BIB
DE
GRIM

TRATADO DE AGRIMENSURA,

Ó ARTE

DE MEDIR TIERRAS Y AFORAR LIQUIDOS,

PARA EL USO

DE AGRIMENSORES Y LABRADORES,

DIVIDIDO EN DOS PARTES;

de las quales la primera comprehende un tratado elemental de Aritmética, y la segunda, ademas de unas breves nociones de Geometría, da reglas para la medida y particion de cualquier terreno, para los plantíos de viñas, apeos, deslindes y aforos, y otras muchas cuestiones curiosas, concluyendo con el modo de nivelar, levantar y lavar el plano de un terreno cualquiera.

TERCERA EDICION.

aumentada con la Ordenanza de Agrimensores.

SU AUTOR

DON FRANCISCO VERDEJO PAEZ,

profesor de dibujo militar de la Academia de Caballeros Cadetes de Reales Guardias Españolas, y maestro de Matemáticas que ha sido en varios establecimientos de esta corte.

MADRID: AÑO 1822.

EN LA IMPRENTA DE D. FERMIN VILLALPANDO,

IMPRESOR DE CÁMARA DE S. M.

Un número encerrado en un paréntesis así (36) indica que se debe acudir al párrafo señalado con dicho número. Así cuando en la página 9 linea 3.ª vemos esta expresion, "pues la unidad tomada del 4, y que vale mil (8), &c." el (8) dice que se acuda al párrafo 8 que está en la página 2, y allí se verá por qué razon la unidad tomada del 4 vale mil.

ÍNDICE

DE LOS CAPÍTULOS.

PRIMERA PARTE.

*

SEGUNDA PARTE.

TRATADO DE AGRIMENSURA.

PRIMERA PARTE.

CAPÍTULO I.

Primeras operaciones de los números.

1. *Cantidad* es todo aquello que se puede aumentar y disminuir. Asi una vara, una arroba, un número, &c., son cantidades.

2. Las cantidades de una misma especie como reales y reales, hombres y hombres se llaman *homogéneas*, y las de distinta especie como hombres y dias, reales y varas se nombran *eterogéneas*.

3. *Unidad* es una cantidad de que nos valemos para medir otra de su misma especie mayor ó menor que ella: para averiguar cuánto tiene de largo una pieza de paño, se toma una medida de longitud como una vara ó un pie, se ve cuántas veces está contenida en la pieza de paño, y despues se dice que tiene tantas varas ó pies, por egemplo, veinte. La vara ó pie es en este caso la unidad, y el veinte se llama el *número*: luego éste es el que expresa las veces que una cantidad contiene á otra de su misma especie tomada por unidad. Digo de su misma especie, porque sería un absurdo querer medir lo largo de la pieza con un real ó una pesa de dos libras, y no con la vara ó pie.

4. El número se divide en *entero*, *quebrado y mixto ó fraccionario*. Número entero es el que consta de unidades cabales, como quince varas, cien libras. Quebrado es el que no llega á valer unidad entera, como media arroba, una quinta parte de real. Mixto ó fraccionario es el que consta de entero y quebrado, como seis fanegas y media, catorce años y un tercio.

5. La *Aritmética* es la ciencia que enseña las propiedades y operaciones de los números.

6. *Numeracion* es el arte de señalar los números por medio de las diez cifras ó guarismos siguientes:

1, 2, 3, 4, 5, 6,
los que se nombran *uno*, *dos*, *tres*, *cuatro*, *cinco*, *seis*,
7, 8, 9, 0.
siete, *ocho*, *nueve*, *cero*.

7. Cada una de estas cifras (excepto el cero o que no tiene en sí valor alguno) varía de nombre y de valor segun la disposicion y lugar que se la dá, de modo que ordenadas consecutivamente en diversos lugares, contados de derecha á izquierda, vale cada una diez veces mas por cada lugar que abanza hácia la izquierda.

8. Así toda cifra escrita en primer lugar á la derecha del que escribe ó lee, vale solo las unidades que representa, si es 1 una, si 2 dos, si 3 tres, &c.; pero puesta en un lugar mas hácia la izquierda, es decir en 2.º lugar vale tantas *decenas* ó tantas veces diez como unidades tiene; esto es, valdrá una decena, ó diez si es 1, dos decenas ó veinte si 2, tres decenas ó treinta si 3, y sucesivamente valdrá, cuarenta, cincuenta, sesenta, &c, segun sea 4, 5, 6. Una cifra escrita en 3.º lugar vale tantas *centenas*, ó diez decenas, ó cientos como unidades tiene: si es 1 valdrá ciento, si 2 doscientos, si 3 trescientos, &c. Puesta en 4.º lugar vale tantas diez centenas, ó tantos *millares*, ó miles como unidades representa. En 5.º otros tantos diez millares, ó decenas de millar. En 6.º otras tantas centenas de millar. En 7.º otros tantos millones, &c. Luego segun esta colocacion cada unidad de una cifra cualquiera vale diez unidades de la que la sigue hácia la derecha.

9. Enterados de esto sabremos escribir un número cualquiera, por egemplo, *treinta y cuatro*. Este número vemos que consta de treinta que son tres decenas, y de cuatro unidades, luego colocando estas en el primer lu-

gar hácia la derecha, y las tres decenas en el 2.º hácia la izquierda, tendremos el número 34 que es el pedido. *Cuatrocientos veinte y seis* se escribirá así 426, poniendo las 6 unidades á la derecha, las dos decenas en 2.º lugar hácia la izquierda, y las 4 centenas en 3.º Del mismo modo *cinco mil setecientos noventa y dos* se expresará así 5792. *Quinientos noventa y siete mil doscientos treinta y cinco* de este modo 597235; *ocho millones seiscientos setenta y cuatro mil trescientos sesenta y dos* de este otro 8674362.

10. Pero como no todos los números constan exactamente de unidades, decenas, centenas, &c. sino que tambien hay algunos á quienes faltan algunas de estas partes, se ha escogido la cifra o cero para ocupar los lugares que quedan vacios por falta de alguna de las partes dichas. Así para escribir el número cuarenta, observaremos que no hay en él mas que cuatro decenas, y que faltan las unidades, y siendo indispensable que las 4 decenas ocupen el 2.º lugar, es necesario ponerle á la derecha una cifra, que no teniendo por sí valor alguno, haga que el 4 ocupe el 2.º lugar. Esta cifra es el cero; luego cuarenta se expresará así 40. Trescientos de este modo 300, poniendo dos ceros: uno que ocupe el lugar de las unidades, y el otro el de las decenas que faltan. Seiscientos cincuenta mil y cuatro se anota 650004; un millon así 1000000; veinte y ocho millones quinientos y cincuenta de este modo 28000550.

11. De lo dicho hasta aquí se deduce: 1.º que cada una de las cifras (6), menos el cero, tiene dos valores, uno *propio*, y el otro *relativo*. El valor propio es el que tiene una cifra por sí sola, y el relativo el que tiene con respecto al lugar que ocupa. Así en 4000 el valor, propio de 4 es cuatro, y el relativo cuatro mil. 2.º Que para hacer un número 10, 100, 1000, &c. veces mayor se le añadirá uno, dos, tres, &c. ceros á su derecha; pues así corren sus cifras uno, dos, tres, &c.

lugares á la izquierda: y al contrario para hacer un número 10, 100, 1000, &c. veces menor se le quitarán á su derecha uno, dos, tres, &c ceros. 3.º Que diez unidades componen una decena, diez decenas, una centena, diez centenas un millar, &c. de modo que diez unidades inferiores, de cualquier grado que sean, componen una unidad superior. 4.º Y al contrario una decena vale diez unidades, una centena diez decenas, un millar diez centenas, y en general cada unidad superior vale diez de las inmediatas inferiores.

12. Sabido el modo de escribir cualquíer número, pasemos á manifestar el modo de leer una cantidad compuesta de muchas cifras, para lo cual se dividirá, yendo de derecha á izquierda, en trozos de tres cifras cada uno, excepto el último de la izquierda, que puede quedar con dos, ó una sola. Despues se subdividirá, yendo del mismo modo, en porciones de seis cifras, poniendo entre la 1.ª y 2.ª un 1 que se leerá *millon*, entre la 2.ª y 3.ª un 2 que se leerá *billon*, ó *millon de millon*, entre la 3.ª y 4.ª un 3 que se nombrará *trillon*, ó *millon de millon de millon*. Cada porcion de seis cifras quedará dividida en dos con una coma que se dirá mil. Así para leer este número 15638479251 dividido de tres en tres será 15,638,479,251, y vuelto á dividir de seis en seis así $15,638\overset{1}{,}479,251$, se leerá: *quince mil* (porque hay coma sola) *seiscientos treinta y ocho millones* (porque hay 1 encima) *quatrocientos setenta y nueve mil, doscientos cincuenta y uno.*

Del mismo modo 35326487610003 dividido es $35\overset{2}{,}326,487\overset{1}{,}610,003$: esto es: *treinta y cinco billones, trescientos veinte y seis mil, quatrocientos ochenta y siete millones, seiscientos diez mil y tres.*

13. *Número abstracto* es aquel que no determina especie como 2, 7, 100; y *concreto* el que la determina como 6 hombres, 20 dias, 100 reales.

14. Las operaciones fundamentales de la Aritmética son cuatro, *Adicion ó suma*, *Substraccion ó resta*, *Multiplicacion* y *Division*.

De la Adicion ó suma.

15. *Sumar es determinar el número que resulta de la reunion de otros muchos.* Estos se llaman *sumandos*, y el resultado *suma*.

16 Para indicar que se han de sumar dos ó mas cantidades, por egemplo 7 y 5, se escriben así: $7 + 5$ interponiendo el signo $+$ que se lee *mas*, y así dicha expresion se leerá 7 *mas* 5. Para espresar la suma se señalará de este modo $7 + 5 = 12$, poniendo á continuacion el signo $=$ *igual*, y luego la suma. Leyendo ahora toda la expresion dice que 7 mas 5 es igual á 12.

17. Los sumandos deben ser homogéneos (2) es decir de una misma especie. Se han de escribir para sumarlos unos sobre otros, de modo que las unidades caigan sobre las unidades, las decenas sobre las decenas, las centenas sobre las centenas, &c. Despues se empezará la operacion sumando primero todas las unidades, despues todas las decenas, luego todas las centenas, &c. Cuando la suma de alguna de estas partes es mayor de 9, es decir, si se necesitan dos cifras para expresarla, se escribirá la cifra de la derecha bajo de las cantidades sumadas, y la cifra de la izquierda se sumará con la coluna inmediata.

18. Se han de sumar 6648, 8065, 163 y 52. Escritos estos números como se ve, y tirada una línea por debajo, se dirá: 8 y 5 son 13, y 3 son 16, y 2 son 18: escrito el 8 debajo de la coluna sumada, se sumará el 1 con la coluna siguiente, diciendo: 1 y 4 son 5, y 6 son 11; y 6 son 17, y 5 son 22, suma de las decenas; escríbase el 2 de la derecha debajo, y el de

$$\left.\begin{array}{r} 6648 \\ 8065 \\ 163 \\ 52 \end{array}\right\} \text{Sumandos.}$$
$$\begin{array}{r} \overline{14928} \end{array} \text{ Suma.}$$

la izquierda súmese con las centenas así: 2 y 6 son 8, y 0 es 8, y 1 son 9, que es la suma de las centenas, y como no consta de mas que de una cifra, no hay que añadir nada á la coluna de los millares, la que se sumará diciendo así: 6 y 8 son 14, y escrito el 4 se pondrá á continuacion el 1, por no haber otra coluna á quien agregarle, y tendremos que la suma de los números 6648, 8065, 163, y 52 es 14928.

19. No hay duda que de este modo se halla la verdadera suma, pues ésta proviene de sumar las unidades, decenas, centenas, &c. es decir, todas las partes del número propuesto.

20. Se añade á la coluna siguiente el 1 del 18 suma de las unidades (18), porque constando ésta de 8 unidades y una decena, debe sumarse ésta con las decenas. La suma de éstas es 22, es decir, 2 decenas y 2 centenas, que se sumarán con las centenas; pues deben sumarse unidades con unidades, decenas con decenas, &c.

21. Cuando haya que sumar muchos números, escritos estos como se ha dicho (17) y se ve al márgen, se dividirán en porciones, y sumando cada una de por sí, la suma de estas sumas parciales será la suma total.

2568	
3416	
8574	
5217	
3225	19775
4316	
2721	
1568	
2744	11830
3216	
2154	
817	
312	
51	
	9294
Suma total	40899

Egemplos.

7756000	256534
482000	365217
327500	125238
4200	977532
7500	811645
8577200	2536166

De la substraccion ó resta.

22. *Restar es hallar la diferencia que hay entre dos números*, de los cuales el mayor se llama *minuendo*, el menor *substraendo*, y el resultado *resta*, *exceso*, ó *diferencia*.

23. Para indicar que se han de restar uno de otro dos números, por egemplo 8 de 12, se escriben así $12 - 8$ interponiendo el signo — *menos*, y asi dicha expresion se leerá 12 *menos* 8, y será $12 - 8 = 4$, 12 menos 8 igual á 4; 12 es el minuendo, 8 el substraendo, y 4 la resta, ó diferencia.

24. El minuendo y substraendo deben ser homogéneos; y para restar se coloca el minuendo sobre el substraendo, de modo que las unidades correspondan á las unidades, las decenas á las decenas, &c. y la operacion se empieza restando las unidades del substraendo de las del minuendo, las decenas de las decenas, &c. escribiendo las restas debajo de una línea.

25. Cuando al efectuar la operacion se halla alguna cifra del minuendo menor que la correspondiente en el substraendo, se acude á la cifra que sigue á la izquierda en el primero, se toma una unidad de ella, que añadida á la cifra de quien no se puede restar, compondrá una cantidad de que se podrá ya rebajar la correspondiente cifra del substraendo: porque como la unidad tomada es de una cifra que ocupa un lugar mas hácia la izquierda que aquella á quien se le añade, valdrá 10 (11. 4.°), á que reunidas las unidades de la cifra auxiliada, compondrá una cantidad suficiente para poder restar.

26. Se han de restar de 837925, 342613. Escritas estas cantidades como se ve, y tirada un línea por debajo, se dirá. Si de 5 unidades se restan 3 quedarán 2 unidades, que se escribirán en su lugar debajo de

la línea. Si de 2 decenas se quita 1 quedará 1 decena, que se pondrá á la resta. De 9 centenas rebajando 6 quedan 3, que se escribirán debajo. Pasando á los millares restando de 7 2 restan 5. Continuando vemos que de 3 no se pueden restar 4 por ser 3 menor que 4, y así es necesario favorecer al 3 con una unidad del 8 que sigue, que vale 10 en el lugar del 3 (11 4.º); 10 y 3 son 13, de que quitando 4 quedan 9, que se colocan en la resta. De 7 (pues al 8 se le quitó una unidad para el 3) rebajando 3 restan 4, y está concluida la operacion, y la resta es 495312.

837925	minuendo.
342613	substraendo.
495312	resta.

27. Seguramente que por este método se hallará la verdadera resta, pues en ella se halla la diferencia de las unidades, decenas, centenas &c., es decir, de todas las partes de los números propuestos.

28. Se va á restar de 6954006, 3003567 escritos como se ve, diremos: de 6 no se pueden restar 7; al 6 no se le puede auxiliar con la unidad de la cifra inmediata por ser 0: la que sigue tambien lo es. En este caso y sus semejantes se tomará 1 de la primera cifra significativa que se halle á la izquierda, que aquí es el 4. Este 1 valdrá 10 en el 2.º cero de la izquierda: de estas 10 se tomará 1 para el cero siguiente de la derecha el que quedará convertido en 10, y el anterior en 9. Favoreciendo ahora al 6 con 1 de las diez, que vale el cero inmediato, quedará este valiendo 9, y el 6 16: y despues se dirá: de 16 á 7 la resta es 9, que se escribe debajo, de 9 á 6 restan 3, de 9 á 5 la diferencia es 4. De 3 (porque al 4 se le quitó 1) á 3 resta 0: de 5 restando 0 quedan 5, de 9 á 0 la diferencia es 9, y en fin de 6 restando 3 quedan 3. Con que la resta es 3950439.

6954006
3003567
3950439

29. La descomposicion efectuada en el minuendo no altera el valor de éste, pues la unidad tomada del 4, y que vale 1000 (8) es $= 900 + 90 + 10$, que son los valores añadidos á los ceros y al 6.

Egemplos.

59468357	75940000	475000038	100000
1234 325	2197846	474523652	99998
47127032	73742154	476386	2

De la Multiplicacion.

30. *Multiplicar es tomar un número tantas veces como unidades tiene otro.* El número que se multiplica se llama *multiplicando*, el otro *multiplicador*, y el resultado *producto.* El multiplicando y multiplicador se llaman *factores* del producto; y pueden ser eterogéneos (2), por egemplo, el uno varas, y el otro reales; pero para efectuar la operacion, prescindiremos de que determinan especie, y los miraremos como abstractos (13): pues sería de otro modo un absurdo el tomar las varas el número de veces que expresan los reales.

31. La multiplicacion se indica con el signo $\times$ *multiplicado por.* Así la expresion 7×5 dice que el 7 se multiplique por el 5, y el resultado $7 \times 5 = 35$ se leerá 7 *multiplicado por* 5 *es igual á* 35.

32. Para la multiplicacion de dos números menores que 10 basta saber de memoria la siguiente:

TABLA EE MULTIPLICAR.

2 veces	2 son	4	3 veces	10 son	30	6 veces	8 son	48
2.........	3	6	4.........	4......	16	6.........	9.........	54
2.........	4	8	4.........	5......	20	6.........	10.........	60
2.........	5	10	4.........	6......	24	7.........	7.........	49
2.........	6	12	4.........	7......	28	7.........	8.........	56
2.........	7	14	4.........	8......	32	7.........	9.........	63
2.........	8	16	4.........	9......	36	7.........	10.	70
2.........	9	18	4.........	10......	40	8.........	8.........	64
2.........	10	20	5.........	5......	25	8.........	9.........	72
3.........	3	9	5.........	6......	30	8.........	10.	80
3.........	4	12	5.........	7......	35	9.........	9.........	81
3.........	5	15	5.........	8......	40	9.........	10.........	90
3.........	6	18	5.........	9......	45	10.........	10.....	100
3.........	7	21	5.........	10......	50	10.........	100....	1000
3.........	8	24	6.........	6......	36	10.......	1000..	10000
3.........	9	27	6.........	7......	42	10.....	10000.	100000

Por ella hallaremos que $4 \times 3 = 12$, $7 \times 8 = 56$, $8 \times 9 = 72$, &c.

33. Todo número multiplicado por 1 se queda el mismo, así $8 \times 1 = 8$.

34. Toda cantidad multiplicada por o da o al producto, así 9×0, ó $0 \times 9 = 0$.

35. Duplicar, triplicar, cuadruplicar, &c. un número es multiplicarle por 2, 3, 4, &c.

36. Cuando de los dos números que queremos multiplicar el uno contiene muchas cifras, y el otro una sola, se multiplicará ésta por todas las del multiplicando, yendo de derecha á izquierda, cuidando de añadir al producto inmediato las unidades superiores que haya compuesto el anterior.

Así para multiplicar 5692 por 6, escritos estos números como se ve, se dirá: 6 multiplicado por 2 da 12, escritas las dos unidades se retiene la decena para el producto siguiente: 6 veces 9 son 54, y 1 del producto anterior son 55 decenas: escríbase el 5 de la derecha, y déjense las 5 centenas: 6 veces 6 son 36, y 5 son 41, escríbase el 1, y reténganse los 4 millares: 5 veces 6 dan 30, y 4 del producto anterior son 34, colóquese el 4 al producto, y á continuacion el 3, por no haber otro producto á quien agregarle. Está concluida la operacion, y resulta el producto 34152.

$$\begin{array}{r} 5692 \\ 6 \\ \hline 34152 \end{array} \text{ producto.}$$

37. Quando el multiplicando y multiplicador tienen muchas cifras, se multiplica cada cifra del multiplicador por todo el multiplicando, yendo siempre de derecha á izquierda como en el caso anterior: luego se suman los productos que resultan, y la suma es el producto total.

Para multiplicar 348065 por 547, colocados estos números como se ha dicho, se empezará multiplicando las 7 unidades del 547 por todo el 348065, de este modo: $5 \times 7 = 35$, escrito el 5 se retendrá el 3, $7 \times 6 = 42$ y 3 45, póngase el 5 al producto: $7 \times 0 = 0$ y 4 del producto anterior son 4, que se escribirán al producto; $7 \times 8 = 56$; $7 \times 4 = 28$ y 5 son 33; $7 \times 3 = 21$ y 3 son 24, con que el primer producto es 2436455. En seguida se multiplicará la 2.ª cifra 4 del 547 por el mismo 348065, y el producto 1392260 se escribirá debajo del anterior perdiendo un lugar hacia la derecha, porque como el 4 del 547 es decenas, el producto debe ser decenas, pues decenas multiplicadas por las 5 unidades del 348065 producen decenas, y como despues se han de sumar estos productos, es necesario colocarlos unidades bajo unidades, decenas bajo decenas, &c. Multiplíquese por último la cifra 5 del multiplicador por el multiplicando, y como el 5 son centenas el producto 1740325 será cen-

$$\begin{array}{r} 348065 \\ 547 \\ \hline 2436455 \\ 1392260 \\ 1740325 \\ \hline 190391555 \end{array}$$

tenas, y por consiguiente se le pondrá dos lugares mas á la izquierda que el 1.º Estando ya ordenados estos productos segun se dijo (17), se sumarán, y la suma 190391555 es el producto total.

38. No hay duda que de este modo se hallará el verdadero producto, pues éste proviene de tomar todo el multiplicando las veces que expresan las unidades, decenas, centenas, &c del multiplicador.

39. Si uno de los factores, ó los dos tienen ceros á la derecha, se multiplican solo las cifras significativas, y al producto se le añaden tantos ceros como tenian á su derecha los dos factores. Así para multiplicar 34000 por 230, se multiplicará solo el 34 por 23, al producto 782 se le añadirán cuatro ceros, tres por el multiplicando y uno por el multiplicador, y el 7820000 es el producto total. Esto se funda en que prescindiendo de los ceros de los factores, el 34000 se hace mil veces menor (11 2.º) y el 230 diez veces menor, y como mil multiplicado por diez da diez mil, el producto 782 es diez mil veces menor de lo que debe; luego haciéndole diez mil veces mayor, esto es, añadiéndole cuatro ceros (11 2.º), resultará el producto exâcto 7820000.

$$\begin{array}{r} 34000 \\ \underline{230} \\ 102 \\ \underline{68} \\ 7820000 \end{array}$$

40. Del mismo modo para multiplicar un número por 10, 100, 1000, &c. bastará añadirle á la derecha 1, 2, 3, &c. ceros (11. 2.º) así $82 \times 10 = 820$, $5274 \times 1000 = 5274000$.

41. Cuando en medio del multiplicador hay ceros, como en el egemplo del margen, se multiplicará el 36981 primero por el 4, y en seguida por el 5, advirtiendo que como éste expresa millares, se escribirá este 2.º producto debajo de los millares del anterior, y despues se sumarán.

$$\begin{array}{r} 36981 \\ \underline{5004} \\ 147924 \\ \underline{184905} \\ 185052924 \end{array}$$

42. Para multiplicar entre sí tres, ó mas cantidades,

se multiplican primero dos de ellas, y el producto se multiplica por la tercera. Este 2.º producto se multiplicaría por la cuarta cantidad si la hubiese, &c.

43. 1.º La multiplicacion es un sumar abreviado, pues el producto 20 que resulta de multiplicar 5 por 4, se halla tambien sumando el 5 quatro veces, ó el 4 cinco veces, con efecto $4+4+4+4+4=20=5+5+5+5$. Así cuando haya que sumar una cantidad consigo misma varias veces, se hará multiplicándola por el numero de veces que se ha de sumar, y el producto es la suma que se pide.

2.º No variando el multiplicando, cuanto mayor ó menor sea el multiplicador, tanto mayor ó menor será el producto.

3.º El producto es siempre de la especie del multiplicando: de modo que si éste es reales, el producto será reales; lo cual se deducirá fácilmente del sentido de la cuestion que se proponga.

Egemplos.

465389	235407	4752000
568	70050	56000
3723112	1177035	28512
2792334	1647849	23760
2326945	16490260350	266112000000
264340952		

De la Division.

44. *Dividir, es ver las veces que un número contiene á otro.* El número que se divide se llama *dividendo*, aquel por quien se divide se llama *divisor*, y el resultado *cuociente*. El dividendo y divisor pueden ser eterogéneos, por egemplo, el uno reales y el otro hombres;

mas para efectuar la division debemos prescindir de su especie, considerándolos como abstractos, pues sería un absurdo querer hallar las veces que los reales contenian á los hombres.

45. Por lo que hace á la especie de que deba resultar el cuociente, el sentido de la cuestion deberá determinarla, pues unas veces es de la especie del dividendo, otras de la del divisor, y en algunos casos de la de ninguno.

46. La division de dos números, por egemplo, 8 y 2, se expresa así 8 : 2, interponiendo el signo: *divido por*, así dicha expresion se leerá 8 *dividido por* 2, y el resultado 8 : 2 = 4, 8 *dividido por* 2 *igual á* 4, expresion que tambien suele escribirse así $\frac{8}{2} = 4$, y se lee del mismo modo.

47. El principio fundamental de la division es que: *el cuociente multiplicado por el divisor ha de producir el dividendo*. Así en 8 : 2 = 4, el cuociente 4 multiplicado por el divisor 2 produce el dividendo 8 : $4 \times 2 = 8$.

48. Luego para dividir un número de una cifra por otro tambien de una sola cifra como 9 : 3, se acudirá á la tabla (32.), y se verá qué número es aquel que multiplicado por el divisor 3, produce ó se acerca mas á producir el dividendo 9, y dicho número es el cuociente. En este caso es 3 porque $3 \times 3 = 9$. Si fuese 8 : 3 el cuociente sería 2; pues si se da á 3 será $3 \times 3 = 9$ cantidad mayor que 8.

49. Toda cantidad dividida por sí misma da al cuociente 1, así 8 : 8 = 1, 7 : 7 = 1.

50. El 0 dividido por cualquier cantidad da 0 al cuociente; asi 0 : 4 = 0.

51. Tomar la mitad, tercera, cuarta, &c. partes de un número, es dividirle por 2, 3, 4, &c.

52. Si el número que se ha de dividir tiene muchas cifras y el divisor una sola, se escribirá éste á la derecha de aquel, y se dividirá cada cifra del dividendo, yen-

do de izquierda á derecha, por la del divisor. El cuociente se multiplicará por éste, y el producto se restará de la cifra del dividendo que se dividió. Al lado de la resta se bajará la cifra siguiente del dividendo, yendo siempre hácia la derecha, y el número que componga la resta con la cifra bajada se dividirá por el divisor, poniendo cero al cuociente siempre que dicho número sea menor que el divisor, y bajando inmediatamente la cifra siguiente del dividendo.

Se va á dividir 74002 por 4. Escritos estos números como se ve, se empieza dividiendo el 7 por el 4: 7 dividido por 4 da 1 al cuociente; pues si se da á 2 será $2 \times 4 = 8$ mayor que 7. Escrito 1 al cuociente debajo del divisor, y multiplicado éste por el 1 será $4 \times 1 = 4$, que se escribe debajo del 7: restando de 7 el 4 restan 3 que se ponen debajo. Al lado del 3 se baja la siguiente cifra 4 del dividendo, y el 34 se divide por el 4; el cuociente es 8, que se coloca á la derecha del 1. Multiplicando el 8 por el divisor 4, el producto 32 se coloca debajo del 34, y restándole de éste restan 2, á cuyo lado se baja la cifra siguiente 0 del dividendo, y resulta 20, que dividido por el 4 da al cuociente 5, que se escribe á continuacion del 8. Multiplicando el cuociente 5 por el divisor 4 produce 20, que escrito debajo del 20 dividido, y restado de él queda 0 de resta, á cuyo lado se baja la cifra 0 del dividendo: 0 dividido por 4 da cero al cuociente (50), el que escrito no se multiplicará por el divisor; pues 0 multiplicado por cualquier número da 0 (34). Bajando al lado de los 00 el 2 del dividendo se dice: 2 dividido por 4 da al cuociente tambien 0; pues siendo el dividendo 2 menor que el divisor 4, no puede éste estar contenido ninguna vez en aquel, y como no hay mas cifras que bajar en el divi-

$$\begin{array}{l|l} 74002 & 4 \\ \cline{2-2} 4 & 18500\tfrac{2}{4} \\ \cline{1-1} 34 & \\ 32 & \\ \cline{1-1} 020 & \\ 20 & \\ \cline{1-1} 002 & \end{array}$$

dendo, se ha concluido la operacion, hallando que el cuociente es 18500 y sobran 2, que se escribirán al lado del cuociente con una raya por debajo, bajo de la cual se escribirá el divisor así $\frac{2}{4}$, que equivale á 2 : 4 como dejamos dicho (46.).

53. No hay duda que de este modo se halla el verdadero cuociente; pues este proviene de ver las veces que las decenas de millar, millares, centenas, &c. del dividendo contienen al divisor, y así el cuociente $18500\frac{2}{4}$ equivale á $10000 + 8000 + 500 + \frac{2}{4}$

54. Si la 1.ª cifra del dividendo fuese menor que la del divisor, se tomarán las dos primeras cifras de aquel, y se dividirá como en el caso anterior, y se ve en el egemplo al margen, en el que no conteniendo el 1 al 7 ninguna vez, se ha tomado tambien el 5, dividiendo el 15 por el 7, y continuando despues del modo dicho.

```
1578556 | 7
14        225508
---
017
 14
---
 038
  35
 ---
  035
   35
  ---
   0056
     56
   ----
     00
```

55. Si el divisor contiene tambien muchas cifras, se tomarán en el dividendo tantas cifras como tenga el divisor, y una mas si es necesario: despues se dividirá la 1.ª cifra del dividendo, ó las dos primeras si no basta una, por la 1.ª del divisor como si estuviesen solas. El cuociente se escribirá en su lugar, y luego se multiplicará por todo el divisor, ordenando los productos debajo de las cifras tomadas del dividendo; se restará, y al lado de la resta se bajará la cifra siguiente del dividendo, y el número que resulte se dividirá del mismo modo, continuando así hasta concluir.

Se ha de dividir 8646 por 36. Colocados como se ve empezaremos la operacion tomando dos cifras 86 del dividendo por tener otras dos el divisor. Dividiendo el 8 por el 3 resultan 2, que se escriben al cuociente, y multiplicándolos por el 36 da el producto 72, que restado del 86 quedan 14, á cuyo lado se baja el 4 del dividendo, y resulta el número 144. Dividiendo las dos primeras cifras de éste, es decir el 14, pues 1 solo no basta, por el 3 da el cuociente 4, que multiplicado por 36 produce 144, y restado del 144 resta 0 á cuyo lado se baja la cifra siguiente 6; como 6 no contiene al 36 ninguna vez se pone 0 al cuociente, y resulta el total 240, y sobran 6 que se escribirán $\frac{6}{36}$ como en el egemplo anterior.

```
8646|36
72  |240 6/36
----
 144
 144
 ---
 0006
```

56. Sea ahora dividir 276657 por 842. Se empezará la operacion tomando en el dividendo cuatro cifras (pues tres no bastan, es decir, el 2766, y por haber tomado una cifra mas que en el divisor, se dividirán las dos primeras 27 por el 8, y el cuociente 3 se pondrá en su lugar, se multiplicará por el 842, y el producto 2526 se restará del 2766. Al lado de la resta 240 se bajará la cifra siguiente 5, y compondrá 2405, y como en esta cantidad hay una cifra mas que en el divisor, se dividirán las dos primeras 24 por el 8, el cuociente es exactamente 3; pero como las cifras siguientes 05 no contienen al 42 del divisor ninguna vez, se pondrá al cuociente solo 2 para que las que sobren del 24 compensen al 05 lo que le falta para contener al 42 dos veces. Escrito 2 al cuociente y multiplicado por el divisor da al producto 1684, que restado del 2405 restan 721, á cuyo lado se baja la siguiente cifra. Dividiendo el 72 del 7217 por 8, el cuociente exacto es 9; pero se le dará á 8 por la razon que antes. Multiplicando el 8 por el 842, y restado el producto 6736 del 7217 la resta es 481: luego el cuociente total es $328\frac{481}{842}$.

```
276657|842
2526  |328 481/842
-----
 02405
  1684
 -----
  07217
   6736
  -----
   0481
```

57. La mucha práctica enseñará á hallar desde luego el cuociente exacto; pues no hay regla fija para determinarle, solo las siguientes son auxiliares: 1ª Siempre que la primera ó dos primeras cifras del dividendo contengan exactamente á la primera del divisor, y éste conste de cifras de muchas unidades convendrá dar al cuociente alguna unidad menos, como hemos hecho en el caso anterior. 2.ª Ningun cuociente parcial puede ser mayor de 9, pues siendo necesarias dos cifras para expresarle, debe resultar de dos divisiones parciales, y nunca de una sola: así cuando en una division resulte un cuociente parcial mayor de 9, es señal de que la operacion va errada, y que la cifra anterior del cuociente es muy pequeña. 3.ª Cuando multiplicado el cuociente por el divisor, resulta un producto que no se puede restar de las cifras tomadas en el dividendo por ser mayor que el número que componen ellas, es señal de que el cuociente que se acaba de determinar es grande, y que se le debe rebajar una, ó mas unidades. 4.ª Si despues de restado el producto del divisor por el cuociente de las cifras tomadas en el dividendo, resulta una resta igual ó mayor que el divisor, es indicio de que el cuociente es pequeño, y que se le deben añadir una ó mas unidades.

58. Siguiendo estas reglas hallaremos que 15852794 : 1725= 9190 y sobran 44.

15852794	1725
15525	9190
003277	
1725	
15529	
15525	
000044	

59. Si el dividendo y divisor tienen ceros á su derecha, se abrevia la operacion quitando igual número de ceros de uno y de otro, y despues se divide del modo dicho. Así 24000 : 600 = 240: 6 = 40; habiendo quitado dos ceros del divisor, y otros dos del dividendo, lo que no altera el cuociente porque 240 unidades han de contener á 6 unidades el mismo número de veces que 240 centenas á 6 centenas.

60. Cuando el divisor es 10, 100, 1000, &c. se abrevia tambien la operacion, separando con una coma á la derecha del dividendo tantas cifras como ceros tiene el divisor: lo que queda á la izquierda de la coma es el cuociente, y lo que queda á la derecha lo que sobra. Así $875732 : 10000 = 87,5732 = 87\frac{5732}{10000}$. Igualmente $3568 : 10 = 356,8 = 356\frac{8}{10}$

61. Tambien se abrevia la division, restando mentalmente de las correspondientes cifras del dividendo los productos del cuociente por cada cifra del divisor. Sea la division del egemplo (58.) $15852794 : 1725$. Se toman cinco cifras, esto es, 15852, y dividiendo resulta el cuociente 9, que se multiplica por el divisor así: $9 \times 5 = 45$ que restado del 52 restan 7, que se ponen debajo del 2, y se llevan 5 del 52 (*). $9 \times 2 = 18$, y 5 que se llevan son 23, á 25 van 2, que se colocan debajo del 5, y de 25 van 2; $9 \times 7 = 63$ y 2 son 65 á 68 van 3, que se escriben bajo del 8, y se llevan 6: $9 \times 1 = 9$ y 6 son 15 que restado del 15 de arriba resta 0. Bajando el 7 al lado de la resta 327 se divide, y el cuociente 1 se multiplica por el divisor, diciendo: $1 \times 5 = 5$ que restado de 7 quedan 2 que se escriben debajo. $1 \times 2 = 2$ que restado del 7 restan 5; $1 \times 7 = 7$ que rebajado de 12 sobran 5, y se lleva 1 de 12; $1 \times 1 = 1$ y 1 son 2 que restado del 3 resta 1. Se baja la cifra 9, y dividiendo 15529 por 1725 el cuociente 9 se multiplica así: $9 \times 5 = 45$ que restados de 49 restan 4: $9 \times 2 = 18$, y 4 del 49 son 22 que restados de 22 resta 0, y se llevan 2: $9 \times 7 = 63$ y 2 son 65 á 65 de arriba resta 0, y van 6; $9 \times 1 = 9$ y 6 son 15 que restados del

$$
\begin{array}{l|l}
15852794 & 1725 \\
\hline
003277 & 9190 \\
\quad 15529 & \\
\quad 000044 &
\end{array}
$$

(*) En estas operaciones en vez de tomar del 5 una para auxiliar al 2, no se le quita nada, sino que se le añade una mas al producto siguiente; pues no debiendo de llevar mas que 4 del 45, se llevan 5 del 52, valor que hemos dado al 2 del dividendo.

15 sobra o. Bajando el 4 se halla que 44 no contiene al 1725, por lo que se pone o al cuociente, y resulta el total $9190\frac{44}{1725}$ que es lo mismo que se halló antes.

62. De lo dicho hasta aquí se deduce. 1.° Que si dividimos dos números, por egemplo 24 por 6, el cuociente 4 es el mismo que hallariamos restando el 6 del 24 cuantas veces se pudiese y contando el número de restas, así $24 - 6 = 18$ (1.ª resta), $18 - 6 = 12$ (2.ª resta), $12 - 6 = 6$ (3.ª resta), $6 - 6 = 0$ (4.ª resta) El número de restas es 4, y 4 es el cuociente: luego la division es una substraccion abreviada. 2.° Que el dividendo contiene al divisor tantas veces como el cuociente á la unidad: pues cada unidad del cuociente denota que el divisor está contenido en el dividendo una vez. 3.° Que cuanto mayor sea el divisor, respecto de un mismo dividendo, tanto menor será el cuociente, y cuanto menor sea el divisor, no variando el dividendo, tanto mayor será el cuociente.

Egemplos.

$$
\begin{array}{l|l}
5683457 & 3428 \\
\hline
\underline{3428} & 1657\frac{3261}{3428} \\
22554 & \\
\underline{20568} & \\
019865 & \\
\underline{\ 17140} & \\
027257 & \\
\underline{\ 23996} & \\
03261 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l|l}
7231214\cancel{0} & 8369\cancel{0} \\
\hline
053601 & 8640\frac{3980}{8369} \\
\ 033874 & \\
\ \ 003980 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l|l}
32547{,}89 & 100 \\
\hline
 & 32547\frac{89}{100}
\end{array}
$$

Pruebas de la Adicion, Substraccion, Multiplicacion y Division.

63. *Probar una operacion es hacer otra por la cual vengamos en conocimiento de que la primera está bien hecha*: y aunque no porque una prueba nos resulte bien, podremos asegurar definitivamente que la operacion probada lo está tambien; pues un error cometido en la prueba, puede cubrir otro cometido en la operacion; sin embargo, como cada una de estas se prueba por su contraria, no es fácil cometer un mismo error en dos operaciones opuestas. La Adicion se prueba por la Substraccion, ésta por la Adicion, la Multiplicacion por la Division, y ésta por la Multiplicacion.

64. 1.° Para probar la adicion (18) se sumará al reves, yendo de izquierda á derecha, y la suma de cada coluna se restará de la que se sacó anteriormente del modo que sigue: 6 y 8 son 14 á 15 suma que se halló antes, resta 1 que se escribe debajo del 5, y de 15 se lleva 1 que restado del 1 del 15 resta 0 que se escribe bajo del 1; 6 y 5 son 11 que restados del 13 que se halló antes, restan 2, y de 13 se lleva 1 á 1 que hay debajo del 15 resta 0 que se escribe debajo de este 1; 6 y 4 son 10, y 6 son 16, y 5 son 21 á 22 va 1 que se pone debajo, y de 22 se llevan 2 que restados del 2 que hay bajo del 3 resta 0: 8 y 5 son 13 y 3 son 16 y 2 son 18, á 18 que hay arriba resta 0, y de 18 va 1 á la 1 que se puso bajo del 2 resta 0. Luego la operacion está bien practicada, pues en todas las sumas salió la resta 0.

6648	
8065	
563	
52	
15328	
01210	Prueba.
000	

2.° Fúndase esta prueba en que si á un número se le quitan todas las partes de que se compone la resta debe ser cero.

65. 1.° Se va á aprobar la substraccion del número (26), para lo cual se sumará el substraendo con la resta (17.), y si la suma es igual al minuendo la operacion está bien hecha, como se ve practicado al margen.

```
 837925
 342613
 ------
 495312
 ------
 837925 Prueba.
```

2.° Fúndase esto en que si á un número cualquiera se le quita una cantidad, y al residuo se le añade la misma cantidad, resultará el número primitivo.

66. 1.° Para comprobar la multiplicacion del número (36.) dividiremos el producto por uno de los factores (52), y siempre que al cuociente resulte el otro factor, sin que quede resta alguna, la operacion está bien.

```
  5692
     6
 -----
 34152|6 Prueba.
 041  |-----
  055  5692
   012
    00
```

2.° Debe suceder así; pues si una cantidad se hace cierto número de veces mayor, y el resultado se le hace el mismo número de veces menor resultará la cantidad primera.

67. 1.° La prueba de la division del número (55.) se hará multiplicando el cuociente por el divisor, y siempre que al producto (despues de añadirle lo que sobró de la division) resulte el dividendo, la operacion está bien.

```
 8646| 36
     |-----
 72    240
 ---    36
 144  -----
 ---   1440
 144   720
 ---
 0006.........6
       ------
 Prueba 8646.
```

2.° Fúndase esto en el principio fundamental de la division (47.).

Usos de las cuatro operaciones explicadas.

68. No se puede dar un paso en los usos de las cuatro operaciones sin saber de memoria la siguiente tabla de las monedas, pesos y medidas mas usuales en Castilla.

TABLA.

1.º Pesos.	Un quintal tiene 4 arrobas; 1 arròba 25 libras; 1 libra 16 onzas; 1 onza 16 adarmes. Luego 1 quintal tendrá 4 ars., ó 100 libs. ó 1600 onzs. 25600 adarmes. Una ar. tendrá 25 libs., ó 400 onzs., ó 6400 adars. Una lib. tendrá 16 onzs, ó 256 adars.
2.º Tiempo.	El año tiene 12 meses, el mes 30 dias, el dia 24 horas, la hora 60 minutos, el minuto 60 segundos. Luego el año tiene 12 meses, ó 365 dias, ó 8760 horas, ó 525600 minutos, ó 31536000 segundos. El dia 24 horas, ó 1440 minutos, ó 86400 segundos. La hora 60 minutos, ó 360 segundos.
3.º Monedas corrientes.	El doblon de á ocho tiene 4 doblones de oro, el doblon de oro 4 duros, el duro 20 reales, el real 34 maravedís. Luego el doblon de oro tiene 4 duros, ó 80 reales, ó 2720 maravedís. El duro 2 medios duros, ó 5 pesetas sencillas, ó 4 colunarias, ó 680 maravedís. La peseta sencilla 4 reales, ó 136 maravedís, y la colunaria 5 reales, ó 170 maravedís.
4.º Monedas imaginarias.	El peso sencillo vale 15 reales, ó 510 maravedís. Luego el doblon sencillo vale 4 pesos sencillos, ó 60 reales, ó 2040 maravedís. El ducado vale 11 reales, ó 374 maravedís. El maravedí no existe en circulacion.

5.° Medidas de vareo.	La vara tiene 3 pies, el pie 12 pulgadas, la pulgada 12 líneas, la línea 12 puntos. Luego la vara tiene 3 pies, ó 36 pulgadas, ó 432 líneas, ó 5184 puntos. El pie ó tercia 12 pulgadas, ó 144 líneas, ó 1728 puntos. La pulgada 12 líneas, ó 144 puntos. La vara tiene tambien 4 palmos ó cuartas, la cuarta 12 dedos, el dedo 4 granos. Luego la vara tiene 4 palmos, ó 48 dedos, ó 192 granos. La cuarta ó palmo 12 dedos, ó 48 granos (*).
6º De aridos.	Un caiz tiene 12 fanegas, la fanega 12 celemines, el celemin 4 cuartillos. Luego la fanega tiene 12 celemines, ó 48 cuartillos, ó 96 medios cuartillos.
7.° De fluidos.	El moyo tiene 12 cántaras ó arrobas, la arroba 8 azumbres, la azumbre 4 cuartillos, el cuartillo 2 medios cuartillos, el medio cuartillo 2 copas.
8.° De aceite.	La arroba de aceite tiene 4 cuartillas, la cuartilla 25 panillas, la panilla 4 onzas.

Cuestiones que se resuelven por la Adicion.

69. 1.ª Un sugeto ha dado á otro 7540 reales + 3608 + 369 + 156, ¿cuánto ha dado en todo? Sumando se halla que dió 11673 (**).

2.ª Un General de egército ha recibido en varias veces 3690 hombres, 5432, 6200, 375, ¿cuánta gente reunió? Sumando resultan 15697 hombres.

(*) De las medidas que se usan en los terrenos se hablará mas adelante.

(**) Se han omitido las operaciones para que el lector pueda egercitarse.

Cuestiones que se resuelven por la Substraccion.

70. 1.ª Un Mercader tenia 96500 reales, ha gastado 25748, ¿cuánto le queda? Restando se hallan 70752 reales.

2.ª Uno debe 36549 reales, ha pagado ya 23145, ¿cuánto debe aun? Debe 13404 reales.

3.ª Un sugeto tiene 12754 reales, ¿cuánto le falta para tener 20000? Le faltan 7246 reales.

Cuestiones que se resuelven por la Multiplicacion.

71 1.ª Cuadruplicar el número 3589. Multiplicando por 4 resulta el cuadruplo 14356.

2.ª 3645 arrobas de vino á 48 reales la arroba, ¿cuánto importan? Importan 174960 reales.

3.ª 8960 varas: ¿cuántos pies tienen? Multiplicando por 3 pies que tiene la vara resultan 26880 pies.

4.ª Hallar el número de onzas que tienen 852 arrobas. Multiplíquense las 852 arrobas por 400, número de onzas que tiene una arroba, y resultarán 340800 onzas.

5ª 35 libras de azafran á razon de 60 reales la onza ¿cuánto importan? Redúzcanse las 35 libras á onzas multiplicando por 16, y el producto 560 onzas multiplicado por los 60 reales produce 33600 reales.

6.ª Reducir 895 cuartos á maravedís, multiplicando por 4 maravedís que tiene 1 cuarto, resultan 3580 maravedís.

Cuestiones que resuelven por la Division

72 1.ª Tomar la quinta parte del número 8275. Dividiéndole por 5 resulta la quinta parte 1655.

2.ª Tomar las tres quintas partes del mismo 8275, lo que se hará hallando la quinta parte y multiplicándola por 3, y se tendrá 4965 que son las tres quintas partes pedidas.

3.ª Repartir 54740 pesos entre 316 hombres á partes iguales. Dividiendo se halla que á cada uno le tocan 173 $\frac{72}{316}$ pesos

4.ª Hallar los reales que componen 59780 maravedís. Dividiendo por 34 se tendrán 1758 reales y 8 maravedís.

5.ª Reducir 850 cuartos á reales. Se reducirán á maravedís (71 6.ª) y los 3400 maravedís que resultan divididos por 34 darán 100 reales, valor de los 850 cuartos.

6.ª Hallar las arrobas que componen 57399 onzas. Dividiéndolas por 16 onzas que tiene una libra, se hallará que las 57399 onzas componen 3587 libras, que divididas por 25 libras que tiene una arroba, dan al cuociente 143 arrobas, y sobran 12 libras y 7 onzas. Tambien se pudiera hallar dividiendo el 57399 por 400 onzas que tiene 1 arroba.

7.ª 765 varas de tela han costado 73495 reales, ¿á cómo costó la vara? Dividiendo el 73495 por 765, el cuociente 96 $\frac{55}{765}$ reales es el valor de la vara.

CAPÍTULO II.

De los quebrados en general.

73. *Quebrado es aquel número de que nos valemos para expresar partes de una unidad.* Así si suponemos un real dividido en 34 partes iguales, cualquier número de ellas que tomemos, no siendo todas las 34, será un quebrado del real.

74. Para indicar esto se necesitan dos números, uno que señale las partes en que está dividida la unidad á quien se refiere el quebrado, y otro que exprese cuántas de dichas partes se han tomado. El primero se llama *denominador*, y el segundo *numerador*. Así para señalar que de las 34 partes iguales, en que hemos supuesto dividido el real, se han tomado 8, son necesarios dos números 34 y 8, de los cuales 8 es el numerador, y 34 el denominador. Estos dos números se llaman *términos del quebrado.*

75. Para espresar un quebrado, se escribirá el numerador, y debajo el denominador, separados uno de otro con una línea de este modo $\frac{3}{4}$. Este es un quebrado, cuyo numerador es 3, su denominador 4, y que nos dice que de 4 partes que tenia la unidad á quien se refiere, se han tomado 3.

76. Para leer un quebrado se enunciará primero el numerador, y despues el denominador. Así $\frac{1}{2}$ se lee *un medio*, $\frac{2}{3}$ *dos tercios* $\frac{1}{4}$ *un cuarto*, $\frac{3}{5}$ *tres quintos*, $\frac{5}{6}$ *cinco sextos*, $\frac{4}{7}$ *cuatro séptimos*, $\frac{7}{8}$ *siete octavos*, $\frac{4}{9}$ *cuatro novenos* $\frac{9}{10}$ *nueve décimos*; pero si el denominador pasa de 10, se le dará la terminacion de *avos*. $\frac{3}{11}$ se leerá *tres once avos*, $\frac{50}{60}$ *cincuenta sesenta avos*, &c.

77. De lo dicho hasta aquí se reduce. 1.° Que un quebrado puede considerarse como cuociente de una division indicada; pues no pudiendo dividirse, por egemplo, 2 por 3, la expresion $\frac{2}{3}$ con que se indica esta di-

vision, nos da á entender que á cada unidad del 3, le corresponden los $\frac{2}{3}$ de la unidad del 2. 2.° Que á medida que aumenta ó disminuye el numerador, no variando el denominador, crece ó mengua el quebrado. Así $\frac{2}{16}$ es 2 veces menor que $\frac{4}{16}$, y 6 veces menor que $\frac{12}{16}$, y al contrario, cuanto mas aumenta el denominador, no alterando el numerador, tanto menos vale el quebrado, $\frac{5}{6}$ es 4 veces mayor que $\frac{5}{24}$, y 8 veces mayor que $\frac{5}{48}$. 3.° Que de dos quebrados que tienen un mismo numerador, el mayor es el que tiene menor denominador: así de $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{4}{9}$, el $\frac{4}{5}$ es el mayor: pues si consideramos tres unidades iguales, divididas la una en 5 partes, la otra en 8, y la otra en 9, mayores serán las partes de la que esté dividida en menor número de ellas, y como de todas tres se toman 4 partes, la mayor cantidad será 4 partes de las mayores, es decir el $\frac{4}{5}$. Y de dos, ó mas quebrados que tienen un mismo denominador, el mayor es el que tiene mayor numerador. Así de $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{8}$, el mayor es $\frac{7}{8}$; pues si tenemos tres unidades iguales, divididas cada una en ocho partes iguales, la mayor cantidad será la que tome mayor número de estas partes, es decir el $\frac{7}{8}$. 4.° Que para duplicar, triplicar, cuadruplicar, &c. un quebrado (35.), se multiplicará su numerador por 2, 3, 4, &c. y para tomar su mitad, tercio, cuarto, &c. (51), se multiplicará su denominador por 2, 3, 4, &c. Así el quebrado $\frac{4}{5}$ triplicado ó hecho 3 veces mayor, es $\frac{4\times 3}{5} = \frac{12}{5}$, y el quebrado $\frac{3}{4}$ hecho cinco veces menor, ó tomada su quinta parte es $\frac{3}{4\times 5} = \frac{3}{20}$.

78. Los quebrados se dividen en *propios é impropios*. *Propios* son todos aquellos cuyo numerador es menor que el denominador, tales son $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{35}{125}$. *Impropios son* todos aquellos cuyo numerador es igual ó mayor que el denominador, como $\frac{4}{4}$, $\frac{20}{20}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{162}{5}$, $\frac{266}{30}$.

79. Desde luego se ve que estos quebrados contienen enteros; pues si una unidad está dividida en 4 partes y se toman las 4, se tendrá toda la unidad, y tomando 6, no solo se toma toda la unidad, sino parte de otra. Para sacar estos enteros, se dividirá el numerador por el denominador: así $\frac{4}{4} = 4 : 4 = 1$, $\frac{9}{3} = 9 : 3 = 3$; $\frac{5}{2} = 5 : 2 = 2\frac{1}{2}$, $\frac{162}{5} = 162 : 5 = 32\frac{2}{5}$, $\frac{266}{30} = 8\frac{26}{30}$.

80. Para reducir un entero á quebrado de un denominador dado, se multiplicará éste por el entero, y al producto se le pondrá el denominador propuesto. Así 6 reducido á cuartos es $\frac{6 \times 4}{4} = \frac{24}{4}$; 356 reducido á quintos es $\frac{356 \times 5}{5} = \frac{1780}{5}$.

81. Si fuese un número fraccionario (4.), se multiplicará el entero por el denominador del quebrado, al producto se le añadirá el numerador, y se pondrá por denominador el del quebrado. Así $4\frac{2}{3} = \frac{4 \times 3 + 2}{3} = \frac{12 + 2}{3} = \frac{14}{3}$; $164\frac{2}{7} = \frac{164 \times 7 + 2}{7} = \frac{1148 + 2}{7} = \frac{1150}{7}$.

82. Si solo quisiésemos dar al entero la forma de quebrado, se le dará la unidad por denominador. Así $8 = \frac{8}{1}$, $864 = \frac{684}{1}$.

83. Un quebrado cualquiera queda en su propio valor, aunque sus dos términos se multipliquen ó dividan por un mismo número; porque á medida que aumenta ó disminuye el numerador, aumenta ó disminuye tambien el denominador: de modo, que el quebrado $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8} = \frac{16}{32} = \frac{25}{50} = \frac{30}{60} = \frac{42}{84}$, &c. y $\frac{120}{360} = \frac{60}{180} = \frac{20}{60} = \frac{5}{15} = \frac{3}{9} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Estas espresiones resultan, la 1.ª de multiplicar los dos términos 1 y 2 del $\frac{1}{2}$ por 4, 16, 25, 30, &c. pero vemos desde luego que en todos los quebrados que incluye, son los numeradores la mitad de los

denominadores, luego todos valen $\frac{1}{2}$; pues lo mismo da tomar 1 parte de 2, que 4 de 8, que 16 de 32, &c. La 2.ª expresion proviene de dividir los dos términos de $\frac{120}{360}$ por 2, 6, 24, &c. pero en todos los quebrados que resultan el numerador es el tercio del denominador, luego todos ellos valen $\frac{1}{3} = \frac{120}{360}$. Lo mismo pudiera decirse de otros dos quebrados cualesquiera.

Reduccion de los Quebrados á un mismo denominador.

84. Esta es una operacion por la cual se transforman los quebrados dados en otros iguales á ellos, y que tienen un mismo denominador: consíguese de este modo hacerlos homogéneos en cuanto á su denominacion, pues teniendo diversos denominadores unos son medios, otros tercios, &c. y por consiguiente son cantidades eterogéneas, aun cuando se refieran á una misma unidad.

85. 1.º Para reducir $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$ á un mismo denominador, se multiplicarán el 2 y 3 términos del 1.º, por 5 denominador del 2.º, y 4 y 5 términos del 2.º, por 3 denominador del 1.º, y será $\frac{2}{3} = \frac{2\times5}{3\times5} = \frac{10}{15}$, y $\frac{4}{5} = \frac{4\times3}{5\times3} = \frac{12}{15}$: luego los quebrados $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$ quedan reducidos á $\frac{10}{15}$ y $\frac{12}{15}$, quebrados iguales á los anteriores (83.), y que tienen un mismo denominador 15.

No hay duda que por este método resultarán los dos con un mismo denominador, pues este es el producto de unos mismos números, en el 1.º de 3 por 5, y en el 2.º de 5 por 3.

2.º Del mismo modo $\frac{3}{6}$ y $\frac{4}{8}$ serán $\frac{3\times8}{6\times8}$ y $\frac{4\times6}{8\times6}$ ó $\frac{24}{48}$ y $\frac{24}{48}$ (83.): luego los quebrados de igual valor, reducidos á un mismo denominador, quedan iguales en valor y en términos.

86. Si fuesen tres ó mas los quebrados que quere-

mos reducir, se multiplicarán los dos terminos de cada quebrado, por el producto de los denominadores de los otros. Sean los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{6}$: se multiplicarán los dos términos, 1 y 2 del 1.°, por $5 \times 6 = 30$ producto de los otros denominadores, el 3 y 5 términos del 2.° por $2 \times 6 = 12$, y el 4 y 6 del 3.° por 2×5, y tendremos $\frac{1 \times 30}{2 \times 30}$, $\frac{3 \times 12}{5 \times 12}$, $\frac{4 \times 10}{6 \times 10}$, ó $\frac{30}{60}$, $\frac{36}{60}$, $\frac{40}{60}$, quebrados iguales á los propuestos, y de un mismo denominador.

87. Si fuesen cuatro ó mas se hará lo mismo. Así $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$ son $\frac{60}{120}$, $\frac{80}{120}$, $\frac{30}{120}$ y $\frac{72}{120}$.

88. Para hallar cual es mayor de varios quebrados, se reducirán á un mismo denominador, y el que resulte con mayor numerador, es el mayor (77. 3.°)

De la simplificacion de los Quebrados.

89. Como un mismo quebrado puede escribirse de varios modos (83.), siempre convendrá cuando se haya de operar con ellos, buscar otro quebrado que, siendo igual al propuesto, tenga sus términos mas sencillos. Esto se consigue viendo si el numerador y denominador pueden dividirse por un mismo número; sin que quede residuo alguno: pues en este caso tendremos un quebrado, cuyos términos serán mas sencillos, y que tendrá igual valor que el propuesto (83).

90. Para conocer si uno y otro término son divisibles por un mismo número hay varias reglas, que son: 1.ª Si los dos términos acaban en par, son divisibles por 2: así $\frac{12}{14} = \frac{6}{7}$ dividiendo los dos términos del 1.° por 2. 2.ª Si los dos términos del quebrado son tales, que sumando separadamente sus cifras como unidades simples, resulta un número divisible por 3, se pueden dividir por 3. En el quebrado $\frac{423}{567}$ se verifica que $4 + 2 + 3 = 9$ divisible por 2, y $5 + 6 + 7 = 18$ divisible por 3,

luego $\frac{423}{567}=\frac{141}{189}$ 3.ª Si los dos términos del quebrado son como los de $\frac{132}{648}$, cuyas dos últimas cifras 32 y 48 son divisibles por 4, los dos términos son divisibles por 4, y dividiendo será $\frac{132}{648}=\frac{33}{162}$. 4.ª Cuando los dos términos acaban en 5, ó uno en 0 y otro en 5, son divisibles por 5: luego $\frac{25}{35}=\frac{5}{7}$, y $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$. 5.ª Si los dos términos son divisibles por 2 (1.ª) y por 3 (2.ª), son divisibles por 6: de modo que $\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$. 6.ª Cuando los dos términos tienen como $\frac{5816}{6168}$, sus tres últimas cifras 816 y 168 divisibles por 8, son divisibles por 8: así $\frac{5816}{6168}=\frac{727}{771}$. 7.ª Si las cifras de los dos términos sumadas como unidades simples, dan un número divisible por 9, son divisibles por 9: así $\frac{27}{954}=\frac{3}{106}$; porque $2+7=9$, y $9+5+4=18$ son divisibles por 9. 8.ª Si los dos términos acaban en 0 son divisibles por 10: así $\frac{30}{50}=$. 9.ª Cuando las cifras de los dos términos son tales, que en cada uno la suma de la 1.ª 3.ª 5.ª, &c. cifras, es igual á la suma de la 2.ª, 4.ª, 6.ª, &c. son divisibles por 11: así $\frac{561}{682}=\frac{51}{62}$; pues en el 561 es $5+1=6$, y en 682 $6+2=8$.

91. Resumiendo todas estas reglas para reducir el quebrado $\frac{1440}{8640}$ tendremos que sus términos son divisibles por 10 (8.ª) por 6 (5.ª) por 3 (2.ª) por 4 (3.ª) por 2 (1.ª) $\frac{1440}{8640}=\frac{144}{864}=\frac{24}{144}=\frac{8}{48}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ quebrado simplificado.
Igualmente $\frac{15000}{37500}=\frac{150}{375}=\frac{30}{75}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$.

Los quebrados se suman, restan, multiplican y dividen.

De la Adicion de los Quebrados.

92. Para sumar los quebrados se reducirán á un comun denominador, si no le tienen, se sumarán los numeradores, y á la suma se la pondrá el denominador comun, sacando despues los enteros si los hay (79). Así $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=$

$\frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1.\ \frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15}$ (85.) $= \frac{10+12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$ $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{12}{24} + \frac{16}{24} + \frac{18}{24}$ (86.) $= \frac{12+16+18}{24} = \frac{46}{24} = 1\frac{22}{24}$ (79.) $= 1\frac{11}{12}$ (90.)

93. Si hubiese enteros juntos con los quebrados, se sumarán éstos como acabamos de decir, y la suma se añadirá á la de los enteros: así $565\frac{1}{2} + 8532\frac{1}{2} + 254\frac{4}{5}$ será sumando primero los quebrados $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{20}{40} + \frac{30}{40} + \frac{32}{40} = \frac{82}{40} = 2\frac{2}{40} = 2\frac{1}{20}$; escrito el quebrado $\frac{1}{20}$ bajo de los quebrados, y añadiendo el 2 á los enteros, tendremos la suma total $9353\frac{1}{20}$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 565\frac{1}{2} \\ 8532\frac{3}{4} \\ 254\frac{4}{5} \\ \hline 9353\frac{1}{20} \end{array}$$

De la substraccion de los Quebrados.

94. Para restar los quebrados, se reducirán á un comun denominador si no le tienen, se restarán los numeradores, y á la resta se le dará el denominador comun. Así $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$ que es la resta.

95. Si hubiese enteros con los quebrados se restarán primero éstos, y despues los enteros, y reuniendo estas dos restas, tendremos la resta total, $2537\frac{5}{6} - 1742\frac{3}{7}$, será; $\frac{5}{6} - \frac{3}{7} = \frac{35}{42} - \frac{18}{42} = \frac{35-18}{42} = \frac{17}{42}$ resta de los quebrados. La de los enteros es 795: luego la resta total es $795\frac{17}{42}$.

$$\begin{array}{r} 2537\frac{5}{6} \\ 1742\frac{3}{7} \\ \hline 795\frac{17}{42} \end{array}$$

96. Si el quebrado del minuendo es menor que el de substraendo, se sacará del entero una unidad, se reducirá á quebrado, y se añadirá al del minuendo. Así en $136\frac{1}{2} - 125\frac{5}{6}$ reducidos los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$ á un comun denominador, son $\frac{6}{12}$ y $\frac{10}{12}$, y como de 6 no se pueden restar 10, se tomará 1 del 136 que reducido á do-

$$\begin{array}{r} 136\frac{1}{2} \\ 125\frac{5}{6} \\ \hline 10\frac{2}{3} \end{array}$$

zabos es $\frac{12}{12}$ (80). Y añadidos al $\frac{6}{12}$ componen $\frac{18}{12}$ de que restando $\frac{10}{12}$ restan $\frac{8}{12}$. Restando ahora los enteros, rebajando al 136 la unidad, sale la resta total $10\frac{8}{12} = 10\frac{2}{3}$

97. Para restar de un entero un quebrado como de $6, \frac{2}{3}$, tomaremos 1 del 6 que reducido á tercios es $\frac{3}{3}$ (80), y será $6 = 5\frac{3}{3}$, $5\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = 5\frac{1}{3}$ que es la resta.

98. Si en el minuendo hay quebrado y en el substrayendo no, se pondrá á la resta el quebrado del minuendo, y luego se restarán los enteros. Así $34\frac{7}{8} - 10 = 24\frac{7}{8}$.

De la multiplicacion de los Quebrados.

99. Para multiplicar un entero por un quebrado, se multiplicará el numerador de éste por el entero, y al producto se le pondrá el denominador: así $\frac{3}{7} \times 5 = \frac{3 \times 5}{7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{5}$. Debe de hacerse así; pues multiplicar $\frac{3}{7}$ por 5, es lo mismo que hacer el $\frac{3}{7}$ cinco veces mayor. (77. 4.°).

100. Si los dos números que se han de multiplicar son quebrados, se multiplicarán numerador por numerador, y denominador por denominador. Así $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$; por que multiplicando el $\frac{2}{3}$ por 4 da el producto $\frac{8}{3}$ (99.); pero como no es el 4 el número que se ha de multiplicar sino $\frac{4}{5}$, el producto $\frac{8}{3}$ es 5 veces mayor de lo que debe; luego para que sea exacto le haremos 5 veces menor (77. 4.°), multiplicando su denominador por 5, lo que nos da $\frac{8}{15}$; pero 8 es el producto de los numeradores 2 y 4, y 15 el de los denominadores 3 y 5, luego deben multiplicarse así los quebrados.

101. El producto $\frac{8}{15}$ es menor que el multiplicando $\frac{2}{3}$, lo que no debe parecer estraño, pues el multiplicador $\frac{4}{5}$ es menor que la unidad, y cuanto menor es el multiplicador, tanto menor es el producto. (43. 2.°).

102. Cuando los números son fraccionarios, se redu-

cen á quebrados (81), y despues se multiplican como tales. Así $8\frac{2}{3} \times 5\frac{3}{4} = \frac{26}{3} \times \frac{23}{4} = \frac{26 \times 23}{3 \times 4} = \frac{598}{12} = 49\frac{10}{12} = 49\frac{5}{6}$.

Del mismo modo $3582\frac{2}{3} \times 25\frac{1}{5} = \frac{10748}{3} \times \frac{126}{5} = \frac{1354248}{15} = 90283\frac{1}{5}$.

De la Division de los Quebrados.

103. Para dividir uno por otro dos quebrados, se multiplicará el numerador del 1.° por el denominador del 2.°, y el numerador de éste por el denominador de aquel. Así $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{3 \times 3} = \frac{8}{9}$ y este es el cuociente. No habrá duda alguna si se considera, que si conforme es $\frac{3}{4}$ el divisor fuera 3 enteros, la operacion se reduciria á hacer 3 veces menor el $\frac{2}{3}$ (77. 4.°), y sería $\frac{2}{9}$; pero como el divisor no es 3 sino $\frac{3}{4}$ el cuociente hallado $\frac{2}{9}$, es 4 veces menor de lo que debe ser: luego hay que hacerle 4 veces mayor, ó multiplicar por 4 su numerador (77. 4.°), lo que da $\frac{8}{9}$, que es el cuociente hallado.

104. El cuociente $\frac{8}{9}$ es mayor que el dividendo $\frac{2}{3}$, porque el divisor $\frac{3}{4}$ es menor que la unidad, y cuanto menor es el divisor, tanto mayor es el cuociente (62 3.°)

105. Si uno de los números es entero, y el otro quebrado, se dará al entero la forma de quebrado (82.), y despues se dividirán como tales. Así $8 : \frac{2}{9} = \frac{8}{1} : \frac{2}{9} = \frac{72}{2} = 36$, $\frac{4}{5} : 6 = \frac{4}{5} : \frac{6}{1} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$.

106. Si son números fraccionarios se reducirán á quebrados (81.), y se dividirán como acabamos de decir. Así $8\frac{2}{3} : 4\frac{2}{6} = \frac{26}{3} : \frac{26}{6} = \frac{156}{78} = 2$.. $5642\frac{4}{5} : 24\frac{1}{2} = \frac{28214}{5} : \frac{49}{2} = \frac{28214 \times 2}{5 \times 49} = \frac{56428}{245} = 230\frac{78}{245}$.

De la valuacion de los Quebrados.

107. *Valuar un quebrado* es hallar lo que vale, en unidades inferiores del entero á quien se refiere. Para esto se multiplicará el numerador por el número de unidades inferiores inmediatas que tiene el entero á quien pertenece, y el producto se dividirá por el denominador. Así para valuar $\frac{2}{3}$ de arroba, se multiplicará el 2 por 25 que son las libras que tiene 1 arroba, el producto 50 se dividirá por 3, y el cuociente 16 libras y $\frac{2}{3}$ es el valor del quebrado. Para valuar los $\frac{2}{3}$ de libra, se multiplicará el 2 por 16 onzas que tiene 1 libra, y el producto 32 dividido por 3 da el cuociente 10 $\frac{2}{3}$ onzas, valor de los $\frac{2}{3}$ de libra. Valuando del mismo modo los $\frac{2}{3}$ de onza en adarmes, hallaremos que los $\frac{2}{3}$ arroba $=$ 16 libras $+$ 10 onzas $+$ 10 $\frac{2}{3}$ adarmes.

Así hallaremos que $\frac{4}{7}$ de peso valen 8 reales y 19 $\frac{3}{7}$ maravedis.

108. Para valuar $\frac{3}{4}$ de 25 doblones se hará lo mismo, y será $\frac{3 \times 25}{4} = \frac{75}{4} = 18\frac{3}{4}$ doblones, valuando ahora el $\frac{3}{4}$ resulta por tener el doblon 4 pesos, $\frac{3 \times 4}{4} = \frac{12}{4} = 3$ pesos: luego los $\frac{3}{4}$ de 25 doblones valen 18 doblones $+$ 3 pesos.

Igualmente $\frac{5}{7}$ de 13 varas valen $\frac{5 \times 13}{7} = \frac{65}{7} = 9\frac{2}{7}$ varas, y valuando los $\frac{2}{7}$ de vara tendremos que valen 0 pies, 10 pulgadas, 3 líneas, 5 $\frac{1}{7}$ puntos, luego $\frac{5}{7}$ de 13 varas $=$ 9 varas $+$ 10 pulgadas $+$ 3 líneas $+$ 5 $\frac{1}{7}$ puntos.

De los Quebrados compuestos.

109. Llámanse así aquellos quebrados que son parte de otros quebrados, tales son $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{9}$ de $\frac{5}{7}$, &c. Estos quebrados se reducen á quebrados simples, multiplicándolos ordenadamente numerador por numerador, y

denominador por denominador; así el primero $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3} = \frac{2}{6}$, y el segundo $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{9}$ de $\frac{5}{7} = \frac{120}{252}$ (100.) No hay duda que debe hacerse así, pues $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$ quiere decir que se tome la mitad de $\frac{2}{3}$, esto es, que se multipliquen, porque multiplicar es tomar un número las veces que expresa otro (30.) Lo mismo se dirá de $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{9}$ de $\frac{5}{7}$.

Reducidos á simples se calculan, y valuan como tales (92 y siguietes).

De los Números denominados.

110. *Números denominados ó complexos* son los que constan de diferentes especies ó partes relativas á un mismo género, tales son: 2 pesos, 4 reales y 8 maravedises; 8 arrobas, 6 libras, 9 onzas y 5 adarmes; 7 años, 10 meses, 9 dias, 12 horas y 14 minutos; 5 varas, 2 pies, 8 pulgadas y 7 líneas.

111. Desde luego vemos que estos números no son otra cosa que unos números fraccionarios compuestos de enteros que son las unidades superiores, y de quebrados que son las partes menores.

Estos números se suman, restan, multiplican y dividen.

De la Adicion y Substraccion.

112. Para sumarlos (sobreentendiéndose que son homogéneos) se escriben de modo que las unidades de cada especie formen una coluna, despues se empieza á sumar por las unidades inferiores, añadiendo á la coluna inmediata superior las unidades de su especie que compongan.

Así para sumar 35 pesos, 12 reales, 25 maravedís; 162 ps., 14 rs., 28 mrs.; 8 ps., 11 rs., 30 mrs.

35 pesos,	12 reales,	25 mrs.
162	14	28
8	11	30
207 pesos,	9 reales,	15 mrs.

Escritos como se ve se suman los mrs., (18) y resulta que $25 + 28 + 30 =$

83 mrs. que divididos por 34 mrs. que tiene un real dan al cuociente 2 reales que se suman con los rs., y los 15 mrs. sobrantes se pondrán bajo de los mrs. sumados. Sumando los reales $2 + 12 + 14 + 11 = 39$ rs., que componen 2 ps. y sobran 9 rs. que se ponen debajo de los rs. sumados; sumando los pesos será $2 + 35 + 162 + 8 = 207$ ps., y reuniendo ahora las tres sumas se tendrá la total que es 207 ps., 9 rs., 15 mrs.

113. Para restarlos se escribe el minuendo sobre el substraendo lo mismo que para sumarlos, y se empieza á restar por las unidades inferiores. Si alguna parte del minuendo es menor que su correspondiente en el substraendo, se tomará de la coluna inmediata superior una unidad, la qual se dividirá en sus partes menores, y se añadirá al minuendo como se ve en los egemplos. En el 1.° se quitan á las 8 libs. 1 libra ó 16 onzs. que se añaden á las 2 onzs. y restando de las 18 las 7 restan 11 onzs. que se ponen debajo, rebajando luego de las 8 libs. la libra que se le quitó. En el 2.° se toma 1 arroba de las 725 ars. la que se divide en 25 libs., ó en 24 libs., 15 onzs., 16 adars. por no haber en el minuendo libras, onzas, ni adarmes de quien restar las del substraendo.

(16)

45 ars.	8 libs.	2 onzs.
12 ars.	5 libs.	7 onzs.
33. ars.	2 libs.	11 onzs.

	24 libs.	15 onzs.	16. adars.
725 ars.			
37 ars.	9 libs	10 onzs.	7 adars.
687 ars.	15 libs.	5 onzs.	9 adars.

De la multiplicacion y division.

114. Para multiplicar 4 varas, 2 pies, 7 pulgadas, por 3 pesos, 4 reales, 5 maravedís, se reducirán estos dos números á quebrados de este modo. Redúzcanse las 4

varas á pies multiplicando por 3 pies que tiene 1 vara, al producto 12 se le añadirán los 2 pies, y los 14 pies que resultan se reducirán á pulgadas, multiplicando por 12 pulgadas que tiene 1 pie, al producto 168 pulgadas se añadirán las 7, y serán 175 pulgadas, á cuyo número se le dará por denominador el número de pulgadas que tiene una vara que son 36 (68 5.°), y será $\frac{175}{36}$ = 4 varas, 2 pies, 7 pulgadas. Del mismo modo se convertirán en quebrado los 3 ps., 4 rs., 5 mrs, multiplicando el 3 por el 15 rs. que tiene 1 peso, y añadiendo al producto 45 los 4 rs. Los 49 rs. que resultan se reducen á mrs., multiplicando por 34, al producto 1666 mrs. se añaden los 5 mrs., y á la suma 1671 mrs. se la pone por denominador 510 mrs. que tiene 1 peso y será $\frac{1671}{510}$ = 3 ps., 4 rs., 5 mrs.

Luego en lugar de multiplicar 4 varas, 2 pies, 7 pulgadas por 3 pesos, 4 reales, 5 maravedis, se multiplicarán $\frac{175}{36}$ por $\frac{1671}{510}$, y será

$$\frac{175}{36}\times\frac{1671}{510}=\frac{175\times1671}{36\times510}(100.)=\frac{292425}{18360}$$

Sacando los pesos que contiene este quebrado impropio (79), resulta el cuociente 15 pesos y sobran 17025 pesos, que se reducirán á reales multiplicándolos por 15 rs. que tiene 1 peso, y el producto 255375 rs. se dividirá por el mismo divisor 18360, lo que da al cuociente 13 rs. y sobran 16695 rs., que reducidos á mrs. multiplicando por 34, y dividido el producto 567530 maravedis por el 18360, da al cuociente 30 mrs. y sobran 1683 que se pondrán en forma

```
292425 | 18360.
108825   15
017025
    15
------
 85125
 17025
------
255375 | 18360
071775   13 rs.
 16695
    34
------
 66780
 50085
------
567530 | 18360
 01683   30 1683/1836
```

de quebrado. Reuniendo todos estos cuocientes parciales, tendremos que 4 varas, 2 pies, 7 pulgadas × 3 ps., 4 rs., 5 mrs. = 15 ps., 13 rs. 30 $\frac{1683}{1534}$ mrs.

115. Si uno de los números es denominado y el otro entero, como por egemplo 4 arrobas, 5 libras, 7 onzas, multiplicado por 45 pesos, se reducirá el 1.º á quebrado (114), se multiplicará luego por el 45. (66.), y será $\frac{1687}{400} \times 45 = \frac{1687 \times 45}{400} =$ &c., como en el anterior.

116. Si al dividir se hallase que correspondia al cuociente o, se pasaría inmediatamente á reducir el dividendo á unidades inferiores para dividir despues.

117. Para dividir 8 ps., 6 rs., 9 mrs. por 2 ars., 8 libs., 6 onzs. se reducirán estos números á quebrados, (114.) y resultará que los 8 ps., 6 rs, 9 mrs. = $\frac{4293}{510}$ y las 2 ars., 8 libs., y 6 onzas $= \frac{934}{400}$. Luego la cuestion se reduce á dividir $\frac{4293}{510}$ por $\frac{934}{400}$, y será (103.) $\frac{4293}{510} : \frac{934}{400} = \frac{4293 \times 400}{510 \times 934} = \frac{1717200}{476340}$. Sacando los enteros que contiene este quebrado (79.), resulta el primer cuociente 3 pesos, y sobran 28818, que reducidos á reales multiplicando por 15 rs. que tiene un peso, y dividiendo los 432270 rs. por el mismo 47634 dan al cuociente 9 rs. El residuo 3564 rs. se reducirá á mrs., y se dividirá por el mismo 47634 lo que da al cuociente 2 mrs., y sobran 25908 mrs. que se pondrán en forma de quebrado. Reuniendo los tres cuocientes resulta que 8 pesos, 6 reales, 9 maravedis : 2 arrobas, 8 libras,

$$
\begin{array}{r|l}
171720\not{0} & \underline{47634\not{0}} \\
028818 & 3 \text{ pesos.} \\
\underline{15} & \\
144090 & \\
\underline{28818} & \\
432270 & \underline{47634} \\
003564 & 9 \text{ reales.} \\
\underline{34} & \\
14256 & \\
\underline{10692} & \\
121176 & \underline{47634} \\
025908 & 2\frac{25908}{47634} \text{ mrs.}
\end{array}
$$

6 onzas = 3 pesos, 9 reales, $2\frac{25908}{47634}$ maravedís.

118. Si uno de los números es denominado, y el otro entero, se reduce aquel á quebrado, y al entero se le da la forma poniéndole la unidad por denominador (105), y despues se procede como antes. Así 54 rs.: 4 arrobas, 2 libras, 6 onzas $= \frac{54}{1} : \frac{1638}{400} = \frac{54 \times 400}{1 \times 1638} =$ &c.

119. Si el dividendo no contiene mas que reales, el primer cuociente no puede ser pesos sino reales.

De las Fracciones decimales.

120. Llámanse *fracciones ó quebrados decimales* todos aquellos que tienen por denominador la unidad con ceros á su derecha, tales son $\frac{3}{10}$, $\frac{35}{100}$, $\frac{56487}{10000} =$ &c.

121. Ya que todo quebrado puede mirarse como una division indicada (77) será $\frac{56487}{10000} = 56487 : 10000$ (60.) $= 5{,}6487 = 5\frac{6487}{10000}$. Descomponiendo este quebrado en partes será $\frac{6487}{10000} = \frac{6000}{10000} + \frac{400}{10000} + \frac{80}{10000} + \frac{7}{10000}$ (y simplificando la expresion (90 8.ª) $= \frac{6}{10} + \frac{4}{100} + \frac{8}{1000} + \frac{7}{10000}$, lo que nos dice que en la fraccion decimal $5{,}6487 = 5\frac{6487}{10000}$ la cifra 6 que hay á la derecha de la coma que separa los enteros, vale 6 décimas partes, la siguiente 4 centésimas partes, la que sigue 8 milésimas partes, y la 4.ª cifra 7 diez milésimas partes, y si hubiese mas cifras la quinta valdria cien milésimas, la sexta millonésimas, &c partes. Pero á medida que se van alejando estas cifras de la coma, van teniendo un denominador 10 veces mayor, luego irán siendo diez veces menores, por cada lugar que abancen á la derecha, y por consiguiente las décimas valen 10 veces mas que las centésimas, éstas 10 veces mas que las milésimas, éstas 10 veces mas que las 10 milésimas, &c. Aclaremos esto.

122. Imagínese el entero á quien se refiere la fraccion dividido en diez partes llamadas *décimas*, cada dé-

cima dividida en otras 10 partes llamadas *centésimas* por contener el entero 100 de ellas, cada centésima en 10 *milésimas*, &c. Para distinguir estas partes de las unidades enteras se separan unas de otras con una coma, á cuya izquierda se colocan los enteros ó unidades, y á su derecha la fraccion ó quebrado decimal, de modo que esta expresion 45,362 se compone de 45 unidades enteras, y de 3 décimas, 6 centésimas y 2 milésimas, ó de 45 enteros, y 362 milésimas dándole la terminacion que corresponde á la última cifra de la derecha. Del mismo modo 3,45627 se leerá 3 enteros, y 45627 cien milésimas. 0,004562 será 0 enteros, y 4562 millonésimas: 6,25 es 6 enteros, y 25 centésimas. 86,045 se leerá 86 enteros, 45 milésimas. 10,4300 10 enteros, 4300 diez milésimas.

123. Cuando los quebrados decimales son impropios no tiene dificultad darles la forma de enteros, pues separando á la derecha del numerador con una coma tantas cifras como ceros tiene el denominador, quedará hecho (60.). Así $\frac{345}{100} = 3,45$, $\frac{5998}{1000} = 5,998$; $\frac{1098}{10} = 109,8$; cuando el numerador tiene igual número de cifras que ceros el denominador se le añadirá un cero á su izquierda para que quede á la izquierda de la coma manifestándonos que no hay enteros, es decir que el quebrado es propio (78.): luego $\frac{368}{1000} = 0,368$; $\frac{5492}{10000} = 0,5492$.

124. Sea ahora el quebrado decimal $\frac{5}{10000}$ al que se ha de dar la forma de entero; como 5 no se puede dividir por 10000 le añadiremos á su izquierda cuantos ceros se necesiten para poder separar en el numerador tantas cifras como ceros tiene el denominador, poniendo uno mas para que quede á la izquierda de la coma. En el caso presente habrá que añadir al 5 cuatro ceros, y será $\frac{5}{10000} = \frac{00005}{10000} = 0,0005$ cien milésimas. Del mismo modo $\frac{96}{1000} = 0,096$; $\frac{567}{10000} = 0,00567$.

125. Una fraccion decimal se hace 10, 100, 1000

veces mayor corriendo la coma 1, 2, 3, &c. lugares hácia la derecha, y 10, 100, 1000, &c. veces menor con correr la coma 1, 2, 3, lugares á la izquierda. Así la fraccion 5, 36 es 10 veces menor que 53,6; porque el 5 que en la 1.ª son unidades, en la 2.ª son decenas, el 3 que allí son décimas aquí son unidades, y el 6 que en la 1.ª son centésimas aquí son décimas, luego la 2.ª 53,6 es 10 veces mayor que la 5, 36, y al contrario.

126. Una fraccion decimal no muda de valor aunque se la añadan cuantos ceros se quiera á su derecha: así 3, 4 = 3, 40, porque como 10 centésimas valen 1 décima, lo mismo vale 40 centésimas que 4 décimas. Luego 56, 32 = 56, 320000; 0, 5 = 0, 50000.

127. Las fracciones decimales se reducen á un comun denominador completando con ceros los decimales de la que tiene menos, así 3, 462; 85, 4; 3, 52 reducidas á un comun denominador serán 3, 462; 85, 400; 3, 520 añadiendo á la 2.ª dos ceros, y á la 3.ª uno. Con efecto todas tres quedan reducidas á milésimas, y conservan su valor primitivo (126.).

Las fracciones decimales se suman, restan, multiplican y dividen.

128. Para sumarlas se reducen á un comun denominador (127.), ó lo que es lo mismo, se escriben de modo que las comas se correspondan, y despues se suman como los números enteros poniendo la coma en el lugar correspondiente.

$$\begin{array}{r} 5,365 \\ 754,5433 \\ 89,5 \\ 36,28 \\ 5,3450 \\ \hline 891,0333 \end{array}$$

129. Para restarlas se reducen á un comun denominador, y despues se restan del mismo modo que los enteros.

$$\begin{array}{r} 56,34000 \\ 25,75492 \\ \hline 30,58508 \end{array}$$

130. Para la multiplicacion se prescinde de las comas, se multiplican como enteros, y despues se separan en el producto tantas cifras á la derecha como decimales tienen los dos facto-

res juntos : añadiéndole ceros á su izquierda sino con tuviese suficientes cifras para la separacion: así 6,378 × 3 , 4 = 21,6512. La razon de esta separacion es que al prescindir de la coma, hicimos 1000 veces mayor el 6, 368 ; y 10 veces mayor el 3, 4 (125.), y como 10×1000=10000 el producto 216512 es 10000 mayor: luego hay que hacerle 10000 veces menor lo que se consigue pasando la coma 4 lunares á la izquierda (125.) esto es, separando con ella 4 cifras á la derecha.

$$\begin{array}{r} 6,368 \\ \underline{3,4} \\ 25472 \\ \underline{19104} \\ 21,6512 \end{array}$$

131. Para la division se reducen á un comun denominador (127.), y se dividen como enteros sin atender á la coma. Así para dividir 34,456 por 6,4 se le añadirán á este dos ceros, y despues dividiremos 34456 por 6400 lo que da al cuociente $5\frac{2456}{6400}$. Ahora se convertirá la resta 2456 en décimas, multiplicando por 10 ó añadiéndola 1 cero á la derecha, y el 24560 se dividirá por el 6400, separando el 2.° cuociente 3 del 1.° 5 con una coma por ser décimas. La resta 5360 decimas se convertirá en centésimas, añadiendo un cero á su derecha, y dividiendo resulta el cuociente 8, y sobran 2400 que se reducen á milésimas añadiendo otro cero, continuando así hasta donde se quiera, ó hasta donde salga la resta 0, lo que no en todos los egemplos sucede. El cuociente es 5,38375 cien milésimas.

$$\begin{array}{l|l} 34456 & 6400 \\ \cline{2-2} 024560 & 5,38375 \\ 053600 & \\ 024000 & \\ 048000 & \\ 032000 & \\ 00000 & \end{array}$$

132. Para reducir los quebrados comunes á decimales se dividirá el numerador por el denominador, añadiendo al 1.° tantos ceros como decimales se quieran al cuociente. Así $\frac{4}{5} = 4 : 5 = 4,0 : 5 = 0, 8$ fraccion decimal igual á $\frac{4}{5}$; $\frac{24}{32} = 24,00 : 32 = 0,75$; $\frac{4}{12} = 4,00000 : 12 = 0,33333$ division inagotable, y que puede aproximarse hasta donde se quiera.

133. Los números denominados se convierten tambien en fracciones decimales reduciéndolos 1.º á quebrados (114.), y estos á decimales (132.) Así 8 varas, 2 pies, 10 pulgadas, reducido á quebrado es $\frac{322}{36}$ vara (114), y convertido este quebrado en fraccion decimal (132.) será 8,944 = 8 varas, 2 pies, 10 pulgadas.

Del mismo modo 4 arrobas, 6 libras, 8 onzas = $\frac{1704}{400}$ = 4,26

134. Para valuar la fraccion 0,5642 de vara se multiplicará por 3 pies que tiene 1 vara, y separando del producto 16926 los cuatro decimales (130.) será 1,6926, es decir 1 pie y 0,6926 de pie que valuadas en pulgadas multiplicando por 12, y haciendo la separacion resulta 8,3112 es decir 8 pulgadas, y 0,3112 de pulgada, que se valuan en líneas multiplicando por 12, &c. hallo por último que 0,5642 = 1 pie, 8 pulgadas, 3 líneas, 8 puntos, y la resta 0,8028 que por lo mucho que se acerca á valer 1 entero ó 10 decimas se le puede añadir un punto mas sin error notable.

135. La fraccion 5,2764 de peso vale 5 pesos ó enteros, y 0,2764 que valuaremos como anteriormente multiplicando el 0, 2764 por 15 reales que tiene un peso, separando del producto 41460 los 4 decimales (130) resulta 4 reales y 0,1460, y valuada esta multiplicando por 34 maravedís se tendrá 4 maravedís, y 0,9640 de maravedís, que por lo mucho que se aproxima á valer 1 entero se puede dar un maravedí mas. Con que la fraccion 5,2764 de peso = 5 pesos, 4 reales y 5 maravedis.

136. Como las fracciones decimales no son otra cosa que unos quebrados, cuyo denominador tácito es la unidad acompañada de tantos ceros como cifras lleva la fraccion á la derecha de la coma (123.) se reducirán á quebrados comunes espresando el denominador, y simplificándolas si se puede (89.) Así $0,45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ (89.); $0,6250 = \frac{6250}{10000} = \frac{5}{8}$; $2,25 = \frac{225}{100} = 2\frac{25}{100} = 2\frac{1}{4}$; $0,006592 = \frac{6592}{1000000} = \frac{13}{15625}$.

CAPÍTULO III.

De las potencias y raices de los números.

137. *Potencia de una cantidad es el producto que resulta de multiplicarla por sí misma una, dos ó mas veces.* Si la cantidad (la que tambien se llama *primera potencia*) se multiplica por sí misma una vez, el producto se llama *segunda potencia ó cuadrado.* Si éste se vuelve á multiplicar por la dicha cantidad, el producto será la *tercera potencia ó cubo*, y si éste se multiplica otra vez por la cantidad primera resultará la *cuarta potencia*, y así sucesivamente.

138. *Elevar una cantidad ó una potencia* es efectuar estas multiplicaciones.

139. Las potencias de las cantidades se indican encerrando éstas en un paréntesis, poniendo á su derecha algo elevado un número que esprese el grado de la potencia; poniendo un 2 si es la 2.ª, un 3 si la 3.ª, &c. Así el cuadrado ó 2.ª potencia de 4 se indicará así $(4)^2$, el cubo $(4)^3$, la 4.ª potencia $(4)^4$. El número puesto á la derecha del paréntesis se llama *exponente de la potencia.* La expresion $(4)^2$, nos dice que el 4 está multiplicado por sí mismo una vez, $(4)^3$ que lo está dos veces, $(4)^4$ que lo está tres. &c. Luego $(4)^2 = 4 \times 4 = 16$, $(4)^3 = 4 \times 4 \times 4$, $(4)^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$.

140. Donde vemos que una cantidad entra como factor en su potencia tantas veces como unidades tiene su exponente; pero el número de multiplicaciones es una unidad menor que el que señala el exponente de la potencia.

141. Lo mismo se advierte en $(6)^2 = 6 \times 6 = 36$, $(6)^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$, $(8)^2 = 8 \times 8 = 64$. $(9)^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$. $(15)^2 = 15 \times 15 = 225$, $(15)^3 = 15 \times 15 \times 15 = 3375$. &c.

142. Las potencias de los quebrados se hallan formando la de cada término de por sí. Así $(\frac{2}{3})^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ (100.). $(\frac{4}{5})^3 = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{64}{125}$; $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \times \frac{1}{2} - \frac{1}{8}$. Resultan las potencias menores que el quebrado producente por lo dicho (101.).

143. Si el número cuya potencia se pide es fraccionario, se reducirá á quebrado (81.), y se formará su potencia como acabamos de decir, sacando despues los enteros (79.) Así $(8\frac{2}{3})^2 = (\frac{26}{3})^2 = \frac{26 \times 26}{3 \times 3} = \frac{676}{9} = 75\frac{1}{9}$; $(32\frac{3}{5})^3 = (\frac{163}{5})^3 = \frac{163 \times 163 \times 163}{5 \times 5 \times 5} = \frac{4330747}{125} = 34645\frac{122}{125}$.

144. Si fuese una fraccion decimal se multiplicará como si fuera un entero; haciendo despues la separacion de decimales (130.). $(2,5)^2 = 2,5 \times 2,5 = 6,25$. $(3,4)^3 = 3,4 \times 3,4 \times 3,4 = 39,304$.

145. 1.° Elevemos ahora 24 al cuadrado lo que se hará multiplicando 24 por 24; pero $24 = 20 + 4$, luego multiplicando $20 + 4$ por 24 tendremos $4 \times 4 = 16$, $4 \times 20 = 80$. Y multiplicando ahora por el 2 del 24 que por ser decenas vale 20, será $20 \times 4 = 80$, $20 \times 20 = 400$. Y reuniendo estos diversos productos resulta $400 + 80 + 80 + 16$ que es el cuadrado de 24; el cual se compone de 400 que es el cuadrado de las 2 decenas, $+ 80 + 80$ que son dos veces el producto de las 2 decenas ó del 20 por las 4 unidades, $+ 16$ que es el cuadrado de las unidades. Y como lo mismo se pudiera decir de otro número cualquiera estableceremos por principio general, que el cuadrado de todo número compuesto de decenas y unidades consta de tres partes: *cuadrado de las decenas, dos veces el producto de las decenas por las unidades, y el cuadrado de las unidades.*

$$\begin{array}{r} 20+4 \\ 24 \\ \hline 80+16 \\ 400+80 \\ \hline 400+80+80+16 \end{array}$$

2.° Sumando ahora estas tres partes, advirtiendo que $80+80=160$, se tendrá el cuadrado de 24 que es 576. El 400 cuadrado de las decenas nunca se podrá hallar en las dos últimas cifras 76 de la suma 576 por ser centenas (8.), y el 160 duplo del producto de las decenas por las unidades, no podrá hallarse en la última cifra 6 de la derecha por ser decenas. Luego si dicho cuadrado 576, ú otro cualquiera se divide en porciones de dos cifras cada una, yendo de derecha á izquierda, asi 5,76, el cuadrado de las decenas 400 se hallará en la 1.ª porcion de la izquierda 5, y en la diferencia 1 de esta al dicho cuadrado, junto con la cifra inmediata 7, es decir, en el 17, se hallará la 2.ª parte ó duplo del producto de las decenas por las unidades.

$$\begin{array}{r} 400 \\ 160 \\ 16 \\ \hline 576 \end{array}$$

146. 1.° Elevando el mismo 24 al cubo, lo que se hará multiplicando el cuadrado $400+160+16$ por 24 empezando por el 4, tendremos $4\times 16=64$, $4\times 160=640$, $4\times 400=1600$: y ahora por las 2 decenas, ó 20 de este modo: $20\times 16=320$. $20\times 160=3200$, $20\times 400=8000$. Pero como $3200=1600+1600$, y $640=320+320$, tendremos el cubo $8000\times 1600+1600+1600+320+320+320+64.=8000+3\times 1600+3\times 320+64$: luego el cubo consta de 4 partes, á saber: 8000 cubo de las decenas; $+3\times 1600$ mas tres veces 400 cuadrado de las decenas multiplicado por las 4 unidades; $+3\times 320$ mas tres veces las 2 decenas multiplicadas por 16 cuadrado de las unidades; $+64$ cubo de las 4 unidades. Y como lo mismo resultará de otro número cualquiera, se dirá en general que el cuadrado de cualquier número compuesto de decenas y unidades, consta de 4 partes. *Cubo de las decenas, tres veces el cuadrado de las decenas multiplicado por las unidades, tres*

$$\begin{array}{r} 400+160+16 \\ 24 \\ \hline 1600+640+64 \\ 8000+3200+320 \\ \hline 8000+4800+960+64 \end{array}$$

veces las decenas multiplicadas por el cuadrado de las unidades, y el cubo de las unidades.

2.° Sumando ahora estas partes, advirtiendo que $3 \times 1600 = 4800$ y $3 = 320 = 960$, resulta 13824. El cubo de las decenas 8000 no se podrá hallar en las tres últimas cifras 824 de la suma por ser millares (8.). El triplo del cuadrado de las decenas por las unidades 4800, no podrá hallarse en las dos últimas cifras de la derecha por ser centenas. Luego si el cubo 13824, ú otro cualquiera, se divide en porciones de tres cifras, yendo de derecha á izquierda, así 13,824, el cubo de las decenas 8000 se hallará en la última porcion 13 de la izquierda, y en la resta 5 junta con el 8 siguiente se hallará el triplo del cuadrado de las decenas multiplicado por las unidades.

$$\begin{array}{r} 8000 \\ 4800 \\ 960 \\ 64 \\ \hline 13824 \end{array}$$

147. Lo mismo se verificará en otro número de mas de dos cifras como 8645, pues este número se puede considerar compuesto de 864 decenas y de 5 unidades.

De las Raices.

148. *Raiz de una cantidad es otra cantidad tal, que multiplicada por sí misma una, dos ó mas veces segun sea cuadrada, cúbica, &c. produce la primera.* Así la raiz cuadrada de 36 es 6 porque $6 \times 6 = 36$, la raiz cúbica de 64 es 4 porque $4 \times 4 \times 4 = 64$.

Las raices se indican con este signo $\surd$ *raiz* cuando ó no se pueden hallar exactas, ó solo se quiere dejarlas indicadas, poniéndole al signo el exponente 2 si es raiz cuadrada, 3 si cúbica, &c. bien que cuando la raiz es cuadrada suele omitirse el exponente. Así $\sqrt[2]{81} = \sqrt{81} = 9$ raiz cuadrada de 81, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt[3]{8} = 2$, $\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{12}$ dejándola indicada.

149. Toda cantidad puede elevarse á una potencia

cualquiera (138.); pero no todas las cantidades tienen una raiz exacta, pues para que esto se verifique es necesario que sean potencias del grado de la raiz que se pide. Las raices que pueden determinarse exactamente se llaman raices *comensurables*, y aquellas que no se pueden hallar con exactitud *inconmensurables*. $\sqrt{4}$ es comensurable, y $\sqrt{3}$ inconmensurable.

150. Luego extraer la raiz de una cantidad es hallar cual es otra cantidad, que multiplicada por sí misma produce la propuesta ó se acerca mas á producirla. Si los números cuya raiz se pide son de una ó dos cifras se hallará su raiz cuadrada ó cúbica por medio de la siguiente tabla.

Raices.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cuadrados.	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Cubos.	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Por ella se hallará que $\sqrt[2]{16} = 4$, $\sqrt{64} = 8$, $\sqrt{30} =$ 5 y un quebrado pues no hay un número que multiplicado por sí mismo de 30, $\sqrt[3]{125} = 5$, $\sqrt[3]{512} = 8$, $\sqrt[3]{790} =$ 9 y un quebrado.

Pero si el número cuya raiz se pide consta de muchas cifras se hará del modo siguiente.

Extraccion de la raiz cuadrada.

151. Cuando la cantidad cuya raiz se pide consta de tres ó mas cifras se hará lo siguiente: 1.° Se dividirá el número en porciones de dos cifras de derecha á izquierda, bien que en la última porcion podrá quedar una sola cifra. 2.° Se extraerá la raiz cuadrada de la 1.ª por-

cion de la izquierda, y la raiz se pondrá á la derecha de la cantidad propuesta. 3.° Se cuadrará esta raiz hallada y el cuadrado se restará de la porcion de quien se extrajo. 4.° Al lado de la resta se bajará la porcion siguiente, se separará la última cifra de la derecha con una coma, y lo que quede á la izquierda se dividirá por el duplo de la raiz hallada, y el cuociente serán las unidades ó la 2ª parte de la raiz, que se pondrá á continuacion de la hallada.

152. Se pide la raiz cuadrada de 576; dividido este número en porciones de dos cifras será 5,76. Extrayendo la raiz de la 1.ª porcion 5 de la izquierda resulta 2 (150), que se escribirá á la derecha del 576 como se ve. Cuádrese la raiz hallada 2 y el cuadrado 4 se restará del 5. Al lado de la resta 1 se bajará la porcion 76, se separára con una coma el 6, y el residuo 17 de la izquierda se dividirá por el duplo de la raiz hallada, que es $2+2=4$, que se escribe debajo del 17. El cuociente 4 se pondrá á la derecha del 2, y resulta que la $\sqrt{576}=24$. Para comprobar la operacion se escribirá la 2.ª cifra 4 de la raiz hallada al lado del divisor 4 puesto debajo del 17, y el 44 que resulta se multiplicará por el mismo 4 de la raiz: el producto es 176 que restado del 176 de arriba da la resta 0.

5,76	24 raiz.
4	
17,6	
44	
176	
0	

153. Fúndase este método en lo dicho (145 2.°), es á saber, que el cuadrado de las decenas se hallaba en la 1ª porcion de la izquierda: luego extrayendo la raiz cuadrada de ella se tendrán las decenas de la raiz. Dijimos tambien que separando la última cifra de la derecha del cuadrado en las restantes se hallaba el duplo de las decenas multiplicado por las unidades: luego duplicando la raiz de las decenas, ya hallada, y dividiendo por el duplo las cifras que quedan despues de separada la de la de-

recha, el cuociente será las unidades de la raíz.

154. Para hallar la raiz del número 315824 se dividirá en porciones de dos cifras, y extrayendo la raiz de la 1.ª porcion 31, que es 5 (150), se escribirá esta raiz á la derecha del número. Cuadrándola resulta 25 que se restará de 31, lo que da la resta 6, á cuyo lado se bajará la porcion siguiente 58, y separando el 8 se doblará la raiz hallada 5, y el duplo 10 se pondrá debajo del 65, y dividiendo éste por 10 el cuociente 6 se escribirá á continuacion del 5 de la raiz, y del divisor 10 con el que compondrá 106, que multiplicado por la raiz 6 acabada de hallar, da el producto 636, que restado del 658 la resta es 22 á cuyo lado se bajará la porcion siguiente 44, y separando el 4 de la derecha quedará 224. Doblando la raiz 56 el duplo 112 se escribirá debajo del 224, y dividiendo éste por 112 resulta el cuociente 2 que se pondrá á continuacion del 56, y del 112, y será 1122 que multiplicado por la última cifra 2 de la raiz da 2224, que restados del 2224 de arriba resta 0: luego $\sqrt{315824} = 562$.

```
31,58,24 | 562 raiz.
25
 65,8
  106
  636
 0222,4
  1122
  2224
     0
```

155. En la extraccion de la raiz cuadrada se ha de tener presente: 1.° Que la raiz debe tener tantas cifras como porciones de dos el número de quien se extrae. 2.° Que al determinar los cuocientes es necesario que éstos sean tales, que sobre del dividendo una cantidad igual, ó mayor que el cuadrado del mismo cuociente. 3.° Cuando alguna de las restas que resultan sea una cantidad igual ó mayor que el duplo de la raiz hallada hasta entonces mas una unidad, es indicio de que la última cifra puesta á la raiz es muy pequeña, y que debe aumentársele alguna unidad.

Siguiendo estas reglas hallaremos que $\sqrt{845464} = 2908$.

156. Si el número cuya raiz se pide no es un cuadrado perfecto, es necesario extraerla por aproximacion, para lo cual se añadirá al número propuesto un número de ceros duplo del de los decimales que ha de llevar la raiz, despues se extraerá ésta (154.), y luego se separarán con una coma á su derecha tantas cifras como porciones de dos ceros se añadieron al número. Así para hallar la $\sqrt{1815}$ aproximada hasta las milésimas, se le añadirán 6 ceros que son los necesarios para que la raiz tenga 3 decimales, y será $\sqrt{1815} = \sqrt{1815{,}000000} = 42{,}602$ habiendo separado los 3 decimales, y esta es la raiz aproximada muy bastante á la verdadera.

```
8,45,64,64 |2908
4
——
44,5
 49
441
———
0046,46,4 bajando el 2.º 64
  5808  porque 46 : 58
 46464  da 0 al cuociente.
———————
   0
```

```
18,15,00,00,00|42,602
16
——
21,5
 82
164
———
0510,0
846
5076
————————
00240,00,0
  85202
 170404
————————
  69596
```

Se le añaden duplo número de ceros que el de los decimales que se quieren, porque como la raiz entra dos veces por factor en su cuadrado, éste debe resultar con duplo número de decimales que la raiz.

157. 1.º En los quebrados se extraerá la raiz del numerador y del denominador: así $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, $\sqrt{\frac{121}{144}} = \frac{11}{12}$ (150.).

2.° Si el denominador tiene raiz exacta y el numerador no, se extraerá la de éste por aproximacion (156.); así $\sqrt{\frac{2}{16}} = \sqrt{\frac{2,000000}{16}} = \frac{1,141}{4} = 1,141 : 4,000$ (131.) $=$ 0,28525.

3.° Si ninguno de los dos términos tiene raiz exacta se multiplicarán uno y otro por el denominador, lo que no altera el valor del quebrado (83), y tendremos otro cuyo denominador por ser producto de sí mismo será un cuadrado perfecto. Así $\sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{3\times5}{5\times5}} = \sqrt{\frac{15}{25}} = \sqrt{\frac{15,0000}{25}} = \frac{3,87}{5}$ (156.) $= 3,87 : 5 = 0,774$ (131).

4.° Si el denominador del quebrado no tiene raiz exacta, aun cuando la tenga el numerador, se multiplicarán sus dos términos por el denominador, y luego se extraerá como acabamos de decir (157. 3.°); pues aunque pudiera extraerse la del numerador, y luego la del denominador aproximada, como siempre al aproximar queda alguna resta, ésta hará falta al denominador, y siendo éste menor de lo que debe, el quebrado será mayor (77. 2.°), y la raiz resultará aproximada por esceso y no por defecto como debe de ser. Así $\sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{4\times5}{5\times5}} = \sqrt{\frac{20}{25}} = \frac{4,47}{5}$.

158. Los números fraccionarios se reducirán á quebrados, y despues se extraerá su raiz como hemos dicho (157.). Así $\sqrt{12\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$, $\sqrt{28\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{144}{5}} = \sqrt{\frac{144\times5}{5\times5}} = \sqrt{\frac{720}{25}} = \frac{26,8}{5} = 26,8 : 5 = 5,33$ (131).

159. Si fuesen fracciones decimales, se duplicará el número de decimales (para que á la raiz resulten tantos como tiene la fraccion) añadiéndole á su derecha los ceros necesarios, y luego se extraerá la raiz como se ha di-

cho (156), separando los decimales correspondientes. $\sqrt{4{,}84} = \sqrt{4{,}84{,}00} = 2{,}20$ (156.).

Extraccion de la raiz cúbica.

160. Cuando el número cuya raiz se pide consta de cuatro, ó mas cifras se hará lo siguiente: 1.º se dividirá en porciones de tres cifras empezando por la derecha, bien que la última porcion á la izquierda puede tener una ó dos cifras. 2.º Se extraerá la raiz cúbica de la 1.ª porcion de la izquierda, y se escribirá á la derecha del número. 3.º Se cubará esta raiz y el cubo se restará de la porcion de quien se extrajo. 4º Al lado de la resta se bajará la porcion siguiente, separando con una coma las dos cifras de la derecha. 5.º Se dividirá lo que queda á la izquierda por el triplo del cuadrado de la raiz hallada, y el cuociente será las unidades de la raiz que se escribirán á continuacion de las decenas halladas. 6.º Se cubará toda la raiz (139), y el cubo se restará del número propuesto.

161. Se pide la raiz cúbica de 13824; dividido en porciones de tres cifras: así 13,824 se extraerá la raiz cúbica de 13 que por no tenerla exacta se tomará la mas próxima que es 2 (150), la que se escribirá donde se ve. Cubando el 2 el cubo 8 se restará del 13. Al lado de la resta 5 se bajará la porcion siguiente 824, y será 5824; separando las dos últimas cifras 24 las restantes, es decir el 58, se dividirán por el cuadrado de la raiz hallada 2 que es 4, tomado tres veces, es decir por 12, y el cuociente 4 se pondrá á continuacion del 2, y la raiz total es 24. Cubando el 24 (139.), el cubo 13824 se restará del 13824 propuesto, y resta 0, indicio de que 13824 es un cubo perfecto.

```
13,824 | 24 raiz.
 8
 ----
 58,24
 12
 13824
 -----
     0
```

162. Este método se funda en lo dicho (146. 2.º): pues hallándose el cubo de las decenas en la 1.ª porcion de la izquierda se ha extraido la raiz cúbica de ella. Tambien se dijo, que el triplo del cuadrado de las decenas multiplicado por las unidades se hallaba en lo restante del número separadas las dos cifras de la derecha: luego si se divide por el triplo del cuadrado de las decenas, que ya se conocen, el cuociente serán las unidades de la raiz.

163. Se pide ahora la $\sqrt[3]{6028568}$. Dividido en porciones de tres cifras se extraerá la raiz cúbica de 6 que es 1, que se escribirá á la derecha. Cúbese este 1 y el cubo 1 restando del 6 da la resta 5, á cuyo lado se bajará la porcion siguiente 028, separando las dos últimas cifras 28 de la derecha: el 50 se dividirá por 3 triplo del cuadrado de 1, y el cuociente 8 se pondrá á continuacion del 1. El 18 que resulta elevado al cubo da 5832, que restados de las dos porciones tomadas arriba, es decir de 6028, restan 196, á cuyo lado se bajará la porcion siguiente 568. Separando el 68 de la derecha, el 1965 se dividirá por 972 triplo del cuadrado de la raiz 18, el cuociente 2 se escribirá á continuacion del 18 y será 182, que elevado al cubo produce 6028568, que restado del número propuesto resta 0: luego la $\sqrt[3]{6028568} = 182$.

$$\begin{array}{l|l}
6{,}028{,}568 & 182 \\ \hline
1 & \\ \hline
50{,}28 & \\
3 & \\
5832 & \\ \hline
01965{,}68 & \\
972 & \\
6028568 & \\ \hline
0 &
\end{array}$$

164. Se ha de tener presente: 1.º Que la raiz cúbica ha de tener tantas cifras como porciones de 3 el número de quien se extrae. 2.º Que si despues de restado el cubo de la raiz del número propuesto, resulta una resta igual ó mayor que el triplo del cuadrado de la raiz hallada, mas tres veces la misma raiz, mas una unidad, es

señal de que la última cifra puesta á la raiz es pequeña.

Así hallaremos que $\sqrt[3]{277167808} = 652$.

165. Si el número cuya raiz se pide no es un cubo perfecto, se extaerá por aproximacion, añadiéndole á la derecha un número de ceros triplo de el de los decimales que ha de llevar la raiz, despues se extraerá ésta (163.), separando luego á su derecha los decimales correspondientes.

$$\begin{array}{l|l}
277,167,808 & 652 \\
216 & \\
\hline
0611,67 & \\
108 & \\
274625 & \\
\hline
0025428,08 & \\
12675 & \\
277167808 & \\
\hline
0 &
\end{array}$$

Así hallaremos que la $\sqrt[3]{8755} = \sqrt[3]{8755,000000} = 20,61$.

Se añade triplo número de ceros, porque como la raiz entra por factor tres veces en el cubo, tendrá este triplo número de decimales que aquella.

166. 1.º La raiz cúbica de un quebrado se halla extrayendo la del numerador y denominador. $\sqrt[3]{\frac{64}{729}} = \frac{4}{9}$ $\sqrt[3]{\frac{512}{1000}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

2.º Si el numerador no tiene raiz exacta y el denominador sí, se extraerá la del 1.º por aproximacion (165). Así $\sqrt[3]{\frac{144}{343}} = \sqrt[3]{\frac{144000000}{343}} = \frac{5,24}{7} = 0,7485$.

$$\begin{array}{l|l}
8,755,000,000 & 20,61 \\
8 & \\
\hline
07,55 & \\
12 & \\
8000 & \\
\hline
07550,00 & \\
1200 & \\
8741816 & \\
\hline
00131840,00 & \\
127308 & \\
8754552081 & \\
\hline
0\ 447019 &
\end{array}$$

167. 1.º Si ninguno de los términos la tiene exacta, se multiplicarán los dos por el cuadrado del denominador, resultando de este modo un quebrado cuyo denominador

es un cubo perfecto, y cuya raiz se hallará como en el caso anterior. Así $\sqrt[3]{\frac{3}{7}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 49}{7 \times 49}} = \sqrt[3]{\frac{143}{343}} = \frac{5,22}{7}$ (131.) = 0,7457.

2.º Aun cuando el numerador tenga raiz exacta, si el denominador no la tiene se hará lo mismo que en este último caso (3.º), por la misma razon dada en (157 4.º). Así $\sqrt[3]{\frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{8 \times 81}{9 \times 81}} = \sqrt[3]{\frac{648}{729}} = \frac{8,65}{9}$.

168. Los números fraccionarios se reducirán á quebrados (81), y luego se extraerá su raiz del modo dicho (166.). Así $\sqrt[3]{24\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{\frac{99}{4}} = \sqrt[3]{\frac{99 \times 16}{4 \times 16}} = \sqrt[3]{\frac{1584}{64}} = \frac{11,6}{4} = 2,9$.

169. Cuando es una fraccion decimal, se le añaden á su derecha todos los ceros que se necesiten para que juntos con los decimales compongan un número triplo de el de los que ha de llevar la raiz. Luego se extraerá ésta (163.), separando en ella tantos decimales como porciones de tres decimales tenia el número propuesto. Así $\sqrt[3]{5,76} = \sqrt[3]{5,760000} = 1,79$.

CAPÍTULO IV.

De la proporcion Geométrica y Regla de tres.

170. *Razon geométrica es la relacion que tienen entre sí dos cantidades homogéneas que se dividen.*

171. Si dividimos el número 8 por 4, esta espresion $8:4$ es una razon geométrica en la cual el 8 se llama *antecedente*, el 4 *consecuente*, y el resultado de esta division que aqui es 2, se nombra *esponente de la razon.*

172. Dedúcese de aqui que el esponente de la razon geométrica se halla dividiendo el antecedente 8 por el consecuente 4, esto es, $8:4=2$. Luego el consecuente 4 multiplicado por el esponente de la razon 2 producirá el antecedente 8 (47); con efecto $4\times 2=8$.

173. Una razon geométrica no muda de valor aunque sus dos términos se multipliquen ó dividan por un mismo número, porque la razon $8:4=2$, tambien se puede escribir así $\frac{8}{4}=2$ (46), es decir en forma de quebrado, y como éste no muda de valor aunque sus dos términos se multipliquen ó dividan por un mismo número (83), tampoco se mudará el valor de la razon.

174. *Dos razones geométricas son iguales cuando tienen sus esponentes iguales*, así las razones $8:4=2$ y $12:6=2$ son iguales, pues una y otra valen 2.

175. *Proporcion geometrica* es la reunion de dos razones iguales, así por ser $8:4=2$, y $12:6=2$, la espresion $8:4=12:6$, que comunmente se escribe así, $8:4::12:6$ es una proporcion, que se lee 8 *es geométricamente á* 4 *como* 12 *lo es á* 6: tambien se suele escribir $\frac{8}{4}=\frac{12}{6}$ el 8 y el 6 son los *estremos* de la proporcion, el 4 y 12 los *medios*, el 8 y 12 los *antecedentes*, y el 4 y 6 los *consecüentes*, cada uno de su razon respectiva.

176 Las proporciones geométricas se dividen en *dis-*

cretas y continuas: discretas son las que tienen sus términos medios diferentes, como 7 : 14 : : 20 : 40 ; y continuas son aquellas cuyos términos medios son iguales como 27 : 9 : : 9 : 3. El medio 9 se llama *medio proporcional geométrico.*

177. Las proporciones continuas se abrevian escribiendo una sola vez el medio, y anteponiendo el signo $\div$ que indique que la proporcion es continua. Así 27: 9 :: 9 : 4 se transforma en $\div$ 27 : 9 : 3.

178. En toda proporcion geométrica se verifica que el producto de los estremos es igual al de los medios. Con efecto en 12 : 4 :: 18 : 6 tenemos que 12×6 (producto de estremos) es igual á 4×18 (producto de medios), pues uno y otro dan 72 : porque por haber proporcion será $\frac{12}{4} = \frac{18}{6}$ (175); pero estos quebrados iguales reducidos á un mismo denominador dan los númeradores iguales (85 2.°): luego el mismo producto debe resultar de multiplicar 12 por 6 que 4 por 18.

179. Luego cuatro cantidades estarán en proporcion siempre que el producto de estremos sea igual al de medios.

180. En la proporcion continúa el producto de estremos es igual al cuadrado del término medio : con efecto tenemos que en 8 : 12 :: 12 : 18, $8 \times 18 = 12 \times 12 = (12)^2$ (139).

181. Luego para hallar un medio geométrico (176) entre dos números dados 9 y 576, se multiplicarán y del producto 5184 se extraerá la raiz cuadrada (152) que es 72, y tendremos 9 : 72 : : 72 : 576.

182. Para hallar uno de los términos estremos de una proporcion geométrica en que se conocen los otros tres términos, se multiplicarán los dos medios, y el producto se dividirá por el estremo que se conoce : así para hallar el 4.° término de la proposicion 24 : 8 :: 18:.., se multiplicarán el 8 y 18, el producto 144 se dividirá

por el 24, y el cuociente 6 es el 4.º término y será $24:8::18:6$; el 24 sería $= \frac{8\times 18}{6}$. Para hallar uno de los términos medios, se multiplicarán los dos estremos, y el producto se dividirá por el medio conocido: así para hallar el 8 se dirá $\frac{24\times 6}{18}$, y para el 18 $\frac{24\times 6}{8}$.

De la Regla de tres.

183. *La regla de tres* es la que nos enseña á hacer aplicacion á los usos del trato civil, del modo de hallar uno de los términos de una proporcion, en la que se conocen los otros tres (182).

184. Al formar con los datos de la cuestion que se propone una proporcion geométrica de tres términos conocidos, y uno que se va á buscar, se debe observar lo siguiente. Supongamos se pregunta: si 6 hombres ganan 68 reales al dia, 9 hombres, ¿cuánto ganarán? Con las dos cantidades homogéneas conocidas que aquí son 6 hombres y 9 hombres se formará la 1.ª razon, y con las otras dos homogéneas 68 reales, y los reales que se buscan la 2.ª Ademas se atenderá á si la cantidad de reales que se buscan ha de ser mayor ó menor que 68 reales, lo que se deducirá fácilmente del sentido de la cuestion: pues si 6 hombres ganan 68 reales, 9 hombres ganan mas reales; luego se deberá ordenar la proporcion de modo que en la 1.ª razon el número mayor de hombres sea el consecuente, y se tendrá 6 hombres: 9 hombres :: 68 reales :... los reales que se buscan.

185. La regla de tres la dividen comunmente en directa é inversa, llamando directa á aquella en que creciendo unas cantidades crecen sus dependientes, é inversa á aquella en que cuando crecen unas cantidades disminuyen las que dependen de ellas; pero teniendo bien presente el lector lo dicho (184) tan fácil le será cifrar en

proporcion una cuestion de regla de tres directa como una inversa.

186. La regla de tres se divide en *simple* y *compuesta*. Simple es la que solo comprende cuatro cantidades, y compuesta cuando comprende mas de cuatro.

Advertencias para la práctica

187. 1.° Cuando el antecedente ó consecuente de la 1.ª razon lleve quebrado, se reducirá el número fraccionario á quebrado (81.) y despues se le quitará á éste el denominador multiplicándole por el otro término: así: $8 : 9\frac{3}{5} :: 2 :....$ será $8 : \frac{48}{5} :: 2 :....$ y $8 \times 5 : 48 :: 2 :...$ proporcion en que no hay quebrado, y que es igual á la anterior; pues multiplicar el 8 por el denominador 5, y quitar éste al 48, equivale á multiplicar los dos términos de la razon $8 : \frac{48}{5}$ por 5, lo que no altera su valor (173.), y el 4.° término es el mismo en ambos casos.

Del mismo modo $12\frac{1}{2} : 18 :: 50 :....$ da $\frac{25}{2} : 18 :: 40 :....$, $25 : 36 :: 50 :...$

2.° Cuando los dos términos de la 1.ª razon son fraccionarios se reducen á quebrados, y luego se multiplica el antecedente por el denominador del consecuente, y este por el denominador del antecedente. Así en $7\frac{1}{4} : 19\frac{2}{3} :: 6 :....$ $\frac{29}{4} : \frac{59}{3} :: 6 :....$ y $29 \times 3 : 59 \times 4 :: 6 :.....$ ó $87 : 236 :: 6 :....$ Debe de ser así pues la razon geométrica no es otra cosa que una division (170), y los quebrados se dividen así (103).

3.° Si el quebrado estuviese en el tercer término se reducirá éste á quebrado, y despues se multiplicará su denominador por el primer término de la proporcion: así en $3 : 4 :: 5\frac{1}{2} :....$ será $3 : 4 :: \frac{11}{2} :....$ y $3 \times 2 : 4 :: 11 :....$ ó $6 : 4 :: 11 :....$ Lo que no altera la proporcion, pues los dos antecedentes se han multiplicado por

2, lo que no influye en el valor del 4.º término, como se puede comprobar.

4.º Resumiendo estas reglas tendremos en $3\frac{1}{9} : 18\frac{2}{3} ::$ $4\frac{1}{2} :\dots$ será $\frac{28}{9} : \frac{56}{3} :: \frac{9}{2} :\dots$ y $28 \times 3 : 56 \times 9 :: \frac{9}{2} :\dots$ ó $84 : 504 :: \frac{9}{2} :\dots$ y ahora $84 \times 2 : 504 :: 9 :\dots$ ó $168 : 504 :: 9 :\dots$, proporcion en que ya han desaparecido los quebrados.

Cuestiones relativas á la Regla de tres simple; sea directa ó inversa.

188. *Cuestion 1.ª Si 12 hombres ganan al dia 132 reales, 22 hombres, ¿cuántos ganarán?*

Siendo los 22 hombres mas que 12, lo que ganen tambien será mas de 132 reales (184.), luego es regla de tres directa, y diremos: 12 hombres : 22 hombres :: 132 reales : 242 reales que se hallan multiplicando el 22 por 132, y dividiendo el producto 2904 por el 12: luego los 22 hombres ganarán 242 reales.

Cuestion 2.ª Si 8 varas de paño valen 166 reales, 42 varas, ¿cuánto costarán?

Hecha la misma consideracion que en la anterior, diremos: 8 varas : 42 varas :: 166 reales : 871 $\frac{1}{2}$ reales, importe de las 42 varas de paño.

Cuestion 3.ª Si 6 luises franceses valen 193 reales, 350 luises, ¿cuántos reales valdrán?

Diremos 6 luises : 350 luises :: 193 reales : 7758 $\frac{1}{3}$ reales valor de los 350 luises. Esta regla se llama de cambios.

Cuestion 4.ª 4500 reales á razon de un 4 por 100, ¿cuánto interesan?

Esta cuestion es como si se digera: si 100 reales interesan 4 reales, 4500, ¿cuántos interesarán? luego 100: 4500 :: 4 : 180 reales que es el número pedido.

Cuestion 5.ª Un caballero prestó á un comerciante 8000 reales por término de un año, al interés de un 5 por 100.

El comerciante le devuelve su dinero á los 9 meses, ¿cuánto importan los intereses de este tiempo?

Hallarémos primero los de un año diciendo: 100: 8000 :: 5 : 400 reales que es el interés de un año ó 12 meses: ahora diremos 12 meses: 9 meses :: 400: 300 reales que son los intereses de 9 meses.

Cuestion 6.ª Un comerciante ha prestado á un amigo suyo 8500 pesos por término de 4 años al 6 por 100 de interés, ¿cuánto deberá percibir el comerciante al fin de los 4 años?

Hállese primero el interés de un año, así: 100: 8500 :: 6 : 510 pesos interés de un año, el de los cuatro será $510 \times 4 = 2040$ que agregados á los 8500 componen 10540 pesos que es lo que se ha de volver al comerciante pasados los 4 años.

Esta cuestion, y las anteriores (4.ª y 5.ª) se llaman de *interés simple.*

Cuestion 7.ª Un sugeto ha vendido en 3600 reales una pieza de paño que le costó 2800, ¿cuanto ha ganado por 100?

Hállese lo que ha ganado restando 2800 de 3600, y el residuo serán 600, ahora diremos 2800 : 600 :: 100 : $21\frac{3}{7}$ reales que ganó por 100.

Cuestion 8.ª Un género vale á 10 reales la libra ¿á cómo se ha de vender la libra para ganar 6 por 100?

Súmese 100 con el 6, y se dirá 100 : 106 :: 10: $10\frac{3}{5}$ reales á que se ha de vender la libra para ganar 6 por 100.

189. *Cuestion 9.ª Si 14 hombres hacen una obra en 18 dias, para hacerla en 12 dias, ¿cuántos hombres serán necesarios?*

Para que la obra dure menos dias son necesarios mas hombres, luego es regla de tres inversa, y como vamos á determinar mayor número de hombres, diremos: 12 número menor de dias, es á 18 número mayor de dias, como 14 número menor de hombres, es al número mayor que se pide, y será: 12 : 18 :: 14 : 21 hombres.

Cuestion 10.ª *Para revestir una sala se necesitan 30 varas de papel pintado, teniendo éste 3 cuartas de ancho. ¿Cuántas varas se necesitarán para lo mismo, siempre que el papel tenga 5 cuartas de ancho?*

Inversa igualmente, pues cuanto mas ancho sea el papel menos varas se necesitarán, y así diremos 5 cuartas : 3 cuartas :: 30 varas : 18 varas que se necesitan.

Cuestion 11.ª *Si por un real dan 16 onzas de pan, cuando la fanega de trigo vale 80 reales, estando á 48 reales la fanega, ¿cuántas onzas de pan darán por el real?*

Tambien inversa, pues cuanto menos cueste la fanega de trigo mas pan darán: luego se dirá 48 : 80 :: 16 : 26 $\frac{2}{3}$ onzas que darán por el real.

Cuestiones relativas á la regla de tres compuesta.

190. *Cuestion* 12.ª *12 hombres en 6 dias han hecho 8 varas de pared, se desea saber 20 hombres en 9 dias, ¿cuántas varas harán?*

Desde luego vemos que la razon que tienen las 8 varas y las varas que se buscan, depende de las razones de 12 hombres á 20 hombres, y de 6 dias á 9 dias; pues segun aumenten ó disminuyan los hombres y los dias, aumentarán ó disminuirán las varas que se piden: luego las 8 varas y las que se piden, están en razon compuesta de las de 12 hombres á 20 hombres, y de 6 dias á 9 dias, luego tendremos:

$$\left.\begin{array}{l}\text{12 homb. : 20 hombres}\\ \text{6 dias : 9 dias}\end{array}\right\} :: \text{8 varas : á las que resulten.}$$

12 × 6 : 20 × 9, ó 72 : 180 :: 8 : 20 varas que harán los 20 hombres.

Cuestion 13.ª *Si 5 arrieros con 3 caballerías cada uno,* *trabajando 9 dias, haciendo 6 viages cada dia, conducen 18000 quintales, 9 arrieros con 6 caballerías cada uno, trabajando 4 dias, y haciendo 5 viages por dia, ¿cuántos quintales conducirán?*

Haciendo la misma consideracion que en la anterior hallaremos que los 18000 quintales, y los que se buscan, están en razon compuesta de 5 arrieros á 9 arrieros, de 3 caballerías á 6 caballerías, de 9 dias á 4 dias, y de 6 viages á 5 viages.

$$\text{Luego}\ \left.\begin{array}{l}\cancel{5}:\cancel{9}\\ 3:\cancel{6}\\ \cancel{9}:4\\ \cancel{6}:\cancel{5}\end{array}\right\}::18000\ \text{quintales}:\ \text{á los que se buscan.}$$

$3:4::18000:24000$ quintales que son lo que se pedian.

En esta cuestion, y sus semejantes se suprimen los factores comunes en los antecedentes y consecuentes, como 5 y 5, 9 y 9, 6 y 6, lo que no influye en el valor del 4.º término (173.), y simplifica mucho la operacion.

Cuestion 14.ª 6 caballerías andando unas norias en 5 dias trabajando 4 horas por dia, sacan 8000 cubas de agua. ¿Cuántas caballerías serán necesarias para que en 6 dias, trabajando 8 horas por dia, saquen 16000 cubas?

Señálese con una letra las caballerías que se buscan, y diremos:

$$\left.\begin{array}{l}\cancel{6}\ \text{caballs.}: x\ \text{caballerías}\\ 5\ \ \text{dias}\ \ :\cancel{6}\ \text{dias}\\ 4\ \ \text{horas}: 8\ \text{horas}\end{array}\right\}::8000:16000$$

$20:8x::8000:16000$. Para hallar el valor de x multiplicaremos los extremos 20, y 16000, y los medios 8, y 8000, y dividiendo el producto mayor que aqui es 320000, por el menor 64000, el cuociente 5 son las caballerías pedidas. Del mismo modo se hallaria cualquiera otra de las cantidades.

Reglas de Compañías.

191. Llámase esta regla así porque sirve para repartir las ganancias ó pérdidas de una compañía de comercio con arreglo á lo que impuso cada asociado.

192. *Cuestion* 15.ª *Dos han comerciado juntos, el uno con* 236 *pesos, y el otro con* 128, *han ganado* 800 *pesos, ¿cuánto corresponde á cada uno con arreglo á lo que puso?*

Es claro que todo el capital que juntaron entre los dos, será á lo que ganaron con él, como lo que cada uno impuso, es á la parte que le toca: luego sumando el 236, y 128 se hallará la parte del 1.° diciendo 364 : 800 : : 236 : 518 $\frac{248}{364}$ pesos, la del 2.° 364 : 800 : : 128 : 281 $\frac{116}{364}$ pesos. Para comprobar la operacion sumaremos las partes 518 $\frac{248}{364}$ y 281 $\frac{116}{364}$, y si componen los 800 pesos como se verifica, está bien hecha la operacion.

Cuestion 16.ª *Tres hicieron compañía, el* 1.° *puso* 120 *pesos, el* 2.° 150 *pesos, y el* 3.° 200, *ganaron ó perdieron* 208 *pesos, ¿cuánto corresponde á cada uno de esta ganancia ó pérdida.*

$$\text{Impuestos}\begin{cases} 120 & 470 : 208 :: 120 : 53\frac{5}{47} \text{ pesos parte del } 1.^{\circ} \\ 150 & 470 : 208 :: 150 : 66\frac{18}{47} \text{ pesos parte del } 2.^{\circ} \\ \underline{200} & 470 : 208 :: 200 : \underline{88\frac{24}{47}} \text{ pesos parte del } 3.^{\circ} \end{cases}$$

Suma ó capital 470. Prueba ó suma 208 que es la ganancia ó pérdida.

193. *Cuestion* 17.ª *Cuatro hicieron compañía, el* 1.° *puso* 30 *pesos por* 4 *meses, el* 2.° 26 *pesos por* 5 *meses, el* 3.° 16 *pesos por un año, y el* 4.° 26 *pesos por* 3 *meses; ganaron* 54 *pesos, ¿cuánto corresponde á cada uno con arreglo á lo que impuso, y al tiempo que lo tuvo impuesto?*

Esta cuestion se llama regla de compañías con tiempo, la que se resolverá como las anteriores, advirtiendo que los 30 pesos que el 1.° tiene 4 meses equivalen á

$30 \times 4 = 120$ pesos que hubiera tenido un mes: los 26 del 2.º impuestos por 5 meses equivalen á $26 \times 5 = 130$ pesos que hubiera impuesto por solo un mes, lo mismo diremos de los demas: luego,

el 1.º da	$30 \times 4 = 120$	$550 : 54 :: 120 : 11\frac{430}{550}$	pesos parte del 1.
2.º . .	$26 \times 5 = 130$	$550 : 54 :: 130 : 12\frac{420}{550}$	pesos parte del 2.
3.º . .	$16 \times 12 = 192$	$550 : 54 :: 192 : 18\frac{468}{550}$	pesos parte del 3.
4.º . .	$36 \times 3 = 108$	$550 : 54 :: 108 : 10\frac{332}{550}$	pesos parte del 4.
	Suma 550.	Prueba 54 pesos.	

Reglas de Aligacion.

194. La regla *de aligacion ó de mezcla* se hace con dos fines, ó para hallar el precio á que se ha de vender la unidad de la mezcla de varios géneros, ó para saber qué cantidades de estos se han de mezclar para poder vender cada unidad de ella á un precio dado.

195 *Cuestion* 18.ª *Un platero tiene* 24 *onzas de plata de á* 16 *reales la onza, y otras* 14 *cuyo precio es* 22, *¿si mezcla estas dos especies, á cómo podrá vender la onza de mezcla para no perder ni ganar?*

No hay duda que todo el número de onzas que componen la mezcla, será al importe de todas ellas, como una unidad ú onza de la mezcla es á su importe, luego diremos:

onzas de la mezcla. importe de la mezcla.

$24 + 14 : 24$ onzas $\times 16$ reales $+ 14$ onzas $\times$ 22 reales : : 1 onza : á su precio. Y haciendo las operaciones, $38 : 592 :: 1 : 15\frac{11}{19}$ reales que es el valor de la onza sin perder ni ganar.

Cuestion 19.ª *Un longista tiene tres clases de café á saber,* 8 *libras de á* 20 *reales libra,* 13 *libras de á* 25 *reales y* 9 *libras de á* 32. *¿Quiere saber si mezcla estos géneros á cómo podrá vender la libra de mezcla sin perder ni ganar?* Diremos como en la anterior:

8 libras + 13 libras + 9 libras : 8 × 20 reales + 13 × 25 reales + 9 × 32 reales : : 1 : á su precio. Y reduciendo 30 libras : 773 reales : : 1 libra : $25\frac{23}{30}$ reales precio de la libra de café mezclado.

Estas operaciones se prueban multiplicando las 30 libras por $25\frac{23}{30}$ reales á ver si producen los 773 reales.

196. *Cuestion 20.ª Un cosechero tiene trigo de á 60 reales la fanega y centeno de á 40 reales, quiere saber qué cantidades ha de tomar de uno y otro para hacer una mezcla que pueda vender á 48 reales la fanega.*

Escríbanse los precios 60 reales y 40 reales como se ve, y el precio medio 48 al lado. Hállese la diferencia que hay de 60 á 48 que es 12, y escríbase al lado del 40, hállese igualmente la diferencia de 40 á 48 que es 8, y escríbase al lado del 60, y tendremos que del trigo de á 60 reales la fanega ha de tomar 8 fanegas, y del centeno de á 40 reales 12, y mezclando las 8 con las 12 resultará una mezcla que podrá vender á 48 reales para no perder ni ganar.

$$48\left\{\begin{array}{ll} 60.. & 8 \\ 40.. & 12, \end{array}\right.$$

Fúndase esta regla en que el trigo de á 60 reales fanega, vendido á 48 reales pierde, y el centeno de á 40 reales vendido á 48 reales gana, luego aplicando lo que éste gana, á lo que pierde el trigo, lo que se consigue trocando las diferencias quedará compensado.

En lugar de los números 8 y 12 pudiera tomar sus duplos, triplos, &c. ó sus mitades de modo que puede tomar 16 y 24, ó 24 y 36, ó 4 y 6, &c.

Para comprobar esta operacion se sumarán las fanegas que se toman 8 y 12, y si multiplicadas por 48 producen tanto como las 8 fanegas á 60 reales, mas las 12 á 40 reales, como en efecto sucede, está bien hecha la operacion.

Cuestion 21.ª Uno tiene papel de á 40 reales resma, de á 52 reales, y de á 80 reales, quiere que juntas unas con otras las resmas le resulten cada una á 64 reales, ¿cuántas *resmas ha de dar de cada precio?*

Escríbanse los precios como se ve. Tómese un precio mayor y otro menor que el precio medio 64, por egemplo el 40 y el 80.

$$64\begin{cases}40\ldots16\\52\ldots16\\80\ldots24+12\end{cases}$$

Hállese la diferencia de 40 á 64 que es 24, y escríbase al lado del 80, hállese la diferencia de 80 á 64 que es 16, y escríbase al lado del 40. Tómense despues el 52 y el 80, siempre el uno mayor y el otro menor que el 64, hállese la diferencia de 52 á 64 que es 12, y escríbase al lado del 80, hállese la diferencia del 80 al 64 que es 16, y escríbase al lado del 52, y tendremos que del papel de á 40 reales se han de tomar 16 resmas, del de á 52 reales otras 16, y del de á 80 reales 24 + 12, que son 36: tambien puede tomar las mitades 8, 8, y 18, ó las cuartas partes 4, 4, y 9, &c.

Regla de la falsa Posicion.

197. Esta regla sirve para hallar un número que se busca por medio de otro que se supone.

198. *Cuestion* 22.ª *Se pide un número, cuya mitad, tercera y cuarta parte sumen* 39.

Tómese un número que tenga mitad, tercera y cuarta parte justas, por egemplo 12. Súmense su mitad 6, su tercio 4, y su cuarto 3, y se tendrá la suma 13. Luego diremos, ¿si 13 resulta de suponer que el número es 12, 39 de qué número resultará? y será 13 : 12 : : 39: 36 que es el número pedido: con efecto su mitad 18, su tercio 12, y su cuarto 9 componen el número dado 39.

Cuestion 23.ª *Uno compró unas tierras, una viña, una casa, y un caballo en* 5100 *pesos, la viña le costó* 3 *veces mas que el caballo, la casa* 2 *veces mas que la viña, y las tierras* 4 *veces mas que la casa. ¿Cuánto le costó cada cosa?*

Supongamos que el caballo le costó 5 pesos: segun este supuesto la viña le costaria 15 pesos, la casa 30, y las tierras 120; pero como todas estas cantidades solo componen 170 pesos, cantidad menor que 5100 diremos: ¿si 170 resulta de suponer que el caballo costó 5 pesos, 5100 de quién resultará? es decir, 170 : 5 :: 5100: 150 pesos que es lo que costó el caballo, luego la viña costaria 450 pesos, la casa 900, y las tierras 3600. Con efecto, sumadas estas cantidades producen los 5100 pesos.

199. *Cuestion 24.ª Un sugeto ordenó en su testamento que de sus bienes se diesen las dos terceras partes á su hijo, la quinta parte á su sobrina, y lo restante de su hacienda que son* 800 *pesos á su criado. ¿Cuánto dejó el testador?*

Tómese un número que tenga tercera y quinta parte justas como 30. El hijo tomará las dos terceras partes que son 20, y la sobrina la quinta parte que son 6, y lo restante 4 corresponderá al criado. Pero como todas estas partes solo componen 30, cantidad menor que la que se busca, diremos: ¿si restan 4 de suponer que la hacienda es 30, 800 de qué hacienda provendrá? es decir 4: 30 :: 800: 6000 pesos, que es el valor de la hacienda: con efecto, dando las dos terceras partes ó 4000 pesos al hijo, la quinta parte ó 1200 pesos á la sobrina, quedan los 800 del criado.

TRATADO DE AGRIMENSURA.

SEGUNDA PARTE.

CAPÍTULO I.

Algunas nociones de Geometría.

Fig.ˢ 200. *La Geometría es la ciencia que tiene por objeto tratar de la medida de la estension.*

201. La estension costa de tres dimensiones que son *longitud*, *latitud y profundidad ó grueso.*

202. 1º La estension en sola longitud se llama *línea*, y los estremos de esta se llaman *puntos.*

1 2º *Línea recta* es la que va de un punto á otro por el camino mas corto, tal como AB.

2 3º *Línea curba* es la que ni es recta ni está compuesta de rectas, tal es CDA.

203. 1º *Superficie* es la estension en longitud y latitud; pero sin grueso alguno.

2º *Superficie plana ó plano* es aquella á la que se puede aplicar en cualquier direccion una línea recta, de modo que todos sus puntos la toquen.

3.º *Superficie curba* es aquella que ni es plana, ni está compuesta de superficies planas.

204. *Sólido ó cuerpo* es aquel que reune en sí las tres dimensiones, es decir, que es largo, ancho y grueso.

205. Para formar idea de estas tres especies de estension, supongamos que queremos medir lo largo de una tabla, como en este caso no atendemos á que sea ancha ni gruesa tenemos la estension lineal. Pero si deseamos averiguar lo que tiene de larga y ancha, desentendiéndonos de su grueso, tenemos la estension super-

ficial, y últimamente considerando lo largo, ancho y grueso de la tabla tenemos su solidez.

206. 1.° Cuando dos líneas rectas AB y AD se 3
encuentran en un punto A, la abertura que queda entre ellas se llama *ángulo*. El ángulo se señala unas veces con una sola letra A, puesta en el vértice, y otras con tres letras BAD, ó DAB, leyendo siempre la letra del vértice en medio: las líneas AB, AD se llaman *lados* del ángulo.

2.° Como el ángulo es la abertura que dejan entre sí las rectas AB, AD no influye en el valor del ángulo que sean cortas ó largas, y así de los ángulos BAD y MNP, el mayor es MNP; pues aunque sus lados son mas cortos que los de BAD, comprenden mayor abertura.

207. 1.° Llámase línea *Perpendicular* una recta AB 4
que cae sobre otra CD formando dos ángulos ABC y ABD iguales entre sí, cada uno de los cuales se llama ángulo *recto*.

2.° *Línea oblicua* es la que como AB cae sobre otra 5
CD formando dos ángulos desiguales. El ángulo ABC mayor que un ángulo recto se llama *obtuso*, y el ángulo ABD menor que un ángulo recto se llama *agudo*.

3.° En un punto B no se puede levantar mas que una 4
perpendicular AB, pues otra cualquiera BE se inclina mas hácia el punto C, que hácia D.

4.° *Líneas paralelas* son las que siempre conservan 6
entre sí una misma distancia, como las AB, CD: luego todas las perpendiculares AC, EF, BD que van de una paralela á otra, y que miden esta distancia son iguales.

208. 1.° *Figura plana* es un plano terminado por líneas: si éstas son rectas se llama *figura rectilínea ó polígono*, y si curbas *curbilínea*. ABCDEF es una figura recti- 16
línea ó polígono, y ABCD es una figura curbilínea. 21
Perímetro de una figura ABCDEF es la suma ó conjun- 16

to de todas las líneas que la terminan, y el espacio cerrado por estas líneas se llama superficie ó area

2.° El polígono de tres lados se llama *triángulo*, el de cuatro *cuadrilátero*, el de cinco *pentágono*, el de seis *exagono*, el de siete *eptágono*, el de ocho *octógono*, el de nueve *eneágono*, el de diez *decágono*, el de once *undecágono*, y el de doce *dodecágono*

209. 1.° Llámase triángulo *equilátero* el que tiene sus
7 tres lados iguales, como 7. Triángulo *isósceles* es el que
8 tiene solos dos lados iguales, como 8, y triángulo *esca-*
9 *leno* es el que tiene sus tres lados desiguales, tal es 9.

9 2.° Triángulo *rectángulo* es el que tiene un ángulo recto como DFE, el lado DE, opuesto al ángulo recto F se llama *hipotenusa*, y los lados DF y FE *catetos*.

3.° En general se llama *base* de un triángulo cual-
9 quiera, uno de sus lados DE, y *altura* una perpendicular FG bajada á la base DE desde el ángulo F opuesto á dicha base. En algunos triángulos baja la altura CD á la prolongacion de la base AB.

210. 1° El cuadrilátero que tiene sus cuatro lados
10 iguales, y sus ángulos rectos se llama *cuadrado*.

2.° Si los ángulos son rectos, y los lados no son
11 iguales se llama *rectángulo*.

3.° Se llama *rombo* cuando tiene sus ángulos desi-
12 guales, y sus lados paralelos, é iguales.

4.° *Romboyde* es el que tiene sus angulos desiguales, y
13 los lados iguales y paralelos.

5.° Estas cuatro figuras se llaman *paralelógramos*.

14 211. 1.° El *Trápecio* es el que tiene solo dos lados paralelos.

15 2.° *Trapezoide* es el que no tiene ningun lado paralelo á otro.

10 212. 1.° *Base* de un cuadrilátero cualquiera es su la-
11 do inferior MN, y altura la perpendicular GH bajada &c. á la base desde el lado opuesto.

2.° *Diagonal* es una línea ML que va desde un án- 15
gulo M á su opuesto L.

213 1.° Llámase polígono *regular* aquel que tiene todos sus lados iguales como tambien los ángulos, tal es 16
ABCDEF, y polígono *irregular* es el que tiene sus 17
lados y ángulos desiguales, como MNQRP.

2.° Todo polígono se puede dividir en tantos triángulos como lados tiene, menos dos, pues con efecto tirando las diagonales PN, PQ resultan tres triángulos, 17
y el polígono MNQRP tiene cinco lados.

3.° En los polígonos regulares el punto medio O se 16
llama *centro del polígono*, la línea OK perpendicular al lado AB se nombra *radio recto*, y la línea OB que va desde el centro O al vértice del ángulo B se llama *radio oblicuo*.

De las figuras curbilíneas solo haremos aquí mencion del círculo y de la elipse.

214. 1.° *Círculo* es una figura terminada por una lí- 18
nea curba ABCED, llamada *circunferencia*, la cual tiene todos sus puntos igualmente distantes de un punto O llamado *centro*

2.° Toda línea OD, OF tirada desde el centro á la circunferencia se llama *radio*, y toda línea recta como DE compuesta de dos radios se llama *diámetro*.

3.° Todos los radios de un círculo son iguales como tambien sus diámetros

4.° *Arco* es una porcion de circunferencia tal como ABC, y la línea recta AC que va desde un estremo A á otro C del arco se llama *cuerda*.

5.° *Segmento* es cualquiera de las dos partes en que la cuerda AC divide al círculo. De estas la parte x se llama segmento menor, y la otra parte ADFEC en que se halla el centro O se llama segmento mayor.

6.° Todo diámetro DE divide el círculo en dos partes iguales que se llaman *semicírculos*.

7.° *Sector* es la parte de círculo comprendida entre dos radios DO, FO, y el arco DF.

8.° *Tangente* es toda línea recta como MN que toca al círculo en un punto B, y *secante* es toda línea que atraviesa el círculo como GI.

16 215. 1.° Un polígono está inscripto en un círculo cuando está comprendido dentro de él, de modo que tiene todos los vértices de sus ángulos tocando á la circunferencia; así el exágono ABCDEF está inscripto en el círculo.

2.° Una figura rectilínea está circunscripta al círculo cuando éste está encerrado dentro de la figura, de modo que cada uno de sus lados es tangente á la circun-
20 ferencia del círculo. Así el polígono ABCDE está circunscripto al círculo menor.

216. 1.° Toda circunferencia del círculo, sea grande ó pequeña, se considera dividida en 360 partes iguales que se llaman *grados*, cada grado se subdivide en otras 60 partes iguales llamadas *minutos*, y cada minuto en 60 *segundos*.

19 2.° El valor de un ángulo ABC se aprecia por el número de grados, minutos y segundos que contiene un arco cualquiera MN trazado desde el vértice B, y terminado por los dos lados del ángulo. Así si suponemos que el arco MN contenga 25 de las 360 partes iguales que comprende la circunferencia total, diremos que el ángulo ABC vale 25 grados.

19 3.° Si desde el vértice B de un ángulo recto ABC trazamos un arco MN éste será la cuarta parte de la circunferencia, es decir, que comprenderá 90 grados: luego todo ángulo recto vale 90 grados: luego el ángulo obtuso valdrá mas de 90 grados, y el agudo menos (205, 2.°)

4.° Los tres ángulos de cualquier triángulo valen juntos dos ángulos rectos ó 180 grados.

Los grados, minutos y segundos se señalan con estos signos °, ′, ″: así para indicar que el ángulo ABC tiene 36 grados, 8 minutos y 29 segundos se escribirán asi 36°.... 8′.... 29″.

217. Llámase *elipse* una figura terminada por una línea curba ABCD, tal que los dos diámetros AC y BD que pasan por su centro O son desiguales. La línea AC se llama eje ó diámetro mayor, y la BD eje ó diámetro menor. 21

218. 1.º *Prisma* es un sólido terminado por paralelógramos, y cuyas bases opuestas A y B son dos polígonos iguales y paralelos. 22

2.º *Altura* del prisma es cualquier perpendicular FG bajada de una base á otra, ó á su prolongacion; y *arista* ó esquina se llama aquella recta en que concurren dos de los planos que constituyen el prisma; así MS, RN son aristas.

3.º El prisma es triangular, cuadrangular, pentagonal, &c. segun su base es un triángulo, un cuadrilátero, un pentágono, &c.

219. Si las dos bases del prisma son dos círculos iguales y paralelos, se llama *cilindro*, tal es D. Una línea AB bajada desde el centro de la base superior al de la inferior se llama eje del cilindro, y altura la perpendicular A B que baja de una base á otra, ó á su prolongacion.

220. Cuando las dos bases del prisma son cuadrados, y los otros cuatro lados lo son tambien, se llama *cubo*, tal es un dado, ó la figura E.

221. 1.º *Pirámide* es un sólido cuya base es un polígono cualquiera A, y sus lados son triángulos que concurren en un punto S, llamado *cúspide* ó *vértice* de la pirámide. Cuando la base de ésta es un círculo toma el nombre de *cono*, tal es M. Pirámide truncada es aquella á quien la falta la parte superior como la de la figura 41. 23

2.º Llámase altura de una pirámide ó cono la perpendicular bajada desde el cúspide á la base ó á su prolongacion.

222. Cualquiera de estos sólidos es oblícuo cuan-

do tiene una situacion inclinada como el prisma y pirámide de las figuras C, C, 22 y 23.

24 223. 1.° La *esfera* es un sólido terminado por una superficie curba, la que tiene todos sus puntos igualmente distantes de un punto O llamado centro; así una bala de cañon, ó una bola de villar son esferas. Toda recta como OM que va del centro á la superficie se llama *radio*, y toda recta como FG, que pasa por el centro, se llama *eje* ó *diámetro* de la esfera.

2.° Todo círculo FHGI que pasa por el centro de la esfera se llama *círculo máximo* ó mayor, pero sino pasa por el centro se llama *círculo menor*.

3.° El círculo máximo divide á la esfera en dos partes iguales llamadas *semi-esferas* ó *hemisferios*, y el círculo menor la corta en dos partes desiguales llamadas segmento mayor la mas grande, y segmento menor la otra.

4.° *Zona esférica* es una porcion de esfera ADGF comprendida entre dos círculos ABDC, y FHGI paralelos entre sí.

5.° *Sector esférico* es un sólido MPNO, compuesto de un segmento menor MPN, y de un cono MNO, cuyo vértice O está en el centro de la esfera.

25 224. *Elipsoyde* ó *esferoyde* ABCD es un sólido semejante á un huevo ó á una cebolla: en el primer caso se llama esferoyde prolongado, en el segundo esferoyde aplanado, y en ambos casos tiene dos diámetros desiguales llamados eje mayor, y eje menor.

Cuestiones prácticas sobre el papel.

225. *Cuestion 1.ª Tirar una línea recta de un punto A á otro B.*

Póngase una regla de modo que su canto coincida con los dos puntos dados, y pásese un lapiz ó pluma á lo largo del canto de la regla desde el punto A al punto B, y quedará tirada la linea que se pide.

Cuestion 2.ª Dado el centro O trazar un arco que 2
pase por otro punto D.

Póngase la punta de un compas en el punto O, ábrase hasta que la otra punta venga al punto D, y haciendo girar á ésta permaneciendo la otra inmovil en O, trazará el arco pedido, que se hará mas ó menos grande segun convenga.

Cuestion 3.ª Dividir una recta A B en dos partes igua- 26
les con una perpendicular.

Haciendo centro en el punto A con una abertura de compas mayor que la mitad de A B, trácense los arcos *x y* y *p q*, uno arriba y otro abajo, y con la misma abertura haciendo centro en B, trácense los arcos *m n*, *z u*, que cortarán á los primeros en los puntos F y G, por estos puntos tírese la recta F G, y esta es la perpendicular pedida. Si solo se quisiere dividir la recta A B en dos partes iguales, bastará poner la regla en los puntos F y G y señalar el punto C que es el medio de la línea.

Cuestion 4ª. Desde un punto dado A fuera de una rec- 27
ta C D bajar á esta línea una perpendicular.

Haciendo centro en A con suficiente radio trácese el arco *x y* que corte á la CD en los puntos E, F. Desde estos puntos como centros, con la misma abertura, trácense á la parte inferior los arcos *t s*, *z n* que se cortarán en G, por este punto y el dado A tírese la A G, que es la perpendicular pedida.

Cuestion 4ª Dado un punto A en una recta C D le- 28
vantar en él una perpendicular á esta línea.

Desde el punto A con cualquier abertura de compas señálense los puntos *m*, *n*, con otra abertura mayor haciendo centro en estos puntos *m* y *n*, trácense los arcos *x y*, *z u* que se cortarán en B, y tírese la AB que es la perpendicular pedida.

29 *Cuestion 6.ª Levantar una perpendicular en el estremo D de una recta CD.*

Haciendo centro en un punto cualquiera M trácese una circunferencia que pase por D, y que cortará á la CD en A por este punto, y el centro M tírese el diámetro AB, y por el punto B y el dado D tírese la BD, que es la perpendicular pedida. Esta misma construccion sirve para formar un ángulo recto ADB.

30 *Cuestion 7.ª Dada la recta A B tirarla una paralela por el punto D.*

Desde el punto D tírense las rectas DE, DA cualesquiera, y desde A con una abertura de compas igual á DE, trácese el arco *x y*, y desde el punto D con una abertura igual á AE, trácese el arco *z u* que corte al primero en C, tírese la recta C D que es la paralela pedida.

31 *Cuestion 8.ª Dado un ángulo A B C construir otro que le sea igual.*

Tírese una recta E D, y desde los puntos B y E con una misma abertura de compas trácense los arcos *m n* y *x y*, y tómese despues una abertura de compas igual á la distancia que hay de *m* á *n*, y haciendo centro en *y*, trácese el pequeño arco *r s* que cortará al *x y* en O, tírese la E O, y tendremos el ángunlo OED igual al lado ABC.

32 *Cuestion 9.ª Dividir una recta A B en cuantas partes iguales se quiera, por egemplo en seis.*

Tírese por el punto A una recta cualquiera AD, y por el punto B, otra BE paralela á AD, desde el punto A tómense en la AD seis partes iguales cualesquiera, *A x*, *x y*, *y z*, &c. y otras seis partes iguales á estas en la línea EB empezando desde B, que serán *B r*, *r t*, *t o*, &c. tírense las rectas, *a l*, *x m*, *y n*, &c. que dividirán en seis partes iguales á la A B en los puntos *a*, *b*, *c*, *d*, *e*.

7 *Cuestion 10.ª Dada una recta MN formar sobre ella un triángulo equilátero.*

Desde M con una abertura de compas igual á MN trácese el arco $p\ q$, y con la misma abertura desde N el arco $r\ s$, que cortará al primero en O, tírense las rectas MO, NO, y quedará construido el triángulo equilátero MNO.

Cuestion 11.ª *Dado un triángulo ABC construir otro* 33
igual á él.

Tírese una recta $a\ c$ igual á AC, y haciendo centro en a con una abertura de compas igual á A B, trácese el arco $p\ q$, y desde el punto c con una abertura igual á BC, trácese el arco $m\ n$, que cortará al $p\ q$ en b, tírense las rectas $b\ a$, $b\ c$, y se tendrá el triángulo $a\ b\ c$ igual al triángulo dado ABC.

Cuestion 12.ª *Dados en el triángulo ABC el lado AC* 33
y los ángulos en A y en C, formar otro triángulo igual á él.

Tírese una recta $a\ c$ igual á AC, fórmese en el punto a un ángulo igual al ángulo A, y en el punto c otro igual á C (225, 8.ª): prolongando los lados de estos ángulos hasta que se encuentren en b formarán el triángulo $a\ b\ c$ que es el pedido.

Cuestion 13.ª *Dadas tres líneas AB, BC, CD, ta-* 34
les que dos de ellas juntas sean mas largas que la tercera, formar un triángulo.

Sobre la línea mayor AB desde el punto A con una abertura de compas igual á BC, trácese el arco $p\ q$, y desde el punto B con una abertura igual á CD trácese el arco $m\ n$, que cortará al $p\ q$ en C, tírense las AC y CB, y resultará el triángulo pedido ABC.

Cuestion 14.ª *Construir un cuadrado sobre una recta* 35
dada BA.

En el estremo B levántese una perpendicular BC, que se alargará hasta que sea igual á A B, con una abertura de compas igual á esta recta, desde los puntos A y C, trácense dos arcos que se cortarán en D, tírense las AD y CB y quedará concluido el cuadrado.

16 *Cuestion 15.ª Trazar un exágono regular en un círculo dado.*

Tómese una abertura de compas igual al radio del círculo, y pásese por la circunferencia en la que cabrá seis veces justas, por los puntos A, B, C, &c. tírense las rectas AB, BC, CD, &c. y quedará construido el exágono.

36 *Cuestion 16.ª Trazar en un círculo cualquier polígono regular.*

Divídase el diámetro AB en tantas partes iguales (225 9.ª) como lados tenga el polígono que se quiera trazar, en 8, por egemplo, si es un octógono, y haciendo centro en los puntos A y B, con una abertura de compas igual al diámetro AB, trácense dos arcos que se cortarán en C. Por este punto y el punto 2 de la division del diámetro tírese la línea C 2 D, y la distancia A D cabrá 8 veces en la circunferencia en los puntos D, E, F, B, &c. despues se tirarán las rectas correspondientes.

16 *Cuestion 17.ª Determinar el valor del ángulo BOA formado por los radios oblicuos OB y OA, y el del ángulo ABC formado por dos lados contiguos AB y BC del polígono.*

Para determinar el valor del ángulo BOA divídanse 360° por el número de lados que tiene el polígono, que aquí es 6, y el cuociente 60 es el número de grados del ángulo BOA. El valor del ángulo ABC se hallará restando de 180° el valor del ángulo del centro AOB, que como hemos visto es 60, y la resta 120 es el número de grados que tiene el ángulo ABC.

37 *Cuestion 18.ª Hallar el centro de un círculo ABCD.*

Tírense dos cuerdas AB, BC por tres puntos A, B, C cualesquiera, tomados en la circunferencia. Divídanse las AB y BC en dos partes iguales con las perpendiculares FG. HI (225, 3.ª), y el punto O donde se cortan es el centro pedido.

Cuestion 19.ª Conociendo el diámetro de un círculo de-

terminar la circunferencia , y al contrario.

Se sabe que si el diámetro de un círculo tiene 7 partes, la circunferencia tiene 22 próximamente, luego para determinar cuántos pies tiene la circunferencia de un círculo cuyo diámetro tiene 42, diremos: 7 : 22 : : 42: $\frac{22 \times 42}{7}$ = 132 pies (182), que es la longitud de la circunferencia. Si al contrario dada la circunferencia de 264 pies se pide el diámetro, se dirá: 22 : 7 : : 264: $\frac{7 \times 264}{22}$ = pies longitud del diámetro.

Cuestion 20ª Dado el eje mayor AB de una elip- 38
se trazar ésta.

Divídase el eje dado AB en tres partes iguales en los puntos C y D, y desde estos puntos con la abertura AC trácense dos círculos que se cortarán en los puntos E y F, y tírense las rectas EI, EL, FG y FH. Haciendo centro en F con la abertura FG, trácese el arco GH, y desde E con la misma abertura el arco IL, y quedará concluida la elipse ú óbalo AGHBLI.

Cuestiones sobre la medida de superficies.

226. Medir una superficie es ver las veces que en ella cabe un cuadrado que se toma por medida. Esta medida es arbitraria pues puede ser una pulgada, un pie, una vara, un estadal, una legua, &c. cuadrados. Por pulgada, pie, &c. cuadrados se entiende un cuadrado que tiene de lado una pulgada, un pie, &c.

227. *Cuestion 1ª Hallar la superficie de un triángu-* 9
lo DFE.

Tírese la altura FG, la que se medirá, y supongamos que tiene 24 pies de largo: mídase tambien la base DE, y tenga por egemplo 32 pies. Multipliquen-se 24 por 16 mitad de 32, ó 12 mitad de 24 por 32, y el producto 384 es el número de pies cuadrados que contiene la superficie del triángulo; luego ésta se halla multiplicando la altura por la mitad de la base, ó la base por la mitad de la altura.

10 *Cuestion 2.ª Medir la superficie de un paralelógramo*
11 *cualquiera.*

12 Mídase la base MN, y supongamos tiene 40 pies,
13 y la altura GH 16, multiplíquense 40 por 16, y el producto 640 es el número de pies cuadrados que tiene la superficie del paralelógramo.

14 *Cuestion 3ª Hallar la superficie de un trapecio ABNM.*

Mídanse las paralelas AB, MN, y supongamos que tiene AB 14 pies, y MN 30. Súmense 14 y 30, tómese la mitad de la suma 44 que es 22, y multiplicando estos 22 pies por los que tenga la altura GH, que supongamos son 20, el producto 440 es el número de pies cuadrados del trapecio. Luego la superficie de éste se halla multiplicando la altura por la mitad de la suma de los dos lados paralelos.

15 *Cuestion 4ª Hallar la superficie de un trapezoyde LNMP.*

Tírese la diagonal LM, y quedará dividido el trapezoyde en dos triángulos LNM, y LPM, tomando por bases cualesquiera de los lados se tirarán las alturas, y se medirán sus superficies como hemos dicho (227 1ª). Supongamos que el triángulo LNM tiene 140 pies cuadrados, y el LPM 115, la superficie del trapezoyde será de 255 pies cuadrados.

17 *Cuestion 5.ª Medir la superficie de un polígono irregular PMNQR.*

Desde uno de sus ángulos P tírense las diagonales PN, PQ, quedará dividido en los triángulos PMN, PNQ, PQR cuyas superficies se hallarán como se dijo (227 1.ª), y sumando todas estas superficies se tendrá la del polígono total.

Cuestion 6.ª Hallar la superficie de un polígono regular ABCDEF. 16

Tírense los radios oblicuos OB y OA (212. 3º), hállese la superficie del triángulo BOA (227. 1ª), y multiplicada ésta por el número de lados que tiene el polígono, se tendrá la superficie total. Así si el triángulo BOA tiene 250 pies cuadrados, la superficie total será de 250 x 6 (número de los lados del polígono) igual á 1500 pies cuadrados. Si no se conociese el centro, se podia hallar la superficie tirando diagonales desde un ángulo á los demas, y procediendo como en la anterior (227. 5.ª).

Cuestion 7.ª Determinar la superficie de un círculo BEGD, cuyo diámetro DE se conoce. 18

Sea el diámetro D E 35 pies. Cuádrese 35 (139.), y el cuadrado 1225 multiplíquese por 11, el producto 13475 se dividirá por 14, y el cuociente 962 $\frac{7}{14}$ es la superficie del círculo pedido.

Si fuese un semicírculo DBEO, se hallará la superficie del círculo entero como acabamos de decir, y luego se tomará la mitad.

Si la superficie pedida fuese de un sector DOF, se medirá la longitud del arco DF, que supongamos tiene 30 pies, y el radio DO 18, multiplíquese 15 mitad del arco por 18, y el producto 270 es el número de pies cuadrados que contiene el sector DOF.

Pero si se pidiese la superficie de un segmento *x* se hallará la del sector ABCOA como acabamos de decir, y la del triángulo AOC (227. 1.ª), y restando la superficíe de éste de la del sector, la diferencin será la superficie del segmento *x*.

Cuestion 8.ª Hallar la superficie de una elipse ú óbalo ABCD, cuyo eje mayor AC tiene 21 pies, y el menor BD 10. 21

Hállase la superficie de un círculo cuyo diámetro sea el eje mayor ó 21 pies (227. 7.ª), y resultarán

$346\frac{1}{2}$ pies cuadrados. Despues diremos 21 pies que tiene el eje mayor es á 10 que tiene el eje menor : : $346\frac{1}{2}$: $\frac{346\frac{1}{2}\times 10}{21} = 165$ que es la superficie del óbalo.

39 *Cuestion 9.ª Hallar la superficie de una figura irregular ABCDEFGA.*

Divídase la curba BC en partes pequeñas Bm, mn, &c. tírense las rectas Am, An, mídase la superficie de cada uno de estos pequeños triángulos BAm, mAn, &c. y sumando las superficies de estos cinco triángulos tendremos la superficie del trozo ACB. Hágase la misma operacion con el arco AG, y se tendrá la superficie de la porcion AGF. Hallando despues la del polígono irregular ACDEFA (227. 5.ª), y sumando las tres superficies halladas, tendremos la de la figura total ABCDEFGA.

40 *Cuestion 10.ª Hallar la superficie de una corona anular ABCD.*

Mídanse los diámetros AC, y ac de los dos círculos, y hállese la superficie de cada uno de ellos (227. 7.ª), y restando la del círculo menor de la del mayor, la resta será la superficie de la corona ABCD.

Cuestiones relativas á la medida de los sólidos.

228. Medir un sólido cualquiera es hallar el número de pulgadas, pies, &c. cúbicos que contiene. Pulgada, pie, &c. cúbicos se llaman unos cubos (220), cuyos lados son todos cuadrados que tienen de largo una pulgada, pie, &c.

Antes de pasar á determinar la solidez de los cuerpos convendrá manifestemos el modo de hallar las superficies de que están terminados.

22 229. *Cuestion 1.ª Hallar la superficie de un prisma*
23 *ó pirámide cualquiera.*

Hállese la superficie de cada una de las caras, y de las bases que contiene el prisma ó pirámide, y sumando estas superficies se tendrá la total.

Cuestion 2.ª Medir la superficie de un cilindro.

Multiplíquese la circunferencia de una de las bases por la altura del cilindro, y se tendrá la superficie lateral, á la que se añadirán las de los dos círculos ó bases para tener la superficie total.

Cuestion 3.ª Hallar la superficie de un cono M. 23

Multiplíquese la circunferencia de la base por la mitad del lado CD, y el producto es la superficie curba á que se agregará la de la base.

Cuestion 4.ª Determinar la superficie curba de una es- 24
fera ADNM cuyo diámetro FG se conoce.

Sea el diámetro de 14 piès. Hállese la superficie correspondiente á un círculo de 14 pies que es 154, y multiplicándola por 4 el producto 616 es la superficie curba de la esfera propuesta.

La superficie curba de un segmento de esfera y de una zona, se hallará multiplicando el círculo máximo de la esfera por la altura que tenga el segmento ó zona, y el producto será la superficie curba pedida. Si se quisiese la superficie total se añadirá la superficie del círculo que le sirve de base si es segmento, y de los dos círculos, superior é inferior, si es una zona.

Cuestion 5.ª Hallar la solidez de un prisma RS ó 22
cilindro cualquiera, sean rectos ú oblicuos.

Mídase la superficie de su base (227) que supongamos contiene 42 pies cuadrados. Mídase la altura FG del prisma, y tenga 20 pies de altura, multiplicando 42 por 20 el producto 840 es el número de pies cúbicos que contiene el prisma.

Si fuese un cilindro AB se hallará su solidez multiplicando igualmente la superficie de la base por su altura.

Cuestion 6.ª Determinar la solidez de una pirámide 23
ó cono cualquiera.

Hállese la superficie de la base A y sea de 92 pies cuadrados, y supongamos que medida la altura SA de la pirámide contiene 24 pies de largo, multiplíquese 92 por 8 tercera parte de 24, y el producto 736 es el número de pies cúbicos que contiene la pirámide: lo mismo se practica con el cono.

41 *Cuestion 7.ª Medir la solidez de una pirámide ADFG á quien le falta la parte superior DEFS.*

Imagínese la pirámide entera ASC, y hállese su solidez (229 6.ª), hállese despues la solidez de la pirámide pequeña DEFS añadida y restándola de la solidez de la total quedará la del tronco de pirámide ADFC, y lo mismo se hará si es un cono. Para imaginar la pirámide entera es necesario conocer la altura total, y por consiguiente el cúspide S, lo que se conseguirá aplicando dos reglas, una á la arista AD y otra á la CF, y el punto S en que concurren, manteniéndose bien aplicadas las reglas á las líneas AD, FC, es el vértice desde el que se bajará la perpendicular SH, á la que se agregará la altura HI para tener la total SI.

24 *Cuestion 8.ª Hallar la solidez de una esfera ADNM conocido su diámetro.*

Sea el diámetro dado de 8 pies: cúbese el 8 y resultará 512, que se multiplicará por 11, y dividiendo el producto 5632 por 14, cuociente $402\frac{4}{14}$ es el número de pies que contiene la esfera.

Si fuese la solidez de un hemisferio la que se pidiese, se hallará la solidez de toda la esfera, y se tomará la mitad

Cuestion 9.ª Hallar la solidez de un sector MPNO, de un segmento NPN, y de una zona FADG.

Multiplíquese la tercera parte del radio de la esfera por la superficie curba del segmento MPN que se hallará segun lo dicho (229 4.ª), y el producto es la solidez del sector. Restando de ella la solidez del cono MNO (229 6.ª), la resta será la solidez del segmento MPN. La solidez de una zona AFGD se hallará determinando las de los segmentos FABDG y ABD, y la diferencia de sus solideces es la solidez de la zona AFGD.

Cuestion 10.ª *Medir la solidez de un esferoyde pro-* 25
longado ó aplanado.

Hállese la superficie del círculo correspondiente al eje menor (227. 7.ª), multiplíquese esta superficie por los dos tercios del eje mayor, y el producto es la solidez del esferoyde prolongado.

La solidez del aplanado se hallará multiplicando la superficie del círculo correspondiente al eje mayor por los dos tercios del eje menor.

Cuestion 11.ª *Dada una figura cualquiera MNQRP* 17
reducirla á un cuadrado que tenga igual superficie que ella.

Mídase la figura propuesta, y supongamos que tiene 6400 varas cuadradas. Estraígase la raiz cuadrada (152) de este número que es 80, y formando un cuadrado (225 14.ª) que tenga 80 varas de lado, éste tendrá igual superficie que el polígono MNQRP.

Cuestion 12.ª *Hallar un cuadrado que tenga tanta su-* 9
perficie como otros dos cuadrados juntos.

Fórmese un ángulo recto DFE (225. 6.ª); sobre el lado FD, tómese una parte FD igual al lado de uno de los cuadrados propuestos, y sobre el otro lado FE la parte FE igual al lado del otro cuadrado dado; tírese la hipotenusa DE, y el cuadrado que se forme sobre ella, tendrá tanta superficie como los dos cuadrados que se dieron juntos.

Si las figuras dadas no son cuadrados, se reducirán á éstos (12.ª), y luego se procederá como acabamos de decir.

CAPITULO II.

De la medida y particion de terrenos.

230. 1º *Agrimensura es aquel arte que da reglas para la medida y particion de las tierras.* Estas reglas están fundadas en las cuestiones contenidas en el capítulo anterior; y así como para resolver estas cuestiones se necesita de la regla y compás, del mismo modo en los terrenos se necesitan *la cadena*, *estacas*, *jalones ó agujas*, *y la escuadra de agrimensor ó cartabon.*

2.º La cadena está formada de alambre grueso, y cada eslabon suele tener un pie ó media vara de largo: de diez en diez pies lleva una medallita de laton ú otra señal, para poder contar con facilidad el número de pies que tiene la distancia que se mide con la cadena.

3.º Algunos usan en lugar de cadena de una cuerda de esparto ó cáñamo, la que tiene el inconveniente de alargar ó encoger con el calor ó la humedad, y aunque en 20 ó 30 varas no sea este un gran defecto, puede serlo en distancias considerables. Otros se valen de un compás grande, el que abren ó cierran segun las medidas que corren en el pueblo en que hacen uso de él, y le van pasando á lo largo de la distancia que quieren medir; pero tiene el inconveniente de ser fácil equivocarse en el número de veces que cabe en la distancia que se mide, y ademas al sentar las puntas, unas veces caen en honduras ó prominencias, otras caen sobre una piedra y resbalan &c. todo lo que da poca seguridad á sus medidas.

4.º Las estacas ó agujas son unas estacas con punta de hierro, las que sirven para señalar en el terreno el punto en que acabó la cadena y en que empieza otra.

5.º Los jalones ó miras son unos maderos de dos varas ó tres de largo, con punta de hierro, los que se colocan en los estremos de la distancia que se ha de medir, cuando faltan objetos que sirvan para dirigir el camino del agrimensor lo mas recto que pueda de un punto á otro.

231. La escuadra de agrimensor ó cartabon es un 42
círculo ABCD de laton, y á veces de madera, de grueso suficiente, y de 5 ó 6 pulgadas de diámetro. Atraviesan su superficie dos diámetros AC, BD que se cortan perpendicularmente en el centro del instrumento, formando cuatro ángulos rectos. A los estremos A, B, C, D de estas líneas se colocan cuatro pinulas bien aseguradas, y puestas perpendicularmente á la superficie del círculo, con unos agujeros ó cortes de sierra que coinciden exactamente con las líneas AC y BD, de modo que la visual dirigida por las hendiduras de las pinulas D y B, se ajuste en toda su longitud á la línea DB. Para el uso de este instrumento se coloca sobre un pie de punta herrada, para poderle clavar en tierra, en el que encaja por medio de una virola pudiendo dar vuelta el instrumento en todas direcciones. Otros usan, y es mas seguro, de un armazon de tres pies que se abren ó cierran á arbitrio, y que se aseguran con tornillos.

232. Como haremos en lo sucesivo tanto uso de este instrumento, manifestaremos el modo de comprobarle lo que se hará del modo siguiente. Colocado el cartabon bien á nivel, y en un parage despejado. Dirijase una visual por las pinulas D y B, y póngase en su direccion un piquete ó jalon N á larga distancia, que se descubra justamente por las hendiduras D y B. Sin mover el instrumento, dirijase otra visual AM por las pinulas A y C, y colóquese otro jalon M con las mismas precauciones. Hágase girar el instrumento de modo que la pinula D vaya pasando por los puntos que ocupan las A, B, C, y si en todas estas situaciones la visual dirigida hácia M coincide con su jalon, al mismo tiempo que la dirigida á N coincide igualmente con el suyo, se puede estar satisfecho de la exactitud del cartabon.

Cuestiones relativas al uso de estos instrumentos.

43 233. *Cuestion 1.ª Trazar una línea recta en el terreno conocida una parte AB.*

Póngase en A un piquete ó jalon lo mas perpendicular que se pueda al terreno, y en el estremo B otro con la misma circunstancia. Despues dése otro jalon al peon ó ayudante que debe llevar el agrimensor, y mándesele clavar en un punto C, distante como unos 30 pasos del piquete B; pero de tal modo, que aplicando el agrimensor el ojo al piquete A, vea los otros dos B y C en la misma línea, sin que el piquete C sobresalga á derecha ó á izquierda. A otros 30 pasos de éste se clavará otro jalon D con la misma precaucion, y así se prolongará la línea hasta donde convenga.

44 *Cuestion 2.ª Medir una distancia AB.*

Si los estremos de esta línea no están determinados se colocarán en ellos piquetes ó jalones.

Despues tomando el peon la cadena de un estremo, y el agrimensor de otro, irá andando el primero dirigiéndose lo mas derecho que pueda al jalon B, pues todo lo que tuerza á un lado ó á otro, perjudica á la exactitud de la medida. El agrimensor se mantendrá firme en A hasta que el peon haya andado todo lo que dé de sí la cadena, y poniendo ésta lo mas tirante que se pueda, evitando que quede enredada en los matorrales, el peon clavará una estaca en el punto en que remató la cadena, y seguirá andando manteniéndola tirante, y dirigiéndose hácia B hasta que el agrimensor llegue al punto en que clavó la estaca, y entonces el peon clavará otra en el punto en que termine la cadena, repitiendo la operacion las veces que sea necesario. Contando despues las estacas que se han clavado, y multiplicando su número por el de pies que tiene la cadena, se tendrá el número de estos que hay de A á B. Cuando al llevar la cadena tiene ésta que pasar por una ondonada ú arroyo, es necesario ponerla lo mas tirante que se pueda, y sostenerla con horquillas para que no pandee, y por consiguiente se acorte.

234. Las medidas que están mas en uso en España para los terrenos son el estadal lineal y cuadrado, y la fanega: si bien estas medidas no son como deberian generales á todos los pueblos del reino, pues hay algunos de estos en que hay dos ó tres estadales diferentes, segun la calidad del terreno en que lo emplean, sirviendo uno para medir vegas, otro para dehesas, &c. lo que no deja de ocasionar algun embarazo al agrimensor, cuando tiene que reducir estadales ó fanegas de un pueblo á las que se usan en otro. Las siguientes cuestiones le manifestarán cómo debe proceder en estos casos; si bien antes advertiremos que estadal lineal es una medida señalada en la cadena ó cuerda la que contiene 10, 10 $\frac{1}{2}$ &c. pies segun el parecer del agrimensor que le usa. Algunos usan del estadal real que contiene 12 pies. Estadal cuadrado es una porcion de terreno cuadrada, cuyo lado contiene 10, 10 $\frac{1}{2}$, 12 &c. pies, segun el estadal lineal. Fanega es una estension de terreno compuesta de 400 ó mas estadales cuadrados ó superficiales. La fanega de marco real contiene 24 estadales de lado ó 576 estadales cuadrados, y como cada fanega contiene 12 celemines, se dan á cada uno de estos 48 estadales cuadrados, y 12 á cada cuartillo.

La legua legal cuadrada de término, es un cuadrado que tiene 1250 estadales de lado, ó 1562500 estadales cuadrados: por consiguiente cada legua legal cuadrada se compone de 2712 fanegas, y 388 estadales cuadrados.

Cuestiones relativas á la reduccion de medidas.

44 235. *Cuestion* 1.ª *Reducir el número de pies que se ha hallado tiene la distancia AB, á los estadales que se usan en el pais en que se ha hecho la medida.*

Supongamos que se halló que la distancia AB contenia 6500 pies, y que el estadal que se usa en aquel distrito es de $10\frac{1}{2}$ pies, dividiendo 6500 por $10\frac{1}{2}$ (106), el cuociente $619\frac{1}{21}$ es el número de estadales que contiene la distancia AB.

Cuestion 2.ª *Un agrimensor tiene su cuerda ó cadena dividida en estadales de á $10\frac{1}{2}$ pies, pasa á medir á un pueblo en el que los estadales son de á 10 pies. Mide con su cuerda y halla 1752 estadales cuadrados de á $10\frac{1}{2}$ pies, ¿cuántos de á 10 pies componen?*

Cuádrense los números 10 y $10\frac{1}{2}$ (142.). Es claro que si la tierra contenia 1752 estadales cuadrados de á $10\frac{1}{2}$ pies ha de contener mas de los de á 10 pies, luego (184.) 100 cuadrado de 10 : $\frac{441}{4}$ cuadrado de $10\frac{1}{2}$ :: 1752:... ó (187) 400: 441 :: 1752: $\frac{441 \times 1752}{400} = 1931\frac{232}{400}$ que es el número de estadales de á 10 pies que contienen los 1752 estadales cuadrados de á $10\frac{1}{2}$ pies.

Cuestion 3.ª 5600 *estadales superficiales de á* 10 *pies, ¿cuántos estadales reales de á* 12 *pies componen.*

Cuádrense los números 10 y 12. Como los 5600 estadales de á 10 pies han de contener menos estadales de á 12 pies diremos 144 cuadrado de 12 : 100 cuadrado de 10 :: 5600 : $\frac{5600 \times 100}{144} = 3888\frac{128}{144}$, número de estadoles de á 12 pies que componen los 5600 de á 10 pies.

Cuestion 4.ª *Un agrimensor quiere saber* 9600 *estadales cuadrados de á $10\frac{1}{2}$ pies de lado, ¿cuántas fanegas de á* 400 *estadales reales componen?*

Como el estadal real vale 12 pies, cuádrense $10\frac{1}{2}$ y 12, hállanse los estadales de á 12 pies que componen los 9600 de á $10\frac{1}{2}$ (235. 2.ª) diciendo; $144 : \frac{441}{4} :: 9600 :$ $\frac{9600 \times \frac{441}{4}}{144} = 7350$ estadales reales, como cada fanega contiene segun la cuestion 400 de estos, dividiremos 7350 por 400, y el cociente 18 son las fanegas que contienen los 9600 estadales de á $10\frac{1}{2}$ pies, ó los 7350 de á 12, y sobran 15 estadales reales.

Cuestiones concernientes al uso del Cartabon.

236. *Cuestion 1.ª Dada una recta AB en el terreno,* 45
levantarla una perpendicular en el punto D.

Colóquese el cartabon en este punto de modo que la visual dirigida por las pinulas *a* y *b* coincida con la línea dada AB, y dirigiendo una visual DF por las otras dos pinulas y esta será la perpendicular pedida.

Cuestion 2.ª Desde un punto F fuera de una recta 45
AB bajar á ella una perpendicular en el terreno.

Puesto el cartabon de modo que la visual dirigida por las pinulas *a* y *b* se ajuste á la línea dada, váyase corriendo el cartabon en esta situacion á lo largo de la línea AB, hasta que la visual dirigida por las pinulas D y C corresponda al punto F, y esta visual es la perpendicular pedida.

Cuestion 3.ª Tirar una paralela á una línea AB da- 46
da en el terreno.

Sea el punto C por el que ha de pasar la paralela pedida, bájese desde este punto una perpendicular á la AB (236. 2.ª), y colóquese el cartabon en C de modo que una de las visuales se ajuste exactamente con la línea CA, y la visual CD dirigida por las otras dos pinulas será paralela á la línea AB.

Cuestion 4.ª Medir un terreno por medio del car- 47
tabon.

Sea el terreno ABDFGHIMO el que se ha de medir. En una de sus lindes HG imagínese una recta HG que coincida con la linde todo lo posible, y bájese á ella una perpendicular AP desde el punto A de la linde opuesta. Córrase el cartabon á lo largo de la línea AP hasta un punto Q, de modo que una de las visuales coincida con AP, y diríjase por las otras dos pinulas la visual IF que será paralela á HG, y por cuanto la figura IFGH puede considerarse como un rectángulo, se medirán las líneas IF y QP, y multiplicando el número de pies ó estadales que tenga la una por los que tenga la otra, el producto será la superficie de la porcion HGFI. Asi si IF tiene 12 estadales y PQ $5\frac{1}{2}$, la superficie será de 66 estadales cuadrados. Trasladando despues el cartabon á otro punto R, y dirigiéndola visual MD, se tendrá otro rectángulo MDFI cuya superficie se hallará como la del anterior, y supongamos que midiendo las líneas MD y RQ, y multiplicando sus valores, sea esta superficie de $188\frac{1}{2}$ estadales cuadrados. Pásese el cartabon á otro punto G, y tirada la visual OB, quedará la porcion de terreno OBDM, que por tener dos lados OB, DM paralelos y desiguales, se puede considerar como un trapecio, cuya superficie se hallará multiplicando la mitad de la suma de estos dos lados paralelos por la altura SR. Luego si medidas estas líneas se halla que MD tiene 26 estadales OB 18 y SB 4, se sumará 13 mitad de 26 con 9 mitad de 18, la suma 22 se multiplicará por 4, y el producto 88 serán los estadales cuadrados que tiene la OBDM. Resta por último la porcion triangular OAB, cuya superficie se hallará multiplicando 9 estadales mitad del valor de la base OB, por la altura SA que supongamos tenia 5 estadales, el producto 45, estadales cuadrados es la superficie del triángulo OAB. Reuniendo ahora todos los resultados 66, $188\frac{1}{2}$, 88 y 45, la suma $387\frac{1}{2}$ es el número de estadales superficiales que contiene el terreno propuesto.

Como las lindes rara vez están en línea recta, es necesario que cuide el agrimensor de que las líneas rectas que aplica á las lindes estén dispuestas de modo, que las partes de terreno que sobresalen como *m* compensen á las entrantes *n*, para lo cual debe de recorrer el terreno que ha de medir, poniendo piquetes en las entradas y salidas que haga la linde, y cotejando la compensacion que podrá hacer de unas con otras, para que la medida resulte lo mas justa que sea posible.

Cuando estas medidas y sus semejantes se hacen para ventas y arrendamientos se comprende en ellas la mitad del ancho de las lindes; pero cuando es para siega no se cuenta mas que lo meramente sembrado.

Esta cuestion pudiera haberse resuelto dividiendo el terreno en triángulos del modo dicho (227 5.ª).

Cuestion 5.ª *Hallar por medio del cartabon la superficie de un terreno irregular ABCDE, en el que no puede entrar el agrimensor como es un pueblo, una posesion cercada, un campo de sembradura crecida, una laguna &c.* 48

Prolóngese un lado AB del terreno por medir hasta L, y desde el punto C bajese á la ABE la perpendicular CL prolongándola indefinidamente hacia F. Desde D bajese á la LF la perpendicular DF que se prolongará hacia G, y desde el punto A se bajará á la GF la perpendicular AG, y se tendrá un rectángulo ALFG en el que está encerrada la posesion propuesta. Hállese la superficie del rectángulo (227 2.ª), y sea de 6428 estadales cuadrados. Hállese igualmente la superficie del triángulo BCL midiendo la base BL, y la altura CL. Si BL tiene 12 estadales de largo, y CL 17, la superficie del triángulo BCL será 6 mitad de 12 multiplicada por 17 igual á 102 estadales cuadrados. Del mismo modo se medirá el otro triángulo CDF; por lo que respecta á la porcion DGAE se puede dividir en un trapecio HGDE, y en un triángulo AHE por medio de la perpendicular HE. Por último si se halla que CDF valga

230 estadales cuadrados GHED 342, y HEA 95 sumando 102, 230, 342 y 95, y restando la suma 769 del 6428 la resta 5659 estadales cuadrados es la superficie del terreno ABCDE.

49 *Cuestion 6.ª Un sugeto tiene una posesion ABCDE de 18 fanegas, trata de vender tres fanegas de ella hácia la linde AB, y otras 5 hácia la linde DE, ¿qué partes de terreno ha de separar que contengan las porciones que desea?*

Para hacer esta cuestion mas general, supongamos que la parte que se ha de separar hácia AB sea rectangular, y la otra de hácia la linde DE triangular.

1.º Redúzcanse las 3 fanegas á estadales, y supongamos que en aquel pueblo cada fanega contiene 400, las tres fanegas darán 1200 estadales cuadrados. Mídase la linde AB con la precaucion insinuada (4 ª) y supongamos que tiene 110 estadales de largo, divídase 1200 por 110, el cuociente es 10 $\frac{100}{110}$, ó 10 $\frac{10}{11}$. Colóquese el cartabon en la línea AB, y levántese una perpendicular FG (236 1.ª), tómese sobre ella desde F yendo hácia G 10 estadales y $\frac{10}{11}$ de estadal, y por el punto G en que terminan los 10 $\frac{10}{11}$, tírese la HGI paralela á la AB (236 3.ª), y el rectángulo IBAH es el que se ha de separar, pues contiene las 3 fanegas como se puede comprobar midiéndole.

2.º Para separar las otras 5 fanegas redúzcanse á estadales, y se tendrá 2000 estadales cuadrados. Mídase la línea DE, y supongamos que tiene 125 estadales de largo. Divídase 2000 por 125, y el cuociente 16 se doblará, y tendremos 32. En el punto E levántese la perpendicular ML que venga á parar á la linde, y si no puede hacerse esto dispongase de modo que lo que sobre por un lado se compense con lo que falte por el otro. Desde el punto M hasta L tómense 32 estadales, y desde el punto L en que terminan, tírese la recta LD, que separará las 5 fanegas ó los 2000 estadales cuadrados en el triángulo DEL, como se puede comprobar midiéndole.

Cuestion 7.ª Se le manda á un agrimensor que añada 50
á una tierra dada ABCD cuatro fanegas de una tierra inmediata S.

Supongamos que son fanegas de marco real; redúzcanse las 4 fanegas á estadales multiplicando por 576 (234), y resultarán 2304 estadales cuadrados. Mídase la linde BC, y tenga 120 estadales. Divídanse 2304 por 120, y resultará el cuociente $19 \frac{24}{120}$. En un punto E, el que mas acomode, levántese la perpendicular EF sobre la que se tomarán $38 \frac{48}{120}$ estadales, duplo de $19 \frac{24}{120}$, que supongamos concluyen en F, tírense las BF y CF, y el triángulo BFC contiene las 4 fanegas ó los 2304 estadales que se quieren añadir.

Cuestion 8.ª Medir cualquier terreno que no tenga mas de cuatro lados.

Esta figura ha de ser por precision alguna de las citadas en la Geometría (208) y por consiguiente para su medida haremos lo que dejamos insinuado en las cuestiones (227), y como regularmente esta es la figura que tienen los solares de casas, los jardines, huertas, &c., y en estos parages aun la parte menor de terreno como una pulgada tiene un valor considerable, se usa medir sus superficies valiéndose en lugar de cuerda ó cadena, de varales de 2 ó 3 varas divididas en pies, pulgadas y cuartos de pulgada.

De la Division ó particion de las heredades.

237. Uno de los cargos mas árduos del agrimensor es la reparticion de terrenos, tanto por lo dificil que es la division por la irregularidad que comunmente tienen, como por la desigualdad de la naturaleza de las diferentes partes de una misma posesion, de donde resulta el descontento de los interesados, los pleitos, enemistades, &c.

Para evitar en parte esto deberá el agrimensor examinar la calidad del terreno, procurando hacer las particiones de modo que en cada una haya de bueno y de malo, y despues repartirlo con honradez, exactitud y desinteres por medio de las siguientes.

51 238. *Cuestion 1.ª Dividir una tierra triangular ABC en varias partes iguales, por egemplo en tres.*

Divídase la base en tres partes iguales en los puntos D y E, tírense las rectas CD, CE, y quedará dividido el triángulo en otros tres iguales entre sí.

52 Pero si se hubiese de dividir en dos partes iguales con una recta que pasase por un punto dado O, se dividirá la base AC en dos partes iguales en D, y se tirará la DO, y por el punto B la BF paralela á DO, y que corte á la AC en F, y tirando la FO quedará el triángulo dividido en las dos partes iguales ABOF, y FOC como se puede comprobar midiéndolas.

Cuestion 2.ª Dividir un cuadrilátero en cuantas partes iguales se quiera.

53 Si es un cuadrado, rectángulo, rombo, romboyde ó trapecio, se dividirán dos de los lados paralelos en el número de partes pedido, y tirando rectas desde cada punto de division de un lado al punto correspondiente en el otro, quedará dividida la figura como se pide.

54 Si fuese un trapezoyde ABCD el que se hubiese de dividir, por egemplo en dos partes iguales, señálese el punto O por donde se quiera pase la línea de division. Tírese la diagonal CA, y por el punto D la DE paralela á CA prolongando la base BA hasta E. Divídase la BE en dos partes iguales en F. Tírese la OF, y por el punto C la CG paralela á OF, y por el punto G, y el dado O la GO que dividirá el trapezoyde en las dos partes iguales que se piden.

55 Si se hubiese de partir en tres partes iguales señálense dos puntos E y F por donde se quiera dividir y tírese la diagonal BD, y por el punto C la CG paralela á BD, que encuentre á la base AB prolongada en G, divídase

la AG en 3 partes iguales en H é I: por el punto D tírese la DE y por H la HK paralela á DE; tírese la KE, y resultará el trapezoyde DKEA que es una de las partes. Tirando la DF, y por el punto I la IL paralela á DF, y la LF, ésta dividirá las otras dos partes que son EKLF y FLCB.

Estas prácticas son aplicables á la division de solares, huertos &c.; pero para los terrenos que regularmente están terminados por mas lados, usarémos de los siguientes métodos, que tambien pueden usarse en los dichos cuadriláteros.

Cuestion 3.ª Repartir la dehesa ABCF que contiene 30 fanegas de marco real de tierra en 5 partes iguales, tales que todas participen de la parte superior AB que es la mejor, y de la inferior CF que es la peor y pantanosa. 56

Divídanse 30 fanegas por 5, y resulta al cuociente 6 fanegas ó 3456 estadales cuadrados, que es lo que corresponde á cada parte. Tírese la línea BC en la linde, y en cualquier punto G levántese la perpendicular GH; mídase la BC, y supongamos tiene 312 estadales. Divídanse 3456 por 312 y se tendrá al cuociente 11 $\frac{24}{312}$ estadales. Tómense sobre la perpendicular GH 11 $\frac{24}{312}$ estadales que llegarán hasta K, por este punto tírese la IL, y quedará separada la porcion BCIL de 6 fanegas.

Mídase la línea IL, y supongamos que tiene 326 estadales dividiendo los 3456 por 326 el cuociente 10 $\frac{196}{326}$ (*) indicará lo largo que se ha de dar á la parte KM de la perpendicular, y tirando por el punto M la NP paralela á IL quedará separada la segunda porcion, y del mismo

(*) Estos quebrados se valuan en pies, pulgadas, &c. (107.), multiplicando 196 por 12 pies que tiene cada estadal, y el producto 2352 dividido por 326 da 7 pies y sobran 70, que reducidos á pulgadas son 840, y divididas por 326 dan al cuociente cerca de 2½ pulgadas: luego la línea KM debe tener 10 estadales, 7 pies y 2½ pulgadas de largo.

modo se hallarán las otras dos pues la última no hay que determinarla porque será lo que quede hácia la linde AHF, despues de hallada la cuarta porcion EORS.

Para comprobar si la division está bien hecha bastará medir la última porcion AHFEO, y si tiene las 6 fanegas se podrá estar satisfecho de la division practicada.

Aquí debe tener el agrimensor sumo cuidado con las entradas y salidas de la heredad para compensar unas con otras al tirar las rectas BL, CI; &c. Igualmente procurará empezar la operacion por la linde que halle mas recta.

57 *Cuestion 4.ª Se ha de repartir una heredad ABCDEF en 4 partes, tales que todas ellas estén contiguas á un objeto dado O, ya sea casa, fuente, pozo ú otro cualquier punto útil á todas las partes.*

Mídase en primer lugar toda la heredad, y supongamos que contiene 50 fanegas de á 400 estadales. Divídanse los 20000 estadales cuadrados por 4, y resultará que á cada parte le corresponde 5000 de ellos. Tírense desde el punto O dos rectas OC, OE que comprendan el espacio que parezca podrá contener poco mas ó menos los 5000 estadales. Mídase la superficie de esta porcion OCDE que es un trapezoyde, y por consiguiente se medirá del modo dicho (227. 4.ª) dividiéndola en dos triángulos, y supongamos que resulta de 4600 estadales, es decir, que tiene 400 estadales de menos, los que es necesario añadirle del modo siguiente. Mídase el lado OE, y tenga 80 estadales, divídanse los 400 por 80, y resulta al cuociente 5 estadales, que doblados dan 10, levántese á la OE una perpendicular MG que tenga 10 estadales, procurando venga á parar su extremo G á la linde; tírese la OG, y se tendrá la porcion COGED de 5000 estadales.

Desde el punto O tírese una recta OL que forme una porcion LFGO, que al ojo del agrimensor pueda tener 5000 estadales cuadrados. Mídase, y supongamos tiene 5640, es decir, 640 estadales demas, los que se le quitarán así. Mídase la LO y tenga 100 estadales, divídanse los 640 por 100 el cuociente es 6 $\frac{40}{100}$ cuyo duplo es 12 $\frac{80}{100}$. Levántese en la LO una perpendicular HI de 12 $\frac{80}{100}$ estadales, procurando llegue su estremo I á la linde, y tirando la IO se tendrá la otra porcion OIFG. La tercera porcion IOAB se hallará del mismo modo, añadiéndola como en el primer caso ó quitándola como en el segundo, los estadales que se hayan errado en el tanteo.

La 4.ª porcion BCO no hay necesidad de hallarla, pues es el residuo de las otras tres; pero se medirá su superficie, y si resultan 5000 estadales con corta difecia está bien hecha la particion.

Cuestion 5.ª Repartir el terreno ABCDE en tres par- 58
tes, tales que la una sea la mitad, la otra las dos quintas partes, y la tercera el residuo.

Hállese la superficie del terreno propuesto, y sea de 9000 estadales cuadrados; la mitad serán 4500, los $\frac{2}{5}$ serán 3600, y el residuo 900.

Desde un punto cualquiera E imagínese una recta EF que pase por donde parezca ser la mitad de la heredad, y mídase el espacio ABFE, supongamos tiene 4036 estadales cuadrados, cantidad menor que 4500 en 464, los que se añadirán por medio de un triángulo ó rectángulo, midiendo la línea EF que sea de 72 estadales, dividiendo 464 por 72, y el cuociente 6 $\frac{32}{72}$ es la longitud que se ha de dar á la perpendicular LG, y tirando por su estremo la HI paralela á la EF resultará la porcion HABI que es la mitad de la heredad.

Ahora se hallará el residuo 900 midiendo la linde IC, que supongamos tiene 48 estadales, dividiendo 900 por 48 se tendrá el cuociente 18 $\frac{36}{48}$ estadales, tómense éstos en una perpendicular RS desde el punto R, y tirando la MN paralela á IC por el punto S en que termina dicha distancia se tendrá la porcion MICN de 900 estadales, y la restante HDNM valdrá á los $\frac{2}{5}$ de la hacienda, si la particion está bien hecha

Cuestiones relativas á los plantíos de viñas.

239. *Cuestion* 1.ª *Se pregunta cuántas plantas de vid ó de olivo caben en un terreno que contiene* 13 *fanegas de marco real, mediando entre planta y planta* 3 *varas.*

Hállese el número de varas cuadradas que contiene una fanega de marco real que son 9216, y multiplíquense por 13 que tiene la tierra, el producto 119808 se dividirá por 9 cuadrado de la distancia 3 que ha de haber entre dos plantas, y el cuociente 13312 es el número de plantas que caben en la tierra propuesta.

Cuestion 2.ª *Uno quiere plantar una viña en* 5 *fanegas de tierra que tiene, computados el coste de cada planta con los jornales que tiene que pagar para su plantacion, le resulta de coste* $\frac{1}{2}$ *real por cada vid, cuanto le importará el plantío dejando entre cada dos plantas* $2\frac{1}{2}$ *varas.*

Supongamos que en este pueblo cada fanega es de 400 estadales de á 10 pies, ó $3\frac{1}{3}$ varas cada uno. Quádrese este número, y resultará $\frac{100}{9}$ habiendo reducido el $3\frac{1}{3}$ al quebrado $\frac{10}{3}$ Multiplíquense $\frac{100}{9}$ por 400 estadales, y se tendrá el número de varas cuadradas que contiene la fanega en dicho pueblo que serán $4444\frac{4}{9}$, y como son 5 las fanegas contendrán entre todas $22222\frac{2}{9}$ varas cuadradas, que divididas por $\frac{25}{4}$ cuadrado del $2\frac{1}{2}$, el cuociente 3555 es el número de cepas que puede plantar, despreciando el quebrado, y como cada cepa le tiene de coste $\frac{1}{2}$ real, las 3555 le costarán $1777\frac{1}{2}$ reales.

Cuestion 3.ª *En* 7 *fanegas y* 5 *celemines de marco real, cuántas cepas se podrán plantar estando* 6 *cuartas distante unas de otras.*

Valiendo cada fanega 9216 varas cuadradas las 7 valdrán 64512: como cada celemin vale 48 estadales cada uno de ellos de 16 varas cuadradas, tendrá cada celemin 768 de ellas, y como son 5 compondrán en todo 3840, que añadidas al 64512 resulta que las 7 fanegas y 5 celemines componen 68352 varas cuadradas, que divididas por las 6 cuartas ó $1\frac{1}{2}$ varas elevadas al cuadrado, es decir, por $\frac{9}{4}$ despues de reducido á quebrado el $1\frac{1}{2}$, el cuociente 30378 es el número de cepas que caben en las 7 fanegas y 5 celemines.

Cuestion 4.ª *En una viña hay 9028 cepas distantes unas de otras 7 cuartas, se pregunta, ¿cuántas fanegas de tierra de marco real contiene la viña?*

Multiplíquese el número de cepas 9028 por la distancia que tienen entre sí, que es $\frac{7}{4}$ de vara elevadas al cuadrado, es decir, por $\frac{49}{16}$, y resultará $\frac{49 \times 9028}{16} =$ 27648 varas cuadradas que tiene la posesion, las que reducidas á fanegas, dividiendo por 9216 varas cuadradas que tiene cada una, dan al cuociente 3, que es el número de fanegas que contiene el plantío.

Si del dividendo hubiesen sobrado algunas varas, se dividirán por 16 para tener los estadales cuadrados que habia ademas de las fanegas que aquí resultaron justas.

Varias cuestiones que tienen mucho uso en la Agrimensura.

240. *Cuestion 1.ª Un sugeto tiene en su jardin un estanque cuadrilátero cuyo fondo contiene 7048 pies cuadrados, quiere formar otro estanque circular de igual capacidad, ¿qué diámetro le ha de dar?*

Se sabe, y se halla segun la cuestion (227 7.ª), que á un círculo de 14 pies de diámetro le corresponden 154 pies superficiales. Cuadrando el 14 se tendrá 196: Despues se dirá 154 pies superficiales que tiene un círculo cuyo diámetro es 14 pies, es á 196 cuadrado de su diámetro 14, como 7084 pies superficiales que ha de tener el círculo que se pide, es á el cuadrado del diámetro que se busca, es decir, 154: 196 :: 7084 : $\frac{196 \times 7084}{154}$ = 9016, de cuya cantidad se estraerá la raiz cuadrada (152) que es 95 poco menos, y este es el número de pies que ha de tener el diámetro del estanque circular.

35 *Cuestion 2.ª Sobre una línea dada AB de 54 varas se quiere formar una cerca rectangular que comprenda 21600 varas cuadradas, ¿qué largo se ha de dar á la línea AD?*

Divídanse 21600 por los 54, y el cuociente 400 son las varas que se ha de dar de largo al lado AD.

Cuestion 3.ª Se quiere formar un solar cuadrado que contenga 640000 pies superficiales.

Estráigase la raiz cuadrada de 640000 que es 800, y este es el número de pies que se ha de dar de lado al solar.

Cuestion 4.ª ¿Cuántas losas de piedra de 2 $\frac{1}{2}$ pies en cuadro se necesitan para enlosar una pieza que tiene 360 pies superficiales?

Divídase 360 por el cuadrado de 2 $\frac{1}{2}$ ó de $\frac{5}{2}$ que es $\frac{25}{4}$ y el cuociente 57 $\frac{15}{25}$ es el número de baldosas que se necesita.

Cuestion 5.ª Una sala está embaldosada con losas de 1 $\frac{1}{4}$ pie en cuadro, y contiene 750 de ellas, ¿cuántos pies superficiales tiene la sala?

Cuádrese 1$\frac{1}{4}$ ó $\frac{5}{4}$, y el cuadrado $\frac{25}{16}$ multiplíquese por 750, y el producto 1171 $\frac{14}{16}$ es el número de pies cuadrados que tiene la sala.

CAPITULO III.

De los Apeos y Aforos.

241. 1º Hacer el apeo de una tierra es señalar sus lindes con mojones, cotos, &c.

2.º Toda tierra debe tener sus límites que la separen de las inmediatas. Estos límites son varios. Unos usan de mojones ó cotos compuestos de un monton de tierra ó de una piedra, que colocan en cada ángulo ó revuelta de la tierra: otros se contentan con formar un simple surco, de donde resulta que el vecino de mala fé allana el mojon de tierra, le muda de un parage á otro si es de piedra, por ser ésta pequeña, ó borra el surco que separa su propiedad de la agena, y se va introduciendo en ella; mayormente si el dueño de ésta no cuida sus intereses, está ausente &c., de modo que la tierra de éste va desapareciendo insensiblemente hasta no quedarle nada, y entonces suele reclamar su descuidada propiedad, metiéndose en gastos y pleitos que pudiera haber ahorrado valiéndose de mojones de gruesas piedras, ú de otro arbitrio que asegurase su posesion.

3.º Los mejores cotos son los que se hacen cavando en la tierra un oyo de 2 ó 3 pies de profundo, en cuyo fondo se echan dos ó tres espuertas de guijo y escorias de fragua, poniendo encima una gruesa piedra, enterrada casi toda en dicha profundidad, ó un mojon de fábrica que se recorrerá de tiempo en tiempo para ver si la intemperie ó malicia le han perjudicado.

4.º Tambien se lindan las tierras cavando un foso de 3 pies de ancho con otro tanto de profundo al rededor; ó dejando un espacio de media vara sin labrar al rededor de la tierra, en el cual va creciendo yerba y se va consolidando, y será mucho mejor si se eleva algun tanto sobre el piso de la tierra.

5.° En las escrituras se anotarán las fanegas que contiene la tierra, las distancias respectivas que hay de un mojon ó ángulo de ella á otro, medidas con la escrupulosidad posible: ademas la cabida de fanegas y celemines de las tierras contiguas, con espresion de su situacion al norte ó mediodia, oriente ó poniente, para poder deducir de dicha escritura la cantidad y situacion de la tierra, en caso de que el tiempo, la mala fe, ú otro accidente borren los límites de ella, y no estará por demas el que á la escritura acompañe el plano de dicha posesion, hecho por un agrimensor del modo que se dirá (247), lo que es sumamente ventajoso, pues en él se ve la figura de la heredad, y su situacion con respecto á los objetos inmutables como son rio, arroyo, casa, cerro &c., como tambien su distancia á estos objetos.

Mas á pesar de estas precauciones, uno de los puntos mas árduos de la Agrimensura, es determinar los límites de una tierra borrados por el tiempo ú otra causa; pues aunque parece que todo consiste en medir las tierras adyacentes, y agregar á la tierra que se va á determinar los escesos que tengan sobre lo que las señala la escritura, puede tener esto sus inconvenientes. 1.° Que estas tierras fuesen mal medidas al formar la escritura. 2.° Que aun cuando lo esten bien, pueden haberla robado por el lado opuesto alguna parte que compense á lo que se hayan entrado en los límites de la tierra de que se trata, y entonces saldrá la tierra con tantas fanegas (y acaso menos) como cuenta la escritura. 3.° Que ninguno de los dueños de las tierras vecinas quiere ceder de su parte, ni pasar por el usurpador, de donde nacen pleitos y contiendas.

Todo esto escitará la prudencia del agrimensor, quien podrá tal vez con su cordura atajar el daño, dejando á todos contentos. Pero prescindiendo de estos inconvenientes, pasemos á ver cómo podrá manejarse en la determinacion de una tierra, suponiendo que las adyacentes están bien medidas y amojonadas por los lados opuestos

242. *Cuestion 1.ª Determinar una tierra de 5 fanegas* 59
que se halla entre las otras tres M, N, P, tales que M contiene 9 fanegas, N 8 ½, y P 13 y 2 celemines.

Mídanse las tierras M, N, P, segun el estado en que se hallan, y supongamos que M contiene 9 fanegas y 7 celemines, N 10 fanegas, y P 13: resulta que la tierra M tiene 7 celemines de mas, N 1 fanega y media tambien de mas, y P 2 celemines de menos, con que quitando á la tierra M el pedazo *s* de 7 celemines, á la tierra N la parte *t* de 1 ½ fanega, y añadiendo á P la parte *o* de 2 celemines, se tendrá la tierra *s t o* que es la pedida, y que medida contendrá las 5 fanegas.

En estos casos siempre convendrá que acompañen al Agrimensor sugetos que hayan trabajado la tierra que se ha de apear, ó las inmediatas, y que puedan dar idea de la situacion de las lindes, á que agregadas las medidas del Agrimensor, podrá arreglarse el asunto amigablemente entre los interesados, evitando el gasto de autos, cada uno de los cuales costará mucho mas que algunos estadales de terreno que se pueden atravesar.

Todo lo que dejamos dicho acerca de apear, lindar y amojonar una posesion, debe entenderse tambien para el término de un pueblo.

De las tasaciones de Terrenos.

243. 1.º Aunque las tasaciones no corresponden directamente al agrimensor sino en cuanto á la estension del terreno de que se trata, convendrá darle algunas ideas acerca de las circunstancias que influyen en el valor de una heredad, para que debiendo ir atenido á la tasacion que haga un sugeto esperimentado en la calidad del terreno, si es huerta, por egemplo, de un hortelano, no va-

ya tan á ciegas que no conozca la mas ó menos exactitud del tasador.

2.° En las tasaciones hay que atender en primer lugar á la calidad de la tierra. Es buena tierra la que no es arenisca, sino pegajosa y blanda, esponjosa y retinente de la humedad. Tambien es buena la que mantiene yerbas crecidas, verdes y jugosas, siempre que éstas no sean junqueras, espartales y espadañas, que entonces es señal de ser tierra pantanosa y mala, como lo es tambien toda aquella cuyo fondo es piedra de yeso, ó que mana aguas salobres y cenagosas.

3.° En segundo lugar hay que atender á la proximidad ó distancia á que se halla la tierra de la vivienda del que la ha de cultivar, pues cuanto estan mas distantes se aprecian en menos, por no poderse celar, guardar, recorrer y trabajar tan facilmente y á tan poco coste.

4.° Igualmente se han de observar los beneficios que puede tener como son cercas, vivienda, basura, pozo, fuente, noria &c.: si tiene fuente ó agua de pie vale mucho mas que si tuviese noria ú otra máquina hidráulica, por evitar gasto de reparos y caballerías siempre que dicha agua de pie dure todo el año; pues si solo dura el invierno, vale muy poco, y si en tiempo de lluvias inunda y desestercola las tierras, es perjudicial y rebaja el valor de la posesion.

5.° Tambien influye en el valor de un terreno el que sea propio para el objeto que se lleva en su compra, por egemplo, si se comprase para huerta, y la posesion fuese húmeda, y diese indicios de dar agua á poca profundidad, esta circunstancia aumentaria su valor. Estos indicios son, si no hallándose en parage bajo donde se recojan las aguas llovedizas, cria en sí sin sembrarlos junco menudo, juncia, sauce silvestre, chopos, cañas, yedras y demas yerbas afectas á la humedad. Si tendiéndose vientre á tierra al salir el sol se ven salir de ella vapores y exalaciones, indica agua á poca profundidad; tambien se reconoce si cavando un hoyo de media vara ó mas profundidad, poniendo en su fondo un cuenco de metal untado de aceite boca abajo, y cubriendo la boca del hoyo con ramas ó tablas, se halla al otro dia lleno el cuenco de gotitas de agua como especie de rocío.

6.° Ademas influye en el valor de una tierra su si- 60
tuacion horizontal como AC, ó en cuesta como AB; pues aunque ésta tiene mas extension que la horizontal, con solo mirar la figura se advierte que no caben en AB mas plantas, vides ó un edificio mas extenso que en la AC: observacion que se debe tener muy presente tanto en la tasacion, como en la medida de cualquier terreno, mayormente si se destina para fabricar sobre él.

7.° Adviértase que en las tasaciones suele el tasador arreglarse á fanegas de puño en sembradura, método inexacto por no tener razon alguna esta fanega con la de medida superficial, pues segun la calidad de la tierra, y la destreza del sembrador, es la dicha fanega de puño en sembradura mayor ó menor; aunque algunos creen que esta es lo mismo que la fanega superficial, en lo que van muy equivocados.

De los Aforos.

244. 1.° *Aforar* es determinar qué cantidad de líquido contiene una cuba, tenaja &c. Para lo cual se necesita saber qué cantidad de líquido ó árido entra en un pie cúbico.

2.° Un pie cúbico de agua, vino &c,, contiene $46\frac{9}{14}$ cuartillos, el de aceite $2\frac{2}{3}$ arrobas, el de miel $4\frac{1}{5}$ arrobas, $2\frac{1}{2}$ pies cúbicos de cualquier árido componen una fanega.

245. *Cuestion 1.ª Medir la cantidad de líquido que contiene una tenaja, cuyo diámetro en la parte mas ancha del vientre es de 10 pies, y su altura 15 pies, rebajado el grueso del fondo ó suelo.*

Puede considerarse la tenaja como un esferoyde, pues su irregularidad no permite se compare con otro sólido, y en este caso se hallará su solidez del modo dicho (229. 10.ª). Del diámetro 10 se rebajará el grueso de la tenaja, que supongamos es de 2 pulgadas á cada lado, es decir, 4 pulgadas, y quedarán reducidos los 10 pies á $9\frac{2}{3}$. Se hallará la superficie de un círculo de $9\frac{2}{3}$ pies de diámetro (227. 7.ª), cuadrando el $9\frac{2}{3}$ ó el $\frac{29}{3}$, el cuadrado $\frac{841}{9}$ se multiplicará por 11, el producto $\frac{9251}{9}$ se dividirá por 14, y el cuociente $73\frac{53}{126}$ es la superficie pedida, la que se multiplicará por los $\frac{2}{3}$ de la altura 15 que son 10, y el producto $734\frac{26}{126}$ es próximamente el número de pies cúbicos que contiene la tenaja, digo próximamente, porque la irregularidad de esta vasija no permite hallar su justa cabidad. Para determinar el número de arrobas que contienen los $734\frac{26}{126}$ pies cúbicos, si es vino, aguardiente &c., se multiplicarán por $46\frac{9}{14}$ cuartillos que contiene cada pie cúbico, y dividiendo el producto por 32 cuartillos que tiene una arroba, el cuociente $1070\frac{1}{7}$ es el número de arrobas que contenia la tenaja. Si fuese aceite se multiplicarán los $734\frac{26}{126}$ por $2\frac{2}{3}$ arrobas.

Algunos consideran la tenaja como compuesta de dos conos truncados unidos por las bases, y hallan la solidez de estos (229 7.ª); pero este método es mucho menos exacto que el que se ha establecido.

En los aforos de vinos es costumbre rebajar la cuarta ó quinta parte de los pies cúbicos que contiene la tenaja por las heces y el espacio que se deja sin llenar, para que no se derrame al fermentar.

Cuestion 2.ª *Medir la cantidad de fluido que cabe en una cuba cuya longitud es* $12\frac{1}{4}$ *pies, el diámetro del vientre* $8\frac{1}{3}$, *y el de las bases* $5\frac{1}{3}$.

Rebájese el grueso del fondo, que con el hueco que queda á la parte inferior supongamos es $\frac{1}{4}$ de pie restarán 12 rebájese igualmente el grueso de las maderas laterales, y sea el diámetro mayor de $8\frac{1}{6}$, y el de las bases 5.

Súmense los dos diámetros $8\frac{1}{6}$ y 5, y tómese la mitad de la suma $13\frac{1}{6}$ que será $6\frac{7}{12}$, búsquese la superficie correspondiente á un círculo de $6\frac{7}{12}$ pies de diámetro (227. 7.ª), y será $34\frac{107}{2016}$ pies cuadrados, que multiplicados por 12 pies altura del tonel, se tendrá $408\frac{107}{168}$ pies cúbicos que contiene, los que se reducirán á arrobas como en el caso anterior.

Tambien se puede hallar la capacidad de una cuba del modo siguiente, que aunque mas largo es mucho mas exacto.

Hállense las superfieies de los dos círculos de $8\frac{1}{6}$, y 5 pies de diámetro que son la del 1.º $\frac{26411}{504}$, y la del 2.º $\frac{275}{14}$, multiplíquense entre sí estas superficies, y del producto $\frac{7263025}{7056}$ extráigase la raiz cuadrada (157.) que es $\frac{2695}{84}$. Súmese esta raiz con las dos superficies halladas $\frac{26411}{504}$, y $\frac{275}{14}$ y la suma $104\frac{65}{126}$ multiplicada por 4 tercio de 12 pies altura de la cuba, da el producto $416\frac{65}{126}$ que es el número de pies cúbicos que contiene, cuyo resultado difiere del anterior en cerca de 8 pies cúbicos.

Cuestion 3.ª Hallar la cantidad de líquido que contiene un tonel de figura cilíndrica cuya base tiene 7 pies de diámetro, y la altura 10 rebajados los gruesos.

Hállase la superficie de un círculo de 7 pies que son $38\frac{1}{2}$ pies cuadrados, y multiplicados estos por 10, el resultado 385 son los pies cúbicos de licor que contiene dicho tonel.

Cuestion 4.ª Determinar la cantidad de licor que contiene un vaso cónico, cuya base mayor tiene 7 pies de diámetro, el menor 4, y la altura 9.

Se hallará la cantidad de licor que contiene una cuba de estas dimensiones (245. 2.ª), y se tomará la mitad.

Cuestion 5.ª *Determinar las fanegas de trigo que contiene un monton circular, cuya altura es* 9 *pies, y el diámetro de la base* 14.

Hállese la superficie de un círculo de 14 pies (227. 7.ª) que es 154 pies cuadrados, que multiplicados por 3 tercera parte de 9 pies que contiene la altura, producen 462 que son los pies cúbicos que contiene el monton, los que divididos por 2 ½ que contiene la fanega, resultará el número de éstas que contiene que son 185. Se mide así porque un monton de trigo se puede considerar como un cono.

Cuestion 6.ª *¿Cuánto se ha de dar de largo á un estanque rectangular que tiene* 4 *pies de profundidad, y* 35 *de ancho, para que contenga* 1500 *pies cúbicos de agua?*

Multiplíquense 4 y 25, divídanse 1500 por el producto 100, y el cuociente 15 son los pies que se han de dar de largo al estanque.

Cuestion 7.ª *Se ha de construir un estanque que pueda contener* 125000 *pies cúbicos de agua, y cuyo largo, ancho y profundo sean iguales.*

Extráigase la raiz cúbica (161) de 125000, y el resultado 50 pies es la longitud que ha de tener cada dimension.

Cuestion 8.ª *Se quiere construir un estanque circular que tenga* 5 *pies de profundidad, y que pueda contener* 25600 *pies cúbicos de agua. ¿Qué diámetro se ha de dar al estanque?*

Divídanse 256000 por 5 pies que ha de tener de profundo, y resultará el cuociente 5120. Hállese á que diámetro corresponden 5120 pies superficiales (240. 1.ª), y será $154 : 196 :: 5120 : x = \frac{199 \times 5120}{154} = 6516 \frac{56}{154}$, y extrayendo la raiz cuadrada de este número resultarán $82 \frac{73}{100}$ próximamente, que es el diámetro pedido.

Algunas otras cuestiones curiosas.

246. *Cuestion 1.ª Medir un madero de dos pies de tabla, 1 ½ de ancho y 27 de largo.*

Multiplíquense entre sí estos números, y el producto 81 es el número de pies cúbicos que contiene la viga.

Cuestion 2.ª Hallar la solidez de una piedra cuyas dimensiones son el largo de 5 pies, el ancho de 4 y la altura ó grueso de 8 pies.

Multiplíquense entre sí 5, 4 y 8, y el producto 160 son los pies cúbicos que contiene la piedra.

Cuestion 3.ª Un sugeto desea construir una cerca en una huerta que tiene: le piden á ½ real por cada pie cúbico de fábrica, y desea saber cuanto le costará, en la inteligencia que la cerca ha de tener de largo 580 pies, de grueso 1 ½, y de alto 12 pies.

Multiplíquense 580, 1 ½, y 12, y el producto 10440 es el número de pies cúbicos que contiene la cerca, que multiplicados por ½ real que cuesta cada uno resultan 5220 reales coste de la cerca.

Cuestion 4.ª Un jornalero se conviene en abrir una zanja de 250 pies de largo, 3 de ancho, y 4 de profundo, por 620 rs., á como lleva por el pie cúbico de excavacion.

Hállese el número de pies cúbicos que tiene que excavar multiplicando 250, 3 y 4, y resultan 3000, redúzcanse los 620 reales á maravedises, y serán 21080 maravedises, que divididos por 3000 dan al cuociente 7 maravedises largos, y éste es el precio de cada pie cúbico.

Cuestion 5.ª Un sugeto se propone abrir en la linde de una tierra una zanja, tal que tenga de largo 900 pies, de profundidad 7, de ancho en la parte superior 6 pies, y en la inferior 4, le piden 2 reales por cada 100 pies cúbicos de excavacion, ¿á cuánto le ascenderá toda ella?

Súmense las anchuras 6, y 4, tómese la mitad de la suma que es 5, y multiplíquese por 7, y 900 resultarán los 31500 pies cúbicos que contiene la excavacion, despues se dirá, ¿si por 100 llevan 2 reales, por 31500 cuántos llevarán? y se tendrán 630 reales coste de la obra.

Cuestion 6.ª Se ha de desmontar y allanar para construir en él una casa, un solar de 9520 pies superficiales. Hay parages en que hay que desmontar 5 pies, en otros 9, 6, 7, 1, 2, y 10, por la mucha desigualdad del terreno, se ajusta á 2 reales cada 100 espuertas terreras que se saquen, ¿á cuánto ascenderá el desmonte?

Súmense las diferentes elevaciones del terreno 5, 9, 6, 7, 1, 2, 10, y cuanto mayor número de ellas se tome mas exacto saldrá el cálculo, y de la suma 40 tómese la mitad que es 20. Multiplicando este 20 por 9520 pies cuadrados del solar, el resultado 190400 son los pies cúbicos que hay que desmontar. Se sabe por esperiencia que cada pie cúbico de tierra regular da sobre 2 dos espuertas terreras, luego los 190,400 darán 380800, y despues diremos: ¿si por 100 espuertas se pagan 2 reales por 380800 espuertas, cuánto se pagará? y se tendrá el 4.º término 7616 reales coste que tendrá el desmonte.

Esta cuestion merece la atencion de los destajistas de desmontes, los que podrán por este método arreglar lo que deben exigir por esta clase de obras, para no comprometerse en perjuicio de sus intereses, como sucede á muchos por su falta de experiencia y reflexion.

CAPÍTULO IV.

Del modo de levantar y lavar un plano cualquiera, y de la nivelacion.

247. 1.° *Levantar el plano de un terreno* es formar en el papel una figura semejante á la que él tiene.

2.° Para que esta figura sea semejante al terreno, es necesario que los ángulos de éste sean iguales á los que se formen en el papel, y que los lados sean proporcionales, es decir, que si un lado tiene 60 estadales en el terreno, y otro 40, las dos líneas que representen estos lados en el plano, sean una á otra como 60 á 40, de modo que si la 1.ª tiene 6 dedos, la 2.ª tenga 4.

3.° Para que estos lados tengan la proporcion que se requiere se usa de la escala, que es una recta dividi- 61
da en un número arbitrario de partes iguales, cada una de las cuales representa una legua, fanega, estadal, vara, &c. del terreno; de modo que si medida una línea en él, se halla que tiene 28 estadales, se darán en el papel á la línea que la represente 28 partes de escala.

248. *Cuestion 1.ª Levantar el plano de un terreno* 62
AOBCDE, por medio del cartabon.

Colóquense en todos sus ángulos A, B, C, &c. estacas ó jalones bien á plomo, y mídase con la cadena ó cuerda una línea como AC, tal que desde ella se descubran los jalones puestos en los otros ángulos. Despues recorrerá el agrimensor todo al rededor la tierra, formando en un papel con un lapiz una figura que represente el terreno, en la que se tirará una recta semejante á AC, escribiendo sobre ella el numero de estadales que contenia la del terreno.

Levántese en la línea AC la perpendicular FE que pase por el punto E (236. 2.ª), mídanse las líneas AF y FE, y apúntese su longitud en las líneas que las representan en el borrador. Levántese despues la perpendicular HD que pase por el punto D, y mídanse las DH, FH y HC, escribiendo en las del borrador sus valores; pasando despues á la parte inferior se bajará la perpendicular GB, y midiendo las GC y GB se apuntarán en las del borrador sus medidas, por último se hará pasar otra perpendicular IO por O, y medidas las AI y OI se hará lo mismo.

Para poner en limpio este plano se tirará en un papel una recta *m n*, la que se dividirá en tantas partes iguales como estadales, varas ó pies contenia la AC del terreno, por egemplo, en 20 partes, si la AC contenia 20 estadales, y cada una de estas partes representará un estadal en el terreno. Esta línea *m n* será la escala. Despues se tirará una recta *a c* igual á *m n*, y tomando una parte *a f* de tantas partes de la escala *m n* como estadales contenia en el terreno la AF, se levantará en *f* una perpendicular *f e*, en la que se tomarán tantas partes de escala como exprese el borrador, y por el punto *e* en que se acaban estas partes, y el punto *a* se tirará la *a e*: tomando luego tantas partes de escala de *f* á *h* como diga el borrador, se levantará en *h* la perpendicular *h d*, cuya longitud se arreglará del mismo modo: tírense despues las *e d* y *d c*, y se tendrá el plano *a e d c* la mitad del terreno ó posesion. La mitad inferior se hallará con la misma facilidad. Si se exigiese que acompañe al plano una razon del número de varas, estadales, &c. superficiales que contenia el terreno, será sumamente fácil hacerlo midiendo las superficies de las figuras *a e f*, *f e d h*, *d h c*, &c. (226.) cuyos lados conocemos; pues en el borrador está el número de estadales que contenia cada una, y el que no esté será facil determinarle, tomando una abertura de compas igual á este lado, y poniéndola sobre la escala *m n* se verá el número de partes que comprende, y otros tantos estadales tiene dicho lado.

Este modo de levantar planos es solo aplicable á estensiones muy cortas, pero si el terreno fuese muy estenso se hará del modo siguiente.

Cuestion 2.ª Levantar el plano de un terreno por medio de la plancheta. 63

La plancheta es un instrumento compuesto de un armazon de tres pies A, en el que encaja por medio de una virola una tabla BC, muy lisa y de bastante grueso para que no pandee, de figura cuadrada ó rectangular, sobre la que se pone un papel blanco, ya sea pegándole, ya asegurándole con un marco ó bastidor que suele tener para este efecto. Para hacer uso de la plancheta se debe tener una regla D, con dos pínulas ó miras en los estremos para dirigir visuales.

Se ha de levantar el plano de un término MNPQRS. Tómese en él por base una de sus lindes MN, la mas llana y recta que se halle, y mídase con la cadena con la mayor exactitud posible. Póngase despues la plancheta en uno de los estremos M de la línea MN, lo mas horizontalmente que se pueda, y tírese una recta *m n* en el papel, cuyo estremo *m* se hará que caiga directamente sobre el punto M del terreno, y que toda su longitud *m n* siga la direccion de la MN. Hecho esto, con la regla D puesta sobre la plancheta se dirigirán por el punto *m* las visuales *mS*, *mR*, *mQ*, &c. á los puntos S, R, Q mas notables, ó que se quieran señalar en el plano, y con un lapiz se tirarán en el papel las rectas *m s*, *m r*, *m q*, &c. Trasládese despues la plancheta al punto N de la MN, colóquese horizontalmente y de modo que la *m n* coincida con la MN, y el punto *n* caiga directamente sobre N. Dirijanse por el punto *n* las visuales *n S*, *n R*, *n Q*, á los mismos puntos que antes, tírense en el papel las rectas *n s*, *n r*, *n q*, &c. que cortarán á las primeras *ms*, *mr*, *mq*, en los puntos *s*, *r*, *q*, *p*, y tirando las *ms*, *sr*, *rq*, &c. se tendrá la figura *m n p q r s* semejante al terreno propuesto, tanto mas cuanto se haya hecho la operacion con mas delicadeza. Resta ahora determinar el número de estadales que contienen los lados NP, PQ, &c. en el terreno, para lo cual se tirará una recta igual á *m n*, se dividirá en tantas partes iguales como estadales tenga la MN, y se tendrá la escala con la que será fácil determinar el valor de las líneas NP, PQ, &c.; pues tomando con un compas la distancia *n p*, y aplicándola á la escala, tantas partes como comprenda de ésta, otros tantos estadales tiene la NP del terreno: lo mismo se hallará el valor de las demas líneas. Y si se quisiese hallar la superficie que tiene el terreno MNPQRS se medirá la figura *m n p q r s* dividiéndola en triángulos (227. 5.ª), y aplicando á la escala las bases y alturas se tendrá sus valores en el terreno, y los productos darán los estadales superficiales que contiene éste.

Si alguna línea fuese mayor que la escala, se pasarán éstas dos, tres ó mas veces sobre dicha línea, y sumadas las partes de las dos ó tres, &c. escalas, la suma será el valor de la línea pedida.

La escala debe tener una estension proporcionada, para que los objetos que se han de determinar en el plano, no sobresalgan del papel en que se trabaja.

Varias son las opiniones acerca de si es mejor levantar el plano con cartabon ó con plancheta; yo creo que esta es preferible, porque manejada con exactitud da desde luego la figura semejante al terreno por desigual que éste sea; pero el cartabon no siendo en tierra llana ofrece mil obstaculos, y da á veces un plano que no tiene semejanza con el término.

64 *Cuestion 3.ª Trazado el perímetro ó contorno de un terreno en el plano, señalar en éste la direccion de los rios, caminos, caserios, &c.*

Supongámos se quiere determinar el curso de un río R. Tírese una recta AD que sea paralela á la madre del rio, y desde cada recodo de éste bajense las perpendiculares NM, PQ, ST, &c. las que se medirán exactamente, como tambien las AM, MQ, QS, &c. apuntando en el borrador sus respectivos valores en las líneas correspondientes. Hecho esto se tomarán las partes *a m*, *m q*, &c. y se levantarán las perpendiculares *n m*, *p q*, &c, dando á unas y otras tantas partes de escala como estadales tenian en el terreno, y los estremos *n*, *p*, *t* determinarán el curso del rio: lo mismo se haria con un canal, camino, &c.

Para señalar la situacion de un punto O, sea casa, fuente, mojon, &c. se levantará sobre la línea mas próxima AC una perpendicular HO, midiendo su longitud, como tambien la de AH, despues tomando la *h a*, en partes de la escala, y tirando la *h o* de tantas partes como estadales tenia la HO, se tendrá el punto *o*, donde se debe situar la casa, fuente, mojon, &c. Si el terreno comprendiese un caserío, poblacion ó casa se sacará su plano del modo siguiente.

Cuestion 4.ª Levantar el plano de un terreno ABCFDEGHI 65
en el que no se puede entrar, como es un cercado, laguna, pueblo, &c.

Hágase un borrador de este terreno como en las cuestiones anteriores. Prolónguense los lados HG y DE hasta que se encuentren en L, donde se pondrá un jalon. Hágase pasar otra visual por los puntos D y C que encuentre á la AB prolongada en M. Mídanse todos los lados HG, GE, ED, DF, de la figura propuesta, y tambien las imaginadas GL, LE, DC, CM, BM y HA, con la mayor exactitud, apuntando cada valor de por sí en el borrador sobre su correspondiente línea. Fórmese despues una escala *x y*, y tirada una línea *l d* de tantas partes de escala como estadales tenia LD, y tomando la parte *l e* con el mismo arreglo, se formará el triángulo *l e g* (225. 11.ª) prolongando su lado *l g* hasta *n* segun á lo que valia la GN; tomando despues la parte *h n* se formará el triángulo *h n a*, prolongando la *n a* hasta hacer la *m n* del correspondiente valor. Sobre la *h a* se formará el triángulo *h i a*, y tomando la *b m* arreglada á lo que valia BM se formará el triángulo *b m c*, sobre la *c d* el triángulo *c f d*, y quedará concluido el plano *a b c f d e g h i* semejante al propuesto.

249. Concluido el plano resta *orientarle*, es decir, señalar su situacion con respecto á los cuatro puntos de Norte, Mediodia, Oriente y Poniente. Esto se puede conseguir con una brújula, ú observando los puntos del terreno hácia los que sale y se pone el sol, se tendrán los de Oriente y Poniente, y aquel parage hácia el que se ve la estrella polar indicará el del Norte, y el opuesto el del Mediodia.

Del lavado de los Planos.

250. Notados de lapiz los puntos mas principales del terreno, y arregladas las respectivas distancias en el plano, puede aumentarse su semejanza dando á cada una de sus partes, como viñas, tierras, dehesas, rios &c., la figura que tienen en el terreno, y lavándolas con los correspondientes colores.

251. Estos colores son *la tinta de china*, *el carmin*, *el verde vegiga*, *la gutagamba*, *el añil*, *el extracto de regaliza y el color de agua.*

La tinta de china es una pasta negra que viene de aquel imperio, la cual se deslie frotándola contra el suelo de una tacilla con un poco de agua. Sirve para tirar los marcos y escalas de los planos, y todo lo que es obra de carpintería, como puentes, estacadas &c.: tambien sirve para sombrear las hondonadas y desigualdades del terreno, como tambien las partes de montes, cerros &c. que se hallan opuestas al sol, en cuyo caso debe de hacerse mas clara.

El carmin es un polvo rojo que se deslie en agua de goma, y sirve para tirar las líneas que terminan alguna fábrica, como casa, cerca, puente de piedra &c., y dándole despues el temple de color de rosa, se usa para lavar los techos de edificios &c.

El verde vegiga es una goma de este color que se deslie en agua comun, y sirve para lavar los cuadros de las huertas y jardines, las cepas de las viñas, &c.

La gutagamba es una goma de color amarillo que se deslie en agua comun, sirve para lavar todo lo que es obra proyectada que no ha llegado á verificarse aun.

El añil es de color azul, y se deslice en agua de goma; sirve para lavar todo lo que es de hierro, pizarra, vidrio &c., lo que se consigue haciéndole mas ó menos claro, segun el objeto á que se destine: por lo regular se le echa para este fin un poco de tinta de china.

El extracto de regaliza tiene color de madera, y se deslie en agua comun. Se usa para lavar todo lo que es maderage, y algunas veces para dar sombras en el color de tierra.

El color de agua sirve para lavar todo lo que es agua, como rios, arroyos, pantanos, mar &c.

252. Combinados estos colores producen los siguientes.

El color de arena resulta de la mezcla de la gutagamba, y de un poco de carmin: sirve para lavar los arenales, playas y costas, y las madres é islotes de los rios.

El de tierra se forma con color de arena, y un poco de tinta de china. Se usa para lavar fosos y zanjas secos, y tambien las tierras de labor, haciendo con él filetes ó listas que representen los surcos.

El verde oscuro se forma con el verde vegiga, y mas ó menos añil, segun se quiera de oscuro. Sirve para lavar las copas de árboles, y algunas tierras de labor de grano crecido, y los matorrales y junqueras de prados y pantanos, y para terminar los cuadros de jardines, huertas &c.

Las tintas que se destinan para líneas deben hacerse muy oscuras; pero las que se destinen á lavados serán lmenos cargadas, y mas ó menos claras segun el color de os objetos que hayan de representar.

Del papel, plumas, pinceles y tacillas para las tintas.

253. El papel que se destine para el plano debe ser blanco, bien batido, es decir, sin granillo, y se le dará una ó dos manos de agua de alumbre por sino está bien engomado.

254. Las plumas deben ser claras y no muy duras, si son para líneas finas se usarán de cuerbo; pero para las líneas gruesas y marcos son mejores las de cisne.

255. Los pinceles deben ser de pelo fino, que forme punta, pero sin enroscarse. Para dar tintas se usan pinceles pequeños, y para disolverlas ó desvanecerlas otros mayores.

256. Para desleïr las tintas se usan conchas de mar; pero mucho mas capaces y seguras son las tacillas de vidriado fino, hechas para este fin, y que por su hechura no son fáciles de verterse.

257. Para señalar las sombras de un plano se considerarán todas sus partes como de bulto, y se verá hacia donde harian la sombra en este caso, con arreglo á la parte de donde viene la luz al que hace el plano, y una vez hecho este supuesto se deben indicar las sombras hácia un mismo lado, pues no hay cosa mas impropia que ver en un mismo plano árboles que tienen su sombra á la derecha, y otros que la tienen á la izquierda.

258. Para desvanecer cualquier tinta se dará un filete de ella, y despues se pasará un pincel con una poca de agua, hasta que el color venga degradándose á confundirse con el blanco del papel. Estos desvanecidos deben hacerse antes que el filete de color se seque, pues en este caso no se puede degradar, y el pincel de agua debe contener poca de esta, si se quiere que el desvanecido salga igual.

259. Las plumas se cortarán finas ó gruesas, segun

para las líneas que se destinen; pero menos abiertas de puntos que para escribir, y que éstos sean muy iguales. Á las plumas gruesas se las hacen dos ó mas puntos.

La figura 66 representa el plano de un pueblo pequeño con su término, en el que van representados los objetos que mas abundan en los planos de esta naturaleza.

Explicacion de la figura 66.

a Pueblo.
b Iglesia.
c Cementerio.
d Jardin.
e Huertas.
f Rio.
g Puente de fábrica.
h Puente de madera.
i Vado.
j Laguna.
k Caminos.
l Barca de pasage.
m Tierras de labor.
n Viñas.
ñ Olivares.
o Arenales.
p Montañas.
q Calzada.
r Cantera.
s Prado.
t Hermita.
u Molino de viento.
v Alameda.
w Canal con sus compuertas.
x Prado con pantanos.
y Flecha cuya punta denota hacia que parage corre el rio.
z Bosque.

260. 1.° *Nivelar dos puntos* es ver cuál de ellos está mas elevado, sea con la mira de ver si podrá ir el agua de uno á otro, ó con otro objeto cualquiera.

67 2.° El instrumento mas comun para estas operaciones es el nivel llamado de agua, que es un cañon AB de laton ú hoja de lata, de tres pies de largo, con los recodos AC y BD, en los que se ajustan con betun dos tubos de cristal, bien transparentes é iguales en grueso y en diámetro, de modo que echando agua por el tubo D suba por el otro C. Como el agua tiende á equilibrarse, es claro que subirá tanto en el vaso C como en D, y la visual dirigida por la superficie del agua en estos dos vasos, es lo que se llama línea de nivel. El nivel va colocado sobre el armazon E para su uso.

68 261. *Cuestion 1.ª Nivelar en el terreno una línea AB menor de 800 pies.*

Colóquese el nivel en A, y llénese el cañon de agua ó mas bien de vino tinto, para que se perciba mejor en los tubos la altura á que llega. Hágase ir al peon al otro extremo B con una niveleta, que es un jalon derecho BS, por el que corre una tablilla cuya mitad inferior es negra, y la otra mitad blanca, la que se fija en el jalon cuando acomoda por medio de un tornillo. Clavado el jalon perpendicularmente en B, dirijase por la superficie del vino en los dos vasos una visual *x y*, haciendo que el peon baje ó suba la tablilla, hasta que el estremo *y* de la visual coincida exactamente con la línea que divide las dos partes negra y blanca de la tablilla, y mándese fijar ésta. Mídanse despues la *x A*, é *y B* con toda exactitud, y restando los pies, pulgadas &c., que tenga la una de los de la otra el residuo serán los pies, pulgadas, &c. que el punto B está mas elevado que el punto A.

69 *Cuestion 2.ª Nivelar una distancia AB de 1000 á 1500 pies.*

Como á la mitad C de la distancia AB colóquese el nivel, y hágase ir á dos peones con niveletas el uno á A, y el otro á B, y clavadas éstas dirijase la visual $x\ y$ á la niveleta B, haciendo subir ó bajar la tablilla como en el caso anterior. Dirijase despues la visual $z\ v$ á la niveleta A con las mismas precauciones; mídanse despues las alturas $u\ A$ é $y\ B$, réstese una de otra, y la diferencia es el número de pies, pulgadas &c. que el punto B está mas alto que A.

Si la distancia fuese de mas de 1500 ó 1600 pies, se repetirá la operacion dos, tres ó mas veces, escribiendo en una coluna el número de pies, pulgadas &c. que se sube, y en otra los que se bajan; y sumando cada coluna de por sí, y hallando la diferencia de las dos sumas, esta resta espresará el número de pies, pulgadas &c, que el punto mas elevado está mas alto que el otro. Esta operacion es sumamente delicada, y conviene repetirla varias veces, empezando algunas de ellas por donde se acabó en la anterior, y yendo hácia donde se empezó. Si los resultados concuerdan con la diferencia de alguna pulgada, se puede estar seguro de la operacion.

262. Se sabe que la tierra es esférica, por consi- 70
guiente la verdadera línea del nivel deberia ser un arco, como AB, paralelo al círculo máximo CDE de la tierra. Pero la línea de nivel que hemos hallado en las cuestiones anteriores, es una línea recta AF que separa del arco AB la porcion FB; luego para que la AF sea verdadera línea de nivel, es necesario rebajarla la parte FB, y esto es lo que se llama hacer la correccion del nivel. Las esperiencias que con este objeto se han hecho, han producido la formacion de la siguiente tabla, en que se manifiesta lo que se ha de rebajar del resultado que dé el nivel en las siguientes distancias.

En 500 vars. se rebaja $\frac{1}{2}$ lín.	En 4000 vars. se rebaja 3 pulgs.
En 1000. . . . 2 líneas.	En 6000. . . . . $6\frac{2}{3}$ pulgs.
En 1500. . . 5 líneas.	En 8000. . . . $11\frac{11}{15}$ pulgs.
En 2000. . . $8\frac{1}{5}$ líneas.	En 10000. 1 pie $6\frac{5}{12}$ pulgs.
En 2500. . . $1\frac{1}{6}$ pulgs.	En 12000. 2 pies $2\frac{2}{3}$ pulgs.
En 3000. . . $1\frac{2}{3}$ pulgs.	En 16000. 3 pies 11 pulgs.
En 3500. . $2\frac{4}{15}$ pulgs.	En 20000. 6 pies $1\frac{2}{3}$ pulgs.

69 De modo que si habiendo nivelado la distancia AB de 4000 varas, hallásemos que el punto B estaba 15 pies, 7 pulgadas y nueve líneas mas elevado que el punto A, rebajando las tres pulgadas que previene la tabla, diriamos que lo que realmente está el punto B mas alto que A eran 15 pies, 4 pulgadas y 9 líneas.

263. Concluiremos esta materia observando, que cuando la nivelacion se haga con el objeto de conducir aguas, debe hacerse con especial cuidado, cuidando de que el punto á donde el agua venga esté algunas pulgadas mas bajo que el del manantial, pues si estuviesen los dos á igual altura, tal vez no vendria el agua por faltar al encañado la suficiente vertiente para que corra. Y por el contrario, siempre que el punto á donde viene á parar el agua esté mas bajo que el manantial, llegará el agua á él aunque el encañado pase por cualquiera hondonada.

Cuestiones relativas á la medida de distancias inaccesibles.

71 264. *Cuestion 1ª Medir una distancia AB accesible en solo un punto A.*

Tírese en el terreno la recta AC, la que se medirá con toda exactitud, y colocando la plancheta en el punto A, se dirigirán las visuales *a B* y *a C*, y se tirarán las líneas *a b* y *a c*. Trasládese despues la plancheta al punto C, de modo que la AC coincida con la *a c*, y el punto C con *c*, y diríjase la visual *c B*, y tírese la *c b*. Divídase la línea *a c* en tantas partes iguales como estadales, varas, &c. tenia la AC en el terreno; véase cuantas de estas partes iguales contiene la *a b*, y otros tantos estadales, ó varas, &c. tiene la distancia AB. Esta operacion debe practicarse con la exactitud posible, por ser bastante delicada. Se puede usar para medir la anchura de un rio, la distancia que hay de un objeto á otro, &c.

Cuestion 2.ª Medir una distancia AB á la que no se puede llegar.

Tírese en un parage llano una línea CD, la que cuanto mas larga será mejor, y mídase con el mayor rigor, tírese despues en la plancheta una línea *c d*, y colóquese aquella en el punto *c*, de modo que la línea *c d* coincida en toda su longitud con la CD, y que el punto *c* caiga perpendicularmente sobre C: diríjanse las visuales *c A*, *c B* á los puntos A y B, tirando las *c a* y *c b*. Trasládese despues la plancheta al punto D, de modo que la *d c* y el punto *d* coincidan con la DC y el punto D del terreno; diríjanse las visuales *d A* y *d B*, tirando las rectas *d a* y *d b*, que cortarán á las *c a* y *c b* en los puntos *a* y *b* y tírese la *a b*. Divídase despues la *c d* en tantas partes iguales como estadales ó varas tenia la CD en el terreno; véase cuantas de estas partes iguales contiene la *a b*, y éste será el número de estadales ó varas que hay desde el punto A al punto B. En la práctica convendrá que tanto en esta cuestion como en la anterior se repita la operacion dos ó mas veces mudando de base, es decir, tomando la línea que se mide en el terreno de diferente longitud en cada operacion. Si los resultados concuerdan se puede estar satisfecho de la operacion.

73 *Cuestion* 3.ª *Medir la altura de un edificio cualquiera AB.*

Tómense dos piquetes bien derechos, pero de desigual altura. Clávese el mas largo MN en tierra bien perpendicularmente, á alguna distancia del edificio AB, y clávese igualmente el menor PQ bien á plomo, y á tal distancia que la visual dirigida por su estremo P y el M de MN, venga á parar al punto A. Imagínese la línea horizontal PD, mídanse las partes EP, EM, y NB, y sea EP de 5 pies, EM de 7, y BN de 30 pies, se formará la siguiente proporcion: 5 pies valor de EP, 7 pies valor de EM:: 30 pies longitud de BN: 42 pies altura del edificio, menos lo que tiene de alto el piquete PQ, que si son 5 pies diremos que el edificio AB tiene 47 pies de altura.

Tambien se puede medir esta altura por medio de la sombra, para lo cual se tomará un piquete PQ, y se fijará bien perpendicular en el suelo, mídase lo largo de su sombra QS, y lo de la sombra BS del edificio, y supongamos que el piquete PQ tiene 5 pies, su sombra QS 8, y la BS 48, diremos si 8 pies de sombra son producidos por 5 pies de altura: 48 pies de sombra de qué altura provendrán, es decir, 8 : 5 : : 48 : 30 pies altura del edificio.

73 *Cuestion* 4.ª *Medir la altura de un edificio AB á cuyo pie no se puede llegar.*

Mídase la distancia que hay del pie del edificio B á un punto cualquiera N del modo dicho (264 1.ª), y conocida la distancia BN se hará como en el caso anterior (264 3.ª), poniendo el piquete mayor NM en N bien perpendicularmente, y el otro menor PQ de modo que los puntos P, M, A esten en una misma línea, y despues se procederá en todo como en dicha cuestion (364. 3.ª).

Ordenanzas, preeminencias y exenciones, que las justicias de todas las ciudades, villas y lugares de estos reinos, deben mandar se les guarde á los Geometras Agrimensores que miden las heredades y términos en nombre de S. M., y su Supremo y Real Consejo de Castilla.

ORDENANZA PRIMERA.

Que atendiendo á lo referido, debe ser el agrimensor lo primero, muy especulativo y práctico, para que las medidas que egecutáre de cualquier figura sean exactamente hechas como manda el arte; estable y fiel en la medida del marco, sin aumentarle, ni disminuirle una vez elegido el largo que ha tener segun costumbre de la tierra, como en todo lo demas que fuere de su obligacion.

I I.

Que cualquier agrimensor tenga facultad de nombrar un escribano para que éste haga las citaciones á las personas que tienen las tierras linderos á las heredades que fuere á medir, por si se quieren hallar presentes á la dicha medida, y no tengan disculpa si en algun tiempo les sobreviniere algun perjuicio, alegando no supieron, ni conocieron al geómetra que hizo la medida si era de ciencia y conciencia, ú otros motivos que la malicia de algunos suele alegar.

I I I.

Que el agrimensor siendo nombrado para que mida los términos de las jurisdicciones de las ciudades, villas ó lugares, montes ó dehesas, pueda pedirle muestren los despachos necesarios para que lo egecute, y no habiéndolos, tiene obligacion á dar cuenta al Consejo Real de Castilla para que remita despacho mandando lo egecute.

IV.

Que la declaracion que el geómentra diere de las hanegas que hubiere medido en cualesquier heredades, ha de ir firmada de su mano solamente, y no es necesario que la autorice escribano alguno para que haga fe en cualquier tribunal, sino en caso de pedirlo las partes que la autorice, lo que ha de ser á costa de los dueños que lo piden.

V.

Tiene obligacion el geómetra medidor á tener título para egercer el dicho empleo, y á este fin ha de acudir al Consejo Real de Castilla, dando peticion para que se le apruebe por el maestro de matemáticas de los caballeros pages de S. M., ó maestro mayor de las obras reales, ó alguno de los ingenieros militares del Rey, para que hallándole idoneo le den su aprobacion; y en vista de ella le mande el Consejo despachar título en forma, para que pueda egercer en cualquier parte el arte de geometría con las preeminencias y exenciones que les están concedidas á los profesores de artes liberales, y el tal título que tuviere sea privativo á los demas títulos de otras partes, aunque sean despachados por las ciudades capitales que tienen voto en Córtes.

VI.

Que los jueces de cualesquier ciudades, villas ó lugares de estos reinos, puedan obligar á los vecinos á que midan sus tierras y heredades antes que ningun escribano otorgue carta de venta de ninguna de ellas; faltando este requisito, sin embargo de que no esté puesto en costumbre en aquella parte, como asimismo que no consientan que hagan ajustes los vecinos con los segadores, á trozos ó por pedazos, por ser en grave perjuicio á los segadores, y en beneficio grande á los labradores; pues como estos saben las hanegas que tienen de tierra por las que han sembrado poco mas ó menos, conocen á cierta ciencia las que han de segar, y van seguros sobre el ajuste, y los pobres trabajadores van inciertos.

VII.

Que todos los gobernadores, corregidores ú otros jueces, tengan obligacion antes que cumplan su tiempo, de medir los términos de la jurisdiccion que ha sido de su cargo.

VIII.

Que los dichos jueces sea de su obligacion hacer medir las tierras que fueren propias de las ciudades y villas, y no consientan se den á ojo por ser en grande perjuicio de la villa, y en utilidad conocida á los regidores, y otras personas que mandan y tienen manejo en el gobierno.

IX.

Que los jueces, en vista de la declaracion del geómetra, sin mas averiguacion, han de mandar pagar lo que se les debiese de su trabajo á los jornaleros ó segadores por razon de las hanegas de tierra que hubiesen segado; y si el labrador pidiese, se vuelva á medir con otro agrimensor acompañado, por parecerle que la medida que ha egecutado no es justa, haga primero el juez se les pague á los segadores en lo que fuere alcanzado por no ser razon detenerlos, y sea motivo para que los trabajadores gasten lo que han ganado con la detencion que les hacen; y si vuelta hacer la dicha medida segunda vez con el geómetra acompañado, se halla que la declaracion dada de la medida antecedente está bien hecha, y conviene con la del acompañado media hanega de tierra mas ó menos, ha de hacer el juez que el dueño de las tierras pague al geómetra solo por la detencion á razon de treinta y cuatro mrs. por cada hanega de las que hubiese medido; y si las medidas no conviniesen, y no hubiese tantas como se les pagó á los segadores, en tal caso se le ha de condenar al medidor primero á que pague lo que importa el tres tanto del importe de las hanegas que salieron demas, como tambien ha de perder lo que ha llevado por medirlas, y que ademas de esto quede reprobado, y no pueda volver á egecutar ninguna medida en aquella jurisdiccion; y si sacase menos hanegas, de modo que los segadores fuesen damnificados, está obligado el medidor á pagarlos el importe de las hanegas que sacó de menos, como asimismo el interés que hubiese llevado por razon de la medida, para que sepan que no se han de poner á medidores los que no lo entienden y tienen práctica en ello, por ser un arte á quien le fian su acierto las partes interesadas.

X.

Que por cuanto en muchas partes se acostumbra pagar las hanegas medidas por mitad, ó por dias entre los dueños y los segadores, por cuya razon, y para su claridad se han de medir siempre las que fueren, y solo se podrá escusar en caso que antecedentemente estén medidas por agrimensor aprobado por el Real Consejo; y si los segadores quisieren, aunque preceda este requisito que se mida, ha de ser de cuenta de ellos pagar al geómetra su trabajo, y medida á lo que ajustaren, y el juez les pueda obligar á ello.

XI.

Que todas las cabezas de partido tengan obligacion á tener un agrimensor con título despachado por el Consejo en la forma arriba dicha, para que pueda él, y no otro estraño, aunque tenga título, medir en la dicha jurisdiccion cuanto se ofreciere, asi de los propios del Concejo como de sus vecinos, y pagándole por cada hanega de las que midiese á un real de vellon, luego que dé cuenta de la declaracion firmada de su mano solamente.

XII.

Que todas las justicias de las ciudades, villas y lugares de estos reinos y señoríos de España, no consientan que á los geómetras que tuvieren título despachado por el Real Consejo en la forma referida en la ordenanza V. se les reparta adeala ninguna de pecho, repartimiento de alcabala, ni quintas de soldado, alojamientos ni otro tributo alguno de los que suelen repartir á los vecinos de las referidas poblaciones, sino que se les haga observar y guardar las preeminencias y exenciones que les están concedidas de tiempo inmemorial á esta parte por los Señores Emperadores Romanos, y Reyes Católicos de España, como profesores de un arte tan noble y liberal como lo es la Geometría, una de las partes principales de las matemáticas.

FIN.

aunque [illegible] esta comision que se señala, los de-
de [illegible] de ellos pague el geometra su trabajo, y medida a lo que ajustaren, y el juez les pueda obligar á ello.

XI.

Que todas las cabezas de partido tengan obligacion de tener un agrimensor con titulo despachado por el Consejo en la forma arriba dicha, para que pueda él, y no otro extraño, aunque tenga título, medir en la [illegible] jurisdiccion [illegible], así de los propios del Concejo como de los vecinos, y pagándole por cada [illegible] de las que midiere á un real de vellon, luego que dé cuenta de la declaracion firmada de su mano solamente.

XII.

Que todas las justicias de las ciudades, villas y lugares de estos reinos y señoríos de España, no consientan que á los geometras que tuvieren título despachado por el Real Consejo en la forma referida en la ordenanza I. se les reparta alcabala alguna de [illegible], repartimiento de alcabala, ni quintas de soldado, alojamientos ni otro tributo alguno de los que suelen repartirse á los vecinos de las referidas poblaciones; sino que se les haga observar y guardar las preeminencias y exenciones que les están concedidas de tiempo inmemorial a esta parte por los Señores Emperadores Romanos, y Reyes Católicos de España, como profesores de un arte tan noble y liberal como lo es la Geometría, una de las partes principales de las Matemáticas.

FIN.

Lam. 1ª

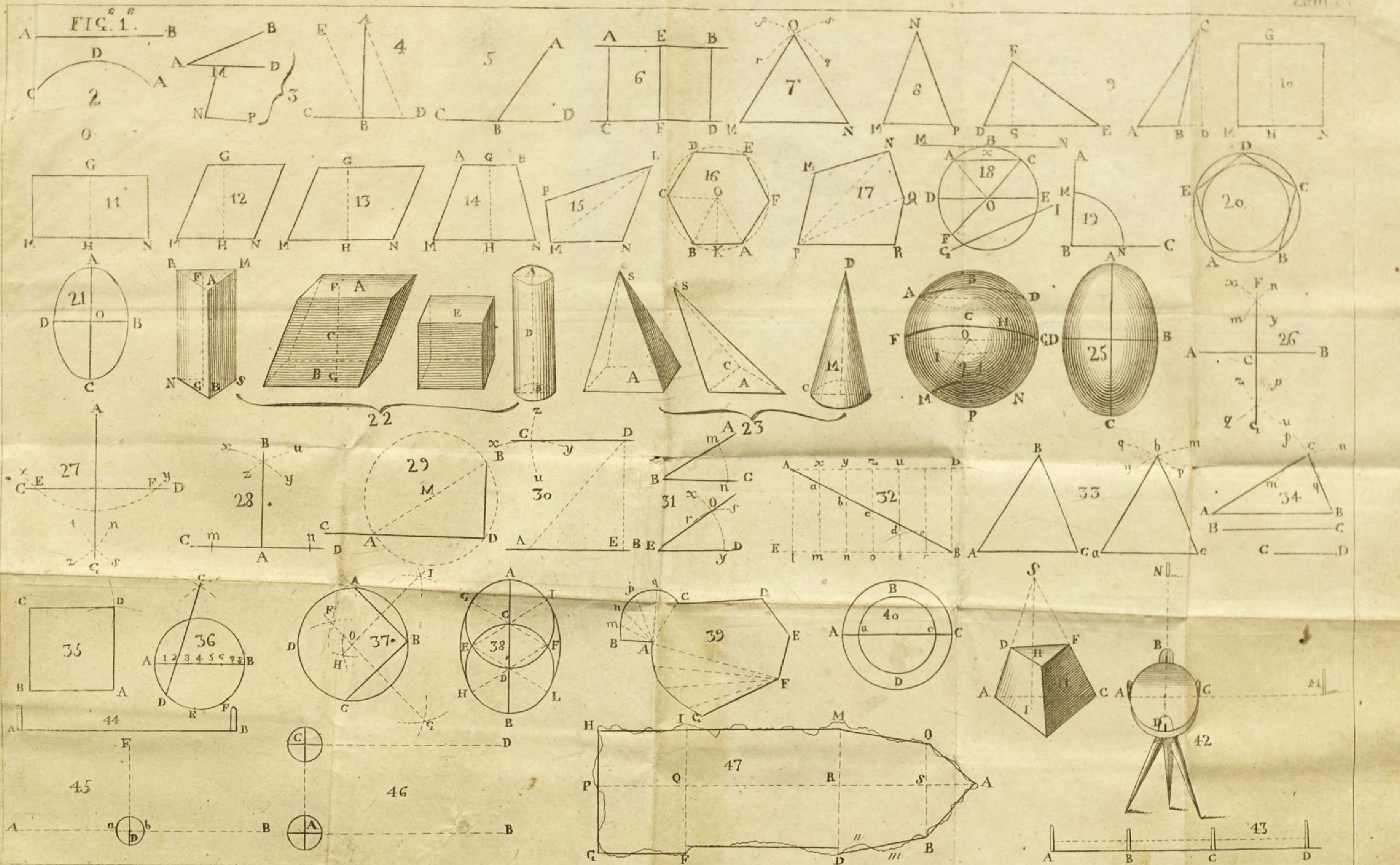
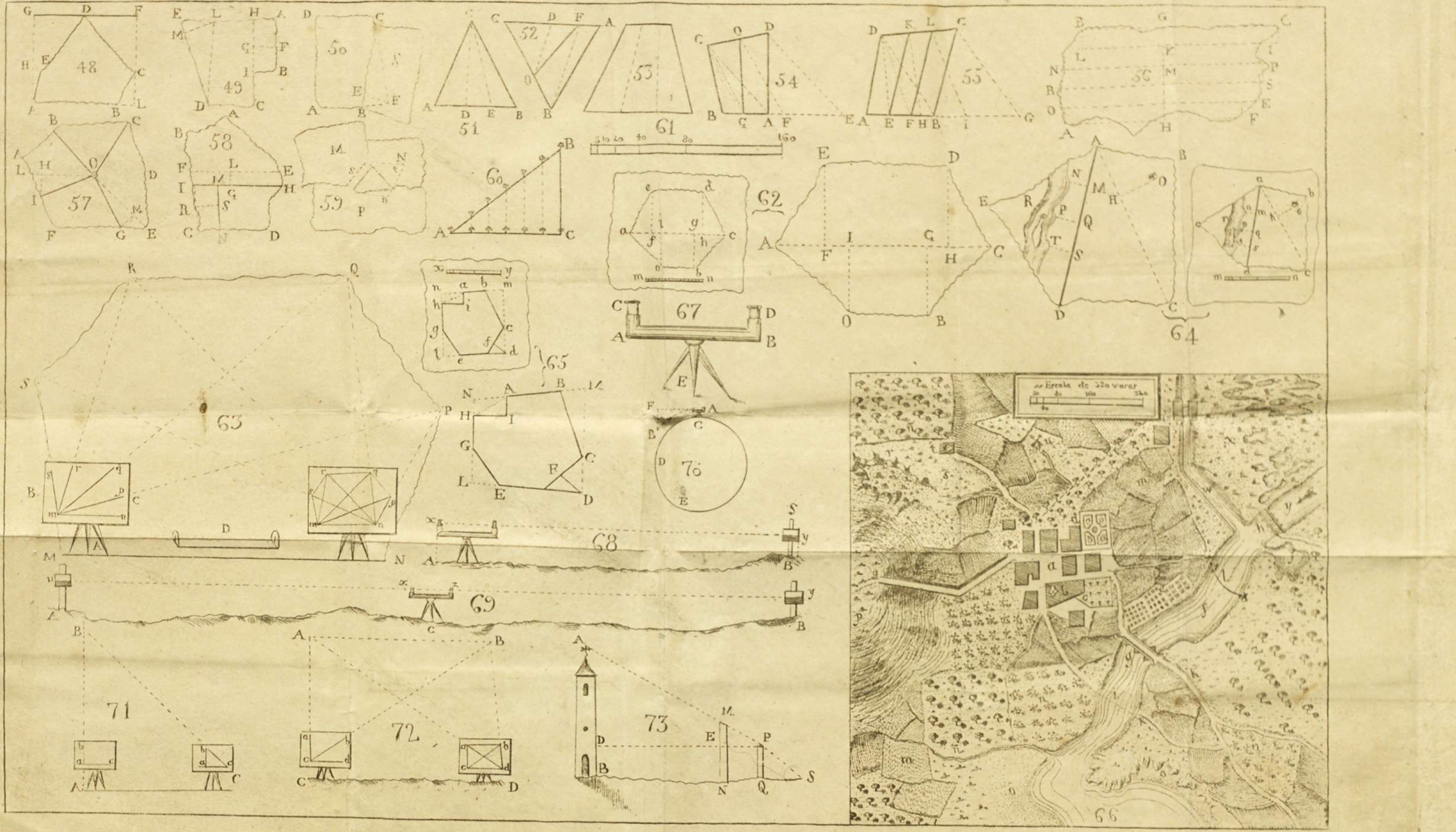


FIG. 1.
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
42
43
44
45
46
47

Lam. II.



48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
Escala de 320 varas