pot esse syncathegorematice infinita. R. negando maiorem; licet tunc beatitudo talis intellectualis talis, quia quae non possit recipere augmentum, vel diminutionem quia gratia enim semper sub fontanere existit, ... aliquo ... , tamen non se non exigit esse sub ... illa ... , nunc vagè, ideoque potest esse maior, vel minor.

Contra 2. idem arg. Deus pot facere nunc, quod in tota aeternitate, quia infinita est, pot producere infinitos angelos; et nunc infinitos angelos pot producere. = Resp. admissa maiori ... minorem. In tota aeternitate pot Deus producere infinitos angelos cathegorematice, seu actu, nego minorem; syncathegorematice, seu in potentia, concedo. Cum enim angeli quos pot Deus producere in tota aeternitate non sint tot, quin alia plura posset Deus producere, alias non esset infinita potentia Dei, hinc est, quod tales angeli essent infiniti syncathegorematice: unde, dato quod nunc producerent aliqui infiniti in potentia, non esset, quod illis posset addi maior numerus.

Q. 4. Ut dabile sit infinitum in actu secundum intensionem?

Vidimus iam non posse dari actu infinitum secundum essentiam, nec secundum quantitatem extensivam, nec secundum quantitatem discretam; nunc quaerimus, an sit dabile aliquod infinitum secundum intensionem? Hoc est an possit dari aliqua qualitas (quae sola intendi, et remitti dicitur) quae sit infinite intensa in actu?

Dico, quod nec de potentia Dei absoluta pot dari qualitas, quae in intensione sit actu infinita cathegorematice: bene tamen, quae sit infinita syncathegorematice, hoc est, quae non habeat tot gradus intensionis, quin possit habere alios producere. Conclusio quoad utramque partem colligitur ex dictis in praecedentibus, quia sicut implicat infinitum in actu secundum essentiam, secundum magnitudinem, et secundum multitudinem, ita infinitum in actu secundum intensionem: et sicut qualibet specie perfecta pot Deus producere perfectiorem; et qualibet magnitudine maiorem magnitudinem; et qualibet multitudine, maiorem multitudinem, sic etiam qualibet intensione pot Deus producere maiorem et maiorem intensionem, et deinceps. Et non posset dari qualitas, quae sit intensa infinite cathegorematice, pot dari tamen quae sit infinite intensibilis, id est, quae non habeat tot gradus, quin plures alios possit habere.

Probatur quoad 1. partem: implicat creatura infinitae virtutis productiva; si non daretur qualitas infinita actu secundum intensionem, daretur creatura cum infinita virtute productiva, quia implicat qualitas actu infinita secundum intensionem. Probatur minor: qualitas est activa, quia si esset infinita, esset infinitae virtutis activae; sed hoc repugnat creaturae. = Deinde, subiectum, et forma debent proportionari, sed nullum est subiectum receptivum qualitatis infinitae, quia non datur, nec dabile est qualitas infinita. Maior patet: quia quidquid recipitur ad modum recipientis recipitur. Minor probatur: esse subiectum receptivum qualitatis est finitum ... ; finitum nequit in se recipere aliquod infinitum: quia non datur subiectum quod possit recipere qualitatem infinitam; et consequenter, talis qualitas actu infinita secundum intensionem, non est dabilis.

dedicat de rebus corporeis, quae habent quantitatem, et quo pacto quam Dei separantur ab illa.

Pro quo etiam notandum est, quod in modo essendi in loco rerum corporalium duo sunt consideranda, quae modo essendi in loco rerum spiritualium minime conveniunt. Primum est divisibilitas rei, quae est in loco, quia cum sit quid materiale debet habere partes integrantes, sive homogeneas, sive etherogeneas, ideoque est divisibile, quod regulariter effectus quantitatis: et hoc etiam repugnat spiritui, sicut repugnat habere quantitatem. Secundum est impenetrabilitas cum alio corpore, quod provenit a quantitate, siquidem est quam Deus separat substantia materialis, vel aliquod accidens materiale a quantitate, adhuc remanet cum suis partibus, et deinde, ut divisibile. His suppositis,

Dico, quod si res materiales considerentur sub quantitate, sunt in loco circumscriptive, ita quod illud ubi circumscriptivum, dicat divisibilitatem, et impenetrabilitatem rei locatae. At vero si res materiales considerentur sine quantitate, etiam sunt in loco circumscriptive, ita quod illud ubi dicat praecise divisibilitatem rei locatae. Conclusio quoad utramque partem declaratur: cum enim quantitas sit sola, et ab omni substantia separata, posset esse in loco circumscriptive, et impenetrabiliter, ut patet in sacram eucharistiam; et cum etiam substantia materialis sine omni quantitate sit sola posset esse in loco, divisibiliter, cum adhuc quod habeat partes integrales: hinc est, quod quaelibet substantia, et quantitas uniuntur, sunt in loco circumscriptive, ita quod illud ubi dicat divisibilitatem, quae correspondet substantiae materiali, et impenetrabilitatem, quae correspondet quantitati, ut effectus eius.

Si vero res materiales considerentur sine quantitate, etiam sunt in loco circumscriptive, quod patet de substantia materiali omni quantitate spoliata. Talis enim substantia est in loco non loco diffinitive, quod est in loco diffinitive est totum in toto loco, et totum in qualibet parte loci, sicut anima et angeli, eo, quia sunt subiecta indivisibiles, et non habentes partes: quod substantia materialis cum non sit indivisibilis, eo quod habeat partes integrales, nequit esse in loco diffinitive: quod est in loco circumscriptive. Non ita quod afferat impenetrabilitatem, quia hoc solum provenit a quantitate, quam supponimus non esse sive in substantia: quod erit praecise in loco circumscriptive, ita quod tantum afferat praesentiam divisibilem rei locatae. Hoc 2m est contra aliquos scotistas, existimantes substantiam sine quantitate esse in loco diffinitive, et non circumscriptive, eo praecise, quod careret quantitate quod quidem falsum est, quod adhuc sine quantitate, habet distingui a substantia spirituali in hoc quod est divisibile; ideoque, diverso modo ac substantia spirituali debet esse in loco.

Dubium 2. Ut totum corpus cum suis partibus essentialibus, et accidentalibus sit in loco cum unica ubi, vel an toti corpori, partibus, et accidentibus correspondeant proprie praesentiae, seu ubicationes? Ad quod respondet Suarez, ut ex supra dictis colligitur, quod si per ubi circumscriptivum intelligatur illud, quod dicit impenetrabilitatem cum alio corpore, unicum tantum sufficit, ut subiectum, partes eius, et accidentia materialia dicantur ubicata. At vero si per ubi circumscriptivum intelligatur illud, quod importat praesentiae divisibilitatem rei locatae, sine impenetrabilitate, tot ubi ponenda sunt, quot sunt entitates materiales in subiecto habentes partes integrales.

...et maior ratio, quare unus produceret ignem, et non alius, si utique quilibet haberet ... ergo ut producat hunc ignem, et non alium, necesse est, quod determinetur a Deo: causa 2a necessario petit determinari a Deo non per aliud nisi per praemotionem physicam ...

... Causa universa ... effectus ... in sua ... dependenter ab illa ... hoc non est, quod determinetur a Deo per aliquam qualitatem, ... convenit ex ratione temporis, loci, approximationis passi, et ex aliis circumstantiis, quae ... hunc effectum, et non illum producat. ... dicas, ... hoc ... producere ex voluntate Dei non praedeterminante causam ... voluntate ... illi, ... hac ... temporis.

Quaeres hic pro maiori claritate praedictorum, in quo consistat ratio ... concursus Dei cum ... causa 2a ad operandum. ... concursus Dei est ipsamet creaturae ... dependens a causa 1a tam in fieri, quam in esse, seu ... concursus Dei esse aliquid distinctum ab actione productiva creaturae, ... aliquid ... nec aliquid subsequens ... ad Deum ... actio quae ... effectum: ... concursus Dei est ipsamet actio creaturae, ... causa ... Deinde, concursus Dei est influxus, quo immediate attingit effectum causae 2ae ... influxus, quo Deus attingit effectum causae 2ae est idem ... causae secundae ... influxus causae secundae ... effectus ... idem effectus, qui est causae 2ae, est etiam effectus causae 1ae.

Quaeres 2. an concursus Dei cum causa 2a sit prior aliqua prioritate concursu causae secundae. Ratio dubitandi est, quod communiter dicitur, quod causa 1a prius agit, quam 2a. Ad quod ... in 2. d. 31. q. 2. § ad solutionem n. 15. quod talis modus loquendi ... intelligendus, quod causa 1a prius agit quam 2a prioritate perfectionis, ... causa 2a, tam in essendo, quam in operando ... ad theologicum ... de hoc ... notitia.

Disput. 6. de causa instrumentali et exemplari.

Quoniam instrumentalis causa, et etiam exemplaris reducuntur ad genus causae efficientis ut ab initio huius libri diximus, ideo postquam de causa ... tam 1a quam 2a aliquid diximus, de instrumentali nunc, et idea aliquid ... venient.

Q. 1a quid, et quotuplex sit instrumentum.

Quamquam sub diversis nominibus ... instrumenti ... instrumentum ... Primo est instrumentum ... causa 2a ... causa 1a operatur. Et sic Damascen. ... instrumentum eius. Unde ... alia ... causae instrumentales. Secundo ...

Deinde causarum quaedam sunt totales, et quaedam partiales. Causae totales sunt quae per se effectum producere valent. Ut unus homo ... et unus ignis ... Causae partiales sunt quae effectum simul producunt. Ut si duo portarent pondus ut decem, ... causa partialis, quae portaret pondus ut quatuor ... causis partialibus, quae ... duo totales portarent pondus centum ... effectus physicus causae ... causis totalibus ... materia, forma, efficiente, et fine. ... de pluribus causis ... subordinatis, quae ... causae totales ... causae efficientis.

Superest ... intelligat de pluribus causis totalibus eiusdem generis, et ordinis, et non subordinatis: ... idem numero effectus possit ... a duabus causis, quae in ipsum influant tali influxu, ut unaquaeque sola sit sufficiens ... influxu ad ponendum effectum talem in rerum natura ... explicata, ... pluribus causis efficientibus ... de duobus ignibus ... Causis: ... duae totales possint influere eundem numero ... et ... duplex totalis materia possit ... eandem numero ... et denique, ... duplex finis totalis possit ... in causa efficiente, quam in aliis, ideo hic illam ... diximus de ... causis intelligendum erit.

Circa quam difficultatem 3. inveniuntur sententiae. Prima asserit, ... quam pluries ... duas causas totales et non subordinatas eundem effectum producant. Ita ... quodl. 4. q. 12. et in 3. d. 1. q. 2. ... Caietan. 1. p. q. 52. art. 3. ... Mastrius ... 8. q. 3. art. 2. = Secunda sententia defendit ... Schola thomistica, et plures ex ... Suarez ... disp. 26. sect. 4. et alii apud Mastrium ibidem. = Tertia ... et ... simpliciter ... totaliter ... a duplici causa totali eiusdem ordinis, et non subordinata. Ita ... in 1. d. 2. q. 2. § ... ad 3um n. 13. ... et ... q. 3. § de 3. via n. 4. ... ad 4m et in 2. d. 3. q. 4. n. 4. ... et in 3. d. 1. q. 2. § ad ... n. 5. et in 4. d. 10. q. 2. § ad ... n. 23. ... ... n. 11. et ... 20. n. 4. ... 12. et alibi ... Scotistae, et quam plures ex ... thomistis, apud Mastrium ubi supra.

Probatur ... 1. ... in 3. d. 1. q. 2. ... in omni dependentia causali ... in omni dependentia causati ad causam ... plures causas totales in eodem ... dependeat, ... ad illas dependens, ... causa, quae non existente, ... contradictiones, et repugnantiam ... duae causae totales producant eundem numero effectum.

Probatur 2. manifestando implicantiam: ... numero effectus producatur totaliter in actu 2 ab una causa totaliter ... implicat contradictionem, ... effectus producatur ... ab alia causa totali eiusdem ... nec de potentia Dei ... effectus productus ab una causa totali ... ab alia causa totali, ... illarum esset causa totalis, et ... illius effectus dicor involvit manifestam implicationem: ergo negandum est quod duae causae totales eiusdem ordinis, et non subordinatae valeant producere sub ratione eiusdem numero effectum.

Probatur sequella quoad 2. partem: illa causa non est totalis alicuius effectus, quae in eodem ordine causae relinquit locum alteri causae, ut patet; sed in tali casu, quaelibet illarum causarum relinquit locum alteri causae, ut patet; ergo neutra illarum causarum est totalis respectu illius effectus. Maior sic declaratur. Supponamus, quod Petrus, et Paulus, quorum quilibet habet sufficientem virtutem ad levandum pondus ut octo, se applicant simul ad levandum tale pondus ut octo: tunc interrogo; illud pondus ut octo, a quo totaliter levatur? Si dicas, quod a Petro, et Paulo. Tunc ultra quaero. Petrus levat totum pondus ut octo? Si dicas, quod sic: ergo Paulus nihil efficit; siquidem non relinquit illi aliquid ponderis, quod sustineat. Idem dico vice versa de altero: ergo ex Petro, et Paulo efficitur una causa totalis illius ponderis, taliter, quod neuter est causa totalis. Tunc sic: ideo in tali casu non dicitur Petrus causa totalis, quia coadiuvatur a Paulo; et idem dicitur de Paulo: ergo semper, quandocumque aliqua causa expectat alterius causae concursum ad causandum aliquem effectum, illa non erit causa totalis illius effectus.

Respondent aliqui argumentum nihil probare, quia non tenet exemplum, eo quod exemplum non procedit de causis instrumentalibus, Quoniam manus Petri, et Pauli in elevatione ponderis sunt causae physicae alicuius effectus: Petrus autem, et Paulus nihil producunt in ponderis elevatione. Sed haec solutio potius est fuga, quam solutio argumenti: quia Petrus, et Paulus vere causae physicae sunt, et producunt motum, quo tale pondus movetur, quod nullus negare potest.

Alii, ut Suarez, et Rubius, respondent, quod argumentum procedit ex ignorantia causae totalis: causa enim totalis non est, quae non relinquit locum alteri causae, ut patet, sed quae agit secundum ultimum suae virtutis; ita ut, quod effectus sit causae proportionatus: ex quo non implicat, quod idem numero effectus sit proportionatus virtuti huius, et illius causae, inde fit, quod non repugnat eundem effectum produci a duplici causa totali. Sed contra immo, et suppono cum illis, quod causa totalis est illa, quae totaliter agit secundum ultimum suae virtutis. Et pono casum, quod calor, ut quatuor habeat virtutem producendi aliquem calorem, ut quatuor, coniungatur alteri calori habenti etiam virtutem ad producendum calorem, ut quatuor respectu eiusdem passi. Tunc interrogo, sed isti calores producunt in passo calorem, ut quatuor, sed ut octo? Si primum: ergo nullus calor agit secundum ultimum suae virtutis; et sic neuter erit causa totalis. Patet: quia ille calor ut quatuor producitur, sed est ab illis simul, ita quod quilibet causet aliquid caloris; sed ab uno sine altero nihil causante. Si primum, habetur intentum. Sed quod non sunt causae totales quia non producunt secundum suam virtutem. Si secundum: ergo una erit causa totalis, et alia non causabit. Si vero producunt calorem ut octo: ergo neuter est causa totalis, siquidem calor productus ut octo superat virtutem cuiuslibet causae seorsim sumptae, et sic neuter calor ad alium praecisum erit causa totalis respectu illius: ergo nulla est responsio convincentior.

Deinde probatur quolibet una ista: implicat quod aliquis effectus dependeat per se et essentialiter, hoc est in sensu esse, ad aliqua causa, sine qua potest idem numero effectus esse; sed si idem numero effectus produci posset a duplici causa totali, sequeretur, quod dependeret per se et essentialiter ad illam causam, sine qua posset nihilominus talis effectus esse: ergo implicat, quod idem effectus numero producatur a duplici causa totali. Maior per se patet. Quia implicat, quod creatura dependeat a creatore, et quod possit esse sine creatore. Minor probatur: quia ab illo dependet aliquid essentialiter, a quo recipit esse; sed in casu posito effectus acciperet suum esse a duplici causa totali: ergo dependeret essentialiter, et per se a duplici causa totali; sed sine aliqua illarum causarum posset idem met effectus esse: ergo dependeret essentialiter ab illo, sine quo idem effectus esset.

Contra nostram sententiam arguunt Thomistae obiiciendo diversas auctoritates sacrae scripturae quae insinuare videntur, Deum praemovere causam 2.am ad operandum. Proverb. enim 21 dicitur: Cor regis in manu Dei, et quocumque voluerit vertet illud. Item Iob 12 dicitur qui immutat cor principum. Et ad Philip. 2. qui operatur in nobis velle et perficere. Deinde Apocalyp. 3. Ecce sto ad ostium, et pulso. Et in Concilio Arausicano canone 4. Si quis contendit, Deum expectare voluntatem, resistit Spiritui Sancto. Et ibidem can. 22. Multa bona fiunt in homine, quae non facit ipse homo. Item D. August. lib. de gratia, et libero arbitrio c. 17 ait: Deus, ut velimus, in nobis sine nobis operatur, cum autem volumus, ut faciamus cooperatur, sed sine ipso operante, ut velimus, et cooperante, cum volumus ad bona pietatis opera, nihil omnino valemus: ergo ex scripturis, Patribus et SS. datur physica praemotio, qua causa determinatur a Deo ad operandum.

Ad has, et similes auctoritates respondetur, quod verum est, hominem excitari a Deo, ut a peccato resurgat per aliquam physicam entitatem, quam gratiam praevenientem nuncupant a Patribus, et Theologis, quod supposita tali physica qualitate, sive vocatione per modum inspirationis, seu illustrationis, non possit homo pro libito suo operari, et non operari concedimus enim quod ad actum meritorium, et bonum praeveniatur homo a Deo, sed negamus, quod talis praemotio determinet taliter voluntatem ad hunc actum, ut non possit illum actum non elicere. Ad illud ex Proverb. dicimus, quod per cor regis in manu Dei, intelligitur dependentia causae 2.ae a prima et cum dicitur, quod vertet illud quocumque voluerit, hoc debet intelligi non per motionem necessario determinantem, sed per inspirationem suaviter allicientem. Si dicat Paulus, Deum operari in nobis velle, non propterea praedeterminat voluntatem, sed dicitur operari velle quia dat gratiam supernaturale per modum auxilii, quo velimus. Ad illud Apoc. dicimus, quod potius probat pro nobis, quia ibidem prosequitur, si quis ~~intraverit~~ aperuerit, intrabo. Ex quo patet, quod ultra pulsationem seu vocationem Dei per gratiam, adhuc remanet voluntas creata libera ad respondendum, sed non respondendum, quod est assentire, sed non assentire inspirationi. Si autem dicat Concilium Deum expectare voluntatem, Patres illius Concilii agebant contra Pelagianos dicentes, Deum expectare arbitrium voluntatis creatae, per solas suas vires, quod haeresim sapit. Si etiam ibidem dicat, in homine fieri multa bona, quae non facit ipse homo, verum est de gratia tum praeveniente, tum auxiliante, tum concomitante, tum iustificante, et habitu fidei, spei, et charitatis, qui a Deo solo infunduntur in anima sine actione nostra. Eodem modo intelligendus est D. August.

2. arg.[um] ex auctoritate Philosophi, omnium ipsius Scholae, in quo passim invenitur, quod causa 2.a agit in quantum movetur a 1.a: ergo prius, quod causa 2.a moveat aliquid quod agat; sed ista motio est determinatio illius: ergo prius determinat causam 2.am a 1.a quam operetur. Item quia Philosophi, sed Patres dicunt, quod causa 2.a agit prout mota, non debet intelligi quod causa 2.a recipiat tunc quo movetur aliquid a causa 1.a ad hoc, ut possit causare. Et hoc fatetur Scotus ipse in 4. d. 43. q. 3. n. 11. v. praeterea, his verbis: influentia illa non est aliquid absolutum receptum in causa 2.a quia tunc causa 2.a per illud receptum posset agere sine 1.a, cuius influentia recipit vera. Sed causa agere mota a 1.a nihil aliud est quam agere subordinate ad 1.am, et ab illa coadiuta per simultaneum concursum.

3. arg.[um] causa 2.a necessario debet determinari a 1.a ad causandum: sed non potest determinari, nisi recipiat aliquid physicum in ipsa causa 2.a quo physice praemoveatur: ergo necessario admittenda physica praemotio. Maior ... non determinaret a Deo ... [illegible] ... sicut in aqua virtute ut in igne ... [illegible]

GEOMETRIA SELECTA, THEORICA, Y PRACTICA,

CON METHODO SYLOGISTICO MUI ESPECIAL,

PARA FACILITAR LA INTELIGENCIA, Y DEMONSTRACION DE LOS

THEOREMAS, Y PROBLEMAS MAS EXCELENTES, Y UTILES

PARA

ASTRONOMOS, COSMOGRAPHOS, GEOMETRAS, ARQUITECTOS, INGENIEROS PILOTOS, Y OTROS ARTIFICES.

AUTOR

EL D.D. GONZALO ANTONIO SERRANO,

PHILO--MATHEMATICO, Y MEDICO, EN LA SIEMPRE ILUSTRE CIUDAD DE CORDOBA, SU PATRIA.

CON PRIVILEGIO:

EN CORDOBA: EN LA IMPRENTA DEL AUTOR, A LA CALLE DEL Cistèr, Año M. DCC. XXXVI.

INTRODUCCION
DE EL AUTOR.

LLEVADO del natural influxo de mi aficion á la Geometria, fue en su estudio tan infatigable la aplicacion, y desvelo en los discursos, que ellos dieron alma al cuerpo pequeño de este Tratado, intitulado: *Geometria Selecta, Theorica, y Practica*, con nuevo Methodo en forma syllogistica, assi para facilitar la inteligencia, y demonstracion de muchos Theoremas dificultosos; como para responder, y satisfacer brevemente á Problemas mui laboriosos. Este Methodo especial, generalmente lo reduce á demonstrar en un syllogismo, ó en dos, el fundamento, y razon Geometrica, con que se dá solucion al mesmo Problema, y despues se expecifica su conclusion con numeros; porque las operaciones de la cantidad discreta trascienden á la continua, pues no ay Problema Geometrico, donde no tenga su debido lugar el numero, con la circunstancia de hacer mas comprehensible, y compendiosa la doctrina, assi en la demonstracion del Theorema, como en la resolucion, ó conclusion del Problema; y assi por este Methodo artificioso se facilitan las operaciones Geometricas, y se vencen grandes dificultades con poco trabajo, en cuyo beneficio resplandece la industria del Maestro, y la utilidad de los que se aplican al estudio Mathematico. El stylo mas breve no es el mejor, si peca en confuso; ni el mas prolixo, si apaga en lo difuso la claridad, que desea el aficionado, que aprende Mathematica sin voz viva del Maestro, para cuyo fin el buen Methodo tiene el primero, y mas apreciable lugar; porque las premissas bien ordenadas, precissamente disponen para la conclusion; y esta sale con la debida rectitud, siempre que aquellas tienen buena disposicion, segun reglas Logicales, que enseñan, que en un medio, y dos extremos bien ordenados, consiste toda la eficacia de la razon, y assi ella con el mayor vigor, y mas apreciable utilidad resplandece en el Methodo desta Geometria, ó Ciencia, *que trata de la Quantidad continua inmobil, y terminada.* Se divide en Theorica, y Practica; aquella inquiere, y demuestra la verdad de sus proposiciones; y esta dá reglas para executar con acierto las operaciones de sus Problemas.

Para abreviar, y aligerar de mucho trabajo en las operaciones, donde es precissa la extraccion de Raiz quadrada de grandes numeros; como acontece frequentemente en la Astronomia, y Geometria, el Arismetico se puede valer de la Tabla 30. *de los numeros Quadrados desde la unidad* hasta 19360000. con sus Raizes, desde la unidad hasta 4400. La

com-

INTRODUCCION
DE EL AUTOR.

LLEVADO del natural influxo de mi aficion à la Geometria, fuè en su estudio tan infatigable la aplicacion, y desvelo en los discursos, que ellos dieron alma al cuerpo pequeño de este Tratado, intitulado: *Geometria Selecta, Theorica, y Practica*, con nuevo Methodo en forma sylogistica, assi para facilitar la inteligencia, y demonstracion de muchos Theoremas dificultosos; como para responder, y satisfacer brevemente à Problemas mui laboriosos. Este Methodo especial, generalmente se reduce à demonstrar en un sylogismo, ò enthimema, el fundamento, y razon Geometrica, con que se dà solucion al Problema, y despues se expressa su conclusion con numeros, porque las operaciones de la cantidad discreta transcienden à la continua, pues no ay Problema Geometrico, donde no tenga su debido lugar el numero, con la circunstancia de hacer mas comprehensible, y compendiosa la doctrina, assi en la demonstracion del Theorema, como en la resolucion, ò conclusion del Problema; y assi por este Methodo artificioso se facilitàn las operaciones Geometricas, y se vencen grandes dificultades con poco trabajo, en cuyo beneficio resplandece la industria del Maestro, y la utilidad de los que se aplican al estudio Mathematico. El estylo mas breve no es el mejor, si peca en confuso; ni el mas prolixo afianza en lo difuso la claridad, que desea el aficionado, que aprende Mathematica, sin voz viva del Maestro, para cuyo fin el buen Methodo tiene el primero, y mas apreciable lugar, porque las premissas bien ordenadas, precissamente disponen para la conclusion, y esta sale con la debida rectitud, siempre que aquellas tienen buena disposicion, segun reglas Logicales, que enseñan, que en un medio, y dos extremos bien ordenados, consiste toda la eficacia de la razon, y assi ella con el mayor vigor, y mas apreciable utilidad resplandece en el Methodo desta Geometria, ò Ciencia, *q̃ trata de la Quantidad continua inmobil, y terminada.* Se divide en Theorica, y Practica; aquella inquiere, y demuestra la verdad de sus proposiciones; y esta dà reglas para executar con acierto las operaciones de sus Problemas.

Para abreviar, y aligerar de mucho trabajo en las operaciones, donde es precissa la extraccion de Raiz quadrada de grandes numeros, como acontece frequentemente en la Astronomia, y Geometria, el Artifice se puede valer de la Tabla 30. *de los numeros Quadrados*, desde la unidad hasta 1936000. con sus Raizes, desde la unidad hasta 4400. La com-

composicion de la dicha Tabla es tan clara, que no necessita de explicacion, pues queriendo saber el Quadrado de un numero, como de 2385 los centenarios, que son 2300. se toman en la cabeza de la Tabla, y los 85. restantes se toman al siniestro lado, y en el angulo comun se halla el quadrado del numero propuesto, q̃ en este caso es 5688225. Por el contrario dado un numero quadrado, como 1512900. se buscarà en la Area de la misma Tabla, y hallado, vease el numero, que tiene su columna en la parte superior, que en este caso es 1200. y tambien tomese el numero correspondiente al siniestro lado derechamente, que se halla ser 30. sumense con los dichos 1200. y vendràn 1230. por Raiz quadrada del numero quadrado 1512900. Quando se dà numero menor, que 19360000. el qual no se halla precissamente en la Tabla, se debe entender, que tal numero se llama *sordo*, ò *irracional*, porq̃ no tiene Raiz justa, y determinada, que se pueda explicar por numero, y su misma Raiz tambien se llama *sorda*, ò *irracional*: En este caso no se debe buscar la Raiz verdadera, porque es impossible, pero se puede hallar una proxima à la verdad, entrando por la superficie, ò Area de la Tabla, donde se tomarà el numero proximo menor al numero *sordo* dado, como si este es 184989. su proximo menor es 184900. el qual en la parte superior de su columna tiene 400. y al siniestro lado de la Tabla en su linea transversal tiene 30. q̃ agregados à los 400. vienen en la suma 430. por Raiz quadrada de los 184900. Tomese aora la diferencia, q̃ ay entre el numero *sordo* dado, y su proximo menor (que se hallò en la Tabla) q̃ es 89. y este numero es numerador del quebrado, y su denominador siempre lo es el duplo de la Raiz hallada, añadiendo la unidad; y assi en este caso el denominador del quebrado es 861. y se dirà, que la Raiz quadrada de 184989, es 430. $\frac{89.}{861.}$ proximamente, y este es el modo mas facil de aproximar la Raiz, y suficiente, aunque ay otros mas exactos. Porque muchas vezes es necessario sacar Raiz Cubica, el Artifice facilmente la hallarà por la Tabla 31. como el numero Cubico no exceda de 100000000. pero si el numero, por ser irracional, no se halla en la Tabla, se tomarà la Raiz Cubica del proximo menor, y la diferencia entre este, y el numero dado se pondrà sobre una linea, para formar el quebrado correspondiente; y despues se añade la unidad à la Raiz hallada, y se multiplica por el triplo de la misma Raiz, añadiendo uno à la multiplicacion, y ella se pondrà debaxo de la linea, y quedarà formado el quebrado, que proximamente pertenece à la Raiz; y assi la Raiz Cubica de este numero irracional 526. es proximamente 8. $\frac{14.}{217.}$ y no es necessaria mas explicacion.

CAPI-

CAPITVLO PRIMERO.

PROEMIAL GEOMETRICO

DE LAS MAS PRINCIPALES DIFINICIONES DE EVclides, con vna breve, y clara explicacion para facilitar la inteligencia de los Principiantes en esta vtilissima facultad.

LA DIFINICION es vna breve oracion, que explica la naturaleza, ò propriedades de la cosa difinida; y siendo muchas, y diversas las que cõtempla la Geometria, es necessario darlas à entender por sus difiniciones, dando principio en ellas; porque de otra suerte fuera dificultosa la doctrina, y muy confusso el assumpto, y assi en primer lugar, por su orden, ponemos aqui las difiniciones del Libro primero de Euclides, juntamente con nuestra explicacion.

1. *Punto es, el que no tiene partes.* En esta difinicion explicò Euclides el punto mathematico, verdaderamente abstracto de todo lo que es materia, ò quantidad divisible, por cuya razon no tiene partes, ni admite divission, pues vnicamente se toma, como signo, ò señal, que se nota en la quantidad, y no como parte componente suya, y assi no le pertenece à la Mathematica examinar si ay, ò no, puntos indivisibles en la composicion del continuo physico, y real; porque las demonstraciones mathematicas absolutamente son independientes de vna, y otra sentencia Philosophica.

2. *Linea es, vna longitud sin latitud, ni profundidad.* En esta difinicion explicò el Principe de la Geometria la primera especie de la quantidad continua, que es la linea, la qual no tiene latitud, ni profundidad; porque se imagina formada con el movimiento de vn punto indivisible. Notese, que la presente difinicion es generica; porque comprehende todas las diferencias de lineas, como la recta, curva, y mixta de recta, y curva.

3. *Los terminos de la linea son dos puntos.* En esta difinicion explicò Euclides los terminos precisos de la linea finita, y como tal necessariamente terminada de dos puntos extremos à distincion de la linea infinita, que carece de ellos.

4. *Linea recta es, la que igualmente està entre sus terminos, ò la menor entre dos puntos.* Por esta difinicion manifestò Euclides la naturaleza de la linea recta terminada, à distincion de la infinita, *que directamente procede sin jamas torcer à vna, ni à otra parte.* La linea AB. es recta, porque igualmente està entre sus dos terminos AB. ò porque es la menor entre los dos puntos A.B.

A ———————— B

5. *Superficie es, la que solamente tiene longitud, y latitud.* Esta difinicion explica la segunda especie de la quantidad continua, que es la superficie, ò Area segun el nombre de la comun locucion. Notese, que la presente difinicion es generica; porque comprehende todas las superficies mensurables en longitud, y latitud, à diferencia de la superficie total del cuerpo Espherico; porque en ella no se considera la dimension con respecto longitudinal, ni latitudinal; sino por el de su circulo maximo, ò linea diametral. Aqui se debe advertir, que como

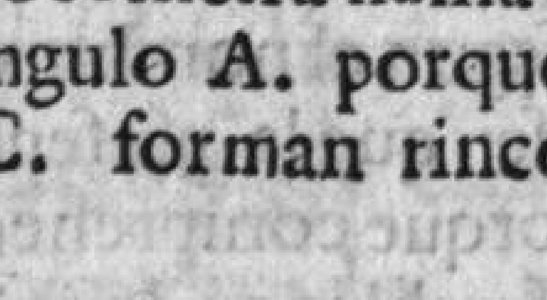
las especies de la quantidad son tres, conviene à saber, linea, superficie, y cuerpo; assi tambien son tres las diferencias de mensura, que son lineal, superficial, y solida, ò corporea, de forma que las lineas se miden con linea, las superficies con superficie, y los cuerpos con el solido, ò cuerpo; pero no con qualquiera superficie, ni con qualquier solido; sino las superficies con el quadrado, y los cuerpos con el cubo; porque son figuras simplicissimas, y muy conocidas el quadrado, y el cubo.

6. *Los terminos de la superficie son vna, ò muchas lineas.* Esta difinicion es absoluta en lo plano, donde la superficie precissamente se termina con vna linea, como el circulo con su circunferencia; ò con dos, como el medio circulo con su diametro, y la mitad de su circunferencia; ò con tres como el triangulo; ò con mas, segun fuere la figura de la superficie. Esta difinicion, no incluye à la superficie total del cuerpo Espherico; porque ella està contenida en el ambito de su rotundidad, sin terminos lineales.

7. *Plano, ò superficie plana es, la que igualmente està entre sus lineas terminantes; ò à quien se ajusta vna linea recta por todas sus partes.* Aviendo ya explicado Euclides genericamente la superficie, difine aqui especialmente el plano, ò superficie plana, como principalissimo objecto de sus Elementos Geometricos.

8. *Angulo plano es, la inclinacion de dos lineas que se tocan en vn plano, y no componen vna linea.* En esta difinicion explicò Euclides el angulo plano, assi llamado por estàr formado en plana superficie con dos lineas, que concurren en vn punto de ella, y continuadas las dos lineas, se cortan en el mismo punto. Dicese angulo plano à distincion del Espherico formado en la superficie del globo, ò cuerpo Espherico. El angulo se divide por razon de las lineas, que le formã, en rectilineo, curvilineo, y mixtilineo. De qualquier forma, que se considere el angulo, èl verdaderamente no es otra cosa, que el rincon formado con dos lineas.

9. *Angulo rectilineo es, el que està contenido de dos lineas rectas.* A el rincon formado con dos lineas rectas el Geometra llama angulo rectilineo, tal es el angulo A. porque las lineas rectas AB. AC. forman rincon en el punto A.



Angulo curvilineo es, el que està contenido de dos lineas curvas: y mixtilineo, el que està formado con vna linea recta, y otra curva. Estos dos angulos omitiò Euclides, como de poca, ò ninguna vtilidad en la doctrina geometrica de sus elementos. Quando solamente dos lineas concurren, se puede nombrar el angulo con sola la letra dèl concurso; como el angulo A. de la precedente figura. Pero quando concurren tres, ò mas lineas en vn punto, se debe nombrar el angulo con tres letras, y la dèl concurso, por antigua costumbre, se debe poner en medio, y qualquiera de las otras dos se puede anteponer ò posponer, y assi el angulo ACD. es el mismo, que DCA. y el angulo ACS. es el mismo, que SCA; y el angulo SCD. es el mismo, que DCS.

10. *Quando vna recta, cayendo sobre otra recta, hace los angulos de vna, y otra parte iguales entre si, el vno, y el otro de dichos angulos se llama recto; y la linea, que cae, se llama perpendicular sobre la otra.* Cayga la linea DC. sobre la AB. haciendo los angulos ACD. BCD. iguales entre sì: Digo, que cada vno de ellos es angulo recto; y la linea DC. se llama perpendicular sobre la recta AB. porque no se inclina mas à vna parte, que à otra, por cuya razon todo angulo recto comprehende la mitad dèl semicirculo, ò la quarta parte dèl circulo, que son 90. grados, que se contienen en el quadrante GI. ò en su igual PI. porque generalmente se divide la circunferencia dèl circulo en 360. partes iguales, llamadas grados. Notese, que la medida del angulo es el arco, que se imagina descripto desde el punto del concurso, como centro, y se comprehende entre las dos lineas, que forman el angulo, como si desde el punto C. se describe qualquier circulo, el arco GO. serà medida del angulo ACO. y assi de los demàs angulos.

11. *Angulo obtuso es, el que es mayor, que vn recto.*

12. *Angulo agudo es, el que es menor, que vn recto.* Angulo obliquo se llama el que no es recto; porque su medida contiene menos, ò mas de 90. grados: si contiene menos, se llama angulo agudo, como ACS. porque el arco GO. es menor, que el quadrante GI. pero si contiene mas de 90. grados, se dice angulo obtuso, como BCS. porque el arco PO. es mayor que el quadrante PI.

13. *Termino es el extremo, ò fin de alguna cosa.*

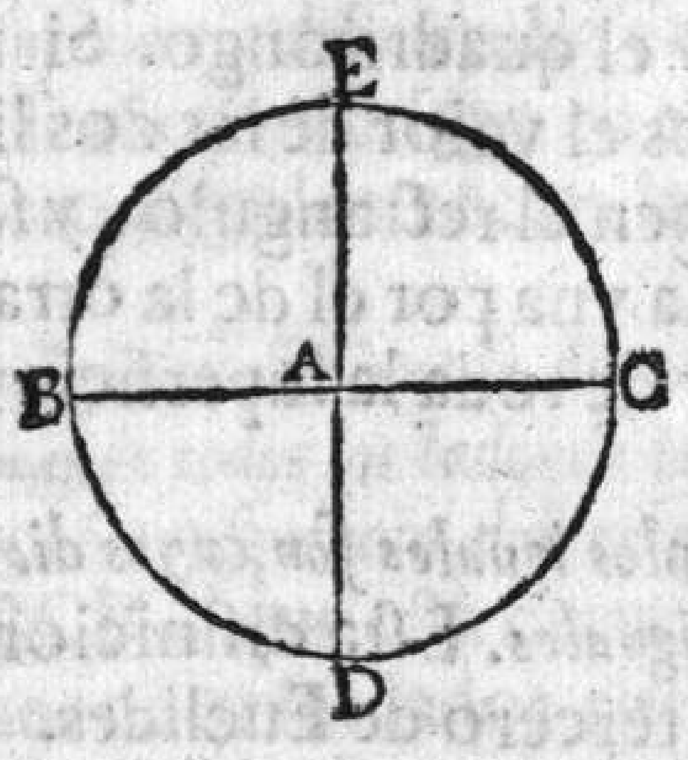
Los

Los terminos de la linea ſon puntos, de la ſuperficie lineas, y del cuerpo ſuperficies.

14. *Figura es, la que eſtà contenida de vno ò muchos terminos.* Solamente la figura circular, y el ovalo, ſon contenidas de vn termino llamado circunferencia, pero todas las demàs figuras eſtàn contenidas de muchos terminos.

15. *Circulo es, vna figura plana contenida de vna ſola linea, llamada circunferencia, à la qual todas las lineas rectas, tiradas deſde vn punto de los que eſtàn dentro. ſon iguales entre sì.* Circulo es la ſuperficie plana comprehendida de vna linea circular, llamada Peripheria, ambito, Perimetro y circunferencia, que igualmente diſta de vn punto, que eſtà en medio de la ſuperficie.

16. *Eſte punto ſe llama centro del circulo.* Como el punto A. es centro del circulo BDCE. porque ſon iguales las lineas AB. AC. AD. AE. y la linea circular BDCE. ſe llama circunferencia, la qual comprehende la plana ſuperficie dèl circulo.



17. *Diametro del circulo es, qualquier linea recta tirada por el centro, y terminada por vna, y otra parte en la circunferencia; y divide al circulo, y ſu circunferencia en dos partes iguales.* Las lineas BC. DE. ſon diametros del circulo; porque àmbas paſſan por el centro A. y ſe terminan en la circunferencia por vna, y otra parte; la primera en los puntos BC. y la ſegunda en los puntos D E. La mitad del Diametro ſe llama Semidiametro, ò Radio, y todos en vn circulo ſon iguales, porque ſon lineas del centro à la circunferencia; y por conſiguiente todos los Diametros de vn circulo ſon iguales entre sì.

18 *Semicirculo es, vna figura cõtenida del diametro, y de la mitad de la circunferencia del circulo,* como la figura B D C A. formada del diametro BC. y de la mitad de la circunferencia del circulo BDC.

19 *Figura rectilinea es vna ſuperficie plana contenida de lineas rectas por todas partes* Noteſe, que reſpecto del numero de las lineas, ſe llama la figura trilatera, quadrilatera, y multilatera.

20 *Figuras trilateras ſon las contenidas de tres lineas rectas,* como el triangulo.

21. *Figuras quadrilateras ſon las que conſtan de quatro lineas rectas,* como el quadrado, paralelogrammo, Rhombo, y Rhomboydes.

22. *Figuras multilateras ſon las contenidas de mas que de quatro lineas rectas.*

23. *Delas figuras trilateras la que tiene todos ſus tres lados iguales entre ſi, ſe llama triangulo equilatero.*

24. *La que tiene ſolamente dos lados iguales entreſi, ſe llama triangulo Iſoſceles.*

25. *La que tiene todos ſus tres lados deſiguales, ſe llama triangulo Eſcaleno.* Noteſſe, que eſte triangulo puede ſer rectangulo, ò Amblygonio, ò Oxygonio; eſto es, tener vn angulo recto, ò Angulo obtuſo, ò todos tres agudos. En las tres dificiones precedentes explicò Euclides las tres diferencias de triangulos, que ſe conſideran reſpecto de la igualdad, y deſigualdad de los lados; pero en las tres ſiguientes teniendo reſpecto à los angulos, divide al triangulo en tres eſpeciales diferencias.

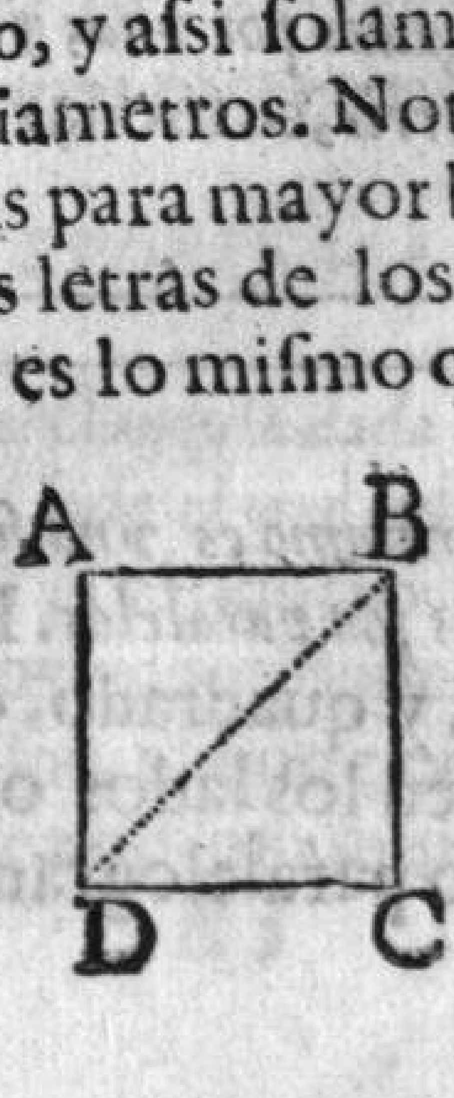
26 *Triangulo rectangulo es, el que tiene vn angulo recto;* como ABC. de cuyo triangulo es recto el angulo B.

27. *Triangulo Amblygonio es, el que tiene vn angulo obtuſo,* como DEF. de cuyo triangulo es obtuſo el angulo E. y por eſta razon tambien ſe llama triangulo obtuſangulo.

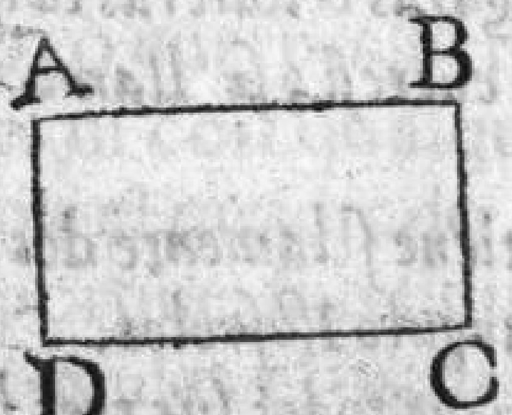
28 *Triangulo oxygonio, ò acutangulo es, el que tiene todos tres angulos agudos,* como la figura GHI.

29 *Rectangulo es, vna figura de quatro lados, y rectos todos ſus angulos.* Eſta dificion conviene al quadrado, y al quadrilongo, ò paralelo grammo rectangular.

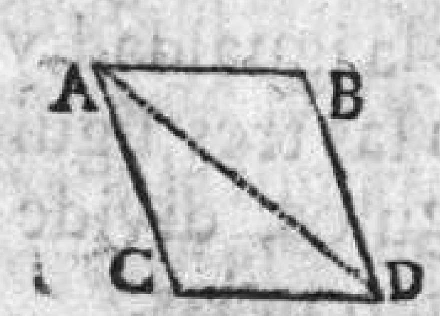
30 *Quadrado es vna figura de quatro lados iguales, y rectos todos ſus angulos.* Como la figura ABCD. y la linea, que ſe termina en los angulos opueſtos B. D. ſe llama diagonal, ò diametro del quadrado, y aſsi ſolamente dos rectas pueden ſer ſus diametros. Noteſe, que las figuras quadrilateras para mayor brevedad ſe nombran con las dos letras de los angulos opueſtos, como AC. es lo miſmo que ABCD.



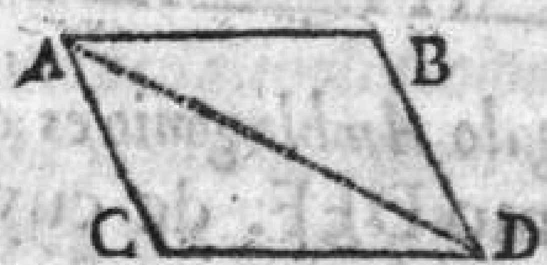
31. *Quadrilongo es figura, que tiene rectos sus quatro angulos, y solamente iguales los lados opuestos;* como la figura ABCD. que tiene iguales los lados opuestos AB. CD. y AD. BC.



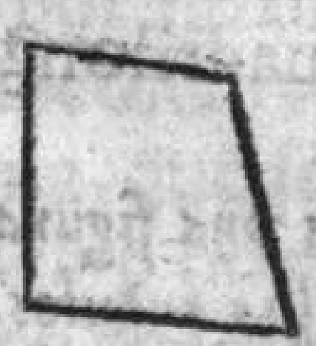
32. *Rhombo es, figura de quatro lados iguales, sin tener angulo recto;* como la figura ABCD. que es quadrilatera con iguales lados, pero no equiangula; porque solamente son iguales los angulos opuestos.



33. *Rhomboydes es figura, que solamente tiene iguales los lados, y angulos opuestos, pero no es equilatera, ni equiangula;* como la figura ABCD. la qual tambien se llama paralelogrammo; porque son paralelos, ò equidistantes sus lados opuestos.



34. *Trapecia, ò Helmuarife es figura quadrilatera distinta de las quatro precedentes; porque tiene lados opuestos, que no son iguales, ò no son paralelos,* como en la presente figura.



35. *Paralelas son lineas rectas, que estando en vn mismo plano, alargadas por vna, y otra parte en infinito, no pueden concurrir,* como las lineas AB. y CD.

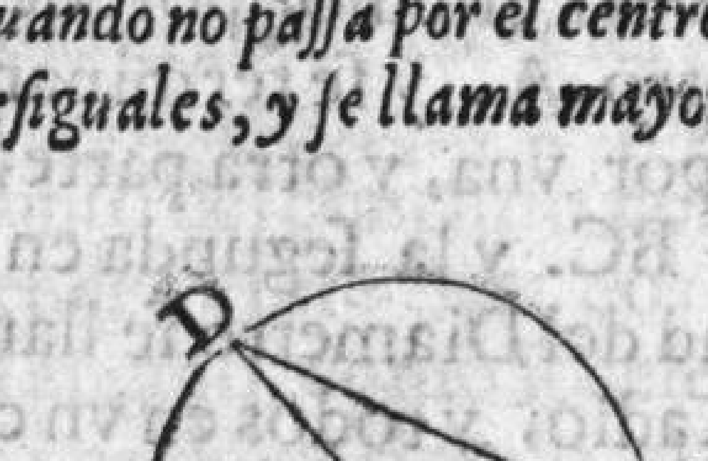
36. *Paralelogrammo es vna figura quadrilatera, cuyos lados opuestos son paralelos.* Notesse, que todo quadrilongo, y quadrado, es paralelogrammo; porque tienen los lados opuestos paralelos; pero no todo paralelogrammo es quadrilongo, ni quadrado; porque el Rhombo, y Rhomboydes, son paralelos grammos, pues tienen paralelos lados opuestos; pero ni el vno es quadrado, ni el otro quadrilongo. Hasta aqui se han explicado las difiniciones del Libro primero de Euclides, y la siguiente es del Libro segundo.

37. *Todo paralelogrammo rectangular se dice estar contenido de las dos lineas rectas, que comprehenden vn angulo qualquiera.* El paralelogrammo rectangulo ABCD. se dice, que està contenido de las lineas AB, y BC, ò de las AD, y DC. porque determinadas estas dos lineas, se manifiesta determinadamente la magnitud superficie, ò espacio del paralelogrammo, cuyos lados opuestos son iguales. Vease la figura del numero 31.

Notesse, que en esta obra siempre, que se dixere *rectangulo,* sin mas additamento, se debe entender por esta palabra vn paralelogrammo rectangular, cuyos angulos todos son rectos, de quien ay solamente dos especies, que son el quadrado, y el quadrilongo. Si se determina por numeros el valor de las dos lineas, ò lados que contienen el rectangulo, y se multiplica, el valor de la vna por el de la otra, el producto serà el valor de toda la superficie, ò Area del rectangulo.

38. *Circulos iguales son, cuyos diametros, ò semidiametros son iguales.* Esta difinicion es la primera del Libro tercero de Euclides.

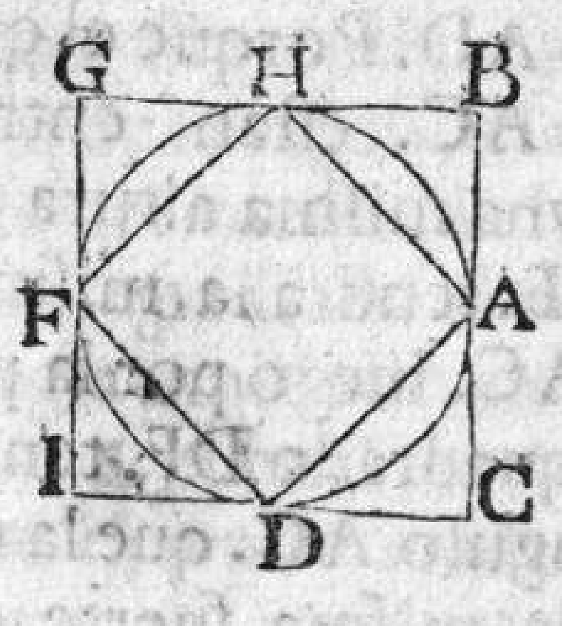
39. *Segmento del circulo es, vna figura contenida de vna linea recta, y de vna parte de la circunferencia:* como la figura contenida de la linea recta BD. y de la circunferencia BAD. *Quando la linea recta passa por el centro, divide à el circulo en dos segmentos iguales: quando no passa por el centro, le divide en dos segmentos desiguales, y se llama mayor el que contiene al centro.*



40. *Sector de vn circulo es, vna figura comprehendida de vna parte de la circunferencia, y de dos semidiametros que la terminan:* como en la misma demonstracion la figura ACD. que està comprehendida del arco, ò circunferencia AD. y de los dos semidiametros CA. CD. Notesse, que qualquier porcion de circunferencia se llama arco, y la linea recta, que le termina, se llama cuerda, ò subtensa, y assi la recta BD, es subtensa

tensa del arco BD. y del arco BAC.

41. *Vna figura rectilinea se dice inscribirse en otra rectelinea quando todos los angulos de la que se inscribe, tocan todos los lados de la figura, en que se inscribe*: y asi la figura quadrada ADFH. se dice inscripta en el quadrado BCIG.



42. *Vna figura se dice circunscribirse à otra figura, quando todos los lados de la que se circunscribe, tocan todos los angulos à quien se circunscribe*: y asi el quadrado BCIG. se dice circunscripto al quadrado ADFH.

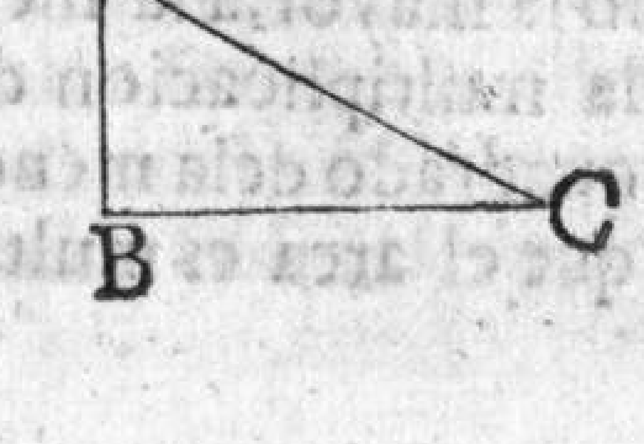
43. *Vna figura rectilinea se dice inscribirse en vn circulo, quando todos los angulos de la que se inscribe tocan la circunferencia del circulo*: como el quadrado ADFH. se dice inscripto en el circulo; porque sus quatro angulos tocan la circunferencia.

44. *Vna figura rectilinea se dice circunscribirse à vn circulo, quando todos los lados de la que se circunscribe tocan la circunferencia del circulo*: como el quadrado BCIG. que està circunscripto al circulo; porque todos sus lados tocan la circunferencia.

45. *El circulo se dice inscribirse en vna figura rectilinea, quando su circunferencia toca todos los lados de la figura, à quien se inscribe*: y asi el circulo ADFH. se dice inscripto al quadrado BCIG. porque su circunferencia toca todos los lados del quadrado.

46. *El circulo se dice circunscribirse à vna figura rectilinea, quando su circunferencia toca todos los angulos de la figura à quien se circunscribe*: como el circulo circunscripto al quadrado ADFH. porque su circunferencia toca todos los angulos del quadrado. Estas seis difiniciones precedentes son del Libro quarto de Euclides.

47. *Hypotenusa en los triangulos rectangulos se llama el lado opuesto al angulo recto*. Como en el triangulo rectangulo ABC. porque es recto el angulo B. el lado opuesto AC. se llama Hypotenusa,



Notesse, que por este Signo R. se entiende la rayz, del numero, que se le pospone, como R. 144. se leerà rayz de 144. y quando ocurre este Signo RR. denota rayz de rayz.

CAPITVLO. II.

DE LOS PROBLEMAS GEOMETRICOS DE LOS RECTANGULOS, Ò PARALELOS GRAMMOS RECTANGULARES.

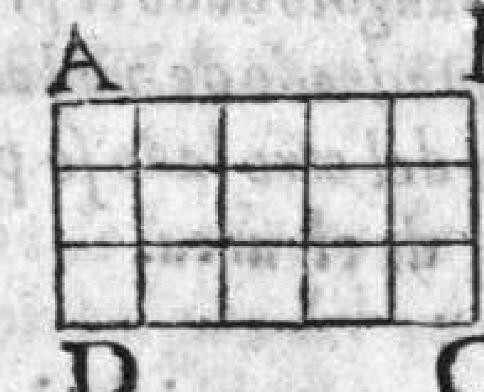
PROBLEMA I.

De vn qualquier rectangulo dados los tamaños de cada vno de los dos lados, se pide el area, ò superficie.

PROposicion. En qualquier rectangulo multiplicando los tamaños de vn lado, por los tamaños del otro lado, el producto es el area, ò superficie de el rectangulo, como dice Euclides en la difiniciõ 1. del Libro 2. y se ha explicado en el numero 37. del Capitulo antecedente.

CONCLVSION.

EN el rectangulo ABCD. el lado AB. tiene 5. palmos; el lado AD. tiene 3. con esta noticia pido el area? Multiplicando 3. por 5. el producto es 15. y tantos quadrados de à palmo por lado tiene el area, ò superficie del rectangulo: lo qual es indubitable, segun se demuestra en la figura.



Si el Problema se hiciesse, diciendo, que el lado AB. tiene 7. pies y medio; y el lado AD. 4. se multiplican los 7. y medio por 4. y el producto es 30. y tantos pies superficiales, ò quadrados, se dirà tener el area del rectangulo: pero si se supone, que el lado AB. tiene 5. estadales, y dos tercios, y el lado AD. tiene 8. y medio, se dirà, que el area tiene 48. estadales, y vn sexto.

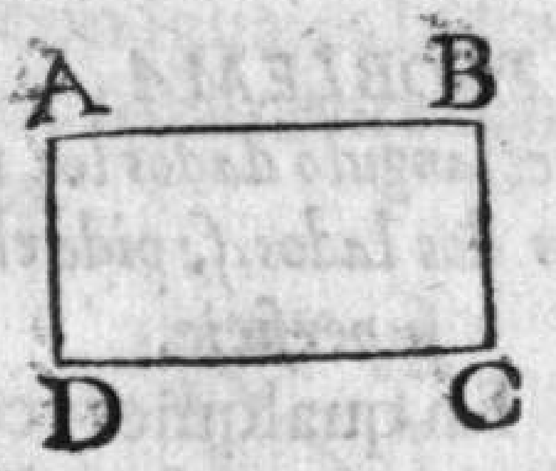
PROBLEMA II.

De vn qualquier rectangulo dada el area, y vn lado se pide el otro lado.

SYlogismo. Si el producto de la multiplicacion de dos quantidades, se parte por alguna de ellas, al quociente sale la otra, *sed sic est*: que el area de qualquier rectangulo es el producto de la multiplicacion del vn lado por el otro: luego, partiendo el area por el vn lado, al quociente saldrà el otro lado, que se pide.

CONCLVSION.

EL area del rectangulo ABCD. es 192. el lado AD. tiene 12. tamaños, con esta noticia pido los tamaños del lado AB.? Partiendo 192. por 12. salen al quociente 16. por tamaños del lado AB. la prueba es, que multiplicando los 12. por los 16. el producto es los 192. del area.



Si se diere el lado AD. de 6. tamaños, sean pies, varas, estadales, ò qualquiera otra medida, y de ella misma la superficie del rectangulo sea R. 1800. para determinar el lado AB. se partirà R. 1800. por 6. para lo qual se toma R. 36. y el quociente es R. 50. y este es el valor del otro lado AB. Pero si se dice, que el valor del lado AD. es R. 8. y el area del rectangulo es 12. se partiràn 12. ò R. 144. por R. 8. y el quociente serà R. 18. y este serà el valor del lado AB.

PROBLEMA III.

De vn qualquier rectangulo dado el producto de la multiplicacion del quadrado de vn lado por el quadrado del otro lado se pide el area.

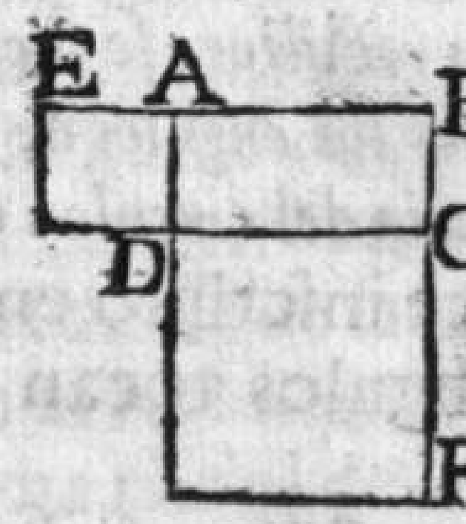
SYlogismo. Si vna quantidad es media proporcional entre otras dos, el quadrado de ella misma es igual al producto de la multiplicacion de las otras dos; *sed sic est*, que el area de qualquier rectangulo es medio proporcional entre los quadrados de los lados: luego, la rayz del producto de la multiplicacion de los quadrados de los lados, es el area del rectangulo.

CONCLVSION.

EN el rectangulo ABCD. multiplicando el quadrado del lado AB. por el quadrado del lado AD. el producto es 36864. con esta noticia pido el area? La rayz quadrada de 36864. es 192. y tanto digo ser el area del rectangulo; la prueba es, q̃ el quadrado de 192. es igual à los 36864. Vease la Figura precedente.

ESCOLIO.

Por el Lemma de la 54. del 10. de Euclides se demuestra, que el area de qualquier rectangulo es medio proporcional entre los quadrados de los lados; y aora para su demonstracion DF. sea quadrado del lado DC. y DE. sea quadrado del lado AD. Porque el quadrado DF. y el rectangulo AC. estàn entre paralelas, ellos tendràn vna misma altura, y assi mismo el quadrado DE. tendrà la misma altura, que el rectangulo AC. luego por la primera del 6. de Euclides el quadrado DF. tendrà la misma razon al rectangulo AC. que la recta FC. à la recta CB. y de la misma suerte el rectangulo AC. à el quadro DE. tendrà la razon de la recta BA. à la recta AE. Luego es evidente, que el rectangulo AC. es medio proporcional entre los quadrados de sus lados AD. DC.



La misma propoficiõ se demuestra con los numeros; porque si dos numeros se multiplican entresì, el producto es medio proporcional entre los quadrados de ellos mismos. Sean los dos numeros A. y B. el producto de la multiplicacion de A. por B. es C. el quadrado de A. es D. y el quadrado de B. es E. Luego C. es medio proporcional entre D. y E. porque el producto de C. multiplicada por sì misma, es igual al producto de D. multiplicada por E.

A. 4. B. 5.
D. 16. C. 20. E. 25.

PROBLEMA IIII.

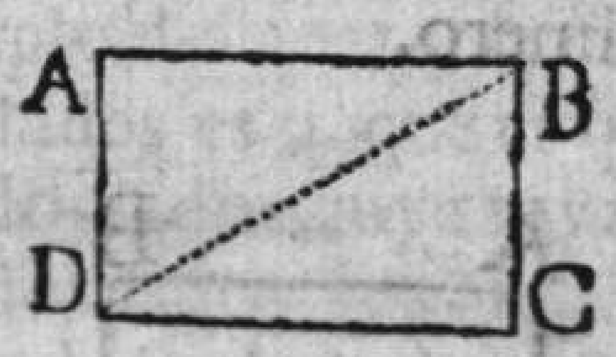
Dada el area de vn qualquier rectangulo, y la proporcion del vn lado al otro, se piden los dos lados.

SYlogismo. Si fueren dos quantidades conocidas, proporcionales à otras dos no conocidas; como la menor, à la mayor de las conocidas; assi la multiplicacion de las dos no conocidas, al quadrado de la mayor no conocida; y como la mayor, à la menor de las conocidas; assi la multiplicacion de las dos no conocidas, al quadrado de la menor no conocida: *Sed sic est*, que el area es multiplicacion de dos

dos quantidades no conocidas, que son los lados del rectangulo. Luego, se daràn conocidos los lados con la proporcion, que se propusiere.

CONCLVSION.

EL area del rectangulo ABCD. es 192. la proporcion del lado AB. al lado AD. como de 4. à 3. con esta noticia pido los tamaños de cada vno de los dichos lados? Para hallar el quadrado del menor lado digo; como 4. à 3. asi 192. al quadrado del menor lado. Siguiendo la regla multiplicando 192. por 3. es el producto 576. el qual partido, por 4. salen al quociente 144. por quadrado del menor lado, cuya rayz es 12. y tantos digo ser sus tamaños. Para hallar el quadrado del mayor lado digo; como 3. à 4. asi 192. al quadrado del mayor lado. Siguiendo la regla, multiplicando 192. por 4. es el producto 768. el qual partido por 3. salen al quociente 256. por quadrado del mayor lado, cuya rayz es 16. y tantos digo ser sus tamaños. La prueba es, que la misma proporcion ay de 4. à 3. que de 16. à 12. porque multiplicando la primera quantidad por la quarta, el producto es igual, al de la multiplicacion de la segunda por la tercera, que es 48. por la 16. del 6. de Euclides; y multiplicando 16. por 12. el producto es 192. valor del area propuesta.



Si se dixera, que el rectangulo propuesto tiene en su area 12. estadales, y que la proporcion del lado AB. à el lado AD. es como de 3. à 2. multiplicando los 12. estadales por dos, es el producto 24. y partido por 3. salen al quociente 8. por quadrado del lado AD. cuyo valor es R. 8. por el qual partiendo los 12. del area, ò por mejor decir 144. de su quadrado, sale à el quociente R. 18. por valor del mayor lado AB.

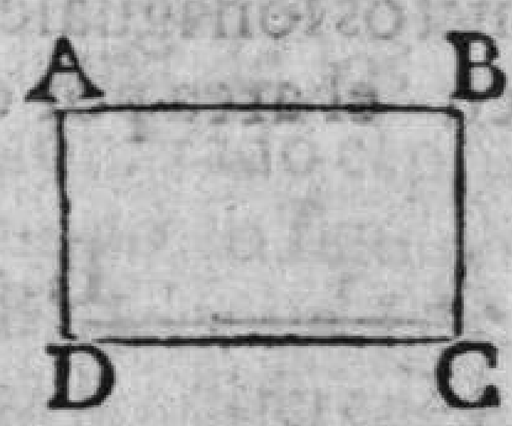
PROBLEMA V.

De vn qualquier rectangulo dada la diferencia de los lados, y la suma dellos, se pide el area.

ENtimema. Si de la suma de dos cantidades desiguales, se quita la diferencia dellas, queda el duplo de la menor; y si la diferencia se añade, saldrà el duplo de la mayor quantidad: Luego, la mitad, asi de vn duplo, como de otro, manifestarà separadamente à cada vna de las dos quantidades sumadas, ò lados del rectangulo.

CONCLVSION.

EN el rectangulo A B C D. la suma de los tamaños del lado AB. con los del lado AD. es 28. la diferencia entre dichos lados es 4. Con esta noticia pido los tamaños de cada vno de los lados? A los 28. quitando los 4. quedan 24. por duplo del menor lado D A. añadiendo à los 28. los 4. salen 32. por duplo del mayor lado AB. Luego, es evidente, que el mayor lado tiene 16. y el menor 12. la prueba es, que la suma de 16. y 12. es los 28. y la diferencia de 16. à 12. es los 4.



De otro modo la misma Conclusion: Si de la mitad de la suma de los lados se resta la mitad de la diferencia entre ellos mismos, el residuo serà valor del menor lado; y si se añade à la suma, saldrà el valor del mayor lado: y asi de 14. mitad de la suma de los lados, quitando 2. de la diferencia, quedan 12. por valor del menor lado AD. y à los 14. añadiendo los mesmos 2. es la suma 16. valor del mayor lado AB.

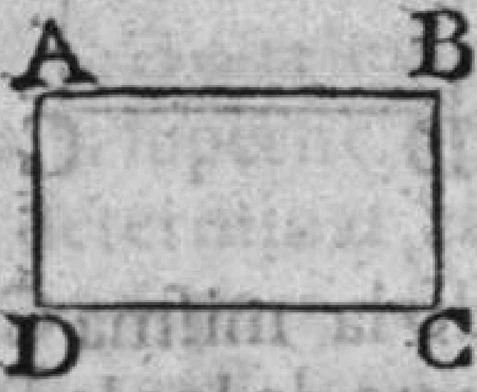
PROBLEMA VI.

Dada la diferencia de los lados de vn qualquier rectàngulo, y la proporcion del vn lado al otro, se pide el area.

ENtimema. Por la 17. del 5. de Euclides quando dos quantidades son proporcionales à otras dos, la diferencia de las primeras guarda con cada vna dellas la misma proporcion, que tiene la diferencia de las dos segundas con cada vna dellas correlativamente: Luego, como la diferencia de los terminos proporcionales, al mayor de los terminos; asi la diferencia de los lados, al mayor lado. De la misma forma como la diferencia de los terminos proporcionales, al menor de los terminos; asi la diferencia de los lados, al menor lado; por lo qual se conoceràn los tamaños de cada lado, y por el consiguiente el area, segun el primer Problema.

CONCLVSION.

LA diferencia de los lados en el rectangulo ABCD. es 8. la proporcion del lado AB. al lado AD. es como de 5. à 3. Con esta noticia pido el area? La diferencia entre 5. y 3. es 2. y assi dirè como 2. à 5. que es el mayor de los terminos proporcionales; assi 8. que es diferencia de los lados, al mayor lado: siguiendo la regla, multiplicando 5. por 8. es el producto 40. el qual partido por 2. salen al quociente 20. por valor del mayor lado: de la misma forma se hallaràn los tamaños del menor lado; empero con mas facilidad, quitando los 8. de la diferencia de los lados de los 20. que se han hallado tener el mayor lado, por lo qual digo que los tamaños del menor lado son 12: La prueba es, que multiplicando 5. por 12. y 3. por 20. los productos son iguales. Conocidos los lados, tambien el area por el primer Problema.



Si se dixera, que la diferencia de los lados es 10. y que el vno al otro tiene la misma proporcion, que R. 27. à R. 3. el Problema se concluyrà, diciendo: como R 12. (diferencia de los terminos proporcionales) à R. 27. assi R. 100. (diferencia de los lados) à R. 225. cuya rayz es 15. y este es valor del mayor lado AB. del qual quitando 10. de la diferencia de los lados, quedan 5. por valor del menor lado AD.

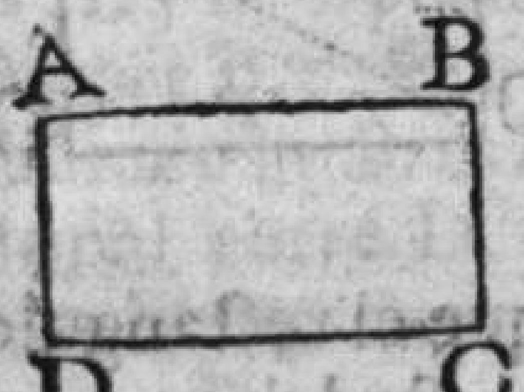
PROBLEMA VII.

Dada la suma de los lados de vn qualquier rectangulo, y la proporcion del vn lado al otro, se pide el area.

E*Ntimema.* Si dos quantidades son proporcionales à otras dos, la suma de las primeras guarda la misma proporcion con cada vna dellas, que la suma de las dos segundas con cada vna dellas correlativamente: Luego, como la suma de los terminos proporcionales, al mayor de los terminos; assi la suma de los lados, al mayor lado. Del mismo modo, como la suma de los terminos proporcionales, al menor de los terminos; assi la suma de los lados, al menor lado: con lo qual se conoceràn los dos lados del rectangulo, y por el consiguiente el area.

CONCLVSION.

EN el rectangulo ABCD. la suma del lado AB. con el lado AD. es 36. y la proporcion del vn lado al otro, como de 4. à 5. Con esta noticia pido el area? La suma de 4. y 5. es 9. y assi digo, como 9. que es suma de los terminos, à 4. que es el menor termino; assi 36. de la suma de los lados al menor lado: Siguiendo la regla, multiplicando 4. por 36. es el producto 144. el qual partido por 9. salen al quociente 16. por tamaños del menor lado AD: De la misma forma se hallarà el mayor lado, diciendo, como 9. à 5. mayor termino; assi 36. al mayor lado: siguiendo la regla, multiplicando 5. por 36. es el producto 180. el qual partido por 9. salen al quociente 20. por tamaños del mayor lado. Conocido vn lado, por la dicha regla se restarà de la suma de los lados, y lo que quedare, seràn los tamaños del otro lado, y assi aviendo hallado 16. del menor lado, resto los de los 36. de la suma de los lados, y quedan los 20. que se dixo valer el mayor lado. La prueba de todo es, que los 16. del menor lado, y los 20. del mayor, sumados, son 36. que se dieron por suma de los lados: y tambien la misma proporcion ay de 4. à 5. que de 16. à 20. porque multiplicando 4. por 20, y 5. por 16. los productos son iguales. Conocidos los lados del rectangulo, el area lo serà por el Problema primero.



Si el Problema dixera, que la suma de los lados es R. 50. y la proporcion del lado AB. à el lado AD. como de 3. à 2. se hallarà el valor de dichos lados, diciendo: como R. 25. (suma de los terminos proporcionales) à R. 9. (mayor de los terminos) assi R. 50. à vn numero quarto proporcional, el qual, siguiendo la regla, se halla ser R. 18. y este es el valor del mayor lado AB. el qual restado de R. 50 queda R. 8. por valor del menor lado AD. que tambien se halla, diciendo: como R. 25. (suma de los terminos proporcionales) à R. 4. menor de los terminos; assi R. 50. à vn quarto numero proporcional, que, siguiendola regla aurea, se halla ser R. 8. sin discrepar de lo derecho por el modo antecedente.

CON- PRO-

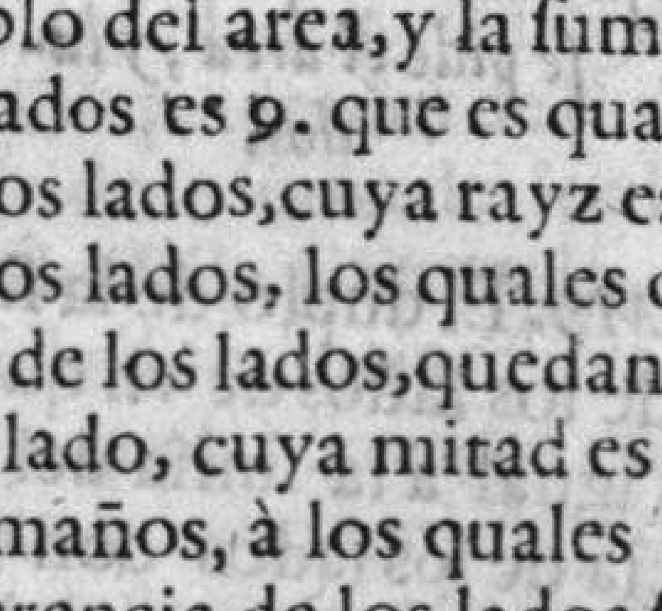
PROBLEMA VIII.

Dada el area de vn qualquier rectangulo, y la suma de los quadrados de los lados, se piden los tamaños de cada vno de los lados.

ENTIMEMAS. En qualquier rectangulo el duplo del area junto con la suma de los quadrados de los lados, es quadrado de la suma de los lados: Luego su rayz serà suma de los lados. La diferencia entre el duplo del area y la suma de los quadrados de los lados, es quadrado de la diferencia de los lados: Luego su rayz es la diferencia de los lados, la qual quitada de la suma de los lados, la resta, ò lo que quedare, es duplo del menor lado, y la mitad su valor: al valor del menor lado añadiendo la diferencia de los lados, saldràn los tamaños, que tendrà el mayor lado.

CONCLVSION.

EL area del rectangulo ABCD. se dice ser 40. y la suma de los quadrados de los lados 89. con esta noticia pido los tamaños de cada vno de los lados: El duplo del area es 80. el qual sumado cō los 89. salen 169. por quadrado de la suma de los lados, cuya rayz es 13. y estos son suma de los tamaños de los lados. La diferencia entre el duplo del area, y la suma de los quadrados de los lados es 9. que es quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz es 3. que son diferencia de los lados, los quales quitados de 13. de la suma de los lados, quedan 10. por duplo del menor lado, cuya mitad es 5. y tantos, digo, ser sus tamaños, à los quales añadiendo los 3. de la diferencia de los lados salen 8. por tamaños del mayor lado. La prueba es, q̄ multiplicando los 5. del vn lado por los 8. del otro, salen los 40. del area; y el quadrado de vn lado es 25. y el del otro 64. cuya suma es 89. que se dieron por suma de los quadrados de los lados.



ESCOLIO.

POr quanto de la demonstracion geometrica de este Problema depende la inteligencia para la resolucion de otros muchos no menos ingeniosos, serà muy importante poner aqui brevemente su demonstracion en la forma siguiente. Sea vn rectangulo ABCD. y sobre los lados DC. BC. esten descriptos los dos quadrados DCEF. y BCGH. y los lados FE. HG. estèn continuados hasta concurrir en el punto I. con lo qual queda formado el quadrado AFIH. y este serà igual à los dos rectangulos AC. CI. juntos con los dos quadrados DE. BG. por la 4. del 2. de Euclides: Pues el quadrado AFIH. por la construccion tiene por su lado AH. el agregado, ò suma de los lados del propuesto rectangulo AC. y à este es igual el rectangulo CI. Luego el duplo del propuesto rectangulo AC. junto con los quadrados DE. BG. descriptos sobre sus dos lados, es igual al quadrado AI. formado de la suma de los lados AH. con lo qual està demonstrado el primero Entimema, y para el segundo lo siguiente. Si de la DE. igual à la AB. se quita DK. igual à DA. la resta KE. serà la diferencia de los lados del rectangulo AC. sobre la KE. està descripto el quadrado KELM. y continuados sus lados KM. LM. hasta N. y O. serà evidente por la construccion, que el rectangulo KC. es igual al rectangulo AC. y tambien al rectangulo ME. junto con el quadrado BG. Luego quitando el duplo del rectangulo AC. de la suma de los quadrados de sus lados, resta KL. quadrado de la diferencia de los lados, que es lo que se avia de demonstrar.

PROBLEMA IX.

Dada el area de vn qualquier rectangulo, y la diferencia de los lados, se piden los tamaños de cada vno de los lados.

ENTIMEMA. Al quadruplo del area de qualquier rectangulo, añadiendo el quadrado de la diferencia de los lados saldrà el quadrado de la suma de los lados: Luego su rayz es la suma de los lados, de la qual quitando la diferencia de los lados, quedarà el duplo del menor lado, cuya mitad serà su valor; al valor del menor lado añadiendo la diferencia de los lados, saldrà el valor del mayor lado.

CONCLVSION.

EL area del rectangulo ABCD. es 40. la diferencia de vn lado à otro es 3. con esta noticia, pido los tamaños de cada vno de los la-

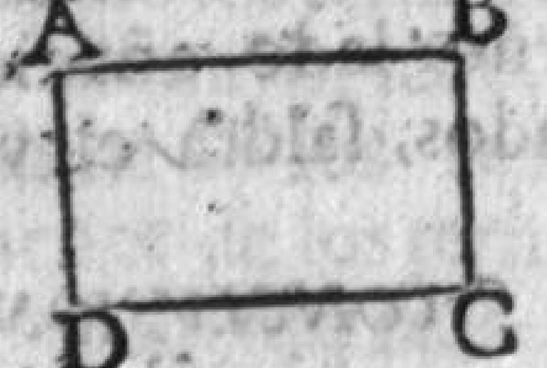
lados: El quadruplo del area es 160. al qual añadiendo el quadrado de 3. de la diferencia de los lados, que es 9. salen 169. por quadrado de la suma de los lados, cuya rayz es 13. la qual es suma de los lados: de los quales 13. quitando 3. de la diferencia de los lados, quedan 10. por duplo del menor lado AD. cuyo valor es 5. à los quales añadiendo los 3. de la diferencia de los lados salen 8. por los tamaños, que vale el mayor lado AB. La prueba es, que multiplicã-do los 8. del vn lado por los 5. del otro, salen los 40. del area; y la diferencia entre 5. y 8. es los 3. que dà el Problema.

Si se dixera, que el area del rectangulo es 20. y la diferencia de los lados es R. 18. se darà conclusion juntando 80. del quadruplo del area, con 18. quadrado de la diferencia de los lados, y salen à la suma 98. por quadrado del agregado, ò suma de los lados, por cuya razon de los dichos 98. quitando R. 18. de la diferencia dada, à la resta sale R. 32. por duplo del menor lado, cuyo valor serà R. 8. por ser mitad de R. 32. y por consiguiente el mayor lado serà R. 50. Notese, que la doctrina de este Problema consta por la 8. del 2. de Euclides, y se colige en la demonstracion del Escolio precedente.

PROBLEMA X.

Dada el area de vn qualquier rectangulo, y la suma de los tamaños de sus dos lados, se piden los tamaños de cada vno de los lados.

E*NTIMEMA.* En qualquier rectangulo el quadruplo del area junto con el quadrado de la diferencia de los lados es igual al quadrado de la suma de los lados; luego quitãdo el quadruplo del area, del quadrado de la suma de los lados, lo que quedare es quadrado de la diferencia de los lados, por lo qual su raiz es diferencia de los lados, esta diferencia quitada de la suma de los lados, quedarà el duplo del menor lado, cuya mitad serà su valor; al valor del menor lado añadiendo la diferencia de los lados, saldrà el valor del mayor lado.



CONCLVSION.

El area del rectangulo ABCD. se dice ser 54. y la suma de los lados 15. Con esta noticia pido los tamaños del lado AB. y los del lado AD. El quadruplo del area es 216. y el quadrado de 15. (que es suma de los lados) es 225. de los quales quitando los 216. quedan 9. por quadrado de la diferencia de los lados, cuya raiz es 3. y estos son diferencia de los lados, por lo qual quitando los 3. de los 15. de la suma de los lados, quedan 12. por duplo de los tamaños del menor lado, el qual tiene 6. à los tamaños del menor lado añadiendo los 3. de la diferencia de los lados, salen 9. por tamaños del mayor lado. La prueba es, que multiplicando los 9. del vn lado por los 6. del otro, salen los 54. del area; y sumando 9. con 6. salen 15. de suma de los lados, segun que el Problema lo propone.

Notese otro modo de resolver el Problema: del quadrado de la mitad de la suma de los lados quitando el area del rectangulo, la resta serà quadrado de la mitad de la diferencia de los lados, como se colige de la 5. del 2. de Euclides: Luego la diferencia de los lados serà notoria, y asimismo el valor de cada vno de los lados, por la doctrina referida.

PROBLEMA XI.

Dada la diferencia de los lados de vn qualquier rectangulo, y la suma de los quadrados de los lados, se pide el area, y lados.

S*YLOGISMO.* El duplo de la suma de los quadrados de los lados de vn qualquier rectangulo, es igual à la suma del quadrado de la diferencia de los lados con el quadrado de la suma de los lados; luego, del duplo de la suma de los quadrados de los lados, quitando el quadrado de la diferencia de los lados, quedarà el quadrado de la suma de los lados, cuya raiz es la suma de los lados, de la qual quitãdo la diferencia de los lados, quedarà el duplo del menor lado, cuya mitad serà el menor lado, el qual quitado de la suma de los lados, quedarà el valor del mayor lado. Vease la figura precedente.

CONCLVSION.

EN el rectangulo ABCD, el quadrado del lado AB, junto con el quadrado del lado AD salen à la suma 89: La diferencia entre dichos lados es 3: Con esta noticia pido el area: El duplo de la suma de los quadrados de los lados es 178, del qual quitando el quadrado de la diferencia de los lados, que es 9, quedan 169. por qua-

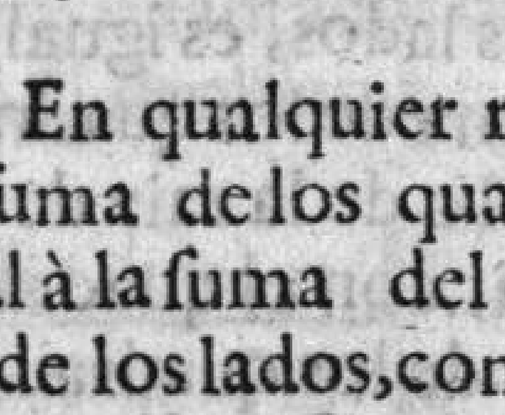
quadrado de la ſuma de los lados, cuya raiz es 13. y eſtos digo ſer la ſuma de los lados; de la qual quitando los 3. de la diferencia de los lados, quedan 10. por duplo del menor lado AD, luego, ſu valor es 5. los quales quitados de 13. de la ſuma de los lados, quedan 8. por valor del mayor lado AB: La prueba es, que la diferencia de los lados es 3. y el quadrado del vn lado es 64. y el del otro 25. los quales ſumados hacen los 89. Con el conocimiento de los dichos lados, digo, por el Problema primero, que el area del rectangulo es 40.

Si ſe dixera, que la diferencia de los lados del rectangulo es R. 3. y la ſuma de los quadrados de los lados es 15. ſerà ſu duplo 30. del qual quitando 3. quadrado de la diferencia de los lados, reſtan 27. por quadrado de la ſuma de los lados, la qual ſerà R. 27. y por conſiguiente el menor lado ſerà R. 3. y el mayor R. 12.

PROBLEMA XII.

Dada la ſuma de los lados de vn qualquier rectangulo, y la ſuma de los quadrados de los lados, ſe pide el area.

ENTIMEMA. En qualquier rectangulo, el duplo de la ſuma de los quadrados de los lados, es igual à la ſuma del quadrado del la diferencia de los lados, con el quadrado de la ſuma de los lados. Luego, del duplo de la ſuma de los quadrados de los lados, quitãdo el quadrado de la ſuma de los lados, el reſiduo es quadrado de la diferencia de los lados, cuya raiz darà la diferencia entre el mayor, y menor lado, la qual diferencia quitada de la ſuma de los lados, quedarà el duplo de la quantidad del menor lado, por lo qual ſu mitad es valor del menor lado; el valor del menor lado quitado de la ſuma de los lados, el reſiduo es el numero de los tamaños del mayor lado. Eſtando conocidos los lados, eſtà conocida el area, por el Problema primimero.



CONCLVSION.

EN el rectangulo ABCD. ſumando el lado AB. con el lado AD. ſalen 13: la ſuma de los quadrados de los dichos lados, es 89: con eſta noticia ſe pide el area: El duplo de la ſuma de los quadrados de los lados es 178. del qual quitando el quadrado de los 13. que es 169 quedan 9. por quadrado de la diferencia de los lados, cuya raiz es 3. y tanta es la diferencia entre el mayor, y menor lado, la qual quitada de 13. de la ſuma de los lados, quedan 10. por duplo de los tamaños del menor lado, luego, tiene 5. eſtos 5. del menor lado quitados de los 13. de la ſuma de los lados, quedan 8. por valor del mayor lado. Multiplicando los 5. del vn lado por los 8. del otro, ſalen 40. que es el area del rectangulo. La prueba es, que ſumando los 5. del vn lado con los 8. del otro, ſalen los 13. que ſe dieron por ſuma de los lados: y el quadrado de los 8. junto con el quadrado de los 5. ſuman los 89. que ſe dieron, por ſuma de los quadrados de los lados.

Si ſe dixera, que la ſuma de los lados del rectangulo es R. 27. y la ſuma de ſus quadrados 15. el duplo de ella ſerà 30. del qual quitando 27. quadrado de la ſuma de los lados, reſtan 3. cuya raiz es R. 3. y eſta es la diferencia de los lados, de modo que el menor lado es R. 3. y el mayor es R. 12.

PROBLEMA XIII.

Dada la diferencia de los lados de vn qualquier rectangulo, y la diferencia de los quadrados de los lados, ſe pide el area.

ENTIMEMA. En qualquier rectangulo multiplicando la diferencia de los lados, por la ſuma de ellos, el producto es diferencia de los quadrados de los lados: Luego, partiendo la diferencia de los quadrados de los lados, por la diferencia de los lados, el quociente es la ſuma de los lados; de la qual ſuma quitando la diferencia de los lados, quedarà el duplo del menor lado, cuya mitad ſerà el valor del menor lado, el qual ſe quitarà de la ſuma de los lados, y el reſiduo es el valor del mayor lado. Los lados conocidos, eſtà conocida el area, ſegun ſe ha dicho.

CONCLVSION.

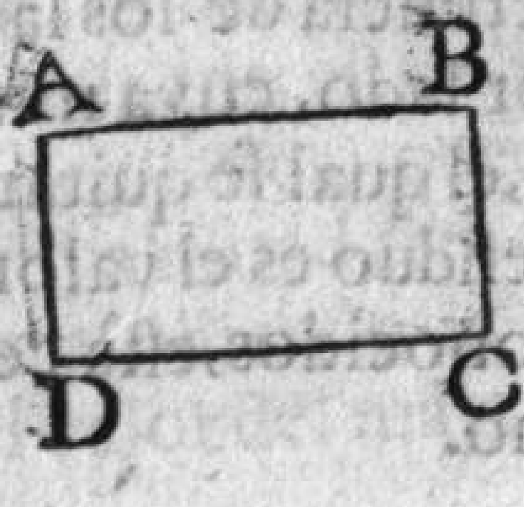
EN el rectangulo ABCD. la diferencia entre el lado AB, y el lado AD, es 3, y la diferencia entre los quadrados de dichos lados es 39. con eſta noticia ſe pide el area del rectangulo. Partiendo los 39. de la diferencia de los quadrados, por los 3. de la diferencia de los lados salen al quociente 13. por suma de los tamaños de los dos lados; de la qual suma quitãdo los 3. de la diferẽcia de los lados, quedã 10. por duplo del menor lado, cuya mitad es 5. y este es el valor del menor lado, el qual quitado de los 13. de la suma de los lados, quedan 8. por tamaños del mayor lado. Multiplicando los 8. del vn lado por los 5. del otro, salen al producto 40. por area del rectangulo. La prueba es, que la diferencia entre los 8. del vn lado, y los 5. del otro es 3: y la diferencia entre los quadrados de dichos lados es 39.

Si se dice, que la diferencia de dichos lados es R. 3. y la diferencia de sus quadrados es 9, que partidos por R. 3. salen al quociente R. 27. por suma de los lados, por cuya razon el menor lado vale R. 3. y el mayor R. 12.

PROBLEMA XIV.

Dada la suma de los lados de vn qualquier rectangulo, y la diferencia de los quadrados de los lados, se pide el area.

ENTIMEMA. En qualquier rectangulo, multiplicando la diferencia de los lados, por la suma de los mismos lados, el producto es igual à la diferencia delos quadrados de los lados. Luego, partiendo la diferencia de los quadrados de los lados, por la suma de los lados, al quociente saldrà la diferencia de los lados, la qual diferencia se quitarà de la suma delos lados, y lo que quedare es duplo del menor lado, cuya mitad darà su valor: Hallado el valor del menor lado, se quitarà de la suma de los lados, y el residuo es el valor del mayor lado. Hallados los dos lados, se multiplicarà el vno por el otro, y el producto es el area.



CONCLVSION.

EL rectangulo ABCD. es 13. la suma de los tamaños del lado BA, con los del lado AD: y la diferencia entre los quadrados destos lados es 39. Con esta noticia se pide el area: Partiendo los 39. por los 13. salen al quociente 3. por diferencia entre el mayor, y menor lado, la qual diferencia, quitandola de los 13 de la suma de los lados, quedan 10. por duplo del menor lado AD, el qual vale 5. estos 5. quitados de los 13, quedan 8. por tamaños del lado mayor AB: multiplicando los 8. del vn lado por los 5. del otro, salen al producto 40. por area del rectangulo. La prueba es, que sumando los 8. del vn lado, con los 5. del otro, salen à la suma los 13: y la diferencia entre los quadrados de dichos lados es 39.

Si se dice, que la suma de dichos lados es R 27. y la diferencia de sus quadrados es 9. los quales partidos por R. 27. sale al quociente R. 3 por diferencia de los lados, y assi el menor serà R. 3. y el mayor R. 12.

PROBLEMA XV.

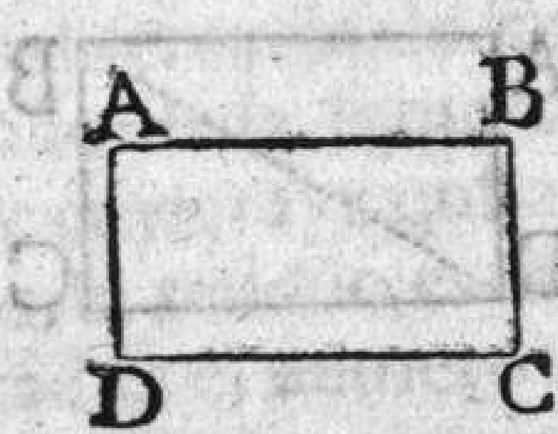
Dada el area de vn qualquier rectangulo, y la diferencia de los quadrados de los lados, se piden los tamaños de cada vno de los lados.

ENTIMEMA. En qualquier rectangulo, el quadrado del area junto con el quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, es igual al quadrado de la mitad dela suma de los quadrados de los lados. Luego el duplo de la raiz de la suma del quadrado del area, con el quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, es igual à la suma de los quadrados de los lados; del qual duplo quitando la diferencia de los quadrados, el residuo es duplo del quadrado de el menor lado: y añadiendola, saldrà el duplo del quadrado del mayor lado; cuyas rayzes daràn los tamaños de cada vno de los lados. Sacada la raiz de la suma del quadrado del area, con el quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, y della quitando la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, el residuo es quadrado del menor lado, cuya raiz harà notorios sus tamaños: y quitando el quadrado del menor lado, de la suma de los quadrados de los lados, el residuo es quadrado del mayor lado, cuya raiz es numero de sus tamaños.

Destos dos modos notese por mas facil el segundo.

CONCLVSION.

EL rectangulo ABCD. tiene 39. de diferencia entre el quadrado del lado BA, y el quadrado del lado AD: el area es 40. Con esta noticia se piden los tamaños de cada vno delos dichos lados: La mitad de la diferencia es 19. *y medio*, su quadrado 380. *y quartillo*. El quadrado del area es 1600. sumando estos dos quadrados es la suma 1980. *y quartillo*; esta suma es igual al quadrado de la mitad de la suma de los quadrados de los lados: Luego su rayz, que es 44 *y medio*, es mitad de la suma de los quadrados de los lados, la qual doblada, es 89. y esta es la suma de los quadrados de los lados, de la qual quitando los 39. de la diferencia de los quadrados de los lados, quedan 50. por duplo del quadrado del menor lado, cuya mitad es 25. y de estos la rayz es 5. que son los tamaños del menor lado AB. Los 25. del quadrado del menor lado quitados de los 89. de la suma de los quadrados, quedan 64. por quadrado del mayor lado, cuya rayz es 8. y tãtos digo ser sus tamaños. Lo mismo se halla por el segundo modo, y mas facilmente, porque de los 44. *y medio* quitando los 19 *y medio*, quedan 25. por quadrado del menor lado, y su rayz 5. que son sus tamaños, segun se ha dicho; y por el contrario, añadiendo los 19. *y medio* à los 44. *y medio* es la suma 64. y estos son quadrado del mayor lado, cuya rayz son 8. y tantos digo ser sus tamaños. La prueba es, que multiplicando los 8. del vn lado por los 5. del otro, es el producto los 40. del area, y la diferencia entre los quadrados de dichos lados son los 39. que dà el Problema.



Si se dice, que el area es 6. y la diferencia de los quadrados de dichos lados es 9. de cuya mitad el quadrado es 20. y *quartillo*, que juntos con 36. quadrado del area, es la suma 56 *y quartillo*, cuya rayz quadrada es 7. *y medio*, y esta es la mitad de la suma de los quadrados de los lados, y por consiguiente los quadrados seràn 3. y 12. y assi el menor lado serà R. 3. y el mayor R. 12.

PROBLEMA XVI.

Dado el menor lado de vn qualquier rectangulo, y la diferencia de los quadrados de los lados, se pide el area, y el mayor lado.

ENTIMEMA. En qualquier rectangulo, junto el quadrado del menor lado cõ la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, la suma es igual à la rayz del quadrado del area, junto con el quadrado de la mitad de la diferencia de los lados: Luego el quadrado del menor lado, junto con la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, y del quadrado de la suma, quitando el quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, el residuo es igual al quadrado del area, y su rayz es el area. Hallada el area, y partiendo sus tamaños por los del menor lado, el quociente es el numero de tamaños del menor lado. Notese, que la curiosidad de este Problema està, en hallar el area, antes de saber los tamaños del mayor lado; empero mas facilmente se concluye, hallando primero los tamaños del mayor lado, y multiplicarlos por los del menor lado, y el producto es el area. Los tamaños del mayor lado se hallan de este modo: al quadrado del menor lado se le añadirà la diferencia de los quadrados, y la suma es igual al quadrado del mayor lado: Luego su rayz numera los tamaños del mayor lado.

CONCLVSION.

EL menor lado del rectangulo ABCD. es AD. el qual tiene 6. tamaños; la diferencia entre el quadrado del dicho lado, y el quadrado del mayor lado AB. es 28. con esta noticia se pide el area, y el lado AB. El quadrado de los 6. del menor lado es 36. la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados es 14. y estos juntos con los 36. es la suma 50. cuyo quadrado es 2500. del qual quitando el quadrado de los 14. que es 196. quedan 2304 por quadrado del area, cuya rayz es 48. y este es el valor del area; la qual partida por los 6. del menor lado, salen al quociente 8. por tamaños del mayor lado AB. La prueba es, que la diferencia entre el quadrado de los 6. del menor lado, y 8. del mayor, es los 28. que dà el Problema.

PROBLEMA XVII.

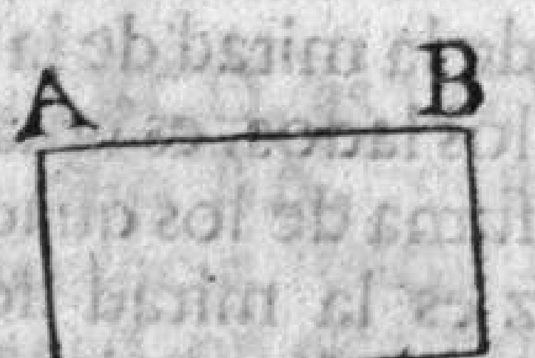
Dada la diferencia de los quadrados de los lados, y el mayor lado; se pide el area, y el menor lado.

ENTIMEMA. En qualquier rectangulo el quadrado del area junto con el quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, es igual al quadrado de la mitad de la suma de los quadrados de los lados, cuya rayz es la mitad de la suma de los quadrados de los lados, y de esta rayz quitando la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, el reſiduo es quadrado del menor lado; y añadiendola, la ſuma es quadrado del mayor lado: Luego del quadrado del mayor lado, quitando la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, el reſiduo es mitad de la ſuma de los quadrados de los lados, y ſu quadrado igual al quadrado del area, junto con el quadrado de la mitad de la diferiencia de los quadrados de los lados: Luego, quitando el quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados del quadrado de la mitad de la ſuma de los quadrados de los lados, el reſiduo es quadrado del area, cuya rayz darà noticia de ſu valor: hallada el area, ſe partirà por los tamaños del mayor lado, y al quociente ſaldràn los del menor lado.

CONCLVSION.

DEl rectangulo ABCD. ſu mayor lado es AB. el qual tiene 8. tamaños: la diferencia entre el quadrado del lado AB. y el quadrado del lado AD. es 28. Con eſta noticia, ſe pide el area, y el lado menor AD. El quadrado de los 8. es 64. del qual quitando 14 de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, quedan 50. por mitad de la ſuma de los quàdrados de los lados, cuyo quadrado es 2500. y eſte es igual al quadrado del area, junto con el quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados. Luego, de los 2500. quitando el quadrdado de los 14. que es 196. quedan 2304 por quadrado del area, cuya rayz es 48. y tantos ſon ſus tamaños: los 48. del area partidos los 8. del mayor lado, ſalen al quociente 6. por tamaños del menor lado. Con mas facilidad ſe concluye eſte Problema en la forma ſiguiente.

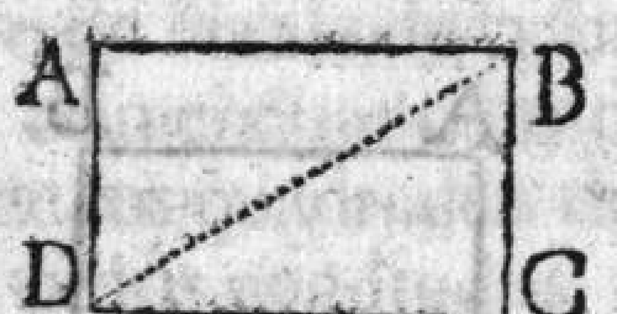
El quadrado de 8. que tiene el mayor lado es 64. deſtos quitando 14. de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, quedan 50 por mitad de la ſuma de los quadrados de los lados, de eſtos 50. quitando otra vez los 14. quedan 36. por quadrado del menor lado, cuya rayz es 6. y tantos ſon ſus tamaños. La prueba de todo es, que la diferencia entre 36. y 64. que ſon quadrados de los lados, es los 28. que dà el Problema.



PROBLEMA XVIII.

Dada el area, y la Diagonal de qualquier rectangulo ſe piden los tamaños de cada vno de los lados.

ENTIMEMA. En qualquier rectangulo el quadrado de la Diagonal es igual al duplo del area con el quadrado de la diferencia de los lados: y el quadrado de la ſuma de los lados es igual al quadrado de la diferencia de los lados con el quadruplo del area. Luego, del quadrado de la Diagonal quitando el duplo del area, el reſiduo es quadrado de la diferencia de los lados, el qual reſiduo añadiendolo al quadruplo del area, la ſuma es quadrado de la ſuma de los lados, cuya rayz ſerà la ſuma de los lados, de eſta ſuma de los lados quitando la rayz del quadrado de la diferencia de los lados, el reſiduo es duplo del menor lado, cuya mitad darà noticia de ſus tamaños. Hallados los tamaños del menor lado, ſe quitaràn de la ſuma de los lados, y el reſiduo es el numero de los tamaños del mayor lado.



CONCLVSION.

EL area del rectangulo ABCD. es 48. la Diagonal DB. tiene 10. tamaños. Con eſta noticia, pido los que tiene el lado AD. y el lado AB. El quadrado de los 10. de la Diagonal es 100. del qual quitando el duplo del area, que es 96. quedan 4. por quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz es 2. y eſta es la diferencia entre dichos lados. El quadruplo del area es 192 à quien añadiendo los 4. del quadrado de la diferencia de los lados, ſuman 196. y eſtos ſon quadrado de la ſuma de los lados, cuya rayz 14 es la ſuma de los tamaños de los dichos lados, de la qual ſuma quitando los 2. de la diferencia de los lados, quedan 12. por duplo del menor lado AD. cuya mitad es 6. y tantos ſon ſus tamaños, los quales quitados de los 14. de la ſuma de los lados, quedan 8. por tamaños del mayor lado AB. La prueba es por la 47. del primero de Euclides, que dice: que la ſuma de los quadrados de los lados es igual al quadrado do de la Diagonal: por lo qual sumando 64. cō 36. que son los quadrados de los lados, salen à la suma 100. cuya rayz es 10. de la dicha Diagonal: y multiplicando los 6. del vn lado por los 8. del otro, salen al producto los 48. del area.

Si se dixere, que el dicho rectangulo en su area tiene 15. estadales, y que la Diagonal es R. 34. en tal caso, del quadrado de la dicha Diagonal se quitarà el duplo del area, que es 30. y quedan 4. por quadrado de la diferēcia de los lados, y assi ellos seràn notorios, el vno de 3. estadales, y el otro de 5.

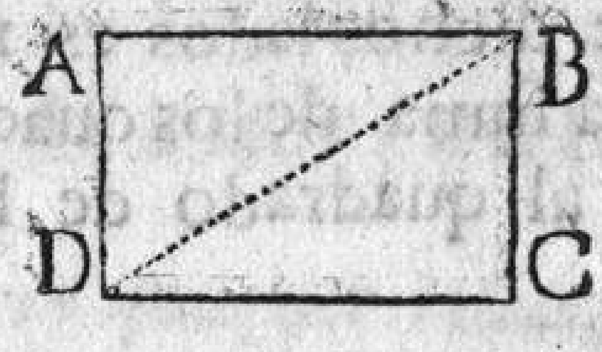
PROBLEMA XIX.

De qualquier rectangulo dada la Diagonal, y la diferencia de los lados, se piden los tamaños de cada vno de los lados.

ENTIMEMA. El quadrado de la Diagonal de qualquier rectágulo es igual al quadrado de la diferēcia de los lados con el duplo del area: Luego del quadrado de la Diagonal quitando el quadrado de la diferencia de los lados, el residuo es duplo del area; el area quadruplada, y al producto añadiendo el quadrado de la diferencia de los lados, la suma desto es quadrado de la suma de los tamaños de los lados, de cuya rayz quitando la diferencia de los lados, el residuo es duplo del menor lado, cuya mitad es el numero de los tamaños, que tiene, los quales se quitaràn de la suma de los lados, y el residuo es el numero de tamaños del mayor lado.

CONCLVSION.

LA Diagonal del rectangulo ABCD. es BD. la qual tiene 15. tamaños: la diferencia del lado AB. al lado AD. es 3. Con esta noticia, se pidē los tamaños de cada vno de dichos lados. El quadrado de la Diagonal es 225. del qual quitando 9. (del quadrado de los 3. de la diferencia de los lados) quedan 216. por duplo del area, cuya mitad es 108. y tantos, digo, son los tamaños del area; los quales quadruplados son 432. y estos juntos con los 9. del quadrado de la diferencia de los lados, hacen 441. los quales son quadrado de la suma de los lados, cuya rayz es 21. y tantos son los tamaños, que suman los dos dichos lados, de la qual suma quitando 3. de la diferencia de los lados, quedan 18. por duplo del menor lado AD. cuya mitad es 9. y este es el numero de sus tamaños; los quales quitados de los 21. de la suma de los lados, quedan 12. por tamaños del mayor lado AB. La prueba es, que la diferencia entre los 9. del vn lado, y los 12. del otro es 3. y la suma de los quadrados de dichos lados es igual al quadrado de los 15. de la Diagonal.



Si se supone, que la dicha Diagonal es R. 34. y la diferencia de los lados 2. De 34. quadrado de la Diagonal, se quitaràn 4. quadrado de la diferencia, y quedaràn 30, cuya mitad es 15. y este es el valor del area del rectangulo, y por consiguiente los lados son 3. y 5.

PROBLEMA XX.

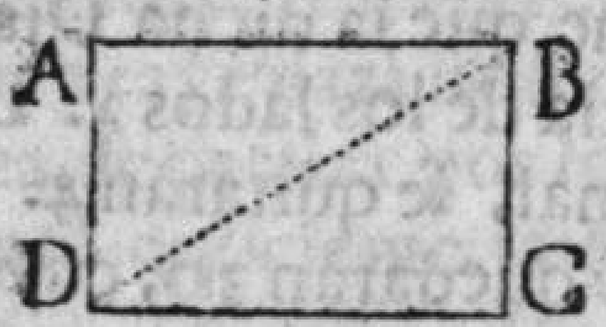
De vn qualquier rectangulo dada la Diagonal, y la suma de los tamaños de los lados, se piden los tamaños de cada vno de los lados, para determinar el area.

ENTIMEMA. En qualquier rectangulo, el quadrado de la suma de los tamaños de sus dos lados, junto con el quadrado de la diferencia de los lados, es duplo al quadrado de la Diagonal: Luego, del duplo del quadrado de la Diagonal quitando el quadrado de la suma de los lados, el residuo es quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz es el numero de la diferencia de los lados, la qual quitada de la suma de los lados, el residuo es duplo del menor lado, cuya mitad es el numero de tamaños del menor lado, los quales quitados de la suma de los lados, el residuo es el numero de tamaños del mayor lado.

CONCLVSION.

EN el rectangulo ABCD. la Diagonal BD. tiene 13. tamaños: la suma de los tamaños del lado AB. con los del lado AD. es 17. Con esta noticia, se piden los tamaños de cada vno de los lados, y el area. El quadrado de la Diagonal es 169. su duplo 338. del qual quitando el quadrado de la suma de los lados, que es 282. quedan 49. por quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz es 7. y este es el numero de la diferencia de los lados, el qual quitado de los 17. de la suma de los lados, quedan

10. por duplo del menor lado, cuya mitad es 5. y este, digo, es el numero de los tamaños del lado AD. los quales quitados de los 17. quedan 12. por tamaños del mayor lado AB. Multiplicando los 5. del vn lado por los 12. del otro, es el producto 60. y estos son los tamaños del area. La prueba es, que la suma de los tamaños de dichos lados es 17. que dà el Problema: y la suma de los quadrados de los lados es igual al quadrado de los 13. de la Diagonal.



Si se dixere, que la Diagonal es R. 15. y la suma de los lados R. 27. el duplo del quadrado de la Diagonal es 30. dedonde quitando 27. quadrado de la suma de los lados, quedan 3. por quadrado de la diferencia de los lados, y assi ellos seràn R. 3. y R. 12. concluyendo por el Problema 5.

PROBLEMA XXI.

En qualquier rectangulo dada la Diagonal, y la proporcion del vn lado al otro, se piden los tamaños de cada vno de los lados, para determinar el area.

ENTIMEMA. Como la suma de los quadrados de los terminos proporcionales, al quadrado del menor de los terminos; assi el quadrado de la Diagonal al quadrado del menor lado: Luego, multiplicando el quadrado de la Diagonal por el quadrado del menor de los terminos proporcionales; y el producto dividiendolo, ò partiendolo por la suma de los quadrados de los terminos proporcionales, el quociente es quadrado del menor lado, y su rayz es el numero de tamaños del menor lado. La regla de hallar el mayor lado, es la siguiente: Como la suma de los quadrados de los terminos proporcionales al quadrado del mayor de los terminos proporcionales: assi el quadrado de la Diagonal al quadrado del mayor lado: Luego, multiplicando el quadrado de la Diagonal por el quadrado del mayor de los terminos, y el producto partiendolo por la suma de los quadrados de los terminos proporcionales, el quociente es quadrado del mayor lado, cuya rayz es el numero de sus tamaños.

CONCLVSION.

EN el rectangulo ABCD. la Diagonal BD. tiene 10. tamaños; la proporcion del lado AB. al lado AD. es como de 4. à 3. Con esta noticia, se piden los tamaños de cada vno de los dichos lados. Los quadrados de los terminos proporcionales son 16. y 9. la suma dellos es 25. el quadrado de la Diagonal es 100. esto hecho, se dirà: Como 25. de la suma de los quadrados de los terminos proporcionales à 16. del quadrado del mayor termino, assi 100. quadrado de la Diagonal, al quadrado del mayor lado: siguiendo la regla, multiplicando los 16. por los 100. es el producto 1600. el qual partido por los 25. salen al quociente 64. por quadrado del mayor lado, cuya rayz es 8. y tantos son los tamaños del mayor lado AB. Para hallar los tamaños del menor lado AD. se dirà: Como los 25. à 9. quadrado del menor termino; assi 100. al quadrado del menor lado: siguiendo la regla, multiplicando los 100. por los 9. es el producto 900. el qual partido por los 25. salen al quociente 36. por quadrado del menor lado, cuya rayz es 6. y tantos son los tamaños del menor lado AD. La prueba es, que la misma proporcion, que ay de 4. à 3. essa tambien ay de 8. à 6. (que vna y otra es sexquitercia) porque multiplicando 4. por 6. y 3. por 8. los productos son iguales, pues cada vno es 24.

Si el Problema dixera, que la Diagonal es R. 250. y que la proporcion del vn lado al otro es, como R. 27. à R. 3. se procederà, diciendo, como 30. suma de los quadrados de los terminos proporcionales es à 27. y à 3. quadrados de los dichos terminos; assi 250. à otros dos 225. y 25. cuyas rayzes quadradas son 15. y 5. que son los lados del rectangulo.

PROBLEMA XXII.

Dado vn lado de qualquier rectangulo, y la suma del otro con la Diagonal, se pide el otro lado, para saber el area.

ENTIMEMA. En qualquier rectangulo el quadrado de la suma de la Diagonal con el vn lado, es igual al quadrado del otro lado,

lado, y à dos rectangulos, hechos de la summa de la Diagonal con vn lado, en èl mismo lado, que se ha juntado con la Diagonal. Luego, del quadrado de la suma dada (esto es, de la que es hecha de la Diagonal, y el vn lado) quitando el quadrado del lado dado, el residuo es el valor de los dos rectangulos, por lo qual tomando la mitad del dicho residuo, tendremos el valor de vn rectangulo, hecho del lado que se busca, y de la suma de la Diagonal con el mismo lado que se busca; por lo qual partiendo el valor del rectangulo (que es el area) por el lado conocido, que es el de la suma dada, al quociente saldrà el lado que se pide.

CONCLVSION.

EN el rectangulo, ABCD, la suma del lado AD. con la Diagonal BD. es 16. y el lado AB. tiene 8. tamaños, con esta noticia pidese el lado AD, y tābien la Diagonal BD, El quadrado de los 16. es 256. del qual quitando el de los 8. que es 64. quedan 192. por valor de los dos rectangulos, cuya mitad es 96. y estos son los tamaños del area de vn rectangulo, los quales partidos por los 16. que son los tamaños del vn lado del rectangulo, salen al quociente 6. por tamaños del lado que se pide AD, los quales quitados de los 16. quedan 10. por tamaños de la Diagonal BD, Con mas facilidad se responde al presente Problema; partiendo los 64. del quadrado del lado dado, por los 16. de la suma dada, salen al quociente 4. por diferencia entre la Diagonal, y el lado que se pide, la qual diferencia quitada de los 16. quedan 12. por duplo del lado AD, cuya mitad es 6. y tantos son sus tamaños; los quales no difieren en quantidad, ni en numero de los que se hallaron por la primera regla, empero esta es mas curiosa. De lo dicho, y de la 47. del primero de Euclides consta la prueba de este Problema.

Si se dixere, que la suma de la Diagonal BD. con el lado AD, es 11. y el valor del lado AB, es R. 55. se partiràn estos 55. quadrado del lado AB, por los 11. de la suma propuesta, y al quociente salen 5. por diferencia entre la Diagonal BD, y el lado AD, Luego, quitando 5. de 11. suma propuesta, quedan 6. por duplo del lado AD, y assi su valor serà 3. Fundase esta practica, en què vn lado del rectangulo es medio proporcional entre la suma del otro con la Diagonal, y la diferencia con ella. Y assi en el caso presente, el lado AB, es medio proporcional entre la suma de la Diagonal BD, con el lado AD, y la diferencia, ò excesso, que haze là misma Diagonal al lado AD.

PROBLEMA XXIII.

Dado vn lado de vn qualquier rectangulo, y la diferencia del otro à la Diagonal se pide el otro lado, para determinar el area.

ENTIMEMA. Por la doctrina precedente, qualquier lado de vn rectangulo, es medio proporcional entre la diferencia del otro lado à la Diagonal, y la suma del otro lado con la Diagonal: Luego, el quadrado del lado dado partido por la diferencia dada, al quociente saldrà la suma del lado que se pide con la Diagonal, del qual quociente quitando la diferencia dada, el residuo es duplo del lado que se pide, cuya mitad es el numero de sus tamaños, los quales sabidos, tambien lo seràn los del area, segun se ha dicho.

CONCLVSION.

EN el rectangulo ABCD, los tamaños del lado AB. son 8. la diferencia entre la Diagonal BD, y el lado BC, es 4. con esta noticia se piden los tamaños del lado BC. El quadrado del lado dado es 64. el qual partido por 4. de la diferencia dada, salen al quociente 16. por suma de los tamaños de la Diagonal, con los del lado que se pide: Luego, de los 16. quitando los 4. de la diferencia dada, quedan 12. por duplo de los tamaños del lado que se pide, cuya mitad es 6. y tanto es su valor. La prueba es, que el quadrado de los 8. del lado dado, es igual al producto de la multiplicacion de los 4. de la diferencia dada, por los 16. de la suma de los tamaños de la Diagonal, con los del lado BC. que es el hallado: De lo dicho se infiere, que hallado el lado, tambien se sabràn los tamaños de la Diagonal; lo qual serà restando los 6. del lado BC, de los 16. y los 10. que quedā es valor de la Diagonal BD.

Si se dixere, que el lado A B, es R. 55. y la diferencia entre la Diagonal, y el lado B C, es 5. en tal caso partiendo 55. quadrado del lado conocido, por 5. de la dicha diferencia, salen al quociente 11. por suma de la Diagonal con el lado B C: Luego, de los 11. quitando 5. de la diferencia, quedan 6. por duplo del lado B C, y assi su valor serà 3.

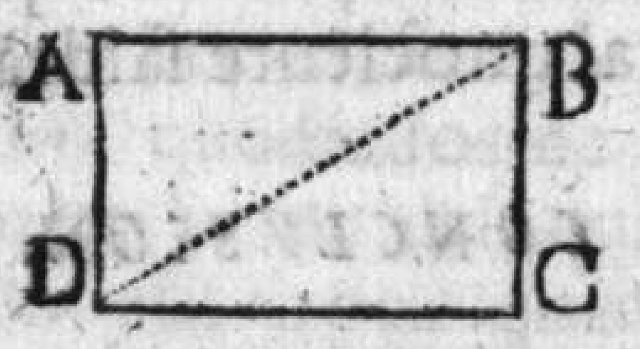
PROBLEMA XXIV.

Dado vn lado de vn qualquier rectangulo, y la proporcion del otro à la Diagonal, se pide el otro lado, para determinar el area.

ENTIMEMA. Como la diferencia de los quadrados de los terminos proporcionales, al quadrado del menor de los terminos; assi el quadrado del lado dado, al quadrado del lado que se pide: Luego, multiplicando el quadrado del menor de los terminos proporcionales, por el quadrado del lado dado, y el producto partido por la diferencia de los quadrados de dichos terminos, al quociente saldrà el quadrado del lado que se pide, cuya rayz es el numero de sus tamaños. Si tambien se pidiere la Diagonal se hallarà multiplicando el quadrado del mayor de los terminos proporcionales, por el quadrado del lado dado, y el producto partido por el quadrado de la diferencia de los terminos proporcionales, el quociente es quadrado de la Diagonal, cuya rayz es el numero de sus tamaños.

CONCLVSION.

EN el rectangulo A B CD, el lado B C, tiene 9. tamaños: y la proporcion del otro lado A B, à la Diagonal B D, es como de 4. à 5. con esta noticia se piden los tamaños del lado A B, Los quadrados de los terminos proporcionales son 16. y 25. La diferēcia del vno al otro es 9. con lo qual dirè: Como 9. à 16. que es el quadrado del menor termino; assi 81. q̃ es el quadrado del lado, dado, al quadrado del lado A B, Multiplicando los 16. por los 81. es el producto 1296. el qual partido por los 9. salen al quociente 144. por quadrado del lado AB, cuya rayz es 12. y este es el numero de sus tamaños. La prueba es, que la misma proporciō ay de 9. à 16. que de los 81. à 144. quadrado del lado que se pide A B, La Diagonal se hallarà por la regla dada, ò por la 47. del primero de Euclides, aviendo hallado el numero de tamaños del lado A B, por qualquiera de estos dos modos se hallan 15. por numero de los tamaños de la Diagonal B D, La prueba es, que la misma proporcion ay de 4. à 5. q̃ de los 12. del lado hallado, à los 15. de la Diagonal; porque la multiplicacion de los 4. por los 15. es igual à la multiplicacion de los 5. por los 12.



Si el Problema dixera, que vn lado del rectangulo es R. 80. y la proporcion del otro à la Diagonal, como 3. à 2. en tal caso se dirà, como 5. diferencia de los quadrados de los terminos proporcionales à 4. quadrado del menor termino, assi 80. quadrado del lado AB, à 64. quadrado del lado B C, cuya rayz es 8. y tantos seràn sus tamaños.

PROBLEMA XXV.

Dada la suma de la Diagonal con los dos lados de vn rectangulo, y la proporcion del vn lado al otro, se piden los tamaños de cada vno de los lados, para determinar el area.

ENTIMEMA. Como la suma de los terminos proporcionales, y la raiz de la suma de los quadrados de dichos terminos, à la suma de la Diagonal con los dos lados; assi el termino proporcional menor, al menor lado; y tambien el termino mayor, al mayor lado. Luego, multiplicando el termino proporcional menor por la suma dada, y el producto partiendolo por la suma que se hiziere de los terminos dados, y de la rayz de la suma de los quadrados de los terminos dados, al quociente saldrà el numero de tamaños del menor lado: y consiguientemente, multiplicando el mayor de los terminos dados, por el mismo numero dicho, y partir por el dicho antes, al quociente saldràn los tamaños

ños del mayor lado; los quales juntos con los del menor lado, y la suma restandola de la suma dada, el residuo son los tamaños de la Diagonal.

CONCLVSION.

EN el rectangulo ABCD, sumando los tamaños de la Diagonal B D, con los de los lados AB, BC. la suma es 48. y la proporcion del lado BC, al otro lado AB, es como de 3. à 4. con esta noticia se piden los tamaños de cada vno de dichos lados. Los quadrados de los terminos proporcionales son 9. y 16. cuya suma es 25. y de ella la rayz quadrada es 5. y sumada con los terminos proporcionales 3. y 4. la suma es 12. lo qual hecho, se dirà, como 12. à 48. assi 3. del menor termino, al menor lado. Siguiendo la regla de proporcion, multiplicando los 3. por los 48. es el producto 144. el qual partido por los 12. salen al quociente 12. por numero de los tamaños del menor lado, que es BC. Los tamaños del mayor lado se hallan diziendo, como los 12. à 48. assi 4. mayor termino, al mayor lado. Siguiendo la regla, multiplicando los 4. por los 48. es el producto 192. que partidos por los 12. salen al quociente 16. por numero de los tamaños del mayor lado AB, la prueba es, que la misma proporcion ay de 3. à 4. que son los terminos proporcionales dados; que de 12. del menor lado, à los 16. del mayor; porque el producto de la multiplicacion de 16. por 3. es igual al producto de la multiplicacion de 4. por 12. La Diagonal BD, se halla tener 20. por la 47. del primero de Euclides; y la suma de los 12. del vn lado con los 16. del otro, y los 20. de la Diagonal suman los mismos 48. que dà el Problema, cõ lo qual queda cõcluydo.

PROBLEMA XXVI.

Dados los excessos de la Diagonal de qualquier rectangulo, à cada vno de los lados, se piden los tamaños de cada vno de los lados.

ENTIMEMA. El quadrado del menor excesso junto con la diferencia entre el quadrado del mayor excesso, y el quadrado de la diferencia de los excessos, es igual al quadrado de la diferencia entre el menor lado; y la diferẽcia de los excessos: Luego, del quadrado del mayor excesso quitãdo el quadrado de la diferẽcia de los excessos, y al residuo añadiendo el quadrado del menor excesso; la suma es quadrado de la diferencia entre el lado menor, y la diferencia de los excessos: Luego, à la rayz quadrada de dicha suma, añadiendo la diferencia de los excessos, el producto es el valor del menor lado, al qual añadiendo la diferencia de los excessos, à la suma saldràn los tamaños del mayor lado.

Puedese concluir el Problema de otro modo, y es, que se multiplique el duplo del menor excesso por el mayor excesso, y del producto saquese la rayz quadrada, y despues se le añadirà el menor excesso, y el numero que saliere es el de los tamaños del menor lado, à los quales añadiendo la diferencia de los excessos saldrà el valor del mayor lado. La Theorica de esto es, que el producto de la multiplicacion del mayor excesso por el duplo del menor excesso, es igual al quadrado de la diferancia entre el menor lado, y la diferencia de los excessos.

CONCLVSION.

EN el rectangulo ABCD, el excesso que haze la Diagonal B D, al mayor lado A B, es 3. y el que haze al menor lado AD, es 6. con esta noticia se piden los tamaños de cada vno de dichos lados. El quadrado del mayor excesso es 36. del qual quitando el quadrado de la diferencia de los excessos, que es 9. quedan 27. à los quales añadiendo el quadrado del menor excesso, que es 9. salen à la suma 36. y este es quadrado de la diferencia, que ay entre el menor lado AD, y la diferencia de los excessos, por lo qual tomando su rayz quadrada, que es 6. y añadiendole la diferencia de los excessos que es 3. salen 9. por tamaños del menor lado AD. à los quales añadiendo la misma diferencia de los excessos, salen 12. por tamaños del mayor lado AB. Lo mismo se hallarà por el segundo modo de concluir el Problema. La prueba es evidente, pues consta la verdad por muchos lados. No me quiero alargar en el numero de los Problemas de los rectangulos, porque con los que tenemos mencionados es lo suficiente para adquirir la luz, que se requiere para dar Conclusion à otras mu-

muchas questiones, ò problemas rectangulares: ademàs, que por los Problemas de los triangulos rectangulos, que en el tercero Capitulo numerarèmos, se podran resolver muchas questiones, ò Problemas de rectangulos, pues verdaderamente los dos lados que mencionamos en los rectangulos, son los mismos que forman el Angulo recto del triangulo, y la diferencia (mirando à nuestro proposito) solamente consiste, en que el rectangulo tiene duplicada Area, ò superficie respecto del triangulo, que se formare con los mismos lados.

Si dixera el Problema, que la diferēcia, ò excesso de la Diagonal al menor lado es 4. y al mayor es 7--R40. se procede de la misma forma, tomando el quadrado del mayor excesso, q̃ es 16. del qual restando 49--R1440. quadrado de R40--3, diferencia de los excessos, quedan R1440--33: à quien añadiendo 89--R7840. quadrado del menor excesso, la suma es 56-R2560. cuya rayz quadrada es R40--4. y añadiendole el menor excesso 7-R40. salen à la suma 3. por menor lado del rectangulo, y à èl añadiendo R40--3. diferencia de los excessos, sale à la suma R40. por valor del mayor lado del rectangulo.

CAPITVLO III.

De los Problemas Geometricos de los quadrados.

PROBLEMA I.

Dado vn lado de qualquier quadrado se pide el Area.

ENTIMEMA. La superficie de qualquier quadrado es igual al quadrado de los tamaños, que tiene por lado: Luego, multiplicando por sì, los tamaños que tiene por lado, el producto es el Area.

CONCLVSION.

EL quadrado ABCD, por cada vno de sus lados tiene 5. tamaños (sean pies, palmos, ò Estadales) y se pide el Area. Multiplicando 5. por 5. el producto es 25. y este es el valor del Area, que se pide; y su demostracion es evidente; porque toda la figura consta de 25. quadrados, ò tamaños superficiales iguales entre sì, pues cada vno tendrà por lado vn pie, palmo, ò Estadal, segun fuere la quantidad, que mide el lado del quadrado ABCD.

PROBLEMA II.

Dada el Area de un quadrado, se piden los tamaños que tiene por lado.

ENTIMEMA. El quadrado de los tamaños, que tiene por lado qualquier figura quadrada, es igual al Area: Luego, la rayz quadrada del Area, es el numero de los tamaños, que tiene por lado la figura quadrada.

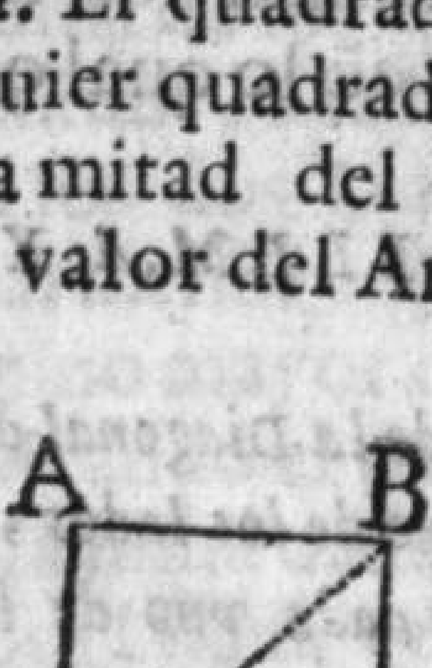
CONCLVSION

EL Area del quadrado A B C D, es 25. pidense los tamaños que tiene por lado? La rayz quadrada de 25. es 5. y tantos digo ser los tamaños que tiene por lado. La verdad desto es indubitable, segun enseña el Problema precedente.

PROBLEMA III.

Dado el quadrado de la Diagonal de un quadrado se pide el Area.

ENTIMEMA. El quadrado de la Diagonal de qualquier quadrado, es duplo del Area: Luego, la mitad del quadrado de la Diagonal, es el valor del Area.



CONCLVSION.

EN el quadrado A B C D, es la Diagonal B D, y el quadrado de sus tamaños es 72.

con esta noticia se pide el Area. La mitad de los 72. es 36. y tantos digo ser los tamaños del Area. La prueba es manifiesta, por el siguiente Problema.

PROBLEMA. IV.

Dado el quadrado de la Diagonal de un quadrado se piden los tamaños que tiene por lado.

ENTIMEMA. El quadrado de la Diagonal de qualquier quadrado, es duplo del quadrado de los tamaños, que tinene por lado: Luego, la mitad del quadrado de la Diagonal, es igual al quadrado de los tamaños que tiene por lado, por cuya razon su rayz quadrada serà el numero dellos.

CONCLVSION.

EN el quadrado ABCD, es la Diagonal BD, y el quadrado de sus tamaños es 72. cō esta noticia se piden los tamaños que tiene por lado: La mitad de los 72. es 36. y estos son el quadrado de los tamaños que tiene por lado: Luego, tomando la rayz quadrada de 36. salen en ella 6. y tantos digo ser los tamaños que tiene cada uno de los lados del quadrado.

PROBLEMA V.

Dados los tamaños que tiene por lado un quadrado, se pide la Diagonal.

ENTIMEMA. El quadrado de la Diagonal de qualquier quadrado, es duplo del quadrado de los tamaños que tiene por lado: Luego, la rayz quadrada del duplo del quadrado de los tamaños que tiene por lado, es valor de la Diagonal

CONCLVSION.

EL quadrado A B C D, tiene por cada lado 6. tamaños con esta noticia se piden los tamaños de la Diagonal BD. El quadrado de los tamaños que tiene por lado es 36. su duplo 72. el qual es quadrado de la Diagonal, y asi tomando la rayz quadrada de los 72. lo que en ella saliere serà el valor de la Diagonal. La verdad de esto es indubitable, sabiendo lo que enseña la 47. del lib. 1. de Euclides.

PROBLEMA VI.

Dada el Area de vn quadrado se pide la Diagonal.

ENTIMEMA. El duplo del Area de qualquier quadrado, es igual al quadrado de la Diagonal: Luego, el valor de la Diagonal es la rayz quadrada del duplo del Area.

CONCLVSION.

EL Area del quadrado A B C D, es 36. con esta noticia se pide el valor de la Diagonal B D. El duplo de los 36. es 72. los quales son quadrado de la Diagonal, y asi lo que fuere su rayz quadrada, serà el valor de la Diagonal. La prueba de esto consta de los precedentes Problemas.

PROBLEMA VII.

Dada la suma de la Diagonal, y un lado de un quadrado, se piden los tamaños, que tiene por lado

ENTIMEMA. El duplo del quadrado de la suma de la Diagonal, y lado de qualquier quadrado, es igual al quadrado que se haze de la suma de la Diagonal con el duplo del lado. Luego, de la rayz del duplo del quadrado de la suma de la Diagonal, y lado, restando la suma dada, el residuo es el valor del lado del quadrado.

CONCLVSION.

EN el quadrado A B C D, es la Diagonal BD, cuyos tamaños juntos, con los que tiene por lado el quadrado, la suma es 6, cuyo quadrado es 36, y su duplo 72. cuya rayz es R72. de la qual restando los 6. de la suma dada, el residuo es R72--6. y tanto digo ser el valor del lado del quadrado. De la misma forma, si dixeren que la dicha suma es R8 † 2. su quadrado serà 12.†R128, cuyo duplo es 24.†R512, y de este la rayz quadrada es 4†R8. y de esta quitando la suma dada, quedan 2, por valor de cada lado del quadrado.

PROBLEMA VIII.

Dado el excesso que haze la Diagonal al lado del quadrado, se pide el lado del quadrado.

EN

ENTIMEMA. En qualquier quadrado quitando de lo que tiene por lado tan ta quantidad quanta fuere la diferencia dada, el quadrado del residuo es igual al duplo del quadrado de la diferencia dada: Luego, añadiendo la diferencia dada, à la rayz quadrada del duplo del quadrado de la diferencia dada, la suma darà el valor del lado del quadrado.

CONCLVSION.

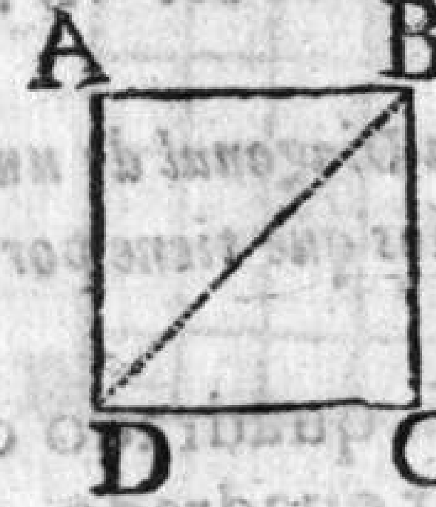
EN el quadrado ABCD, la diferencia entre la Diagonal BD, y el lado BC, es 3. y su quadrado 9. cuyo duplo es 18. y de este la rayz es R 18. à la qual añadiendo los 3. de la diferecia dada la suma es R18 † 3. y esto digo ser el valor del lado del quadrado; y su Diagonal consta ser R 18. † 6. De la misma forma, si la diferencia dada fuere R8. su quadrado serà 8. y su duplo 16. del qual la rayz quadrada es 4. y à estos añadiendo la diferencia dada, la suma serà 4. †R8. y tanto digo ser el valor del lado del quadrado, y por consiguiente la Diagonal serà 4. †R32. La prueba es evidente, sin mucha Geometria.

Si el Problema dixera, que la dicha diferencia es R. 8. su quadrado es 8. cuyo duplo es 16. y de este la rayz es 4. à quien añadiendo R. 8. de la diferencia dada, salen à la suma 4†R. 8. por valor del lado del quadrado; y por consiguiente su Diagonal serà 4†R32.

PROBLEMA. IX.

Dado el producto de la multiplicacion de la Diagonal por el lado del quadrado, se pide la Diagonal, y el lado del quadrado.

SILOGISMO. Si la multiplicacion de dos quantidades es notoria, y la proporcion de sus quadrados, vna, y otra quantidad serà notoria: *sed sic est*, que la proporcion del quadrado de la Diagonal, al quadrado del lado, es dupla; y la multiplicacion del lado por la Diagonal, es notoria: Luego tambien lo serà el lado del quadrado, y su Diagonal; lo qual serà tomando dos numeros en dupla proporcion, y multiplicar el vno por el otro, y el producto multiplicarlo por el quadrado del producto dado, y la rayz quadrada de la multiplicacion divisa por el mayor de los numeros de la dupla proporcion, al quociente saldrà el quadrado del lado del quadrado: y adviertan esta doctrina los curiosos en Geometria, que à la verdad, no es poco ingeniosa.



CONCLVSION.

EN el quadrado ABCD, multiplicando la Diagonal BD, por el lado del quadrado, el producto es 10. con esta noticia se pide el valor de dicha Diagonal, y lado del quadrado. Tomando dos numeros en dupla proporcion, como 6. y 3, y multiplicados vno por otro el producto es 18. los quales multiplicados por 100, que es el quadrado de los 10. dados, el producto es 1800. cuya rayz es R 1800. que divisa por 6. mayor numero de los proporcionales, ò por mejor dezir por R 36. salen al quociente R 50. cuya rayz quadrada es RR. 50. y tanto digo valer el lado del quadrado; y la Diagonal BD, consta valer RR 200. La prueba es evidente, pues consta de los numeros hallados.

CAPITVLO. IV.

De los Poblemas, y mensura de los Triangulos Rectangulos.

PROBLEMA. I.

Dados los lados de vn triangulo rectangulo, se pide el Area.

PROPOSICION. La mitad del producto de la multiplicacion del vn lado por otro, es el valor del Area del triangulo: y tambien lo serà el producto de la multiplicacion del vn lado, por la mitad del otro lado.

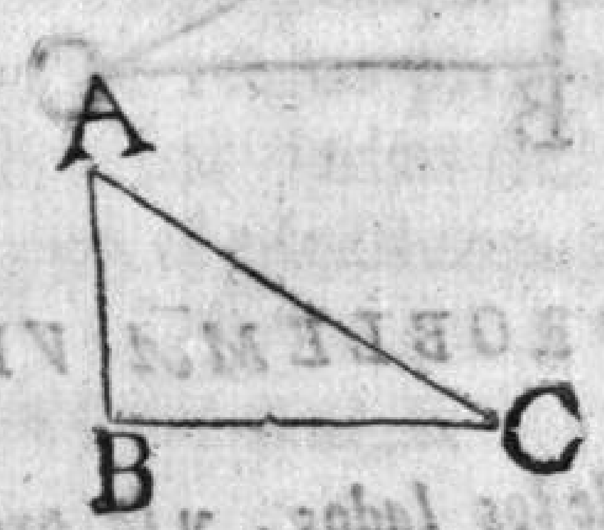
CONCLVSION.

EL triangulo ABC, el lado AB, tiene 6. y el lado BC, 8. pidese el Area del trianlo. Multiplicando 6. por 8. el producto es 48. cuya mitad es 24. y tanto digo valer el Area. Lo mismo se halla multiplicando el vn lado por la mitad del otro lado, esto es 6. por 4. ò 3. por 8. la demonstracion de esto consta del primer Problema del Cap. 2. suponiendo, que la superficie de vn triangulo rectangulo, es la mitad del paralelo grammo, que se haze con los mismos lados del triangulo.

PROBLEMA II.

Dada el Area de vn triangulo rectangulo, y el vn lado, se pide el otro.

ENTIMEMA. Multiplicando el vn lado por el otro, el producto es el duplo del Area: Luego, el duplo del Area partido por el lado dado, al quociente saldrà el valor del otro lado.



CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. el lado AB, tiene 6. y el Area es 24. se pide el lado BC. El duplo del Area es 48. el qual partido por 6. del lado dado, el quociente es 8. y tanto digo valer el lado BC. La prueba consta del precedente Problema.

PROBLEMA III.

Dado el producto de la multiplicacion del quadrado de vn lado por el otro, se pide el Area.

ENTIMEMA. La multiplicacion del quadrado del vn lado por el quadrado del otro, es igual al quadrado del duplo del Area: Luego, la mitad de la rayz quadrada del producto dado, es el Area del triangulo.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. el producto de la multiplicacion del quadrado del lado BC, por el quadrado del lado AB, es 2304. se pide el Area. Los 2304. es quadrado del duplo del Area; su rayz quadrada es 48. cuya mitad es 24. y tanto digo ser el Area. La prueba es bien clara. Hallada el Area, si se diesse vn lado, el otro no se puede ocultar, por lo ya dicho; ò dividiendo el producto dado, por el quadrado del lado dado, al quociente saldrà el quadrado del lado que se pide, y su rayz darà su valor.

PROBLEMA IV.

Dada el Area, y la proporcion del vn lado al otro, se piden los lados.

SYLOGISMO. Si fueren dos quantidades conocidas proporcionales à otras dos no conocidas; como la menor à la mayor de las conocidas; assi la multiplicacion de las dos no conocidas, al quadrado de la mayor; y como la menor à la mayor; assi la multiplicacion de las dos no conocidas, al quadrado de la menor, *Sed sic est*, que el duplo del Area es multiplicacion de dos quantidades no conocidas, que son los lados del triangulo: Luego, se daràn conocidos los lados con la proporcion que se propusiere.

CONCLVSION.

EL Area del triangulo ABC, es 86. la proporcion del lado BC, al lado AB. es como de 4. à 3. pidense dichos lados: Para hallar el quadrado del menor lado, digo, como 4. à 3. assi 192. del duplo del Area, al quadrado del menor lado AB. siguiendo la regla multiplicando 192. por 3. es el producto 576. el qual partido por 4. salen al quociente 144. por quadrado del menor lado, cuya rayz es 12. y tantos digo ser sus tamaños. Para hallar el quadrado del mayor lado digo; como 3. à 4. assi los 192. del duplo del Area, al quadrado del mayor lado BC. Siguiendo la regla, salen 256. por quadrado del mayor lado, cuya rayz es 16. y tantos digo ser sus tamaños. La prueba es, que la misma proporcion ay de 4. à 3. que de 16. à 12.

PROBLEMA V.

Dados los lados sumados, y la diferencia de ellos, se pide el Area.

EN-

ENTIMEMA. Si de la summa de dos quantidades desiguales, se quita la diferencia dellas, queda el duplo de la menor; y si la diferencia se añade à la summa de las dos quantidades, saldrà el duplo de la mayor quantidad: Luego, la mitad, assi de un duplo, como de otro, darà noticia de las dos quantidades sumadas, que son los lados del triangulo. Lo mismo de otro modo. Si de la mitad de la suma de los lados se quita la mitad de la diferencia entre ellos mismos, quedarà el valor del menor lado, y si se añade resultarà el valor del mayor lado.

CONCLUSION.

EN el triangulo ABC, la suma del lado AB, con el lado BC, es 28. la diferencia entre dichos lados es 4. pidese el valor de cada uno dellos. A los 28. quitando los 4. quedan 24. por duplo del menor lado AB: y añadiendo à los 28. los 4. salen 32. por duplo del mayor lado BC: Luego, es evidente que el mayor lado tiene 16. y el menor 12: La prueba es, que la suma de 16. y 12. es los 28; y la diferencia de 16. à 12. es los quatro.

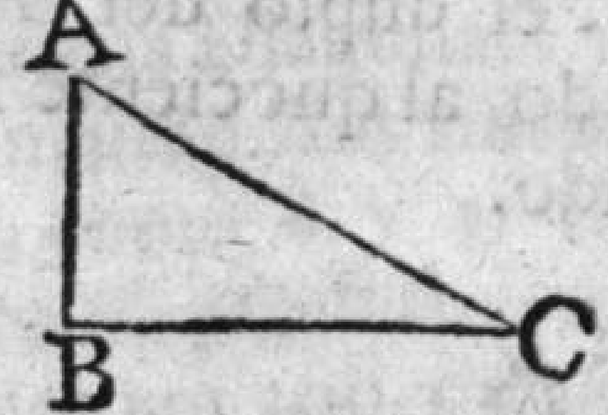
PROBLEMA VI.

Dada la diferencia de los lados, y la proporcion del un lado al otro, se piden los lados.

ENTIMEMA. Quando dos quantidades son proporcionales à otras dos, la diferencia de las dos primeras guarda con cada una dellas, la misma proporcion que tiene la diferencia de las dos segundas, con cada una dellas correlativamente: Luego, como la diferencia de los terminos proporcionales, al mayor de los terminos; assi la diferencia de los lados, al mayor lado. De la misma forma, como la diferencia de los terminos proporcionales, al menor de los terminos; assi la diferencia de los lados, al menor lado: por lo qual serà notorio el valor de cada uno de los lados del triangulo; y por consiguiente el Area, segun el Problema primero.

CONCLUSION.

EN el triangulo ABC, la diferencia de los lados es 8. la proporcion del lado BC, al lado AB, es como de 5. à 3. pidense dichos lados. La diferencia entre 5. y 3. es 2, y assi dirè, como 2. à 5. que es el mayor de los terminos proporcionales; assi 8. que es diferencia de los lados, al mayor lado: siguiendo la regla multiplicando 5. por 8. es el producto 40. el qual partido por 2. salen al quociente 20. por valor del mayor lado: de la misma forma se hallaràn los tamaños del menor lado: empero con mas facilidad quitando los 8. de la diferencia de los lados de los 20. que se han hallado tener el mayor lado, por lo qual digo, que los tamaños del menor lado son 12: la prueba es, que multiplicando 5. por 12. y 3. por 20 los productos son iguales. Conocidos los lados tambien el Area por el Problema primero.



PROBLEMA VII.

Dada la suma de los lados, y la proporcion del un lado al otro, se piden los lados.

ENTIMEMA. Si dos quãtidades sòn proporcionales à otras dos, la suma de las dos primeras guarda con cada vna de ellas la misma proporcion, que la suma de las dos segundas cõ cada vna de ellas correlativamẽte: Luego, como la suma de los terminos proporcionales, al mayor de los terminos; assi la suma de los lados, al mayor lado. Del mismo modo, como la suma de los terminos proporcionales, al menor de los terminos; assi la suma de los lados, al menor lado: Por cuya razon serà notorio el valor de cada vno de los lados.

CONCLUSION.

EN el triangulo ABC, la proporcion del lado AB, al lado BC, es como de 4. à 5. y la suma de dichos lados es 36. se piden los tamaños de cada uno de los lados. La suma de 4. y 5. es 9. y assi digo, como 9. que es suma de los terminos, à 4. que es el menor termino; assi 36. de la suma de los lados, al me-

menor lado: Siguiendo la regla multiplicando 4. por 36. es el producto 144. el qual partido por 9. salen al quociente 16. por tamaños del menor lado AB: De la misma forma se hallarà el mayor lado diziendo, como 9. à 5. mayor termino; assi 36. al mayor lado: siguiendo la regla multiplicando 5. por 36. es el producto 180. el qual partido por 9. salen al quociente 20. por tamaños del mayor lado. Conocido vn lado por la dicha regla, se restarà de la suma de los lados, y lo que quedare seràn los tamaños del otro lado, y assi aviendo hallado 16. del menor lado se restaràn de los 36. de la suma de los lados, y quedan los 20. que se dixo valer el mayor lado. La prueba de todo es, que los 16. del menor lado, y los 20. del mayor sumados son 36. que se dieron por suma de los lados: y tambien la misma proporcion ay de 4. à 5, que de 16. à 20. porque multiplicando 4. por 20. y 5. por 16. los productos son iguales. Conocidos los lados del triangulo el Area lo serà por el problema primero.

PROBLEMA. VIII.

Dada el Area, y la suma de los quadrados de los lados, se piden los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo el quadrado del Area junto con la suma de los quadrados de los lados, es igual al quadrado de la suma de los lados: Luego, su rayz serà suma de los lados. La diferēcia entre el quadruplo del Area, y la suma de los quadrados de los lados, es igual al quadrado de la diferencia de los lados: Luego su rayz es la diferēcia de los lados, la qual quitada de la suma de los lados, el residuo es duplo del menor lado, à cuyo valor añadiendo la diferencia de los lados resultarà el valor del mayor lado.

CONCLVSION.

EL Area del triangulo ABC, se dize sèr 20. y la suma de los quadrados de los lados 89, pidense los lados. El quadruplo del Area es 80. el qual sumado con los 89. salen 169. por quadrado de la suma de los lados, cuya rayz es 13. y estos sòn suma de los tamaños de los lados. La diferencia entre el quadruplo del Area, y la suma de los quadrados de los lados es 9. que es quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz es 3. que sòn diferencia de los lados, los quales quitados de 13. de la suma de los lados quedan 10. por duplo del menor lado, cuya mitad es 5. y tantos digo ser sus tamaños, à los quales añadiendo los 3. de la diferencia de los lados salen 8. por tamaños del mayor lado. La prueba es, que el quadrado del vn lado es, 25. y el del otro 64. cuya suma sòn los 89. que se dieron por suma de los quadrados de los lados: y multiplicando la mitad del vn lado por èl valor del otro salen los 20. del Area.

PROBLEMA. IX.

Dado el Area, y la diferencia de los lados, se piden los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo multiplicando el Area por 8. y al producto añadiendo el quadrado de la diferencia de los lados, la suma es igual al quadrado de la suma de los lados: Luego su rayz es la suma de los lados, de la qual quitando la diferencia dada, el residuo es duplo del menor lado, cuya mitad serà su valor, al qual añadiendo la diferencia dada saldrà el valor del mayor lado.

CONCLVSION.

EN èl triangulo ABC. el Area es 20, la diferencia del vn lado al otro es 3. se piden los lados. Multiplicando por 8, los 20. del Area, el producto es 160. à los quales añadiendo el quadrado de la diferencia de los lados, que es 9. salen 169. por quadrado de la suma de los lados, cuya rayz es 13. y esta es la suma de los lados, de la qual quitando 3. de la diferencia dada, quedan 10. por duplo del menor lado AB; Luego su valor es 5. à los quales añadiendo 3. de la diferencia de los lados, salen 8. por valor del mayor lado BC. La prueba es evidente.

PROBLEMA. X.

Dada el Area, y la suma de los dos lados, se piden los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo, multiplicando el Area por

8. y el producto junto con el quadrado de la diferencia de los lados, es igual al quadrado de la suma de los lados: Luego, quitando del quadrado de la suma de los lados, el producto de la multiplicacion del Area por los 8, el residuo es quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz serà la diferencia entre vn lado, y otro, la qual quitada de la suma de los lados, quedarà el duplo del menor lado, y assi la mitad serà su proprio valor, al qual añadiendo la diferencia de los lados, resultarà el valor del mayor lado.

CONCLVSION.

EN èl triangulo ABC, el Area es 27. la suma de los lados es 15. y se pide el valor de cada vno de los lados. Multiplicando el Area por 8. el producto es 216. y el quadrado de los 15. es 225, de los quales quitando los 216. quedan 9, por quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz es 3. y estos digo sèr diferencia entre el mayor, y menor lado, por lo qual quitando 3. de 15. quedan 12. por duplo del menor lado AB. cuyo valor es 6, à los quales añadiendo 3. de la diferencia de los lados salen 9. por valor del mayor lado BC; y delo dicho consta la prueba.

PROBLEMA XI.

Dada la diferencia de los lados, y la suma de los quadrados de los lados, se piden los lados.

ENTIMEMA. El duplo de la suma de los quadrados de los lados de vn triangulo rectangulo, es igual à la suma del quadrado de la diferencia de los lados con èl quadrado de la suma, de los lados; Luego, del duplo de la suma de los quadrados de los lados quitando el quadrado de la diferencia de los lados, quedarà el quadrado de la suma de los lados, cuya rayz es la suma de los lados, de la qual quitando la diferencia de los lados, quedarà el duplo del menor lado, cuya mitad serà el menor lado, el qual quitado de la suma de los lados, quedarà el valor del mayor lado.

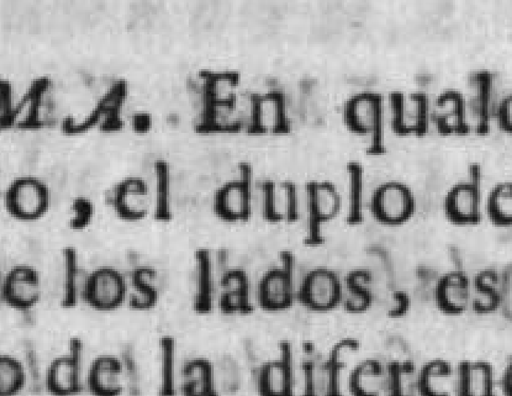
CONCLVSION

EN èl triangulo ABC, el quadrado del lado AB, junto con el quadrado del lado BC, la suma es 89. y la diferencia entre dichos lados es 3, pidense los referidos lados. El duplo de la suma de los quadrados de los lados es 178. del qual quitando el quadrado de la diferencia de los lados, que es 9. quedan 169. por quadrado de la suma de los lados, cuya rayz es 13, y estos digo sèr la suma de los lados: de la qual quitando los 3. de la diferencia de los lados, quedan 10. por duplo del menor lado AB, luego su valor es 5. los quales quitados de 13. de la suma de los lados, quedan 8. por valor del mayor lado BC. La prueba es, que la diferencia de de los lados es 3. y el quadrado del vn lado es 64, y el del otro 25, los quales sumados hazen los 86. con èl conocimiento de los dichos lados, digo, que por el Problema primero serà notoria el Area del triangulo.

PROBLEMA XII.

Dada la suma de los lados, y la suma de sus quadrados, se piden los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo, el duplo de la suma de los quadrados de los lados, es igual à la suma del quadrado de la diferencia de los lados, con èl quadrado de la suma de los lados: Luego, el duplo de la suma de los quadrados de los lados, quitando el quadrado de la suma de los lados, el residuo es quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz darà la diferencia entre el mayor, y menor lado la qual diferencia quitada de la suma de los lados, quedarà el duplo de la quantidad del menor lado, cuya mitad demostrarà su valor; hallado el menor lado se restarà de la suma de los lados, y el residuo serà valor del mayor lado.



CONCLVSION.

EN èl triangulo ABC, es 13. la suma del lado AB, con èl lado BC; la suma de los quadrados de los dichos lados es 89; pidese

el

el valor de cada vno de los lados. El duplo de la ſuma de los quadrados de los lados es 178, del qual quitando el quadrado de los 13, que es 169. quedan 9, por quadrado de la diferencia de los lados cuya rayz es 3, y tanta es la diferencia entre el mayor, y menor lado; la qual quitada de 13. de la ſuma de los lados quedan 10. por duplo del menor lado: Luego, ſu valor es 5. y eſtos 5. del menor lado, quitados de los 13. de la ſuma de los lados; quedan 8, por valor del mayor lado BC; la prueba es, que ſumando los 5. del vn lado con los 8. del otro, ſalen los 13. que ſe dieron por ſuma de los lados; y el quadrado de los 8, juntos con èl quadrado de los 5. ſuman los 89. que ſe dieron por ſuma de los quadrados de los lados.

PROBLEMA XIII.

Dada la diferencia de los lados, y la diferencia de los quadrados de los lados, ſe piden los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo, multiplicando la diferencia de los lados, por la ſuma dello, el producto es diferencia de los quadrados de los lados: Luego, partiendo la diferencia de los quadrados de los lados, por la diferencia de los lados, el quociente es la ſuma de los lados; de la qual ſuma quitando la diferencia de los lados, quedarà el duplo del menor lado, cuya mitad ſerà ſu valor; hallado el menor lado reſteſe de la ſuma de los lados, y el reſiduo ſerà valor del mayor lado.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, la diferencia entre el lado AB, y el lado BC, es 3. y la diferencia entre los quadrados de dichos lados es 39. pideſe cada vno de dichos lados. Partiendo los 39, de la diferencia de los quadrados, por los 3. de la diferencia de los lados, ſalen al quociente 13. por ſuma de los lados de la qual quitando los 3. de la diferencia de los lados; quedan 10, por duplo del menor lado AB, cuyo valor es 5, y aſsi reſtando los de los 13. de la ſuma de los lados, quedan 8. por valor del mayor lado BC; la prueba conſta de lo dicho.

PORBLEMA XIV.

Dada la ſuma de los lados, y la diferencia de los quadrados de los lados, ſe piden los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo, multiplicando la diferencia de los lados, por la ſuma de los miſmos lados, el producto es igual à la diferencia de los quadrados de los lados: Luego, partiendo la diferencia de los quadrados de los lados, por la ſuma de los lados, al quociente ſaldrà la diferencia de los lados, la qual ſe quitarà de la ſuma de los lados, y el reſiduo ſerà duplo del menor lado, cuya mitad darà ſu valor: Hallado el menor lado ſe quitarà de la ſuma de los lados, y el reſiduo ſerà valor del mayor lado.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, es 13. la ſuma de los lados, y la diferencia entre los quadrados de los lados es 39; pideſe cada vno de los lados. Partiendo los 39. por los 13. ſalen al quociente 3. por diferencia entre el mayor, y menor lado, la qual diferencia quitada de los 13. de la ſuma de los lados, quedan 10. por duplo del menor lado AB, el qual vale 5. Luego, el mayor lado vale 8. La prueba es, que ſumando los 8. del vn lado con los 5. del otro, ſalen à la ſuma los 13. y la diferencia entre los quadrados de dichos lados es 39.

PROBLEMA XV.

Dada el Area, y la diferencia de los quadrados de los lados, ſe piden los lados.

ENTIMEMA. En qnalquier triangulo rectangulo, el quadrado del duplo del Area junto con èl quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados es igual al quadrado de la mitad de la ſuma de los quadrados de los lados: Luego el duplo de la rayz de la ſuma hecha del quadrado del duplo del Area, con èl quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, es igual à la ſuma de los quadrados de los lados; del qual duplo quitando la diferencia de los quadrados de los lados, el reſiduo es duplo del quadrado del

del quadrado del menor lado; y assi la rayz de su mitad serà el valor del menor lado, este savido, y el Area notoria, no se podrà ocultar el mayor lado, por el Problema segundo.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, la diferencia entre el quadrado del lado AB, y el quadrado del lado BC, es 39. y el Area es 20, pidese el valor de cada vno de dichos lados. La mitad de la diferencia dada es 19. *y medio*, su quadrado 380 *y quartillo*, el quadrado del duplo del Area, es 1600, la suma de estas dos quantidades es 1980. *y quartillo*, esta suma es igual al quadrado de la mitad de la suma de los quadrados de los lados: Luego, su rayz (que es 44. *y medio*) es mitad de la suma de los quadrados de los lados, la qual doblada es 89. y estos digo ser suma de los lados, de la qual quitando los 39. de la diferencia de los quadrados de lados, quedan 50. por duplo del quadrado del menor lado, cuya mitad es 25. y de estos la rayz es 5. y tanto digo valer el menor lado AB: Los 25. del quadrado del menor lado quitados de los 89. de la suma de los quadrados de los lados, quedan 64. por quadrado del mayor lado, cuya rayz es 8. y tanto digo ser el valor del mayor lado BC. La prueba consta de lo dicho.

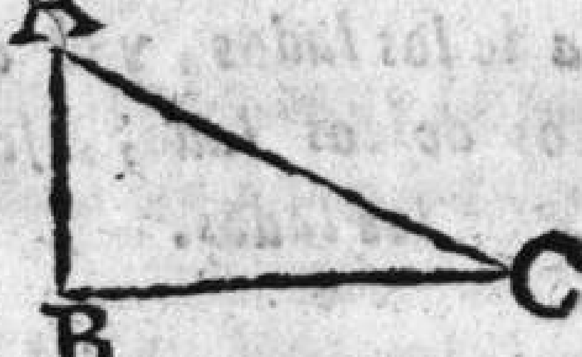
PROBLEMA XVI.

Dado el menor lado, y la diferencia de los quadrados de los lados, se pide el Area, sin ocurrir al mayor lado.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo, juntando el quadrado del menor lado, con la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, la suma es igual à la rayz del quadrado del duplo del Area, junto con el quadrado de la mitad de la diferencia de los lados: Luego, el quadrado del menor lado, junto con la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, y del quadrado de la suma, quitando el quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, el residuo es igual al quadrado del duplo del Area, y assi esta serà notoria por la mitad de su rayz.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, el menor lado AB. vale 6. la diferencia entre el quadrado del dicho lado, y el quadrado del mayor lado BC, es 28. pidese el Area, sin llegar à conozer el valor del mayor lado. El quadrado de los 6. del menor lado lado, es 36, la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados es 14. y estos juntos con los 36. es la suma 50. cuyo quadrado es 2500. del qual quitando el quadrado de los 14. que es 196 quedan 2304, por quadrado del duplo del Area, cuya rayz es 48, y su mitad 24. y esto digo ser el valor del Area: de donde se infiere que el valor dal mayor lado es 8. La prueba es, q̃ la diferencia entre los quadrados de los lados es los 28. que dà el Problema.



PROBLEMA XVII.

Dada la diferencia de los quadrados de los lados, y el mayor lado, se pide el Area, sin ocurrir al menor lado.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo es constante por el Problema precedente, que del quadrado del mayor lado quitando la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, el residuo es mitad de la suma de los quadrados de los lados, y su quadrado igual al quadrado del duplo del Area junto con èl quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados: Luego, quitando el quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, del quadrado de la mitad de la suma de los lados, el residuo es quadrado del duplo del Area, y su valor serà notorio por la mitad de la rayz.

CONCLVSION.

EN èl triangulo ABC, la diferencia entre el quadrado del lado AB, y el quadrado del lado BC, es 28; el mayor lado es BC, cu cuyo valor es 8, se pide el Area sin conocer el valor del menor lado. El quadrado de los 8. es 64. del qual quitando 14. de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados, quedan 50. por mitad de la suma de los quadrados de los lados, cuyo quadrado es 2500, y este es igual al quadrado del duplo del Area junto con el quadrado de la mitad de la diferencia de los quadrados de los lados: Luego de los 2500. quitando el quadrado de los 14. que es 196. quedan 2304. por quadrado del duplo del Area, cuya rayz es 48. y su mitad 24, digo ser el Area del triangulo. La prueba es constante por la doctrina del precedente Problema.

PROBLEMA XVIII.

Dada el Area, y la Hypotenusa, se piden los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo el quadrado de la hypotenusa es igual al quadruplo del Area junto con el quadrado de la diferencia de los lados: y el quadrado de la suma de los lados es igual al quadrado de la diferencia de los lados, junto con el octavo duplo del Area: Luego del quadrado de la hypotenusa quitando el quadruplo del Area, el residuo es quadrado de la diferencia de los lados, el qual residuo junto con el octavo duplo del Area, resultarà el quadrado de la suma de los lados, cuya rayz serà la suma de los lados, de la qual suma quitando la rayz del quadrado de la diferencia de los lados, el residuo serà duplo del menor lado, cuya mitad darà noticia de su valor. Hallado el menor lado, se quitarà de la suma de los lados, y el residuo serà valor del mayor lado.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. el Area es 24. la hypotenusa AC. vale 10; pidese el valor del lado AB. y el valor del lado BC. El quadrado de los 10. de la hypotenusa es 100. del qual quitando el quadruplo del Area, que es 96, quedan 4, por quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz es 2. y esta es la diferencia entre dichos lados. El octavo duplo del Area es 192. à quien añadiendo los 4. del quadrado de la diferencia de los lados, la suma es 196. y estos son quadrado de la suma de los lados, cuya rayz 14. es la suma de los dos dichos lados, y de la qual suma quitando los dos de la diferencia de los lados, quedan 12. por duplo del menor lado AB. cuyo valor es 6. los quales quitados de los 14. de la suma de los lados, quedan 8. por valor del mayor lado BC. La prueba consta de la 47. del primero de Euclides, dõde enseña, q̃ la suma de los quadrados de los lados, es igual al quadrado de la hypotenusa; por lo qual sumando 64. con 36. que son los quadrados de los lados, salen à la suma 100, por quadrado de la hypotenusa que es 10. y el Area consta de lo dicho ser 24. que dà el Problema.

PROBLEMA XIX

Dada la Hypotenusa, y la diferencia de los lados, y se piden los lados.

ENTIMEMA. El quadrado de la hypotenusa es igual al quadrado de la diferencia de los lados junto con el quadruplo del Area: Luego, del quadrado de la hypotenusa quitando el quadrado de la diferencia de los lados, el residuo es quadruplo del Area, el qual duplicado, y añadiendole el quadrado de la diferencia de los lados, resultarà el quadrado de la suma de los lados, de cuya rayz quitando la diferẽcia de los lados el residuo es duplo del menor lado, y la mitad serà su valor. Hallado el valor del menor lado, se restarà de la suma de los lados, y el residuo serà valor del mayor lado.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, la Diagonal es AC, la qual vale 15. La diferencia del lado AB, al lado BC, es 3. pidense dichos lados. El quadrado de la hypotenusa, ò Diagonal es 225. del qual quitando 9. (del quadrado de los 3. de la diferencia de los lados) quedan 216. por quadruplo del Area, el qual duplicado salen 432. y estos juntos cõ los 9. del quadrado de la diferẽcia de los lados, hazen 441. los quales son quadrado de la suma de los lados, cuya rayz es 21. y tanto digo valer los dos dichos lados, y assi quitãdo 3. de la diferẽcia de los lados de 21. quedan 18. por duplo del menor lado AB: Luego su valor es 9, el qual restando de 21. de la suma de los lados quedan 12. por valor del mayor lado

BC. La prueba es, que la diferencia entre los 9. del un lado, y los doze del otro. es 3: y la suma de los quadrados de dichos lados, es igual al quadrado de los 15. de la hypotenusa.

PROBLEMA XX.

Dada la Hypotenusa, y la suma de los lados, se pide cada uno de los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo, el quadrado de la suma de los lados junto con el quadrado de la diferencia de los lados, es igual al duplo del quadrado de la hypotenusa: Luego, del duplo del quadrado de la hypotenusa, quitando el quadrado de la suma de los lados, el residuo es quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz darà el valor de la diferencia de los lados, la qual quitada de la suma de los lados, el residuo es duplo del menor lado, y la mitad su valor. Hallado el menor lado se restarà de la suma de los lados, y el residuo serà valor del mayor lado.

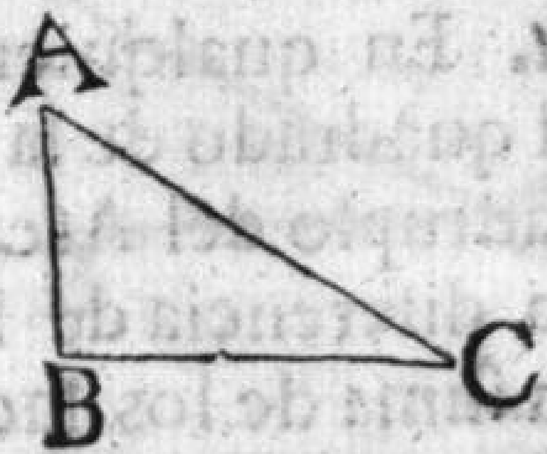
CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, la hypotenusa AC. vale 13. la suma del lado AB. con el lado BC. es 17. pidense dichos lados. El quadrado de la hypotenusa es 169. su duplo 338. del qual quitando el quadrado de la suma de los lados q̄ es 282, quedan 49, por quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz es 7. y tanto digo sèr el valor de dicha diferencia, la qual quitada de los 17. de la suma de los lados, quedan 10. por duplo del menor lado AB; luego su valor es 5; de los 17. de la suma de los lados, quitando 5. que vale el menor lado, quedan 12. por valor del mayor lado BC; la prueba es, que los 5. del vn lado juntos con los 12. del otro hazen los 17. que dà el Problema por suma de los lados: y la suma de los quadrados de dichos lados, es igual al quadrado de los 13. de la hypotenusa.

PROBLEMA XXI.

Dada la hypotenusa, y la proporcion del un lado al otro, se pide cada uno de los lados.

ENTIMEMA. Como la suma de los quadrados de los terminos proporcionales, al quadrado del menor de los terminos; assi el quadrado de la hypotenusa, al quadrado del menor lado: Luego multiplicando el quadrado de la hypotenusa por el quadrado del menor de los terminos proporcionales, y el producto dividido por la suma de los quadrados de los terminos proporcionales, al quociente saldrà el quadrado del menor lado, cuyo valor serà notorio por su rayz. Para hallar el mayor lado se dirà; como la suma de los quadrados de los terminos proporcionales, al quadrado del mayor de los terminos: assi el quadrado de la hypotenusa, al quadrado del mayor lado: Luego, multiplicando el quadrado de la hypotenusa por el quadrado del mayor de los terminos, y el producto partido por la suma de los quadrados de los terminos proporcionales, al quociente saldrà el quadrado del mayor lado, cuyo valor serà notorio por la rayz.



CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, el valor de la hypotenusa AC, es 10. la proporcion del lado BC, al lado AB. es como de 4. à 3. pidese cada uno de dichos lados. Los quadrados de los terminos proporcionales son 16. y 9. la suma de ellos es 25; el quadrado de la hypotenusa es 100. esto assi ordenado se dirà, como 25. suma de los quadrados de los terminos proporcionales, à 16. del quadrado del mayor termino; assi 100. quadrado de la hypotenusa, al quadrado del mayor lado BC, siguiendo la regla, multiplicando los 16. por los 100. es el producto 1600. el qual partido por los 25. salen al quociente 64. por quadrado del mayor lado cuya rayz es 8. y tanto digo ser su valor. Para hallar el valor del menor lado AB, se dirà; como los 25. à los 9. del quadrado del menor termino; assi los 100. del quadrado de la hypotenusa, al quadrado del menor lado AB: Siguiendo la regla multiplicando los 100. por los 9. es el producto 900. el qual partido por los 25. salē al quociente 36. por quadrado del menor lado do, cuya rayz es 6. y tanto digo ser el valor del menor lado AB. La prueba es, que la misma proporcion que ay de 4. à 3. està tambien ay de los 8. del vn lado à los 6. del otro, pues multiplicando 4. por 6. y 3. por 8. los dos productos son iguales, pues cada vno es 24.

PROBLEMA. XXII.

Dado vn lado, y la suma del otro con la Hypotenusa, se pide el lado incognito.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo, el quadrado de la suma de la hypotenusa con el vn lado, es igual al quadrado del otro lado, y à dos rectangulos hechos de la suma de la hypotenusa con el vn lado; y con el mismo lado que se dà sumado con la hypotenusa: Luego del quadrado de la suma dada (esto es, de la que es hecha de la hypotenusa, y vn lado) quitando el quadrado de el lado dado, el residuo es valor de los dos rectangulos, y assi tomando la mitad del dicho residuo, nos hallarèmos con el valor del vn rectangulo, el qual es hecho del lado que se busca, y de la suma de la hypotenusa con el mismo lado que se busca, por lo qual partiendo el valor del rectangulo (que es el Area) por el lado conocido, que es el de la suma dada, al quociente saldrà el valor del lado que se pide.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, la suma del lado AB, con la hypotenusa AC, es 16. el lado BC, vale 8. se pide el lado AB. El quadrado de los 16. es 256. del qual quitando el quadrado de los 8, que es 64. quedan 192, por valor de los dos rectangulos, cuya mitad es 96. y este es el valor ò Area del vn rectangulo: y assi partida por los 16, que es valor del vn lado del rectangulo, al quociẽte salen 6. por valor del lado, que se pide AB, de donde se infiere que el valor de la hypotenusa es 10. Con mas facilidad se responde à al presente Problema, partiendo los 64. del quadrado del lado dado, por los 16, de la suma dada, al quociente salen 4. por diferencia entre la hypotenusa, y el lado, que se pide, la qual diferencia quitada de los 16. quedan 12. por duplo del lado, que se pide AB. de donde se infiere sèr su valor 6. fundase esta regla en que el vn lado de qualquier triangulo rectangulo, es medio proporcional entre la hypotenusa junta con el otro lado, y entre la diferencia, que ay entre la hypotenusa, y el lado, que se le junta, que es el que se busca. De lo dicho, y de la 47. del primero de Euclides consta la demonstracion de nuestra conclusion.

PROBLEMA. XXIII.

Dado vn lado, y la proporcion del otro à la Hypotenusa, se pide el otro lado.

ENTIMEMA. Como la diferencia de los quadrados de los terminos proporcionales, al quadrado del menor de los terminos; assi el quadrado del lado, al quadrado del lado, que se pide: Luego, multiplicando el quadrado del menor de los terminos proporcionales por el quadrado del lado dado, y el producto partido por la diferencia de los quadrados de los terminos proporcionales, al quociente saldrà el quadrado del lado que se pide, cuya rayz demostrarà su valor.

CONCLVSION

EN el triangulo ABC, el lado AB, vale 9. y la porporcion del otro lado BC, à la hypotenusa AC, es como de 4. à 5, pidese el lado BC. Los quadrados de los terminos proporcionales, son 16. y 25. la diferencia del vno al otro es 9. con lo qual dirè: Como 9. à 16. que es el quadrado del menor termino; assi 81. del quadrado del lado dado, al quadrado del lado que se pide BC; siguiendo la regla multiplicando los 16. por los 81, es el producto 1296, el qual partido por los 9, salen al quociente 144. por quadrado del lado, que se pide BC, cuya rayz es 12, y tanto digo sèr su valor. La prueba es, que la misma proporcion ay de 9. à 16. que de los 81. à los 144. del quadrado del lado BC.

PROBLEMA. XXIV.

Dado vn lado, y la diferencia del otro à la Hypotenusa, se pide el otro lado.

ENTIMEMA. qualquier lado de vn triangulo rectangulo, es medio proporcional entre la diferencia del otro lado à la hypotepotenusa, y entre el otro lado junto con la hypotenusa: Luego, el quadrado del lado dado partido por la diferencia dada, al quociente saldrà el lado que se pide junto con la hypotenusa, del qual quociente quitando la diferencia dada, el residuo es duplo del lado, que se pide, cuya mitad explicarà su valor.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, el lado CB, vale 8. La diferencia entre la hypotenusa AC y el lado BA. es 4. pidese el lado BA. El quadrado del lado dado es 64. el qual partido por 4. de la diferencia dada, salen al quociente 16. por suma de la hypotenusa con el lado, que se pide: Luego, de los 16. quitando los 4. de la diferencia dada, quedan 12. por duplo del lado, que se pide: cuya mitad es 6. y tanto digo ser su valor. La prueba es, que el quadrado de los 8. del lado dado, es igual al producto de la multiplicacion de los 4. de la diferencia dada, por los 16. de la suma de la hypotenusa con el lado BA.

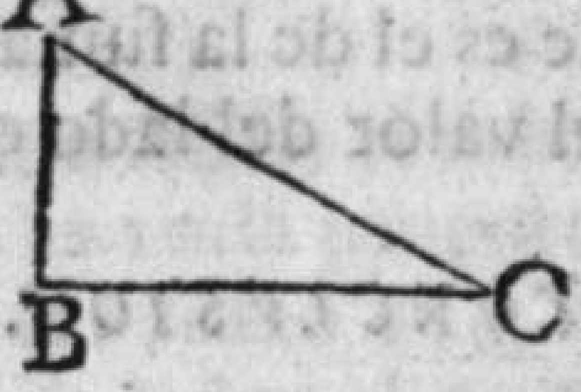
PROBLEMA. XXV.

Dada la suma de la hypotenusa con los dos lados, y la proporcion del vn lado al otro, se piden los lados.

ENTIMEMA. Como la suma de los terminos proporcionales junta con la rayz de la suma de los quadrados de dichos terminos, à la suma de la hypotenusa cõ los dos lados; assi el termino proporcional menor, al men or lado; y tambien el termino mayor, al mayor lado: Luego, multiplicando el termino proporcional menor por la suma dada, y el producto partido por la suma, que se hiziere de los terminos dados, y de la rayz de la suma de sus quadrados, al quociente saldrà el valor del menor lado: y consiguientemente, multiplicando el mayor de los terminos, por el mismo numero; que se ha dicho, y el producto dividido por el mismo partidor, al quociente saldrà el valor del mayor lado: lo qual sabido, la hypotenusa tambien serà notoria.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, la suma de la hypotenusa AC. con los dos lados AB. y BC, es 48. y la proporcion del lado AB. al otro lado BC. es como de 3. à 4. pidese el valor de cada vno de dichos lados. Los quadrados de los terminos proporcionales son 9. y 16. cuya suma es 25. de quien la rayz quadrada es 5. la qual sumada con los terminos proporcionales 3. y 4. la suma es 12. lo qual assi ordenado, se dirà: como 12. à 48. assi 3. del menor termino, al menor lado. Siguiendo la regla multiplicando los 3. por los 48. el producto es 144. el qual partido por 12. salen al quociente 12. por valor del menor lado AB. El valor del mayor lado se halla diziendo: como los 12. à los 48. assi 4. del mayor termino, al mayor lado. Siguiendo la regla, multiplicando los 4. por los 48. es el producto 192. los quales partidos por los 12. salen al quociente 16. por valor del mayor lado BC, la prueba es, que la misma proporcion ay de 3. à 4. que son los terminos proporcionales dados; que de 12. del menor lado, à los 16. del mayor; y la hypotenusa consta tener 20. su valor.



PROBLEMA XXVI.

Dados los excessos que haze la Hypotenusa à cada vno de los lados, se piden los lados.

ENTIMEMA. El quadrado del menor excesso junto con la diferencia entre el quadrado del mayor excesso, y el quadrado de la diferencia de los excessos; es igual al quadrado de la diferencia entre el menor lado, y la diferencia de los excessos: Luego del quadrado del mayor excesso quitãdo el quadrado de la diferencia de los excessos, y al residuo añadiendo el quadrado del menor excesso, la suma es quadrado de la diferencia entre el menor lado, y la diferencia de los excessos: Luego, à la rayz quadrada de dicha suma añadiendo la diferencia de los

ex-

excessos, el producto es valor del menor lado, al qual añadiendo la diferencia de los excessos, resultarà el valor del mayor lado.

Puedese concluir el Problema de otro modo, y es, que se multiplique el duplo del menor excesso por el mayor excesso, y del producto tomese la rayz quadrada, y añadiendole el menor excesso, resultarà el valor del menor lado, al qual añadiendo la diferencia de los excessos, saldrà el valor del mayor lado. La theorica desto es, que el producto de la multiplicacion del mayor excesso, por el duplo del menor excesso, es igual al quadrado de la diferencia, que ay entre el menor lado, y la diferencia de los excessos.

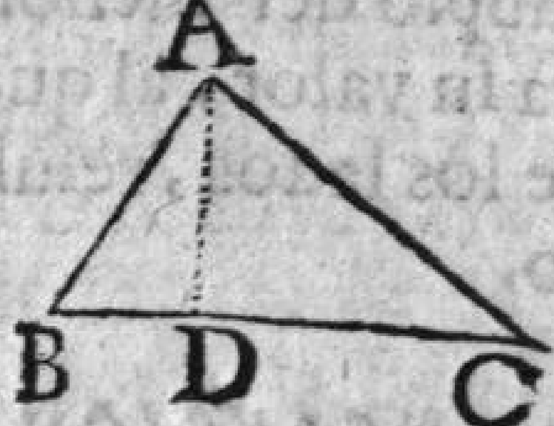
CONCLVSION.

EN el triangulo ABC, la hypotenusa AC, excede en 3. al mayor lado BC. y al lado AB, excede en 6. pidese el valor de cada vno de dichos lados. El quadrado del mayor excesso es 36. del qual quitando el quadrado de la diferencia de los excessos que es 9. quedan 27. à los quales añadiendo el quadrado del menor excesso, que es 9. salen à la suma 36. y este es quadrado de la diferencia, que ay entre el menor lado AB, y entre la diferencia de los excessos; por lo qual tomando su rayz quadrada, que es 6. y añadiendole la diferencia de los excessos, que es 3. salen 9. por valor del menor lado AB. à quien añadiendo la misma diferencia de los excessos, salen 12. por valor del mayor lado, BC. Lo mismo se hallarà por el segundo modo de concluir el Problema.

PROBLEMA. XXVII.

Dada la diferencia de las partes en que divide à la Hypotenusa, la perpendicular, que sale del Angulo recto; y la suma de los lados; se piden los lados.

ENTIMEMA. Como la rayz del duplo del quadrado de la suma de los lados, menos el quadrado de la diferencia de los segmentos, à la suma de los lados; assi la diferencia de los segmentos, à la diferencia de los lados: Luego, quitando la diferencia de los lados, de la suma dellos, el residuo es duplo del menor lado, cuya mitad darà noticia de su valor, al qual añadiendo la diferencia de los lados resultarà el valor del mayor lado.



CONCLVSION.

EN el triangulo rectangulo ABC. la diferencia de las partes en q̃ divide la perpendicular AD. à la basis, ò hypotenusa AC. es 7. la suma del lado AB. con el lado AC, es 35. pidese el valor de cada vno de dichos lados. El quadrado de los 35. es 1225. su duplo es 2450. del qual quitando el quadrado de los 7. (de la diferencia dada) que es 49. quedan 2401. cuya rayz es 49. esto assi ordenado dirè; como 49. à 35. que es la suma de los lados; assi la diferencia de los segmentos, ò partes en que es dividida la basis, que es 7. à la diferencia de los lados. Siguiendo la regla multiplicando 35. por 7. es el producto 245. el qual partido por los 49. salen al quociente 5. por diferencia de los lados: Luego, quitando los 5. de la diferencia de los lados, de los 35. de la suma de los lados, quedan 30. por duplo del menor lado AB, cuya mitad es 15. y tanto digo sèr su valor, al qual añadiendo 5. de la diferencia de los lados, salen 20. por valor del mayor lado AC. De la misma forma se halla la hypotenusa diziendo: como 49. de la dicha rayz, à 35. de la suma de los lados; assi los mismos 35. de la suma de los lados à la hypotenusa. Siguiendo la regla, multiplicando 35. por 35. es el producto 1225. el qual partido por los 49. salen al quociente 25. por valor de la hypotenusa BC.

PROBLEMA. XXVIII.

Dada la diferencia de los segmentos, ò partes de la Hypotenusa; y la diferencia de los lados, se piden los lados.

ENTIMEMA. Como la rayz del duplo del quadrado de la diferencia de los lados, menos el quadrado de la diferencia de los segmentos, à la diferencia de los lados, assi de la diferencia de los segmentos, à la suma de los lados: Luego, de la suma de los lados, quitando la diferencia de los lados, el residuo es duplo del menor lado, cuya mitad explicarà su valor, al qual añadiendo la diferencia de los lados, resultarà el valor del mayor lado.

CONCLVSION.

EN el triangulo rectangulo ABC. la diferencia de los lados AB, y AC, es 5. la perpendicular AD. divide à la hypotenusa, ò basis en dos partes à quien llamamos segmẽtos, de los quales el vno es BD, y el otro DC, y la diferencia del uno al otro, es 7. pidese el valor de cada uno de dichos lados. El quadrado de la diferencia de los lados es 25. cuyo duplo es 50. de los quales quitando 49. del quadrado de los 7. de la diferencia de dichos segmentos, el residuo es 1. y su rayz es 1. lo qual assi ordenado dirè: como 1. à 5. de la diferencia de los lados; assi 7. de la diferencia de los segmentos, à la suma de los lados. Siguiendo la regla, multiplicando 5. por 7. el producto es 25. el qual partido por 1. de la dicha rayz, salen al quociente 35. por suma de los lados, de la qual quitando los 5. de la diferencia de los lados, quedan 30. por duplo del menor lado AB, y assi su valor es 15. al qual añadiendo 5. de la diferencia de los lados, salen 20. por valor del mayor lado AC. La prueba es constante de lo dicho.

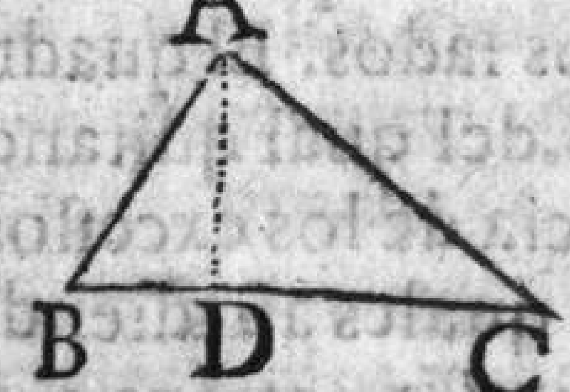
PROBLEMA XXIX.

Dado el menor lado, y el mayor segmento, ò à la contra, el mayor lado, el menor segmento, se pide el otro lado.

ENTIMEMA. Al quadrado del lado dado añadiendo el quadrado de la mitad del segmento dado, la suma es quadrado de la hypotenusa, menos tanta quantidad de ella, quanta fuere la mitad del segmento dado: Luego, à la rayz del tal quadrado, añadiendo la mitad del segmento dado, la suma explicarà el valor de la hypotenusa, de cuyo quadrado, quitando el quadrado del lado dado, el residuo es quadrado del lado que se pide, cuya rayz nos darà su valor.

CONCLVSION.

EN el triangulo rectangulo ABC. el menor lado es AB. el mayor segmento DC. el primero vale 15. y el segundo 16. se pide el mayor lado AC. El quadrado de los 15. del lado dado, es 225. el quadrado de la mitad del segmento dado, es 64. el qual sumado con los 225. salen à la suma 289. por quadrado de la hypotenusa, menos tanta parte della, quanta contiene la mitad del segmento dado; por lo qual tomando la rayz de los 289. que es 17. y à ella añadiendo los 8. de la mitad del segmento dado, salen 25. por valor de la hypotenusa BC. cuyo quadrado es 625. del qual quitando el quadrado de los 15. del lado dado, que es 225. el residuo es 400. y este digo ser quadrado del lado que se pide, cuya rayz es 20. y tanto digo ser el valor del lado AC.



PROBLEMA. XXX.

Dada la suma de los lados, y la perpendicular que cae sobre la Hypotenusa, se piden los lados.

ENTIMEMA. El quadrado de la suma de los lados, junto con el quadrado de la perpendicular, es igual al quadrado de la suma de la hypotenusa con la perpendicular: Luego, al quadrado de la suma de los lados añadiendole el quadrado de la perpendicular, de la suma se tomarà la rayz quadrada, y en ella tendremos el valor de la hypotenusa, y perpendicular, por lo qual quitando de dicha rayz el valor de la perpendicular, quedarà el valor de la hypotenusa. Del duplo del quadrado de la hypotenusa quitando el quadrado de la suma de los lados, el residuo es quadrado de la diferẽcia de los lados, cuya quantidad explicarà su rayz; quitada pues, la diferencia de los lados de la suma de ellos, el residuo serà duplo del menor lado, cuya mitad nos darà su valor, al qual añadiendo la diferencia de los lados, resultarà el valor del mayor lado.

CON

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. la perpendicular AD. vale 12. el valor del lado AB. junto con el valor del lado AC. es 35. pidese el valor de cada uno de dichos lados. El quadrado de los 35. es 1225. al qual añadiendo el quadrado de la perpendicular, que es 144. es la suma 1369. cuya rayz es 37. de la qual quitando los 12. de la perpendicular, quedan 25. por valor de la hypotenusa. Del duplo del quadrado de la hypotenusa, que es 1250. quitando el quadrado de la suma de los lados que es 1225. quedan 25. por quadrado de la diferēcia de los lados, cuya rayz es 5. y tanta digo ser la diferencia del un lado al otro, la qual quitada de los 35. de la suma de los lados, quedan 30. por duplo del menor lado, cuyo valor es 15. à los quales añadiendo 5. de la diferencia de los lados, salen 20. por valor del mayor lado AC. La prueba consta de lo dicho, y de la 13. del libro 2. de Euclides.

PROBLEMA XXXI.

Dada la diferencia de los lados, y la perpendicular, que sale del angulo recto sobre la hypotenusa, se piden los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo, quitando de la hypotenusa la perpendicular que sale del angulo recto sobre la hypotenusa, el quadrado del residuo, es igual al quadrado de la perpendicular junto con el quadrado de la diferencia de los lados: Luego sumando el quadrado de la perpendicular, con el quadrado de la diferencia de los lados, y de la suma tomando la rayz quadrada, y añadiendole el valor de la perpendicular, tendremos el valor de la hypotenusa.

Por consiguiente, multiplicando la hypotenusa por la perpendicular, el producto es el duplo del Area del triangulo, el qual quadruplado, y añadiendole el quadrado de la diferēcia de los lados, la suma serà quadrado de la suma de los lados: Luego, su rayz explicarà la suma de los lados, de la qual quitando la diferencia de los lados, el residuo serà duplo del menor lado, y la mitad explicarà su valor, al qual añadiendo la diferencia de los lados, resultarà el valor del mayor lado.

CONCLVSION

EN el triangulo ABC. la perpendicular AD. vale 12. la diferencia del lado AB. al lado AC. es 5. pidese el valor de cada uno de dichos lados. Los quadrados de la diferencia, y perpendicular, son 25. y 144. los quales juntos sō 169. cuya rayz es 13. à los quales añadiendo los 12. de la perpendicular, salē 25. por valor de la hypotenusa BC. cuyo valor multiplicado por los 12. de la perpendicular, salen al producto 300. por duplo del Area, el qual quadruplado salen 1200. à quien añadiendo 25. del quadrado de la diferencia de los lados, salen 1225. por quadrado de la suma de los lados, cuya rayz es 35. y tanto digo ser el valor de los dos lados, de donde quitando los 5. de la diferencia de los lados quedan 30. por duplo del menor lado AB. cuyo valor es 15. à los quales añadiendo los 5. de la diferencia de los lados salen 20. por valor del mayor lado AC.

PROBLEMA XXXII.

Dado un lado, y la Hypotenusa, se pide el segmento conterminal al lado dado.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectāgulo el quadrado del lado dado, es igual al rectāgulo, q̄ se haze de la hypotenusa, y del segmento conterminal al lado dado: Luego, dividiendo el quadrado del lado dado por el valor de la hypotenusa, al quociente saldrà el valor del segmento conterminal al lado dado, el qual restado del valor de la hypotenusa, el residuo serà el valor del otro segmento, ò parte de aquellas en q̄ divide à la hypotenusa la perpendicular, que sale del angulo recto.

CONCLVSION.

EN el triangulo rectangulo ABC. la basis, ò hypotenusa BC. tiene 25. el lado AC. vale 20. pidese el segmento DC. pues es cōterminal al lado dado. El quadrado de los 20. del lado dado, es 400. el qual partido por los 25. de la hypotenusa, salen al quociente 16. por valor del segmento DC. el qual restado de los 25. de la hypotenusa, quedan 9. por valor del otro segmento BD.

y lo mismo consta por la 13. del lib. 2. de Euclides.

PROBLEMA XXXIII.

Dados los dos lados, se pide la Hypotenusa.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo, el quadrado de la hypotenusa es igual à la suma de los quadrados de los dos lados: Luego la rayz quadrada de la suma de los quadrados de los lados, explicarà el valor de la hypotenusa.

CONCLUSION.

EN el triangulo ABD. el lado DB. vale 15. y el lado AD. vale 20. pidese el valor de la hypotenusa AB. El quadrado de los 20. es 400. y el quadrado de los 15. es 225. la suma de ambos es 625. los quales digo ser quadrado de la hypotenusa AB. cuya rayz es 25: y tanto es su valor. La demonstracion de esto se halla en la proposicion penultima del lib. 1. de Euclides.

Si el Problema diera la hypotenusa, y vn lado, se respōderà por la doctrina de este Problema, pues del antecedente de su Entimema, se infiere la respuesta, y assi para ella no hago Problema.

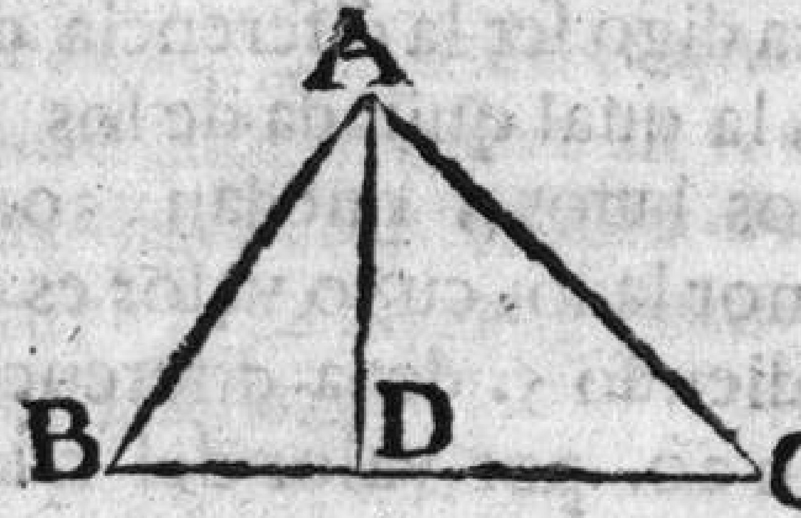
PROBLEMA. XXXIV.

Dada la Hypotenusa, y las partes en que la divide la perpendicular, que sale del angulo recto, se piden los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo, el rectangulo hecho de la hypotenusa, y de vna de las partes en que la divide la perpendicular, es igual al quadrado del lado conterminal à la misma parte: Luego, multiplicādo la hypotenusa por vna de las partes en que es divisa, el producto serà quadrado de aquel lado que es conterminal à la misma parte; cuya rayz explicarà su valor.

CONCLUSION.

EN el triangulo ABC. la hypotenusa BC. vale 25. y la divide la perpendicular AD. en dos partes, que son DC. que vale 16. y BD, que vale 9. pidese primeramente el valor del lado AC. y despues el otro AD. En quanto à lo primero, multiplicando 25. de la hypotenusa DC. por 16. de la parte DC. el producto es 400. el qual es quadrado del lado AC. luego, tomando su rayz, que es 20. en ella tendremos el valor del lado AC. pues es conterminal à la misma parte DC. En quanto à lo segundo, multiplicando los 25. de la hypotenusa por los 9. de la parte BD. salen 225. por quadrado del lado AB. por ser conterminal à la misma parte BD. la rayz de los 225. es 15. y tanto digo ser el valor del lado AB.



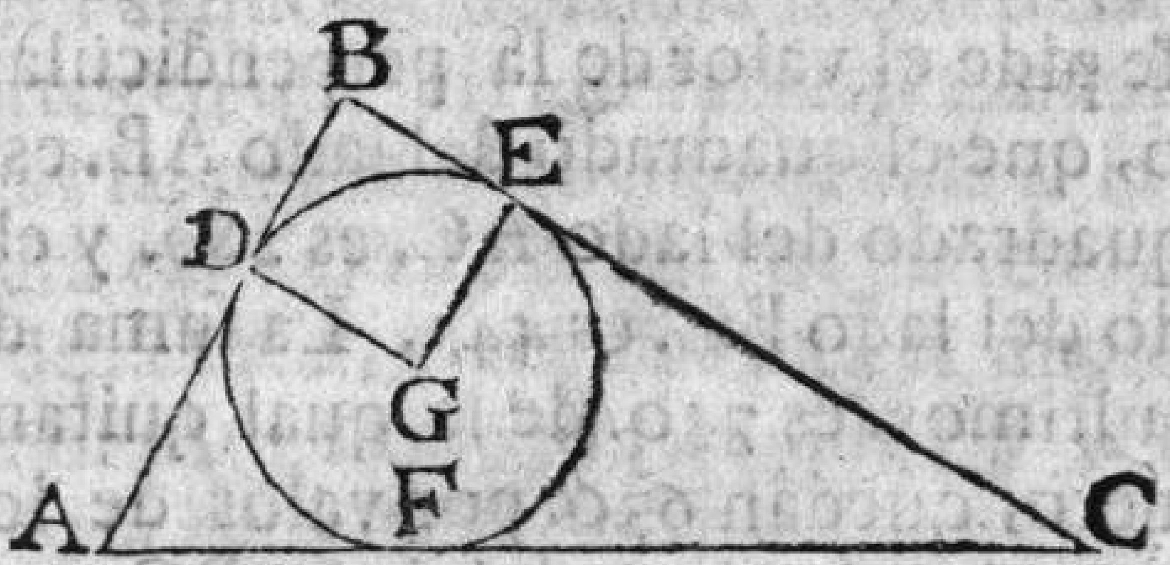
PROBLEMA XXXV.

Dada la hypotenusa, y el Diametro del circulo inscripto en un triangulo rectangulo, se piden los lados.

ENTIMEMA. En qualquier triangulo rectangulo juntando la hypotenusa con el diametro del circulo inscripto, el agregado es igual à la suma de los lados: Luego, cada vno de ellos serà notorio por el Problema 20. de este capitulo. De esta consequencia la proposicion antecedente, es tan importāte, como curiosa, y assi para evidenciar su certidūbre se pone aqui su demostraciō en la forma siguiente. Sea un triangulo rectāgulo ABC. y en èl estè inscripto el circulo DEF, cuyo centro sea G. y toque à los lados del triangulo en los puntos D, E, F: digo, que la hypotenusa AC. es tanto menor, que los dos lados AB. BC. quanto es el Diametro de dicho circulo. Del centro G. à los puntos del tocamento D, y E, tirense los semidiametros GD. GE. que son perpendiculares à los lados AB. BC. por la 18 dèl 3. de Euclides, y assi el quadrilatero DBEG. tiene rectos todos sus angulos; y por la 34. del 1. tiene iguales los lados opuestos, esto es el lado DB. igual al semidiametro GE, y el lado BE. igual al semidiametro GD: y por consiguiente el dicho quadrilatero es quadrado, pues cada

uno

uno de sus lados es igual al semidiametro de un circulo: ademàs desto, por corolario de la 36. del 3. las dos lineas AD, AF. son iguales entre si; y tambien las dos CE. CF. Luego, juntas las dos AD. CE. son iguales à la hypotenusa AC: y por consiguiente la hypotenusa AC. es tanto menor que los dos lados AB. BC. juntos, quanto valen las lineas DB. BE. que juntas son iguales al Diametro del circulo inscripto: Luego, añadiendo à la hypotenusa el diametro del circulo inscripto resultarà una quantidad igual à la cõpuesta de los dos lados AB. BC. q̃ es lo q̃ se avia de demonstrar.



CONCLVSION.

EN el triangulo rectãgulo ABC. la hypotenusa AC. tiene 10. tamaños, el semidiametro DG. tiene 2. y todo el diametro 4. cõ esta noticia se pidẽ los lados AB. BC. Añadiendo 4. del Diametro à los 10. de la hypotenusa, salen 14. por agregado, ò suma de los dos lados AB, BC. sabida la suma de los lados, y la hypotenusa, tambien se sabrà el valor de cada uno de los lados, por el Problema 20. deste Capitulo, assi el lado AB. se hallarà tener 6. tamaños, y el lado BC. 8. La prueba es, que el quadrado de la hypotenusa es 100. y este igual al quadrado del lado BC. que es 64. junto con el quadrado del lado AB. que es 36. como demuestra Euclides en la 47. del 1.

Si dixera el Problema, que la hypotenusa AC. tiene 9. tamaños, y el diametro del circulo inscripto tiene R45---3. en tal caso juntando dicha hypotenusa con el diametro del circulo la suma es R45 † 6. y este serà valor de los dos lados AB. BC. cuyo quadrado es 81. † R6480. y este quitado de 162. duplo del quadrado de la hypotenusa AC. restan 81---R6480. por quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz es R45---6. que restada de la suma dicha R45 † 6. quedan 12. por duplo del menor lado AB. cuyo valor es 6. y añadiendo R45---6. diferencia de los lados à R45 † 6. suma de los lados, salen R45 † R45. por duplo del mayor lado BC. cuyo valor es R45.

COROLARIOS

1 DE la precedente demostracion consta claramẽte, que de un triangulo, rectangulo estando conocida la suma de los lados, y el diametro del circulo inscripto, tambien serà notoria la hypotenusa, y cadauno de los lados: porque de la suma de ellos restãdo el diametro del circulo, el residuo serà valor de la hypotenusa: esta sabida, y la suma de los lados, cada uno de ellos serà notorio por el Problema 20. de este Capitulo.

2 Consta de la misma suerte, que estando conocida la suma de los tres lados de un triangulo rectangulo, y el diametro del circulo inscripto, cada uno de los tres lados serà conocido: porque de la suma de ellos quitando el diametro del circulo, el residuo serà duplo de la hypotenusa, y la mitad su valor, y este restado de la suma de los tres lados, el residuo serà valor de los dos lados, del angulo recto, y assi cada vno de ellos serà notorio como se ha dicho.

3 Tambien consta, que estando conocida la hypotenusa, y la suma de los lados, serà notorio el Diametro del circulo inscripto en el triangulo rectangulo: porque restando la hypotenusa de la suma de los lados, el residuo serà Diametro del circulo inscripto. Por estos Corolarios, y su demonstracion precedente, se pueden formar diferentes Problemas curiosos con ingeniosa conclusion.

PROBLEMA. XXXVI.

Dado el numero de los tamaños del menor lado, formar un triangulo rectangulo, que todos sus tres lados sean commensurables,

GEneralmente son dos los modos de formar el triangulo rectangulo, que todos sus tres lados sean commensurables, esto es, que el numero de las partes iguales de cada uno sea sin franccion: porque justamente le mide una quantidad, como palmo, pie, ò Estadal: de estos dos modos el uno se atribuye à Pithagoras, y el otro à Platon. El Pithagorico es, que se tome qualquier numero impar por valor del menor lado, y que à su quadrado se quite la unidad, y despues tomese

mese la mitad, y ella serà valor del mayor lado, y à este añadiendo la unidad, resultarà el valor de la hypotenusa. *Exemplo*: El menor lado se propone de 7. pies, su quadrado es 49. quitada la unidad es 48. su mitad es 24. y estos son los pies del mayor lado, y añadiendole la unidad seràn 25. pies, y este es el valor de la hypotenusa.

Segun Platon se toma por valor del menor lado qualquier numero par, y al quadrado de su mitad se le quita la unidad, y queda el valor del mayor lado, y añadiendo la unidad resulta el valor de la hypotenusa. *Exemplo*: El valor del menor lado sea 6. pies, el quadrado de su mitad es 9. y quitandole la unidad, quedan 8. que son los pies del mayor lado, y añadiendo la unidad al dicho quadrado salen 10. pies, por valor de la hypotenusa: Luego, propuesto el valor del menor lado (conste de numero par, ò impar) se constituyrà un triangulo rectangulo, cuyos lados sean commensurables, que es lo q̃ pide el Problema; y cõ esto doy fin à los Problemas de los triangulos rectãgulos, pues cõ los numerados se podrà adquirir la formalilidad necessaria para concluir otros muchos Problemas de triangulos rectangulos; y assi serà bien que passemos à tratar de la mensura de los triangulos Escalenos, Ysoceles, y Equilateros.

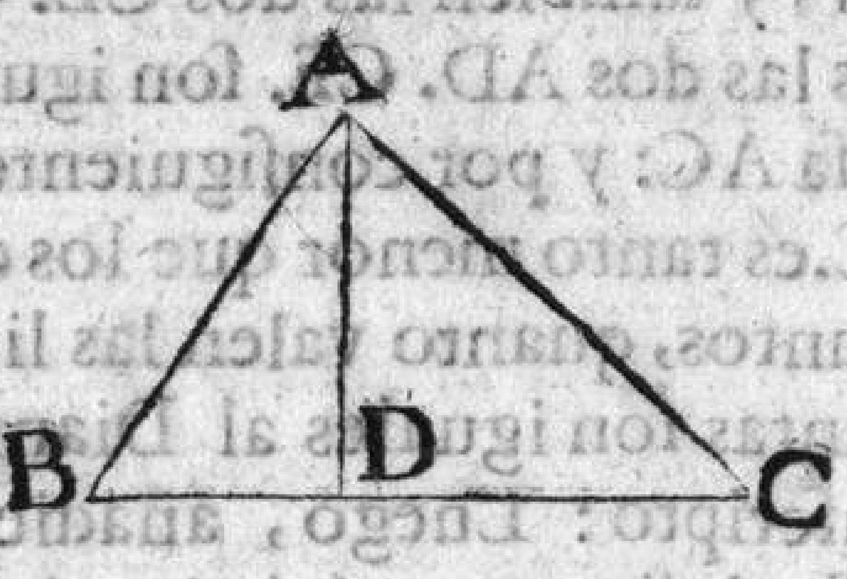
CAPITVLO V.

De los Problemas, y mensura de los triangulos Escalenos.

PROBLEMA I.

Dados los tres lados, se pide la perpendicular que sale del mayor angulo sobre el mayor lado.

ENTIMEMA. El quadrado del menor lado es tanto menor que los quadrados de los otros dos lados, quanto dos rectãgulos hechos del mayor lado, y de la cortada entre la perpendicular, y el menor angulo: Luego, serà notoria cada vna de las partes en que divide la perpendicular al mayor lado; y el quadrado de qualquiera de ellas, restado del quadrado del lado que contiene, el residuo es quadrado de la perpendicular, cuya rayz darà su valor.



CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. el lado AC. vale 17. el lado AB. vale 10. y el lado BC. 21. se pide el valor de la perpendicular AD. Digo, que el quadrado del lado AB. es 100. El quadrado del lado AC. es 289. y el quadrado del lado BC. es 441. La suma de los dos ultimos, es 730. de la qual quitando el primero, quedan 630. por valor de los dos rectangulos hechos del lado BC. y de la cortada entre la perpendicular, y el menor angulo, que es ACB. La mitad de los 630. es 315. y este es valor del vn rectangulo hecho en la forma dicha: Luego, partiendo los 315. por los 21. del lado BC. salen al quociente 15. por valor de la cortada DC. de donde es claro, que la otra parte BD. tiene 6. cuyo quadrado es 36. el qual restado de 100. que es el quadrado del lado que contiene, quedan 64. por quadrado de la perpendicular AD. cuya rayz es 8. y tanto digo ser su valor. Lo mismo se hallarà restando el quadrado de la DC. que es 225. de los 289. del quadrado del lado AC. pues quedan 64. por quadrado de la dicha perpendicular.

Otra regla darèmos para hallar las partes en que divide la perpendicular à la basis, y es, que la proporcion que guarda la basis, con la suma de los otros dos lados; essa misma guarda la diferencia de los dos lados sumados, con la diferencia de las partes en que divide la perpendicular à la basis: Luego, restada la diferencia hallada, del valor de la basis, el residuo serà el duplo de la menor parte BD. y si se añade, la suma serà duplo de la mayor parte DC. y por consiguiente la mitad explicarà su valor, por modo mas compendioso, y selecto.

PRO

PROBLEMA II.

Dado el mayor lado, y la diferencia de los quadrados de los otros dos lados, se piden las partes en que divide la perpendicular al mayor lado.

ENTIMEMA. La diferēcia de los quadrados de los dos lados, es igual al rectangulo hecho de la basis, y de la diferencia de las partes en que divide la perpendicular à la basis: Luego, serà notorio el valor de cada una de dichas partes, pues dividiendo la diferencia de los quadrados de los lados, por la basis, al quociente saldrà la diferencia de las partes en que divide la perpendicular à la basis; la qual diferencia añadida à la basis saldrà el duplo de la mayor parte; y si se quita de la basis, el residuo serà el duplo de la menor parte: Luego, la una, y la otra parte de la basis, serà notoria.

CONCLUSION.

EN el triangulo ABC. la basis BC, vale 21. y la diferencia entre el quadrado del lado AB. y el quadrado del lado AC. es 189. pidese el valor de cada una de las dos partes en que divide la perpendicular AD. à la basis BC. Dividiendo los 189. por los 21. de la basis, salen al quociente 9. por diferencia entre la vna, y la otra parte de la basis, la qual diferencia quitada de los 21. de la basis, quedan 12. por duplo de la menor parte BD. cuyo valor es 6. de donde es claro, que la mayor parte DC. vale 15.

PROBLEMA III.

Dada la perpendicular, y la basis, se pide el Area.

MVltiplicando el valor de la perpendicular por la mitad de la basis; ò toda la basis por la mitad de la perpendicular, el producto es el Area. Y adviertase que esta regla es general para todos los triangulos.

CONCLUSION.

EN el triangulo ABC. la basis BC. vale 21. y la perpendicular AD. vale 8. pidese el Area. La mitad de la prependicular es 4. los quales multiplicados por los 21. de la basis, el producto es 84. y tanto digo valer el el Area. Lo mismo se hallarà multiplicando los 8. de la perpendicular, por los 10. y medio de la mitad de la basis; ò multiplicando los 21. de la basis por los 8. de la prependicular, y la mitad del producto es el Area.

PROBLEMA. IV.

Dados los tres lados de qualquier tringulo, se pide el Area sin occurrir à la perpendicular.

EN qualquier triangulo, sumando los tres lados, y de la mitad de la suma restando los tres lados, y los tres residuos que salieren multipliquense en la forma siguiente: El primero por el segundo, y el producto multipliquese por el tercero, y el producto se multiplicarà por la mitad de la suma de los tres lados, y lo producido de la multiplicacion serà igual al quadrado del Area: Luego, su rayz explicarà el valor del Area. Notese, que qualquiera de los tres residuos, que se han dicho, se puede poner en el orden de primero, ò de segundo, ò tercero.

CONCLUSION.

EN el triangulo ABC. el lado AB. vale 13. el lado AC. vale 14. La basis BC. vale 15. se pide el Area, sin ocurrir à la prependicular AD. La suma de los tres lados es 42. su mitad 21. de estos quitando 15. de la basis, el residuo es 6. y restando los 14. de los mismos 21. el residuo es 7. De la misma suerte restando los 13. de los 21. el residuo es 8. de donde es claro aver sacado tres residuos, que son 6. 7. y 8. y multiplicando el primero por el segundo, el producto es 42. el qual multiplicando por los 8. del tercero, salen al producto 336. y estos multiplicados por los 21. de la mitad de la suma de los lados, salen al producto 7056. por quadrado del Area, cuyo valor es 84. porque este es el numero de su rayz. Notese, que esta doctrina es general para todos los triangulos.

PROBLEMA V.

Dados los tres lados de un triangulo Ambligonio, se pide la perpendicular, que sale de un angulo agudo sobre lo continuado del lado opuesto.

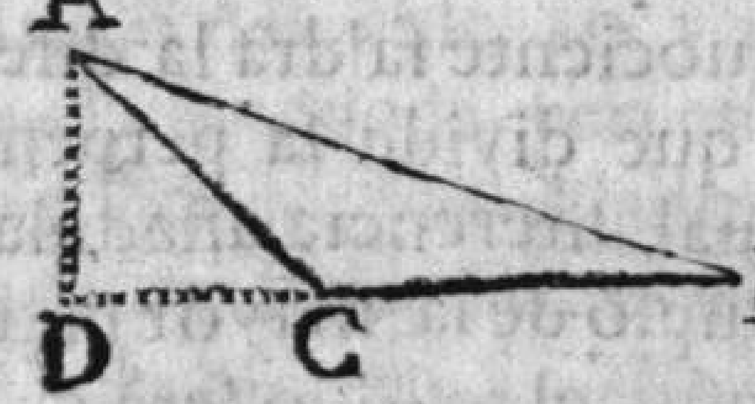
POR

POR los 12. del ſegundo de Euclides, en los triangulos ambligonios, el quadrado del lado opueſto al angulo obtuſo, es tanto mayor que los quadrados de los otros lados, quanto valen dos rectangulos hechos de la baſis, y de la cortada entre la perpendicular, y el angulo obtuſo: Luego, del quadrado del lado opueſto al angulo obtuſo, quitãdo los quadrados de los otros dos lados el reſiduo ſerà valor de los dos rectangulos, por lo qual tomando la mitad, y dividiendola por la baſis, al quociente ſaldrà el valor de la cortada entre la perpendicular, el angulo obtuſo, y el quadrado della reſtado del quadrado del lado que haze angulo con ella, el reſiduo es quadrado de la perpendicular, cuyo valor explicarà ſu rayz.

CONCLVSION

EN el triangulo ABC, el lado AB. vale 20. el lado AC. 15. y la baſis CB. vale 7. y el dicho triangulo es ambligonio: pideſe la perpendicular AD. El quadrado del lado AB. es 400. El quadrado del lado AC. 225. y el quadrado de la baſis BC. 49. la ſuma de los ultimos es 274. la qual reſtada de los 400. del primero, ſalen al reſiduo 126. por valor de dos rectangulos, hechos de la baſis BC. y de la cortada DC. Luego, dividiendo la mitad de los 126. por los 7. de la baſis, al quociente ſaldrã 9. por valor de la DC. cõ lo qual en el triãgulo rectangulo ADC. està notoria la hypotenuſa AC. y el lado DC. Luego, por la penultima del primero de Euclides, reſtãdo los 81. del quadrado del lado DC. de los 225. del quadrado de la hypotenuſa AC, el reſiduo es 144. el qual es quadrado de la perpendicular AD. cuya rayz es 12. y tanto digo ſer el valor de la dicha perpendicular; cuyo valor multiplicado por 3. *y medio* de la mitad de la baſis, ſalẽ al producto 42. por valor del Area del triangulo ambligonio ACB. por razõ q̃ el dicho triangulo es igual à un triangulo rectãgulo, que los lados que comprehenden al angulo recto, ſon la perpendicular AD. y la baſis BC. ſegun demueſtra Euclides en la 38. del libro 1. de los Elementos.

La cortada CD. puedeſe hallar de otro modo por la ſiguiente analogia, que dize: como la baſis BC. à la ſuma de los dos lados AC. y AB. aſsi la diferencia de dichos lados, à la ſuma de la baſis, con el duplo de la cortada DC. Siguiendo la regla, multiplicando 5. de la diferencia de los lados, por 35. de la ſuma de ellos, el producto es 175. el qual partido por 7. de la baſis BC. ſalen al quociente 25. por ſuma de la dicha baſis con el duplo de la cortada DC. Luego, quitando los 7. de la baſis de los 25. quedan 18. por duplo de la DC. cuya mitad es 9. y tanto ſe dize ſer ſu valor; el qual no diſcrepa del que avemos ſacado por el primer modo, pues ambos tienen Geometrica demonſtracion para evidẽciar ſu certidumbre.



PROBLEMA. VI.

Dada la baſis, la perpendicular, y la diferencia de los lados, ſe piden los lados.

COmo la diferencia entre el quadrado de la baſis, y el quadrado de la diferencia de los lados, al quadruplo del quadrado de la perpendicular, junto con la dicha diferencia, aſsi el quadrado de la diferencia de los lados, al quadrado de la diferencia de los ſegmentos de la baſis; cuya rayz darà noticia de la diferencia de los ſegmentos. Deſpues ſe dirà, como la diferencia de los lados à la diferencia de los ſegmentos; aſsi la baſis à la ſuma de los dos lados: Hallada la ſuma de los dos lados, ſe quitarà de ella la diferencia de los lados, y el reſiduo ſerà duplo del menor lado, cuya mitad explicarà ſu valor: y por el contrario, à la ſuma de los lados añadiendo la diferencia de los lados, ſaldrà el duplo del mayor lado, en cuya mitad tendremos el valor del mayor lado.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. la baſis BC. tiene 21. la perpendicular AD. vale 12. la diferencia del lado AB. à el lado AC. es 7. pideſe el valor de cada vno de dichos lados. El quadrado de la baſis es 441: El quadrado de la diferencia de los lados es 49. La diferencia entre eſtos dos quadrados es 392. y eſtos jun-

juntos con 576. del quadruplo de 144. quadrado de la perpendicular, es la ſuma 968. Eſto aſsi ordenado, ſe dirà, como 392. à 968. aſsi 49. del quadrado de la diferencia de los lados, al quadrado de la diferencia de los ſegmentos, ò partes en que divide la perpendicular à la baſis: Siguiendo la regla multiplicando los 968. por los 49. el producto es 47432. el qual partido por los 392. ſalen al quociente 121. por quadrado de la diferencia de las partes en que divide la perpendicular à la baſis BC. cuya rayz es 11. y tanta digo ſer la diferencia entre las dichas partes de la baſis, que ſon BD. y DC. Deſpues ſe dirà: Como 7. de la diferencia de los lados, à 11. de la diferencia de las partes, en que divide la perpendicular à la baſis; aſsi los 21. de la baſis, a la ſuma de los dos lados que ſe buſcan: Siguiendo la regla multiplicando los 21. por los 11. es el producto 231. el qual partido por los 7. ſalen al quociente 33. por ſuma de los dos lados que ſe buſcan, de la qual quitando los 7. de la diferencia de los lados, quedan 26. por duplo del menor lado AB. cuya mitad es 13. y tanto digo ſer ſu valor.

Por el contrario añadiendo los 7. de la diferencia de los lados, à los 33. de la ſuma de los lados, ſalen 40. por duplo del mayor lado AC. cuyo valor es 20.

REFLEXION.

PVede acontezer, que la perpendicular no cayga ſobre la baſis, ſegun ſe demueſtra en la ſiguiente figura, y en tal caſo no avrà ſegmentos de baſis: Luego, la doctrina de eſte Problema, no podrà ſer general: y ſe reſponde, que aunque es verdad, que muchas vezes la perpendicular no cae ſobre la baſis, con todo eſſo obſervando bien ſu doctrina, es generaliſsima, ſuponiendo, ò advirtiendo algunas coſas; y es la primera, que ſi la diferencia de los ſegmentos ſaliere ſer mayor que la baſis, es claro indicio, que la perpendicular cae fuera de la baſis; y en tal caſo lo que ſale por diferencia de los ſegmentos, dirèmos ſer ſuma de la baſis con el duplo de la cortada entre la perpendicular, y la baſis. La ſegunda, que quando la diferencia de dichos ſegmentos, ſaliere igual al valor de la baſis, es cierto indicio, que el triangulo propueſto es rectangulo, y en tal caſo, la perpendicular ſerà vn lado del triangulo. Advertido lo dicho, buelvo a dezir, ſer generaliſsima la doctrina de eſte Problema pues obſervada con la dicha rectitud, ſe hallarà el valor de los lados del triãgulo, aunque la perpendicular cayga fuera de la baſis como ſucede en la ſiguiente figura: y aſsi en ella iluſtraremos demõſtrativamente nueſtra doctrina con el ſiguiente Exemplo, y evidente Concluſion.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. la baſis BC. vale 4. La diferencia del lado AB. à el lado AC. es 2. El valor de la perpendicular AD. es 12. pideſe el valor de cada vno de dichos lados. El quadrado de la diferencia de los lados es 4. El quadrado de la baſis es 16. La diferencia entre eſtos dos quadrados es 12. y eſtos juntos con 576. del quadruplo del quadrado de la perpendicular, ſalen à la ſuma 588. lo qual hecho dirè: como 12. de la dicha diferencia, a los 588. de la dicha ſuma; aſsi 4. del quadrado de la diferencia de los lados al quadrado de la diferencia de los ſegmentos: Siguiendo la regla, multiplicando los 588. por los 4. es el producto 2352. el qual partido por los 12. ſalen al quociente 196. por quadrado de la diferencia de los ſegmentos, cuya rayz es 14. y tanto digo ſer el valor de la diferencia de los ſegmentos, la qual por ſer mayor que la baſis, el dicho triangulo es conſtante ſer ambligonio, y que la perpendicular cae fuera del baſis BC. por cuya razon digo, que los dichos 14. es el valor de la baſis BC. junto con el duplo de la DC. que es la cortada entre la perpendicular, y la baſis: Luego, de los 14. quitando los 4. de la baſis, quedan 10. por duplo de la cortada entre la perpendicular, y el angulo de donde es claro ſer ſu valor 5. junto el quadrado de la DC. que es 25. con el quadrado de la perpendicular AD. que es 144. ſalen à la ſuma 163. por quadrado del lado AC. cuyo valor es 13. al qual añadiendo 2. de la diferencia de los lados, ſalen 15. por valor del mayor lado AB.

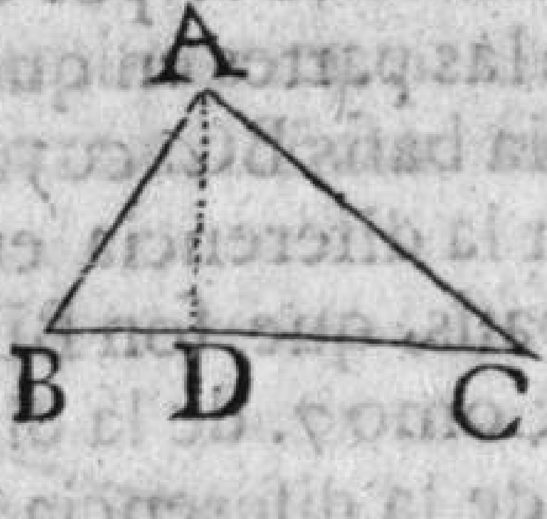
Lo miſmo ſe hallarà ſiguiendo nueſtra precedente doctrina, diciendo: como 2. de la diferencia de los lados, à los 14. de la diferencia de los ſegmentos; aſsi 4. de la baſis, à la ſuma de los lados: Siguiendo la regla, multiplicando los 14. por los 4. el producto es 56. el qual partido por los 2. salen al quociente 28. por suma de los lados, de la qual quitando los 2. de la diferencia de los lados quedan 26. por duplo del menor lado AC. cuyo valor es 13. à los quales añadiendo los 2. de la diferencia de los lados, salen 15. por valor del mayor lado AB. de donde claramente se infiere la general excelencia de la doctrina de este Problema ingenioso

PROBLEMA. VII.

Dada la perpendicular, la suma de los lados, y la diferencia de los segmentos, se piden los lados.

COMO la diferencia entre el quadrado de la diferencia de los segmentos, y el quadrado de la suma de los lados, à la diferencia entre el quadrado de la suma de los lados, y la suma del quadrado de la diferencia de los segmentos con el quadruplo del quadrado de la perpendicular; assi el quadrado de la suma de los lados, al quadrado de la basis, cuya rayz explicarà el valor del basis, el qual multiplicado por la mitad de la perpendicular, el porducto es el Area. Para hallar el valor de cada uno de los dos lados, importa saber la diferencia de dichos lados, para lo qual se dirà: Como la diferencia entre el quadrado de la diferencia de los segmentos, y el quadrado de la suma de los lados à la diferēcia entre el quadrado de la suma de los lados, y el quadrado de la diferencia de los segmentos junto con el quadruplo del quadrado de la perpēdicular; assi el quadrado de la diferencia de los segmentos, al quadrado de la diferencia de los lados: Hallado el quadrado de la diferencia de los lados, su rayz explicarà la diferencia del vn lado al otro, la qual diferencia quitada de la suma de los lados, el residuo serà duplo del menor lado, cuya mitad explicarà su valor, al qual añadiendo la diferencia de los lados, resultarà el valor del mayor lado.

Hallada la basis, segun se ha dicho se puede concluir el Problema de otro modo, y es en la forma siguiente: Del valor de la basis, se restarà la diferencia de los segmentos, y el residuo serà duplo del menor segmento, cuya mitad nos darà su valor. Hallado el menor segmento, se tomarà su quadrado, y se juntarà con èl quadrado de la perpendicular, y la suma serà quadrado del menor lado que se busca, cuyo valor explicarà su rayz. Al valor del menor segmento, añadiendo la diferencia de los segmentos, resultarà el valor del mayot segmento, cuyo quadrado junto con èl quadrado de la perpendicular, la suma serà quadrado del mayor lado, cuyo valor serà notorio por la rayz.



CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. la perpendicular AD. vale 12. La suma del lado AD. con el valor del lado AC. es 33. La diferencia entre el segmento BD. y el segmento DC. es 11. pidese el valor de cada vno de dichos lados, y el de la basis BC. El quadrado de los 33. de la suma de los lados, es 1089. El quadrado de los 11. de la diferēcia de los segmētos, es 121. La diferēcia entre estos dos quadrados, es 968. la qual guardese aparte. Los 121. del quadrado de la diferēcia de los segmentos, se añadiràn al quadruplo del quadrado de la perpendicular, que es 576. y salen à la suma 697. La diferencia entre esta suma, y los 1089. del quadrado de la suma de los lados, es 392. Esto assi ordenado se dirà, como los 968. de la primera diferencia arriba guardada, à los 392. de la segunda diferencia; assi 1089. del quadrado de la suma de los lados, al quadrado de la basis. Siguiendo la regla, multiplicando los 1089. por los 392. es el producto 426888. el qual partido por los 968. salen al quociente 441. por quadrado de la basis BC. cuya rayz es, 20. y tanto digo ser su valor. Para hallar la diferencia entre el lado AB. y el lado AC. se dirà, como los 968. de la primera diferencia, à los 392. de la segunda; assi los 121 del quadrado de la diferencia de los segmentos, al quadrado de la diferencia de los lados. Siguiendo la regla, multiplicando los 392. por los 121. es el producto 47432. el qual partido por los 968. salen al quociente 49. por quadrado de la diferencia de los lados, cuya rayz es 7. y tanto digo ser el valor

lor de dicha diferencia, la qual quitada de los 33. de la suma de los lados, quedan 26. por duplo del menor lado AB. cuya mitad es 13. y tanto digo ser su valor; al qual añadien do los 7. de la diferencia de los lados, salen 20. por valor del mayor lado AC. y lo mismo se hallarà procediendo por el segundo methodo que mencionamos para dar Conclusion à el Problema; pero advierto, que el que avemos practicado es mucho mas expecioso, segun consta al Geometrico especulativo.

PROBLEMA VIII.

Dada la perpendicular, y la diferencia de los segmentos, y la diferencia de los lados, se piden los tres lados.

Como la diferencia entre el quadrado de la diferencia de los segmentos, y el quadrado de la diferencia de los lados, à la dicha diferencia junta con el quadruplo del quadrado de la perpendicular; assi el quadrado de la diferencia de los lados, al quadrado de la basis; cuya rayz explicarà su valor. Para hallar los otros dos lados se dirà: como la diferēcia entre el quadrado de la diferencia de los lados, y el quadrado de la diferencia de los segmentos, a la misma diferencia junta con el quadruplo del quadrado de la perpendicular; assi el quadrado de la diferencia de los segmentos, al quadrado de la suma de los dos lados; cuya rayz darà el valor de la suma de los dos lados, de la qual quitando la diferencia de los lados, el residuo serà duplo del menor lado, cuya mitad explicarà su valor, al qual añadiendo la diferencia de los lados, resultarà el valor del mayor lado.

CONCLVSION.

En el triangulo ABC. la perpendicular AD. vale 12. La diferencia de los segmentos, ò partes en que divide la perpendicular à la basis BC. es 11. La diferencia entre el lado AB. y el lado AC. es 7. pidese el valor de cada vno de dichos lados, y el de la basis? El quadrado de la diferencia de los lados es 49. El quadrado de la diferencia de los segmentos, es 121. La diferencia entre estos dos quadrados, es 72. los quales juntos con 576. del quadruplo del quadrado de la perpendicular; salen à la suma 648. esto assi ordenado se dirà, como 72. que es la diferencia entre dichos quadrados, à los 648. de la dicha suma; assi 49. del quadrado de la diferencia de los lados, al quadrado de la basis: Siguiendo la regla, multiplicando los 648. por los 49. es el producto 31752. el qual partido por los 72. salen al quociente 441. por quadrado de la basis BC. cuya rayz es 21. y tanto digo ser su valor. Para hallar el valor de cada vno de los otros dos lados, no ay dificultad, sabida la suma de los lados, la qual no se ocultarà por la siguiente analogia: Como los 72. de la diferencia entre dichos quadrados, à los 648, de la dicha suma; assi los 121. del quadrado de la diferencia de los segmentos al quadrado de la suma de los dos lados: Siguiendo la regla, multiplicando los 648. por los 121. es el producto 78408. el qual partido por los 72. salen al quociente 1089. por quadrado de la suma de los dos lados, cuya rayz es 33. y tanto digo ser el valor de dicha suma, de la qual quitando 7. de la diferencia de los lados, quedan 26. por duplo del menor lado AB. cuyo valor es 13. al qual añadiendo los 7. de la diferencia de los lados, salen 20. por valor del mayor lado AC.

PROBLEMA XI.

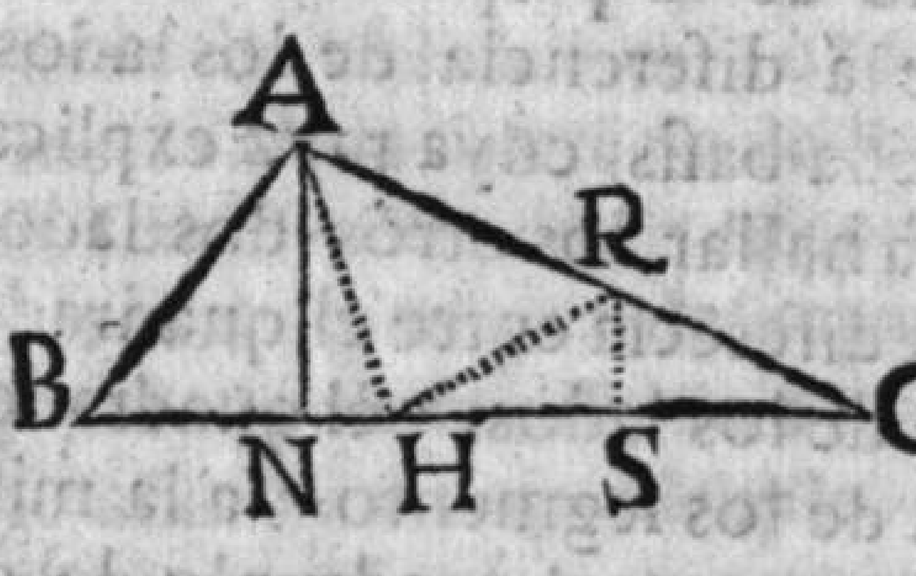
Dada la basis la perpendicular, y la proporcion del un lado al otro, se piden los dos lados.

CONCLVSION.

En el triangulo ABC. la basis BC. vale 42. La perpendicular AN. vale 36. y la proporciō del lado AB. al lado AC. es como 13. à 15. con esta noticia se pide el valor de cada vno de dichos lados. Primeramente se hallaràn los segmentos en que divide à la basis la linea, que cae sobre ella, aviendo sido dividiendo en dos partes iguales el angulo opuesto BAC. lo qual serà diziendo: como 28. de la suma de los terminos proporcionales, à los 13. del menor termino: assi los 42. de la basis, al menor segmento BH. Siguiendo la regla, multiplicando los 13. por 42. es el producto 546. el qual partido por los 28. salen al quociente 19. *y medio*, por valor del menor segmento BH, cuyo valor res

tado

tado de los 42. de la basis, el residuo es 22. *y medio*, el qual es valor del mayor segmento CH. el qual valor tãbien se hallarà diziẽdo: Como los 28. de la suma de los terminos proporcinales, à los 15. del mayor de los terminos; assi los 42. de la basis, al mayor segmento CH. Siguiendo la regla, multiplicando los 15. por los 42. es el producto 630. el qual partido por los 28. salen al quociente los dichos 22. *y medio*, que dixe valer el mayor segmento CH. Lo segundo, tomese AR. igual à la BA. y tirese la RH. y despues se hallarà el Area del triangulo ABC. lo qual serà multiplicando los 42. de la basis BC. por los 18. de la mitad de la perpendicular AN. salen al producto 756. por Area del dicho triangulo. Por la primera del sexto de Euclides, los triãgulos ABC. BAH. y HAC. Observan entre si la misma proporciõ q̃ las bases BC. BH. HC. Luego, como 42. de BC. à los 19. *y medio*, de BH. assi 756. del Area del triangulo ACB. al Area del triangulo BAH. siguiendo la regla, multiplicãdo los 19. *y medio* por los 756. es el producto 14742. el qual partido por los 42. salen al quociente 351. por Area del triangulo BAH. la qual Area tambien se halla multiplicando los 18. de la mitad de la perpendicular AN. por los 19. *y medio* de la basis BH. y el producto serà los mismos 351. que vale el Area del triangulo BAH. cuyo valor quitado de los 756. que vale el triangulo ABC. quedan 405. por Area del triangulo AHC. mas porque los triangulos ABH. y HAR. tienen el lado AH. comun à los dos, y los lados AB. y AR. son iguales; y assi mismo los angulos BAH. y HAR. Luego, por la quarta del lib. 1. de Euclides, la basis BH. que vale 19. *y medio*, es igual à la basis HR. y assi mismo el triãgulo BHA. es igual al triãgulo AHR. Luego, quitãdo los 351. q̃ vale el Area del triangulo AHR. de los 405. q̃ vale el Area del triãgulo AHC. quedan 54. por Area del triangulo HRC. la qual partida por los 22. *y medio*, que dixe valer la basis HC. salen al quociente 2. *y dos quintos*, por mitad de la perpendicular RS. luego toda ella vale 4. y $\frac{4}{5}$ cuyo quadrado es $\frac{576}{25}$ el qual quitado del quadrado de los 19. *y medio* de HR. que es $\frac{1521}{4}$ es el residuo $\frac{35271}{100}$ el qual es quadrado de SH. cuya rayz es 18. $\frac{9}{10}$ y tanto digo valer SH. el qual valor quitado de los 22. *y medio*, que vale HC. quedan 3. $\frac{12}{20}$ que en menor denominacion, son 3. *y tres quintos*, y tanto digo ser el valor de SC. Los triãgulos rectãgulos ANC. RSC. son de iguales angulos: Luego, por la quarta del lib. 6. de Euclides como RS. que vale 4. *y quatro quintos* à la SC. que vale 3. *y tres quintos*, assi 36. de de la perpendicular AN. al segmento NC. siguiendo la regla, multiplicãdo 3. *y tres quintos* por 36. es el producto $\frac{648}{5}$ el qual partido por los 4. *y quatro quintos* salẽ al quociẽte 27. por valor del segmẽto NC. el qual quitado de los 42. de la basis BC. quedã 15. por valor del segmento BN. con lo qual tenemos dos triãgulos rectangulos, que son BAN. ANC. y en cada uno de ellos son notorios los lados q̃ comprehenden al angulo recto: Luego, por la penultima del lib. 1. de Euclides, el quadrado de la perpendicular AN. que es 1296. junto con el quadrado de los 27. de NC. que es 729. salen 2025. por quadrado del lado AC. cuya rayz, es 45. y tanto digo ser su valor



De la misma forma los 1296. del quadradrado de la perpendicular AN. juntos con el quadrado de los 15. del segmento BN. que es 225. salen à la suma 1521. por quadrado del lado AB. cuya rayz es 39. y tanto digo ser su valor. La prueba es constante, pues la misma proporcion ay de 13. à 15. que de los 39. del un lado à los 45. del otro.

Hallados los segmentos de la basis hechos por la linea que sale dividiendo en dos partes iguales el angulo opuesto, se puede concluir el Problema de otro modo, si se advierte la siguiente analogia, que dize: Como la mitad de la diferencia de los dichos segmentos de la basis al menor de los mismos segmentos, assi el mayor de los segmentos, à cierta quantidad; cuya mitad se guardarà aparte, y del quadrado della se se quitarà el quadrado de la perpendicular, y del residuo tomese la rayz quadrada, y lo que en ella saliere restese de la mitad arriba guardada, y el residuo es el segmento que

ay,

ay entre la perpendicular, y el punto en que corta à la basis la linea que sale dividiendo igualmente el angulo opuesto; advirtiendo, que si dicho segmento es mayor que el menor de los segmentos en que divide à la basis la linea que sale del angulo opuesto partiendole igualmente, es cierto indicio que la perpendicular no cae sobre la basis; Empero, si caerà sobre ella, si el segmento que se halla entre la perpendicular, y el punto en que divide à la basis la linea q̃ parte el angulo opuesto igualmẽte, es menor que el segmento mas pequeño de los que forma la linea que divide à la basis, saliendo dividiendo igualmente el angulo opuesto. Conociẽdo que la perpendicular cae sobre la basis, se restarà del menor segmento en que divide à la basis la linea que sale partiendo igualmẽte el angulo opuesto, y el segmento comprehendido entre la perpendicular, y el punto en que corta à la basis la linea que sale del angulo opuesto, y el residuo es valor del menor de los segmentos en que divide la perpendicular à la basis, cuyo quadrado junto con el quadrado de la perpendicular, es quadrado del menor lado del triangulo, cuya rayz explicarà el valor del menor lado que se pide.

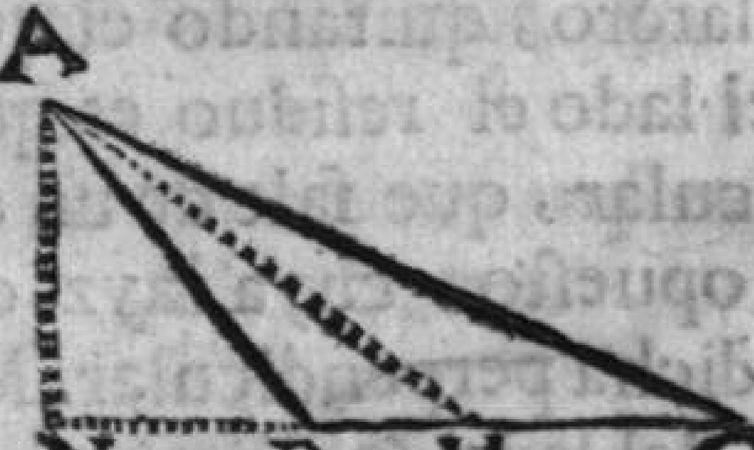
Restando del valor de la basis, el menor de los segmentos en que la divide la perpendicular, el residuo serà el valor de dichos segmentos, cuyo quadrado junto con el quadrado de la perpendicular, es igual al quadrado del mayor lado que se pide, cuya rayz serà su valor.

Para mayor claridad de la presente doctrina, serà bien la ilustremos con el exemplo de la siguiente conclusion.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. los segmentos de la basis hechos por la linea AH. que sale dividiendo igualmẽte el angulo BAC. son BH. y HC. El primero vale 19. *y medio*, y el segundo 22. *y medio*, la diferencia entre vno, y otro numero es 3. esto hecho dirè: Como 1. *y medio*, mitad de dicha diferencia, à los 19. *y medio*, assi los 22 *y medio*, à un cierto numero, que se busca: Siguiendo la regla, multiplicando 19. *y medio*, por 22. *y medio*, es el producto $\frac{1755}{4}$ el qual partido por 1. *y medio*, salen al quociente 292. *y medio*, por el numero que se busca, cuya mitad es 146. *y un quartillo* (los quales se guardaràn à parte) cuyo quadrado es $\frac{342225}{16}$ del qual quitando 1296. quedan $\frac{321489}{16}$ cuya rayz quadrada es 141. *y tres quartillos*, la qual restada de los 146. *y un quartillo* de la mitad arriba guardada, quedan 4. *y medio*, por valor del segmento NH. el qual quitado de los 19. *y medio*, del segmento BH. quedan 15. por valor del segmento BN. cuyo quadrado es 225. el qual junto con 1296. del quadrado de la perpendicular AN. salen 1521. por quadrado del menor lado BA. cuya rayz, es 39. y tanto digo ser su valor. Quitando 15. del segmento BN. de los 42. de la basis BC. quedan 27. por valor del segmento NC. cuyo quadrado es 729. el qual junto con los 1296. del quadrado de la perpendicular AN. salen 2025. por quadrado del mayor lado, cuya rayz, es 45. y tanto digo ser su valor; con lo qual podrà notar el curioso la excelencia de este segundo modo de concluir el Problema.

Si la perpendicular conocemos caer fuera de la basis, bastante claridad se ha dado para dàr Conclusion àel Problema: Y el principiante no hallarà dificultad atendiendo à la practica de la siguiente Conclusion.



CONCLVSION

EN el triangulo ABC. se dàn todos los lados que menciona este Problema, y obrãdo en la forma que explica el segundo modo, se hallan los mismos 141. *y tres quartillos*, los quales por caer la perpendicular AN. fuera de la basis BC. se juntaràn con los 146. *y quartillo* de la mitad que se guardò aparte, y salen 288. por valor de NH. que es el segmento entre la perpendicular AN. y el pũto de la basis H. en el qual le corta la linea AH. que es la que sale dividiendo igualmen te el angulo BAC. de los dichos 288. quitando los 19. *y medio* de BH. quedan 268. *y medio*, por valor de NB. à los quales añadiendo los 42. de la basis BC. salen 310. *y medio* por valor de NC. el quadrado de los 268. *y medio*, es $\frac{288369}{4}$ el qual junto con el quadrado de la perpendicula AN. que es 1296. salen $\frac{289665}{4}$ por quadrado del lado AB. cuya rayz explicarà su valor.

El quadrado de los 310. *y medio*, que vale NC. es $\frac{385641}{4}$ el qual jũto cõ los 1296. del quadrado de la prependicular AN. salen $\frac{386937}{4}$ por quadrado del lado AC. cuya rayz explicarà su valor.

Adviertese que por la doctrina de este Problema se concluyrà el que se hyciere͂, dãdo el Area de un triangulo, la basis, y la proporcion del un lado al otro; hallando primero la perpendicular, lo qual serà partiendo el Area por la mitad de la basis, y al quociente saldrà el valor de la perpendicular, como consta de lo dicho en el Problema 3.

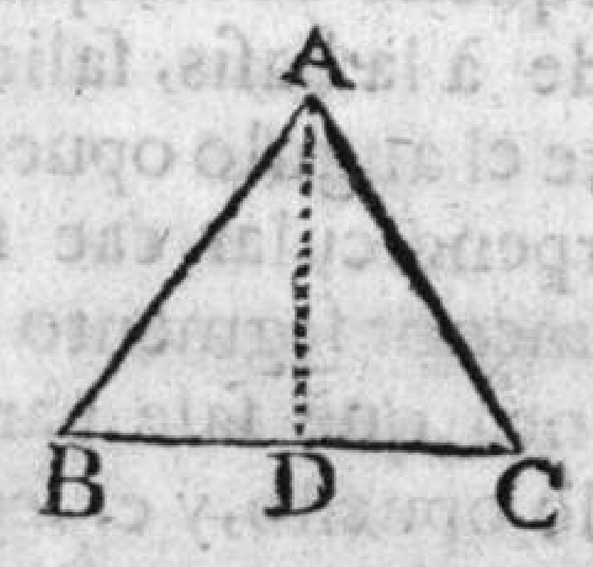
PROBLEMA X.

Dado el lado del triangulo equilatero, se pide el Area.

DEL quadrado del lado del triangulo equilatero, quitando el quadrado de la mitad del lado el residuo es quadrado de la perpendicular, que sale de un angulo sobre el lado opuesto, cuya rayz explicarà el valor de la dicha perpendicular. Multiplicando el valor del lado del triangulo equilatero, por la mitad de su perpendicular, el producto es el Area: ò multiplicando el quadrado de la perpendicular por el quadrado de la mitad del lado, el producto serà quadrado del Area, cuya rayz explicarà su valor.

CONCLVSION.

EN el triangulo equilatero ABC. el valor de cada uno de sus lados, es 12. pidese el Area del triangulo. El quadrado de los 12. que tiene por lado, es 144. del qual quitando el quadrado de la mitad de los 12. que es 36. quedan 108. por quadrado de la perpendicular, el qual multiplicado por 36. del quadrado de la mitad del lado del triangulo, salen al producto 3888. por quadrado del Area cuya rayz, es. $62\frac{11}{31}$ y tanto digo valer el Area del triangulo. Para mayor expression de la doctrina sea el lado del triangulo equilatero R20. su quadrado es 20. el quadrado de la mitad del lado es 5. que restados de 20. quedan 15. por quadrado de la perpendicular AD. y multiplicando los 15. por los 5. al producto salen 75. por quadrado del Area, cuyo valor es R75.



Puedese concluir este Problema de otro modo muy primoroso, y es que el quadrado del quadrado del lado del triangulo equilatero, multiplicado por 3. y el producto partido por 16. al quociente saldrà el quadrado del Area: y esto consta, pues multiplicando los 144. del quadrado del lado dado, por sì mismos, salen al producto 20736. por quadrado del quadrado de los 12. que tiene por lado el triangulo, que multiplicado por 3. salen al producto 62208: y estos partidos por 16. salen al quociente los 3888 que diximos valer el quadrado del Area, por el modo precedente. La razon de esta practica es, que el triangulo equilatero, cuyo lado es 1. su Area es R$\frac{3}{16}$ como se demuestra por la doctrina deste Problema. Sabido el lado, y Area de un triangulo equilatero, y de otro dada una de estas dos cosas, la otra serà notoria: porque los triangulos equilateros son figuras semejantes, y estas tienen entre sì la misma proporciõ, q̃ los quadrados de sus lados homologos, ò de semejante razõ; y asi como uno quadrado del lado referido, al quadrado del lado de un propuesto triãgulo equilatero; asi R$\frac{3}{16}$ del Area mencionada, à un quarto numero proporcional, que serà Area del propuesto triangulo: y porque si dos quãtidades son proporcionales à otras dos, tambien los quadrados de las dos primeras tienen la misma proporcion que los qua-

quadrados de las dos segundas; por esta razõ se multiplica por sì mismo el quadrado del lado del propuesto triangulo equilatero, y el producto se multiplica por 3. y lo que resulta se parte por 16. y al quociente sale el Area del propuesto triangulo equilatero.

PROBLEMA XI.

Dado el lado del triangulo Equilatero, se pide el Area, sin que intervenga el sacar rayz.

EN qualquier triangulo equilatero, el quadrado del lado, multiplicado por 13. y el producto partido por 30. el quociente explicarà proximamente el valor de la Area. La razon de esto es, que Archimedes demuestra, que el Area del triangulo equilatero proximamente es $\frac{13}{30}$ del quadrado del lado; y como es regla entre Arithmeticos, para saber el valor de un quebrado multiplicar su numerador por las partes minimas de la cosa entera, y el producto le parten por el denominador del quebrado, y al quociente sale el valor del quebrado: por esta razon, se multiplica el quadrado del lado del triangulo equilatero, por los 13. del numerador, y el producto se parte por los 30. del denominador.

CONCLVSION.

EN el triangulo equilatero ABC. cada uno de sus lados vale 6. y se pide el Area. El quadrado de los 6. que vale el lado del triangulo, es 36. el qual multiplicado por 13. es el producto 468. el qual partido por 30. salen al quociente 15. *y tres quintos* por valor del Area del triangulo, aunque por este modo ella no se halla exactamente; porque algo discrepa de lo justo.

PROBLEMA XII.

Dada el Area de un triangulo Equilatero, se pide el valor del lado.

DEL Problema precedente se infiere, que multiplicando el Area de qualquier triãgulo equilatero, por 30. y el producto partido por 13. al quociente saldrà el quadrado del lado del triangulo, cuya rayz explicarà proximamente su valor.

CONCLVSION.

En el triãgulo equilatero ABC. el valor del Area, 15. *y tres quintos* y se pide el valor de qualquier lado. Multiplicando, 15. *y tres quintos*, por 30. es el producto 468 el qual partido por los 13. salen al quociente 36. por quadrado del lado del triangulo, cuya rayz es 6. y tanto digo ser su valor.

No hago Problemas de la mensura del triangulo Isosceles, pues es cosa de sobrada facilidad, porque tirando vna perpendicular desde el angulo, que forman los dos lados iguales, divide à la basis en dos partes iguales, y quedan formados dos triãgulos rectangulos, el vno igual al otro; y en cada triangulo es notoria la hypotenusa, y un lado: Luego, el Area, y todo lo demàs del triangulo serà notorio, por los Problemas del Capitulo. 3.

CAPITVLO VI.

De los Problemas del circulo, y su dimension.

PROBLEMA I.

Dado el diametro, y la circunferencia, se pide el Area.

ARchimedes demonstrò, que el circulo es igual à un triangulo rectangulo, que el un lado es igual à la circunferencia, y el otro al semidiametro del circulo: Luego, por el Problema primero del Cap. 4. multiplicando el semidiametro del circulo, por la mitad de su circunferencia, el producto es el Area del circulo proximamente.

CONCLVSION.

EL diametro BC. vale 14. y la circunferencia 44. pidese el Area del circulo. Multiplicando 7. de la mitad del diametro por los 22. de la mitad de la circunferencia, salen al producto 154. por valor de la superficie

ficie, ò Area del circulo.

PROBLEMA II.

Dado el diametro de un circulo, se pide la circunferencia.

ARchimedes demostrò, que el diametro del circulo con su circunferencia tiene la misma proporcion que 7. con 22. Luego, multiplicando el diametro de qualquier circulo por 22. y el producto parrido por 7. al quociente saldrà la circunferencia que se pide, aunque algo mayor que la verdadera.

CONCLVSION.

EL Diametro BC. vale 35 y se pide su circunferencia. Multiplicando los 35. por los 22. es el producto 770. el qual partido por 7. salen al quociente 110. por valor de la circunferencia del circulo. Notese, que la màs proxima proporcion del diametro à la circunfereucia en numeros pequeños, es la de Adriano Mecio, el qual dize: que si el diametro de vn circulo es 113. su circunferencia es 355. y el Padre Joseph Zaragoza, de la Compañia de Jesvs, advierte, que por esta proporcion se halla la circunferēcia del circulo, sin exceder de lo justo en tres particulas de las diez mil, en que se puede considerar dividido el diametro.

PROBLEMA III.

Dada la circunferencia, se pide el diametro del circulo.

DE el Problema precedente se infiere, que multiplicando la circunferencia de qualquier circulo por 7. y el producto partido por 22. al quociente saldrà el valor del diametro que se pide, pero mayor que lo justo.

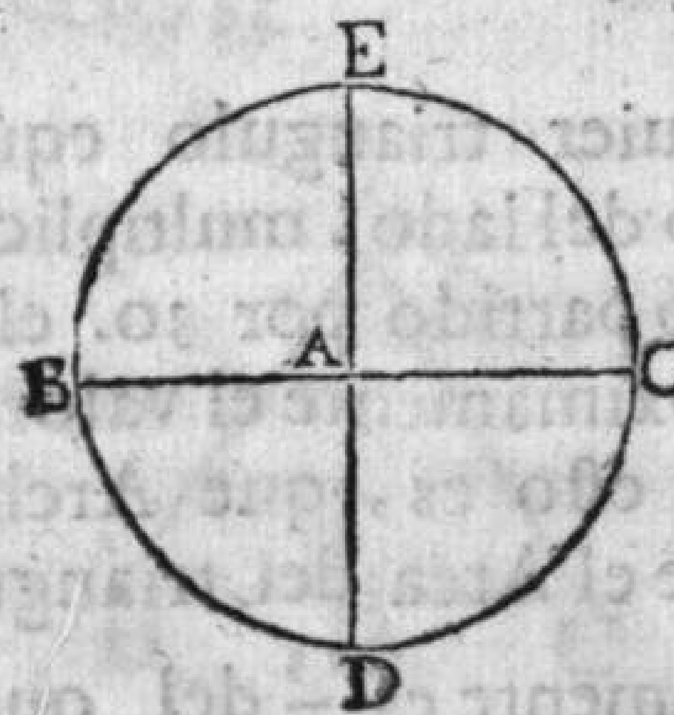
CONCLVSION.

EL circulo BD. vale su circunferencia 44. y se pide el diametro BC. Multiplicando los 44. por 7. es el producto 308. el qual partido por 22. salen al quociente 14. por valor del diametro del circulo, cuya circunferencia es 44.

PROBLEMA IV.

Dado el diametro, se pide el Area, sin ocurrir à la circunferencia.

DE muestra Archìmedes, en el lib. 2. de la dimension del circulo, que el quadrado del diametro del circulo tiene tal proporciō con el Area; qual es la proporcion, que ay de 14. à 11. Luego como 14. à 11. assi el quadrado del diametro de qualquier circulo, al Area: por cuya razō multiplicando el quadrado del diametro de qualquier circulo, por 11. y el producto partido por 14: al quociente saldrà el Area del circulo.



CONCLVSION.

EL diametro BC. vale 14. y se pide el Area del circulo. El quadrado del dicho diametro es 196, el qual multiplicado por 11. es el producto 2156. el qual partido por 14. salen al quociente 154. por Area del dicho circulo.

PROBLEMA V.

Dada la circunferencia, se pide el Area, sin ocurrir al diametro.

SEgun Archimedes, como 88. à 7. assi el quadrado de la circūferēcia de qualquier circulo, al Area; Luego, multiplicando el quadrado de la circunferencia, por 7. y el producto partido por los 88. al quociente saldrà el Area que se pide.

CONCLVSION.

LA circunferencia del circulo BD. es 44. y se pide el Area del circulo. El quadrado de la dicha circunferencia es 1936. el qual multiplicado por 7. es el producto 13552. y este partido por 88. salen al quociente 154. por Area del circulo que su circunferencia vale 44.

PROBLEMA. VI.

Dada el Area del circulo, se pide el diametro.

DE

DE la precedente doctrina es constante, que como 11. à 14. assi el Area, al quadrado del diametro del circulo: Luego, multiplicando el Area por 14. y el producto partido por 11. al quociente saldrà el quadrado del diametro del circulo.

CONCLVSION.

EL Area del circulo BD. es 154. y se pide el diametro BC. multiplicando los 154. por 14. es el producto 2156. q̃ pardidos por 11. salẽ al quociente 196. por quadrado del diametro BC. cuya rayz es 14. y tanto digo ser su valor.

PROBLEMA. VII.

Dada el Area de un circulo, se pide su circunferencia, sin occurrir al diametro.

COMO 7. à 88. assi el Area de qualquier circulo, al quadrado de su circunferencia; Luego multiplicando el Area de un circulo por 88, y el producto partido, por 7. al quociente saldrà el quadrado de su circunferencia, cuya rayz explicarà su valor.

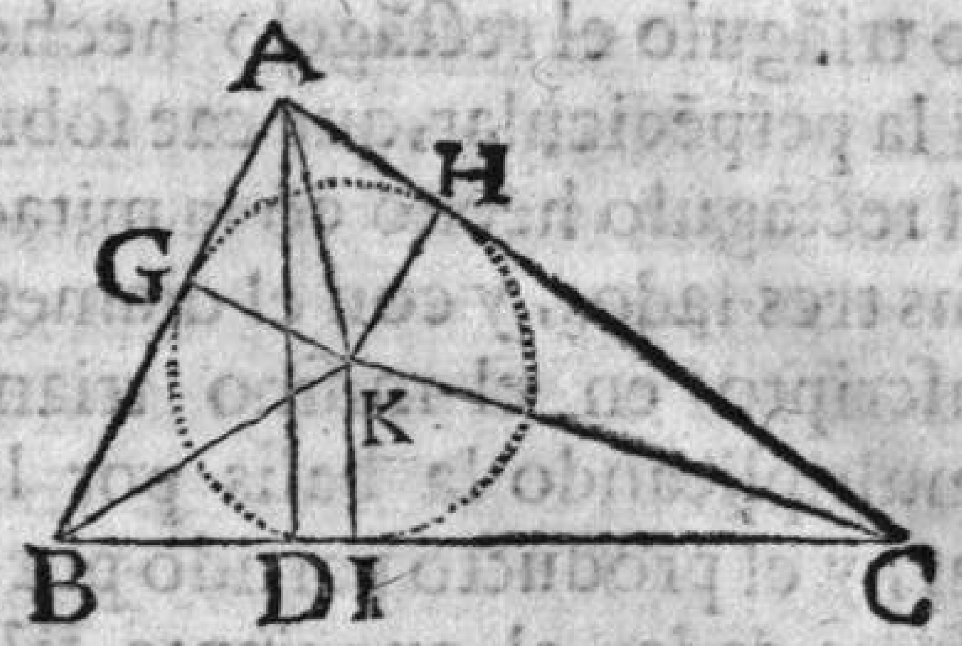
CONCLVSION.

EL Area del circulo BD. es 154. y se pide la circunferencia. Multiplicãdo los 154. por 88. es el producto 13552. el qual partido por 7. salẽ al quociente 1936. por quadrado de la circunferencia, cuya rayz es 44. y tanto digo valer la circunferencia del circulo que su Area es 154.

PROBLEMA VIII.

Dados los tres lados de qualquier triangulo, se pide el semidiametro del circulo inscripto en el.

EL Area de qualquier triangulo es igual al rectangulo hecho con la mitad de la suma de sus tres lados, y con el semediametro del circulo inscripto en el mismo triangulo: Luego, por el Problema 4. de este capitulo, sabida su Area, y partida por la mitad de la suma de los tres lados, al quociente saldrà el semediametro del circulo inscripto.



CONCLVSION.

EN el triangulo ABC sus tres lados son AB 10. AC. 17. y BC 21. con esta noticia se pide el semidiametro del circulo inscripto GHI. Por el Problema 4. de este capitulo se halla, que el Area del triangulo es 84. que partidos por 24. mitad de la suma de los tres lados, salen al quociente 3. *y medio*, por valor de GK. semidiametro del dicho circulo.

PROBLEMA IX.

En qualquier triangulo dada la suma de sus tres lados, y el semidiametro del circulo inscripto, se pide el Area.

EN todo triangulo el rectangulo hecho con la mitad de la suma de todos sus lados, y con el semidiametro del circulo inscripto en el mismo triangulo, es igual al Area suya; Luego, multiplicando la mitad de la suma dada por el semidiametro del circulo inscripto, el producto serà el Area del triangulo.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. la suma de sus tres lados es 48. pies, el semidiametro del circulo inscripto GHI. es HK. cuyo valor son 3. pies y medio, con esta noticia se pide el Area del triangulo propuesto. La mitad de la suma dada es 24. que multiplicados por 3. *y medio* del semidiametro del circulo inscripto, es el producto 84, y este es el valor del Area en el propuesto triangulo ABC.

PROBLEMA X.

En qualquier triangulo dada la suma de sus tres lados, la basis, y la perpendicular, que cae sobre ella, se pide el Diametro del circulo inscripto en el triangulo propuesto.

EN todo triãgulo el rectãgelo hecho cõ la basis, y la perpẽdicular, que cae sobre ella, es igual al rectãgulo hecho cõ la mitad de la suma de sus tres lados, y con el diametro del circulo inscripto en el mismo triangulo: Luego, multiplicando la basis por la perpendicular, y el producto partido por la mitad de la suma dada, al quociente saldrà el diametro del circulo inscripto en el triangulo propuesto: que es dezir, como la mitad de la suma de los tres lados, à la basis; assi la perpendicular, que cae sobre ella, al diametro del circulo inscripto en el triangulo.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. la suma de sus tres lados es 48. la basis BC. es 21. la perpendicular AD. es 8. con esta noticia se pide el diametro del circulo GHI. que està inscripto en èl propuesto triangulo. Multiplicando 21. de la basis por 8. de la perpendicular, es el producto 160. que partidos por 24. mitad de la suma de los tres lados del triangulo, salen al quociente 7. por diametro del circulo inscripto GHI.

PROBLEMA XI.

En qualquier triangulo dada la suma de sus tres lados, y el Diametro del circulo inscripto, se pide el Area.

EN todo triãgulo el rectangulo hecho cõ la mitad de la suma de sus tres lados, y con el diametro del circulo inscripto en el mismo triangulo, es igual al duplo del Area propria del triangulo: Luego, multiplicando la mitad de la suma de sus tres lados, por el diametro del circulo inscripto, y del producto tomando la mitad, ella explicara el valor del Area del triangulo.

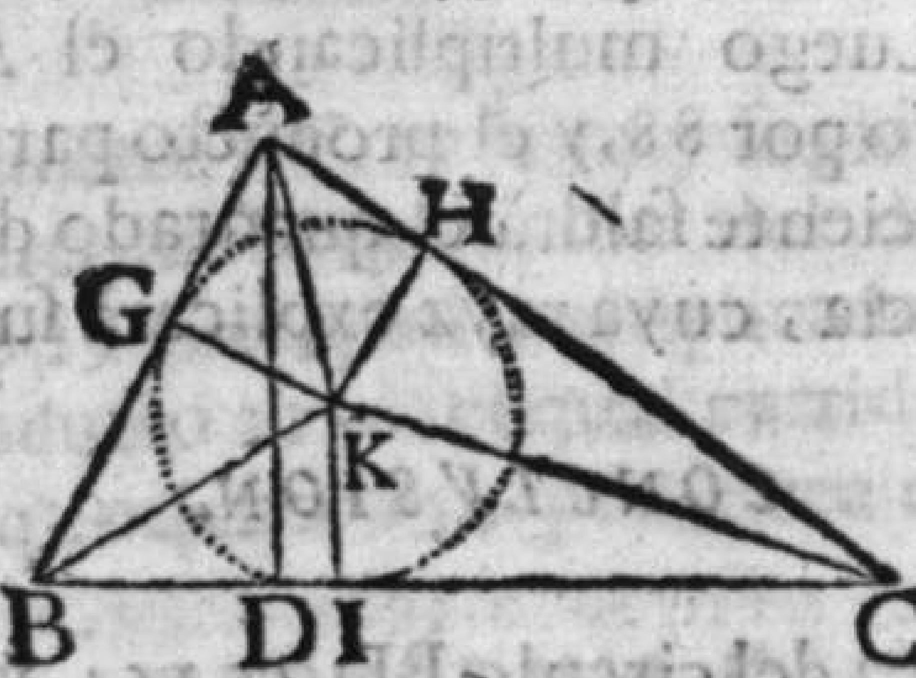
CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. la suma de sus tres lados sea 48. pies: el diametro del circulo inscripto GHI. sea 7. pies; con esta noticia se pide el Area del triangulo. La mitad de la suma dada es 24. que multiplicados por 7. del diametro, es el producto 168, cuya mitad es 84. y este es el valor del Area del propuesto triangulo.

PROBLEMA XII.

En qualquier triangulo dado el diametro del circulo inscripto, la suma de los tres lados, y la basis, se pide la perpendicular, que cae sobre ella.

SE ha dicho en el Problema 10. que la razon que tiene la mitad de la suma de los tres lados, à la basis; essa misma tiene la perpendicular, que cae sobre ella, al diametro del circulo inscripto en el triangulo: Luego, invirtiendo seràn, como la basis, à la mitad de la suma de los tres lados; assi el diametro del circulo inscripto en el triangulo propuesto, à la perpendicular, que cae sobre la basis: Luego, multiplicando el diametro del circulo inscripto, por la mitad de la suma dada, y el producto partido por la basis, al quociente saldrà la perpendicular, que cae sobre ella.



CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. la suma de sus tres lados es 48. el diametro del circulo inscripto GHI. es 7. la basis BC. es 21. con esta noticia se pide la perpẽdicular AD. q̃ cae sobre la dicha basis, ò mayor lado del triangulo. Multiplicando 7. del diametro del circulo inscripto, por 24. mitad de la suma dada, el producto es 168. y este partido por 21. de la basis BC. salẽ al quociente 8. por valor de la perpendicular AD. que es lo q̃ pide el Problema. Sabida la perpendicular se multiplica por la mitad de la basis, y es el producto 84. y este es valor del Area

PROBLEMA XIII.

En qualquier triangulo dada la suma de sus tres lados, el Diametro del circulo inscripto, y la perpendicular, que cae sobre la basis, se pide la basis.

SE ha dicho en el Problema 10. que en qualquier triangulo el rectangulo hecho con la basis, y la perpendicular, que cae sobre ella, es igual al rectangulo hecho con la mitad de la suma de los tres lados, y con el diametro del circulo inscripto en el mismo triangulo; Luego, multiplicando el diametro del circulo inscripto por la mitad de la suma de los tres lados, y el producto partido por la perpendicular, al quociente saldrà la basis del triangulo, cuya Area serà notoria.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. la suma de sus tres lados sea 48. el diametro del circulo inscripto sea 7. la perpendicular AD. sea 8, con esta noticia se pide la basis BC. Multiplicando 7. del diametro dicho, por 24. mitad de la suma dada, es el producto 168. que partido por 8. de la perpendicular, salen al quociente 21. por valor de la basis BC. y esta multiplicada por 4. mitad de la perpendicular, el producto es 84. y este es valor del Area, que tiene el propuesto triangulo.

PROBLEMA XIV.

En qualquier triangulo dados sus tres lados, de cada uno se piden los dos segmentos hechos por el punto, que toca al circulo inscripto.

EN qualquier triangulo rectangulo restando un lado de la suma de los otros dos lados, el residuo serà valor de los dos segmentos, que forman el angulo opuesto al lado restado; y porque tales segmentos son iguales, la mitad del dicho residuo explicarà el valor de cada segmento, que restado del lado que compone, quedarà determinado el valor del otro segmento, pues es complemento del mismo lado, y assi todos ellos seràn notorios.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. sea el lado AB. 10. AC. 17. y la basis BC. sea 21. y en el triangulo propuestto sea inscripto el circulo GHI., que toca al dicho triangulo en los puntos G, H, I; que dividen en dos segmentos à cada uno de los lados, que son AG. BG: AH, CH: BI, CI: se pide el valor de cada vno de tales segmẽtos. Tomase qualquiera de los lados del triangulo, y sea la basis BC. q̃ es 21. y restese de la suma de los dos lados AB. AC. q̃ es 27. y quedã 6. por valor de los dos segmẽtos AG. AH. q̃ son iguales por corolario de la 36. del 3. de Euclides: Luego, el valor de cada uno destos segmentos es 3. que restados del lado AC. 17. quedan 14. por valor del segmento HC. y restando los mismos 3. del lado AB. 10. quedan 7. por valor del segmento GB. y este es igual à su conterminal, ò adiacente BI. cuyo complemento à la bassis BC. 21. es 14. que vale el segmento CI. pues es igual al segmento HC. por el citado corolario, que tambien demuestra, que la basis BC. es igual à los dos segmentos BG. CH: porque BG. es igual à BI; y HC. es igual à CI: por cuya razon restando la basis BC. de la suma de los dos lados AB. AC. el residuo serà valor de los dos segmentos AH. AG. que son los que forman el angulo opuesto à la basis, ò lado restado.

PROBLEMA XV.

En qualquier triangulo dados dos lados, y en el angulo que forman vno de los segmentos hechos por el punto en que toca al circulo inscripto el lado del triangulo, se pide el lado restante, ò tercero.

EN qualquier triangulo quitando de la suma de dos lados el duplo del segmento de vno de ellos comprehendido entre el angulo que forman, y el punto conque toca al circulo inscripto el lado del triangulo, el residuo serà su lado tercero, como se infiere del Problema precedente.

CONCLVSION.

EN el triangulo ABC. tenga 10. pies el lado AB. y el lado AC. tenga 17. y en dicho triangulo estando inscripto el circulo GHI. en su circunferencia le tocan los lados del triangulo propuesto en los puntos G. H. I. y cada lado del triangulo referido se divide en dos segmentos por el punto conque toca al circulo inscripto, y assi por el punto H. se divide en dos segmentos, ò partes el lado AC. cuyo segmento AH. (que es el comprehendido entre el angulo BAC. y el punto H.) tiene 3. pies: con esta noticia se se pide el lado tercero BC. La suma de los dos lados dados es 27. y de ella quitando el duplo del segmento AH. que es 6. quedan 21. por valor del lado que se pide BC.

PROBLEMA XVI.

Dados los tres lados de qualquier triangulo, y en èl un circulo inscripto, se pide la distancia de su centro à cada uno de los angulos.

POR el Problema 8. se hallarà el semidiametro del circulo inscripto en el triangulo propuesto; y despues por el Problema 14. se hallaràn los segmentos de cada uno de sus lados, hechos por el punto conque toca à la circunferencia del circulo, por cuya disposiciõ se formaràn tres triangulos rectãgulos, q̃ sus lados seràn notorios, y sus hypotenusas seràn las distãcias del centro del circulo à cada uno de los angulos del triangulo propuesto, como se demuestra en la forma siguiente, y precedente figura.

CONCLVSION.

EL triangulo ABC. tenga 10. pies en el lado AB. y 17. en el lado AC. y 21. en la basis BC. y en dicho triangulo sea inscripto el circulo GHI. y su centro sea K. cuyas distancias à los angulos son AK. BK. CK. y se pide el valor de cada vna. Por la doctrina precedente se halla, que el semidiametro del circulo inscripto vale 3. pies, y medio; y por el Problema 14. el segmento HC. tiene 14. pies; y el segmento AH. tiene 3. y el segmento BI. tiene 7. De donde se infiere, que las tres distancias referidas son hypotenusas de los tres triangulos rectangulos CHK. AHK. BIK. cuyos lados son notorios, pues cõstan por dichos segmẽtos, y por el semidiametro del circulo, que es KH. ò su igual KI. Luego, por la 47. del 1. de Euclides, ò por el Problema 33. del cap. 4. se hallarà, que la hypotenusa AK. es R 21. *y quartillo*, porque el quadrado del lado AH. es 9. y el quadrado del lado HK. es 12. *y quartillo*. La hypotenusa CK. es R 208. *y quartillo*: porque el quadrado del lado HC. es 196. que junto con el quadrado del lado HK que es 12. *y quartillo* suma dicha quantidad. Vltimamente se halla la hypotenusa BK. que es R 61. *y quartillo*: porque el quadrado del lado BI. es 49. que junto con el quadrado del lado kI. que es 12. *y quartillo*, resulta el quadrado de la hypotenusa Bk. y assi las tres dichas distancias quedan distintamente conocidas.

PROBLEMA XVII.

Dado el semidiametro de un circulo, y parte de la circunferencia, se pide el Area de su sector.

MVLtiplicãdo el semidiametro del circulo por la mitad de la linea circular, llamada basis del sector; ò multiplicando la mitad del semidiamentro del circulo por la basis, ò linea circular del sector, el producto serà Area del sector.

CONCLVSION.

EN el circulo DBC. el semidiametro AB. tiene 7. pies; el sector ABFC. tiene 12. en su linea circular, ò basis BFC. se pide el Area del sector. Multiplicando 7. del semidiametro por 6. mitad de la basis del sector; ò multiplcando 3. *y medio* (mitad del semidiametro) por 12. de la basis del sector, el producto es 42. y assi se dirà, que el Area del propuesto sector tine 42. pies quadrados, ò superficiales, que restados de 154. Area del circulo, quedan 112. valor del sector mayor BDCA. Notese, que para medir el arco de un sector no es exacta medida la que se haze corriendo por la linea circular, por causa de lo curvo de la linea, y assi el Geometra practicarà la mas perfecta medida, que se haze observando el valor del angulo del centro BAC. cuyos grados sabidos por compàs de proporcion, ò por Astrolabio, ò instrumento graduado, se formarà regla de tres diziendo, si 360. grados dàn tantos tamaños de circunferencia de vn circulo, cuyo semediametro es notorio, los grados del angulo observado BAC. que tamaños daràn en el arco BFC. Para mayor claridad pongamos por exemplo, que el semidiamidiametro AB. tiene los mismos 7.pies, à cuya circunferencia corrresponden 44. pies, como se ha dicho: observando el angulo BAC. se halla tener 98.y2.*once avos* de ũ gr.cuya cãtidad multiplicada por los 44. de la circunferencia, es el producto 4320. que partidos por los 360. grados, en que se divide todo Circulo, vienen al quociente 12. pies, por valor del arco BFC. el qual si se midiesse por la circuferencia, no fuera tan exacta la operacion, principalmente quando la cantidad, con que se mide, tiene mucha longitud, porque esta no se ajusta por su rectitud con lo curvo de la circunferencia del Circulo.

PROBLEMA XVIII.

Dado el semidiametro de un Circulo, y la Area de un Sector suyo, se pide la basis, ò linea circular del mismo Sector.

POR el antecedente Problema, multiplicando la mitad del semidiametro del Circulo por la basis del Sector, el producto es Area del Sector: Luego partiendo la Area del Sector por el Semidiametro de su Circulo, el quociente es la basis, ò linea circular del Sector.

CONCLUSION.

COmo en la figura antecedente, el Circulo DBC. en su semidiametro AB. tiene 7. pies, y la Area del Sector ABFC. tiene 42. pies; con esta noticia se pide el valor de la circunferencia, ò arco BFC. que es basis del dicho Sector. Partiendo 42.de la Area por $3\frac{1}{2}$. mitad del semidiametro dado, vienen al quociente 12.pies, que tiene la circunferencia, ò arco BFC. que es basis del Sector, y assi està resuelto el Problema.

PROBLEMA XIX.

Dada la Area de un Circulo, y tambien la Area de un Sector suyo, se pide la basis, ò linea circular del mismo Sector.

PRimeramente con el Area del Circulo se sabrà su diametro, por el Problema 6.de este cap. Luego por el antecedente Problema, partiendo la Area del Sector por la quarta parte del diametro de su Circulo, el quociente serà la basis, ò linea circular del Sector.

CONCLVSION.

EN la figura precedente el Circulo DBC.tiene en su Area 154. pies, y la Area de su Sector ABFC. tiene 30. pies; con esta noticia se piden los pies, que tiene la basis BFC. ò linea circular del mismo Sector. Por la doctrina referida se halla tener 14. pies el diametro del mismo Circulo, cuya quarta parte es $3\frac{1}{2}$. y por ella partiendo los 30. pies de la Area del Sector, vienen al quociente 8. y 4. *septimos*, por su arco, ò basis BFC. y el Problema està resuelto.

PROBLEMA XX.

Dada la Area de un Circulo, y la proporcion de su circunferencia à la basis, ò arco de un Sector de el mismo Circulo, se pide la basis, ò arco del Sector.

PAra la resolucion del Problema, primeramente se sabra la circunferencia del Circulo por el Problema 7. de este capitulo, y despues se dirà, como el mayor de los terminos proporcionales al menor; assi la circunferencia del Circulo à la basis, ò arco de su Sector; por cuya razon este serà conocido.

CONCLUSION.

EN la figura antecedente el circulo BCD. tiene en su Area 154.pies, y en él se propone el Sector ABFC. de modo, que su basis, ò arco BFC. tiene proporcion à la circunferencia del Circulo, como 2. à 5. y con esta noticia se pide el valor de la basis, ò arco BFC. Por la doctrina referida, con la Area se halla tener el Circulo en su circunferencia 44.pies, y se dice ahora, como 5. à 2. assi 44. à la basis, ò arco BFC. siguiendo la regla, multiplicando 44. por 2. el producto es 88. que partidos por 5. vienen al quociente 17. y 3. *quintos*, por valor del arco BFC. que es basis del propuesto Sector ABFC. y assi el Problema està resuelto. Pero si tambien se pidiesse el lado AB. ò su igual AC. que son semidiametros del Circulo, se sabrà por el Problema 6.

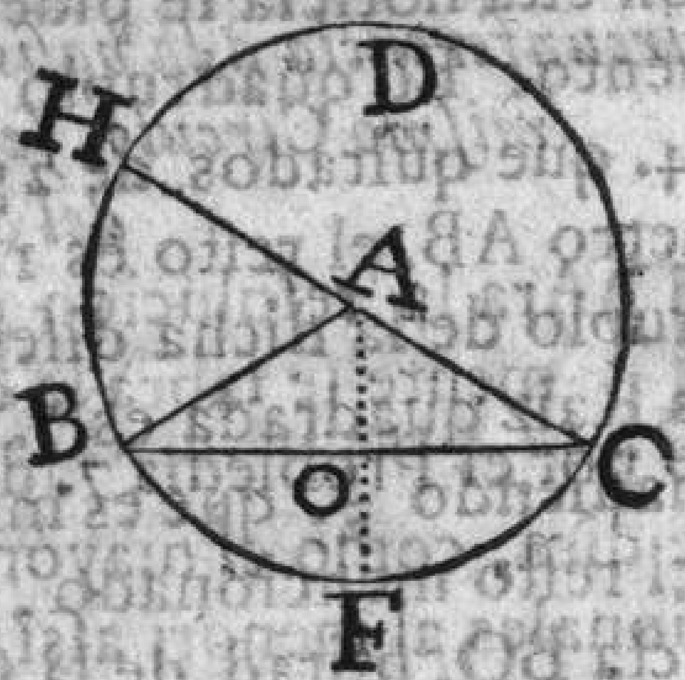
PROBLEMA XXI.

Dada la substensa, que es basis de un segmento de Circulo, y la perpendicular, que sale del centro sobre la misma subtensa, se pide la Area del segmento.

EN el Circulo de la figura siguiente, se dà conocida la subtensa BC. y la perpendicular AO. y se pide la Area del segmento BFCO. cuya basis es la misma subtensa. Luego, por la 47. del 1. de Euclides, el quadrado de la perpendicular juntamente con el quadrado de la mitad de la subtensa, es igual al quadrado del semidiametro AB. y por consiguiente se conocerà assi la Area, como la circuferencia del Circulo, como se ha dicho. Multiplicando la perpendicular AO. por la mitad de la subtensa BC. el producto es la Area del triangulo Isoceles ABC.que quitado del Sector ABFC. quedarà conocida la Area del segmento BOCF. Para hallar la Area del Sector ABFC. se debe saber su basis, ò arco BFC. que es el valor del angulo BAC. en el centro del Circulo, y duplo del angulo BAO. ò arco BF. que se hallarà por esta Analogia: *Como el Semidiametro* AB. *al Seno total; assi la mitad de la subtensa* BC. *al Seno del angulo* BAO. *ù arco* *co* BF. Luego por el Problema 17. de este capitulo se sabrà la Area del Sector ABFC.

CONCLUSION.

EN la presente figura, la subtensa BC. sea de 8. pies, y la perpendicular AO. que cae del centro del Circulo sobre la misma subtensa, se supone tener 3. pies: Luego, como se ha demonstrado, multiplicando 4. mitad de la subtensa dada, por 3. de la perpendicular, el producto es 12. y valor de la Area del triangulo Isoceles ABC. En el triangulo rectangulo AOB. estàn conocidos los lados AO. y BO. aquel de 3. pies, y este de 4. cuyos quadrados son 9, y 16. cuya suma es 25. quadrado de la hypothenusa AB. y su Raiz quadrada 5. es valor del semidiametro del Circulo, pues lo es la misma hypothenusa. Hecho esto, se dirà, como 5. del semidiametro, al seno total 100000. assi 4. del lado BO. que es mitad de la subtensa BC. à un quarto numero, que se halla ser 80000. y seno del angulo BAO. al qual en las Tablas de los Senos corresponden 53. gr. 7. ms. 49. seg. cuyo duplo 106. gr. 15. ms. 38. seg. es valor del arco BFC. que reducido à pies, que son las partes del semidiametro, y de la subtensa, vienen $9.\frac{5}{18}$ y por consiguiente multiplicando su mitad $4\frac{23}{36}$ por 5. del semidiametro, es el producto $23\frac{7}{36}$ y este es el valor de la Area del Sector ABFC. del qual quitando 12. Area del dicho triangulo Isoceles ABC. quedan $11\frac{7}{36}$ por Area del segmento BFCO. y con esto se responde al Problema. Para reducir los grados de qualquier arco de un Circulo, à pies, ò qualquiera otra medida, se tiene de saber por ella misma el valor de toda la circunferencia del Circulo, y despues se dirà: Como 360. grad. de un Circulo, al numero de los grados de un arco suyo; assi los palmos, ò pies &c. de su circunferencia, à los palmos, ò pies &c. del mismo arco. Exemplo: El Circulo DBFC. en su arco BF. tiene 45. grados, y en toda su circunferencia tiene 72. pies: Queriendo saber los pies, que vale el arco de los 45. grados, se multiplican estos por los 72. pies de su circunferencia, y es el producto 3240. que partidos por los 360. gr. vienen al quociente 9. pies, por valor del arco BF. y assi sus 45. gr. quedan reducidos à 9. pies. La prueba es, que los 45. gr. es octava parte de los 360. y tambien los 9. son octava parte de los 72.



COROLARIO.

SE colige de lo dicho, que dado el semidiametro de un Circulo, y una subtensa suya, se sabrà lo que ella dista del centro del Circulo, pues el quadrado de la mitad de la subtensa, quitado del quadrado del semidiametro, queda el quadrado de la perpendicular AO. que es la distancia de la subtensa BC. al centro del Circulo.

PROBLEMA XXII.

Dada la Area de un Circulo, y la proporcion de su diametro à la subtensa de un segmento del mismo Circulo, se pide la Area del proprio segmento.

PAra la resolucion de este Problema, primeramente se debe saber el diametro del Circulo, por la Proposicion 6. de este capitulo; y despues la subtensa, ò linea recta del segmento, segun la proporcion dada; y ultimamente la Area, assi del Sector, como del segmento, por la doctrina precedente.

CONCLUSION.

EN la figura antecedente el Circulo DBFC. tiene en su Area 78. y 4. *septimos*, y la proporcion del diametro BH. à la subtensa BC. es como de 5. à 4. Con esta noticia se pide la Area del segmento BFCO. Por la doctrina referida se halla, que el diametro vale 10. pies, y se dice, como 5. à 4. assi 10. del diametro BH. à la subtensa BC. Siguiendo la regla, multiplicando 10. por 4. el producto es 40. que partidos por 5. vienen 8. por valor de la subtensa BC. Luego por el Problema antecedente, se hallarà tener 3. la perpendicular AO. y por consiguiẽte en el triangulo rectangulo AOB. està conocida la hypotenusa AB. q̃ es el semidiametro del Circulo, el lado BO. de 4. pies, por ser mitad de la subtensa BC. Luego el angulo BAO. se hallarà diciendo, como 5. del semidiametro, ò hypotenusa AB. al seno total 100000. assi 4. de el lado BO. à un quarto numero, que siguiendo la regla, se halla ser 80000. seno de el angulo BAO. al qual corresponden 53. gr. 7. ms. 49. seg. cuyo duplo es 106. gr. 15. ms. 38. seg. valor del angulo BAC. al qual mide el arco BFC. y assi reducido à pies, como se ha explicado, vienen 9. 5. y *diez y ocho avos*, por valor del arco BFC. cuya mitad es 4. 23. y *treinta y seis avos*, que multiplicados por 5. del semidiametro, el producto 23. 7. y *treinta y seis avos*, es Area del Sector ABFC. q̃ contiene al segmento propuesto; y por quanto su cuerda, ò subtensa BC. se hallò de 8. pies, y el semidiametro del Circulo de 5. pies; la Area del triangulo Isosceles ABC. tiene 12. pies, que quitados de los 23. 7. y *trinta y seis avos*, Area del Sector ABFC. quedan 11. 7. y *treinta y seis avos*,

por

por valor del segmento BFCO. y el Problema està resuelto.

PROBLEMA XXIII.

Dado el diametro de un Circulo, y la distancia de su centro à la subtensa, o basis de un segmento suyo, se pide la Area de este segmento.

Juntando el semidiametro del Circulo con la distancia dada, y la suma multiplicada por su resto del diametro, el producto es quadrado de la mitad de la subtensa, que es basis del segmento; y por consiguiente su Raiz quadrada explicarà su valor, el qual multiplicado por la distancia dada, el producto es la Area del triangulo Isosceles, por la qual se diferencia el segmento propuesto de su Sector; y por consiguiente la Area de este Sector serà conocida, y despues la Area del segmẽto propuesto, como se ha demonstrado, y se explica por los numeros siguientes.

CONCLUSION.

EL presente Circulo tiene en su diametro BH. 10. pies, su centro A. dista de la subtensa BC. 3. la qual es basis del segmento BFCO. con esta noticia se pide la Area de este segmento. Juntando 5. del semidiametro con 3. de la distancia dada, es la suma 8. que multiplicados por 2. resto del diametro, ò diferencia entre este, y dicha suma, el producto es 16. y quadrado de BO. que es mitad de la subtensa BC. Luego 4. Raiz quadrada de 16. es el valor de la recta BO. y tambien de su igual CO. que multiplicada por 3. de la distancia dada, ò perpendicular AO. vienen 12. por Area del triangulo Isosceles ABC. por el qual el segmento propuesto se diferencia de su Sector ABFC. cuya Area, procedieudo en la forma dicha, se halla casi de 23. 7. y *treinta y seis avos*, y de ella quitando 12. de la dicha diferencia, ò Area del triangulo Isosceles, quedan 11. 7. y *treinta y seis avos* por Area del segmento propuesto BFCO. y con ella el Problema està resuelto.

PROBLEMA XXIV.

Dado el Diametro de un Circulo, y la diferencia de un segmento suyo, à su Sector, se pide la Area del proprio segmento.

EL duplo de la diferencia del segmento al Sector, quitado del quadrado del semidiametro, y el resto aplicado al quadruplo de la diferencia, tomese de la suma la Raiz quadrada, à cuya mitad juntese la mitad de la Raiz quadrada del dicho resto, y en la suma se tendrà la mitad de la subtensa, q̃ es basis del segmento propuesto, cuyo arco se hallarà facilmente por la doctrina referida, y por consiguiente su Area.

CONCLUSION.

En la presente figura, el Circulo DBFC. tiene 10. pies en su diametro BH. y la diferencia del segmento BFCO. à su Sector ABFC. es 12. pies; con esta noticia se pide la Area de el dicho segmento. El quadruplo de la diferencia dada es 24. que quitados de 25. quadrado del semidiametro AB. el resto es 1. que añadido à 48. quadruplo de la dicha diferencia, la suma es 49. cuya Raiz quadrada es 7. y su mitad $3\frac{1}{2}$. à la qual añadiendo $\frac{1}{2}$. que es mitad de la Raiz quadrada del resto mencionado, la suma es 4. que vale la recta BO. mitad de la subtensa BC. cuyo valor es 8. Por cuyo medio se sabrà el arco BFC. diciendo: Como 5. del semidiametro, al seno total 100000. asi 4. de la mitad de la dicha subtensa, à un quarto numero, que siguiendo la regla, se halla ser 80000. seno del angulo BAO. al qual corresponden 53. gr. 7. ms. 49. seg. cuyo duplo 106. gr. 15. ms. 38. seg. es valor del arco BFC. que comprehende al segmento propuesto; el qual arco reducido à pies, que son las partes del diametro dado, vienen 9. 5. y *diez y ocho avos*, y por consiguiente su mitad 4. 23. y *treinta y seis avos*, multiplicados por 5. del semidiametro, vienen 23. 7. y *treinta y seis avos*, por Area del Sector ABFC. de la qual quitando 12. de la diferencia dada, quedan 11. 7. y *treinta y seis avos*, por Area del segmento BFCO. con q̃ el Problema està resuelto.

COROLARIO.

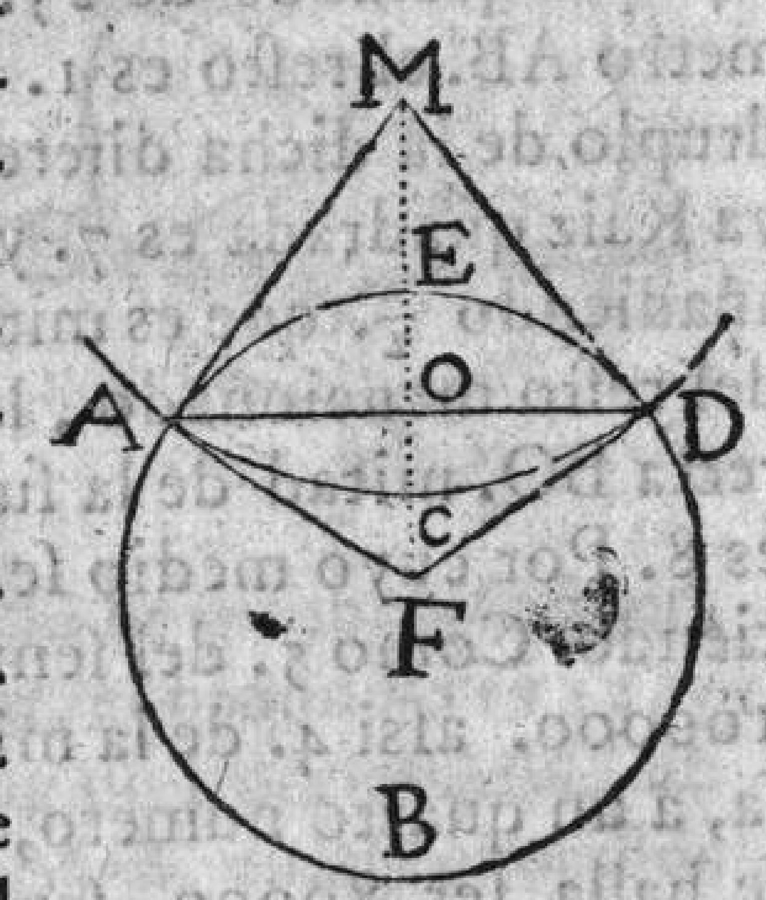
Claramente se infiere de la doctrina referida, que serà conocida la seccion de un Circulo por otro Circulo, si sus diametros, y arcos, que la comprehenden, son conocidos.

EN la figura siguiẽte, sea de 14. pies el diametro del Circulo ABDE. y la seccion curvilinea ACDE. es cortada por el Circulo ADC. cuyo centro es M. su diametro tiene 21. pies, y su arco ACD. tiene 12. pies, y el arco AED. vale 14. pies: con esta noticia se sabrà la Area de la seccion curvilinea ACDE. comprehendida de los dos arcos referidos. Primeramente se sabrà la Area del Sector AMDC. como se ha dicho; y despues se le quitarà la Area del triangulo Isosceles AMD. y en el residuo se tendrà la Area del segmento ACDO. Despues se sabrà la Area del Sector AEDE. y se le quitarà la Area del triangulo Isosceles AED. y en lo que quedare, se tendrà la Area del segmento AEDO. que junta con la Area del dicho segmento ACDO. en la suma se hallarà el valor de la Area de la seccion curvilinea ACDE. la qual quitada de la Area del Circulo ABDE. en el residuo se tendrà la Area de la otra seccion curvilinea ABDC. como se demuestra por los numeros siguientes.

CONCLUSION.

El Circulo ADC. cuyo centro es M. porque su diame-

diametro tiene 21. pies, su circunferencia tiene 66. y de ellos tiene $12\frac{1}{2}$ el arco ACD. que es basis del Sector MAD. Luego, como se ha dicho, multiplicando los $12\frac{1}{2}$. por la mitad del semidiametro MA. esto es, por $5\frac{1}{4}$. vienen 65. y 5. *octavos*, por Area del Sector AMDC. del qual se quitarà el triangulo Isosceles MAD. q̃ tiene $10\frac{1}{2}$. en cada uno de sus lados MA. MD. y la subtensa AD. se halla de casi 12. pies; y la perpendicular MO. de 8. y 2. *terceros*, la qual multiplicada por AO. esto es, por 6. mitad de la subtensa AD. el producto es 52. valor de la Area del triangulo MAD. que restados de los 65. y 5. *octavos*, Area del Sector AMDC. quedan 13. y 5. *octavos*, por Area de el segmento AODC. que se guarda para adelante.



Esto assi dispuesto, se passa al Sector FAED. cuyo arco AED. tiene 14. pies; y porque toda su circunferencia se halla tener 44. pies, el dicho arco es casi su tercia parte, y por consiguiente el Sector FAED. serà tambien proximamente la tercia parte de el Circulo ABDE. cuya Area es 154. pies, cuya tercia parte es 51. y 1. *tercero*, valor del Sector FAED. de el qual se quitarà el triangulo Isosceles FAD. que tiene 7. pies, por cada uno de los lados FA. FD. y la subtensa AO. se ha hallado valer 12. Luego, si se multiplica OF. por OD. (esto es, $3\frac{1}{2}$. por 6.) vendràn 21. por Area del triangulo Isosceles FAD. los quales quitados de 51. y 1. *tercero*, Area del Sector FAED. quedan 30. y 1. *tercero*, por Area del segmento AODE. y por consiguiente, el otro segmento AODB. tiene en su Area 123. y 2. *terceros*, de los quales quitando los 13. y 5. *octavos* del segmento AODC. que se guardò à parte, quedan 11. y 1. *veinte y quatro avos*, por Area de la secciõ curvilinea ACDB. pero juntando los mismos 13. y 5. *octavos* del segmento AODC. con los 30. y 1. *tercero* del segmento AODE. la suma es 43. y 23. *veinte y quatro avos*, Area de la otra seccion curvilinea AFDCA.

PROBLEMA XXV.

Dado el diametro de un Circulo, se pide el quadrado, cuya Area sea igual à la del mismo Circulo.

ESte Problema es uno de aquellos, cuya solucion Geometrica aun no se sabe, aunque muchos Autores graves, assi antiguos, como modernos, se han adelantado à divulgar la gloria de averla hallado, como le pareciò à Felipe Lansbergio; pero el ingeniosissimo Andresson promptamente diò à entender, en el orbe literario, el paralogismo de Lansbergio; y assi aqui el Problema tendrà solucion conforme à la doctrina de Archimedes, que dice: Como 14. à 11. assi el quadrado del diametro del Circulo à su Area: Luego, la Raiz quadrada de la Area serà el lado del quadrado proximamente igual al Circulo.

CONCLUSION.

SEa un Circulo, cuyo diametro es 6. pies y se pide el lado del quadrado, que sea igual al mismo Circulo, esto es, que la Area, ò superficie de el quadrado sea proximamente igual al Circulo. Como se ha dicho en el Problema 4. de este capitulo, multiplicando el quadrado del diametro, que es 36. por 11. el producto es 396. que partidos por 14. vienen al quociente 28. y 2. *septimos*, por Area del circulo, y por quadrado del lado del quadrado igual al circulo, y assi la Raiz quadrada de 28. y 2. *septimos*, es lado del quadrado proximamente igual al circulo, cuyo diametro es 6. pies.

PROBLEMA XXVI.

Dada la Area de un quadrado, se pide el diametro del Circulo, cuya Area sea igual à la del quadrado.

POr la doctrina precedente es constante, que como 11. à 14. assi la Area del quadrado dado, al quadrado del diametro de el circulo su igual proximamente: Luego, en la Raiz de este quadrado se tendrà el diametro, que se busca.

CONCLUSION.

SEa propuesto un quadrado, que su lado tiene 10. pies, cuya Area tiene 100. y se pide el diametro de un circulo, que su Area sea igual proximamente al quadrado propuesto. Para la resolucion se dirà: como 11. à 14. assi 100. Area del quadrado propuesto, al diametro, que se pide. Siguiendo la regla, multiplicando 100. por 14. el producto es 1400. y partidos por 11. vienen 127. y 3. *once avos*, cuya Raiz quadrada es ℞. 127. y 3. *once avos*; y lo mismo es el diametro del circulo igual proximamente al quadrado propuesto. Con lo que se finaliza este assumpto de *Geometria Selecta*, como extracto de lo mas especial, y primoroso de nuestra Geometria Universal, que està para salir al publico.

Erratas.

Pag. 13. col. 1. lin. penult. la suma, *lee* quadrado de la suma. Pag. 14. co. 2. lin. 33. partidos, *lee* partidos por. Pag. 25. col. 1. lin. 28. quadrado, *lee* quadruplo. Pag. 34. col. 1. lin. 25. es 25. *lee* es 35. Pag. 41. col. 1. lin. 34. siguiente, *lee* precedente. Pag. 41. colun. 2. lin. 7. siguiente, *lee* precedente. Pag. 49. col. 1. lin. 39. este capitulo, *lee* del capitulo 5.

F I N.

Mº Juan
de Avila