

7046

LIBRO DE ARITMETICA

7104

L47 - 7256

5-85

COMPENDIO DE ARITMETICA

PARA USO

DE LAS ESCUELAS DE AMBOS SEXOS

por

Don Juan de la Puerta Canseco

Profesor de la pública de Instrucción Primaria Superior de Santa Cruz de Tenerife.

Tercera parte.

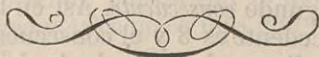


1859

SANTA CRUZ DE TENERIFE.

Imprenta de la viuda é hijos de D. Vicente Bonnet.

RAZONES Y PROPORCIONES



- P. Qué es razon?
- R. La comparacion de dos cantidades.
- P. De cuántas maneras puede hacerse esta comparacion?
- R. De dos: bien con el objeto de averiguar la diferencia que existe entre ambas, ó bien con el de saber las veces que la una contiene à la otra.
- P. Cuántas clases hay, pues, de razones?
- R. Dos: unas que se llaman *aritméticas* ó por diferencia, y otras *geométricas* ó por cociente.
- P. Cómo se escribe y como se lee la *razon aritmética*?
- R. Se escribe separando las dos cantidades con un punto, que se lee: *es aritméticamente á*; v. g. $8 \cdot 6$ (8 es aritméticamente á 6), que es lo mismo que si dijéramos 8—6.
- P. Cómo se escribe y como se lee una *razon geométrica*?

- R. Se escribe separando las dos cantidades por medio de dos puntos que se leen, *es á*; v. g. 8: 4 (8 es á 4), lo cual equivale á $\frac{8}{4}$
- P. Reciben algun nombre especial las dos cantidades que se comparan?
- R. Si señor; juntas se llaman *términos de la razon* y de éstos el primero se denomina *antecedente* y el segundo *consecuente*. Así en la razon 8: 4, el antecedente es 8 y el consecuente 4.
- P. Cómo se llama el resultado de la comparacion de los dos términos?
- R. *Esponente de la razon*. En 8 · 2 el esponente será 6, y en 8: 4 su esponente es 2, que tambien se llama simplemente *razon*.
- P. Luego cuando se dice, *razon*, y no se añade aritmética ni geométrica, á cuál nos referimos?
- R. A la geométrica.
- P. Cómo se halla la razon aritmética?
- R. Restando el consecuente del antecedente.
- P. Cómo se halla la razon geométrica?
- R. Dividiendo el antecedente por el consecuente.
- P. Atendiendo á los términos de una razon, de cuántas maneras puede ser esta?
- R. De tres, á saber: de *igualdad*, de *mayor desigualdad* y de *menor desigualdad*.
- P. En qué caso la razon es de igualdad?
- R. Cuando son iguales sus dos términos; como 6: 6.
- P. Y de mayor desigualdad?
- R. Cuando el antecedente es mayor que el conse-

cuente, v. g. 8:6.

P. Y de menor desigualdad?

R. Cuando el antecedente es menor que el consecuente, como 6: 8.

P. Cómo influyen en el esponente las alteraciones que sufran los términos de una razon geométrica?

R. Del mismo modo que las del dividendo y divisor en el cociente, pues segun ya hemos dicho, la razon geométrica no es mas que una division indicada.

P. Qué es *proporcion*?

R. La igualdad de dos razones. La proporcion será aritmética ó geométrica segun la clase de razones que la formen.

P. Cómo se escribe la proporcion aritmética?

R. Separando las razones con *dos puntos* que se leen, *como*; así: 8· 5: 6· 3 (8 es aritméticamente á 5 como 6 es á 3.)

P. Cómo se escribe una proporcion geométrica?

R. Separando las dos razones con *cuatro puntos*; v. g. 6: 4:: 12: 8 (6 es á 4 como 12 es á 8).

P. Dada una razon aritmética, cómo se forma una proporcion aritmética?

R. Aumentando ó disminuyendo en una misma cantidad los dos términos de la razon dada, resultará otra razon igual, con la cual y la dada se puede formar la proporcion; v. g. 8· 5: (8+2): (5+2) ó sea 8· 5: 10· 7.

P. Cómo se forma una proporcion geométrica dando una razon de esta especie?

B. Para obtener una razón igual á la dada, se multiplican ó dividen los dos términos por un mismo número, y con ambas razones se forma la proporción. v. g.

$$4 : 5 :: (4 \times 3) : (5 \times 3) \text{ ó sea } 4 : 5 :: 12 : 15$$

P. Con qué nombres se designan las cantidades que constituyen una proporción?

R. Se llaman *medios* al consecuente de la primera razón y antecedente de la segunda, y *extremos* al antecedente de la primera y consecuente de la segunda. En la proporción $6 : 4 :: 12 : 8$, los medios son 4 y 12 y los extremos 6 y 8.

P. Cómo se dividen las proporciones?

R. En *discretas* y *continuas*.

P. Cuándo la proporción es discreta?

R. Cuando tiene sus medios desiguales; v. g. $4 : 6 :: 8 : 12$.

P. En qué caso es continua?

R. Cuando tiene sus medios iguales; v. g. $8 : 4 :: 4 : 2$

P. Se escriben abreviadamente las proporciones continuas?

R. Si señor; la proporción aritmética $8 : 6 : 4$ se escribe así:

$$\div 8 \cdot 6 \cdot 4 \text{ y se lee: } 8 \text{ es aritméticamente á } 6 \text{ es á } 4.$$

La proporción geométrica $10 : 5 :: 5 : 2$, se escribe

$$\div \div 10 : 5 : 2 \text{ y se lee: } 10 \text{ es á } 5 \text{ es á } 2.$$

P. Qué hay que advertir en toda proporción aritmética?

R. Que la suma de extremos es siempre igual á la suma de medios; es decir, que en la proporción,

por ejemplo, $12 \cdot 8 : 14 \cdot 10$ se verifica que $12+10=8+14$.

P. Cuando son conocidos tres términos de una proporción aritmética, cómo se determinará el que falta?

R. Si este fuese un extremo, se hallará restando el extremo conocido de la suma de medios: y si fuese un medio, se restará el otro medio de la suma de los extremos; por ejemplo:

$10 \cdot 12 : 15 \cdot x$. En este caso $x=17$ por que $12+15-10=17$

$10 \cdot x : 15 \cdot 17$. Tendremos en este otro que $x=12$ por que $10+17-15=12$.

P. Cómo se formará una proporción aritmética con cuatro cantidades cuando la suma de dos de ellas es igual á la de las otras dos?

R. Colocando por extremos las dos que forman una suma, y por medios las otras dos. v. g. $6+5=8+3$. Será proporción $6 \cdot 8 : 3 \cdot 5$ y también $8 \cdot 6 : 5 \cdot 3$

P. Cómo se halla una media proporcional aritmética á dos cantidades conocidas?

R. La mitad de la suma de las dos cantidades dadas será la media proporcional que se desea. Así la media proporcional aritmética de 10 y 8 será su semisuma 9, lo cual se manifiesta claramente en la proporción $10 \cdot 9 : 9 \cdot 8$.

P. Qué hay que advertir en toda proporción geométrica?

R. *Que el producto de extremos es igual al producto de los medios.* En la proporción $4 : 6 :: 8 : 12$ se

- verifica que $4 \times 12 = 6 \times 8$.
- P. Cómo se formará una proporción con cuatro cantidades, siendo el producto de dos de ellas igual al producto de las otras dos?
- R. Se colocan por extremos dos de las cantidades que constituyen un producto, y por medios las otras dos. Sirva de ejemplo: $8 \times 10 = 20 \times 4$
Será proporción $8 : 20 :: 4 : 10$ y también $20 : 10 :: 8 : 4$
- P. Qué es *alternar* una proporción?
- R. Comparar el antecedente de la primera razón con el antecedente de la segunda, y del mismo modo los consecuentes.
La proporción $6 : 12 :: 18 : 36$ quedará alternada así: $6 : 18 :: 12 : 36$.
- P. Qué es *invertir*?
- R. Comparar el consecuente de cada razón con su antecedente respectivo. La anterior proporción $6 : 12 :: 18 : 36$ quedará invertida de este modo: $12 : 6 :: 36 : 18$.
- P. Qué es *permutar*?
- R. Cambiar de lugar las razones de una proporción v. g. $10 : 8 :: 30 : 24$ permutada será $30 : 24 :: 10 : 8$.
- P. Cómo se llama el resultado de multiplicar ordenadamente dos ó mas razones?
- R. *Razón compuesta*.
- P. Qué es *proporción compuesta*?
- R. La que resulta de multiplicar ordenadamente dos ó mas proporciones simples. Por ejemplo

$$\left. \begin{array}{l} 2 : 4 :: 3 : 6 \\ 5 : 7 :: 10 : 14 \end{array} \right\} \text{Proporciones simples.}$$

$$\underline{10 : 28 :: 30 : 84} \quad \text{Proporcion compuesta.}$$

- P. En qué casos subsiste una proporción?
- R. Siempre que sus cuatro términos, ó los antecedentes, ó los consecuentes, ó bien un término de cada razón se multiplican ó parten por un mismo número. Que en todos estos casos subsiste proporción no ofrece duda, puesto que el producto de los extremos es siempre igual al de los medios.
- P. Conocidos tres términos de una proporción geométrica, cómo se halla el que falta?
- R. Si este fuese un extremo, se divide el producto de los medios por el extremo conocido, y si fuese un medio, se parte por el medio conocido el producto de los extremos.

EJEMPLOS.

$$1.^\circ \quad 4 : 12 :: 6 : X \quad X = \frac{12 \times 6}{4} = 18$$

$$2.^\circ \quad 4 : X :: 6 : 18 \quad X = \frac{18 \times 4}{6} = 12$$

- P. Cuándo alguno de los términos de una proporción es número quebrado, cómo se reduce á entero sin que la proporción se altere?
- R. Suprimiendo el denominador, pero cuidando

multiplicar por él el otro término de la misma razón, ó bien el término correspondiente de la otra razón.

EJEMPLO.

$$7 : 6 :: 5 : 4 \frac{3}{7} = 7 : 6 :: 5 : 5 : \frac{30}{7} =$$

$$7 : 6 :: (5 \times 7) : 30 = 7 : 6 :: 35 : 30.$$

REGLA DE TRES.

- P. Qué es *regla de tres*?
- R. *Regla de tres*, ó segun algunos, *regla de oro*, es la que nos enseña á resolver ciertas cuestiones aritméticas por medio de las proporciones.
- P. De cuántas maneras pueden ser los problemas pertenecientes á la regla de tres?
- R. De dos: *simples* y *compuestos*.
- P. Cuándo son *simples*?
- R. Cuando para su resolución solo se hace uso de tres datos, como en este caso:
30 hombres ejecutaron 80 varas de obra ¿cuántas varas de la misma obra harán 50 hombres?
- P. Y cuándo son *compuestos*?
- R. Cuándo constan de mas de tres datos, dependiendo el resultado de varios de ellos; como por ej. *Si 60 hombres trabajando 8 horas diarias hicieron en 12 dias 64 metros de obra ¿Cuántos*

métros harán 72 hombres en 9 dias trabajando 10 horas diarias?

P. Están siempre en la misma relacion los datos con el resultado?

R. No señor; unas veces se hallan en razon *directa* y otras en razon *inversa*.

P. Cuándo se hallan en razon directa?

R. Cuándo los resultados aumentan ó disminuyen á medida que aumentan ó disminuyen las cantidades de quienes dependen v. g. Si 30 hombres hicieron 80 varas de una obra, claro está que 50 hombres harán mas varas; y viceversa, si disminuyesen los hombres, á 20 por ej., es evidente que tambien disminuirian las varas de obra que hiciesen.

P. Cuándo se hallan en razon inversa?

R. Cuando los resultados aumentan á medida que disminuyen las cantidades de quienes dependen, ó al contrario, v. g. Si en 15 dias hicieron una obra 40 trabajadores, no hay duda que 60 trabajadores la harán en menos dias; donde vemos que disminuyen los dias á medida que aumentan los trabajadores. Por el contrario, si se propusiese averiguar los dias que serian necesarios para hacer una obra con 20 trabajadores, suponiendo que 40 la habian hecho en 15 dias, desde luego se infiere que se necesitarian mas dias por ser menos los trabajadores que habian de ejecutarla.

P. Qué se deduce de lo dicho?

R. Que la regla de tres se considera dividida en *simple* y *compuesta*, y *directa* é *inversa*.

P. Qué partes comprende todo problema de regla de tres?

R. Dos, llamadas *supuesto* y *pregunta*.

P.Cuál es el supuesto?

R. La parte del problema que comprende las cantidades que guardan entre sí una relacion determinada.

P. Y cuál es la pregunta?

R. La parte del problema que comprende las cantidades que guardan con la desconocida la misma relacion que tienen entre sí las del supuesto.

P. Aclare V. esto con un ejemplo.

R. Sea el siguiente:

Supuesto. . { *24 peones construyeron una pared en*
 { *14 dias trabajando 6 horas diarias.*

Pregunta.. . { *¿Cuántos peones serán necesarios para*
 { *construir otra pared igual en 15 dias*
 { *trabajando 8 horas al dia?*

P. Tienen algun nombre especial las cantidades que constituyen los problemas de regla de tres?

R. Si señor; se llaman *principales* las homogéneas, conocidas, y *relativas* las otras dos homogéneas pero de las cuales una es desconocida.

En el anterior ejemplo son cantidades principales (*14 dias, 15 dias, 6 horas y 8 horas*) y relativas (*24 peones y X peones, ó sea la incognita*).

P. Cómo se plantea un problema simple directo de regla de tres?

R. Poniendo por primer término la cantidad prin-

principal del supuesto, por segundo la de la pregunta y por tercero la relativa conocida. Sirva de ejemplo:

20 peones abrieron un foso de 16 metros de largo, cuántos peones se necesitarán para abrir otro foso de 40 metros?

16 M : 40 M :: 20 peones: $\frac{20 \times 40}{16} = 50$ peones.

P. Cómo se plantea un problema simple inverso?

R. Poniendo por primer término la cantidad principal de la pregunta, por segundo la del supuesto y por tercero la relativa conocida.

EJEMPLO.

En cuántos días transportarán 60 acémilas cierto número de fanegas de trigo suponiendo que 30 acémilas las transportaron en 18 días?

60 acém. : 30 acém. :: 18 días: $\frac{18 \times 50}{60} = 9$ días.

P. Qué observación facilita el planteo de una operación de regla de tres?

R. La siguiente: Si la cantidad que se busca ha de ser mayor que su homogénea conocida, se pondrá en medio, al formar la proporción, el dato mayor de los homogéneos conocidos, y si ha de ser menor la que se busca, se pondrá en medio la menor.

P. Cómo se plantea y resuelve un problema compuesto de regla de tres?

R. Descomponiéndole en razones simples y for-

mando con ellas una razón compuesta; el tercer término es la cantidad del supuesto de la misma especie que la desconocida. Al formar las razones simples hay que tener presente si las cantidades influyen directa ó inversamente en el resultado, para poner en el primer caso la cantidad principal del supuesto por primer término, y en el segundo el de la pregunta.

EJEMPLO.

60 operarios hicieron en 50 días, trabajando 8 horas diarias, un foso de 36 metros de largo, 3 de ancho y 4 de profundo; en cuántos días harán 46 operarios otro foso de 48 metros de largo, 2 de ancho y 3 de profundo, trabajando 9 horas diarias?

Este problema se plantea y resuelve del modo siguiente:

$$\begin{array}{r}
 46 \text{ operarios} : 60 \text{ operarios.} \quad : : \\
 9 \text{ horas} \quad : 8 \text{ horas.} \quad : : \\
 36 \text{ M. largo.} : 48 \text{ M. largo.} \quad : : \\
 3 \text{ M. ancho} : 2 \text{ M. ancho.} \quad : : \\
 4 \text{ M. prof.} : 3 \text{ M. profundo} \quad : :
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 46 \text{ operarios} \\ 9 \text{ horas} \\ 36 \text{ M. largo.} \\ 3 \text{ M. ancho} \\ 4 \text{ M. prof.} \end{array}} \right\} 50 \text{ días} : x$$

$$178848 : 138240 :: 50 : \frac{50 \times 138240}{178848} = 38 \text{ días}$$

5 horas y $49 \frac{13}{23}$ minutos.

P. Cómo se simplifica una operación de regla de tres?

R. Partiendo, cuando sea posible, un antecedente y un consecuente cualquiera por el comun divisor de ámbos. v. g. *La proporcion compuesta del anterior ejemplo quedará reducida á la siguiente:*

$207 : 160 :: 50 : x = 38 \text{ dias, } 5 \text{ horas y } 49\frac{15}{25} \text{ minutos.}$

REGLA DE TARA. (a)

P. Qué es *regla de Tara*?

R. La que nos enseña á hallar el peso líquido de los géneros que por razon de estar en fardos ó cajones pierden un tanto *por ciento*, ó un tanto *sobre ciento* de su peso.

P. Cómo se resuelven los problemas de esta especie?

R. Si se ha de descontar un tanto *por ciento*, se plantea una proporcion cuyo primer término será 100, el segundo 100 *menos lo que se descuenta*, y el tercero la cantidad que espese el peso total de los cajones ó fardos.

EJEMPLO.

¿Cuánto se deberá pagar por 10 cajones de

(a) Aunque esta Regla y algunas otras de las que siguen no son mas que casos especiales de la de Tres simple, hemos creído conveniente ponerlas por separado en atencion al mucho uso que de ellas se hace en el comercio.

azúcar que pesan 5800 klógramos, descontándose un 8 por 100 de Tara?

$$100 : 92 :: 5800 : \frac{5800 \times 92}{100} = 5336 \text{ kg.}$$

- P. Y si el descuento fuese un tanto *sobre ciento*, qué se haría?
- R. Poner por primer término de la proporción 100 *mas el tanto*, por segundo 100 y por tercero el peso total.

EJEMPLO.

¿Cuántos kilógramos se pagarán por 8200 debiéndose descontar por razón de tara un 12 sobre 100?

$$112 : 100 :: 8200 : \frac{8200 \times 100}{112} = 7321 \frac{3}{7} \text{ kg.}$$

REGLA DE BARATA Ó TRUEQUE.

- P. Qué entendemos por *baratar, trocar ó cambiar*?
- R. Dar unos géneros por otros.
- P. Qué es, pues, *regla de barata*?
- R. La que nos conduce á averiguar el precio á que debe subir un género con respecto al que sube otro por el cual se ha de cambiar; ó bien que cantidad de un género de cierto precio se ha de dar por otro género de precio distinto.
- P. Cómo se resuelven los problemas de barata?

R. Por medio de una simple proporción, y son tan sencillos que nos bastará resolver un solo problema de cada clase para comprender todos los demás que se puedan presentar.

EJEMPLOS.

1^{er.} CASO. *Una tela se vende á 32 rs. vn. el metro y en trueque sube á 40 rs. vn. ¿A cuánto debe subir el precio de otra tela cuyo valor en dinero es 56 rs. el metro?*

$$32 : 56 :: 40 : \frac{40 \times 56}{32} = 70 \text{ rs. el metro.}$$

2.^o CASO. *¿Cuántos litros de vino de á 24 rs. el litro se deberán dar por 246 kilogramos de azúcar de á 12 rs. el kilogramo?*

Los 246 kilogramos de azúcar importan 2952 rs. que divididos por 24 rs. precio del litro de vino dan 123 litros.

Por regla de tres sería:

$$24 : 12 :: 246 : \frac{246 \times 12}{24} = 123 \text{ litros.}$$

REGLA DE COMPAÑÍA

P. Qué es *regla de compañía*?

R. El procedimiento que nos enseña á distribuir

entre diferentes socios, con arreglo al capital de cada uno y tiempo que le haya tenido en giro, las ganancias ó pérdidas que resulten de una especulacion.

P. De cuántas clases son los problemas que nos presenta esta regla?

R. De dos: *simples* y *compuestos*.

P. Cuándo son simples?

R. Cuando los capitales permanecen impuestos el mismo tiempo.

P. Y compuestos?

R. Cuando no solo son distintos los capitales, sinò que tambien es diferente el tiempo que cada uno estuvo en giro.

P. Cómo se resuelven los problemas simples?

R. Hallando sucesivamente la ganancia ó pérdida de cada socio, para lo cual se establecen proporciones de las que el primer término será la suma de los capitales, el segundo el capital del socio y el tercero la ganancia ó pérdida total.

P. Resuelva V. un ejemplo.

R. Sea el siguiente: Tres socios pusieron para una especulacion el 1.º 26,000 rs., el 2.º 16,000 y el 3.º 18,000, y ganaron 12,000 rs., ¿cuál será la ganancia que corresponde á cada uno?

1er. socio	26000 rs.	} 12,000 rs. ganancia.
2.º	16000	
3.º	18000	

Suma de capitales 60000

$$60000 : 26000 :: 12000 : \frac{12000 \times 26000}{60000} = 5200 \text{ rs.}$$

ganancia del 1er. socio.

$$60000 : 16000 :: 12000 : \frac{12000 \times 16000}{60000} = 3200 \text{ rs.}$$

ganancia del 2.º socio.

$$60000 : 18000 :: 12000 : \frac{12000 \times 18000}{60000} = 3600 \text{ rs.}$$

ganancia del 3er. socio.

La operacion está bien ejecutada por que las ganancias $5200 + 3200 + 3600 = 12,000$; que es la total.

- P. Cómo se resuelven los problemas compuestos?
 R. Multiplicando el capital de cada socio por el tiempo que estuvo en especulacion y despues de sumados los productos, se continua la operacion como en los problemas simples.

EJEMPLO.

Se asociaron tres sugetos para un negocio, interesando el 1.º 2000 duros por 6 meses; el 2.º 1500 duros por 5 meses y el 3.º 500 duros por diez meses. Al hacer la liquidacion encontraron 1060 duros de pérdida; cuál será la que corresponde á cada uno?

$$\begin{array}{r}
 1.^\circ 2000 \times 6 = 12000 \\
 2.^\circ 1500 \times 5 = 7500 \\
 3.^\circ 500 \times 10 = 5000 \\
 \hline
 24500
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 1.^\circ \\ 2.^\circ \\ 3.^\circ \end{array}} \right\} 1060 \text{ duros pérdida.}$$

$$24500 : 12000 :: 1060 : \frac{1060 \times 12000}{24500} = 519 \frac{9}{49} \text{ du-}$$

ros, pérdida del primero.

$$24500 : 7500 :: 1060 : \frac{1060 \times 7500}{24500} = 324 \frac{24}{49} \text{ du-}$$

ros pérdida del segundo.

$$24500 : 5000 :: 1060 : \frac{1060 \times 5000}{24500} = 216 \frac{16}{49} \text{ du-}$$

ros pérdida del tercero.

Súman las pérdidas 1060 duros.

REGLA DE INTERÉS.

P. Qué es *regla de interés*?

R. La operación que nos enseña á averiguar lo que corresponde de rédito ó ganancia á una suma ó *capital* prestado con arreglo á las condiciones que se estipulen.

P. A qué se llama *tanto por ciento*?

R. A la ganancia que producen 100 en un año.

P. Qué diferencia hay entre *tanto de la unidad* y *tanto por la unidad*?

R. *Tanto de la unidad* es la cantidad que dá á uno de producto anualmente, y *tanto por la unidad* es el rédito ó ganancia de uno en cada año.

Si se imponen 100 rs. al 5 por 100, el *tanto de la unidad* será 20, y el *tanto por la unidad* $\frac{5}{100}$.

P. Cómo se halla el tanto de la unidad?

R. Dividiendo el capital por su interés anual.

P. Cómo se halla el tanto por la unidad?

R. Dividiendo por el capital el interés anual.

P. De cuántas maneras puede ser el interés?

R. De dos; *simple* y *compuesto*.

P. Cuándo el interés es *simple*?

R. Cuando el capital no varia en todo el tiempo del préstamo.

P. Y cuándo es *compuesto*?

R. Cuando los intereses de cada año quedan para aumentar el capital de los años sucesivos. Esto se llama tambien tener en cuenta ó capitalizar los intereses de los intereses.

P. Cómo se resuelven los problemas relativos á la regla de interés?

R. Haciendo uso de la de Tres, pero cuidando variar la forma de las proporciones segun sea la cuestion que se presente.

P. Si se nos diese un capital, tanto por ciento y tiempo, cómo hallaríamos la ganancia á interés *simple*?

R. Formando una proporción en que el primer término sea 100, el segundo su ganancia y el tercero el capital; lo que resulte será el interés de un año, que se multiplicará por el número de años si la imposición se hubiese hecho por más de uno. Si hubiese meses, entonces se halla desde luego la ganancia que corresponde al capital en un mes y después se multiplica por los meses que hubiere.

EJEMPLOS.

1. *¿Cuál será la ganancia de 35,000 rs. en 6 años al 5 por 100?*

$$100 : 5 :: 35000 : \frac{35000 \times 5}{100} = 1750 \text{ rs. ganancia}$$

de 1 año, que multiplicada por 6 años dá 10500 rs. vn.

2. *¿Cuál será la ganancia de 24000 rs. vn. al 6 por 100 en 4 años y 2 meses?*

$$100 : 6 :: 24000 : \frac{24000 \times 6}{100 \times 12} = 120 \text{ ganancia de}$$

un mes, que multiplicada por 50 meses, dá 6000 rs. que es la ganancia total.

3.º *Qué ganancia producirán 20000 rs. al 8 por 100 en 4 meses y 12 días?*

$$100 : 8 :: 20000 : \frac{20000 \times 8}{100 \times 365} = 4 \frac{28}{73} \text{ rs. rédito de}$$

un día, el cuál multiplicado por 132 días, que componen los 4 meses y 12 días, dará 578 rs. y 20 mrs., que será la ganancia de los 20000 rs. en el tiempo indicado.

P. *Dado un capital, su ganancia y el tanto por ciento, cómo se halla el tiempo que duró la imposición?*

R. Para esto se forma una proporción como en el primer caso y se halla la ganancia del capital en un año, y despues se divide por esta la ganancia dada. Cuando resulta un quebrado, se valua y se sacan los meses.

EJEMPLO.—*¿En cuánto tiempo 36000 rs. al 7 por 100 habrán ganado 8500 rs?*

$$100 : 7 :: 36000 : \frac{36000 \times 7}{100} = 2520 \text{ rs. ga-}$$

nancia de 36000 en un año.

$$\text{Ahora } 8500 : 2520 = 3 \frac{47}{126} \text{ años} = 3 \text{ años } 4 \text{ meses } 14 \frac{7}{7} \text{ días.}$$

P. *Dado un capital, su ganancia y tiempo, cómo ha-*

haremos el tanto por ciento?

- R. Dividiendo primero la ganancia dada por el tiempo para obtener la ganancia del capital en un año, y formando despues una proporcion en que el primer término sea el capital, el segundo su ganancia anual y el tercero 100.

EJEMPLO.—40000 rs. han producido 8000 en 4 años, cuál será el tanto por 100?

$$\frac{8000}{4} = 2000 \text{ rs. ganancia de los 40000 en un año.}$$

Ahora

$$40000 : 2000 :: 100 : \frac{100 \times 2000}{40000} = 5 \text{ por 100.}$$

- P. *Dado el tiempo, tanto por ciento y ganancia, cómo se averigua el capital que la produjo?*
- R. Se divide la ganancia dada por el número de años para hallar la de un año, y despues se forma una proporcion cuyo primer término será el tanto por ciento, el segundo 100 y el tercero la ganancia de un año; lo que resulte es el capital.

EJEMPLO—¿Qué capital habrá producido 12000 rs. en 5 años al 8 por 100?

$$\frac{12000}{5} = 2400 \text{ rs ganancia de un año.}$$

$8 : 100 :: 2400 : \frac{2400 \times 100}{8} = 30,000$ rs. capital
que se busca.

P. *Dada la suma de capital é intereses, tiempo y tanto por ciento, cómo se averigua cuál es el capital y cuál su rédito?*

R. Para hallar el capital se forma una proporción en que el primer término sea la suma de 100 con sus intereses en el tiempo dado, por segundo 100 y por tercero la suma dada.

EJEMPLO.—42000 rs. es la suma de un capital con sus intereses, impuesto por 5 años al 8 por 100; cuál será el capital?

100 rs. con los 40 que producen en 5 años suman 140. Ahora bien, diremos:

$140 : 100 :: 42000 : \frac{42000 \times 100}{140} = 30,000$ rs. ca-

pital que se buscaba. La diferencia entre esta cantidad y la suma dada son los intereses, que también hubieran podido encontrarse planteando la siguiente proporción:

$140 : 40 :: 42000 : \frac{42000 \times 40}{140} = 12,000$ rs.

P. *Cómo se halla lo que produce un capital en cierto tiempo á interés compuesto?*

R. Es preciso para esto plantear tantas proporcio-

nes como años estuviere impuesto el capital. La primera proporcion tendrá por primer término 100, por segundo la cantidad en que se hubiere convertido 100 al fin del primer año y por tercero el capital. En las demas proporcionnes no varian los términos 1.º y 2.º pero el 3.º será para el 2.º año la cantidad en que se hubiere convertido el capital al fin del 1.º, y para el 3.º aquella en que se hubiere convertido al fin del 2.º y así sucesivamente.

EJEMPLO — *Cuál será la ganancia de 50000 rs. al 5 por 100 en 4 años á interés compuesto?*

$$100 : 105 :: 50000 : \frac{50000 \times 105}{100} = 52500 \text{ capital el 2.º año.}$$

$$100 : 105 :: 52500 : \frac{52500 \times 105}{100} = 55125 \text{ capital para el 3.º año.}$$

$$100 : 105 :: 55125 : \frac{55125 \times 105}{100} = 57881 \cdot 25 \text{ capital del 4.º año.}$$

$$100 : 105 :: 57881 \cdot 25 : \frac{57881 \cdot 25 \times 105}{100} = 60775 \cdot 3125$$

suma de capital é intereses al fin del 4.º año; por manera que restando de esta suma 50000 rs., capital del primer año, quedará 10775 rs. y 11 mrs. que será su ganancia á interés compuesto.

P. Puede emplearse algun otro método?

R. Si señor, el siguiente: Despues de hallar la cantidad en que se convierte un real al fin del primer año, se multiplica por sí misma tantas veces cuantos sean los años, y el valor que resulte se multiplicará por el capital dado.

En el ejemplo anterior 1 real se convertirá al fin del primer año en $1 \frac{5}{100}$ ó sea 1'05 que multiplicado 4 veces por sí mismo será

$$1'05 \times 1'05 \times 1'05 \times 1'05 = 1'21550625$$

que es la cantidad en que se ha convertido el real al fin del 4.º año

Ahora multiplicando 1'21550625 por el capital 50000, dará 60775'3125 rs. ó sean 60775 rs. y 11 mrs. suma que se buscaba.

Desde luego se comprende que si el rédito fuese el 6, 7 ú 8 por 100, la unidad se convertiría al fin del 1.º año en 1'06 ó 1'07 ó 1'08 respectivamente.

P. Y si el tiempo no fuese un número completo de años, que se haría?

R. Se prescinde de los meses ó dias y se halla la cantidad en que se convierte un real en el número exacto de años; á este resultado se agrega la ganancia que le corresponda en los meses ó dias suprimidos y multiplicando la suma que resulte por el capital, el producto será la

suma del capital é intereses en el tiempo dado.

EJEMPLO.—*Se desea saber á quanto subirán 30000 rs. impuestos por 41 meses á razon de 5 por 100 de interés compuesto.*

$1\cdot05 \times 1\cdot05 \times 1\cdot05 = 1\cdot157625$ cantidad en que se convierte un real al fin del 3^{er}. año.

$1\cdot157625$ rs. dará de ganancia en un mes $0\cdot0048234375$ de real, que multiplicada por 5 meses será $0\cdot0241171875$. Ahora sumando con esta cantidad $1\cdot157625$ tendremos

$1\cdot1817421875$, que es la en que se convierte el real al fin de los 41 meses, la cual se multiplicará por 30000 rs. y el resultado 35452 rs. 9 mrs. será á lo que asciende el capital propuesto.

P. Segun el anterior procedimiento, cómo hallaríamos el capital, conociendo la suma de capital é intereses, tanto por 100 á interés compuesto, y el tiempo que duró la imposicion?

R. Para esto se dividiria la suma dada por la cantidad en que á interés compuesto, se convierte un real en el tiempo dado.

EJEMPLO.—*¿Cuál será el capital que redituando 5 por 100 á interés compuesto, se convierte al cabo de 3 años y 8 meses en 574182 rs.?*

Ya hemos visto que un real se convierte al fin del tercer año en $1\cdot157625$. y como la ganancia de esta cantidad en un mes es $0\cdot0048234375$ de rl, en 8 meses será $0\cdot0385875$ de rl. Sumando, pues, $1\cdot157625$ con $0\cdot0385875$

tendremos $1 \cdot 1962125$ cantidad en que se habrá convertido el real al fin de los 3 años y 8 meses. Ahora dividiendo por ella los 574182 reales, nos dará 480000 rs. que es el capital que se buscaba.

P. *Y si se nos diese conocida la ganancia, el tanto por 100 á interés compuesto y el tiempo, cómo hallaríamos el capital?*

R. Dividiendo la ganancia dada por la ganancia del real en el tiempo dado.

EJEMPLO.—¿Qué capital será necesario imponer para que durante tres años al 5 por 100 de interés compuesto, produzca $9457 \cdot 50$ rs.?

La ganancia de 1 real en tres años es $0 \cdot 157625$ de real y partiendo por ella $9457 \cdot 50$ rs. que es la dada, el cociente 60000 rs. será el capital pedido.

REGLA DE DESCUENTO.

P. ¿Qué objeto tiene la *regla de descuento*?

R. Enseñarnos á determinar lo que se debe rebajar ó descontar por la anticipacion de una suma cobradera despues de cierto tiempo.

P. De cuántos modos puede hacerse el descuento?

R. De dos á *interés simple* y á *interés compuesto*.

P. Como se efectua el descuento á interés simple?

R. Aquí pueden ocurrir tres casos, á saber:

Que el plazo para pagar la cantidad que se anticipa sea, 1.º un año, 2.º menos de un año y 3.º mas de un año. En todos ellos procederemos como cuando dada una suma de capital é intereses, tanto por 100 y tiempo se nos pide hallar el capital. Resolveremos un ejemplo de cada clase.

EJEMPLOS.

- 1.º *¿Qué cantidad se debe dar por un vale de 42000 rs. pagadero al fin de un año descontándose á causa del anticipo, un 5 por 100?*

Como de cada 105 rs. deben entregarse 100 quedando los 5 restantes á beneficio del que hace el adelanto, diremos:

$$105 : 100 :: 42000 : \frac{42000 \times 100}{105} = 40000 \text{ rs. valor}$$

efectivo del pagaré. Luego el descuento que corresponde á su valor nominal es 2000 rs.

- 2.º *Un comerciante compró una partida de arroz en 31800 rs. para pagarla á 8 meses de plazo; mas habiendo convenido despues en entregar en el acto dicha cantidad con el descuento de 6 por 100 al año, sé desea saber á cuanto debe ascender este en los 8 meses.*

$$106 : 6 :: 31800 : \frac{31800 \times 6}{106} = 1800 \text{ rs. descuento que}$$

corresponde á un año, por consiguiente en 8 meses será:

$$12 : 8 :: 1800 : \frac{1800 \times 68}{12} = 1200 \text{ rs.}$$

Rebajando, pues, de 31800 rs. los 1200, quedarán 30600 que es la cantidad que debe abonar el comerciante.

- 3° *Cuál será el valor actual de un pagaré de 120000 rs. que vence al cabo de 3 años, calculando el descuento á razon de 8 por 100 de interés simple?*

Como de cada 124 rs. se deben descontar 24, formaremos la siguiente proporcion.

$$124 : 100 :: 120000 : \frac{120000 \times 100}{124} = 96774 \text{ rs. } 19$$

céntimos, que es el valor actual del pagaré.

Por consiguiente el que hace el anticipo obtiene un beneficio de 23225'81 rs.

- P. Hay algo que advertir acerca de este tercer caso?
- R. Si señor: que cuando el anticipo corresponde á dos ó mas años, es justo se haga el descuento á interés compuesto, puesto que no percibiéndose los réditos anualmente, deben capitalizar á fin de que no se perjudique el que entrega el dinero.
- P. Qué equivocacion notable se comete ordinariamente al hacer esta clase de operaciones?
- R. La de descontar los intereses correspondientes á toda la cantidad que figura en el vale ó pagaré, lo cual es altamente injusto, pues solo deben rebajarse, como lo hemos verificado, los réditos

correspondientes á la suma que se entrega. Esta práctica, autorizada tal vez por que ofrece mas facilidad al ejecutar los cálculos, perjudica al que percibe el dinero, segun podemos observar en los anteriores ejemplos, resolviéndolos por el método que se acostumbra seguir en el comercio.

$$1.^\circ \quad 100 : 95 :: 42000 : \frac{42000 \times 95}{100} = 39900 \text{ rs. Diferencia entre este resultado y el obtenido antes, } 100 \text{ rs.}$$

$$2.^\circ \quad 100 : 6 :: 31800 : \frac{31800 \times 6}{100} = 1908 \text{ rs. descuento de un año, y el de 8 meses será}$$

$$12 : 8 :: 1908 : \frac{1908 \times 8}{12} = 1272 \text{ rs. Diferencia } 72 \text{ rs.}$$

$$3.^\circ \quad 100 : 76 :: 120000 : \frac{120000 \times 76}{100} = 91200 \text{ rs. Diferencia } 5574 \cdot 19 \text{ rs.}$$

- P. Cómo se ejecuta el descuento á interés compuesto?
- R. Operando del mismo modo que cuando dada la suma de capital é intereses, tiempo y tanto por 100 á interés compuesto se nos pide hallar el capital; es decir, dividiendo el valor *nominal* del pagaré por la cantidad en que se convertiría el real á interés compuesto en el plazo dado.

EJEMPLO.—Un sugeto compró 150 fanegadas de terreno en 489,764 rs. á pagar al fin de 3 años; pero deseando el vendedor realizar en el acto dicha cantidad con un descuento de 6 por 100 á interés compuesto, se quiere saber cuanto debe percibir.

Dividiendo 489764 rs. por 1.191016 que es en lo que se convertiría el real al cabo de los 3 años, obtendremos 41121 rs. 53 céntimos, cantidad á que ascienden los réditos. Ahora rebajando esta suma del precio total de los terrenos, la diferencia 448642 rs. y 47 céntimos será lo que debe recibir el vendedor.

REGLA DE CONJUNTA.

- P. Qué objeto tiene la *regla de conjunta*?
- R. Enseñarnos á conocer la relacion que existe entre dos cantidades por la que guardan con otras intermedias.
- P. Cómo se resuelven los problemas de conjunta?
- R. Como los de regla de tres compuesta; ó bien, para mayor sencillez, dividiendo por el producto que resulte de multiplicar entre sí todas las cantidades que puedan considerarse como preguntas, el producto de las que figuren como respuestas, y el cociente será el valor de la incógnita. En la práctica se dispone la operacion como se observa en los siguientes

EJEMPLOS.

1.º *Cuántas piezas de gasa valdrán 8 de terciopelo suponiendo que 5 de terciopelo valgan 9 de paño; 3 de este 12 de cotonia y 4 de cotonia 7 de gasa?*

x piezas de gasa	=	8 de terciopelo.
5 de terciopelo	=	9 de paño.
3 de paño	=	12 de cotonia.
4 de cotonia	=	7 de gasa.

Multiplicando ordenadamente estas cantidades, tendremos que

$$x = \frac{8 \times 9 \times 12 \times 7}{5 \times 3 \times 4} = \frac{6048}{60} = 100 \frac{4}{5} \text{ piezas}$$

de gasa.

2.º *Se sabe que 40 Litros de vino valen 54 Kilogramos de cacao; 12 de éstos 3 fanegas de trigo; 10 de éstas 22 carneros y 5 carneros 14 duros. ¿Cuántos duros valdrán, pues, 640 Litros de vino?*

x duros	=	640 Litros de vino.
40 Litros de vino	=	54 Kg. de cacao.
12 Kg. de cacao	=	3 fanegas de trigo.
10 fanegas trigo	=	22 carneros.
5 carneros	=	14 duros.

$$x = \frac{640 \times 54 \times 3 \times 22 \times 14}{40 \times 12 \times 10 \times 5} = \frac{35264}{25} = 1330 \frac{14}{25}$$

duros.

3.° Si suponemos que 12 florines de Amsterdam valen 7 rixdalers de Brémen; 15 rixdalers, 21 cruzados de Lisboa; 30 cruzados, 17 rublos de Rusia; 10 rublos, 41 libras piemontesas; 35 libras, 18 escudos de Roma; 6 escudos, 36 francos, y 80 francos 304 rs. ¿Cuántos de éstos valdrán 76 florines de Amsterdam?

x reales	= 76 florines.
12 florines	= 7 rixdalers.
15 rixdalers	= 21 cruzados.
30 cruzados	= 17 rublos.
10 rublos.	= 41 libras.
35 libras	= 8 escudos.
6 escudos	= 36 francos.
80 francos	= 304 reales.

$$x = \frac{76 \times 7 \times 21 \times 17 \times 41 \times 8 \times 36 \times 304}{12 \times 15 \times 30 \times 10 \times 35 \times 6 \times 80} = 751 \text{ rs. } 49 \text{ céntimos.}$$

REGLA DE ALIGACION.

P. Qué es regla de aligacion?

R. La operacion que nos enseña à determinar 1.° el precio medio de una mezcla cuando se conocen las cantidades de los géneros que la componen y sus precios respectivos, y 2.° la proporcion en que deben mezclarse géneros de precios conocidos á fin de que la mezcla resulte

á un precio dado. En el primer caso la aligacion se llama *directa* ó *medial*, y en el segundo, *inversa* ó *alternada*.

- P. Cómo se resuelve la aligacion directa ó medial?
 R. Averiguaremos primero el valor total de las cantidades mezcladas y despues se dividirá dicho valor por el número de unidades que constituya la mezcla. Lo que resulte será el *precio medio* de cada unidad.

EJEMPLOS.

- 1.° *Se han mezclado 36 fanegas de maiz de á 60 reales fanega, con 45 fanegas de á 54 rs y con 18 fanegas de 68 rs. ¿Cuál será el valor de una fanega de la mezcla?*

36 fanegas de á 60 rs.	valen	2160 rs.
45 id. de á 54	"	2430
18 id. de á 68	"	1224

Las 99 fanegas importan, pues, 5814 rs.

Dividiendo ahora los 5814 rs. por 99 fanegas resulta $58\frac{8}{11}$ rs. que es el precio medio.

- 2.° *Un comerciante mezcló 23 @ de arroz de á 30 rs. la @ con 40 arrobas de á 28 rs., con 36 arrobas de á 24 rs. y con 15 arrobas de á 22 rs., y desea saber á como deberá vender la @ para ganar 302 rs.*

23 @ á 30 rs. importan	690 rs.
40 id. á 28	" 1120
36 id. á 24	" 864
15 id. á 22	" 330

Las 114 @ valen 3004 rs.

Pero como se desean ganar 302 rs. habrá que agregar esta cantidad à los 3004, y dividiendo la suma 3306 por 114 @ dà 29 rs. que es el precio à que deberá venderse cada una.

P. Cómo se resuelve la aligacion inversa ó alternada?

R. El procedimiento varia en la forma segun que sean dos, ó sean mas dedos los géneros que se han de mezclar, y en uno y otro caso puede ocurrir. 1.º Que solamente se pida averiguar la proporcion en que deben mezclarse los géneros sin que se fije la cantidad de la mezcla ni la de ninguno de los géneros que han de constituirla; 2.º que ademas se dé determinada la cantidad de la mezcla y 3.º que se dé determinada la cantidad de alguno de los géneros.

P. Si fuesen dos los géneros que se quisieran mezclar, qué haríamos?

R. Comparar los precios de los géneros con el precio medio, y las diferencias alternadas nos indicarian la proporcion en que aquellos debian mezclarse, es decir, que del género de mayor precio deben concurrir á la mezcla tantas unidades cuantas haya de diferencia entre el precio medio y el menor, y del género de menor

precio tantas como indique la diferencia entre el precio mayor y el medio.

EJEMPLO—*¿En qué proporción debe mezclarse vino de á 40 reales la cántara con otro de 54 rs. para que la mezcla resulte á 46 rs. la cántara?*

Dispuesta la operacion como se indica al margen, vemos que las diferencias entre los pre-

40.....8	}	46
54.....6		
		14

cios dados y el precio medio son 6 y 8, las cuales nos manifiestan que del vino de á 54 rs. deben entrar 6 cántaras, y 8 del de 40 rs., constituyendo entre ámbas cantidades una mezcla de 14 cántaras, cuyo precio es de 46 rs. la cántara.

P. Y cuándo son mas de dos los gèneros que se quieren mezclar, cómo procederemos?

R. Comparando sucesivamente de dos en dos los precios de las especies, uno mayor y otro menor, con el precio medio, y anotando las diferencias al frente de dichos precios siguiendo el mismo órden que ántes se ha observado. Debe advertirse que un mismo precio puede entrar en comparacion dos ò mas veces, en cuyo caso la suma de las diferencias que le pertenezcan, será el número de unidades con que la especie correspondiente debe concurrir á la mezcla.

EJEMPLOS.

- 1.° *Se desea mezclar cochinilla de á 24, 26, 28 y 32 pesos la @ en la proporcion conveniente para que resulte á 27 pesos.*

Este problema ofrece las dos soluciones siguientes:

$$\begin{array}{r}
 27 \left\{ \begin{array}{l} 24 \dots 2 \\ 26 \dots 5 \\ 29 \dots 3 \\ 32 \dots 1 \\ \hline 11 \end{array} \right. \qquad 27 \left\{ \begin{array}{l} 24 \dots 5 \\ 26 \dots 2 \\ 29 \dots 1 \\ 32 \dots 3 \\ \hline 11 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Lo que quiere decir que para cada 11 @ de mezcla, deben entrar 2 de á 24 pesos, 5 de á 26, 3 de á 29 y 1 de á 32; ó bien 5 de á 24, 2 de á 26, 1 de á 29 y 3 de á 32.

- 2.° *¿Cuántos quintales de azúcar de á 95, 82, 71, 76 y 92 reales se deben mezclar para que resulte azúcar á 90 rs. el quintal?*

Hé aquí dos soluciones de este problema.

$$\begin{array}{r}
 90 \left\{ \begin{array}{l} 95 \dots 8+19=27 \\ 82 \dots 5 \\ 71 \dots 5 \\ 76 \dots 2 \\ 92 \dots 14 \\ \hline 53 \end{array} \right. \qquad 90 \left\{ \begin{array}{l} 95 \dots 14 \\ 82 \dots 2 \\ 71 \dots 2 \\ 76 \dots 5 \\ 92 \dots 8+19=27 \\ \hline 50 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Es decir, que segun la primera, para obtener 53 quintales de mezcla, deben entrar 27 de á 95 rs., 5 de á 82, 5 de á 71, 2 de á 76 y 14 de á 92; y segun la segunda, corresponden á 50 quintales de mezcla; 14 de á 95 rs., 2 de á 82, 2 de á 71, 5 de á 76 y 27 de 92. Desde luego se advierte que la misma cuestion puede ser resuelta de otros varios modos.

P. Y cuando se dá determinada la cantidad de la mezcla, qué se hace?

R. Se procede por el método ordinario para hallar las unidades que corresponden á cada precio, y si de su suma no resulta la cantidad pedida, se forma una proporcion para cada precio, de modo que el primer término sea la suma dada, el segundo la cantidad determinada, y el tercero el número correspondiente á un precio.

P. Sírvase V. resolver un ejemplo.

R. Séa el siguiente:

Un comerciante desea saber en que proporcion ha de mezclar alcohol de 12, 25, 18 y 23 reales el Litro para obtener una mezcla de 300 Litros que pueda venderla á 19 rs. el Litro.

$$19 \left\{ \begin{array}{l} 12 \dots\dots\dots 4 \\ 25 \dots\dots\dots 1 \\ 18 \dots\dots\dots 6 \\ 23 \dots\dots\dots 7 \\ \hline 18 \end{array} \right.$$

Vemos que solo resultan 18 Litros, y que, por

consiguiente, es preciso plantear estas proporciones:

18 : 300 :: 4 : 66% Litros de á 12 reales.

18 : 300 :: 1 : 16% idem de á 25 idem.

18 : 300 :: 6 : 100 idem de á 18 idem.

18 : 300 :: 7 : 116% idem de á 23 idem.

Total 300 Litros pedidos.

- P. Qué se hace cuando se dá limitada una cantidad da las especies que han de entrar en combinacion?
- R. Despues de hallar, segun antes hemos hecho, las cantidades correspondientes á los diversos precios, se plantea una proporcion para cada género de los que no se dá cantidad determinada, de modo que el primer término sea el número que resulte en vez del limitado, el segundo término la cantidad limida, y el tercero el número que sale del género que se quiere determinar; el cuarto término espresará la cantidad con que dicho género debe contribuir. Sirva de

EJEMPLO.

Se tienen 60 Kilógramos de café de á 48 rs. Kg. y se quieren mezclar con café de á 36, 42, 54, y 56 rs. el Kg. en la proporcion conveniente para que cada Kg. pueda expendirse á 44 rs.

$$\begin{array}{r}
 44 \left\{ \begin{array}{l} 48 \dots\dots\dots 8 \\ 36 \dots\dots\dots 4 \\ 42 \dots 10+12=22 \\ 54 \dots\dots\dots 2 \\ 56 \dots\dots\dots 2 \end{array} \right. \\
 \hline
 38
 \end{array}$$

En esta combinacion solo salen 8 Kilógramos en vez de los 60 pedidos, por consiguiente diremos:

8 : 60 :: 4 : 30 Kg. de á 36 reales.

8 : 60 :: 22 : 165 id. de á 42 idem.

8 : 60 :: 2 : 15 id. de á 54 idem.

8 : 60 :: 2 : 15 id. de á 56 idem.

Lo cual nos manifiesta que la mezcla constará de 285 Kilógramos formada por

60 Kg. del café de á 48 reales.

30 id. del » de á 36 idem.

165 id. del » de á 42 idem.

15 id. del » de á 54 idem.

15 id. del » de á 56 idem.

P. Cómo se comprueban todas estas operaciones?

R. Multiplicando sucesivamente las cantidades que entran en la mezcla por sus respectivos precios, y si la suma de los productos partida por el número de unidades que compongan la mezcla dá por cociente el precio medio, la operacion habrá sido bien ejecutada.

El anterior ejemplo se comprobaría así:

$$\frac{(60 \times 48) + (36 \times 30) + (165 \times 42) + (54 \times 15) + (56 \times 15)}{60 + 30 + 165 + 54 + 56}$$

$$\frac{2880+1080+6930+810+840}{60+30+165+54+56} = \frac{12540}{285} = 44 \text{ rs.}$$

REGLA DE FALSA POSICION.

- P. ¿Qué es *regla de falsa posicion*?
- R. La operacion que nos conduce á averiguar una cantidad verdadera, por medio de uno ó dos supuestos arbitrarios.
- P. De cuántas maneras pueden ser los problemas que pertenecen á esta regla?
- R. De dos: *simples* y *dobles*.
- P. Cuándo son simples?
- R. Cuando para su solucion solo interviene un número supuesto.
- P. Y cuándo son dobles?
- R. Cuando para resolverlos es necesario suponer dos números.
- P. Cómo se ejecuta la falsa posicion simple?
- R. Se supone un número y si en él no se cumplen las condiciones del problema, se halla el que se busca por medio de una proporcion cuyo primer término será la suma de los productos ó cocientes que indique el problema, el segundo la suma pedida y el tercero el número supuesto. El cuarto término que resulte será el número que se desea conocer. Propongamos por

EJEMPLO.

Un padre quiere distribuir 200 duros entre sus tres hijos Juan, Luis y Manuel, de manera que Juan reciba doble cantidad que Luis, y este tres veces mas que Manuel ¿Cuánto debe dar á cada uno?

Supongamos que sean 18 los duros que reciba Juan, á Luis le tocarán 9 y á Manuel 3. Pero como $18 + 9 + 3$ solo componen 30, diremos:

$$30 : 200 :: 18 : \frac{18 \times 200}{30} = 120 \text{ duros que cor-}$$

responden á Juan; Luego á Luis corresponden 60 y á Manuel 20. En efecto $120 + 60 + 20 = 200$.

- P. Qué marcha se sigue para resolver las operaciones de falsa posicion doble?
- R. Se elige un número cualquiera, como anteriormente hemos hecho, y si al cumplir en él las condiciones del problema resultase un número mayor que el dado, se anota el exceso con el signo +, ó el defecto con el signo — si resultare menor. Despues se escoge otro número con el cual se procede del mismo modo. Hecho esto se observa si los errores llevan signos iguales ó desiguales. Si sucediese lo primero, es decir, si ambos errores fuesen por exceso ó por defecto, despues de multiplicar el 1er. número supuesto por el 2.º error, y el 2.º supuesto por el 1er. error, se parte la diferencia de estos

productos por la diferencia de los errores, y el cociente será el número que se busca.

Si ocurriese que las diferencias tuviesen signos desiguales, es decir, que la una resultase por exceso y la otra por defecto, se parte la suma de dichos productos por la suma de los errores para obtener el número pedido.

EJEMPLOS

- 1.° *Un Maestro para estimular á uno de sus discípulos, ofreció darle 5 premios por cada vez que supiese la lección, pero con el cargo de devolverle 8 siempre que no la supiese. Despues de 50 lecciones reunió el discípulo 146 premios ¿que número de lecciones supo y cuántas no?*

Si suponemos que supo 40 lecciones, corresponderán á ellas 200 premios; pero como dejó de estudiar 10 lecciones, tendria que devolver 8 premios, quedándole por consecuencia 120.

Entre este número y 146, que es el dado, hay un error de — 26.

Spongamos ahora que fuesen 38 las lecciones estudiadas y 12 las no sabidas. En este caso descontando de 190 premios recibidos los 96 devueltos, le quedan 94.

Aquí tambien hay con el número dado un error de — 52.

Planteando la cuestion y ejecutando las diversas operaciones como queda dicho, tendre-

$$\frac{(40 \times 52) - (38 \times 26)}{52 - 26} = \frac{2080 - 988}{26} = 42 \text{ lecciones sabi-}$$

das y 8 no estudiadas.

En efecto, á 42 lecciones corresponden 210 premios; pero como de ellos se deben descontar 64 premios por las 8 lecciones no sabidas, quedan 146, que es el número propuesto.

- 2.º *Un padre al morir dispuso en su testamento que su capital, consistente en 62000 rs., se distribuyera entre sus cinco hijos y su esposa en los términos siguientes: su esposa percibiría 9000 rs. mas que el hijo 1.º éste 5000 rs. mas que el 2.º; el 2.º 4000 mas que el 3.º éste 3000 mas que el 4.º y éste 2000 mas que el 5.º Se desea saber que cantidad corresponde á cada uno.*

Supongamos 1.º que al 5.º hijo tocan.	7000
El 4.º 2000 mas que al 5.º	9000
El 3.º 3000 mas que el 4.º	12000
El 2.º 4000 mas que el 3.º	16000
El 1.º 5000 mas que el 2.º	21000
La madre 9000 mas que el 1.º	30000
Total hallado.	<u>95000</u>
Cantidad pedida.	62000
1er. error por exceso.	<u>33000</u>

Supongamos en 2.º lugar que al 5.º	
tocaran.	3000
El 4.º 2000 mas que el 5.º	5000
El 3.º 3000 mas que el 4.º	8000
El 2.º 4000 mas que el 3.º	12000
El 1.º 5000 mas que el 2.º	17000
La madre 9000 mas que 1.º	26000
	<hr/>
Total obtenido.	71000
Cantidad pedida.	62000
	<hr/>
2.º error tambien por esceso.	9000

Ahora tendremos que

$$\frac{(3000 \times 35000) - (7000 \times 9000)}{33000 - 9000} = \frac{36000000}{24000} = 1500 \text{ rs.}$$

tocarian al 5.º hijo.

En efecto

Al 5.º	1500 rs.
Al 4.º	3500
Al 3.º	6500
Al 2.º	10500
Al 1.º	15500
A la madre.	24500
	<hr/>
Total pedido.	62000

3.º Preguntaba un amigo á otro cuanto dinero tenia en el bolsillo y él le contestó: Si á la cantidad que poseo agregase su mitad, la cuarta parte y los dos tercios tendria $17\frac{1}{4}$ duros. ¿Cuál era, pues, la cantidad que poseia?

Supongamos que tuviese.	24 duros.
Su mitad.	12
Su 4. ^a parte.	6
Sus 2 tercios.	16
Resultado hallado.	<u>58</u>
Suma dada	174
1er. error por defecto.	<u>116</u>

Supongamos ahora que tuviese.	96
Su mitad.	48
Su 4. ^a parte.	24
Sus 2 terceras partes.	64
Suma hallada.	<u>232</u>
Número dado	174
2.º error por exceso.	<u>52</u>

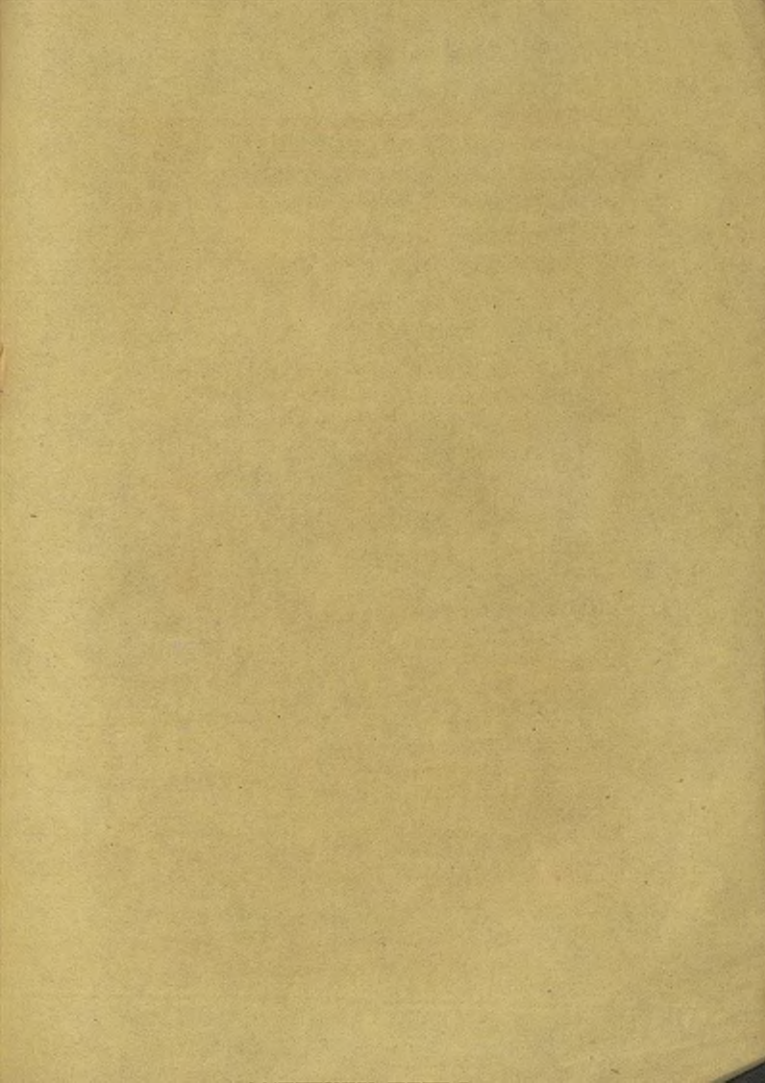
Como los errores tienen signos contrarios, es decir, que el uno es por exceso y el otro por defecto, dividiremos la suma de los productos por la suma de los errores, así:

$$\frac{(24 \times 58) + (96 \times 116)}{116 + 58} = \frac{12528}{174} = 72 \text{ duros tendría}$$

en el bolsillo.

Efectivamente $72 + 36 + 18 + 48 = 174$ duros propuestos.





Supongamos que tenemos	91 duras.
de unos.	73
de 1/2 parte.	6
de 2 tercios.	15
Resultado de los	185
Suma de	171
Por tanto de	114

Supongamos que	75
de unal	14
de 1/2 parte	15
de 2 tercios	11
de unal	11
de unal	11
de unal	11

Como los errores de los productos, es decir, que el uno es el otro por defecto, de donde se deduce que los productos por la suma de los errores.

Por tanto, los errores tendrían
 114
 114
 114
 114