



VICINA  
CALCULO  
VAPOR Y GAS

R

3842

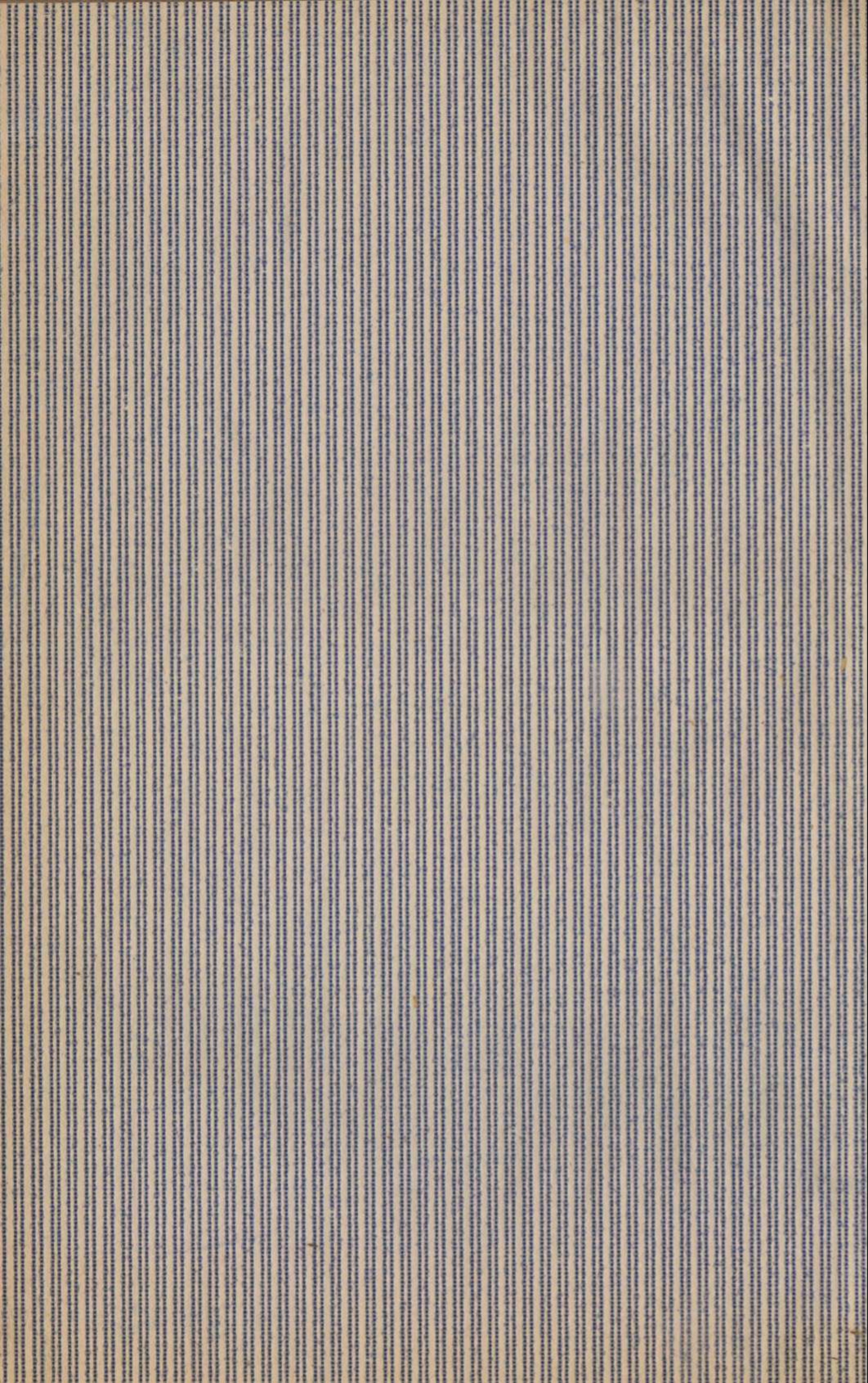
3842



42



[The remainder of the page contains a dense, repeating pattern of small, stylized floral or geometric motifs, which is the background for the entire page.]





$$= 3842 =$$

$$= \underline{13301} = +$$



TEORÍA Y CÁLCULO  
DE LAS  
MÁQUINAS DE VAPOR Y DE GAS  
CON ARREGLO Á LA TERMODINÁMICA.





# TEORÍA Y CÁLCULO

DE LAS

# MÁQUINAS DE VAPOR Y DE GAS

CON ARREGLO Á LA TERMODINÁMICA,

POR —

DON GUMERSINDO VICUÑA,

Ingeniero Industrial, Doctor en Ciencias,

Catedrático de Física-matemática de la Universidad de Madrid.



MADRID.

Imprenta de Manuel Tello, Isabel la Católica, 25.

1872.

A. 3842

TRONTO Y CALLE

1876

MANEJOS DE VAPOR Y DE GAS

ES PROPIEDAD DEL AUTOR

Este tratado es un tratado completo de las ma-  
quinas de vapor y de gas, incluyendo su descripción detallada,  
construcción y reparación, así como sus usos y aplicaciones.  
Es un libro que con la revisión de los últimos tratados  
Termodinámica, y que es tan práctico, especulativo y  
no práctico, en la descripción de las máquinas y exige  
por parte de nuestros lectores algunos conocimientos relativos a  
la descripción de las máquinas de vapor, bastando los que se en-  
cuentran en los libros elementales de física.  
Cálculase ordinariamente su motor estudiándose de ciertos  
datos prácticos que se han reconocido como buenos por los in-  
genieros y constructores. Este procedimiento, que se funda en el  
uso de coeficientes numéricos, ha dado lugar a la teoría de  
Pambour, que tuvo alguna aplicación hace años, pero que sin  
embargo, no satisface las exigencias de los ingenieros. Las  
modernas investigaciones de Clausius, Rankine, Zeuner, Hirn y  
algunos otros, han dado origen a la que vamos a exponer, ver-  
daderamente racional y satisfactoria, deducida de la Termodiná-  
mica—ó la ley mecánica del calor—ciencia de maravillosos  
resultados á pesar de su novedad.  
El uso de los coeficientes prácticos sirve cuando una par-

## PRÓLOGO.

---

No es nuestro ánimo publicar un tratado completo de las máquinas de vapor y de gas, incluyendo su descripción detallada, construcción y reparación, sino dar una idea clara y metódica de su teoría, en conformidad con la novísima ciencia llamada Termodinámica. Nuestra obra es, por lo tanto, especulativa y no práctica, en la acepción ordinaria de estas palabras, y exige por parte de nuestros lectores algunos conocimientos relativos á la descripción de las máquinas de vapor, bastando los que se encuentran en los libros elementales de Física.

Calcúlase ordinariamente un motor sirviéndose de ciertos datos prácticos que se han reconocido como buenos por los ingenieros y constructores. Este procedimiento, que se funda en el uso de coeficientes numéricos, ha desterrado á la teoría de Pambour, que tuvo alguna aceptación hace años, pero que, sin embargo, no satisfacía las exigencias de los ingenieros. Las modernas investigaciones de Clausius, Rankine, Zeuner, Hirn y algunos otros, han dado origen á la que vamos á exponer, verdaderamente racional y satisfactoria, deducida de la Termodinámica—ó teoría mecánica del calor;—ciencia de maravillosos resultados á pesar de su novedad.

El uso de los coeficientes prácticos sirve cuando más para

examinar una máquina ya construida. No basta tampoco conocer los diversos órganos de un aparato y sus funciones inmediatas, sino que es preciso darse cuenta de los fenómenos físicos que en su interior se verifican, á fin de poder apreciar claramente los efectos mecánicos que en su exterior se utilizan. No es suficiente, por lo tanto, que el ingeniero sepa dirigir una máquina; es preciso que conozca su teoría, con el propósito de hacer en sus órganos las modificaciones que pudieran ocurrir en virtud de algunas condiciones especiales de instalacion, variacion de la fuerza, etc. Solo el que tenga ideas exactas del modo de operar el flúido motor, podrá perfeccionar una máquina en que este funcione, para aplicar algun invento ajeno ó idear alguno propio. Basta que el obrero mecánico conozca empíricamente y como sirviéndose de recetas el uso de una máquina de vapor; pero el ingeniero debe saber no solo su anatomía sino tambien su fisiología, si aspira legítimamente al conocimiento completo del motor universal de nuestra época.

En su lugar demostraremos que en toda expansion del vapor de agua hay una condensacion parcial del mismo, lo cual explica que el aprovechamiento del calor en la máquina de vapor no es tan imperfecto como creia hace pocos años Mr. Regnault, y prueba al mismo tiempo la falsedad de la ley de Mariotte aplicada á este flúido. Estudiaremos, por lo tanto, la cantidad de vapor que se condensa durante la expansion, en funcion de las temperaturas extremas, y el trabajo equivalente á dicha condensacion. Daremos asimismo la teoría del inyector Giffard, que solo recibe una satisfactoria explicacion con la Termodinámica, y la de los tubos de conduccion de flúidos calientes, cuyo estudio es hoy tan sencillo como difícil era hace pocos años. Trataremos asimismo de la condensacion, distribucion, empleo del contravapor y otras cuestiones, evitando siempre el uso de coeficientes prácticos, como los de contraccion, por ejemplo, que harian per-

der á este libro su verdadero carácter, y que se hallan discutidos en todos los manuales prácticos.

Hemos procurado simplificar todo lo posible los elementos de Termodinámica que préviamente damos. Bien hubiéramos deseado suprimir de este libro el uso del Cálculo diferencial é integral, que quizás sea un obstáculo para que muchos le lean; pero esto es casi imposible en el estado actual de la ciencia. Precisamente algunas de las relaciones fundamentales de la teoría mecánica del calor, son las condiciones de integrabilidad de ecuaciones diferenciales, y en la parte de aplicación no es posible tampoco discutir algunos elementos sin el auxilio del Cálculo integral. De todos modos bueno es advertir que solo usamos fórmulas ó algoritmos elementales del Cálculo, y aún estos los detallamos en el texto, de tal suerte, que los recuerde todo el que los haya estudiado, aunque hayan trascurrido algunos años desde que no los maneja.

Hemos consultado las principales obras que sobre el asunto de la actual se han escrito, y preferentemente la de Briot (*Théorie mécanique de la Chaleur*, 1869), para los elementos de Termodinámica y teoría general de las máquinas; las de Zeuner (traducción del alemán con el mismo título y fecha que la anterior, por Arnthal y Cazin), y Combes (*Etudes sur la machine à vapeur*, 1869), para las cuestiones de alimentación, condensación, distribución y contravapor. Hemos leído asimismo la notable obra sobre Termodinámica del distinguido matemático español Sr. Echegaray, no concluida aún de publicar por su autor; las póstumas de Verdet, las de Hirn y Saint Robert; la especial sobre máquinas de aire caliente, de Cazin; las de Rankine y Reech, y otras ménos importantes. Respecto de obras españolas relativas á máquinas de vapor, citaremos, como más modernas, las lecciones del oficial de Artillería Sr. Perez (1868); la traducción hecha por el Sr. Malgor (*Catecismo de los maquinistas*, 1870), y los folletos de

los Sres. Alcover y Ximenez (1871) sobre tipos de máquinas de vapor el primero, y relativo el segundo al empleo del contravapor en las locomotoras.

Nada diremos aquí del plan que seguimos en esta obra, porque lo manifiesta con toda claridad la simple inspección de su índice, y nos limitamos á suplicar la indulgencia de nuestros lectores, por la brevedad con que hemos tratado algunas cuestiones, en gracia á la novedad de este estudio en nuestra pátria y aun en el extranjero. Nuestro único propósito es iniciar en España la nueva teoría de las máquinas de vapor, esperando que personas de mayor competencia escriban tratados más completos y perfectos, ya con sus propias investigaciones, ya dando cuenta, como nosotros lo hemos hecho, de las debidas á los físicos é ingenieros alemanes é ingleses, reflejadas frecuentemente en los autores franceses.

Enero de 1872.

# SECCION PRIMERA.

---

## ELEMENTOS DE TERMODINÁMICA.

---

### CAPÍTULO PRIMERO.

---

#### PRINCIPIOS FUNDAMENTALES.

**DEFINICION DE LA TEMPERATURA.** Si intentáramos escribir un tratado sobre la *Teoría mecánica del calor*, habríamos de comenzar nuestro trabajo exponiendo las fórmulas fundamentales de la Mecánica, para pasar desde ellas á los principios de dicha teoría, apoyándonos en alguna hipótesis y probando el teorema de la *conservacion de la fuerza* ó sea *correlacion de las fuerzas físicas*, ó en último término, el que demuestra la falsedad del llamado *movimiento continuo*. Pero nuestra tarea ha de limitarse á exponer, con la mayor sencillez posible, las ecuaciones que sirven de base á la moderna teoría de las máquinas térmicas, apoyándonos á veces en la experiencia, á fin de presentar de la manera más breve, y al propio tiempo más racional, la novísima teoría.

Puesto que vamos á ocuparnos del calor, en sus efectos por lo ménos, convendría definir este agente natural; pero tal propósito nos llevaria demasiado lejos, porque si bien se ha probado que no es un flúido especial, como hasta hace poco tiempo se suponía, sino una continuacion de la fuerza viva, surgen diversas opiniones, hipotéticas todas, sobre si las partes en movimiento son los ele-



mentos materiales, ó sus atmósferas etéreas, ó la combinación de ambas cosas. Nos limitamos únicamente á citar la sensación de calor como perfectamente conocida por todos, y la comparación entre varios objetos que las producen distintas en nosotros, nos da la idea de una cierta diferencia característica entre ellos llamada temperatura.

Si suponemos tres cuerpos:  $M$ ,  $N$ ,  $P$  que producen en nuestro tacto sensaciones distintas de calor, y que presentan por lo tanto diferentes temperaturas, y los colocamos en el orden indicado de tal suerte que la sensación debida al primero  $M$ , se conviene en llamar superior á la que nos produce el tercero  $P$ , vemos que hay diversos medios físicos de hacer que dicha última sensación llegue á ser análoga á la que produjo  $M$ , y pasará por estados intermedios, tales como el  $N$ . Dichos estados pueden diferenciarse en una cantidad muy pequeña, y de aquí la posibilidad de construir una escala de temperaturas.

Dada la imperfección de nuestro sentido del tacto, al ménos para apreciar pequeñas diferencias de temperatura, ocurrió á Galileo medir esta por sus efectos sobre el cambio de volúmen de los cuerpos, cambio que reconoce la misma causa que la temperatura, escogiendo aquellos que presentaran mayor regularidad en sus modificaciones de volúmen, y al mismo tiempo diferencias más sensibles. De aquí, el uso de los termómetros hechos con un líquido, y de los que contienen un gas, cuyas dilataciones son más sensibles y exactas que las de los líquidos.

Empléanse también en la práctica los termómetros hechos con cuerpos sólidos, pero se reservan generalmente para medir las temperaturas muy elevadas, y cuando las diferencias entre ellas son bastante considerables. Ni estos, ni los termómetros de líquidos, son tan regulares en sus dilataciones como los gases, ni tampoco son tan sensibles como estos, ó lo que es lo mismo, no experimentan tanta diferencia de volúmen para igual incremento de temperatura. Por estas razones se usan en todas las operaciones delicadas los termómetros de gases, y á ellos nos referimos en lo que hemos de decir ulteriormente.

Se admite que las diferencias de volúmen son proporcionales á las diferencias de temperatura; se fijan los límites 0 y 100 para

los fenómenos constantes de fusion y ebullicion del agua destilada al nivel del mar, llamando grados los puntos intermedios, y se define analiticamente la temperatura diciendo que es la *relacion del incremento de volúmen comparado con el que tiene el mismo cuerpo á 0°*. Asi, llamando  $t$  á la temperatura correspondiente al volúmen  $v$ , 100 á la que se relaciona con el volúmen  $v_1$ , y 0 á la referente al  $v_0$ , tenemos la proporcion

$$\frac{t}{100} = \frac{v - v_0}{v_1 - v_0};$$

ó sea

$$t = 100 \frac{v - v_0}{v_1 - v_0}. \quad (1)$$

De esta ecuacion se deduce

$$v = v_0 \left( 1 + \frac{v_1 - v_0}{100 \times v_0} t \right) = v_0 (1 + \alpha t); \quad (2)$$

si convenimos previamente en llamar

$$\alpha = \frac{v_1 - v_0}{100 \times v_0};$$

ó sea la centésima parte de la relacion del incremento de volúmen desde 100° á 0° al volúmen á 0°.

Puede definirse analiticamente la temperatura comparando el incremento de volúmen con el valor de este y no con el que tenia á 0°. Se llega de esta suerte á una fórmula exponencial, que no se usa comunmente, pero cuyos resultados analiticos son muy curiosos é interesantes. (\*)

**CALORÍA; VOLÚMEN; PRESION.** Hay un fenómeno general y perfectamente comprobado que se llama *equilibrio móvil de las tempe-*

(\*) Véase la *Nota* que va despues del *Apéndice*, titulada *Sobre la dilatacion de los cuerpos por el calor*.

*raturas*, y que consiste en la tendencia constante y continua á igualarse las temperaturas diferentes de varios cuerpos que se hallen inmediatos. No interesa á nuestro objeto examinar las diversas fases intermedias de este fenómeno, que constituyen la *Termostática*, ó sea teoría de la propagacion del calor. Cumple únicamente á nuestro propósito estudiar los efectos de este cambio de temperaturas, y algunos de los estados intermedios más singulares: tal es el fin de la *Termodinámica*.

Investigando los efectos producidos en el equilibrio móvil de temperaturas, se ha llegado á demostrar que un mismo cuerpo  $M$ , para bajar desde  $t'$  á  $t$  grados de temperatura, puede producir sobre otro  $N$  un cambio desde  $t''$  á  $t'''$ , y sobre otro  $P$ , un distinto cambio desde  $t^{iv}$  á  $t^v$ . En tal caso, sucede que el cuerpo  $N$ , con el cambio de  $t''$  á  $t'''$ , produce sobre el  $P$  el mismo ya citado de  $t^{iv}$  á  $t^v$ . De aquí se deduce que los dos sistemas caloríficos  $(N, t'', t''')$  y  $(P, t^{iv}, t^v)$  son *equivalentes*. Otro tanto podemos decir de un número cualquiera de sistemas térmicos.

Es por tanto indispensable fijar una unidad ó tipo de comparacion para apreciar la importancia de un fenómeno calorífico; esta unidad es la *caloria*. Suele definirse esta diciendo que es la cantidad de calor necesaria para elevar  $1^{\text{kg}}$ . de agua destilada líquida desde  $0^\circ$  á  $1^\circ$ , si bien el empleo de la palabra cantidad parece indicar algo material en el calor, y es por tanto una locucion viciosa. Se admite en general que pueden tomarse como límites  $n^\circ$  y  $(n + 1)^\circ$  para determinar la caloria.

La unidad caloria es, pues, distinta de la temperatura. Esta es la sensacion producida por el calor sujeta á medida; aquella es una idea más compleja. Así, partiendo de lo dicho, vemos que  $1^{\text{kg}}$ . de agua á  $25^\circ$  representa 25 calorías para pasar desde  $0^\circ$  á  $25^\circ$ , mientras que  $10^{\text{kg}}$ . de agua á la misma temperatura y con el mismo ascenso, representan 250 calorías.

Designaremos en lo sucesivo por  $Q$  el número de calorías á que equivale un fenómeno térmico; por  $v$  el volúmen específico del cuerpo, ó sea el que ocupa á la presión ordinaria—á  $0^{\text{m}},76$  de mercurio,—la unidad de peso, que es el kilogramo.

Llamaremos  $p$  á la presión ejercida por un cuerpo sobre la unidad de superficie, que es el metro cuadrado.

**TRABAJO EXTERIOR.** Un fenómeno térmico quedará perfectamente definido si conocemos una relación entre sus variables, esto es, si sabemos determinar la ecuación

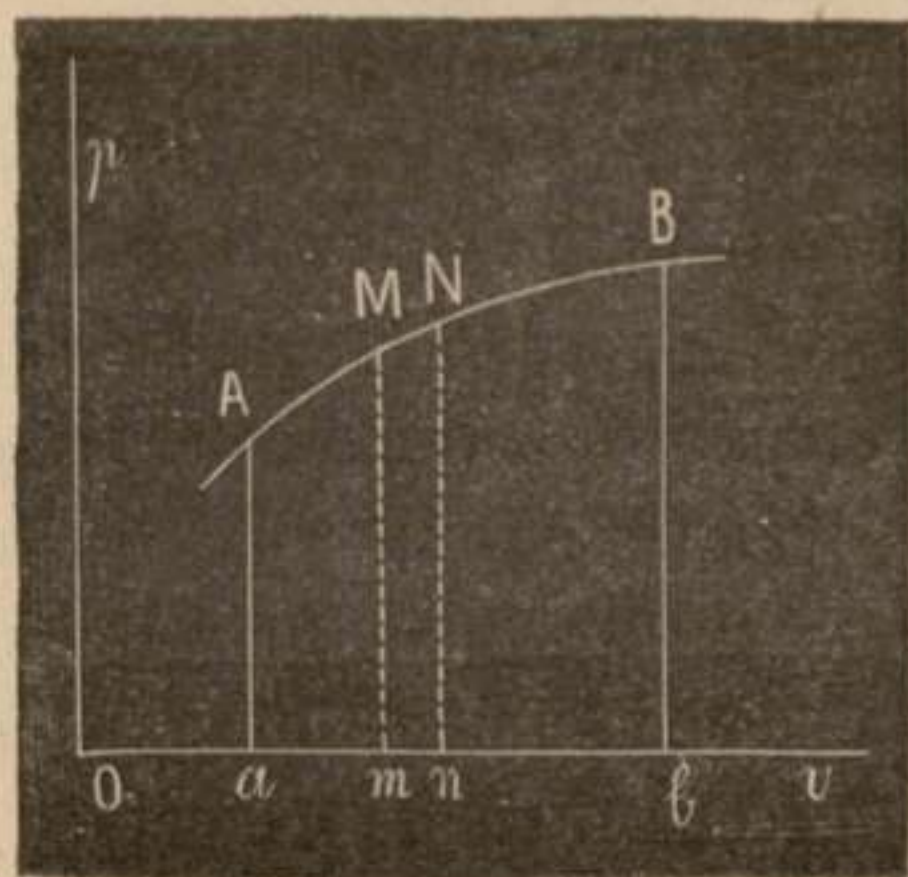
$$F(v, p, t) = 0 ; \quad (3)$$

en ella podemos despejar una de las variables en función de las otras dos que tomaremos como independientes, y tendremos los tres sistemas de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} t &= f(v, p) \\ v &= f_1(p, t) \\ p &= f_2(v, t) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

De estas ecuaciones pueden deducirse algunas consecuencias; pero es más sencillo apelar á otro procedimiento. Para exponerle nos conviene distinguir dos fases en el trabajo mecánico, siendo este el producto ideal de la fuerza por el espacio recorrido por su punto de aplicación, proyectado sobre aquella.

Estas dos fases son el trabajo interior y el exterior. El primero se emplea en vencer la cohesión y afinidad, y no diremos por ahora nada sobre él, con objeto de



(Fig. 1.ª)

no adelantar dogmáticamente, lo que hemos de probar muy pronto. La segunda fase del trabajo, llamada exterior, se refiere al que ha de vencer el cuerpo contra los objetos que le rodean al dilatarse uno ú otros y sufrir las presiones de estos. Para determinarle analíticamente, supongamos que prescindiendo por completo de la temperatura tomamos sobre el eje de abscisas (fig. 1.ª) los valores de los volúmenes, y sobre el de ordenadas los correspondientes de las presiones, y la curva  $AB$  representa los diversos estados por que pasa el cuerpo. El elemen-

to de su área,  $MNmn$  simboliza el elemento de trabajo exterior que es

$$dS' = p dv ; \quad (5)$$

y el área limitada  $ABba$  nos dará el trabajo total exterior á partir de los estados definidos por

$$\left. \begin{array}{l} v_0 = Oa \\ p_0 = aA \end{array} \right\} ; \quad \left. \begin{array}{l} v_1 = Ob \\ p_1 = bB \end{array} \right\} ;$$

luego

$$S = \int_{v_0}^{v_1} p dv ; \quad (6)$$

si la presión es constante y la  $AB$  una recta paralela á  $Ov$  será

$$S = p (v_1 - v_0) .$$

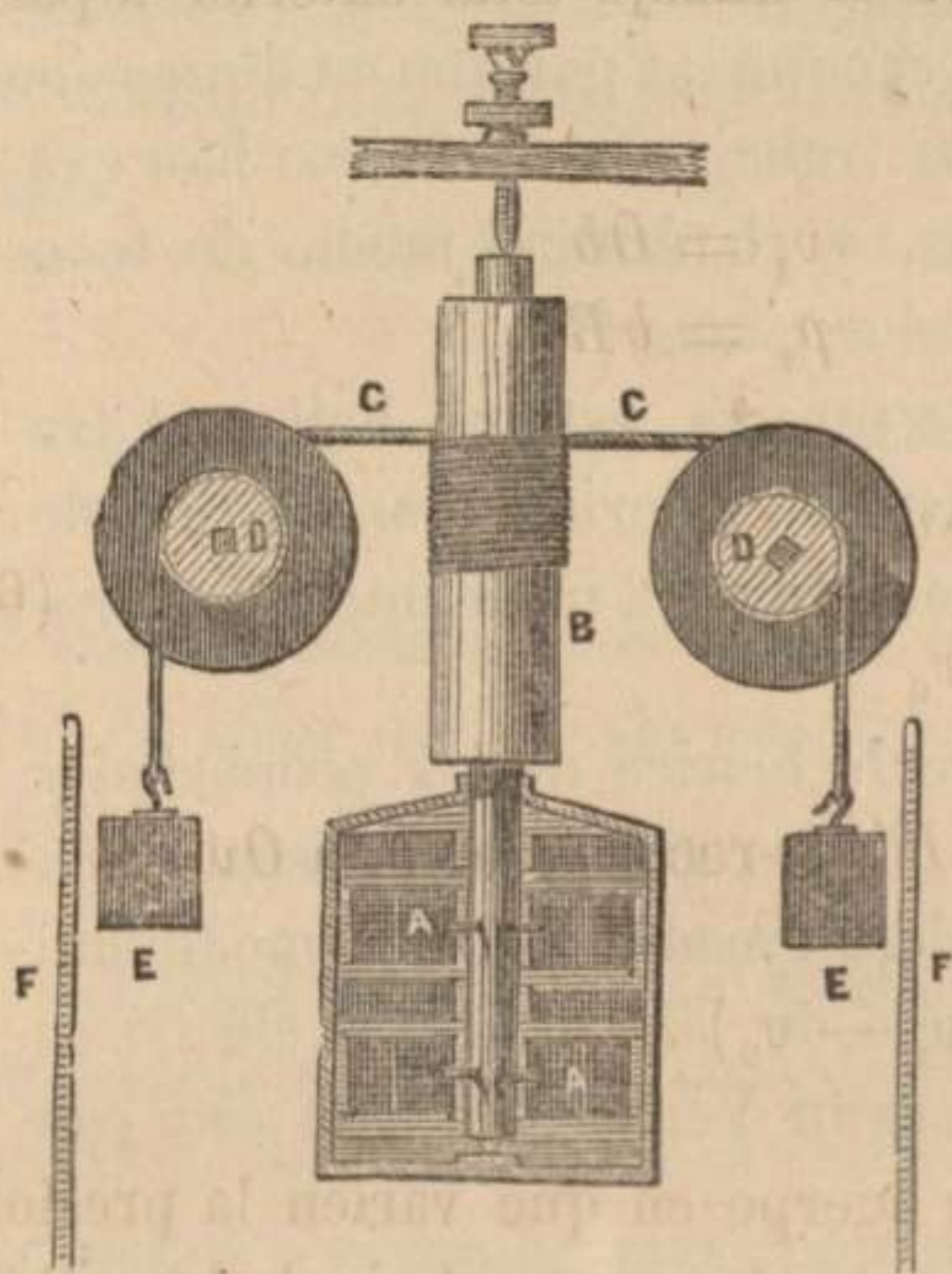
En toda transformación de un cuerpo en que varíen la presión y volumen, el área comprendida entre la curva, el eje de los volúmenes y las ordenadas extremas representa el trabajo exterior realizado.

**EQUIVALENTE MECÁNICO DEL CALOR.** Bien sabido era desde hace tiempo—sobre todo desde Rumfort en el pasado siglo—que el frotamiento, el choque, la compresión, hacen elevar la temperatura de un cuerpo y aumentan el número de calorías que este tiene. Pero lo que los modernos experimentos han probado, en confirmación de los principios indicados por Mayer en 1845, es que un mismo trabajo mecánico producido en un frotamiento, choque ó compresión, da por resultado un mismo número de calorías, y de aquí la inducción de la equivalencia entre el calor y el trabajo.

Los experimentos más concluyentes, relativos al frotamiento, son los del físico inglés Joule, verificados hácia 1845. En una cuba  $A$  hay un agitador de paletas sobre un eje que prolongado al exterior lleva arrollado en  $B$  un hilo  $C$  que pasa por dos poleas  $D$ , y cuelgan en sus extremos pesos  $E$ . Estas poleas lle-

van sus ejes sobre coginetes que producen frotamientos muy pequeños.

Supongamos ahora que en *A* se colocan  $2^{\text{kg}}$ . de agua á  $t^{\circ}$ , y que en tal estado se hace descender el peso *E*, hasta entonces sujeto por un medio cualquiera. Se



(Fig. 2.<sup>a</sup>)

Se mide sobre una escala *F* el espacio que este ha recorrido hasta el final del experimento, y el producto de esta distancia por la suma de los dos pesos *E* es el trabajo motor. Sea  $10^{\text{m}}$  la altura y  $85^{\text{kg}}$ . el peso que desciende, ó sea  $850$  kilogrametros de trabajo. Al concluir esta operacion se examinan los delicados termómetros que hay en la cuba, y se nota una temperatura de  $t^{\circ} + 1^{\circ}$ , ó sea un incremento de  $1^{\circ}$ ; lo cual corresponde á  $2^{\text{kg}}. \times 1^{\circ} = 2^{\text{cal}}$ . Si

prescindimos de las pérdidas por radiacion y de las resistencias pasivas, dada la buena construccion del aparato, tendremos la ecuacion de equilibrio

$$850^{\text{kgm.}} = 2^{\text{cal.}};$$

ó sea

$$1^{\text{cal.}} = 425^{\text{kgm.}} = E \quad (7)$$

Repitiendo el experimento con diversas cantidades de agua y distintos pesos, se obtiene siempre la misma relacion final.

Joule varió la cuba y paletas del agitador, haciéndolas sucesivamente de madera, hierro, bronce, etc.; varió asimismo el liquido y empleó el mercurio, y obtuvo siempre el mismo número (7) como resultado final, oscilando las diferencias desde  $425,92$  hasta  $426,5$ .

No se contentó con esto el distinguido físico inglés, sino que

ideó otro aparato en el cual el frotamiento era entre dos metales, y llegó al mismo resultado.

Un físico alemán, Edlund, examinó el efecto producido por la contracción de un alambre; un francés, Hirn, hacia chocar un trozo de hierro contra otro de plomo, y media, introduciéndolo en agua, el calor producido por este choque, al par que su dimension y altura de caída determinaban su trabajo. Otros físicos han examinado la compresion de los gases, y el término medio de todos estos experimentos da para  $E$  el valor citado (7).

Se ha hecho tambien la prueba inversa, esto es, hallar el trabajo producido por un cierto número de calorías, y se ha llegado, —aunque con mayores divergencias que en el problema anterior— al mismo resultado.

Se ha apelado asimismo al cálculo teórico de las propiedades, que, segun veremos, son propias de los gases, con arreglo á las indicaciones que guiaron al verdadero creador de la Termodinámica, Mayer, y, por último, al estudio de las corrientes eléctricas. Hé aquí los resultados obtenidos, segun Verdet, de todo este conjunto de investigaciones:

VALORES DEL EQUIVALENTE MECÁNICO DEL CALOR.

Naturaleza del fenómeno.	Nombres de los experimentadores.	Valores obtenidos.
Propiedades del aire. . . . .	Regnault, Moll y Beck.	426
Frotamiento. . . . .	Joule. . . . .	425
	Favre. . . . .	413
Trabajo de una máquina de vapor.	Hirn. . . . .	413
Calor de las corrientes inducidas.	Joule. . . . .	452
Calor de una máquina electro- magnética. . . . .	Favre. . . . .	443
Calor de un circuito de una pila de Daniell. . . . .	Weber. . . . .	420
	Joule. . . . .	
Calor de un hilo atravesado por corriente. . . . .	Quintus-Icilius. . . . .	400

El número intermedio es 424, pero el que se acerca á los ex-

perimentos más exactos, pues los últimos del cuadro tienen varias causas de error, es el 425 que adoptamos.

Este número  $E$  es lo que se llama el *equivalente mecánico del calor*, porque mide el número de unidades de *trabajo* en que se trasforma una de *calor*, ó recíprocamente el número de unidades de trabajo necesarias para transformarse en una de calor. La cantidad

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{425} = A,$$

se llama *equivalente calorífico del trabajo*, por ser la fracción de unidad de calor que puede pasar á ser una de trabajo y recíprocamente.

**ECUACION FUNDAMENTAL.** Puesto que el calor puede convertirse en trabajo mecánico y este se mide por la fuerza viva—mitad del producto de la masa por el cuadrado de la velocidad del centro de gravedad—podemos prescindir para sus efectos de toda hipótesis sobre aquel, y apreciarle como si fuera una fuerza viva.

Como quiera que en la naturaleza no hay creación de fuerza viva, sino simplemente transformación de esta, se designa hoy, á propuesta del ingeniero inglés Mr. Rankine, con el nombre de *energía total*, la suma de las fuerzas vivas de un sistema que consta de dos sumandos, uno la *energía actual*, ó sea fuerza viva de la Mecánica, el otro la *energía potencial*, ó sea la suma de acciones que pueden transformarse en fuerza viva. Entre estas tenemos un peso, por ejemplo, elevado á cierta altura, el cual podrá en su día descender de ella y producir una fuerza viva; tenemos también las acciones moleculares y el conjunto de trabajos absorbidos por un cuerpo al variar su estado térmico, llamado especialmente *energía calorífica*.

Resulta de esto que la energía potencial equivale al trabajo, y la actual á la fuerza viva.

Si, pues, llamamos  $U$  á la energía total de un cuerpo;  $\Delta U$  á la modificación que experimenta en un fenómeno;  $Q$  al número de calorías producido en el mismo, ó sea  $EQ$  su energía calorífica, y  $S$



el trabajo exterior vencido, esto es,  $-S$  el producido por el cuerpo, tendremos la ecuacion

$$\Delta U = EQ - S ;$$

ó sea

$$Q = A (\Delta U + S) ; \quad (8)$$

cuyos términos se miden todos en calorías. Esta ecuacion conviene al caso de movimiento absoluto del cuerpo ó de uno relativo á su centro de gravedad.

Si no hay trabajo exterior, esto es, si  $S = 0$ , todo el calor se emplea en las modificaciones moleculares, segun lo dice el caso particular de la (8)

$$Q = A. \Delta U.$$

Si por el contrario no hay desarreglo interior, ó las moléculas vuelven á su posicion primitiva, tendremos  $\Delta U = 0$ , y por tanto,

$$Q = AS ;$$

esto es, todo el trabajo es exterior.

La cantidad  $\Delta U$  equivale á la diferencia algébrica de los dos valores de la energia total al fin y al principio del fenómeno; si tomamos este limite como constante y aquel como variable, y diferenciamos esta expresion, resulta

$$d \Delta U = d(U - U_0) = dU.$$

Diferenciando ahora toda la ecuacion (8) resulta, segun lo expuesto, y recordando además la (5),

$$dQ = A (dU + pdv) \quad (9)$$

que es la ecuacion fundamental de la Termodinámica. Si

$$Q = \text{const.}, \text{ es } dU = -pdv ;$$

luego

$$U_2 - U_1 = - \int_{v_1}^{v_2} p dv ;$$

lo cual quiere decir que *cuando no hay pérdidas de calor la variación de la energía interior equivale á la del trabajo de las fuerzas exteriores.*

**ECUACIONES DE CLAUSIUS.** Se da el nombre de este distinguido físico-matemático alemán, al cual se debe la construcción deductiva de esta ciencia, á varias relaciones que se sacan de la (9).

Tomemos conforme á la (4) dos á dos las variables independientes sucesivas. Tendremos en el primer caso que la diferencial total de  $U$  será igual á la suma de sus diferenciales parciales, ó sea

$$dU = \frac{\partial U}{\partial v} dv + \frac{\partial U}{\partial p} dp ; \quad (*)$$

que sustituida en la (9) da

$$dQ = A \left( \frac{\partial U}{\partial v} + p \right) dv + A \frac{\partial U}{\partial p} dp ;$$

ó sea

$$dQ = X dv + Y dp ; \quad (10)$$

llamando

$$X = A \left( \frac{\partial U}{\partial v} + p \right) ; \quad Y = A \frac{\partial U}{\partial p} .$$

(\*) Adoptamos las características que usa Briot, por ser las más comunes y porque su modificación por racional que fuese, por ejemplo, la que propone el Sr. Echegaray en su Termodinámica, produciría más inconvenientes que ventajas, mientras no se generalizara. Aceptamos así mismo la  $\partial$  para designar una diferencial parcial, y la  $d$  para las totales ó de variables independientes; esto aclarará mucho la exposición, y es preferible al uso de un paréntesis que siguen algunos autores, si bien la mayoría no hace tal distinción.

De estas dos últimas deduzco por diferenciación

$$\frac{\partial X}{\partial p} = A \frac{\partial^2 U}{\partial v \partial p} + A ; \quad \frac{\partial Y}{\partial v} = A \frac{\partial^2 U}{\partial p \partial v} ;$$

de donde

$$\frac{\partial X}{\partial p} - \frac{\partial Y}{\partial v} = A ; \quad (11)$$

que es la primera ecuación de Clausius, y que nos prueba al propio tiempo la imposibilidad de integrar inmediatamente la (10), pues su condición de integrabilidad es

$$\frac{\partial X}{\partial p} - \frac{\partial Y}{\partial v} = 0 ;$$

ó sea, según la (11),  $A = 0$ , lo cual es imposible; pues  $A = \frac{1}{425}$ .

Si tomamos como variables independientes la  $t$  y la  $v$ , resulta

$$dU = \frac{\partial U}{\partial t} dt + \frac{\partial U}{\partial v} dv ;$$

que sustituida en la (9) produce

$$dQ = A \frac{\partial U}{\partial t} dt + A \left( \frac{\partial U}{\partial v} + p \right) dv ;$$

ó sea

$$dQ = c dt + l dv ; \quad (12)$$

llamando

$$c = A \frac{\partial U}{\partial t} ; \quad l = A \left( \frac{\partial U}{\partial v} + p \right) .$$

De estas dos últimas deduzco por diferenciación

$$\frac{\partial c}{\partial v} = A \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial v} ; \quad \frac{\partial l}{\partial t} = A \left( \frac{\partial^2 U}{\partial v \partial t} + \frac{\partial p}{\partial t} \right) ;$$

de donde

$$\frac{\partial l}{\partial t} - \frac{\partial c}{\partial v} = A \frac{\partial p}{\partial p}; \quad (13)$$

que es la segunda ecuacion llamada de Clausius, y que nos prueba que la (12) no es integrable inmediatamente, pues si lo fuera tendríamos

$$\frac{\partial l}{\partial t} - \frac{\partial c}{\partial v} = 0;$$

y por tanto  $A = 0$ , lo cual es imposible.

Si tomamos, por último, como variables independientes la  $t$  y la  $p$ , resulta

$$dU = \frac{\partial U}{\partial t} dt + \frac{\partial U}{\partial p} dp;$$

y además

$$dv = \frac{\partial v}{\partial t} dt + \frac{\partial v}{\partial p} dp;$$

que sustituidas en la (9) dan

$$dQ = A \left( \frac{\partial U}{\partial t} + p \frac{\partial v}{\partial t} \right) dt + A \left( \frac{\partial U}{\partial p} + p \frac{\partial v}{\partial p} \right) dp;$$

ó sea

$$dQ = C dt + h dp; \quad (14)$$

llamando

$$C = A \left( \frac{\partial U}{\partial t} + p \frac{\partial v}{\partial t} \right); \quad h = A \left( \frac{\partial U}{\partial p} + p \frac{\partial v}{\partial p} \right).$$

De estas dos últimas deduzco por diferenciacion

$$\frac{\partial C}{\partial p} = A \left( \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial p} + p \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial p} + \frac{\partial v}{\partial t} \right);$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = A \left( \frac{\partial^2 U}{\partial p \partial t} + p \frac{\partial^2 v}{\partial p \partial t} \right);$$

de donde

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial C}{\partial p} = -A \frac{\partial v}{\partial t}; \quad (15)$$

que es la tercera ecuacion de Clausius y que nos prueba que la (14) no es inmediatamente integrable, pues  $A > 0$ .

**FUNCION DE INTEGRABILIDAD.** Se sabe por el cálculo integral que si bien ninguna de las ecuaciones (10), (12) y (14), son directamente integrables, es posible hallar un factor algébrico, ó sea una funcion para cada una que la haga integrable. Sea, por ejemplo, en la última; y tendremos

$$\mu = F(t, p);$$

siendo  $\mu$  una constante. Diferenciando esta ecuacion resulta

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial t}}{\frac{\partial F}{\partial p}};$$

que identificada con la

$$C dt + h dp = 0;$$

da

$$\frac{C}{h} = \frac{\frac{\partial F}{\partial t}}{\frac{\partial F}{\partial p}};$$

ó sea

$$\frac{C}{\frac{\partial F}{\partial t}} = \frac{h}{\frac{\partial F}{\partial p}} = \lambda;$$

de donde

$$\frac{C}{\lambda} = \frac{\partial F}{\partial t}; \quad \frac{h}{\lambda} = \frac{\partial F}{\partial p}.$$

Si dividimos la (14) por  $\lambda$  y sustituimos en ella los dos últimos valores, resulta

$$\frac{dQ}{\lambda} = \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{\partial F}{\partial p} dp.$$

Pero este segundo miembro es la diferencial del valor de  $\mu$ ; luego

$$\frac{dQ}{\lambda} = d\mu. \quad (16)$$

Es por lo tanto  $\frac{1}{\lambda}$  el factor propio para hacer integrable la (14), y no es él solo, sino tambien toda funcion cuya derivada sea este valor multiplicada por una funcion cualquiera de  $\mu$ , aunque el más sencillo es el (16).

Si repetimos el mismo razonamiento sobre las ecuaciones (10) y (12) llegamos tambien á la (16).

**COEFICIENTES ESPECÍFICOS.** Los seis coeficientes de las fórmulas (10), (12) y (15) son

$$X, Y; \quad c, t; \quad C, h.$$

Los dos primeros no tienen hasta la fecha ninguna significacion fisica. El  $c$  se llama *calor específico á volúmen constante*, porque proviene de una ecuacion en la que  $t$  y  $v$  son las variables independientes, y si en ella se supone constante el volúmen, y que por tanto todo el calor se emplea en elevar la temperatura, resulta de la (12)

$$dQ = c dt;$$

ó sea

$$c = \lim \frac{\Delta Q}{\Delta t};$$

esto es, el limite de la relacion del incremento de calor al de temperatura, ó sea la cantidad en que aumenta la temperatura de un cuerpo cuyo volúmen es invariable cuando se le da una cierta cantidad de calorías y se prescinde por completo de la presion.

El coeficiente  $l$  se llama *calor latente de dilatacion*, pues si suponemos constante el volúmen en el cuerpo sometido á la variacion de calor, y por tanto empleándose todo este en el aumento de volúmen, la fórmula (12) da

$$l = \lim. \frac{\Delta Q}{\Delta v} ;$$

ó sea la relacion del incremento de calor al de volúmen;  $l > 0$  en casi todos los cuerpos; se exceptúa el agua entre  $0^\circ$  y  $4^\circ$ , la arcilla y alguno otro; en estos es  $l < 0$ , porque es  $\Delta v < 0$ .

El coeficiente  $C$  se llama *calor específico á presion constante*, porque proviene de la ecuacion (14) en que se prescinde del volúmen, y si en ella es constante la presion, esto es, si todo el calor se emplea en aumentar la temperatura del cuerpo resulta

$$C = \lim. \frac{\Delta Q}{\Delta t} .$$

El valor  $C$  es distinto del  $c$ , porque si bien en ambos casos solo varia la temperatura del cuerpo, en aquel se prescinde del volúmen, y en este de la presion, y se supone aquí constante el volúmen y allí la presion. A poco que se medite sobre el particular se nota que, ordinariamente, debe ser mayor  $C$  que  $c$  en un mismo cuerpo, puesto que en  $C$  puede variar el volúmen y en  $c$  la presion, y, por tanto, una parte del calor se emplea en el primer caso en el trabajo molecular. Más adelante insistiremos sobre este punto.

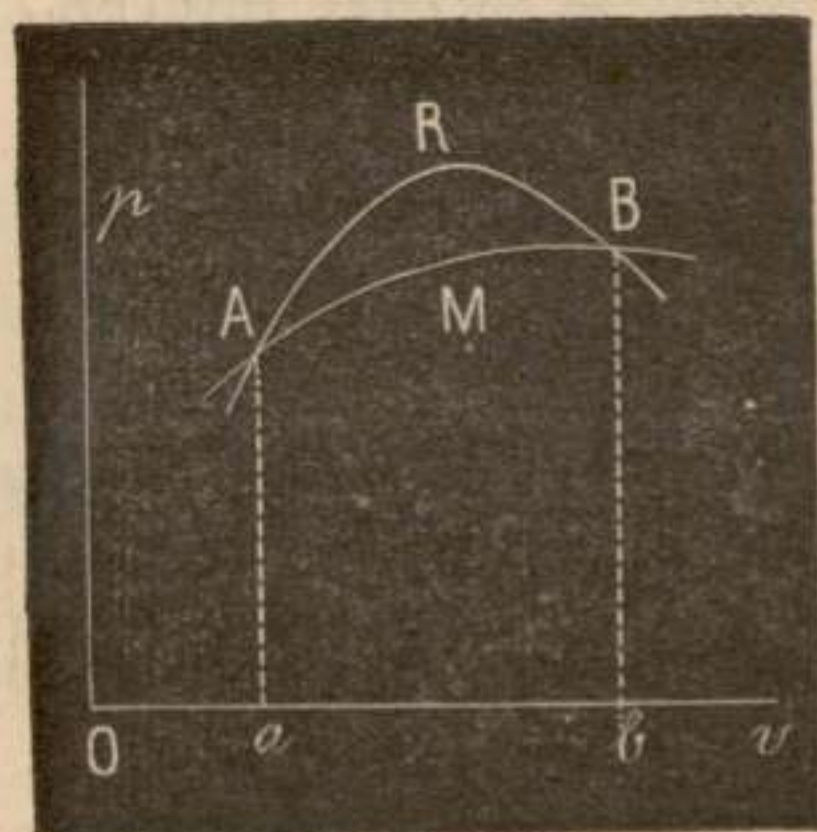
Por último,  $h$  no tiene tampoco nombre alguno, pero representa la variacion de la energía con la presion y la compresibilidad; así si  $U$  es independiente de  $p$ , tendríamos

$$h = Ap \frac{dv}{dp}$$

y entonces significa la compresibilidad del cuerpo.

**CICLOS DE CALOR.** Hemos dicho anteriormente (pág. 13) que po-

dia representarse por medio de una curva  $AMB$  los cambios de volumen y presión que experimenta un cuerpo desde el límite  $A$



(Fig. 5.ª)

al  $B$ . En el caso de la figura hemos tomado á  $p$  y  $v$  como variables, y esto suele hacerse generalmente refiriéndose á ellas todas las demás.

Con dicha referencia tendremos así varias curvas, por ejemplo, la  $ARB$  además de la  $AMB$ ; pues bien, si existe un conjunto de estas curvas entrando en ellas valores constantes de la temperatura ó número de calorías, de tal suerte, que forme un contorno cerrado de cualquier forma, se dice que hay un ciclo de calor.

Si las diversas trasformaciones experimentadas por el cuerpo en todo este ciclo son tales que pueden deshacerse en orden inverso al de su generacion, se dice que el ciclo es *reversible*. Así será cuando en la figura sigue el cuerpo un cambio de estados de equilibrio en la curva inferior y en el sentido  $AB$ , pasando inmediatamente á otra série de estados por la superior en el  $BRA$ , si es posible que en tal caso pase el cuerpo por los estados citados en orden inverso, ó sea segun la representacion  $ARBA$ . Un cuerpo que se dilata y efectúa un cierto trabajo, si vuelve á su posicion primitiva contrayéndose por recibir un trabajo igual al anterior, pero de signo contrario, sigue un ciclo reversible. El frotamiento produce una cantidad de calor; pero en la inversa esta no dá un frotamiento, y, por tanto, no se puede formar en este caso un ciclo reversible.

Un mismo ciclo puede ser recorrido varias veces por un cuerpo cuando, volviendo al estado primitivo, se reproducen las mismas fases que anteriormente.

Tres clases de líneas consideramos en un ciclo, á saber, aquellas en que la funcion equivale á un valor constante de la temperatura, ó sea

$$t = f(v, p);$$

pues si  $t$  fuera variable, representaria una superficie y no una cur-



va. Esta clase de líneas se llaman *isotermas*, ó de igual temperatura.

Puede suceder tambien que sea constante la *energía* interior, ó trabajo molecular de un cuerpo  $U$ , y entonces la ecuacion es

$$U = F(v, p);$$

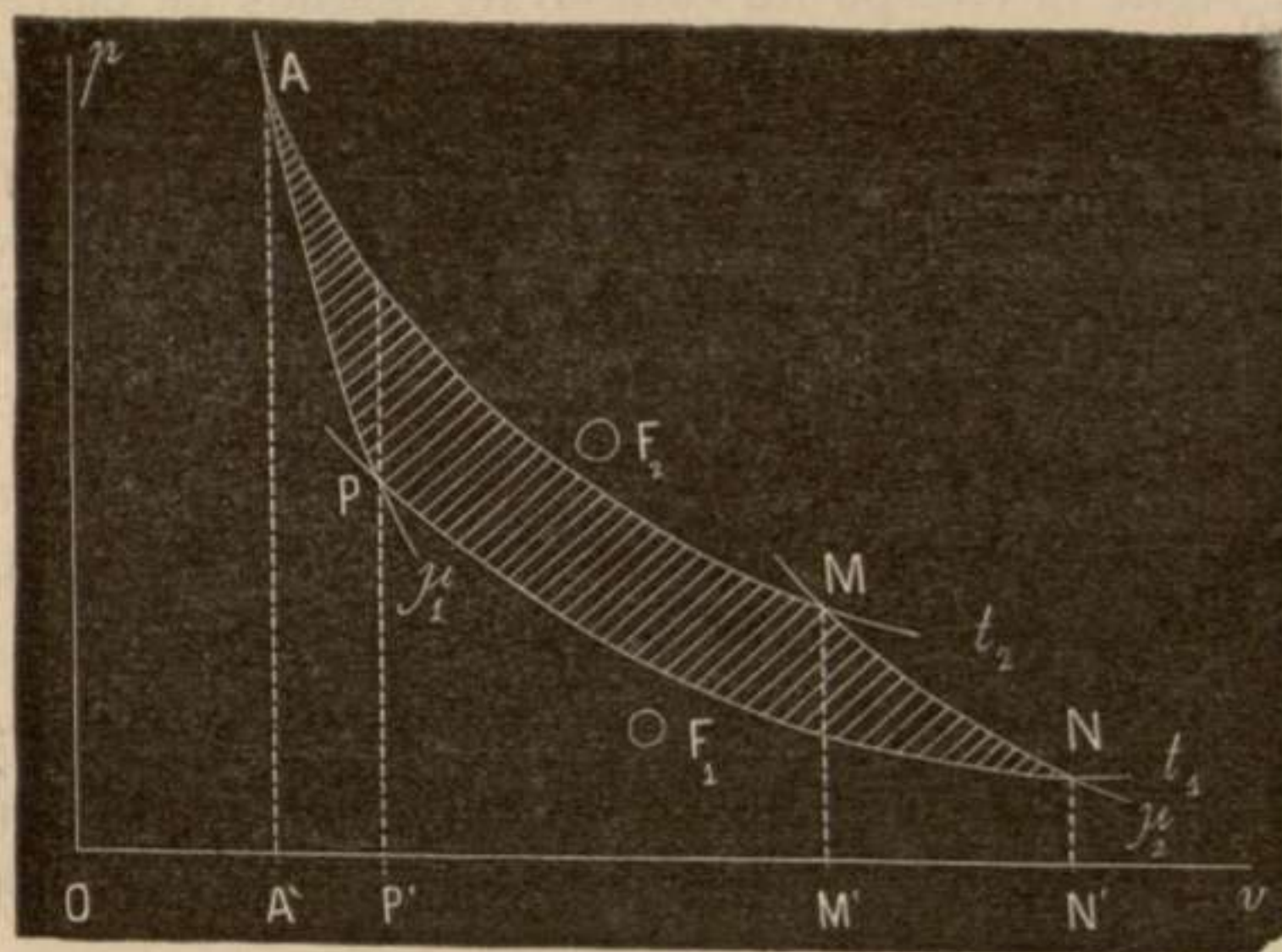
siendo  $U$  constante. Esta clase de líneas pueden llamarse *isodinámicas*, ó de igual energía.

Por último, si es constante la cantidad de calor, esto es  $\mu$ , (16), tendremos

$$\mu = \varphi(v, p).$$

Esta clase de líneas se llaman *adiabáticas*, ó de nula trasmision de calor.

**CICLO DE CARNOT.** Designase con este nombre, en honor de uno de los iniciadores de la Termodinámica, el ciclo compuesto de dos



(Fig. 4.<sup>a</sup>)

líneas isotermas  $AM$  y  $NP$  á temperaturas  $t_2$  y  $t_1$ , y de dos adiabáticas  $AP$  y  $MN$ , cuyos números de calorías son  $\mu_2$  y  $\mu_1$ .

Para darnos cuenta clara del modo con que un cuerpo ha de recorrer este ciclo, supongamos

que existen dos elementos materiales auxiliares  $F_2$  y  $F_1$  que llamamos *focos de calor á temperatura constante*, tales que pueden suministrar indefinidamente calor á otro cuerpo de temperatura inferior, conservándose constante la suya; ó absorberla de otro á temperatura superior con igual conservacion de la suya propia.

Tal sucede, por ejemplo, en una mezcla de hielo y agua; tal, con pequeño error, en un cuerpo de gran masa y que se enfria lentamente.

El cuerpo cuyo ciclo es la figura 4.<sup>a</sup> comienza, por ejemplo, á disminuir de calor; pero si en aquel mismo momento está en contacto con el foco  $F_2$ , va tomando de este la necesaria, de tal suerte, que su temperatura permanece constante  $t_2$ , y sigue en su representacion la linea isoterma  $AM$ . Sea  $Q_2$  la cantidad de calor que toma el cuerpo en cuestion del foco  $F_2$ ; este calor se trasforma en energia interior y en un trabajo exterior medido por el área del trapecio  $AMM'A'$  (pág. 14).

Veamos lo que sucede en el paso del cuerpo desde la temperatura  $t_2$  á la  $t_1$ , conservándose constante la cantidad de calor que posee, esto es, durante la trasformacion representada por la linea adiabática  $MN$ .

La figura indica que se produce en este caso (pág. 14) un trabajo exterior, expresado por el trapecio  $MNN'M'$ , el cual habrá de provenir de la energia interior del cuerpo, puesto que no recibe calor en el trayecto.

En la trasformacion isoterma siguiente, esto es, en  $NP$ , notamos una direccion opuesta á la  $AM$ , lo que nos dice que así como allí tomaba calor y lo trasformaba en trabajo, aqui cederá calor y absorberá trabajo. Sucederá, pues, lo siguiente: su temperatura será en todo este tiempo  $t_1$  y cederá al foco  $F_1$  una cantidad de calor que llamamos  $Q_1$ , de la que una parte se emplea en variar la energia interior, y otra en producir un trabajo negativo representado por el área  $NN'P'P$ .

En la trasformacion adiabática última crece la temperatura desde  $t_1$  á  $t_2$ , sin dar ni recibir calor, y hay una trasformacion de la energia interior en trabajo negativo expresado por el área  $PP'A'A$ .

Al llegar al punto de partida estamos en las mismas condiciones que al principio, y podemos recomenzar la trasformacion y continuarla un número  $m$  de veces. En cada una de ellas toma el cuerpo  $Q_2$  calorías de  $F_2$  y deja  $Q_1$  en  $F_1$ , ganando una cantidad  $Q_2 - Q_1 = Q$ , y como el cuerpo efectúa un ciclo, esto es, vuelve á su estado primitivo, no habrá trabajo alguno consumido en las

variaciones moleculares, porque este se devuelve integralmente al llegar al mismo estado de equilibrio. De aquí resulta que en la ecuación (8) es  $\Delta U = 0$ , y por tanto

$$Q = AS; \text{ ó sea } S = EQ = E(Q_2 - Q_1); \quad (17)$$

luego todo el calor  $Q_2 - Q_1$ , diferencia del tomado en el foco superior al entregado en el inferior, se transforma *exclusivamente* en trabajo exterior. Este trabajo será la diferencia del positivo y negativo del ciclo, esto es,

$$AMM'A' + MNN'M' - NN'P'P - PP'A'A = AMNP;$$

de donde resulta este principio: *la cantidad de calor trasformada en trabajo en un ciclo de Carnot, equivale á la área del mismo ciclo.*

Si razonamos del mismo modo siguiendo un orden inverso á partir de  $A$ ; esto es, desde  $A$  á  $P$ , desde  $P$  á  $N$ , etc., se repiten todas las consideraciones anteriores y se llega al mismo resultado. El ciclo es, pues, reversible y puede recorrerse de este modo  $n$  veces consecutivas.

**POSTULADO DE CLAUSIUS.** Del uso de los ciclos de Carnot vamos á deducir uno de los principios más interesantes para la teoría de las máquinas térmicas, que suele conocerse en algunos autores con el nombre de teorema de Carnot, y en otros con el más significativo de *principio de igual rendimiento*. Pero con objeto de dar una verdadera demostración matemática de esta proposición, conviene exponer previamente un verdadero postulado, que muchos admiten como un axioma. Carnot no lo necesitaba ciertamente, porque partía de un concepto material del calor, y suponía erróneamente que en su ciclo era siempre  $Q_2 = Q_1$ . Las modernas teorías nos inducen á que siempre es  $Q_2 > Q_1$ , si  $t_2 > t_1$ ; pero lo cierto es que se ha podido demostrar teóricamente este aserto; el cual constituye el postulado de Clausius.

El ser  $Q_2 > Q_1$ , equivale á decir que la transformación se ha efectuado con un gasto de trabajo, y corresponde al principio general de que no puede hacerse gratuitamente ningun cambio de

estado de equilibrio ; pero esto es cuando más una aplicacion, pero no una demostracion.

Un ejemplo aclarará estas ideas. Supongamos el hogar de una máquina de vapor: hé aquí  $F_2$  y su temperatura  $t_2$ ; trasportémoslos luego idealmente al condensador de la misma máquina  $F_1$ , cuya temperatura  $t_1$  es inferior á la anterior, y al que cede el vapor un número de calorías  $Q_1$  cuando durante el mismo tiempo ha tomado  $Q_2$  del hogar. Si prescindimos de las pérdidas y las suponemos nulas, no querrá esto decir que  $Q_2 = Q_1$ , ó sea que todo el calor del hogar se trasporta al condensador, pues entonces el trabajo mecánico que la máquina trasmite á los talleres donde se utiliza industrialmente, se haria á expensas de la nada, ó sea gratuitamente, y tendríamos así una *creacion* de trabajo y no una transformacion. Esto se opone á la ecuacion fundamental (3) y á lo que la sana razon dicta respecto de todos los procesos ó transformaciones naturales.

**PRINCIPIOS DE IGUAL RENDIMIENTO.** *Sea cualquiera el cuerpo que funciona, segun ciclos de Carnot, iguales ó desiguales, pero con los mismos limites de temperatura, se conserva constante la relacion del calor tomada positiva ó negativamente de un foco á la trasformada en trabajo.*

Si  $Q_2$  es la cantidad tomada al foco  $F_2$  de temperatura  $t_2$  por un cuerpo *agua*, por ejemplo, y  $Q_1$  la que cede al inferior  $F_1$  de temperatura  $t_1$ , siendo  $t_2 > t_1$ ; y si  $Q'_2$  y  $Q'_1$  son las correspondientes para otro ciclo con los mismos valores  $t_2$   $t_1$ , pero con otro cuerpo *éter*, por ejemplo, el enunciado nos dice que

$$\frac{Q_2}{Q_2 - Q_1} = \frac{Q'_2}{Q'_2 - Q'_1} \quad (18)$$

ó bien

$$\frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{Q'_1}{Q'_2 - Q'_1}.$$

Partamos de la primera de estas relaciones, de la cual deducimos

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q'_2 - Q'_1} = \frac{Q_2}{Q'_2};$$

y llamemos

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q'_2 - Q'_1} = \frac{m}{n}; \quad (19)$$

siendo  $m$  y  $n$  números enteros. Si la igualdad que vamos á demostrar no se cumpliera, sería

$$\frac{Q_2}{Q'_2} > \frac{m}{n}; \quad \text{ó bien} \quad \frac{Q_2}{Q'_2} < \frac{m}{n};$$

esto es

$$nQ_2 - mQ'_2 > 0; \quad \text{ó bien,} \quad mQ'_2 - nQ_2 > 0. \quad (20)$$

Fijémonos en la primera y supongamos que el cuerpo *agua* recorre su ciclo  $n$  veces en un sentido, y el cuerpo *éter* recorre su ciclo  $m$  veces en un sentido opuesto al análogo del otro ciclo. En el primero se habrá ganado un trabajo (17) total

$$nE(Q_2 - Q_1),$$

y en el segundo se habrá ganado, por ir en sentido inverso, una cantidad negativa de trabajo

$$-mE(Q'_2 - Q'_1);$$

luego el trabajo total ganado será

$$nE(Q_2 - Q_1) - mE(Q'_2 - Q'_1);$$

cuya ecuación, según la (19), es

$$nE(Q_2 - Q_1) - mE(Q'_2 - Q'_1) = 0. \quad (21)$$

El foco  $F_2$  da al cuerpo *agua* un número de calorías  $nQ_2$  y al *éter*  $-mQ'_2$ ; pierde, pues, dicho foco un trabajo equivalente expresado por

$$E(nQ_2 - mQ'_2) = nE(Q_2 - Q_1) - mEQ'_2 + nEQ_1.$$

El otro  $F_1$  gana con el cuerpo *agua*  $nQ$ , y con el *éter*  $-mQ'_1$ , en todo un trabajo equivalente expresado por

$$E(nQ_1 - mQ'_1) = mE(Q'_2 - Q'_1) + nEQ_1 - mEQ'_2.$$

Restando esta cantidad de la anterior, se destruyen por el juego de los signos sus últimos términos — dos de cada una, — los anteriores dan un resultado nulo por la (21), luego hay una transformación de calor de  $F_2$  á  $F_1$ , sin consumo alguno, contra el postulado de Clausius; lo cual proviene de haber admitido la primera desigualdad (20).

Partiendo de la segunda desigualdad (20) se llega al mismo absurdo.

Resulta, pues, que

$$\frac{Q_2}{Q'_2} = \frac{m}{n};$$

y por tanto, según la (19), queda probada la relación (18). Un cambio de antecedentes demuestra la que sigue á esta, ó sea,

$$\frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{Q'_1}{Q'_2 - Q'_1}. \quad (22)$$

**COROLARIOS DE ESTE PRINCIPIO.** El primero es deducir de la proporción (18) la siguiente

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q'_1}{Q'_2};$$

ó sea, *la relación de la cantidad de calor tomada en un foco á la dejada en otro, es la misma para todos los cuerpos que funcionan en ciclos de Carnot, si las temperaturas de los focos son invariables.*

En la ecuación (16)  $Q$  es una función final expresada en calorías y  $\mu$  es de la misma especie; pero el primer miembro es integrable gracias al factor  $\frac{1}{\lambda}$ , y de aquí que en la representación de

las líneas adiabáticas usemos  $\mu$  y no  $Q$ .

Vemos, por otra parte, en el ciclo de Carnot, que la cantidad

de calor  $Q_2$  tomada del foco  $F_2$  depende de la temperatura  $t_2$  de este, de la naturaleza del cuerpo que sirve de vehiculo de este calor para trasportar una parte  $Q_1$  á  $F_1$  y convertir la diferencia  $Q_2 - Q_1$  en trabajo y de la temperatura  $t_1$  de este foco. Así para un mismo cuerpo solo dependen  $Q_2$  y  $Q_1$  de  $t_2$  y  $t_1$ ;

$$Q_2 - Q_1 = f(t_2, t_1).$$

De este razonamiento se deduce que el factor propio  $\frac{1}{\lambda}$  (16) para integrar las ecuaciones de Clausius (pág. 25), es funcion únicamente de la temperatura, y el mismo para todos los cuerpos en todos sus estados, esto es,

$$\lambda = \varphi(t). \quad (25)$$

Más adelante veremos que esta es una funcion lineal de la forma  $a + t$ .

Si consideramos ahora en la figura 4.<sup>o</sup> dos lineas adiabáticas infinitamente próximas, tendremos,  $\mu_1 = \mu$ ;  $\mu_2 = \mu + d\mu$ ; pero en este caso hay una trasformacion infinitesimal, la cual se efectúa segun la ecuacion (16); luego sustituyendo en esta tendremos para la  $AP$ ,

$$Q_1 = \lambda_1 d\mu \quad ;$$

y para la  $MN$

$$Q_2 = \lambda_2 d\mu \quad ;$$

de donde

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad ;$$

y por la (25)

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\varphi(t_1)}{\varphi(t_2)}$$

La funcion (25) es la misma para todos los cuerpos, puesto que por el colorario anterior es

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q'_1}{Q'_2}$$

De aquí se deduce, sustituyendo en la (22) y aplicándola á un cuerpo cualquiera,

$$\frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{\varphi(t_1)}{\varphi(t_2) - \varphi(t_1)}. \quad (24)$$

## CAPÍTULO II.

### GASES Y VAPORES.

**ECUACION DE CLAPEYRON.** Además de la definicion que se da en los tratados elementales de lo que es un gas, recordemos que las leyes de Mariotte y Gay-Lussac caracterizan y distinguen el estado gaseoso de todos los demás. La primera nos dice que las presiones que experimenta una masa finita y constante de un gas están en razon inversa de los volúmenes que ocupa; de modo que si para un caso el volumen es  $v$ , específico si se quiere, y la presión  $p$ , puede ser por unidad, y para el otro son  $v'$  y  $p'$ , tendremos

$$vp = v'p'. \quad (1')$$

La ley de Gay-Lussac dice que el coeficiente de dilatacion  $\alpha$  de los gases es invariable, sea cualquiera su temperatura, y el mismo para todos ellos; luego la ecuacion (2) es la misma para todos.

La exactitud de ambas leyes caracteriza los gases teóricos; para los reales existen irregularidades en ambas leyes, pero sin error sensible las supondremos exactas.

Si tomamos el volumen  $v'$  á la presión  $p_0$  tendremos, por la ley de Gay-Lussac,

$$v' = v_0 (1 + \alpha t); \quad (2')$$

y por la de Mariotte

$$vp = v'p_0;$$



que identificada con (1') da

$$p' = p_0 \cdot$$

Si multiplicamos el primer miembro de la (2') por  $p'$  y el segundo por  $p_0$ , y ponemos en vez de  $p'v'$  su valor  $p_0v$ , tendremos

$$pv = p_0v_0(1 + \alpha t);$$

$\alpha$  es una constante cuyo valor admitimos sea  $\frac{1}{273} = 0,00566$  (\*); llamemos  $a$  á su cantidad recíproca ó sea 273, de donde la ecuación anterior se convierte, sacando  $\alpha$  factor común en la siguiente

$$pv = \alpha p_0v_0(a + t).$$

Por la ley de Gay-Lussac es  $\alpha$  constante para todos los gases;  $p_0$  es un número, luego  $\alpha p_0$  es una misma cantidad para todos los gases; el volumen  $v_0$  es fijo para cada gas, luego  $\alpha p_0v_0$  es la misma cantidad para cada gas; llamémosla  $R$  y la fórmula anterior se convierte en

$$pv = R(a + t);$$

cambiando de variable, ó haciendo

$$a + t = 273 + t = T$$

será

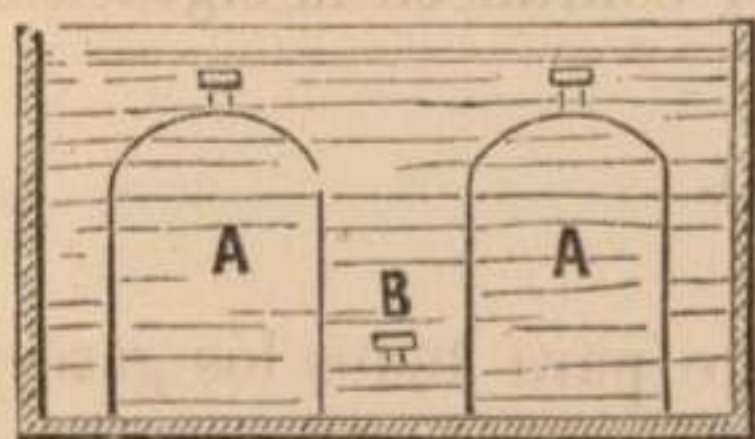
$$pv = RT; \quad (5')$$

que es la ecuación llamada de Clapeyron, en honor de este distinguido ingeniero. Notemos que es  $dt = dT$ ,

(\*) Según los novísimos experimentos de Mr. Amagat (*Archives des sciences*: Ginebra. Abril, 1871), este número es algo mayor para el ácido sulfuroso y el carbónico; y el término medio para el aire entre 0° y 250° es 0,00367. Su valor disminuye algo con la elevación de la temperatura,

En el cambio de variable que acabamos de hacer hemos aumentado la temperatura en la constante  $a$ , lo que equivale á escoger el 0 de esta á 273 debajo del 0 del termómetro. Las temperaturas  $T$  contadas desde este punto, las llamamos *absolutas*, porque se demuestra en la teoría de los gases, deducida de la Termodinámica, que para dicho 0 no hay energía potencial en el cuerpo, ni por lo tanto calor ni temperatura. Como no hemos de tratar de este asunto, nos limitamos á admitir dicho nombre como expresando una idea, cuya utilidad podremos apreciar bien pronto.

**LEY DE JOULE.** Este físico renovó en mejores condiciones algunos experimentos de otros sábios; colocó dos cilindros metálicos



(Fig. 5.ª)

iguales  $A$  (fig. 5.ª), unidos por un tubo provisto de una llave  $B$ , en un calorímetro de agua, y llenó uno con aire á 22 atmósferas é hizo el vacío en el otro. Abriendo luego la llave del tubo de union, se precipitaba el aire de un cilindro en el otro hasta quedar en am-

bos á 11 atmósferas, calentándose sensiblemente el tubo; pero el agua del calorímetro no acusaba aumento alguno de temperatura.

La ecuacion (9) nos dice, aplicada á este caso, que pues el calor  $Q$  no varia, es  $dQ = 0$ , y pues no se realiza ningun trabajo exterior es  $p dv = 0$ , y por tanto  $dU = 0$ , ó sea

$$U = \text{const.}$$

Esto es, *la energía interior de los gases es independiente del volumen que afectan*, y, como consecuencia, *solo depende de su temperatura*.

Joule repitió sus experimentos separando los dos cilindros en dos calorímetros iguales y á igual temperatura antes del trasvase del gas. Hecho esto notó que el ocupado por el aire á 22 atmósferas se enfriaba, y el que estaba vacío se calentaba; pero que el calor perdido por el uno era exactamente igual al ganado por el otro; lo cual confirma la ley citada. Repitió los experimentos con diversos gases obteniendo siempre la misma consecuencia,

De esta ley experimental deducimos que el valor de  $c$  que era (12) una derivada parcial se convierte en total, pues  $U$  solo depende de  $t$ . Esto es

$$c = A \frac{dU}{dt};$$

y cambiando  $t$  en  $T$ , será

$$c = A \frac{dU}{dT} \quad (4')$$

y pues

$$\frac{\partial U}{\partial v} = 0, \text{ es } l = \Lambda p.$$

En el valor de  $C$  (14) sucede lo mismo, y además conocemos el valor de  $\frac{\partial v}{\partial t}$  por la (3'), pues dá esta

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial T} = \frac{R}{p};$$

y por tanto sustituyendo en el valor de  $C$  (14), será

$$C = A \left( \frac{dU}{dT} + R \right). \quad (5')$$

Vemos, pues, que  $C$  y  $c$  solo dependen de  $T$ ; restando las ecuaciones (5') y (4'), resulta

$$C - c = AR; \quad (6')$$

cantidad constante para cada gas, por serlo  $R$  (pág. 54), y por tanto

$$\frac{C - c}{v_0} = A \frac{R}{v_0} = A \alpha p_0; \quad (7')$$

constante para todos los gases (pág. 54), lo cual se enuncia diciendo que *la diferencia de ambos calores específicos referida á la unidad de volúmen es constante para todos los gases.*

De la ecuacion (6') se deduce

$$\frac{1}{A} = E = \frac{R}{C - c};$$

con auxilio de cuya fórmula calculó Mayer el valor del equivalente mecánico del calor. El primer valor del cuadro (pág. 16) se ha obtenido por este medio, que dá para el hidrógeno  $E = 425,5$ , y para el nitrógeno  $E = 454,5$ , como limites extremos.

Volviendo á la (14) vemos que siendo  $U$  independiente de  $p$  nos queda

$$h = Ap \frac{\partial v}{\partial p};$$

y tomando esta derivada en la (5'),

$$\frac{\partial v}{\partial p} = -\frac{RT}{p^2} = -\frac{v}{p};$$

resulta

$$h = -Av. \quad (8')$$

Notemos que en la (10) no hay  $t$  como variable, y por tanto parece no cuadrar á ella la ley de Joule directamente, pero si indirectamente, porque  $p$  depende de  $t$ ; así en ella es

$$\frac{\partial U}{\partial p} = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial v} = 0$$

y queda

$$Y = 0; \quad X = Ap. \quad (9')$$

FORMA GENERAL DE LA FUNCION DE INTEGRABILIDAD. Hemos probado (pág. 25) que habia una funcion de integrabilidad, que era la misma para las tres ecuaciones (10), (12) y (14); hemos visto tambien (pág. 52) que esta funcion lo es solo de la temperatura, y la misma para todos los cuerpos en todos sus estados, y aunque no hubiéramos demostrado que solo dependia de la temperatura, lo probaríamos ahora directamente.

Así tomando  $t$  y  $p$  como variables (pág. 24) tengo, sustituyendo los valores  $C$  (5') y  $h$  (8') en la (14), resulta

$$dQ = A \left[ \left( \frac{dU}{dT} + R \right) dT - v dp \right];$$

y poniendo en vez de  $v$  su valor sacado de la (5') es

$$EdQ = \left( \frac{dU}{dT} + R \right) dT - \frac{RT}{p} dp;$$

y dividiendo por  $T$

$$E \frac{dQ}{T} = \left( \frac{dU}{dT} + R \right) \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p};$$

en cuya ecuación están separadas las dos variables y es por consiguiente perfectamente integrable.

El factor propio es  $\frac{1}{T}$ , siendo

$$T = a + t = 273 + t = \frac{1}{\alpha} + t;$$

y por tanto tendremos para todos los cuerpos en todos sus estados

$$\lambda = T.$$

Pudiera haberse demostrado esto mismo partiendo de la (12) y mejor aún de la (10), pues en esta por las (9') tengo

$$dQ = A p dv;$$

pero sustituyendo el valor de  $p$  sacado de la (5') da

$$dQ = A R \frac{dv}{v} T;$$

y dividiendo por  $T$

$$\frac{dQ}{T} = AR \frac{dv}{v}; \quad (10')$$

que es integrable.

APLICACION AL CICLO DE CARNOT. Puesto que  $\lambda$  ó sea el  $\varphi(t)$  de la ecuacion (24) es aquí  $T$ , resulta que esta se convertirá en la siguiente:

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_1} \quad (11')$$

cuya ecuacion general para toda clase de cuerpos y estados que siguen un ciclo de Carnot, nos dice que *la relacion de la cantidad de calor tomada por un cuerpo desde un foco á otro á la trasformada en trabajo, es la misma que la de la temperatura absoluta del primero á la diferencia de temperatura de ambos focos*. Esto es, que dicha relacion solo depende de las temperaturas absolutas de los focos, siempre en el supuesto de seguir el cuerpo un ciclo de Carnot.

Así, por ejemplo, sea un foco á  $200^\circ$  centigrados, esto es,  $T_2 = 273 + 200 = 473$ ; y sea el otro á  $50^\circ$  ó sea  $T_1 = 273 + 50 = 323$ , tendremos

$$\frac{\text{Calor cedido á } F_1}{\text{Calor trasf. en trabajo}} = \frac{323}{473 - 323} = 2,158$$

Del mismo modo hallaremos

$$\frac{\text{Calor tomado de } F_2}{\text{Calor trasf. en trab.}} = \frac{473}{473 - 323} = 3,158$$

De aquí ó de lo anterior (pág. 55), se deduce

$$\frac{\text{Calor tomado de } F_2}{\text{Calor cedido á } F_1} = \frac{3,158}{2,158} = 1,46.$$

Este es uno de los caracteres distintivos de la temperatura lla-

mada absoluta, á saber: que sirve para medir los *desniveles* de calor, cosa que no sucede con la ordinaria.

**LÍNEAS DE TRASFORMACION DE LOS GASES.** La experiencia ha probado que el calor específico á presión constante  $C$  de un cuerpo es independiente de su temperatura para los gases, luego según la (6') el calor específico á volumen constante  $c$ , es también constante en cada gas. Más aún, se ha visto también experimentalmente que el calor específico á presión constante para la unidad de volumen es constante en todos los gases, esto es,  $\frac{C}{v_0} = \text{const.}$ ; luego según la (7') es también  $\frac{c}{v_0} = \text{const.}$

De la primera de estas leyes se deduce la ecuación de las líneas adiabáticas en los gases, pues sustituyendo la (6') en la (10'), resulta

$$\frac{dQ}{T} = (C - c) \frac{dv}{v} ;$$

y pues el primer miembro vale  $\mu$  integrado (16), resulta

$$\mu = (C - c) \log. v + \log. B = \log. B v^{C-c} ;$$

llamando  $\log.$  el logaritmo neperiano y  $\log. B$  la constante de la integración.

Por la ley de Mariotte tengo  $vp = v_0 p_0$ , de donde

$$v^{-c} = \frac{p^c}{p_0^c v_0^c} ;$$

que sustituido en la anterior da

$$\mu = \log. \frac{B}{p_0^c v_0^c} v^c p^c .$$

Disponiendo de  $B$  de tal suerte que

$$\frac{B}{p_0^c v_0^c} = 1;$$

resulta

$$\mu = \log. p^c v^c;$$

ó sea

$$e^{\mu} = v^c p^c \quad (12')$$

Si pues  $\mu$  se conserva constante, esta ecuacion representa las líneas adiabáticas (pág. 26) en los gases. De aquí se deduce  $p^c v^c = \text{const.}$ , llamada por algunos ley de Poisson, en honor del ilustre matemático francés de este nombre que la inició.

La ecuacion (12') puede tambien escribirse

$$p_0 v_0^{\frac{c}{C}} = p_1 v_1^{\frac{c}{C}};$$

indicando los indices dos valores correspondientes á dos casos distintos de un mismo gas. Para el aire es  $C = 0,2575$ ;

$$c = 0,1686, \text{ luego } p_0 v_0^{1,4} = p_1 v_1^{1,4}$$

Las líneas isotermas (pág. 26) son para los gases las expresadas en la ecuacion de Clapeyron (5').

Las líneas isodinámicas (pág. 26), son en los gases las mismas que las isotermas, puesto que la energía interior  $U$  de un gas, solo depende la temperatura segun la ley de Joule, y se desprende de la (5') que si  $U$  es constante, esto es,  $dU = 0$ , tambien será  $dT = 0$ , ó sea  $T = \text{const.}$ , lo que significa que un gas sigue á la vez una línea isoterma y otra isodinámica confundidas en una sola.

De la ecuacion (4') se desprende tambien que pues  $c$  es constante en cada gas, será integrando, á partir de  $T = 0$ ,

$$U_2 - U_0 = cET_2; \quad (15')$$

esto es, la energía interior de un gas es proporcional á la temperatura



*absoluta*, y de aquí la justificación de este calificativo, pues para  $T = 0$  no habrá energía, y habremos por tanto llegado al cero absoluto.

Las líneas isothermas (5') de los gases, son hipérbolas equiláteras, pues dicha ecuación es la de una hipérbola referida á sus asíntotas y estas, que son los ejes, son rectangulares. Las adiabáticas (12') son líneas hiperbólicas cuyas asíntotas son también los ejes, pero que se acercan más rápidamente al de abscisas  $v$  que al de ordenadas  $p$ , por ser  $C > c$ . La figura 4.<sup>a</sup> representa las curvas adiabáticas  $\mu$  y las isothermas  $t$ .

VAPORES SATURADOS. Pasemos á ocuparnos actualmente del estudio de los vapores. No es nuestro ánimo examinar en este sitio los diversos estados físicos ni sus cambios con arreglo á lo que nos enseña actualmente la Termodinámica (\*), por no ser esta cuestión esencial para el estudio de las máquinas térmicas, aunque sí muy curioso y notable bajo diversos aspectos. Nos limitaremos únicamente al exámen de las propiedades de los vapores, como base de los principios racionales que presiden al motor más general de la industria moderna.

Tenemos que distinguir desde luego dos estados diversos en un vapor, uno cuando á la menor disminución del calor ó aumento de presión hay una condensación parcial, en cuyo caso se llama *saturado*, y otro en que no sucede esto y se llama *no saturado, aislado, dilatado ó recalentado*. A medida que en este último va disminuyendo su temperatura ó aumentando la presión que sobre él se ejerce, tiende hácia el primer estado, y llega á él no bien alcanza ciertos valores de estas dos últimas variables, los cuales son siempre los mismos para cada cuerpo.

De aquí se deduce que podemos considerar un gas como un vapor cuyo estado de saturación está lejano, y á esto pueden también atribuirse las discrepancias del ácido carbónico en las leyes de Gay-Lussac y Mariotte, respecto de otros gases, toda vez que aquel ha podido liquidarse, y, por tanto, hallarse antes verdaderamente saturado.

(\*) Véase el Apéndice.

En el estado de saturacion hay una relacion constante para cada cuerpo entre la temperatura y presion.

Esta relacion es meramente empirica, y hay diversas fórmulas que tratan de determinarla. Damos la siguiente con arreglo á los cálculos de Combes:

$$\text{Log. } p = a - b \epsilon^t; \quad (14')$$

siendo  $a$   $b$  y  $\epsilon$  tres constantes cuyos valores van en el siguiente cuadro:

DATOS PARA LA PRESION DE LOS VAPORES SATURADOS.

CUERPOS.	$a$	Log. $b$	Log. $\epsilon$	Límites de $t$
Agua. . . . .	5,4233117	0,6821547	$\bar{1},9972311$	- 20 á 220
Sulfuro de carbono.	5,0330157	0,4680207	$\bar{1},9970960$	- 20 á 140
Eter. . . . .	5,1783777	0,4647731	$\bar{1},9970503$	- 20 á 120
Cloroformo. . . . .	5,0858959	0,5167502	$\bar{1},9971359$	+ 20 á 164

Así pueden obtenerse los números siguientes:

TEMPERATURAS ORDINARIAS DE LOS VAPORES SATURADOS.

Presion en atmósferas.	Agua.	Sulfuro de carbono.	Éter.	Cloroformo.
1	100,00	46,254	34,956	60,180
2	120,60	69,251	55,866	82,587
3	133,91	84,456	69,607	97,550
4	144,00	96,174	80,211	109,041
5	152,22	105,863	88,961	118,563
6	159,22	114,209	96,473	126,784
7	165,34	121,593	103,085	134,082
8	170,81	128,252	109,005	140,664
9	175,77	134,342	114,369	146,706
10	180,31	139,972	119,389	152,343

Para el vapor dilatado la relacion es más compleja y no como la anterior  $p = f(t)$ ; ó  $t = \varphi(p)$ ; sino,

$$\psi(v, p, t) = 0. \quad (15')$$

Si el vapor está en contacto con el liquido que lo produce, se halla saturado, y de aquí el nombre de *aislado* que puede darse en el otro caso. Si se toma una cantidad de vapor saturado y se la aisla del liquido, calentándola luego, se aleja cada vez más de la saturacion, y de aquí el nombre de vapor *recalentado*.

Un gas real es un vapor muy lejano de su punto de ebullicion, un gas teórico lo es mucho más; pero un vapor no obra nunca como un gas, y, por tanto, no pueden aplicarse á él los principios especiales de los gases que hemos indicado. Solamente algunos vapores excesivamente recalentados podrian considerarse aproximadamente como gases. De aquí dimanar los errores de las teorías usuales de las máquinas de vapor, cuando los autores quieren considerar este fluido como un gas.

Nos toca, pues, examinar en este punto sus principales propiedades, limitándonos á los producidos por ebullicion y no por evaporacion.

**CALOR TOTAL DE VAPORIZACION.** El calor específico á presion constante, ó sea  $C$ , de los vapores, varia con la temperatura, segun manifiesta la experiencia. Esto nos dice tambien que la temperatura de ebullicion disminuye con la presion, y al propio tiempo varia el calor latente, esto es, el número de calorías que necesita un kilogramo del cuerpo para convertirse en vapor, el cual es fijo para cada cuerpo siempre que no cambien su temperatura ni presion. Se sabe tambien que aquella es inalterable mientras dura el fenómeno, si esta última no varia. Hay reciprocidad en el fenómeno inverso, y el vapor al condensarse cede el calor que necesitó á iguales condiciones de presion y temperatura.

Se llama calor total de vaporizacion el que necesita la unidad del cuerpo para pasar desde la temperatura  $o$  del liquido á la  $t$  del

vapor saturado, que es la misma de su ebullicion. Hé aqui los valores dados por Regnault en fórmulas empíricas:

$$\begin{aligned} \text{Agua..} & \dots \dots \dots Q = 606,5 + 0,505 t. \\ \text{Sulfuro de carbono..} & \dots \dots \dots Q = 90,0 + 0,146 t - 0,00041 t^2. \\ \text{Éter..} & \dots \dots \dots Q = 94,0 + 0,450 t - 0,00055 t^2. \\ \text{Cloroformo.} & \dots \dots \dots Q = 67,0 + 0,157 t. \end{aligned}$$

Los valores empiricos de los calores llamados latentes, y más exactamente *de vaporizacion*, para los cuatro cuerpos citados, son:

$$\begin{aligned} \text{Agua.} & \dots \dots \dots L = 606,5 - 0,695 t - 0,00002 t^2 - 0,0000005 t^5. \\ \text{Sulfuro de} & \left. \begin{array}{l} \text{carbono.} \end{array} \right\} L = 90,0 - 0,089 t + 0,000049 t^2. \\ \text{Éter..} & \dots \dots \dots L = 94,0 - 0,079 t + 0,000851 t^2. \\ \text{Cloroformo.} & \dots \dots \dots L = 67,0 - 0,095 t + 0,000051 t^2. \end{aligned}$$

Los calores especificos medios á una atmósfera de presión son:

$$\begin{aligned} \text{Vapor de agua..} & \dots \dots \dots C_1 = 0,4305 \text{ (entre } 100^\circ \text{ y } 250^\circ). \\ \text{Id de sulfuro de carbono..} & \dots \dots \dots C_1 = 0,1615 \text{ (entre } 80^\circ \text{ y } 250^\circ). \\ \text{Id Éter..} & \dots \dots \dots C_1 = 0,4780 \text{ (entre } 60^\circ \text{ y } 250^\circ). \\ \text{Id Cloroformo..} & \dots \dots \dots C_1 = 0,1567 \text{ (entre } 120^\circ \text{ y } 250^\circ). \end{aligned}$$

MEZCLA DE LÍQUIDO Y VAPOR. Supongamos 1<sup>kg.</sup> de un cuerpo á  $t^\circ$  de temperatura; sea  $x$  la parte de vapor en peso, y por tanto  $1 - x$  la de líquido;  $v$  el volúmen específico (pág. 12) de la mezcla;  $v'$  el del líquido, y  $v''$  el del vapor, tendremos la relacion siguiente:

$$v = v'' x + v' (1 - x) = (v'' - v') x + v'.$$

Si suministramos  $dQ$  calorías á esta mezcla, de tal suerte que su temperatura crezca en  $dt$ , se descompondrá aquella en tres partes, destinada una á calentar la parte líquida, otra la de vapor, y la tercera á trasformar una parte de líquido en vapor. El primer su-

mando exigirá, tomando á  $t$  y  $x$  como variables independientes, y á  $p$  como función de la primera, la cantidad de calor (14)

$$(1 - x) \left( C + h \frac{dp}{dt} \right) dt = K (1 - x) dt ;$$

haciendo

$$K = C + h \frac{dp}{dt} .$$

El segundo sumando necesitará

$$x \left( C' + h' \frac{dp}{dt} \right) dt = K' x dt ;$$

siendo

$$K' = C' + h' \frac{dp}{dt} ;$$

y  $C'$  y  $h'$  los valores correspondientes al estado de vapor. Esta cantidad  $K'$  se llama *calor específico del vapor saturado seco*, porque se compone del calor específico á presión constante y del aumento que produce la variación de la presión ó sea la compresibilidad (pág. 24).

El tercer sumando será  $L \cdot dx$ , llamando  $L$  al calor latente que corresponde á la temperatura  $t$ . Tendremos, pues,

$$dQ = K (1 - x) dt + K' x dt + L dx ;$$

ó sea

$$dQ = K dt + (K' - K) x dt + L dx . \quad (16')$$

Esta ecuación se hará integrable con el factor  $\frac{1}{T}$  (pág. 58), ó

sea

$$\frac{dQ}{T} = \frac{K + (K' - K) x}{T} dT + \frac{L}{T} dx ;$$

cuyo segundo miembro nos dará, por ser integrable,

$$\frac{K' - K}{T} = \frac{d \frac{L}{T}}{dT} = \frac{1}{T} \frac{dL}{dT} - L \frac{1}{T^2};$$

ó sea

$$\frac{dL}{dT} = \frac{L}{T} + K' - K. \quad (17')$$

Si diferenciamos la ecuacion que nos daba  $v$  en funcion de  $x$ , tenemos

$$dv = (v'' - v') dx + \left( \frac{d(v'' - v')}{dt} + \frac{dv'}{dt} \right) dt;$$

que sustituida en la fundamental (3) tomada para un crecimiento infinitesimal de la energia interior que es

$$dQ = A (dU + pdv);$$

produce despejando esta y poniendo por  $dQ$  su valor (16')

$$A dU = \left[ K + (K' - K) x - Ap \frac{d(v'' - v')}{dt} x - Ap \frac{dv'}{dt} \right] dt \\ + [L - Ap(v'' - v')] dx.$$

Por ser integrable el miembro de esta ecuacion lo es el segundo, lo cual da para este la ecuacion de condicion

$$K' - K - Ap \frac{d(v'' - v')}{dt} \\ = \frac{dL}{dt} - Ap \frac{d(v'' - v')}{dt} - A(v'' - v') \frac{dp}{dt}.$$

Sustituyendo en el segundo miembro el valor tomado de la (17') y omitiendo los términos que se destruyen, resulta

$$0 = \frac{L}{T} - A (v'' - v') \frac{dp}{dt} ;$$

ó sea

$$\frac{L}{T} = A (v'' - v') \frac{dp}{dT} . \quad (18')$$

Si despejamos  $K' - K$  en la (17') y lo sustituimos en la siguiente á la (16'), resulta

$$\frac{dQ}{T} = \frac{K}{T} dT + x d \frac{L}{T} + \frac{L}{T} dx ;$$

ó sea

$$d\mu = \frac{K}{T} dT + d \frac{Lx}{T} ; \quad (19')$$

que integrada nos da un valor en el cual si  $\mu$  es constante, tendremos la ecuacion de las líneas adiabáticas de los vapores.

**DENSIDAD DE LOS VAPORES SATURADOS.** De la ecuacion (18') deduzco

$$v'' = v' + \frac{425 L}{T} \frac{dp}{dT} ;$$

la cual da el valor del volumen específico  $v''$  del vapor, y por tanto su densidad, en función del respectivo del agua  $v'$ , cuyas variaciones con la temperatura son fáciles de calcular, de  $L$  ó calor latente, de  $T$  y del incremento  $\frac{dp}{dT}$  de la presión con la temperatura que puede obtenerse con bastante aproximación con una tabla análoga á la segunda de la pág. 45 aunque más completa. Hé aquí

algunos números que entresacamos de las tablas dadas por Zeuner. En ellas  $p$  está en milímetros de mercurio. Con su auxilio podemos calcular  $v''$ .

## DATOS DE LOS DIVERSOS VAPORES.

CUERPOS.	$T$	$p$	$\frac{dp}{dT}$	$L$
Agua. . . . .	373	760,000	27,189	536,500
" . . . . .	383	1075,370	36,212	529,409
" . . . . .	393	1491,280	47,348	522,294
" . . . . .	403	2030,280	60,873	515,153
" . . . . .	413	2717,630	77,060	507,985
" . . . . .	423	3581,230	96,171	500,788
" . . . . .	433	4651,620	118,455	493,359
" . . . . .	443	5691,660	144,138	486,298
" . . . . .	453	7546,390	173,423	479,002
" . . . . .	463	9442,700	206,478	471,670
" . . . . .	473	11688,960	243,438	464,300
Sulfuro de carbono. . .	323	857,07	27,157	84,31
" " . . .	343	1552,09	43,181	81,34
" " . . .	363	2619,08	64,406	77,97
" " . . .	383	4164,06	90,972	74,21
" " . . .	403	6291,60	122,573	70,05
" " . . .	423	9095,94	158,497	65,50
Eter. . . . .	313	907,04	31,242	89,48
" . . . . .	333	1725,01	51,709	86,20
" . . . . .	353	3022,79	79,327	82,23
" . . . . .	373	4953,30	115,313	77,58
" . . . . .	393	7719,20	163,979	72,26
Cloroformo. . . . .	343	1042,11	32,393	60,11
" . . . . .	363	1865,22	50,816	58,05
" . . . . .	383	3110,54	74,645	55,95
" . . . . .	403	4885,10	103,549	53,81
" . . . . .	423	7280,62	136,584	51,63

Para el vapor de agua dicho cálculo es interesantísimo, y ponemos aquí algunos de sus valores tomados de las tablas de Zeuner:



## DATOS DEL VAPOR DE AGUA SATURADO.

PRESION.			TEMPERATURA.		Peso de 1 <sup>m</sup> cúbico. $\frac{1}{v''}$ Kg.	Diferencia de volúmenes específicos. $v'' - v'$
Atmós- feras.	En mm. de mercurio.	Sobre 1 <sup>m</sup> cuadrado. $p$ Kg.	Ordinaria. $t$	Absoluta. $T$		
0,1	76	1033,4	46,21	319,21	0,0687	14,551
0,2	152	2066,8	60,45	333,45	0,1326	7,542
0,3	228	3100,2	69,49	342,49	0,1945	5,159
0,4	304	4133,6	76,25	349,25	0,2533	3,915
0,5	380	5167,0	81,71	354,71	0,3153	3,171
0,6	456	6200,4	86,52	359,52	0,3744	2,670
0,7	532	7233,8	90,52	363,52	0,4350	2,509
0,8	608	8267,2	95,88	366,88	0,4910	2,055
0,9	684	9300,6	97,08	370,08	0,5487	1,822
1,0	760	10334,0	100,00	375,00	0,6059	1,649
1,1	836	11367,0	102,68	375,68	0,6628	1,508
1,2	912	12400,8	105,17	378,17	0,7194	1,589
1,3	988	13434,2	107,50	380,50	0,7757	1,288
1,5	1140	15501,0	111,74	384,74	0,8874	1,259
1,8	1368	18601,2	117,50	400,50	1,0554	0,948
2,0	1520	20668,0	120,60	395,60	1,1631	0,859
2,3	1748	23768,2	125,07	398,07	1,3264	0,755
2,5	1900	25155,0	127,80	400,80	1,4545	0,696
2,8	2118	28935,2	131,57	404,57	1,5956	0,626
3,0	2280	31002,0	133,91	406,91	1,7024	0,586
3,3	2508	34102,2	137,19	410,19	1,8618	0,556
3,5	2660	36169,0	139,24	412,24	1,9676	0,507
3,8	2888	39269,2	142,15	415,15	2,1255	0,469
4,0	3040	41336,0	144,00	417,00	2,2503	0,447
4,3	3268	44436,2	146,61	419,61	2,3871	0,418
4,5	3420	46503,0	148,29	421,29	2,4911	0,400
4,8	3648	49603,2	150,69	423,69	2,6467	0,377
5,0	3800	51670,0	152,22	425,22	2,7500	0,363
5,3	4028	54770,2	154,43	427,43	2,9046	0,343
5,5	4180	56837,0	155,85	428,85	3,0073	0,331
5,8	4408	59937,2	157,90	430,90	3,1610	0,315
6,0	4560	62004,0	159,22	432,22	3,2632	0,305
6,5	4940	67171,0	162,37	435,37	3,5178	0,288
7,0	5320	72338,0	165,54	438,54	3,7711	0,264
7,5	5700	77505,0	168,15	441,15	4,0234	0,247
8,0	6080	82672,0	170,81	443,81	4,2745	0,233
8,5	6460	87839,0	173,35	446,35	4,5248	0,220
9,0	6840	93006,0	175,77	448,77	4,7741	0,208
9,5	7220	98173,0	178,08	451,08	5,0226	0,198
10,0	7600	103340,0	180,31	453,31	5,2704	0,189
11,0	8560	113654,0	184,50	457,50	5,7636	0,172
12,0	9120	124008,0	188,41	461,41	6,2543	0,159
13,0	9880	134342,0	192,08	465,08	6,7424	0,147
14,0	10640	144676,0	195,53	468,53	7,2283	0,137

Además de este medio de efectuar el cálculo verdaderamente

racional, aunque fundándose en algunos datos experimentales, ha dado Zeuner una fórmula empírica que relaciona la presión con el volumen específico. Dicha fórmula es

$$p (v'')^n = b \quad (20')$$

siendo para el agua  $b = 1,704$ ;  $n = 1,0646$  y estando  $p$  medido en atmósferas. Esta ecuación representa una curva hiperbólica; para un valor de la ordenada, ó sea tirando una recta paralela al eje de abscisas  $v''$ , todo punto situado entre la curva y el eje de las  $p$ , esto es, todo estado á quien corresponda una abscisa  $v''$  que pertenezca á este sitio, representa una condensación parcial, y todo punto al otro lado de la curva, sobre dicha paralela, significa un vapor recalentado. Esto es consecuencia de la representación de dicha curva que limita ambos estados, de condensación y aislamiento, porque significa el de saturación.

**CLASIFICACION DE LOS VAPORES.** Podemos clasificar los vapores por los valores de  $K'$ , ó sea próximamente de su capacidad calorífica en el estado de su saturación seca. La ecuación (17') da

$$K' - K = \frac{dL}{dT} - \frac{L}{T}.$$

Vimos que para el líquido era

$$K = C + h \frac{dp}{dt};$$

y sin error sensible

$$K = C;$$

puesto que los líquidos son poco comprensibles y  $h$  representa (página 24) la compresibilidad; luego substituyendo en la anterior, tengo

$$K' = C - \frac{L}{T} + \frac{dL}{dT}.$$

La simple inspeccion del cuadro anteúltimo nos dice que  $L$  disminuye si  $T$  aumenta, como se puede tambien demostrar analíticamente, y por tanto

$$\frac{dL}{dT} < 0.$$

$T$  y  $L$  son siempre positivos, el uno como temperatura absoluta, y el otro porque el trabajo del cambio de liquido á vapor es siempre positivo. De aquí deducimos que  $K' \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0$  segun que

$$C \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{L}{T} - \frac{dL}{dT}.$$

Poniendo en vez de  $C$  los valores correspondientes á los líquidos á diversas temperaturas dados por las siguientes fórmulas empiricas deducidas de las de Regnault, que son (Véase el Apéndice):

Agua. . . . .	$C = 1 + 0,00004 t + 0,0000009 t^2,$
Sulfuro de carbono.	$C = 0,25523 + 0,00016 t,$
Éter. . . . .	$C = 0,52901 + 0,0006 t,$
Cloroformo. . . . .	$C = 0,25255 + 0,0001 t;$

tenemos para el agua á  $0^\circ$   $C = 1$ ; á  $100^\circ$   $C = 1,015$ ; el primer valor será el que tomemos en los cálculos sucesivos y el segundo en algunos más delicados.

Deduciendo ahora el segundo miembro de un cuadro análogo al anteúltimo—aunque más completo para hallar el coeficiente diferencial con alguna aproximacion—se obtienen los valores siguientes:

VALORES DE  $K'$  EN LOS DIVERSOS VAPORES.

VAPORES.	$T$	$K'$
Agua. . . . .	331,21	— 1,398
" . . . . .	365,66	— 1,206
" . . . . .	417,74	— 1,807
Sulfuro de carbono.. . . .	273,00	— 0,184
" " . . . . .	353,00	— 0,164
" " . . . . .	433,00	— 0,157
Éter.. . . .	273,00	0,116
" . . . . .	353,00	0,128
" . . . . .	393,00	0,133
Cloroformo. . . . .	273	— 0,107
" . . . . .	353	0,001
" . . . . .	433	0,072

Se nota en este cuadro que ascendiendo  $T$  sería posible hallar para el agua y el sulfuro de carbono un valor positivo de  $K'$ ; así como bajando en el éter se llegaría á uno negativo. Parece, pues, que por este carácter, todos los vapores forman un solo grupo, en el que aumentando  $T$ , aumenta  $K'$  y pasa esta de positiva á negativa.

Sin embargo, algunos autores, atendiendo á los límites ordinarios en que se opera, clasifican los vapores en tres categorías, una que comprende el agua, sulfuro de carbono, acetona y alcohol, en que  $K' < 0$ ; otra como la del éter—hasta hoy él solo—en que  $K' > 0$ ; y otra, que contiene la benzina, cloroformo y cloruro de carbono, en que  $K'$  es positiva para unos valores de  $T$  y negativa para otros.

LA SATURACION MODIFICADA POR LA EXPANSION. Puesto que  $K'$  representa la capacidad calorífica en el estado de saturacion de un vapor seco, esto es, sin agua líquida en suspension, resulta, tenien-

do en cuenta que la variable independiente es el volúmen específico del vapor, ó sea  $v''$ ,

$$dQ = K' \frac{dt}{dv''} dv'' = \frac{K'}{dt} dv''.$$

Pero  $\frac{dv''}{dt} < 0$  para todos los cuerpos; el incremento de la variable independiente es siempre  $dv'' > 0$ ; luego el signo de  $dQ$  es el contrario del que corresponde á  $K'$ .

De aquí se deduce que para los vapores de la primera categoría citada, como el agua, es  $dQ > 0$ ; para los de la segunda, es  $dQ < 0$ , y para los de la tercera es positivo ó negativo, según el valor de la temperatura. Veamos de examinar la interpretación física de estos resultados analíticos.

El que  $dv'' > 0$ , quiere decir que si aumenta el volúmen específico, esto es, si una cantidad limitada de vapor se dilata, en términos técnicos, si hay *expansion*, resulta un consumo de calor  $dQ$  correspondiente á la variación  $dv''$ . Este calor lo toma el vapor del vapor mismo, si suponemos que la operación se hace con la suficiente rapidez para que no puedan ceder calor las paredes del vaso que le contiene, y por tanto, queda condensada una parte del vapor, á saber, la correspondiente á la cantidad de calor que se quita.

Así en los vapores de la primera categoría, como el agua, la *expansion* produce una condensación parcial, y por consiguiente en el fenómeno inverso la *compresion* origina un recalentamiento en el vapor, dejando este de ser saturado.

En los vapores de la segunda categoría sucede lo contrario, esto es, la *expansion* produce recalentamiento, y la *compresion* origina condensación.

En los de la tercera ocurre uno ú otro caso según el valor respectivo de  $K'$ .

Este principio, debido á las investigaciones matemáticas de Clausius y á los estudios de Rankine sobre las máquinas de vapor, es uno de los más importantes para la teoría de estas, y echa por

tierra los cálculos que, como los de Pambour, suponían que el vapor no se condensa en su expansión, sino que obra como un gas. Tendremos, por lo tanto, ocasión oportuna de utilizarle en la aplicación á las máquinas.

Digamos, para terminar, que esta cuestión ha sido comprobada experimentalmente por Hirn. En un cilindro metálico cuyas dos tapas eran de cristal, introdujo este ingeniero francés vapor de agua saturado; mirando al través de las tapas se notaba una perfecta transparencia, como si un gas incoloro llenara el cilindro. Pero no bien se abría una llave que permitía salir el vapor á la atmósfera, se notaban nubes en el interior de la masa, quedando en las paredes numerosas gotas líquidas, que no tardaban en vaporizarse, cosas ambas que indican la condensación de una parte del vapor al dilatarse el que iba quedando en el interior, mientras salía el resto. Repetida la operación con vapor de éter, no se producía en esta salida nube alguna en la masa flúida.

Se varió el experimento colocando un cilindro con su émbolo, solo ó comunicando con un globo de vidrio, llenos ambos del flúido, y efectuando una compresión sobre una masa limitada de vapor de agua no perdió este su transparencia, mientras que sobre el de éter se notó la formación de nubes.

**LÍNEAS DE TRASFORMACION DE LOS VAPORES.** Hemos dicho que la ecuación (19') integrada, nos da para cuando  $p$  es constante la línea adiabática de un vapor. Dicha ecuación da entonces por integración

$$\frac{L_2 x_2}{T_2} - \frac{L_1 x_1}{T_1} = - \int_{T_1}^{T_2} \frac{K}{T} dT, \quad (21')$$

que es la ecuación de la línea adiabática. — La curva hiperbólica (20') representa la transformación del vapor cuando varían su volumen específico y presión; Zeuner la llama *línea de una cantidad de vapor constante*.

Como quiera que en todo vapor saturado la presión solo depende de la temperatura, según expresa la ecuación empírica (14'), re-

sulta que esta es, para  $t$  constante, la correspondiente á la línea isoterma que se reducirá por su forma á

$$p = \text{const.};$$

esto es, á una recta paralela al eje de abscisas. De donde resulta que el trabajo del vapor, segun una línea isoterma, es

$$\int_{v_0}^{v_1} p dv = p (v_1 - v_0).$$

Para una mezcla de vapor y agua, — caso frecuente, pues hemos visto que la expansión influye en la saturación — estas líneas se conservan las mismas.

**TRABAJO DE LA EXPANSION.** Preséntase ahora una cuestión de gran interés para la teoría de las máquinas de vapor, cual es averiguar el trabajo debido á la expansión del vapor.

Para que 1<sup>kg.</sup> de un líquido á  $U_0$  de energía interior,  $T_0$  de temperatura y  $p_0$  de presión pase á  $T$  con un valor de  $p$  correspondiente á la temperatura de saturación, — dado por el cuadro de la pág. 50 — y de tal suerte que no se pueda formar vapor sino líquido por hallarse encerrado, por ejemplo, en un cilindro, cuyo émbolo se mueve convenientemente, el calor necesario es (pág. 46)

$$\int_{T_0}^T K dt;$$

que por la (8) da

$$\int_{T_0}^T K dt = A \left( \Delta U + \int_{p_0}^p p dv' \right);$$

de donde

$$\Delta U = E \int_{T_0}^T K dt - \int_{p_0}^p p dv'.$$

Si en tal estado se convierte en vapor una parte  $x$  de este líquido—por cesar el obstáculo que á ello se oponía—consumirá  $Lx$  calorías, y el volúmen habrá aumentado en  $(v'' - v')x$ , luego por la (8)

$$Lx = A[\Delta'U + p(v'' - v')x];$$

de donde

$$\Delta'U = ELx - p(v'' - v')x.$$

La variación de la energía interior del cuerpo durante todo este fenómeno es la suma de las anteriores, y llamándola  $U - U_0$  tendré

$$\begin{aligned} \Delta U + \Delta'U &= U - U_0 \\ &= E\left(Lx + \int_{T_0}^T K dt\right) - p(v'' - v')x - \int_{p_0}^p p dv'. \end{aligned}$$

Integrando por partes la última expresión y sustituyendo, resulta

$$\begin{aligned} U - U_0 &= E\left(Lx + \int_{T_0}^T K dt\right) \\ &\quad - p[v' + (v'' - v')x] + p_0 v_0' + \int_{p_0}^p v' dp. \end{aligned}$$

Poniendo el valor de  $v$  (pág. 45) resulta

$$\begin{aligned} &U - U_0 \\ &= E\left(Lx + \int_{T_0}^T K dT\right) - pv + p_0 v_0' + \int_{p_0}^p v' dp; \quad (22') \end{aligned}$$

y para dos estados diversos y definidos del mismo cuerpo, tendré

$$\begin{aligned} U_2 - U_1 &= E(L_2 x_2 - L_1 x_1) \\ &\quad - p_2 v_2 + p_1 v_1 + E \int_{T_1}^{T_2} K dT + \int_{p_1}^{p_2} v' dp; \quad (23') \end{aligned}$$



las cuales sin error notable equivalen á las siguientes, haciendo (página 51)  $K = C$ , y haciendo constante el volumen específico del líquido que cambia poco, ó sea  $v' = v_0'$ ; la (22') pasa á ser entonces

$$U - U_0 = ELx + EC(T - T_0) - p(v - v'); \quad (24')$$

y la (25')

$$U_2 - U_1 = E(L_2 x_2 - L_1 x_1) + EC(T_2 - T_1) - p_2 v_2 + p_1 v_1 + (p_2 - p_1) v' \quad (25')$$

Una vez conocida la variación de la energía interior en una mezcla de líquido y vapor, sustituyo en la (25') el valor de  $x_2$  sacado de la (21'), lo cual da

$$U_2 - U_1 = EL_1 x_1 \frac{T_2 - T_1}{T_1} + E \int_{T_1}^{T_2} K \left(1 - \frac{T_2}{T}\right) dT - p_2 v_2 + p_1 v_1 + \int_{p_1}^{p_2} v' dp \quad (26')$$

Si esta transformación se ejecuta según una línea adiabática, esto es, si en la práctica se hace con la suficiente rapidez para que no haya pérdida ni ganancia de calor, toda esta energía se habrá transformado en trabajo exterior, y por tanto, tendré

$$S = U_2 - U_1.$$

Además hemos dicho que sin gran error es  $K = C$  y  $v' = \text{const.}$  en el líquido generador del vapor, luego la ecuación anterior da, efectuando la integración,

$$S = EL_1 x_1 \frac{T_2 - T_1}{T_1} + EC(T_2 - T_1) - ECT_2 \log. \frac{T_2}{T_1} - p_2 v_2 + p_1 v_1 + v'(p_2 - p_1). \quad (27')$$

En esta ecuación puede suponerse  $C = 1,015$ ; además conocemos  $L$  por el cuadro de la pág. 49, completado por las fórmulas

de la pág. 45;  $E=425$ ;  $T_2$  es la temperatura absoluta de que se parte, ó sea á plena presión, y  $T_1$  es la final, ó sea la de los diversos estados á que puede darse la condensación, y fijada por lo tanto en función de la presión final por el cuadro de la pág. 50,  $p_2$  y  $p_1$  vienen dadas por el mismo cuadro; la última columna de dicha tabla ó bien la (20'), dan  $v_2''$  y  $v_1''$  (correspondientes á  $T_2$  y  $T_1$ ); además si hago  $v' = 0,001$ , en lo cual no hay gran error, por la fórmula (pág. 45)

$$v = (v'' - v')x + v',$$

deduciré  $v_2$  y  $v_1$ , siempre que conozca  $x_2$  y  $x_1$ . Pero  $x_1$  viene en función de  $x_2$  (21'); este último suele tomarse por unidad. De esta suerte está conocido todo el segundo miembro de la ecuación (27') y obtendremos el trabajo  $S$  debido á la expansión.

EJEMPLOS. Así partiendo de  $T_2 = 425$ , ó sea  $t_2 = 150$  que corresponde á unas 5 atmósferas, y tomando  $x_2 = 1$ ,  $v_2 = 1$ , ha hallado Clausius lo siguiente:

RESULTADOS DEL TRABAJO DEL VAPOR POR EXPANSION.

Presión aproximada en atmósferas.	Temperatura $t$	Parte de vapor $x$	Volúmen de la mezcla $v$	Trabajo de la expansión $S$
2,40	125	0,956	1,88	11300 kgm.
1,00	100	0,911	3,90	23200 "
0,40	75	0,866	9,23	35900 "
0,15	50	0,821	25,70	49300 "
0,07	25	0,776	88,70	63900 "

Si hubiéramos calculado  $v$  por la ley de Mariotte, hubiéramos obtenido valores demasiado fuertes; así el último hubiera sido 407,4; por no tener en cuenta la condensación, la cual aumenta con la expansión, según lo prueban los números del cuadro.

Apliquemos este mismo método á otros datos, y detallémoslo como ejemplo.

Sea la presión inicial 8 atmósferas con vapor seco, y tomando su volúmen específico por unidad, calculemos cuál será la cantidad de agua líquida y el volúmen de la mezcla después de una expansión hasta 1,50 atmósferas.

La fórmula del volúmen es

$$v_2 = (v_2'' - v_2') x_2 + v_2' ;$$

en ella  $v_2''$  es el volúmen específico del vapor para  $p_2 = 8$  atmósferas, ó sea (pág. 50) para  $T_2 = 443,81$ , que en la misma tabla citada da  $\frac{1}{4,2745} = 0,234$ ;  $v_2'$  es el peso específico del agua á dicha presión y temperatura, que suponiendo se compensa la pequeña dilatación con la compresión, es como si estuviesen á  $4^0$  y 1 atmósfera, esto es,  $v_2' = 0,001$ , puesto que 1<sup>dm.</sup> cúbico de agua destilada equivale á 1<sup>kg.</sup>, y la unidad de volúmen es el metro;  $x_2$  es la cantidad de vapor contenida en 1<sup>kg.</sup> de la mezcla que produce la caldera, y como le supongo seco es  $x_2 = 1$ . Con estos datos resulta

$$v_2 = 0,234 .$$

Al dilatarse el vapor y llegar á 1,5 atmósferas, su grado de agua líquida habrá variado, y se obtendrá despejando  $x_1$  en la fórmula (21'), poniendo en ella por  $T_1$  la temperatura absoluta correspondiente á  $p_1$ , que es (pág. 50)  $T_1 = 384,74$ ; por  $L_1$  y  $L_2$  los valores de la tabla anterior (pág. 49) correspondientes á dichas temperaturas, que son—mediante una sencilla interpolación—528,171 y 485,784; esto da

$$x_1 = \frac{384,74}{443,81} \cdot \frac{485,78}{528,17} \times 1 + \int_{384,74}^{443,85} K \frac{dT}{T} .$$

Suponiendo  $K = C = 1,015$ , en lo que no hay error sensible, es

$$x_1 = 0,797 + 1,013 \log. \frac{443,81}{384,74} = 0,942 .$$

Esto es, el vapor despues de esta expansion tiene un 5,8 por 100 de agua en suspension.

Para hallar el volúmen de esta mezcla tengo, por la fórmula

$$v_1 = (v_1'' - v_1') x_1 + v_1',$$

que  $v_1''$  se deduce del cuadro de la pág. 50 y es  $\frac{1}{0,8874} = 1,127$ ;

$v_1' = 0,001$  como antes, y  $x_1$  le acabamos de hallar; por tanto

$$v_1 = 1,062$$

Tomando el volúmen  $v_2$  por unidad, tendré como volúmen ocupado por el vapor despues de la expansion, comparativamente con el que tenia á plena presion,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1,062}{0,234} = 4,54.$$

Por la ley de Mariotte hubiera hallado

$$8 \times v_2 = 1,50 \times v_1;$$

y pues  $v_2 = 1$ , es

$$v_1 = \frac{8}{1,50} = 5,33;$$

que es demasiado fuerte, por no haberse tenido en cuenta la condensacion parcial.

En caso de contar la expansion hasta 0,45 de atmósfera en el condensador—algo más de  $\frac{1}{7}$ —que corresponde á una temperatura vulgar  $t_1 = 50$  y absoluta  $T_1 = 525$ , el valor  $L$  correspondiente no está en la tabla de la pág. 49, pero lo calcularé directamente por la fórmula (pág. 45)

$$L_1 = 606,5 - 0,695 \times 50 = 571,75.$$

Tendré, pues,

$$x_1 = \frac{323}{443,81} \times \frac{485,78}{571,75} + 1,013 \log. \frac{443,81}{323} = 0,938.$$

Esto es, el vapor tiene despues de la expansion un 6,2 por 100 de agua en suspension.

El volúmen final de esta mezcla es—hallando  $v_1$  por interpolacion—

$$v_1 = \left( \frac{1}{0,1006} - 0,001 \right) \times 0,938 + 0,001 = 9,324$$

que comparado con el de la plena presion, da

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{9,324}{0,234} = 39,84.$$

Lo que nos dice que el vapor ocupará un volúmen 40 veces mayor que el que tenia al entrar en el cilindro. Por la ley de Mariotte hubiera sido

$$8 \times 1 = 0,15 \times v_1; \quad v_1 = 53,33$$

que es demasiado fuerte.

El valor de  $v_1''$  puede hallarse directamente por la (pág. 48)

$$v'' = v' + \frac{425 \times L}{T \frac{dp}{dT}};$$

en la cual son actualmente  $v' = 0,001$ ;  $L = 571,75$ ;  $T = 525$  y  $\frac{dp}{dT}$  es la relacion del incremento de la presion al de la temperatura, que segun el cuadro (pág. 50) viene á ser

$$\frac{dp}{dT} = \frac{2066,8 - 1033,14}{333,45 - 319,25} = 72;$$

luego

$$v_1'' = 0,001 + \frac{425 \times 571}{323 \times 72} = 10,366 ;$$

valor que da para el volúmen final

$$v_1 = 9,727 ;$$

y por tanto

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{9,727}{0,234} = 41 .$$

Por la fórmula empírica (20') es

$$v_1'' = \left( \frac{1,704}{0,15} \right)^{\frac{1}{1,0646}} = (11,36)^{\frac{1}{1,0646}} = 9,803 ;$$

por tanto

$$v_1 = (9,803 - 0,001) \times 0,938 + 0,001 = 9,195 ;$$

luego

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{9,195}{0,234} = 39,29 .$$

Tomamos, como valor que parece más aproximado, 40.

**ENFRIAMIENTO DEL VAPOR Á VOLÚMEN CONSTANTE.** Es de interés resolver el problema de la adición ó sustracción de calor á una masa de vapor con agua líquida en suspensión, cuando su volúmen permanece invariable. Llamando  $v_1$  el volúmen específico de esta mezcla,  $v_1''$  el del vapor y  $v_1'$  el del agua, la cantidad específica de vapor es

$$v_1 = x_1 (v_1'' - v_1') + v_1' .$$

En general es

$$v = x (v'' - v') + v' .$$

Al agregar ó quitar calor, variarán  $v_1''$  y  $v_1'$ , pero  $v_1$  no habrá variado, luego igualaremos los segundos miembros de estas ecuacio-

nes: como el volúmen específico del agua  $v'_1$  varia poco, tendremos

$$x = \frac{v_1'' - v_1'}{v'' - v'} x_1. \quad (28')$$

Al dar calor á esta mezcla, todo él se emplea en modificar su energía interior, puesto que no habrá trabajo exterior por no haber cambio de volúmen; ó sea en calentar el agua, en formar vapor y en calentar vapor, lo que da, segun las (16') y (17')

$$dQ = KdT + \left( \frac{dL}{dT} - \frac{L}{T} \right) xdT + Ldx;$$

ó sea

$$Q = \left( K - \frac{xL}{T} \right) dT + d(Lx);$$

haciendo  $K = C$ , é integrando es

$$Q_1 - Q_2 = C(T_1 - T_2) - \int_{T_2}^{T_1} \frac{xL}{T} dT + L_1x_1 - L_2x_2;$$

que por la (28') da

$$Q_1 - Q_2 = C(T_1 - T_2) - (v_1'' - v_1') x_1 \int_{T_2}^{T_1} \frac{L}{v'' - v'} \frac{dT}{T} + L_1x_1 - L_2 \frac{v_1'' - v_1'}{v_2'' - v_2'} x_1.$$

Si se toma para cada variable  $L$  y  $v''$  un valor intermedio entre los que les corresponden desde  $T_2$  á  $T_1$ , será posible efectuar con bastante aproximacion la integral anterior: si este valor lo llamo  $L_3$  y  $v_3''$ , será

$$Q_1 - Q_2 = C(T_1 - T_2) - (v_1'' - v_1') x_1 \frac{L_3}{v_3'' - v'} \log. \frac{T_1}{T_2} + L_1x_1 - L_2 \frac{v_1'' - v_1'}{v_2'' - v_2'} x_1. \quad (29')$$

## SECCION SEGUNDA.

---

### TEORÍA DE LAS MÁQUINAS TÉRMICAS.

---

#### CAPÍTULO PRIMERO.

---

##### MÁQUINAS TÉRMICAS EN GENERAL.

**COEFICIENTE ECONÓMICO.** Una máquina teórica consta ordinariamente de un hogar  $F_2$  en el cual se calienta el fluido, tomando  $Q_2$  calorías se le hace entrar en un cilindro á la temperatura absoluta  $T_2$ ; una vez en él se dilata moviendo un émbolo—el cual transmite el trabajo útil al taller—hasta alcanzar una temperatura inferior  $T_1$ , de un foco  $F_1$ , sea el condensador, sea el ambiente inmediato, y transmitiendo á este  $Q_1$  calorías. Hay, por lo tanto, cuatro fases que se repiten un gran número de veces, á saber, la toma de calor en  $F_2$ , la dilatacion, la cesion de calor á  $F_1$  y la contraccion del fluido.

Si de estas cuatro fases se realizan la primera y tercera, segun líneas isotermaś, y la segunda y cuarta segun adiabáticas, tendremos un ciclo de Carnot. (Véase la fig. 4.<sup>a</sup>)

Llámase *coeficiente económico* de una máquina la relacion entre el calor que trasforma en trabajo y el que toma del foco superior. Ahora bien, esta relacion es,

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2};$$

ó segun la (11'),

$$\frac{T_2 - T_1}{T_2} \quad (1'')$$



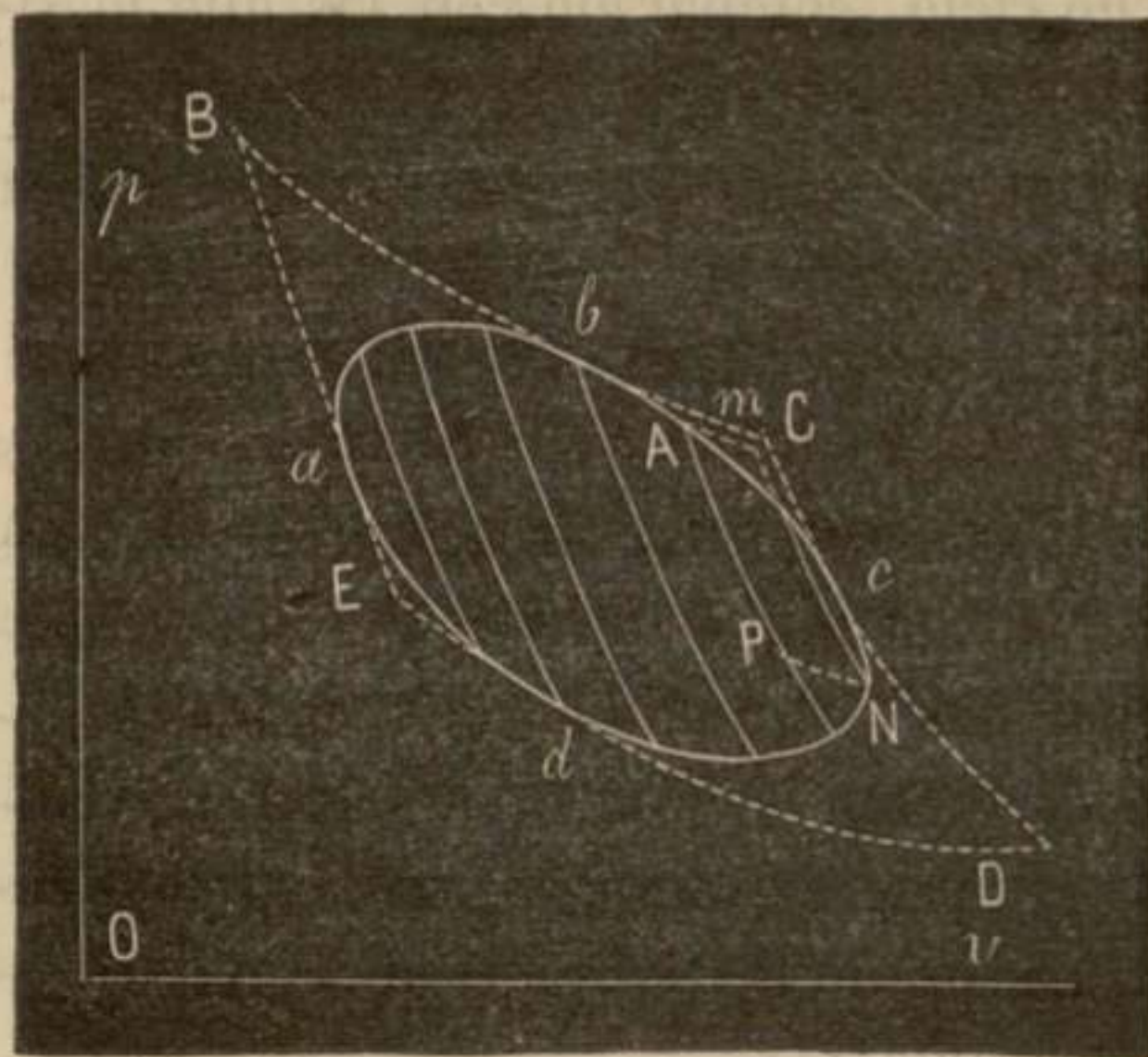
Así para el ejemplo ya citado (pág. 59) es dicho coeficiente

$$\frac{473 - 323}{473} = 0,32.$$

De aquí deducimos que en una máquina térmica conviene aumentar el *desnivel de temperatura* de ambos focos, y que de él depende, en primer lugar, el rendimiento de la máquina. De aquí la ventaja teórica de las máquinas de aire caliente en que la temperatura de este es muy crecida al entrar en el cilindro, sobre las de vapor, cuando este no está recalentado.

Notemos que este principio es aplicable á todas las máquinas térmicas, aunque variará la forma de las líneas de representación isoterma y adiabática. Esta indicación, que reforzaremos más adelante, echa por tierra diversas preocupaciones relativas al empleo de gases ó vapores especiales, puesto que el trabajo solo depende de esta diferencia de temperatura.

**EFFECTO ÚTIL MÁXIMO.** El ciclo de Carnot es una concepción meramente teórica que ninguna máquina realiza. El fluido que sigue



(Fig. 6.ª)

la línea  $\mu_2$ , por ejemplo, al ponerse en contacto con el foco  $F_1$ , no vierte— si se nos permite la frase —el calor  $Q_1$  en este instantáneamente, y, por tanto, es ilusoria la exactitud de la isoterma  $t_1$ ; otro tanto puede repetirse de las otras líneas. Existirá, pues, otro ciclo cerrado, pero distinto del de Carnot, y le represento en la figura 6.ª por la línea

*abcd*. Podré descomponerle en varios que sigan líneas de Carnot, tal como el *AmNP*, considerando los trozos de la primitiva curva como si fueran de líneas isotermas *Am* y *Np*.

Esto último introducirá pequeño error si la distancia de las isothermas no es considerable; lo primero, esto es, la equivalencia entre el ciclo total, y la suma de los parciales, exige una demostración.

Esta es muy sencilla: basta observar que la línea  $AP$ , por ejemplo, es recorrida en dos direcciones opuestas por cada dos de los ciclos parciales en que hemos dividido la figura, y, por lo tanto, se destruyen las componentes que esta operación introduce, quedando en último término reducido al ciclo total. Podremos, pues, dividir el ciclo en una serie de estos; pero como la suma de sus áreas es menor que la del envolvente Carnot  $BCDE$ , y como el trabajo en que se trasforma el calor está medido por el área del ciclo (pág. 28), resulta que este produce un máximo de efecto útil comparado con cualquiera otro que tenga el mismo desnivel de temperatura, el cual está, en efecto, dado por las correspondientes á los puntos  $b$  y  $d$ .

De aquí deducimos este principio general de todas las máquinas térmicas, que *el máximo de efecto útil de estas se verifica cuando el vehículo del calor sigue en su representación un ciclo de Carnot*, y, por tanto, *el coeficiente económico disminuye* en todas las máquinas que no sigan dicho ciclo, comparado con las que le siguen, á igualdad de desnivel de temperatura. Veremos, sin embargo, en el siguiente párrafo, que en las de gases es posible hallar otros ciclos que den este valor máximo.

COMPARACION CON LOS MOTORES HIDRÁULICOS. Algunos autores suponen que las máquinas térmicas son los motores más imperfectos de que el hombre dispone, bajo el punto de vista del aprovechamiento del trabajo. Su razonamiento se funda en que, dada la capacidad calorífica de la hulla, por ejemplo, y el trabajo de la máquina debido á cada kilogramo que arde en el hogar, se tiene una relación de 0,04 á 0,06, y el máximo 0,07; que indica el aprovechamiento del calor del combustible. (\*)

(\*) Supongamos que se queme hulla, cuyo poder calorífico es por kilogramo 7500 calorías, en una máquina de vapor que consume 2<sup>kg.</sup> por caballo y hora, ó sea 15000 calorías por hora, y unas 4 en 1". Su equi-

Esta cifra es muy reducida comparada con el aprovechamiento de los motores hidráulicos, en los cuales la relacion del trabajo utilizado en el motor al teórico—ó sea producto del peso del agua por su altura de caida—llega á 0,75 ó 0,80.

Tal es el razonamiento de los que sostienen la citada opinion. Hay en él, sin embargo, un error fundamental al hacer la comparacion de ambos géneros de motores. El calor total producido por el combustible no pasa al flúido motor, sino que una gran parte se pierde en radiaciones, enfriamiento de las paredes del hogar, tiro de la chimenea, etc. No es, por lo tanto, de tener en cuenta al hacer el cálculo, sino el *calor trasmitido al flúido*,—al aire ó agua del motor—y comparar esta cantidad trasmitida con la trasformada en trabajo; esto es, lo que hemos llamado *coeficiente económico*.

Haciéndolo así, podremos estar en igualdad de condiciones para hacer la comparacion con los motores hidráulicos. En estos tomamos en cuenta el agua que cae, la cual no pierde ninguna parte de su trabajo sino en las resistencias pasivas del motor. Para hacer exactamente la comparacion partiendo del cálculo indicado al principio, convendria tener en cuenta la cantidad de trabajo que produce el agua no ya en el salto que se trata de utilizar, sino desde su origen hasta el nivel del mar, cuya altura total da el máximo de efecto total posible de dicha cantidad de líquido.

Puestas así las cosas en su verdadero terreno, quedan destruidos los argumentos que suele hacerse al infimo aprovechamiento de las máquinas térmicas.

Si suponemos una máquina en la que el desnivel de temperatura sea considerable, por ejemplo, de 1000° á 0°, el coeficiente económico máximo que puede hallarse es (1")

$$\frac{1273 - 273}{1273} = 0,80$$

que iguala al máximo de los motores hidráulicos. En las máquinas

valencia en kilográmetros es  $4 \times 425 = 1700$ ; y como la produccion real es 1 caballo ó sea 75 kilográmetros, la relacion es  $\frac{75}{1700} = 0,044$ .

reales no se llega nunca—ni aun prescindiendo de las resistencias pasivas—á este resultado, y mucho ménos en las de vapor, segun veremos en su lugar.

## CAPÍTULO II.

### MÁQUINAS DE GAS.

**TRABAJO DE UNA MÁQUINA DE GAS.** Cuando el vehiculo del calor es un gas teórico, y sin gran error real,—ordinariamente el aire—tenemos los motores que vamos á estudiar en este momento, y que algunos autores llaman *máquinas de fuego*. El ciclo de Carnot estará constituido en ellas por dos hipérbolas como líneas isotermas (pág. 42) y dos curvas hiperbólicas como líneas adiabáticas.

Sea una masa de gas cuyo peso equivalente llamo  $P$ , la cual hace representativamente una vuelta completa en el ciclo. Su coeficiente económico, ó sea la relacion del calor consumido al transformarse en calor es

$$\frac{T_2 - T_1}{T_2}; \quad (1'')$$

pero esto no indica cuál sea este calor ni este trabajo. Para hallarlos veo que en la curva  $AM$  (fig. 4.<sup>a</sup>) es constante la temperatura y vale  $T_2$ , y siendo  $Q_2$  el calor tomado por el cuerpo de  $F_2$ , tengo, integrando la fórmula anterior á la (10'), por ser  $R$  constante en cada gas (pág. 34),

$$Q_2 = PART_2 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = PART_2 \log. \frac{v_2}{v_1}; \quad (2'')$$

siendo  $v_2$  y  $v_1$  los volúmenes específicos correspondientes á los puntos  $A$  y  $M$ , extremos de esta trasformacion.

Del mismo modo en la adiabática  $NP$  tendremos

$$Q_1 = PART_1 \log. \frac{v'_1}{v'_2}.$$

Pero por ser ciclo de Carnot deduzco de la (11')

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1};$$

luego para que al dividir miembro á miembro las dos ecuaciones anteriores se cumpla esto, es preciso que sean

$$\frac{v'_1}{v'_2} = \frac{v_2}{v_1};$$

y por tanto

$$Q_1 = PART_1 \log. \frac{v_2}{v_1}; \quad (5'')$$

que restada de la (2'') da

$$Q_2 - Q_1 = PAR(T_2 - T_1) \log. \frac{v_2}{v_1}. \quad (4'')$$

La (2'') y (5'') representan, pues, las cantidades de calor tomada y cedida á los focos; la (4'') la trasformada en trabajo: de esta y la (2'') se deduce por division el coeficiente económico (1'').

La determinacion de  $R = \alpha p_0 v_0$  (pág. 54), se hace de la manera siguiente: Para el aire el peso de un metro cúbico á la temperatura del hielo en fusion y á la presion de 0,<sup>m</sup>760 de mercurio, ó sea 10554<sup>kg.</sup> sobre un metro cuadrado, es, segun Regnault, 1,<sup>kg.</sup>2932; luego su volumen específico es

$$v_0 = \frac{1}{1,2932};$$

y por tanto

$$R = \frac{10334}{273 \times 1,2932} = 29,27.$$

Para otro gas cuyo peso de un metro cúbico sea  $p'_0$  tendré

$$R' = \frac{10334}{273 \times p'_0} = \frac{R}{\frac{p'_0}{1,2932}} = \frac{R}{d};$$

siendo  $d$  el peso específico del gas en cuestión á  $0^\circ$  y  $0,^m76$ . Bastará, pues, apelar á la siguiente tabla, ú otra más completa, en que se hallan los valores de  $d$ :

DENSIDADES DE LOS GASES.

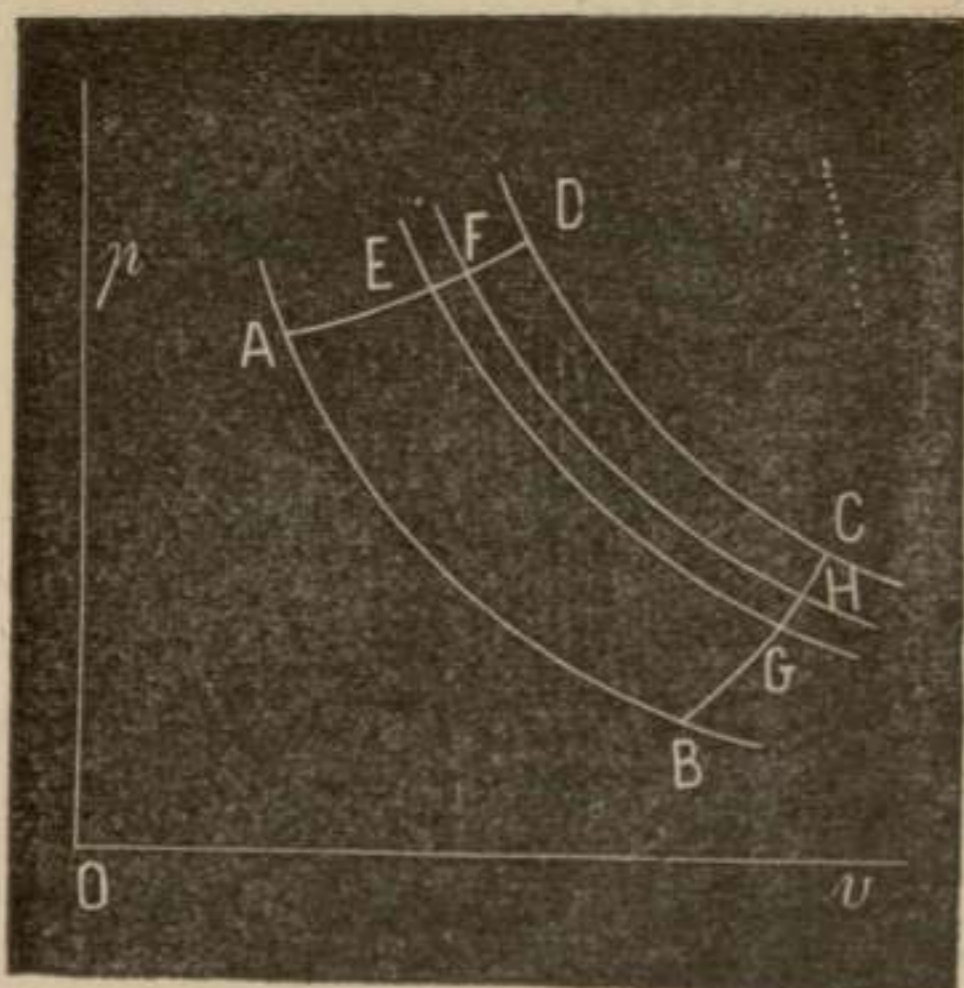
CUERPOS.	$d$
Aire. . . . .	1,0000
Hidrógeno. . . . .	0,0692
Amoniaco. . . . .	0,5967
Nitrógeno. . . . .	0,9714
Oxígeno. . . . .	1,1056
Ácido carbónico. . . . .	1,5290

Así para el hidrógeno resulta

$$R' = \frac{29,27}{0,0692} = 422,98.$$

Los valores  $v_2$  y  $v_1$  de la fórmula (4'') dependen de la naturaleza y forma de la máquina.

EFFECTO ÚTIL MÁXIMO. Además del ciclo de Carnot hay otros infinitos que dan un máximo de efecto útil en las máquinas de gases



(Fig. 7.ª)

perfectos, con tal de que estén formados por dos líneas isothermas y por otras dos tales que una absorba todo el calor que ceda la otra. Esto es (fig. 7.ª), que siendo  $AB$ ,  $CD$ ,  $EG$  y  $FH$  líneas isothermas, la cantidad de calor que se representa entrar por  $EF$  salga por  $HG$ ; siendo indeterminada la de  $AD$ , y por tanto, infinito el número de sistemas de curvas análogas á la  $CB$ , una para cada una de las  $AD$ .

Para demostrar esta importante proposición, tenemos como ecuaciones de las curvas isothermas (5')

$$pv = RT;$$

valiendo  $T$  para la  $CD$ ,  $T_2$ , y para la  $AB$ ,  $T_1$ ; y valores intermedios para las  $FH$  y  $EG$ . Si llamamos  $v$  y  $p$  las coordenadas del punto  $F$ , las del  $H$ ,  $p'$  y  $v'$ , y tomamos como variable independiente solo la temperatura  $T$  común, tendremos que la cantidad de calor que pasa por el arco infinitesimal  $EF$  es, (12) y (pág. 56)

$$cdT + l \frac{\partial v}{\partial T} dT = cdT + Ap \frac{\partial v}{\partial T} dT.$$

Para el arco  $HG$  es

$$cdT + Ap' \frac{\partial v'}{\partial T} dT;$$

y pues han de ser iguales, según la condición prescrita,

$$p \frac{\partial v}{\partial T} = p' \frac{\partial v'}{\partial T}.$$

Por otra parte, si en las

$$\left. \begin{aligned} pv &= RT \\ p'v' &= RT \end{aligned} \right\}$$

despejo  $p$  y  $p'$ , y los sustituyo en la anterior, tengo,

$$\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial T} = \frac{1}{v'} \frac{\partial v'}{\partial T};$$

é integrando

$$\log. v' = \log. v + \log. H;$$

esto es

$$v' = Hv; \quad (5'')$$

y, por tanto,

$$p' = \frac{p}{H}. \quad (6'')$$

Esto prueba que para cada valor de  $v$  en la línea  $AD$ , hay otro siempre real de  $v'$  en la  $BC$ ; conocida, pues, la ecuacion

$$\varphi(v, p) = 0,$$

de la primera, conocemos la

$$\varphi\left(\frac{v'}{H}, Hp'\right) = 0,$$

de la segunda.

Nos falta ahora probar que este ciclo así determinado satisface al coeficiente máximo

$$\frac{T_2 - T_1}{T_2};$$

ni más ni menos que el de Carnot.



Al efecto veo que siendo  $ABCD$  un ciclo cerrado, y equilibrándose las pérdidas y ganancias de calor en los elementos  $EF$  y  $GH$ , se equilibrarán también en  $AB$  y  $CD$ . En la primera hay un paso de calor expresado por

$$\int \frac{dQ_2}{T_2} = \frac{Q_2}{T_2};$$

y en la segunda por

$$\int \frac{dQ_1}{T_1} = \frac{Q_1}{T_1};$$

luego será

$$\frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1};$$

y por tanto

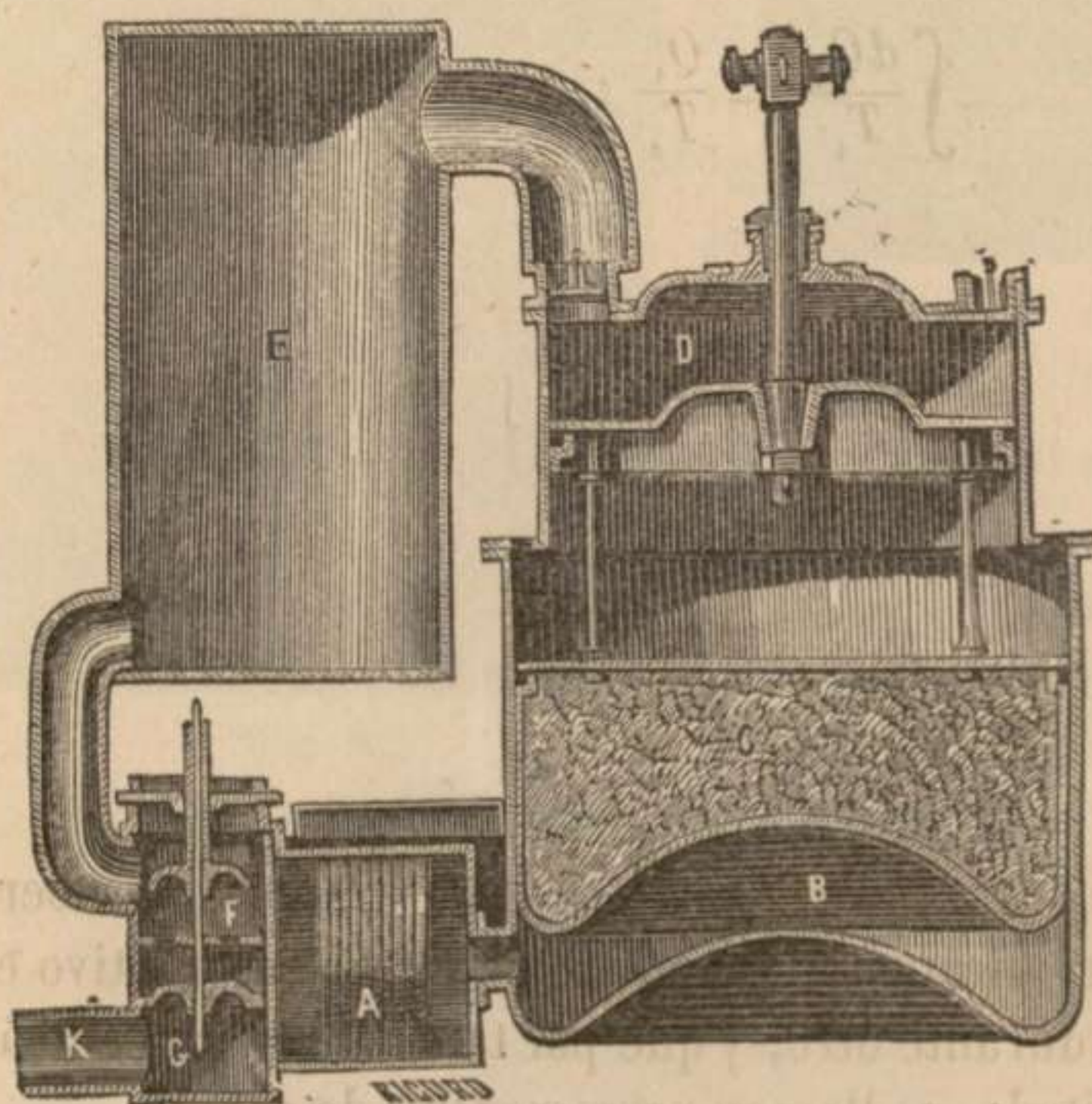
$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2};$$

conforme á la (1").

Los aparatos que realizan la condicion física indicada, á saber, la de suministrar periódicamente en un elemento representativo el calor que se absorbe durante otro, y que por tanto satisfacen al máximo de efecto útil citado, se llaman *regeneradores de calor*.

**MÁQUINA DE ERICSON.** El más conocido de todos los motores de gas es el debido al famoso ingeniero americano, en el cual el aire sirve de vehiculo. Consta de un aparato regenerador (fig. 3.<sup>a</sup>) formado por telas metálicas  $A$ , de dos émbolos unidos  $C$  y  $D$ , el primero de gran volúmen formado por cuerpos mal conductores, por ejemplo, polvo de ladrillo; de un depósito de aire  $E$  y de un hogar ordinario bajo de  $B$ . Indiquemos las cuatro fases de la marcha de esta máquina, luego que está establecido su régimen, y al mismo tiempo algunos órganos de ella, sin dar su descripcion detallada, y advirtiendo que nos referimos á un tipo perfeccionado, pues la primitiva tenia el cilindro horizontal. Supongamos que el aire de  $E$  está á  $p_1$ ,

$T_1$ , y en la posición de la figura pasa por la válvula  $F$  que encuentra abierta á  $A$ , donde se calienta, y despues á  $B$ , donde llega á tener la misma presión pero mayor temperatura, ó sea  $p_1, T_2$ . La segunda fase de la operación consiste en que este aire calentado empuja hácia arriba al émbolo  $C$ ; la temperatura se conserva constante, pues la dilatación influye poco en ella y despreciamos esta causa de variación, pero la presión desciende á  $p_0$ ; así al final tenemos  $p_0$  y  $T_2$ . Cuando el émbolo  $C$  llega á su límite superior, la máquina hace bajar el distribuidor, en cuyo caso  $F$



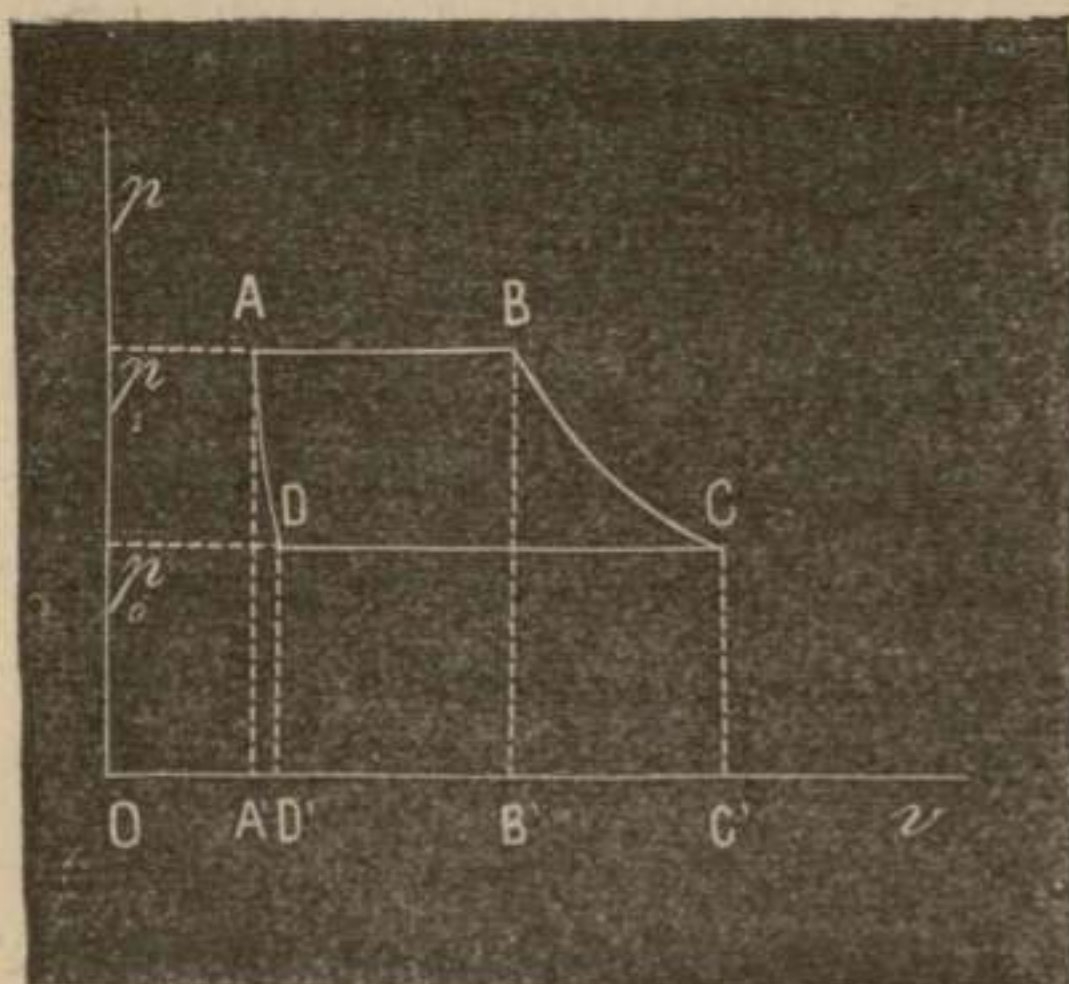
(Fig. 8.ª)

cierra la comunicación anterior; pero  $G$  se abre y el aire del cilindro motor atraviesa en sentido contrario del anterior el regenerador  $A$ , enfriándose, y tiene  $p_0$  y  $T_1$ : esta es la tercera fase en la cual desciende el émbolo. La cuarta consiste en examinar lo que ocurre sobre el émbolo  $D$  al subir este con el  $C$ ; el aire en-

friado que pasó por  $G$  va por  $K$  á colocarse sobre  $D$ , y por tanto de  $p_0$  y  $T_1$  que tenía, se comprime al ascender  $D$  y pasa á  $p_1, T_1$ , consumiendo un cierto trabajo: al comprimirse pasa á  $E$  por la válvula que está en la figura á la izquierda de  $D$ .

Hay, pues, en esta máquina: 1.º, calentamiento del aire, sin trabajo ni variación de presión, pasando de  $p_1, T_1$  á  $p_1, T_2$ ; 2.º, trabajo motor del aire calentado, sin cambiar la temperatura, pasando desde  $p_1, T_2$  á  $p_0, T_2$ ; 3.º, enfriamiento del aire, sin trabajo ni variación de presión, pasando de  $p_0, T_2$  á  $p_0, T_1$ ; 4.º, trabajo resistente del aire sobre el émbolo sin cambio de temperatura, pasando desde  $p_0, T_1$  á  $p_1, T_1$ .

CICLO DE LA MAQUINA ERICSON. En el primer periodo se pasa de  $A$  á  $B$  (fig. 9.<sup>a</sup>) por una paralela al eje de abscisas, pues  $p$  es constante; en el segundo, es el trabajo motor representado por la isoterma  $BC$  á la temperatura  $T_2$ . La línea  $CD$  que simboliza el tercer periodo es otra paralela al eje de abscisas, pues

(Fig. 9.<sup>a</sup>)

siendo la  $AB$

$$p' = \text{const.}$$

será la  $DC$  (6'')

$$\frac{p}{H} = \text{const.}$$

En el cuarto es la isoterma  $T_1$  representada por  $DA$ .

Las curvas  $BC$  y  $AD$  son hipérbolas (pág. 42). El trabajo motor es

$$BCC'B' = p_1 \alpha T_2 \log. \frac{p_1}{p_0};$$

el resistente es

$$ADD'A' = p_1 \alpha T_1 \log. \frac{p_1}{p_0};$$

luego el coeficiente económico es

$$\frac{p_1 \alpha T_2 \log. \frac{p_1}{p_0} - p_1 \alpha T_1 \log. \frac{p_1}{p_0}}{p_1 \alpha T_2 \log. \frac{p_1}{p_0}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2};$$

como ya habíamos dicho (1'').

Puede probarse aquí directamente que se cumple la condición de sistema regenerador. En efecto, tenemos (14) que para un elemento de  $AB$  es para la unidad de masa gaseosa

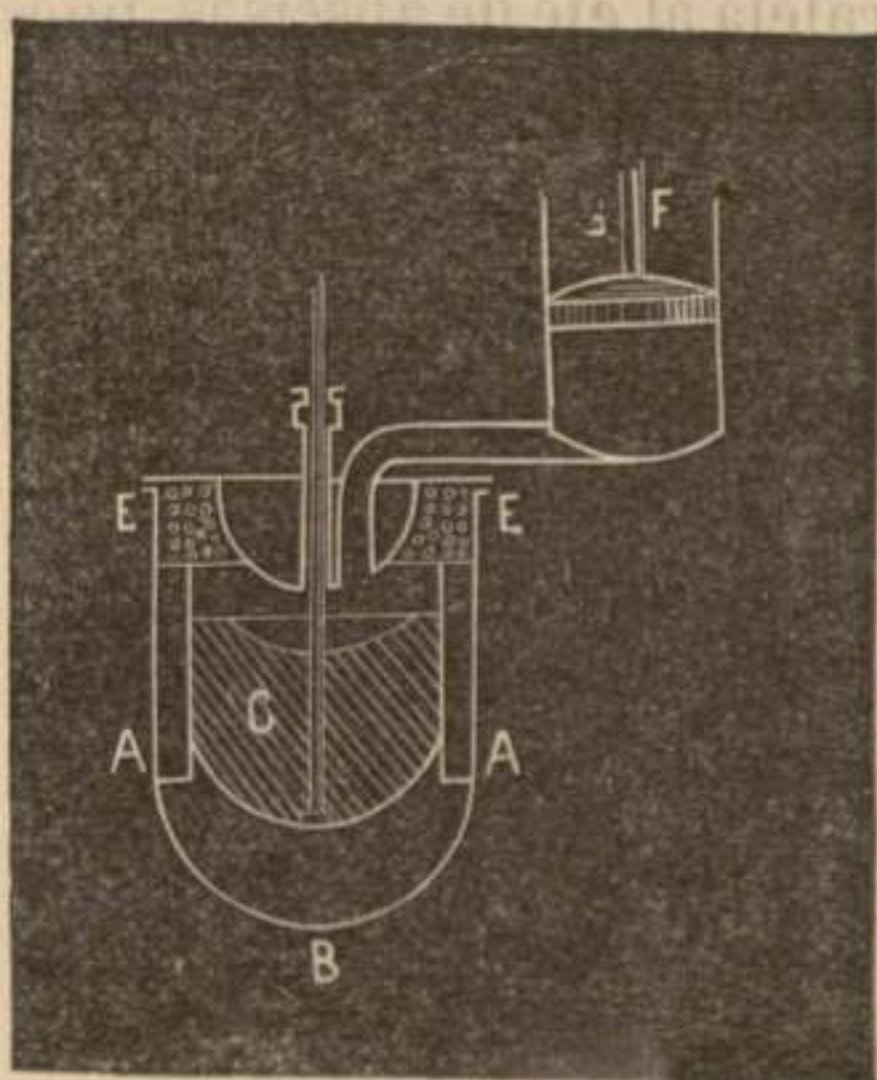
$$dQ = Cdt + hdp;$$

y, pues,  $p$  es constante

$$dQ = Cdt;$$

cuyo valor es el mismo para un elemento de  $CD$  por ser el mismo gas, y, por tanto, el mismo valor del coeficiente  $C$ .

#### MÁQUINA DE STIRLING.



(Fig. 10.)

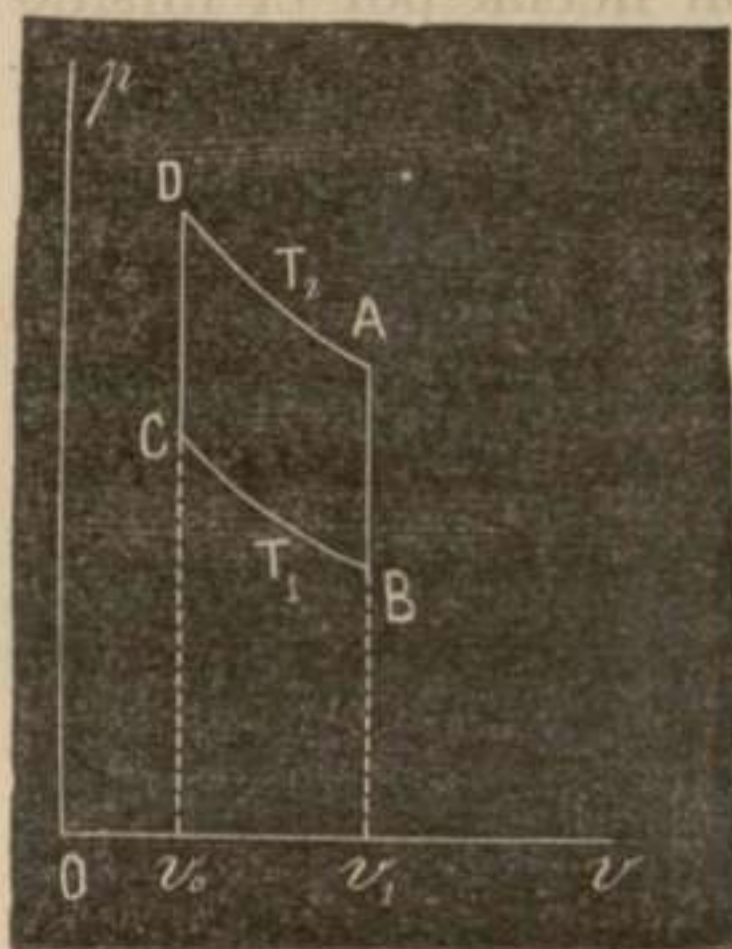
Esta máquina, más antigua que la anterior—data de 1816—consta de un cilindro terminado en su parte inferior por una semi-esfera  $B$  (figura 10); dentro hay otro cilindro, y entre ambos queda una capacidad. En el cilindro interior se mueve un gran émbolo  $C$  relleno con polvo de ladrillo y movido por la máquina. Este émbolo es el distribuidor. Bajo  $B$  está el hogar; el fondo de  $A$  está lleno de agujeros, y en la capacidad hay varillas y salientes metálicos destinados á absorber y restituir el calor en el paso de los gases. En  $E$  hay unos tubos con análogo objeto. El émbolo motor es el  $F$ .

Cuatro fases tiene esta máquina en su juego, una vez establecido el régimen; la primera, suponiendo que  $C$  está en la parte superior de su carrera, y  $F$  en la inferior, consiste en bajar  $C$ , con lo cual el aire que está á  $T_2$  bajo  $C$ , pasa por los agujeros de  $A$  á  $D$ , de aquí á  $F$ , enfriándose en este trayecto con los tubitos y alambres que encuentra; el aire pasa desde debajo de  $C$  á encima, y, por tanto, no altera su volumen  $v_1$ ; pero su temperatura baja á  $T_1$ . La segunda fase consiste en bajar  $F$  y comprimir el aire que conservando su temperatura  $T_1$  pasará del volumen  $v_1$  al  $v_0$ ; este es un trabajo resistente. La tercera tiene lugar cuando  $C$  sube, en cuyo caso el aire sigue el camino contrario del anterior y se calienta desde  $T_1$  á  $T_2$  conservando su volumen  $v_0$ . Por último, la cuarta fase consiste en dilatarse este aire conservando su temperatura  $T_2$  y levantar á  $F$ , produciendo el trabajo motor, y pasando desde  $v_0$  á  $v_1$ .

Hay, pues, en esta máquina: 1.º, enfriamiento del aire sin variación de volumen, pasando de  $v_1 T_2$  á  $v_1 T_1$ ; 2.º, trabajo resistente del aire enfriado sin cambiar la temperatura, pasando desde  $v_1 T_1$  á  $v_0 T_1$ ; 3.º, calentamiento del aire sin variar el volumen, pasando de  $v_0 T_1$  á  $v_0 T_2$ ; 4.º, trabajo motor desde  $v_0 T_2$  á  $v_1 T_2$ .

No entramos en este caso, como en ninguno de los demás, á tratar las condiciones prácticas de estos motores y sus dificultades de construcción, rápida oxidación, masas inertes de aire, etc., sino la cuestión verdaderamente teórica.

**CICLO DE LA MÁQUINA STIRLING.** Siguiendo el orden indicado será  $AB$  (fig. 11) el primer período;  $BC$  el segundo, que es una hipérbola;  $CD$  el tercero, y  $DA$  el cuarto, ó sea trabajo motor.  $AB$  es



(Fig. 11.)

recta, pues partimos de la hipótesis de que  $v$  es constante; y es fácil probar analíticamente que  $CD$  debe ser otra recta, para que se cumpla la condición de tener un regenerador.

En efecto, la  $AB$  es

$$v = \text{const.};$$

pero por (5'') será la  $CD$

$$v' = H \times \text{const.};$$

luego esta es otra paralela al eje de ordenadas.

Puede probarse directamente que el calor que pasa por  $DC$  equivale al que vuelve representativamente por  $AB$ , pues para la unidad de masa de aire tendré (12) por ser  $v$  constante

$$dQ = c dt;$$

cuyo valor subsiste para  $CD$ , pues  $c$  es el mismo, por tratarse del mismo cuerpo, ó sea aire.

Esta máquina alcanza el máximo del coeficiente económico, por tener regenerador.

Cuando las máquinas de Ericson y Stirling carecen de regenerador, no producen el máximo de coeficiente económico, y es preciso estudiar entonces las curvas que forman su ciclo para ver, por medio de su área, el efecto útil. Hoy se emplea poco el regenerador, á pesar de sus ventajas teóricas, pues además de la rápida destrucción de las telas metálicas por la oxidación, hay el inconveniente teórico de una contrapresión debida á la resistencia que el aire encuentra al pasar por ellas.

**MÁQUINA DEL ESPAÑOL REINLEIN.** Este distinguido oficial del Cuerpo de Artillería ha realizado una de las mejores modificaciones, entre las muchas que se han hecho de la máquina de Ericson. La daremos, por lo tanto, á conocer para indicar el mecanismo de este género de máquinas, tomando la descripción hecha por el mismo Sr. Reinlein. Dice así en *La Gaceta Industrial* (Año de 1868, página 282):

«El cuerpo principal de ella lo forma un cilindro de fundición *A* (fig. 12) dispuesto verticalmente, y cuya mitad superior está pulimentada para el juego de dos pistones. La mitad inferior permanece sin pulimento y encierra una campana *B* llamada calentador, haciendo entre ambos el mismo papel que la caldera en las máquinas de vapor.

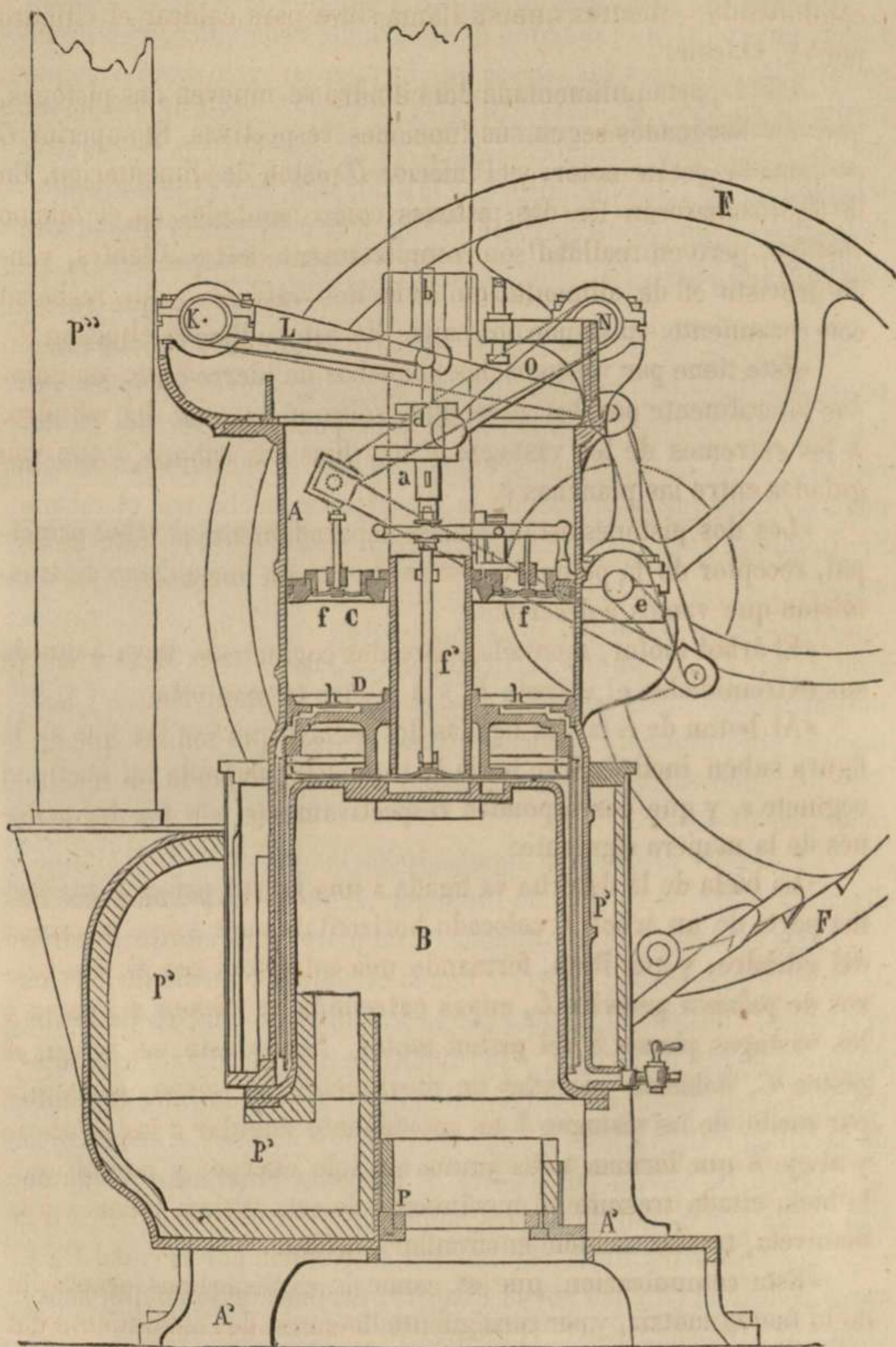
»El cilindro al que van ligadas todas las piezas de la máquina, descansa sobre un soporte de fundición *A'* que se apoya en el suelo.

»Este soporte, que se compone de un plato cuadrado que le sirve de base, y una corona superior ligada al plato por medio de nervios verticales, contiene el hogar *P* de la máquina, el cual es de forma de un segmento de círculo, y lo constituye una parrilla de esta misma forma encerrada en un cofre de chapa, revestido interiormente de ladrillos refractarios.

»Sobre la corona del soporte *A'* descansa el cilindro *A* que se liga á ella por medio de fuertes bolones.

»Los productos de la combustión se escapan por la canal *P'*, y van á rodear el cilindro por el exterior, despues de lo cual se marchan á la atmósfera por la chimenea *P''*.

»Vemos, pues, que la llama que se desprende del hogar no toca á la campana *B*, sino que esta se calienta solo por la radiación del



(Fig. 12.)

combustible, mientras que su llama sirve para caldear el cilindro por el exterior.

»En la parte pulimentada del cilindro se mueven dos pistones, que son designados segun sus funciones respectivas. El superior *C* es llamado piston motor, y el inferior *D* piston de alimentacion. En la figura aparecen los dos pistones como montados en el mismo vástago, pero en realidad son completamente independientes, yendo provisto el de alimentacion *D* de dos vástagos *a* que resbalan con rozamiento suave por dos cajas de estopa fijas en el piston *C*.

»Este tiene por vástagos dos planchas de hierro *b* que son guiadas lateralmente por dos guias fijas sobre el extremo del cilindro. A los extremos de los vástagos *a* hay fijas dos cabezas *d* que van guiadas entre las planchas *b*.

»Los dos pistones están ligados separadamente al árbol principal, receptor de la potencia, por medio de un mecanismo de transmision que vamos á describir.

»El árbol motor, montado sobre dos coginetes *e*, lleva á una de sus extremidades el volante *F*, y á la otra la manivela.

»Al boton de esta van ligadas dos bielas, que son las que en la figura suben inclinándose hácia la izquierda, dejando en medio el coginete *e*, y que corresponden respectivamente con los dos pistones de la manera siguiente:

»La biela de la derecha va ligada á una fuerte palanca que forma parte de un árbol *K* colocado horizontalmente sobre la cabeza del cilindro, y que lleva, formando una sola pieza con él, dos brazos de palanca gemelos *L*, cuyas extremidades vienen á ligarse á los vástagos planos *b* del piston motor. Segun esto, se vé que el piston *C*, debiendo ejecutar un movimiento de vaiven, comunica por medio de los vástagos *b* un movimiento angular á las palancas y al eje *K* que forman todos juntos un solo cuerpo; y por último, la biela citada trasmite el movimiento de esta última palanca á la manivela, trasformándolo en circular continuo.

»Esta comunicacion, que es, como lo explicaremos pronto, la de la fuerza motriz, y por consiguiente la causa del movimiento del árbol *K*, vuelve por el contrario de este árbol al piston de alimentacion, cuyo movimiento no es más que el resultado de una transmision. La biela situada debajo de *e*, que sirve para operar esta tras-



mision, reúne la manivela motriz á un brazo de palanca (indicado de puntos en la figura), que forma parte de un tercer eje *N* paralelo á los otros dos y montado sobre la cabeza del cilindro; este eje lleva fundidos con él dos brazos de palanca gemelos *O*, terminados en unas horquillas por medio de las cuales se ligan á las cabezas de los vástagos del piston de alimentacion.

»Razonando como hace un momento, pero partiendo del extremo opuesto del movimiento, vemos que la biela citada, mandada por la manivela, hace describir un arco de círculo á la palanca, y por consiguiente al eje *N* y á las palancas generales *O*, las cuales dan al fin un movimiento alternativo al piston *D*.

»El juego combinado de los pistones tiene por objeto tomar el aire de la atmósfera y encerrarlo en el cilindro *A* para que se caliente y adquiera la fuerza elástica necesaria para engendrar trabajo motor. Esta accion se divide necesariamente en dos partes que corresponden á los dos golpes simples del piston *C*. La alimentacion del aire frio tiene lugar cuando este piston descende sumergiéndose en el cilindro *A*, y la accion motriz se desarrolla mientras tiene lugar el movimiento contrario, es decir, mientras el piston *C* sube.

»La introduccion del aire en la máquina tiene lugar por las válvulas de que van provistos ambos pistones.

»El piston motor *C* lo forma un plato de fundicion armado de cuatro válvulas *f* dispuestas para abrirse de fuera á dentro.

»El piston de alimentacion *D* está compuesto en principio de dos platos superpuestos que dejan entre sí un intervalo vacío por el cual pasa el aire á través de este piston. Esta comunicacion se regula por medio de una válvula *h*, que funciona poco más ó menos como la de un fuelle. En su parte inferior vá armado el piston que nos ocupa de un manguito de chapa *i*, llamado telescopio del piston, que envuelve la campana *B* sin tocarla, y lleva un fondo plano que deja entre él y el plato inferior del piston un espacio vacío que se llena con carbon vegetal molido á fin de sustraer este órgano á la accion directa del calor de la campana.

»Durante el periodo neutro de la marcha de la máquina, el aire motor, que en el periodo activo ha producido el movimiento, debe poderse escapar libremente á la atmósfera, y á este efecto el piston motor lleva en su centro una quinta válvula *f'* llamada de escape,

cuya caja está formada por un tubo, que fijo en el piston motor, atraviesa el de alimentacion con rozamiento suave, por un orificio circular preparado en su centro. Esta válvula se halla suspendida por medio de un vástago vertical á uno de los extremos de una palanca horizontal que oscila al rededor del otro extremo fijo á charnela sobre el piston motor. Dispuestas así las cosas, la válvula se abre cuando al terminar el piston motor su curso ascendente, tropieza la palanca de que vá suspendida con un obstáculo fijo, manteniéndose en esta posicion por medio de un pestillo de resorte que la sujeta hasta que la cabeza de uno de los vástagos del piston de alimentacion viene oportunamente á soltar este pestillo, y entonces la válvula se cierra atraida por un resorte en espiral.

»Descritas ya las diferentes partes de que se compone la máquina, veamos cuáles son los movimientos relativos y absolutos de ambos pistones y qué camino, en virtud de estos movimientos, se verá obligado á tomar dentro de aquella el aire que la hace funcionar.

»Para este estudio, supongamos que la máquina está en reposo, el hogar con fuego, el boton de la manivela en el punto más alto de la circunferencia que describe y los dos pistones reunidos en la parte superior del cilindro. Si por medio del volante se da entonces á la máquina un movimiento inicial, se pasan las cosas del modo siguiente: Los pistones empiezan á descender en el cilindro, y por la disposicion del mecanismo, el interior lo hace con mayor velocidad que el exterior, resultando de aquí que la distancia que los separa aumenta rápidamente; y produciéndose un vacío entre ambos se abren las válvulas del piston motor, y el aire de la atmósfera pasa á ocupar este espacio vacío. Hé aquí el periodo de alimentacion de aire de la máquina que se produce, como acabamos de ver, por la diferencia de velocidad de los dos pistones, y que dura mientras el intervalo que separa á estos tiende á aumentar.

»Tan pronto como este máximo de separacion ha sido alcanzado, momento que llega antes que los pistones hayan concluido sus cursos respectivos, empiezan á aproximarse y el volúmen de aire que los separa se comprime. La presion que de esto resulta hace entonces abrir la válvula *h* del piston de alimentacion, y el aire, pasando por el interior de este piston, se reparte entre el espacio que ocupa actualmente y el que rodea á la campana *B*,

»Desde este momento, el aire, que se ve obligado á bañar las paredes del cilindro y la campana, mantenidas calientes por el fuego del hogar, se calienta, se dilata, y muy pronto llega á ser agente motor. Como la disminucion de la distancia que separa á los pistones continúa aun despues que el piston *C* ha terminado su curso descendente y vuelve en sentido contrario, la válvula *h* del piston *D* continúa abierta, y la presion del aire caliente se hace sentir directamente sobre el piston *C*, mientras que el *D*, sumergido completamente en un mismo medio, permanece en equilibrio de presiones, y así vemos cómo el piston *C* es el que trasmite la accion motriz á toda la máquina, mientras el *D* tiene que ser mandado por esta.

»Cuando el piston *C* empieza á subir en el cilindro, empieza el verdadero periodo motor de la máquina, durante el cual los dos pistones continúan aproximándose casi hasta el fin del curso del *C*, quedando entonces á la distancia de 5 á 4 milímetros.

»En este instante puede considerarse que el aire que habia sido admitido dentro de la máquina por aspiracion, ha pasado todo del lado del hogar, y concluido el periodo motriz se abre la válvula de escape para dejar marchar este aire á la atmósfera, dando de nuevo principio el periodo de aspiracion tal como lo acabamos de describir.

»Estas diferentes funciones, que resultan de haber puesto la máquina en accion por medio de un impulso inicial trasmitido á mano al volante, se continúa por si mismo desde el momento que la inercia está vencida y que el volante ha adquirido una velocidad suficiente.

»Para favorecer el caldeo del aire, el espacio reservado entre la campana *B* y el cilindro está guarnecido de un tubo de chapa, llamado telescopio del cilindro, que divide la vena aérea y la obliga á circular en toda la extension de este espacio ofreciéndola una pared metálica caliente de más.

»Para regularizar el movimiento de la máquina, y pararla cuando se desee, lleva esta una llave que dejando escapar, á voluntad, más ó ménos cantidad de aire, da lugar, ya á una disminucion de aquella, ya á que se pare completamente.

»El volante, como en todas las máquinas, sirve para uniformar el movimiento,

»El peso de los pistones contribuye tambien mucho á esta uniformidad, anulando parte del trabajo producido en el período motor cuando ellos ascienden, y devolviendo este trabajo en el período neutro cuando descienden.

»Para vencer el peso de los pistones y poderlos subir cuando la máquina esté parada, hay un mecanismo que consiste en un eje horizontal armado de un largo mango de hierro y de dos pestillos que vienen á morder sobre una dentadura preparada en el interior y sobre el borde de la llanta del volante. De este modo un solo hombre, obrando sobre el mango, sube de una manera segura los pistones, y una vez arriba, el movimiento se inicia dando á mano un ligero impulso al volante.»

Las principales modificaciones hechas por el Sr. Reinlein, además de la disposicion vertical de los cilindros que ya se habia adoptado, son la nueva posicion de la hornilla, la disposicion de la válvula de escape que facilita la salida del aire y disminuye al mismo tiempo el ruido que suele ocasionar este órgano en las primitivas máquinas de Ericson.

Esta máquina carece, segun acabamos de ver, de regenerador, y por tanto no puede dar un coeficiente máximo.

**TIPOS DIVERSOS.** Cinco son los tipos que distingue Mr. Cazin en el estudio de las máquinas de aire caliente. El primero comprende las máquinas á quienes es exactamente aplicable el ciclo de Carnot, las cuales no existen en la práctica. El segundo se refiere á la de Ericson y sus modificaciones, cuando tienen regenerador, y está definido por un ciclo como el de la figura 9.<sup>a</sup>, en el que las líneas adiabáticas son paralelas al eje de abscisas. El tercero, trata de las máquinas análogas á la de Stirling, cuyo ciclo (fig. 11) tiene sus líneas adiabáticas paralelas al eje de ordenadas.

El cuarto tipo, señalado por Mr. Cazin, es el relativo á la máquina propuesta por Girard y sus análogas, de cuyas líneas adiabáticas una es paralela al eje de ordenadas y otra al de abscisas. Para realizar este ciclo, supongamos una masa gaseosa limitada, la cual, 1.º, se calienta á volúmen constante pasando por el regenerador y sobre el hogar; 2.º, obra por expansion sobre el émbolo motor, conservando constante su temperatura; 3.º, sale el gas enfriándose

al pasar por telas metálicas, y, de tal suerte, que su presión no se altera, para lo cual el aparato distribuidor le hace disminuir de volumen al mismo tiempo que la resistencia al paso coadyuva al propio fin; 4.º, una vez frío es comprimido por el cilindro motor, á temperatura constante, pasando luego al regenerador, etc., como en el primer período. Este está representado por una línea adiabática paralela al eje de ordenadas; el segundo período por una isoterma que indica el trabajo motor; el tercero por otra adiabática paralela al eje de abscisas, y el cuarto por una isoterma que indica el trabajo resistente.

El quinto tipo citado por Mr. Cazin se refiere á una masa limitada de gas que experimenta cambios sucesivos de temperatura, y, por consiguiente, de presión y de volumen. La más conocida de las máquinas que realizan esta condición es la de Mr. Laubereau. Esta es de simple efecto, y consta de dos cilindros verticales, uno motor, otro distribuidor y térmico: el aire caliente entra bajo el émbolo del primer cilindro y le levanta; una vez frío este aire, desciende el émbolo motor. El segundo cilindro tiene un hogar en su parte inferior y un refrigerante de agua en la superior; el émbolo que en él se mueve sirve para llevar sucesivamente bajo el émbolo motor ya el aire caliente, ya el frío.

El ciclo representativo de esta máquina varía bastante, según la disposición de sus órganos, y da siempre un pequeño coeficiente económico; como que una gran parte del calor se emplea inútilmente en el agua del refrigerante. Otro tanto podemos decir de algunos otros tipos de máquinas de aire caliente, por lo cual nos limitaremos á una breve indicación de dos de estas. Estos ciclos se determinan, en cada caso, conociendo para una posición del émbolo la presión del fluido, la cual señala un manómetro colocado en el cilindro, ó el indicador de Watt. De este modo conocemos el volumen y la presión en cada punto, esto es, la abscisa y ordenada de la curva.

Una de estas máquinas es la de Mr. Franchot, que consta, como la anterior, de dos cilindros paralelos, uno caliente y otro frío: las partes superiores de ambos se comunican por un tubo provisto de telas metálicas: otro tanto sucede entre las inferiores. En cada uno de estos cilindros hay un émbolo, y sus bielas terminan en dos codos

á ángulo recto sobre árbol motor, de tal suerte, que el correspondiente al cilindro caliente precede siempre al del frío.

Con el nombre de gasomotor ha tomado privilegio de invención en 1860 Mr. Belou, por una máquina que consta de dos cilindros como las anteriores, uno de los cuales hace el efecto de soplante. Ni por su aspecto teórico ni por sus resultados prácticos merece más detalles en este sitio.

**MÁQUINAS DE COMBUSTION DE GAS.** Las máquinas anteriores funcionan comunmente con aire, aunque pudieran hacerlo con cualquier otro gas inerte. Existen además en la industria moderna otros motores en que se aprovecha el calor y dilatación de los gases producidos en la combustión de algunos cuerpos, en especial de los gases. La máquina más conocida de este sistema es la de Lenoir, que consta de un cilindro horizontal, en el cual se introducen 10 partes de gas del alumbrado y 90 de aire; un distribuidor, análogo al de las máquinas de vapor, permite su entrada; otro opuesto da salida á los productos de la combustión. Una bobina Ruhmkorff, ayudada por dos pilas Bunsen, produce una chispa en los extremos de los alambres colocados en los dos fondos del cilindro, al chocar cada uno con el émbolo, y determinan la combustión del gas.

En esta se produce mucho calor libre que es preciso quitar del cilindro con un refrigerante de agua, cuya operación se evita agregando á la mezcla detonante una pequeña cantidad de agua que se evapora en el instante de la combustión del gas: tal es el motor Hugon. Por último, hay otro moderno de Otto, de simple efecto y cilindro vertical, en que la combustión se hace al contacto de un mechero de gas, el cual parece ser más económico que los anteriores, que no lo son comparativamente con las máquinas de vapor, si bien las aventajan en sencillez y menor riesgo.

La teoría de esta clase de máquinas presenta un grave inconveniente, cual es determinar la cantidad de calor libre, esto es, que no se transforma en trabajo mecánico y se emplea solo en calentar las paredes del cilindro. Esta cantidad varía según la mezcla de gas y aire que se combina, y dificulta en extremo la aplicación de las ecuaciones de la Termodinámica á este género de motores.

Buena prueba de esta dificultad es lo que ocurre en la aplicación

de la nueva ciencia al estudio de las armas de fuego, que presentan alguna analogía con dichas máquinas. En una arma de fuego hay una verdadera combinación química que produce un aumento de volumen, y este da por resultado un trabajo mecánico, cual es la rápida salida del proyectil. Pues bien, Saint-Robert asegura que el calor libre que se nota en el arma al cabo de unos cuantos disparos es variable, y puede suponerse para un fusil ordinario en la tercera parte del total.

Si tomamos este último dato como aplicable con alguna aproximación á la máquina Lenoir, no es extraño que esta no compita en economía con una máquina de vapor. Digamos también que en este grupo de motores se colocan los que puedan obrar por combinación de sustancias sólidas que producen grandes volúmenes de gas. Así pudieran hacerse algunas máquinas en que obraran sobre el émbolo motor pequeñas porciones de pólvora en ignición.

### CAPÍTULO III.

#### MÁQUINAS DE VAPOR.

**MAQUINA TEÓRICA.** El ciclo de Carnot del vapor saturado, que da el máximo de coeficiente económico, está formado por dos rectas paralelas al eje de abscisas, que son las líneas isotermas (pág. 56), y por dos curvas adiabáticas dadas por la ecuación (21'): es, por lo tanto, parecido á la figura 9.<sup>a</sup>, siendo aquí  $AB$  la línea correspondiente á  $T_2$ ,  $DC$  la correspondiente á  $T_1$  y  $AD$ ,  $BC$  las referentes á la (21').

El coeficiente económico de esta máquina en el caso de llegar la presión á 8 atmósferas—límite del cual no es prudente pasar—y con una condensación que descienda hasta  $\frac{1}{7}$  de atmósfera, y cu-

yas temperaturas ordinarias respectivas son 170,81 y 50 (cuadro de la pág. 50), será (1'')

$$\frac{443,81 - 323}{443,81} = 0,272 .$$

Esto nos dice que una máquina teórica de vapor saturado no aprovecha en las mejores condiciones más allá de la cuarta parte del calor trasmitido por el hogar al líquido. Las máquinas reales utilizan aún ménos; pero las de vapor recalentado, en las que puede elevarse la temperatura sin llegar á presiones exageradas, presentan, segun veremos en su punto, un coeficiente más fuerte. Las de gas en que este puede calentarse más—puesto que solo aumenta 1 atmósfera de presion por cada 273° de temperatura—son bajo este punto de vista más ventajosas.

**TRABAJO DE LA MÁQUINA TEÓRICA.** El punto *A* (fig. 9.<sup>a</sup>) del ciclo corresponde á la posicion del émbolo en un extremo del cilindro; *ABB'A'* representa el trabajo del vapor á plena presion, y, por tanto, *A'B'* la carrera del émbolo en que esto se efectúa—puesto que el volúmen es proporcional á la carrera del émbolo—suponiendo que al mismo tiempo se conserva inalterable la temperatura  $T_2$  del vapor. Si llamo  $Px_2$  al peso de la cantidad de vapor contenida en esta parte del cilindro—en la que  $x_2$  indica la parte de vapor, y  $1 - x_2$  la de agua—habrá absorbido una cantidad de calor

$$Q_2 = Px_2 L_2 ;$$

siendo  $L_2$  el calor latente correspondiente á  $T_2$  (pág. 45). Supongamos que al llegar el émbolo á *B'* cesa la produccion del vapor, y este, limitado ya, obra por expansion en el resto de la carrera de aquel, ó sea en *B'C'*, representándose su trabajo por el trapecio curvilíneo *BCC'B'*. Una parte del vapor se condensa, otra queda; sea esta  $x_1$ , tendremos de la (21')

$$\frac{L_1 x_1}{T_1} = \frac{L_2 x_2}{T_2} + \int_{T_1}^{T_2} \frac{K}{T} dT .$$



El tercer periodo del ciclo—refiriéndose siempre á lo que ocurre hácia una de las caras del émbolo—consiste en la condensacion de una parte del vapor, mientras el émbolo retrocede desde  $C'$  á  $D'$ , y en el ciclo, segun la recta isoterma  $CD$ , á  $T_1$ , temperatura del condensador. Sea  $x'$  la parte de vapor que queda; se cederá en la condensacion una cantidad de calor

$$Q_1 = P (x_1 - x') L_1 .$$

La mezcla de vapor y agua ha de volver á estar al fin de la embolada en las mismas condiciones que al principio, ó sea la curva adiabática que parte de  $D$  ha de terminar en  $A$ ; pero  $x_2$  era la proporcion del vapor correspondiente á  $B$ ;  $x_1$  la de  $C$ ;  $x'$  la de  $D$ , y *cero* la de  $A$ ,—pues á partir de este punto nos hallamos en las mismas condiciones que al principio—luego la (21') dará aqui

$$\frac{L_1 x'}{T_1} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{K}{T} dT ;$$

la cual, restada de la anteúltima, produce

$$\frac{L_1 (x_1 - x')}{T_1} = \frac{L_2 x_2}{T_2} .$$

Despejando aqui  $x_1 - x'$  y sustituyendo en el valor de  $Q_1$ , se obtiene

$$Q_1 = P x_2 \frac{T_1}{T_2} L_2 ;$$

que con el valor de  $Q_2$  da, simplificando,

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} ;$$

ó sea la (1'')

Siendo  $Px_2$  la cantidad de vapor que obra, consumirá un número de calorías—al fin varios ciclos completos—expresada por

$$Px_2 L_2 \frac{T_2 - T_1}{T_2};$$

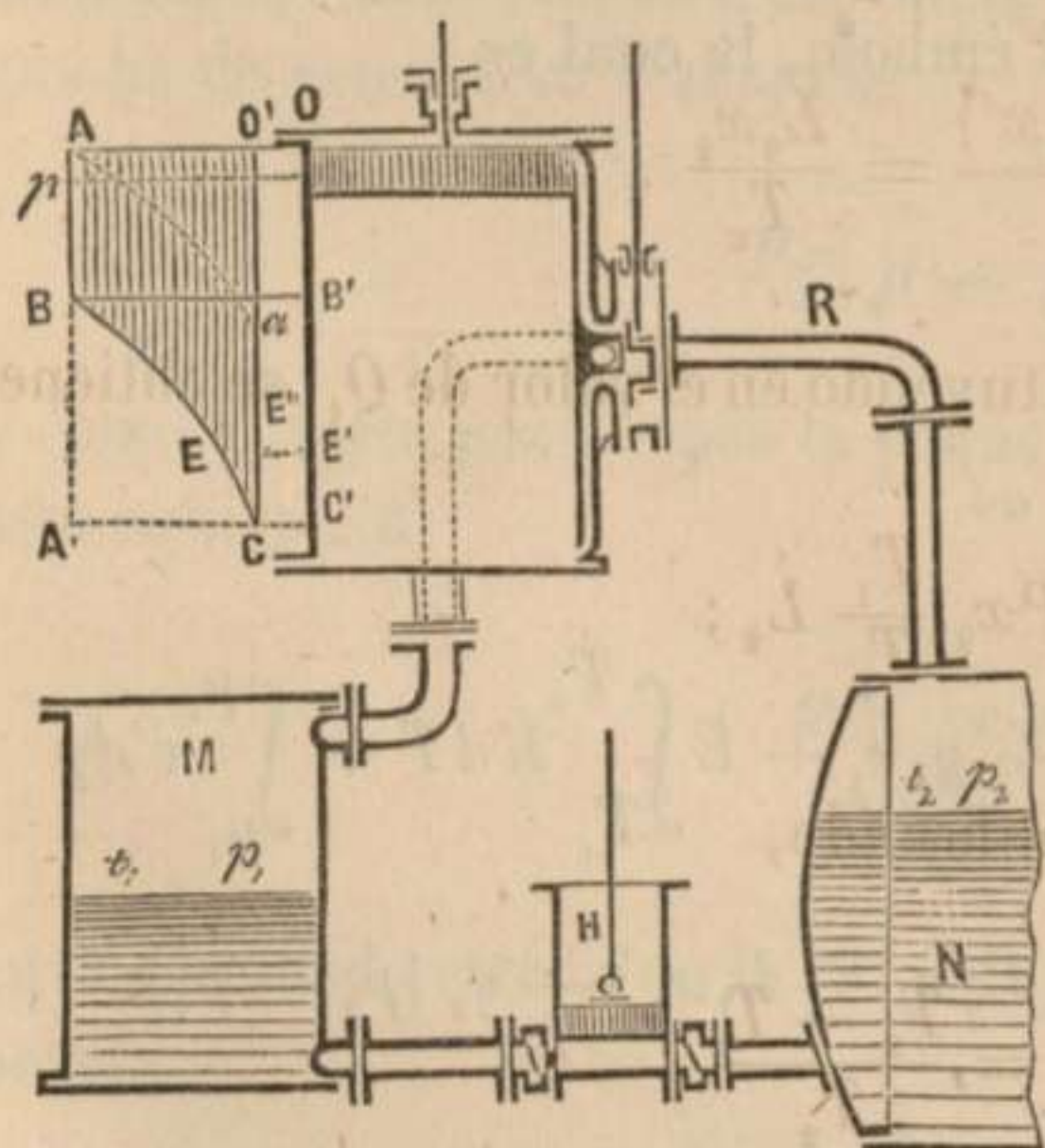
y por tanto para 1 kilogramo de vapor

$$L_2 \frac{T_2 - T_1}{T_2};$$

luego el trabajo mecánico que este calor produce es

$$S = EL_2 \frac{T_2 - T_1}{T_2}. \quad (7'')$$

**TRABAJO DE LA MÁQUINA REAL.** No hay en la práctica ninguna máquina de vapor capaz de realizar el ciclo de Carnot, y por tanto todas tienen menor coeficiente económico que el correspondiente á una teórica cuyo desnivel térmico sea el mismo. Así la línea  $DA$  no es adiabática en la figura 9.<sup>a</sup>, pues el vapor sale al condensador no bien ha efectuado su trabajo: para que exista como tal se necesita



(Fig. 15.)

que todas las operaciones de producción del vapor, expansión y condensación se produzcan en el mismo cilindro.

Supongamos para hacer el estudio una máquina en las mejores condiciones, esto es, con expansión y condensación. Sea (fig. 15)  $OB'$  la carrera del émbolo mientras viene por  $R$  desde la caldera  $N$  vapor á plena presión  $p_2$  con temperatura  $t_2$ , mezcla  $x_2$  y volumen específico  $v_2$ . Sea

$B'C'$  la carrera que el émbolo sigue cuando se cierra la comunica-

cion con la caldera, ó sea cuando el vapor obra por expansion; en  $C'$  suponemos que este llega al estado  $p_1, t_1, x_1$  y  $v_1$ ; en el condensador  $M$  están dadas la presión y temperatura por los mismos valores. Tendremos así, tomando por ejes de coordenadas,  $O'C$  y  $O'A$  que  $AB$  es la isoterma á  $t_2$ ;  $BC$  la adiabática, y  $CO'$  la isoterma á  $t_1$ . Además se tiene

$$\begin{aligned} \text{en } A \text{ y en la caldera } N. & (t_2, p_2, x_2, v_2); \\ \text{en } C. & \dots \dots \dots (t_1, p_1, x_1, v_1); \\ \text{en el condensador } M. & (t_1, p_1). \end{aligned}$$

El peso  $P$  de vapor producirá un trabajo mecánico, en el traspaso  $OB'$  del émbolo,

$$Pv_2 (p_2 - p_1); \quad (8'')$$

puesto que  $Pv_2$  es el volúmen y  $p_2 - p_1$  la presión que obra sobre la cara que recibe el empuje del fluido.

Durante la expansion, esto es, según la curva  $BC$ , el trabajo estará dado por la ecuación (23') puesto que no hay pérdidas de calor; teniendo, además, en cuenta la resistencia que opone el vapor del condensador á la marcha del émbolo, la cual es

$$p_1 (v_1 - v_2);$$

por tanto el trabajo, según  $BC$ , es

$$\begin{aligned} P \left[ E(L_2 x_2 - L_1 x_1) - p_2 v_2 + p_1 v_1 + E \int_{T_1}^{T_2} K dT + \int_{p_1}^{p_2} v' dp \right. \\ \left. - p_1 (v_1 - v_2) \right] = P \left[ E(L_2 x_2 - L_1 x_1) - v_2 (p_2 - p_1) \right. \\ \left. + E \int_{T_1}^{T_2} K dT + \int_{p_1}^{p_2} v' dp \right]. \end{aligned}$$

Sustituyendo en esta ecuacion en vez de  $x_1$  su valor deducido de la (21'), resulta

$$P \left[ EL_2 x_2 \frac{T_2 - T_1}{T_2} - v_2 (p_2 - p_1) + E \int_{T_1}^{T_2} K \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) dT + \int_{p_1}^{p_2} v' dp \right];$$

y agregando á esta expresion la (8'') del trabajo á plena presion, tendré para cada embolada

$$P \left[ EL_2 x_2 \frac{T_2 - T_1}{T_2} + E \int_{T_1}^{T_2} K \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) dT + \int_{p_1}^{p_2} v' dp \right]. \quad (9'')$$

Para que el cálculo teórico sea completo en todo el ciclo, nos falta tener en cuenta el trabajo mecánico que necesita la bomba  $H$  que lleva el agua de alimentacion desde el condensador á la caldera—prescindiendo del cálculo de la bomba de agua fria,—pues sin esta cantidad no se cierra el ciclo, y corresponde á la parte  $O'A$  de este. Siendo  $v'$  el volúmen específico del agua, y  $p_2 - p_1$  la presion que ha de vencer, su trabajo es

$$P v' (p_2 - p_1);$$

y como  $v'$  varia poco—por la pequeña compresibilidad del agua—esto equivale á

$$P \int_{p_1}^{p_2} v' dp;$$

cuya cantidad restada de la (9''), da para el trabajo útil de cada embolada

$$S = PE \left[ L_2 x_2 \frac{T_2 - T_1}{T_2} + \int_{T_1}^{T_2} K \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) dT \right]. \quad (10'')$$

Ya veremos más adelante que es indiferente, para este cálculo, el uso de la bomba de alimentación, ó del inyector Giffard.

**COEFICIENTE ECONÓMICO.** Como se ve por lo anterior, se prescinde de un gran número de resistencias pasivas en la máquina de vapor que tenga expansion y condensacion. Aún así y todo, vamos á ver que su coeficiente económico es menor que el del ciclo Carnot. —

La cantidad de calor  $Q_2$  suministrada por el foco, se emplea no ya como en la máquina teórica en evaporar el agua (pág. 89), puesto que allí solo existia en el cilindro la precisa para cada embolada, sino en esto, y además en calentar el resto del agua, cuya masa es 1 siendo la del vapor  $x_2$ . Será, pues,

$$Q_2 = PL_2 x_2 + PC(T_2 - T_1);$$

podemos sin gran error hacer (pág. 51)  $C = K$ , ó sea

$$Q_2 = PL_2 x_2 + P \int_{T_1}^{T_2} K dT. \quad (11'')$$

Por otra parte, la cantidad de calor que se trasforma en trabajo útil es, segun la (10''),

$$Q_2 - Q_1 = P \left[ L_2 x_2 \frac{T_2 - T_1}{T_2} + \int_{T_1}^{T_2} K \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) dT \right];$$

luego el coeficiente económico es el cociente de estas expresiones, que puede ponerse bajo la forma siguiente:

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} - \frac{T_1 \int_{T_1}^{T_2} K \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_2} \right) dT}{L_2 x_2 + \int_{T_1}^{T_2} K dT};$$

en cuya expresion es siempre  $T < T_2$ , y por tanto

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} < \frac{T_2 - T_1}{T_2} .$$

Así para el ejemplo citado (pág. 89) tendremos, haciendo  $K = C = 1,013$ , é integrando

$$\begin{aligned} 0,272 &= \frac{T_1 C \log. \frac{T_2}{T_1} - T_1 \frac{T_2 - T_1}{T_2}}{L_2 x_2 + C (T_2 - T_1)} \\ &= 0,272 - \frac{323 \times 1,013 \times \log. 1,374 - 87,86}{L_2 x_2 + 120,81 \times 1,013} . \end{aligned}$$

Si suponemos que el vapor está seco al entrar en el cilindro, es  $x_2 = 1$ , y tomando  $L_2 = 486$  (pág. 49), resulta en la fraccion anterior

$$0,272 - \frac{15,862}{608,4} = 0,246 .$$

Ahora bien, el calor dado al agua es para  $P = 1$ , ó sea para un kilogramo de vapor seco, el denominador del coeficiente, ó sea 608,4, y por tanto el consumido útilmente solo es  $608,4 \times 0,25 = 152,1$ .

Si suponemos que el vapor tiene un 20 por 100 de agua líquida en suspension, esto es,  $x_2 = 0,80$ , es el coeficiente

$$0,272 - \frac{15,862}{511} = 0,241 ;$$

y el trabajo útil corresponde á

$$\left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_2} \right) 511 \times 0,24 = 123 ,$$

calorías.

CICLO DE LAS MÁQUINAS DE VAPOR. Conviene demostrar en este

punto las ventajas de la expansion, para lo cual nos serviremos de las máquinas de condensacion.

El ciclo de la figura 9.<sup>a</sup> no existe realmente en la 15; este es el punto de vista teórico sobre que debemos insistir un momento. Para que este existiera fuera preciso que el vapor que le sigue representativamente volviera por sí mismo á su primitivo estado. Esto sucede cuando es una masa de agua encerrada en el cilindro, la cual se vaporiza en él, en él sufre la expansion y en él se condensa totalmente, volviendo á su primer estado: tal es lo que hemos supuesto en la máquina teórica.

En la figura 15, ó sea en la máquina real—por más que en ella se prescindida de las resistencias pasivas—no hay esto, y se completa el ciclo gracias á la bomba de alimentacion que pone las cosas en su primitivo estado, y cuya accion equivale á la línea  $O'A$ . En vano tenemos en cuenta todo el trascurso del fluido desde la caldera al cilindro, desde este al condensador, y desde este á la caldera; no existe sin la bomba un ciclo completo. En efecto, el vapor comienza su camino representativo segun la línea isoterma  $AB$ ; lo continúa luego en la expansion segun la adiabática  $BC$ ; al retroceder el émbolo sigue la isoterma  $CO'$ , pero al llegar á este punto, esto es, al comenzarse la segunda embolada, el vapor que se condensó no vuelve sino con la bomba: si no hubiera condensacion se perderia en la atmósfera una parte del vapor sin volver á la caldera. Al comenzar, pues, la segunda embolada, podemos seguir la representacion en el ciclo completo, siempre que haya condensacion; pero si esta no existe, no hay la línea  $O'A$ , y entonces no hay ciclo cerrado. Para el caso actual es indiferente que la máquina sea de simple ó doble efecto; en este caso se la considera como dos máquinas iguales adyacentes.

Dicho ciclo puede suponerse como compuesto del completo  $ABCa$  y del contorno  $aO'A$ , composicion análoga á otra que antes hemos hecho (pág. 67).

Es, segun dice Zeuner, como si supusiéramos dos máquinas de vapor juntas, una obrando segun un ciclo Carnot, otra segun un trozo de ciclo.

Notemos que hasta ahora hemos exigido explicita ó implicitamente varias condiciones para el exámen teórico de la máquina real; son estas:

1.<sup>a</sup> Que la expansion sea completa, esto es, que al terminar su carrera el émbolo tenga el vapor la presión y temperatura del condensador; en otros términos, que la adiabática nos dé  $CC' = p_1$ .

2.<sup>a</sup> Que el émbolo ajuste bien contra la tapa superior del cilindro — pues no consideramos aquí más que lo ocurrido hacia este sitio — ó, como suele decirse en otros términos, que no exista *espacio nocivo*.

3.<sup>a</sup> Que la presión y temperatura  $p_2$  y  $t_2$  sean iguales en la caldera y el cilindro — al principio de su carrera — esto es, que no haya pérdidas en el tubo  $R$  de conducción.

4.<sup>a</sup> Que la contrapresión sea la del condensador, esto es, que en la otra cara del émbolo haya también expansión completa.

5.<sup>a</sup> Que el condensador esté enfriado exteriormente, y por consiguiente no sea preciso calcular el trabajo que en otro caso comunicaría la bomba de agua fría.

Si no hubiere condensador, sustitúyase lo que de esto decimos con la presión atmosférica, excepto en la manera de completar el ciclo.

Veamos ahora la influencia perjudicial ejercida por la ausencia de la condición 1.<sup>a</sup>, esto es, por la expansión incompleta, y como consecuencia por la plena presión en toda la carrera, que es la falta completa de expansión.

El efecto del espacio nocivo lo estudiaremos al tratar de la distribución del vapor. Las condiciones 3.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> y 5.<sup>a</sup> no pueden realizarse nunca con toda exactitud, y es muy complicado el calcularlas.

**EFFECTO DE LA EXPANSION INCOMPLETA.** Supongamos que en la figura 15 el cilindro no tuviera más longitud que la  $OE'$  y el vapor saliera al condensador, al fin de la embolada, con una presión  $EE' = p_3$  mayor que la de la del condensador — como indica la figura — pues siendo  $CC' = p_1$ , es  $p_3 > p_1$ , al mismo tiempo que  $p_3 < p_2 = OA$ . La figura muestra por sí sola una pérdida de trabajo representada por el área  $EE''C$ .

Para determinar analíticamente esta pérdida llamo  $T_3$  la temperatura absoluta correspondiente á  $p_3$ ;  $v_3$  el volumen específico de la mezcla de agua y vapor, y  $x_3$  la cantidad de vapor que contiene la mezcla en estas condiciones, y por un razonamiento análogo al em-



pleado en el caso de expansion completa (pág. 92), tendré para el trabajo de cada embolada, solo por expansion,

$$P \left[ E(L_2 x_2 - L_3 x_3) - p_2 v_2 + p_3 v_3 + E \int_{T_3}^{T_2} K dT \right. \\ \left. + \int_{p_3}^{p_2} v' dp - p_1 (v_3 - v_2) \right].$$

Notemos que esto equivale á sustituir en dicha fórmula de la expansion completa el indice 3 en vez del 1, excepto en el último término en que subsiste  $p_1$  como resistencia del vapor del condensador.

La ecuacion (21') suministra, permutando los indices, el valor de  $x_3$ , que sustituido en la ecuacion que acabamos de escribir, nos da

$$P \left[ EL_2 x_2 \frac{T_2 - T_3}{T_2} - p_2 v_2 + p_3 v_3 + E \int_{T_3}^{T_2} K \left( 1 - \frac{T_3}{T} \right) dT \right. \\ \left. + \int_{p_3}^{p_2} v' dp - p_1 (v_3 - v_2) \right].$$

El trabajo disponible, agregando el de plena presion (8'') y restando el de la bomba que no varia (pág. 95) y es  $Pv' (p_2 - p_1)$ , ó sea próximamente  $P \int_{p_1}^{p_2} v' dp$ , resulta ser

$$P \left[ EL_2 x_2 \frac{T_2 - T_3}{T_2} - p_2 v_2 + p_3 v_3 \right. \\ \left. + E \int_{T_3}^{T_2} K \left( 1 - \frac{T_3}{T} \right) dT + \int_{p_3}^{p_2} v' dp - p_1 v_3 + p_1 v_2 \right. \\ \left. - \int_{p_1}^{p_2} v' dp + v_2 p_2 - v_2 p_1 \right] = P \left[ EL_2 x_2 \frac{T_2 - T_3}{T_2} \right. \\ \left. + E \int_{T_3}^{T_2} K \left( 1 - \frac{T_3}{T} \right) dT + (p_3 - p_1) (v_3 - v') \right].$$

Suponiendo  $K = C$ , —en lo cual hay pequeño error,—es el trabajo para  $1^{\text{kg}}$ . de vapor

$$S = E \left[ L_2 x_2 \frac{T_2 - T_3}{T_2} + C (T_2 - T_3) - CT_3 \log. \frac{T_2}{T_3} + A (p_3 - p_1) (v_3 - v') \right].$$

Si el vapor está seco al llegar al cilindro, haremos además  $x_2 = 1$ . Comencemos por el término

$$A (p_3 - p_1) (v_3 - v'),$$

para hallar el valor numérico de esta fórmula y determinar el coeficiente económico en el caso actual, tomemos el ejemplo en que hemos hallado como coeficiente 0,246, cuando la expansión era completa (pág. 95), y seco el vapor.

Supongamos para ello que la presión  $p_3$  es 1,50 atmósferas; el volumen específico de la mezcla  $v_3$  es el  $v_1$  de la pág. 61, ó sea

$$v_3 = 1,062.$$

Tomando además la diferencia de presiones 1,45 atmósfera, lo cual dá (pág. 50),

$$p_3 - p_1 = 14984,$$

resulta

$$A (p_3 - p_1) (v_3 - v') = \frac{1}{425} \times 14984 \times 1,061 = 37,4. \quad (15'')$$

Los demás términos dan por ser  $T_3 = 384,74$ ,

$$S = E \left( 486,3 \frac{59,07}{443,81} + 1,013 \times 59,07 - 1,013 \times 384,74 \log. 1,15 + 37,40 \right) = 107,74 E.$$

El calor dado al agua era 608,4, luego el coeficiente económico es aquí

$$\frac{107,74}{608,4} = 0,177 ;$$

mientras que con expansion completa era 0,246 y en ciclo Carnot 0,272.

**MÁQUINAS DE DOS CILINDROS.** Como el émbolo del cilindro origina volúmenes iguales para carreras iguales, es una necesidad de la construccion de la máquina limitar el cilindro, y hacer, por lo tanto, la expansion incompleta. Conviene saber en este punto cuál es el volumen de la expansion comparado con el de presion plena en funcion de las presiones.

Para hallarlo recurriremos, en cada caso, á un cálculo análogo al de las páginas 62 y 65. Así partiendo de 8 atmósferas con una expansion que llegue á  $\frac{1}{7}$  de atmósfera en el condensador, el volumen final del vapor con relacion al de entrada es (pág. 65) 40, y si la expansion hubiera llegado á 1,5 atmósfera, dicho volumen sería 4,54.

Es difícil construir un cilindro que realice la primera relacion, por el gran volumen que tendria, y en la práctica se contentan los constructores con esta última; esto es, hacerle de tal suerte que su volumen sea de 4 á 5 veces el del vapor que ha de entrar desde la caldera para cada embolada. El problema es calcular entonces por dicha relacion de volúmenes la de las presiones, ó mejor dicho, la que tiene el vapor al final de su expansion, cálculo que se deduce de lo que hemos dicho. Como los volúmenes del cilindro son proporcionales á las carreras del émbolo, suele decirse expansion á  $\frac{1}{n}$ ; siendo 1 la parte de la carrera á plena presion, y  $n - 1$  la correspondiente á la expansion.

Hay sistemas de máquinas de vapor como las de Woolf, Legavrien y otras, que tienen dos cilindros; uno en que obra el vapor á plena presion, otro á expansion. Excusamos decir las ventajas teóricas de estos motores, pues el párrafo anterior las ha probado.

Se calculará el cilindro de tal suerte que su volumen produzca

la expansion completa. Para el ejemplo citado se construirá un cilindro en el cual obre el vapor á plena presion, y otro para la expansion, cuyo volúmen sea sino 40 veces mayor al ménos 20. En la práctica no suele llegarse siquiera á este último número, por lo que algunos constructores disponen las máquinas de tal suerte que la expansion comience á la mitad de la carrera del cilindro pequeño y continúe luego en todo el grande: con esto se aumenta la relacion numérica, cuya importancia hemos probado. No se necesita en la práctica llegar á la relacion teórica, pues siempre que la diferencia sea pequeña, el error lo es tambien: así tomando un volúmen 20 veces mayor en vez de 40, se tiene más de la mitad de efecto útil de la expansion completa. Esto se prueba por las fórmulas anteriores ó por la simple inspeccion de la figura 14, cuya área  $EE''C$ , disminuye notablemente, cuando  $CE''$  decrece.

**MÁQUINAS DE EXPANSION VARIABLE.** Si la máquina es de expansion variable es más difícil disponerla en buenas condiciones teóricas, bajo el punto de vista de la expansion completa. Si esta se ha calculado á  $\frac{1}{10}$  para una presion  $p_2$ ; esto es, que la carrera á plena presion—ó sea el volúmen—sea 1, y la de expansion—ó su volúmen—sea 9, y con arreglo á estos datos resulta ser el cilindro á propósito para la expansion completa; si además se supone que tiene expansion variable, esto es, que puede aumentar la carrera á plena presion, y disminuir, por lo tanto, la de expansion—no lo contrario—entonces habrá de fijo una expansion incompleta. Su efecto perjudicial no será, sin embargo, muy sensible, mientras esta relacion no se altere sensiblemente, porque esto equivale á obtener expansion incompleta no muy diferente de la teórica, y por tanto, incurrimos en el defecto indicado al fin del párrafo anterior.

Esta variacion de la expansion es desventajosa en general—teóricamente hablando—comparada con la disminucion de la presion, á no que se disponga de datos muy especiales en el cálculo. Indícalo el ciclo de la figura 15, pues es preferible en ella hacer menor la ordenada  $BB'$ , á fin de que la curva termine en  $C$  sobre el eje de abscisas, que aumentar  $OB'$  sin conseguir dicha terminacion. La prueba decisiva para cada caso debe hacerse con los datos de los

dos cálculos que se quiera examinar—pues en absoluto nada puede decirse—ó sea comparar los coeficientes económicos de ambos casos.

Así, por ejemplo, es ventajoso bajar la presión de la máquina á 5 atmósferas y obrar con expansion completa hasta una condensacion de 0,1 —lo cual dá un volúmen relativo 25,70 (pág. 59)— y un coeficiente económico fácil de calcular, de 0,219, á seguir con la presión de 8 atmósferas, y emplear, con el mismo condensador, una expansion incompleta á 4,5, y su volúmen 4,54 veces mayor (página 100) del de entrada. Estas relaciones de volúmenes son heterogéneas, pues una se refiere á vapor á 8<sup>atm.</sup>, y otra á vapor á 5<sup>atm.</sup>. Si se quiere compararlos basta apelar al cuadro de la página 50, que dá para el primero

$$\frac{1}{4,27} = 0,23 ,$$

y para el segundo

$$\frac{1}{2,75} = 0,36 .$$

**MÁQUINAS DE PLENA PRESION.** Si continuamos con el ejemplo citado al principio de este párrafo de una máquina calculada para expansion de  $\frac{1}{10}$  y seguimos aumentando la carrera á plena presión, claro está, según lo expuesto, que disminuye sucesivamente—y cada vez con más rapidez—el coeficiente económico mientras no varíe la presión. De aquí se deduce que las máquinas de plena presión tienen un coeficiente menor. Esto no se opone á que una máquina á plena presión produzca más trabajo que otra de iguales dimensiones que tenga expansion, sino que la relación del calor tomado del agua al aprovechado, es mucho menor en aquella que en esta.

Para hallar dicho coeficiente económico en las máquinas á plena presión, y poderse formar idea clara, sobre un ejemplo, de su valor, no tenemos más que mirar la fórmula (12'') cuyos términos desaparecen todos, excepto el último, para el caso de plena

presion, pues entonces  $T_3 = T_2$ . En el ejemplo que hemos desarrollado será análogamente á la (15")

$$\frac{1}{425} \times 72338 \times \frac{1}{4,27} = 40 ;$$

luego el coeficiente económico es

$$\frac{40}{608} = 0,066 .$$

En todos los casos si no hay condensacion, se calcula siempre como  $p_1 = 1^{\text{atm.}}$ ;  $T_1 = 373$ , pero sin ciclo cerrado.

Resumimos en el cuadro adjunto los resultados del ejemplo que hemos resuelto en sus casos principales.

RESULTADOS DE UNA MÁQUINA DE VAPOR CUYA PRESION INICIAL  
ES DE 8 ATMÓSFERAS.

MÁQUINAS QUE OPERAN SEGUN:	PRESIONES.			VOLÚMENES DEL VAPOR.		Coeficiente eco- nómico.	CALOR.		Trabajo de 1kg. del vapor seco.  kgm.
	Inicial.	Del con- densador.	Final de la ex- pansion.	Inicial.	Final.		Tomado.	Utilizado.	
	atm.	atm.	atm.				cal.	cal.	
Ciclo Carnot. . .	8	0,15	0,15	1	40	0,27	608	164	69700
Expansion com- pleta. . . . .	8	0,15	0,15	1	40	0,25	608	152	64600
Idem y vapor con 0,20 de agua. . .	8	0,15	0,15	1	40	0,24	511	123	52275
Expansion incom- pleta. . . . .	8	0,15	1,50	1	4,54	0,18	608	109	46325
Plena presion. . .	8	0,15	8	1	1	0,07	608	43	18275

Se vé por este cuadro la poca importancia que hay en seguir ó no el ciclo teórico de Carnot; pero la grande de aprovechar la expansion y de hacerla lo más extensa posible.

**EMPLEO DEL VAPOR SECO EN TODO SU TRAYECTO.** Gran ventaja es tener vapor seco al entrar en el cilindro, y el descenso del coeficiente económico (pág. 95) nos lo prueba al propio tiempo que las fórmulas anteriores. Una caldera cuya cámara de vapor sea suficiente, cuyos tubos de conduccion no sean exagerados, permite llegar el flúido casi seco al cilindro. Si esto no sucede, conviene á todo trance calentar el vapor con los gases de la combustion, antes de que entre en el cilindro, lo suficiente para que pierda su agua en suspension, y sin que confundamos esto con la elevacion notable de temperatura en el vapor, haciéndole pasar al estado de recalentado, de cuyo problema nos ocuparemos en breve.

Pero aunque el vapor llegue seco al cilindro adquiere en su expansion una cantidad de agua, por efecto de la condensacion parcial, cuyos valores  $x$  hemos determinado (pág. 59), y de cuyos perjudiciales efectos son muestras bien patentes los cálculos anteriores. Cierto es que el calor abandonado por esta parte del vapor que se condensa se trasforma en trabajo mecánico; pero parece que seria mejor hallar un medio de suministrar á la masa flúida una cantidad de calor igual á esta, la cual experimentaria igual trasformacion en trabajo útil, y al propio tiempo tendríamos *vapor constantemente seco durante toda su extension*.

Esto se ha conseguido rodeando el cilindro con otro y dejando entre ambos una capa ó camisa de vapor, en comunicacion constante con la caldera, el cual suministra el calor que pierde la masa interior. Esto se llama la camisa de Watt. Bien es cierto que con su empleo no aumentamos el efecto útil, si tenemos presente que el calor de este vapor empleado en caldear el cilindro se destina á evaporar el agua en suspension, y por tanto el efecto económico con respecto á la caldera no crece. Pero como lo que deseamos es aumentar el trabajo en el cilindro, este crece con el medio citado.

Veamos el efecto teórico que esto produce en el cilindro. Como queremos mantener el vapor seco en su descenso desde  $T_2$  á  $T_1$ , lo

que exige más calor con el último límite que con el primero, habrá que suministrarle una cantidad de calor

$$P \int_{T_2}^{T_1} K' dT;$$

que unida á la (11'') necesaria en el caso ordinario para  $x_2 = 1$ —ó sea vapor seco al entrar en el cilindro—da en esta

$$Q_2 = P \left[ L_2 + \int_{T_1}^{T_2} (K - K') dT \right].$$

Se cede al condensador en este caso, por no haber liquefaccion alguna en el trayecto,

$$Q_1 = PL_1;$$

luego se trasforma en trabajo útil

$$Q_2 - Q_1 = P \left[ L_2 - L_1 + \int_{T_1}^{T_2} (K - K') dT \right].$$

Despejando en la (17') el valor  $K - K'$  y sustituyéndolo en la ecuacion última, se obtiene

$$\begin{aligned} Q_2 - Q_1 &= P \left[ L_2 - L_1 + \int_{T_1}^{T_2} \frac{L}{T} dT - \int_{T_1}^{T_2} \frac{dL}{dT} dT \right] \\ &= P \int_{T_1}^{T_2} \frac{L}{T} dT. \end{aligned}$$

Luego el trabajo útil para 1<sup>kg.</sup> de vapor, es

$$S = E \int_{T_1}^{T_2} \frac{L}{T} dT.$$



Sustituyendo el valor de  $L$  (pág. 45)

$$\begin{aligned} L &= 606,50 - 0,695 t = 606,50 - 0,695 (T - 273) \\ &= 796,24 - 0,695 T \end{aligned}$$

en la anterior, resulta

$$S = \left[ 796,24 \log. \frac{T_2}{T_1} - 0,695 (T_2 - T_1) \right] E.$$

Para el ejemplo citado (pág. 95) en el caso de expansion completa, tenemos

$$\begin{aligned} S &= \left[ 796,24 \log. \frac{443,81}{323} - 0,695 (443,81 - 323) \right] E \\ &= 170 \times 425 = 72250 ; \end{aligned}$$

cuyo número es superior aún al valor teórico del cuadro citado (página 105), que solo era 69700.

El coeficiente verdadero de esta máquina, teniendo en cuenta el calor total tomado de la caldera es, hallando  $K'$  para un valor intermedio entre  $T_1$  y  $T_2$  análogamente al cuadro de la pág. 55 y suponiéndolo constante en este intermedio, lo que da aproximadamente tomando  $K' = -1$  ;

$$\begin{aligned} & \frac{170}{L_2 + (K - K') (T_2 - T_1)} \\ &= \frac{170}{486 + (1,013 + 1) (443,81 - 323)} = \frac{729}{170} = 0,233 . \end{aligned}$$

Esto nos dice que el coeficiente económico real, esto es, habida consideracion al calor total cedido al vapor, ha disminuido, así como el trabajo de cada embolada. Se pierde más calor aún atendiendo al enfriamiento del cilindro exterior; en cambio no hay agua condensada en el cilindro, lo cual evita algunos riesgos.

Si el vapor para la camisa Watt viniera de otra caldera y se prescindiera de su valor, el coeficiente económico sería mayor: otro tan-

to puede decirse para el caso en que sea el vapor perdido el que se utilice en dicha camisa. Entonces sería el coeficiente económico

$$\frac{170}{608,4} = 0,279 .$$

En el caso de expansion incompleta bastará restar del trabajo anterior lo correspondiente al transcurso desde 1, <sup>atm.</sup>5 á 0,15 en que cesa de trabajar el vapor, ó sea próximamente

$$170 - 1,013 (384 - 323) = 108 \text{ cal.}$$

Como el calor dado por la caldera es el mismo, resulta un coeficiente de

$$\frac{108}{729} = 0,148 ;$$

cuando se empleaba el calor utilizable; y aprovechando el perdido, es

$$\frac{108}{608,4} = 0,178 .$$

El primero es menor que el correspondiente 0,177 (pág. 100), y el segundo algo mayor, aunque poco.

**EMPLEO DE DIVERSOS VAPORES SIMULTÁNEOS.** Hemos dicho (pág. 66) que en las máquinas térmicas conviene aumentar en lo posible el desnivel de la temperatura de los cuerpos, siendo el vehiculo del calor un gas ó un vapor. Limitándonos al de agua y empleándole en estado de saturacion, fácil es ver que dichos limites no pueden pasar prudencialmente de los que hemos indicado en el ejemplo resuelto. No se emplean, en efecto, temperaturas mayores que 445,81, porque no es prudente pasar de una presion de 8 atmósferas sin exponerse á fugas ó á algun riesgo más temible: no puede bajarse tampoco mucho más de 525° que corresponde á  $\frac{1}{7}$  de atmósfera, porque es difícil conseguir en la práctica una expansion mucho más baja en el condensador, á no ser en las máquinas de muy baja presion.

Ha ocurrido en vista de esto emplear algun otro vapor, pero no se gana gran cosa, —segun prueba la simple inspeccion del cuadro anterior (pág. 49)— y además habia en los muy volátiles notables fugas, y carestía, por consiguiente, en el precio definitivo, además del riesgo de combustion de algunos de dichos vapores.

Mr. Tremblay ha usado dos vapores combinados, el de agua, y rodeando su condensador el éter sulfúrico que hierve á 57°. Puede así bajarse de 445,81 á 510, y desde este á 285, por ejemplo, condensando así á 10° centigrados los vapores del éter; el coeficiente es entonces

$$\frac{443,81 - 283}{443,81} = 0,362 ;$$

mayor que el 0,272 antes hallado.

Demostremos que, en efecto, el coeficiente económico corresponde al desnivel último. Para ello no tenemos más que llamar  $T_2$  la temperatura superior del agua;  $T_3$  la inferior; esta misma la superior del éter, y  $T_1$  su inferior;  $Q_2$ ,  $Q_3$ ,  $Q_1$ , las cantidades de calor correspondientes tomadas ó cedidas á los focos.

La primera máquina, como si estuviese aislada de la otra, aprovecha del calor  $Q_2$  que toma, la parte

$$Q_2 \frac{T_2 - T_3}{T_2} ;$$

se pierde en el condensador la parte

$$Q_2 - Q_2 \frac{T_2 - T_3}{T_2} = Q_2 \frac{T_3}{T_2} = Q_3 .$$

La segunda máquina transforma

$$Q_3 \frac{T_3 - T_1}{T_3} ;$$

y desperdicia la

$$Q_3 \frac{T_1}{T_5}$$

Luego el aprovechamiento definitivo es

$$\begin{aligned} & Q_2 \frac{T_2 - T_5}{T_2} + Q_3 \frac{T_5 - T_1}{T_5} \\ &= Q_2 \frac{T_2 - T_5}{T_2} + Q_2 \frac{T_5 - T_1}{T_2} = Q_2 \frac{T_2 - T_1}{T_2}, \end{aligned}$$

y el coeficiente económico de la máquina total es

$$\frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

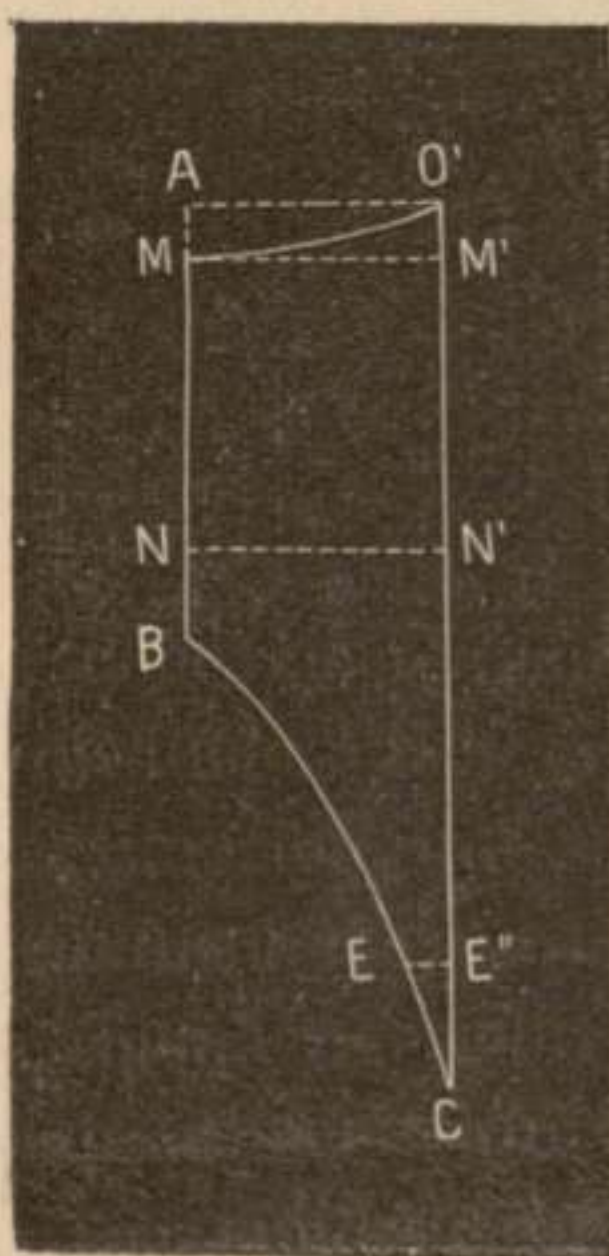
Las fugas que habia en estas máquinas, cuyo segundo vapor era el éter, hicieron desecharlas. Otro tanto sucedió con aquellas en que el cloroformo le sustituyó. Teóricamente presentan mayor coeficiente económico, según acabamos de ver. Damos en diferentes puntos de este libro los elementos necesarios para los cálculos de estos vapores y del sulfuro de carbono.

**EMPLEO DEL VAPOR RECALENTADO.** Volviendo ahora al vapor de agua solo, y si en vez de disponer el aparato accesorio á que aludimos al comienzo del párrafo anteúltimo, hacemos que dicho aparato no se limite á evaporar el agua líquida que pueda venir en suspensión desde la caldera, sino que además hacemos que este pase desde *saturado* á *recalentado*, obtendremos un resultado que vamos á analizar

En primer lugar, al crecer la temperatura no crece la presión tanto como en los vapores saturados, y por lo tanto, es posible llegar á un gran desnivel térmico, ó sea á un fuerte coeficiente económico. Para probar la premisa de esta proposición, sería preciso co-

nocer la relacion entre la presion y temperatura en los vapores recalentados. Esta es compleja (15') pero se admite con suficiente aproximacion, que siguen las leyes de Mariotte y Gay Lussac, sin que entremos en más detalles sobre este punto.

Calculemos ahora teóricamente el efecto del recalentamiento, no apoyándonos en resultados empiricos, cuyo único objeto es probar la posibilidad del aumento de desnivel térmico, sin que haya



(Fig. 14.)

riesgo por una exagerada presion. Sea  $R$  (fig. 15) el punto en que se recalienta el vapor. Sea, en el ciclo representativo (fig. 14) de la máquina,  $A$  el punto que corresponde á la entrada del agua del condensador en la caldera, de tal suerte, que su presion es la de la caldera  $p_2$ , y su temperamento la del condensador  $T_1$ . Al llegar á  $M$ —muy cerca de  $A$ —no varia la presion pero crece la temperatura y es la del agua de la caldera  $T_2$ , de suerte que la línea que representa el efecto de la bomba es  $O'M$ , lo que tambien puede aplicarse á los ciclos anteriores. Pasa luego segun  $MN$  convertida en vapor saturado sin variar la presion. Una vez en  $N$  suponemos

que el vapor se recalienta conservando su presion  $p_2$ , la cual es comun al generador y recalentador, y corresponde á la temperatura de este último. Seguirá, pues, en su representacion segun  $NB$  conservando  $p_2$  y pasando á  $T' > T_2$ .

Una vez el vapor representativamente en  $B$ , obra en el cilindro—segun la adiabática  $BC$ ,—en cuyo trascurso desciende á saturado y aún sufre una condensacion parcial, con el valor  $x_1$ ; se liquida con  $T_1$  y  $p_1$  llegando á  $O'$ , y la bomba lo conduce á la caldera, y en su representacion segun  $O'M$ . Si la expansion no es completa, el ciclo es  $O'MBEE''O'$  en vez de ser  $O'MBCO'$ .

En  $AM$  el liquido toma un número de calorías expresado por

$$P \int_{T_1}^{T_2} C dT;$$

en  $MN$  el vapor que se forma toma

$$PL_2;$$

y en  $NB$  adquiere el vapor al recalentarse

$$P \int_{T_2}^{T'} C' dT;$$

cuya suma equivale á  $Q_2$ .

El calor cedido al condensador es

$$Q_1 = PL_1 x_1;$$

luego

$$Q_2 - Q_1 = P \left[ \int_{T_1}^{T_2} C dT + \int_{T_2}^{T'} C' dT + L_2 - L_1 x_1 \right]$$

**COEFICIENTE CON EL VAPOR RECALENTADO.** Hemos demostrado en la *Seccion primera* que  $\frac{1}{T}$  es el factor propio para hacer integrable la expresion  $dQ$ , de tal suerte, que  $\frac{dQ}{T}$  es siempre integrable.

Su integral representa una cierta cantidad de trabajo que se anula al suponer que el ciclo correspondiente á la trasformacion es cerrado, puesto que se vuelve á la posicion inicial sin efectuar ningun trabajo. Será, pues,

$$\int \frac{dQ}{T} = 0.$$

Diferenciando la ecuacion anterior, para la unidad de masa, dividiéndola luego por  $T$  é integrándola entre los limites convenientes, estamos en este caso, luego,

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{C}{T} dT + \int_{T_2}^{T'} \frac{C'}{T} dT + \frac{L_2}{T_2} - 0 - \frac{L_1 x_1}{T_1} + 0 = 0.$$

De donde saco

$$L_1 x_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C T_1}{T} dT + \int_{T_2}^{T'} \frac{C' T_1}{T} dT + \frac{L_2 T_1}{T};$$

que sustituido en el valor de  $Q_2 - Q_1$  da, despues de reducir,

$$Q_2 - Q_1 = P \left[ \int_{T_1}^{T_2} C \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) dT + \int_{T_2}^{T'} C' \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) dT + L_2 \frac{T_2 - T_1}{T_2} \right].$$

Restando de esta cantidad la que teniamos en el caso de saturacion (pág. 94) para vapor seco, ó sea,  $x_2 = 1$ , resulta

$$P \int_{T_2}^{T'} C' \left( 1 - \frac{T_1}{T} \right) dT;$$

y el exceso de trabajo para 1<sup>kg.</sup> de vapor es

$$S' = E \int_{T_2}^{T'} C' \left( 1 - \frac{T_2}{T} \right) dT.$$

El coeficiente económico es  $\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2}$ . Hallemos su valor para un recalentamiento del ejemplo varias veces citado, cuando se eleva la temperatura del vapor á 240°, ó sea,  $T' = 515$ ; admitiendo

como constante  $C' = 0,48$  (pág. 45), y sirviéndonos de los datos del caso de expansion completa (pág. 95),

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} C \left(1 - \frac{T_1}{T}\right) dT + \int_{T_2}^{T'} C' \left(1 - \frac{T_1}{T}\right) dT + L_2 \frac{T_2 - T_1}{T_2}}{L_2 + C(T_2 - T_1) + C'(T' - T_2)}$$

$$= \frac{1,013 (443,81 - 323) - 323 \times 1,013 \log. \frac{443,81}{323}}{608,4 + 0,48 (513 - 443,81)}$$

$$+ \frac{0,48 (513 - 443,81) - 0,48 \times 323 \times \log. \frac{513}{443,81} + 486 \times 0,272}{608,4 + 0,48 (513 - 443,81)}$$

$$= \frac{161,2}{641,6} = 0,251 .$$

El coeficiente ha aumentado poco, pues era (pág. 95) 0,246; pero el trabajo en cada embolada es mayor. Haciendo el recalentamiento del vapor con los humos, ó sea, suponiendo que esto no consume calor del hogar, el coeficiente es mayor que el anterior, y puede hallarse suprimiendo el segundo sumando del denominador, esto es,

$$\frac{161,2}{608,4} = 0,265 .$$

COMPARACION DE LOS COEFICIENTES ECONÓMICOS. Para una máquina que siguiera el ciclo de Carnot con este desnivel térmico, seria su coeficiente

$$\frac{T' - T_1}{T'} = \frac{513 - 323}{513} = 0,370 .$$

Esta es la verdadera manera de usar el vapor recalentado, colocando—como lo ha hecho Hirn en varias máquinas del Norte de Francia—una série de tubos en los conductos de humo, dentro de



cuyos tubos se recalienta el vapor. Este medio es utilísimo para calderas de pequeña cámara de vapor, pues además de recalentar el vapor le seca, ó sea, hace  $x_2 = 1$ .

No puede subirse la temperatura del vapor recalentado más allá de  $240^\circ$ , porque se estropean todas las uniones y estopas. Sin embargo, Siemens ha construido en Inglaterra una máquina en que el vapor recalentado obra como un gas,—lo cual hace presentarse á este fluido bajo una nueva fase—elevándole á mayor temperatura y no empleando la condensacion. En este caso se ha visto, al decir de Rankine, que la máquina es muy ventajosa sobre las de aire caliente, porque no hay las oxidaciones que este produce, y el vapor obra como un gas, casi perfecto, en cuanto se aleja del punto de saturacion.

Comparando ahora los diversos coeficientes económicos y añadiendo al cuadro de la pág. 105 los últimos resultados, se obtiene el siguiente:

COMPARACION DE LOS COEFICIENTES ECONÓMICOS.

Clase de máquinas.	Condiciones del vapor de agua á 8 atm. de presión inicial.	Coficiente.
1. Ideal. . .	Saturado, seco, según ciclo Carnot. . . . .	0,272
2. Teórica..	Idem, id., expansion completa á $1/7$ atm. . . . .	0,246
3. Idem. . .	Idem, con 0,20 de líquido, id. . . . .	0,241
4. Práctica.	Idem, seco, expansion incompleta á 1,5 atmósferas. . . . .	0,177
5. Idem. . .	Idem, id., expansion nula. . . . .	0,066
6. Ideal. . .	Idem, id., sin condensacion, ciclo Carnot. . . . .	0,159
7. Teórica..	Idem, constantemente seco, expansion completa, con vapor utilizable. . . . .	0,233
8. Idem. . .	Idem, id., id., con vapor perdido. . . . .	0,279
9. Práctica.	Idem, id., expansion incompleta á 1,5 atmósferas, con vapor utilizable. . . . .	0,148
10. Idem. . .	Idem, id., id., con vapor perdido. . . . .	0,178
11. Ideal. . .	Idem, seco, y el de éter condensado á $10^\circ$ , ciclo Carnot. . . . .	0,362
12. Idem. . .	Recalentado á $240^\circ$ , ciclo Carnot. . . . .	0,370
13. Teórica..	Idem, expansion completa, con calor utilizable. . . . .	0,251
14. Idem. . .	Idem, id., con calor perdido. . . . .	0,265

Todas las clases de máquinas de este cuadro tienen condensación, excepto la núm. 6.

Los tipos 7, 8, 9 y 10 corresponden al empleo de la camisa de Watt. Los 8 y 10 presentan grandes coeficientes; pero no son fácilmente realizables, puesto que el vapor ha de venir de otra caldera (pág. 107), pues con la expansión completa no es posible utilizar el vapor perdido de la misma máquina: lo mismo ocurre cuando la máquina es de condensación, aunque no haya expansión.

Se notará las ventajas de los tipos homogéneos 8 y 14 sobre el 2, y del 10 sobre el 4. La 6 da un coeficiente

$$\frac{443,81 - 373}{443,81} = 0,159 ;$$

es aplicable, por ejemplo, á las locomotoras, y al estudiar la distribución veremos que la máquina práctica da un coeficiente mitad del indicado para esta ideal.

**ELECCION DE MÁQUINA.** Cuando una máquina de vapor está construida ó en servicio, es fácil aplicar á ella las fórmulas que hemos expuesto, una vez conocidas las presiones inicial y final del vapor, al par que su grado de expansión. El cálculo de una máquina cuyo sistema sea uno de los indicados, es asimismo sencillo, en virtud de los resultados analíticos á que hemos llegado.

Dicho cálculo, para ser completo exigiria el conocimiento de la trasmisión del calor, y las pérdidas que este experimenta en el hogar, caldera, etc., además de su transformación en trabajo que hemos estudiado. Por desgracia hay bastante atraso en este ramo de la ciencia, y las investigaciones analíticas de Fourier, Lamé, etc., sobre este asunto, son, por otra parte, harto complicadas para que podamos exponerlas en esta obra.

Pero además, se presenta desde luego una cuestión á todo el que desea emplear una máquina de vapor, y es la elección del sistema de esta. Problema es este muy espinoso, por lo mismo que es muy indeterminado, y entran en él numerosas variables difícilmente sujetas al cálculo matemático.

En general podemos decir que conviene usar el vapor recalén-

tado con el calor perdido y expansion hasta la presion del condensador, la cual ha de descender todo lo posible. Este es el tipo de máquinas que dá mayor coeficiente económico, segun lo prueba el cuadro de la página 114 en su núm. 14 para cuando la presion inicial es de 8 atmósferas, cuya propiedad subsiste para cualquiera otro valor de esta. Pero no siempre puede usarse en la práctica este tipo de máquinas, ya por temor de que se carbonicen las estopas con la elevada temperatura del vapor recalentado, ya porque exige un maquinista inteligente y una construccion esmerada.

De aquí la necesidad de simplificar las máquinas y perder en su aprovechamiento lo que se deja de pagar á un operario ménos competente, á un fabricante ménos escrupuloso. La conveniencia de cambiar la fuerza en la faena á que se dedica la máquina, obliga muchas veces á escogerla de expansion variable, y hacer esta frecuentemente incompleta, como los tipos 4, 9 y 10 del citado cuadro, y á veces nula, como el tipo 5, que si bien es el que dá el menor coeficiente, hay necesidad, sin embargo, de apelar á él cuando se quiere forzar el trabajo de una máquina.

Podrá tambien emplearse una máquina con camisa de Watt, pero sin llegar por esto en la práctica á obtener un aprovechamiento tan considerable como con el uso del vapor recalentado, pues segun hemos indicado en el párrafo anterior, los tipos 8 y 10 no son fácilmente realizables, y por tanto es ilusoria la aparente ventaja del 8 sobre el 14. El empleo del vapor perdido de la máquina para calentar el cilindro, es de aconsejar siempre que no haya condensacion, y seria fácil hallar el coeficiente correspondiente, pues aunque no le incluimos en el cuadro anterior, se deduce fácilmente de lo dicho en las páginas 105 y 106. Pudiera aplicarse al tipo 6, ó sea á las locomotoras, este cálculo.

Estas indicaciones se refieren al caso de presion inicial de 8 atmósferas; pero subsisten casi todas para otra presion. Si quisiéramos comparar las máquinas de la primera presion con las de otra, seria conveniente efectuar antes para esta última un cuadro análogo al citado.

Hay, por otra parte, ciertas condiciones generales que limitan el número de tipos de máquinas, cuando se trata de su eleccion. Así las locomotoras no suelen tener condensacion, porque seria

preciso que el tren trasportara una considerable cantidad de agua destinada á esta operacion: las locomóviles carecen tambien ordinariamente de ella, porque no es general encontrar el agua inmediata al punto de su accidental instalacion: lo mismo suele ocurrir en algunas máquinas fijas establecidas en comarcas muy áridas. Las máquinas de buque, por el contrario, llevan casi siempre la condensacion, facilitada con la gran masa de agua que tienen á su al rededor; otro tanto puede decirse de las de elevacion de aguas y agotamiento de minas.

Modernamente se usan las presiones elevadas, de 8 y más atmósferas, con objeto de obtener un coeficiente económico más considerable, mientras que hasta hace algunos años no pasaba aquella de 5. Las máquinas marinas conservan, sin embargo, las bajas presiones por la forma de sus calderas y la naturaleza del agua que en ellas hierva.

Entre estos casos limites de condensacion y presion hay otros infinitos en que ambas se regulan por las condiciones exteriores, y aun algunas veces por el capricho del industrial, ó lo que es más raro, por la moda de la fabricacion. Conviene de todos modos emplear el vapor lo más seco posible, segun lo indica el descenso que hay en el coeficiente del tipo 5 del citado cuadro, comparado con su análogo el 2. Con este objeto es prudente hacer lo más corto posible el tubo de conduccion del vapor *R* (fig. 15), y cubrirle con cuerpos mal conductores del calor que disminuyan su enfriamiento. Conviene asimismo, para este fin, que la cámara de vapor de la caldera sea considerable, y es útil emplear alguno de los aparatos que tienen por objeto evitar que el vapor arrastre agua líquida en suspension.

Los tipos 1, 6, 11 y 12 del citado cuadro no pueden alcanzarse nunca en la práctica, pero el constante perfeccionamiento de las máquinas de vapor tiende á acercarse á ellos.

Digamos, por último, que estas indicaciones pueden completarse despues de conocer los aparatos accesorios de las máquinas, que son los que vamos á indicar en la inmediata *Seccion*.

**EMPLEO DE CUERPOS DISOCIADOS.** Si se emplea como fluido motor algun cuerpo que pase de líquido á gas, sin poderse apreciar su es-

tado de vapor saturado, esto es, obrando como un vapor recalentado, estamos en el mismo caso que hemos examinado para el agua. Esto sucede con las máquinas en que se usa, por ejemplo, el ácido carbónico, tomado previamente sólido ó líquido. A pesar de no haber con este fluido estado de saturacion práctica, se llega, sin embargo, á presiones tan enormes, que es muy peligroso el uso de las máquinas de ácido carbónico, en las que algunos han creído ver un gran progreso. Bajo el punto de vista de aprovechamiento del calor, puede afirmarse que son inferiores á las de vapor, pues su desnivel térmico es muy reducido; podrán usarse con ventaja en algun caso especial, por ejemplo, cuando se quiera acumular previamente un gran trabajo, liquidando el gas, y restituirlo en un momento dado.

Un ingeniero de la armada francesa, Mr. Frot, ha propuesto el empleo del amoniaco obrando por disociacion. Cuando este gas está disuelto en el agua, si se calienta el líquido hay un desprendimiento de aquel que puede aprovecharse como fluido motor. Con una disolucion á la temperatura ordinaria que marque  $19^{\circ}$  en el pesa-licores, se hace subir la presión á 6 atmósferas cuando se calienta brevemente el agua á  $110^{\circ}$ . El gas pasa desde el cilindro á un condensador, bañado por agua fria, donde se disuelve otra vez en agua.

La disociacion comprende, no solamente el desprendimiento de gases disueltos, como en el caso citado, sino tambien de gases combinados con otros cuerpos, como sucede en algunas sales que se descomponen por el calor.

El gas producido al calentar el compuesto, puede obrar por su fuerza elástica y pasar á combinarse con otro cuerpo más sencillo que el primitivo para reconstituir este.

Como estos casos no han pasado de ensayos, no merecen un estudio teórico especial, que por otra parte es hoy bastante difícil.

## SECCION TERCERA.

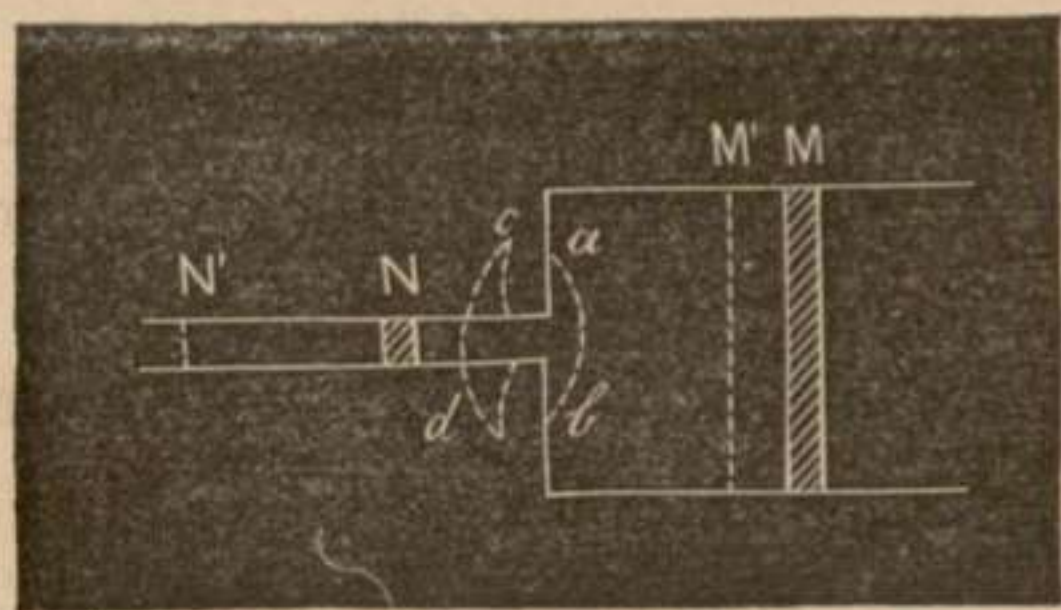
### CÁLCULO DE LOS APARATOS ACCESORIOS.

#### CAPÍTULO PRIMERO.

##### TUBOS DE CONDUCCION.

**FÓRMULA GENERAL.** Al estudiar el movimiento teórico de los gases y vapores en los tubos, tenemos que pedir auxilio á la Termodinámica desde que las temperaturas de la masa flúida varían sensiblemente; solo ella puede suministrarnos fórmulas racionales y seguras.

Supongamos dos cilindros, uno mayor que otro (fig. 15), y llenos de un flúido: sean  $v_1$ ,  $p_1$  y  $T_1$  el volúmen, presión y temperatura en la cara del émbolo



(Fig. 15.)

$M$ ; y  $v_2$ ,  $p_2$ ,  $T_2$  las mismas variables en la del  $N$ , siendo las dos últimas de aquellas, mayores que las dos últimas de estas. Supongamos que dicho émbolo  $M$  pasa á  $M'$  y el  $N$  al  $N'$ , de tal suerte, que los pesos

de las masas flúidas  $MM'$  y  $NN'$  son ambos iguales á  $d\pi$ ; sea  $\omega_1$  la velocidad del émbolo  $M$ , y  $\omega_2$  la del  $N$ ;  $U_1$  la energía potencial interior del flúido cerca de  $M$ , y  $U_2$  la variable análoga cerca de  $N$ .

La energía total del flúido en  $MM'$  se compondrá de tres su-

mandos, á saber: la energía interior  $d\pi \cdot U_2$ ; la debida al movimiento de traslación del fluido, que es, segun la Mecánica  $d\pi \cdot \frac{\omega_2^2}{2g}$ , y del trabajo exterior efectuado que es (pág. 14)  $d\pi \cdot p_2 v_2$ .

En  $NN'$  se compondrá de tres sumandos análogos, cambiando los índices, y como tenemos en cuenta todas las variaciones de energía, suponiendo que no hay pérdidas de calor al exterior ni frotamientos, será

$$d\pi \left( U_2 + \frac{\omega_2^2}{2g} + p_2 v_2 \right) = d\pi \left( U_1 + \frac{\omega_1^2}{2g} + p_1 v_1 \right);$$

de donde se deduce

$$\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g} = p_1 v_1 - p_2 v_2 - (U_2 - U_1); \quad (1''')$$

que es la ecuación fundamental de esta teoría, y sirve para calcular el movimiento de un fluido por el cilindro pequeño, ó sea tubo, sustituyendo al émbolo material  $N$  la masa fluida que le ocupa.

Puede darse otra forma á esta fórmula aplicando aquí la general de la Termodinámica (9), que como no hay pérdidas de calor es

$$dU + p dv = 0;$$

que integrada es

$$U_2 - U_1 = \int_{v_2}^{v_1} p dv = p_1 v_1 - p_2 v_2 - \int_{p_2}^{p_1} v dp;$$

la que sustituida en la (1''') da

$$\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g} = \int_{p_2}^{p_1} v dp. \quad (2''')$$

**TUBOS PARA GASES.** Para un gas perfecto deducimos de la ecuación (15')

$$U_2 - U_1 = cE (T_2 - T_1);$$

de la (5') saco

$$\begin{aligned} p_2 v_2 &= R T_2; \\ p_1 v_1 &= R T_1; \end{aligned}$$

que sustituidas en la (4''') dan

$$\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g} = (R + cE)(T_1 - T_2);$$

pero de la (6') saco

$$R = EC - Ec;$$

que sustituida en la última da

$$\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g} = EC(T_1 - T_2). \quad (5''')$$

Ordinariamente, en el problema de gasto de un gas se da la temperatura  $T_1$  de  $M$ , pero no la  $T_2$  del tubo. Para hallarla tengo, según la (12'), la línea adiabática de los gases, puesto que aquí no hay pérdida de trabajo, y esto da

$$p_1^c v_1^c = p_2^c v_2^c.$$

Además, la segunda y tercera ecuaciones del párrafo actual, dan

$$\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{T_1}{T_2};$$

de donde despejando  $v_1$  y sustituyéndolo en la anterior, es

$$p_1^{c-c} p_2^c v_2^c \frac{T_1^c}{T_2^c} = p_2^c v_2^c;$$

ó sea

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{c-c}{c}}$$



De esta deduzco el valor de  $T_2$  en función de  $T_1$ , de las presiones, y de las capacidades caloríficas á presión constante y á volumen constante.

Este valor lo sustituiré en (3'''). Puede simplificarse esta cuando—como ocurre frecuentemente en la práctica—la velocidad del émbolo  $M$  del cilindro es despreciable comparada con la del émbolo ideal ó sea la del fluido en el tubo. Haciendo entonces  $\omega_1 = 0$  en la (3'''), es

$$\frac{\omega_2^2}{2g} = EC(T_1 - T_2). \quad (4''')$$

Sea, por ejemplo, calcular el diámetro de un tubo por el que han de salir á la atmósfera 20 metros cúbicos, en cada segundo, de aire que viene desde un cilindro donde está á  $50^\circ$  y 1,5 atmósfera. En primer lugar, y con los datos,  $T_1 = 303$ ;  $p_1 = 1,5$ ;  $p_2 = 1$ ;  $C = 0,2375$ ;  $c = 0,1684$ , es

$$T_2 = 303 (0,666)^{\frac{0,069}{0,237}} = 269 ;$$

luego  $t_2 = -4^\circ$ .

La (4''') da ahora

$$\omega_2 = (19,62 \times 425 \times 0,237 \times 34)^{\frac{1}{2}} = 258 .$$

Por tanto el diámetro del tubo se deducirá de

$$\frac{3,14 \times d^2}{4} \times 258 = 20 ; d = 0,^m3 .$$

El resultado más notable de este cálculo es la temperatura final.

Cuando el tubo comunica con otro cilindro análogo al de  $M$ , se complica mucho el problema, lo que unido á su poco interés práctico nos dispensa de estudiarle en este sitio.

**TUBOS DE DESCARGA DEL VAPOR.** Sean los mismos datos de la figura 16, y teniendo además el kilogramo de vapor del cilindro una cantidad de agua en suspensión 1 —  $x_1$  y el del tubo 1 —  $x_2$ . Como

el vapor sigue una línea adiabática y suponemos que no se recalienta en el trayecto—cuya última hipótesis veremos pronto comprobada—tendremos conocido  $x_2$  en función de  $x_1$  por la ecuación (21') y además el cambio de energías interiores por la (26')—en la que si bien  $T_2 > T_1$  esto no importa para el caso actual—la cual sustituida en la fundamental (1''') da, reduciendo

$$\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g} = EL_1 x_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} + E \int_{T_2}^{T_1} K \left(1 - \frac{T_2}{T}\right) dT + \int_{p_2}^{p_1} v' dp.$$

Si, como ocurre generalmente en la práctica, es despreciable  $\omega_1$  en frente de  $\omega_2$ ; si además suponemos  $K = C$  y  $v'$  constante, como hemos hecho en todos los ejemplos anteriores, resulta

$$\omega_2^2 = 2g \left[ E \left( L_1 x_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} + CT_1 - CT_2 - CT_2 \log. \frac{T_1}{T_2} \right) + v' (p_1 - p_2) \right]. \quad (5''')$$

Pasando ahora á un tubo de descarga calculado de tal suerte que haga salir á la atmósfera desde una caldera á 3<sup>atm.</sup>, un volumen de 10 metros cúbicos por segundo, de vapor seco, tendré por ser  $t_2 = 100^\circ$ ,

$$\omega_2^2 = 19,62 \left[ 425 \left( 486 \times 1 \times \frac{443,81 - 373}{443,81} + 1,013 \times 443,81 - 1,013 \times 373 - 1,013 \times 373 \log. \frac{443,81}{373} \right) + 0,001 (82672 - 10334) \right] = 699727;$$

$$\omega_2 = 836^m.$$

Luego el diámetro del tubo será dado por  $\frac{\pi d^2}{4} \omega_2 = 10;$

de donde

$$d = \left( \frac{4 \times 10}{3,14 \times 836} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,^m012 .$$

Si se nos hubiera dado el vapor en peso, esto es, el gasto  $P$  en kilogramos, multiplicaríamos  $P$  por el volúmen específico de la mezcla que sale por el orificio, el cual  $v_1$  se calculará como en los ejemplos anteriores (pág. 59), y este sería el número que sustituiría al 10 en el paréntesis del valor de  $d$ .

El vapor no sale seco, sino que hay una condensacion parcial, lo cual justifica la hipótesis que al principio de este párrafo hemos hecho. En efecto la (21') da

$$\frac{536,5 \times x_2}{373} - \frac{486 \times 1}{443,81} = 1,013 \log. \frac{443,81}{373} ;$$

de donde

$$x_2 = 0,88 ;$$

esto es, el vapor sale con un 12 por 100 de agua líquida en suspension, por más que de la caldera viniera seco.

Estas fórmulas servirán para calcular el tubo de descarga de la caldera, el de salida del vapor á la atmósfera si no hay condensacion, el de las válvulas cuando estas van encerradas en un tubo cuya seccion sea igual al agujero de la válvula; sino es así, esto es, si el dicho agujero es menor que la seccion del tubo, ó no existe este, habrá que apelar á las fórmulas que vamos á indicar para calcular la temperatura final; no hay en tal caso saturacion.

**SALIDA DE VAPOR POR ORIFICIOS.** Siempre que el vapor sale por un orificio practicado en pared delgada, pierde muy pronto su velocidad, y, por tanto, no es posible aplicarle la fórmula (5'''), lo que proviene de haber aceptado al principio del párrafo anterior una hipótesis que no es cierta en el caso actual, cual era la no saturacion ó sea la condensacion del vapor. Admitamos, pues, que cuando el vapor saturado sale por un orificio practicado en pared delgada pasa á recalentado.

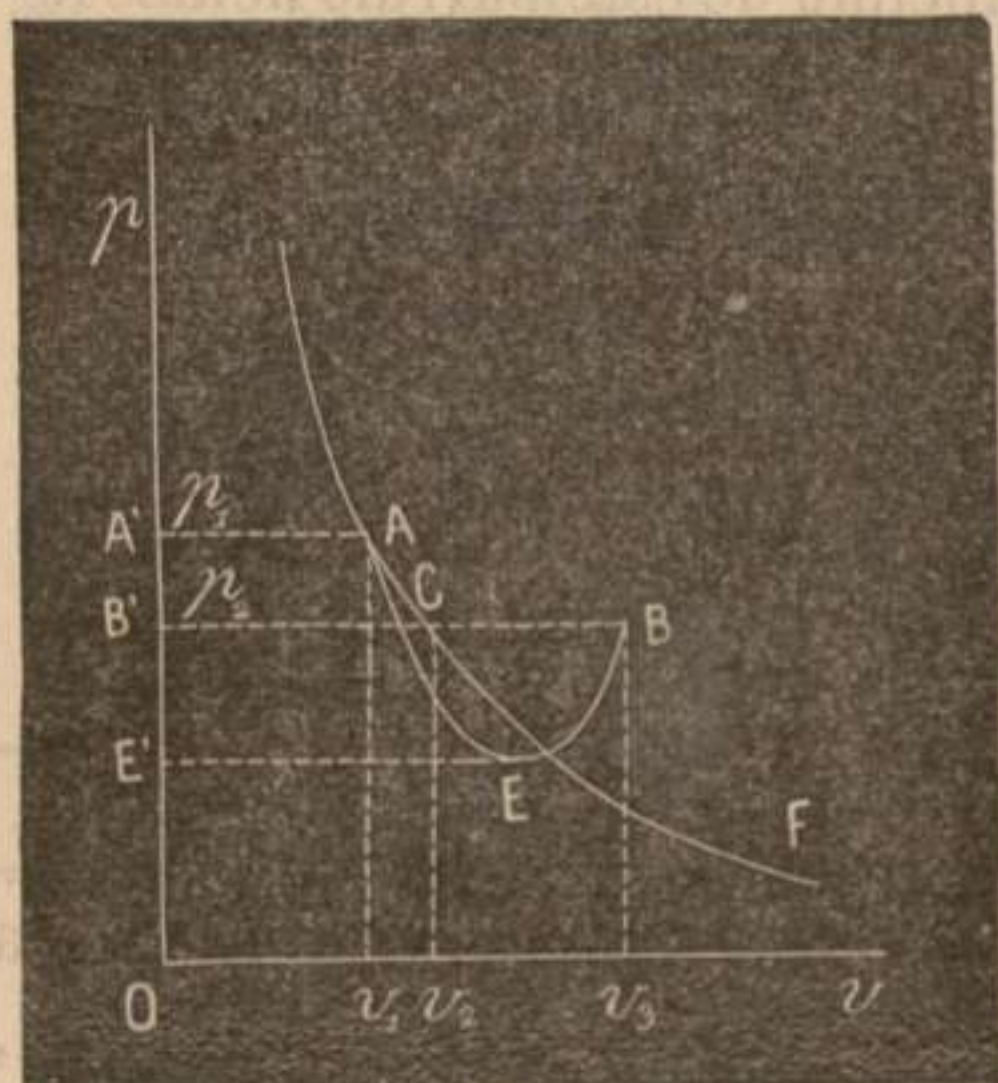
La fórmula (2''') es, cuando  $\omega_1$  es despreciable,

$$\frac{\omega_{12}^2}{2g} = \int_{p_2}^{p_1} v dp; \quad (6''')$$

y para cada limite parcial

$$\frac{\omega^2}{2g} = \int_p^{p_1} v dp.$$

Para aclarar el fenómeno físico que ocurre en este caso, conviene auxiliarse de una representación geométrica. Sea, en la figura 16,



(Fig. 16.)

Sea, en la figura 16,  $AF$  la línea que indique el estado de saturación del vapor. Así estando en ella  $C$  y tirando la  $BB'$  paralela al eje de abscisas, todo punto como el  $B$  que cae á la derecha de  $C$ , representa vapor recalentado, y todo el que esté á la izquierda significa vapor condensado. En efecto, dicha recta es la línea adiabática de una mezcla de agua y vapor, y cuando aumenta su volumen, conservándose la presión, pasa á

recalentado, y en el caso opuesto, á saturado. Esto equivale, en la figura 15, á que la saturación exista desde la superficie de contracción de la vena  $ab$  hasta el orificio, y el estado de vapor recalentado desde poco más allá del orificio hasta el abanico  $cd$  en que la velocidad es casi nula, y es la forma que afecta el chorro de vapor.

Ahora bien; al salir el vapor por un orificio practicado en pared delgada, primero se condensa, algo antes de llegar al orificio, conforme á lo dicho en el párrafo anterior; pero no tarda en recalentarse, según lo prueba la indicación hecha al principio del actual. En otros términos, en las inmediaciones interiores del orificio el calor se trasforma en fuerza viva; en las exteriores, ocurre lo contrario. Sea  $A$  el punto que representa los datos  $p_1$  y  $v_1$  del vapor en el

momento antes de su salida; este seguirá en su representación la curva  $AEB$ , tal, que al llegar á  $B$ , representa vapor recalentado. La velocidad  $\omega_2$  es casi nula en  $B$ , lo que se justifica con la representación, pues el área positiva  $BEE'B'$  equivale próximamente á la negativa  $AA'EE'$ .

Si llamamos  $T_3$  la temperatura,  $U_3$  la energía interior, y  $v_3$  el volúmen específico del vapor en  $B$ , para cuyo punto son  $\omega_2$  y  $\omega_1$  muy pequeñas, ó sea, en la figura anterior, para un punto de  $cd$ , la ecuación (1''') da

$$U_3 - U_1 = p_1 v_1 - p_2 v_3.$$

Sea  $A$  el punto á que corresponden  $v_1, p_1$  y  $C$  el de  $v_2, p_2$ . Si el vapor sigue la línea  $ACB$ , tendremos, según la de saturación  $AC$ , por la ecuación (25') y por ir constantemente seco, esto es,  $x_2 = x_1 = 1$ ,

$$U_2 - U_1 = E(L_2 - L_1) + EC(T_2 - T_1) - p_2 v_2 + p_1 v_1 + (p_2 - p_1)v'.$$

En la línea  $CB$  á presión  $p_2$  tengo por la ecuación fundamental (9)

$$EdQ = dU + p_2 dv;$$

ó sea

$$EC'dT = dU + p_2 dv;$$

que integrada produce entre los índices 3 y 2

$$U_3 - U_2 = EC'(T_3 - T_2) - p_2(v_3 - v_2);$$

que sumada con la  $U_2 - U_1$ , da

$$U_3 - U_1 = E(L_2 - L_1) + EC(T_2 - T_1) + EC'(T_3 - T_2) + p_1 v_1 - p_2 v_3 + (p_2 - p_1)v';$$

la cual, igualada con una de las anteriores que tiene el mismo primer miembro, da, dividiendo por  $E$ ,

$$L_2 - L_1 + C(T_2 - T_1) + C'(T_3 - T_2) + A(p_2 - p_1)v' = 0. \quad (7''')$$

De esta fórmula deduciremos el valor de  $T_3$ , y en cuanto á la seccion, se admite que es la misma que en el caso anterior, aunque lo mejor seria servirse de la fórmula (6'''), si se conociera la relacion entre el volúmen y presion para cada momento.

EJEMPLOS. Sea el mismo ejemplo anterior cuyos datos aplicados á la fórmula (7''') dan

$$536,5 - 486 + 1,013(373 - 443,81) + 0,48(T_3 - 373) + \frac{1}{425}(10334 - 82672) = 0;$$

de donde sale

$$T_3 = 417,6; \quad t_3 = 144,6.$$

Damos á continuacion el cuadro de Zeuner para el gasto del vapor seco y saturado que sale á la atmósfera, que da un valor para  $\omega_2$  y otro para  $x_2$ , poco diferentes de los del ejemplo que hemos detallado (pág. 125) comun al caso de tubo y de orificio.

En dicho cuadro ponemos el volúmen específico  $v_1$  de la mezcla de vapor y agua que se obtiene como ya digimos (pág. 59): los indices se refieren especialmente á la fórmula (5'''). Las columnas 3.<sup>a</sup> y 4.<sup>a</sup> se refieren á los puntos de la seccion del orificio. En la 5.<sup>a</sup> se exige el dato  $P$  en kilogramos; de esta y la 4.<sup>a</sup> se deduce la columna 6.<sup>a</sup>, pues el gasto es

$$P = \frac{\pi d^2}{4} \times \omega_2 \times \frac{1}{v_1};$$

basta, pues, dividir los números de la columna 2.<sup>a</sup> por los de la 4.<sup>a</sup> para obtener los de la 6.<sup>a</sup>

## SALIDA DEL VAPOR DE UNA CALDERA Á LA ATMÓSFERA.

Presion del vapor. $p_1$	Velocidad de salida. $\omega_2$	Cantidad específica de vapor. $x_2$	Volúmen específico de la mezcla $v_1$	Diámetro $d$ en metros.	Gasto en l'' $P$ en kilogramos.
atm. 2	m. 481,71	0,9597	1,5839	$0,06472\sqrt{P}$	$304,12 \frac{\pi d^2}{4}$
3	606,57	0,9369	1,5463	0,05699	392,27
4	681,48	0,9210	1,5201	0,05331	448,32
5	734,32	0,9091	1,5005	0,05102	489,38
6	774,89	0,8993	1,4843	0,04939	522,05
7	807,57	0,8913	1,4711	0,04816	548,95
8	834,90	0,8844	1,4597	0,04716	571,96
9	858,33	0,8784	1,4498	0,04637	592,03
10	878,74	0,8730	1,4409	0,04569	609,85
11	896,80	0,8683	1,4332	0,04509	625,86
12	913,00	0,8640	1,4261	0,04460	640,21
13	927,69	0,8601	1,4196	0,04416	653,48
14	941,06	0,8565	1,4137	0,04362	665,67

TUBOS DE DESCARGA DEL AGUA. Supongamos un generador de vapor, uno de cuyos tubos, destinados á la salida del agua, queremos calcular. Podemos mirar esta agua como compuesta de líquido y vapor, cuyo estado específico  $x_1$  sea muy pequeño, y si es líquido tal que  $x_1 = 0$ . Entónces la fórmula (5''') se reduce á

$$\omega_2^2 = 2g \left[ EC \left( T_1 - T_2 - T_2 \log. \frac{T_1}{T_2} \right) + v' (p_1 - p_2) \right]$$

De aqui se deduce fácilmente la seccion del tubo ú orificio; pero una parte del líquido se evapora, parte que interesa conocer.

En primer lugar, necesitamos saber el estado específico  $x_2$  de la salida, el cual se eliminó de la fórmula anterior. Apelando á la (21')—que es una de las generadoras de la (5''')—lo obtengo y es

$$x_2 = - \frac{T_2}{L_2} \int_{T_1}^{T_2} \frac{K}{T} dT = \frac{T_2}{L_2} C \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{T};$$

el cual viene en función de la temperatura  $T_2$  —préviamente conocida— del medio en que vierte el agua; si es la atmósfera será  $T_2 = 100 + 273$ , y puesto que una parte del agua se evapora á una atmósfera de presión,  $L_2 = 536,5$ .

El volúmen específico  $v_2 = x_2(v_2'' - v_2') + v_2'$ , es ya también conocido pues  $v_2' = 0,001$  y según la tabla (pág. 50)  $v_2'' = \frac{1}{0,6059} = 1,65$ . Si, pues, llamo  $S$  la sección y  $P$  el peso del líquido de la caldera que sale en 1" es

$$P = \frac{S \cdot \omega}{v_2}.$$

Llamando  $L$  el peso de agua líquida y  $V$  la de vapor contenidos en esta mezcla, de suerte que,

$$P = L + V;$$

son

$$L = (1 - x_2) P; \quad V = P x_2.$$

El valor de  $x_2$  dado por la fórmula anterior es menor que la unidad, lo que comprueba la formación de vapor en el acto del gasto, y tanto más cuanto mayor sea  $T_1$ , esto es, la temperatura de la caldera.

**EJEMPLOS.** Así para una caldera á 3 atmósferas es

$$\omega^2 = 19,6 \left[ 425 \left( 1,013 (443,81 - 373) - 1,013 \times 373 \log. \frac{443,81}{373} \right) + 0,001 (82672 - 10334) \right] = 51324;$$

$$\omega = 227;$$

$$x_2 = \frac{373}{536,5} \times 1,013 \log. \frac{443,81}{373} = 0,123;$$



esto es, el agua tiene un 88 por 100 de líquido. El gasto para una sección de un metro cuadrado, ó sea  $S = 1$ , es

$$P = \frac{227}{0,123 (1,650 - 0,001) + 0,001} = 1118 ;$$

$$V = 1118 \times 0,123 = 138; L = 1118 - 138 = 980.$$

De este modo ha calculado Zeuner el cuadro siguiente:

SALIDA DEL AGUA DESDE UNA CALDERA Á LA ATMÓSFERA.

Presion en la caldera.	Velocidad $\omega$	Cantidad especifica de vapor. $x_2$	GASTO EN 1".		
			$S$ ES LA SECCION EN METROS CUADRADOS.		
			Mezcla $P$	Vapor $V$	Líquido $L$
atm.	m.		kg.	kg.	kg.
2	69,52	0,0379	1094,6 $S$	41,5 $S$	1053,1 $S$
3	112,85	0,0615	1101,6	67,7	1033,9
4	145,07	0,0789	1106,2	87,3	1018,9
5	171,02	0,0929	1108,9	103,0	1005,8
6	192,98	0,1045	1113,2	116,3	996,8
7	212,00	0,1146	1115,7	127,8	987,8
8	228,87	0,1235	1118,1	138,1	980,0
9	244,14	0,1315	1120,4	147,3	973,1
10	258,02	0,1387	1122,9	155,7	967,2
11	270,78	0,1454	1124,4	163,5	960,9
12	282,64	0,1515	1126,6	170,7	955,9
13	293,71	0,1573	1127,7	177,4	950,3
14	304,09	0,1626	1129,6	183,7	946,0

Si se hubiera calculado el gasto por la fórmula ordinaria de la Hidráulica  $\omega^2 = 2g v_2' (p_1 - p_2)$  se hubiera hallado para 4, 8 y 12 atmósferas los valores de  $\omega$ , 25, 58 y 47, muy diferentes de los verdaderos, y mucho menores que estos.

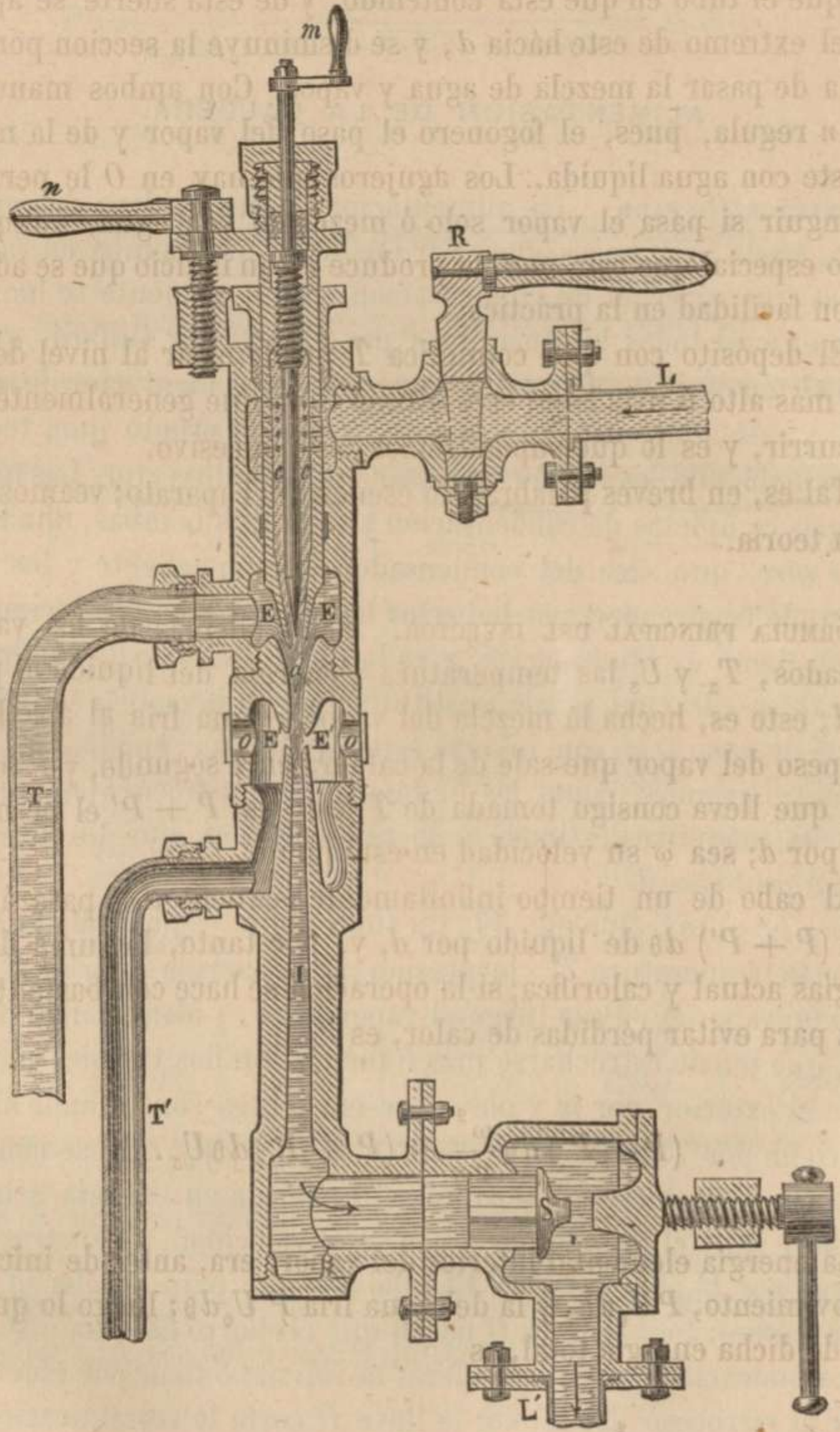
## CAPÍTULO II.

## ALIMENTACION DE LA CALDERA.

**INYECTOR GIFFARD.** La alimentacion de una caldera de vapor se hacia, hasta hace pocos años, por medio de una bomba en las máquinas que carecian de condensacion: modernamente se ha sustituido en casi todas las máquinas por el inyector Giffard, que no exige el movimiento de una de estas para la alimentacion de su caldera, y está al alcance del fogonero. Veremos pronto que, teóricamente hablando, es indiferente usar bomba ó inyector. Las máquinas más completas de condensacion tienen tres bombas, una llamada *de aire*, que saca del condensador el agua caliente y los gases que suele desprender, por haberlos tenido antes en disolucion; otra que se llama *de alimentacion*, y es la que lleva el agua condensada á la caldera, la cual puede sustituirse por el inyector, y, por último, la *de agua fria*, que inyecta este líquido en el condensador. Las máquinas grandes, como las de buque, llevan frecuentemente una pequeña máquina destinada á la alimentacion, que los franceses llaman *petit cheval*.

Sea en el inyector (fig. 17) un tubo  $L$  que viene desde la caldera con la temperatura  $T_1$ , la presión  $p_1$ , la energía interior  $U_1$ , y el tanto de vapor  $x_1$ . Pasa luego el vapor por  $e$ , y atravesando un orificio, que puede estrecharse más ó ménos con dos tapones movidos desde el exterior por  $m$  y por  $n$ , se encuentra con el agua fria  $E$ , que viene por  $T$  desde un depósito á  $T_0$ ,  $U_0$  y  $p_0$ . Allí se condensa el vapor, y su energía calorífica se trasforma en energía sensible, que hace salir el líquido por  $d$  con gran velocidad, y penetrar por  $I$  y luego por  $L'$  al generador. El tubo  $T'$  sirve para espeler el líquido en exceso; los agujeros  $O$  hacen que el chorro de agua esté en  $E'$  en comunicacion con la atmósfera: la válvula  $S$  tiene por objeto impedir el retroceso del fluido; la llave  $R$  corta la comunicacion con la caldera.

Dando varias vueltas á *m*, de izquierda á derecha, se hace bajar la varilla *l*, y, por tanto, disminuir la seccion inmediata á *E*,



(Fig. 17.)

por donde ha de pasar el vapor solo. Dando una parte de vuelta á  $n$  se hace bajar con más rapidez que en el caso anterior—por ser mayor el paso de la rosca indicada en la figura—el punzon  $l$  al par que el tubo en que está contenido, y de esta suerte se aproxima el extremo de este hácia  $d$ , y se disminuye la seccion por donde ha de pasar la mezcla de agua y vapor. Con ambos manubrios  $m$  y  $n$  regula, pues, el fogonero el paso del vapor y de la mezcla de este con agua líquida. Los agujeros que hay en  $O$  le permiten distinguir si pasa el vapor solo ó mezclado con agua, aunque el ruido especial que esta mezcla produce es un indicio que se adquiere con facilidad en la práctica.

El depósito con que comunica  $T$  puede estar al nivel de  $E$ , ó bien más alto ó más bajo: esto último es lo que generalmente suele ocurrir, y es lo que supondremos en lo sucesivo.

Tal es, en breves palabras, lo esencial del aparato; veamos ahora su teoría.

**FÓRMULA PRINCIPAL DEL INYECTOR.** Sean, además de los valores indicados,  $T_5$  y  $U_5$  las temperatura y energía del líquido al pasar por  $d$ , esto es, hecha la mezcla del vapor y agua fría al aire libre;  $P$  el peso del vapor que sale de la caldera en 1 segundo, y  $P'$  el del agua que lleva consigo tomada de  $T$ ; esto es,  $P + P'$  el peso que pasa por  $d$ ; sea  $\omega$  su velocidad en este punto.

Al cabo de un tiempo infinitamente pequeño  $d\theta$ , pasará una masa  $(P + P') d\theta$  de líquido por  $d$ , y, por tanto, la suma de sus energías actual y calorífica; si la operacion se hace con bastante rapidez para evitar pérdidas de calor, es

$$(P + P') d\theta \frac{\omega^2}{2g} + (P + P') d\theta U_5.$$

La energía elemental interior del vapor, era, antes de iniciarse el movimiento,  $P U_1 d\theta$ , y la del agua fría  $P' U_0 d\theta$ ; luego lo que ha variado dicha energía total, es

$$\left( (P + P') \frac{\omega^2}{2g} + (P + P') U_5 - P U_1 - P' U_0 \right) d\theta.$$

Ahora, aplicando el principio de la variación de la energía igual al trabajo de las fuerzas exteriores, cuando no hay pérdidas de calor (pág. 19), tendremos que dicha suma equivaldrá á la variación del trabajo de las fuerzas exteriores.

Esta variación se compone de cuatro sumandos, á saber: del trabajo mecánico motor elemental en la caldera — que es como si hubiera un émbolo ideal sobre el que obrara la presión  $p_1$  — el cual da

$$P p_1 v_1 d\theta ;$$

del resistente, por efecto de la resistencia que opone la mezcla que sale por  $d$ ,

$$- (P + P') v_3 p_0 d\theta ;$$

del debido á la atmósfera que obra sobre el nivel del depósito de agua bajo  $T$ , que es

$$P' v_0 p_0 d\theta ,$$

y del necesario para subir el agua por  $T$  á un desnivel  $h$  que es

$$- P' h d\theta .$$

Igualando, pues, estas expresiones, tengo

$$\begin{aligned} & (P + P') \left( \frac{\omega^2}{2g} + U_3 \right) - P U_1 - P' U_0 \\ & = P p_1 v_1 - (P + P') v_3 p_0 + P' v_0 p_0 - P' h . \end{aligned}$$

Al pasar del estado índice 1 al de índice 0 — ó sea de la caldera al aire — teníamos la ecuación (24') para el vapor; que aquí es

$$U_1 = U_0 + E L_1 x_1 + E C (T_1 - T_0) - p_1 (v_1 - v') ;$$

y para el líquido otra más sencilla, que se deduce fácilmente de esta,

$$U_3 = U_0 + E C (T_3 - T_0) ;$$

que sustituidas en la total dan, haciendo para más sencillez y sin grave error,  $v_3 = v_0 = v'$ , y reduciendo,

$$\begin{aligned} (P + P') \frac{\omega^2}{2g} + P'EC (T_3 - T_0) + PEC (T_3 - T_1) \\ = PEL_1 x_1 + Pv' (p_1 - p_0) - P'h. \end{aligned} \quad (8''')$$

El término mayor del segundo miembro es el primero, que indica la condensacion del vapor dentro del agua fria que viene del depósito. El haber hecho  $v_3 = v_0 = v'$ , quiere decir que los volúmenes específicos de la mezcla del agua fria del depósito y del agua á la temperatura correspondiente al fenómeno, son iguales.

Al pasar luego la mezcla de agua y vapor en estado liquido por  $L'$  en la figura para ir á la caldera otra vez, ó bien, en sentido más general, á un cilindro ideal cuyas variables tengan el índice 2, se llega, del mismo modo que acabamos de ver, á la ecuacion

$$\begin{aligned} (P + P') U_2 - (P + P') \left( \frac{\omega^2}{2g} + U_3 \right) = (P + P') p_0 v_3 \\ - (P + P') p_2 v_2. \end{aligned}$$

Sustituyendo en ella un valor  $U_2$  análogo al  $U_1$ , pero de índices diferentes, y el  $U_3$ , se llega, simplificando, á la

$$\begin{aligned} (P + P') EC (T_2 - T_3) - (P + P') \frac{\omega^2}{2g} \\ = (P + P') (p_0 - p_2) v', \end{aligned} \quad (9''')$$

que sumada con la (8''') da

$$\begin{aligned} EC [P (T_2 - T_1) + P' (T_2 - T_0)] = PEL_1 x_1 + P' (p_0 - p_2) v' \\ + P (p_1 - p_2) v' - P'h. \end{aligned}$$

**CÁLCULO DEL INYECTOR.** Esta es la fórmula general que sirve para

calcular el paso del fluido á otro vaso distinto de la caldera; pero si es á esta, haremos  $p_1 = p_2$ ; y dividiendo por  $E$  además,

$$\begin{aligned} & CP(T_2 - T_1) + CP'(T_2 - T_0) \\ &= PL_1x_1 + AP'(p_0 - p_1)v' - AP'h; \end{aligned}$$

de donde

$$\frac{P'}{P} = \frac{L_1x_1 + C(T_1 - T_2)}{C(T_2 - T_0) + A(p_1 - p_0)v' + Ah}. \quad (10''')$$

Como  $v' = 0,001$ ,  $A = \frac{1}{425}$  y  $p_1 - p_0$  es la diferencia de presiones, aunque este último número es considerable, da un producto infimo multiplicado por los dos anteriores; es, pues, sin gran error

$$\frac{P'}{P} = \frac{L_1x_1 + C(T_1 - T_2)}{C(T_2 - T_0) + Ah}. \quad (11''')$$

Si el vapor está seco,  $x_1 = 1$ ; si, además, entrara en la caldera con la temperatura de esta, lo que solo ocurre, aproximadamente, en algun caso muy especial, seria  $T_1 = T_2$ , y

$$\frac{P'}{P} = \frac{L_1}{C(T_2 - T_0) + Ah}. \quad (12''')$$

Veamos actualmente la importancia de estas fórmulas, comenzando por manifestar que la teoría del inyector Giffard no es aún completa. En efecto, la (8''') permite calcular la velocidad  $\omega$  de la mezcla flúida cuando se conozcan previamente la temperatura  $T_2$  de la misma, la parte de agua  $P'$  y la de vapor  $P$ , cuyo conocimiento en tal caso es meramente experimental. No es, pues, la fórmula (8''') una verdadera ecuacion deductiva que nos dé un valor en funcion solo de datos ó de resultados de otras expresiones de la misma indole. Otro tanto puede decirse de la fórmula (9''').

La (10'''), propia ya del inyector, es más interesante que las anteriores, pues nos determina la cantidad de agua  $P'$  arrastrada para una dada de vapor  $P$ . No sirve, sin embargo, para fijar las di-

mensionen de las distintas partes del inyector. La ecuacion (11''') hace ver la poca influencia que tiene la altura del depósito de agua fria  $h$  en la relacion de  $P'$  á  $P$ , puesto que es despreciable  $Ah$  en frente del sumando inmediato. Esto no se opone al interés teórico de  $h$  en el modo de funcionar el aparato.

Sea, por ejemplo, una caldera á 4,25 atmósferas, ó sea (páginas 50 y 49)  $T_1 = 419,19$ ;  $L_1 = 503,54$ ; supongamos que el agua fria tenga el depósito á 4<sup>m</sup> bajo el inyector, esto es,  $h = 4$ , y su agua esté á 23°,5, ó sea  $T_0 = 296,5$ , con estos datos se halla experimentalmente, que la temperatura del chorro de la mezcla, — y tomando la misma al entrar en la caldera, — es 60°,5, ó sea  $T_2 = T_3 = 355,5$ ; valiéndonos, pues, de la fórmula más exacta (10'''),

$$\frac{P'}{P} = \frac{503,54 x_1 + 1013 \cdot 85,69}{37,48 + 0,079 + 0,0094} = 13,4 x_1 + 2,3 .$$

Así, para vapor seco,  $x_1 = 1$ , de donde

$$P' = 15,7 P ;$$

esto es, cada kilogramo de vapor introduce en la caldera casi 16 kilogramos del agua del depósito. Si el fluido traía un 10 por 100 de agua en suspension, ó sea,  $x_1 = 0,90$ , resulta

$$P' = 14,36 P ;$$

ó sea que cada kilogramo de vapor de la caldera, introduce en esta, con auxilio del inyector, 14 del agua del depósito.

Se nota en este ejemplo la pequeñez del segundo término del denominador, por lo que le suprimíamos al pasar de la fórmula (10''') á la (11'''). Más pequeño es aún el tercero  $Ah$ ; pero no le suprimíamos en las fórmulas (11''') y (12'''), porque estas sirven también para calcular el ascenso del agua desde considerables alturas por medio del inyector, en cuyo caso el citado término no es despreciable como en el ejemplo actual.

VELOCIDAD DEL AGUA EN EL INYECTOR. Si se conociera la presión



de la mezcla en  $d$ , lo que pudiéramos llamar  $p_5$ , sería posible hallar fórmulas que determinasen el gasto teórico y demás elementos del inyector. Se vería entonces que esta velocidad es mayor — como lo prueba la experiencia, pues el agua entra en la caldera por medio del inyector — que la obtenida para el agua sola por la ecuación de la pág. 123, desde una presión dada hasta la correspondiente á dicho punto del aparato. El índice 5 sustituiría al 2 en ella, de suerte que todos los términos de esta pudieran fijarse en cada caso, excepto el último.

En cuanto á la velocidad del líquido, es, según la (9''') para el ejemplo citado,

$$\begin{aligned}\omega^2 &= 19,6 (43919 - 10334) \times 0,001 \\ &+ 425 \times 1,013 \times 19,6 (419,19 - 333,5) = 72245 ; \\ \omega &= 268 ;\end{aligned}$$

la cual es mayor que la correspondiente, aun á 10 atmósferas del cuadro (pág. 150); luego el agua entrará en la caldera.

De aquí deducimos el diámetro de la sección por la ecuación

$$\frac{3,14 d^2}{4} \times 268 = (15,7 + 1) P \delta ;$$

siendo  $\delta$  la densidad del agua que puede tomarse por la unidad, aunque con error, pues análogamente á lo dicho (pág. 129) en la salida del agua caliente, habrá formación de vapor. Esta fórmula viene en función del número de kilogramos de vapor gastado: en función de los de agua fría necesaria, sería

$$\frac{3,14 d^2}{4} \times 268 = \frac{16,7}{15,7} P'$$

Por último, si viene en función del agua total de alimentación — lo que parece más racional — es

$$\frac{3,14 d^2}{4} \times 268 = P + P' ;$$

cuyo segundo miembro es un número de kilogramos igual al que gaste la máquina en un cierto número de segundos. Así, por ejemplo, si se quiere alimentar en dos minutos para una hora, y en esta necesita la máquina  $n$  kilogramos, es

$$P + P' = \frac{n}{3600} \times \frac{60}{2} = \frac{n}{120};$$

$$d^2 = \frac{4 \cdot n}{120 \cdot 3,14 \cdot 268}; \quad d = 0,0063 \sqrt{n}.$$

**CALOR CONSUMIDO POR EL INYECTOR.** Para hallar la cantidad de calor que consume el inyector, tendremos—conservando la notación anterior—que la parte  $P$  de vapor tomado de la caldera, equivale en calorías á

$$Px_1 L_1;$$

y la del agua á  $P + P'$ , que llega á la caldera á  $T_2$ , consume al pasar en esta á  $T_1$

$$(P + P')(T_1 - T_2) C;$$

de suerte que llamando  $Q_1$  el calor que consume el inyector para la alimentación, dentro de la caldera, es

$$Q_1 = Px_1 L_1 + (P + P')(T_1 - T_2) C.$$

Si quito denominadores en la (10''') y agrego á ambos miembros  $P'CT_1$ , resulta,

$$\begin{aligned} P' [C(T_2 + T_1 - T_0) + A(p_1 - p_0)v' + Ah] \\ = P'CT_1 + P[L_1 x_1 + C(T_1 - T_2)]; \end{aligned}$$

ó sea

$$\begin{aligned} P' [C(T_1 - T_0) + A(p_1 - p_0)v' + Ah] \\ = PL_1 x_1 + C(P + P')(T_1 - T_2); \end{aligned}$$

y, pues, este segundo miembro es el mismo que el del valor  $Q_1$ , resulta

$$Q_1 = P' [C (T_1 - T_0) + A (p_1 - p_0) v' + Ah]. \quad (13''')$$

De esta notable ecuacion se deduce que el calor consumido en la alimentacion de la caldera es: 1.°, *proporcional al peso del agua fria que consume*; 2.°, *funcion de las temperaturas de la caldera y del depósito, de la presion en aquella y del desnivel del depósito*. Como consecuencia de esto se vé que dicha cantidad de calor no depende ni de la cantidad de vapor que se consume en la alimentacion ni de las dimensiones del inyector, y, lo que es más notable, ni de la temperatura de entrada de la mezcla en la caldera.

El término  $A (p_1 - p_0) v' + Ah$  es pequeño — y bien lo vimos en el ejemplo de la página 157, en que solo daba 0,083 — y, por tanto, queda en la fórmula anterior

$$Q_1 = P' C (T_1 - T_0). \quad (14''')$$

**ALIMENTACION POR MEDIO DE UNA BOMBA.** Sea una bomba de simple efecto que dá una embolada doble por segundo. Cuando trabaja eleva  $P'$  kilogramos á  $h$ , y al mismo tiempo obra en sentido opuesto la presion atmosférica: la embolada ascendente exige, por tanto, un trabajo expresado por

$$P' (h - p_0 v').$$

La descendente vence la presion  $p_1$  de la caldera, y consume un trabajo

$$P' p_1 v';$$

el total por embolada doble, ó sea en  $1''$ , es

$$P' [h + (p_1 - p_0) v'] .$$

El agua pasará de la temperatura del depósito á la de la caldera, lo que exige un número de calorías expresado por

$$P'C(T_1 - T_0);$$

luego el calor total es, en la unidad de tiempo,

$$Q_1 = P'[C(T_1 - T_0) + Ah + A(p_1 - p_0)v'];$$

esto es, exactamente la fórmula (15'''); y despreciando términos se tiene la (14''').

De aquí deducimos que, teóricamente hablando, el inyector Giffard y la bomba de alimentación consumen igual cantidad de calor, y, por tanto, son aplicables al uso del inyector todas las consideraciones sobre coeficiente económico de las máquinas que hicimos en su lugar cuando se usaba la bomba. Atendiendo á las resistencias pasivas y á la facilidad del manejo, es preferible el inyector Giffard, además de la preciosa ventaja de funcionar con la máquina parada. Añadamos, con Zeuner, que si el inyector es más ventajoso que la bomba para la alimentación de las calderas, no es comparable á esta para la elevación de agua que no se ha de calentar, por ejemplo en un desagüe de un pozo, lo cual se justifica con solo observar que el trabajo de la bomba se emplea íntegro en elevar el líquido, y el del inyector en esto y en calentarle: dado, pues, su igual efecto para la alimentación de las calderas, no puede existir este en la simple elevación de agua fría.

COEFICIENTE ECONÓMICO DE LA ALIMENTACIÓN. En cada segundo se suministra á la caldera  $P'$  kilogramos de agua para su alimentación, que serán los mismos que aquella vaporice, puesto que los  $P$  de vapor se necesitan para los efectos subsiguientes del inyector. Si se emplea bomba, esta manda  $P'$  kilogramos de agua en 1". El calor necesario para la formación de este vapor, es

$$Q_2 = P'x_1L_1.$$

El calor consumido por el aparato era  $Q_1$  (15'''), próximamente

el dado por la (14'''), tanto para el inyector como para la bomba, cuyo calor es devuelto á la caldera; luego el coeficiente económico de la alimentacion, es

$$\frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} = \frac{C(T_1 - T_0)}{C(T_1 - T_0) + L_1 x_1} = \frac{1}{1 + \frac{L_1 x_1}{C(T_1 - T_0)}}$$

Si el vapor está seco en la caldera es  $x_1 = 1$ ; si suponemos el agua de alimentacion á  $15^\circ$ , esto es,  $T_0 = 238$ , y se dan á  $T_1$  y  $L_1$  los valores correspondientes á  $1\frac{1}{2}$ , 4, 6 y 8 atmósferas, se halla sucesivamente para el coeficiente con  $C = 1$  por los cuadros (páginas 49 y 50)

$$\frac{1}{6,4} ; \frac{1}{4,9} ; \frac{1}{4,4} ; \frac{1}{4,1}$$

De la fórmula que nos da el coeficiente y sus valores, deducimos tres consecuencias:

1.º Que la relacion de la cantidad de calor necesaria para la alimentacion á la aprovechada, es tanto mayor cuanto más fria está el agua en el depósito, esto es, cuanto menor es  $T_0$ .

2.º Que dicha relacion aumenta á medida que la caldera tiene mayor presion.

Y 3.º Que disminuye á medida que aumenta la cantidad de agua en suspension sobre el vapor.

### CAPÍTULO III.

#### CONDENSACION DEL VAPOR.

**MEZCLA DE DOS VAPORES.** Sea un cilindro, el de vapor, que contiene  $P_1$  kilogramos de este en el estado  $x_1$ , esto es,  $P_1 x_1$  de vapor y  $P_1 (1 - x_1)$  de agua; sea su temperatura  $T_1$ , su presion  $p_1$ , el

volúmen específico de la mezcla  $v_1, v_1''$  el del vapor,  $v_1'$  el del agua, el total del cilindro  $V_1$ , y la energía interior  $U_2$ . Sea otro, el condensador, con análogos datos, cuyo índice sea 2. Si se abre la llave que los separaba, se formará una mezcla,  $P_1 + P_2$ , su volúmen total  $V_1 + V_2$ , con un estado  $x$ , una temperatura  $T$ , una presión  $p$ , &c.

El volúmen del vapor en el cilindro es  $P_1 x_1 v_1''$ , el del agua  $P_1 (1 - x_1) v_1'$ ; luego

$$V_1 = P_1 [x_1 v_1'' + (1 - x_1) v_1'] = P_1 [x_1 (v_1'' - v_1') + v_1'];$$

del mismo modo

$$V_2 = P_2 [x_2 (v_2'' - v_2') + v_2'];$$

además

$$V = V_1 + V_2 = P_1 [x_1 (v_1'' - v_1') + v_1'] + P_2 [x_2 (v_2'' - v_2') + v_2'];$$

y por otra parte

$$V = (P_1 + P_2) [x (v'' - v') + v'];$$

luego

$$(P_1 + P_2) [x (v'' - v') + v'] = P_1 [x_1 (v_1'' - v_1') + v_1'] + P_2 [x_2 (v_2'' - v_2') + v_2']. \quad (15''')$$

La (24'), aplicándola al cilindro y despreciando su último término, que es pequeño, produce

$$P_1 A U_1 = P_1 [A U_0 + C (T_1 - T_0) + L_1 x_1].$$

Para el condensador será, análogamente,

$$P_2 A U_2 = P_2 [A U_0 + C (T_2 - T_0) + L_2 x_2];$$

y para la mezcla

$$(P_1 + P_2) A U = (P_1 + P_2) [A U_0 + C (T - T_0) + L x].$$

Si la mezcla de ambos vapores se efectúa con la suficiente rapidez para que no haya pérdidas de calor, lo cual sucede en la práctica, es

$$(P_1 + P_2) \dot{U} = P_1 U_1 + P_2 U_2 ;$$

luego, sustituyendo y reduciendo,

$$(P_1 + P_2) [C (T - T_0) + Lx] = P_1 [C (T_1 - T_0) + L_1 x_1] + P_2 [C (T_2 - T_0) + L_2 x_2]. \quad (16''')$$

CÁLCULO DEL VOLÚMEN DEL CONDENSADOR. De las ecuaciones (15''') y (16''') deduciré los valores de  $x$  y  $T$ , pues  $v' = 0,001$  y  $v''$  y  $L$ , está dado en las tablas (págs. 50 y 49) en función de  $T$ : esto hace que la determinación de  $x$  y  $T$  exija algunos tanteos.

Sea, por ejemplo, una máquina cuyo vapor viene después de la expansión á 1,<sup>atm.</sup>5, y su condensación llega hasta 0,<sup>atm.</sup>1. Tengo

$$t_1 = T_1 - T_0 = 111,74 ; \quad t_2 = T_2 - T_0 = 46,25 ;$$

$$v_1' = v_2' = v' = 0,001 ; \quad L_2 = 574,36 ;$$

$$v_1'' = \frac{1}{0,8874} = 1,127 ; \quad v_2'' = \frac{1}{0,0687} = 14,556 ;$$

$$L_1 = 528 .$$

Supongamos, además,  $C = 1$ ,  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = 0,01$  — ó sea mucho más agua que vapor — y  $P_2 = 25 P$ .

La (15''') y (16''') dan

$$26 [x (v'' - 0,001) + 0,001] = 1,127 \\ + 25 (0,01 \times 14,555 + 0,001) ;$$

$$26 (t + Lx) = 111,74 + 528 + 25 (46,25 + 574,36 \times 0,01) .$$

Si en estas dos ecuaciones hago  $t = 60,45$ , lo que corresponde á una presión de 0,<sup>atm.</sup>2, y á la que pertenecen

$$v'' = \frac{1}{0,1326} = 7,541 ; \quad L = 606,5 - 0,695 \times 60,45 = 564,49 ,$$

se obtiene en dichas ecuaciones respectivamente,

$$\left. \begin{aligned} x &= 0,0244 \\ x &= 0,0250 \end{aligned} \right\}$$

que dan valores casi iguales, é indican que la mezcla resultante tiene casi 97 por 100 de agua.

Con estos datos tenemos, por las fórmulas correspondientes,

$$\begin{aligned} V_1 &= 1,127 P_1 ; \\ V_2 &= 3,650 P_1 ; \end{aligned}$$

luego

$$\frac{V_2}{V_1} = 3,2 ;$$

cuya relacion nos dice que el volúmen del condensador debe ser triple del volúmen del cilindro. Estos resultados son los más frecuentes en las máquinas de baja presion, con gran condensacion, que son las más usadas en la marina.

El aumento de la presion en el condensador al entrar el vapor del cilindro, se ha comprobado experimentalmente por medio del manómetro de dicho condensador.

**CÁLCULO DEL AGUA FRIA.** Supongamos, en primer lugar, un condensador cuyas paredes se enfrian exteriormente. Este es el caso verdaderamente teórico, pues suponiendo que se dispusiera de un medio natural que no suministrara el agua que rodea al aparato, sin consumirse en esta operacion la más infima parte del carbon, no habria más que llevar el agua condensada á la máquina para tener el cálculo completo (pág. 95).

Ordinariamente hay que descontar, del efecto útil de la máquina, las resistencias pasivas y el trabajo de ciertos órganos auxiliares. Uno de estos es la bomba llamada de agua fria, que puede verter su líquido en el condensador, ó hacer que bañe al exterior sus paredes, que es nuestro caso actual.

El juego del aparato es el siguiente: se enfria el condensador; la máquina abre automáticamente la llave que comunica con el ci-



lindro; se mezcla en breve tiempo el vapor de este y el del condensador, en cuyo plazo suponemos que el émbolo está fijo, lo cual es tanto más aproximado cuanto que se halla en el momento de parada del final de su carrera; por último, enfrian las paredes del condensador, y se condensa el vapor mientras baja el émbolo.

La cantidad de calor que hay que quitar para cada kilogramo de vapor condensado, está dada por la fórmula (29'), refiriéndose las letras de índice 1 al cilindro, las del 2 al condensador, y las del 3 á un estado intermedio de la masa flúida. Si suponiendo que el enfriamiento se hace con gran rapidez queremos hallar el estado específico del vapor, apelaremos á la fórmula (28').

Conocido así el número de calorías  $Q_1 - Q_2$  que se necesitan para 1<sup>kg.</sup> de vapor de la caldera, si el agua fría está á  $T_0$  se necesitarán para  $P$ <sup>kg.</sup> de vapor un número  $Z$  de kilogramos de agua ó litros, que será

$$Z = \frac{P(Q_1 - Q_2)}{T_2 - T_0};$$

siendo  $T_2$ , según queda dicho, la temperatura del condensador. Como quiera que en la práctica el agua no se calienta hasta  $T_2$ , conviene tomar en este denominador un número menor.

Así, para el ejemplo anterior (pág. 144), es,

$$T_1 - T_2 = 65; C = 1; v_1'' = 1,127; v_2'' = 14,556;$$

$$x_1 = 1; L_1 = 528; L_2 = 574;$$

y tomo

$$v_3'' = 8,001; t_3 = 60; L_3 = 560;$$

con cuyos datos tengo (29')

$$Q_1 - Q_2 = 65 - 1,126 \frac{560}{8} \log. \frac{111,74 + 273}{46 + 273} + 528 - 574 \frac{1,126}{14,555} = 533,78.$$

Así con agua á  $15^\circ$ , si tomo en vez de  $T_2 = 273 + 46,25$  la  $273 + 35^\circ$ , pues el agua sale á unos  $35^\circ$ , esto da

$$Z = \frac{533,78}{35 - 15} P = 26,68 P;$$

el agua será, pues, unas 27 veces el peso del vapor de la máquina.

**ENFRIAMIENTO INTERIOR.** El cálculo de la bomba de agua fría tiene especial interés cuando esta inyecta el líquido convenientemente dividido en el interior del condensador.

Nos limitamos aquí á calcular la bomba de agua fría, porque la cantidad de líquido debe ser en el caso actual menor que en los condensadores enfriados exteriormente, puesto que una parte del agua se vaporizará y se mezclará íntimamente con el vapor.

Sean, como antes, las letras con índice 1 las que se refieren al cilindro, con 2 al condensador, y con 0 al cilindro de la bomba de agua fría; la presión  $p_0$  es la atmosférica. Empleando las temperaturas vulgares, en las que, por ejemplo,  $T_2 - 273 = t_2$ , tendré para la energía de los  $P_1$  kilogramos de vapor del cilindro (página 145)

$$P_1 (AU_0 + Ct_1 + L_1 x_1);$$

para el condensador

$$P_2 (AU_0 + Ct_2 + L_2 x_2);$$

y para la bomba

$$P_0 (AU_0 + Ct_0);$$

si llamamos á  $P_2 + P_1 + P_0 = P$ , la energía total es

$$PAU = PAU_0 + P_0 Ct_0 + P_1 (Ct_1 + L_1 x_1) + P_2 (Ct_2 + L_2 x_2). \quad (17''')$$

Esto es lo que ocurría antes de abrir las llaves de comunicación del condensador con los otros dos receptáculos.

Llamo  $x_2'$  el estado específico del vapor, y  $p$  la presión después

de la mezcla, y abiertos los dos grifos; supongamos que la lluvia de agua fría inyectada en el condensador por la bomba hace bajar casi instantáneamente la presión de aquel á  $p_2$ , entonces la energía de la mezcla es

$$PAU' = P(AU_0 + Ct_2 + L_2x_2').$$

$U$  es mayor que  $U'$  puesto que equivale á esta, mas el trabajo mecánico realizado en una embolada del cilindro y de la bomba. El volumen del cilindro es  $P_1v_1$ , y pues la carrera es proporcional al volumen, por ser la sección constante, el trabajo del émbolo es  $p_2P_1v_1$ ; el de la bomba es  $p_0P_0v_0'$ , siendo  $v_0' = 0,001$  próximamente; luego

$$\begin{aligned} PAU &= PAU' - Ap_2P_1v_1 - Ap_0P_0v_0' \\ &= P(AU_0 + Ct_2 + L_2x_2') - Ap_2P_1v_1 - Ap_0P_0v_0'; \end{aligned}$$

igualando esta fórmula con la (17''') en sus segundos miembros, sustituyendo parcialmente á  $P$  con sus tres sumandos y reduciendo, se obtiene

$$\begin{aligned} P_0Ct_0 + P_1(Ct_1 + L_1x_1) + P_2L_2x_2 \\ = P_0Ct_2 + P_1Ct_2 + PL_2x_2' - Ap_2P_1v_1 - Ap_0P_0v_0'; \end{aligned}$$

de donde

$$P_0 = \frac{P_1[C(t_1 - t_2) + Ap_2v_1 + L_1x_1] + L_2(P_2x_2 - Px_2')}{C(t_2 - t_0) - Ap_0v_0'}$$

**BOMBA DE AGUA FRÍA.** Con esta fórmula puede calcularse la cantidad de agua fría que debe ir al condensador, y por tanto las dimensiones de la bomba de agua fría.

Para simplificar esta expresión notemos que el volumen del condensador era (pág. 145)

$$V_2 = P_2[x_2(v_2'' - v_2') + v_2'];$$

esto atendiendo al agua líquida que ha de contener, pues si nos referimos al vapor, será

$$V_2 = P [x_2' (v_2'' - v_2') + v_2'];$$

luego igualando los segundos miembros, y despreciando los sumandos en que entra  $v_2'$  aislada, por ser esta muy pequeña, resulta,

$$P_2 x_2 = P x_2';$$

lo que nos dice que el peso del vapor es el mismo al principio y al fin de la operación. Eliminando  $x_2'$  entre esta ecuación y la que da  $P_0$ , y despreciando el último término del denominador, resulta

$$P_0 = \frac{C(t_1 - t_2) + A p_2 v_1 + L_1 x_1}{C(t_2 - t_0)} P_1.$$

Aún puede simplificarse más tomando  $C = 1$ ;  $x_1 = 1$ ; y despreciando  $A p_2 v_1$ , lo que da

$$P_0 = \frac{t_1 - t_2 + L_1}{t_2 - t_0} P_1.$$

Así, con los datos de los últimos ejemplos (pág. 144) y con agua fría á  $15^\circ$ , tengo,

$$P_0 = \frac{111,74 - 46,25 + 528}{46,25 - 15} P_1 = 18,98 P_1.$$

Como quiera que la temperatura del condensador es en la práctica algo mayor que  $t_2$ , pues vimos oscilaba entre esta y  $t = 60,45$ , puede aumentarse algo el denominador y entonces el coeficiente de  $P_1$  disminuye.

Vemos comprobado en este ejemplo que el agua fría inyectada en el interior del condensador es menor que la necesaria para enfriar sus paredes exteriormente.

Tales son las principales cuestiones teóricas referentes á la con-

densacion del vapor, y con ellas podrá calcular el ingeniero los diversos elementos prácticos de esta importante operacion.

## CAPÍTULO IV.

### DISTRIBUCION DEL VAPOR.

**DISTRIBUCION DE CORREDERA.** No vamos á citar siquiera los diferentes sistemas que en la práctica se usan para la distribucion del vapor, esto es, para hacer automáticamente que el fluido obre en la cara conveniente del émbolo, y salga ó entre en el cilindro éuando sea necesario. Nos limitamos á indicar aquí la distribucion por medio de una sola corredera aplicada á máquinas de expansion variable, sistema el más comun y el único que se usa en las locomotoras.

Este es, por otra parte, el que mejor se presta al cálculo y sobre el que se han hecho numerosos y concienzudos estudios. Estos han versado principalmente sobre las dimensiones y posiciones relativas de los diversos aparatos que entran en juego en la distribucion. Modernamente se ha hecho aplicacion de la Termodinámica al trabajo del vapor, teniendo en cuenta todos los detalles de la distribucion, y tal es el objeto preferente de este capítulo.

Distinguimos dos casos: uno de marcha ordinaria, esto es, en que el vapor hace mover la máquina, cuyo efecto útil sirve para las numerosas faenas de la industria; otro en que el fluido tiende á parar la máquina; este se llama marcha á contravapor, y se usa para hacer reposar en breves instantes una máquina fija, ó para detener la marcha del tren en las locomotoras ó parar el buque en las marinas.

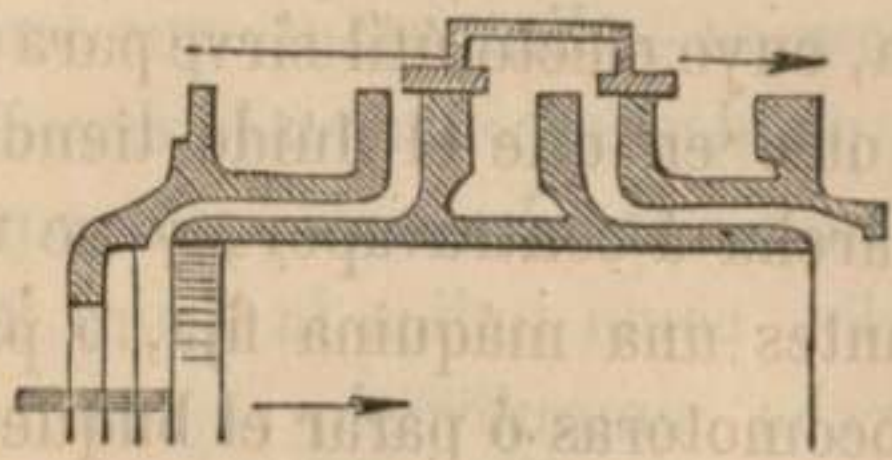
En la marcha ordinaria podemos distinguir desde luego dos fases: *carrera directa* del émbolo, contada de izquierda á derecha, suponiendo horizontal el eje del cilindro; otra es la *carrera inversa* del mismo, ó sea de derecha á izquierda. Ambas reunidas constituyen una embolada completa. Estudiaremos tambien la accion

mecánica sobre cada una de las caras del émbolo, teniendo presente que las dos lumbreras—de entrada y salida del vapor en el cilindro—se corresponden con dichas caras.

El cajon ó corredera del aparato distribuidor, lleva dos rebordes, cuyas dimensiones dependen del ancho de las lumbreras, y se mueve por dos excéntricos que obran sobre un juego de palancas, llamado corredera de Stephenson, el cual está á la disposición del maquinista, quien por su medio varia la carrera del cajon á fin de hacer más ó ménos larga la entrada del vapor, y por tanto la expansion, así como para cerrar dicha entrada ó invertir la marcha pasando al tipo del contravapor. Los rebordes sirven para producir los *avances* á la admision y salida del vapor, esto es, cuando estas operaciones se efectúan produciendo un trabajo negativo ó nulo en el émbolo; solo admitiremos aquí el último de dichos avances. El objeto de estos es disminuir la velocidad del émbolo algo antes de llegar este á sus puntos muertos, que son los extremos de su carrera.

De aquí se deduce que el sentido del movimiento del distribuidor, es á veces el mismo y á veces distinto del sentido del émbolo, y de aquí la division de los periodos de la distribucion, que en la marcha ordinaria son los que vamos á indicar, los cuales se repiten simétricamente en ambas caras del émbolo.

**PERÍODOS DE LA MARCHA ORDINARIA.** *Carrera directa: cara izquierda: admision.*—Corresponde, segun indica la figura 18, este primer periodo, á la entrada del vapor



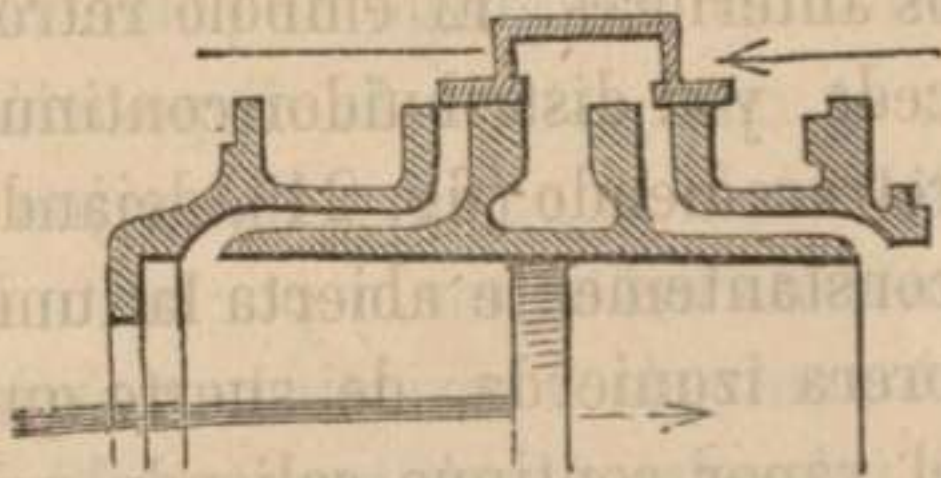
(Fig. 18.)

—que viene desde la caldera— por la lumbrera izquierda á obrar en la cara izquierda del émbolo, que empieza en este momento su carrera directa á plena presion. El distribuidor marcha en el mismo sentido que el émbolo, aunque con distinta velocidad al principio de este periodo, pero al final del mismo retrocede, y va cubriendo la lumbrera izquierda dejando abierta parte de la derecha.

*Carrera directa: cara derecha: escape.*—Al mismo tiempo que

ocurre lo anterior, sale constantemente al condensador el vapor, que obra contra la cara derecha, por la lumbrera derecha.

*Carrera directa: cara izquierda: expansion.*—No bien el distribuidor cubre por completo en su retroceso la lumbrera izquierda, cesa la entrada del vapor en el cilindro, y el que habia á la izquierda del

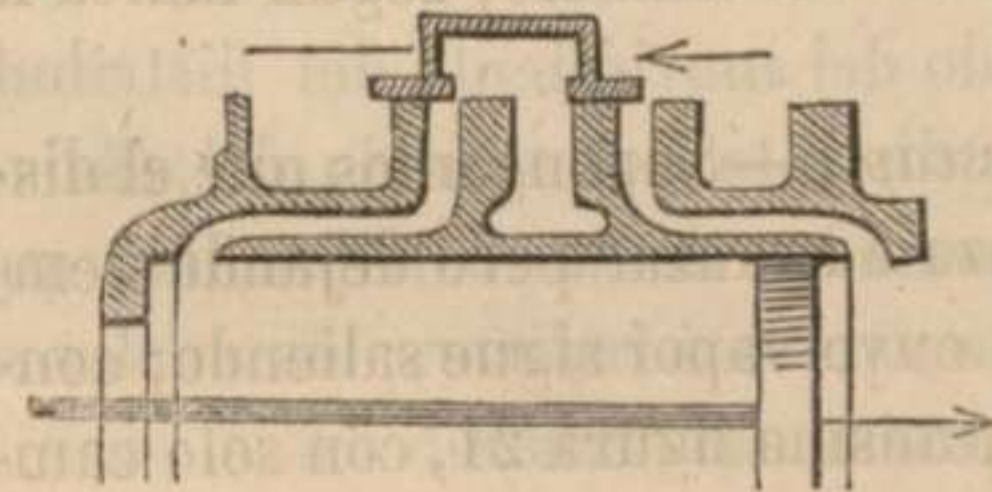


(Fig. 19.)

émbolo, obra sobre este por su fuerza de expansion; esto es lo que se indica en la figura 19. El distribuidor continúa retrocediendo.

*Carrera directa: cara derecha: escape.*—Durante este mismo tiempo, continúa saliendo por la lumbrera derecha el vapor que forma la contrapresion sobre la cara derecha del émbolo.

*Carrera directa: cara izquierda: avance al escape.*—Aún continúa marchando el émbolo en el mismo sentido (fig. 20)—así como el



(Fig. 20.)

distribuidor en el opuesto,—y ya se abre un poco de la lumbrera izquierda, lo que hace que el vapor se precipite en el condensador, y por tanto, hay sobre la cara izquierda del émbolo la presion del condensador.

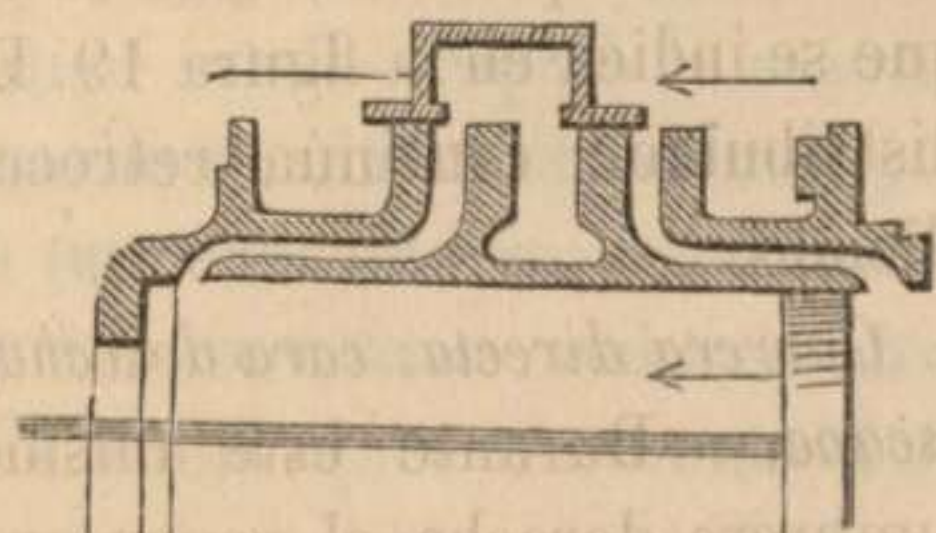
Llámanse *avance*, porque el vapor obra en sentido contrario del movimiento del émbolo y tal como trabajará en el periodo siguiente.

*Carrera directa: cara derecha: compresion.*—Entre tanto que ocurre lo indicado en la cara izquierda, pueden suceder en la derecha dos cosas diferentes, á saber: un avance á la admision ó una compresion. Lo primero se verifica cuando, como indica la figura 20, queda descubierta la lumbrera derecha comunicando con la caldera; lo segundo cuando esta queda cerrada en este periodo; esto último es lo que suponemos ocurre, para no complicar demasiado el problema.

En tal caso, el vapor que producía la contrapresion sobre la cara derecha del émbolo, se comprime, no encontrando salida, y produce una contrapresion mayor.

Notemos que el émbolo llega al final de su carrera, pero no tropieza contra la tapa del cilindro, sino que deja un hueco entre él y esta, llamado *espacio nocivo*. Otro tanto sucede en la otra tapa del cilindro.

*Carrera inversa: cara izquierda: escape.*—En el retroceso del émbolo hay tres periodos análogos á los anteriores. El émbolo retro-



(Fig. 21.)

cede, y el distribuidor continúa retrocediendo (fig. 21), dejando constantemente abierta la lumbrera izquierda, de suerte que el vapor continúa saliendo por ella al condensador.

*Carrera inversa: cara derecha: admision.*—Las cosas están dis-

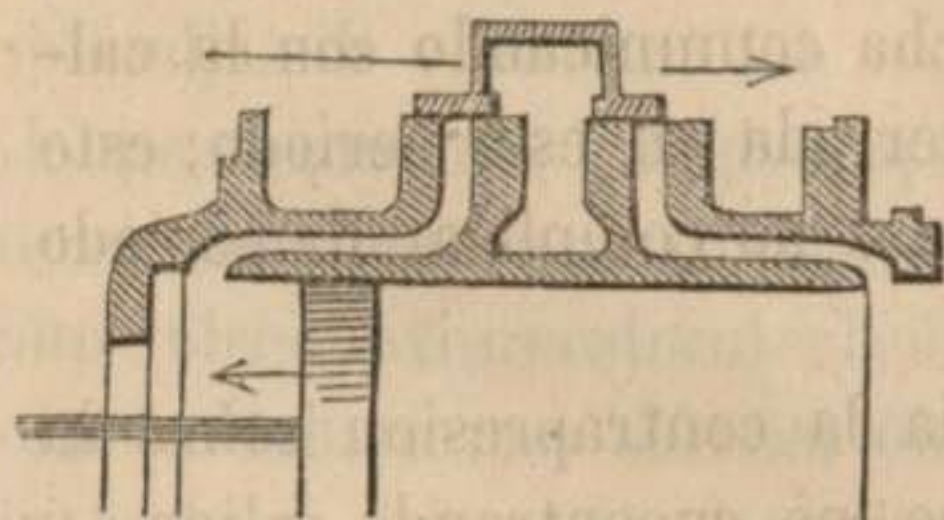
puestas de modo que en el instante preciso de retroceder el émbolo, se abre la lumbrera derecha, y entra por ella el vapor á obrar con toda su presión sobre la cara derecha del émbolo, según indica la figura.

*Carrera inversa: cara izquierda: escape.*—Supongamos que el distribuidor retrocede y luego comienza á avanzar pero dejando siempre abierta la lumbrera izquierda, cuyo vapor sigue saliendo; continúa el escape. Esto se indica en la misma figura 21, con solo cambiar la flecha que indica el sentido del movimiento del distribuidor.

*Carrera inversa: cara derecha: expansion.*—En este intermedio, supongamos que la lumbrera derecha llegue á cubrirse con el adelante del distribuidor, y lo esté en todo este periodo, de suerte, que habrá una expansion del vapor encerrado á la derecha del cilindro.

*Carrera inversa: cara izquierda: compresion.*—El distribuidor que empezó en el periodo anterior á marchar en sentido contrario que

el émbolo, continúa de esta suerte en todo el actual, que comienza desde que el reborde interior cubre la lumbrera izquierda (fig. 22), y entonces se comprime el vapor y aumenta la contrapresión.

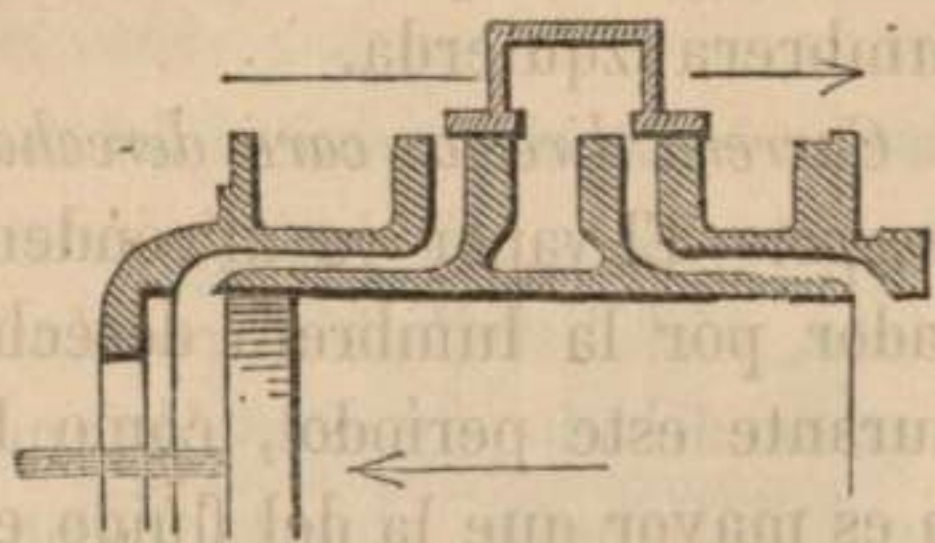


(Fig. 22.)

Si, además, como indica la



figura 23, se descubre algo la lumbrera izquierda, hay *avance á la admision*, porque esta comienza antes de terminar el cilindro su



(Fig. 23.)

carrera. Si, como suponemos actualmente, no se abre esta lumbrera, continúa la compresion que se inició anteriormente.

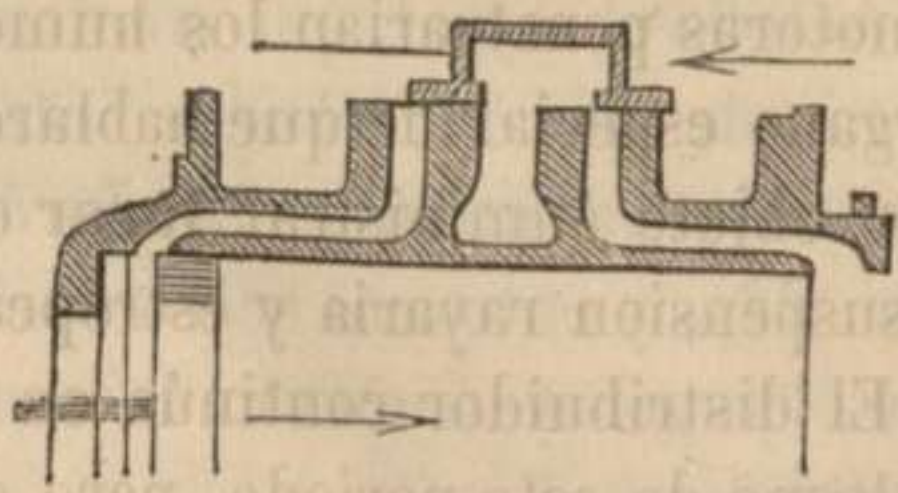
*Carrera inversa: cara derecha: avance al escape.*—Entre tanto,

la lumbrera derecha comienza á abrirse, comunicando con el

condensador, y hay un escape antes de terminar su carrera el émbolo, esto es, un avance al escape tal como se ve en la figura 23.

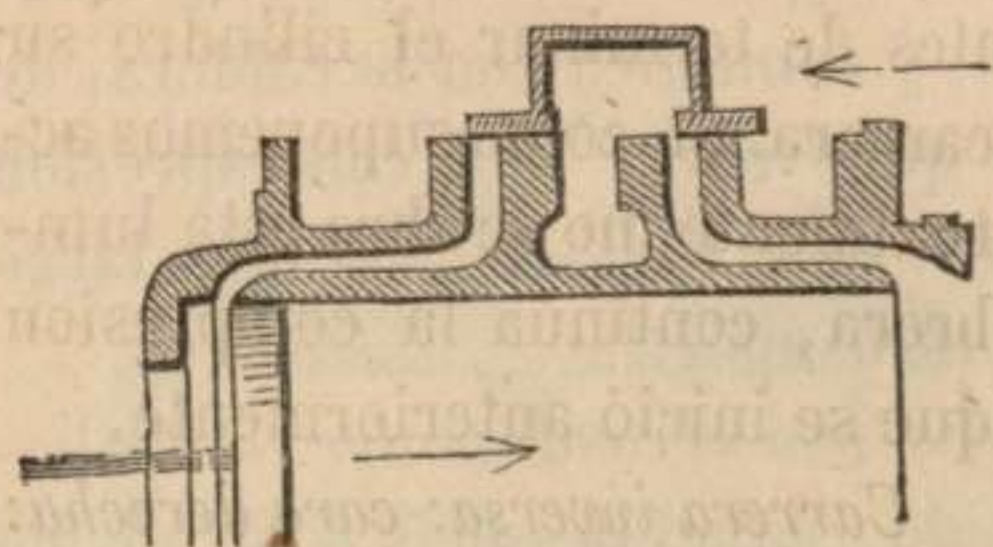
**PERÍODOS DE LA MARCHA Á CONTRAVAPOR.** El émbolo continúa moviéndose en el mismo sentido que antes, hasta que cese el movimiento de la máquina: tal ocurre en las fijas hasta que se pare el volante; tal en las locomotoras ó marinas mientras no deje de caminar el vehículo en el mismo sentido que tenia anteriormente. Claro es que si se invierte, por medio de la colisa de Stephenson, la entrada del vapor, no se tiene sino la misma máquina, cuyo sentido en el movimiento ha cambiado; no en manera alguna lo que llamamos el uso del contravapor. Para que este exista, es preciso que al invertirse la entrada del vapor, siga marchando el émbolo como en el caso de marcha directa, lo cual solo dura un corto tiempo, hasta que el vapor, obrando como un poderoso freno, y efectuando un trabajo resistente, detiene la máquina. Veamos, pues, sus diversos periodos, conservando el sentido del émbolo y variando el del distribuidor.

*Carrera directa: cara izquierda: admision y expansion.*—La figura



(Fig. 24.)

24 indica la posición y dirección del émbolo y distribuidor al principiar la carrera de aquel, marcando una pequeña admision por la lumbrera izquierda, que solo es en la carrera del espacio nocivo, y por tanto, es como si aquella no existiera. Este poco



(Fig. 25.)

vapor se dilata luego hasta casi llegar á la presión del condensador (fig. 25), pues se cierra la lumbrera izquierda.

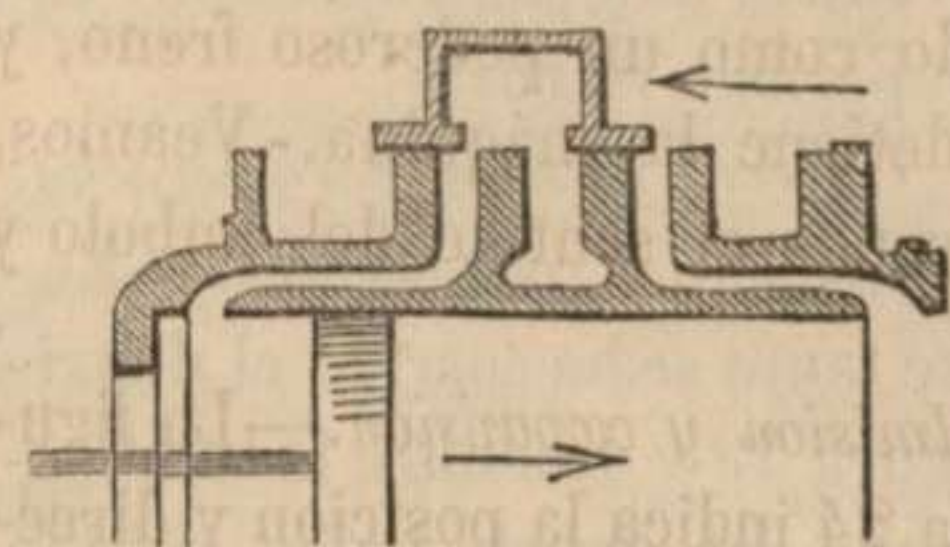
*Carrera directa: cara derecha: escape.*—El vapor va al condensador por la lumbrera derecha durante este periodo, como lo

muestran ambas figuras; su presión es mayor que la del fluido en el condensador, según veremos, lo que justifica esta operación.

*Carrera directa: cara izquierda: admisión del condensador.*—Supongamos que, continuando ambos movimientos, como se indica en la figura 26, se abre la lumbrera izquierda; entrará vapor del condensador que ayuda á la marcha del cilindro, ó se precipitará el vapor del cilindro al condensador: al tratar del periodo análogo en la cara derecha, veremos que ocurre lo primero, aunque esto depende de las dimensiones y datos.

*Carrera directa: cara derecha: compresión.*—Entretanto y para que el distribuidor pase de la posición de la figura 25 á la que tiene en la 26, se necesita que la lumbrera derecha esté cerrada un rato durante el cual habrá compresión en la cara derecha.

*Carrera directa: cara izquierda: admisión del condensador.*—Sigue abierta la lumbrera izquierda que comunica con el condensador



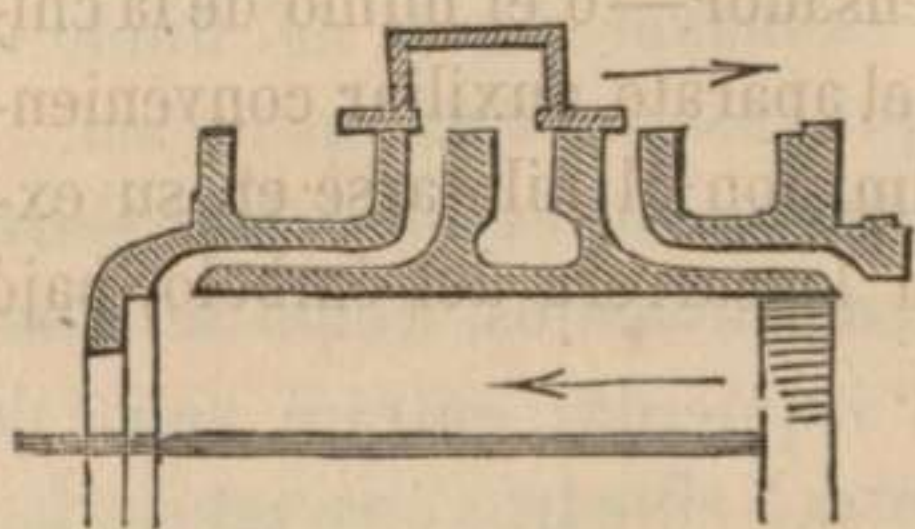
(Fig. 26.)

(fig. 26), á la cual va el vapor del cilindro; pero luego se precipita el de dicho condensador en la cara izquierda del émbolo, porque á medida que este camina, disminuye la presión en esta region del cilindro. En las locomotoras penetrarían los humos

en esta parte del cilindro, sin un órgano especial de que hablaremos más adelante, el cual tiene por objeto suministrar vapor en lugar de los humos, cuyo hollín en suspensión rayaría y estropearía la tersa superficie del cilindro. El distribuidor continúa en el mismo sentido, ó bien retrocede al último de este periodo, pero de tal suerte, que tiene siempre abierta la lumbrera izquierda.

*Carrera directa: cara derecha: contravapor.*—Entretanto la lumbrera derecha se ha abierto (fig. 26) y comunica con la caldera, de suerte que la cara derecha tiene que vencer una contrapresión exactamente igual á la de la caldera. Este período es el más largo y el que caracteriza la marcha á contravapor.

*Carrera inversa: cara izquierda: repulsion al condensador.*—Émbolo y distribuidor cambian de sentido, aquel despues ó al mismo tiempo que este (fig. 27). Sobre

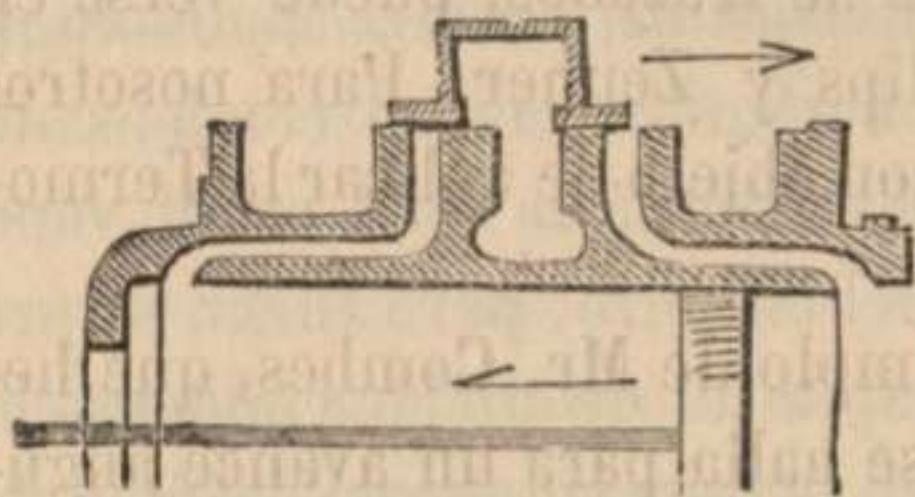


(Fig. 27.)

la cara izquierda sigue obrando el vapor del condensador, que es repelido hácia este en la embolada, pues continúa abierta la lumbrera izquierda. Este período es muy corto.

*Carrera inversa: cara derecha: expansion.*—Hay por breve espacio una admision, como indica la figura 27, pero al poco tiempo se cierra la lumbrera derecha y hay expansion del vapor.

*Carrera inversa: cara izquierda: compresion.*—La marcha del distribuidor cierra la lumbrera izquierda (fig. 28), lo cual hace que el



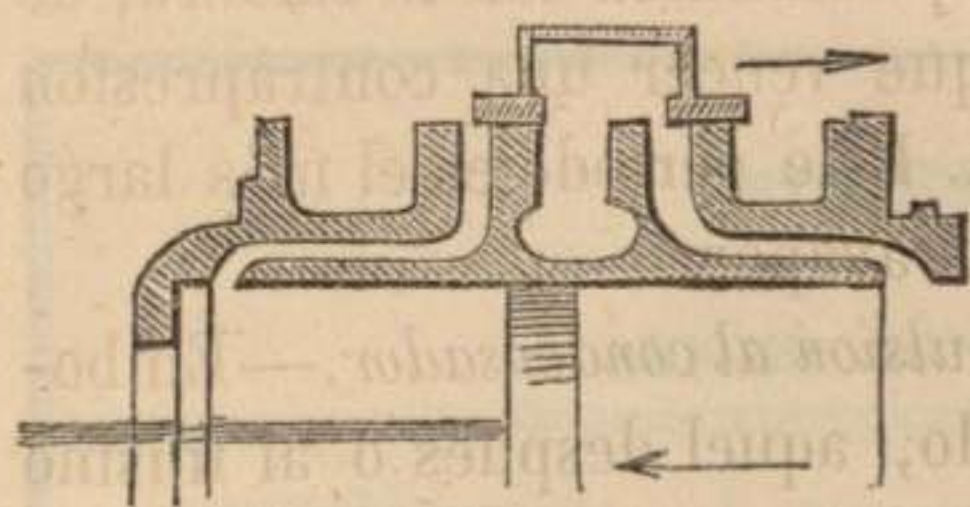
(Fig. 28.)

émbolo comprima con su cara izquierda el vapor que desde el condensador habia venido: esto produce una contrapresión. Este período es corto.

*Carrera inversa: cara derecha: admision del condensador.*—Entre tanto se ha corrido el distribuidor tanto como lo que indica la figura 29 y descubre la lumbrera derecha. Como el vapor á la derecha del émbolo habia sufrido una expansion y además continúa experimentando un aumento de volúmen al continuar el émbolo su camino, resulta que el vapor del condensador puede ser más denso y se precipita en el cilindro y ayuda á la marcha. Esto confirma lo dicho en el período análogo de la cara izquierda.

*Carrera inversa: cara izquierda: contravapor.*—La lumbrera izquierda se abre (fig. 29) y la cara del mismo nombre sufre en un

largo trayecto la presión del vapor, obrando negativamente como en otro período anterior de la otra cara. Este período continúa hasta el final de la carrera.



(Fig. 29.)

*Carrera inversa: cara derecha: admisión del condensador.*—Entretanto sigue precipitándose en la cara derecha el vapor del condensador—ó el humo de la chimenea en las locomotoras si no hay el aparato auxiliar conveniente,—pues el vapor de la pequeña admisión al dilatarse en su expansión y aumentar su volumen con la carrera del émbolo, bajó ya á una presión inferior á la de este.

**EJEMPLO DE DISTRIBUCION.** No basta conocer los diversos períodos del trabajo de un cilindro de vapor; es preciso saber sus dimensiones, esto es, la longitud de carrera que corresponde á cada uno, y esto en función del ángulo que forma el manubrio del árbol motor correspondiente á la biela del cilindro con el eje de la varilla del distribuidor, en una marcha dada, y de las magnitudes de los rebordes.

Este estudio, meramente geométrico, y cuyas fórmulas trigonométricas son construibles por medio de trazados, puede verse en las obras especiales de Combes, Philips y Zeuner. Para nosotros solo interesa conocer sus resultados con objeto de aplicar la Termodinámica á la distribución del vapor.

Supongamos, consignando un ejemplo de Mr. Combes, que hechas las construcciones geométricas se halla para un avance angular de  $45^\circ$  que la expansión comienza, en la marcha directa, á la mitad de la carrera  $L$ , y sigue hasta  $0,85 L$  y que hay un espacio nocivo de  $0,05 L$ . Supongamos que la longitud de la biela es igual al triplo de la carrera del émbolo, y la biela del distribuidor al décuplo de la suya respectivo; que el ancho de cada lumbrera sea de  $2^{\text{cm.}}$ , su tabla de la izquierda  $6,^{\text{cm.}}9$ , la de la derecha  $6,^{\text{cm.}}7$  y el hueco  $8^{\text{cm.}}$ ; y la longitud total del distribuidor  $21,^{\text{cm.}}6$ .

Disponiendo convenientemente del calado de los manubrios citados, se llega á los cuadros siguientes que dan idea clara de los diversos períodos:

## TIPO DE DISTRIBUCION DEL VAPOR.

## MARCHA ORDINARIA.

## CARRERA DIRECTA DEL ÉMBOLO.

Carrera del émbolo siendo <i>L</i> la total.	Fuerza motriz. (Cara izquierda.)	Fuerza resistente. (Cara derecha.)
De 0,000 <i>L</i> á 0,458	Presion de la caldera. (Admision.)	Presion del condensador. (Escape.)
De 0,458 á 0,823	Presion decreciente desde la anterior. (Expansion.)	Presion del condensador. (Escape.)
De 0,823 á 1,000	Presion del condensador. (Avance al escape.)	Presion creciente desde la anterior en el espacio nocivo. (Compresion.)

## MARCHA Á CONTRAVAPOR.

## CARRERA DIRECTA DEL ÉMBOLO.

Carrera del émbolo siendo <i>L</i> la total.	Fuerza motriz. (Cara izquierda.)	Fuerza resistente. (Cara derecha.)
De 0,000 <i>L</i> á 0,005 y de 0,005 á 0,118	Presion decreciente desde la de la caldera. (Admision y expansion.)	Presion del condensador. (Escape.)
De 0,118 á 0,458	Presion del condensador. (Admision del condensador.)	Compresion del vapor desde la presion del condensador. (Compresion.)
De 0,458 á 1,000	Presion del condensador. (Admision del condensador.)	Presion de la caldera. (Contravapor.)

## TIPO DE DISTRIBUCION DEL VAPOR.

## MARCHA ORDINARIA.

## CARRERA INVERSA DEL ÉMBOLO.

Carrera del émbolo siendo <i>L</i> la total.	Fuerza motriz. ( <i>Cara derecha.</i> )	Fuerza resistente. ( <i>Cara izquierda.</i> )
De 0,000 <i>L</i> á 0,542	Presion de la caldera. ( <i>Admision.</i> )	Presion del condensador. ( <i>Escape.</i> )
De 0,542 á 0,882	Presion decreciente desde la anterior. ( <i>Expansion.</i> )	Presion del condensador. ( <i>Escape.</i> )
De 0,882 á 1,000	Presion del condensador. ( <i>Avance al escape.</i> )	Presion creciente desde la anterior. ( <i>Compresion.</i> )

## MARCHA Á CONTRAVAPOR.

## CARRERA INVERSA DEL ÉMBOLO.

Carrera del émbolo siendo <i>L</i> la total.	Fuerza resistente. ( <i>Cara izquierda.</i> )	Fuerza motriz. ( <i>Cara derecha.</i> )
De 0,000 <i>L</i> á 0,177	Presion del condensador. ( <i>Repulsion al condensador.</i> )	Presion decreciente desde la de la caldera. ( <i>Expansion.</i> )
De 0,177 á 0,542	Presion creciente desde la del condensador. ( <i>Compresion.</i> )	Presion del condensador. ( <i>Admision del condensador.</i> )
De 0,542 á 1,000	Presion de la caldera. ( <i>Contravapor.</i> )	Presion del condensador. ( <i>Admision del condensador.</i> )

**MARCHA ORDINARIA: CARA IZQUIERDA: CARRERA INVERSA.**—Supongamos que los datos de estos cuadros son aplicables á una máquina con vapor á 8 atmósferas y 1 en el condensador; esto es, sin condensación propiamente tal, y que el espacio nocivo es  $0,05 SL$ , siendo  $S$  la sección del émbolo; todo lo cual conviene á muchas de las locomotoras empleadas en nuestros ferro-carriles. Veamos el trabajo producido en esta máquina para una embolada completa, teniendo presentes todos estos períodos, tanto en la marcha ordinaria como en la marcha á contravapor.

Comencemos por la marcha ordinaria, y en ella, por determinar los elementos después de la compresión en el espacio nocivo, que es el tercer período de la carrera inversa.

*Compresión.*—Ya vimos en los párrafos anteriores—y nos lo indica en resúmen uno de los cuadros—el lugar ocupado por la *compresión*, entre los diversos períodos de la marcha ordinaria. Con arreglo á los datos de la longitud de la carrera para cada período, resulta que su volúmen de vapor que supongo seco á  $1^{\text{atm.}}$  y á  $100^{\circ}$ , ocupa un volúmen

$$(0,118 + 0,05) SL = 0,^m168 SL ;$$

su peso es, pues,

$$0,168 SL \times 0,606 = 0,^{\text{kg}}102 SL .$$

Dicho volúmen se reduce por la compresión á  $0,05. SL$ , la cual produce una energía que se trasforma en calor, y hace pasar el flúido á *recalentado*, en cuyo caso le podemos considerar, sin gran error, como un gas, y aplicándole la fórmula (12') tomando aquí  $\frac{C}{c} = 1,4$ , resulta para la presión definitiva de este vapor

$$p = 10334 \left( \frac{1,168}{0,05} \right)^{1,4} = 56377^{\text{kg}} ;$$

lo que corresponde á 5,46 atmósferas.

El trabajo resistente de este vapor lo podemos medir por la fór-

mula (4'') propia de los gases; pero es más sencillo apelar á las que produjeron esta, una de las cuales es la (pág. 58)

$$dQ = Apdv ;$$

que integrada, sustituyendo la siguiente á la (12') y pasando de calorías á kilográmetros, da

$$\begin{aligned} U &= SL \int_{v_0}^{v_1} p dv = SL v_0^{1,4} \int_{v_0}^{v_1} v^{-1,4} dv = \\ & SL p_0 v_0^{1,4} \frac{v_1^{-0,4} - v_0^{-0,4}}{-0,4} = 2,5 \times SL p_0 v_0^{1,4} (v_0^{-0,4} - v_1^{-0,4}) \\ &= SL \times 2,5 \times 10334 \times 0,168^{1,4} (0,05^{-0,4} - 0,168^{-0,4}) \\ &= 2708^{\text{kgm.}} \cdot SL ; \end{aligned}$$

ó sea 6, cal. 38 SL.

La temperatura de este vapor comprimida será, según la (15'), recordando que  $C = 0,48$ , (pág. 45), y por tanto

$$\begin{aligned} c &= \frac{0,48}{1,40} = 0,343 , \\ T_1 - T_0 &= \frac{(U_1 - U_0) SL}{0,34 \times E} = \frac{(Q_1 - Q_0) SL}{0,34} \times \frac{1}{0,102 SL} \\ &= \frac{6,38 - 0}{0,34} \times \frac{1}{0,102} = 183 . \end{aligned}$$

luego

$$T_1 - 373 = 183 ;$$

$$t_1 = 283 .$$



Antes de la compresion tenia este vapor una cantidad de calor expresada por

$$0,102 SL (536,5 + 100) = 64,92 SL ; (*)$$

el calor de la compresion es. . . . . 6,38 »

Total.. . . . . 71,30 »

*Escape.*—Para completar el estudio de la accion del vapor en la marcha ordinaria sobre la cara izquierda del émbolo, solo falta examinar los dos primeros periodos de la carrera inversa, que producen el escape del vapor, en una longitud de

$$L - 0,118 L = 0,882 L$$

Como esto es á 1<sup>atm.</sup>, resulta un trabajo resistente de

$$0,882 L \times 10334^{kg} S = 9114^{kg} SL ;$$

el vapor que sale en ambos periodos, es

$$0,882 L \times 0,^{kg} 606 S = 0,^{kg} 534 S.L.$$

**MARCHA ORDINARIA: CARA IZQUIERDA: CARRERA DIRECTA.**—Distinguiremos aquí tres periodos, que son los tres del cuadro respectivo, á saber: admision, expansion y avance al escape.

*Admision.*—Al entrar el vapor de la caldera se encuentra con el vapor comprimido que ha sido objeto del párrafo anterior; formará con él una mezcla cuyas condiciones será preciso estudiar (pág. 145). Pero como la caldera suministra un volúmen indefinido, con rela-

(\*) Mr. Combes sigue á Zeuner en el cálculo del calor total del vapor, y obtiene para este caso y otros análogos, valores menores que los del texto. En el Apéndice indicaremos la diferencia de estos y el poco error que lleva el tomar los que tomamos, al par que su mayor sencillez.

cion á la parte comprimida del cilindro, puede prescindirse de esta y atenerse á las condiciones del vapor en la caldera.

El trabajo en 0,458 L, es pues,

$$8 \times 10334^{\text{kg}} \cdot S \times 0,458 L = 37860^{\text{kgm}} \cdot SL .$$

El peso de un metro cúbico es (pág. 50) 4,27; luego el del total es

$$4,27 (0,458 + 0,05) SL = 2,17 SL ;$$

habia en el espacio nocivo. . . . . 0,10 »  
da la caldera. . . . . 2,07 »

El vapor tiene ahora

$$2,17 SL (486 + 170,81) = 1425^{\text{cal}} \cdot SL ;$$

tenia antes. . . . . 71 »  
incremento de calor. . . . . 1354 »

Si el agua de alimentacion está á 15°, habrá que quitar de lo anterior

$$2,07 SL \times 15 = 31 SL ,$$

y queda

$$1323^{\text{cal}} \cdot SL .$$

*Expansion.*—Tiene esta lugar desde 0,458 L á 0,825 L. Para calcular la temperatura y presion finales seguiremos un camino análogo al de la página 60, solo que aqui conocemos la relacion de los volúmenes, y de esto deduciremos lo restante, conocido tambien, como lo está, el peso del vapor.

El volúmen del vapor es

$$(0,823 + 0,05) SL = 0,873 SL ;$$

su peso 2,<sup>kg.</sup>17 SL; luego el peso específico de la mezcla final es

$$\frac{2,17}{0,87} = 2,49 ;$$

que corresponde (pág. 50) á

$$148,^{\circ}29 \text{ y } 4,^{\text{atm.}}5 .$$

Aquí hemos prescindido de la condensacion que acompaña á toda expansion, la cual habrá producido un descenso en la presion citada, y por lo tanto en su temperatura. Supongamos que estas se reduzcan respectivamente á 146,<sup>o</sup>61 y 4,<sup>atm.</sup>5; el peso específico será, con arreglo al citado cuadro,

$$\frac{1}{v''} = 2,3871 .$$

Ahora bien, la relacion de este peso específico al 2,49, es

$$\frac{2,3871}{2,49} = 0,96 ;$$

luego la parte de vapor puro es

$$x = 0,96$$

y 4 por 100 de agua liquida en suspension. Véamos ahora si con este valor de  $x$  y con los datos últimos se realiza la igualdad (21') que da un valor de  $x$  en funcion de otro análogo.

De esta fórmula deduzco

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{T_1}{L_1} \left( \frac{L_2 x_2}{T_2} + C \log. \frac{T_2}{T_1} \right) \\ &= \frac{419,61}{606,5 - 0,695 \times 146,61} \left( \frac{486 \times 1}{443,81} + 1 \times \log. \frac{443,81}{419,61} \right) \\ &= 0,96 ; \end{aligned}$$

ó sea lo mismo que habiamos supuesto.

El peso final del vapor es, por lo tanto,

$$2,17 SL \times 0,96 = 2,08 SL ;$$

el del agua

$$2,17 SL \times 0,04 = 0,09 SL .$$

El calor contenido en la parte de vapor es

$$2,08 SL (504,61 + 146,61) = 1354^{\text{cal.}} SL ;$$

$$\text{en el líquido. . . . . } 0,09 SL \times 146,61 = 13 \text{ »}$$

$$\text{Total. . . . . } 1367 \text{ »}$$

El vapor á plena presión tenía

$$2,17 SL (486 + 170,81) = 1425^{\text{cal.}} SL ;$$

luego se han convertido en trabajo

$$1425 SL - 1367 SL = 58^{\text{cal.}} SL ;$$

ó sea

$$425 \times 58 SL = 24650^{\text{kgm.}} SL .$$

*Avance al escape.*—Al salir este vapor del cilindro al condensador habrá que hallar la presión de la mezcla de ambos flúidos, pero en el caso actual, como el condensador es la atmósfera, su volúmen es indefinido con respecto al del cilindro; luego la presión puede considerarse como constantemente igual á 1<sup>atm.</sup>. El trabajo es, pues,

$$(1 - 0,823) L \times 10334 S = 1829^{\text{kgm.}} SL .$$

El volúmen actual del vapor es el de todo el cilindro, ó sea, 1,05 SL, y su peso

$$1,05 SL \times 0,606 = 0,636 SL .$$

En esta media embolada sale vapor á la atmósfera

$$(2,17 - 0,64) SL = 1,53 SL .$$

**MARCHA ORDINARIA: CARA DERECHA: CARRERA DIRECTA.** Distinguiremos los tres periodos.

*Escape.* Corresponde á dos periodos y recorre en ellos el émbolo  $0,823 L$ , lo que da,

$$0,823 L \times 10334 S = 8540 \text{ kgm. } SL ;$$

su peso es

$$0,606 \times 0,823 SL = 0, \text{kg.} 499 SL .$$

*Compresion.*—Cerrada la salida del vapor aún recorre el émbolo

$$(1 - 0,823 + 0,05) L = 0,227 L ;$$

el peso del vapor correspondiente es

$$0,227 SL \times 0,606 = 0, \text{kg.} 137 SL ;$$

cuyo vapor se comprime hasta  $0,05 SL$  y suponiendo que lo hace como un gas—pues pasa á vapor recalentado—tiene la presión final

$$p = 10334 \left( \frac{0,227}{0,05} \right)^{1,4} = 85930 \text{ kgm.} = 8, \text{atm.} 3 .$$

El trabajo mecánico es

$$LS \times 2,5 \times 10334 \times (0,227)^{1,4} (0,05^{-0,4} - 0,227^{-0,4}) = 4877 \text{ gm. } SL .$$

La temperatura final es

$$T - 373 = \frac{11,4 SL}{0,34} \times \frac{1}{0,137 SL} = 244 ;$$

$$t = 344^\circ .$$

MARCHA ORDINARIA: CARA DERECHA: CARRERA INVERSA. Distinguiremos sus tres periodos.

*Admision.* El vapor obra á plena presion en

$$(1 - 0,458) L = 0,542 L ;$$

y produce

$$8 \times 10334 \times 0,542 SL = 44808^{\text{kgm.}} SL .$$

El volúmen del vapor es

$$(0,542 + 0,05) SL = 0,592 SL ;$$

su peso

$$0,592 SL \times 4,^{\text{kg.}} 27 = 2,^{\text{kg.}} 53 SL ;$$

el calor que contiene

$$2,53 SL (486 + 170,81) = 1662^{\text{cal.}} SL .$$

El anterior es

$$\frac{44888}{425} SL = \frac{105}{\text{---}} \text{ »}$$

$$\text{Total. . . . . } 1767 \text{ »}$$

El peso del fluido acumulado en el espacio nocivo era  $0,^{\text{kg.}} 137 SL$ , luego la caldera ha suministrado en este trayecto

$$(2,53 - 0,137) SL = 2,^{\text{kg.}} 39 SL ;$$

ó sea

$$(1767 - 98) SL = 1669^{\text{cal.}} SL .$$

El agua de alimentacion de la caldera, supuesta á  $15^\circ$ , tenia

$$15 \times 2,^{\text{cal.}} 39 SL = 36^{\text{cal.}} SL ;$$

hay que suministrar, por tanto, á la caldera

$$(1669 - 36) SL = 1633^{\text{cal.}} SL .$$

*Expansion.* Esta dura desde 0,542 *L* á 0,118 *L*, y ocupa al fin

$$(1,05 - 1,118) LS = 0,935 SL ;$$

su peso específico es

$$\frac{2,53}{0,93} = 2,72 ;$$

que corresponde á una temperatura de unos 152°, ó sea unas 5<sup>atm.</sup>. Rebajémosla—por la condensacion aneja á la expansion—á 150,°69, ó sea 4,°<sup>atm.</sup>8, cuyo peso específico del vapor seco es 2,6467, y, por tanto, el estado específico del vapor

$$x = \frac{2,6467}{2,72} = 0,97 .$$

Calculado este valor por la fórmula (21') es

$$x = \frac{423,69}{606,5 - 0,695 \times 150,62} \left( \frac{486}{443,81} + \log. \frac{443,81}{423,69} \right) = 0,964 ,$$

que no difiere sensiblemente del anterior.

El peso del vapor será, pues, al final de la expansion

$$2,53 SL \times 0,97 = 2,45 SL$$

$$\text{el del agua. . . . . } 2,53 SL \times 0,03 = 0,08 SL .$$

El calor de la parte de vapor es

$$2,45 SL (606,5 + 0,305 \times 150,69) = 1597 \text{ cal. } SL$$

$$\text{y el del agua. . . . . } 0,08 SL \times 150,69 = 12 \text{ »}$$

---


$$\text{Total. . . . . } 1609 \text{ »}$$

El calor contenido en el vapor, era 1662 *SL*, luego

$$(1662 - 1609) SL = 53^{\text{cal.}} SL,$$

se han convertido en trabajo, ó sea 22525  $\text{kgm. SL}$ .

*Avance al escape.*—La contrapresion es de

$$10334 \times 0,118 SL = 1219^{\text{kgm.}} SL.$$

Sale á la atmósfera, al final de la carrera

$$(2,53 - 0,636) SL = 1,89^{\text{kg.}} SL.$$

**MARCHA ORDINARIA: RESÚMEN.** Haremos este para el trabajo y vapor.

*Carrera directa (trabajo).*

CARA IZQUIERDA.

Admision. . . . .	57860 $\text{kgm. SL}$	
Expansion. . . . .	24650	»
Escape. . . . .	4829	»
	<hr/>	
Suma del motor. . . . .	64559	» 64559 $\text{kgm. SL}$

CARA DERECHA.

Escape. . . . .	8540	»
Compresion. . . . .	4877	»
	<hr/>	
Suma del resistente. . . . .	13417	» 13417
	<hr/>	
Total motor. . . . .	50922	»



Resultado anterior: (Motor). . . . . 50922<sup>kgm.</sup> SL.

*Carrera inversa (trabajo).*

CARA DERECHA.

Admision. . . . .	44808 <sup>kgm.</sup> SL	
Expansion. . . . .	22525	»
Escape. . . . .	1219	»
	<hr/>	
Suma del motor. . .	68552	» 68552 <sup>kgm.</sup> SL

CARA IZQUIERDA.

Escape. . . . .	9114	»
Compresion.. . . .	2708	»
	<hr/>	
Suma del resistente:	11822	» 11822
	<hr/>	
Total motor. . . . .	56750	» 56750

Total motor en una embolada. . . . .	107652 <sup>kgm.</sup> SL
Equivalente en calor. . . . .	255 <sup>cal.</sup> SL

*Carrera directa (vapor).*

LUMBRERA IZQUIERDA.

Admision. . . . .	2,07 <sup>kg.</sup> SL	kg.
Avance al escape. . . . .	1,53	SL

LUMBRERA DERECHA.

Escape. . . . .	0,50	»
	<hr/>	
Suma de la salida. . . . .	2,05	» 2,05 <sup>kg.</sup> SL

Sumas anteriores: (Admision). <sup>kg.</sup> 2,07 SL (Salida). <sup>kg.</sup> 2,03 SL

*Carrera inversa (vapor).*

LUMBRERA IZQUIERDA.

Escape... <sup>kg.</sup> 0,54 SL

LUMBRERA DERECHA.

Admision. . . . .	2,59	»	
Avance al escape. . . . .			1,89
			—
Suma de la salida. . . . .			2,43
			» 2,43
			—
Entrada total. . . . .	4,46	»	
Salida total. . . . .			4,46

Siendo 253 las calorías trasformadas en trabajo, y 1554 + 1669 = 3023 las que suministra la caldera (páginas 165 y 167) —sin tener en cuenta el gasto de alimentacion,— resulta un coeficiente económico para esta distribucion de

$$\frac{253}{3023} = 0,083 ;$$

si la máquina siguiera un ciclo de Carnot seria dicho coeficiente

$$\frac{443,81 - 373}{443,81} = 0,159 ;$$

luego la máquina real aprovecha poco más de la mitad de lo que utilizaria la teórica más perfecta con igual desnivel térmico (página 115).

Si descontamos el gasto de la alimentacion, queda como calor suministrado por la caldera al cilindro (páginas 165 y 167)

$$1323 + 1638 = 2961 ;$$

y el coeficiente es algo mayor que en el caso anterior.



Calor convertido en trabajo,

$$(140 - 129) SL = 11^{\text{cal.}} SL;$$

ó sea

$$4675^{\text{kgm.}} SL.$$

*Admision del condensador.*—No bien se abre la lumbrera izquierda, de suerte que el cilindro comunice con el condensador, sale á este el vapor anterior, y en el resto de la carrera sigue así durante los dos periodos restantes, esto es, desde 0,118  $L$  á  $L$ , ó en 0,882  $L$ .

Al principio habrá una verdadera repulsion hácia el condensador; pero al aumentar el volúmen, con la continuacion de la carrera, se bajará pronto de las 2<sup>atm.</sup> á menos de 1, y entonces tendremos la admision: para el cálculo es indiferente contar una ú otra.

El trabajo motor es

$$0,882 L \times 10334 S = 9114^{\text{kgm.}} SL.$$

El cilindro tendrá, al final de la carrera,

$$1,05 SL \times 0,606 = 0,^{\text{kg.}}636 SL;$$

y como habia 0,214  $SL$ , ha ganado

$$(0,636 - 0,214) SL = 0,^{\text{kg.}}421 SL.$$

El vapor del cilindro, tiene al final de su carrera

$$0,636 SL \times 636,5 = 405^{\text{cal.}} SL;$$

luego el total del trabajo motor, es

$$(405 + 21) SL = 426^{\text{cal.}} SL.$$

El vapor tenia antes  $129^{\text{cal.}} SL$ , luego lo que absorbe el condensador, por medio de su agua fria, es

$$(426 - 129) SL = 927^{\text{cal.}} SL .$$

**MARCHA Á CONTRAVAPOR: CARA IZQUIERDA: CARRERA INVERSA.**—Los tres periodos de este trabajo resistente, son los que vamos á calcular.

*Repulsion al condensador.*—Esta consume

$$0,177 L \times 10334 S = 1829^{\text{kgm.}} SL = 4,^{\text{cal.}} 3 SL ;$$

el peso del vapor es

$$0,177 \times 0,606 SL = 0,^{\text{kg.}} 107 SL ;$$

y lleva al condensador

$$0,107 SL \times 636,5 = 68^{\text{cal.}} SL ;$$

el total del calor, es

$$(4 + 68) SL = 72^{\text{cal.}} SL .$$

*Compresion.*—Esta se verifica desde  $0,177 L$  á  $0,542 L$ : el volúmen del vapor es, al comenzar la compresion,

$$(1,05 - 0,177) SL = 0,873 SL ;$$

su peso

$$0,873 SL \times 0,606 = 0,^{\text{kg.}} 529 SL ;$$

y al finalizar esta, es el volúmen

$$(1,05 - 0,542) SL = 0,508 SL ;$$

luego el trabajo es

$$SL \times 2,5 \times 10334 \times 0,873^{1,4} (0,508^{-0,4} - 0,873^{-0,4}) \\ = 5454^{\text{kgm.}} SL.$$

La temperatura final es

$$T - 373 = \frac{12,8 - 0}{0,34} \times \frac{1}{0,529} = 71;$$

$$t = 171^{\circ}.$$

El calor que contiene este vapor es

$$0,529 SL (486 + 171) = 347^{\text{cal.}} SL.$$

*Contravapor.* — La carrera á contravapor es  $L - 0,542 L = 0,458 L$ , y el trabajo resistente, que es el periodo más notable de este estudio, es

$$8 \times 10334 \times 0,458 SL = 37864^{\text{kgm.}} SL = 89^{\text{cal.}} SL.$$

En el espacio nocivo de la izquierda, queda ún peso de vapor  $0,^{\text{kgm.}}214 SL$ , ó sea un calor de  $0,214 SL (486 + 171) = 140^{\text{cal.}} SL$ , luego pasa á la caldera, por la accion del contravapor,

$$(0,529 - 0,214) SL = 0,^{\text{kg.}}315 SL.$$

Para hallar el calor que este vapor lleva, tenemos que el contenido en el cilindro al fin del periodo anterior, es  $347 SL$ , que descontando las  $140 SL$  del espacio nocivo, quedan en  $207 SL$ , y agregando las  $89 SL$  del contravapor, son  $296 SL$ .

MARCHA Á CONTRAVAPOR: CARA DERECHA: CARRERA DIRECTA. Los tres periodos son aquí, como en el párrafo anterior, de trabajo resistente.

*Escape.*—Este dura desde  $L$  á  $0,118 L$ , y, por tanto, produce un trabajo de

$$0,118 \times 10334 SL = 1219^{\text{kgm.}} SL = 3^{\text{cal.}} SL ;$$

su peso es  $0,^{\text{kg.}}07$ , que lleva consigo

$$0,07 SL \times 636,5 = 45^{\text{cal.}} SL ;$$

que con las anteriores suma  $48^{\text{cal.}} SL$ .

*Compresion.*—Esta dura  $(0,458 - 0,118) L = 0,34 L$ . El volúmen primitivo del vapor era

$$(1,05 - 0,118) SL = 0,^{\text{m.}}932 SL ;$$

su peso es

$$0,932 SL \times 0,606 = 0,^{\text{kg.}}565 SL ;$$

después de la compresion hay

$$(1,05 - 0,458) SL = 0,592 SL ;$$

y su trabajo

$$SL \times 2,50 \times 10334 \times 0,932^{1,4} (0,592^{-0,4} - 0,932^{-0,4}) \\ = 4793^{\text{kgm.}} SL = 11^{\text{cal.}} SL .$$

La temperatura final es

$$T - 373 = \frac{11 - 0}{0,34} \times \frac{1}{0,565} = 58 ;$$

$$t = 158^{\circ} ;$$

y el calor que contiene

$$0,565 SL \times 636,5 + 11 SL = 359^{\text{cal.}} SL .$$

La presión es

$$1^{\text{atm.}} \times \left( \frac{0,932}{0,592} \right)^{1,4} = 1,^{\text{atm.}}89 .$$

*Contravapor.*—Esta dura  $(1 - 0,458) L = 0,542 L$ , y produce un trabajo resistente de

$$0,542 \times 8 \times 10334 SL = 44808^{\text{kgm.}} SL = 105^{\text{cal.}} SL .$$

El espacio nocivo de la derecha contiene  $0,^{\text{kg.}}214 SL$  y  $0,214 SL \times 656,5 = 156^{\text{cal.}} SL$ ; la parte derecha del cilindro, contenía en el periodo anterior  $0,^{\text{kg.}}565 SL$ , luego se rechaza á la caldera

$$(0,565 - 0,214) SL = 0,^{\text{kg.}}351 SL .$$

Si restamos del calor del vapor comprimido  $359 SL$ , la cantidad del espacio nocivo  $156 SL$ , queda la del vapor rechazado á la caldera  $225 SL$ , que agregándole la del trabajo de contravapor  $105 SL$ , produce, finalmente,  $528^{\text{cal.}} SL$ .

MARCHA Á CONTRAVAPOR: CARA DERECHA: CARRERA INVERSA. De los tres periodos de este caso, son de la misma especie los dos últimos.

*Expansion.*—El volumen era  $0,05 SL$  cuando cesó la comunicación con la caldera; el vapor que quedó en el espacio nocivo ocupa ahora, después de su expansión,

$$(0,05 + 0,177) SL = 0,227 SL ;$$

el peso específico era á  $3^{\text{atm.}}$  la cantidad  $4,27 LS$ , luego será ahora

$$4,27 \frac{0,05}{0,227} = 0,94 ;$$

el cual corresponde en el cuadro á una temperatura comprendida entre  $111,74$  y  $117,50$ , ó sea entre  $1,^{\text{atm.}}5$  y  $1,^{\text{atm.}}8$ . Procediendo por tanteos para hallar el estado específico, se ve que aún es preciso bajar del límite inferior citado y tomar  $110^{\circ},4$  que corresponde



á cosa de  $1,^{atm.}4$ ;  $x = 0,906$ , y por tanto el peso específico de la mezcla es

$$0,94 \times 0,906 = 0,85 ;$$

lo cual da un peso de vapor puro  $0,^{kg.}194 SL$  y de agua en suspensión  $0,^{kg.}02 SL$  y el peso de la mezcla  $0,^{kg.}214 SL$ .

El calor contenido en el vapor es

$$0,194 SL \times 640 = 124 SL$$

$$\text{y en el agua.. . . . } 0,02 \times 110,4 = \quad 2 \text{ "}$$

$$\text{Suma. . . . . } 126 \text{ "}$$

Habia en el espacio nocivo en el período anterior  $136^{cal.} SL$ ; luego se convierte en trabajo

$$(136 - 126) SL = 10^{cal.} SL = 4250^{kgm.} SL .$$

*Admision del condensador.*—Esta dura  $L - 0,177L = 0,823 L$  y produce un trabajo motor de

$$0,823 L \times 10334 S = 8505^{kgm.} SL .$$

El cilindro contiene, al fin de ambos períodos,

$$1,05 \times 0,606 SL = 0,^{kg.}636 SL$$

de vapor. La mezcla era, antes de abrirse la lumbrera,  $0,^{kg.}214 SL$ ; luego pasó por esta

$$(0,636 - 0,214) SL = 0,^{kg.}422 SL .$$

El vapor que llena el cilindro contiene

$$0,636 SL \times 636,5 = 405^{cal.} SL ;$$

que unidas á las  $20 SL$  anteriores, dan  $425 SL$ , y quitando de esto el calor de la mezcla en el período anterior, que era  $125 SL$ , queda  $300^{cal.} SL$ , que es calor que da el condensador.

MARCHA Á CONTRAVAPOR: RESÚMEN. Seguiremos el mismo orden que en el caso de marcha ordinaria.

*Carrera directa (trabajo).*

CARA IZQUIERDA.

Admision y expansion. . .	4675	kgm.	SL
Admision del condensador	9114	»	
	<hr/>		
Suma del motor. . .	13789	»	13789 kgm. SL

CARA DERECHA.

Escape. . . . .	1219	»	
Compresion. . . . .	4793	»	
Contravapor. . . . .	44808	»	
	<hr/>		
Suma del resistente.	50820	»	50820 »
	<hr/>		
Total resistente. . . . .	37031	»	37031 kgm. SL

*Carrera inversa (trabajo).*

CARA DERECHA.

Expansion. . . . .	4250	kgm.	SL
Admision del condensador	8505	»	
	<hr/>		
Suma del motor. . .	12755	»	12755 kgm. SL

CARA IZQUIERDA.

Represion al condensador	1829	»	
Compresion. . . . .	5454	»	
Contravapor. . . . .	37864	»	
	<hr/>		
Suma del resistente.	45147	»	45147 »
	<hr/>		
Total del resistente. . . . .	32392	»	32392 »
	<hr/>		
Total resistente en una embolada. . . . .			69425 »
	<hr/>		
Equivalente en calor. . . . .			165 cal. SL

*Carrera directa (vapor).*

## LUMBRERA IZQUIERDA.

Admision del condensador. . . . .	kg.	0,42 SL
-----------------------------------	-----	---------

## LUMBRERA DERECHA.

Escape. . . . .	0,07 »	kg.
Contravapor. . . . .	»	0,55 SL

Suma del vapor tomado al con-		
densador. . . . .	0,55 »	kg. 0,55 SL

*Carrera inversa (vapor).*

## LUMBRERA DERECHA.

Admision del condensador. . . . .	0,42 SL	»	»
-----------------------------------	---------	---	---

## LUMBRERA IZQUIERDA.

Repulsion al condensador. . . . .	0,11 »		
Contravapor. . . . .	»	0,51 »	

Suma del vapor tomado al con-		
densador. . . . .	0,51 »	0,51 »

Total del vapor tomado al con-		
densador. . . . .	»	0,66 »

Total del vapor rechazado á la		
caldera. . . . .	0,66 »	

Resulta, pues, que el vapor rechazado á la caldera, en la carrera directa, es  $0,^{kg}55 SL$ .

En la carrera inversa vuelve á la caldera  $0,^{kg}51 SL$ , y en una embolada completa sale del condensador y van á la caldera  $0,^{kg}66 SL$  de vapor.

## CAPÍTULO V.

## EMPLEO DEL CONTRAVAPOR EN LAS LOCOMOTORAS.

ADICION DE UN CONDENSADOR. No es de importancia el estudio del empleo del contravapor en las máquinas fijas, porque solo se aplica este en algun accidente fortuito. Tampoco es de interés en las de buque, ya porque solo se usa al detener su marcha en algunos casos, ya porque la baja presion de sus calderas y el tener condensador, facilitan su empleo: sin embargo, puede aplicarse á esta clase de máquinas algo de lo que vamos á decir de las locomotoras.

En estas el problema es de gran importancia, porque se pueden bajar fuertes y largas pendientes sin frenos y con solo el auxilio del contravapor. Vamos á estudiar la parte teórica de esta cuestion como aplicacion de toda la obra, y en particular del anterior capítulo.

Dos son los medios de realizar en buenas condiciones el uso del contravapor, impidiendo que en los periodos de *admission del condensador* penetren los humos en el cilindro y contribuyan á calentarlo y rayarlo. Uno de ellos estriba en hacer llegar al tubo de salida del vapor, en la caja de distribucion, un chorro de agua de la caldera: otro consiste en disponer un condensador inmediato á dicha caja. Ambos son análogos en el fondo, pues la inyeccion del agua caliente hace el efecto del condensador; pero en el último caso se hace la inyeccion con agua fria.

Comencemos por este, y llamemos  $x$  el peso del agua fria, á  $15^\circ$ , que hemos de inyectar en la caldera, é  $y$  el de vapor que sale parte al condensador, y parte por una válvula de seguridad que lleva dicho condensador cargada á  $1^{\text{atm.}}$ .

Para el ejemplo del capítulo anterior, tendremos, con arreglo á lo dicho al final de su último párrafo,

$$y - z = 0,66 SL.$$

Cada kilogramo de agua absorbe

$$(170,81 - 15) \times 1,013 = 157,^{\text{cal.}} 8 ;$$

y cada uno de vapor produce otro en la caldera, y, por tanto, un gasto en su vaporización de  $486^{\text{cal.}}$ ; tendremos, pues,

$$486 y + 158 z = B ;$$

siendo  $B$  el calor que lleva el vapor rechazado á la caldera en el contravapor, el cual se compone de los dos sumandos  $296 SL$  (página 175) y  $528 SL$  (pág. 177). Tengo, pues,

$$486 y + 158 z = 624 SL ;$$

que combinada con la anterior de ambas variables nos da, por eliminación,

$$y = 1,^{\text{kg.}} 14 SL ; \quad z = 0,^{\text{kg.}} 48 SL .$$

**CÁLCULO DEL VAPOR NECESARIO.** Estos resultados se completan ahora del modo siguiente: Si del calor del vapor que entró por la lumbrera izquierda  $296 SL$  restamos el del vapor rechazado al condensador  $68 SL$  (pág. 174), tenemos el que suministra el condensador, y es,  $228 SL$ . Haciendo la misma resta para la lumbrera derecha, tengo  $(528 - 48) SL = 280 SL$ ; luego el calor total dado por el condensador, es

$$(228 + 280) SL = 508 SL .$$

Para que no se enfrie, pues, el condensador, hay que suministrar-

le calor: sea  $y'$  el peso de vapor que se necesita para ello, el cual lleva consigo

$$(486 + 170,81) y' = 657^{\text{cal}} \cdot y' .$$

Esta cantidad de calor se ha de equilibrar con el calor dado por el condensador  $508 SL$ , mas el del agua de condensacion que es  $100 (y' - 0,66 SL)$ , puesto que  $y' - 0,66 SL$  es el peso del agua á  $100^\circ$ : tendremos, pues,

$$657 y' = 508 SL + 100 (y' - 0,66 SL) ;$$

$$y' = 0,^{\text{kg}}79 SL .$$

En la caldera habrá un exceso de vapor, que será preciso dejar salir por las válvulas, expresado por

$$y - y' = (1,14 - 0,79) SL = 0,^{\text{kg}}35 SL .$$

El agua liquida que llega al condensador en cada embolada y que urge dejar salir de este, es

$$y' - 0,66 SL = (0,79 - 0,66) SL = 0,^{\text{kg}}13 SL .$$

Caso de introducirse en el condensador ménos vapor que el calculado  $y'$  habria perjuicio, pues la presion de este bajaria á ménos de una atmósfera. Si, por el contrario, llega vapor en exceso, ó se liquidará aumentando la cifra  $0,15 SL$ , ó saldrá por la válvula del condensador. Conviene, pues, en la práctica pecar más bien por exceso de vapor introducido en el condensador, que por defecto. Para esto lleva el tubo de toma de vapor una llave que el maquinista abre convenientemente: en la marcha directa no funciona el condensador y el vapor sale al aire libre sin entrar en él.

Este sistema de condensador se ha aplicado á varias locomotoras de algunos ferro-carriles ingleses, pero no es tan general como el que vamos á indicar.

**SISTEMA ORDINARIO.** Disputáanse los ingenieros franceses, Ricour y Lechatellier, la invención del sistema más comunmente seguido hoy y aplicado en sus orígenes en nuestro ferro-carril del Norte. Conviene distinguir dos variedades en este sistema: una es el empleo de una mezcla de agua y vapor, tomados ambos de la caldera y mandados por dos tubos al de descarga del distribuidor; otro es el uso solo de aquella, con cuya distinción puede dirimirse la competencia de los citados ingenieros, atribuyendo al primero la variedad primera y al segundo la segunda.

No daremos los cálculos relativos á aquella, porque la sencillez práctica y las ventajas teóricas están en la segunda, esto es, en el empleo del agua sola de la caldera.

Supongamos, con Mr. Combes, una locomotora con los datos del ejemplo desarrollado en el capítulo anterior, pero tal, que la expansión llega hasta  $0,1475 L$ .

Su agua saldrá á la atmósfera en un estado específico (página 150)  $x = 0,1235$  ó sea teniendo en su salida  $0,^{kg}1235$  de vapor y  $0,^{kg}8765$  de líquido para  $1^{kg}$ . del agua de la caldera: su volumen específico será (páginas 59 y 50)

$$v = 1,649 \times 0,1235 - 0,001 = 0,204 .$$

La compresión comienza á partir del punto indicado, y el volumen del fluido es entonces

$$(1,05 - 0,1475) SL = 0,9025 SL ;$$

su peso

$$\frac{0,9025 SL}{0,204} = 4,^{kg}424 SL,$$

del que

$$0,1235 \times 4,424 SL = 0,^{kg}546 SL$$

es vapor, y el resto  $3,^{kg}877 SL$  es líquido.

Este vapor sufre una compresión desde  $0,9025 L$  á  $0,55 L$ , en la que se halla la temperatura final análogamente á lo que hicimos

en el capítulo anterior y por tanteos. Esto da  $t = 111^\circ$  y  $x = 0,1075$ ; por tanto la mezcla constará de

$$\text{vapor. . . . . } 0,1075 \times 4,424 \text{ SL} = 0,475 \text{ SL}$$

$$\text{liquido. . . . . } 3,949 \text{ "}$$

A este periodo sigue el de contravapor, en el que se mezcla el fluido de la caldera, seco y á  $8^{\text{atm.}}$ , con el indicado. Sea  $z$  el peso que existe en el espacio  $0,55 \text{ SL}$  que queda al final del periodo, y siendo  $4,27$  el peso de  $1^{\text{m.}}$  del vapor á  $8^{\text{atm.}}$ , será el volumen ocupado por el vapor  $0,55 \text{ SL} \times 4,27$ , y el del liquido  $z \text{ SL}$ ; luego lo que pasa de la caldera al cilindro es

$$0,55 \text{ SL} \times 4,27 + z \text{ SL} - 4,424 \text{ SL}.$$

El calor contenido en esta mezcla es

$$0,55 \text{ SL} \times 4,27 (486 + 170,81) + z \text{ SL} \int_0^{170,81} C dt;$$

la que equivale á tres sumandos: uno es el calor de la citada mezcla á  $111^\circ$ , que es

$$3,949 \times \text{SL} \int_0^{111} C dt + 0,475 \text{ SL} (528 + 111);$$

otro es el calor del vapor que llega desde la caldera,

$$(0,55 \text{ SL} \times 4,27 + z \text{ SL} - 4,424 \text{ SL}) (486 + 170,81);$$

y de un tercer sumando que es el trabajo del vapor que pasa de la caldera al cilindro, el cual expresado en calorías es

$$\frac{0,55 \text{ SL} \times 4,27 + z \text{ SL} - 4,24}{4,27} \times \frac{8 \times 10334}{425}.$$

Igualando, pues, la expresion del calor contenido en la mezcla



á 170,°81, con la suma de estos tres sumandos, y despejando  $z$ , tomando para  $C$  un valor constante intermedio entre los límites de la temperatura (pág. 45), sale

$$z = 4,28 ;$$

luego el peso del líquido contenido en la mezcla final—á 170,°81—es 4,kg.28  $SL$ ; el del vapor

$$4,28 \times 0,55 \text{ } SL = 2,35 \text{ } SL ;$$

y el fluido total será su suma, 6,kg.63  $SL$ .

Supongamos que las proporciones de esta mezcla no se alteran mientras dura el periodo del contravapor; quedará en el espacio nocivo, cuyo volumen 0,05  $SL$  es cosa de  $\frac{1}{11}$  del primitivo, la cantidad siguiente:

$$\text{líquido. . . } \frac{1}{11} 4,28 \text{ } SL = 0,39 \text{ } SL$$

$$\text{vapor. . . } \frac{1}{11} 2,35 \text{ } \text{ } = 0,21 \text{ } \text{ } "$$

$$\text{mezcla. . . } 0,60 \text{ } \text{ } ;$$

luego la mezcla que pasa á la caldera en este periodo es

$$(6,63 - 0,60) \text{ } SL = 6,03 \text{ } SL.$$

La caldera suministró, según dijimos,

$$\begin{aligned} & (0,55 \times 4,27 + z - 4,424) \text{ } SL \\ & = (0,55 \times 4,27 + 4,28 - 4,424) \text{ } SL = 2,21 \text{ } SL ; \end{aligned}$$

luego ha recibido, durante media embolada, un exceso sobre lo que ha dado, de

$$(6,03 - 2,21) \text{ } SL = 3,82 \text{ } SL.$$

**CÁLCULO DEL AGUA CALIENTE NECESARIA.** Durante una revolución del eje motor, y atendiendo á los dos cilindros de la locomotora, la cantidad de vapor rechazado á la caldera es

$$4 \times 3,82 SL = 15,^{kg}28 SL .$$

Para que no entre en la caja de distribución la más pequeña parte de humo, es preciso suministrar un volúmen de fluido igual al de los cilindros, ó sea, en cada carrera de ambos,  $4 SL$ , y, pues, su peso específico es (pág. 184)  $0,204$ , será dicho peso

$$\frac{4 SL}{0,204} = 19,^{kg}607 SL .$$

Suministrando esta cantidad, y atendiendo á lo que vuelve á la caldera, queda para cada embolada, en ambos cilindros, una pérdida, que saldrá por la chimenea,

$$(19,607 - 15,28) SL = 4,^{kg}33 SL .$$

Para máquinas que tengan en cada cilindro un volúmen de  $0,103$ , como muchas de mercancías, el gasto de la caldera es

$$0,103 \times 4,33 = 0,^{kg}466 ;$$

para cada vuelta de las ruedas motrices, y si dan 245 en  $1^{km}$ , será de  $109,^{kg}27$  en cada kilómetro de recorrido. Esta es la cantidad de agua que deberán dar las bombas á la caldera.

**GASTO DE COMBUSTIBLE.** Comencemos los cálculos de un modo análogo á los del capítulo anterior, aunque dando solo los resúmenes y resultados de Combes.

En el espacio nocivo  $0,05 SL$  hemos visto que hay una mezcla  $0,^{kg}60 SL$  á  $170,81$ , compuesta de  $0,59 SL$  de líquido y

0,21 *SL* de vapor. Su expansion hasta ocupar  $(0,05 + 0,1475) SL = 0,1975 SL$  hace bajar la temperatura á  $121^\circ$  y produce

líquido.. . . . .	0,57 <i>SL</i>
vapor. . . . .	0,25 »
	0,60 »

El trabajo motor es. . . . .	5580 <sup>kgm.</sup> <i>SL</i>
La presión atmosférica durante 0,8525 <i>L</i> da . . . . .	8809 »
	44189 »
Total trabajo motor . . . . .	44189 »
Repulsion del vapor al principio de la carrera. . . . .	4524 »
Compresion en el cilindro. . . . .	4391 »
Repulsion á la caldera. . . . .	41532 »
	47247 »
Total trabajo resistente . . . . .	47247 »
Id. id. motor. . . . .	44189 »
	55058 <sup>kgm.</sup> <i>SL</i> .

Para una revolucion del eje, dicho trabajo resultante es

$$4 \times 55058 \text{ } SL = 220232^{\text{kgm.}} \text{ } SL = 311^{\text{cal.}} \text{ } SL.$$

Este trabajo vuelve á la caldera en forma de calor. Veamos qué relacion hay entre este calor y el necesario para calentar los 4,kg.55 *SL* de agua perdida, de que hablábamos al fin del párrafo anterior.

Supongamos un tubo en el agua de la caldera, el cual llevará á la salida una mezcla (pág. 150) de 0,1255 de vapor y 0,8765 de líquido; sea  $\omega_2$  la velocidad de salida—que conocemos ya,—tendremos por la fórmula (1'''), despreciando  $\omega_1$ , que es la velocidad en el interior de la caldera,

$$\frac{\omega_2^2}{2g} = p_1 v_1 - p_2 v_2 - 425 (Q_2 - Q_1);$$

en la que  $p_1, v_1$  y  $Q_1$  corresponden al líquido de la caldera, y  $p_2, v_2$  y  $Q_2$  á la mezcla que sale por el tubo; ó sea

$$p_1 = 8 \times 10334 ; \quad v_1 = 0,001 ;$$

$$Q_1 = \int_0^{170,81} C dt = 1,013 \times 170,81 = 173 ;$$

$$p_2 = 10334 ; \quad v_2 = 0,204 .$$

De la ecuacion anterior se deduce

$$\frac{\omega_2^2}{2g \times 425} + Q_2 = Q_1 + \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{425} = 168^{\text{cal.}}$$

Pero el primer miembro de esta ecuacion consta de dos sumandos; el primero representa el calor equivalente á la fuerza viva de la mezcla que sale por el tubo, y el segundo su energia interior; luego el calor total que lleva cada kilógramo de agua que sale de la caldera es  $168^{\text{cal.}}$ .

Luego los  $4,^{\text{kg.}}55 SL$  perdidos llevan consigo

$$4,^{\text{kg.}}33 SL \times 168 = 727^{\text{cal.}} SL .$$

Descontando de esto las  $511^{\text{cal.}} SL$  del trabajo resistente resultante, quedan  $416^{\text{cal.}} SL$  para cada vuelta de las ruedas motrices, las cuales será preciso dar á la caldera por medio del combustible. Si tenemos en cuenta que el agua de alimentacion puede calentarse á  $50^\circ$  en el ténder con el vapor sobrante de las paradas en las estaciones, habrá que descontar 50 calorías por kilógramo, ó sea

$$50 \times 4,33 SL = 216^{\text{cal.}} SL ;$$

y, por tanto, lo que ha de suministrar el combustible solo es

$$(416 - 216) SL = 200 SL .$$

Para el ejemplo anterior de  $SL = 0,105$ , dicha cantidad es  $20,^{cal.}6$ , ó por kilómetro recorrido,

$$20,6 \times 245 = 5047^{cal.};$$

lo cual exige de un  $1^{kg.}$  á  $2^{kg.}$  de combustible en el hogar.

Se ve, pues, que es preciso gastar algun combustible en la marcha á contravapor. No sucederia así, si nos limitáramos á dar al distribuidor los  $15,^{kg.}28 SL$  de agua que el cilindro devuelve á la caldera (pág. 187). Entonces habria un caldeo del agua de la caldera, sin necesidad de gastar combustible alguno—excepto las pérdidas de radiacion, etc.

Si además queremos que la temperatura de la caldera permanezca inalterable, sin adición de combustible en el hogar, y con el gasto de  $15,28 SL$  de agua caliente, razonaremos del modo siguiente: á cada vuelta de las ruedas hay  $511^{cal.} SL$  del trabajo resistente; cada kilogramo de la mezcla lleva consigo  $168^{cal.}$ , y si se suple en la caldera con  $1^{kg.}$  de agua á  $50^{\circ}$ , llevará aquí  $118^{cal.}$ ; luego dejando salir

$$\frac{311 SL}{118} = 2,^{kg.}6 SL;$$

ó sea un total, en cada vuelta del eje, de

$$(15,28 + 2,6) SL = 17,^{kg.}88 SL;$$

no habrá, por tanto, que gastar combustible ni se calentará la caldera á más de  $170,^{\circ}81$ .

En la práctica basta esta cantidad para impedir la entrada de los humos en el distribuidor, y se regula observando si el penacho que se forma en el extremo de la chimenea produce una lluvia menuda; caso de salir solo vapor, se abre la llave del tubo del agua caliente; caso de salir gotas gruesas se cierra un poco dicha llave.

De todos modos, siempre hay que agregar algo de combustible para que no se apague el fuego, y para las pérdidas por radiacion.

CÁLCULO PARA UN TREN. Supongamos un tren de 500 toneladas,

inclusa la locomotora, que baja una pendiente de  $15^{\text{mm}}$ ; su fuerza aceleratriz es

$$300000^{\text{kg}} \times 0,015 = 4500^{\text{kg}},$$

y tomando como resistencias pasivas por frotamientos de los ejes, con el aire, etc.  $6^{\text{kg}}$  por tonelada, suben á  $1800^{\text{kg}}$ , ó sea fuerza aceleratriz definitiva

$$4500 - 1800 = 2700.$$

Si la velocidad del tren es  $30^{\text{km}}$  por hora, ó sea  $8,33^{\text{m}}$  en  $1''$ ; el trabajo del tren en la unidad de tiempo es

$$2700 \times 8,33 = 22491^{\text{kgm}} = 53^{\text{cal}}.$$

La locomotora del ejemplo anterior da por trabajo en cada vuelta de las ruedas (pág. 188)

$$311 SL = 311 \times 0,103 = 32^{\text{cal}};$$

como el émbolo hace 245 emboladas en  $1^{\text{km}}$  y el tren anda  $30^{\text{km}}$  en una hora, resulta que las emboladas en  $1''$  son

$$\frac{245 \times 30}{3600} = 2,04;$$

luego da la locomotora en  $1''$

$$32 \times 2,04 = 65^{\text{cal}}.$$

Habrá, pues, un exceso entre el trabajo resistente de la locomotora y el que la gravedad produce en el tren de

$$65 - 53 = 12^{\text{cal}}.$$

en  $1''$ . Cada kilogramo de agua de la caldera lleva consigo  $168^{\text{cal}}$ .

y descontando 50 de la alimentacion, tengo como número de kilogramos necesario para equilibrar el exceso anterior,

$$\frac{12}{168 - 50} = 0,^{\text{kg}}1 .$$

Fácil es hacer este cálculo en cada caso segun la pendiente, fuerza de la locomotora y peso del tren, y aún pudiera establecerse relaciones entre sus valores para que el gasto de agua perdida fuera una cantidad señalada.

De todos modos, la caldera suministrará á la caja de distribucion este número, más el que vuelve en estado de vapor desde el cilindro, que en el ejemplo citado es  $15,^{\text{kg}}28$  por embolada, ó sea poco más del doble en 1".

Si calculamos el tubo de conduccion de esta agua para  $17,^{\text{kg}}88$  *SL* (pág. 190), tendré que el gasto en 1" es

$$17,88 \text{ SL} \times 2,04 = 36,47 \text{ SL} = 36,47 \times 0,103 = 3,7564 .$$

Apelando ahora al cuadro del gasto del agua (pág. 150) y á su valor á  $8^{\text{atm}}$ , tengo que la seccion *s* del tubo es

$$s = \frac{3,7564}{1118} = 0,^{\text{m}}0034 ;$$

ó sea el diámetro

$$d = 5,^{\text{cm}}8 .$$

## CAPÍTULO VI.

### TRASMISION DEL TRABAJO.

**FASES DEL PROBLEMA.** Con objeto de completar las cuestiones teóricas más interesantes de una máquina de vapor, conviene decir

algo en este sitio sobre las trasmisiones del trabajo, cuyo estudio abraza las simples trasformaciones de un movimiento en otro, ó bien el traslado de la fuerza viva de un órgano á otro, ó de la máquina al taller en que se utiliza. No hemos de ocuparnos de todas las cuestiones referentes á estos dos puntos, ya por su sencillez analítica, ya por hallarse discutidas en todas las obras que tratan de las máquinas de vapor, y nos limitamos á una en cada grupo, á saber: las trasformaciones principales de movimiento que ocurren en la distribución, y la discusión del fraccionamiento de los motores para transmitir el trabajo á diversos puntos y á distintas distancias.

En la primera de estas cuestiones, entramos aquí con la mayor brevedad posible, y no tanto para aclarar lo dicho en los dos capítulos anteriores al citar un ejemplo de distribución—porque entonces hubiéramos hecho que este precediera á aquellos,—cuanto por explicar la cuestión en sí misma, y poder fijar, por ejemplo, la duración de la expansión en una máquina, con solo examinar el ángulo de los manubrios motor y distribuidor, y siempre en el caso más sencillo de distribución por medio de un cajón ó corredera. No daremos, por esta misma razón, los detalles y trazados gráficos necesarios para desarrollar con toda latitud este asunto, remitiendo para este objeto á nuestros lectores—como antes lo hemos hecho—á las obras especiales que se ocupan de este asunto.

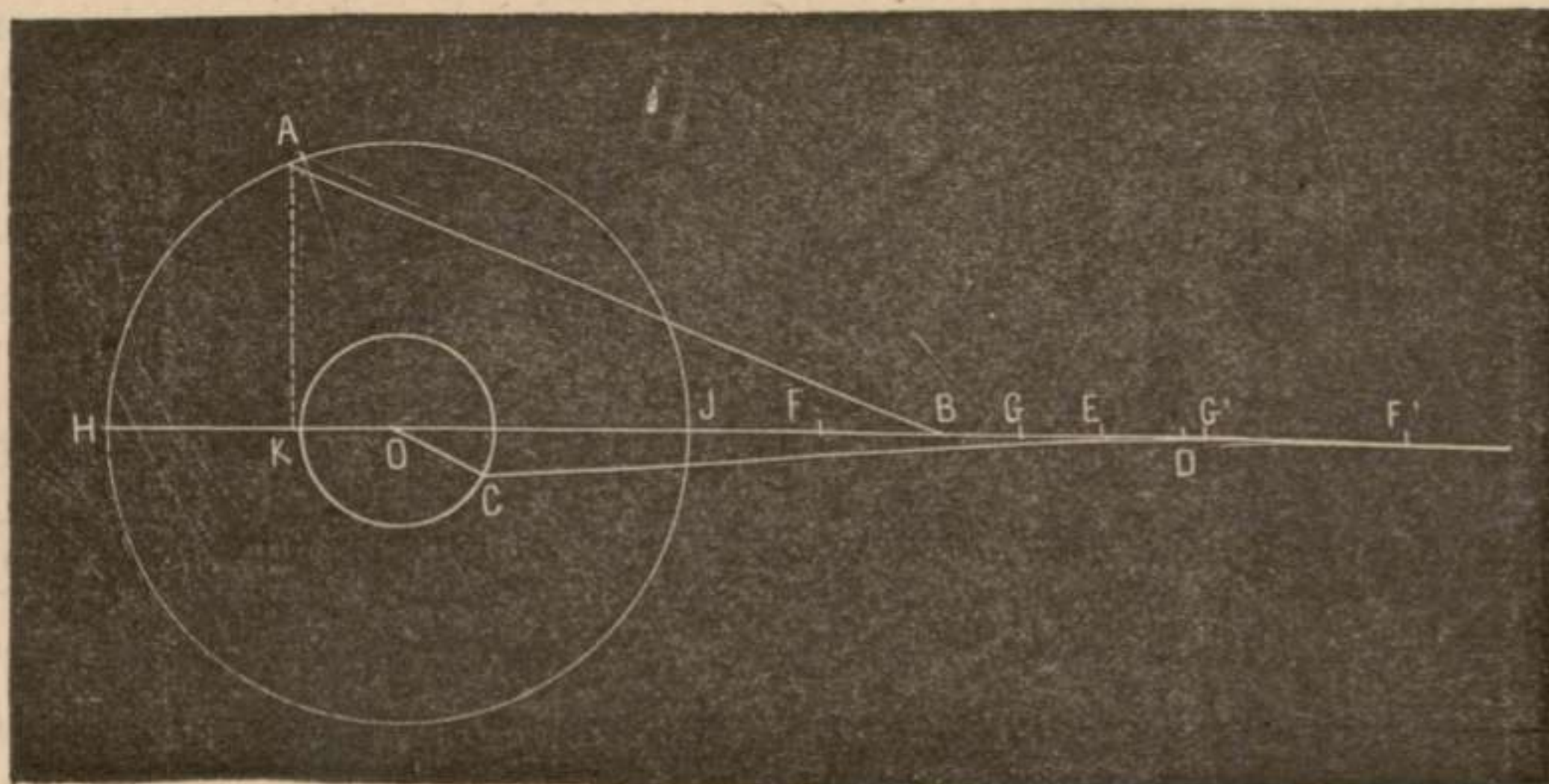
Respecto del segundo grupo de problemas solo podremos indicar los puntos de vista capitales, porque al contrario de lo que sucede en lo antedicho, en que abundan los estudios matemáticos, no ha sido fácil hasta ahora hallar las leyes cuantitativas que presiden á la repartición y fraccionamiento de los motores térmicos.

Este capítulo es, en su mayor parte, independiente de la aplicación de la teoría mecánica del calor, y esta es otra de las razones que nos ha movido á colocarle después de los anteriores, aunque tratemos en él cuestiones del mayor interés en las máquinas motrices.

**FÓRMULAS DEL AVANCE ANGULAR.** Sean (fig. 50)  $O$  la proyección del eje del manubrio motor y del escéntrico del distribuidor:  $FF'$  la



carrera del émbolo, cuyo punto medio es  $E$ ;  $GG'$  la carrera del distribuidor, con igual punto medio  $E$ ;  $AB$  la longitud de la biela motriz, y  $OA$  el manubrio correspondiente, habiendo exagerado la magnitud de este respecto de aquella:  $OC$  es la excentricidad del



(Fig. 50.)

órgano motor del distribuidor y  $CD$  su biela, de suerte que  $A$  y  $C$  son los puntos que en un momento dado ocupan los botones del manubrio y del excéntrico, y describen las circunferencias trazadas en la figura. Designaremos—adoptando la notación de Combes—estas cantidades con las letras siguientes:

$$R = OA = EF = EF'$$

$$L = AB = HF$$

$$\rho = OC = EG = EG'$$

$$\lambda = CD.$$

Llamemos  $90^\circ + \alpha$  al *avance angular* del distribuidor, que es el ángulo diedro formado por dos planos que pasan por el eje proyectado en  $O$  y por las rectas  $OA$  y  $OC$ , ó sea  $\alpha$  el formado por aquel con un plano perpendicular á esta. Es, pues, constante en cada máquina, para una marcha dada; en las locomotoras, máquinas de buque, de extracción de minerales y algunas otras, se le hace variar á voluntad del maquinista por medio de la corredera de Stephenson,

ú otro órgano análogo. Con él no solo se varia  $\alpha$ , y por tanto la expansion, sino que tambien se invierte la marcha—en el contrava-  
por—haciendo negativo el avance angular.

Así, pues,

$$\frac{\pi}{2} + \alpha = AOC = \text{constante};$$

y llamo al ángulo variable

$$a = AOH.$$

Suponiendo que  $F$  es el origen de la carrera directa del cilindro, llamo

$$x = FB;$$

y tomando para el distribuidor la distancia à su punto medio, la designo por

$$y = ED.$$

— Para hallar  $x$  en funcion de  $a$ ,  $L$  y  $R$  tengo en la figura:

$$\begin{aligned} x = FB &= HB - HF = HK + KB - HF = HO - KO \\ &+ KB - HF = R - R \cos. a + L \cos. ABH - L \\ &= R (1 - \cos. a) - L (1 - \cos. ABH). \end{aligned}$$

En el triángulo  $OAB$  es

$$L \text{ sen. } ABH = R \text{ sen. } a;$$

de donde

$$\cos. ABH = \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \text{ sen.}^2 a}.$$

luego

$$x = R (1 - \cos. a) - L \left( 1 - \frac{1}{L} \sqrt{L^2 - R^2 \text{sen.}^2 a} \right). \quad (1^v)$$

Para el distribuidor obtendremos el valor de  $GD$ , poniendo en la fórmula anterior  $\rho$  y  $\lambda$  en vez de  $R$  y  $L$ , y  $a + \frac{\pi}{2} + \alpha$ , en lugar de  $a$ ; luego

$$\begin{aligned} GD &= \rho \left[ 1 - \cos. \left( \frac{\pi}{2} + a + \alpha \right) \right] \\ &\quad - \lambda \left[ 1 - \frac{1}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 - \rho^2 \text{sen.}^2 \left( \frac{\pi}{2} + a + \alpha \right)} \right] \\ &= \rho [1 + \text{sen.} (a + \alpha)] - \lambda \left[ 1 - \frac{1}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 - \rho^2 \cos.}^2 (a + \alpha) \right]. \end{aligned}$$

Ahora bien, como contábamos  $y$  desde  $E$ , es

$$y = ED = GD - EG = GD - \rho;$$

luego

$$y = \rho \text{sen.} (a + \alpha) - \lambda \left[ 1 - \frac{1}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 - \rho^2 \cos.}^2 (a + \alpha) \right]. \quad (2^v)$$

Si  $L$  y  $\lambda$  son muy grandes con respecto a  $R$  y  $\rho$ , las ecuaciones (1<sup>v</sup>) y (2<sup>v</sup>) se reducen a las siguientes:

$$x = R (1 - \cos. a); \quad (3^v)$$

$$y = \rho \text{sen.} (a + \alpha). \quad (4^v)$$

La segunda se cumple sin gran error, pues la biela del distribuidor es mucho más larga que su carrera; no así la primera en la mayoría de las máquinas. Ordinariamente suele ser  $\lambda = 10\rho$ ;  $L = 4R$ .

MAGNITUD DE LOS RECUBRIMIENTOS. Volviendo á las ecuaciones generales (1<sup>v</sup>) y (2<sup>v</sup>), tengo que para

$$\left. \begin{array}{l} a=0 \\ a=\pi \end{array} \right\} \text{son}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x=0; y=+\rho \operatorname{sen} . \alpha - \lambda \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 - \rho^2 \cos.^2 \alpha} \right) \\ x=2R; y=-\rho \operatorname{sen} . \alpha - \lambda \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 - \rho^2 \cos.^2 \alpha} \right) \end{array} \right\} . \quad (5^v)$$

Cuando  $\lambda$  es mucho mayor que  $\rho$ , dichos valores para

$$\left. \begin{array}{l} a=0 \\ a=\pi \end{array} \right\} \text{son} \left\{ \begin{array}{l} x=0; y=\lambda \operatorname{sen} . \alpha \\ x=2R; y=-\lambda \operatorname{sen} . \alpha \end{array} \right\} . \quad (6^v)$$

La diferencia de los valores de  $y$  en las (5<sup>v</sup>) es

$$2 \lambda \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 - \rho^2 \cos.^2 \alpha} \right);$$

y como los valores  $x=0$ ,  $x=\pi$ , corresponden á los puntos muertos de la carrera del émbolo, resulta que para que no haya avances se necesita que la longitud del recubrimiento derecho, ó sea camino recorrido por el distribuidor sin abrir la lumbrera derecha, sea igual á

$$\rho \operatorname{sen} . \alpha + \lambda \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 - \rho^2 \cos.^2 \alpha} \right); \quad (7^v)$$

y la del izquierdo

$$\rho \operatorname{sen} . \alpha - \lambda \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \sqrt{\lambda^2 - \rho^2 \cos.^2 \alpha} \right); \quad (8^v)$$

de suerte que su diferencia es la indicada, y su suma  $2 \rho \operatorname{sen} . \alpha$ ,

Esto nos da las magnitudes de los recubrimientos en función del ángulo de avance, que es constante en cada tipo. Suponemos que la forma de los recubrimientos y lumbreras es análoga á la indicada en una de las figuras 19 á 29.

LONGITUD DE LA EXPANSION.—Esta se determinará para la carrera directa, atendiendo á que cuando el distribuidor tapa la lumbrera izquierda comienza la expansion, esto es, cuando  $y$  de la (2<sup>v</sup>) sea igual á (3<sup>v</sup>), lo que exige

$$a + \alpha = \pi - \alpha;$$

ó sea

$$a = \pi - 2\alpha.$$

Para la carrera inversa habrá que igualar la (2<sup>v</sup>) con la (7<sup>v</sup>), pero tomada con signo contrario, pues el recubrimiento retrocede, y esto da

$$a + \alpha = 2\pi - \alpha;$$

ó sea

$$a = 2\pi - 2\alpha;$$

cuyo valor excede en  $\pi$  al análogo anterior.

Dividiendo la (1<sup>v</sup>) por  $2R$  y sustituyendo sucesivamente los dos valores hallados de  $a$ , son,

$$\frac{x}{2R} = \frac{1}{2} (1 + \cos. 2\alpha) - \frac{L}{2R} \left( 1 - \frac{1}{L} \sqrt{L^2 - R^2 \text{sen.}^2 2\alpha} \right); (9^v)$$

$$\frac{x}{2R} = \frac{1}{2} (1 - \cos. 2\alpha) - \frac{L}{2R} \left( 1 - \frac{1}{L} \sqrt{L^2 - R^2 \text{sen.}^2 2\alpha} \right).$$

Si contamos en la última la distancia  $x'$  á partir del extremo  $F'$  de la carrera, es

$$x' = 2R - x;$$

luego

$$\frac{x'}{2R} = 1 - \frac{x}{2R};$$

lo que dará

$$\frac{x'}{2R} = \frac{1}{2} (1 + \cos. 2\alpha) + \frac{L}{2R} \left( 1 - \frac{1}{L} \sqrt{L^2 - R^2 \text{sen.}^2 2\alpha} \right); \quad (10^v)$$

que sumada con la (9<sup>v</sup>) produce

$$\frac{x}{2R} + \frac{x'}{2R} = 1 + \cos. 2\alpha = 2 \cos.^2 \alpha \quad (11^v)$$

El primer miembro de esta ecuacion significa el camino recorrido por el émbolo durante la admision del vapor, y se ve que solo depende del ángulo de avance. Asi, para una máquina en que la expansion es á  $\frac{1}{2}$ , esto es, comienza á la mitad de la carrera, debe ser

$$x' + x = 2R;$$

luego

$$2 \cos.^2 \alpha = 1; \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

ó sea  $45^\circ$ . Si la expansion principia á la cuarta parte de la carrera es

$$\cos.^2 \alpha = \frac{1}{2}; \quad \alpha = \frac{\pi}{3} = 60^\circ.$$

**DETERMINACION DEL ÁNGULO DE AVANCE.**—Vamos á hallar el valor

de este en función de la carrera. La (9<sup>v</sup>) puede escribirse de otro modo, pues,

$$\frac{1}{2}(1 + \cos. 2\alpha) = \cos.^2 \alpha;$$

$$\text{sen.}^2 2\alpha = 4 \text{sen.}^2 \alpha \cos.^2 \alpha = 4 \cos.^2 \alpha - 4 \cos.^4 \alpha;$$

lo que da, trasponiendo además,

$$\frac{x}{2R} - \cos.^2 \alpha + \frac{L}{2R} = \sqrt{\frac{L^2}{4R^2} - \cos.^2 \alpha + \cos.^4 \alpha};$$

que cuadrada y reducida produce

$$\cos.^2 \alpha \left( \frac{x}{R} + \frac{L}{R} - 1 \right) = \frac{x}{2R} \left( \frac{x}{2R} + \frac{L}{R} \right);$$

luego

$$\cos. \alpha = \sqrt{\frac{\frac{x}{2R} \left( \frac{x}{2R} + \frac{L}{R} \right)}{2 \frac{x}{2R} + \frac{L}{R} - 1}};$$

que nos da á su vez el ángulo de avance en función de la carrera total  $\frac{x}{2R}$ .

Sustituyendo este valor en la (11<sup>v</sup>) es

$$\frac{x'}{2R} + \frac{x}{2R} = \frac{\frac{x}{R} \left( \frac{x}{2R} + \frac{L}{R} \right)}{\frac{x}{R} + \frac{L}{R} - 1}.$$

El distribuidor llegará á un extremo  $G'$  cuando  $OC$  coincida con la recta  $HE$ , ó lo que es lo mismo, cuando sea

$$a = \pi - \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) = \frac{\pi}{2} - \alpha;$$

en cuyo caso la (2<sup>v</sup>) da

$$y = \rho ;$$

y del mismo modo se verá que cuando llega á un extremo  $G$  tendremos

$$y = -\rho ; a = \frac{3\pi}{2} - \alpha .$$

Si, como suponemos, no hay recubrimientos interiores en el distribuidor, este tapa las lumbreras en su posición media; pero al correrse hacia la izquierda descubre la lumbrera izquierda, haciéndola comunicar con el condensador, y sigue tapando la derecha, lo que ocurre hasta un momento antes de terminar el émbolo su carrera directa, y, por tanto, hay una compresión del vapor. Esto se hace con mucha brevedad, dada la rapidez de los movimientos del distribuidor y su pequeña carrera, de donde resulta que esta compresión y el escape se verifican en muy corto intervalo. Esto corresponde á cuando  $y = 0$ ; pero entonces la ecuación (2<sup>v</sup>) da

$$\rho \cdot \text{sen.} (a + \alpha) = \lambda - \sqrt{\lambda^2 - \rho^2 \cos.^2 (a + \alpha)} ;$$

$$\rho \text{ sen.} (a + \alpha) - \lambda = - \sqrt{\lambda^2 - \rho^2 \cos.^2 (a + \alpha)} ;$$

que elevada al cuadrado y reduciendo, produce

$$\text{sen.} (a + \alpha) = \frac{\rho}{2\lambda} .$$

Esto nos da el ángulo de avance en función de la carrera del distribuidor, y de la posición del botón del manubrio motor.

Hay numerosos trazados gráficos para determinar estas cantidades, sobre todo para indicar los diversos periodos de la acción del vapor, tanto en la carrera directa como en la inversa; pero basta lo que hemos dicho para satisfacer á nuestro propósito.



**REPARTICION DE LOS MOTORES.** El problema de la agrupacion ó fraccionamiento de los motores es uno de los más importantes de la Mecánica industrial, aunque su solucion sea algun tanto indeterminada, y solo se comienza á vislumbrar gracias á los progresos que esta ciencia ha hecho en estos últimos años. Forman parte de él las cuestiones que vamos á tratar, limitadas á las máquinas térmicas. Trátase de escoger un solo motor que trasmita la energía actual por medio de árboles ú órganos análogos, ó bien la energía potencial por medio de canalizacion del vapor, aire caliente ó frio, ó agua líquida, siempre que sea preciso aprovechar la fuerza motriz en puntos diversos.

Para proceder con mayor claridad dividiremos este estudio en tres partes, segun la reparticion de la fuerza motriz en los puntos en que se ha de utilizar, y suponiendo que en todos ellos solo es posible el empleo de las máquinas térmicas. Estos tres casos son los siguientes:

1.° Se necesita el trabajo constante ó variable en un punto *A* en el cual no es posible colocar el motor, y lo más cerca á que este puede hallarse es *a* metros.

2.° Son precisos en los puntos *A, B, C,.....* trabajos continuos, hallándose distantes entre sí dichos puntos las cantidades de *A* á *B*,  $a^m$ ; de *B* á *C*,  $b^m$ ;.....

3.° El mismo caso si los trabajos son intermitentes.

El primer caso ocurre cuando las condiciones del terreno ó edificio impiden colocar la máquina inmediata al punto en que se ha de utilizar, como en una mina ó en una industria agricola, ó bien cuando la naturaleza de la industria á que se aplica hace muy peligrosa la inmediacion de un hogar, por ejemplo, en las de sustancias explosivas. El segundo caso tiene lugar en la mayoría de los talleres, cuando hay varios en un mismo establecimiento. El tercero se verifica en algunos talleres tambien, y sobre todo en los grandes almacenes de comercio y dársenas en que es preciso elevar con mucha irregularidad diferentes cargas en distintos puntos del establecimiento.

Para resolver estos problemas bajo el punto de vista matemático, seria preciso conocer las funciones analíticas que ligan los trabajos trasmitidos con las pérdidas que estos experimentan en cada

clase especial de trasmision. Esto no es posible en el estado actual de la ciencia, por lo que nos hemos de limitar á indicar los puntos principales y extremos de estos estudios. Sucede en ellos algo parecido á lo que ocurre en el problema de las pendientes económicas, tal como lo plantea Mr. Freycinet; allí se trata de fijar, por medio de la teoría de máximos y mínimos, la pendiente de un ferrocarril en funcion del tráfico y los gastos de esplotacion, conocidos los de construccion por kilómetro; aquí se desea hallar otro máximo en funcion de la distancia, conocida la magnitud de la fuerza viva, en los puntos á que ha de transmitirse; pero aquí, más que allí, faltan los datos para resolver matemáticamente la cuestion.

**TRASMISIONES TELODINÁMICAS.** Para estudiar el primero de los citados casos, hay que distinguir dos variedades del problema; una cuando puede establecerse la máquina motriz en *A*, pero no el generador de vapor ó gas caliente; y la segunda cuando no es posible el establecimiento de dicha máquina. Supondremos que esto último se cumple, pues sino volvemos á caer en uno de los casos 2.º y 3.º cuyas soluciones podrian aplicarse al actual.

Reducido, pues, el problema á transmitir una fuerza viva, no quedan más medios prácticos que dos: los árboles ó los cables telodinámicos de Hirn. Los árboles tienen el inconveniente de exigir numerosos apoyos intermedios y de consumir bastante trabajo en los frotamientos con sus soportes; por esta razon no se emplean para distancias mayores de 50<sup>m</sup>, siempre que en su intermedio no se utilice el trabajo, y aún así para pequeños valores de este, pues de lo contrario es necesario darles mucho grueso para evitar las deformaciones por torsion. Pudiera emplearse tambien con este objeto una série de poleas y correas, medio eficaz para crecidos trabajos, pero muy complicado y de grandes resistencias pasivas.

Mr. Hirn, á quien nuestros lectores conocen por sus estudios en Termodinámica, ha propuesto en estos últimos años, para resolver el problema citado, el empleo de cables formados con alambres, que marchando á gran velocidad transmiten la fuerza viva, con muy pocas pérdidas, á respetables distancias, sin necesidad de apoyo intermedio. En el motor de *A* se coloca una polea, cuyo diámetro es de 3 á 4 metros, y que da 100 á 150 vueltas por minuto, y en el pun-

to donde se aplica el trabajo se coloca otra igual. La distancia  $a$  en cada tramo puede ser desde  $50^m$  á  $150^m$  y del grueso del cable depende el que sin riesgo puedan trasmitirse trabajos de cualquiera dimension, hasta 100 y más caballos. Conviene, sin embargo, dividir la distancia en secciones de  $100^m$  con cables intermedios.

El trabajo consumido en resistencias pasivas es mucho menor que si se emplearan árboles, y varía del 5 al  $2\frac{1}{2}$  por 100 para cada tramo con 10 ó 100 caballos respectivamente; conviene hacer la polea de un diámetro 2000 veces mayor que el del cable, y hacer variar la velocidad de este desde  $15^m$ , cuando trasmite 10 caballos, á  $50^m$ , cuando trasmite 100; siendo los diámetros respectivos  $0,^m 005$  y  $0,^m 015$ .

**FRACCIONAMIENTO DE LOS MOTORES.** El segundo de los problemas citados consiste en fraccionar la fuerza motriz en varios puntos  $A, B, C, \dots$  donde se consume de una manera continua, por ejemplo, en una gran fábrica. Tres soluciones pueden darse á este problema. Una es transmitir la fuerza motriz de una sola máquina á los diversos puntos  $A, B, C, \dots$  por medio de árboles: esta es la solución adoptada en la práctica siempre que las distancias  $a, b, \dots$  no pasen cada una de unos  $20^m$ . Este sistema es ventajoso en las industrias que exigen una gran regularidad del motor, como en las de filatura.

La segunda solución consiste en establecer un generador único, y conducir por medio de tuberías el fluido á los puntos  $A, B, C, \dots$ . Este sistema es malo, porque los enfriamientos de la tubería producen un descenso de temperatura ó una condensación cuyos perjudiciales efectos hemos analizado anteriormente. No conviene, pues, emplear este procedimiento, á no que los puntos  $A, B, C, \dots$  formen un círculo de poco radio, en cuyo centro pueda establecerse el generador. Este razonamiento es independiente de la naturaleza de la máquina de vapor, ya sea esta de las ordinarias—cuya teoría hemos dado—ya de aquellas en que el fluido obra de una manera especial como las rotatorias, la de Hicks y otras.

La tercera solución consiste en fraccionar los motores con sus generadores respectivos. Este sistema se ha aplicado en las industrias metalúrgicas y de construcción de máquinas; pero hay que

examinar las condiciones que le hacen ventajoso en este caso. Son estas: por una parte la economía de instalacion de varios generadores, que aprovechen el calor perdido de los hornos de afinacion ó de recocido, y, por otra, la necesidad de emplear útiles que consuman mucho trabajo, como son los martillos, laminadores y algunas máquinas herramientas. Estas condiciones justifican el empleo de numerosos motores separados.

Aún pudiera citarse una cuarta solucion empleando el agua ó aire frios como medios de trasmision del trabajo; pero si bien puede con ventaja usarse en algun caso muy especial, conviene reservarlo para el problema que vamos á indicar inmediatamente.

**EMPLEO DEL AIRE Y AGUA COMPRIMIDOS.** Cuando los trabajos han de ser intermitentes en los diferentes puntos  $A, B, C, \dots$  conviene en general no servirse de motores aislados en ellos, ni de canalizacion de flúidos calientes, ni de árboles motores, ni de cables telodinámicos, sino transmitir el trabajo por medio de un flúido frio que viene á ser como un caso intermedio entre el segundo y los tercero y cuarto de estos medios, bajo el punto de vista de la clase de energia que se trasmite.

Los flúidos que se emplean son el gas de alumbrado, ú otro gas combustible, el aire comprimido, el agua comprimida.

El gas del alumbrado, el hidrógeno, ú otro de propiedades análogas, se hace llegar por una canalizacion á los diferentes puntos  $A, B, C, \dots$  en los que se establecen máquinas de los sistemas Lenoir, Otto ú otro parecido. Si bien estas dijimos (pág. 33) que aprovechaban poco la energia del gas, tienen la ventaja en la aplicacion actual, de sufrir pequeñas pérdidas cuando se interrumpe su marcha. Esta condicion las hace interesantes para el establecimiento de pequeñas industrias que necesitan fuerza motriz intermitente y á distancias  $a, b, \dots$  tan grandes como se quiera, como, por ejemplo, en las casas de una poblacion.

El aire comprimido tiene ventajas análogas, pues se puede enviar por una cañería á diferentes puntos  $A, B, C, \dots$ . Su principal inconveniente es, que produce numerosas y continuas fugas, sobre todo, cuando la presion es algo elevada, además de los considerables frotamientos que origina; por esta razon se reserva este in-

genioso medio para los puntos en que estas fugas ayudan á la ventilacion y en que el flúido contribuye al mismo fin, despues de haber efectuado un trabajo útil. Esto ocurre, por ejemplo, en las minas, obras submarinas como fundacion de puentes, y en los túneles, de lo que es un modelo acabado el gigantesco del monte Cénis. Las máquinas en que obra el flúido son parecidas, en la distribucion y el cilindro, á las de vapor.

El uso del agua comprimida puede hacerse de dos modos: á pequeña ó á grande presion. El primero tiene lugar cuando se aprovecha el agua de las conducciones que hay en las poblaciones modernas; esto se hace ordinariamente dejando descender el agua en un cajon, y utilizando este trabajo, por ejemplo, en la elevacion de materiales para una obra, ó bien con una turbina Girard si se ha de aplicar á la industria. El segundo modo consiste en disponer una máquina de vapor que mueva unas poderosas bombas donde se comprima el agua á 60 y más atmósferas, cuyo flúido se dirige por una tubería á una prensa hidráulica destinada á elevar un gran peso ó á comprimir cuerpos; ó, por último, á mover máquinas especiales. Estas últimas constan de un cilindro horizontal, en una de cuyas caras obra el flúido comprimido, y cuya varilla lleva á su extremo un juego de poleas dispuestas de tal suerte, que un camino como 1 recorrido por el émbolo, sea como  $n$  en la cadena que terminan las poleas. De aquí resulta, que en esta máquina de simple efecto, destinada á elevar un peso  $P$  en los docks, aprovechando la presion de 60 atmósferas que trae, por ejemplo, el flúido motor, se necesita una superficie  $x^m$  del cilindro dada por la ecuacion,

$$Pn = 60 \times 10334 x ;$$

en la que  $n$ , y por tanto el juego de poleas, se dispondrá de suerte que si la carrera del émbolo es  $2^m$  y la altura á que se haya de elevar la carga  $20^m$ , será

$$n = \frac{20}{2} = 10 ;$$

luego

$$x = \frac{P}{62004} ;$$

ahora se fija la carga máxima  $P$  y para ella se dispone la seccion del cilindro: así para  $P=2000\text{kg.}$  es  $x=0,^m0522$ , y su diámetro  $0,^m2$ .

ACUMULADOR ARMSTRONG.—Antes de indicar las ventajas é inconvenientes de este sistema, conviene dar una idea más completa de él, tal como se está generalizando hoy en Inglaterra. Supongamos la máquina de vapor que mueve las bombas destinadas á comprimir el agua, la tubería que conduce este flúido y los receptores en que se aprovecha para elevar cargas ó mover un aparato: podría suceder que dada la intermitencia de estos receptores, agotaran en un momento dado el trabajo que da la máquina de vapor, y consumieran en otro mucha menor cantidad de la que esta produce. Habría necesidad entonces de hacer trabajar á la máquina con notable desigualdad, y para evitar esto ocurrió al ingeniero inglés Armstrong colocar inmediato á la máquina un aparato auxiliar para regularizar estas intermitencias, llamado *acumulador*, y cuyo objeto es al mismo tiempo suministrar la presión constante sobre el flúido, quien la trasmirá igual en todos sentidos, en virtud de su propiedad característica.

El acumulador consta de un grueso tubo vertical, en el que entra un émbolo macizo, sobre quien carga una caja de palastro sumamente pesada. El peso de esta se determinará en función de la seccion del émbolo, haciendo que este sufra un peso, por cada metro cuadrado de seccion, de  $60 \times 10554\text{kg.}$ , si es 60 el número de atmósferas de la compresion. Si disminuye el trabajo de los receptores, se irá acumulando bajo el émbolo del aparato una cierta cantidad de agua, obligándole á ascender sin que varíe la presión; si, por el contrario, en un momento dado consumen mucho flúido los receptores, bajará el nivel del acumulador, pero no su presión. Más aún; podrá hacerse que este aparato abra ó cierre por medio de una varilla la llave de toma del vapor, y servirá de regulador cuando esté próximo á sus puntos extremos.

Este sistema de trasmision del trabajo ha sido empleado con grandes ventajas en los principales docks y almacenes de Inglaterra para elevar las cargas, cerrar las compuertas de las dársenas y mover las prensas hidráulicas de comprimir las pacas de algodón. Colocada la máquina de vapor en un extremo del establecimiento,

é incomunicada con él, á fin de evitar todo riesgo de incendio, puede llevarse el fluido por cañerías hasta de un kilómetro á los diferentes puntos del establecimiento. Se ha aplicado este sistema á las estaciones de mercancías de los ferro-carriles, y comienza tambien á usarse en algunas industrias, por ejemplo, en la fabricacion de acero por el procedimiento Bessemer, para mover la gran retorta en que se desoxida la fundicion y el cazo en que se vierte el acero fundido desde aquella, para llevarlo á los moldes.

Las ventajas de este procedimiento, son: la compensacion de las intermitencias del trabajo mejor que en ningun otro; el que las pérdidas en la trasmision y escapes son casi nulas, y la rapidez de poner en movimiento los receptores. Su inconveniente principal es que, segun lo indicado al fin del párrafo anterior, se gasta la misma cantidad de fluido motor para elevar el peso máximo  $P$  con respecto al cual se calculó el receptor, que para otro cualquiera mucho menor, aunque sea solo de un kilogramo: este defecto se atenúa haciendo que los receptores eleven siempre sus cargas máximas. Otro es los choques que se producen al dar entrada ó quitarla por medio de una llave, al fluido en el receptor, el cual se disminuye disponiendo inmediato un pequeño depósito de aire, y haciendo muy sólidos los órganos de los receptores. Otro defecto de menor importancia es la posibilidad de helarse el agua en los tubos de conduccion, la cual desaparece en nuestros climas cuando estos van enterrados.

**CONCLUSIONES.** Notemos que el sistema de aire y de agua comprimidos exigen una máquina especial de compresion, que nosotros suponemos sea la de vapor, mientras que el uso del gas del alumbrado y agua de las cañerías de las poblaciones, dispensa de dicho motor, á no que en este último caso haya sido preciso elevarla previamente á un depósito. Hay, pues, en los primeros tres causas de pérdida de trabajo; una las resistencias pasivas de la máquina de vapor, otra la pérdida por frotamientos y escapes en los tubos, y otra las resistencias pasivas en los receptores. Si se comparan estas tres con las que ocurren cuando se fraccionan los motores, notaremos gran ventaja á favor de estos, pues en ellos solo hay la primera de dichas causas. En cambio se compensan en aquellos sistemas

las intermitencias é irregularidades, lo que no sucede en este, puesto que han de calentarse las partes de la máquina siempre que se ponga en movimiento. Existe, además, otro inconveniente en este caso, cual es, que siendo varias las máquinas térmicas que han de equivaler á la única del otro sistema, la suma de sus superficies de enfriamiento será mucho mayor que la de aquella, y como los enfriamientos son proporcionales á las superficies se hace muy sensible la desventaja.

El empleo del acumulador debe hacerse en toda industria donde haya gran irregularidad en el consumo de la fuerza, ó en todo motor que sea, por su naturaleza, muy irregular, como la accion de las mareas, algunos saltos de agua, corrientes de aire, etc. Pudiera asimismo comprimirse el aire con un motor económico, y llevarlo en cajas á los puntos del consumo, repartiendo así *á domicilio*, energía potencial, como en algunas poblaciones se reparte el gas del alumbrado, comprimido tambien.

Esta cuestion está íntimamente ligada con la del fraccionamiento de la industria bajo el punto de vista del motor. Algunos ingenieros como Mr. Fontaine han ideado pequeñas máquinas de vapor para las industrias que exigen una exígua fuerza; pero no es dudoso afirmar que debe haber economía en emplear el gas ó el agua de las cañerías en una poblacion donde estos dos flúidos estén á bajo precio.

Si la poblacion, ó un barrio especial de ella, es muy industrial, y hay, por tanto, repartidas en todas sus casas numerosas y pequeñas industrias, será conveniente la canalizacion del flúido y su reparticion á domicilio; si no sucede así, será preferible el fraccionamiento de los motores.

Los animados son los que generalmente se emplean en este caso, ya sirviéndonos de la traccion de algunos animales, ya de las fuerzas físicas del hombre. La tendencia de la industria es suprimir este género de motores, sobre todo los últimos. Y ya que los citamos, no será inoportuno añadir que los animales todos son verdaderas máquinas térmicas, en cuanto al modo y origen del trabajo que producen. La respiracion es la causa principal que origina su energía potencial; y el calor libre que ceden disminuye cuando trabajan, respecto de cuando están en reposo, segun lo prueban la teo-



ría y los experimentos especiales, por más que á primera vista parezca lo contrario.

Digamos, por último, que las máquinas eléctricas tienden á realizar este problema, sin que lo hayan aún conseguido, y en el mismo caso se encuentran las máquinas con que se quiere aprovechar directamente el calor solar á otras más ó menos exóticas que aún no han tomado carta de naturaleza en la industria práctica.

## CAPÍTULO PRIMERO.

### SÓLIDOS Y LÍQUIDOS.

Las leyes que la experiencia ha suministrado, relativas al cambio de estado de sólido á líquido en los cuerpos, cuando se les somete á la acción del calor y mientras no varía la temperatura, son las siguientes:

1.º Cada cuerpo sólido tiene, según su naturaleza y composición, un punto de fusión, en el cual se funde, cuando se le somete á una acción calorífica suficiente para vencer la cohesión de sus moléculas. Este punto de fusión es una propiedad constante de cada cuerpo, y no varía con la presión atmosférica, ni con la forma del cuerpo.

2.º Durante el proceso de fusión, el cuerpo absorbe calor sin que su temperatura aumente, hasta que todo el cuerpo se ha fundido. Este calor absorbido se llama calor latente de fusión.

3.º Después de haberse fundido el cuerpo, si se continúa suministrándole calor, su temperatura aumenta de nuevo, y se funde á una temperatura constante, que es el punto de ebullición del líquido.

4.º Durante el proceso de ebullición, el cuerpo absorbe calor sin que su temperatura aumente, hasta que todo el cuerpo se ha evaporado. Este calor absorbido se llama calor latente de ebullición.

5.º Después de haberse evaporado el cuerpo, si se continúa suministrándole calor, su temperatura aumenta de nuevo, y se funde á una temperatura constante, que es el punto de fusión del sólido.

6.º Durante el proceso de fusión del sólido, el cuerpo absorbe calor sin que su temperatura aumente, hasta que todo el cuerpo se ha fundido. Este calor absorbido se llama calor latente de fusión.

7.º Después de haberse fundido el cuerpo, si se continúa suministrándole calor, su temperatura aumenta de nuevo, y se funde á una temperatura constante, que es el punto de ebullición del líquido.

8.º Durante el proceso de ebullición, el cuerpo absorbe calor sin que su temperatura aumente, hasta que todo el cuerpo se ha evaporado. Este calor absorbido se llama calor latente de ebullición.

9.º Después de haberse evaporado el cuerpo, si se continúa suministrándole calor, su temperatura aumenta de nuevo, y se funde á una temperatura constante, que es el punto de fusión del sólido.

10.º Durante el proceso de fusión del sólido, el cuerpo absorbe calor sin que su temperatura aumente, hasta que todo el cuerpo se ha fundido. Este calor absorbido se llama calor latente de fusión.

# APÉNDICE.

## ESTADOS FÍSICOS Y SUS CAMBIOS.

---

### CAPÍTULO PRIMERO.

---

#### SÓLIDOS Y LÍQUIDOS.

LEYES EMPÍRICAS DE LA FUSION Y SOLIDIFICACION. Nos proponemos completar en este *Apéndice* las proposiciones que en la primera *Seccion* hemos sentado, relativas á los diversos estados físicos y sus cambios. No vamos á tratar en él sino de los estados generales de los cuerpos, no de algunos singulares, como el pastoso, por ejemplo, que presentan algunas sustancias, en razon á no haberse hallado aún las relaciones cuantitativas que á él se refieren.

El objeto principal de este estudio es indicar el cambio de estado de los cuerpos, y por esto comenzamos por la *fusion*, terminándolo con algunas indicaciones sobre los estados en si mismos, si bien diremos tambien algo sobre esto en los lugares en que mejor cuadre, con objeto de abreviar, y toda vez que nuestros lectores conocen ya por la Física, y por el texto de esta obra, las propiedades fundamentales de dichos estados.

Las leyes que la experiencia ha suministrado, relativas al cambio de estado de sólido á líquido en los cuerpos, cuando se les somete á la accion del calor y mientras no varía la temperatura, son las siguientes:

1.<sup>a</sup> Cada cuerpo sólido tiene, segun su naturaleza y compo-

sición, un punto fijo llamado *fusion*, que corresponde á un cierto número constante de la escala termométrica.

2.<sup>a</sup> El fenómeno que comenzó en el punto anterior continúa conservando la misma temperatura en toda su duracion, esto es, mientras haya cuerpo en ambos estados.

3.<sup>a</sup> La cantidad de calor—medida en calorías—es asimismo una constante para la unidad de peso de cada sustancia, comprendida toda la duracion del fenómeno: este calor se ha llamado *latente*; veremos en su lugar la inexactitud del epíteto.

Las mismas leyes rigen el problema inverso, ó sea, el de la solidificación.

Hay cuerpos que son excepciones, más bien aparentes que reales, ya porque aún no se han podido fundir, pero que al ménos han dado pruebas de fusibilidad en ciertas condiciones, ya porque la viscosidad del líquido formado es causa de perturbaciones, notablemente en la segunda de las leyes citadas. Estas excepciones pueden estudiarse atendiendo al cambio de estado, al propio tiempo que á la distribución del calor en los cuerpos que las presentan. La poca importancia de esta cuestión nos dispensa del estudio detallado de tales perturbaciones.

ECUACIONES FUNDAMENTALES. Volvamos, pues, al caso general, y examinemos ante todo las consecuencias físicas respecto de la 1.<sup>a</sup> y 2.<sup>a</sup> de las citadas leyes, en las variaciones que experimenta la temperatura  $t$  de fusión con los valores del volúmen y presión,  $v$  y  $p$ .

Supongamos  $1^k$  del cuerpo cuya temperatura es  $t$ ; sea—análogamente á lo dicho anteriormente (pág. 45)— $x$  la parte que está sólida en peso, y por tanto  $1-x$  la líquida;  $v$  el volúmen específico de la mezcla,  $v'$  el del líquido y  $v''$  el del sólido, tendré

$$v = v''x + v'(1-x) = (v''-v')x + v' \quad (1^{vi})$$

Como vamos á estudiar lo relativo á la temperatura, y además  $x$  varia, pues la porción líquida aumenta, por ejemplo, al dar más calor al cuerpo, tomaremos como variables independientes las  $t$  y  $x$ ; y tendremos que la cantidad de calor  $dQ$  dada al cuerpo, se descompondrá en dos partes: una que se obtendrá multiplicando la deri-

vada parcial de la función con relación á  $t$ , por  $dt$ ; otra multiplicando la derivada parcial con relación á  $x$  por  $dx$ . La primera de estas partes consta de dos sumandos, relativo uno á la parte sólida y otro á la líquida, y tendremos según la fórmula (14):

(1 —  $x$ ) ( $Cdt + hdp$ );  
y por ser  $t$  la variable independiente

$$(1 - x) \left( C + h \frac{dp}{dt} \right) dt = K (1 - x) dt;$$

haciendo para abreviar

$$K = C + h \frac{dp}{dt}.$$

Los valores de  $C$  y  $h$  varían en un mismo cuerpo, según que sea sólido ó líquido, y designándolos con un acento para la parte sólida, tendré como antes

$$x \left( c' + h' \frac{dp}{dt} \right) dt = K' x dt.$$

La segunda parte consta del coeficiente, llamado *calor latente de fusión*  $L$ , por el incremento elemental del peso que se trasforma de sólido en líquido, y como la parte sólida  $x$  disminuye al crecer  $Q$ , es negativo y vale  $-Ldx$ . Tendremos, pues, en conjunto

$$\begin{aligned} dQ &= K (1 - x) dt + K' x dt - Ldx \\ &= K dt + (K' - K) x dt - Ldx. \end{aligned}$$

Esta ecuación no es integrable, pero haremos que lo sea multiplicándola por el factor propio que vimos (pág. 58) era  $\frac{1}{T}$ ; y poniendo  $dt = dT$  resulta que la ecuación anterior se convierte en

$$\frac{dQ}{T} = \frac{K + (K' - K)x}{T} dT - \frac{L}{T} dx;$$

cuya condicion de integrabilidad es, para el segundo miembro, efectuada, y multiplicando por  $T^2$ , es

$$K' - K = \frac{L}{T} - \frac{dL}{dT}. \quad (2^{vi})$$

La diferencial total de la ecuacion (1<sup>vi</sup>) es

$$dv = (v'' - v') dx + \left( \frac{d(v'' - v')}{dt} + \frac{dv'}{dt} \right) dt.$$

Sustituyendo los valores hallados de  $dQ$  y  $dv$  en la ecuacion (9), y despejando en ella el primer término del segundo miembro, resulta

$$AdU = \left( K + (K' - K)x - Ap \frac{d(v'' - v')}{dt} x - Ap \frac{dv'}{dt} \right) dt \\ - [L + Ap(v'' - v')] dx.$$

La condicion de integrabilidad exige que

$$K' - K - Ap \frac{d(v'' - v')}{dt} = - \frac{dL}{dt} - Ap \frac{d(v'' - v')}{dt} \\ - A(v'' - v') \frac{dp}{dt};$$

ó bien

$$K' - K = - \frac{dL}{dt} - A(v'' - v') \frac{dp}{dt} = \\ - \frac{dL}{dt} + A(v' - v'') \frac{dp}{dt}.$$

Identificando esta con la (2<sup>vi</sup>) resulta

$$\frac{L}{T} = A (v' - v'') \frac{dp}{dt} = A (v' - v'') \frac{dp}{dT}. \quad (3^{vi})$$

RELACIONES ENTRE LA TEMPERATURA Y LA PRESION. Esta importante ecuacion nos va á servir para resolver una parte del problema que nos hemos propuesto.

Su primer miembro es positivo, puesto que  $L$  y  $T$  lo son siempre; luego el segundo miembro lo es tambien. Como  $A$  es un número positivo, resulta que  $v' - v''$  y  $\frac{dp}{dT}$  tienen, para cada cuerpo, el mismo signo. Examinemos, pues, los dos casos únicos que pueden presentarse en esta discusion.

El primero es que  $v' > v''$  y entonces  $\frac{dp}{dT} > 0$ . Pero  $v' > v''$  quiere decir que el volúmen específico del cuerpo en el estado líquido es mayor que en el sólido; ó lo que es lo mismo, el cuerpo crece al pasar de sólido á líquido, como sucede en la mayoría de los cuerpos. El ser  $\frac{dp}{dT} > 0$  supone tambien  $\frac{dT}{dp} > 0$ , ó sea aumento en el valor de la temperatura de fusion con respecto al de la presion.

Si hubiera sido  $v'' > v'$ , tendria  $\frac{dT}{dp} < 0$ : el cuerpo se contrae entonces al hacerse líquido, y la temperatura de fusion disminuye á medida que aumentamos la presion. Tal sucede respecto del agua entre  $0^\circ$  y  $4^\circ$ , y algunos otros cuerpos, como el hierro colado.

Podemos, pues, enunciar en forma de ley este resultado, á saber: *en los cuerpos que al pasar de sólidos á líquidos aumentan de volúmen, la temperatura de fusion crece con la presion; en los que disminuyen de volúmen en tal fenómeno, dicha temperatura decrece con el aumento de presion.*

Thomson, que descubrió analíticamente esta ley, calculó para el agua esta relacion de un modo análogo al siguiente. Este cuerpo tiene en el estado líquido un volúmen específico tomado por unidad, y refiriéndonos al metro cúbico, como dicho volúmen corresponde

al de la unidad de peso, esto es, un kilogramo, resulta  $v' = 0,001$ ; la presión de una atmósfera  $p = 10534$ . La experiencia ha dado  $v'' = 0,001087$ , y  $L = 79,035$ ;  $T = 273 + t$ ; y como para la fusión es  $t = 0$  resulta  $T = 273$ . Sustituyendo estos valores en (5<sup>va</sup>), se obtiene

$$\frac{dT}{dp} = \frac{-273 \times 0,000087}{425 \times 79,035 \times 10,334} = -0,007306 ;$$

lo que nos dice que por cada atmósfera que aumenta la presión del cuerpo, su temperatura de fusión disminuye en 0,0075 grados de temperatura.

**FENÓMENOS DE RECONGELACION.** La ley ya citada, hija de la nueva ciencia teórica, ha sido completamente confirmada por la experimentación.

Figurémonos un cilindro de vidrio, de paredes muy gruesas y cerrado por una rosca que al introducirse comprime fuertemente el agua que lo llena en la mitad superior, estando la inferior con hielo, separado del líquido con un disco sin ajustar. Un tubo vertical abierto por debajo y con aire, sirve de manómetro dentro del agua: un termómetro introducido en el hielo acusa la temperatura de este. Dando vueltas al tornillo-tapon se nota un descenso en la temperatura del hielo, que sin embargo, está en fusión por hallarse mezclado con el agua. Se ha llegado así á 16,8 atmósferas, y la temperatura ha bajado á  $-0^{\circ},129$ ; lo que corresponde á un descenso de  $-0^{\circ},0076$  por cada atmósfera, número poco diferente del teórico.

Mr. Mousson operaba con un tubo de acero en cuyo fondo colocó una aguja de cobre dentro de un trozo de hielo: rodeó todo el aparato de una mezcla frigorífica á  $-20^{\circ}$ , é hizo descender un émbolo situado en la parte superior del tubo, de tal suerte, que el agua interior trasmitiese la presión al hielo inferior. Aumentando el descenso del émbolo hasta un punto tal que, según cálculos previos, diera una presión de unas 15000 atmósferas, y luego desmontando el aparato se vió que la aguja de cobre había taladrado el hielo que se presentaba, lo cual no pudo ser sino habiéndose liqui-

dado este por efecto de la enorme presión, á pesar de estar rodeado de una mezcla á  $-20^{\circ}$ .

Mr. Bunsen ha verificado análogos experimentos sobre cuerpos que se dilatan al pasar de sólidos á líquidos, como la parafina, cera, azufre, (\*) esperma, etc. Al efecto, dispuso un tubo de brazos comunicantes, ambos cerrados; colocó en ellos mercurio, y en la parte superior del más largo un poco de aire; en el menor, un trozo del cuerpo en cuestión. Calentando el mercurio del brazo mayor, produce al dilatarse una gran elevación de presión, medida por la compresión del aire superior; esta se trasmite al cuerpo, y se nota en él que aumentando aquella se eleva también su temperatura de fusión. Los resultados de estos experimentos hacen ver que la parafina, por ejemplo, fusible á  $46^{\circ}, 5$  á la presión ordinaria, lo es á  $50^{\circ}$  para 100 atmósferas.

Los trabajos de Hopkins se han verificado para presiones aún más fuertes: operaba en un cilindro de acero, é introducía dentro de la masa del cuerpo un trozo de metal, y al oír su caída conocía el momento de la fusión. De este modo vió, por ejemplo, que la esperma, que es uno de los cuerpos más sensibles al fenómeno, es fusible ordinariamente á  $51^{\circ}$ , mientras que á 792 atmósferas lo es á  $80,2^{\circ}$ .

La naturaleza del problema y de los experimentos citados indican que esta cuestión es la misma en la solidificación que en la fusión. En aquella suelen presentarse causas que hacen descender su punto crítico, como la tranquilidad absoluta del líquido y otras, que se explican por falta de comienzo en el nuevo arreglo molecular.

La cuestión enunciada en la última ley permite aclarar algunos hechos físicos sumamente curiosos, entre ellos la *recongelación* de los líquidos. Consiste este fenómeno, descubierto por Faraday, en la propiedad que tienen los trozos de hielo de soldarse en uno solo, siempre que se les somete á una presión conveniente. De este modo pueden construirse objetos de hielo de cualquier forma, se-

(\*) Prescindimos de los estados alotrópicos que presenta este cuerpo, así como el selenio y fósforo, que les comunican diversa temperatura de fusión á la presión ordinaria.



gun lo ha verificado Tyndall, disponiendo pedazos pequeños entre moldes de la figura apropiada, y comprimiéndolos fuertemente entre estos. El objeto que se produce es transparente, y en él se han borrado las señales de las caras correspondientes á sus elementos componentes. Así, por ejemplo, se ha podido hacer que una barra de hielo operada de este modo, con moldes de diversas formas, llegue á adquirir la de un anillo.

La explicacion es sencillísima. Los trozos de hielo se rompen cuando empiezan á ser comprimidos, y en las caras de union se forma, al aumentar la presion, una película de agua líquida, puesto que la temperatura de fusion disminuye con el aumento de presion. Pero no bien cesa este para examinar el resultado, el agua de las juntas se solidifica instantáneamente, puesto que se encuentra á la temperatura de congelacion ordinaria, y sirve como de mastic, que une y suelda unos pedazos con otros.

De aquí el nombre de recongelacion con que se designan estos fenómenos.

La fusion que experimenta el hielo á ménos de cero grados cuando aumenta la presion, explica el descenso observado en las grandes masas que cubren las altas montañas, y cuyo frotamiento produce señales en sus rocas, que la Geología estudia actualmente para deducir los cambios que han sufrido los climas de muchos países.

Admitiendo, por otra parte, que las rocas obren respecto de su fusion como la mayor parte de los cuerpos, esto es, aumentando de volúmen al pasar de sólidas á líquidas, es consecuencia inmediata de esto que su temperatura de fusion crece por la presion. Esto permite explicar el que puedan encontrarse en el interior de nuestro globo, cuerpos en estado sólido á pesar de la elevadísima temperatura que se cree generalmente reina en estos sitios, atendiendo á la enorme presion que su contenido ha de sufrir por efecto de la corteza terrestre.

**REPRESENTACION GEOMÉTRICA DE LA FUSION.** Una razon de analogía entre el cambio de estado que actualmente estudiamos y el de líquido á gas, ha permitido aplicar á aquel los nombres de este. Así podemos designar con el de líquido *saturado*, el que se transforma parcialmente en sólido no bien se le quita una cantidad de ca-

lor infinitesimal, y *no saturado* ó bien *recalentado* al que es preciso quitar una cantidad finita de calor para que se solidifique.

Así el agua á cero grados está saturada, si la presión es de una atmósfera; á mayor temperatura é igual presión está recalentada. Los nombres de temperatura de fusión ó solidificación desaparecen en este caso para ser sustituidos por otro más apropiado, á saber: temperatura de *saturación* del líquido.

Si contamos como abscisas los valores de las temperaturas de saturación del agua, y como ordenadas las presiones correspondientes, tendremos una curva que se aproxima al eje de las abscisas á medida que se toman mayores valores para estas. Podemos construir por puntos esta curva con arreglo á los datos indicados en el párrafo anteúltimo, pero no conocemos su ecuación, y solo poseemos su coeficiente angular que es el recíproco de  $\frac{dt}{dp}$ , tomando el origen en un punto cualquiera del eje de abscisas; de aquí resulta:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{-1}{0,0073} = -137.$$

El valor negativo confirma lo indicado, á saber: que la curva es decreciente, y su gran valor relativo nos dice que es rápidamente decreciente. Esto nos confirma en la idea, hija de la experiencia, de que el cero ordinario de los termómetros es un punto empírico, pero muy estable y seguro, cosa que no sucede en el otro punto límite superior de su escala, como en su sitio veremos.

La cuestión que nos ocupa debe estar íntimamente ligada con la de elasticidad y coeficientes de dilatación; pero solo se conocen algunas de estas relaciones, y la ciencia está constituyéndose en este como en otros muchos puntos.

Veamos, pues, de exponer algunos de sus principios, que se refieren principalmente á la 3.<sup>a</sup> de las leyes generales de este fenómeno.

Los experimentos de Mr. Person le han permitido decir que el calor latente de un cuerpo metálico es tanto mayor cuanto mayor es también su resistencia á la tracción, ó sea, cuanto mayor es el peso que colgando de un hilo le haga alargarse una cantidad dada,

á igualdad de seccion y longitud. Este es uno de los puntos que exigen mayores adelantos, y está por resolver el problema en que entren como elementos la elasticidad y el calor de los cuerpos en sus diversos estados y trasformaciones.

Si representamos como abscisas las diversas temperaturas  $t$  de un cuerpo, y como ordenadas los volúmenes  $v$  de este mismo, podemos señalar varios tipos diferentes en las relaciones de las curvas producidas, cuyo estudio se debe principalmente á Mr. Ermann.

El primero de estos es el agua. En su estado sólido la curva se reduce á una recta, suponiendo el coeficiente de dilatacion constante, y que esta se verifica de una manera análoga á la ley de Gay-Lussac. Próxima al eje de las  $v$  se produce una curva que descien- de rápidamente, puesto que el cuerpo se contrae al pasar de sólido á líquido. Sigue descendiendo hasta  $t = 4$ , donde tiene el minimo, que corresponde al máximo de densidad del agua. Sube luego con alguna rapidez, pero sin llegar á la altura que tenia á cero, y en seguida toma otra vez la forma de una recta, la cual forma un ángulo, con el eje de las  $t$ , más agudo que el que se tenia para el estado sólido. Ahora bien; este ángulo mide el incremento de  $v$  con relacion á  $t$ , ó sea el coeficiente de dilatacion, que es, por tanto, menor en el estado líquido que en el sólido.

El segundo tipo señalado por Mr. Ermann es el del fósforo. Este afecta la forma de una recta en la representacion dicha, cuando es sólido. Llegada esta al punto cuya abscisa corresponde á la temperatura de fusion, afecta la figura de una curva creciente muy rápida, porque este cuerpo aumenta de volumen al cambiar de estado. Adquiere en seguida, ya en estado líquido, la forma de recta, más inclinada que la anterior, lo que nos dice que su coeficiente de dilatacion es mayor para este estado que para el sólido.

El tercer tipo se refiere á una aleacion fusible compuesta de una parte de estaño, otra de plomo y dos de bismuto. Representando el incremento de volumen en el estado sólido por una recta, se nota que al valor  $t = 44^\circ$  se produce una curva descendente, cuyo minimo, ó sea máximo de densidad de la aleacion, corresponde á  $t = 69^\circ$ ; entonces crece la curva hasta  $t = 100^\circ$ ; y en el intermedio, hácia  $t = 94^\circ$ , se verifica la fusion. Desde  $t = 100^\circ$  en adelante, se produce una recta que, prolongada, coincide con la primitiva;

esto es, el coeficiente de dilatacion es el mismo en ambos estados.

Existen otros tipos, además de los citados, y entre ellos mencionaremos el de los cuerpos que afectan el estado pastoso como el potasio y otros, los cuales presentan una curva muy suave y continua, de tal modo, que no es posible asignar á cuál de sus puntos corresponde la verdadera fusion.

**RELACIONES ENTRE EL CALOR LATENTE Y LA TEMPERATURA.** Debe haber relaciones íntimas entre los calores latentes y los específicos. Esta cuestion ha preocupado á diversos fisicos. Modernamente ha llevado á cabo Mr. Person un notable trabajo teórico y experimental sobre este asunto, y del cual ha deducido la siguiente fórmula:

$$L = (160 + t)(C - c);$$

teniendo estas letras la significacion que ya conocemos. Esta fórmula está comprobada para muchos cuerpos. Llamemos desde ahora la atencion sobre el número 160 que entra en ella, el cual nos servirá para ulteriores indicaciones.

Prescindiendo de esta fórmula, que nosotros solo admitimos como empírica, pasemos á exponer lo que se refiere á las relaciones deducidas de la Termodinámica, respecto de la dependencia entre los calores latentes y específicos.

Antes de entrar en la cuestion, conviene sentar un hecho deducido de las modernas teorías, al par que de la observacion y la experiencia, á saber: que la capacidad calorífica — y claro es que nos referimos á la de presion constante — es mayor en el estado liquido que en el sólido de un mismo cuerpo, sea este cualquiera. Así, designando respectivamente por las letras  $C$  y  $C'$  estos calores específicos, resulta que siempre es  $C > C'$ .

Supongamos que por una causa cualquiera, y en conformidad con lo expuesto anteriormente, conseguimos solidificar una masa liquida á dos diversas temperaturas, y, por tanto, en dos operaciones distintas; la primera á la temperatura ordinaria  $t$ , la segunda á otra inferior  $t - t'$ : llamemos  $L$  el calor latente necesario en el primer caso, y  $L'$  al del segundo.

La operacion primitiva exige una solidificacion á  $t$  y un enfria-

miento del cuerpo sólido desde  $t$  á  $t - t'$ , y el calor necesario es

$$L + \int_{t-t'}^t C' dt .$$

La última exige un enfriamiento del liquido desde  $t$  á  $t - t'$ , y una solidificación verificada á la temperatura  $t - t'$ , y el calor necesario es

$$\int_{t-t'}^t C dt + L' .$$

Ahora bien, como para marchar de un estado de equilibrio físico de las moléculas á otro se necesita siempre el mismo trabajo mecánico, ó sea la misma cantidad de calor, mientras no varien las condiciones exteriores, resulta que las dos expresiones citadas son iguales; por tanto

$$L + \int_{t-t'}^t C' dt = \int_{t-t'}^t C dt + L' ;$$

de donde

$$L - L' = \int_{t-t'}^t (C - C') dt .$$

Pero hemos dicho que  $C > C'$ , luego  $L > L'$ ; esto es, el calor latente *normal* es mayor que el producido en otras circunstancias.

**RELACIONES CON LOS COEFICIENTES DE ELASTICIDAD Y DILATACION.** Como quiera que las relaciones entre los calores latentes y los coeficientes de elasticidad y dilatacion son aún muy rudimentarias, así como las existentes entre aquellos y los específicos, convendrá indicar algunas que existen entre estos últimos y dichos coeficientes.

Llamando  $\alpha$  al coeficiente de dilatacion cúbica á presión cons-

tante, y  $\beta$  al de compresibilidad cúbica á temperatura constante, resulta por sus propias significaciones:

$$\alpha = \frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial t}; \quad -\beta = -\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p};$$

de las cuales deduzco

$$\frac{\partial v}{\partial T} = \frac{\partial v}{\partial t} = \alpha v; \quad \frac{\partial v}{\partial p} = -\beta v.$$

Estos valores de  $\alpha$  y  $\beta$  se calcularán experimentalmente para cada cuerpo: del primero nos ocuparemos en la *Nota* que va á la conclusion de este *Apéndice*;  $\beta$  difiere poco del valor experimental, y es igual al de este para todos los cuerpos cuya compresibilidad es proporcional á la presión. Supongamos que tomamos á  $p$  y  $t$  como variables independientes; el incremento infinitesimal de volumen será

$$dv = \frac{\partial v}{\partial t} dt + \frac{\partial v}{\partial p} dp;$$

y sustituyendo las relaciones anteriores

$$dv = v (\alpha dt - \beta dp).$$

Pongamos este valor en la (12) y tendremos

$$dQ = (c + \alpha vl) dt - \beta l v dp.$$

Pero tomando como variables independientes  $t$  y  $p$ , vimos (14)

$$dQ = C dt + h dp;$$

luego, identificando,

$$c + \alpha vl = C; \quad h = -\beta lv.$$

De la (14) deduzco

$$\frac{dQ}{T} = \frac{C}{T} dT + \frac{h}{T} dp ;$$

y pues el primer miembro es integrable, lo será el segundo, lo que exige

$$\frac{\partial \frac{C}{T}}{\partial p} = \frac{\partial \frac{h}{T}}{\partial T} ;$$

ó sea

$$T \frac{\partial C}{\partial T} = T \frac{\partial h}{\partial T} - h ; \quad h = T \left( \frac{\partial h}{\partial T} - \frac{\partial C}{\partial p} \right) ;$$

y sustituyendo en lugar del paréntesis el valor de la (15)

$$h = - A T \frac{\partial v}{\partial T} ;$$

y poniendo en esta el valor de  $\frac{\partial v}{\partial T}$  hallado hace poco, tengo

$$h = - A T \alpha v ;$$

que identificado con el anterior, produce

$$l = A T \alpha ; \quad l = \frac{A \alpha T}{\beta} ;$$

valor que sustituido en la última ecuacion relativa á  $C$ , hace llegar á esta otra:

$$c + \frac{A \alpha^2 v T}{\beta} = C ;$$

cuyas ecuaciones ligan los calores especificos y coeficientes  $h$  y  $l$  con los  $\alpha$  y  $\beta$ , conforme se deseaba.

De la (14) deducimos, cuando no se da ni se quita ninguna cantidad de calor al cuerpo, esto es, cuando  $dQ = 0$ ,

$$\frac{dt}{dp} = -\frac{h}{C};$$

y sustituyendo el valor de  $h$  anterior, es

$$\frac{dt}{dp} = \frac{AT_{\alpha v}}{C}.$$

Siendo generalmente  $\alpha > 0$ , resulta que al aumentar la presión  $p$ , crece la temperatura  $t$  de un cuerpo. Pero si  $\alpha < 0$ , como sucede en el agua entre  $0^\circ$  y  $4^\circ$  y en algunos otros cuerpos, ocurrirá lo contrario.

Así Joule ha visto en sus delicadísimos experimentos que los incrementos calculados con relación á esta fórmula y los observados, difieren para el aceite de ballena en lo que indica el adjunto cuadro, siendo su densidad á  $0^\circ$ , de temperatura ordinaria, 0,915; su calor específico  $C$  á  $16^\circ$  0,5225 y el coeficiente de dilatación 0,000758 á  $21^\circ$ .

CALENTAMIENTO POR COMPRESION DEL ACEITE DE BALLENA.

Presión sobre 1 cm. cuadrado.	Temperatura.	INCREMENTO DE LA TEMPERATURA.	
		Observado.	Calculado.
kg. 8,19	16,00	0,0792	0,0886
16,17	17,29	0,1686	0,1758
26,19	16,27	0,2633	0,2837

Para el agua se han obtenido los resultados siguientes por el citado físico inglés:



## CALENTAMIENTO POR COMPRESION DEL AGUA.

Presion sobre 1cm. cuadrado.	Temperatura.	INCREMENTO DE LA TEMPERATURA.	
		Observado.	Calculado.
kg. 26,19	1,20	— 0,0083	— 0,0071
26,19	5,00	+ 0,0044	+ 0,0021
26,19	11,69	+ 0,0205	+ 0,0197
26,19	18,00	+ 0,0312	+ 0,0333
26,19	30,00	+ 0,0544	+ 0,0563
26,17	31,37	+ 0,0394	+ 0,0353
26,17	40,40	+ 0,0450	+ 0,0476

De aquí puede deducirse un medio para hallar el calor específico á volúmen constante en los líquidos.

ENFRIAMIENTO POR TRACCION DE UNA VARILLA. La última fórmula del párrafo anterior es aplicable á una varilla, en la que si se efectúa una traccion, cambiará  $p$  de signo, por significar allí una compresion. Si suponemos, además, que la traccion no es muy grande, y por tanto no hay una deformacion sensible en la seccion, el incremento de su volúmen equivaldrá al de su longitud  $x$ , y por tanto será

$$\frac{dt}{dp} = - \frac{AT_{\alpha}x}{C}$$

Como todas estas cantidades son positivas, inclusa la traccion  $p$ , resulta un enfriamiento como consecuencia de dicho alargamiento. Hé aquí los resultados del cálculo y de la observacion, con arreglo á los experimentos de Joule sobre varillas de 0,<sup>m</sup>3 de largo y 0,<sup>m</sup>006 de diámetro próximamente, en unidades de peso inglesas, en que una libra equivale á 0,<sup>kg</sup>.454.

## ENFRIAMIENTO POR TRACCION DE UNA VARILLA.

Cuerpos.	Peso de la varilla.	Traccion.	INCREMENTO DE LA TEMPERATURA.	
			Observado.	Calculado.
	lb.	lb.		
Hierro. . . .	0,1568	775	— 0,115	— 0,110
Acero. . . .	0,1499	775	— 0,162	— 0,125
Fundicion. .	0,1281	775	— 0,160	— 0,112
Cobre. . . .	0,1781	767	— 0,174	— 0,154
Plomo. . . .	0,9010	263	— 0,076	— 0,055
Gutapercha.	0,1780	70	— 0,028	— 0,031
Caoutchouc.	0,2070	42	+ 0,114	+ 0,137
Pino. . . . .	0,0189	200	— 0,017	— 0,023
Laurel. . . .	0,0189	400	— 0,059	— 0,060

Estas variaciones de temperaturas, como las de los cuadros anteriores, eran medidas por medios galvanométricos muy sensibles y exactos.

El caoutchouc parece ser una excepcion de esta ley; pero los experimentos más modernos prueban que el signo de  $\alpha$  varia con  $p$  a partir de un cierto limite, y así, en unos casos hay descenso y en otros elevacion de temperatura.

**CALOR DE FUSION.** Se puede calcular la cantidad de calor necesaria para un cambio de estado. En este caso tendremos directamente

$$dQ = Ldx + A p dv ;$$

siendo  $x$  el peso del sólido. Al diferenciar la (1<sup>ra</sup>), mientras permanezca  $t$  constante, como sucede en todo el curso del fenómeno, son tambien constantes  $v'$  y  $v''$ , resulta

$$dv = (v'' - v') dx ,$$

Sustituyendo este valor en la última, obtengo

$$dQ = \left( \frac{L}{v'' - v'} + Ap \right) dv.$$

Si la integramos tomando para  $v$  los límites correspondientes á los volúmenes específicos en ambos estados, es

$$Q_1 - Q_2 = L + Ap(v'' - v') \quad (4^{vi})$$

ó sea el calor total igual al latente, más el comunicado en el trabajo exterior, como era fácil prever.

Pudiera haberse hallado todo en funcion de  $x$ , pues sustituyendo la

$$dv = (v'' - v') dx,$$

en la primitiva, resulta:

$$dQ = [L + Ap(v'' - v')] dx.$$

Al integrar esta expresion habrá que tomar los límites de  $x$  que son 1 y 0; correspondiendo el primero á cuando todo el cuerpo, cuyo peso es la unidad, está liquido; y el segundo al término de la operacion, ó sea cuando todo está sólido: de este modo se obtiene la misma ecuacion (4<sup>vi</sup>).

Si además hubiéramos tenido en cuenta el calor interno consumido por el aumento de volumen y expresado por  $l$ , tendríamos que agregar á la fórmula anterior un término de la forma  $l(v'' - v')$ .

Los signos de estos términos variarán segun la naturaleza de los cuerpos; así, en los que al pasar de liquido á sólido se contraen, serán  $L$  y  $Ap(v'' - v')$  del mismo signo.

**FENÓMENOS DE DISOLUCION.** Para completar lo relativo al cambio de estado de sólido á liquido, nos corresponde decir algo sobre los fenómenos de disolucion. La disolucion de un cuerpo sólido en uno liquido, equivale á una liquefaccion del primero, ó lo que es lo mismo, á una absorcion de calor, á saber: el equivalente á la ener-

gía potencial que mantenía unidas las moléculas del cuerpo. Toda disolución de un sólido en un líquido, produce, por lo tanto, una cantidad negativa de calor, en que intervienen el latente del cuerpo y la variación de volumen.

Si además de la disolución hay combinación química, puede ocasionarse un desprendimiento de calor, ó como en el caso anterior, una absorción, según que predomine la cantidad negativa propia de la disolución sencilla, ó la positiva de la combinación química.

Es muy complicado el estudio analítico de este problema, y siguiendo el método de Kirchoff, hay que suponer que el sólido pasa á gas y luego se disuelve en el líquido, hipótesis algún tanto atrevida. Si aplicamos las ecuaciones generales de la Termodinámica, nos encontramos con que el sólido cambia de volumen al disolverse, sin que sea fácil determinar cuál es la variación experimentada, y además, los calores específicos en sus dos estados sólido y líquido, sufrirán también grandes perturbaciones.

Esta cuestión se halla íntimamente enlazada con la de cristalización de los cuerpos, si bien puede estudiarse dicho fenómeno con solo conocer las leyes de la repartición del calor en la disolución, bajo su aspecto estático, como lo ha hecho Lamé. Si calentamos un cuerpo cristalino, cuya conductibilidad no es la misma en todas direcciones ni sentidos, se producen compresiones de unos cristales contra otros, y en último término, trabajos numerosos, aunque infinitesimales. En el problema de la disolución de un sólido cristalino, habrá, por lo tanto, una transformación de estos trabajos de compresión en energía calorífica, además de la que resulta de la disgregación de las moléculas para llegar á la liquefacción, ó sea á la disolución.

Si son dos líquidos los que se mezcla, puede ocurrir también alguna modificación molecular, y especialmente cuando se ejerce entre ambos alguna reacción química. Esto ocurre, por ejemplo, al mezclar ácido sulfúrico con agua, en cuyo caso, hay una notable elevación de temperatura. Si no hay acción molecular de ninguna especie, manifiesta la experiencia que hay en unos casos calentamiento en la mezcla, y en otros enfriamiento. Puede someterse al cálculo esta investigación tal como lo ha hecho Jamin en una

nota presentada—en Junio de 1870,—á la Academia de Ciencias de Paris.

**MEZCLA DE DOS LÍQUIDOS.** Sean  $b$  y  $b'$  las masas de estos, tales que

$$b + b' = 1 ;$$

$B$  y  $B'$  las energías caloríficas de ambos al cero del termómetro, ó sea, las cantidades de calor que absorben desde el cero absoluto, hasta el citado límite;  $C$  y  $C'$  sus calores específicos á presión constante;  $t$  la temperatura de ambos líquidos. Las cantidades de calor que estos contienen aislados, son

$$b (B + Ct) ; \quad b' (B' + C't) ;$$

sean  $b''$  y  $B''$  las cantidades análogas de la mezcla,  $1$  su calor específico, y  $t + \theta$  la temperatura de la misma: el calor que esta contiene es

$$B'' + b'' (t + \theta) .$$

Puesto que no hay gasto de energía en las acciones moleculares, tendré

$$b (B + Ct) + b' (B' + C't) = B'' + b'' (t + \theta) ;$$

ó sea

$$Bb + B'b' - B'' = (b'' - Cb - C'b')t + b''\theta .$$

El primer miembro de esta ecuación, es independiente de la temperatura y calor específico; lo llamo  $M$ ; y haciendo además en el segundo

$$b_1 = Cb' + C'b' ,$$

como calor específico medio, tendré

$$M = (b'' - b_1)t + b''\theta .$$

En la discusion de esta fórmula pueden presentarse seis casos principales:

1.° Si  $M > 0$  y  $b'' - b_1 > 0$ , y entonces es  $\theta \gtrless 0$ , segun que  $M \gtrless (b'' - b_1) t$ ; habrá, pues, calentamiento de la mezcla en un caso, enfriamiento en el otro; esto sucede en la mayoría de los líquidos, por ejemplo en el agua y alcohol, en que varía la temperatura de la mezcla, segun las proporciones de los líquidos.

2.°  $M = 0$  y  $b'' = b_1$ ; entonces  $\theta = 0$ , ó sea no hay variacion de temperatura: esto ocurre con dos porciones de un mismo líquido.

3.°  $M < 0$ ;  $b'' - b_1 < 0$ ; es  $\theta < 0$ ; esto sucede en una mezcla de ácido cianhídrico y agua.

4.°  $M \gtrless 0$ , segun las proporciones; es  $\theta \gtrless 0$ ; y esto ocurre con el alcohol y el cloroformo.

5.°  $M = \text{const.}$  para una mezcla;  $\theta$  aumenta cuando  $t$  disminuye y reciprocamente.

6.°  $M = (b'' - b_1) t$ ; es  $\theta = 0$ .

Estos dos últimos casos no se han comprobado experimentalmente, como los cuatro primeros.

Si los líquidos hubiesen estado primitivamente á  $t$  y  $t'$ , seria la fórmula principal

$$Bb + B'b' - B'' = b'' (t + \theta) - Cbt - C'b't';$$

y la discusion es análoga.

## CAPÍTULO II.

### VAPORES.

RELACION ENTRE LA TEMPERATURA Y LA PRESION. Al estudiar el cambio de líquido á gaseoso, ó sea inmediatamente á vapor, acep-

tando la idea—comprobada por la experiencia y que resultará también de lo que hemos de decir—de que los gases son verdaderos vapores muy alejados del punto de liquefaccion, debemos distinguir varias cosas, tanto en el fenómeno directo de vaporizacion como en su inverso de liquefaccion.

Las relativas á aquel son los modos diversos de producirse los vapores, principalmente dos; uno en condiciones parecidas á la fusion, y es el llamado *ebullicion*, y otro, el que se verifica con lentitud y casi continuamente, conocido con el nombre de *evaporacion*.

El fenómeno inverso necesita estudios más prolijos, por relacionarse con los diversos casos que se distinguen física y analíticamente en los vapores y gases.

Empezando, pues, por la *ebullicion*, debemos repetir las tres leyes de la fusion (pág. 211), deducidas de la experiencia. Llamando  $1 - x$  la parte líquida de  $1^{\text{kg.}}$  de mezcla de este y su vapor, y por tanto  $x$  la de este último;  $v''$  el volumen específico del vapor, y  $v'$  el del líquido, y haciendo análogas sustituciones en lo restante, se ve que las fórmulas (1<sup>iv</sup>), (2<sup>iv</sup>), (3<sup>iv</sup>), ó bien la (18'), son las mismas.

Ahora bien; en esta última, que es,

$$\frac{L}{T} = A (v'' - v') \frac{dp}{dT};$$

tenemos positivo á su primer miembro, luego el segundo lo es también;  $A$  es un número, luego  $v'' - v'$  y  $\frac{dp}{dT}$  tienen el mismo signo.

Pero  $v'' - v' > 0$  en todos los cuerpos, según atestigua la observacion, luego  $\frac{dp}{dT} > 0$ . Esto nos dice que *la temperatura del cambio de estado aumenta constantemente cuando crece la presion*.

La observacion habia dado á conocer este principio antes que la teoria lo hubiera investigado. Así, tomando como tipo la ebullicion á la presion de una atmósfera para señalar el punto superior ó  $100^\circ$  de la escala ordinaria termométrica, y  $0$  el de fusion, se ha visto que el punto de ebullicion decrece muy rápidamente con la presion y es de unos  $60^\circ$  para 144 milímetros de mercurio, ó sea próxima-

mente para  $\frac{1}{5}$  de atmósfera, y de  $50^\circ$  para 53 milímetros de mercurio, ó sea ménos de  $\frac{1}{14}$  de atmósfera.

Elevando, por el contrario, la presión, se ha encontrado que el agua hierve á temperaturas cada vez mayores; así á 1<sup>m</sup> 520 de mercurio, ó sea á dos atmósferas, aquella es de unos  $121^\circ$ ; á tres corresponde  $154^\circ$ , etc.

Además de lo expuesto en los cuadros de las páginas 43 y 50, nos limitaremos á indicar aquí la posibilidad de construir una curva, cuyas coordenadas representaran los valores respectivos de la presión y temperatura, la cual simbolizaría la ley de variación de las temperaturas de ebullición, ya que no ha sido posible hallar la ley algébrica de su relación.

Esto nos dice también la poca firmeza que tiene el punto señalado como límite superior de los termómetros, y el esmero que es preciso tener al anotar la presión atmosférica correspondiente, cosa que no era de tanto rigor en la fusión, ó sea límite tipo inferior de la escala de dichos aparatos.

**CALOR LATENTE NORMAL.** Vamos á probar que en la vaporización y su recíproco, como en la fusión y el suyo, el calor latente *normal*, ó sea á la temperatura correspondiente á una presión dada es un máximo; y este hecho se relaciona con la tercera de las leyes que hemos indicado rigen á la ebullición como á la fusión: entiéndase que la presión ha de permanecer la misma, y la temperatura varía sin que el cuerpo sufra alteración por causas físicas diversas, como la tranquilidad del cuerpo y otras análogas.

La demostración es en este caso muy parecida á la de aquel. Sean  $C$  el calor específico del líquido y  $C'$  el del vapor,  $t$  la temperatura normal de ebullición á una presión fija cualquiera, y  $L$  el calor latente correspondiente;  $t + t'$  la nueva temperatura de ebullición y  $L'$  el calor latente respectivo. Para pasar el líquido á vapor con la temperatura  $t$ , y ya en tal estado alcanzar la  $t + t'$ , consume calor,

$$L + \int_t^{t+t'} C' dt.$$



Para subir líquido á  $t + t'$ , y á esta temperatura cambia de estado, consume

$$\int_t^{t+t'} C dt + L';$$

y pues ambas cantidades son iguales, como diferencia de dos estados de equilibrio molecular, resulta

$$L' = L - \int_t^{t+t'} (C - C') dt.$$

Pero la capacidad calorífica de los líquidos es siempre mayor que la de sus vapores, esto es,

$$C > C';$$

luego  $L > L'$ ; que es lo que deseábamos probar.

Los calores llamados latentes se relacionan por fórmulas empíricas con las temperaturas correspondientes: las más notables son debidas á Mr. Regnault (pág. 35). Estas fórmulas traducen los numerosos y concienzudos experimentos del físico francés; pero no se ha podido deducir aún, en esta cuestión como en la anterior, una relación teórica.

Por esto no entramos en más detalles sobre esta cuestión. Por igual razón no decimos nada respecto de la elevación obtenida en los puntos de ebullición de un líquido que tiene disueltas ciertas sustancias, así como tampoco hablamos en su lugar de la cristalización, ó sea, solidificación bajo un aspecto especial, de las disoluciones salinas.

La evaporación es un fenómeno que depende, no solo de la temperatura, sino también de la naturaleza del líquido, de condiciones higrométricas y mecánicas del ambiente: esta razón añade nuevas dificultades á su estudio teórico. Por esto nos limitamos á indicar la ley empírica de Dalton, que supone proporcional la cantidad evaporada á la diferencia de la tensión máxima del vapor correspon-

diente á la temperatura del fenómeno con la tension existente durante él. Llamando  $F$  y  $f$  á estas tensiones,  $s$  al área de la superficie del líquido,  $p$  á la presión exterior, y  $a$  á un coeficiente que varía con la sustancia, resulta una cantidad de líquido evaporado en la unidad de tiempo, por la fórmula

$$\frac{as}{p} (F - f).$$

Sea  $L$  el calor latente que corresponda á la temperatura, dado por las fórmulas de Regnault, y  $t$  la diferencia de temperatura que se obtenga por la evaporacion, la cual es en general pequeña; resulta, despreciando la diferencia de capacidad calorífica,

$$Lst = \frac{as}{p} (F - f);$$

de donde

$$t = \frac{a}{pL} (F - f);$$

que es el enfriamiento producido.

Otro tanto podremos decir del fenómeno inverso de la evaporacion, llamado condensacion. La evaporacion rápida producida en el vacío barométrico, es tambien una parte de este estudio, si bien poco importante bajo nuestro punto de vista.

**ESTADOS GASEOSOS.** Ha llegado el momento oportuno de recordar algunas distinciones entre los cuerpos que afectan el estado gaseoso, antes de tratar el problema de la liquefaccion, y á fin de completar tambien el de la vaporizacion.

Podemos distinguir tres fases distintas en dicho estado, que son: el vapor en contacto del líquido generador; el que está separado del mismo, sin condensarse; y, por último, el que se halla á gran distancia del punto de condensacion, que es el verdadero estado gaseoso.

La primera fase es la que se verifica en los problemas citados;

mientras haya mezcla de líquido y vapor, ó bien este se encuentre en contacto y comunicacion con aquel, recibe el nombre de vapor *saturado*. Si se le enfria, por poco que sea, hay inmediatamente una condensacion parcial. Puede existir sin hallarse en contacto ni mezcla con el líquido del propio cuerpo, siempre que esté á punto de liquidarse parcialmente al menor enfriamiento; tal sucede cuando se acaba de evaporar la última porcion de un líquido que cambia de estado.

Al llegar este momento, supongamos que se calienta el vapor; entonces aumenta el volúmen, disminuye la presion, y las relaciones entre estos elementos son muy distintas que en el caso anterior. Si, por el contrario, aumentamos la presion sobre este vapor, ó bien le quitamos calor, ó hacemos ambas cosas á la vez, su tension ó fuerza elástica crece y llega á un máximo cuando el vapor está saturado, esto es, cuando comienza á liquidarse parcialmente, por efecto de la presion y sustraccion de calor. De esto se deduce, y la observacion lo sanciona, que un vapor tiene siempre mayor temperatura que el saturado del propio cuerpo, para un mismo valor de la tension. Por esta razon se le ha dado el nombre de *surchauffée* en los tratados franceses, que puede traducirse *recalentado*, y por no ser muy castiza esta palabra, suelen algunos llamarlos *no saturados*.

Atendiendo á que no está en contacto con el líquido, lo llama el Sr. Echegaray, en su Termodinámica, *aislado*; pero este epíteto no responde más que á la reciproca de una condicion comunmente cumplida, pero no esencial, de los vapores saturados, y es la de estar en contacto con el líquido; pues hemos dicho pueden existir sin tal expresa condicion.

Ya dijimos que los vapores saturados no satisfacen á las leyes de Mariotte y Gay-Lussac, y que por tanto, caen por su base las teorías de las máquinas de vapor ordinariamente admitidas. Los no saturados parecen, por el contrario, ajustarse á ellos, ó al ménos, aproximarse mucho.

Respecto del tercer estado, esto es, de gas verdadero, no es posible asignar el límite de separacion con relacion al anterior; y solo cuando las leyes citadas se cumplen con bastante exactitud, puede aceptarse el tipo gaseoso. Tal sucede en el ácido carbónico, cuyo

cuerpo pasa rápidamente del caso de vapor saturado al de gas, con cortas elevaciones de temperatura.

Las experiencias de Regnault han hecho ver que la tensión de los vapores saturados depende únicamente de su temperatura, y sin haberse aún determinado la fórmula teórica que los liga, se conoce, por lo ménos, la empírica, que representa con bastante exactitud el resultado de los experimentos. Esta cuestión es importantísima para las aplicaciones, y tiene además el interés de que con ella se examinan las diversas temperaturas de ebullición de un líquido.

Indicaremos el medio que se ha seguido para obtener estas fórmulas. Supongamos que, repitiendo un crecido número de experimentos, se construyan tablas en que se tengan las presiones observadas en el vapor para diversas temperaturas, como, por ejemplo, las de la página 50, incluyendo varios cuerpos como el agua, éter, alcohol, cloruro de carbono, etc. La fórmula escogida por Regnault, imitando á Biot despues de algunos tanteos, y algun tanto distinta de la de la página 45, es

$$\log. p = a + b \rho^t + c \epsilon^t;$$

que parece más apropiada que las de otros físicos.

En ella  $t$  es el incremento de temperatura, y  $a, b, c, \rho, \epsilon$ , cinco constantes que es preciso determinar para cada cuerpo por medio de otros tantos experimentos. Hagamos que el valor de  $t$  esté ligado con la diferencia de dos temperaturas constantes  $t''$  y  $t'$ , siendo esta última la menor de todas, por medio de la ecuacion

$$t = n(t'' - t');$$

la fórmula se convertirá en

$$\log. p = a + b \rho^{n(t'' - t')} + c \epsilon^{n(t'' - t')}.$$

Hagamos, para simplificar,

$$\rho^{t'' - t'} = \delta; \quad \epsilon^{t'' - t'} = \psi; \quad \log. p = y;$$

y resulta, sustituyendo,

$$y = a + b\delta^n + c\psi^n.$$

Si ahora damos á  $n$  los valores 0, 1, 2, 3 y 4, y llamando á los correspondientes de  $y$  por sus índices, resultan las ecuaciones,

$$y' = a + b + c;$$

$$y'' = a + b\delta + c\psi;$$

$$y''' = a + b\delta^2 + c\psi^2;$$

$$y^{iv} = a + b\delta^3 + c\psi^3;$$

$$y^v = a + b\delta^4 + c\psi^4;$$

De estas ecuaciones se deducen algebricamente los valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\delta$ ,  $\psi$ , y por tanto los de  $\rho$ ,  $\beta$  y  $p$ . Así se han calculado estas constantes para cada cuerpo y se obtienen cifras que no son de interés inmediato en este estudio, y que pueden verse en las obras especiales.

Después de esta cuestion, nos toca examinar el problema con arreglo á las verdaderas fórmulas de la Termodinámica, y probar, entre otras cosas, que hay condensacion parcial en la expansion del vapor; pero esto lo hemos hecho ya anteriormente (pág. 54), así como la clasificacion de los vapores (pág. 55), atendiendo al valor de su calor específico.

El fenómeno inverso, ó sea la liquefaccion, está sujeto á los mismos principios que el directo, y para que un gas llegue á liquido, ha de pasar primero por vapor recalentado, luego por vapor saturado, y condensarse por último. Lo primero y segundo se efectúa por sustraccion de calor y aumento de presion, y mejor, combinando ambos medios: lo último por el mismo medio, ó bien dejando dilatar el vapor, en cuyo caso, acabamos de ver que hay condensacion parcial.

**REPRESENTACION GEOMÉTRICA DE LOS CAMBIOS DE ESTADO.** La representacion geométrica de los diversos estados de un mismo cuerpo, atendiendo á las tres variables volúmen  $v$ , temperatura  $t$  y presion  $p$ , puede efectuarse de la manera siguiente: Supongamos en primer

lugar que prescindimos de esta última, en cuyo caso dicha representación se hará en un plano, tomando por abscisas los valores de  $t$ , y como ordenadas los correspondientes de  $v$ .

En el estado sólido del cuerpo, crece en general el volúmen con la temperatura, y la fórmula que exprese esta dilatación dará la forma de la curva que la representa. Si aquella es la de Gay-Lussac, la curva se convierte en una recta. Generalmente es una línea que se acerca mucho á esta, y cuya tangente en cada punto tiene por coeficiente angular el llamado coeficiente de dilatación, que corresponde á la temperatura de su abscisa. No se conoce, por desgracia, la forma de dicha curva, ni siquiera en los cuerpos mejor estudiados, y se admite ordinariamente que la fórmula de Gay-Lussac la representa, teniendo cuidado de poner en vez de  $\alpha$  el valor variable correspondiente á  $t$ ; ó lo que es lo mismo, se supone una línea quebrada de trozos más ó menos largos, según la mayor ó menor exactitud con que se procede.

Una vez llegado al punto de fusión, se nota aumento ó disminución de volúmen y varias formas según los tipos (pág. 220). Si prescindimos de estas, podemos considerar el resultado de la representación como una recta perpendicular al eje de las abscisas.

En el estado líquido habrá una línea curva, recta ó quebrada como en el sólido, y en el cambio de vaporización una recta paralela al eje  $v$ , prescindiendo también de particulares detalles.

En el estado de vapor saturado se presentan iguales condiciones, aunque este solo existe correspondiéndose con un trozo muy pequeño del eje de las  $t$ . Llegado al caso de vapor aislado, hay una representación en curva desconocida; pero que sin gran error puede confundirse con la recta relativa á un gas perfecto, esto es, la ley de Gay-Lussac.

Por último, esta será la exacta representación cuando el cuerpo llega á ser considerado como el citado gas.

Si tomamos como origen de las abscisas el cero ordinario, la variable es  $t$ ; si le cambiamos á 275 unidades hácia la izquierda, tendremos el *cero absoluto* en la Termodinámica, y la variable es  $T$ .

Hagamos ahora entrar á  $p$  como variable, y procedamos en orden inverso del anterior. Al efecto, escogeremos un nuevo eje de las  $p$ , perpendicular á los anteriores, á fin de representar las superfi-

cies que se originan por el juego de las tres variables que intervienen en estos problemas.

Para el caso de gas perfecto, introduciremos la relacion conocida

$$pv = RT;$$

la cual representa una superficie reglada en virtud de su generacion, y de segundo grado, en virtud de su ecuacion. Es, pues, ó un hiperbolóide de una hoja, ó un parabolóide hiperbólico; pero la falta de centro, fácil de investigar, decide en favor de la última.

En los estados de vapor saturado, liquido y sólido, la superficie no es definible por no conocer su generatriz, segun dijimos hace un momento. Solo en el caso de que esta fuera una recta, como indicamos sucedia sin error grave, podremos decir que es una superficie reglada; si es aquella una línea quebrada, esta constará de un conjunto de superficies regladas.

En los cambios de estado, y prescindiendo de las particularidades de cada caso, la representacion de la relacion entre las tres variables es una superficie cilindrica paralela al eje de las  $v$ , cuya directriz, situada en el plano  $tp$ , tiene por coeficiente diferencial para la fusion el valor hallado en otro lugar, y para la vaporizacion, una ecuacion dada por la ley empirica de las tensiones de los vapores.

**CALOR DE VAPORIZACION.** Conviene resumir expositivamente en este punto los resultados á que ha llegado la Termodinámica, para explicar los cambios de estado físico, tanto más, cuanto que su sola indicacion basta para hacerlos comprensibles.

Cuando suministramos á un cuerpo una cantidad de calor, esta se reparte en dos porciones distintas; una que se manifiesta á nuestros sentidos y al termómetro, llamado calor *libre*, debida á las vibraciones de las moléculas, y otra que se trasforma en trabajo mecánico para separar las moléculas, combinarlas, etc. De aqui se deduce, que no tendrá más calor aquel cuerpo que acuse mayor temperatura, sino únicamente más parte de calor libre, y que hay dos unidades distintas, la *caloría* y el *grado*, para medir ambos elementos.

Este calor, que queda dentro del cuerpo en forma de trabajo y no acusado por el termómetro, se consume por los fenómenos moleculares interiores, y por el trabajo exterior que vence el cuerpo al dilatarse. De aquí el dividirlo en *interior* y *exterior*: este último se mide perfectamente por el trabajo exterior.

Supongamos que no hay fenómeno químico en la transformación que estudiamos; entonces el calor interior  $Q$ , se puede subdividir en dos partes; una que se aplica á la separación y arreglo de las moléculas mientras no haya cambio de estado, que puede llamarse calor de *elasticidad*  $q$ , y otra que se absorbe por el cambio de estado que se titulaba hasta aquí *latente*  $L$ , que algunos dicen de *saturación* y que otros designan con el nombre del cambio respectivo de estado, esto es, de *fusion* ó de *vaporización*.

Desde luego importa hacer notar lo impropio del epíteto *latente*, aplicable solo cuando se admitía la idea del calor como un agente especial, pues por igual razón debiera aplicarse al de elasticidad y al empleado en las reacciones químicas. No es, pues, que el calor oculto se manifiesta al liquidarse un vapor, sino que el nuevo arreglo molecular pone en estado libre, esto es, cognoscible por nuestros sentidos y por el termómetro, la cantidad de calor que antes afectaba la forma de un trabajo mecánico efectuado.

Limitándonos al agua, tanto por su mayor interés en las aplicaciones, cuanto por ser un ejemplo general aplicable á los demás cuerpos variando los coeficientes, tenemos, según lo dicho (pág. 45), para el calor de vaporización,

$$L = 606,5 - 0,695 t - 0,00002 t^2 - 0,0000003 t^5 ;$$

para el *interior*

$$Q = 606,5 + 0,305 t ;$$

luego el de *elasticidad*  $q$ , que algunos llaman *calor del líquido*, será la diferencia de ambos, esto es,

$$q = Q - L = t + 0,00002 t^2 + 0,0000003 t^5 .$$

Ahora bien, la capacidad calorífica  $C$ , es la relación del incremento de calor al de temperatura; pero no de todo el calor, sino del interior  $Q$ , y aún en este solamente del  $q$ , pues la parte  $L$  se



emplea en el cambio de estado; luego  $C$  es la derivada de  $q$  con relación á  $t$ , ó sea

$$C = \frac{dq}{dt} = 1 + 0,00004 t + 0,0000009 t^2,$$

segun vimos en la página 52.

En la tabla de la página 49, solo pusimos los valores de  $L$ , y pudiéramos ahora completarla con los de  $Q$  y  $q$ .

**CALORES LATENTES INTERNO Y EXTERNO.** El vapor efectúa un trabajo mecánico al aumentar de volúmen en el paso de liquido á gas, luego esto equivale á una cierta cantidad de calor que no hemos tenido en cuenta. Para hallarla, supongamos que la presión permanece constante en todo el fenómeno, — lo cual sucede casi siempre, por ejemplo, en las calderas de vapor, — y entonces el calor equivalente á este trabajo exterior, es

$$A \int_{v'}^{v''} p dv = Ap (v'' - v'),$$

que Zeuner llama *calor latente externo*.

El calor interior era  $Q$ , luego si restamos de él esta cantidad, queda

$$J = Q - Ap (v'' - v');$$

que Zeuner llama *calor del vapor*, y representa el exceso de calorías que contiene 1<sup>kg.</sup> de vapor saturado á la presión  $p$  sobre 1<sup>kg.</sup> del liquido á 0°.

El calor latente total  $L$ , se compone entonces de dos sumandos; uno es el externo

$$Ap (v'' - v'),$$

y otro, el *calor latente interno*

$$\rho = L - Ap (v'' - v');$$

que es el propiamente empleado en vencer la cohesión molecular al cambiar el cuerpo de estado.

De aquí se deduce que en todos los casos en que la presión es constante, debe usarse  $\rho$  en vez de  $L$  en los cálculos, y así lo hace,

por ejemplo, Combes, en el estudio de la distribución, lo que da valores algo menores de los que hemos obtenido (pág. 160 y siguientes), despreciando el sustraendo indicado, ó sea tomando el calor latente total  $L$ , en vez del interior  $\rho$ .

Para dar idea clara del valor de estas expresiones, las ponemos en el cuadro adjunto, que sirve de complemento de los de las páginas 49 y 50, tomándolo de Zeuner:

COMPLEMENTO DE LOS DATOS DEL VAPOR DE AGUA SATURADO.

Temperatura. $t$	Calor total. $Q$	Calor de elasticidad. $q$	Calor de vaporización. $L$	Calor latente externo. $Ap(v''-v')$	Calor del vapor. $J$	Calor latente interno. $\rho$
0	606,500	0,000	606,500	31,071	575,43	575,43
50	621,750	50,087	571,663	35,544	586,21	536,12
60	624,800	60,137	564,663	36,512	588,29	528,15
70	627,850	70,201	557,649	37,478	590,37	520,17
80	630,900	80,282	550,618	38,425	592,47	512,19
90	633,950	90,381	543,569	39,332	594,62	504,24
100	637,000	100,500	536,500	40,205	596,79	496,29
105	638,525	105,568	532,957	40,631	597,89	492,33
110	640,050	110,641	529,409	41,048	599,00	488,36
115	641,575	115,721	525,854	41,457	600,12	484,40
120	643,100	120,806	522,294	41,858	601,24	480,44
125	644,625	125,898	518,727	42,250	602,37	476,48
130	646,150	130,997	515,153	42,634	603,52	472,52
135	647,675	136,103	511,572	43,010	604,66	468,50
140	649,200	141,215	507,985	43,377	605,82	464,61
145	650,725	146,334	504,391	43,735	606,99	460,66
150	652,250	151,462	500,788	44,086	608,16	456,70
155	653,775	156,598	497,177	44,428	609,35	452,75
160	655,300	161,741	493,559	44,761	610,54	448,80
165	656,825	166,892	489,933	45,086	611,74	444,85
170	658,350	172,052	486,298	45,403	612,95	440,89
175	659,875	177,220	482,655	45,711	614,16	436,94
180	661,400	182,398	479,002	46,012	615,39	432,99
185	662,925	187,584	475,341	46,304	616,62	429,04
190	664,450	192,780	471,670	46,589	617,86	425,08
195	665,975	197,985	467,990	46,869	619,11	421,13
200	667,500	203,200	464,300	47,133	620,37	417,17

La columna 5.<sup>a</sup> se obtiene multiplicando las 5.<sup>a</sup> y 7.<sup>a</sup> del cuadro de la pág. 50, y dividiendo el producto por 425; las restantes por las fórmulas que acabamos de dar.

COEFICIENTE DE DILATACION DE LOS VAPORES SATURADOS. De la (18') se deduce, despejando  $A(v'' - v')$  y multiplicando ambos miembros por  $p$ ,

$$Ap(v'' - v') = \frac{Lp}{T} \frac{dp}{dT}$$

La fórmula citada es aplicable á los vapores saturados, y Zeuner ha visto que su segundo miembro equivale para el de agua á

$$30,456 \log. \frac{T}{100}$$

luego

$$Ap(v'' - v') = 30,456 \log. \frac{T}{100}$$

y poniendo por  $v'$  el volúmen específico del agua, que sin gran error es 0,001; será

$$Apv'' = 0,001 Ap + 30,456 \log. \frac{T}{100}; \quad (5^{vi})$$

que diferenciada con relacion á  $T$ , da

$$A \frac{d(pv'')}{dT} = 0,001 A \frac{dp}{dT} + \frac{30,456}{T}$$

Si en la ecuacion de dos gases

$$\frac{pv''}{p_0 v_0''} = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0},$$

suponemos  $t_0 = 0$  y la diferenciamos, es

$$\frac{d(pv'')}{dT} = \alpha \cdot p_0 v_0'' \quad (6^{vi})$$

Si en esta sustituimos el numerador deducido de la anterior, es

$$\alpha = \frac{0,001 A \frac{dp}{dT} + \frac{30,456}{T}}{A p_0 v_0''}.$$

Este denominador lo hallaremos sustituyendo  $p_0$  y  $v_0''$  en la fórmula (5<sup>vi</sup>), y entonces  $T = 273$ ; luego

$$A p_0 v_0'' = 0,001 A p_0 + 30,456 \log. 2,73.$$

Pero Regnault ha visto que al cero del termómetro, la fuerza elástica del vapor es en columna mercurial  $0^m,0046$  y sobre un metro cuadrado  $p_0 = 62^{kg.},56$ ; lo que da, poniendo el valor de  $A = 425$ ,

$$A p_0 v_0'' = 30,587;$$

luego

$$\alpha = \frac{0,001 \frac{dp}{dT} + \frac{30,456}{T}}{30,587}.$$

Así, para

$$t = 0; \text{ es } \frac{dp}{dT} = 4,64; \alpha = 0,003647$$

$$t = 100; \frac{dp}{dT} = 27,14; \alpha = 0,002698$$

$$t = 200; \frac{dp}{dT} = 3310,99; \alpha = 0,002360.$$

Estos valores de  $\frac{dp}{dT}$  se hallan como los del cuadro de la página 49.

Se ve, pues, que el coeficiente de dilatacion varia en los vapores saturados, en funcion de la temperatura; el de los gases es

$$\frac{1}{273} = 0,003665 .$$

**VAPORES RECALENTADOS.** Hemos definido los vapores recalentados, de que hemos hablado en diferentes partes de esta obra (páginas 44 y 236), é indicado su representacion geométrica (pág. 51), la cual puede hacerse sobre la figura 16, pues en ella la curva  $AF$  significa la línea de saturacion; los puntos como el  $B$  á su derecha representan vapor recalentado, y los situados entre ella y el eje de ordenadas, como el  $E$ , simbolizan vapor condensado. Dijimos que la relacion entre las variables era muy complicada para los vapores recalentados y de la forma (15')

$$\varphi(v, p, t) = 0 ;$$

y vamos á indicar algunas investigaciones, debidas en su mayor parte á Hirn, sobre esta clase de flúidos que son intermedios entre los gases y los vapores saturados. Así para los puntos de  $AF$ , es la parte de vapor contenido 1<sup>kg.</sup>

$$x = 1 ;$$

y para las interiores como el  $E$  es

$$x < 1 ;$$

mientras que para los exteriores inmediatos como el  $B$  es la (15') y para los muy lejanos, ó sea, gases, es

$$pv = RT .$$

Como comprobacion de esto, se notá que el aire, el óxido de carbono y el bióxido de nitrógeno y aún el hidrógeno, que no se han

podido aún liquidar, verifican con mayor aproximación la ley de Mariotte, que el ácido carbónico, el protóxido de nitrógeno, el ácido sulfuroso, el amoniaco y el cianógeno, gases que el hombre ha podido liquidar, y que son, por tanto, vapores recalentados más próximos á los puntos de liquefaccion que los anteriores.

Los experimentos de Fairbairn y Tate, asignan al vapor de agua recalentado un coeficiente de dilatacion muy variable, y solo en el caso de vapores muy recalentados puede asimilarse en esta, como en otras propiedades, á los gases.

**FÓRMULAS DE ZEUNER É HIRN.** Este distinguido ingeniero ha visto que, sin error sensible, el trabajo interior del vapor recalentado es proporcional al producto  $pv$ , desde el estado de saturacion hasta el de gas permanente, ó sea, en todo el trascurso del vapor saturado; ó, en otros términos, *la curva isodinámica de los vapores saturados es una hipérbola equilátera*, como la de los gases, aunque la isoterma es otra distinta. En esto consiste la ley de Hirn.

Esto quiere decir que

$$pv = p_1 v_1 .$$

La linea isoterma

$$pv = RT ,$$

puede tambien aplicarse sin gran error á los vapores saturados, haciendo análogamente á los gases (pág. 71)

$$R = \frac{29,27}{0,622} = 47,061 .$$

Zeuner ha calculado por otro medio el cuadro siguiente, cuyos datos difieren poco de los resultados de la ley de Hirn, y de los experimentos de este ingeniero. Dicho medio consiste en usar la fórmula empirica

$$pv = BT - B'p^{\frac{b-1}{b}} ; \quad (7^{VI})$$

siendo  $B$ ,  $B'$  y  $b$  tres constantes tales que

$$b = \frac{C}{c} = \frac{4}{3}; \quad \frac{b-1}{b} = \frac{1}{4};$$

$$B = 0,0049287; \quad B' = 0,18781.$$

Si en ella es  $B' = 0$ , tendremos un gas perfecto.

Se notará en el cuadro que puede existir el vapor recalentado á distintas temperaturas con una misma presión, variando su volumen.

DATOS PARA EL VAPOR DE AGUA RECALENTADO.

Presión en atmósferas.	Temperatura ordinaria $t$	VOLÚMEN ESPECÍFICO $v$ EN METROS CÚBICOS.	
		Segun Hirn.	Segun Zeuner.
1	100,00	1,6504	1,6504
1	113,13	"	1,7195
1	118,5	1,74	1,7417
1	128,08	"	1,7935
1	141	1,85	1,8526
1	145,30	"	1,8716
1	148,5	1,87	"
1	151,43	"	1,8974
1	159,06	"	1,9280
1	162	1,93	"
1	200	2,08	"
1	246	2,29	"
3	200	0,697	0,6947
4	165	0,4822	0,4733
4	200	0,522	0,5164
4	246	0,5752	0,5731
5	162,5	0,3758	0,3731
5	205	0,414	0,4150

Hirn propuso hácia 1867 otra fórmula para los vapores saturados, casi al mismo tiempo que Zeuner daba la (7<sup>vi</sup>). Esta es

$$pv = BT - B'v^{-(b-1)}$$

teniendo  $B$ ,  $B'$  y  $b$  distinta significacion que en la anterior. De todos modos, ambas fórmulas son como una segunda aproximacion de lo que pasa en los vapores saturados, comparada con la primera aproximacion, que consiste en mirarlos como gases y usar la

$$pv = RT.$$

Si queremos determinar el coeficiente de dilatacion de los vapores saturados, habrá que distinguir dos casos, segun que sea constante la presion ó el volúmen, obteniéndose para el último valores algo menores que para el anterior; en los saturados hay análoga distincion; en los gases teóricos son ambos iguales á  $\frac{1}{273} = 0,003665$ .

Para obtener el coeficiente de dilatacion á presion constante  $\alpha$ , único que hallo, deduciré de la fórmula de Zeuner

$$\frac{d(vp)}{dT} = B;$$

pero el coeficiente es ( $6^{\text{vi}}$ )

$$\alpha = \frac{B}{v_0 p} = \frac{B}{B \cdot 273 - B' p^{\frac{b-1}{b}}} = \frac{1}{273 - \frac{B'}{B} p^{\frac{b-1}{b}}}$$

De esta suerte se ha visto que para valores de

$$p = 0,^{\text{atm.}}1 ; 0,5 ; 1 ; 5 ; 10 ;$$

se obtienen

$$\alpha = 0,003975 ; 0,004150 ; 0,004257 ; 0,004629 ; 0,004872.$$



## CAPÍTULO III.

## TEORÍA DE LOS GASES.

**HIPÓTESIS DE CLAUSIUS.** Daniel Bernouilli indicaba en su Hidrodinámica—publicada en 1738,—que la presión de los gases sobre las paredes del vaso que los contiene, puede atribuirse á una serie de choques de sus moléculas contra dichas paredes. El profesor berlinés Krœnig, desenterró en 1857 esta atrevida hipótesis de uno de los más ilustres Bernouilli, dando una teoría de los gases, en conformidad con la Termodinámica, pero que presentaba numerosos lunares. Clausius publicó al año siguiente otra ménos defectuosa, que es la que vamos á dar, siguiendo el extracto que de ella ha hecho Verdet.

En primer lugar, consideraremos á un gas como formado de moléculas muy distantes, con respecto á sus volúmenes. Atendéremos principalmente al movimiento de traslación de las mismas, considerándole como rectilíneo y uniforme, y al de rotación. Su forma nos es indiferente, y únicamente las supondremos perfectamente elásticas. El choque de unas moléculas contra otras, y contra los cuerpos inmediatos, así como el movimiento de los elementos etéreos que las acompañan, producirá tres clases de energía, prescindiendo de una cuarta que pudiera agregarse relativa al movimiento del éter, la cual influye poco en frente de las otras.

Son estas: 1.<sup>o</sup>, la fuerza viva del movimiento de traslación; 2.<sup>o</sup>, la fuerza viva del movimiento de rotación; 3.<sup>o</sup>, la fuerza viva del movimiento etéreo.

**FÓRMULA FUNDAMENTAL.** El movimiento de traslación de las moléculas puede ser todo lo irregular que se quiera é independiente de los de rotación y vibración para su cálculo analítico. Admitire-

mos tambien que la presion del gas sobre las paredes del vaso se debe á los choques de las moléculas contra estas, y llamando  $u$  la velocidad media de dicho movimiento de traslacion, la fuerza viva molecular media será  $mu^2$ . Si llamamos  $\theta$  al ángulo que forma la direccion de esta velocidad de la molécula con la normal á la pared en que choca, tendremos que la componente normal de esta velocidad es  $u \cos. \theta$ .

Esto supuesto, supóngamos el espacio comprendido entre dos paredes paralelas que distan  $h$  entre sí; al cabo del tiempo

$$\frac{h}{u \cos. \theta}$$

la molécula va desde una pared á otra, y para volver á chocar en la primera cara tardará

$$\frac{2h}{u \cos. \theta}$$

De suerte que el número de choques que se efectúan en la unidad de tiempo contra la primera pared, es

$$\frac{u \cos. \theta}{2h}$$

La molécula que choca contra la pared rebota con una velocidad igual á la que traia, y cuya componente normal será igual, y de sentido contrario; habrá, pues, que darla una velocidad normal  $2u \cos. \theta$ , cuya aceleracion multiplicada por el número de choques dará la aceleracion en la unidad de tiempo, la cual es

$$2u \cos. \theta \frac{u \cos. \theta}{2h} = \frac{u^2 \cos.^2 \theta}{h}$$

Como las moléculas están uniformemente repartidas en el gas, podré trazar un cono, cuyo vértice esté en un punto equidistante de ambas paredes paralelas, cuyo ángulo sea  $2\theta$  y cuyo eje sea perpendicular á estas.

Podré asimismo considerar otro como infinitamente próximo, y hallar la interseccion de ambos con una de las paredes, cuyo anillo lo sustituiré por uno de la esfera cuyo centro sea el vértice y el radio la longitud de la generatriz. Entonces puedo formar la proporcion siguiente: el número de moléculas cuyas velocidades forman con la normal á la pared ángulos comprendidos entre  $\theta$  y  $\theta + d\theta$ , es al número total de moléculas, como la zona cuya base es la interseccion con la esfera de los dos conos citados, es á la superficie total de la semi-esfera; ó sea como  $2\pi \text{sen. } \theta d\theta$  es á  $2\pi$ . Llamando, pues,  $n$  al número total de moléculas, el de las comprendidas entre ambos conos será

$$n \text{sen. } \theta d\theta ;$$

luego la cantidad de movimiento que estas poseen, es

$$mn \text{sen. } \theta d\theta \frac{u^2 \cos.^2 \theta}{h}$$

La cantidad de movimiento correspondiente á todas las moléculas que chocan contra la pared en la unidad de tiempo, es

$$P = mn \frac{u^2}{h} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos.^2 \theta \text{sen. } \theta d\theta = mn \frac{u^2}{h} \left( -\frac{\cos.^3 \theta}{3} \right)_0^{\frac{\pi}{2}} \\ = mn \frac{u^2}{3h}$$

Este  $P$  significa, con arreglo á la indicacion de Bernouilli, y conforme á lo dicho en el cálculo anterior, la presion del gas contra una cara entre dos paralelas que distan  $h$ ; si en lugar de esto queremos hallar la presion sobre la unidad de área  $p$ , tendremos, llamando  $s$  á la superficie,

$$p = \frac{P}{s};$$

que sustituida en la anterior da;

$$p = \frac{mnu^2}{3hs}$$

Para un área limitada de la pared, sea cualquiera su forma y magnitud, es llamando  $v$  al volumen

$$sh = v;$$

luego

$$pv = \frac{mnu^2}{3} \quad (8^{vi})$$

**LEYES DE LOS GASES TEÓRICOS.** De esta importante ecuacion se deducen varias consecuencias. En primer lugar, como el segundo miembro de la misma es constante, puesto que la fuerza viva de un gas solo depende de la temperatura segun la ley de Joule (pág. 55), resulta que el producto  $pv$  es constante en un gas mientras no varíe su temperatura, que es la ley de Mariotte.

Otra consecuencia es la ley relativa á la mezcla de dos gases: si escojemos estos de modo que no ejerzan accion química alguna entre si, la fuerza viva de la mezcla será igual á la suma de las fuerzas vivas de los gases componentes, esto es

$$\Sigma \frac{mu^2}{2} = \Sigma \frac{m'u'^2}{2} + \Sigma \frac{m''u''^2}{2};$$

pero siendo  $n$  el número de moléculas, tendremos

$$\frac{nm u^2}{2} = \Sigma \frac{mu^2}{2};$$

y por tanto

$$pv = \frac{2}{3} \Sigma \frac{mu^2}{2};$$

de cuya ecuacion pudiera tambien deducirse la ley de Mariotte, por ser el segundo miembro constante. Volviendo al problema de la

mezcla de dos gases, si  $v$  es el volúmen de ésta, que supongo ha de ser el mismo que el de cada uno de los componentes para estos y aquella

$$p'v = \frac{2}{3} \Sigma \frac{m'u'^2}{2}; \quad p''v = \frac{2}{3} \Sigma \frac{m''u''^2}{2};$$

$$pv = \frac{2}{3} \Sigma \frac{mu^2}{2}; \quad (9^{vi})$$

de donde, conforme á la anterior,

$$pv = p'v + p''v,$$

luego

$$p = p' + p'',$$

esto es, *la presión es igual á la suma de las presiones que ejercerian los gases aislados ocupando el mismo volúmen.*

**VELOCIDADES MOLECULARES.** De la ecuacion fundamental (3<sup>vi</sup>), podemos deducir la velocidad molecular de cada gas, pues combinándola con la (3'), tengo

$$\frac{nm u^2}{3} = RT = \alpha p_0 v_0 T.$$

Si tomamos una masa de gas que pese un kilogramo, tendremos

$$nm = \frac{1}{9,80896},$$

y por tanto,

$$u = \sqrt{3 \times 9,80896 \alpha p_0 v_0 T}.$$

Sustituyendo en vez de  $\alpha$  su valor  $\frac{1}{273}$ ; en vez de  $p_0$  el suyo

10334, y en vez de  $v_0$  el valor para el aire atmosférico, que es 0,7733, resulta para dicho fluido

$$u = 485 \sqrt{\frac{T}{273}}$$

Para otro gas pondremos en vez de  $v_0$ , la cantidad  $\frac{v_0}{d}$ , siendo  $d$  su peso específico con relación al aire, y por tanto, la velocidad molecular de un gas cualquiera á la temperatura  $T$ , es

$$u = 485 \sqrt{\frac{T}{273d}}$$

y al cero del termómetro

$$u = 485 \sqrt{\frac{1}{d}}$$

Sustituyendo los valores de  $d$  (pág. 71) se han hallado para las velocidades moleculares al cero del termómetro

Aire. . . . .	$u = 485^m.$
Oxígeno. . . . .	$u = 461^m.$
Nitrógeno.. . . .	$u = 492^m.$
Hidrógeno. . . . .	$u = 1848^m.$

Hasta ahora no hemos hablado sino de la energía del movimiento de traslación; pero es lo cierto que las energías de los movimientos de rotación y vibratorio dependen de la anterior, y por tanto podemos referir las propiedades generales de los gases á la energía del movimiento de traslación. Esto no es más que una hipótesis que la experiencia ha comprobado.

De aquí se deduce que el calor específico á volumen constante  $C$  es independiente de la temperatura y de la presión, puesto que es el incremento de las fuerzas vivas correspondientes á uno de temperatura, y las temperaturas absolutas son proporcionales á la fuer-

za viva del movimiento de traslacion, segun muestra la ecuacion

$$pv = RT.$$

Otro tanto decimos del calor especifico á presion constante; cuyas dos consecuencias confirman lo que dijimos en la primera *seccion* (pág. 40).

Para hallar la energia total de un gas, procederemos del modo siguiente: esta es (15')

$$H = cET;$$

pero hemos visto (9<sup>vi</sup>) que la energia del movimiento de traslacion era

$$\Sigma \frac{mu^2}{2} = \frac{3}{2} pv;$$

luego la relacion de ambas energias será

$$\frac{\Sigma \frac{mu^2}{2}}{H} = \frac{3pv}{2cET};$$

y por la (6')

$$pv = E(C - c)T,$$

luego

$$\frac{\Sigma \frac{mu^2}{2}}{H} = \frac{3}{2} \frac{C - c}{c};$$

y como en los gases es  $\frac{C}{c} = 1,4$  (pág. 41), resulta

$$\frac{\Sigma \frac{mu^2}{2}}{H} = 0,6,$$

ó lo que es lo mismo, la energia del movimiento de traslacion es las seis décimas partes de la energia total de un gas simple.

ALTURA DE LA ATMÓSFERA. Dada la velocidad de traslación de un gas podremos conocer la altura á que se elevará en un espacio indefinido, y esto sirve para explicar la limitación de la atmósfera. Consideremos en efecto una molécula gaseosa en la superficie de la tierra, cuya máxima velocidad sea  $u$  y esté dirigida en sentido vertical. La altura á que se elevará estará dada por la ecuación

$$a = \frac{u^2}{2g};$$

y tomando la velocidad molecular del aire, será

$$a = \frac{485^2}{2 \times 9,80896} = 12000^m.$$

Si se hubiera tomado para el hidrógeno dicha altura al cero del termómetro, hubiera pasado de 174000<sup>m</sup>.

Hemos dicho que

$$\frac{nm u^2}{3} = RT,$$

y que esta energía del movimiento de traslación tiene una relación numérica con la total, de lo cual deducimos que esta es proporcional á la temperatura absoluta  $T$ . Esto justifica el nombre de cero absoluto que hemos dado al punto en que  $T$  es cero, porque en él no hay energía alguna para los gases. Al llegar á este límite se anula por completo su energía, ó lo que es lo mismo, no hay calor ninguno en el cuerpo. Esta consideración es solo rigurosamente aplicable á los gases perfectos, siendo entre los reales el hidrógeno el que más se acerca á ellos; pero suele extenderse esta propiedad á toda clase de cuerpos en todos los estados, y considerar que en el cero absoluto ninguno de ellos posee la más mínima cantidad de energía calorífica. Mr. Person fijó otro valor para el cero absoluto, partiendo de su fórmula empírica (pág. 221); pero su razonamiento no tiene valor lógico.

Lo anterior solo se refiere á esta clase de energía, como que se



ha deducido de las velocidades moleculares, causa originaria del calor, y no cuadra á las restantes clases de energia potencial, como, por ejemplo, á la de cohesion,

Si se aplica lo indicado á los fenómenos de vaporizacion, se comprenderá la manera de ser de estos, suponiendo que las moléculas líquidas tienen distintas velocidades de traslacion, las que la poseen muy crecida, salen del liquido á la atmósfera; las que nó, permanecen en él. El calor comunicado al liquido se trasforma en fuerza viva molecular que es la originaria de estas velocidades moleculares, capaces de vencer la accion de la gravedad y la resistencia del medio que obra sobre la superficie, saliendo á este en forma de vapor. De aquí la mayor vaporizacion á medida que disminuye la presion citada.

**ESTADOS FÍSICOS.** La Fisica molecular es una verdadera esfinge, cuyo semblante no ha sido aún examinado; pero partiendo de la teoria de los gases, se han hecho hipótesis sumamente racionales sobre la constitucion molecular de los cuerpos en los diversos estados, sea cualquiera la composicion y forma de los elementos constituyentes de la materia.

Algunos autores pretenden explicar, con más ó ménos rigor en sus razonamientos, los hechos relativos al calor por vibraciones del *éter* encerrado dentro de los cuerpos; otros, como Redtembacher, admiten la existencia de las *dinámidas*, que son elementos compuestos de un núcleo material y una atmósfera etérea; y todos los fenómenos caloríficos se reducen en tal caso á oscilaciones y vibraciones de estas atmósferas parciales aisladas y en su accion mútua. Si predomina la accion repulsiva de estas á la atraccion gravitatoria de sus núcleos, se tiene el estado gaseoso; si se equilibran, el liquido; si es mayor la última, el sólido: de aquí la necesidad de una envolvente para encerrar el cuerpo en el primero, de un vaso para contenerle en el segundo, y la fijeza que hay en el tercero. El calor de cambio de estado se empleará por tanto en colocar los dos elementos de cada *dinámida* en las condiciones convenientes.

La teoria ordinariamente admitida por los físicos modernos, no considera sino la accion de las moléculas, limite de la divisibilidad de un cuerpo compuesto, ó átomos, limite de divisibilidad de uno

simple, que son sólidos, esféricos, y de un volúmen infinitesimal al par que constante.

En el estado sólido participan las moléculas de un movimiento oscilatorio al rededor de su centro de gravedad, de pequeños movimientos de traslacion oscilatorios rectilíneos de estos mismos centros, y de otros de los átomos, dentro de cada molécula. En el líquido aumentan algo los movimientos de traslacion, y los oscilatorios al rededor del centro de gravedad pasan á ser rotatorios: estos aumentos se hacen aún más sensibles en los gases. La fuerza viva necesaria para ellos se verifica á expensas del calor de fusion y vaporizacion.

En tal caso puede mirarse á los gases perfectos como compuestos de moléculas animadas de grandes velocidades de traslacion y rotacion, que superponiéndose á los efectos de la atraccion mútua, producen la tendencia á aumentar el volúmen, característica de este estado.

Esta hipótesis permite explicar una porcion de fenómenos y leyes de la Física. Así, por ejemplo, la presion que un gas ejerce contra las paredes del vaso que lo encierra es en tal caso—como ya hemos dicho anteriormente—el resultado de los choques de las moléculas gaseosas contra dichas paredes; idea emitida hace más de un siglo por uno de los Bernouilli, y aceptada por Krœnig y Clausius modernamente, para servir de base á la teoría de los gases.

**COMBINACION DE LOS GASES SIMPLES.** Se admite como una hipótesis que los volúmenes iguales de los gases simples contienen el mismo número de moléculas, á igualdad de volúmen y presion. Esto es, por otra parte, una induccion de la combinacion de los gases simples, en cuyo caso el compuesto suele tener una relacion numérica muy sencilla con los volúmenes de los gases componentes.

Para dos gases sencillos tendremos, pues, (8<sup>vi</sup>), si sus volúmenes, temperaturas y presiones son iguales,

$$pv = \frac{nm u^2}{3};$$

$$pv = \frac{nm' u'^2}{3};$$

luego

$$\frac{mu^2}{2} = \frac{m'u'^2}{2};$$

luego la fuerza viva de traslacion molecular en ambos es la misma; luego (pág. 256) *la fuerza viva total de una molécula gaseosa es la misma en todos los gases simples.*

Para aplicar esta ley á los gases compuestos hay que hacer nuevas hipótesis, y se llega á ver que si bien la fuerza viva molecular de traslacion puede ser la misma para todos los gases, no es la fuerza viva molecular total, pues la relacion de aquella á esta varia en cada uno de los gases compuestos.

La ley que lleva el nombre de Dulong y Petit, que se supone aplicable, no solo á los gases, sino tambien á todos los cuerpos simples, dice que el producto del calor especifico por el equivalente quimico es constante, y poco mayor de 5. Suponiendo ahora que el peso de cada molécula es proporcional al equivalente, resulta como colorario de lo anterior, que la capacidad calorifica molecular es constante en los cuerpos simples.

En este caso podemos decir que *la fuerza viva de cada molécula es la misma, para igual temperatura, en todos los cuerpos simples, sean sólidos, liquidos ó gaseosos.*

## CAPÍTULO IV.

### ACCIONES QUÍMICAS.

**ENERGÍA ELÉCTRICA.** En todos los fenómenos de cambios de estado que hemos estudiado se ha prescindido de las acciones quimicas; cuando estas intervienen se produce ó consume una cierta cantidad de energia calorifica y otra de energia eléctrica, intimamente

unidas, transformables una en otra, y cuya suma equivale al trabajo molecular de la acción química. Esto nos obliga á decir algo sobre la energía eléctrica como manifestación de las afinidades químicas, y al mismo tiempo dos palabras sobre las máquinas electromagnéticas que bajo cierto punto de vista son térmicas; y no hablamos de ellas solo por ser máquinas, sino también porque es indispensable su conocimiento para comprender algunas cuestiones de la energía eléctrica. Lo haremos, sin embargo, en forma meramente expositiva, porque de lo contrario, y usando sobre todo el análisis matemático, sería muy larga nuestra tarea. Casi todas las obras modernas dedicadas á la teoría mecánica del calor consagran una gran parte á las cuestiones eléctricas, por la íntima relación que existe entre los fenómenos propiamente térmicos y los eléctricos.

Limitándonos, pues, á lo más preciso, comenzaremos por examinar lo que ocurre en una pila. Cuando se hace atacar el zinc por el ácido sulfúrico diluido—acción química que consideramos como tipo—se produce una cierta cantidad de energía positiva que calienta los conductores, y que se puede transformar en trabajo, según luego indicaremos. La experiencia y el razonamiento prueban de consuno que una misma cantidad de ácido, obrando sobre otra análoga de zinc, deben producir otra equivalente, y siempre la misma de calor en los conductores. Así, cuando un equivalente de zinc, ó sea 55 gramos, se ha combinado completamente con el ácido, produce siempre el calor necesario para elevar en  $1^{\circ}$  la temperatura de 18680 gramos de agua.

De aquí se deduce fácilmente el equivalente mecánico de la electricidad; y del problema recíproco sale el equivalente mecánico del calor, uno de cuyos valores, el 445 del cuadro (pág. 16), se ha determinado de esta suerte.

**FENÓMENOS DE INDUCCION.** Supongamos ahora que los conductores comunican con una máquina electro-magnética, cuya descripción daremos más adelante; pero que por el momento basta saber que transforma en energía actual la potencial de los conductores de la pila. Dicha máquina consumirá una parte de la energía; de suerte que la suma de esta, más la de calor de los conductores, debe ser

igual á la energía de la reaccion química. Pero se nota siempre en este caso, que la presencia de la máquina hace disminuir esta última accion.

Resulta, pues, empleando los términos admitidos, que la intensidad de la corriente eléctrica de los conductores disminuye cuando se utiliza en una máquina la accion de una pila. Este fenómeno singular entra en el extenso grupo designado por Faraday con el nombre de *inducccion*, y una de sus leyes es que la corriente inducida, esto es, la perturbacion en la pila, es proporcional á la velocidad de la máquina. De aquí se deduce una de las consecuencias teóricas más importantes para las máquinas electro-motrices; que aumentando su velocidad, sea rotatoria, sea alternativa, disminuye la accion de la pila, pero disminuye aún con mayor rapidez la cantidad de calor libre de los conductores, ó, lo que es lo mismo, aumenta la relacion de la energía trasformada en trabajo por la máquina á la producida en reacciones químicas por la pila. A medida, pues, que aumenta dicha velocidad, crece el *coeficiente económico* de la máquina, y á las velocidades que se usa en la práctica se acerca mucho aquel á la unidad.

Antes de pasar adelante, digamos que si se emplea una máquina electro-magnética en hacer girar un disco metálico colocado entre dos electro-imanés fijos, se desarrollan unas corrientes de induccion que obligan á consumir mayor cantidad de energía si ha de continuar el movimiento, cuyo aumento se trasforma en calor sobre el disco.

Por medio de este incremento de energía, y operando sobre hélices en vez del disco, se ha llegado al núm. 452 como equivalente mecánico del calor (pág. 16), pudiendo atribuirse la divergencia, respecto del valor más probable, 425, á errores propios de la delicadeza de estos experimentos.

**MÁQUINAS ELECTRO-MOTRICES.** Resulta de lo anterior que las máquinas electro-motrices son, en estas condiciones, las más perfectas, pues trasforman en trabajo utilizable casi todo el calor que se las suministra. En la práctica son, sin embargo, las más caras, porque si bien en las de vapor el coeficiente no pasaba de 0,57, se tomaba la energía calorífica de la hulla, artículo barato; mientras que en

las pilas hay que emplear ácidos y metales que son mucho más caros. De nada sirve, pues, aprovechar bien en unas la energía eléctrica de sustancias caras, si en las otras se utiliza medianamente la calorífica de sustancias baratas. El día en que la fabricación de estas sea muy económica, podrán competir y quizás aventajar las máquinas electro-magnéticas á las térmicas, hoy nó.

Una máquina electro-magnética rotatoria, como la ideada por Froment, consta de una rueda, en cuya circunferencia hay ocho ó más barras de hierro dulce colocadas paralelamente al eje y equidistantes entre sí. Al rededor de la rueda y próximos á ella, aunque algo separados, hay seis electro-imanés fijos y equidistantes, cuyos ejes están en la dirección de los radios de la rueda. En el eje de la rueda hay otra menor que tiene ocho dientes, los cuales tropiezan alternativamente con alambres que comunican con los electro-imanés: este es el conmutador ó distribuidor por cuyo medio se comunica la corriente á cada uno de los electro-imanés sucesivamente.

Las cosas se disponen de modo que la corriente obre sobre aquel de estos que tiene inmediata una de las barras de la rueda, y entonces la atrae y hace girar la rueda; desde el momento en que la barra está á la mínima distancia del electro-íman, cesa de entrar la corriente en este, que deja de serlo entonces y no ejerce acción alguna sobre la barra citada. En aquel momento comienza la acción del electro-íman que sigue sobre la barra inmediata en el sentido de la marcha, y el fenómeno continúa repitiéndose con gran velocidad.

Otro de los tipos de máquinas de esta especie consta de un balancin, análogo al de las máquinas de Watt, en uno de cuyos extremos actúa un electro-íman fijo, atrayendo una barra de hierro y perdiendo su propiedad de íman no bien la ha atraído, lo cual se efectúa con un sencillo conmutador. El balancin lleva en el otro extremo una biela provista de su manubrio y eje con su volante, lo que basta para transformar el movimiento alternativo anterior en circular continuo.

**LA ELECTRO-QUÍMICA.** Cuando dos cuerpos se combinan químicamente, se produce una energía fácil de medir y transformarse en

trabajo, siempre que no acompañe al fenómeno ningun trabajo exterior, — por ejemplo, una explosion — ni haya movimiento del cuerpo combinado. De aquí la manera de medir esa suma de infinito número de acciones infinitesimales, sin conocer la magnitud y naturaleza de estas, y de poder convertir así la Química en una rama de la Física, ó mejor de la Mecánica, en su seccion de Mecánica molecular. La electro-química se ocupa de esta cuestion, y sirve de base á numerosos problemas de la Física, y á no ménos importantes de la Química: entre ellos los de la clasificacion de los cuerpos simples.

Toda accion química entre cuerpos conductores que forman un circuito, origina una corriente; reciprocamente una corriente descompone á cualquier cuerpo conductor por donde pase, siempre que la energía de la descomposicion que origina la corriente sea superior á la necesaria para producir la descomposicion del cuerpo. Así, hemos dicho, que un equivalente de zinc disuelto en el ácido sulfúrico, produce 18680 calorías; pero la combustion del hidrógeno produce 34460, luego será preciso emplear unos dos equivalentes de zinc en la pila por cada uno de hidrógeno que se ha de sacar del agua.

Las reacciones químicas parecen ser fenómenos galvánicos, formándose durante ellos una verdadera pila; así, por ejemplo, se ha visto que al atacarse el zinc del comercio por una disolucion de un ácido hidratado, se produce un desprendimiento de hidrógeno más considerable en unos puntos que en otros, formándose una verdadera pila entre el metal, sus impurezas y el ácido. El zinc químicamente puro, no es atacado por una disolucion de ácido sulfúrico, segun los modernos experimentos, lo cual confirma la indicacion anterior.

Además de las explicaciones que hemos dado anteriormente respecto de la mezcla de dos líquidos, hay algunos otros hechos relativos á las combinaciones químicas, que solo se explican mediante consideraciones físicas. Así, por ejemplo, si se amalgaman separadamente dos metales de afinidades químicas análogas, el zinc y el cadmio, se nota en muchos casos enfriamiento con el primer metal, y caldeamiento con el segundo.

Este hecho, aparentemente contradictorio, ha recibido una sa-

tisfactoria explicacion, gracias á las nuevas teorías. Hay que recordar para ello que el calor latente del zinc es casi doble del correspondiente al cadmio: su afinidad con el mercurio podemos suponerla igual por la analogía de sus propiedades, luego el calor de combinacion lo es tambien; pero como la amalgama es una mezcla íntima en la que una parte del sólido se ha liquidado para unirse molécula á molécula con el mercurio que afecta este estado, resulta que el calor observado despues de la amalgama, que es la diferencia entre el de combinacion y el latente absorbido, puede ser una cantidad negativa en el zinc y positiva en el cadmio.

Esta explicacion sirve de base á la que se da del incremento producido en la energia eléctrica por la amalgamacion del zinc respecto del zinc solo; así como á la disminucion que se nota cuando se emplea el cadmio amalgamado en vez del cadmio solo.

Con el nombre de *electrolizacion* se estudian hoy un gran número de fenómenos relativos á la descomposicion de los cuerpos por medio de una corriente; los alambres conductores se llaman *electrodos*, y el cuerpo *electrolito*. Faraday, que estudió esta cuestion, dió la notable ley siguiente: si se colocan varios electrolitos en un circuito, los pesos de los elementos separados son proporcionales á sus equivalentes quimicos. De aquí se deduce un modo de medir la accion eléctrica, al par que un procedimiento para conocer la magnitud de las afinidades quimicas.

**ENERGÍA ORGÁNICA.** No se verifican tan solo las leyes de la Termodinámica en los seres inorgánicos; abrazan tambien á los vegetales y animales. Bien sabido es que la descomposicion del ácido carbónico de la atmósfera por las plantas, se efectúa durante las horas en que estas sufren la accion de los rayos solares, trasformándose de este modo en sustancias vegetales las atmosféricas, gracias á la energia calorífica.

Sin el sol no habria, pues, vegetacion, y un árbol es para nosotros energia solar acumulada, ni más ni ménos que el carbon mineral lo es de la que primitivamente nos enviara el rey de los astros y de la que tenia entonces nuestro planeta.

En los animales superiores hay una trasformacion de la energia calorífica debida á la combustion de la sangre en energia animal.



Hirn encerró un hombre dentro de una caja mal conductora, á la que hacia llegar por un agujero aire á volúmen y temperatura conocidos, y examinaba la temperatura de los gases que salian por otro agujero de la caja. Si el hombre estaba en reposo, consumia 50 gramos de oxígeno por hora, y producía 150 calorías libres, ó sea, 5 por cada gramo del gas respirable. Si efectuaba un trabajo mecánico, por ejemplo, limar, consumía 150 gramos, y producía 250 calorías libres, ó sea 1,67 por gramo quemado. La diferencia del calor libre que hubiera dado estando el hombre en reposo, con la misma cantidad de oxígeno, y la que da hallándose en movimiento, es el calor que se ha trasformado en trabajo; este es

$$150 (5 - 1,67) = 500 \text{ cal.} = 212500 \text{ kgm.}$$

Se ha hecho este experimento obligando al hombre á *recibir* un trabajo, esto es, contener, por ejemplo, una rueda que se mueve, operando con sus músculos de una manera conveniente; entonces se ha visto que consume más oxígeno que en el primer caso, pero que el número de calorías producidas por cada gramo de oxígeno consumido es 7; lo que nos dice que una parte del trabajo recibido se ha trasformado en calor.

De aquí la consecuencia lógica de que el hombre y lo mismo los animales, son verdaderas máquinas térmicas; si trabajan mucho, consumen mucha energía calorífica debida inmediatamente á la combustion, y radian poco calor; si están en descanso consumen ménos combustible, ó sea ménos carbono é hidrógeno de la sangre—como lo prueba el menor gasto de oxígeno—y al mismo tiempo radian relativamente más calor. Si reciben un trabajo—por ejemplo, al bajar una cuesta,—radian todavía mayor calor en su forma libre, por efecto del trabajo recibido, que se transforma en esta clase de energía.

**PRINCIPIO DE CONSERVACION DE LA ENERGÍA.** Designase con este nombre y más comunmente con el de conservacion de la fuerza—aludiendo á la fuerza viva—uno de los más notables principios que rigen á la Naturaleza, cual es el de que no hay creacion ni anulacion de la energía, sino simplemente trasformacion de un aspecto

á otro. Este principio se demuestra desde hace tiempo en Mecánica para la energía actual, y ha sido en nuestros días extendido á la energía potencial y á las trasformaciones desde aquella á esta y reciprocamente.

Buena prueba de este principio es el equivalente mecánico del calor, ó sea la relacion constante entre una cantidad de trabajo y otra de calor. Esto es como decir que la fuerza viva de un cuerpo se trasforma en otra análoga, ya sea esta sensible, ya afecte á los movimientos moleculares, de tal suerte que la suma de sus fuerzas vivas infinitesimales sea igual á la anterior. Un frotamiento, una reaccion química, un choque, producen energía calorífica, eléctrica ó luminosa; reciprocamente una máquina térmica trasforma el calor en energía actual: una máquina eléctrica trasforma energía potencial en actual, y una energía luminosa pasa á ser cohesión, ó energía actual, en la fotografia, por ejemplo.

Nótese que prescindimos en lo posible de la hipótesis racional del éter, como tambien de todas las que hagan relacion á la forma y dimensiones de las moléculas.

En todas las operaciones naturales podemos formar un ciclo como el de las máquinas térmicas (pág. 25). Así la pólvora que arde en un cañon, trasforma su energía calorífica en fuerza viva que sale con el proyectil y en el retroceso del arma, y calor que queda en esta: la bala va perdiendo en su frotamiento con el aire una parte de su energía, y al chocar la trasmite al objeto chocado en parte, y otra parte en calor que se hace frecuentemente muy sensible. El choque se trasmite á la tierra, y todos los sumandos de calor á esta tambien, quien los restituye en diversos puntos para las numerosas reacciones y trabajos que se verifican en su seno y superficie. Una parte de esta se emplea en la fabricacion de las sustancias que constituyen la pólvora, y se cierra así el circuito, de tal modo, que para obtener una cantidad de pólvora igual á la del disparo, se necesita una cantidad de energía igual á la total del cañonazo.

Este principio de la conservacion de la energía se aplica matemáticamente á todos los sistemas que no están sujetos á fuerzas exteriores, ó bien se puede aplicar á estos teniendo en cuenta el trabajo de estas fuerzas. De aquí las notables consideraciones que pue-

dén hacerse para probar que la tierra como planeta pierde una parte de su energía; pero que el sistema planetario correspondiente al sol la conserva constante perpétuamente. (\*)

(\*) Para más detalles, sobre este y los anteriores asuntos, puede verse los artículos que, con el título de la *Energía natural*, publicó el autor en el *Boletín-Revista de la Universidad de Madrid* (Febrero de 1870).

## NOTAS.

### SOBRE LA DILATACION DE LOS CUERPOS POR EL CALOR.

**COEFICIENTES DE DILATACION.** Hemos indicado en diferentes puntos de esta obra que hay dos clases de coeficientes de dilatacion, uno á presion constante, otro á volúmen constante, siendo el primero el coeficiente diferencial parcial del volúmen con relacion á la temperatura, y el segundo el coeficiente diferencial parcial de la presion con relacion á la temperatura. Estos dos coeficientes son iguales en un gas, poco diferentes en algunos cuerpos, pero distintos uno de otro en casi todos. Ordinariamente solo se usa el primero, y á él nos referiremos en lo sucesivo.

Dichos coeficientes no están bien definidos en las líneas anteriores, y limitándonos al usual, diremos que su valor es el cociente de dividir el coeficiente diferencial citado por un volúmen á una temperatura conocida; esto es

$$\alpha = \frac{\frac{\partial v}{\partial t}}{v_0}; \quad (1^{VII})$$

ordinariamente se toma este volúmen á 0° del termómetro. El valor de  $\alpha$  varía en un mismo cuerpo con la temperatura, y de aquí

su espresion (1<sup>vii</sup>); si—como se acostumbra en la práctica—se le considera constante entre ciertos limites  $v_1$  y  $v_0$  del volúmen correspondientes á otros de la temperatura, será

$$\alpha = \frac{v_1 - v_0}{v_0} .$$

Así se acostumbra tomarle, por ejemplo, como constante para el agua líquida, ó sea,  $v_1$  correspondiente á 1°, y  $v_0$  á 0°.

En los gases teóricos se toma

$$\alpha = \frac{1}{273} = 0,003665 ;$$

no solo constante en cada gas para cualquiera temperatura, sino tambien el mismo para todos los gases.

Esto se refiere á los coeficientes de dilatacion cúbica, y análogamente se hallan los de la cuadrada ó lineal, poniendo en vez de  $v$ , el área ó la longitud. Suele aceptarse, sin gran error, que el coeficiente de dilatacion cuadrada es duplo del de la lineal, y el de la cúbica triplo. El error que en esto se comete es pequeño, pues cubicando un cuerpo, atendiendo á los incrementos de sus dimensiones geométricas, hay términos despreciables, como sumandos en frente de los demás, por efecto de la pequeñez de  $\alpha$ , que permiten despreciar sus cuadrados y cubos.

Volviendo al principio de esta cuestion, puede darse otra significacion distinta al coeficiente de dilatacion, tomando en vez de la (1<sup>vii</sup>), la siguiente

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} ; \quad (2^{\text{vii}})$$

siendo  $v$  el volúmen tomado para el valor de  $t$  que entra en el coeficiente diferencial. Entonces su definicion será la relacion del incre-

mento del volúmen para una temperatura dada á dicho volúmen.

Si no variara  $\frac{\delta v}{\delta t}$  entre ciertos límites de  $t$ , sería

$$a = \frac{v_1 - v}{v}.$$

Este valor de  $a$  variará con los cuerpos, y se aplicarán á él las consideraciones anteriores de los coeficientes de la dilatacion lineal cuadrada y cúbica.

El coeficiente (1<sup>vii</sup>) es el generalmente considerado; el (2<sup>vii</sup>) es tal como lo examinó Dalton á principios de este siglo (\*).

**FÓRMULAS DE GAY-LUSSAC Y EXPONENCIALES.** Supongamos que en (1<sup>vii</sup>) es  $\alpha$  constante para todos los gases, á cualquiera temperatura, tendremos la ley de Gay-Lussac. Entonces será, llamando  $V$  el volúmen á  $t^\circ$  y  $V_0$  el volúmen á  $0^\circ$ ,

$$V = V_0 + V_0 \alpha t = V_0 (1 + \alpha t); \quad (3^{vii})$$

puesto que el incremento  $\alpha$  por la variable  $t$  y por el volúmen primitivo, nos da el incremento definitivo de volúmen. Esta es la fórmula (2), solo que allí tomaba como valor de  $\alpha$  un valor intermedio entre los 100 iguales al considerado en este caso.

Si no se trata de un gas, sino de otro cuerpo, se obtiene la misma fórmula (3<sup>vii</sup>), suponiendo  $\alpha$  constante entre ciertos límites de  $t$  para cada cuerpo, y siendo distinta para los diversos cuerpos. Hay fórmulas empíricas que dan los valores de  $\alpha$  en cada cuerpo en funcion de la temperatura, pero no nos interesan, y nos basta suponer la constancia de  $\alpha$  entre ciertos límites de  $t$ .

Partiendo de la fórmula (2<sup>vii</sup>) se llega á un resultado distinto

(\*) La mayor parte de esta *Nota*, en especial todo lo que sigue á lo expuesto, fué publicado en *La Gaceta Industrial* — año de 1869, — sin que conociéramos entonces las investigaciones de Dalton, y sin tener á la hora presente más noticia que la existencia de ellas, las cuales no hemos podido procurarnos. Una parte del *Apéndice* anterior se publicó posteriormente en la misma Revista.

de la (3<sup>vn</sup>), puesto que entonces  $a$  expresa el incremento correspondiente al valor de  $v$ , de suerte que el incremento inmediato á  $V_0$  será  $V_0 a dt$ , y el nuevo volúmen

$$V_0(1 + a dt) ;$$

para el siguiente será el incremento  $V_0(1 + a dt) a dt$ ; luego el nuevo volúmen

$$V_0(1 + a dt) + V_0(1 + a dt) a dt = V_0(1 + a dt)^2 ;$$

y en general

$$V = V_0(1 + a dt)^n .$$

Cada unidad de temperatura  $t$  exigirá un valor infinito en  $n$  para completarla con los elementos  $dt$ , y por tanto, podremos escribir como volúmen final para  $t$  unidades,

$$V = V_0(1 + a dt)^{t \cdot \frac{1}{dt}} .$$

Esta fórmula, es, pues, la única verdadera para conocer la dilatacion de un cuerpo en las condiciones indicadas. La demostracion está fundada en la concepcion de la ley cuantitativa y continua, ó sea *natural* del crecimiento. Se sabe por análisis que

$$(1 + a dt)^{t \cdot \frac{1}{dt}} = e^{at} ;$$

siendo  $e = 2,718\dots$  la base del sistema de logaritmos neperianos. Tambien se encuentra en todos los tratados la demostracion de que dicha fórmula, sea cualquiera su significacion, es general para valores enteros, fraccionarios, positivos ó negativos de  $a$  y  $t$ . Además  $a$  tendrá un valor determinado para la unidad de  $t$ , de tal suerte, que su producto es constante; esto es,

$$at = \text{const.} \quad (4^{\text{vn}})$$

Tendré, pues,

$$V = V_0 e^{at} , \quad (5^{\text{vn}})$$

La demostracion anterior supone que  $a$  es constante. Vamos á dar otra que pruebe la fórmula, aún cuando

$$a = f(t);$$

siempre que subsistan las demás condiciones de homogeneidad enunciadas.

Para un incremento infinitesimal de  $t$ , habrá otro también infinitesimal en el volumen  $V$ , de tal suerte, que estará expresado el crecimiento por unidad de  $V$ , tanto por  $\frac{dV}{V}$ , como por  $f(t) dt$ ; será, pues,

$$\frac{dV}{V} = f(t) dt.$$

Integrando esta expresion entre los límites 0 y  $t$ , que dan para  $V$  los valores  $V_0$  y  $V$ , tengo,

$$\log. \frac{V}{V_0} = \int_0^t f(t) dt;$$

de donde,

$$V = V_0 e^{\int_0^t f(t) dt}. \quad (6^{VII})$$

Si el coeficiente de dilatacion es constante, tendré

$$V = V_0 e^{at};$$

que es la misma fórmula (5<sup>VII</sup>).

Si en vez de suponer que el crecimiento de volumen del cuerpo se hace de una sola vez entre 0 y  $t$ , repetimos el razonamiento anterior de grado en grado, esto es, de unidad en unidad, como allí lo habiamos hecho de elemento en elemento infinitesimal, llegaremos fácilmente á la fórmula siguiente:

$$V = V_0 (1 + a)^t. \quad (7^{VII})$$



En ella se cumple la relacion (4<sup>vii</sup>).

Si ahora tomamos una nueva unidad, que no sea como suponemos en la (7<sup>vii</sup>) la ordinaria aritmética, sino  $\frac{1}{m}$ , tendré, repitiendo el mismo razonamiento y por la (4<sup>vii</sup>),

$$V = V_0 \left(1 + \frac{a}{m}\right)^{mt}. \quad (8^{vii})$$

Esto implica que  $a$  tiene el mismo valor en todos estos casos, lo que suponemos por ahora á fin de poderlos comparar. Puesta así la cuestion, esta es análoga á la del interés compuesto de un capital  $V_0$ , siendo  $a$  el tanto por ciento.

La fórmula (7<sup>vii</sup>)—que corresponde á la del interés compuesto—da, para igualdad de valores, números mayores en los segundos miembros que la (4<sup>vii</sup>), pero menores que la (5<sup>vii</sup>); fácil es comprobarlo desarrollando ambas en série. La (8<sup>vii</sup>)—que corresponde á la del interés compuesto acumulado en cada fraccion  $\frac{1}{m}$  de año—da un valor mayor que la (7<sup>vii</sup>), pero menor que la (5<sup>vii</sup>): se prueba de la misma manera. Esta última—que corresponde al interés *continuamente acumulado*—es la mayor, y la (4<sup>vii</sup>)—que corresponde al interés sencillo—es la menor de todas. Si, por ejemplo—y para aclarar este punto,—se tratara de un capital  $V_0$  al 5 por 100 anual, seria para un año en todas las fórmulas, por la (4<sup>vii</sup>)

$$at = 0,05.$$

Para la (3<sup>vii</sup>) seria  $t = 1$ ;  $a = 0,05$ . Para la (5<sup>vii</sup>) subsistiria  $at = 0,05$ , siendo  $t$  una fraccion de año tan pequeña como se quisiera. La (7<sup>vii</sup>) daria el mismo valor que la (3<sup>vii</sup>); lo cual no sucederá cuando  $t > 1$ . La (8<sup>vii</sup>) da, si  $m = 12$ , el capital producido por interés compuesto mensual, siendo el tipo anual de este el 5 por 100, ó sea el  $\frac{5}{12}$  por 100 al mes.

COMPARACION DE ESTAS FÓRMULAS. Podremos, por lo tanto, escri-

bir estas fórmulas en orden ascendente, suponiendo que  $\alpha$  y  $a$  son cantidades perfectamente homogéneas:

$$\left. \begin{aligned} V' &= V_0(1 + at); & V'' &= V_0(1 + a)^t \\ V''' &= V_0\left(1 + \frac{a}{m}\right)^{mt}; & V^{iv} &= V_0 e^{at} \end{aligned} \right\} \quad (9^{vii})$$

Conviene á los tres casos en que  $V_0$  sea una longitud, área ó volúmen, tomando en cada uno el valor correspondiente de  $a$ . Para hacer ver numéricamente los valores de estas cuatro fórmulas, que llamaremos la primera dilatacion *sencilla*, las dos siguientes *compuestas* y la última *acumulada*, damos el siguiente cuadro hecho para el sólido más dilatable, que es el zinc, y respecto de la dilatacion lineal. Suponemos además en todas  $V_0 = 1$ , y en la tercera  $m = 10$ : tomamos  $a = 0,000051$  para  $t = 1$  de la escala centígrada, y prescindimos de las irregularidades que pudiera haber en la práctica, así como de la fusion á cierta temperatura.

DILATACIONES TEÓRICAS DEL ZINC.

$t.$	$V^{iv}$	$V'''; m = 10$	$V''$	$V'$
0	1,000000000	1,000000000	1,000000000	1,000000000
1	1,000031007	1,000031007	1,000031000	1,000031000
10	1,000310049	1,000310046	1,000310007	1,000310000
20	1,000620191	1,000620185	1,000620045	1,000620000
30	1,000930423	1,000930414	1,000930207	1,000930000
40	1,001240772	1,001240760	1,001240483	1,001240000
50	1,001551200	1,001551185	1,001550830	1,001550000
100	1,031048156	1,003104785	1,003103162	1,003100000
200	1,006219246	1,006219185	1,006217809	1,006200000
300	1,009343392	1,009343302	1,009340012	1,009300000
400	1,012477213	1,012477093	1,012470043	1,012400000
500	1,015620757	1,015620607	1,015610070	1,015500000
"	"	"	"	"
"	"	"	"	"
Infinito.	Infinito.	Infinito.	Infinito.	Infinito.

Este cuadro nos muestra que para cualquier valor de  $t$  la dife-

rencia entre la dilatacion verdadera  $V^{iv}$  y la compuesta  $V'''$  es menor que la diferencia  $V'''$  y  $V''$ ; lo cual á primera vista parece absurdo, puesto que la diferencia del elemento durante el cual se cuenta la acumulacion del incremento, es infinitamente mayor entre  $V^{iv}$  y  $V'''$  que entre  $V'''$  y  $V''$ . La naturaleza logaritmica de las funciones explica esta contradiccion aparente, y ya veremos más adelante su aclaracion al indicar la representacion geométrica de estas funciones. Esta proposicion generalizada, esto es,

$$V^{iv} - V''' < V''' - V''; \text{ ó sea, } V^{iv} + V'' < 2 V''', \quad (10^{vii})$$

requiere ligar el valor de  $m$  con el de  $a$ ; pero siendo por lo comun este último muy pequeño, se realiza generalmente para  $m$  poco mayor que 1.

Si queremos que en las fórmulas (9<sup>vii</sup>) se determine  $t$  con la condicion de que  $V$  sea  $p$  veces mayor que  $V_0$ , tendré respectivamente, tomando los logaritmos neperianos,

$$t = \frac{p - 1}{a}; \quad t = \frac{\log. p}{\log. (1 + a)}; \quad (11^{vii})$$

$$t = \frac{\log. p}{m \log. \left(1 + \frac{a}{m}\right)}; \quad t = \frac{\log. p}{a}.$$

Asi, por ejemplo, para que una barra de zinc adquiriera doble longitud que su primitiva á cero grados, cuando  $m = 10$ , se necesita en los cuatro casos citados;

$$t = \frac{1}{0,000031} = 32258^{\circ},064;$$

$$t = \frac{\log. 2}{\log. 1,000031} = 22366^{\circ},453;$$

$$t = \frac{\log. 2}{10 \log. 1,0000031} = 22360^{\circ},246;$$

$$t = \frac{\log. 2}{0,000031} = 22359^{\circ},586.$$

Excusamos decir que prescindimos, como anteriormente, de los fenómenos físicos producidos por tan elevadas temperaturas, atendiendo solo á la dilatacion supuesta regular y constante en todo el trascurso. Los números anteriores indican la notable diferencia entre los casos de dilatacion sencilla y la compuesta por grados; las más pequeñas entre las dos compuestas, y sobre todo, entre la última de aquellas y la acumulada.

Antes de pasar á otras cuestiones, convendrá conocer la manera de determinar en las fórmulas (9<sup>vn</sup>) el valor de  $V$  correspondiente á uno de  $t = t'$ , en funcion de  $P$  que corresponde á  $t = t''$ . Tendré los dos siguientes grupos:

$$V' = V_0 (1 + at'); \quad V'' = V_0 (1 + a)^{t'}; \quad V''' = V_0 \left(1 + \frac{a}{m}\right)^{mt'};$$

$$V^{iv} = Ve^{at'};$$

$$P' = V_0 (1 + at''); \quad P'' = V_0 (1 + a)^{t''}; \quad P''' = V_0 \left(1 + \frac{a}{m}\right)^{mt''};$$

$$P^{iv} = V_0 e^{at''}.$$

De las dos primeras fórmulas de cada grupo, deduzco:

$$P' = V' \frac{1 + at''}{1 + at'} = V' [1 + a(t'' - t') - a^2 t' (t'' - t') + a^3 t'^2 (t'' - t') + \dots];$$

que generalmente suele tomarse con los tres primeros términos del paréntesis por la pequeñez de  $a$ , y por tanto,

$$P' = V' [1 + a(t'' - t')]. \quad (12^{vii})$$

De las dos segundas fórmulas anteriores deduzco

$$P'' = V'' (1 + a)^{t'' - t'}; \quad (13^{vii})$$

de las dos terceras,

$$P''' = V''' \left(1 + \frac{a}{m}\right)^{m(t'' - t')} ; \quad (14^{vii})$$

y de las dos cuartas

$$P^{iv} = V^{iv} e^{a(t'' - t')} . \quad (15^{vii})$$

Si  $a$  es el coeficiente de la dilatacion lineal en la fórmula (5<sup>vii</sup>), elevándola al cuadrado nos dará la dilatacion en dos sentidos perpendiculares, ó sea la dilatacion por área; se tiene así,

$$V^2 = V_0^2 (1 + 2at + a^2 t^2) .$$

Pero como  $a$  es pequeño, se desprecia el último término, y queda,

$$V^2 = V_0^2 (1 + 2at) ;$$

en la cual  $2a$ , coeficiente numérico de  $t$ , es por tanto el de la dilatacion superficial. Análogamente se demuestra que el coeficiente de la dilatacion cúbica es triplo del de la lineal. Esto, como se vé, no es más que aproximadamente; y otro tanto sucede, aunque el error es menor, partiendo de las fórmulas (7<sup>vii</sup>) y (8<sup>vii</sup>), ó bien de las (15<sup>vii</sup>) y (14<sup>vii</sup>). Pero si tomamos la (5<sup>vii</sup>), tendremos que la dilatacion en dos dimensiones rectangulares é iguales, es,

$$V^2 = V_0^2 e^{2at} ;$$

y por tanto el coeficiente algébrico de  $t$ , que es el de la dilatacion, será *exactamente* duplo del lineal. Del mismo modo, y aún partiendo de la (15<sup>vii</sup>), demostraremos que el coeficiente de la dilatacion cúbica *acumulada* es *exactamente* triplo del respectivo de la lineal; propiedad característica de la solucion que damos.

Si  $a$  no es constante, hemos indicado que la fórmula (5<sup>vii</sup>) no es cierta, pero sí lo es la (5<sup>vii</sup>) expresada entonces por la (6<sup>vii</sup>). Las (7<sup>vii</sup>) y (8<sup>vii</sup>) tampoco lo son, puesto que se fundan como la prime-

ra en un valor constante  $a$ , la (7<sup>vii</sup>) durante cada unidad de  $t$ , la (8<sup>vii</sup>) en cada fracción  $\frac{1}{m}$ . Esta es, pues, otra propiedad característica de esta solución, y podremos escribir con toda generalidad la (15<sup>vii</sup>) de la manera siguiente:

$$P_{iv} = V_{iv} e^{\int_0^{t''} f(t) dt} - \int_0^{t'} f(t) dt = V_{iv} e^{\int_{t'}^{t''} f(t) dt}. \quad (16^{vii})$$

La (7<sup>vii</sup>) podría en todo caso transformarse en la siguiente, llamando  $a_1 a_2 a_3 \dots$  los diversos valores de  $a$  para cada unidad de  $t$ ; tendríamos entonces repitiendo el razonamiento

$$V'' = V_0 (1 + a_1) (1 + a_2) (1 + a_3) \dots$$

y despreciando el producto de los valores de  $a$ ,

$$V'' = V_0 (1 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots);$$

fórmula que además de su inexactitud carece de la elegancia de la (16<sup>vii</sup>).

La variabilidad de  $a$  la hemos hecho función de la temperatura, pero lo mismo pudiera serlo de otra cantidad, con tal que esta estuviese ligada algebricamente con la temperatura.

Para  $t = 1$  las dos primeras fórmulas (9<sup>vii</sup>) dan igual valor; pero para  $t < 1$ , tengo  $V' > V''$ . La primera y tercera del propio grupo, para

$$t = \frac{1}{m},$$

dan el mismo valor; pero para

$$t < \frac{1}{m}, \text{ es } V' > V'''.$$

La cuarta fórmula da siempre  $V_{iv} > V'$  y solo podrán ser iguales para  $t = 0$ , en cuyo caso todas las fórmulas (9<sup>vii</sup>) toman el mismo valor.

Podremos, pues, deducir de lo anterior, que la *dilatacion sencilla es mayor que las compuestas para un valor del coeficiente menor que la unidad tomada en cada caso.*

La ecuacion (4<sup>vii</sup>) nos da el valor de dicha unidad.

**PROBLEMAS DIVERSOS.** Las fórmulas (9<sup>vii</sup>) permiten resolver en cada una cuatro problemas, segun que se den tres de las cuatro cantidades que en ellas entran y se trate de determinar la restante: exceptúase la  $V'''$  en que además hay la  $m$ , que consideraremos como un número constante.

El primero de estos problemas es *dado un volúmen—lo propio puede decirse para áreas y longitudes—á cero grados hallar en lo que se convierte á  $t$  grados; se resuelve directamente por las fórmulas (9<sup>vii</sup>).* Si el enunciado exigiera partir de un volúmen á una temperatura diferente de cero grados para pasar á otra cualquiera, tomaríamos las fórmulas en que entran  $P$  y  $V$ .

El segundo problema es hallar el volúmen *primitivo*  $V_0$  á *cero grados* *dado el correspondiente á  $t$  grados.* Las fórmulas (9<sup>vii</sup>) dan

$$V_0 = V' (1 + at)^{-1}; \quad V_0 = V'' (1 + a)^{-t};$$

$$V_0 = V''' \left(1 + \frac{a}{m}\right)^{-mt}; \quad V_0 = V'''' e^{-at};$$

que son cuatro funciones exponenciales, pasando á trascendente la primera que era algébrica. Otro tanto pudiera hacerse sobre las en que entra  $P$ , pero es de menor importancia.

El tercer problema es *determinar la temperatura necesaria para que un volúmen á cero grados adquiriera otro determinado á priori; lo hemos resuelto ya.*

El cuarto es *escoger la sustancia para que un volúmen á cero grados  $V_0$ , adquiriera á  $t$  grados un volúmen dado.*

De las (9<sup>vii</sup>) deduzco sucesivamente en logaritmos neperianos,

$$a = \frac{V' - V_0}{t}; \quad \log. (1 + a) = \frac{\log. V'' - \log. V_0}{t};$$

$$\log. \left(1 + \frac{a}{m}\right) = \frac{\log. V''' - \log. V_0}{mt}; \quad a = \frac{\log. V'''' - \log. V_0}{t}.$$

Notemos que solo la primera y última dan directamente el valor de  $a$ .

Las fórmulas (9<sup>vii</sup>) son generales para cualquier valor de  $t$ ; esto se sabe por análisis. La significación física, cuando  $t$  es fraccionario, nada añade á lo ya expuesto; si  $t$  es negativo, indica una contracción del cuerpo por efecto de un enfriamiento desde cero grados hasta  $-t$ .

Las fórmulas son entonces

$$V' = V_0 (1 - at); \quad V'' = V_0 (1 + a)^{-t};$$

$$V''' = V_0 \left(1 + \frac{a}{m}\right)^{-mt}; \quad V^{iv} = V e^{-at}. \quad (17^{vii})$$

Las tres últimas coinciden con las correspondientes del problema inverso del principio relativo á la dilatacion; no así la primera, que es distinta y mayor allí que aquí cuando se invierten  $V_0$  y  $V'$ .

Las fórmulas (17<sup>vii</sup>) resuelven, pues, el problema de la contracción de los cuerpos por un descenso de temperatura á partir desde cero grados. Si es desde una temperatura  $t'$  á otra menor que ella  $t''$ , se usarán las fórmulas en que entra  $P$ , que convienen lo mismo á dilatacion que á la contracción, pues en todas entran  $t''$  y  $t'$ .

Si en las fórmulas (9<sup>vii</sup>) hacemos  $a$  negativa, resulta

$$V' = V_0 (1 - at); \quad V'' = V_0 (1 - a)^t;$$

$$V''' = V_0 \left(1 - \frac{a}{m}\right)^{mt}; \quad V^{iv} = V_0 e^{-at}. \quad (18^{vii})$$

Comparando este grupo con el (17<sup>vii</sup>) vemos que la primera y última son las mismas en ambos casos; no así la segunda y tercera. Hay, pues, en aquellos igual resultado en las hipótesis de  $t$  ó  $a$  negativos. Para las otras dos son menores los valores de (18<sup>vii</sup>) que de (17<sup>vii</sup>), como es fácil ver desarrollándolas por el binomio de Newton.

Resulta, pues, que la fórmula de la dilatacion *acumulada* no sufre alteracion cuando  $a$  es negativo ó lo es  $t$ , la que para valores positivos de ambas da siempre valor mayor que las otras.



Las dos hipótesis últimas de  $a$  y de  $t$  corresponden á las dos maneras de hacerse el *descuento*, segun lo practican los banqueros y segun debiera hacerse en realidad de verdad.

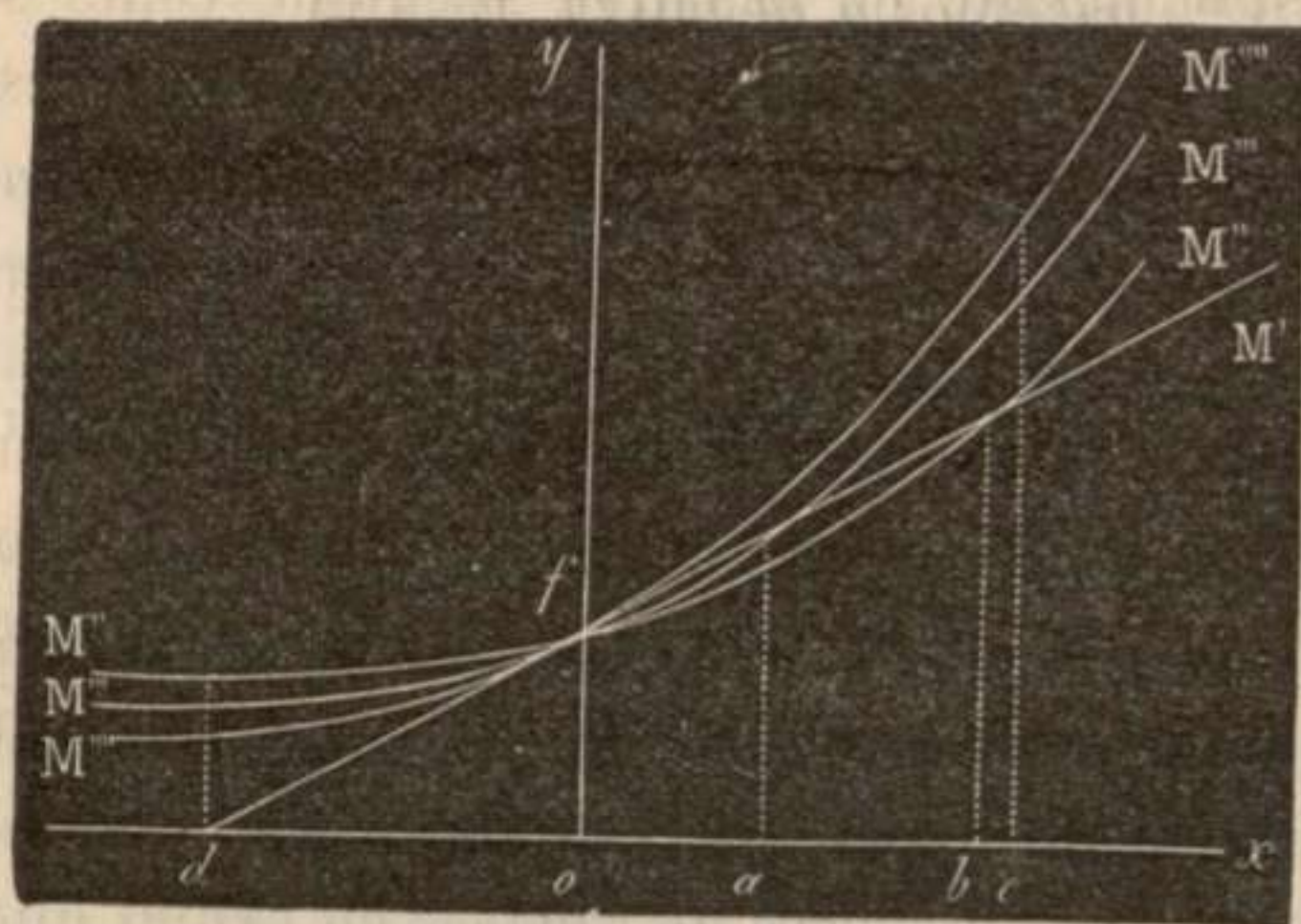
Las tres últimas fórmulas (9<sup>vi</sup>) corresponden, para un valor dado á tres sistemas de logaritmos, que son los siguientes: La primera al que tiene por base la cantidad  $1 + a$ ; la segunda al que tiene por base  $\left(1 + \frac{a}{m}\right)^m$ ; y la tercera al de  $e^a$ .

Estas tres bases están además escritas en el orden de su magnitud. Si supusiéramos un cuerpo tan dilatable—no existe en la naturaleza—que  $a = 1$ , las bases serian respectivamente 2,  $\left(\frac{m+1}{m}\right)^m$ , y  $e$ , en cuyo caso el último sistema seria el neperiano.

En el problema del interés, este caso corresponderia al 100 por 100 de rédito anual, ó sea al 1 por 1.

REPRESENTACION GEOMÉTRICA. La representacion geométrica de las funciones servirá para comprobar y aclarar lo que vamos exponiendo.

La figura 51 simboliza dichas ecuaciones aunque en ella hemos exagerado las ordenadas respecto de las abscisas. En estas llevamos



(Fig. 51.)

los valores de la temperatura, en aquellas los del volúmen, lo propio seria con áreas y longitudes. La recta  $M'$  es la primera función (9<sup>vi</sup>); su coeficiente angular es  $a$ , y por tanto para el zinc 0,000051; la figura lo representa mucho mayor. Las otras tres líneas son logarítmicas, que corresponden á las de igual índice.

La recta  $M'$  corta á la curva  $M''$  en el punto cuya abscisa  $ob = x = t = 1$ . Para valores mayores de  $t$  resulta  $M'' > M'$ ; pero para  $t < 1$  es  $M'' < M'$ .

Del mismo modo  $M'''$  corta á  $M'$  en un punto cuya abscisa  $oa = \frac{1}{m}$ , para valores mayores de  $t$ , ó sea  $x$ , es  $M''' > M'$ ; pero para valores menores es  $M' > M'''$ .

Siempre  $M^{iv}$  tiene mayor ordenada para valores positivos de  $t$ , que las demás funciones; es tangente en  $f$  á  $M'$ . Las cuatro líneas dan valor comun para  $t = 0$ , tal que  $of = V_0$  ó sea el volúmen á cero grados.

Se vé, asimismo, que la diferencia de ordenadas entre  $M^{iv}$  y  $M'''$  es menor que entre esta última y  $M'$ .

La rama izquierda de las curvas se refiere á los valores negativos de  $t$ , y resuelve, por lo tanto, las fórmulas (17<sup>vu</sup>); se aplica á la contraccion de los cuerpos por efecto de un descenso de temperatura.

La abscisa  $od$  tiene un valor fijo deducido de hacer  $M' = 0$ ; esto es,  $t = \frac{1}{a}$ . Si la sustituimos en  $M''$  y  $M'''$ , nada hallamos de singular; pero en  $M^{iv}$  da

$$M^{iv} = V_0 e^{-1};$$

valor que es el de la subtangente de la curva  $M^{iv}$ , que como se sabe, es constante para una misma logaritmica. Podremos, pues, decir: *la subtangente de la curva que representa la dilatacion acumulada, es igual al valor de la temperatura, necesario para que un volúmen se duplique por medio de la ley de Gay-Lussac.*

Para un valor negativo é infinito de  $t$ , las tres últimas fórmulas (9<sup>vu</sup>) dan valores nulos; luego las tres curvas tienen por asintota la parte izquierda del eje de las  $x$ .

Los coeficientes diferenciales de primer órden son respectivamente

$$V_0 a; \quad V_0 (1 + a)^t \log. (1 + a);$$

$$V_0 \left(1 + \frac{a}{m}\right)^{mt} m. \log. \left(1 + \frac{a}{m}\right); \quad V_0 a e^{at};$$

y nos hacen ver los crecimientos más rápidos de cada una con rela-

cion á la anterior, suponiendo  $t$  positiva y para un mismo valor de  $a$ . Los de segundo orden son positivos; las curvas son convexas y continuas.

Si  $a$  es negativo, habrá necesidad de hacer la representacion geométrica por otra figura que omitimos por su sencillez. La recta  $M'$  formará con la parte superior de la derecha del eje  $x$  un ángulo suplementario del anterior: esto es, se hallará dicha recta invertida de la que hay en nuestra figura, respecto del eje de las  $y$ . Las curvas se cortarán con la recta en el mismo punto. La  $M^{iv}$  tomará una posicion invertida con respecto al propio eje y será tangente á la recta en el punto comun á las cuatro funciones. Las otras dos funciones  $M''$  y  $M'''$ , están para la rama de la derecha—que corresponde á la izquierda del caso anterior—entre  $M'$  y  $M^{iv}$ , siendo esta la que tiene mayor ordenada y continuando  $M'''$ ,  $M''$  y  $M'$ . Además, estos valores, para uno fijo de  $t$ , son el primero y último iguales á los anteriores, esto es, los (17<sup>vii</sup>) iguales á los (18<sup>vii</sup>), y los dos intermedios son aquí menores que allí.

En la rama de la izquierda, que corresponderia á la anterior de la derecha, veriamos  $M^{iv}$  y  $M'$  invariables, pero  $M''$  y  $M'''$  son ambos mayores que  $M^{iv}$ , y  $M''$  el mayor de todos. Estos valores de  $M''$  y  $M'''$  son, por tanto, mayores que los correspondientes en el caso de la figura.

Esta comparacion es aquí de poca utilidad teórica, pero aplicada al *descuento*, nos haria ver lo beneficiados que salen los banqueros con el caso de  $a$  negativa respecto del método verdadero, que es hacer  $t$  negativa.

**APLICACIONES.** Pasemos ahora á estudiar el problema cuando  $a$  es variable, segun una ley conocida. En este caso la fórmula

$$V' = V_0(1 + at)$$

no es aplicable. La de  $P'$  lo es, suponiendo que en el intervalo  $t'' - t'$ , es  $a$  constante. Si  $a$  es variable de una manera continua, esto es,  $a = f(t)$ , no es posible aplicar ninguna de estas fórmulas.

Con la propia restriccion podrán tomarse las (13<sup>vii</sup>) y (14<sup>vii</sup>); pero hay casos en que puede hacerse con más elegancia la aplica-

cion de estas fórmulas. Supongamos, por ejemplo, que los valores de  $a$  varían en progresión aritmética, cuya razón es  $b$  para cada unidad de  $t$ ; siendo  $a$  el correspondiente á  $t = 1$  tendré

$$V'' = V_0 (1 + a) (1 + a + b) (1 + a + 2b) \\ + \dots [1 + a + (t - 1)b];$$

ó sea

$$V'' = V_0 \left( (1 + a)^t + B_1 (1 + a)^{(t-1)} b + \dots \right. \\ \left. + B_{t-1} (1 + a) b^{(t-1)} \right) \quad (19^{vii})$$

en la cual  $B_1, B_2, \dots$  son las sumas de los números naturales y de sus productos binarios, ternarios, etc.

La cantidad  $a$  puede ser positiva ó negativa. El primer caso se presenta generalmente en los cuerpos naturales cuyo coeficiente de dilatacion parece aumentar con la temperatura, y sin gran error podemos suponer que el incremento es constante é igual á  $b$ , siendo este muy pequeño.

La misma consideracion es aplicable á  $V'''$ , suponiendo que  $a$  es constante para un intervalo  $\frac{1}{m}$  de  $t$ : esto supone mayor variabilidad de  $a$  que en el caso anterior. Se llega á una fórmula análoga á la (19<sup>vii</sup>), poniendo en vez de  $a$ ,  $\frac{a}{m}$ , y en vez de  $t$ ,  $tm$ .

Si se hubiera propuesto el problema análogo cuando  $a$  es continuamente variable, tomaríamos la fórmula (6<sup>vii</sup>) que es integrable desde que se conozca la función de  $t$ . Si dicha función es tal que las variaciones de  $a$  están en progresión aritmética, bastará poner en vez de ella el término correspondiente de la progresión, que será en general  $a + (t - 1)b$ , significando  $b$  lo mismo que en el párrafo anterior. En tal caso bastará sustituir en la fórmula (5<sup>vii</sup>) este valor de  $a$ , y tendré

$$V^{iv} = V_0 e^t [a + (t - 1)b] \quad (20^{vii})$$

Sabemos además que los valores de  $V^{iv}$  tienen entre sí dos á

dos la misma forma; por tanto, dando á  $t$  dos valores particulares  $t''$  y  $t'$ , tengo

$$V_{t''}^{iv} = V_{t'}^{iv} e^{a(t'' - t')} + b [t''(t'' - 1) - t'(t' - 1)]. \quad (21^{vii})$$

Si en esta ecuacion suponemos  $b = 0$ , esto es, que  $a$  es constante, tendremos la (16<sup>vii</sup>) cuando  $f(t) = a$ .

Examinaremos el caso en que permaneciendo  $a$  constante, la temperatura  $t$  no es la misma en todos los puntos del cuerpo que se dilata. El problema es insoluble si se desconoce la ley de variacion de  $t$ , pero no lo es supuesta conocida dicha ley.

Sea, por ejemplo, una varilla de longitud limitada, cuyos dos extremos están á temperaturas conocidas  $T$  y  $T'$ . Se sabe que la temperatura de los diversos puntos de la varilla está dada en funcion de su distancia á los extremos de la misma; dicha temperatura es

$$t = Te^{-bx} + T'e^{bx};$$

siendo

$$b = \sqrt{\frac{Kp}{Cs}};$$

en la cual  $K$  es la conductibilidad exterior;  $p$  el perimetro de la varilla;  $s$  su seccion recta;  $C$  la conductibilidad interior. Además  $x$  es la distancia del punto cuya temperatura es  $t$  al extremo, cuya temperatura es  $T$ ; tal que  $T > T'$ : el ambiente que rodea á la varilla está á cero grados.

La dilatacion de un elemento  $dx$ , cuya temperatura es  $t$ , será

$$dx e^{at} = dx e^{a(Te^{-bx} + T'e^{bx})}$$

Luego la dilatacion de toda varilla, cuya longitud á cero grados era  $V$ , será

$$V^{iv} = \int_0^V dx e^{a(Te^{-bx} + T'e^{bx})};$$

expresion que aún pudiera simplificarse.

Si  $a$  es variable, será necesario poner

$$a = f(Te^{-bx} + T'e^{b'x}).$$

Si  $T' = 0$ , se sabe que la barra es de longitud infinita; pero en la práctica puede hacerse tal hipótesis cuando  $V_0$  es suficientemente grande, no siéndolo mucho  $T$ .

Si pasamos á las aplicaciones de la dilatacion, sustituyendo á la fórmula (5<sup>vii</sup>) la (5<sup>viii</sup>), veremos algunas modificaciones más ó ménos importantes. Se sabe, por ejemplo, que las leyes de Mariotte y Gay-Lussac, aplicadas á un gas cuyos volúmenes son  $v$  y  $v'$ , las presiones  $p$ ,  $p'$ , y sus temperaturas  $t$  y  $t'$ , dan

$$\frac{v}{v'} = \frac{p'}{p} \frac{1 + at}{1 + at'};$$

será ahora

$$\frac{v}{v'} = \frac{p'e^{at}}{pe^{at'}}.$$

Se sabe que en los gases

$$vp = Rt;$$

partiendo de nuestra fórmula, tendríamos

$$\frac{vp}{e^{at}} = Const.; \quad vp = R \left( 273 + t + \frac{1}{1.2} \frac{t^2}{273} + \dots \right);$$

de la cual no podemos deducir el cero absoluto. En cambio, el valor singular  $\frac{1}{a} = 273$  tiene importancia en la dilatacion verdadera (pág. 285).

Algunas obras modernas de Física consideran, como hemos dicho, la fórmula (5<sup>vii</sup>) aplicable solo á gases y vapores; pero para líquidos y sólidos se valen de otras empíricas de la forma

$$V = V_0(1 + mt + nt^2 + pt^3 + \dots);$$

siendo  $m, n, \dots$  números determinados por experimentos previos y que se encuentran en los tratados dados por Regnault, Pierre, Hallstrom, etc. Segun la mayor ó menor variabilidad de  $a$ , se contentan con dos ó más de dichos coeficientes, que pueden ser positivos ó negativos.

Este sistema empirico justifica la necesidad de estudiar analíticamente el problema. Pero no basta la fórmula (5<sup>vii</sup>); es necesario aplicar la (6<sup>vii</sup>), y como no conocemos la ley de variacion del coeficiente de dilatacion, no es posible aplicarla por ahora. Cuando dicha funcion quede completamente definida, podremos aplicar con exactitud la teoria que acabamos de exponer. Entretanto la fórmula (5<sup>vii</sup>) es mucho más aproximada que ninguna otra, y la única teórica aceptable cuando se define el coeficiente de dilatacion como relacion del incremento de volúmen á dicho volúmen, no á un valor fijo suyo.

Los problemas relativos á pesos específicos, dilatacion de un flúido sin contar la del vaso que le contiene, etc., sufrirán con lo indicado modificaciones fáciles de comprender en cada caso, si se acepta  $a$  como coeficiente de dilatacion, segun queda indicado.

Repitamos, para concluir, que en este estudio analítico se ha supuesto que  $\alpha$  (pág. 269) y  $a$  (pág. 270) son iguales. La variabilidad de ambas con la temperatura, hace preferir en la práctica la fórmula (3<sup>vii</sup>), que solo es cierta para los gases, y aún así con varias limitaciones.

---

### SOBRE ALGUNOS DATOS PRÁCTICOS.

**CABALLOS DE VAPOR.** Como complemento del cálculo teórico de las máquinas de vapor, vamos á añadir algunos datos meramente prácticos que sirvan para el uso de los ingenieros y maquinistas.

Comenzaremos por hacer notar que si bien la unidad mecánica el kilográmetro está perfectamente definida y es el trabajo necesario para elevar un kilogramo á un metro de altura vertical en un

segundo, no sucede otro tanto con la de caballo de vapor, más generalmente usada entre los prácticos. Suele tomarse entre los franceses y entre nosotros esta unidad como equivalente á 75 kilográmetros. En Inglaterra, se acepta por unidad de trabajo el necesario para elevar 55000 libras á un pié de altura en un minuto, lo cual viene á ser 76 kilográmetros.

Sin embargo, hay constructores franceses é ingleses que cuentan por caballos de vapor equivalentes á 100, 200, y aún 500 kilográmetros. Así en el Norte de Inglaterra se toma por unidad el trabajo que produce el vapor á cinco atmósferas sobre un émbolo de 55 centímetros cuadrados y que anda un metro por segundo; lo cual corresponde á unos 110 kilográmetros. En la marina inglesa hay, según Ledieu, hasta nueve fórmulas distintas para estimar el trabajo de una máquina, que son: la de Watt; la del gobierno; la del almirantazgo; la fuerza nominal realizada; la de caballos de 75 kilográmetros en los émbolos; la misma, pero contada en el árbol principal; la de 200, 225 y 250 kilográmetros en el émbolo; la análoga en el árbol; la relativa á máquinas de baja presión.

De aquí la tendencia que se nota en algunos constructores á designar el poder de las máquinas por la magnitud de obra que pueden ejecutar, diciendo, por ejemplo, que mueve  $n$  piedras de un molino de tal sistema y dimensiones, ó un número  $p$  de husos en una filatura, etc. Así, las locomotoras se designan por el número de carruajes que pueden arrastrar á una cierta velocidad, y las máquinas marinas pueden denominarse por la que hacen adquirir á un buque de dimensiones conocidas.

De todos modos, creemos que esta tendencia de los constructores es un retroceso en vez de un adelanto, puesto que la dirección de los conocimientos humanos es á buscar la unidad, que de esta suerte desaparecería bien pronto en las máquinas de vapor. Urge fijar esta, de una manera análoga á lo que se ha hecho en los pesos y medidas, decidiéndose entre tanto por la del caballo de 75 kilográmetros, como más generalmente usada.

**DIMENSIONES DE LAS CALDERAS.** Dado el trabajo de una máquina, es fácil calcular en cada sistema el número de kilogramos de vapor que es necesario hacer llegar al cilindro, según queda expuesto en



la *Seccion segunda* de esta obra. Se presenta, pues, ahora el cálculo de las dimensiones del generador para que produzca dicha cantidad de vapor. Esto se efectúa empíricamente para cada sistema de caldera, y con arreglo á los datos de cada una se disponen las dimensiones de la superficie de caldeoamiento.

Nos limitaremos á extractar de Armengaud algunos datos relativos á las calderas pequeñas que no tienen hervidores ni hogar interior, y á las mayores que tienen dos hervidores, por ser las más usadas, tanto en Francia como en España, y ventajosas en ambos países sobre los demás sistemas, excepto en algunos casos especiales.

Se admite en ambos tipos que cada metro cuadrado de superficie de caldeo produce 12 kilogramos de vapor por hora, como término medio entre la que está á fuego directo y la que sufre la acción de los humos que se dirigen á la chimenea por los conductos inmediatos á la caldera. Se fija además en estos cuadros las dimensiones de la caldera, de tal suerte que la superficie de caldeo sea una parte alicuota de la total, y las capacidades destinadas al agua y al vapor sean las más convenientes. Es preferible atenerse para estos resultados á los adjuntos cuadros, que á fórmulas empíricas de muy poco valor; en ellos constan, pues, las dimensiones seguidas en la práctica.

CALDERA CILÍNDRICA SIN HERVIDORES.

Superficie de caldeo.	Vapor en una hora.	Diámetro.	Longitud.	Superficie de caldeo.	Vapor en una hora.	Diámetro.	Longitud.
1 <sup>m.²</sup>	12 <sup>kg.</sup>	m 0,65	m 0,98	6 <sup>m.²</sup>	72 <sup>kg.</sup>	m 0,80	m 4,80
2	24	0,70	1,82	7	84	0,85	5,25
3	36	0,70	2,73	8	96	0,85	6,00
4	48	0,75	3,40	9	108	0,95	6,03
5	60	0,75	4,25	10	120	1,00	6,35

## CALDERA CON DOS HERVIDORES.

Superficie de caldeo.	Vapor en una hora.	Diámetro; caldera.	Diámetro; hervidores.	Longitud comun.
15 <sup>m.²</sup>	180 <sup>kg.</sup>	0,85	0,50	4,05
16	192	0,85	0,50	4,32
18	216	0,85	0,50	4,86
20	240	0,85	0,50	5,40
22	264	0,95	0,55	5,39
24	288	0,95	0,55	5,88
26	312	1,05	0,60	5,80
28	336	1,05	0,60	6,24
30	360	1,10	0,60	6,58
32	384	1,15	0,65	6,56
34	408	1,15	0,65	6,97
36	432	1,20	0,65	7,27
38	456	1,20	0,65	7,68
40	480	1,20	0,65	8,08
42	504	1,20	0,65	8,48
44	528	1,20	0,65	8,89
46	552	1,20	0,65	9,49
48	576	1,20	0,65	9,90
50	600	1,20	0,65	10,30
52	624	1,20	0,65	10,71
54	648	1,20	0,65	11,11
56	672	1,20	0,65	11,42

**REJILLA Y CHIMENEA.** La línea media del nivel de agua en la caldera está á 0,<sup>m</sup>05 sobre el eje geométrico en las que no tienen hervidor, ó sea en el primer cuadro, y 0,<sup>m</sup>10 en las de dos hervidores. Los conductos de humos llegan á cosa de 0,<sup>m</sup>1 por debajo de este nivel, ó sea un poco más bajo que el eje en las primeras y á su altura en las segundas, á fin de evitar la incandescencia de las paredes cuando baja el nivel. De aquí se deducen fácilmente los volúmenes de agua y vapor, ó sea la capacidad para agua líquida y la cámara de vapor. La relación del primer volumen á el agua vaporizada en una hora, varía en estos tipos de caldera desde 15 á 20: en las tubulares, donde hay una gran superficie de caldeo, ó sea una gran vaporización, no pasa esta relación de 6.

Con estos datos, son suficientemente espaciosas las cámaras de vapor; de lo contrario, hay que apelar á aparatos especiales para evitar los inconvenientes del vapor cargado de agua líquida (página 95).

Suele admitirse que el volúmen de la cámara de vapor es unas 60 veces el del consumido en cada embolada; si la caldera no puede suministrarle, se agrega una campana en su parte superior, que sirve al mismo tiempo para colocar la válvula de seguridad.

Para calcular la superficie de la rejilla, se parte de  $0,^{kg}5$  de hulla quemada por hora y decimetro cuadrado. Este dato es interesante cuando se conoce la cantidad de combustible que se va á quemar, la cual suele fijarse en funcion del número de caballos, ó bien de la superficie de caldeo. Lo primero es difícil, pues cada constructor exagera el poco consumo de sus máquinas, y puede admitirse cosa de  $5^{kg}$  de hulla para las de expansion sin condensacion, y  $2,^{kg}5$  para las de condensacion y expansion dilatada; ambos por hora y caballo.

Otras veces se da directamente el área de la rejilla en funcion de la correspondiente á la superficie de caldeamiento, tomando un  $\frac{1}{25}$  de este, ó sea

$$s = 0,04 S ;$$

de la que una cuarta parte corresponde á los huecos, y el resto al macizo; ó sea

$$s' = 0,01 S .$$

Para los conductos de humo se adopta este mismo valor, y para la seccion de la chimenea, que ha de ser algo menor, pues no hay los cuerpos interpuestos de la rejilla y conductos, se toma

$$s'' = 0,007 S ;$$

para chimeneas de  $10^m$  á  $20^m$  de altura, que son las ordinarias. Esta es la seccion de la chimenea en la parte superior, y suele darse por espesor en la parte superior el ancho de un ladrillo. Unos  $5^m$  más abajo se agrega al interior un retallo de medio ladrillo, dando

uno de espesor en este trozo, y así sucesivamente. La pendiente continua exterior, y la que tienen al interior los diversos trozos, es para ladrillos de 0,<sup>m</sup>5,

$$\frac{0.15}{5} = 0,03 ;$$

ó sea 3 por 100. De aquí se deduce la sección y espesor en la base de la chimenea, fijando antes su altura por las condiciones de la localidad.

COMPARACION DE ALGUNOS RESULTADOS. Suelen darse también las dimensiones de las calderas en función de su fuerza, y aunque haya divergencias en algunos resultados, incluimos el adjunto cuadro que resume estos datos, debiendo advertir que generalmente los hervidores son algo más largos que las calderas. Estos datos se refieren á calderas con dos hervidores, y las de hogar interior al sistema llamado Cornwall, que es casi el exclusivo en Inglaterra. Este cuadro supone que la máquina aprovecha en buenas condiciones el vapor, y tiene, por tanto, condensación y expansión.

DIMENSIONES DE LAS CALDERAS.

Caballos de vapor.	DIÁMETRO.		Longitud.	DE HOGAR INTERIOR.	
	Caldera.	Hervidores.		Diámetro.	Longitud.
4	<sup>m</sup> 0,70	<sup>m</sup> 0,30	<sup>m</sup> 2,10	1,22	3,05
6	0,75	0,35	2,45	1,22	4,27
8	0,80	0,38	2,80	1,52	3,96
10	0,80	0,38	3,25	1,52	4,57
15	0,80	0,44	5,00	1,52	5,49
20	0,85	0,50	6,80	1,67	6,10
25	0,85	0,50	8,50	1,83	6,71
30	1,00	0,60	9,20	1,83	7,62

Suele admitirse que 1<sup>kg.</sup> de hulla da 6 á 7 de vapor, lo que hace, tomando 6,5,

$$\frac{12}{6,5} = 1,85^{\text{kg.}}$$

por cada metro cuadrado de superficie de caldeamiento; cuyo dato concuerda con el área de la rejilla, pues esta consume por decímetro cuadrado 0,5<sup>kg.</sup>, ó por metro cuadrado 50, ó para cada uno de caldeo

$$50 \times 0,04 = 2^{\text{kg.}};$$

que es poco mayor que el anterior.

Tomemos ahora el tipo de generador con dos hervidores que está en la cuarta línea del cuadro (pág. 291) y el de la quinta del último, que son análogos, y tendremos que aquel consumirá

$$\frac{240}{6,5} = 37^{\text{kg.}},$$

de hulla por hora, y este aplicado á una máquina de expansion y condensacion

$$15 \times 2,5 = 37,5^{\text{kg.}},$$

lo cual da poca diferencia.

Si se usa coke, el gasto de combustible es algo mayor: si se emplea turba, hay que consumir 2 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> veces más cantidad y si madera 2 <sup>1</sup>/<sub>4</sub>.

Si quisiéramos pasar de los cuadros (págs. 290 y 291), á fuerza en caballos, seria preciso conocer el sistema de la máquina que se emplea: de aquí su mejor uso que el último cuadro, el cual prescinde de la clase de máquina. Bastará dividir, por lo tanto, el número de kilogramos de vapor, por el producto  $6,5 \times 5 = 32,5$  en el caso de máquina sin condensacion y con pequeña expansion, y por  $6,5 \times 2,5 = 16$  para el de condensacion y expansion dilatada.

Así el ejemplo citado da

$$\frac{240}{16} = 15^{\text{cab.}},$$

para una máquina de buque, por ejemplo; para una locomotora, daría

$$\frac{240}{32,5} = 7,4^{\text{cab.}}$$

**PÉRDIDAS POR FROTAMIENTOS.** Todo lo que hemos dicho en esta obra referente al cálculo de una máquina térmica, da el trabajo de esta en el émbolo, no en el árbol motor. Para efectuar la trasmisión desde aquel á este, teniendo en cuenta los rozamientos de los órganos entre sí y su frotamiento con el aire, así como los correspondientes á los diversos aparatos auxiliares, es preciso consumir una cierta cantidad de trabajo. Todo esto equivale, próximamente, al 10 por 100 del trabajo del émbolo. Su coeficiente práctico es, pues, 0,90, lo que nos dice que si una máquina ha de producir una labor de 120 caballos en el árbol motor de un taller, es preciso que el émbolo de la máquina motriz, inmediata al árbol, dé

$$\frac{120}{0,90} = 133,3 .$$

Esto es en el caso de las mejores condiciones, pues si hay resistencias pasivas extraordinarias por desnivel de algunos órganos, mal centrado de las piezas, poco engrasado, desgaste de algunos coginetes, etc., sube á mayor número el gasto. Así los coeficientes prácticos disminuyen, y pocas son las máquinas que alcanzan el citado 0,90. Hay además otra causa de error en el agua que, en más ó en ménos cantidad es siempre arrastrada por el vapor, y vimos hacia descender el valor del coeficiente económico teórico (página 114). Lo mismo ocurre si se dejan de cumplir las dos condiciones de espacio nocivo y pérdida de presión (pág. 97), que nunca se realizan en la práctica: por más que estas dos perturbaciones sean más propias del coeficiente económico que del actual, se cuentan aquí por no hallarse fácilmente sujetas á medida. De aquí el que basta considerar como coeficiente práctico el número 0,60 para las máquinas en regulares condiciones, y en muchas ni siquiera el 0,50. Así 120 caballos en el árbol motor, exigen en el émbolo

$$\frac{120}{0,60} = 200 .$$

Esta relacion es, en su parte esencial, independiente del coeficiente económico, puesto que en él solo se estudiaba la relacion del calor trasformado en trabajo, y el calor total (pág. 66), refiriéndose este trabajo al émbolo no al árbol. El actual coeficiente práctico afecta al paso del trabajo desde el émbolo al árbol.

**COEFICIENTES DE CONTRACCION.** En el Capítulo I de la *Seccion tercera*, dimos el cálculo de los tubos de conduccion de flúidos sin tener en cuenta las contracciones de estos al salir por los orificios, ni los frotamientos contra las paredes. Las velocidades de salida deben ser, por tanto, menores que las teóricas; pero es difícil asignar en cuánto; pues los coeficientes ordinarios se refieren á la comparacion del gasto real con el de un flúido calculado por otros procedimientos. Se puede, sin embargo, tomar como aproximados los que dió D'Aubuisson, á saber: 0,65 para un orificio en pared delgada, y 0,90 para tubo corto ó para cañerías de recodos suaves. Estos coeficientes afectarán al gasto, que en vez de ser  $n$  metros cúbicos en 1'', será  $0,65 n$ , para el primer caso.

Suele darse como fórmula empírica para calcular la seccion de la válvula de seguridad la

$$d = 2,6 \sqrt{\frac{S}{N - 0,412}};$$

siendo  $S$  la superficie de caldeo,  $N$  el número de atmósferas á que está el vapor, y  $d$  el diámetro del tubo cerrado por la válvula, fórmula prescrita hace años en la legislacion francesa. Esto da para  $S = 10^{\text{m}^2}$  y  $N = 6^{\text{atm.}}$ ,  $d = 0,^{\text{m}}035$ . Pero á este diámetro corresponde una área de

$$\frac{\pi d^2}{4} = 0,^{\text{m}}000962;$$

y con arreglo á ella el gasto teórico es (pág. 128),

$$522 \times 0,000962;$$

y suponiéndolo afectado del coeficiente 0,65, da de gasto real en 1''

$$0,65 \times 522 \times 0,000962 = 0,^{\text{kg}}326.$$

Ahora bien, como la caldera produce  $10 \times 12 = 120^{\text{kg}}$ . de vapor por hora, resulta que se descarga del equivalente á esta produccion en

$$\frac{120}{0,326} = 368'';$$

unos seis minutos. Fácil seria ver el tiempo en que se descarga la caldera totalmente, conocido su volúmen ó el gasto en cada embolada (pág. 292) y la velocidad del émbolo. Lo anterior se refiere al caso de una sola válvula; si hay dos se efectuará esta operacion en la mitad de tiempo.

**COEFICIENTE DEFINITIVO.** De aquí se deduce el modo de hallar el coeficiente definitivo de una máquina de vapor, el cual consta de tres factores.

El primero de estos se refiere al calor que la caldera aprovecha del combustible. Un kilogramo de hulla produce al arder 7500 calorías, y tomando 640 como el consumido por  $1^{\text{kg}}$ . de agua para pasar á vapor á cualquiera presion de las usadas, esto da

$$\frac{7500}{640} = 11,^{\text{kg}}.7;$$

pero hemos dicho que solo produce en la práctica  $6,^{\text{kg}}.5$ ; luego hay un coeficiente que es próximamente 0,50.

El segundo coeficiente es el llamado *económico*, y que sirve para medir la cantidad de calor que pasa á ser trabajo; este varia con los tipos de máquinas (pág. 114), y tomando el núm. 3, que es de expansion completa y condensacion, es 0,24.

El tercer coeficiente es de la trasmision del trabajo desde el émbolo al árbol motor, que era en buenas condiciones (página 295) 0,60.

Resulta así un aprovechamiento en el árbol motor del calor del combustible, expresado por

$$0,50 \times 0,24 \times 0,60 = 0,072,$$

cuyo resultado nos dice que se aprovecha mal la energia del combustible. Ya dijimos que el verdadero coeficiente es el económico, y



solo con él y por él podemos comparar las máquinas térmicas con las hidráulicas (pág. 67).

El coeficiente primero es empírico, por el atraso de la Termostática en sus teorías de la conductibilidad, calentamiento y enfriamiento; el segundo es racional y debido á la Termodinámica; el tercero es tambien empírico y resultado de la Mecánica industrial.

Otro tanto decimos de las máquinas de gas: si bien su coeficiente económico es algo mayor, en cambio el del paso del calor es menor.

Si aplicamos este razonamiento á las máquinas eléctricas, podremos suponer que el último coeficiente es el mismo de las térmicas; pero el económico es mayor, y llega á la unidad (pág. 262): en cambio el primero, esto es, la trasformacion de la energía de un cuerpo *natural* en energía eléctrica sobre los conductores es mucho mayor. En efecto, es preciso producir con algunos cuerpos naturales el ácido sulfúrico y el zinc—tomando estos cuerpos como tipos,—lo cual se hace á expensas de energía del combustible, y luego hacer que ya fabricados reaccionen entre sí. El coeficiente definitivo de las máquinas eléctricas es hoy en los países en que la hulla está barata, unas 20 veces menor que el de las de vapor, ó sea su gasto total, á igualdad de trabajo producido, es 20 veces mayor. Esto nos dice que siendo el coeficiente económico cuádruplo del término medio de las máquinas de vapor, el de trasformacion en energía potencial de los minerales, ó sea primeras materias, es 80 veces menor.

Los adelantos de la industria conseguirán quizás salvar este último escollo y producir energía eléctrica barata en los conductores; hoy, como dijimos anteriormente (pág. 265), no hay comparacion entre los motores eléctricos y los de vapor, bajo el punto de vista de la economía, ó sea del coeficiente definitivo de que venimos ocupándonos. Continuamente se ocupan las Revistas técnicas de inventos en este sentido, esto es, produciendo energía eléctrica á bajo precio; pero no es fácil saltar desde su desventaja actual respecto de las máquinas de vapor, á superarlas en economía: esto, si se consigue, vendrá poco á poco, y despues de muchas tentativas.

# ÍNDICE.

	Páginas.
PRÓLOGO. . . . .	5
<b>SECCION PRIMERA.</b>	
<b>ELEMENTOS DE TERMODINÁMICA.</b>	
<i>CAPÍTULO PRIMERO.—Principios fundamentales.</i>	
Definicion de la temperatura. . . . .	9
Caloría; volúmen; presion. . . . .	11
Trabajo exterior. . . . .	13
Equivalente mecánico del calor. . . . .	14
Ecuacion fundamental. . . . .	17
Ecuaciones de Clausius. . . . .	19
Funcion de integrabilidad. . . . .	22
Coefficientes específicos. . . . .	23
Ciclos de calor. . . . .	24
Ciclo de Carnot. . . . .	26
Postulado de Clausius. . . . .	28
Principio de igual rendimiento. . . . .	29
Corolarios de este principio. . . . .	31
<i>CAPÍTULO II.—Gases y vapores.</i>	
Ecuacion de Clapeyron. . . . .	33
Ley de Joule. . . . .	35
Forma general de la funcion de integrabilidad. . . . .	37
Aplicacion al ciclo de Carnot. . . . .	39
Líneas de trasformacion de los gases. . . . .	40
Vapores saturados. . . . .	42
Calor total de vaporizacion. . . . .	44
Mezcla de líquido y vapor. . . . .	45

Densidad de los vapores saturados. . . . .	48
Clasificación de los vapores. . . . .	51
La saturación modificada por la expansión. . . . .	53
Líneas de transformación de los vapores. . . . .	55
Trabajo de la expansión. . . . .	56
Ejemplos. . . . .	59
Enfriamiento del vapor á volumen constante. . . . .	63

## SECCION SEGUNDA.

### TEORÍA DE LAS MÁQUINAS TÉRMICAS.

#### CAPÍTULO PRIMERO.—*Máquinas térmicas en general.*

Coefficiente económico. . . . .	65
Efecto útil máximo. . . . .	66
Comparación con los motores hidráulicos. . . . .	67

#### CAPÍTULO II.—*Máquinas de gas.*

Trabajo de una máquina de gas. . . . .	69
Efecto útil máximo. . . . .	72
Máquina de Ericson. . . . .	74
Ciclo de la máquina Ericson. . . . .	76
Máquina de Stirling. . . . .	77
Ciclo de la máquina Stirling. . . . .	78
Máquina del español Reinlein. . . . .	79
Tipos diversos. . . . .	85
Máquinas de combustión de gas. . . . .	87

#### CAPÍTULO III.—*Máquinas de vapor.*

Máquina teórica. . . . .	88
Trabajo de la máquina teórica. . . . .	89
Trabajo de la máquina real. . . . .	91
Coefficiente económico. . . . .	94
Ciclo de las máquinas de vapor. . . . .	95
Efecto de la expansión incompleta. . . . .	97
Máquinas de dos cilindros. . . . .	100
Máquinas de expansión variable. . . . .	101
Máquinas de plena presión. . . . .	102
Empleo del vapor seco en todo su trayecto. . . . .	104
Empleo de diversos vapores simultáneos. . . . .	107
Empleo del vapor recalentado. . . . .	109
Coefficiente con el vapor recalentado. . . . .	111
Comparación de los coeficientes económicos. . . . .	113
Elección de máquina. . . . .	115
Empleo de cuerpos disociados. . . . .	117

## SECCION TERCERA.

## CÁLCULO DE LOS APARATOS ACCESORIOS.

CAPÍTULO PRIMERO.—*Tubos de conduccion.*

Fórmula general. . . . .	119
Tubos para gases. . . . .	120
Tubos de descarga del vapor. . . . .	122
Salida del vapor por orificios. . . . .	124
Ejemplos. . . . .	127
Tubos de descarga del agua. . . . .	128
Ejemplos. . . . .	129

CAPÍTULO II.—*Alimentacion de la caldera.*

Inyector Giffard. . . . .	131
Fórmula principal del inyector. . . . .	133
Cálculo del inyector. . . . .	135
Velocidad del agua en el inyector. . . . .	137
Calor consumido por el inyector. . . . .	139
Alimentacion por medio de una bomba. . . . .	140
Coefficiente económico de alimentacion. . . . .	141

CAPÍTULO III.—*Condensacion del vapor.*

Mezcla de dos vapores. . . . .	142
Cálculo del volumen del condensador. . . . .	144
Cálculo del agua fria. . . . .	145
Enfriamiento interior. . . . .	147
Bomba de agua fria. . . . .	148

CAPÍTULO IV.—*Distribucion del vapor.*

Distribucion de corredera. . . . .	150
Períodos de la marcha ordinaria. . . . .	151
Períodos de la marcha á contravapor. . . . .	154
Ejemplo de distribucion. . . . .	157
Marcha ordinaria: cara izquierda: carrera inversa. . . . .	160
Marcha ordinaria: cara izquierda: carrera directa. . . . .	162
Marcha ordinaria: cara derecha: carrera directa. . . . .	166
Marcha ordinaria: cara derecha: carrera inversa. . . . .	167
Marcha ordinaria: resúmen. . . . .	169
Marcha á contravapor: cara izquierda: carrera directa. . . . .	172
Marcha á contravapor: cara izquierda: carrera inversa. . . . .	174
Marcha á contravapor: cara derecha: carrera directa. . . . .	175
Marcha á contravapor: cara derecha: carrera inversa. . . . .	177
Marcha á contravapor: resúmen. . . . .	179

CAPÍTULO V.—*Empleo del contravapor en las locomotoras.*

Adicion de un condensador. . . . .	181
Cálculo del vapor necesario. . . . .	182
Sistema ordinario. . . . .	184
Cálculo del agua caliente necesaria. . . . .	187
Gasto de combustible. . . . .	187
Cálculo para un tren. . . . .	190

CAPÍTULO VI.—*Trasmision del trabajo.*

Fases del problema. . . . .	192
Fórmulas del avance angular. . . . .	193
Magnitud de los recubrimientos. . . . .	197
Longitud de la expansion. . . . .	198
Determinacion del ángulo de avance. . . . .	199
Reparticion de los motores. . . . .	202
Trasmisiones telodinámicas. . . . .	203
Fraccionamiento de los motores. . . . .	204
Empleo del aire y agua comprimidos. . . . .	205
Acumulador Armstrong. . . . .	207
Conclusiones. . . . .	208

## APÉNDICE.

## ESTADOS FÍSICOS Y SUS CAMBIOS.

CAPÍTULO PRIMERO.—*Sólidos y líquidos.*

Leyes empíricas de la fusion y solidificacion. . . . .	211
Ecuaciones fundamentales. . . . .	212
Relaciones entre la temperatura y la presion. . . . .	215
Fenómenos de recongelacion. . . . .	217
Representacion geométrica de la fusion. . . . .	218
Relaciones entre el calor latente y la temperatura. . . . .	221
Relaciones con los coeficientes de elasticidad y dilatacion. . . . .	222
Enfriamiento por traccion de una varilla. . . . .	226
Calor de fusion. . . . .	227
Fenómenos de disolucion. . . . .	228
Mezcla de dos líquidos. . . . .	230

CAPÍTULO II.—*Vapores.*

Relacion entre la temperatura y la presion. . . . .	231
Calor latente normal. . . . .	233
Estados gaseosos. . . . .	235
Representacion geométrica de los cambios de estado. . . . .	238
Calor de vaporizacion. . . . .	240

Calores latentes interno y externo. . . . .	242
Coefficiente de dilatacion de los vapores saturados.. . . .	244
Vapores recalentados. . . . .	246
Fórmulas de Zeuner é Hirn.. . . .	247

### CAPÍTULO III.—*Teoría de los gases.*

Hipótesis de Clausius. . . . .	250
Fórmula fundamental. . . . .	250
Leyes de los gases teóricos. . . . .	253
Velocidades moleculares.. . . .	254
Altura de la atmósfera. . . . .	257
Estados físicos. . . . .	258
Combinacion de los gases simples. . . . .	259

### CAPÍTULO IV.—*Acciones químicas.*

Energía eléctrica.. . . .	260
Fenómenos de induccion.. . . .	261
Máquinas electro-motrices.. . . .	262
La electro-química.. . . .	263
Energía orgánica.. . . .	265
Principio de la conservacion de la energía.. . . .	266

### NOTAS.

#### SOBRE LA DILATACION DE LOS CUERPOS POR EL CALOR.

Coefficientes de dilatacion.. . . .	269
Fórmulas de Gay-Lussac y exponenciales. . . . .	271
Comparacion de estas fórmulas.. . . .	274
Problemas diversos. . . . .	280
Representacion geométrica. . . . .	282
Aplicaciones. . . . .	284

#### SOBRE ALGUNOS DATOS PRÁCTICOS.

Caballos de vapor. . . . .	288
Dimensiones de las calderas. . . . .	289
Rejilla y chimenea. . . . .	291
Comparacion de algunos resultados.. . . .	293
Pérdidas por frotamientos.. . . .	295
Coefficientes de contraccion. . . . .	296
Coefficiente definitivo. . . . .	297













UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID



0500092561

