NOTAS RELATIVAS

AL EMPLEO

DE LOS

PLANÍMETROS

POR

LEANDRO NAVARRO

INGENIERO AGRÓNOMO

MADRID

CELESTINO APAOLAZA, IMPRESOR, CALLE DE SAN JUAN, 14

1896

NOTAS RELATIVAS

AL EMPLEO

DE LOS

PLANÍMETROS

POR

LEANDRO NAVARRO

INGENIERO AGRÓNOMO

MADRID
CELESTINO APAOLAZA, IMPRESOR, CALLE DE SAN JUAN, 14
1896

NOTAS RELATIVAS

AL EMPLEO

DE LOS

PLANÍMETROS

POR

LEANDRO NAVARRO

INGENIERO AGRÓNOMO

MADRID
CELESTINO APAOLAZA, IMPRESOR, CALLE DE SAN JUAN, 14
1896

NOTAS RELATIVAS

AL EMPLEO

DE LOS PLANÍMETROS

NOTAS RELATIVAS

AL EMPLEO

DE LOS

PLANÍMETROS

POR

LEANDRO NAVARRO

INGENIERO AGRÓNOMO

MADRID
CELESTINO APAOLAZA, IMPRESOR, CALLE DE SAN JUAN, 14
1896

Notas relativas al empleo de los planímetros

Habiendo tenido durante el pasado curso la obligación de esplicar en la Escuela general de Agricultura, á los alumnos de segundo año de la sección de Peritos agrícolas, las prácticas de topografía, al exponerles algunas ligeras ideas referentes al empleo práctico de los planímetros, hube de coleccionar estos apuntes, que fueron ampliados por algunas importantísimas observaciones de nuestro querido profesor y amigo, señor Arce, y hoy, en la creencia de que estas notas (esclusivamente prácticas) puedan servir á aquellos de nuestros compañeros que se dedican á trabajos topográficos, hemos pensado publicarlos, pues ya que no ofrezcan ciertamente novedad, quizás, bajo el punto de vista de la rapidez en las operaciones puedan tener algún interés apreciable.

Dos son los sistemas de planímetros de que hemos de tratar; el denominado de Wetli y Starke y el conocido por el nombre de J. Amsler-Laffon y más comunmente llamado planímetro Amsler.

Nada nos proponemos decir respecto de la curiosa teoría (1) de estos maravillosos instrumentos que, con la de los integrómetros é intégrafos, es de lo más sorprendente y original que

(1) La del planímetro Amsler puede verse expuesta con gran claridad en la excelente obra de «Resistencia de Materiales,» de D. José Arce y también en la obrita de G. H. Hirn.

ha podido producir el ingenio humano. Sus resultados satisfacen de tal manera á la inteligencia, que, á pesar de la indudable presencia del operador, pudiera decirse que el estilete del planímetro al recorrer impulsado por aquél, el perímetro de una figura va almacenando resultados, mientras dicho operador aparece como una máquina destinada á obedecerle, y ya que nada de esto suceda, lo cierto es que obedecemos al vigoroso espíritu sintético del autor del planímetro, á quien, por nuestra parte, hemos de tributarle el sentimiento de admiración que su descubrimiento nos produce siempre que de él hablamos.

Comencemos por fijar nuestra atención en el planímetro de Wetli y Starke, insertando la traducción del alemán de la correspondiente instrucción que acompaña al aparato.

Dicha instrucción dice esencialmente lo que sigue:

«Sáquese con cuidado el trípode, el disco de vidrio y la reglilla; tomando ésta con ambas manos, cogiendo los cuatro rodillos de modo que no se pueda mover é inclinando el disco para colocarlo sobre los carriles de la base. Antes de montar ó desmontar la reglilla y disco se levanta todo lo posible el marco de soporte de la ruleta, por medio del tornillito que se ve junto á la palanca de atrás. Hay que sostener la reglilla, ayudando con los pulgares, sobre el disco de vidrio para que, á causa de su inclinación, no ruede. Aflójese el tornillito para bajar el marco de soporte, hasta que toque la ruleta al disco.

El recorrido del perímetro de figura se hará de modo que la numeración vaya en aumento y cada lectura resulte mayor que la precedente. Si se pasa del 0 se cuentan 40 unidades. Sea, por ejemplo, la primera lectura 37.645 y la segunda 6.829; en realidad esta última será 46. 829 añadiéndole las 40 unidades) y la diferencia de las 2, (en este caso)=9.184. Esta diferencia nos dá la superficie en *pulgadas cuadradas de Viena*. El comienzo de la operación debe escogerse ó desde sitio paralelo á los carriles, ó cuando los rodillos se hallen hacia la parte media del disco; de ambos modos se comete poco error al no pasar ó no llegar, por un poquito, al punto de partida. La lectura se verifica siempre en la mitad superior del círculo graduado y los intervalos se estiman hasta 1/10 de suerte que se obtienen aproximaciones de 0,001 de pulgada cuadrada. Si el indicador de los totales se halla cerca de una división cualquiera, se conocerá, mirando donde marca el otro indicador, si la verdadera lectura es aquella ó si se trata de la anterior división; en el último caso, el segundo indicador no habrá llegado al 0.

Al tender un nuevo hilo se puede quitar el vidrio, sirviéndose de la barra larga que gira al rededor del eje del disco y se desatornilla.

El instrumento debe mantenerse limpio de polvo, y sobre todo cuanto se usa, se deberá quitar con la brocha toda partícula, por insignificante que parezca, para no influir en la exactitud de las operaciones.

Sobre la verdad de la teoría de este instrumento original y sobre la exactitud de sus indicaciones, véase el tratado del profesor Stampfer, 1850; cuaderno de Febrero, Clase de la R. é I. Academia de Ciencias de Viena.»

Como se ve por la instrucción que acabamos de copiar, la diferencia de lecturas, tomada en la forma que en la misma se previene, nos da directamente la superficie de la figura medida en *pulgadas cuadradas de Viena*. La equivalencia de estas pulgadas con unidades del sistema métrico, puede buscarse en alguna tabla de reducción ó también deducirse muy fácilmente, midiendo con el planímetro una figura de área conocida, *un decímetro cuadrado*, por ejemplo, para lo cual no hay más que dibujar sobre papel cuadriculado (para mayor facilidad) un cuadrado de $0,^{m}10$ de lado, recorrer enseguida el perímetro de este cuadrado con el estilete ó punzón del planímetro, partiendo del 0 del instrumento, ó de otro punto cualquiera, con lo cual obtendremos una lectura final en el primer caso ó una diferencia de lecturas en el segundo, que será ó representará un cierto número de pulgadas cuadradas de Viena. Con el planímetro de Wetli existente en la Escuela de Agricultura, hemos obtenido una lectura partiendo del 0, media de varias experiencias, igual á 14,41 que representaba pulgadas cuadradas de Viena. De manera que, suponiendo que el instrumento no venga afectado de ningún error de construcción, 14,41 pulgadas equivalen á 0 m.^{2} 01, ó bien una pulgada cuadrada de Viena equivale á $\frac{10.000 \text{ mm}^2}{14,41} = 0,^{\text{m}2}\,000694$ y, claro es que, multiplicando una lectura final hecha en este planímetro por el coeficiente 0,$^{\text{m}2}$ 000694, obtendremos el resultado en *milímetros cuadrados;* así es que la lectura final 14,41 $\times$ 0,000694 nos dá *un decimetro cuadrado*, con un pequeñísimo error por exceso.

El valor de la pulgada cuadrada de Viena igual, como hemos visto á 0,$^{\text{m}2}$ 000694, puede también determinarse hallando directamente el área del disco metálico que sirve para comprobar el estado del planímetro. Este procedimiento nos acusó un valor de 0, m ^{2} 0006939 para dicha pulgada cuadrada.

Vemos, pues, como este instrumento puede darnos la superficie ó área de la figura en el papel, en *milímetros cuadrados*, y para expresar este resultado en relación con la escala del plano, servirá lo que más adelante hemos de decir respecto del planímetro polar inventado por J. Amsler Laffon en Schaffouse (Suiza), del cual debemos dar antes idea, traduciendo la instrucción sobre la manera de operar con dicho instrumento que dice así:

(1) «Es necesario, en primer lugar, asegurarse del buen estado del instrumento. La ruleta vertical debe moverse fácilmente y sin tocar el nonius. El eje de unión del brazo fijo con lo restante del aparato debe girar con facilidad, pero sin tiempo muerto. Ni el punzón fijo, ni el estilete, que sirve para recorrer la figura, deben estar encorvados. El borde exterior de

la ruleta (que apoya sobre el papel) es muy delicado y no soporta ni la menor mancha de óxido ni la menor lesión.

(2) Para determinar el área de una figura, se hace resbalar el brazo movil del planímetro dentro de la armadura del mismo, hasta que el índice ó señal existente sobre ésta coincida exactamente con una de las divisiones marcadas 10 mm. cuadrados, 2 m. ^{2} 1: 500 etc... Si se tuvieran que hacer varias mediciones de áreas, esta operación sólo se efectuará una vez. Hecho esto se dispone el instrumento de modo que la ruleta vertical, el estilete y el punzón fijo se apoyen sobre el papel, clavando ligeramente el último, que permanecerá así durante toda la operación.

(3) Se llevará el extremo del estilete sobre un punto cualquiera, dado del contorno de la figura cuya área se quiere medir (ó mejor sobre un agujerillo hecho con un alfiler) y se hará una primera lectura en la rueda contadora y en la ruleta vertical. Supongamos que la primera señale 2 y la segunda 91 grados y 5 décimas de grado. Escribiremos 2.915.

(4) Ahora seguiremos, lo más exactamente posible el perímetro de la figura que se va á medir, con la punta del estilete avanzando de izquierda á derecha, en el sentido de las manillas de un reloj, hasta volver exactamente al punto de partida; entonces haremos una segunda lectura, que supongamos sea 4.767 (4 en la rueda contadora horizontal, 76 grados en la ruleta vertical y 7 décimas en el nonius.)

(5) Para obtener de estas dos lecturas el área buscada, debemos considerar dos casos: Supongamos, en primer lugar, que el punzón fijo esté clavado *fuera de la superficie* que trata de medirse. En este caso se resta la primera lectura 2.915, de la segunda 4.767. La diferencia 1.852, indica que el área circunscripta contiene 1.852 unidades, de cuya naturaleza vamos ahora á tratar. El valor de estas unidades depende de la división, sobre la cual se ha hecho detener al índice ó señal existente en la armadura del planímetro, y dicho valor está

indicado al lado de cada división, sobre la reglilla del instrumento. Así es de 10 milímetros cuadrados para la división marcada de 10 milímetros cuadrados, de 2 metros cuadrados (escala 1 : 500) para la división marcada de 2 metros cuadrados (1 : 500) y así sucesivamente. De manera que si hubiésemos hecho detener la reglilla en el trazo ó señal: 2 metros cuadrados (1 : 500) el área buscada sería $1.852 \times 2 = 3.704$ metros cuadrados (escala 1 : 500) es decir: que será necesario multiplicar la diferencia de lecturas por el número grabado en la reglilla al lado de la división correspondiente.

(6) Para medir grandes figuras será preciso colocar el punzón fijo *dentro de la superficie* que trata de medirse, ó sea en el interior del perímetro; pero entonces y antes de hacer la sustracción, se añadirá á la segunda lectura el número que se encuentra marcado *sobre* la reglilla, encima de la división.

Hecha la coincidenciaen la indicación 10 milímetros cuadrados, por ejemplo, se tendrá

Segunda lectura...................	4.767
Número marcado *sobre* 10 milímetros...	19.126
Suma.............	23.893
Primera lectura....	2.915
Restan............	20.978

de modo que el área buscada contiene 20.978 unidades ó $20978 \times 10 = 209780$ milímetros cuadrados.

(7) Puede suceder, á causa *del tiempo muerto*, que no haya coincidencia perfecta entre las posiciones de la rueda contadora ú horizontal y la ruleta vertical, pero esto no puede dar lugar á dudas.

Cuando se opera sobre grandes figuras, la rueda contadora ú horizontal puede hacer *una* ó *dos* rotaciones completas, en sentido de avance ó en el inverso. Será necesario entonces aumentar ó disminuir de 10.000 ó de 20.000 unidades, las diferencias obtenidas según los párrafos 5.° y 6.°, antes de la multiplicación, como es fácil ver. La regla siguiente puede servir para este caso. Durante la operación, el cero de la rueda contadora puede pasar el índice ó trazo fijo marchando en el sentido directo; (es decir: cuando las cifras pasan en el orden..... 9. 0. 1. 2.....) ó girando en sentido inverso, de manera que las cifras pasen en el orden 2. 1. 0. 9..... Tantas veces como el primer caso suceda, otras tantas habrá que añadir el número 10.000 á la *segunda* lectura, y siempre que se verifique el segundo caso, otras tantas veces habrá que añadir el número 10.0000 á la *primera* lectura.

(8) En los planímetros de construcción más sencilla, la longitud de la reglilla permanece invariable, de modo que se obtienen los resultados expresados en unidades de una sola especie, en milímetros cuadrados, por ejemplo.

(9) Algunos planímetros llevan un segundo estilete destinado á medir figuras de muy pequeñas dimensiones; con él se obtiene mayor exactitud que con el empleado ordinariamente. Para el uso de este estilete, una vez enrasada la pequeña reglilla del planímetro, haciendo que una de sus divisiones coincida con el trazo fijo, se sigue el contorno de la figura que se vá á medir con este segundo estilete, pero sin tomarlo con la mano, y conduciendo el primero, ó sea el que se emplea generalmente. Esta operación se ejecuta con facilidad y precisión, pues los dos estiletes describen figuras casi semejantes. Resulta mejor marcar el punto de partida del estilete grande que el del pequeño.

Después de haber anotado los datos que dá el instrumento al principio y al fin de la operación, se deduce el área de la figura, como ya hemos dicho, sin más diferencia que la que resulta de anotar las indicaciones correspondientes de la reglilla pequeña.»

Veamos ahora la manera de expresar los resultados dados por el planímetro Amsler, (1) en relación con la escala del plano que se trate de medir.

Llamemos S á la superficie ó área de la figura en el papel; n á la diferencia de lecturas dada por el instrumento.

N al denominador de la escala del plano que se va á medir.

Si suponemos que el índice fijo de la armadura del planímetro coincide con la señal ó raya de la reglilla que lleva al lado la indicación $4\ m^2\ \frac{1}{500}$ la expresión del *área de la figura en el papel* será

$$S = 4 \times \left(\frac{1}{500}\right)^2 \times n \quad [1]$$

puesto que según la instrucción anterior, en la escala $\frac{1}{500}$, la superficie efectiva es igual á $4\ ^{m\,2} \times n$, y por lo tanto, el área de la figura representada en el papel, será esta misma multicada por $\left(\frac{1}{500}\right)^2$ ó dividida por 500^2

Apliquemos, para fijar más las ideas, esta fórmula á un ejemplo numérico. Supongamos que la segunda lectura dada por el planímetro sea 7.002 y la primera 5.530; la diferencia de lecturas será $7.002 - 5.530 = 1.472$, y la superficie ó área S de la figura en el papel:

$$S = 4 \times \left(\frac{1}{500}\right)^2 \times 1.472 = \frac{4 \times 1.472}{250.000} = \frac{5.888}{250.000}$$
$$= 0\ ^{m\,2}\ 023552$$

ó sean *dos decímetros cuadrados*, *treinta y cinco centímetros* y *cincuenta y dos milímetros cuadrados*.

Supongamos todavía que sigue la coincidencia del índice fijo de la armadura del planímetro con el índice de la reglilla que lleva la indicación 4 metros cuadrados 1 : 500, y llamemos N al denominador de la escala del plano, que supondremos sea siempre $\frac{1}{N}$ (es decir que el numerador sea igual á la uni-

(1) En este ejemplo nos referimos al gran modelo del planímetro Amsler.

dad) y S á la *superficie efectiva* que representa un plano dibujado en la citada escala de $\frac{1}{N}$

Es evidente que

$$S = s \times N^2 \ [2]$$

de manera que la *superficie efectiva* debe ser igual á la comprendida por el perímetro de la figura expresada en decímetros, centímetros y milímetros, ó sea en su verdadera magnitud en el papel, multiplicada por el cuadrado del denominador de la escala en que esté representado el plano, (1) y sustituyendo en la fórmula 2.ª en vez de S, su valor encontrado anteriormente en la [1] tendremos:

$$S = \left[4 \times \left(\frac{1}{500} \right)^2 \times n \right] N^2 \text{ ó bien}$$

$$S = 4 \left(\frac{N^2}{500^2} \right) n \ [3]$$

La fórmula [3] nos indica que la *superficie efectiva del plano en una escala* $\frac{1}{N}$ puede obtenerse en último término, *multiplicando la diferencia de lecturas por un cierto coeficiente* que en este caso, es decir, cuando el enrase de índice esté en $4 \text{ m}^2 \ 1 : 500$, es igual á $4 \left(\frac{N^2}{500^2} \right)$

Si continuando con el ejemplo práctico que hemos puesto anteriormente para hallar la superficie ó área S de la figura en el papel, igual á $0^{\text{ m}2} \ 023552$, suponemos además que la escala en que se halle representada dicha figura ó plano, sea de $\frac{1}{3.000}$ y recordamos que n, ó la diferencia de lecturas era igual á 1472, tendremos

(1) Es indudable que si dibujamos, para mayor facilidad, sobre un papel cuadriculado un cuadrado de un decímetro de lado, y suponemos que este cuadrado estuviese representado en escala de 1 : 1.000, por ejemplo, tendríamos $10.000 \text{ m}^2 = 0, \text{m}^2\ 01 \times (1.000)^2$ ó bien $S = s \times N^2$

$$S = 4\left(\frac{N^2}{500^2}\right) \times 1472 = 4 \times \frac{9000000}{250000} \times 1472$$

$$= \frac{3600}{25} \times 1472$$

ó $S = 144 \times 1472 = 21$ hectáreas, 19 áreas, 68 m^2

De modo que el coeficiente por el cual hay que multiplicar la diferencia de lecturas, en este caso es igual á 144. De un modo análogo ó todavía mejor, sirviéndonos de una figura de área conocida, podemos calcular una tabla de coeficientes por los que hay que multiplicar la diferencia de lecturas que nos acusa el planímetro en las diferentes escalas más usuales, para obtener el área efectiva de la figura ó plano que tratemos de medir, siempre, es claro, que el instrumento no esté afectado de ningún error de construcción.

Dicha tabla podemos disponerla en la siguiente forma:

Tabla práctica para el empleo del planímetro de Amsler (gran modelo)

Situación del índice de la reglilla del planímetro.	Escala en que se halla representado el plano que se trata de medir.	Coeficiente por el que hay que multiplicar la diferencia de lecturas para obtener el área efectiva.
4 m^2 1 : 500	1 : 10	0,0016
id.	1 : 100	0,16
id.	1 : 1000	16
id.	1 : 10000	1600
4 m^2 1 : 500	1 : 20	0,0064
id.	1 : 200	0,64
id.	1 : 2000	64
id.	1 : 20000	6400
4 m^2 1 : 500	1 : 30	0,0144
id.	1 : 300	1,44
id.	1 : 3000	144
id.	1 : 30000	14400
4 m^2 1 : 500	1 : 40	0,0256
id.	1 : 400	2,56
id.	1 : 4000	256
id.	1 : 40000	25600
4 m^2 1 : 500	1 : 50	0,04
id.	1 : 500	4 (1)
id.	1 : 5000	400
id.	1 : 50000	40000

(1) El planímetro en esta escala acusa directamente los resultados en metros cuadrados, sin más que multiplicar, según se ha visto por el coeficiente 4.

Situación del índice de la reglilla del planímetro.	Escala en que se halla representado el plano que se trata de medir.	Coeficiente por el que hay que multiplicar la diferencia de lecturas para obtener el área efectiva
4 m² 1 : 500	1 : 60	0,0576
id.	1 : 600	5,76
id.	1 : 6000	576
id.	1 : 60000	57600
4 m² 1 : 500	1 : 70	0,0784
id.	1 : 700	7,84
id.	1 : 7000	784
id.	1 : 70000	78,400
4 m² 1 : 500	1 : 80	0,1024
id.	1 : 800	10,24
id.	1 : 8000	1024
id.	1 : 80000	102400
4 m² 1 : 500	1 : 90	0,1296
id.	1 : 900	12,96
id.	1 : 9000	1296

Podría continuarse esta tabla haciéndola extensiva á todas las situaciones posibles de los índices de la reglilla del planímetro, pero en vista de que el cálculo no presenta ninguna dificultad, dejamos á los lectores el trabajo de ampliarla si así lo consideran necesario.

LEANDRO NAVARRO.

Madrid 31 de Enero de 1896.