Compel 1

De Speculo ustorio,

IGNEM AD PROPOSITAM DIstantiam generante, Liber unicus.

Ex quo duarum linearum semper appropinquãtium, & nunquam concurrẽtium colligitur demonstratio.

ORONTIO FINÆO DELPHInate, Regio mathematico authore.

LVTETIÆ,
Ex officina Michaelis Vascosani, uia Iacobæa, ad insigne Fontis.
M. D. LI.
CVM PRIVILEGIO.

AD CLARISSIMVM SIMVL ET eruditum uirũ, Do. Ioannem Maſſonium, torquatũ equitem, Sereniſsimi Angliæ ac Hyberniæ Regis à ſecretis ſanctioribus, eiuſq; oratorem apud Henricum Gallorum Regem chriſtianiſsimum: Orontij Finæi Delphinatis, in ſequẽtem librum de uſtorio ſpeculo, præfatio.

SI qua geometricarum figurarum uis ſiue poteſtas, ornatiſſime uir, atque rectilineorum angulorum proprietas, ex rebus ipſis naturalibus deprehẽdatur: hoc maxime in ſpeculorum uſtoriorum clareſcere uidetur artificio. De quibus uarij non infimæ authoritatis ac eruditionis mathematici, diuerſos olim conſcripſere tractatus: quos omnes Vitellio, tũ ſubtilitate, tum multitudine propoſitionum, longè uidetur ſuperaſſe: ut illius teſtatur Perſpectiua, decem libris abſoluta: in qua nullum ſpeculi genus prætermiſit, eorum potiſſimũ, quæ radiis ſolaribus expoſita, ad communem eorundem radiorum concurſum, ignem accendere poſſunt. Inter omnia porrò ſpecula, quæ uſtoria nuncupantur: ea longè fortiorem atq; celeriorem uidẽtur efficere combuſtionẽ, quæ ſic excauata ſunt, ut in eorum ſuperficiem incidentes radij ſolares, ad unum certum & commune punctum refrangantur. In huiuſcemodi nanque ſpeculis, ob uniuerſalem eorundem radiorum collectionem, &

unitam proinde uirtutem(quę fortior est dispersa) ignem celeriter & intensè generari, ipso sensu fit manifestum. Hoc autem ei soli uidetur accidere speculo, quod in formã sectionis recti atq; rectanguli coni, quæ parabola dicitur, fuerit excauatum. Ex ipsius itaque Vitellionis postremarum propositionum libri noni demonstrationibus, & Apollonij Pergæi conicis elementis, unà cũ elemẽtis geometricis ipsius Euclidis, ab hinc annis duodecim, subtile recollegimus & demonstrauimus artificium, unico libro comprehẽsum: quo in primis ipsius recti atque rectanguli coni sectio describitur parabola: dein præfatum ustorium construitur speculum, in formam eiusdem parabolæ sectionis fabricatum. Hoc enim solaribus radiis directè suppositum, ignem ad datum interuallum, super inflammabili materia poterit accẽdere: nempe ad tantam longitudinis distantiam, quantus fuerit semidiameter oblati cuiuscuis circuli, dũmodo aliquantula eiusdem circuli sectio, super quopiã oblato plano describi uel facilè possit. Quanquam enim præfatus Vitellio, multa de supradicta sectione parabola, quæ ex recto atque rectangulo cono desumitur, suo more demonstrauerit, nulla tamen arte uidetur edocuisse, qualiter inflexa seu curua eiusdem sectionis parabolæ linea (à qua totum constat pendêre negotium) fuerit describenda. Ait enim propositione quadragesimaquarta præallegati libri noni,

ni, lineam quam dicimus periphæriam ſectio-
nis(parabolæ uelim intelligas)inueniat induſtria
operantis,&c. Ex aliis porrò qui de ea re tracta-
runt,unicum uidimus incerti nominis authorē,
ex Arabica lingua in Latinā adeò perplexè ac in-
uolutè conuerſum (quemadmodum ſæpius in
uertendis libris peccare ſolent, qui linguas tan-
tūmodo callere,artes uero de quibus agitur,pror
ſus ignorare uidentur,)ut uix ſenſum aliquem ex
ipſa potuerimus elicere litera: aut unicam con-
ſpicere figuram,quæ eidem literæ reſponderet.
Decreueramus nihilominus ipſum librum no-
ſtrum in meliora ſupprimere tempora:ni probo-
rum quorūdam ac ſtudioſorum uirorum autho-
ritas,in publicum tandem prodire iuſſiſſet. Quā-
tùm autem cæteros omnes hac in parte uiceri-
mus, unicuique recto ac cādido lectori ſubmit-
timus diiudicandum. Hunc porro quantulun-
cunque laborem noſtrum,tibi generoſo ac mo-
dis omnibus erudito uiro, noſtri nominis dudū
obſeruantiſſimo,dicandum eſſe cenſuimus: tum
in primis,ut pignus aliquod noſtræ erga te uolū-
tatis & obedientiæ poſteris relinquamus:tum e-
tiam,ut patronum habeamus in Anglia,qui liui-
dorum calumnias reprimere dignetur & poſſit.
Fieri enim non poterit,ut quæ tu ipſe iuſtè pro-
baueris,ab aliis ſtudioſis non facilè recipiātur. Va
le,ex muſęolo noſtro,Lutetiæ Pariſiorum menſe
Octobri. M. D. L. I.

Antonij Mizaldi Monslluciani in Orontianum Speculum carmen ad Lectorem.

Lector amice, uides quàm prosit Orontius Orbi,
Quámque iuuet doctos, uoce, labore, manu.
Hîc speculum fabricat, mira quod repperit olim
Arte Syracusius nobilis ille senex.
Quo Regis uires elusit: & igne triremes
Illinc concepto perdidit innumeras.
Ast usum docuit tantùm: dat Orontius artem
Veram: nec solam, nam dat utrunque tibi.
Arte mathematica fabricam hîc demonstrat, & usum
Vrentis speculi, denique materiam.
Res sanè mira & non uisa, absque ignibus ignes
Excitat: & nullo fomite cuncta cremat.
Ignes è speculo longè iaculatur: & unum
Phœbo Vulcanum sedulò conciliat.
Quæque procul posita in flammas conuertit: & igne
Nusquam prospecto, quod cupit, hoc abolet.
In terram è cælo flammam transferre Prometheûs
Est ausus, quondam cælica regna petens.
Hôc maiora potest insignis Orontius, ima
Ex terra flammas cælitus, ecce, trahit.
Quod nemo faciet, nisi sit de gente Deorum:
Talem Finæum dicere iure potes.
Ingenium mirare nouum, mirare laborem
Summum, præclaris Gallia nota uiris.
Felix hoc partu nimium es, nimiúmq; superba:
Nanque tuum nomen iam super astra tulit.

Finis.

Orontij Finæi Delphi

NATIS, REGII MATHEMATICArum Lutetiæ professoris, De Speculo ustorio ignem ad propositã distantiam generante, Liber unicus.

VT ad susceptã Speculi parabolici (sic enim iure possumus appellare) descriptionem, præter ipsius Euclidis elementa geometrica, quę ueluti certa atq; nota supponimus: nonnulla ex conicis elementis Apollonij Pergęi, quæ potissimum ad nostrum facere uidentur institutũ, priùs diffinire, ac exponere duximus operę pretium. Deinde ipsum Speculum parabolicum in primis mathematicè, postea manuali construere ac polire docebimus artificio: unde congruam omnium speculorum tum materiam, tum poliẽdi rationem, quilibet sagax & & industrius artifex colligere uel facile poterit. Ab ipsius itaque recti ac rectanguli coni, eiusdémque parabolæ sectionis diffinitione (cæteris conorũ atque sectionum differentiis, ueluti parum suscepto negocio conducentibus prætermissis) nostrum feliciter auspicemur exordium.

Recti atque rectanguli coni, eiúsque sectionis quæ parabola dicitur, Diffinitiones XII.

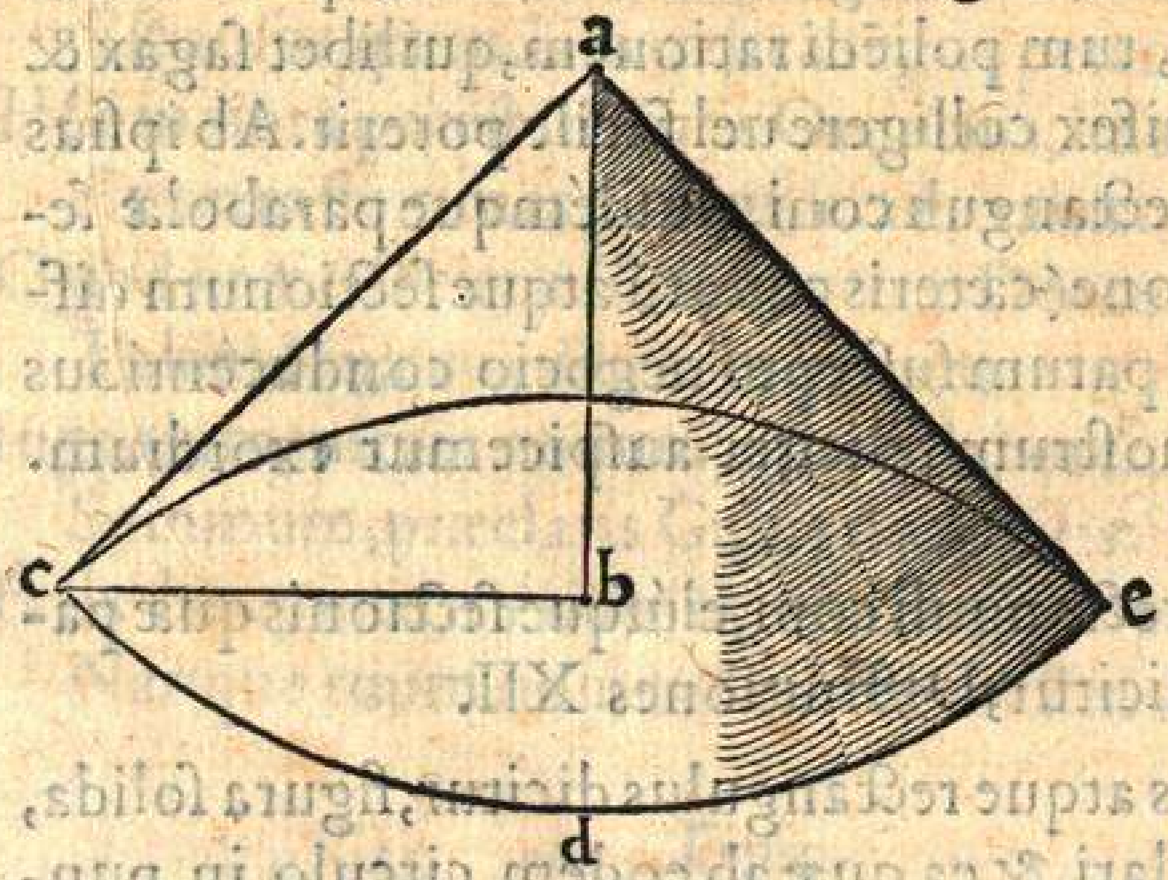
1 Conus rectus atque rectangulus dicitur, figura solida, sub plano circulari, & ea quæ ab eodem circulo in punctum unum coarctatur superficie, comprehensa: à rectãgulo & isoscele triangulo (uno eorum, quæ circa rectum sunt angulum, latere manente fixo) integrè reuoluto descripta, non differens à rotunda pyramide.

2 Axis igitur ipsius recti atq; rectanguli coni est, ipsum trianguli latus fixum, circa quod idem reuoluitur triangulum rectangulum.

3 Basis uerò eiusdem coni est, circulus à reliquo latere eorum quę circa rectum sunt angulum, circũuoluto descriptus: in cuius centrum præfatus coincidit axis.

4 Conica porrò superficies, estquæ ab ipso latere rectãangulum subtendente completè reuoluto causatur, in supremum axis desinens apicem: qui uertex eiusdem coni dicitur.

5 Omnis autem linea recta, quæ à uertice coni in basis deducitur circunferentiam: latus siue longitudo eiusdẽ coni nominatur. Hoc itaque modo descriptus conus, rectus in primis dicitur, quoniam illius axis ad rectos super basin cõsistit angulos: & rectangulus ideò uocitatur, quoniam duo illius latera ex opposito constituta, rectum continent angulum: quæ cùm sint inuicem æqualia, fit ut idẽ conus isosceles haud dissimiliter appelletur. Quẽadmodum obiecta coni figura *acde* utcunque demonstrat, à rectangulo & isoscele triangulo *abc* circa latus *ab*



completè reuoluto descripta: Cuius uextex est punctum *a*, axis autem *ab* linea recta, basis uerò *cde*, circulus, cuius centrum *b*, latus denique siue longitudo eiusdem coni, *ac*, uel *ae*, linea recta.

6 Sectio autem ipsius recti atque rectanguli coni, quæ parabola dicitur, & quæ ad nostrũ maximè uidetur spectare negotium, est plana superficies, inflexa quadam linea

nea per coni educta superficiem, & dimetiente basis ipsius coni terminata: quæ isoscelis atq; rectanguli trianguli plano, quod per uerticem & axem eiusdem coni trãsire diffinitur, & sub binis lateribus & dimetiente basis cõtinetur, & conũ bifariã dirimit, ad rectos cõsistit angulos.

7 Sagitta porrò, siue dimetiens ipsius sectionis parabolę est, linea recta quæ eorundẽ planorum cõmunis est differentia, & alterum eiusdem trianguli latus secat, alteri uerò fit parallela.

8 Vertex autem eiusdem sectionis parabolæ est, ipsius sagittæ siue dimetientis punctum supremum.

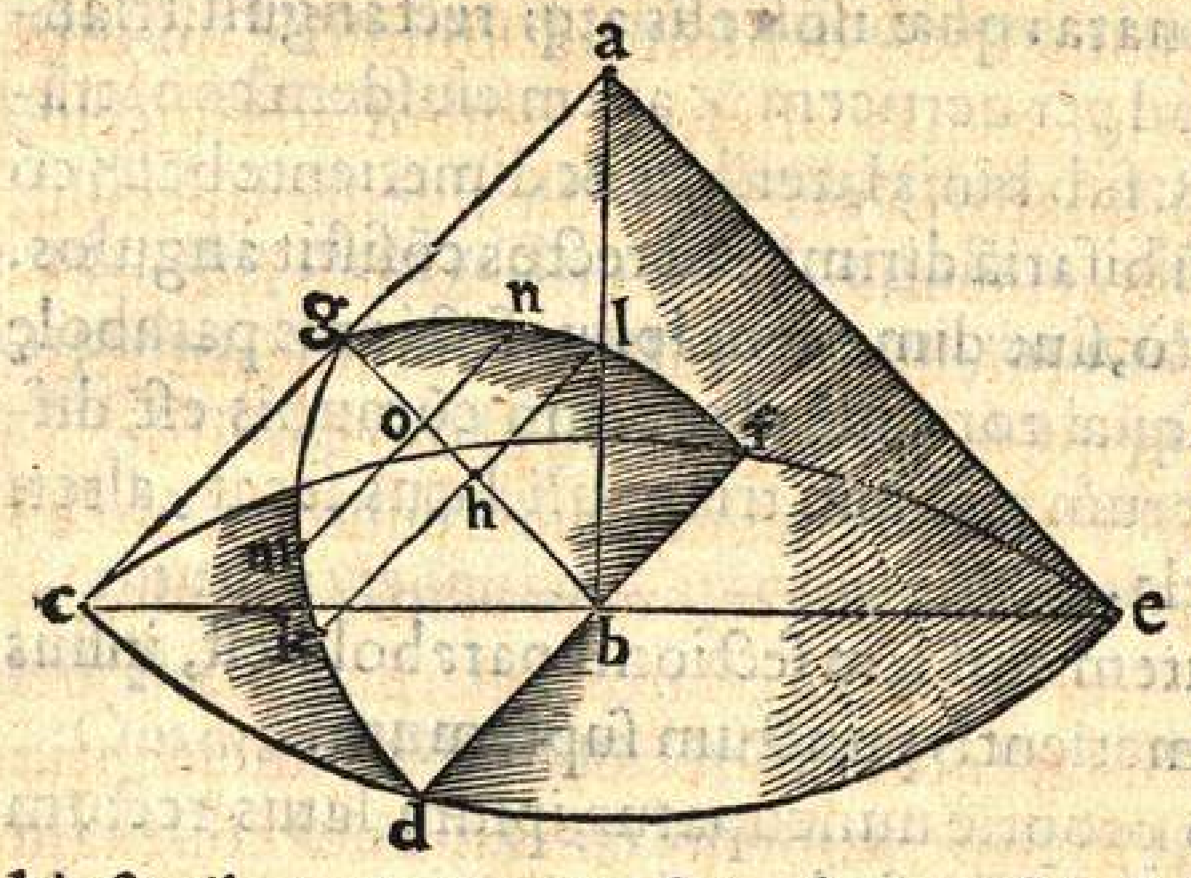
9 Basis uerò propriè nuncupatur, ipsum latus rectum sectionis, siue conicæ basis dimetiens.

10 Et quæ huic sectioni tam auctæ, quàm diminutę sectiones describentur parallelæ: itidem parabolę nuncupantur: quarum diminutæ, hoc est, truncatæ à basi coni rectanguli sectiones, suscepto potissimum uidentur inseruire negocio: cuius causa infra exponetur.

11 Omnes autem lineę rectæ, eidem basi sectionis ac inuicem parallelæ, ab altera inflexæ lineæ parte in reliquã ad rectos cum sagitta coincidentes angulos: lineæ ordinis eiusdem sagittę, siue ordinatim extensę nuncupantur: quas omnes sagitta bifariam diuidit: & unaquæque illarũ, est basis illius partis sectionis parabolæ, quæ inter eandem lineam & sagittæ uerticem comprehenditur.

12 Ea denique linea ordinis, quæ per medium totius sagittæ pũctum, inter eius uerticẽ, & basin sectionis, aut (si mauis) centrum basis ipsius coni transire diffinitur: latus erectum eiusdem sectionis parabolæ, atque partium ipsius sectionis, à qualibet ordinis linea ad sagittæ uerticem comprehensarum, uocitatur. Harum autem postremarum diffinitionum exempla, ex subscripta coni potes elicere figura: cuius uertex *a*, & axis *ab*, illius autem basis circulus *cdef*, triangulum uerò rectangulum per axem & uerticem coni *ace*. Sectio autem parabola *dgf*,

ſub inflexa & parabolica linea *dgf*, & recta *dbf* comprehẽſa: cuius uertex *g*, dimetiẽs ſiue ſagitta *bg*, & medium illius punctum *h*, baſis ſiue latus rectum ipſa *dbf*. Ordinis porro lineæ *kl* & *mn*, & quæcunque



his ſimiles: quarum erectum latus, eſt ipſa *kl*. Cætera peruia ſunt.

Lemma, ſiue aſſumptum.

Quòd autem ſectio, communíſq; differentia, qua ſuperficies conica, & plana ſuperficies per axem & uerticẽ coni deducta, rectangulum ac iſoſceles triangulum efficiat: tũ ex ipſius coni præmiſſa deſcriptione, tum ex ipſa trianguli rectãguli figura, à quo huiuſcemodi conus deſcribitur, fit per ſeſe manifeſtum. Sunt enim ipſius communis & triãgularis ſectionis latera, in ſuperficie conica, ab illius uertice in baſis periphæriam deducta: & proinde æqualia adinuicem, atq; rectum angulũ comprehendẽtia. Baſis uerò eiuſdẽ ſectionis cõmunis, eſt ipſius conicæ baſis dimetiens, eandẽ bifariã diuidens. Ipſa ergo ſectio cõmunis, cùm per uerticẽ & axem ipſius coni trãſire difiniatur: conum ipſum bifariam de neceſſitate diuidit.

POSTVLATA EX PERSPECTIVA deſumpta.

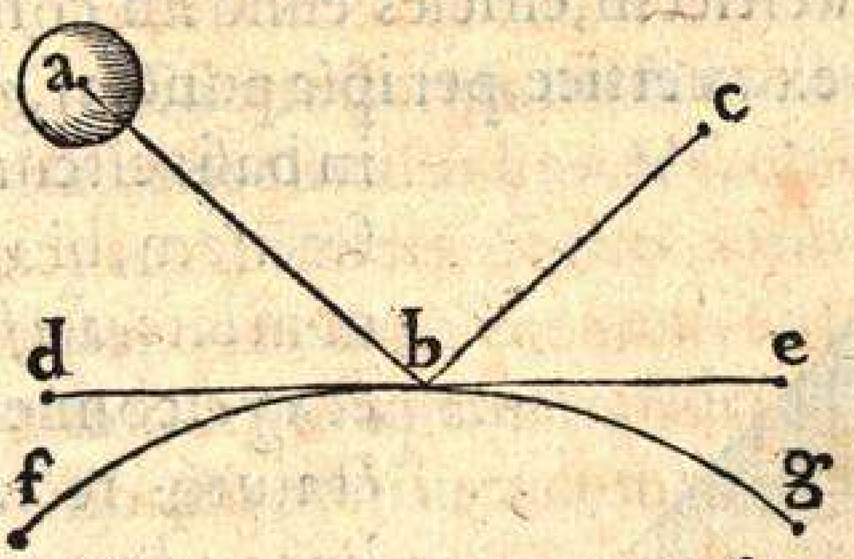
Subroganda deinde ſunt communia quædam theoremata, ab omnibus Perſpectiuę authoribus comprobata, quæ poſtulata nuncupabimus. Quorum primum eſt huiuſmodi.

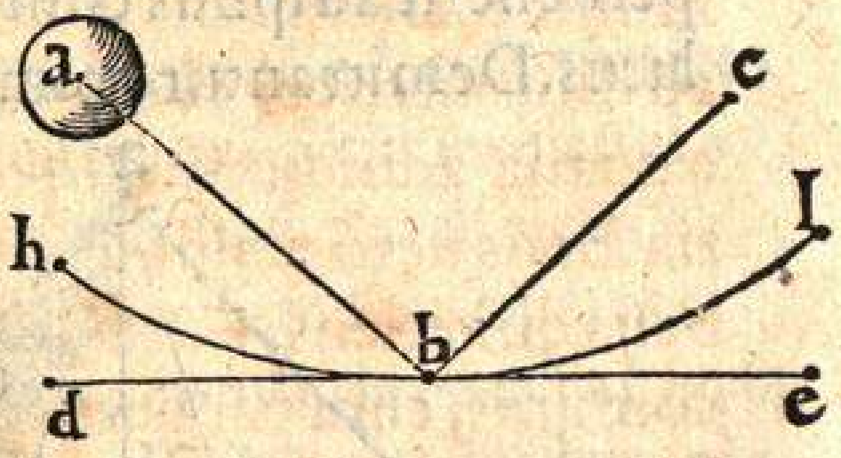
1 Omnes radij ſolares in datam quamuis ſpeculi ſuperficiem

ficiem incidentes,ſe habent ueluti quædam rectæ lineæ: & proinde in geometricis demonſtrationibus eam uim obtinent,quam lineæ mathematicæ ſeruant adinuicem.

2 Omnes radij ſolares in planum coincidentes ſpeculū, faciunt angulos incidentiæ angulis reflexionis ſemper ę-quales. De angulis intelligo ad eam rectam lineam relatis,quæ unà cum ipſis radiis in eodem plano conſiſtit.

3 Omnes inſuper radij ſolares in cōuexi cuiuſuis, aut cō caui ſpeculi ſuperficiē incidētes, ad præfatos angulos æquales refrāguntur: ſed ad eā relatos ſuperficiē planā,uel in eadē ſuperficie iacentē lineā rectā, quæ per incidentiæ punctū trāſire diffinitur, & ipſam concauā uel cōuexam ſpeculi ſuperficiē in eodem incidentiæ punctoſolūmodò tangit. Hæc duo ultima poſtulata,ex ſubſcriptis utcūq; clareſcunt deſcriptionibus. In quibus radius Solis *ab* reflectitur in punctum *c*, efficiens angulum incidentiæ angulo reflectionis æqualem: ſiue radius incidat in planum *de*,uel in conuexum *fg*, aut in concauum ſpeculum *hl*, ab ipſo plano *de* in eodem puncto *b*,contanguntur: ſem per enim angulus *abd*,angulo *cbe* cauſatur æqualis.





4 A quacumque autem ſpeculi ſuperficie, radij ſolares ſic reflectuntur, ut in unum coincidant & refrangantur punctum: in ipſo ſolo puncto, ignē generari eſt poſſibile.

Corollarium.

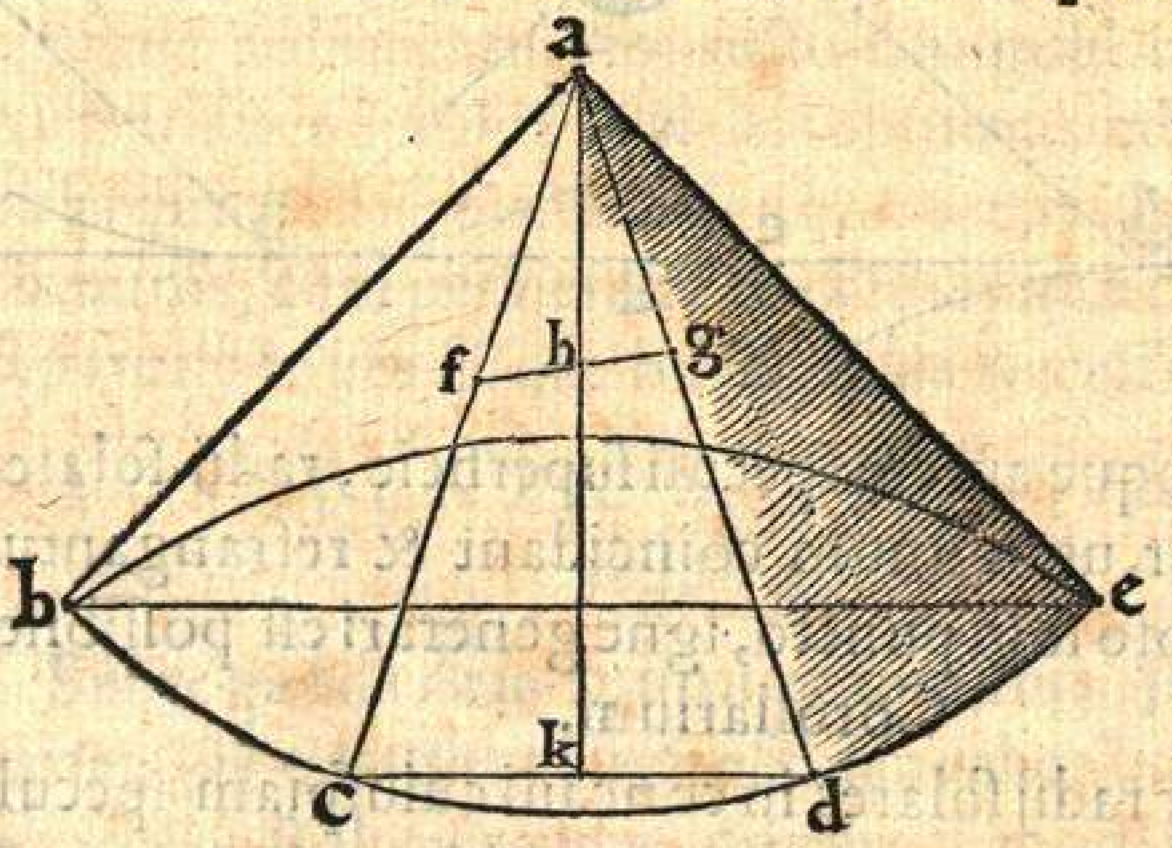
Cum igitur radij ſolares in concaui cuiuſpiam ſpeculi ſuperficiem incidentes,ad unum quoddam certum & cō mune pūctum ex omni parte refrangūtur: neceſſum eſt huiuſcemodi ſpeculum,inter omnia uſtoria ſpecula celerrimæ atque intensissimę fore combustionis. Tale autē solum esse demonstrabimus, quod instar supradictæ sectionis parabolæ fuerit excauatum.

HIS IN HVNC MODVM EXPOSITIS, atque diffinitis: demonstrandæ sunt aliquot propositiones, ipsius sectionis parabolæ discutientes accidentia, & ad mathematicā intelligentiam propositi speculi, in formam eiusdem parabolę sectionis excauandi, perutiles ad modúmque necessariæ. Quarum prima est hæc.

PROPOSITIO I.

SI in recti atque rectāguli coni superficie, duo suscepta fuerint puncta: quæ per ipsa puncta recta connectitur linea, cadit intra conum: ni producta in directum, per ipsius coni transierit uerticem.

Sit rectus atque rectangulus conus *a b c d e*, in cuius superficie duo signentur puncta *f*, *g*: aio quòd connexa ex *f*, in *g* linea, recta cadit intra conū: ni producta in directū, peruenerit ad ipsius coni uerticem, efficiēs eiusdem coni latus. Demittantur enim ex *a* uertice, per ipsa puncta *f*, *g*, in basis circunferētiam, bina coni latera *a f c* & *a g d*: connectaturq; recta linea *c d*, ꝑ primū postulatū geometricū. Cùm igitur basis coni sit circulus, in cuius



circunferētia sunt duo pūcta *c*, *d*, cadit itaq; recta *c d*, intra circulū *b c d e*, per secundā tertij elementorū Euclidis.

Trian-

Triangulũ propterea *a c d*, conũ ſubintrat, ac ipſum diuidit. In triãgulo porrò *a c d*, continetur *f g* linea recta. Eadẽ itaque linea recta *f g*, cadit intra datum conum *a b c d e*.

Idem aliter. Aut (ſi uelis) ſuſcipiatur in recta *f g* pũctum *h*: & ex *a* uertice, per *h*, in baſin *c d*, ipſius trianguli *a c d*, recta deducatur linea *a h k*. Cũ igitur recta *c d*, cadat intra circularẽ baſim ipſius coni: cadet & recta linea *a h k*, intra eundem conum, & proinde illius pũctum *h*: & ducta conſequenter per idem punctum *h*, linea recta *f h g*. Quod oſtendere oportebat.

Corollarium.

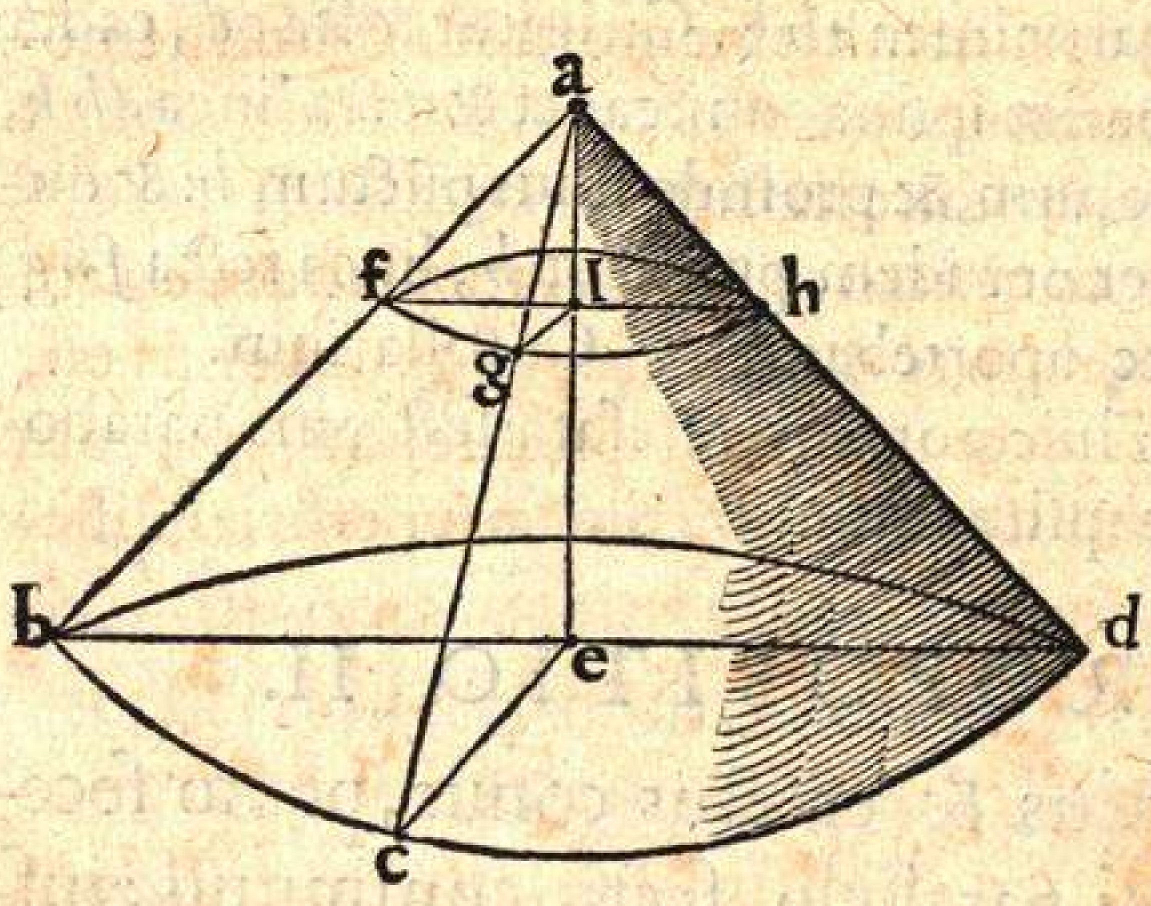
Omnes itaq; lineæ ordinis præfatæ ſectionis parabolæ, intra conum ipſum cadunt.

PROPOSITIO II.

SI rectangulus & erectus conus, plano ſecetur ipſi baſi parallelo, ſectio communis eiuſdem plani & conicæ ſuperficiei, erit periphæria circuli, cuius centrum in ipſius coni axe conſtituetur.

Eſto rectangulus & erectus conus *a b c d*, cuius uertex *a*, baſis circulus *b c d*, & illius centrum *e*, axis uerò coni *a e*, planum autem ſecans conum ipſi baſi parallelum *f g h*, per quod tranſeat axis coni ad punctum *l*: ſuſcipianturq; in conica ſuperficie, eidem plano cõmunia puncta *f*, *g*, *h*. Dico quòd linea communis interſectionis eiuſdem plani & conicæ ſuperficiei, tranſiens per ipſa puncta *f*, *g*, *h*, eſt circunferentia circuli, cuius centrum eſt punctum *l*. Non erũt enim *f g*, *g h*, & *h f*, eiuſdem ſectionis portiones, lineę rectæ: caderent enim intra conum, per antecedẽtem primam propoſitionem: & proinde non forent in ipſius coni ſuperficie, contra hypotheſin. Obliquæ ſunt igitur eædem *f g*, *g h*, & *h f*, lineales interſectiones: & tota conſequenter *f g h*, circunuolutio, itidem obliqua. Aio quòd &

circularis, cuius centrum est punctum *l*. Deducātur enim ex *a* uertice, per ipsa puncta *f*, *g*, *h*, in basis circunferētiam, coni latera *afb*, *agc*, & *ahd*: & connectantur *eb*, *ec*, & *ed*, semediametri, similiter *lf*, *lg* & *lh*, lineę rectæ, per primū postulatum geometricum. His ita constructis, palam est



triangula *aeb*, *alf*, esse inuicē ęquiangula: est enim *lf*, ipsi *eb*, ex hypothesi parallela, & proinde angulus *alf*, æqualis ipsi *aeb*, nec non angulus *afl*, angulo *abe*, interiori & opposito ad easdem partes æqualis, per uigesimānonam primi elementorum Euclidis: & angulus qui ad uerticē *a*, utrique triangulo cōmunis est. Haud dissimiliter ostēdetur, triangulum *aec*, triangulo *alg*, necnon triangulū *aed*, triangulo *alh*, fore itidem æquiangulum. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartā sexti eorundem elementorum. Sicut igitur *ae*, ad *eb*, sic *al*, ad *lf*: atque sicut ipsa *ae*, ad *ec*, sic eadem *al*, ad ipsam *lg*: sicut præterea eadem *ae*, ad ipsam *ed*, sic præfata *al*, ad ipsam *lh*. Atqui *eb*, *ec*, & *ed*, æquales sunt adinuicem, ut pote eiusdem circuli semidiametri: & eadem ad æquales eandem habet rationem, per septimam quinti prædictorum elementorum. Eadem itaque *al*, ad ipsas *lf*, *lg*, & *lh*, eandem quoque rationem obtinet. Ad quas autem magnitudines, eadem magnitudo eandē habet rationem, ipsæ sunt æquales per nonam eiusdem quinti elementorum:

Aequa-

Aequales igitur inuicem sunt *lf*,*lg*,& *lh*. Haud dissimiliter quotquot ex puncto *l*,in orbitam *fgh*,deducentur lineæ rectæ,tum inuicem, tum unicuiq; ipsarum *lf*,*lg*,*lh*, ostendentur ęquales. Circulus est igitur orbicularis linea *fgh*,per ipsius circuli diffinitionem: & illius centrum l, per nonam tertij eorūdem elementorum. Quod demōstrandum susceperamus.

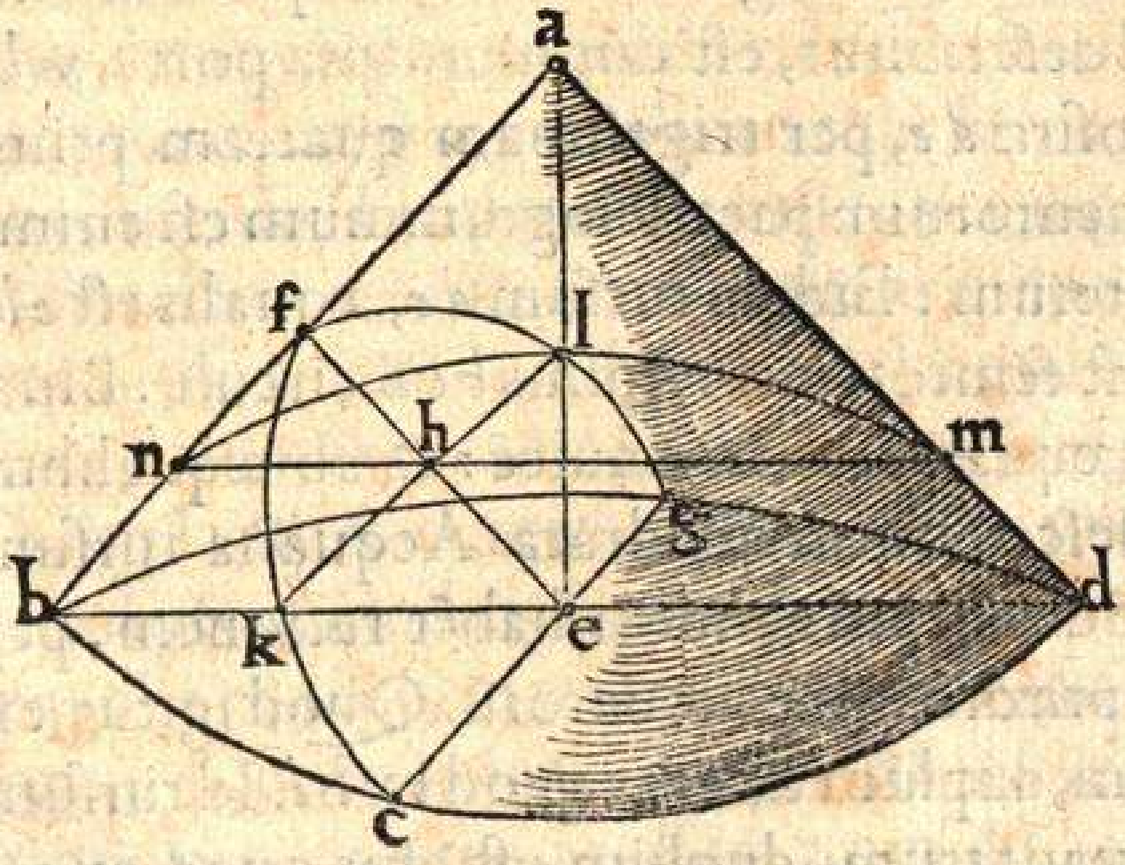
Corollarium.

Quæ igitur à coni uertice, in præfatū planum eidem basi conicæ parallelum comprehēditur figura: conus est, & toti cono similis,cuius basis est ipse circulus *fgh*, communis existens eiusdem plani & conicæ superficiei differentia.

PROPOSITIO III.

IN recti atque rectāguli coni sectione parabola,latus erectum duplum est sagittæ eiusdem sectionis,inter axē coni & ipsius sectionis uerticem comprehensæ.

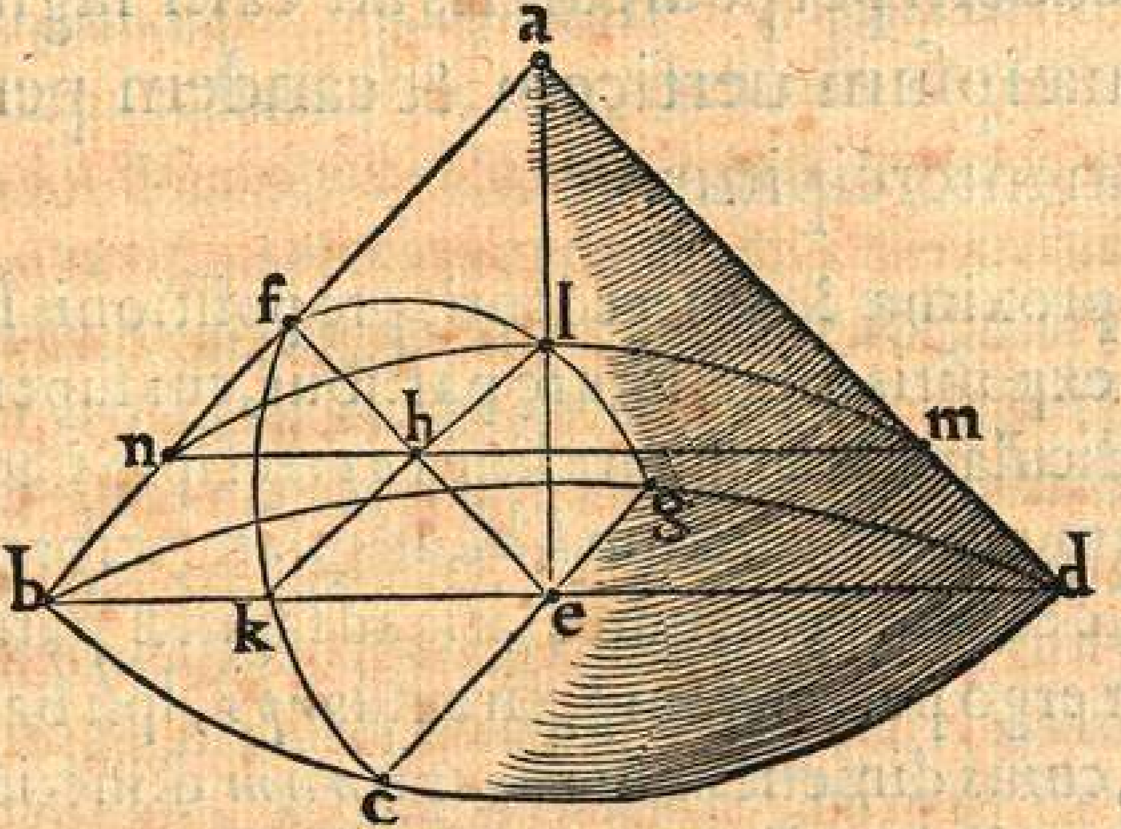
Sit rectus iterum atq; rectangulus conus *abcd*, cuius uertex *a*,basis circulus b c d, & ipsius circuli centrum *e*, axis uerò coni *ae*, triangulum porrò per axem bifariam diuidens ipsum conum *abd*:Sectio demum parabola, ad



rectos cū eodem triangulo consistēs angulos,*cfg*, cuius latus rectū *ceg*, uertex pūctum *f*, sagitta uerò *ef*,& medium eiusdem sagittæ punctum *h*, erectū deniq; latus eiusdem sectionis khl. Aio ipsum erectum latus khl, ipsius ef, sagittæ fore duplum. Cùm enim triangulum abd, sectionem parabolam super sagitta ef, ad rectos dirimat angulos: coincidet erectum latus khl, ad rectos itidem angulos cum plano eiusdem trianguli abd. Transeat itaque circulus quidam conum diuidẽs, per ipsum erectum latus khl, basi parallelus, cuius circuli dimidium sit mln, dimetiens uerò recta mn. Erit itaque ipsius circuli cẽtrum in axe ae, illius uerò circunferentia in superficie conica, per antecedentem secundam propositionem. His ita constructis, quoniam latus erectũ khl, ad rectos cum sagitta ef, consistit angulos: cadit igitur hl, ad rectos itidem angulos cum plano ipsius trianguli abd, & proinde cum dimetiente mn. Et quoniam angulus qui ad punctum l, rectus est, per trigesimam primam tertij elementorum Euclidis (nempe consistens in semicirculo mln) deducta igitur ex angulo recto qui ad l, in basin mn, perpendicularis lh, est media proportionalis inter ipsius basis segmenta mh, & hn, per corollarium octauæ sexti eorundem elemẽtorum. Quod igitur ex mh fit quadratum, ad id quod ex hl, eam habet rationem, quam recta mh, ad rectam hn, per corollarium decimęnonæ eiusdem sexti elementorum. Atqui mh, ipsius hn (ut infra demõstrabitur) est dupla. Quod igitut ex mh, fit quadratum, eius quod ex hl describitur, est duplum. Ipsa porrò mh, æqualis est oppositæ de, per trigesimam quartam primi eorundem elementorum: parallelogrammum est enim, $dehm$ quadrilaterum. Eidem rursum de, æqualis est eb: utraque enim est semidiameter ipsius bcd circuli. Binæ igitur mh, & eb, æquales sunt adinuicẽ: & ab æqualibus rectis, æqualia describuntur quadrata. Aequalia rursum quadrata, ad idẽ quadratũ eandem habẽt rationem, per septimã quinti prædictorũ elementorũ. Quod igitur ex eb, fit quadratum, duplum est eius quod ex hl. Id rursum quod ex eb fit quadratum, duplum est eius quod ex ef,

per

per quadragesimã septimã primi eorundẽ elemẽtorum: rectãgulum est enim atq; isosceles ipsum *e f b*, triangulũ, nempe simile toti *a b d*. Quod igitur ex *e b*, fit quadratum, ad ea quæ ex *e f*, & *h l*, describuntur quadrata eandem habet rationẽ, nempe duplam. Aequum est ergo quadratũ quod ex *e f*, ei quod fit ex *h l*, per nonam quinti ipsorum elementorum. Aequalia porrò quadrata sunt, quæ ab æqualibus rectis describuntur: ęqualis est itaq; recta *e f*, ipsi *h l*. Sed ipsius *h l*, dupla est *k h l*, & ipsius ꝓpterea *e f* itidẽ dupla: quæ enim sunt æqualia, eiusdẽ sunt dimidiũ, per septimę cõmunis sententiæ conuersionem.



Latus igitur erectum *k h l*, duplum est sagittæ *e f*. Quod fuerat ostendendum.

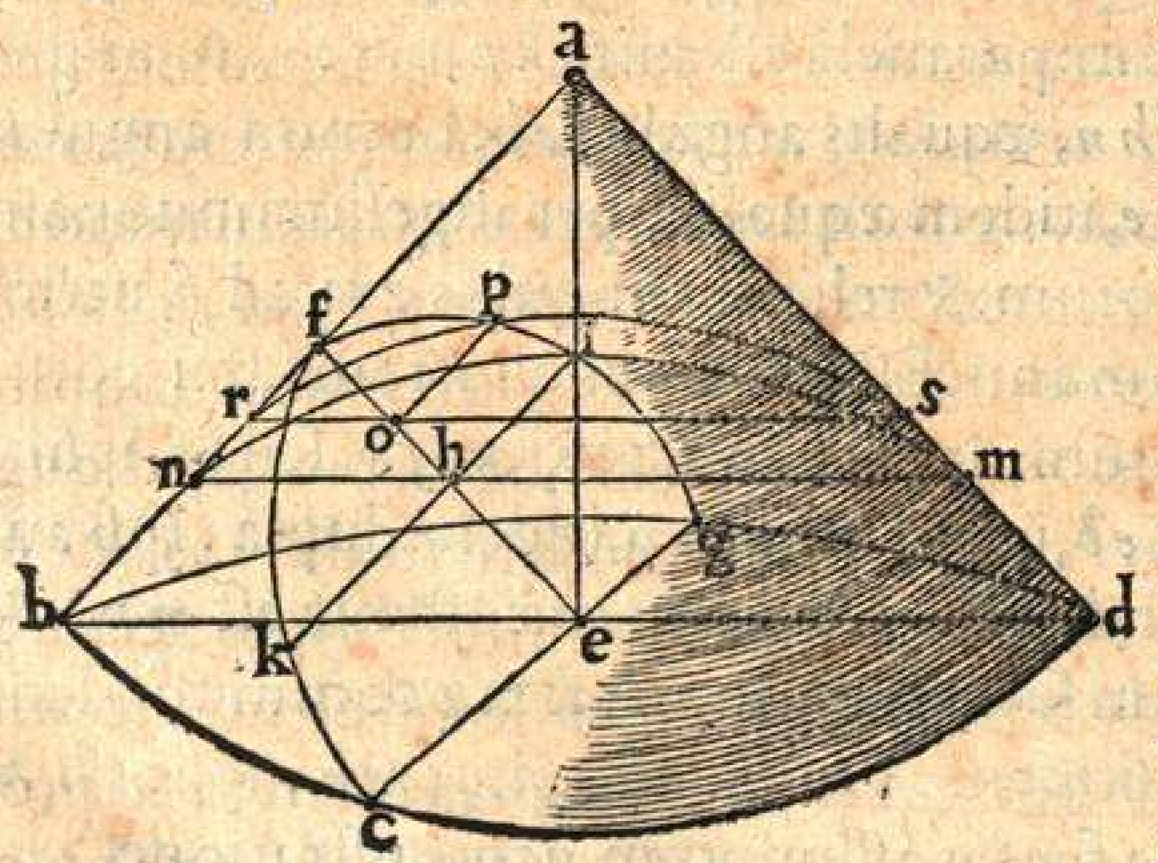
Lemma siue assumptum.

Quòd autem *m h*, dupla sit ipsius *h n*: in hunc modum confirmatur. Quoniam triangulum *e b f*, triangulo *f h n*, est æquiangulum: parallela est enim *h n*, ipsi *e b*, & angulus propterea *f h n*, æqualis angulo *f e b*, necnon angulus *f n h*, angulo *f b e*, itidem æqualis, per uigesimamnonam primi elementorum: & reliquus angulus qui ad *f*, utriq; triangulo communis. Est igitur per quartam sexti eorũdem elementorum, ut *e b*, ad *h n*, sic *e f*, ad *f h*. sed *e f*, ipsius *f h*, dupla est: & *e b*, igitur ipsius *h n*, itidem dupla. Ipsi autem *d e*, & proinde ipsi *e b*, æqualis præostensa est *m h* : & æqualia eiusdem sunt duplicia, per sextæ communis sententiæ conuersionem. Dupla est igitur *m h*, ipsius *h n*. Quod proxima fuerat assumptum demonstratione.

PROPOSITIO IIII.

SI in eadem recti atque rectanguli coni sectione parabola, inter ipsius sectionis uerticem & latus erectum, à parabola in sagittam perpendicularis quæpiam ordinetur: Idem latus erectum ad ipsam perpendicularem eandem rationem habebit, quam eadem perpẽdicularis ad eam sagittæ partem, quæ ipsum uerticem & eandem perpendicularem intercipitur.

Resumatur proximæ & antecedentis propositionis figura, unà cum expositis ipsius figurę partibus, cui superaddatur perpẽdicularis & ordinata linea *op*: recipio itaq; demonstrandum, ut latus erectum *khl*, ad ipsam perpendicularem *op*, sic eadem perpendicularis ad sagittæ partẽ *of*. Describatur ergo per pũctum *p*, circulus *rps*, ipsi basi *bcd*, parallelus, cuius dimetiens sit *ros*, ipsi *nhm* dimetiẽti consequẽter parallelus. Erit igitur *os*, ipsi *hm* æqualis, per trigesimamquartam primi elementorum Euclidis, atq; rursum *op*, media proportionalis inter *so*, & *or*: quẽadmodũ & *hl*, media itidem proportionalis inter *mh*, & *hn*, per trigesimam primam tertii, & corollarium octauæ sexti eorũdem elemẽtorum. Per corollariũ insuper decimęnonę eiusdem sexti elementorũ, erit ut quadratum ex *mh*, ad quadratum quod ex *hl*, sic ipsa *mh*,

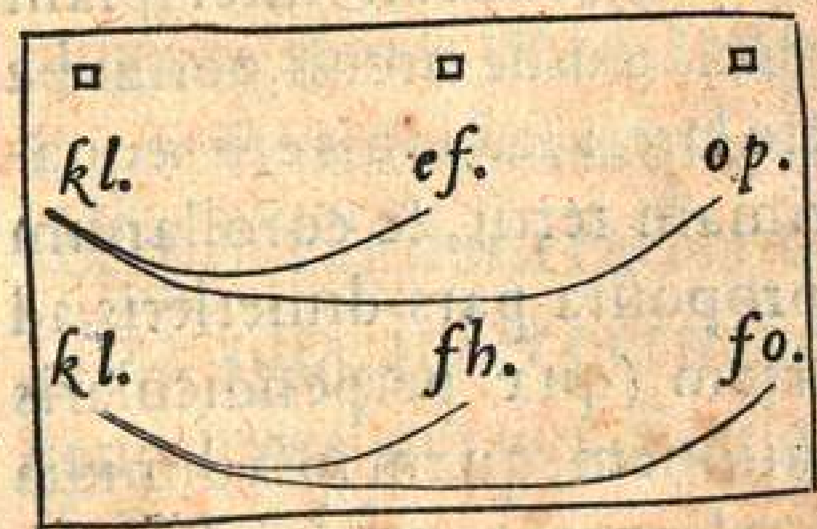


mh recta,ad rectam *hn*:atque rurſum ut quadratũ quod ex *so*,ad quadratum quod ex *op*,ſic eadem recta *so*,ad rectam *of*.Sunt itaque duo ordines quatuor proportionalium quantitatum,& in utroq; ordine primæ quãtitates æquales ſunt adinuicem,ſimiliter & tertiæ: eſt igitur ut ſecunda quantitas ipſius primi ordinis ad ſecundã ordinis ſecũdi,ſic quarta eiſdẽ primi ad quartã ipſius ſecũdi.

Vt quadratũ	*mh* / *so*	*ad quadratũ*	*hl* / *op*	*ſic recta*	*mh* / *so*	*ad rectam.*	*hn.* / *or*

hoc eſt ut *hl*,ad *op*,ſic *hn*,ad *or*. Sicut porrò *hn*,ad *or*, ſic recta *hf*,ad rectam *of*:triangula enim *fhn*,*for*, ſunt inuicem æquiangula,& proinde ut *nh*,ad *hf*, ſic *ro*,ad ipſam *of*,per quartam ſexti elementorũ, & permutãtim quoq; per ſedecimam quinti eorundẽ elementorũ,ut *nh*,ad *or*, ſic hf, ad ipſam *of*. Habes igitur, ut *hf* ad *of*,ſic quadratũ ex *hl*,ad id quod ex *op* deſcribitur. Ipſi porrò *hl*, oſtẽſa eſt ęqualis *ef*:& ab æqualibus rectis, æqualia deſcribũtur quadrata.Eſt igitur ut *hf*,ad ipſam *of*,ſic quadratũ ex *ef*, ad quadratũ quod ex *op*. Et quoniam *kl*, dupla eſt ipſius *ef*,& eadẽ *ef*,ipſius *fh* itidem dupla:eſt igitur per corollarium decimænonæ ſexti elementorũ, ut quadratũ ex *kl*,ad quadratũ quod ex *ef*,ſic eadẽ recta *kl*,ad rectã *fh*.

Sicut rurſum quadratũ quod ex *ef*,ad quadratum quod ex *op*: ſic oſtenſa eſt *fh* recta,ad rectam *fo*.Erit igitur ex æqua ratione,ut quadratum ex *kl*,ad quadratum quod ex *op*,ſic recta *kl*, ad rectã *fo*, per uigiſimamſecũdã quinti elementorum. Sed quadrata ſunt in dupla ratione laterum,ut ex ipſo decimęnonæ ſexti elementorum elicitur corollario: & proinde ipſa latera in ſubdupla ratione quadratorum. Re-



cta igitur kl, ad rectā fo, duplo maiorem rationem, quàm ad ipsam op. Tres itaque lineæ rectæ kl, op, fo, sunt inuicem proportionales, $\boxed{kl - op - fo}$ per decimæ diffinitionis quinti eorundem elementorum conuersionem. Sicut igitur latus erectum kl, ad perpēdicularem op, sic eadem perpendicularis op, ad sagittæ segmentū fo. Quod oportuit demonstrasse. Idem quoque ostendere licebit, ubi eadem perpendicularis op, inter latus erectum kl, & basim sectionis cd, fuerit data.

Corollarium I.

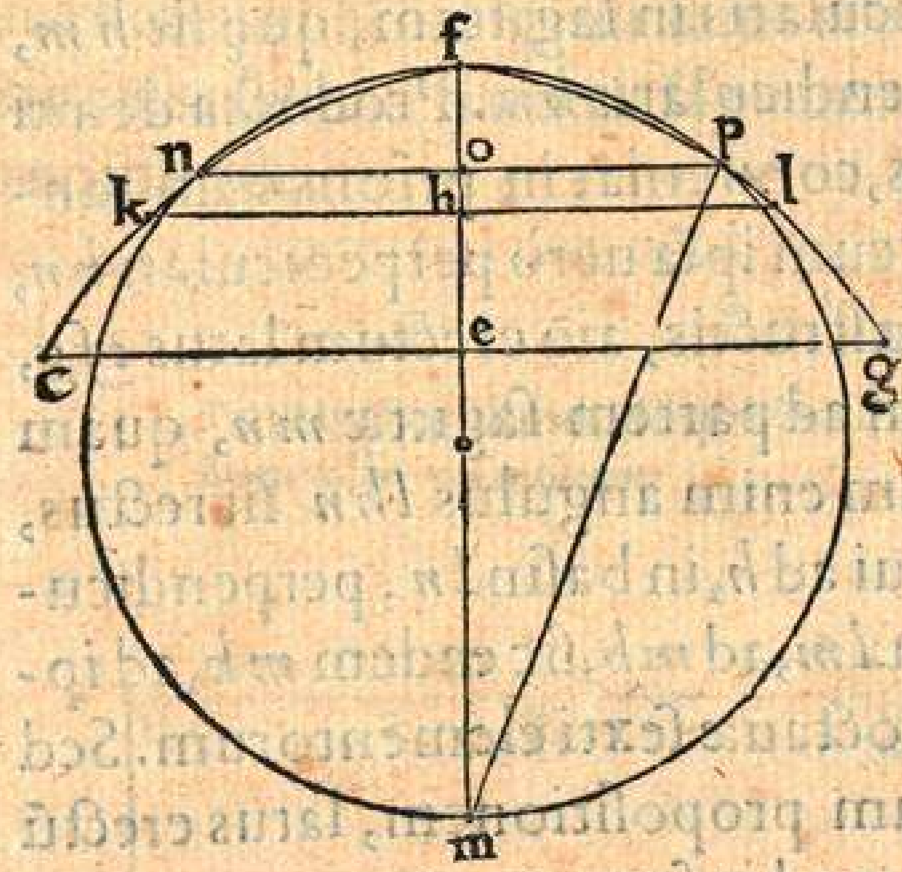
Quadratum igitur quod ex data quauis perpendiculari describitur, æquum est rectangulo, quod sub erecto latere, & comprehēsam inter ipsam perpendicularem & sectionis uerticem sagittæ partem continetur. Ostensum est enim ut kl ad op, sic eadem op, ad fo: corollarium ergo subsequitur, per decimamseptimam sexti elementorum.

Corollarium II.

Quacunq; præterea linea ordinis in parabola sectione designata, si per illius extremitates & uerticem sectionis describatur circulus (quod per quintam quarti elementorum fieri potest) centrum ipsius circuli de necessitate erit in sagitta sectionis, per corollarium primæ tertij elementorum: quoniam sagitta ipsam ordinis lineam bifariam, & ad rectos dirimit angulos.

Corollarium III.

Pars insuper dimetiēti s eiusdē circuli, per caput sectionis, & lineæ ordinis extremitates delineati, inter ipsam lineam ordinis & circunferentiā eiusdē circuli, uersus basim sectionis cōprehēsa: erecto lateri sectionis erit æqualis. Nam per trigesimam primam tertij, & corollarium octauæ sexti elementorum, proposita pars dimetiētis, ad dimidiam lineæ ordinis partem (quæ perpendicularis appellatur) eandem habet rationem, quam ipsa dimidia pars, seu perpendicularis, ad reliquam partem ipsius dimetientis, quæ ad ſectionis parabolæ finitur uerticem. Eandem quoque rationem præoſtēſum eſt habere latus ſectionis erectū ad ipſam perpendicularem, ſeu dimidiā lineæ ordinis partē. Quæ autē ad eandem, eandē habent rationē, æqualia ſunt adinuicem, per nonam quinti elementorum. Aequalis eſt igitur propoſita pars ipſius dimetientis, eidem erecto lateri ſectionis parabolæ. Quemadmodum ex præfata ſectione parabola *cfg*, ad iuſtam rationem antecedentis coni rectanguli *abcd* cōſtructa, & directè ob oculos expoſita, colligere uel facile eſt. In qua latus erectum *khl*, & linea ordinis *nop*, atque deſcriptus circulus *fnmp*, circa rectilineum triangulum *fnp*, illiúſq; circuli dimetiens *fm*, coincidens cum ſagitta *ef*: nam pars ipſius dimetientis *om*, ipſi *kl*, eſt æqualis.

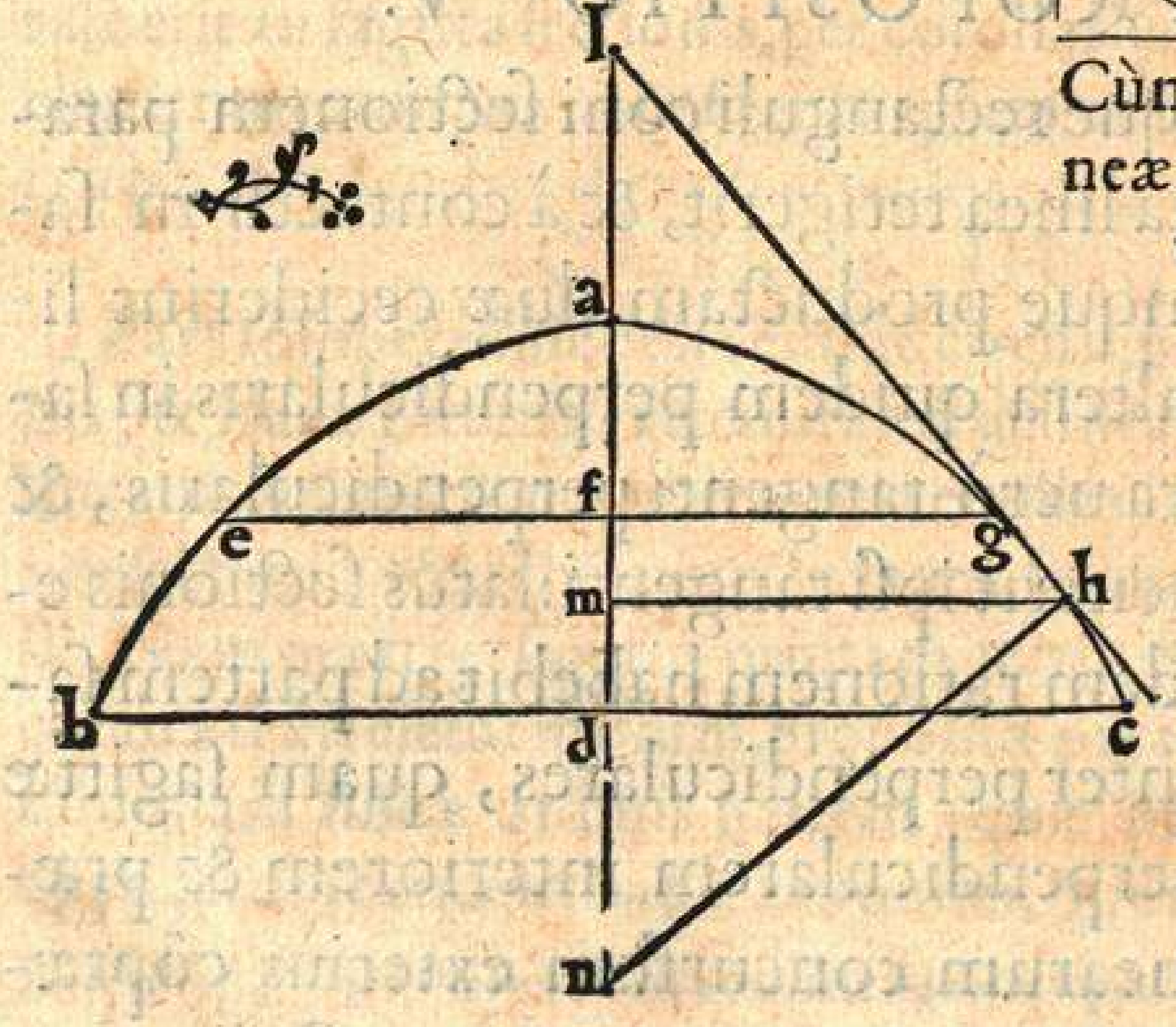


PROPOSITIO V.

SI recti atque rectanguli coni ſectionem parabolā recta linea tetigerit, & à contactu in ſagittam utrinque productam duæ ceciderint lineæ rectæ, altera quidem perpendicularis in ſagittam, altera uerò tangenti perpendicularis, & ſagitta conuenerit ipſi tangenti: latus ſectionis erectum eandem rationem habebit ad partem ſagittæ quæ inter perpendiculares, quam ſagittæ pars inter perpendicularem interiorem & prædictarum linearum concurſum exteriùs cōpræhenſa, ad ipſius ſagittæ partem, quæ interiorem perpendicularem & uerticem ſectionis intercipitur.

Eſto ſectio parabola *a b c*, ad iuſtam rationem ſæpiùs aſſumpti coni rectāguli delineata: cuius uertex *a*, ſagitta uerò *a d*, baſis *b d c*, & erectum latus *e f g*. Tangat autem ſectionem recta quædam linea *h l*, in puncto *h*: & ab ipſo puncto *h*, decidat perpēdicularis in ſagittam, quę ſit *h m*, ipſi uerò tangēti *h l*, perpendicularis *h n*. Producta demū ſagitta ad utraſque partes, conueniat in primis cum tangente *h l*, in ipſo puncto *l*: cum ipſa uerò perpēdiculari *h n*, in ipſo puncto *n*. His conſtructis, aio erectum latus *e f g*, eandem habere rationem ad partem ſagittæ *m n*, quam pars *l m*, ad ipſam *m a*. Cùm enim angulus *l h n* ſit rectus, & ab ipſo angulo recto qui ad *h*, in baſin *l n*, perpendicularis deducatur *h m*: erit ut *l m*, ad *m h*, ſic eadem *m h*, ad ipſam *m n*, per corollarium octauæ ſexti elementorum. Sed per antecedentem quartam propoſitionem, latus erectū *e f g*, eandē rationem habet ad ipſam *m h*: quam eadem *m h*, ad *m a*.

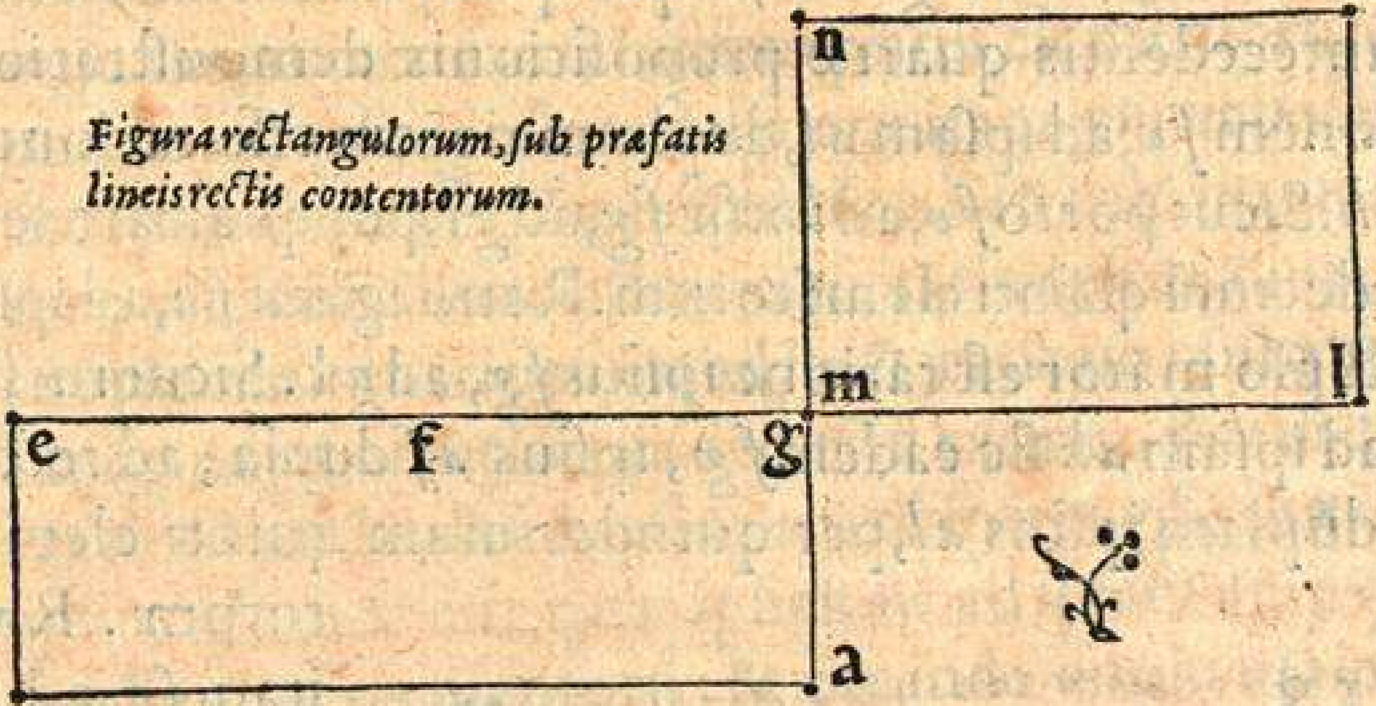
l m.	*m h.*	*m n.*
e f g.	*m h.*	*m a.*



Cùm autem tres lineæ fuerint ꝓportionales, quod ſub extremis continetur rectangulū, æquum eſt ei quod à medio fit quadrato, per decimam-ſeptimā ſexti elemētorum. Vtrunq;

Vtrunq; igitur rectangulum, & ſub *l m* in ipſam *m n*, atq; ſub *e f g* in ipſam *m a* comprehenſum, eidem quadrato quod ex *m h*, deſcribitur, eſt æquale: & proinde alterum, æquale alteri. Sunt itaq; duo rectangula, & cōſequenter parallelogramma inuicem æqualia, & unum angulum uni angulo æqualem habentia, nempe rectum recto: habēt igitur quæ circum æquales angulos latera reciprocè proportionalia, per decimamquartam eiuſdem ſexti elementorum. Sicut igitur latus erectum *e f g*, ad rectam *m n*: ſic recta *l m*, ad partem ſagittæ *m a*. Quod oportuit demonſtraſſe.

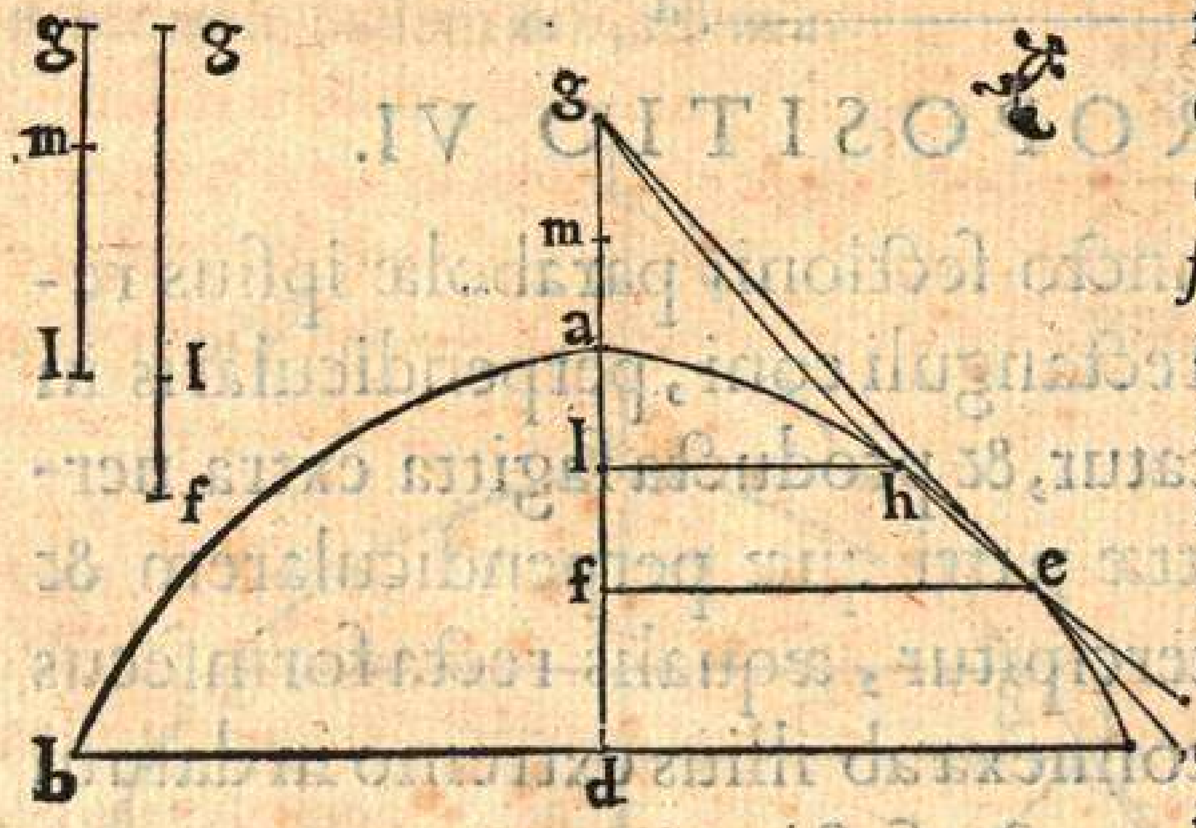
Figura rectangulorum, ſub præfatis lineis rectis contentorum.



PROPOSITIO VI.

SI à dato puncto ſectionis parabolæ ipſius recti atque rectanguli coni, perpendicularis in ſagittā deducatur, & producta ſagitta extra uerticem, ei ſagittæ parti quæ perpendicularem & uerticem intercipitur, æqualis recta forinſecus deſignetur: connexa ab illius extremo in datum punctum linea recta, ſectionem tanget.

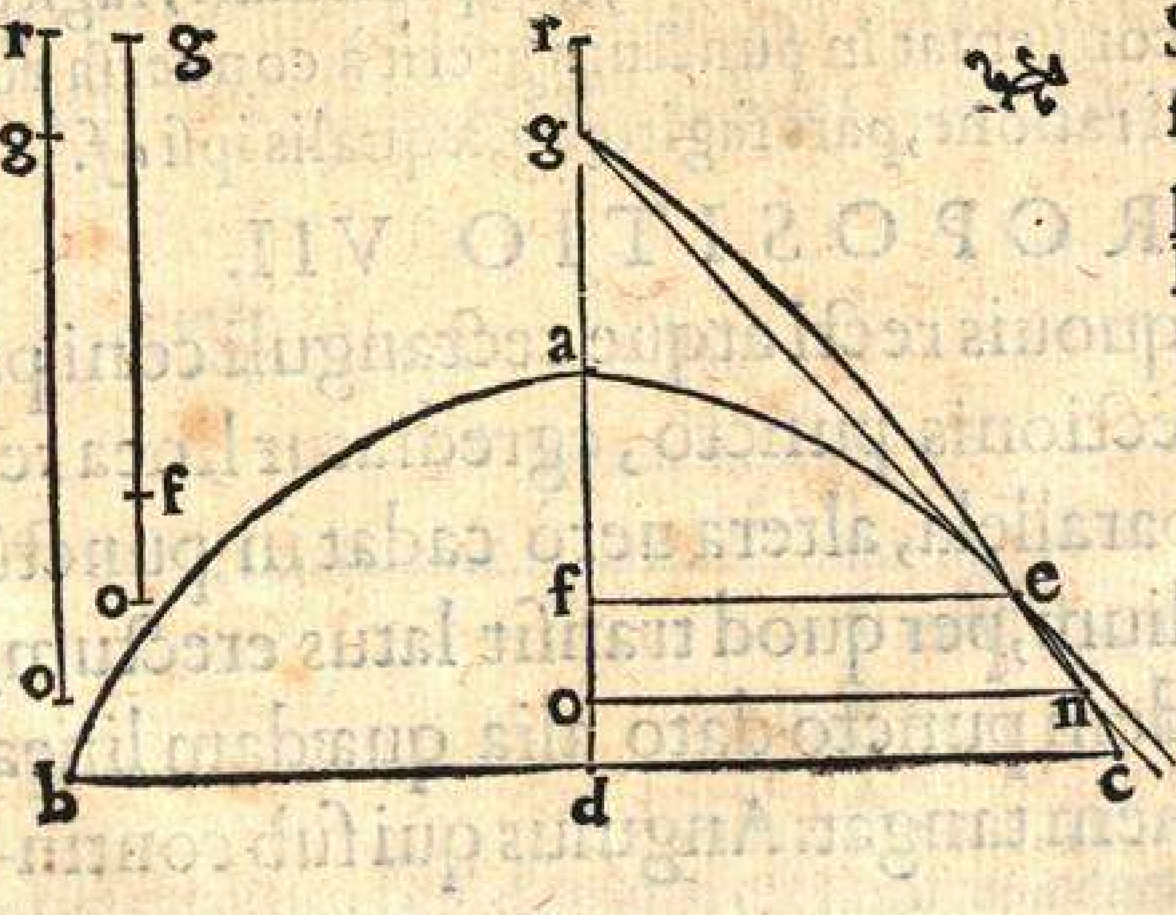
Reſumatur proxima ſectio parabola *a b c*, cuius uertex *a*, ſagitta uerò *a d*, & baſis recta *b d c*. Datū autem ſectionis punctum ſit *e*, à quo decidat *e f*, in ſagittam *a d*, perpēdicularis: & producta sagitta ad partes uerticis *a*, ipsi *af* æqualis secetur *ag*, per tertiam primi elementorum, & cõnectatur *eg* linea recta. Dico itaq;, rectam *eg*, tangere sectionem in ipso puncto *e*. Si enim non tetigerit, secabit ergo sectionem: idq; aut super *e* punctum, uersus *a* sectionis uerticem, aut sub eodem puncto *e*, uersus basim *bdc*. Secet igitur in primis (si possibile fuerit) in puncto *h*: & ab ipso puncto *h*, in sagittam *ad*, perpendicularis deducatur *hl*, per duodecimam primi elemẽtorum. Et quoniam *ag*, ipsi *af* data est æqualis: maior erit igitur *ag*, ipsa *al*: secetur itaq; ipsi *al*, æqualis *am*, per tertiam eiusdem primi elementorum: erit ergo *lm*, dupla ipsius *am*. Patuit autem in antecedentis quartæ propositionis demonstratione, rationem *fa*, ad ipsam *al*, duplo maiorem esse ratione *fe*, ad *lh*. Sicut porrò *fe*, ad *lh*: sic *fg*, ad *gl*, per quartam sexti, & sedecimã quinti elemẽtorum. Ratio igitur *fa*, ad ipsam *al*: duplo maior est ratione ipsius *fg*, ad *gl*. Sicut rursum *fa*, ad ipsam *al*: sic eadem *fg*, ipsius *af* dupla, ad rectam *lm*, duplam ipsius *al*, per quindecimam quinti elementorum. Ratio itaq; *fg*, ad *lm*, duplo maior est ratione ipsi⁹ *fg*, ad *gl*. Prima itaq; *fg*, ad tertiam *lm*, duplo maiorẽ rationem habet: q̃ eadem *fg*, ad secũdam *gl*. sunt igitur inuicem



proportionales, per decimæ diffinitionis quinti elementorum cõuersionem: sicut quidem *fg*, ad *gl*, sic eadem *gl*, ad *lm*: quæ potestate sunt quatuor, nam *gl*, consequentis primæ rationis, & antecedentis secundę fungitur officio.

To-

Tota igitur fg, ad totam gl ſe habet, ut gl ablata, ad ablatam lm. Et reliqua igitur lf, ad reliquam mg ſe habebit ut tota ad totam, per decimamnonam quinti elementorum. Atqui prima fg maior eſt tertia gl: & reliqua igitur lf, reliqua mg maior erit, per decimamquartam eiuſdem quinti elementorum. Sunt autem lf, & gm, per conſtructionem adinuicem æquales: quę ſimul impoſſibilia ſunt. Non ſecat igitur eg recta ſectionem parabolam, inter datum punctum e, & ipſius ſectionis uerticem. Aio quod neq; infra, uerſus baſim bdc. Secet enim (ſi poſſibile fuerit) in puncto n: & ducatur no ſuper ad perpendicularis, per duodecimam primi elementorum: ſeceturq; ar, ipſi ao æqualis, per tertiam eiuſdem primi elementorum. Et quoniam af, ipſi ag eſt æqualis. erit itaq; gr, æqualis ipſi fo: & or, conſequẽter dupla ipſius ao. Erit rurſum ex quartæ propoſitionis demonſtratione, ratio ipſius oa ad rectã af, duplo maior ratione on ad fe: & ratione cõſequenter ipſius og ad gf, ueluti ſupra deductũ extitit. Ratio quoq; ipſius or (quæ dupla eſt ipſius ao) ad ipſam gf (quæ dupla eſt ipſius af) eadẽ erit, quæ ipſius oa ad ipſam af, ꝑ quindecimã quinti elementorũ: & proinde duplo maior ratione ipſius og, ad ipſam gf. Prima itaq; or, ad tertiam gf duplo maiorem rationẽ habet, quàm ſecunda go, ad eandem tertiã gf.



Sunt igitur rurſum inuicem proportionales, per ipſius decimę diffinitionis quinti elementorum cõuerſionẽ: ſicut quidẽ ro, ad og, ſic eadẽ og, ad ipſam *gf*. Tota propterea *o r*, ad totam *o g* se habet, ut ablata *o g*, ad ablatam *g f* (ipsa enim *o g* bis sumpta, totius & ablatæ fungitur officio) reliqua proinde *g r*, ad reliquam *o r* se habebit: ut tota *o r*, ad totam *o g*, per ipsam decimamnonam quinti elementorum. Tota porrò *o r*, maior est ablata *o g*: & reliqua proinde *g r*, reliqua *o f* itidem maior. Atqui *g r*, ipsi *o r* æqualis præostēsa est: quæ simul impossibilia sunt. Non secat igitur recta *e g*, sectionem *a b c*, inter datum pū-ctum *e*, & basim *b d c*: patuit quòd neque inter idem punctum *e*, & eiusdem sectionis uerticem *a*. Tangit itaq; recta *e g* sectionem ipsam, in eodem puncto *e*. Quod expediebat ostendere.

Corollarium.

Si recta igitur linea sectionem tetigerit parabolam, & à puncto contactus in sagittam perpendicularis deducta fuerit, productaq; sagitta ad partes uerticis cum tangente conuenerit: erit uersauice pars sagittæ sectionis uerticem & punctum contactus intercepta, æqualis parti eiusdem sagittæ, quæ inter ipsum uerticem & eandem clauditur perpendicularem. Ostensum est enim, rectam *g e*, tangere parabolam sectionem in ipso puncto *e*: ubi deducta perpendiculari *e f*, pars sagittæ *a f* posita est æqualis ipsi *a g*. Et proinde recta *g e*, tangente uersauice sectionem parabolam in puncto *e*, & deducta *e f*, perpēdiculari, sagitta ipsi tangenti conueniat in punctum *g*: erit à conuersa dedemonstrandi ratione, pars sagittę *a g*, æqualis ipsi *a f*.

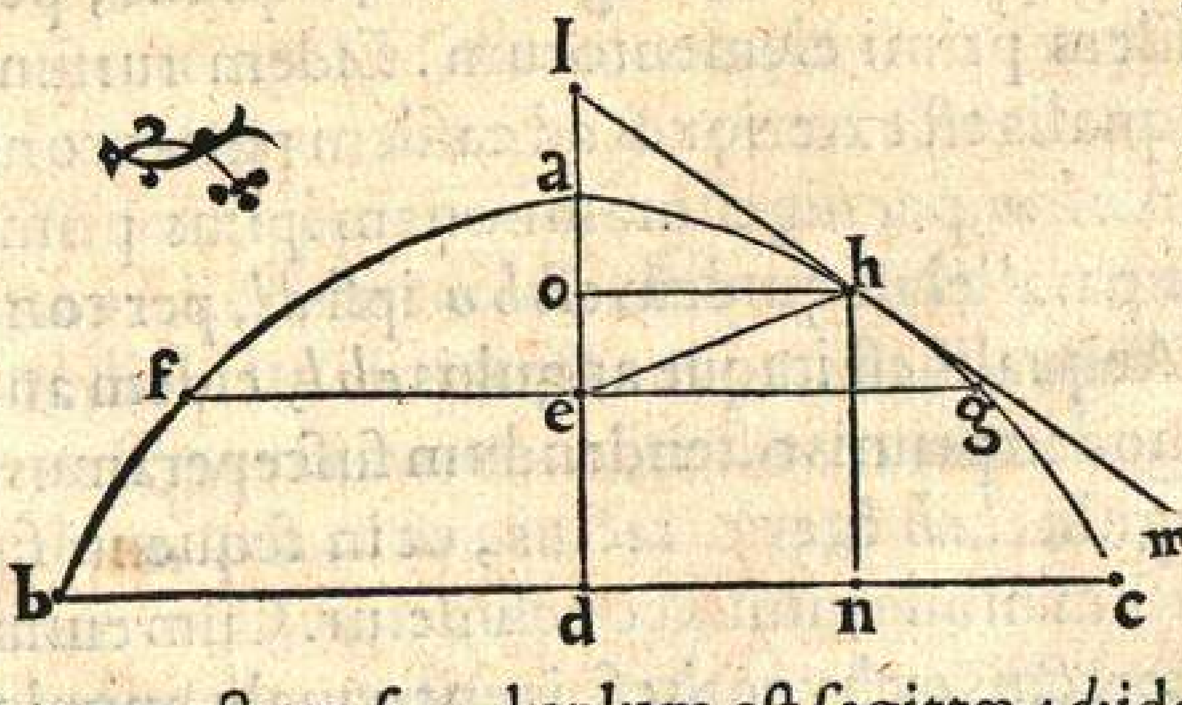
PROPOSITIO VII.

SI à dato quouis recti atque rectanguli coni parabolæ sectionis puncto, egrediatur linea recta sagittæ parallela, altera uerò cadat in punctū sagittæ medium, per quod transit latus erectum, atque in eodem puncto dato alia quædam linea recta sectionem tangat: Angulus qui sub contin-

gen-

gente utrinque producta, & ea quæ in punctum sagittæ mediũ ad partes uerticis causatur, æqualis est angulo, qui ex linea sagittæ parallela, & eadem contingente uersus basim efficitur.

Esto rursum data sectio parabola *a b c*, cuius uertex *a*, sagitta uerò *a d*, & basis *b d c*, sitq; ipsius sagittæ punctum medium *e*, per quod transeat latus erectum *f e g*: Datum porrò sectionis punctum sit *h*, & connexa linea recta *e h*, alia quædam linea recta *l h m*, tangat eandem sectionem in ipso puncto *h*, à quo decidat *h n*, ipsi *a d* parallela. Aio itaq; angulum *e h l*, æqualem esse angulo *n h m*. Producatur enim sagitta uersus *a*, similiter & ipsa cõtingens *l h m*, donec conueniant in punctum *l*. Trianguli itaq; *e h l*, angulus *l e h*, erit uel acutus, aut rectus, uel obtusus. Sit in primis acutus, ut in proxima figurę dispositione: & à pũcto *h*, in sagittam *a d*, perpendicularis deducatur *h o*, per duodecimam primi elementorum, quæ de necessitate sectionis parabolę cadet inter puncta *a*, & *e*. Cùm igitur *a e*, utcunque diuisa sit in puncto *o*: quod igitur sub *e a*, & altero segmentorum *a o*, quater comprehenditur rectangulum, unà cum quadrato quod ex *o e*, reliquo segmento describitur, æquum est ei quod ex *e a*, & *a o*, tanquam ex una recta linea fit quadrato, per octauam secundi elemẽtorum: hoc est, quadrato ipsius *e l*, nam per corollarium antecedentis sextæ propositionis, *a o*, ęqualis est ipsi *a l*. Et quoniam per tertiam propositionem antecedentem,

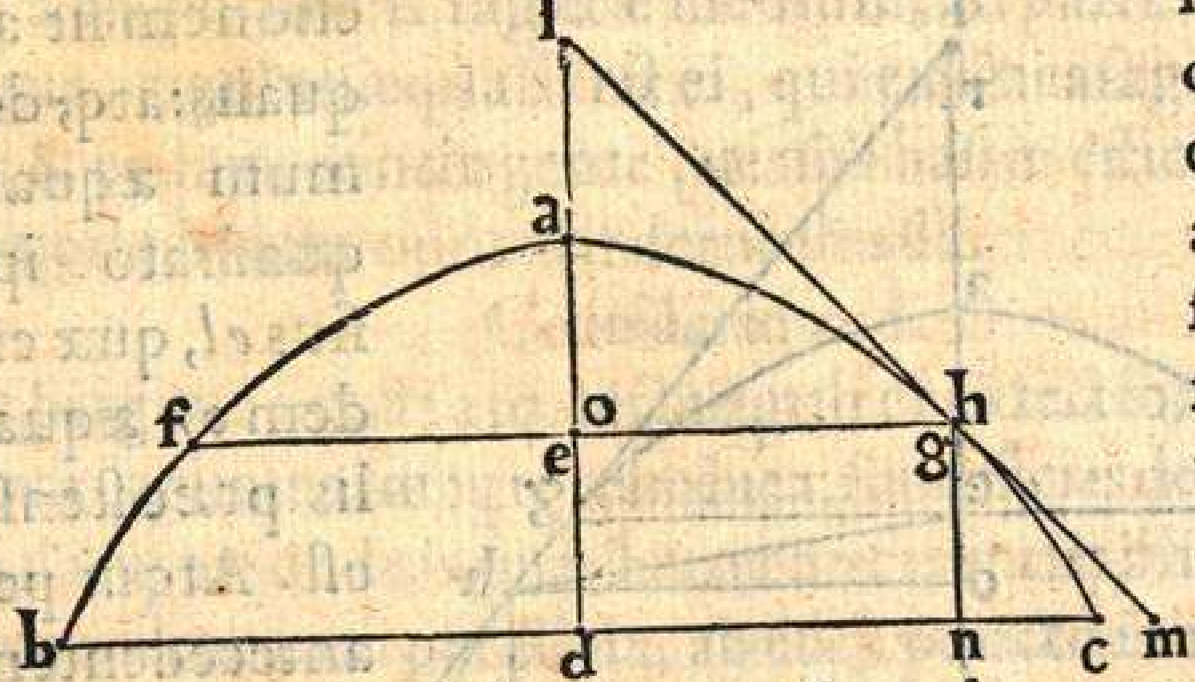


latus erectum *f e g*, duplum est sagittæ *a d*: idem ergo latus *feg*, quadruplum est ipsius *ae*. Id autem quod sub duabus lineis rectis, quarum altera in quotcunque segmenta diuisa est, continetur rectangulum: æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento diuisæ comprehenduntur rectangulis, per primam secundi elementorũ: & per primam sexti eorundem elementorum, sub eadem alitudine, & in basibus æqualibus consistentia rectãgula parallelogramma, æqualia sunt adinuicem. Quod igitur sub *feg*, & ipsa *ao* continetur rectangulum, quater sub *ea* & *ao* contento rectangulo, est æquale: & proinde unà cum quadrato quod ex *oe*, æquũ est ei quod ex *el*, describitur quadrato. Atqui latus erectum *feg*, eandem rationem habet ad perpendicularem *ho*, quam ipsa perpẽdicularis ad sagittæ partem *oa*, per antecedentem quartam propositionem. Tres itaque lineæ rectæ *feg*, *ho*, & *oa*, continuè sunt proportionales. Quod igitur sub extremis *feg* & *oa* continetur rectangulum, ęquum est ei quod à media *ho* fit quadrato, per decimamseptimam sexti elementorum. Quæ igitur ex *ho* & *oe* quadrata describuntur, æqualia sunt quadrato quod ex *el*. Ipsis porrò quadratis, quæ ex *ho* & *oe* describuntur, æquum est quadratum quod ex *eh*, per quadragesimamseptimam primi ipsorũ elementorum: rectus est enim angulus *eoh*, per ipsam cõstructionẽ. Aequalia porrò quadrata sunt, quæ ab ęqualibus rectis describuntur: æqualis est propterea *eh* ipsi *el*, & angulus consequenter *ehl*, angulo *elh*, æqualis, per quintam eiusdem primi elementorum. Eidem rursum angulo *elh*, æqualis est exterior & ad easdem partes consistens angulus *nhm*, per uigesimamnonam ipsius primi elementorum: parallela siquidem est *hn* ipsi *dl*, per constructionem. Aequalis est itaque angulus *ehl*, eidem angulo *nhm*. Quod in primis ostendendum susceperamus.

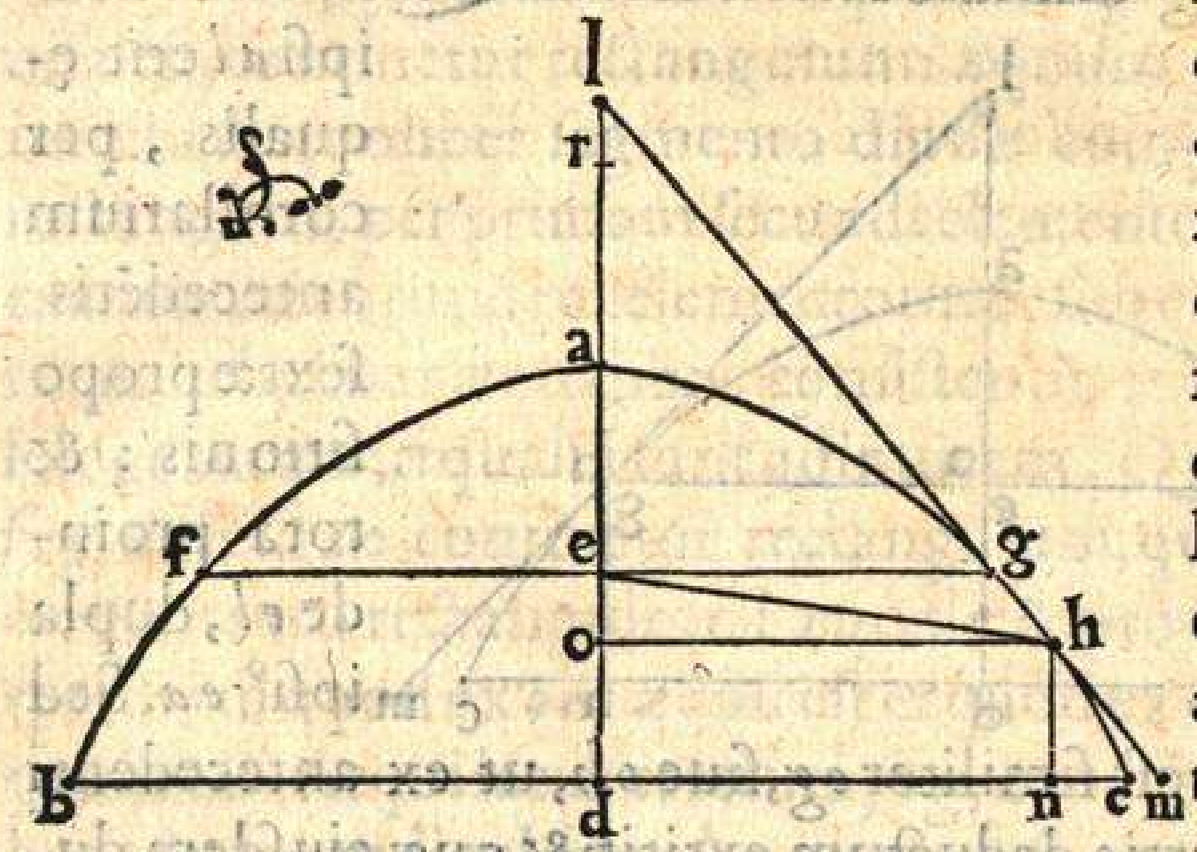
Si autem angulus *leh* fuerit rectus, ut in sequenti figura: idem rursum nihilominus concludetur. Cùm enim angulus *leh*, sit rectus ex hypothesi, is erit ęqualis angulo

re-

recto *l e g*: & ipsa proinde *h o*, perpẽdicularis, & coincidẽs propterea ipsi *e g* dimidio lateris erecti. Quare rursum *a e* ipsi *a l* erit ęqualis, per corollarium antecedẽtis sextæ propositionis: & tota proinde *e l*, dupla ipsi⁹ *e a*. Sed



ipsius *e a* dupla est similiter *e g*, siue *o h*, ut ex antecedenti propositione tertia deductum extitit: & quæ eiusdem duplicia sunt, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur *e l*, ipsi *e g*: & angulus consequenter *e h l*, angulo *e l h* per quintam primi elemẽtorum æqualis. Cui quidem angulo *e l h*, æqualis est angulus *n h m*, per uigesimamnonam eiusdem primi elemẽtorum: & proinde angulus *e h l*, æqualis ipsi angulo *n h m*. Quod rursum fuerat ostendendum. Esto demum angulus *l e h* obtusus, ut in ea quæ sequitur figuræ descriptione: & à pũcto *h*, in sagittam *a d*, perpẽdicularis deducatur *h o*, per ipsam duodecimam primi elementorum. Cadet igitur punctum *o*, inter puncta *d* & *e*: eritque recta *a o*, ipsa *a e* maior. Et quoniam per corollarium antecedẽtis sextæ propositionis, *a l* ipsi *a o* est æqualis: maior erit propterea ipsa *a l*, dimidia sagitta *a e*. Secetur itaque eidẽ *a e* æqualis *a r*, per tertiam primi elementorum. Reliqua igitur *e o*, reliquæ *r l* cõsequenter erit æqualis: & proinde tota *o r*, æqualis toti *e l*. His pręmissis, cùm recta *o a*, utcũque diuidatur in puncto e: quod igitur sub tota *o a*, & altero segmentorum *a e*, quater comprehenditur rectangulum, unà cum quadrato quod ex reliquo segmẽto *e o* describitur, æquum est quadrato ex *o a* & *a e*, tãquam ex una recta linea descripto, per octauam secundi elementorum:igitur & æquale quadrato ipſius *or*, cùm *de* ipſi



ar per cõſtructionem ſit æqualis:atq; demum æquale quadrato ipſius *el*, quæ eidem *or* æqualis præoſtenſa eſt. Atqui per antecedentem tertiam propoſitionem,latus erectum *feg*,duplum eſt ipſius ſagittæ *da*:igitur & ipſius *ea* quadruplum. Cõprehenſum itaq; ſub *feg*, & ipſa *oa*, rectangulum,æquum eſt ei, quod ſub eadẽ *oa*,& *ae* quater continetur(ut in prima huius parte, ex prima ſecũdi, atque prima ſexti elementorum concluſimus) & ipſum propterea ſub *feg*, & *oa* comprehenſum rectangulum, unà cũ quadrato quod fit ex *eo*,æquatur quadrato quod fit ex *el*.Eidem præterea rectangulo quod ſub *feg*, & *oa*, continetur,æquum eſt quadratum quod ex ipſa *oh*, perpendiculari deſcribitur.Nam per antecedentem quartã propoſitionem, *oh* eſt media proportionalis inter latus erectum *feg*,& ſagittæ partem *oa*. Vnde rurſum per decimamſeptimam ſexti elementorum, comprehenſum ſub extremis *feg*,& *oa* rectangulum,æquum eſt ei quod à media *oh* fit quadrato.Quæ igitur ex *eo*,& *oh* utraque fiunt quadrata,æqualia ſunt ei quod ex *el* quadrato deſcribitur.Ipſis porrò quadratis quæ ex *eo*, & *oh* deſcribũtur,æquum eſt id quod fit ex *eh*, per quadrageſimam ſeptimam primi elemẽtorum: rectus eſt enim angulus qui ſub *eoh*, per conſtructionem. Quod igitur ex ipſa *el*, deſcribitur quadratũ,æquũ eſt ei quod fit ex *eh*: & proinde ipſa *el* recta,eidem *eh*,æqualis,& angulus conſequenter

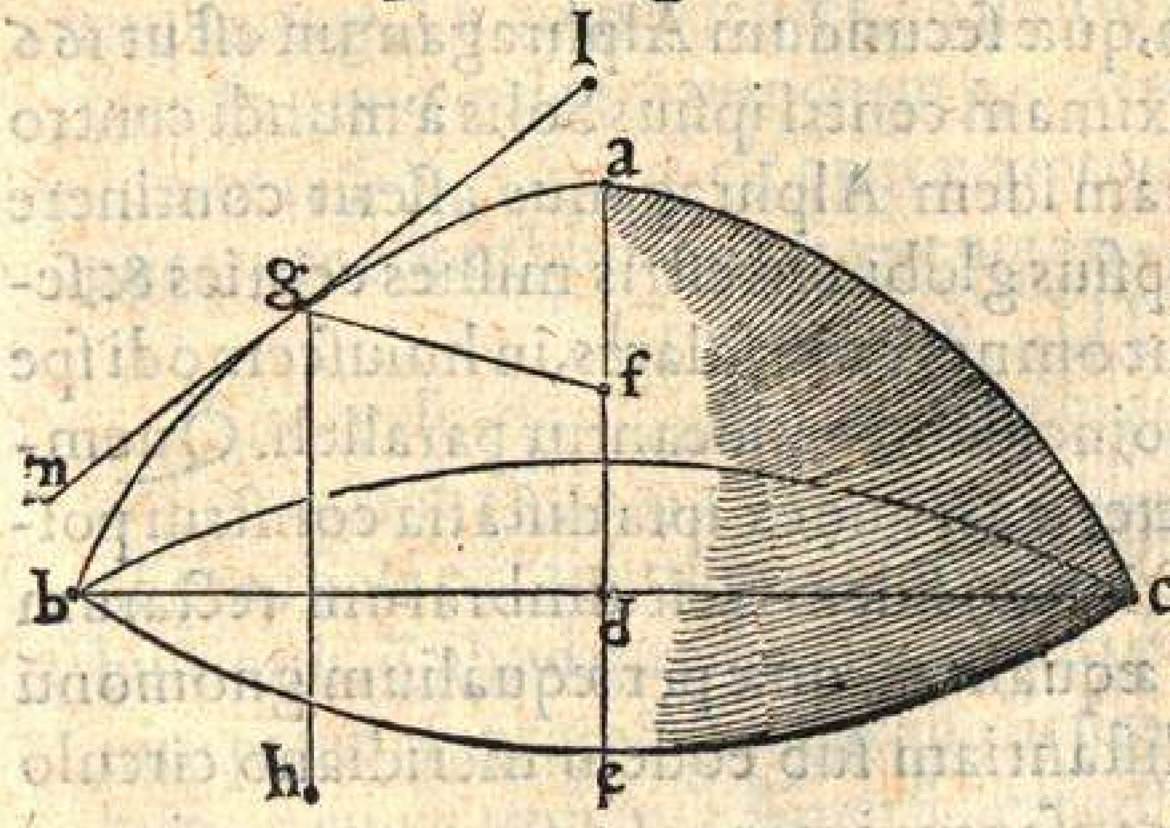
ehl,

e h l, æqualis angulo *e l h*, & æqualis propterea ipsi angulo *n l m*. Omnibus ergo modis, qui sub contingente, & ea quæ in punctum sagittæ medium, ad partes uerticis causatur angulus: æqualis est ei, qui ex linea sagittæ parallela, & eadem contingente, uersus basim efficitur angulo. Quod tandem oportuit demostrasse.

Corollarium I.

Si igitur à recti atq; rectanguli coni sectione parabola, circa sagittam integrè reuoluta, superficies describatur, & in datum quoduis punctum concauitatis illius recta inciderit linea axi parallela, ab eóq; puncto in medium sagittæ punctum (per quod transit latus erectum) altera recta connexa fuerit: ipsæ lineæ rectæ æquales cõficient angulos cum ea linea recta, quæ pręfatam superficiem à parabola sectione descriptam, in eodem puncto contangit.

Vtpote, si ex data coni rectãguli sectione parabola *a bc*, cuius uertex *a*, basis uerò recta *b c*, & sagitta *a d*, circa eandem sagittam integrè reuoluta, describatur parabola & excauata superficies *a b e c*: cuius basis sit *b c e* circulus, & ipsius circuli centrum punctum *d*, diameter autem recta *b d c*, & diuisa sit *a d* sagitta (quæ nomen axis adepta est) bifariam in puncto *f*, cuius dimidium *af*, quartæ parti lateris erecti eiusdem sectionis parabolæ sit æquale. Incidat autem in punctum *g* cõcauitatis eiusdem superficiei



parabolę, recta linea *g h*, axi *a d* parallela, & cõnectatur *g f* linea recta, tangatq; præfatã superficiẽ à parabola sectione descriptam, recta quædã linea *l m*, in ipso quidem puncto *g*. Clarum est itaq; angulum *lgf*, æqualem esse angulo *mgh*. Per datum siquidem punctum *g*, & uerticem *a*, sectio transit parabola, super basim *bec* perpendiculariter erecta, & ei sectioni ex qua descripta est superficies similis & prorsus æqualis, quam quidẽ sectionem bifariam diuidit axis *ad*. Et cùm eidem axi parallela sit recta *gh*, per constructionem, erit eadem *gh* in eodẽ plano cum ipsa *ad*: similiter & ipsa *gf*, per septimam undecimi elementorum. & proinde recta *lm*, quæ tangit superficiem, tangit similiter & eandem sectionem in ipso pũcto *g*. Aequalis est itaq; angulus *lgf*, ipsi angulo *mgh*, per ipsam propositionem septimam. Idem quoque subsequi necessum est, de datis quibusuis aliis in concauum eiusdem superficiei coincidentibus lineis rectis.

Corollarium II.

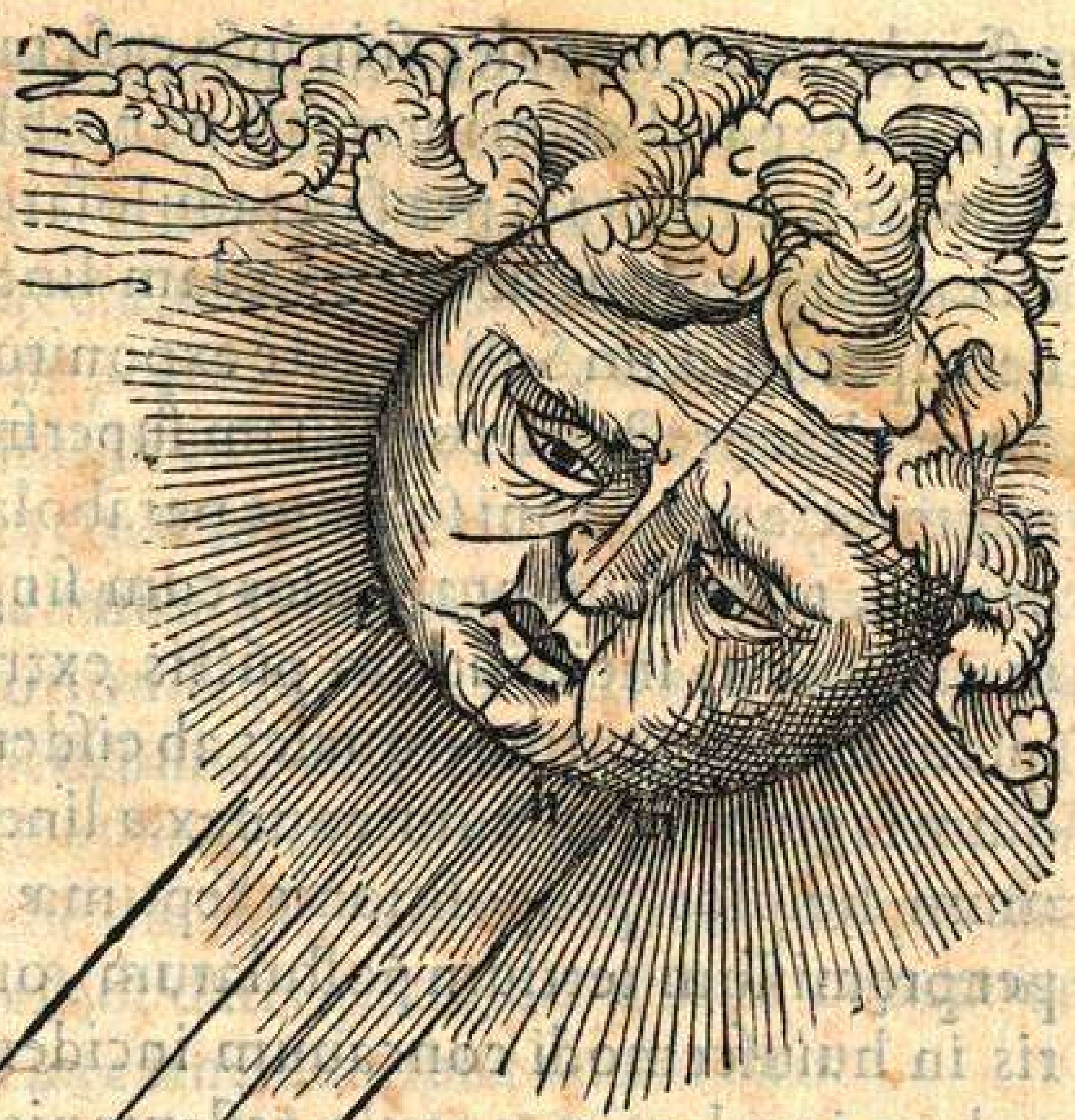
In speculo itaque iuxta recti atq; rectanguli coni sectionem parabolam excauato, & Soli radiãti directè exposito: omnes radij solares in concauam eiusdem speculi superficiem incidentes, in unum ueluti commune punctum axis reflectuntur: quod tantum distat ab ipsius speculi uertice, quantum est dimidiũ sagittæ illius sectionis parabolæ, ad cuius rationem datum speculum constructum extitit. Nam propter solaris corporis respectu totius globi terrestris (ne dum exigui speculi) excessiuam magnitudinem, quæ secundum Alphraganum est ut 166 ferè ad 1, & maximam centri ipsius Solis à mundi centro distantiam, quam idem Alphraganus asserit continere semidiametrũ ipsius globi terrestris millies centies & septuagesies: fit ut omnes radij solares, in huiuscemodi speculum directè coincidentes, uideantur paralleli. Quemadmodum (præter eas, quę ex ipsa distãtia construi possent demonstrationes) fidem facit umbrarum rectarum meridianarum æqualitas, quæ per æqualium gnomonũ ad notabilem distantiam sub eodem meridiano circulo constitutorum causantur inter positionem: quæ minimè offen-

offenderentur æquales, si in ipso casu radiorum, iidem radij solares parallelam inter sese non obseruarent distantiam. Se habent itaq; præfati radij solares in ipsum coincidentes speculum, ueluti quædam lineæ rectæ axi eiusdem speculi (dum Soli directè exponitur) parallelę. Sed omnes lineę rectæ in concauam superficiem, quæ à recti atque rectanguli coni sectione parabola describitur incidentes, tales causant angulos cum singulis lineis rectis, in earundem incidentium pūctis extremis, superficiem ipsam contingentibus: quales ab eisdem punctis, in medium sagittæ punctum connexæ lineæ rectę, per primum huiusce propositionis septimæ corollarium. Et per prę missum tertium postulatum, omnis radius solaris in huiuscemodi concauum incidens speculum, angulum incidentiæ angulo reflexionis facit ęqualē: super plano (uelim intelligas) quod ipsius speculi parabolici concauam superficiem, in eodem incidentiæ puncto contangit. Corollarium itaque fit apertè manifestum. In cuius maiorem elucidationem, sequentem adiecimus figuram: quæ habet speculum parabolicū *a b c*, cuius uertex *b*, axis uero *b d*, & in eodem axe quarta pars lateris erecti *b e*, hoc est, dimidium sagittæ sectionis parabolæ, ad cuius rationem cōstructum est speculum: Radios deniq; solares inter cæteros annotatos *f g*, *h l*, *m n*, in puncta concauitatis *g*, *l*, *n* coincidentes, ad ipsum punctum *e* refractos. In quod quidem punctum *e*, cæteros omnes coincidentes radios refrangi est operæ pretium: ibidémque, applicata re cōbustibili, ignem generari.

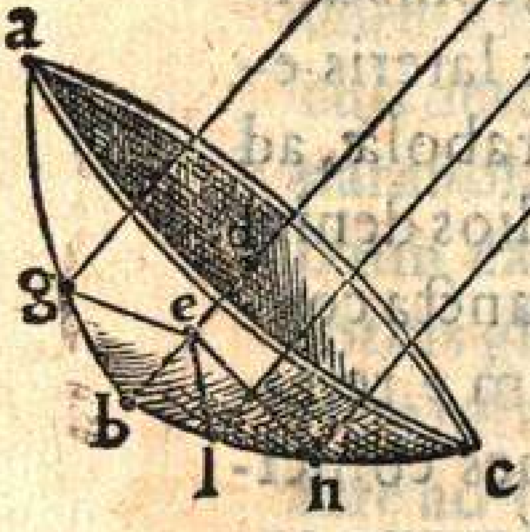
Corollarium III.

Hinc rursum colligitur, huiuscemodi speculum parabolicum, hoc est, iuxta recti atque rectanguli coni sectionē parabolā excauatum: intensioris atq; celerioris esse cōbustionis, q̄ aliud quoduis speculum datū. Nullum etenim præter supradictum parabolicum offenditur speculum, à cuius uniuersa superficie radij solares in unum

Qu



commune punctũ reflectantur. Nam ſi aliquod tale dari poſſet ſpeculum, maximè foret hemiſphæricum concauũ: ſed in illo tot offenduntur reflexionũ puncta, quot ſunt incidentium radiorum orbiculares reuolutiones. Vt ex Vitellione, aliiſque authoribus Perſpectiuæ facilè deprehenditur. Solum itaque ſpeculũ, pro recti atq; rectanguli coni ſectione parabola constructum, punctum habet commune, in quod coincidentes radij ſolares uniuerſaliter refranguntur. Et cùm uirtus unita, fortior ſit ipſa diſſa: fit ut in præfato ſpeculo parabolico, & ad communem illius refractorum radiorum concurſum, ignis celeriùs atq; intenſius accendatur, quàm per aliud quod uis ſpeculum datum.

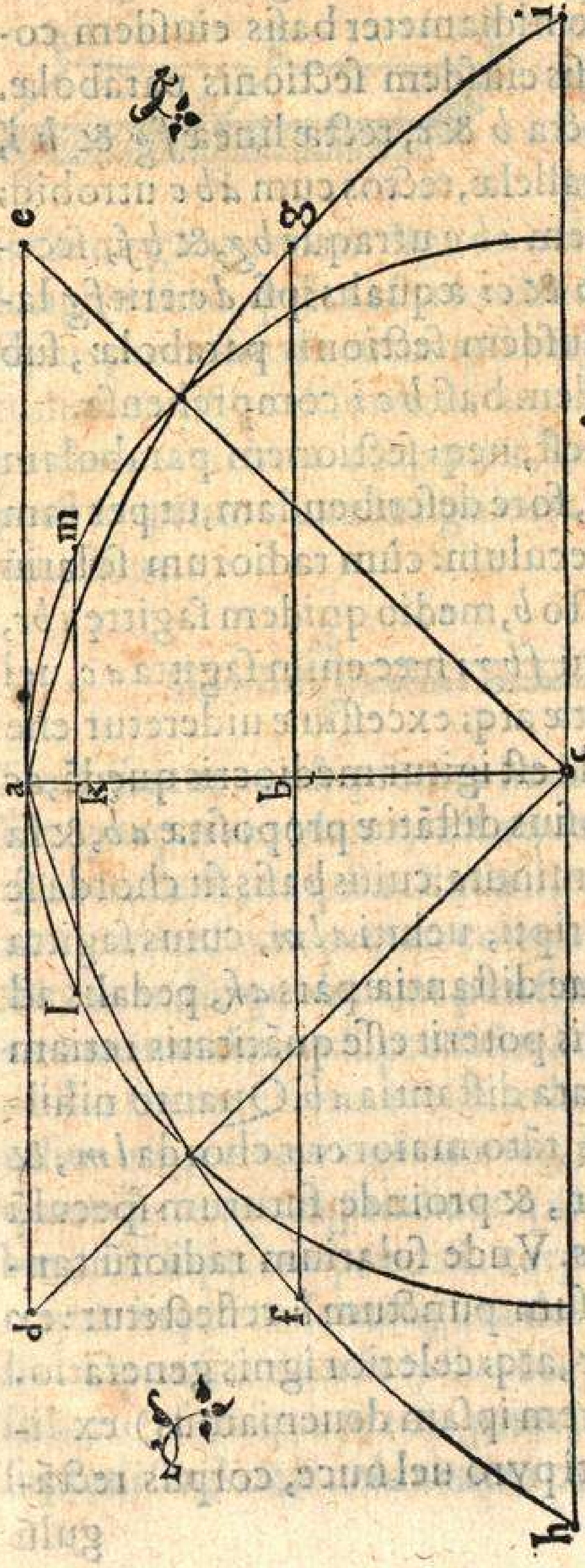


PROPOSITIO VIII.

Qua

QVa ratione ſectio deſcribatur parabola, ad conſtructionem ſpeculi concaui, ignem ad propoſitam diſtãtiam generantis pernecesſaria.

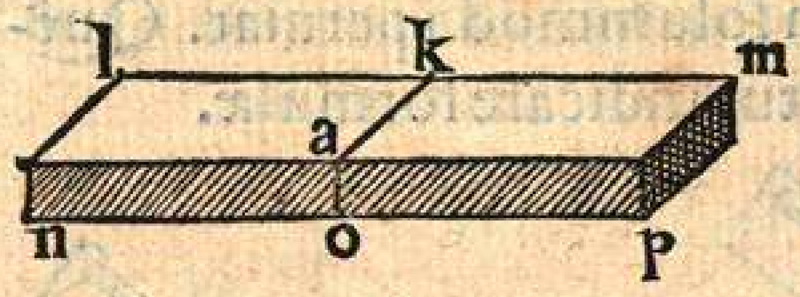
Eſto diſtantia,ſeu propoſita longitudo *ab*: quæ in directum & continuum producatur,ad partes quidem *b*. Et



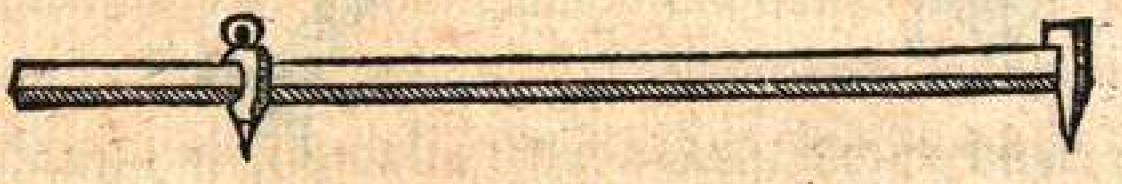
ipſi *a b*,ęqualis ſecetur *b c*: hoc eſt,ſumatur ipſius *a b* dupla,quæ ſit *a b c*. Poſito itaque ſpeculi parabolici uertice in pũcto *a*,omnes radii ſolares in ipſum ſpeculum incidentes,refrangi debent ex hypotheſi,& ſimul conuenire in punctũ *b*. Erit propterea data longitudo *a b*, dimidium ſagittæ illius ſectionis parabolę,ad cuius inflectionem propoſitum excauandum erit ſpeculum:& tota conſequenter *a c* ſagitta eiuſdẽ ſectionis integra, atque ſemidiameter circuli qui eſt baſis recti atque rectanguli coni, ex quo propoſita ſectio parabola (quæ diminuta nuncupatur) eliciẽda eſt. Fiat igitur recta *d e* ad angulos rectos cum *a c*, & utraque *d a* & *a e* eidem *a c* æqualis: connectanturq; *d c*,atque *c e* lineæ re ctæ. Rectus erit itaq; angulus *dce*: uterque enim angulus *dca*, & *ace*, dimidius est anguli recti, uelut ex quinta, & trigesimasecunda primi elementorum uel facilè colligitur. Et proinde triangulum *dce*, rectangulum est, atque isosceles: ad cuius integram reuolutionem circa latus *dc*, rectus atque rectangulus conus describitur, cuius sectio parabola recipit in sagittam præfatam lõgitudinem *abc*: eritq; recta *dc* axis, & *ce* semidiameter basis eiusdem coni, & proinde dimidiũ basis eiusdem sectionis parabolæ. Si ducantur ergo per puncta *b* & *c*, rectæ lineæ *fg* & *hi*, inuicem atque ipsi *de* parallelæ, rectos cum *abc* utrobiq; causantes angulos, ac eidem *abc* utraque *bg*, & *bf*, secetur æqualis, & utraque *ch* & *ci* æqualis ipsi *dc*: erit *fg* latus erectum, & *hi* basis eiusdem sectionis parabolæ, sub inflexa linea *hfagi*, & eadem basi *hci* comprehensa.

His præmissis clarum est, neq; sectionem parabolam *hai*, neq; eius partem *fag*, fore describendam, ut per eam propositum fabricetur speculum: cùm radiorum solariũ reflexio, futura sit in puncto *b*, medio quidem sagittę *abc*, per quod trãsit latus erectũ *fbg*: hæc enim sagitta *ac*, uel eius dimidia pars *ab*, ineptæ atq; excessiuæ uideretur esse magnitudinis. Resecanda est igitur mediocris quędã, ac nõ incongrua particula ipsius distãtiæ propositæ *ab*, & fabricãda sectio parabola diminuta: cuius basis sit chorda sectionis circuli ex *abc* descripti, ueluti *alm*, cuius sagitta est *ak*. Hæc autẽ sagittæ siue distantiæ pars *ak*, pedalis ad summũ aut sesquipededalis poterit esse quãtitatis: etiam quantacunque fuerit oblata distantia *ab*. Quanto nihilominus maior extiterit *ak*, tãto maior erit chorda *lm*, & sectio parabola tãto maior, & proinde futurum speculũ tanto consequenter maius. Vnde solarium radiorũ tanto maior multitudo, in ipsum punctum *b* reflectetur: ex quo subsequetur intentior, atq; celerior ignis generatio.

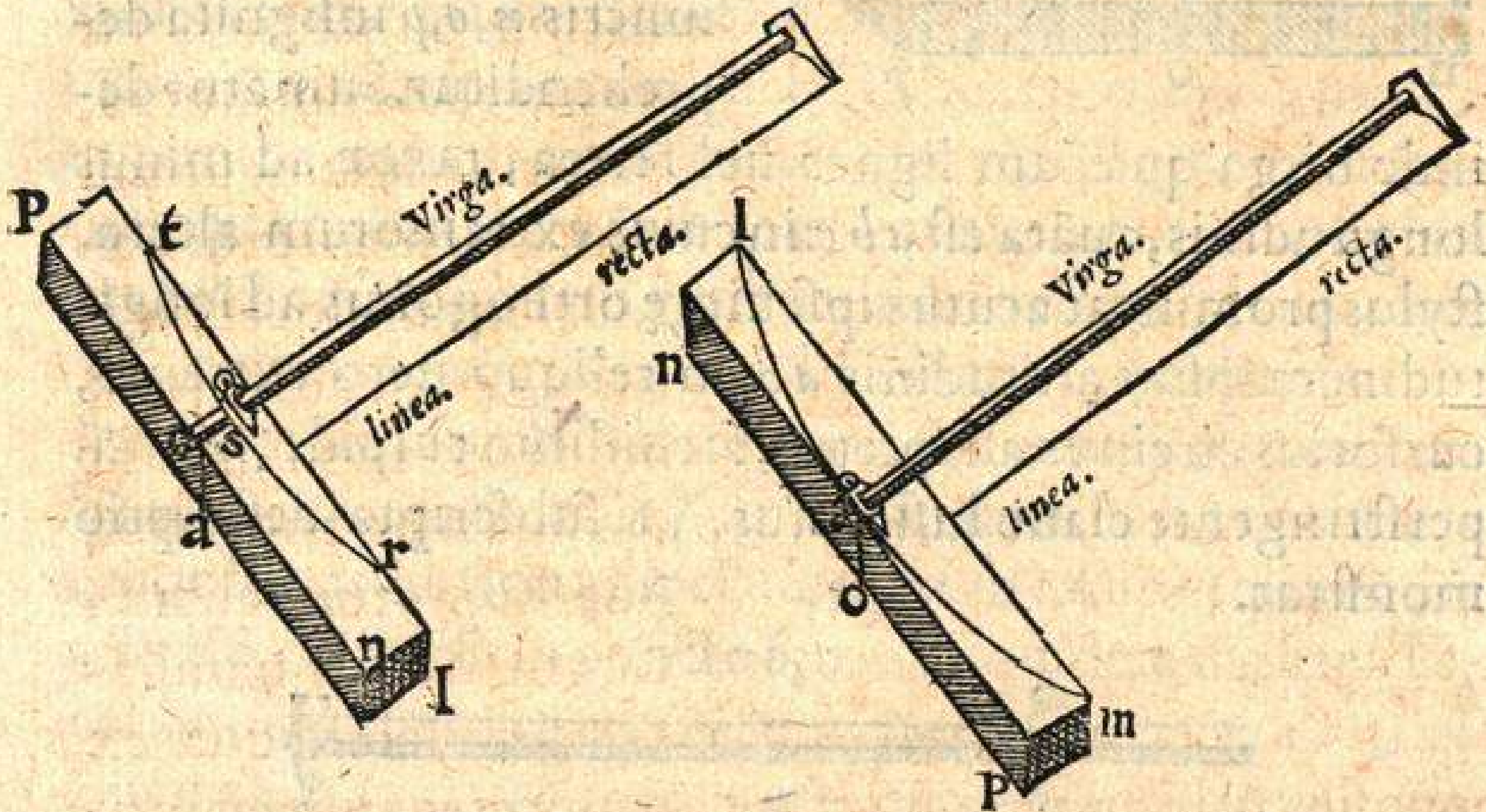
Fabricetur itaq; (ut ad rem ipsam deueniamus) ex ligno quopiam solido, ueluti pyro uel nuce, corpus rectãgulũ gulum ſub æquidiſtantibus planis comprehenſum: tantæ ad minus longitudinis, quanta eſt chorda *l m*, latitudinis autem iuxta ſagittam *a k*, & altitudinis ad ipſius *a k* di midium. Cuius quidem corporis longitudo, ſub quatuor lineis rectis, latitudinis atque altitudinis lateribus parallelis, & quadrilateram atque rectangulā comprehendētibus figuram, biſariam ex omni parte diuidatur. Vt ex



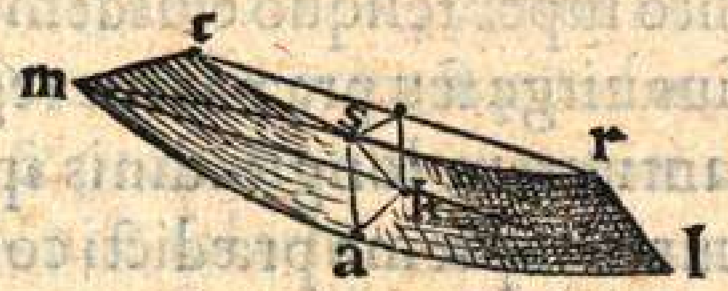
obiecta corporis figura, eiſdē literis *a*, *k*, *l*, *m*, & adiunctis *n*, *o*, *p* inſignita deprehenditur. Sumatur deinde uirga quædam lignea uel ferrea, tantæ ad minus longitudinis, quāta eſt *a b c*: in cuius extremorum altero, ſtylus promineat acutus ipſi uirgę orthogonus ad longitudinem ipſius altitudinis *a o*: in reliquo uero extremo, curſorius circinus adaptetur, breuiſſimo cuſpide, unà cū perſtringente clauo inſignitus. Vti ſubſcripta deſcriptio monſtrat.



Deſcribatur conſequenter in dato quopiam, & ad libellam præparato plano, recta quædā linea, quę ſit æqualis ipſi *a b c*: & ſuper ipſius lineæ altero termino, media linea alterutrius faciei pręfati corporis rectanguli directè conſtituatur, ſic quidem, ut punctum (uerbi gratia) *o* eidem extremitati lineæ ſupradictæ adamuſſim reſpondeat. Et poſito ſuper reliquo eiuſdem lineæ termino ſtyli cuſpide ipſius uirgę ſeu præparatæ regulę, atq; circino curſore ad quantitatem longitudinis ipſius *a b c* iuſtificato: deſcribatur in ſuprema prædicti corporis ſuperficie, ſectio *l a m*, ei quæ in præcedenti figura delineata eſt ſimilis & æqualis. Oppoſita deinde ipſius corporis rectanguli facie ſurſum euerſa, atque media prioris faciei lineola in directū ſupradictæ lineæ uelut antea conſtituta: reſtringatur interuallũ circini pro dimidia parte ipsius *ak*, immoto sem per (ueluti communi centro) ipsius styli cuspide: & super altera, atq; priori opposita facie corporis, sectio itidē cir culi describatur *rst*, ipsa *lak* minor. In hunc quippe modum, ut utraque sectionis periphæria ad eandem corporis partem inclinetur: & altera earum tangat latus faciei in qua describitur in ipso puncto *a*, reliqua uerò ad mediam oppositæ faciei partem solummodo peruiat. Quēadmodum subscriptæ uidentur indicare formulæ.



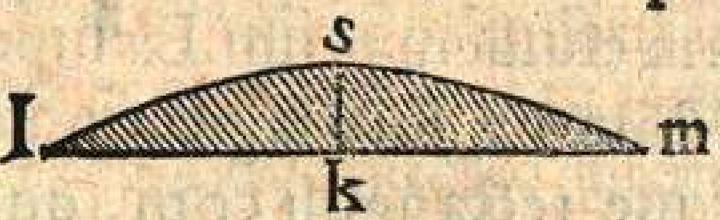
Connexis postmodum lineis rectis *lr* & *mt*, abscindantur omnia quàm rectissimè fieri poterit, extra præfatas circulorum sectiones & superficiem *lmrt* comprehensa: relinquerur enim portio quædam truncata recti atque rectanguli coni, cuius basis est circulus à præfata linea recta *abc* descriptus. Huius autem truncatæ portionis siue corporis figuram, hic habes ob oculos expositam, iuxta præassumptarum linearum rationem, quam



melius fieri potuit in plano repręsentatã. Quòd si demũ partes extra planam superficiem, quæ transit per puncta *lsmk*, uersus *r* & *t* prominentes, quàm aptè fieri poterit resecentur: prodibit tãdem proposita sectio parabola dimi-

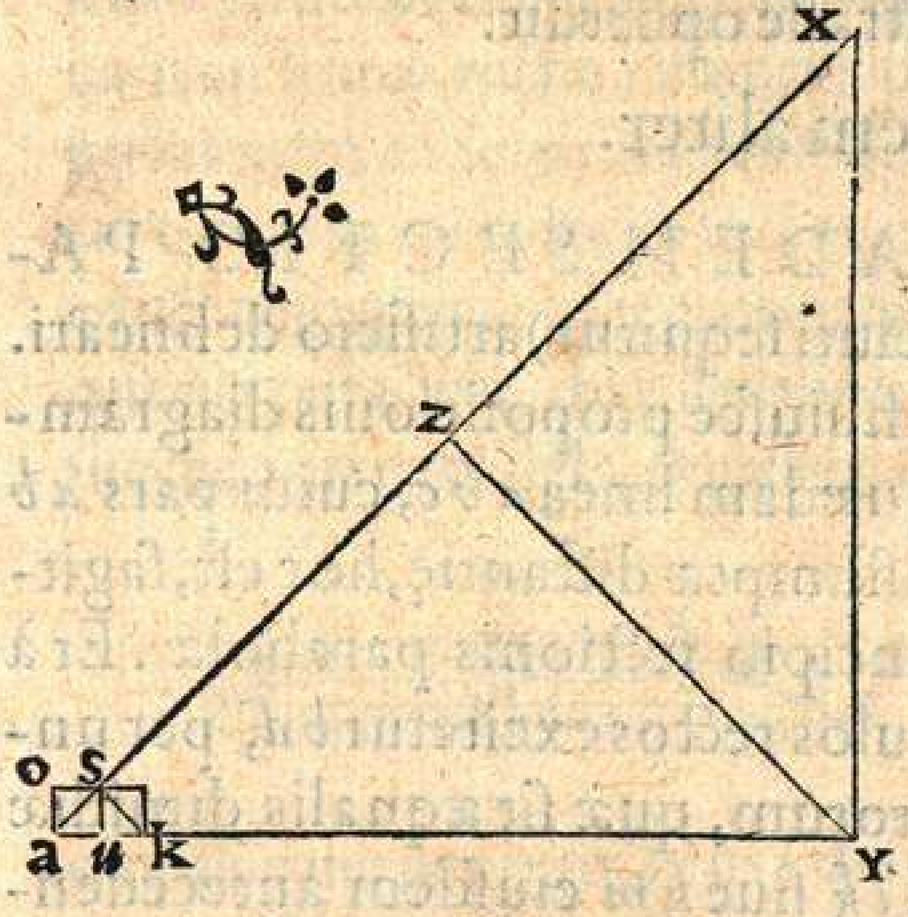
mi-

minuta,ſub inflexa linea *lsm*,& recta baſi *lkm* comprehẽſa,cuius uertex erit punctum *s*,ſagitta uerò connexa linea recta *sk*. Vt hæc



oſtendit figura,pẽdenter cum priùs aſſumptis delineata.

Exponatur enim ob oculos quadrilaterum rectangulum *aosk*, quod uidelicet ſumptum à principio corpus *lm np*, bifariam diuidebat,cuius unum latus eſt *ak*: & cõnexa linea recta *as*, per datum punctum *s*, ipſi *ao* parallela ducatur *su*, per trigeſimam primã primi elementorũ. Parallelogrãmum erit igitur *aosu* quadrilaterũ, atque rectangulum. Et quoniã per trigeſiimã quartam primi elemẽtorum, omnis parallelogrãmi latera quæ ex

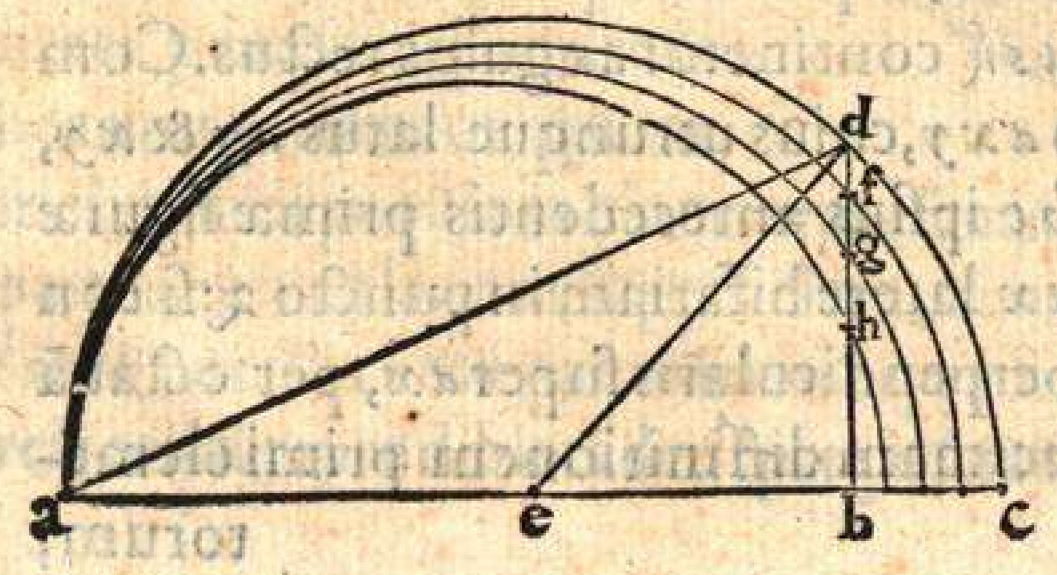


oppoſito & anguli,ęqualia ſunt adinuicẽ: ęquum eſt propterea latus *au*,ipſi *os*,atque *ao* ipſi *su* æquale.Sed *os* dimidium eſt ipſius *ak*,ſimiliter *ao*, per ipſam conſtructionem:utraq; igitur *au* & *su*,& ipſa conſequenter *uk*, eiuſdem *ak* eſt dimidium.Tres propterea *au*,*uk*,*su*, æquales ſunt adinuicem,& uterque angulus qui circa *u* uerticem rectus:baſis igitur *as*,baſi *sk* eſt æqualis,per quartam primi elementorum,& qui ad eaſdem baſes conſiſtunt anguli æquales adinuicem,& proinde quilibet eorum recti dimidius,& qui ſub *ask* continetur angulus rectus.Completo itaq; triangulo *axy*,cuius utrunque latus *ay* & *xy*, duplatæ diſtantiæ *abc* ipſius antecedentis primæ figuræ ſit æquale,& diuiſo *ax* latere bifariam in puncto *z*:ſi connectatur *yz*,ea erit perpendicularis ſuper *ax*, per octauã propoſitionem,& decimam diffinitionem primi elemẽtorum;

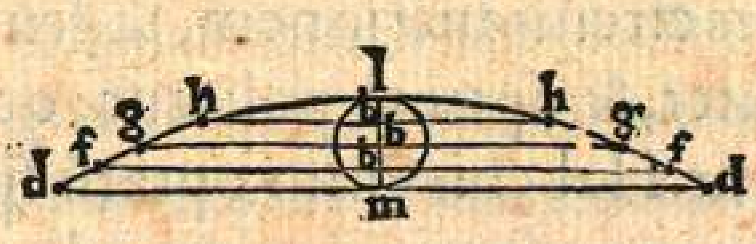
torum, & ipsi propterea *s k* parallela, per uigesimamoctauam eiusdem primi. Ex supradictis ergo fit manifestum, rectam *y z* fore sagittam parabolæ sectionis illius recti atque rectanguli coni, qui à triangulo rectangulo *a x y*, circa latus *x y* complete reuoluto describitur, & cuius basis est circulus *e x a y* delineatus. Hinc per præmissam parabolæ sectionis diffinitionem, *s k* est sagitta diminutæ sectionis parabolæ, cuius basis est præfata chorda *l k m*. Quòd fecisse, ac demonstrasse oportuit.

Idem aliter.

POTERIT ET EADEM SECTIO PArabola diminuta, alio (ueluti sequitur) artificio delineari. Supposito itaque primo huiusce propositionis diagrammate, describatur recta quædam linea *a b c*, cuius pars *a b* sit æqualis duplo ipsius assumptæ distantię, hoc est, sagittæ ipsius descriptæ à principio sectionis parabolæ. Et à puncto *b*, ipsi *a b c* ad angulos rectos excitetur *b d*, per undecimam primi elementorum, quæ sit æqualis dimidiæ chordæ *l k m*, hoc est, ipsi *l k* siue *k m* eiusdem antecedentis primi diagrãmatis. Describatur postmodum semicirculus *a d c*, cuius centrum in hunc modum promptissimè reperietur. Connexa *a d* linea recta, describatur angulus *a d e* æqualis angulo *b a d*, per uigesimamtertiam primi elementorum: ubi enim *d e* recta diuiserit rectam *a b* (ut in ipso puncto *e*) illic erit centrum præfati semicirculi. Quibus absolutis, sectio *b c* in quotcunque partes inuicẽ æquales diuidenda est: sit igitur eadem *b c*, in quatuor partes (exẽpli gratia) distributa. Describãtur consequenter singuli semicirculi, quorum dimetientes inter pũctum *a* & singula



diuiſionum puncta ipſius bc comprehendantur: notentúrq; ſingulæ prędictorum ſemicirculorum interſectiones in ipſa perpendiculari bd contingentes, ſub punctis quidem f, g, h: ut in figura. Exponatur rurſum altera linea recta, ſæpius expreſſæ ſagittæ ak primæ deſcriptionis æqualis: quæ ſit lm ſuccedentis deſcriptionis. Hæc poſtmodum recta lm, in tot partes inuicem æquales diuidatur, in quot diuiſa eſt ipſa bc. Et per ſingula diuiſionum puncta (excepto l extremorum altero) ſingulæ ducantur lineæ rectæ inuicem parallelæ, & ad rectos angulos cum eadem lm coincidentes. Deſcripto conſequẽter circa lm circulo, ab ipſa parallela quæ per m punctum educta eſt, geminę ſecentur rectæ ipſi bd æquales: & à ſequenti parallela, duæ ſimiliter rectæ æquales ipſi bf: & à ſuccedenti parallela, totidem ęquales ipſi bg. Et deinceps in hũc modum, pro data parallelarum atq; ſectionum multitudine ipſius bd. Tandem à ſectione circuli quæ per punctum l deſcribitur, in ſingula prædictarum linearũ extremalia puncta, inflexa linea præfatæ ſectionis parabolæ deſcribatur: ut in ipſa continetur figura.



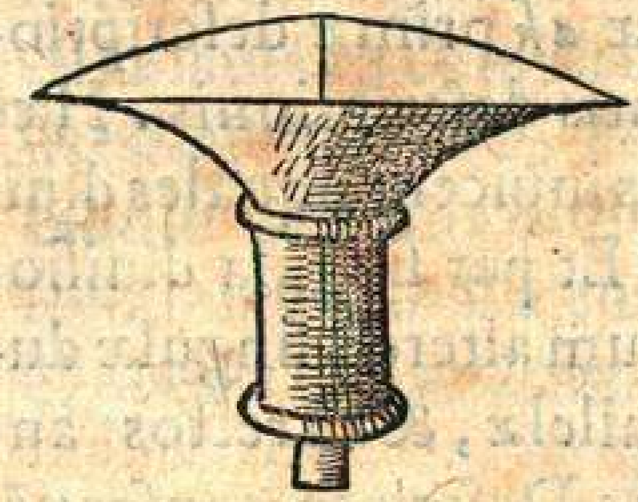
Corollarium.

In quanto plures igitur partes, ipſa bc recta fuerit diſtributa: tanto præciſior, hoc eſt, minus peccans erit eadẽ inflexa linea ipſius ſectionis parabolæ.

PROPOSITIO IX.

VT ſpeculum ipſum, iuxta prius deſcriptam ſectionem parabolam excauatum fabricetur, ac poliatur, tandem oſtendere.

Fabricetur igitur ex puro & electo calibe, instrumentum quoddã moderatè crassum, & ueluti scalprũ in acutiem desinens: quæ quidem acuties instar præfatæ sectionis parabolę ad unguen sit efformata, atque ita indurata,

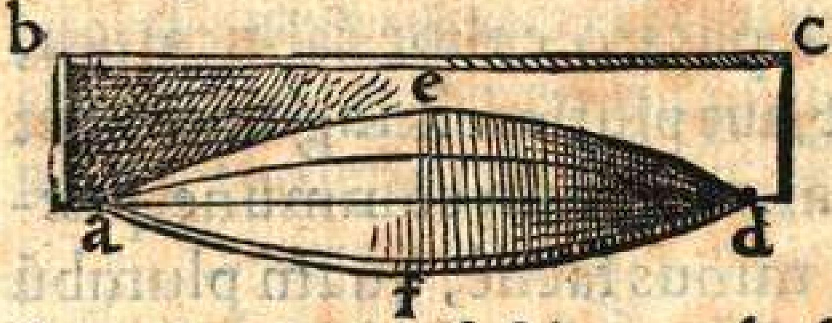


ut uulgatum calibem seu ferrũ depuratum facilè discindat atq; radat. Huius autem instrumenti hãc accipe formulam. Postmodum, ex ipso uulgari calibe, seu ferro depurato, lamina quædam incuruata fabricetur, ad inflexã lineam eiusdem parabolæ sectionis propemodum excauata, digitalis propemodum crassitudinis. Cuius quidẽ laminæ superficies concaua, ad iustam inflexæ lineę parabolę ipsius præparati & indurati instrumenti, per tornatilem & artificiosam illius circunductionem, radendo figuretur: ac demum subtiliter, & optimè poliatur, quẽadmodum infra declarabitur. Habebis enim optatũ speculum, quod solaribus radiis expositum, ignem ad propositam distantiam, super inflammabili materia (ut ex præostensis fit manifestum) generabit. Conditiones porrò boni & electi calibis, ad præfati instrumenti siue scalpri parabolici constructionem necessarii, sunt huiusmodi: lenitas uidelicet exterioris superficiei absque scissuris, frangendi facilitas, & partium contingens in fractura splendor. Facilitas etenim fractionis, ipsius calibis duritiem arguere uidetur: lenitas autem superficiei exterioris & claritas partium in fracturis, debitam earũdem partium continuationem, atque mundiciam eiusdem calibis apertè manifestant. Induratio autem ipsius calibis, quæ cæteris potissimũ in hoc uidetur præstare negotio, est hæc. Exprimatur succus raphani, & cum eodẽ succo permisceatur aqua de lumbricis terræ contusis & expressis per pannum lineum: sic quidem ut utriusque & suc-

ſucci & aquę partes ſint æquales. Et intra hāc mixturam præfatum inſtrumētum ex depurato calibe fabricatum, candens uel ignitū bis, térue, aut pluries extinguatur: fiet enim adeò ſolidum & durum, ut ferrum commune, præcioſóſue lapides incidat nō minus facilè, quàm plumbū uel ſtannum. Reliquum eſt, de politura ipſius ſpeculi nonnulla ſubiungere. Huic itaque rei commodiſſimus eſt lapis emerillus appellatus, colorem habens ferreum, ueluti magnes. Melior tamen eſſe uidetur, cui color ineſt citrinus & ſuboſcurus, ſilicibus in aquis claris inuentis haud diſſimilis. Is itaque lapis, intra mortarium æneum puluerisandus eſt, dein per cetaſſeum aut lineum pānum cribrādus, & exprimendus. Et huiuſcemodi puluis aqua commiſcendus, & commixtura ponenda ſuper plumbū, & cum ipſo plumbo ita madefacto poliēdum ſpeculum. Sed in primis, cum groſſiori utcunq; puluere eiuſdē lapidis emerilli poliatur: deinde cum ſubtiliori. Eſt & alius lapis emerillus póchea nuncupatus, quo uulgares utuntur artifices, potiſſimum aurifabri, ad idem utilis ſi tritus fuerit ſuper lapidē. Item genus aliud pocheæ, quod uulgò color nuncupatur, ad poliendum etiam ualet, cum ligno mundo ab omni ſorde, aut cum lamina ex plumbo & ſtanno conflata. Poterit & idem ſpeculum eo modo poliri, quo poliuntur gladii & enſes, ab illorum artificibus.

Alia eiuſdem ſpeculi compoſitio.

IVVAT DEMVM ALIAM EIVSDEM ſpeculi materiam, fabricam, atque polituram oſtendere: ad aliorum quoque ſpeculorum conſtructionem, indifferēter adcommodam. Fiat igitur ex ligno quopiam ſolido, tabella quadrangularis atque rectangula, tantæ ad minus longitudinis, quanta eſt baſis ſiue latus rectū præparatę ſectionis parabolæ: latitudinis autem paulo maioris,quàm ſit illius ſagitta:& craſſitudinis ad ſummum



digitalis:ueluti obiecta figura *abcd* utcunque demonſtrat. In qua quidem tabella, delineetur ac tādem excauetur ſectio parabola,iuxta antecedentis octauæ propoſitionis traditionem præfigurata: cuius inflexa linea ad unguem expreſſa,ſit *aed*. Præparetur conſequenter ex ligno cōgruo,aliáue tractabili materia, corpus quoddam ſolidum, ueluti *aedf*: cuius baſis ſit circularis,& ipſius circuli diameter æqualis lateri recto præfatæ ſectionis parabolæ:inflexa uerò ſuperficies,inflexæ lineæ eiuſdem porabolæ,hoc eſt,ipſi *aed* excauatæ tabellę *abcd*, quaquauerſum ſine aliquo diſcrimine congruat.

Tandem mediante huiuſcemodi parabolico corpore, fiat typus ipſius ſpeculi,ex ſabulo, uel arſilla, inſtar campanarum:& fundatur ſpeculū ex ſubſcripta materia metallica,cuius ſuperficies concaua,inflexam ſiue conuexā ſuperficiem eiuſdem præparati corporis parabolici ex omni parte contangat.Erit enim hoc modo, ad rationē parabolæ ſectionis excauata.

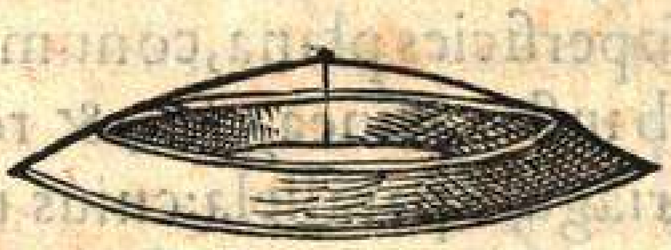
Recipe igitur boni æris & bene purgati lib.1;ſtanni glacialis lib. ſemis,marcaſſitæ albæ $\frac{1}{4}$ lib.ſalis petræ $\frac{1}{4}$ lib. Deinde funde hæc omnia ſimul.Quibus fuſis,ſuperpone laminā lardi,& moue diu: cùm autem ſpumauerit,proiice ſpumam.Et proiice hanc materiam intra paratum typū ſiue (ut uocant) modulum ſpeculi. Quo infrigidato, extrahatur,. & figatur illius conuexum ſuper excauatum aſſerē,aut alio quouis modo. Et cū pumice rudi & aqua communi,fricetur ipſius ſpeculi cōcaua & parabolica ſuperficies,quatenus ablata fuerit illius aſperitas,& unita uideatur. Poſtea fricetur cum lapide ſulphuris. Sumatur conſequenter tripolitum, & oleum oliuarum, ſpuma ſtanni,creta crocea ſiue maſſicotus lapis:& fricetur rur-

ſum

ſum cum corio eadem interior ſpeculi ſuperficies. Tandē ſumatur tartarum rubeum, fuligo, & cinis ſalicis, & cum illis extrema fiat politura: hoc enim modo, paratum erit præfatum ſpeculū parabolicum.

Appendix I.

Adde quòd ſi ex præaſſumpto corpore parabolico (ſic enim non ineptè uocari poteſt) libera pars circa illius uerticem auferatur, dein reliquæ parti orbiculari typus de more paretur, & fundatur demum, atque poliatur interior huiuſcemodi orbis ſuperficies: Fiet ſpeculum annulare ſeu orbiculare, ad trūcatam ſuperficiem parabolam (ut hæc figura repræſentat) efformatum.



Quod ſimili modo, ſed non adeò uiuaciter, ignē ad propoſitam diſtantiā (ſi radiis obiiciatur ſolaribus) accēdet.

Appendix II.

Ex hac itaque metallica & fuſili materia, & haud diſſimili poliendi ratione, fabricari poterunt data quæuis alia ſpecula, tā plana, quàm gibboſa, & excauata. De his ergo ſatis. Speculi parabolici finis.

PROPOSITIO X.

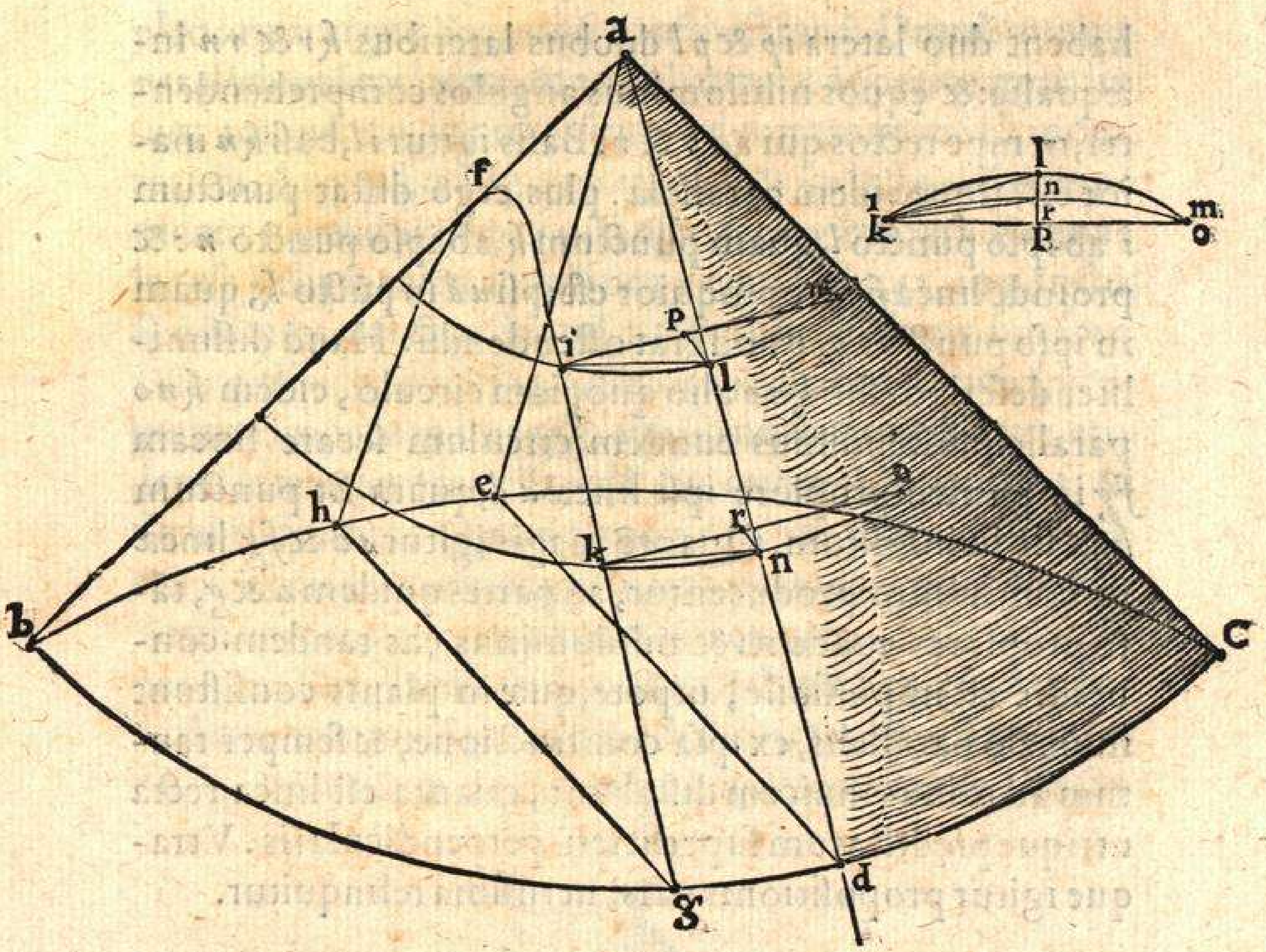
ex ſupradictis corollaria.

DAto recto atque rectangulo cono, duas colligere lineas: quæ quanto longiùs producētur, tanto propiores euadent, nunquam tamen (etiam ſi in infinitum producantur) conuenient adinuicem.

PROPOSITIO X.

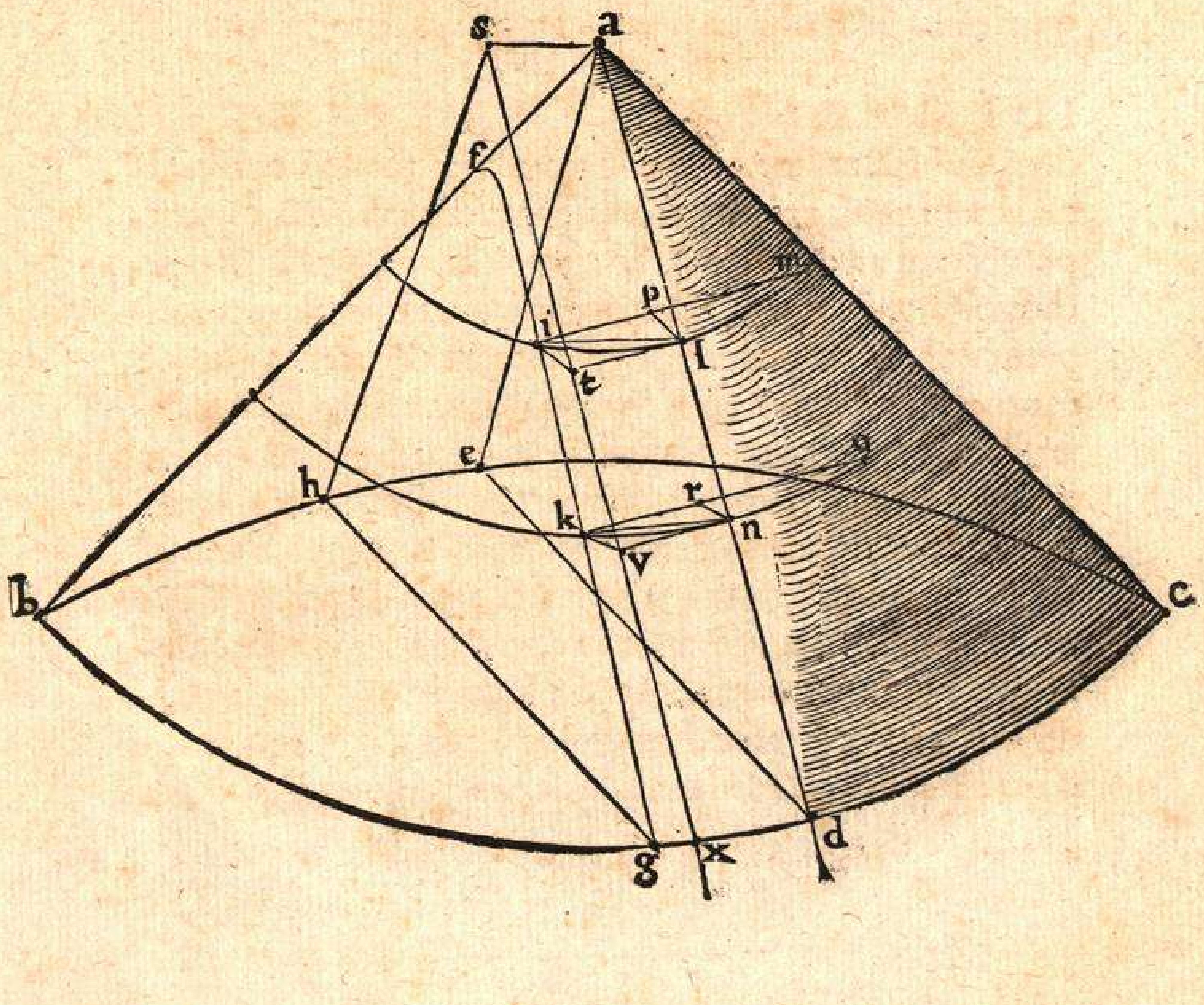
Dum supradictas sectionis parabolæ eius coni, qui rectus atque rectangulus dicitur, construeremus demonstrationes: succurrit nobis imaginatio quædam non prætermittenda, à nonnullis olim tentata, de duabus uidelicet lineis tam in eodem plano, quàm in diuersis planis cō stitutis, quæ quanto longiùs producentur, tanto propiores fient adinuicem, nunquam tamen conuenient, etiam si in infinitum producantur. Esto igitur datus rectus, atq; rectāgulus conus, *a b c*: cuius uertex *a*, basis uerò *b d c e* circulus. Hunc itaq; conum bifariam diuidat triangulum rectangulum atq; isosceles *a d e*, per ipsius coni uerticem & axem eductū: cuius latera sint *a d* & *a e*, basis uerò recta *d e*. Sit rursum alia quædam superficies plana, conum ipsum inæqualiter diuidens, sub inflexa linea *g f h*, & recta *g h* comprehensa, & ipsi *a d e* triāgulo parallela: cuius uertex, seu punctum ipsi *a* uertici propinquius sit *f*. Dico quòd si lineæ *a d* & *f g*, sub diuersis planis in primis & inuicem parallelis constitutæ, quanto magis in continuū, unà cum ipso cono *a b c* producentur, tanto propinquiores offendentur: & nihilominus easdem lineas inuicem conuenire est impossibile. Suscipiātur enim in ipsa linea inflexa *f g*, duo puncta *i*, *k*: per quæ, duo transeant circuli ipsi basi *b d c e* atq; inuicem paralleli, quorū circunferētię sint *i l m*, & *k n o*. Et cōprehensis inter lineas *a c* & *f g* eorūdem circulorū arcubus *i l* & *k n*, æquales eisdē sint *l m* & *n o*, unà cum subtendentibus chordis *i m* atque *l o*: quæ de necessitate bifariam & ad rectos diuidētur angulos à plana superficie præfati triāguli *a d e*, in punctis quidem *p* & *r*, quarum sagittę in ipso plano cōstitutę sint *p l* & *r n*. His constructis, aio *f g* lineam propinquiorem esse eidem *a c* in puncto *k*, quàm in ipso puncto *i*. Connectantur enim *i l* & *k n*, lineæ rectæ. Et quoniam superficies triāguli rectanguli *a d e* transit per utriusque circuli centrum, & diuidit arcus *i l m* & *k n o* bifariā: diuidit igitur & ipsas chor

das



das *i m* & *k o* itidem bifariam, in ipsis quidem punctis *p* & *r*. Dupla est igitur *i m* ipsius *i p*, & *k o* ipsius *k r*. sed *i p*, ipsi *k r* est æqualis: parallela siquidem est *f g h*, superficies ipsi *a d e*, per constructionem. Aequalis est igitur & *i m* ipsi *k o*, per sextam communem sententiam geometricorum elementorum. Circulus porrò *i l m*, minor est circulo *k n o*: nempe uicinior uertici *a*, ipsius coni *a b c*. Minor est itaq; arcus *k n o*, ipso arcu *i l m*: æquales enim chordæ, inæqualiū circulorum inæquales secant arcus, minorē quidem à maiori, & maiorem à minori, quoniam plus incuruatur minor, quàm ipse maior circulus. Et sagitta consequenter *p l*, maior est sagitta *r n*: ut ex ipsa seorsum ad dextram obiecta licet intueri figura. Triangula itaque *i p l*, & *k r n*, habent duo latera *ip* & *pl* duobus lateribus *kr* & *rn* inæqualia: & ęquos nihilominus angulos comprehendentia, nempe rectos qui ad *p* & *r*. Basis igitur *il*, basi *kn* maior est, atque eidem parallela. plus ergo distat punctum *i* ab ipso puncto *l*, quàm punctum *k*, ab ipso puncto *n*: & proinde linea *fg* propinquior est ipsi *ad* in pũcto *k*, quàm in ipso puncto *io*, quod erat ostendendũ. Haud dissimiliter descripto sub *kno* alio quopiam circulo, eidem *kno* parallelo, ostendimus eundem circulum secare lineam *fg* in puncto propiore ipsi lineæ *ad*, quàm sit punctum *k*: & sic in infinitum. Quanto magis igitur *ad* & *fg* lineæ in continuum producentur, ad partes quidem *d* & *g*, tãto propiores euadent: & nihilominus eas tandem conuenire est impossibile, utpote, quæ in planis consistunt inuicem parallelis, ex ipsa constructione, & semper tantum ad minus inuicem distabunt, quanta est linea recta utrique pręđictarum superficierũ perpendicularis. Vtraque igitur propositionis pars, uerissima relinquitur.

IDEM CONSEQVENTER OSTENdetur, ubi datæ lineæ sub eodem plano fuerint constitutæ. Intelligatur enim plana quędam superficies *asxd*, super rectam *ad* constituta, & cum ipso triangulo *ade* orthogonaliter erecta, in quam concurrat præassumpta superficies *fgh*, ad partes lineæ *fg* directè coextensa: sitque earundem superficierum communis & orthogonalis intersectio, recta *sx*. Aio lineas *fg* & *sx*, sub eodem plano constitutas, quãto magis in directũ producentur, ad partes quidẽ *g* & *x*, tanto fieri propiores: sed nusquam inuicẽ conuenire posse, etiam si in infinitum producantur. Per data enim puncta *l* & *n* ipsius *ad*, in rectam *sx*, rectæ ducantur lineæ *lt* & *nu*, ipsis *ip* & *kr* parallelæ: & connectãtur *it* & *ku* lineæ rectæ. Parallelogramma erũt igitur ipsa *iplt* & *krnu* quadrilatera, atque rectangula, per ipsam planorum atque linearum constructionē. Omnis autem parallelogrāmi latera, & anguli quę ex opposito, ęqualia sunt adinuicem, per trigesimam quartam primi elementorum. Aequalis est igitur *it* ipsi *pl*, & *ku* ipsi *rn*. Atqui *pl* eadem *rn* maior præostensa est: & *it* igitur ipsa *ku* maior est. Propior est itaque linea *fg* ipsi rectę *sx*, in puncto *k*, quàm in puncto *i*. Haud aliter si describatur sub *kno* alius quispiam circulus, eidem *kno* parallelus: concludetur rursum eadem linea *fg*, sub illius sectionem cum eodem circulo propior esse eidē *sx*, quàm sub puncto *k*: & sic in infinitum. Quanto magis igitur præfatæ lineę *fg* & *sx*, ad easdem partes *g* & *x*, unà cum ipso cono producentur: tanto propiores erunt adinuicem. Sola enim linea *ad*, ipsius plani *asxd*, conum ipsum *abc* tāgit, & productum conum tāget in omnibus suis punctis: linea porrò *fg*, ab eodem cono nusquam dimouebitur. Recta



itaque linea *sx*, nunquam tanget eundem conum *abc* in aliquo sui pũcto: neq; igitur lineæ *fg*. Et proinde ipsas *fg* & *sx* lineas datas, & in eodem plano constitutas, inuicem cõuenire est impossibile. Quod tandem inuenisse ac demonstrasse oportuit.

FINIS.

Virescit uulnere uirtus.

fr. Ram
Bau

ORONTII FINEI ARITHMETICE PRATICA