ELEMENTOS

DE

GEOMETRIA

PUESTOS AL ALCANCE DE LOS NIÑOS

POR

D. ESTEBAN PALUZIE Y CANTALOZELLA.

GRACIA,
Litografía del autor,
calle Buenavista número 34.

Despacho en Barcelona, Bellafila 3.
1865.

GEOMETRÍA.

¿Qué es geometría?

La ciencia que trata de la medida y propiedades de la extension en cuanto está figurada ó terminada.

¿Qué es extension ó espacio?

El lugar que ocupan todos los cuerpos existentes de la naturaleza.

¿Qué es cuerpo?

En matemáticas se llama cuerpo á toda figura que consta de tres dimensiones.

¿Cuáles son estas dimensiones?

Longitud, latitud y profundidad

¿Qué es longitud?

Lo que tiene de largo un cuerpo.

¿Qué es latitud?

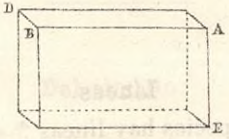
Lo que tiene de ancho.

¿Qué es profundidad?

Lo que tiene un cuerpo de alto, profundo ó grueso.

¿Se conoce en los cuerpos lo que es longitud, latitud y profundidad?

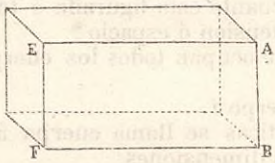
No, pero generalmente se toma por longitud aquella que constituye lo largo del cuerpo; por latitud lo ancho, y por profundidad ò altura lo que tiene de alto: p. e. en este paralepípedo tomaríamos por longitud el lado AB, por latitud el BD, y por alto ò profundo AE.



¿Se puede prescindir de alguna de las tres dimensiones?

En los cuerpos no se puede prescindir de ninguna,

pero si en los planos que solo constan de dos dimensiones y son: longitud como E A y latitud E F del plano ò cara del paralepípedo A E F B, y en las líneas se prescindirá de la latitud porque solo tienen longitud como es la A E del paralepípedo.



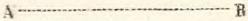
¿En cuántas partes se divide la geometría?

En muchas, pero para la mayor comprension de la niñez, la dividirémos en tres: la 1.ª que tratarà de las líneas; la 2.ª de las superficies, y la 3.ª de los cuerpos.

Del punto.

¿Què es punto y cuál es su dimension?

El punto matemático no tiene dimension alguna, pero si posicion, y por el movimiento del punto se obtiene la línea. Si el punto generador sigue el camino mas corto, se obtiene la línea recta como A B, y si pasa por varios puntos que no estén en la misma direccion, se obtiene la línea curva como A B C.



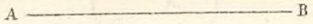
Líneas.

¿De cuántas especies hay líneas?

De tres: recta, curva y mixta.

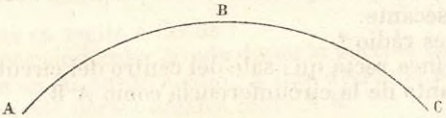
¿Cuál es la recta?

La que todos sus puntos están en una misma direccion como A B.



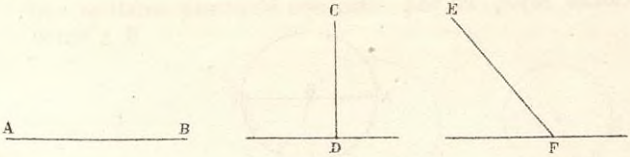
¿ Què es línea curva ?

La que pasa por varios puntos que no están en la misma direccion como A B C



¿ Qué nombres tienen las líneas rectas con respecto á su posicion ?

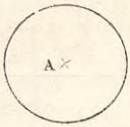
Horizontal A B , perpendicular C D, y oblicua F E. Se llaman líneas horizontales á todas las que se consideran colocadas sobre la superficie del agua ; perpendicular aquella que cae sobre otra sin inclinarse á ningun lado ; y oblicua á la que se inclina mas á un lado que á otro.



Del círculo.

¿ Què es círculo ?

Es un polígono de infinito número de lados , y por lo tanto diré : que círculo es una curva reentrante en sí misma , cuyos puntos distan todos igualmente de uno interior situado en el plano , que se llama centro como A

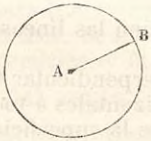


¿ Què nombres tienen las líneas que se consideran en el círculo ?

Rádio , diámetro , cuerda , arco , sagita ò flecha , tangente y secante.

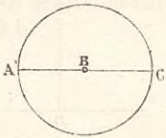
¿ Què es rádio ?

Toda línea recta que sale del centro del círculo y toca en un punto de la circunferencia como A B.



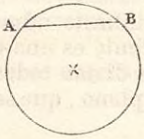
¿ Qué es diámetro ?

Toda recta que tocan sus extremos en la circunferencia y pasa por el centro del círculo como A B C.



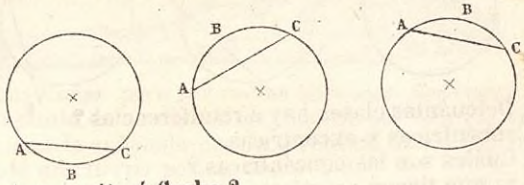
¿ Qué es cuerda ?

Toda recta que no pasa por el centro y tocan sus extremos en la circunferencia como A B.



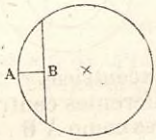
¿ Qué es arco ?

La porcion de circunferencia que abraza los extremos de la cuerda como A B C.



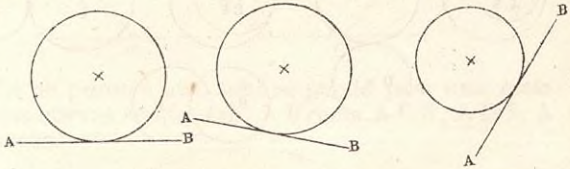
¿ Qué es sagita ó flecha ?

La perpendicular tirada desde la porcion del arco á la cuerda en su punto médio , y que divide la porcion del arco en dos partes iguales como A B.



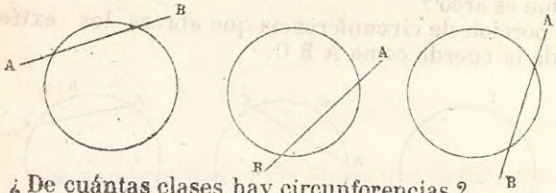
¿ Qué es tangente ?

Toda recta que toca á la circunferencia en un punto , que se llama punto de contacto , por su parte exterior como A B.

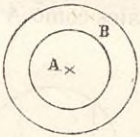


Cuál es la secante ?

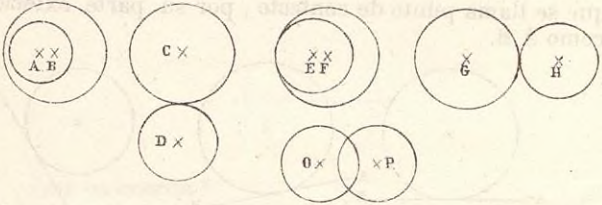
Toda recta que sus extremos están fuera de la circunferencia y cortan cualquier porcion de círculo como A B.



¿ De cuántas clases hay circunferencias ?
Concéntricas y excéntricas.
¿ Cuáles son las concéntricas ?
Las que tienen un mismo centro como en A , y el espacio comprendido entre ellas se llama corona ó ánulo B.



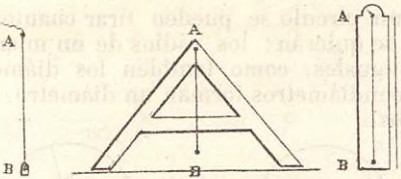
¿ Cuáles son las excéntricas ?
Las que tienen diferentes centros, y estas pueden ser excéntricas interiores como A B , excéntricas exteriores C D , tangentes interiores E F , tangentes exteriores G H, y secantes O P.



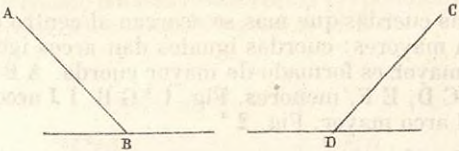
OBSERVACIONES.

1.ª Hay líneas rectas llamadas de vista de pájaro , y son aquellas que ideamos cerrando un ojo desde un punto y buscamos la rectitud en otro: p. e. A B.

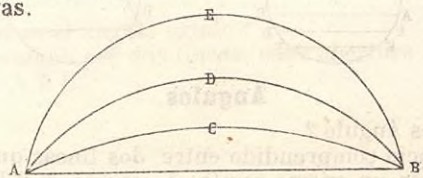
2.ª Las líneas para ser rectas no deben desviarse de ningun punto de su direccion, han de ser como la vertical que es la señalada por la direccion de un hilo que suspende un cuerpo pesado como A B.



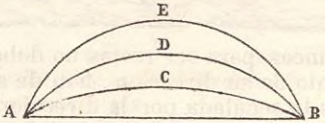
3.ª Las líneas oblícuas son de izquierda á derecha como A B, y de derecha á izquierda como C D, comparadas con otra línea.



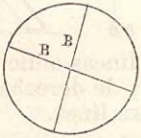
4.ª De un punto á otro solo se puede tirar una recta y cuantas curvas se quieran. A B recta. A C B, A D B, A E B curvas.



5.ª Las líneas curvas mas aproximadas á la recta son mas cortas que las que están mas distantes. A B recta, A C B es mas corta que A D B, y A E B es mas larga que ninguna de las dos.



6.ª En un círculo se pueden tirar cuantos rádios y diámetros se quieran: los rádios de un mismo círculo son todos iguales, como tambien los diámetros: dos rádios ó semidiámetros forman un diámetro. A rádios, B diámetros.



7.ª Las cuerdas que mas se acercan al centro del círculo son mayores: cuerdas iguales dan arcos iguales, y el arco mayor es formado de mayor cuerda. A B cuerda mayor, C D, E F, menores. Fig. 1.ª G H, I J arcos iguales. L M arco mayor, Fig. 2.ª

Fig.ª 1.ª

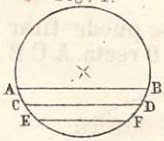
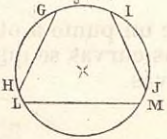


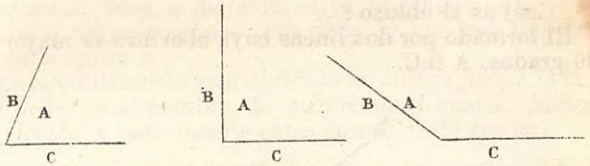
Fig.ª 2.ª



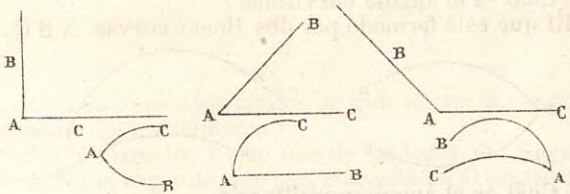
Ángulos.

¿Qué es ángulo?

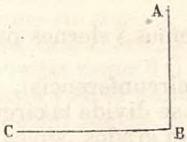
El espacio comprendido entre dos líneas que se encuentran en un mismo punto. A espacio, B C líneas.



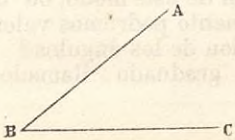
¿ Què nombre tienen las líneas que forman el ángulo?
Lados del ángulo A B, A C, y el punto A, en que se interceptan, *vértice*



¿ De cuántas clases hay de ángulos ?
Rectos, agudos, obtusos, curvilíneos y mixtilíneos
¿ Què es ángulo recto ?
El formado por dos líneas rectas perpendiculares entre sí, cuya abertura tiene 90 grados A B C.

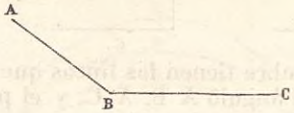


¿ Cuál es el ángulo agudo ?
El formado por dos líneas, cuya abertura no tiene 90 grados A B C.



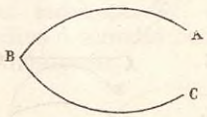
¿Cuál es el obtuso?

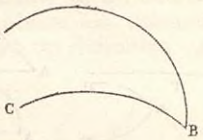
El formado por dos líneas cuya abertura es mayor de 90 grados. A B C.



¿Cuál es el ángulo curvilíneo?

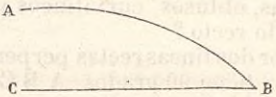
El que está formado por dos líneas curvas. A B C.





¿Cuál es el ángulo mixtilíneo?

El que se compone de recta y curva. A B C.



¿De què medio debemos valernos para medir los ángulos?

De la division de la circunferencia.

¿En cuántas partes se divide la circunferencia?

En 360 que se llaman grados, sin embargo, puede dividirse en 400 partes segun el sistema decimal.

¿Hay alguna subdivision en el grado?

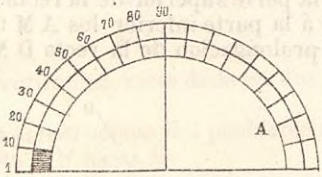
Sí, cada grado se divide en 60 minutos, el minuto en 60 segundos, el segundo en 60 terceros y asi sucesivamente, y se figuran de este modo, 60° 50' 70'' 30''' etc.

¿De qué instrumento podrémos valernos como auxiliar para la medicion de los ángulos?

Del semicírculo graduado, llamado *transportador*,

bien sea de talco ó de laton, cuyo instrumento tiene la division del modo que se deja dicho, y que mas claro se vé en la figura A.

La circunferencia está dividida en cuatro partes, á las que se les dá el nombre de *cuadrantes* ó cuartas partes de círculo, y cada una de estas consta de 90 grados.

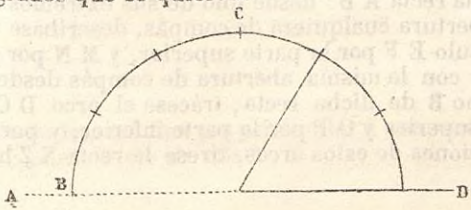


¿ Cómo se conoce los grados de que consta un ángulo por medio del instrumento ?

Se fija el diámetro sobre uno de los lados del ángulo haciendo que el punto que hay marcado en el centro del diámetro del instrumento, coincida exactamente en el vértice del ángulo, y el otro lado del ángulo nos marcará en la division del instrumento el número de grados de que consta el angulo.

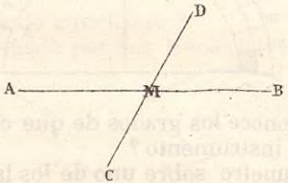
¿ Y cuando no se tenga instrumento, cómo se conocerá los grados de un ángulo ?

Prolónguese uno de los lados del ángulo desde su vértice hácia el lado opuesto como A, y desde el mismo vértice descríbase con una abertura cualquiera de compás una semicircunferencia como B C D : se dividirá en 180 grados de que consta y en el punto que coincida de esta division el otro lado del ángulo, aquella será su medida. Por las mismas reglas se pueden construir los ángulos de los grados que se quieran.



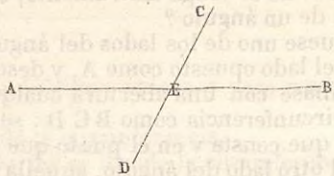
¿Qué son ángulos adyacentes?

Los que forman una recta que cae en un punto de otra que no sea en su extremo. Por ejemplo: son ángulos adyacentes los que se hallan formados á la parte superior de la recta A B, y tambien lo son los de la parte inferior de dicha recta como A M D y D M B, estos son contiguos adyacentes á la parte superior de la recta A B, formados por la D M; y á la parte inferior los A M C y C M B, formados por la prolongacion de la recta D M C.



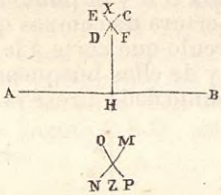
¿Qué son ángulos opuestos por el vértice?

Aquellos que los vértices son opuestos formados por dos rectas A B y D C, que se cortan en un punto E. Los ángulos opuestos son los A E D, C E B, y los A E C y D E B.



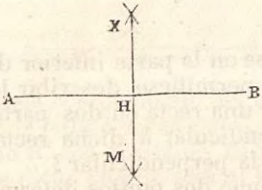
¿Cómo se tirará una perpendicular á una recta dada?

Sea la recta A B: desde uno de sus extremos A, con una abertura cualquiera de compás, descríbase un arco de círculo E F por la parte superior, y M N por la inferior, y con la misma abertura de compás desde el otro extremo B de dicha recta, trácese el arco D C por la parte superior y O P por la parte inferior, y por las intersecciones de estos arcos, tírese la recta X Z hasta H.



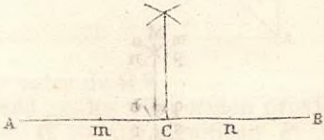
¿Cómo se dividirá una recta dada en dos partes iguales?

Por la misma construccion del problema anterior prolongando la recta X H hasta M.



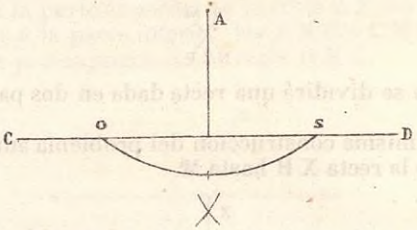
¿Cómo se levantará una perpendicular á una recta desde un punto dado en ella?

Sea la recta A B y el punto dado C: desde el punto C con una misma abertura de compás señálese en la recta A B los puntos m n, y de estos búsquense las intersecciones, levántese la perpendicular y será la recta pedida.



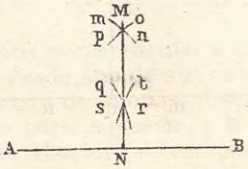
¿Cómo se trazará una perpendicular á una recta dada desde un punto fuera de ella?

Sea la recta dada C D y el punto dado A: desde el punto A, con la abertura de compás que se quiera, trácese un arco de círculo que corte á la recta dada en dos puntos, como o s, y de ellos búsquense las intersecciones, y de esta al punto dado tírese la línea pedida.



Si se encontrase en la parte inferior de la recta dada un objeto que no permitiese describir los arcos de círculo para dividir una recta en dos partes iguales, ó levantar una perpendicular á dicha recta, ¿existe algun medio para tirar la perpendicnlar?

En este caso como dos puntos determinan la posicion de una recta, teniendo la recta dada, por ejemplo, la A B: desde sus extremos con una abertura cualquiera de compás trazaria los arcos m n y o p por la parte superior, y luego con una abertura menor de compás tambien por la parte superior trazaria los arcos q r y s t, y tirando por las intersecciones la recta M N, seria la perpendicular pedida.

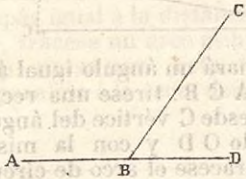


Cuando una recta corta á otra perpendicularmente ¿qué ángulos forma?

Cuatro ángulos rectos y por consiguiente cada uno vale 90 grados y todos juntos 360 grados ó 2 Π y por lo tanto cada uno de ellos será igual á medio Π.

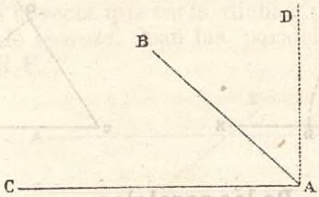
¿A qué se llama suplemento del ángulo?

A todo lo que le falta para valer dos ángulos rectos ó Π como A B C del ángulo C B D, estos ángulos se llaman *suplementarios*.



¿A qué se llama complemento del ángulo?

A todo lo que le falta ó sobra para valer un ángulo recto ó un medio Π: sea el ángulo dado el B A C, el complemento de dicho ángulo será el D A B, estos ángulos se llaman *complementarios*.



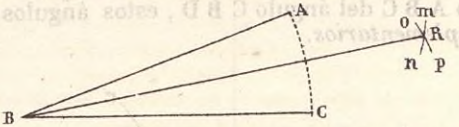
¿Cuál es el valor de Π?

El Π vale 180 grados y su orígen proviene de las letras griegas Π Π ϖ que significan *Pi* y en nuestro idioma tiene el valor de la P.

¿Cómo se divide un ángulo en dos partes iguales?

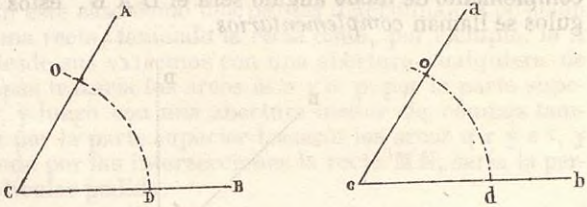
Desde el vértice del ángulo A B C que será en B, fíjese una punta de compás en dicho punto y descríbase un arco de círculo desde A hasta C, y de los puntos A y C

como centros, trácense los arcos de círculo m n y o p, y por el punto de interseccion R y el vértice de dicho ángulo tírese la recta B R, y quedará dividido el ángulo en dos partes iguales, y en otros dos ángulos que serán iguales entre si y equivalentes al propuesto.



¿Cómo se formará un ángulo igual á otro dado?

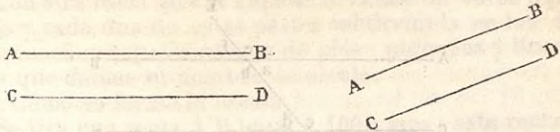
Sea el ángulo A C B: tírese una recta c b con un rádio cualquiera desde C vértice del ángulo A C B, tírese un arco de círculo O D y con la misma abertura de compás desde c trácese el arco de círculo o d: tómese la cuerda O D, y desde d córtese el arco en o, y uniendo el punto c con el o por medio de la recta c o prolongada, tendrémos un ángulo a c b igual al dado.



De las paralelas.

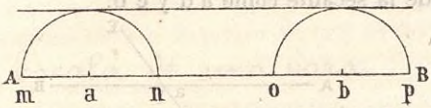
¿Qué son paralelas?

Dos rectas situadas en un mismo plano que los puntos todos de la una están á igual distancia de la otra, y por eso decimos que las líneas paralelas son aquellas que por mas que se prolonguen nunca pueden encontrarse, porque si se encontraran en un punto ya no lo serian, por ejemplo A B, C D.



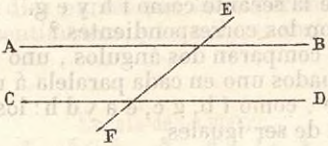
¿Cómo se tira una paralela á una recta dada?

Sea la recta dada A B: desde el punto a y con una abertura de compás igual á la distancia que se quiera tirar la paralela, trácese un arco m n, y desde el punto b trácese otro o p: tírese una recta tangente á dichos arcos, y será la paralela á la recta dada.



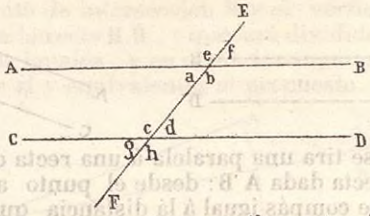
¿Cuándo hay dos rectas paralelas cortadas por otra recta, qué ángulos forman?

Ocho ángulos á saber: cuatro internos y cuatro externos, y á la recta que corta dichas paralelas se le dá el nombre de *secante*. Sean las paralelas A B y C D, y la secante E F.



¿Qué son ángulos internos y externos?

Llámanse ángulos internos á los que están formados á la parte interior de las paralelas A B y C D á un lado y otro de la secante E F, los cuales son a b c d; y los ángulos externos son formados á la parte superior de la recta A B y los de la parte inferior de la recta C D por la prolongacion de la F, los cuales son e f g h

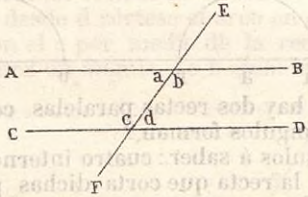


¿ Qué nombres particulares reciben estos ángulos ?

Los de alternos internos , los de alternos externos , y los de correspondientes.

¿ Cuáles son los alternos internos ?

Los internos situados uno en cada paralela en distinto lado de la secante como a d y c b.

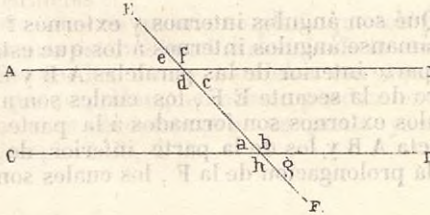


¿ Cuáles son los alternos externos ?

Los externos situados uno en cada paralela en diferente lado de la secante como f h y e g.

¿ Cuáles son los correspondientes ?

Cuando se comparan dos ángulos , uno interno y otro externo formados uno en cada paralela á un mismo lado de la secante , como f b, g c, e a y d h: los cuales tienen la propiedad de ser iguales.



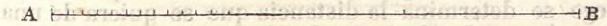
¿Cómo se miden las líneas?

Con otra línea que se supone dividida en varas ó palmos y cada una de estas partes subdividida en las denominaciones que contenga de piés, pulgadas y líneas, á la que damos el nombre de escala.

¿Cómo se forma la escala?

Se tira una recta A B igual á 100 varas: esta recta se divide en diez partes iguales y cada una de ellas vale diez varas; una de estas partes que será siempre la primera se dividirá en otras diez partes, y una de estas valdrá una vara: se dividirá una vara en tres partes y cada parte valdrá un pié: uno de estos piés se dividirá en doce partes que valdrá cada una una pulgada, una de estas en doce partes que valdrá cada una una linea, y cada línea en doce puntos y así sucesivamente.

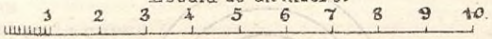
Escala de una vara



¿Cómo se formará la escala por el sistema métrico?

Por el sistema usual, con la diferencia que así como por el sistema usual tomamos por base la vara de Búrgos, en el métrico tomarémos por base el metro y lo dividirémos en diez partes que serán decímetros, en ciento que serán centímetros, y en mil que serán milímetros.

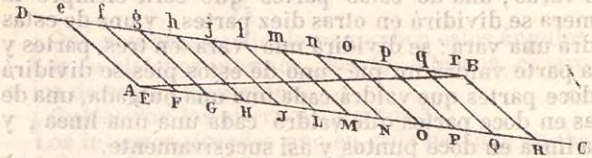
Escala de un metro.



¿Cómo se dividirá una recta dada en muchas partes, por ejemplo en once

Sea la recta dada A B: del punto A tírese la línea indefinida A C que forme ángulo con la A B. Del punto B

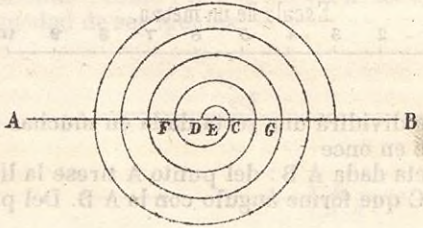
tírese otra línea como B D que forme un ángulo igual al B A C, con el compás señálense doce puntos con la misma abertura en la línea A C principiando por A, y luego hágase lo propio en la línea B D principiando por B, y de los puntos señalados Ee Ff Gg Hh Jj Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr tírense las rectas y cortarán la línea en once partes iguales.



¿ Cuál es la línea aspiral ?

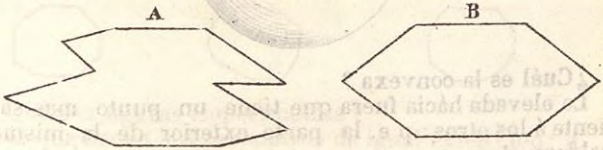
Es una curva que sin cerrar el círculo va dando vueltas al modo de un caracol.

Para trazarla es preciso tirar una recta: p. e. A B: luego se determina la distancia que se quiera de una curva á otra. Sea la C D, divídase y dará al punto E: los puntos E C, ó E D son los centros para los semicírculos que la forman, eligiendo de los dos el que se quiera, sea el E D en la presente. Fíjese una punta del compás en E, con la abertura E D y trácese el arco C D: pase la punta del compás al punto D y ábrese hasta C; y nos dará la curva C F: póngase la punta del compás en E y ábrese hasta el punto F, y nos dará el arco F G; y así sucesivamente alternando ambos puntos, se hará de las vueltas que se quiera.

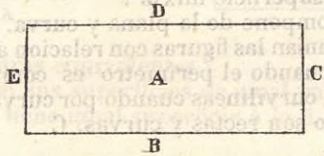


De las figuras en general.

¿Qué son figuras?
Espacios cerrados por líneas: p. e. A B.



Qué se debe observar en toda figura?
Que el espacio se llama superficie, y área cuando se expresa su valor numérico; y el conjunto de líneas que cierran el espacio, se llaman ámbito ó contorno; y al expresarse el valor numérico, se distingue con el nombre de perímetro. A espacio B C D E ámbito, contorno ó perímetro.



¿Las figuras tienen todas una misma superficie?
No, las hay planas, curvas ó mixtas.
Cuál es la plana?
Aquella que se le puede aplicar una línea recta por todas sus partes · p. e. la parte superior de una mesa bien lisa.
¿Cuál es la curva?
La que no se le puede aplicar ninguna recta, la cual puede ser cóncava ó convexa.
¿Cuál es la cóncava?
La parte interior de un cuerpo que tiene un punto mas entrante á los otros: p. e. la parte de adentro de una caldera. A.

¿Cuál es la convexa ?

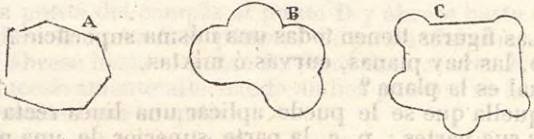
La elevada hácia fuera que tiene un punto mas saliente á los otros: p e. la parte exterior de la misma caldera. A.

¿ Cuál es la superficie mixta ?

La que se compone de la plana y curva.

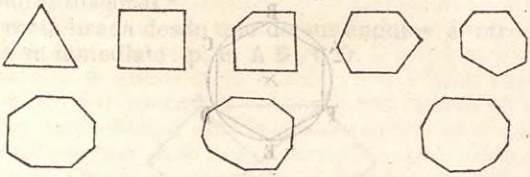
¿ Cómo se llaman las figuras con relacion al perímetro ?

Rectilíneas cuando el perímetro es compuesto de líneas rectas: A, curvilíneas cuando por curvas: B, y mixtilíneas cuando son rectas y curvas. C.



Por cuántas líneas pueden ser terminadas las figuras ?

Segun el número de lados que contienen se las distinguen con el de triángulos al ser de tres: cuadriláteros al tener cuatro: pentágono si son de cinco: exágono si son de seis: heptágono siendo siete: octógono ocho: eneágono nueve: decágono diez: pentedecágono quince; pero en general al pasar de diez lados se les nombra polígonos de tantos lados como contengan.



¿ Qué son figuras isoperímetras ?

Las que tienen sus perímetros de igual extencion: p. e. los lados de la figura 1.ª A B C D E , son iguales á la a b c d e de la figura 2.ª

fig.ª 1.ª

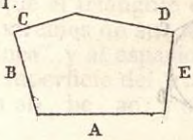
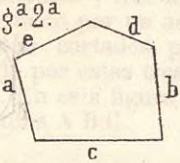


fig.ª 2.ª



¿ Qué son figuras equivalentes ?

Las que tienen sus superficies de igual valor : p. e. A figura 1.ª que tiene igual superficie á la B. figura 2,ª.

fig.ª 1.ª

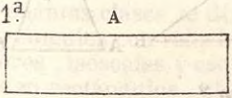


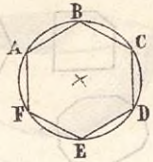
fig.ª 2.ª

¿ Qué son figuras iguales ?

Aquellas que pueden colocarse la una sobre la otra de manera que se confundan en todas sus partes.

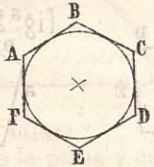
¿ Qué se debe entender cuando se dice que una figura está inscrita en un círculo , ó que un círculo circunscrito á una figura ?

Que todos los lados de la figura son cuerdas del círculo : p. e. A B C D E F.



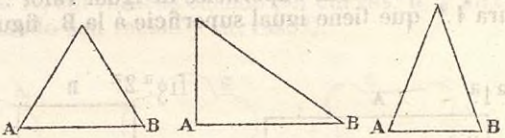
Y cuando se dice que una figura está circunscrita al círculo ó que un círculo inscrito á una figura, qué debe entenderse ?

Que todos los lados de la figura son tangentes del círculo : p. e. A B C D E F.



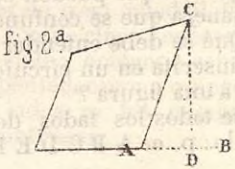
¿ Qué es la base de una figura ?

El lado en que se considera insistiendo como A B.



¿ Qué es altura de una figura ?

La perpendicular tirada desde el punto mas distante de la base á la misma ó á su prolongacion : p. e. A B, figura 1.ª. A B prolongacion, C D altura. Figura 2.ª



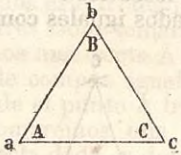
¿ Qué es diagonal ?

La recta tirada desde uno de sus ángulos á otro que no sea su inmediato: p. e. A B , C D.

Triángulos.

¿ Qué es triángulo ?

Una figura que consta de tres ángulos y tres lados , y decimos que el triángulo está formado por un ángulo y que los extremos de sus lados están cortados por una tercera línea , y al espacio cerrado por estas tres líneas se llama superficie del triángulo. En esta figura los lados serán ab , bc , ac: y sus ángulos A B C.



¿ En cuántas clases se dividen los triángulos ?

Los triángulos con relacion á sus lados se dividen en equiláteros , isósceles y escalenos; y con relacion á sus ángulos en rectángulos , obtusángulos y acutángulos; pero en general á los obtusángulos y acutángulos les damos el nombre de *oblicuángulos.*

¿ Cuál es el triángulo equilátero ?

El que tiene sus tres lados iguales como el A B C.

¿Cómo se construye el triángulo equilátero?

Sea por ejemplo el lado del triángulo A B: trácese esta recta desde A hasta B, tómese una abertura de compás igual á A B, desde el extremo A trácese un arco de círculo por la parte superior: con la misma abertura de compás desde el lado B còrtese el primer arco en C: únase el punto C con el A por medio de la recta C A, y el punto C únase con el punto B con la recta C B, y quedará formado el triángulo.

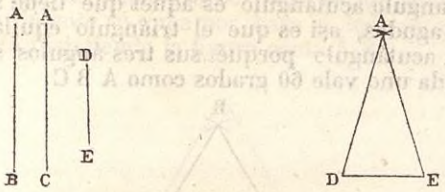
¿Qué es triángulo isósceles?

El que tiene dos lados iguales como el A B, B C.

¿Cómo se construye este triángulo?

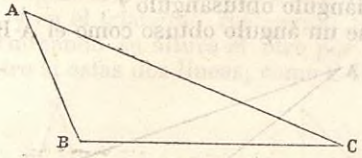
Para construir un triángulo isósceles es necesario conocer dos de sus lados, es decir, uno de los lados iguales y el tercero desigual: p. e. A B y A C lados iguales, D E lado desigual.

Trácese el lado desigual D E y con la abertura de compás de uno de los lados iguales búsquense las intersecciones como el anterior problema, y tiradas las rectas del punto A, quedará construido el triángulo isósceles.



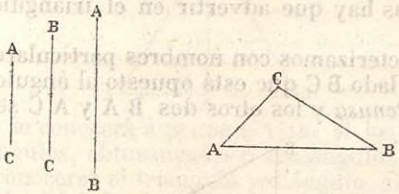
¿ Qué es triángulo escaleno ?

El que tiene sus tres lados desiguales como A B C.



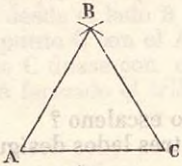
¿ Cómo formarémos este triángulo ?

Conociendo sus tres lados tomarémos uno cualquiera de ellos y trazarémos una recta A B igual á este lado: con una abertura de compás igual á una de las otras rectas dadas y desde el punto A trazarémos un arco de círculo, despues tomarémos una abertura de compás igual á la última recta dada, y desde el punto B trazarémos otro arco de círculo que intercepte el primero, y por el punto de interseccion trazarémos la recta C B, y desde el mismo punto C lo unirémos con el A, y nos quedará formado el triángulo pedido.

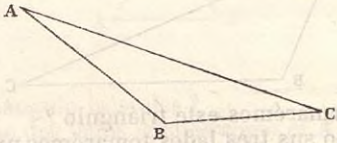


¿ Cómo conocerémos los triángulos con relacion á sus ángulos ?

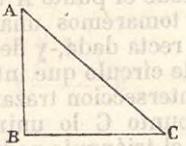
El triángulo acutángulo es aquel que tiene sus tres ángulos agudos, asi es que el triángulo equilátero es tambien acutángulo porqué sus tres ángulos son agudos y cada uno vale 60 grados como A B C.



¿Qué es triángulo obtusángulo?
El que tiene un ángulo obtuso como el A B C.

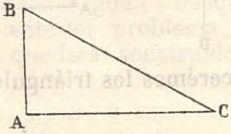


¿Cuál es el triángulo rectángulo?
El que tiene un ángulo recto como el A B C.



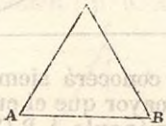
¿Qué mas hay que advertir en el triángulo rectángulo?

Que caracterizamos con nombres particulares sus lados. Asi el lado B C que está opuesto al ángulo recto se llama *hipotenusa* y los otros dos B A y A C se denominan *catetos*.



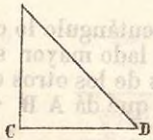
¿Qué lado se considera por base en los triángulos?

Generalmente se toma por base el lado sobre que se considera insistiendo la figura como A B.



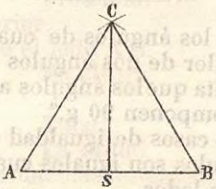
¿Tiene alguna excepcion esta regla?

En el triángulo isósceles se llama base el lado desigual como A B, y en el triángulo rectángulo uno de los catetos determinando su altura el otro por ser perpendiculares entre si estas dos líneas, como C D.



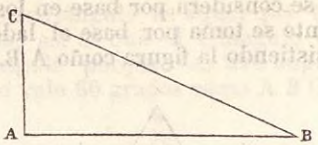
¿Qué altura tienen los triángulos?

La perpendicular bajada desde su vértice á la base ó á su prolongacion como el triángulo A B C, la C S es la perpendicular.

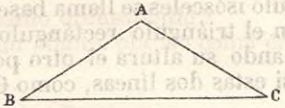


¿Cómo se conocerá á primera vista si los triángulos son rectángulos, obtusángulos ó acutángulos?

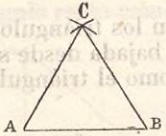
Podrá conocerse el triángulo rectángulo siempre que el cuadrado del lado mayor sea igual á la suma de los cuadrados de los otros dos lados como: p. e. el triángulo A B C que dá $CB^2 = AB + AC^2$



El obtusángulo se conocerá siempre que el cuadrado del lado mayor sea mayor que el cuadrado de los otros dos lados: p. e. el triángulo A B C que dá B C $>$ A B $+$ A C^2.



El acutángulo lo conocerémos siempre que el cuadrado del lado mayor sea menor que la suma de los cuadrados de los otros dos lados: por ejemplo, el triángulo A B C que dá A B $<$ A C^2 $+$ C B^2.



¿Cuánto suman los ángulos de cualquier triángulo?

Equivalen al valor de dos ángulos rectos ó sean 180 g.°, de lo que resulta que los ángulos agudos de un triángulo rectángulo componen 90 g.°

¿Cuáles son los casos de igualdad de los triángulos?

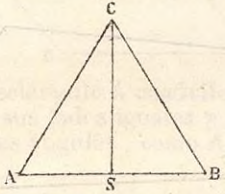
1.° Dos triángulos son iguales cuando lo son respectivamente sus tres lados.

2.° Cuando tienen un ángulo igual formado por dos lados respectivamente iguales.

3.° Cuando tienen dos ángulos respectivamente iguales adyacentes á un lado igual.

¿Cómo se busca la superficie en un triángulo?

Multiplicando la base A B por la mitad C S de la altura, ó bien multiplicando la altura C S por la mitad de la base, el producto es la superficie del triángulo; ó bien multiplicando entre si estas dos dimensiones y tomando la mitad de su producto: p. e. A B C S.



Ejemplo numérico.

Sea por ejemplo el lado A B de	220 metros
Su altura 60 la mitad son	30 id.
Producto.	6600 met.

Y para probar que á la inversa se verifica; multiplíquese:

Mitad de la base A B.	110 met.
Altura.	60 id.
Producto.	6600 met.

Igual al anterior.

Multiplíquese el lado A B.	220 met.
Su altura.	60 id.
Total.	13200 met.
La mitad.	6600 met.

Igual á los problemas anteriores.

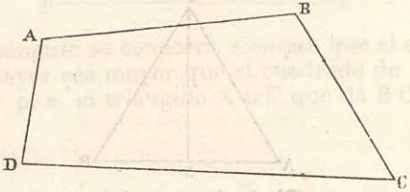
Cuadriláteros.

¿Qué son cuadriláteros?
Espacios cerrados por cuatro líneas.
¿De cuántas clases hay cuadriláteros?

Trapezoide, trapecio, romboide, rombo, rectángulo ó cuadrilongo y cuadrado.

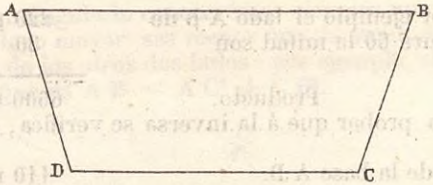
¿ Qué es trapezoide ?

El que tiene sus cuatro lados sin ser paralelos, como A B C D.



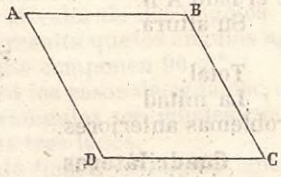
¿ Qué es trapecio ?

El que tiene dos lados paralelos, como A B C D.



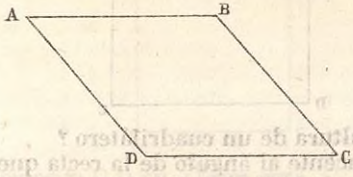
¿ Cuál es el romboide ?

El que tiene sus lados paralelos é iguales de dos en dos , y los ángulos opuestos son iguales , como A B C D.



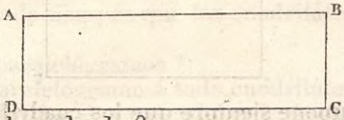
¿ Cuál es el rombo ?

El que tiene sus lados iguales y paralelos de dos en dos , y sus ángulos opuestos son iguales , como A B C D.



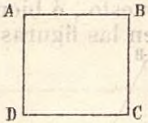
¿ Cuál es el rectángulo ú cuadrilongo ?

El que tiene sus lados iguales y paralelos de dos en dos , y rectos sus ángulos , como A B C D.



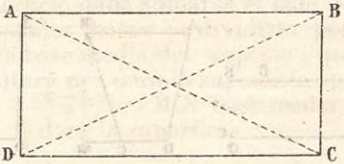
¿ Cuál es el cuadrado ?

El que tiene sus cuatro lados iguales y paralelos de dos en dos, y sus cuatro ángulos iguales, como A B C D



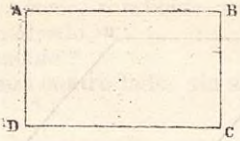
¿ Qué es diagonal ?

La recta tirada desde un ángulo á su opuesto , como la A C ó B D en el cuadrilátero A B C D.



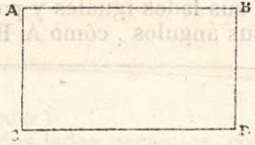
¿ Cuál es la base de un cuadrilátero ?

El lado sobre que se considera insistiendo , como en el cuadrilátero A B C D , el C D , sin embargo que podría tomarse cualquiera de los otros lados por base.

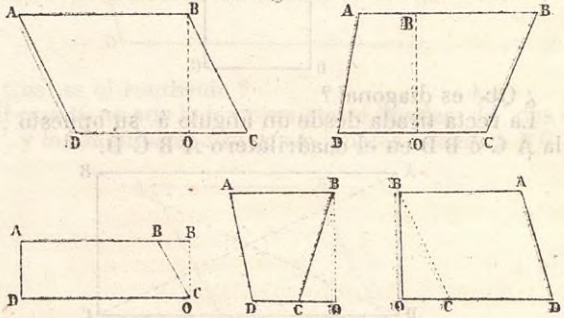


¿ Cuál es la altura de un cuadrilátero ?

La recta adyacente al ángulo de la recta que se haya tomado por base , como el C A ó D B.



Esto se supone siempre que los cuadriláteros tengan sus cuatro ángulos rectos: pero en los cuadriláteros cuyos ángulos adyacentes á un mismo lado no sean rectos, se tomará por altura la perpendicular tirada á la base desde el lado opuesto , ó bien á la prolongacion de la base como la B O en las figuras A B C D.



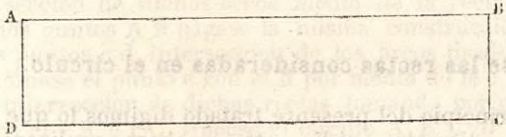
¿ Cómo se mide la superficie de los paralelógramos ?

Multiplicando la base por la altura, el producto es la superficie : p. e. el cuadrado A B C D.

Si tomamos la C D su altura será C B. Suponiendo que la base tenga 15 met. y su altura 12, multiplicándolos 12 por 15 darán 180 números de met. superficiales que contienen cada uno de dichos cuadriláteros. Esto se entiende siempre que los cuadriláteros sean paralelógramos.

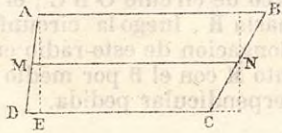
¿Qué son paralelógramos?

Se llama paralelógramo á todo cuadrilátero que tiene sus cuatro lados iguales y paralelos de dos en dos, como A B C D.

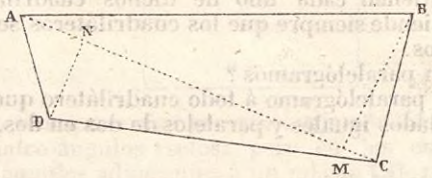


Y cuando no sean paralelógramos los cuadriláteros, cómo se busca su superfície?

Pueden ocurrir varios casos: 1.° el trapecio para hallar su superficie debe sumarse el lado superior con el inferior llamados bases y dividirlo por 2, y el resultado será la base media del trapecio, que multiplicada por su altura nos dará la superfície: p. e. el trapecio A B C D; $\frac{AB + DC}{2} = MN$ base media que multiplicada por A E dará la superfície.



2.° caso; el trapezoide A B C D si desde la recta A C levantamos una perpendicular desde dicha recta al ángulo B, y desde la misma línea A C levantamos otra perpendicular al ángulo D, tendrémos el trapezoide A B C D dividido en dos triángulos, que el 1.° A B C tendrá por base la A C y por altura la M B; y el 2.° tendrá por base la A C y por altura la D N, de modo que tomando A C por base y $\frac{BM+ND}{2}$ el producto será la superfície de dicho trapezoide.

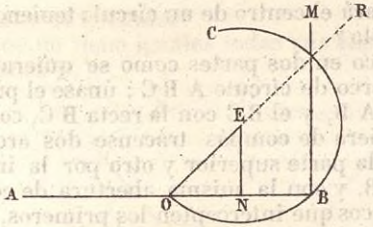


De las rectas consideradas en el círculo.

Al principio del presente tratado digimos lo que era círculo, diámetro, rádio, etc., y ahora explicarémos los casos en que nos servimos de la circunferencia para determinar algunas rectas y vice-versa.

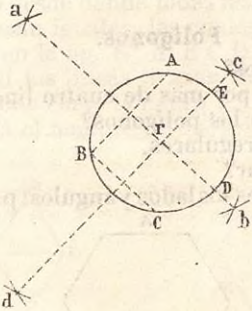
¿Cómo se levantará una perpendicular al extremo de una recta?

Sea p. e. la recta A B: con una abertura cualquiera de compás se tomará en dicha recta una parte O B, esta se dividirá en dos partes iguales O N y N B, en el punto N levantarémos una perpendicular N E igual á N B: luego haciendo centro en E y con un rádio igual á E O trazarémos un arco de círculo O B C, el rádio E O lo prolongarémos hasta R, luego la circunferencia habrá cortado á la prolongacion de este rádio en un punto M, y uniendo el punto M con el B por medio de la recta M B, esta será la perpendícular pedida.



Dados tres puntos que no estén en línea recta hacer pasar por ellos una circunferencia de círculo.

Sean los puntos dados A B C : únase el punto A con el B por medio de la recta A B, y el punto B con el C: únase con la recta B C, luego con una abertura de compás cualquiera, desde el punto A trácense dos arcos de círculo uno por la parte superior y otro por la inferior:desde el punto B hágase la misma construccion y que intercepten los arcos primeros, únanse el punto a con el b interseccion de dichos arcos medio de la recta a b: desde los puntos A B hágase la misma construccion y por los puntos c d, interseccion de los arcos tirados de la B C, únase el punto c con el d por medio de la c d, y por la interseccion de dichas rectas tomando por rádio el r A, ó el r B, ó r C, trácese el círculo A B C D E y pasará por los puntos pedidos.



¿Cómo se hallará el centro de un círculo teniendo solo un arco de círculo?

Divídase el arco en dos partes como se quiera. Sea, por ejemplo, el arco de círculo A B C: únase el punto A y B con la recta A B, y el B C con la recta B C, con una abertura cualquiera de compás trácense dos arcos de círculo uno por la parte superior y otro por la inferior desde el punto B, y con la misma abertura de compás trácense otros arcos que intercepten los primeros, y por la interseccion de dichos arcos tírese la recta m n: despues desde los puntos B y C trácense otros arcos de círculo que se intercepten entre sí, y por los puntos de interseccion tírese la recta o p, y el punto F donde se interceptan dichas rectas, será el centro del círculo pedido.

Polígonos.

¿Qué son polígonos?

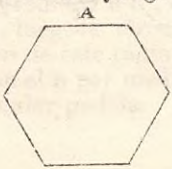
Figuras cerradas por mas de cuatro líneas.

¿Cómo se dividen los polígonos?

En regulares é irregulares.

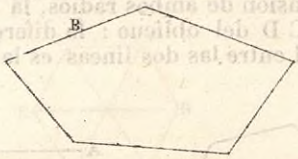
¿Cuál es el regular?

El que tiene iguales los lados y ángulos: p. e. la figura A.



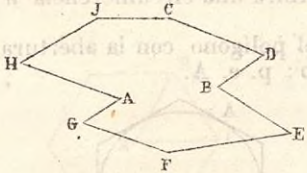
¿Cuál es el irregular?

El que no tiene iguales todos sus ángulos y lados: p. e. la figura B.



¿De cuántas clases de ángulos pueden concurrir en un polígono irregular?

Dos: entrantes los que tienen vértices hácia dentro de la figura A B; y salientes los que los tienen hácia fuera como C H D E F G J.



¿Qué es centro de un polígono regular?

Aquel punto desde donde todas las rectas que se tiren á los ángulos sean iguales, las cuales se llaman *rádios oblícuos* como en la fig. 1.ª A B C D E F: tambien son iguales entre sí las líneas tiradas desde el punto á los lados del polígono como la figura 2.ª G H J L M N, á las cuales se les dá el nombre de *apotemas ó rádios rectos*.

fig 1ª

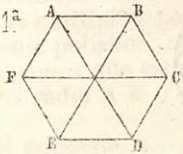
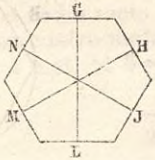
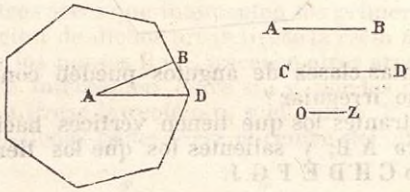


fig 2ª



¿Qué es sagita de un polígono regular?

La diferencia que hay del rádio recto al rádio oblícuo: p. e. A B rádio recto, A D rádio oblícuo : tomada con el compás la extension de ambos rádios, la línea A B será del recto, y la C D del oblícuo : la diferencia O Z que hay en longitud entre las dos líneas es la sagita.

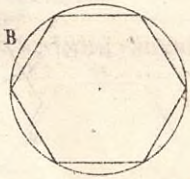


Cómo se inscribirá una circunferencia á un polígono regular ?

Del centro del polígono con la abertura del compás de un rádio recto : p. e. A.

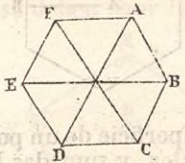
¿Y para circunscribirla?

Se traza la circunferencia con una abertura de compás igual al rádio oblícuo : p. e. B.



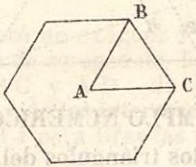
¿De cuántos ángulos consta un polígono regular?

En tantos como lados tenga: p. e. el exágono contiene seis ángulos, como A B C D E F.



¿Cuáles son los ángulos centrales de un polígono regular.

Los que tienen el vértice en el centro formados por dos rádios oblicuos: p. e. A B, A C.



¿Cómo se halla el valor de un ángulo central?

Dividiendo 360° de la circunferencia por el número de lados que tenga el polígono, el cociente es su valor: p. e. el anterior ángulo su valor es de 60°, esto es la sexta parte de la circunferencia.

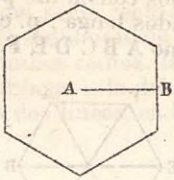
¿Cómo se mide la superficie de un polígono regular?

Se suman los lados que forman el perímetro y el resultado se multiplica por la mitad del rádio recto: p. e. el siguiente polígono, cada lado tiene cuatro metros.

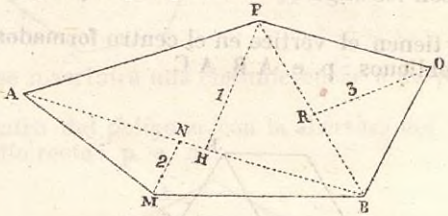
Supongamos que cada lado tenga 4 met. × 6 = 24

Medio del rádio A B. . . . . × 1 ½

Área del polígono. . . . . 36 met.



¿Cómo se mide la superficie de un polígono irregular? Se divide en triángulos, y sumadas las superficies de ellos, el producto total es la área del polígono irregular: p. e. el siguiente polígono.



EJEMPLO NUMÉRICO.

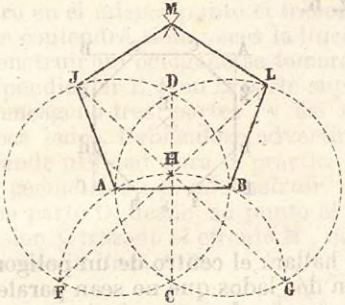
Supongamos que los triángulos del polígono A P O B M contienen:

Bases.	Altura.			Metros.
1.° A B 6	H P la mitad	3	×	18
2.° A B 6	M N »	2	×	12
3.° P B 4	O R »	1	×	4
	Superficie total. . . .			34

¿Cómo se formará sobre una recta un pentágono regular?

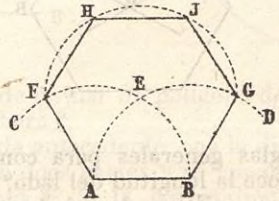
Con la abertura de compás que tenga la recta A B, y haciendo centro en los puntos A B se trazarán dos circunferencias: de las intersecciones C D se tirará una perpendicular, y del punto C se trazará el arco F G H;

de los puntos del arco F G se tirarán dos rectas que pasen por la interseccion H del arco hasta tocar las circunferencias en los puntos J L, y se tendrán dos lados del pentágono, y tirada la interseccion M de los puntos J L, será el que se deben tirar las líneas para cerrarlo.



¿Cómo se formará un exágono?

Con la abertura de compás de la línea dada A B se tirarán los arcos B C y A D: de la interseccion E se trazará otro arco, y de las intersecciones F G se señalalarán los puntos H J para tirar las rectas que cierren el exágono.



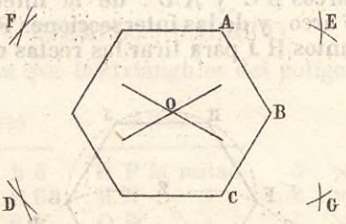
¿Cómo se formará el octógano?

Fórmese un cuadrado y señálese el centro: con el compás se toma la distancia del ángulo al centro, y de

cada uno de los cuatro ángulos se señalarán dos puntos en los lados, y de estos se tiran las líneas para cerrar el octógano: p. e. A B C D cuadrado: E centro: del ángulo A, se señalan los puntos a b: del ángulo B, los puntos c d: del ángulo C, los puntos e f; y del ángulo D, los puntos g. h.

¿Cómo se hallará el centro de un polígono?

Se dividen dos lados que no sean paralelos y se tiran dos rectas cada una de su respectivo punto y en el que se corten, es el centro del polígono: p. e. A B un lado; B C otro: del A B tírense las intersecciones E D, y del lado B C, las F G, y serán los puntos para su centro O.



¿Me dará reglas generales para construir polígonos cuando se conoce la longitud del lado?

Para trazar un polígono de seis hasta doce lados, la operacion es muy sencilla.

Sea la longitud del lado A B y haciendo centro en B con un rádio igual á la misma trácese el arco A C: en el punto medio de dicha recta levántese la perpendicular

D E : la porcion de arco comprendida desde A á F divídase en seis partes iguales. Si se quiere construir un heptágono, tómese sobre la perpendicular desde F hácia D una parte F O igual á una cuerda de las divisiones del arco, y con un rádio igual á la distancia O A y haciendo centro en el mismo punto O trácese una circunferencia que contendrá siete veces la línea dada A B. Si se quiere construir un octógano se tomarán dos partes sobre la perpendicular E D en la parte superior del punto F, si un eneágono tres partes, y asi sucesivamente hasta los doce lados. Debiéndose advertir que esta regla es de grande utilidad para la práctica aunque carece del rigor geométrico : p. e. construir un heptágono. Añadida una parte O, desde su punto al A se ha tomado la extension y trazado el círculo M , figura 2.ª y contiene siete veces la línea A B.

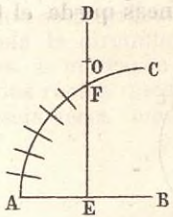
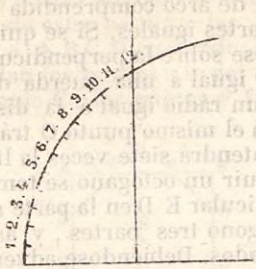


Fig.ª M

¿Y si se ha de formar un polígono de mas de doce lados, cómo se hará ?

Como la regla antecedente, con la diferencia que el arco se divide en doce partes y se toman en la parte superior del punto F de la perpendicular tantas partes cuantos sean los lados de que se quiera construir el polígono, contando sobre doce: si ha de ser trece lados, se añade una : si de quince, tres; y de diez y nueve, siete.

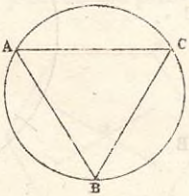


¿Y para las figuras inscritas en el círculo son las mismas reglas?

No: son mas ajustadas y mas exactas.

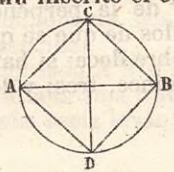
¿Cómo se inscribirá en el círculo el triángulo equilátero?

Como la abertura del compás con que se forma el círculo es la sexta parte de él, se dobla y se marcan los tres puntos A B C, y tiradas las líneas queda el triángulo inscrito.



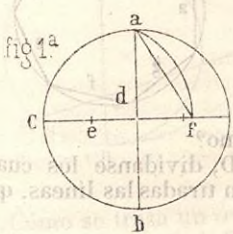
¿Cómo se inscribirá en el círculo el cuadrado?

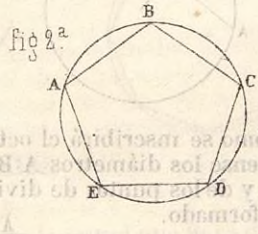
Tírense dos diámetros que se crucen perpendicularmente como A B y C D, y uniendo los extremos por medio de rectas, quedará inscrito el cuadrado.



¿Cómo se inscribirá un pentágono en el círculo?

Tírense en el círculo un diámetro a b: divídase el rádio c d en dos partes iguales como en la figura 1.ª, y haciendo centro en este punto e, con la distancia e a trácese el arco a f, y la recta que une los puntos a f del arco es el lado del pentágono, como se demuestra en la figura 2.ª A B C D E.





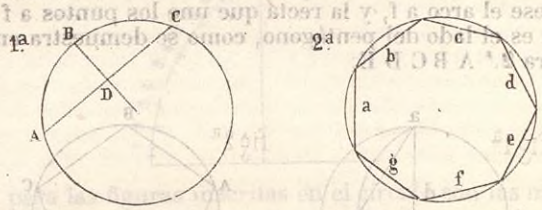
¿Cómo se inscribirá el exágono?

Tirada la circunferencia con la misma abertura de compás, se marcarán los seis puntos A B C D E F; y tiradas las rectas queda inscrito en atencion de caber el rádio seis veces como cuerda del círculo

¿Cómo se inscribirá el heptágono?

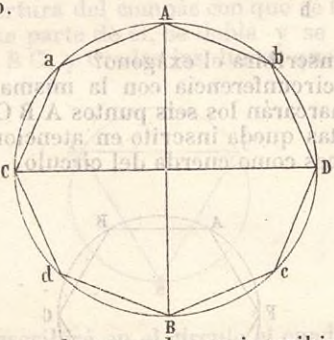
Con la misma abertura de compás que se haya formado el círculo se señalarán tres puntos, como A B C figura 1.ª: de la A á C se tira una cuerda, y de la B al centro de la circunferencia un rádio, de la interseccion

D, á la A ó C, queda marcada la 7.ª parte del círculo como se demuestra en la figura 2.ª a b c d e f g.



¿Cómo se inscribirá el octogano?

Tírense los diámetros A B C D, divídanse los cuatro arcos y de los puntos de division tiradas las líneas, quedará formado.



¿Hay alguna regla general para inscribir en un círculo cualquier polígono regular?

Dado el círculo divídase su diámetro A B en tantas partes iguales como lados haya de tener el polígono, por ejemplo, en ocho si es octógano, y haciendo centro en los extremos A y B con una abertura de compás igual al mismo diámetro trácense dos arcos, que se cortarán en C: por este punto y el señalado con el número 2 en el diámetro, tírese una recta C D, y la cuerda del

arco A D cabrá ocho veces en la circunferencia, los cuales se unirán por medio de rectas y quedará inscrito el polígono.

Fig. 1ª

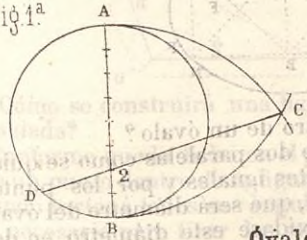


Fig. 2ª

Óvalos.

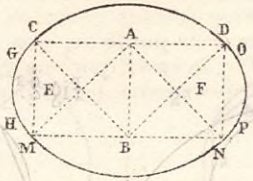
¿Cómo se traza un óvalo?

Tírese una línea A B de la longitud que haya de tener el óvalo, divídase en tres partes iguales A C, C D y D B; y haciendo centro en los puntos C y D trácense dos circunferencias: en las intersecciones E y F de las circunferencias se fija una punta del compás, y con la abertura F G, que es el diámetro del círculo, se trazan dos arcos G H y M N para que cierren el óvalo.

¿Cómo se formará el óvalo sobre dos cuadrados?

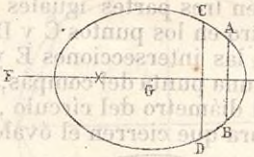
Fórmense los cuadrados: tírense sus diagonales, haciendo centro en los puntos A B, se tiran los arcos C D y M N con la abertura del compás de una diagonal: luego se coloca el compás en las intersecciones E F, de las

diagonales y tomando por rádio media diagonal, se trazarán los arcos G H y O P y queda construido.



¿Cómo se hallará el centro de un óvalo?

Tírense dentro del óvalo dos paralelas como se quieran, dividanse en dos partes iguales y por los puntos de division tírese una recta, que será diámetro del óvalo y pasará por el centro, divídase este diámetro en dos partes iguales, y el punto de division será centro pedido. A B y C D paralelas, E F diámetro, G centro del óvalo.

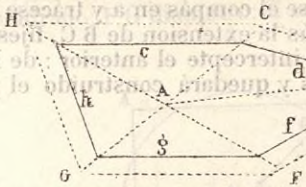


Reducir figuras de grandes á pequeñas y vice-versa.

¿Cómo se reducirá una figura á otra semejante pero mas pequeña?

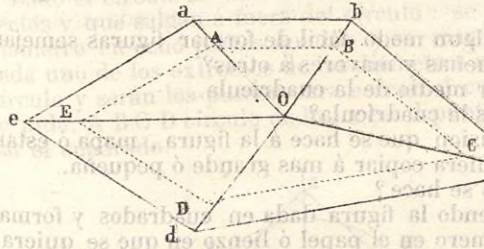
Se toma un punto dentro de la mayor lo mas céntrico que se pueda, y de él se tiran rectas á todos los ángulos: tírense despues las paralelas á la distancia que se quiera reducir la figura que la cierren, y lo quedará luego de tiradas.

A punto: A C, A D, A F, A G, A H, rectas tiradas á los ángulos c, d, f, g, h, paralelas que reducen la figura.



¿Cómo se construirá una figura mayor y semejante á otra dada?

Conforme queda dicho en el problema anterior, se eligirá un punto dentro de la figura propuesta, desde el cual tirando rectas á todos sus ángulos, se prolongarán lo que sea necesario para tirar las paralelas que cierren la figura pedida: ejemplo O centro, A B C D E contorno de la figura dada, a b c d e contorno de la figura pedida.



¿Cómo se hará una figura igual á otra?

Sea la figura propuesta A B C D E F: tírese una recta a b igual á A B, y tomando el lado A F, fíjese el compás en a y trácese un arco: del punto B tómese la diagonal B F y haciendo centro en b trácese otro arco que corte al primero, cuyo punto de interseccion será vértice de uno de los ángulos del polígono: tómese la diagonal A E y colóquese el compás en a y trácese un arco, tómese desde B la diagonal B E y desde b trácese otro arco que intercepte al segundo; desde A tómese la diagonal A D, fíjese el compás en a y trácese un arco, tómese la diagonal B D, y trasladando el compás en el punto b trá-

cese un arco que corte el anterior: del punto A tómese la diagonal A C, fíjese el compás en a y trácese un arco, tómese con el compás la extension de B C, fíjese en b y trácese un arco que intercepte el anterior : de los puntos tírense las líneas y quedará construido el polígono igual al pedido

¿Hay algun modo fácil de formar figuras semejantes mas pequeñas y mayores á otras?

Sí , por medio de la cuadrícula.

¿Qué es la cuadrícula?

La division que se hace á la figura , mapa ó estampa que se quiera copiar á mas grande ó pequeña.

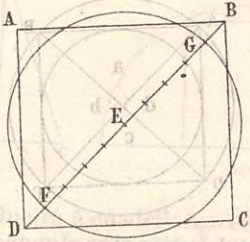
¿ Cómo se hace ?

Dividiendo la figura dada en cuadrados y formando igual número en el papel ó lienzo en que se quiera copiar, se dibuja despues lo que cada uno contiene. Si se quiere formar mas grande la figura, la extension que se le quiera dar se divide en el mismo número de cuadrados que contenga la figura dada, los que salen mas grandes, y se copia por el mismo estilo; si se quiere reducir á mas pequeño se practica lo mismo y como los cuadrados salen mas pequeños, queda reducida la figura. Cuanto mayor sea el número de cuadrados es mas fácil la operacion y el dibujo sale mas exacto. Véase al fin.

¿Cómo se hará un círculo con poca diferencia igual á un cuadrado?

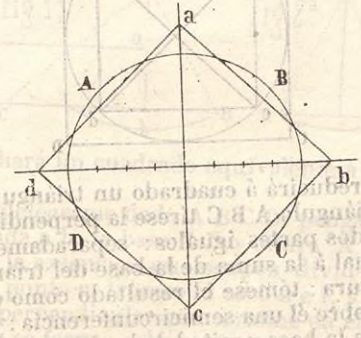
Fórmese un cuadrado: tírese una diagonal y divídase

en diez partes iguales, de las cuales tomando ocho por diámetro del círculo, será este casi igual al cuadrado. A B C D cuadrado: F G diámetro: E centro para trazarlo



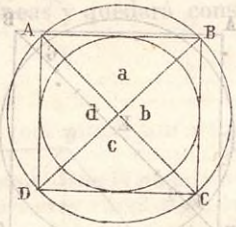
¿Cómo se hará un cuadrado casi igual al círculo?

Dado el círculo se tirarán los diámetros en ángulos rectos y que salgan á fuera del círculo: se dividirá un diámetro en ocho partes iguales y se marcará una en cada uno de los extremos de los diámetros salientes del círculo y serán los puntos para cerrar el cuadrado que se pide. A B C D círculo dado. a b c d puntos para trazar el cuadrado.



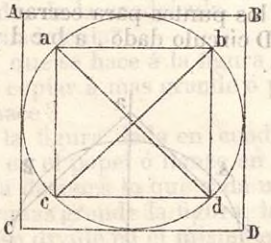
¿Cómo se doblará un círculo?

Al círculo dado a b c d circunscríbasele el cuadrado A B C D: tírense las diagonales y descríbase otro círculo que pase por los puntos A B C D, y será el duplo del dado.



¿Cómo se doblará un cuadrado?

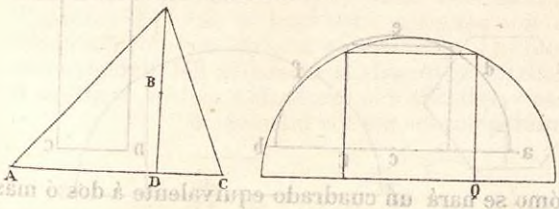
Tírense las diagonales en el cuadrado dado a b c d: trácese un círculo que toque en los cuatro puntos de sus ángulos y circunscribiéndole otro cuadrado A B C D, será el duplo del primero.



¿Cómo se reducirá á cuadrado un triángulo?

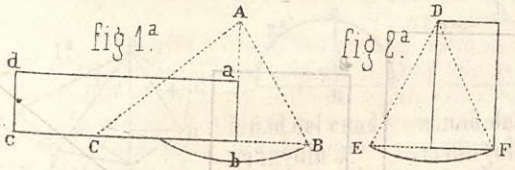
Dado el triángulo A B C tírese la perpendicular B D y divídase en dos partes iguales: separadamente trácese una recta igual á la suma de la base del triángulo y mitad de su altura: tómese el resultado como diámetro y descríbase sobre él una semicircunferencia: por el punto Q union de la base y mitad de la altura, levántese una

perpendicular hasta la semicircunferencia, y esta será el lado para construir el cuadrado.



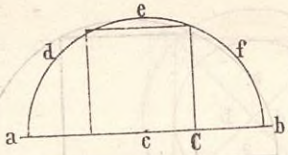
¿Cómo se reducirá á cuadrilongo cualquier triángulo?

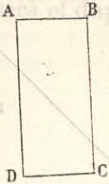
Como todo triángulo es la mitad del paralelógramo, se toma ó la altura del triángulo y la mitad de la base, ó la mitad de la altura y toda su base para formarlo. Por ejemplo: fig. 1.ª base de la del rectángulo a b c d, la del triángulo A B C y la mitad de la altura: fig.ª 2.ª mitad de la base del triángulo D E F y su altura.



¿Cómo se hará un cuadrado equivalente á un paralelógramo?

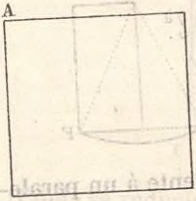
Sea el paralelógramo dado A B C D: póngase sobre la línea indefinida a b, la base C D y altura A C del paralelógramo: la extencion que ocupen divídase en dos partes, y del punto c, trácese el arco d e f, y de la C levántese una perpendicular que termine en el arco, y el cuadrado que se forme sobre esta recta es igual en superficie al cuadrilongo.

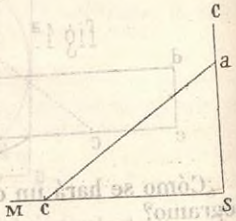




¿Cómo se hará un cuadrado equivalente á dos ó mas cuadrados?

Sean los cuadrados A y B: fórmese un ángulo recto C S M y desde S tómese sobre el lado M S una parte S c igual con el lado del cuadrado A, y sobre C S una parte S a, igual con el lado del cuadrado B; júntense con una recta los puntos a y c y constrúyase sobre ella un cuadrado, que será equivalente á la suma de los dos cuadrados propuestos. Si son tres cuadrados, se colocan dos lados á un costado del ángulo: si cuatro, dos á cada costado, y así sucesivamente.

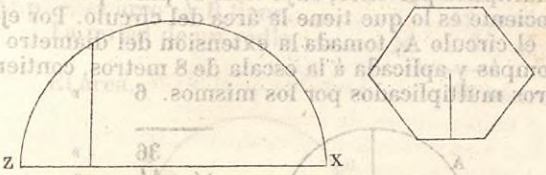




¿Cómo se construirá un cuadrado equivalente á un polígono regular?

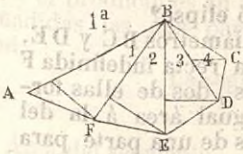
Para construir un cuadrado equivalente á un polígono regular, trácese una recta X Z, cuya longitud se componga de la mitad del perímetro del polígono y del rádio recto del mismo; y sobre ella como diámetro, descríbase una semicircunferencia; en el punto de union de dichas

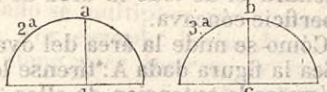
dos partes, levántese una perpendicular hasta que encuentre á la semicircunferencia, y esta perpendicular será el lado del cuadrado.



¿Cómo se reducirá á cuadrado cualquier polígono irregular?

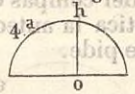
Redúzcase á triángulos y estos á cuadrados, y sumados darán el cuadrado que se pide. Por ejemplo: la figura 1.ª A B C D E F tiradas las diagonales nos darán los triángulos 1 2 3 4: el triángulo 1.º reducido á cuadrado es la fig.ª 2.ª: el segundo su cuadrado es la figura 3.ª: el 3.º es la fig.ª 4.º: el 4.º es la fig.ª 5.ª; sumados los cuadrados dan la fig.ª 6.ª: a b lado del cuadrado = triángulo 1.º b c id. del cuadrado = triángulo 2.º

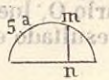


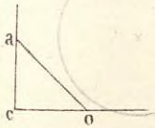


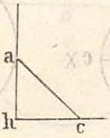
h o id. del cuad.º = triángulo 3.º

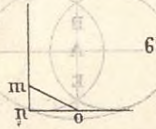
m n id. del cuad.º = triángulo 4.º











De las medidas del círculo.

¿Cómo se mide la área del círculo?

Multiplicando el diámetro por sí mismo, el producto se multiplica por once, cuyo total se parte por catorce y el cociente es lo que tiene la área del círculo. Por ejemplo: el circulo A, tomada la extension del diámetro con el compás y aplicada á la escala de 8 metros, contiene 6 metros multiplicados por los mismos.

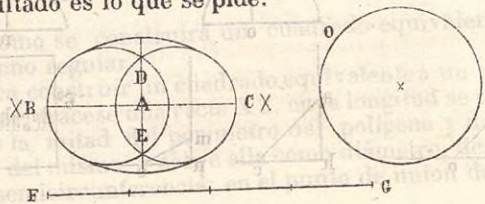

```
  6    »
 ----
 36    »
×11    »
 ----
 14
396
116   28 metros dá
004
```

el cociente, número que contiene su área.

Si se quiere medir la superficie cóncava de una media esfera, se practica como queda dicho: la del círculo corresponde por planta de la esfera y doblado el valor, se tendrá el de todo la área de la media esfera ó de su superficie cóncava.

¿Cómo se mide la área del óvalo ó elipse?

Sea la figura dada A: tírense los diámetros B C y D E, colóquese la extension de ellos en la recta indefinida F G: divídase en cuatro partes iguales, dos de ellas forman el diámetro de un círculo de igual área á la del elipse, y con la abertura del compás de una parte para formarlo O, luego se practica la antecedente operacion, y el resultado es lo que se pide.

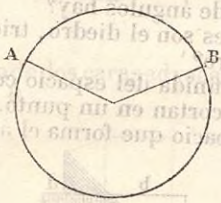


¿Cómo se mide el área del sector?

Como el sector del círculo es un espacio comprendido entre un arco y dos rádios, para hallar su área se multiplica la mitad del rádio por el arco y el producto es su valor: p. e. el arco A B tiene. . . . 12 metros.

La mitad de un rádio. . . × 3 „

El área. 36 metros.

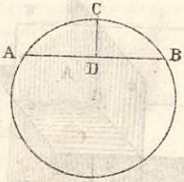


¿Cómo se mide el área del segmento?

Como el segmento es el espacio comprendido entre un arco y la cuerda del mismo, se divide la sagita en tres partes iguales, se añaden dos de ellas á la cuerda y tomada la mitad del resultado se multiplica por la sagita y el producto es su área. Por ejemplo: la cuerda A B añadidas las dos partes tiene doce metros, la mitad. . . . . 6 metros.

La sagita D C. × 3 „

Área del segmento. 18 metros.



DE LOS CUERPOS.

¿Qué es cuerpo geométrico?

La figura que consta de longitud, latitud y profundidad.

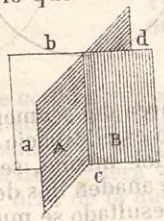
Ángulos poliedros.

¿Cuántas clases de ángulos hay?

Los mas generales son el diedro, triedro y poliedro.

¿Cuál es el diedro?

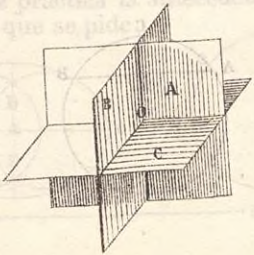
La porcion indefinida del espacio comprendida entre dos planos que se cortan en un punto. A B caras adyacentes: a b c d espacio que forma el ángulo



Nota. Las líneas marcadas con puntos señalan la parte opuesta de la figura que no podemos ver.

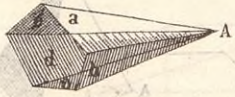
¿Cuál es el ángulo triedro?

El espacio comprendido por tres planos que se cortan en un mismo punto, que se llama vértice del ángulo poliedro: p. e. A B C planos, vértice punto O



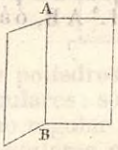
¿Cuál es el ángulo poliedro?

El espacio angular comprendido entre muchos planos que se reunen en un mismo punto: a b c d e caras ó planos, A cúspide del ángulo.



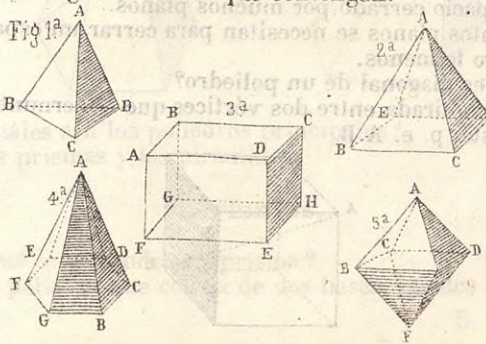
¿La interseccion de dos caras adyacentes, cómo se llama?

Arista: p. e. A B.



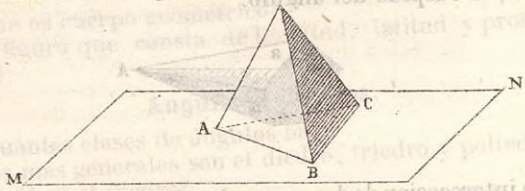
¿Con qué nombres se distinguen los cuerpos?

En tetaedro cuando el cuerpo consta de 4 caras fig. 1.ª A B C D. Pentaedro al constar de 5: fig. 2.ª A B C D E. Exaedro al tener 6: fig. 3.ª A B C D E F G H. Heptaedro cuando son 7: fig. 4.ª A B C D E F G. Octaedro si son 8: fig. 5.ª A B C D E F; y así sucesivamente se distinguen segun las caras que contengan.



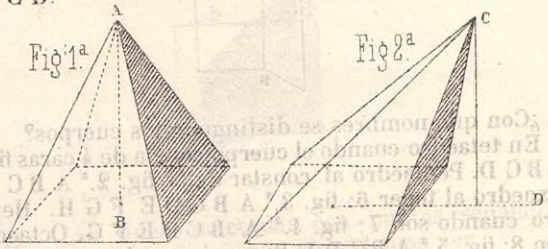
¿Cuál es la base de un poliedro?

La carta que se considera insistiendo: p e. A B C que descansa sobre el plano M N.



¿Cuál es la altura de un poliedro?

La perpendicular bajada del punto mas distante de la base á la misma: fig.ª 1.ª A B, ó á su prolongacion, figura 2.ª C D.



¿Qué forma el poliedro?

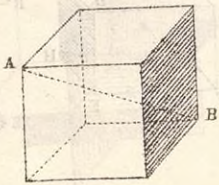
El espacio cerrado por muchos planos.

¿Cuántos planos se necesitan para cerrar un espacio?

Cuatro lo menos.

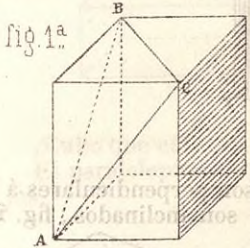
¿Qué es diagonal de un poliedro?

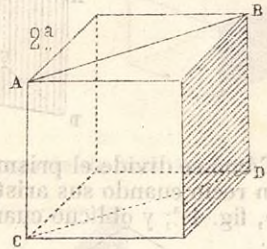
La recta tirada entre dos vértices que no terminen en una arista: p. e. A B.



¿Qué es plano diagonal?

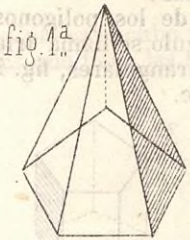
El que pasa por tres ó mas vértices que no sean de una misma cara, por ejemplo: figura primera plano que pasa por tres vértices A B C; fig. 2.ª plano que pasa por 4 vértices A BC D.

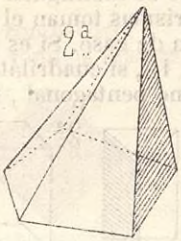




¿Cómo se dividen los políedros?

En regulares é irregulares: son regulares aquellos cuya base es un polígono regular y sus caras laterales regulares, fig. 1.ª; é irregulares cuando carecen de alguna de estas circunstancias.





¿Cuáles son los poliedros principales?

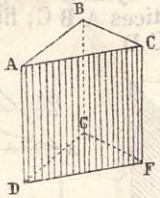
Los prismas y las pirámides.

Prismas.

¿Qué se entiende por prisma?

Un políedro que consta de dos bases iguales y para-

lelas, cuyas caras laterales son paralelógramos: base inferior D C F, base superior A B C, caras laterales B D, B F, D C.

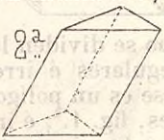


¿Cómo se divide el prisma?

En recto cuando sus aristas son perpendiculares á la base, fig. 1.ª; y oblícuo cuando son inclinados, fig. 2.ª

fig. 1ª

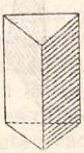
2ª



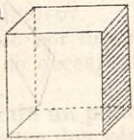
¿Cómo se distinguen los prismas?

Los prismas toman el nombre de los polígonos que le sirven de base. Si es un triángulo se llama triangular, fig. 1.ª, si cuadriláteros cuadrangulares, fig. 2.ª, si pentágono pentagonal, fig. 3.ª etc.

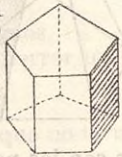
fig. 1ª



2ª



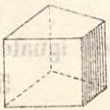
3ª



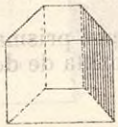
¿Los prismas cuadrangulares cómo se subdividen?

En trapezoidal, fig. 1.ª, trapecial, 2.ª, y paralelepípedo, fig. 3.ª, segun sean sus caras trapezoides, trapecios ó paralelógramos.

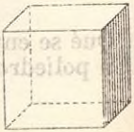
fig. 1ª



2ª



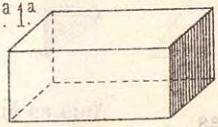
3ª



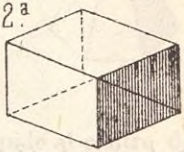
¿Cuáles son las variedades del paralelepípedo?

Rectangular cuando las caras son rectángulos, fig. 1.ª, y rombal las que son rombas, fig. 2.ª

Fig.ª 1.ª

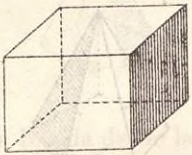


2.ª



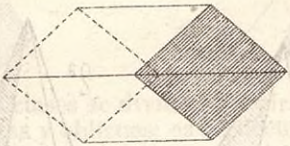
¿Cubo que es?

El paralelepípedo que consta de seis cuadrados iguales.



¿Cuál es el cubo rombal ó rombaedro?

El que tiene las seis caras rombos iguales.



¿Qué hay que observar en los prismas?

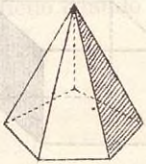
1.° Las caras opuestas de todo paralelepípedo son iguales y paralelas.

2.° Si por dos aristas opuestas se tira un plano diagonal divide el paralelepípedo en dos prismas triangulares.

Pirámides.

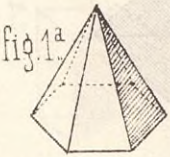
¿Qué es pirámide?

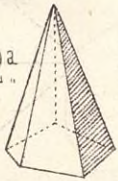
Un poliedro cuya base es un polígono y sus caras son triángulos.



¿Cómo se dividen?

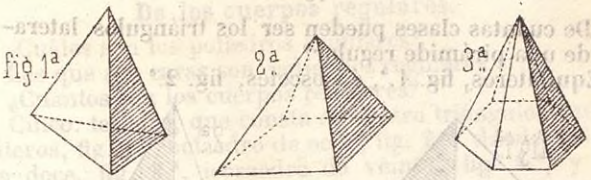
En regulares cuando las figuras de sus bases lo son, fig. 1.ª, é irregulares cuando carecen de esta circunstancia, fig. 2.ª





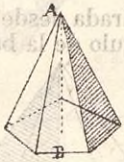
¿Qué nombres toman las pirámides?

Triangulares fig. 1.ª, cuadrangulares fig. 2.ª, pentagonales fig. 3.º, etc., segun sean sus bases triángulo, cuadrilátero, pentágono etc., advirtiendo que cuando la base es triángulo se llama tambien tetaedro.



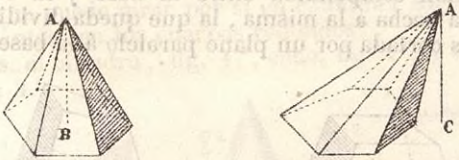
¿Qué es eje?

La recta A B tirada desde la cúspide al centro de la base.



¿Y altura?

La perpendicular bajada desde la cúspide á la base o á su prolongacion, A B, A C.

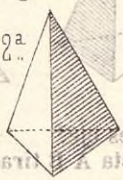


¿En cuántas clases se dividen las pirámides?

En dos: rectas y oblícuas; es recta cuando la perpendicular cae en el centro de base, fig. 1.ª, y oblícua cuando cae apartada del centro de la pirámide, fig. 2.ª

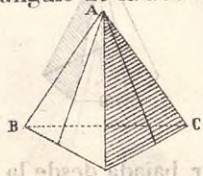
¿De cuántas clases pueden ser los triángulos laterales de una pirámide regular?

Equiláteros, fig. 1.ª, é isosceles, fig. 2.ª.



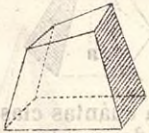
¿Qué es apotema?

La perpendicular tirada desde la cúspide á cada uno de los lados del triángulo de la base: A B, A C.



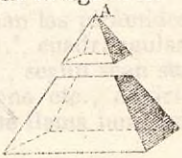
Qué es pirámide truncada?

La porcion compendida entre la base y la seccion cualquiera hecha á la misma , la que queda dividida en dos partes cortada por un plano paralelo á la base.



Y al trozo de pirámide de la parte superior del total, cómo se llama?

Deficiente, como en la figura A.



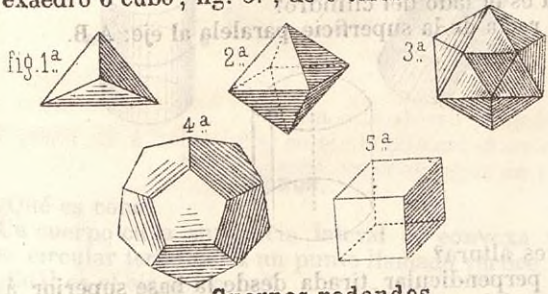
De los cuerpos regulares.

¿Cuáles son los poliedros regulares?

Los que sus caras son polígonos regulares.

¿Cuántos son los cuerpos regulares?

Cinco: teaedro, que consta de cuatro triángulos equiláteros, fig. 1.ª, octaedro de ocho, fig. 2.ª, duodecaedro de doce, fig. 3.ª, icosaedro de veinte, fig. 4.ª, y el exaedro ó cubo, fig. 5.ª, de 6 caras.



Cuerpos redondos.

¿Qué es cuerpo redondo ó de revolucion?

El que puede girar por sí en cualquier direccion.

¿Cuántos son los cuerpos redondos?

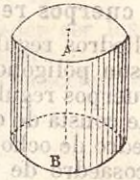
Tres: el cilindro, fig. 1.ª, cono, fig. 2.ª, y la esfera, figura 3.ª

¿Qué es cilindro?

Es un cuerpo engendrado por una superficie circular que se mueve paralelamente á su base.

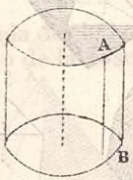
¿Qué es eje del cilindro?

Toda recta que une al centro de las dos bases: A B.



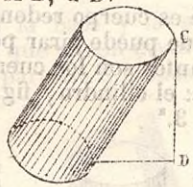
¿Cuál es el lado del cilindro?

Toda recta de la superficie paralela al eje: A B.



¿Qué es altura?

Toda perpendicular tirada desde la base superior á la inferior ó á su prolongacion: A B, C D.



¿De cuántas clases puede ser el cilindro?

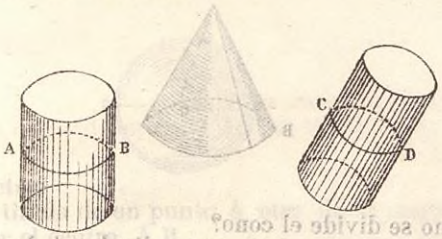
Recto cuando el eje es perpendicular á la base, fig. 1.ª, y oblícuo cuando no lo es, fig. 2.ª

Fig. 1.ª

2.ª

¿Qué hay que observar en el cilindo?

Toda sección hecha paralela á las bases dá por resultado un círculo: A B, C D.



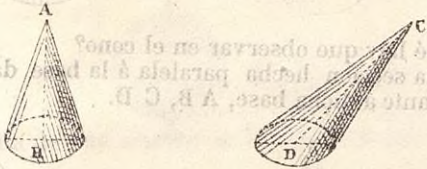
Conos.

¿Qué es cono?

Un cuerpo cuya superficie lateral es convexa y su base circular termina en un punto llamado vértice.

¿Cuál es el eje del cono?

La recta que une la cúspide al centro de la base: A B, C D.



¿Cuál es la altura del cono?

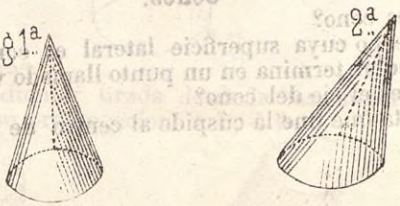
La perpendicular bajada desde la cúspide á la base, ó á su prolongacion: A B, C D.

¿Cuál es el lado del cono?

La recta tirada en la superficie desde el vértice á la base: A B, A C.

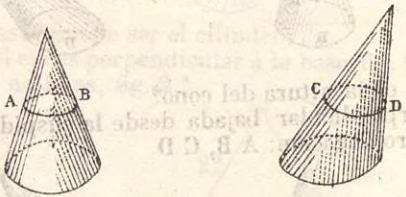
¿Cómo se divide el cono?

En recto cuando el eje es pendicular á la base, fig. 1.ª, y no siéndolo es oblícuo, fig. 2.ª



¿Qué hay que observar en el cono?

Toda seccion hecha paralela á la base dá un círculo semejante á dicha base, A B, C D.



Esfera.

¿Qué es esfera?

Un cuerpo de superficie convexa que todos sus puntos se hallan igualmente distantes de uno interno, que se llama centro.

¿Cuál es el rádio de una esfera?

La recta tirada del punto céntrico á cualquier punto de la superficie de la esfera: A centro, A B rádio.

¿Y diámetro?

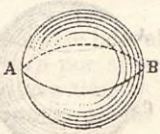
La recta tirada de un punto á otro de la superficie pasando por el centro, A B.

¿Qué es eje y polos de la esfera?

Todo diámetro es un eje de la esfera, y sus extremos se llaman polos : A B eje, A B polos.

¿Qué resulta de una seccion en la esfera en cualquier direccion.

Un círculo , A B.

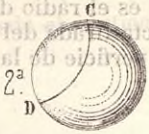


¿Cómo se dividen los círculos?

En máximos los que pasan por el centro , fig. 1.ª A B, y menores los que no , fig. 2.ª

Fig.ª 1.ª

2.ª



¿Qué es casquete esférico?

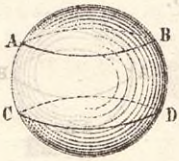
La parte de esfera que tiene por base un círculo menor, A B C.

¿Y si es máximo?

En este caso se llama hemisferio, A B C.

¿Qué son zonas?

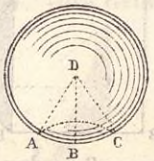
La parte de esfera comprendida entre dos seccione paralelas, A B, C D.



¿Qué es sector esférico?

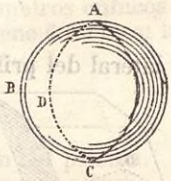
Es un cono cuyo centro está en la esfera, y su bas

es un casquete esférico, A B C casquete, A D C cono.



¿Qué son usos esféricos?

La parte comprendida entre dos círculos máximos, A B C D.



Superficies y volúmenes de los poliedros.

¿Qué se entiende por superficie en un poliedro?

La parte exterior de las caras prescindiendo de la profundidad.

¿Cómo se halla esta superficie?

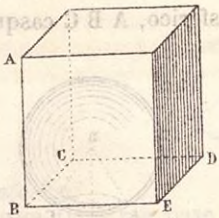
Buscando la superficie de cada una de las caras en longitud y latitud, y la suma de todas ellas es lo que se busca.

¿Cómo se halla la superficie lateral de un prisma recto?

Multiplicando la altura por el perímetro ó contorno de la base: p. e. A B altura tiene. . . 4 metros.

B C D E, perímetro tiene. . × 9 »

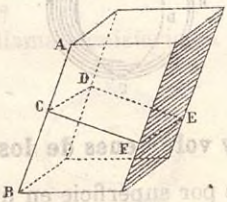
36 metros cuadrados, superficie lateral ó de los cuatro lados del prisma.



¿Cómo se halla la superficie de un prisma oblícuo?

Multiplicando una de las aristas por el perímetro d una seccion hecha perpendicular á las aristas: p. e. A B arista. . . . . 6 metro
C D E F, perímetro de una seccion, tiene × 7 »

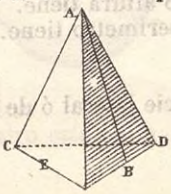
42 metro cuadrados, superficie lateral del prisma oblícuo.



¿Cómo se halla la superficie lateral de una pirámid recta?

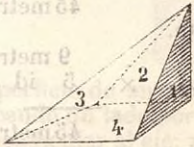
Se multiplica la apotema por la ½ del perímetro d la base: p. e. A B, apotema. . . . 7 metro
C D E, perímetro tiene 6 metros, la ½ son. × 3 »

21 metro cuadrados, superficie lateral de la pirámide.



¿Cómo se halla la superficie de una pirámide oblícua?

Sumando la de cada una de sus caras, el total es la superficie: p. e. la 1.ª cara tiene. . . 9 metros.



2.ª cara.	7	»
3.ª id.	9	»
4.ª id.	10	»
Total.	35 metros cuadrados.	

¿Qué es volúmen?

El espacio que ocupa un cuerpo.

¿Cómo se hallará el volúmen de un prisma?

Multiplicando la superficie de la base por la altura y el producto en metros cúbicos es su valor: p. e. la fig. 1.ª altura A B tiene 6 metros: la superficie de la base C D E A H, tiene. . . . . 28 m. cuad.ª

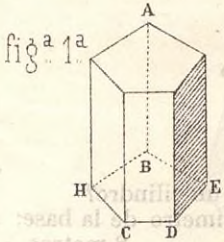
× 6

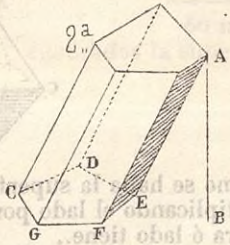
168 metros cúbicos, volúmen del prisma.

Fig. 2.ª A B tiene de altura. . 6 metros.

C D E F G base que tiene. . × 28 id. cuadrados.

168 metros cúbicos, volúmen del prisma.





Cómo se hallará el volúmen de una pirámide regular?

Multiplicando la altura por la 3.ª parte de la base y el producto es su volúmen en metros cúbicos: fig. 1.ª

altura A B. . . . 9 metros.
base C D E F G 15 met. el $^1/_3$ × 5 id.

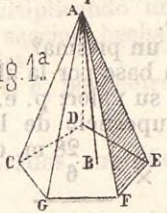
45 metros cúbicos,

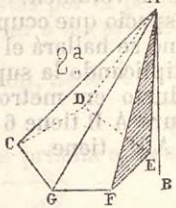
volúmen de la pirámide recta.

Fig. 2.ª A B altura. . . . 9 metros.
C D E F G base 15 met. el $^1/_3$ × 5 id.

45 metros cúbicos,

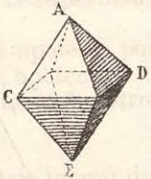
volúmen de la pirámide oblícua.





¿Para hallar el volúmen de un poliedro cualquiera, cómo se hace?

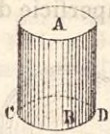
Se descompone en pirámides, se busca el volúmen de cada una de estas y la suma total en metros cúbicos, es el volúmen: p. e. el octaedro A B descompuesto en las dos pirámides A C D la superior 45 palmos: B C D volúmen de la inferior son 90 metros cúbicos.



¿Cómo se halla la superficie de un cilindro?

Multiplicando el lado por el perímetro de la base: A B altura ó lado tiene.. . . . 8 metros.
C B D perímetro. . . . 10 id.

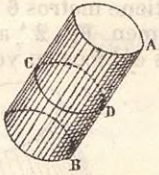
80 met. cuadrados de superficie.



¿Y la superficie de un cilindro oblícuo?

Multiplicando un lado por el perímetro de una seccion hecha perpendicular al eje: p. e. A B lado. 8 metros.
perímetro C D. . . . × 9 id.

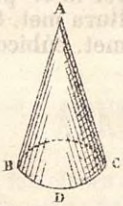
72 metros.
cuadrados la superficie.



¿Cómo se halla la superficie de un cono?

Multiplicando un lado por la $^1/_2$ del perímetro de la base: p. e. A B lado. . . . 10 metros
B D C, perímetro de la base 12.
la $^1/_2$ son 6 . . × 6 id.

60 metros
cuadrados la superficie.



¿Cómo se halla la superficie de la esfera?

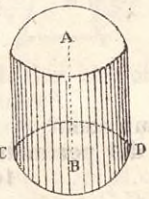
Multiplicando el duplo del rádio por la circunferencia de un círculo máximo: p. e. A B rádio tiene 3 metros
El duplo. . 6 id
B C D círculo tiene. . . . × 18 id.

108 metros cuadrados superficie de la esfera.

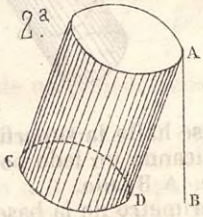
¿Cómo se hallará el volúmen de un cilindro?

Multiplicando la altura por la superficie de la base: p. e. figura 1.ª A B altura tiene metros 6 × 10 C D base =60 met. cúbicos de volúmen. Fg 2.ª alt. A B met. 6 × 10 base C D=60 metros cúbicos su volúmen.

Fig.ª 1.ª

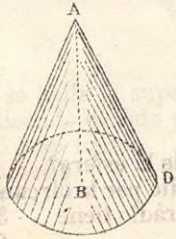


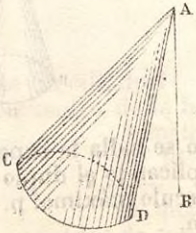
2.ª



¿Cómo se hallará el volúmen del cono?

Multiplicando la altura por la 3.ª parte de la superficie de la base: p. e. A B altura met. 8 × 4 C D tercera parte de la superficie=32 met. cúbicos el volúmen.





¿Cómo se hallará el volúmen de la esfera?

Multiplicando la 3.ª parte del rádio por la superficie total: p. e. el rádio A B tiene 6 metros, la 3.ª parte 2 × 108 superficie=216 metros cúbicos total del volúmen.

Cuadrícula.

Figura dada.

Copia.

FIN.

APÉNDICE.

Atendido que las clases de dibujo en los establecimientos de instruccion, despues de la enseñanza primaria, son las mas concurridas y que el dibujo natural está sugeto á reglas geométricas, con el fin de imbuir á la niñez los principios de las nobles artes, he creido muy del caso continuar al fin del presente tratado las

proporciones del cuerpo humano, para que extendiéndose estos conocimientos, la juventud pueda con el tiempo distinguir las bellezas de tantos ilustres pinceles, gloria de nuestra patria.

El hombre.

El hombre es el modelo mas adecuado para aprender el dibujo que sirve de estudio elemental á la pintura y escultura, ya sea por considerarse como la obra mas perfecta y complicada de las de la naturaleza, como porque su imitacion es el objeto principal de las Bellas artes.

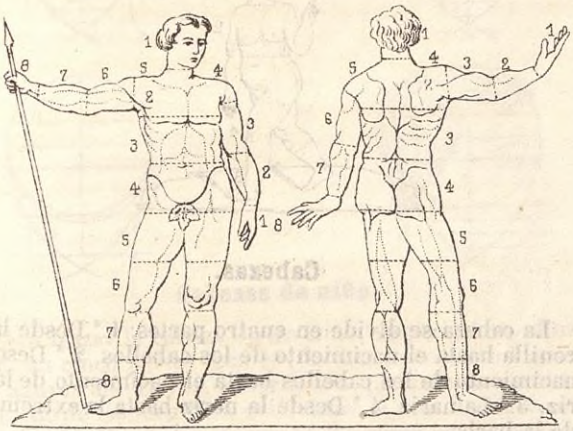
Los antiguos comunmente, como se vé en sus estátuas, dieron á las figuras ocho cabezas dividiéndolas en diez rostros. Los rostros comienzan á medirse desde la parte mas elevada de la cabeza, y de allí hasta donde nacen los cabellos sobre la frente hay una tercera parte de rostro, y desde dicho nacimiento del cabello hasta la barba se divide en tres partes: la 1.ª contiene la frente, la 2.ª la nariz, y la 3.ª boca y barba. Desde la barba hasta la hoyuela del cuello hay dos tercios de rostro: desde la hoyuela del cuello hasta la que se forma entre los dos pechos un rostro: desde esta hasta el ombligo un rostro: desde el ombligo hasta el fin del tronco un rostro: desde el fin del tronco hasta sobre la rodilla dos rostros: la rodilla tiene medio rostro: desde donde acaba la rodilla hasta el nacimiento del pié hay dos rostros; y desde el empeine ó nacimiento del pié hasta la planta medio rostro.

Puesto el hombre en cruz la extension de sus brazos desde la punta del dedo mas largo de la mano hasta la otra será tan ancho como alto.

Desde donde acaban de ensancharse los pechos por los costados de una y otra parte hay dos rostros: desde el nacimiento del hombro, que es donde se une con la clavícula, hasta la punta del codo hay dos rostros, y de la punta del codo al nacimiento del dedo pequeño dos rostros: desde el encaje ó principio del hombro á la hoyuela del cuello un rostro: la mano tiene de largo un

rostro. La parte interior del brazo desde donde se pierde el músculo pectoral que forma el pecho hasta en medio del brazo, tiene cuatro tercios; y desde la mitad del brazo hasta el nacimiento de la mano cinco tercios.

En cuanto á la ancharia de los miembros no es posible dar medidas fijas porque estas varian segun las calidades ó condiciones de las personas.



La Mujer.

La figura de la mujer hay quien la divide en ocho partes, quien en diez, por tener la cabeza mas pequeña que la del hombre, menos estatura, el cuello mas largo, la parte anterior del pecho mas elevada, las caderas y los muslos mas anchos y mas cortos, lo alto del brazo mas grueso, las manos mas pequeñas, las piernas mas fuertes y los piés mas estrechos: sus muslos se distinguen menos que en el hombre, por cuyos motivos son mas iguales sus formas y contornos.

Niños.

A los niños se divide la altura en cinco partes de su

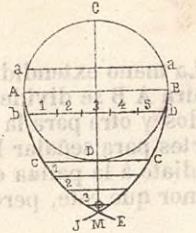
grueso; la una en la cabeza, dos en el cuerpo y las otras dos en las piernas.

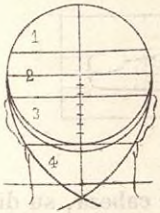
Cabezas.

La cabeza se divide en cuatro partes: 1.ª Desde la coronilla hasta el nacimiento de los cabellos. 2.ª Desde el nacimiento de los cabellos hasta el nacimiento de la nariz. 3.ª La nariz. 4.ª Desde la nariz hasta la extremidad de la barba.

Para dibujar una cabeza se traza un círculo y en él dos diámetros A B y C D que formen ángulos rectos: con la abertura de compás de un diámetro trácese del punto A el arco B J, y del punto B el arco A E que se interceptará con el primero en M: prolónguese el diámetro C D, divídase el círculo en tres partes iguales como en a b c, y con la misma abertura de compás tómese la otra parte desde D M que será en o, y este será el punto para el fin de la barba: los puntos b c y b c es el largo de la oreja: la linea b b se dividirá en cinco partes iguales, la segunda y cuarta son el tamaño y sitio de los ojos: la distancia c o se dividirá en tres partes iguales y en la primera se colocará la boca.

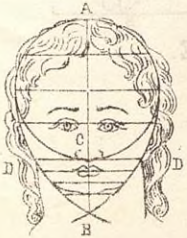
El cuello tiene de grueso la mitad de la altura del óvalo.

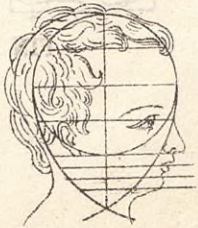




Cabezas de niño.

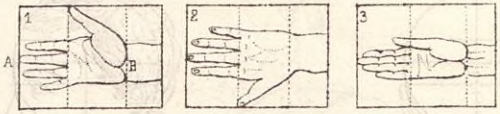
Para trazar la cabeza de un niño, se partirá su altura A B, en cinco partes iguales, lo demás como se hizo en las figuras anteriores, advirtiendo que para determinar e ancho de las megillas, se dividirá el semidiámetro del círculo en seis partes: tómense las cinco con el compás y haciendo centro en C, se describirá el semicírculo D D, y se marcará dicho contorno. Lo demás como lo demuestra la lámina.





Manos.

La mano extendida tiene de largo lo que el rostro: su altura A B se divide en dos partes iguales, una para los dedos y otra para la palma: los dedos se dividen en tres partes para señalar las junturas de los falanges: el inmediato á la palma es el mas largo, y el del medio algo menor que este, pero mayor que el último.



Pies.

El pié de perfil, es tan largo como la cabeza, su distancia A B se dividirá en cuatro partes iguales, dando una y media á la altura del empeine C D. El de fachada se divide su altura A B en tres partes iguales, la una para los dedos, y las otras dos para el empeine: su ancho se parte tambien en otras tres partes iguales, dando la una al dedo pulgar, la otra para los dos inmediatos, y lo demás lo demuestra la lámina.

FIN DEL APÉNDICE.