ARCHIMEDIS

DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA LIBRI DVO.

A' FEDERICO COMMANDINO VRBINATE IN PRISTINVM NITOREM RESTITVTI, ET COMMENTARIIS ILLVSTRATI.

CVM PRIVILEGIO IN ANNOS X.

BONONIAE,

Ex Officina Alexandri Benacii.

M D LXV.

RANVTIO FARNESIO CARDINALI AMPLISSIMO ET OPTIMO.

QVOD tibi ſuperioribus diebus pollicitus ſum, cum libellum Ptolemæi de Analemmate in lucem proferrem, breui fore, vt Archimedis etiam libri de iјs, quæ in aqua vehuntur, & emendatiores, & fortaſſe opera mea illuſtriores ederentur: mihi non committendum eſſe duxi, vt iure optimo malum nomen, præſertim à te, cui tantopere debeo, exiſtimari poſſem. quamuis cum mecum conſidero ſuſcepti negocij difficultates, quas multo plures, & multo grauiores, quàm in libello de Analemmate deprehendi; vereor ne id planè non aſſecutus ſim, quod ab initio ſpectaui, vt mathematicarum diſciplinarum ſtudioſis hac in parte ſatisfacerem. cum enim græcus Archimedis codex nondum in lucem venerit, non ſolum is, qui eum latinitate donauit, multis in locis fœde lapſus eſt, verum etiam codex ipſe, vt etiam interpres fatetur, vetuſtate corruptus, & mancus eſt; duæq; integræ ἀποδείξεις, quas demonſtrationes dicimus, deperierunt. quæ iactura quantam vim habeat ad perturbandum admirabilem illum ordinem, quo inter ſe mathematicæ diſciplinæ quodãmodo connexæ ſunt, tibi, qui iam in iis multam operam, multumq; studium posuisti, cogitandum relinquo. nonnulla præterea Archimedes vt perspicua in his tractandis ponere non dubitauit, quæ veteres mathematici, qui de conicis conscripserunt, plurimis, & firmissimis argumentis probauerũt. Hæc autem idcirco à nobis omnino ignorantur; quòd postremi quatuor libri conicorum Apollonii Pergæi adhuc in tenebris delitescunt. Qua quidem in re (vt mea fert opinio) singulari fato fuerunt mathematicæ disciplinæ, cum tot scriptorum præclara monumenta interierint, per quæ non solum in studiosos homines, uerum etiam in humanũ genus mirabiles utilitates importatæ fuissent. nam cum mecum considero quàm late pateant hæ nobilissimæ scientiæ, quãtopere rebus publicis & priuatis admirabili quadã ratione, atque ordine gubernandis necessariæ sint, dubitãdum non existimo, quin magna sit habenda gratia huius diuini boni auctoribus, & inuentoribus: ueterumq; græcorum prudentiam satis admirari non possum, qui pueros cum primum fari cœpissent, his disciplinis imbuendos curabant, ut à prima ætate multiplicis, ac subtilis scientiæ contemplationi assueti nihil paruum, aut humile cogitarent: sed uel se totos ijs artibus traderent, quarum ope ciuitatibus suis & præsidio, & ornamento esse possent: uel humanis studijs multam salutem dicentes, diuinam philosophiam toto animo amplexarentur, cum ad eam per mathematicas disciplinas faciliorem ſibi aditum comparaſſent. quamobrem grauiſſimum damnum factum eſt in tot præſtãtiſſimis uiris: quorũ ſcripta ſi in manus noſtras perueniſſent, profecto multo præclarius cum rebus humanis ageretur. complures enim, qui nunc tot difficultatibus ab his ſtudijs deterrentur, hac ratione priuatis & publicis rationibus optime conſuluiſſent. Cum hæc ita eſſent, tamen nullum mihi laborem ſubterfugiendũ eſſe iudicaui, quo ſtudioſis hominibus, qui in mathematicis diſciplinis toto animo incumbũt, facilior pateret aditus ad abſtruſa, & recondita ſenſa tanti ſcriptoris intelligenda: nec à uetere meo inſtituto diſcedere uolui; ſcis enim me multos abhinc annos hanc eandem prouinciam, Archimedis quàm plurima ſcripta illuſtrandi ſuſcepiſſe. quod neque arrogãtia, nec inanis gloriæ ſpe adductus ſum, ut facerẽ, ſed me uehementer in hanc mentem impulit honeſtiſſima cupiditas de ſtudioſis hominibus benemerẽdi: etenim ſemper mea fuit ſentẽtia, mathematicum, qui libros Archimedis accuratiſſime non euoluerit, uix mathematicum appellari debere: cum eũ neceſſe ſit in multarum rerum ignoratione uerſari, ſine quibus mathematicæ diſciplinæ imperfectæ quodammodo, atque inchoatæ ſunt habendæ. Dedi igitur operam, ut his etiam Archimedis libris, quoad eius fieri poſſet, per me aliqua lux afferretur. quos ut Archimedis eſſe nõ dubitarem, duæ non contemnendæ cauſſæ fuerunt. una quòd in tanta obſcuritate ab interpretis inſcitia,

& à uetuſtate profecta, neſcio quod ueſtigium illius acuti, & perſpicacis ingenij, quo Archimedes excelluit, impreſſum appareret: altera quòd tum græci, tum latini ſcriptores grauiſſimi hos ut Archimedis libros recognoſcũt. Strabo enim in primo libro hæc ad uerbũ ſcribit. ὁ δὲ οὕτος ἡδύς ἐστὶν, ὥστε καὶ μὴ μαθηματικὸς ὢν, οὐδὲ τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος, καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι, σφαίρας ταυτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ γῇ. ταύτην γὰρ τὴν δόξαν ἀποδέχονται πάντες οἱ μαθημάτων πῶς ἁψάμενοι. & Pappus Alexandrinus in octauo mathematicarum collectionum libro hæc ſcripta reliquit, καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ, καὶ τοὺς θαυμασιουργοὺς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς ἥρων πνευματικοῖς, οἱ δὲ διὰ νευρίων καὶ σπάρτων ἐμψύχων κινήσεις δοκοῦσι μιμεῖσθαι, ὡς ἥρων αὐτομάτοις, καὶ ζυγίοις: ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ' ὕδατος ὀχουμένων, ὡς ἀρχιμήδης ὀχουμένοις. Vitruuius etiam in octauo libro de his eiſdem Archimedis libris meminit. Fortaſſe, inquit, qui Archimedis libros legit, dicet non poſſe fieri ueram ex aqua librationem: ſed ei placet aquam non eſſe libratam, ſed ſphæroides habere ſchema: & ibi habere centrum, quo loci habet orbis terrarum. ut nemini dubium eſſe poſſit, quin & genere ſcriptionis, & tãtorum uirorum auctoritate, ut germani Archimedis libri attente legendi, & perpendendi ſint: præſertim cum in ijs multa contineantur cognitione digniſſima, quæ nõ tam ad mathematicas diſciplinas, quàm ad naturæ obſcuritatem ſpectant. Quamobrem ego ne tanto, & tam fructuoſo theſauro diutius ſtudioſi carerent, primum loca partim interpretis errore deprauata emendaui; partim uetustate corrupta & consumpta in pristinam integritatem redegi, compluribus, quæ desiderabantur, meo, ut aiunt, marte suppletis. Deinde quoniam Archimedes, quemadmodum supra dixi, non nulla ponit, ut perspicua, & quæ uel ipse, uel superiores mathematici ἀποδείξεσι confirmauerunt, coactus sum non sine maximo negotio ex ijs principijs conicæ disciplinæ Apollonij Pergæi, quæ in manus nostras peruenerũt, nouas probationes adhibere, nequid esset, quod diligentem lectorem in hac parte remorari posset. restabat, ut theorema illud, quod sine cognitione centri grauitatis corporum solidorũ percipi non potest, uidelicet, Centrum grauitatis in portionibus conoidis rectanguli axem ita diuidere, ut pars, quæ ad uerticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad basim sit dupla, certissimis rationibus comprobarem. sed huic quoque rei prouisum est à me: seorsumq; ab his libris de cẽtro grauitatis solidorũ uberrime cõscripsi. denique nihil prætermisi, quod ad Archimedem in hac materia illustrandum attineret. quod si, ut spero, assecutus sum, satis magnum fructum mihi cepisse uidebor laborum, & uigiliarum mearum: sin secus acciderit, hoc me tamen consolabor, quòd omnes intelligent, honestissimo meo consilio, non tã ingenij mei imbecillitatem, quàm rei obscuritatem, & temporũ iniurias obstitisse. Hoc loco superuacaneum esse arbitror pluribus uerbis exponere, cur tibi amplissime

Cardinalis, has lucubrationes meas dicare constituerim. tantis enim beneficijs à te affectus, quanta semper & meminero, & prædicabo; tanta liberalitate cõplexus, quantam ne optare quidem unquam ausus essem. cupio memorem, & erga te gratum animũ qua ratione possum, ostendere. quãuis si de te nihil aliud præter auditum haberem, si amplitudini tuæ tantopere deuinctus non essem; tua in omni genere disciplinarum excellentia, tua grauitas, atque innocentia me magnopere hortata esset, ut te potissimum deligerem, sub cuius clarissimi nominis splendore hi Archimedis libri ab obliuione hominum, atque à silentio uindicarentur. uerecundius de te in præsentia dicerem, ne uiderer assentationi potius, quàm ueritati seruire; nisi omnibus persuasissimum esset, diuinas & inauditas uirtutes tuas cum singulari eruditione coniunctas in illo sanctissimo Reip. christianæ consilio tanquam lumen aliquod elucere. quamobrem ea, qua soles, benignitate, fidelissimi clientis tui munus accipies; quod tibi, qui & mathematicis disciplinis, & phisiologiæ studijs tantopere delectaris, non iniucundum fore confido. Vale.

Federicus Commandinus.

ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA

LIBER PRIMVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

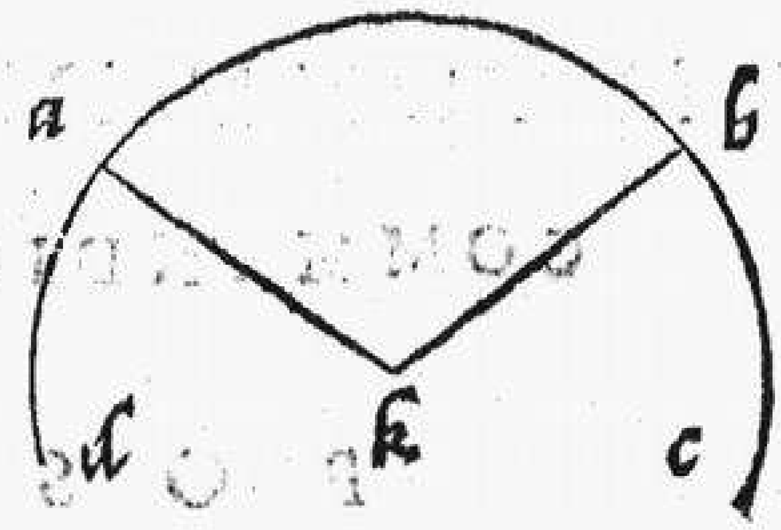
POSITIO.

PONATVR humidi eam esse naturam, vt partibus ipsius æqualiter iacentibus, & continuatis inter se se, minus pressa à magis pressa expellatur. Vnaquæque autem pars eius premitur humido supra ipsam existente ad perpendiculum, si humidum sit descendens in aliquo, aut ab alio aliquo pressum.

PROPOSITIO I.

SI superficies aliqua plano secetur per idē semper punctum; sitq; sectio circuli circunferentia, centrum habens punctum illud, per quod plano secatur: sphæræ superficies erit.

SECETVR superficies aliqua plano per k punctum ducto: & sic sectio semper circuli circunferentia, centrum habens punctum k. Dico eam sphæræ superficiem esse. Si enim non est sphæræ superficies; rectæ lineæ, quæ à puncto k ad circunferentiam ducuntur non omnes æquales erunt. Itaque sint a b puncta in superficie; & inæquales lineæ a k k b: per ipsas autem a k k b planum ducatur, quod sectionem faciat in superficie lineam d a b c. ergo d a b c circuli circunferentia est, cuius



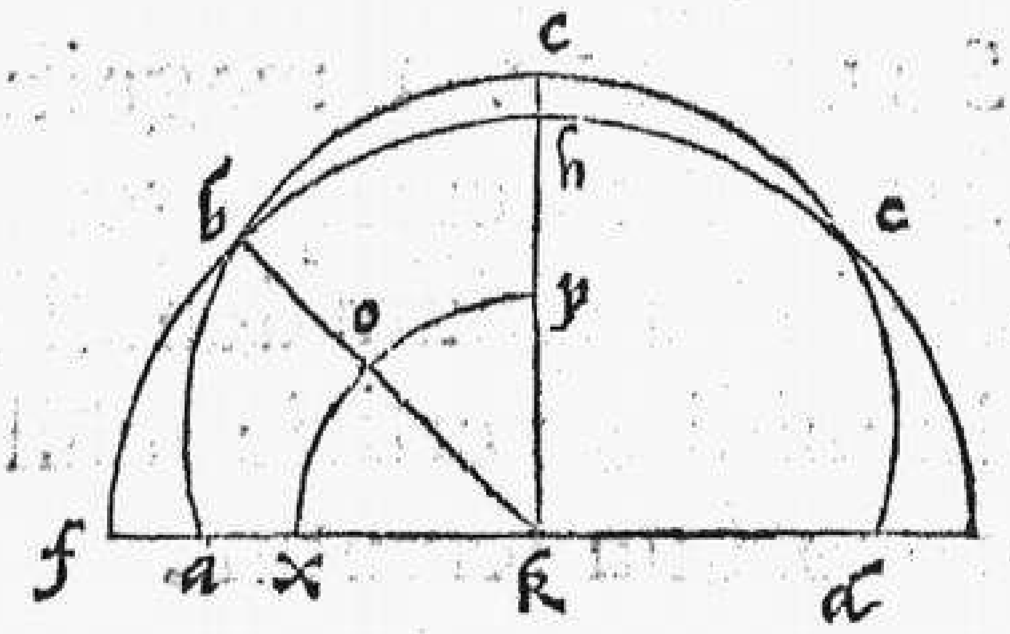
centrum k; quoniam superficies eiusmodi ponebatur: & idcirco æquales inter se sunt a k k b, sed & inæquales; quod fieri non potest. constat igitur superficiem eam esse sphæræ superficiem.

PROPOSITIO II.

OMNIS humidi consistentis, atque manentis superficies sphærica est; cuius sphæræ centrũ est idem, quod centrum terræ.

INTELLIGATVR humidũ consistens, manésq;: & secetur ipsius superficies plano per centrum terræ ducto. sit autem terræ centrum k: & superficiei sectio, linea a b c d. Dico lineam a b c d circuli circunferentiam esse, cuius centrum k. Si enim non est, rectæ lineæ à puncto k ad lineam a b c d ductæ non erunt æquales. Sumatur recta linea quibusdam quidem à puncto k ad ipsam a b c d ductis maior; quibusdam uero minor; & ex centro k, interualloq;

loq; lineæ ſumptæ circulus deſcribatur. cadet ergo ipſius circunferentia partim extra lineam a b c d, partim intra; quoniam ea, quæ ex centro quibuſdam quidem à puncto k ad ipſam ductis eſt maior; & quibuſdam minor. Itaq; ſit circuli deſcripti circunferentia f b h: & ex b ad k ducta linea, iungãtur f k k h e,



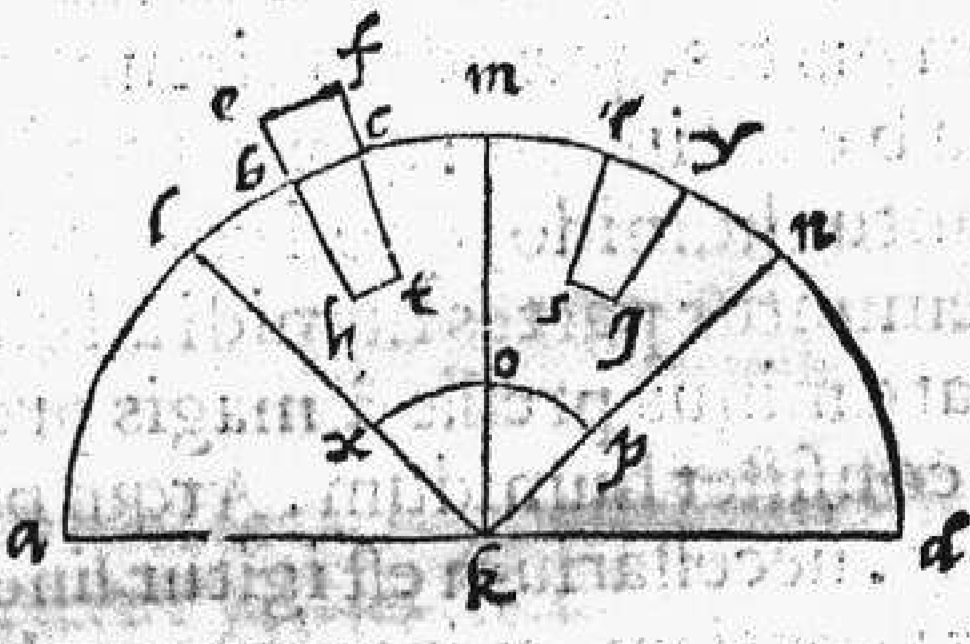
quæ angulos æquales faciant. deſcribatur autem & ex centro k circunferentia quædam x o p in plano, & in humido. ergo partes humidi, quæ ſunt ad circunferentiam x o p æqualiter iacent, ac continuatæ inter ſe ſe: & premũtur quidem partes, quæ ad x o circunferentiam, humido, quod loco a b continetur: quæ uero ad circunferentiam o p premuntur humido, quod continetur b e. inæqualiter igitur premuntur partes humidi ad circunferentiã x o, & ad o p. quare minus preſſæ à magis preſsis expellentur. non ergo conſiſtet humidum. Atqui ponebatur conſiſtens, & manens. neceſſarium eſt igitur lineam a b c d eſſe circuli circunferentiam, cuius centrum k. Similiter autem demonſtrabitur, & ſi quomodocunque aliter ſuperficies humidi plano ſecta fuerit per centrum terræ; ſectionem circuli circunferentiam eſſe: & centrum ipſius eſſe, quod & terræ centrum. Ex quibus conſtat ſuperficiem humidi conſiſtentis, atque manentis ſphæricam eſſe: & eius ſphæræ centrum idem, quod centrum terræ; quoniam eiuſmodi eſt, ut ſecta per idem ſemper punctum ſectionem faciat circuli circunferentiam, centrum habentis punctum illud, per quod ipſa plano ſecatur.

Prima huius.

PROPOSITIO III.

SOLIDARVM magnitudinum, quæ æqualẽ molem habentes æque graues sunt, atque humidum; in humidum demissæ demergentur ita, vt ex humidi superficie nihil extet: non tamen ad huc deorsum ferentur.

SIT magnitudo aliqua æque grauis, atque humidum: & si fieri potest, in humidum demissa extet ex superficie ipsius: consistat autem humidum, maneatq;: & intelligatur aliquod planum ductũ per cẽtrum terræ, & humidi, ac per solidam magnitudinem, ut sit superficiei quidem humidi sectio a b c d; solidæ uero magnitudinis insidentis e h t f; & terræ centrum k: sitq; solidæ magnitudinis pars, quæ in humido est, b h t c; &



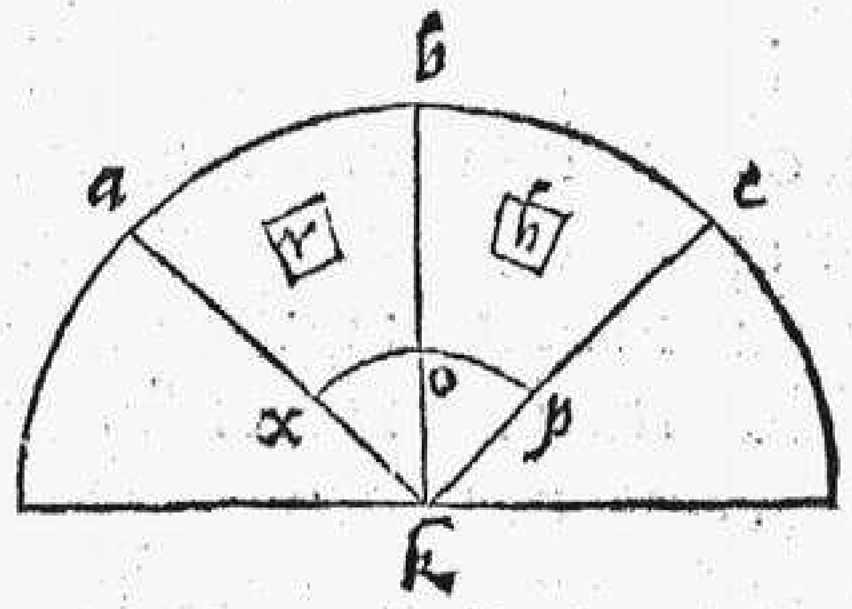
quæ extra humidum b e f c. intelligatur etiam solida figura comprehensa pyramide, basim quidem habente parallelogrammum, quod est in superficie humidi; uerticem autem centrum terræ: sitq; sectio plani, in quo est a b c d circunferentia, & planorum pyramidis k l, k m: & describatur quædam alterius sphæræ superficies x o p circa centrũ k, in humido sub e f h t, ut sit ipsa x o p sectio facta à superficie plani. Sumatur præterea alia quædam pyramis æqualis, & similis comprehendenti solidam figuram, ipsi coniuncta,

iuncta, & continuata: sitq; sectio planorũ ipsius K m K n: & in humido intelligatur quædam magnitudo r s q y ex ipso humido constans, æqualis, & similis solidæ b h t c, quæ quidem pars est solidæ magnitudinis in humido demersa. partes igitur humidi, quæ scilicet in prima pyramide superficie x o continetur, & quæ in altera continetur p o, æqualiter sunt positæ, & continuatæ; sed non similiter premuntur. nam contenta quidem x o, premitur solido e h t f, & humido interiecto inter superficies x o, l m, & plana pyramidis; contenta uero p o premitur solido r s q y, & humido inter superficies o p, m n, & pyramidis plana interiecto. minor autem est grauitas humidi, quod est inter m n, o p, quàm eius, quod inter l m, x o. solidum enim r s q y est minus solido e h t f: cum sit æquale ipsi b h t c; quia magnitudine æquale, & æque graue ponitur solidum, atque humidum: reliquum autem reliquo inæquale est. constat igitur partem contentã superficie o p, expelli ab ea, quæ ipsa x o continetur: & non consistere humidum. ponebatur autem consistens, & manens: non ergo ex superficie humidi extat aliquid solidæ magnitudinis. sed neque demersum solidum ad inferiora feretur. Similiter enim prementur omnes partes humidi æqualiter positæ, cum solidum sit æque graue, atque humidum.

PROPOSITIO IIII.

SOLIDARVM magnitudinum, quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

SIT magnitudo solida humido leuior; & demissa in humidum demergatur tota, si fieri potest, ut nulla pars ipsius extet ex humidi ſuperficie. conſiſtat autem humidum, ma neatq; : & intelligatur aliquod planum ductum per centrũ terræ, per humidum, & per magnitudinem ſolidam : à quo ſuperficies quidem humidi ſecetur ſecundum circunferentiam a b c; ſolida autem magnitudo ſecundum figuram, in qua r : & centrum terræ ſit K. Intelligatur etiam quædam pyramis comprehendens



figuram r, ſicuti prius, quæ pũctum K pro uertice habeat: ſecenturq; ipſius plana à ſuperficie plani a b c ſecundum a K K b: & ſumatur pyramis alia æqualis, & ſimilis ſuperiori, cuius plana ſecentur à plano a b c, ſecundum b K K c: deinde alterius ſphæræ ſuperficies quædam deſcribatur in humido circa centrum K, ſub ſolida magnitudine : & ſecetur ab eodem plano ſecundum x o p : poſtremo intelligatur alia magnitudo h in poſteriori pyramide, quæ ex humido conſtet, & ſolidæ magnitudini r ſit æqualis. partes igitur humidi, & quæ in prima pyramide continetur ſuperficie x o; & quæ in ſecunda ſuperficie o p continetur, æqualiter iacent, & continuatæ inter ſe ſe; non tamen ſimiliter premuntur : nam quæ eſt in prima pyramide premitur magnitudine ſolida r, & humido cõtinente ipſam, quod eſt in loco pyramidis a b o x : quæ uero in altera pyramide premitur ſolida magnitudine h, & humido ipſam continente in loco pyramidis p o b c. At grauitas ſolidæ magnitudinis r, minor eſt grauitate humidi, in quo h : quoniam magnitudo ſolida mole quidem æqualis, & humido leuior ponitur : grauitas autem humidi continentis magnitudines r h eſt æqualis; cum pyramides æquales ſint. magis ergo

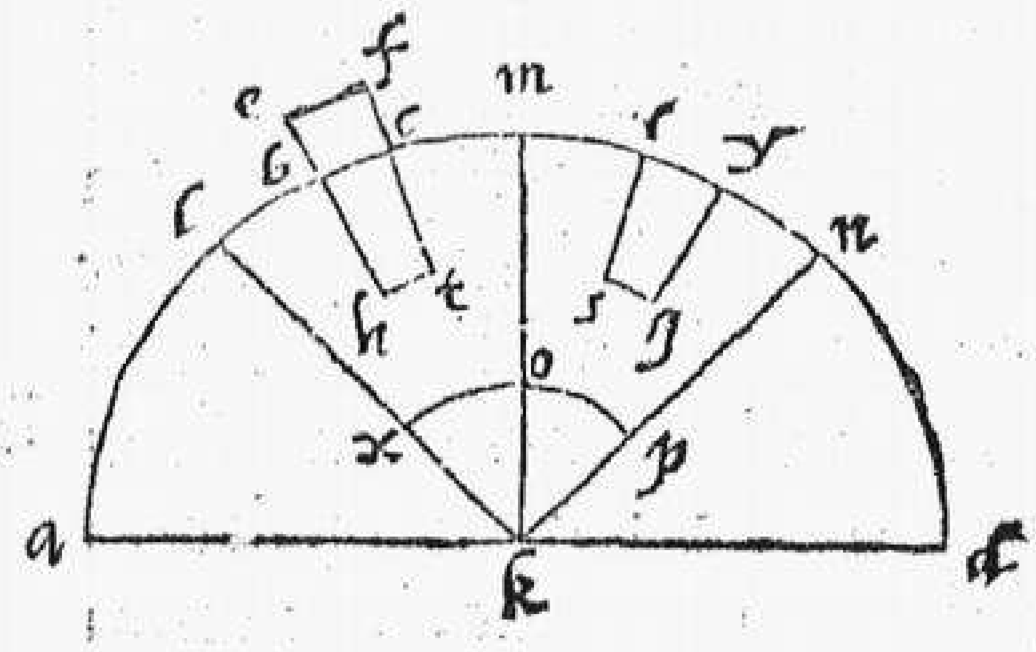
premi-

premitur pars humidi, quæ est sub superficie o p. quare expellet partem minus pressam, & non manebit humidum. ponebatur autem manens. non igitur demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

PROPOSITIO V.

SOLIDARVM magnitudinum quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum vsque eô demergetur, vt tanta moles humidi, quanta est partis demersæ, eandem, quam tota magnitudo, grauitatem habeat.

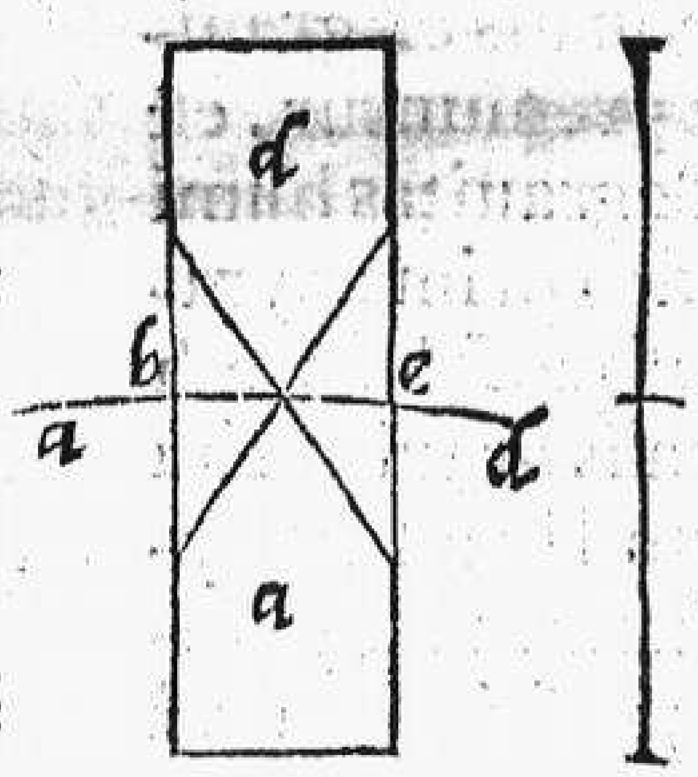
DISPONANTVR eadem, quæ supra: sitq; humidum manens: & magnitudo e h t f humido leuior. Si igitur humidum manet, similiter prementur eius partes, quæ æqualiter iacent. similiter ergo premetur humidum sub superficiebus x o o p. quare æqualis est grauitas, qua premuntur. est autem & grauitas humidi, quod in prima pyramide absque solido b h t c, æqualis grauitati humidi, quod in altera pyramide absq; r s q y humido. perspicuum est igitur grauitatem magnitudinis e h t f grauitati humidi r s q y æqualem esse. ex quibus constat, tantam humidi molem, quanta est pars demersa solidæ magnitudinis, eandem, quam tota magnitudo habere grauitatem.



PROPOSITIO VI.

SOLIDAE magnitudines humido leuiores, in humidum impulsæ sursum feruntur tanta ui, quãto humidum molem habens magnitudini æqualem, grauius est ipsa magnitudine.

SIT enim magnitudo a leuior humido: & sit magnitudinis quidem a grauitas b: humidi uero molem habentis æqualem ipsi a, grauitas sit b c. demonstrandum est magnitudinem a in humidum impulsam tanta ui sursum ferri, quanta est grauitas c. accipiatur enim quædam magnitudo, in qua d habens grauitatem ipsi c æqualem. Itaque magnitudo ex utrisque magnitudinibus constans, in quibus a d, leuior est humido: nam magnitudinis quidem quæ ex utrisque constat grauitas est b c; humidi uero habentis molem ipsis æqualem grauitas maior est, quàm b c: quoniam b c grauitas est humidi molẽ habentis æqualem ipsi a. Si ergo demittatur in humidũ magnitudo ex utrisque a d constans; usque eò demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est pars magnitudinis demersa eãdem, quam tota magnitudo grauitatem habeat. hoc enim iam demonstratum est. sit autẽ superficies humidi alicuius a b c d circunferentia. Quoniam igitur tanta moles humidi, quanta est magnitudo a grauitatem habet eandem, quam magnitudines a d: perspicuum est partem ipsius demersam esse magnitudinem a; reliquam uero d totam ex humidi



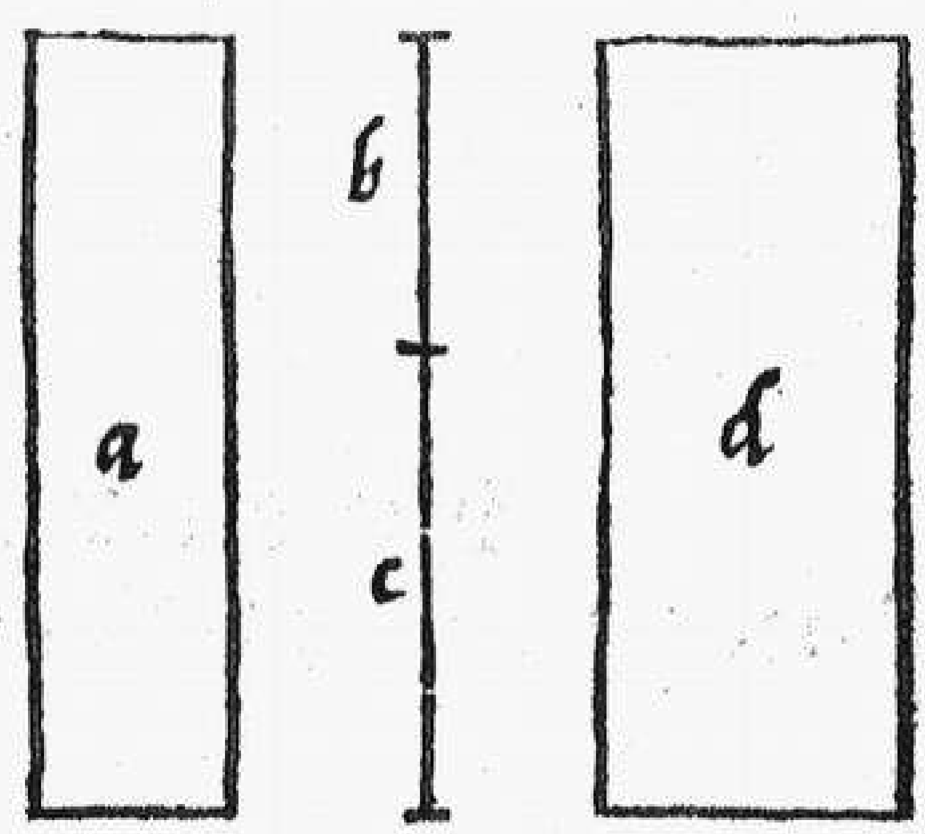
midi

midi ſuperficie extare.* Quare conſtat magnitudinem a tanta ui ſurſum ferri, quãta deorſum premitur ab eo, quod eſt ſupra; uidelicet à d, cũ neutra ab altera expellatur, ſed d fertur deorſum tanta grauitate, quanta eſt c: ponebatur enim grauitas eius, in quo d ipſi c æqualis. patet igitur illud quod demonſtrare oportebat.

PROPOSITIO VII.

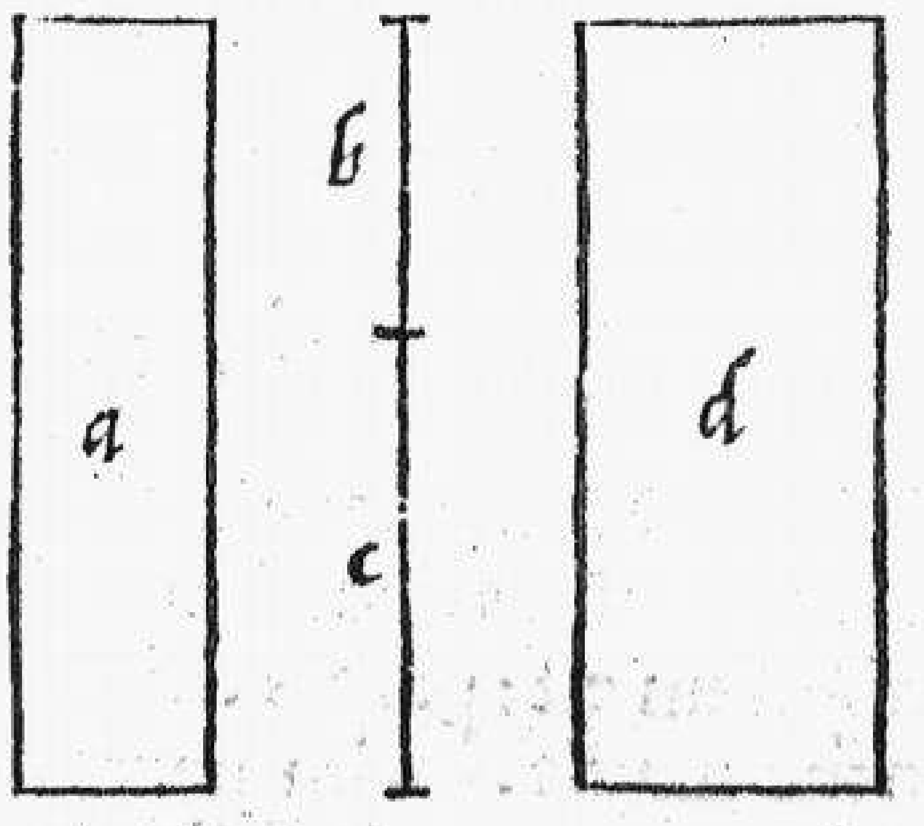
SOLIDAE magnitudines humido grauiores demiſſæ in humidum ferentur deorſum, donec deſcendant: & erunt in humido tanto leuiores, quanta eſt grauitas humidi molem habentis ſolidæ magnitudini æqualem.

SOLIDAS magnitudines humido grauiores, in humidum demiſſas deorſum quidam ferri, donec deſcẽdant, manifeſtum eſt: partes enim humidi, quæ ſub eis ſunt, premuntur magis, quàm partes æqualiter ipſis adiacentes; quoniam magnitudo ſolida humido grauior ponitur: leuiores autem eſſe uti dictum eſt, demonſtrabitur hoc modo. Sit enim aliqua magnitudo a grauior humido: & ſit magnitudinis quidem a grauitas b c: humidi uero molẽ habentis æqualem ipſi a grauitas ſit b. demonſtrandum eſt magnitudinem a in humido exiſtẽtem habere grauitatem æqualem ipſi c. Accipiatur enim alia aliqua magnitudo, in qua d, leuior humido;



cuius grauitas sit ipsi b æqualis: humidi uero molem habentis æqualem magnitudini d, sit grauitas æqualis b c. Itaque compositis magnitudinibus a d, magnitudo ex utrisque constans æque grauis erit, atque ipsum humidũ: grauitas enim utrarũque magnitudinum est æqualis utrisque grauitatibus, uidelicet b c, & b: grauitas autem humidi habentis molem æqualem utrisque magnitudinibus, est eisdem grauitatibus æqualis. Demissis igitur magnitudinibus, & in humidum proiectis æque graues erunt, atque humidum: neque sursum, neque deorsum ferentur: quoniam magnitudo quidem a grauior humido feretur deorsum; & eadem ui à magnitudine d sursum retrahetur: magnitudo autem d humido leuior feretur sursum tanta ui, quanta est grauitas c: demõstratũ enim est magnitudines solidas humido leuiores, impulsas in humidum tanta ui retrahi sursum, quanto humidum habens molem magnitudini æqualem grauius est ipsa magnitudine. At humidum molem habens æqualem d, grauius est, quam d, ipsa c grauitate. Constat igitur magnitudinem a deorsum ferri tanta grauitate, quanta est c. quod demonstrare oportebat.

6. huius.



POSITIO II.

PONATVR eorum, quæ in humido sursum feruntur, vnumquodque sursum ferri secundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipsorum ducitur.

COM-

COMMENTARIVS.

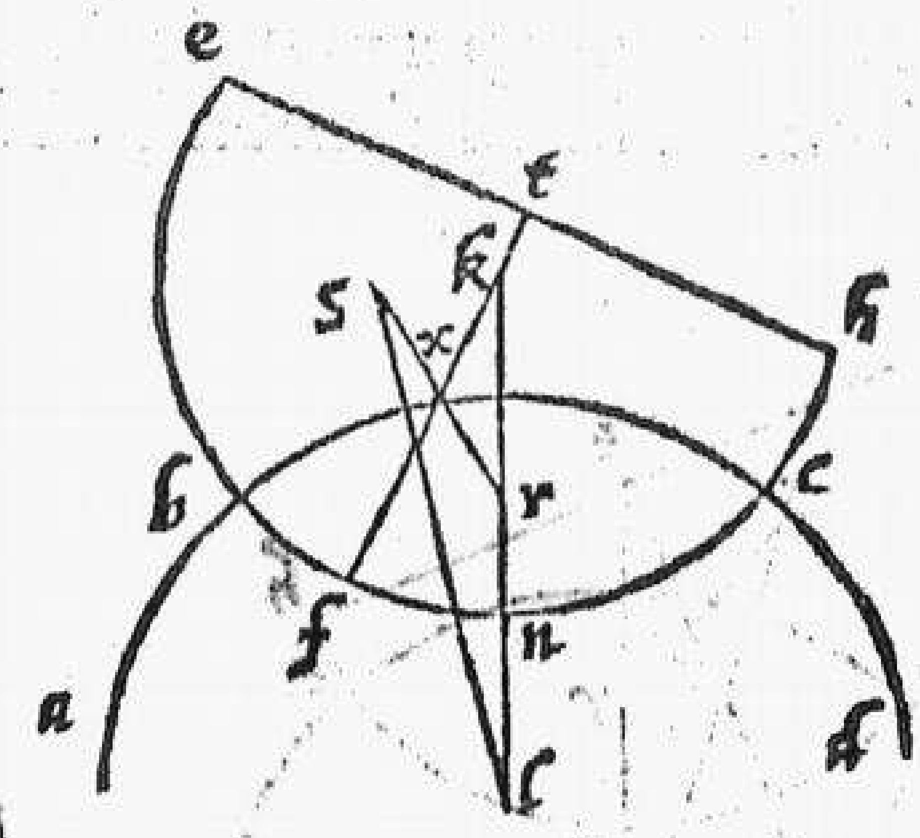
At uero ea, quæ feruntur deorſum, ſecundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipſorum ducitur, ſimiliter ferri, uel tanquam notum, uel ut ab alijs poſitum prætermiſit.

PROPOSITIO VIII.

Si aliqua magnitudo ſolida leuior humido, A
quæ figuram portionis ſphæræ habeat, in humi- B
dum demittatur, ita vt baſis portionis non tangat humidum: figura inſidebit recta, ita vt axis portionis ſit ſecundum perpendicularem. Et ſi ab aliquo inclinetur figura, vt baſis portionis humidum cõtingat; non manebit inclinata ſi demittatur, ſed recta reſtituetur.

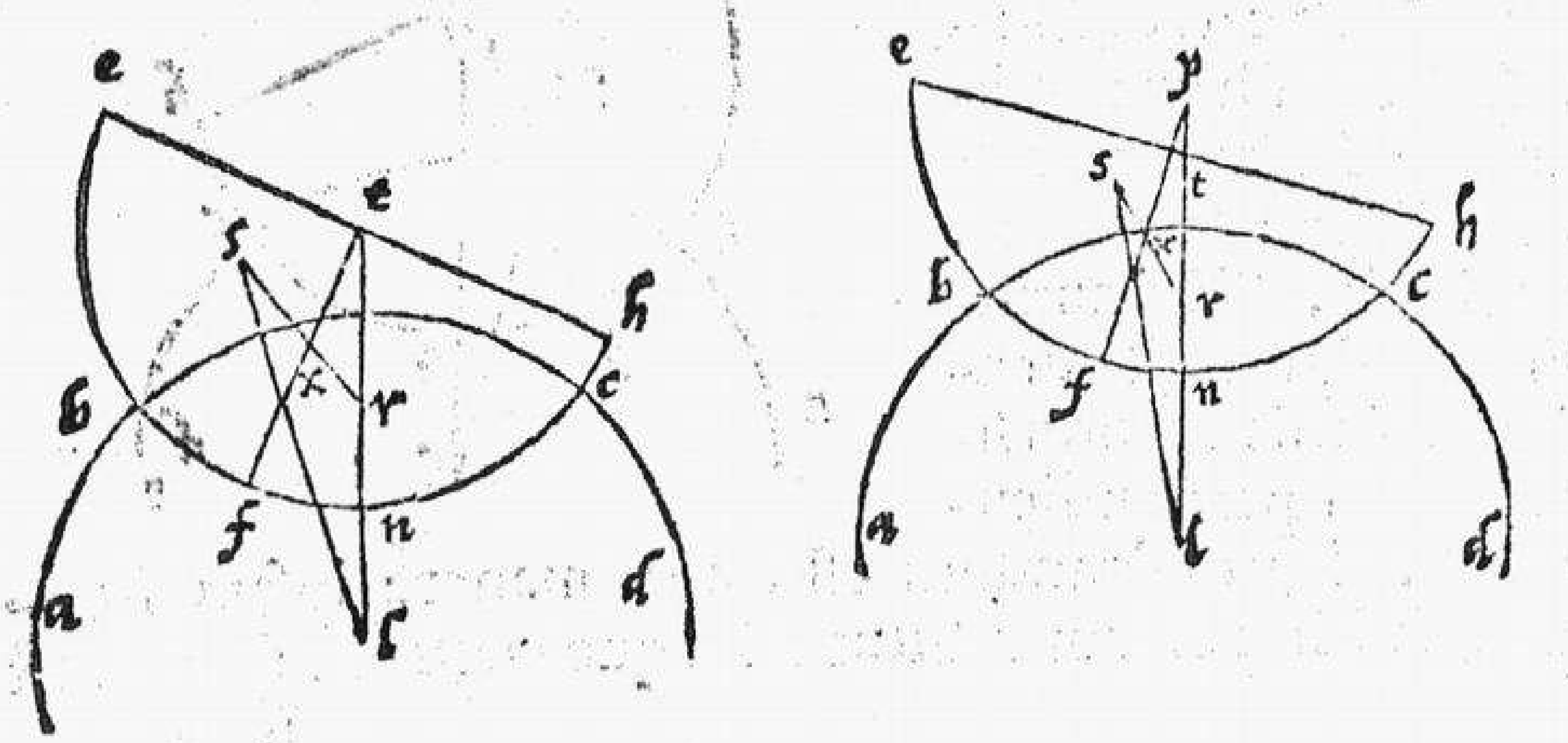
Suppleta a Federico Com.

[INTELLIGATVR quædam magnitudo, qualis dicta eſt, in humidum demiſſa: & ducatur planum per axẽ portionis, & per terræ centrum, ut ſit ſuperficiei humidi ſectio circũferentia a b c d: & figuræ ſectio e f h circunferentia: ſit autem e h recta linea; & f t axis portionis. Si igitur inclinetur figura, ita ut axis portionis f t non ſit ſecundum perpendicularem.



demonſtrandum eſt, non manere ipſam figuram; ſed in rectum reſtitui. Itaque centrum ſphæræ eſt

in linea f t. nam sit primum figura maior dimidia sphæræ: sitq; in dimidia sphæra sphæræ centrum t; in minori portione sit centrum p; & in maiori k: per k uero, & terræ centrum l ducatur k l secans circunferentiam e f h in pun-
C cto n. Quoniam igitur unaquæque sphæræ portio axem habet in linea, quæ à cētro sphæræ ad eius basim perpendicularis ducitur: habetq; in axe grauitatis centrum: portionis in humido demersæ, quæ ex duabus sphæræ portionibus constat, axis erit in perpendiculari per k ducta. & idcirco centrum grauitatis ipsius erit in linea n k,
D quod sit r. sed totius portionis grauitatis centrum est in li
E nea f t inter k, & f, quod sit x. reliquæ ergo figuræ, quæ est extra humidum, centrum erit in linea r x producta ad partes x; & assumpta ex ea, linea quadam, quæ ad r x eandem proportionem habeat, quam grauitas portionis in humido demersæ habet ad grauitatem figuræ, quæ est extra humidum. Sit autem s centrum dictæ figuræ: & per s duca-
F tur perpendicularis l s. Feretur ergo grauitas figuræ quidem, quæ extra humidum per rectam s l deorsum; portionis autem, quæ in humido, sursum per rectam r l. quare non manebit figura: sed partes eius, quæ sunt ad e, deorsum; & quæ ad h sursum ferētur: idq; cōtinenter fiet, quoad f t sit secundum perpendicularem. Eodem modo in aliis portionibus idem demonstrabitur.]



COMMENTARIVS.

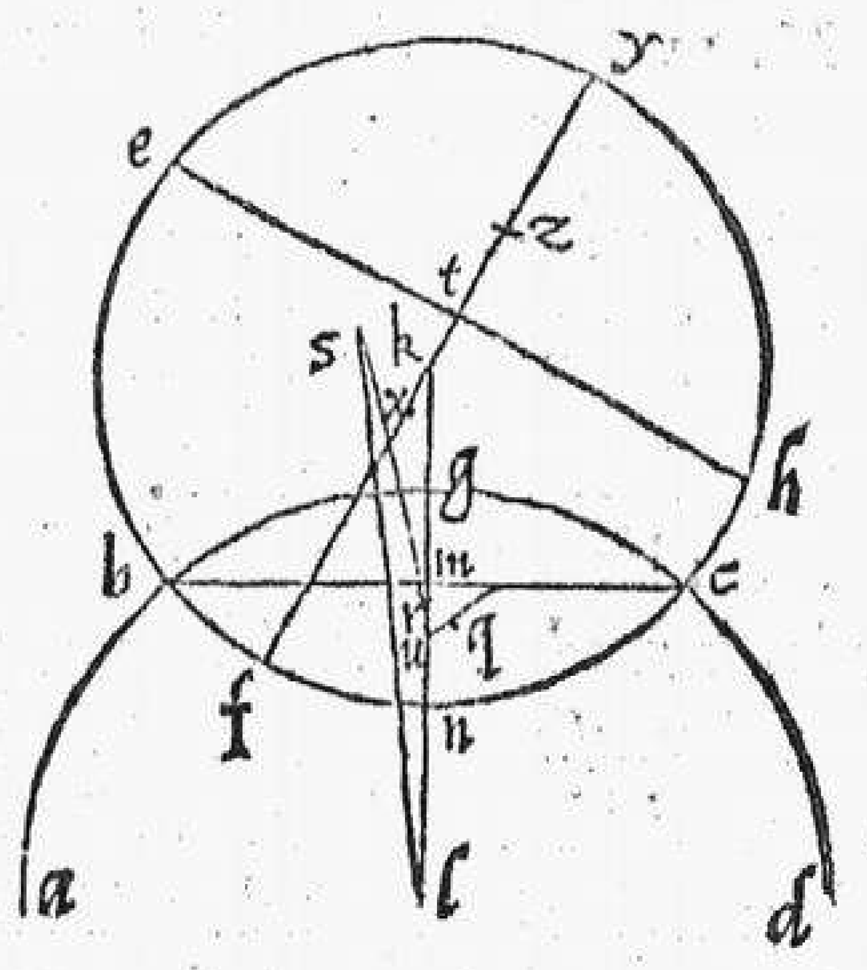
Hvivs propositionis demonstratio iniuria temporum desideratur, quam nos ita restituimus, ut ex figuris, quæ remanserunt Archimedem scripsisse colligi potuit: neque enim eas immutare uisum est, quæ uero ad declarationem, explicationemque addenda fuerant, in commentarijs suppleuimus, id quod etiam præstitimus in secunda propositione secundi libri.

SI aliqua magnitudo solida leuior humido.] *Ea uerba, leuior humido, nos addidimus, quæ in translatione non erant; quoniam de eiusmodi magnitudinibus in hac propositione agitur.* A

In humidũ demittatur, ita ut basis portionis nõ tangat humidum.] *Hoc est in humidum ita demittatur, ut basis sursum spectet; uertex autem deorsum. quod quidem opponitur ei, quod in sequenti dixit.* In humidum demittatur, ita ut basis tota sit in humido. *His enim uerbis significat portionem opposito modo in humidum demitti, ut scilicet uertex sursum; basis autem deorsum uergat. eodem dicendi modo frequenter usus est in secundo libro; in quo de portionibus conoidis rectanguli tractatur.* B

Quoniã igitur unaquæq; sphæræ portio axẽ habet in linea, quæ à cẽtro sphæræ ad eius basim perpẽdicularis ducitur.] *Iungatur enim b c, & k l secet circunferentiam a b c d in puncto g; lineam uero rectam b c in m. & quoniam duo circuli a b c d, e f b secant se se in punctis b c; recta linea, quæ ipsorum centra coniungit, uidelicet k l lineam b c bifariam, & ad angulos rectos secat: ut in commentarijs in Ptolemæi planisphærium ostendimus. quare portionis circuli b n c diameter est m n; & portionis b g c diameter m g: nam rectæ lineæ, quæ ipsi b c æquidistantes ex utraque parte ducuntur, cum linea n g rectos angulos faciunt; & idcirco ab ipsa bifariam secantur. portionis igitur sphæræ b n c axis est n m; & portionis b g c axis m g. ex quo sequitur, portionis in humido demersæ axem esse in linea k l; ipsam scilicet n g. & cum grauitatis centrum cuiuslibet sphæræ portionis sit in axe; quod nos in libro* C 29. primi 3. tertii.

de centro grauitatis solidorum demonstrauimus: erit magnitudinis ex utrisque portionibus b n c, b g c constantis; hoc est portionis in humido demersæ grauitatis centrum in linea n g, quæ ipsarum sphæræ portionum centra grauitatis coniungit. si enim fieri potest, sit extra lineam n g, ut in q: sitq; portionis b n c centrum grauitatis u; & ducatur u q. Quoniam igitur à portione in humido demersa aufertur sphæræ portio b n c, non habens idem centrum grauitatis: erit ex octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum, reliquæ portionis b g c centrum in linea u q



producta. quod fieri non potest; est enim in axe ipsius m g. sequitur ergo ut portionis in humido demersæ centrum grauitatis sit in linea n k. quod ostendendum proposuimus.

D Sed totius portionis grauitatis centrum est in linea f t, inter k, & f, quod sit x.] *Compleatur sphæra, ut sit portionis additæ axis t y; & centrũ grauitatis z. Itaque quoniã à tota sphæra, cuius grauitatis cẽtrum est k, ut etiam in eodem libro demõstrauimus, aufertur portio e y h centrũ grauitatis habens z: erit reliquæ portionis e f h cẽtrũ in linea z k producta. quare inter k & f necessario cadet.*

8. primi Archimedis.

E Reliquæ ergo figuræ, quæ est extra humidum, centrum erit in linea r x producta.] *Ex eadem octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum.*

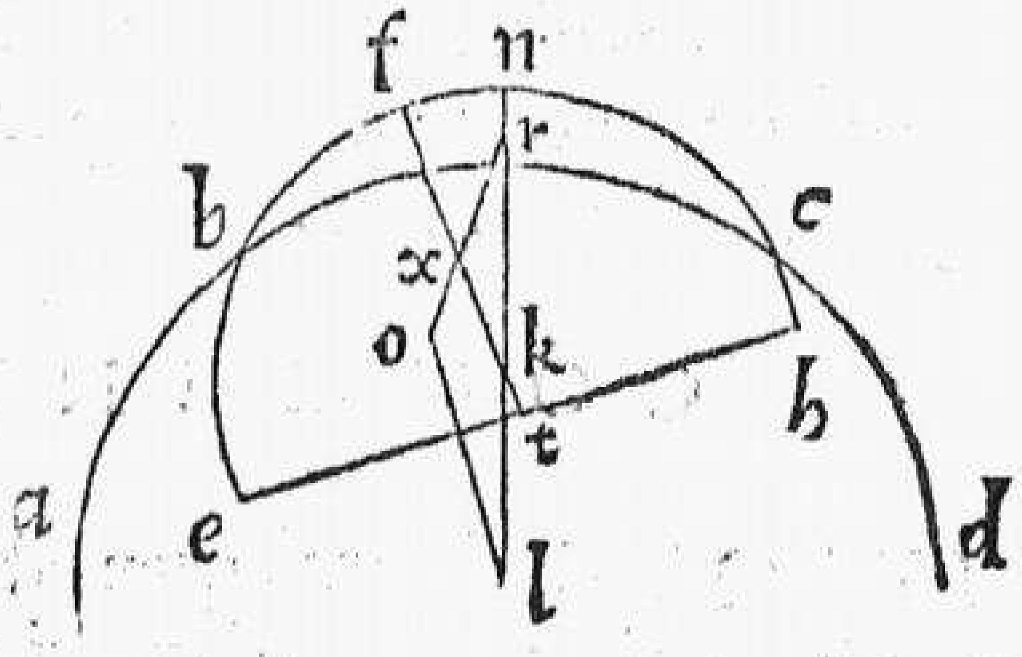
F Feretur ergo grauitas, figuræ quidem quæ extra humidum per rectam s l deorsum; portionis autem, quæ in humido sursum per rectam r l.] *Ex antecedenti positione. magnitudo enim, quæ in humido demersa est, tanta ui per lineam r l sursum fertur, quanta quæ extra humidum per lineam s l, deorsum: id quod ex propositione sexta huius libri constare potest. & quoniam feruntur per alias, atque alias lineas;*

neas; neutra alteri obsistit, quo minus moueatur; idq; continenter fiat, dum portio in rectum fuerit constituta: tunc enim utrarumque magnitudinum grauitatis centra in unam, eandemq; perpendicularum conueniunt, uidelicet in axem portionis: & quanto conatu, impetuue ea, quæ in humido est sursum, tanto quæ extra humidum deorsum per eandem lineam contendit. quare cum altera alteram non superet, non amplius mouebitur portio; sed consistet, manebitq; in eodem semper situ; nisi forte aliqua caussa extrinsecus accesserit.

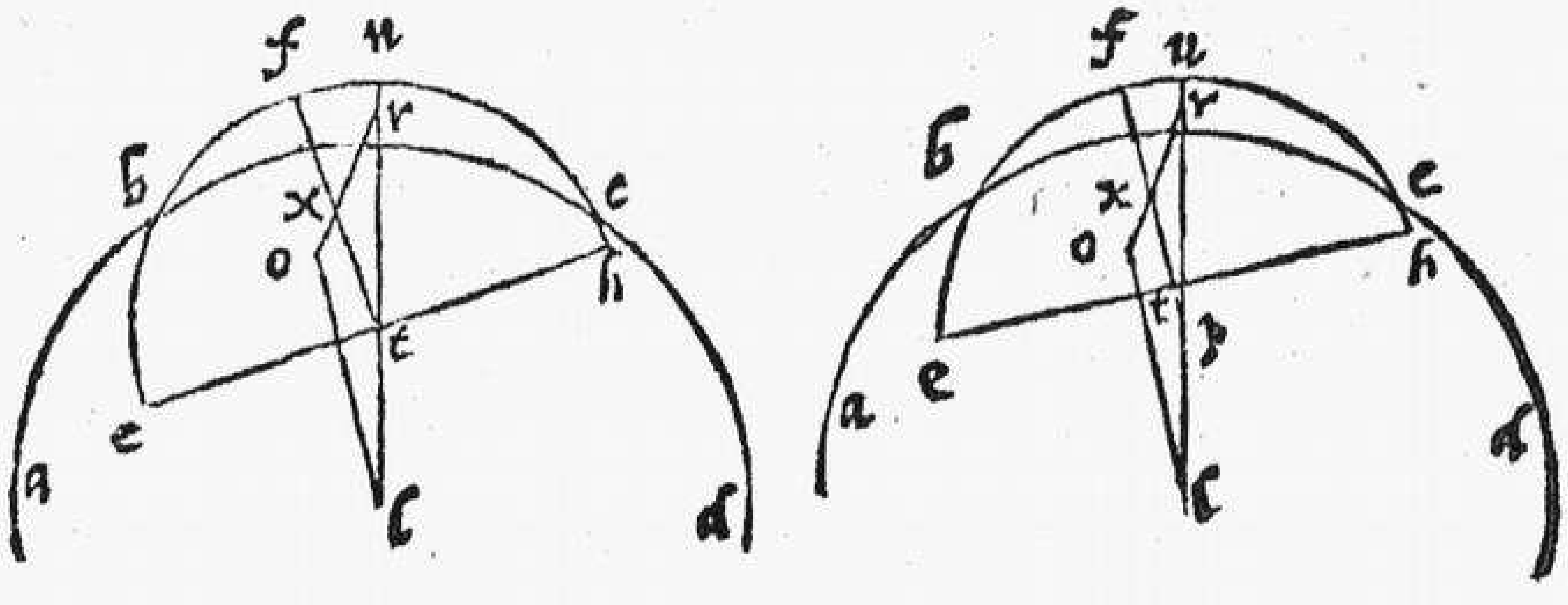
PROPOSITIO IX.

QVÒD si figura humido leuior in humidum demittatur, ita ut basis tota sit in humido; insidebit recta, ita ut axis ipsius secundum perpendicularem constituatur.

INTELLIGATVR enim magnitudo aliqua, qualis dicta est, in humidum demissa: & intelligatur planum per axem portionis, & per centrum terræ ductum: sitq; superficiei quidem humidi sectio a b c d circunferentia; figuræ autem sectio circunferentia e f h: & sit e h recta linea: & axis portionis f t. Si igitur fieri potest, non sit f t secundum perpendicularem. Demonstrandum est non manere figuram; sed in rectum restitui. est autem centrum sphæræ in linea f t: rursus enim sit figura primo maior dimidia sphæra: & sphæræ centrũ in dimidia sphæra sit punctum t, in minore portione p; in maiori uero sit k: & per k, & terræ centrum l ducatur k l. Itaque figura quæ est



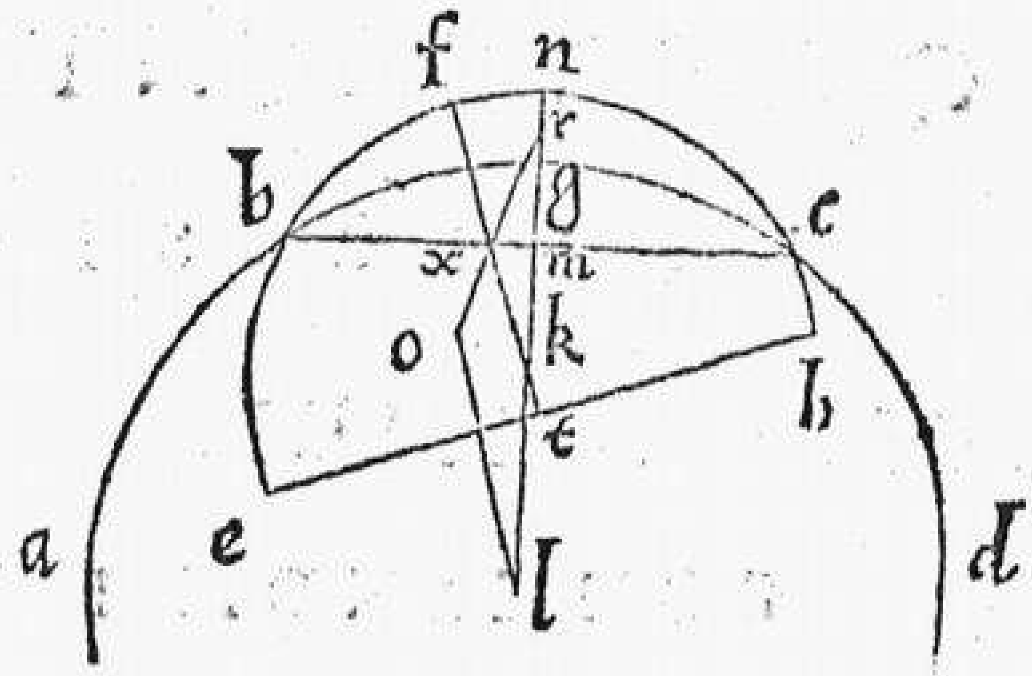
extra humidi superficiem, axem habet in perpendiculari per k: & propter ea, quæ superius dicta sunt, centrum grauitatis ipsius est in linea n k, quod sit r; totius autem portionis centrum grauitatis est in linea f t, inter k & f, quod sit x. reliquæ ergo figuræ, eius scilicet, quæ est in humido, centrum erit in recta linea r x producta ad partes x; & assumpta ex ea linea quadam, quæ ad x r eandem habeat proportionem, quam grauitas portionis, quæ est extra humidum, ad grauitatem figuræ, quæ in humido. Sit autem o centrum dictæ figuræ: & per o perpendicularis ducatur l o. Feretur ergo grauitas portionis quidem, quæ est extra humidum, per rectam r l deorsum; figuræ autem, quæ in humido, per rectam o l sursum. non manet igitur figura; sed partes eius, quæ sunt ad h, deorsum ferētur; & quæ ad e sursum. atque hoc semper erit, donec f t secundum perpendicularem fiat.



COMMENTARIVS.

A ITAQVE figura, quæ est extra humidi superficiem, axem habet in perpendiculari per k.]

DVCATVR enim b c, quæ secet lineam n k in m: ipsa uero n k circunferentiam a b c d secet in g. eodem modo, quo supra, demonstra *monstrabimus portionis sphæræ b n c axem esse ipsam n m: & portionis b g c axem g m. quare centrum grauitatis utriusque, erit in linea n m. & quoniam à portione b n c aufertur portio b g c, non habens idem grauitatis centrũ: reliquæ magnitudinis, quæ est extra humidi superficiem, centrum grauitatis erit in linea*



n k; quæ scilicet earum portionum centra grauitatis coniungit: ex eadem octaua Archimedis.

ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA

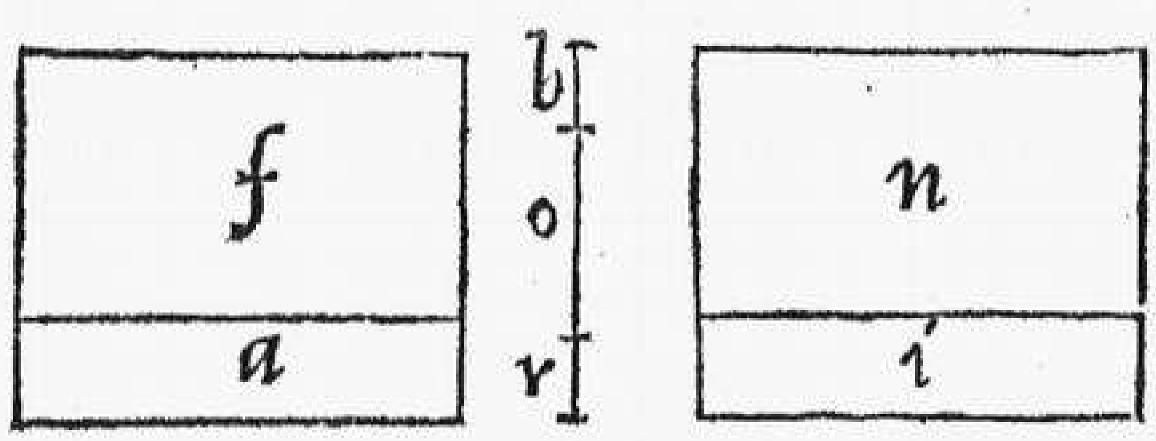
LIBER SECVNDVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

PROPOSITIO I.

SI magnitudo aliqua humido leuior demittatur in humidum, eam in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quã pars magnitudinis demerſa habet ad totam magnitudinem.

DEMITTATVR enim in humidum aliqua magnitudo ſolida, quæ ſit fa, leuior humido: & pars quidem ipſius demerſa ſit a; quæ autem extra humidum f. demonſtrandum eſt, magnitudinem f a ad humidum æqualis molis eam in grauitate proportionem habere, quam habet



a ad f a. accipiatur enim aliqua humidi magnitudo n i

æqualis

æqualis magnitudini f a; sitq; ipsi f æqualis n: & ipsi a æqualis i. magnitudinis autem f a grauitas sit b: & magnitudinis n i grauitas o r; & ipsius i sit r. magnitudo igitur f a ad n i eam proportionem habet, quam grauitas b ad grauitatem o r. Sed quoniam magnitudo f a in humidum demissa leuior est humido; patet tantam humidi molem, quanta est pars magnitudinis demersa, eandem quam magnitudo f a habere grauitatem. hoc enim superius demonstratum est. At ipsi a respondet humidum i, cuius quidem grauitas est r; & ipsius f a grauitas b. ergo b grauitas eius, quod habet molem æqualem toti magnitudini f a, æqualis erit grauitati humidi i, uidelicet ipsi r. Et quoniam ut magnitudo f a ad humidum n i sibi respondens, ita est b ad o r: est autem b æqualis ipsi r: & ut r ad o r, ita i ad n i; & a ad f a. Sequitur ut f a ad humidum æqualis molis eam in grauitate proportionem habeat, quam magnitudo a habet ad f a. quod demonstrare oportebat.

5. primi huius.

11. quinti

PROPOSITIO II.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quam sesquialterum eius, quæ usque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; & posita inclinata, non manebit inclinata; sed recta restituetur. Rectam dico consistere talem portionem, quando planum quod ipsam secuit, superficiei humidi fuerit æquidistans. A

SIT portio rectanguli conoidis, qualis dicta est; & iaceat inclinata. Demonſtrandum eſt non manere ipſam; ſed rectam reſtitui. Itaque ſecta ipſa plano per axem, recto ad planum, quod eſt in ſuperficie humidi, portionis ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio: axis portionis, & ſectionis diameter n o: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit i s. Si igitur portio non eſt recta; non utique erit a l ipſi i s æquidiſtans. quare n o cum i s non faciet angulos rectos.

Suppleta a Federico Cōm. ducatur ergo k ω contingens ſectionem coni in p [quæ ipſi i s æquidiſtet: & à puncto p ad i s ducatur p f æquidi

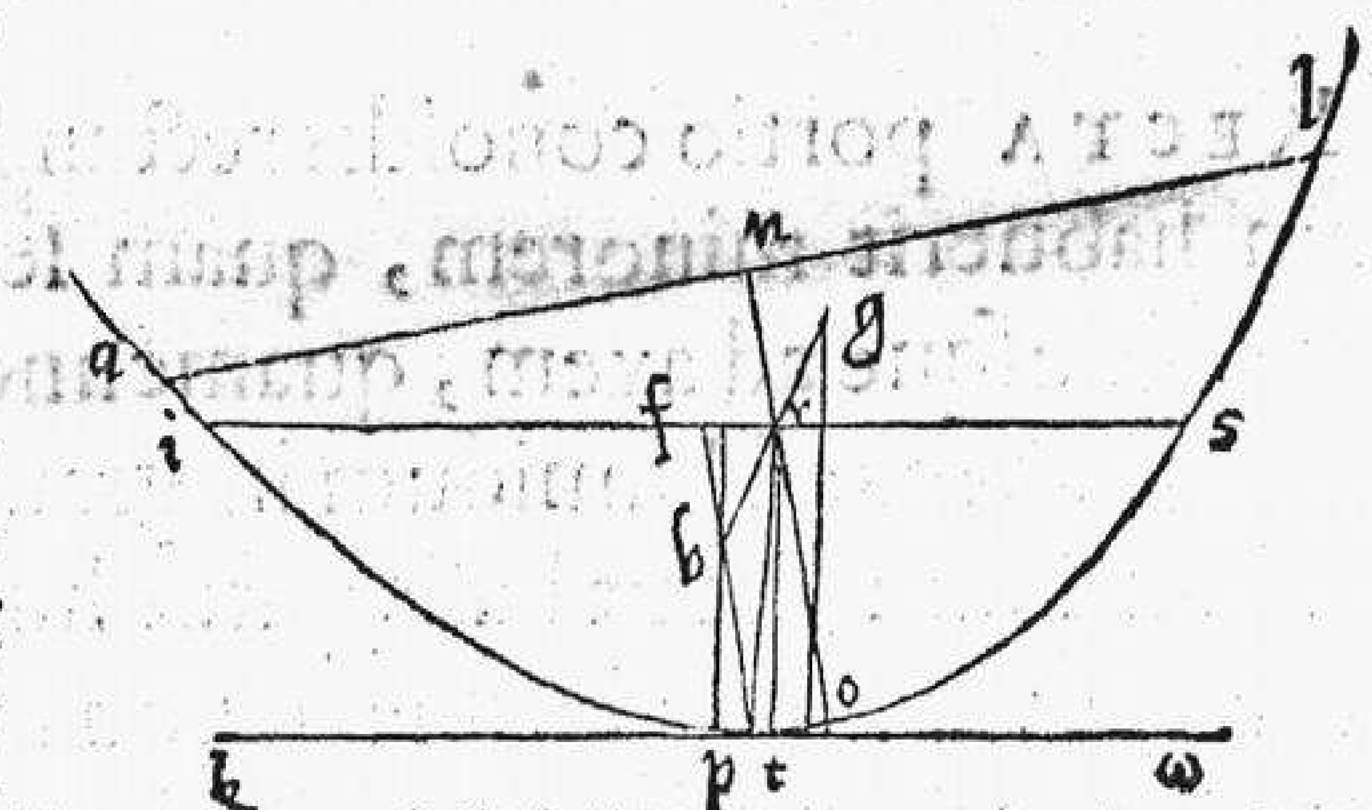
B ſtans ipſi o n, quæ erit ſectionis i p o s diameter, & axis portionis in humido demerſæ. ſumantur deinde centra graui

C tatum: ſitq; ſolidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrū

D r; ipſius uero i p o s centrum ſit b: & iuncta b r producatur ad g, quod ſit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a. Quoniam igitur n o ipſius quidem r o ſeſquialtera eſt;

E eius autē, quæ uſque ad axē minor, quam ſeſquialtera; erit

F r o minor, quàm quæ uſque ad axem. Quare angulus r p ω acutus erit: cum enim linea, quæ uſque ad axem maior ſit ipſa r o; quæ à puncto r ad k ω perpendicularis ducitur, uidelicet r t, cū linea f p extra ſectionem conueniet: & propterea inter p & ω puncta cadat neceſſe eſt. Itaq; ſi per b g ducantur lineæ ipſi r t æquidiſtantes; angulos rectos cum



G ſuperficie humidi continebunt; & quod in humido eſt ſurſum feretur ſecundum perpendicularem, quæ per b ducta eſt, ipſi r t æquidiſtans: quod uero eſt extra humidum ſecundum

cundum eam, quæ per g, deorſum feretur; & non ita manebit ſolidum a p o l: nam quod eſt ad a feretur ſurſum; & quod ad b deorſum, donec n o ſecundum perpendicularem conſtituatur.]

COMMENTARIVS.

DESIDERATVR *propoſitionis huius demonſtratio, quam nos etiam ad Archimedis figuram apposite reſtituimus, commentarijsque illuſtrauimus.*

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axẽ] *In tranſlatione mendoſe legebatur. maiorem quàm ſeſquialterum: & ita legebatur in ſequenti propoſitione. eſt autem recta portio conoidis, quæ plano ad axem recto abſcinditur: eâmque rectam tunc conſiſtere dicimus, quando planum abſcindens, uidelicet baſis planum, ſuperficiei humidi æquidiſtans fuerit.* A

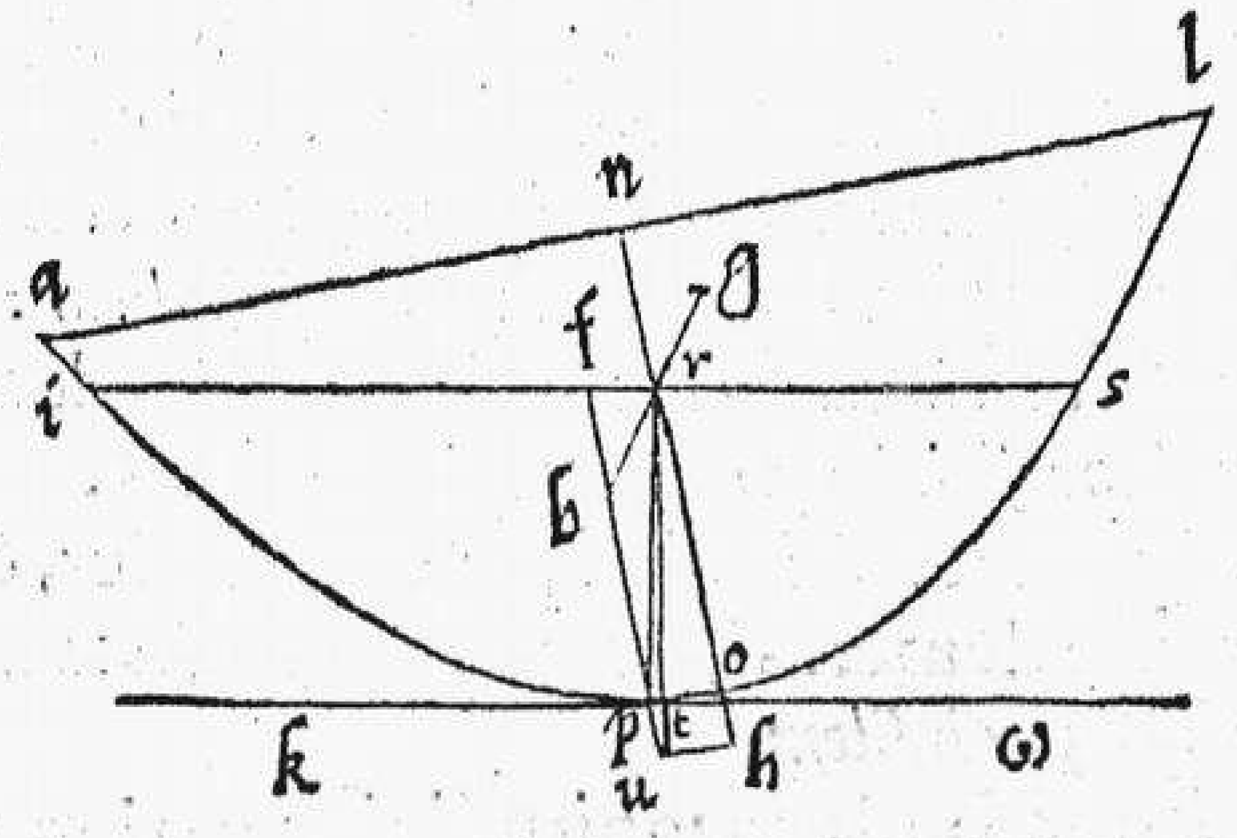
Quæ erit ſectionis i p o s diameter, & axis portionis in humido demerſæ] *ex 46 primi conicorum Apollonij: uel ex corollario 51 eiuſdem.* B

Sitque ſolidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrum r, ipſius uero i p o s centrum ſit b.] *Portionis enim conoidis rectanguli centrum grauitatis eſt in axe, quem ita diuidit, ut pars eius, quæ ad uerticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad baſim, ſit dupla: quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione 29 demonſtrauimus. Cum igitur portionis a p o l centrum grauitatis ſit r, erit o r dupla r n: & propterea n o ipſius o r ſeſquialtera. Eadem ratione b centrum grauitatis portionis i p o s eſt in axe p f, ita ut p b dupla ſit b f.* C

Et iuncta b r producatur ad g, quod ſit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a] *Si enim linea b r in g producta, habeat g r ad r b proportionem eam, quam conoidis portio i p o s ad reliquam figuram, quæ ex humidi ſuperficie extat: erit punctum g ipſius grauitatis centrum, ex octaua Archimedis.* D

E Erit r o minor, quàm, quæ uſque ad axem] *Ex decima propoſitione quinti libri elementorum. Linea, quæ uſque ad axem apud Archimedem, eſt dimidia eius, iuxta quam poſſunt, quæ à ſectione ducuntur; ut ex quarta propoſitione libri de conoidibus, & ſphæroidibus apparet. cur uero ita appellata ſit, nos in commentarijs in eam editis tradidimus.*

F Quare angulus r p ω acutus erit] *producatur linea n o ad h; ut ſit r h æqualis ei, quæ uſque ad axem. ſi igitur à puncto h ducatur linea ad rectos angulos ipſi n h, conueniet cum f p extra ſectionem: ducta enim per o ipſi a l æquidiſtans, extra ſectionem cadit ex decima ſeptima primi libri conicorum. Itaque conueniat in u. & quoniam f p eſt æquidiſtans diametro; h u uero ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ uſq; ad axẽ, linea à puncto r ad u ducta angulos rectos faciet cum ea, quæ ſectionem in puncto p contingit, hoc eſt cum k ω, ut mox demonſtrabitur. quare perpendicularis r t inter p & ω cadet; eritque r p ω angulus acutus.*



Sit rectanguli coni ſectio, ſeu parabole a b c, cuius diameter b d: atque ipſam contingat linea e f in puncto g: ſumatur autem in diametro b d linea h k æqualis ei, quæ uſque ad axem: & per g ducta g l, diametro æquidiſtante, à puncto k ad rectos angulos ipſi b d ducatur k m, ſecans g l in m. Dico lineam ab h ad

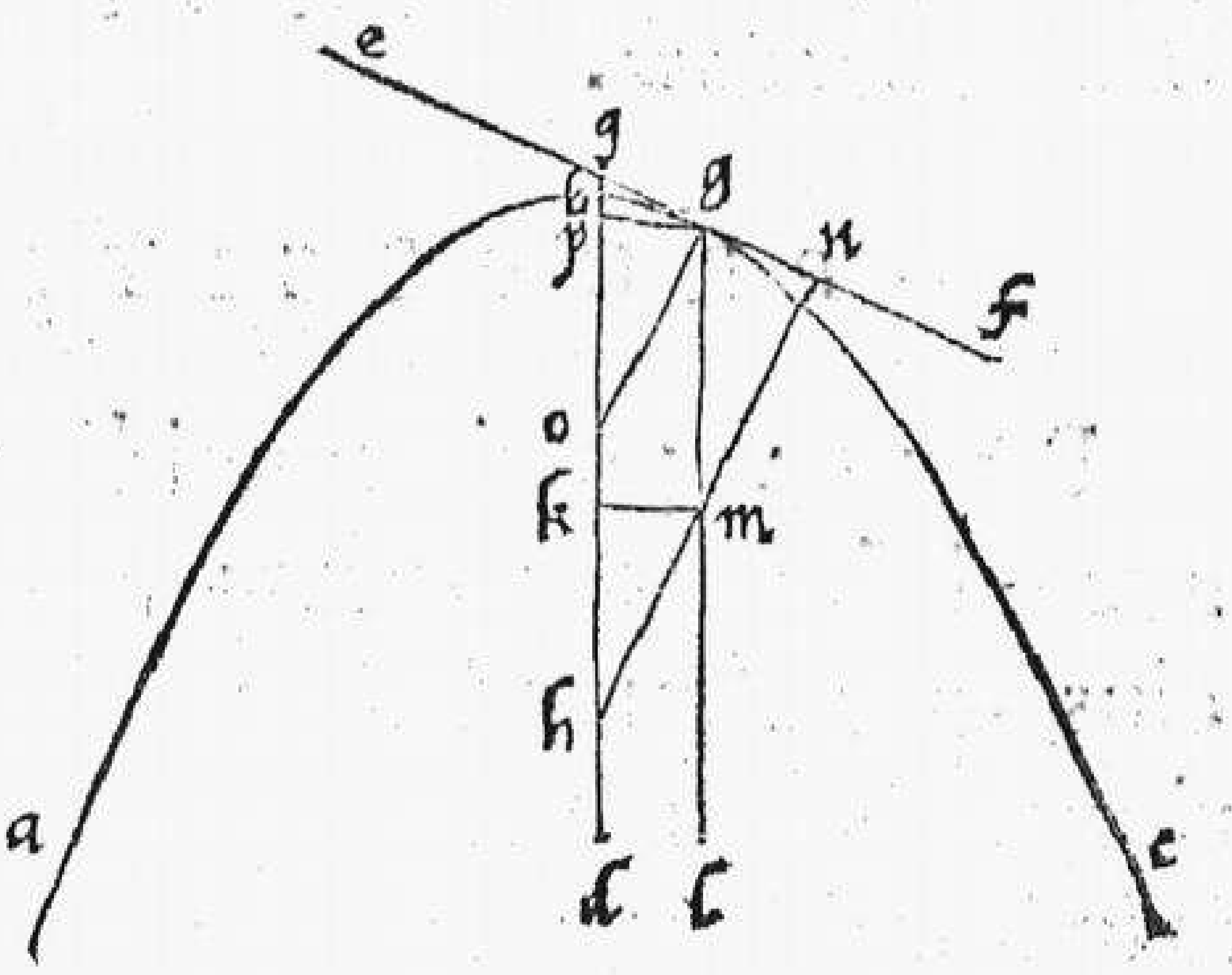
m pro

m productam perpendicularem esse ad ipsam e f, quam quidem secet in n.

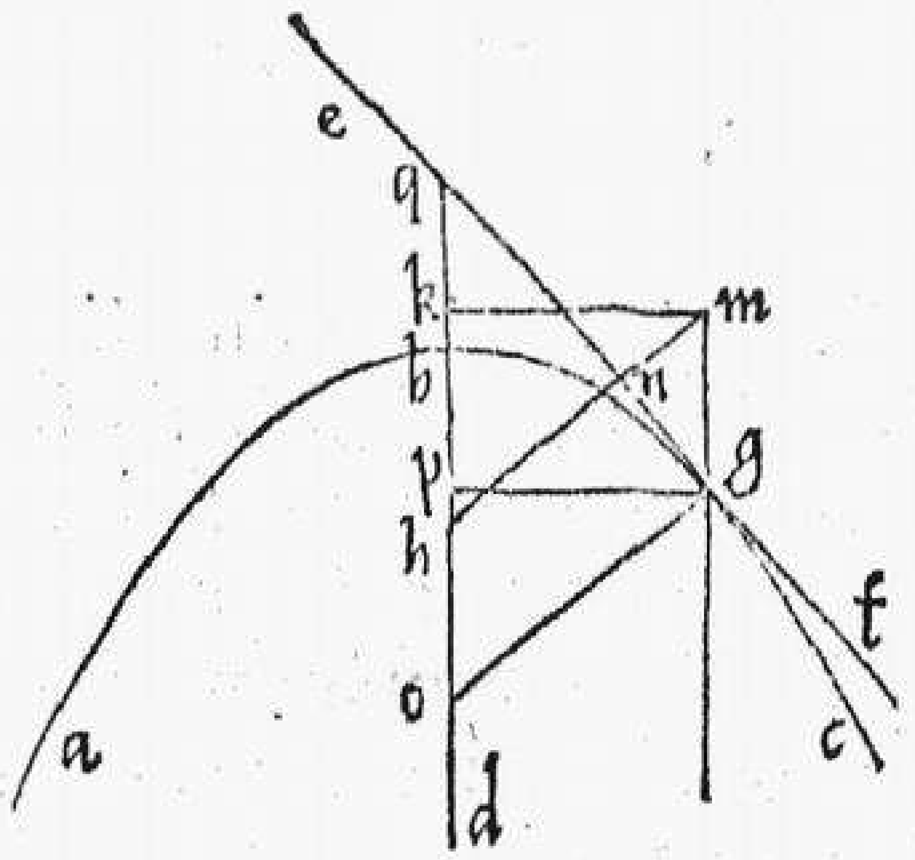
DVCATVR *enim à puncto g linea g o ad rectos angulos ipsi e f, diametrum in o secans: & rursus ab eodem puncto ducatur g p ad diametrum perpendicularis: secet autem ipsa diameter producta lineã e f in q. erit p b ipsi b q æqualis, ex trigesimaquinta primi conicorum: & g p proportionalis ĩter q p, p o quare quadratũ g p rectangulo o p q æquale erit: sed etiã æquale est rectangulo cõtento ipsa p b, & linea, iuxta quã possunt, quæ à sectione ad diametrũ ordinatim ducuntur, ex undecima primi conicorum. ergo quæ est proportio q p ad p b eadem est lineæ, iuxta quã possunt, quæ à sectione ducũtur ad ipsam p o: est autem q p dupla p b: cũ sint p b, b q æquales, ut dictum est. Linea igitur iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur ipsius p o dupla erit: & propterea p o æqualis ei, quæ usque ad axem, uidelicet ipsi k h: sed est p g æqualis k m; & angulus o p g angulo h k m; quòd uterque rectus. quare & o g ipsi h m est æqualis: & angulus p o g angulo k h m. æquidistantes igitur sunt o g, h m:*

cor. 8. sexti.

17. sexti.



14. sexti.



32. primi

4. primi.

28

29, primi *angulus h n f æqualis angulo o g f: quòd cum ſit g o perpendicularis ad e f, & h n ad eandem perpendicularis erit. quod demonſtrare oportebat.*

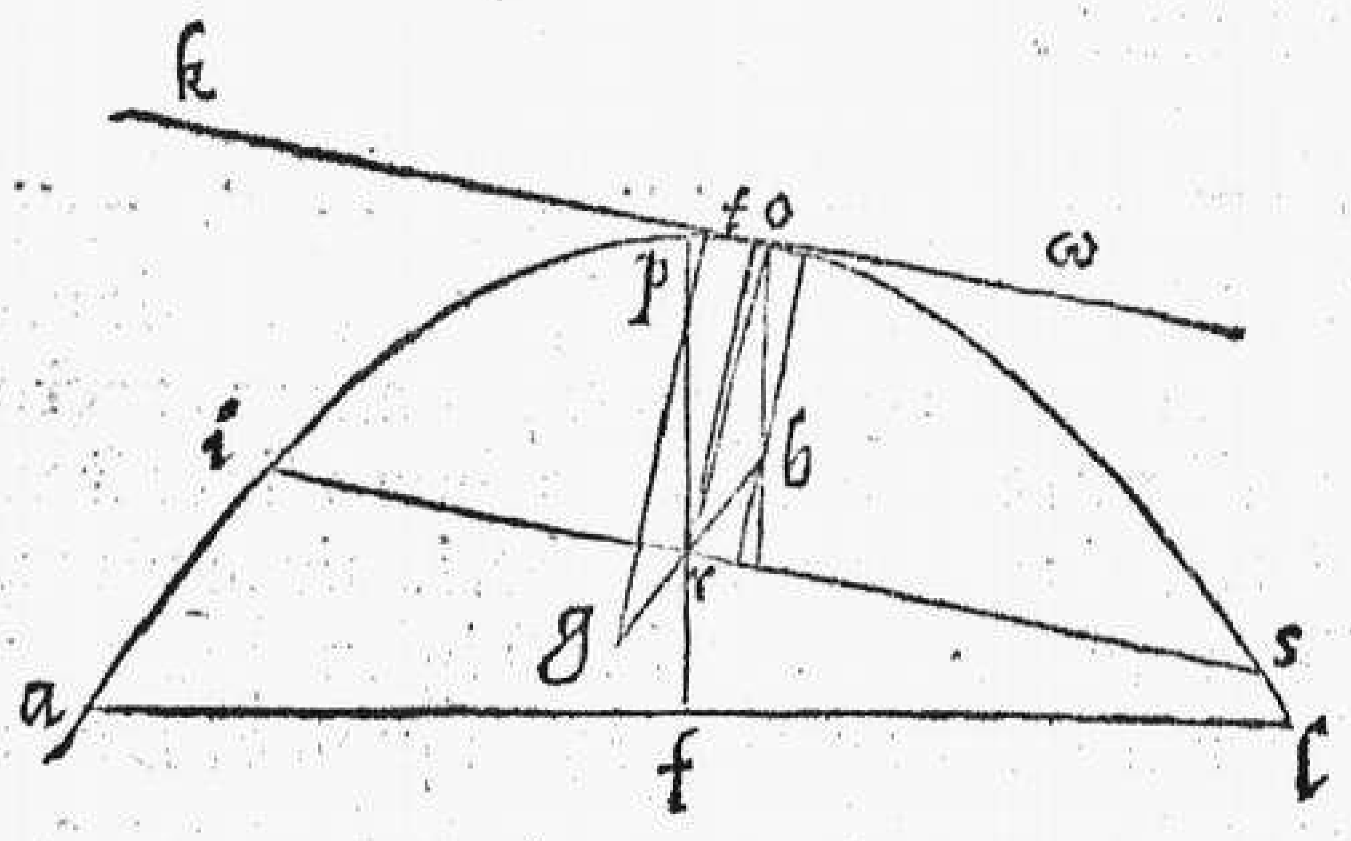
G Et quod in humido eſt ſurſum feretur ſecundum perpendicularem, quæ per b ducta eſt ipſi r t æquidiſtans.] *Cur hoc quidem ſurſum, illud uero deorſum per lineam perpendicularem feratur, diximus ſupra in octauam primi libri huius. quare neque in hac, neque in alijs, quæ ſequuntur, eadem iterare neceſſarium exiſtimauimus.*

PROPOSITIO III.

RECTA portio conoidis rectanguli quando axem habuerit minorem, quam ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demiſſa in humidum, ita ut baſis ipſius tota ſit in humido; & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, ut axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

DEMITTATVR enim aliqua portio in humidum, qualis dicta eſt: ſitq; ipſius baſis in humido: & ſecta ipſa plano per axẽ, recto ad ſuperficiẽ humidi, ſit ſectio a p o l rectanguli coni ſectio: axis portionis, & ſectionis diameter p f: ſuperficiei autem humidi ſectio ſit i s. Quòd ſi inclinata iaceat portio, non erit axis ſecundum perpendicularem. ergo p f cum i s angulos rectos non faciet. Itaque ducatur linea quędã k ω æquidiſtans ipſi i s; contingensq; ſectionẽ a p o l in o: & ſolidæ quidẽ magnitudinis a p o l ſit r grauitatis centrum: ipſius autem i p o s centrum ſit b: iun-

b. iunctaq; b r producatur: & sit g centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a. similiter demonstrabitur angulum r o k acutũ esse: & perpendicularẽ ab r ad k ω ductam cadere inter k & o, quæ sit r t. si autem à punctis g b ducantur ipsi r t æquidistantes; pars quidem solidæ magnitudinis,

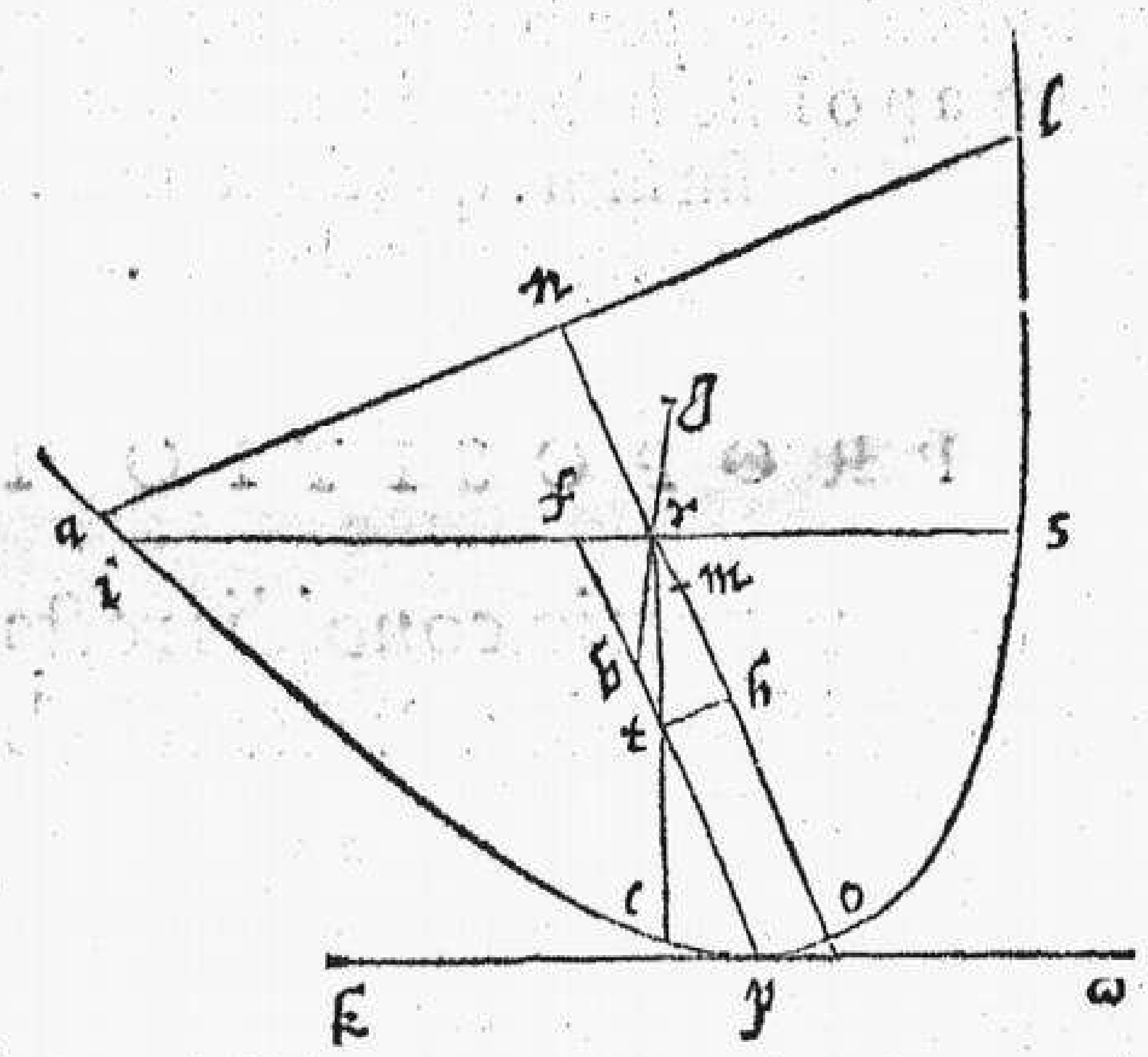


quæ in humido est, sursum feretur secundum perpendicularem per g ductam: quæ autem extra humidum secundũ perpendicularem per b deorsum feretur: & non manebit solidum a p o l sic habens in humido: sed quod quidem est ad a feretur sursum: quod autem ad l deorsum, donec p f fiat secundum perpendicularem.

PROPOSITIO IIII.

Recta portio conoidis rectanguli, quando fuerit humido leuior, & axem habuerit maiorẽ, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem: si in grauitate ad humidum æqualis molis non minorem proportionem habeat ea, quàm quadratũ, quod sit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axẽ, habet ad quadratum, quod ab axe; demissa in humidum, ita ut baſis ipſius humidum non contingat; & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur.

SIT portio conoidis rectanguli, qualis dicta eſt: & demiſſa in humidum, ſi fieri poteſt, non ſit recta; ſed inclinata: ſecta autem ipſa plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, portionis quidem ſectio ſit rectanguli coni ſectio a p o l, axis portionis, & ſectionis diameter n o; & ſuperficiei humidi ſectio ſit i s. ſi igitur portio non eſt recta, nõ faciet n o cum i s angulos æquales. Ducatur k ω contingens rectanguli coni ſectionem in p; æquidiſtanſq; ipſi i s: & à puncto p ipſi o n æquidiſtans ducatur p f. Itaque ſumantur centra grauitatum: & ſolidi quidem a p o l centrum ſit r; eius autem, quod intra humidum, centrum b: iunctaq; b r producatur ad g, ut g ſit centrũ grauitatis ſolidi, quod extra humidum. Quoniam igitur n o ipſius quidem r o ſeſquialtera ẽ; eius autẽ, quæ uſque ad axẽ maior, quàm ſeſquialte-



io.quinti ra: patet r o maiorẽ eſſe, quàm quæ

A uſq; ad axẽ. Sit ei, quæ uſque ad axẽ

B æqualis r h: & o h dupla ipſius h m. quòd cũ n o ipſius r o

19.quinti ſeſquialtera ſit; itemq; m o ipſius o h: & reliqua n m reliquæ r h ſeſquialtera erit. ergo axis tanto maior eſt, quàm

ſeſqui-

ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, quanta eſt linea m o. Ponebatur autem portio ad humidum æqualis molis non minorem in grauitate proportionem habere, quàm quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis eſt maior, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe. quare conſtat portionem ad humidum in grauitate non minorem proportionem habere, quàm quadratum lineæ m o ad quadratum ipſius n o. Sed quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem portio ipſius demerſa habet ad totam portionem: hoc enim C
ſupra demonſtratum eſt: & quam proportionem habet de D
merſa portio ad totam, eam quadratum p f habet ad n o quadratum: cum demonſtratum ſit in iis, quæ de conoidibus, & ſphæroidibus, ſi à rectangulo conoide duæ portiones planis quomodocunque ductis abſcindantur, portiones inter ſe eandem habere proportionem, qnàm quadrata, quæ ab ipſorum axibus conſtituuntur. non minorem ergo proportionẽ habet quadratum p f ad quadratũ n o, quàm quadratum m o ad idem n o quadratum. quare E
p f non eſt minor ipſa m o; nec b p item minor h o. Si F
igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipſi n o, coi- G
bit cum b p, atque inter b, & p cadet. coeat in t. & quo H
niam p f quidem æquidiſtans eſt diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ uſque ad axem: ducta linea ab r ad t & producta angulos rectos faciet cum linea ſectionem in puncto p contingente. quare & cum i s, & cum humidi ſuperficie, quæ per i s tranſit. Itaque ſi per b g puncta lineæ ipſi r t æquidiſtantes ducantur, angulos rectos facient cum ſuperficie humidi: & quod quidem in humido eſt ſolidum conoidis feretur ſurſum ſecundum eam, quæ per b ducta fuerit ipſi r t æquidiſtans: quod autem extra humidum, ſecundum eam, quæ per g deorſum feretur. atque hoc tandiu fiet, quoad conoides rectum conſtituatur.

A Sit ei, quæ usque ad axem æqualis r h.] *Ita legendum est, non r m, ut translatio habet, quod ex ijs, quæ sequuntur, manifeste constare potest.*

B Et o h dupla ipsius h m.] *In translatione mendose legebatur, o n dupla ipsius r m.*

C Hoc enim supra demonstratum est.] *In prima huius.*

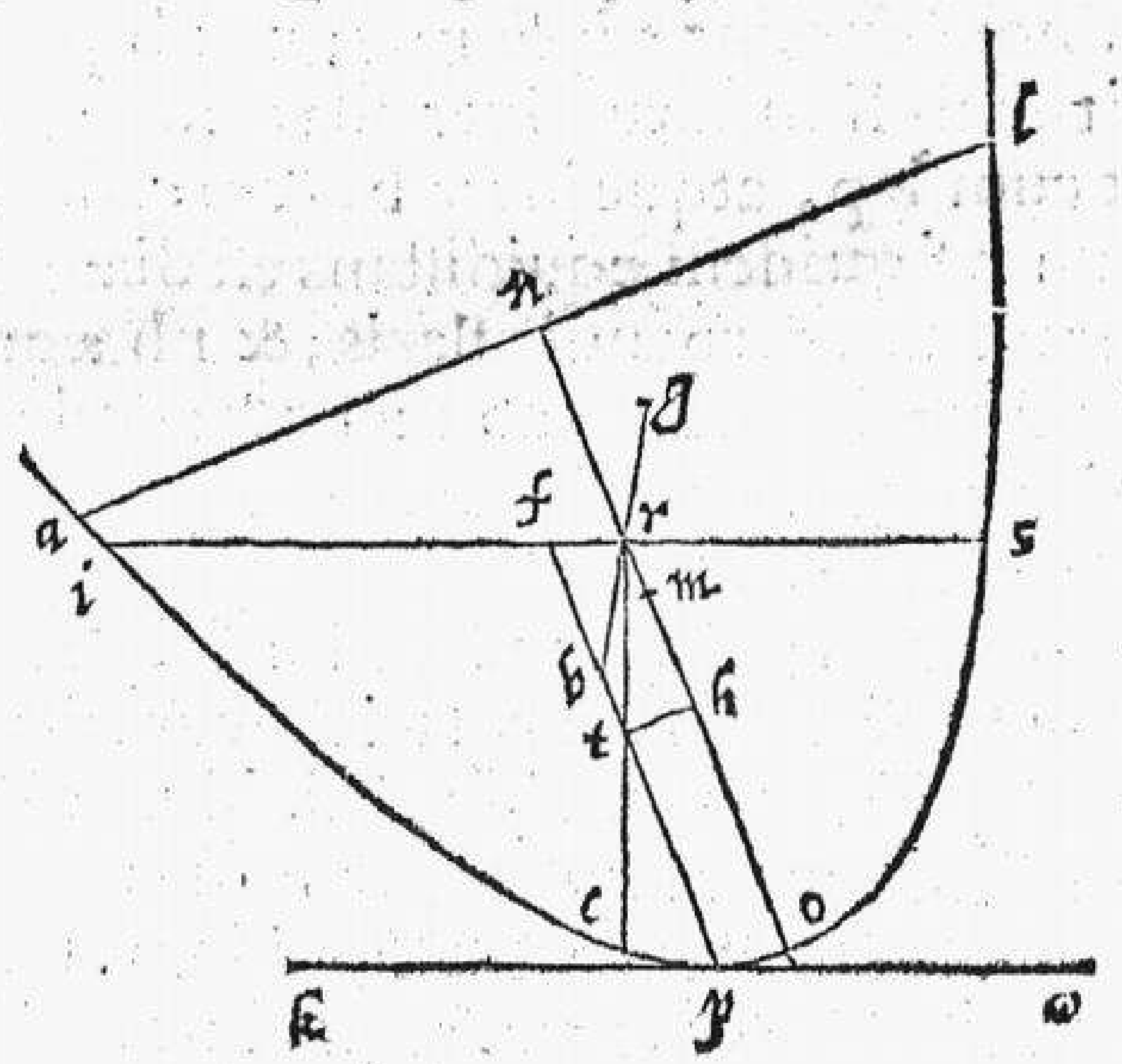
D Et quam proportionem habet demersa portio ad totã, eam quadratum p f habet ad n o quadratum.] *Hoc loco in translatione non nulla desiderabantur, quæ nos restituimus. Illud autem ab Archimede demonstratum est in libro de conoidibus & sphæroidibus propositione 26.*

E Quare p f non est minor ipsa m o.] *Nam ex decima quinti sequitur, quadratum p f non esse minus quadrato m o. quare neque linea p f minor erit linea m o ex 22 sexti.*

F Nec b p item minor h o.] *Est enim ut p f ad p b, ita m o, ad h o: & permutando, ut p f ad m o, ita b p, ad h o. sed p f non*

14. quinti *est minor m o, ut ostensum est. ergo neque b p ipsa h o minor erit.*

G Si igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipsi n o, coibit cum b p, atque inter b & p cadet.] *Corruptus erat hic locus in translatione. Illud uero ita demonstrabitur. Quoniam p f non est minor o m, nec p b ipsa h o; si ponatur p f æqualis o m; & p b, ipsi h o æqualis erit.*



quare

quare per o ducta ipsi a l æquidistans cadet extra sectionem ex 17. primi conicorum: & cum b p producta coibit infra p. ergo & perpendicularis ducta per h cum eadem infra b coibit, atque inter b & p necessario cadet. multo autem magis illud idem sequetur, si ponamus p f ipsa o m maiorem esse.

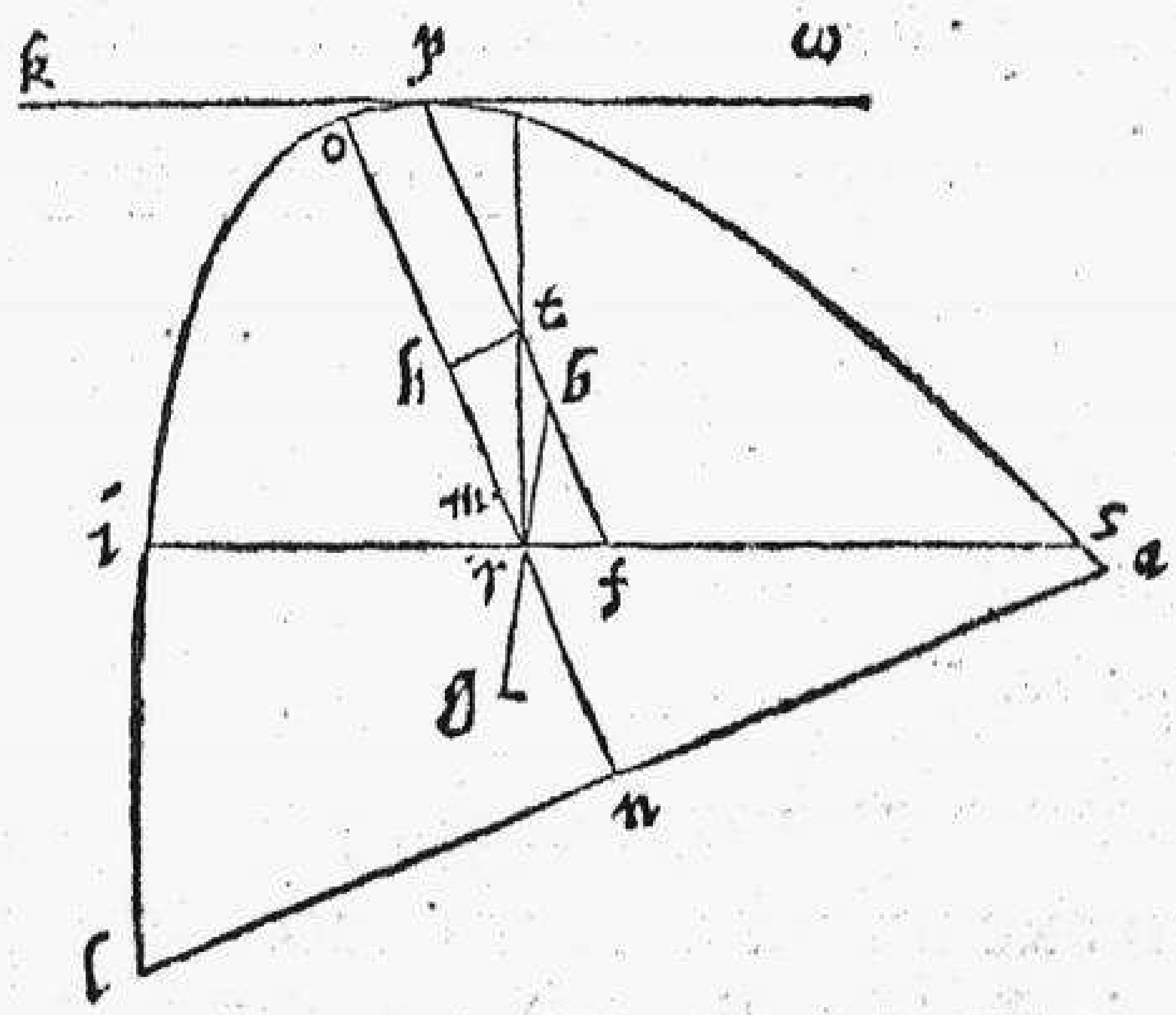
Et quoniam p f quidem æquidistans est diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & r h æqualis ei, quæ usque ad axem, ducta linea ab r ad e, & producta angulos rectos facere cum linea sectionem in p contingente.] H *Hoc superius à nobis demonstratum est in secundam huius.*

PROPOSITIO V.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; si ad humidum in grauitate non maiorem proportionē habeat, quàm excessus, quo quadratum quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius tota sit in humido; & posita inclinata non manebit inclinata, sed restituetur ita, ut axis ipsius secundum perpendicularem fiat.

DEMITTATVR enim in humidum portio aliqua, qualis dicta est: & sit basis ipsius tota in humido. Secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, erit sectio rectanguli coni sectio, quæ sit a p o l; axis portionis,

& sectionis diameter n o : superficiei autem humidi sectio sit i s. Quoniam igitur axis non est secundum perpendicularem; ipsa n o cum i s non faciet angulos æquales. Ducatur k ω contingens sectionem a p o l in p; atque ipsi i s æquidistans: per p autem ducatur p f æquidistãs ipsi n o: & sumantur grauitatum centra: sitq; ipsius a p o l solidi centrum r; eius quod extra humidum sit b: & iuncta b r producatur ad g, quod sit centrum grauitatis solidi ĩ humido demersi: sumatur præterea r h æqualis ei, quæ usque ad axẽ: o h autem dupla ipsius h m; & alia fiãt, sicuti superius dictum est. Itaque cum portio ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habere ponatur, quã



excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipsum n o quadratum: & quam proportionem in grauitate portio habet ad humidum æqualis molis, eandem habeat magnitudo portionis demersa ad totam portionem, quod demonstratum est in prima propositione: magnitudo demersa non maiorem proportionem habebit ad totam portionem, quàm sit dicta illa proportio. quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam quæ est extra humidum, quàm quadratum n o ad quadratum m o. habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum

11.quinti.

A

B

dratum

dratum n o ad quadratum p f. quadratum igitur n o ad quadratum p f non maiorem proportionem habet, quàm ad quadratum m o. ex quo efficitur, ut p f non sit minor ipsa o m; neque p b ipsa o h. quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipsi n o, coibit cum b p inter p & b. coeat in t. & quoniam in rectanguli coni sectione p f est æquidistans diametro n o; h t autem ad diametrum perpēdicularis: & r h æqualis ei, quæ usque ad axem: constat r t productam facere angulos rectos cum ipsa k p ω. quare & cum i s. ergo r t perpendicularis est ad superficiem humidi. et si per b g puncta ducantur æquidistantes ipsi r t, ad superficiem humidi perpendiculares erunt. portio igitur, quæ est extra humidum, deorsum in humidum feretur secundum perpendicularem per b ductam; quæ uero intra humidum secundum perpendicularem per g sursum feretur: & non manebit solida portio a p o l, sed intra humidum mouebitur, donec utique ipsa n o secundum perpendicularem fiat. C D

COMMENTARIVS.

Quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam, quæ est extra humidum, quàm quadratum n o ad quadratum m o] *Cum enim magnitudo portionis in humidum demersa ad totam portionem non maiorem proportionem habeat, quàm excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipsum n o quadratum: conuertendo per uigesimāsextam quinti elementorum ex traditione Campani, tota portio ad magnitudinem demersam non minorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad excessum, quo ipsum quadratum n o excedit quadratum m o. Intelligatur portio, quæ extra humidum, magnitudo prima: quæ in humido demersa est, secunda: tertia autem magnitudo sit quadratum m o: & excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o sit quarta. ex his igitur magnitudinibus, primæ & secundæ ad secun-* A *dam non minor est proportio, quàm tertiæ & quartæ ad quartam; est enim quadratum m o unà cum excessu, quo quadratum n o excedit quadratum m o æquale ipsi n o quadrato. quare per conuersionem rationis ex 30 eiusdem, primæ & secundæ ad primam non maior proportio erit, quàm tertiæ & quartæ ad tertiam: & idcirco tota portio ad portionem eam, quæ est extra humidum non maiorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad quadratum m o. quod demonstrandum proponebatur.*

B Habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum n o ad quadratum p f.] *Ex uigesimasexta libri de conoidibus, & sphæroidibus.*

C Ex quo efficitur, ut p f non sit minor ipsa o m; neque p b ipsa o h.] *Sequitur illud ex decima & decimaquarta quinti, & ex uigesimasecunda sexti elementorum, ut superius dictum est.*

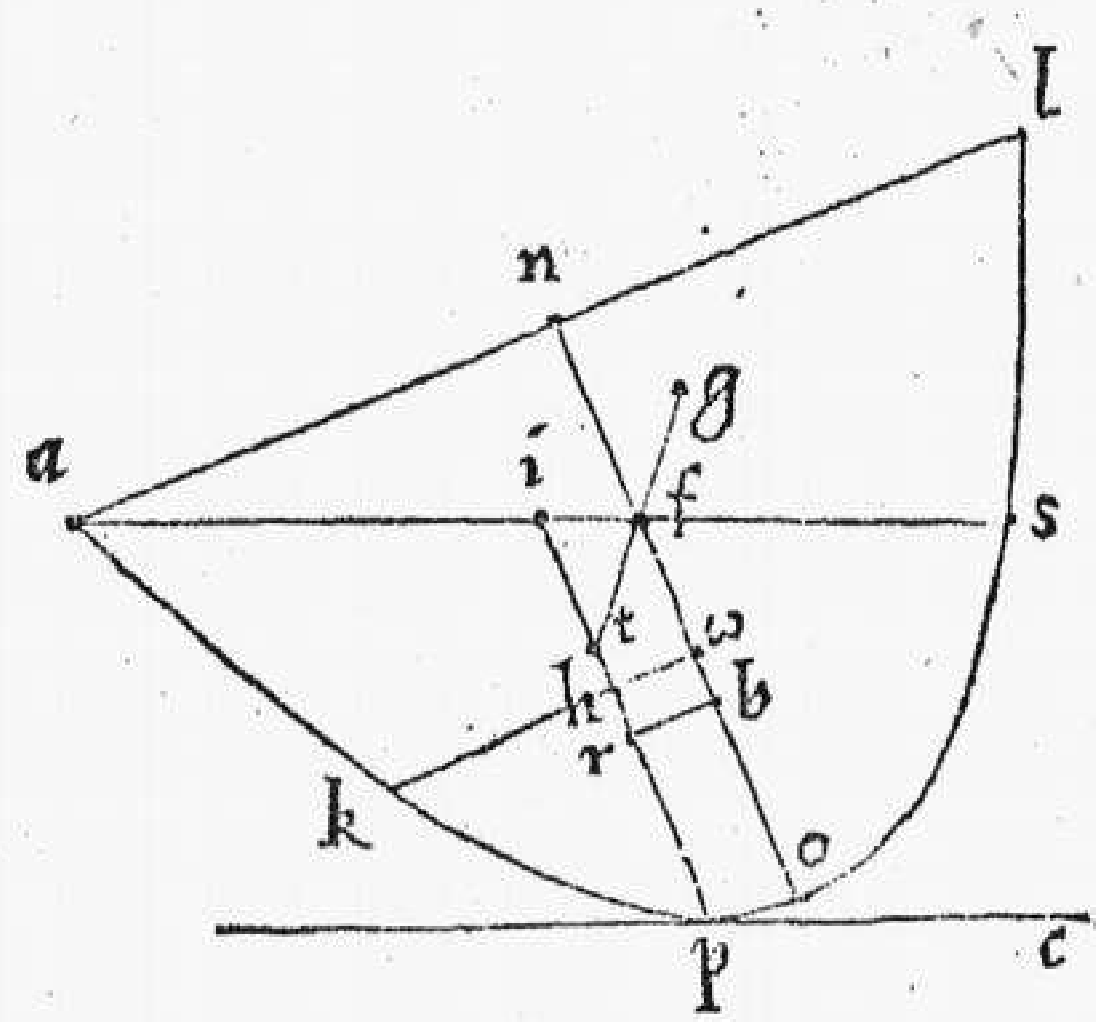
D Quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipsi n o coibit cum p b inter p & b.] *Cur hoc ita contingat, nos proxime explicauimus.*

PROPOSITIO VI.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem, minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demissa adeo, ut basis ipsius contingat humidum, nunquam consistet inclinata ita, ut basis in uno puncto humidum contingat.

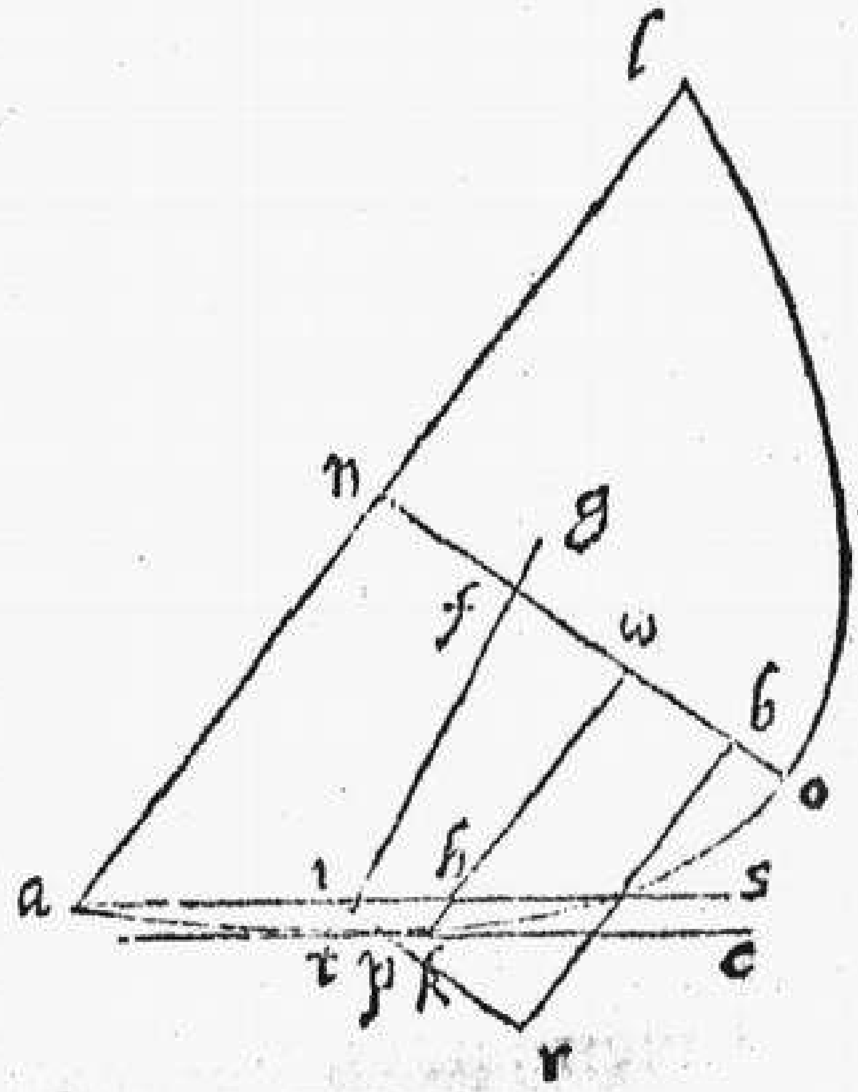
Sit

SIT portio, qualis dicta est, & in humidum demittatur, sicuti diximus, adeo ut basis eius in uno puncto contingat humidum. demonstrandum est non manere ipsam portionem, sed reuolui ita, ut basis nullo modo humidi superficiē contingat. Secta enim ipsa per axem, plano ad superficiem humidi recto, sit sectio superficiei portionis a p o l rectāguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit a s: axis autem portionis, ac sectionis diameter n o: & secetur in f quidē ita, ut o f sit dupla ipsius f n; in ω uero, ut n o ad f ω eandem habeat proportionem, quam quindecim ad quatuor: & ipsi n o ad rectos angulos ducatur ω k. Itaque quoniam n o ad f ω maiorem habet proportionem, quàm ad eam, quæ usque ad axem; sit ei, quæ usque ad axem æqualis f b: & ducatur p c quidem ipsi a s æquidistans, cōtingensq; sectionem a p o l in p; p i uero æquidistans ipsi n o: & primum secet p i ipsam k ω in h. Quoniā ergo in portione a p o l, quæ continetur recta linea, & rectanguli coni sectione, k ω quidem æquidistans est ipsi a l; p i uero diametro æquidistat: secaturq; ab ipsa k ω in h: & a s æquidistat contingenti in p: necessarium est ipsam p i ad p h uel eandem proportionem habere, quam habet n ω ad ω o, uel maiorem: hoc enim iam demonstratum est. At uero n ω sesquialtera est ipsius ω o. & p i igitur uel sesquialtera est ipsius h p; uel maior, quàm sesquialtera. Quare p h ipsius h i aut du A B C D



E

pla eſt, aut minor, quàm dupla. Sit autem p t dupla t i. erit centrum grauitatis eius, quod eſt in humido, punctum t. Itaque iuncta t f producatur; ſitq; eius, quod extra humidum grauitatis centrum g: & à puncto b ad rectos angulos ipſi n o ducatur b r. Quòd cum p i quidem ſit æquidiſtans diametro n o: b r autem ad diametrum perpendicularis. & f b æqualis ei, quæ uſque ad axem: perſpicuum eſt f r productam æquales facere angulos cum ea, quæ ſectionem a p o l in puncto p contingit. quare & cum a s: & cum ſuperficie humidi. lineæ autem ductæ per t g æquidiſtantes ipſi f r, erunt & ad humidi ſuperficiẽ perpendiculares: & ſolidi a p o l magnitudo, quæ ẽ intra humidum ſurſum feretur ſecundum perpendicularem per t ductam; quæ uero extra humidum ſecundum eam, quæ per g E deorſum feretur. reuoluetur ergo ſolidum a p o l: & baſis ipſius nullo modo humidi ſuperficiem continget. At ſi p i lineam k ω non ſecet, ut in ſecunda figura; manifeſtum eſt punctum t, quod eſt centrum grauitatis demerſæ portionis, cadere inter p & i: & reliqua ſimiliter demonſtrabuntur.



COMMENTARIVS.

A Demonſtrandum eſt non manere ipſam portionem, ſed reuolui ita, ut baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat.] *Hæc nos addidimus tanquam ab interprete omiſſa.*

Itaque

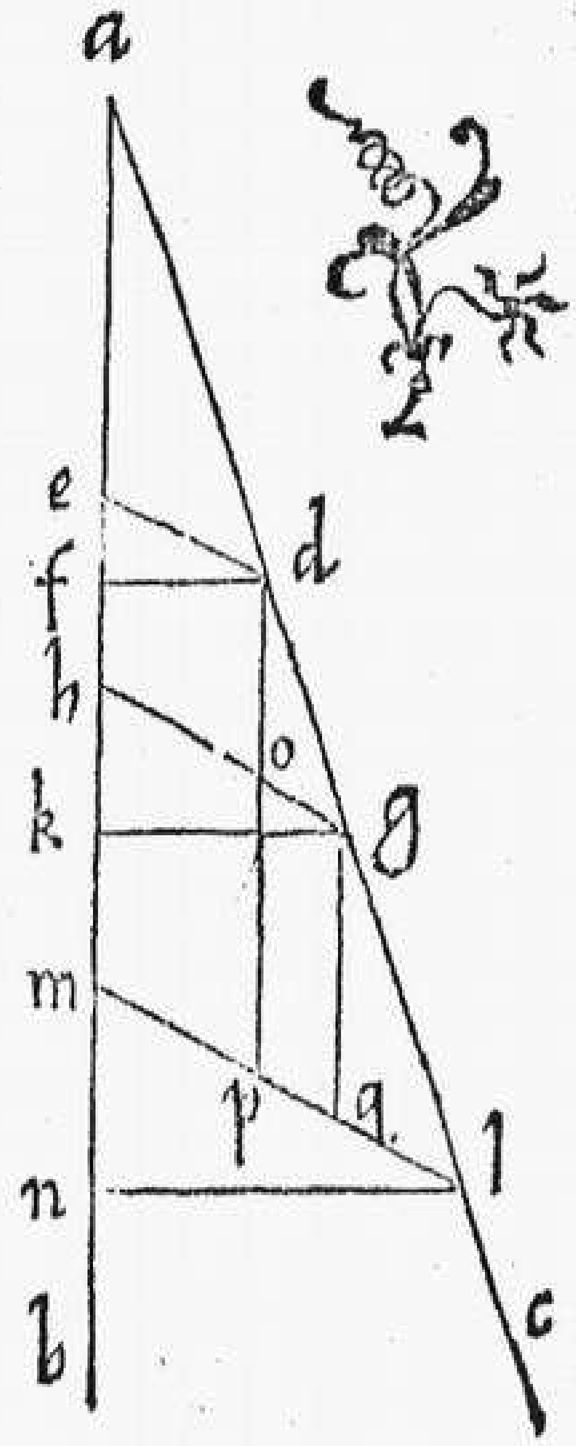
Itaque quoniam n o ad f ω maiorem habet proportionem, quam ad eam, quæ usque ad axem.] *Habet enim diameter portionis n o ad f ω proportionem eandem, quam quindecim ad quatuor; ad eam uero, quæ usque ad axem minorem proportionem habere ponitur, quàm quindecim ad quatuor. quare n o ad f ω maiorem habebit proportionem, quàm ad eam, quæ usque ad axem: & propterea quæ usque ad axem ipsa f ω maior erit.* B 10.quinti

Quoniam ergo in portione a p o l, quæ continetur recta linea, & rectanguli coni sectione, k ω quidem æquidistans est ipsi a l; p i uero diametro æquidistat; secaturq; ab ipsa k ω in h: & a c æquidistat contingenti in p: necessarium est ipsam p i ad p h uel eandem proportionem habere, quam habet n ω ad ω o, uel maiorem. hoc enim iam demonstratum est] *Vbi hoc demonstratum sit uel ab ipso Archimede, uel ab alio, nondum apparet, quocirca nos demonstrationem afferemus, posteaquam non nulla, quæ ad eam pertinent explicauerimus.*

LEMMA I.

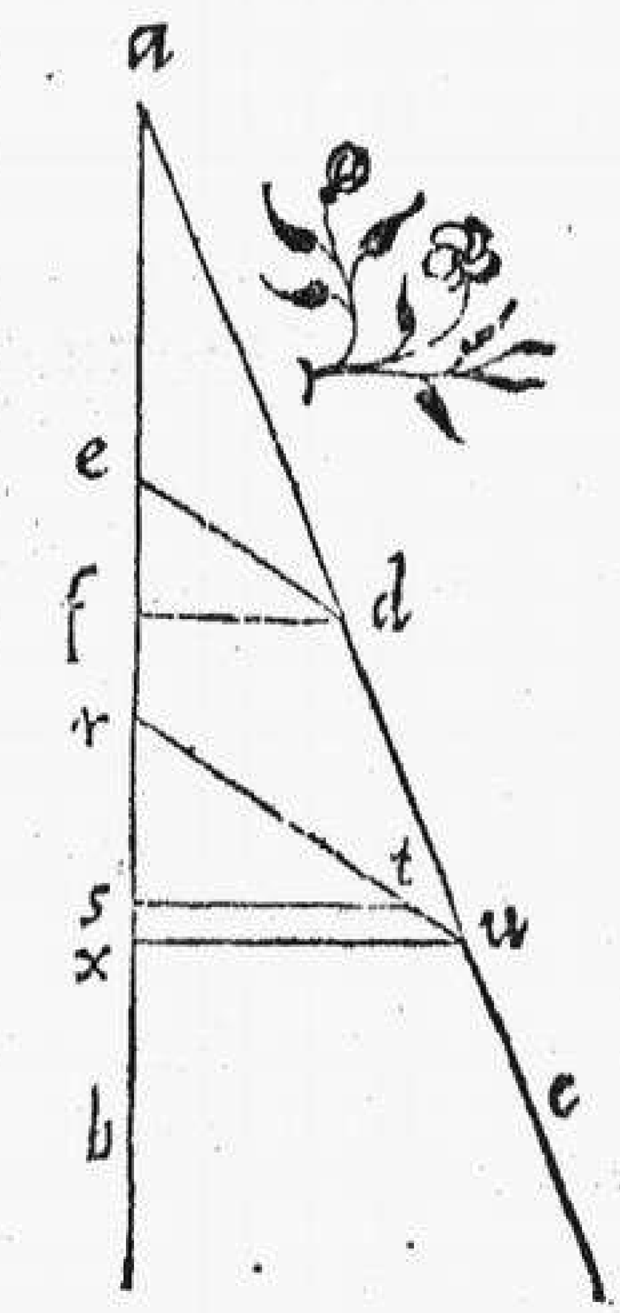
Sint lineæ a b, a c angulum b a c continentes: & à puncto d, quod in linea a c sumptum sit, ducantur d e, d f utcunque ad ipsam a b. Sumptis uero in eadem linea quotlibet punctis g l, ducantur g h, l m ipsi d e æquidistantes; & g k, l n æquidistantes f d. deinde à punctis d, g usque ad lineam m l ducantur, d o p quidem secans g h in o; & g q, quæ æquidistent ipsi b a. Dico lineas, quæ inter æquidistantes ipsi f d ad eas, quæ inter æquidistantes d e interiiciuntur, uidelicet k n ad g q, uel ad o p; f k ad d o; & f n ad d p eandem inter sese proportionem habere: nempe eam, quã habet a f ad a e.

Quoniam enim triangula afd, akg, anl similia sunt; itémq; similia efd, hkg, mnl:
4. sexti. *erit ut af ad fd, ita ak ad kg; ut autem fd ad fe, ita kg ad kh. quare ex æquali ut af ad fe, ita ak ad kh: & per conuersionem rationis ut af ad ae, ita ak ad ah. eodem modo ostendetur, ut af ad ae, ita an ad am.*
19. quinti *cum igitur an ad am sit, ut ak ad ah; erit reliqua kn ad reliquam hm, hoc est ad gq, uel op, ut an ad am; hoc est ut af ad ac. rursus ak ad ah est, ut af ad ae. ergo reliqua fk ad eh reliquam, uidelicet ad do, ut af ad ae. Similiter demonstrabimus ita esse fn ad dp. quod quidem demonstrare oportebat.*



LEMMA II.

Sint in eadem linea ab puncta duo rs ita disposita, ut as ad ar eandem proportionem habeat, quam af ad ae: & per r ducatur rt ipsi ed æquidistans; per s uero ducatur st æquidistans fd, ita ut cum rt in t puncto conueniat. Dico punctum t cadere in lineam ac.



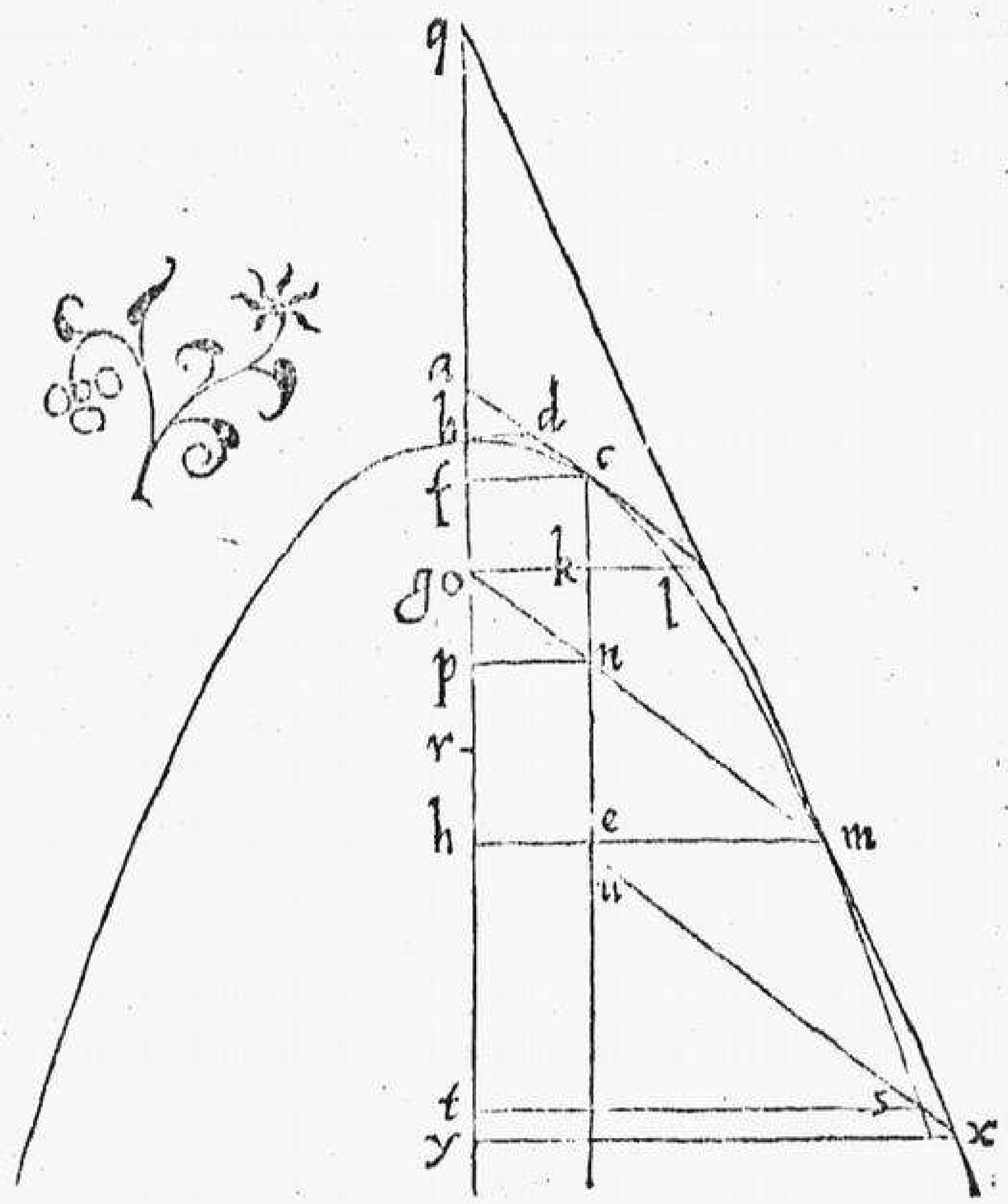
Si enim fieri potest, cadat citra: & producatur rt usque ad ipsam ac in u. deinde per u ducatur ux ipsi fd æquidistans. Itaque ex iis, quæ proxime demonstrauimus ax ad ar *eam proportionem habebit, quam a f ad a e. Sed & eandem habet a s ad a r. quare a s ipsi a x est æqualis, pars toti, quod fieri non potest. Idem absurdum sequetur, si ponamus punctum t cadere ultra lineam a c. necessarium igitur est, ut in ipsam a c cadat. quod demonstrandum proposuimus.* 9.quinti

LEMMA III.

Sit parabole, cuius diameter a b: atque eam cõtingentes rectæ lineæ a c, b d; a c quidem in puncto c, b d uero in b: & per c ductis duabus lineis; quarum altera c e diametro æquidistet, altera c f æquidistet ipsi b d: sumatur quod uis punctum g in diametro: fiatq; ut f b, ad b g, ita b g ad b h: & per g h ducantur g k l, h e m, æquidistantes b d: per m uero ducatur m n o ipsi a c æquidistans, quæ diametrum secet in o: & per n ducta n p usque ad diametrum, ipsi b d æquidistet. Dico h o ipsius g b duplam esse.

Vel igitur linea m n o secat diametrum in g, uel in alijs punctis: & si quidem secat in g, unum atque idem punctum duabus literis g o notabitur. Itaque quoniam f c, p n, h e m sibi ipsis æquidistant: & ipsi a c æquidistat m n o: fient triangula a f c, o p n, o h m inter se similia. quare erit o h ad h m, ut a f ad f c: & permutando o h ad a f, ut h m ad f c. est autem quadratum h m ad quadratum g l, ut linea h b ad lineam b g, ex uigesima primi libri conicorum: & quadratum g l ad quadratum f c, ut linea g b ad ipsam b f: suntq; h b, b g, b f lineæ deinceps proportionales. ergo & quadrata h m, g l, f c, & ipsorum latera proportionalia erunt. atque idcirco ut quadratum h m ad quadratum g l, ita li- 4. sexti. 22. sexti. cor. 20. sexti.

linea b m ad lineam f c. at uero ut b m ad f c, ita o b ad a f: & ut quadratum b m ad quadratū g l, ita linea b b ad b g; hoc est b g ad b f. ex quibus sequitur o b ad a f ita esse, ut b g ad b f: & permutando o b ad b g, ut a f ad f b. sed est a f dupla ipsius f b: sunt enī a b, b f æquales ex 35 primi libri conicorum. ergo & b o ipsius g b est dupla. quod demonstrare oportebat.

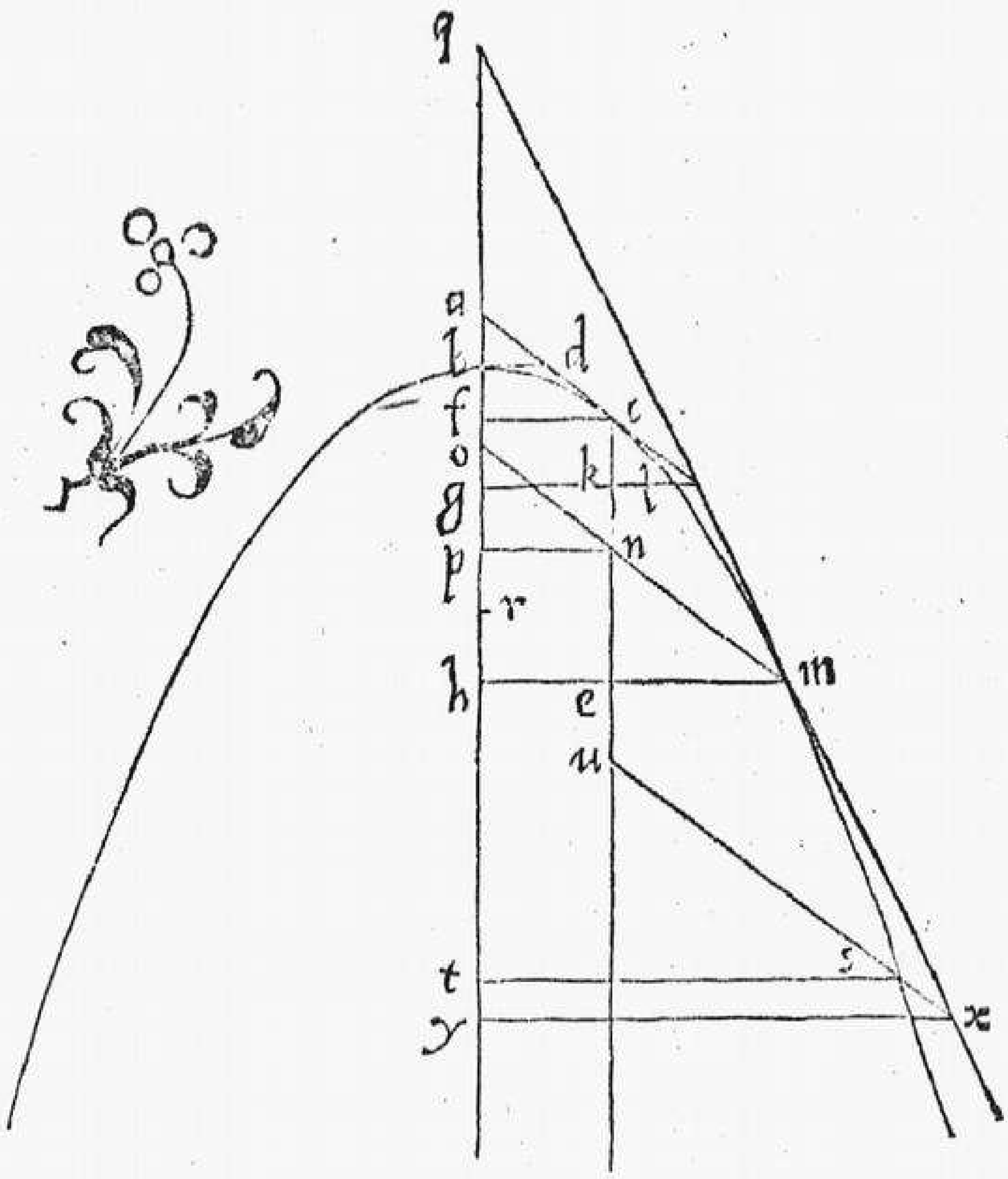


LEMMA IIII.

Iisdem manentibus, & à puncto m ducta m q usque ad diametrum, quæ sectionem in puncto m contingat; Dico b q ad q o eandem proportionem habere, quam habet g b ad c n.

FIAT enim b r æqualis g f. & cum triangula a f c, o p n similia sint, & p n sit æqualis f c; eodem modo demonstrabimus p o, f a inter se æquales esse. quare p o ipsius f b dupla erit. Sed est b o dupla g b. ergo & reliqua p b reliquæ f g; uidelicet ipsius r b est dupla

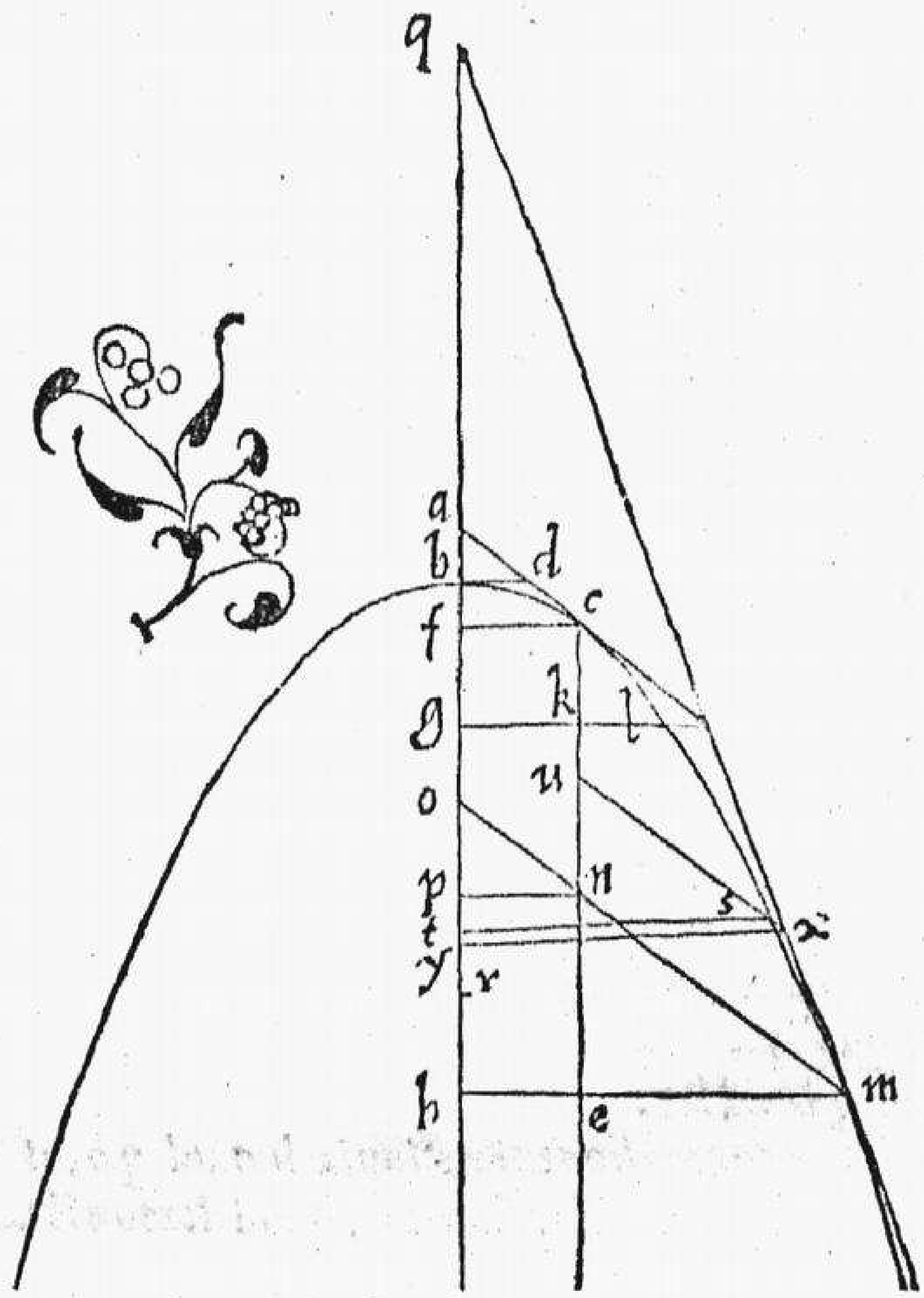
pla. ex quo fit ut p r, r h, f g inter se sint æquales; itémq; æquales r g, p f. est enim p g utrique r p, g f communis. Quoniam igitur h b ad h g est, ut g h ad h f; per conuersionem rationis erit b h ad h g, ut h g ad g f. est autem q h ad h b, ut h o ad g h. nam ex 35 primi libri conicorum, cum linea q m cõtingat sectionem in puncto m; erũt h b, b q æquales; & g h ipsius h b dupla. ergo ex æquali q h ad h g, ut h o ad g f; hoc est ad h r: & permutando q h ad h o, ut g h ad h r. rursus per conuersionem rationis h q ad q o, ut h g ad g r; hoc est p f: & propterea ad ipsam c n, quod demonstrandum fuerat.



His igitur explicatis, iam ad id, quod propositum fuerat, accedamus. Itaque dico primum n c ad c k eandem proportionem habere, quam h g ad g b.

Quoniam enim h q ad q o est, ut h g ad c n, hoc est ad a o ipsi c n æqualem; erit reliqua g q ad reliquam q a, ut h q ad q o: & ob eam caussam lineæ a c g l productæ ex ijs, quæ supra demonstrauimus in linea q m conueniunt. Rursus g q ad q a est, ut h q ad

2. lem: 4. lem. *q o; uidelicet ut h g ad f p: quod proxime demonstratum est. At uero ipsi g q æquales sunt duæ lineæ simul sumptæ q b, hoc est h b, & b g: atque ipsi q a æqualis est h f. Si enim ab æqualibus h b, b q, æqualia f b, b a demantur, remanentia æqualia erunt. ergo dempta h g ex duabus lineis h b, b g, relinquitur dupla ipsius b g; hoc est o h: & dempta p f ex f h, reliqua est*
19. quinti *h p. quare o h ad h p, est ut g q ad q a. Sed ut g q ad q a, ita h q ad q o; hoc est h g ad n c:*
15. quinti. *& ut o h ad h p, ita g b ad c k. est enim o h dupla g b, & h p item dupla g f; hoc est c k. eandem igitur proportionem habet h g ad n c, quam g b ad c k: & permutando n c ad c k eandem habet, quam h g ad g b.*

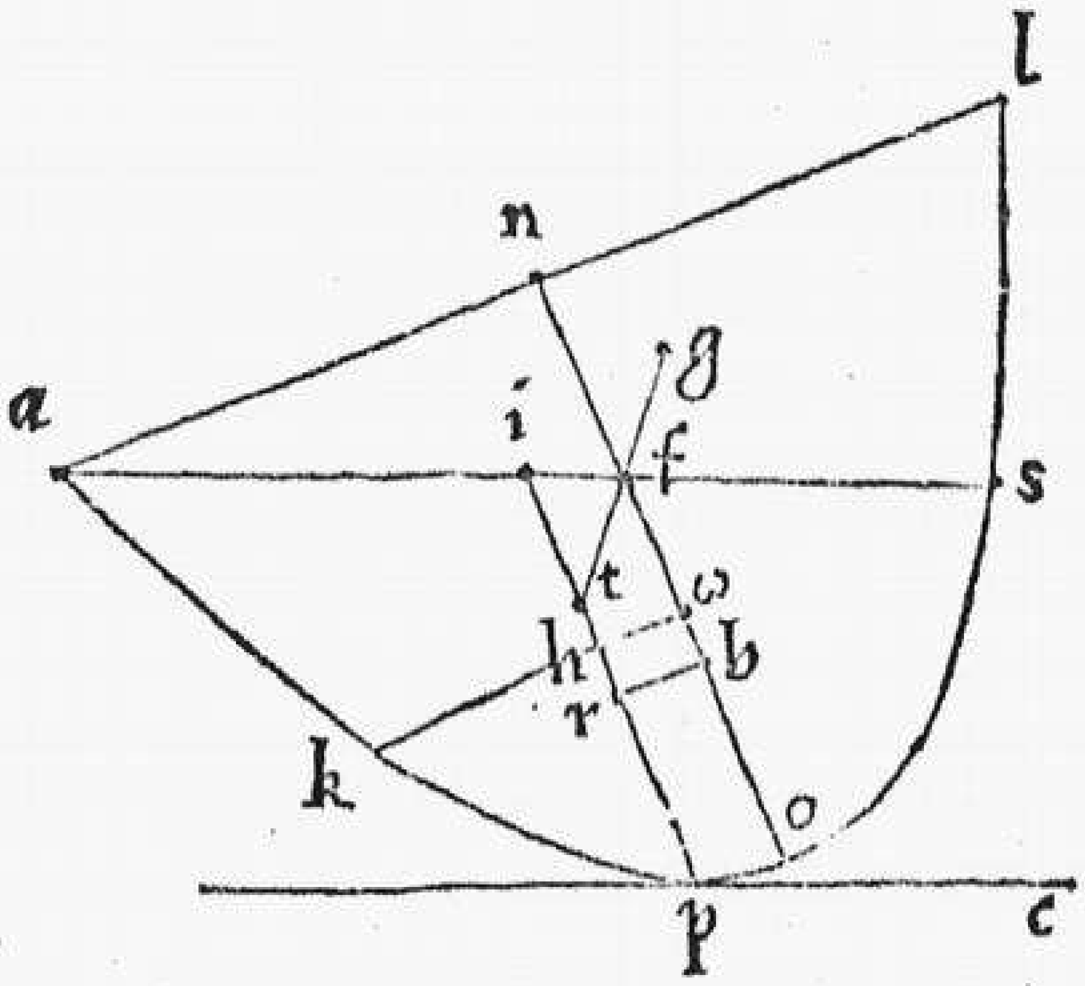


Sumatur deinde aliud quod uis punctum in sectione, quod sit s: & per s duæ lineæ ducantur: s t quidem æquidistans ipsi d b, diametrumq; in puncto t secans; s u uero æquidistans a c, & secans c e in u. Dico u c ad c k maiorem proportionem habere, quam t g ad g b.

Produ

Producatur enim u s ad lineam q m in x: & à puncto x ducatur ad diametrum x y ipsi b d æquidistans. erit g t minor quàm g y, quoniam u s minor est quàm u x: & ex primo lemmate y g ad u c erit, ut h g ad n c; uidelicet ut g b ad c k, quod proxime demonstrauimus: & permutando y g ad g b, ut u c ad c K. Sed t g cum sit ipsa y g minor, habet ad g b proportionem minorem, quàm y g ad eandem. ergo u c ad c K maiorem proportionē habet, quàm t g ad g b. quod demonstrasse oportuit. Itaque positione data g K unum duntaxat erit in sectione punctum, uidelicet m, à quo ductis duabus lineis m e b, m n o, habeat n c ad c K proportionem eandem, quam h g ad g b. nam si ab alijs omnibus ducantur, semper ea, quæ inter a c, & lineam ipsi æquidistantem interijcitur, ad c K proportionem maiorem habebit, quàm quæ inter g K atque ei æquidistantem, ad ipsam g b. Constat igitur id, quod ab Archimede dictum est; nempe lineam p i ad p h uel eandem, quam n ω ad ω o, uel maiorem habere proportionem.

Quare p h ipsius h i aut dupla est, aut minor quàm dupla.] *Si quidē minor, quàm dupla, sit p t dupla t i. erit centrum grauitatis eius, quod in humido est, punctum t. si uero p h sit ipsius h i dupla, erit h grauitatis centrum: ductâq; h f, & producta ad centrum eius, quod est extra humidum, uidelicet ad g, alia similiter demonstrabuntur. atque idem intelligendum est in propositione, quæ sequitur.* D



Re uoluetur ergo solidum a p o l, & basis ipsius nullo E

F

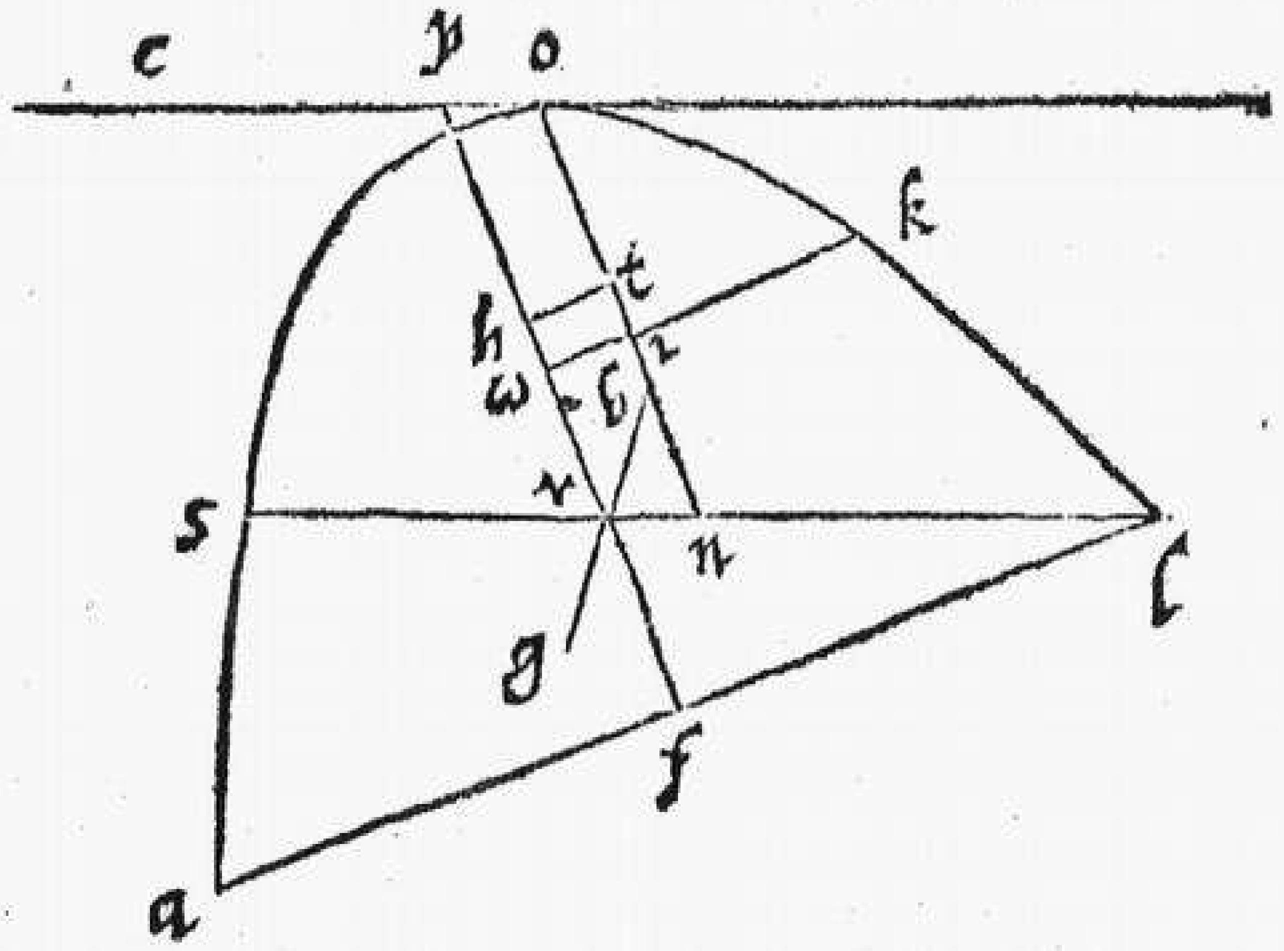
modo humidi superficiem continget.] *In translatione legebatur ut basis ipsius non tangat superficiem humidi secundum unum signum. nos autem ita uertere maluimus, & hic & in ijs, quæ sequuntur, quoniam græci* οὐδὲ εἷς, οὐδὲ ἕν, *pro* οὐδείς, & οὐδὲν *frequenter utitur. ut* οὐδ᾽ ἔστιν οὐδείς, *nullus est:* οὐδ᾽ ὑφ᾽ ἑνός, *à nullo & alia eiusmodi.*

PROPOSITIO VII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demissa, adeo ut basis ipsius tota sit in humido; nunquam consistet ita, ut basis contingat humidi superficiem: sed ut tota in humido sit, & nullo modo eius superficiem contingat.

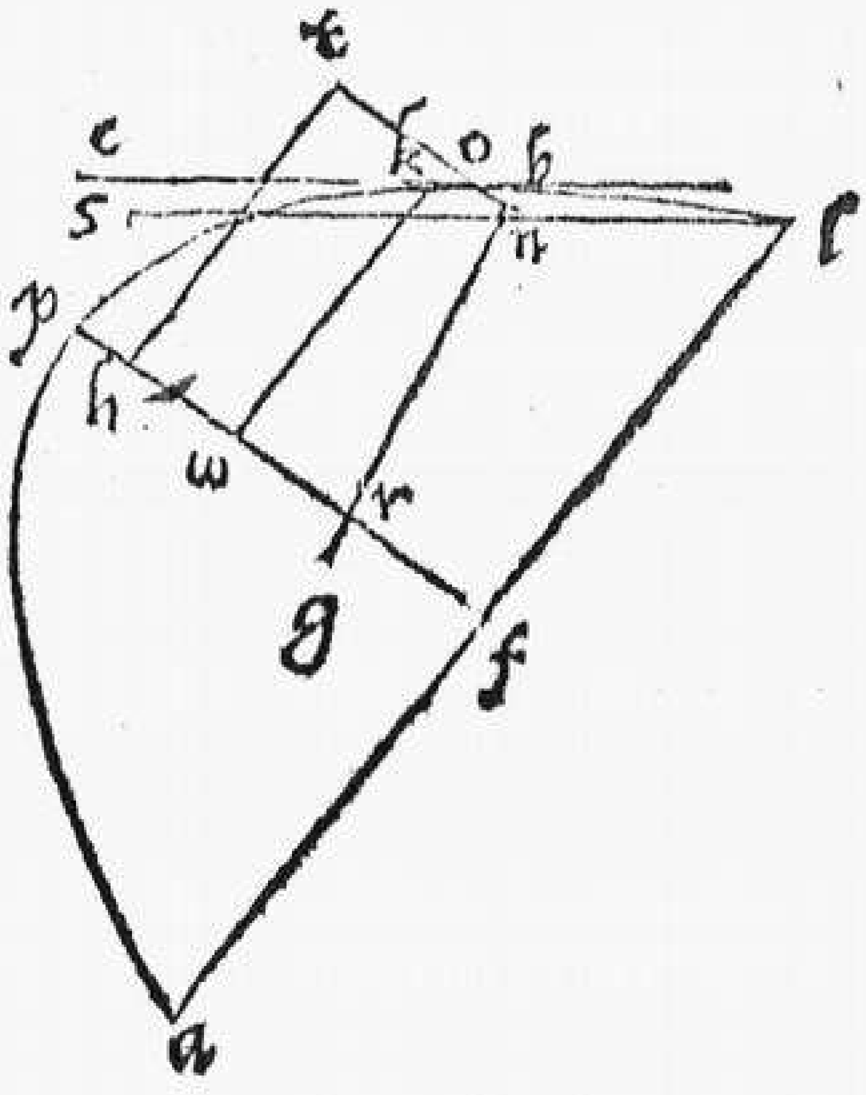
SIT portio qualis dicta est: & demittatur in humidũ, ut diximus, adeo ut basis ipsius in uno puncto contingat humidi superficiem. Demonstrandum est non manere ipsam: sed reuolui ita ut basis superficiem humidi nullo modo contingat. Secta enim ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, sectio sit a p o l rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio sit s l: axis portionis, & sectionis diameter p f: seceturq; p f in r quidem ita ut r p sit dupla ipsius r f; in ω autem ut p f ad r ω proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: & ω k ipsi p f ad rectos angulos ducatur erit r ω minor, quàm quæ usque ad axem. Itaque accipiatur ei, quæ usque ad axem æqualis r h:

& c o



& c o quidē ducatur contingēs sectionē in o, quæ ipsi s l æquidistet; n o autem æquidistet p f: & primum ipsam k ω secet, atque in pūcto i similiter ut in superioribus demonstrabitur n o, uel sesquialtera ipsius o i, uel maior, quàm sesquialtera. Sit autem o i minor, quàm dupla ipsius i n: sitq; o b dupla b n: & disponantur eadem, quæ supra. Similiter demonstrabimus, si ducatur linea r t, facere eam angulos rectos cum linea c o, & cum superficie humidi. quare à punctis b g lineæ ductæ ipsi r t æquidistā tes, etiā ad humidi superficiē perpēdiculares erunt. portio igitur quæ est extra humidū deorsum feretur secundum eam perpendicularem, quæ per b transit; quæ uero intra humidum secundum eam, quæ per g sursum feretur. ex quibus constat reuolui solidum, ita ut basis ipsius nullo modo humidi superficiem contingat: quoniam nunc in uno puncto contingens deorsum fer-

10. quinti



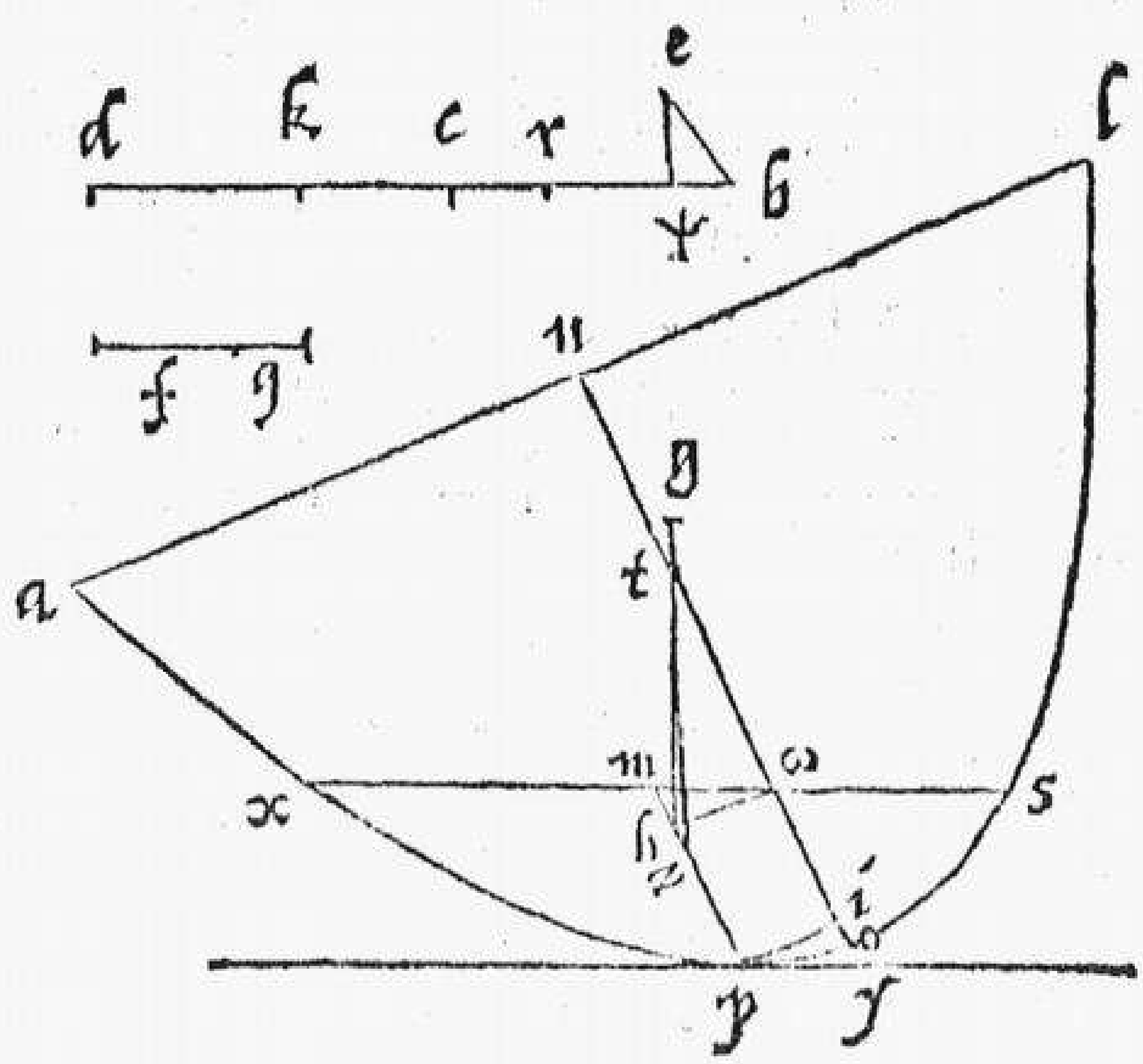
tur ex parte l. Quod si n o non secuerit ipsam ω k, eadem nihilominus demonstrabuntur.

PROPOSITIO VIII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: si in grauitate ad humidum habeat proportionem minorem ea, quam quadratum, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; neque in rectum restituetur, neque manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualẽ ei, de quo infra dicetur.

SIT portio qualis dicta est; sitque b d æqualis axi: & b κ quidem dupla ipsius K d: r K uero æqualis ei, quæ usque ad axem: & sit c b sesquialtera b r. erit & c d ipsius
A k r sesquialtera. Quam uero portionem habet portio ad humidum in grauitate, habeat quadratum f q ad quadratum d b: & sit f dupla ipsius q. perspicuum igitur est f q ad d b proportionem minorem habere ea, quam habet c b ad b d. est enim c b excessus, quo axis maior est, quàm
B sesquialter eius, quæ usque ad axem: quare f q minor est ipsa

ipsa b c: & idcirco f minor ipsa b r. sit ipsi f æqualis r ψ: C
ducaturq; ad b d perpendicularis ψ e, quæ possit dimidiũ eius, quod lineis k r, ψ b continetur: & iungatur b e. Demonstrandum est portionem in humidum demissam, sicuti dictum est, consistere inclinatam ita, ut axis cum superficie humidi angulum faciat angulo e b ψ æqualem. demittatur enim aliqua portio in humidum, ut basis ipsius humidi superficiem non contingat: & si fieri potest, axis cum superficie humidi non faciat angulum æqualem angulo e b ψ; sed primo maiorem. secta autẽ portione plano per axem, recto ad superficiem humidi, sit sectio a p o l rectanguli coni sectio: superficiei humidi sectio x s: sitq; axis portionis, & sectiõis diameter n o: & ducatur p y quidem ipsi x s æquidistans, quæ sectionem a p o l contingat in p: p m uero æquidistans ipsi n o: & p i ad

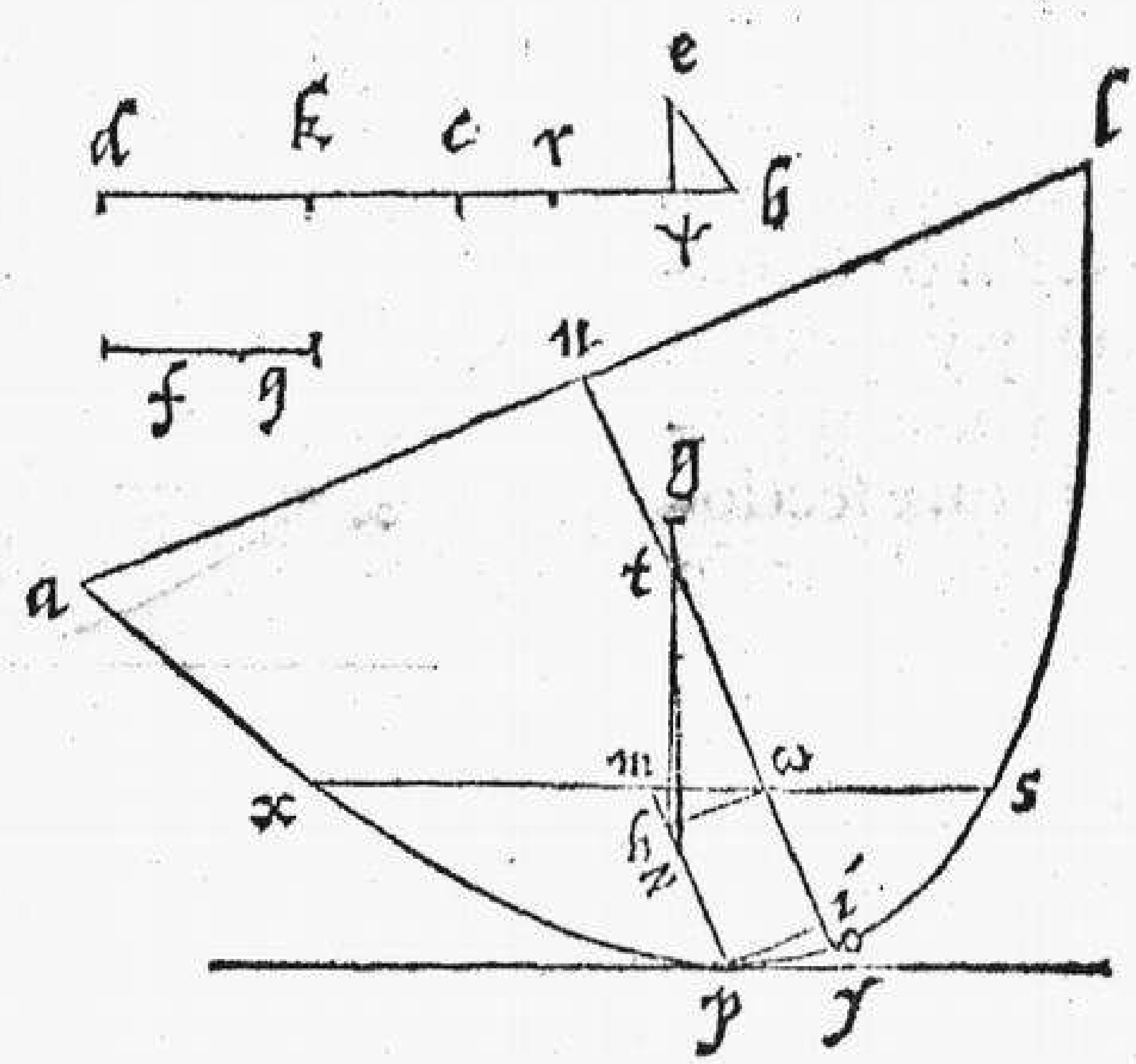


n o perpendicularis. sit præterea b r æqualis o ω. itemq; D
r k ipsi t ω: & ω h perpendicularis ad axem. Itaque quoniam ponitur axis portionis cum superficie humidi facere angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b E
maior. maiorem ergo proportionem habet quadratum p i ad quadratum y i, quam quadratum e ψ ad ψ b quadratum. Sed quam proportionem habet quadratum p i F
ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y:

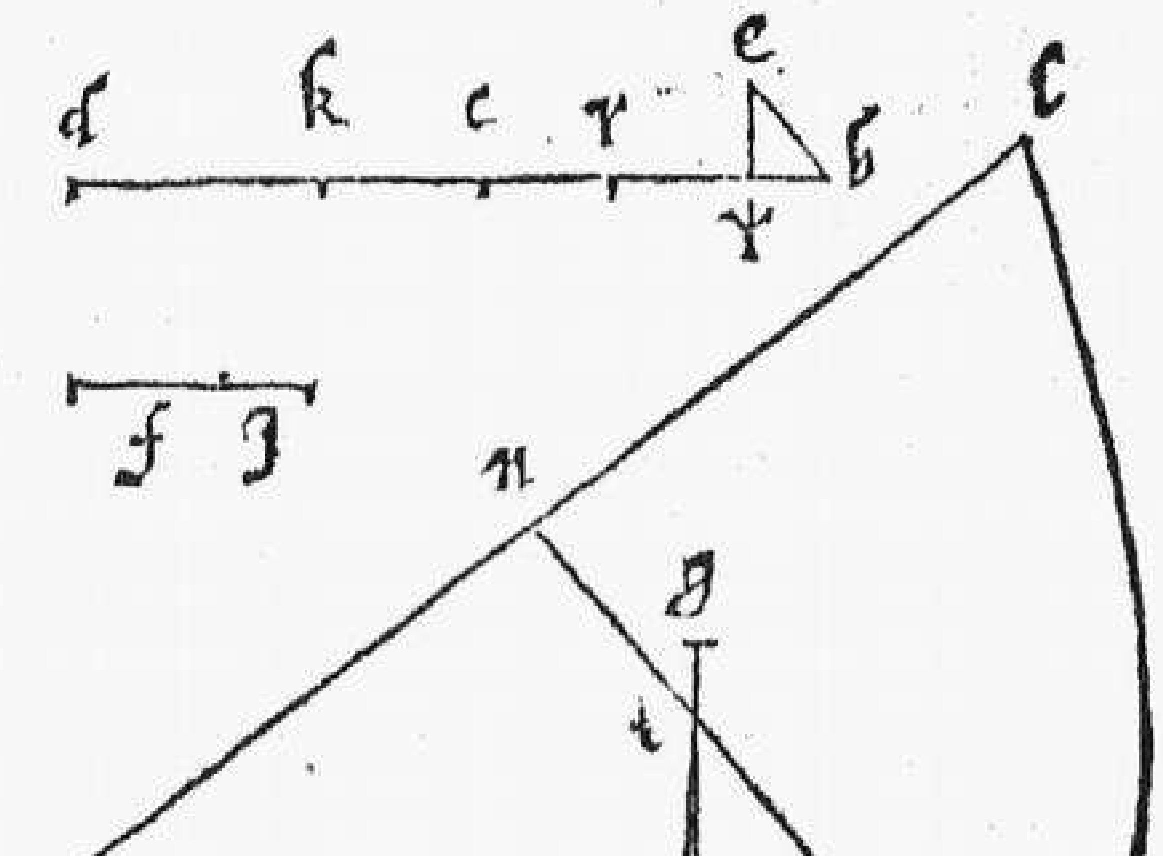
G & quam proportionem habet quadratum e ψ ad quadratum ψ b, eandem habet dimidium lineæ k r ad lineã ψ b. quare maiorem babet proportionem k r ad i y, quàm dimidium k r ad ψ b: & idcirco i y minor eſt, quàm dupla ψ b. eſt autem ipſius o i dupla. ergo o i minor eſt, quàm ψ b: & i ω maior, quàm ψ r. ſed ψ r eſt æqualis ipſi f. maior igitur eſt i ω, quàm f. & quoniam portio ad humidum in grauitate eam ponitur habere proportionem, quam quadratum f q ad quadratum b d: quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eam habet pars ipſius demerſa ad totam portionem: & quam pars ipſius demerſa habet ad totam, eandem habet quadratum p m ad quadratum o n: ſequitur quadratum p m ad quadratum o n eam proportionem habere, quam quadratum f q ad b d quadratum.

13. quinti. H K

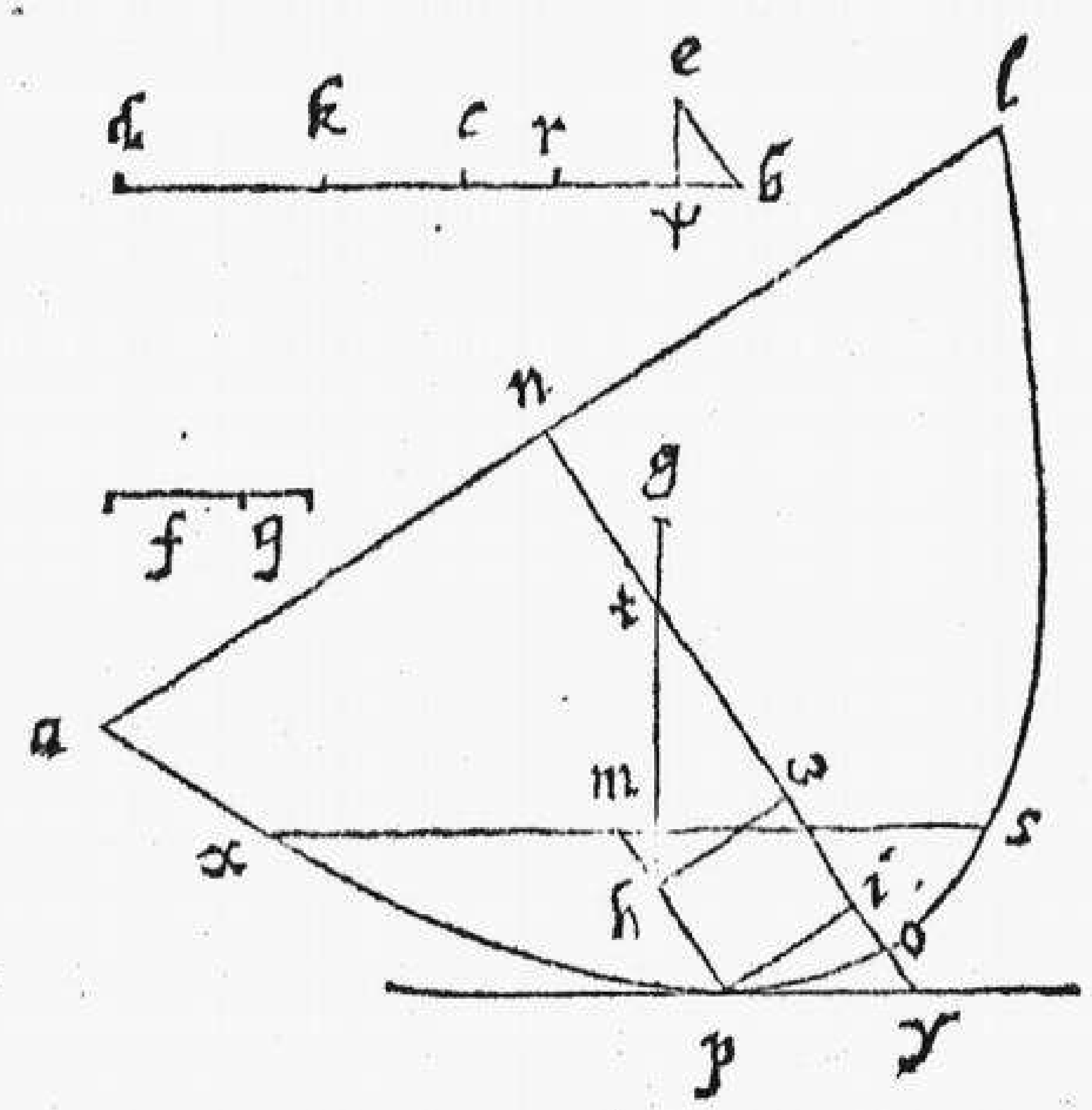
L atque ideo f q æqualis eſt ipſi p m. M demõſtrata eſt autem p h maior, quàm f. cõſtat igitur p m minorem eſſe, quàm ſeſquialterã ipſius p h: & idcirco p h maiorem, quàm duplam h m. Sit p z ipſius z m dupla. erit t quidem cẽtrũ grauitatis totius ſolidi: centrũ eius partis, quæ intra humidum, punctum z: reliquæ uero N partis centrum erit in linea z t producta uſque ad g. Eodẽ modo demonſtrabitur linea t h perpendicularis ad ſuperficiem humidi. & portio demerſa in humido feretur extra humidum



humidum ſecundum perpendicularem, quæ per z ad humidi ſuperficiem ducta fuerit: quæ autem eſt extra humidum ſecundum eam, quæ per g intra humidum feretur. nõ ergo manebit portio ſic inclinata, ut ponitur: ſed neque reſtituetur recta: quoniam perpendicularium per z g ductarum, quæ quidem per z ducitur ad eas partes cadit, in quibus eſt l; & quæ per g ad eas, in quibus eſt a. quare ſequitur centrum z ſurſum ferri: & g deorſum. ergo partes totius ſolidi, quæ ſunt ad a deorſum, quæ uero ad l ſurſum ferentur. Rurſus alia eadem ponantur: axis autem portionis cum ſuperficie humidi angulum faciat minorẽ eo, qui eſt ad b. minorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ψ ad ψ b quadratum: quare k r ad i y minorem proportionẽ habet, quàm dimidium k r ad ψ b: & propterea i y maior eſt, quàm dupla ψ b. eſt autem ipſius o i dupla. ergo o i ipſa ψ b maior erit. ſed tota o ω eſt æqualis ipſi r b: & reliqua ω i minor quàm ψ r. quare & p h minor erit, quàm f. Quòd cum m p ipſi f q ſit æqualis, cõſtat p m maiorẽ eſſe, quàm ſeſquialterã ipſius p h: & p h minorem, quam duplam h m. Sit p z ipſius z m dupla. Rurſus totius quidem ſolidi centrum grauitatis erit pũctum t; eius uero partis, quæ intra humidum z: & iuncta z t inuenia- O



tur centrum grauitatis eius, quæ extra humidum in pro-
P tracta, quod sit g. Itaque per z g ductis perpendiculari-bus ad humidi superficiem, quæ ipsi t h æquidistent, sequitur portionem ipsam non manere, sed reuolui adeo, ut axis cum superficie humidi angulum faciat maiorē eo, quem nunc facit.



Et quoniam cū antea posuissem^o facere angulū maiorem angulo b, portio neque tūc cōsistebat; perspicuū est ipsam consistere, si angulum fecerit angulo b
Q æqualem. Sic enim erit i o æqualis ψ b: itemq; ω i æqualis ψ r: & p h ipsi f. erit igitur m p sesquialtera p h; & p h dupla h m. quare cum h sit centrum grauitatis eius partis, quæ est in humido, per eandem perpendicularem, & ipsa sursum, & quæ extra est feretur deorsum. manebit igitur portio; quoniam altera pars ab altera non repelletur.

COMMENTARIVS.

A ET sit c b sesquialtera b r. erit & c d ipsius k r sesquialtera.] *In translatione ita legebatur. sit autem & c b quidem hemiolia ipsius b r: c d autem ipsius K r. Sed nos quod postremo loco legitur, idcirco corrigendum duximus, quoniam illud non ponitur ita esse, sed ex ijs, quæ posita sunt, necessario colligitur. si enim*

b k

b ✠ dupla sit ✠ d, erit d b ipsius b ✠ sesquialtera. & quoniam c b sesquialtera est b r; sequitur reliquam c d ipsius ✠ r, hoc est eius, quæ usque ad axem sesquialteram esse. quare b c erit excessus, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem. 19. quinti

Quare f q minor est ipsa b c.] *Nam cum portio ad humidum in grauitate proportionem habeat eandem, quàm quadratum f q ad quadratum d b: habeatq; minorem proportionem, quàm quadratum factum ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum ab axe; hoc est minorem, quàm quadratum c b ad quadratum b d: ponitur enim linea b d æqualis axi: quadratum f q ad quadratum d b proportionem minorem habebit, quàm quadratum c b ad idem b d quadratum. ergo quadratum f q minus erit quadrato c b: & propterea linea f q ipsa b c minor.* B 8. quinti.

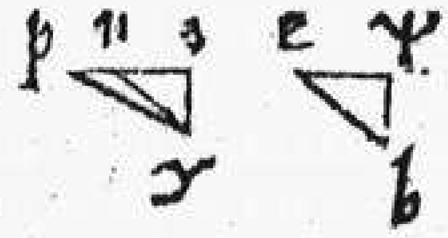
Et idcirco f minor ipsa b r.] *Quoniam enim c b sesquialtera est b r, & f q ipsius f sesquialtera: estq; f q minor b c; & f ipsa b r minor erit.* C 14. quinti.

Itaque quoniam ponitur axis portionis cum superficie humidi facere angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b maior.] *Nam cum linea p y superficiei humidi æquidistet; uidelicet ipsi x s: angulus p y i æqualis erit angulo, qui diametro portionis n o, & linea x s continetur. quare & angulo b maior erit.* D 29. primi

Maiorem igitur proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, quàm quadratum e ✠ ad ✠ b quadratũ.] *Describantur seorsum triangula p i y, e ✠ b. & cum angulus p y i maior sit angulo e b ✠, ad lineam i y, atque ad punctum y in ea datum fiat angulus u y i æqualis angulo e b ✠. est autem angulus ad i rectus æqualis recto ad ✠. reliquus igitur y u i reliquo b e ✠ est æqualis. quare linea u i ad lineam i y eandem proportionem habet, quam linea e ✠ ad ✠ b. Sed linea p i, quæ maior est ipsa u i ad lineam i n maiorem habet proportionem quam u i ad eandem. ergo p i ad i y maiorem proportionem habebit, quàm e ✠ ad ✠ b: & propterea quadratum p i ad quadratum i y maiorem habebit, quàm* E 4. sexti. 8. quinti. 13. quinti.

quadratum e ψ ad quadratum ψ b.

F Sed quam proportionem habet quadratum p i ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y.] *Est enim ex undecima primi conicorum quadratum p i æquale rectangulo contento linea i o, & ea, iuxta quam possunt quæ à sectione ad diametrum ducuntur, uidelicet dupla ipsius* κ *r. atque est i y dupla i o, ex trigesimatertia eiusdem: quare ex decimasexta sexti elementorum, rectangulum, quod fit ex* κ *r, & i y æquale est rectangulo contento linea i o & ea, iuxta quam possunt: hoc est quadrato p i. Sed ut rectangulum ex* κ *r, & i y ad quadratum i y, ita linea* κ *r ad ipsam i y. ergo linea* κ *r ad i y eandem proportionem habebit, quam rectangulum ex* κ *r & i y, hoc est quadratum p i ad quadratum i y.*



lem. 22. decimi.

G Et quam proportionem habet quadratũ e ψ ad quadratum ψ b, eandem habet dimidium lineæ K r ad lineã ψ b.] *Nam cum quadratum e ψ positum sit æquale dimidio rectanguli contenti linea* κ *r, & ψ b; hoc est ei, quod dimidia ipsius* κ *r & linea ψ b continetur: & ut rectangulum ex dimidia* κ *r, & ψ b ad quadratum ψ b, ita sit dimidia* κ *r ad lineam ψ b: habebit dimidia* κ *r ad ψ b proportionem eandem, quam quadratum e ψ ad quadratum ψ b.*

lem. 22. decimi

H Et idcirco i y minor est, quàm dupla ψ b.] *Quam enim proportionem habet dimidium* κ *r ad ψ b, habeat* κ *r ad aliam lineam. erit ea maior, quàm i y; nempe ad quam* κ *r minorem proportionẽ habet: atque erit dupla ψ b. ergo i y minor est, quam dupla ψ b.*

10. quinti

K Et i ω maior, quàm ψ r.] *Cum enim o ω posita sit æqualis b r si ex b r dematur ψ b, & ex o ω dematur o i, quæ minor est ψ b: erit reliqua i ω maior reliqua ψ r.*

L Atque ideo f q æqualis est ipsi p m.] *Ex decimaquarta quinti elementorum, nam linea o n ipsi b d est æqualis.*

M Demonstrata est autem p h maior, quàm f.] *Etenim demonstrata est i ω maior, quàm f; atque est p h æqualis ipsi i ω.*

N Eodem modo demonstrabitur t h perpendicularis ad

humidi

humidi ſuperficiem.] *Eſt enim t ω æqualis κ r, hoc eſt ei, quæ uſque ad axem. quare ex iJs, quæ ſuperius demonſtrata ſunt, linea t h ducta erit ad humidi ſuperficiem perpendicularis.*

Minorem igitur proportionem habet quadratum p i O
ad quadratum i y, quàm quadratum e ψ ad ψ b quadratũ] *Hæc & alia, quæ ſequuntur, tum in hac, tum in ſequenti propoſitione non alio, quàm quo ſupra modo demonſtrabimus.*

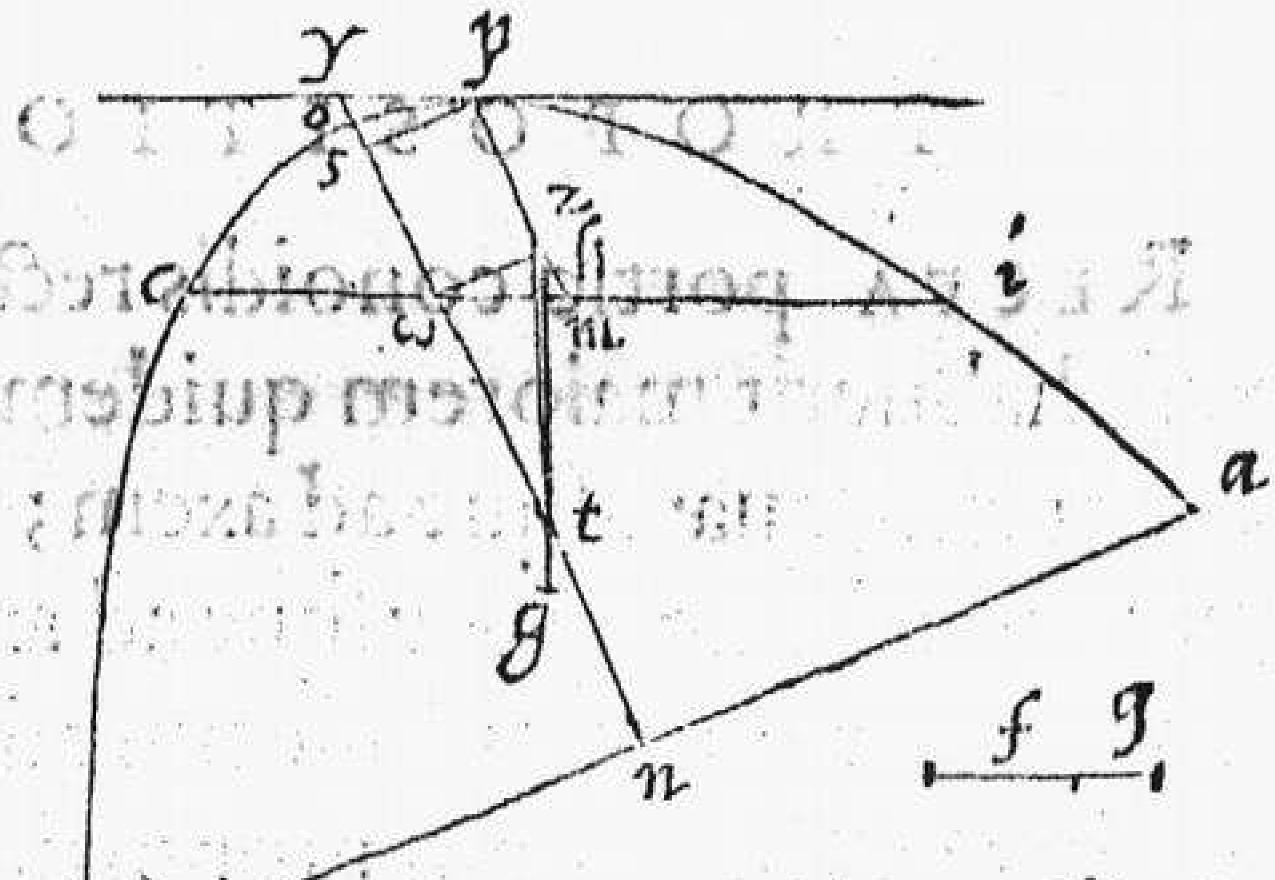
Itaque per z g ductis perpendicularibus ad humidi ſu- P
perficiem, quæ ipſi t h æquidiſtent; ſequitur portionem ipſam non manere, ſed reuolui adeo, ut axis cum ſuperficie humidi angulum faciat maiorem eo, quem nunc facit.] *Nam cum perpendicularis, quæ per g, ducitur ad eas partes cadat, in quibus eſt l; quæ autem per z ad eas in quibus a: neceſſarium eſt centrum g deorſum ferri, & z ſurſum. quare partes ſolidi, quæ ſunt ad l deorſum; quæ uero ad a ſurſum ferentur, ut axis cum ſuperficie humidi maiorem angulum contineat.*

Sic enim erit i o æqualis ψ b, iteq; ω i æqualis ψ r, & p h Q
ipſi f.] *Hoc in tertia figura, quam nos addidimus, perſpicue apparet.*

PROPOSITIO IX.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm ſeſquialterum eius, quæ uſque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ uſque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; & in grauitate ad humidum proportionem habeat maiorem, quàm exceſſus, quo quadratum, quod fit ab axe maius eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis eſt maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſq; ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in humidum demissa adeo, ut basis ipsius tota sit in hu mido, & posita inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ipsius secũdum perpendicularem sit, nec ma nebit inclinata, nisi quãdo axis cum superficie hu midi angulum fecerit æqualem angulo similiter ut prius, assumpto.

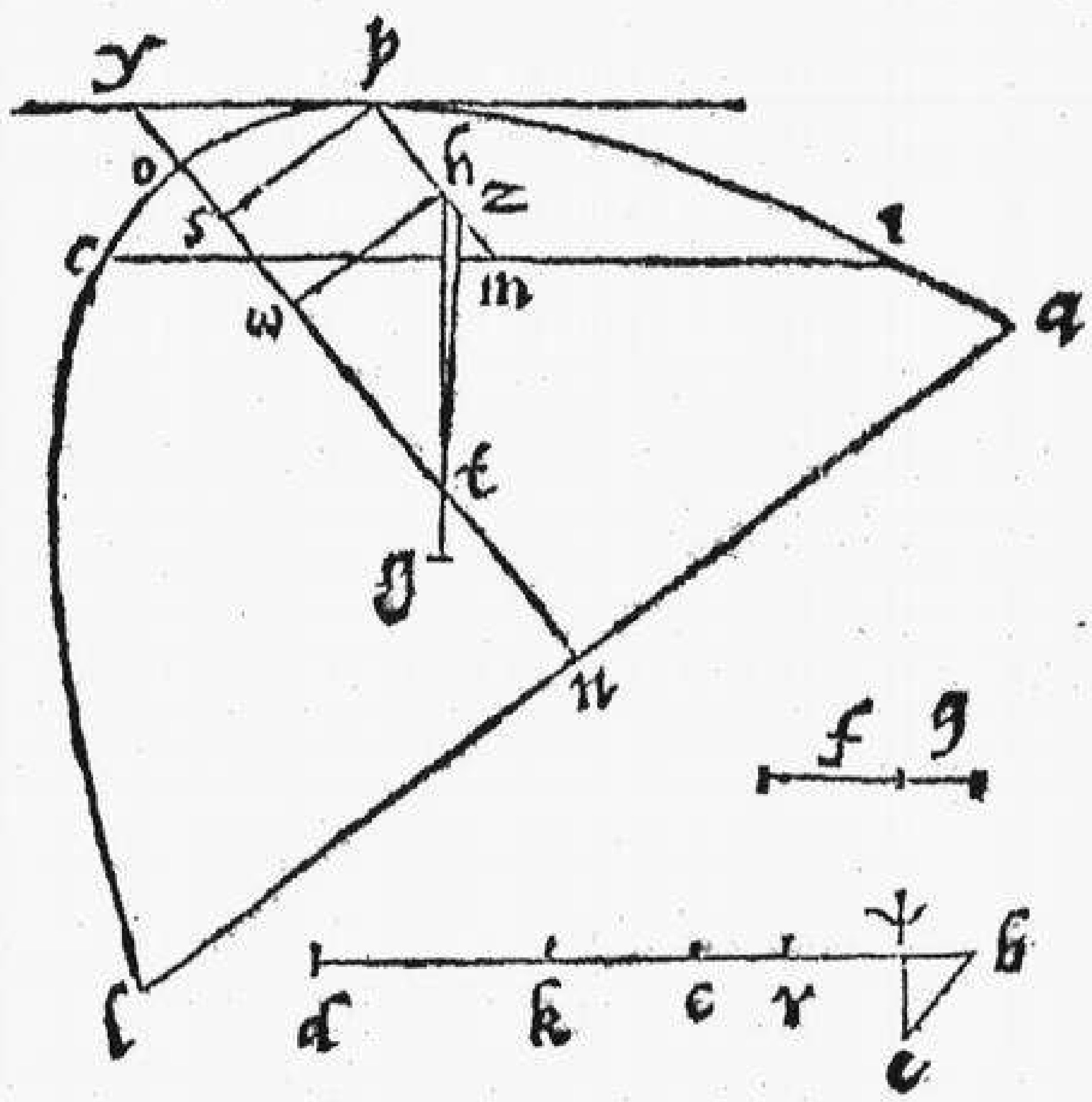
SIT portio, qualis dicta est: ponaturq; d b æqualis axi portionis: & b k quidem sit dupla ipsius k d; k r autem æqualis ei, quæ usque ad axem: & c b sesquialtera b r. Quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eam habeat excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q, ad ipsum b d quadratum: & sit f ipsius q dupla. constat igitur excessum, quo quadratum b d excedit quadratum b c ad quadratum b d, minorem habere proportionem, quàm excessus, quo quadratũ b d excedit quadratum f q ad b d quadratum. est enim b c excessus quo axis portiõis maior est, quã sesquialter eius, quæ usque ad axem.

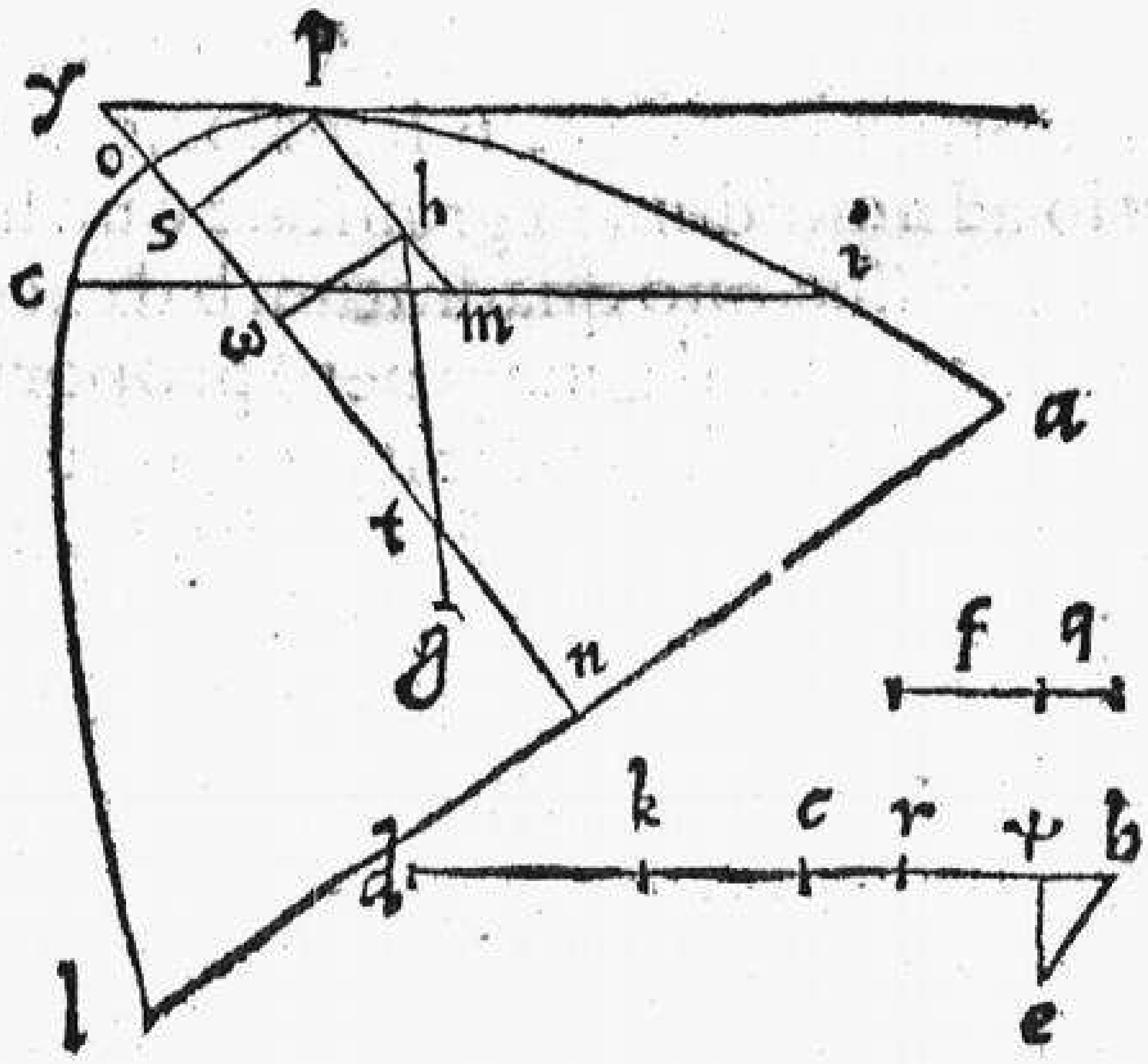


A quare quadratum b d magis excedit quadratum f q, quàm b c quadratum: & idcirco linea f q minor est, quàm b c: itemq; f minor, quàm b r. Sit ipsi f æqua

æqualis r ψ; & ducatur ψ r perpendicularis ad b d, quæ possit dimidium eius, quod ipsis k r, ψ b, continetur. Dico portionem in humidum demissam adeo, ut basis ipsius tota sit in humido, ita consistere, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem. Demittatur enim portio in humidum, sicuti dictum est; & axis cum humidi superficie non faciat angulum æqualẽ ipsi b, sed primo maiorem: secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, sectio portionis sit a p o l rectanguli coni sectio; superficiei humidi sectio c i; sitq; axis portionis, & sectionis diameter n o, quæ secetur in punctis ω t, ut prius: & ducantur y p quidem ipsi c i æquidistans, contingensq; sectionem in p; m p uero æquidistans n o: & p s ad axem perpendicularis. Quoniam igitur axis portionis cum superficie humidi facit angulum maiorem angulo b; erit & angulus s y p angulo b maior. quare quadratum p s ad quadratum s y maiorem habet proportionem, quàm quadratum ψ e ad quadratum ψ b: & propterea κ r ad s y maiorem habet, quàm dimidium ipsius κ r ad ψ b. ergo s y B
minor est, quam dupla ψ b; & s o minor, quàm ψ b. quare C
s ω maior, quàm r ψ; & p h maior, quàm f. Itaque quoniã portio ad humidum in grauitate eam habet proportionẽ, D
quam excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q ad quadratum b d: quam uero proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem pars ipsius demersa habet ad totam portionẽ: sequitur partẽ demersam ad totam portionem, eam proportionem habere, quã excessus, quo quadratum b d excedit quadratũ f q, ad quadratũ b d. habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humidum E
proportionem eandem, quam quadratum b d ad quadratum f q. Sed quam proportionem habet tota portio ad eã, quæ est extra humidum, eandem habet quadratum n o ad quadratum p m. ergo p m ipsi f q æqualis erit. demonstrata est autem p h maior, quàm f: quare m h minor erit,

quàm q; & p h maior, quàm dupla h m. Sit igitur p z dupla ipſius z m: & iuncta z t producatur ad g. erit totius quidem portionis grauitatis centrũ t: eius, quæ eſt extra humidũ z: reliquæ uero partis, quæ in humido, centrum erit in linea z t producta; quod ſit g. demõſtrabitur ſimiliter, ut prius, t h perpẽdicularis ad ſuperficiem humidi: & quæ per z, g ducuntur æquidiſtantes ipſi t h, ad eandem perpẽdiculares. ergo portio, quæ eſt extra humidũ deorſum feretur ſecundum eam quæ per z tranſit; quæ uero intra ſecun-





dum

dum eam, quæ per g sursum eleuabitur. non igitur manebit portio sic inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ad superficiem humidi sit perpendicularis: quoniam quæ ex parte l F decorsum; quæ uero ex parte a sursum ferentur, ut ex iam demonstratis apparere potest. Quòd si axis cum superficie humidi fecerit angulum minorem angulo b, similiter de- G monstrabitur, nō manere portionem, sed inclinari, donec utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem.

COMMENTARIVS.

QVARE quadratum b d magis excedit quadratum A fq, quàm b c quadratum: & idcirco linea f q minor est, quàm b c: itemq; f minor quam b r.] *Quoniam excessus, quo quadratum b d excedit quadratum b c ad quadratum b d minorem proportionem habet, quàm excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q, ad idem quadratum: erit ex octaua quinti excessus, quo quadratum b d excedit quadratum b c, minor quàm excessus, quo excedit quadratum f q. ergo quadratum f q minus est quadrato b c: & propterea linea f q minor linea b c. Sed f q ad f eandem proportionē habet, quam b c ad b r; utraque enim utriusque sesquialtera est. cum* 14 quinti *igitur f q sit minor b c, & f ipsa b r minor erit.*

Et propterea κ r ad s y maiorem habet, quàm dimidium B ipsius κ r ad ψ b.] *Est enim κ r ad s y, ut quadratum p s ad quadratum s y: & dimidium lineæ K r ad lineam ψ b, ut quadratum e ψ ad quadratum ψ b.*

Et s o minor quàm ψ b] *Est enim s y dupla ipsius s o.* C

Et p h maior, quàm f.] *Nam p h est æqualis s ω, & r ψ* D *ipsi f.*

Habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humi- E dum proportionem eandem, quam quadratum b d ad quadratum f q.] *Cum pars demersa ad totam portionem ita sit, ut excessus, quo quadratum b d excedit quadratum f q ad b d quadratū:*

erit conuertendo tota portio ad partem ipsius demersam, ut quadratum b d ad excessum, quo quadratum f q excedit. quare per conuersionem rationis tota portio ad eam, quæ extra humidum est ut quadratum b d ad quadratum f q: nam quadratum b d tanto maius est excessu, quo excedit quadratum f q, quantum est ipsum f q quadratum.

F Quoniam quæ ex parte l deorsum, quæ uero ex parte a sursum ferentur.] *Hæc nos ita correximus, nam in translatione mendose, ut opinor, legebatur, quoniam quæ ex parte l ad superiora ferentur, perpendicularis enim quæ transit per z ad partes l, & quæ per g ad partes a cadit. quare centrum z unà cum partibus ijs, quæ sunt ad l deorsum feretur, centrum uero g unà cum partibus quæ ad a sursum.*

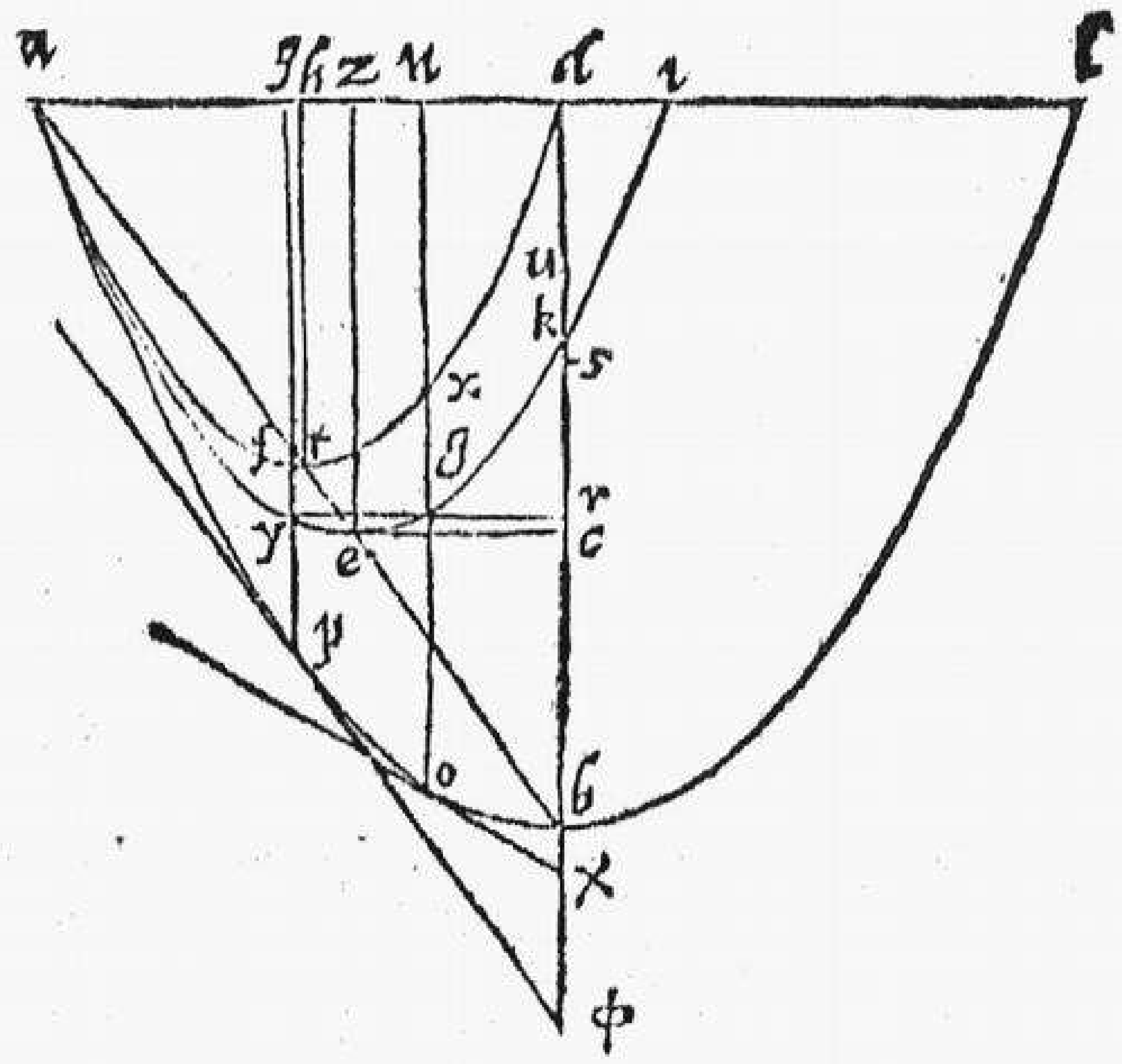
G Similiter demonstrabitur non manere portionem, sed inclinari, donec utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem.] *Illud uero tum ex ijs, quæ in antecedenti dicta sunt, tum ex figuris, quas apposuimus, facile demonstrari potest.*

PROPOSITIO X.

Recta portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humi-
A dum: non nunquam quidem recta consistet; non
B nunquam inclinata: & interdum adeo inclinata, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi: idq; in duabus dispositionibus: in terdum

interdũ quidem ita, ut basis in humidum magis demergatur: interdum uero ita, ut superficiem humidi nullo modo contingat; secundum proportionem, quam habet ad humidum in grauitate. Eorum quæ dicta sunt, singula inferius demonstrabuntur. C D E

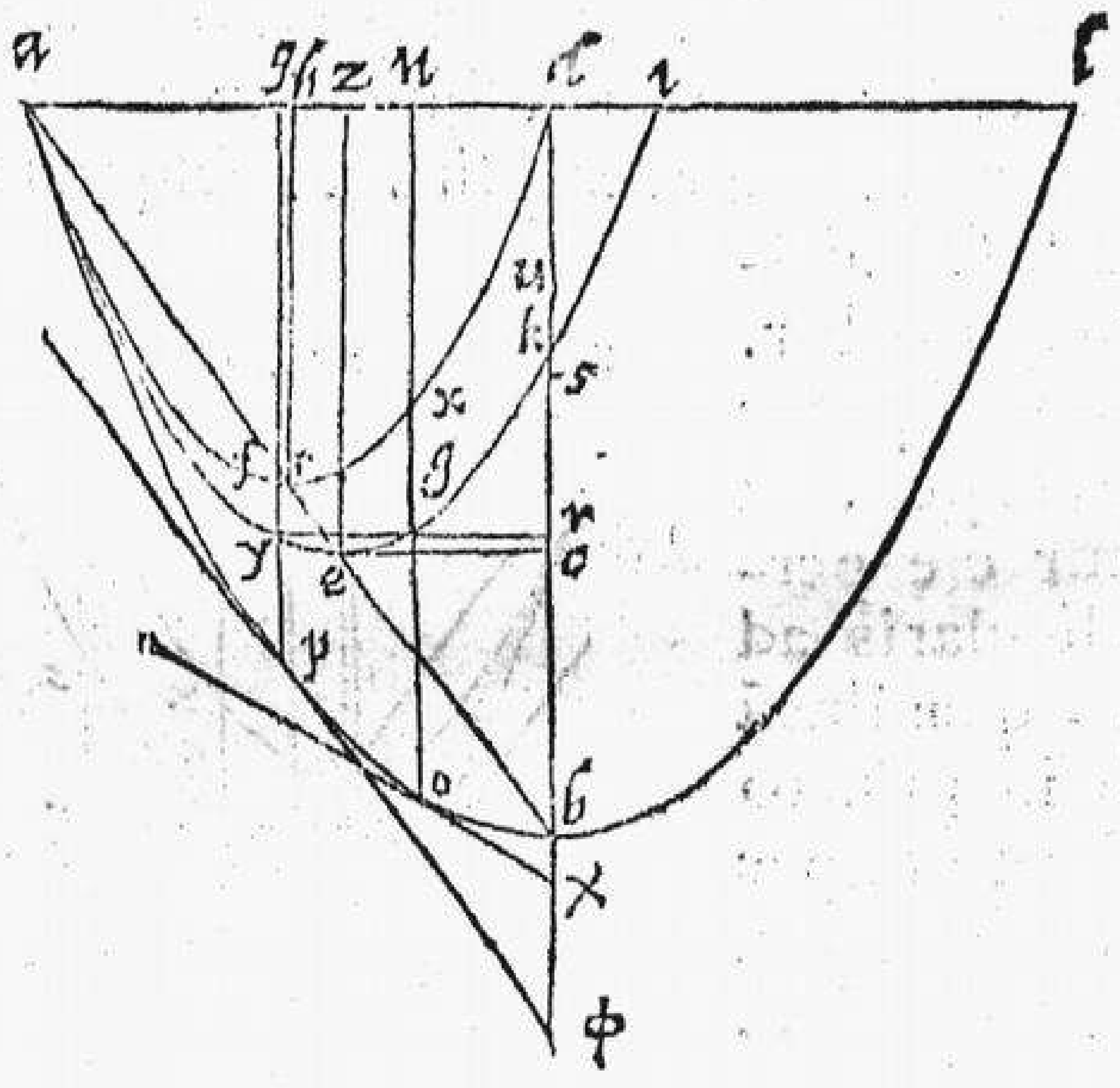
SIT portio qualis dicta est: & secta ipsa plano per axẽ, recto ad superficiem humidi, sectio sit a p o l rectanguli coni sectio: axis portionis, & sectionis diameter b d: seceturq; b d in puncto quidem k ita, ut b k dupla sit ipsius k d: in c uero ita, ut b d ad κ c proportionẽ habeat eandem, quam quindecim ad quatuor. constat igitur k c maiorem esse, quàm quæ usque ad axem. Sit ei quæ usque ad axem æqualis κ r: & ipsius κ r sesquialtera d s. Est autem & s b sesquialtera ipsius b r. Itaque iũgatur a b; & per c ducatur c e perpẽdicularis ad b d, quæ lineã a b in puncto e secet: & per e ducatur e z æquidistãs b d. Rursus ipsa a b bifariã in t diuisa, ducatur t h eidem b d æquidistans: & F G H



intelligantur rectanguli coni sectiones descriptæ. a e i qui-

H

K dem circa e z diametrum; a t d uero circa diametrum t h;
L quæ similes sint portioni a b l. transibit igitur a e i coni
sectio per K: & quæ a b r ducta est perpendicularis ad b d,
ipsam a e i secabit. secet in punctis y g: & per y g ducan
tur ipsi b d æquidistantes p y q, o g n, quæ secent a t d in
f x. ducantur postremo, & p χ, o φ contingentes sectionē
M a p o l in punctis p o. cū ergo tres portiones sint a p o l,
a e i, a t d, contentæ rectis lineis, & rectangulorum cono-
rum sectionibus; rectæq; similes, & inæquales, quæ contin
gunt se se super unamquanque basim: à puncto autem n
sursum ducta sit n x g o; & à q ipsa q f y p: habebit o g ad
g x proportionem compositam ex proportione, quam ha
bet i l ad l a; & ex proportione, quam a d habet ad d i.
Sed i l ad l a
habet eandem,
quam duo ad
quinque. ete-
N nim c b ad b d
est, ut sex ad
quīdecim; hoc
est ut duo ad
O quinque: & ut
c b ad b d, ita
e b ad b a: &
d z ad d a. ha-
P rum autē d z,
d a duplæ sunt
Q ipsæ l i, l a: &
a d ad d i eā pro



portionem habet, quam quinque ad unum. sed proportio
composita ex proportione, quam habet duo ad quinque;
& ex proportione, quam quinque ad unum; est eadem,
quam habent duo ad unum: duo autem ad unum duplam
proportionem habent. dupla est igitur g b ipsius g x: &
eadem

eadem ratione oſtẽdetur p y ipſius y f dupla. Itaque quoniam d s ſeſquialtera eſt ipſius k r; erit b s exceſſus, quo axis eſt maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem. Si igitur portio ad humidũ in grauitate eã habet proportionem, quam quadratum, quod fit à linea b f ad quadratum, quod à b d, aut maiorem; in humidum demiſſa, ita ut baſis ipſius non contingat humidum, recta conſiſtet. demonſtratum eſt enim ſuperius, portionem, cuius axis eſt R maior, quàm ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ſi ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat, quàm quadratum, quod fit ab exceſſu, quo axis maior eſt, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem, ad quadratum, quod ab axe; demiſſam in humidum, ita ut dictum eſt, rectam conſiſtere.

COMMENTARIVS.

QVAE *hac decima propoſitione continentur, Archimedes in quinque partes diſſecuit, & ſingulas ſeorſum demonſtrauit.*

Nonnunquam quidem recta conſiſtat.] *Hæc eſt prima* A *pars, cuius demonſtrationem ſtatim ſubiungit.*

Et interdum adeo inclinata, ut baſis ipſius in uno pun- B cto contingat ſuperficiem humidi; idq; in duabus diſpoſitionibus.] *Demonſtratum eſt illud in tertia parte.*

Interdum ita, ut baſis in humidum magis demergatur.] C *Pertinet id ad quartam partem.*

Interdum uero ita, ut ſuperficiem humidi nullo modo D contingat.] *Hoc duobus item modis fit, quorum unus in ſecunda, alter in quarta parte explicatur.*

Secundum proportionem, quam habet ad humidum in E grauitate.] *In translatione ita legebatur, quam autem proportionem habet ad humidum in grauitate.*

Conſtat igitur k c maiorem eſſe, quàm quæ uſque ad F axem.] *Nam cum b d ad k c eandem habeat proportionem, quam*

quindecim ad quatuor; & ad eam, quæ uſque ad axem maiorem pro
10.quinti *portionem habeat: erit quæ uſque ad axem minor ipſa k c.*

G Sit ei, quæ uſque ad axem æqualis k r.] *Hæc nos addidimus, quæ in translatione non erant.*

H Eſt autem & s b ſeſquialtera ipſius b r.] *Ponitur enim d b ſeſquialtera ipſius b k; itémq; d ſ ſeſquialtera k r. quare ut to*
19.quinti *ta d b ad totam b k, ita pars d s ad partem k r. ergo & reliqua s b ad reliquam b r, ut d b ad b k.*

K Quæ ſimiles ſint portioni a b l.] *Similes portiones coni ſectionum Apollonius ita diffiniuit in ſexto libro conicorum, ut ſcribit Eutocius,* ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἑκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆθος, αἱ παράλληλοι, καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσὶ, καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας; *hoc eſt. in quibus ſi ducantur lineæ æquidiſtantes baſi numero æquales: æquidiſtantes atq; baſes ad partes diametrorum, quæ ab ipſis ad uerticem abſcindũtur, eandem proportionem habent: itémq; partes abſciſſæ ad abſciſſas. ducuntur autem lineæ baſi æquidiſtantes: ut opinor, deſcripta in ſin*
γνωρίμως *gulis plane rectilinea figura, quæ lateribus numero æqualibus contineatur. Itaq; portiones ſimiles à ſimilibus coni ſectionibus abſcindũtur: & earum diametri ſiue ad baſes rectæ, ſiue cum baſibus æquales angulos facientes, ad ipſas baſes eandem habent proportionem.*

L Tranſibit igitur a e i coni ſectio per k.] *Si enim fieri poteſt non tranſeat per k, ſed per aliud punctum lineæ d b, ut per u. Quoniam igitur in rectãguli coni ſectione a e i, cuius diameter e z, ducta eſt a e, & producta: & d b diametro æquidiſtans utraſque a e, a i ſecat; a e quidem in b, a i uero in d: habebit d b ad b u proportionem eandem, quam a z, ad z d, ex quarta propoſitione libri Archimedis de quadratura parabolæ. Sed a z ſeſquialtera eſt ipſius z d: eſt enim ut tria ad duo, quod mox demonſtrabimus. ergo d b ſeſquialtera eſt ipſius b u. eſt autẽ d b & ipſius b k ſeſquialte*
9.quinti. *ra. quare lineæ b u, b k inter ſe æquales ſunt; quod fieri non poteſt. rectanguli igitur coni ſectio a e i per punctum k tranſibit. quod demonſtrare uolebamus.*

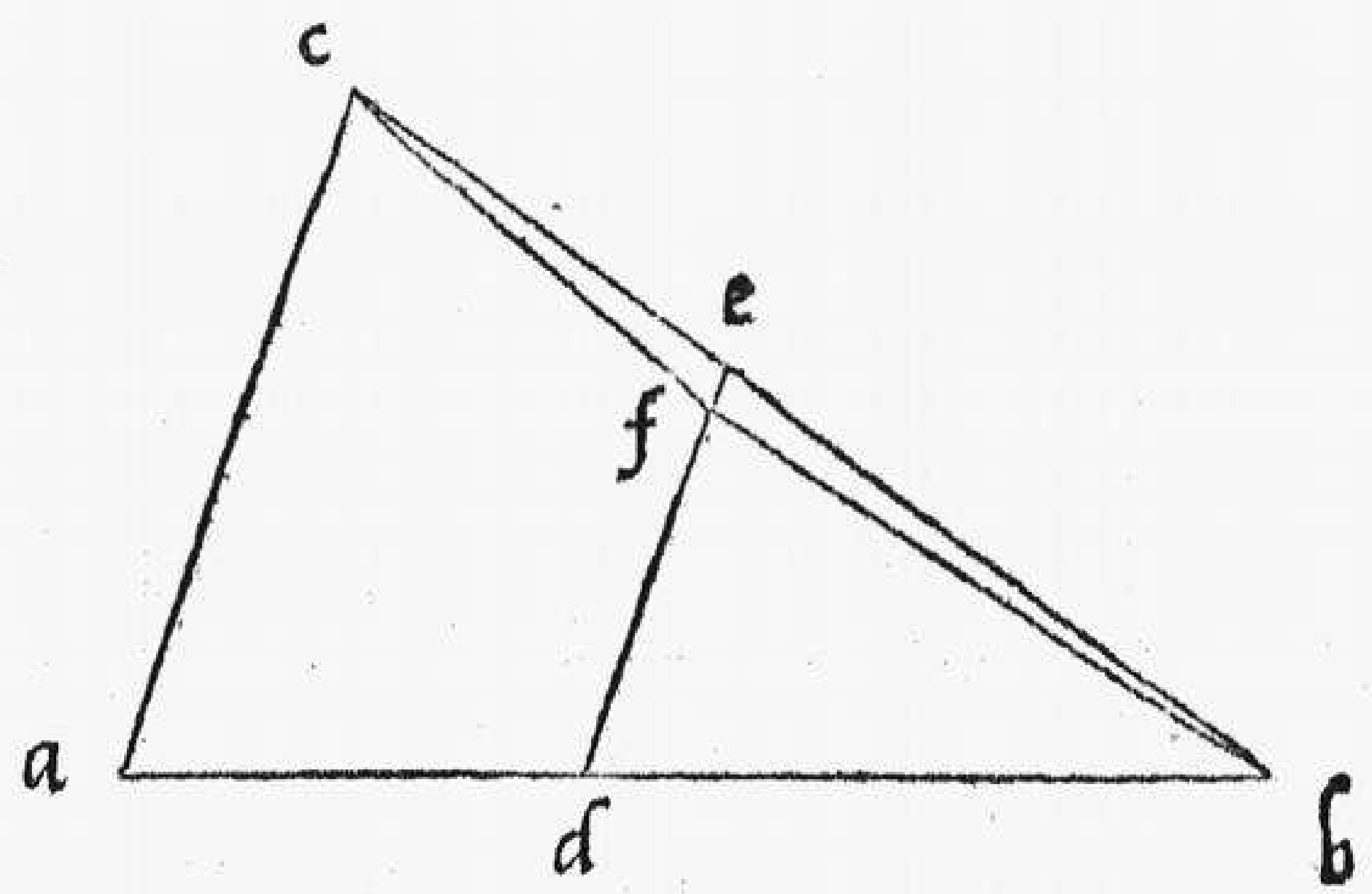
Cum

Cum ergo tres portiones sint apol, aci, atd, contentæ rectis lineis, & rectãgulorum conorum sectionibus; rectæq;, similes, & inæquales, quæ contingunt se se super unam quamque basim.] *Post ea uerba, super unamquanque basim, in translatione aliqua desiderari uidentur. Ad horum autem demonstrationem non nulla præmittere oportet, quæ etiam ad alia, quæ sequuntur, necessaria erunt.* M

LEMMA I.

Sit recta linea ab, quam secent duæ lineæ inter sese æquidistantes ac, de, ita ut quam proportionem habet ab ad bd, eandem habeat ac ad de. Dico lineam, quæ cb puncta coniungit, etiam per ipsum e transire.

SI enim fieri potest, non transeat per e, sed uel supra, uel infra. transeat primum infra, ut per f. erunt triangula abc, dbf inter se similia. quare ut ab ad bd, ita ac ad df. sed ut ab ad bd, ita erat ac ad de. ergo df ipsi de æqualis erit, uidelicet pars toti, quod est absurdum. Idem absurdum sequetur, si linea cb supra e punctum transire ponatur. quare cb etiam per e necessario transibit. quod oportebat demonstrare. 4. sexti. 9. quinti.

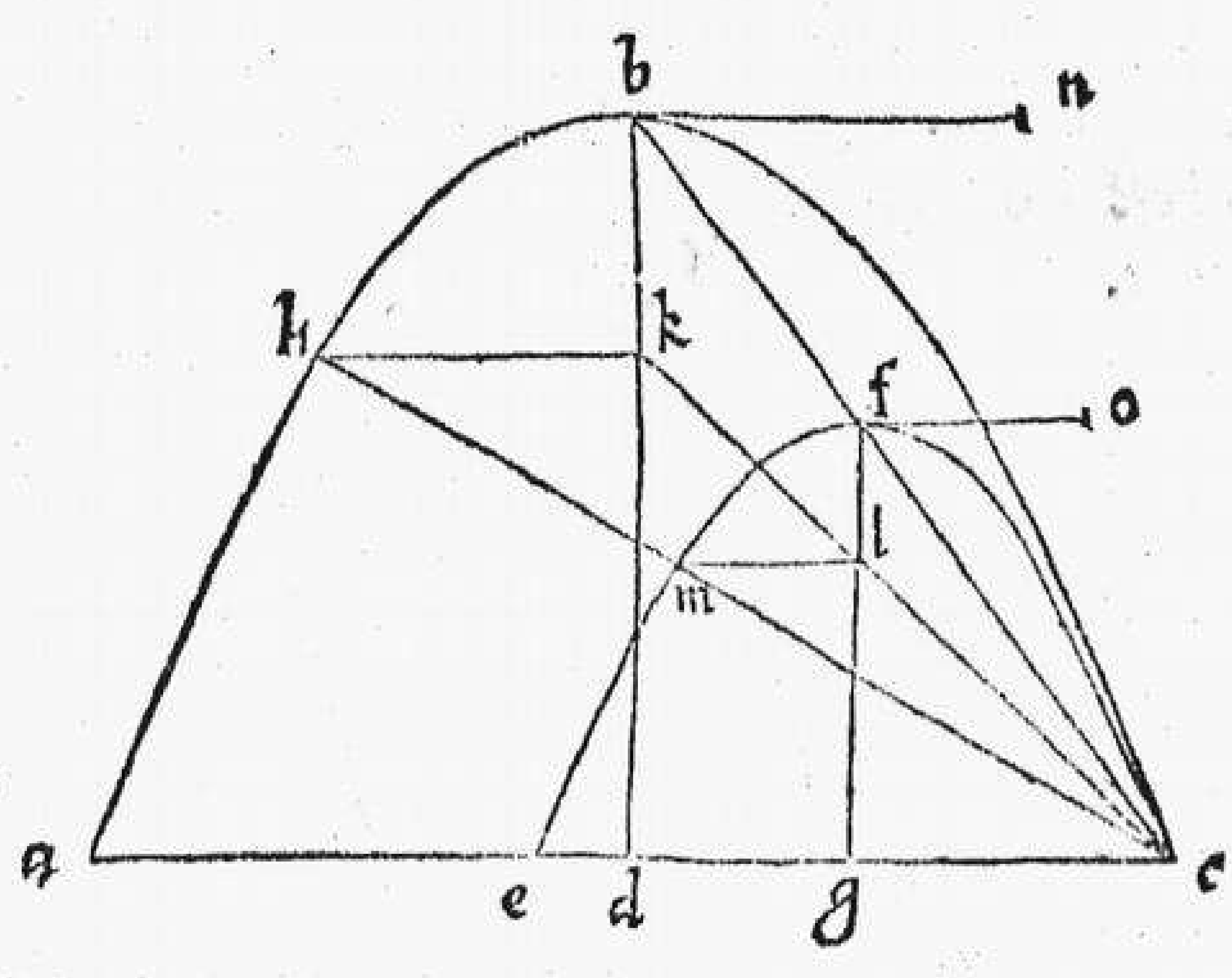


LEMMA II.

Sint duæ portiones similes, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus; a b c quidem maior, cuius diameter b d; e f c uero minor, cuius diameter f g: aptenturq; inter sese, ita ut maior minorem includat & sint earum bases a c, e c in eadem recta linea, ut idẽ punctum c sit utriusque terminus: sumatur deinde in sectione a b c quodlibet punctum h: & iungatur h c. Dico lineam h c ad partem sui ipsius, quæ inter c, & sectionem e f c interiicitur, eam proportionẽ habere, quam habet a c ad c e.

DVCATVR *b c, quæ transibit per f. quoniam enim portiones similes sunt, diametri cũ basibus æquales continent angulos. quare æquidistant inter sese b d, f g: éstq; b d ad a c, ut f g ad e c: & permutando b d ad f g, ut a c ad c e: hoc est ut earum dimidiæ d c ad c g. ergo ex antecedẽti lẽmate sequitur lineã b c per punctum f transire. Ducatur præ*

15. quinti.



terea à puncto h ad diametrum b d linea h k, æquidistans basi a c: & iuncta k c, quæ diametrum f g secet in l; per l ducatur

ad

ad sectionem e f g ex parte e linea l m, eidem a c basi aequidistans. Sit autem sectionis a b c, linea b n iuxta quam possunt, quae à sectione ducuntur: & sectionis e f c sit ipsa f o. quoniam igitur triangula c d b, c f g similia sunt, erit ut b c ad c f, ita d c ad c g; & b d ad f g. rursus quoniam triangula c k b, c l f etiã inter se sunt similia, ut b c ad c f, hoc est ut b d ad f g, ita erit k c ad c l; & b K ad f l. quare K c ad c l, & b k ad f l sunt ut d c ad c g: hoc est ut earum duplae a c ad c e. sed ut b d ad f g, ita d c ad c g; hoc ẽ a d ad e g: & permutãdo ut b d ad a d, ita f g ad e g. quadratum autem a d aequale est rectangulo d b n ex undecima primi conicorum. ergo tres lineae b d, a d, b n inter se sunt proportionales. eadem quoque ratione cum quadratum e g aequale sit rectangulo g f o, tres aliae lineae f g, e g, f o, deinceps proportionales erũt. & ut b d ad a d, ita f g ad e g. quare ut a d ad b n, ita e g ad f o. ex aequali igitur, ut d b ad b n, ita g f ad f o: & permutando ut d b ad g f, ita b n ad f o. ut autem d b ad g f, ita b k ad f l. ergo b k ad f l, ut b n ad f o: & permutando, ut b k ad b n, ita f l ad f o. Rursus quoniã quadratũ b K aequale est rectangulo k b n: & quadratum m l rectangulo l f o aequale: erunt tres lineae b k, k b, b n proportionales: itẽmq; proportionales inter se f l, l m, f o. quare ut linea b K ad lineam b n, ita quadratum b K ad quadratum h k: & ut linea f l ad ipsam f o, ita quadratũ f l ad quadratum l m. Itaque quoniam, ut b K ad b n, ita est f l ad f o; erit ut quadratum b K ad quadratum K h, ita quadratum f l ad l m quadratum. ergo ut linea b k, ad lineam K h, ita linea f l ad ipsã l m: & permutãdo ut b k ad f l, ita k h ad l m. sed b k ad f l erat ut k c ad c l. ergo k h ad l m, ut K c ad c l. quare ex eodem lemmate patet lineam h c, & per m punctum transire. ut igitur K c ad c l: hoc est ut a c ad c e, ita h c ad c m; hoc est ad eam ipsius partem, quae inter c, & e g c sectionem interijcitur. similiter demonstrabimus idem contingere in alijs lineis, quae à puncto c ad a b c sectionem perducuntur. At uero b c ad c f eandem proportionem habere, liquido apparet; nam b c ad c f, est ut d c ad c g; uidelicet ut earum duplae, a c ad c e.

4. sexti.

15. quinti.

17. sexti.

11. primi conicorũ

cor. 20. sexti.

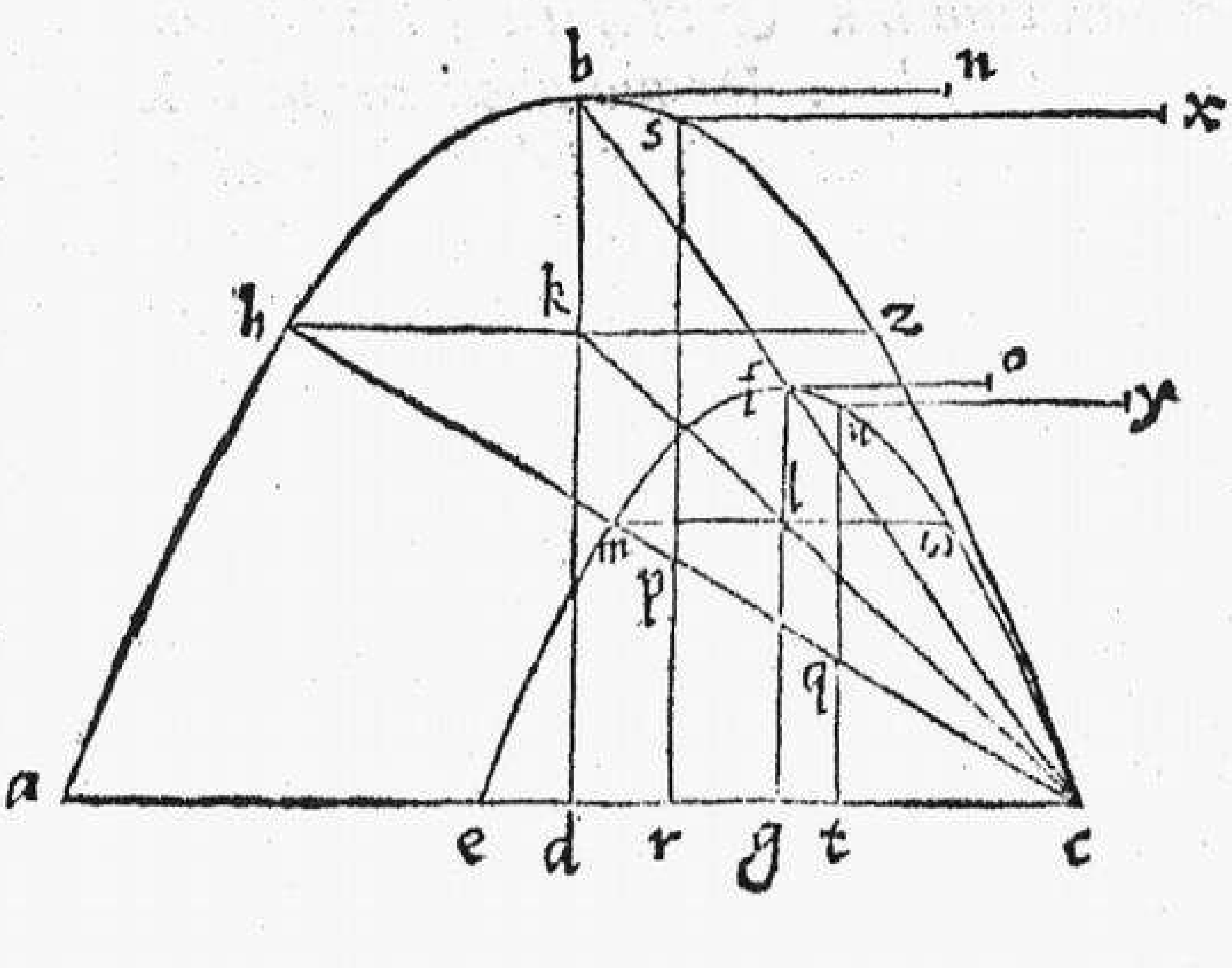
22. sexti

Ex quibus perspicuum est lineas omnes sic ductas ab ipsis sectionibus in eandem proportionem secari. est enim diuidendo, conuertendoq; c m ad m h, & c f ad f b, ut c e ad e a.

LEMMA III.

Sed & illud constare potest; lineas, quæ in portionibus eiusmodi similibus ita ducuntur, ut cũ basibus æquales angulos contineant, ab ipsis similes quoque portiones abscindere: hoc est, ut in proposita figura, portiones h b c, m f c, quas lineæ c h, c m abscindunt, etiam inter se similes esse.

DIVIDANTVR *enim c h, c m bifariam in punctis p q: & per ipsa ducantur lineæ r p s, t q u diametris æquidistantes. erit portionis h s c diameter p s, & portionis m u c diameter q u. Itaque fiat ut quadratum c r ad quadratum c p, ita linea b n ad aliam lineam, quæ sit s x: & ut quadratum c t ad quadratum c q, ita fiat f o ad u y. iam ex ijs quæ demõstrauimus in commentarijs in quartam propositionẽ Archimedis de conoidibus, & sphæroidibus, patet quadratum c p æquale esse rectangulo p s x:*



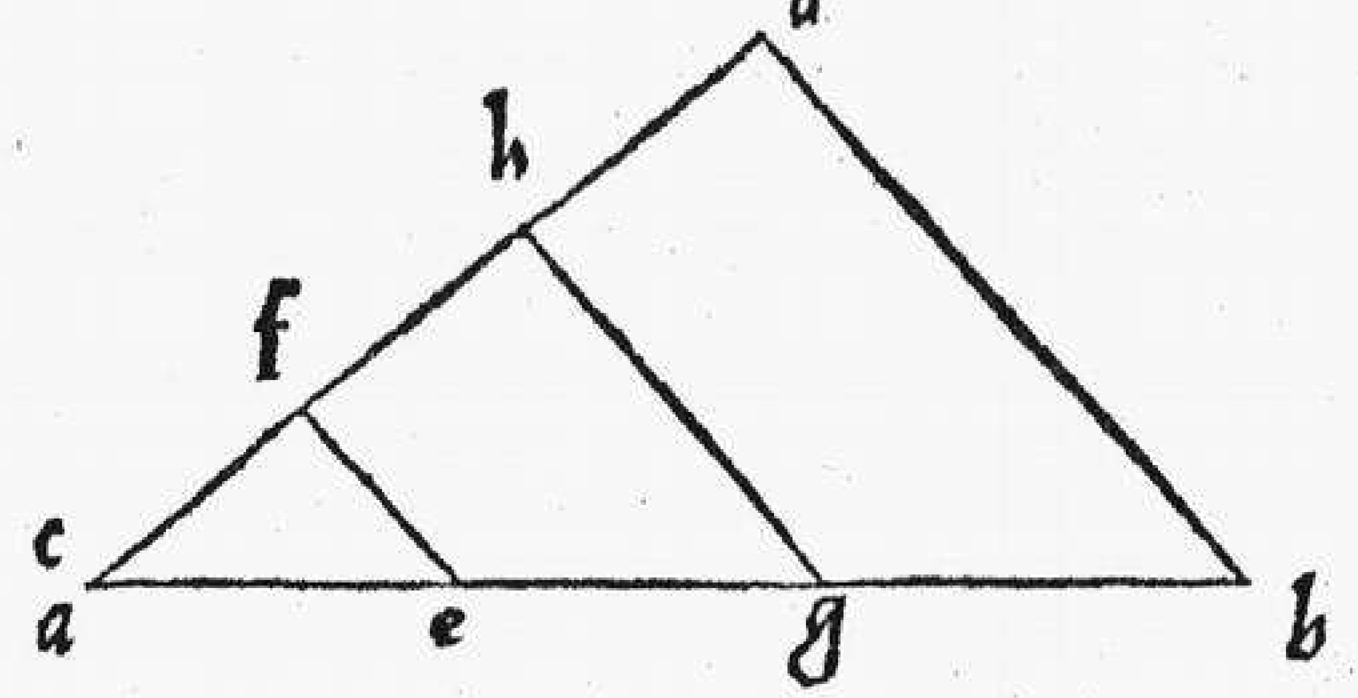
itémq; quadratum c q æquale rectangulo q u y, hoc est sectionum h s c, m u c lineas s x, u y, eas esse, iuxta quas possunt, quæ à sectione ad diametrum ducuntur. sed cũ triangula c p r, c q t similia sint, habebit c r ad c p eandem proportionem, quam c t ad c q: & idcirco quadratum c r ad quadratum c p eandem habebit, quam quadratum c t ad quadratum c q. ergo & linea h n, ad lineam s x ita erit, ut linea f o ad ipsam u y. erat autem h c ad c m, ut a c ad c e. quare & earum dimidiæ c p ad c q, ut a d ad e g: & permutando c p ad a d, ut c q ad e g. Sed ostensum est a d ad h n ita esse, ut e g ad f o: & h n ad s x, ut f o ad u y. ergo ex æquali c p ad s x erit, ut c q ad u y. Quòd cum quadratũ c p æquale sit rectangulo p s x & quadratum c q rectangulo q u y, erunt tres lineæ s p, p c, s x proportionales; itemq; proportionales ipsæ u q, q c, u y. quare & s p ad p c, ut u q ad q c: & ut p c ad c h, ita q c ad c m. ex æquali igitur ut portionis h s c diameter s p ad eius basim c h, ita portionis m u s diameter u q ad basim c m. & anguli, quos diametri cum basibus continent, sunt æquales, quòd lineæ s p, u q sibi ipsis æquidistent. ergo & portiones h s c, m u c inter se similes erunt. id quod demonstrandum proponebatur. 22. sexti

LEMMA IIII.

Sint duæ lineæ a b, c d, quæ secentur in punctis e f, ita ut quam proportionem habet a e ad e b, habeat c f ad f d: rursus secentur in aliis duobus punctis g h; & habeat c h ad h d eandem proportionem, quam a g ad g b. Dico c f ad f h ita esse, ut a e ad e g.

QVONIAM *enim ut a e ad e b, ita c f ad f d, erit componendo ut a b ad e b, ita c d ad f d. Rursus cum sit ut a g ad g b, ita c h ad h d; componendo, conuertendoq; ut g b ad a b, ita erit h d ad c d. ergo ex æquali, conuertendoq; ut e b ad g b, ita f d ad h d:*

& per conuersionem rationis ut e b ad e g, ita f d ad f h. est autem ut a e ad e b, ita c f ad f d. ex æquali igitur ut a e ad e g, ita c f ad f h.



ALITER. *Aptentur lineæ a b, c d inter sese, ita ut ad partes a c angulum faciant; & sint a c in uno atque eodem puncto: deinde iungantur d b, h g, f e. cum igitur sit ut a e ad e b, ita c f, hoc est*
2. sexti: *a f ad f d; æquidistabit f e ipsi d b: & similiter h g eidem d b*
30. primi *æquidistabit: quoniam a h ad h d est, ut a g ad g b. ergo f e, h g inter sese æquidistant: & idcirco ut a e ad e g, ita a f; hoc est c f ad f h. quod demonstrare oportebat.*

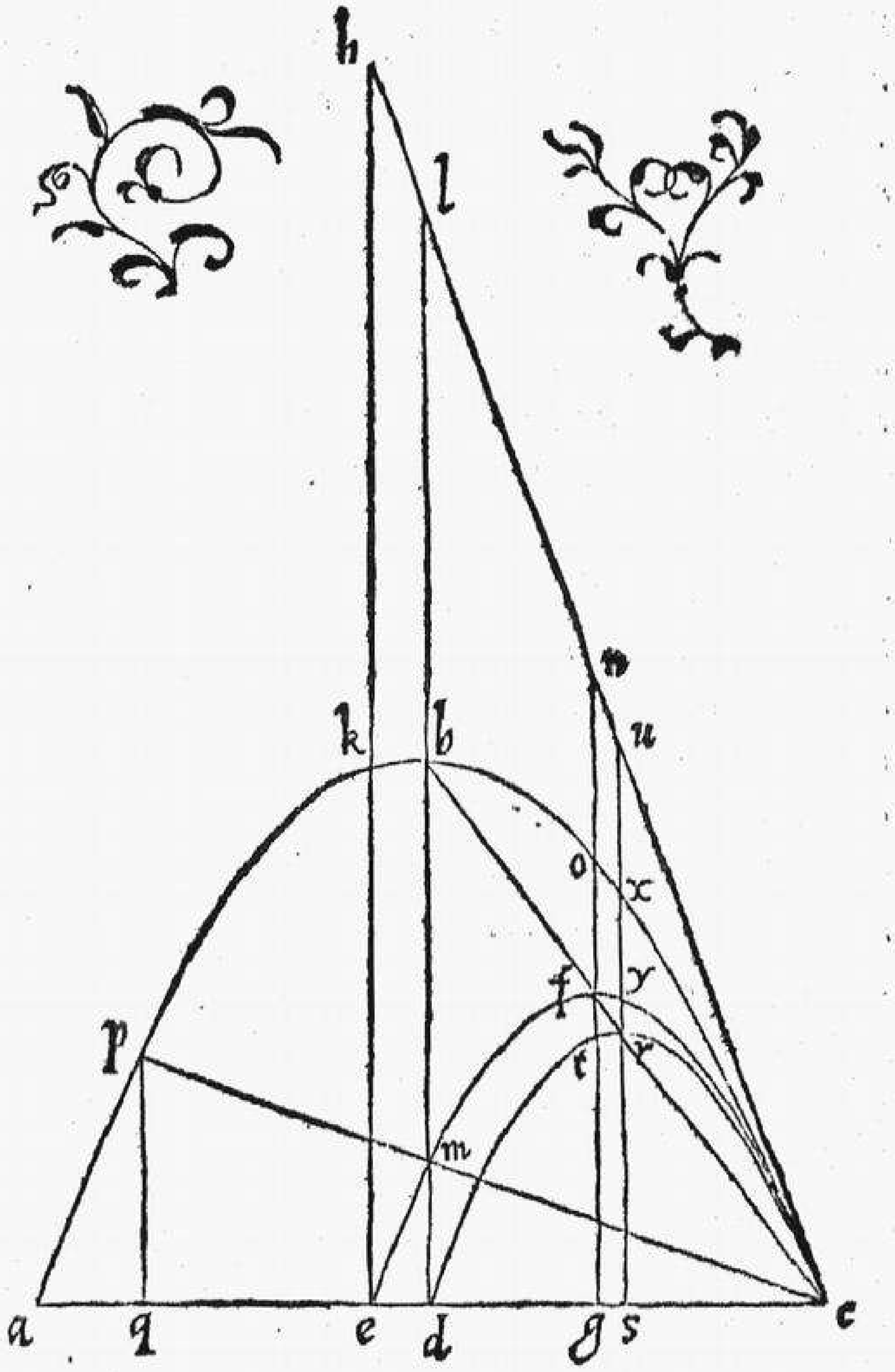
LEMMA V.

Sint rursus duæ portiones similes, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus, ut in superiori figura a b c, cuius diameter b d: & e f c, cuius diameter f g: ducaturque à puncto e linea e h, diametris b d, f g æquidistans, quæ sectionem a b c in k secet: & à puncto c ducatur c h contingens sectionem a b c in c: conueniensque cum linea e h in h, quæ sectionem quoque e f c in eodem c puncto continget, ut demonstrabitur. Dico lineam ductam ab ipsa c h usque ad sectionem e f c, ita ut lineæ e h æquidistet, in eandem proportionem diuidi à sectione a b c; in quam linea c a à

sectio

sectione e f c diuiditur: pars uero lineæ c a, quæ est inter duas sectiones proportione respondebit parti lineæ ductæ, quæ itidem inter easdem sectiones interiicitur; hoc est ut in proposita figura, si producatur d b usque ad c h in l, ut sectioni e f c in puncto m occurrat; lineam l b ad b m eãdem proportionem habere, quàm c e ad e a.

Producatur enim q f ad eandem lineã c h in n, secãs a b c sectionem in o: & iuncta b c, quæ transibit per f, ut ostensum est, erunt triangula c g f, c d b similia: itemq; similia īter se, c f n, c b l. quare ut g f ad d b, ita erit c f ad c b: & ut c f ad c b, ita f n ad b l. ergo g f ad d b, ut f n ad b l: & permutando g f ad f n, ut d b ad b l. est autem d b æqualis ipsi b l ex trigesimaquinta primi libri conicorum. ergo & g f ipsi p i æqualis erit: & ex trigesimatertia eiusdem linea c h sectionem e f c in eodem pun-

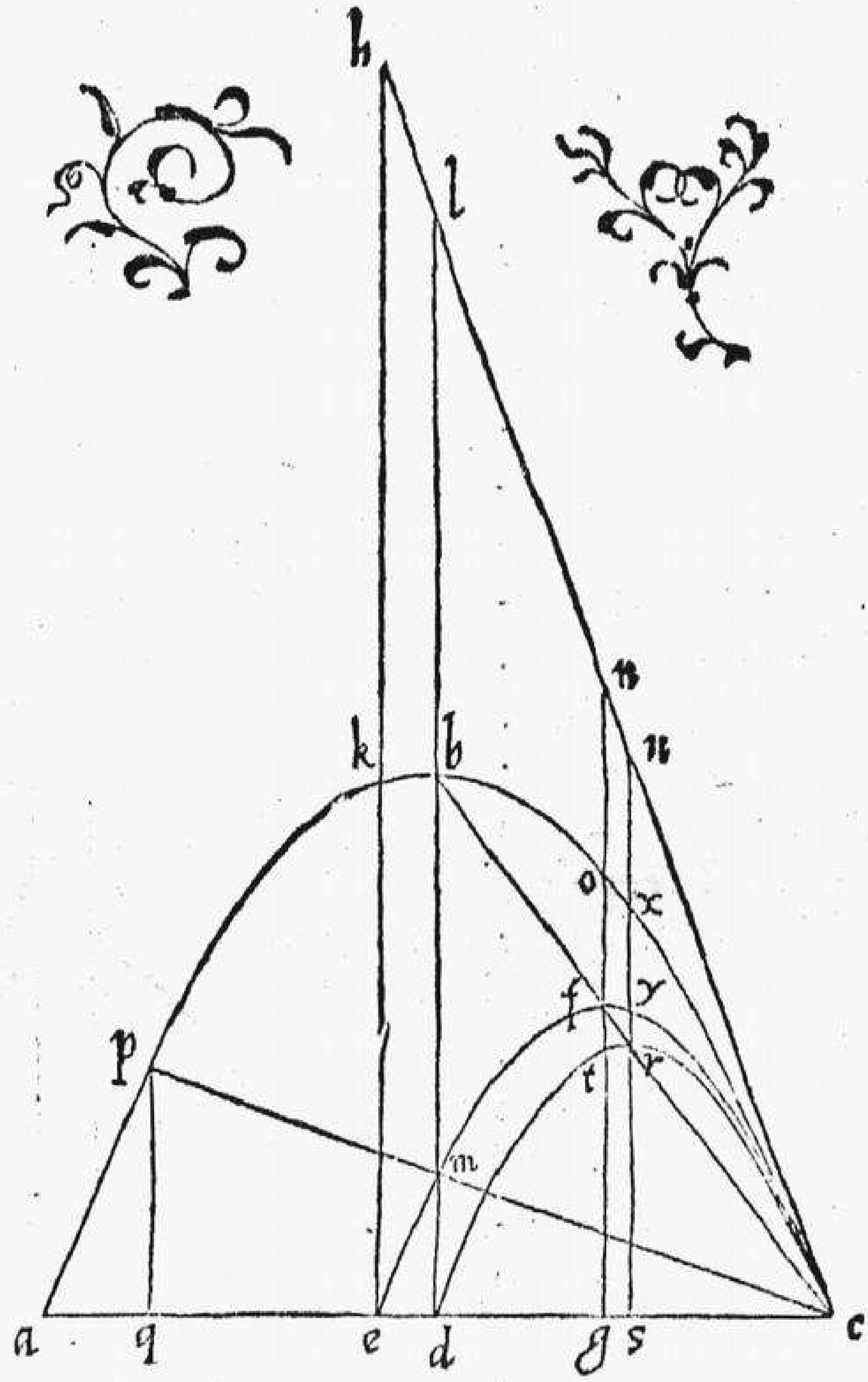


4. sexti.

11. quinti

14. quinti

cto continget. Itaque iuncta c m producatur ad sectionem a b c in p: & à p ad a c ducatur p q, quæ ipsi b d æquidistet. quoniam igitur linea c h contingit sectionem e f c in c puncto; habebit l m ad m d proportionem eandem, quam c d ad d e, ex quinta propositione Archimedis in libro de quadratura parabolæ. & propter triangulorum c m d, c p q similitudinem, ut c m ad c d, ita erit c p ad c q: permutandóq; ut c m ad c p, ita c d ad c q. ut autem c m ad c p, sic c e ad c a: quod proxime demóstrauimus. quare ut c e ad c a, sic c d ad c q: hoc est ut totum ad totum, sic pars ad partem, reliquum igitur d e ad reliquum q a est ut c e ad c a; uidelicet ut c d ad c q: & permutando c d ad d e, ut c q ad q a. éstq; l m ad m d, ut c d ad d e. ergo l m ad m d, ut c q ad q a. sed l b ad b d ex quinta Archimedis, quam diximus; est ut c d ad d a. constat igitur ex antecedenti lemmate c d ad d q ita esse, ut l b ad b m. ut autem c d ad d q, ita c m ad m p. ergo l b ad b m, ut c m ad m p. Quòd cum demonstratum fuerit, c m ad m p, ut c e ad e a: habebit l b ad b m eandē



2. sexti.

propor

proportionem, quam c e ad e a. similiter demonstrabitur eandem habere n o ad o f: & reliquas eiusmodi. at uero b K ad K e eam habere proportionem, quam habet c e ad e a, ex eadem quinta Archimedis perspicue apparet. atque illud est, quod demonstrandum proposuimus.

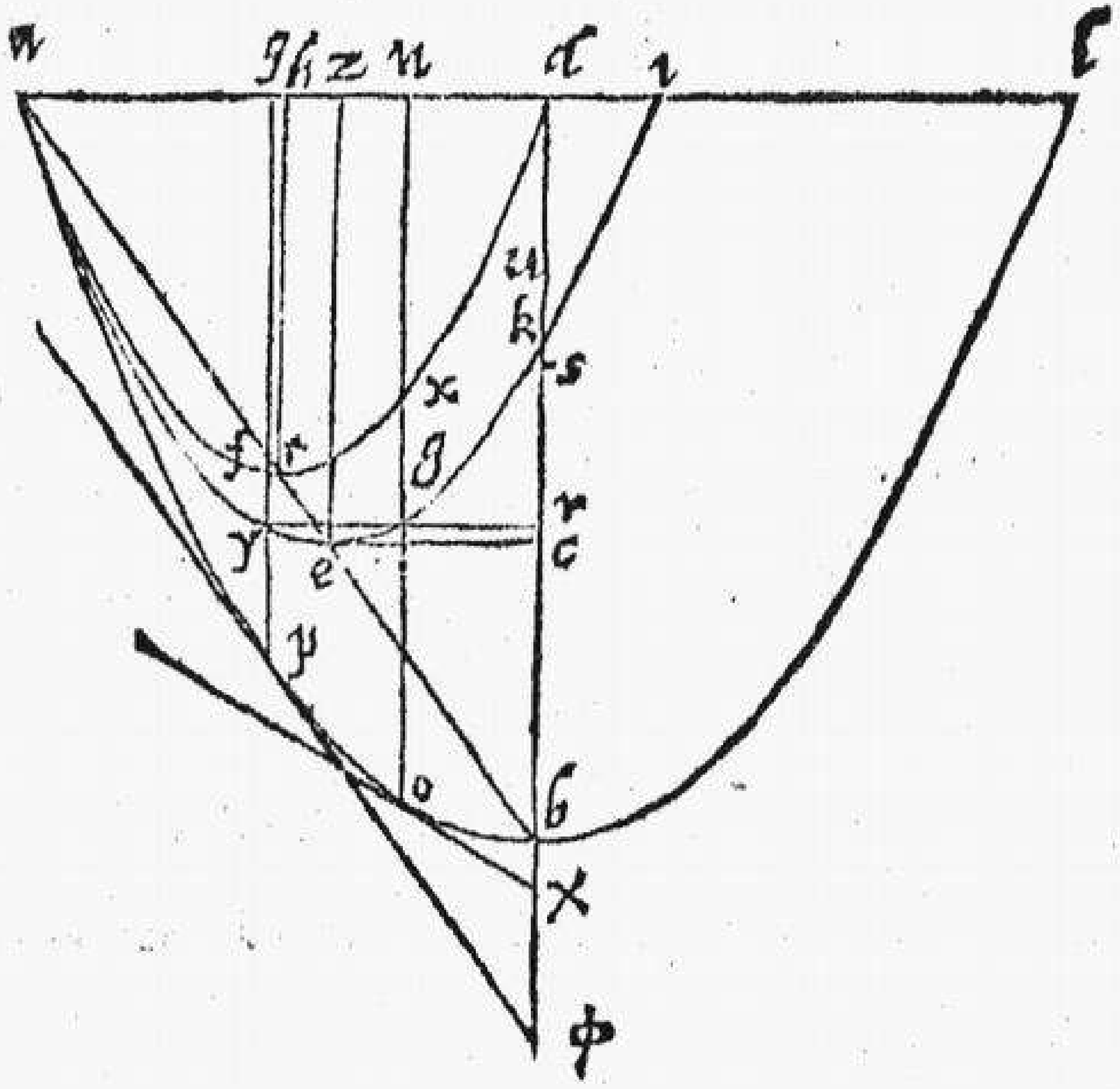
LEMMA VI.

Itaque maneant eadem, quæ supra: & itidem describatur alia portio similis contenta recta linea & rectanguli coni sectione d r c; cuius diameter r s, ut secet lineam f g in t: producaturque s r ad lineam c h in u; cui sectio a b c occurrat in x, & e f c in y. Dico b m ad m d proportionem habere compositam ex proportione, quam habet e a ad a c; & ex ea, quam c d habet ad d e.

SIMILITER *enim ut supra, demonstrabimus lineam c h contingere sectionē d r c in c puncto: & l m ad m d, itēmq; n f ad f t; & u y ad y r ita esse, ut c d ad d e. Quoniam igitur l b ad b m est, ut c e ad e a; erit componendo, conuertendôq; b m ad l m, ut e a ad a c: & ut l m ad m d, ita c d ad d e. proportio autem b m ad m d composita est ex proportione, quam habet b m ad l m, & ex proportione, quam l m habet ad m d. ergo proportio b m ad m d etiam composita erit ex proportione, quam habet e a, ad a c; & ex ea, quam c d habet ad d e. Eadem ratione demonstrabitur o f ad f t; itēmq; x y ad y r proportionem habere ex eisdem proportionibus compositam: & ita in alijs. quod demonstrare oportebat.*

Ex quibus apparet lineas sic ductas, quæ inter sectiones a b c, d r c interiiciuntur à sectione e f c in eandem proportionem diuidi.

N Etenim c b ad b d est ut sex ad quindecim.] *Posuimus enim b K duplam esse ipsius K d. quare componendo b d ad k d erit, ut tria ad unum; hoc est ut quindecim ad quinque. sed b d ad K c erat ut quīdecim ad quatuor. ergo b d ad d c, ut quindecim ad nouem: & per conuersionem rationis, conuertendóq; c b ad b d, ut sex ad quīdecim.*



O Et ut c b ad b d, ita e b ad b a, & d z ad d a.] *Nam cum triangula c b e, d b a sint similia, erit ut c b ad b e, ita d b, ad b a & permutando, ut c b ad b d; ita e b ad b a. Rursus ut b c ad c e, ita b d ad d a: permutandóq; ut c b ad b d, ita c e, hoc est d z ei æqualis ad d a.*

P Harum autem d z d a duplæ sunt ipsæ l i, l a.] *Lineam quidem l a duplam esse ipsius d a, cum b d sit portionis diameter, manifeste constat. At uero l i ipsius d z dupla hoc pacto demonstrabitur. Quoniam enim z d ad d a est, ut duo ad quinque; erit cóuertendo, diuidendóq; a z, hoc est i z ad z d, ut tria ad duo: & rursus diuidendo i d ad d z, ut unum ad duo. erat autem z d ad d a, hoc est ad d l, ut duo ad quinque. ergo ex æquali, conuertendóq; l d ad d i, ut quinque ad unum: & per conuersionem rationis d l ad l i, ut quinque ad quatuor. sed d z ad d l erat, ut duo ad quinque. ergo rursus ex æquali d z ad l i, ut duo ad quatuor. dupla est igitur l i ipsius d z. quod demonstrandum fuerat.*

Q Et a d ad d i eam proportionem habet, quā quinque

ad

ad unum.] *Hoc nos proxime demonstrauimus.*

Demonstratum est enim superius portionem cuius axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, si ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat &c.] *Illud uero demonstrauit in quarta propositione huius libri.* R

I I.

Si portio ad humidum in grauitate minorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum ſ b ad quadratum b d; maiorem uero, quàm quadratum x o ad quadratum b d; demissa in humidum, adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum, inclinata consistet; ita ut basis superficiem humidi nullo modo contingat; & axis cum humidi superficie angulum faciat maiorem angulo χ. A

I I I.

Si portio ad humidum in grauitate, eam habeat proportionem, quam quadratum x o ad quadratum b d; demissa in humidum inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum; consistet, & manebit ita, ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat: & axis cum superficie humidi angulũ faciat angulo χ æqualẽ. Quòd si portio ad humidum in grauitate eam proportionem habeat, quam quadratum p f ad quadratum b d; in humidum demiſſa, & poſita inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum; conſiſtet inclinata, ita ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat: & axis cũ ea faciat angulum angulo φ æqualem.

IIII.

B *S*i portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum f p ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum; in humidum demiſſa, & inclinata adeo, ut baſis ipſius non contingat humidum conſiſtet, & manebit ita, ut baſis in humidum magis demergatur.

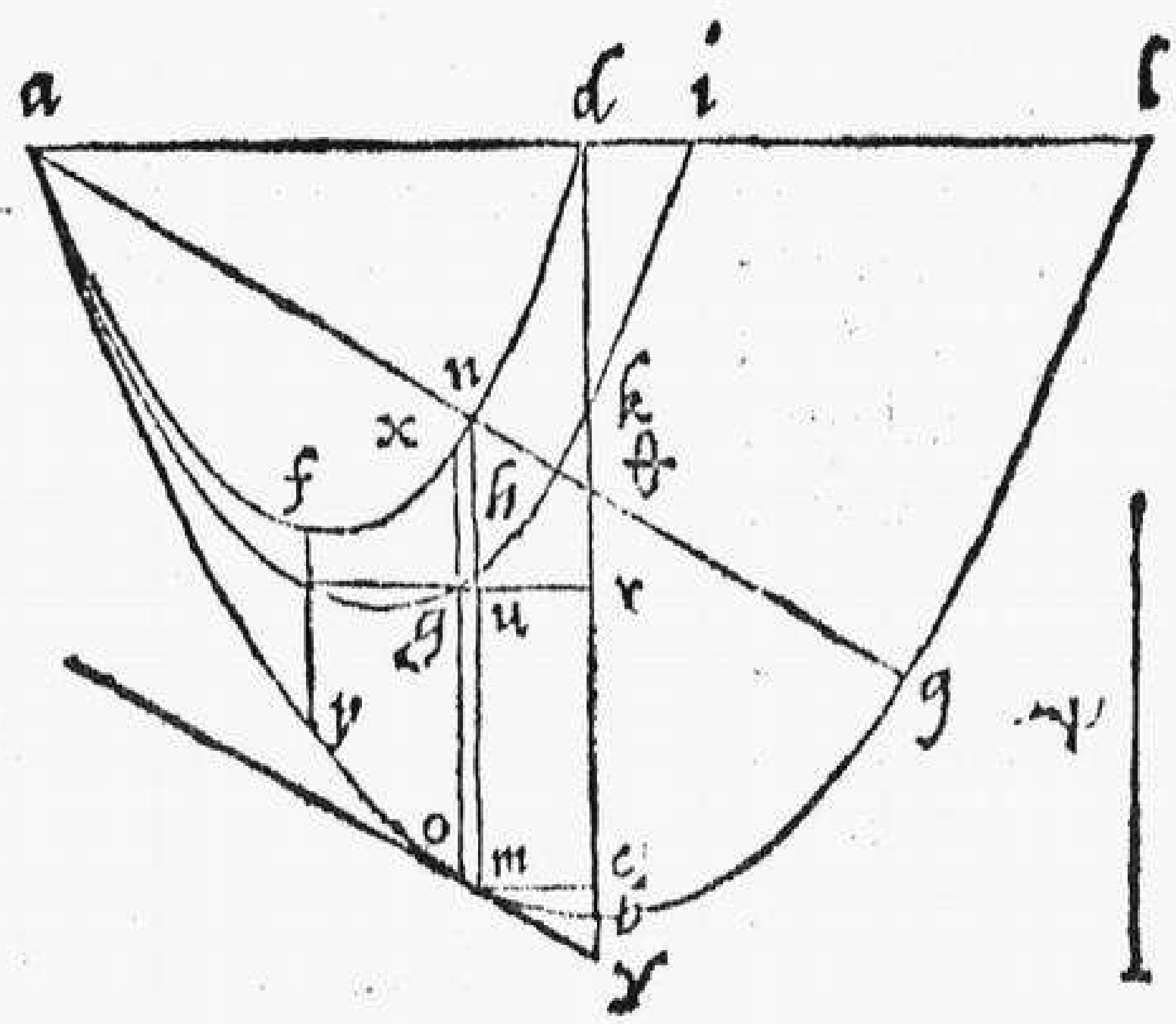
V.

Si portio ad humidum in grauitate proportionem habeat minorem, quàm quadratum f p ad quadratum b d: demiſſa in humidum, & poſita inclinata adeo ut baſis ipſius non contingat humidum: conſiſtet inclinata, ita ut axis ipſius cum humidi ſuperficie angulum faciat minorem angulo φ: & baſis nullo modo ſuperficiem humidi contingat. Hæc autem omnia deinceps demonſtrabuntur.

DEMON

DEMONSTRATIO SECVNDAE PARTIS.

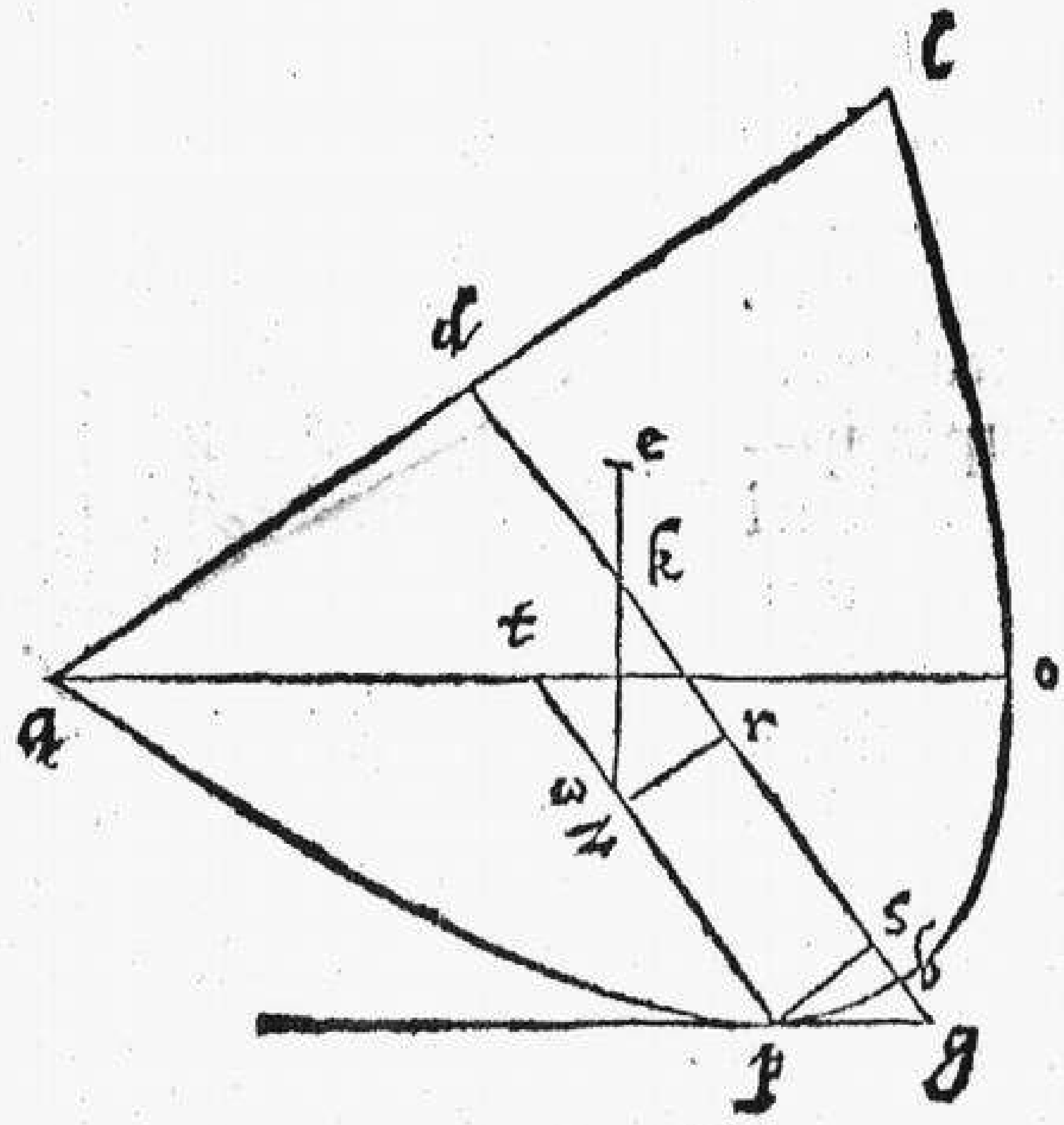
ITAQVE primum habeat portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm quadratum x o ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum, quod fit ab excessu, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum b d: & quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eã habeat quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d: erit ψ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm excessus, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem. aptetur quædam recta linea m n conicis sectionibus a m q l, a x d interiecta, ac media, quæ lineæ ψ sit æqualis; secetq; reliquã coni sectionem in puncto h; & rectam lineam r g in u. demõstrabitur m h dupla ipsius h n, sicuti demonstratum est o g ipsius g x duplam esse. à puncto autẽ m C



ducatur m y contingens sectionem a m q l in m: & m c ad b d perpendicularis. postea ducta a n, & producta ad q lineæ a n, n q inter se æquales erunt. quoniã enim in similibus portionibus a m q l, a x d ductæ sunt à basibus ad portiones lineæ a q, a n, quæ æquales angulos continent cum ipsis basibus, eandem proportionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d. æqualis est ergo a n ipsi n q; & a q

K

G ipſi m y æquidiſtans. Demonſtrandum eſt portionem in humidum demiſſam, inclinatamq; adeo, ut baſis ipſius nõ contingat humidum, inclinatam conſiſtere ita, ut baſis ſuperficiem humidi nullo modo contingat: & axis cum ea faciat angulum angulo χ maiorem. Demittatur enim in humidum, conſiſtatq; ita, ut baſis ipſius in uno puncto cõtingat humidi ſuperficiem: & ſecta ipſa portione per axem, plano ad humidi ſuperficiem recto; ſuperficiei quidẽ portionis ſectio ſit a p o l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit a o: axis autem portionis, & ſectionis diameter b d: & ſecetur b d in punctis k r, ut dictum eſt: du-
H catur etiam p g æquidiſtans ipſi a o, quæ ſectionem a p o l contingat in p: atque ab eo puncto ducatur p t æquidiſtãs ipſi b d; & p s ad b d perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in grauitate eam proportionem habet, quam quadratũ, quod fit à linea ⅌ ad quadratum b d: quã uero proportionem habet portio ad humidũ, eandem pars ipſius demerſa habet ad totã portionẽ: & quam pars demerſa ad totam, eandem habet quadratum t p ad b d quadratum: erit linea ⅌ æqualis ipſi t p. quare & lineæ m n, p t; itemq; portiones a m q,
K a p o inter ſe ſunt æquales. Quòd cum in portionibus



æqua

æqualibus, & ſimilibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus baſium ductæ ſint a o, a q ita, ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales; & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b, & b c, b s inter ſe æquales erunt. quare & ipſæ c r, s r: & m u, p z: & u n, z t. Quoniam igitur m u minor eſt, quàm dupla u n; conſtat p z ipſius z t minorem eſſe, quàm duplam. Sit p ω dupla ipſius ω t: & iuncta ω k ad e producatur. ergo totius quidem portionis centrum grauitatis erit puntum k; partis eius, quæ in humido eſt, centrum ω; eius uero, quæ extra humidum in linea k e, quod ſit e. Sed linea k z perpendicularis erit ad ſuperficiem humidi. quare & lineæ quæ per puncta e, ω, æquidiſtantes ipſi k z ducuntur. non ergo manebit portio, ſed reuoluetur ita, ut baſis ipſius ſuperficiem humidi nullo modo contingat: quoniã nunc in uno puncto contingens, ſurſum fertur ex parte a. perſpicuum eſt igitur portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum maiorem angulo χ.

L — M — N (margin letters)

COMMENTARIVS.

A Si portio ad humidum in grauitate minorẽ proportionem habeat; quàm quadratum s b ad quadratum b d; maiorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum.] *Hæc eſt ſecunda pars propoſitionis, quam aliæ deinceps, poſtea ipſarum demonſtrationes eodem ordine ſequuntur.*

B SI portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionẽ habeat, quàm quadratũ f p ad quadratũ b d.] *Hãc quartã partẽ nos reſtituimus, quæ ĩ trãſlatione deſiderabatur.*

C Erit ψ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm exceſſus, quo axis eſt maior, quam ſeſquialter eius, quæ uſque ad axem,] *Sequitur illud ex decima quinti libri elementorum.*

D Demonſtrabitur m h dupla ipſius h n, ſicuti demonſtratũ eſt o g ipſius g x duplam eſſe.] *Vt in prima parte huius, & ex ijs, quæ nos proxime in ipſam conſcripſimus.*

E Quoniam enim in ſimilibus portionibus a p o l, a x d, ductæ sunt à basibus ad portiones lineæ a n, a q, quæ angulos æquales continent cum ipsis basibus, eandem proportionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d.] *Hoc nos supra demonstrauimus.*

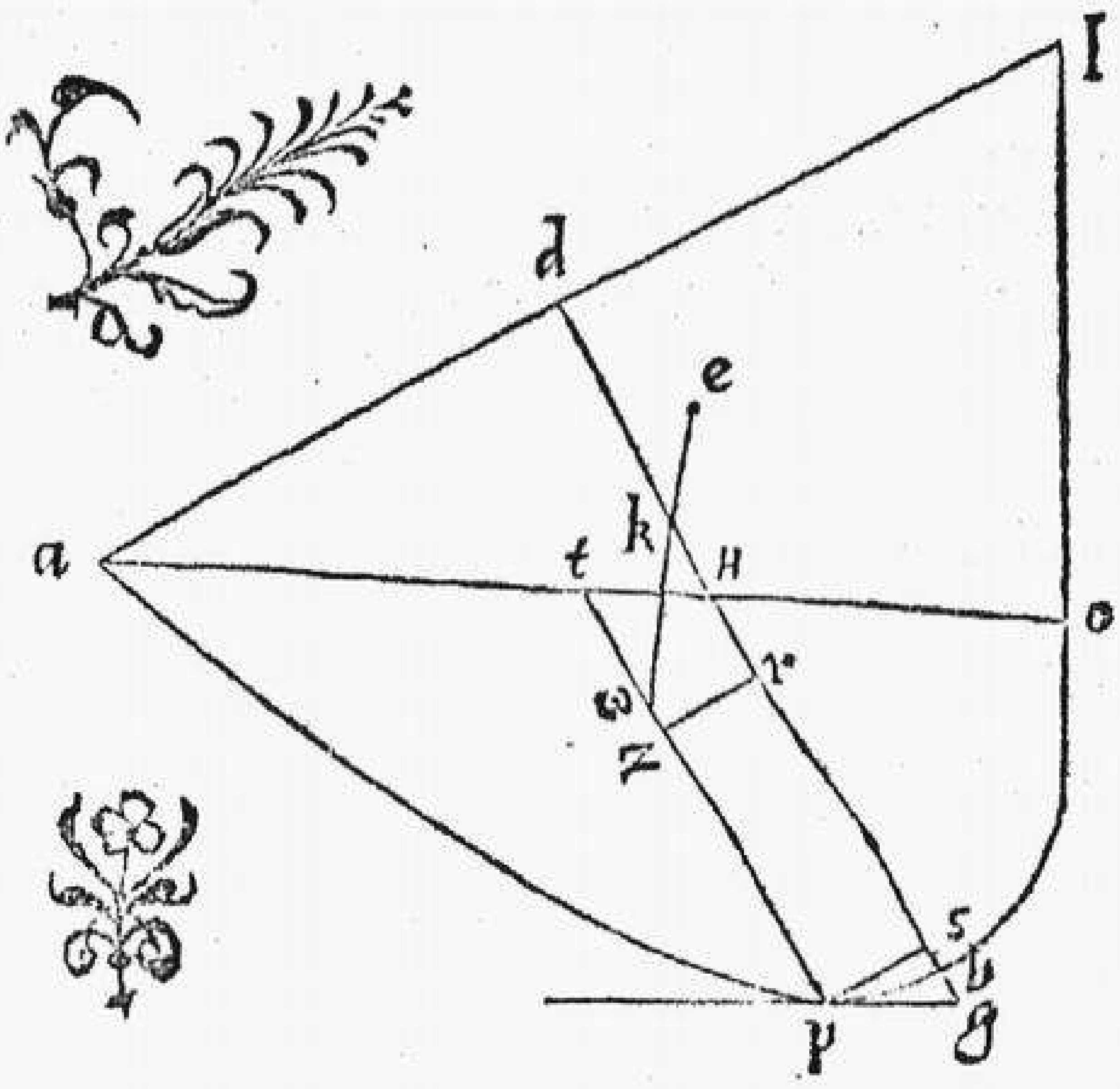
F Aequalis est ergo a n ipsi n q.] *Cum enim q a ad a n sit, ut l a ad a d; diuidendo, conuertendoq; erit a n ad n q, ut a d ad d l. est autem a d æqualis ipsi d l, quoniam d b ponitur diameter*

14. quinti *portionis. ergo & a n ipsi n q est æqualis.*

G Et a q ipsi m y æquidistans.] *Ex quinta secundi libri conicorum Apollonij.*

H Et secetur b d in punctis K r, ut dictum est.] *In prima parte huius propositionis. secetur autem in K ita, ut b k sit dupla ipsius k d; & in r, ut K r sit æqualis ei, quæ usque ad axem.*

K Quòd cũ in portionibus æqualibus, & similibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus basium ductæ sint a o, a q, ita ut portiones ablatæ faciant cum diametris angulos æquales: & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b inter se æquales erũt.] *Secet linea a q diametrum d b in θ, & a o secet in ν. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a p o l, a m q l ab extremitatibus basium ducũtur a o, a q, quæ æquales angulos continent cum ipsis basibus: & anguli ad d utrique sunt recti: erũt & reliqui a ν d, a θ d inter se æquales. linea autem p g æquidistat lineæ a o: itemq; m y ipsi a q: & p s, m c ipsis a d. triãgula igitur p g s, m y c triãgulis a ν d a θ d, atque inter se*



4. sexti. *sunt similia: & ut a d ad a ν, ita a d ad a θ: & permutando. lineæ*

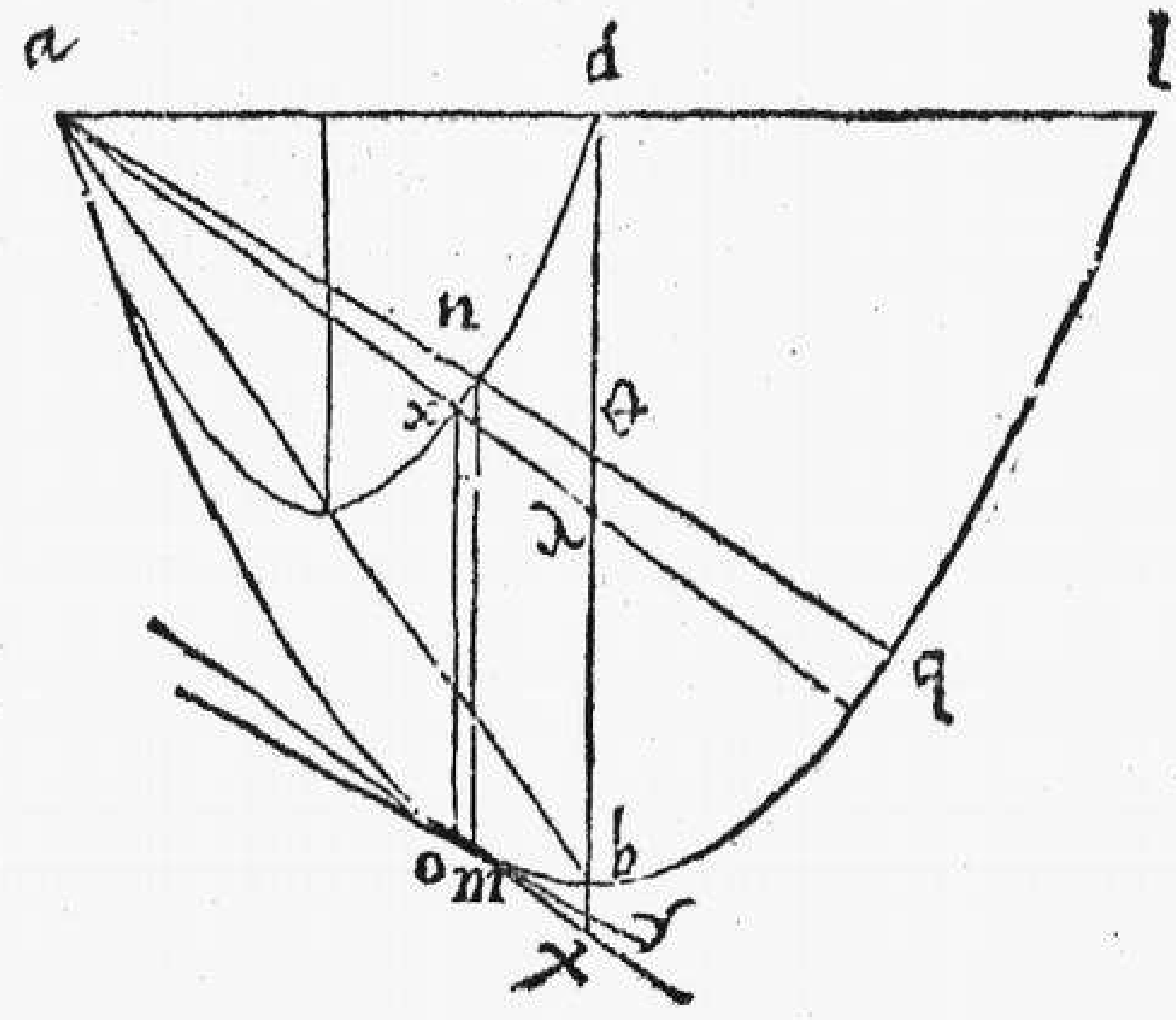
nec autem a d inter se æquales sunt. ergo & ipsæ a ν, a θ. Sed sunt æquales a o, a q: & earum dimidiæ a t a n. ergo & reliquæ t ν, n θ; hoc est p g, m y. ut autem p g ad g h, ita m y ad y c; & permutando, ut p g ad m y, ita g s ad y c. quare g s, y c æquales sunt: & ipsarum dimidiæ h s, h c: ex quibus sequitur ut & reliquæ s r, c r: & idcirco p ζ, m u & u n, ζ t inter se sunt æquales. 34. primi

L Quoniam igitur m u minor est, quàm dupla u n.] *Est enim m h ipsius h n dupla, & m u minor ipsa m h. ergo m u minor est, quàm dupla h n; & multo minor, quàm dupla ipsius u n.*

M Non ergo manebit portio, sed reuoluetur, ita ut basis ipsius humidi superficiem nullo modo contingat. quoniam nunc in uno puncto contingens sursum fertur ex parte a.] *Translatio sic habet. non ergo manet portio sed inclinabitur, ut basis ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tacta ipsa reclinatur. Quæ nos ex alijs Archimedis locis, & perspicuitatis caussa in eum modum corrigenda duximus. In sexta enim propositione huius ita scribit, ut habetur in translatione. reuoluetur ergo solidum a p o l, & basis ipsius nõ tanget superficiem humidi secundum unum signum. Rursus in septima propositione. manifestum igitur, quòd reuoluetur solidum ita ut basis ipsius nec secundum unum signum contingat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tangens deorsum fertur ex parte l. At uero portionem sursum ferri ex parte a manifeste constat. nam cum perpendicularis ad superficiem humidi, quæ transit per ω ad partes a cadat, & quæ per e ad partes l, necesse est ut centrum ω sursum, e uero deorsum feratur.*

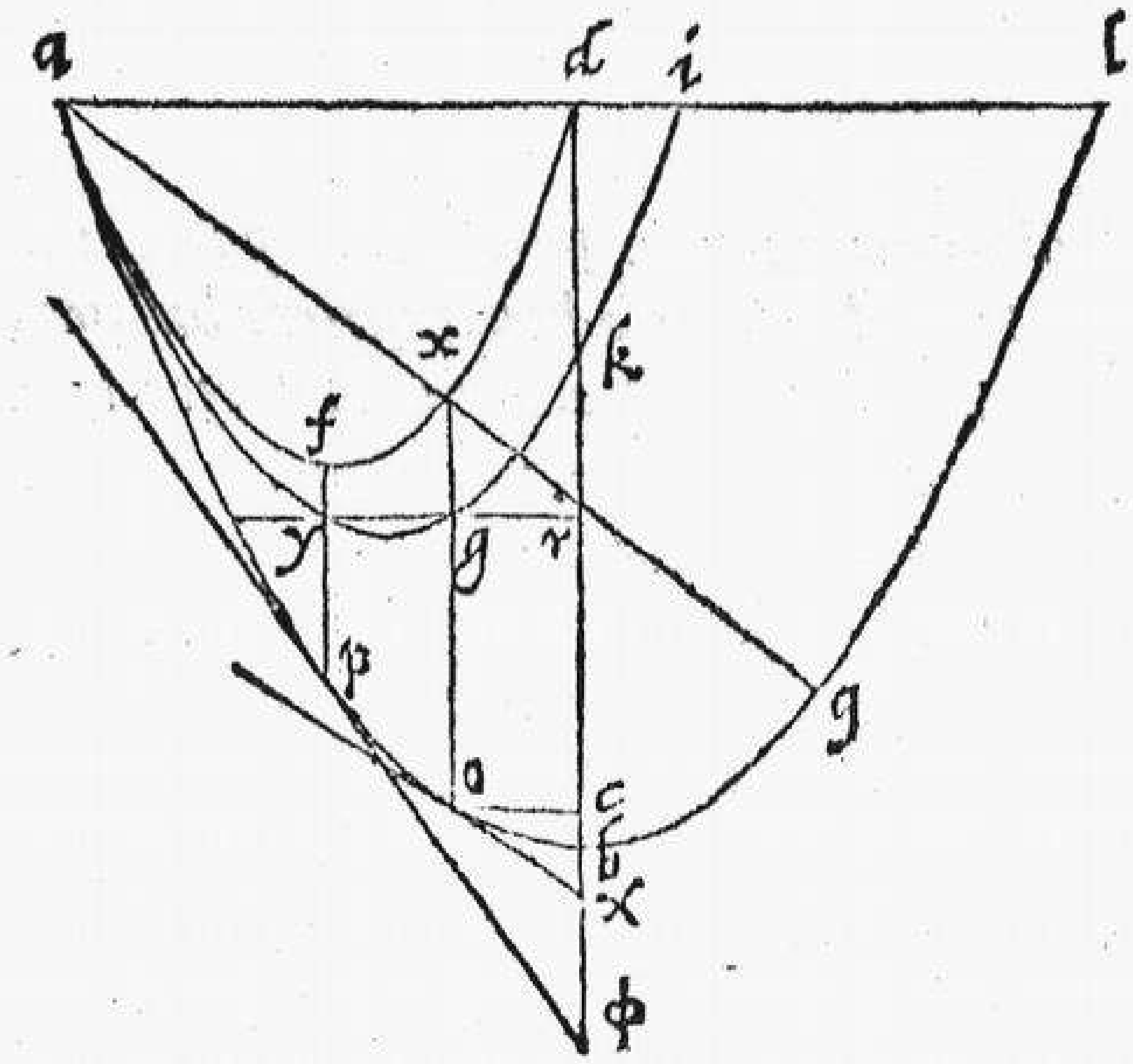
N Perspicuum est igitur portionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum maiorem angulo χ.] *Iuncta enim a x producatur, ut diametrum b d secet in λ, & ab o puncto ipsi æquidistans ducatur o χ. continget ea sectionem in o, ut in prima figura: atque erit angulus ad χ angulo ad λ æqualis. Sed angulus ad y æqualis est angulo ad θ: & angulus a θ d maior angulo a λ d; quod extra ipsum cadat. ergo angulus ad y eo, qui ad χ maior erit.* 29. primi 16. primi

Quoniam igitur portio conuertitur, ita ut basis humidum non contingat, axis cum superficie eius faciet angulum maiorem angulo g; hoc est angulo y: & propterea multo maiorem angulo χ.



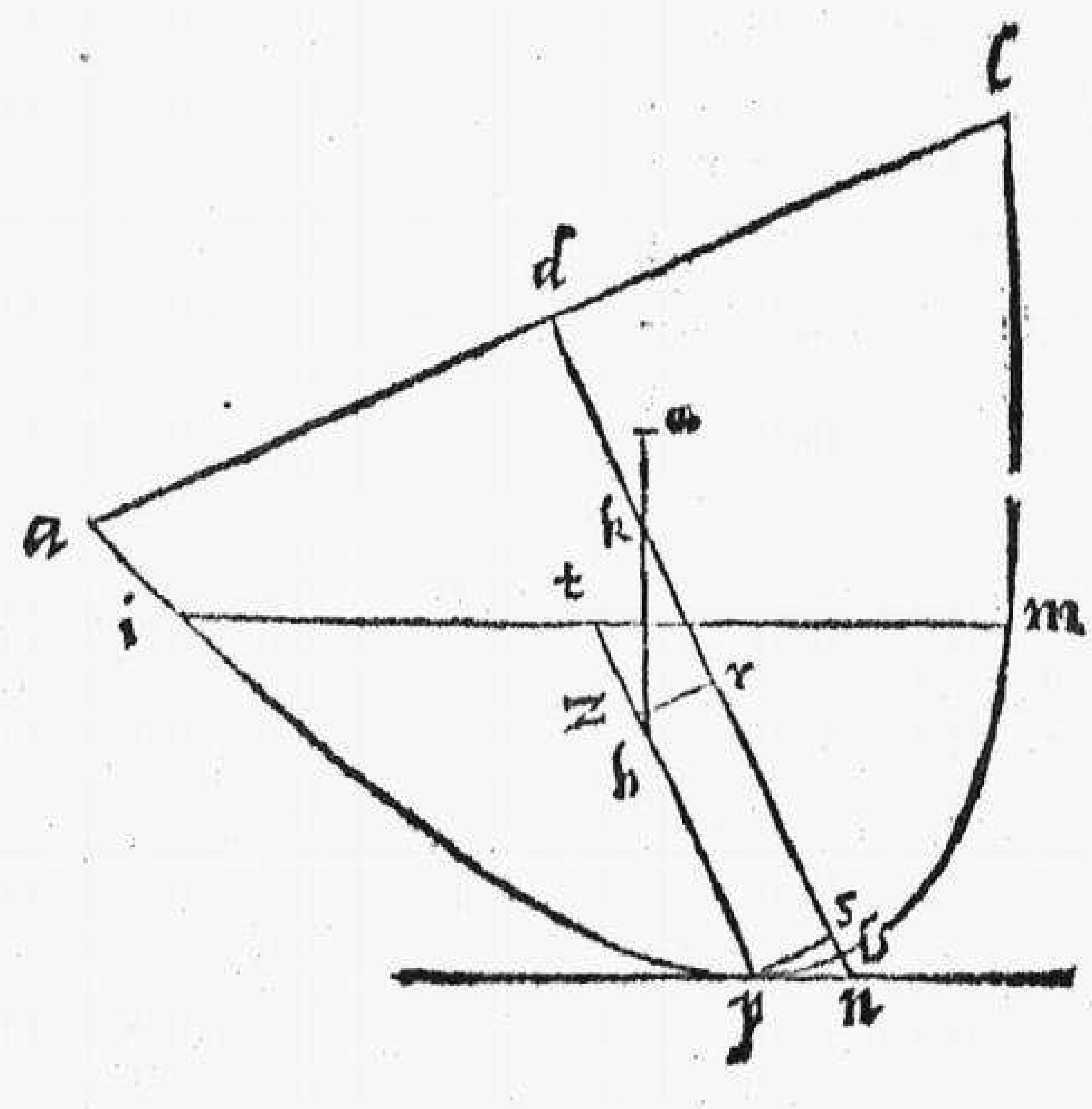
DEMONSTRATIO TERTIAE PARTIS.

HABEAT deinde portio ad humidum eam in grauitate proportionem, quam quadratū x o habet ad quadratum b d: & in humidum demittatur adeo inclinata, ut basis ipsius non contingat humidum. Secta aūt ipsa per axem plano ad humidi superficiem recto, solidi sectio sit rectanguli coni sectio a p m l: superficiei humidi sectio sit i m: axis portionis, & sectionis diameter b d: seceturq; b d sicuti prius: & ducatur p n quidem



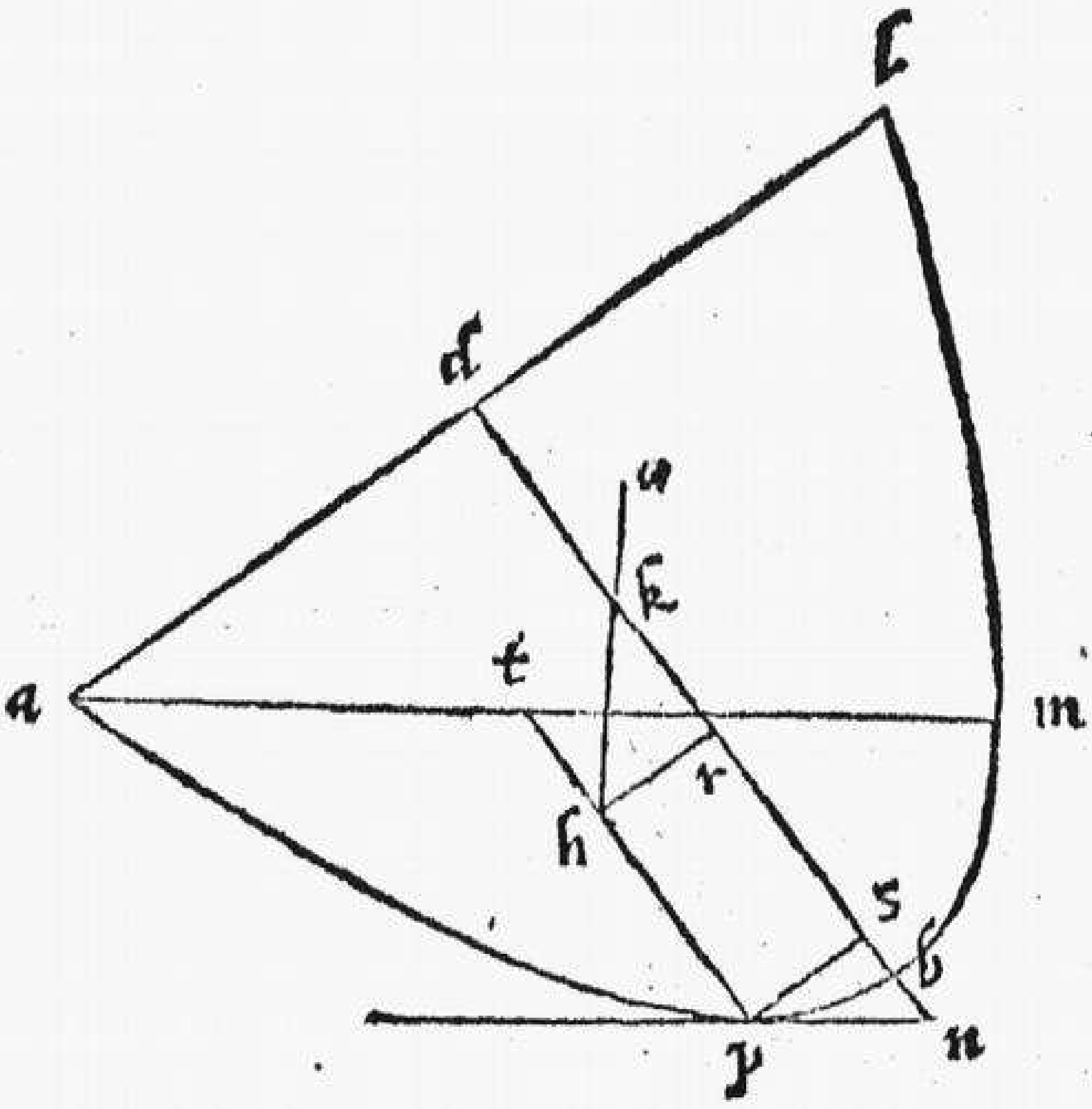
ipsi

ipſi i m æquidiſtãs, & contingens ſectionem in p; p t uero æquidiſtans b d, & p s ad ipſam b d perpendicularis. Demõſtrandũ eſt, portionẽ non cõſiſtere ita, ſed inclinari, donec baſis in uno puncto ſuperficiem humidi cõtingat. Maneãt enim eadem, quæ in ſuperiori figura: ducaturq; o c ad b d perpendicularis: & iuncta a x ad q producatur. erit a x æqualis ipſi x q. deĩde ducatur o χ ipſi a q æquidiſtãs. Quoniã igitur portio ad humidũ eã in grauitate proportionẽ habere ponitur, quam quadratum x o ad quadratum b d: & eandem proportionem habet pars ipſius demerſa ad totam; hoc eſt quadratum t p ad quadratum b d: æqualis utique erit t p ipſi x o: cumq; portionum i p m, a o q diametri ſint æquales, & portiones ipſæ æquales erunt. Rurſus B quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a o q l, a p m l, ductæ ſunt lineæ a q, i m, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis, hæc autem non ab extremitate: cõſtat eam, quæ ab extremitate baſis ducta eſt, minorem facere angulum acutũ C



cum diametro totius portionis. & quoniam angulus, qui D ad χ minor eſt angulo, qui ad n; maior erit b c, quàm b s: c r autem, quàm ſ r minor. quare & o g minor, quàm p z: & g x maior, quàm z t. ergo p z maior eſt, quàm dupla z t;

quia o g ipsius g x est dupla. Sit p h dupla h t: & iuncta h k ad ω producatur. erit totius quidem portionis centrum grauitatis k; partis eius, quæ intra humidum h; eius uero, quæ extra humidum in linea k ω, quod sit ω. Itaque demonstrabitur similiter & k z ad humidi superficiem perpēdicularis, & quæ per puncta h ω æquidistantes ipsi k z ducuntur. quare nō manebit portio, sed inclinabitur, donec basis ipsius in uno pūcto contingat superficiem humidi: atque ita consistet. nam in portionibus æqualibus a o q l, a p m l, ductæ erunt ab extremitatibus basium a q, a m, quæ æquales portiones abscindunt: etenim a o q



E ipsi a p m, ut in superioribus æqualis demonstrabitur. ergo æquales faciunt acutos angulos a q, a m cum diametris basium: quòd anguli ad χ & n æquales sint. quare si ducta h k ad ω producatur, erit totius portionis grauitatis centrum k; partis eius, quæ in humido h; at eius, quæ extra humidum in linea h κ; quod sit ω: & h k ad humidi superficiem perpendicularis. per easdem igitur rectas lineas, quod quidem in humido est, sursum, & quod extra humidum deorsum feretur. quare manebit portio, cuius basis humidi superficiem in uno puncto continget: & axis cum

F ipsa angulum faciet æqualem angulo χ. Similiter demonstrabitur

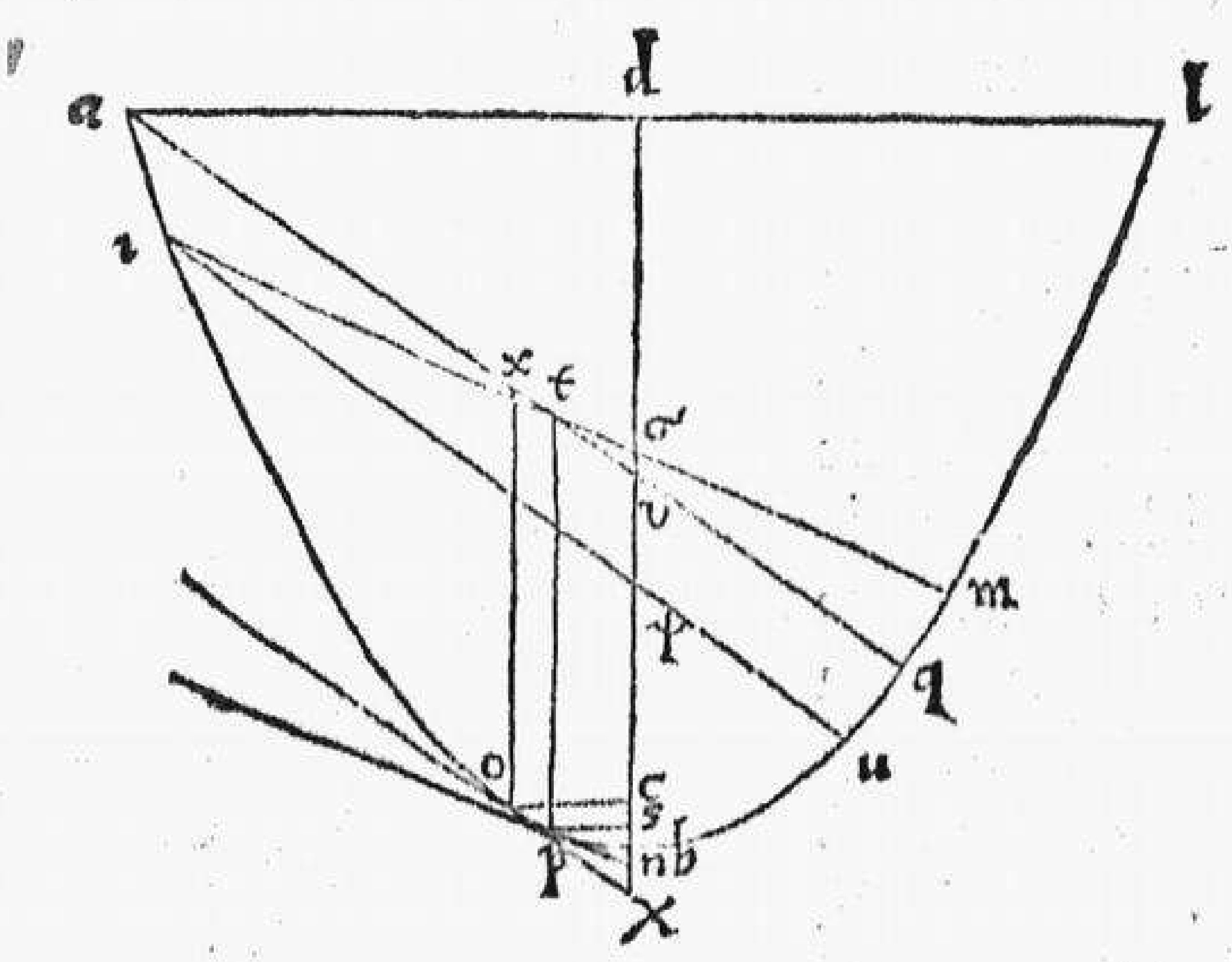
ſtrabitur portionem, quæ ad humidum in grauitate eandē proportionem habeat, quàm quadratum p f ad quadratũ b d in humidum demiſſam, ita ut baſis ipſius nō cōtingat humidum, inclinatam conſiſtere adeo, ut baſis in uno puncto humidi ſuperficiem contingat. & axis cum ipſa faciat angulum angulo φ æqualem.

COMMENTARIVS.

Hoc eſt quadratum t p ad quadratum b d.] *Ex uigeſima ſexta libri Archimedis de conoidibus, & ſphæroidibus. ergo ex nona quinti erit quadratum t p æquale quadrato x o: & propterea linea t p lineæ x o æqualis.* A

Et portiones ipſæ æquales erunt.] *Ex uigeſimaquinta eiuſdem libri.* B

Rurſus quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a o q l, a p m l.] *In portione enim a p m l deſcribatur portio a o q æqualis portioni i p m, cadet punctum q infram, alioqui totum parti eſſet æquale. Ducatur deinde i u æquidiſtans a q.* C

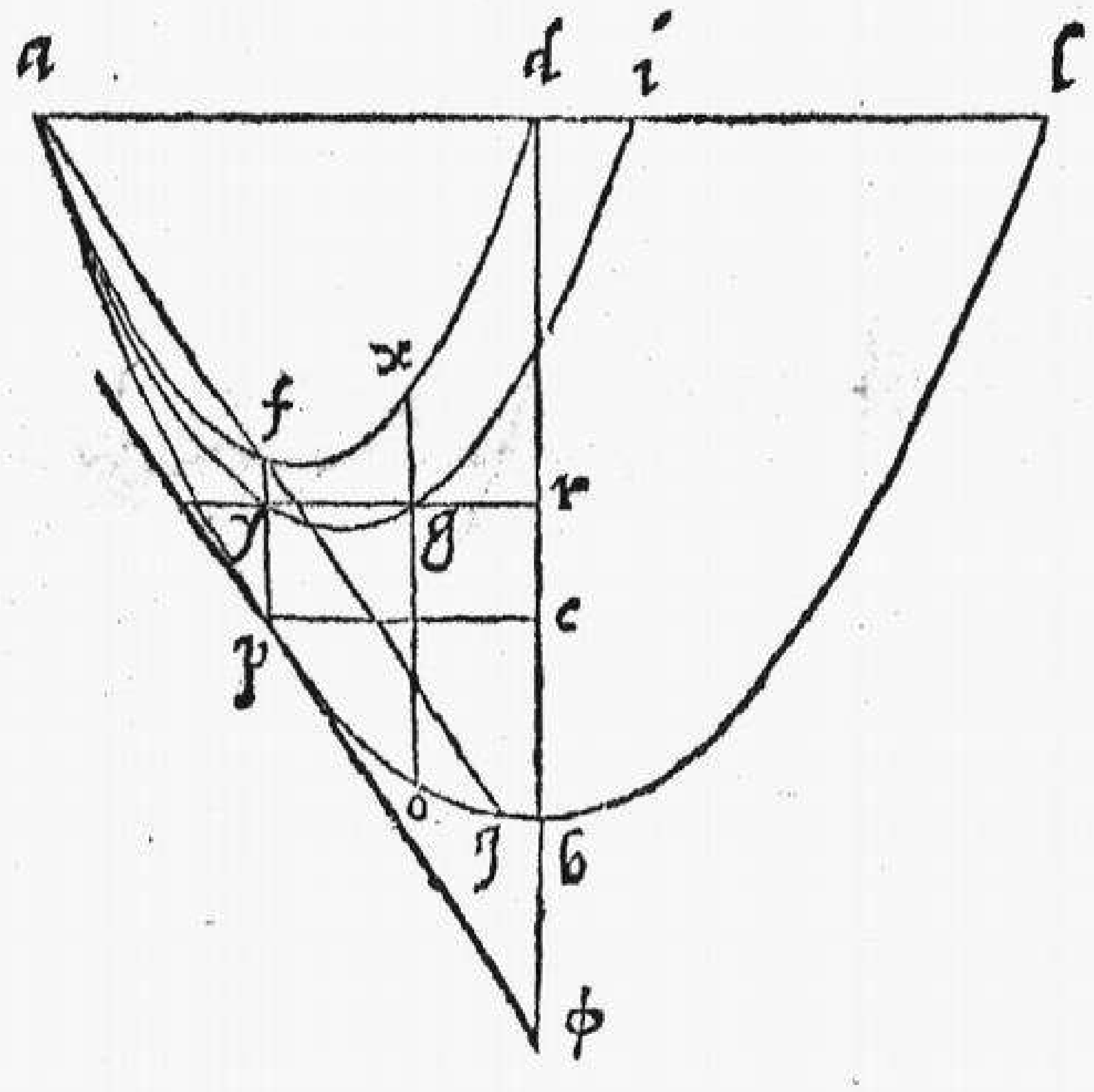


qua diametrum secet in ψ; secet autem i m eandem in σ: & a q in υ. Dico angulum a υ d angulo i σ d minorē esse. angulus enim i ψ d
29. primi *æqualis est angulo a υ d. sed angulus interior i ψ d minor est exte-*
16. primi *riore i σ d. ergo & a υ d ipso i σ d minor erit.*

D Et quoniam angulus, qui ad χ minor est angulo, qui ad n.] *Ducantur per o duæ lineæ, o c quidem ad diametrum b d perpendicularis: & o χ in puncto o sectionem contingens, quæ diame-*
5. secūdi conicorū *trum secet in χ. æquidistabit o χ ipsi a q: atque erit angulus ad*
29. primi. *χ æqualis ei, qui ad υ. ergo angulus ad χ angulo ad σ, uidelicet eo,*
35. primi conicorū *qui ad n minor erit: & propterea χ infra n cadet. linea igitur χ b maior est, quàm n b. Sed cum b c sit æqualis χ b, & b s ipsi n b: erit b c ipsa b s maior.*

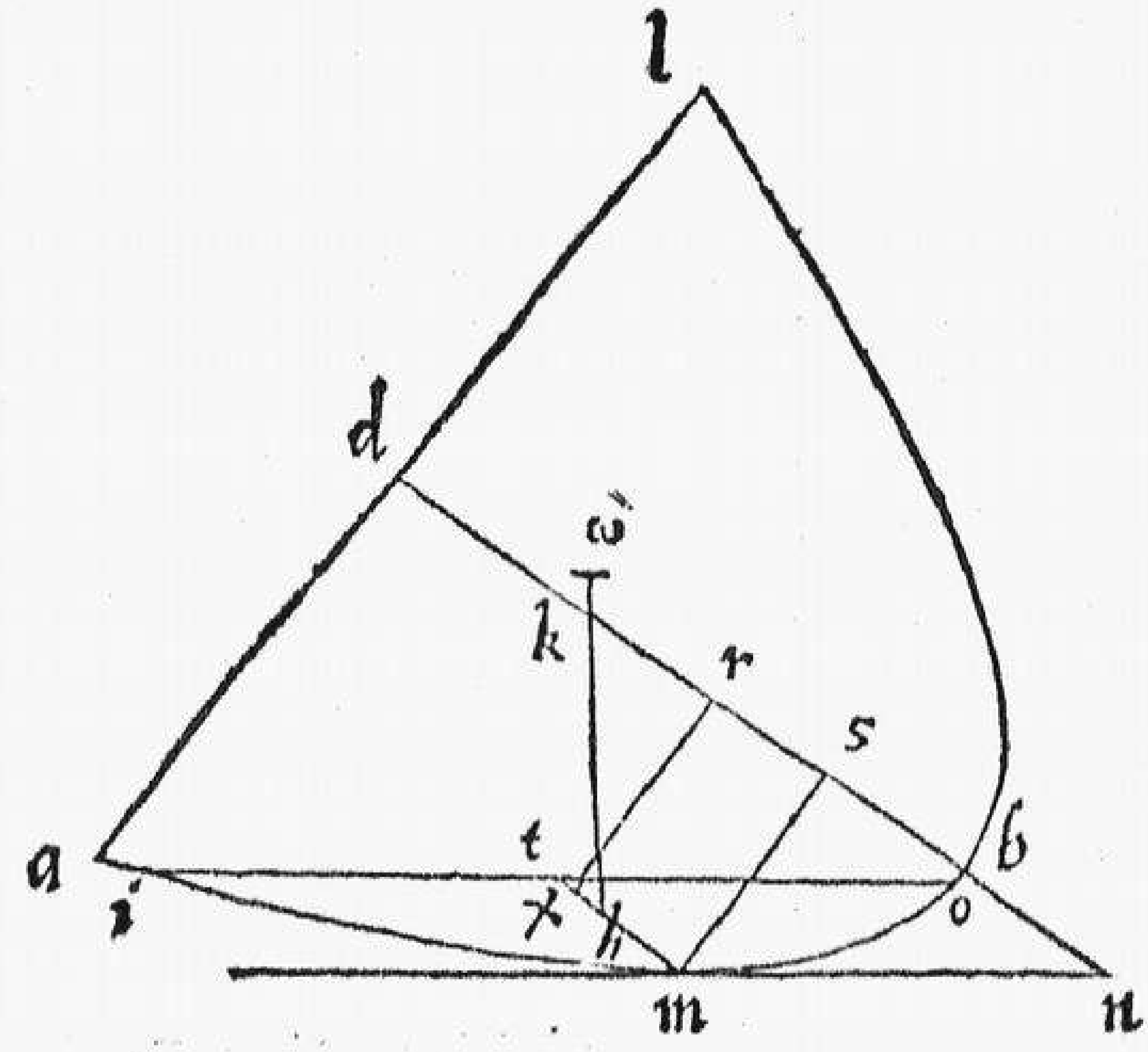
E Ergo æquales faciunt angulos a q, a m cum diametris portionum.] *Hoc demonstrabimus ut in commentarijs in secundam partem.*

F Similiter demonstrabitur, portionem, quæ ad humidū in grauitate eandem proportionem habeat, quā quadratum p f ad quadratū b d; in humidum demissam, ita ut basis ipsius non cōtingat humidum, inclinatam consistere adeo, ut basis in uno pūcto humidi superficiem cōtingat: & axis cū ipsa faciat angulū angulo φ æqualē]



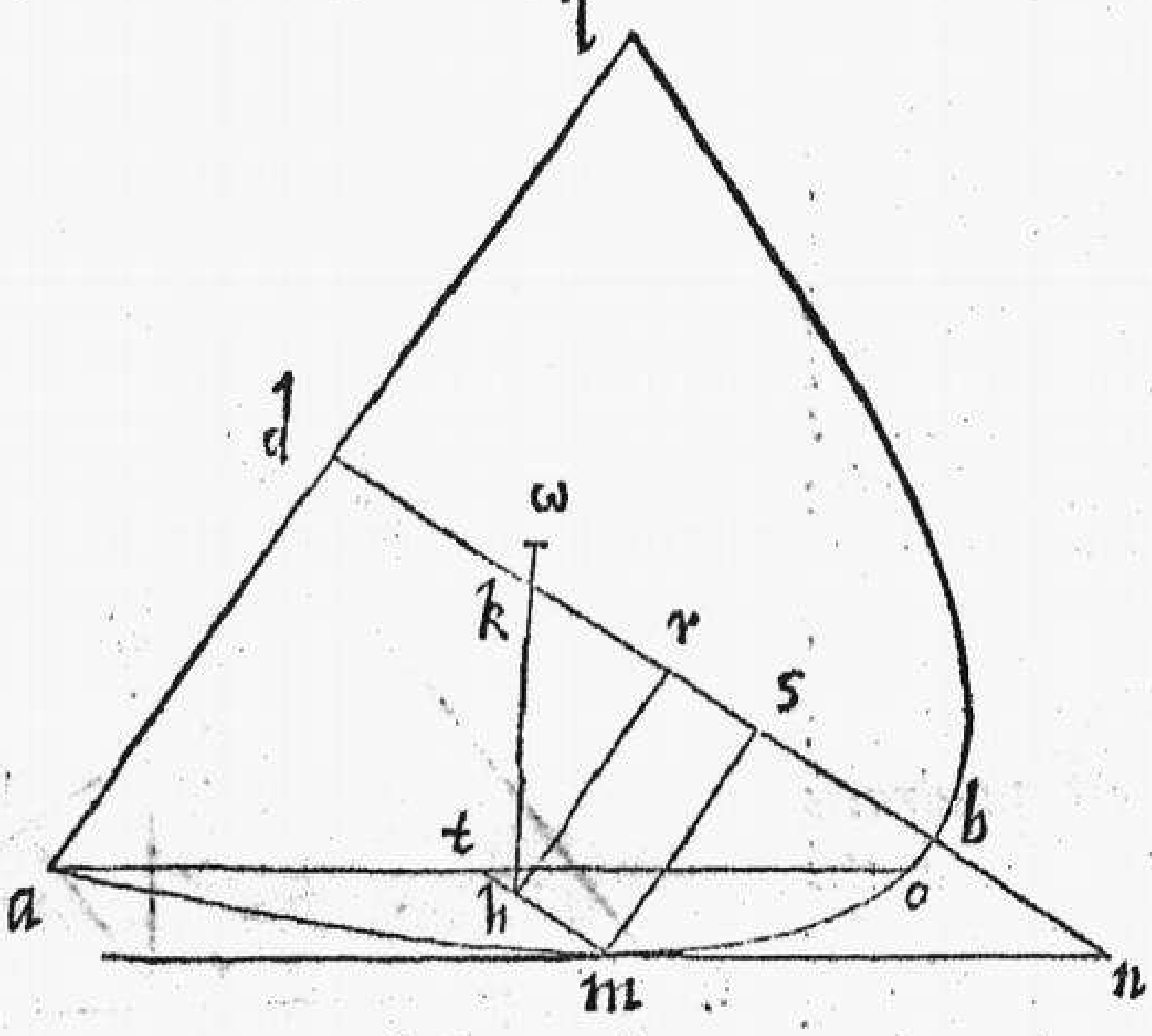
Habeat portio ad humidum in grauitate proportionem eam, quam p f quadratum ad quadratum b d: & demissa in humidum adeo inclinata,

clinata, ut baſis humidum non contingat, ſecetur plano per axem, recto ad ſuperficiem humidi, ut ſectio ſit a m o l rectanguli coni ſectio: ſuperficiei humidi ſectio ſit i o: axis portionis, & ſectionis diameter b d; quæ in eaſdem, quas diximus, partes ſecetur: ducaturq; m n quidem ipſi i o æquidiſtans, ut in puncto m ſectionem cõtingat: m t uero æquidiſtans ipſi b d: & m s ad eandem perpendicularis. Demonſtrandum eſt non manere portionem, ſed inclinari ita, ut in uno puncto contingat ſuperficiem humidi. ducatur enim p c ad ipſam b d perpendicularis: & iuncta a f uſque ad ſectionem producatur in q: & per p ducatur p φ ipſi a q æquidiſtans. erunt iam ex ijs, quæ demonſtrauimus a f, f q inter ſe ſe æquales. & cum portio ad humidum eam in grauitate proportionem habeat, quã quadratũ p f ad b d quadratum: atque eandem habeat portio ipſius demerſa ad totam portionem; hoc eſt quadratũ m t ad quadratũ b d: erit quadratum m t quadrato p f æquale: & idcirco linea m t æqualis lineæ p f.



9.quinti.

Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a p q l, a m o l ductæ ſunt lineæ a q, i o, quæ æquales portiones abſcindunt; illa quidem ab extremitate baſis; hæc uero non ab extremitate: ſequitur ut a q, quæ ab extremitate ducitur, minorem acutum angulũ contineat cum diametro portionis, quàm ipſa i o. Sed linea p φ lineæ a q æquidiſtat, & m n ipſi i o. angulus igitur ad φ angulo ad n minor erit: linea uero $b\,c$ maior, quàm $b\,s$: & $s\,r$; hoc est $m\,\chi$ maior, quàm $c\,r$, hoc est, quàm $p\,y$: & propterea $\chi\,t$ minor, quàm $y\,f$. quòd cum $p\,y$ sit dupla $y\,f$, erit $m\,\chi$ maior, quàm dupla $y\,f$; & multo maior, quàm dupla $\chi\,t$. fiat $m\,h$ dupla ipsius $h\,t$: & copulata $h\,k$ producatur. Iam grauitatis centrum totius portionis erit punctum κ: eius, quæ in humido est, h: at reliquæ partis, quæ extra humidum in linea $h\,k$ producta; quod sit ω. eodem modo demonstrabitur, & lineam $k\,h$, & quæ per $h\,\omega$ puncta ipsi $k\,h$ æquidistantes ducuntur, ad humidi superficiem perpendiculares esse. non igitur manebit portio, sed cum usque eò inclinata fuerit, ut in uno puncto contingat superficiē humidi, tunc consistet. angulus enim ad n angulo ad ϕ æqualis erit; lineáq; $b\,s$ lineæ $b\,c$; & $s\,r$ ipsi $c\,r$. quare & $m\,h$ ipsi $p\,y$ est æqualis. Itaque ducta $h\,k$ producatur.

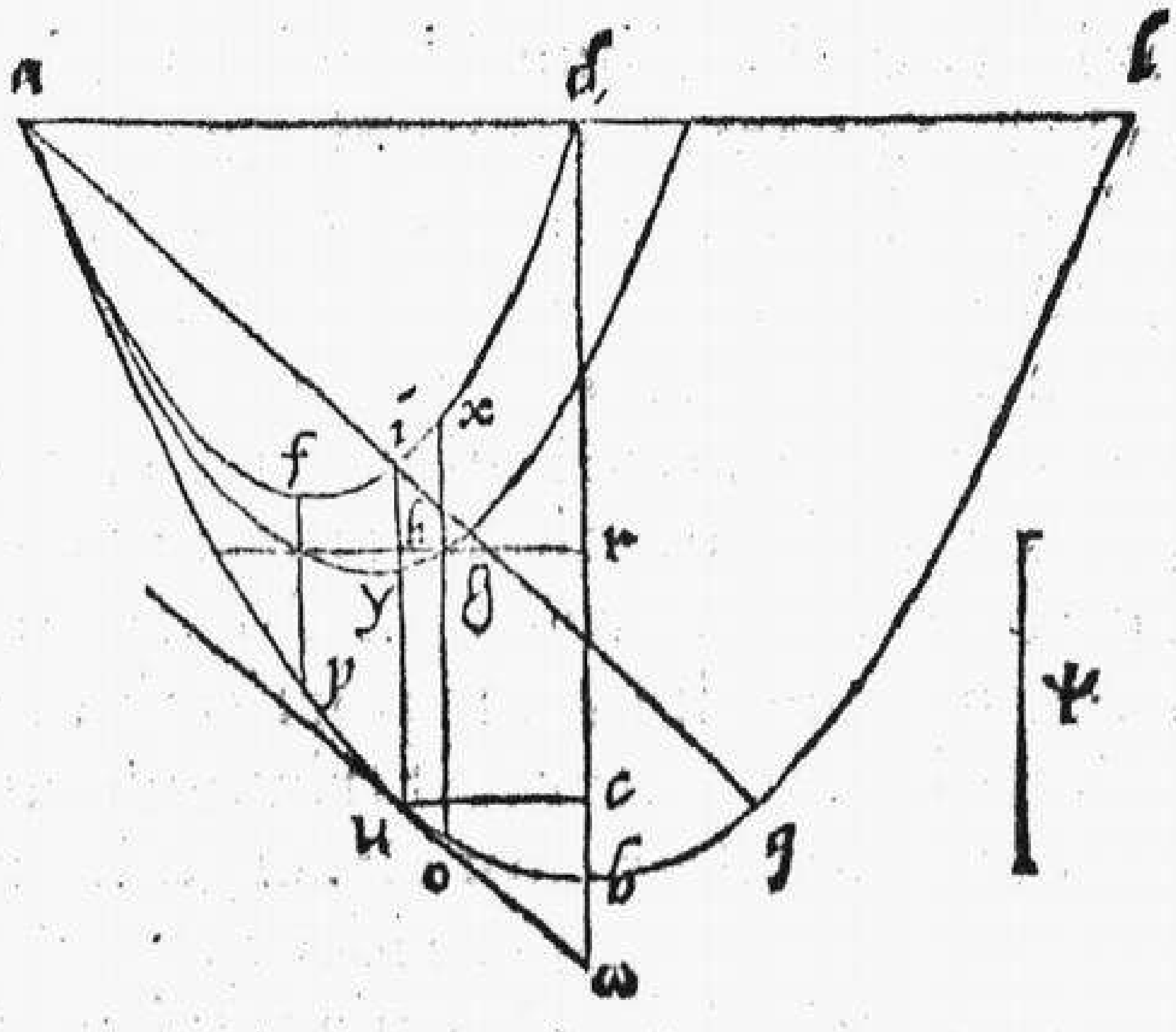


erit totius portionis grauitatis centrum K; eius, quæ in humido est h; & reliquæ partis centrum in linea producta; sit autem ω. per eandem igitur rectam lineam $k\,h$, quæ est ad humidi superficiem perpendicularis, id quod in humido est sursum; & quod extra humidum deorsum feretur. atque ob hãc caussam portio non amplius mouebitur; sed consistet, manebitq; ita, ut eius basis superficiem humidi in uno puncto contingat; & axis, cum ipsa angulum faciat æqualem angulo ϕ. atque illud est, quod demonstrare oportebat.

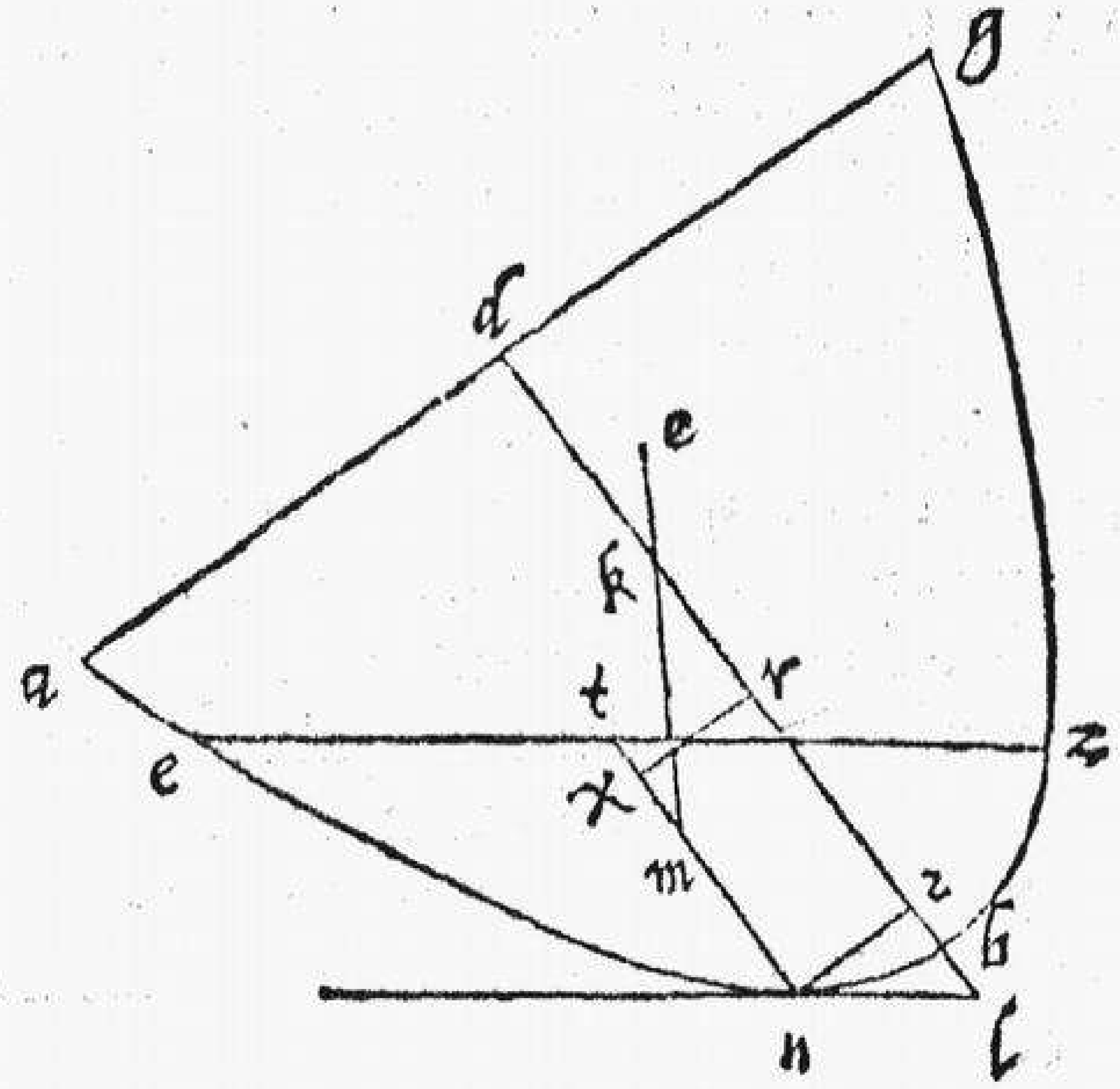
DEMON

DEMONSTRATIO QVARTAE PARTIS.

HABEAT rursum portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm quadratum f p ad quadratum b d; minorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum: & quam proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eandem habeat quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d. erit ψ maior, quàm f p, & minor, quàm x o. aptetur ergo quædam recta linea i u inter portiones a u q l, a x d interiecta, quæ sit æqualis ψ, & ipsi b d æquidistans: occurratq; reliquæ sectioni in y. rursus u y dupla ipsius y i demonstrabitur, sicuti demonstrata est o g ipsius g x dupla. ducatur autem ab u linea u ω, quæ sectionem a u q l in u contingat: & iuncta a i ad q producatur. eodem modo ostendemus lineam a i ipsi i q æqualem esse: & a q ipsi u ω æquidistantem. Demonstrãdum est portionem in humidum demissam, ĩclinatãq; adeo, ut basis ipsius non contingat humidũ, ita consistere, ut basis in humidũ magis demergatur quàm ut in uno puncto eius superficiem cõtingat. Demittatur enim in humidum, ut dictum est; & iaceat primo sic inclinata, ut basis nullo modo contingat superficiem humidi. secta autem ipsa plano per axem ad humidi

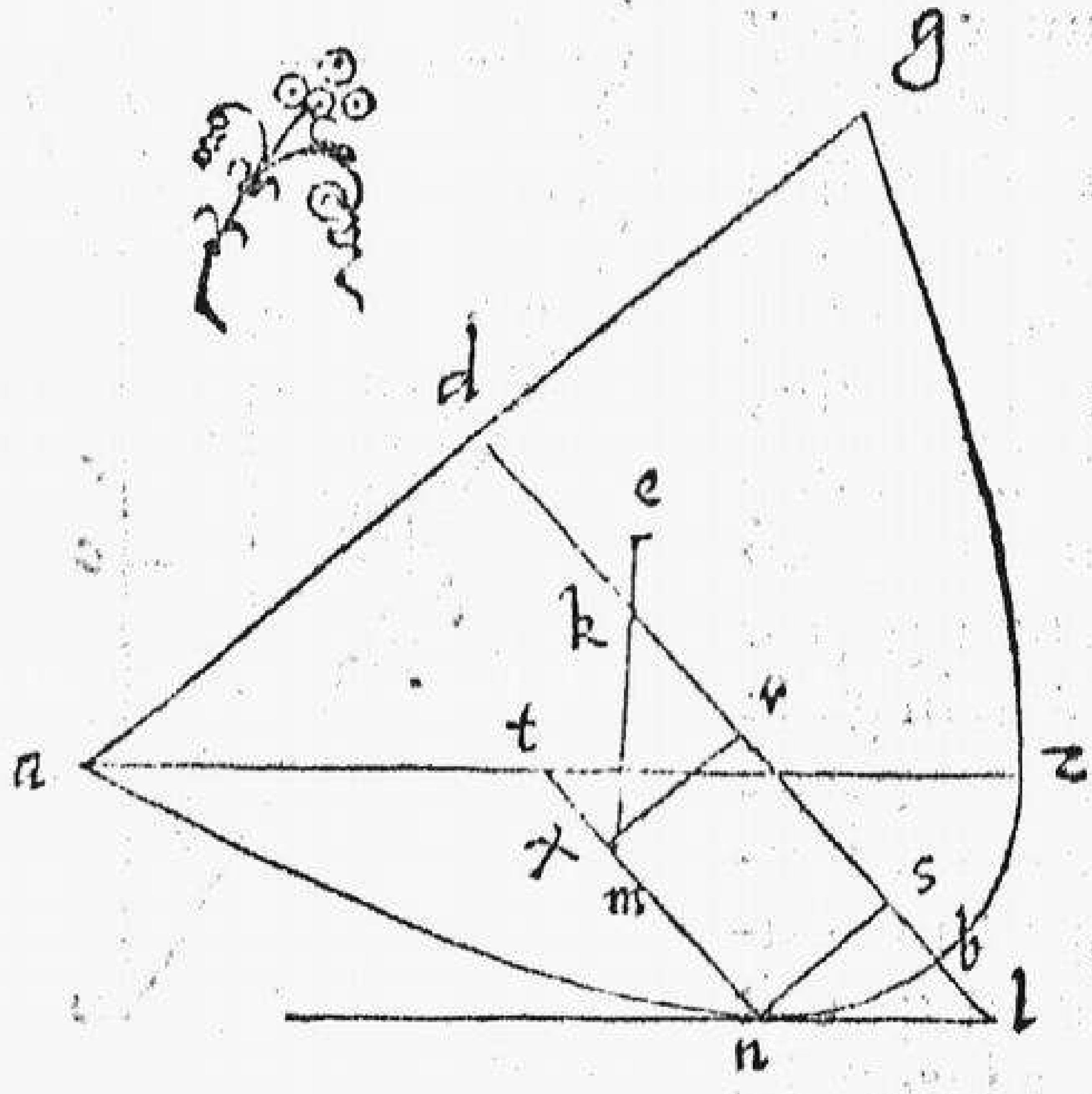


ſuperficiem recto, ſit portionis ſectio a n z g; ſuperficiei humidi e z: axis portionis, & ſectionis diameter b d: ſeceturq; b d in pũctis k r, ſicuti prius; & ducatur n l quidem ipſi e z æquidiſtans; quæ contingat ſectionẽ a n z g in n; & n t æquidiſtans ipſi b d; n s uero ad b d perpẽdicularis. Itaq;



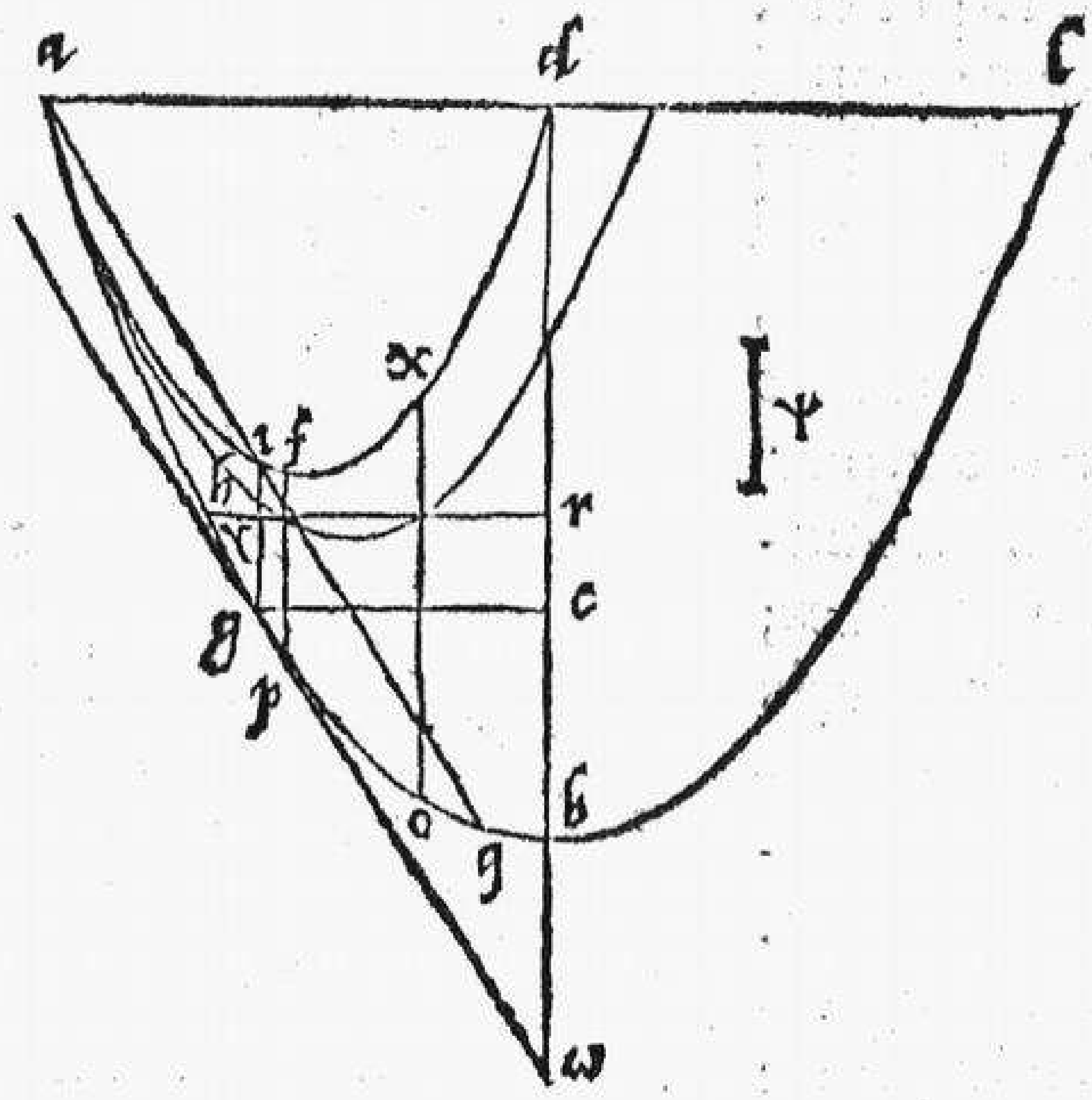
quoniam portio ad humidum in grauitate eam proportionem habet, quam quadratum, quod fit à linea ψ ad quadratum b d: erit ψ ipſi n t æqualis: quod ſimiliter demonſtrabitur, ut ſuperius. quare & n t eſt æqualis ipſi u i. portiones igitur a u q, e n z inter ſe ſunt æquales. Et cum in æqualibus, & ſimilibus portionibus a u q l, a n z g ductæ ſint a q e z, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis; hæc autem non ab extremitate: minorem faciet acutum angulum cum portionis diametro, quæ ab extremitate baſis ducitur. At triangulorum n l s, u ω c angulus ad l angulo ad ω maior eſt. ergo b s minor erit, quàm b c: & ſ r maior, quàm c r: ideoq; n χ maior, quam u h; & χ t minor, quàm h i. Quoniam igitur u y dupla eſt ipſius y i; conſtat n χ maiorem eſſe, quàm duplã χ t. Sit n m dupla ipſius m t. perſpicuũ eſt ex iis, quæ dicta ſunt, non manere portionẽ; ſed inclinari, donec eius baſis contingat ſuperficiem humidi: contingat autem in puncto uno, ut patet in figura

gura: & alia eadem disponantur demonstrabimus rursum n t æqualem esse ipsi u i : & portiones a u q, a n z inter se se æquales. Itaque quoniã ĩ portionibus æqualibus, & similibus a u q l, a n z g ductæ sũt a q, a z, portiones æquales auferentes; cum diametris portionum æquales angulos cõtinebũt. ergo triangulorum n l s, u ω c anguli, qui cõsistũt ad l ω pũcta, æquales sunt: & b s recta linea æqualis ipsi b c: s r ipsi c r, n χ ipsi u h: & χ t ipsi h i. quòd cum u y dupla sit ipsius y i, erit n χ maior, quàm dupla χ t. Sit igitur n m ipsius m t dupla. Rursus ex his manifestum est, non manere ipsam portionem; sed inclinari ex parte a: ponebatur autem portio humidi superficiem in uno puncto contingere. ergo necesse est, ut eius basis in humidum magis demergatur.



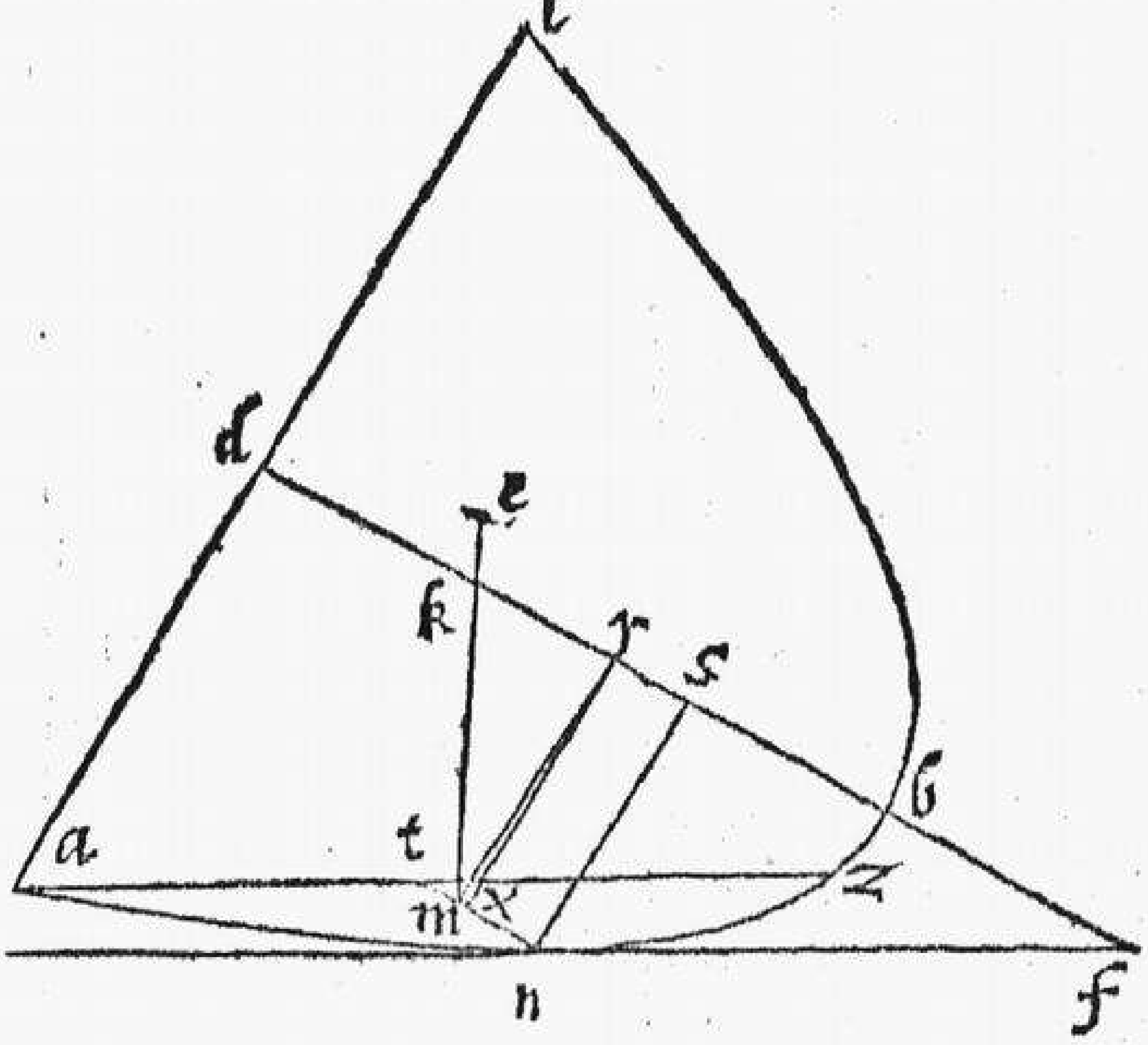
DEMONSTRATIO QVINTAE PARTIS.

HABEAT denique portio ad humidum in grauitate minorem proportionem, quàm quadratum f p ad quadratum b d: & quam proportionem habet portio ad humidũ in grauitate, eandem quadratum, quod fit à linea ψ habeat ad quadratum b d. erit ψ minor ipsa p f. Rursus aptetur quædam recta linea g i, sectionibus a g q l, ax d interiecta, & ipsi b d æquidistans; quæ mediam coni sectionem in puncto h, & rectam lineam r y in y secet. demonstrabitur g h dupla h i, quemadmodum demonstrata est o g ipsius g x dupla. ducatur postea g ω cõtingens a g q l sectionem in g: & g c ad b d perpẽdicularis: iunctaq; a i producatur ad q. erit ergo a i æqualis i q: & a q ipsi g ω æquidistans. Demonstrandũ est portionẽ in humidũ demissam, inclinatamq; adeo, ut basis ipsius non cõtingat humidũ, consistere inclinatã ita, ut axis cum superficie humidi angulum faciat minorem angulo φ: & basis humidi superficiem nullo modo contingat. Demittatur enim in humidum; & consistat ita, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi. secta autem portione per axem, plano ad humidi superficiem recto, sit portionis sectio a n z l rectanguli coni sectio: superficiei humidi a z: axis autẽ portionis, & sectionis diameter b d: seceturq; b d in punctis k r, ut superius dictum est: & ducatur n f quidem ipsi a z æquidistans, & contingens coni sectionem in pũcto n; n t uero æquidistans ipsi b d: & n s ad eandem perpendicularis. Quoniam igitur portio ad humidum in grauitate, eam habet proportionem, quam quadratum, quod fit à ψ.

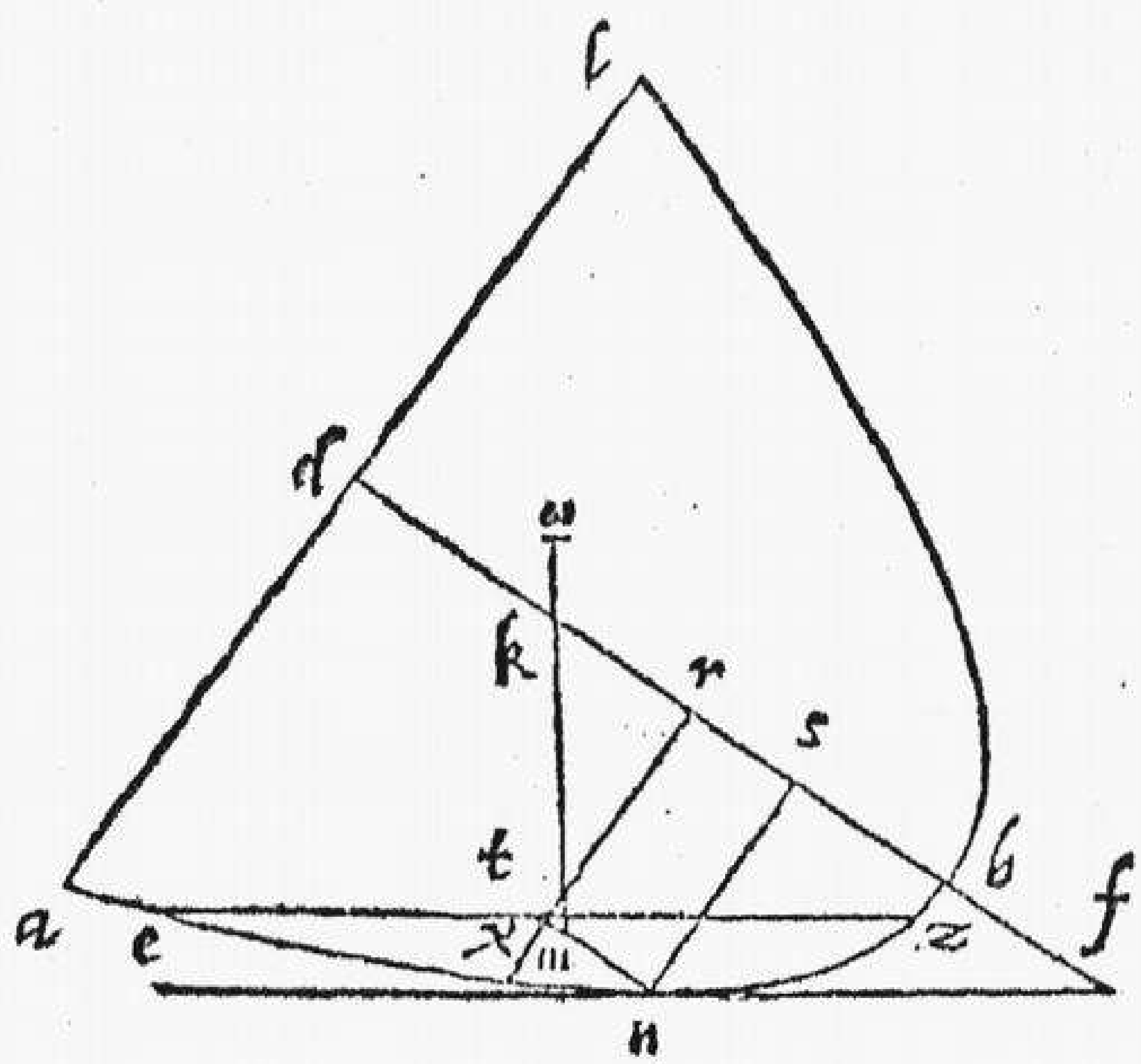


ad

ad quadratum b d: & quam habet portio ad humidum in grauitate, eandem quadratum n t habet ad b d quadratũ, ex iis, quæ dicta ſunt: conſtat n t lineæ ψ æqualem eſſe. quare & portiones a n z, a g q ſunt æquales. Et quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a g q l, a n z l, ab extremitatibus baſiũ ductæ ſunt a q, a z, quæ æquales portiões abſcindunt: perſpicuum eſt angulos facere æquales cum portionum diametris: & triangulorum n f s, g ω c, angulos, qui ad f ω æquales eſſe: itemque æquales inter ſe, s b, c b; & s r, c r, quare & n χ, g y æquales: & χ t y i. cũq; g h dupla ſit ipſius h i, erit n χ minor, quàm dupla ipſius χ t. Sit igitur n m ipſius m t dupla: & iuncta m k protrahatur ad e. Itaque centrum grauitatis totius erit punctum k: partis eius, quæ eſt in humido, punctũ m: eius autem, quæ extra humidum in linea protracta, quod ſit e. ergo ex proxime demonſtratis patet, nõ manere portionem, ſed inclinari adeo, ut baſis nullo modo ſuperficiẽ humidi contingat. At uero portionem conſiſtere ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo φ minorem, ſic demonſtrabitur. conſiſtat enim, ſi fieri poteſt, ut non faciat angulum minorem angulo φ: & alia eadem diſponantur; ut in ſubiecta figura. eodem modo demonſtra



bimus n t æqualem eſſe ψ, & propterea ipſi g i. & quoniam triangulornm p φ c, n f s angulus f non eſt minor angulo φ, non erit b f maior, quam b c. ergo neque s r minor, quàm c r: neque n χ minor, quàm p y. Sed cum p f ſit maior, quàm n t: ſitq; p f ſeſquialtera p y: erit n t minor, quàm ſeſquialtera n χ: & idcirco n χ maior, quã dupla χ t. ſit autẽ n m dupla m t: & iuncta m K producatur. conſtat igitur ex iam dictis non manere portionem; ſed reuolui ita, ut axis cum ſuperficie humidi faciat angulum angulo φ minorem.



FINIS LIBRORVM ARCHIMEDIS DE IIS, QVAE IN AQVA VEHVNTVR.