TRATADO
DE ARITMÉTICA
AL ALCANCE DE LOS NIÑOS,

con esplicacion del nuevo sistema de pesas y medidas métrico-decimales.

ESCRITO

POR D. RAFAEL TAPIA Y BINDY

profesor de instruccion primaria superior procedente de la Escuela normal de Sevilla; Sócio corresponsal de las de Emulacion y Fomento, y Amigos del Pais; titular por oposicion de la clase superior de la villa de Estepa y hoy de la escuela gratuita de S. Antonio de esta capital.

TERCERA EDICION CORREGIDA.

Aprobada por S. M. en Real órden de 8 de Abril de 1858, y adoptada por texto en varias provincias.

SEVILLA:—1867.

IMPRENTA Y LIBRERIA DE D. ANTONIO IZQUIERDO,
Impresor de la Real Casa,
Francos 45.

Cúr homo animal sapientissimus est?
Quia numerare scit.

Por qué el hombre es el animal mas sabio de todos?
Porque sabe contar.

Platon.

NOTA.=Agotada la segunda edicion de este mi tratado de Aritmética, me encuentro en el deber de manifestar mi estensa gratitud á cuantas personas han tenido á bien favorecerme, principalmente á mis queridos amigos y comprofesores; quienes considerándole útil y adecuado para la enseñanza de la juventud, lo han adoptado de texto en sus establecimientos; por cuyo motivo les ofrezco esta tercera edicion corregida.

B. S. M.
EL AUTOR.

Á D. DIEGO TAPIA Y BINDY, PBRO.

Mi muy querido hermano: En prueba de mi gratitud y cariño, tén á bien aceptar esta pobre y pequeña ofrenda que te hace tu hermano que te quiere

RAFAEL.

PRÓLOGO.

Los vivos deseos que me animan de ser en algo útil á la tierna juventud, es lo único que me mueve á dar al público este tratado de Aritmética; y para ello, cuento con la indulgencia de todos mis dignos y mas entendidos condiscípulos y comprofesores, á quienes suplico encarecidamente, que al recibirlo en sus manos, se tomen la incomodidad de hacer en él un cuidadoso y prolijo exámen, y me iluminen en los defectos que puedan encontrarle; pues que para mejorarlo siempre están sus páginas abiertas.

Vá ampliado con una coleccion de abreviaciones y tabla de multiplicar, para que por ellas puedan los niños con facilidad ejercitar la aritmética mental.

Si al ver la luz pública este mi primer ensayo, llega á tener la dicha de merecer aceptacion y considerarlo útil para la enseñanza, esa será mi satisfactoria y mejor renumeracion, y ese el único objeto de mi ambicion.

PRELIMINARES.

Pregunta. Qué es *aritmética*?

Respuesta. La ciencia que tiene por objeto el conocimiento de las cantidades espresadas por números

P. Qué es *cantidad*?

R. Todo aquello que puede ser mayor ó menor

P. Cómo se viene en conocimiento de una cantidad cualquiera?

R. Comparándola con otra cantidad, llamada *unidad*.

P. Luego qué es *unidad*?

R. Es otra cantidad que se toma ó elige, para que sirva de término de comparacion ó medida, con otra de su igual especie.

P. Qué es *medir ó comparar*?

R. Es ver cuantas veces una unidad está contenida en la cantidad que se quiere conocer; así pues, cuando queremos conocer la longitud de una sala, tomamos por lo general la unidad llamada *vara* ó el *metro*, y la vamos sobreponiendo á la longitud tantas veces como se pueda; y diremos que la *longitud* es tantas veces la *unidad*.

P. De cuántos modos puede ser la *unidad?*

R. De dos: *natural y arbitraria* ; es *natural* cuando es fija, como un soldado, un árbol,al medir un batallon ó arboleda; y *arbitraria* cuando admite varíacion, como *el quintal, la arroba, la libra, el kilógramo* , etc. en medidas de peso.

DEL NÚMERO.

P. Qué es *número?*

R. El resultado de haber comparado una cantidad con la unidad.

P. De cuántos modos puede ser el *número?*

R. De cuatro: *entero, quebrado. misto* y *complejo ó denominado*

P. Qué es *número entero?*

R. El que espresa unidades completas: v. g. 5 *metros,* 20 *hombres.*

P. Que es *número quebrado?*

R. El que no llega á valer la unidad: v. g. $^1/_4$ *de vara.*

P. Qué es *número misto?*

R. El que se compone de entero y quebrado: v. g. 7 y $^3/_4$

P. Qué son *números complejos ó denominados?*

R. Aquellos números que constan de diferentes especies de unidades, pero todas relativas á un mismo género: v. g. 5 *varas*, 2 *pies*, 4 *pulgadas* y 7 *líneas*; ó 2 *quintales*, 3 *arrobas*, 7 *libras* y 8 *onzas*.

P. Qué otra division se hace del número?

R. En *abstracto* y *concreto*.

P. Qué son números abstractos?

R, Los que no determinan la especie á que se refiere el número, como 8-20.

P. Que son números concretos?

R. Los que determinan la especie á que se refiere el número: v. g. 8 *hombres*, 20 *niños*.

P. En qué se dividen los números concretos?

R. En *homogéneos y heterogéneos*.

P. Qué son números homogéneos?

R. Los que expresan unidades de una misma especie: v. g. 4 *varas*, 5 *varas*, 9 *varas*.

Q. Qué son números heterogéneos?

R. Los que expresan unidades de diferente especie: v. g. 8 *varas*, 20 *caballos*, 35 *litros*.

P. En qué se divide el número segun los signos con que se represente?

R. En *simple* ó *dígito* y *compuesto*.

P. Qué es número simple ó dígito?

R. El que se representa con una sola cifra: v. g. 5. *Estos son solo nueve*.

P. Qué es número compuesto?

R. El que se representa con dos ó mas cifras:

v. g. 73-684. *Estos son infinitos.*

P. Cuántas son las cifras con que se representan los números?

R. Diez y son: 1 uno. 2 dos. 3 tres. 4 cuatro. 5 cinco. 6 seis. 7 siete. 8 ocho. 9 nueve. 0 cero.

P. En qué se dividen las cifras?

R. En *pares* é *impares*: las cifras pares son: el 2-4-6-8 y 0, y las impares el 1-3-5-7 y 9.

P. Qué otro nombre se le da á las cifras?

R. Llámanse tambien *caractéres, signos* ó *guarismos*.

P. Cuántos valores tiene toda cifra ó guarismo?

R. Dos: uno *absoluto* y otro *relativo*.

P. Cuál es el valor absoluto?

R. El que tiene una cifra por su figura.

P. Cuál es el valor relativo?

R. El que representa una cifra segun el lugar que ocupa.

DE LA NUMERACION.

P. Qué es *numeracion*.

R. Los medios de que nos valemos para espresar y representar las cantidades.

P. De cuántos modos puede ser?

R. De dos; *hablada y escrita*.

P. Cuál es la hablada?

R. La que se representa por palabras.

P. ¿Cuántas son las palabras que se usan, ó genéricas de la numeracion hablada?

R. Trece y son: *uno*, *dos*, *tres*, *cuatro*, *cinco*, *seis*, *siete*, *ocho*, *nueve*, *enta*, *ento*, *mil* *y millon;* con las cuales pueden espresarse todas las cantidades.

P. Qué uso se hará de estas palabras?

R. Las nueve primeras sirven para nombrar las unidades de primer órden ó sencillas; para las unidades de segundo órden, ó sean *dieces* ó *decenas*, llamadas así por componerse de diez de primero, se espresarán con las nueve primeras palabras terminándolas en *enta;* (1) para las unidades de tercer órden, se usará de las nueve palabras primeras terminándolas en *ento*: para las de cuarto lugar, se usará de las mismas terminadas en *mil*: así, para espresar una cantidad donde haya *tres* unidades de primer órden, *cinco* de segundo, *cuatro* de tercero y *dos* de cuarto, empezando por las mayores ó sean de cuarto

---

(1) En esto hay alguna irregularidad, porque en lugar de nombrar una unidad del segundo órden, diciendo, *un enta*, se dice *diez*: y en lugar de *unenta uno*, *unenta dos*, *unenta tres*, *unenta cuatro*, *unenta cinco* etc. se dice, *once*, *doce*, *trece*, *catorce*, *quince* etc. y en lugar de dos unidades de segundo orden ó sea *doenta*, se dice *veinte*. En los demas sigue la regularídad.

órden, se espresarán diciendo: dos *mil*, cuatro*cientos* cincuen*ta* y tres. (1)

P. El *cero* para qué sirve?

R. Siendo el cero el signo ó símbolo de la nada, y no teniendo por consiguiente valor absoluto, sirve para si no hay unidades en alguno de los órdenes, se coloque el *cero* para ocupar su lugar.

P. Cuál es la numeracion escrita?

R. La que se usa de ciertos signos para representar la numeracion hablada. Los signos son los antedichos, 1, 2, 3, 4, etc.

P. Cuántos son los órdenes de las cifras en la numeracion?

R. Tres; *unidad, decena* y *centena* y segun que sea la unidad ya *simple*. de *millar* ó de *millon*, así será la decena ó centena que se forme.

P, Qué preparativo se hará para leer una cantidad cualquiera?

R. Empezando por la derecha, se dividirá la cantidad en *periodos* de á seis cifras, poniendo un poco arriba un *uno* en la primera division; en la segunda un *dos*, en la tercera un *tres*, etc. leyendo en

(1) La voz del profesor hará mas inteligible el fundamento de la numeracion tanto hablada como escrita, haciendo que sus discípulos analicen y se ejerciten en la lectura y escritura de cantidades de toda especie, ó sea esplicando el cuadro de numeracion inventado por el autor.

el uno, *millones*; en el dos, *billones*; en el tres, *trilones* y asi sucesivamente.

Despues cada periodo se dividirá en *grupos* de á tres cifras, poniendo intermedio una *coma*, donde leeremos *mil;* posterior empezando por la izquierda se leerá grupo por grupo, dándole á cada uno el nombre del signo que inmediato lleve.

Adviértese que la mayor cantidad que hay que leer despues de dividida en las partes antedichas, es de tres cifras; y que el último grupo de la izquierda puede á veces constar de dos y una sola cifra. Ejemplo.

Quinientos setenta y ocho billones, cuatrocientos noventa y tres mil, seiscientos treinta y ocho millones, doscientos sesenta y cuatro mil, trescientos ochenta y dos unidades.

billon — millar —millon— millar— simple

centena	decena	unidad	centena	decena	unidad	centena	decena	unidad	centena	decena	unidad	centena	decena	unidad
5	7	8^2	4	9	3,	6	3	8^1	2	6	4,	3	8	2

P. Cómo se escribirá una cantidad?

R. Empezando por la izquierda, se escribirá grupo por grupo, poniéndole á cada uno el signo de su grado en numeracion; teniendo cuidado de colocar los *cros* en los lugares donde no se espresen unidades.

P. A qué se llama *cuestion* ó *problema*?

R. A una proposicion donde se dán ciertos *datos* conocidos, para hallar uno desconocido, á cuyo dato se le dá el nombre de *incógnita*.

P. De cuántas partes consta un problema?

R. De cuatro: *proposicion, planteo, resolucion* y *demostracion*.

Proposicion, es el acto de espresar el problema.

Planteo, escribir los datos cada uno con el signo que le corresponda, indicando la operacion que haya de ponerse en práctica,de modo que no admita duda para su posterior resolucion.

Resolucion, es el acto de hacer las operaciones segun los signos del planteo.

Demostracion, es el acto de esplicar las razones que ha habido para hacer tal ó cual operacion.

P. Cuántas son las operaciones de la aritmética?

R. Cuatro que son: *sumar, restar. multiplicar* y *dividir*.

P. A cuántas pueden reducirse segun su objeto?

R. A dos, que son: *aumentar* y *disminuir*.

P. Cuáles son las que aumentan?

R. *Sumar* y *multiplicar*.

P. Cuáles son las que disminuyen?

R. *Restar* y *dividir*.

DE LA ADICION Ó SUMA.

P. Qué es *sumar*?

R. Reunir en un solo número el valor de dos ó mas homogéneos.

P. Cuál es el signo de la operacion de sumar?

R. Una cruz+puesta á la izquierda ó entre las cantidades, en cuyo signo se leerá *mas*, v. g. 5+3 donde se dirá. *cinco mas tres*.

P. Cuál es el signo que se antepone á los resultados de toda operacion?

R. Dos rayitas horizontales= donde se leerá *igual*.

P. Cómo se llaman las cantidades que se dán para sumar?

R. *Datos ó sumandos.*

P. Cómo se llama lo que resulta de esta operacion.

R. *Suma total.*

P. Qué se necesita para sumar con facilidad?

R. Saber la siguiente tabla.

TABLA DE SUMAR.

1 y	1 son	2	2 y	1 son	3	3 y	1 son	4
1	2	3	2	2	4	3	2	5
1	3	4	2	3	5	3	3	6
1	4	5	2	4	6	3	4	7
1	5	6	2	5	7	3	5	8
1	6	7	2	6	8	3	6	9
1	7	8	2	7	9	3	7	10
1	8	9	2	8	10	3	8	11
1	9	10	2	9	11	3	9	12

4 y	1 son	5	5 y	1 son	6	6 y	1 son	7
4	2	6	5	2	7	6	2	8
4	3	7	5	3	8	6	3	9
4	4	8	5	4	9	6	4	10
4	5	9	5	5	10	6	5	11
4	6	10	5	6	11	6	6	12
4	7	11	5	7	12	6	7	13
4	8	12	5	8	13	6	8	14
4	9	13	5	9	14	6	9	15

7 y	1 son	8	8 y	1 son	9	9 y	1 son	10
7	2	9	8	2	10	9	2	11
7	3	10	8	3	11	9	3	12
7	4	11	8	4	12	9	4	13
7	5	12	8	5	13	9	5	14
7	6	13	8	6	14	9	6	15
7	7	14	8	7	15	9	7	16
7	8	15	8	8	16	9	8	17
7	9	16	8	9	17	9	9	18

P. Cómo se ejecuta la operacion de sumar?

R. Se colocan las cantidades, por claridad, las unas debajo de las otras, de modo que se correspondan en columna unidades con unidades, decenas con decenas, y así sucesivamente; despues se tira una raya por debajo, para que no se confundan los sumandos con la suma, y se empieza á sumar por la columna de las unidades, anotando su resultado debajo de ellas y de la raya; posterior se suman las decenas, despues las centenas y así todas las demas columnas; advirtiendo, que si de la suma de las unidades resultan decenas, se reserven para sumarlas con la suma de las decenas; y si de estas resultan centenas, se sumarán con la columna de las centenas, y así sucesivamente.

Ejemplo 1.º

8642	sumandos.
+32428	
3574	
=44,644	suma total.

Ejemplo 2.º

57406	sumandos.
3800	
+ 475	
9742	
20	
=71,443	suma total.

P. Qué alteraciones sufre una suma segun que se alteren los sumandos?

R. Las alteraciones de una suma con respecto á los sumandos son análogas, es decir: que si á un sumando se le aumenta una cantidad cualquiera, la suma aumentará en la misma cantidad; y si se le quita, disminuye en la misma; y si á un sumando se le aumenta y á otro se le quita igual cantidad, la suma permanece la misma.

PROBLEMAS.

1.° De Cádiz á Sevilla hay 21 leguas. De Sevilla á Córdoba 25. De Córdoba á Toledo 52. De Toledo á Madrid 12. ¿Qué número de leguas habrá desde Cádiz á Madrid yendo por dichos puntos?

2.° Un comerciante tiene que pagar una letra de 8648 rs.; otra de 15250 y otra de 10800. ¿Qué dinero tiene que reunir para pagar dicha deuda?

3.° Hay una pieza de paño que tiene 58 metros; otra con 75 id.; otra con 89 id.; otra con 53 y otra con 14. ¿Qué número de metros reunirán las cinco piezas?

DE LA SUSTRACCION Ó RESTA.

P. Cuál es la operacion contraria á sumar?
R. *Restar.*
P. Qné es *restar*?

R. Hallar la diferencia que hay entre dos cantidades de una misma especie.

P. Cuál es el signo que representa esta operacion?

R. Una rayita horizontal—en la que se lee *menos*; así 7—3=4, donde se leerá, *siete menos tres, igual á cuatro.*

P. Cómo se llaman los números que se dan para restar?

R. *Minuendo y sustraendo,*

P. Cuál es el minuendo?

R. La cantidad que se dá para restar.

P. Cuál es el sustraendo?

R, La cantidad que se quiere quitar del minuendo.

P. En qué se conocerá de otro modo el minuendo?

R. En que es siempre mayor que el sustraendo.

P. Cómo se llama el resultado de esta operacion?

R. *Resta, exceso ó diferencia.*

P. Cómo se ejecuta esta operacion?

R. Se coloca el minuendo y debajo el sustraendo, de modo que se correspondan unidades con unidades, decenas con decenas &c; despues se tira una raya por debajo para que no se confundan estas cantidades con la resta, y se empieza á restar por la derecha, ó sea por las unidades.

P. Cuántos casos pueden ocurrir en la resta?

R. Tres: 1.° *Que las cifras del minuendo sean todas mayores que sus correspondientes del sustraendo*; en cuyo caso,se empieza á restar por la derecha ó sean las unidades, viendo la diferencia que hay entre las unidades del sustraendo con respecto á las del minuendo, y su diferencia se pone debajo; despues se hace lo mismo con las decenas, despues con las centenas,y así con todos los órdenes de unidades.

2.° *Que el minuendo termine en ceros*; en cuyo caso,el primer cero de la derecha se considera como *diez*, los demas como *nueves*; y la primera cifra de valor con una unidad menos, de la que proviene el valor de los ceros.

3.° *Que alguna de las cifras del minuendo sea menor que su correspondiente del sustraendo*; en cuyo caso,se toma una unidad de la cifra inmediata de la izquierda, y se descompone en la especie de aquella que se va á restar, *que vale diez*, se suman con la cifra menor del minuendo, con lo cual queda hecha mayor,y se pasa á hacer la resta.

Despues,cuando se vaya á restar la cifra de donde se tomó la unidad, se considera con una unidad menos.

EJEMPLOS.

1.er caso.	2.º caso.	3.er caso.
86346 minuendo	4530000	6853279
—53143 sustraendo	—2325479	—3694837
=33203 resta	=2204521	=3158442

P. Qué se necesita para restar bien?

R. Saber la siguiente tabla.

TABLA DE RESTAR.

De 1	á 1	va 0	De 2	á 2	va 0	De 3	á 3	va 0
1	2	1	2	3	1	3	4	1
1	3	2	2	4	2	3	5	2
1	4	3	2	5	3	3	6	3
1	5	4	2	6	4	3	7	4
1	6	5	2	7	5	3	8	5
1	7	6	2	8	6	3	9	6
1	8	7	2	9	7	3	10	7
1	9	8	2	10	8	3	11	8
1	10	9	2	11	9	3	12	9

De 4	á 4	va 0	De 5	á 5	va 0	De 6	á 6	va 0
4	5	1	5	6	1	6	7	1
4	6	2	5	7	2	6	8	2
4	7	3	5	8	3	6	9	3
4	8	4	5	9	4	6	10	4
4	9	5	5	10	5	6	11	5

De 7	á	7	va	0	De 8	á	8	va	0	De 9	á	9	va	0
7		8		1	8		9		1	9		10		1
7		9		2	8		10		2	9		11		2

P. Qué alteraciones sufre el resíduo si se altera alguna de las cantidades dadas para restar?

R. Las siguientes. Si se aumenta el minuendo, aumenta la diferencia en la misma cantidad; y si se disminuye, disminuirá en la misma.

Si se aumenta el sustraendo, disminuye la diferencia en la misma cantidad; y si se disminuye, aumenta la diferencia en igual.

PROBLEMAS.

1.° Un comerciante debe pagar 80,750 reales, y á cuenta remite una letra de 56,684 reales. ¿A cuánto queda reducida su deuda?

2.° Francia tiene de superficie 53‘453.000 hectáreas, y España 45‘216,857. ¿Cuántas hectáreas tendrá la una mas que la otra?

3.° Hay dos tinajas, que hace la una 38,253 litros, y la otra 24,686 litros. ¿Cuál será su diferencia en capacidad?

MULTIPLICACION.

P. Qué es *multiplicar*?

R. Hallar un tercer número que tenga la misma relacion con el primero, que el segundo tenga con la unidad. La multiplicacion es una suma abreviada.

P. Cómo se llaman los números que se dan para multiplicar?

R. *Multiplicando y multiplicador.*

P. Multiplicando y multiplicador juntos, qué nombre toman?

R. *Factores del producto.*

P. A qué se llaman *factores*?

R. A todo número que por vía de multiplicacion sirve para formar un producto.

P. En qué se conocerá el multiplicando?

R. En que el multiplicando es siempre de la misma especie del producto.

P. Cuál es el signo con que se representa esta operacion?

R. Una cruz $\times$ en forma de X, en la que se lee *multiplicado por*; ó sea un punto (.) colocado entre multiplicando y multiplicador.

P. El producto de una multiplicacion, altera porque sus factores varíen el órden de colocacion?

R. No varía, el órden de factores no altera el producto; pues lo mismo es multiplicar $5\times6=30$ que $6\times5=30$.

P. Cuántas clases de productos pueden resultar en una multiplicacion?

R. Dos: unos llamados *parciales* y otros *totales.*

P. Qué son productos parciales?

R, Los que resultan de multiplicar el multiplicando por cada una de las cifras del multiplicador, siendo este número compuesto.

P. Cuántos productos parciales pueden resultar en una multiplicacion?

R. Tantos, cuantas cifras haya en el multiplicador, si no ocurren abreviaciones.

P. Qué es *producto total?*

R. La suma de los productos parciales. Este no es mas que uno.

P. Toda cantidad que se multiplica por la *unidad*, qué dá por producto?

R. La misma cantidad.

P. Toda cantidad multiplicada por *cero*, qué dá por producto?

R. *Cero* ó nada.

P. Cuántos casos pueden ocurrir en una multiplicacion?

R. Tres, que son: multiplicar un *simple* por un *simple*, un *compuesto* por un *simple* ó *simple* por *compuesto*, y un *compuesto* por otro *compuesto.*

P. Cómo se multiplica un *simple* por otro *simple?*

R. Sabiendo la siguiente tabla, en la que se hallan todos los productos de números simples por simples.

TABLA DE MULTIPLICAR.

1 por 1 es 1	3 por 3 son 9	5 por 8 son 40
1 2 2	3 4 12	5 9 45
1 3 3	3 5 15	5 10 50
1 4 4	3 6 18	6 por 6 son 36
1 5 5	3 7 21	6 7 42
1 6 6	3 8 24	6 8 48
1 7 7	3 9 27	6 9 54
1 8 8	3 10 30	6 10 60
1 9 9	4 por 4 son 16	7 por 7 son 49
1 10 10	4 5 20	7 8 56
2 por 2 son 4	4 6 24	7 9 63
2 3 6	4 7 28	7 10 70
2 4 8	4 8 32	8 por 8 son 64
2 5 10	4 9 36	8 9 72
2 6 12	4 10 40	8 10 80
2 7 14	5 por 5 son 25	9 por 9 son 81
2 8 16	5 6 30	9 10 90
2 9 18	5 7 35	
2 10 20		

10 por	10 son	100
10	100	1,000
10	1,000	10,000
10	10,000	100,000
10	100,000	1.000,000

P. Cómo se multiplica un *compuesto* por *simple* ó *simple* por *compuesto*?

R. Se multiplica el simple por cada una de las cifras del compuesto, teniendo cuidado de sumar al producto de las *decenas*, las decenas que se formen del producto de unidades; al de *centenas*, las que se formen de las decenas, y así con las demas y resultará el producto total.

Ejemplo.

multiplicando	76456	factores,
multiplicador	× 8	
producto	=611648	

P. Cómo se multiplica un *compuesto* por otro?

R. Se tomará por *multiplicador* el que tenga menos cifras, puesto que no influye en el producto; se multiplicará el *multiplicando* por la primera cifra del *multiplicador*, y el producto se pone debajo; despues se multiplicará el *multiplicando* por la segunda cifra del *multiplicador*, ó sean *decenas*; despues por la tercera ó sean *centenas*, y así por todas las cifras que tenga el *multiplicador*; cuyos productos parciales se colocan los unos debajo de los otros, corriéndose cada uno un lugar hácia la izquierda; se tira una raya por debajo, se suman todos los productos parciales, y resultará el *producto* total. Ejemplo: Sea 87,€59×567; que hecha la operacion resultará:

87659	multiplicando.
567	multiplicador.
613613	productos parciales.
525954	
438295	
49702653	producto total.

P, Cuántos son los *usos* de la multiplicacion?

R. Tres, que son: 1.° *Cuando se dá conocido el valor de una unidad, para hallar el de muchas ó partes.*

Ejemplo. Si una libra cuesta 32 reales, cuánto costarán 225? En este caso se multiplica el número de libras, por el valor conocido de la libra: v. g. $225 \times 32 = 7200$.

2.° *Cuando se quieren reducir unidades de especie superior á inferior.* Ejemplo: Cuántas libras habrá en 20 arrobas? En este caso,se multiplica el número de unidades dado, por el número de unidades de especie inferior que compongan una de las superiores: v. g. $20 \times 25 = 500$.

3.° *Cuando se quiere hacer un número, cierto número de veces mayor.* Ejemplo: Cómo se hará el número 20, 28 veces mayor? En este caso,se multiplica el número que se quiere hacer mayor, por el número que con sus unidades esprese las veces que se quiere hacer mayor: v. g. $20 \times 28 = 560$.

P. El producto de una multiplicacion, hay caso que sea menor que el multiplicando?

R. Sí, siempre que el multiplicador sea menor que la unidad, y por consiguiente un quebrado; v. g. $12 \times {}^{1}/_{2} = 6$.

P. Puede abreviarse la operacion de multiplicar? (1)

R. Sí, en muchos casos. 1.° *Cuando uno de sus factores es la unidad seguida de ceros;* en cuyo caso, no hay mas que poner á la derecha del otro factor, los ceros que tenga seguidos la unidad. Ejemplo: $4658 \times 1000 = 4658000$.

2.° *Cuando uno ó ambos factores terminen en ceros*; en cuyo caso, se multiplican solo las cifras de valor, y á la derecha del producto total se colocarán tantos *ceros* como haya en uno ó ambos factores. Ejemplos.

467000	83400
×35	×7200
2335	1668
1401	5838
=16345000	=600480000

(1) El profesor ejercitará á los niños en la coleccion de abreviaciones que acompaña á este compendio, y otras que de ellas se deducen; haciéndoles comprender todos sus fundamentos é instruyéndolos bien antes en las tablas, y será seguro el fruto de su enseñanza.

3.° *Cuando en medio del multiplicador se encuentren ceros*: en este caso, se multiplican solo la cifras de valor; y los productos parciales, se pondrán los unos bajo los otros, guardando el lugar que les corresponda, segun el lugar que ocupe en el multiplicador la cifra por quien se multiplicó.

$$\begin{array}{r} 78236 \\ \times 704 \\ \hline 312944 \\ 547652 \\ \hline =55078144 \end{array}$$

4.° *Cuando alguno de los factores pueda descomponerse en factores simples;* en cuyo caso, se multiplica el otro factor por uno de los factores simples; y lo que resulte por el otro factor,•y este producto será el total. Sea ejemplo: 452 se quiere multiplicar por 42. Pudiéndose descomponer el 42 en los factores 6 y 7, se multiplicará el 452 por 6 y resultan 2712; este producto se multiplicará por 7 y saldrá el producto 18984,que es el *producto total.*

P. Qué *alteraciones* sufre un producto,si se altera alguno de sus factores?

R. Si á uno de los factores se le aumenta una cantidad cualquiera,aumentará el producto en tantas veces el otro factor, como unidades se le aumenten al que se altera.

Si alguno de los factores se multiplica por un número cualquiera, el producto quedará multiplicado por el mismo número por quien se multiplicó el factor; y si se divide, quedará dividido.

PROBLEMAS.

1.° Cuál será el valor de 238 libras, á razon de 18 reales cada una?

2.° Un arriero llevaba 8 bestias, cada una con 6 arrobas de aceite, que vendió á razon de 45 reales cada arroba; ¿qué dinero reuniría?

3.° Una pieza de paño con 85 metros, á razon de 48 reales el metro, ¿cuánto se importará?

DIVISION.

P. Cuál es la operacion contraria á multiplicar?

R. *Dividir.*

P. Qué es *dividir?*

R. Hallar un tercer número, que multiplicado por el segundo, reproduzca el primero.

P. Cómo se llaman los números que se dan para dividir?

R. *Dividendo y divisor.*

P. Cómo se llama lo que resulta de esta operacion?

R. *Cociente.*

P. Cuál es el dividendo?

R. La cantidad que se da para dividir. Este es de la misma especie del cociente.

P. Cuál es el divisor?

R. La cantidad por quien se va á dividir.

P. Dividendo y divisor juntos, qué nombre toman?

R. *Términos del cociente.*

P. Cuál es el signo con que se representa esta operacion?

R. Dos puntos : colocados entre dividendo y divisor; donde se lee, *dividido entre* ó *por*. Tambien dos rayitas en esta forma |______ entre las que se coloca el divisor.

P. El cociente de una division, varía porque dividendo y divisor se multipliquen ó dividan por un mismo número?

R. No, el cociente es siempre el mismo.

P. Cuántos casos pueden ocurrir en la division?

R. Tres, que son: dividir un número *simple* por otro *simple*, un *compuesto* por un *simple*, y un *compuesto* por otro *compuesto*.

P. Cómo se divide un simple por otro y un compuesto por un simple?

R. Lo mas fácil es hallar, *mitad*, *tercera*, *cuarta*, *quinta*, *sesta*, *sétima*, *octava* y *novena* parte, segun que el divisor sea 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8 y 9. v. g. 8 : 2=4; ó mitad de 16 igual á 8.

P. Toda cantidad dividida por uno ó la unidad, qué dá por cociente?

R. La misma cantidad.

P. Y dividida por cero?

R. *Cero* ó nada.

P. Cómo se divide un compuesto por otro?

R. Se coloca el dividendo y á su derecha el divisor, entre dos rayitas; se separan de la izquierda del dividendo, tantas cifras con una coma, como haya en el divisor, y si estas fuesen menores se separará otra mas. Despues se verá cuantas veces está contenido el divisor en las cifras separadas del dividendo, y las veces que lo esté, se colocará debajo de la raya y del divisor, y será la primera cifra del cociente; cuya cifra se vá multiplicando por todo el divisor, y su producto se va restando de las cifras separadas del dividendo. Si de esta resta queda algun resíduo, á este se le une la cifra que sigue del dividendo; y la cantidad que forme, se divide por el divisor, del mismo modo que en lo anterior, y así se seguirá hasta que no haya mas cifras que tomar del dividendo. Ejemplo.

dividendo 46538 (342 divisor.
1237(6 $136+\frac{26}{342}$ cociente.
020(2
00

P. Qué condicion han de tener los resíduos que vayan quedando de los dividendos parciales?

R. Que han de ser menores que el divisor.

P. Y si fuese mayor ó igual, qué se hará?

R. Aumentar una *unidad* mas á la cifra del cociente, y se vuelve á hacer la multiplicacion por el divisor y la resta del dividendo.

P. Si separada una cifra del dividendo, la cantidad que forme fuese menor aun que el divisor, qué se hará?

R. Poner *cero* en el cociente y tomar una cifra mas para hacer la division.

P. Cuál es la mayor cifra que se ha de poner en el cociente?

R. El *nueve*.

P. Si concluida la division aun quedase algun resíduo, qué se hará?

R. Ponerlo á la derecha del cociente en forma de quebrado, y será parte del cociente.

P. Cómo se pondrá en forma de quebrado?

R. Poniendo el signo *mas*+á la derecha del cociente. despues el resíduo con una rayita por debajo, é inferior á esta, el divisor.

P. Cuántos son los usos de la division?

R. Cuatro, que son: *Cuando conocido el valor de varias unidades ó partes, se quiere hallar el de una*; en este caso,se divide el valor de las unidades ó partes, por el número de unidades conocido.

Ejemplos:

1.° Cuál será el valor de una arroba, si 36 han costado 4638 rs.?

3.° Si $^5/_8$ de libra han costado 48 reales, ácómo saldrá la libra?

2.° *Cuando se quiere hacer un número, cierto número de veces menor*; en cuyo caso, se divide el número dado, por el número que esprese las veces que se quiere hacer menor. Ejemplo: 28, cómo se hará 20 veces menor?

3.° *Cuando se quieren reducir unidades de especie inferior á una de sus especies superiores*: en este caso, se divide el número dado de especie inferior, por el número de unidades de la misma especie que componen aquella superior á que se quieren reducir. Ejemplo.—¿Cuántas arrobas habrá en 1,000 libras?

4.° *Cuando se quiere repartir cierto número de objetos entre cierto número de personas ó de objetos tambien;* en cuyo caso, se divide el número de objetos que se quieren repartir, por el número de personas ó cosas por quienes se quiere dividir. Ejemplo:—28 trabajadores han ganado 1000 rs.—Cuánto corresponde á cada uno?

P. Puede abreviarse la operacion de dividir?

R. Si señor: 1.°—*Cuando el divisor sea la unidad seguida de ceros*; en cuyo caso, se separan de la derecha del dividendo tantas cifras, como ceros tenga seguidos la unidad; y las cifras que queden á la izquierda será el cociente, mas el quebrado que se forme con las cifras separadas y el divisor, como antes se ha dicho.—Ejemplo:

468(78|1(00
$$468+\frac{78}{100}$$

2.° *Cuando el divisor termine en ceros*; en cuyo caso, se cortan los ceros del divisor, se separan de la derecha del dividendo tantas cifras como ceros tenia el divisor, y se hace la division. Si queda algun resíduo, se le colocarán á su derecha las cifras separadas, y será lo que forme el quebrado con todo el divisor.—Ejemplo:

8578(46|32(00
2152
020
0
$$268+\frac{246}{3200}$$

3.° *Cuando ambos términos concluyan en ceros*; en cuyo caso, se tacharán en ambos términos tantos ceros como en el que haya menos, y se hace la division con lo que quede, resultando el cociente verdadero. Ejemplo. 46780(00-|34(00-
1250(0
022(3
00
$$1375+\frac{30}{34}$$

4.° *Cuando el divisor pueda descomponerse en factores simples*; en cuyo caso, se divide la cantidad por uno de los factores, hallándole mitad, tercera, cuarta, etc. parte, segun sea el factor; y lo que resulte, se divide por el otro factor del mismo modo que anterior se ha dicho.

En este caso puede suceder, que de la primera division resulte quebrado; (1) el cual hay que dividirlo por el otro factor: lo que se hará, si es el quebrado solo el que hay que dividir, quedará dividido multiplicando solo su denominador, ó dividiendo solo su numerador si tiene exacta division; y si quedan algunas unidades, ademas del quebrado, que dividir por el segundo factor, se reducirán á la especie del quebrado, y todo junto se divide. Ejemplos.

1.°

6288|48=6×8

1048 sesta parte.

131 octava de la $^1/_6$

2.°

35464|36=4×9

8866 cuarta parte

985+$^1/_9$ noveva de la $^1/_4$

3.°

53467|42=6×7

8911$^2/_6$ sesta parte.

1273$^{14}/_{42}$ sétima de la $^1/_6$

---

(1) Perteneciendo esta esplicacion á la teoría de quebrados, no se hace mayor, reservándola para su lugar.

Para facilidad en la division se pone la siguiente tabla.

TABLA DE DIVIDIR.

1 div.	1 igual	1	2 div.	2 igual	1	3 div.	3 igual	1
2	1	2	4	2	2	6	3	2
3	1	3	6	2	3	9	3	3
4	1	4	8	2	4	12	3	4
5	1	5	10	2	5	15	3	5
6	1	6	12	2	6	18	3	6
7	1	7	14	2	7	21	3	7
8	1	8	16	2	8	24	3	8
9	1	9	18	2	9	27	3	9
4 div.	4 igual	1	5 div.	5 igual	1	6 div.	6 igual	1
8	4	2	10	5	2	12	6	2
12	4	3	15	5	3	18	6	3
16	4	4	20	5	4	24	6	4
20	4	5	25	5	5	30	6	5
24	4	6	30	5	6	36	6	6
28	4	7	35	5	7	42	6	7
32	4	8	40	5	8	48	6	8
36	4	9	45	5	9	54	6	9
7 div.	7 igual	1	8 div.	8 igual	1	9 div.	9 igual	1
14	7	2	16	8	2	18	9	2
21	7	3	24	8	3	27	9	3
28	7	4	32	8	4	36	9	4
35	7	5	40	8	5	45	9	5
42	7	6	48	8	6	54	9	6
49	7	7	56	8	7	63	9	7
56	7	8	64	8	8	72	9	8
63	7	9	72	8	9	81	9	9

P. Qué *alteraciones* sufre el cociente, segun que se altere alguno de sus términos?

R, Si se multiplica el dividendo por un número cualquiera, el cociente queda multiplicado por el mismo número: y si se divide, queda dividido.

Lo contrario sucede alterando el divisor;si este se multiplica, el cociente queda dividido por el mismo número que se multiplicó el divisor; y si se divide, queda multiplicado.

Nota. Impóngause bien á los discípulos en estos fundamentos y demas de la division, y servirá para la facilidad ó inteligencia en los quebrados.

PROBLEMAS.

1.° Se toma un volúmen de 56 libras en 1,188 reales, ¿á cómo saldrá la libra?

2.° Ajustan en un pueblo 4630 varas de empiedro en 13072 reales, ¿á cómo saldrá la vara?

3.° Se toman varias piezas de paño que reunen 486 metros; pagando por todas ellas 35964 reales, ¿á cómo se venderá el métro.

DE LAS PRUEBAS.

P. A qué se llama *prueba* en aritmética?

R. Llámase prueba, cuando se hace una segunda operacion para cerciorarse si la primera está bien hecha.

El fundamento de las pruebas, solo está en hacer la operacion contraria, para que resulten otra vez las cantidades primitivas; pero á veces no es útil esta clase de pruebas, y sí el de repetir la operacion con cuidado; y lo mejor de todo es, cuando posible sea, que saquen dos la misma operacion por separado, para si hallan el mismo resultado.

P. Cuál es la prueba de *sumar*?

R. La mejor es repetir la suma de abajo arriba y que salga el mismo total.

P. Cuál es la de *restar*?

R. Sumar el *sustraendo* con la *resta*, para que resulte el *minuendo*.

P. ¿Cuál es la de *multiplicar*?

R. Dividir el *producto* por cualquiera de los *factores*, y resulte por *cociente* el otro *factor* exacto.

P. Cuál es la de *dividir*?

R. Multiplicar el *cociente* por el *divisor*, añadiéndole el *residuo* si lo hubiere, y resulte el *dividendo*.

DE LA DIVISIBILIDAD DE LOS NÚMEROS.

P. Cuándo será un número divisible por otro?

R. Cuando lo contenga cierto número de veces exacto sin que quede quebrado; así pues, el 12 es divisible por 2-3-4 y 6 porque resultan de cocientes, 6, 4, 3 y 2 sin quebrados.

P. Cómo se llaman en este caso al número que contiene y al contenido?

R. Al que contiene se le llama *múltiplo*, y al contenido *factor*, *divisor*, *submúltiplo ó parte alícuota*.

P. Qué es número primo absoluto?

R. Todo número que no admite mas division que por él mismo ó la unidad: v. g. 7—23.

P. Cuándo será un número divisible por 2?

R. Cuando su primer cifra de la derecha sea par ó cero: v. g. 456 y 790.

P. Cuándo será divisible por 3?

R. Cuando sumadas todas sus cifras consideradas en su valor absoluto, pueda dicha suma dividirse por tres: v. g. 53472.

P. Cuándo será divisible por 4?

R. Cuando las dos cifras de la derecha consideradas en su valor relativo, sean divisibles por cuatro: v. g. 5732.

P. Cuándo lo será por 5?

R. Cuando la primer cifra de la derecha sea cero ó cinco: v. g. 670 y 975.

P. Cuándo lo será por 6?

R. Cuando á la vez de serlo por 2, lo sea tambien por 3; en cuyo caso, es divisible por el producto de $2\times3=6$: v. g. 6372.

P. Cuándo lo será por 8?

R. Cuando sus tres cifras de la derecha, consideradas en su valor relativo, sean divisibles por 8; v. g. 34568.

P. Cuándo será por 9?

R. Cuando sumadas todas sus cifras consideradas en su valor absoluto, sea esta suma divisible por 9: v. g. 76,284.

P. Cuándo lo será por 10?

R. Cuando concluya en cero: v. g. 3560.

P. Cuándo lo será por 11?

R. Cuando restada la suma de las cifras que ocupan lugares pares, y la suma de las impares, consideradas en su valor absoluto, resulte por diferencia, cero ú once: v. g. 5434—865271.

P. Cuándo lo será por 25?

R. Cuando sus dos cifras de la derecha sean 25—50—75, ó concluya en dos ó mas ceros; v. g. 76350.

ABREVIACIONES DE MULTIPLICAR.

P. Para multiplicar por 10. se le aumenta á la cantidad *un cero* á su derecha, v. g. 758×10=7580.

Para multiplicar por 5 se le añade á la derecha de la cantidad *un cero* y queda multiplicado por 10; y sacándole la mitad, se tendrá el producto de 5: v. g. 758×5=mitad de 7 son 3; y una que sobra, con el 5 que sigue, forman 15; mitad de 15 son 7 y la que sobra unida al 8 forman 18; su mitad 9 y no sobra nada; y mitad del cero que se le añade 0; luego componen 3,790.

Para multiplicar por 11, si la cantidad solo tiene dos cifras, estas se suman en su valor absoluto, y lo que resulte se coloca en medio de las dos, y será el producto.

Si de esta suma resulta alguna decena, se le suma á la cifra de la izquierda. Ejemplos: 1.° 52×11, se dirá: $5+3=8$, se coloca el 8 entre el 5 y el 3 y resultarán 583. 2.° 57×11, se dirá $5+7$ son 12, se coloca el 2 del 12 entre el 5 y el 7, y la decena formada en 12, se le suma al 5, y así resulta 627 [el producto.

Tambien se multiplica sabiendo la tabla del once como número dígito.

Para multiplicar por 12, se multiplica la cantidad por 3, y lo que resulte por 4, y será el producto, v. g. $432\times12=432\times3=1296\times4=5188$.

Tambien resulta multiplicando la candidad por 2 y lo que resulte por 6. A esto se llama, *multiplicar por factores.*

Tambien se multiplica tomando al número 12 como dígito, sabiendo la tabla del 12 ó por docenas.

Para multiplicar por 13 se multiplica la cantidad por 3. y el producto se coloca debajo, corriéndoie un lugar á la derecha; se suman, y será el producto: sea ejemplo:

$$45\times13=\begin{array}{l}45 \text{ producto de diez.}\\ 135 \text{ id. de tres.}\\ \hline 585 \text{ total.}\end{array}$$

Por 14 lo mismo que el anterior; multiplicando por 4 y corriéndole un lugar á la derecha: v. g. 82×14=

$$\begin{array}{rl}82 & \text{producto de díez.}\\ 328 & \text{id. de cuatro.}\\ \hline 1148 & \text{producto total.}\end{array}$$

Por 15, se añade á la derecha de la cantidad un *cero* y será el producto de *diez*: se le halla su mitad, que será el producto de 5, el cual se pone debajo, se suma y se tendrá el producto de 15; v. g. 432×15=

$$\begin{array}{rl}4320 & \text{producto de diez}\\ 2160 & \text{su mitad, ó producto de cinco.}\\ \hline 6480 & \text{producto total}\end{array}$$

Para multiplicar por 16, 17, 18 y 19, se multiplicará por 6, 7, 8 y 9 y se hará lo que se ha dicho para 13 y 14.

Tambien para 16 y 18 se multiplicarán por sus factores, que son 4×4=16, 2×8=16; y para el otro, 3×6=18, 2×9=18.

Para multiplicar por 19, se multiplica tambien la cantidad por 2, y se le añade *un cero*; y á esta cantidad se le resta el multiplicando: v. g. 834×19 =834×20—834=15,846.

Para multiplicar por 20, basta solo multiplicar por 2, y añadirle á la derecha un *cero:* v. g. 432×20=8640.

Para multiplicar por 21 se multiplica por sus factores 3×7=21.

Para 22 se multiplicará la cantidad por 11, como número dígito, y lo que resulte por 2, y será el producto: v. g. 342×22=342×11=3762×2= 7524.

Para 24 se multiplica la cantidad por sus factores 4×6 ó 3×8.

Tambien por la tabla de 12 como número dígito, y despues por 2.

Por 25, se añaden á la derecha de la cantidad *dos ceros* y queda multiplicada por 100; y hallándole su cuarta parte, se tendrá el producto de 25: v. g.

342×25=34200:4

Su cuarta parte 8550 total producto.

Tambien se multiplica por sus factores 5×5=25.

Para 27 por sus factores 3×9.

Para 28 por sus factores 4×7.

Para 29, se multiplica la cantidad por 3, se le añade un cero, y á este producto se le resta el multiplicando, y saldrá el producto.

Para 30 se multiplica la cantidad por tres y se le añade nn *cero*.

Para 31 se multiplica por 3, y este producto se coloca debajo del multiplícando corriéndole un lugar á la izquierda, se suma y será el producto: v. g. $82\times31=$

82	producto de uno.
246	producto de treinta.
2,542	total.

Para 32 por sus factores 4 y 8.

Para 33, se multiplica la cantidad por 11, y lo que resulte por 3, y será el producto.

Para 34, se duplica la cantidad y se coloca debajo del multiplicando; despues se duplica el *duplo* anterior, y se coloca debajo del otro *duplo* corriéndole un lugar á la derecha; se suman las tres cantidades y será el producto: v. g. $82\times34=$

82	prodncto de diez.
164	producto de veinte.
328	producto de cuatro.
=2788	total.

Tambien, multiplicando la cantidad por 3, cuyo producto se pondrá debajo del multiplicando, y este mismo producto se repetirá, dándole el lugar de decenas; y sumando las tres cantidades resultará el producto. Sea ejemplo $82\times34=$

	82	producto de uno.
	246	producto de tres.
	246	producto de treinta.
Total	2,788	producto de treinta y cuatro.

Para 35 por sus factores 5 y 7.

Para 36 por los suyos 4×9 ó 6×6 ó 3×12.

Para 39 se multiplica por 4 y se le añade *un cero;* á este producto se le resta el multiplicando y será el producto; v. g.

$648\times38=648\times4=25920-648=25,272$.

Para 40 se multiplica la cantidad por 4 y se le añade *un cero*. Ejemplo. $=532\times40=532\times4=$ 21,280.

Para 41 se multiplica la cantidad por 4 corriéndole un lugar á la izquierda, se suman y será el producto, v. g. $764\times41=$ 763×4

	3052
Total	31283

Para 42 sus factores 6 y 7.

Para 44 se multiplica la cantidad por 11 y lo que resulte por 4: v. g.

$532\times44=532\times11=5852\times4=23,408$.

Para 45 por sus factores 5×9.

Para 48 por los suyos 6 y 8.

Para 49 se multiplica la cantidad por 5 y se le añade á su derecha *un cero*, á este producto se le resta el multiplicando y saldrá el producto: v. g. 149×49=149×5=7450—149=7,301, producto total.

Tambien por sus factores 7 y 7.

Para 50 se le añaden *dos ceros* á la derecha de la cantidad y queda multiplicada por 100; se le halla su mitad y será el producto de 50, v. g. 863×50=86300:2=43150 producto total.

Tambien se multiplica por 5 y á este producto se le añade *un cero.*

Para 100 se añaden á la derecha de la cantidad *dos ceros;* y por regla general, toda cantidad que se multiplica por la unidad seguida de ceros, no hay mas que poner á la derecha de la cantidad tantos ceros, como tenga seguidos la unidad.

Para 125 se le añaden á la derecha de la cantidad *tres ceros* y queda multiplicada por 1,000y hallándole la octava parte, será el producto, v. g. 673×125=673000:8=84,125, por ser 125 la octava parte de 1,000.

Notas.—Por las anteriores abreviaciones pueden concebirse otras que no se espresan, por no dar mas latitud á un compendio, que es lo que se propone el autor.

La mayor parte de estas abreviaciones de multiplicar pueden tenerse para dividir, haciendo operaciones inversas, como son las de los factores y las de 25, 30, 40, 50, 125 y otras.

TABLA DE AMPLIACION.

1	por 11	ó duc.	11
2	11		22
3	11		33
4	11		44
5	11		55
6	11		66
7	11		77
8	11		88
9	11		99
10	11		110
11	11		121

1	por 12	ó duc.	12
2	12		24
3	12		36
4	12		48
5	12		60
6	12		72
7	12		84
8	12		96
9	12		108
10	12		120
11	12		132
12	12		144

1	por 13	es	13
2	13		26
3	13		39
4	13		52
5	13		65
6	13		78
7	13		91
8	13		104
9	13		117
10	13		130
11	por 13	son	143
12	13		156
13	13		169

1	por 14	son	14
2	14		28
3	14		42
4	14		56
5	14		70
6	14		84
7	14		98
8	14		112
9	14		126
10	14		140
11	14		154
12	14		168
13	14		182
14	14		196

1	por 15	son	15
2	15		30
3	15		45
4	15		60
5	15		75
6	15		90
7	15		105
8	15		120
9	15		135
10	15		150
11	15		165
12	15		180
13	15		195
14	15		210
15	15		225

1	por 16	son	16
2	16		32
3	16		48
4	16		64
5	16		89
6	16		96
7	16		112
8	16		128
9	16		144
10	16		160
11	16		176
12	16		192
13	16		208
14	16		224
15	16		240
16	16		256

1	por 17	son	17
2	17		34
5	17		51
4	17		68
5	17		85
6	17		102
7	17		119
8	17		136
9	17		153
10	17		170
11	17		187
12	17		204
13	17		221
14	17		238
15	17		255
16	17		272
17	17		289

Continua.

1 por 18	son	18	1 por 19	nap	19	1 por 20	son	20
2	18	36	2	19	38	2	20	40
3	18	54	3	19	57	3	20	60
4	18	72	4	19	76	3	20	80
5	18	90	5	19	95	5	20	100
6	18	108	6	19	114	6	20	120
7	18	226	7	19	133	7	20	140
8	18	144	8	19	152	8	20	160
9	18	162	9	19	171	9	20	180
10	18	180	10	19	190	10	20	200
11	18	198	11	19	209	11	20	220
12	18	216	12	19	228	12	20	240
13	18	234	13	19	247	13	20	260
14	18	252	14	19	266	14	20	280
15	18	270	15	19	285	15	20	330
16	18	288	16	19	304	16	20	320
17	18	306	17	19	323	17	20	340
18	18	324	18	19	342	18	20	360
			19	19	362	19	20	380
						20	20	400

TEORIA DE QUEBRADOS COMUNES.

P. Cuál es el orígen de los quebrados?

R. Divisiones que no tienen cociente exacto, cuyo resíduo hay que dividirlo por el divisor, y siendo menor hay que hacerlo partes.

P. Qué son números *quebrados*?

R. Aquellos números que espresan partes de la unidad.

P. De cuántos términos consta un quebrado?

R. De dos, que son: *numerador* y *denominador*

P. Cuál es el numerador?

R. El que espresa las partes que se toman de la unidad, y en él está el valor del quebrado.

P. Cuál es el denominador?

R. El que espresa las partes en que se considera dividida la unidad.

El numerador es la cantidad, y el denominador no es otra cosa que el nombre de la especie á que se refiere el numerador.

P. Qué viene á ser un quebrado?

R. Una division indicada del *numerador* por el *denominador*.

P. Cuáles son los términos de la division en un quebrado?

R. El *numerador* es el dividendo, el *denominador* es el divisor, y el valor del quebrado,es el cociente; sea ejemplo: $^2/_3$, donde el numerador es el 2, el cual está dividido por el denominador 3,y resulta de cociente *dos tercios*, que es el valor del quebrado.

P. Cuál es el valor de todo denominador?

R. La unidad, ó uno.

P. Cómo se escribe un quebrado?

R. Poniendo el numerador, debajo una raya,y debajo de esta, su denominador.

P. Cómo se leé un quebrado?

R. Leyendo el numerador por los numerales absolutos, *uno*, *dos*, *tres*, etc.y el denominador por los numerales partitivos, *medio, tercio, cuarto* etc. hasta *décimo*; y en pasando de diez, con los numerales absolutos, añadiéndole la palabra *avo*; como, *once avos, doce avos, quince avos, cuarenta y tres avos.*

P. En qué se dividen los quebrados?

R. En *propios é impropios.*

P. Qué son quebrados propios?

R. Aquellos cuyos numeradores son menores que sus denominadores: v. g. $^2/_3$ $^5/_8$

P. Qué son quebrados impropios?

R. Aquellos cuyos numeradores son mayores ó iguales que sus denominadores: v. g. $^4/_3$ $^5/_5$

P. A qué equivale un quebrado que tenga su numerador igual á su denominador?

R. A la unidad ó uno: v. g. $^5/_5=1, ^7/_7=1$

P. A qué equivale un quebrado cuyo numerador sea mayor que el denominador?

R. A un número misto, ó á varias unidades v. g. $^7/_3=2+^1/_3$ $^{28}/_7=4$.

P. Qué hay que hacer con los quebrados impropios?

R. Hallarles los enteros.

P. Cómo se le hallan los enteros á los quebrados impropios?

R. Dividiendo el numerador por el denominador, y al cociente saldrán los enteros v. g. $^8/_3=8:3=2+^2/_3$ Otro ejemplo $^{16}/_4=16:4=4$.

P. De dos quebrados que tengan iguales numeradores y desiguales denominadores, cuál será mayor?

R. Aquel que tenga *menor* denominador; porque conteniendo igual número de partes ambos quebrados, las partes espresadas por el de menor denominador son mayores, y por consiguiente mayor el quebrado.

P. Y si tienen desiguales numeradores é iguales los denominadores, cuál será mayor?

R. El que tenga *mayor* numerador; porque hay tomadas mayor número de partes, y estas son iguales.

P. Y cuando sus numeradores y denominadores sean desiguales, cómo se conocerá el mayor?

R. Entonces, hay que reducirlos á comun denominador; despues hallarle los nuevos numeradores, y formados los nuevos y equivalentes quebrados, será mayor el que tenga mayor numerador, como en el anterior caso.

P. Qué *alteraciones* reciben los quebrados segun que se alteren sus términos?

R. Las siguientes.

1.° Si se multiplica solo el numerador de un quebrado dejando intacto su denominador, el quebrado queda multiplicado por el número por quien se multiplicó su numerador.

2.ª Si se multiplica solo el denominador de un quebrado dejando intacto su numerador, el quebrado queda dividido por el número por quien se multiplicó su denominador.

3.ª Si se divide el numerador de un quebrado sin variar su denominador, el valor del quebrado queda dividido por el número por quien se dividió su numerador.

4.ª Si se divide el denominador de un quebrado sin variar su numerador, el quebrado queda multiplicado por el número por quien se dividió el denominador.

P. Luégo de cuantos modos puede multiplicarse un quebrado?

R. De dos, que son: Multiplicando su numerador, ó dividiendo su denominador, siempre que este sea divisible por el número por quien se quiera multiplicar el quebrado: v. g.

$$\frac{3}{8}\times4=\frac{3\times4}{8}=\frac{12}{8}=1+\frac{1}{2}.\text{ Tambien }\frac{3}{8}\times4=\frac{3}{8:4}\ldots$$

$$=3:(8:4)=\frac{3}{2}=1+\frac{1}{2}$$

P. De cuántos modos puede dividirse un quebrado?

Nota. Dos ó mas números dentro del paréntesis, representa formar un solo término, combinados segun los signos que los ligue ó afecte. Ejemplos. $(3+8)\times(5-2)=11\times3=33$.

R. De dos que son: Multiplicando su denominador, ó dividiendo, si tiene cómoda division, su numerador por el número por quien se quiera dividir el quebrado: v. g.

$$\frac{4}{5}:2=\frac{4:2}{5}=\frac{2}{5} \text{ ó sea } \frac{4}{5\times2}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

P. Qué alteracion sufre un quebrado cuando sus dos términos se multiplican ó dividen por un mismo número?

R. Ninguna; el valor del quebrado permanece siempre el mismo, aunque varíe su representacion numérica: v. g.

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times2}{4\times2}=\frac{6}{8}=\frac{6\times4}{8\times4}=\frac{24}{32}=\frac{24:8}{32:8}=\frac{3}{4}$$

P. Qué es *simplificar* quebrados?

R. Reducirlos á menor espresion sin que varien de valor.

P. Cómo se simplifican los quebrados?

R. Dividiendo sus dos términos por un mismo número: v. g.

$$\frac{24}{36}=\frac{12}{18}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

P. Cómo se pondrá un entero en forma de quebrado?

R. Poniéndole por denominador la unidad: v. g.

$$5=\frac{5}{1}, \qquad 743=\frac{743}{1}$$

SUMAR QUEBRADOS.

P. Qué operaciones se hacen con los quebrados?

R. Las mismas que con los enteros, *sumarlos*, *restarlos* etc.

P. Qué es lo primero que se atiende para sumar quebrados.

R. Ver si los denominadores, son *iguales ó desiguales*.

P. Cómo se suman los quebrados cuando los denominadores son iguales?

R. Se suman los numeradores, y á la suma se le pone por denominador el mismo de los quebrados: v. g.

$$\frac{3}{7}+\frac{5}{7}+\frac{2}{7}+\frac{4}{7}=\frac{3+5+2+4}{7}=\frac{14}{7}=2.$$

P. Cómo se suman los quebrados cuando los denominadores son desiguales?

R. Entonces, hay que reducirlos á un comun denominador, despues se les hallan los nuevos numeradores, estos se suman y á la suma se le pone por denominador, el denominador comun.

P. Para qué se reducen á comun denominador?

R. Para hacerlos *homogéneos ó iguales* en especie.

P. Cómo se reducen varios quebrados á comun denominador?

R. Multiplicando todos los denominadores entre sí, y el producto que resulte será el denominador comun.

P. ¿Cómo se hallan los nuevos numeradores?

R. Multiplicando el numerador de cada quebrado por los denominadores de los demas, menos por el suyo; ó sea, multiplicando cada numerador, por los mismos números por quien se multiplicó su denominador para hallar el denominador comun; y los productos que vayan resultando, serán los nuevos numeradores.

P. En qué está fundada esta operacion?

R. En que siendo cada uno de los quebrados multiplicados sus términos por unos mismos números, no varían de valor los nuevos quebrados que se forman, pues que son iguales á sus primitivos.

nuevos numeradores 70 84 30

$$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}+\frac{2}{7}=\frac{184}{105}=1+\frac{79}{105}$$ suma total.

denominador comun 105

P. Hay caso en qué pueda abreviarse la operacion de sumar quebrados?

R. Sí: siempre que entre los denominadores haya alguno que sea múltiplo de los demas. (1)

P. Cómo se hará esta abreviacion?

R. El denominador múltiplo será el denominador comun, y su quebrado no tendrá variacion; despues, el denominador múltiplo se divide por los demas denominadores ó submúltiplos, y los cocientes que resulten, se multiplican por sus numeradores; y los productos que resultaren serán los nuevos numeradores, que se suman; y á la suma se le pone por denominador el múltiplo ó comun. Ejemplo.

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
20 & & 18 & & 14 & & 21 & & & & & & \overset{5}{20} \\
\frac{5}{6} & + & \frac{3}{4} & + & \frac{7}{12} & + & \frac{7}{8} & + & \frac{19}{24} & = & \frac{92}{24} & = 3 + & \frac{}{} \\
(4 & & (6 & & (2 & & (3 & & & & & & \underset{6}{24}
\end{array}$$

---

(1) Véase en la teoría de enteros, en la divisibilidad de los números, la definicion de los números múltiplos y submúltiplos ó divisores.

RESTAR.

P. Cómo se restan los quebrados?

R. Se reducen á comun denominador si no lo tienen, se hallan los nuevos numeradores, y estos se restan; poniendo al resíduo por denominador, el denominador comun: v. g.

nuevos numeradores 35 24

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{5} = \frac{11}{40} \text{ diferencia.}$$

denominador comun 40

Cuando los denominadores son iguales, entonces solo restan los numeradores, y á la resta se le pone por denominador el mismo de los quebrados. Ejemplo:

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Nota. En la resta puede hacerse la misma abreviacion de los múltiplos que queda esplicada en la suma de quebrados. Ejemplo:

15

$$\frac{5}{7} - \frac{10}{21} = \frac{5}{21}$$

(3

MULTIPLICAR.

P. Cómo se multiplican los quebrados?

R. Se multiplican los numeradores entre sí, y este producto será el *numerador* del quebrado producto; despues se multiplican los denominadores, y este producto será el *denominador* del quebrado producto, y se simplifica si se puede, Sea ejemplo:

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

P. Puede abreviarse esta operacion?

R. Si señor; tachando *factores comunes ó iguales* en los numeradores, y los mismos en los denominadores; y tambien, siempre que se encuentren en numeradores y denominadores, cifras que sean *divisibles* por un mismo número; las que se dividen, y quedan mas sencillas para su operacion. Sean ejemplos:

1.° $\frac{5}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{7}$;

2.° $\frac{\overset{2}{6}}{7} \times \frac{4}{\underset{3}{9}} = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{21}$

DIVIDIR.

P. Cómo se dividen los quebrados?

R. Multiplicando sus términos en cruz, ó sea multiplicando el numerador del dividendo por el denomiuador del divisor, y este producto será el *numerador* del quebrado cociente; despues se multiplica el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y este será el *denominador* del quebrado cociente, y se simplifica si se puede. Ejemplo:

$$\overset{\text{p.s}}{\frac{5}{7}} : \overset{\text{v.}^{a}}{\frac{3}{4}} \quad \frac{5\times4}{7\times3}=\frac{20}{21} \text{ de peso.}$$

P. Qué es necesario observar en la division?

R. Conocer cual es el dividendo para colocarlo en su lugar, que es á la izquierda ó antes que el divisor.

P. Cómo se conocerá el quebrado dividendo?

R, El dividendo es siempre de la misma especie de lo que se busca ó del cociente.

P. Qué son *quebrados compuestos*, llamados tambien *quebrados* de *quebrados*?

R. Aquellos números en que se pide hallar partes de partes de la unidad. Sea ejemplo: ¿cuánto valdrán los tres quintos de la mitad de tres cuartillos?

P. Cómo se resuelven estos quebrados?

R. Multiplicando todos los numeradores, y á este producto se le pone por *denominador* el producto de todos los denominadores, tachando factores comunes si los hubiere, como en la multiplicacion; por cuya razon se coloca el signo de multiplicar entre todos los quebrados. Ejemplo: $^3/_5$ de $^1/_2$ de $^3/_4$ que es igual á

$$\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3\times1\times3}{5\times2\times4}=\frac{9}{40}$$

Otro ejemplo. A que será igual los $^2/_3$ de $^4/_5$ de $^5/_8$?

$$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{2\times4\times5}{3\times5\times8}=\frac{40}{20}=\frac{1}{3}$$

Si en estos quebrados se dá algun término que esprese *enteros*, este se pondrá en forma de quebrado, y como tal se resuelve. Sea ejemplo, hallar el valor de $^3/_5$ de $^4/_7$ de $^2/_3$ de $^3/_8$ de 5 duros, que es igual tachando factores comunes, á

$$\frac{3}{5}\times\frac{4}{7}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}\times\frac{5}{1}=\frac{3}{7}\text{ de duro.}$$

VALUACION DE QUEBRADOS.

P. Qué es valuar un quebrado?

R. Valuar un quebrado, ó hallar su valor, es espresarlo en unidades de especie inferior á aquella á que se refiere el quebrado. Ejempio: $^3/_5$ de vara: Como en este quebrado no se encuentra ninguna unidad completa, para conocerlo mejor, podrán buscarse los pies, pulgadas, líneas, &c, *unidades inferiores á la vara*, de que se componga el quebrado que se da para valorar; $^3/_5$ de vara $=1$ pié $+9$ pulgadas $+7$ líneas $+2$ puntos $+^2/_5$ de punto, hallado su valor.

P. Cómo se valuan los quebrados?

R. Para valuar los quebrados, se multiplicará el numerador del quebrado, por el número de unidades de especie inferior que inmediata compongan la superior á que se refiere el quebrado; y el producto que resulte, se divide por el denominador, cuyo cociente espresará las unidades de especie inferior por quien se multiplicó el numerador.

Si queda algun quebrado, se hará los mismo que lo anterior, valorándole en sus unidades de su inmediata inferior, y así se sigue hasta que dé cociente exacto, ó que dé un quebrado que no tenga unidades inferiores conocidas, en cuyo caso se pone al fin de la operacion.

Si al multiplicar el numerador por uno de los números de especie inferior, resultase menor que el denominador, será que no hay unidades de aquella especie; en cuyo lugar se pone *cero*, y se seguirá multiplicando por la otra especie inmediata inferior.

Sea ejemplo: Si se quiere saber el valor de $^3/_4$ de vara, se multiplicará el numerador 3, por el número de pies de que se compone la vara, que son 3; y su producto 9 se divide por el denominador 4 y dá de cociente 2 pies, y queda $^1/_4$ de pie.

Posterior, para hallar el valor del $^1/_4$ de pié, se multiplicará el numerador 1 por 12, *número de pulgadas de que se compone el pié*, y su producto 12 se divide por el mismo denominador 4, y el cociente 3, espresa las pulgadas; que por dar cociente exacto, concluye la operacion; y diremos, que $^3/_4$ de vara, es igual á 2 pies y 3 pulgadas.

Del mismo modo, si se quiere hallar el valor de $^4/_7$ de doblon, se verá que resultan 2 pesos, 4 reales, 9 maravedises y $^5/_7$ de maravedís.

NUMEROS MISTOS.

P. Qué son números *mistos*?

R. Aquellos números que espresan parte entera y quebrada.

P. Qué operaciones se hacen con los números mistos?

R. Las mismas que con los enteros, *sumarlos*, *restarlos*, etc.

P. Cómo se suman los números mistos?

R. Se suman los quebrados primero, y despues los enteros; teniendo cuidado que si de la suma de quebrados resultasen algunos enteros, se reserven para sumarlos con los enteros, Ejemplo:

$$15\frac{2}{3}+14\frac{5}{8}+14\frac{3}{5}=\left(\frac{\overset{80}{2}}{3}+\frac{\overset{75}{5}}{\underset{120}{8}}+\frac{\overset{72}{3}}{5}=\frac{227}{120}=1+\frac{107}{120}\right)..$$

$$(1+(5+14-24)=44+\frac{107}{120}.\text{ Suma total.}$$

El resultado se pondrá, primero la suma de enteros y posteríor el quebrado que quede despues de sacados los enteros á la suma de quebrados.

P. Cómo se restan los números mistos?

R, Se restan los quebrados y despues los enteros; y á la derecha de la diferencia de enteros, se anota la diferencia de quedrados. Ejemplo:

$$28\frac{5}{6}-17\frac{3}{4}=\left(28-17\right)+\overset{20\,-\,18}{\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\right)}_{24}=11+\frac{\overset{1}{2}}{\underset{12}{24}}$$

P. Qué casos pueden ocurrir en la resta de números mistos?

R. Los siguientes:

1.° Que el quebrado del minuendo sea *mayor* que el del sustraendo; en cuyo caso, se restan los enteros, y posterior los quebrados del mismo modo que se ha dicho anterior. Ejemplo.

$$\underset{20}{32\frac{\overset{15}{3}}{4} - 21\frac{\overset{8}{2}}{5}} = 11+\frac{7}{20}$$

2.° Que el quebrado del minuendo sea *menor* que el del sustraendo: en cuyo caso, hay que tomar una unidad á los enteros del minuendo, y convertirla á la especie de su quebrado; con lo cual se hace mayor el quebrado, y se restan: despues se restan los enteros considerando al minuendo con una unidad menos. Sea ejemplo:

$$\underset{35}{66\frac{\overset{45}{\overset{9}{2}}}{7} - 28\frac{\overset{28}{4}}{5}} = 37+\frac{17}{35}$$

Para reducir la unidad del minuendo á la especie de su quebrado, lo mas sencillo es, sumar los dos términos del quebrado, á cuya suma se le pone por denominador el mismo del quebrado, y se resta. Sea ejemplo $42^2/_5—27^4/_7$, donde haciendo la suma de los términos del quebrado minuendo para formar el nuevo y mayor quebrado, queda la operacion en la forma siguiente:

$$41\frac{\overset{7}{2}}{5}—27\frac{4}{7}=40-27+\frac{\overset{49}{7}\;\overset{20}{4}}{\underset{35}{5\;\;7}}=13+\frac{29}{35}$$

3,° Que el minuendo sea un número entero, y el sustraendo misto ó quebrado; en este caso, hay que tomar una unidad á los anteros del minuendo, y esta reducirla á la especie del quebrado sustraendo, cuyo quebrado se formará con numerador y denominador iguales al denominador del quebrado sustraendo.

Hecho esto, se restarán los quebrados y despues los enteros, considerando á los del minuendo con una unidad menos v. g.

$$38—23\frac{3}{5}=37\frac{5}{5}—23\frac{3}{5}=14\frac{2}{5}$$

P. Cómo se facilita la operacion en este caso?

R, Se resta el numerador del quebrado de su denominador; despues se restan los enteros, considerando al minuendo con una unidad menos, v. g.

$$48-27\frac{4}{7}=x$$

Se dirá: de 4 á 7, *términos del quebrado*, van 3; y poniéndole el mismo denominador, queda en $^3/_7$; posterior se restan los enteros 47, *puesto que se quitó una unidad*, y 27; y resulta de diferencia $20\,^3/_7$.

4.° Que en el minuendo haya quebrado, y en el sustraendo no; en este caso, como que no hay quebrado en el sustraendo, y por consiguiente ningun quebrado que quitar, se restan solo los enteros, y á la derecha de esta diferencia se pone el quebrado del minuendo. Sea ejemplo:

$$42\frac{5}{8}-33=(42-33)+\frac{5}{8}=9\frac{5}{8}$$

P. Cómo se multiplican los números mistos?

R. Sé reducen los mistos á quebrados, y se multiplican como tales quebrados, numerador por numerador, y denominador por denominador. Ejemplo.

$$8\frac{3}{5}\times5\frac{4}{7}=\frac{43}{5}\times\frac{39}{7}=\frac{1677}{35}=47\frac{32}{35}$$

P. Cómo se reducen los mistos á quebrados?

R. Se multiplica el entero por el denominador del quebrado, á este producto se le suma el numerador, y á todo se le pone por denominador el mismo que tiene el quebrado. Ejemplo: $24\ ^5/_8=24\times 8=192$, y á este producto se le suma el numerador 5 y con el denominador 8, se convertirá en el quebrado $^{197}/_8$.

P. Puede hacerse esta operacion de otro modo?

R. Sí; por medio de cuatro productos, y son: entero por entero, quebrado por quebrado, y cada entero por el contrario quebrado; y la suma de estos cuatro productos, componen el total, v. g.

$$23\frac{4}{7}\times 12\frac{2}{3}=\left(23\times 12\right)+\left(\frac{4}{7}\times\frac{2}{3}\right)+\left(23\times\frac{2}{3}\right)$$

$$+\left(12\times\frac{4}{7}\right)=276+\frac{8}{21}+\frac{46}{3}+\frac{48}{7}=298+\frac{\overset{4}{12}}{21}$$

P. Cómo se multiplica un *entero* por un *quebrado* ó *quebrado* por *entero*?

R. Se multiplica el entero por el númerador del quebrado, y al producto se le pone por denominador, el mismo del quebrado. Sean ejemplos:

1.º

$$36\times\frac{4}{7}=\frac{36\times 4}{7}=\frac{144}{7}=20\frac{4}{7}$$

2.° $$\frac{5}{8}\times 73=\frac{5\times 73}{8}=\frac{365}{8}=45\frac{5}{8}$$

P. Cómo se dividen los números mistos?

R. Se reducen los mistos á quebrados, y se dividen como tales quebrados; teniendo cuidado de conocer el dividendo para darle su lugar. Ejemplo:

Rs. Libras

$$36\frac{3}{4}:24\frac{2}{5}=\frac{147}{4}:\frac{122}{5}=\frac{147\times 5}{122\times 4}=\frac{735}{488}=1+\frac{247}{488}$$

P. Cómo se divide un entero por un quebrado?

R. Se multiplica el entero por el denominador del quebrado, y á este producto se le pone por denominador, el numerador del quebrado. Ejemplo:

$$34:\frac{5}{8}=\frac{34\times 8}{5}=\frac{272}{5}=54\frac{2}{5}$$

P. Cómo se divide un quebrado por un entero?

R. Se multiplica el denominador del quebrado por el entero, á cuyo producto se le pone por numerador, el mismo del quebrado. Ejemplo:

$$\frac{6}{7}:8=\frac{6}{7\times 8}=\frac{3}{\underset{28}{56}}$$

DE LOS QUEBRADOS DECIMALES.

P. Qué son quebrados decimales?

R. Aquellos quebrados que tienen por denominador la unidad seguida de ceros.

P. Cómo se considera dividida la unidad en los decimales?

R. La unidad se divide en diez partes, llamadas *décimas*; cada décima en diez partes, llamadas *centésimas*; cada centésima en diez partes, llamadas *milésimas*; cada milésima en diez partes, llamadas *diez milésimas*, etc.

P. Cómo se denominan los lugares que ocupan las cifras decimales?

R. Empezando de izquierda á derecha, el primer lugar despues de la *coma*, es el de las *décimas*; el segundo, el de las *centésimas*; el tercero, el de las *milésimas*; etc.; de lo que se verá, que para escribir *décimas*, habrá despues de la *coma* una sola cifra; para *centésimas* dos; para *milésimas* tres; etc.

ENTEROS.	
	. . . .
décimas	1 Diez
	2 Cien
	3 Mil
	4 Diez mil
	5 Cien mil
millonési-mas	6 Diez
	7 Cien
	8 Mil
	9 Diez mil
	10 Cien mil
billonésimas	11 Diez
	12 Cien
	13 Mil
	14 Diez mil
	15 Cien mil
trillonési-mas	16 Diez
	17 Cien
	18 Mil
	19 Diez mil
	20 Cien mil
cuatrilloné-simas.	21 Diez
	22 Cien
	23 Mil
	24 Diez mil
	25 Cien mil

P. Cuál es el orígen de los quebrados decimales?

R. Los quebrados decimales son sacados de las abreviaciones de la division, cuando el divisor es la unidad seguida de ceros.

P. Cómo se escriben los decimales?

R. Se escribe la cantidad que se quiere representar, y atendido al denominador que se nombre, se separarán de la derecha con una *coma* tantas cifras, como *ceros* tenga el denominador que se esprese. Si hay *enteros*, se separan con una *coma* de la parte decimal; y si no los hubiese, se coloca un *cero*, despues la coma, y posterior las cifras decimales; así pues, si queremos escribir el número *tresciento veinte y cuatro* milésimas, se pondrá primero el *cero* por no haber enteros, siguiendo la *coma*, y por último la cantidad dictada, á saber: 0,324.

Para escribir *ocho* décimas, se pondrá, 0,8.

Para escribir *mil ciento ocho* cienmilésimas, se pondrá, 0,01108.

Para escribir *doscientos cuarenta y dos* enteros; y *quinientos ochenta y tres* milésimas, se pondrá 242,583.

P. Qué casos pueden ocurrir al escribir decimales?

R. Tres, 1.° Que se dén tantas cifras en la cantidad, como se necesiten para la denominacion decimal; en cuyo caso, se pone el *cero* representando los *enteros*, despues la *coma*, á la que sigue la cantidad. v. g. *seis mil doscientos cincuenta y cua-*

tro diez milésimas, que se escribirá 0,6254.

2.° Que se dén mas cifras que las que se necesiten para separar la fraccion decimal; en cuyo caso,se separan con la *coma*, contando por la derecha,las cifras que sean necesarias para formar la parte decimal, y todo lo que quede á la izquierda, serán los *enteros*, v. g. *treinta y cinco mil seiscientos cuarenta y ocho* milésimas, se escribirá; 35,648.

3.° Que se dén menos cifras que las que se necesiten para separar: en cuyo caso,se añadirán *ceros* á la izquierda de la cantidad, hasta completar las cifras que sean necesarias para formar la fraccion ó quebrado decimal, v. g. *treinta y seis* diezmilésimas, se escribirá; 0,0036.

P. Cómo se leé una fraccion ó quebrado decimal?

R. De dos modos puede leerse, y son:

1.° Leyéndose como quebrado comun, ó sea; leyendo toda la cantidad tal cual sea, y dándole el denominador que se nombre; asi el número 32,456, se leerá, 32,456 milésimas,

2.° Como número misto, leyendo primero la parte entera, y despues la parte decimal, como el anterior número que se leerá; 32 enteros, y 456 milésimas.

P. Entre varias cantidades decimales, cómo se conocerá la mayor?

R. Si tiene enteros,será mayor la que tenga mas enteros; y si no los hay, será mayor la que tenga mas décimas; despues la que tenga mas centésimas, y así sucesivamente.

P. Qué alteraciones sufren los decimales cuando se le agregan ó suprimen ceros á la derecha?

R. Ninguna; porque equivale á multiplicar ó dividir los dos términos de un quebrado por un mismo número; en cuyo caso, se sabe no varía su valor; así, 0,7=0,70=0,700=0,7000; y para demostrarlo, si se les dá á estas fracciones la forma de quebrado comun, y si se simplifican, se verá su igualdad v.g.

$$\frac{7}{10}=\frac{70}{100}=\frac{700}{1000}=\frac{7000}{10000}$$

P. Qué alteracion sufren los quebrados decimales, cuando se le añaden ó quitan ceros á la izquierda?

R. Si se le aumentan, quedará la cantidad hecha tantas diez veces menor, como ceros se le hayan aumentado; v. g. 0,8 si se le ponen dos ceros á la izquierda, será: 0,008; igual á 10×10=100 veces menor que 0,8.

Si se le quitan los ceros de la izquierda, la fraccion queda hecha tantas diez veces mayor, como ceros se le hayan suprimido; v. g. 0,008; si se le quitan los dos ceros de la izquierda, quedará en 0,8, que es igual á 10×10=100 veces mayor que 0,008.

P. Qué alteracion sufren los decimales cuando se les corre la coma á derecha ó izquierda?

R. Si se corre á la derecha, por cada lugar que adelante, se multiplica por diez; pues que varían sus cifras, aumentando en su valor relativo; v. g. 83,4876, si se le pone la coma dos lugares mas á la derecha, quedará en 8348,76; que es cien veces mayor ó multiplicada por $10\times10=100$.

Si se corre á la izquierda, por la misma razon queda dividida; v. g, 468,72; si se corre la coma dos lugares á la izquierda, la fraccion queda en 4,6872 cien veces menor ó dividida por $10\times10=100$.

P. Cómo se reducen varias cantidades decimales á comun denominador?

R. Haciendo que todas tengan igual número de cifras decimales, añadiendo ceros á la derecha de la que tenga menos; así pues, 0,7; 0,74; 0,0083; 43,825; quedarán con denominador comun de este modo.

0,7000
0,7400
0,0083
43,8250

P. A los quebrados decimales, cómo se le dará la forma de quebrado comun?

R. Teniendo por numerador la cantidad espresada, y poniéndole por denominador la unidad seguida da tantos ceros, como cifras decimales tenga la fraccion propuesta: v. g. 6,78 y 0,472 en forma de quebrado comun, serán.

$$\frac{678}{100} \text{ y } \frac{472}{1000}$$

P. Cómo se reduce un quebrado comun á decimal?

R. Se divide el numerador por el denominador, y á cada uno de los resíduos que vayan quedando, se les agrega un *cero*, y se sigue dividiendo por el denominador; y así se continua hasta que dé cociente exacto, ó se repitan las cifras del cociente; sean ejemplos $^5/_6$, $^3/_7$ y $^{44}/_{17}$ que para convertirlos á quebrados decimales, se hará como sigue:

$$\frac{5}{6} = 5,0 \;(6 \qquad \begin{array}{l} 20 \quad 0,833 \\ \;\;20 \\ \;\;\;\;2 \end{array}$$

$$\frac{3}{7} = 3,0 \;(7 \qquad \begin{array}{l} 20 \quad 0,4285714 \\ \;60 \\ \;\;40 \\ \;\;\;50 \\ \;\;\;\;10 \\ \;\;\;\;\;30 \\ \;\;\;\;\;\;2 \end{array}$$

$$\frac{44}{17} = 2,5882352941176470 58$$

P. Cómo se conocerá que un quebrado comun, al convertirlo en decimal, dá cociente exacto?

R. Siempre que su denominador no tenga mas factores que el dos ó el cinco,ó ambos á la vez; v.g. $^{3}/_{4}$, $^{11}/_{25}$, $^{7}/_{40}$, donde se verá, que el primero se convierte en 0,75, el segundo en 0,44, y el tercero en 0,175.

P. Qué operaciones se hacen con los decimales?

R. Las mismas que con los enteros; *sumarlos*, *restarlos*, etc.

P. Cómo se suman los decimales?

R. Se colocan los sumandos los unos debajo de los otros, de modo que las *comas* estén en columna; posterior se tira una raya, y se suman como si fuesen enteros, y en la suma total se pondrá la *coma* en columna con la de los sumandos; ó se separan de la derecha de la suma total, con una coma, tantas cifras como cifras decimales haya en el sumando que tenga mas v. g. 0,76+6,2347+0,86392+6,7+0, 008+0,003082=se colocarán dichas cantidades del modo siguiente:

0,76
6,2347
0,86392
6,7
0,008
0,003082
=14,569702

P. Cómo se restan los decimales?

R. Se coloca el minuendo y debajo el sustraendo, de modo que las *comas* se correspondan en columna; despues, se restan como los enteros, y á la diferencia se le pone la *coma* en columna; advirtiendo, que si cualquiera de las cantidades tuviese menos cifras decimales, se le consideran *ceros* á la derecha, hasta que tengan iguales.

Ejemplos.

1.°

$$\begin{array}{r} 84,754 \\ -32,421 \\ \hline =52,333 \end{array}$$

2.°

$$\begin{array}{r} 745,93 \\ -84,62475 \\ \hline =661,30525 \end{array}$$

3.°

$$\begin{array}{r} 584,75846 \\ -349,42 \\ \hline =235,33846 \\ \hline \end{array}$$

P. Cómo se multiplican los decimales?

R. Se prescinde de las *comas* y se multiplican como si fueran enteros; y despues en el producto total, se separan de la derecha con una *coma*, tantas cifras como decimales haya en uno ó ambos factores, completándolos con *ceros* á la izquierda si no hubiese suficientes.

Ejemplos.

1.°	2.°	3.°
4,5 2	0,5 2	0,3 5
×3,6	×0,4	×0,03
2712	=9,20 8	=0,01 05
1356		
=16,272		

4.°

427,583
×24,53
1282749
2137915
1710332
855166
=10488,61099

P. Cómo se dividen los decimales?

R. Se reducen dividendo y divisor á comun denominador, se prescinde de la *coma*, y se dividen como si fueran *enteros*. Si queda algun resíduo, se pone *coma* en el cociente para separar la parte entera, y se sigue la division añadiendo *ceros* á los resíduos, y dividiendo por el divisor; y así se sigue, hasta hallar la cifras decimales que se quieran, dé cociente exacto, ó se repitan algunas mismas cifras.

Si al añadir *cero* á los resíduos que queden para seguir la division, se vé que el divisor termina en ceros, será mas breve la operacion, quitando un *cero* al divisor, por cada uno que haya que aumentar á los resíduos, en cuyo caso el cociente es siempre el mismo. Ejemplos:

1.°

```
0,500 |0,125
  000 |4
```

2.°

```
2,400 |0,725
 2250 |3,310344827586
 00750
  02500
   03250
    03500
     06000
      02000
       05500
        04250
         06250
          04500
           0150
```

3.°

```
35,4237 |0,7000
 004237 |50,6052857142
   0037
    0020
     060
      040
       050
        010
         030
          020
           06
```

P. Cómo se valuan los quebrados decimales?

R. Se multiplica la cantidad por el número de unidades de especie inferior á aquella á que se refiere el quebrado, y al producto se le separarán con una *coma* tantas cifras como cifras decimales tenia el quebrado.

Si de este queda parte decimal, se seguirá como anterior se ha dicho. Ejemplos:

1.º

0,37 de doblon
×4
1,48 de peso
×15
240
48
7,20 de real
×34
6,8 de marav.

pes. rs. maravs.
=1+7+6+0,8 de maravedís.

2.º

0,4 de vara
×3
1,2 de pie
×12
2,4 de pulg.
×12
4,8 de línea
×12
9,6 de punto

pies pulg. lín. puntos.
=1+2+4+9+0,6 de punto

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL.

—

P. Qué se entiende por *sistema métrico-decimal*?

R. Un nuevo sistema de pesas y medidas, que tiene por base una unidad llamada *metro*.

P. Qué quiere decir, que tiene por base la unidad llamada *metro?*

R. El que todas sus unidades son sacadas y tienen su orígen de la unidad principal el *metro.*

P. Qué sistema de numeracion es aplicable al sistema métrico?

R. El decimal, porque todas sus unidades aumentan y disminuyen de *diez* en *diez.*

P. Qué significa la palabra *metro?*

R. Medida.

P. Cuántas son las unidades que se usan en el sistema métrico?

R. Seis y son: *Metro, Litro, Gramo, Área, Metro cúbico y Real.* (1)

P. Para qué sirven cada una de estas unidades?

R. El *Metro* para las medidas de longitud ó lineales.

El *Litro* para las de capacidad en líquidos y áridos.

El *Gramo* para las de peso ó ponderales.

El *Área* para las de superficies ó terrenos.

El *Metro cúbico* para las de sólidos ó volúmenes.

El *Real*, es la unidad monetaria.

P. Hay algunas medidas además de las antedichas?

---

(1) El tiempo no está arreglado al sistema métrico.

R. Sí; por duplicacion y division de las fundamentales, se han formado otras, llamadas: *múltiplos y divisores*.

P. Qué palabras son las que se usan para nombrar los múltiplos?

R. Cuatro sacadas del griego, que son, *Deca, Hecto, Kilo y Miria*.

P. Qué significa cada una de estas palabras?

R. *Deca*, significa diez; *Hecto*, ciento; *Kilo*, mil y *Miria*, diez mil.

P. Cuántas y cuáles son las que representan los divisores?

R. Las tres latinas que son: *Deci, Centi, Mili*.

P. Qué significa cada una de ellas?

R. *Deci*, significa décima parte, *Centi*, centésima parte y *Mili*, milésima parte.

P. Qué uso se hará de estas palabras para formar los múltiplos y divisores?

R. Anteponiendo al nombre de la *unidad*, la palabra significativa del múltiplo ó divisor que se quiera formar. Así pues, para nombrar *diez* veces el métro, se dirá, *Decámetro; cien* métros, *Hectómetro*: *mil* metros, *Kilómetro*; *diez mil* metros, *Miriámetro*; y para espresar la *décima* parte de un metro, se dirá *Decímetro*; para la *centésima* parte, *Centímetro*; para la *milésima* parte, *Milímetro*; y lo mismo que se han formado los múltiplos y divisores del *metro*, del mismo modo se forman los de las demás unidades, *Litro*, *Gramo*, etc.

P. Qué es metro?

R. Una medida igual á la *diez millonésima* parte de distancia que hay del Polo al Ecuador, medida en cualquier meridiano.

P. Por qué han buscado tal unidad ó medida, por unidad principal?

R. Por ser una medida natural y fija, tal que en todas partes pueda obtenerse igual.

P. Qué relacion hay entre el metro y la vara castellana?

R. El metro tiene 1 vara, 0 pies, 7 pulgadas, 0 líneas y 9,6 de punto.

P. Cuáles son los múltiplos y divisores del metro?

	1 Metro	1	unidad principal
Múltiplos.	1 Decámetro	10	metros.
	1 Hectómetro	100	
	1 Kilómetro	1000	
	1 Miriámetro	10.000	
Divisores.	1 Decímetro	0,1	de metro.
	1 Centímetro	0,01	
	1 Milímetro	0,001	

P. Qué es litro?

R. Litro es la capacidad que tiene un *decímetro cúbico*; ó sea, el líquido ó grano que cabe en una medida que tenga forma cúbica, y un decímetro de lado.

P. Qué relacion tiene el litro con las medidas castellanas?

R. Para granos ó áridos, equivale próximamente á un cuartillo, ó sean: 0,865 de cuartillo.

Para vinos, equivale á cerca de dos cuartillos, ó sean: 1 cuartillo, 3 copas y 0.934 de copa.

Para aceites, próximo á dos libras, ó sea: 1 libra, 3 panillas y 0,96 de panilla.

P. Cuáles son sus múltiplos y divisores?

	Litro	1	unidad principal
Múltiplos.	1 Decálitro	10	litros.
	1 Hectólitro	100	
	1 Kilólitro	1,000	
	1 Miriálitro	10,000	
Divisores.	1 Decílitro	0,1	de litro.
	1 Centílitro	0,01	
	1 Milílitro	0,001	

P. Qué es gramo?

R. Gramo es el peso que tiene el agua que cabe en un *centímetro cúbico*, siendo el agua destilada.

P. A qué grado de destilacion ha de estar el agua para hallar dicho peso?

R. A 4.° centígrados, porque á esta temperatura es cuando el agua tiene su mayor densidad, y puede obtenerse en todas partes igual.

P. Qué relacion tiene el gramo con las medidas castellanas?

R. El gramo equivale á 20 granos y 0,03 de grano.

P. Cuál es la unidad usual para las medidas de peso?

R. El *gramo* es la verdadera medida usual, pero por su pequeñez, la ley de 19 de Julio de 1849, ha fijado el *Kilógramo*, múltiplo del gramo; ó sea, mil veces el gramo.

P. Qué es el Kilógramo?

R. El peso que tiene el agua destilada que cabe en un decímetro cúbico, ó sea un litro.

P. Qué relacion guarda el Kilógramo con las medidas castellanas?

R. A 2 libras; 2 onzas; 12 adarmes; y 0,408 de adarme.

P. Qué múltiplos además se le conocen al Kilógramo?

R. Dos, que son; el *quintal métrico* y la *tonelada de peso.*

P. Tomándose el Kilógramo por unidad principal, cuáles serán sus múltiplos y divisores?

	1 Kilógramo	1,000	unidad principal
Múltiplos.	1 Miriág. (no se usa)	1,0000	gramos.
	1 Quintal métrico	100,000	
	1 Tonelada de peso	1,000000	

	Hectógramo 100	gramos.
	Decágramo.........10	
	Gramo 1	
Divisores.	Decígramo. 0,1	de gramo.
	Centígramo 0,01	
	Milígramo 0,001	

P. Qué es Área?

R. Es un cuadrado que tiene *diez metros* de lado; ó sean,*cien metros cuadrados*. (1)

P, Qué relacion tiene el *área* con las medidas castellanas?

R. El área equivale á 143,115329 *varas cuadradas*;ó sean, 1288,0377 *pies cuadrados*.

P. Cuáles son sus múltiplos y divisores?

Área...................1 unidad principal.

Múltiplo..1 Hectárea.......100 áreas.

Divisor ...1 Centiárea...........0,01 de área.

Sus demás múltiplos y divisores no tienen uso.

P. Qué es metro cúbico?

R. Es un *cubo* que tiene un metro de lado;ó sea, un metro de largo, otro de alto y otro de ancho (2).

---

(1) Llámase cuadrado á una figura que tiene cuatro lados iguales y sus cuatro ángulos rectos. Angulo es el espacio comprendido entre dos líneas que concurren en un punto. Angulo recto es, el que se forma por una línea que cae sobre otra sin inclinarse á un lado mas que á otro.

(2) Llámase cubo á una figura geométrica, ó sea un sólido

P. Con qué objeto podrá darse una idea de la figura del métro cúbico?

R. Con la de un dado.

P. Qué relacion tiene el metro cúbico con las medidas castellanas?

R. Equivale á 46,21 *pies cúbicos.*

P. Cuáles son sus múltiplos?

R. Los múltiplos del metro cúbico no tienen uso por su mucho volúmen, y todas las medidas de solidez se refieren al metro cúbico.

---

que tiene seis caras cuadradas é iguales, dispuestas de tal modo, que formen ángulos rectos entre sí, las que están contiguas.

P. Cuáles son sus divisores?

NOMBRES de los divisores del *métro cúbico.*	Partes decimales del metro cúbico.									
—	1 metro cúbico........	100 decímetros cúbicos.	10 decímetros cúbicos.	1 decímetro cúbico ...	100 centímetros cúbicos.	10 centímetros cúbicos.	1 centímetro cúbico...	100 milímetros cúbicos..	10 milímetros cúbicos..	1 milímetro cúbico....
Metro cúbico	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Décimo del metro cúbico	0,	1	.	.	.	.	.	.	.	.
Centésimo del metro cúbico	0,	0	1	.	.	.	.	.	.	.
Decímetro cúbico	0,	0	0	1	.	.	.	.	.	.
Décimo del decímetro cúbico	0,	0	0	0	1	.	.	.	.	.
Centésimo del decimetro cúbico	0,	0	0	0	0	1	.	.	.	.
Centímetro cúbico	0,	0	0	0	0	0	1	.	.	.
Décimo del centímetro cúbico	0,	0	0	0	0	0	0	1	.	.
Centésimo del centimetro cúbico	0,	0	0	0	0	0	0	0	1	.
Milimetro cúbico	0,	0	0	0	0	0	0	0	0	1

P. Qué es Real?

R. El *real*, únidad principal del sistema monetario, (1) es una moneda de plata con figura redonda, cuyo diámetro es de 8 *líneas*.

---

(1) Hoy se considera como unidad principal el *escudo*, quedando el real como *décimo* del escudo,ó sea su primer divisor.

P. De cuántas clases de metales se forman las monedas?

R. De tres, que son: *cobre, plata y oro.*

P. Cuáles son los múltiplos y divisores del real?

DE PLATA.

Múltiplos.	Real	1, unidad principal.
	2 reales	2, ó doble real.
	4 reales	4, ó peseta.
	10 reales	10, escudo, ó medio duro.
	20 reales	20, doble escudo; ó duro.

DE ORO.

100 reales	100, ó doblon de Isabel.
40 reales	4 escudos.
20 reales	2 escudos.

DE COBRE.

Divisores.	5 décimas de real	0,5, ó medio real.
	1/2 de 5 décimas de real	0,25, ó cuartillo.
	2 décimas de real	0,2, ó doble décima.
	1 décima de real	0,1.
	1/2 décima de real	0,50.

P. Hay algunas otras medidas auxiliares además de los múltiplos y divisores esplicados?

R. Sí; pues para la comodidad al medir y pe-

sar han establecido, que tanto las unidades princi-
pales, como la mayor parte de los múltiplos y divi-
sores, tengan su doble y su mitad: como, *medio me-
tro, doble metro, medio decímetro, doble decíme-
tro, etc.* y lo mismo en las demas unidades.

DE LOS COMPLEJOS Ó DENOMINADOS.

P. Qué son números complejos ó denominados?

R. Llámanse así, aquellos números que constan de diferentes especies de unidades, pero todas relativas á un mismo género, v. g. 8 varas, 1 pié, 7 pulgadas y 5 líneas; ó 9 quintales, 3 arrobas, 5 libras y 6 onzas.

P. Qué operaciones se hacen con los números complejos?

R. Las mismas que con los enteros, *sumarlos, restarlos, etc.*

P. Qué se necesita para trabajar con números complejos?

R. Saber con perfeccion las siguientes tablas.

Medidas de tiempo.

terceros.				
60	segundos.			
3600	60	minutos.		
216000	3600	60	horas.	
5184000	86400	1440	24	dia.

Medidas de longitud.

líneas.				
12	pulgadas.			
144	12	pies.		
432	36	3	varas.	
2880000	240000	20000	6666 $^2/_3$	legua.

Medidas de capacidad para líquidos.

copas.								
2	medios cuartillos.							
4	2	cuartillos.						
8	4	2	medias azumbres.					
16	8	4	2	azumbres.				
32	16	8	4	2	cuartillas.			
64	32	16	8	4	2	medias cántaras.		
128	64	32	16	8	4	2	cántaras.	
2048	1024	512	256	128	64	32	16	moyo.

Medidas de capacidad para áridos.

cuartillos.			
4	celemines.		
48	12	fanegas.	
576	144	12	caiz.

Monedas.

maravedises.			
34	reales.		
510	15	pesos.	
2040	60	4	doblon.

Medidas de superficie.

pies cuadrados.					
9	varas cuadradas.				
144	16	estadales cuadrados.			
1728	192	12	cuartillos de tierra.		
6912	768	48	4	celemines.	
82944	9216	576	48	12	fanegas.

De pesas.

granos.						
12	tomines.					
36	3	adarmes.				
576	48	16	onzas.			
9216	768	256	16	libras.		
230400	19200	6400	400	25	arrobas.	
692100	76800	25600	1600	100	4	quintal.

Medidas cúbicas.

líneas cúbicas.			
1728	pulgadas cúbicas.		
2985984	1728	pies cúbicos.	
80631568	46656	27	vara cúbica.

P. Cómo se suman los números complejos?

R. Se colocan las cantidades las unas bajo las otras de modo que se correspondan en columna todas las u-nidades de una misma especie; se tira una raya por debajo, y se empieza á sumar por la columna de la derecha ó unidades inferiores; si de esta suma se forman algunas unidades de la especie inmediata superior, se reservan para sumarlas con las de dicha columna; se suma la columna siguiente y las demás, teniendo cuidado de sumar á cada una, las unidades que se formen de la suma de la columna anterior, y así resultará la suma total. Ejemplos: Quiérense sumar 5 pesos 8 rls. y 20 mrs. con 9 pesos, 12 rls. y 18 mrs. y 10 pesos, 6 rls. y 26 mrs; en cuyo caso, se hace la operacion del modo siguiente:

Primer Ejemplo.

pesos		reales		maravedises
5	+	8	+	20
9	+	12	+	18
10	+	6	+	26
1		1		
		27		64
=25	+	12	+	30

Segundo Ejemplo.

varas		pies		pulgadas		líneas
7	+	2	+	8	+	10
13	+	1	+	5	+	6
4	+	2	+	10	+	8
6	+	2	+	7	+	9
3		2		2		
		9		32		33
=33	+	0	+	8	+	9

P. Cómo se restan los números complejos?

R. Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan todas las unidades de una misma especie, y se tira una raya para que no se confunda la resta con las cantidades dadas para restar; despues, se empezará á restar por las unidades de especie inferior, anotando su diferencia debajo de la raya y de su columna, y asi se hará con todas las demas columnas. Si en alguna de las especies del minuendo, la cantidad fuese menor que su correspondiente del sustraendo, ó no hubiese unidades, se recurrirá á tomar una unidad de la especie inmediata superior, cuya unidad se descompone en las de aquella especie de que se trata, y sumándoles las que haya, se hará la resta, teniendo cuidado cuando se pase á restar la columna inmediata superior, de considerarle una unidad menos. Si al recurrir á la especie superior inmediata para tomar la unidad, en esta no hubiese unidades, se recurre á la otra inmediata superior, y se seguirá hasta encontrar valor en una de las especies superiores, de donde se tomará una unidad, con la cual se le dará valor á las inferiores, decomponiendola en su inmediatas. (1)

Ejemplo=Si de 38 varas, dos pies, 7 pulgadas, 5 líneas y 9 puntos; se quieren restar 17 varas 1 pie, 5 pulgadas, 3 lineas y 6 puntos, se pondrá y hará la operacion del modo siguiente:

---

(1) La voz del profesor hará mas inteligible estos casos; pues el ser un compendio, nos impide esplicar la regla práctica en toda su estencion.

38 varas 2 pies 7 pulgadas 5 líneas 9 puntos.
—17........1........5 ....3.........6

=21 varas 1 pie 2 pulgadas 2 líneas 3 puntos.

Otro ejemplo. Si de 8 doblones y 6 reales, se quieren rebajar 5 doblones, 2 pesos, 12 reales y 20 maravedises, se planteará como sigue:

8 doblones 0 pesos 6 reales 0 maravedises.
—5..............2.........12..........20

=2 doblones, 1 peso, 8 reales, 14 maravedises.

En este ejemplo, no habiendo maravedises en el minuendo, se ha tomado un real como unidad superior, que descompuesto en sus maravedises 34, se ha hecho la resta; despues al restar los 5 reales que quedaron, se vé ser menor que los 12 del sustraendo, por lo que se recurrió á tomar un peso; pero como no hay pesos, se tomó un doblon, que descompuesto en 4 pesos, de estos se tomó uno para reducirlo á reales, que sumados con los que habia, se hizo la resta, considerando los doblones con una unidad menos; y las especies que no tenian valor, reciben el que le corresponde para restar, como se vé en el ejemplo siguiente, igual al anterior con sus descomposiciones.

7 doblones 3 pesos 20 reales 34 maravedises.
—5 ....2 ....12.........20

═2 doblones 1 peso 8 reales 14 maravedises.

P. Cómo se multiplican los denominados?

R. Puede hacerse la operacion de varios modos, y son: 1.° Por reduccion á quebrados; que se hará, convirtiendo multiplicando y multiplicador á quebrados, y se multiplican como tales; y el quebrado producto que resulte, espresando unidades de la especie superior del multiplicando, se valuará para hallar las inferiores que contenga.

P. Cómo se reducen los complejos á quebrados?

R. Se reduce el multiplicando á la menor de sus especies, á cuyo resultado se le pondrá por denominador el número de unidades de especie inferior de que se componga una unidad superior; despues, se reducirá tambien el multiplicador á la menor de sus especies, y á este se le pondrá por denominador, el número de unidades de especie inferior de que se componga la unidad superior *cuyo valor se dé conocido*; posterior estos quebrados se simplifican si se puede para multiplicarlos.

P. Cómo se reduce un complejo á la menor de sus especies, ó á incomplejo?

R. Empezando por las unidades de superior especie, estas se reducirán á la de su inmediata inferior. multiplicando el número de especie superior que haya, por el número de unidades de su inmediata inferior de que se componga una de las superiores,añadiendo á este producto las que hubiese de la especie inmediata inferior; despues, estas nuevas unidades se reducirán del mismo modo á su segunda especie de su inmediata inferior, y estas á su tercera, y así se seguirá con los mismos procedimientos hasta quedar convertido á su última especie.

Sea ejemplo: 4 arrobas, 8 libras, 6 onzas, y 8 adarmes, que se quieren convertir á incomplejo ó á menor especie.

Primero, se multiplicará 4, número de arrobas, por 25, número de libras de que se compone la arroba, y á su producto 100 se le suman las 8 libras que se dan en segunda especie; despues el resultado 108 libras, se multiplica por 16, número de onzas de que se compone la libra, y á este producto se le suman las 6 onzas dadas en tercera especie; posterior,el resultado 1735 se multiplicará por 16, número de adarmes de que se compone la onza, y sumando á este producto 8 adarmes que se dieron en cuarta especie, quedará concluida la operacion; puesto no hay mas unidades inferiores, resultando el incomplejo 27752 adarmes, cuyo procedimiento se vé en el planteo siguiente:

$4\times25+8\times16+6\times16+8=27752$ adarmes.

P. Qué se necesita saber en la multiplicacion de complejos?

R. Conocer cual es el multiplicando; que se conocerá en que siempre es de la misma especie de lo que se busca ó del producto.

Ejemplo del primer caso:

Proposicion. Cuál será el valor de 4 arrobas 7 libras, 11 onzas y 7 adarmes, costando la arroba 3 pesos, 8 reales y 20 maravedises?

Planteo y resolucion.

$$\frac{4\times25+7\times16+11\times16+7}{25\times16\times16}\times\frac{3\times15+8\times34+20}{15\times34}\ldots$$

$$=\frac{\overset{1103}{27575}}{\underset{256}{6400}}\times\frac{\overset{911}{1822}}{\underset{255}{510}}=\frac{1004833}{65280}\text{ avos de peso,}$$

que valuado en todas sus unidades resulta por producto 15 pesos, 5 reales, 30 maravedises, y $^{33}/_{128}$ de maravedises. (1)

---

(1) Si en vez de darse conocido el valor de la arroba, se hubiese dado el de la libra ú onza, entonces, en lugar de poner por denominador al multiplicador el número de adarmes de que se compone la arroba, se pondrían los adarmes de que se compone la libra ú onza; y en lo demás se sigue la misma operacion.

2.° método. En este caso, se reducen multiplicando y multiplicador á la menor especie, del modo que anterior se ha dicho; y estos resultados se multiplicarán el uno por el otro; despues el producto que resulte se divide por el número de unidades de especie inferior que compongan la superior del multiplicador, *cuyo valor se dá conocido*; y el cociente que se obtenga será el resultado de la operacion, espresado en unidades de especie inferior del multiplicando, las que se van convirtiendo á sus especies superiores.

Sea el ejemplo anterior resuelto por este segundo método.

$(4\times25+7\times16+11\times16+7)\times(3\times15+8\times34+20):(25\times16\times16):(34):(15)=50241650:6400=1004833:128=7850+{}^{33}/_{128}$ de maravedises, que hallándole los reales y los pesos que contienen, resultan ser 15 pesos, 5 reales, 30 maravedises y ${}^{33}/_{128}$ avos de maravedises, resultado igual al anterior obtenido. (1)

P. Cómo se haría la multiplicacion de complejos, cuando alguno de los factores sea un complejo?

R. Si el multiplicando es incomplejo y el mul-

---

(1) Los demas ejemplos ó métodos no se esplican, por lo reducido de este compendio; y lo mismo se hará en la division.

tiplicador complejo, se convierte este á quebrado, y se hará la multiplicacion como un entero por un quebrado. Sea ejemplo. Cuál será el valor de 8 libras, 6 onzas y 10 adarmes, ajustada la libra en 16 reales?

$$16\times\frac{8\times16+6\times16+10}{16\times16}=16\times\frac{2154}{256}$$

que simplificada esta operacion, es igual á $\frac{1077}{8}=134$ reales y 21 maravedises y $^1/_4$ de maravedis.

Si el multiplicando es complejo y el multiplicador incomplejo, puede hacerse la operacion como se ha dicho en el caso anterior, convirtiendo el complejo á quebrado; pero mas fácil se hará, multiplicando el *multiplicador* por cada una de las especies del *multiplicando* por separado, empezando por las de especie inferior, y teniendo cuidado que si de los productos que se vayan obteniendo resultan algunas unidades de su inmediata superior, se saquen para sumarlas con el producto de sus respectivas unidades. Sea ejemplo: Cuánto costarán 16 arrobas, á razon de 2 pesos, 5 reales y 8 maravedises la arroba?

2 pesos	5 reales	8 maravedises
×16	×16	×16
=32	=80	128(34
+5	+3	3
37 pesos	83(15	26 maravedises
	5	
	8 reales.	

P. Cómo se dividen los complejos?

R. Se convierten los complejos á quebrados del mismo modo que anterior se ha dicho, y se dividen como tales quebrados. Ejemplo: 8 pesos 6 reales y 20 maravedises, es el valor de un volúmen que tiene 3 arrobas, 12 libras, 6 onzas, y 4 adarmes; cuál será el valor de la arroba?

ps.	rs.	mrs.		ars.	lib.	onz.	adarm.
8+	6+	20	:	3+	12+	6+	4

Planteo $=\dfrac{8\times15+6\times34+20}{15\times34} : \dfrac{3\times25+12\times16+6\times16+4}{25\times16\times16}$

Resolucion. $=\dfrac{\genfrac{}{}{0pt}{}{1076}{4304}}{510} : \dfrac{\genfrac{}{}{0pt}{}{5593}{22372}}{6400} = \dfrac{688640}{285243}$ de peso, ó sean

2 pesos, 6 reales, 7 maravedis y $\dfrac{1417}{5793}$ de maravedis.

La division puede tambien hacerse por reduccion á menores partes, cuyo cocieute será el valor de una unidad de especie inferior del *divisor*, espresado en unidades tambien inferiores del *dividendo*, y habrá que multiplicarlo por el número de unidades de especie inferior, que compongan la superior pedida en el *divisor*, para que salga el valor pedido; y posterior se va buscando ó reduciendo á las superiores del *dividendo*.

Sea el anterior ejemplo.

Planteo$=8\times15+6\times34+20:3\times25+12\times16+\ldots$
$6\times16+4=$

4304:22372, que simplificado es igual á

$1076:5593=\frac{1076}{5593}$ de maravedís el

valor de un adarme, que multiplicado por 6400, número de adarmes que tiene la arroba, se tendrá

el valor de esta; igual á $\frac{6.886400}{5593}$ de maravedís;

y hallándo las superiores, será igual á 2 pesos, 6

reales, 7 maravedís y $\frac{1417}{5593}$ de maravedís.

P. Cómo se divide un incomplejo por un complejo?

Se convierte el complejo á quebrado y queda la operacion como dividir un *entero* por quebrado.

Ejemplo. Si 12 libras 6 onzas, han costado 76 rs., cuál será el valor de la libra?

Planteo$=76:\dfrac{12\times16+6}{16}=76:\dfrac{198}{16}=\dfrac{1216}{198}=6$ reales 4 maravedís y $^{80}/_{99}$ de maravedís.

Cuando el dividendo es complejo y el divisor incomplejo, puede hacerse convirtiendo el complejo á quebrado, y queda la operacion igual á dividir un *quebrado* por *entero*. Ejemplo.

Si 8 pesos, 10 reales, y 20 maravedises es el valor de 6 varas de paño; cuál será el precio de la vara?

Planteo y resolucion. $\dfrac{8\times15+10\times34+20}{15\times34}:6=$

$\dfrac{\overset{148}{4440}}{\underset{17}{510}}:6=148:(17\times6)=\dfrac{148}{102}=\dfrac{74}{51}=1$ peso, 6 reales, 26 maravedises.

P. Puede hacerse esta operacion de otro modo?

R. Sí; dividiendo cada una de las especies del complejo ó *dividendo* por el *divisor*, empezando por las superiores; y si quedan algunas unidades de alguna de las divisiones, estas se convierten á las de su inmediata inferior, y reunidas se dividen. Sea el ejemplo anterior.

8 (6 » 2×15+10=40 (6 » 4×34+20

(2 1 peso (4 6 reales

=156 (6

030 26 maravedises.

0

POTENCIAS Y RAICES DE LOS NÚMEROS.

—

P. A qué se llama *potencia* de un número?

R. Al producto que resulta de multiplicarlo cierto número de veces por sí mismo. Ejemplo.

6×6=36; el 36 es *potencia* del 6 su *raiz*.

P. Qué es *raiz*?

R. Se llama raiz al número que entra como factor para formar la potencia.

P. En qué se dividen las potencias?

R. En 1.ª, 2.ª. 3.ª, 4.ª, etc.

P. Qué otro nombre toman las potencías?

R. A la 1.ª se le llama *raiz*, á la 2.ª *cuadrado*, á la 3.ª *cubo*, y las demas siguen el nombre que marca el grado, *cuarta, quinta*, etc. Ejemplo:

6×6=36; y 36×6=216. Donde el 6 es la raiz, 36 el *cuadrado* de 6, y 216 el *cubo* del mismo 6.

P. A qué se llama *esponente ó grado potencial?*

R. Al número que indica las veces que ha de entrar como factor, el número que se quiere elevar á potencia.

P. Qué colocacion se le dá al grado potencial ó esponente?

R. Se coloca á la derecha y un poco mas arriba y en algun menor tamaño del número que se quiere elevar, como se vé en la siguiente forma:

$6.^2 \quad 8.^3 \quad 12.^4$

Tambien puede hacerse, encerrando el número que se quiere elevar en un paréntesis, y á la derecha de este y un poco mas arriba, se coloca el esponente. $(6).^2$ $(8).^3$ $(13).^4$ Donde se leerá: 6 elevado á la *segunda potencia* ó *cuadrado*, 8 elevado á la *tercera* ó *cubo*, y 12 elevado á la *cuarta*.

P. Cómo se elevará á potencia un número cualquiera?

R. Se colocará la cantidad, poniendo el esponente que le corresponda; y despues se multiplicará tantas veces por sí mismo, como unidades contenga el esponente. Ejemplos.

$3^2=(3)^2=3\times3=9$, $5^3=(5)^3=5\times5\times5=125$. $8^4=(8)^4=8\times8\times8\times8=4096$.

P. ¿Cómo se eleva á potencia un quebrado?

R. Multiplicando ambos términos tantas veces por sí mismo, como unidades tenga el grado potencial ó esponente.

Ejemplo. $\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3\times3\times3}{4\times4\times4}=\frac{27}{64}$.

PROBLEMAS.

¿Cuál será el cuadrado de 86?
$(58)^3$ ¿Qué producirá?
Elevar al cuadrado el quebrado $^2/_5$ y al cubo $^4/_5$.

ESTRACCION DE RAICES.

P. Qué es estraer raices?

R. Estraer raices es, buscar un número, que multiplicado cierto número de veces por sí mismo, reproduzca el número dado para estraer la raiz.

P. En qué se dividen la raices?

R. Las raices se dividen en 1.ª, 2.ª, 3.ª, etc., como se ha dicho en las potencias, llamándose además á la 2.ª, *raiz cuadrada;* y á la 3.ª, *raiz cúbica.*

P. Cómo se indicará la estraccion de raiz de un número?

R. Se coloca el signo radical $\sqrt{}$ y debajo de la raya prolongada, se pondrá la cantidad dada para estraer la raiz; y en la abertura del ángulo que forma el signo, se coloca el número que marca el grado de la raiz; advirtiendo que para la raiz cuadrada se le suprime el grado, y sin él se sobreentiende, como se vé en la forma siguiente:

$\sqrt{64}$=donde se leerá raiz cuadrada de 64.

$\sqrt{2/5}$=raiz cnadrada de $2/5$

$\sqrt[3]{216}$=raiz cúbica de 216

P. Qué se necesita saber para facilitar la estraccion de raices de los números?

R. Conviene saber de memoria los cuadrados y cubos de los números simples, como se ven en la siguiente tabla:

Raices	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cuadrados....	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubos.........	1	8	27	64	125	216	343	512	729

P. Cómo se estraerá la raiz cuadrada de una cantidad?

R. Se colocará el signo radical, y debajo de él la cantidad dada para estraer su raiz; y se dividirá la cantidad en periodos de á dos cifras, empezando por la derecha, aunque el último de la izquierda se componga de una sola cifra.

Dispuesta en esta forma, estráigase la raiz del mayor cuadrado contenido en el primer periodo de la izquierda, cuya cifra será *la primera de la raiz.* y esta raiz se eleva á su cuadrado y se resta del periodo.

Si queda algun resíduo, á su derecha se le colocará el segundo periodo de la izquierda, del cual se separará con un punto ó coma la primer cifra de su derecha, y lo que quede á la izquierda, se divide por el duplo de la raiz hallada; cuyo cociente, siendo *la segunda cifra de la raiz*, póngase á la derecha del duplo de la raiz hallada; multiplíquese el número formado por el mismo cociente, y su producto se resta del primer resíduo seguido del segundo periodo.

Si queda algun otro resíduo, á él se le unirá el tercer periodo, se le separa su primer cifra de la derecha, y lo que quede á la izquierda, se divide por el duplo de la raiz hallada hasta entónces, que será *la tercera cifra de la raiz*, y se sigue el mismo procedimiento que anterior, hasta tanto que resulten cocientes exactos, ó no haya mas periodos que tomar; en cuyo caso, podrá deducirse que el número dado no es cuadrado perfecto; pero sí se conocerá la *raiz del mayor cuadrado contenido en él.*

Si no quedase resíduo en alguna de las restas, ó si cuando quedase, al unirle el periodo siguiente no se pudiese dividir por el duplo de la raiz hallada, se pondrá *cero* á la raiz, y se tomará el periodo siguiente.

P. Cómo se conocerá el número de cifras de que se ha de componer la raiz de una cantidad dada?

R. La raiz se compondrá de tantas cifras, como periodos tenga la cantidad.

Ejemplo: Estraer la raiz cuadrada de 54,756.

$$\sqrt{5,47,57}=234. \text{ raiz}$$

$$\begin{array}{lccc}
2^2=2\times2=4 & & & \\
\quad 14,7 & & 43 & 464 \\
\quad 129 & & 3 & 4 \\
\quad\;\; 185,6 & & 129 & 1,856 \\
\quad\;\; 1856 & & & \\
\quad\;\; 0000 & & &
\end{array}$$

Donde se verá, que separada la cantidad en periodos de á dos cifras empezando por la derecha, se halló la raiz del periódo de la izquierda, 5, cuya raiz es el 2; y elevada á su cuadrado 4, este se restó de dicho periodo resultando de diferencia 1.

Posterior, al resíduo 1 se le unió á su derecha el segundo periodo 47; y separada su primer cifra de la derecha 7, los 14 de su izquierda se dividieron por el duplo de 2, que es la raiz hallada; y su cociente 3 (segunda cifra de la raiz) puesto á la derecha del duplo 4, componiendo 43, se multiplicó por el mismo cociente 3; y resultando 129 se restó del primer resíduo y segundo periodo unido, dando por diferencia 18.

Despues, al resíduo 18 se le unió el tercer periodo 56, y separándole el 5, primera cifra de su derecha, se dividió por el duplo de 23, raiz hallada, y resultando por cociente 4, (tercera cifra de la raiz) esta se colocó á la derecha del duplo 46, y formando la cantidad 464 se multiplicó por el mismo cociente 4; y dando por producto 1856, se restó del segundo resíduo unido con el tercer periodo, resultando por diferencia *cero*, por ser cuadrado perfecto.

P. Si concluidos los periodos resultase algun resíduo, y se quisiera aproximar por decimales; cómo se hará la operacion?

R. Entónces, no hay mas que añadir á la derecha periodos de á dos ceros, y seguir los mismos procedimientos; ó sea tambien, añadiendo á la derecha de la cantidad tantos periodos de á dos ceros, como cifras decimales se quiera aproximar la raiz. Ejemplo:

P. Cuál será la raiz cuadrada de 59315, aproximada en centésimos?

```
√5,93,15=243,54
 4
 ———
 19,3          44       483       4865
 176            4         3          5
 ————         ———      ————      —————
  171,5        176      1449      24325
  1449
  ————
   2660,0          48.704
   24325              4
   —————          ———————
    22750,0       194.816
    194816
    ——————
     32684
```

P. Cómo se estraerá la raiz cuadrada de un quebrado comun?

R. Se hallará la raiz del numerador y del denominador por separado; y si el denominador no es cuadrado perfecto, se hará que lo sea, multiplicándolo por sí mismo, y despues se multiplicará el numerador por el mismo número por quien se multiplicó su denominador para que no se altere el valor del quebrado.

Tambien puede hacerse, convirtiendo el quebrado comun á decimal, y hallándole la raiz cuadrada como tal.

P. Cómo se estraerá la raiz cuadrada de un quebrado decimal?

R. Haciendo que el número de cifras decimales sea par; lo cual se conseguirá, si es ímpar añadiéndole á su derecha un *cero*, puesto no altera el valor, y se estraerá la raiz como si fuesen enteros. Ejemplos:

Hallar las raices de los quebrados $^3/_4$ y 0,695.

1.° $\sqrt{^3/_4}$ convertido á decimal igual á $\sqrt{0,75}$

$\sqrt{0,75}=0,866.$

64		
110,0	166	1726
996	6	6
1040,0	996	10356
10356		
44		

2.° $\sqrt{0,68,50}=0,827$

64			
45,0	162	1647	16546
324	2	7	6
1260,0	324	11529	99276
11529			
10710,0			
99276			
7824			

Nota. Lo reducido de este compendio no permite dar las esplicaciones de la raiz cúbica, cuyo trabajo queda á cargo de los profesores, valiéndose de otras obras mas estensas.

DE LAS RAZONES.

P. Qué es *razon*?

R. Llámase razon á la relacion que guardan entre sí dos cantidades.

P. Qué nombre toman las cantidades que forman la razon?

R. La primera, ó sea el número que se compara, se llama *antecedente*; y la segunda, ó con quien se compara, *consecuente*.

P. Cómo se llama el número que se obtiene de la comparacion entre antecedente y consecuente?

R. *Resultado, esponente de la razon*, ó simplemente *razon*.

P. De cuántos modos pueden ser las razones?

R. De dos: *Aritméticas y Geométricas*.

P. Cuáles son las aritméticas?

R. Aquellas cuyas relaciones se buscan son por medio de *resta*, viendo en cuanto escede una cantidad á otra.

P. Cómo se escribe una razon aritmética?

R. Escribiendo primero el *antecedente*, despues *un punto*, y posterior el *consecuente*. Ejemplo, 8. 5 *donde se leerá* 8 *es á* 5.

Esta debiera mejor escribirse con el signo de restar, que con el punto; puesto que es una verdadera resta, como 8—5=3, ocho menos 5 igual á tres.

P. ¿Cuáles son las geométricas?

R. Aquellas cuyas relaciones se buscan son por medio de division ó cociente.

P. Cómo se escribe una razon geométrica?

R. Se escribe primero el *antecedente*, despues *dos puntos* : y posterior el *consecuente*; v. g., 24:6 *donde se leerá 24 es á 6.*

Estas pueden tomar la forma de una division indicada, ó sea un quebrado, poniendo por numerador el *antecedente* y por denominador el *consecuente*, como el ejemplo anterior; 24:6 que puede escribirse $^{24}/_{6}$.

P. Varía una razon geométrica porque sus términos se multipliquen ó dividan por un mismo número?

R. No: pues ya se ha dicho en la teoría de quebrados, que multiplicando ó dividiendo los dos términos de un quebrado por un mismo número no altera de valor.

DE LAS PROPORCIONES.

P. Qué es proporcion?

R. La igualdad de dos razones de una misma especie.

P. De cuántos modos puede ser la proporcion?

R. De dos; *aritmética*, si las razones de que se forma son aritméticas, y *geométricas* si sus razones son geométricas.

P. Cómo se escribe ó plantea una proporcion aritmética?

R. Se escribe la primera razon, despues *dos puntos*, y posterior la segunda razon, v. g. 24.8:39.24 donde se leerá, 24 es aritméticamente á 8, como 39 es á 23.

En estas proporciones, véase que entre el primer antecedente y consecuente, hay la misma diferencia que entre el segundo antecedente y su consecuente; por cuya razon se les llama tambien, *equidiferencias*.

P. Qué otro nombre toman las cantidades que forman la proporcion, segun el lugar que ocupan?

R. Llámanse, *medios y estremos*; los primeros son los que se hallan en el centro, y los segundos los que están en las puntas ó estremos. Ejemplo:

estremo	*medio*		*medio*	*estremo.*
8 .	5	:	13 .	10.

P. Cuál es la propiedad fundamental de las proporciones *aritméticas*?

R. El que la suma de los términos estremos, es igual á la suma de los medios; por cuya razon, si entre estos términos se dá alguno desconocido, puede hallarse por la suma igual de sus dos términos contrarios.

Esto es lo que se llama, *hallar una cuarta proporcional aritmética.*

P. Cómo se halla una cuarta proporcional aritmética?

R. Si es estremo el término que falta, se sumarán los medios, y á esta suma se le resta el estremo conocido; y la diferencia que resulte será el término que se busca.

Si es medio el que falta, se sumarán los estremos, y se le resta el medio conocido. Ejemplos:

Ejemplo 1.°

$$8.5:13.x=5+13-8=10.$$

Ejemplo 2.°

$$8.5:x.10=8+10-5=13.$$

P. Cómo se escribe una proporcion geométrica?

R. Se escribe la primer razon como queda dicho, despues cuatro puntos :: y posterior la segunda razon. v. g. 8:12::18:27. Donde se leerá, 8 es geométricamente á 12, como 18 es á 27. Se plantea tambien $^8/_{12}={}^{18}/_{27}$.

En estas proporciones se verá, que dividido e antecedente de la primera razon por su consecuente, dará igual cociente al que resulta de dividir el antecedente de la segunda por su consecuente; por cuya razon se les debería llamar *equicocientes.*

P. Cuál es la propiedad fundamental de las propiedades geométricas?

R. Que el producto de términos estremos es igual al producto de los medios; y al contrario, que el producto de medios es igual al de estremos; por cuya razon, si se dá desconocido cualquiera de sus términos, podrá hallarse por el producto igual de sus términos contrarios. A esto se llama, *hallar una cuarta proporcional geométrica.*

P. Cómo se halla una cuarta proporcional geométrica?

R. Si es estremo el término que falta, se multiplican los medios, y su producto se divide por el estremo conocido, y el cociente que resulte será el término desconocido. Si es medio el término que falta, se multiplican los estremos, y se divide por el medio conocido.

Primer ejemplo.

$$8:12::18:x=\frac{12\times18}{8}=\frac{54}{2}=27$$

Segundo ejemplo.

$$8:12::x:27=\frac{8\times27}{12}=\frac{54}{3}=18.$$

P. De cuántos modos pueden ser las proporciones?

R. De dos, que son: *discretas y contínuas.*

P. Cuáles son las discretas?

R. Aquellas cuyos términos medios son desiguales. Estas se resuelven del modo que queda esplicado.

P. Cuáles son las contínuas?

R. Las que tienen sus términos medios iguales.

P. Qué signos se usan para representar las proporciones contínuas?

R. Para las aritméticas, dos puntos con una raya por medio ÷.

Para las geométricas, cuatro puntos con uua raya por medio ∺

P. Cómo se escribe una proporcion aritmética contínua?

R. Se pone primero el signo de continuidad, despues la primer razon, y posterior el consecuente de la segunda.

El signo de continuidad dice, *que el término medio se ha de repetir.*

P. Cómo se resuelve una proporcion aritmética contínua?

R. Duplicando, ó sea sumando, una vez por sí el término medio, y restándole el estremo conocido, v. g.

$\div 8.15.x=15+15-8=22.$

P. Cómo se escribe una proporcion geométrica contínua?

R. Se pone primero su signo de continuidad, despues la primer razon, y posterior el consecuente de la segunda, indicando su primer signo, repeticion del término medio.

P. Cómo se resuelve?

R. Elevando al cuadrado el término medio, y lo que resulte se divide por el estremo conocido, v. g.

$$\div 8:24:x=\frac{24^2}{8}=\frac{24\times 24}{8}=\frac{576}{8}=72.$$

REGLA DE TRES.

P. Qué es regla de tres?

R. Llámase así, á la regla que enseña á hallar un cuarto término de una proporcion geométrica, por medio de sus tres términos conocidos; ó sea, aquella regla que enseña á hallar las causas por medio de los efectos, ó los efectos por medio de las causas.

P. Cómo debe considerarse una regla de tres?

R. Como una proporcion, con los mismos términos, fórmulas y fundamentos.

P. Qué nombre toman las cantidades que forman una regla de tres?

R. Llámanse, *causas y efectos, cantidades principales y relativas.*

P. Qué se entiende por causa?

R. Todo aquello que puede producir un efecto.

P. Qué se entiende por efecto?

R. Todo lo producido por una causa, v. g. 8 hombres ganan 20 rs., ¿cuántos reales ganarán 28 hombres? En esta regla los hombres son las causas, y los efectos, los reales.

P. Qué són cantidades principales?

R. Aquellas dos cantidades de una misma especie que se dan conocidas, cada una en distinta razon; como en el ejemplo anterior, 8 hombres y 28 hombres son las cantidades principales.

P. Qué son cantidades relativas?

R. Aquellas cantidades de una misma especie, pero de distinta á la de las principales, y entre las que se dá el término desconocido; como 20 reales y x reales, que son las relativas en el ejemplo anterior.

P. Qué nombre toman cada una de las razones que forman la proporcion?

R. Llámase, la una *supuesto*, y la otra *pregunta*.

P. Cuál es la razon *supuesto*?

R. Aquella cuya relacion se supone existe; y esta vá precidida de la conjuncion *si*, v. g. *Si* 8 hombres ganan 20 reales.

P. Cuál es la llamada *pregunta*?

R. Aquella razon cuya relacion se busca, por ir en ella uno de sus términos desconocidos.

Esta lleva unido el *tono interrogativo*; v. g. ¿Cuántos reales ganarán 28 hombres?

causa.	efecto.	causa.	efecto.
supuesto.		pregunta.	
8 hombres :	20 rs. ::	28 hombres :	x rs.
principal.	relativa.	principal.	relativa.

La resolucion de esta regla es igual á las proporciones, segun las reglas dadas.

P. De cuántos modos puede ser la regla de tres?

R. Puede ser directa é inversa, simple y compuesta.

P. Qué es regla de tres directa?

R. Aquella en que aumentando las cantidades principales de la pregunta con respecto á las del supuesto, aumentan tambien las relativas en la misma proporcion; y si disminuyen las principales, disminuyen las relativas; v. g. Si 8 hombres ganan 20 reales ¿28 hombres, cuánto ganarán?

Esta regla se vé que es directa, porque aumentando el número de hombres, aumentarán los reales en ganancia.

P. Cómo se plantea una regla de tres directa?

R. Poniendo por primer término, la *cantidad principal del supuesto*, posterior dos puntos, y en seguida su *relativa*; despues cuatro puntos, y sigue la *principal de la pregunta*; y por último dos puntos y el *término desconocido*.

Los términos medios pueden entre sí variarse sin que varíe en nada la proporcion; v. g. el ejemplo anterior=

$$\text{Planteo y resolucion.}\left\{\begin{array}{ccccccc} \text{homb.} & & \text{rs.} & & \text{homb.} & & \text{rs.} \\ 8 & : & 20 & :: & 28 & : & x= \end{array}\right.$$

$$\frac{20\times28}{8}=\frac{5\times14}{1}=70 \text{ rs.}$$

P. Qué es regla de tres inversa?

R. Aquella en que aumentando las cantidades principales, disminuyen la relativas; y si disminuyen las principales, aumentan la relativas; v. g. Si 8 hombres hacen una obra en 15 dias, ¿20 hombres, cuántos dias invertirán en hacer la misma obra?

Esta regla se verá que es inversa, porque las principales, ó sean los 20 hombres, deben emplear menos tiempo, disminuyendo por consiguiente las relativas.

P. Cómo se plantea la regla de tres inversa?

R. Poniendo por primer término, la cantidad *principal de la pregunta*; despues dos puntos, y en seguida el *supuesto* con cuatro puntos intermedios, y por último el *término desconocido*; v. g. el ejemplo anterior.

homb. homb. dias. dias.

$$20 : 8 :: 15 : x = \frac{8 \times 15}{20} = \frac{2 \times 3}{1} = 6 \text{ dias.}$$

En la regla de tres, se tendrá mucho cuidado en conocer si es directa ó inversa para su buen planteo; pues que de esto depende su buena ó mala resolucion.

P. Qué es regla de tres simple?

R. Aquella en que para hallar el término desconocido, no hay que atender mas que á una circunstancia, como se vé en los ejemplos anteriores.

Su resolucion está esplicada en las directas é inversas.

P. Qué es regla de tres compuesta?

R. Aquella en que para hallar el término desconocido, hay que atender á mas de una circunstancia; v. g. Si 8 mulas en 10 dias, trabajando á 10 horas diarias, muelen 80 fanegas de trigo, ¿cuántas fanegas se podrán moler con 14 mulas, en 24 dias trabajando 12 horas diarias?

Esta regla de tres es compuesta; porque para hallar el número de fanegas que se busca, no solo hay que atender á la circunstancia de las mulas, sino es tambien á las de los dias y las horas.

P. Cómo se plantea una regla de tres compuesta?

R. Para su planteo, se formarán tantas proporciones como circunstancias reuna el problema; formándose la primera, con las cantidades principales, y las relativas entre las cuales se halla el término desconocido.

La segunda, se tomará una de las circunstancias, y entrará por segundo ó tercer término la cantidad ó número hallado en la primer proporcion.

La tercera, con otra de las circunstancias, y siendo uno de sus términos el número hallado en la anterior proporcion; y por regla general, se dirá: que todo cuarto término que se halle en cada proporcion, sirve de segundo término, ó cantidad relativa, para la proporcion siguiente, cuyos términos se representan con las letras x, x', x'', x''' en las que se leerá; *equis, equis primera, equis segunda, etc.* Sea el ejemplo anterior,

mulas fang. mulas fang.

$$1.^a\ 8 : 80 :: 14 : x = \frac{80 \times 14}{8} = 140.$$

dias dias

$$2.^a\ 10 : 140 :: 24 : x' = \frac{140 \times 24}{10} = 336.$$

horas horas

$$3.^a\ 10 : 336 :: 12 : x'' = \frac{336 \times 12}{10} = 403{,}2.$$

Representando todos sus términos por las referidas letras, quedará bajo la forma siguiente:

$$\left.\begin{array}{l} 8 : 80 :: 14 : x \\ 10 : x :: 24 : x' \\ 10 : x' :: 12 : x'' \end{array}\right\} = 403{,}2 \text{ de fanega.}$$

Colocadas así todas las proporciones, puédese formar con todas ellas una sola; siendo su primer término, el producto de todos los antecedentes de las primeras razones; por segundo, el de los consecuentes de las mismas; por tercero, el de los antecedentes de las segundas razones, y por último el término desconocido.

$$8\times10\times10:80::14\times24\times12:x=...$$

$$\frac{80\times14\times24\times12}{8\times10\times10}=\frac{322560}{800}=\frac{2016}{5}=403{,}2 \text{ fanegas.}$$

Al formar las distintas proporciones que compongan la regla de tres compuesta, se tendrá cuidado de conocer si son directas ó inversas, para colocarlas cada una segun su clase, conforme á las reglas dadas para el planteo de las directas ó inversas, Ejemplo: Si 8 hombres en 10 dias, trabajando 12 horas diarias, hacen 250 uniformes, ¿cuántas horas necesitarán para hacer el mismo número de uniformes, 4 hombres en 30 dias. (Son inversas).

$$4:8::12:x=\frac{8\times12}{4}=\frac{96}{4}=24$$

$$30:24::10:x'=\frac{24\times10}{30}=8 \text{ horas.}$$

$$4\times30:8::12\times10:x'=\frac{8\times12\times10}{4\times30}=8 \text{ horas, que}$$

son las que se necesitan.

REGLA DE SOCIEDAD.

P. A qué se llama regla de *sociedad ó compañía*?

R. La que enseña á determinar, lo que corresponde de pérdida ó ganancia á cada uno de varios sócios que han puesto en fondo cierta cantidad, y proporcional á lo que cada cual pone.

P. Qué cantidades hay que considerar en la regla de sociedad?

R. Tres, con las cuales se pueden formar proporciones, y son; *la pérdida ó ganancia, el capital que cada sócio pone, y la suma de todos los capitales impuestos.*

P. Cuál es la razon, ó ley fundamental, en la regla de sociedad?

R. Que la suma de capitales, ha de ser proporcional á lo que puso cada uno, como la pérdida ó ganancia, es á lo que resulte corresponderle á cada sócio.

P. Cómó se resuelve la regla de compañía?

R. Conocidos los capitales de cada sócio, se suman; y con la suma de ellos, la pérdida ó ganancia, y cada capital por separado, se formarán tantas proporciones, como sócios se hallen reunidos. Ejemplo:

Se reunen tres compañeros para jugar á la lotería, y compran un billete, poniendo el primero 42 reales, el segundo 30, y el tercero 24; sacan un premio de 7680 reales. ¿Cuántos corresponderá á cada uno?

Ganancia 7680.

1.º $42=96:7680::42:x=\frac{7680\times42}{96}=3360$ rs.

2.º $30=96:7680::30:x=\frac{7680\times30}{96}=2400.$

3.º $24=96:7680::24:x=\frac{7680\times24}{96}=1920.$

Suma de capitales. 96 Suma.. 7680.

Donde se vé, que al primero corresponden 3360 reales, al segundo 2400, y al tercero 1920, que sumados, resulta ser igual al premio que sacaron.

P. Cuál es la prueba de la regla de sociedad?

R. Halladas las cantidades de pérdida ó ganancia que á cada sócio correspondan, súmesen; y dicha suma ha de ser igual á la pérdida ó ganancia que se dé conocida.

P. Puede resolverse de otro modo la regla de sociedad?

R. Sí; y aunque en el fundamento sea igual, se encuentra mas brevedad, y es del modo siguiente.

Se formará un quebrado, cuyo numerador sea la pérdida ó ganancia, y el denominador la suma de capitales; y este quebrado representando lo que toca á cada uno de los reales puestos en fondo, no habrá mas que multiplicarlo por lo que puso cada uno, y lo que resulte será lo que les corresponde: Sea el anterior ejemplo, donde siendo la ganancia 7680 reales, y la suma de capitales 96 reales, se formará el quebrado $^{7680}/_{96}$ que simplificado, queda en 80 enteros y se hará la operacion siguiente:

$$\text{Ganancia } 7680\ldots\begin{cases}1.^{\circ}\ldots 42\times 80=3360\\ 2.^{\circ}\ldots 30\times 80=2400\\ 3.^{\circ}\ldots 24\times 80=1920\end{cases}$$

$$\text{Suma de capitales}\ldots\ldots\ldots 96 \qquad 7680$$

P. En qué se divide la regla de sociedad?

R. En simple y con tiempo.

La simple es aquella en que los sócios imponen sus capitales, todos por un tiempo igual. Estas se resuelven como anterior queda esplicado:

Con tiempo es aquella en qué los sócios ponen sus capitales por distinto tiempo. Esta solo se diferencia de la simple, en que para resolverla, primero se multiplicarán cada uno de los capitales, por el tiempo que fueron impuestos; y estos productos serán los nuevos capitales que han de formar la regla. Ejemplo.

Tres sócios se reunen, poniendo el 1.º 30 reales por 8 meses; (1) el 2.º 24 reales por 6 meses, y el 3.º 16 por 3 meses, con los que han ganado 48 reales; ¿cuánto corresponderá á cada sócio conforme á lo que puso y al tiempo de su imposicion?

$$\text{Ganancia } 48 \ldots \left\{ \begin{array}{l} \quad\quad\text{imp. tpo.} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 1 \\ 1.^{\circ} \ldots 30 \times {}^{2}/_{3} = 20) \times {}^{4}/_{3} = 26\,{}^{2}/_{3} \\ 2.^{\circ} \ldots 24 \times {}^{1}/_{2} = 12) \times {}^{4}/_{3} = 16 \\ 3.^{\circ} \ldots 16 \times {}^{1}/_{4} = \underline{\ 4)} \times {}^{4}/_{3} = \underline{\ 5\,{}^{1}/_{3}} \\ \quad\quad\quad \text{Suma} \ldots 36 \quad\quad\quad\quad 48 \end{array} \right.$$

El quebrado ${}^{48}/_{36}$ que se forma, queda despues de simplificado en ${}^{4}/_{3}$; por quien se multiplicaron las partes, ó nuevos y equivalentes capitales.

---

(1) El tiempo siempre se refiere á la unidad de año; así pues, 8 meses es igual á ${}^{8}/_{12}$ ó ${}^{2}/_{3}$ de año; 6 meses igual á ${}^{6}/_{12}$ ó ${}^{1}/_{2}$ año; y 3 meses á ${}^{3}/_{12}$ ó ${}^{1}/_{4}$ de año; ó á dias, como 79 dias ó ${}^{79}/_{365}$ de año.

REGLA DE INTERÉS.

P. Á qué se llama *regla de interés*?

R. Á la que enseña á determinar la ganancia que tiene un capital dado por cierto tiempo á premio ó rédito.

P. Cómo debe mirarse una regla de interés?

R. Como una proporcion, puesto que en ella se dan tres cantidades conocidas para hallar una cuarta desconocida.

P. Qué cantidades hay que considerar en la regla de interés?

R. Las siguientes: *Capital ó principal*; *tanto de interés;* (1) el *tiempo*, y los *réditos*.

P. Cuál es la ley fundamental en la regla de interes?

R. Que 100 *capital comparativo*, es proporcional al *tanto impuesto de interes*, como el *capital ó principal*, es á los *réditos* que vencen; de modo que, si llamamos al interes, *i*, al tiempo, *t*, al capital ó principal, *a*, y á los réditos, *r*, podemos formar la proporcion ó fórmula siguiente; la que podrá servir

(1) En la regla de interés se acostumbra por lo general á imponerles un tanto de premio á cada cien reales; de modo, que 100 es uno de los términos que entran en la proporcion.

de norma para los casos que hayan de resolverse en dicha regla. [1]

$$100 : it :: a : r.$$

Por esta fórmula podrá hallarse con facilidad cualquiera de los términos que se den desconocidos, siguiendo en un todo lo esplicado en las proporciones; pero para mas claridad á los discípulos, se ponen los siguientes casos.

1.° Cuando conocido el capital y el tanto de interés, se pide hallar sus réditos; en cuyo caso, se multiplica el capital por el tanto de interés, y su producto se divide por 100; ó sea separándole las dos cifras de su derecha, cuyas cifras formarán el quebrado. Ejemplo.

En un año, (2) cuánto producirán 4750 rs. á un 8 p. %?

Fórmula. $\frac{ait}{100} = r$. Resolucion $\frac{4750 \times 8 \times 1}{100} = 380(00$

2.° Cuando conocido el tanto de interés y los réditos, se pide hallar el capital; en cuyo caso, se multiplican los réditos por 100, y su producto se divide por el interés multiplicado por el tiempo si

(1) Dos letras unidas representan que el valor de la una está multiplicada por el de la otra; así pues, *ait* es igual á $a \times i \times t$.

(2) Siendo el tiempo de la imposicion un año, se considero como 1, igual á *t*.

lo hubiese. A esto se llama *capitalizar*.

Ejemplo. Que capital producirá 380 reales, al 8 p.$^{o}/_{o}$ en un año?

Fórmula $\frac{r.\times 100}{it} = a$ Resolucion $\frac{380\times 100}{8\times t} = 4750$ rs.

3.° Cuando conocido el capital y réditos, se pide hallar el tanto de interés á que se impuso; en cuyo caso, se multiplican los réditos por 100 y se divide por el capital. Ejemplo.

Si 4750 rs. producen al año 380, á qué tanto p.$^{o}/_{o}$ saldrá?

Fórmula $\frac{r.\times 100}{at} = i = \frac{380\times 100}{4750} = 8.$

Este caso sirve en los ayuntamientos, para en el reparto de contribuciones saber el tanto p.$^{o}/_{o}$ á que sale; considerando la riqueza de la poblacion como *capital principal*, y el cupo ó tanto de contribucion, como *réditos*; y se hará, multiplicando el *cupo* por 100, y dividiendo por la *riqueza*.

Ejemplo. A un pueblo que tiene de riqueza 850500 rs. le echan de contribucion 93555 rs. ¿á qué tanto p.$^{o}/_{o}$ saldrá para hacerle su reparto?

Resolucion. $= \frac{93555\times 100}{850500} = 11$, tanto p.$^{o}/_{o}$ á que sale

4.° Cuando conocido capital, tanto de interés y réditos, se quiere hallar ó saber el tiempo que estuvo impuesto; en cuyo caso, se multiplican los réditos por 100, y su producto se divide por el capital multiplicado en el interes. Ejemplo.

Si 4750 rs. á un 8 p.% producen 380 rs. ¿qué tiempo sería el de su imposicion?

Fórmula $\frac{r.\times 100}{ai}=t.$ Resolucion $\frac{380\times 100}{4750\times 8}=1$ año.

P. De cuántos modos puede ser la regla de interés?

R. De dos, que son: *simple* y de *interés compuesto.*

La simple es la anterior esplicada.

La de interés compuesto, es aquella que enseña á determinar, en lo que se convierte una cantidad dada por cierto número de años á un tanto por ciento, teniendo en cuenta no solo el interés del capital, sino tambien el interés de los intereses de cada año.

P. Cómo se resuelve la regla de interés compuesto?

R. Se hallará primero lo que corresponde de réditos al capital dado, en el primer año.

Despues al capital aumentado en los réditos vencidos, se le hallará lo que le corresponde al mismo tanto por 100, en el segundo año; y así se seguirá, hasta hallarles los réditos con los nuevos capitales que se van formando, tantas veces como años sea el de su imposicion. Ejemplo.

A cuánto ascenderán 2500 rs. á un 10 por 100, en tres años á interés compuesto?

$$1.^{er}\text{ año } \frac{2500\times10}{100}=250\text{ rs.}$$

$$2.^{o}\text{ año } \frac{2500+250\times10}{100}=\frac{2750\times10}{100}=275\text{ rs.}$$

$$3.^{er}\text{ año } \frac{2750+275\times10}{100}=\frac{3025\times10}{100}=302,\text{rs. y } 50\text{ cs.}$$

Total. 3025+302,50=3327,50.

Luego el capital 2500 quedará convertido en los 3 años, en 3327 rs. y 50 céntimos ó 17 mrs.

REGLA DE DESCUENTO.

P. Qué es regla de descuento?

R. Regla de descuento es aquella que enseña á determinar la rebaja que debe hacerse de una letra, que debiéndose pagar á cierto tiempo determinado, se paga antes de cumplirse su tiempo fijado.

P. Cómo se resuelve la regla de descuento?

R. Es como la de interés; y solo se diferencia, en que el término 100 de la de *interés*, en la de *descuento* es 100 aumentado en el tanto de interés, como la siguiente forma.

Para hallar solo el descuento; 100+i:i::a:x

Para hallar la letra descontada; 100+i:100::a:x

Primer ejemplo. Cuál será el descuento que se hará de una letra de 2500 rs. á un 6 por 100?

Resolucion.

$$100+6:6::2500:x=\frac{2500x6}{100+6}=141+\frac{\overset{27}{54}}{\underset{53}{100}}.$$ Luego 141 reales y $^{27}/_{53}$ es el descuento que ha de hacerse de dicha letra.

Segundo ejemplo. En qué quedará convertida una letra 2500 rs. despues de hecho su descuento á un 6 por 100?

Resolucion.

$$100+6:100::2500:x=\frac{2500x100}{100+6}=2358+\frac{\overset{26}{52}}{\underset{53}{106}}$$

Luego la cantidad ó letra de 2500 reales, quedará convertida, despues de descontada, en 2358 reales y $^{26}/_{53}$ de real.

REGLA DE ALIGACION.

P. Qué es regla de *aligacion*?

R. La que enseña á determinar el precio *medio* á que se ha de vender una unidad de varios géneros de diferentes precios, despues de mezclados; ó saber en la proporcion que han de mezclarse las unidades, para venderlas á un precio determinado.

P. En qué se divide la regla de aligacion?

R. En *medial* y *alternada.*

P. Cuál es la medial?

R. La que enseña á determinar el precio *medio* á que ha de venderse la unidad, despues de mezclados varios géneros de una misma especie.

P. Cómo se resuelve la medial?

R. Conocida la cantidad de cada uno de los géneros, se multiplicarán por sus precios; cuyos productos se suman, y este resultado se divide por la *suma* de las cantidades de los diferentes géneros.

Ejemplo. Un labrador mezcla cuatro montones de trigo que tenian, el primero 30 fanegas de á 24 reales; el segundo 72 fanegas de á 80 reales; el tercero 24 fanegas de á 56 reales, y el cuarto 16 fanegas de á 96 reales; ¿á cómo venderá la fanega despues de mezclados?

	Fanegas.		Valores.		Productos.	
Planteo y resolucion.....	30	×	24	=	720	9.360(142
	72	×	80	=	5760	0840 65
	24	×	56	=	1344	13 $65+\frac{130}{142}$
	16	×	96	=	1536	$\frac{65}{71}$
Total de...	142		Total de		9360	

Donde se vé que 65 rs. y $^{65}/_{71}$ es el precio medio á que debe venderse la fanega despues de mezclado todo el trigo.

P. Cuál es la alternada?

R. La que enseña á determinar en la proporcion que han de mezclarse varios géneros de diferentes valores para venderlos á un precio dado.

P. Cómo se resuelve esta regla?

R. Se comparará el precio determinado con cada uno de los precios de los géneros dados, por separado; y la diferencia que haya entre el *determinado* y el valor de uno de los géneros de precio *menor*, se pondrá á la derecha del valor de uno de precio *mayor*; y la que haya entre el *determinado* y el valor de uno de los géneros de precio *mayor*, se anotará á la derecha de uno de precio *menor*; cuyas diferencias espresarán el número de unidades que de cada especie de su izquierda han de formar la mezcla.

Ejemplo. Un cosechero tenia vinos de á 40 rs. arroba, de á 55, de á 80 y de á 100. ¿En qué proporcion podrán mezclarse las arrobas para vender á 70 rs. la unidad de mezcla?

precio determinado.		precios.		arrobas.
70...		40=	10	
		80=	30	
		55=	30	
		100=	15	

Donde se verá, que comparando el precio 40 *menor*, con el precio 70 *determinado*, su diferencia 30 se anotó á la derecha del de á 80, precio *mayor* que el determinado; y comparando el precio 80, con el *determinado* 70, su diferencia 10, se anotó á la derecha del de *menor* 40, y lo mismo se hizo con los demás términos; resultando que por cada 10 arrobas del de 40 rs. se le han de mezclar 30 arrobas del de 80 rs.; 30 del de 55, y 15 del de 100 para venderlas á dicho precio.

Cuando haya dos ó mas clases de género con precio *mayor* al determinado y uno solo *menor*, se irán comparando cada uno por separado de los mayores con el *menor*, y resultarán repetidas partidas, que se han de tomar del precio *menor*; y lo mismo se hará si fuese á la inversa. Ejemplo:

¿En qué proporcion ha de mezclarse el aceite contenido en cinco tinajas, de las cuales una es de precio de á 34 reales arroba, otra de á 26, otra de á 40, otra de á 46 y otra por último de á 28, para venderlo despues de mezclado, á 32 rs. arroba?

$$32\ldots\left\{\begin{array}{l}34.\;.\;.\;.\;.\;.6\\ 26.\;.\;.\;.\;.\;.2+14=16\\ 40.\;.\;.\;.\;.\;.4\\ 46.\;.\;.\;.\;.\;.6\\ 28.\;.\;.\;.\;.\;.8\end{array}\right.$$

Donde se verá que á 6 arrobas de á 34 reales, se le han de mezclar 2+14, ó sean 16 arrobas del de á 26, 4 del de á 40, 6 del de á 46 y 8 del de á 28, para venderla al precio dicho.

P. Cuál es la prueba de la regla de aligacion?

R. Para la medial, la alternada; y para la alternada, la medial.

REGLA DE EALSA POSICION.

P. Qué es regla de *falsa posicion*?

R. Aquella en que por medio de uno ó mas números supuestos, se viene en conocimiento del resultado que buscamos.

P. De cuántos modos puede ser?

R. De dos, y son: *simple y doble* ó de *dos falsas posiciones*.

P. Cuál es la simple?

R. Aquella en que un solo número supuesto, basta para venir en conocimiento del resultado verdadero.

P. Cómo se resuelve la regla de falsa posicion simple?

R. Búsquese un número que llene las condiciones que exige el problema; hállensele las partes que se pidan, y con ellas se formarán dichas condiciones; y con el resultado, el *número supuesto* y el *término dado en el problema*, se formará una proporcion para hallar la incógnita, como se vé en el ejemplo siguiente:

Cuál será el número cuyo duplo, tercio y cuarto, compongan 62?

Búsquese para ello un número que tenga tercera y cuarta parte á la vez; que se hará, multiplicando el 3 por el 4, y su producto 12 será dicho número; hállesele á este su duplo que es 24; su tercio, que es 4; y su cuarto, que es 3; y sumadas estas partes, cuya suma es 31, se formará la proporcion siguiente.

Si 31 proviene de haber supuesto el 12, ¿62 de qué número provendrá? y planteado es como sigue:

$$\left.\begin{array}{r} 3\times4=12 \\ \hline \text{duplo..}24 \\ \text{tercio..}\ 4 \\ \text{cuarto.}\ 3 \\ \hline \text{suma ..}31 \end{array}\right\} 31:12::62:x\,\frac{12\times62}{31}=24$$

Donde se verá que el 24 es el número que llena las condiciones pedidas, como son 24+24+8+6=62, número dado en el problema.

P. ¿Cuál es la *doble* ó de *dos falsas posiciones?*

R. Aquella en que es necesario dos números supuestos para encontrar el desconocido.

P. Cómo se resuelve esta regla?

R. Búsquense dos números cualesquiera, y haciéndoles cumplir con las condiciones del problema, primero á uno y posterior al otro, compárense con el número propuesto, viendo el *error* (1) que se comete.

Posterior, multiplíquese cada número supuesto, por el error contrario; y *si los errores son de igual naturaleza, esto es, los dos por exeso, ó los dos por defecto, la diferencia de los productos, se dividirá por la diferencia de los errores: y si fuesen de diferente naturaleza, esto es, uno por defecto y otro por exeso, la suma de los productos se dividirá por la suma de los errores*, resultando por cociente el término desconocido.

Estos problemas son mas propios de *álgebra* que de aritmética, y por esto no se dan mayores esplicaciones.

PROBLEMA.

Un gallego en cierto día
Preguntándole á un frutero
Que la libra de uva y peros,
A qué precio las vendía,
Contestó: que le daría
Tres de uvas en un cuarto;
La de peros á diez exactos:
Y el comprador le decía:
«De ambas cosas comer quiero
Y ocho cuartos traigo justos;

(1) Llámase «error» ó «equivocacion» á la diferencia que existe entre dos cantidades que se comparan.

Una libra pese en junto
Que convenga á mi dinero»
¿Se podrá saber lector,
De ambas frutas, que entraría
En la libra que pedía,
Con los ocho el comprador?

Supóngase que iban 14 onzas de peros, que á razon de 2 maravedises y $^1/_2$, que es el valor de la onza, resultarán 35 maravedises; en cuyo caso entrarían 2 onzas de uvas, que multiplicadas por $^1/_{12}$ de maravedís, que es su valor, dará por resultado $^2/_{12}$ de maravedís ó $^1/_6$.

Súmense los 35 maravedises con $^1/_6$; y su suma, compárese con los 8 cuartos, dinero que llevaba el comprador, ó sean 32 maravedises, y se verá resulta un error *por exeso*, de 3 maravedises y $^1/_6$

Posterior, supóngase que iban 9 onzas de peros, que multiplicadas por su precio $^5/_2$ resultarán 22 y $^1/_2$ maravedises; y en este caso entrarían 7 de uvas, que multiplicadas por $^1/_{12}$ su valor, dará $^7/_{12}$.

Súmense los 22 y $^1/_2$ con $^7/_{12}$, y la suma 23 $^1/_{12}$ compárese con los mismos 32 maravedises, y resultará un error, *por defecto*, de 8 maravedises y $^{11}/_{12}$.

Hechas estas operaciones, multiplíquese el 14, *primer número supuesto*, por 8 $^{11}/_{12}$, *segundo, error cometido*; y el 9, *segundo número supuesto* y por 3, $^1/_6$ *primer error*; y la suma de los productos 124

$^{5}/_{6}$ y 28 $^{1}/_{2}$dividiéndose por la suma de los errores, dará por cociente 12 $^{20}/_{29}$, que es el número de onzas de peros que entrarían en la libra pedida; y en cuyo caso, 3 y $^{9}/_{29}$ onzas de uvas, serían las que completarían la libra, que ajustadas por sus valores, darán por resultado 32 maravedises, ó sean 8 cuartos, *dinero que llevaba el gallego.*

FIN.