y cahiz de Alicante, la chovada, cahizada y cuarton valenciano de que acabamos de hablar.

VARAS CUADRADAS CASTELLANAS.

Segun otros autores el jornal de Alicante tiene.	5776
La fanega de Castellon.	1189
La de Valencia 1012½ varas valencianas.	

PRINCIPADO DE CATALUÑA.

En Cataluña se usa el jornal de 1400 canas cuadradas, la mojada superficial de 2025 canas cuadradas, la vesana de Gerona de 900 canas superficiales; el jornal de Lérida de 1800 canas cuadradas, y la cana real de Tarragona que tiene 2500 canas. La cana lineal de Barcelona tiene 1^{m},555, la de Gerona 1^{m},559, la media cana de Lérida 0^{m},778 y la media cana de Tarragona 0^{m},780.

REINO DE ARAGON.

En Aragon se usan: la cadena de 10 varas del pais, el almud que es una cadena cuadrada, el cuartal de 4 almudes, la fanega de 4 cuartales, el jornalio de 9 cuartales y el cahiz de 24. Además: se usa en Zaragoza la peonada, teniendo Teruel su cahiz y cuartal.

Por tanto, el cuartal de Zaragoza tiene 400 varas aragonesas cuadradas, la fanega de Huesca 1200 varas castellanas superficiales, y la de Teruel 1600.

ASTURIAS Y GALICIA.

En las provincias de esta parte de España se emplean como medidas agrarias, el dia menor y mayor de bueyes, teniendo el primero 48 varas de largo por 24 de ancho y 1142 varas castellanas cuadradas, y el segundo $42\frac{1}{2}$ varas de lado que hacen 1800 varas castellanas cuadradas. Además usan el carro de tierra de 256 varas castellanas cuadradas. Esto en Asturias, en Galicia usan la conca, el copelo y el ferrado de sembradura y cavadura. Tambien en Oviedo tienen el copin y la émina. Pero lo que mas importa saber es que despues del dia mayor de bueyes de Oviedo, que tiene 1800 varas castellanas cuadradas, el ferrado de la Coruña, Pontevedra y Orense tienen 900 y el de Lugo 625.

PROVINCIAS VASCONGADAS.

En Alava la fanega tiene 3572 varas cuadradas y una pequeña fraccion. En Guipúzcoa 4900 varas castellanas cuadradas. En Pamplona la robada tiene 1458, y en Vizcaya la peonada mide $544\frac{4}{9}$ varas cuadradas.

ESTREMADURA, BALEARES Y CANARIAS.

Por último: en Badajóz se usa la fanega de Búrgos y en Cáceres la de 96 varas de lado. En las Islas Baleares se usa la cuarterada de 10165 varas cuadradas mas una pequeña fraccion, y en Canarias la fanega de $7511\frac{1}{9}$ varas superficiales de Castilla.

Comprêndese bien cuánta divergencia existe no solo entre todas las provincias del Reino, sino hasta en las comarcas diferentes, habiendo capital que usa de mas de una unidad agraria; advirtiéndose disparidad entre los autores que tratan de esto. Mientras que la ley de 19 de Julio de 1849 no se haga efectiva en toda España, pueden los Agrimensores valerse de las obras que para esto hay, y mejor que de ellas de las indagaciones científicas que hagan en cada localidad; trabajo que se ahorrarán, tan luego como la referida ley haga olvidar la confusion inmensa, que sobre medidas hay en nuestras provincias españolas.

PLANTÍO Á MARCO REAL. (a)

VARAS CUADRADAS.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.	Distancia en palmos.
ESTADALES CUADRADOS.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.	Idem en varas.
MARCO DE LA DISTANCIA.	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
100	100,0000	64,0000	44,4444	32,6531	25,0000	19,7531	16,0000	13,2231	11,1111	9,4674	8,1633	7,1111	6,2500
200	200,0000	128,0000	88,8888	65,3062	50,0000	39,5062	32,0000	26,4462	22,2222	18,9348	16,3266	14,2222	12,5000
300	300,0000	192,0000	133,3332	97,9593	75,0000	59,2593	48,0000	39,6693	33,3333	28,4022	24,4899	21,3333	18,7500
400	400,0000	256,0000	177,7776	130,6124	100,0000	79,0124	64,0000	52,8924	44,4444	37,8696	32,6532	28,4444	25,0000
500	500,0000	320,0000	222,2220	163,2655	125,0000	98,7655	80,0000	66,1155	55,5555	47,3370	40,8165	35,5555	31,2500
600	600,0000	384,0000	266,6664	195,9186	150,0000	118,5186	96,0000	79,3386	66,6666	56,8044	48,9798	42,6666	37,5000
700	700,0000	448,0000	311,1108	228,5717	175,0000	138,2717	112,0000	92,5617	77,7777	66,2718	57,1431	49,7777	43,7500
800	800,0000	512,0000	355,5552	261,2248	200,0000	158,0248	128,0000	105,7848	88,8888	75,7392	65,3064	56,8888	50,0000
900	900,0000	576,0000	399,9996	293,8779	225,0000	177,7779	144,0000	119,0079	99,9999	85,2066	73,4697	63,9999	56,2500
1000	1000,0000	640,0000	444,4440	326,5310	250,0000	197,5310	160,0000	132,2310	111,1110	94,6740	81,6330	71,1110	62,5000

PLANTÍO Á TRES BOLILLO.

100	115,4701	73,9009	51,3200	37,7045	28,8675	22,8089	18,4752	15,2687	12,8300	10,9321	9,4261	8,2112	7,2168
200	230,9402	147,8018	102,6400	75,4090	57,7350	45,6178	36,9504	30,5374	25,6600	21,8642	18,8522	16,4224	14,4336
300	346,4103	221,7027	153,9600	113,1135	86,6025	68,4267	55,4256	45,8061	38,4900	32,7963	28,2783	24,6336	21,6504
400	461,8804	295,6036	205,2800	150,8180	115,4700	91,2356	73,9008	61,0748	51,3200	43,7284	37,7044	32,8448	28,8672
500	577,3505	369,5045	256,6000	188,5225	144,3375	114,0445	92,3760	76,3435	64,1500	54,6605	47,1305	41,0560	36,0840
600	692,8206	443,4054	307,9200	226,2270	173,2050	136,8534	110,8512	91,6122	76,9800	65,5926	56,5566	49,2672	43,3008
700	808,2907	517,3063	359,2400	263,9315	202,0725	159,6623	129,3264	106,8809	89,8100	76,5247	65,9827	57,4784	50,5176
800	923,7608	591,2072	410,5600	301,6360	230,9400	182,4712	147,8016	122,1496	102,6400	87,4568	75,4088	65,6896	57,7344
900	1039,2309	665,1081	461,8800	339,3405	259,8075	205,2801	166,2768	137,4183	115,4700	98,3889	84,8349	73,9008	64,9512
1000	1154,7010	739,0090	513,2000	377,0450	288,6750	228,0890	184,7520	152,6870	128,3000	109,3210	94,2610	82,1120	72,1680

(a) Tenemos una complacencia en publicar estas tablas calculadas por nuestro estimado discípulo D. Juan Carrasco, antiguo Agrimensor y ahora Maestro de Obras y Ayudante del cuerpo de Ingenieros de caminos, encargado en las obras del Ferro-carril de Moron á Utrera. La explicacion de estas tablas, expuesta por su autor, manifiesta su conveniencia para los usos ordinarios.

Desde luego se comprende, que las fracciones que acompañan al número de plantas no se han de tomar sino para la mayor exactitud de los cálculos, pues sería un absurdo tomar fracciones de una planta para colocarla en el terreno, ó creer que realmente existiesen estas fracciones de plantas. Con este motivo averiguarémos el número de las que caben en un plantío de viña cuya distancia á marco real es de 7 palmos, ó cuartas de vara, y cuya extension es de 598.736 varas cuadradas.

	VARAS CUADRADAS.	PLANTAS.
	500000	163265,500
	90000	29387,790
	8000	2612,248
	700	228,572
	30	09,796
	6	1,959
Sumas. .	598736	195505,865

Aquí vemos que en la totalidad de las plantas hay una fraccion; pero esta se aproxima tanto á la unidad, que sin error sensible se puede tomar por una planta mas, y entonces será el número de ellas 195.506.

Del mismo modo se practicará cuando la distancia de las plantas venga expresada en varas y la superficie en estadales cuadrados; ya sean á marco real ó al tres bolillo.

ÍNDICE

DE LAS MATERIAS DE QUE TRATA ESTA OBRA.

Págs.

PRIMERA PARTE DE LA TOPOGRAFIA.

PLANIMETRIA.

PRIMERA PARTE DE LA PLANIMETRIA.

Instrumentos topográficos.

Págs.

SEGUNDA PARTE DE LA PLANIMETRIA.

Uso de los instrumentos.

Págs.

Págs.

TERCERA PARTE DE LA PLANIMETRIA.

Trabajos propios del gabinete.

SEGUNDA PARTE DE LA TOPOGRAFIA.

De la nivelacion y de sus aplicaciones.

PARTE PRIMERA DE LA NIVELACION.

Descripcion de los instrumentos y utiles propios para la misma.

Págs.

PARTE SEGUNDA DE LA NIVELACION.

Uso de los instrumentos.

Págs.

PARTE TERCERA DE LA NIVELACION.

Teoria del dibujo topografico.

AGRIMENSURA.

CONOCIMIENTO DE LAS TIERRAS

para avalorarlas.

Págs.

MENSURA DE LAS TIERRAS.

DIVISION DE HEREDADES.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.

E. Utrera gr.^o

Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
osa mayor
polo
osa menor
Casiopea
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.

E. Utrera gr.º


Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.

E. Utrera gr.


Fig. 47.
Fig. 48
Fig. 49
Fig. 50
Fig. 51.
Fig. 52
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig.ª 55
Fig. 56
Fig. 57.
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 60.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64
Fig. 65.

E. Utrera. g°


Fig. 66.
Fig. 67.
Fig. 68.
Fig. 69.
Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.
Fig. 79.
Fig. 80.
Fig. 81.
Fig. 82.
Fig. 83.
Fig. 84.

LAM.ª VI

Fig. 85.
Fig. 86.
Fig. 87.
Fig. 88.
Fig. 89.
Fig. 90.
Fig. 91.
Fig. 92.
Fig. 93.
Fig. 94.
Fig. 95.
Fig. 96.
Fig. 97.
Fig. 98.
Fig. 99.
Fig. 100.
Fig. 101.

E. Utrera Lit. Sevilla.

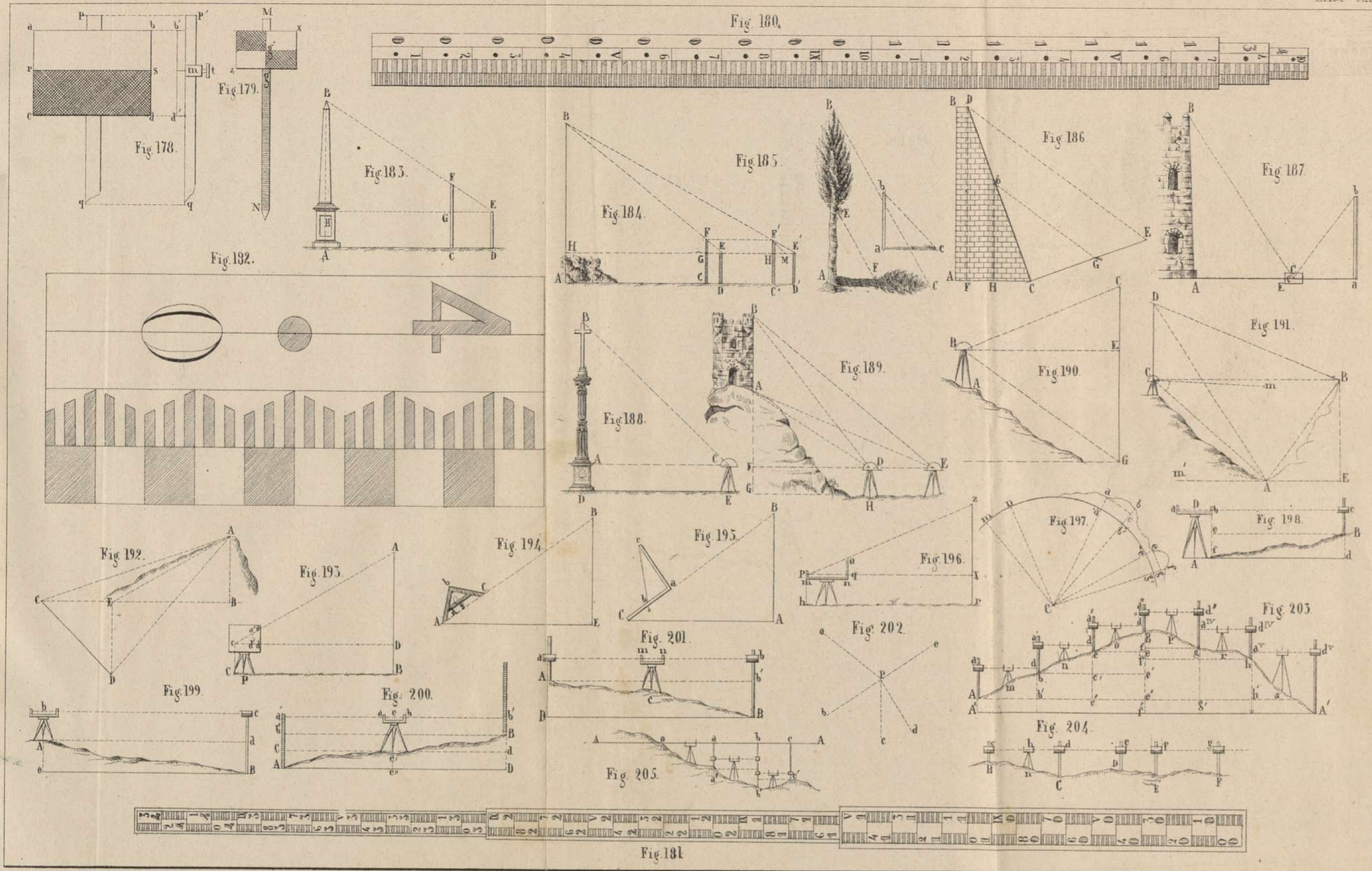
Lit. de E. Utrera. Sevilla

E. Utrera. Lit. Sevilla.

Nota: Desde la figª 151 se pasa á la 116 repitiendose esta numeracion hasta otra figª 151 de las láminas sucesivas, en que continuan todas por su órden.

E. Utrera Lit. Sevilla.

E. Utrera. Lit. Sevilla.



E. Utrera Lit. Sevilla


Fig. 206.
Fig. 207.
Fig. 208
Fig. 209.
Fig. 210.
Fig. 211.
Proyeccion vertical
Proyeccion horizontal
Fig. 212
Fig. 214.
Fig. 215
Fig. 216.
Fig. 217.
Fig. 218.
Fig. 219.
Fig. 220.
Fig. 221.
Fig. 222
Fig. 223.

E. Utrera. Lit. Sevilla.

E. Utrera. Lit. Sevilla.

LAMª XVI

E. Utrera. Lit. Sevilla.

La fig. 275 bis pertenece al párrafo 772.

E. Utrera Lit. Sevilla.

15
141
701
141
2141