

In hoc opere contenta.

Arithmetica decem libris demonstrata
Musica libris demonstrata quattuor
Epitome i libros arithmeticos diui Seuerini Boetij
Rithmimachie ludus q̄ z pugna nūeroꝝ appellat̄

S. Bonterius Labilonensis: in
laudē Arithmetices z Musices.

Tempore iam multo docte latuere sorores:
Quas retinet comites flaua minerua suas.
Nūc placide terras post tempora multa reuisunt.
Grata quoq; ante alias Gallica terra placet.
His olim celebris fuit omnis Acaica tellus.
Pythagoza patriam diffugiente famon.
Hellada nunc inquit: et doctas palladis vrbes.
Sequanosq; petunt/parhiosq; lares.
Hec venit omnimoda numeroꝝ cincta cāterua.
Atq; docet numeris quidquid in orbe situm est.
Altera dulcisono cantu/sidibusq; canoris
Edomuisse viros traditur atq; feras:
Que sua Pierijs tenet vnica nomina musis
Q; nichil hac musis gratius esse solet.
Attamen artificem stapule misere marine:
Qui leta hoc studijs fronte dicaret opus.
Hoc solum studium atq; hec illi cura: iuuare/
Irritus et ne sit/dispereatq; labor.



Floua pmentatio in Jordanū per Jacobum fabrū stapulēsem laborata
ad clarissimum virum Joannem de Sanay presidentem parissensem.

Lucis me digne amonuiſti Clarissime vir: quot cognita pmoditates adducat discipli
narum parens arithmetica / q̄tq̄ ignota relinquat tenebras. vt quē nullius discipline
fugiat studium. In primis enī legum autoritas (in quibus potissimū tua vsa opera)
tibi numeris egere visa est. vt q̄ iusticiā vnicuiq̄ p dignitate dispēsāt: nunc Arithmetica / nūc
vō Geometrica rōne pstantē. que agros / agroꝝ limites / aquarū diuerſia / alluionefq̄ z ple-
raq̄ filia sollicitē p̄siderat q̄ Mathematico destituta p̄sidio nunq̄ plane assequi valeat. hinc
imperatores rhomani Claspasian⁹ / Adrianus / Traian⁹ / Theodosius / Archadi⁹ / Honorius /
Constātinus z alioꝝ q̄ plurimi legūtur peritos agrimēsores instituisse: qui podismozum rōem
ad publicam vtilitatē tenerent quā numeroꝝ pficit sagacitas. hīc Lucius Modoratus illarū
rex studiosus insignem libellū reliquit. Et Arithmetica cōtēplatio rite cognita facilem p̄bet
musicarū modulationū intelligentiā / astronomicarūq̄ s̄btilitatū ingressus. et prisca Theolo-
gia numeris olim vt quibusdā ad diuina gradibus tota initebat: q̄uis z nūc in sacris litteris
sua retineāt mysteria nūeri. Tolle igit̄ numeros / numeroꝝq̄ disciplinā: leges impficiis. iu-
sticia ceca relinq̄tur. nulla modulationū reperiet̄ reglā. nullus celestiuū p̄templationū aditus.
sacrarū l̄rarū delitebūt mysteria: imo z vniuersa philosophia q̄ pariter humanoꝝ / diuinoꝝq̄
cognitio describit̄. Quequidē pmoditates assecute discipline / atq̄ incōmoda neglecte p̄scos
mīme latuere: vt q̄ haud alio tramite crediderint q̄ p eā incedētes nos posse q̄cōq̄ digna satis
p̄tēplatiōe cognoscē. Pythagoras enī sine nūeroꝝ p̄sidio nichil posse sciri p̄tēdebat. et Plato
in sue academie vestibulo hoc inſculpsit epigramā. Nemo huc mathematice expers introeat.
qui ī toto ferme Timeo de nasa rex p numeros disputat: z in octauo z nono reipublice mīta
de hac re differit. que Theon smirneus mathematicus ob rei arduitatē intacta reliquit.
Quapropt̄ non ab re dolebas hāc numerosam hui⁹ almi parissēi studij philosophātiū turbā
et bonarū l̄rarū cupidā: tā necessaria semita / tum ad diuina assurgēdi / tum descēdēdi ad hūana
esse destitutam. Accipe ergo nūc bñfactor vnice decem Arithmetice discipline Jordanī cla-
rissimi viri libellos noua cōmentatiōis luce n̄ris laboribus illustratos / tuoꝝq̄ nomini dicatos
qui cōmoditates enumeratas secū afferre valebūt sufficiētissime. Et si iubes opus tuis auspi-
cijs absolutum iam migret ad ceteros. vt vel sic intelligant omnes presertim tibi se gratias
habitueros per quem fuerint hanc litterariam facultatem assecuti. Vale felicissime.

Argumentum decem librorum Jordanī.

Primus passiones numeroꝝ cōmunes: suarū partium / et quātū ex diuisi numeri partibus fiat
discutit.

Secundus est de proportionum et proportionalitatum cōmunibus passionibus.

Tertius de numero primo / composito / ad alterum primo / et numeris in aliqua proportiōe
minimis.

Quartus de numeris continue proportionalibus / cōmensurabilibus z incōmensurabilibus.

Quintus de additione / subtractione / et partitione proportionum.

Sextus de numeris quadratis / cubicis / superficialibus similibus / et solidis.

Septimus de numero pari / impari / pariter pari / pariter ipari / impariter pari / perfectis / abū-
dantibus / et diminutis.

Octauus de formis numeroꝝ: trigonis / tetragonis / pentagonis / hexagonis / heptagonis /
octogonis / pyramidibus / serratilibus / et tesseris.

Nonus de equalitate / inequalitate / multiplicibus / superparticularibus / et superpartientibus

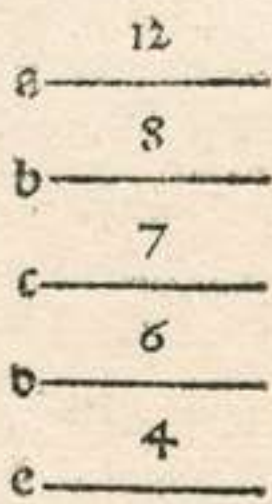
Decimus de medietate Arithmetica / Geometrica / Musica: et de medietatibus minus prin-
cipalibus.

¶ **Jordani Memorarij Clarissimi viri Elementa Arithmetica: cū demonstratiōibus
Jacobi Fabri Stapulensis: ad Joannē de Banay Senatōrē Parisiensem.**

Vnitatis est rei per se discretio. Numerus est quātitas discretorum col-
lectiua. Naturalis series numerorum dicitur: in qua sū vnitatis ad-
iectionem fit ipsorum computatio. Differentia numerorum appellat ille:
quo maior super minorem abūdat. Numeri ab aliis equidistare dicū-
tur: cum ipsorum ad illos equales sunt differentie. Numerus per alium
multiplicatur: qui toties coaceruatur sibi: quoties in multiplicāte est
vnitas. et qui ex multiplicatione concreuit: productus nominatur. Numerus alium
numerare dicitur: qui sū aliquem multiplicatus illum producit. Pars est numerus:
numeri minor maioris: cum minor maiorem numerat. et qui numeratur: numerātis
multiplex appellatur. Denominans est numerus: sū quem sumitur pars in suo toto
Similes dicuntur partes: que ab eodem numero denominantur. Numerus sū quem
alius diuiditur: diuisor nominatur. partes vero in quas distribuitur: diuidētia appel-
lantur. Prima et simpla nūeri pars: est vnitas. quādo duo numeri partem habuerint
cōdem: quoties eadem pars fuerit in minore: tot partes maioris dicetur esse minor et
tote partes quoties ea cōmunis pars fuerit in maiore. **¶ Dignitates.**

- 1 **A**nis numeri pars: est minor suo toto.
- 2 **O**mnis minor est: que maiorem habet denominationem
- 3 **Q**uicunq; equalium siue eiusdem eque multiples fuerint: ipsi quoq; erunt
equales.
- 4 **Q**uibus idem nūerus eque multiplex fuerit: siue quorum multiples cōles fuerint: ipi
etiam sunt equales
- 5 **O**mnis numeri pars est vnitas: ab ipso denominata.
- 6 **Q**uilibet numerus totus est ab vnitate: quota pars ipsius est vnitas.
- 7 **S**i vnitas in aliquem numerum ducatur: siue idem in vnitatem: seipsum producit.
- 8 **E**xremorum differentia ex differentiis eorūdem ad medium est composita.
- 9 **S**i numerus numerum superet: differentia minori addita: aut a maiore sublata: nu-
meri relinquuntur equales
- 10 **Q**ui eidem equantur: inter se sunt equales.
- 11 **E**t si ab equalibus equales aut idem cōmunis dematur: relinquuntur equales.
- 12 **E**t si ab equalibus dempti sint inequales: relinquuntur inequales.
- 13 **S**i duo maiores simul addantur pariter et duo minores simul: maiorum compositum
composito minorum maius euadit.
- 14 **S**i equales equalibus addas: toti quoq; fient equales.
- 15 **E**t si inequales equalibus: toti erunt inequales.
- 16 **P**artes simul: suo toti equantur.
- 17 **Q**uorūcunq; ad eundem numerum proportio est vna: ipi inter se sunt equales.
- 18 **Q**uoties numerus a numero substrahi potest: toties in eodem numerabilis est
- 19 **P**roportiones que ex equalibus constant pportionibus: inter se sunt equales.
- 20 **Q**uorum dimidia sunt equalia: et toti sunt equales. **¶ Petitiones.**
- 1 **U**tilibet numero: quotlibet posse sumi equales.
- 2 **C**uolibet numero: aliquem quolibet esse maiorem.
- 3 **S**eriem numerorum in infinitum posse extendi.
- 4 **N**ullum numerum in infinitum decrescere.
- 5 **M**aius non numerare minus
- 6 **S**i numerum datum numerus multiplicet: idēq; pductum diuidat: numerū datum
redire. et contra si aliq; numerus datum numerum diuidat: et quod prouenit rursus
multiplicet: itidem numerum datum redire.

**¶ Dignitates atq; petitiones paucas ut disciplina se faciliore vbiq; prestat/ adiectiones: quas passim
necessarias tanq; omnibus notas autor suppressit.**



¶ Omnis numerus minor: maioris aut pars est aut partes.

¶ Sint a/b/c/d quotlibet numeri. a maior: et b c d minores. dico b esse partem aut pres a: et c et d similiter. Nam aut minor numerat maiorem ut d numerat a: et tunc d per definitionem est pars a. aut minor non numerat maiorem quemadmodum b non numerat a: sed est alius eos cōiter numerans qui sit e. et tunc quoties e fuerit in b minore: tot partes b minor per ultimam definitionem erit a maioris. qd si minor non numerat maiorem ut c: non numerat a. neq; numerus cōis eos numerat: cum per quintam conceptionem cuiuslibet numerivitas sit pars ab ipso denomiata: per ultimam definitionem idem efficitur. constat igitur oēm minorem maioris esse partem aut partes.



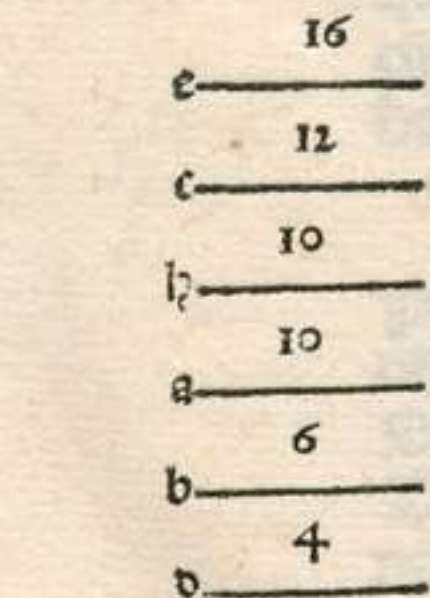
¶ Omnis numerus/circum se positorum et equaliter ab eo distantium est medietas.
¶ Si eorūdem fuerit medietas: illos ab eo equidistare conueniet.

¶ Sit a quicumq; numerus: et b et c circumpositi et ab eo equidistantes. b maior: et c minor. et sit d differentia cōmunit eadem b ad a: et a ad c. sitq; e numerus cōpositus ex b et c. dico a esse medietatem e. et si a sit medietas e: dico b et c circumpositos equidistare ab a. Primum autem sic ostenditur. nam q̄tum a superat c: t̄m b superat a. dempta ergo d cōi differentia ad b: per scōam partem none dignitatis equatur a. ergo per decimū p̄lo quū residuū b et f que eidem numero a equatur: int̄ se equabūtur. sed residuum b et d et c sit p̄ decimā sextā dignitatem equatur e. igitur et residuū b et f que equant̄ residuo b et d et c simul etiā equatur e. et residuū b: et f monstrata sunt equalia. igitur f est medietas e sed f monstratus est equari a: igitur a medietas est e. qd est primum. et in oibus alijs cōi. mit̄ agatur a: eorū differentie ad a per definitionem nō sunt equales. sit igitur d differentia a ad c illoꝝ numeroꝝ minimum ad d o ad a: et cōpositus sit g. q: igitur a ad c differentia est d et eadem differentia est g ad a igitur per definitionem g et c equidistat n̄sro a. q: ergo g et c equidistant a per immediate monstratū a ipsoꝝ simul iunctoꝝ est medietas. sed et a ponit̄ medietas b et c simul iunctoꝝ. per tertiā igit̄ p̄ceptiōem dempto cōi numero c per undecimā cōem scientiam residui b et g adinuicem sunt equales. que igitur differentia g ad a: eadem erit b ad a. quare equidistabūt b et c ab numero a. qd est p̄tra hypotheim et propositum.



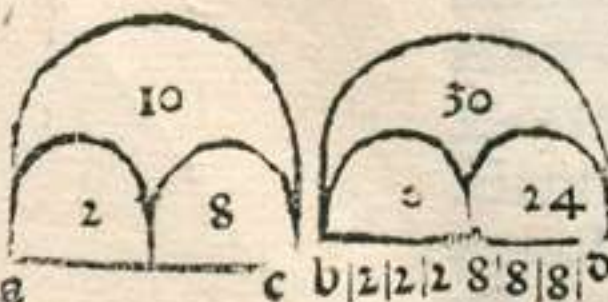
¶ Si duo numeri a duobus numeris circum se positis equaliter distent: illis p̄iunctis erunt equales.
¶ Si eis equales fuerint: ab ipsis equidistare necesse est.

¶ Eadem que in precedenti demonstratio est. Sint igit̄ a et b inter c et d equidistantes: c maximus et d minimus et f differentia cōis: sitq; e p̄positus ex c d: et t̄ia e ad a sit g. dico numeros a b simul iunctos equales esse c d simul iunctis. et p̄tra si c d simul iuncti sunt equales a b simul iunctis: a b equidistantes esse c d. Primum patet: nam cū d differentia sit e ad c. Est enī d numerus quo superat e numerū c: g d̄ia ad c et f differentia c ad a per hypothesim: cū posita sit f cōis differentia c ad a et b ad d. at qz b cōstat ex eisdem: qd patet nam cū f sit differentia b ad d: ea siquidē differentia c ad a et b ad d. at qz b cōstat ex p̄ceptiōem reddit̄ b. est itaq; b equalis g. quare e p̄stabit ex a b: cū per eadē p̄ceptiōem p̄stituat̄ e ex a et g sua quidem differentia ad a: que equatur ipsi b. Sunt igitur a b iuncti et c d iuncti eidem tertio e equales: adinuicem equales. qd est primum. Rursum dico si c d simul equantur a b simul: etiā a b equidistare c d. Nam capto h qui equidistet ad c q̄tum b ad d: qui h b quia sic equidistabunt: per immediate monstratum h b simul equatur c d. sed et a b ponūt̄ eisdem c d simul iunctis equari. quare h b et a b eidem tertio equales: adinuicem equabūtur. Substracto igitur ab utroq; cōi b: remanent p̄ cōem sciam h et a adinuicem equales. ergo equalis differentia a ad c et b ad d. quare p̄ definitionem adinuicem equidistabunt. quod est scōm atq; totum propositum.



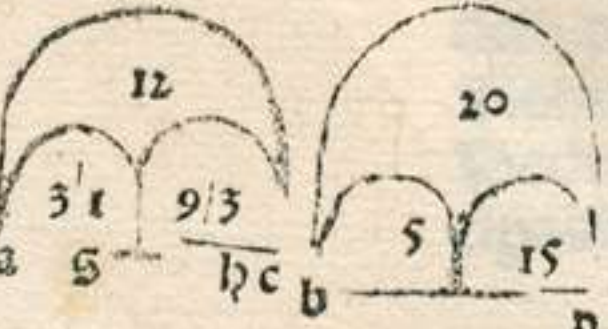
¶ Si fuerit primus scōi quota pars tertius quarti: erunt primus et tertius tota pars secundi et quarti: quota primus secundi.

¶ Sit a primus numerus: b secundus: c tertius: et d quartus. quia a tota pars est ipsius b: quota ps c est ipsius d: intelligo b et d in similes illas partes diuisos. et quia prima vnus cum prima alterius est tanq̄ a c: et similiter scōa cum scōda. et hec conūctio toties fieri potest quoties p̄mus in scōdo. toties igitur numerus equalis a c primo et tertio: sumi potest in b d secūdo et quarto: quones a in b. quare a c simul p̄mus et tertius per definitionem erūt simi. is et tota pars secundi et quarti quora p̄mus secundi. quod est propositum.

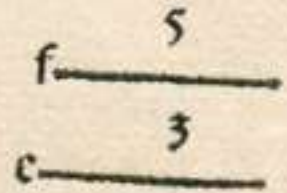


¶ Si fuerit primus tote partes secundi quote tertius quarti: erunt primus et tertius tote partes secundi et quarti: que te primus secundi.

¶ Sit ut prius primus numerus a: secūdos b: tertius c: et quartus d. sitq; a partes b sumpte fm e et denominate in b fm f. sitq; g vna illaz partium a: et h vna partium c. cū igitur g primus tota pars sit b secūdi quota h tertius est d quarti: per p̄missam cōpositum ex g et h primo et tertio tota ps erit b d secūdi et quarti: atq; denominata fm f. at partes a et c sumūt̄ fm e: erunt igitur partes a et c ad b d sumpte fm e: et denominate fm f. quare et similes et quote partes fuerit a in b. qd est propositum.



¶ Si fuerint quotlibet numeri totidem alijs eque m̄ultiplices: erit quoq; cōpositus ex eis cōposito ex illis eque m̄ultiplex.



Sint a, b, c, d, e, f quotlibet numeri: sintq; d e f eque multiples a b c singulis singuli: intelligo itaq; a primum, d scdm, b tertium, e quartum: eritq; per penultimam compositus ex a b pmo 7 tertio tota pars compositi ex d e secūdo 7 quarto quota pars a est d, quare compositus ex d e eque multiplex ad compositum ex a b vt d ad a. Facio itaq; numerum ex a b compositum primum: et compositum ex d e scdm et c tertium et f quartū: et cōsimiliter argumentor, quia quota pars a b ad d e tota pars c ad f, cōpositus igitur ex a b 7 c primo 7 tertio tota pars erit compositi ex d e et f secūdo et quarto: quota pars a b ad d e, qre compositus ex d e eque multiplex ad compositū a b vt d ad a, et ita si cōplures nūeri succrescerēt: semp vtare precedentium cōposito vsq; dum ad vltimū decūbas: efficietq; ppositū.

7 **S**i quoties vnitas in primo toties secūdo in tertio: quoties vnitas in scdo: toties primus in tertio.

Sint a b c tres numeri: a primus, b secūdo, c tertius: sitq; vt quoties fuerit vnitas in a, toties sit b in c, dico ergo q; quoties vnitas fuerit in b: toties a esse in c, diuidendo enī a primum nūerū in vnitates 7 c tertium in totidem partes: quaz; quelibet erit equalis b secūdo, quia enī quoties prima pars a in prima parte c toties secūda in secūda: et tertia in tertia: et ita deinceps, ergo per precedentem cōpositus a tota pars erit compositi c: quota pars prima pars eius ad primam partem c: et c eque multiplex ad a vt eius prima pars ad primam partem a, at quoties vnitas in b: toties prima pars a in pma parte c. Nam vnitas equatur pme parti a: 7 b prime parti c, ergo quoties vnitas in b secūdo: toties a primus in c tertio, quod erat demonstrandum.

8 **S**i alterna fiat duoz; numerorum multiplicatio: idem numerus vtrobiz; pueniet.

Si a multiplicat b et proueniat c: dico etiā si b multiplicat a itidem prouenire c, nam si a multiplicat b et proueniat c: per diffinitionem quoties erit vnitas in a: toties erit b in c, ergo per premissam quoties vnitas in b secūdo: toties a p. imus in c tertio, per diffinitionem igitur si a sibi toties coceruat quoties vnitas in b: per diffinitionem a per b multiplicatur, at cum hoc sit prouenit c, nam pbatū est a toties coceruari in c: quoties vnitas in b, constat ergo ppositum.

9 **Q**uod fit ex ductu alicuius numeri in quotlibet: tm̄ est q̄tum est quod fit ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

Sit a numerus qui ducatur in b et proueniat d: et in c et proueniat e: dico ergo q; compositus ex d e pducitur ex ductu a in compositum b c, cū enim b multiplicet d scdm a: b per diffinitionem nūerat d scdm a: et per idem c numerat e scdm a, sunt igitur d et e eque multiples b et c: quare per sextam compositus ex d e eque multiplex ad compositum ex b c, Sit igitur f productus ex ductu a in pposito b c, cū itaq; b c multiplicet f scdm a: nūerabit igitur numerus b c ipm f scdm a, quare eque multiplex f ad b c vt d ad b, sed eidem b c aggregatus d e pbatū ē eque multiplex, sunt igitur d e et f eidem b c eque multiples: per tertiam conceptionem adinuicem equales, Est igitur qd fit ex ductu alicuius numeri in quotlibet tm̄: q̄tum qd fit ex ductu eiusde; in cōpositum ex illis quēadmodū erat ppositū.

10 **Q**uod fit ex ductu quotlibet numerorum in aliquem: equum est illi quod fit ex cōposito illorum in eundem.

Sit eadem cū precedentī hypothesi sed cōuerso ordine: vt ducatur b et c in a et proueniant d et e Dico quod fit ex ductu b et c in a singillatim equū esse ei quod fit ex composito b c in a, nam p precedentē rem qd fit ex ductu a in b 7 c singillatim: equū est ei quod fit ex ductu a in compositum b c, ḡ alēnatim per octauam qd fit ex ductu b et c in a: equū est ei quod fit ex composito b c in eūdem, qd est ppositū.

11 **Q**uod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet numeros: equale ē ei quod fit ex composito ipsorum in compositum ex alijs.

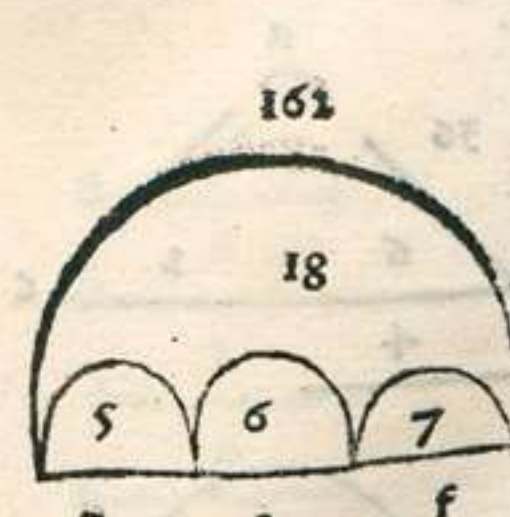
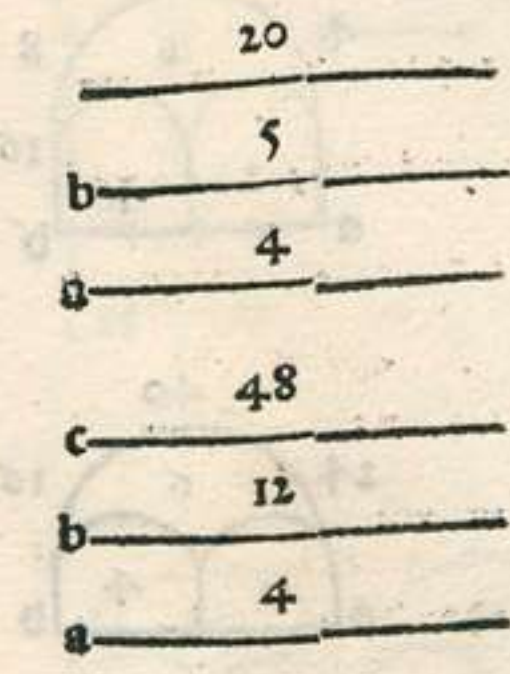
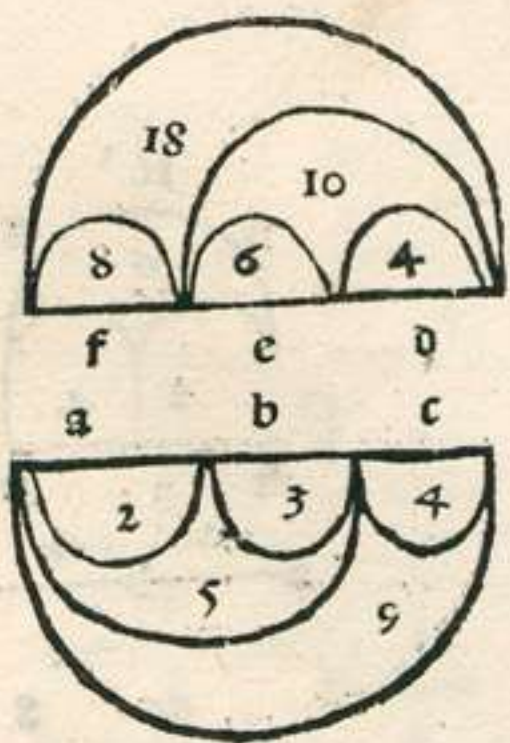
Sint a b c quotlibet numeri qui ducatur in d e f quotlibet alios vt quilibet primorum ducatur in quēlibet secūdoz; dico quod fit ex ductu a b c singillatim in quēlibet alioz; d e f eque esse ei quod fit ex ductu compositi a b c in compositum d e f, nam qd fit ex ductu a b c singillatim in d: equū est ei qd fit ex pposito a b c in d, et cōsimiliter de ductu a b et c singillatim in e et f argumētare qd nichil aliud est q; qd fit ex ductu a b et c in d e et f singillatim: per precedentem equale esse ei qd fit ex composito a b c in d e et f singillatim, At per nonam qd fit ex composito a b c singillatim in d e et f: equum est ei quod fit ex pposito a b c in compositum d e f, quare cōstat quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet numeros equum esse ei quod fit ex composito illoz; in compositum ex alijs, Et hē quattuor octaua: nona: decima: et vndecima: praxim multiplicandi; modum: plane declarant.

12 **Q**uicunq; numerus numerat totum et deductum: numerat et residuum.

Sit a b totum: a deductum et b residuum, dico q; si c numerat a b et a: ipm nūerare b, numeret enī a b scdm numerum d e et a quidē scdm d, quia igitur per nonam q̄tum est c in d e: tm̄ est c in d et c in e At a equale est ei qd fit ex c in d: igitur a cū eo qd fit ex c in e: equū est a b, quare qd fit ex c in e: equū est b, sed c numerat qd fit ex c in e per diffinitionem: igitur 7 b suū equale numerabit, qd est ppositū.

13 **T**m̄ est qd fit ex ductu nūeri in se: q̄tū qd fit ex ductu eiusdem in oēs suas partes.

Sit a quicunq; nūerus quē semel pono diuisum in oēs suas ptes q̄ sint b c d e: 7 semel indiuisū: tūc qd fiet ex a in b 7 in c 7 in d 7 e p nonā equū est ei qui fit ex a in pposito ex b c d e, at ppositū b c d e: est a, qd fit igit ex ductu numeri in oēs suas partes: equū est ei qd fit ex ductu eiusde; numeri in se, qre 7 alēnatim per octauam qd fit ex ductu nūeri in se: tm̄ est q̄tum qd fit ex ductu eiusde; in oēs suas ptes.



C Numero in duo diuiso quod fit ex ductu totius numeri in altero illoꝝ: est q̄tum qđ fit ex ductu eiusdem in se ⁊ in reliquum. 14

C Sit a b n̄erus in duo a ⁊ b diuisus: dico qđ fit ex ductu a b in a equū esse ei qđ fit ex ductu a in se ⁊ in b. et ita quoq; qđ fit ex a b in b: equale eē ei qđ fit ex b in se ⁊ b in a. ducatur ergo a b in a: tunc qđ fiet ex ductu a b in a p̄ octauam equū erit ei qđ fit ex ductu a in a b. at qđ fit ex ductu alicuius in a ⁊ in b equū est per nonā facto ex ductu in compositū a b. ergo cū a ducit in seipm a ⁊ in b: tñ facit q̄tum a b in a. et ita argumentare si a b ducatur in b. et consimili modo concludes propositum. p̄ot est qđ id clarius videre si bis ponis a et bis ponis b.

C Si numerus in duo diuidatur: qđ fit ex ductu totius in se tñ est: q̄tum quod fit ex ductu vtriusq; diuidentium in se ⁊ vnus bis in altero. 15

C Sit a b numerus in duo a ⁊ b diuisus: dico qđ fit ex ductu a b in se equū eē ei quod fit ex ductu a in se ⁊ b in se: et ex ductu bis a in b. Nam qđ fit ex a b in se: equū est ei quod fit ex ductu eius in a ⁊ b p̄ tri decimam. At qđ fit ex ductu a b totius in a ⁊ in b p̄ precedentem bis sumptam: equū est ei quod fit ex ductu a in se ⁊ in b et b in se ⁊ in a. sed qđ fit ex a in b ⁊ b in a alternatim p̄ octauā equat ei qđ fit ex ductu bis a in b. quod fit igit̄ ex a b in se: equat ei quod fit ex a in se ⁊ b in se: et ex a bis in b qđ p̄ponebatur. Et ex hoc cognoscitur modus eliciendi latus tetragonum.

C Si numerus in duo diuidat: qđ fit ex toto in se cū eo qđ fit ex altero in se fit: equū est ei qđ ex toto in illud idem bis: qđq; ex reliquo in se ducto p̄ducitur. 16

C Sit vt prius a b numerus in duo a ⁊ b diuisus: dico quod p̄ducit ex a b in se cū eo quod fit ex a in se: equū esse ei quod fit ex a b bis in a ⁊ b in se. Nam qđ fit ex a b in se: p̄ precedentem tñ est q̄tū quod fit ex a in se ⁊ b in se: et a bis in b. quod ergo fit ex a b in se cū eo quod fit ex a in se: tñ erit q̄tum quod ex a in se bis ⁊ a in b bis ⁊ b in se. sed quod fit ex a in se bis ⁊ b in se: per 14 equat ei quod fit ex a b in a bis. cui addc quod fit ex b in se. tunc qđq; quod fit ex a b in se cū eo quod fit ex a in se: equabit ei quod fit ex a b in a bis ⁊ b in se. quod est propositum.

C Si numerus in duo diuidatur qđ fit ex toto in se: equū est ei qđ fit ex ductu vnus partis in aliud quater: cum eo qđ fit ex differentia in se. 17

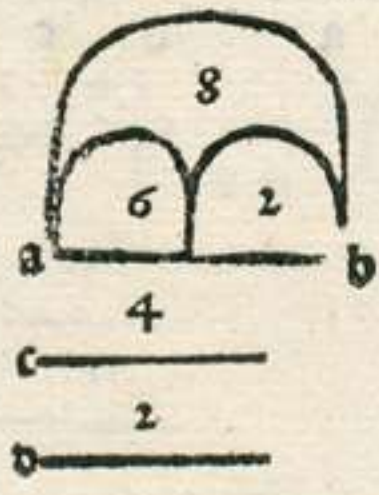
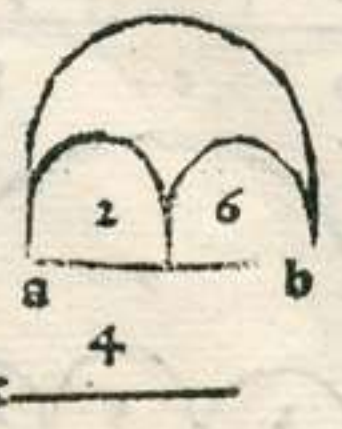
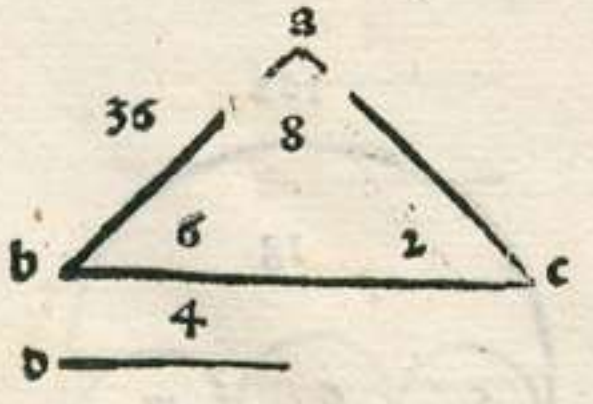
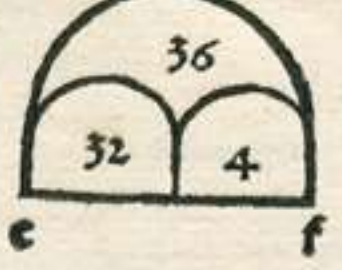
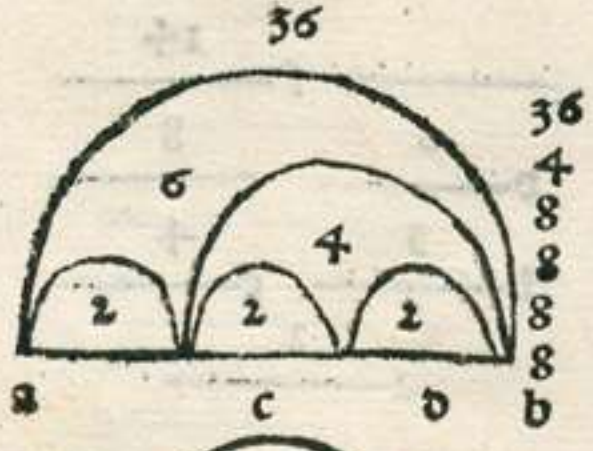
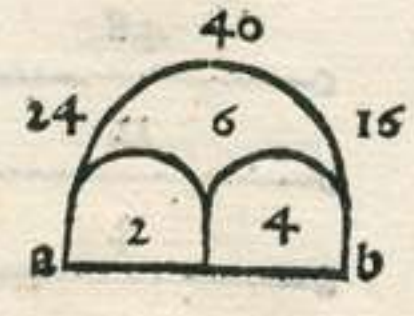
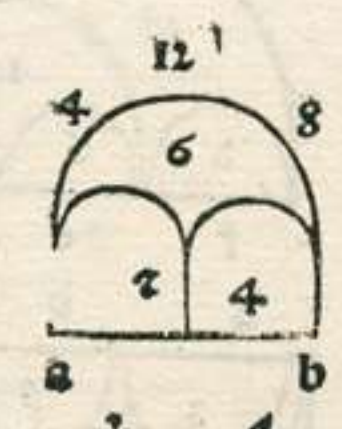
C Sit a b n̄erus in duo a ⁊ b diuisus sitq; b maior: diuidat q; itez b in duo scz in d equale a: ⁊ c d fam b ad a. dico quod fit ex a b in se: equū eē ei quod fit ex ductu quater a in b ⁊ c in se. Nam p̄ decimā quintā quod fit ex a b in se: equū est ei quod fit ex a bis in b ⁊ a in se ⁊ b in se. at p̄ precedentē quod fit ex b in se cū a in se equali d vni p̄tū b: equat ei quod fit ex b bis in a ⁊ c in se: q̄re alternatim p̄ octauam ⁊ ei quod fit ex a bis in b ⁊ c in se. igit̄ a b in se tantus est q̄tus a quater in b cū differentia c in se. quod intenditur.

C Qđ fit ex minore diuidentium in se cum eo qđ fit ex toto in eoz differentiam tñ est q̄tum quod p̄uenit ex maiore eozdem per se multiplicato. 18

C Sit a numerus diuisus in b maior ⁊ c minus: sitq; d differentia b ad c. dico quod fit ex c in se: cum eo quod fit ex a in d: tñ esse q̄tum quod fit ex b in se. Nam per decimam quod fit ex a in d: equat ei qđ fit ex b in d ⁊ c in d. Sit itaq; illd e. et quia b diuisum est in c ⁊ d differentiam: per 14 quod fit ex b in d altero diuidentium: equum est ei quod fit ex d in se ⁊ in c. et cum per octauam c in d etiam equat d in c: erit igit̄ a in d equum ipis d in se ⁊ bis d in c simul. quibus si addas c in se quod fit f: totum quod p̄uenit ex a in d ⁊ c in se scz e ⁊ f equabit d in se ⁊ c in se ⁊ et bis d in c. at b in se (cum ipm diuisum sit in d ⁊ c aut equale) per decimā quintā tñ etiā est q̄tū d in se c in se: ⁊ bis d in c. scz q̄tum fit ex ductu vtriusq; partium in se: ⁊ vnus in alteram bis. Est igit̄ quod fit ex a in d toto scz in differentiam: cum c minore parte in se: q̄tum quod fit ex b maiori parte in se multiplicata. quod intendit propositio.

C Si numerus per duo equalia duozq; unequalia secetur: qđ ex ductu vnus equaliū in se producit tñ est: q̄tum qđ fit ex ductu vnus unequalium in reliquū cum eo qđ fit ex differentia in differentiam. 19

C Priusq; veniamus ad demonstrationem: notatu dignum arbitror qđ quādo aliq; numerus vt a b in duo equalia pariter ⁊ in duo unequalia vt in a minus ⁊ b maior diuisit: illa duo unequalia ad vnū equalium quod totius medietas est: eandem atq; cōem habere differentiam. nam cum illorū duorum unequalium simul iunctoz illud equalē sit medietas: illa ab eo equidistare per secundāz partem secūde huius necesse est: quare ad ipm cōem habebunt differentiam. Sic fit etiā vt differentia vnus unequaliū ad reliquum: dupla sit ad differentiam cōem ipsius equalis ad ipsa. Nam cum ipsa unequalia vt a ⁊ b extrema sint et ipsum equalē medium: per octauam conceptionem differentia ipsoꝝ constituta est ex differentijs eozum ad ipm medium. Sed hec statim nota sunt. Nos ergo ad propositi demōstrationē cōuertamus. Sit a b n̄erus diuisus in a maiorem portionem ⁊ b minorem: sitq; c vna eius medietas: et d sit differentia cōmunitis c ad a et ad b. Nam vt ostēsum est c ad vtrunq; eandē communēq; habebit differentia. Dico qđ fit ex c in se tñ esse quantū qđ fit ex a in b cum eo qđ ex d in se. qz enī c diuisum ē in d et b. ideo per decimā quintā qđ fit ex c in se equū ē ei qđ fit ex d in se et b in se et b in d bis. et qz a maior portio est totū et eius partes b et differentia dupla ad d. ergo per decimā quartā a in b tantū est quantū qđ fit ex b in se et b bis in d. adde igit̄ ei qđ fit ex a in b numerū qui fit ex d in se: ⁊ tunc totū qđ fit ex a in b et d in se equabit ei quod fit ex d in se b in se et b in d bis: cui demōstratum est equari.



in se. constat igitur qd fit ex ductu vnus equaliu in se tantu esse qrum qd ex vno fequaliu in reliquu cum eo qd fit ex differentia in differentia.

20 ¶ Si numerus per duas quilibet diuisiones diuidatur: qd fit ex ductu maximi diuidentiu in minimu cum eo qd fit ex differentia ipsius maximi ad alteru mediozu in differentiam eiusdem ad minimu tantum est qrum qd fit ex ductu duorum mediozu vnus in alterum.

¶ At in precedenti id ante animaduertere licet qd cu quilibet numerus duabus hoc pacto diuisionib9 secatur vt a vna diuisione in b z c et scda in d e. quoru b sit maximus et c minimus z d medioz maior et e minor que differentia primi ad secundu eandem esse tertiu ad quartu ipsi sic ordinatis. Nam qz d e equales sunt circupostis b c: ab illis per secundam partem tertie equidistant. quare q differentia b ad d que fit f: eade erit e ad c. et etiam que differentia b ad e que fit g: eade erit d ad c. Nam per octauam concepti onem differentia extremoru b e constituitur ex differentiis b ad d et d ad e. z differentia d ad c extremoru per idem constituitur ex differentiis d ad e z e ad c. Sed differentia d ad e est vtriusqz comunis: et differentia e ad c probata est equalis differentie b ad d. erunt igitur differentie b ad e z d ad c ex equalibus quidem constitute adinuicem equales. Esto ergo a numerus eo qui positus est modo diuisus et differentie vt posite sunt assignate. dico ergo qd fit ex ductu b maximi diuidentiu in c minimu cu eo qd fit ex f in g: equale esse ei qd fit ex d in e vnus videlz mediozu in reliquu. qd eni fit ex ductu d in e per nonam adiuuante octaua tm est qrum qd fit ex d in c et in f. Nam e diuisum est in c et diam f. Sed qd fit ex d in c et f per octauam equu est ei qd fit ex c et f in d. et qd fit ex f in d equat per nonam ei qd fit ex f in c z g. at qd fit ex f in c tm est per octauam qrum qd ex c in f. q aut ex c in d z in f tm est per nonam qrum qd ex c in b. constat igitur qd fit ex d in e tm esse qrum qd ex c in b cu eo qd fit ex f in g z propositum.

21 ¶ Si quota pars totus totius tota pars detractus detracti: erit residuus residui tota pars quota totus totius.

¶ Sit a b numerus cui9 detractus sit b z residuus a. sitqz alius numer9 c d cuius detract9 sit d et residuus c z quota pars totus c d est totius a b: tota pars sit d detractus detracti b. dico ergo tota partem c residuu esse residui a: quota pars est totus c d totius a b. capio numeru e cui9 c tota pars sit quota d est b. et intelligo quattuor numeros c primu e secundu d tertiu b quartu. constat eni per quartam qz c tota pars est e quota d est b: compositu c d totam partem esse compositi e b quota pars c est e z tota pars positus est c d ad a b. est igit a b eque multiplex ad c d vt e b ad c d et per tertiam conceptionem adinuicem equales. quare e est equalis a. vt e ad c: ita quoqz c ad a. sed c ad e est vt detracti ad detractu z totius ad totum. est igitur c ad a residuus ad residuu vt totus ad totum et quota pars totus totius quod est propositum.

22 ¶ Si quote partes totus totius tote partes fuerit detractus detracti: erit residuus residui tote partes quote totus totius.

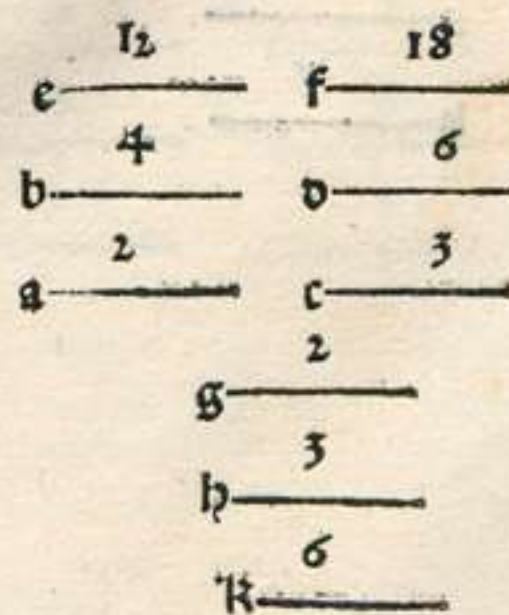
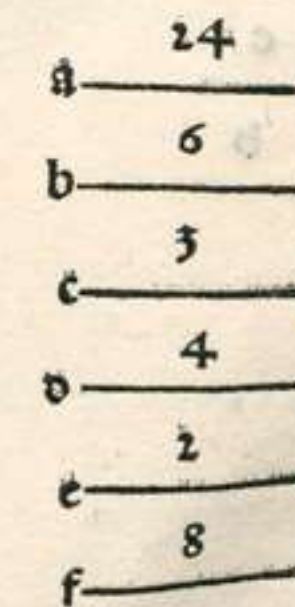
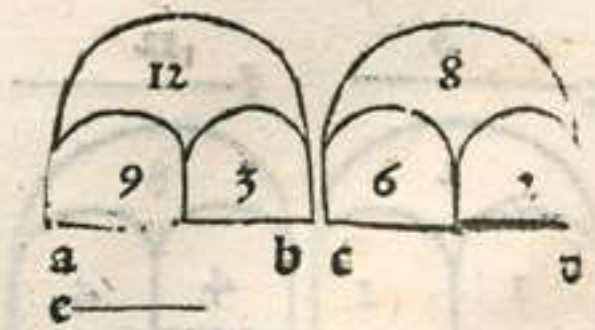
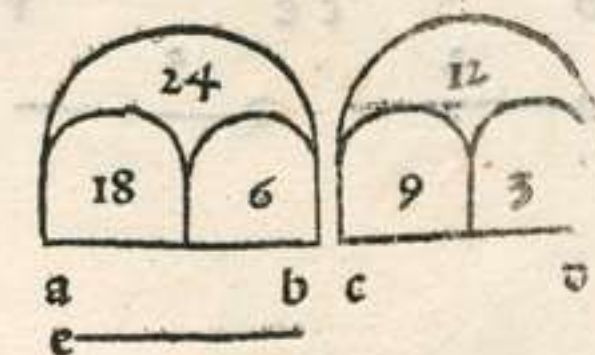
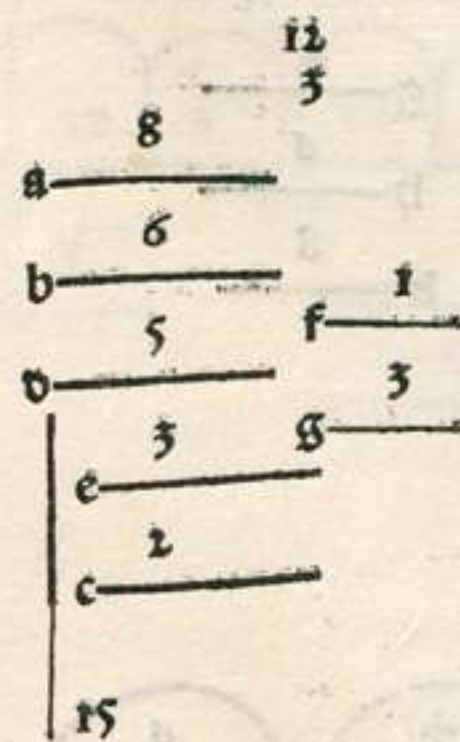
¶ Sit a b numerus cuius detractus sit b et residuus a. z c d alius numerus cuius detractus sit d et residuus c z quote partes totus c d est totius a b: tote sit detract9 d detracti b. dico ergo c totas ptes esse a quote c d est ipsius a b. done numeru e cuius c tote partes sint: quote d est b z argumetare penitus eodem modo per quintam quomodo in precedenti argumetatus es per quartam.

23 ¶ Omnis pars partis: est pars totius denominata a numero qui fit ex ductu duoru numeroz vnus in alteru partes illas denominantiu.

¶ Sit a totus numerus: b eius pars et c pars b z numer9 denominas b in a sit d et denominas c in b sit e. sitqz f numerus qui fit ex ductu d in e. dico ergo c denomiari in a ab f numero scz qui fit ex ductu duorum denominantiu vnus in alterum. Diuido enim f in partes equales c: z similiter a in partes equales b. et qz quoties b est in a: toties e est in f. est enim d denoiator vtriusqz comunis per hypothesin cum b secundu ipsum numeru e in a: et c secundu eundem numeru e in f. Ideo quot partes numero b habet a ad b: tot habet f ad e. at qz c numerat b secundu e cum ex hypothesi e sit denominas quoties c in b. numerabit igitur c primam partem a equalē ipsi b per primam partem f equalē ipsi e. z eade ratione secundam per secundam z tertiam per tertiam. et ita de ceteris si plures sunt. quare c per decimam numerabit a secundu f. per definitionem igitur denominabitur quoties c in a secundu f atqz f erit ipsum deno minans. est itaqz c pars partis denoiata pars totius a ab f numero quide qui fit ex ductu duoz numeroz illas partes denominantiu vnus in alterum quod intenditur.

24 ¶ Si fuerit primus secudi tota pars quota tertius quarti: iteqz secudus quinti quota pars quartus sexti: erit primus quinti tota pars quota tertius sexti.

¶ Sint sex numeri: a primus: b secundus: c tertius: d quartus: e quintus: f sextus. sitqz a tota pars b quota c est d z b tota pars e quota d fuerit f. dico igitur a tota partem esse e quota pars c est ipsius f. sit eni g denominas quoties a in b et h quoties b in e. cum a sit pars b z b pars e. duca f qz in h z x ueniat lz. qz igitur a est pars b partis scz ipi9 e per precedentem a denominatur pars e a numero lz qui fit ex ductu g in h numeroz illas partes denominantiu vnus in alterum. at numerus h denominas b in e est etiam numerus denominas d in f z g denominas a in b etiam denominat c in d. denoiabitur igitur per eandem precedentem c in f ab eodem numero lz qui fit ex ductu g in h denominantiu illas





partes quare quota pars est a primus e quinti tota pars est c tertius f sexti vtpote que ab eodem numero l2 denominatur: quod est propositum.

¶ Si primus in secundo quoties quartus in sexto : itemq; tertius in quarto quoties scds in quinto: necesse est toties esse primū in quinto quoties fuerit tertius in sexto. 25

¶ Sint vt prius sex numeri: a primus: b secundus: c tertius: d quartus: e quintus: f sextus. sitq; a tota pars b quota d est f et c tota pars d quota b est ipsius e. dico a totam partem esse e quota c est f. hec penitus vt precedens demonstratur.

¶ Si fuerit primus tota pars scdi quota tertius quarti : itemq; primus quinti quota tertius sexti erit primus tota pars secundi et quinti quota tertius quarti z sexti. 26

¶ Sint sex numeri: a primus: b secundus: c tertius: d quartus: e quintus: f sextus. sitq; primus in scdo vt tertius in quarto et primus in quinto vt ternus in sexto. dico a primū esse totā partem b e secundi et quiti quota c tertius est d f quarti z sexti. qz per hypothesim primus in secūdo vt tertius in quarto sit ergo g numerus denominās quoties a in b et c in d. z qz etiam per eandem hypothesim primus in quinto vt tertius in sexto. sit ergo h numerus denominās vtriusq; scz quoties a in e z c in f. sitq; propositum ex g h numerus l2. tunc sic: qd sit ex ductu a in g et h: tantū est q̄tum b z e. et per nonam quod sit ex a in g z h: tantū est q̄tum qd ex a in l2 compositū ex ipsis. Similiter quod sit ex c in g et h: tantū est q̄tum d z f. et q̄tum qd sit ex c in l2. igitur a primus tota pars est b e secundi et quinti quota c tertius d f quarti et sexti: vt qui numeretur in illis fm eundem numerū l2: quod vult propositio.

¶ Si fuerit primus secundi tota pars quota tertius quarti primis quidē minoribus erit primus tertij tota pars aut partes quota pars aut partes secundus quarti. 27

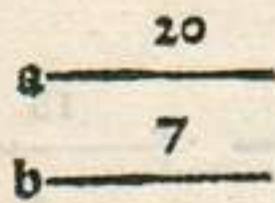
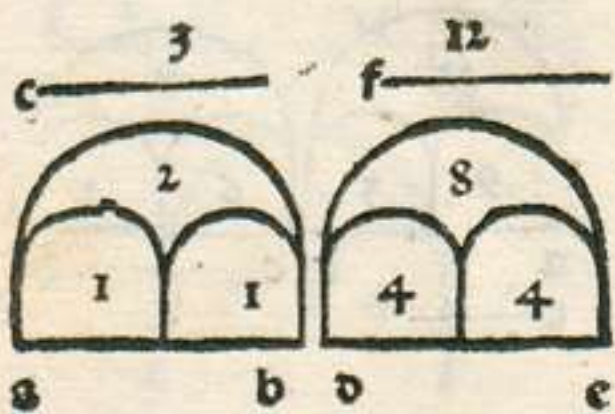
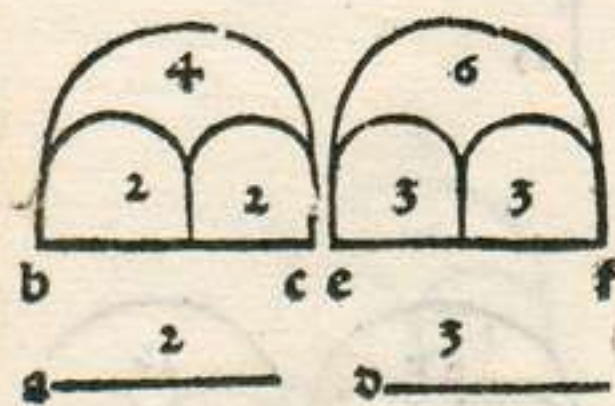
¶ Sit a primus numerus: b c secundus: et d tertius: e f quartus: a z b c simul existētibus minoribus et quota pars a est b c tota pars d sit e f. dico igitur quota pars aut partes b c fuerit e f totam partē aut partes numerū a esse d. Diuido enī b c in partes suas equales a que sint b et c. item diuido e f in partes suas equales d. et qz e f est eque mltiplex ad d vt b c ad a ex hypothesi: ideo tot partes numero erunt ipsius e f quot posite sunt b c. Sint igitur ille e z f. cum igitur b prima pars b c sit equalis a z e prima pars ipsius e f sit equalis d quota pars aut partes b erit e tota pars aut partes a est d. et ita de parte c respectu partis f et reliquis partibus vnus ad reliquas partes alterius si plures essent. Intellige igitur b esse primū numerū: e secundum: c tertium: f quartū. et si b est partes e argumentor per quintā: qz primus b probatus est tote partes e secūdi quote ptes est c tertius f quarti. ergo b c primus est tote partes quote b est e. igitur et quote b c secundus est e f quarti. et si b esset pars e omnino contra mlti modo per quartā vt nunc quoq; factum est per quātam elicerem argumentū. Manifestū itaq; est si primus in secundo vt tertius in quarto primis existētibus minoribus: primum totam partem aut partes esse tertij quota pars aut partes secundus ē quarti.

¶ Si primus tote partes secundi quote tertius quarti primo z secundo minoribus erit primus tota pars aut partes tertij quota ps aut partes secundus quarti. 28

¶ Sint quattuor numeri: a b primus: c secundus: d e tertius: et f quartus. quorum a b z c duo primi duobus reliquis sint minores: et sit a b tote partes c: quote d e est f. dico a b totam partē vel partes eē d e quota pars vel partes c est f. diuido enī a b in suas partes ad c que sint a z b et similiter d e i suas ad f que sint d e. cum igitur per hypothesim a b tot partes sit c quot partes d e est f: tot erunt ptes numero a b diuisi quot z d e. et a prima pars a b tota erit c sui totius quota d prima pars d e est sui totius f. quare per precedentē a prima pars a b ad d primaz partem d e tota pars aut partes quota aut quote c ad f. et similiter b secunda pars primi ad e secundam partem tertij tota pars aut partes quota vel quote c ad f. sicq; de reliquis partibus primi ad reliquas tertij si plures sint partes. At si a ad d sit pars facio a primum numerū: d secundum: b tertium: z e quartum. et argumentor per quartam: quia a tota pars est d quota b est e. ergo a b ad d c tota pars quota a ad d. sed a ad d mōstratus est tota ps quota c ad f. ergo a b primus ad d e tertium tota pars quota c ad f secundus ad quartum. Quod si a ad d sit partes penitus consimilti modo per quātam argumentabere quomodo nunc per quartam de parte constat esse argumentatū. Planum itaq; est solidum esse propositum. Et si contingeret duos primos numeros duobus vltimis esse maiores: conuerso modo concludēdum esset tertium primi totam partem aut partes quota quartus secūdi. quod facile monstrari potest ordine permutato constituyendo scz duos vltimos priores et primum z secundū posteriores.

¶ Omnis numerus minor aut maioris pars est: aut eo ab maiore quoties potest detracto relinquetur ipsius aut pars aut partes 29

¶ Sint a b duo numeri a maior et b minor. dico b esse partem a vel eo detracto quoties poterit ab a remanere ipsius b aut partem aut partes. si enim b minor numerat a maiorem per diffinitionē b est pars a. si secus autem b non metitur a. subtracto igitur b quoties poterit ab a remanebit minor b. Nam si nichil remaneret numeraret a secundū numerum denominantē quoties subtraheretur. quoties enim aliquis numerus ab aliquo subtrahi potest: toties in ipso numerabilis est per sextā petitionem qui si remanet minor b per primam propositionem est ipsius b aut pars aut partes: quod est propositum.



30 ¶ Si quote partes primus secundi tote tertius quarti primis itidē semp minoribus: quoties erit primus in secūdo toties tertius in quarto. et quota pars vel partes pmi superunt in secūdo: tota pars aut partes tertij superunt in quarto.

¶ Sit a primus numerus/ secūdo b / tertius d / et quartus e f. et pmi a et b c miores: sitq a pms tot et tote partes b c secūdi quot et quote ptes d tertius est e f quarti. Dico quoties a est in b c: toties d esse in e f. et quota pars vel partes a pmi supsunt in b c secūdo totam ptē vl ptes d tertij remanere in e f q̄rto. subtraho enī a pmi a sc̄do b c q̄ties possum: sitq totus subtractus b z residuus c: sitq d toties i g: q̄ties a i b. quo q̄dē ita posito qz a tote ptes ē b c q̄te d ē e f: ergo pvicefimāoctauā a tota ps vel ptes ē d: q̄ta ps vel ptes b c ē e f. Rursus itelligo a pmi numerū. b sc̄m. d tertij. g quartū: z p̄s̄r argumētoz p vicefimāseptimā. qz a tota ps est b q̄ta d est g p hypothesim: ergo p vicefimāseptimā q̄ta ps vel ptes b ē g: tota ps vel ptes a ē d. at a ostēsus est tota ps vel ptes d q̄ta ps vel ptes b c est e f: igit̄ quota ps vel ptes ē b c ad e f: tota ps vl ptes ē b ad g. at qz q̄t ptes a ē b c: tot ptes d ē e f. et quot ptes a ē b: tot ptes d ē g. nā b z g e q̄ multiplicēs: et a ē pauciores tote ptes b q̄ totius b c: igit̄ z d pauciores tote ptes ē g q̄ e f. subtrahat̄ igit̄ g ab e f: sitq̄ deductus e z residuus f: z p̄stabit primū. p̄pōnis p̄pōstrū. scz q̄ties a in b c: toties d eē in e f cū e sit e q̄lis g. ex hoc etiā manifestū est b totā ptē vel ptes esse e f. hā e z g equant̄: deducti scz ad deductū q̄ta pars vel ptes ē totus b c ad e f totū. si aut̄ nūerus b ip̄i e tota ps fuerit: g p vicefimāp̄mā erit c residuus/ residui f tota ps q̄ta tot⁹ totius. si aut̄ tote ptes: erit pvicefimāsc̄daz c residuo tote ptes residui f: q̄te b c totus e f totū. sz esto g vt b tota ps sit e q̄ta ps totus b c: ē totū e f. Itelligo c pmi. f sc̄m. b c tertij. et e f quartū: z argumētoz p vicefimāseptimā. q̄a quota ps c ē f: tota ps b c ē e f vt mōstratū est: ergo q̄ta ps vel ptes c ē ad b f: tota ps vel ptes f est ad e f. et si b eēt ptes e p̄s̄r argumētare p vicefimāoctauā z p̄clude itez p eā c totā ptem vel ptes eē totius b c: quota pars vel partes f est totius e f. et hoc est totum p̄positum.

31 ¶ Si toties dempto primo de secūdo quoties tertio de quarto tota pars vel partes pmi relinquantur in secūdo quota aut quote tertij in quarto: primū totas cē partes secūdi quotas tertium quarti necesse est.

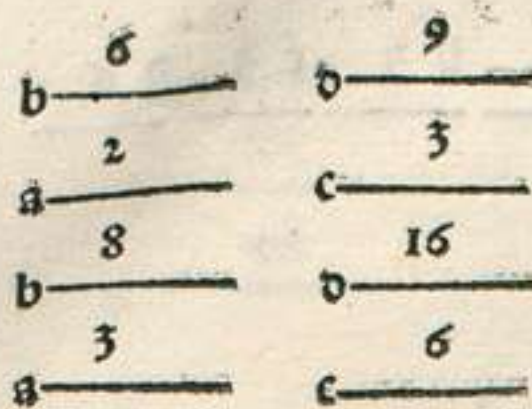
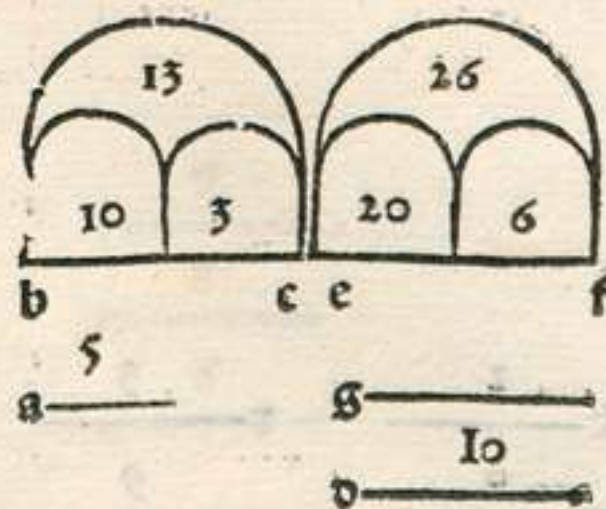
¶ Hec est p̄uersa p̄cedētis que vt p̄cedēs duobus primis nūeris minoribus intelligat̄. sit igitur a vt prius p̄mus numerus/ b c secūdo/ d tertius/ et e f quart⁹: et sint duo p̄mi miores z toties demat̄ primus a secūdo sitq̄ dēptus b: quoties tertij a quarto qui dēptus sit e et sit vt q̄ta pars vel ptes pmi relinquantur in sc̄do tota pars vel ptes tertij relinquantur in quarto: sitq̄ c relicta ps vel ptes in sc̄do et f in quarto. Dico ergo a primū totas eē partes b c secūdi quote d tertius est e f quarti. Latio g qui sit tote ptes e f quote ptes a est b c z p̄ precedentem quoties a est in b c: toties g erit in e f. et quota ps aut ptes a supsunt in b c: tota ps aut ptes g superūt i e f. At toties positus est d eē in e f: q̄ties a est in b c. et totā ptem vel ptes d supesse in e f: quota ps vel ptes a supsunt in b c: igitur g z d adiutem sunt equales. quote igitur partes a est b c: tote d est e f. quod est p̄positum.

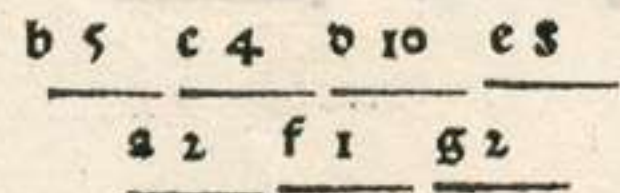
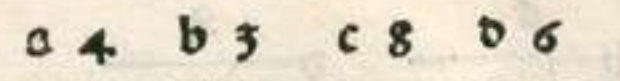
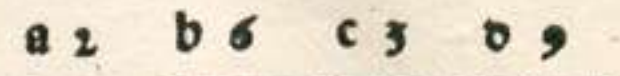
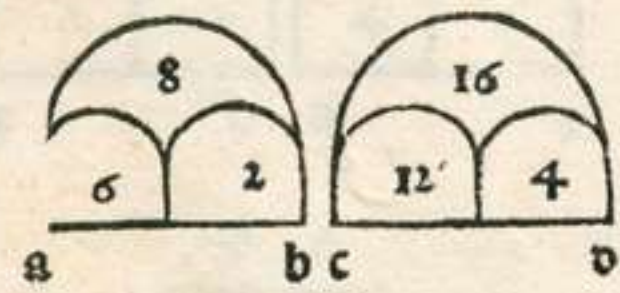
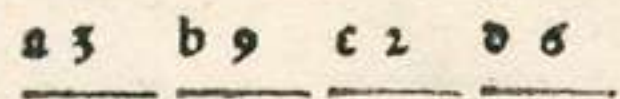
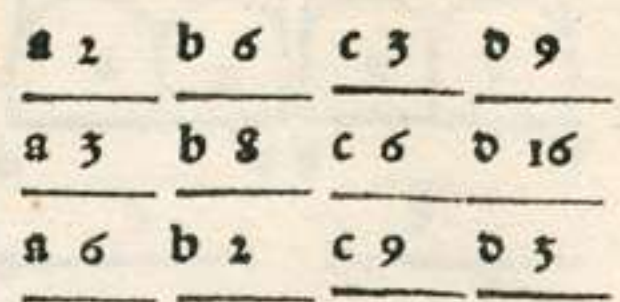
¶ Primi elementorum Arithmetices Jordani finis.

p ¶ Proportio est duarū quātitatū eiusdem generis vnus ad alteram certa in quātitate relatio. ¶ Numeri ad numerū dicitur p̄portio minoris q̄dē ad maiorem in eo q̄ pars est vel partes: maioris x̄o ad minorem fm q̄ cum cōtinet et eius partem aut partes. ¶ Proportionalitas est similitudo p̄portionū. ¶ Continua p̄portionalitas est q̄n p̄nectūtur nō dissociatis mediis. hec aut̄ ad minus iter tres coalescit terios: cū saltem vnū sumēdum sit mediū. ¶ Incontinua x̄o est in qua intercedit mediōrū interruptio. Et hec ad mīmum quattuor exigit terios p̄pter alterius mediū sumptionem. ¶ Quādo fuerit tres numeri p̄tinue p̄portionales: dicitur p̄mi ad tertium p̄portio p̄mi ad secūdum duplicata et ad quartum triplicata. ¶ Cum aut̄ cōtinuate fuerint vel cedem vel diuerse p̄portiones: dicitur p̄mi ad vltimum p̄portio ex oibus composita. ¶ Denotatio dicitur p̄portiois minoris quidē ad maiorem pars vel partes quota vel quote illi⁹ fuerint: maioris x̄o ad minorem numerus fm quem cū cōtinet et pars vel partes minoris que in maiore superfluunt. Similes siue vna aliū eadem: dicitur p̄portiones que eandem recipiunt denotationem. maior x̄o que maiorem: et minor que minorem.

1 ¶ Si fuerit p̄portio p̄mi ad sc̄m que tertij ad quartum: erit ecōuerso que secūdi ad p̄mum eadem quarti ad tertium.

¶ Hec demōstrat p̄uersam p̄portionalitatem: que ab euclīde quito geometrie ponit̄ p̄ia spēs p̄portionalitatum. et est quoties cōcludimus p̄ns ad añs ad añs: q̄ añs ad p̄ns sese habuerit vt añs ad p̄ns. añs ad añs enī est p̄mū p̄portiois extremum: p̄ns x̄o sc̄m. Sint itaq̄ quattuor numeri: a primus/ b secundus/ c tertius/ d quartus: sitq̄ vt que p̄portio a ad b: eadem sit c ad d. dico ecōuerso que p̄portio b ad a: eadē esse d ad c. Nam cū ea sit p̄portio c ad d que a ad b p̄ diffinitionē eandem habebūt denotationem. si itaq̄ a sit minor b ex diffinitionibus tota pars vel partes erit a ad





b: quota pars vel partes c ad d. Si aut sit a ad b tota pars quota c ad d: vt in prima figuratiōe mōstra-
tur: erit d eque multiplex ad c vt b ad a. quare que pportio b multiplicis ad a: eadem erit d eque mul-
tiplicis ad c. at si a tote partes sit b quote c est d: per tricesimā igitur primi b toties cōtinebit ipm a et
totā eius partē vel partes: quoties d cōtinet c et quotā eius partem vel partes. q̄re filis erit denotatio
b ad a que d ad c: et que pportio b ad a eadem erit d ad c. q̄ si a numerus eēt maior b: p̄simili argumēto
pateat ppositum ponēdo b primum numerum / a scdm / d tertium / c quartum.

**¶ Si fuerit primus ad scdm sicut tertius ad quartum: fueritq; primus maior secūdo
erit tertius maior quarto.**

**¶ Sint vt prius quattuor numeri: a primus / b secūdo / c tertius / d quartus: sitq; a maior b. dico etiā
c esse maiorem d. Nam per precedentem qz que pportio a ad b ea est c ad d: ideo r̄tra que pportio b
ad a eadem erit d ad c. at b ponit minor a: igit erit per primam primi b pars aut partes a. quare et d
tota ps vel ptes c. atq; d mior c qd̄ intrēdit. Potes r̄ directe pbare qz a ē maior b aliqties cōtinet b vel
aliquoties et ptē aut partes. et cū c eandem pportione hēat ad d: ergo toties c cōtinebit d aut toties
et partem aut partes. q̄re c maior est d. qd̄ est ppositum. Et cōsilt pbare possis q̄ facillime si p̄mus
minor scdo fuerit: tertiu quarto eē minorem. Nam si primus sit mior scdo per primam primi erit pars
vel partes scdi. et cū tertius ad quartum eādem habeat pportioem: tota ps aut partes erit tertius
quarti: quare minor quarto. et si primus eēt equalis scdo p̄silt pbabis tertium esse equalem quarto.**

**¶ Si fuerit primus ad scdm sicut tertius ad quartum: erit pmutatum sicut primus ad
tertium: ita secūdo ad quartum.**

**¶ Hec demonstrat pmutatam pportionalitatem: que est quoties cōcludimus vt añs ad añs: ita p̄s
ad p̄s: qz vt añcedens ad p̄s: ita añs ad p̄s sese habuerat. Sint ergo quattuor numeri: a primus / b
secūdo / c tertius / d quartus: sitq; similis pportio a ad b et c ad d. dico silem esse pportionem a ad c
et b ad d. Nam primo si a sit minor r̄ pars b: qz similis est pportio a ad b et c ad d: hinc euent vt q̄ta
pars a sit b tota pars c sit d. ergo per vicesimā septimā primi: quota pars vel partes b est ad d: tota ps
vel partes erit a ad c. erit itaq; eadem pportio a primi ad c tertium: et b secūdi ad d quartum. Si dō
si a sit ptes b vt in scda figuratiōe: idem r̄ similiter argumētare per vicesimā octauā primi. Tertio
si a sit maior b: facto b primo / a secūdo / d tertio / c quarto: auxilio prime huius idē efficies q̄ facillime.**

**¶ Si fuerit primus ad scdm sicut tertius ad quartum fueritq; primus maior tertio:
erit quoq; secūdo maior quarto.**

**¶ Sit a primus numerus: b secūdo / c tertius / d quartus: r̄ similis pportio a ad b et c ad d: sitq; a
maior c. dico b eē maiorem d. Nam qz vt a ad b: ita c ad d. pmutatum igitur per precedentem vt a ad
c: ita b ad d. sed a maior est c: ergo et b maior d per secūdam. quod est ppositum.**

**¶ Si sicut totus ad totum fuerit detractus ad detractum: erit residuus ad residuum
sicut totus ad totum.**

**¶ Sit a b totus numerus: a detractus / et b residuus: et c d alter totus c ab eo detractus r̄ d residuus
sitq; similis pportio a b ad c d: et a ad c: dico b ad d pportionem esse que est a b ad c d. Nam si a b
fuerit minor c d: erit per vicesimā primam r̄ vicesimā secundam primi sub distictione q̄ta pars aut
partes fuerit a b ad c d: vt tota pars vel partes sit b ad d residui ad residuum. quare q̄ pportio totius
ad totum: ea erit r̄ residui ad residuum. at si a b sit maior c d: ecōuerso quota pars vel partes c d ad a
b: tota pars vel partes erit d ad b. quare itez per primam huius cōcluditur ppositum.**

**¶ Si fuerit primus ad scdm sicut tertius ad quartū: erit primus r̄ secūdo ad scdm
sicut tertius et quartus ad quartum.**

**¶ In hac demonstratur cōsicta pportionalitas: que est quoties cōcludimus cōsictum antecedētis
et psequētis ad psequēs vt p̄sictum añtis r̄ p̄ntis ad p̄sequens: qz añcedens ad cōsequens se habeat
vt antecedēs ad consequens. Sit vt a primus numerus se habet ad b secūdo: ita c tertius se hēat ad
d quartum. Dico ergo vt a b ad b: ita et c d ad d. Nam quia est similis pportio a ad b et c ad d: si a ergo
sit minor b: erit vt quota pars vel partes a est b: tota pars vel partes c sit d. ergo semel b est in a b: et
semel d in c d. et in a b superat a tota pars vel partes b: quota pars vel partes c est ipsius d exuperans
in c d. quare que pportio b ad a b: eadem erit d ad c d. per primā ergo huius que pportio a b ad b:
eadem erit c d ad d. qd̄ est ppositum quo ad hoc. Et x̄o si a ponatur maior b vt in secūda figuratiōe
per primam quota pars vel partes b erit ad a: tota pars vt partes d est ad c. ergo b semel se supaddēs
in a b: tota pars vel partes erit a b: quota pars vel partes d erit c d se itidem semel supaddēs in c d.
quare eadem pportio b ad a b et d ad c d. per primam ergo huius que pportio a b ad b: eadem erit
c d ad d. quod itez est ppositum.**

**¶ Si vnus numerus duos multiplicet: erit pductoz r̄ multiplicatoz eadē pportio.
vnde manifestū est multipliciū d̄nas submultipliciū differentis eē eque multiplices.**

**¶ Multiplicet a numerum b r̄ proueniat d: et idem a multiplicet c r̄ proueniat e. dico que pportio
b ad c / multiplicati scz ad multiplicatum eadē esse d ad e. pducti scz ad pductum. Nam cū b sit in d
fm a: et c in e etiam fm a: quoties b est in d toties c est in e. ergo q̄ pportio b ad d ea erit c ad e. p̄mu-
tatim igitur per tertiam q̄ pportio b ad c ea erit d ad e. qd̄ est ppositum quo ad hoc: r̄ correlariū**

hoc Intēdit. si g sit differētia d ad e: et f differētia b ad c. qz d et e sunt sumpti eque mltiplices ad b et c: proportionem g ad f esse eque multiplicem vt d ad b. et sint b d duobus reliquis maiores. quia p presentem ea est proportio d ad e: que b ad c. ergo permutatim per tertiam q proportio d ad b totius ad totum: ea est e ad c detracti ad detractum. ergo per quintam g ad f residuus ad residuum vt d ad b totius ad totum. qd est propositum.

8 **C** Si duo nūeri eūdem multiplicent: erit multiplicantiū ac pductor eadem pportio.

C Et si in figuratōe precedētis b multiplicet a: et pueniat d. et c itidem multiplicet a: et pueniat e. Dico q proportio b ad c multiplicatō ad multiplicantem: eādē esse c ad e producti ad productum. Nam per octauam primi idem puenit multiplicando a p b et b per a scz d. et siltēter idem puenit multiplicando a per c et c per a scz e. sed per precedētē b et c multiplicatō per a: eādē est pportio b ad c et d ad e. ergo et multiplicatōibus b et c a: eādē erit proportio b ad c et d ad e. qd est propositum.

9 **C** Si duo nūeri ad tertiu pparent: maioris ad ipm maior erit pportio et minor minor: ipius xō ad maiorem pportio minor/ad minozē maior. vñ manifestū est si duo nūeri ad eūdem cōparati: eādē seruent pportiois habitudinē: illis vnū/ eūdeqz cē nūerū.

C Comparētur a b ad tertium c sitqz a maior b: dico ipsius a ad c maiorem eē pportionem qz b ad c: dico etiā c ad a minorem esse proportionem qz c ad b. Primum patet et sit primo c tertius vtroqz a et b maior. qm c est maior a et maior b: erit a pars vel partes c p primam partem: et per eādē b eiusdē erit pars vel partes. et cū a positus sit maior b ipse erit plures ptes c qz b. quare maior proportio a ad c qz b ad c. Sit scdo c tertius vtroqz a et b minor: si a plures pteat c qz b ipm c pteat: cōstat ppositū. Et si a et b equaliter pteat c: qz a maior b plures partes ipius vltra pteat a qz pteat ipse b. qre idem cōcluditur a scz ad c maiorem eē proportionem qz b ad c. Sit tertio c tertius minor a et maior b: quia denotatio proportiois a ad c sit a toto multiplice aut a toto et parte aut partibus: et denotatio proportiois b ad c est a parte aut partibus: pstat et hoc mō maiorem eē proportionem a ad c qz b ad c. et cū non possit c tertius esse maior a et minor b. qz quicūqz est maior maiore maior est et minore: pstat prima ps quo ad oēs eius modos firma. Scda pz: et sit pzo c tertius maior a et b cū c sit maior a et b et a sit maior b. si c pteat plies b minozē qz a maiore: pstat proportio c ad b esse maiore qz c ad a. et si c cōtinet b et a equalit: cōtinebit insuper plures partes b minoris qz a. quare itez idem cōcluditur. Sit scdo c vtroqz minor. erit itaqz sumptis vnitatibus totidem partes maioris quot minoris. sed maioris per conceptionem erit tortdez partes minores: cum partes ille a maiore numero sint denotate. quare ipsius ad maiorem itez minor proportio. Sit tertio c tertius minor a et maior b: cū sit solum pars vel partes a et excedat ipm b: maior erit ipius ad b pportio qz ad a. et cū nō possit vt dictum est eē maior a et minor b: cōstat secūda pars quo ad oēs eius partes monstrata. Correlariū ex prima parte facile cognitum esse potest.

10 **C** Si idem numerus ad duos cōparet ad quē ipius maior pportio fuerit: minorem/ et ad quem minor: maiorem esse necesse est.

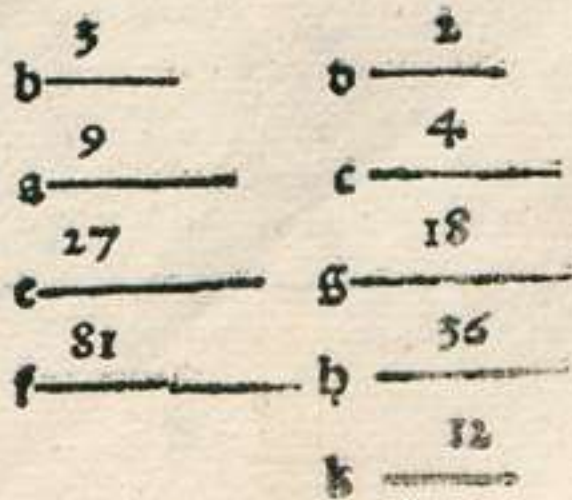
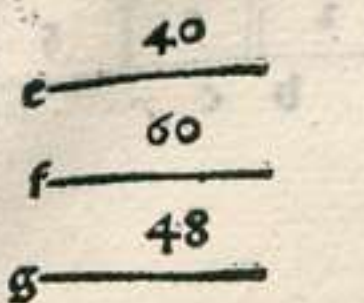
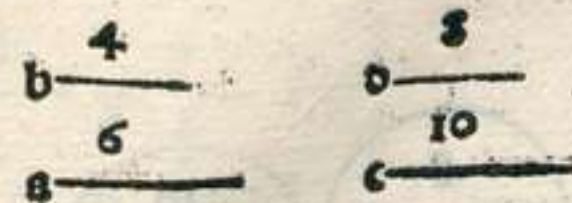
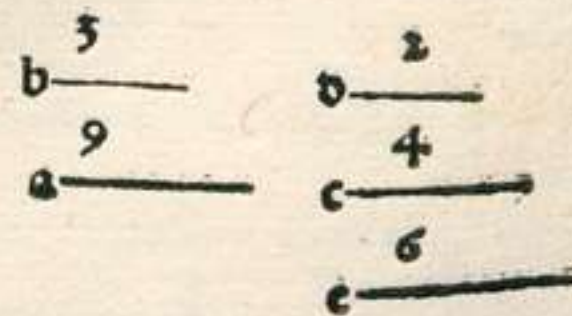
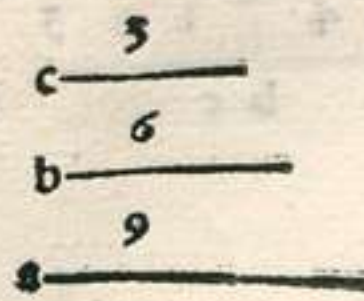
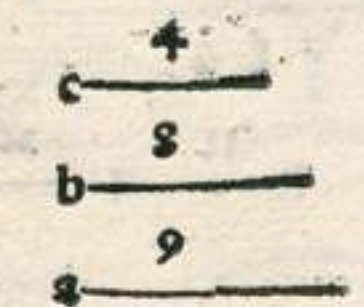
C Hec est puerfa precedētis. Sint ergo a b duo nūeri ad quos cōparetur c tertius. et sit c ad a minor proportio: et c ad b proportio maior. dico a eē maiorem: et b minorem. Nam pmo non erunt equales: quia c ad vtrūqz eēt eadem proportio. neqz a erit minor b. nam per primam partem precedētis: minor eēt a ad c proportio qz b ad c. et per scdam partem eiusdem maior c ad a proportio: et minor c ad b. qd est ptra hypothēsim. relinqtur igitur propositum verum.

11 **C** Si fuerit pportio primi ad scdm maior qz tertii ad quartum: erit secūdi ad primū pportio minor qz quarti ad tertium.

C Hanc in multiplicibus demonstrare p facile est: vt si sit a ad b in genere multiplici maior proportio qz c ad d: dicam b ad a minorem esse proportionem qz d ad c. capiam eni e eque multiplicem ad d: vt a ad b. qz ergo a ad b et e ad d eque multiplices: erit a ad b et e ad d eadem proportio. at proportio a ad b posita est maior qz c ad d: ergo et proportio e ad d maior est qz c ad d. per scdam partem igitur nonē maior est proportio d ad c qz d ad e. at qz eadem est proportio a ad b et e ad d. per primā igitur huius eadem erit proportio b ad a et d ad e. sed d ad c pbata est maior proportio d ad e: maior igitur erit et sua equali b ad a. qd est propositum. at qz demonstratio hec non eque aptanda est alijs gnibus: idcirco alia vniūsalior adhibenda est. Sit ergo a ad b maior proportio qz c ad d: dico b ad a minorem eē pportionem qz d ad c. duco eni c in b et proueniat e: et idē c in a et pueniat f. per septimā huius q pportio a ad b: eadem erit f ad e. Rursus duco d in a et pueniat g. qz c et d multiplicauerūt a p octauam eadem erit proportio f ad g producti ad productum: qz c ad d multiplicatō ad multiplicantem. Est igitur f ad e proportio vt a ad b: et f ad g vt c ad d. sed proportio a ad b posita est maior proportioe c ad d: igitur proportio f ad e maior est proportioe eiusdē f ad g. per precedētē igitur e minor est et g maior. igitur per primam partem nonē huius pportio e ad f minor est qz g ad f. sed proportio e ad f est eādē pportio onī b ad a: et pportio g ad f eadem proportio d ad c vt facile per primam huius cognoscere potes: igit pportio b ad a scdi ad primū minor est qz pportio d ad c quarti ad tertiu. qd erat demonstrādū.

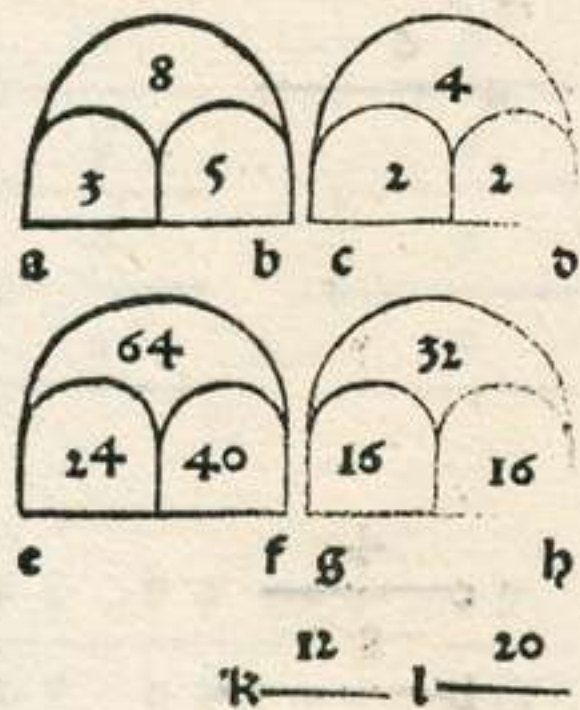
12 **C** Si fuerit primi ad scdm proportio maior qz tertii ad quartum: erit primi ad tertiu maior qz secūdi ad quartum.

C Sint vt prius qttuor numeri: a primus. b scds. c tertius. d quartus: et sit a ad b pportio maior qz c ad d. dico maiorem esse pportioem a ad c primi ad tertiu: qz b ad d secūdi ad quartū. duco eni a in b



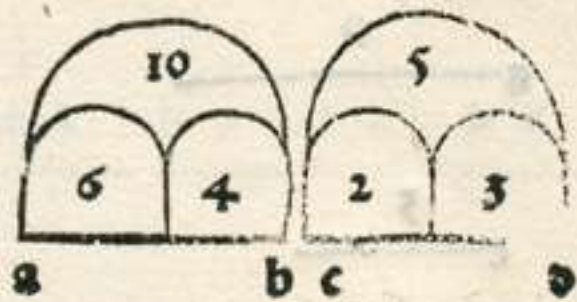
et proueniat e. et a in se et proueniat f. et in d et proueniat g. et in c et proueniat h. per septimam huius que proportio a ad b: ea est f ad e. et que c ad d: ea h ad g. deinde duco b in c et proueniat k: eritque p octaua huius h ad k sicut f ad e. at proportio f ad e quae equatur proportioni a ad b: est maior proportione c ad d. ergo et proportio h ad k eadem proportioni f ad e: maior est proportione h ad g. cum h ad g equetur c ad d. ergo per decimam k minor est g. et quae f ad e ut h ad k: g per tertiam ut f ad h: ita e ad k. et quae g pbarus est minor k: ergo per secundam partem nonne minor erit proportio e ad g quam e ad k. sed e ad k per octauam huius adequatur proportioni a ad c primi ad tertium: et e ad g proportioni b ad d secundi ad quartum. Est igitur proportio primi ad tertium maior quam secundi ad quartum quod proponitur.

¶ Si fuerit proportio totius ad totum maior quam detracti ad detractum: erit residui ad residuum proportio maior quam totius ad totum.



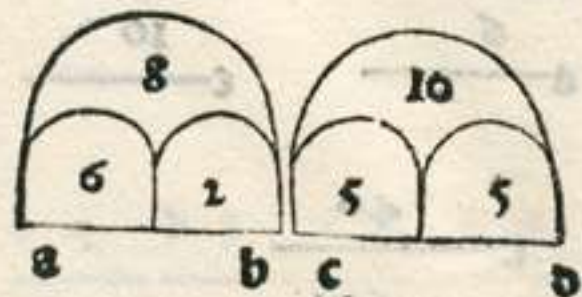
¶ Sit a b totum et ab eo detractus a et residuus b. sit item c d aliud totum et ab eo detractus c et residuus d. sitque totius a b ad totum c d proportio maior quam a ad c: dico b ad d residui ad residuum maiorem esse proportionem quam a b ad c d totius ad totum. duco enim a b in a et in b et proueniat e f cuius detractus sit e et residuus f. et duco idem a b in c et in d et proueniat g h: cuius g sit detractus et residuus h. Item duca a in c d et proueniat k: subtrahaturque k ab toto g h et relinquatur l. cum enim per nonam primi quod sit ex ductu alicuius numeri in omnes partes alicuius totius: equum sit ei qui sit ex ductu illius numeri in eadem totum: totus e f equabitur ei qui sit ex ductu a b in seipsum a b. et cum idem a b ductus in a prouerit e detractus e f. per septimam huius que proportio a b ad a: eadem erit e f ad e. et eadem ratione que a b ad b: eadem e f ad f. et que a b ad c d: eadem e f ad g h. et ut c d ad c: ita g h ad g. et g h ad h: ut c d ad d. et cum duo numeri scilicet totus a b et a detractus: ducti sint in eadem c d: et prouerit numerus a b numerum g h et a numerum l: per octauam que proportio a b ad a: eadem est g h ad l. sed et cum e prouerit ex a in a b: et l ex a in c d. per septimam que proportio a b ad c d: eadem erit e ad l. quare ut e f ad g h: ita e ad l. detractus ad detractum. per quintam igitur ut e f ad g h: ita f ad l residuus ad residuum. et cum e ad g sit proportio que a ad c: erit proportio e ad g minor quam e ad l. quare per decimam l minor est g. igitur et l qui stabit ex h et differentia l ad g: maior erit h. igitur per eadem decimam proportio f ad h minor est numerum maior est quam ad l. at proportio f ad l. probata est eadem proportioni e f ad g h: quare et proportio a b ad c d totius ad totum. Est igitur proportio f ad h: que est eadem proportio b ad d residui ad residuum: maior proportione a b ad c d totius ad totum. quod est propositum.

¶ Si vero detracti ad detractum fuerit proportio maior quam totius ad totum: erit residui ad residuum proportio minor quam totius ad totum. Ex his quoque perspicuum euadit si fuerit proportio residui ad residuum sicut detracti ad detractum: proportionem detracti ad detractum esse tanquam totius ad totum.



¶ Sit a b aliquis totus numerus et ab eo detractus a et residuus b: et c d alter totus et ab eo detractus c et residuus d. sitque a ad c maior proportio quam a b ad c d. dico b ad d minorem esse proportionem quam a b ad c d. quia enim a ad c est proportio maior quam a b ad c d: per undecimam huius e contra minor erit proportio c ad a quam c d ad a b. cum itaque maior erit proportio c d ad a b totius ad totum quam c ad a detracti ad detractum. per precedentem igitur maior est proportio d ad b residui ad residuum quam c d ad a b totius ad totum. Intelligo igitur d primum numerum. b secundum. c d tertium. et a b quartum. quia d ad b maior est proportio quam c d ad a b: per undecimam e contra minor est proportio b ad d quam a b ad c d. est itaque notum totius ad totum maiorem esse proportionem quam residui ad residuum et propositum. Correlarium patet: nam si totius ad totum maior esset proportio quam detracti ad detractum: ergo per precedentem residui ad residuum maior erit proportio quam totius ad totum. que multo fortius residui ad residuum maior esset proportio quam detracti ad detractum. quod est contra hypotheseum. Si autem totius ad totum minor sit proportio quam detracti ad detractum: ergo per presentem residui ad residuum minor erit proportio quam totius ad totum. quare et multo fortius residui ad residuum minor erit proportio quam detracti ad detractum. quod est iteque contra hypotheseum. Cum itaque proportio totius ad totum neque maior neque minor esse possit quam detracti ad detractum: relinquatur eidem equalis.

¶ Si primi ad secundum fuerit proportio maior quam tertij ad quartum: erit primi et secundi ad secundum maior proportio quam tertij et quarti ad quartum: ad primum vero minor quam tertij et quarti ad tertium.

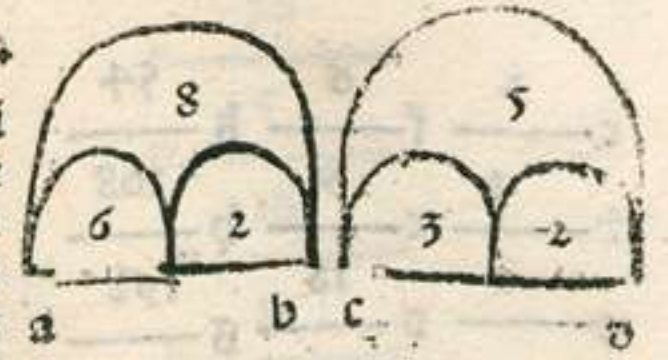


¶ Si a ad b maior proportio fuerit quam c ad d: dico primo a b ad b maiorem esse proportionem quam c d ad d. secundo a b ad a minorem esse quam c d ad c. Primum patet: nam si a b ad b et c d ad d ponantur equales: ut que proportio a b ad b: ea sit c d ad d. ergo permutatim per tertiam huius erit proportio a b ad c d: que b ad d. que per quintam que proportio a b ad c d: ea erit et a ad c residui ad residuum. quare et que b ad d. et cum similes sint a ad c et b ad d: ergo permutatim per tertiam que proportio a ad b ea est c ad d. quod est contra hypotheseum. Si autem ponatur a b ad b minor et c d ad d proportio maior: cum c d ad d sit proportio maior quam a b ad b ergo per duodecimam huius c d ad a b maior quam d ad b detracti ad detractum. ergo per decimam tertiam c ad a maior residui ad residuum quam c d ad a b. quare multo potius quam d ad b. cum itaque c ad a sit maior quam d ad b: ergo per undecimam minor est a ad c quam b ad d. Intelligo ergo quattuor numeros: b primum. d secundum. a tertium. c quartum: quia maior est proportio b ad d quam a ad c: ergo per duodecimam maior est b ad a quam d ad c: proportio: ergo per undecimam minor a ad b quam c ad d. quod est contra hypotheseum. Relinquit igitur proportio a b ad b: cum neque equalis neque minor ut probatum est esse possit: maior esse proportio c d ad d. quod est primum.

Secdm pater: nam p immediate mōstratum a b ad b: maior est pportio q̄ c d ad d. ergo p duodecimam pportio a b ad c d: maior q̄ b ad d detracti ad detractū. ergo p decimātertiam a ad c residui ad residuū maior pportio q̄ a b ad c d. quare itez per duodecimā a ad a b maior q̄ c ad c d. per vndecimā igit a b ad a: minor q̄ c d ad c. quod est scdm 7 totum ppositum.

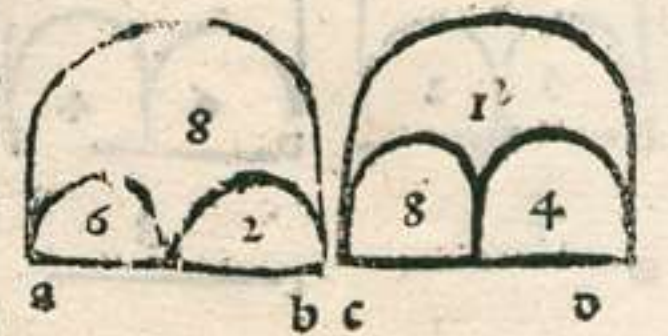
16 ¶ Si inaequales nūeri equalibus addatur: erit ppositoz minor pportio q̄ adiūctoz.

¶ Sint a c numeri inaequales: b x o r d equales r cōpositi a b r c d: sitq; a maior c. dico a ad c adiūcti ad adiūctum maiorem esse pportioem q̄ a b ad c d compositi ad compositum. nam cū b r d idem sint numerus: r a sit maior c: per nonam igitur maior est pportio a ad b q̄ c ad d. ergo per duodecimam maior pportio a ad c detracti ad detractū q̄ b ad d residui ad residuū. ergo maior pportio a ad c detracti ad detractum: q̄ a b ad c d totius ad totum. nam si a ad c: r a b ad c d eadem esset pportio: per quantam eadem eet a ad c: r b ad d. cuius oppositū demōstratum est. Si autez maior eet a b ad c d pportio q̄ a ad c: ergo per decimātertiam esset pportio b ad d residui ad residuū: maior q̄ a ad c detracti ad detractū. cuius etiā oppositum modo monstratum est. relinqtur igitur a ad c pportio maior adiuncti scz ad adiūctum: q̄ a b ad c d compositi ad compositum r ppositum.



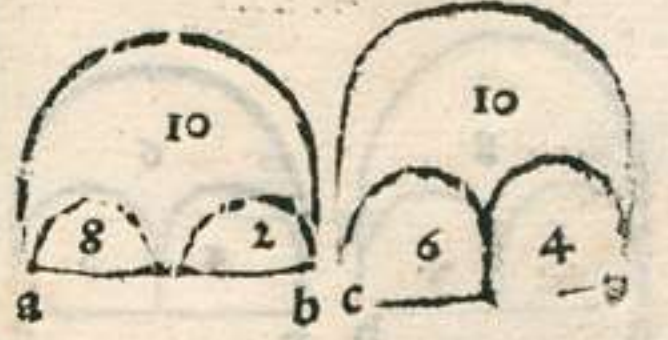
17 ¶ Si fuerit pportio primi ad scdm maior q̄ tertij ad quartū: fueritq; primus minor tertio: erit secundus minor quarto.

¶ Sint quattuor numeri: a primus / b secundus / c tertius / d quartus: sitq; a ad b pportio maior q̄ c ad d: et sit a minor c. dico b esse minorem d. nam cū c sit maior a: ergo per nonā maior est pportio c ad b: q̄ a ad b. quare multo fortius c ad b maior est pportio q̄ c ad d. per decimam igitur d maior est b. quod est ppositum.



18 ¶ Cum fuerit pportio primi ad scdm maior q̄ tertij ad quartum: et compositum ex primo et secundo equale composito ex tertio et quarto: primum tertio maiorem esse necesse est.

¶ Sit a ad b maior pportio q̄ c ad d: et nūerus cōpositus a b equalis cōposito c d: dico a eē maiore c. nam primo non erit equalis: q; si a eēt equalis c: etiam b eēt equalis d per conceptionem. alioquin si equalibus inaequalia adderetur: tota fierent inaequalia. quare equalis eet pportio a ad b: r c ad d. qd est ptra hypothesim. neq; erit c maior a: et a minor. nam per precedentem b icōs esset minor d quarto per conceptionem igitur a et b duo minores simul sumpti minus sunt q̄ c d duo maiores simul. quod itez est ptra hypothesim. relinqtur igitur a eē maiorem c r ppositum.



19 ¶ Si primus fuerit maior tertio: r compositus ex primo r secundo equalis cōposito ex tertio r quarto: maior erit pportio primi ad scdm q̄ tertij ad quartum.

¶ Hec est pversa precedentis. Sit vt prius a primus nūerus maior c tertio: et cōpositus a b equalis cōposito c d. dico maiorem eē a ad b pportione q̄ c ad d. Nam q; a e maior c: r a b r c d equales: erit b minor d. non enī esse potest b equalis d. nam ipis a r c inaequalibus additis: tota non fierent equalia. neq; est b maior d nam per cōceptionem qd fieret ex a r b duobus maioribus plus esset. quod est ptra hypothesim. et cū sit maior c: ergo p nonam pportio a maioris ad d: maior est q̄ pportio c ad d. scz r cū b demōstratus sit minor d: per decimam igitur a ad b maior pportio q̄ a ad d. quare multo fortius q̄ c ad d. quod est ppositum.

20 ¶ Si quolibet numeroz ad totidem alios fuerit vna pportio: que vnius ad vnum ea oim ad omnes pariter acceptos erit pportio.

¶ Sint a/b c q̄libet nūeri: et d/e/f totidem alij. et sit a ad d: et b ad e: r c ad f pportio vna. dico que pportio a ad d: eadez eē totius a b c ad totū d e f. nam facile ex scda huius cognoicis tres añcedetes eē eque aut maiores aut minores aut equales ad suos psequētes. Si aut sint eā miores: quora pars vel pres erit a ad d tota ps vel pres erit b ad e: r c ad f. ergo p quartā r quintā primi sub distunctione quoties oportuerit repetitas erit totus a b c tota ps vel pres totius d e f: quora pars vel pres a ad d. quare eadez erit pportio a ad d: et totius a b c ad d e f. At si sint tres añcedetes eque maiores quia q̄ pportio a ad d: ea est b ad e r c ad f. ergo p primā huius q̄ pportio d ad a: ea est e ad b r f ad c. qre q̄ta ps vel pres d ad a: tota vel tote est e ad b r f ad c. per quartā igit r quintā primi sub distunctione q̄tes opus fuerit repetitas quora ps vel pres est d ad a: tota ps vel pres est d e f ad a b c. qre q̄ pportio d ad a: eadez erit totius d e f ad totū a b c. ergo p primā huius q̄ pportio a ad d: eadez totius a b c ad totum d e f. qd itez est ppositum. Si xō singuli singulis sint equales: statim adiunāte pceptione si equales numeros equalibus addas totos fieri equales: idem efficies. est itaq; totum ppositum notum.



21 ¶ Si fuerint quotlibet numeri / aliq; fm eundem numerum p̄tinue in eadem pportione sumpti: extremoz eandem esse pportioem necesse est.

¶ Hec declarat equā pportionalitatem que est quoties sumptis quotlibet numeris ad alios totidē in cōtinua pportionalitate se hñtibz: cōcludi mus vt illoz pportio extremi ad extremum: ita hoz extremi ad extremū pportioem esse. quid aut sit cōtinua pportionalitas: iam dictū est. et hec equa pportionalitas bifariā formari potest pmo directe: ordinez recto. vt si hunc in modum dixero: sicut a ad b: ita d ad e. et sicut b ad c: ita e ad f. q̄ sicut a ad c: ita d ad f. p quo eque pportionalitatis modo ponitur presens ppositio. Scdo xō formaf indirecte pversoq; ordinez. vt si dixero que pportio a ad b ea est e ad f: et que b ad c ea d ad e. ergo que e ad c: ea est d ad f. p quo quidē eque pportionalitatis

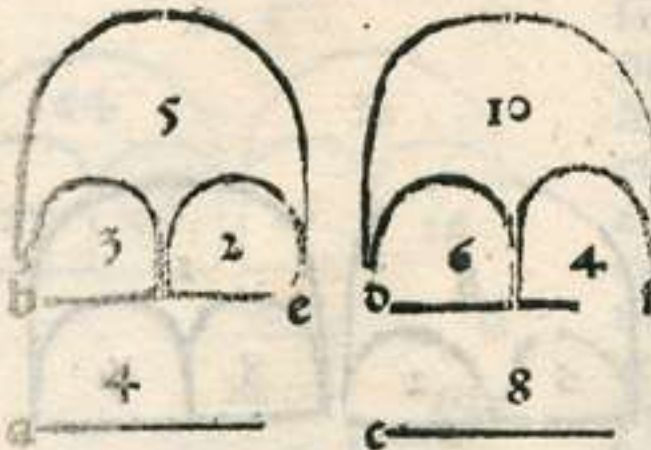


modo sequens ponet ppositio. Sint ergo a b c quotlibet numeri in cōtinua pportionalitate et directe se hñtes ad totidē d e f. vt sicut se hñat a ad b: ita d ad e. et sicut b ad c: ita e ad f. dico eādeꝝ eē pportio-
nem a ad c et d ad f. nā qz q̄ pportio a ad b: ea est d ad e. ḡ pmutatim p̄ tertiā huius q̄ pportio a ad
d ea est b ad e. et qz q̄ pportio b ad c ea est e ad f: igit̄ p̄ eādeꝝ tertiā pmutatim q̄ pportio b ad e: ea
est c ad f. quare et que a ad d. cum itaqz que pportio a ad d ea sit c ad f: ergo pmutatim per tertiā
que pportio a ad c: eadem est d ad f: quod est ppositum.

| | | |
|---|----|-----|
| c | f | k |
| 2 | 6 | 54 |
| 4 | 9 | 108 |
| 6 | 18 | 162 |
| a | d | g |

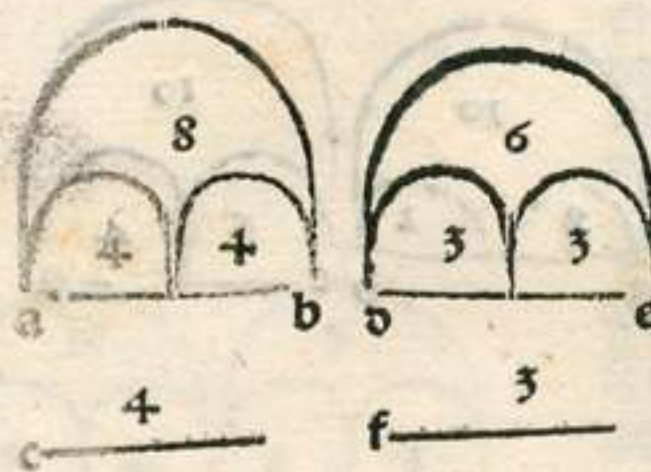
**¶ Si quotlibet numeri totidem alijs indirecte pportioales fuerint: extremi quoqz 22
in eadem pportione pportionales erunt.**

¶ Sit a ad b vt e ad f: et b ad c vt d ad e pverso ordine pportionales: dico a ad c vt d ad f. Dico enī
d in e et in f: et pueniāt g h: et e in f. et pueniāt k. per septimā huius q̄ pportio e ad f eadem est g ad h
quare et que a ad b: eadem est g ad h. et qz d et e multiplicāt f: p̄ octauā q̄ pportio d ad e: ea est h ad k
q̄re et q̄ b ad c. et qz g sit ex d in e: et k ex e in f: et idē k p̄ octauā primā alternatim sit ex f in e: ergo per
octauā huius q̄ pportio d ad f: ea est g ad k. At p̄ pcedētem qzvt a ad b: ita g ad h. et vt b ad c: ita h
ad k. ergo vt a ad c: ita g ad k. et cū pportio g ad k monstrata sit eadeꝝ pportioni d ad f: erit igitur
vt a ad c: pportio d ad f. quod erat demonstrandum.



**¶ Si fuerit primus ad secundum: sicut tertius ad quartū. Itēqz primus ad quintum 23
sicut tertius ad sextum: erit sicut primus ad secundum et quintum: ita tertius ad quartum et
sextum.**

¶ Sit p̄mus nūerus a: sc̄do b: tertius c: quartus d: quītus e: sextus f. sitqz a ad b: sicut c ad d. et a itē
ad e sicut c ad f: dico vt a ad totū b: ita c ad totū d f. quia enī a ad b sicut c ad d erit per primā huius vt
b ad a: ita d ad c. erūt igit̄ p̄tinue pportioales vt b ad a: ita d ad c. vt a ad e: ita c ad f. q̄re p̄ vicesimā
primam vt b ad e: ita d ad f. ergo p̄ sextam huius erunt p̄ductum vt b et e ad e: ita d et f ad f: per primā
igitur huius vt e ad b: ita f ad d. qz ergo vt a ad e: ita c ad f. et vt e ad b: ita f ad d. ergo p̄ vicesimā
primam vt a ad b: ita c ad d quod est ppositum.



**¶ Si fuerit primus ad secundum sicut tertius ad quartū fueritqz primus maximus: 24
numerus compositus ex primo et quarto maior erit numero cōposito ex sc̄do et tertio**

¶ Sit a b primus numerus: c sc̄do: d e tertius: f quartus. sitqz vt a b ad c: ita d e ad f. et sit a b illoꝝ
quattuor numeroꝝ maximus. dico compositum ex a b et f: maiorem esse composito ex c et d e. cū enī
a b sit maximus est maior c sc̄do: quare per sc̄dam huius d e maior f quarto. et cū vt a b ad c: ita d e
ad f. ergo pmutatim per tertiā huius vt a b ad d: ita c ad f. sed cū a b sit maximus per hypothēsim
est maior d e. ergo per sc̄dam huius et c maior f. est itaqz f illoꝝ minimus. esto ergo b differentia a b
ad c et e differentia: d e ad f. qz sicut a b ad d e: pbatus est c ad f. et a adequatur c. et d equatur f. ergo q̄
pportio a b ad d e ea est a ad d detracti sc̄z ad detractum. ergo per quītas huius vt a b ad d: ita b ad
e residuus ad residuū. q̄re p̄ sc̄dam huius cū a b sit maior d e: etiā b est maior e. sunt itaqz b et f maius
d e. quare itē a b et f maius c et d e. at a et b simul per cōm cōceptum equatur toti a b. est itaqz com-
positus ex a b et f primo et quarto maior composito ex c et d e sc̄do et tertio. qd̄ est ppositum.

**¶ Si fuerint quattuor numeri pportionales: quod sub extremis continetur equale 25
est ei quod producit̄ ex medijs. quod si producta fuerint equalia: erunt et numeri
pportionales.**

¶ Id sub extremis contineri dicitur qd̄ ex extremo in extremum producit̄. Sint a b c d quattuor
numeri pportioales: itavt q̄ pportio a ad b: ea sit c ad d. dico primo qz sit ex a in d qd̄ sit e equale eē
ei quod sit ex b in c quod sit f. Secundo si quod sit ex a in d: equale sit ei qd̄ sit ex b in c numeros illos
esse pportionales. Primum patet: et vt dictum est ex ductu a in d fiat e: et ex ductu b in c fiat f: quos
dico esse equales. Dico enī itē a in b et pueniāt g. erit per septimā huius g ad e vt b ad d. sed
et quia ex a in b puenit g alternatim ex b in a puenit g. et etiā ex b in c puenit f. ergo itē per
septimā g ad f vt a ad c. et quia vt a ad b ita c ad d: ergo pmutatim per tertiā vt a ad c: ita b ad
d. quare g ad f vt b ad d. et probatus est etiā g ad e vt b ad d quare e et f quoz ad g eūdeꝝ numerum
est pportio vna: adinuicem sunt equalia. quod est primum. Præterea dico si e et f adinuicem sunt
equalia: a b c d esse pportionales. nam cū e et f sint equalia: ip̄sus g ad eos est pportio vna. et quia
vt dictum est g ad f vt a ad c: et g ad e vt b ad d: erit a ad c vt b ad d. ergo pmutatim per tertiā a ad b
vt c ad d qd̄ est numeros a b c d: esse adinuicem pportionales: et sc̄dum.

| | |
|---|----|
| f | 24 |
| g | 32 |
| e | 24 |
| d | 3 |
| c | 6 |
| b | 4 |
| a | 8 |

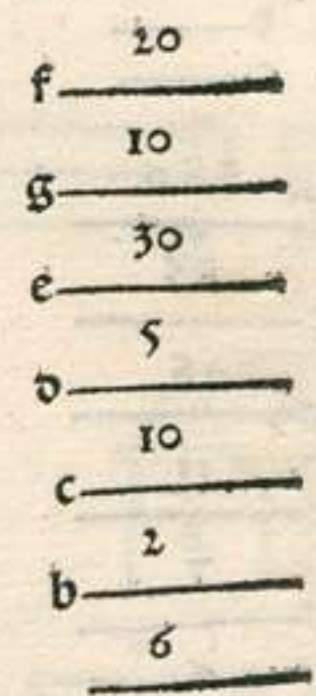
**¶ Tribus numeris pportioalibus q̄ sub extremis continetur / quicqz ex medio in se 26
pducit̄ sunt eq̄les. ¶ Si illi eq̄les fuerint: tres q̄qz numeri erunt p̄tinue pportioales.**

¶ Sint a b c tres numeri cōtinue pportioales: dico p̄mo qd̄ sit ex a in c: equale esse ei qd̄ sit ex b in
se. Sc̄do si qd̄ sit ex b in se: equale sit ei qd̄ sit ex a in c tres numeros a b c eē cōtinue pportioales.
Prīmā partem probas per primā partem pcedentis posito b bis aut quēcunqz numerum vt d
equalem b. Et sc̄dam partem per pcedentis sc̄dam partem: nec vt demōstretur est difficultas.

| | | | |
|---|---|---|---|
| c | 4 | d | 6 |
| b | 6 | b | 6 |
| a | 9 | a | 9 |

**¶ Si fuerit pportio primi ad secundum maior q̄ tertii ad quartum: qui ex primo in 27
quartum producit̄: maior est producto ex secundo in tertium. ¶ Si pductus ex p̄mo
in quartum sit maior: et pportio primi ad secundum maior erit.**

Sit a ad b pportio maior q̄ c ad d: dico p̄mo qđ sit ex a in d maior esse eo qđ sit ex b in c. Secundo si qđ sit ex a in d maior esse eo qđ sit ex b in c pportione a ad b maiorem esse pportione c ad d. Primū patet et duco a in d et pueniat e et b in c et pueniat f: dico e maiorem esse f. Duco p̄terea b in d et fiat g. quia g a in d producit e et b in d producit g: ergo per octauam huius q̄ pportio a ad b ea est e ad g et qz f sit ex b in c: et g ex b in d: per septimā huius q̄ pportio c ad d ea est f ad g. mōstratū est igitur ut que pportio a ad b: ea sit e ad g. et que c ad d: ea sit f ad g. At pportio a ad b posita ē maior pportioe c ad d: ergo pportio e ad g maior est pportioe f ad g. ergo per nonā huius e maior est f qđ est p̄mū. Ecōuerso dico si e est maior f pportione a ad b maiorem esse pportioe c ad d. Nam quia e est maior f: per nonam maior est pportio e ad g q̄ f ad g. At pportio e ad g ea est q̄ a ad b. et pportio f ad g ea q̄ c ad d ut ostensum est. igit pportio a ad b maior pportioe c ad d qđ est scđm atqz totū ppositū.



28 **P**ositis duobus numeris an sit tertius cū illis continue pportionalis: perscrutari. **D**atis ergo duobus nūeris ponatur eoz quilibet quē uoles secūdu: quē duc in seipm: si reliquus pductum scđm aliquē numeret numerus scđm quē pductū numerabit erit tertius nūeris in p̄tinua pportionalitate ip̄is p uicesimā sextam adiungēdus. Sin reliquus pductum fm aliquē numerū non numerabit: per eādē nullus ip̄is adhibebitur p̄tinue pportionalis.

29 **D**atis trib⁹ nūeris an sit tertius ad aliquē fm pportioem p̄mi ad scđm: iuestigare. **E**adē facilitate hec pateat. nam datis tribus numeris duc secūdū in tertiu: et si primus numeret pductum fm aliquem: is fm quem productum numerat est per uicesimā quintam ad quem tertius ut primus ad secūdum se habet. At si primus productum fm aliquem non numeret per eādē uicesimā quintam nullus tertio in pportione primi ad scđm adiungetur.

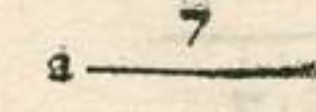
Secundi elementoz arithmetices Jordani finis.

Numerus primus dicitur: qui non habet partem p̄ter unitatem. **C**ompositus uero qui habet alium numerum ip̄m numerantem. **C**ōmensurabiles siue cōicātes uocātur: quos cōiter aliquis nūeris numerat. **C**ōtra se primi autē dicūtur: qui a nullo cōiter numerātur excepta sola unitate.

Termini pportionis dicūtur numeri minimi: inter quos inuenitur illa pportio

1 **O**mnis numerus primus: ad oēm quem non numerat est primus.

Sit a quicūqz numerus primus: dico a ad quēcūqz numez quē numerat esse cōmensurabilē atqz cōicantē et ip̄m et quēcūqz altez quē non numerat esse p̄tra se primos. Primū patet nā si a aliquem numerū numerat: illū fm seipm aliquoties sumptum numerabit: quare ip̄e a seipm et altez nūerabit: erit utiqz per diffinitionem cōmensurabilis atqz cōicans ad altez. Scđm patet: nam si a aliquem numerum non numerat nullus numerus utrūqz cōiter numerabit: alioquin numeraret a: et a nō esset primus. quod est p̄tra hypothesim. p̄ diffinitionem igitur a et numerus quem non numerat sunt p̄tra se primi: et a primus ad illum quod est scđm.



2 **O**mnis numerus compositus: ab aliquo primo numeratur.

Sit a quicūqz numerus compositus pductus ex b in c. aut ergo b aut c est primus: et sic de eo hētur ppositum. aut uterqz est cōpositus. qđ si sic: fiat ergo b ex d i: et i itez uterqz d et e sit compositus: fiat itez d ex f in g. si itez uterqz eoz est compositus: hac rōne in infinitum numeri decrescent. qđ est cōtra petitionem et impossibile: nisi deueniatur tādē ad numerum quem nullus alius numerabit. deueni emus igitur tādē ad aliquem numerum quez nullus alius numerabit et p̄pter hoc primū: qui cum erit pars partis: ergo et per uicesimā tertiam primi erit et ps totius. quare per diffinitionem partis numerabit ip̄m totum quod est ppositum.

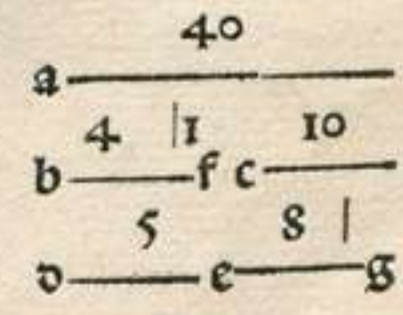
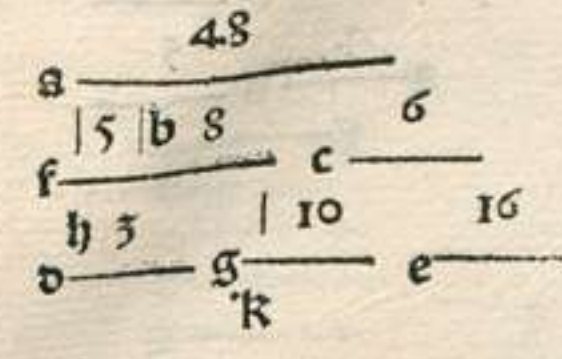


3 **O**mnis numerus aut est primus: aut a primo numeratur.

Nam omnis numerus aut est primus aut compositus. atqui per precedentem omnis numerus cōpositus a primo numerat. igit ois numerus aut est p̄mus aut a p̄mo numeratur. qđ intēdit ppositio

4 **S**i aliquis numerus primus numerum ex duobus pductum numeret: necesse est eundē alterum eozum numerare.

Sit a numerus pductus ex b in c: quē numeret numerus primus d scđm e: dico numerū primū d numerare altez duoz b aut c. Et esto non numeret b: dico ip̄m nūerare c. Intellico enī primū numerū d: scđm b: tertium c: quartū e. quia qđ cōtinet sub extremis d et e: equū est ei qđ cōtinetur sub med ijs b et c. ergo per secūdam partem uicesime quinte secūdi: d b c e sunt pportionales. ut que pportio d ad b: ea sit c ad e. si ergo b fuerit maior d: etiā et e maior c. ut ex demōstratiōe secūde scđi cognoscitur. **D**etractis ergo quoties fieri poterit d et c de b et e relinquantur f et g. eritqz per tricesimā primi ut quota pars vlp̄ partes f relictā sit d: tota pars vel partes g sit c. q̄ si f relictā sit pars d: cuz d sit nūeris primus f est unitas. quota ergo unitas est in d: tota pars g est in c. ergo per septimā primi quota pars unitas est in g: tota pars d erit in c. numerabit igitur d ip̄m c. At x̄o si f relictus sit partes d: est unitas ut ostensum est: et tote partes erit g ip̄ius c. capiam ergo vnā unitatem ab f que sit h: et vnā partem ab g que sit k: et argumentabor ut prius per septimā p̄mi. quota pars h unitas est ad d: tota ps est k ad c. ergo per septimā primi q̄ta pars h ad k: tota d ad c. quare itez d numerat c. At x̄o si d maior est b per scđaz scđi: c est maior e. et qz q̄ pportio d ad b eadē est c ad e: g p̄ primā scđi etiā que pportio b ad d: eadē erit e ad c. quare quota pars vlp̄ partes b est ad d: tota ps vel ptes e ad c. **D**iuido g b et e in illas





partes: manifestū est enī cum d sit numerus primus / vnā partū b eēvnitatē. capio ergo vnā partū b que sit f: et vnā partū e q̄ sit g: q̄a igif̄ quota pars f vnitas est d: tota pars g est ipsius c: ergo per septimā primī quota pars f vnitas ad g: tota pars d est ad c: numerabit igif̄ d ipsū c qd̄ iterū ē ppositū

¶ Si numerū ex duobus pductū tertius numeret: idē alteri illoꝝ erit cōmensurabilis
¶ Sit a numerus ex b in c pductus quē numeret d: dico d alteri numeroꝝ b aut c esse cōmensurabilem. nam aut d est primus: aut cōpositus. si primus: ergo per pcedentē alterū eoz numerat / quare alteri eoz erit cōmensurabilis. si cōpositus: ergo per secundā huius ab aliquo primo numerat d: qui sit e. q̄a e numerat d: numerabit etiā pvicecimā tertiā primī a: quare e per pcedentē numerabit b aut c et cū etiā cōiter numeret d: sunt per dffinitionē d et alter duoz b aut c quos cōiter e idem numerus numerat / cōmensurabiles: quod intenditur.

¶ Sūptis quotlibet numeris primis: diuersū ab illis numerū primū esse necesse est.
¶ Sint a b c quotlibet numeri primī: dico alterū ab ipsis esse. Dico enī numerū primū in secundū et pueniat d: et tertiū in pductū et pueniat e: et si esset quartus: ducerē ipsū in pductū e: et ita deinceps et quia priores semp̄ erūt partes partū vltimī pducti: ergo pvicecimā tertiā primī et dffinitionē: oēs illi numeri primī numerabūt vltimū pductū: cui addovnitatem: et sit totus pductus f: qui aut est primus / sicq̄ cōstabit ppositū. aut cōpositus: qui si fuerit cōpositus: per secundā huius ab aliquo primo numerat qui sit g. et cum g sit primus et nō sit aliq̄s pductoꝝ: nam si aliquis pductoꝝ: numeraret f cum numeret detractū e vt ostensū est: per duodecimā primī numeraret residuū: numer⁹ scz vnitatem / quod est impossibile: constat igif̄ aliū ab ipsis esse numerū primū.

¶ Si fuerint duo numeri ptra se primī: q̄cūq̄ numerat alteꝝ est ad reliquū primus.
¶ Sint a et b ptra se primī et c numeret a: dico b et c esse ptra se primos: alioquin si c numerat b aut aliū quicūq̄ b et c: cum idem pvicecimā tertiā primī numeraret a: nō essent a et b contra se primī quod est contra hypothesim.

¶ Quicūq̄ numerat numeros contra se primos: et ipsi sunt adinuicem primī
¶ Sint a b numerātes c d numeros cōtra se primos: a quidē c et b ipsū d: dico a b eē cōtra se primos nam si sint cōmensurabiles sit e eos cōiter numerās: q̄a ergo e numerabit a etiā pvicecimā tertiā primī numerabit c. et q̄a e etiam numerat b per eādē numerabit d. nō sūt igif̄ c d contra se primī: qd̄ est contra hypothesim.

¶ Numerus cōpositus ex duobus numeris ptra se primis: ad vtrūq̄ illoꝝ est primus
¶ Sint a et b numeri cōtra se primī: et cōponāt c: dico c ad vtrūq̄ eoz esse primū. nam si est cōmensurabilis vni eoz vt nūero a: numeret igif̄ eos aliq̄s numerus vt d: q̄a ergo d numerat c et a detractū: ergo per duodecimā primī d etiā numerat b residuū. nō sūt igif̄ a b ptra se primī / qd̄ est cōtra positū.

¶ Si duorum numeroꝝ vterq̄ ad tertium fuerit primus: et qui ex ipsis produciē ad eundem erit primus.
¶ Sint a b duo numeri quoz vterq̄ ad c sit primus: et sit d pductus ex a in b: dico d esse primū ad c. nā si c et d essēt cōmensurabiles: aliq̄s eos vt e cōiter numeraret: qui cū numeraret d pductū ex duob⁹ scz a et b: p quartā hui⁹ cōicabit alteri eoz: qd̄ p septimā hui⁹ ē impossibile. nō itaq̄ c et d sūt cōmensurabiles

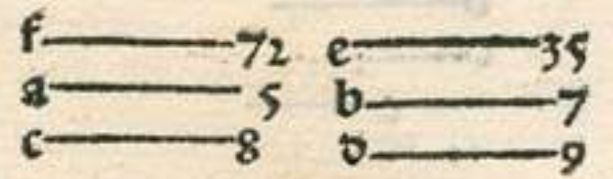
¶ Si fuerit duo numeri ptra se primī: q̄ ex alto i se ducto produciē ad reliquū erit prim⁹
¶ Sint a et b ptra se primī: et a in se ductus pducatur c: dico c esse primū ad b. capio d equale a: et q̄avter q̄ a et d est primus ad b: ergo per pcedentē qui sit ex a in d est primus ad b. sed qui sit ex a in se: equat̄ ei qui sit ex a in d: igitur qui sit ex a in se est primus ad b. quod est propositum.

¶ Si fuerint duo numeri contra se primī: qui ex eis in se pducenē erūt adinuicē primī. Si si iidem in pductos ducant: et qui inde pducētur erunt cōtra se primī. Sicq̄ deinceps si principia in pductos ducantur: pducti erunt incommensurabiles.

¶ Sint a et b cōtra se primī: ducatur a in se et fiat c: et b in se et fiat d: dico c d esse cōtra se primos. Item dico si a ducatur in c et fiat e: et b in d et fiat f: similiter e f eē incōmensurabiles atq̄ cōtra se primos. et si iterū duxeris a in e et b in f / qui pducenē esse cōtra se primos: et hoc quoties feceris ita euenire. Primū patet: nam per pmissā quia a est primus ad b et c sit ex a in se: per pcedentem c est primus ad b et quia c est primus ad b et d sit ex b in se: per eādē c est primus ad d quod est primū. Preterea q̄a vterq̄ a / et c est primus ad b: igitur per decimam e qui ex ipsis produciētur est primus ad b. quia igif̄ e b sunt contra se primī: et d produciētur ex b in se: per pcedentem e etiaz est primus ad d. cum itaq̄ vterq̄ duozum b d sit primus ad e vt monstratum est: igitur per decimam f qui sit ex ipsis scilicet ex b in d est primus ad e. et ita q̄tūcūq̄ series pcedat cōclude. et hoc est scdm. **¶** Ex huius prima parte cognoscit̄: tetragonos quoz latera incōmensurabilia sunt esse incōmensurabiles. et ex secundā: tetras incōmensurabiles esse quarū latera sunt incōmensurabilia. et cōtra demonstrare promptū est si latera sunt cōmensurabilia: tetragonos et tetras esse cōmensurabiles. Et sint a b latera cōmensurabilia et c tetragonus a: et e eius tessera. d tetragonus b: et f eius tessera: quia a b sūt cōmensurabiles: ergo ē nūerus cōiter eos numerās qui sit g: quia g numerat a: ergo per vicesimā tertiā primī numerat c et e: et quia etiā g numerat b: per eandē vicesimā tertiā numerat d et f. sūt igif̄ tetragoni c d: itidē et tessere e f adinuicē cōmensurabiles. sed de hīs hactenus: quoz in sexto huius vbi de numeris tum quadratis tum cubis agetur exactissima determinatio futura est.

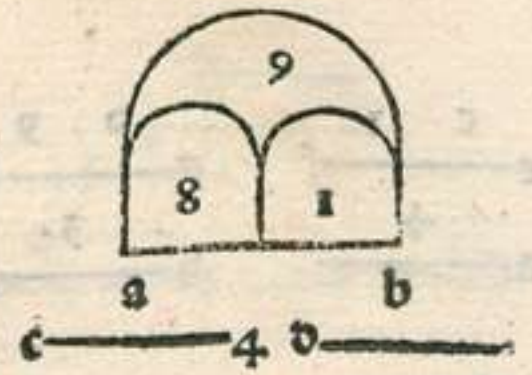
13 **¶** Si duo numeri ad aliquos duos vterq; ad vtrunq; fuerit primus: et qui ex eis pro ducitur ad productum ex reliquis erit primus

¶ Sint a b primi ad c et primi ad d: et ex a in b fiat e et ex c in d fiat f. dico e et f esse inter se primos. nā q; vterq; numerus a et b est primus ad c per decimā huius e est primus ad c. et q; iterū vterq; a et b est primus ad d: ergo per eandē e est primus ad d. est itaq; vterq; duorum c et d mōstratus primus ad e: quare per eandem decimā f productus ex illis est primus ad e: quod erat dēmonstrandum.



14 **¶** Si fuerint duo numeri contra se primi minorq; de maiore aliquoties detrahatur: aut relinquatur vnitas aut numerus ad deductum primus

¶ Sint a b et c cōtra se primi: a b maior / c minor. detrahatur c de a b aliquoties: sitq; subtractus a et residuū b. dico b aut esse vnitatē aut esse numerū primū ad c. Nam si b sit cōmensurabilis c: sit d illorū cōis mensura. q; d numerat c p vicesimātertiam primū etiam numerabit a. et q; etiam numerat b per nonā primū numerabit totum a b. nō erunt igitur a b et c contra se primi: qd est contra hypothesim.



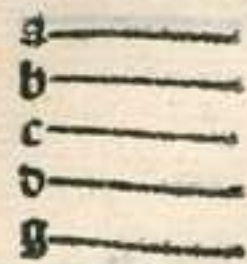
15 **¶** Cum fuerint duo numeri contra se primi et minore de maiore quoad pōt detracto: residuū a prius detracto detrahatur cōtinua hoc pacto detractioe facta: vnitatē relinqui necesse est. q; si vnitas residua fuerit: positos nūeros incōmēsurabiles eē pueniet.

¶ Sint a b duo numeri cōtra se pmi: a maior et b minor: detrahatur b ab a quoties id fieri pōt et relinqua c qui detrahatur quoties pōt a nūero b. et ita continue hoc pacto detractio quoad pōt. dico primo tandē relictū iri vnitatē. dico scdo q; si hoc pacto cōtinuata detractioe relictā sit vnitas datos nūeros esse cōtra se primos. Primū p3. nam detrahatur b de a quoties pōt: et relictū residuū sit c: ipm c relictū minus ē b. et p precedentē aut est vnitas aut nūerus primus ad b. si vnitas cōstat qd pponit. si nūerus primus ad b detrahatur ipm quoties possuz ab ipso b et relinqtur min⁹ c qd sit d. quod qd ē id per precedentē sit est vnitas aut nūerus prim⁹ ad c. si nūerus pmius ad c ipm detrahatur ab c: quare aut semp decrescet sicut est vnitas aut nūerus prim⁹ ad c. si nūerus pmius ad c ipm detrahatur ab c: quare aut semp decrescet numer⁹ dando minozē ad primū fm exigentiā pcedētis: aut relinqtur vnitas qd est primū. Scdm p3. nā si a et b sunt cōmēsurabiles idē numer⁹ nūerabit totū et detractū. quare p duodecimā primū idē nūerabit residuū numerus scz vnitatē qd est ipossibile. qd quidē vt clarius pcpias sic psidea. si a et b sint p mēsurabiles d: ergo eos cōiter numeret: subtrahatur b ab a quoties pōt et reliqua c si c sit vnitas cū numer⁹ d numeret b nūerabit oēm numeratū ab b p 23 pmi: quare totū detractū ab a et nūerat etiā a vt positū est. ergo p duodecimā primū d etiā numerabit residuū scz c: numerus scz vnitatē qd est ipossibile. et si c sit nūer⁹ q; d nūerat totū a et detractū vt pbatū ē: ergo p duodecimā pmi d etiā nūerabit c residuū. detrahatur ergo quoties pōt c de b et relinqua e. si e est vnitas argumētare vt prius nūmerū d numerare e vnitatē. si vero e sit nūerus cōsistit d ipsum numerabit. et sic pcedēdo habebis q; qñcūq; dabitur vnitas ipam d numerabit: qd est ipossibile. Et ex hac dēmonstratione elice si duoz p mēsurabilū alter ab altero quoties pōt subtrahatur sitq; residuus residuū illis esse cōmensurabile.



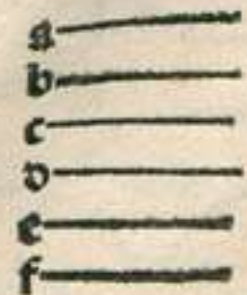
16 **¶** Datis duobus numeris cōicantibus: maximū eos numerantē inuenire. vnde manifestū est q; oīs numerus duos quoscūq; numerās maximū eos numerantē nūerabit

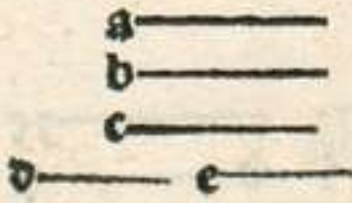
¶ Sint a b duo numeri cōicantes: a maior et b minor. ppositū est maximū numerū ipsos numerantē inuenire. Si enī b nūerat a: cū b se etiā numeret ipse est maxim⁹ eos numerās. si autē b nō numerat a detrahatur b ab a quoties pōt et sit relictus c: q; si nūeret vtrūq; ipse ē numer⁹ petitus. si nō nūeret detrahatur ergo iterū c ab b quoties pōt et sit relictus d q; erit minor c. si numeret d vtrūq; b et a ipse ē petitus. at si nō numerat q; nō decrescet numerus in infinitū neq; decumbet ad vnitatē: q; per precedentē a et b essent cōtra se primi tandē deueniet ad aliquē qui aū relictū numeret quē pprimū habebim⁹ dico ipz esse maximū numerū eos cōiter numerantē. nā si eo maior ponatur: accidet p duodecimā primū maiorē numerare minorē: qd est ipossibile. Ex hoc correlariū est notum, ponatur enī a b numeri cōicantes et b minor subtract⁹ ab a quoties pōt et relictus c: et c subtractus ab b quoties pōt et relictus d q; subtractus ab c nichil relinqua: q; ideo erit maximus numerās a et b per pntem: et sit g cōiter numerās a b. dico g nūerare d maximū numerantē. si enī g sit idē numero d: cum oīs numerus seipm numeret etiā de eo verum est ppositū. si est alius ab d nō erit maior d. nā d nō esset maximus numerus numerās a b verū potius g. erit ergo minor de necessitate: qui q; numerat b. ergo p vicesimātertiam primū nūmerabit totum detractū ab a. et cum etiā numeret a: per duodecimā primū numerabit residuū c: et cum numeret c per vicesimātertiam primū numerabit totum detractū a numero b. et cum numeret b: ergo per duodecimā primū numerabit residuū scz d: quod est ppositum.



17 **¶** Ppositis quotlibz nūeris adiuicē ppositis maximū eos cōiter nūerantē reperire.

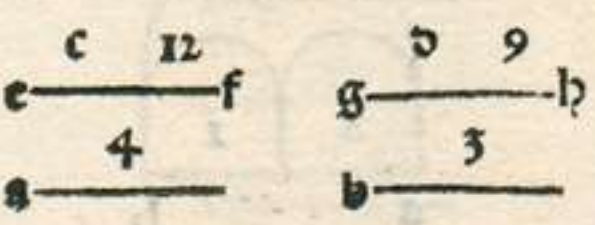
¶ Sint a b c quotlibet nūeri adiuicē ppositi ppositū est maximū numerū eos nūerantē inuenire. Inuenio enī per precedentē maximū numerantē a et b q; sit d. q; si numerat c: ille ē qui petit alioqui si dabis maiorē accidet p duodecimā primū minorē numerare maiorē. si autē d nō numerat c: q; ergo q; cūq; nūmerat a b c nūerat a b. et q; cūq; nūerat a b p correlariū precedentis numerat d maximū numerū eos nūmerantē. ergo d et c sunt p mēsurabiles. inuenio ergo p precedentē maximū numerū numerantē c et d q; sit e quē dico esse maximū numerantē a b c. nā si sit quicūq; alius maior e eos cōiter numerās: is sit f. q; ergo f numerat a b p correlariū precedentis numerat d maximū eos numerantē. et q; numerat d et etiā c per positū: ergo per idē correlariū numerat e maximū eos nūerantē. at f ponit maior e. nūerat igitur maior minorē: qd est ipossibile. relinqtur igitur e esse maximū numerantē a b c et ppositū.





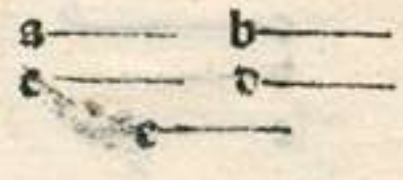
Quilibet duo numeri in sua proportione minimi: sunt contra se primi. 18

Sint a b duo numeri in sua proportione minimi: dico eos esse contra se primos. nam si sint oppositi sit compositio eorum mensura c que numeret a secundum d et b secundum e per septimam scilicet que proportio d ad e ea est a ad b. at cum d sit minor a et e minor b non erant a et b in sua proportione minimi: quod est contra positum.



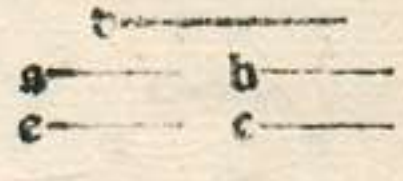
Numeri quilibet in sua proportione minimi numerant quoslibet in eadem proportione sumptos minor minorum et maior maiorem equaliter. 19

Sint a et b minimi in sua proportione: a maior b minor: sintque eiusdem proportionis c d: c quidem maior d minor. dico a numerare c et b numerare d equaliter. nam quia ut a ad b ita c ad d: ergo permutati per tertiam secundum ut a ad c ita b ad d. quota ergo pars vel partes est a ad c tota pars vel partes est b ad d. si tota pars constat oppositi a equaliter numerare c et b numerare d. si tota partes ergo per tricesimam primi quia toties erit a in c quoties b in d. et quota pars vel partes a remanserint in c: tota pars vel partes b remanebunt in d. subtrahere ergo quoties possum a de c et detractus sit e et residuus f. similiter subtrahere quoad possum b de d et detractus sit g et residuus h. quia ergo a numerat e: et b numerat g equaliter atque secundum eundem numerum. ergo per octavam scilicet que proportio a ad b ea est e ad g: ergo et que proportio c ad d totius ad totum: ea est e ad g detracti ad detractum. igitur per quintam secundum que proportio c ad d totius ad totum: ea est f ad h residui ad residuum. quare iterum que proportio a ad b: ea est f ad h. at cum f et h relicta sint minora a et b: non erant itaque a et b in sua proportione minimi: quod est contra hypothese. constat ergo quoscumque in sua proportione minimos ceteros ut dictum est numerare.



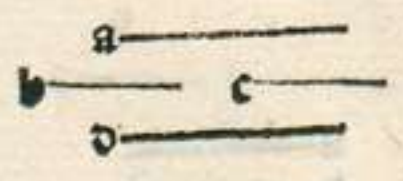
Si fuerint duo numeri adinuicem primi ipsi erunt in sua proportione minimi. 20

Sint a et b numeri adinuicem primi: a maior b minor. dico eos in sua proportione esse minimos. nam si sint alij qui sint in illa proportione minimi: sint ergo illi c d: quia ergo c d sunt in illa proportione minimi per precedentem numerabit quoslibet in eadem proportione minor minorum et maior maiorem equaliter. numeret ergo c numerum a secundum e et d numeret b secundum eundem numerum e manifestum est quod e numerabit a et b: quare non sunt a et b contra se primi: quod est contra hypothese.



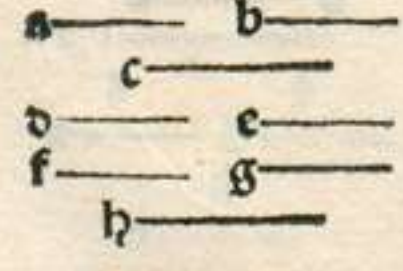
Positis duobus numeris contra se primis si alter ducatur in numerum quem reliquus non numerat productus quoque ab eodem non numerabitur. 21

Sint a b numeri contra se primi et a ducatur in c et proueniat d et b non numerat c: dico b non numerare d. Si ergo b numeret d: numeret ergo ipsum secundum e intelligo primum numerum a: secundum b: tertium e et quartum c. quia ergo quod continetur sub extremis a c equum est ei quod continetur sub mediis b e. ergo per vicesimam quintam secundum que proportio a ad b: ea est e ad c. quia ergo a b sunt primi per precedentem sunt in sua proportione minimi: ergo per ante precedentem a numerabit e: et b numerabit c equaliter: quod est contra hypothese. positum enim erat b non numerare c.



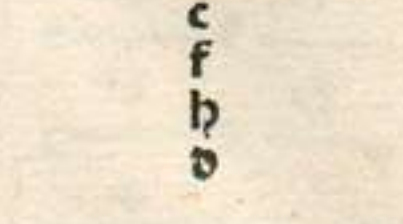
Si numerum a duobus productum tertius numeret: idem alterum eorum numerabit aut erit vtrique commensurabilis. 22

Sit a numerus productus ex b in c quem d numeret: dico d numerare b aut c aut esse vtrique commensurabilem. Si enim alteri fuerit incommensurabilis ut verbi causa b: cum ergo b et d sint contra se primi et b in c producat a: ergo per precedentem si d non numerat c neque quidem d numerabit a. at positus est d numerare a. numerat igitur d alterum eorum. Si itaque vni fuerit incommensurabilis necessario numerat alterum ideo vtrique incommensurabilis esse nequit que sit ut aut numeret alterum aut vtrique sit commensurabilis et oppositum.



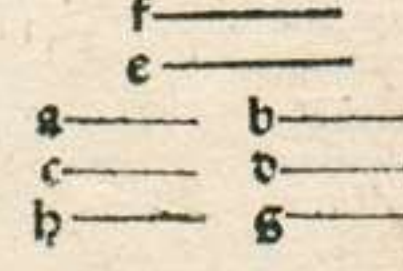
Numeros minimos secundum proportionem numerorum assignatorum perscrutari. patetque ex hoc maximus duos numeros comiter numerantem: secundum minimos illius proportionis numerare 23

Sint a b in aliqua proportione: propositum est minimos numeros proportionis a ad b reperire. aut enim a et b sunt contra se primi et tunc per vicesimam huius illi sunt in sua proportione minimi neque alij quendi sunt. aut sunt compositi et tunc per decimam sextam huius quero maximus numerum eos numerantem qui sit c numeretque a secundum d: et b secundum e. per septimam ergo scilicet eadem est proportio a ad b et d ad e. dico itaque d et e esse minimos numeros in illa proportione. si enim sint alij sint f et g: quia f et g sunt minimi in illa proportione. ergo per decimam nonam huius numerat a b: maior maiorem et minor minorem secundum eundem numerum qui sit h. intelligo ergo quatuor numeros: c primum: f secundum: h tertium: et d quartum. quia a continetur sub extremis c d: et idem a sub mediis f h: ergo per vicesimam quintam secundum que proportio c ad f ea est h ad d. ergo permutati per tertiam scilicet eadem est proportio c ad h et f ad d. sed f postus est minor d: ergo et c minor h. tunc sic c est maximus numerus numerans a b per hypothese et h positus est etiam numerare a b: ergo h per correlatum decimesexte huius numerabit c maior scilicet minorem quod est impossibile. non dabuntur igitur alij ab ipsis d e in illa proportione minimi quod est propositum: et in hoc etiam correlatum notum est.



Quilibet duo numeri minimos numeros sue proportionis maior minorem et minor maiorem multiplicantes: minimum ab ipsis numeratum producunt. Ex quo constat minimum quem duo numerant: quilibet ab eis numeratum numerare. 24

Sint duo numeri a b multiplicantes c d minimos sue proportionis maior minorem et minor maiorem: dico ipsos minimum ab ipsis numeratum producere. nam quia sicut a ad b ita c ad d: ergo per vicesimam quintam scilicet qui continetur sub extremis a d equum est ei que continetur sub mediis b c qui sit e quem dico esse minimum ab ipsis numeratum. Si enim sit alter esto ergo ipse f quem a secundum g producat et b secundum h. positus ergo ordine secundum a b h g: quia qui continetur sub extremis a g equum est ei qui continetur sub mediis b h. ergo per vice



simāquintā secūdi q̄ proportio a ad b ea est h ad g: quare et q̄ c ad d. et qz a pducit e scdm d et idem a pducit f scdm g. ergo p septimā secūdi q̄ proportio d ad g: ea est e ad f. at cū c ad d sicut h ad g: ergo pmutatum sicut c ad h: ita d ad g. quare sicut c ad h: ita e ad f. sed c numerat h per decimānonā huius ergo et e numerat f: et f positus est minor e. numerat igitur maior minorē: quod est impossibile et propositum. Et ex modo demonstrationis patet correlarium.

25 ¶ Propositis quotlibet numeris: minimū ab eis numeratū inuestigare.

¶ Sint a b c d quotlibet numeri: quoz proponit minimū ab eis numeratū inuenire. quero primo mīnimū quem numerat a et b: q̄ si a numerat b certū est b esse mīnimū ab eis numeratū. et si a et b sunt cōtra se primī duco vnū in alterū. et qz illi sunt pmi: ergo p vicesimā huius erūt in sua pportione mīmi p precedentē igit pductus ab ipsis erit mīmus quē numerabūt. at si ipsi fuerint cōcantes sumo per pcedentē mīnimū quē numerat q̄ sit e: et consilr capia mīnimū quē numerat c e q̄ sit f et mīnimū quē numerat d f q̄ sit g quē dico eē mīnimū numez quē numerat a b c d. numerabunt enī eum p 23 primī. at qz nō numeret minorē p̄. nā si sit dabilis nūerus minor g quē numerat a b c d sit ille h: qz ergo a b numerat h. ergo p correlariū pcedētis e mīmus ab eis numerat nūerat h. et qz e z c numerat h: ergo p idē correlariū f mīmus ab eis nūeratus nūerat h. et qz f nūerat h et d positus est etiā ipsum nūerare ergo per idē correlariū g mīmus ab f z d numeratus numerabit h. at h positus est minor g: numerat igitur maior minorē: quod est impossibile.

26 ¶ Si mīnimū numez a quotlibet numeratum aliquis primus numeret: eundē quoqz aliquem illorum numerare necesse est.

¶ In duobus numeris id facile ppendit. Sint ergo a b duo nūerit: mīmus ab eis numerat: et d nūerus primus numerans c: dico d nūerare a vel b. numeret enī a mīnimū numeratū c scdm e: ergo per 24 huius e est vnus mīmoz pportiois a ad b numeras b. tūc sic d numerus primus nūerat c pductū a duobus nūeris a et e. ergo p quartā huius d nūerat alterū numeroz a aut e. si a cōstat ppositū: si e itidē. nā p vicesimāquartā numerabit b. In pluribus aut consilr ostēditur. Sint a b c quotlibet nūeri d mīmus ab eis nūeratus: e nūerus primus numeras d: dico e nūerare a b aut c. capio enī fm exigentiā pcedētis mīnimū numez quē numerat a b q̄ sit f: et mīnimū numez quē numerat f c quē ex pcedēti manifestū est eē d et nūeret c mīnimū d scdm g q̄ per 24 huius est vnus nūeroz pportiois f ad c et q̄ numerat f. Cum itaqz e numerus primus numeret d pductū ex duobus numeris c g: ergo p quartā huius e nūerat alterū numeroz c g. si numerat c cōstat ppositū: si numerat g ergo p vicesimāquartā numerat f. qz ergo f est mīmus numerus quē numerat a b. nūeret ergo a mīnimū f scdm h q̄ per sepe sumptā vicesimāquartam huius erit vnus mīmoz pportiois a ad b et numeras b. cum ergo e pbatas sit nūerare f pductū ex duobus numeris a h: ergo per quartam huius numerat a aut h. si numerat a constat ppositum. si h itidē. nam h numerat b: quare e per vicesimātertiam pmi etiā numerabit b: et ppositū.

27 ¶ Cum fuerint quotlibet numeri ad aliquem primū: et minimus quem numerant ad eundem erit primus.

¶ Sint a b c quotlibet numeri primū ad d: sitqz e mīmus numerus quē numerat a b c: dico e esse primū ad d. nā si d est cōmēsurabilis ad e: ergo est aliqs numerus eos cōiter numeras q̄ sit f. Si enī f sit nūer primus cū numeret e: ergo p pcedentē nūerabit a b aut c. et cū etiā nūeret d nō sunt ergo a b c pmi ad d qd est contra hypothesim. at si f sit nūerus ppositus ergo p scdm huius f ab aliquo pmo numeratur q̄ sit g: qui p vicesimātertiam primū numerabit d et e: qz ergo g est primus z nūerat e. ergo p precedentē nūerabit a b aut c et etiā numerat d. nō sunt igitur a b et c primū ad d: quod est contra hypothesim.

28 ¶ Si sumatur minimus numerus quē numerant aliquot primū numeri assignati: aliū ab illis numerum primū: eundem numerare impossibile est.

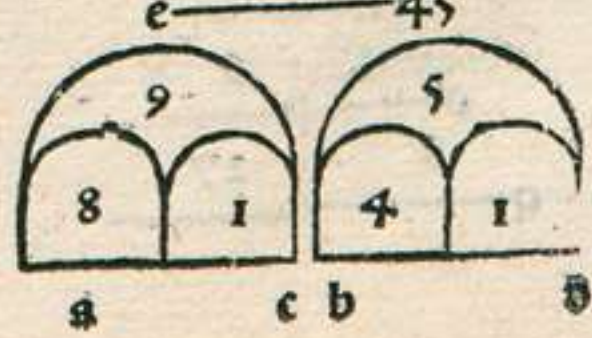
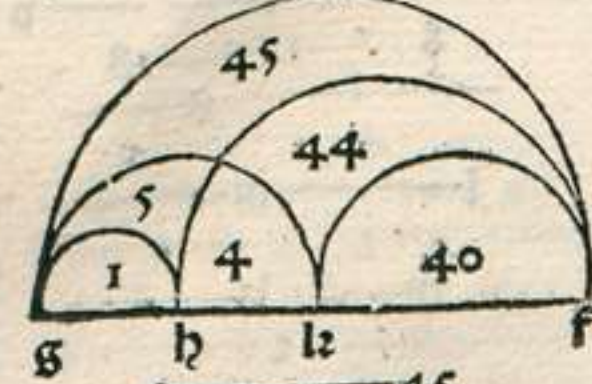
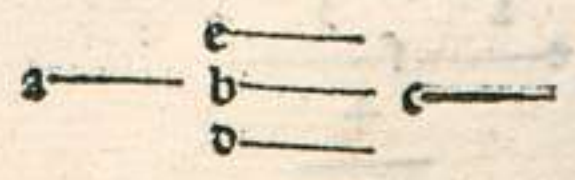
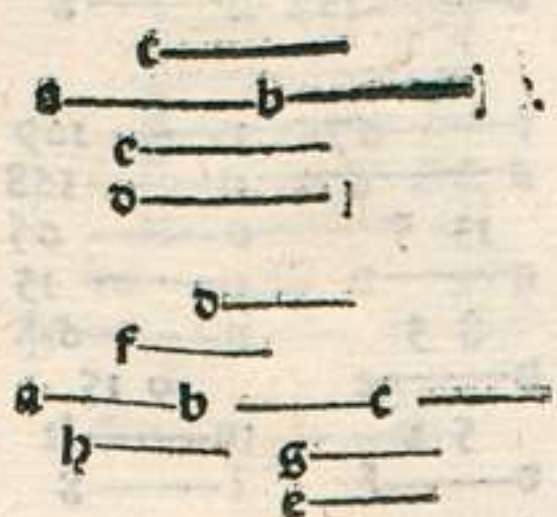
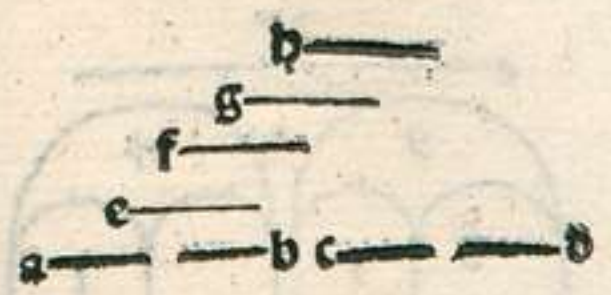
¶ Sit e mīmus nūerus quē nūerat a b c quotlibet nūeri pmi: dico nullū ipsis pmi aliū ab ipsis nūerare e. nā si daret aliū d: qz ipse nūeraret e. ergo p 25 nūeraret etiā a b aut c: qd est p hypothesim.

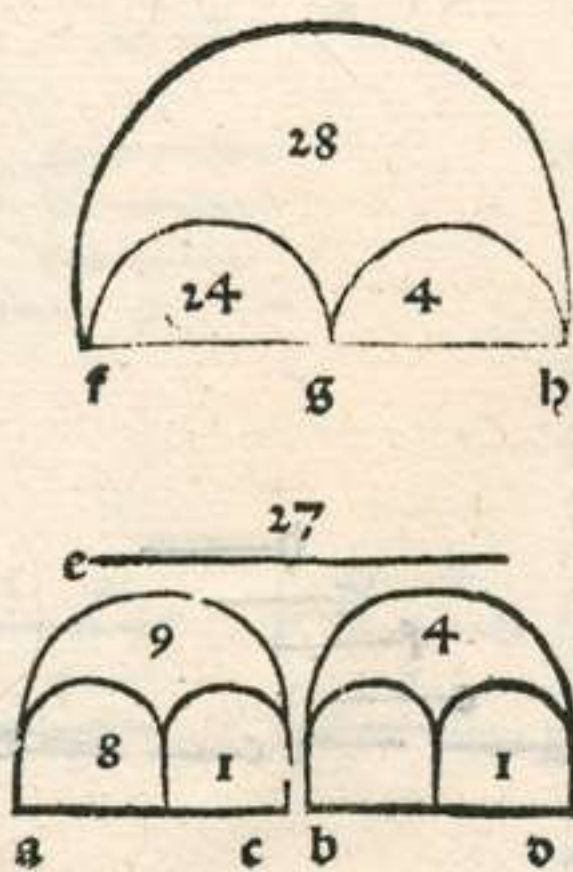
29 ¶ Numerū mīnimū: ppositarū denoiationum partes habentē inuenire.

¶ Si ppositarū partium vt verbi cā vnus secūde tertie quarte z sexte ppositū sit mīnimū numez ptes illas hntem reperire. capio a b c d nūeros partes illas denoiantes quoz mīmus ab eis nūerat sit e: nūeretqz a mīnimū e scdm f: et b eundē scdm g: et c eundē scdm h: z d eundē e scdm l. alternatim ergo p octauā primū f g h l numerabūt e fm a b c d datos nūeros: erūt in e partes denoiate ab a b c d quē z dico esse mīnimū in quo ptes ille reperiat. qz enī partes illas habeat: iam notū est: sed si nō sit mīmus sit ergo ille l minor eo illas habēs: z eius partes ab illis denominate sint m n o p. erunt ergo alternatim per octauam a b c d partes l denominate ab m n o p. nō erat ergo e mīmus quē numerabant a b c d. nam l ponitur minor: quod est contra hypothesim.

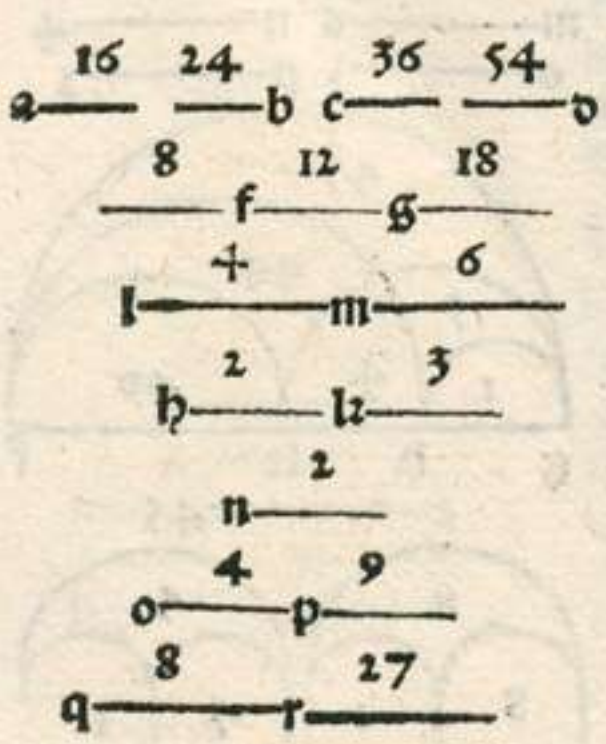
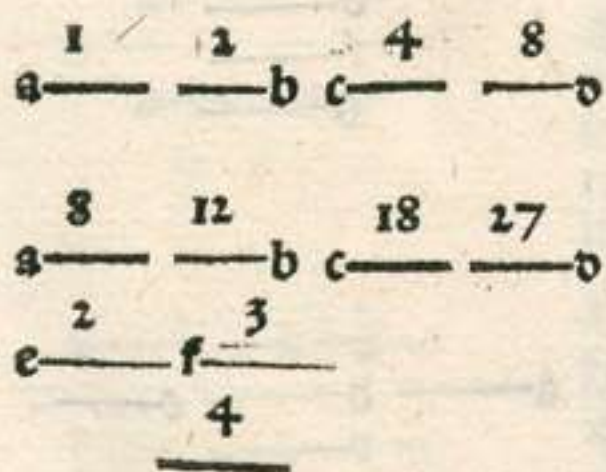
30 ¶ Sumptis duobus numeris contra se primis quozū minore de maiori quoad potest detracto residua sit vnitas: multiplicem cuiuslibet eorum qui super alterius multiplicem: solam apponat vnitatem reperire.

¶ Sint a b nūeri ptra se pmi: a maior b mīor: detractoqz b de a quoties pōt reliquaf vnitas: ppositū est dare mltiplicē ad a: sola vnitate mltiplicē ad b supantē. detraho ergo q̄tū possum b ptiale de totali a et sit totus detractus a ptialis: q̄ quidē est idē aut mltiplex ad b. et sit c relicta vnitas z addo ad b vnitatē q̄ sit d. et duco a totū in b d z pueniat e quē manifestū est eē mltiplicē totalis a. Deinde duco





| | | | |
|----|-----|---|-------|
| g | 676 | c | 4 |
| f | 672 | b | 13 |
| e | 169 | a | 8 |
| d | 168 | | |
| t | 676 | r | 169 |
| s | 672 | q | 168 |
| 13 | 5 | o | 65 |
| a | 8 | p | 13 |
| b | 3 | n | 64 |
| b | e | m | 9 15 |
| 5 | 2 | l | 12 |
| d | f | l | 8 |
| e | 3 | | 25 |
| f | 2 | h | 10 15 |
| 1 | | g | 12 |
| | | | 5 |



a partialē eundē scz aut multiplicē ad b in b d et pueniat f l2 quē manifestū est p 23 primi eē multiplicē ad b ptiale. Deīn duco c vnitatē in b d et veniat l2 g q qz vnitā in quēcunqz numez ducaſ illū pducit est eālis b d: sed b d supat b sola vnitāte. ergo l2 g superat b sola vnitāte. Hanc igitē demo q sit h g tūc aggregat⁹ f h est mltiplex ad b: sed aggregat⁹ f h superat totū f g sola vnitāte h g. sed cū f g fiat ex ductu a partialis r c in b d equat e q sit ex ductu a totalis in b d per decimā primi. at dictū est e eē multi plicez ad a r f h multiplicē ad b. igitē e multiplex ad a equalis quidē f g supat f h multiplicē ad b sola vnitāte qd erat demōstrandū et propositū quo ad vnā partē. Sed rursū demōstrandū est dabilē esse multiplicē ad b q solā hz vnitāte super multiplicē ad a: aufero vnitāte ab b totali q sit d et duco b par tiale in totalē a et proueniat e manifestū est e eē multiplicē ad a. et duco iterū b partialē in a partiali equali aut multiplicē totius b et proueniat f g manifestū est f g esse multiplicē ad totū b. deinde duco b d in c vnitāte r fiat g h qui qz quicūqz numez in vnitāte ducaſ seipsum pducit g h est equalis toti b quare totus f h est mltiplex ad b. Sed cū per nonā primi qd sit ex b ptiali in a cequeſ ei q sit ex eodē b partiali in a et in c: r ille q sit ex b ptiali in a: et b totali in c solā vnitāte super addat illi q sit ex b ptiali in a et in c. seqtur ergo q multiplex ad b scz f h q sit ex b partiali in a et b ptiali in c: solā addet vnitāte super e multiplicē ad a qui sit ex b partiali in a c: quod est secundū et totum propositū.

Propositus duobus numeris cōtra se primis: multiplicē cuiuslibet eoz inuestigare cuius ad multiplicē alterius differētia sit dato numero equalis.

Sint a b duo nūeri contra se pmi quoz cuiuslibet iubemur assignare multiplicē cuius dūa ad mul tiplicē alteri⁹ sit dato nūero q sit c equalis. capio fm exigentiā pcedētis multiplicē a q sit d et multi plicē b q sit e addēs super multiplicē a solā vnitāte r multiplico d per c numez datū et proueniat f r e p eundē c et pueniat g. r qz tm est c in e qtrum c in d et vnitāte per nonā primi r oīs nūerus in vnitāte seipm pducit. ergo dūa g ad f est nūerus datus c. et cū a sit pars d et d ps f: r silf b pars e r e pars g ergo pviceſimātertā pmi a est pars f et b ps g. quare f et g multiplices sunt ad a b in quos nūerus assignat⁹ est dūa. et posses silf p pcedentē capere multiplicē a q sup adderet vnitāte mltiplici ipius b. deinde pcedere vt dictū est. Leterū si minor quoties pōt de maiore detract⁹ nō solā relinquat vnitāte sed vltior fiat subtractio quo nun⁹ per pcedentē operari posses hoc mō poteris operari. Datis enī a b nūeris contra se pms et c numero cui sit capiēda dūa multipliciū equalis et detracto b ab a quo ties pōt remaneat d et d detracto ab b quoties pōt reliqu⁹ sit e: r e detracto ab d quoties pōt maneat f et qz tandē per decimāquintā huius relinqtur vnitāte sit ergo vt detracto f ab e quoties poterit relin quat vnitāte. si ergo multiplex a debet addere supra multiplicē b sumo alterū extremoz qui est in situ ipari ab a vt f et sumaf h multiplex eius q addat vnū super multiplicē e r i quo sit f fm g ducaſ qz g in d et fiat h l2 q addet super multiplicē e vnitāte: qm g in d qtrum in e vel eius multiplicē r in f. dempto ergo vno de h l2 remaneat m l2 vt sit m et vnitāte equalē h sitqz e in m l2 fm l q ductus in b faciat n: cui addito vno fiat o quē numerabit d eadē rōne r sit vt scdm p q ductus in a faciat r: qui silf addit super multiplicē b qui sit q vnitāte. multiplico igitē r et q per c numez datū et producat⁹ s r t q erunt mul tiplices b r a in se dūaz fm c numez assignatū seruātes. Tertij elemētoz arithmetices Jordanī finis

3 fuerint quotlibet numeri continue proportionales: duo et duo proximi erunt commensurabiles.

Sint a b c d quotlibet nūeri continue proportiōales: dico a b esse cōmensurabiles. Itē r b c et c d. Si enī a nūeret b manifestū est a et b esse cōmensurabiles. et qz q proportio a ad b ea est b ad c r c ad d ideo b nūerabit c: et c nūerabit d. quare cōstabit propositū: a:b:b:c:d: esse cōmensurabiles. at si a non nūerat b: qz ipossibile est tūc a et b eē in sua proportione mimos. nā si a et b essent in sua pportione mimi essent p decimā octauā tertij adinucē pmi: et per decimā nonaz numerarēt quoslibet in sua pro portione: r qz q proportio a ad b: ea est b ad c. a ergo nūeraret b pmius cōtra se primū qd est ipossibile et etiā oppositū postū. nō erunt ergo a et b in sua pportione mimi. capiā ergo p viceſimātertiaz tertij e f mimos in illa pportione q per decimā nonā eiusdē numerabūt a b fm eundē numerū equalē vt fm g: et consistit b c et c d. sunt igitē a:b:b:c:r c d adinucē cōmensurabiles: quod est propositū.

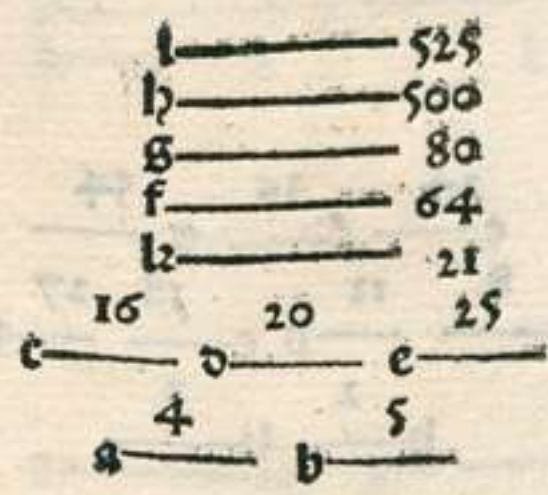
Si nūeroz cōtinue pportionaliū duo extremi fuerint cōicantes erit nūerus cōiter oēs numerās maximū qz oēs numerabit erit maximus extremos numerās. Ex hoc cōstat q si aliquot pportionales inē duos cōicantes ceciderit: totidē inter vtrūqz eoz et maximū numerū eos cōiter numerantē cadere necesse est. Palāqz sit etiā maximos qui binos r binos numeroz pportionaliū cōiter numerāt esse cōtinue pportioales

Sint a b c d nūeri pportioales quoz a d extremi sint cōicātes: dico pmo aliquē esse numerū eos oēs cōiter nūerantē. scdo maximū nūez oēs numerātē esse maximū numerantē extremos. Cū enī p pcedentē a b cōicent r silf b c et c d: capio p 16 tertij maximū numez numerātē a b q sit e: r maximū nūerantē b c q sit f. et maximū nūerātē c d q sit g. ponoqz h l2 mimos in pportioē a ad b et per 23 tertij et 19 eiusdē e f g numerabūt a b c fm h: et g nūerabit d fm l2. sumo itē maximū numerantē e f q sit l r maximū numerantē f g q sit m: per viceſimātertiam tertij l nūerabit e r m f fm h. et iterū l nūerabit f fm k r m numerū g scdm k. per. 19. tertij et l r m sunt diuersi nūeri ab h k. nā si idē essent h in se produ ceret e r l2 in se produceret g r h in e producit a et l2 in g producit d r h l2 per. 18. tertij sunt contra se pmi. erūt ergo a d per duodecimā tertij cōtra se pmi qd est contra hypothesim. sunt ergo l r m aliī ab h l2. qz ergo h l2 numerāt l et m equalif: numerēt ergo ipsos scd3 n q per. 23. tertij est maximus eos

numerās qui et idē n per 23. primi numerabit a b c d: qd est primū in propōne intentū. Et per decimā septimā tertii n erit inuētus maxim⁹ numerus numerās a b c d alioqñ p correlariū 16 accidit maiorē numerū numerare minorē. et qz h denoiat n in l et l in e: ergo p 23 primi nūerus q fit ex h in se qui sit o denoiat n in e. et qz h etiā denoiat e in a: ergo p eandē 23 numerus qui fit ex h in o q sit q denominat n in a. et eadē rōne qz l denoiat n in m et m in g. ergo per vicesimā tertiam primi numer⁹ qui fit ex l in se qui sit p denoiat n in g: et etiā qz l denominat g in d: igit per eandē numerus q fit ex l in p qui sit r denoiat n in d. numerat igitur n numerū a scdm q et numerū d scdm r. et qz h l sunt adinuicē primi: ergo per duodecimā tertii q et r sunt cōtra se primi: quare per vicesimā eiusdē in sua pportione mimi Per correlariū igitur vicesimetertie eiusdē q et r numerabūt a et d scdm maximū numerū numerantē a et d. est igitur n maximus nūerus numeros a d extremos numerās quod est secundū. Primi correlariū hinc cognoscit. nam qz idē numerus h in n l: producit l e a. ergo per septimā primi a e l n erunt cōtinue pportionales. et per idē qz l in n m g producit m g d: ergo d g m n erūt cōtinue pportionales quare sicut inter a et d cadūt b c duo medii pportionales sūt inter a et n cadūt duo e l. et inter d et n cadunt g m duo medii pportionales scz totidē medii pportionales inf duos cōcantes et totidem inter vtrūqz eoz et maximū eos cōiter numerantē: qd est primū correlariū. scdm vero hinc sit notū. nam qz per vicesimā tertiam tertii et decimā nonam h in e in f et in g pducit a b c. ergo per septimam secundā a b c et e f g sunt cōtinue pportionales: qd est secundū correlariū et propositū.

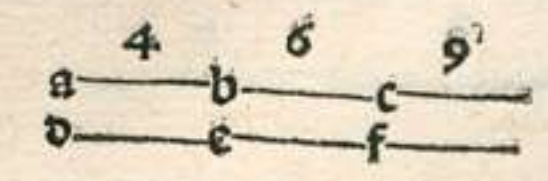
3 Numeros diuersarum proportionū sumere: quorum maximi cōmunitē binos et binos numerantes sint cōtinue pportionales.

Sint a b nūeri contra se primi: a minor et b maior et a in se pducatur c et in b pducatur d et b in se pducatur e: per septimā secūdi q proportio a ad b ea est c ad d. et p octauā eiusdē iterū que pportio a ad b ea est d ad e. sunt ergo c d e cōtinue pportionales. duco g a in c et fiat f et in d fiat g: eritqz p septimā secūdi g ad f sicut d ad c. quare et sicut b ad a et qz q proportio a ad b ea est c ad d: ergo per 25 secūdi qd fit ex a in d equū est et qd fit ex b in c. at qd fit ex a in d positū est esse g. quod ergo fit ex b in c est g. et qd fit ex c in a est f. ergo p correlariū vicesimetertie tertii c est maxim⁹ numerus numerās f g. Item duco d in e et pueniat h: qz ergo d in a pducit g: et d in e pducit h. ergo p septimā secūdi q pportio e ad a ea est h ad g: et proportio e ad a nō est vt b ad a. nā e et b totū scz et pars equarent: quod est impossibile. ergo pportio h ad g nō est pportio g ad f. Itē qz a b sunt cōtra se pmi et e producit ex b in se. igit e p vndecimā tertij est pmius ad a. sunt igit e et a in sua pportione mimi. at d nūerat g fm a et idē d nūerat h fm e. igit p correlariū vicesimetertie tertij d ē maxim⁹ nūerus numerās g et h. sumo ergo l primū ad d et maiorē d in alia quidē pportione q b ad a et q e ad a: et duco ipm l in e et pueniat l. qz ergo e in d facit h et e in l facit l per septimā secūdi q pportio l ad d ea est l ad h. at pportio l ad d posita est alia a pportioe b ad a et e ad a. ergo ē alia q g ad f et h ad g. et qz l d sunt ptra se pmi et idē in sua pportione mimi et numerāt h l fm e. est igit p idē correlariū 23 tertij e maxim⁹ nūerus numerās h et l. sūpti sunt igit f g h l numeri diuersarū pportionū quoz maximi c d e binos et binos cōiter numerātes sunt ptinue pportionales: quod est propositum.



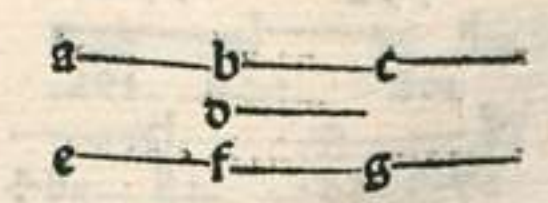
4 Si numerorū cōtinue pportionalium duo extremi sunt contra se primi: erunt oēs illi in sua pportione mimi

Sint a b c cōtinue pportionales quoz a et c sint cōtra se primi: dico tres nūeros a b c esse mimos in pportione a ad b. nā si sint tres miores sint d e f: qz p vicesimā primā scbi et equā pportionalitatē q proportio a ad c ea est d ad f et a et c p hypothesim sunt contra se primi. ergo p vicesimā tertij sunt in sua pportione mimi. numerāt ergo numeri a c per decimā nonam eiusdē numeros d et f maiores scz minores quod est impossibile.



5 Si quotlibet nūeri fuerit in sua pportioe mimi: ipsoz duo extremi erūt ptra se pmi

Hec est cōuersa pcedentis. Sint ergo a b c in sua pportione mimi: dico a et c esse contra se pmos. Nā si a et c sint cōcantes erit nūerus aliqz idem p secundā hui⁹ eos oēs cōiter numerās q sit d quos qz a b c sunt tres nūeri inaequales: nūerabit fm tres diuersos nūeros. numeret ergo a fm e et b fm f et c fm g: per septimā secūdi e f g sunt in eadem pportione cum a b c et cū sint minores a b c vtpote q sunt eozum partes nō sunt igitur a b c dari mimi: quod est contra hypothesim.

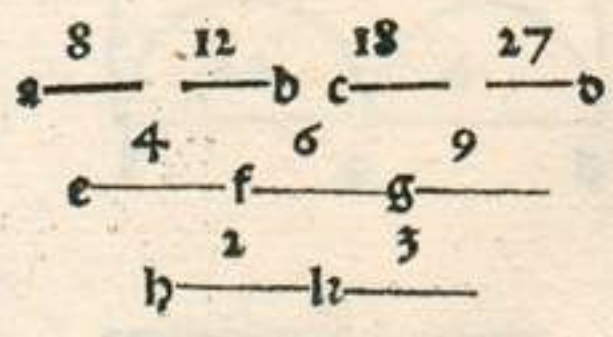


6 Numeros quotlibet fm datā pportioe mimos iuestigare. Cū manifestū erit ex duoz in aliqua pportione minimoz primo in ambos et scdo in se: tres. et ex eodē pmo in illos tres codēqz scdo in tertij: quattuor pmius enasci illius pportiois mimos. q si primū hoc pacto in omnes ducere pergis et secundū in vltimū: quotquot libuerit in aliqua pportione mimos efficies.

Illius pportiois mimi p vicesimā tertiam tertij reperiat q sint a b: duco a in se et pueniat c et a in b et pueniat d et b in se et pueniat e per septimā et octauā scbi tres nūeri c d e erūt cōtinue pportionales et p duodecimā tertij extremi c e sunt cōtra se pmi quare per quartā hui⁹ illi tres nūeri sunt in sua pportione mimi. Itē duco a in oēs illos et pueniat f g h et b in e et pueniat l et eadē rōne f g h l sunt cōtinue pportionales et extremi f et l contra se pmi et illi qttuor in sua pportione mimi. et hoc processu quinqz sex septē et quotquot voles reperiat q. Correlariū ex mō demōstrationis cognitū est.



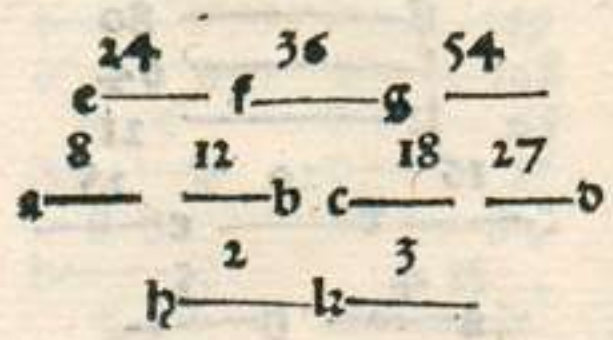
7 Si numeri cōtinue pportionales in sua pportione fuerint mimi: quotcūqz inter extremos fuerit medij totidē inter vtrūqz extremoz et vnitatē pportioales eē pueniet



Sint a b c d nūeri cōtinue proportionales in sua pportione mīmi: dico quot fuerint mediū cōtinue proportionales inf a et d totidē esse medios pportionales int a et d unitatē et totidē inf d et unitatē. nā qz p primā hui⁹ qlibet duo nūeri proximi erūt cōmēsurabiles sumo maxios binos et binos numerātes q̄ sint e f g qui p scdm correlariū scde hui⁹ erūt cōtinue proportionales et sumo maxios illoz maximoz duos et duos numerātes q̄ sint h l: erūtqz h l vt a ad b qz p vicesimātertā tertij numerāt e f et f g fm mīmos illius pportōis. at cū e numeret a: et g nūeret d et sint a et d p quintā hui⁹ contra se pmi erūt ergo e et g p octauā tertij contra se pmi. et eadē rōne h et l sunt cōtra se pmi. ideoqz in sua pportione mīmi. p correlariū igif vicesimētie tertij e nūerat a scdm h et h nūerat e scdm h. et itē g nūerat d fm l et l g scdm l. quoties ergo p diffinitōe eius q̄ est numerū p aliū multiplicari unitas in h et h in e et e in a. et sllr quoties unitas in l toties l in g et g in d. sunt igif unitas h e a p̄tinue proportionales sllr et unitas l g d cōtinue proportionales. q̄re sicut inf extremos a d p̄tinētur b c duo mediū pportio- nales. sllr inf a et unitatē p̄tinētur duo e h et inter d et unitatē itidē duo g et l mediū pportio- nales: quod est ppositū.

Si inter vtrunqz duozū numeroz et unitatē numeri proportionales equales nūero ceciderint: inter ipsos quoqz totidē cadere necesse est.

Hec est cōuersa pcedētis vt si inf unitatē et a cadāt h et e duo nūeri cōtinue proportionales et inf vni- tatē et d cadant l g: totidē mediū proportionales dico inf a et d totidē cadere. nā qz quoties unitas in h toties h in e. idē h in se duct⁹ productet e et p idē l in se productet g et h et l ducti in e et g productū a et d duco ergo h in l et fiat f manifestū erit p septimā et octauā scdi e f g in p̄tinua pportioe eē vt h ad l deinde duco h in f et fiat b et l in f et fiat c cōstabitqz p septimā scdi vt a ad b ita b ad c et c ad d cadent itaqz duo nūeri b et c mediū proportionales inf a et d quēadmodū cadebāt inter unitatē et a et inter vni- tatem et d: quod est ppositū.



Si fuerint quotlibet numeri continue proportionales: minimi quos duo et duo proximi numerant: in eadem pportione proportionales erunt.

Sint a b c d numeri p̄tinue pportioales at vero mīmi quos duo et duo proximi numerāt sint e f g dico e f g eē p̄tinue pportioales. sumo enī h l in illa pportioe mīmos et p 24 tertij a b c numerāt e f g fm l. et b c d nūerāt eosdē fm h. ergo p septimā pmi e f g sūt p̄tinue pportioales: q̄d ē ppositū

Numeros diuersarum pportionum sumere: a quozum binis et binis numerati mī- nimi: sint continue proportionales.

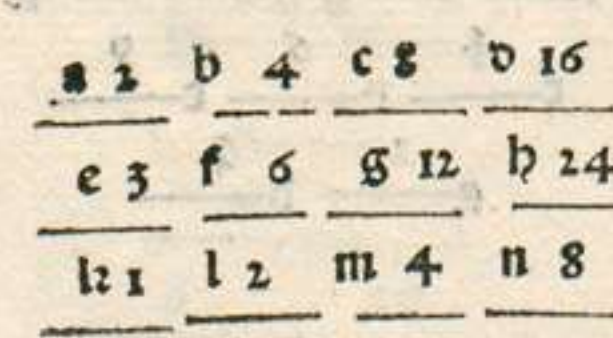
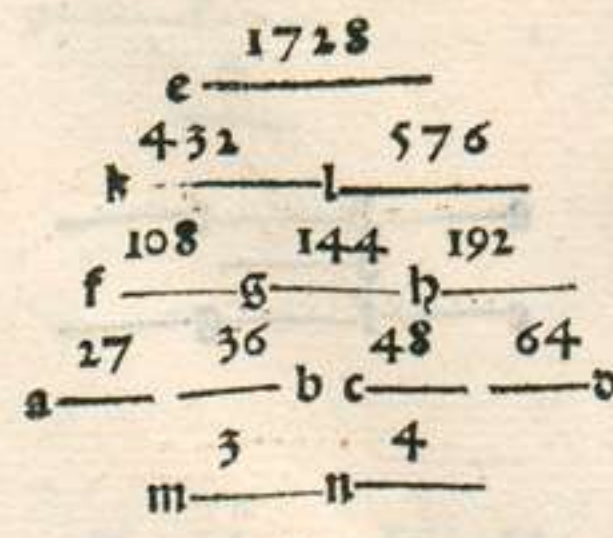
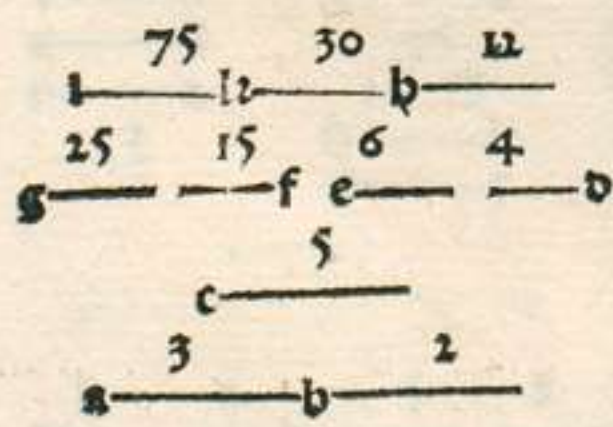
Solo sumē nūeros diuersaz pportionū a quoz binis et binis mīmi numerati sint proportionales capio a b nūeros cōtra se p̄mos a quidē maiorē et b minorē quoz cōpositus sit c q̄ cum vtroqz p nonā tertij ē prim⁹. et duco b in se et proueniat d et b in a et proueniat e et a in c et fiat f et c in se et fiat g: per septimā primū q̄ pportio a ad b ea ē e ad d et f ad c tanq̄ c ad b et c ē maius a ergo p nonā scdi maior est f ad e q̄ e ad d et g ad f vt c ad a que non est vt b ad a. nā c b essent eāles neqz vt a ad b. nā per primā hui⁹ qz esset cōtinua pportionalitas c ad a et a ad b proīde c et a cōicarent. est itaqz pportio g ad f alia a pportioe f ad e et e ad d. capio ergo mīmū quē numerāt d e q̄ sit h et mīmū quē numerāt e f. et sit l et mīmū quē numerāt f g et sit l. dico h l l esse cōtinue pportioales. nam p 24 tertij b in e facit h. et qz f ad e tanq̄ c ad b et c b sunt in sua pportioe mīmi ergo p eandem 24 b in f productit l est ergo l ad h vt f ad e quare vt c ad b. et qz per idē c ducit in f ad producēdū l. nā f est mīoz et g maior ergo p octauā scdi erit l ad l tanq̄ c ad b. nā b in f facit l et c in f facit l. sunt igif l l h cōtinue propor- tionales mīmi a binis et binis numeroz diuersarū pportionū sumptoz nūerati: q̄d est ppositū

Si inter duos numeros quotlibet cōtinua pportionalitate sumatur: inter vtrūqz eozum et mīmū quem omnes numerāt totidem assignari necesse est.

Sint a b c d nūeri cōtinue pportioales quoz p 25 tertij e sit inuētus mīmus quē numerāt: dico quot nūeri cōtinue pportioales cadūt inf a et d: totidē cōtinue pportioales cadere inf a et e et inf d et e. sint f g h mīmi quos a b: b c: et c d bini et bini numerāt. erūt f g h p nonā huius cōtinue in eadē pportioe a ad b pportioales. Itē mīmi quos f g et g h bini et bini numerāt sint l i dico l i eē mīmū quē numerāt a b c. nā si esset mīoz p correlariū 23 tertij f et g eundē numerarēt quare et p idē corre- lariū l i mīmus ab eis numerat⁹: maior scz minorē q̄d est impossibile. et eodē argumēto l est mīmus quē numerāt b c d et ex eodē oīdetur mīmū quē numerāt l i eē mīmū quē numerāt a b c d. at mīm⁹ quē numerāt a b c d posit⁹ est c. igif c est mīmus quē numerāt l i. Sint p̄terea m et n mīmi pportionis a ad b: ergo p 24 tertij a numerat f et f l et l e fm n et per idē d numerat h et h l et l e scdm m. quare p octauā scdi a f l e sunt p̄tinue pportioales. itē et d h l e atqz sicut inf a et d sunt b c duo mediū ppor- tionales: ita inter a et e sunt duo f l et inter d et e duo h l itidē mediū proportionales: q̄d est ppositū

Si primus ad secundū sicut tertius ad quartū quotcunqz inter primū et secundum totidem inter tertium et quartum pportionaliter medios cōsistere necesse est.

Sit a ad d sicut e ad h: et inf a et d sint b c duo mediū pportioales. dico etiā inf e et h eē duos medios pportioales. Sumo q̄tuoꝝ mīmos illius pportioalitatis q̄ sint l i m n: p 21 secūdi et equā pportio- nalitatē l i ad n sicut a ad d quare et sicut e ad h. et qz per quintā p̄tis l i n sunt cōtra se pmi erunt p 20 tertij in sua pportione mīmi et p decimā nonā eiusdē mīmi l i n numerabūt equalitē e et h. numerēt igif numeri l i m numeros f et g fm eundē numerū. et per septimā secūdi e f g h erunt cōtinue ppor- tionales. sunt igif f g itidē duo mediū proportionales inf e et h vt duo d c inf a et d: q̄d est ppositū.



8

9

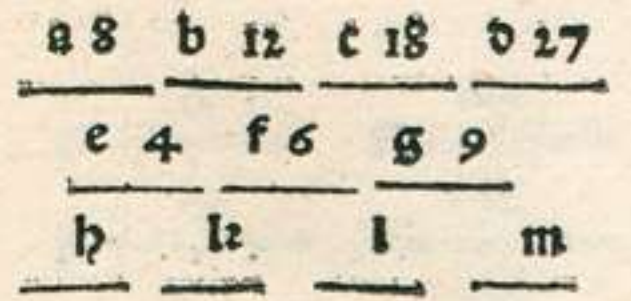
10

11

12

13 **C** Numerorum continue proportionalium si primus non numeret secundum non numerabit aliquis eorum ultimum. quod si primus numeret ultimum numerabit et secundum.

C Sint a b c d numeri continue proportionales et a non numeret b: dico nullum eorum numerare d. et certum est quod sicut a ad b: ita c ad d. et a non numerat b: c etiam non numerare d. at quod b non numeret d per capio enim e f g tres minimos proportionis a ad b. per equam enim proportionem que proportio e ad g: ea est b ad d. at e et g per quintam sunt contra se primi: ergo e non numerat g: quare neque b numerabit d. si enim e numerat g ipsum e esset unitas. et cum que proportio e ad f: ea sit a ad b et e unitas numeret f a etiam numeraret b: quod est contra hypotheseum. et consimiliter probabis a non numerare d acceptis quattuor minimis in illa proportionem que sint h l m. nam cum primus non sit unitas (alioquin omnes numeraret et ita a omnes) primus ultimus per quintam huius erit contra se primi et primus h non numerabit m: quare neque a numerabit d. ut enim h ad m: ita per equam proportionalitatem a ad d quod est primus. Secundo per oppositum huius ultimi monstrati. Si enim a non numerat b: etiam non numerat d. ut monstratum est per primam partem: ergo ex opposito huius si a numerat d numerat et b: quod est secundum.



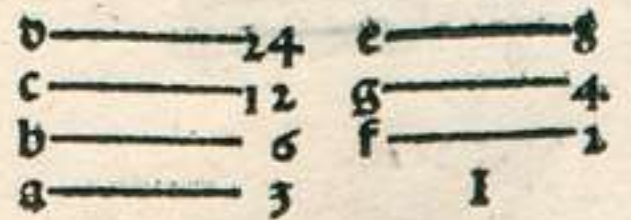
14 **C** Si primus in tertio quoties unitas in secundo: inter primum et tertium et inter unitatem et secundum numeri proportionales numero equales inveniuntur.

C Sint tres numeri a e d: a primus: e secundus: d tertius. et sit ut quoties a est in d: toties unitas sit in e dico ergo quot numeri inter a et d continue proportionales inveniuntur: totidem inter unitatem et e reperiri. Reperiatur enim inter a et d duo numeri b c continue proportionales: quoniam enim a numerat d ergo per premissam a numerabit b. unitas ergo numeret f quoties a est in b: iteque f numeret g quoties b numerat c: numeret etiam g toties quocumque numerum. ut verbi causa h quoties c numerat d: quare ergo ut a ad b: ita unitas ad f et ut b ad c. ita f ad g. et ut c ad d: ita g ad h. ergo per equam proportionalitatem ut a ad d: ita unitas ad h. sed ut a ad d ita et unitas ad e. sunt ergo h et e idem numerus: quare inter unitatem et e duo pariter numeri f et g reperiantur medij proportionales ut inter a et d duo b et c: quod est propositum.



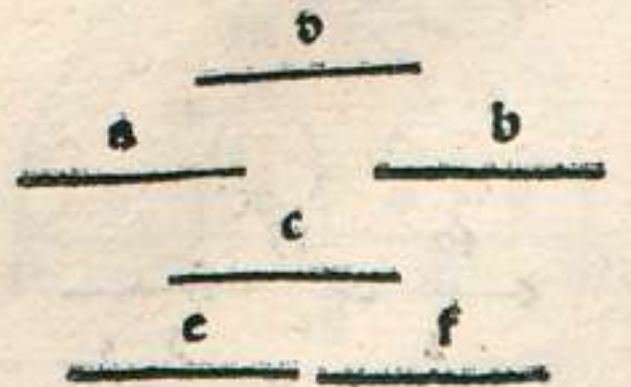
15 **C** Si fuerint duo numeri contra se primi quotcumque inter alterum eorum et minimum quem numerant: totidem inter reliquum et unitatem proportionales reperiri contingit.

C Sint contra se primi a et e et minimus quem numerant sit d: dico quod si inter a et d cadunt b c duo medij continue proportionales totidem cadent inter unitatem et e: quia a et e sunt contra se primi. et ideo in sua proportionem minimi et d est minimus quem numerant: ergo per vice simam quartam tertius a numerat d secundum e. est ergo toties a in d quoties unitas in e: ergo per precedentem quot numeri inveniuntur inter a et d primum et tertium: totidem continue proportionales inveniuntur inter unitatem et e secundum: quod est propositum.



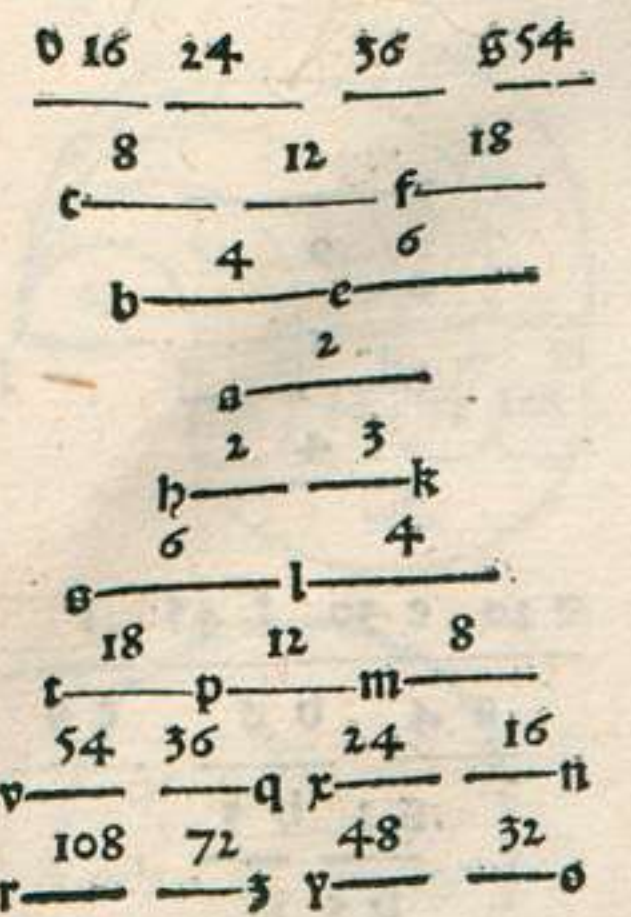
16 **C** Si fuerint duo numeri concordes: quotcumque inter alterum eorum et maximum que eos numerant totidem inter reliquum et minimum ab eis numeratum continue proportionales consistere necesse est.

C Sint a b numeri ad invicem commensurabiles et c maximum eos numerans et d minimus ab eis numerans: dico quot proportionales cadunt inter c et b: totidem cadere inter a et d. iteque quot cadunt inter c et a: totidem cadere inter b et d. Sint enim e et f minimi in proportionem a ad b: ergo per vice simam tertiam tertius e in c facit a. et per vice simam quartam eiusdem e in b facit d: ergo per septimam scilicet que proportio c ad b ea est a ad d. ergo per duodecimam huius quotcumque cadunt medij proportionales inter c et b primum et secundum: totidem cadunt inter a et d tertium et quartum et iterum quare ut c ad b: ita a ad d. ergo per mutam c ad a ut b ad d: quare per eandem duodecimam quot medij proportionales cadunt inter c et a: totidem cadunt inter b et d. manifestum est ergo quotcumque inter alterum eorum et maximum eos numerant cadant: totidem inter reliquum et minimum ab eis numeratum cadere: quod est propositum.



17 **C** Si ab uno principio duo ordines numerorum proportionalium numero equalium sumantur quotcumque inter primum et alterum extremorum: totidem inter extremos medij secundum proportionem proximorum a primo proportionales erunt.

C Incipiat ab a ad d unus ordo numerorum continue proportionalium et ab eodem a ad g secundus et numerus quidem equalium: dico quot medij proportionales continebuntur inter a et d: totidem contineri inter d et g secundum proportionem proximorum a primo. contineantur ergo b c medij proportionales inter a et d: et e f medij proportionales inter d et g: totidem contineri dictum est inter d et g secundum proportionem b e: quod ostendit. Capio enim h l m n o ex una parte: et ex altera pre fiant l p q r per septimam secundi l m n o sunt continue proportionales: similiter et l p q r. et per eandem que proportio b ad e: ea est m ad p. Deinde duco l in a et f et proveniant s t v: eruntque per septimam secundi s ad t et t ad v sicut l ad p: p ad q et q ad r. et per octavam eiusdem sicut h ad l: ita et l ad s. quare m ad p sicut l ad s. et quare p sit ex h in e et t ex l in e: ideo per octavam secundi p ad t et t ad v h ad l: quare ut m ad p. sunt igitur continue proportionales m p t. et quare dictum est ut s ad t et t ad v: ita l ad p: p ad q et q ad r. est ergo e converso r ad q ut v ad t: ergo permutatum r ad v ut q ad t. et quia iterum q ad p ut t ad s: ergo permutatum q ad t ut p ad s: quare p ad s: q ad t et r ad v erunt in eadem proportionem. et quia que proportio m ad l: ea est n ad m et o ad n: et m ad l probata est ut p ad s. ergo ut n ad m: ita q ad t. ergo permutatum que proportio n ad q: ea est m ad t. ergo per duodecimam huius cum inter m et t contineatur unum medium proportionale scilicet p secundum proportionem m ad p: itidem continebitur unum medium proportionale inter n et q secundum proportionem m ad p quod sit x. et quare sit ex h in f et v ex l in f per octavam primum erit proportio q ad v ut h ad l: quare ut m ad p. sunt igitur n x q v continue proportionales secundum



pportionē m ad p. at rursū cū que pportio o ad n ea sit r ad v. ergo pmutatī o ad r vt n ad v: sed inf n et v cōtinentur r q duo medij pportiones fm pportione m ad p. ergo per duodecimā huius fm eandē pportione totidem cōtinebuntur medij inter o r q sint y z. at cū o fiat ex h in d et r ex h in g. ergo per septimā secūdi que pportio o ad r ea est d ad g. ergo per duodecimā huius quot medij pportiones cōtinentur inter o et r fm pportione m ad p totidem cōtinebuntur inter d et g. at duo medij y z vt monstratū est fm pportione m ad p siue b ad e qd idem est cōtinetur inter o et r. igitur et duo fm eandē pportione cōtinentur inter d et g: qd erat demonstrandū.

¶ Si fuerint quotlibet numeri in sua pportione minimi: quicumq; aliquem illorum numerat alteri terminorū illius pportionis erit cōmensurabilis.

¶ Termini diffiniti sunt q in aliqua pportione sunt mimi. Sint ergo a b c d quotlibet numeri pportiones in sua pportione minimi et sint e f termini in pportione a ad b et numeret g numerū a aut b aut c aut d: vt verbi cā c: dico g esse cōmensurabilē e aut f. capio tres mimos in pportione a ad b per sextā huius q sint h l. qz igitur ex correlatio eiusdē sexte ex e in l sit c. ergo p quintā tertij g cōmunicabit cum e aut cum l. si cum e constat ppositum. si autem cum l: qz per idem correlarium ex f in se sit l per eandē quintā tertij cōmunicabit cum f: quod est ppositum.

¶ Si fuerint quotlibet numeri in sua pportione minimi: quilibet eorum ad compositum ex reliquis erit primus.

¶ Sint a b c d quotlibet numeri continue pportiones in sua pportione minimi. e f vero termini pportionis a ad b. dico ppositū ex a b c esse primū ad d. Nam si aliquis numeraret ppositū ex a b c et d. ergo p precedentē cōcabit cum e aut f erit ergo aliqs numerus cōter numerās e aut f. et compositū ex a b c et d q sit g: qz ergo g numerat e aut f et numerū d et vterq; c r f numerat b et c per decimā nonā tertij. ergo per vicesimā tertij primū g numerabit b et c. ergo et g per quintā scdī numerabit a residuū: sed g positus est etiā numerare d: et a r d per quintā huius sunt contra se primū igitur g numerat contra se primos qd est impossibile. nō ergo cōpositus ex a b c est cōpositus ad d sed necessario primus: quod est ppositū. et ita de quotlibet alio ad cōpositum ex reliquis argumētare

¶ Si quotlibet numeri fuerint in sua pportione minimi: qui ex omnibus componitur ad quemlibet eorum erit primus.

¶ Hoc ideo est q numerus cōpositus ex duobus contra se primis ad quemlibet eorū per nonā tertij est primus. at p precedentē quemlibet numerorū in sua pportione minimorū ad compositū ex reliquis est primus: ergo cōpositus ex illis per eandē nonā ad quemlibet illorum numerorū et compositū ex reliquis est primus. quare ad quemlibet illorum erit primus: quod est ppositum.

¶ Si fuerint duo numeri contra se primi: tertium eis in continua pportionalitate adiungi est impossibile.

¶ Nam si tertius eis in cōtinua pportionalitate adiungeretur: ergo per primā huius primus r scdīs erunt cōmensurabiles: quare nō erunt contra se primi quod est contra hypothesim r ppositū.

¶ Si duo numeri contra se primi numerent alios duos fm numerū a neutro eorum numeratum: illis quoq; in continua pportionalitate non adiungetur tertius.

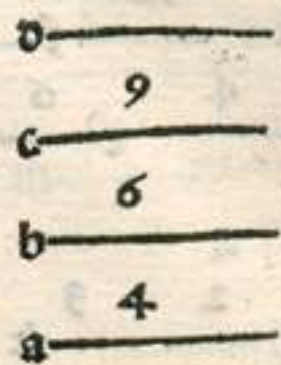
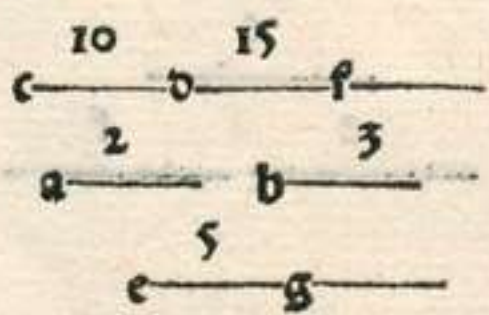
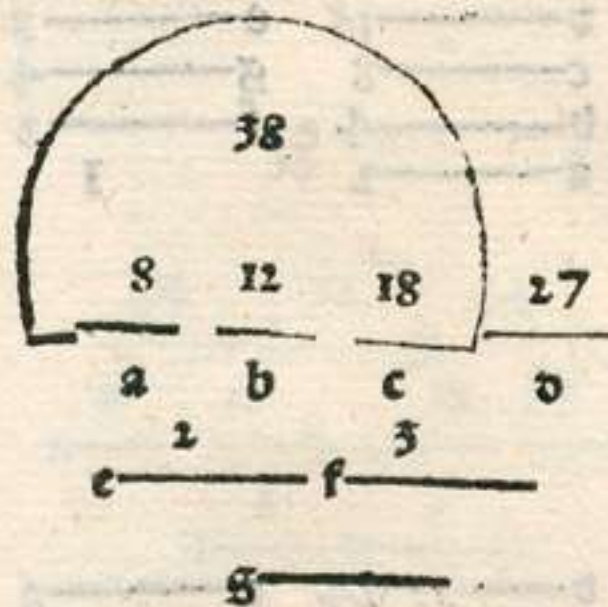
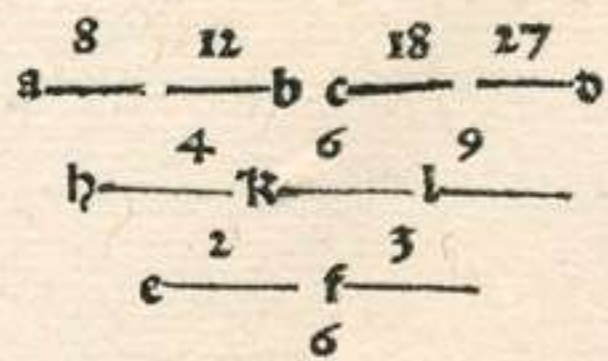
¶ Sint a b numeri contra se primi r e numerus neq; ab a neq; ab b numeratus fm quē a numeret c et b numeret d: dico non esse numerū in continua pportionalitate numeris c et d adiungendū. Si enī sit aliquis esto ille f: qz per octauā secūdi pportio c ad d vt a ad b erit: ergo d ad f vt a ad b. et a b sunt contra se primi quare per vicesimā tertij sunt in sua pportione minimi r per decimā nonā eiusdem quoties a numerat d toties b numerat f. sit ergo vt equalitē numerēt fm g: cum itaq; b numeret d fm e r f fm g. ergo per septimā secūdi q pportio d ad f: ea est e ad g. quare r q a ad b: ea est e ad g. et a b ppati sunt in illa pportione mimi. igitur p decimā nonā secūdi a b numerāt e g equalitē. numerabit igit alter numerorū a aut b numerū e: quod est contra hypothesim.

¶ Si numeri pportiones fuerint in sua pportione minimi: non erit extremi ad aliquem pportio que primi ad secundum.

¶ Sint a b c continue pportiones in sua pportione mimi: dico c ad nullū esse pportione q a ad b. Si enī sit aliqs esto ille d. qz ergo a ad b sicut c ad d: ergo pmutatī a ad c sicut b ad d. r qz a b c sunt in sua pportione mimi: ergo p quintā huius a c sunt cōtra se pmi. quare p vicesimā tertij in sua pportioe mimi quare p decimā nonā eiusdē a nūerabit b: r c nūerabit d equalitē. at si a nūerat b: etiā b nūerat c. nam eadem pportio quare per vicesimā tertij primū r a numerabit c: verū tamen a cerant contra se primi. hoc igitur impossibile r ppositum.

¶ Si quotlibet numeri in sua pportione minimi totidē alios numerēt fm numerū a neutro illius pportionis numeratū: nō erit alius cum illis cōtinue pportionalis.

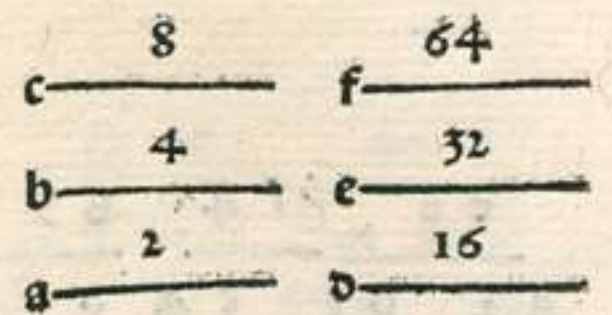
¶ Sint a b c nūeri pportiones in sua pportione minimi q numerēt totidē d e f fm l q neq; numeret ab g neq; ab h in pportione a ad b mimi: dico q d e f nō est adiungendū aliqs cū illis pportionalis. Si enī fuerit aliqs sit l q adiūgat post f: nūerabunt ergo a b c tres mimi tres vltimos illius pportiois e f l equalitē: sitq; id fm m. r qz c numerat f fm l r l fm m: p septimā ergo scdī l ad m sicut f ad l: quare r sicut g ad h per decimā nonā. ergo tertij g h in illa pportione minimi nūerabunt l m equalitē: qd est contra hypothesim. positū enī erat neq; g neq; h numerare l.



25
26
27
28
29

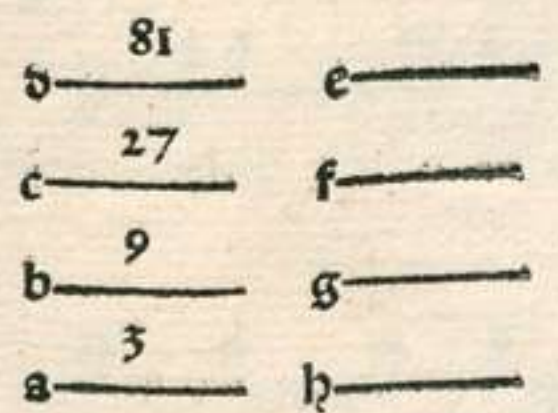
25 ¶ Si sumantur numeri ab unitate continue proportionales: nullus eorum numerabit ultimum nisi fm aliquem in illa serie dispositorum.

¶ Sint a b c d e f numeri continue proportionales ab unitate: dico nullū eorū numerare f nisi fm aliquē in illo ordine positoy. nam qz quoties unitas in a toties e in f: ergo per definitionem e numerat f scdm a. Item qz ut unitas ad a: ita d ad e. erit a ad b: ita e ad f. ergo per equā proportionalitatem ut unitas ad b ita d ad f. quoties ergo unitas in b: toties d in f. per definitionē igit d nūerat f scdm b. et qz itez per equā proportionalitatem per vicesimā primā secundū ut unitas ad c: ita c ad f. quoties ergo unitas in c toties c in f: quare c numerat f scdm se. et qz mōstratus est d numerare f scdm b: ergo alternatim per octavam primū b numerat f scdm d. et qz etiā e mōstratus est nūerare f scdm a: alternatim a nūerabit f scdm e. est itaqz ostensum a b c d e numerare f vltim fm aliquē in illo ordie positoy. qd erat ppositū.



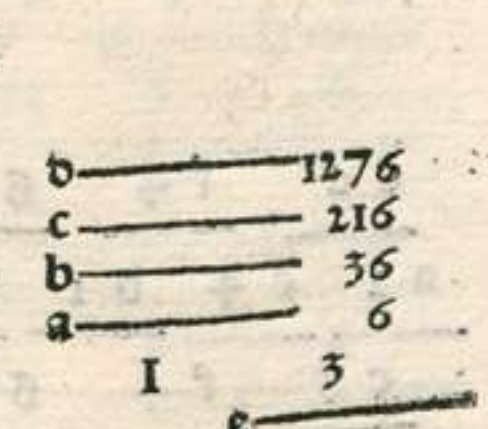
26 ¶ Si numerorum ab unitate continue proportionalium secundus ab unitate fuerit numerus primus: nullus numerabit vltimū nisi aliquis in ordine antecedentiū.

¶ Sint a b c d numeri continue ab unitate proportionales: et a numerus primus. dico q nullus numerabit d nisi aliqs precedentiu d in ordine numeroy a b c d. Si enī aliqs alius numeret d sit e qui nūeret eū scdm f. qz ergo a nūerus primus nūerat d pductū ex e in f: ergo p quartā tertij a nūerat e aut f. sit ergo ut numeret e intelligo qtuor nūeros: a e f c: et qz per precedentem a in extremus in extremū pducit d z eū dē pducit e in f medius in mediū. ergo per vicesimā quintam scdi ut a ad e: ita f ad c. fz a nūerat e: ergo et f numerat c. numeret ergo f nūerū c scdm g: eadē rōne f vel g nūerabit b: sitqz id scdz h. p idē quoqz tandē pcludes g aut h nūerare a: qre a non ē nūerus primus. qd ē tra hypothesim. at si g aut h ponat eq̄lis a: argumētaberis p pmissam reliquos eē equales is qui sunt in ordie a b c d: et ppositū.



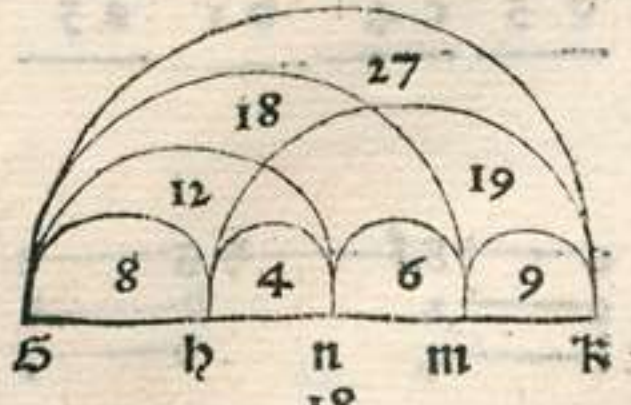
27 ¶ Numeris ab unitate proportionalibus si aliquis primus vltimum numeret: secundum quoqz ab unitate numerabit.

¶ Sint a b c d continue proportionales ab unitate: sitqz e numerus primus qui nūeret d vltim: dico ipm e numerare a scdm ab unitate. Si enī e primus non nūerat a: ergo p primā tertij e erit primus ad a. et cū quoties unitas in a toties a sit in b: ergo a scdm se numerat b. quare per vndecimā tertij b est primus ad e. et cū quoties unitas in a toties b sit in c: g b nūerat c secundū a. quare per decimā tertij e est primus ad c. et itez quoties unitas in a toties c in d: ergo c numerat d secundum a. per eādē ergo decimam: e est primus ad d. non ergo e numerat d. quod est oppositum positi.



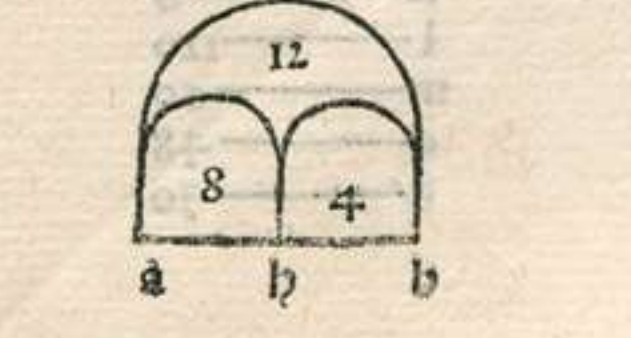
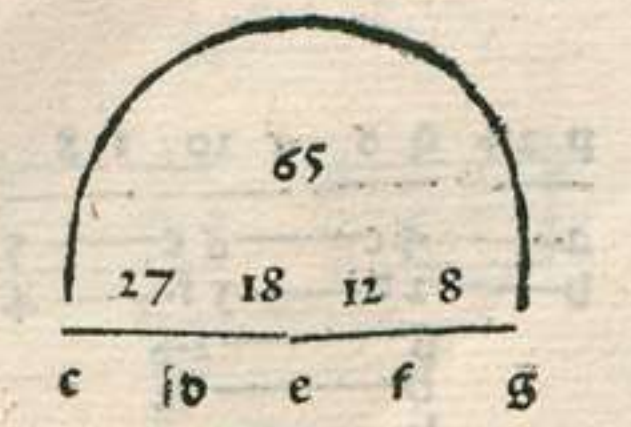
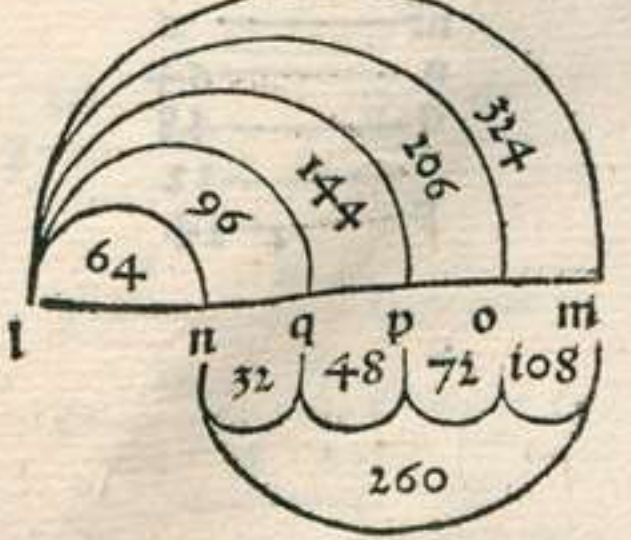
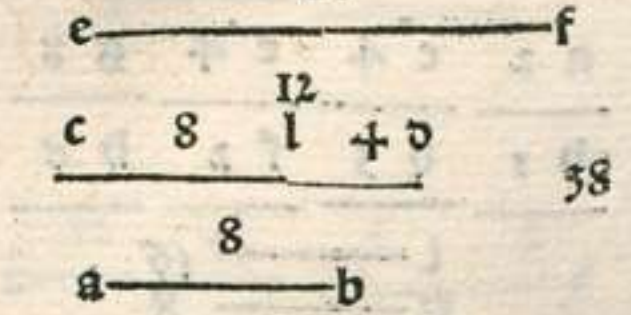
28 ¶ Si numerorum continue proportionalium primus de secundo et vltimo tollatur: que proportio fuerit residui secundi ad primū ea est residui vltimi ad cōpositum oim precedentium.

¶ Sint a. b. c. d. e. f. et g k: numeri continue proportionales z detrahaf a b primus de c d secūdo: sitqz residuus secūdi l d. Itē detrahaf a b de vltimo g k: sitqz residuus h k. dico que proportio l d ad a b: eā esse h k ad ppositū ex a. b. c. d. et e. f. sumo enī ex g k nūez g m equalē e f: z g n equalē c d. et intelligo g k. g m. et g n. vt tria tota. qz ergo g m equalē e f: que proportio g k ad e f: ea est totius g k ad totū g m. et qz g n equalē c d: ideo que proportio e f ad c d: ea est totius g m ad totū g n. et per idē q proportio c d ad a b: ea est g n ad g h. et vltra q proportio totius g k ad totū g m: ea est g m detractū g k ad g n detractum g m / q numeri g. k. e. f z c. d positi: sint continue proportionales. et q proportio totius g m ad totū g n: ea est g n detractū g m ad g h detractū g n. quare p quintā scdi m l ad n m / z n m ad h n residuoy ad residua vt totoz ad tota: id est m l ad n m: sicut e f ad c d. et n m ad h n sicut c d ad a b. ergo pmutatim per tertij secūdi sicut m l ad e f: ita n m ad c d et h n ad a b: ergo p vicesimā secūdi h n m l sit qui sūt h l: ad h positi ex c f c d et a b: sicut h n vnus illoz ad a b vnum hoz. at cū g n equetur c d: et g h equetur a b: ergo g h equabitur c l. equalē ergo h n nūero l d. ablatis enī equalibus ab equalibus: residua sūt equalia. qre ergo que proportio l d ad a b: ea erit h l ad ppositū ex oibus precedentibus. qd est ppositum.



29 ¶ Propositis duobus numeris / sumptisqz quotlibet scdm proportionem eorū proportionibus: si minor in minorem z maior in maiorem ducatur z pductorum differentia per differentiam ppositoy diuidatur: erit numerus qui ex omnibus aliis coaceruat.

¶ Sint a b et a h duo numeri et h b eorū differentia: et sint c d / d e / e f / e f g: quotlibet in continua proportione a b ad a h: ducaturqz a b in c d z pueniat l m. item a h in f g z pueniat l n: sitqz differentia l m z l n numerus n m. dico q si n m diuidatur p h b: differentiam primū ad scdm puenire c g nūez ex c d e f g cōpositum. Nam ex a b in d e fiat l o et in e f fiat l p et in f g fiat l q. qz per decimā primū qd sit ex ductu a b in f g: equū est ei quod sit ex ductu a h z h b in eū dē nūerū f g: et ex a b in f g sit l q: et ex a h in eū dē sit l n. ergo ex h b in f g per eādē decimā sit n q. Preterea intelligo quattuor numeros: a b primū / a h secūdu / e f tertiu / e f g quartū. et qz q proportio primū ad scdm ea est tertij ad quartū: g p vicesimā quintam secūdi quod sit ex ductu a b in f g primū in vltimū: equū est ei qui sit ex a h in e f medio in medio. at quod sit ex a b in f g est l q: ergo quod sit ex a h in e f est l q. at xō qd sit ex toto a b in e f est l p: ergo per decimam primū quod sit ex h b in e f est q p. Et eadē p similiqz argumētatione: quod sit ex h b in d e est p o: et in c d est o m. quare per nonam primū h b in toto c g producit n m. ergo per sextam petitionem primū si productus n m diuidatur per eū dē nūerū h b: redibit prior numerus c g. qd erat demonstrandum.



o In his proportio sup alia quilibet addere proportionem dicitur: que cum illa p-
nuata ipam componit. differentia proportionis ad aliam: vocatur illa proportio
qua eadem supra reliquam abundare dicitur.

1 Quod addit proportio primi ad secundum super proportionem tertii ad quartum: est
proportio que est inter productum ex primo in quartum et productum ex secundo in tertium.

| | | |
|-----|-----|-----|
| e 6 | f 4 | g 3 |
| a 2 | b 1 | c 4 |
| d 3 | | |

2 Nec docet subtrahere proportionem a proportione: et quod quanta proportio minore proportioe a maiore
subtrahata relicta sit: qua hic dicitur proportionis a proportioe noiamus. Sint quattuor numeri: a primus /
b secundus. c tertius. d quartus: et sit maior proportio a ad b quam c ad d: et ex a in d fiat e: et ex b in c fiat f
Dico proportionem quam addit a ad b super proportionem c ad d: eam esse quam est inter e et f. duco enim iterum b in d
et fiat g. quod enim b in c facit f: et in d facit g: ergo per septimam secundam quod proportio c ad d: ea est f ad g. et quia
a in d facit e: et b in d facit g: ergo per octavam secundam e ad g ut a ad b. et quod posita est a ad b maior proportio
quam c ad d: ergo e ad g maior proportio quam f ad g. quare per nonam secundam e maior est quam f. est itaque ex defini-
tione proportionis posite ex secundo huius habita proportio e ad g posita ex proportionibus e ad f et f ad g.
addit ergo proportio e ad g proportionem e ad f: super proportionem f ad g. quare et proportio a ad b eadem propor-
tionem e ad f addit super proportionem c ad d. quod est propositum. **3** Et tamen aduertendum dignum est si semel
minore proportione de maiore subtrahata relicta sit differentia proportio maior: iterum ab ea demat minor
et id toties fiat quousque relicta sit aut subtrahata equalis aut ea minor. sicque cognoscere propter erit quies
proportio minor fuerit in maiore et quam insuper superaddet minorem: si ultra superaddat.

2 Quo abundat proportio primi ad secundum super proportionem tertii ad quartum: eo
abundat proportio primi ad tertium super proportionem secundi ad quartum. Itemque proportio
quarti ad tertium super proportionem secundi ad primum.

| | | |
|-----|-----|------|
| e 6 | f 4 | g 12 |
| a 2 | c 4 | b 1 |
| d 3 | | |
| e 6 | f 4 | g 8 |
| d 3 | c 4 | b 1 |
| a 3 | | |

3 Sit eadem hypothesis quam prius: dico primo qua proportioe ut e ad f abundat proportio a ad b super proporti-
onem c ad d: eadem proportioe abundare a ad c super proportionem b ad d. Secundo eademque proportioe abundare
d ad c super proportionem b ad a. Primum patet: nam quod a ad b primum ad secundum maior est proportio quam c ad d tertium
ad quartum. ergo per duodecimam secundam maior est proportio a ad c primum ad tertium: quam b ad d secundum
ad quartum. fac ergo a primum / c secundum. b tertium / d quartum: et argumentare per precedentem et videbis
propositum. Secundum similiter patet: nam quia a ad b maior quam c ad d: ergo per undecimam secundam erit d ad
c maior quam b ad a. fac ergo d primum / c secundum. b tertium / a quartum: et argumentare per precedentem:
et facile videbis propositum.

3 Si addat aliqua proportio super alteram quantum tertia super quartam: erit ut composita
ex prima et quarta composita ex reliquis sit equalis.

| | | |
|------|-----|-----|
| e 8 | f 4 | g 3 |
| a 2 | b 1 | d 3 |
| c 4 | | |
| a 2 | c 4 | e 4 |
| b 1 | d 3 | f 2 |
| h 6 | | |
| l 16 | | |
| m 8 | | |
| n 6 | | |
| o 64 | | |
| p 48 | | |
| q 32 | | |
| r 24 | | |

4 Priusquam ad propositum demonstrandum veniamus: volo demonstrare quo pacto proportio proportioni addere
da sit: et dico proportionem productorum ex primo tertio unius proportionis in primum alius: et ex secundo in secundum
eae ex duabus illis proportionibus posita. Sint enim a ad b et c ad d due proportiones: quas volo sic addere
atque ex ipsis posita flare. duco c in a et pueniat e: et d in b et pueniat g. dico proportionem e ad g: eae
posita ex proportionibus a ad b et c ad d. duco enim iterum c in b et pueniat f: et per septimam secundam quod proportio
a ad b: ea est e ad f. et per octavam eiusdem quod proportio c ad d: ea est f ad g. et proportio e ad g ponitur ex
proportionibus e ad f et f ad g. quare et ex proportionibus a ad b: et c ad d: quod intendebatur. Nunc ergo
ad demonstrandum propositum veniamus. Sit ergo ut quantum proportio a ad b addit super proportionem c ad d tunc
addat proportio e ad f super proportionem g ad h. dico ergo proportionem posita ex proportionibus a ad b et
g ad h: eae equalis proportioni posite ex proportionibus c ad d et e ad f. duco enim g in a et in b et fiant l et
et b in h et fiat m: per septimam ergo primum l ad h sicut a ad b. et quod b in g facit l et in h facit m: per eadem
l ad m sicut g ad h. quare erit proportio l ad m posita ex proportionibus a ad b et g ad h primum scilicet vltima
Dein duco c in l in l: et in m: et pueniat n: qui per septimam secundam erunt proportionales sicut n ad p sicut l
l. l. m. quod ergo n ad o sicut l ad l: et o ad p sicut l ad m: ergo per equam proportionalitatem n ad p sicut l
ad m. quare equales sunt proportiones l ad m et n ad p. dein duco d in l et pueniat q. quod ergo n sit ex c in
l et q ex d in l: per octavam ergo secundum est n ad q sicut c ad d. Item quod l ad l sicut a ad b: addet l ad l super
proportionem c ad d quantum a ad b addit super eadem proportionem c ad d. Intellego ergo quattuor numeros
l. l. c. d. et quia l in d facit q: et l in d facit o ut monstratum est: ergo per primam huius q ad o est quod addit a ad
b super proportionem c ad d. et quod eadem proportionem addit e ad f super g ad h: addit g e ad f proportionem
q ad o super proportionem g ad h. at proportio o ad p est ut g ad h: et q ad o est quod addit e ad f super g ad h:
ergo q ad p sicut e ad o: et o ad p equae proportioni e ad f. et n ad q ut dictum est equae c ad d: et n ad p
equae l ad m posite ex prima et vltima. et n ad p substituitur ex secunda et tertia. sic itaque constructum est propositum

4 Si inaequales proportionem unius addatur: erit additax et positarum eadem dicitur.

| | | | |
|-------|-----|------|-----|
| p 24 | q 6 | r 20 | s 8 |
| a 4 | c 6 | e 5 | |
| b 2 | d 3 | f 4 | |
| g 24 | | | |
| h 12 | | | |
| i 6 | | | |
| l 120 | | | |
| m 60 | | | |
| o 48 | | | |
| n 30 | | | |

4 Sit a ad b quaecumque proportio: sintque c ad d et e ad f due proportiones inaequales ut c ad d maior / et e ad
f minor: addaturque proportio c ad d proportioni a ad b: sitque posita proportio p ad q. addatur item proportio
e ad f eidem proportioni a ad b et pueniat posita r ad s: dico eadem esse differentiam proportionis p ad
q ad proportionem r ad s quam est proportiois c ad d ad proportionem e ad f. duco enim c in a et in b et proue-
niat g h: et b in d et proueniat l. per septimam secundam erit proportio g ad h ut a ad b: et h ad l ut c ad d
quare proportio g ad l est posita ex proportionibus a ad b et c ad d: atque eademque proportioni p ad q. duco
item e in g in h: et in l: et proueniat m in n proportionales: per septimam secundam g h l. et duco f in h et

proveniat o. erit eni l ad m sicut g ad h: quare sicut a ad b. et qz e in h producit m: z f in h producit o: g per octavam secūdi q̄ proportio e ad f: eadē est m ad o. quare proportio l ad o cōposita ē ex proportiōe a ad b et e ad f. atqz eadem proportiōi r ad s. at qz l ad n et g ad l: et p ad q equatur: et sicut l ad o r ad s adinvicem equatur: et l ad n superat l ad o proportiōe o ad n. erit o ad n d̄ria p ad q: et r ad s proportiōum ppositaz. at cū m ad n equetur c ad d: et m ad o equetur proportiōi e ad f vt hec oīa mōstrata sunt: z proportio m ad n superat proportiōem m ad o in proportiōe o ad n. erit ergo eadem proportio o ad n differētia c ad d et e ad f proportiōum scz additaz et ppositaz. quod est propositum.

5 **Proportiones minores minoribus siue eqlib⁹ addite: minorē pportionē pstituit.**

Sit a proportio minor b: et c minor d: et e minor f. dico proportiōem ppositā ex a c minorem eē proportiōe pposita ex b et c et proportiōem ex c e minorem eē proportiōe ex d e. sit itē proportio g equalis proportiōi f. dico proportiōem ex e g: minorem eē proportiōe ex f g. Prīmū pz: nam cū proportiōes a b sint inaequales z b sit maior a. sit ergo h differētia qua absūdat b sup a: et proportio ex b addita c sit l: et ex a addita c sit l: per pcedentē eadē erit d̄ria l: ad l et b ad a. sed b est maior a in proportiōe h: igit et l: maior l in eadē proportiōe. et eadē rōe mōstrabis proportiōem ppositā ex d e maiorem eē proportiōe pposita ex c e. qd̄ est p̄mū. Scdm p idē pz: nā qd̄ f maior eē sit m differētia f ad e. z pposita ex f g sit n: et ex e g sit o. per pcedentē eadem est differētia f ad e et n ad o. sed f maior est e in proportiōe m: igit et n proportio pposita ex f g: maior ē proportiōe o pposita ex e g in eadē proportiōe m. qd̄ ē scdm.

6 **Datas proportiones: in minimis terminis cōtinuare.**

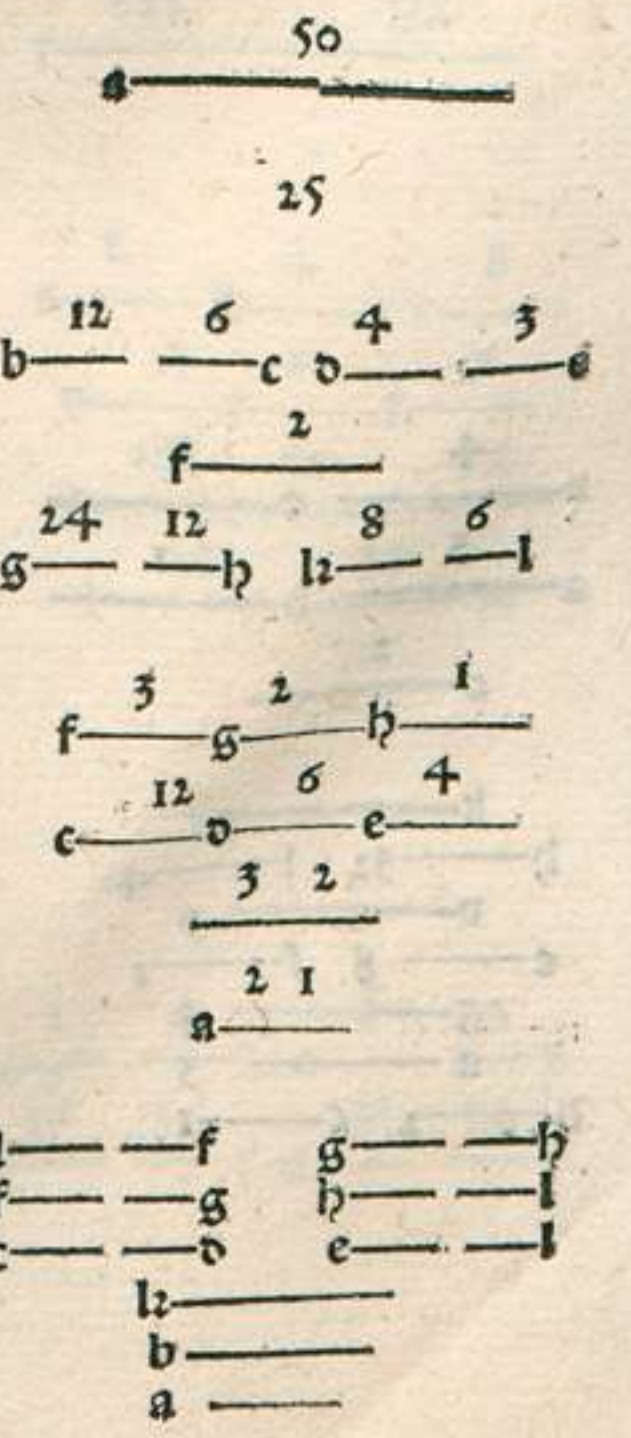
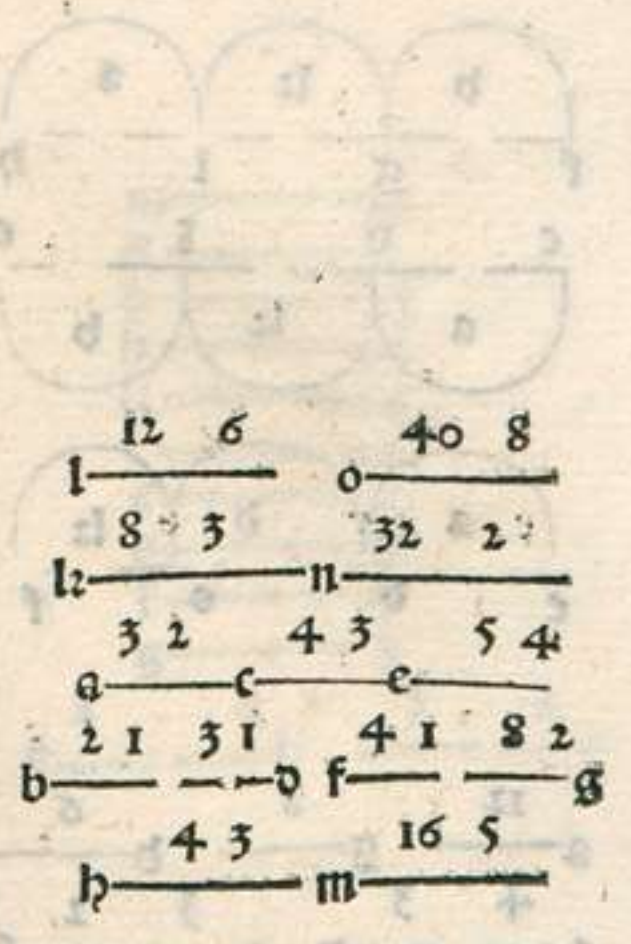
Sint a ad b. c ad d. et e ad f: date proportiōes in mīmis terminis: quas in proportiōalitate p̄tinua in mīmis numeris assignare iubemur. capio mīmū quē nūerāt b c qui sit g. et quoties b ē in g: toties sit a in h. et per septimā secūdi tunc q̄ proportio a ad b: ea est h ad g. et quoties c est in g: toties sit d in l. per eadē septimā eadē erit proportio c ad d et g ad l. erūt ergo due pportioēs a ad b z c ad d in p̄tinua pportioalitate in numeris h g l: et etiā in mīmis numeris. nā si in mīoribus eē possint p̄tinue sit ergo vt in t v x. per decimānonam tertij b sicut z c nūerabit v. quare z p correlariū vicesimequarte tertij g mīm⁹ ab eis nūeratus etiā nūerabit v. nō sunt igit t v x mīmi hoc pacto p̄tinuatū poēbať. et si e numeraret aliqties l: caperem l quem fm eūdē numeraret f. quare p septimā secūdi q̄ pportio eēt f ad e: eadem eēt l: ad l: sicqz addita eēt tertia pportio in p̄tinua pportioalitate z in mīmis teris In mīmis quidē ppter causam imēdiate adductā. at qz h e non nūerat k: capio mīmū numerū quē numerant e z k qui sit m. et quoties k est in m scdm eūdē numerum sit g in n et h in o. Item quoties e est in m toties scdmqz eūdē numerum sit f in p. z per septimā secūdi erit o ad n sicut h ad g. qre sicut a ad b. et n ad m: sicut c ad d. et m ad p: sicut e ad f. qre tres pportioēs date sunt in p̄tinua pportioalitate in numeris o ad n / n ad m. et m ad p. et etiā in mīmis numeris. nā si assignaretur minores: vt q r s y: per decimānonam secūdi b z c numerarent r. ergo g mīm⁹ ab eis nūeratus p correlariū vicesimequarte tertij etiā numerat r. et cū que pportio g ad l ea sit r ad s: ergo pmutatim que pportio g ad r ea est l: ad s. sed g numerat r: ergo l: numerat s. et etiāz per decimānonam tertij e numerat s. quare z m mīm⁹ ab eis nūeratus p correlariū vicesimequarte tertij numerabit s. nō sunt igit q / r / s / y mīmi: illas pportiones p̄tinue retinētes: vt pponēbať. quare nulli tales erūt: p̄ter o n m p. qd̄ est ppositum.

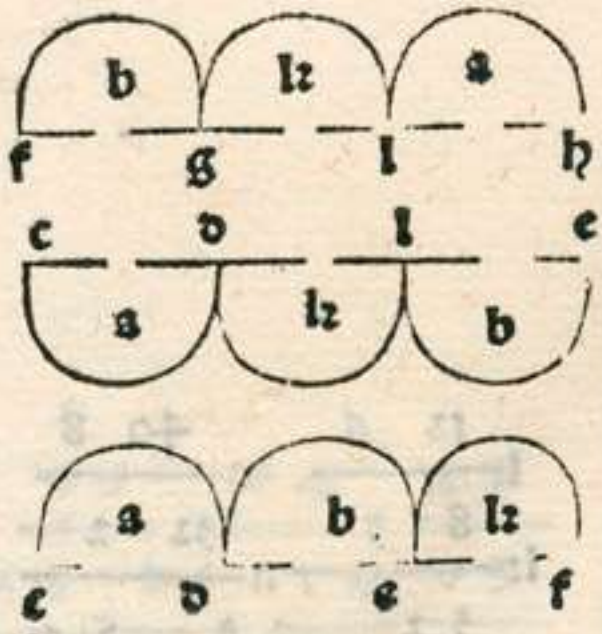
7 **Numerum propositum per partes inaequales fm assignatas pportiones continue sumptas: diuidere.**

Numerus datus is eē debet qui per numerum pportioēs assignatas in mīmis p̄tinuam diuidi possit: alioquin in eo partes assignatis pportioib⁹ rñdētes inuenire eēt impossibile. Sit ergo illis nūer⁹ datus a: quē ppositum est diuidere in quattuor ptes inaequales: quaz p̄ria ad scdam sit dupla scda ad tertiam sesquialta. et tertia ad quartam sesquialta. p̄tinuo per pcedentē tres assignatas pportiones scz duplam. sesquialterā / z sesquialterā in mīmis terminis qui sint b c d e: sitqz totus ex ipis compositus b e. et quia a ex hypothesi diuidi potest per b e: diuidat ergo per b e scz f: eritqz f nūer⁹ ex diuisione pueniēs. duco b c d e in f et pueniant g h l l qui p octavam secūdi p̄tinēbūt eadē pportiones cū b c d e: ita vt sit g ad h vt b ad c / et h ad l vt c ad d. et l ad l vt d ad e. et qz per decimā p̄mi quod sit ex ductu b e in f: equat ei quod sit ex ductu b c / c d / et d e in f. et per sextam petitionem p̄mi ducto b e in f sit atqz reuertitur a. est ergo a diuisus in quattuor partes inaequales g h l l in p̄tinua pportioalitate pportiones assignatas p̄tinētes. quod est propositum.

8 **Quotlibet proportiōes quocūqz ordine cōtinuate: eadē proportiōem pstituit.**

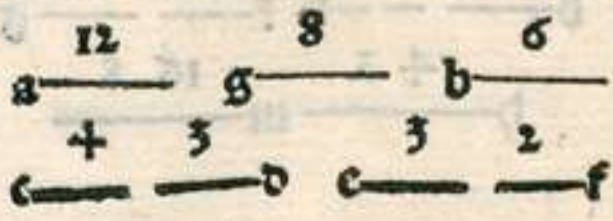
Id p̄mo in duabus pportioib⁹ ostēdendū est. Sint ergo a b quecūqz due pportiones vt a dupla et b sesquialta: et continuetur p̄mo dupla sesquialte in numeris c d: ita vt dupla pportio pcedat: z sesquialta sequat. erit eni c ad d duplus: et d ad e sesquialt. p̄tinuetur secūdo cedē pportioēs in nūeris f g h: ita tñ vt sesquialta pcedat et dupla sequat. erit eni f ad g sesquialter: et g ad h duplus. dico c ad d et d ad e: item f ad g et g ad h eadē cōstituere pportioem. Nam q̄ proportio g ad h ea est c ad d: et q̄ f ad g ea est d ad e. ergo p vicesimā scdam secūdi et equā pportioalitatē indirectam: q̄ proportio f ad h eadem est c ad e. quod est propositum in duobus p̄clusum. In tribus aut pportioib⁹ id adiuuātibus duabus ostēdit. vt si qua sit tertia pportio q̄ ipis p̄tinuāda sit: p̄tinuet ergo illis p̄mo in fine. vt e ad l sit pportio l: et sicut h ad l. quia vt ostēsum ē: que pportio f ad h: ea est c ad e. et que h ad l: ea est d ad e. ergo p equā pportioalitatē q̄ proportio f ad l: ea est c ad l. et tra sicut p̄ponat. at si vni p̄ponat vt e l sit proportio l: postposita: et l f eadē pposita. qz que pportio f ad h ea ē c ad e: et que l ad f ea est





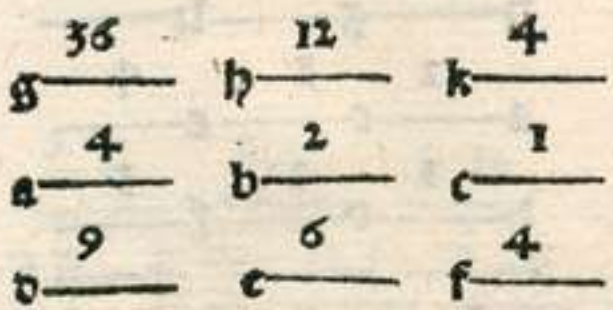
e ad l. ergo p indirectam pportionalitatem q̄ pportio l ad h: eadē est c ad l. et si lz infērať duabus alijs ita ut c ad d sit pportio a/ et d ad l sit lz/ et l ad e sit b. item f ad g sit b/ et g ad l sit lz/ et l ad h sit a. que pportio l ad h ea ē c ad d: et que g ad l ea est d ad l: et que f ad g ea l ad e. ergo p equā pportionalitatem directam q̄ pportio f ad h: eadē est c ad e. et si hīc postponat lz/ illic x̄o infērať ut sit in duabus vltimis figuratōibus: quia q̄ pportio d ad l ea est e ad l. et que l ad e ea est d ad e. ergo p indirectam pportionalitatem que pportio d ad e: ea ē d ad l. addita ergo vtriq; eadē pportioe c ad d: erit tota pportio c ad e: equalis toti c ad l. at pportio f ad h equat pportioni c ad e: ergo et pportioni c ad l. quod est propositum. Et si de quattuor pportioibus id desideras adiuvantibus tribus adinuicem p̄tinuatis id efficere studeas. nam idem demonstrandi modus est.

¶ Quomodo duorum compositorum proportio que est unius ad alterum: est ex laterum suorum ad latera alterius composita proportionibus. 9



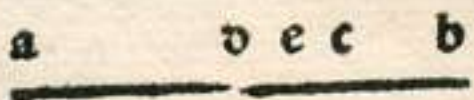
¶ Latera ppositi dicuntur numeri qui in se invicem ducti: ppositi pducunt. Sint ergo duo ppositi a b. et latera a: sint c d: c quidē maius et d minus. et latera a b sint e f: e quidē maius / f minus. dico pportioem a ad b ppositam eē ex pportioibus c ad e et d ad f. duco enī c maius laterū a: in f minus laterum b: et proveniat g. quia enī c in d facit a: et c in f facit g: ergo p septimā secūdi que pportio d ad f ea est a ad g. et quia f in c facit g et f in e facit b: ergo p eadē septimā que pportio c ad e ea est g ad b. at pportio a ad b pstituit ex pportionibus a ad g et g ad b: ergo et ex pportioibus c ad e et d ad f. quod est propositum.

¶ Si numeri continue proportionales in totidem alios p̄tinue etiam proportionales ducantur: et qui inde provenient continue proportionales crunt. 10



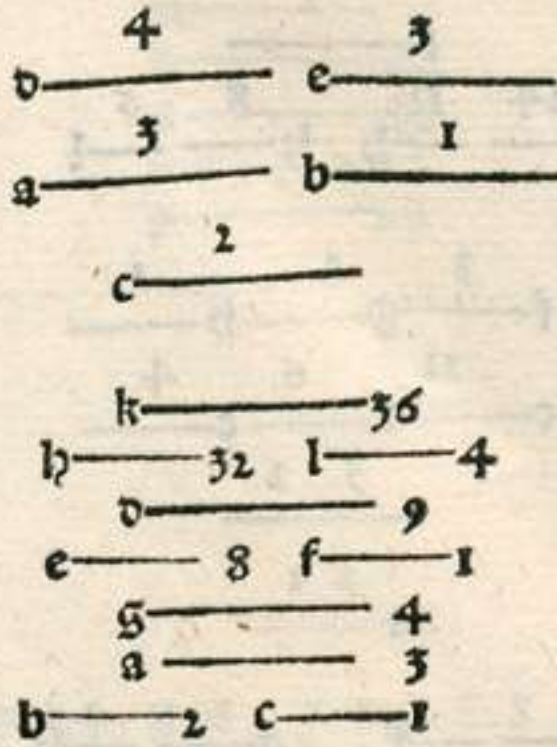
¶ Sint a b c numeri p̄tinue proportionales itidē et d e f alij totidē cōtinue proportionales: et ducať d i a et proveniat g/ et in b et proveniat h/ et f in c et proveniat l. dico productos g h l eē p̄tinue proportionales. Nam cū latera g sint d a: et latera h sint e b: et latera l sint f c: ergo p p̄cedētem pportio g ad h cōstat ex pportioibus d ad e et a ad b. et pportio h ad l ex pportioibus e ad f et b ad c. s; pportiones e ad f et b ad c: eadē sūt pportioib; d ad e et a ad b: ergo et pportio h ad l ex illis p̄stas: eadē est pportioni g ad h. que igiť pportio g ad h ea est h ad l. qđ demonstrandum erat et propositum.

¶ Numerum ita dividere ut q̄ totius ad maiorem portionem: ea maioris ad minorem sit pportio est impossibile. 11



¶ Si ei hoc pacto quisq; n̄erus dividereť: dicereť dividi s̄m pportioem h̄ntem mediū et extrema. hec itaq; pponit nullū numerum s̄m pportioem h̄ntez mediū et extrema dividi posse. Nam si aliqđ h̄nc in modū dividi potest: sit ille a b qđ sit diviſus in a d minorem portionem et d b maiorem: sitq; ut a b ad d b: ita d b ad a d. detraho ab maiori portione d b numerum c d equalem a d. et qz que pportio a b ad d b: ea est d b ad a d. et quia a d et d c equant: qđ q̄ pportio totius a b ad totum d b ea est d b ad d c detracti ad detractū. ergo p quintam secūdi q̄ pportio a b ad d b: ea est a d ad c b residui ad residuū quare et eadē d c ad c b. quare itez q̄ pportio d b ad d c: ea est d c ad c b. capio itez d e equalē c b. et quia sicut d b ad d c: ita d c ad c b et d e equalē c b. ergo sicut d b ad d c totus ad totū: ita d c ad d e et detractus ad detractum. quare per quintam secūdi sicut d b ad d c totus ad totum: ita c b ad e c residuū ad residuum. quare itez similit argumentatione detracto e c ab c b: erit residuus ad residuum perinde ut totus ad totum. atq; hoc iababit in infinitum. qđ per quartam petitionem ē impossibile certū est ergo numerum aliquem ita dividi non posse.

¶ Numerum ex duobus constātem invenire: cuius ad maiorem proportio addet super proportionem eorūdem data proportione minus. 12



¶ Sint a b m̄imi termini pportionis date: a maior et b minor: et sit p̄mo differentia a ad b numerus c et maior pportio a ad b q̄ b ad c: et sit d numerus p̄stitutus ex duobus scz a et b que dico minorem h̄re pportioem ad a maiorem eius portionem q̄ sit a ad b pportio assignata: sit e p̄positus ex b c. quia enī pportio a ad b p̄mi ad sc̄m maior est q̄ b ad c tertij ad quartū: ergo p primam p̄tē deciequite secūdi d ad b pportio maior q̄ e ad c. et per sc̄dam p̄tem eiusdeť erit d ad a pportio minor q̄ e ad b. at cū e p̄stituaf ex b et c d̄ria a ad b: equabit ipsi a. ergo d ad a pportio minor q̄ a ad b. qđ ē p̄positū. Sit sc̄do ut minor sit pportio a ad b q̄ b ad c: capio quēcunq; numerum maiorem a qui sit d: a quo detraho f equalē c et residuum sit e. et intelligo c detractū ab a et b residuū. et qz maior est pportio d ad a totius ad totum q̄ f ad c detracti ad detractū: ergo p decimātertiam secūdi: maior est pportio e ad b residui ad residuū q̄ d ad a totius ad totum. et vltra maior est pportio e ad b q̄ d ad a. ergo p duodecimam eiusdeť maior est pportio e ad d q̄ b ad a. quare pervndecimam eiusdem erit pportio d ad e minor q̄ a ad b. et cū e f p̄stituaf d: et maior sit f: si vterq; e et f sit n̄erus p̄stat d numerum ex duobus e et f p̄stitutū eē quem querimus. qđ si f sit vnitas: duco aliquē numerum ut g in e et p̄veniat h/ et in d et proveniat k. et in f et proveniat l. per septimam secūdi que pportio e ad d et d ad f: p̄stas est h ad k et k ad l. et cū per nonam p̄mi quod sit ex g in e et in f equet ei qui sit ex g in d: ergo k p̄stituaf ex duob; numeris h et l. quare k est talis numerus qui queritur.

¶ Duabus pportioibus inqualibus ppositi: tertiam reperire que duplicata: minore sit maior/ et maiore minor. 13

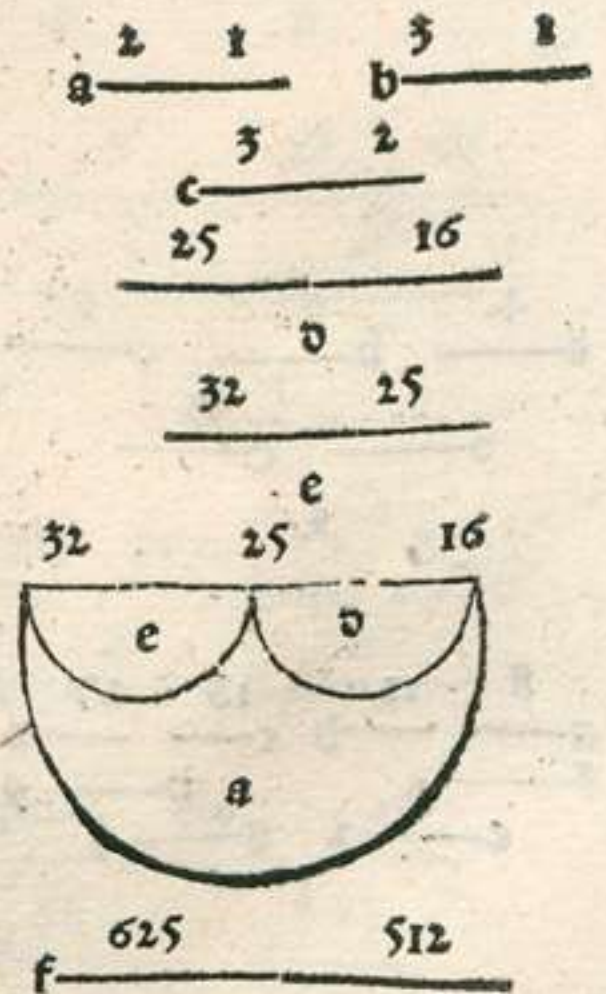
Sint termini maioris proportionis a b: et termini minoris c d: et a et c numeri maiores / ppositus sit tertiam proportionem repire q̄ duplata: minore sit maior et maiore minor. ducam enī a in c et in d et pueniant e f: et b in c et pueniat g. manifestū est enī per septimam secūdi esse ad f vt c ad d: et p octauam eiusdē e ad g eēt a ad b. et quia e ad f minor est proportio q̄ e ad g: ergo p decimam secūdi f est maior g. deinde duco f in e et in se et in g et pueniat h / k / l qui p septimā secūdi erūt in pportioe e / f / g: vt scz h k sit vt e / f et h l vt e / g. deinde duco e in se et pueniat m. tūc enī q̄a f in e facit h: et e in se facit m: ergo p octauam secūdi m ad h vt e ad f: quare et vt h ad k. Si ergo pportio m ad k ex duabus pportioibus minori assignate equalibus pstituta: sit minor pportioe h ad l quero aliquē numerum vt o: qui in se ductus pducatur p maiorem h et minorem aut equalem m. et dico pportioem o ad f esse cuius dupla maior est pportioe c ad d et minor pportioe a ad b. nam cū f in se faciat l: et o in se faciat p: ergo p ea que in principio tertie propōnis huius demōstrata sunt est pportio o ad f addita ad seipam. quare et pportio p ad k dupla ad pportioem o ad f. at cū p sit maior h pportio p ad l per nonam secūdi maior est q̄ pportio h ad l. quare et pportioe c ad d. et cū pportio m ad l minor eēt pportioe h ad l: et cū pportio p ad l pportioe quidē o ad f assignate dupla minor eēt eadē pportioe h ad l: quare et pportioe a ad b et ppositū. at si pportio m ad l maior est pportioe h ad l: sit ergo illaz differētia m ad n. tūc enī pportio n ad l erit eālis pportioe h ad l. et tūc querā aliquē nūerū vt o qui ductus in se pducatur p maiorem quidē h sed minorem n. et argumētabor vt prius pportioez p ad l duplā quidē pportioe date o ad f maiorem eē pportioe h ad l quare et pportioe c ad d. et minorem eē pportioe n ad l quare et pportioe h ad l et pportioe a ad b. q̄d itez est ppositū. hic r̄ attende q̄ vbi non facile possis inuenire numerum similem o: tunc duc l in h in se et in l: et itez h in se donec oportune talis numerus tibi occurrat.

| | |
|---|----|
| m | 36 |
| n | 32 |
| p | 25 |
| h | 24 |
| l | 16 |
| l | 12 |
| e | 6 |
| o | 5 |
| f | 4 |
| g | 3 |

2 1 3 2
a ——— b ——— c ———

14 Quālibet pportioem in duas diuidere: quaz d̄ria sit data pportioe minor.

Sit b data pportio: ppositus sit a alteram pportionem datam in duas pportioes diuidere: quaz vnus ad alteram differentia sit data pportioe b minor. capio p primam huius differentiam pportionis b ad a que sit c. Si c sit eālis aut maior a / oportet c minorem eē b. cū p diffinitioem c eēt pportio qua b suparet pportioem a. quare et a aut eque aut multo fortius minor eēt b. in quascūqz ergo duas pportioes diuidat a: ille erunt minores a. nā eius ptes. quare et differētia vnus ad alteram (cū ea sit alius partis portio q̄ sup alteram addit) minor erit altera partium: quare minor toto a. quare et multo fortius minor toto b / sicqz in quascūqz diuideret a: haberet ppositū. Si pportio c minor sit a inuenio p precedentem pportionem aliquā cuius dupla sit maior c / et minor a. sitqz illa duplata pportio d. capioqz d̄riam d ad a p primam huius q̄ sit e quā dico eē minorem b. nā si ipsi eēt equalis: cū b c equetur a: ergo d que est maior c. cū e equali b maiorem pportioem pstituit q̄ sit a. nō ē ergo e differētia a ad d q̄ est ptra hypothesim. Et si e eēt maior b multo fortius d et e maiore pportionem pstituit q̄ b et c. quare maiorem pportioem q̄ sit a: q̄d itez eēt e nō esse d̄riam a ad d et ptra hypothesim. Relinquit ergo pportioem e esse minorem pportioe b. et quia due pportiones d et e equatur pportioe a: intelligo pportioem a in illas esse diuisam: et dico differentiam illaz scz d ad e que sit f eē data pportioe b minorem. nam si esset equalis b: cū b et d maiorem pstituat pportionem q̄ a vt dictum est etiā d et f maiorem pstitueret a: quare et d et e. quare f non eēt d̄ria d ad e et p idem f non potest esse maior b. cōstat ergo pportioem a vt pponit ppositio eē diuisam et ppositum.



15 Si tres nūeri p̄tinue pportioales: tribus aliis p̄tinue pportioalibus comparētur: extremoz ad extremos pportioes p̄tinate erunt tanq̄ mediorū pportio duplicata.

Sint a b c tres numeri p̄tinue pportioales: item d e f tres alij p̄tinue pportioales. dico pportiones a ad d et c ad f adinuicem p̄tinuatas: equari pportioe b ad e: duplicate. duco enī c in a et in d et pueniat g / h: et f in d et pueniat l. eritqz per septimam secūdi pportio g ad h vt a ad d: et h ad l per octauam eiusdem vt c ad f. atqz pportiones a ad d et c ad f adinuicem p̄tinuate per g h l et p tertiam huius addo pportionem a ad d pportioe c ad f ducēdo a in c et pueniat l. et d in f et pueniat m. manifestū est pportionem l ad m p̄stitutā esse ex pportioibus g ad h et h ad l: atqz ipsi simul sup̄tis equari. deinde duplo pportionem b ad e addendo per tertiam huius pportioem b ad e sibiip̄i ducendo scz b in se. et quia a b c sunt p̄tinue pportioales: p vicesimā sextam secūdi pueniet l: et ducēdo e in se et p eādē vicesimā sextam secūdi pueniet m. quare duplata pportio b ad e equat pportioe l ad m que p̄bata est equari pportioibus g ad h et h ad l: scz pportioibus a ad d et c ad f adinuicem continuatis. quod est ppositum.

| | | | | | |
|---|----|---|----|---|----|
| a | 2 | b | 4 | c | 8 |
| d | 4 | e | 6 | f | 9 |
| g | 16 | h | 32 | l | 36 |
| l | 16 | h | 36 | m | |

16 Si quattuor numeris cōtinue pportioalibus alij totidem cōtinue pportioales adaptentur: erunt pportiones extremoz ad extremos p̄iuncte tanq̄ pportiones mediorum ad medios cōtinuate.

Sint a / b / c / d: quattuor numeri p̄tinue pportioales: et e / f / g / h totidem alij p̄tinue pportioales. dico pportionem cōpositam ex pportioibus a ad e et d ad h equari pportioibus p̄tinuatis b ad f et c ad g. p̄tinuatis scz dē pportioibus b ad f et c ad g: vt in p̄cedenti factum est. p septimā et octauam secūdi hec ex tertia huius et vicesima quita secūdi cognoscitur vt p̄cedens ex vicesima sexta.

| | | | | | | | |
|---|----|---|----|---|----|---|----|
| a | 2 | b | 4 | c | 8 | d | 16 |
| e | 16 | f | 24 | g | 36 | h | 54 |

17 Si quotlibet numeri ad totidem alios comparētur: pportioes eoz quolibet mō sumptorum eandem pportionem componunt.

$$\begin{array}{r} a \text{ --- } 3 \quad b \text{ --- } 2 \\ c \text{ --- } 4 \quad d \text{ --- } 3 \\ \hline a \text{ --- } 3 \quad c \text{ --- } 4 \\ b \text{ --- } 2 \quad d \text{ --- } 3 \end{array}$$

In duobus numeris id primo videndum est. sint eni a et b duo numeri / et c d duo alii qui duobus primis comparent: dico eadem proportionem oppositam esse ex a ad b et c ad d / et ex c ad d et a ad b. Si eni numeri illi eent equales: statim de se notum eet. Similiter si duo primi eent equales inter se / et duo secundi inter se: et sicut si tres eent equales et vnus inequalis. sed esto proportio a ad b maior: proportioe c ad d facta a ad b primam proportionem / c ad d secundam / et ite a ad b tertiam / et c ad d quartam. et quia primum a ad b prima addit supra c ad d secundam tunc addit a ad b tertiam supra c ad d quartam. ergo per tertiam huius opposita ex a ad b et c ad d prima et quarta equat composita ex c ad d et a ad b secunda et tertia. quod intēdebat. Idem quoque in tribus efficiet. Sint a / c / e: tres numeri qui comparent b / d / f. dico eandem compositam ee ex a ad b / c ad d / et e ad f: et ex c ad d / a ad b / et e ad f. nam per immediate monstrati eadem e opposita ex a ad b et c ad d / et ex c ad d et a ad b: ergo proportioe e ad f vtriq; addita: proportioes erunt equales. quod erat pbandum. dico item eadem ee compositam ex a ad b / et c ad d / et e ad f: et ex e ad f / a ad b / et c ad d. Nam per nup monstrati eadem est proportio composita ex a ad b et e ad f: et ex e ad f / a ad b. ergo proportioe c ad d: vtriq; adiecta sunt proportioes a ad b / e ad f / et c ad d. item e ad f / a ad b / et c ad d: adinuicem equales. quod pponebat pbandum. Et ita alias pbinationes pbata et adiuuatis tribus: de quatuor expedi Et ita consequetur.

Quinti elementoy Arithmetices Jordanis finis.

Atera numeroy dicuntur: quoy multiplicatioe: numeri pducuntur. **S**upficialis appellat numerus: qui duobus lateribus continetur. **S**olidus vero qui sub tribus: ex quoy continua multiplicatione habet pcreari. **Q**uadratus est numerus supficialis equalibus lateribus cotectus. **A**ltera parte longior: est cuius latera sunt ineqlia sed sola vnitate distatia. **C**ubus est numerus solidus equalibus consistens in lateribus. **S**imiles dicuntur numeri siue supficiales siue solidi: quoy latera sunt proportionalia.

Si tres numeri fuerint in sua proportione minimi: duo extremi erunt quadrati.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 6 \quad 9 \\ a \text{ --- } b \text{ --- } c \text{ ---} \\ \hline 2 \quad 3 \\ d \text{ --- } e \text{ ---} \\ \text{I} \end{array}$$

Sint a b c tres numeri continue proportionales in sua proportioe minimi: dico a esse numerum quadratum atq; similiter esse numerum quadratum. Nam per septimam quarti erit vnus medius proportionalis inf a et vnitate qui sit d: et similiter vnus inf c et vnitatem qui sit e. quia ergo quoties vnitas in d toties d est in a: ergo d in se ductus multiplicat / atq; pducit a. est igitur a quadratus. nam d et d eius latera sunt equalia. Et q; etiam quoties vnitas in e toties e est in c: ergo e in se ductus pducit c. quare c etiam quadratus. quod est propositum.

Si fuerint quattuor numeri in sua proportione minimi: duo extremi erunt cubi.

$$\begin{array}{r} 8 \quad 12 \quad 18 \quad 27 \\ a \text{ --- } b \text{ --- } c \text{ --- } d \text{ ---} \\ \hline 4 \quad 6 \quad 9 \\ f \text{ --- } g \text{ --- } h \text{ ---} \\ \hline 2 \quad 3 \\ e \text{ --- } i \text{ ---} \\ \text{I} \end{array}$$

Sint a / b / c / d quattuor numeri continue proportionales: in sua proportioe minimi. dico a cubum esse atq; d cubum esse. Nam per septimam quarti erunt duo medii proportionales inter a et vnitatem qui sint e et f: et sicut duo inter d et vnitatem qui sint g et h. et quia quoties vnitas in e toties e in f: ergo e in se pducit f. et quoties vnitas in e toties f in a: ergo e in f suu quide quadratum pducit a. est igitur a cubus. et per idem quia quoties vnitas in g toties g in h: ergo g in se pducit h. et quoties vnitas in g toties h in d: ergo g in h suum quadratum: pducit d. quare etia d cubus. quod est propositum.

Quis quadrati ad quadratum est tanq; lateris ipsius ad latus altius proportio duplicata.

$$\begin{array}{r} 16 \quad 20 \quad 25 \\ a \text{ --- } e \text{ --- } b \text{ ---} \\ \hline 4 \quad 5 \\ c \text{ --- } d \text{ ---} \end{array}$$

Sint duo quadrati a et b: et latus a sit c / et latus b sit d. dico proportionem a ad b ee tanq; proportio c ad d duplicata. duco eni c in d et fiat e. et erit per septimam secundi a ad e sicut c ad d. et per octauam eiusdem e ad b vt c ad d: est ergo a ad e vt e ad b. at proportio a ad b constat ex proportioib; a ad e et e ad b: quare quelibet equatur c ad d. est ergo a ad b tanq; proportio c ad d duplicata: vt pponebatur.

Proportio cubi ad cubum: est tanq; lateris ad latus triplicata. vnde manifestum est inter quoslibet duos quadratos vnū: atq; inf cubos duo proportionalit media consistere.

$$\begin{array}{r} 8 \quad 12 \quad 18 \quad 27 \\ a \text{ --- } b \text{ --- } k \text{ --- } l \text{ ---} \\ \hline 4 \quad 6 \quad 9 \\ e \text{ --- } g \text{ --- } f \text{ ---} \\ \hline 2 \quad 3 \\ c \text{ --- } d \text{ ---} \end{array}$$

Sint duo cubi a et b. et latus a sit c: et latus b sit d. sitq; e quadratum c / et f quadratum d. inter quos ex demonstratione precedentis est vnus medius proportionalis qui sit g. deisi duco c in e et certu est puenire a: et c in g et pueniat h: et d in f et certu est puenire b: et d in g et pueniat k. manifestu est ex precedenti eandem esse proportionem e ad g et c ad d: et eadem g ad f et c ad d. sed per septimam secundi a ad h vt e ad g. quare vt c ad d: et per octauam eiusdem h ad k vt c ad d. et per septimam eiusdem l ad b vt g ad f. qre vt c ad d. est igitur quelibet trium proportionum a ad h / h ad k / et k ad b alteri equalis: atq; equalis c ad d. sed proportio a ad b pstat ex illis tribus. est igitur proportio a ad b tanq; proportio c ad d triplicata. Et correlarium ex modo demonstrationis cognitum est et propositum.

Quoy latera proportionalia sunt quadratos proportionalia eent: atq; si quadrati proportionales sunt: et latera proportionalia esse necesse est.

$$\begin{array}{r} 1 \quad 8 \quad 64 \\ g \text{ --- } h \text{ --- } k \text{ ---} \\ \hline 1 \quad 4 \quad 16 \\ d \text{ --- } e \text{ --- } f \text{ ---} \\ \hline 1 \quad 2 \quad 4 \\ a \text{ --- } b \text{ --- } c \text{ ---} \end{array}$$

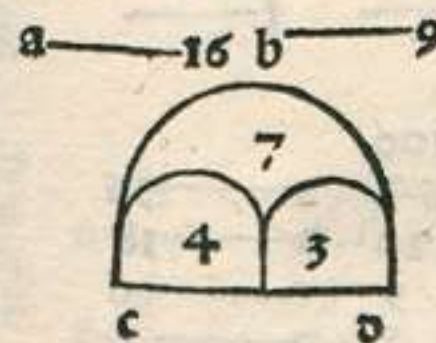
Sint a / b / c tres numeri continue proportionales: quoy quadrati sint d / e / f. dico quadratos d / e / f esse continue proportionales. Itē dico si d / e / f sunt continue proportionales: et a / b / c eoy latera ee proportionalia. Prima pars statim ex decima quinti cognoscitur. et scda ostendit. Nam quia proportio d ad e et p nona quinti est composita ex proportioibus a ad b et a ad b: et sicut proportio e ad f opposita ex proportioibus b ad c et b ad c: g proportioes a ad b et b ad c sunt equales. alioquin p quintam eiusdem singulis addite sue equales: non pstitueret d ad e et e ad f proportionem equalem. quod est contra hypothesim.

6 **S**i cubi fuerint proportionales: erunt et latera proportionalia. et si latera proportionalia fuerint: cubi quoque proportionales erunt.

Sit hypothesis ea que prius: sed g/h/k sint cubi numerorum a/b/c. Secunda pars huius patet ducendo a b c continue proportionales in d e f suos quadratos qui per primam partem precedentis sunt continue proportionales et pueniunt g h k qui per decimam quintam sunt continue proportionales. quod est secundum. Et prima pars declaratur Nam per nonam quintam proportio g ad h posita est ex proportionibus d ad e et a ad b. et proportio h ad k composita ex proportionibus e ad f et b ad c. et si a ad b et ad c non sunt proportionabilia: neque d e f. si ergo a ad b maior sit proportio que b ad c: ergo per quintam quintam maior erit d ad e que e ad f. ergo per eandem quintam g ad h posita ex d ad e et a ad b maioribus proportionibus erit maior que h ad k. non sunt igitur g h k proportionales. quod est contra hypothesis et totum propositum.

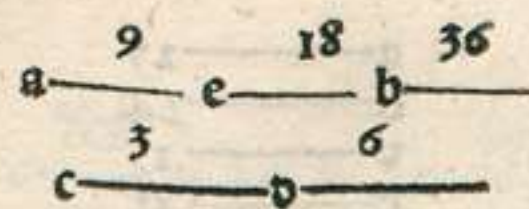
7 **Q**uo abundat quadratum super quadratum est numerus ex lateribus ipsorum coaceruatus et secundum laterum differentiam multiplicatus.

Sint a et b duo quadrata: a maior/ et b minor. sitque c latus a: et d latus b. dico numerum quo a super b esse numerum qui preceat ex ductu differentie c ad d in coaceruatum c d. Intelligo enim coaceruatum c d esse diuisum in c maiorem numerum: et d minorem. et quia per decimoctauam primi quod fit ex d in se: cum eo quod fit ex differentia c ad d in coaceruatum c d: equum est ei quod fit ex c in se. sed quod fit ex c in se est quadratum minus a: et quod fit ex d in se est b quadratum minus: ergo b quadratum minus super a quadratum maiore in eo numero que fit ex differentia c ad d in coaceruatum c d. abundat ergo a super b in eodem numero. quod est propositum.



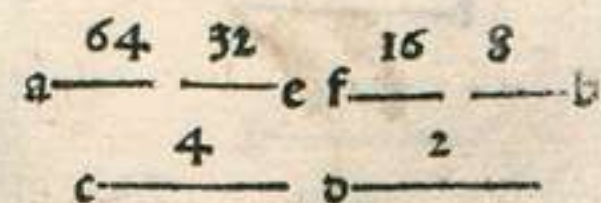
8 **S**i quadratus quadratum numeret: et latus suum latus alterius numerabit. et si latus a latere numerabitur: et quadratus a quadrato numerabitur.

Sint a b duo quadrati/ et a numeret b: sitque c latus a et d latus b. dico c numerare d. dico item si c numerat d: etiam a numerare b. sit enim per correlarium quarte huius e medium proportionale inter a et b: erunt enim a ad e et e ad b in continua proportione ut c ad d. sed a primus numerus per hypothesis numerat b ultimum: ergo per decimam tertiam quartam: a primus numerat e secundum. quare c numerabit d. quod est primum. Secundum patet: nam si c numerat d: ergo a numerat e et e numerat b. que per viceprimam tertiam primi a numerabit b. quod est secundum et totum propositum.



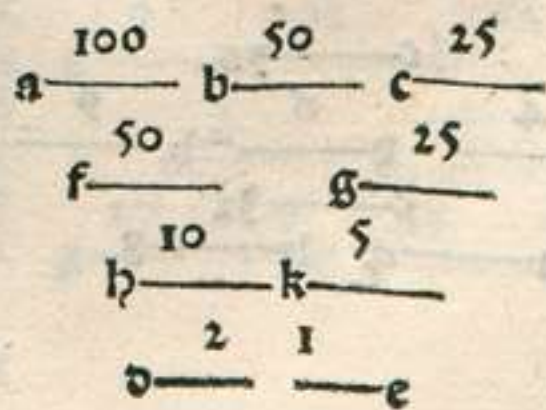
9 **S**i cubus cubum numeret: et latus ipsius latus alterius numerabit. et si latus numerat latus: et cubus cubum numerabit.

Quod de quadratis modo ostensum est/ hic de cubis demonstrandum proponitur. Et prima pars positae medijs proportionibus inter cubos per correlarium quarte huius ut prima precedentis cognoscitur: et scilicet scilicet.



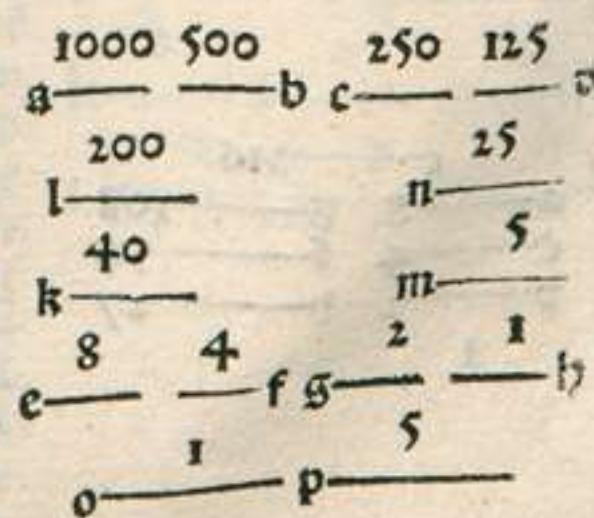
10 **T**rium numerorum continue proportionalium: si primus fuerit quadratus: tertium quoque quadratum esse necesse est.

Sint a b c tres numeri continue proportionales: et sit a quadratus: dico c esse quadratum. sint enim d e mimi in proportione a ad b. per decimanonam tertium d numerabit a. sitque id secundum f. et etiam per eandem numerabit c. cum per hypothesis eadem sit proportio a ad b et b ad c: sit ergo id secundum g. et quia a ponitur quadratus: sit ergo eius latus h. quia enim h in se fit est ipsum d in f: ergo per secundam partem viceprimam sexte scilicet d/h/f sunt continue proportionales. et per nonam quintam proportio a ad c: posita ex proportionibus d ad e et f ad g. ergo quia a ad b ut d ad e: erit b ad c ut f ad g. est ergo d ad e ut f ad g. ergo permutatum d ad f sicut e ad g. ergo per duodecimam quartam inter e et g tota media proportionalia cadunt: quot inter d et f. at in d et f cadit h unum medium proportionale: igitur inter e et g cadet unum que sit k. et quia ex e in g positum est fieri c: ergo per viceprimam sextam secundi ex k in se fiet idem c. est igitur c quadratus. quod erat demonstrandum.



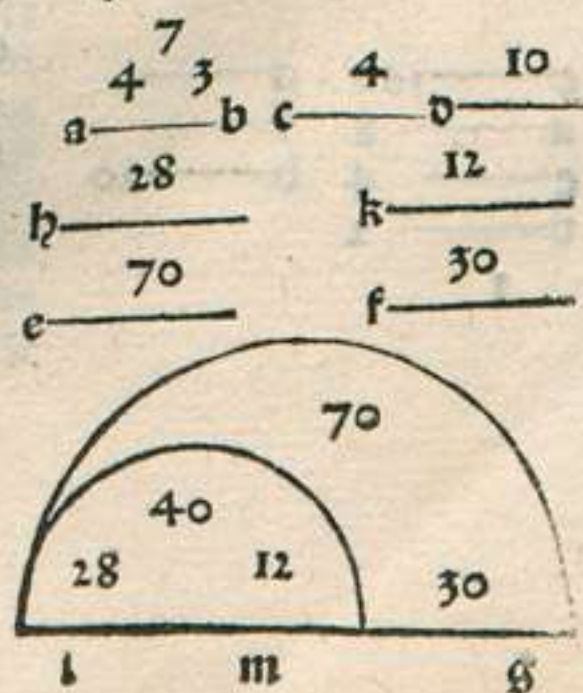
11 **S**i quatuor numerorum proportionalium primus fuerit cubus: quartum quoque cubum esse pueniet.

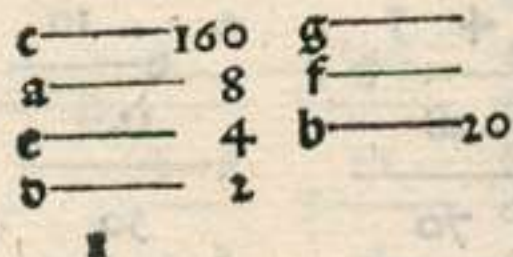
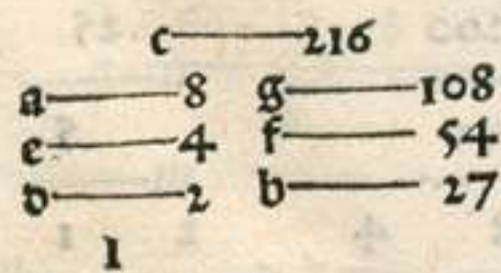
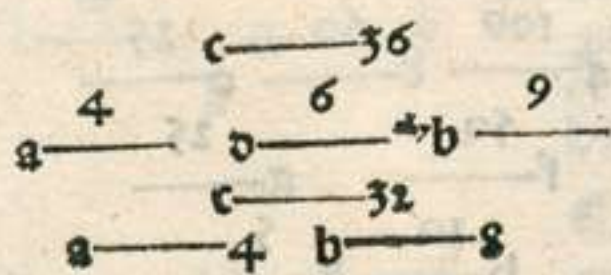
Sint a/b/c/d quatuor numeri continue proportionales: quorum a primus sit cubus. dico d quartum esse cubum. sicut enim e/f/g/h quatuor in eadem proportione mimi: eruntque per secundam huius et h cubi. et quia e et a sunt cubi: erunt per correlarium quarte huius duo proportionales medij inter e et a qui sint k l. et quia per equam proportionalitatem que proportio e ad h ea est a ad d: ergo permutatum que proportio e ad a: ea est h ad d. sed inter e et a probati sunt esse duo proportionales medij. ergo per duodecimam quartam et in h et d duo sibi erunt proportionales medij qui sint m n. et quia per decimanonam tertiam h numerat d: ergo per secundam partem decime tertie quartam h numerabit m. sit igitur o latus cubi h: sitque quoties h in m toties o in p. quia igitur proportio d ad h tanquam m ad h triplicata: erit eadem proportio d ad h tanquam p ad o triplicata. et quia per quartam huius eadem est proportio in cubum p et cubum h. erit igitur d cubus: et eius latus erit p. quod est propositum.



12 **Q**uadratos tres inuestigare: quorum continue sumptorum differentie sint equales.

Sit c duplum cuiuslibet numeri. addatque c cuiuslibet numeri b. sitque a positus ex b c. et ex a et b fiat d. et ex c in a et in b fiat h et l. et ex a et b in d fiat e et f. et ponatur numerus l/m/g equalis numero e: ita ut g sit equalis f. quia enim e/et l/m/g equatur: et ex a in d fit e: etiam ex a in d fit l/m/g. sed g equatur f qui fit ex b in d: ergo residuum l et m per decimam primi equum est ei que fit ex c in d. quare per nonam quintam l et m sunt tanquam h et k. sit ergo l equalis h: et m equalis k. dico ergo l g posse diuidi in duo equalia. Nam cum b in d fiat g: et d sit tanquam b bis et c: ite b in se bis. hoc est in suum duplum. et in c facit g. et a in c facit l. erunt ergo l g tanquam quod fit ex b in se bis. et a b (quod est d) in c: cuius dimidium est quod fit ex b in se semel: et ex d in dimidium c. est ergo numerus l g: in duo media eidez dimidio equalia diuisibile. diuido





ergo l g in duo media eq̄lla: sitq; r differētia vni⁹ illoꝝ dimidiōꝝ ad g. et v numerus equalis dimidiō. et q differētia dimidiū l g: ad totū l m g. dico tres q̄dratos numeroꝝ r v r q: q̄ sint r e v e: q̄ e: e: qui pe tūtur. Nam cū differētie quadratoꝝ sint p septimam huius q̄ ex differētijs laterum in p̄posita ex ip̄is p̄ducūtur: p̄tinue videbis ex d̄ria r ad v in p̄positū r v q̄ est g. et ex d̄ria v ad q̄ in p̄positum v q̄ est l m g: eq̄lem numerū p̄duci p̄ vicesimamquintam secūdi q̄ eadem sit p̄portio differētie r ad v ad d̄riam v ad q̄. sicut aggregati q̄ v ad aggregatum r v. siue sicut l m g ad m g: quod idem est. Sed hoc vltimum facilius forte capies in minoribus numeris r eodē ingenio inuentis. vt sit a senarius. et primi hinc r inde sint b r c. b minor: r c maior. certū est b eē quinarium: cuius d̄ria ad a sit d. quā certū est eē vnitatē sitq; e differētia d ad b vnitatis ad quinarium: quā p̄stat esse quaternarium. sitq; f differētia b ad c. que quā dupla differētie b ad a: ideo erit binarius. est itaq; e ad f duplus. sed d b per p̄ceptiōem sunt a. et per sc̄dam primi b c simul sunt duplus ad a. igit et b c simul: sunt duplus ad d b. quare que p̄portio e ad f differētie ad differentiam ea est aggregati b c ad aggregatum d b. ergo per vicesimamquintam sc̄bi tū est quod sit ex e in d b q̄tum q̄d ex f in b c. ergo per septimam huius tres quadrati numeroꝝ d b r c sunt quales p̄positi sunt inueniri possibiles. quod est p̄positum.

C Numerum quadratū inuenire: q̄ cū quadrato dato numerum quadratū p̄stituat. 13

C Sit p̄mo datus n̄erus quadratus a: qui diuisibilis sit in duo equalia. cuius medietas sit b. latus aut̄ eius sit c. sitq; d binarius. quia ergo q̄d sit ex d in b: equat̄ ei quod sit ex c in se: erit p̄ vicesimā sextā secūdi c. p̄portionaliter medius inter binarium r b. et quia d binarius est numerus primus: r p̄ primā quartā cōicat cū c r c cū b: etiā d cōicabit cū b. p̄ p̄mā q̄ tertij d n̄erabit b. cuius q̄d e b: medietas sit e. et n̄eri circūpositi sint f maior r g minor: quoz q̄drata sint h r k. dico q̄ quadratū h eē tanq̄ numerū quadratum l: numero quadrato a additum. Nam differētia f r g e binarius r p̄positus ex ip̄is per sc̄dam primi est b. et quia ex binario in b per hypothesim sit a: ergo per septimam huius cū a fiat ex differētia laterū in cōpositū ex ip̄is a est d̄ria q̄dratoꝝ h r l. q̄drat⁹ ergo l additus quadrato dato a p̄stituit numerum quadratum h. q̄d est p̄positum. Sed esto secūdo vt sit quadratus a assignatus: sed in duo equalia partiri nō possit. cū ergo binarius eum nō numeret: et sit binarius numerus primus: ergo per primam tertij binarius ad ip̄m erit primus. quare p̄ decimā quintam tertij binari⁹ n̄erabit inferiorē numerum quadrato a: vnitatem dempta qui sit b. cuius medietas sit c: r maior eovnitatem sit d: cuius quadratus sit e: et quadrat⁹ c sit f. dico ergo quadratum e abū dare sup̄ quadrato a q̄tum est f quadratus c. Nam quia c bis cū vnitatem p̄stituit a: ergo per decimā octauam primi quod sit ex c in se cū eo q̄d sit ex a in d̄riam d maioris partis ad c: equū est ei q̄d sit ex d maiore parte in se. excedit igitur quadratus d quadratum n̄eri c in quadrato dato a. nam differētia d r c erat vnitatem. q̄d est p̄positū.

C Si quadratus in quadratum ducatur: p̄ducef quadratus. Si x̄o in non quadratū non quadratus pueniet. Unde p̄3 si quadratus quadratum numeret: ip̄m secundum quadratum numerare. 14

C Sint p̄mo a r b duo quadrati: ducaturq; a in b et pueniat c. dico c eē quadratū. Nam p̄ correlariū quarte huius inf̄ a et b est vnus p̄portionalis medius. sit ergo ille d. quia ergo a d r b sūt p̄tinue p̄portioales: ergo p̄ vicesimā sextam secūdi quod sit ex a in b: equū est ei qui sit ex d in se. at quod ex a in b p̄ducitur est c. est igitur c quadratus. q̄d intēditur. Secūdo: sit a quadratus r b non quadratus: ducaturq; a in b et pueniat c: dico c non esse quadratum. Nam si c esset quadratus p̄ sc̄dam p̄tem vicesime sexte secūdi latus quadrati c eēt medius p̄portionalis inter a r b. quare cū a primus sit quadratus p̄ decimā huius r b eēt q̄dratus. q̄d est p̄tra hypothesim. Correlariū ex his duabus p̄tib⁹ satis p̄stat.

C Quadratus non quadratum: sc̄m non quadratum numerat. 15

C Nam si ponat̄ possibile quadratū sc̄m quadratū: ip̄m numerare: ergo per primam p̄tem p̄cedēti p̄ductus erit quadratus. at ponitur q̄dratus numerare nō quadratum: sc̄tur igitur ex hoc p̄trariū hypothesim. quod est p̄positum.

C Si cubus in cubum ducatur: qui producet̄ erit cubus. 16

C Sint a b duo cubi: r ducatur a in b et pueniat c: dico c esse cubum. Sumo enī latus cubi a quod sit d: et quadratum lateris d q̄ sit e. manifestum est d r e eē p̄portioales inter vnitatem et a. et q̄ q̄ties vnitatem in a toties b in c. cū a multiplicet c sc̄m b. per decimā quartam quarti quot medij. p̄portioales erūt inter vnitatem r a: totidem erūt inter b et c. sunt ergo duo medij sicut p̄portioales inf̄ b et c q̄ sint f g. cū ergo b f g c sint quattuor numeri p̄portioales: et b primus per hypothesim sit cubus: ergo per vndecimam huius r c quartus erit cubus. quod est p̄positum.

C Si in non cubum cubus ducatur: producet̄ nō cubus. Ex quo liquet q̄ si cubus cubum numeret: ip̄m sc̄m cubum numerare. 17

C Ducatur a cubus in numerum b nō cubum et pueniat c: dico c non esse cubum. Nam si c p̄ductus ponatur eē cubus: manifestum est vt in p̄cedenti per decimā quartam quarti quot medij. p̄portioales erūt inter vnitatem et a: totidem esse inter b r c. sint ergo similiter duo scilz f r g. quia ergo c g f b sunt p̄tinue p̄portioales: r c est positus cubus. ergo per vndecimam huius: b etiam erit cubus. at b per hypothesim positus e non cubus: accidit itaq; p̄trariū hypothesim. qui igitur inde p̄ducetur: nō erit cubus. quod est p̄positum. Correlariū satis ex hac r p̄cedenti cognitum est.

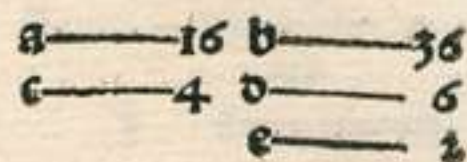
C Si non cubum cubus numeret: sc̄m non cubum eum numerabit. 18



¶ Nam si ponatur numerari secundum cubum: penultima qui producietur erit cubus. at positus est non cubus non itaque ipsum numerabit secundum cubum: quare si ipsum cubus numeret: secundum non cubum numerabit: quod intenditur.

19 ¶ Si quadrati communicant: latera quoque communicabunt. si vero quadrati sint incommensurabiles: et latera ipsorum incommensurabilia erunt.

¶ Sint a b duo quadrati et c latus a et d latus b: dico primo si quadrati a b cōcant et eorum latera c d cōicare. nam si c d non cōcant: ergo per duodecimam tertiam neque quadrati a b cōcabunt. ex opposito igitur patet si quadrati cōcabunt et eorum latera cōcant. dico secundo si quadrati a b non cōcant neque eorum latera cōicare. nam si c d latera cōcant est aliquis numerus eos cōiter numerans qui sit e: quare ergo e numerat c ergo per vicesimam tertiam primi etiam numerat a. et quare etiam e numerat d: per eandem vicesimam tertiam numerabit et b. si ergo latera sunt comunicata et quadrati cōcant: quare ex opposito patet si quadrati non comunicant neque latera comunicabunt: quod est secundum et totum propositum.

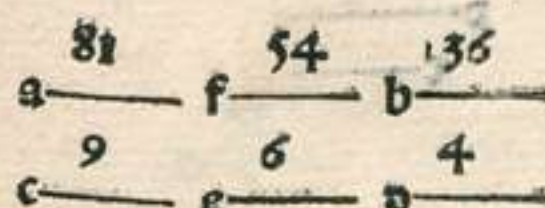


20 ¶ Si cubi fuerit commensurabiles: latera quoque si cubi non cōcant: neque ipsorum latera cōcabunt.

¶ Huius prima pars ut precedentis prima et secunda ut precedentis secunda patescunt.

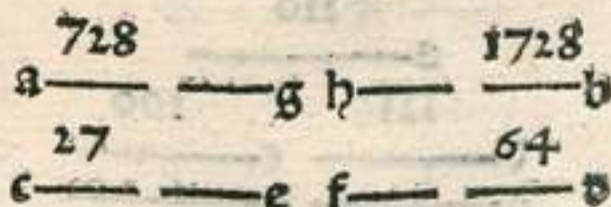
21 ¶ Si quadrati ad aliquem fuerit proportio tanquam quadrati ad quadratum illum aliquem: quadratum esse necesse est.

¶ Sit a quadratus qui ad aliquem numerum ut b eam habeat proportionem que quadrati c ad quadratum d dico b esse numerum quadratum. nam qz c et d sunt quadrati per correlativum quarte huius est unus medius proportionalis inter c et d qui sit e. et qz que proportio c ad d ea est a ad b: ergo per duodecimam quartam erit unus medius proportionalis inter a et b qui sit f. qz ergo a f b sunt proportionales et a primus positus est quadratus: ergo per decimam huius et b tertius est quadratus: quod est propositum.



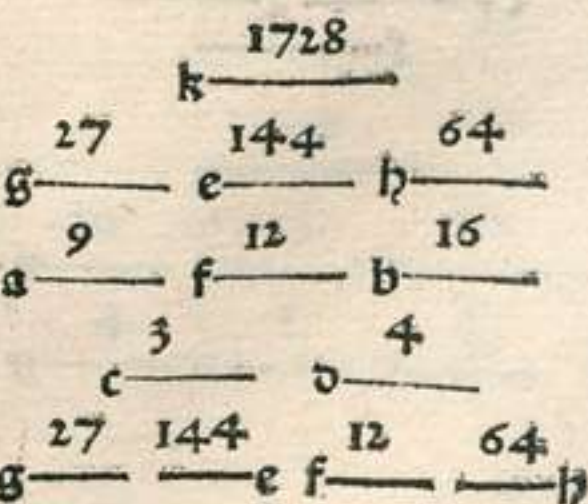
22 ¶ Quicumque se habet ad cubum sicut cubus ad cubum: idem ex necessitate erit cubus.

¶ Si ad a numerum cubum se habeat aliquis numerus ut b sicut d cubus ad c cubum: dico b esse cubum nam per correlativum quarte huius inter c et d erunt duo medii proportionales. et cum que proportio c ad d ea sit a ad b. ergo per duodecimam quartam cadent cōsimiliter duo medii proportionales inter a et b: et a primus ponitur cubus erit igitur et b per undecimam huius cubus quod erat demonstrandum.



23 ¶ Si quadratus in quadratum vel cubus in cubum ducatur: latus producti erit numerus qui ex latere unius in latus alterius produciatur.

¶ Sint primo duo quadrati a b: et latus a sit c: et latus b sit d. ducatur a in b: et perveniat e qui per decimam quartam huius erit quadratus: et ducatur c in d: et perveniat f. dico f esse tetragonum latus e. nam per septimam et octavam secundam f est medius proportionalis inter a et b. et per vicesimam sextam eiusdem quod sit ex a in b equum est ei qui sit ex f in se. igitur f latus quadrati e quod erat probandum. secundo sint g et h cubi laterum c et d et g in h producat l qui per decimam sextam huius erit cubus. dico f esse latus cubicum l. quare enim c in a producit g et f in se producit e erit per nonam quintam proportio g ad e composita ex proportionibus c ad f et a ad f. et quare iterum ex c in d sit f: et ex d in b sit h erit per eandem nonam proportio f ad h composita ex proportionibus c ad d et d ad b: sed c ad d est sicut a ad f: sed et permutati d ad b sicut c ad f: quare eadem esset proportio c ad d et f ad b. est igitur proportio f ad h equalis proportionibus a ad f et c ad f: quare proportio g ad e ordinatis ergo quattuor numeris g e f h: quare que proportio g ad e ea est f ad h. ergo per vicesimam quintam secundam idem est numerus qui produciatur ex g in h et ex f in e suum quidem quadratum quare produci cubi l latus e f: quod est totum propositum.



24 ¶ Si dispositis ab unitate numeris quadratis: proportionaliter medij inter proximos quosque sumantur: fient omnes parte altera longiores. et cuiuslibet illorum ad illos differentiam lateri suo equalem esse constabit.

¶ Sint e f g h quotlibet numeri quadrati ab unitate inter dispositi: eorum vero latera unitas: et b c d numeri inter ab unitate sumpti. dico medios proportionales inter proximos quosque quadratos sumptos esse altera parte longiores. duco enim unitatem in b et perveniat l qui est medius proportionalis inter e et f. et quare eius latera unitas et b sunt equalia sola unitate distantia: per definitionem l est altera parte longior. si ergo duco b in c et perveniat i qui erit medius proportionalis inter proximos quadratos f g. et per idem ut prius altera parte longior. et ita de reliquis proportionalibus mediis proximorum quadratorum quotquot inter assignati fuerint quadrati. dico preterea differentiam l ab quadrato f equalē esse b lateri f: et differentiam l a quadrato g esse equalē c lateri g: et ita consequenter. quare enim b superat unitatem sola unitate: intelligo ergo b divisum in duas unitates. et quare b in se facit f: ergo per decimam tertiam primi b ductus in primam et secundam unitatem procreat equum f: sed subtracto quod sit ex b in unitate remanet l. est igitur subtractum eius quod sit ex b in unitate differentia l ad f: sed et idem subtractum est equalē b: quare unitas in quocumque numero ducta idem faciat. constat ergo id esse verum de l. de l autem consimiliter ostenditur: quare c excedit b sola unitate. divido ergo c latus scilicet quadrati g in b et unitatem. et quia c in se facit g et idem c in b et unitatem facit equalē g: per eandem decimam tertiam primi: et subtracto eo qui sit ex c in unitatem remanet l. differentia igitur l et g est quod sit ex c in unitatem: sed et illud est equalē c per idem quod prius. constat igitur propositum de altera parte longiore l. et ita de quibuslibet aliis argumentabere. Similiter etiam ostendes differentiam l ad e esse unitatem: et differentiam l ad f esse b et m ad g esse c. Nam cum b sola unitate superet unitatem: intellecto ergo b in duas unitates diviso per decimam quartam primi quod sit ex b in alteram unitatem equalē est ei qui sit ex illa in se: et illa in alteram. sed



quod fit ex illa unitate in se est quadratum et unitas. et quod fit ex illa in altera itidem est unitas et equalitate
 rati. constat ergo diam lz ad e esse unitatem. Similiter diuido c in duas partes scz unitatem et b: et qz per
 eandem decimam quartam primi quod fit ex c in b scz l: equum est ei qui fit ex b in se q est quadratus f: et ex b
 in unitatem qui est latus b. constat ergo differentiam l ad f esse b: et ita per decimam quartam primi de sin
 gulis ostende. constat ergo totum propositum.

¶ Si sumantur ab unitate numeri altera parte longiores proximis quibusqz coniu- 25
ctis: dimidiis coniunctorum sumptis prouenient omnes quadrati

¶ At parte altera longioribus figuratis quemadmodum in superiori factum est: dico lz et l altera longiorum siml
 sumptorum medietatem esse quadratum. Similiter l et m simul sumptorum medietatem esse quadratum et ita binorum
 et binorum continue sumptorum quotquot essent: medietatem esse tetragonam. Nam quia per secundam partem
 precedentis monstratum est diam lz minoris ad f esse b: et l maioris ad f etiam esse b: lz et l sunt circumpositi
 atqz equidistantes f. ergo p secundam primi f est numerorum lz et l simul sumptorum medietas. at f cognoscitur esse
 quadratum: ergo de lz et l constat propositum esse verum. et consimiliter de l et m constabit: qz eorum differentia
 ad g per precedentem est c latus g: quare per secundam primi concluditur quadratus g esse numerorum l et m
 simul iunctorum medietatem.

¶ Nullus altera parte longior est quadratus vel cubus. 26

¶ Nam si aliquid altera parte longior ut a esset quadratum: per definitionem eius latera essent equalia. et quia
 esset altera parte longior eius latera sola unitate distaret. si ergo illa datur et sint b maior et c minor: quia
 etiam a esset quadratum sit eius tetragonum latus d. et qz quod fit ex b in c est equalis ei qui fit ex d in se: ergo
 p vicisimam sextam secundi b d c sunt continue proportionales quod est impossibile. Nam cum b et c sola unitate
 distaret inter b et c nullus cadit numerus medius. sed h dicat aduersari d esse equalis b aut c. cum ergo b c d co
 tinue proportionem oportet b et c esse equalia quod est contra hypothesis. At dicat d esse maiorem b et c. tunc
 ergo b ad d est proportio minoris numeri ad maiorem: et d ad c proportio maior ad minorem. et ille ponit eodem
 hoc aut impossibile. At dicat ultio d utroqz et b et c esse minorem: et tunc proportio b ad d est maior ad minorem
 et d ad c minoris ad maiorem: et ponunt eodem hoc iterum impossibile non est igitur a altera parte longior: quadratus
 quod est primus. ostendo deinde a altera parte longior non esse cubum. nam si id possibile est sit a altera parte longior
 cubus et eius latera sint: maius quidem b et minus c et quadratum b sit d et quadratum c sit e: sitqz f latus a in
 eo qz cubus: cuius quadratum sit lz. erit enim p correlarium quarte huius vnus medius proportionalis inf d et lz
 q sit g. et p idem vnus inf e et lz q sit h: et p septimam secundi q proportio b ad f ea est d ad g: et g ad lz. et sit
 q proportio c ad f ea erit e ad h et h ad lz. et qz ex lz in f sit a et idem sit p hypothesis ex b in c: ergo p scdam
 partem vicisimam quarte secundi erit lz ad b sicut c ad f. et etiam pmutati lz ad c sicut b ad f. erunt igitur inter d et c
 continue proportionales g et lz et sit inter e et b. itidem duo h et lz. et qz b et e vel erunt commensurabiles vel
 contra se pmi. si commensurabiles est b numerus d eius quadratum: ergo p vicisimam tertiam primi quicunqz nu
 merus numerabit b etiam numerabit d. quare d et e erunt commensurabiles. at tunc qz b et c sunt contra se pmi
 d et e esse commensurabiles p duodecimam tertiam est impossibile. si autem b et c sint incommensurabiles p scdam
 huius b et e sunt cubi. Sit si c et d essent commensurabiles p idem quod prius d et e essent commensurabiles
 quod p duodecimam tertiam est impossibile. Si autem c et d sint incommensurabiles ergo p scdam huius vterqz est cubus
 quare inf b et c erunt duo media continue proportionalia p correlarium quarte huius at non modo duo vterqz
 quidem incidere mediu ut in prima parte monstratum est: est impossibile. constat igitur verum esse propositum.

¶ Dato altera parte longiore: alium ab eo altera parte longiorem inuenire cuius ad 27
illum sit proportio que quadrati ad quadratum.

¶ Sit a datus numerus altera parte longior et eius maius latus sit b: minor vero sit c: sitqz d duplus ad b
 et duplus ad c: et quadratum d sit f: et primus sub eo quadratum sit g quo numerus unitate minor sit h et pte
 altera longior inter f et g sit lz. qz enim per secundam partem vicisime quarte huius diam f et lz est d: et diam lz
 ad g est numerus eo minor unitate. ideo diam lz ad h est equalis d. et cum diam d et e sit binarius: quoniam duplum
 diam b ad c. nam per correlarium septime scdm duplatorum: dupli sunt diam. et cum ex d in se fiat f et ex d in bina
 rium qui est diam eius ad e fiat diam f ad h: qz sit diam f ad lz et lz ad h q est dupla ad d: ut postsum est. erit
 igitur h reliquus numerus qui fit ex d in e. duco igitur g in h q numeri solaynitare distare sunt positi: fiatqz l
 altera parte longior que dico esse: que querimus. duca enim b in h et fiat m: et c in g et fiat n. eritqz p octauam
 secundi ea proportio l ad m qz g ad b. et per eandem etiam ea proportio n ad a que g ad b. quare ea est proportio l
 ad m que n ad a. et quia ex b in h sit m: et ex c in g sit n: ideo p nonam quinti erit proportio m ad n posita ex
 proportionibus b ad c et h ad g. et quia d in se facit f: et d in e facit h erit proportio f ad h qz d ad e. quare et q
 b ad c: et quia proportio f ad g composita est ex proportionibus f ad h equali b ad c et h ad g: ergo proportio m
 ad n equali proportioni h ad g. et quia per correlarium quarte huius inter f et g est vnus proportionalis medius
 erit vnus similis proportionalis medius inter m et n q sit o. cum sit ergo o ad n sicut m ad o et n ad a sicut
 l ad m. ergo per equam proportionalitatem indirectam erit l ad o sicut o ad a. capio ergo in proportione l ad o
 tres numeros in continua proportionalitate minimos q sint r q p: manifestum est r et p esse quadratos: tunc
 sic q proportio r ad q ea est l ad o: et q ad p ea est o ad a: ergo p equam proportionalitatem que proportio r ad p
 quadrati ad quadratum ea est l ad a altera parte longioris ad altera parte longioris: quod est propositum.

¶ Si numeri ab unitate proportionales disponantur tertium ab unitate quadratum: atqz 28
yno intermisso tertium semper esse quadratum quartum vero ab unitate cubum et duobus
intermissis quartum semper esse cubum: septimum autem quadratum cubicum atqz quinqz
intermissis septimum semper esse quadratum cubicum est necesse



Quadratus cubicus est quadratus q pariter est et cubus. Posita eni vnitate z b c d e f g h l m n o p: vel quotquot voles numeris cotinue ab vnitate pportionalibus hec statim ex decima z vndecima huius cognoscif. qz eni vnitas potetia et quadrat est z cubus. ideo per decima huius c erit quadrat et p vndecima d erit cubus. z per eandem decima e iterum erit quadratus et iteru per decima: qz e est quadratus g erit quadrat. Sed et qz d est cubus p vndecima g etia erit cubus q venit vt liqdo constat septimus ab vnitate: quare septimus ab vnitate quadratus e cubicus. et ita cotinue procede similesqz offendes demonstrandi modum vbiqz.

29 Si numeroz ab vnitate cotinue pportionaliu secudus ab vnitate fuerit quadrat omnes erunt quadrati. q si idem fuerit cubus: erunt et omnes cubi.

Prima pars patet. na per pmissa etia terti erit quadratus. z qa secudus est quadratus p decima huius tertius ab illo q est quartus etiam est quadratus. et per pmissam qa tertius est quadratus vno intermisso quitus erit quadratus. et ita deinceps quare numeroz ab vnitate cotinue pportionalium si secudus est quadratus oes erunt quadrati. Secda pars monstratur. na si secudus fuerit cubus: cum quoties vnitas in secudo toties secudus in tertio. scbus in se q est cubus producet tertiu: quare p deci mam sexta huius tertius erit cubus. et per pmissam quartus etia erit cubus. et per vndecima huius a quolibet illoz assumptus quartus erit cubus. at illis cotinue sumptis oes sumentur. constat itaqz si secudus fuerit cubus omnes cubos esse.

30 Si proximoz altera parte longioz vnus in aliu ducat: pueniet altera pte longioz

Sint a et b duo hunc in modu altera parte longiores et medius inter eos quadratus sit c cuius latus sit d qd per vicesima quart huius erit differetia inter a et c z inter c et b. sitqz a minoris altera parte longioris latus alteru e. eritqz d maius e vnitate. z qz d in se facit c et d in e facit a erit pportio c ad a tanq d ad e. Sit ite vt ex d in f fiat b erit f vnitate maior d. addat itaqz e ad a et sit copositus g: qz ex d in e fit a ex f in e fiet g: vt facile p decima primi ostendatur cu numerus f numeru d solavnitate superet et qa f in e facit g et d in e facit a: erit per octaua secundi ea pportio g ad a q est f ad d. sed z p septima eiusde etia b ad c sicut f ad d: quare z b ad c sicut g ad a. quare pmutati b ad g sicut c ad a: ergo p vicesima quinta secundi qd fit ex b in a datis altera parte longioribus equale est ei q fit ex g in c at q fit ex g in c est altera pte longioz p diffinitione: cu g et c sola vnitate differat. qz g sit copositus ex a et e z dria a ab ipso quadrato c sit dria qua qdem dria d numerus e additus a in copositione sola distat vnitate. constat igitur numeru qui pducetur ex b in a esse altera parte longiore. z ppositum.

31 Si primi quicqz pte altera longiores cu duplo quadrati inter eos constituti pponant pueniet quadrat cuius radix erit ex minore minoris z maiore maioris laterib pstituta

Sint eni a et b duo quicqz proximi altera pte longiores et eoz medius quadratus c. sintqz d e latera altera pte longioris a: z e f latera alius altera pte longioris b. dico qz si a b coponatur cu duplo c totu aggregatu vt g esse quadratu: cuius radix est coposita ex d et f. na p vicesima quarta huius e est dria a ad c et b ad c: ergo p secunda primi copositum ex a z b est duplu ad c. at duplu c cum a b duplo eiusde erunt eius quadruplu quod qdem positu est g. quattuor igit in c pducit g. at quattuor nuerus est quadratus cum producat ex duobus in se ductis z sicut c positus est quadratus. ergo p decima quarta tam pntis et g est quadratus. et cu g quadratus quadruplu sit ad c quadratu: ergo per tertia huius pportio latis g ad latus c erit dupla. at cu e sit radix c et d z f circupositi eqdistent ipsi e. ergo p secunda primi d et f simul sunt duplu e lateris c: quare radix quadrati g est pposita ex d et f: qd est ppositu.

32 Si duo quilibet proximi quadrati cu duplo medij inter eos altera pte longioris co iungatur: copositus erit quadratus latusqz ipsius ex laterib ipsoz compositu.

Sint a b duo quilibet proximi quadrati et c medius inter eos altera parte longior et d e eoz latera dico quadratos a b cu duplo c efficere quadratu vt f cuius latus erit copositum ex d e. Nam p vicesima quarta huius ex d in e fiet c altera parte longior inter a et b: quare per nona primi erunt a et c tanq qd fit ex d in ppositu ex d e: quod qdem copositum sit g et per eandem cu b tanq quod fit ex e in ppositum d e id est in g. et p eandem nona qd ex d et e in g tanq quod fit ex g in se. erit igit quadratu numeri g tm ptum a z c z c b: ergo ptum a et b z c bis. fuit eni c bis scz semel cu a et semel cum b sumptu: sed illud quod fiebat ex a et b z c bis positu est esse f. est igitur f quadratus cuius latus est g. et qa g est ppositu vt positum est ex d et e lateribus quadratoz a et b: constat totum ppositum.

33 Si ad duos vsqz nueros vnitate distates: oes numeri ab vnitate coaceruatur: q ex coaceruatione proueniet erit nuerus quadratus latusqz ipsius coaceruatoz maxim.

Sint nueri ab vnitate dispositi p duos ordies vsqz ad e z d duos qd nueros vnitate distates pmus hoc mo vnitas a b c d e: z scbus hoc mo vnitas a b c d: z sit quadrat e numerus f. dico quadratu f esse tanq oes numeri illoz duoz ordinu coaceruati. Signo eni oes quadratos inferiores f q sint dispositi p ordine f g h l l vnitas. eritqz g quadrat d: et h quadrat c: z l quadratus b: et l quadrat a. z postea vnitas q est pme vnitatis quadrat. Intelligo sicut m n o p q medios altera pte longiores. et qa per vicesima quarta huius dria f ad m est e: z dria m ad g est d. ergo p octaua conceptione dria extremoz f g e d. et sicut argumeto dria g ad h est d c. et dria h ad l est c b: z dria l ad l est b a: et dria l ad vnitate est a et vnitas. addita ergo vnitate ad a et vnitate: fiet l. et additis b a dria scz l ad l. ad a z dupla vnitate. i. ad l: fiet l. addita insup c b dria l ad h ad b a z a et dupla vnitate. i. ad l: fiet h: z similt addita d c dria h ad g ad c b: b a: a et duas vnitates: hoc est ad h: fiet g. et addita e d dria g ad f ad d c: c b b a: a et duas vnitates fiet f. per nonam igitur conceptione constat ppositum demonstratum.

| | | | |
|---|----|-----|------|
| e | 16 | 512 | |
| d | 8 | 256 | 8192 |
| c | 4 | 128 | 4096 |
| b | 2 | 64 | 2048 |
| I | | 32 | 1024 |
| | | | m |

| | | |
|---|-----|------|
| e | 256 | 4096 |
| d | 64 | 512 |
| c | 16 | 64 |
| b | 4 | 8 |
| | | 1 |

| | |
|---|----|
| b | 72 |
| b | 12 |
| b | 8 |
| g | 4 |
| f | 4 |
| c | 9 |
| d | 3 |
| a | 6 |
| e | 2 |

| | | | |
|---|-----|----|----|
| | 100 | | |
| a | 20 | 25 | 30 |
| b | 4 | 5 | 6 |
| c | | | |
| d | | | |
| e | | | |
| f | | | |

| | | | |
|---|----|---|---|
| | 25 | | |
| a | 4 | 6 | 9 |
| c | | | |
| b | | | |
| d | | | |
| e | | | |
| f | | | |
| g | | | |
| h | | | |
| i | | | |
| j | | | |
| k | | | |
| l | | | |
| m | | | |
| n | | | |
| o | | | |
| p | | | |
| q | | | |
| r | | | |
| s | | | |
| t | | | |
| u | | | |
| v | | | |
| w | | | |
| x | | | |
| y | | | |
| z | | | |

| | | | | |
|---|---|----|----|----|
| e | 6 | 36 | 30 | |
| d | 5 | 5 | 25 | 20 |
| c | 4 | 4 | 16 | 12 |
| b | 3 | 3 | 9 | 6 |
| a | 2 | 2 | 4 | 2 |
| I | | | | |
| I | | | | |
| I | | | | |
| I | | | | |

| | | |
|---|----|---|
| | 30 | |
| | m | |
| d | 5 | 5 |
| c | 4 | 4 |
| b | 3 | 3 |
| a | 2 | 2 |
| I | 1 | 1 |

| | | | |
|---|----|---|-----|
| a | 64 | d | 512 |
| e | 16 | | |
| b | 8 | | |
| c | 4 | | |

| | | | |
|---|------|---|--------|
| a | 4096 | f | 262144 |
| d | 256 | | |
| c | 512 | | |
| e | 128 | | |
| b | 64 | | |

| | | | |
|---|-----|-----------|---|
| a | 729 | 386691489 | o |
| b | 243 | 14348907 | p |
| c | 81 | 59049 | q |
| d | 27 | 19683 | r |
| e | 9 | 729 | s |
| f | 3 | 27 | t |

| | | | | |
|---|----|---|---|---|
| c | 12 | q | m | g |
| a | 2 | p | l | f |
| b | 3 | o | k | e |
| | | n | h | d |
| | | m | g | r |

| | | | | | |
|---|---|---|----|---|----|
| a | 6 | g | 12 | b | 24 |
| c | 3 | | | e | 6 |
| d | 2 | | | f | 4 |

| | | | | | |
|---|---|---|----|---|----|
| a | 9 | c | 12 | b | 16 |
| d | 3 | f | 3 | | |
| e | 4 | g | 4 | | |

Quicumque ex numeris ab unitate bis sumptis coaceruatur: est parte altera longior minusque laterum ipsius: coaceruatorum maximus 34

Sint huiusmodi numeri bino ordine sumpti unitas a b c d q simul aggregetur fiat m: que dico esse altera parte longior: eiusque minus latus esse d. nam per precedentem si predictis numeris addo e fiet quadratus f: cuius dicitur a medio altera parte longior est e. remoto igitur numero e a quadrato f remanet altera parte longior medi⁹ inf f et proximum minor quadratum. Sed q remanet amoto e est aggregat⁹ duorum assignatorum ordinum scz m: igitur m est altera parte longior medi⁹ inter f et proximum minor quadratum. Sed ille medi⁹ altera parte longior fit ex d in e illorum quadratorum lateribus pervicesima quarta partis d aut minus est: ergo altera parte longioris m minus latus e d. at d ordinum assignatorum maxim⁹ e numerus. stat g tota pp^o firma

Si fuerit numerus quadratus cubicus: latus quidem quadrati erit cubus latus vero cubi quadratus 35

Sit a numerus quadratus cubicus cui⁹ quatenus quadrati latus sit b: quatenus vero cubi latus sit c: dico b esse cubum et c esse quadratum. Primum pz. duco enim b in a et fiat d ppala est d esse cubum et a cubus ipm numerat fm b: ergo p correlariu decimeseptime huius b est cubus qd est primu. Scdm ostenditur fit e quadratu c: qz qd sub c et e extremis continetur equu est et qd fit ex b in se. ergo p vicesimasextam secundi e b c sunt continue proportionales sed e primus est positus quadratus: igitur et c per decima huius est quadratus: sicq totum constat propositum.

Si fuerint duo numeri quadrati cubici: medius inter illos in continua proportionalitate erit cubus: duorum vero mediorum uterque quadratus. 36

Sint a et b duo quadrati cubici: qz a et b sunt quadrati p correlariu quarte huius e inter eos vnus medius pportionalis q sit c. et qz a et b sunt cubi p idem correlariu inter eosde sunt duo medij pportionales q sint d et e. dico ergo c esse cubum et d et e esse quadratos. c aut esse cubum declarat. nam duco a in b et pueniat f: qz a et b sunt cubi: f etia per decimasextam huius erit cubus et cu a c et b sint pportionales: ergo p vicesimasextam secundi f cubus fiet ex c in se. quare f est quadratus ipsius c. est igitur f quadrat⁹ cubicus: quare c latus f vt quadrati per precedentem est cubus qd est primu. sed d et e esse quadratos hinc liquet: qz b e d sunt continue proportionales et b primus est quadratus. igitur et tertius d per decima huius. Item a d et e sunt numeri pportionales et a primus est quadratus igitur per eandem decima et e tertius quadratus. Est igitur tota propositio nota.

Duos quadratos cubicos iuenire: inter quos numeri quotlibet medij proportionalium sumantur 37

Si duos quadratos cubicos iubeor iuenire inter quos quotlibet infiacent medij pportionales sumo numeros pportionales ptes duobus: ipsis medijs: quos iubeor iuenire. verbi ca si iubeor iuenire duos quadratos cubicos inf quos sint quattuor medij pportionales sumo sex numeros continue pportionales vt a b c d e f: quoru per ordinem sumatur cubi g h l m n: q per sextam huius sunt etia pportionales qui quidem cubi in se per ordinem ducatur et proueniat o p q r s t. dico itaq o et t esse duos tales quadratos cubicos. nam cum g h et ceteri in se ducatur o p q r ceteri sunt quadrati: et qz g h et ceteri eorum scz latera sunt pportionales: per quintam huius o p q et ceteri eorum quadrati sunt pportionales. at cum g et n sint cubi ergo per decimasextam huius o et t erunt cubi. sunt igitur o et t quadrati cubici inter quos quattuor numeri p q r s sunt medij pportionales: qd est propositu.

Duos quadratos cubicos repire: inter quos medios fm datos numeros sume sit possibile 38

Sint dati numeri a et b: pposituq sit duos quadratos cubicos iuenire: inter quos sint numeri pportionales fm a et etia fm b: sitq a binarius et b ternari⁹. qa enim pportiones semp sunt vno plures ipsis medijs et a est binarius: id vt medij inueniatur fm a oportet tres esse pportiones. et qa b est ternari⁹ vt inueniatur medij scdm b opz quattuor esse pportiones. Duco ergo tria in quattuor et proueniat c et scdm c ordinem continue pportiones in numeris r d e f g h l m n o p q: quoz q et r p precedentem ponantur quadrati cubici: et pigo quattuor ex illis pportioib⁹ vt hic scdm quatuor et qternos ordines: et hebo tres medios pportionales scz n l f p equa pportionalitate. et sicut iungo tres ex illis vt hic p quinos et quos ordines et hebo m et g duos medios pportionales inf q et r quadratos cubicos: qd est ppositu.

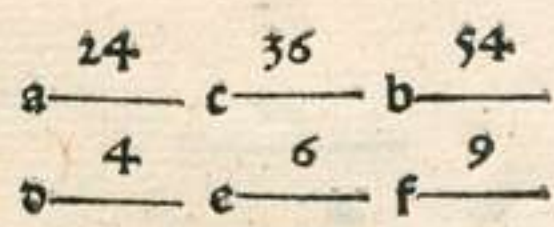
Inter quoslibet duos superficiales siles: tertium in continua proportionalitate mediu esse necesse est 39

Sint a et b numeri superficiales siles: et latera a sint c et d: et latera b sint e et f. dico int a et b esse vnu numeru in continua pportionalitate. nam qa a et b sunt siles p diffinitionem eius latera sunt pportionalia. ideo q pportio c ad d: ea est e ad f. quare pmutati q pportio c ad e: ea est d ad f. duco ergo e in d et fiat g: et qa c in d facit a: et b in eundem d facit g: ergo p octauam scdm pportio a ad g vt c ad e. et qa iteru e in d facit g et e in f facit b: ergo pportio g ad b vt d ad f. sed pbata est pportio c ad e vt d ad f: ergo pportio a ad g vt g ad b. est igitur inter a et b numerus g medius pportionalis: qd erat demonstrandum.

Si tertium inter eos medij proportionalium ceciderit: duo quilibet numeri erit superficiales siles 40

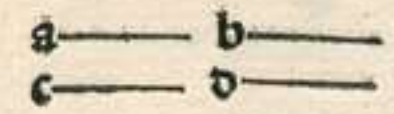
Hec est conuersa precedentis. Sint enim a et b quicumque duo numeri inter quos sit c medij pportionalis: dico a et b superficiales esse et siles. capio enim d e mimos in pportione a ad e qz mimi per decimanonam tertium numerabunt a et e equali: sitq id scdm f et sicut numerabunt c et b equali: sitq id scdm g manifestu itaq est cu a sub duobus lateribus d et f: et b sub duobus e g contineat: a et b p diffinitionem esse superficiales. Sed q sint similes pz. nam qz per hypothesim d et e numerat c et b secundum g: d numerat c scdm g: et e numerat c secundum f vt et positu est. igitur per vicesimam quintam secundi d f et e g sunt proportionales: scz d f sunt latera a: et e g sunt latera b. sunt igitur a et b per diffinitionem superficiales siles: qd est ppositu.

34 41 ¶ Si fuerit duo numeri superficiales similes: erit proportio vni ad alterum tamquam quadrati ad quadratum
 ¶ Sint a et b duo superficiales similes: dico proportione a ad b esse quam quadrati ad quadratum. nam p ante
 pmissam erit inter eos vnus medius proportionalis qui sit c. Sumo ergo tres minimos in eorum proportione
 qui sunt d e f p prima huius d et f erunt quadrati. et cum q proportio d ad e ea sit a ad c. et q e ad f ea sit c ad b
 ergo p equam proportionalitate q proportio d ad f quadrati ad quadratum ea est a ad b: quod est propositum.

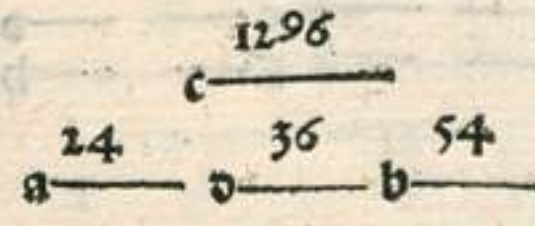


42 ¶ Si duorum numerorum proportio fuerit que quadrati ad quadratum illos superficiales similes esse necesse est.

¶ Hec est conuersa precedentis. Sint a et b quadrati et sit proportio c ad d quam a ad b: dico c et d numeros esse superficiales similes. Nam p correlariu quarte huius est vnus medius proportionalis inter a et b. que et p duodecimana quarti vnus erit medius proportionalis inter c et d. que p 40 huius c et d sunt superficiales similes: quod est propositum

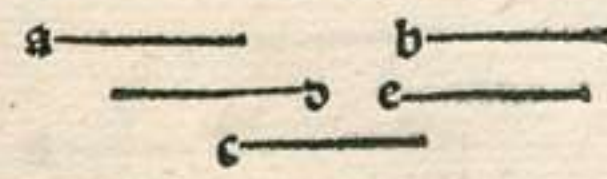


35 43 ¶ Si duorum superficialium similitudo alter in alterum ducatur: quadratus numerus producet.
 ¶ Sint a et b superficiales similes: ducatur a in b et pueniat c: dico c esse quadratum. Nam p tricesimam nonam huius inter a et b est vnus medius proportionalis qui sit d. quia ergo a ad b sunt continue proportionales per vicesimam sextam secundi idem est qui sit ex a in b et ex d in se. at quod ex d in se fit est quadratum: igitur et c quod fit ex a in b: quod est propositum.



36 44 ¶ Si ex ductu duorum numerorum vnus in alterum producat quadratus: illos duos superficiales similes esse conueniet.

¶ Hec conuertit precedentem. vt si ex a in b producat c quadratus: dico a et b esse superficiales similes. Nam per vicesimam sextam secundi latus tetragonum c erit medius proportionalis inter a et b. ergo per quadragesimam huius a et b sunt superficiales similes: quod intenditur.



45 ¶ Si duo numeri superficiales vni fuerint similes: erunt et inter se similes.

¶ Sint a b duo numeri superficiales similes c: dico a et b esse inter se similes. Nam quia a est similis c inter a et c est vnus medius proportionalis qui sit d. et quia b etiam similis c inter b et c similiter vnus medius proportionalis qui sit e. igitur per decimam sextam quarti et inter a et b erit vnus medius proportionalis quare per quadragesimam huius a et b erunt superficiales similes: et propositum.

37 46 ¶ Si aliquis numerus in superficiale ducatur: proueniens erit solidus.

¶ Nam superficialis fit ex ductu numeri in numerum facta vna multiplicatione. qui igitur ex ductu alicuius in ipsum producat tribus lateribus continetur continua facta multiplicatione. quare per diffinitionem erit solidus: quod intendebatur.

47 ¶ Omnis solidus ab aliquo superficiali numeratur.

¶ Nam omnis solidus per diffinitionem habet tria latera quorum tertium ducit in productum ex reliquis. at talis productus est superficialis. numerat igitur omnis solidus ab aliquo superficiali vt proponebat.

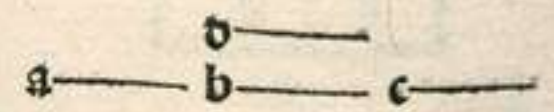
38 48 ¶ Datis tribus numeris cum triplici modo solidus percreet: vnus tamen idemque erit qui ex omnibus producet.

¶ Sint tria latera a b c: et primo ex a in b fiat d: et ex c in d fiat solidus e. secundo ex b in c fiat f et ex a in f fiat solidus g. tertio ex a in c fiat h et ex b in h fiat solidus l. dico tres solidos e g l ex tribus lateribus triplici modo creatos eosdem esse atque equales. Nam quia a in b facit d: et c in d facit f. ergo p octauam secundi d ad f vt a ad c. ergo p vicesimam quintam secundi idem est qui sit ex a in f et c in d: sed a in f facit g et c in d facit e sunt igitur e g solidi equales. Item quia ex b in c fit f et ex a in c fit h: ergo p eandem octauam que proportio b ad a ea est f ad h. ergo p vicesimam quintam secundi iterum idem fiet ex a in f et b in h. sed ex a in f fit solidus g: et ex b in h fit solidus l. sunt igitur solidi e et l aduicem equales: sed et solidus e positus est equalis solidus g et p eandem sciam: l et e sunt solidi equales. sunt igitur vt proponebat tres solidi e g l aduicem equales: et propositum



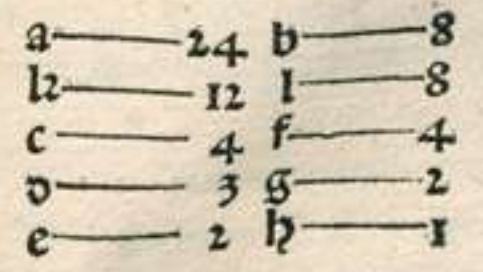
49 ¶ Omnis numerus a tribus numeris numeratus solidus esse probatur.

¶ Sint a b c tres numeri numerantes d: dico d esse numerum solidum. nam vel a est primus vel propositus. si propositus ergo p quadragesimam sextam huius quicumque numerus in ipsum ducatur producat solidum: sicque constabit propositum. Si autem sit primus quia b numerat d fm aliquem numerum: ergo p quartam tertiam a numerat b: vel alterum fm quem numerat. quare b aut is fm quem numerat est superficialis. erit itaque p quadragesimam sextam: vt prius de solidis.



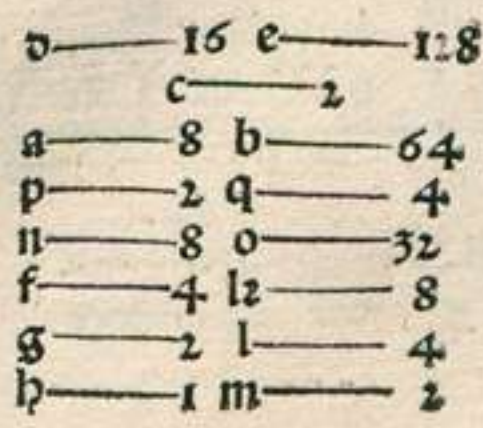
39 50 ¶ Si duo solidorum proportio: est ex lateribus vni ad latera alteri producta proportionibus.

¶ Sint a et b duo solidi: sintque c d e latera a: et f g h latera b. dico proportione a ad b esse compositam ex proportionibus c ad f: d ad g: et e ad h. duco enim c in d et pueniat l et f in g et pueniat l. p nonam igitur quinti proportio l ad l composita est ex proportionibus c ad f et d ad g. et quia per quadragesimam octauam huius si e ducatur in l et h in l pueniet a et b. ergo per nonam quinti proportio a ad b vt l ad l et e ad h: sed proportio l ad l monstrata est composita ex c ad f et d ad g. ergo proportio a ad b composita est ex proportionibus c ad f: d ad g: et e ad h: quod est propositum.



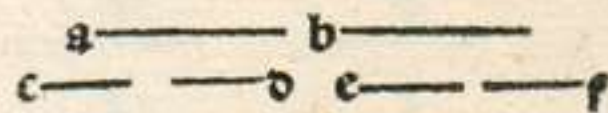
40 51 ¶ Si duo solidi similes alios duos equaliter numerent: illos quoque solidos similes esse necesse est.

¶ Sint a b duo solidi similes: numerentque d e equaliter vt secundum c. dico d e pariter esse solidos similes assigno enim f g h latera a: et l m latera b. ducoque f in g et pueniat n et l in l et pueniat o. et quia h in n p quadragesimam octauam huius facit a: et m in o facit b. est itaque n in a fm h: et a in d fm c. ergo p vicesimam tertiam primi n est in d secundum productum ex c in h qui sit p. et similiter quia o est in b fm m et b in e fm c: per eandem vicesimam tertiam o est in e fm productum ex c in m qui sit q. et quia c in h facit p et c in m facit q. ergo que proportio h ad m p septimam secundi ea est p ad q: quare et q ad l et g ad l. sed p in n facit d et q in o facit e vt monstratum est. Sed tamen est f in g quantum n: et l in l quantum o. ergo p f g in se faciet d: et q l in se



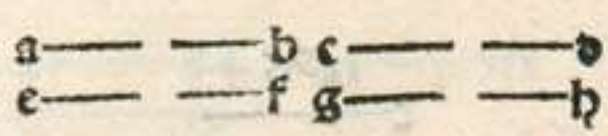
facient e. sunt ergo d et e solidi et latera d sunt p f g et latera e sunt q l l. sed illa probata sunt pportio-
ualia: ergo d et e sunt etiā similes: quod est totum propositū monstratū.

**Inter quoslibet duos solidos similes: duo numeri in cōtinua proportionalitate
medij intercidunt.** 52



**Quam p penultimā ppositionē erit pportio vnus illoꝝ solidozū ad reliquū tanq̄ lateris ipsius ad
latus alterius pportio triplicata. Sumam ergo quattuor n̄meros in pportione lateris ad latus. et qz
p̄mi ad quartū erit pportio lateris ad latus triplicata: illa erit eadē pportioni solidi ad solidū. ergo
per duodecimā quartū quot media sunt inter primū et vltimum tot erunt inter solidum et solidum, at
media sunt duo: ergo inter solidum et solidū itidē erunt duo: quod est propositū**

Si fuerint quattuor numeri cōtinue pportioales: duo extremi erunt solidi siles. 53



**Hec est cōuersa pcedētis. Sint a b c d quattuor numeri cōtinue pportioales: dico a et d esse soli-
dos similes. Sumo enī e f g h quattuor illius pportionis m̄mos q̄ si cū assignatis itidē fuerint cum p
sc̄dam hui⁹ e et h sint cubi s̄st̄ a et d erūt cubi. quare solidi similes s̄c̄q̄ firmū stabit ppositū. Porro si
itidem nō sint cū e et h per quintā quartū sint contra se primū: quare per vicecimā tertij in sua pportioe
m̄mi et p decimā nonā eiusdē equaliter numerabūt a et d. sed e et h cum p secundā huius sint cubi ip̄i
sunt solidi similes. ergo iterū per quinquagesimā primā huius a et d sunt solidi siles: qd est propositū.**

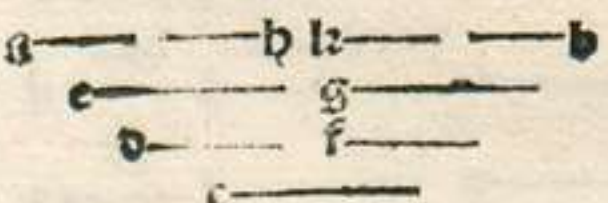
Omniū duozū solidozū similiū: est pportio vnus ad alterū tanq̄ cubi ad cubum. 54

**Sint a et d solidi siles: dico pportioē a ad d esse pportioē tanq̄ cubi ad cubū. qz p quinquage-
simā secundā huius inter a et d sunt duo medij pportioales. sint ergo illi b c: capto vt prius e f g h in
illa pportione m̄mos quoz p sc̄dam hui⁹ cōstat e et h esse cubos q̄ si itidē sint cū p̄dictis pstat ppositū
si nō idētidē: qz p equā pportioalitē q̄ pportio e ad h cubi ad cubū eadē ē a ad d: qd iterū ē ppositū**

**Si vnus ad alterum fuerit pportio tanq̄ cubi ad cubum: quoslibet duos nu-
meros solidos similes esse necesse est.** 55

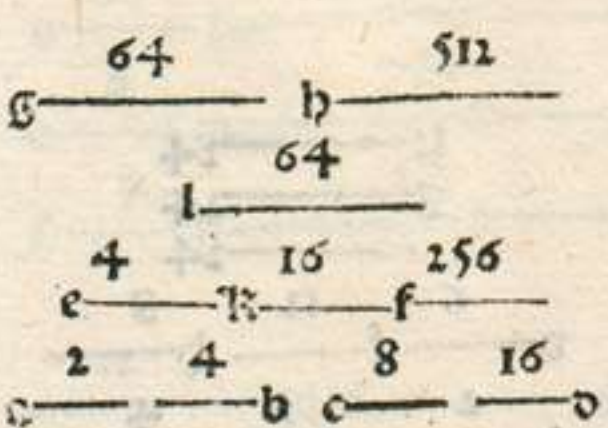
**Hec est cōuersa pcedētis q̄ ideo vera esse cōuincit: qz p correlariū quarte hui⁹ in quoslibet cubos
duo incipiātur medij pportioales. igr̄ p duodecimā quartū et in illos solidos itidē duo inciacēbūt
medij pportioales. ergo p 53 hui⁹ duo extremi q̄ erūt solidi assignati erūt solidi siles: qd est ppositū**

Si fuerint duo solidi vni solido similes: ipsi quoq̄ inter se erunt similes. 56



**Sint a b duo solidi similes solido c: dico a et b esse solidos inter se similes. Nā qz a c sunt solidi in
se similes: ergo per quinquagesimā secundā huius inter a et c sunt duo medij pportioales q̄ sint d e. et
similiter per eandē inter b et c q̄ sint f g. igitur p decimā septimā quartū duo similit̄ erunt inter a et b.
quare a et b per quinquagesimā tertiam huius inter se sunt solidi similes: qd erat demonstrandū.**

**Si fuerint quattuor numeri pportioales et duorum extremozū quilibet in
quadratum alterius ducatur: prouenient cubi alioꝝ.** 57



**Sint a b c d quattuor numeri cōtinue pportioales: s̄c̄q̄ e quadratū a et f quadratū d ducatur qz d
in e et pueniat g et a in f et pueniat h. dico igitur g et h esse cubos b et c. duco enī b in se et fiat l: qz e et l
sunt quadrati quoz latera sunt a b erit per tertiā hui⁹ pportio e ad l tanq̄ pportio a ad b duplicata:
quare tanq̄ b ad d: ergo per vicecimā quintam secundi idem est qui fit ex b in l et e in d. sed qui fit ex b
in l est cubus b. qui autē ex e in d est g: igitur g est cubus b. similiter si ducatur c in se et fiat l erit per
eandē tertiā huius pportio l ad f tanq̄ a ad b duplicata. quare tanq̄ a ad c: quare per vicecimā quintā
secundi vt prius idem erit qui fit ex c in l et a in f: qui autē fit ex c in l est cubus c: et qui fit ex a in f est h
igitur h est cubus c: quod est propositum.**

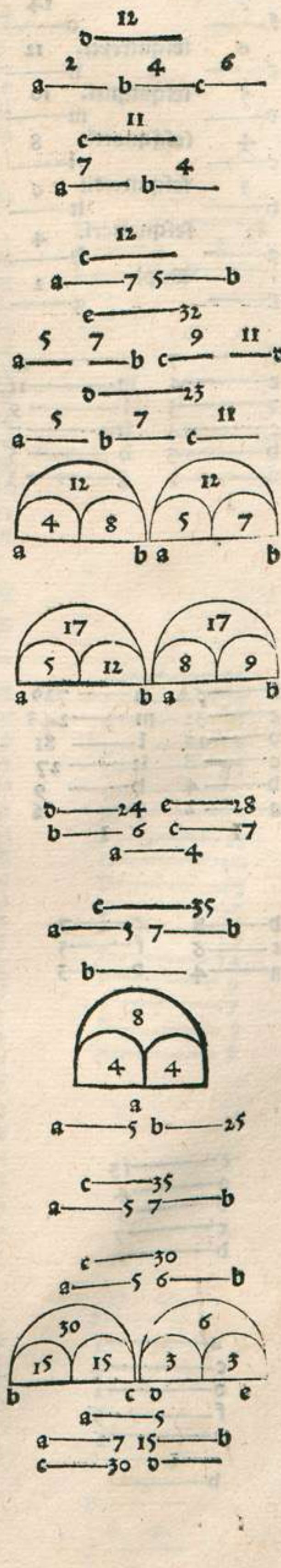
Datis lateribus siue laterū pportionibus: solidozū summā hitudinēq̄ inuestigare. 58

**Hec in solidis p̄tinuit eā et discretis eandē hz veritatis certitudinē. si primo dētur latera duc quō
cumq̄ illa in se inuicē tria sc̄z vni⁹ et tria alterius et puenient statim p quadragesimā octauā huius so-
lidoꝝ s̄me. si autē laterū pportiones dētur cōpone per tertiā quinti laterū pportiones: siue eas per
sextā quinti cōtinua et pportio ex laterū pportionibus cōposita per quinquagesimā huius aut q̄ ex
cōtinuatis cōponetur: erit pportio solidi ad solidū s̄c̄q̄ nota erit solidozū habitudo atq̄ totum quod
ppositio proponit notum. Sexti elementozū arithmetices Jordani finis.**

**Ar numerus est qui in duo equalia diuidi potest. Impar est in quo aliqua
prima pars est absq̄ pari: additq̄ supra parem vnitatē. Parium numeroꝝ
alius pariter par: alius pariter ipar: et alius impariter par. Pariter par est
quē nullus impar numerat. Pariter ipar est quē quicunq̄ pares numerāt: cum sc̄dm
iparē numerāt. Impar it̄ par est quē quidā par fm parē et quidā fm imparē numerāt
Medius inter duos numerus dicitur: qui inter eos positus equalit̄ ab vtroq̄ distat.
Medij dicūtur duo numeri qui nō habētes aliquē interpositū: equales habent ad ex-
tremos differentias. Perfectus numerus appellatur qui ex omnibus suis partibus cō-
iunctis perficitur. Abundans dicitur: ad quem omnes sue partes cōparate: maius ha-
bere reperiūtur. Diminut⁹ vero cuius partes cōiuncte oēs minus ipso constituūt.**

VII

- 1 **¶ Si quotlibet sibi coaceruentur pares: qui proueniet erit par.**
¶ Nam ex diffinitione paris quotquot assignabuntur eorum quilibet huius medietate. at omnes eorum medietates per sextam primi adinuicem coniuncte: coaceruati dimidium constituunt. coaceruatus igitur cum in duo equa diuidi possit erit par: quod intendebatur.
- 2 **¶ Si par et impar coniungantur: compositus erit impar.**
¶ Nam si ab impari auferatur unitas cum solam unitatem per diffinitionem super parē addat: relinquitur par. qui si addatur alteri pari: per precedentem compositus erit par. cui quidem si ablata restituatur unitas: totus per diffinitionem fiet impar. at ille erit qui ex pari et impari constat. ratum est ergo quod propositum intendebatur.
- 3 **¶ Si impar impari addatur: proueniet numerus par.**
¶ Nam si ab utroque eorum dematur unitas relinquetur duo pares qui per antepremissam constituent numerum parē: cui quidem composito si iungatur due ablata unitates que parē constituunt per eandem antepremissam totus rursus euadet par. hoc autem intendebatur propositio.
- 4 **¶ Si impares numero pares sibi coaceruentur: totus ex eis conflatus erit par.**
¶ Nam cum numerus quo eos sumimus sit par: in eo binario aliquoties sumemus qui toties per precedentem binario copulati erunt pares. igitur per primam huius adinuicem simul additi constituent numerum parē: quod est propositum.
- 5 **¶ Si impares numero impares coaceruentur: compositus erit impar.**
¶ Nam si vnus eorum omittatur per precedentem compositus erit par: ergo per secundam presentis si propositio addatur ommissus impar: totus qui inde nascitur ex omnibus compositus erit impar quod est propositum.
- 6 **¶ Si a pari detrahatur par: reliquetur par.**
¶ Nam si relinqueretur impar: idem cum detracto additus per secundam presentis constitueret imparē: quod est contra hypothesim. verum igitur est propositum.
- 7 **¶ Si impar a pari tollatur: residuus erit impar.**
¶ Nam si residuus poneretur par: idem detracto appositus per secundam huius constitueret imparē: quod est contra hypothesim. erit igitur verum propositum.
- 8 **¶ Si ab impari impar tollatur: remanebit par.**
¶ Nam si remaneret impar: idem ablato additus per tertiam huius constitueret parē: at positus est impar. relinquitur igitur par: quod est propositum.
- 9 **¶ Si par impari substrahatur: reliquus erit impar.**
¶ Nam si residuus esset par: subtracto additus per primam huius constitueret parē: quod est contra propositum. relinquitur igitur propositum verum.
- 10 **¶ Omnis numerus per parē multiplicatus: parē producit.**
¶ Nam si multiplicat parē per diffinitionem toties multiplicat erit in producto quoties unitas in multiplicata. et cum multiplicat sit par tot illi pares simul additi per primam huius constituent productum parē. si autem multiplicet imparē per idem toties erit multiplicat impar in producto quoties unitas in multiplicata. at unitas in eo ponit esse in numero pari: ergo per quartam huius illi impares numero pares simul additi constituent iterum parē: quod est totum propositum.
- 11 **¶ Si impar in imparem ducatur: qui producet erit impar.**
¶ Nam multiplicatus impar per diffinitionem toties erit in producto quoties unitas in multiplicata impari. at in illo unitas est in numero impari. igitur per quintam huius illi impares et numero quidem impares simul additi constituent productum imparē: quod est propositum.
- 12 **¶ Quicumque par numerat: eum esse parē necesse est.**
¶ Nam par numerat per diffinitionem potest in duo equa diuidi in cuius medietates si numerus secundum quem numerat ducatur: per nonam primi eundem productum producit. at idem numerus in altera medietate ductus productum producit dimidium. igitur productus ut qui potest in duo equa partiri per diffinitionem est par: quod est propositum.
- 13 **¶ Quicumque imparem numerat: impar est.**
¶ Nam si ponas quod eum numerat sit par: per precedentem numeratus erit par: quod est contra hypothesim. qui igitur eum numerabit si quis numeret: erit impar: quod est propositum.
- 14 **¶ Si impar imparem numeret: secundum imparem eum numerabit.**
¶ Nam si impar numeraret imparē secundum parē: ergo alternati per octavam primi par numeraret eundem secundum imparē: quod per duodecimam huius est impossibile. verum igitur propositum.
- 15 **¶ Si impar parē numeret: secundum parē eum numerare conueniet.**
¶ Nam si impar secundum imparē eum numeraret: ergo per undecimam huius totus esset impar. at positus est par. accideret itaque contra hypothesim. relinquetur igitur propositum.
- 16 **¶ Si parē impar numeret: dimidium quoque ipsius numerabit.**
¶ Nam si impar parē numeret: per premissam secundum parē eum numerabit. cum itaque omnis par medietate habeat impar ergo ille per illius medietatem multiplicatus per octavam et nonam primi producet totius medietatem. numerabit igitur impar ille: numerati dimidium: quod est propositum.
- 17 **¶ Si numerus impar ad aliquem numerum fuerit primus: idem quoque et ad eius duplum erit primus.**
¶ At si impar a sit primus ad b dico ipsum esse primum ad c duplum b. nam si non fuerit primus ad c ergo a et c coincidunt. erit igitur per diffinitionem numerus cōiter numeros a et c numerat: qui sit d. et quia d numerat a et c: et c est par quod duplus b. et ideo qui potest in duo equa partiri: igitur per precedentem d etiam numerabit d dimidium c. quare a et b coincidunt: quod est contra hypothesim. erit igitur a primus ad c: quod est propositum.



| | | | |
|---|---|---------------|----|
| f | 7 | o | 14 |
| e | 6 | sesquifexti. | 12 |
| d | 5 | sesquiquinti. | 10 |
| c | 4 | sesquiquarti. | 8 |
| b | 3 | sesquitercii. | 6 |
| a | 2 | sesquialteri. | 4 |
| I | 1 | Dupli | 2 |
| | | | 8 |

| | | | |
|---|---|----|----|
| f | 7 | n | 13 |
| e | 6 | m | 11 |
| d | 5 | l | 9 |
| c | 4 | lz | 7 |
| b | 3 | h | 5 |
| a | 2 | g | 3 |
| I | 1 | | |

| | | | |
|---|----|----|-----|
| f | 64 | n | 729 |
| e | 32 | m | 243 |
| d | 16 | l | 81 |
| c | 8 | lz | 27 |
| b | 4 | h | 9 |
| a | 2 | g | 3 |
| I | 1 | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| b | 8 | e | 7 |
| c | 6 | f | 5 |
| a | 4 | d | 3 |

| | |
|---|----|
| c | 13 |
| a | 4 |
| d | 6 |
| e | 7 |
| b | 9 |

| | |
|---|---|
| a | 5 |
| c | 4 |
| d | 2 |
| f | 3 |
| e | 2 |
| I | 1 |
| b | |

¶ Si dispositozum ab vnitare numerozū secundū naturalem seriem: omniū dupli sumantur: proueniēt omnes pares ab vnitare: eruntq; parium eodē ordine sumpte que et numerozū ab vnitare dispositozū proportionēs. 18

¶ Dispono numeros ab vnitare secundū naturalem seriem vnitas a b c d e f: quoz per ordinē sumo duplos g h i l m n o. dico primo oēs pares ab vnitare vsq; o esse acceptos. secūdo q; proportionēs sunt numerozū ab vnitare dispositozū: vt a ad vnitare: b ad a: c ad b: d ad c: e ad d: f ad e: tales esse per ordinē in ordine parium: vt h ad g et l ad h et ita ceterozū. Primū patet. nam primo duplos esse pares manifestū est cum quilibet eozum in duo dimidia que equa sunt diuidi possit. Et q; nullus alius ab acceptis sit par certū est qz talis nō haberet mediū in numeris: q; si haberet vllū coincideret cū aliquo assignatozū. certū est ergo oēs pares fuisse acceptos. Secundū patet. nā que pportio a ad h: ea est vnitatis ad g. ergo pmutati per tertiā secūdi q; pportio a ad vnitare: ea est h ad g. Itē que b ad l: ea est a ad h. ergo p eandē q; b ad a: ea est l ad h. et ita p eandē consilr pcede et totū firmū pcludes ppositū.

¶ Si numerozū ab vnitare naturali serie dispositozū: duo et duo continue cōiungātur fient oēs ipares ab vnitare. ipsozūq; impariū proximi quoz: erunt contra se primi. 19

¶ Disponat ordo numerozū ab vnitare fm eozum naturalem seriem: cōiungāturq; quoz duo et duo proximi. dico primo omnes ab vnitare fieri ipares. scdo vero quoz duo primos esse contra se primos. Primū patet. nā quicunq; duo primi in naturali serie numerozū p diffinitionē sola vnitare distāt: qre eoz alter est par et alius ipar. ipsi igitur simul additi p secundā huius totū constituūt imparē. Sed q; nullus sit impar preter illos sic cōstat alioquin nō posset ille impar diuidi in pmas partes quaz vna super alterā addit vnitare quod est contra diffinitionē. aut si diuidat cōstituetur ex duobus numeris in naturali serie numerozū proximis qd est propositum. Secundū patet. nā cum oīs impar ab vnitare addita vnitare et vnitare subtracta habeat circūpositos pares: et oīs par circūpositos impares ab eo sola vnitare distātes per cōceptionē igitur dīa quozcunq; primozū impariū est binariū. at binariū est numerus primus cū a nullo alio nūero preter vnitare numeret. additus igitur binariū q; est numerus primus vnitati cōstituet primū imparē numezū primū: quidē binariū numerus primus additus ternario numero etiā primo: per primā tertiū cōstituet numezū ad alterum primū. Itē et per nonā tertiū argumētare: et ita de quibuslibet duobus primis ostendere p facile est: qd est propositū.

¶ Si numerozū ab vnitare pportionaliū secundus ab vnitare fuerit par reliquos oēs pares esse: q; si idem fuerit impar: reliquos itidem ipares esse necesse est. 20

¶ Nā si secūdos est par q; numerat ab vnitare scdus nūerabit tertiū et tertiū quartū: sicq; deinceps quare p vicesimā tertiā primū scdus q; est par nūerabit oēs reliquos. sunt igitur reliq; oēs p duodecimā huius pares qd est ppositū quo ad hoc. et si scdus est ipar q; numerat ab vnitare: iō ipse in se ductus nūerabit tertiū et per vicesimā quintaz scdus tertiū fm eundē quartū et ita deinceps. igitur per vndecimā huius eozum quilibet erit impar: quod est totum propositū.

¶ Inter quozlibet duos numeros quoz vterq; par est aut vterq; impar: vnus est medius q; si vnus fuerit medius vtrūq; parē aut imparē esse necesse est. 21

¶ Nā si vterq; fuerit par: ipsi simul additi p primā huius cōstituunt numerū parē. et si vterq; fuerit impar p tertiā huius idē eueniet. si itaq; illius sumat medietas p scdam partē secunde primū illa erit nūerus a quo illi numeri eq; distabūt p diffinitionē. igitur numerus ille erit inter illos medius. Scdm p nā si inf eos sit medius p primā partē scde primū idē duplicat est tanq; illi iuncti q; cū sit par eo q; est dupl; si alter eoz sit par: p sextā huius et reliquos. et si alter eoz sit ipar p septimā eiusdē et reliquos quod est propositum.

¶ Inter parē et imparē vel nullus est medius vel duo: q; si duo fuerint inter eos medij: alterum parē et alterum imparē esse cōiungitur. 22

¶ Si vnitare distiterit par atq; ipar: inter eos nullus incidet medius. q; si āplius q; cunq; distiterint vt par a et ipar b: dico inf a et b eē duos medios. nā p secundā huius a et b iuncti cōstituūt numezū iparē vt c. q; per nonā eiusdē diuidi poterit in duos vnitare distātes q; sint d e: quos dico p tertiā primū equi distare a et b. quare per diffinitionē sunt medij qd est primū. Scdo dico q; si inter a et b sint duo medij alterū esse parē et alterū imparē. nā si duo vt d e interiācēt medij: p diffinitionē vnitare distabūt. quare eoz alter erit par et alter impar. cōiuncti igitur d e p scdam huius constituent imparē. at a b cōiuncti per tertiā primū cōstituunt eandē. quare si alter fuerit par per nonam huius reliquos erit impar. et si alter fuerit impar per octauā huius reliquos erit par: quod est propositū.

¶ Inter quolibet imparē et vnitatem vnus est medius: idēq; est maior ipsius portio. q; si inter vnitare et ipm vnus medi; extiterit: quolibet talē numezū imparē esse pueniet 23

¶ Sit a quilibet impar et b vnitas: dico inter a et b esse vnum mediū qui est maior portio a. dico etiā q; si inter a et b vnus sit medius numerū a esse imparē. Primū patet. nā cum a numerus ipar superet b vnitare in numero parit in c q; est differētia a ad b. et qz c est par diuidat in duo equa d atq; e. capio ergo numerū f cuius e sit differētia ad b: quē dico esse mediū inter a et b. nā q; per conceptionē differētia a ad b cōstituta est ex differētiis a ad f et f ad b: et differētia a ad b sit c. erit ergo c cōstitutus ex e differētia f ad b eius dimidio et d altero eius dimidio: quare d equalis e differētia est a ad f. est igitur

f medius inter a et b. et cu a addat unitate super c differentia eius ab unitate b : et e similiter unitate super c: erit a constitutus ex portionibus e f. at f qui est medius numerus maior est portio et minor. constat itaq inter impar et unitate esse unum mediu: eundem esse iparis maiore portione qd est primu. Scdm silitur. na si inter a et unitatem b sit f medius: per diffinitioem a ad f et b ad f equales sunt ofie sed cu per pceptioem differentia a ad b pposita sit ex differentijs a ad f et b ad f. illa cu in duo equa diui di possit: erit par. at illam numerus a unitate supat. a igitur per diffinitionem est impar. qd est scdm et totum ppositum.

14 Inter parem et unitatem vel nullus erit medius: vel duo minor: qd paris dimidium. q si inter ipm et unitatem duo fuerint medij: eum esse parem necesse est.

Sit a quilibet par / et b unitas: si a sit par prime sequens unitatem cu sola unitate distent: inter a et unitatem nullus erit medius. q si aplius unitate distent: dico pmo inf a et b duos ee medios / minor: qd esse paris dimidij. Scdo q si iter a quocunq numerum et b unitatem duo medij pstituerint: a ee parem. Primum ostenditur. nam a paris: ab unitate b differentia est impar. q ideo p parem et imparem unitate distates per nonam huius partiri potest. partiatur itaq illa ofia in duas tales portiones. tuc capio c numerum: cuius quide minor portio sit differentia ad b. per pceptioem maior portio erit differentia a ad c. at maior portio minor unitate supat. capio ergo numerum pinue sequentem c q sit d. differentia eni a ad d: minor erit unitate differentia a ad c. quare differentia a ad d et c ad b sut equales. sunt igitur c et d medij inter a et b. et quia per scdam primi c est medietas d et ofie c ad b simul ifictor: et d et ofia c ad b equatur a: cu d et ofia c ad b addant unitatem a ad c et c ad b. est igitur c minor medior medietas paris a. et hoc est primum. Scdm declaratur. nam si inter a et unitatem b: sint duo medij vt c d: quoz c sit minor / et d maior: ofia c ad b minor est unitate ofia ipius c ad a. eaz igit vna est par / et alia impar. addite igitur simul per scdam huius pstituit numerum imparem: qui per pceptionem est differentia a ad b: cui si qd addideris unitatem: pstitues a. est igitur a par. quod est scdm.

25 Si impares oes ab unitate disponantur et totidem post quelibet sumatur: quotus ipse ab unitate fuerit: extremu ab illo numerari pueniet. et item totus ab illo quotus ipse a primo ide a pmo nuerabitur: sicq deinceps. oesq in medio relictu erunt primi.

Sint a / b / c / d / e / f / g / h / k / l / m / n / o / p / q / r / s impares ab unitate psequeter dispositi: et quotquot vl terius voles. dico primo q si accepto a q ternari est primo ab unitate impare: quotus ipse e ab unitate totum imparem post ipm accipias vt d: id est tertium: a ipm numerare. et si totum itez post d accipias vt g: itez a ipm numerare. et si totum post g vt l: itez a ipm numerare. et ita psequenter. Scdo: medios oes vt b / c / e / f / h / k: et ita cosequeter ad a esse primos. Primum pz. nam qa ternarius stius est ab unitate: tres post accepti impares et ipse: sunt quattuor. quare inter a ternarium et d tertium post ipsum sunt b et c duo impares medij: et tres differentie equales. imparium eni pinue ordinatoz ad impares: differentia est binarius: ofie scz totidem quot sunt unitates in illo. sed tota ofia d ad a per pceptionem bis repetitam: pponit ex illis tribus differentijs. igitur a in vnam illaz ductus: pducit totam. at ipse toti differentie additus: pstituit d. igitur a numerat d. et silitur ostendit a numerare g. sunt enim quinqz inf medij impares et sex binarij ofie equales: duple qd e tribus primis. et ofia g ad a e pposita ex illis sex. ergo a per vicesimam tertiam primi illa numerabit. at a toti ofie g ad se additus pstituit g: a igit numerat g. et silitur nuerabit l. qa ofia l ad a erit tripla ofie d ad a. pstititq nuerabit o. qa differentia quadrupla. et hic in modum psequeter. Scdm pz. nam pmo a non nuerabit b: qn quid e detracto a de b. per duodecimam primi a nueraret binarium differentiam residua maior scz minorem. qd est impossibile. neq p idem nuerabit c. nam ipo subtracto d c nueraret differentiam c ad a. que cu sit binarius bis sumptus: si subtrahatur ab illa ofia numerabit residuu ofiam scilz ofie q erit unitas: maior scilz minorem: et numerus unitatem. qd est impossibile. Ita quoq pbabis e et f et reliquos intermedios ee primos ad a. nam si a nueraret e: subtraho e ab g. et qa a numerat g vt ostesum e / et e per hypotesim numerum subtractum: ergo per duodecimam primi numerat ofiam e ad g: que e pstituta ex duobus binarijs. qd nuper monstratum est impossibile. Silitur si numeraret f subtraho f ab numero g: et res: duus erit binarius vt notum est: et a numerat g et detractum f: ergo nuerat residuum qui est binarius maior minorem. qd est impossibile. Et ita pba b nuerare g / n / s: sed intermedios oes esse ad b pmos. et c nuerare l et s et inf medios ad ipm esse primos. habebisq psumili vbiq argumentatiode. ppositum. atq ita habet impares relictos q post aliquem totoz toti non veniunt: oes p tridecimam hui esse primos.

26 Si ab unitate impares coaceruetur: qui pueniet erit quadratus.

Sit unitas: et suo ordine psequetes impares a / b / c / d / e / f. dico unitatem et a pstitueret quadratum. Item unitatem a et b pstitueret quadratum: et unitatem a b et c. et ita psequeter quotquot sil aggrega ueris. diuido eni a primum imparem in duas portiones unitate distates: et certu est maiorem distare unitate ab unitate et mior em unitate ee equalem: quas vno ordine stuo iuxta primam unitatem certu est duos esse ordines ab unitate sumptos vsq ad duos unitate distates (unitatem eni hic nomie nueri censemus) ergo per tricesimam tertiam sexti unitas et due ille portioes aggregate pstituit quadratu. at due ille portiones equatur impari unitatem sequenti. unitas igitur et a impar sequens simul iuncta: pstituit quadratum. Item resoluta a in unitatem et binarium: cum binarius sit ofia b ad a: b resoluet per nonam huius in duas portiones: quaz vna erit binarius / et alia binario unitate maior: id est equa a. q cu prima unitate statuatur vno ordine iuxta portioes a. tuc erit duo ordines ab unitate ad nueros vsq unitate distates dispositi: ergo per eadem tertiam et tricesimam sexti illi simul aggregati pstituit



| | |
|---|----|
| s | 35 |
| r | 33 |
| q | 31 |
| p | 29 |
| o | 27 |
| n | 25 |
| m | 23 |
| l | 21 |
| k | 19 |
| j | 17 |
| i | 15 |
| h | 13 |
| g | 11 |
| f | 9 |
| e | 7 |
| d | 5 |
| c | 3 |

| | | |
|---|----|----|
| f | 13 | 49 |
| e | 11 | 36 |
| d | 9 | 25 |
| c | 7 | 16 |
| b | 5 | 9 |
| a | 3 | 4 |
| | | 1 |

quadratum. at unitas cum portioibus b et portioibus a equatur unitati a et b simul: igitur unitas a et b si aggregata constituit quadratum. Si si diuidas c in duas portiones unitate distantes: cum c super b solo binario maior ei? portio sola unitate maior erit maiore portione b et minor equalis maiori. statu ergo eas iuxta portiones b. et tunc erit duo ordines ab unitate vsque ad numeros unitate distantes dispositi. ergo illi si aggregati per eandem tricesimam tertiam sexti efficiunt quadratum. at unitas et ille portiones si equatur unitati a/b et c. igitur illa simul aggregata similiter constituit quadratum. et ita de quolibet alio argumetabere: ordinando portiones unitate distantes ut inceptum est per duos ordines. Nam quia sequens impar ab inferiore se binario distat: ideo eius minor portio maiori inferioris equabitur: et maior sequens eandem inferioris maiorem unitate supergredietur. sicque clarum habebis propositum. Et ex hac cognoscitur quod in tertio auditiōis phisice ex Pythagora adducit aristoteles suis quadratis consequenter adiectos impares nunquam mutare speciem: sed se quadratos relinque. hincque impares quadratorum gnomonas appellari.

¶ Si pares ab unitate sibi coaceruetur: coaceruatus ab oibus erit altera parte longior. 27

¶ Dispono pares ab unitate a/b/c/d/e/f: et quotquot voluero: dicoque a et b simul: eē altera parte longior et a/b et c. similiter a/b/c et d. et ita consequenter. nam ipsos per equalia diuido: quorum nas medietates hinc et alias illinc ordino. et quia per decimam octauam huius illi erant dupli numeroz ab unitate seriatim procedentiū: ordines illi ab unitate secundum naturalem numeroz seriem procedunt: ergo per tricesimam quartam sexti: duo prima media et duo secunda simul coaceruata constituit altera parte longior. at illa equantur a et b simul et per eandem tricesimam quartam duo tertia media cum medijs prius positis constituit altera parte longior: et illa equatur a b et c: et ita consequenter. sicque constat propositum.

¶ Si dispositis imparibus ab unitate duo primi post unitatem coniungantur: ac post illos tres: post quos duo quattuor sicque deinceps secundum naturale numeroz augmentum: qui producentur erunt cubi. latusque cuiuslibet coniunctorum imparium numerus. 28

¶ Disponatur ab unitate impares: primo unitas per se que est cubus et cubi ei? latus. deinde primi duo impares ut a. post quos tres sequentes per se ut b. post quos quattuor ut c. dehinc quinque. postea sex. et ita consequenter secundum naturale augmentum numeroz dico duos primos aggregatos facere cubum: cuius latus est numerus imparium: id est binarius. Similiter tres alios aggregatos constituere cubum: cui? latus est numerus illoz imparium productoz. i. ternari. et ita deinceps. capio primo aliquem numerum secundum quem sumuntur impares ad cubum constituendum: sitque primo par ut c: cuius quadratus sit g. quia enim c per preceptum totus est ab unitate quota pars eius est unitas: erit ut ipse et unitas et omnis infra eum numeri ut a et b tot sint numeri quot in ipso sunt unitates. et cum numeri secundum naturale numeroz augmentum sint capti: ipse totus erit parium quot sub ipso sunt impares unitatem enim imparem voco: tot igitur impares sub eo sunt quot in eius dimidio sunt unitates. disponatur ergo duo ordines ab unitate: quorum vnus terminetur in c et alter in b: sitque b minor c unitate. quia enim per tricesimam tertiam sexti illi simul aggregati constituit quadratum: cuius latus est c. qui quod quadratus positus est eē g et c ē par: quare per decimam huius et g eius quadratus est par. Et hinc que euenit ut medietas c cum b et inferioribus b sit tanquam medietas quadrati g. ideo quot unitates in b et inferioribus eius et dimidio tot erunt impares vsque g: quia numeris per ordinem dispositis quilibet par tot impares sub se habeat: quot in eius medietate continentur unitates. Sumo item tot impares ultra g: quot sunt unitates in reliqua medietate c: sitque vltim? h. erit ergo h totus imparium ab unitate quot unitates sunt in c et in inferioribus eius: sed prius sumptorum imparium vltim? ut k totum ab unitate eē manifestum est. erit igitur k idem cum h. et quoniam imparium secundum se sumptorum medietas est supra g supra: reliqua medietas erit infra g locata. et quia g per secundam primi duorum circumstantium primorum est medietas: ut in figuratiōe l et m. et per eandem duorum alioz: ut h et n medietas. et ita quot quot fuerint. ergo adiuvante vndecima primi eueniet ut numerus ex illis imparibus aggregatus sit tanquam numerus ex c imparium numero in g productus. erit igitur productus ex illis imparibus cubus atque numerus imparium latus eius. quod est propositum quo ad hoc. Sit scdo b numerus impar aliquo imparium secundum quem constituendus est cubus: cuius quadratus sit f. quia enim b est impar: igitur per vndecimam huius et f est impar. diuido enim f in duas portiones inaequales et unitate distantes per decimam nonam huius quare maior sit p et minor q. quia enim f numerus impar superfluit secundum numeroz seriem absque pari hinc fiet ut quoties unitas in p totus imparium sit f ab unitate: et quoties unitas in q tot sint pares sub ipso. constituo itaque duos ordines: primum ab unitate vsque b et secundum ab unitate vsque a. sitque b maior unitate a. et intelligo b diuisum in duas partes unitate distantes: quia est impar. quare maior sit r et minor sit s. per tricesimam tertiam sexti: illi aggregati constituit quadratum: cuius latus est b. ille aut quadratus positus est f. quare adiuvante eadem a cum suis inferioribus et r maiore portione b: tot continent unitates: quot et continentur in p. sunt igitur tot impares supra f: quot unitates in s. sit ergo vltimus t. quia enim f totus erat imparium ab unitate quot sunt unitates in a in inferioribus et in r. ergo t totus est imparium ab unitate: quot sunt unitates in b et in oibus suis inferioribus. sed et sumptorum imparium vltimus totus erat ab unitate. que t est illoz vltimus. numeri igitur b: assignatoz imparium tot sunt supra f quot infra eritque f illoz medius. oēs igitur per idem quod prius cum f numerati: erunt tantum quantum ipse per numerum oim: id est b multiplicatus. et quoniam b in se producit ipsum f: manifestum est b in ipsum producere cubum: cuius latus est ipse b numerus assignatoz imparium. sicque totum constat propositum.

¶ Numeri ab unitate dupli: sunt pariter pares tantum.

¶ Ordinatur ab unitate oēs consequenter dupli: dico eos oēs esse pariter pares. et nullos preter eos esse pariter pares. cum ei duplus unitate sit binarius qui est par et secundus illoz numeroz ab unitate

| | | | |
|---|----|---|---|
| f | 12 | 6 | n |
| e | 10 | 5 | m |
| d | 8 | 4 | l |
| c | 6 | 3 | k |
| b | 4 | 2 | j |
| a | 2 | 1 | i |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 3 | 4 | 5 |
| 3 | 4 | 5 | 6 |

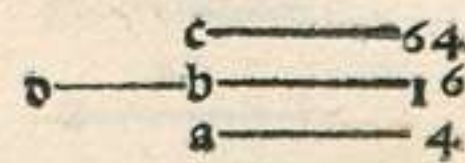
| | | | | | |
|----|----|-----|----|---|---|
| | 29 | 125 | | | |
| 25 | 27 | 5 | | | |
| 25 | 25 | | | | |
| | 23 | | | | |
| | 21 | | | | |
| 16 | 19 | 64 | | | |
| | 17 | 4 | | | |
| 15 | 15 | | | | |
| | 13 | | | | |
| 11 | 11 | 27 | | | |
| 9 | 9 | 3 | | | |
| | 7 | | | | |
| 4 | 5 | 8 | | | |
| 3 | 3 | 2 | | | |
| | | | | | |
| | 1 | | | | |
| b | 19 | p | 5 | q | 4 |
| l | 17 | r | 2 | s | 1 |
| g | 16 | b | 3 | | |
| m | 15 | a | 2 | a | 2 |
| n | 13 | l | | | 1 |
| | | t | 11 | | |

pproportionaliū: p viceſimā ſextam huius oēs alij ſunt pares. et cū binarius ſcōs ab vnitāte ſit nūerus p̄mius: ergo per viceſimā ſextam quarti quicūq; aſſignabit̄ eo facto vltimo: nullus ip̄m numerabit niſi aliq̄s in ordine illoꝝ parium aſcedētū poſitus. quare cū quilibet erit par quē nullus impar p̄ter vnitatem nūerat: p diffiniōem quilibet eoz erit pariter par. at q̄ nullus p̄ter eos ſit pariter par p̄3. nam ſi detur alius: diuidat̄ per mediū: et ei⁹ medietas p̄ mediū. et ita donec occurrat q̄ nō poſſit āplius diuidi. qui ſi fuerit impar qm̄ p viceſimā tertiam p̄mi nūerabit extremū: non erit nūerus datus pariter par / q̄lis ponebatur. ſi aut̄ fuerit vnitā: qz eius duplum fuit binarius: ipſe erit de numeris ab vnitāte duplis.



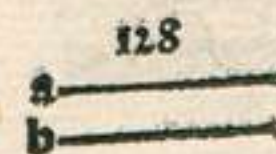
30 ¶ Si pariter par in pariter parem ducatur: p̄ducetur pariter par.

¶ Sit a et b duo numeri pariter pares: ducaturq; alter in alterum et pueniat c. dico c eſſe numerum pariter parem. Nam ſi c non ſit pariter par: numeret ergo eum quicūq; impar ſi poſſibile eſt qui ſit d. qz ergo d impar numerat c p̄ductum ex duobus a et b in ſe ductis: ergo per quātam tertij d impar cōicat cum altero a aut b. numerabit ergo cōiter quicūq; numerus: d et a aut b. qui q̄a d ponitur impar: per decimā tertiam huius erit impar. numerabit igitur impar a aut b numerum ſc̄z pariter parem. qd̄ eſt impoſſibile. non igitur c numerabit̄ ab impar: qui cū per duodecimam huius ſit par: p diffiniōem conſtat ip̄m eſſe pariter parem. quod eſt p̄poſitum.



31 ¶ Quicūq; numerat pariter parem: ipſe quoq; eſt pariter par.

¶ Sit a pariter par: quē numerat b quicūq; numerus: dico b eſſe numerum pariter parem. nam ſi b eſſet nūerus impar cū poſitus ſit numerare a: non eēt a nūerus pariter par. quod eſt p̄tra hypotheſim. erit igitur b numerus par: qui ſi non fuerit pariter par numerabit eum aliquis impar. quare et idem impar p̄viceſimā tertiam p̄mi numerabit a numerum pariter parem. qd̄ eſt impoſſibile. manifeſtum eſt ergo nullum imparem numerare b. quare per diffiniōem eſt pariter par.



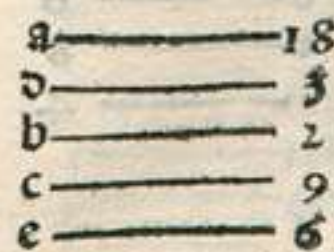
32 ¶ Si ſumātur quotlibet nūeri pariter pares ab vnitāte p̄cedentes: oēs et vnitā cum eis coaceruata numerum p̄mo pariter pare: vnitāte minorem efficiēt.

¶ Sit vnitā: et a/b/c/d/e ordine p̄cedētes pariter pares: dico q̄ vnitā a b c d ſit aggregata p̄ſtituūt numerum vnitāte minorem e. nam p̄ viceſimā nonam huius quilibet ſequētū eſt duplus p̄cedētis: q̄re ſequens eſt tanq̄ p̄cedens duplicatus. At a ſecūdos ab vnitāte ſupat eā vno: quare vnitā et a minus ſunt vno q̄ ipſe a duplicatus. ergo min⁹ vno q̄ b. quare vnitā et b minus vno q̄ b duplicatus: ergo q̄ c. q̄re vnitā a b et c minus vno q̄ d. q̄re itē vnitā a/b/c/ et d ſimul minus vno q̄ e. qd̄ eſt p̄poſitū.



33 ¶ Omnis numerus cuius medietas eſt impar: eſt pariter impar.

¶ Sit numerus par a: cuius medietas ſit c numerus impar et b binarius: dico a eē numerum pariter imparem. nam q̄a c eſt medietas a: ergo b binarius numerabit a ſc̄z ſe. dico ruruſum q̄ quicūq; alius par numerabit a ſc̄m imparem ip̄m numerare. et eſto vt e alius par ip̄m numeret ſc̄m d: dico d eſſe imparem. nam q̄a qd̄ ſit ex d in e eſt a / et qd̄ ex b in c ſiſit eſt a: ergo p̄viceſimā quātam ſecūdi q̄ p̄portio d ad b ea eſt c ad e. ergo p̄mutatim que d ad c: ea eſt b ad e. at cū oīs numerus par alius a binario fiat cōtinue addēdo binarium p̄mo ad binarium et deinde ad ſuū p̄cedentem: binarius ergo oēm parem numerat. b ḡ numerabit e: quare et d numerabit imparem c. eſt ergo d per decimā tertiam hui⁹ impar. quicūq; ergo par numerat a ſc̄m imparem eum numerat: quare p̄ diffiniōem a eſt pariter impar. quod eſt p̄poſitum.



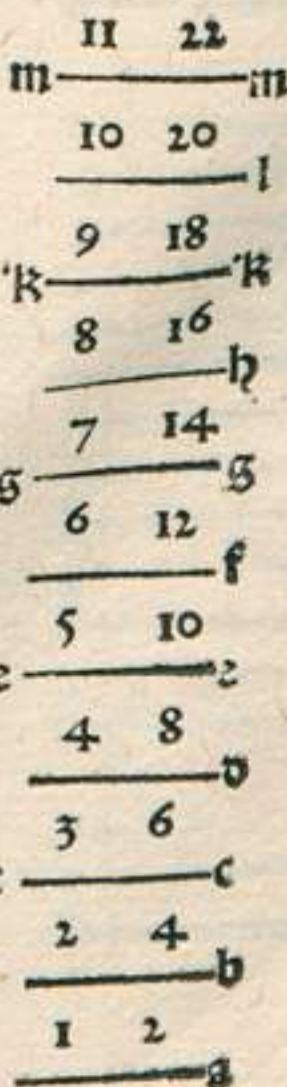
34 ¶ Si impar in numerum pariter imparem ducatur: qui pueniet erit pariter impar.

¶ Sit a numerus impar: b nō pariter impar: et c numerus p̄ductus ex a in b. dico c eē numerum pariter imparem: ſit enī d medietas c cū c per duodecimam huius ſit par / et binarius. q̄a e in d facit c et ſiſter a in b facit eūdem c: ergo p̄ viceſimā quintam ſecūdi que p̄portio e ad a: ea eſt b ad d. quare permutatim que p̄portio e ad b ea eſt a ad d. ſed e binarius impariter eſt in b: cū b ſit pariter impar. ergo et a impar eſt impariter in d. nūeratq; a nūerum d ſc̄m imparem. ergo p̄ vndecimam hui⁹ d eſt impar et c per p̄cedentem: cū eius medietas d ſit impar: erit pariter impar. quod eſt p̄poſitum.



35 ¶ Numeris paribus ab vnitāte diſpoſitis tertius a p̄mo: atq; ab illo tertius: vno q̄q; intermiſſo oēs a p̄ius ſumptis tertij: ſunt pariter impares tñ.

¶ Continuētur pares ab vnitāte: ſintq; a/b/c/d/e/f/g/h/k/l/m: et ſic p̄ ſequēter. dico tertij c: et e tñ ab illo: et g ruruſus ab hoc tertium et ita deinceps vno ſp̄ intermiſſo eē pariter impares. Nam p̄ decimā octauam huius illoꝝ parium medietas ſunt numeri ab vnitāte naturali ordine diſpoſiti: quoz vnus eſt par / et alius impar alternatim poſiti. p̄mi ergo parium. i. binarij qm̄ medietas eius eſt vnitā que potētia eſt impar: erit et potētia pariter impar. ſecūdos nō ab eo nō erit pariter ip̄ar: qz eius medietas eſt par. At c tertius et quī⁹ et ſeptimus et nonus erūt pariter impares per penultimam huius cū eoz medietates ſint impares. qd̄ eſt p̄poſitum quo ad hoc. Neq; alij pares quicūq; erūt pariter impares: qz eoz medietates ſunt pares ſicq; par vt binarius eos ſc̄m parem numerabit: quare p̄ diffiniōem non erunt pariter impares. quod eſt totum p̄poſitum.



36 ¶ Numerozum pariter imparium continue ſumptozum: equales ſunt differentie.

¶ Hoc enī ideo eſt q̄ ſi oēs pares p̄tinue ſuman̄: erit oīm illoꝝ eadem d̄ria. nā binarius. Sūptis igit̄ ſm̄ exigētiam p̄cedētis paribus et p̄tinue pariter impares vno intermiſſo: erunt per p̄ceptiōem eoz differentie ex differentijs ipſoz ad medios compoſite: quaz cū media ſint equalia / et tote per p̄ceptiōem erunt equales. quod eſt p̄poſitum.

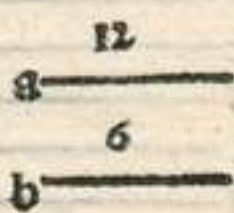
27

28

29

Numerus a duobus non duplus cuius medietas est par: est impariter par.

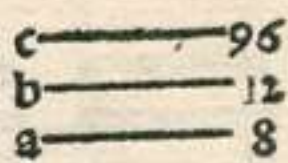
37



Sit a quilibet numerus par: cuius medietas b sit par: et non sit a de numero duplorum ab unitate sumptorum. dico a esse numerum impariter parem. Nam cum eius medietas b sit par: non est pariter impar. et cum non sit de numero duplorum ab unitate sumptorum: ergo pervicesimam nonam huius non est pariter par. a sufficienti igitur divisione est impariter par. quod est propositum. Sed ostenditur sic. cum medietas a sit par: et binarius numerus par secundum eam ipsum numeret: per definitionem a: non est numerus pariter impar. sed et cum non sit de numero duplorum ab unitate sumptorum si ipse in duo media dividatur: et media iterum in media. in hac continua divisione necesse est aliud ab unitate occurrere: quod divisionem in duo media sistat. quare numerus ille erit impar. et quod ille est pars partis: ergo pervicesimam tertiam primi est et pars totius. quare per decimam quintam huius ille impar totum secundum parem numerabit. at cum par ipsum secundum parem numeret: ergo per definitionem a totus est impariter par. quod iterum est propositum.

Ex ductu pariter paris in impariter parem: puenit impariter par.

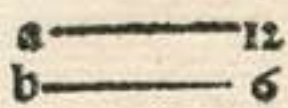
38



Sit a numerus pariter par: ducatur in b impariter parem et pueniat c. dico c esse numerum impariter parem. Nam per hypothesin a numerus par numerat c secundum b qui est par. et quod impar numerat b cum sit impariter par: idem impar pervicesimam tertiam primi numerabit c. et non nisi secundum parem: alioquin pervndecimam huius c esset impar. constat ergo per definitionem: c esse impariter parem. et propositum.

Dis impariter par fit ex pariter pare in pariter imparem. Quo fit ut oem impariter parem: numeret pariter par impariter.

39



Sit a quilibet numerus impariter par: dico ipsum fieri ex pariter pare in pariter imparem. nam medietas a est par. alioquin a esset pariter impar. esto itaque b medietas a: si medietas b sit impar: ergo b per tricesimam tertiam huius est pariter impar. et cum binarius numeret a secundum b constat pariter par cum numerare a secundum pariter imparem. at si b medietas impariter paris a: sit par: sit ea d cuius quidem medietas sit impar. Ideo d per tricesimam tertiam huius erit pariter impar. et per vicesimam tertiam primi numerabit a. sitque hoc secundum e: et sit c binarius. quod b numerat a secundum c: et d numerat eundem secundum e: ergo per vicesimam quintam secundi quod propositio b ad d ea est e ad c. sed b est duplum d: igitur et duplum c. quare per decimam octavam huius e est pariter par: et numerat a secundum d pariter imparem. constat ergo iterum propositum. et si tertius numerus primum divisione facta occurreret pariter impar: accepto penultimo parium loco b: et eius dimidio loco d: et loco c: per eandem vicesimam quintam secundi cludes propositum. et uniuersaliter quoties hec subdivisio fiet: toties fiat ab unitate pariter pariter duplatio. et sumpto penultimo parium cum suo dimidio per tricesimam tertiam huius et vicesimam quintam secundi cludes propositum. Correlarij patet accepta medietate pariter imparis et duplo pariter paris: quod dicitur pariter par cum pariter impare numerabat impariter parem adiuuante per vicesimam quintam secundi.



Si disponatur in longum pariter pares: et in latum pariter impares: qui secundum angulares coeuentus producutur: sunt impariter pares terminum. et ipsorum in longitudine quidem est similitudo proportionum: in latitudine vero differentiarum equalitas.

40

Longitudo

Continue proportionales.

| | | | | | | |
|----|----|-----|-----|-----|-----|------|
| 26 | 52 | 104 | 208 | 416 | 832 | 1664 |
| 22 | 44 | 88 | 176 | 352 | 704 | 1408 |
| 18 | 36 | 72 | 144 | 288 | 576 | 1152 |
| 14 | 28 | 56 | 112 | 224 | 448 | 896 |
| 10 | 20 | 40 | 80 | 160 | 320 | 640 |
| 6 | 12 | 24 | 48 | 96 | 192 | 384 |
| | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 |

Pariter pares.

Longitudo

Disponatur b/c/d/e/f pariter pares secundum longum: et g/h/k/l/m: pariter impares secundum latum. Dico primo qui producutur ex b in g/h/k/l/m et ex c in eisdem: et similiter ex d/e et f in eisdem: esse impariter pares et solos tales. nam oes illi fiunt ex ductu pariter paris in pariter imparem. et per tricesimam octavam huius quilibet eorum est impariter par. et si alius esset impariter par propter eos qui ex illis pariter paribus secundum suam serie ordiatis et pariter imparibus producutur: ille non fieret ex pariter pare in pariter imparem. quod per precedentem est impossibile. rarum est ergo quod dicitur. Secundo dico oes in longitudine ut oes in linea g et oes in linea h: et ita de reli-

quis/e est continue proportionales. nam quia b binarius primus pariter parium ducit in g: manifestum est secundum in linea g: qui inde producutur esse duplum ad g: et in proportione c ad b. sed et quod b in g facit secundum ab ipso g et c in g facit tertium: ergo per octavam secundi quod proportio c ad b ea est tertium ad secundum. et ita similiter ostende de reliquis per octavam secundi adiuuante vicesima nona huius que b/c/d/e/f continue proportionales esse demonstrat. Et ex hoc demonstrare proptum est pervicesimam sextam secundi quod sit ex ductu unius mediorum in tertium esse quartum quod sit ex ductu circumpositorum unum in alterum. et per vicesimam quintam eiusdem quod sit ex ductu unius mediorum in alium: terminum esse quartum quod sit ex ductu circumpositorum et equalis ab eis distantiam unius in alterum. Tertio dico oes numeros secundum latitudinem in vnaquaque linea ab g incipientes et ad m in latum euadentes: equales habere differentias. quod enim in prima linea que est pariter imparium dicitur continue sint equales: statim per tricesimam sextam huius est cognitum. Sed quod secunde linee numerorum equales sint differentie: declaratur. nam per nonam primi terminum est quod sit ex b in g et in differentia h ad g quod sit ex b in h. addit igitur quod sit ex b in h secundus scilicet impariter parium secunde linee super eo quod sit ex b in g

41

42

43

44

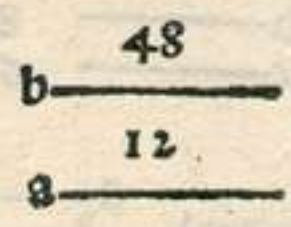
45

46

primo scz impariter parium eiusdem lineae: tñ q̄tum est quod sit ex b in differentiam g ad h. et quia itez per eandem nonam primi tñ est quod sit ex b in h et in differentiam k ad h: q̄tum qd sit ex b in k. addit igitur qd sit ex b in k sup eo qd sit ex b in h scz tertius impariter parium sup secundum: q̄tum est qd sit ex b in differentiam k ad h. sed differentia k ad h tanta esse pbata est: q̄ta differentia h ad g. est igitur eglis dñia illoz impariter parium. et ita psequēter p nonam de reliquis expedies. Et ex hoc facile demōstrabile est p scdam p̄mi q̄ qlibet illoz duplatus tñ est: q̄tum duo circūpositi iūcti. et p tertiā eiusdem primi q̄ duo mediū iūcti tñ sunt: q̄tum circūpositi/ et equali intervallo ab eis distātes pariter accepti.

41 **Quaecunq; numerat impariter par: idem etiam est impariter par.**

Sit a quicūq; nūerus impariter par: qui numeret b. dico b esse impariter par. Nam quia a par numerat b: ergo per duodecimam huius b erit par. quo sit vt quoties a numerat b: toties medietas a numeret medietatem b. sed medietas a cū sit impariter par est par. igitur p duodecimā huius et medietas b est par. sed et aliq; impar numerat a numerum impariter par: igitur idem numerabit b p vicesimātertiam p̄mi. est igitur b per diffinitōem numerus impariter par. quod est propositum.



42 **Si pariter impari impariter par: siue pariter par sup binarium iūgatur: ppositus erit pariter impar.**

Sit a quicūq; pariter impar: cui adiūgat b quicūq; impari par aut pariter par sup binariū: sitq; c compositus. dico c esse pariter imparem. nam qz a est pariter impar: ei medietas est impar. et quia b est impariter par: per tricesimāseptimam huius: eius medietas est par. medietas igitur b et medietas a simul p scdam huius constituūt numerum imparem. at numerus ex medietate a et medietate b constituus: est medietas compositi c. igitur per tricesimāseptimam huius c est pariter impar. et ita argumētare si pariter impari additur numerus pariter par sup binarium. quod est propositum.



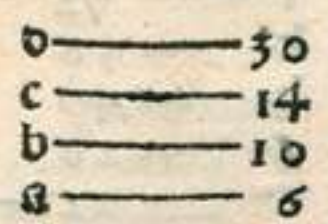
43 **Si pariter impares nūero pares iūgant: ppositus erit pariter par vlt impari par.**

Nam quia cuiuslibet illoz medietas est impar: per quartam huius compositi medietas erit par. non est igitur compositus per tricesimātertiam huius: pariter impar. quare a sufficiēti diuisione erit aut pariter par/ aut impariter par. quod est propositum.



44 **Si pariter impares numero impares coniūgant: componetur pariter impar.**

Nam quia cuiuslibet illoz pariter imparum medietas est impar/ et sunt in numero impari: igitur per quintam huius illoz medietates coaceruate constituūt numerum imparem. ppositi igitur medietas est impar. ergo per tricesimātertiam huius: compositus est pariter impar. quod intenditur



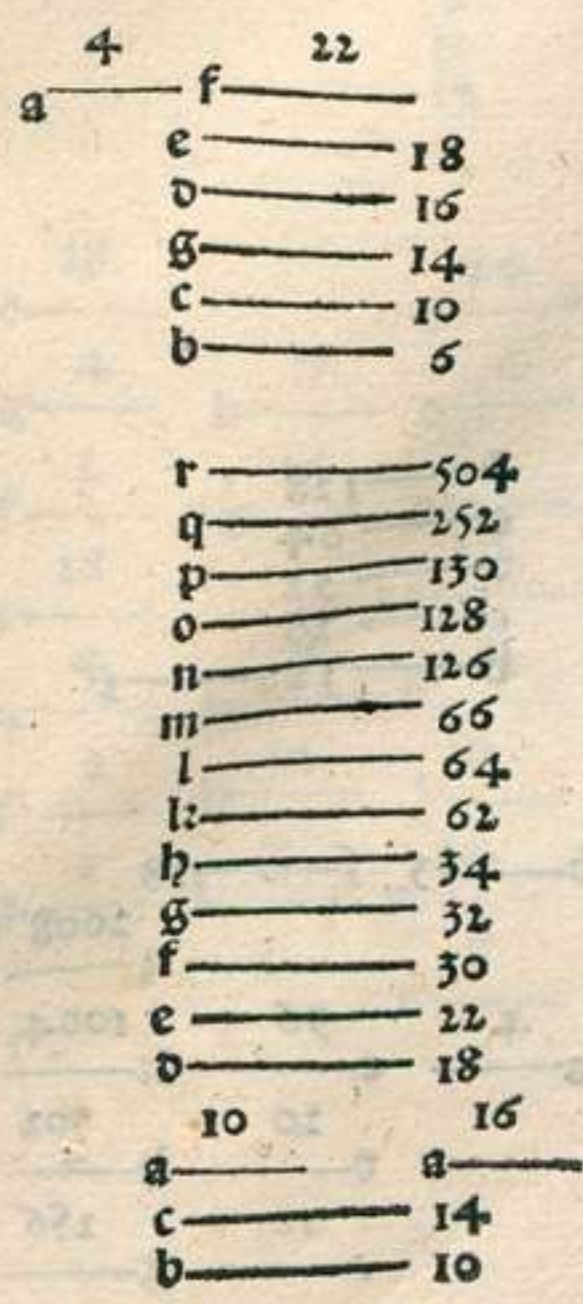
45 **Si diuersi pariter pares q̄libet supra binarium sibi coaceruetur: ex ip̄is cōstitutus erit impariter par.**

Sint a/b/c/d quotlibet nūeri pari pares supra binarium et d maximus: sitq; e duplus ad d: sitq; f ppositus ex a/b/c/d. dico f eē impariter par. nam q̄a a b c d sunt pares: p primam huius f est par. et qz sunt a b c d pariter pares supra binarium: eoz medietates sunt numeri pares. addite ergo simul per primam huius constituūt par. et qz p tricesimāscdam huius a/b c d simul aggregati minus sunt q̄ ergo f est minor e. at e est p̄mus pariter par post d: igitur f non est pariter par. et cum eius medietas sit par: ergo per tricesimāseptimam huius: est impariter par. quod est propositum.



46 **Pariter impares fm datū nūcrum parē inuenire: qui iūcti faciāt paritē parē.**

Sit primo a nūerus par fm quem iubemur paritē impares tales qui pponūt inuenire: q̄ et idem a sit pariter par. quot ergo sunt vnitates in a: tot p̄tinuo pariter impares ab vnitare quoz medietas sit b: c: sitq; d p̄tinuo ascēdendo pariter par. et si inter c et d sit itez aliq; pariter impar: circa d hinc et inde sumo pariter impares fm dimidiū a: itavt oēs sint sumpti fm numerum a. sintq; inferiores: c g/ et superiores e f. quia enī d est par/ et nō est paritē impar: per tricesimāquātam huius p̄mi pares hīc et inde g et e sunt pariter impares. quare et g e equalitē distant a nūero d. et qz sicut p eādem vno paritē inposito post e seq̄tur f: et vno interposito post g seq̄tur c. etiā equidistabūt hīc et inde c et f ab numero d. ergo p scdam p̄mi g et e simul sunt duplum pariter paritē d. quare p vicesimānonam huius g et e sūt sunt pariter par. et p eādem scdam p̄mi c et f simul: sunt duplum d eiusdeq; pariter paritē. sunt igitur pariter impares simul sumpti fm numerum a scz g/e/ et c/f quadruplum d: et duplū duplo ad d. quare p vicesimānonam huius c/g/e/f simul sunt paritē par siue sunt tñ q̄tum qd sit ex a pariter par: in d pariter par. quare p tricesimā huius: q̄ inde pducitur est pariter par. quod itez est propositum: quo ad hoc. At si a non sit pariter par: capio quēcunq; numerum pariter parē vt a alterū: qui vltro/ citroq; hēat pariter impares: vt b/c/d/e. et sumo duplum a: q̄ sit g. qui etiā p vicesimānonam huius est pariter par. sintq; f/h sui circūpositi pariter impares. deinde capio l duplū g: qui etiam est pariter par. et k/m circūpositos pariter impares. sicut capio o duplum l et circūpositos pariter impares n/p et hoc toties eoz vsq; fiat quousq; habeamus pariter impares acceptos fm numerum datum a: quos quia hīc totidē accepti dico numerum ex b/c/d/e/f/h/k et ceteris sumptis pariter imparibus: ppositū esse pariter par. et sit q pariter par acceptus duplus ad o. quia enī p scdam p̄mi c d simul: sunt q̄tum g duplum a. et etiā p eādem b e: q̄tum g duplum a. igitur c/d/ et b/e simul: q̄tum l duplū g. sed p eandem scdam p̄mi f h q̄tum l duplum g. ergo b/c/d/e/f/h: q̄tum o duplum l. sed k m: q̄tum o duplum l p eādem scdam. igitur b/c d e f h k m: q̄tum q duplum o. sed et p eādem scdam n p q̄tum q duplum o. igitur b/c d e f h k m n p simul: q̄tum duplum q. qui p vicesimānonam huius est pariter par. sicq; constat propositum.



37

38

39

40

| | |
|---|----|
| m | 64 |
| l | 34 |
| h | 32 |
| k | 30 |
| g | 18 |
| e | 16 |
| f | 14 |
| o | 10 |
| b | 8 |
| c | 6 |

| | |
|---|----|
| k | 88 |
| h | 72 |
| g | 56 |
| f | 40 |

| | |
|---|----|
| a | 4 |
| e | 22 |
| d | 18 |
| c | 14 |
| b | 10 |

| | |
|---|-----|
| m | 104 |
| l | 72 |
| k | 56 |
| h | 40 |
| g | 26 |
| e | 22 |
| d | 18 |
| c | 14 |
| b | 10 |
| f | 4 |

| | |
|---|-----|
| f | 128 |
| e | 64 |
| d | 32 |
| c | 20 |
| b | 12 |

| | |
|---|------|
| b | 3 |
| f | 128 |
| l | 2008 |
| g | 96 |
| e | 1004 |
| d | 20 |
| h | 502 |
| b | 12 |
| c | 256 |
| g | |

¶ Scdm datum parem: pariter impares sumere: q̄ impariter parem ꝑiuncti ꝑstituāt. 47

¶ Sit a datus numerus par fm quē iubear sumere numeros pariter impares: qui ꝑiuncti ꝑstituāt numerum impariter parem. sumo b/e/h/ꝑtinue numeros pariter pares post binarium fm medietatē nūeri a circa quos sint c/d fgkl circūpositi pariter impares. dico c/d fgkl pariter impares fm nūerū a sumptos: simul iunctos ꝑstituere numerum impariter parem. et sit m duplum h qui etiā ꝑ vicesimam nonam hui⁹ est pariter par. quia enī per secundam ꝑmi c/d simul sunt tm̄ q̄tum e duplum b: et ꝑ eandē fg q̄tum h. et lz l q̄tū m. erūt c/d fgkl sit q̄tum tres pariter pares e/h m ꝑtinue sumpti post binariū. at e/h m simul ꝑ quadragesimam quintā huius ꝑstituūt impariter parem: igitur et c/d fgkl simul. q̄d est propositum.

¶ Impariter pares quotlibet reperire: qui coaceruati faciant pariter parem. 48

¶ Sit ꝑmo a nūerus datus par fm quē ꝑpositū est impariter pares reperire: qui coaceruati ꝑstituāt pariter parem: inuenio ꝑ quadragesimā sextam hui⁹ totidem pariter impares q̄ coaceruati ꝑstituāt nūerū pariter parem: qui sint b c d e. et duco aliquē pariter parem in quēlibet eoz: ꝑueniāt f g h lz totidem qui ꝑ tricesimā octauā huius erūt impariter pares. at ꝑ nonam ꝑmi idē est q̄d sit ex illo pariter pare in b c d e: et in ꝑpositum ex b c d e. at cōpositum ex b c d e per hypothesim est pariter par: ergo ꝑ tricesimam huius quod sit ex pariter pare in b c d e est pariter par. illud autē est cōpositū ex impariter paribus f g h lz fm datum nūerū inueniētis. est igitur effectū q̄d ꝑponebat quo ad hoc. ¶ Sit secūdo vt a sit impar scdm quem ꝑpositum sit reperire impariter pares qui cōstituūt pariter parem sumo per immediate mōstratū impariter pares scdm parem minorem vno a: qui aggregati ꝑstituāt pariter parem: sint q̄ b c. sit q̄ d pariter par ex b c coaceruatus. sumo f tertiu pariter parem ab ip̄o: e quidē medio pariter pare inꝑposito. et q̄ differētia f ad d cōstat ex differētia d ad e q̄ est d pariter par ꝑ differētia e ad f que est e pariter par: cum sp̄ sequens sit ꝑcedētis duplus. ergo ꝑ quadragesimam quintā huius d̄tia f ad d est impariter par. sit ergo d̄tia illa g. dico ergo b c g eē impariter pares qui ꝑtūtur. nam b c simul sunt d quibus additus impariter par g tm̄ facit sicut f. nam erat differētia d ad f. at x̄o f est nūerus pariter par. constat ergo totum ꝑpositum demōstratum.

¶ Ex dato nūero: impariter pares ex quibus ꝑiunctis impariter par efficiā inuestigare 49

¶ Sit ꝑmo datus nūerus par qui sit a scdm quem iubemur impariter pares inuestigare: qui ꝑiuncti ꝑstituāt impariter parem. inuenio totidem pariter impares ꝑ quadragesimā sextam hui⁹ qui cōiuncti ꝑstituāt pariter parem: sint q̄ b c d e. capio g ꝑxim pariter imparē post e. qui q̄ solo quāsnario distat ab e: manifestū est b c d g simul plus eē pariter pare b c d e simul ꝑ minus duplo b c d e simul. quare ꝑ vicesimā nonam huius: aggregatus ex pariter imparibus b c d g nō est pariter par. et cū ꝑ primā hui⁹ sit par: idē erit a diuisiōe aut pariter impar aut impariter par. duco ergo f nūerum quēcumq̄ pariter parem in b c d g: ꝑueniāt h lz l m: totidē quot vnitates in a: qui ꝑ tricesimā octauam huius sunt impariter pares. at aggregatum ex h lz l m tm̄ est q̄tum q̄d sit ex f in b c d g simul ꝑ nonam ꝑmi. at si b c d g simul sunt pariter impar: ꝑ tricesimā octauam huius: aggregatus ex h lz l m erit impariter par. et si b c d g sit impariter par: idē accidet ꝑ quadragesimā primā huius: sicq̄ sp̄ habebitur ꝑpositū. At x̄o si a sit numerus impar: sumo totidem pariter impares: qui aggregati ꝑ quadragesimā quartā huius erunt pariter impar. quos multiplico per quēlibet pariter parem: ꝑueniēt totidem impariter pares ꝑ tricesimā octauam huius. et q̄ ip̄i impariter pares simul tm̄ sunt q̄tum quod sit ex illo pariter pare in aggregatum ex pariter imparibus qui monstratus est pariter impar. ergo per tricesimā nonā erit aggregatus ex impariter paribus impariter par. quod est propositum.

¶ Quotlibet impariter pares: ꝑ pariter pares sup binarium: sil iuncti: pariter parem vel impariter parem component. 50

¶ Nam oīm medietates pares sunt. at ip̄e simul: ꝑpositi medietatem ꝑstituūt: ergo ꝑ primam huius compositi medietas est par. non est igitur compositus pariter impar. a diuisione ergo aut est pariter par/ aut impariter par. quod intendebatur.

¶ Pariter pares ꝑ impariter pares q̄tlibet inuestigare: q̄ ꝑiuncti pariter parem cōstituāt. 51

¶ Sit a numerus datus scdm quē debemus aggregare pariter pares ꝑ impariter pares qui ꝑstituāt pariter parem. capio totidē impariter pares qui ꝑ quadragesimā octauā huius simul cōgregati cōstituāt pariter parem: sint q̄ b c. et sit pariter par quē ꝑstituūt d. capio totidem ꝑtinue pariter pares supra d q̄ sint e ꝑ f: certū est e esse duplum d et f duplum e. dico ergo impariter pares b c/ ꝑ totidē pariter pares d ꝑ e simul ꝑstituere pariter parem. Nam q̄ b c simul ꝑstituūt d: ergo b c ꝑ d simul ꝑstituūt e duplū d sed et per idē b c d et e simul cōstituēt f duplum e. at f est pariter par: igitur totidem pariter pares et totidem impariter pares quōta ꝑstituūt pariter parem. quod est propositum.

¶ Scdm datū numerum pariter pares reperire: qui cū quotlibet impariter paribus numerum impariter parem constituent. 52

¶ Sit datus nūerus a: scdm quē iubemur reperire pariter pares: qui cū quotlibet impariter paribus vt sumptis scdm b ꝑstituāt numerum impariter parem. sumo ꝑmo ꝑ quadragesimā octauam huius impariter pares scdm b qui sil ꝑstituāt pariter parem: sint q̄ c d e ꝑstituāt f pariter parem. ꝑ sumo pariter pares post f scdm a nūerum datū q̄ sint g h lz quos dico cū impariter paribus c d e ꝑstituere impariter parem. nam q̄ c d e ꝑstituūt f: ergo c d e ꝑ f ꝑstituūt g duplū f. et c d e f ꝑ g nūerum h duplū g. ergo c d e ꝑ plus ꝑstituūt q̄ duplum f: ꝑ minus q̄ duplū g. et ita argumētare ꝑsequēter c d e et h

plus pstituerē q̄ duplū g ⁊ minus duplo h. et similif c d e g ⁊ l ⁊ plus pstituerē duplo h et minus duplo l sicq̄ deinceps. quare c / d e g h l l simul p vicesimānonam huius non pstituet pariter parem. ergo p quinquagesimam huius c d e g h l l simul pstituit impariter parem. quod est propositum.

53 **Omnis numerus primus: est diminutus.**

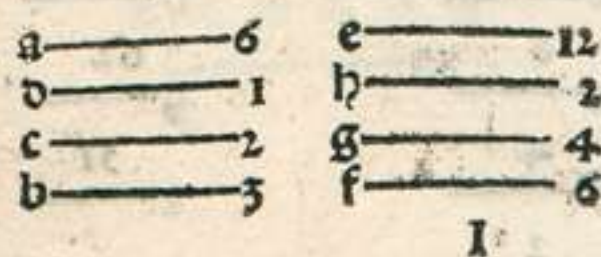
¶ Nam oīs numerus solam partem habet vnitatem: que vt certum est minus eo pstituit. est igit oīs talis per diffinitionem diminutus. quod est propositum.

54 **Quilibet pariter par: diminutus esse pbatur.**

¶ Nam per vicesimānonam huius oīs talis est de duplis ab vnitare sumptis: quē p vicesimāsextam quarti nullus nūerabit nisi aliq̄s in illo ordine sumptus. at p tricesimāscōdam huius oēs in illo ordine līl aggregati pcedētes min⁹ illo pficiūt. cōstat igit p diffinitionem illū esse diminutum. qd̄ est ppositū.

55 **Oīs quem numerat numerus aut abundans aut perfectus: vt abundet necesse est.**

¶ Sit a nūerus pfectus aut abūdans: habēs tres ptes b c d easdēq̄ scōdam / tertiā / ⁊ sextam: ducatq̄ a in quēcūq̄ numerum vt in c ⁊ pueniat e. erūt p̄siles tres ptes q̄ sint f g h. eedēq̄ scōda tertiā sexta. quia q̄ pportio b ad a ea est f ad c: ergo pmutatim b ad f vt a ad e. Itē c ad a vt g ad e: ergo pmutatim c ad g vt a ad e. Itē d ad a vt h ad e: ergo ⁊ pmutatim d ad h vt a ad e. erunt ergo tres numeri b c d ad totidem f g h in eadē pportioē vt que est a ad e. ergo p vicesimā secūdi b c d simul ad f g h simul sūt in eadem pportioē q̄ a ad e. tunc sic. b c d simul ad f g h simul vt a ad e: ergo pmutatim b c d simul ad a vt f g h simul ad e. ergo si b c d simul abūdant sup a: et f g h si abūdant sup e. et si b c d p̄iūcte pficiunt a: itidem ⁊ f g h p̄iūcte pficiēt e. at si f g h p̄iūcte pficiūt e: cum e p̄ceptioem habeat aliam partem ab ipso denoiatam que est vnitatis: ea si qd̄ē predicti adiuncta facit totum abūdare sup e. erit igit quicūq̄ talis quem numerat aut abundans aut pfectus: abundans. quod est propositum.

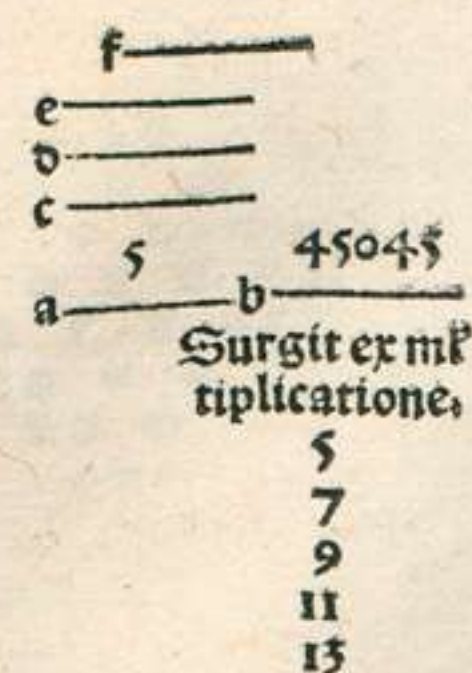


56 **Quicūq̄ perfectum numerat: est diminutus.**

¶ Nam si is qui numerat pfectū diminutus non sit: a diuisione erit aut pfectus aut abūdans: qui si est pfectus aut abūdans p precedentem ille quēcūq̄ nūerat est abūdans at ponitur pfectus. non est igitur perfectus aut abūdans. relinquit igit quēadmodum pponitur eē diminutus. qd̄ est ppositū.

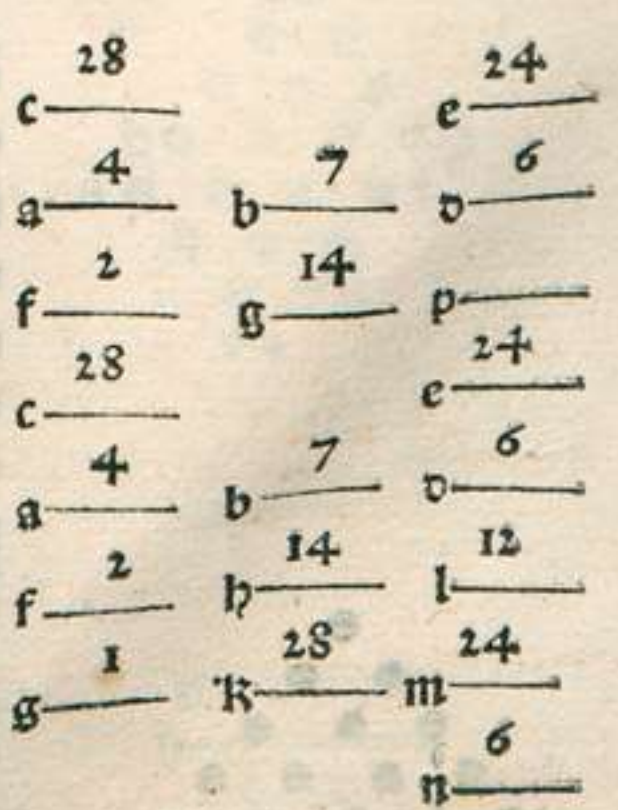
57 **Numerum imparem abundantem inuenire: cuius sumptax partiū maxia: a posito impare denominetur.**

¶ Nec videtur supponere aliquem imparem eē abundātem: qd̄ ⁊ verum est. Sit ergo a impar posit⁹ qui maxiam partium sumptax imparis abundātis denoiare debet et b quicūq̄ imparium abūdans qui si sit minor a: duco ipm in aliquē imparem donec eueniat impar maior a qui p quinquagesimam quitam hui⁹ erit abūdās. si aut sit maior a: non quero aliū. et ita sit in pposito. deinde sumo impares denoiantes quorū volo supra a: ita vt a sit denoiatiū mīnus. alioquin x̄itatem ppositio h̄fe nō posset: sintq̄ c d e. et duco a in c ⁊ pueniet impar p vndecimam huius ⁊ d in pductum: ⁊ e in vltimum pductum: et ille vltimus pductus p vicesimātertiam primī hēbit ptes denoiatas ab a c d e. deū duco in ipm totum: b. sitq̄ pductus f qui p vndecimam huius erit impar: sed et p quinquagesimāquintam huius erit abūdans. q̄a b est abundans ⁊ habet ptes denoiatas p vicesimātertiam p̄mī ab a c d e ⁊ b. et q̄a p̄iū assumptax ps denoiata ab a habet minorem denoiationem: q̄z positus est a oīm denoians minimus per pceptioem ps denoiata ab a est oīm sumptax sc̄z scōm a c d e: ⁊ b maxia. qd̄ est ppositū.

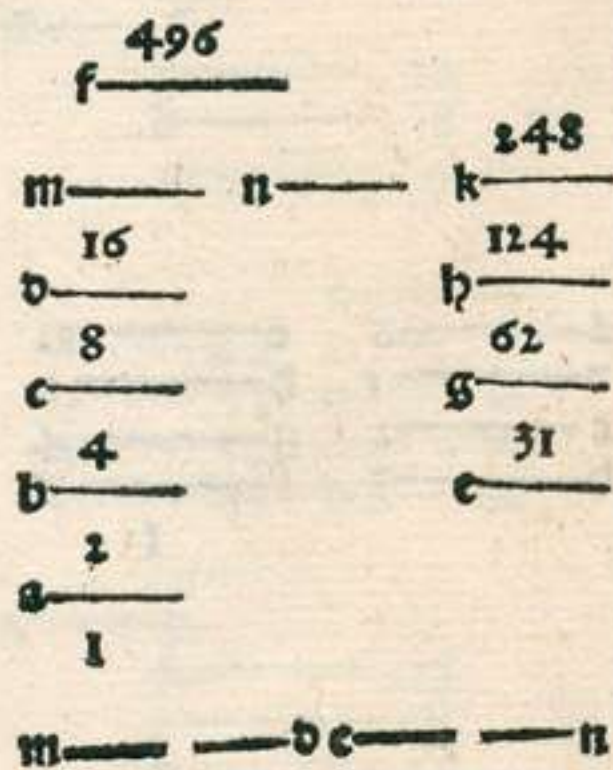
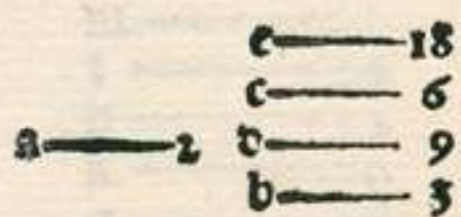


58 **Si aliq̄s in nūerū primū ductus pfectū numerum pduxerit idem in eo minorem et se non numerantem ductus: pducet numerum abundantem.**

¶ Sit b numerus p̄mus: ⁊ a ductus in b pducatur c q̄ sit nūerus pfectus: sitq̄ d minor b nec numeret a et ducatur itē a in d ⁊ pueniat e. dico e esse numerum abundātem. nullus enī in alium ductus nūera bit c: quoz alter non numeret a. vt si f in g pducatur c: intelligo f primū / a scōm / b tertium / ⁊ g quartū p vicesimāquintam secūdi f ad a vt b ad g. sed ⁊ per quartā tertij b numerat alter. at cum b maior sit a / et g maior f vt supponit: b nūerabit g. q̄re ⁊ f nūerabit a. p̄stat q̄ nullus in aliū ductus nūerabit c quoz alter non numeret a. et ideo si a eēt primus non haberet c nisi a ⁊ b ⁊ vnitatem ptes suas: et a ⁊ b vnitare distarent. at nulli sunt primī vnitare distātes nisi binarius ⁊ ternarius: cū oporteat alterū eoz esse parem / ⁊ alterū imparem: et oīs alius par a binario / sit compositus. quicūq̄ igit sumeretur sub b aut eēt a aut ipm nūeraret. alioquin dicatur non distare vnitare sola vt f et p: qui in se faciunt pfectū. non habebit ptes q̄ nisi e f ⁊ vnitatem. at pductus ex illis toties habet in se maiorē e quoties vnitatis est in f. at vnitatis ⁊ f simul minus faciūt q̄ e aliq̄tics sumptus: ergo f ⁊ e ⁊ vnitatis non pstituit pfectū. erit ergo a ppositus. sint ergo eius partes f ⁊ g: que p vicesimātertiam primī numerabunt c. numerēt ergo ipm scōm h ⁊ l. et eedem partes p idem etiā numerabunt e: sitq̄ scōm l ⁊ m. eritq̄ per septimam secūdi ter repetitam c ad b h k: sicut e ad d l m. cum ergo c super b ⁊ h in numeris a f g: supabit etiā e numeros d l: sitq̄ id in numero n. quē dico eē minus q̄ a f g. qd̄ sic ostenditur. q̄z c ad b h: sicut e ad d l. ergo vt c ad e totus ad totum: et b h ad d l detractus ad detractum. ergo residuus a f g: ad n residuum vt c totus ad e totum. at c maior est e: igitur ⁊ a f g maior n. igitur a f g partes itidem e adde ad d l: plus faciunt q̄ e. est igitur e numerus abundans. quod erat demonstrandum.



59 **Si numerus in alium ductus perfectum vel abundantem pduxerit: in quēlibet ab eo numeratum ductus abundantem producet.**



Sit a quicūq; numerus qui in alium ductus vt b pducat e numerum pfectum aut abundātem: z b numeret d. dico q a ductus in d pducit nūerum abundātem. nam quia p septimam secūdi q pportio b ad d ea est c ad e: sed b per hypothesim nūerat d: igitur z c numerabit e. c autē positus est pfectus aut abundans. igitur p quinquagesimāquinam huius z e abundabit. quod est propositum

Cum dispositi fuerint ab vnitāte nūeri pariter pares qui pūcti fecerint numerum primum: extremus in illum ductus pducet numerum perfectum.

Sit vnitāte: z a b c d p continue dupli: qui p vicesimānonam huius erunt pariter pares: z coaceruatus ex eis et vnitāte sit e qui ponat esse primus et d extremus parium ducat in e oīm aggregatum z pueniat f. dico f eē numerum pfectum. manifestum est enī p vicesimātertiam pmi a/b c d duplos sūptos oēs numerare f. sitq; id scdm e/g h k vt scz d numeret f scdm e: c scdm g: b scdm h: et a scdm k. quoties ergo vnitāte in d toties e in f: et quoties vnitāte in c toties g in f. quare z adiuuāte vicesimāsecūda scdi z equa pportionalitate quoties a in d toties g in f: et p idem quoties b in d toties h in f. et quoties c in d toties l in f. hinc tote ptes sunt e/g h k ad f: qte vnitāte a b c ad d. sed p tricesimāscdm huius vnitāte et a b et c simul min⁹ sunt vnitāte q sit d. queq; vnitāte est ps d denoiata per conceptiōem ab d. ergo e g h k simul minus faciūt f vna eius pte denoiata a numero d. pars autē f denoiata a numero d: est e. sunt igitur e g h l simul minus f in numero e. at vnitāte a b c et d sunt tanq; e: igitur e g h l vnitāte a b c d simul tm sunt sicut f. si autē f plures partes non habeat: constat p diffinitiōem ipm f numerum esse perfectum. sed q nullam aliam habeat declaratur. nam si hoc sit possibile numeret ergo m: numerum f scdm n. qz enī e est pmi qui nūerat f: numerabit ergo per quartam tertij m aut n. quare p vicesimā quintam secūdi reliquos eoz numerabit d. et cū a secūdos ab vnitāte sit numerus pmi: ergo p vicesimā sextam quartū quicūq; nūerat d est aliqs in ordine precedentium: vt c b a. at si sit c nūerat f scdm g: et si b scdm h: et si a scdm l: partes scz ppositas et vt dictum est. constat ergo nullum alium a p dicitis nūerare f. quare p dicitis sunt oēs sue partes. et ipsi simul mōstrati sunt ipm complere atq; pficere. constat ergo diffinitionem numeri perfecti ei pgruere: ipm q; existere perfectum. quod est ppositum.

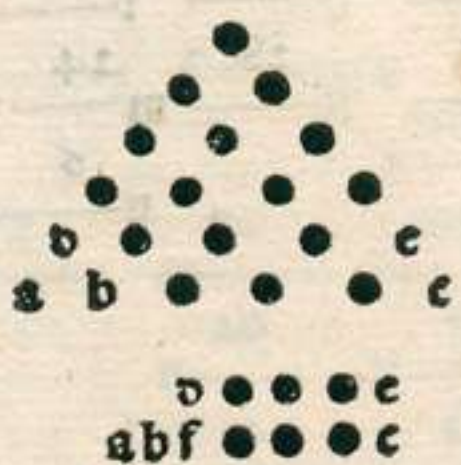
Septimi elementorum British metices Jordani finis.

Orme numerorum ex vnitātū dispositiōe ppendūtur. **E**st autē dispositio prima in longum tm: altera in longum z latum: tertia xō in lōgum/latum/ z altum. **C**uius vnitātū dispositio in longum tm est: linearis numerus dicitur. **I**n latum disponūtur supficiales linearibus vndiq; pclusi: quoz vnitātes directe z ad se z ad alias equales habent distantias. **Q**uod fit dupliciter scz vt vt vnitātes vnitātibus directe adaptētur: vel eaz infualis opponātur: ita vt singloz ordinum termini in lateribus reliquis excipiātur. **I**n altum xō dispositio solidozū est: coaptatis insimul supficialibus: ex quoz lateribus directe sibi appositis solidozū supficies crecte constituūtur. **N**umerozū in superficie dispositozū: quidam sunt triangulares tria habentes latera: alij quadrilateri: alij pētagoni: alij pluriū laterum.

Quadrilaterozū aut quidam latera opposita habēt equidistātia: quidam minime. **N**umerozū autem quoz latera opposita sunt equidistātia: alij oia latera habent equalia z tetragoni dicūtur. alij siquidē latera habent vnitāte distantia z parte altera longiores vocātur: aut amplius z dicūtur anlōgiores. **N**umerozū in altū ppositozū diuersas esse bases cōtingit: quozū dā triangulas/atq; quadrāgulas: et ita de ceteris. **H**ozum oīm quidam habent latera simul applicata: z dicūtur pyramides. quidam habent latera: que etsi insimul tendāt: non tm pueniūt: et curte pyramides appellānt. quidam habent latera equidistātia z equaliter crecta: qui supiozem z inferiozem supficiem habent similes. **I**stozū quicūq; habent basim triangulam: serratiles vocānt: q quadrangulam z ipsi in longum/latum/ z altum equaliter distēduntur: cubi dicūtur. quicūq; xō bases habuerint pentagonas hexagonas siue pluriū laterum: z latera equidistantia erecta: colūne nominentur.

Ois numerus triangularis: tria habet latera equalia. **C**ū manifestum est quēlibet triangularem ex numeris ab vnitāte ordine cōtinuo dispositis: esse compositum: atq; latus trianguli esse seriei numerum.

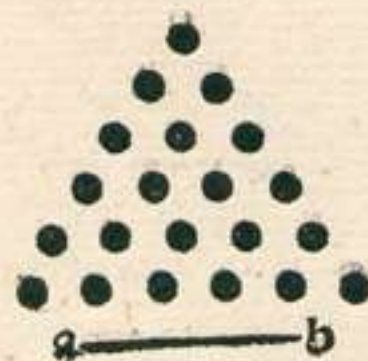
Sint a b c vnitātes basis trianguli: a b pxiē: et a c extremitates. dico ergo q in secūdo ordie cuius extremitates sunt d e: erunt pauciores vnitātes. nam si totidem fuerint in ordinibus a c z d e: latera a d z c e erunt eqdistātia. qm vnitātes in vtroq; ordine equalit distant: sicq; non cōcludent triangulum. pauciores ergo erunt in ordine d e. et qm q̄tum distat a ab b tm distat a ab d z c ab e: si ergo ponitur f tota ab c quota d ab e: distabit f ab d q̄tum c ab e. et ideo q̄tum a ab d. si ergo f non fuerit. pxiē post a sed fuerit b vnitāte media: cū distent a ab d q̄tum a ab b: erit longitudo inter a z f q̄tra inter a z d et inter f z d vt amplius: sicq; vnitātes et ad se invicem et ad alias non equalēs seruabūt distācias. quod est impossibile. **O**rdo ergo d e minor est ordine a c vnitāte. et eadem rōne sp ordo sequens minor vno



quod precedens donec extremum sit unitas, et quod ideo totidem erunt ordines quot in base sunt unitates: per retroagendo unitatem esse primum potentia triangulum cui due adiuncte secundum claudunt triangulum: cui secundo tres addite facient tertium: quod semper est unitate maior precedenti, et ita consequenter secundum naturalem numerorum progressum sicque propositio et correlarium nota sunt.

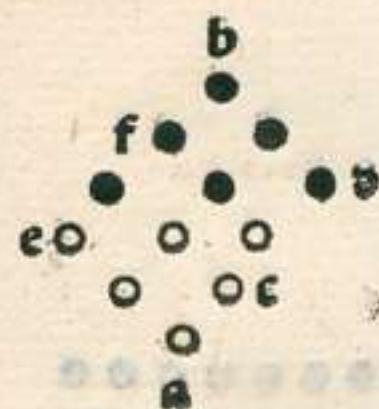
2. **¶ Si a quolibet triangulari numero latus suum detrahatur: relinquetur triangulus ipsi descendendo proximus.**

¶ Triangulus triangulo descendendo proximus: est cuius latus latere alterius est unitate minus. a triangulo ergo a b subtracto latere a b: dico quod relinquitur triangulus ipsi triangulo a b descendendo proximus nam quod triangulus a per precedentem habet tria latera equalia: et sequentia sola unitate vincuntia. subtracto ergo latere a b erunt reliqua latera vno contractiora. scilicet quod unitatum ordines secundum unitatem semper decrescunt per correlarium precedentis residuum esse triangulari. et quoniam latus eius unitate vincit a latere trianguli a b cognitum est: patet relictum triangulari esse proximum descendendo triangulo a b: quod est propositum.



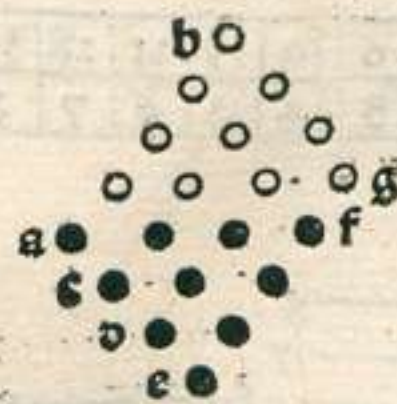
3. **¶ Omnis triangularis duplicatus: parte altera longiorem efficit.**

¶ Sumatur a et b duo triangulares equales: adiciaturque lateri c trianguli a d extrema unitas trianguli b. id est lateri f trianguli b adiciatur e extrema unitas trianguli a: fientque duo latera unitate quolibet latus a triangulorum a et b superantia. et si addis aptasque hoc pacto medios ordines vnius medius ordinibus alterius: fient per tertiam primum compositi ordines sibi mutuo et extremis ordinibus e f et c d equales. verbi causa ut si ordinem sequentem latus c addis adaptasque ordini sequenti unitatem d. quod enim per correlarium prime huius ordo sequens latus c tantum distat ab c quantum ordo sequens unitatem d distat ab d. ergo per tertiam primum illi simul iuncti equantur ordini c d. et ita de aliis mediis ordinibus si qui medij relictis sunt tunc ergo completus erit quadrangulus cuius latera opposita erunt equalia et ob hoc equidistantia. ut quod latus e f equale esse monstratum est lateri c d et mediis: ergo unitates lateris b d equidistantur unitatibus lateris a e. et similiter quod latus b d equatur lateri e a. nam sunt latera triangulorum equalium et mediis ordinibus: latus e f equidistantur lateri c d. et quod latera b d et e a opposita et equidistantia sunt latera triangulorum assignatorum: et duo reliqua e f et c d similiter opposita et equidistantia quorum quodlibet reliquo aliorum unitate sunt maiora. patet per diffinitionem totam figuram a b d e ex duobus equalibus triangularibus constitutam (quare et ex triangulari vno duplicato) esse altera parte longiorem: quod est propositum.



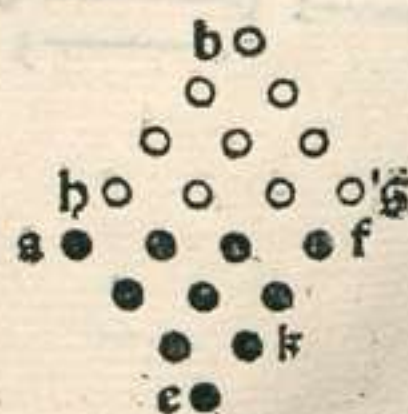
4. **¶ Cuiuslibet altera parte longioris: medietas est triangularis.**

¶ Hec est conuersa precedentis. Sit altera parte longior quicumque a b e et vnum eius longius latus a b. dico eius medietatem esse triangulari. de latere enim longiori a b detraho unitatem a et de c secundo ordine duas: de d tertio tres: de e quarto quattuor. et si plures sunt tot consequenter auferam quotus ordo ille fuerit ab unitate: per correlarium prime huius totus detractus ut a e f est triangularis. et per idem quod continue minus vno relinquebat usque ad unitatem: relictus est triangularis. sed et quod detracti latus e f equatur residuo lateri g b. nam latus g e superabat latus g b vna unitate: sed et g e superat latus f e vna unitate. equantur igitur g b et f e: quare et reliqua et reliquis vnius reliquis alterius cum per primam huius omnis triangularis sit equalis et totus trigonus a e f toti trigono a b g equalis. est igitur vatus altera parte longior in duas medietates diuisus quare quilibet est triangularis: quod est propositum.

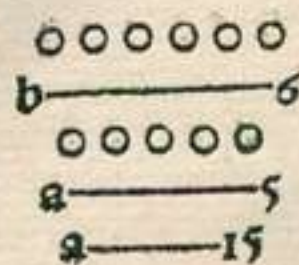


5. **¶ Quilibet duo triangulares proximi: tetragonum constituunt**

¶ Sit ut in precedenti a b g e quicumque altera parte longior qui per eandem diuidatur in b g h et e a f duos triangulos equales. erit ut a e sit latus trianguli e a f et latus b a altera parte longioris et suum oppositum e g maius latere a e et sequentibus ordinibus unitate ammoto ergo latere a e remanebit b h equale lateri h l: l g et g b. et ideo quattuor illa latera adinuicem distantia: quod ergo per diffinitionem relictum est: est tetragonum. sed et ammoto latere a e ab trigono a e f per secundam huius relinquitur triangularis triangulari a e f proximus: quare et triangulari h b g sibi equali proximus. constat ergo tetragonum h l g b ex duobus proximis triangularibus: quod est propositum. ¶ Potest quoque et id esse notum quod tricesimo quinto capitulo sue Arithmetices diuus affert Severinus omnem tetragonum si ei proprium latus adiciatur aut ab eo detrahatur altera parte longiorem fieri. Nam cum tetragonus omnis vna diuinaque latera equalia possideat: si cuiquam vnum latus adiciatur efficientur latera unitate distantia porro si latus vnum a quopiam detrahatur: relinquetur latera unitate distantia: quare vtrobique facti erunt altera parte longiores. Quo fit iterum ut proximi quicumque altera parte longiores a medio tetragono equali differentia distent. Nam equali latere subtracto et addito.



6. **¶ Latere opposito numeri triangularis summam inuenire. Unde manifestum est si datus sit numerus impar summam triangularis prouenire si par proxime maioris subduplum in ipsum impari ducatur. et si numerus sit par: summa triangularis proueniet si par medietas in imparem ducatur proxime maiorem.**



¶ Sit a datum latus cuiuslibet numeri triangularis cuius summa queritur: duco a in b proximum numerum maiorem et per diffinitionem proueniet altera parte longior cuius b maius latus erit unitate maius a mi

noze latere z latere triaguli cuius summa petif. per quartā ergo huius summa triaguli petiti est me-
dietetas altera parte longioris inuenti: sicq; constat ppositum. Correlariū ex demōstratione conclu-
sionis adiuuāte decima primi notū est. et hec cū correlario suo praxim pgressionis demōstrat.

Omne perfectum est trinum.

Ternarius totus est religione sacer et a Pythagoricis Magis et Sacerdotib⁹ olim in arcanis mi-
rum in modum veneratus. et Aristoteles Pythagoricorū symbolis insilens corporeā magnitudinē
ipsumq; vniuersum perfectū astruit q; ipsum trinū sit imvero trinū est: q; ipsum perfectū est qd pzo
Pythagoras cōperit in numeris: numerozūq; mysteriis. hic ergo suscipif demōstrādum omnē nu-
merum perfectū esse trigonum. Nam per tricesimāsecundam septimi quocunq; nūeri pariter pares
cōnumerata vnitāte coaceruati efficiunt numerū proximo sequente pariter pare: vnitāte minorē qui
quidem proxime sequens pariter par per vicesimānonam septimi est coaceruatorū maximū duplus:
quare totus coaceruatus est impar. at per sexagesimā septimi oīs numerus perfectus gignitur ex co-
aceruatione vnitatis et pariter parū quoties coaceruat⁹ est primus qui vt dictū est p vicesimānonā
septimi sola vnitāte distat a proximo pariter pari: qui ad aggregatorū maximū duplus est. ergo maxi-
mus aggregatorū subduplus parū numerū aggregatorū imparē proxime sequētis: in ipsum imparē
ductus: per primā partem correlariū precedētis cōstituit numerū triangularē. est igitur oīs numerus
perfectus triangularis atq; trigonus: qd est ppositū. Et eius latus p precedētē z correlariū prime
huius erit ille impar ex omnibus coaceruatus.

**Omnis numerus par media sui parte multiplicatus tanto minorē summā pducit
q; omnes summe que in ipso sunt coaceruate: q̄tum sua ipsius medietas.**

Hec ex analyticis numerozū depropta est. et ex scda parte correlariū superioris cōclusionis adiuuāte
nona primi z cōi dignitate: vnitātē in quēcunq; numerū ductā: ipsum pducere: statī cognita esse pōt.

**Si sumantur triangulares ab vnitāte: duos primos impares et sequētes duos pa-
res atq; ita vicissim duos et duos impares atq; pares inueniri necesse est.**

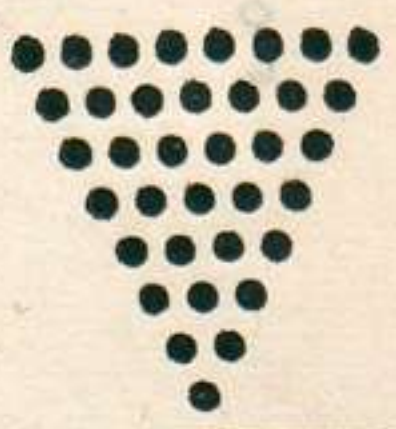
Quia enī per correlariū prime hui⁹ triangulares creatur ex nūeris ordine cōtinuo ab vnitāte dispo-
sitis et vnitāte p̄mus est potētia triangularis z potētia impar. addita igit^r numero sequēti q̄ est par cō-
stituet p correlariū prime huius fm triangularē z per secundā septimi imparē. erunt ergo duo primi
triaguli nūeris hoc pacto dispositio ipares. Sed z q; tertius numer⁹ est ipar et cū precedētī triagulo
p idem correlariū cōstituit triangulū z pcedens mōstratus est ipar: ergo p tertiā septimi tertius tri-
gularis erit par. et q; quartus ab vnitāte nūeris est par q̄ cum pcedētī triagulo pari p idem cōstituit
quartum triangulum. ergo quartus triangularis per primā septimi est par. erunt ergo duo sequentes
pares. et iisdem rationibus mōstrentur duo sequētes esse impares z vicissim aliū duo sequētes pares
sicq; sine difficultate certum apparebit ppositum.

**Si post vnitātem sumantur numeri triangulares: inter duos et duos disiunctim:
erunt que inter numeros ab vnitāte naturali serie: sumpte proportionēs.**

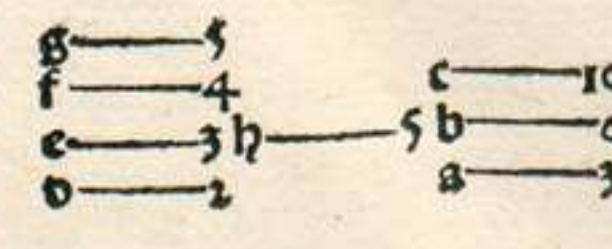
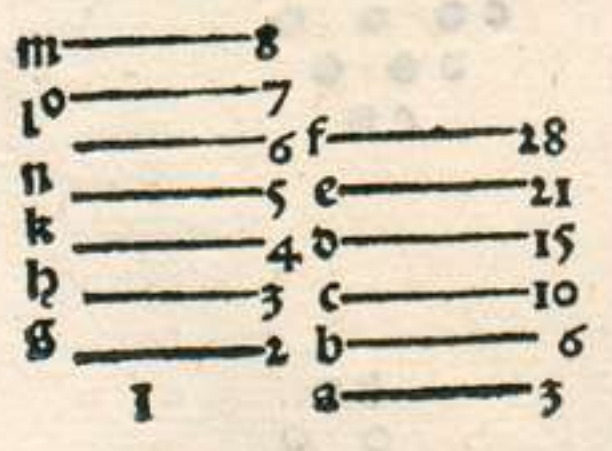
Sit primus triangularis post vnitātē a z b c d e f ordine psequētes sitq; vnitāte et g h l z nūeri ab vni-
tate naturali serie pcedētes: dico que pportio g ad vnitātē eā esse b ad a: et q̄ h ad g eā esse d ad c: z que
l z ad h eā esse f ad e. z ita pcedēdo in his disiunctim: in illis vero cōiuncti. nam p precedētē a est ipar
b c pares: d e ipares: et f par. sumo enī quattuor: pares ab vnitāte q̄ sint g l m et medij inter eos im-
pares sint h n o. et q; g q̄ est binari⁹ est latus a q̄ est ternari⁹. z per correlariū prime hui⁹ h latus b z l
latus cet n latus d z l latus e et o latus f: ergo p quartā huius g in h facit altera pte longiorē duplū a
et h in l duplū b z l in n duplū c et n in l duplū d z l in o duplū e: atq; per eandē o in m duplū f. q; ergo
g in h et l in h cōstituunt duplū ad a et ad b. erit ergo per octauā secundi vt que pportio l z ad g eā sit
duplū b ad duplū a: sed z b ad a subduplus ad subduplū per correlariū decimequarte secūdi sicut eoz
duplorū duplus ad duplum. ergo sicut l z ad g ita b ad a. et per idē sicut l ad l ita d ad c. z sicut m ad l:
ita f ad e. z cū g l l m sint sumpti ab vnitāte cōtinue pares: ergo p decimāoctauā septimi est pportio
b ad a vt g ad vnitātē z d ad c vt h ad g et f ad e vt l ad h: quod est ppositum.

**Si tres continui triangulares statuuntur: qui sub extremis continetur erit altera
parte longior: cuius laterum maius erit illozū trium medius.**

Sint a b c tres continui triangulares z eozū latera d e f: sitq; g vno maior f. dico qd sit ex a in c esse
altera pte longiorē cui⁹ maius latus erit b. nā q; a b c sunt cōtinui triangulares: ergo p correlariū p̄ie
huius d e f sunt fm continuā seriē numerozū sumpti. et q; per quartā huius d in e cōstituit duplū ad a
ergo si d est par quēadmodū hic est: medietas d in e cōstituit a. et per idem medietas f in e cōstituit b.
et medietas f in g cōstituit c. si aut^r d esset impar numeraret a fm medietatē e: z f b fm medietatē e. et
sic cōsequenter fm medietatē parium ipares numeraret triangulares. ergo per octauā primi adiuuāte
correlario decimequarte secūdi que pportio f ad d: ea est b ad a. et q̄ g ad e: ea est c ad b. z q; a b c sunt
continue sumpti triangulares: ergo p correlariū prime huius b superat a q̄tum est e. sumo ergo h vno
minorē b: manifestū est h superare a q̄tum est d. et quo abūdat c super b est f. z quia b ad a sicut f ad d
oziam h ad a. et sicut detractus ad detractū: ita residuus ad residuū. erit ergo vt sicut b ad a ita c ad h
totus ad totū: quod igit^r sit ex a in c p vicesimāquintā secūdi tm est q̄tum qd sit ex h in b. at manifestū
est qd sit ex h in b esse altera parte longiorē. igitur et qd sit ex a in c. est altera pte longior cuius maius
laterū est b illozū triangulozū medius. et ppositum.



| | | | | | | | |
|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 36 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |



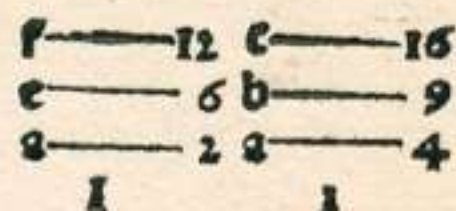
VIII

10 **C**Si sumatur primi post unitatem par et impar: et composito ex ipsis minor addatur: itemque ex his confecto minor adiciatur: erit ut cum primorum primus sit par: sequentes sint impares. tertiorum primus par et sequentes impares ac sic deinceps. duploque quadrati parium et quadrato extremi imparium: tetragonum triangulares terminentur.

| | | | | | | | |
|----------------------------|------|-------|---------|-----|-----|-----|------|
| | | | | | | | |
| 4 | 9 | 25 | 49 | 144 | 289 | 841 | 1681 |
| | | k | l | m | n | o | p |
| Q | a | B | D | B | B | Z | 3 |
| | | | | | | | |
| 36 | 1225 | 41616 | 1413721 | | | | |
| Tetra goni tri angu la res | | | | | | | |

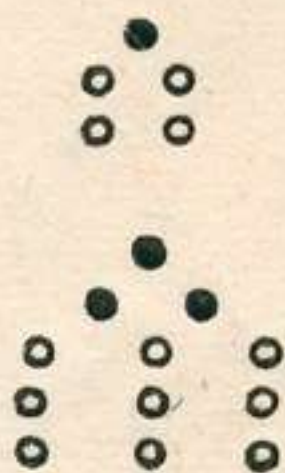
CSint a et b numeri primi post unitatem par et impar binarius scz atq; ternarius q;uncti faciant c cui addito a fiat d. item c et d component e cui addat c et fiat f atq; e et f component g et e addatur g et fiat h. dico primo a esse par et b impar et c d impares. item e par et f g h impares. a enim esse par et b impar est hypothesis. et q; c componitur ex a et b: per secundam septimi c etiam est impar. et q; d constat ex a pari et c impari per eandem secundam d est impar. et q; e constat ex c d duobus imparibus e per quartam eiusdem erit par. et q; f constat ex c et e impari atq; pari per secundam eiusdem f est impar et per eandem erit g et h impares: qd; intendebat. Secundo dico duplum quadrati a terminare tetragonum triangularem. terminare enim tetragonum triangulare est esse latus quadrati qui pariter est et triangularis. Patet id nam q; unitas duplicata constituit a et a bis sumptus suum perficit quadratum: duabus igitur unitatibus a distat a suo quadrato et unicum suscipit medium scz b: cuius differentia ad a est unitas. et q; per septimam sexti quo abundat quadratus b super quadratum a est quod fit ex unitate in b et a simul. sed b et a simul sunt vno maius quadrato a qui duplus erat ad a. igitur quadratus b est vno maior duplo quadrati a. sed et q; duplum quadrati a in quadratum b cum sola unitate distent. producit per definitionem altera parte longiore quadratus a qui est medietas in quadratum b per octavam secundi. producit illius altera parte longioris medietatem. ergo per quartam huius quadratum a in quadratum b producit triangularem. et q; producit ex ductu quadrati in quadratum: ergo per decimam quartam sexti idem erit et tetragonum. effectum est ergo qd; dicebat. Tertio dico quadratum d extremi imparium terminare tetragonum triangularem. sumo enim quadratum c qui sit l: et quadratum d qui sit l: dico l: duplicatum excedere vno l. nam quadratum c duplicatum per decimam quintam primi est tanq; duplum quadrati a et duplum quadrati b. et quod fit ex b in a quater et q; per eandem decimam quintam quadratum d est q; tum c in se et a in se et a in c bis: sed c in se est tantum per eandem q; tum b in se et a in se et a in b bis. et a in c bis est tmi per nonam primi q; tum a in se bis et a in b bis. ergo qd; fit ex d in se est q; tum quod fit ex b in se et quadruplum quadrati a et quadruplum producti ex a in b. sed cum duplum quadrati c sit monstratum q; tum duplum quadrati b et duplum quadrati a et quadruplum quod fit ex a in b: et ex secunda parte huius quadratum b excedat vno duplum quadrati a. sit ergo v: duplum quadrati c continens quadratum b loco huius q; quadratum d pertinet duplum d per definitionem producit altera parte longiorem cuius longius latus excedit vno quadratum d. illius ergo dupli dimidius qui est quadratus l: in l quadratum d producit illius altera parte longioris dimidium per octavam secundi qui per quartam huius est triangularis et cuius latus est l quadratus extremi imparium qui et idem per decimam quartam sexti est tetragonus. et hac ratione de sequentibus molire id quod propositum est ostendere: et omnino constabit propositum.

¶ Si ab unitate continue designentur parte altera longiores et quadrati: duo et duo con- 11
iuncti: triangulares omnes efficient.



¶ Designo ab unitate a b c quadratos et ab unitate altera parte longiores qui sunt d e f: dico quoslibet duos primos quadratos et altera parte longiores simul: constituere triangularem. nam si fuerit primus quadratus q est unitas et primus altera parte longior qui est binarius manifestum est illos simul additos per correlarium prime huius constituere triangularem. q si fuerit a secundus quadratus et d primus ab unitate altera parte longior sicut per vicesimasextam septimi quadratus a constat ex imparibus ab unitate scilicet ex unitate et primo impari et d est primus par: quare si resoluat a erunt accepti continue numeri ab unitate. per correlarium igitur prime huius constituunt triangularem. et ita ostende a et e constituere triangularem resoluta a in suis imparibus per 26 septimi et e in suis paribus per vicesimasextam eiusdem. et ita de quibuslibet duobus hoc modo sumptis.

¶ Si sumantur triangulares et tetragoni: fuerintque illi toti triangularum ab unitate 12
quoti isti tetragonorum post unitatem: coniuncti facient numeros pentagonos.



¶ Nam si unitati que est primus trigonus adiungas primum quadratum post unitatem qui est quaternarius fiet pentagonus post unitatem habens quinque latera equalia. et si capis secundum trigonum ab unitate habebit binarium in latere et secundus tetragonus post unitatem habet ternarium in latere. adiecto ergo latere quadrati fiet per correlarium prime huius triangulus sequens habens latus trium unitatum et figura pentagona recipiens totidem in quolibet eius latere unitates. et quare semper totus tetragonus post unitatem habebit uno plus in latere quam trigonus totus ab unitate: hac ratione de quibuslibet aliis propositum efficere. et quare latera illorum pentagonorum equalia sunt lateribus tetragonorum datorum: hinc etiam fit ut illi pentagoni toti sint post unitatem quoti et tetragoni. **¶** Et ex hac et vicesimasexta septimi cognoscitur quod dicitur Seuerinus asserit boetius: 14 capite secundi sue institutionis arithmetice: pentagonorum generationem nasci ex numeris naturali serie ordinatis quando continue duo a monade duorum semper in medio facta intermissione iunguntur. Nam per presentem accepta unitate que est primus trigonus et quaternario tetragonus duorum in medio binarius scilicet atque ternarius facta intermissione iunctis: fit secundus pentagonus duo in latere gerens. At rursus duobus intermissis septenarius acceptus quaternarius includit et binarium. At quaternarius impar per vicesimasextam septimi additus tetragono quaternario: proximum constituit tetragonum et binarius unitati adiectus per correlarium prime proximum unitati constituit trigonum. ergo per presentem unitas 4 et 7 constituunt pentagonum. At rursus duobus dimissis post septenarium accepto denario qui 7 includit sequentem impari et ternarium: qui septenarius quadrato prioris pentagoni additus per vicesimasextam septimi succedentem constituit quadratum et ternarius trigono pentagoni adiectus propter quum trigonum. erit igitur per presentem numerus ex unitate 4/7 et 10 constitutus pentagonus: et ita de quibuslibet aliis argumentabere.

¶ Si parte altera longior cum toto post unitatem triangulari coniungatur: compos- 13
itus erit pentagonus post unitatem totus.

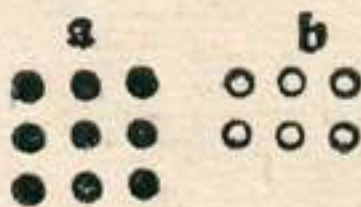
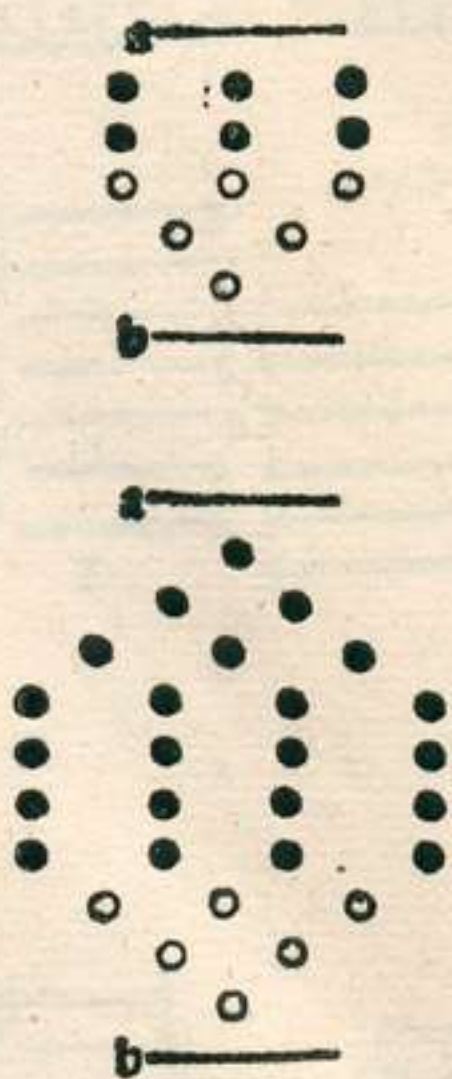
¶ Sit a aliquotus ab unitate altera parte longior ut secundus: cuius ideo minus latus erunt due unitates: sitque b triangulus totus post unitatem cuius latus ideo erit ternarius et equale maiori lateri altera parte longioris. adiungo ergo maius latus trigoni b maiori lateri altera parte longioris a: et fiet tetragonus sed et illud quod restat dempto maiore latere b per secundam huius est triangulus minor descendendo ergo per precedentem ille cum quadrato ex altera parte longiore et longiore latere triangulari constituto: erit pentagonus: quod est propositum.

¶ Quilibet pentagonorum post unitatem cum toto triangulari ab unitate: hexagonum 14
post unitatem simili loco positum constituit: et huiusmodi tetragonicus dicatur.

¶ Unitas omnis numeri potestatem optinere dicitur cuius equalia latera designantur. hinc ipsa est primus triangulus primus tetragonus pentagonus hexagonus et ita deinceps. et predictorum numerorum primus post ipsam est cuius latus fuerit binarius: et secundus post ipsam cuius latus fuerit ternarius secundus vero ab unitate cuius latus fuerit binarius. et dicitur hexagonus tetragonicus cuius latus est equale lateri medii tetragoni. dico ergo quod si capiatur aliquotus pentagonus post unitatem ut a: qui verbi causa post unitatem sit tertius et b totus triangulus ab unitate: dico a cum b constituere hexagonum post unitatem totum pariterque et tetragonicum. nam per duodecimam huius quotus pentagonus fuerit post unitatem ex toto post unitatem tetragono constat et triangulari ab unitate toto. ergo equalis triangularis qui est que proproponit ex opposito tetragoni latere appositus hexagonum constituet: cuius latus erit equale lateri medii tetragoni. et quare latus eius est equale lateri medii tetragoni est et equale lateri pentagoni quare et hexagonus totus erit post unitatem quotus et pentagonus. et quare eius latus est equale lateri medii tetragoni est idem et tetragonicus: quod est propositum. Ex hac et duodecima huius et correlario prime cognoscitur promptum est generationem hexagonorum eo pacto quod docet Boetius 15 capite secundi arithmetice

¶ Omnis tetragonus cum precedente altera parte longiore: hexagonum tetragonicum 15
constituit.

¶ Primus enim altera parte longior post unitatem est qui habet unitatem minus latus et secundus qui huius unitatem et ita deinceps. et precedens tetragonus est cuius minus latus est uno minus latere tetragoni qui et post unitatem totus est quotus et altera parte longior ab unitate. dico ergo quemcumque tetragonum ut a cum precedente altera parte longiore ut b constituere hexagonum tetragonicum. nam per quartam huius altera



parte longior b dividit in duos triangulares quorum uterque totus est ab unitate quorum pte altera longior post unitate: qz latus illorum triangulorum equale sit minori lateri altera parte longioris. quare et uterque totus est ab unitate quorum tetragonus a post unitate. vnus ergo illoz trigonorum per duodecimam huius cum tetragono a constituit pentagonum post unitate totum: sed et per precedentem idem pentagonus cum altero triangulo qui est totus ab unitate constituit hexagonum tetragonum. a igitur cum b altera parte longiore precedente constituit hexagonum tetragonum: quod erat demonstrandum et propositum.

16 **¶** Si disponantur triangulares ab unitate: tertius atque vno intermisso a prius sumpto tertius: erit hexagonus.

¶ Ita per undecimam huius dispositis ab unitate pte altera longioribus et quadratis si duo et duo coniungantur fient omnes triangulares. at cum primus triangularis post unitate fiat ex unitate et primo altera pte longiore: secundus triangularis post unitate qui est tertius ab unitate fiet ex primo tetragono post unitate et primo post unitate altera pte longiore per eandem undecimam qui est tetragonum precedens. ergo per precedentem tertius triangularis ab unitate est hexagonus. sed et eadem ratione quia vno intermisso tertius semper a quadrato et precedente altera pte longiore per undecimam huius nascitur: ergo per precedentem tertius semper erit hexagonus quod est propositum.

17 **¶** Si sex unitates vni circumponantur: ita ut illarum adinuicem et ad illam eadem sit distantia hexagonum equiangulum constituent.

¶ Ita quilibet duo illarum unitatum cum media unitate triangulum equilaterum constituunt. fient ergo sex triangula equilatera quos dico etiam esse adinuicem equiangulos. nam cum illorum unitates abinuicem et a media distent unitate: si unitates vnus unitatibus cuiuslibet alterius applicentur erunt supra se inuicem apposite et anguli vnus angulos alterius non excedentes: quare sex anguli hexanguli erunt equales. erit igitur talis hexagonus equiangulus quod intenditur. et ita de tetragono equiangulo et pentagono si placeret ostenderet.

18 **¶** Latere proposito hexagonum equiangulum constituere.

¶ Sit a unitates dati lateris quibus vna plures applico: ita semper augendo donec tot sint ordines quot unitates sunt in latere. fiatque hoc modo descendendo donec tot compleantur ordines quot unitates sunt in eodem latere. et quia sunt tria latera equalia ascendendo et tria similia descendendo per creatum esse hexagonum quem dico equiangulum. nam medius ordinis semper per vicissimam tertiam septimi est impar quia totus sit a numero lateris quotus numerus lateris ab unitate. habet igitur ille maximus numerus vnum medium. et si signas extremitates sex laterum per b c d e f g erit illa media unitas media ordinis f c: e b: et ordinis d g. quia equales sunt et ea contant. distat ergo equaliter ab f et c et ab e et b et ab d et g. quare sex triangula: scilicet media unitas f e: media unitas e d: media unitas d c: media unitas c b: et media unitas b g: et media unitas g f: adinuicem equilatera sunt et ut in precedenti equiangula. est igitur hexagonum b c d e f g equiangulum: quod est propositum.

19 **¶** Si cuiuslibet hexagono equiangulo totus senarius multiplex addatur quotus ipse est ab unitate: similem hexagonum prouenire necesse est.

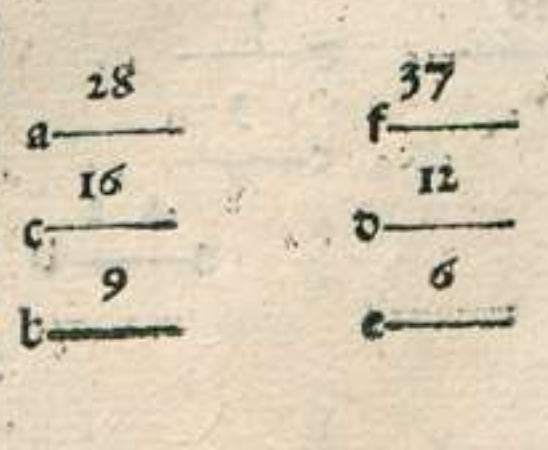
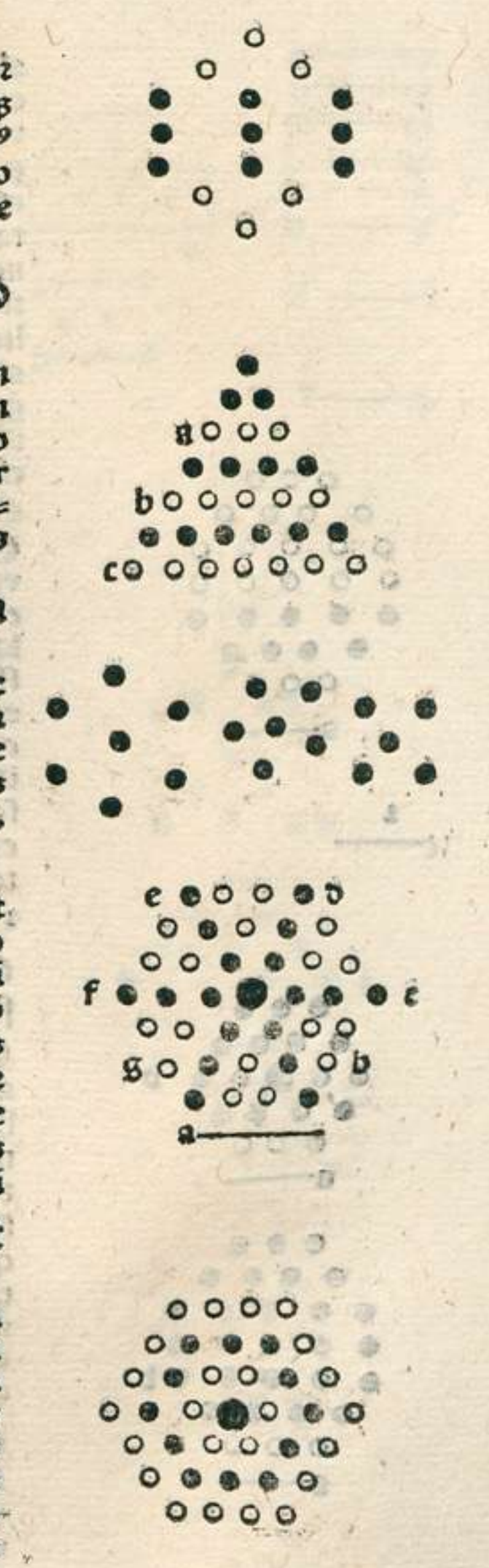
¶ Si primo hexagono qui est vnitas senarius circumponatur per penultimam fiet sequens hexagonus equiangulus. nam habes duo in latere quia si eorum interuallis que etiam sunt sex: sex aptentur unitates in eadem distantia: atque ipsis sex unitatibus alie sex angularis: fiet sequens hexagonus equiangulus habens ternarium in latere. et ut precedens hexagonus secundus erat ab unitate ita acceptus est totus senarius multiplex: scilicet duplus ad senarium qui est duodenarius: cui si rursum circumponatur triplum senarium: scilicet duodecim unitates in duodecim interuallis et sex ad sex angulares unitates efficiet sequentem hexagonum equiangulum qui ut in precedente probaretur habet quaternarium suum latus. et quia semper interualla crescunt in senario tot angulis semper manentibus apposito sequenti senarii multiplici semper efficiet hexangulum equiangulum eadem ratione sequentem: quod intendit propositio.

20 **¶** Si ordinentur ab unitate triangulares et singuli secundum senarium multiplicentur: producti addita unitate erunt hexagoni equianguli.

¶ Si enim unitate que primus triangularis est senario multiplices: secundus hexagonus nascitur: qui addita unitate circumclusa cognoscitur et equiangulus. et quia per precedentem quilibet hexagonus tot addit senarios supra precedentem quotus ipse precedentis fuerit ab unitate. et quilibet triangularis per correlatum primum tot huius unitates supra precedentem quotus ipse fuerit ab unitate. ergo si secundus triangularis qui ideo huius duas unitates supra primum multiplicem per sex addet tot senarios supra precedentem hexagonum qui fuit secundus: quotus ipse secundus hexagonus fuit ab unitate. ergo per precedentem erit sequens hexagonus. et ita quoque tertio triangulari qui addit tres unitates supra secundum per sex multiplicato: et quolibet alio: addes ex multiplicatione tot senarios quotus et triangularis et precedentis hexagonus fuerit ab unitate: sicque per precedentem semper concludes propositum.

21 **¶** Omnis hexagonus equiangulus tanto abundat super hexagonum tetragonum simili post unitate loco sumptum: quantum est tetragonus ab unitate similiter dictus

¶ Sit exempli causa a quartus ab unitate hexagonus tetragonus d et tertius est post unitate: sitque b totus ab unitate tetragonus id est tertius: et quartus tetragonus c et medius altera parte longior d. dico tertium hexagonum equiangulum post unitate tantum distare ab a quantum est b tertius ab unitate tetragonus. nam per decimam quintam huius c et d componunt a: sed et quia differentia b ad d per vicissimam quartam sexti est ternarius latus b: et differentia c ad d est quaternarius latus c. erunt ergo per secundam primam b et c simul maius vno quod duplum d. capio e totum ab unitate triangularem quotus est b tetragonus: quia minus latus



altera parte longioris d est latus b: quod quibet idem est latus e. ergo per quartam huius d erit duplus e: sed et b c monstrata sunt vno maius duplo d. sunt ergo b c vno maius quadruplo e: ergo b c d simul sunt vno maius sexcuplo e. at per precedentem e series sumptus addita vnitatem tertium post vnitatem creat hexagonum equiangulum qui sit f. constat ergo f ex b c et d: sed a solum constat ex c d: ostensum est. abundat ergo f hexagonus equiangulus ab a hexagono tetragonico toto post vnitatem tertium est b totus ab vnitatem tetragonus: quod est propositum. ¶ Animaduerte quemadmodum diuisus monstrat seuerinus heptagonos continue fieri ex hexagonis et inferioribus trigonis duobus equis inferioribus eminus adiectis trigonis. quod et idem euenit si dispositis naturaliter numeris: extremi continue quattuor intermediis relictis iungatur. vt secundus heptagonus fit ex senario scdo hexagono et vno: primo trigono eminus equali adiecto trigono. qui idem fit ex vno et senario quattuor in medio premissis numeris: et tertius heptagonus fit ex 15 tertio hexagono et ternario scdo trigono e regione adiecto equali trigono hexagoni qui idem fit ex vno senario et vndenario. et hoc pacto in figuracione et collectione suorum numerorum in ceteris est procedendum.

¶ Supra datum numerum octogonum equilaterum constituere.

¶ Sit a datus numerus supra quem iubemur octogonum equilaterum constituere. pcedo ei apponendo ordines vno semper se excedentes donec totidem sint quot sunt vnitates in latere: et sic facta tria latera equalia et maximo ordini addo ordines equales quousque tot sint quot sunt vnitates in latere et sic facta quousque latera equalia. deinde ab ultimo ordine pcedendo appono ordines continue vnitatem minores donec tot sint quot in dato latere vnitates sicut sic descendendo tria latera predictis equalia erunt simul octo equalia latera atque octogonum equilaterum constitutus: quod erat faciendum. ¶ Alia apud diuisum seuerinum octogonorum inueniendorum ratio modusque est vt continue ex toto heptagono et sub se trigono surgant. et idem sunt si ex dispositis naturaliter numeris continue in medio quinq; relictis: extremi iungatur. vt si 7 scdo heptagono iungas vnum primum trigonum surgit octonarius et scbus octogonus. qui idem fit ex vno et septem quinq; numeris binario ternario quaternario quinario senario interstitibus: dimissis. et si 18 tertio heptagono iungas ternarium: secundum trigonum: fiet 21 tertius octogonus. qui idem colligitur ex 1/7/13/ et hoc pacto in reliquis est procedendum

¶ Si cuilibet hexangulo equiangulo post vnitatem: totus tetragonus ab vnitatem cum sequente altera parte longiore iungatur pueniet octogonum post vnitatem sibi loco sumptum.

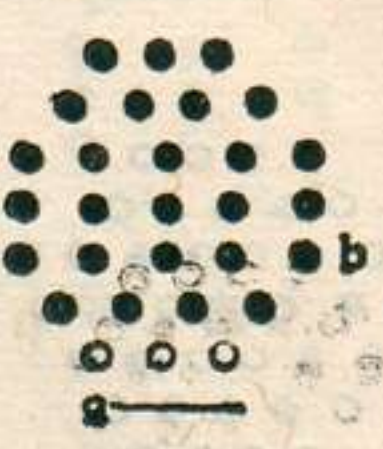
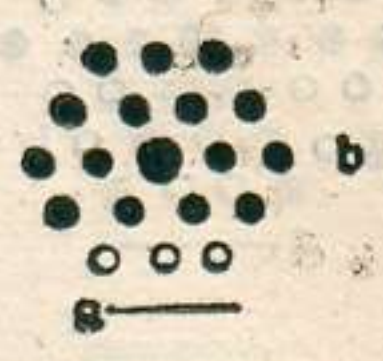
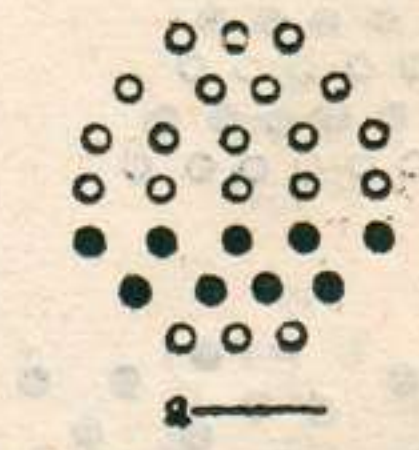
¶ Sit quilibet hexagonus equiangulus cuius latus sit a et maximus ordinum eius sit b qui addat supra numerum c. qui enim hexagonus datus habet triangulorum in media vnitatem concantium latera equalia: hinc ordinis b maximus: linea minor est vno: duplo lateris a ergo c minor vno quam a. addo ergo ad b ordines equales secundum c. et quia ab a ad b sunt tria latera equalia sicut rursus ab b cum additis ordinibus duo alia equalia quibus addo relictos hexagoni post b: sicut rursus tria alia reliquis equalia erunt formatus octogonus. et quia per nonam primum c in b sunt ordines additos est tantum tertium c in se et in a. at quod in se facit est tetragonus: et quod in a facit est altera parte longior. cum c et a sola vnitatem distent: et tetragonus ille totus sit ab vnitatem quotus octogonus formatus post vnitatem. nam hexagonus vno maius latus habet latere tetragonum: et altera parte longior sequens tetragonum. constat ergo quod hexangulo equiangulo assignato post vnitatem: additus totus ab vnitatem tetragonus cui sequente altera parte longiore constituit octogonum qui cum equalia hexagono latera habeat: totus erit post vnitatem octogonus: et propositum.

¶ Formarum sex equilaterarum quilibet secundum vnitatum dispositionem figuratim constituere.

¶ Si enim triangulos tetragonos pentagonos hexagonos tetragonicos hexagulos equiangulos et octogonos secundum vnitatum dispositionem figuratim constituere desideras: ex prima huius trigonos figurare disce. ex quinta tetragonos: ex duodecima pentagonos: ex decima quarta hexagonos tetragonicos: et ex decima septima et decima octava hexagonos equiangulos: et ex vice prima secunda octogonos. sicut per quum habebis propositum.

¶ Latere dato figurarum preassignatarum cuiuslibet summam reperire.

¶ Sit latus datum a qui ponatur esse par et medietas a sit b: sitque c minor vno a et v eodem vno maior. addi totus c ad d fiat e. et iterum c addito ad e fiat f. et sic iterum c addito ad f fiat g: ducaturque b in d et sequentes et pueniant h l m. quia enim a in d constituit altera parte longiore cuius triangularis lateris a est medietas. ergo p quartam huius b medietas a in d producit triangulari lateris a: sicut h ostendit summam triangularis lateris dati. et quia c d simul constituit e qui p secundam primum est duplus a. ergo b a e sunt continue proportionales quod ergo sit ex b in e per vice primam sextam secundum est quadratum a. et cum id sit l ostendit l summam tetragonum lateris dati a. et quia quod sit ex b in f per nonam primum tunc est tertium quod ex b in e et in c. et cum c in a constituat altera parte longiore cuius medietas est triangulus c per quartam huius. ergo b medietas a in c producit triangulari cuius latus est c. sed et b in e producit tetragonum a qui totus est post vnitatem quotus triangularis c ab vnitatem. ergo per duodecimam huius b in f producit totum post vnitatem pentagonum. at ille est pentagonus a et productus est l. ostendit igitur l summam pentagoni lateris a. et quia quod sit ex b in g est tantum tertium quod sit ex b in e et in f. et dictum est ex b in c fieri triangulari totum ab vnitatem quotus est post vnitatem pentagonus ex b in f factus. ergo per decimam quartam huius b in g constituet hexagonum tetragonum totum post vnitatem quotus et post vnitatem est pentagonus at hexagonus ille erit hexagonus a et productus m monstrat itaque m summam hexagoni a: lateris assignati. Duce item c in se et pueniat n qui erit totus ab vnitatem tetragonus quotus hexagonus tetragonicus n est post vnitatem. addo ergo m et n simul et pueniat o qui per vice primam primam erit hexagonus equiangulus a. nam totus post vnitatem quotus hexagonus m. duco item c in a: et pueniat p qui erit altera parte longior



| | |
|--------|--------|
| q — 58 | p — 12 |
| o — 37 | h — 9 |
| m — 28 | g — 14 |
| l — 22 | f — 11 |
| k — 16 | e — 8 |
| j — 10 | d — 5 |
| | c — 3 |
| | a — 4 |
| | b — 2 |

26

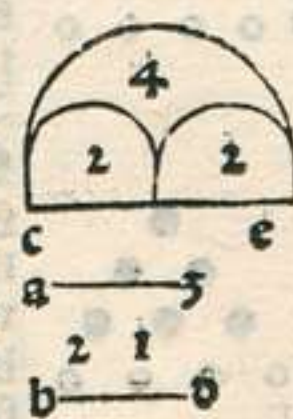
27

28

29

30

sequens tetragonum c scz n. additis ergo iterum n z p tetragono scz et sequente altera parte longiore hexagulo equiangulo o pvicefimatercia huius puenit octogon^o totus postunitate quotus post unitate erat hexagulus equiangulus o. quare octogonus pueniens qui sit q erit octogon^o lateris dati a atq; summa petita ostendēs. Sed esto rursus a latus datu numerus ipar et b c circūpositi pares b minorz c maior et medietas b sit d et medietas c sit e: per secundā pimi d z e simul cōstituent a. addo d super a et fiat f: z super f et fiat g: z duco a in e z pueniat h qui ea ratione qua superius erit triāgularis a. et duco a in se z pueniat l: qui erit eius tetragonus et a in f z pueniat l: qui ea ratione qua prius erit pentagonus a et duco a in g z pueniat m qui etiā per decimā quartam huius erit hexagonus tetragonicus lateris dati a: sed et hexagonū equiangulum et octogonū a quere vt paulo ante monstratū est.



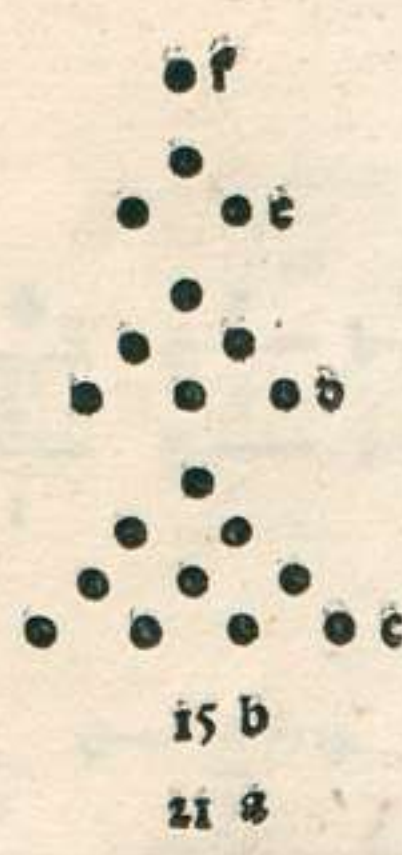
| | |
|---|----|
| o | 29 |
| n | 19 |
| m | 15 |
| l | 12 |
| k | 9 |
| h | 6 |
| g | 5 |
| f | 4 |

26 **Omnis pyramis cui⁹ basis triāgula est: quattuor triāgularibus et equalib⁹ p^o tinet.**

Ma tres a tribus laterib⁹ basis triāgulares eriguntur q simul applicatur atq; cōueniunt z basis est quartus triāgularis. Et qm duo et duo latus habent cōmune: erunt omnes inter se equilateri: quare et equales. quod igitur asseritur per diffinitionē ratum est.

27 **Si triāgulares ab unitate in altum sibi continue adaptentur: p^oueniēt omnes ab unitate pyramides: z cuiuslibet basis erit triāgulozum suozū maximus.**

Sint a b c d e f ad f vsq; unitatē scz quotlibet sumpti triāgulares cōtinue vno minores q sibi sibi cōco ordine aptetur appliceturq; itavt b supponat a: et c supponat b: et d ipsi c: z e ipsi d: et f inde ipsi e dico pyramides ab unitate esse sumptas oēs z cuiuslibet basim suozū triāgulozum esse maximū. cum enī numeri l. l. in altū constituti in unitatē conueniāt per diffinitionē constituūt pyramidē: erūtq; p correlariū prime huius oēs ab unitate sumpti triāgulares. si itaq; unitatē consideras eadē est et prima potentia pyramis. si primū triāgularē cuius latus est binari⁹ cū ipsi supraposita coaptataq; unitate appositū appareāt equales simulq; cōueniētes triāgulares: erit cōstituta scda pyramis cui⁹ latus erit secundus triāgularis. et cū sint in altū continue accepti triāgulares erit z tertia pyramis cōstituta cui⁹ latus erit tertius triāgularis: et quarta cuius quartus triāgularis erit latus atq; ita deinceps. sed q; cuiuslibet basis sit suozū triangulariū maximus hoc id est q; p precedentē basis ē triāgularis cuiuslibet triangulariū laterum equalis. si itaq; latus sit quintus triāgularis p correlariū prime huius ex oibus precedentibus triāgulis pstitutus ita et basis quintus erit triāgulus z ex oibus inferiorib⁹ cōstitutus qui erit illius pyramidis maximus: et ita de quacūq; altera sicq; cōstare potest propositū.



28 **Si cuiuslibet numero equaliū laterum oēs ab unitate sibi similes in altū apponantur: qui cōponetur erit pyramis basemq; ipsius eadē esse cōueniet. si vero citra unitatē huiusmodi eiusdē generis formatū in altum suppositio erectioq; deficiat: quot ab unitate illius generis relictē fuerint: toties curta pyramis nascetur.**

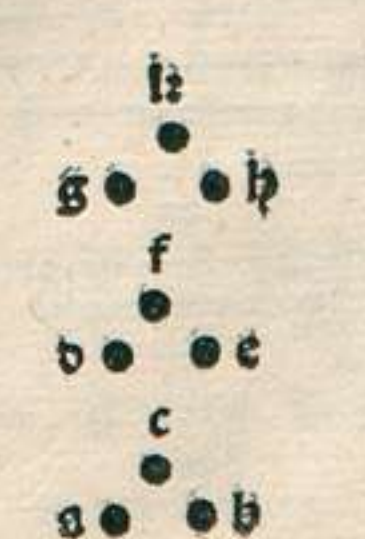
Hec docet tetragonice basis / pentagone / hexagone / heptagone / octogone / ennagone / decagone: et quotquot anguloz volueris eodē ingenio quo z precedēs de triāgularibus pyramides formare. nam si hoc pacto tetragoni ab aliquo dato ad unitatē vsq; suppositi aptentur: oīa latera (que p correlariū pme huius erūt triāgulares numeri ab unitate cōtinue sumpti sunt) in vnū verticē concurrēt totaq; pyramidē pstituent cui⁹ basis erit datus tetragon⁹ sup cuius latera sunt erecta latera pyramidis in vnū cacumen conueniētia imo oēs tetragonice pyramides infra illā essent formate. z ita si pentagoni hexagoni et sequētes hunc in modū aptetur pētagonas / hexagonas / octogonas / ennagonas: reliquasq; oēs formabis pyramidas scda pars statū nota est nā si detur quotuscūq; triāgularis vt sextus ab unitate cui supponatur mō atēdicto p ordinē quātus quart⁹ tertius et scdus. at desit unitas quīs latera illi⁹ simul tendāt non tñ conueniūt: idēo figura illa p diffinitionē erit curta pyramis. q; si quātus quartus z tertius soli suprapositi in altū fuissent: defuissetq; duo scdus et vnitas hec biscurta pyramis diceret q; si omisi fuissent tres diceretur tricurta. et ita quotquot ommitterētur toties curta diceret. et ita de curris pyramidibus que a quadratis pentagonis hexagonis z sequētib⁹ figuris nascuntur sentiendū est. est itaq; notum quod proponitur.

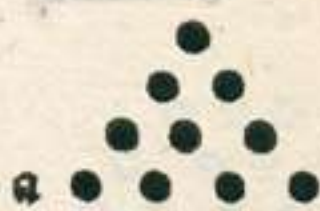
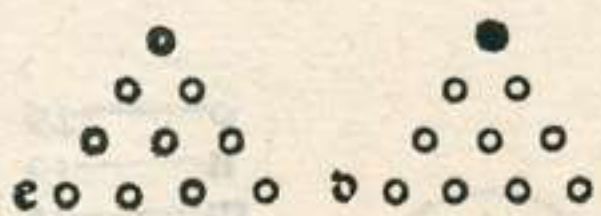
29 **Si due pyramides quarum bases sunt triāgulares proximi coniungantur: efficietur pyramis cuius basis erit tetragonus maiori triāgularium equilaterus.**

Ma quelibet earū erit cōposita ex oibus triāgularibus q; sunt a triāgulari basis sue vsq; ad unitatē at basis minoris pxius est triāgularis post basem maioris. cōiuncti igit simul p quintā hui⁹ faciūt tetragonū et scdus vnus z scdus alteri⁹ sequentē tetragonū. et sic eousq; dū extrema unitas minoris cū penultimo alterius triāgulari primū post unitatē cōficiat tetragonū. unitas igitur si apponatur oēs ad ipsā vsq; tetragonos suprapositos habebim⁹ ab illo scz tetragono cui⁹ latus est equale lateri triāgularis basis maioris pyramidis. at per omissam ex oib⁹ ab unitate tetragonis cōponitur pyramis cuius basis est quadrāgula z coniuictozū vltimus tetragonus. effectū est igitur qd; proponebat.

30 **Si quotlibet triāgulares equales in altū cōponantur: fiet ex eis numerus serratilis.**

Ma qz equales erunt poterūt directe cōtinue in altum latera vnus super latera alterius aptari applicariq; vt latus d e supra latus a b z d f: et f e supra latera a c z c b: et latus g h supra latus d e: et latera g l et l h supra latera d f et f e: z ita de consequentibus vsq; ad vltimū. et quoniā omniū latera sunt equalia: erit vt supra posita directe latera que supremū locum optinent extremis equalia sint et equidistantia. patet itaq; per diffinitionē factum esse serratillē quod proponebatur.





31 **Omnis serratilis pyramide sue basis vno altior: addit super eam: pyramidē cuius basis tetragona est: basi alterius equilatera.**

¶ Nam depta triangula pyramide: ita videlicet vt basis in basi tollatur et de secūdo equalium triangulorū secundus pyramidis detrahatur et de tertio tertius: sicq; deinceps. qz serratilis vno altior pyramide sue basis positus est de penultimo triangulorū equaliū auferet suprema vnitas atq; pyramidis vertex: sicq; totus vltimus triangularis serratilis integer relinquitur. at qz in basi serratilis fuit ablata basis triagule pyramidis. ideo per secundā huius: secundū triangularis relictū est latus et in omnibus superiorib; similiter qui qm tot sunt quot in illo latere vnitates: constat latus ipsum cū sequētium lateribus summā quadrati pficere. preterea qz tertij triangularis serratilis remanet latus suū et minor sequēs et in sequētibus similiter: erit vt illa sint sequētis quadrati latera. et hoc pacto ad vnitatē vsq; quadratorū numerus excrefcit. erit ergo vt in supremo triangulorū residua sit vnitas et que est primus tetragonus. ergo per vicesimā octauam huius constat relictam esse tetragonā pyramidē. et qz latus basis eiusdē est latus triangulorū equalium et latus basis pyramidis triagule ablate idē: constat pyramidē relictam esse pyramidi basis serratilis equilaterā atq; ipsum serratilē eam super pyramidem basis sue addere: quod est propositum.

32 **Omnis serratilis pyramide sue basis duobus altior: eidē triplus esse probatur**

¶ Subtraho enī ab ipso serratili extremū triangulorū relinque qz serratilis vno altior pyramide: q per precedentē in duas secabilis est pyramidas: quarū vna est triangula pyramis basis serratilis et altera tetragonica cuius basis tetragona est et basi alterius equilatera. sed et hec eadē tetragonica pyramis per vicesimā nonam huius in duas rursus secabilis est triangulas pyramides: quarū vna triagule prioris est equalis et altera ea minor qm est basis triagule prioris. addito igitur prius depto triangulorū eidē basi prioris triagule pyramidis equali ad minorē: illa fiet alteri equalis. sic fiet tres equales triangule pyramides totum serratilem constituentes. constat itaq; totum huiusmodi serratilem pyramidi sue basis esse triplum: quod est propositum.

33 **Latere basis triangularis dato: triagule pyramidis sup eam pstitute summā reperire.**

¶ Reperiatur triangularis lateris dati per sextā huius: in quē latus ipsum ducatur et habebimus serratilē eque altū pyramidi cui adice duos equales triangulares puenietq; serratilis duob; pyramide sue basis altior cuius tertā partem accipet p precedentē habes pyramidis sup latus cōstitute summā atq; qd ex triangulari lateris dati vna cū oibus suis inferiorib; triangularib; coaceruat: qd ē ppositū.

34 **Pyramidis totius summā reperire: cuius basis tetragona: eiusdemq; basis latus datum fuerit.**

¶ At precedēs docuit dato triangulari latere qd ex ipso et oibus sub eo cōtentis coaceruat inuenire ita quoq; et p̄sens nos instruit dato tetragoni latere qd ex ipso et omnibus sub eo p̄tentis tetragonis coaceruat reperire. hoc enī est tetragone pyramidis summā reperire quod ostēditur. nam dato latere quero per sextā huius eius triangularē in quē vt in precedentē factū est duco latus ppositū et p̄ueniet serratilis eque atq; eius pyramis altus cui addo vnū consimiliū triangulorū et pueniet serratilis vno pyramide sue basis altior. detracta igitur p precedentē inuenta basis pyramide: per tricesimā primā huius relinquetur tetragona pyramis cuiusquidē basis tetragona est atq; triangulari equilatera que scz est summa petita et ppositum.

35 **Si duo serratiles quorum bases triangulares proximi existant: et quorum altitudo vna: et lateri maioris equa fuerit: coniungantur: efficietur cubus.**

¶ Nam bases in ipsis equaliter scz secundum numerū lateris maioris serratilis sunt multiplicatē et basis vnus et basis alterius cōiuncte per quintā huius tetragonū efficiūt cuius latus lateri maioris est equale et secundus triangulorū vnus secundo alterius cōiunctus per eandē tetragonū consimilē. et ita cōsequenter vt tot tetragonū equales superponantur sibiq; inuicē aptētur quot in latere sunt vnitates at cum ex illis figura sit constituta basim quadrangulā habens in longum latum et altum equaliter distensa per diffinitionem concluditur esse cubus.

36 **Si cuilibet cubo adiungatur basis sua et triangularis basi sue equilaterus: efficietur triplus sue pyramidi.**

¶ Sumo duos triangulares proximos quorū maior sit equilaterus tetragono cubi assignati et constituo per tricesimā huius super eos serratiles quorū altitudo sit equalis lateri basis maioris qui duo serratiles cōiuncti per precedentē equabūtur cubo assignato. qz maior illoz serratiliū est eā altus sue pyramidi: duplo ergo sue basis sibi addito per tricesimā secundā huius fiet pyramidi sue basis triplus. at qz alter serratilis est alteri eque altus: erit vno altior sua pyramide. basi igitur ipsi semel addita fiet eidē sue pyramidi triplus. at basis sua cum basi alterius per quintā huius faciūt tetragonū cubi: quare si predicto cubo addatur basis sua cū basi maioris serratilis que est triangularis basi sue equilaterus: efficietur numerus pyramidi sue triplus: qd erat demonstrandū. **¶** Sunt preterea colline que vt serratiles per tricesimā huius facile formabūtur et quarū summa ducendo basim in costā cognoscitur que qz facilia sūt autor omisit. sunt etiā numeri circulares qui propriā semp principij reuerfione formantur. et eadē ratione sphere sphericq; cubi vt viginti quinque et triginta sex qui a radicibus



quinaria scz senaria nascuntur numeri circulares dicuntur et centum viginti quinque: sicut duceta decem et sex sphaere sphericis cubi noiant qui a radicibus quinary et senaria in suos circulares quadratos ductis pcreantur. Sed quia hi numeri a paucis et pstitutis numeris nascuntur quinary scz et senario et demonstrationis difficultatem non requirant: aut silem cu ceteris quadratis et cubis normam obseruent: horum ampliozem determinatiorem auctor non ab re omisisse videtur.

De octauo elementorum Arithmetices Jordani finis.

Qualitas est inequalitatis pncipium. Inequalitatis quinque sunt species: aut eni maior terminorum pntinet minorem aliquoties vt nichil supfluat: et dicitur multiplex pportio. aut semel tm et eius aliqua partem: et supparticularis appellatur. aut semel et eius aliquot partes: et dicitur suppartiens. aut pluries et eius aliqua partem: et multiplex supparticularis vocatur. aut pluries et eius aliquot partes: et multiplex supparties noiat. **Ab inois quoque ad maiore habitudo totidem species cotinet: que inter se sicut priores fm denoiantium diuersitatem variatur.** **Secdm partem aliqd multiplicare: est totam illius sumere parte m: quota fuerit que multiplicat.** **Quodcunq; aliud multiplicet: illud pduci dicimus qd ita se habet ad multiplicatum: sicut multiplicans ad vnu. diuidi dicitur aliqd per aliud: cum illud sumitur diuidens qd per idem multiplicatum summam diuisi restituat.**

1 Inequalium numerorum maioris ad minorem ea est: que partis ab ipo minore denominata: ad partem a maiore dictam pportio.

Sint a et b numeri inequales: a maior et b minor. sintque d et e partes ab ipis denoiate d scz denoiate ab b et e denoiate ab a. dico eadem pportioem ee a ad b et d ad e. pono eni vnu inter a et b qd sit c: et vnum inter d et e qd sit f. et qa que pportio a ad vnum ea e vnus ad partem ab a denoiate: at ea est pportio f ad e. et que pportio c vnus ad b: ea est partis denoiate ab b ad vnum. at ea est d ad f. igitur per vicefimascdm secudi et equa pportioalitate indirectam que pportio a ad b ea est d ad e: ptis scz a minore denoiate ad partem a maiore denoiate. quod est propositum.

2 Partes quotlibet in partes equales redigere.

Sint partes date a/b c: et numeri eas denoiantes d/e f: et ppositu sit reducere a b c in ptes eiusde denoiationis atq; equales. sumo per vicefimam quitam tertij mimum numerum que numerant d e f: q sit g numeretq; ipm fm h/k l: et sit m pars denoiate ab g. erit eni per precedentem vt g ad d: ita a ad m. at d numerat g fm h: igitur et m numerabit a fm h. et per eandem vt g ad e: ita b ad m. e aut numerat g fm k igitur et m numerabit b fm k. itidem et m numerabit c fm l per idem. eruntq; reducte partes ille in ptes equales scz a in partes dictas ab g fm h/ et b in eadsem fm k/ et c in eadsez partes ab g dictas scdm l. at si a b c singule non sint pars: sed b sit partes et c partes idem eueniet. eruntq; partes dicte ab g fm h k l. et ducendo a in h. pueniunt partes a dicte ab g. et ducendo b in k. pueniunt partes b ab eode numero dicte et ducendo c in l. pueniunt reducte partes c dicte ab g. quas signa colligis collectum ostendit summam partium a b c ad eandem denoiationem scz g reductaz.

3 Numerum cum parte vel partibus datum: in partes similes reducere.

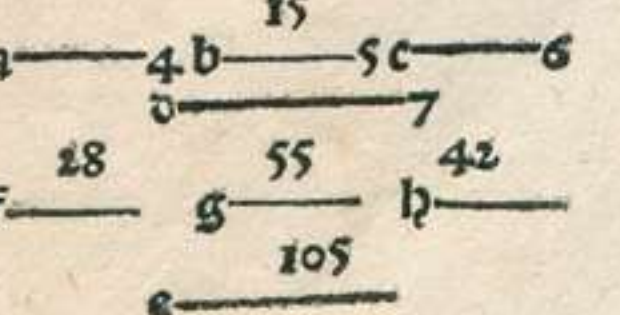
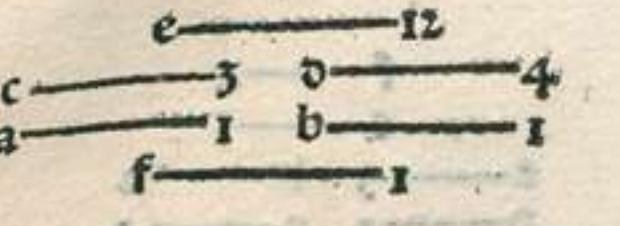
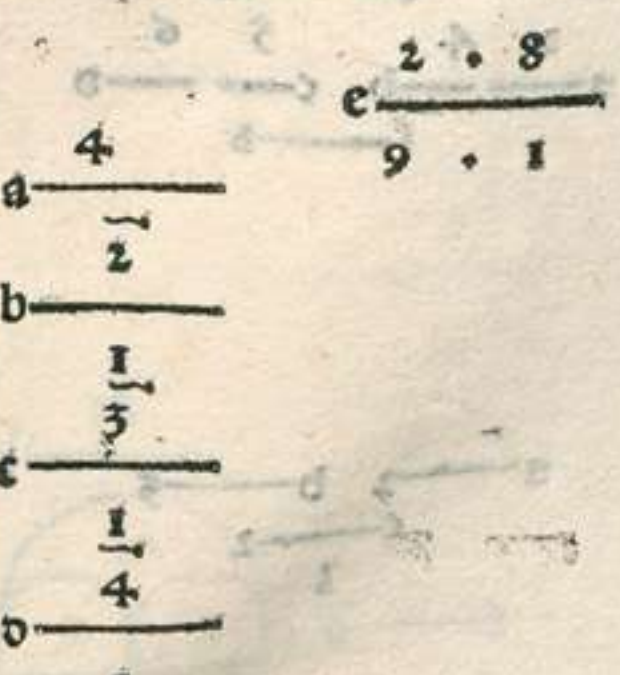
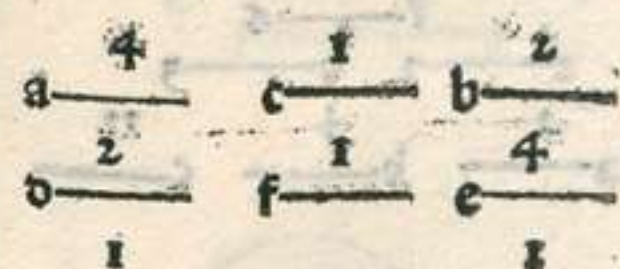
Sit a numerus: et b/c d partes date: et iubeat primo a et b in partes siles reducere. duco numerum denoiantem b in a. et qa b est pars vnus et vnum pars totius a: denoiate ab a: ergo p vicefimam tertiam pmi b est pars a denoiate a numero qui sit ex ductu denoiantiu in se scz denoiantis b: in a deno minatem vnus: partis scz a. duco ergo b in a et pducet numerus denoians illam partem: et p diffinitioem multiplicans a fm illam partem. capio ergo siles illi parti fm pductum numerum qui erit oes siles partes a cui addo partem b et sit aggregatus e factuq; apparebit propositum. **Si iubeamur a numerum et partes b c et d in p siles partes reducere: reduco pmo p precedentem b c et a in p siles ptes. deinde vt prius duco numerum denoiantem in a et pueniet numerus denoians illam partem quem vt prius compleo et cui addo numerum partium ad eandem denoiationem reductaz: et efficiet ppositum.**

4 Quod fit ex ductu duarum partium vnus in aliam: e pars denoiate ab numero qui fit ex ductu duorum numerorum vnus in alium illas partes denoiantium.

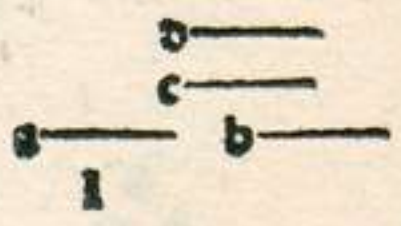
Sint a et b due partes: et numeri eas denoiantes sint c et d: et ex c in d fiat e: et pars denoiate ab e sit f. dico f esse partem pductam ex a in b. erit eni ex diffinitioem vt vnum ad c: ita d ad e. sed et vt vnum ad c: ita a ad vnum. ergo vt a ad vnum: ita d ad e. sed p primam huius vt d ad e: ita f ad b. at p diffinitioem vt a ad vnum: ita pductum ex a in b ad b. at f ita se habet ad b. est igitur f p diffinitioem qd fit ex a in b. quod est propositum.

5 Si plura quotlibet in aliqd ducant: tm pduci qstum si qdlibet eorum ducant in illd.

Hec decime primi silis est sed coioz. sit numerus a c collectus ex a b c q multiplicet d siue d sit numerus siue pvel ptes et pueniat e. et ex ductu a in d fiat f/ et b in d fiat g/ et c in d fiat h. dico f g h simul tm ee qstum e. nam ex diffinitioem erit vnum ad a/ et ad b et ad c: tanq; d ad f/ et ad g et ad h. ergo p vicefimam tertiam secudi vnum ad a b c: sicut d ad f g h. at p diffinitioem sicut vnum ad a b c: ita d ad e. sunt igitur f g h simul qstum e. quod est propositum

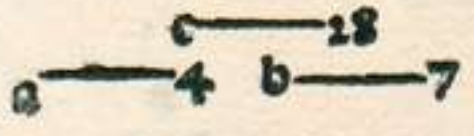


¶ Si duorum quodlibet in reliquum ducatur: que pducetur equa esse necesse est. 6



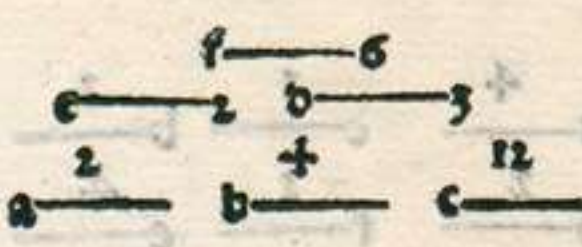
¶ Hec fere est octava pmi sed paulo cōior q̄ etiā ad minutias / fractionesq̄ se extendat. vt si a nūerus pars vel partes multiplicet b numerum ptem vel ptes et pueniat c: et b multiplicet a et pueniat d. dico c et d eē equalia. nā ex diffinitōe erit c ad b sicut a ad vñū: ergo pmutatim c ad a sicut b ad vñū. ergo ex puerisōe diffinitōis b in a pducit c. est igit̄ d q̄d fit ex b in a equū c. quod erat demōstrandū.

¶ Producti ex duobus erit ad vtrūq̄ pportio a reliquo denoiata. q̄ si eius ad alterū fuerit pportio a reliquo dicta: idem ex ductu alterius in alterum pducetur. 7



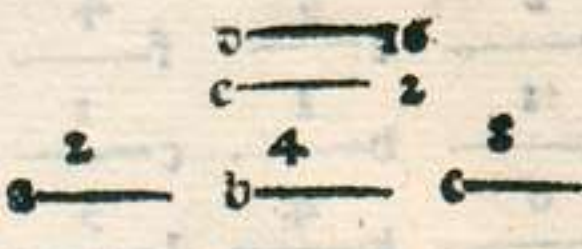
¶ Ex duobus nūeris a in b pducatur c: dico pportioem c ad a eē denoiatam ab b: et pportioem c ad b esse denoiatam ab a. nam p pcedentē ex a in b fit c: et ex b in a fit etiā c. et p diffinitōem ea ē pportio b ad vñū: que c ad a. at pportio b ad vñū denoiatur ab b: igitur c ad a denoiabitur ab b. et p̄stis q̄ ex a in b fit c: p diffinitōem que pportio a ad vñū: ea est c ad b. at pportio a ad vñū denoiatur ab a: igitur pportio c ad b denoiabitur ab a. quod est ppositum. Cōuersum p̄simili puerisō modo pbabit. Et ex hac ad quēlibet numerum q̄tūlibet multiplicem demōstrare possumus. capiēdo totum numerum ab vnitare quotus numerus multiplex ad nūerū sit petitus et ducēdo numerum ab vnitare totum acceptū in nūerum assignatū. et per presentem totus pueniet ad numerū assignatū multiplex.

¶ Quis pportio ex duabus cōposita: ex ductu vnus eaz in reliquam pducitur. 8



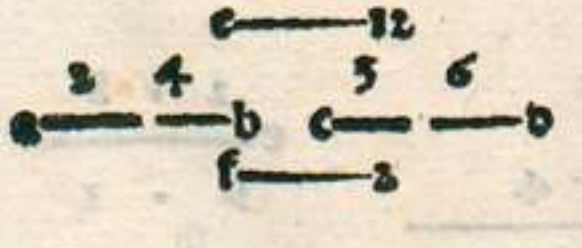
¶ Ducere pportioem aliquā in aliam: est ducere denoiationē vnus in denoiatiōem alius. hic duas pportioes aliquā ppositā pducē: est denoiatiōes illaz duaz pportionū denoiatiōem ppositē pducē. Esto ḡ pportio c ad a pposita ex pportioib⁹ c ad b et b ad a. dico pportioez c ad a pducit ex ductu pportiois c ad b: in pportioez b ad a. capio enī d denoiantē pportiois c ad b et denoiantē pportiois b ad a et f denoiantē totū c ad a. qz enī pportio c ad a denoiat ab f: ergo p scām ptem pcedētis f in a facit c et p eādē e in a facit b. ergo p septimam scōi sicut c ad b ita f ad e: sed d est denoians pportioem c ad b per hypothesim. ergo p scām partem pcedētis d in e pducit f denoians scz vnus illaz pportionū in denoiatiōez alterius pducit totius denoiatiōem. quod est ppositum.

¶ Trium p̄tinue pportioalium q̄d fit ex primo in vltim equū est ei: quod ex medio in se ducto pducitur. 9



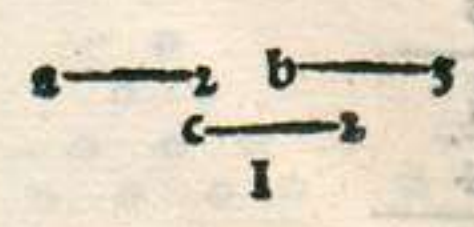
¶ Hec fere in vicesima sexta scōdi mōstrata est: nisi q̄ hec paulo latior est / atq̄ hic alio demōstrandū modo innititur. Sint ergo a b c tria p̄tinue pportioalia / atq̄ ex b in se fiat d: et sit e denoians pportionis b ad a. dico equū esse q̄d fit ex a in c: et b in se. nā qz e denoiat pportioem b ad a: etiā denoiabit pportionem c ad b. ergo p scām ptem penultime e in b pducit c. ergo p octauam scōdi q̄ pportio d ad c ea est b ad e: sed et p eādē scām pte penultime a in e facit b. ergo per primam partem e: vsq̄: a denoiat pportioem b ad e: quare et pportionem d ad c. ergo a in c per eiusdē scām ptem pducit d. constat igitur quod fit ex b in se: equū esse ei q̄d fit ex a in c. et ppositum.

¶ Si primum ad scōm sicut tertiu ad quartū: quod fit ex primo in quartum: equale est ei q̄d ex secundo in tertium pducitur. 10



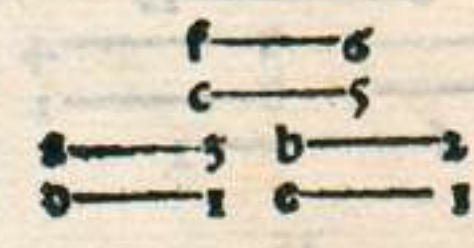
¶ Hec s̄te q̄d vicesima quita scōdi pponit. Sit ergo pportio a ad b vt c ad d: et ex b in c fiat e. dico e tm esse q̄tum q̄d fit ex a in d. sit enī f denoians pportioem b ad a: denoiabit etiā pportioem d ad c. ergo p scāz partem septime huius f in c p̄stituit d. ergo p octauam scōdi e ad b sicut d ad f. sed et f in a per eādē scām partem septime huius facit b: ergo p primā pte eiusdē a denoiat pportioem b ad f. quare et pportioem e ad d. per scām ergo partem eiusdem a in d facit e. q̄d est ppositum.

¶ Si scōm altez duozū nūerorum sumātur partes a reliquo dicte: erit ab eo quod ex eis pponit pportio eiusdem ad reliquum denoiata. vnde manifestum est q̄ oēs ille se habent ad vñū sicut reliquus ad denoiantem. 11



¶ Sint a et b duo nūeri: sumāturq̄ fm a ptes denoiate ab b: sitq̄ c cōpositum ex ipis. dico pportioem a ad b denoiari ab c. nam qz tot sunt in vno partes s̄les: quot sunt vnitates in b. erit vt sicut a ad b: ita partes ille ad vñū. sed vñū in illis pducit ipm c: ergo p septimā huius pportio c ad vñū denoiat ab c cōposito ex ipis partibus. ergo et pportio a ad b ab eodem denoiatur. Correlarium ex modo demōstrandū notum est. pponebat enī hinc esse notū sicut c ad vñū: ita a ad denoiantem b qui postus erat denoiare c. et hoc fuit ostensum.

¶ Que a ptra se primis partes denoiantur: vnā non cōstituūt. 12



¶ Sint a et b numeri ptra se pmi: et aggregatus ex ipis sit c qui p nonam tertis est primus ad vtrūq̄ a et b: et sit d pars denoiata ab a / et e pars denoiata ab b. dico d et e nō p̄stituere partem vnā. duco enī a in b: et pueniat f qui p vicesimāquitam tertis est minimus quē nūerant a b: qui et idem f per decimam eiusdem tertis est primus ad c. et p scām huius: d est reducte ptes denomiare ab f et sumpte fm b. et e reducte partes denoiare ab f et sumpte fm a. quare d et e simul sunt ptes denoiare ab f: et sumpte fm c. quare per correlarium pcedentis d et e simul ad vñū: sicut c ad f. at c nō est ps f: cū ipsi mōstratus sit esse primus: igitur neq̄ d et e pars vnus. non p̄stituūt igitur d e partem vnā. q̄d est ppositum.

¶ Si a quotlibet nūeris numeroz ab vnitare pportionalium partes denominent: vnā ex eis componi est impossibile. 13

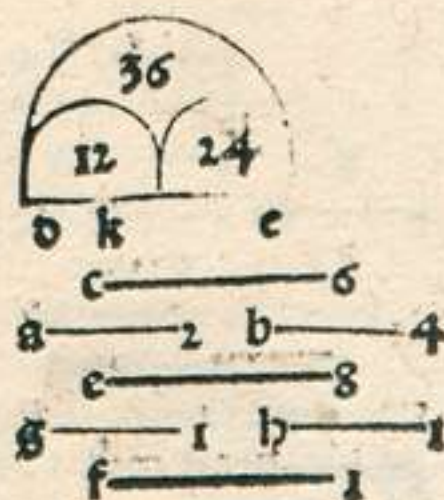
14
15
16
17
18
19

Sint a b c d numeri ab unitate continue proportionales: et a quotlibet eorum ut c d denominetur e et f scz e ab c / et f ab d. dico e r f non possit uere ptem vnā. et sit g aggregatū ex a r unitate. qz enī c numerat d manifestum est p vicesimā quintam tertij d eē mimum numerū quē nūerant c d. at p vicesimā quintam secūdi c numerat d scdm a: et d seipm fm unitatem. et per scdm huius e est reducte ptes denoiate ab d et sumpte fm a. et f est pars denoiate ab d sumpta scdm unitatem. igitur e f simul est ptes denoiate ab d sumpte scdm g. quare p correlariū penultime huius e f simul ad vnū vt g ad d. sed g non est pars d. nam si g sit numerus primus r numeraret d: p vicesimā septimam quarti etiā numerabit a totū scz suam partem. qd est impossibile. et si g sit compositus: ergo p scdm tertij ab aliquo pmo nūerabitur qui p vicesimā tertiam primi nūerabit d. quare p vicesimā septimam quarti numerabit a: r etiā nūerat totum g. ergo p duodecimam pmi numerabit residuū: numerus scz unitatē. qd est impossibile. non est igitur g pars d: quare neq; e f pars vnus. non igit e f possit uere partem vnā. quod est propositum.



Partes a duob; nūeris dicte sic se hnt ad partem a nūero ex eis pposito denoiate: sicut quadratum ppositi ad numerum qui ex ductu vnus in alterum pducitur.

Sint a r b duo numeri: et c ex ipis ppositus: sitq; d quadratus c. et ducatur a in b r fiat e. et sit f ps denomiata ab c. et sit rursus g ps denoiate ab a: et h pars denoiate ab b. dico vt d ad e: ita g r h ad f. duco enī c in a et fiat k / r c in b r fiat l. erūtq; p nonam primi k r l sit tanq; d. intelligo ergo sex nūeros e / k / f / h / l / g quoz dico e ad k primū ad scdm: sicut f ad h tertiu ad quartū. Itē e ad l pmi ad quintum sicut f ad g tertiu ad sextum. nam p septimā secūdi e ad k tanq; b ad c. sed p primam hui; b ad c tanq; f ad h. est igitur e ad k tanq; f ad h. Item per eādem septimam secūdi e ad l tanq; a ad c. sed p primam huius a ad c tanq; f ad g. est igitur e ad l tanq; f ad g. ergo p vicesimā tertiam secūdi e primus ad k et l simul scdm scz r quintum tanq; f tertius ad g r h simul quartum r sextum. at k r l simul sunt d: igitur d ad e tanq; g r h simul ad f. quod est propositum.



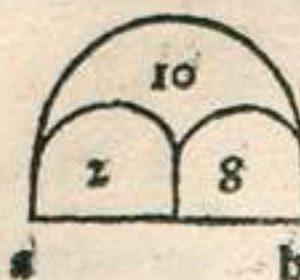
Si duo numeri componatur fueritq; compositi ad alterum multiplex proportio: erit reliquus alteri equalis aut multiplex.

Sit numerus a b cōpositus ex duobus a r b: sitq; compositus a b multiplex ad a. dico b eē equalē a vel eidem multiplicem. nam cū a b sit multiplex ad a: ipse a numerat totū a b r seipm etiā detractum numerat. ergo p duodecimam primi numerat b residuum. q si semel a numeret b: ipse a erit equalis b. at si a multoties numeret b: erit per diffinitionē b multiplex ad a. quod est propositum.



Si totius ad alterum fuerit pportio supparticularis: erit illius ad reliquum similis denominationis proportio multiplex.

Proportio tota supparticularis aut tota multiplex dicif quotus fuerit supparticularis aut multiplex: vt pmi supparticularis est sesquialter r sequitur p ordinem sesquialterius / sesquiquartus. r ita deinceps fm numeroz seriem. et primus multiplex est duplus: r sequitur p ordinem triplus / quadruplus / quicuplus: sicq; deinceps fm seriem numeroz. sit a b totus numerus pstitutus ex a r b: sitq; a b supparticularis ad b. dico b totū esse multiplicem similisq; denoiationis ad a. nam qa compositus a b supparticularis ad b addit sup b numerum a: ergo p diffinitionē a est ps aliqua b. at quota fuerit a pars b totus est a b supparticularis ad b. et quota pars a fuerit b totus erit b multiplex ad a. per diffinitiones igitur quota fuerit pportio supparticularis a b ad b: tota erit b ad a pportio multiplex. quod est propositum.

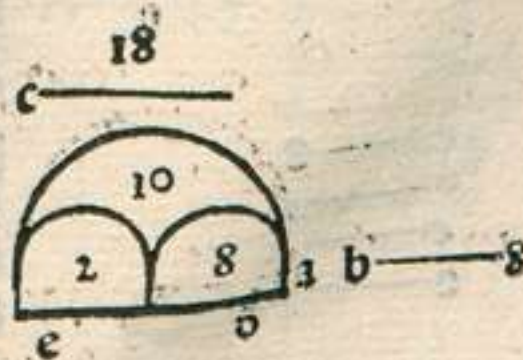


Si alterius ad alterum fuerit pportio multiplex: erit totius ad ipsum pportio superparticularis.

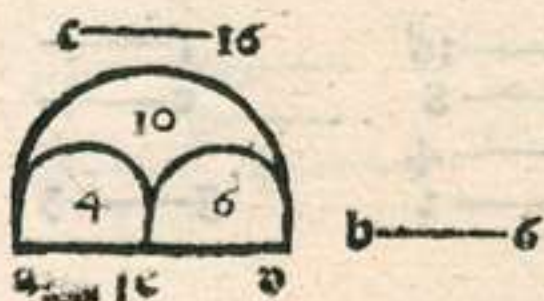
Hec est pversa pcedētis. vt sit b ad a pportio multiplex: dico cōpositi a b ad b totam eē pportioem supparticularem. nam qz b est multiplex ad a: erit a p diffinitionē aliqua ps b. at totā ptem b addit a b sup b. nam addit a. igitur quota fuerit b ad a pportio multiplex: tota erit a b ad b pportio supparticularis. quod intenditur.

Si maioris ad min; fuerit supparticularis vel multiplex supparticularis pportio: ppositi ex eis ad minozē multiplex supparticularis: ad maiorē xō supparties erit pportio.

Sit a maior numerus / r b minor: r sit a ad b pportio supparticularis: et sit c cōpositus ex a et b. dico c ad b pportioem esse multiplicem supparticularem: et c ad a pportioem eē suppartientem. capto enī ab a maiore numero ptem equalē b que sit d: r residuū sit e. quia enī a est supparticularis ad b: manifestum est a addere sup b q̄tum est e: et e esse ptem b. et qz c est q̄tum e d et b: et d b duplum est ad b cui sup addit c q̄tum ē e. igitur c addit sup b duplū ad b et q̄tum est e pars eius aliqua. p̄tinet igit e bis b r totam eius partem quota est e. est igit p diffinitionē c ad b multiplex supparticularis. qd est primum. Sed r c ad a eē suppartientem ostēditur. nā cum b sit minor a r nō sit pars a: alioquin a ad b eēt pportio multiplex. qd est p̄trā hypothesim. ergo p primam pmi b est partes a. sed c addit sup a q̄tum est b. erit igitur e p̄tines a r partes eius: ad a pportio suppartiens. quod est propositum. Et si maioris ad minozem fuerit pportio multiplex supparticularis: ppositi ad minozem eē multiplicē supparticularem r ad maiorē esse suppartientem eadem demonstratio est accepto maiore numero multiplice supparticulari ad minozem.



Si maioris ad minozem fuerit pportio supparties vel multiplex suppartiens: erit cōpositi ad maiorē suppartiens: ad minozem xō multiplex suppartiens pportio.



Sit a ad b suppartiens: et ppositus ex a et b sit c. dico cad a esse suppartientem: et c ad b esse multiplicem suppartientem. Sumo eni ex maiore a: numerum d equalem b: sitq; e residuus qui qz a est supparties ad b: p diffinitionem erit partes b. et qa c est tanq; e d et b: et d b duplum est ad b: addet c q; tum est e sup duplum b. at e monstratus est esse partes b: ergo c p; tinet b aliquoties et ptes eius. est igitur p diffinitionem c ad b multiplex suppartiens. qd est p; sentis theorematu scdm. Primum aut q; c sit supparties ad a patet. nam qa e est partes b erit vt b sit partes a: alioquin a cet multiplex ad b. qd est p; tra hypothesim. ar c addit sup a q; tum est b. est igitur c ad a suppartiens. quod est propositum.

Quis ppositi ad maiorem pponentiu supparticulari vel supparties: ad maiorem vo multiplex/multiplex supparticularis vel multiplex supparties pportio reperitur. 20

Primum q; ppositus ad maiorem pponentiu sit supparticulari aut supparties patet. na ppositus addit super maiorem pponentium q; tum est minor qui per primam primi erit pars vel partes maioris si pars maioris per diffinitionem ppositus ad maiorem pponentium est supparticularis. si partes erit suppartiens. multiplex aut ad maiorem nunq; ee potest. Scdm q; ppositus ad maiorem sit multiplex/multiplex supparticularis aut multiplex suppartiens ostenditur. na maioris pponentiu ad maiorem pportio: a diuisione aut est multiplex aut supparticularis aut suppartiens aut multiplex supparticularis aut multiplex suppartiens. Si aut maioris pponentium ad maiorem pportio sit multiplex: cu minor maiorem numeret et etiam scipm ipse aliqties sumptus nserabit totu. quare sic ppositus erit multiplex ad ipm. et si maior ad maiorem sit supparticularis aut multiplex supparticularis p decima octauam huius compositus ad maiorem est multiplex supparticularis. et si maior ad maiorem sit superparties aut multiplex supparties: per decimanonam huius erit copositus ad maiorem multiplex superparties. est igitur totum propositum notum.

Quocunq; maioris ad maiorem pportio multiplici addatur: tota erit aut multiplex/ aut multiplex supparticularis/ aut multiplex suppartiens. 21

Sit quecuq; pportio multiplex data: et alia quecuq; maioris ad minus: que p septam quinti p; tinentur in minimis terminis a/b/c. ita vt a ad b sit data pportio multiplex: et b ad c sit altera maioris hitu dinis. dico tota pportioem a ad c esse multiplicem aut multiplicem supparticularem aut multiplicem suppartientem. nam qz a est maior b/ et b maior c/ et a ad b pportio est multiplex: per nonam scdi. pportio a ad c maior est pportioe a ad b. addit igit pportio a ad c sup pportioem a ad b vel nserum. sicq; tota erit multiplex vel partem aut numerum cu parte: et sic erit multiplex supparticularis: vel partes aut numerum cu partibus et sic erit multiplex suppartiens. est itaq; notum quod dicitur.

Si due multiplices coniungantur: composita erit multiplex. 22

Ram vtraq; a numero denotat: quoz si alter in alterum ducatur pueniet numerus a quo p octauam huius denotatur composita: quare erit multiplex. quod est propositum.

Data multiplice supparticularem inuenire: que cu illa multiplicem constituat. unde perspicuum est ex qualibet multiplice cu tota supparticulari: multiplicem vno maioris denotationis puenire. 23

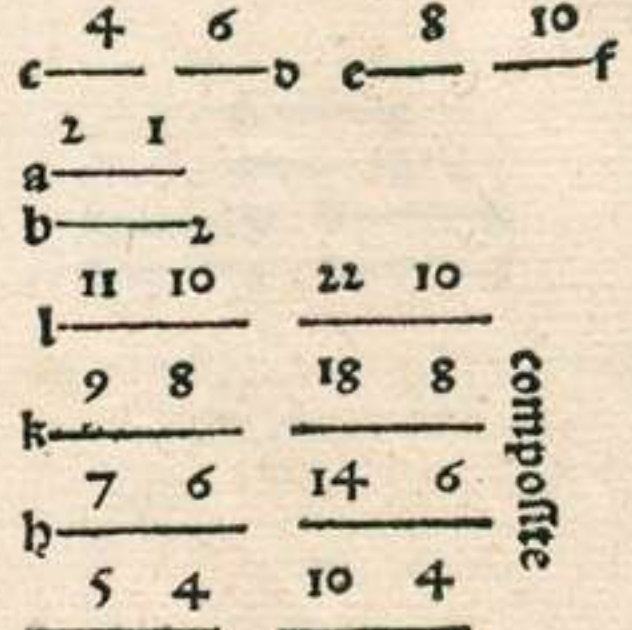
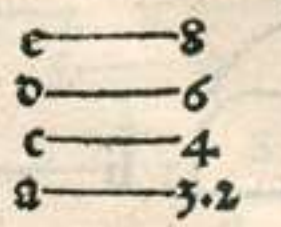
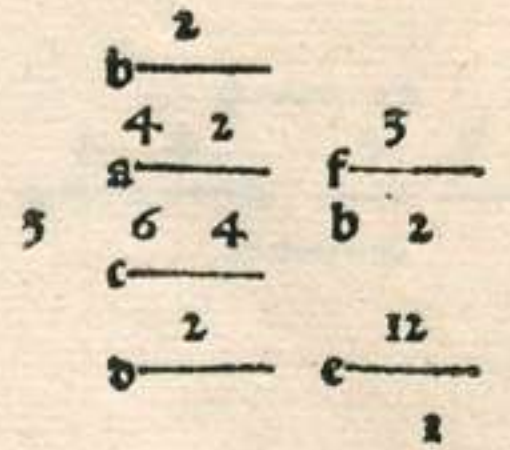
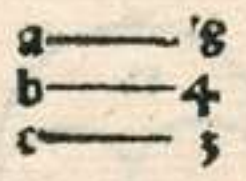
Multiplices et supparticulares tote dicuntur: quaz denotatio multiplicis et denotatio partis super particularis ab eodem numero sumitur. vt dupla et sesquialfa. dupla eni a duobus et sesquialfa similiter sumitur. nam sesquialfa p; tinet totum et vnam scdaz. tripla et sesquialfa/ quadrupla/ et sesquiquarta: sicq; deinceps. Sit a quecuq; multiplex pportio data et b numerus eam denotans: et sit c pportio supparticularis cuius numerus d denotet partem. sitq; e equalis b. et sit e totalis denotatio pportiois supparticularis c: quequidē denotatur ab vno et numero partis. et qz vnu in b facit b et pars denotata ab b in b facit vnum: q; tota denotatio e ducta in b facit numerum vno maiorem b qui sit f: et qui p octauam huius est denominans pportiois compositae ex a et c. est igitur pportio pposita ex a et c: a numero scz denotata: multiplex. et quia numerus denominans compositam est vno maior numero denotante pportioem a: ex hoc correlarium et totum propositum notum est.

Data supparticulari quotlibet multiplices reperire: quaz quelibet cum illa multiplicem componat. 24

Sit eni a data pportio supparticularis et pars que cum vno eam denominat sit b. capio quotquot multiplices voluero: quaz cuiuslibet numerus denotans: sit totu ad b/ et b pars. et ex mo demostandi precedentis a: cu qualibet illaz multiplicium pstituet multiplicem/ efficieturq; propositum.

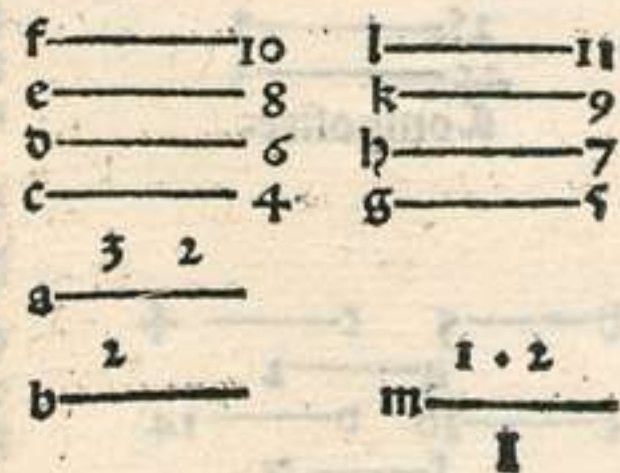
Data multiplice quotlibet sumere supparticulares: quaz quelibet cum ea efficiat multiplicem supparticularem. 25

Sit a data pportio multiplex ad qua iubemur quotlibet supparticulares inuenire: quaz quelibet cu ea pstituat multiplicem supparticularem. capio b numerum denotantem pportioem multiplicem a: et sumo c/d/e/f et quotquot voluero multiplices ad b: et ptes ab ipis denotatas p ordinem. et capio supparticulares denotatas a ptibus c/d/e/f: que sint g/h/k/l quaz qualibet cu data multiplice dico constitutere multiplicem supparticularem. nam qa g supparticularis sumpta ab c et sua parte: denotat a toto c et parte denotata ab c. et b in toto c semel pstituit multiplicem: et in parte c pstituit totam ptem quota ps ipse ppositus sit ad c. pposita q; ex a data multiplice et g supparticulari sumpta a pte c pstituit multiplicem supparticularem. et eadem rone pposita ex a et h/ et ex a et k/ et ex a et l. qd est propositum.



26 Quotlibet multiplices inuenire: que cū data supparticulari multiplicem supparticularem constituent.

Sit a data supparticularis / r b numerus denoiāns eius ptem / r m tota eius denoiatio cui quilibet multiplices supassumatur: vt quoz nūeri denoiāntes sint c / d / e / f: manifestū est per vicesimātertiam huius b in c / r in d / r in e / r in f pstitucere nūerū multiplicisq; denoiatiōez. capio ergo g / h / k / l totidem multiplices vno maioris denoiationis. et qz g addit vnū sup multiplicē c: si ergo m totalis denoiatio pportionis supparticularis ducatur in g. pueniet numerus cū parte denoiata ab b: quare proportio multiplex supparticularis. vt in presenti figuratiōe pueniret pportio septupla / sesquialfa. et ita de h / et k / r l demonstrabis.



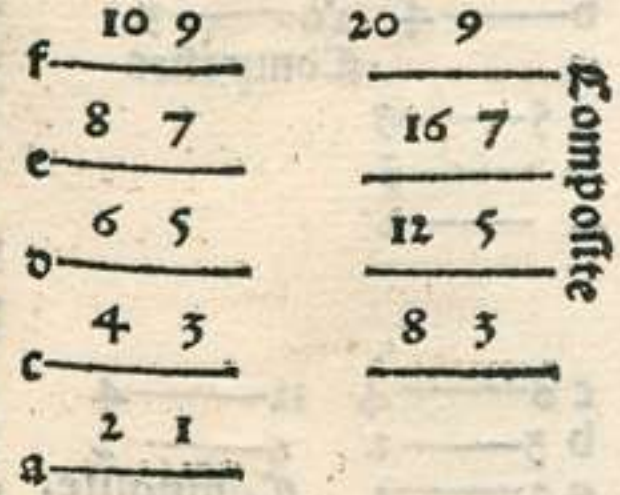
27 Data multiplice quotlibet supparticulares inuenire quaz quelibet cū eadem multiplicem suppartientem componat.

Sit a data multiplex / r b numerus ipam denominās: sumo quotlibet numeros eo maiores sed nō multiplices qui sint g h k l et partes ab ipsiis denomināte sint c d e f. vt c sit denoiata ab g / r d ab h: sicq; psequēter. dico g q b in c / in d / in e / r in f non partem sed partes pducit. nam si ducā b in c r pueniat m ptes denoiate ab g: p correlariū vndecime huius q pportio b ad g: ea ē m ad vnū. sed p hypothesim b est ptes g: igit r m est ptes vnus. et ita si b ducā in d r e r f puenient ptes. itaq; supparticulares ab illis partibus dicte cum data multiplice quelibet pstituet multiplicem superpartientem.



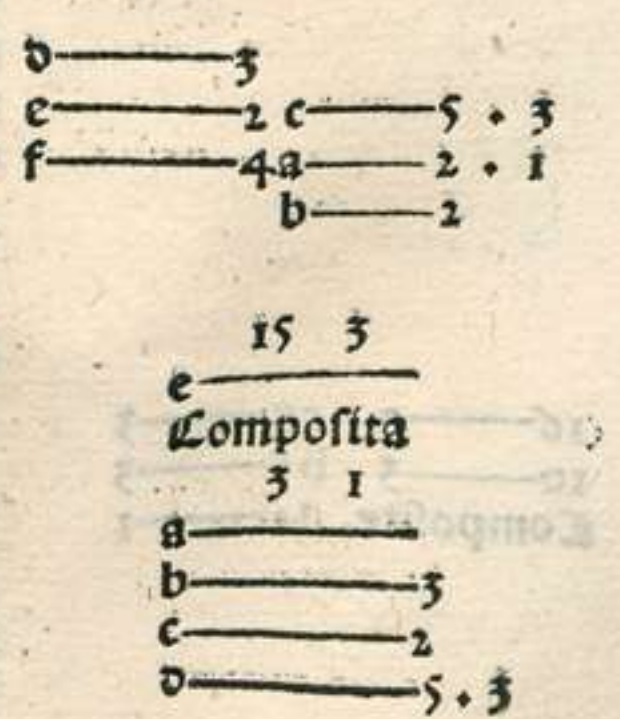
28 Sola supparticularium sesquialtera: est q cū nulla multiplice / multiplicem suppartientem producit.

Itam qz sesquialfa denoiatur a scōa que est vnus dimidiū et dimidiū in oēm numerum ductum aut vnū pducit aut numerum aut dimidiū addit. nam binarius oēm nūerū numerat aut supfluit vnitas ergo denoiāns partis sesquialfe in denoiāntem multiplicis: aut multiplicem pducet / aut multiplicem supparticularem. non itaq; cū multiplice multiplicem suppartientem pducet. at q ois alia supparticularis cū aliqua multiplice multiplicem suppartientem efficere possit hinc cognoscitur. qz si sumas numerum denoiāntem / multiplicem vno minorem numero denoiāntem partem date supparticularis ex precedēte efficiēs ppositum. potes r primam partem facile ex modo demonstrādi vicesime sexte huius cognoscere: quē admodum secundam partem ex precedente cognoscis.



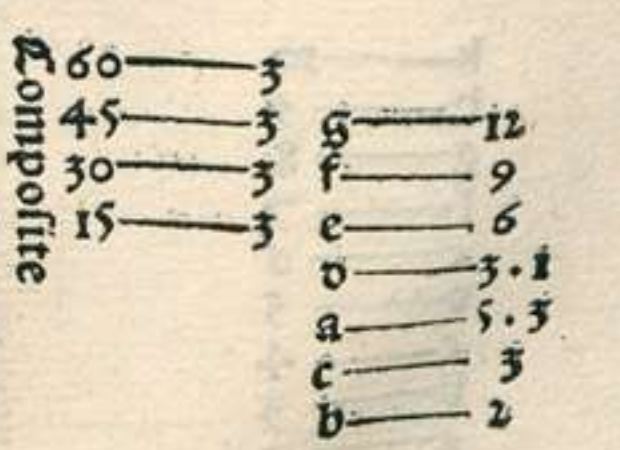
29 Sola multiplicium dupla: cū nulla suppartiente multiplicem efficit proportionem.

Hec pponit duplam cū nulla suppartiente multiplicem pstitucere r oēm aliā multiplicem cū aliqua suppartiente: posse multiplicem constituere. Primum patet et sit a pportio dupla et b numerus ipam denoiāns: sitq; c quecūq; pportio suppartiens. dico a cum c non constituere pportioem multiplicem. Sumo enī partes c q denominētur ab d et numerētur ab e: et duco b in illas partes r pueniēt partes siles r numerate a numero qui sit ex binario: id est b in e. sit ergo nūerū illaz partium f: quē dico nō esse numerum. nam nō erit equalis d: qz e numeraret d. neq; d ipm numerabit. nam fm vnitatem nō numerabit: qz eēt ei equalis. neq; fm binarium qz d et e equaretur. neq; fm maiorem binario: quia d maior est e. cū ergo b in e denoiāns in partes alius non pstituat numerum non pducet multiplicem. Scdm patet nam data quacūq; alfa multiplice vt a: capio b numerum ipam denoiāntem quem factio aliquaz partium denoiatozem: et sumo numerum partium vno minorem b qui sit c: sitq; d supparties partium c. dico a et d simul pstitucere multiplicem. nam qz b est denoiāns a et denoiāns ptiū d: ideo b in c pstituet nūerū. denoiabitur itaq; cōposita a numero: quare erit multiplex. qd est ppositum.



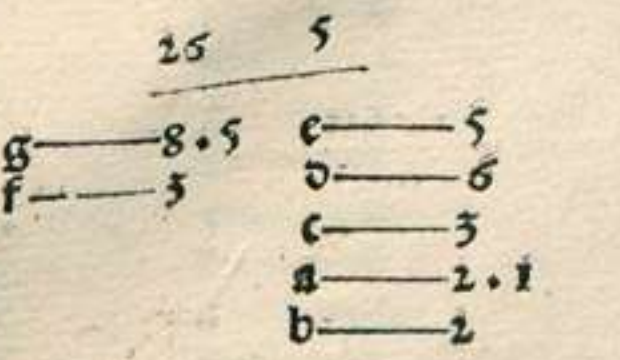
30 Data superpartiente multiplices quotlibet reperire: quaz quelibet in illam ducta producat multiplicem.

Sit a data suppartiens: et numerus partium sit b: r nūerū illas denoiāns sit c. capto pmo multiplicem que denoietur ab c que sit d: deinde que denoietur ab multiplicib; c quotquot voluerō: sintq; sui denoiāntes e f g. dico a datam suppartientez cū qualibet multipliciū d e f r g pstitucere multiplicē. nam b in c pstituet numerum r in e etiā numerum qz duplum et in f triplū r g quadruplum acceptis scz per ordinem multiplicibus denoiāntis c. ergo supparties a cū qualibet illaz multipliciū cōstituit multiplicem. quod est ppositum.



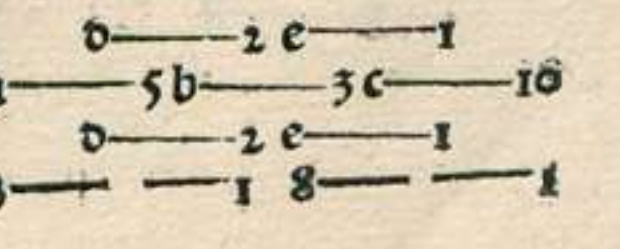
31 Quotlibet suppartientes / quaz quelibet cum pposita multiplice multiplicem supparticularem constituat / inuenire.

Sit pposita multiplex a cuius numerus denoiāns sit b: sumo quelibet nūerū maiorem b qui sit c. et duco b in c r fiat d. et capio e minorem vno d. capto item partes denoiatas ab e fm nūerū c que sint f. qm enim b in c pstituit d: ideo b in f cōstituet siles partes fm numerum d. at ipē fm numerum d sumpte faciūt vnū r vnā amplius. sit itaq; g suppartiens denoiata a ptribus dictis ab e r sumptis fm numerum c q (qz b in f pstituit numerum r partem) eadem supparties cū a pstituet supparticularem r quotqt voles eadem rōne tibi sumas suppartientes q cū a pstituent supparticularem. qd est ppositū.



32 Multiplices aliquot sumere: que in datam supparticularem ducte: pcreent multiplices superparticulares.

Sint a r b mimi fmini date pportionis suppartietis: qui qz sunt ptra se pmi quero p vltimā tertij multiplicem a q addat sup multiplicem b vnitatem que sit c: sitq; nūerū fm quē a numerat c nūerū d. sumo vnitatem que sit e. eritq; d ad e multiplex denoiata ab d. at per demonstratū in principio tertie



10 — 3
 25 — 3
 40 — 3
 Composite.

b — 5 c — 4
 a — 2
 e — 10 d — 14
 f — 7
 g 1 7 — 10
 34 — 10
 Composite.

f — 10 50 — 3
 e — 7 35 — 3
 d — 4 20 — 3
 Composite
 a 5 — 3
 b — 3
 c — 2

c 6 — 4 12 — 4
 b 3 — 2 6 — 2
 a 2 — 1 Composite.

16 — 3 c 8 — 3
 10 — 3 b 5 — 3
 Composite. a 2 — 1

k — 10
 h — 9
 g — 8
 f — 7
 e — 6
 d — 5
 c — 4
 b — 3
 a — 2
 I

quinti pportio composita ex a ad b et d ad e est que est inter productum ex d in a: ad productum ex e in b: at e in b facit b: et d in a facit c continens aliquoties b et eius una partem. nam positus est c maior unitate multiplice ad b. igitur pposita ex data suppartiente et multiplici d ad e est multiplex supparticularis: quod intenditur. et ita qualibet aliam inuenias.

Suppartientes quolibet que cum data multiplice pficiant suppartientes multiplices: 33
 inquirere.

Sit a denotans multiplicem: sumo duos numeros c et d quorum vnus non nueret alium: sitq; b maior et primus ad a per vltimam tertij quero multiplicem ad a: qui addat sup multiplicem b numerum c. sitq; huiusmodi multiplex ad a numerus d que numerat a fm fiet multiplex ad b sit e. dico suppartientem cuius denotans partium sit e multiplex b: et numerus partium sit f esse vnam suppartientem que queritur. nam a in f partes illas ductus siles partes pducit: quaz numerus est d: ideo numerum pducunt sed et supfluit partes fm numerum c que non numerant b: ergo a et suppartiens ptiu f denotataz ab e que sit g constituent pportioem multiplicem suppartientem. et hoc pacto quotquot voles quere.

Proposita suppartiente multiplices perscrutari: que cum eadem multiplices sup- 34
 partientes constituent.

Sit a suppartiens data et b denotans ptes: exo numerus partium: et sit d maior b vno/ducaturq; c in d et pueniet multiplex b et insup totidem ptes. quare multiplex denotata ab d cum suppartiente assignata a pstituet multiplicem suppartientem. et ita fiet si qlibet multiplice ad b maior vno sumat vt e et f. Neq; has ppones que inuentionem pponit accuratius exequi curant: que vbi exactior psecutio facta fuisset etiam legentibus allatura fuisset fastidium.

Supparticularis et simul multiplex supparticularis cum eadem multiplice: similes 35
 producant pportiones.

Sit a pportio multiplex/ et b pportio supparticularis/ et c pportio multiplex supparticularis sit Dico pportioes compositas ex b et a: et ex c et a esse siles. nam cu supparticularis denotetur ab vno et parte/ et multiplex supparticularis denotetur a numero et eadem parte: numerus igitur multiplicis in vnum et numerum ductus semp facit numerum. addito igitur vtrobiz qd sit ex eodē multiplicis numero in partem que superest si cum vno numero facit et cu reliquo facit eodem: et si cum vno pars vel partes supfluit: itidem et cum reliquo. quare puenient siles pportioes. Id tamen aduerte qd si qritas denominatiōis crescit in altera pductaz qd maxime in suppartientibus accidere solet: non tñ inde genus pportionis mutabitur.

Quacumq; pportioem suppartiens cum multiplice constituit: eiusmodi etia cum 36
 eadem efficit simul multiplex suppartiens.

Sit a multiplex: b suppartiens: quecuq; et c simul suppartiens multiplex. dico b et a simul/ item c et a simul similem constituere pportioem. huius vt precedentis demonstratio est.

Si ab unitate numeri continue disponatur: et singuli ad pproximos descēdendo consi- 37
 parētur: fient oēs supparticulares pportiones: tanto minores qto remotiores. ad unitatem vero omnes multiplices: tanto minores quanto ppinquiores

Sint a/b/c/d/e/f/g/h/k numeri ab unitate continue sumpti: dico pmo k ad h esse supparticularem pportionem. et h ad g. et g ad f. sicq; deinceps vsq; ad unitatem. et k ad h minorem esse pportioem qd h ad g et cetera inferiores. et h ad g minorem qd cetera inferiores. nam cu unitas sit cuiuslibet numeri pars: et quilibet superiorum addat unitatem ipsam tñ excludendo sup pproximum inferiorem: ergo per diffinitionem k ad h et h ad g atq; ita deinceps: est pportio supparticularis. et quia per conceptioem pars ea minor est que maiorem habet denotationem et unitas similiter per conceptioem sit cuiuslibet numeri pars ab ipso denotata: ergo pportiones ille ab unitate remotiores: que a minori parte denominantur sunt minores. et quanto ipsi unitati ppinquiores a maiori parte denotantur: quare tum crūt maiores. et si tota series numerorum esset ordiata: omnes supparticulares specie quidem habite essent non aut fm numerum accepte. nam ea pportio que est ternarij ad binarium: est senarij ad quaternarij et duodenarij ad octonarium: non tamen due vltie in ordine proximorum numerorum essent accepte. Secūdo dico omnes cōsimiliter pcontinue ad unitatem sumptas esse multiplices tanto minores qto ipsi unitati viciniores. nam a primus post eam numerus bis eam ptingit et b ter et c quater. et ita psequēter fm oēs species multiplicium sed et pcontinue a maiore numero denotat multiplex. et qto unitati vicinior a minore: nullus enim binario minor est. est igitur cognitum quod erat demonstrandum.

Si a cōmuni angulo naturalis series numerorum in longum et latum extendatur: 38
 et ipsis inuicem multiplicatis: et qui pueniūt in angulari cōuentu positus: si singulorum ordinum ad primum fiat collatio ordo cōtinuus multiplicium pcedet: si ad pproximos preterq; ad primum ordo supparticulariū. et qui circa diametrum collocati sunt: oēs erunt quadrati. qui vero his hinc inde pproximi: sunt altera parte longiores.

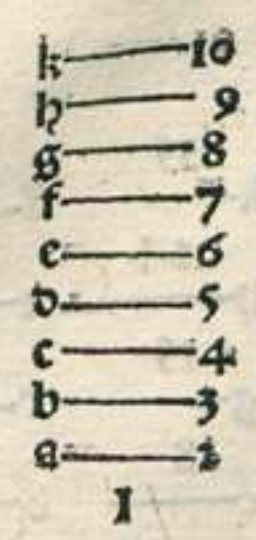
Longitudo.

| | | | | | | | | | | | |
|--|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------------------|--------------------------|
| L o n g i t u d o. | 1. | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Compartio vbiq; ad primā |
| | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | Dupla ad eandem. |
| | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | Tripla ad eandem |
| | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | Quadrupla ad eandem |
| | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | Quincupla ad eandem. |
| | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | Sescupla ad eandem. |
| | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 | Septupla ad eandem. |
| | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 | Octupla ad eandem. |
| | 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 | Noncupla ad eandem |
| | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100. | Decupla ad eandem. |
| | | | | | | | | | | Sesquimonia | |
| | | | | | | | | | | Sesquioctava | |
| | | | | | | | | | | Sesquiseptia. | |
| | | | | | | | | | | Sesquisepta | |
| | | | | | | | | | | Sesquiquinta | |
| | | | | | | | | | | Sesquiquarta | |
| | | | | | | | | | | Sesquitertia | |
| | | | | | | | | | | Sesquialtera. | |
| | | | | | | | | | | Dupla. | |
| | | | | | | | | | | trineq; primi | |
| | | | | | | | | | | Compartio ad ali | |

Formata ergo hac mensura Pythagore et dispositis ut pponit propositio numerorum ordinibus: dico primo quod si singuli ordines ad primum comparentur puenire per ordinem multiplices. nam cum vnitas sit caput prime linee: et secunde linee caput primusque numerus sit binarius. est ergo primus numerus scilicet linee primo numero duplus et primus multiplex. et quia binarius multiplicat omnes numeros prime linee: et ex multiplicatione continue scilicet linea preceat et secundus numerorum ordo. ergo per diffinitionem quoties vnitas in binario toties continue singuli primi ordinis in singulis secundi existunt. igitur singuli secundi ordinis ad singulos primi dupli sunt atque eque multiplices. et quia primus tertij ordinis est triplus primo primi qui est vnitas et ex continua multiplicatione singulorum primi ordinis per ipsum producantur singuli tertij ordinis: ergo per idem quod prius singuli tertij ordinis sunt tripli ad singulos primi ordinis. hac quoque ratione probabis singulos quarti ad singulos primi esse quadruplos: et quinti quincuplos: sicque deinceps. Secundo dico quod si fiat comparatio tertij ordinis ad secundum et quarti ad tertium et quinti ad quartum et sexti ad quintum: et ita sequenter continue supparticularium ordines surgere. nam continue videmus singulos horum et singulos illorum ex ductu duorum primorum numerorum descendendo ab vnitate sumptorum in eos enasci. at per precedentem illi numeri continue seriem supparticularium complent. igitur et singuli posterioris ordinis ad priorem ordinem sibi retinebunt proportionem. quod est secundum. Tertio dico numeros qui constant circa diametrum esse quadratos. illi enim sunt quorum caput est vnitas: et supremus est omnium maximus quasi longissima linea: et numerorum ordines quasi ex equo per medium secantes. quos dicimus esse quadratos. nam illos continue videbis ex lateribus equalibus productos vno spatio secundum numerorum seriem crescentibus. erunt igitur omnes quadrati. et si lineas ad eorum latera equidistanter protraxeris: continue quadrata concludes figuram. Quarto dico numeros hinc et inde quadratis alitersecus prime adiacentes: esse altera parte longiores. nam omnes illi secundum numerorum seriem producantur ex lateribus vno distans: quod vnus eorum latus sit quadrati latus: et alterum sit vno latere eiusdem quadrati minus. sicque tota cognoscitur proportio. Et ex hoc quoque notum esse potest quod si singuli altera parte longiores singulis quadratis quibus alitersecus circumsunt comparentur: a proportione dupla omnes supparticularium species preceantur: ut duo primus altera parte longior vnitati primo quadrato comparatus est duplus. et 6 altera parte longior ad 4 secundum quadratum relatus per secundam partem huius est sesquialter. et 12 tertius altera parte longior ad 9 tertium quadratum per idem est sesquialter: et hoc pacto sequenter. Et idem de supparticularium speciebus euenerit: si primum altera parte longiorem secundo quadrato et secundam altera parte longiorem tertio et tertium quarto. et hoc pacto deinceps comparaueris. Et rursus si primum altera parte longiorem inter primum quadratum et secundum collocaueris: similis proportionum habitudo seruatur: eritque continue proportio dupla. Et si secundum altera parte longiorem inter secundum quadratum et tertium collocaueris: continue sesquialtera habitudo seruabitur ex prima et secunda parte huius. et ita sequenter reliquas supparticularium diuersas habitudes reperias si reliquos longilateros numeros suis quadratis medios infueris: ex quibus digna illa contemplatio ad Pythagoricam et Platoniam intelligentiam momentum habens quod de quadratis et altera parte longioribus diuus Seuerinus 33 capite secundi sue Arithmetice elegantissime affert: vel perspectissima esse potest.

39 Si supparticulares ab vnitate sumantur: binis et binis distinctim diuisis prima multiplicium: ac consequenter omnium supparticularium species puenire conueniet.

Sint a/b/c/d/e/f/g/h/k continue ab vnitate sumpti supparticulares numeri: et coniungantur distinctim bini et bini scilicet c a. e c. g e. et k g. dico c ad a esse primam multiplicium et e ad c et g ad e et k ad g continue constitutere species supparticularium. nam per penultimam erunt a/b/c/d/e/f/g/h/k numeri continue ab vnitate sumpti: sed et vno spatio intermisso hoc pacto binis et binis distinctim sumptis: sumuntur omnes ab vnitate pares. quare per decimaoctauam septimi ipsorum continue sunt eadem proportionem que numerorum ab vnitate continue dispositorum. at binarij ad vnitatem est prima multiplicium et sequentium ad suum precedentem est series supparticularium. constat igitur quod erat demonstrandum.



¶ Si ppositis ab unitate quadratis: nūeri eis vno minores sumātur: supparticlares ab illis dicte: proportionum ab unitate crunt differentie. 40

| | | | | | |
|---|---|---|----|---|----|
| c | 4 | f | 16 | k | 25 |
| b | 3 | e | 9 | h | 8 |
| a | 2 | d | 4 | g | 3 |
| | 1 | | | | |

¶ Sit unitas: et numeri post ipsam a b c: et quadrati eorū d e f: et minores eis vno g h k. dico supparticulares denotatas ab g/h/k que sint d ad g. e ad h. et f ad k: esse differentias proportionum ab unitate sumptarū d ad g esse proportionem qua abundat dupla sup sesquialteram et e ad h esse qua abundat sesquialtera sup sesquialteram: hūcq; in in modum psequēter. Nam p primam quiti differentia qua abundat a ad unitatē. et b ad a est pportio q̄ sit ex pductis a in se et unitatis in b: sed a in se facit d q̄nquidē d est eius quadratus et unitas in b per scdam et decimānonam primi q̄tum g. igitur pportio d ad g est differentia pportionis a ad unitatem et b ad a. et hac rōne ostēdetur pportioem e ad h esse differentiam pportiois b ad a et c ad b. et ita de quibuslibet consequēter. quod est propositum.

| | | | | | | |
|---|----|----|---|---|---|---|
| b | 16 | 15 | 5 | 4 | 4 | 1 |
| a | 9 | 8 | 4 | 3 | 3 | 1 |
| | | | 3 | 2 | 2 | 1 |
| | | | | | | |

¶ Si ordinētur p̄tinue multiplices et supparticulares: erit vt extremarū multiplicium quelibet due coniūcte minus sint q̄ media duplicata vel due medie coniūcte: supparticulares vero maiores. 41

¶ Sint primo p̄tinue multiplices a b c: dico cōpositam ex a et c minorem esse pportioem q̄ pportio b duplicata. nam quia denotantes p̄tinue equaliter se excedūt: ergo per scdam primi denotans b est medietas denotantū a et c simul sumptorū. et p decimānonam eiusdē denotans b in se maiorem pducit numerum q̄ a in c. at p octauam huius b in se pducit equalē compositē ex pportione b duplicata que per vicefimāscdam huius erit multiplex. et denotans a in denotantem c: pducit denotantem per idem multiplicis ex a et c. igitur multiplex ex b duplicata: a maiore nūero denotata q̄ multiplex pposita ex a et c maior est multiplice cōposita ex a et c. q̄ est primū. Sint secūdo d e f p̄tinue sumpte supparticulares quaz d sit maxima: et differentie eaz g et h. dico pportioes d et f simul maiorem p̄tinuere proportionem q̄ sit pportio e duplicata. nam q; per precedētē partes g denotant a minori numero et partes h ab maiori: nam a numeris cōtinuorū quadratorū vno minoribus. ergo per primam huius pportio g maior est pportioe h. at d et f sunt tanq̄ e g et f. nam d per se tm̄ est q̄tum e g. et e bis tanq̄ e f et h. et monstrata est e maior h. igit per quintam quinti erūt d et f maius q̄ e duplicata. et hoc modo facile idem p vtraq; parte ostendas si due ponātur medie pportioes. sicq; cōcluditur propositum.

| | | | | |
|------------------------------|----|----|----|---|
| | 20 | 12 | 12 | 1 |
| Compositae mediarum. | | | | |
| | 18 | 10 | 10 | 1 |
| Compositae extremarū. | | | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 5 | d | 5 | 1 |
| 5 | 4 | c | 4 | 1 |
| 4 | 3 | b | 3 | 1 |
| 3 | 2 | a | 2 | 1 |

¶ Si impares post ternarium p̄tinue sumpti: ad nūeros post binarium naturali serie ordinatos comparētur: exhibunt suppartientes p̄tinua denotatione crescentes. 42

¶ Sint a b c numeri post binarium cōtinue sumpti: et d e f sumpti cōtinue impares post ternarium. dico d ad a/ et e ad b/ et f ad c suppartientes p̄tinua denotatiōe crescentes. nam cū differentia imparium sit binarius d addit sup a binarium qui minor est eo vno. igitur d ad a est supparties. et itē cum differentia imparium sit binarius: et nūerorū ab unitate dispositoz differentia sit unitas: addet e sup b vno plus q̄ d sup a. sed et q; c/e/f sunt continue impares: addet f sup c adhuc vno plus q̄ e sup b. crescent igitur differentie imparium sup nūeros ab unitate sumptoz sicut et ipsi nūeri: ita q; cōtinue precedēs est differentia imparis sup sequētem. sed numeri unitate distātes sunt p̄tra se primi. igitur differentia q̄ est numerus precedētis ad sequētem numerorū ab unitate dispositoz: non est pars sequētis. est igitur p primam p̄mi eius ptes. erit igit pportio e ad b suppartiens/ et f ad c supparties. et q; sue partes fm numerorū unitate dispositoz p̄tatem crescent: erūt et eaz p̄tinue crescentes denotationes: imo et quia denotant a numeris p̄tra se primis p̄tinue pcedent diuerse suppartientū species. q̄ est propositum.

| | | | |
|---|---|---|---|
| f | 9 | c | 5 |
| e | 7 | b | 4 |
| d | 5 | a | 3 |

¶ Si compositus ex primo pari et impari et qui ex reliquis imparibus eodem p̄iūctis aggregātur: ad numeros a duobus dispositos comparētur: pueniēt diuerse multiplici ces supparticulares fm nūeros multiplicium et denotationes partium siles habētes. 43

¶ Sint a b c d nūeri a binario p̄tinue succedētes: sintq; e/f/g/h nūeri a ternario p̄sequēter impares sitq; k compositus ex a et primo pari et impari. et l compositus ex f et k. et m cōpositus ex g et l. et n ex h et m: dico k/l/m/n cōp̄atos ad a/b/c/d/ facere multiplices supparticulares fm nūerum multipliciū et siles partium denotationes. nam k pponit ex a et binario et ternario. at e addit sup a partem vnam ab ipso denotatam scz vnam mediam seu scdam q̄ idem valeat: ergo k comparatus ad a bis ipm p̄tinet et eius mediam et ad ipm est primus multiplex supparticularis. sed et p decimānonam septimi f cōponitur ex a et b. et g ex b et c. et h ex c et d. et per septimā sexti quadratū cuiuslibet addit sup quadratū primi q̄ ex ipsis cōponit vt quadratum b sup quadratum a: q̄tum q̄ cōponit ex a et b. et quadratū c sup quadratum b q̄tum cōponit ex b et c. et ita deinceps. et quia k addit sup quadratū a unitatem: l similiter addet sup quadratum b: et m sup quadratum c: et n super quadratum d unitatem. quare singuli eorū singulos illoz cōtinent fm se et partem p̄ conceptiōem ab ipsis dictam. erūt igitur p̄sequēter fm ipsos: multiplices supparticulares. quod est propositum.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|
| d | 5 | h | 9 | n | 26 |
| c | 4 | g | 7 | m | 17 |
| b | 3 | f | 5 | l | 10 |
| a | 2 | e | 3 | k | 5 |

¶ Si duo p̄mi impares p̄iūgant: cōpositoq; reliqui ipares applicētur: erit vt pportiones cōpositoꝝ ad nūeros post binarium sumptos sint diuerse multiplices suppartientes et ab eodem numero et partes numeratas et multiplices denotatas habētes. 44

¶ Sint duo primi ipares a et b: et cōposit⁹ sit c: sintq; reliq; ipares d e f qui addāt p̄posito c: sintq; aggregati g/h/k/ et l/m/n/o/ numeri p̄tinue post binariū sumpti. dico c ad l/ et g ad m/ et h ad n/ et k ad o diuerfas eē multiplices suppartientes et singulas ab eodem numero multiplices denotatas et partes

| | | | | | |
|---|---|---|----|---|----|
| o | 6 | k | 35 | f | 11 |
| n | 5 | h | 24 | e | 9 |
| m | 4 | g | 15 | d | 7 |
| l | 3 | c | 8 | b | 5 |
| | | | | a | 3 |

numeratas. nã b addit super a binariũ: ergo c bis continet a illi superaddēs binariũ. sed binarius est vno minor a: ergo est eius totidē partes. est igitur c ad a prima multiplex superparties: quare z ad l. qz a et l sunt idem numerus. Item qz vtrivsum est c addit binariũ super eo qd fit ex binario in a. et binarius in m per nonã primi facit c: ergo c bis cōtinet m. sed et per decimã nonã septimi d cōstat ex l et m: z g cōstat ex c et d. ergo g cōtinet ter m. z insuper l tres scz eius partes. eritqz g ad m secūda multiplex superpartiens. et hunc in modũ probabis l in n cōstituire g. z per decimã nonã septimi m n cōstituire e. z h cōtinere n secundũ m. et insup m quattuor scz partes n. et ita cōsequenter inuenies multiplicium denoiationes et ab eodē numero superpartientũ partes numeratas: qd est propositũ.

45 ¶ Si due diuerse superparticulares conuigantur composita aut erit dupla aut super particularis aut superpartiens.

¶ Sint a b c d e f quotlibet per ordinẽ superparticulares: dico qd si due quelibet simul iungantur compositam esse aut duplã aut superparticularẽ aut superpartientem. nam si a et b sesquialtera et sesquitercia cōiungis cōposita erit dupla. nã constituta dupla: inuenis per primã quinti sesquitercia pportionem qua abundat dupla super sesquialtera. constituet igitur due prime duplã. sed si cum a aut c aut d aut e aut f cōiunxeris: qz per tricesimã septimã huius quelibet est minor b cōposita pportio erit illa dupla minor et ideo nõ multiplex. est enĩ dupla per eandẽ tricesimã septimã huius multipliciũ minima: igitẽ cōposita pportio aut erit superparticularis aut superparties: quod est propositũ.

46 ¶ Superparticularem inuenire: cum qua quotlibet superparticularium quelibet: superparticularem componant.

¶ Sint a b c quotlibet numeri ab vnitãte pportionales: et sit d primus ad a qui idẽ etiã per vicesimã septimã quartũ erit primus ad b et c z cōiungatur d cuilibet eorum et proueniãt compositi e f g. eritqz per nonã tertij quilibet eorũ ad quelibet eorũ et quotlibet alios illius ordinis pportionalĩ primus. sumo iterũ cōtinue pportionalẽ post primos qui sit h et per vicesimã quintã tertij minimũ quẽ numerant d e f g qui sit l: qui per vicesimã septimã tertij erit primus ad h. ut itẽ per vltimã tertij l multiplex h z m multiplex l. addatqz l super m q̄tum est d. deinde addo sigillatĩ ad l numeros a b c et proueniãt cōpositi n p q: manifestũ est l esse superparticularẽ ad m. nã ei superaddit suã partem scz d: sed et n ei superaddit d z a quod est e. et p ei superaddit d et b quod est f. z q ei superaddit d et c quod est g. z per vicesimã tertiam primi e f g quilibet est pars m: qz est pars l. igitur n p q pariter et l sunt superparticulares ad m. constare ergo potest propositum.

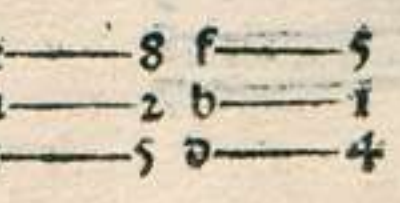
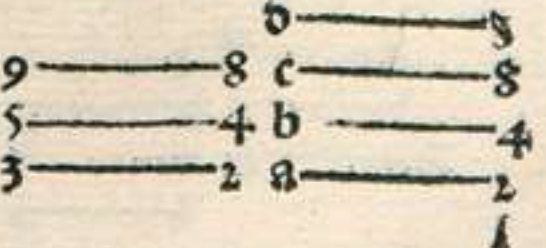
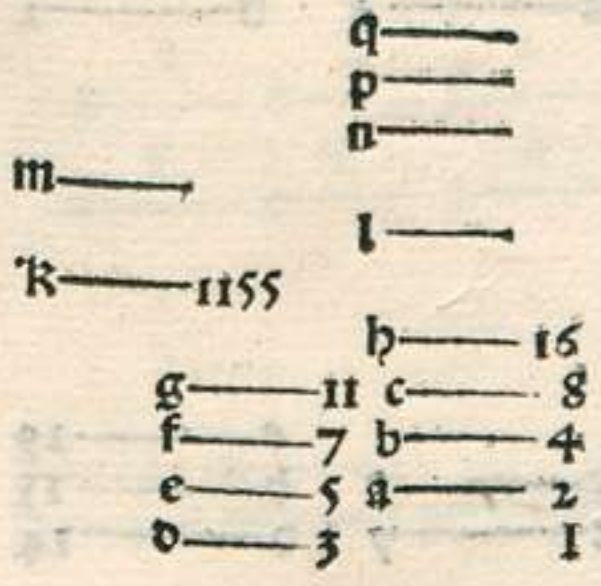
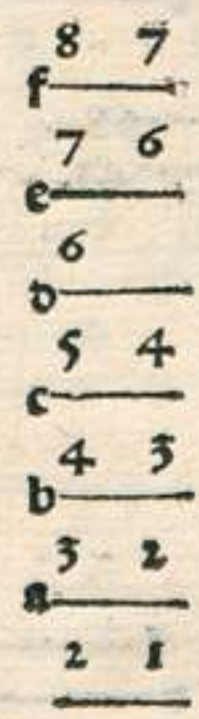
47 ¶ Data superparticulari: quotlibet alias inquirere quarum quelibet cum eadem: superpartientem efficiat.

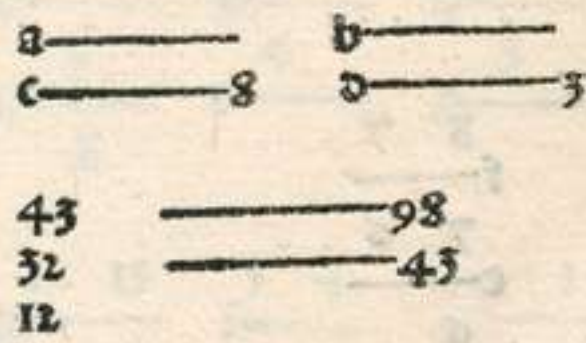
¶ Sit a denominãs partem date superparticularis. sumo ab vnitãte cōtinue pportionales quorũ ipse sit vnus qui sint a b c. dico pportionẽ superparticularẽ dictã ab a cum superparticulari cuius pars denominat ab b vel ab c constituere superpartientẽ: qualĩ presens proponit inuentionẽ. nam cōposita ex pportione superparticulari denoiata ab a et denoiata ab b habet in denoiatione suã vnũ et partes q̄ dicũtur ab a z ab b per octauã huius. quidẽ partes per quartã huius denominãtur ab eo qd fit ex a in b qui sit d sed ille per decimã tertĩã huius nõ constituunt partẽ: ergo cũ pportio cōposita ex demõstratione penultime nõ sit multiplex neqz superparticularis: qz partes compositæ non cōstituunt partẽ vnã. relinquit ergo compositã esse superpartientẽ: z ita de qualibet alia.

48 ¶ Omnis superparticularis cũ qualibet superpartiente: cōstituit pportionẽ tripla minorẽ ¶ Nam dupla cũ sesquialtera que per tricesimã septimã huius est maxia superparticulariũ pponunt per correlariũ vicesimetertie huius triplã: sed ois pportio superpartiens est minor pportione dupla igitur quecũqz pportio superparties cũ maxima superparticulari aut minori superparticulari p quintã quinti cōstituet pportionẽ tripla minorẽ: quod est propositũ.

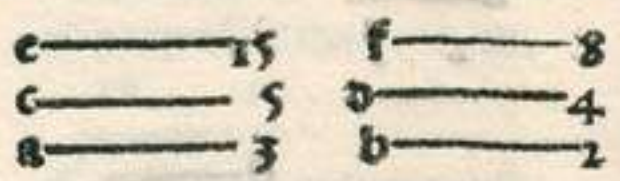
49 ¶ Datã pportionẽ que tripla minor sit: in superparticularẽ z superpartientẽ partiri.

¶ Sit primo superparticularis quecũqz data que hoc modo diuidi petatur. capio a z b minores terios a quidẽ minorẽ z b maiorẽ inter quos cōsistat. qui per tricesimã septimã huius erunt numeri in continua serie numeroz sumpti: solaqz vnitãte distãtes. sitqz c cōpositus ex eis cui addatur a et pueniat d: quoquidẽ maior vnitãte sit e z ducãtur a et b in d et proueniãt f et g. eritqz per octauã secūdi pportio g ad f ea que b ad a. Itẽ duco a in e z pueniat h: addetqz h super f per nonã primi q̄tum e a: et a est ps f. nã a positus est numerare f secundũ d: igitur h ad f est pportio superparticularis. Item qz b est maior a vnitãte per decimã primi g addit super f q̄tum est d. ergo g addit super h minus d quantũ est a: sed subtracto a ab d manet c. igitur g addit super h quantũ est c z per nonã z decimã tertij c est primus ad g. erit itaqz g ad h pportio superparties: quare pportio superparticularis assignata que est g ad f in duas diuisa est: scz h ad f superparticularẽ et g ad h superpartientẽ: quod est propositũ quo ad hoc. Secundo sit superparties inter a et b minimos terminos: sitqz b maior terminus et ducatur b in se et in a et proueniãt c z d. eritqz per septimã secūdi pportio c ad d ea superparties que b ad a. Item addo a ad d et proueniãt e. per decimã primi a numerabit e secundũ numerũ vno maiorẽ b. quare e ad d est superparticularis. et quia per decimã tertij e est primus ad b: ergo per vndecimã eiusdem est etiam primus ad c. et cum differentia c ad e non sit vnitãs sed vnitãte maior: ergo non erit superparticularis. Relinquitur igitur c ad e pportionẽ esse superpartientem: quare superparties assignata c ad d diuisa est in duas: scz e ad d superparticularẽ z c ad e superpartientem quẽadmodũ erat propositũ. Tertio sit

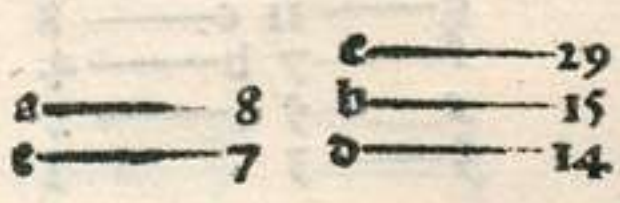




inter a et b pportio dupla que qz vt demōstratum est in quadragesimaquinta huius constat ex sesqualtera et sesquitercia subtrahat per primā quinti pportio supparticularis c ad d quecūqz minor sesquitercia a pportione a ad b: sitqz residua e ad f qua abūdat a ad b super c ad d. et qz maior est pportione sesqualtera que est maxia superparticulariū neqz est multiplex: qz pportio a ad b est minima multipliciū que nō resoluitur in multiplices. reliquitur ergo pportionē e ad f esse suppartientem. et qz c ad d et e ad f cōstituunt pportionē a ad b constat pportionē duplam in supparticularē et superpartientem esse diuisam. Quarto sit inter a et b quelibet pportio a dupla ad triplā cōstituta: sitqz inter cet d pportio cōposita ex dupla et sesquitercia si pportio a ad b est minor pportione c ad d. ergo subtracta pportione sesquitercia a pportione a ad b remanebit pportio minor dupla: sed maior sesqualtera. quare illa residua erit superpartientis: et sic pportio a ad b esset cōposita ex supparticulari vt sesquitercia et suppartiente atqz in eas diuisibilis. et si a ad b sit equalis c ad d aut maior: qz pportio addita duple in pportione a ad b: erit minor sesqualtera cū dupla et sesqualtera per correlariū vicesimetertie huius constituat triplā. et sesqualtera addita sesqualtere minus cōstituat qz dupla cū sesquitercia qz sesqualtera et due sesquitercie plus sint qz sesqualtera sesquitercia et sesquioctaua. at per primā quinti hē cognoscitur equari duplate sesqualtere: et illi duple et sesquitercie. ergo subtracta sesqualtera de pportione a ad b remanebit pportio minor dupla: sed et maior sesqualtera. quare suppartientis. esset itaqz pportio a ad b in pportionē supparticularē sesqualterā et superpartientem quomodo propositū est fecabilis: quod est propositum.



¶ Maxima superpartientē inuenire: que ex duabus supparticularibus pducitur. 50
¶ Sit a ad b pportio sesqualtera et c ad d pportio sesquiquarta: sitqz e ad f pportio ex his cōposita dico pportionē e ad f esse maximā suppartientem que ex duabus supparticularibus pducitur. nā qz dupla ex quadragesimaquinta huius producit ex sesqualtera et sesquitercia que sunt maxie supparticularis: ergo pportio e ad f est minor pportione dupla. sed et eadē maior est sesqualtera: qz ex ea cum altera cōposita sit. ergo e ad f est pportio suppartientis: sed et quelibet minor supparticularis cū pportione a ad b sesqualtera: aut c ad d sesquiquarta p quintā quinti minorē pportionē cōstituet qz e ad f. est igitur e ad f maxima suppartientis ex duabus supparticularibus pducta: quod est ppositum.

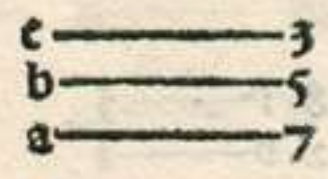


¶ Superpartientē inuenire: que in duas superparticulares diuidi non possit. vnde patet qualibet superpartiente aliam esse maiorem. 51

¶ Sit b ad a maxima pportio suppartientis per pcedentē cognita: que ex duabus supparticularibus pducta sit et differētia b ad a sit c manifestū est a esse maiore c suis quidē partibus. capio itē numerū d vno minore b: et tunc pportio a ad c: qz a maiore parte denotatur maior est qz pportio b ad d. addo ergo d cū b et fiat e: manifestū est e ad b esse superpartientē cum cōtineat b et d eius ptes. et per secundā partē decimequinte secūdi erit maior pportio e ad b qz b ad a. et qz pportio b ad a diuidit in maxias supparticulares constituētēs suppartientem vt ex pcedenti cognoscit et suppartientis e ad b sit maior superpartiente b ad a. nō diuidet ergo suppartientis e ad b in duas minores qz b ad a: neqz in easdem in quas diuidit b ad a. relinquit ergo in nullas duas supparticulares superpartientē e ad b posse diuidi quod est propositū. Et correlariū ex modo demōstrationis cognoscit.

¶ Sola multiplice qualibet non potest sumi minor: et sola superparticulari qualibet non potest sumi maior. 52

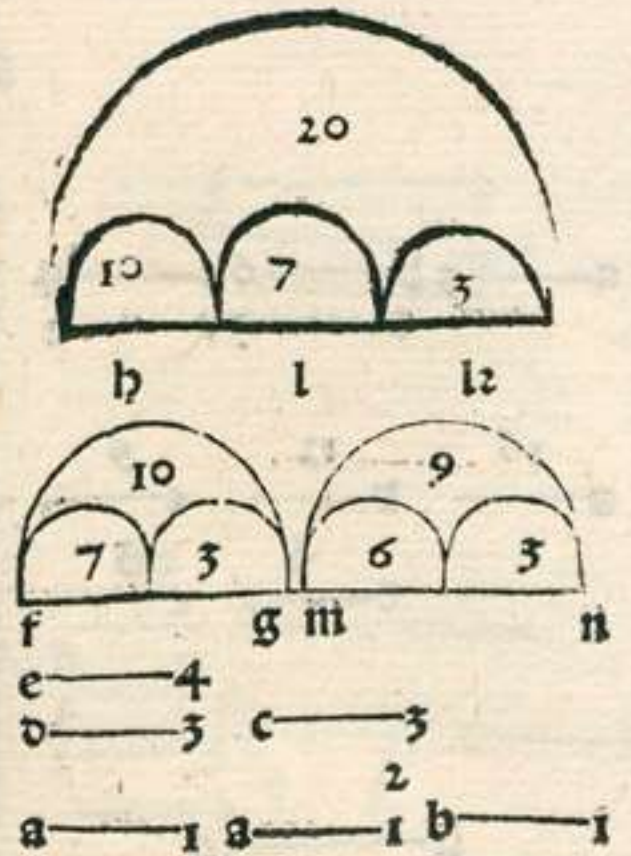
¶ Dico primo qualibet multiplice posse sumi maiore. nā per tricesimaseptimā huius oēs numeri ad vnitatē pparati cōstituunt multiplices et tāto maiores quāto ab vnitare remotiores et series nūerorū in imensum euadit. igitur qualibet multiplice potest sumi maior. Secūdo dico qz nō qualibet multiplice potest sumi minor. nā per eādē quāto numerus ppinquior vnitare fuerit: tanto ille ad vnitatē minorē cōstituit multiplice. at descēdendo nō abitur in infinitū. non igitur qualibet multiplice est dare minorē qz in aliis minime quēadmodū monstrabit accidit. Tertio dico qualibet supparticulari esse minorē. Nā pars per primā huius que a minori numero denotatur maior est: et quāto a maiori minor. et qz series numerorū in infinitū succrescit: nō dabitur pars adeo parua qua minor dari non possit. qualibet igitur supparticulari potest dari minor. Quarto dico nō qualibet supparticulari esse maiore. nā pars que a numero ppinquiore vnitati denominat maior est: et qz nō contigit numerū in infinitū decrescē dabit ergo tandē supparticulariū maxima. at vtriusqz oppositū vt iam ostēsum est in multiplicibus accidebat. Quinto dico qualibet suppartiente esse maiore. hoc ex correlario pcedentis notū est. Sexto dico omni suppartiente esse minorē. nam quacūqz data vtriusqz causa suppartiente tertias sumo aliā a totidē partibus: denominatis a maiore numero quē nō numerēt: vt suppartientē quitas quidē qz a totidē minoribus ptibus denominat: neqz pluribus erit minor suppartiente data. qua suppartiente quitas suppartientis septimas minor est et hac suppartientis nonas: sicqz cōsequēt fm crementum numerorū infinitū: quod est ppositum. potest et id vltimū ostendi ex tertia parte presentis: adiuvante quadragesima nona huius.



¶ Quilibet due suppartientes coniuncte: pportionē quadrupla minorē constituēt. 53
¶ Sit inter a et b pportio superpartientis: itidem inter b et c. dico pportionē a ad b et b ad c simul: minorē quadrupla constituere pportionem. nam a est minus duplo b: et b similiter minus duplo c. ergo a ad c per quintam quinti est minor pportione quadrupla: que per octauam huius ex duabus duplis constat. est ergo clarum ppositum.

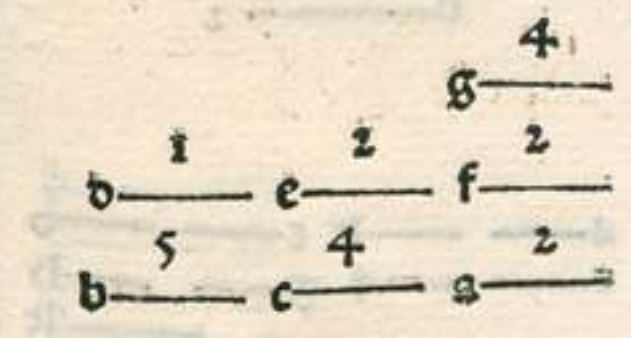
54 **¶** Datā proportionē que quadrupla minor sit in duas superpartientes diuidere.

¶ Sint date proportionis minimi termini a et b: qui coniuncti faciant d: sitq; e maior d vno qui coniuncti faciant f: cui addatur equale d. sitq; totus f g: ducaturq; a in f g et pueniat h: et ex a b in eūdem fiat h l. patet igitur q; ex b in f g fit l: et ex b in g fit l. quare ex b in f fit l. sit item c triplus ad a et ex c in g fiat m: sitq; n equalis l. per octauam secundi erit proportio h l: ad h tanq; a b ad a. et quia a b per hypothesim est minus q; quadruplū a: est ergo b minus q; triplum a. quare minus q; c. et quia g est equale d et n equalis g: constat m esse equalem vel multiplicem ad d per duodecimā primi. Item q; d et e sunt contra se primi: ergo per nonam tertij f erit ad vtrunq; primus. et per eandē f et g simul ad d primus. et q; a est minor d et ad ipsum primus per eandē nonam: quod sit ex a in f g scz h non numerabitur per decimā eiusdem ab d. et q; d numerat l et d nō numerat h: ergo l per vicesimā tertiam primi nō numerabit h. et quia f g maius est q; triplum d: ergo maius erit h q; n: maius ergo q; l. erit ergo l partes h. et eadem ratione q; a b est minor et primus ad f nō numerabit f quod sit ex a b in f g: scz h l. et q; f numerat l: ergo l nō numerabit h l: quare neq; h l. et q; per nonā primi l est quātum l: bis et b. et n est equalis l et m equalis vel maior d et maior b et h maior m n: erit h l maior l. erit igitur l partes eius. constat itaq; h l ad h esse superpartientē et h l ad h l: etiam esse superpartientē: in quas diuisa est proportio que est inter a et b: factumq; esse propositum.



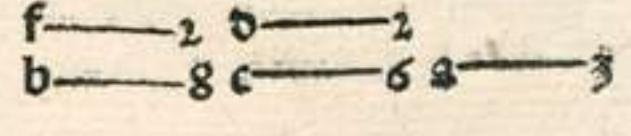
55 **¶** Omnis multiplex superparticularis addit super similem multiplicē: superparticularē a numero qui sit ex ductu numeri multiplicis in numerū partis denominatā.

¶ Sit b ad a proportio multiplex superparticularis: sitq; c ad a similis multiplex. dico proportionē b ad a addere super proportionem c ad a superparticularē denominatā a numero qui sit ex ductu numeri multiplicis in numerū denominatē partis superparticularis. Sit enī d quo abundat b super c et denominās multiplicis sit e et denominās superparticularis sit f: manifestū est ergo q; a erit in c secundū e: et d in a secundum f. fiat ergo g ex e in f: eritq; per vicesimā tertiam primi d in c secundū g. quare b continebit c et partem denominatā ab g. continet igitur proportio b ad a proportionē superparticularē denominatā ab g numero qui sit ex ductu e denominātis multiplicis in f numerū denominatē partis superparticularis: quod est propositum.



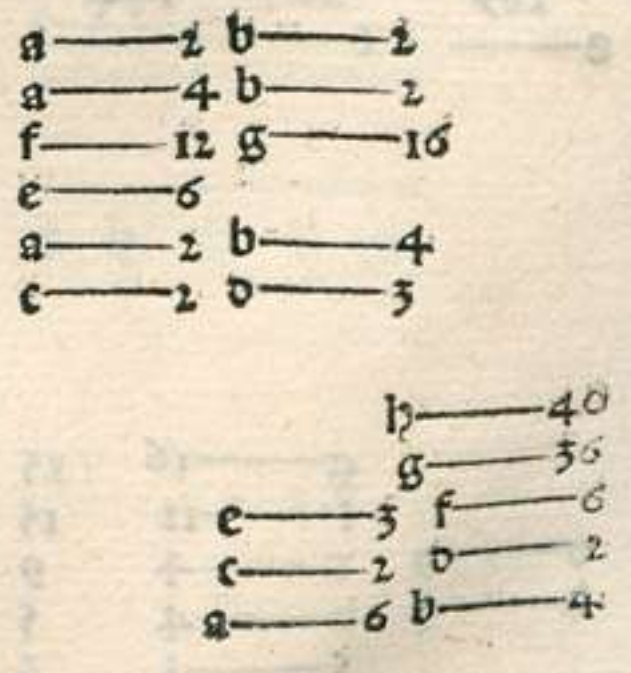
56 **¶** Omnis multiplex superpartiens cuius multiplicis numerus partes numerat: addit super eandem multiplicē: superparticularē ab vna partium denominatā.

¶ Sit proportio b ad a proportio multiplex superpartiens: sitq; d numerus denominās multiplicē scdm quē sit sumptus numerus partium b ad a. dico proportionē b ad a addere super similem multiplicē: superparticularē denominatā ab vna illarum partium. Sumo enī c ad a similem multiplicē. et q; b maior est c: sit f quo abundat b super c. q; enī f est pars a sumpte scdm d et denominatē ab a: et a est pars c denominatā ab d. et cū ex d in a fiat c ex f in a fiet c. est ergo f pars c denominatā ab a. continet igitur b ad a proportionem superparticularē super proportione c ad a denominatā ab vna partium superpartientis: quod erat demonstrandum.



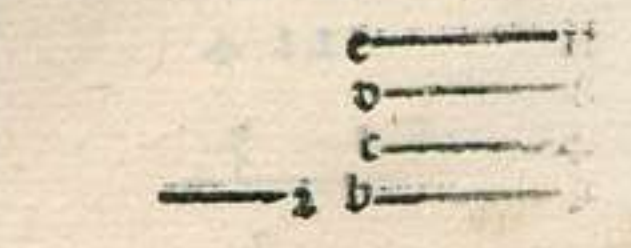
57 **¶** Multiplicē superpartientē inuenire: que super totā multiplicē addat superparticularē: cū sint numerus partium et numerus denominās multiplicē dati cōmensurabiles.

¶ Proponit hec: q; si dati numeri quorū vnus denotat multiplicē et alter est numerus partium simul multiplicis superpartientis: sint adinuicē cōmensurabiles inuenire multiplicē superpartientē que super similem multiplicē addat superparticularē. Sint pmo a numerus denominās multiplicē et b numerus partium dati cōmensurabiles. sitq; b numerus sumptus scdm a et per pcedentē factum erit propositum. Sint scdo a et b cōmensurabiles: sed b sit pars a et adiuuante pcedente p vicesimā tertiam primi cōcludes propositū. Sit tertio a pars b dicta ab c: sumo quēlibet numerū maiorē a: quē tamen nō numeret qui sit d: et duco c in d et pueniat e. et q; c in a facit b: erit e maior b. et q; p septimā secūdi b ad e sicut a ad d et a nō numerat d. igitur neq; b numerabit e. duco a in e et pueniat f: cui adiuncto b fiat g. dico ergo g ad e esse superpartientē que querit. nam g cōtinet e secundū a et insup b partes e. et q; b est pars f q; e multiplex sit ad c: et a in c faciat b. addet igitur g sup f multiplicē ad e denominatū ab a: numerū b eius partē: quod est propositum. Quarto sint a et b cōmensurabiles: sed neuter alterū numeret. et sit c maximus eos numerās: numeretq; c numerū b scdm d. capio e quēcunq; numerū maiorē c: quē tamen c nō numeret: quē duco in d et pueniat f qui erit maior b: neq; ab eo numerabitur. dico ergo vt in pcedenti parte imediate mōstratū est: proportionem superpartientē denominatā ab a et a partibus dictis ab f sumptis secundū numerum b: addere super multiplicem dictam ab a: superparticularē. hoc vt in pcedenti parte monstratur: sicq; totum construitur propositum.



58 **¶** Multiplicē superpartientē cuius multiplicis numerus et numerus partes numerās fuerint adinuicē primi: super similem multiplicē: superpartientē addere necesse est.

¶ Sit a numerus multiplicis et b numerus partium superpartientis: sintq; a et b numeri adinuicē primi dico multiplicē superpartientē denominatā ab a et partium b: super similem multiplicē addere proportionē superpartientē. sit enī c denominās partes b manifestū est c esse maiorē b: neq; b ipm numerare duco ergo a in c et fiat d per vicesimā primam tertij b nō numerabit d. addo igitur b super d et fiat e: q; enī e continet c secundū a. et insup partes c sumptas secundū b est proportio e ad c multiplex superpartiens denotata ab a et partium b. sed et proportio d ad c est multiplex dicta ab a: et e addit super d



numeri b qui monstratus est partes d. constat itaq; pportione multiplicē superpartientē dictā ab a: et partū b addere super similitē multiplicē: vt pponebat pportione suppartientē: qd est propositū.

Sola superparticulariū sesquialtera multiplicē superparticularē procreat.

Est a ad b sesquialtera et b ad c similiter. manifestū est pportione a ad c compositā esse ex duabus sesquialteris et a continet b et eius medietatē que sit d: et b continet c et eius medietatē que sit e. et quia per quintā secundū d ad e sicut b ad c: ergo d continet e et eius medietatē. d ergo et e simul tantū sunt q̄tum c et vna pars dicta ab c. continet ergo a numerū c bis: et vnā eius partē. q̄ a contineat c et d e totā differentiā a ad c: quare due sesquialtere cōstituunt multiplicē superparticularē. Secundo ostendit nullā aliam supparticularē duplicatā constituere multiplicē superparticularē. et sūto a b c pportiones alte supparticulares: vt pportio a ad c sit pportio a ad b duplicata. a continet b et partem eius que sit d: quequidē bis sumpta minuit a toto aut seipaz semel si esset tertia: aut bis si quarta: aut pluries fm q̄ minor pars fuerit. et similif b continet c et similitē partem eius que sit e. et q̄ d ad b sicut e ad c: ergo d ad e sicut b ad c. continet ergo d semel e et eius vnā similitē partem: ergo d et e simul minus sunt q̄ c. quare a ad c nō est multiplex sed et cū d et e sint contra se primi vt supponim⁹: d et e simul per nonā tertij est primus ad e. sed et per vndecimā eiusdē c etiam erit primus ad d et e simul. ergo d et e simul nō numerabūt c. est ergo a ad c pportio suppartiens: quod est ppositum.

Multiplex pportio in aliqt equales pportiones distribui non pōt pter mltiplices.

Sit pportio a ad b multiplex que diuidatur in quotlibet pportiones equales q̄ sint a ad c: c ad d et d ad b. qz enim b ad d et d ad c et c ad a sunt continue pportiones et b primus per hypothesim numerat a vltimum: ergo per decimā tertiam quarti b numerabit d secundū. quare et d numerabit c et c itidem a. diuisa est igitur a ad b in pportiones multiplices: quod intēdebat.

Nulla supparticularis pportio in aliquot equales pportiones est diuisibilis.

Sit a ad d quelibet pportio superparticularis: que diuidat si possibile est in pportiones equales a ad b: b ad c: et c ad d. capio e f g h pportiones in minimis terminis pportionis a ad b: et per equam proportionalitatē que pportio a ad d ea est e ad h. sed a continet d et eius partē: igitur et e continebit h et eius partē que sit l: que si fuerit numerus cū l numerabit h et etiā e. ergo h et e nō erunt minimi quod per quintā quarti repugnat hypothesi. alioquī si l est vnitā est pars denotata ab h. addo ad h vnitātē: sitq; cōpositus l: eritq; que pportio a ad d ea l ad h. ergo per duodecimā quarti quot medij pportiones intercidit inter a et d: totidē et inter l et h sola vnitāte distātes: qd est ipossibile. Ex hac cognoscit tonus in musica qui ex sesquialtera pportione nascitur: in duo equa parti nō posse.

Superpartientē pportione que duplicata suppartientē constituat: inuenire.

Sumo quālibet pportione que minor sit dupla quā per quinquagesimā quartā huius partioz in duas superpartientes quarū minor si dupletur efficietur pportio minor dupla: quare qualibet multiplice. que qz per precedentē nō erit superparticularis alioquin superparticularis in duo equa secaretur: constat eam esse superpartientē: factumq; esse propositum.

Multiplicē supparticularē q̄ ex duab⁹ suppartientibus equalib⁹ pponat: reperire.

Sumo secundū exigentiā decime octauī quadratos a et b pter primos quozū a addat super duplū b vnitātē manifestū est pportione a ad b esse multiplicē superparticularē. at ex illa decima facile cognosces pportione lateris a ad latus b esse superpartientē. sumo ergo secundū exigentiā correlarij quarte sexti medij proportionale inter a et b: eritq; per tertiā eiusdē sexti pportio a ad c tanq; pportio lateris a ad latus b. quare constat pportione multiplicē superparticularē a ad b compositā esse ex pportionibus a ad c et c ad b duabus scz equalibus suppartientibus: qd est propositū.

Superpartientē inuenire que duplicata multiplicē superpartientē constituat.

Sit a quilibet impar et b proximus par maior cuius medietas sit c. capio superpartientē sumptā a partibus denominatis ab a et numeratis ab c: quam duplicatā dico esse petitam. nam si illa in se ducatur proueniet numerus et partes numerate ab a et a quadrato c qui sit e: et denominate a quadrato a qui sit d. sed cum a et c sint contra se primi alioquin a et b comunicarēt. ergo per vndecimā tertij a est primus ad e: et per nonā eiusdem a et e simul sunt primus ad a. quare a et e simul per vndecimā eiusdē sunt primus ad d. ergo partes numerate ab a et e nō numerabūt d. quare pportio superpartiens que assignata erat duplicata cōstituit multiplicē superpartientē. Si hec demonstratio tibi suboscure videtur pro hac et sequētibus declarationē accipe. qz enī in presenti superpartiens inuenta erat superbipartiens tertias que denominat ab vno et duabus tertiis. duc ergo denominationē superbipartientis tertias per octauā huius in denominationē superbipartientis tertias scz ducēdo primo duas tertias in duas tertias. et per quartā huius proueniūt quattuor none. secūdo duas tertias in vnu et proueniūt due tertie. tertio vnu in duas tertias et iterum proueniūt due tertie. et quartovnu in vnum: et prouenit vnum: habebisq; quattuor nonas duas et duas tertias et vnu: sed due et due tertie: id ē quattuor tertie faciunt vnum integrū et vnam tertiam: quod quidē vnum alteri vni additū constituit binarium et vna tertia est tres none: quod per secundā huius facile cognoscas. que si quidē tres none aliis quattuor nonis primo inuētis addantur fiunt septem none. Idatet itaq; pportione superbipartientē tertias duplicatā: constituere duplam et superseptupartientē nonas que est multiplex superpartiens: vt proponebat propositio: quod est propositū declaratum.

$$\frac{a}{b} = \frac{9}{6} = \frac{c}{4} = \frac{d}{3} = \frac{e}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{16}{12} = \frac{c}{9} = \frac{d}{4} = \frac{e}{3}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{16}{8} = \frac{d}{4} = \frac{b}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{f} = \frac{d}{g} = \frac{h}{k} = \frac{l}{i}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{289}{204} = \frac{b}{144}$$

$$\frac{d}{a} = \frac{9}{3} = \frac{e}{b} = \frac{4}{4} = \frac{f}{c} = \frac{12}{2}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{7}{7}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{2}{2} = \frac{4}{4}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{3}$$

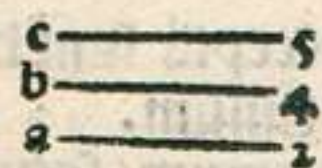
$$\frac{2}{2}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{3}$$

$$\frac{2}{2}$$

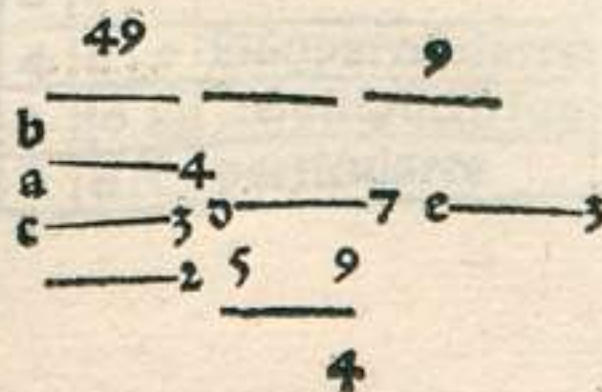
65 **C** Multiplicem superparticularem inuestigare: que multiplicem superparticularem duplicata producat.

C Apio a numerū quēcunq; quem duco in se et proueniat b cui addo unitatē: sitq; totus c manifestū est proportionē c ad a esse multiplicē superparticulare: que si in se ducatur est tātum q̄tum a in se et in partē bis et pars in se: sed a in se et in partem bis numerū producit: et pars in se producit partē. igit̄ quod producitur est numerus et pars. erit itaq; proportio composita multiplex superparticularis. Posses item probare ut quinquagesimānonam huius.



66 **C** Multiplicem superparticularem inquirere: que bis sumpta multiplicem superpartientem componat.

C Sit quilibet impar a et b proximus par et eius medietas sit c. sumo multiplicē superparticularem cuius multiplicis numerus sit c et pars dicta ab a. que proportio sit d ad e: dico proportionem multiplicem superparticulare d ad e bis sumptā constituere multiplicē superpartientē. nam si hec in se ducatur pueniet quadratus c et partes similes sumpte fm b et pars a quadrato a dicta. ille autē partes vnum constituūt et vna supfluit cū illa. et qz ille due partes per duodecimā huius vnā non cōstituunt productum erit numerus et partes. quare proportio composita erit multiplex superpartiens. et in proposito esset quincupla superquadrupartiens nonas.



67 **C** Multiplicem superpartientem perscrutari: que duplicata multiplicem superparticularem componat.

C Sumo per sexagesimātertiam huius superpartientē que duplicata multiplicē superparticulare cōponat et numerus denominās partes sit a et numeras sit b et vno maior q̄ a sit c: atq; c ducatur in a: et producto addatur b. sitq; totus d manifestū proportionē d ad a esse multiplicē superpartientē cuius numerus denominās multiplicis est c et denominās partū est a et numerus earū est b: quā duplicatā dico esse multiplicē superparticulare. nam denominatio ipsius in se ducta producet numerū et partē quod ut in precedentibus videre promptum est.

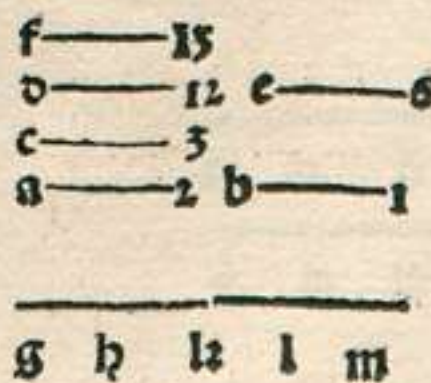


68 **C** Multiplicem superpartientem: ex qua geminata multiplex superpartiens proueniat: demum restat inspicere.

C Queratur per sexagesimāsecundam huius superpartiens que geminata multiplicē superpartientē constituat: qua inuenta ut in precedente procedendū est.

69 **C** Datam proportionem in proportiones: quarum quotlibet sint superparticulares equales redigere.

C Sint minimi termini date pportionis a et b: sitq; c numerus fm quem sumēde sunt superparticulares equales. deinde maior c ducatur in a et in b et fiant d et e: ita tamen ut inter d et e sint plures numeri q̄ unitates in c et p̄ximus post d qui erit maximus eorū sit f. manifestū est pportionē f ad d esse proportionem superparticulare et minimā omnium que continue sunt inter numeros ab d vsq; ad e: qz deneminata est a minore parte. continuo proportionē f ad vno plures q̄ sit numerus c: sitq; g h l m: eritq; proportio h ad m composita ex pportionibus f ad d sumptis secundū numerum c. et quia d per decimānonam tertij est aliquoties in h sit e toties in m manifestū est h ad n eē ut d ad e. quare ut a ad b. constat ergo proportionē a ad b esse diuisam in pportiones quarū aliquot sumpte erunt equales superparticulares secundū numerum assignatū: quod est propositū.



70 **C** Propositis quotlibet equalibus terminis ex illis totidē in ordine duplos: atq; ex illis triplos procreare: atq; ex prius inuenis totidē in proxima multiplicitate cōtinue pportionales producere. itemq; ex illis similes elicere superparticulares.

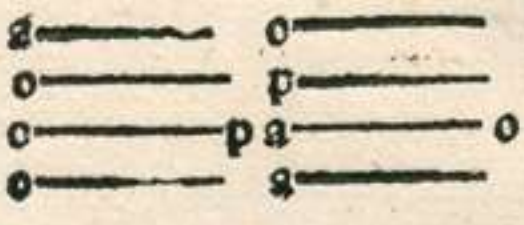
C Figura equalitatis quotcumq; terminorum equalium.

| | S | E | T | A | B | T | A | 16 | 16 | S | E | T | A | B | T | A | 16 | 16 | 16 |
|-------------|---|------|------|------|------|------|------|----|----|------|------|------|------|-------|-------|-------|----|----|----|
| Equalita: | A | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | tes. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Dupl. | B | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | | | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | | | |
| Tripli. | C | 1 | 3 | 9 | 27 | 81 | 243 | | | 1 | 3 | 9 | 27 | 81 | 243 | 729 | | | |
| Quadrupli | D | 1 | 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 | | | 1 | 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 | 4096 | | | |
| Sesq̄tert. | E | 32 | 48 | 72 | 108 | 162 | 243 | | | 64 | 96 | 144 | 216 | 324 | 486 | 729 | | | |
| Sesq̄tri. | F | 243 | 324 | 432 | 576 | 768 | 1024 | | | 729 | 972 | 1296 | 1728 | 2304 | 3072 | 4096 | | | |
| Sesq̄q̄rti. | G | 1024 | 1280 | 1600 | 2000 | 2500 | 3125 | | | 4096 | 5120 | 6400 | 8000 | 10000 | 12500 | 15625 | | | |
| | | H | K | L | M | N | O | | | | P | Q | R | S | T | U | | | |

Figura trine equalitatis:

- Precepta sunt hec.**
 1 Primum.
 2 Primum/ secundum.
 3 Primum scd3 bis: tertium

| | | 1 | 1 | 1 | qua- | 2 | 2 | 2 | li- | 3 | 3 | 3 | tas. | 4 | 4 | 4 |
|--------------------|---|---|----|----|------|----|----|----|-----|----|----|----|------|----|----|-----|
| Trina | e | A | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | li- | 3 | 3 | 3 | tas. | 4 | 4 | 4 |
| Dupli. | | B | 1 | 2 | 4 | 2 | 4 | 8 | | 3 | 6 | 12 | | 4 | 8 | 16 |
| Tripli. | | C | 1 | 3 | 9 | 2 | 6 | 18 | | 3 | 9 | 27 | | 4 | 12 | 36 |
| Quadrupli | | D | 1 | 4 | 16 | 2 | 8 | 32 | | 3 | 12 | 48 | | 4 | 16 | 64 |
| Dupli cõuersi | | E | 4 | 2 | 1 | 8 | 4 | 2 | | 12 | 6 | 3 | | 16 | 8 | 4 |
| Sesqualteri. | | F | 4 | 6 | 9 | 8 | 12 | 18 | | 12 | 18 | 27 | | 16 | 24 | 36 |
| Tripli cõuersi. | | G | 9 | 3 | 1 | 18 | 6 | 2 | | 27 | 9 | 3 | | 36 | 12 | 4 |
| Sesquitercij. | | H | 9 | 12 | 16 | 18 | 24 | 32 | | 27 | 36 | 47 | | 36 | 48 | 64 |
| Quadrupli cõuersi. | | I | 16 | 4 | 1 | 32 | 8 | 2 | | 48 | 12 | 3 | | 64 | 16 | 4 |
| Sesquiquarti. | | L | 16 | 20 | 25 | 32 | 40 | 50 | | 48 | 60 | 75 | | 64 | 80 | 100 |
| | | | M | N | | | M | N | | | M | N | | M | N | |



Pythagorici/Magi/Pisces sacerdotes atq; qui p̄cipue de rebus agunt diuinis admiratur equalitate pariter ⁊ trinitate in suis archanis in imagine numeroꝝ veneratur taciti: tanq̄ rerum omnium p̄cipia: a quibus ois reru p̄fuit p̄portio: p̄portioꝝ nexus: oisq; admirabilis harmonia et in que tandem reuocatu eunt oia. Propter ergo mysteria piscoꝝ qd̄ autor generalius int̄dit: primu in trina demõstradum e equalitate. ad qd̄ quide rite peragendu tria satis sunt vbiq; veter p̄cepta a Diuo nob̄ anotata Severino. Primum est: Primum. Scdm̄ est: Primum/scdm̄. Tertiu est: Primum/scdm̄ bis/tertium. Sint ergo a o p tres termini equales quicunq; vt monadu dyadu/ triadu aut cuiuscunq; alterius n̄seri voles. Etor primo p̄cepto capio q; prima vnitate qua colloco sub p̄ma sit q; b. deinde vido scdo p̄cepto capio prima ⁊ scdam simul: quas colloco sub scda. sint q; m erit vdo tertio p̄cepto: capio prima ⁊ scda ⁊ bis: et tertia semel: quas colloco sub tertia sint q; n. dico b m n p̄tinue ex equalitate natos duplos. Ita cu a prima vnitas ⁊ b sint idē: et prima et scda vnitas sint dupli ad prima vnitate a et p̄ma ⁊ secunda vnitas sint m: ergo n̄serus m duplus e ad b: et cu scda vnitas bis supra equet m et s̄tr prima ⁊ tertia simul euentur m ⁊ n sit scda vnitas bis et p̄ma ⁊ tertia semel. ergo n duplus est ad m. sunt igif b m n p̄tinue dupli ab equalitate scz que admodu dictu est. p̄prime geniti. **¶** Potes idē mōstrare p̄vice sima et sexta secundi. Ita q; a ad o: vt o ad p. ergo p vice sima secundi o et p ad a ⁊ o vt o ad a. et q; o ⁊ p ad a et o: sicut o ad a. ergo p sexta eiusde secundi o p et a o: ad a ⁊ o sicut o et a ad a. at o p et a o simul sunt n et a ⁊ o sunt m et a est idē b. igif b m n cōtinue. p̄portio n̄atur: sed m ad b cognit̄ est duplus igif et n ad m duplus. Et in oibus sequētib; h̄c argumētandi modus e efficac. Et q̄cunq; trina capies terminoꝝ equalitas: eadē valeat argumēta. **¶** Scdo dico ex b m n duplis cōtinue. p̄creari triplos. capio equale b et colloco sub b in tertia linea sit q; c. deide capio b m s̄tr ⁊ colloco sub m sint q; m tertia linee rursus capio b m bis et n ⁊ colloco sub n: sit q; suo modo n. dico c m n tertia linee eē triplos. Ita per vice sima scdi adiuuante sexta eiusde c m n sunt cōtinue p̄portio n̄ales: sed et q; c equatur b ⁊ m supius duplus e ad b: igif b et m supius sunt triplus ad b. sed b ⁊ m superi⁹ sunt m inferius: igif inferius m ad c tripl⁹. quare n ad idem m etiā triplus. sunt igif c m n cōtinue tripli. et eisde p̄ceptis ⁊ demõstrationib⁹ ex triplis nascetur quadrupli. ex quadruplis quicupli. ⁊ ex cōsequētib; hoc pacto multiplices oēs qui libet ex p̄mo minore. **¶** Tertio dico ex multiplicib⁹ cōtinue nasci supparticulares. vt ex duplicib⁹ sesqualteri ex triplis sesquertij. ex quadruplis sesquiquarti. ⁊ ita p̄sequētes supparticulares per ordinē ex naturalib⁹ p̄ntibus multiplicib⁹. **¶** Couerto duplos q; reperti sunt: sint q; conuersi e m n: erit q; e ad m duplus et m ad n duplus: quare m dimidiu e. Capio equale e qd̄ sit f ⁊ colloco sub e. deinde capio e m simul et colloco inferius sub m: sint q; m inferius. rursus capio e m bis ⁊ n simul: et colloco inferi⁹ sub n sint q; itidē inferius n. p̄ vice sima secudi adiuuante sexta eiusde f m n cōtinue p̄portio n̄atur. sed cu e ⁊ f equetur et m sit dimidiu e: ergo e m simul cōtinet totum e ⁊ dimidiu. quare e m ad e per diffinitionē e sesquale sed e m simul sunt m inferius. ergo m inferi⁹ est sesqualter ad f. quare ⁊ n ad m etiā sesquale qd̄ est p̄positu. et ita eisde p̄ceptis expedi de sesquertij/ sesquiquarti/ sesquiquitis ⁊ reliqs supparticularibus couertēdo terios suaz multitudinū. Hunc idē super est demõstrandū qd̄ autor int̄dit sumptis quotcunq; termis. Quorq; sumpti fuerit termini equales: dupli cōtinue nascetur si cōtinuat̄ rite vtamur supioribus p̄ceptis. p̄mo quide capiēdo primū terminū et collocādo sub primo. Et scdo capiēdo primū et scdm̄ ⁊ collocādo sub secudo. Et tertio capiēdo primū scdm̄ bis et tertiu: et collocādo sub tertio. deide intelligēdo tertia quartā et quinta equalitate cōtinue sumi fm̄ numez tertij extremi subter collocati. et resume p̄cepta primo capiēdo primū terminū trine equalitatis ⁊ collocādo sub tertio imo iam collocatū reperies. Secudo capiēdo primū et scdm̄ ⁊ collocādo sub quarto. Et tertio capiēdo primū scdm̄ bis et tertiu ⁊ collocādo sub quinto. et secundū numez illius quinti termi subter collocati intelligo iterū cōtinue tres terios equalitatis scz quintū sextū et septimū. et resumtis p̄ceptis cum quinto iam habito: perficio sextū et septimū inferiores terminos et secundū exigentiā septimi extremi intelligo rursus trine equalitatis terminos: scz septimū octauū et nonū et a singulo quoq; tertio loco cōiunctim trinā equalitate intelligo cuius quilibet terminus intelligif secundū numerū extremi in singulo quoq; loco subter venietis. et si id placet in infinitū extendi libet. ⁊ dico cōtinue collocatos eē duplos. id resumtis demõstrationibus quoties erunt resumpte equalitatu trinitates: sicut et superiora facillime demonstrabis. Si cupis triplos eodem ferme modo nascetur de duplis. Id solum obseruandū est vt in tertis quibusq; locis cōiunctim capiant̄ termini triploꝝ a tribus duplis qui nas-

71

72

73

74

cuntur ex trina equalitate terminorum sumptorum secundum numerum tertium cuiusque extremi triplosum, et quadrupli consimiliter a triplis acceptis continue tribus triplis secundum exigentiam equalitatis tertium extremi triplosum et hac analogia in consequentibus multiplicibus. Et sesquialteri sesquitercio sesquiquarti et consequentes nascentur conuersis duplis triplis quadruplis et consequentibus sumptis simill obseruantia duplis conuersis triplis quadruplis et reliquis quoties oportet a trina equalitate: sed quorum multiplicium conuersorum primum atque maximum extremorum equetur singulo quoque tertio superparticularium et ubique in precedentibus est idem demonstrandi modus.

71 **D**atis superparticularibus vel multiplicibus superparticularibus multiplices superparticulares et superpartientes: datis vero superpartientibus aut multiplicibus superpartientibus superpartientes et multiplices superpartientes procreare.

Sint a b c superparticulares termini et sumatur a semel et sit e primus numerus et a semel et b semel et sit f secundus numerus et ita secundum trine projectionis precepta ut in precedenti factum est et pueniat d e f qui ut in precedenti erunt continue proportionales. at per decimaoctauam huius proportio e ad d est multiplex superparticularis: igitur et f ad e. erunt igitur continue d e f multiplices superparticulares. et eodem modo ex multiplicibus superparticularibus nascetur multiplices superparticulares. Si vero conuersis terminis ab c incipias per eandem decimaoctauam huius prouentur continue superpartientes. sicque constat primum. Secundum vero eodem modo patebit per decimanonam huius dato ordine superpartientium aut multiplicium superpartientium. nam si aggregatio a minori incepta fuerit per dictam decimanonam prouentur multiplices superpartientes. si a maiori termino: prouentur superpartientes: sicque constat propositum.

Ex duabus ultimis conclusionibus colligere potes. Ex equalitate prime nasci duplos. Ex duplis triplos. Ex triplis quadruplos: et hoc pacto de reliquis multiplicibus consequenter. Et ex multiplicibus conuersis nasci superparticulares: ut ex duplis sesquialteros. Ex triplis sesquitercios: et ita de consequentibus superparticularibus ex consequentibus multiplicibus. Et ex superparticularibus multiplices superparticulares: ut ex sesquialteris duplos sesquialteros. Ex sesquiterciis duplos sesquitercios: et hanc in modum de reliquis. Ex multiplicibus superparticularibus itidem multiplices superparticulares: sed ex duplis superparticularibus tripli superparticulares. Et ex triplis superparticularibus quadrupli superparticulares. Ex superparticularibus et multiplicibus superparticularibus conuersis superpartientes: ut ex sesquialteris superpartientes. Ex sesquiterciis superpartientes. Ex duplis sesquialteris et ex duplis sesquiterciis consistunt superpartientes et superpartientes. Ex superpartientibus multiplices superpartientes: ut ex superpartientibus duplas superpartientes. Ex superpartientibus duplas superpartientes. Ex multiplicibus superpartientibus: itidem multiplices superpartientes: sed ex duplis triplis aut quadruplis superpartientibus: tripli quadrupli aut quicupli superpartientes. Ex conuersis superpartientibus aut multiplicibus superpartientibus: nascuntur superpartientes. Et ex tribus preceptis hec ubique latissime patet. et expressa quicumque uoles longa serie: superparticularium continue proportionalem si continue tria precepta tribus et tribus terminis serie aptando procedis: nascetur multiplices superparticulares sed solum per tres et per tres continue proportionales. et eodem pacto conuerso ordine nascetur superpartientes sed solum in tribus et tribus terminis continue proportionales. at de his hactenus.

72 **D**atas superparticulares in multiplices atque easdem in minores multiplices donec ad equalitatem perueniant: reducere.

Idem aduertere licet proportionales in illas terminis resolui ex quibus procreantur. Quo fit ut in omnibus idem resoluiendi modus appareat: in quibus idem erat modus procreandi. Sint a b c dati termini continue superparticulares et sit d equalis a et primus numerus: et ab b tollatur d et remaneat e et de c tollatur d et e bis et remaneat f. dico d e f esse continue proportionales et multiplices. quod sint continue proportionales declaratur. capio enim g h l tres terminos in continua proportione d ad e: quod ex illis superiori aggregandi modo prouentur erunt ex precedentibus continue proportionales et sint l m n. et quod l ad g sicut a ad d et m ad h sicut b ad e. et ita prout igitur d e f sunt continue proportionales. et quod b ad a per hypothesin est superparticularis per decimasextam huius erit e ad f similis denotationis multiplex. quare superparticulares date: sunt in suas multiplices reducte. si itaque superparticulares date erant sesquitercie resolute sunt in triplas si sesquialtere in duplas quod si reducte sunt in triplas eodem modo quo prius adiuuante septuagesima huius probabis illas multiplices reduci in duplas et duplas in equalitatem: quod est propositum.

73 **M**ultiplices superparticulares in superparticulares: et multiplices superpartientes in superpartientes resolueri.

Sint a b c tres termini multiplices superparticulares. et d equalis a quod subtrahatur ab b et relinquatur e et eo modo quo in precedenti subtrahatur. si b ad a erit multiplex superparticularis utriusque ab eodem numero denotatus per quadragesimam primam huius factum erit propositum. et ita de superpartientibus. At si multiplex sit maioris denotationis non fiet hoc prima resolutione: sed resoluemus primo in multiplices uno minoris denotationis denotatione partis semper eadem manente: donec ad hoc veniamus ut eadem sit denotatio multiplicis et partis sicque quod proponitur facile apparebit.

Quilibet superpartientes in superparticulares reduci est possibile.

74 **N**am quod per septuagesimam primam huius superpartientes ex superparticularibus nascuntur. ideo sint a b c huiusmodi superpartientes et d equetur a: subtrahaturque d ab b et relinquatur e et d et e bis ab c: et relinquatur f et uenient per illam septuagesimam primam superparticulares a quibus nascebantur. at non oportet id semper in prima reductione contingere quod tamen nunc contingebat. sed aliquando resoluatur prima resolutione in multiplices superparticulares que per precedentem in superparticulares tandem reducuntur: quo facto factum erit propositum. Aliquam in superpartientes aut multiplices superpartientes

| | | | |
|---|----|----|-------------------------------|
| d | e | f | |
| 4 | 6 | 9 | Superparticulares |
| 4 | 10 | 25 | Multiplices superparticulares |
| a | b | c | particulares |

| | | |
|---|----|----|
| l | m | n |
| g | h | l2 |
| 9 | 12 | 16 |
| a | b | c |
| 9 | 3 | 1 |
| d | e | f |

| | | |
|---|----|----|
| 9 | 15 | 25 |
| a | b | c |
| 9 | 6 | 4 |
| d | e | f |

et multiplex suppartiens per precedentē reducitur in suppartientē que tēp reducetur in supparticularē ut si detracto d de b remaneat e quē contineat d et eius partes: vel in supparticularē si eo detracto remaneat e quē contineat d et eius partē. at si remaneat e quē contineat d et partes. qz illa detractio in infinitū fieri non pōrvt semp in suppartientes resoluatur aliqñ occurret supparticularis. factūq; apparēbit ppositū. Occurret dico tandē superparticularis et nō multiplex: qz ex multiplicibus non imēdiatē suppartientes sed superparticulares per septuagesimā huius gignūtur.

Datas proportionē quascunq; ad equalitatem reducere.

75

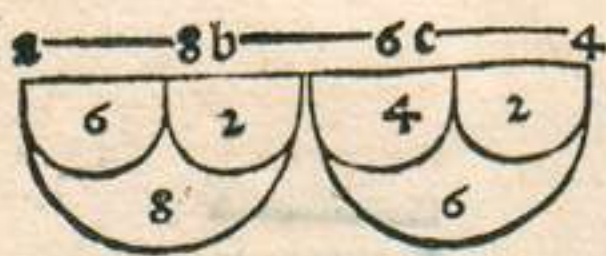
Ram per septuagesimātertiam huius multiplices suppartientes reducūtur in superpartientes et multiplices supparticulares in superparticulares et per precedentē suppartientes in supparticulares. et per septuagesimāsecundam huius supparticulares reducūtur in multiplices et mltiplices in alias multiplices donec in equalitatē restitute sint. omnes igitur in equalitatē reducūtur.

Noni elemētoꝝ Arithmetices Jordani finis.

Medietas est connectio extremorū: habitudine vtriusq; ad mediū. **M**edietatum quedam sunt principales: et quedam principalibus collaterales.

Pincipales sunt tres. **P**rima est quādo maioris/medij/ac minoris equalēs sunt differētie. et hec dicitur Arithmetica medietas. **S**ecūda est quādo

maximi ad mediū eadē est proportio: q̄ mediū ad minimū. et hec geometrica vocatur. **T**ertia est qñ maximi ad minimū eadē est pportio: que dicitur maximi ad mediū ad differentiā mediū ad minimū. et hec musica nūcupatur. **C**ollaterales sunt octo. **P**rima est qñ maximus ad mediū sicut dicitur minorū ad differentiā maiorū. **S**ecūda est qñ medius ad minimū: sicut dicitur minorū ad differentiā maiorū. **T**ertia est qñ maximus ad mediū sicut dicitur extremorū ad differentiā maiorū. **Q**uarta est qñ medius ad minimū sicut dicitur extremorū ad differentiā maiorū. **Q**uinta est qñ medius ad minimū: sicut differentiā extremorū ad differentiā minorū. **S**exta est qñ maximus ad minimū: sicut differentiā minorū ad dicitur maiorū. **S**eptima est qñ maximus ad minimū: sicut dicitur extremorū ad differentiā maiorū. **O**ctava est quando maximus ad minimū: sicut differentiā extremorū ad differentiā minorū.



Si fuerint tres numeri in arithmetica medietate dispositi: erit maioris ad medium minor proportio q̄ mediū ad minimum.

Sint a b c tres numeri in arithmetica medietate dispositi quoz maximus sit a: dico a ad b minorē esse pportionē q̄ b ad c. nā per diffinitionē a ad b et b ad c equalēs sunt dicitur: qz igitur a et b sunt vt cōpositi ex b et c ipsi additis numeris equalibus scz differentiis eorū. ergo per decimā sextam secūdi pportio a ad b minor erit pportione b ad c: quod est ppositū.



In eadē medietate duo extremi cōiuncti tm̄ reddunt: q̄tum medius duplicatus.

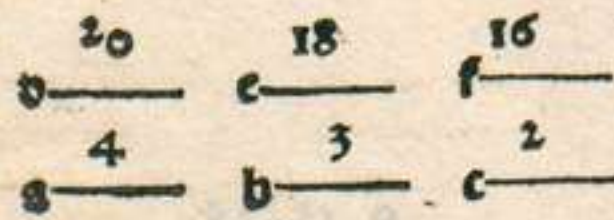
Ram p diffinitionē primi ad mediū et mediū ad extremū equalēs sunt dicitur: igitur p secūda primi medius est extremorū cōiunctoz medietas. duplicat⁹ igitur equat⁹ extremis puctis: qd est ppositū.



In eadē medietate quod sub extremis continetur cum quadrato differētie equalē est quadrato mediū.

Ram per pmissam duo extremi simul sunt tanq̄ duplus mediū. **P**onat⁹ ergo duplus mediū q̄ sit d diuisus p duo equalia quoz mediū est vnū: et per duo inequalia q̄ sint a c extremi: et p decimā nonā primi erit quadratus b vnus equalium q̄tum quod sit ex a in c cum eo quod sit ex differētia a ad b in differentiā b ad c. at qz differētie ille sunt equalēs: tantum ergo erit quadratū mediū b q̄tum quod cōtinetur sub extremis a et c cum quadrato dicitur mediū ad extremū: quod est ppositū.

In eadem quoq; medietate quadrata extremorum: duplum sunt quadrato mediū et quadrato differētie.



Sint a b c numeri in hac medietate dispositi: sitq; d quadrata a et c. dico d duplū esse quadrato mediū et quadrato dicitur simul. **S**it enī f qd sit ex a in c bis et quadrata b mediū bis sint e: qz enī per secūda huius a et c cōiuncti tantū sunt q̄tum duplus b. et per decimā quintā primi d et f simul tm̄ sunt q̄tum quadratū totius a c: sed et per eandē decimā quintā e erit medietas d et f simul. igitur per secūda partē secūde primi e ad d et d ad f equalēs sunt dicitur. igitur per diffinitionē e hac medietate mediū est inter d et f. et qz per precedentē qd sit ex a in c semel cū quadrato dicitur tantū est q̄tum b in se. igitur e addit super f duplū quadratū dicitur: quare et d tantum addet sup e. quare et duplū quadratū differētie b ad a equat⁹ d. igitur quadratus b q̄ est medietas e cū quadrato differētie b ad a est medietas d: qd est ppositū.



Trium numeroꝝ in hac medietate dispositoz duob⁹ extremis datis: mediū repire. **S**int a b duo extremi in hac pportione: illos simul addo atq; aggregati sumo medietatē que per secūdam huius erit mediū petitus: factumq; erit ppositū.

6 ¶ Si fm pportioem medii datoru numeroz ad dñiam: sumatur tres nūeri in eadem medietate:crit medii illoz ad differētiā:que inter extremos passignatoz pportio.

¶ Sint a b c tres numeri in Arithmetica medietate quoz maximus sit a. et sit d differētia a ad c: et e medietas que est differentia a ad b et differentia b ad c. sumo item in eadem medietate numeros f g h quoz extremoz sit pportio tanq̄ b ad e: sitq̄ f maximus. dico g ad differētiā f ad g q̄ sit l eam pportionem esse que a ad c. capio enī differētiā f ad h q̄ sit k: cuius medietas sit l. et cōpositus ex f et h sit m. qz enī per hypothesim b ad e tanq̄ f ad h: et b et e sunt a. igitur p sextam secundi a ad e sicut m ad h. et quia vt dictū est b ad e vt f ad h: ergo pmutatim b ad f totus ad totū: sicut e ad h detractus ad detractum. igitur per quintam secundi c ad k residuus ad residuum sicut totus ad totū. quare g et vt e ad h: ita c ad l. permutatim ergo e ad c vt h ad l. ergo p vicesimā primam secūdi et equā pportioalitatē m ad l sicut a ad c. ergo q̄ per scđam huius g sit dimidiū m: erit a ad c sicut g ad l: dimidiū scilz ad dimidiā differentiam sicut totum m ad l totam differentiam. quod est propositum.



7 ¶ Si fuerint tres nūeri in hac medietate dispositi: extremoz/ et medij ad differētiā eandem esse pportionem impossibile est. maiorem vō siue minorem: possibile.

¶ Sint tres numeri a b c in hac medietate pstituti: et a maximus: et differentia a ad b/ et b ad c sit d. dico impossibile esse eādem pportioem a ad c et b ad d. nam si id possibile foret: ponat̄ ergo vt sit a ad c tanq̄ b ad d. ergo p vicesimā quintam secūdi qd̄ sit ex a in d: equū est ei qui sit ex b in c. at p decimam quartam primi qd̄ sit ex a in d tm̄ est q̄tum qd̄ sit ex d in se et d in b qui sint e et f. sed per eandem b in c tm̄ est q̄tum qd̄ sit ex c in d et c in se qui sint g et h. equabūtur ergo adinuicem e f simul et g h simul. qd̄ est impossibile. qd̄ sic ostēdo. nam p septimam secūdi f ad e sicut b ad d. et per eandem h ad g sicut c ad d. sed p nonam secūdi pportio b ad d maior est q̄ pportio c ad d. igit̄ et pportio f ad e maior erit pportione h ad g. quare si f equet̄ h p eādem e erit minor g. quare e et f non equabūtur g et h. et si f sit mior h ergo p decimā septimā secūdi e etiā erit minor g. quare cōpositus ex e et f duobus minoribus non equabitur cōposito ex g et h. at si f ponit̄ maior h/ et cōpositus e et f equetur cōposito g et h: ergo per decimā nonam scđi pportio f ad e minor erit q̄ pportio h ad g: cui⁹ oppositum mōstratum est. cōstat ergo qd̄ dictū est. ¶ Sed extremi ad extremum pportio maior possibilis est q̄ medij ad differentiam si abvitate tres p̄tinue ponant̄ termini qui erūt in hac medietate. et qz extremi scz ternarij ad vnitatem est pportio tripla: sed medij binarij ad vnitatem (que differētia est) pportio dupla: pstat extremi ad extremum maiorem esse pportioem q̄ medij ad differentiam. et ita si post vnitatem in hac medietate numeri apte discōtinue sumatur. Possibilis est etiā extremi ad extremum pportio mior q̄ medij ad differentiam. nam acceptis quibuscūqz tribus terminis continue post vnitatem: maior erit pportio medij ad vnitatem que erit differentia q̄ extremi ad extremum quoz differentia semp est binarius.



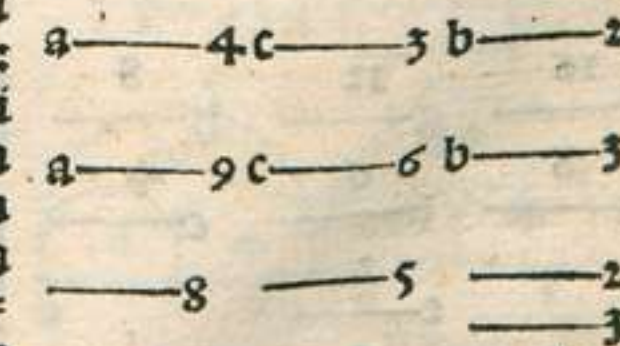
8 ¶ Tres numeros in hac medietate inuenire quoz pportionis medij ad differētiā: ad pportionem extremozum differentia sit qualibet data pportione maior.

¶ Sint a et b nūeri date pportiois et b maior: addo b ad a et fiat c cui etiā addo b et fiat d. manifestum est d c a esse tres numeros in hac medietate cōstitutos cū b sit cōis differētia d ad c et c ad a: quoz dico differētiā pportionis c ad b medij ad differētiā: ad pportionem d ad a esse data pportione b ad a maiorem. nam pportio c ad a addit sup pportionem c ad b pportionem b ad a. et pportio d ad a est maior pportione c ad a. addet igit̄ pportio d ad a sup pportioem c ad b maius pportioē data b ad a. est itaqz differētia pportiois c ad b ad pportioem d ad a data pportione maior.



9 ¶ Si extrem⁹ extremi duplus: erit medius differentie triplus: et cōuertitur. qz si alter alterius maius duplo fuerit: erit medius minus triplo differentie: et ecōuerso.

¶ Nam si a maximus sit duplus b mīmi: erit b duplus differentiaz. quare c ex b et differētia illa cōstitutus eidem differētie erit triplus. et si c est triplus ad differentiam cū pstituat̄ ex illa differētia et b: ergo b erit duplus ad differētiā. quare a pstitutus ex b et dupla differētia que equatur b itez inuenietur duplus ad b. quod est primum. et si a est triplus ad b: idem b equabit̄ vni differentiaz. at b et vna equalium differentiaz pstituit̄ c. igitur c duplus est ad differentiam. et si c duplus est ad differētiā erit rursus a triplus ad b. nam si c sit duplus ad differentia cū sit pstitut⁹ ex differētia et b: differentia illa equabitur b. sed b cum equali differētia bis sumpta pstituit̄ a. igitur a triplus est ad b. et vniuersaliter si maximus ad mīnum pportio maior q̄ dupla inueniatur: erit semp mīmus ad differentiam minor q̄ duplus. igit̄ et medius ex mīmo et differentia cōstitutus ad differētiā minor erit q̄ triplus. Et cōuertitur vt in alijs quoz mōstratum est.



10 ¶ Datis quibuscūbet duabus pportioibus: fm vtrāqz in Arithmetica medietate tres terminos ordinare: quoz adinuicem differentie sint equales.

¶ Sint mīnimi termini duarū datarū pportionum a b et c d. et differētie illoz sint e et f. sumo itez g nūerum aliquem quem cōiter numerent differentie e et f. et sint numeri fm quos ipm numerat̄ h et k. deinde multiplico a et b per h: et pueniat̄ l et m. et multiplico c et d per k et pueniat̄ n et o. p septimam secūdi l ad m vt a ad b. et n ad o vt c ad d. et differētia l ad m est g. et similiter differētia n ad o est g. si igit̄ g est par: sumo medium inter l et m qui cōstabit ex m et dimidiō g. et medij inter n et o qui cōstabit ex o et dimidiō g. et erūt tres termini l et m cū suo medio fm pportioem a ad b/ et tres alij n et o cōstitero eoz medio fm pportioem c ad d in arithmetica medietate quoz adinuicem differentie sunt equales

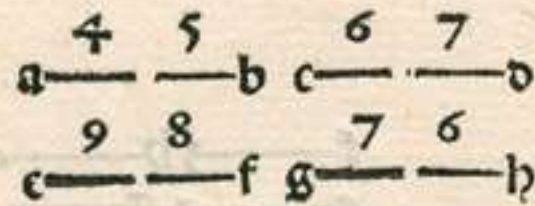


si autem g esset impar duplādi essent l/m/n/et o. et dupla ad g p correlariū septime secūdi pueniret differētia. si ergo inter illos mediū sumatur tam horū q̄ illoꝝ differētia ad medium crit g. sicq̄ totum manifestum erit propositum.



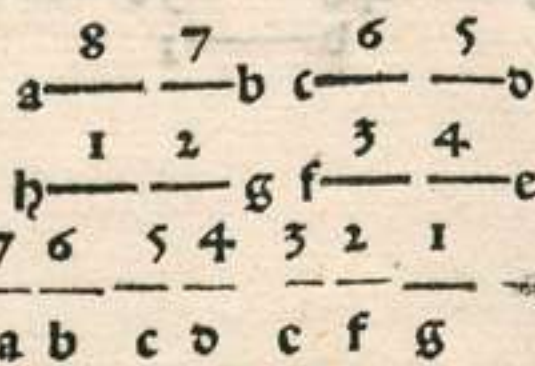
¶ Quotlibet numeros fm Arithmetica medietatem sumere: quoz differētie dato numero non sint minores: extremoz vero pportio sit date pportioni equalis.

¶ Sint a z b termini date pportionis: et c eoz differētia: et d sit numerus fm quem sumendi sunt quotlibet numeri: z e numerus quo non minores debeāt esse differētie. multiplico a z b fm nūerum vno minorem d z pueniant f et g: quoz differētia c toties nūerabit. sumo ergo media fm differētiā equales c et fiet vt oēs numeri sint fm nūerum d. multiplicez item c donec pueniat maior e: et fiat hoc fm h. ducoq; h in f z g et omnes medios et pueniāt k l z mediū inter illos. manifestū est extremozum pportionem esse pportioni a ad b equalem: et numerum sumptum esse fm d z differētiā inter se equales et numero e dato maiores. quod est propositum.



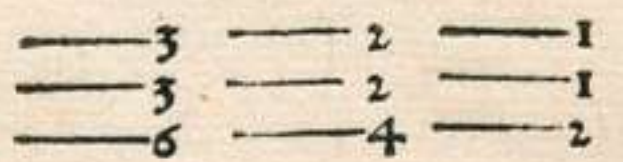
¶ Si sumptis quotlibet nūeris in hac medietate: aliū totidem eandem habentes differētiā maiores minoribus coniūgant: numeros equales puenire necesse est.

¶ Sint a b c d q̄tlibet numeri in hac medietate quoz a sit mīnus: z e f g h totidem in hac medietate et e illoꝝ maximus: sintq; hoꝝ et illoꝝ equales differētie. dico a et e simul equari b et f et reliquis hoc modo sequētibus. nam quia a z e sunt circūpositi b z f et equales per hypothesim differētie: ergo per tertiam primi a et e simul equatur b et f. et hunc in modum de reliquis argumentare.



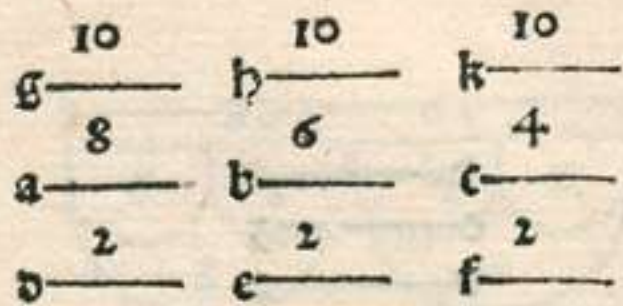
¶ Numeros quocunq; in hac medietate datos coaceruare.

¶ Hec demōstrat aggregatoꝝ summam reperire: quā nōnulli pgressiōem vocant. si enī sunt in nūero pari vt a b c d. e f g h q̄ igif p precedentem a h equatur b g et c f et d e fm seriei medietatem. si ergo in coaceruatum ex a z h duob; extremis ducat totius seriei medietas pueniet summa totalis ex oībus coaceruata. At si numerus eoz sit impar vt a b c d e f g erit vnus eoz medius vt d. et eius ad extremos a et g eadem erit differētia. quare per scđam primi est medietas a et g/ et similiter medietas b z f/ et medietas c z e. numerus igitur seriei oīm in ipm ductus oīm summam cōficit. quod est propositum.



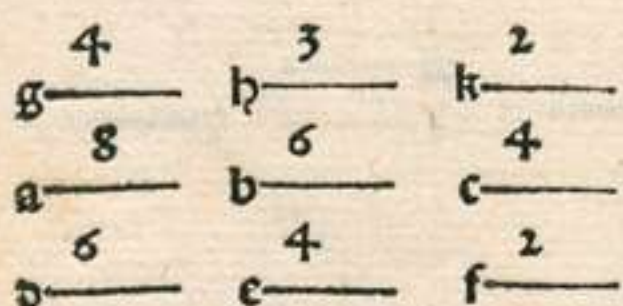
¶ Si q̄tlibet nūeri huius medietatis alijs totidē siue cōlibus siue in eadez medietate sumptis minores mioribus addatur: ppositi quoq; fm eadē medietatē disponētur.

¶ Nam siue equales equalibus addatur siue hoc modo nūeri quicunq; totidem alijs in eadem medietate cōstitutis: quia equalib; differētis equales differētie addētur et tote differētie adinuicem erūt equales. quare per diffinitionem compositi erunt in hac medietate pstituti. quod est propositum.



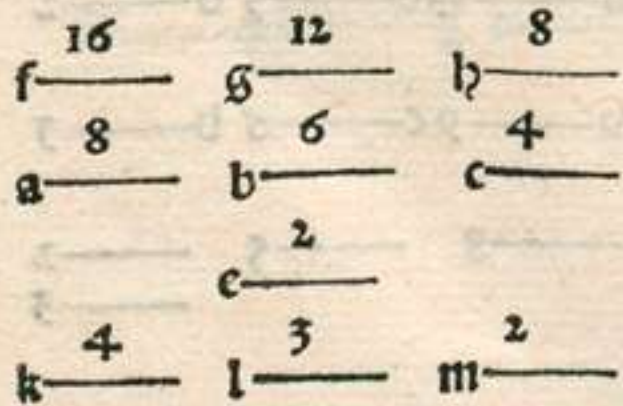
¶ Si equales totidem auferant siue ipi ab cōlibus subtrahatur: residuum in eadem medietate inuenietur.

¶ Nam equalibus de quibuslib; et eoz demptis erūt eodem residuoꝝ que z totoꝝ differētie idētidem quibuslib; eoz ab equalibus demptis eodem que subtracte z manebunt differētie. igitur per diffinitionem residua erunt in arithmetica pportione. quod intendebatur.



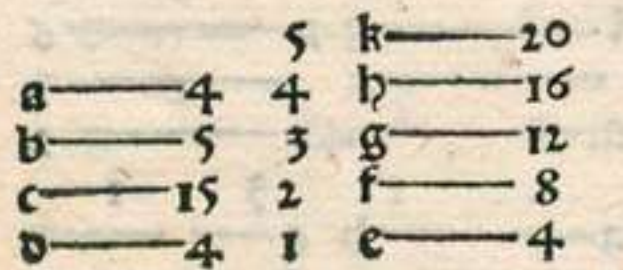
¶ Si vero de eisdem aliū in eadem medietate dati minores a minoribus tollatur: residui vel erunt equales vel eiusdem medietatis rationem suscipient.

¶ Hec quodāmodo decimequarte et decimequite puerfa est. nam datis a b c in hac medietate maioribus et d e f minoribus: quoz ad primos differētie sint equales: subtractis d e f ab a b c. residui erūt equales: differētie a ad d. quare adinuicem equales. at si numeri sumpti vt g h k non hēant singuli ad singulos a b c equalem differētiā. qz detractorum z totoꝝ eales sunt differētie: erūt z residuoꝝ equales differētie. et cū residua nō sint equalia: inter eos erit hęc medietas. quod est propositum.



¶ Si quotlibet numeri huius medietatis fm eundem nūerum vel multiplicentur vel diuidatur: erunt z pducta z diuidētia in hac medietate eodem ordine continuata.

¶ Sint dati quotlibet numeri in hac medietate: vt a b c qui multiplicētur p e et pueniant f g h z qui diuidatur per e: et pueniant k l m. dico pducta f g h et diuidētia k l m eodem ordine in hac medietate ptinuata. nam qz multiplicatoꝝ a b c differētie sunt equales: ergo per correlariū septime secūdi et productozum. et etiam per idem quoties diuidētia l z m numerabunt a b c: z toties differētie numerabunt differētiā et eodem ordine. est ergo notum quod proponitur.



¶ Datum nūerū in quotlibet partes que arithmetica medietate se excedāt diuidere.

¶ Sit numerus diuidēdus a: et b nūerus fm quem pponif diuidi. Inuenio per decimātertā huius numerum ex oībus ab vnitate ad b coaceruatum qui sit c. et qui sit vt partes ab ipō denoiate. et resoluas si vis a in cōsimiles partes: dehinc resolutum diuidas per c et reuertetur numerus fm a qui sit d per quem multiplica oēs numeros ab vnitate ad b qui sunt in hac medietate vt notum est et pueniāt f g h l partes denoiate ab c que per precedentem erūt in hac medietate. et per nonā primi manifestū est eas cōstituire a. et sunt sumpte fm numerum b. effectum est igitur propositum.

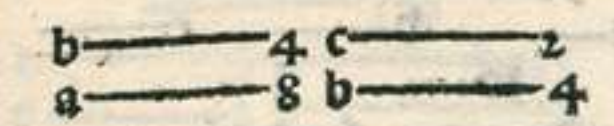
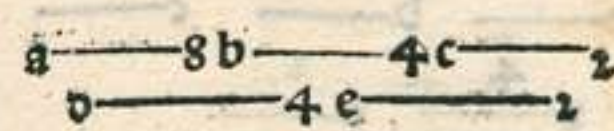
¶ Si inter numeros pportioales mediū fm hanc medietatem designetur: erit extremozum ad illos pportio vna.

Sint a b c numeri in hac medietate constituti et similiter totidem d e f: sitque a ad c sicut d ad f. dico a ad b ut d ad e et b ad c ut e ad f. nam si a c et d f sint equales: constat propositum. si non: sint ergo d f maiores et a c minores. quia enim que proportio d ad f totus ad totum: ea est a ad c detracti ad detractum: ergo per quitam secundi differentia d ad f ad differentiam a ad c residuum ad residuum: sicut d ad f totum ad totum quare medietas differentie d ad f que sit h ad dimidium differentie a ad c que sit g per correlarium decime quarte secundi: sicut d ad f. et cum que proportio d ad f ea sit a ad c: ergo permutatim d ad a sicut f ad c. cum itaque f ad c sicut h ad g: ergo per idem correlarium e ad b sicut d ad a. quare permutatim d ad e sicut a ad b. et consiliter probabis f ad e sicut c ad b aut e contra. quod est propositum.



Si in geometrica medietate tres numeri statuatur: erit que maximi ad medium: ea differentie ipsorum ad differentiam medii ad minimum proportio.

Sint a b c tres numeri in geometrica medietate dispositi per diffinitionem que proportio a ad b ea est b ad c. et sit d f a ad b numerus d. et differentia b ad c medij ad minimum numerus e. dico eadem esse proportionem a ad b et d ad e. capio enim b et ut totum et ut detractum. et quare proportio a ad b totius ad totum: ea est b ad c detracti ad detractum. igitur que proportio a ad b totius ad totum et maximi ad medium: ea est d f a ad b ad differentiam b ad c per quitam secundi residui ad residuum. quod est propositum.



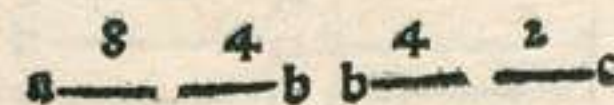
In hac medietate quod sub extremis continetur: equale est quadrato medii.

Hec ex diffinitione et vicesima sexta secundi statim cognoscitur.

In eadem medietate duo extremi producti: maius sunt quam medius duplicatus.

Hec itidem statim cognoscitur per vicesima quartam secundi: sumpto medio per secundo et tertio.

In eadem medietate quanto maximi ad medium maior est proportio: tanto etiam maximi et minimi ad duplum medii maior erit proportio.

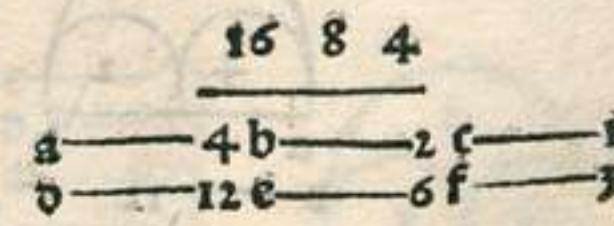


Sint a b c continue proportionales: et d e f idem totidem continue proportionales sed in maiore proportione. dico quod quanto maior est proportio a ad b quam d ad e: tanto maiorem esse proportionem a et c ad duplum b quam d et f ad duplum e. sit enim g differentia a ad b: et h differentia b ad c: similiter k differentia d ad e: et l differentia e ad f. et quo g excedit h sit m: quo x o k excedit l sit n. quia enim maior est proportio a ad b quam d ad e: ergo per duodecimam secundi a ad d totius ad totum maior est proportio quam b ad c detracti ad detractum. ergo per decimam tertiam eiusdem g ad k residui ad residuum maior est proportio quam a ad d totius ad totum: quare multo fortius quam b ad e detracti ad detractum. quare igitur g ad k maior est proportio quam b ad e: igitur per duodecimam eiusdem g ad b maior proportio quam k ad e. quare per undecimam eiusdem b ad g minor proportio quam e ad k. et per vicesimam huius g ad h maior est proportio quam k ad l. nam g ad h ut a ad b: et k ad l ut d ad e. quare eadem argumentatione qua paulo ante g ad m minor proportio quam h ad n. quare per quintam quinti erit b ad m minor proportio quam e ad n. per eandem igitur dupli b ut o ad m minor proportio quam dupli e ut p ad n. et quare a et c superant duplum b quantum est m: et similiter compositus ex d et f excedit p duplum e quantum est n: ut facile ex precedente cognoscas. et proportio p ad n maior proportione o ad m. igitur per secundam partem decime quinte secundi p et n ad p minor proportio quam o et m ad o. igitur d et f simul ad p proportio minor quam a et c simul ad o. quod est propositum.



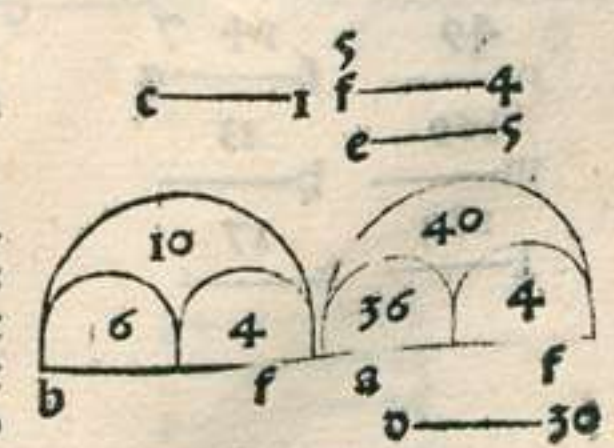
Si quotlibet numeris in hac medietate sumptis totidem alii eiusdem proportionis maiores maioribus addantur: compositi quoque in hac medietate inveniuntur dispositi.

Nam si que proportio a ad b et b ad c: ea sit d ad e et e ad f. igitur permutatim que proportio a ad d: ea est b ad e et c ad f. igitur per vicesimam secundi que proportio a ad b: ea erit compositi ex a d ad compositum b e. et compositi b e ad compositum c f. quod est propositum.



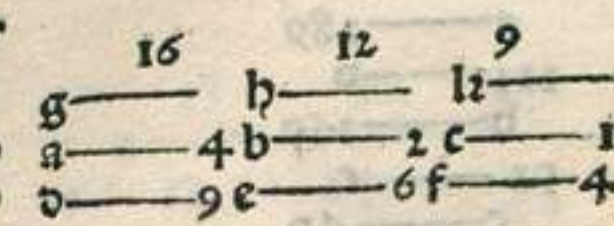
Si dispositis aliquot numeris in hac medietate numeri equales singulis addantur: erit inter compositorum maiores proportio maior.

Sint a b c in geometrica medietate dispositi: et d e eorum differentie: et f numerus singulis addendus. quia igitur quo abundat f a super f b est d. et quo abundat f b super f c est e. et per nonam secundi f ad d minor est proportio quam f ad e. et per vicesimam huius permutatim argumentando a ad d ut b ad e: per idem erit f a ad e maior proportio quam b f ad e. itidem et proportio b f ad e maior quam c f ad e. et quia d ad e ut a ad b ut dictum est: et differentia a f ad b f est d. et differentia b f ad c f est e: erit proportio a f ad b f maior quam b f ad c f. et quanto differentia fuerit maior: tanto d f a unius proportionis super differentiam alterius erit maior.



Si quotlibet numeris in hac medietate datis: totidem alii in eadem quidem medietate sed non in eadem proportionem sumpti: maiores minoribus addantur: inter compositorum maiores: maiorem esse proportionem conueniet.

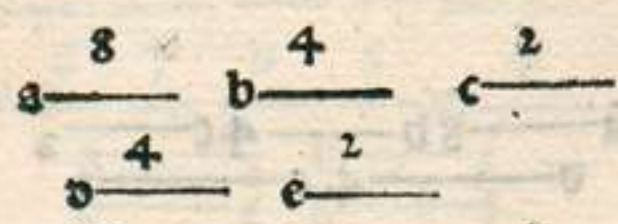
Sint continue proportionales a b c et similiter d e f: sed in minori proportione. dico quod a d ad b e maior proportio quam b e ad c f. Sit enim qd ex a in f produci / g. et qd ex b in e / h. et qd ex d in c / k. per primam quinti proportio g ad h est d f a ad b super proportionem e ad f. sed et proportio h ad k est per eandem d f a ad b super proportionem d ad e. quare sicut g ad h: ita h ad k. quare per vicesimam secundam huius g et k plus sunt quam dupli h. et quare qd ex a in c et qd ex d in f sunt quantum qd ex b in e et in se per vicesimam sextam secundi erunt ergo eadez cum g et k maius quam quadrata b et e cum duplo h. maius quam qd ex a d in c quam qd ex b e in e. et ideo maior proportio a d ad b e quam que est b e ad c f per vicesimam septimam secundi. qd est propositum.



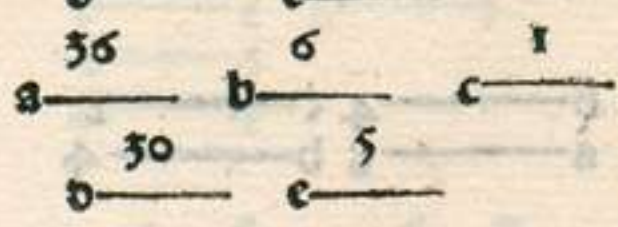
Tribus numeris in hac medietate sumptis: maximi ad minimi et medii ad alteram differentiarum eandem esse proportionem impossibile est. 27



Sint a b c tres numeri in hac medietate: et differentie eorum d et e. dico impossibile esse eandem proportionem a ad c et b ad d vel b ad e. nam si esset a ad c sicut b ad e: ergo permutatim esset a ad b sicut c ad e. et quia per vicesimam huius b ad c sicut d ad e erit permutatim b ad d sicut c ad e. quare que proportio a ad b ea erit b ad d: sed a est maior d. igitur per quartam secundi b maior d. igitur que proportio a ad b maiorem eius portionem erit b maioris portionis ad minorem. quod per undecimam quinti est impossibile et propositum.



Trium numerorum huius medietatis quo maximi ad minimum maior est proportio: eo medii ad quolibet differentiarum proportio minor. 28



Si hypothesis ut prius. hoc enim ideo est quod quanto a ad c maior: tanto differentia b ad c erit maior quare tanto numerus c maior. et ideo proportio b ad e minor similiter quanto a ad c maior tanto etiam a ad b maior et quanto a ad b maior tanto d differentia maior. quanto autem d differentia maior: tanto b ad e ipsam proportio minor. quod est propositum.

Numeros quotlibet in geometrica medietate continuare: quorum extremorum proportio non sit data proportionem maior: minorum vero differentia non sit dato numero minor. 29

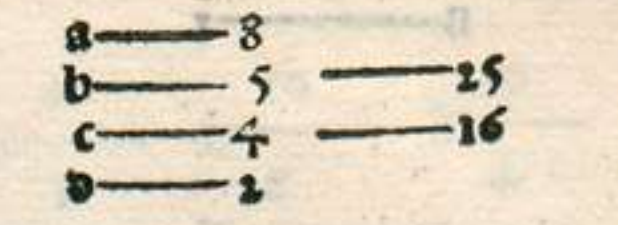
Divido per sexagesimanonam noni proportionem datam in proportionem quatuorlibet sint equales: et si differentia minorum sit equalis dato numero aut maior: effectum est propositum. si autem minorum differentia sit dato numero minor. duco datum numerum in quolibet numerum illarum proportionum et factum apparebit propositum.



Si inter numeros eiusdem medietatis: secundum arithmetica medietatem medii statuantur: illi quoque in geometrica medietate disponuntur. 30

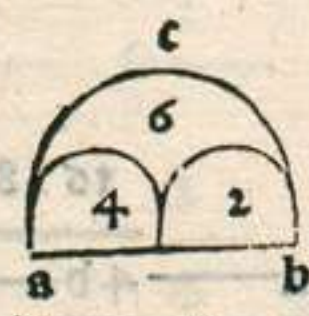
Sint a b c continue in hac medietate dispositi: sitque d medius inter a et b: et e inter b et c secundum arithmetica medietatem. dico que proportio a ad b: eam esse d ad e. nam per decimanonam huius ut a ad d: ita b ad e. igitur permutatim ut a ad b: ita d ad e. quod est propositum.

Si inter duos numeros medii duo proponantur alter in arithmetica et alter in geometrica medietate: qui est secundum arithmetica reliquo tanto amplius potest quantum est quadratum differentie ipsius ad alterutrum extremorum. 31



At inter a et d sint b c duo medii: scilicet b in arithmetica medietate et c in geometrica. dico b amplius posse super c quantum est quadratum differentie b ad a aut b ad d: quod idem est. nam per vicesimam primam huius quod sit ex a in d tunc est quantum quadratum c. at per tertiam huius quadratum b addit super id quod sit ex a in d quantum quadratum differentie a ad b. igitur et tunc addet super quadratum c. quod est propositum.

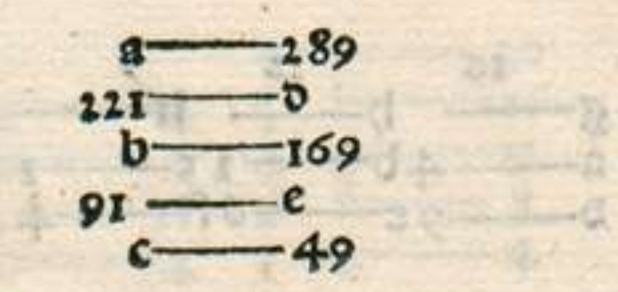
Tres numeros in arithmetica medietate reperire: inter quorum binos et binos secundum geometricam medietatem medios assignare contingat. 32



Sint a et b duo numeri pares: et b aut equalis aut numerus a. et propositus ex a et b sit c cuius duplus sit d. ducaturque a in c et perveniat e. quia per primam septimi compositus ex a et c est par: et per duodecimam eiusdem e est par. ergo per sextam eiusdem si propositus ille detrahatur ab e: relinquetur par. sit ergo par relictus f. et eius medietas g. et compositus ex g et c sit h. nempe h et a componatur k sintque l m n quadrati l h g quos dico esse numeros quales querimus. nam per decimanonam primam l quadratum l2 addit super m quadratum h: quantum est quadratum a. et quod sit ex h bis in a. hoc est quantum quadratum a et quod sit ex a in d et f. et quod sit ex a in e et in f minuit ex eo quod sit ex a in e quantum est quod sit ex a in c. et quod sit ex a in d est quantum quod sit ex b in e. et quia quod sit ex a et b in e equalis ei quod sit ex c in e: erit quod addit quadratum k super quadratum h minus eo quod sit ex c in e quantum est quod sit ex c in a. et ex eodem patere potest quod quadratum h addit super quadratum g quantum quod sit ex c in f et in f: quod minus est eo quod sit ex c in e quantum est quod sit ex c in a. quare quanto l abundat super m tanto m abundat super n. quare quadrati l m n sunt in arithmetica medietate constituti. et per correlarium quarte sexti inter l et m est unus medius proportionalis: et similiter inter m et n. factum est ergo propositum.

Si sumptis tribus terminis in arithmetica medietate medii inter illos secundum geometricam medietatem statuatur: inter quadratos illorum quadratum medii aliorum in arithmetica medietate constare necesse est. 33

Sint a b c numeri in arithmetica medietate constituti per precedentem inveni inter quos sint d e secundum geometricam medietatem. dico quadratum medii b esse in arithmetica medietate inter quadrata mediorum d et e. nam quia quadratum d per vicesimam sextam secundi est quantum quod sit ex b in a. et per nonam primi quadratum d addit super quadratum b quantum quod sit ex b in d suam ad a. et similiter quadratum b addit super quadratum e quantum quod sit ex b in d suam ad c. sed b ad a et b ad c equalis est differentia: igitur quadrata numerorum d b e sunt in arithmetica medietate. quod est propositum.



Ordinatis tribus terminis in harmonica medietate: erit maximi ad medium: quod medium ad minimum maior proportio. 34

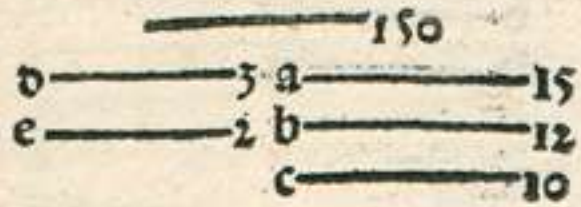
Sint a b c tres numeri in harmonica medietate constituti: sitq; a maximus. dico a ad b maiorem esse proportionem q; b ad c. Sit eni d differentia a ad b: et e differentia b ad c. erit eni per definitionem d ad e sicut a ad c. et per nonam secundi a ad c maior proportio q; a ad b. quare a ad b minor proportio q; d ad e totius scz ad totu minor proportio q; detracti ad detractum. ergo p decimaquartam secundi b ad c residui ad residuum minor proportio q; a ad b totius ad totum. quod est propositum.

35 In eadem medietate duo extremi iuncti: maius medio duplicato efficient.

Item per scbam secundi differentia maiorum est maior q; differentia minorum. sumpto ergo numero minore maximo extremoz qui addat sup mediu q; tum medium sup mimum: p scbam primi ille cu mimo equabunt medio duplicato. igitur per eodem scientiam maximorum extremoz qui eo est numerus maior cu eodem mimo constituet numerum medio duplicato maiorem. quod est propositum.

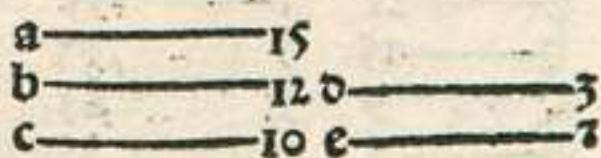
36 In eadem medietate qd continetur sub extremis est qstum quadratum medij cu eo quod fit ex differentia in differentiam.

Sint vt prius a b c tres numeri in hac medietate constituti: et eoz differentie d z e. dico qd fit ex c in a esse tm qstum quod fit ex b in se cu eo quod fit ex d in e. nam qd fit ex c in a est tm qstum quod fit ex c in b z in d per nonam primi. et p vicesimaquintam secundi qd fit ex c in d est qstum qd fit ex e in a. et qd fit ex e in a qstum qd fit ex e in b et d. et quod ex e z c in b per decimam primi qstum quod fit ex b in se. ergo quod fit ex c in a est qstum qd b in se et e in d. quod pponitur.



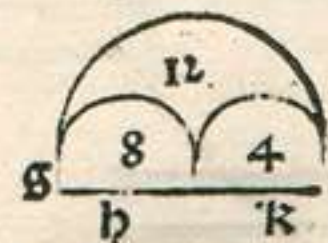
37 In eadem quoq; medietate quod fit ex medio in extremos: duplum est eius quod continetur sub eisdem.

Item quod fit ex b in a est qstum quod fit ex c in a et e in a per decimam primi. et q; ex e in a qstum quod fit ex d in c per vicesimaquintam secundi z p decimam primi itez quod fit ex d in c cu eo quod fit ex b in c qstum quod fit ex a in c. quare qstum quod fit ex c in a. est itaq; quod asstruitur notum.



38 Inter unitatem z aliquem numerum: siue inter numeros in sua proportioe mimos: scdm harmonicam medietatem non est assignare medium.

Inter numerum z unitatem non assignabit. nam cu que proportio numeri dati ad unitatem ea esset differentie numeri dati ad medium ad differentiam medij ad unitatem. et dria numeri dati ad medium minor eet numero dato: oporteret medij numeri dati z unitatis ad unitatem: minorem ee differentiam unitate. de numeris aut in sua proportioe mimos idem statim patet. nam cum eadem eet differentie ad differentiam que illoz numeroz adinuicem. proportio z eoz differentie sint minores. illi ergo non essent in sua proportioe minimi. quod est ptra hypothesim.



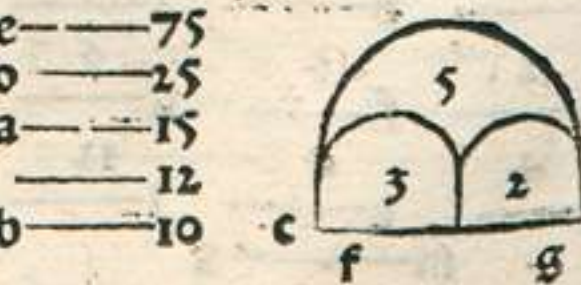
39 Scdm datam proportioem: musicam inuenire medietatem.

Sint a z b extrema date proportiois: et c differentia eoz: et copositus ex eis sit d. ducatur igit a et b in d et pueniat e z f. sitq; eoz differentia g. qua p nonam primi d nuerabit fm c. et quia d est tanq; a z b ergo c ductus in a z in b facit g. et eo quod fit ex c in a quod fit h: dempto de g remaneat l: que pducet b in c. sumatur ergo l medius inter e z f cuius differentia ad e sit h: certum est differentiam eius ad f esse k. et quia per septimam secundi h ad k tanq; a ad b. et per octauam eiusdem etiam e ad f tanq; a ad b. constat ergo per definitionem factum esse propositum.



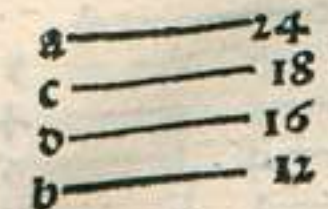
40 Terminis extremis ppositi: medium inter eos fm harmonicam medietate repire.

Sint a z b extremi harmonicam medietatis quoz iubeat medium inuenire. capio eoz differentiam que sit c: et copositum ex ipsis qui sit d. deinde duco a in c et pueniat e qui diuidatur p b: et diuidens sit f. eritq; per couersam vicesimequinte secundi que proportio d ad a eadem c ad f. dempto ergo f de c remaneat g. eritq; f ad g sicut a ad b. quod ostedo. nam qz sicut d ad a: ita c ad f. ergo pmutatum d ad c totus ad totum vt a ad f detractus ad detractum. quare itez vt a ad f: ita b ad g residuus ad residuu. ergo permutatum a ad b sicut f ad g. sumo igitur inter a z b medium numerum cuius differentia ad a sit f. et quia relinquetur differentia eius ad b esse g: per definitionem constat factum esse propositum.



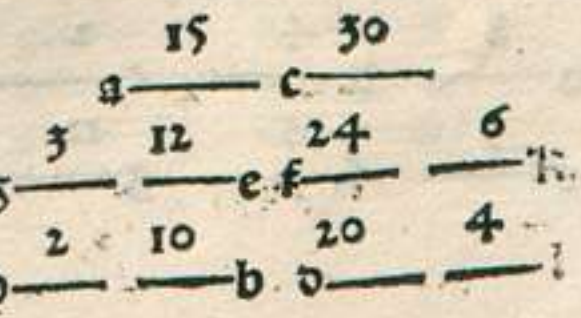
41 Si inter duos numeros duo statuatur medij: alter fm arithmeticeam z alter scdm harmonicam medietatem: qui fm arithmeticeam maior est z q; maximi ad ipm eadem alterius ad minimum proportio.

Sint extremi a b. et medij fm arithmeticeam medietatem c. et fm harmonicam d. dico c ee maiore d: et eam ee proportioem a ad c q; d ad b. q; aut c maior sit d: statim patet q; p definitionem ea sit proportio dria a ad d ad dria d ad b que a ad b. sed dria a ad c z c ad b equatur: ergo maior erit dria a ad d q; a ad c. et q; ea sit proportio a ad c que d ad b patet. nam p quintam huius c est medietas a z b sil iunctorum et per tricesimam septimam huius quod ex d in a z in b pducitur duplum est ad id quod fit ex a in b. igitur qd fit ex d in c dimidium per scbam primi a z b: equabitur ei qd fit ex a in b. igitur p vicesimam quintam secundi a c d b sunt proportionales vt dicitur. quod est propositum.



42 Si inter numeros proportionales medij fm harmonicam medietatem statuatur: extremorum ad illos erit proportio vna.

Sit proportio a ad b sicut c ad d. et sit e medius harmonicam inter a z b. et siliter f medius inter c z d. dico a ad e sicut c ad f. Sint eni dria g h et k l. qz q; proportio a ad b ea est c ad d. et q; a ad b ea est g ad h. et que c ad d ea est k ad l. idcirco erit g ad h vt k ad l. quare pmutatum g ad k vt h ad l. quare p vicesima



Secūdi g h ad k l sicut g ad k. et itē qz pmutatim a ad c sicut b ad d: erit per idem a ad c sicut g h ad k l quare sicut g ad k. et qz a z c sūt tota et g z k detracta: erit ergo e ad f residuus ad residuum p quitam secūdi vt a ad c totus ad totum. quare pmutatim a ad e sicut c ad f. quod est propositum.

e — 48
g — 36
h — 32
f — 24

a — 24
c — 18
d — 16
b — 12

¶ Si inter duos numeros alij duo medij pportionaliter sumantur: sumaturqz maior fm arithmetica medietate: sumetur minor fm harmonicam. qz si minor fm harmonicam: maior fm arithmetica sumetur. 43

¶ Sit enim a ad c sicut d ad b. et c maior sit medius fm arithmetica medietatem inter a z b. dico d esse medij fm harmonicam medietate inf a z b. et pvertitur. Sumo enī p quadragesimā primā huius e z f qz sint in pportioe a ad b. inter qz sit g fm arithmetica medietate medi? z h fm harmonicam. quia igit p quadragesimā primā e ad g sicut h ad f. et p decimā nonā huius e ad g sicut a ad c. qre cū d ad b vt a ad c: et h ad f vt e ad g. erit g h ad f vt d ad b. sed z qz h est medius harmonicus ad quem f extremum habet eam pportioem qz b ad d: facile p precedentem inuenies d eē in harmonica medietate inter a et b. cōuersum aut facile pbabis per quadragesimā primā huius ostēdo mediū arithmetice medietatis quēcunqz inuentum: esse equalem c maiori.

n — 189
f — 27
g — 21
h — 15
k — 9
m — 5
l — 3

o — 147
t — 135
p — 105
q — 63
r — 35
s — 21

a — 9
d — 7
c — 5
e — 3
b — 1

¶ Numeros quolibet in arithmetica medietate ptinuare: inter quoz binos z binos fm harmonicam medietatem possint assignari medij. 44

¶ At si iubear continuare tres numeros in arithmetica medietate inter quoz binos z binos possint assignari in harmonica medietate medij. capio a b c totidem numeros in arithmetica medietate cōstitutos: quoz differētia sit par: z inter illos sumatur medij in eadem medietate qui sint d z e. et multiplacentur oēs per e. et pueniant f/g/h/k/l qui p decimā septimā huius erūt in arithmetica medietate. ducaturqz itē c in b z fiat m. et quia p septimā secūdi que pportio c ad e ea est h ad k. et p octauam eiusdem itē qz c ad e ea est m ad l. et inter h z l numerus k maior est in arithmetica medietate medi?. igitur p precedentem m est medius inter h z l in harmonica medietate. multiplicetur item oēs hi per d: et pueniāt n/o/p/q/r/s et erūt vt prius n/o/p/q/s in arithmetica medietate: et r inter p z s in harmonica medietate. ducatur item a in h z pueniat t. et eadem rōne qua prius mōstrabis ipm eē medij in harmonica medietate per precedentem inter n z p. sicqz erūt ptinuati vt ppositum est in arithmetica medietate numeri / factūqz apparebit propositum. ¶ Et si de pluribus ageretur: quoties erit apponendus medius harmonicus: toties faciēda erit modo predicto multiplicatio.

¶ Duobus numeris ad alios duos proportionalibus: vtrozūqz alterū inter reliquos medium esse in harmonica medietate: est impossibile. 45

a — 8
c — 6
b — 4
d — 3

¶ At sit a ad b sicut c ad d: dico c nō eē medius fm medietatem harmonicam inter a z b: neqz b inter c et d. si enī possibile sit: esto ergo c in harmonica medietate inter a z b: et b inter c z d. quia enī a ad b sicut c ad d. et inter a z b et c z d numeros quidē pportionales: pstituitur c z b medij fm medietatem harmonicam. igitur per quadragesimā secūdam huius erit pportio a ad c sicut c ad b maximi scz ad medium que medij ad minimum. quod per tricesimā quartam huius est impossibile et propositum.

¶ Si tres numeri in arithmetica medietate sumpti aliquem numerum inuenerent: illi fm quos cum numerant in ordine harmonice medietatis inueniētur. 46

d — 12
a — 6
b — 4
c — 2
e — 2
f — 3
g — 6
h — 4
k — 6
l — 12
m — 8

¶ Sint a b c in medietate arithmetica sumpti: numerētqz d fm e f g. dico e f g esse in harmonica medietate ordinatos. Sint enī tres dupli eoz h k l qui et itidem erūt vt patebit in harmonica medietate et sit m inter h z l in arithmetica medietate medius. qz enī a in e z c in g cōstituit d: ergo p vicesimā quintam secūdi que pportio a ad c ea est g ad e: et que g ad e per quintam secūdi ea est l ad h. sed per decimā nonā huius l ad m sicut a ad b. et qz per eadē vicesimā quintam secūdi a ad b sicut f ad e: erit ob hoc l ad m sicut k ad h. sed p quadragesimā tertiam huius k est medius harmonicē inter l z h. igitur et f harmonicē medius inter g z e. quod est propositum.

¶ Numeros quattuor perscrutari: quoz secundus inter primum z tertium: z tertius inter secundum z quartum in harmonica medietate cōstituatur. 47

e — 24
a — 8
b — 6
c — 4
d — 2

f — 3
g — 4
h — 6
i — 12

¶ Sint a b c d quattuor numeri in arithmetica medietate cōstituti qui numerent eisdem numerum e fm f/g/h/k. dico f g h k esse quattuor numeros quoz g secūdus est in harmonica medietate inter f z h p primum z tertij. et h tertius itidem eē in harmonica medietate inter g z k scdm z quartum. nam qz tres nūeri a b c in arithmetica medietate pstituti numerant e fm f/g/h: g per precedentem f/g/h sunt in harmonica medietate. et per idem quia b/c/d tres alij arithmetice medietatis numerant eundem e fm g/h/k. ergo g h k sunt in harmonica medietate. est igit vt pponebat g medius harmonicē inter a et h: et h itidem medius harmonicē inter g z k. quod est propositum.

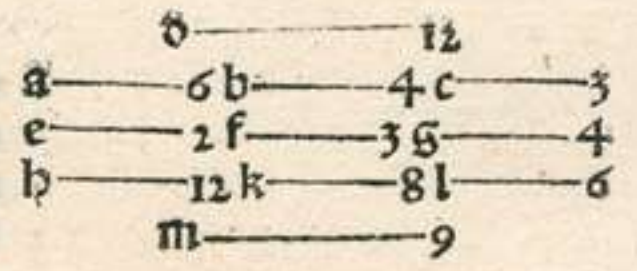
¶ Si tres numeri geometricē medietatis aliquem numerum numerent: et illos scdm quos numerant in eadem inueniri necesse est. 48

d — 24
a — 8
b — 4
c — 2
e — 3
f — 6
g — 12

¶ At sint a b c in geometrica medietate pstituti qz nūerent d fm e/f/g: dico g/f/e in eadem pportione reperiri. nam p vicesimā quintam secūdi vt a ad b ita f ad e: et per eandem vt b ad c ita g ad f. quare erit e ad f vt f ad g: et f in geometrica mediate medius. quod est propositum.

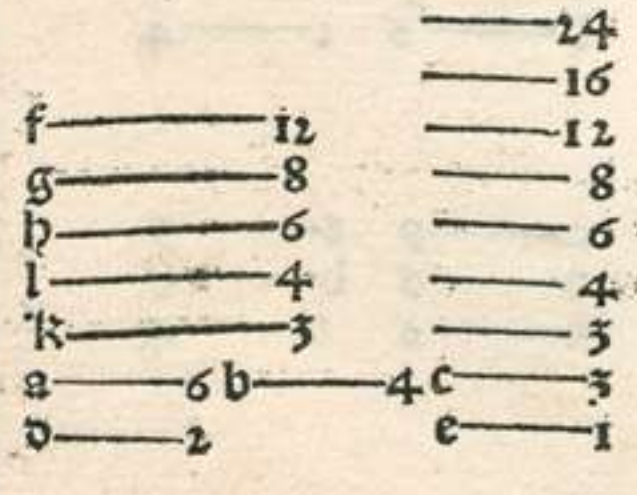
¶ Si tres numeri musice medietatis aliquem numerent: illi fm quos cum numerant in arithmetica medietate disponētur. 49

Hec est puerfa quadragesimesexte. sint ergo a b c in harmonica medietate dispositi qui numerentur d fm e f g. dico e f g esse in arithmetica medietate constitutos. Sumo h l l duplos ad a b c qui similiter erunt in harmonica medietate et in medium fm arithmetice medietatem inter h et l. eritq; p quadragiesimā primam huius h ad m sicut l ad l. quare sicut g ad f adiuuante vicesima quinta secundi. sed et per eadem vicesimā quintam scđi cognosceť g ad e sicut h ad l. sed h ad m medium: sicut g ad f suū medium et m ad l vt f ad e. igitur per decimanonam huius f medius erit in medietate arithmetica inter g et e. quod est propositum.



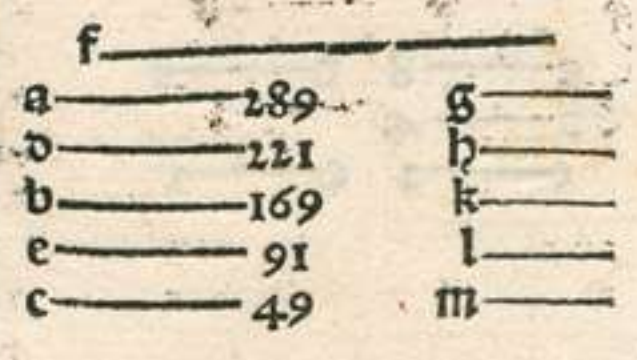
Quotlibet nūeros in geometrica medietate fm datam pportioem p̄tinuare: inter quoz singulos fm harmonicam medietatem medios assignare sit possibile.

Per tricesimanonam huius sumatur fm datam pportioem a/b/c tres numeri in harmonica medietate: et sint d e termini pportionis a ad c. et ducatur d in oēs illos et pueniant f g h qui p septimiam secūdi erunt in eadē medietate q̄ per correlatum eiusdem septime differētie f ad g et g ad h sint eque multiples ad d e. ducatur e in c et pueniat l. eritq; p octauam secūdi f ad h sicut h ad l. Itē ducatur e in b et pueniat l. eritq; l ad l sicut b ad c. quare l harmonice medi⁹ inter h et l. sicq; habes duos fm datam pportioem geometricē p̄tinuatos: inter quos et duo medij harmonice medietatis sunt inuēti. **S**i plures desideras duc d in oēs inuētos et e in duos extremos et habebis tres i medietate geometrica p̄tinuatos et inter binorū singulos ea rōne qua prius medios in harmonica medietate sumptos et hoc quoq; pacto quotquot voles inuenies.



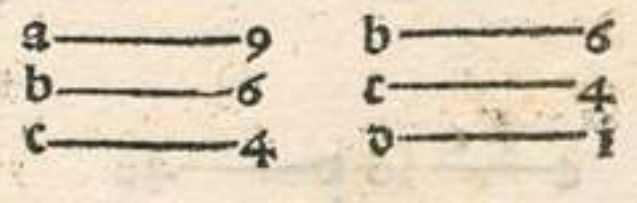
Tres numeros in harmonica medietate disponere: ita vt iter binos et binos medij fm medietatem geometricam cōsistant.

Scđm exigentiam tricesimesecunde huius inueniatur a b c tres numeri in arithmetica medietate p̄stituti: inter quos sint d et e in geometrica medietate. et sit f numerus quē oēs numerant: numerētq; eum fm g h l m. et patet p quadragiesimā sextam huius g/l/m eē in harmonica medietate: sed et per quadragiesimā octauam hui⁹ h inter g et l: et l inter l et m erūt in geometrica medietate. sicq; patet effectum propositum.



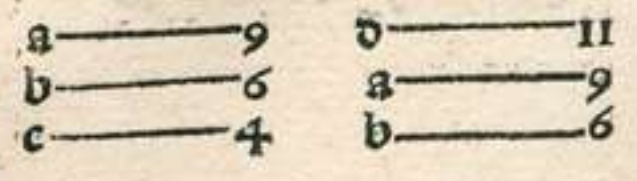
Primam residuarum medietatum: in numeris constituere.

Hec a geometrica sumitur. Et sint a b c in geometrica medietate ita tamen vt c minimus sit maior q̄ d̄ria maiorum. subtrahat igitur differētia maiorum ab c mīmo et residuū sit d. dico b c d eē in hac prima collateralium medietatum p̄stitutos. nā quia a b c sunt in geometrica medietate cōstituti: ideo que pportio a ad b: ea est p vicesimam huius differentie maiorum ad differentiam minorum. sed differentia a ad b est eadem differentie c ad d. igitur differentia c ad d minorum ad differentiam b ad c maiorum sicut a ad b. quare sicut b ad c maximi ad medium. per diffinitionem itaq; patet ppositum.



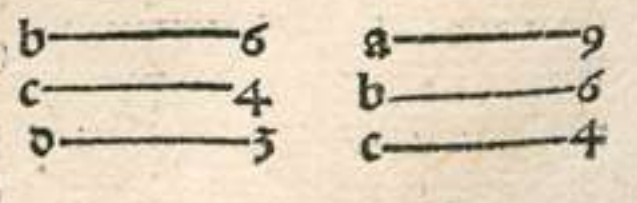
Secunde inuentionem declarare.

Sint vt prius a b c in geometrica medietate quoz differentiam minorum addo ad a. et ppositū sit d. dico d ad b esse in secūda reliquaz medietate. nam per vicesimam huius que pportio a ad b ea erit differentie maiorum ad differentiam minorum nūerorū in geometrica medietate p̄stitutorū. et eadem est pportio differētie a ad b ad differētiā a ad d. igitur per diffinitionem cōcluditur propositum.



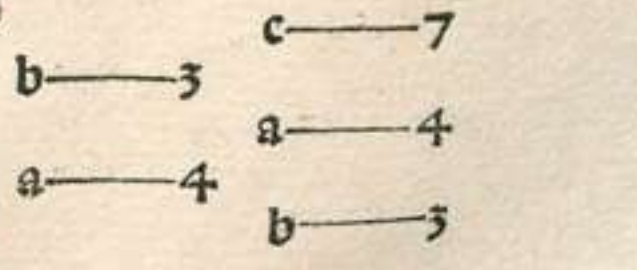
Tertiam eandem in numeris assignare.

Hec etiam habetur p geometricam medietatem. sit ergo p̄cedētium hypothesis et maiorum differētia dematur ab b medio: sitq; residuum d. dico b/c/d esse in tertia medietate. nam que differētia a ad b: ea est b ad d. igitur que pportio differētie a ad b ad differentiam b ad c ea est differētie c ad d ad differentiam b ad c. quare que pportio b maximi ad c medium: ea est differentie b ad d extremorum ad d̄riam b ad c maiorum. cōstat igit p diffinitionem b c d eē in pposita medietate. qđ est ppositum.



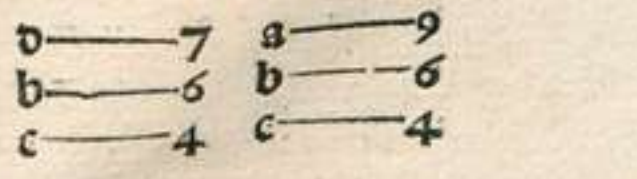
Quartam in terminis manifestare.

Sint a b quilibet duo numeri: et cōpositus ex ipis sit c. dico c/a/b eē tres terios in hac quarta medietate datos. qz enī d̄ria c et b extremoz: est a. et d̄ria c a maiorū: est b. ḡ que pportio a ad b medij ad mīmū: ea erit d̄rie extremoz ad d̄riam maiorum. per diffinitionem itaq; p̄stat factum esse ppositum.



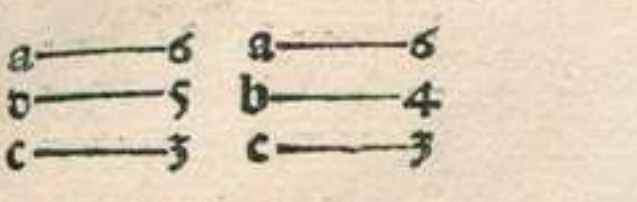
Quinte demonstrationem explicare.

Hec a geometrica medietate elicitur. Sint igitur vt prius a b c tres nūeri i geometrica medietate quoz c mīmo addo differentiam maiorum: et cōpositus sit d. dico d b c esse in pposita medietate. nam differentia d c extremorum est differentia a ad b: igitur adiuuante vicesima huius que pportio b ad c medij ad mīmū: ea erit differentie d ad c extremorum ad differentiam b ad c minorum. Itaq; per diffinitionem demonstratum est propositum.



Sextam sub exemplo demonstrare.

Hec ex harmonica cognosci potest. Sint a b c in harmonica medietate: p diffinitioem que pportio a ad c ea est d̄rie maiorum ad d̄riam minorū. capio nūerum d inter a et c cuius d̄ria sit ad a que b ad c. erūt itaq; trāsmutate differētie. quia que differentia a ad b maiorum: ea est d ad c minorum. et que b ad c minorum: ea erit a ad d maiorum. dico itaq; a d c esse qui petūtur. nam que pportio a ad c extremoz ea est differētie d c minorum ad differentiam a d maiorum. per diffinitioem igitur patet effectum esse ppositum. Quod si capite secūdi sue arithmetices diuus Seuerinus testatur huic medietati quam suo ordine quartam ponit propriū esse vt qđ cōtinetur sub maiore terio et medio duplum sit ei quod



cōtinetur sub medio & parvissimo: hoc indubitātū est per septimam secūdi quoties maximi ad mīmū est habitudo dupla/ alioquin per eandem non teneat sed per eandem semper que pportio maximi ad mīmum ea erit eius quod cōtinetur sub maximo & medio ad id quod continetur sub medio & mīmū/ imo id omni medietati cōmune est.

¶ Septime terminos inuestigare.

58

| | | | |
|---|---|---|---|
| a | 9 | a | 9 |
| b | 7 | b | 6 |
| c | 6 | c | 4 |

¶ Hec ex geometrica. Sint a b c tres numeri in geometrica medietate ab a maximo eorū subtrahō differentiam minorum & sit residuum d. et patebit vt prius que pportio a ad b maximi ad mīmū: eam esse differentie extremorū ad differentiam maiorum. quare per diffinitionem constabit propositum.

¶ Octauam demum restat explanare.

59

| | | | |
|---|---|---|---|
| a | 9 | a | 9 |
| b | 8 | b | 6 |
| c | 6 | c | 4 |

¶ Hec etiam ex geometrica. Sint septius dati numeri a/b/c in geometrica medietate: et minorū differentia addatur medio: fiatq; compositus d. dico a/d/b esse in hac vltia medietate. nam que pportio a ad b maximi ad mīmū: ea est adiuuante vicesima huius differentia a ad b extremorū ad differentiam d b minorū. nam equatur differentie b ad c. igitur per diffinitionem a/d/b sunt in hac medietate. sicq; constant octo collaterales medietates monstrate.

¶ Trium numerorum maximi ad medium: atq; differentie maximi ad minimum ad differentiam mediū ad ipm: eandem esse proportionem impossibile est.

60

| | | | |
|---|---|---|---|
| a | 8 | d | 6 |
| b | 4 | | |
| c | 2 | e | 2 |

¶ Sint a/b/c tres diuersi numeri quicūq; quorū a sit maximus/b medius/et c mīmū: et differentia a ad c sit d. et differentia b ad c sit e. dico impossibile esse eandem pportionē a ad b maximi ad mediū que d ad e differentie maximi & mīmū: ad differentiam metū ad mīmum. nam si ea pportio sit a ad b que d ad e totius scz ad totum que detracti ad detractū: erit c residui ad c residui: que a ad b totius ad totum. est enim c vtriusq; residuum. quare a et b idem sunt numerus atq; equales. quod est contra hypothesis.

¶ Si inter duos numeros sumātur tres mediū: vnus fm arithmetica medietatem: et vnus fm geometricam: et tertius fm harmonica: arithmeticum maximum: & harmonicum mīmum: atq; inter illos geometricum medium esse pportionalit̄ esse necesse.

61

| | | | |
|---|----|---|----|
| a | 20 | d | 40 |
| | | h | 25 |
| | | g | 20 |
| b | 8 | e | 16 |
| c | 5 | f | 10 |

¶ Sit a ad c pportio quecūq; que potest in duo equa diuidi. vt exempli causa quadrupla inter cuius extrema per tricesimānonam huius sit inuentus b in harmonica medietate duplo a b et c & pueniant d/e/f qui p̄siter crūt in eadem medietate. et quia per septimam secūdi d ad f vt a ad c: et a ad c posita est partibilis in duas equas pportiones: partietur etiam d ad f in equas. diuidatur igitur per g. erit igitur d ad g vt g ad f. quare g per diffinitionem mediū est geometricus inter d & f. et quia f & d sunt pares: ipsorū simul iunctorum capio medietatem que sit h: que per quintam huius est in arithmetica medietate inter d & f. habemus igit̄ inter duos numeros d et f tres medios h g e scz h in arithmetica medietate/g in geometrica/ & e in harmonica demōstratos. qđ supponebat ppositio. dico igitur d esse maximum mediorum: et e mīmū: et g mediū pportionalit̄ atq; geometricum inter h & e. nam quia h est mediū inf d & f fm arithmetica medietatē & e fm harmonica: erge p quadragēsimāprimāz huius h maior est q̄ e. et que pportio d ad h ea est e ad f. igitur per vicesimāquintam secūdi qđ sit ex d in f: equū est ei qui sit ex h in e. sed quia g est mediū pportionalis inter d & f: igitur per vicesimāsextam eiusdem quod sit ex d in f: equū est ei qui sit ex g in e. quare quod sit ex g in e: est q̄ n. m quod ex h in e. igitur per secūdam partem eiusdem vicesime sexte secūdi h g e sunt pportionalis. quare h erit maximus: g mediū pportionalis: & e mīmū. quod intendebat propositio.

¶ Duos numeros quorū pportio non sit data proportione maior / inuestigare: inter quos fm tres dictas medietates medies assignare sit possibile.

62

¶ Datam proportionem quācūq; diuidamus per sexagesimānonam noni in quotlibet pportiones: quarū due sint equales: que pposite nō sint data proportiōe maior. fm igit̄ illam pportionem ppositam quero mediū harmonicū fm exigentiam tricesimēnonē huius et oīno consimiliter operādo vt in principio precedentis factum est inuentam tres medios modo qui in precedenti dictus est. inter duos numeros quorū pportio non erit data proportione maior. sicq; constabit propositum.

¶ Decimi elementorum arithmetices Jordani finis.

Jacobi Fabri Stapulensis Elementa Musica ad clarissimū virū
Nicolaum de haqueuille inquisitorum Præsidentem.

Ecceuerā clarissime vir nulli meas elementoz musicaliū qualescunq;
sunt prius dicare vigilias: q̄ probatas cognouisse. Quis id me mīme
lateret/demōstrationes: in quibus vel solis vis scientie cōsistit: nō pro
bari non potuisse. Verū si presentū iudicia parui ducis/reputasq;: hī
tibi ex ātūis sūmopere musicos cōmendare labores iure valebunt.

| | | |
|-------------------|-----------------------|--------------------------------------|
| Amercurius | Tamyras | Ptolomeus |
| Orpheus | Thymenias Thebanus | Eubolides |
| Pythagoras Samius | Terpander lesbicus | Ippasus |
| Amphion thebanus | Lycaon Samius | Aristoxenus |
| Linus | Prophrastus Periotus | Philolaus Pythagoricus. |
| Arion lesbicus | Estiacus Colophonius. | Archytas tarentinus |
| Ahydas Phrygius | Thymotheus milesius | Albinus |
| Corebus lydius | Thicomachus | Diuus Severin ^{us} Boecius. |
| Thyagnis Phryx | Plato | |
| Atharsias | Aristoteles. | |

Et similia q̄ plurimi quos oēs eterna memoria disciplinarū eblāditissima Musica
reddidit insignes inter quos: duos p̄ceptores meos Jacobū Labiniū z Jacobū turbe
linū ā numero: tanq; ea arte posteritati victuros. Comēdant z eā mirifici eius effect^{us}.
Pythagorici enī animoz ferociā tibus/sidibusq; emollicbant. Esclēpiades fremētis
vulgi seditiones crebro cantu compescuit. Idēq; tuba surdis medebatur.
Damon pythagoricus ebrios et proinde petulātes adolescētes: grauiorib^{us} modulis
ad tēperantiā reduxit. Scbrē z vulnera: musica modulatione curauit antiq̄tas
Eadē quoq; suauitate schias/corēdicūq; dolores emēdauit: qd hismemias theban^{us}
tētasse memoratur. Theophrastus ad animi pturbationes moderādas musicos adhi
buisse memorat modulos. Nec iniuria quidē. est enī musica vt quēdā moderationis
lex atq; regula. Quamobrē bono iure eos ridebat diogenes musicos: qui cū citharā
ad harmonicos cōsensus haberent temperatā: animū gerent incōpositū et proorsus
harmonia vite destitutū. Xenocrates organiciis modulis lymphaticos liberauit.
Tales Cretensis suauitate cithare: morbos/pestilentiaq; fugauit. Terpāder et arion
zones z lesbios cantu a grauissimis morbis leuasse: diuus Severinus autor est.
Therophilus medicus egrozum venas musicis pensiculabat numeris.
Thymotheus autē musicus dum voluit efferatū reddidit alexandriū ad armaq; furentē
atq; aliter cū libuit ab armis ad cōiuiua retraxit emollitū. Thracius Orpheus feraz
sensus sidibus/cātūq; inflexit. hoc est ferinos hoim mores leges ad citharā canendo
ad moderatā humanitatē reduxit. Cerui fistulis capiūtur studioq; modulationū deti
nentur. Lygni hyperbozei cithare cātibus alliciūtur. Elephātes indi organica dulce
dine permulcētur. Auicule fistulis irretiūtur. Teneros adhuc infantū sensus permo
uent cātus/crepitaculaq; vagientū sedāt. Delphinos suis sibi sidibus cōcūtauit arion
Serpētes cātibus rūpuntur. Sepultoꝝ manes cantibus excitātur. In actiaco littoze
mare citharā personare memorātur. Ahegaris citharā personat saxū: et ad cuiuslibet
pulsantis ictum fidiciat. Et possem pleraq; talia vir clarissime ad musicā cōmenda
tionē adducere. at tot/tantisq; z recentū z priscoꝝ cōmendatā autoritatibus tibi nūc
ab me atq; bonarū litteraz studiis dicatā disciplinā: equo suscipias animo tuis auspi
cis lucem habiturā. Et me vnum inter tuos cliētulos tuarum virtutū/tuicq; nominis
obseruatozem esse cognoscito. Vale.

C Jacobus Stapulensis Jacobo Labinio et Jacobo Turbelino Musicis: suis
charissimis preceptoribus.

Quod inter oratorē atq; rhetora: id inter cantorem et musicum interesse vo-
lunt: neq; oratorem quemq; dici mereri qui idem rhetor non sit. ita vestrum
semper iudicium fuit: vt ne cantor quidē dici mereatur vnq;: qui idem mu-
sicus non fuerit: pulchre mimos/ et hystriones a cantorum honesto cetu se-
questrates tanq; Epicureos a sobria mensa/ castoq; philosophorū dogmate. nec in-
iuria nam Homerus diuinus Poeta vbiq; doctum et seria modulatuū introducitur can-
torem vt apud Odysseam vbi Penelopē Phemiū fidicinē ad neruos verba mouē-
tem his verbis allocutam effingit.

Preterea illachrimans diuum est affata canentem
Phemi multa tenes hominum mulcentia pectus
Facta hominum atq; decum: et que laudē autoribus addunt.

Ex iis pange aliquid.

Et quales Homerus probat: vos minime tales esse dubito vt qui dudū a vobis pri-
mus rudimenta perceperim. Quapropter ad vos nostros labores examinandos
cōmitto. quos eo libentius me suscepisse fateor: quo musicalē scientiā neq; apud gre-
cos neq; latinos quidē vnq; elementis traditam esse legeri: at introductiones q̄ plu-
rimas inter quas ea omnium nobilissima est quam diuus Seuerinus Boecius sui mo-
numentū reliquit. quem vnū in hac re presertim delegi meorū studiorū ducē. Si ergo
probaueritis satis michi est. In re enim nostra malumus aliorū iudicia sequi: q̄ pro-
pria probare. Valete.

| Antiqui qui de musica scripserunt | | Insignes ex recentiorib ^o qui de eadē scripserunt. |
|-----------------------------------|--------------|--|
| Democritus | Plato | Albinus |
| Heracides ponticus | Aristoteles | Diuus Seuerinus |
| Thimotheus milesius | Theophrastus | Basilius |
| Philolaus Pythagoricus | Nichomachus | Ilyarius |
| Architas tarentinus | Aristoxenus | Augustinus |
| Duo Theodozi | Ptolomeus | Ambrosius |
| Xanthus atheniensis | | Helasius. |

Argumentum quattuor librorū musicis.

C Primus liber intervalla musicis modulationibus acōmoda discutit. multiplex: du-
plare/triplare/quadruplare. superparticulare: sesquialter/ sesquitertiu/ sesquioctauū/
bis sesquioctauū/ ter sesquioctauū/ quater sesquioctauū/ quinq; sexies sesquioctauū

C Secundus de tono/ integro toni dimidio/ semitonio minore/ semitonio maiore/ cō-
mate/ schismate/ atq; diaschismate.

C Tertius de sesquitono/ ditono diatessarū/ diapente/ diapente et tono/ diapason/ dia-
pason et trisemitonio/ diapason et ditono/ diapason et diatessarō/ diapason et diapēte/
diapason diapente et tono/ disdiapason/ ac integro toni et cōsonantiarū oim dimidio.

Et de maximarum harmoniarum consonantiis: et quarundā medietatum.

C Quartus de monochordo/ tetrachordo/ pentachordo/ heptachordo/ octochordo/
pentadecachordo/ diatonicis/ chromaticis/ enarmonicis melodiis. Et de melodiārum
modis. et hec sub breuitate contracta: argumentū libri sunt.

Jacobi Fabri Stapulensis Elementorū musicaliū
ad clarissimum virum Nicolaum de haqueuille presi-
dentem parisiensem liber primus.

Interuallum est soni grauis / acutiq; spaciozum habitudo.

Spacium vocamus neruū / chordam / expiratum aerem / et quid-
quid simile est: a quo sonum elicimus.

Multiplex interuallū est quoties maius spaciū continet minus
pluries. vt bis: et duplex interuallum dicitur. vt tertio: et dicitur
triplex. vt quarto et quaduplex nuncupat. ⁊ hoc pacto deinceps
Interuallum superparticulare est cum maius continet minus: et

partem eius aliquam.

Pars est que metitur totum: ipsum aliquoties sumpta restituens.

Si maius continet minus et eiusdē dimidium: sesquialterū nominatur interuallum.

Si maius continet minus et minoris partem tertiam: dicitur sesquitertium.

Si vero cōtinet minus et eiusdē minoris partem octauā: epogdolum / sesquioctauūq;
nominatur. Et ita reliqua superparticularia iterualla: per facile est diffinire: sed parū
musico conducunt proposito.

Superpartiens autem diceretur interuallum: si maius contineret minus et minoris
partes aliquot: que partē vnā non efficiunt.

Numeri sunt adinuicem primi: quos sola metitur vnitas.

Dignitates.

Quidquid metitur alterum: metitur et omne mensuratū ab illo.

Compositum in ea resoluitur simplicia: ex quibus componitur.

Cuiuslibet numeri pars est vnitas: ab eo denominata.

- 1 **V**nitas in quemcunq; numerum ducta: ipsum producit.
- 2 **Q**uidquid metitur detractum et residuum: metitur ⁊ totum.
- 3 **Q**uecunq; vni et eidem equa sunt: ⁊ ea inter se sunt equa.
- 4 **E**t que inter se sunt equa: eiusdem sunt eque multiplicia aut submultiplicia.
- 5 **E**orum quorum tota sunt equa: et dimidia sunt equa.
- 6 **Q**uidquid bis auctum aliquid transcendit: id vltra illius dimidiū esse necesse est.
- 7 **E**t quod duplicatum non implet integrum: id profecto non continet dimidium.
- 8 **O**mne totum est maius sua parte.

Petitiones.

- 1 **D**ata equali chorda: que spaciū ad spaciū proportio est: eam esse ⁊ soni ad sonum.
 - 2 **I**nter numeros sola vnitate distantes: nullum intercipi posse medium.
 - 3 **S**pacium quodlibet in quotlibet equas partes diuidere.
 - 4 **T**otum ad suam partem / et laxius ad se tensum: grauiorem sonum edere.
 - 5 **O**mnem proportionem esse tanq; numeri ad numerum.
 - 6 **S**i numerus numerū datum multiplicet: idēq; productū diuidat: numerū datū redire.
 - 7 **S**i numerū datū numerū diuidat: ⁊ qd. puenit rursus multiplicet: numerū datū redire.
 - 8 **E**xtremorū proportionē ex mediorū proportionib; vt suis partibus esse compositā.
- E**xtremi ordinararū proportionū: maximus / minimusq; terminus intelliguntur.

Sciētia subalternata qualis ad Arithmetica Musica est: principiis et demonstratis scientie prioris
subalternatisq; vtitur. at studuimus vt q̄ fieri potest rarissime id in hac disciplina fiat. verum plerūq;
vbi oportuū videbitur alto q̄ in arithmetics factū est vtemur demonstrandi mō: quo singula magis
ex propriis facta videantur q̄uis arithmetico suffragio atq; iis que in arithmetics monstrata sunt ea
dem p̄optius faciliusq; fierent: attamen quando id fiet ⁊ quando nō sequentibus demonstrationibus
cuilibet per q̄ perspicuum euadere poterit.

C Si interuallum multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione interuallum multiplex est.

| | | | |
|----|---|---|--------------------------|
| d | e | c | |
| 16 | 8 | 4 | Multiplex ex duplatione. |
| 4 | 2 | | Multiplex interuallum. |
| A | B | | |

C Interuallum binario multiplicare: est interualli habitudinem duplare que quo pacto duplata sit dudum tertia propositione quinti Arithmetices notum esse potest. ut si a b sit interuallum quodcumque quod binario multiplicare iubeamur: ipsum per tertiam quinti multiplicabimus si ducimus a in se et b in se proueniantque d c eritque productorum d et c duplex interuallum interuallo producentium a b. Quod si rursus ducimus a in b proueniatque productum e erit per sextam quarti que proportio d ad e eadem e ad c et interuallum d c in duo equa partitum. Sed esto nunc ut interuallum a b sit multiplex quemadmodum proponit propositio quod modo paulo ante dicto: binario multiplicetur: sitque duplum d c et ea proportio d ad e et e ad c: dico interuallum d ad c esse multiplex. Nam cum a ad c multiplex sit interuallum cum geminatur manifestum est multiplex addi multiplici quare per vicesimam secundam noni Arithmetices statim notum est interuallum compositum multiplex esse. et propositum. Sed idem aliter hic demonstratur. Quonia enim que proportio a ad b ea est d ad e et e ad c. nam utraque proportionis duplate a ad b medietas. Proportio autem a ad b posita est multiplex: igitur et proportio d ad e multiplex est. metitur igitur per definitionem multiplicis: e ipsum d vel bis vel ter vel deinceps. Et eodem quoque iure c toties metitur ipsum e. quare et c per primum commune conceptum etiam metitur ipsum a. Quicquid enim alterum metitur: metitur et omne quod mensuratum est ab illo. est itaque per definitionem interuallum a c multiplex. quod erat ostendendum.

C Si fuerint termini proportionaliter constituti: cum primus fuerit ultimo comparatus si primus ultimum fuerit mensus: metietur et secundum.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|-------------------------------|
| 2 | 4 | 8 | 1 | 2 | 4 | A b c tres termini proportio- |
| a | b | c | d | e | f | nales quorum a numerat b. |

C Tamen si hanc decimatertiam quarti demostret sufficienter: eam tamen amplius hoc in loco volumus manifestare. Sint enim a b c termini proportionaliter constituti et a numeret c: dico idem a numerare b. capio enim d e f terminos in ea proportione minimos. Quonia enim d ad e ut a ad b: et e ad f ut b ad c. igitur per equam proportionalitatem quam vicesima prima secundi Arithmetices monstrat d ad f ut a ad c. sed a per hypothesim metitur c: igitur et d metietur f. Et quia d e f positi sunt in sua proportione minimi. ergo per quintam quarti d et f sunt adinuicem primi. Et cum d seipsum metiat pariter et f per definitionem d est unitas. Et vero cum unitas sit omnis numeri pars: d ergo metietur e. Et cum a ad b ut d ad e: metietur igitur a ipsum b secundum terminum: quod erat cognoscendum atque propositum.

C Si interuallum binario multiplicatum: multiplex effecerit interuallum: ipsum quoque multiplex erit.

| | | | |
|---|---|---|---------------------------------------|
| 2 | 4 | 8 | A b interuallum binario multiplicatum |
| a | b | c | multiplex efficiens. |

C Hec est conuersa prime: cuius hec est ratio. Nam cum interuallum compositum multiplex sit et per secundam communem scientiam resoluitur in id interuallum ex cuius multiplicatione creuit siquidem compositum omne: in ea simplicia dissoluitur ex quibus coalitum concretum compositum esse cognoscitur per sexagesimam noni interuallum simplex multiplex erit. Et id idem aliter ostenditur. Nam si a b c geminatum interuallum sit multiplex sic ut c multiplex sit ad a et ea proportio a ad b et b ad c: quonia c ad a erit multiplex: a per definitionem metietur ipsum c. quare et per precedentem a metietur ipsum b. est igitur interuallum simplex b ad a per definitionem multiplex. et propositum.

- 4 **¶** Si terminorum interualli primus ad secundum comparatus sese ut tertius ad quartum habuerit: quot proportionaliter medij primo et secundo: totidem tertio et quarto interuenire necesse est.

Et medium proportionale inter d et f tertium et quartum ut b inter primum et secundum.

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|--|----|----|---|--|---|---|---|--|---|
| 27 | 18 | 12 | | 18 | 12 | 8 | | 9 | 6 | 4 | | 2 |
| A | b | c | | d | e | f | | g | h | k | | l |

Hanc duodecima quarti monstrat cuius adhuc hic ut ad sequentia momentum habens: cognitio promptior habeatur: repetitur demonstratio.

¶ Sit a cuiuscumque interualli primus terminus ad c secundum ut d tertius ad f quartum: et sit b medius proportionaliter constitutus inter a et c. dico etiam inter d et f interuenire unum proportionaliter medium. Capio enim per sextam quarti g h l: tres minimos secundum proportionem a ad b et argumentorum ex vice: si prima secundi per equam proportionalitatem g ad h ut a ad b et h ad l ut b ad c. igitur g ad l ut a ad c. quare et ut d ad f. at si d et f sunt iidem termini cum g l: manifestum iam est inter d et f interuenire unum proportionaliter medium. Sin minus: ergo per vicesimam tertiam Arithmetices g et l metietur d et f equaliter: sitque id secundum l. duco ergo m g h et l et proueniant d e f per septimam secundi d ad e ut g ad h et e ad f ut h ad l. quare e interuenit proportionaliter medius terminis d et f: quod erat monstrandum.

- 5 **¶** Superparticularis interualli medius numerus: neque vnus neque plures proportionaliter interuenient.

¶ proportio superparticularis: in duo equa diuidi non possit.

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|----|--|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|
| 27 | | 18 | | | | | | | | | | | A c spacium superparticulare. |
| A | b | c | | d | e | g | f | | | | | | D e f tres minimi proportionis a ad b. |

Hanc intelligimus: nullum superparticulare interuallum in duas aut plures interuallorum habitum dines proportionales secabile esse. quod demonstratione proxime subiuncta per se facile liquebit.

¶ Sit a c interuallum superparticulare quod diuidatur in duo equalium habitudinum spacia a b et b c certis constitutis numeris si possibile est. sitque iccirco ut a ad b ita b ad c. capio per sextam quarti arithmetices d e f tres minimos continue proportionales in proportione a ad b. et quod d ad e ut a ad b et e ad f ut b ad c: ergo per equam proportionalitatem d ad f ut a ad c. atqui a ad c positum est superparticulare interuallum: igitur d ad f est superparticulare. At vero quoniam d e f sunt tres illius habitudinis minimi termini: igitur d et f primus et ultimus per primam quarti sunt adiuicem primi. At cum d monstratus sit superparticularis ad f: per definitionem d continet f et eius partem que ideo per definitionem metitur f. Et si ea pars sit numerus cum ea etiam per communem conceptum metiatur d: metietur enim se partem de tractam et residuum quod equum est f. non erunt ergo d et f adiuicem primi cuius oppositum iam monstratum est et impossibile. erit ergo ea pars unitas. Tunc addo unitatem ipsi f et fiat g: ut g et f solius unitatis discrimine distent mox argumentorum d ad f ut g ad f. sed inter d et f positus est vnus interuenire medius igitur per precedentem et inter g et f numeros sola unitate distantes interuenit intercipienturque aliquis numerus medius quod per secundam petitionem est impossibile. non igitur superparticularis interualli vnus medius interuenit numerus. neque quoque eodem argumento interuenient plures. Et hac etiam demonstrat sexagesima prima noni. Et ex hac quoque cognoscitur reprehensionem demonstrationis Archite: quod nulla superparticularis in duo equa diuidi possit quam tertio institutionis musice capite vndecimo videtur diuus Seuerinus adducere non tam esse diui Seuerini quam Nichomachi aut aliorum quos interpretatur elegantissime qui et simile in plerisque tum Arithmetice tum Musice institutionis locis fecisse comperitur. Et non verentur quidam (pace omnium dixerim) eius libros perlustrare non ut sciant sed ut exsurculent et canino more si quid hians subsultans appareat: altius dentem infigant: mordeant et reprehendant et sanctum et venerabile Philosophie nomen et suorum conuictis lacerent: et quod aliorum vicium est si quod est: diui Seuerini exclament errorem faciantque aliorum crimine reum. et cum nichil nox intvolunt litterarios duces insectando carpendo laniando omnia scire videri: atque supra Philosophicos vertices sese gloriabundos extollere faciuntque quod est apud Comicum ne intelligendo ut nichil intelligant quos idem statim ut maledicere desinat ammonet malefacta ne cognoscant sua. Sed hec preter presentis negocii officium. de Philosophis enim qui recte fuerint natura instituti vel absque monitione semper recte cogitabunt qui enim secus faciunt ab eorum se segregant consortio et ut Philosophi quales se videri volunt non amplius esse cognoscantur necesse est.

¶ Si interuallum non multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione neq; multiplex est/ neq; superparticulare. 6

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | 6 | 4 | A c interuallum neq; multiplex neq; superparticulare. |
| A | b | c | A c duplatum interuallum a b qd quidem est non multiplex. |

¶ Sit interuallū non multiplex a b: et duplum sit a c. ita vt ea sit proportio a ad b et b ad c. dico interuallum a c neq; multiplex esse neq; superparticulare. quoniā si a c primo ponatur multiplex: ergo per tertiā presentis et a b interuallū erit multiplex at positum est nō multiplex. Et si secundo dixeris a c esse interuallū superparticulare cū sit a ad b vt b ad c erit interuallū superparticularis medius proportionalis terminus quod per precedentē est impossibile. est itaq; notum si interuallū nō multiplex binario multiplicetur compositum interuallum minime aut multiplex aut superparticulare esse. et propositum.

¶ Si iteruallum binario multiplicetur: atq; id quod ex ea multiplicatione creabitur multiplex non sit: ipsum quoq; non erit multiplex. 7

¶ Nec est conuersa precedentis. Sit ergo superioris propositionis figura in qua interuallū a c proueniat ex duplatione habitudinis interualli a b et nō sit a c interuallum multiplex. dico itidem interuallum a b nō esse multiplex. Nam si a b interuallū multiplex est: cū a c per hypothesim ex interuallo a b binario multiplicato surgat: ergo per primā presentis interuallū a c multiplex erit. at positū est nō multiplex: ergo si interuallū non multiplex ex alicuius interualli binario multiplicatione nascat neq; ipsum quoq; ex cuius multiplicatione ortū est multiplex erit: qd erat monstrandū.

¶ A numero partū superparticularis interualli que in vnum adacte totum restituūt et numero vno maiore: quot interualli maiores termini simul: minoribus simul accēptis respondeant: cognoscuntur. 8

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| B | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| C | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| D | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

¶ Sit a ad b interuallū superparticulare manifestū est per diffinitionē superparticularis a cōtinere b et vnam partū b. ea igitur pars secundū numerum c: constituat suum totū b: et sit d numerus vno maior c: dico a sumpta secundū numerum c equa esse b sumptis secundū d. Nam a secundū c sumpta continent b secundū c sumpta et insuper partes b sumptas secundū c. Et qui positū est eas secundū c constituere vnū b. igitur a secundū c sumpta continent b sumpta secundū numerū vno maiorem c. At vero d positus est numerus vno maiore c. ergo a sumpta secundū c: continent b sumpta secundū d. quod erat monstrandū. **¶** Et si exemplarē requiris declarationē: si a ad b interuallū est sesquialterū: quoniā a sesquialterū est ad b. ergo a continet b et eius dimidiū: et duo dimidia per cōmune proloquū suum totū reddunt. dico ergo duo a tantū esse q̄tum tria b: quoniā enim duo a continent duo b. et insuper duo dimidia b que vnū b restituunt: ergo duo a continent tria b/ tribusq; euadunt equalia. Et si a ad b est sesquiterciū a continet totum b et tertiam partē b. at tres tertie b eque sunt vni b. ergo superiore argumento tria a cōtinent quattuor b/ quattuorq; euadunt equalia. imo data quacūq; superparticulari maiores termini secundū proportionis minorē numerū: equantur minoribus terminis scōm proportionis maiorē numerū sumptis. vt si a ad b sit sesquiquinta: quoniā minimi sesquiquinte sunt 6 et 5. idcirco quinq; a equi sunt sex b. et in nō minimis quoniā 12 et 10 sunt termini sesquiquinte 10 a equantur 12 b. Et si a ad b sit sesquioctaua: quoniā minimi sesquioctauae sunt 9 et 8. idcirco 8 a tantū sunt q̄tum nouem b. Et qz rursus 18 ad 16 sesquioctaua: ideo sexdecim a equi sunt 18 b. et ita in ceteris. Sed si id nō modo particulariter sed et vniuersaliter contēplari cupis id vniuersaliter verū erit.

¶ Data quacūq; proportione: maiores termini secundū numerū minorum sumpti: equi sunt minoribus secundū numerum maiorum sumptis. 9

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|------------|---|---|---|---|---|---------|---|---|---|----|
| A Suppti | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Multiplic. | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Supp | 5 | 7 | 9 | 11 |
| B culares | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | plices. | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | tiētes. | 3 | 4 | 5 | 6 |

¶ At sit a ad b quecumq; proportio et a maior terminus: b vero minor. dico a sumptos secundū b numerum minorem equos esse b sumptis secundū a numerum maiorem. Nam per octauam primi Arithmetices quod sit ex a in b: equum est ei quod sit ex b in a. At vero quod sit ex a in b: sunt a sumpti secundū b. et quod sit ex b in a sunt b sumpti secundū a. igitur a sumpti secundū b equatur b sumptis secundū a et in quibuslibet aliis eadē est demonstratio et propositū.

10 ¶ Cum aliquot maiores termini aliquot minoribus equi sunt: ea vnius maiorum ad vnum minorum reperitur proportio: que et numeri minorum collectorum ad maiorum collectorum numerum.

¶ Hec est cōuersa pcedentis. Quoniam per pcedentem minores collecti secundum numerū maiorum equi sunt maioribus secundū numerum minorū collectis. Sed numerus maiorū est vnus terminus maior et numerus minorū vnus terminus minor. ergo eadem est proportio vnius maiorū ad vnum minorū: que numeri minorū collectorum ad numerū maiorum collectorū. ¶ Et quāq; he due vltime conclusiones faciles sunt: vsus tamē earum paulo tardior est. Per primā enim carū que nona est: habemus si numerus maior ad minorem sesquialter est: triū ad duo: duo maiores equi sunt tribus minoribus. Et si maior ad minorem sesquitercius vt 4 ad 3: tres maiores equi sunt quattuor minoribus. Et si maior sesquiquartus vt 5 ad 4: quattuor maiores equi sunt quinque minoribus. Si vero maior sesquioctauus: octo maiores equi sunt nouē minoribus. et ita in cōsimilibus. In multiplicibus autē si maior duplus est vt duorum ad vnum: vnus maior equus est duobus minoribus. Si triplus: vnus maior equus est tribus. Si quadruplus: vnus equus est quattuor. Si octuplus: vnus equat ad octo. In superpartientibus vero cōsimile est: vt si maior est superbitertius vt 5 ad 3: tres maiores equi sunt quinque minoribus. Si supertriquartus vt 7 ad 4: quattuor maiores equi sunt septē minoribus. Si vero superoctuparties vt 17 ad 9: nouem maiores equi sunt decem et septē minoribus. et hoc pacto in reliquis.

¶ Ex vltima autem hanc in superparticularibus vtendi regulā elicimus. Si duo maiores equi sunt tribus minoribus quattuor ad sex: sex ad nouē: octo ad duodecim: vnus maior ad vnum minorem sesquialter est. Et si tres equi sunt ad quattuor: sex ad octo maior ad minorem est sesquitercius. Si quattuor maiores equi sunt quinque minoribus: aut octo ad decem: vnus maior vnius minoris est sesquiquartus. Si vero octo maiores nouē minoribus sunt equi: vnus maior ad vnum minorū cognoscit sesquioctauus. In multiplicibus. si vnus duobus: duo ad quattuor: tres ad sex equi sunt: maior minoris est duplus. Si vnus tribus: duo ad sex: vnus maior minoris est triplus. Si vnus ad quattuor: et duo ad octo: vnus maior ad vnum minorū est quadruplus. Si vero vnus ad octo: duo ad sedecim: maior minoris est octuplus. In superpartientibus. si tres maiores equi sunt quinque minoribus: aut sex ad decem: vnus maior ad minorem est superbitertius. Si quattuor maiores septē minoribus: maior minoris est supertriquartus. Si vero nouē equi sunt ad decem et septem: maior minoris est superoctuparties. Et in compositis numeris simile est. vt si duo a equi sunt quattuor b et dimidiū vnius: quē admodum in duobus coniunctis sesquialteris. quoniam 4 et vnus dimidiū ad 2 duplū sunt et sesquiquartū: iccirco vnus a ad vnum b duplus est atq; sesquiquartus. Si tres a equi sunt ad quattuor b et tertiū vnius: vt in duobus sesquiterciis quoniam quinque et tertiū vnius cōtinent tres semel duas tertias et vnam nonam: proinde vnus a cōtinebit b vnum duas eius tertias et vnam eius nonā. Si quattuor equi sunt ad sex et quartā vnius: vt in duobus iunctis sesquiquartis: quoniam sex et quarta vnius cōtinent quattuor dimidiū. et decimam sextam ex quattuor: ideo vnus maior cōtinet minorem semel eius dimidiū et eius vnam decimā sextam. Si vero octo valent decem et octauam vnius vt in duobus sesquioctauis: quoniam decem cōtinent octo et quartam: et octaua vnius ad octonos vna est sexagesima quarta: ideo vnus maiorū cōtinet minorem semel eius quartā partem et eius sexagesimā quartam. Et si cōpositionis series protensior euadit: vt si duo a equi sunt sex b medietati vnius et quarte vt in coniunctione trium sesquialterorū: quoniam sex cōtinent duos ter et dimidiū vnius est quarta pars duorum: et quarta pars vnus est octaua pars duorum. Iccirco vnus a triplex est b vnius in super quartā atq; octauam partē b continens. Et si tres equi sunt ad septem et nonā vnius quod in tribus sesquiterciis coniunctis euenit: quoniam septem: bis cōtinent tres: et triū tertiā partem: et nonā vnius ad tres est vicesimā septima. ideo vnus maiorū cōtinet minorem bis eius tertiā et eius vicesimā septimam. Et si quattuor equi sunt septē dodranti vnius hoc est tribus quartis et in super decimefexte vnius: vt in coniunctione trium sesquiquartorū: quoniam septē cōtinent semel quattuor et tres quaternarij partes: et tres quarte vnius ad quattuor sunt tres decimefexte: et decimefexta vnius est ad quattuor vna sexagesimā quarta. iccirco vnus maior cōtinet vnum minorem semel et dodrantē et tres decimefextas atq; vnam sexagesimā quartā. Si vero octo equi sunt ad vndecim tres octauas vnius et vnam sexagesimā quartam: vt in tribus sesquioctauis iunctis: quoniam vndecim cōtinent semel octonariū et octonarij tres partes: et tres octaue vnius sunt ad octo tres sexagesime quarte. et vna sexagesimā quarta ad octo est vna quingētesima duodecima. hinc fit vt vnus maiorū cōtineat minorem semel tres eius octauas et tres sexagesimas quartas et vnam quingētesimā duodecimā. Et hec adieci mus quovis harū duarum vltimarū in sequētib; patentior manifestiorq; habeatur.

Duplex interuallū ex duobus maximis supparticularibus: sesquialtero atq; sesqui-
tertio coniungitur. 11

| | | | |
|---|---|---|------------------------------------|
| 6 | 4 | 3 | A c duplex interuallum. |
| a | b | c | A b sesquialter. b c sequitertius. |

Sint a b c interuallū: a quidem sesquialter ad b: b vero sesquitertius ad c: dico a duplum esse ad c. Quoniam enim a sesquialter est ad b: ergo per octauā huius duo a equi sunt ad tres b. et rursus quia b sesquitertius ad c: igitur per eandem tres b equi sunt quattuor c: et tres b positi sunt equi duobus a. duo igitur a equi sunt ad quattuor c. cum quocūq; vni eidemq; equalia sunt inter se sint et equalia. et quattuor numerus minorū collectorū duplex est duorum numeri scz collectorū maiorū. igitur per precedentē vnus a duplex erit ad vnū c. qd̄ erat demonstrandū potest et hoc vltimū etiam demonstrari. Quoniam enim duo a equi sunt quattuor c: vnus a per octauā proloquū equus est duobus c. quorū enī tota equa sunt et eorū quoq; dimidia sunt equa. At duo c dupli sunt vnus. igitur et vnus a duobus c equus: duplex erit c vnus quod fuisset monstrandum.

Ex duplici interuallo atq; sesquialtero: triplex nascitur interuallum. 12

| | | | |
|---|---|---|--|
| 6 | 3 | 2 | A c triplex interuallum. |
| a | b | c | A b duplex interuallū. b c sesquialterū. |

Sint a b c interuallū: et a quidem ad b duplex et b ad c sesquialter. dico a eius quod est c triplicē esse quoniam enim a ad b duplex est: ergo a per diffinitionē continet bis b. igitur a equatur duobus b. et qz b sesquialter est ad c: igitur b continet c et eius partem dimidiā. ergo per octauam huius duo b equi sunt tribus c: et duo b equi erant vni a. igitur et tres c equi erunt vni a. tres autem triplex sunt vnus. igitur per decimā vnus a triplex est vnus c: quod erat demonstrandū.

Duo duplicia interualla: quadruplex coniungunt interuallum. 13

| | | | |
|---|---|---|--------------------------------|
| 4 | 2 | 1 | A c duplex interuallum |
| a | b | c | A c geminatū duplex interuallū |

Sit a duplex ad b: et b duplex ad c. dico quoniam a quadruplex est ad c. Nam quia a duplex est ad b: igitur duo b equi sunt vni a. et rursus qz b duplex est ad c: igitur duo c equi sunt vni b. et si duo c equi sunt vni b: quattuor c equi erunt duobus b. at duo b positi sunt equi vni a: igitur et quattuor c equabuntur vni a. at quattuor quadrupli sunt vnus. igitur per decimam vnus a quadruplex est vnus c: quod erat ostendendum.

Terminū reperire: ad quē quotcūq; volumus: liceat supparticulares assignare. 14

| | | | |
|---|---|---|----------------------|
| 9 | 8 | 6 | A ad c sesquialter. |
| a | b | c | B ad c sesquitertius |

Sit propositū terminū reperire ad quem sesquialterū et sesquitertū valeamus assignare. Capio duo et tria numeros denominātes partes sesquialteri atq; sesquitertiū: duo siquidē sesquialterū et tria sesquitertiū denomināt. et duco duo in tria: proueniatq; ductu illo c. manifestum est c habere partem dimidiā pariter et tertiam. iungo ad c partē eius dimidiā: et compositus sit a. et iterū ad c iungo partē eius tertiam: et sit cōpositus b. quoniam enim a continet c et eius partem dimidiā: ergo per diffinitionē a ad c sesquialter est. et quoniam b continet c et eius partem tertiam: b itidem ad c sesquitertius. c igitur repertus est terminus ad quē petiti superparticulares rite sunt assignati. et hac lege de quibuscūq; esset operandū: vt si essent assignandi sesquioctauus et sesquinonus duc octo in nouē et surget terminus octauam/nonāq; partem possidens: ad quē et sesquioctauū et sesquinonū rite assignaueris. et eodem quoq; pacto modo tres: modo quattuor aut quotquot libuerit ad eundem terminum assignabis.

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 640 | 600 | 576 | 540 | 480 |
| a | b | c | d | |

vt si ad eundē terminū peterentur assignari sesquitertius/sesquiquartus/sesquiquintus et sesquioctauus ducatur tria/quattuor/quinque et octo in seinuicē et proueniat e qui circū habet in se tertiam quartam quintam et octauam. adiungo e suam tertiam compositusq; sit a. et suam quartam et compositus sit b. suam quintam compositus sit c. suā deniq; octauā et cōpositus sit d. dico demonstratione superiore: quoniam ad e constituti sunt a b c d sesquitertius/sesquiquartus/sesquiquintus/et sesquioctauus: quē admodum prefixa monstrat formula.

15 ¶ Si sesquialtero interuallo sesquitercium demptum fuerit interuallum: erit qđ relinquitur sesquioctauum.

| | | | | |
|---|---|---|--|-------------------------------------|
| 9 | 8 | 6 | | A c sesquialter. B c sesquitercius. |
| a | b | c | | A ad b sesquioctauus. |

¶ Sit c terminus ad quem p precedentē assignati sint a sesquialter: et b sesquiterci⁹. Ab a c sesquialtero subduco interuallum sesquitercium b c: relicto interuallo a ad b: quod dico esse sesquioctauū. qm̄ enim a eius quod est c est sesquialter: a semel habet c et eius dimidiā partem. quare per octauā huius duo a equi sunt tribus c. et quattuor a sex c. et octo a ad duodecim c. Rursus qm̄ b huius quod est c sesquitercius est. b igit̄ habet in se c et eius tertiā partem. quo fit vt p eandē octauā tres b equi sint quattuor c. et sex b octo c et nouē b ad duodecim c. at octo a quidē equi erāt ad duodecim c: igit̄ octo a equi sunt ad nouem b. per decimā igit̄ a ptinet b et eius octauā partem. estq; a sesquioctauus ad b et ppositū.

16 ¶ Interualli quarta et duodecima: vnam eius tertiarum restituunt.

¶ Nam quattuor interualli quarte: totū complēt interuallū. et duodecim eiusdē interualli duodecime: totū itidem cōplent interuallū. quare quattuor quarte et duodecim duodecime adinuicē equātur. due igit̄ quarte sex duodecimis / et vna quarta tribus duodecimis sunt eque. quoz enī tota equa sunt: et eoz dimidia. At quattuor duodecime: duodecim duodecimaru sunt vna tertia: qre et vna totius tertia cui quidē duodecim ille duodecime cognoscūtur esse idem atq; eque. vna igit̄ totius quarta q̄ tribus duodecimis equa esse mōstrata est et vna duodecima illi adiuncta: totius tertiam partem restituunt. Equātur enī vna tertia et vna duodecima quattuor duodecimis. qđ erat demonstrandum. Et quis hec demonstratio sequētis gratia particulariter facta sit: possis tñ modo p̄simili monstrare oēm minorem cuiuscūq; totius interualli partem: p̄ime maiorem partem efficere: illi adiecta vna partium a nūero qui ex ductu denoationū vtriusq; partium enascitur: denoata. vt totius tertia pars minor est: et scđa p̄ime maior: et si duo in tria duxeris sunt sex: iccirco vna tertia atq; vna sexta vnam restituūt scđam. Similiter quoq; quarta et quinta partes sunt p̄ime maior atq; minor: et si ducis quicq; in quattuor surgunt viginti: proinde vna quinta et vna vicesima: vna quartam restituūt. et hoc pacto in sequētibus vt subiecta monstrat formula.

| | |
|-------------------------------|--------------------------|
| Tertia et sexta | vnam secundam efficiunt. |
| Quinta et vicesima | vnam quartam. |
| Sexta et tricesima | vnam quintam. |
| Septima et quadragesimasecūda | vnam sextam. |
| Octaua et quinquagesimasexta | vnam septimam. |
| Nonā et septuagesimasecūda | vnam octauam. |

17 ¶ Due proportionēs sesquioctauē: minores sunt sesquitercio interuallo.

| | | | | |
|----|----|----|---|--------------------------------|
| 81 | 72 | 64 | | A c duo sesquioctauū cōiuncti. |
| a | b | c | d | A d sesquiterciū interuallū. |

¶ Cōtinua per sextam quarti Arithmetices duas sesquioctauas inter a et c: ita vt a sesquioctau⁹ sit ad b / et b sesquioctauus ad c. et sit a ad d sesquitercium interuallū. dico a ad c minus eē interuallum: q̄ a ad d. Qm̄ enī a sesquioctau⁹ est ad b: ergo p octauam huius octo a equi sunt ad nouem b. sed et qz b octaua sesquioctauus est ad c: per eādē octo b tñ sunt atq; nouem c. Et cum vnus b equus sit vni c et octauē eius: ergo nouem b equi sunt decem c et octauē vnus c. Atqui nouem b mōstrati sunt equi esse octo a: igit̄ octo a equi sunt decem c et octauē vnus. at decem et octauē vnus ptinet octo semel / eius quartam et eius vnā sexagesimā quartā. ergo per decimā huius vnus a ptinet vnū c / vnā eius quartā / et vnam sexagesimā quartam: et vna quarta et vna sexagesima quarta per precedentem minus sunt vna tertia: cōplent enī quarta et duodecimā vnā tertiam. duo igit̄ sesquioctauū minus sunt vno sesquitercio interuallo. quod erat demonstrandum.

18 ¶ Tres sesquioctauū: amplius sunt sesquitercio: minus aut̄ sesquialtero interuallo.

| | | | | |
|-----|---|---|-----|--------------------------------|
| 729 | | | 512 | A d tres sesquioctauū cōiuncti |
| a | b | c | d | |

¶ Sint a b c d tres cōiuncti sesquioctauū: vt a ad b primus sit sesquioctauus / b ad c secūdus / et c ad d tertius: dico primo a ad c amplius esse sesquitercio. Qm̄ enī a ad b et b ad c duo sūt sesquioctauū: ergo per octauam huius octo a equi sunt decem c et octauē vnus. Sed et cum c itez ad d positus sit sesquioctauus: ergo p eādē octo c equi sunt nouem d / et nouē c equi decem d et octauē vnus et decem c equi vndecim d et duabus octauis. et cū octo octauē c ptineant nouem d: q̄ per decimā huius vna octaua c continet octauam d et eius octauam partem: hoc est vnam sexagesimā quartam. decem ergo c et vna octaua vnus equātur vndecim d / tribus octauis / et vni sexagesime quarte. et per decimā vt vndecim res octauē et vna sexagesima quarta ad octo: ita a ad d. sed vndecim cōtinent octonos semel tres eoz

partes/tres octavas/et vna sexagesimaquartam vnus.ac tres octonozū partes amplius sunt tertia eoz parte. Superāt enī tres octonarij partes:tertiam eiusdē partem triente vnus:hoc ē tertia vnus parte. a fortiori igitur tres octonozū partes/et tres octave vnus ⁊ vna sexagesimaquarta ita āplius sunt tertia octonozum parte. cōtinent ergo vndecim/tres octave vnus/ ⁊ vna sexagesimaquarta: octo semel ⁊ amplius eoz parte tertia. quare ⁊ a cōtinet d ⁊ āplius tertia eius parte. est itaq; a ad d āplius sesquitercio interuallo. Scdo dico a ad d minorem eē sesquialtero infuallo. Nam vndecim ⁊ tinēt octo ⁊ tres octavas: deest ergo vna octava ad complēdas quattuor octavas/ q̄ sunt octonozum dimidium. Atvero q̄ superāt: tres octave vnus/et vna sexagesimaquarta minus efficiūt dimidio vnus octave. quare ⁊ multo minus efficient vna octava. vndecim ergo ⁊ tres octave/ ⁊ vna sexagesimaquarta vni⁹: cōtinent octo semel et minus octonozū dimidio. ergo per decimam huius ⁊ a cōtinet d semel ⁊ minus eius dimidio. est itaq; interuallum a ad b minus sesquialtero interuallo.

¶ Quattuor sesquioctavi coniūcti: sesquialterum superant interuallum.

19

| | | | | | |
|------|---|---|---|------|----------------------|
| 6561 | | | | 4096 | ¶ e quattuor sesqui- |
| a | b | c | d | e | octavi coniūcti. |

¶ Sint a b c d e quattuor p̄iūcti sesquioctavi: a ad b primus/ b ad c secundus/ c ad d tertius/ ⁊ d ad e quartus: dico qm̄ infuallum a e amplius est sesquialtero infuallo. Nam vt in precedēti visum est octo a equi sunt vndecim d/ tribus octavis/ ⁊ vni sexagesimequarte vnus. et vndecim d/ tres octave vnus ⁊ vna sexagesimaquarta: equatur duodecim e/ sex octavis/ quattuor sexagesimis quartis/ ⁊ vni quingentesime duodecime. ergo octo a equi sunt duodecim e/ sex octavis/ quattuor sexagesimis quartis/ et vni quingentesime duodecime. Atvero duodecim/ sex octave/ q̄ttuor sexagesimequarte/ et vna quingentesima duodecima cōtinent octo semel et amplius q̄ octonozum dimidium: qm̄ cōtinēt octo semel ⁊ dimidium: et insup sex octavas/ quattuor sexagesimas quartas/ ⁊ vna quingentesimā duodecimam vnus. igitur per decimam huius a cōtinet e semel ⁊ amplius q̄ eius dimidium. supat itaq; a e infual lum quattuor sesquioctavis p̄iūctū: sesquialterum interuallum. quod erat monstrandum.

¶ Quinq; coniūcti sesquioctavi: minus duplici interuallo coniūgunt.

20

¶ Nam p̄vndecimam huius duplex interuallum ex duobus maximis supparticularibus: sesquialfo scz et sesquitercio p̄iūgū. at p̄stitutis quinq; sesquioctavis tres p̄mi sesquioctavi: per decimā octavā huius minus sunt sesquialfo interuallo. ⁊ duo sequētes sesquioctavi qui vna cū tribus p̄oribus quinq; cōplent: per decimā septimam huius minus sunt sesquitercio. coniūgunt igitur quinq; sesquioctavi minus duplici interuallo.

¶ Sex proportiones sesquioctave: maiores sunt vno duplici interuallo.

21

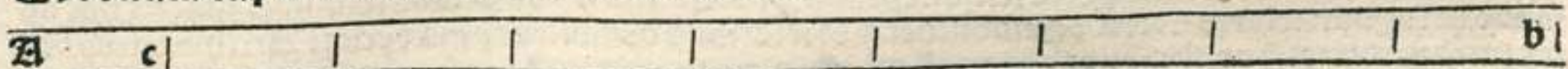
| | | | | | | | |
|--------|---|---|---|---|---|--------|-----------------|
| 531441 | | | | | | 262144 | ¶ g sex sesqui- |
| a | b | c | d | e | f | g | octavi cōiūcti. |

¶ Sit a g interuallum sex p̄iūctorū sesquioctavoz: itavt a ad b sit primus sesquioctavus/ b ad c scdo/ c ad d tertius/ d ad e quartus/ e ad f quintus: f autē ad g sextus. dico qm̄ a ad g amplius est duplici interuallo. Qm̄ enī a ad b sesquioctavus est: ergo per octavā huius octo a equi sunt novem b. et novem b per eādem equi sunt decem c/ ⁊ octave vnus. et decem c ⁊ octava vnus: equa sunt vndecim d/ tribus octavis/ et vni sexagesimequarte vnus. et vndecim d/ tres octave/ et vna sexagesimaquarta vni⁹: equatur duodecim e/ sex octavis/ q̄ttuor sexagesimis quartis/ et vni quingentesime duodecime. duodecim autē e/ sex octave/ quattuor sexagesimequarte/ et vna quingentesima duodecima: equantur tridecim f/ decem octavis/ decem sexagesimis quartis/ quinq; quingentesimis duodecimis/ et vni quarte millesime nonagesime sexte. Atvero decem octave vni cōtinent integrum ⁊ insup duas octavas. quo fit itex vt duodecim e/ sex octave/ q̄ttuor sexagesimequarte/ ⁊ vna quingentesima duodecima: equetur q̄ttuordecim f/ duabus octavis/ decem sexagesimis quartis/ quinq; quingentesimis duodecimis/ et vni quarte millesime nonagesime sexte. Atvero q̄ttuordecim f/ due octave/ decem sexagesimequarte/ quinq; quingentesime duodecime/ et vna quarta millesima nonagesima sexta: equa sunt quidecim g ⁊ octo octavis eius (hoc est equa sunt sedecim g) duodecim sexagesimis quartis/ quidecim quingentesimis duodecimis/ sex quartis millesimis nonagesimis sextis/ ⁊ vni tricesime secūde millesime septingentesime sexagesime octave. At sedecim ⁊ duodecim sexagesimequarte/ ⁊ relique sequētes particule: continent octo bis et amplius. igitur per decimā huius a ad g maius ē duplici infuallo. sex igitur sesquioctavi maiores sunt vno duplici infuallo: vt intēdit p̄positio. ¶ Et si hec p̄positio quo ad suā demonstratiōez nōnullis subdifficilioz videat: hoc iccirco pueniet q̄ illis p̄optitudo. vt dīq; habilitas octave none ⁊ decime hui⁹ decri. iccirco par cōsentaneūq; erit eos qui in musicis modulatiōibus ⁊ eaz p̄replatiōibus se exercitare volent: multos sesquialteros/ deinde sesquitercios/ et alios sequentes supparticulares colligere: quousq; vsus colligendaz p̄portionū ipsi iam sit factus p̄vius/ patensq; ⁊ q̄si iam ipis domesticus.

¶ Primi Elementorum Musicalium finis.

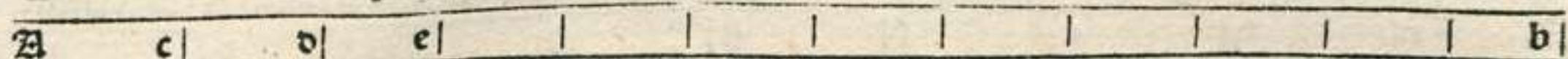
Consonantia est soni grauis/acutiq; mixtura: suauit/ vniformiterq; auribus incidens: ex multiplici aut supparticlarum ratione pfecta. **D**issonantia est duorum sonorum non se natura suauiter miscentium: ad aurem pueniens aspera/iniocundaq; percussio. **T**onus est consonantie principiu: ex soni ad sonum sesquioctaua pportione pueniens. **S**emitonium minus qd et diesis dicit: est toni pars: qua sesquitercia pportio duobus tonis maior est. **S**emitoniū maius quam 7 vocant Apothomen: est toni reliqua ps: et qua ipse semitoniū minus supat. **C**omma est quo sesquioctaua pportio: duobus semitoniis minoribus maior est: qd et idem est quo Apothome semitonium minus vincit ac superat. **S**chisma est coma tis dimidiū. **D**iaschisma ē dimidium semitoniū minoris. **H**emispherium: musicū est instrumentum per qd aut neruo aut chorde vt decet suppositum: semitonia/tonos/ consonantiasq; 7 consonantiarū particulas: ad sensum puestigamus. **S**onus emmelis is est quo apte vtimur in melo. **E**cmelis xō is dicitur: quē melos/concentusq; non admittit. **E**quales soni atq; similes dicuntur: q ex eadem interualli pportione nascū tur. **N**umerorū atq; interuallozum pars ea maior est: que a minore nūero denoiat. et minor que denoiatur a maiore. **M**ultiplex pportio maior est: quā maior denoiat numerus. et minor: que denoiatur a minore. **S**upparticularis pportio maior est: que a maiore denomiatur parte. minor aut: que denominatur a minore.

Tonum super datam chordam collocare.



Sit a b c chorda quecuq; supra quā inbeamur tonū collocare: diuisio p tertiam petitionem chordā a b in nouem equas portiones: ita vt c b illaz nouenarū octo teneat 7 a c vnam. dico qm a b 7 c b tonū p̄tinēt/ p̄stitutūq; supra datā chordam esse tonum. **M**ā totū chorde spaciu a b p̄tinēt spaciu c b 7 insup octauam eius partē: q a c vni illaz octauaz equa sit. igit per diffinitōem spaciu a b epogdoū: sesqui octauūq; est spacio c b. quare per p̄nam petitionem ea erit soni totius chorde a b ad sonum c b ppor tio. Est itaq; tonus in chorda a b qui in epogdoū/ sesquioctauaz ratione consistit: collocatus.

Tonum tono et quotquot libuerit: in data chorda subiungere.



Sit data chorda a b in qua ppositum sit tres psequētes tonos subiūgere partioz per tertiam peti tionem vt in precedētī factum est spaciu totius chorde a b in nouem equas portioes. et in nota octaue portiois pono c: ita vt b c octauas illaz nouem partium teneat. manifestū est per precedētē a b 7 c b esse tonum. et per eādē petitionem partioz spacium c b in nouem equas portioes. et in terio octaue partice pono d: ita vt d b p̄tineat octo eaz partium quaz c b nouem p̄tinēt. per precedentem c b ad d b sonat tonum/ estq; iam vni tono: tonus vnus subiūctus. **R**ursum spacium d b p̄simili modo in nouem equas portioes diduco: 7 notam octaue sectionis littera e designo: ita vt e b octo eaz partiu cōtineat: quaz d b p̄tinēt nouem per precedentem d b ad e b resonat tonum. sunt igitur in data chorda a b tres p̄tinēte subiūcti toni: scz a b/ c b. c b/ d b. d b/ e b. qd erat ppositum. et hoc pacto quotquot lubet subiū gere q̄facillimū est. **E**t si id sensu experiri/ deprehēdereq; cupias post pulsū totū chorde a b suppone hemispherium chorde a b in signo c: ita vt sola perstrepat resonetq; particla c b et sensus iudicio dephē hendes soni totius a b ad sonū c b esse toni interuallū. q si hemispheriū trāfers ad notam d: ex pulsu c b 7 d b itez tonum deprehēdas. sed ex totius a b sono ad sonū particule d b duos tonos/ duozūq; tonozum insuallū perpendet auditus. et hoc pacto sensuum iudicijs quotqt voles tonos dephēndēdos cōmitteres: et eoz mixturas tum suaues/ tum incōcinnas (quas auditus tanq; offensus horret refu gitq; decernendas.

Tonorum continuatorum: minimos numeros assignare.

| | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| 59049 | 52488 | 46656 | 41472 | 36864 | 32768 | Quinq; tonorum adinuicem conti- nuatorum minimi numeri. |
| n | o | p | q | r | s | |
| 6561 | 5832 | 5184 | 4608 | 4096 | | Quattuor tonorum adinuicem cō- tinuatorum minimi numeri. |
| h | i | k | l | m | | |
| 729 | 648 | 576 | 512 | | | Trium tonorum adinuicem conti- nuatorum minimi numeri. |
| d | e | f | g | | | |
| 81 | 72 | 64 | | | | Duorum tonorum adinuicem con- tinuatorum minimi numeri. |
| a | b | c | | | | |

Si duo/ tres/ q̄ttuor/ quinq; aut quotlibet toni sint p̄tinēte in neruo p̄stitutū: sic eoz mīmos nūeros reperiemus. **M**ā enī nouem 7 octo mīmi sunt numeri toni duco nouem in se 7 pueniat a: 7 nouem in

octo et pueniat b: et octo in se et pueniat c. per viceſimā tertiam tertij Arithmetices inſ a b et c ſunt duo ſeſquioctauū in mīmis numeris p̄ſicti / et p̄inde duo toni in mīmis numeris p̄tinuati. Et ſi nouē duco in a b c et octo in c et ſurgant d e f g. per eandem inter d e f g tres ſunt in mīmis numeris ſeſquioctauū cōſtituti: quare d e f g ſunt trium cōtinuatorū tonorum mīmi n̄ſeri. Et ſi ducis nouem in d e f g et octo in g et ſurgāt h i k l m per idem q̄d p̄ius h i k l m quattuor p̄tinnoꝝ ſeſquioctauoꝝ mīmi ſunt n̄ſeri: quare et quattuor cōtinuoꝝ tonorum. Et ſi ruruſum hoc pacto ducis nouem in h i k l m et octo in m et ſurgant n o p q r s: ip̄i erūt quinq; cōtinuoꝝ tonorum mīmi numeri. et hoc modo quotquot tonorum voles n̄mos numeros reperias. Attamen in modis muſicis tot cōtinue ſubiūgere opus non eſt: ſed tonis ſemitonia ſubiūgun̄: de quibus poſterior p̄p̄ius / accōmoduſq; expectādus eſt ſermo.

¶ Spacio quolibet per quotlibet equa ſpacia diuiſo: totius ad totam p̄xime ſectiōis partem minor eſt p̄portio: q̄ eiusdē partis ad totam reliquā p̄xime ſectiōis partem. Quo fit vt quanto tonus tono ſubiūgit̄ acutior: tanto ip̄m p̄tractioꝝ p̄tineāt ſpacia.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | c | d | e | f | g | h | i | k | b |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

¶ Chordam / neruū / tibiam / eſtātū aera / eſt tinnulū et quidq; ſonū edit in harmonicis modis (vt iam quoq; dictū eſt) ſpaciū n̄cupamus: in quibus analogie ratio vim / naturāq; ſernat eādē. Sit ergo a b totum ſpaciū per a c i c d / d e f: et reliquas nouem equas partes vt fit in interuallo toni habendo diuiſum: quotq; enī alias poſueris idem valuerit. dico minorem eē p̄portioꝝ a b ad c b q̄ c b ad d b. Nam cū a b poſitū ſit in nouem equas partes per medias notas c d e f et reliquas diuiſum: c b cōtinet ſolū eaz partū octo: quaz a b p̄tinet nouem. ergo a b p̄tinet ſpaciū: c b et eius octauam partem. ſed et cū c b octo partes parti c d equas p̄tineat: ergo d b p̄tinet partū totaz ſolū ſeptē. ergo c b p̄tinet ſpaciū d b et inſup eius ſeptimā partem. at octaua ps per diffinitioem minor ē parte ſeptima: igit̄ itez per diffinitioem a b ad c b p̄portio: ſupparticularis minor eſt q̄ c b ad d b vtpote q̄ a minore parte denoietur. eſt enī hec a ſeptima parte ſeſquiſeptima p̄portio: illa x̄o ab octaua ſeſquioctaua. Et h̄ac nō modo in ſupparticularib; verū et quibuſlibet medietatibus demōſtrat p̄ma decimi Arithmetices vbi ſez ratio medietatū arithmetica cōperiat̄. q̄d et in dicta ſpaciū diuiſiōe et ſupra (vt p̄poſitū eſt) p̄portione: inuentū p̄ſpiciebat̄. **¶ Correlariū x̄o hinc cognoſcat̄ q̄ totū per quartam petitionem ad ſuam partem graui⁹ ſonat: pars aut̄ ad ſuū totū acutius. Itaq; ſi tono a b et c b tonū ſubiūreris: ſubiūctus erit acutior. Et qm̄ ſpaciū c b in nouem equas partes partiret̄: quaz quelibet m̄ior erit ſpacio c d q̄d eius octaua eſt: nam quelibet eaz eſt nona et a maiore n̄mero denoſata. erit igit̄ et quelibet eaz nouem partū minor ſpacio a c. equa ſunt enī a c et c d. et hoc pacto de quibuſlibet ſubiūcti acutiorib; tonis eēt dicēdum. manifeſtū eſt igit̄ vt quāto tonus tono ſubiūgit̄ acutior: tāto ip̄m p̄tractioꝝ p̄tineāt ſpacia.**

¶ Medio extremitatū toni ſpacio in duo equa diuiſo: ton⁹ mīme in duo ſecat̄ cōlia.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | c | d | e | f | g | h | i | k | b |
| l | m | n | o | p | q | r | s | t | |

¶ Hec et ſequentia intelligūt̄ vt tonus mīme in duo equa ratione geometrica dirimā: non autem arithmetica. nam et hic tonus toniq; interuallum in duo equa rōne arithmetica dirēptum eſt. diuido ergo ſpaciū a b vt p̄ius in nouem equa ſpacia: per notas a / c / d / e / f / g / h / i / k / b manifeſtū eſt a b et c b eſſe toni extremitates / toniq; cōtinere. dico ergo qm̄ a c medio harū extremitatū interſtitiū in duo equa p̄ ſignum l dirēpto: tonus mīme in duo equa partiat̄ / q̄q; ſonus a b et l b equalis non ſit l b et c b. diuido enī ſingula reliquoꝝ octo equalitū ſpacioꝝ p̄ſimili modo p̄ equalia per notas m / n / o / p / q / r / s / t: manifeſtum eſt totū ſpaciū a b diuiſum eē in 18 equalia ſpacia que ſunt a / l / c / m / d / n / e / o et reliqua. ergo per precedētē m̄ior eſt p̄portio a b et l b q̄ l b et c b. eſt enī hec ſeſquifextadecima: illa x̄o ſeſquiſeptiadecima. non eſt ergo tonus hoc pacto in duo equa diuiſus. et ſonū a b l b / et l b c b p̄ diffinitioem adinuicem inequales: qui quidem ſonū ecmeles ſunt / muſicoq; melo perparū apti.

¶ Toni ſpacio hoc modo diuiſo: totius medie ſectionis ſonus: maioris extremi toni ſonum acumine: minoris vero grauitate ſuperat.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | c | d | e | f | g | h | i | k | b |
| l | | | | | | | | | |

¶ Sit a b vt in precedētī iam dictū eſt diuiſum: itavt a b ad c b recrepet tonum. dico qm̄ ſonus l b acumine ſuperat ſonū a b. q̄q; idem ſonus l b grauitate vincit c b. Nam a b totum eſt et l b eius pars: ergo per quartam petitionem a b grauiorem ſonū edit et l b graciliorem. et per eādē qm̄ l b totū eſt ad c b: ſonus l b grauior eſt ſono c b. ſuperat ergo l b maīus toni extremum acumine: et minus grauitate. quod propoſitum erat demonſtrandum.

¶ Tonum in duo equa: certo / cōſtitutoq; numero diuidi impoſſibile eſt.

¶ Nam per quintam p̄mi huius nullū ſupparticulare interuallum in plura equalia dirimit̄: et que p̄portio ſpacioꝝ inſualli inter ſe ea quoq; eſt et ſonū ad ſonum. Atqui tonus ex ſupparticulari naſcit̄ interuallo. naſcit̄ enī ex epogdoa / ſeſquioctauaq; ratōe. igitur tonus mīme in duo equalia dirimitur / diuidit̄q; imo x̄o neq; in plura duobus equa: vt in tria aut quattuor. **¶ Ex quo facile cognoſcit̄ Arſtoꝝenus muſicus auris iudicio cuncta cōmittēs perparū eē pbādus. qui ſemitonia ſecus q̄ Pythagorici non arbitrat̄ eſſe dimidio tono p̄tractioꝝ: ſed que admodū ſemitonia dicūt̄: ita quoq; et eſſe integra tonorum dimidia. Hec minus Martianus felix ſimili lapſus errore dep̄rehēdit: qui nō modo**

tonum in duo equalia sed et in tria et quattuor dirimit atque secat. Secat enim in primis tonum in duo equalia quae ideo hemitonia vocat. Secundo in tria et earum tertiam quolibet diesim tritemeriam nuncupat. Tertio in quattuor et hanc toni partem quartam vocat diesim tetrartermeriam: quae haec dieses nunc tertie nunc quartae toni sunt partes. Est enim tritos tertius tetrartos quartus et meros pars. Ponit et tertiam dieseos acceptiōem ut eadem toni tertia et tertie dimidia pars dicat. Et rursus primi modi primeque acceptiōis dieses: chromaticas vocat secundas vocat enarmonicas tertias vero enarmonice diuisionis hemiollas: partim Aristoxeno similiter: partim autem dissimiliter. Similiter quidem quod Aristoxenus toni dimidii semitonium ponat et toni tertiam diesim chromaticam vocet sed chromatis molis: et toni quartam diesim enarmonicam. at dissimiliter quod toni quartam cum propria quartae medietate vocet diesim chromatis hemiollis. Et certe vel Martiano in tertia dieseos acceptiōe nouo errore lapsus putandus est: vel eundem putasse hemitonium et diesim enarmonici hemiollis idem esse. nam cum omne totum tribus suis tertijs integretur: unam ergo tertiam et tertie medietatem totius dimidium implere necesse est. Sed cum haec se satis falsa esse possunt: et nulla sui parte cohereant: non est cur in his diutius sermo sit pertrahendus. Sic enim qui stolidi sensus iudicium sequentes intellectum relinquunt: facile ex disciplinarum aditis se exploros sentiunt.

8 **Quicumque numerus in terminos toni ducatur: interuallum toni relinquet.**

Quam cum tonus et toni interuallum in proportione sesquioctaua consistat: sui termini erunt nouem ac octo aut quicumque alij qui sibi proportionem respondeant. At cum per septimam secundi Arithmetices: si unus idemque numerus duos multiplicet productorum et multiplicatorum eadem sit proportio: ergo quicumque numerus duces in tertios sesquioctauae: sesquioctauam producet: relinquetque tonum atque toni interuallum. quod est oppositum. Et non modo de sesquioctauo et toni interuallo id sentiendum est: sed et de quolibet alio interuallo.

9 **Omnis numerus: extremorum toni differentia constitui potest.**

Si enim tonus in minimis constituat ut sunt nouem atque octo monas differentia est: cum nouenarius atque octonarius sola unitate dissentiat. Et si duces binarius in nouenarium et octonarium et producat a et b per precedentem a et b erunt toni extrema. Arithmetice per nonam primi Arithmetices quod sit ex binario in nouenarium tamen est quod sit ex binario in octonarium unitatem. sed binarius in unitatem per commune proloqui seipsum producit: igitur extremorum toni a et b binarius differentia constituit. Et si ducatur ternarius in nouem et octo: eodem quoque argumento ternarius extremorum toni differentia constituet. Et ita quicumque alter numerus in eosdem minimos toni tertios duces: idem extremorum toni differentia constituetur. Manifestum itaque est omnem numerum extremorum toni differentiam constitui posse. Et quia ita est placuit tamen Philolao Pythagorico primordium toni/primordialis eius tertiam ternarium constituere: qui primus cubus a primo impari numero precreat ac gignit. quae is numerus apud Pythagoricos maxime honorabilis fuerit. Nam cum ternarium primum quidem imparem numerum tertio duxeris: nouem surgit. que ter ducta septem supra viginti: scilicet cubum a primo impari reddunt. at 27 ad 24 tono distant: tonique claudunt interuallum: et horum differentia ternarius constituit. est enim ternarius summe 24 pars octaua: quae eidem adiecta summe: primum a ternario cubum rursus instaurat atque perficit. Et idem Philolaus summam septem et viginti in duas partes secuit 13 et 14 quae haec maior: illa vero minor habet: et hanc primordium Apotomes facit: quae est toni portio maior: illam autem facit principium dieseos: que est toni decimo minor atque portio: et quam posterius semitonium minus nuncupabimus. et illarum duarum partium differentiam que est unitas facit comatis principium. Sed de his satis.

10 **Numeri dati partem quotamque reperire. Quo sit ut cuiuslibet numeri pars ab ipso sit numerata: et a denoante eiusdem partis sit denominata.**

| | | | | | |
|-----|----|-----|----|-----|----|
| 272 | 17 | 306 | 18 | 136 | 17 |
| c | d | g | h | m | n |
| 17 | 16 | 18 | 17 | 17 | 8 |
| a | b | e | f | k | l |

Quauis enim numerorum numeratum qui exempla in aia sunt: unitas insecabilis existat: numerorum tamen numeratorum quales in physicis sunt motuum numeri/ in geometricis linearum et planorum/ in astrologicis temporum/ in musicis aut tonorum atque interuallorum unitas aut verius unum sectionem recipit. Sit ergo a quicumque numerus cuius una partium denotata ab b quae sita sit: resoluo a in omnes suas partes denotatas ab b: ducendo scilicet denoantem numeri a in denoantem partis b: ita ut pueniat c. manifestum est partes c simul denotatas ab b equari toti numero a. diuido igitur c per b et pueniat d: dico d esse partem petitam/ et numeratam ab a. hoc est a numero denoante a. Quae si sit pars a denotata ab b quae petita erat: patet quod a in d per septimam petitionem reproducit c: quare d est pars c denotata ab b. at c equat a. igitur et d pars est a denotata ab b. Sed et quod d numeretur ab a: quod a in b producit c: ergo per sextam petitionem c diuiso per b redibit a. sed et eodem c diuiso per b plus veniebat d. numerat igitur a semel d. et sic proportio atque iuu correlarium nota sunt. Et quis hec ut monstrare facili sit: vsus tamen eius aliquanto latetior: quem exemplaris deductio facile cuius reddet illustriorem. ut quae sit xbi causa sume decem et septem pars sextadecima duco vtriusque denoantes in seinuicem. hoc est 17 et 16 et surgent 272 sextedecime. tot enim sextadecimas continet numerus 17 resolutus. diuido ergo 272 per 16 et pueniet 17 sextedecime: quae erunt sextadecimas continet numerus 17 resolutus. diuido ergo 272 per 16 et pueniet 17 sextedecime. at 17 sextedecime totius summe partium 272 pars sextadecima. quare et numeri 17 pars itidem sextadecima. at 17 sextedecime unitatem continent et unam sextadecimam. est itaque unitas et una sextadecima: dati numeri 17 pars sextadecima. Et si numeri decem et octo quereret pars septimadecima duco decem et octo in decem

7 septem et pductum diuido per 17 et veniet 18 septimadecime: quevnum cōplent integrum / vnā septimadecimam. Est ergo vnitas 7 vna vnitatis septimadecima date summe decem 7 octo p rs vna septimadecima. Si xō summe decem 7 septem volo partem octauā replere: duco 17 in octo 7 qd pductum fuerit diuido per octo 7 pueniet 17 octaua q̄ duas vnitates 7 vnā octauam efficiūt. erūt ḡ duo 7 octauavnius totius summe decem 7 septem pars octaua. qd̄ querebat. Et ita in quibuslibet se quibus valeat exercitare: habent tñ q̄ particulari / exēplariq; demōstratiōe sunt ostensa: ad sequentia pōdus ac momentum.

¶ Si duo inaequales numeri ad eundem minorem comparentur: maioris ad ipsum maior est proportio / et minoris minor. 11

| | | |
|---|---|---|
| 9 | 8 | 7 |
| a | b | c |

¶ Si sint a b duo inaequales nūeri quoz a sit maior / et b minor: qui comparētur ad eūdem minorem c. dico a ad c maiorem eē pportioem q̄ b ad c. Nam cū per octauam peritiōem extremoz a ad c pportio pposita sit ex pportioibus a ad b 7 b ad c vt suis partibus: ergo pportio b ad c pars est pportiois a ad c et pportio a ad c totū. et cū per vltimū cōmune ploquum d̄me totū maior sit sua parte: igitur pportio a ad c maior est pportione b ad c. et ita de quibuslibet alijs simili argumēto est agendum.

¶ Sesequidecima pportio: integrum toni dimidium superat. 12

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | c | d | e | f | g | h | i | k | b |
| l | m | n | o | p | q | r | s | t | |

¶ Quia huius monstravit medio extremoz toni spacio in duo equa diuiso: tonū mīme in duo equa geometrice partiri: et sectionem hinc 7 inde alitrussecus sesequidecimā / et sesequidecimā retinere pportioem. Nec xō ostēdit sesequidecimā pportioem que illic ex parte intensionis acuminisq; relinquit: hemitonio / integroz toni dimidio esse maiorem. et sequēs mōstrabit sesequidecimā ex grauiori parte sumptam: eodē toni dimidio esse minorem. Sit ergo vt in quita huius spaciū a b in decem 7 octo equas partes per a c d e f 7 reliquas notas diuisum. itavt a b earz partū ptineat decem 7 octo / 7 c b sedecim / 7 l b decem 7 septem. manifestū est a b 7 c b vt prius visum est esse tonum: et l b 17 ad c b 15 eē sesequidecimā quā habitudinē dico esse integro semitonio maiore. qm̄ cū per decimam huius vnitas 7 sextadecima vni⁹: est summe decem 7 septem pars sextadecima. q̄ si eidē sume adijciat̄ sient decē 7 octo / et sextadecimavni⁹. at octodecim 7 sextadecimavni⁹ ad decē 7 septem p diffinitioez est sesequidecima. Sunt ḡ decē 7 octo 7 sextadecimavni⁹ ad decē 7 septem et decem 7 septem ad sedecim due p̄sente sesequidecime. sed decem 7 octo 7 sextadecimavni⁹: p̄cedentem maior est sesequidecimā ad sedecim. Nam decem 7 octo ad sedecim vt prius visum est: sesequidecimā est. igit̄ sesequidecima bis aucta tonum / toniq; interuallum trāscēdit. quare p̄ nonum ploquū sesequidecima pportio integrū toni dimidium superat. quidq; enī bis auctū trāscēdit aliqd̄: id̄ vltra eius dimidium eē necesse est. Ex quo valētiore iure cognoscit̄ sesequidecimā 7 oēm pportioem sesequidecima maiorem: integrum toni dimidium superare.

¶ Sesequidecima: minor est integro toni dimidio. 13

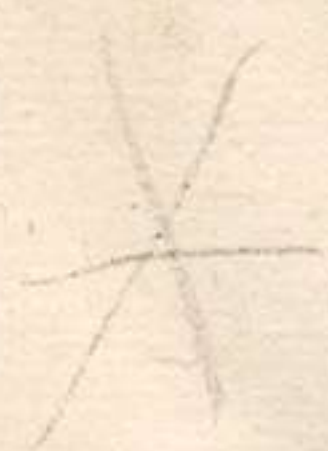
| | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|---|
| 19 | 1 | 19 | 1 | 18 | 17 | a ad b sesequidecimā septimam pportioem |
| d | 8 | c | 17 | a | b | ptinet: q̄ integro toni dimidio p̄tractior est. |

¶ Sint a decem 7 octo interualli partes 7 b decem 7 septem / c decem 7 nouem 7 vna septimadecima / d xō decem 7 nouem 7 vna octaua. per decimā huius a ad b est sesequidecimā. et c ad a similis sesequidecimā. sunt ergo c ad b due sesequidecime adinuicem coniūcte. sed et p̄ eandem d ad b sesequidecimā est atq; tonus. d enī cōtinet b 7 eius partem octauam. at d ad b pportio maior est pportioe c ad b. nam vnus ps octaua maior est vna septimadecima. ergo sesequidecimā pportio per decimū ploquū minor est integro semitonio. qd̄ enī duplatū non implet integrum: neq; id̄ quoq; continet dimidium. Est ergo notum sesequidecimā pportioem integro toni dimidio esse minorem.

¶ Integram toni medietatem: inter sesequidecimā 7 sesequidecimā pportioem cadere necesse est. 14

¶ Nam per duodecimā sesequidecimā maior est toni dimidio: 7 p̄ decimā tertā minor est eodē toni dimidio. at per cōm sciētiam inter maius atq; minus dimidio: ipm̄ dimidiū cōsistere necesse est. ergo integrum toni dimidium inter sesequidecimā et sesequidecimā cadere necesse est. Sed id̄ in noto / integroz numero nullo pacto vt septima huius mōstravit fieri cōtinget: vt neq; in geometricis diameter quadrati: eius coste certo / p̄stitutoq; numero cōmensurari potest. Sed hoc vltim ex altero loco requirendum est.

¶ Semitonium minus: duobus tonis in chorda subiūgere. 15



A c | d | e | | | | | | | b |

Intelligi semitonium subligi qm ex acutiori parte duob' quide tonis ad grauiorem pte relictis ipm semitonium collocat. pzeuigi x'o qm ipm ex parte remissiori duob' tonis adhibet. Continuo ergo per scdm hulus duos tonos in chorda a b per notas a c d b. sitq; a b c b: primus. et scds sit c b d b qui quia per diffinitionem in sesquioctaua pportioe consistit: et per decima septima primi hui' due sesqui octauae minores sunt sesquitercia pportioe. erit ergo a b et d b minus sesquitercio. diuido ergo a b in quattuor partes equas: et initiu terti secriois: facio notam e. ita vt e b tres eaz quartaz contineat: per diffinitionem igitur a b ad e b sesquitercia pportio est. sed sesquitercia pportio a b et e b superat duos tonos a b et d b in proportioe d b et e b. est igit d b et e b per descriptionem semitoniu minus duobus tonis: vt propositum erat subiunctum.

16 Semitonium minus: duobus tonis preponere.

A e | d | c | | | | | | | b |

Facio a b ad c b sesquitercia interuallu et diuido c b in octo equas partes et supra c versus a: facio d c vni eaz octo partium equa: ita vt d b eaz partiu nouem ptineat. et per diffinitionem d b et c b vnum pstituitur tonum. Similit diuido d b in octo equas partes: et vna eaz adligo supra d p notam e. quare itez e b et d b erit tonus. suntq; duo toni e b et c b. sed a b et c b sesquitercia pportio: maior est duobus illis tonis in pportione a b et e b. est igitur per diffinitionem a b et e b semitonium minus. qd cum sit duobus tonis prepositum: qm ex parte remissa illis adiectum. factum est propositum.

17 Duobus tonis: diesim / semitoniuq; minus interponere.

A d e c | | | | | | | | | b |

Idem diesim atq; semitoniu minus hic (vt iam quoq; dictum est) intelligimus. Sit ergo a b et c b vt in precedenti sesquitercia pportio in rota chorda a b. ab a: versus: intedo tonum per notam d. et ab c versus a remitto tonu vt in precedeti factu est per notam e: ita vt a b et d b sit tonus / et similit e b et c b tonus. manifestum a b et c b sesquitercia pportioem superare duos illos tonos in media pportioe d b et e b. est igitur per diffinitionem d b et e b semitoniu minus duobus tonis interceptu et ppositu.

18 Semitonij minoris mimos numeros reperire: et quomodolibet semitoniu minus in chorda vna aut pluribus collocare.

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 324 | 288 | 256 | 243 |
| f | g | h | k |
| 81 | 72 | 64 | |
| c | d | e | |
| 9 | 8 | | |
| a | b | | |
| 4 | 3 | | |
| l | m | | |

Sit a nouenarius et b octonarius minimi numeri toni. duco a in se / et a in b / et b in se et cofsurgant numeri c d e. inter quos per sextam quarti Arithmetices erit duo sesquioctauu / duob; toni in minimis ptinuari. Sit ptea l quaternarius et m ternarius. duco l in c d e et pdeat f g h: inter quos p septima secudi Arithmetices similit cõiucti sunt duo sesquioctauu / et pinde duo toni. duco ptea itidẽ m in c et pueniat k p octaua secudi Arithmetices f ad k est pportio sesquitercia q p 17 primi hui' maior est f h et differẽtia e h k. dico ergo h k esse mimos numeros semitonij minoris. q eni sint numeri semitonij minoris per diffinitionem notu est. sed q mimi: id iam declarandu est. Nam qz c e sunt in sua pportioe sunt cõtra se primi. ergo per vndecimam tertij Arithmetices l est pmus ad c. Rursus m et b ternarius atq; octonarius sunt qui nascit ex l et e pmi eidẽ numero c: erit primus ad c. Rursus m et b ternarius atq; octonarius sunt adinuicem pmi. ergo p vndecima tertij et m primus est ad e sed et cu l / m quaternarius et ternarius sint etiã primi: ergo per decimam eiusdem m etiã primus est ad h. Cu ergo c et m mõstrati sunt primi ad h ergo per eadẽ decimã tertij numerus k ex c et m pductus: primus est ad h. sunt itaq; h et k semitonij minoris numeri adinuicem primi: quare per vicesimã tertij Arithmetices in sua pportione mimi. qd est ppositu quo ad hoc. Et data quacunq; chorda si eã diuides scdm inueru h et eaz partiu accipias scdm numerum k numeros scz semitonij minoris vbilibet in eadem chorda pstitutu erit semitonij minoris interuallum. In diuersis aut facillime idẽ feceris: si eas chordas equales ealiter tenas vni tonasq; posueris / et partiaris eaz quacunq; voles scdm h quaz partium alterius acceperis scdm k erit tum in pluribus chordis semitonij minoris constitutum interuallum. quod est totum propositum.

19 Semitonium minus in minore q; sesquiseptimadecima sit: proportione consistit. Quo sit vt regula semitonij sumendi: non sit differẽtiam extremoru toni in duo equa partiendo.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|----|-----|-----|
| 324 | 288 | 257 | 5 | 256 | 245 |
| f | g | l | 17 | h | k |

Sint vt in precedenti h k minimi numeri semitonij minoris vt ducenta quinquaginta sex et ducenta quadraginta tria. capio p decimam huius: septimadecima partem nseri k ducentorum scz quadraginta trium/eritq; quattuordecim et quinque septimedecime. addo itaq; quattuordecim et septiasdecimas ad k et fiat l numerus 257 et 5 septimedecime. erit ergo nserus l ad k sesquiseptimusdecimus. at l ducenta quinquaginta septē et quinque septiedecime trāscēdit h qui solū est ducentorum quinquaginta sex. p̄sistet itaq; semitonij minus per vndecimam huius in minore p̄portiōe q̄ sit p̄portio sesquiseptimadecima. quare et a fortiore in minore cōsistit p̄portiōe q̄ sit sesquiseptadecima. Correlarium hinc notum est. Nam hoc pacto partiēdo extremorū toni spacium: ex quita huius cognoscitur sesquiseptadecia atq; sesquiseptimadecima altrinfecus constitui: quap̄vtraq; presens mōstrauit semitonij minoris habitudinem esse minorem.

Sesquioctauadecima p̄portio: semitonio minore rursus maior euadit.

| | | | |
|-----|---|-----|-----|
| 256 | 1 | 256 | 245 |
| c | 2 | a | b |

Sint a b minimi numeri semitonij minoris per decima octauā huius reperti scz ducenta quinquaginta sex/et ducenta quadraginta tria. capio per decimā huius octauā decimā partem nseri b: quā reperio esse tridecim et semis: quā quidē addo numero b/ fiatq; aggregatus c. tunc c ad b sesquioctauadecima p̄portio est. at c maior numerus est a. nam a dūtaxat cōtinet ducenta quinquaginta sex: c x̄o equaliū partū totidē et insup semissem vnus. est igit sesquioctauadecima p̄portio semitonio minore maior.

Sesquinonadecima: est semitonio minore minor. Quo fit vt semitonij minus inter sesquioctauadecimam/et sesquinonadecimam consistat collocatum.

| | | | |
|-----|-----|----|-----|
| 256 | 255 | 15 | 245 |
| a | c | 19 | b |

Sint vt prius minimi termini semitonij minoris a et b: dico sesquinonadecimā p̄portiōem minorem esse p̄portione a ad b. capio enī per decimam huius: nonadecimā partem numeri b: quā inuenio esse duodecim et quindecim nonasdecimas. quā partem adijcio numero b et fiat c. p̄portio c ad b est sesquinonadecima. sed a maior est q̄ c. igitur p vndecimam huius maior est semitonij minus sesquinonadecima p̄portiōe/ atq; sesquinonadecima p̄portio semitonio minore minor. Correlariū x̄o vt decima quarta huius notum esse potest.

Semitonium maius: in data chorda constituere.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|---|
| a | c | | | | | | | | | b |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|---|

Sit a b et cb semitonij minoris interuallum. diuido cb in octo partes equas: quibus equam facio partem cd. ita vt d b nouem p̄tineat. ergo d b et c b erit tonus. demo igitur a tono d b et cb semitonij minus scz a b et c b/ relinquēsq; d b et a b toni reliqua pars et qua ipse semitonium minus superat. igit per diffinitidē d b et a b semitonium maius est in data chorda (vt p̄positū erat) cōstitutū. et quē ad modum semitonium maius collocasti ad partem grauiorem ita quoq; ad partem acuminis collocare facillimum esset.

Semitonij maioris: minimos numeros reperire.

| | | |
|------|------|------|
| 2187 | 2048 | 1944 |
| e | d | c |
| | 256 | 245 |
| | a | b |
| | | 8 |
| | | f |

Sint a b minimi numeri semitonij minoris ex decima octaua huius reperti et f octonarius. qm̄ ex demōstratiōe decime octaue huius f octonarius primus est ad b. ergo f non numerat b. non habet igitur b octauam partem. duco igitur f in b et a et cōsurgant c d: per septimam secūdi elementorū Arithmetice d ad c vt a ad b. est igitur inter d c semitonium minus/ semitonijq; minoris interuallum. et qz c habet p̄tem octauā vt b: addo eidem nūero c p̄tem octauam eius b: et coaceruatus fiat e. cōtinet igit e numerum c/ et partem eius octauam. quare e c tonus. et quia ton⁹ e c superat semitonij minus d c

2187
2048
139
102
37
28
9
1

interuallo e d: ergo e d sunt nūeri semitonij maioris. Quia autē iudē sint minimi facile ex decimaquinta tertij arithmetices cognoscas distrahēdo d ab e et quod reliquū fuerit itēz quoties potes distrahēdo ab d. et hoc pacto deinceps et videbis ad vltimum relictam vnitatē eritq; modo qui ad latus appareat distractio. quare per eandem decimaquintam d et e sunt adinuicem primi. sunt igitur per vicesimam eiusdem in sua proportione minimi: quod est propositum.

24 ¶ Semitonij maioris habitudo: sesquiquintadecimam superat proportionē.

| | | | |
|------|--------|------|-------|
| 2187 | 2184 8 | 2048 | 136 8 |
| A | c 15 | b | d 15 |

¶ Sint a b minimi termini habitudinis semitonij maioris per precedentem reperti: dico habitudinē a ad b maiore esse sesquiquintadecima. sumo enī vt in precedentibus iam sepe factū est per decimā huius quintadecimam partē numeri b et hec inuenitur centū tringintasex et octo quintedecime vnus q̄ sit d adiucio ergo d ad b et fiat c: certū est c ad b esse sesquiquintadecimā. at c minor numer⁹ est q̄ a. est enī a numerus duum miliū centū octuagintaseptē. c autem solum duū miliū centū octuagintaquattuor et fere semis paulo amplius. Est igitur per vndecimā huius semitonij maioris habitudo sesquiquintadecima proportione maior eamq; superans: quod est propositum.

25 ¶ Apotomes interuallum: minus est sesquiquartodecimo interuallo. Unde manifestum est semitonij maioris proportionem inter sesquiquintadecimam et sesquiquartadecimam reperiri collocatam.

| | | | |
|--------|------|------|-------|
| 2194 4 | 2187 | 2048 | 146 4 |
| c 14 | A | b | d 14 |

¶ Apotomē et semitonij maius: idem esse iam dixim⁹. Sint ergo a b minimi nūeri semitonij maioris vt duo milia centū et octuagintaseptē et duo milia quadraginta octo. sumo per decimā huius quartadecimā partem b scz duum miliū et quadraginta octo quā inuenio esse centū quadragintasex et quattuor quartedecime que sit d. addo eam quartadecimam ad b: et fiat numerus aggregatus c. tunc numeri c ad b sesquiquartadecima proportio est. at c maior numerus est a siquidē duo milia quadraginta octo et centū quadragintasex et quattuor quartedecime summā simul attollant c: duum miliū centū nonagintaquattuor et fere quartavnius. et a solum summa sit duum miliū centum octuagintaseptē. constat ergo sesquiquartadecimam proportionē maiorem esse semitono maiore: atq; propositum. Correlarium vt precedentium notum est.

26 ¶ Semitonium minus atq; semitonium maius in superparticulari proportione non cadunt: sed ea in superpartiente ratione consistere necesse est.

¶ Nam semitonij minus per correlariū vicesimeprime huius cadit inter sesquioctauā decimam et sesquinonadecimam. atq; inter sesquioctauā decimam et sesquinonadecimā nulla cadere valet intercepta mediaq; superparticularis habitudo. sunt enī ille superparticulares proxime maior atq; minor igitur semitonij minus in superparticulari ratione non consistit. neq; per idem semitonium maius. Nam per correlariū precedentis cadit in aliqua proportione media inter sesquiquintadecimā et sesquiquartadecimam duas proximas superparticulares: que superparticularē mediam nullā admittunt nō igitur semitonij maius cadit in superparticulari ratione. sed et cum rationes semitonij minoris atq; maioris multis superparticularibus vt iam visum est sint minores: erūt etiam minores ratione duplicari que multiplicium minima est: vt que a minimo numero denominetur. nullus enim numerus binario minor. nō est ergo semitonij minoris habitudo multiplex: sicut neq; semitonij maioris. relinquitur igitur a sufficienti diuisione cum ille sint inter maiore terminum et minore: eas esse in superpartienti genere. quod est propositū. ¶ Id tamē propter sophisticas aduertere licet q̄ tonus et sue partes consonantie et consonantiarum partes intense: semper in superparticulari/ superpartienti aut multiplici habitudine cadunt: remisse vero in subsuperparticulari/ subsuperpartienti aut submultiplici. At vero et si ita sit: solemus tamen eas omnes dicere esse in superparticulari habitudine superpartienti/ aut multiplici idem superpartulare et subsuperpartulare reputātes et pro vno computantes. similiter superpartiens et subsuperpartiens et multiplex et submultiplex.

27 ¶ Musicum comma in chorda reperire.

| | | | | |
|-----|---|-----|---|---|
| A | f | g | c | b |
| 255 | | 243 | | |
| d | | e | | |

¶ Sit a b chorda supra quam sit propositū reperire musicū comma: in qua a b et c b sit sesquioctaua proportio atq; tonus. sint preterea d e minimi termini semitonij minoris. diuido spacij a b in partes equales secundū d: ex quarum numero sb ipso b versus a: capio secundū numerū e et in termino earū pono notam f. tunc que proportio d ad e: ea erit a b ad f b. quare a b ad f b semitonij minus. Rursum c b spacium seco in equas partes secundū numerum e et earum partium ab ipso b versus a metiendo: sumo secundū numerum d: et in earum termino pono notam g. manifestū etiam est g b et c b esse semi-

tenit minus. sed et cum a b et f b probatum sit etiam semitonii minus. ergo interuallum f b et g b est quo sesquioctaua proportio a b et c b: maior est duobus semitonis minoribus. est igitur per diffinitionem f b et g b inuentum musicum comma: quod erat monstrandum.

Comma: in minimis numeris constituere.

28

| | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| 531441 | 524288 | 497664 | 472392 |
| l | g | h | i |
| | 65536 | 62208 | 39049 |
| | c | d | e |
| | 256 | 243 | |
| | B | b | |
| | | 8 | |
| | | f | |

Sint a b minimi numeri semitonii minoris. duco a in se et in b et b in se et exurgant c d e: eruntque c d et d e duo semitonia minora coniuncta. sit praeterea octonarius qui ex decima octaua huius est primus ad b. quare per undecimam tertiam arithmetice et primus ad e. non habet igitur octauam. duco ergo octonarium in c d e: et proueniant g h i: ut i scilicet oriatur ex f in e. certum est etiam inter g h et h i esse duo semitonia minora. et qz e est octaua pars i addo e et i simul sitque eorum aggregatus l. dubium nullum est l ad i esse sesquioctauam: et l g esse proportionem qua sesquioctaua maior est g h et h i duobus semitonis minoribus. sunt igitur l g numeri comatis. sed qz sint minimi ex decima quinta tertiam arithmetice notum est. Nam subtracto ut eadipsa docet g ab l: et eo quod relictum est subtracto quoad potest ab g. et sic deinceps rante ut ad latus adiectum apparet: relinquatur vnitas. Et quemadmodum comma duabus diesibus est prepositum: ita quoque facilissimum est comma duabus diesibus subiungere aut duabus interserere.

Sesquiseptuagesima quarta: commatis proportionem transcenditur.

29

| | | | |
|--------|-----------|--------|---------|
| 531441 | 531372 72 | 524288 | 7084 72 |
| B | d 74 | b | c 74 |

Sint enim a b minimi numeri comatis per precedentem reperti. elicio per decimam huius septuagesimam quartam b que sit c. adiecto itaque b et c simul et coalescat aggregeturque numerus d. qui si ad b conferatur cooperitur sesquiseptuagesimus quartus. at qui idem d minor a esse deprehenditur. superat ergo per undecimam huius ratio comatis septuagesimam quartam proportionem

Comatis ratio: sesquiseptuagesimatertia proportio e minor est. unde fit ut comatis ratio inter septuagesimam quartam et septuagesimatertiam constituta reperiatur habitudine

30

| | | | |
|----------|--------|--------|--------|
| 531470 2 | 531441 | 524288 | 7182 2 |
| d 73 | B | b | c 73 |

Sint a b ut prius minimi numeri comatis. capio septuagesimatertiam partem b que sit c. itaque b et c simul et aggregetur d. eritque d ad b sesquiseptuagesimus tertius. et d maior a esse conspicitur. ergo comatis ratio sesquiseptuagesimatertia proportio e minor est: quod erat monstrandum.

Correlarium ut alia notum est.

Comatis ratio: in superpartiente ratione consistit.

31

Non enim in superparticulari consistet quandoquidem due superparticulares proxime sesquiseptuagesima quarta et sesquiseptuagesimatertia: omnem prosum media excludant superparticulari. et tanto minus in genere multiplici consistere valebit. ut que septuaginta duas superparticulares habeat se maiores. relinquatur ergo ut ea in superpartiente genere consistere possit. est enim ea maioris et minoris habitudo.

Rationes schismatis atque diaschismatis sunt ignote/atque irrationales. quo fit ut quorum minimi numeri tetragonici latus non habeant: medietatum rationes ignote irrationalesque sint omnes

32

| | | | | |
|--------|--------|---|---|---|
| 256 | 243 | | | |
| B | b | c | d | e |
| 531441 | 524288 | | | |

Eas rationes ignotas atque irrationales dicimus que nullo certo constitutoque numero designari valent utque: ut neque in geometricis diametri et costae quadrati proportio: quales schismatum/diaschismatumque

pportiones esse dicim⁹. Sint ergo pmo a b minimi numeri semitonij minoris: p decimaoctaua hui⁹ innu⁹ti: b eni⁹ illic quoq³ mo⁹stratu⁹ est nasci⁹ ex nouenario in se 7 ternario in productu nouenarij in se at n⁹erus q³ ex ductu nouenarij in se exurgebat: erat quadrat⁹ et ternarius no⁹ est quadrat⁹: ergo per decimaquarta sexti arithmetices b min⁹ semitonij minoris extremu⁹ ex ductu qd⁹ no⁹ q³drati in q³dratu⁹ proueniens: no⁹ est numerus quadratus. si possibile est ergo vt diaschismatos p⁹portio in numeris sit nota: sint ergo per sexta⁹ quarti arithmetices duo diaschismata in minimis c d e co⁹iuncta. manifestu⁹ eni⁹ est cum diaschisma sit semitonij minoris dimidiu⁹ c d et d e simul esse semitoniu⁹ minus. 7 c ad e esse semitonij minoris interuallu⁹. sed et cum p⁹portiones c d 7 d e sint co⁹tinuate in minimis ergo per quinta⁹ quarti arithmetices c e sunt in sua p⁹portione minimi. sunt ergo minimi in p⁹portione semitonij minoris. sed et tales positi sunt a 7 b: igitur c et e iidem erunt numeri cu⁹ a 7 b scz c idem a et e idem b. Preterea q³ que p⁹portio c ad d ea est d ad e: ergo per prima⁹ sexti arithmetices c numerus est quadratus et e numerus quadratus: quare 7 b idem numero e etiam quadratus. at b demonstratus est no⁹ quadratus. erit itaq³ idem numerus quadratus et no⁹ quadratus: quod est impossibile. no⁹ igitur diaschisma note p⁹portionis habebitur. et idem de p⁹portione schismatos monstrabitur. sint enim a b subter designati minimi numeri comatis: q³ per vicesimaoctauam huius b minor p⁹portionis comatis terminus sit ex ductu octonarij in quadratu lateris ducetozum quinquaginta sex. et octonarius no⁹ est quadratus: ergo per decimaquarta sexti arithmetices b minor terminus comatis no⁹ est quadratus. no⁹ igitur simill⁹ vt prioris partis demonstratione a b certis designatisq³ numeris potest equis p⁹portionibus diduci. est igitur schismatos eius scz medietatis ratio ignota atq³ irrationalis. Correlarium ex modo demonstrationis notum est.

33 **Tonus: duobus semitonis minoribus/et commate constat.**

¶ Nam ratio sesquioctava duobus semitonis minoribus atq³ vno comate constat. superat eni⁹ duas dieses duosq³ semitonia minora vno commate: ac tonus in eadem ratione consistit. constat igitur tonus ex duobus semitonis minoribus et commate.

34 **Tonus a duobus semitonis minoribus: vno commate distat.**

¶ Nam subtracto a sesquioctava p⁹portione vno comate relinquuntur duo semitonia minora: igitur et eodem comate a tono diducto due dieses 7 duo semitonia minora relinquuntur. distat ergo tonus a duobus semitonis minoribus vno commate.

35 **Semitonium minus tribus commatibus maius est: minus vero quattuor. unde manifestum est apotomen plura quattuor et pauciora quinq³ continere comata.**

| | |
|----|---|
| r | 2 7 7 5 3 1 9 9 5 2 2 3 2 5 8 3 0 1 6 2 1 5 3 0 7 4 7 9 9 4 1 1 2 |
| q | 3 2 8 1 2 8 3 8 9 4 4 3 6 9 3 5 1 1 2 5 7 2 8 5 7 7 6 2 3 1 7 6 1 |
| p | 2 6 3 6 0 0 0 6 1 9 5 2 4 0 1 8 0 2 3 6 0 3 1 2 3 8 9 6 9 7 5 3 6 |
| o | 2 1 7 8 3 9 6 1 7 9 6 3 2 9 5 0 6 2 6 7 4 6 3 6 8 |
| n | 2 1 5 3 6 9 3 9 6 3 0 7 5 5 5 7 7 6 6 3 1 0 7 4 7 |
| m | 2 0 6 7 8 9 5 4 3 0 9 8 7 9 6 4 8 5 2 7 3 1 9 0 4 |
| l | 1 7 0 9 8 6 0 4 8 3 5 1 7 2 3 5 2 |
| lz | 1 6 6 7 7 1 8 1 6 9 9 6 6 6 5 6 9 |
| h | 1 6 2 3 1 2 6 5 5 2 7 1 3 6 2 5 6 |
| g | 1 3 4 2 1 7 7 2 8 |
| f | 1 2 9 1 4 0 1 6 3 |
| e | 1 2 7 4 0 1 9 8 4 |
| d | 5 2 4 2 8 8 |
| c | 5 3 1 4 4 1 |
| b | 2 4 3 |
| A | 2 5 6 |

¶ Non e⁹ greca curiositas calculi labore deterrita quo minus quot comata in diesi quot in apotome quot deniq³ in tono sint: peruestigaret. quod nisi a prioribus tetatum cognouissem cu⁹ id quoq³ plus laboris q³ (vt michi visum est) in musicis modulationib⁹ vsus vtilitatisq³ afferat: missus fecissem. qui tamē id cognoscere desiderauerint hoc pacto deprehendent. Sint a b minimi numeri semitonij minoris et c d minimi comatis: per decima⁹ septima⁹ 7 decima⁹ octauam huius reperti: duco b in c et d 7 pueniat e f et a in c 7 veniat g: per septima⁹ secunda⁹ arithmetices f ad e est comatis habitudo/et per octauam eiusdem g ad e habitudo dieleos/semitonij minoris. Deinde duco e in e 7 f in f et e in g 7 nascantur h lz: per sexta⁹ quarti arithmetices per q³ facile cognosci potest lz h continere duo commata. et per

septimam secundi eiusdē l ad h esse semitonium minus. Deinde duco d in h / et c in l. et d in l : et eo ordine veniant m n o : per eandem sextam quarti cognitu facillimū est n m continere tria commata. et per septimam secundi: o m continere semitonium minus. at n numerus cognoscitur esse minor o. ergo o ad m semitonium minus tria vincit / exsuperatq; commata. Deinde duco h in h et l in l et h in l. et suo ordine exurgāt / orianturq; p q r. manifestū est per idē qd prius q p continere quattuor cōmata et r p continere semitonii minus. at numerus r minor est numero q. igitur quattuor cōmata amplius sunt semitono minore. Correlariū autem hinc notū est q semitonii maius solo cōmate superat semitonium minus. atqui semitonii minus plura tribus et pauciora quattuor ut modo visum est continet cōmata. igitur vnico superadiecto cōmate semitonii maius quod vocant apotomē: plura quattuor et pauciora quinq; continere est necesse.

Tonum: plura septem continere commata necesse est.

36

Ham tonus ex semitono minore et apotome coalescit atq; cōstituitur. at semitonii minus per p multimā tria continet cōmata et amplius: et per precedentē apotome quattuor et amplius tria autem et quattuor et amplius: seprē sunt et āplius. igitur tonus plura q; septem cōtinet commata.

Secundi Elementorum Musicalium finis.

Esquionus: est qui tonum ac semitonium minus continet. quem et trihemitonii / trisemitoniūq; inferius dicemus.

Ditonus est qui duos cōplectitur tonos.

Tritonus vero qui tres.

Consonantie simplices sunt: diatessaron / diapente et diapason.

Compositae vero: diapason diapente / bis diapason.

Diatessaron est cōsonantia: que ex interualli sesquitercia ratione nascitur.

Diapente: que nascitur ex sesquialtera.

Diapason vero: que ex dupla.

Diapason diapente: est quā adinuicē iuncte cōstituūt diapason ac diapēte consonantie

Bis diapason: est quam coniūgunt due diapason consonantie.

Rec altius ascēdunt Pythagorici q altius ascēdētibus voces quoq; pacto illis stridule vise sint et q vniciq; ferme sue vocis modū / limitēq; ad consonātiā bis diapason natura fecerit q; habita contēplatione musca adusq; cōsonantiā bis diapason: reliquāvt habeatur q; facillimā putauerunt vt qui ad ter atq; quater diapason muscos modulos aptare voluerint. et hac quoq; de causa musici ferme oēs in definiēda / determinādaq; atq; tradēda disciplina musica limites Pythagore nō transcēdūt: putātes eius limitibus cōtenti: et priscam / veterēq; auctoritatē secuti sufficiēter determinasse. quod et nos in hoc opere tētabimus imitari.

Sesquionus inter sesquiquintam atq; sesquisextam collocatus est. vnde fit vt et si sesquionus iocunde / suauiterq; auditū feriat: nondū tamen consonātia ponēdus sit.

| | | | | | | | | | | |
|------|---|-----|-----|---|-----|-----|----|---|----|---|
| 1291 | 3 | 288 | 283 | 3 | 256 | 243 | 48 | 3 | 40 | 3 |
| b | 5 | A | e | 6 | b | c | f | 5 | g | 6 |

Sit ergo a ducenta octuaginta octo: b vero ducenta quinquaginta sex: et c ducenta quadraginta tria. per decimā octauam secūdi huius manifestū est a ad b esse tonū / et b ad c esse semitonii minus. quare a ad c per diffinitionē erit sesquionus. quē dico in pportione minore consistere q; sit sesquiquinta / et maiore sesquisexta. Nam capio per decimam secūdi huius quintā partem c et veniet numerus 48 et tres quinte qui sit f. addo igitur f ad c et aggregatus fiat d: qui maior inuenitur q; a. igitur per vndecimam secūdi huius d ad c pportio maior est q; a ad c. At vero d ad c sesquiquinta est. est itaq; sesquionus in pportione minore cōstitutus q; sit sesquiquinta pportio. Capio deniq; per eandē decimam secūdi sextā partem c et veniet michi numerus 40 et semis qui sit g. aggregatus igitur g ad numerum c restituat numerū e. certum est numerū e minore esse q; a. quare vt prius a ad c sesquionus maior est q; e ad c: qui in sesquisexta pportione cōstituitur. quod est propositū. Correlariū enim cognoscitur. et primū q; sesquionus suauiter feriat auditum: cuiuslibet musicis modulationibus intēti fidem facit sensus. q; vero nōdum cōsonantia sit: iccirco euenit q; sesquionus in superparticulari ratione nō consistit: quādoquidē inter sesquiquintā et sesquisextā proximas superparticulares nulla cadit interstes / mediāq; superparticularis habitudo. neq; quidē est in multiplici genere: quoniā per vndecimā primi huius dupla pportio que multipliciū minima est: ex sesquialtera / et sesquitercia pportione maximis quidē superparticularibus: exurgit atq; nascitur. cōsonantia autem omnis per diffinitionē in superparticulari aut multiplici ratione consistit. est ergo totum propositum notum.

2 **¶** Idem ditonus inter sesquiterciam atq; sesquiquartam medius: minime musicam complet atq; perficit harmoniam.

| | | | | | | |
|--------|----|----|----|----|--------|----|
| 85 1 | 81 | 80 | 72 | 64 | 21 1 | 16 |
| D 3 | A | E | B | C | F 3 | G |

¶ Harmoniā et consonātiā idem dicimus et huiusvt precedētis procedit demonstratio. Sint ergo a b c duo toni in minimis constituti. vt 81|72|64. dico ditonum a ad c consistere in proportione minore sesquitercia: et maiore sesquiquarta: et musicam cōsonantiā haud quāq; perficere. Capio enī tertiam partem c per decimā secundi huius vt sepe factum est. et venit vnum et viginti cum triente vnus: qui numerus sit f. addo itaq; f 21 et trientē ad numerū c 64. et aggregatus est 85 cum tertia parte vnus: qui idem sit d. manifestū est d ad c esse sesquiterciū. at d maior est a: continet enī a dumtaxat vnum et octuaginta: d vero octuaginta quinque et amplius. est ergo sesquitercia proportio ditono maior. Et rursum capio quartam partem c que sit g: quam addo ad c et surgat e: qui erit ad c sesquiquartus. at a maior est e. igitur per vndecimā secundi huius: ditonus sesquiquartū transcendit. et cum inter sesquitercium et sesquiquartū nullus cadat superparticularis medius. neq; multiplex: erit ergo ditonus in proportione superpartietī collocatus. quare musicam consonātiā (etsi in musicis modulationibus sit euphonus suauiterq; auditum feriens) nōdum tamen perficit.

3 **¶** Ditoni interuallum: sola sesquitonum superat apotome.

¶ Nam sesquitonum vnum tonum cōtinet integrum et secundi toni cōtinet semitonū minus. sed cū tonus ex semitonio minore et apotome constet euaditq; coalitus. ergo sesquitono ad secūdi toni completionē sola deest apotome. at ditonus solos duos incolumes. integrosq; possidet tonos. ergo ditoni interuallum sola apotome/ solc; semitonio maiore: sesquitoni superat interuallū. qd est propositū.

4 **¶** Diatessaron consonantiā in data chorda collocare.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 3 | | | |
| A | c | d | e | b |

¶ Cum enim epitrita/ sesquiterciaq; proportio: cōsonantiā diatessaron creet: iccirco data quacūq; chorda vt a b eam in quattuor equas portiones diuido. vt a c: c d: d e: et e b. et dico a b ad c b consonare diatessaron. Nam a b continet c b et insuper a c que tertie parti c b equatur. est ergo interuallum a b sesquiterciū ad c b. ergo a b ad c b per diffinitionē consonat diatessaron: et cōsonantia diatessaron in chorda a b data: collocata. quod est propositum.

5 **¶** Tritonus: consonantiā diatessaron transcendit.

¶ Nam per decimā octauam primi tres sesquioctane proportiones amplius sunt sesquitercio interuallo. atq; in tribus sesquioctauis: per diffinitionē tres consistunt toni. igitur in tribus sesquioctauis consistit tritonus. et in epitrito/ sesquitercioq; interuallo consistit cōsonantia diatessaron. igitur cōsonantiā diatessaron transcendit vt proponebatur: tritonus.

6 **¶** Consonantiā diatessaron: duobus tonis atq; semitonio minore constare necesse est. Unde facile comparatum est sesquitonum tono/ et ditonum semitonio minore citra diatessaron concētum deficere. Compertum item est consonantiā diatessaron quinque dieses et duo commata continere.

| Diatessarum consonantia | | | | |
|-------------------------|---|--|--|---|
| A | c | | | b |

¶ Sit a b et c b consonantia diatessaron. dico eam duobus tonis et semitonio minore constare. Nam cum a b et c b sit diatessaron: erit a b et c b per cōuersionem diffinitionis sesquitercius. at cum semitonium minus per diffinitionē sit id quo sesquitercia duobus tonis maior est. continet ergo a b et c b semitonium minus et duos tonos. igitur consonantia diatessaron duobus tonis/ semitonioq; minore constat. Et primū correlariū hinc facile cognoscitur. Cum enim sesquitonum solū tonum et semitonū minus contineat: deest igitur ipsi ad cōsonantiā diatessaron complēdam per presentē vnus tonus. et cum ditonus solum duos cōplectatur tonos: deest ipsi ad eandem complēdam semitonū minus. Secundū vero hinc haud difficile perspicitur cognitū. Nam cum tonus per tricesimā tertiam secūdi duas dieses et vnum comma cōtineat: duo toni quattuor dieses et duo cōtinebunt cōmata. at per presentem diatessaron consonantiā duobus tonis vnā diesim superaddit. continet igitur consonantia diatessaron quinque dieses atq; duo commata. quod est totum propositum.

¶ Quinq; toni: duas diatessaron consonantias vno commate vincunt/ euaduntq; maiores. 7

¶ Putauit Aristoxenus musicus diatessaron consonantiam duobus tonis et integro semitonio constare. et proinde duas diatessaron consonantias: quinq; tonos implere. cuius error ex tertio musices diuisi Seuerini boecij et ex hac et precedete facile couincitur. Nam per precedetem consonantia diatessaron non ex duobus tonis et semitonio integro constat: verum ex duobus tonis et semitonio minore. quod ex vicesima prima secundi inter sesquioctauam decimam et sesquionam decimam proportionem collocatur. integrum autem semitonium per decimaquartam eiusdem: inter sesquiseptima decimam et sesquiseptima decimam collocaretur. diminitius est ergo semitonium minus integro semitonio. Quia ergo ut per precedetem dictum est: consonantia diatessaron duos tonos et semitonium minus continet: due igitur diatessaron consonantie continebunt tonos quattuor. et duo semitonia minora. et quia per tricesimatertiam secundi tonus continet duo semitonia minora et vnum comma. ergo due diatessaron consonantie quinq; tonos vno commate minus: continent. quinq; igitur toni: duas diatessaron consonantias vno commate vincunt atq; euadunt maiores. quod intendebatur.

¶ Consonantia diapente: in assignato neruo constituere. 8

| | | | |
|---|---|---|-----------------------|
| 3 | 2 | | Consonantia diapente. |
| A | c | d | b |

¶ Sit assignatus numerus a b supra quem iussum sit consonantia diapente collocari: diuiso a b in tres adinuicem equas partes per notas a c d b: ita ut a b tres contineat et c b earum contineat duas. erit per definitionem a b ad c b hemiolium/ sesquialterumq; intervallum. sed cum consonantia diapente: per definitionem ex ea intervalli ratione nascatur. ergo a b ad c b consonabit diapente. eritq; a b ad c b in data chorde assignatoue neruo consonantia diapente collocata.

¶ Tres toni: consonantia diapente minus sunt. et quattuor eandem consonantiam transcendunt. 9

¶ Et si ex quinta huius satis cognoscatur tritonum non posse efficere diapente consonantiam: hec etiam ostendit tritonum diapente consonantia esse minorem. Nam per decima octauam primi huius tres sesquioctauum minus sunt sesquialtero intervallum. et per decimanonam eiusdem quattuor sesquioctauum sesquialterum superant intervallum. consonantia autem diapente in sesquialtero sita est. ergo tres toni in tribus sesquioctauis constituti: minus sunt consonantia diapente. et quattuor toni in quattuor persistentes sesquioctauis eandem consonantiam magnitudine transcendunt: quod est totum propositum.

¶ Consonantia diapente: tribus tonis/ semitoniisq; minore constat. Quo fit ut a diapente subducto tono: diatessaron consonantia relinquatur. subducta autem diatessaron consonantia: relinquatur et tonus. 10

¶ Nam per decima quintam primi si a sesquialtero intervallum sesquitercium demptum fuerit: relinquetur sesquioctauum. sed ut in demonstratione sexte huius visum est: sesquitercium continet duos tonos cum semitonio minore. ergo consonantia diapente sesquioctauum hoc est tonum ultra duos tonos cum semitonio minore continens: tribus tonis et semitonio minore constabit quemadmodum propositum est. Correlarium cognoscitur. Nam diapente per presentem continet tres tonos cum semitonio minore. at subtracto tono residui sunt duo toni: atq; semitonium minus. et per sextam huius duo toni cum semitonio minore constituunt consonantiam diatessaron. subtracto igitur tono a consonantia diapente: relinquatur diatessaron. sed et cum diapente constet ex tribus tonis cum semitonio minore: subtracta ergo diatessaron consonantia que duobus tonis et semitonio minore compleitur: relinquetur quemadmodum secunda pars correlarij proponit: tonus. quod est totum correlarium.

¶ Diapente consonantia: minus octo semitoniis minoribus continet. 11

¶ Nam cum tonus vnus duo semitonia minora et vnum comma contineat: tres toni et vnum semitonium minus septem semitonia minora et tria commata continebunt. ac tria commata per tricesima quintam secundi huius semitonio minore sunt contractiora. ergo diapente que per precedetem tribus tonis et semitonio minore constat: minus octo semitoniis minoribus continebit. sed quemadmodum facile monstratum est diapente consonantiam nondum octauum attingere semitonium minus/ octauamq; diesim: ita quoque facile monstratu esset: eandem consonantiam nondum septimam attingere apotomem.

¶ Diapente consonantia: ditono/ sesquitonosq; coniungitur. 12

¶ Nam diapente per penultimam tribus tonis et semitonio minore constat. et ditonus et sesquitonos simul tres tonos et semitonium minus efficiunt. igitur ditonus atq; sesquitonos pariter copulati consonantiam diapente iungunt: quod intenditur.

¶ Consonantiarum diapente et diatessaron: tonus differentia est. quo fit ut diatessaron consonantia adiuncto tono: consonantiam diapente restituat. 13

Differētia hīc vocat̄ ea pportio qua maior superat minorē. Nam p correlariū decime huius sub ducto tono a cōsonantia diapente relinquit̄ consonantia diatessaron. solo igitur tono consonantia dia pente cōsonantia diatessaron est maior. est igitur per diffinitionē: harum cōsonantiarū tonus tria. ⁊ correlariū statim ex propositione notum est.

14 **B**is diatessaron: sesquitono consonantiam diapente transcendit.
Diatessaron enī p sextā huius duos tonos atq; semitonū minus cōtinet. ergo bis diatessarō quat tuor tonos et duo semitonia minora p̄tinebit. atqui a quattuor tonis ⁊ duobus semitonis minorib⁹ dempto sesquitono: relinquitur tres toni et semitonū minus. Atvero per decimā huius cōsonantia diapente totidē tonos cū semitono minore cōplectitur. ergo bis diatessaron: sesquitono consonantiā diapente transgreditur transcēditq; quēadmodum proponitur.

15 **C**ōsonantie diatessaron/ac diapente: in maximis superparticularibus sunt collocatē
Nam ex diffinitione cōsonantia diatessaron in epitrita sesquiterciaq; pportione collocatur. et dia pente in hemiolla atq; sesquitercia. at nulle superparticulares sesquialtera ⁊ sesquitercia sunt maiores nam a secūda ⁊ tertia parte q̄ maxime sunt sese cōsequētes partes: denominantur. igitur he cōsonantie ex maximarum superparticulariū originibus ducte: in maximis superparticularibus sunt collocat quod est propositum.

16 **B**is diatessaron/aut bis diapente: nullam consonantiam cōponere potest.
Hec proponit duas diatessaron cōsonantias aut duas diapente consonantias: nullā conflare posse cōsonantiā. Nam et diatessaron ⁊ diapēte nō in multiplicibus sed superparticularibus sunt constitute et per primā peritōnē que interualli ad interuallū proportio est: ea quoq; est et soni ad sonū. at p sextā primi duo similia interualla nō multiplicia: neq; multiplex neq; superparticulare creant interuallum. quare neq; illorū soni in multiplici: neq; in superparticulari gñe existunt. omnis aut̄ consonantia aut in superparticulari aut in multiplici rōne collocāda est. sic enī consonantie noīe hoc in loco p̄thagoricā sequētes autoritatē: suscepimus vtēdum. ergo due cōsonantie diatessaron aut due diapente: nullam efficiēt cōsonantiā. et nō modo idverū sit: sed ⁊ quotquot consonantie diatessarō in imensum copulētur et quotquot diapēte: nullā vnq; consonantiā ex quinta primi huius efficere valebūt.

17 **A**diuncto ad cōsonantiam diapente tono: nulla parabitur consonantia. item neq; ad diatessaron trisemitonio.

| | | | | | | | | | | |
|---|----|---|----|---------------|--|---|------|---|------|------------------|
| B | 11 | | | Numerorū tria | | T | 3384 | | | Numerorū RS tria |
| E | 27 | F | 16 | Sexta maior | | R | 9216 | S | 5832 | Sexta minor |
| L | 9 | D | 8 | Tonus | | P | 2304 | Q | 1944 | Sesquitonus |
| A | 3 | B | 2 | Diapente | | H | 4 | O | 3 | Diatessaron |
| | | | | | | L | 256 | M | 243 | Semitoniū minus |
| | | | | | | N | 9 | K | 8 | Tonus |

Et si hic sonorū congressus nōdum cōsonantia sit: euphonū tamen musici reputant melo|modula mibusq; aptum: sextāq; q̄ sex impleatur vocib⁹ nostri nunc nūcupant. et quattuor tonis atq; vna dies hoc est semitono minore constat. qui q̄ nōdum cōsonantia sit patet. Accipio enī a ⁊ b ternariū et bina rium: minimos scz numeros cōsonantie diapente. ⁊ c d nouenariū atq; octonariū minimos numeros toni. et duco c in a ⁊ veniat d septem supra viginti. et d in b ⁊ veniat e decem et sex. per tertiam quinti Arithmetices d ad e cōtinet sesquialterū ⁊ sesquioctauū: quare d ad e cōtinet diapente atq; adiunctū tonum. at manifestū est d ad e 27 scilicet ad 16 nō esse multiplex. nam septem ⁊ viginti nō continēt bis aut tertio aut deiceps sed decim. neq; d superparticularis est ad e. nam tria numeri d ad e est vndecim qui numerus summe 16 pars nulla est. transcēdit enī vndenarius sedenariū dimidiū. igitur adiunctus ad consonantiā diapente tonus: nullam parit cōsonantiā. et simili argumento adiecto ad cōsonantiā diatessaron sesquitono: nulla sit cōsonantia vt ex secūda figuratōne per facile patere potest. fit tamē euphona vocum congressio: quā item sextam nūcupant: sed que a prima contractioz tota distet apo tome. est ergo hec minor: illa vero maior. constat enī prima vt dictum iam est: quattuor tonis et vna dies: secūda vero tribus tonis ⁊ duabus diebus. Primā sonat p̄parhypate hypaton ad mesen: secūdam vero que contractioz est: sonat hypate hypaton ad Lichanon meson. que autem hypate: que parhypate: qui lichani: et que mese dicantur: sequēs liber declarabit.

18 **Q**uo pacto diapason consonantia: in chorda sit adiungenda.

| | | | | | | | |
|--|---|--|---|--|---|--|---------------------|
| | A | | L | | B | | Cōsonantia diapason |
|--|---|--|---|--|---|--|---------------------|

Hec consonantiarum vt in libro probleumatiū testatus est Aristoteles: elegātissima | pulcherrimaq; est Chordam ergo a b seco per medium per notā c. et quia a b ad c b est dupla interualli habitudo. ergo per diffinitionem a b ad c b consonat diapason.

Consonantia diapason: in sex tonis minime consistit. sed quinque amplior: sex vero tonis: consonat contractio. 19

¶ Nam per vicesimam primi quinque coniuncti sesquioctavi: minus duplici interuallo configunt. et per vicesimam primam eiusdem sex coniuncti maiores vno duplici interuallo euadunt. ergo quinque toni minores sunt diapason consonantia et sex eadem sunt ampliores. consonat ergo diapason quinque tonis amplior: sed et sex eadem modulabitur inferior.

Diapason: ex diatessaron et diapente consonantiis coniungitur. 20

¶ Nam per decimam quartam huius diatessaron et diapente in maximis supparticularibus sunt collocatae. at per undecimam primi duplex interuallum ex duobus maximis supparticularibus coniungitur. et duplex interuallum: consonantie diapason interuallum existit. igitur consonantiam diapason: diatessaron et diapente consonantie simul coniungunt. quod est propositum.

Consonantia diapason: quinque tonis et duobus semitonis minoribus que tonum minime complent: perficitur. Unde quoque manifestum esse potest: consonantiam diapason solo a sex tonis commate distare. 21

¶ Per precedentem enim diatessaron et diapente consonantiam diapason iungunt. diatessaron autem per sextam huius duobus tonis et semitonio minore constare monstrata est: et diapente per nonam tribus tonis semitonioque minore. at duo toni et semitonium minus et tres toni et item semitonium minus simul constati: quinque efficiuntur toni atque duo semitonia minora. at qui duo semitonia minora tonum non perficiunt: verum ab eo deficiunt commate. igitur consonantiam diapason quinque tonis et duobus semitonis minoribus: que tonum minime implent quemadmodum iam propositum est perficitur. ¶ Correlarium ex demonstrationis calce notum esse potest. Ex quo liquet per facile esse in nervo musculi comma peruestigare. Nam in eo a principio constitutis continuatisque sex tonis et ab eodem nervi initio ad mediam chordae notam intensa diapason consonantia quod inter mediam nervi notam et ultimum sex tonorum signum continetur: ex precedentis correlario erit commate interstitium.

Dempta ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron. et ex eadem dempta consonantia diatessaron: relinquitur diapente. demptis autem ex ea diapente et tono relinquitur sesquitonus. 22

¶ Prima pars et secunda statim per penultimam cognite sunt. Item et per precedentem. Nam per precedentem diapason quinque tonis et duobus semitonis minoribus constat: a quibus si tres tonos et unum semitonium minus tollas que per decimam huius diapente consonantiam continent: relinquitur duo toni et semitonium minus: que per sextam huius diatessaron consonantiam efficiunt. dempta igitur ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron: quod est primum. Secundum eadem facilitate declaratur. Nam ex quinque tonis et duobus semitonis minoribus si duos tonos et semitonium minus tollas: relinquitur tres toni et semitonium minus. Tertium consimiliter. demptis enim a consonantia diapason hoc est a quinque tonis et duobus semitonis minoribus demptis inquam quattuor tonis et semitonio minore reliquus est tonus unus et semitonium minus. Et quot dieses quot apotomas quot denique commata contineat diapason: deprehensionis sunt facillime: in nulla tamen equaliter: rota ipsa diuisiva est quandoquidem diapason in multiplici ratione consistit que omnino in quolibet equas proportionales que multiplices non sunt per sexagesimam nonam arithmetices diuisi non potest.

Nulla simplex consonantia: in duo equalia: certo / constitutoque numero diuisibilis est. 23

¶ Simples consonantias vocamus diatessaron, diapente, diapason. de diatessaron autem et diapente constat que ex supparticularibus interuallis surgunt: que per quintam primi nullo pacto hunc in modum dirimi possunt. de diapason vero consonantia idem subit iudicium. Nam quoniam minimi eius numeri sunt duo et unum: et duo quadratus non est: igitur per correlarium tricesime secunde secundi huius consonantiam diapason que consistit in proportione duorum ad unum minime in duo equalia partiet. et eodem quoque iure neque eadem consonantia in plura duobus dimietur / dirimeturque equalia. Et profecto velle hoc pacto consonantiam diapason in plura equalia diuidere. est in geometricis diametrum costae quadrati velle commensurare. sed id ultimum musicum non est.

Diapason ac diatessaron: consonantiam non esse. 24

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| E | 8 | | | f | 3 | | 8 | 2 |
| | 7 | | 1 | | 4 | | 3 | |
| A | | b | | c | | d | | |

¶ Et si in diapason ac diatessaron sit duarum vocum dulcis amenaque congressio ut quemadmodum cum pulsatur sesquitonus: non ideo tam euenit diapason ac diatessaron consonantiam dici mereri. Tametsi Ptholomeo secus que Pthagorice hac in re visum sit: quod monstratu facillimum est. Sint enim a et b binarius et unitas: minimi scilicet numeri consonantie diapason et c d quattuor et tria minimi idem consonantie diatessaron duco c in a et veniet octonarius qui sit e: et d in b et veniet ternarius: qui sit f. per tertiam quinti Arithmetices e ad f continet duplicem et sesquiterciam: quare diapason ac diatessaron.

sed e octonariis non est multiplex ad ternarium/ neq supparticularis q eū bis cōtineat et insuper binariū qui ternarij nō pars vlla est sed partes. est enī octonarius ad ternariū duplex subpartitiēs. Non est igitur diapason ac diatessaron consonātia. oīs enī consonātia aut in supparticulari/ aut in multiplici genere ex diffinitione cōsistit. Et in hoc facile cognosci potest ex nouo pbleumarū libro q̄ Pythagoricis cōsensit Aristoteles: cū inquit cur non bis diapente/ aut bis diatessaron reddi consonātia potest: vt bis diapason coaptari solet. Hoc inquit ideo est q diapēte consonātia posita in proportione sesquialtera est diatessaron xō in sesquialtera. q si duo sesquialteri aut sesquitercij numeri ordine dispo nātur: extremi nullam inuicem proportiōem habebūt. neq enī supparticulares neq multiplices esse poterūt. at diapason p̄cinētia qm̄ in duplari proportione cōsistit: hac gemiata: quadruplam inuicem extremi tenebūt habebūtq̄ proportiōem. Aides ergo quo pacto Aristoteles consonātiarū p̄portiones solas supparticulares aut multiplices efficit: suppartitiēs q̄si proisus nulle sint repudiāns. Et re xā Ptholomei cū Pythagoricis magis in noīe q̄ in re ipsa dissentio putanda est. sed de his hactenus.

25 **Diapason ac diapente: in triplici consistit ratione. estq̄ diapason ac diapente consonantia vna.**

Quoniam diapason ac diapente in tripla rōne cōsistat: hoc ideo est q̄ ex duodecima primi ex duplici atq̄ sesquialtero interuallo triplex nascit̄ interuallū. duplex aut̄ et sesquialter sunt consonātiarū diapason et diapente infualla. igitur iuncte consonātie diapason ac diapente in tripla rōne cōsistunt. sed cū sensu iam satis sit exploratū hūc cōcentū modulate/ suauiterq̄ ad auditū puenire: ergo per diffinitionem is concētus consonātia est. quod est totum propositum.

25 **Diapason diapente ac tonus: melos citra consonantiam eliciunt.**

| | | | |
|----|---|---|---|
| 27 | | | 8 |
| e | | | f |
| 3 | 1 | 9 | 8 |
| a | b | c | d |

Melos hic vocamus suauem auribus acceptam uoculationem/ amenūq̄ plurū vocum cōgressum. sed q̄ diapason diapente et tonus simul iuncta melos constituūt: statim notum est. Nam hec sonorum uoculatio suauiter vt experiētia discitur auribus accidit. sed q̄ consonātiā nullā parēt: ostēdit. qm̄ enī per precedētē diapason ac diapente in tripla proportiōe consistit. sint ergo a b tria et vñū minimi consonātie diapason ac diapente numeri/ et c d nouem et octo minimi numeri toni. duco c in a et d in b et veniāt e f 77 scz et 8 inter que est diapason diapente atq̄ tonus. sed e ad f neq̄ supparticularis neq̄ multiplex: quinimo et p̄tinet f ter et tres eius octauas: ellq̄ e ad f triplus suptriparties octauas. non cōcinit igitur e f aliqua consonātia. quod totum est propositum.

27 **Bis diapason consonantia: in quadruplari constituta reperitur habitudine.**

Quoniam enī bis diapason in quadruplari cōsistat: statim est manifestum. Nam per decimātertā p̄mi duo duplicia interualla quadruplex iungunt infuallū. diapason aut̄ in duplari cōsistit. igit̄ bis diapason quadruplarem iungit habitudinem: que est multiplex. et cū bis diapason ad auditū suauis/ emodulataq̄ pueniat vt id quoq̄ sensu satis perceptum est. q̄ p̄ diffinitionem erit consonātia. qd̄ erat mōstrandū. Pythagorici et priores musici oēs: p̄centū modū in terminis aut q̄ inter illos terminos vnicuiq̄ factus a bis diapason perstrinxerūt: non temere lōgius progressi aut q̄ inter illos terminos vnicuiq̄ factus a natura reperitur sue vocis modus/ aut q̄ stridul⁹ ille canor illis vt iam quoq̄ dictū est visus est q̄ vera seriam iam relinquit mediocritatem/ aut q̄ hactenus contēplatio satis ip̄is esse visa est ad musicam institutiōem. posteritas aut̄ ad ter diapason vel et amplius adauxit ad terios vsq̄ octuple lōgius euagata: de quibus necessaria speculatio non incubere videtur: sed pauca paucis strinxisse satis erit. Nam qui modulatiōem supra bis diapason cognoscere desiderabūt: facili demōstratiōe vt precedētia percipient. bis enī diapason ac diatessaron in p̄portione quicupla sesquitercia cōsistit. et proinde plane consonātia putāda nō est. bis diapason ac diapente in p̄portione sescupla et ideo consonātijs ānumerata. ter vero diapason in proportione octupla.

28 **Omnes consonantias: in data chorda suo ordine subiūgere: et eas sensu perceptibiliter experiri.**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | c | d | e | f | g | b |
|---|---|---|---|---|---|---|

Sit a b data chorda in qua p̄positū sit consonātiarū diatessaron/ diapēte/ diapason/ diapason ac diapente/ et bis diapason situare. colloco in signo a brachiū circini imobile et ad totius chorde quartam partem extendo circini brachiū mobile: et in termino eius pono notam c. deinde extendo idem brachiū ad eiusdem chorde partem tertiam: et in terio pono d. mox ad totius chorde partē mediam quā designo nota e. deinde eodē brachio capio totius chorde bissen: hoc est duas tertias: et in terio bissen pono f. mox extendo circinū ad chorde vōdrātem: hoc est ad tres eius completas quartas: in cuius fine affigo notam g. tunc sic a b et c b per quartā hūius consonat diatessaron. a b et d b per octauā diapente a b et e b per decimā octauam diapason a b et f b per vicesimā quintam diapason ac diapente. postremo xō a b et g b per precedētē bis diapason. Suppone igit̄ musicale hemispheriū sensim singulis chorde notis et sonos ad totius chorde sonum diligēter atrede. et suo ordine p̄positas p̄cinētiās annotabis. quod p̄optius experiri valebis: si chorde a b chordam equisonam/ vnisonāq̄ etiā collocaueris: cuius sonū cum singulis sectionum a b p̄cussionibus non segniter attenderis.

¶ Consonantiarū hoc pacto digestarum: finis consonantie diatessaron: ad finem diapente sonat tonum/ ad finem diapason: consonat diapente. ad finem diapason ac diapente: incōsonus. ad finem vero bis diapason: consonat diapente ac diapason.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | c | d | e | f | g | b |
|---|---|---|---|---|---|---|

¶ Sint a/c/d/e/f/g/b modo qui dictus est digeste consonantie: dico c b finem psonantie diatessaron ad d b sonare tonum/ ad e b esse diapente/ ad f b incōsonū esse/ ad g b xō cōsonare diapente ac diapason. Nam per precedentem a b et c b est diatessaron et a b et d b diapente. depta ergo a b et c b diatessaron cōsonantia ab c b et d b diapente: per correlatū detime huius relinquit tonus. qđ aut relinquit est c b et d b: igitur c b ad d b sonat tonum. et qm per precedentē a b et e b p̄cinit/ modulaturq; diapason subtracta: igit a b et c b diatessaron ab a b et e b p̄vicēsimāscām huius qđ relinquit est diapente. atq; quod relinquit est c b et e b: igitur c b ad e b p̄sonat diapente. et q; per precedentem a b et f b consonat diapason ac diapente: subducta igitur a b et e b p̄sonantia diapason: qđ relinqtur est diapente. quod aut relinquit est e b et f b. igitur e b et f b consonantia est diapente. sed p̄ modo monstratū c b et e b etiā diapente est: igitur c b et f b est bis diapente. at p̄ decimāquartā huius bis diapente p̄sonantia componi nō potest: igit a b et f b incōsonus est. postremo qm vt ex p̄cedēti notū est a b et g b p̄sonat bis diapason. depta igit a b et e b diapason p̄sonantia relinqtur e b et g b eē diapason. atqui c b et e b per scām p̄tem huius mōstrata est esse diapente. igitur adiucta c b et e b consonantia diapente ad e b et g b cōstituitur diapente ac diapason. cōsonat ergo c b et g b diapente ac diapason. quod est totum p̄positum.

¶ Sic positis consonantijs: finis diapente ad finem diapason modulatur diatessaron/ et ad finem diapason ac diapente: modulatur diapason. ad finem vero bis diapason euphonus est: sed qui nondum consonantia est.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | c | d | e | f | g | b |
|---|---|---|---|---|---|---|

¶ Esto p̄cedētū hypothesis: dico d b finem diapente ad e b consonare diatessaron. ad f b diapason. et ad g b sonare diatessaron ac diapason. Nam per penultimā a b et e b cōsonantia est diapason. et a b et d b diapente. subtracta igitur a b et d b diapente: ab a b et e b p̄sonantia diapason: per viceśimāscāy huius relinqtur diatessaron. qđ aut relinqtur est d b et e b: igit d b ad e b p̄sonat diatessaron. et q; in p̄cedēti monstratū est e b et f b eē diapente: et nūc d b et e b esse diatessaron: ergo per viceśimā huius d b et f b ex illis duabus cōflata/ coalitaq; cōsonantia modulabit diapason. Rursum cū e b et g b in p̄cedenti mōstrata sit diapason: et e b et f b diapente: ergo per viceśimāscām huius f b et g b est diatessaron. et d b et f b nunc mōstrata est diapason. igitur d b et g b est diapason ac diatessaron: que cū modulatio sit euphona et eā monstrauerit viceśimaquarta huius non esse p̄sonantia totū liquet mōstratū p̄positū. et ex hac quoq; pariter cognitū est finem diapason: ad finem diapason ac diapente modulari diapente vt e b ad f b et ad finem bis diapason cōsonare diapason.

¶ Consonantiarū sic collocatarū: totius chorde atq; cuiusq; sectionis nūeros designare.

| | | | | | | |
|----|----|----|----|---|---|---|
| 24 | 18 | 16 | 12 | 8 | 6 | |
| a | c | d | e | f | g | b |

¶ Dico duo/ tria/ et quattuor in seinuicem: et numerū inde surgentem atq; p̄ductū qui hēbit scām tertiam et quartā: pono totius linee numerum quē iccirco voco numerum a b ab quo demo quartam partem et reliquus sit c b: et erit p̄mus numerus ad ipm sesquitercius. quare diatessaron. et ab eodez numero demo partem tertiam et residuus sit d b: eritq; a b ad d b sesquialter: quare cōsonantia diapente. et itez ab a b diduco p̄tem mediā et residuus sit e b: eritq; a b ad e b duplus. q̄circa diapason p̄sonantia inter eos exurget. et nūeri a b sumo solā tertiam q̄ sit f b: erit ergo a b ad f b hitudo tripla. cōrinebūt igit a b et f b diapason ac diapente. Rursum numeri a b sola quarta sit g b: erit a b ad g b quadruplus. quare a b et g b sunt numeri bis diapason. sunt itaq; totius chorde a b et cuiusq; sectionis eius fm as signatas consonantias designati numeri. quod erat demonstrandum.

¶ Quotcunq; harmonicas medietates assignare: inter quarū terminos eorūq; differentias omnes musice reperiantur consonantie.

| | | | | | | |
|-------------|----|---|---|--------------|-----|-------------------|
| Harmonice | 12 | 8 | 6 | Epitritus | b c | Diatessaron |
| Medietates | 6 | 4 | 3 | Heniolus | a b | Diapente |
| | a | b | c | Duplaris | a c | Diapason |
| Differentie | | 2 | 1 | Triplaris | c e | Diapason diapente |
| | | d | e | Quadruplaris | b e | Bis diapason. |

¶ Harmonica medietas in Arithmetiis diffinita est qm trium teriozvt maximus ad minū: ita d̄tia maiorū ad d̄tiam minorum. Sit ergo c quicūq; nūerus partem tertiam habens que sit e: duplo c. sitq; duplatus a. manifestū est a ad c esse duplum, et q; c p̄tinet tria e: ipm a p̄tinet sex e. addo e ad c et fiat b

33

34

et erit notū b ad c esse sesquiterciū: et b cōtinere quattuor e atq; e esse dñam b ad c. Itidē q; b cōtinet quattuor e et a cōtinet sex e: a erit sesquialter ad b. et q; b equatur quattuor e/ et a sex: ergo dñā a ad b equatur duobus e que sit d. quia enī d equat duobus e: ergo d duplus est ad e. dico ergo a b c datam esse harmonicam medietatem: inter cuius terminos a b c et eorū differentias d e oēs musice consonantie reperiātur. nam a ad b maximī ad mīmū mōstrata est pportio eē dupla et silit̄ habitudo d ad e dñie scz maiorū ad differētiā minorū etiā ostensa dupla. sunt igitur per diffinitōem a b c termini in harmonicam medietate pstituti. Et si b ad c cōpares mōstratus est sesquialter: quare psonātie diatessaron interuallū. et si a ad b: mōstratus est sesquialter atq; hemiolus et diapēte interuallū. et si a ad c: duplū habes et psonantiā diapason. si x̄o c ad e cōtuleris: habes triplū: et p vicesimāquintā tertij psonantiā cōpositam diapason ac diapente. et si b ad e: quadruplū/ et p vicesimāseptimam tertij bis diapason. at cū cetera mōstrata sint non eē consonātiās: cōstat diatessaron/ diapente/ diapason/ diapason ac diapente/ et bis diapason oēs consonātiās quibus in disciplinis se exercere solent musici: inter terminos harmonicam medietatis et eorū differētiās: fuisse repertas. et si duxeris binariū in a b c et in illos q; inde puenierint et quoties volueris in pueniētes: ex septima secūdi Arithmetices cognoscere poptum est toties cōstitui harmonicam medietatem cōsimiles inter suos terios et suozū teriozū dñas: cōsonātiās musicas seruātem. et idem fuerit si quēcūq; alterū numerum in illos terios duxeris. placuit tñ diuo Seuerino quadragesimo octauo capite secūdi sue Arithmetices ad oēs psonātiās musicas cōplectēdas: duas ordinare medietates harmonicās: vnam in duplari/ et alteram in triplari. sed et idem etiā fieri posse vna sola constituta iam satis monstratum arbitramur.

33 **¶** Quotlibet maximas harmonias quaz quelibet primordium consonantiarū / consonantiāsq; contineat omnes: constituere.

| | | | | | | | |
|-------------|----|----|----|----|------------|-----|------------------|
| Maxima har. | 24 | 18 | 16 | 12 | | | |
| Maxima har. | 12 | 9 | 8 | 6 | Epogdous | b c | Tonus |
| | a | b | c | d | Epitritus | a b | Diatessaron |
| Differentie | 3 | | | 3 | Hemiolus | a c | Diapente |
| | c | | | f | Duplari | a d | Diapason |
| Differentie | | 4 | | 2 | Triplari | d h | Diapason diapēte |
| | | g | | h | Quadruplus | c h | Bis diapason. |

31 **¶** Maximam harmoniam vocant qñ quattuor solidozū teriozū in geometrica medietate cōstituto: sū inter maxim/ vnū mediozū et mīmū medietas Arithmetica p̄tinet: et rursus inter maxim teriozū/ alterū mediozū/ et mīmū cōtinetur harmonica. Medietas geometrica est qñ terminozū est pportionū silitudo. Arithmetica x̄o qñ teriozū est differētiarū equalitas. quid d̄ Harmonica iam dictū est. Solidi termini dicunt qui ex triū in se laterū ductu pducuntur. sed hec oīa ex Arithmetices p̄notissima sunt. Primordium psonantiā appellamus tonum. **¶** Capio ergo d numerū quēcūq; qui scdam et tertiam hēat: sitq; eius secūda f et tertia h. duplo d et sit duplatus a: quicquidē a duplus erit ad d. addo b ad d sitq; cōpositus c. eritq; sesquialterius ad d. sed et cū a mōstratus sit duplus ad d: g per vndecimam p̄mi huius a ad c est sesquialter. Preterea f scdam parrem d addo ipi d et cōpositus sit b: certū est b ad d esse sesquialterū. q̄re p eādē vndecimam p̄mi a ad b est sesquialterius. Ab a c igit̄ qui mōstratus ē sesquialter: ablato a b sesquialterio per quātadecimā p̄mi relinquitur b ad c sesquioctauus. Sit preterea g dñā a ad c q; d p̄tinet tria h: c continebit q̄ttuo et a sex. ergo g dñā a ad c p̄tinet duo h. est itaq; g ad h duplus. et quia f est medietas d/ et b est sesquialterū ad d: ergo b cōtinet tria f. est itaq; f tertia ps b. sed et a sesquialterius ad b addit sup eū tertiaz p̄mi ipius b: ergo dñā a ad b que sit e equat f. dico ergo a/ b/ c/ d maximā cōstituere harmoniam: que tonū psonantiarū elementum/ et oēm cōplectif psonantiā. Nam a ad b mōstratus sesquialterius et silit̄ c ad d sesquialterius. cōtinēt igit̄ a ad b et c ad d per diffinitōem: geometricam medietatem. et dñā a ad b maximī ad vnū mediozū est e/ et b ad d eiusdē medij ad mīmū est f/ et e et f mōstrate sunt equari. igitur per diffinitōem a ad b et b ad c constituūtur in Arithmetica medietate. sed et a ad d maximus ad mīmū mōstratus est duplus: et silit̄ g dñā a ad c maximī ad reliquū mediozū demonstrata dupla ad h dñā c ad d eiusdem medij ad mīmū. igitur per diffinitōem a c d p̄sistūt in harmonicam medietate. cōstat igit̄ p diffinitōem a/ b/ c/ d si solidi sint cōstituere maximam harmoniam. q; si solidi non sint: duc quēcūq; nūerū in quēlibet ipsoz et pueniēt solidi in eisdem habitudinibus quoz cuiuslibet latera erūt vnitas/ numerus in illos ductus et singuli eoz ad singulos: sicq; cōstabit maximam constitutam esse harmoniam. sed iam ostensus est b ad c sesquioctauus: igitur per diffinitōem b ad c cōtinēt tonū consonantiarū p̄mordiū. et a ad b est sesquialterius. igit̄ a ad b p̄tinet diatessaron. et a ad c mōstratus est sesquialter: igitur a ad c cōtinēt diapente. et a ad d duplus: igitur a ad d diapason. et d ad h triplus: igitur d ad h diapason ac diapente. et c ad h mōstratus quadruplus: igitur c ad h cōtinēt bis diapason. et quoties duxeris quēcūq; numerum in a/ b/ c/ d aut in p̄ductos ex illis adiuuare septima secūdi Arithmetices et diffinitōibus: toties cōstitues maximā harmoniam: tonum et oēs consonātiās continentem. est igit̄ effectum qd̄ p̄ponebatur. Et ex hac intelligere potes esse demonstratum que diuus Seuerinus affert de harmonia cubi quadragesimonono/ et de maxima harmonia quinquagesimo quarto capite secūdi sue Arithmetices.

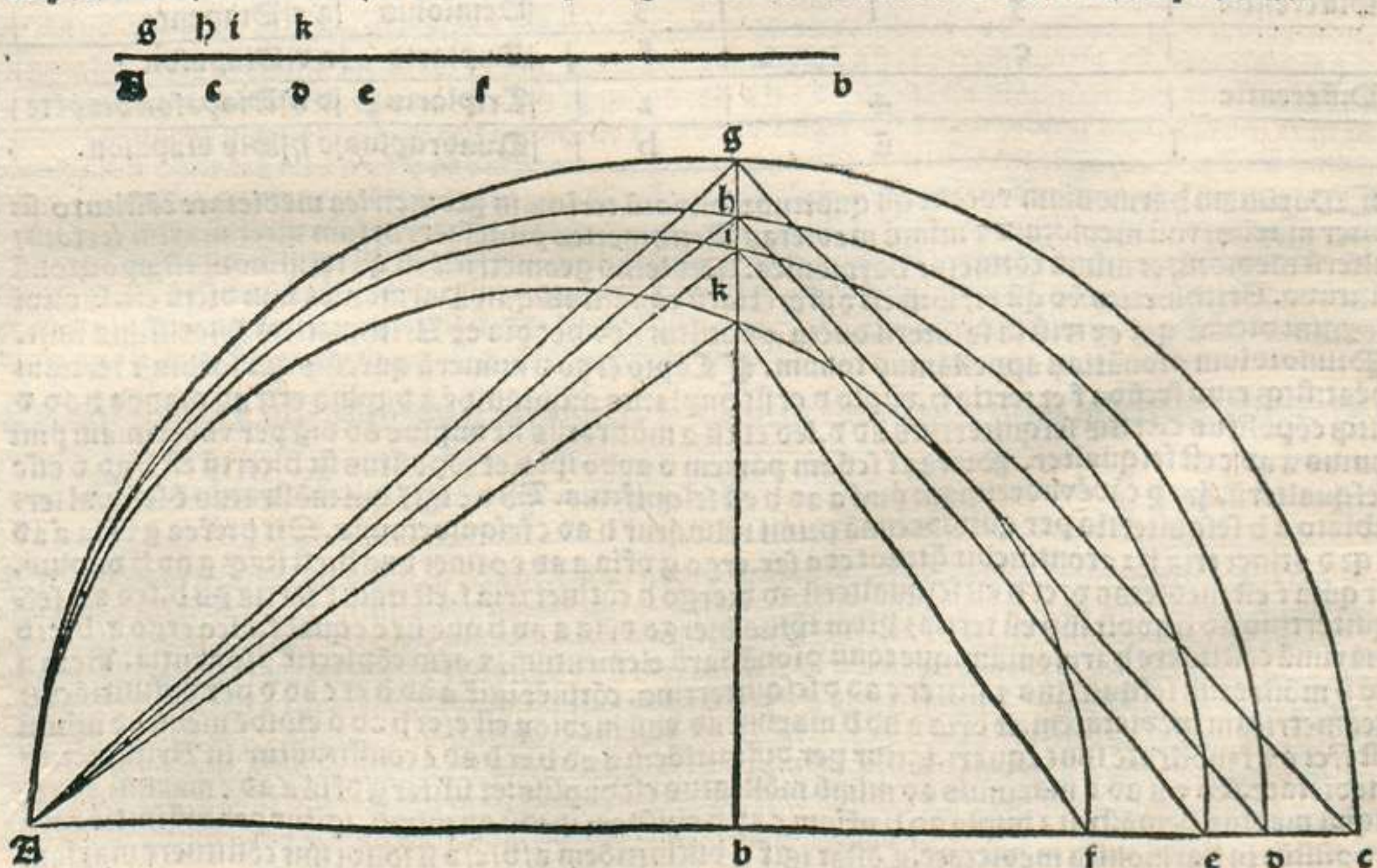
32 **¶** Dis numerus ternaria p̄gressione ad se adiectus: oēm consonantiā in Arithmetica medietate complet.

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|---|---|----|--------------------|---|---|---|-----------------|----|----|----|----------------------|-----|-----|-----|
| Cōsonātie i Arithmetica medietate | | | | A primavnitare | | | | A sc̄ba vnitare | | | | A tertiavnitare | | | |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 1 | 2 | 3 | 4 | 10 | 20 | 30 | 40 | 100 | 200 | 300 | 400 |
| duplus diapason / sesquialter diates. | | | | duplar / epitritus | | | | diapas. diates. | | | | diapason / diatessa. | | | |
| sesquialter diapēte | | | | hemiol. | | | | diapē. | | | | diapente | | | |
| Triplus diapason diapē. | | | | Triplaris | | | | diapa. diap. | | | | diapa. diapēte | | | |
| Quadruplus. bis diapason | | | | Quadruplaris | | | | Bis diapason | | | | Bis diapason | | | |

Intelligit ternaria p̄gressiōe ad se addi numerus q̄n additur p̄mo ad se semel / deinde bis / deinde ter. dico ergo quēcunq; numerū ad se hoc pacto additum: oēm cōstituere cōsonātiāz musicā. Nam semel sibi adiectus: duplex ad se efficit / 7 diapason cōsonātiāz. et bis sibi additus: ad primā additiōem sesquialter cōstituit 7 diapente: et ad se triplū atq; diapason ac diapente. nam in p̄ma additiōe bis / 7 in secūda ter cōtinetur. ter x̄o sibi additus ad sc̄baz additiōem facit sesquiterciū 7 diatessaron: nam primus nūerus hic quater / illic x̄o ter cōtinetur. et ad se quadruplū facit et bis diapason. in hac igitur p̄gressiōe oīs cōtinetur cōsonātia musica. et qz cōtinue numerozū ex eius additiōe surgentiū ipse numerus additus est differētia: ergo reperte cōsonātie in Arithmetica medietate cōtinetur. et ex hac cognoscitur cur in oīm vnitatum quaternaria p̄gressiōe que vbiq; denarij Pythagorici plenitudinem implet: oēs cōsonantie musice et in Arithmetica quidem medietate reperiātur.

Tonum et oēm cōsonantiam simplicem: in duo equa partiri / veraq; medietatum puncta in chorda: geometrice monstrare. 35

Precedētes septima sc̄bi / 7 vicesimatertia tertiū p̄cedēt tonū / diatessaron / diapēte ac diapason: in duo equa diuidi non posse. hec x̄o mōstrat quo pacto ea omnia possint in duo equa partiri. nec hoc quidē repugnat. Nā p̄cedētes contēdunt id effici non posse Arithmetice certo / cōstitutoq; numero / atq; ratiōali habitudine: hec x̄o id effici posse geometrice sine numeri certa / cōstantiq; ratiōe.



Sit ergo data chorda a b superior in qua iubeamur integrum semitonium / et cōsonātiarū diatessaron / diapente / ac diapason vera media reperire. facio a b 7 c b tonum. a b et d b diatessaron. a b 7 e b diapente. a b et f b diapason eo quī in p̄cedētibus mōstratus est modo. deinde in inferiori linea a c indefinite quātitatis capio a b equalē lineē superiori a b et b c p̄tinue equalē lineē b c superiori. et a puncto b versus c: capio lineam b d equalē chordē b d et b e equalē chordē b e et b f chordē b f. et intelligo quatuor dimidiōs circulos a c / a d / a e / a f. et a puncto b educo perpendicularē lineē a c ad circū: ferētias semicirculorū a c / a d / a e / a f. et p̄cta vbi eos cōtingit lineā sint g / h / i / k: ad que p̄cta educo a g / c g / a h / d h / a i / e i / a k / f k. at per nonā sexti geometrie a b ad b g vt b g ad b c. facio igit in chorda superiore a b lineam b g equalē inferiori lineē b g et cū p̄portio a b ad b g vt b g ad b c vt p̄cedēt sum est: seq̄tur tonum a b 7 c b esse in duo equa diuisum: 7 p̄ctū g esse medium veri semitonij signū. et per eādem que p̄portio a b ad b h ea sit b h ad b d. esto igitur h b in chorda a b equalis lineē b h per idē vt prius: ea erit p̄portio a b ad h b que h b ad d b. quare a b et d b diatessaron in duo equa partita est. et eodem pacto facta chorda i b superiori equali lineē b i. et chorda k b equali lineē b k: mōstrabis cō-

sonantias diapēte ⁊ diapason in duo equa esse partitas. et re ꝛa hoc pacto ꝛa schismata atqꝫ diascis-
mata / et dieses tetrartermerias reperias assignat / cōmatis / dieseos / atqꝫ cōpleti semitonij interuallis
et sumptis vt in precedentibus factum est medijs pportionalibus chordis. sed hec statim aliqꝫtulum in
geometricis exercitatis nota esse possunt. Nec aut posteaꝫ repereris disce (si liber) per chordam in
voce tonum mediare / et semitonium: et quācunqꝫ voles in arte musica consonantiam.

¶ Tertij elementorum Musices finis.

Armonica regula instrumentū est: quo cum (ratiois adhibito iudicio)
consonantie / consonantiarūqꝫ partes: in chorda perquirūtur. Melozū
tria sūt genera: Diatonicū / Chromaticū / Enarmonicū. Diatonicū
genus: melos est cuius partitio per semitonium minus ⁊ duos tonos
cōtinue pcedit. Chromaticū: qđ per duo inaequalia semitonia ⁊ tri-
hemitonium cōscēdit. Enarmonicū ꝛo: qđ per duas dieses cōscēdit
et ditonum. Diesis hoc in loco semitonij minoris medietas est: ex differētie extremoz
habitudinis eius: partitione pueniens: que ⁊ tetrartermeria dicta est. sed vt eaz semp
maior que acutior / et minor q̄ grauior: reperiatu necesse est. Voces / nerui / chordae /
spacia: hoc ordine a graui in acumen nitentia in vnoqꝫ melozum gñe sunt nūcupata.

| Grece nuncupationes | Nuncupationes latine. |
|--------------------------|-----------------------------|
| ¶ Proslambanomenos | Acquisitus |
| h̄ypate hypaton | Principalis principalium |
| ¶ Parhypate hypaton | Subprincipalis principalium |
| Lichanos hypaton | Index principalium |
| h̄ypate meson | Principalis mediarum |
| ¶ Parhypate meson | Subprincipalis mediarum |
| Lichanos meson | Index mediarum |
| h̄ese | h̄edia |
| trite synezeugmenon | Tertia coniunctarum |
| ¶ Paranete synezeugmenon | Penultima coniunctarum |
| h̄ete synezeugmenon | Ultima coniunctarum |
| ¶ Paramese diezeugmenon | Submedia disiunctarum |
| trite diezeugmenon | Tertia disiunctarum |
| ¶ Paranete diezeugmenon | Penultima disiunctarum |
| h̄ete diezeugmenon | Ultima disiunctarum |
| trite hyperboleon | Tertia excellentium |
| ¶ Paranete hyperboleon | Penultima excellentium |
| h̄ete hyperboleon | Ultima excellentium |

¶ Monochordum: est qđ vnica chorda cōtinet modulatiōem. Tetrachordum: quod
chordis quattuor. Polichordum ꝛo: quod pluribus chordis id cōtinet q̄ quattuor.
vt pentachordum: qđ quinqꝫ. hexachordum: quod sex. et ita de heptachordo / octo-
chordo / ennachordo / decachordo / endecachordo / dodecachordo / tridecachordo / tet-
saradecachordo / ⁊ pentadecachordo est intelligendum: qđ vltimum oīno quindecim
constat chordis. ¶ Proslambanomenos: est in vnoqꝫ genere: primo tetrachordozū
grauissimus neruus adiūctus: a primo primi tetrachordi neruo: toni inuallo distās.
Tetrachordum coniūctū: est cuius principiū est precedētis tetrachordi finis. Disiū-
ctum ꝛo: cuius primordialis neruus in vnoquoqꝫ melozum genere: a primo prece-
dentis tetrachordi finali neruo: vno tono disiungitur.

35

Tetrachorda sunt quæ: Tetrachordū hypaton / Tetrachordū meson / Synezeugmenon / Diezeugmenon / Hyperbolcon.

| | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| T etrachordum hypaton est: | Tetrachordum synezeugmenon. |
| Hypate hypaton | Abese |
| Parhypate hypaton | Trite synezeugmenon |
| Lichanos hypaton | Paranete synezeugmenon |
| Hypate meson | Mete synezeugmenon |
| T etrachordum meson est: | Tetrachordon diezeugmenon. |
| Hypate meson | Paramese diezeugmenon |
| Parhypate meson | Trite diezeugmenon |
| Lichanos meson | Paranete diezeugmenon |
| Abese | Mete diezeugmenon |
| | T etrachordum hyperbolcon |
| | Mete diezeugmenon |
| | Trite hyperbolcon |
| | Paranete hyperbolcon |
| | Mete hyperbolcon |

CModū hic vocamus remissionem aut intensionem oīm tetrachordorū gradatim in aliquo genere melorum: sui generis progressionem seruans.

CModi sunt septem.

| | |
|----------------------------|---|
| C Primus Hypodorius | 1 |
| Secundus Hypophrygius | 2 |
| Tertius Hypolydius | 3 |
| Quartus Dorius | 4 |
| Quintus Phrygius | 5 |
| Sextus Lydius | 6 |
| Septimus Mixolydius | 7 |

CMonochordi regularis partitionem: in diatonico genere demonstrare.

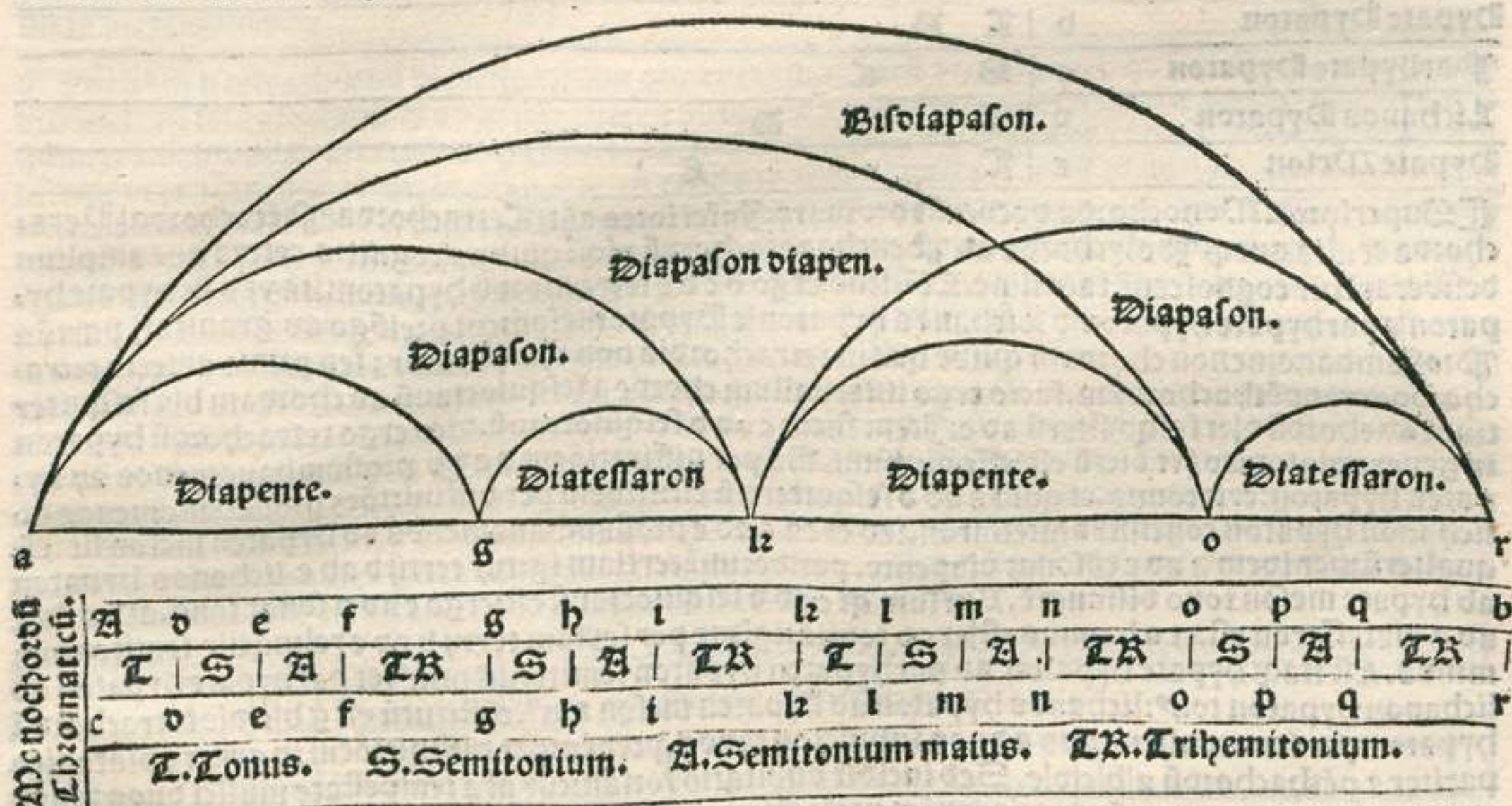
CQuāuis instrumēta musices q̄plurā reperiātur vt Lithare / Tibie / Tube / Titui / Multiforatices fistule: Dextre / Leue / Simples / Duplices: in quib⁹ vno spiritu animādis vt inquit Apuleius. ferē Diagnis Lydorū rex Marsic⁹ pater p̄mus in canēdo manus discapedinasse: p̄fēa vt Pelte / Chorvaciste / Sambuci / Hydraule / Habilie / Psalteria / Magades / Barbiti / Kaula / Pētades / Cornua / Heptagona / Mele / Testudo / Barbatī / Plectra / Monochorda / Tetrachorda / Polychorda: et cetera id gen⁹ musica instrumēta. placuit tñ Philosophis in Monochordis / Tetrachordis / atq; Polychordis monstrādis: ceterorū nos intelligere rōem / atq; compositionem. quocirca vt de Monochordorum et Tetrachordorū compositione intelligemus: ita de reliquis est intelligendum. nunc ergo ad Monochordi regularis nos ostensionem cōuertamus.

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------------|---------|---|---|---|---|---|---|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| Monochordū diatonicum. | A | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | q | b |
| | T | S | T | T | S | T | T | T | S | T | T | S | T | T | |
| | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | q | r |
| | T Tonus | | | | | | | S Semitonium minus | | | | | | | |

CMonochordum igit̄ reglarē iccirco dicitur q̄ in vnicō neruo musice consonātie harmonica regula peruestigētur. Sit ergo a b chorda in qua volumus in diatonico gñe cōsonātiæ regularit̄ collocare.

Accipio c planissimā regulam / nullaq; ex parte subsultātem: equalem linee a b. et per primā & decimā octanam secūdi huius ab c in d intēdo tonum. et ab d in e semitonū minus. et ab e in f & f in g intēdo duos tonos. et ab g in h semitonū minus. ab h in i et i in k duos tonos. Rursus ab k in l tonum. et ab l in m semitonū minus. ab m in n et n in o duos tonos. ab o in p semitonū. ab p in q et q in r duos tonos. ita q; p̄tinue semitono minori subiecti sint duo toni: dēptis c d qui p̄ p̄roslambanomeno p̄mō semitono p̄positus est tonus: et k l toni qui retrachordi diezeugmeni hoc est dissiūcti p̄ncipiū est. Rursus applico totam regulā harmonicā cr toti chorde a b. itavt c sit cum a / et r cū b. et in chorda a b ubi applicatur d / e / f / g / & relique sectionum regule note: signo d / c / f / g / h / i / k / l / m / n / o / p / q et dico monochordū a b esse in ḡne diatonico regulariter diuisum. Qm̄ eniz sua intervalla interuallis regle cr r̄sident / euadūtq; equalia a b et d b sonat tonū et d b et e b semitonū: et iterū e b et f b tonū p̄tinet: igitur a b et f b duos tonos & semitonū minus p̄tinet: per sextam tertij p̄sonat diatessaron. Et quia f b et g b vt in regula cōtinet tonum. et g b et h b semitonum minus. et h b i b. & i b & k b duos tonos. ergo per decimam tertij f b et k b tres tonos semitonūq; minus cōtinens: cōcinit diapēte. Sed & mōstratū est a b & f b modulari diatessaron: q̄ per vicesimam tertij a b et k b q̄ ex cōsonātijs diatessaron & diapente cōsurgit coalitum: cōsonat diapason. Rursus k b et l b sonat tonum / l b et m b semitonum minus m b n b et o b duos tonos: quare k b et o b tres tonos & semitonū minus cōtinens: per decimā tertij cōsonat diapēte. Sed a b et k b mōstrata est diapason cōsonātia: ergo a b & o b cōsonat diapason ac diapēte. P̄refea q; o b & p b semitonū est et p b q b et b duo toni: ergo o b et b cōcinit diatessaron. k b igitur et b ex diapente / diatessaronq; cōstans: per vicesimā tertij cōsonat diapason. At x̄o a b & k b itidē mōstratū est cōcinere diapason. ergo a b & p̄cūnt bis diapason. Et q; hec monochordi partitio per semitonū & duos tonos facta p̄cessit: et ee que modo mōstrate sunt cōsonantie harmonice regule suffragio peruestigate: ergo monochordi regularis partitio in genere diatonico per diffinitōem mōstrata est. quod est p̄positum.

2. **Chorochoordi regularis constitutionem: in genere Chromatico declarare.**



In omni Monochordo / atq; Polyphordo hec obfuaā p̄peras vt octaua modo nota / modo chorda prime: et decima quita octaue: in consonātia diapason recreper. et vbiq; p̄ p̄roslambanomeno p̄reiligif tonus / inſeritq; vbiq; inter meſen atq; parameſen p̄ concētu diſiūcto tonus. hoc est in monochordis a prima nota in ſc̄dam et ab octaua in nonam collocatur tonus. Sit ergo a b vt prius chorda in qua volumus cōsonantias in genere chromatico regulariter reperire. capio cr regulam planissimā et illi assignare corde equā. facioq; per primam secūdi huius c d tonum: et p̄ decimā octauā eius d e semitonū minus: et itex per primam d f toni intervallū. erit ergo e f semitonū maius: et d e et e f duo semitonia: s; & ab f ad g metior tonum & semitonū min⁹: que equa erūt trihemitonio: et g h et h i facio duo semitonia: minus sc; atq; maius et i l extēdo ad tonū & semitonū minus. Simili queq; pacto l l fiat tonus: et l / m / n duo semitonia: et n o trihemitonū. et itex o / p / q duo semitonia: q; r x̄o trihemitonium. Et regulā hoc pacto diuisam applico ex equo linee a b: et in linea a b signo p̄similes & p̄silib⁹ distātis notas: sc; a / d / e / f / g / h / i / l / l / m / n / o / p / q / b. quo pacto dico lineam a b esse regulariter in melodia chromatica diuisam. Itā c d tonus et d f tonus et f g tonus & semitonū minus. quare a & g continent tres tonos & semitonū minus. ergo per decimā tertij a ad g cōsonat diapēte. et q; g h i cōtinent tonū: et i l trihemitonū: igitur g ad l duos tonos & semitonū minus cōtinens per sextam tertij modulari diatessaron. sed et a g p̄bata est diapente: ergo a l cōstans ex a g et g l diapente & diatessaron per vicesimam tertij cōcinit diapason. Et penitus eadem rōne p̄baueris l o cōsonare diapente / et l b diapason. quare a o diapason ac diapente & a b recrepabit bis diapason: quā consonātia nos trāscēdere Pythagoricorū verat autoritas. qui tñ volēt viterius conscēdere ex his q̄ iam demōstrata sunt & que

postea demonstranda suscipient: facile cōsecēdet. Et cū iam mōstrata partitio per semitonū z semitonū et trihemitonū processerit: nisi vbi integer adiectus est tonus vt tum diapason/tum cōcētus distūcti seruet ppetas: Patet ḡ ex diffinitōe factū eē qđ in chromatico gñe pponēbat faciēdū atq; ppositū.

¶ Idem: in enarmonico genere regulariter ostendere.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------|----|---|---|---|---|---|----|---|---|--------------|---|---|----|---|---|--|---|--|----|--|
| A | | | | | | | | | | | | | | b | | | | | | |
| Monochorodum Enarmonicum. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | II | | D | | D | | II | | D | | D | | II | | D | | D | | II | |
| c | d | e | f | g | h | i | l | l | m | n | o | p | q | r | | | | | | |
| D. Diesis tetrartermeria. | | | | | | | | | | II. Ditonus. | | | | | | | | | | |

¶ Sit vt prius chorda a b et c r regula eidem vt in ceteris equa: ab puncto c ad d extēdo tonum: et ab d ad f semitonū min⁹: et spaciū d f partior in equalia per notam e. erūtq; d e f due dieses. et f g facio duos tonos: qui ditonū implent. g h i vt prius duas dieses. i l z ditonum. l l tonum. l m n duas dieses. n o ditonum. o p q duas dieses. et q r ditonum. quā regulā hoc pacto partitam equalit applico lineae a b: et siles notas/ equaliaq; interualla in linea a b designo per medias inter a z b literas d|e|f|g|h|i|l|l|m|n|o|p|q b. et quia a d ton⁹: et d e f due dieses semitonū minus implentes: et f g ditonus: ergo a g tres toni z semitonum minus per decimam tertij sonāt diapente. sed z g h i due dieses et i l z ditonus duos tonos et semitonū minus cōtinētes: per sextam tertij sunt diatessaron. igit vt prius p vicēsimā tertij a l cōtinet diapason. et hoc pacto mōstret l z o cōtinere diapente/et l z b diapason: qre a o psonare diapason ac diapente/et a ad b cōsonare bis diapason. et qz hec modulationis pgressio p duas dieses et ditonū pcedit: cōstat per diffinitōem monochorodū enarmonici regularit esse partitū: in eoq; musicas situatas esse consonātas et ppositum.

¶ Tetrachordum hypaton: in diatonico melo diuidere.

| | | | |
|-------------------|---|--|------|
| Proslambanomenos | A | | A |
| Hypate Hypaton | b | | II B |
| Parhypate Hypaton | c | | S E |
| Lichanos Hypaton | d | | II D |
| Hypate Meson | e | | II E |

¶ Superiores: Monochoroda docuerūt ordinare. Inferiores aut: Tetrachorda/ Pētachorda/ Hexachorda et alia queq; Polychorda ad Pentadecachordū vsq; quibus cognitis cetera que amplius desiderarēt cognoscenē facillime. Cōstituo ergo b c d e tetrachordū hypaton: ita vt b sit hypate hypaton/ c parhypate hypaton/ d Lichanos hypaton/ e Hypate meson: cui p̄fūgo ad grauitatē partē a Proslambanomenon chordam quidē que in tetrachordis non computatur: sed primo adiecta tetrachordo creat pētachordum. facio ergo interuallum chorde a sesquioctauū ad chordam b/ z sesquiter tium ad chordā d/ et sesquialterū ad e. Item facio c ad d sesquioctauū. dico ergo tetrachordū hypaton in genere diatonico (vt dictū est) esse diuisum. Itā per diffinitōem a ad b proslambanomenos ad hypaten hypaton: erit tonus. et quia a ad d sesquiter tium est: itidem per diffinitōez proslābanomenos ad lichanon hypaton concinit diatessaron. sed et cū a ad e proslambanomenos ad hypaten meson sit sesquialterū: per idem a ad e cōsonat diapente. per decimātertiam igitur tertij d ab e lichanos hypaton ab hypate meson tono distungit. Rursus qz cad d sesquioctauū est: ergo cad d sonat tonū. at xō qā a ad d diatessaron est: et a b tonus est/ et c d tonus: igitur per sextam tertij b ad c relinquitur semitonum minus. Est itaq; hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonū min⁹. et parhypate hypaton ad lichanon hypaton ton⁹: lichanos hypaton ad hypaten meson ton⁹. cōstitutū est ḡ b|c|d|e tetrachordū hypaton: per semitonū minus z duos subiūctos tonos pcedēs: per diffinitōem in genere diatonico pariter z pētachordū a|b|c|d|e. Sed incidit dubitatio forsan: cur nra tempestate musici duos tonos ad tetrachordoz partem seriam graueq; prelōcāt: nos aut solū tonum qui est proslambanomeni atq; hypates hypaton: responsio peruia/ in p̄optuq; est musicos nostra tempestate proslambanomeno alteram chordam tono distantem prehixisse et id primum memorāt Gregorium factitasse.

¶ In eodem diatonico melo: tetrachordum meson subiungere. et in octochordo: a proslambanomeno in mesen: diapason contineri.

| | | | |
|-------------------|---|--|------|
| Proslambanomenos | A | | A |
| Hypate Hypaton | b | | II B |
| Parhypate Hypaton | c | | S E |
| Lichanos Hypaton | d | | II D |
| Hypate Meson | e | | II E |
| Parhypate Meson | f | | S F |
| Lichanos Meson | g | | II G |
| Mese | h | | II H |

¶ Sit e|f|g|h tetrachordū meson. facio e sesquiter tium ad h/ et g sesquioctauum ad h/ et f sesquioctauū ad g: erit ergo per diffinitionem e ad h hypate meson ad mesen diatessaron. et qz g ad h tonus z siles

f ad g tonus. nam utriusq; ex sesquioctava pportioe nascitur. ergo p sextam tertij e ad f erit semitonij minus. est itaq; e|f|g|h tetrachordum meson per semitonium minus z duos tonos pcedens in genere diatonico diuisum. et q; a e proslambanomenos z hypate meson in pcedenti monstrata sunt consonare diapente: et in presenti e h hypate meson z mese diatessaron. ergo per vicesimam tertij: proslambanomenos ad meson consonat diapason. continet igitur octochordum a|b|c|d|e|f|g|h consonantiam diapason. quod est totum propositum.

6 **Proposito octochordo: in eodem genere tetrachordum disjunctarum submittere. et dodecachordum diapason ac diapente continere.**

| | | | |
|-----------------------|---|-----------------------|---|
| Proslambanomenos | A | A | |
| Hypate hypaton | b | b | |
| Parhypate hypaton | c | c | |
| Lichanos hypaton | d | d | |
| Hypate meson | e | e | |
| Parhypate meson | f | f | |
| Lichanos meson | g | g | |
| Mese | h | h | |
| Paramese diezeugmenon | l | Trite conjunctarum | l |
| Trite diezeugmenon | l | Paranete conjunctarum | l |
| Paranete diezeugmenon | m | Nete conjunctarum | m |
| Nete diezeugmenon | n | | n |

7 **Sit k l m n tetrachordum diezeugmenon quot et disjunctarum dicif. facio h ad k meson ad paramesen diiunctarum sesquioctava. et ad m paraneten disjunctarum sesquialtera. deinde l ad m triten ad paranete facio sesquioctava: sic ergo mese ad paranete diiunctarum concinit diatessaron et ad neten diapente. est ergo per decimam tertiam tertij m ad n paranetes ad neten toni interuallum. et l ad m trites diezeugmenon ad paranete similis tonus est. sed z cu mese ad paranete consonat diatessaron et l ad m sit tonus z similis h ad k tonus ergo per sextam tertij k ad l erit semitonij minus. erit itaq; paramese ad triten diezeugmenon semitonij minus: trite ad paraneten tonus: et paranete ad neten diezeugmenon similiter tonus. quare tetrachordum disjunctarum superiori octochordo in diatonico genere subiunctum est. Et cum pcedens monstrauerit a h esse diapason et presens h n esse diapente: igitur a n proslambanomenos z nete diezeugmenon in dodecachordo a b c n continet diapason ac diapente. Quod si in moliori canendi modo: tetrachordum a chorda mese constructum partiri / constitueret volemus: sit id tetrachordum h k l m: que sunt mese trite synezeugmenon paranete synezeugmenon nete synezeugmenon: facioq; meson ad neten synezeugmenon sesquialtera. quare z concinit diatessaron et l ad m paranete synezeugmenon ad neten tono distat pariter et k ad l tono. erit ergo per sextam tertij h ad k meson ad triten synezeugmenon semitonij minoris interuallum et k l z l m duo toni z tetrachordum synezeugmenon hoc est disjunctarum in genere diatonico diuisum.**

7 **Tetrachordum hyperboleon in eodem diatonico genere predictis copulare: et in pentadecachordo: bis diapason consonantiam compleri**

| | | | | |
|-----------|-----------------------|---|-----------|-----------------|
| A re | Proslambanomenos | A | A | |
| b mi | Hypate hypaton | b | b | |
| c faut | Parhypate hypaton | c | c | |
| d solre | Lichanos hypaton | d | d | |
| e lami | Hypate meson | e | e | |
| f faut | Parhypate meson | f | f | |
| g solreut | Lichanos meson | g | g | |
| a lamire | Mese | h | h | |
| b mi | Paramese diezeugmenon | l | b fa | Trite syn. l |
| c solfaut | Trite diezeugmenon | l | c solfaut | Paranete syn. l |
| d lasolre | Paranete diezeugmenon | m | d lasolre | Nete syn. m |
| e lami | Nete | n | | n |
| f faut | Trite hyperboleon | o | | o |
| g solreut | Paranete hyperboleon | p | | p |
| a lamire | Nete hyperboleon | q | | q |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------|-------|-----|-----|-------|----------------------|-----|-----|----------------------|-----|-----|-------|-----|-----|---|---|
| Tetrachordū hypaton | | | | | Tetrachordū diezeug. | | | | | | | | | | |
| Lo. | Semi. | Lo. | Lo. | Semi. | Lo. | Lo. | Lo. | Semi. | Lo. | Lo. | Semi. | Lo. | Lo. | | |
| B | b | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | q |
| Tetrachordū meson | | | | | | | | Tetrachordū hypboleō | | | | | | | |

Sit n o p q tetrachordū hyperboleon facio vt in prioribus n neten diezeugmenon ad q netē hyperboleon sesquitertia: et iccirco ad eam cōstituentem diatessaron. et p ad q facio toni interuallū. et o ad p itidem toni interuallū. per sextam tertij n ad o crit semitoniū minus. est ergo tetrachordū hyperboleon n o p q ex semitoniō minore duobus subiunctis tonis in genere diatonico dimēsum. sed et p precedentē h mese ad n neten diezeugmenon psonat diapente: ergo h ad q mese ad neten hyperboleon ex cōsonantia diapente et diatessaron constans: cōsonat diapasōn. ergo a ad q proslābanomenos ad netē hyperboleon cōsonabit bis diapasōn. et cum totum polychordū a q omnino quindectm perficiatur chordis: in pētadecachordo et in genere diatonico cōstitutum est bis diapasōn. qd est totū propositū.

Pentadecachordi in diatonica melodia constituti: numeros reperire.

| | | | | | | |
|----------------------|---|------------------|-------|---------|------------------------|-------------|
| Proslābanomenos | B | 9 | 21 6 | 1 72 8 | 1 3 8 2 4 | |
| Hypate hypaton | b | 8 | 19 2 | 1 5 3 6 | 1 2 2 8 8 | Tonus |
| Parhypate hypaton | c | | | 1 4 5 8 | 1 1 6 6 4 | Semi. minus |
| Lichanos hypaton | d | | 16 2 | 1 29 6 | 1 0 3 6 8 | Tonus |
| Hypate meson | e | | 14 4 | 1 15 2 | 9 2 1 6 | Tonus |
| Parhypate meson | f | | | | 8 7 4 8 | Semi. minus |
| Lichanos meson | g | | | 9 7 2 | 7 7 | Tonus |
| Mese | h | | 10 8 | 8 6 4 | 6 9 1 2 | Tonus |
| Paramese diezeugmenō | i | | | 7 6 8 | 6 1 4 4 | Tonus |
| Trite diezeugmenon | k | | | 7 2 9 | 5 8 3 2 | Semi. minus |
| Paranete diezeugmenō | m | | 8 1 | 6 4 3 | 5 1 8 4 | Tonus |
| Mete diezeugmenon | n | | 7 2 | 5 7 6 | 4 6 0 8 | Tonus |
| Trite hyperboleon | o | | | | 4 3 7 4 | Semi. minus |
| Paranete hyperboleon | p | | | 4 8 6 | 3 8 8 8 | Tonus |
| Mete hyperboleon | q | | 5 4 | 4 3 2 | 3 4 5 6 | Tonus |
| | | p m ^o | scdus | tertius | qrtus loc ^o | |

Numeri qui in musica disciplina precipue desiderantur: sunt duplares / triplares / quadruplares / hemiolij / epitriti epogdoi: hoc est dupli / tripli / quadrupli / sesquialteri / sesquiterij / et sesquioctavi. quo circa si desideras cognoscere ad quem numerū numerus maior est duplex: ipsum partire per duo. Ad quem triplus partire per tria. Ad quem quadruplus partire per quattuor. Ad quem sesquialter partire per tria et tertiam auge per duo. Ad quem sesquiterius partire per quattuor et quartā auge per tria. Ad quem sesquioctauus partire per nouem et nonam auge per octo. Et numeri: per octauā secundi Arithmetices vbicq; surgent petiti: si maior duplex / triplus / quadruplus / sesquialter / sesquiterius / aut sesquioctau^o est. Et si rursus cognoscere desideras quē numerus minor duplū habet: ipsum auge per duo. Quem triplum: auge per tria. Quem quadruplū: auge per quattuor. Quem sesquialterū: partire per duo et illi medietatē adde. Quem sesquiteriū: partire per tria / et tertiam adde. Quem sesquioctauū: partire per octo / et octauam adde. Et statim per eandē octauā et diffinitiones cognosces petiti. Sed nunc ad monstrandū propositum nos cōuertamus. Sit pentadecachordū in diatonico genere modo repertum: cuius numeri querūtur: a b c d e f g h i k l m n o p q. duco in se invicem duo / tria / quattuor / et minimos toni: hoc est viginiquattuor in 9 et 8 minimos terminos toni et veniant in secundo loco a b que per septimā secundi arithmetices sunt in pportione sesquioctaua / et continentia tonum. capio sesquiteriū numeri a: sit q; d et sesquialterū qui sit e et subduplū qui sit h. Barium sumo sesquiterium numeri h qui sit m et sesquialterum qui sit n et eius subduplum qui sit q. quia a ad d est diatessaron et a ad e diapēte: q; per decimā tertiam tertij d ad e tonus est et eadē quoq; ratione m ad n tonus. Et si d octauā partem haberet ea eidē adiecta facerē c sesquioctauū ad d: et c d cōtinentia tonū. modo autē q; d cōperitur octaua parte carere: augeo a b d e h m n q; p octo: surgātq; tertio loco a b d e h m n q; q; nūeri per eandē septimā adinuicē eandē seruabūt pportionē: quā et nūeri scdo loco positi. q; g d tertio loco positi h; octauā: ea igi; adiecta ad d fiat c: eritq; c ad d sesquioctau^o atq; cū eo tonū ptenēs. itidē adiecta octaua parte h ad h fiat g. et octaua pte m ad m fiat l. et octaua q.

ad q fiat p. eruntq; idēdem g ad h l ad m et p ad q sesquioctauū ⁊ numeri tonorum. et h compertur habere nonam partē: illam augeo per octo et veniat k: eritq; h ad k per octauā secundi arithmetices sesquioctauus. Et si g octauā partem haberet facerē f sesquioctauū ad g. At vero qm̄ ea caret: augeo oēs numeros tertio loco repertos per octo et exurgant in quarto loco a b c d e g h k l m n p q: qui per eandē septimā erunt in eisdem adinuicē habitudinibus vt et numeri tertij loci. adiecta igitur octaua eius parte ad g facio f. ⁊ octaua parte ad p facio o. dico ergo numeros quarto loco cōstitutos esse numeros pētaecachordi. Itā a ad d est diatessarō / et a ad b tonus: ⁊ c ad d tonus. ergo per sextā tertij b ad c semitonij minus. et q; a h est diapason ⁊ a e diapente: ergo peruicissimā tertij e h est diatessarō et g h ⁊ f g monstrati sunt sesquioctauū atq; toni. ergo per sextā tertij e f est semitonij minus. et eodē pacto ostendas k l et n o esse semitonia minora: ⁊ ceteri adinuicē sunt cogniti toni. igitur pētaecachordi diatonici numeri sunt reperti. Est enī numerus proslābanomeni ad numerū hypates hypatō tonus: ⁊ hypates hypaton ad parhypatē hypatō semitonij minus. parhypates hypaton ad lichanō hypaton: et lichani ad hypaten meson duo toni. hypates meson ad parhypaten meson semitonij minus. parhypates meson ad lichanō meson: et lichani ad mesen: ⁊ meses ad paramesen disjunctarum: tres toni. parameses ad triten semitonij minus. trites ad paranetē ⁊ paranetes ad neten: duo toni. Itetes ad triten hyperboleon semitonij minus. trites ad paraneten et paranetes ad neten duo toni. est igitur notum propositum.

9 Tres diatonice diatessarō consonantie species a proslābanomeno ad parhypatē meson cōtinunt. et quattuor diapente species a proslābanomeno ad triten diezeugmenon. septē vero diapason spēs inter proslābanomenon ⁊ paraneten hyperboleon.

| | Species diatessarō | | | Species diapente | | | | Species diapason | | | | | | | |
|--------------|--------------------|------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------|
| Proslamba. | A | p̄ma | sc̄da | tertia | p̄ma | sc̄da | tertia | q̄rta | p̄ma | sc̄da | tertia | q̄rta | quinta | sexta | septia |
| Hypate hyp. | b | To. | o | o | To. | o | o | o | To. | o | o | o | o | o | o |
| Parhyp. hyp. | c | Se. | Se. | o | Se. | o | o | o | Se. | Se. | o | o | o | o | o |
| Licha. hyp. | d | To. | ton ^o | ton ^o | To. | ton ^o | o | o | To. | ton ^o | tonus | o | o | o | o |
| Hypate me. | e | | ton ^o | tonus | To. | ton ^o | o | o | To. | ton ^o | ton ^o | ton ^o | o | o | o |
| Parhyp. me. | f | | | Semi | Se. | Se. | o | | Se. | Se. | Se. | Se. | Se. | o | o |
| Licha. me. | g | | | | ton ^o | tonus | ton ^o | | To. | ton ^o | ton ^o | on ^o | ton ^o | ton ^o | o |
| Mese | h | | | | | tonus | ton ^o | | To. | ton ^o | tonus | ton ^o | tonus | ton ^o | tonus |
| Para. die. | k | | | | | tonus | ton ^o | | ton ^o | tonus | ton ^o | ton ^o | ton ^o | ton ^o | tonus |
| Trite die. | l | | | | | | | Se. | | | Se. | Se. | Se. | Se. | Se. |
| Para. die. | m | | | | | | | | | | ton ^o | ton ^o | ton ^o | tonus | |
| Itete die. | n | | | | | | | | | | | ton ^o | ton ^o | tonus | |
| Trite hyper. | o | | | | | | | | | | | | | Se. | Se. |
| Para. hyp. | p | | | | | | | | | | | | | | tonus |
| Itete hyp. | q | | | | | | | | | | | | | | |

¶ Prima species diatessarō tono semitonio minore atq; tono constat. Secūda semitonio et duob^o tonis. Tertia duobus tonis et sequēte semitonio. ¶ Prima species diapente est que constat ex tono semitonio minore ⁊ duobus tonis. Secūda duobus tonis semitonio atq; tono. Tertia semitonio et tribus tonis. Quarta tribus tonis et semitonio. ¶ Prima species diapason est que constat ex tono semitonio minore / duobus tonis / semitonio minore / atq; duobus tonis. Secūda semitonio / duobus tonis semitonio et tribus tonis. Tertia duob^o tonis / semitonio / trib^o tonis / atq; semitonio. Quarta tono / semitonio / tribus tonis / semitonio / atq; tono. Quinta semitonio / tribus tonis / semitonio / duobus tonis. Sexta tribus tonis / semitonio / duobus tonis / semitonio. Septima duobus tonis / semitonio / duobus tonis / semitonio / atq; tono. ¶ Erīt itaq; p̄ diffinitionē prima diatessarō spēs a proslābanomeno in lichanō hypaton. Itā proslābanomenos ad hypaten hypatō tonus est: et hypate hypaton ad parhypatē hypaton semitonij minus ē: parhypate vero hypatō ad lichanō hypaton tonus. ⁊ itidē per diffinitionē secūda diatessarō species ab hypate hypaton in hypaten meson reperiet. ⁊ tertia a parhypate hypaton in parhypaten meson. ¶ Species vero diapente hoc pacto per diffinitiones sumentur. Prima a proslābanomeno in hypaten meson. Secūda a parhypate hypaten in lichanō meson. Tertia ab hypate meson in paramesen diezeugmenon. Et quarta a parhypate meson in triten diezeugmenon. ¶ Et septē species diapason cōsimiliter per diffinitiones querentur. Prima a proslābanomeno in mesen. Secūda a parhypate hypaton in paramesen diezeugmenō. Tertia a parhypate hypaton in triten diezeugmenon. Quarta a lichano hypaton in paranetē diezeugmenō. Quinta ab hypate meson in neren diezeugmenō. Sexta a parhypate meson in triten hyperboleō. Septima vero a lichano meson in paranetē hyperboleō. Itā hec cogniti facilia sunt: inspecta diligēter sup̄iore figura.

Chromaticum principalium tetrachordum: constituere.

10

| | | | |
|-------------------|---|---------------|---|
| Proslambanomenos | A | | A |
| Hypate hypaton | b | Tonus | b |
| Parhypate hypaton | c | Semi.minus | c |
| Lichanos hypaton | d | Apotome | d |
| Hypate meson | e | Trisemitonium | e |

Chromata apud Lacedemonios induxit olim Timotheus milesius molioze catum superiore dia tonico: in quo canendi modo hic tetrachordū hypaton querimus. Sit ergo b c d e tetrachordū ad hyp atas in chromatico melo psituendas assignatū. prepono chordam a: que sit proslābanomenos: quā factio sesquioctauam ad b hypaten hypaton primam tetrachordi cōstituendi chordani: deinde facio a sesquialterā ad e hypaten meson: eritq; vt in omnibus a ad b tonus/ et a ad e diapente. deinde facio b ad c semitonū minus et b ad d tonum. erit ergo c ad d apotome. et qz per decimā tertij dēpto a b tono ab a e cōsonantia diapente: relinquitur diatessaron. ergo b e modulabitur diatessaron. Sed cum per sextā tertij diatessaron ex duobus tonis et semitonio minore constet et b c et c d simul sint tonus: ergo d e continet tonum et semitonū minus. est igitur d e trisemitoniū. Cum ergo b c hypate hypaton et parhypate hypaton sit semitonū minus. et c d parhypate hypaton et lichanos hypaton sit semitonū maius et d e lichanos hypaton et hypate meson trisemitoniū vt mōstratum est. constat ergo p diffini tionē tetrachordū b c d e in gñe chromatico eē psituti. idē enī trisemitoniū et trihemitonū dicim⁹.

Chromaticum tetrachordum meson: subiungere.

11

| | | | |
|-------------------|---|--------------|---|
| Proslambanomenos | A | | A |
| Hypate hypaton | b | Tonus | b |
| Parhypate hypaton | c | Semi.minus | c |
| Lichanos hypaton | d | Apotome | d |
| Hypate meson | e | Trisemitoniū | e |
| Parhypate meson | f | Semi.minus | f |
| Lichanos meson | g | Apotome | g |
| Mese | h | Trisemitoniū | h |

Sint pro tetrachordo meson in gñe chromatico psituēdo e f g h: facio a ad h duplā et conctnētem diapason. et e ad f semitonū minus et idē e ad g facio tonū. erit g f ad g apotome. sed cū a ad e mōstra ta sit psonātia diapēte. ea igitur subtracta ab a h cōsonātia diapason: per vicesimāsecundā tertij reli quitur diatessarō. Est ergo e ad h hypate meson ad mesen diatessaron. et cum diatessaron duos tonos et semitonū minus impleat: et g sit tonus ergo g h cōtinet tonum et semitonū minus. erit ergo g h tri semitonū. erit igitur e f g h ex duobus semitonis e f et f g: et trisemitonio g h constitutum in genere chromatico tetrachordum. quod erat monstrādum.

Reliqua duo tetrachorda: in eodem genere predictis aduicere. et in pētaecachor do consonantiam bis diapason collocare.

12

| | | | |
|-----------------------|---|----------------------------------|---|
| Proslambanomenos | A | | A |
| Hypate hypaton | b | Tonus | b |
| Parhypate hypaton | c | Semi.min⁹ | c |
| Lichanos hypaton | d | Apotome | d |
| Hypate meson | e | Trisemitoniū | e |
| Parhypate meson | f | Semi.minus | f |
| Lichanos meson | g | Apotome | g |
| Mese | h | Trisemitoniū | h |
| Paramese diezeugmenon | l | Tonus / Tritē syn. Semi.minus | l |
| Trite diezeugmenon | l | Semi.ml. / Paranete syn. Apotome | l |
| Paranete diezeugmenon | m | Apotome / Hete syn. Trisemitoniū | m |
| Hete diezeugmenon | n | Trisemitoniū | n |
| Trite hyperboleon | o | Semi.minus | o |
| Paranete hyperboleon | p | Apotome | p |
| Hete hyperboleon | q | Trisemitoniū | q |

13

14

Sint pro reliquis tetrachordis complendis lzlmnopq: qz tetrachordum meson distinctum est a tetrachordo netarum diezeugmenon: iccirco facio meses ad paramesen diezeugmenon distantia esse tonum. et mesen ad neten diezeugmenon facio consonare diapente. et ad nete hyperboleon diapason et tetrachordū lzlmn partioz vt tetrachordū hypaton. tetrachordū vero nopq partioz vt in prece denti tetrachordū meson eritqz vtrūqz in genere chromatico diuisum. et qz a ad h cognita est esse dia pason: et h ad q itidem diapason. ergo a ad q consonat bis diapason. Qz cum quindecim vocibus atqz chordis contētum sit: constat effectū esse id quod erat propositū. Sed si lzlm facis tetrachordū syne zeugmenon ipsum partiaris vt tetrachordū chromaticum meson. et facile factū intuebere ppositū.

13 Chromatici pentadecachordi numeros assignare.

| | | | | | |
|----------------------|----|-----|------|---------|--------------|
| Proslambanomenos | A | | 2592 | 5971968 | |
| Hypate hypaton | b | 256 | 2304 | 5308416 | Tonus |
| Parhypate hypaton | c | 243 | 2187 | 5038848 | Semi. minus |
| Lichanos hypaton | d | | 2048 | 4718592 | Semi. maius |
| Hypate meson | e | | 1728 | 3981312 | Trisemitoniū |
| Parhypate meson | f | | | 3779136 | Semi. minus |
| Lichanos meson | g | | | 3538944 | Semi. maius |
| Mese | h | | 1296 | 2985984 | Trisemitoniū |
| Paramese diezeugmenō | lz | | 1152 | 2654208 | Tonus |
| Trite diezeugmenon | l | | | 2519424 | Semi. minus |
| Paranete diezeugmenō | m | | | 2359296 | Semi. maius |
| Nete diezeugmenon | n | | 964 | 2221056 | Trisemitoniū |
| Trite hyperboleon | o | | | 2108268 | Semi. minus |
| Paranete hyperboleon | p | | | 1974272 | Semi. maius |
| Nete hyperboleon | q | | 648 | 1492992 | Trisemitoniū |

Sint b et c minimi numeri semitonij minoris per decimaoctauam secūdi huius reperti. qz b nona parte caret: augeo b et c per nouem et veniāt b et c in secundo loco. quoniam igitur in secundo loco b nonam partē habet: eam augeo per octo et fiat d. tunc b ad d per septimā secūdi arithmetices erit sesqu octauus. quare b d cōmentia tonum. et b z c per eādem est semitonium minus. ergo c d est apotome. Rursum qz b habet octauā aditio eidem suam octauā z fiat a: eritqz a ad b sesquioctauus atqz tonus et quoniam a habet tertiam facio a ad e sesquialterū. z qz habet secūdam facio itidem a duplum ad h. Reperio item h habere nouam. tertiam et secūdam. facio igitur h sesquioctauū ad lz: sesquialterū ad n z duplū ad q. quo facto duco b secūdi loci in a b c d e h lz n q et veniant in tertio loco a b c d e h lz n q. Deinde duco c d secūdi loci in e secūdi et veniant f g z in lz et veniant l m et in n z veniant o p in ter tio loco. eruntqz per septimā et octauam secūdi arithmetices numeri pēnadecachordi chromatici in tertio loco assignati. Nam a b erit tonus et b c semitonij minus z c d apotome. et qz a ad e est sesqual ter: a et e sunt numeri diapente. z a b numeri toni. dempto igitur a b tono relinquitur b e diatessaron et b c z c d simul sunt tonus. igitur per sextam tertij d e sunt trisemitoniū. Et a h est diapason z a e dia pente. igitur e h est diatessaron. et per octauam secūdi arithmetices e f z f g sunt semitonij minus z apotome. igitur g h est trisemitonium et cōsimiliter monstrabis h lz esse tonū lz l z l m duo semitonia et m n trisemitoniū n o p duo semitonia z p q trisemitoniū. clarum igitur euadit propositum.

14 Admodum diatonici et chromatis parhypate parhypatis: paramese paramesis/ atqz trite tritis correspondent.

Nam in vtrūqz generibus hypate ad parhypatas semitonij minoris obseruāt interuallū. et mese ad paramesas tonum. z trite ad tritas minus semitonij. est igitur notum illas vuculas in vtrūqz ca nendi modo sibi inuicē respōdere. z nō modo id verum sit: sed et hypate hypatis z mese mesis et nete netis correspondent. Nam vtrūqz proslambanomeni ad hypatas hypaton cōtinunt tonum. et ad hypa tas meson diapente. ad mesas diapason. ad netas distictarum diapason ac diapente. z ad netas hy perboleon bis diapason. est ergo quod pponeretur et amplius: facile cognitū.

Pentadecachordum enarmonium constituere.

| | | | |
|-----------------------|---|---------|---|
| Proslambanomenos | A | B | |
| Hypate hypaton | b | Tonus | b |
| Parhypate hypaton | c | diesis | c |
| Lichanos hypaton | d | diesis | d |
| Hypate meson | e | ditonus | e |
| Parhypate meson | f | diesis | f |
| Lichanos meson | g | diesis | g |
| Mese | h | ditonus | h |
| Paramese diezeugmenon | l | tonus | l |
| Trite diezeugmenon | l | diesis | l |
| Paranete diezeugmenon | m | diesis | m |
| Hete diezeugmenon | n | ditonus | n |
| Trite hyperboleon | o | diesis | o |
| Paranete hyperboleon | p | diesis | p |
| Hete hyperboleon | q | ditonus | q |

Quius cōpositio perfacilis est. facio enī vt in ceteris precedētibus a ad b interuallū toni. et a ad e diapēte. et b ad d facio semitonii minus. et diuido chordā c in medio differētie b ad d erit ergo b ad c diesis tetrarteria atq; quadripartialis pariter et c ad d diesis. sed per quartam secundi huius hec latior illa vero contractior neq; per tricesimā secundam eiusdem semitonii minus in duo equa certo cōstitutōq; numero diuidi potest. et a ad e diapente. subtracto igitur a b tono relinquitur b ad e esse diatessaron. et cum diatessaron semitonii minus et duos tonos cōplectatur: et b ad d sit semitonium minus: relinquit igitur d ad e esse ditonus. erit igitur b c d e hypates hypaton parhypates hypaton lichanos hypaton et hypates meson tetrachordū: per b c d e: et d c diesim et diesim et ditonū procedēs p diffinitionē in enarmonico gñe diuisum. Similiter cōstituas e f g h tetrachordū meson faciēdo a ad h diapason. et e ad g semitonii minus. et partiēdo mediā diām per f ita vt e f et f g sint due dieses. Itā ab a h cōsonantia diapason subducta a e cōsonantia diapēte: relinquit e h esse diatessaron. et cū e g sit semitonii min⁹: igit g h erit ditonus. et cū e f et f g sint due dieses et g h diton⁹. hęc tetrachordi partitio in genere enarmonico facta cōspicitur. Et facta h mese ad netē disiunctarum diapente: et ad neten hyperboleon diapason: et chorda mese a paramese tetrachordi disiunctarū tono disclusa: perinde ac proslambanomeno ab hypate hypaton: partieris tetrachordum disiunctarū l l m n vt b c d e tetrachordū hypaton. et tetrachordum n o p q hyperboleon excellentiūq; vt e f g h tetrachordū meson. tetrachordū autem cōiunctarum h l l m partieris vt tetrachordū meson et id quoq; facile est.

Pentadecachordi enarmonici: numeros colligere.

| | | | | | |
|-----------------------|---|-----------|----------|-----------|---------|
| Proslambanomenos | A | 1 3 8 2 4 | | 1 3 8 2 4 | |
| Hypate hypaton | b | 1 2 2 8 8 | Tonus | 1 2 2 8 8 | Tonus |
| Parhypate hypaton | c | 1 1 6 6 4 | Semi mi. | 1 1 9 7 6 | diesis |
| Lichanos hypaton | d | 1 0 3 6 8 | Tonus | 1 1 6 6 4 | diesis |
| Hypate meson | e | 9 2 1 6 | Tonus | 9 2 1 6 | ditonus |
| Parhypate meson | f | 8 7 4 8 | Semi mi. | 8 9 8 2 | diesis |
| Lichanos meson | g | 7 7 7 6 | Tonus | 8 7 4 8 | diesis |
| Mese | h | 6 9 1 2 | Tonus | 6 9 1 2 | ditonus |
| Paramese diezeugmenon | l | 6 1 4 4 | Tonus | 6 1 4 4 | Tonus |
| Trite diezeugmenon | l | 5 8 3 2 | Semi mi. | 5 9 8 8 | diesis |
| Paranete diezeugmenon | m | 5 1 8 4 | Tonus | 5 8 3 2 | diesis |
| Hete diezeugmenon | n | 4 6 0 8 | Tonus | 4 6 0 8 | ditonus |
| Trite hyperboleon | o | 4 3 7 4 | Semi mi. | 4 4 9 1 | diesis |
| Paranete hyperboleon | p | 3 8 8 8 | Tonus | 4 3 7 4 | diesis |
| Hete hyperboleon | q | 3 4 5 6 | Tonus | 3 4 5 6 | ditonus |

Sint numeri a b c d e f g h i l m n o p q in primo loco constituti numeri pentadecachordi diatonici per octavam huius reperti. pono iterum a b e h l n q in secundo loco: in respondentibus locis rursum c in secundo loco transmuto ad d et f ad g et l ad m et o ad p. quibus ita in secundo loco dispositis: ex ipsis quidem in secundo loco capio differentiam b d et eius medietatem adicio ad d et fiat c. similiter differentiam e g et medietatem addo ad g et fiat f. et differentiam l m et medietate differentie adiecta ad m fiat i. et differentiam n p et medietate adiecta ad p fiat o. dico a b c d e f g h i l m n o p q numeros secundo loco positos esse numeros pentadecachordi enarmonici. Nam a b erit tonus. b c et c d due dieses constituentes semitonium minus b d. quod enim est b c in diatonico factum est b d in enarmonico et d e est ditonus. Nam quod est in diatonico c e est hic in enarmonico d e. at diatonice modulationis c e ditonus est. Nam continens c d tonum et d e tonum. et hoc pacto reperietur e f g due dieses et g h ditonus. h i tonus: l m due dieses: m n ditonus. n o p due dieses: p q ditonus. Sunt itaque collecti numeri pentadecachordi enarmonici quemadmodum propositum fuerat. quod est propositum.

17 **Chordi diatonici parhypate hypaton: in enarmonica modulatione transit in lichanon: et parhypate meson in lichanon meson atque trite in paranetas.**

Ad prospici statim promptum est. Nam in diatonico pentadecachordo a proslabanomeno ad hypate hypaton incidit tonus. et ab hypate ad parhypaten hypaton semitonium minus. in enarmonico vero a proslabanomeno ad hypaten hypaton similiter incidit tonus. et ab hypate ad lichanon hypaton semitonium minus. diatonica igitur parhypate: in enarmonica modulatione permutatur: transitque in lichanon. et hoc pacto de reliquis ostendatur. quod et facile sensu deprehendetur: si in utroque emodulandi genere et diatonico et enarmonico proslabanomeni ponantur equisoni. tunc enim manifestum erit huius lichanos: illius parhypatis esse equisonos: unisonosque: pariter et huius paranetas: illius tritis esse equisonas.

18 **Consentiunt in tribus modulationum generibus: proslabanomeni/hypate principales/hypate medie/mese/paramese/nete/cum disiuncte/tum coniuncte/atque excellentibus netis excellentes.**

Nam in tribus generibus per quartam/quintam/sextam/septimam/decimam/undecimam/duodecimam et quintadecimam huius proslabanomeni ad hypatas hypaton sonant tonum. et item ad hypatas meson sonant diapente. ad mesas diapason. ad netas disiunctas sonant diapason ac diapente. ad netas autem coniunctas dempto tono sonarent diapason ac diatessaron. et ad netas excellentes: consonant ubi libet proslabanomeni bis diapason. consentiunt igitur in tribus generibus que adducte sunt vocule. quod est propositum

19 **Que chorde mobiles queve immobiles in pentadecachordis existant: inuestigare.**

| | | |
|-----------------------|----------------|------------------------------------|
| Proslabanomeni | A Stabiles | |
| Hypate hypaton | b Stabiles | |
| Parhypate hypaton | c Instabiles | |
| Lichani hypaton | d Instabiles | |
| Hypate meson | e Stabiles | |
| Parhypate meson | f Instabiles | |
| Lichani meson | g Instabiles | |
| Mese | h Stabiles | |
| Paramese diezeugmenon | l Stabiles | Trite synezeugmenon. Instabiles |
| Trite diezeugmenon | i Instabiles | Paranete synezeugmenon. Instabiles |
| Paranete diezeugmenon | m Instabiles | Nete synezeugmenon. Stabiles |
| Nete diezeugmenon | n Stabiles | |
| Trite hyperboleon | o Instabiles | |
| Paranete hyperboleon | p Instabiles | |
| Nete hyperboleon | q Stabiles | |

Chordas stabiles immobilesque vocamus: que in omni pentadecachordorum divisione: eadem servant intervalla: eandemque ad proslabanomenon habitudinem. Instabiles vero atque mobiles: que id non servant. sic ergo stabiles ac instabiles reperiemus. cum enim per precedentem in tribus generibus consentiant proslabanomeni: principales hypate: medie hypate: mese: paramese: nete tum synezeugmenon tum diezeugmenon ac hyperboles: et eadem ut ex demonstratis iam patet servant intervalla. erunt ergo proslabanomenos hypate hypaton: hypate meson: mese: paramese nete synezeugmenon: nete diezeugmenon: et nete hyperboleon: simpliciter immobiles atque firme. Sed cum decima septima huius monstraverit parhypatas diatonice modulationis: in enarmonico melo transire

permutariq; in lichanas / et tritas in paranetas: constat ergo reliquas a predictis esse mobiles: ut parhypaten hypaton / lichanon hypaton / parhypaten meson / lichanon meson / triten synezeugmenon / paranete synezeugmenon / triten diezeugmenon / paranete diezeugmenon / triten hyperboleon / paranete hyperboleon. Ad tamen animaduerti dignum est q; cum per decimam quartam huius parhypate / et trite in diatonicis et chromaticis respondeant / similiaq; possideant interualla: eas non vsq; adeo (ut cetera sunt) esse instabiles. Et proinde partim mobiles / partimq; immobiles bono iure dici posse videntur.

In tetrachordis diatonicis ab hypate hypaton primo limite consonantiarum: ad quartum vsq; limitem ter diatessaron continetur sed semel dumtaxat in stabilibus / immobilibusq;. Et ad quintum limitem idēdem ter diapente: semel in mobilibus / semel partim variabilis / et semel penitus inuariabilis atq; firma. ad octauum vero septies consonabit diapason: ter in immobilibus / et quater in mobilibus.

Hypate hyp / et consequentes suis locis.

| | Semi | Ton ^o | Ton ^o | Semi | Ton ^o | Ton ^o | Ton ^o | Semi | Ton ^o | Ton ^o | Semi | Ton ^o | Ton ^o |
|------------|------|------------------|------------------|------|------------------|------------------|------------------|------|------------------|------------------|------|------------------|------------------|
| Stabiles | b | | e | | h | i | | m | | p | | | |
| Instabiles | c | d | | f | g | | l | l | | n | | o | |

Cum dicitur a primo limite ad quartum vsq; limitem quintum / ac octauum: primus limes non excludit sed quartum / quintum / ac octauum excludi intelligimus. Sint ergo b c d e f vsq; ad p quattuor tetrachorda et b hypate hypaton / cetero vero consequentes. Dico primo ab b vsq; e ter contineri diatessaron: sed semel solum in immobilibus. Nam per quartam huius b ad c continet semitonium minus et c ad d tonum et d ad e tonum. ergo b ad e consonat diatessaron: eritq; b ad e prima diatessaron consonantia reperta. Et cum ostendit sum sit c ad d et d ad e esse duos tonos et per quintam huius e ad f sit semitonium minus: ergo c ad f consonat diatessaron. eritq; c ad f secunda diatessaron. Item monstratus est d ad e esse tonus et e ad f semitonium minus: et per quintam huius f ad g est tonus. ergo d ad g est diatessaron / eritq; d ad g tertia diatessaron. Sed cum prima harum trium que est b ad e sit ab hypate hypaton ad hypaten meson: quas non monstrauit precedens stabiles immobilesq; et secunda ab c in f parhypate hypaton in parhypaten meson: et tertia ab d in g lichano hypaton in lichanon meson. et parhypate et lichane monstratae sunt mobiles. constat ergo ab b ad e ter diatessaron sed semel dumtaxat in stabilibus / immobilibusq; contineri. **Secundo dico ab b hypate hypaton ad f vsq; parhypaten meson: solum ter contineri diapente. Nam per decimam tertiam diapente tribus tonis semitonioq; minore constat. sed per quartam et quintam huius b ad f solum duos tonos et duo semitonia minora continet: quod duo semitonia minora per 34 scilicet minus uno tono: commate restituunt. q; ut b ad f diapente consonantiam pleat: plena deest apotome. non constituit ergo b ad f diapente. Item c ad g per quartam et quintam huius continet tres tonos qui sunt c ad d: d ad e: et f ad g: et unum semitonium minus quod est e ad f. igitur per decimam tertiam e ad f consonat diapente. eritq; c ad g prima diapente et per eandem d ad h continet tres tonos: qui sunt d ad e: f ad g: et g ad h: et semitonium minus e ad f. ergo d ad h consonat diapente: eritq; d ad h secunda diapente. et ab e ad i per quartam et sextam consimiliter continetur tres toni et semitonium minus. erit ergo e ad i tertia diapente. ter igitur ab b vsq; ad f continetur diapente. sed cum prima sit ab c parhypate hypaton in g lichano meson. et parhypatas et lichanas monstrauerit decimanona huius esse mobiles. erit ergo c ad g prima diapente in mobilibus constituta. et cum secunda sit ab d lichano principalium in h meson: lichanos autem mobilis sit / et mese immobilis: secunda igitur diapente partim variabilis existit. Et cum tertia sit ab e hypate meson ad i paramesen que per eandem decimanonam stabiles monstratae sunt. erit igitur tertia diapente omnino stabilis atq; firma.**

Tertio dico ab b hypate hypaton vsq; ad i paramesen septies contineri diapason: sed solum ter in immobilibus / quater autem in mobilibus. Nam b ad i per quartam / quintam et sextam huius continet quinque tonos et duo semitonia minora. ergo per vice simam primam tertiam b ad i consonat diapason / eritq; b ad i prima diapason. Et per idem c ad l: d ad l et e ad m: singule intercipiunt quinque tonos et duo semitonia minora erit ergo c ad l secunda diapason. et d ad l tertia. et e ad m quarta. sed per quartam / quintam / sextam atq; septimam simul f ad n similiter continebit quinque tonos et duo semitonia minora. similiter et g ad o et h ad p. erit ergo quinta diapason f ad n. sexta g ad o. et septima h ad p. igitur ab b ad i vsq; continetur septies diapason. atqui primam prebent hypate hypaton et paramese diezeugmenon. et quartam hypate meson et nete diezeugmenon. et septimam mese et nete hyperboleon. hypatas autem mesas paramesas et netas monstrauit decima octaua immobiles atq; stabiles. igitur inter illas septem diapason consonantias: diapason ter in immobilibus reperit. Sed secundam prebent parhypate hypaton et trite diezeugmenon. Tertiam lichanos hypaton et paranete diezeugmenon. Quintam parhypate meson et trite hyperboleon. Sextam lichanos meson et paranete hyperboleon sed decimanona parhypatas / tritas / lichanas et paranetas: monstrauit esse mobiles. igitur inter illas septem consonantias diapason vices: quater in mobilibus mutabilibusq; facta reperitur: quod est totum propositum. **Quod autem diuus Severinus sapientium latinorum disciplinas sectantium primus: quem et in hoc opere quantum valemus imitamur suis disciplinis non parum adiuti decimo tertio capite quarti sue musices species diapente numerando eas quattuor faciatur: id introductorie factum putetur: ubi precisam non curauit veritatem. sed communem secutus illic est estimationem. quod facile ex eius superiori determinatione cognoscitur. hic autem non introductionis sed exacte determinationis locus est.**

21 **T**essaradecachordi chromatici inter assignatos limites ter itidē diatessaron : solū semel immobiliter . bis diapēte : semel immobiliter / semelq; partim mobiliter . septies autē diapason : ter vt in diatonico gñe immobiliter / quaterq; mobiliter cōtinet̄ .

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|------|--------|-------|------|--------|-------|-------|------|--------|-------|------|--------|
| Semi. | Apo. | Trise. | Semi. | Apo. | Trise. | Tonus | Semi. | Apo. | Trise. | Semi. | Apo. | Trise. |
| b | | e | | h | i | | m | | p | | | |
| | c | d | f | g | | k | l | n | o | | | |

Tessaradecachordum ex quattuor tetrachordis cōstituit̄ : iccirco sic nūcupat̄m : q; quattuordecim chordis / neruis / vocalisue cōtineatur . dico enī primo quattuordecim chordarū in genere chromatico cōtinue per litteras b | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p ab hypate hypaton dispositarū a primo ad quartum vsq; limitem : ter cōtineri diatessaron solū semel immobiliter . Itā per decimam b ad e cōcinit diatessaron . eritq; b ad e p̄ma diatessaron . sed ⁊ quia per decimam c ad d est apotome et d ad e trisemitoniū : ergo c ad e cōtinet duos tonos . et per vndecimā e ad f est semitoniū . ergo per sextam tertij c ad f duos tonos et semitoniū cōtinens : erit diatessaron . erit igitur c ad f secūda diatessaron . et quia rursus per vndecimam e ad f est semitoniū minus et f ad g apotome : ergo e ad g tonus . sed d ad e monstratum est trisemitoniū . ergo d ad g p̄tinet duos tonos ⁊ semitoniū : estq; d ad g tertia diatessaron . Et cū p̄ma b ad e sit ab hypate hypaton in hypaten meson per decimā octauā sit immobilis . secūda x̄o c f / et tertia d g : sunt a parhypate ⁊ lichano principalium : q̄ decimanona patefecit esse mobiles . cōstat ergo p̄mū .

Secūdo dico solū bis intra quintū limitem cōtineri diapente . quia enī b ad e per imēdiate mōstratū est diatessaron . et e ad f / et f ad g simul tonus . ergo p̄ decimā tertij b ad g cōcinit diapente . eritq; b ad g p̄ma diapente . ea tñ sex vocibus ⁊ non quinq; explebit̄ : p̄p̄teratē diapente nō seruans . at c ad g non explebit diapente . Itā per modo mōstratū ad diapēte cōplementū deerit b ad c semitoniū minus . neq; c ad h . Itā per vndecimam huius g ad h cōtinet trisemitoniū . at c g ad diapente cōplemētum solū deerat semitoniū minus : superat igitur c h consonātiā diapente completo tono . neq; d h cōtinet diapente . Itā cū c h superet consonātiā diapente integro / cōpletq; tono : dempta ergo c d apotome relinquet̄ d h superas diapente cōsonātiā semitoniū minore . sed e ad i cōsonat diapēte : est enī h ad i per duodecimam tonus . sed d ad h per imēdiate mōstratum superat consonātiā diapente semitoniū minore . dēpto ergo d e trisemitoniū minore : relinq̄tur e h deficiens tono a diapēte : addito igitur h i tono fiet diapente . est itaq; e ad i secūda diapēte . Ab b igitur ad f quintū limitem solum bis sumitur diapēte . Et cū p̄ma diapente b g sit ab hypate hypaton immobilis ad lichanon meson partim mobilem : sit ergo primo partim mobiliter . At x̄o cū secūda e i sit ab hypate meson ad paramesen que mōstrate sunt immobiles : sit ergo secūdo modo immobiliter seruata q; secūdo modo diapēte p̄p̄teratē vt de quinto loco in quintum fiat locum . **T**ertio dico septies fieri diapason ter immobiliter / quater vt de quinto loco in quintum fiat locum . **T**ertio dico septies fieri diapason ter immobiliter / quater vt de quinto loco in quintum fiat locum . Itā cū b ad e per primam partem huius monstrata sit diatessaron : et per sc̄dam e ad i diapente . ergo per vicesimā tertij b ad i cōsonat diapason . erit itaq; b ad i p̄ma diapason . **P**̄terea quia c ad f fuit inuēta secūda diatessaron : et f g est apotome g h trisemitoniū : ergo f h duo sunt toni et h i tonus et i k semitoniū . ergo f k diapēte : et c f vt iā dictū est diatessaron . cōcinit igitur c ad l diapason : eritq; c l secūda diapason . et eodē iure d l tertia diapason adiuuāte duodecima huius . et e m quarta . f n quinta . g o sexta . et h p septima . Sed ter fieri immobiliter et quater mobiliter eodē modo vt in vicesima monstratur .

22 **I**n tetradecachordo enarmonico : inter assignatos limites ter diatessaron ⁊ septies diapason vt in precedētibus continetur . at semel dūtaxat diapente atq; immobiliter .

| | | | | | | | | | | | | |
|------|------|-------|------|------|-------|-------|------|------|-------|------|------|-------|
| Die. | Die. | Dito. | Die. | Die. | Dito. | Tonus | Die. | Die. | Dito. | Die. | Die. | Dito. |
| b | | e | | h | i | | m | | p | | | |
| | c | d | f | g | | k | l | n | o | | | |

Tetradecachordum ⁊ tessaradecachordum idē dicimus . sit igit̄ b | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p tessaradecachordū enarmonicū . dico p̄mo inter b e ter cōtineri diatessaron . Itā quia per decimā quintam huius b c d sūt due dieses terrarterie : erit b d semitoniū minus . et d e est ditonus . erit igit̄ b e p̄ma diatessaron . et eodē iure c f secūda . et d g tertia . et quia b e sunt hypate hypaton ⁊ hypate meson : sit igitur p̄ma immobiliter . et c d sunt parhypate hypaton ⁊ lichanos hypaton mobiles : sit igit̄ et duos bus modis mobiliter . **S**ecūdo dico solū semel a primo ad quintum limitem fieri diapente : et id quidē immobiliter . nam non fiet diapente b f quia solā sup̄addit consonātiā diatessaron b e diesim tetrarteriam . neq; b g quia solū sup̄addit consonātiā diatessaron duas dieses que sunt semitoniū minus . neq; fiet b h quia cōsonātiā diatessaron sup̄addit semitoniū minus ⁊ duos tonos . neq; per idē fiet diapente c g aut c h . nam hic abundabit tonus ⁊ diesis : illic autē deerit tonus min⁹ vna diesis . neq; d g nam deerit tonus . neq; d h . nam tonus abundabit . at x̄o cū e h sit diatessaron : nā e f g due dieses / ⁊ h ditonus / et cū h i sit tonus : erit igitur e i diapēte . et cū e sit hypate meson et i paramese q̄ mōstrate sunt immobiles . sit igitur inter assignatos limites solū semel diapēte atq; immobilis . **T**ertio septies fieri diapason vt in diatonicis ex decima quinta declarat̄ quēadmodum vicesima huius mōstrata est .

23 **D**iatonice modulationis : septem modos ordine collocare .

| | A | b | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p |
|----------------------------------|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---------|
| H Hypodorius | | | | | | | | | | | | | | | p 7 dia |
| S Hypophrygi ⁹ | Tonus | | | | | | | | | | | | | | p to |
| L Hypolydius | Semito. | A | | | | | | | | | | | | | p ni |
| D Dorius | Tonus | A | | | | | | | | | | | | | p cl |
| F Phrygius | Tonus | A | | | | | | | | | | | | | p mo |
| Y Lydius | Semitonium | A | | | | | | | | | | | | | di |
| Z Myxolydius | Tonus | A | | | | | | | | | | | | | |

¶ Sit a b c d vsq; ad p pentadecachordum diatonicum. sit r p hypodorio pentadecachordum diatonicum a b c d e f g h i k l m n o p grauißimū: qd vt altoꝝ basis atq; fundamētum statuat: extendo vno tono in acumen proslambanomenon pentadecachordi s amplius q̄ sit proslambanomenos r ad quem ceteras voces suo ordine per quartā/ quintā ⁊ sextam huius in diatonico modulādi genere subiūgo. eritq; pentadecachordum s per diffinitionem hypophrygiū modi. similif extēdo proslambanomenon pentadecachordi t semitono āplius q̄ tensus sit proslābanomenos pētaḍecachordi s cui tetrachorda per quartā/ quintā ⁊ sextam huius vt prius coopto. eritq; per diffinitōem t pentadecachordū hypolydiū modi. et proslābanomenon v vno tono extēdo amplius q̄ hypolydiū: cui ceteras voces suo ordine sequētes in diatonico genere coopto. eritq; cōcentus pētaḍecachordi v per diffinitionem dorius. et si amplius extēdo r vno tono: erit pentadecachordi x cantus phrygius. et si y semitono mīoze: erit eius concētus lydius. At z amplius extenso vno tono: fiet concētus myxolydius. sicq; factū p diffinitōes patebit propositum.

¶ Que diuersorū modozum in aliquo genere fuerit p̄me vocis ad primā habitudo: ea erit secunde ad secundam et tertie ad tertiam et cuiuslibet totius ad totam similis/ eademq; habitudo. 24

| | A | b | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H Hypodorius | | | | | | | | | | | | | | | |
| S Hypophrygius | | | | | | | | | | | | | | | |

¶ Sit a/b/c/d ad p vsq; pentadecachordum hypodorii in aliquo ḡne vt diatonico: et q/r/s ⁊ sequētes pentadecachordū hypophrygiū. distabitq; iccirco q proslambanomenos hypophrygiū ab a proslābanomeno hypodorii modi acutior vno tono. dico ergo singulas hypophrygiū: singulis hypodorii vt hypatas hypatis/ parhypatas parhypatis/ lichanas lichanis et ita consequētes: s̄līter tono/ toniq; proportione distare. Nam cū pentadecachordum a p et pentadecachordum q g sint vtraq; a proslābanomeno in neten hyperboleon diatonice extēsa: ergo que p̄portio a ad b ea est per quartā huius q ad r: ergo per tertiam secundi Arithmetices permutatim vt a ad q ita b ad r. at a ad q mōstratus est esse tonus: igitur et b ad r tonus. et cōsimiliter de sequentibus ostendatur.

¶ Totus ordo diatonicus pētaḍecachordi hypophrygiū modi: totum hypodorium vnus acumine toni superat: et totus hypolydius cūdem trisemitonio. singule quoq; dorii singulas hypodorii diatessaron consonantia. totus vero phrygius consonantia diapente. lydius aut diapēte atq; semitonio. et myxolydius diapēte atq; sesquitono. 25

| | A | b | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p |
|----------------------------------|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---------|
| H Hypodorius | | | | | | | | | | | | | | | p 7 dia |
| S Hypophrygi ⁹ | Tonus | | | | | | | | | | | | | | p to |
| L Hypolydius | Semito. | A | | | | | | | | | | | | | p ni |
| D Dorius | Tonus | A | | | | | | | | | | | | | p cl |
| F Phrygius | Tonus | A | | | | | | | | | | | | | p mo |
| Y Lydius | Semitonium | A | | | | | | | | | | | | | di. |
| Z Myxolydius | Tonus | A | | | | | | | | | | | | | |

¶ Hā proslambanomenos hypophrygiū tono superat acumine proslambanomenon hypodorii. ergo per precedētem totus hypophrygius ordo totū hypodorium ordinem: toni superat acumine. et quia proslambanomenos hypolydiū superat acumine semitoniū minoris hypophrygiū: ergo idem superat acumine proslambanomenon hypodorii trisemitonio. igitur per precedētem totus hypolydius ordo totū hypodorii ordinē trisemitonio superauit acutior. sed ⁊ qz dorius toni acutie vincit hypolydiū: ergo dorius duobus tonis ⁊ semitonto acutior est hypodorio. ergo per sextā tertij eo acutior est cōso

nantia diatessaron. quare per precedentem singule dozi singulis hypodozi diatessaron consonantia sonant acutiores. et phrygius addit tonum in acuminē dozi: igitur totus phrygius toto hypodozio diapente consonantia modulatur acutior. et lydius phrygio addit semitonium min⁹ et myxolydius lydio tonum. igitur lydius hypodozio diapente et semitonio et myxolydius diapente et sesquitono sonabit acutior. quod totum est propositum.

26 **H**ypolydius diatonicus hypophrygium diatonicum semitonio et dozius trisemitonio/phrygius diatessaron/lydius diatessaron et semitonio/myxolydius diatessaron consonantia/atque sesquitono supercavit acutior: et dozius hypolydio tono/phrygius ditono/lydius diatessaron et myxolydius diapente: phrygius autem ad dozium sonat tonum lydius trisemitonium et myxolydius diatessaron/lydius phrygio semitonium et myxolydius sesquitono: myxolydius autem lydio tonum.

Hec ut precedens vel facillime monstrabitur.

27 **S**eptem modos chromactice modulationis constituere.

| | | A | b | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | |
|---|-------------------------|--------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|------|
| R | Hypodorius | | | | | | | | | | | | | | | p 7 | |
| S | Hypophrygi ⁹ | Tonus | | | | | | | | | | | | | | p 7 | Chro |
| T | Hypolydius | Semiton. | A | | | | | | | | | | | | | p 7 | ma |
| A | Dozius | Apotome | A | | | | | | | | | | | | | p 7 | tict |
| X | Phrygius | Trisemitoniu | A | | | | | | | | | | | | | p 7 | mo |
| Y | Lydius | Semitonium | A | | | | | | | | | | | | | | di |
| Z | Myxolydius | Apotome | A | | | | | | | | | | | | | | |

Facio pentadecachordum chromacticum per decimam/undecimam/et duodecimam huius et scilicet sex alia scilicet s/t/v/x/y/z: facioque pentadecachordum s tono acutius r. et t pentadecachordum semitonio acutius s. v vero apotomes interuallo acutius t. et x trisemitonio amplius q v. y semitonio amplius q r. et z apotome transcedere y: dico ergo septem modos chromactice modulationis esse ordinatos. nam r erit hypodorius s p diffinitioem hypophrygius chromaticus. t hypolydius. v dozius. x phrygius. y lydius. z myxolydius.

28 **Q**uo pacto singuli cuilibet inter se chromatici modi respondeant: ostendere.

Distat p precedentem hypophrygius ab hypodozio chromatico tono. et hypolydius ab hypophrygio semitonio. distat igitur hypolydius ab hypodozio acutior trisemitonio. et dozius ab hypolydio distat apotome. igitur dozius ab hypodozio remotus est ditono. phrygius autem ab dozio trisemitonio. igitur phrygius ab hypodozio remouetur tribus tonis et semitonio: hoc est totius consonantie diapente interuallo. et lydius a phrygio semitonio. igitur lydius ab hypodozio diapente atque semitonio. myxolydius ab lydio distat apotome. igitur myxolydius ab hypodozio diapente consonantia distat acutior atque tono. Et hoc pacto de reliquis ex precedente facilis est ostensio. ut hypolydius ab hypophrygio distat semitonio. dozius a phrygio diatessaron. lydius diatessaron et semitonio myxolydius diapente. dozius a phrygio distat apotome. phrygius ditono. lydius diatessaron. myxolydius tritono. Phrygius a dozio trisemitonio. lydius tono et duobus semitonis minoribus. myxolydius vero diatessaron. Lydius a phrygio semitonio et myxolydius tono. distat autem myxolydius ut iam quoque dictum est a lydio maiore semitonio. sicque constructum est propositum.

29 **S**eptem itidem enarmonicos modos ordinare.

| | | A | b | c | d | e | f | g | h | i | k | l | m | n | o | p | |
|---|-------------------------|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|------|
| R | Hypodorius | | | | | | | | | | | | | | | p 7 | |
| S | Hypophrygi ⁹ | Tonus | | | | | | | | | | | | | | p 7 | Enar |
| T | Hypolydius | Diesis | A | | | | | | | | | | | | | p 7 | mo |
| A | Dozius | Diesis | A | | | | | | | | | | | | | p 7 | ni |
| X | Phrygius | Ditonus | A | | | | | | | | | | | | | p 7 | ci |
| Y | Lydius | Diesis | A | | | | | | | | | | | | | | mo |
| Z | Myxolydius | Diesis | A | | | | | | | | | | | | | | di. |

Sint r/s/t/v/x/y/z septem pentadecachorda: et sit per decimaquintam huius r pentadecachordum enarmonicum: intendo proslambanomenon pentadecachordi s vno tono amplius pentadecachordo r. et t diesi amplius q s. et v diesi amplius q t. et x ditono amplius q v. et y amplius diesi x. et z amplius itidem diesi q y. erunt ergo fm acumen intensa sex post primum pentadecachorda: primo tono. deinde duabus diesibus et ditono. demum duabus diesibus: qui quidem intendendi modus enarmonice modus

lacioni peculiaris ppiusq; habetur. sunt igitur septem pēradecachorda r/s/t/v/x/y/z: septem enarmonice modulationis modos continētia. quod demonstrari propositum erat.

Singulorum enarmonicorum modorum: ad quēlibet habitudines demonstrare. 30

Cuius ex precedēti demōstratio clara esse potest. Primo hypophrygiū ab hypodorio distantia esse tonum. hypolydiū tonum et diesim. dorii sesquitonum. phrygiū diapente. lydiū diapente ac diesi. myxolydiū diapente et semitonio. Secūdo hypolydiū distare ab hypophrygio diesi. dorii semitonio. phrygiū diatessaron. lydiū diatessaron et diesi. myxolydiū diatessaron et semitonio. Tertio dorii ab hypolydio diesi. phrygiū ditono et diesi. lydiū diatessaron. myxolydiū diatessaron et diesi. Quarto phrygiū a dorio ditono. lydiū ditono et diesi. myxolydiū diatessaron. Quinto lydiū a phrygio diesi. et myxolydiū semitonio. Sexto myxolydiū distare diesi a lydio. **S**eptem enī modos et nō plures adiecit p̄scozum autoritas pythagoricorū. ut enī numerus a monade ad denariū vsq; variū crescens p̄gredit: mox x̄o sequens denarius vnitatis vicem obtinet primāq; explicat vnitatem eiusdē indiuidue monadis consors / et emulus: q̄ ad centenariū vsq; rursus nouenaria p̄gressiōe se extendit: relapsus tādem in tertiam vnitatem. Ita quoq; vocū dissimilitudo ac varietas ex quibus instar celestis harmonie concentus humani / modi q; formātur ad octonariū vsq; surgit. sunt q; septem cōtinue voces inter se varie quibus succedens octonaria vocis plenitudo (Primus enī numeralis cubus primāq; tessera octonarius) ad primā rursus sonat ut eadē: et ad eam sese habens perinde ac denarius ad vnitatem. Et hec octonaria series in omī modulationis genere sic rata procedit: ut cōtinue octauo quoq; loco octauū per similem sibi et pene eundem sonus offendat sonum. itavt ex duobus natia quadam / concordiaq; affinitate iam vnū sonum et non multos parere videātur: vsq; adeo enī se miscēt / et mutua se iungūt / copulātq; amicitia. Et hāc septemvocum q̄ grauiſſima tardissimāq; est: Saturno debetur. prima Ioui: tertia Marti. quarta P̄hebo. quinta Veni. sexta Mercurio. septima x̄o eaz acutissimā / cōcitatissimāq; Lūe octaua aut rursus reuoluit ad Saturnū / nona ad Iouem / decima ad Martem. et hoc pacto p̄sequētes: ut sapiens voluit antiquitas. Et reuera totius vniuersi harmonia septenario cōpleta est. et hec septem in celo celestem: in his aut inferioribus corpoream / sensibilēq; tēperāt harmoniam. sed hec magi plenius discutiāt. hinc licet cognoscere cur hypermyxolydius: septem pythagoricis modis haud multū veniat accōmodādus. Hā si in diatonico genere myxolydiū pēradecachordū p̄ hypermyxolydio vno tono amplius acuat: totus is vbiq; modus ad hypodorii sonaret diapason / octauusq; natus esset sonus: qui ad primū idem / congeneusq; naturali affinitate redditur. quare non ab hypodorio primo modo omnifariam varius putandus est. et eque si myxolydius intendetur trisemitonio in chromate et ditono in enarmonio: sed de his forte āplus q̄ presenti negotio par sit dictum est. Et modi quos adiecere recentiores vt diuus Gregorius ab hac modorū antiquitate rececūt. et pleraq; alia q̄ posteriores musci inculcauerunt et que ab illis facile requiras. et nra quoq; tempestate musicum modulamen / atq; oēm concinētiam ad celeritatem quādā precipitēq; leuitatem reducere conātur: modestam grauem seriāq; ac decoram cōcentuū moderatiōem p̄parū atēdētes. a moderatiōe enī dicti sunt modi. parū item atēdentes p̄sco musices honestatis / grauitatisq; decus: qua amentes arreptitiosq; soluebāt. sanitates inducebant feros hominum mores vt olim Thracius Orpheus / ad māuetos virtutis callem reuocabant. et ex sensibiliū harmonia ad celestis harmonie desiderium captiuas aīas tanq̄ sui iam memores exiliū vbertim fluentibus oculis euocabant. hoc enī modorū accōmoda mediocritate Pythagore discipuli faciebāt. non enī is inter hoīes modestior: cui oīs incessus cursus videt. neq; is cuius preceps nimium loquela presentium ludit intelligentiam. Ita quoq; neq; ij modestiores modi: qui nimia sui festinantia q̄si in venerea chorea lasciuētes p̄fugiūt auditum. Hac enim de causa Pythagorea schola molles chromatismodos repudiavit et Spartiate solēni decreto Thimotheum Milesiū increpauerūt vehemēter diatonicos concētus potius approbātes. qui si apte moderētur virtutis p̄ se ferunt modestiam. vt enī nimia tarditate ceu torpore quodā fastidimur inani. Ita nimia celeritas molliciem quādāz p̄ se fert inhonestam. medium enī neq; celeritate preceps nec ignaua tarditate pigrum: laudabile virtutisq; emulū. quā oīs etas p̄bauit p̄baturaq; est: et ad quā musci modi tanq̄ moderationis animi quēdā certe regule nos perducere debent: et ad diuina mentes nostras iugiter rapere. et felices is erunt qui hoc fine et muscen et oēm mundanam philosophiam quesserint. neq; talib; deesse solet celestis fauor atq; p̄sidiū. qui autēz secus faciunt miseri: quales nullos ad quos nostra hec modulationū elementa peruenerint futuros desideramus: quin eis oīs harmonie vite decus: feliciter optamus / nostriq; victuros memores.

Quarti elementorum Musices Jacobi Stapulensis finis.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Thomae de Cantuarie episcopi scripturae ad Galatas...

Deinde in istis litteris formulis firmatae sunt...
omnes in christo...
omnes in christo...

Vertical text on the left margin, likely a list of items or a table of contents.

¶ Jacobus Faber Stapulensis Magnifico dño: Joanni Stephano Ferrerio designato Episcopo Uersellensi studiosorum amanuſſimo.

h In diebus metallicis formulis Arithmetices pariter atq; Musices cōmissis elemētis: cogitanti michi dignissime p̄sul quid illoꝝ facilem prepararet intelligētiam: occurrit si introductio quedā ex diuina illa et Pythagorica diui Seuerini Boetij nūmerorū institutione in mediū afferretur: que et vt domestica/familiarisq; ante alioꝝ lectiōem et tāta demonstrationū pōdera directrix haberet. Ita enī ferme compatum est vt nisi mens rite preparata fuerit: nullum in disciplinis capiat emolumentum. Ut enī periti medici portiones/digerentiaq; fortibus p̄mittunt pharmacijs quo firmiorē inducant valitudinem: ita quoq; in omni disciplinarū genere opere precium est introductiones p̄mittere vt faciliorem assequamur discipline intelligētiam velut quādam perfectam nre mētis sanitatem. Quapropter ilico ex libris diui Seuerini Epitomen sum aggressus: cuius multiplex cōmoditas futura est. Ea enim assecuta: ad numeroꝝ demonstratiōes vt quibusdam Pythagore ritibus iniciati preparatiq; accedent atq; illoꝝ librorum prisca sapientia refertorum institutionis Arithmetices: perfacilem capessent intelligentiam. imo ex vltima comparationis diui Seuerini et Jordani formula vniuersam elegātissime et nunq; satis laudate numeroꝝ institutionis cōmentationem consequētur facillime et ad quecunq; que numeroꝝ desiderant operam: viam perfacilem atq; aditum. Hanc ergo introductiunculam dignissime p̄sul non dubitavi nomini tuo designare: tametsi tue dignitatis habita ratione res sit exigua. Ut qui noꝝim q̄ feruidus oia studia complecteris/ q̄ in illis versaris assiduus schole ppe Socratice assertor: nullum preter sapientiam bonum esse/ nullum preter studia litterarum. Non potest ergo obseruantia in te mea in re litteraria grata non fore: qui facis litteras/litteratosq; omnes obseruando: vt te debeant omnes obseruare littere. quod vtinam aliquādo pro dignitate facere possim tue virtutis iam satis longa consuetudine probate: iugis/assiduusq; cultor. Vale.

¶ Jacobi Fabri Stapulensis Epitome in duos libros Arithmeticos
 diui Seuerini Boecij ad Magnificum dñm: Joannem Stephanum
 Ferrerium Episcopum Clericellensem.

Inter disciplinas mathematicas quibus neglectis omnis obscuratur
 disciplina: tanq̃ ceterarū parens/aut atq̃ domina: primum sibi ven-
 dicat Arithmetice locum que vt rite cognoscat̃ queadmodū et cetera
 certus eget aduinculis. inter que primo menti figenda est vniuersorū
 circa que versatur subiecta formula/mox singulorū definitiones/post
 quas numerorum affectiones/proprietatesq̃/post proprietates: quo
 ex loco vniuerse sunt monstrande.

¶ Formula vniuersorum circa que negociat̃ Arithmetica.

| | | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------|-------------------|----------|---------------------------|
| Numerus | Sesquiquintus | 6.5. | Ante longior | 15. | |
| Secundum se 2. | Superpartiens | | Solidus | | |
| Adaliquid 4.2. | Superbipartiens | 5.3. | Pyramis | 4. | |
| Scdm figurā 3. | Supertripartiens | 7.4. | Cubus 8. | latus 2. | |
| Numerus scdm se | Superquadrupartiens | 9.5. | Pyramis | | |
| Par 2. | Superquintupartiens | 11.6. | Trigona | 4. | |
| Impar 3. | Supersextupartiens | 13.7. | Tetragona | 5. | |
| Par | Admultiplex superparticularis | | Pentagona | 6. | |
| Pariter par 4. | Duplus sesquialter | 5.2. | Hexagona | 7. | |
| Pariter impar 6. | Duplus sesquitercius | 7.3. | Curta pyramis | 29. | Sui tetragoni sūt 16.9.4. |
| Impariter par 12. | Duplus sesquiquartus | 9.4. | Biscurta | 25. | Sui tetragoni sunt 16.9. |
| Perfectus 6. | Triplus sesquialter | 7.2. | Tricurta | 41. | Sui tetragoni sunt 25.16. |
| Diminutus 4. | Triplus sesquitercius | 10.3. | Laterculus | 18. | Latera sunt 3.3.2. |
| Abundans 12. | Triplus sesquiquartus | 13.4. | Asser | 12. | Latera sunt 2.2.3. |
| Impar | Admultiplex superpartiens | | Luncus | 24. | Latera sunt 2.3.4. |
| Primus 3. | Duplus superbipartiens | 8.3. | Nūerus circularis | 25. | |
| Compositus 9. | Duplus suptriptiens | 11.4. | Sphericus | 125. | |
| Ad altū p̃ 9.2.5. | Duplus supquadruparties | 14.5. | Parallelepipedus | 12. | Latera sunt 2.3.2. |
| Numerus adaliquo | Triplus superbipartiens | 11.3. | Medietas | 6.4.2. | |
| Æqualitas 10.10. | Triplus suptriptiens | 15.4. | Arithmetica | 6.4.2. | |
| Inæqualitas 10.5. | Triplus supquadruparties | 19.5. | Geometrica | 9.6.4. | |
| Inequalitas | Numerus scdm figuram | | Abusica | 6.4.3. | |
| maior ineq̃. 10.5. | Linearis | 2. | Arithmetica | | |
| maior ineq̃l. 5.10. | Planus | 4. | Continua | 6.4.2. | |
| Ad maior inæqualitas | Solidus | 8. | Disiuncta | 7.5.6.4. | |
| Admultiplex 2.1. | Planus | | Geometrica | | |
| Supparticularis 3.2. | Trigonus | 3. | Continua | 9.6.4. | |
| Supparties 5.3. | Tetragonus | 4. | Disiuncta | 9.6.3.2. | |
| Admultiplex | Pentagonus | 5. | Quarta medic. | 6.5.3. | |
| Duplus 2.1. | Hexagonus | 6. | Quinta medietas | 5.4.2. | |
| Triplus 3.1. | Heptagonus | 7. | Sexta | 6.4.1. | |
| Quadrupl ^o . 4.1. | Octogonus | 8. | Septima | 9.8.6. | |
| Quincuplus 5.1. | Ennagonus | 9. | Octaua | 9.7.6. | |
| Superparticularis | Decagonus | 10. | Nonā | 7.6.4. | |
| Sesquialter 3.2. | Endecagonus | 11. | Decima | 8.5.3. | |
| Sesquiterci ^o 4.3. | Dodecagonus | 12. | | | |
| Sesquiquart ^o 5.4. | Altera parte longior | 6. | | | |

- N**umerus est multitudo ex unitatibus aggregata.
- N**umerus secundum se sumptus est numerus qui in comparatione ad alterum minime consideratur/neque ut ad figuras geometricas applicatur.
- N**umerus ad aliquid: est qui in comparatione ad alterum sumptus: consideratur.
- N**umerus secundum figuram dicitur: prout ad figuras geometricas applicatur.
- N**umerus par: est qui in duo equa diuidi potest.
- N**umerus impar: est qui in duo equa minime diuidi potest.
- N**umerus pariter par: est numerus par cuius partes in duo equa ad unitatem usque sectionem recipiunt.
- N**umerus pariter impar est numerus par cuius media: equalium partitionem non admittunt.
- N**umerus impariter par: est numerus par cuius media equalium partitionem admittunt sed partium in duo equa partitio citra unitatem deficit.
- N**umerus perfectus est numerus par: cuius omnes compositae simulque acceptae partes: sui totius summam implent. Pars est que aliquoties sumpta neque excrecendo neque deficiendo suum totum metitur.
- N**umerus diminutus est cuius collectae partes: minus ipso toto reddunt. qui et imperfectus dicitur.
- N**umerus abundans: est cuius in unum adaequatae partes totius summam excedunt: qui et idem superfluus nuncupatur.
- N**umerus primus est numerus impar: qui sola unitate metitur. et idem quoque incompositus nominatur.
- N**umerus compositus est numerus: quem non sola unitas sed et alter numerus ipsum mensurat: qui et idem secundus appellatur.
- N**umerus solum ad alterum primus est numerus: qui secundum se compositus est: ad alterum vero comparatus sola cum illo communi metitur unitate. Par. impar.
- E**qualitas: est cum equalis numerus ad equalem comparatur.
- I**nequalitas vero est cum inequalis ad inequalem comparatur.
- A**d maiorem inequalitas: est cum numerum maiorem ad minorem comparamus.
- A**d minorem vero inequalitas contra: quoties minorem maiori comparamus.
- N**umerus multiplex est cum maior numerus minori comparatus: eundem plusquam semel continet ut bis/ter/quater: et ita deinceps.
- U**nitatem numerorum fontem/principiumque: etiam numeri appellatione censemus.
- D**uplus est cum maior numerus minori comparatus: minorem bis continet.
- T**riplus cum ter continet.
- Q**uadruplus cum quater.
- Q**uincuplus cum quinquies: et hoc pacto deinceps secundum naturalem numerorum progressionem.
- N**umerus superparticularis est cum maior numerus minori comparatus totum in se numerum minorem continet: et eius partem aliquam.
- S**esquialter est numerus superparticularis cum maior totum continet minorem: et eius medietatem. et idem dicitur hemiolus.
- S**esquitercius est cum maior continet totum minorem: et eius tertiam partem. qui et dicitur epitritus.
- S**esquiquartus est cum maior continet totum minorem: et eius quartam partem. Et si quintam continet vocatur sesquiquintus. et ita deinceps secundum numerorum seriem.
- N**umerus superpartiens est cum maior continet in se totum minorem: et eius insuper aliquot partes ut duas/tres/quatuor aut quotquot attulerit ipsa comparatio. De us partibus id intelligitur: que minoris unam partem non efficiunt.
- S**uperbipartiens est cum maior continet minorem et duas eius partes.
- S**upertripartiens est cum tres eius partes insuper continet.
- S**uperquadrupartiens cum quatuor: et hoc pacto deinceps.

Numerus multiplex supparticularis est quoties maior numerus ad minorem comparatus habet cum plusquam semel et eius partem aliquam.

Et si bis continet et eius medietatem vocatur duplus sesquialter.

Et si bis et tertiam duplus sesquitercius.

Et si ter et medietatem triplus sesquialter et ita deinceps: ex utriusque denominatione multiplicis et supparticularis prout comparatio attulerit nomina colligendo.

Numerus multiplex suppartiens est quoties maior numerus minori comparatus minorem plusquam semel continet et insuper eius aliquot partes. et nomina sumit proposita ex utraque comparationis denominatione. ut hec: duplus superbipartiens/duplus supertripartiens/triplus/quadruplus/quincuplus supbipartiens et similia. Et quo pacto quinquaginta sumuntur species comparando maiorem numerum ad minorem eo pacto sumuntur quinquaginta correlatiue comparato minore ad maiorem: quorum et suorum specialium modorum specierum nomina: sola sub propositione addita effingimus: que sunt. submultiplex subsuperparticularis/subsuperpartiens/submultiplex subsupparticularis/submultiplex subsuperpartiens. et species submultiplicis sunt subduplus/subtriplus/subquadruplus/subquincuplus. et hoc pacto deinceps.

Species subsuperparticularis: subsesquialter/subsesquitercius/subsesquiquartus/subsesquiquintus. et hoc pacto deinceps.

Species subsuperpartientis sunt subsuperbipartiens/subsupertripartiens/subsuperquadrupartiens. et hunc in modum consequenter.

Species submultiplicis subsupparticularis subduplus subsesquialter/subtriplus subsesquialter et similes.

Species submultiplicis subsuperpartientis sunt subduplus subsupbipartiens subduplus subsupertripartiens atque cetera similes secundum rationis/comparationis naturam. sed hec statim nota sunt.

Numerus linearis est qui per plures in unam/eandemque partem adiectas: describitur unitates.

Numerus planus est qui per suas unitates descriptus: in longum atque latum porrigitur.

Numerus autem solidus est qui per suas unitates descriptus longitudini et latitudini crassitiem superaddit/ trinogque distenditur interuallo.

Trigonus est numerus planus: qui suis unitatibus explicatus tria latera possidet equalia.

Tetragonus: quattuor equalibus angulis perficitur.

Pentagonus: quingque.

Hexagonus sex.

Heptagonus septem.

Octogonus octo.

Ennagonus nouem.

Decagonus decem.

Endecagonus undecim et hunc in modum deinceps: quos appellatione latina nuncupare possumus triangulos/quadrangulos/quinquangulos/sexangulos/septangulos/octangulos/nonangulos/decangulos/undecangulos et hoc pacto consequenter.

Numerus altera parte longior est numerus planus qui per unitates descriptus: longitudini latitudinem habet unitate discrepantem. et idem longilaterus appellatur.

Numerus vero antelongior: est qui per unitates descriptus latera sua habet plusquam unitate disiuncta. hoc est longitudinem latitudini plusquam unitate dissentientem.

Pyramis est numerus solidus cuius singula latera sunt ab uno planorum ad unum cacuminis verticem eleuata. Et planus numerus a quo latera eriguntur: pyramidis basis nuncupatur. Punctus autem unitatibus in qua conueniunt pyramidis conus/mucro/vertex dicitur. que si ex base triangula nascitur: pyramis triangula nominatur.

Si ex base quadrangula: pyramis tetragona. et hoc pacto deinceps.

deco. b. c. s. p. i. e. r.

bue p vniuersitate res nobis acqru

tus aut ab intestato ad legitimam spe

insolidu otibus credito: b? et lecataria etiaz si ex

Perfecta pyramis ea est cuius laterū ad verticē erectio: citra vnitatē non deficit.
Curta vero pyramis ea est cuius laterū erectio ad vnitatē vsq; nō ascendit: cui si sola
 monas deest q̄ est prima pyramis: curta dicit̄. Si vntas et planus vnus: biscurta.
 Si duo tricurta nominatur. et hoc pacto deinceps.
Cubus est nūerus solidus sex equis supficialibus/ planisq; numeris contentus: equā
 de se longitudini et latitudini altitudinē prebens. et iudē numeri: tessere nūcupant̄
 que duodecim equa latera semp habent/ solidos angulos octo/atq; supficies sex.
Laterculus is solidus est: qui longitudini latitudinem equam habens: altitudinem
 possidet contractiorem.
Alter: cuius cū longitudo latitudini sit equa: altitudinē habet maiorem.
Luneus vero qui longitudinē/latitudinem/ et altitudinē in se cōtinet inaequales
Circularis numerus est cū latus in se ducitur et tetragonus inde nascens in idem ter
 minatur. et rursus cū idem latus in tetragonū: nascitur cubus qui in idē reuoluit̄
 et is cubus sphaera/sphericusq; cubus appellat̄. Et cum rursus quotiēs idem latus
 in cubum vel si in infinitū duxeris: qui inde nascitur numerus: in eiusdē lateris nu
 merum terminat̄/ reuoluiturq;.
Parallelepipedus solidus numerus est equidistātib; supficialibus/ planisq; nūeris
 cōtentus neq; omnino quidē equalibus neq; omnino inaequalibus.
Medietas est duar; pluriūve proportionū similis habitudo.
Medietas arithmetica est medietas: cuius termini equas seruant drias.
Termini sunt numeri: medietatis proportionēs constituentes.
Differentia est quo numerus numerum superat ac vincit.
Continua medietas arithmetica ea est que in tribus continue numeris continetur.
 Si vero in quattuor discōtinue cōtineat̄: disiūcta medietas arithmetica nūcupat̄.
Medietas geometrica est medietas cuius termini equas seruāt proportionēs. Que
 si in tribus continue terminis cōtinetur: cōtinua. Sin vero in quattuor discōtinue:
 disiūcta nominatur.
Medietas harmonica ea est in qua quēadmodum maximus terminus ad minimum
 ita differētia maiorum ad differētiā minorum sese habet.
Quarta medietas est in qua quēadmodum maximus terminus ad minimū: ita diffe
 rentia minorum ad differētiā maiorum.
Quinta medietas in qua quēadmodum medius ad minimū: ita minorum differētia
 ad differētiā maiorum.
Sexta est in qua quēadmodum maximus ad medium: ita minorū differētia ad diffe
 rentiam maiorum.
Septima vt quēadmodum maximus ad minimū: ita extremorum differētia ad diffe
 rentiam minorum.
Octaua quemadmodum maximus ad minimū: sic eorum differētia ad differētiā
 maiorum.
Nona quēadmodum medius ad minimum: sic extremorū differētia ad differētiā
 minorum.
Decima quēadmodum medius ad minimū: ita extremorū differētia ad differētiā
 maiorū. Et he septem vltime presertim adiecte: quo Pythagore denarius impleat̄
 in tribus terminis consistunt.

Nu m e r i p r o p r i e t a t e s.

Omnis numerus circum se proxime positorum atq; simul iunctorum comperitur 1
 medietas.
Omnis numerus duorū quorūcunq; extrinsecus iacentium et ab eo equaliter distan 2
 tum: indē est medietas.

Numeri paris proprietas

- 1 Cum numerus par in duo partitur: si earum partium vna par est et altera parem esse necesse est.
- 2 Cum par itidem in duo partitur si earum partium vna impar est: altera erit impar.
- 3 Par parem si multiplicet semper nascitur par.
- 4 Par imparem si multiplicet nascitur par.

Numeri imparis proprietas

- 1 Quilibet numerus impar in duo partitus: vt vnam partem parem et altera imparem habeat necesse est.
- 2 Impar impari si multiplicet protinus nascitur impar.
- 3 Impar si multiplicet parem: procreabitur par.

Numeri pariter paris proprietas

- 1 Quilibet numerus pariter par partem quolibet et nomine et quantitate parem habet. Nomine quidem et denominatione habeat a numero pariter pare: quantitate vero et ea ipsa numerus sit pariter par.
- 2 Omnis numerus pariter par est aliquis duplicium ab vno continue sumptorum. Et quilibet duplorum ab vno et solum talem: pariter parem esse necesse est.
- 3 Quotcumque pariter pares ab vno connumerata vnitatem collecti: sequenti minimo restituntur.
- 4 Omnis numerus pariter par est diminutus.
- 5 Omnis numerus pariter par: ex respondentibus sibi mutuo partibus procreatur. Partes mutuo sibi respondentes: pars denominans et denominata.
- 9 Numerorum pariter parium continue dispositorum si series est impar: quod sub extremis continetur equum est ei qui continetur sub medio in se ducto. deinde sub circumpositis usque ad seriei expletionem. Si vero fuerit par: equum est ei qui sub duobus mediis continetur. deinde usque ad alitricus illis adiungitur et hoc pacto usque ad seriei expletionem.

Numeri pariter imparis proprietas

- 1 Quilibet numerus pariter impar: medietatem habet imparem.
- 2 Omnis numerus pariter impar quolibet sui parte alterius quantitatis retinet et denominationis. Nam si quantitas est par: denominatio erit impar et contra semper eueniat.
- 3 Omnis numerus pariter impar gignitur ex imparibus continue ab vnitatem sumptis: in quos binarius ducitur.
- 4 Omnes numeri pariter impares sese quaternaria numerositate transcendent: quattuor naturali serie inceptos continue relinquentes et ab sese continue quinto loco distantes.
- 5 Omnis numerus pariter impar: duorum simul pariter imparium alitricus equidistanter iacentium et naturali serie collectorum est medietas.
- 6 Omnium numerorum pariter imparium pariter et continua serie dispositorum: duas medietates simul iunctas suis proxime alitricis numeris et illis qui super illos sunt usque ad vnitatem: simul in vnicuique collectis equari necesse est.

Numeri impariter paris proprietas

- 1 Omnis numerus impariter par aliquas eius partes habet et denominatione et quantitate respondentes: aliquas vero denominatione et quantitateque dissentientes.
- 2 Omnis numerus impariter par ex numero pariter pari et pariter impari procreatur.
- 3 Completa ad longitudinem et latitudinem impariter parium serie: qui per longitudinem descripti sunt: sextam pariter parium seruat proprietatem. qui autem in latitudine sextam seruant pariter imparium. Longitudo seriei est que a sinistro porrigitur in dextrum. Latitudo vero que ab imo euadit ad sursum.

Im me ri per fe cti pro pri e ta tes. 1
 Omnis numerus pfectus alternatim altero senario/octonarioq; terminatus cōperit. 1
 Omnis numerus pfectus ex pariter paribus ab vnitae sua serie collectis nascit: qui 2
 in vnum congesti/congregatioq; numez primū constituit: in quē ducitur aggre-
 gatorum maximus.

Im me ri di mi nu ti et abun dan tis pro prie tates 1
 Omnis numerus diminutus: a sola monade aut a numero diminuto numerat. 1
 Numerus abundans: solum abundantem numerat. 2

Im me ri pri mi et com po si ti pro pri e ta tes. 1
 Omnis numerus primus ad omnē quem nō numerat primus est. 1
 Omnis numerus compositus: a primo numeratur. 2

Omnis numerus ppositus post aliquem impariū naturali serie dispositoz totus esse 3
 probat: quotus numer^o ille ipar ab vnitae fuerit aut post aliquē supra ipm iparē
 totozū: totus. Quotus/et totus: vt tertius/quintus/septimus z hoc pacto deinceps.
 Omnis numerus primus aliquis impariū est hoc pacto dispositoz qui post nullum 4
 imparē aut aliquem supra ipsum totozū: totus venerit quotus aliquis imparium
 fuerit ab vnitae.

Im me ri ad al te rum pri mi pro pri e ta tes. 1
 Omnes numeri adinuicē primi singuli in se ducti: numeros adinuicē primos pcreāt 1
 Omnis numerus minor qui ad maiorē est primus a maiore detractus quotus potest 2
 et eo qui relinquet quoties potest a minore detracto: z hoc pacto cōtinue quoties
 opus est: tandē que detractio vicem impediāt: relinquit vnitae.

E qua li ta tis et ine qua li ta tis pro prie ta tes 1
 Equalitas est inequalitatis principium. 1
 Omnis inequalitas ex equalitate nascitur. 2
 Omnis inequalitas in equalitatem resoluitur. 3

Mul ti pli cis pro pri e ta tes. 1
 Multiplices ceteris inequalitatibus sunt antiquiores/origineq; priores. 1
 Omnis multiplex ex continua numeroz serie ad vnitatem relata consurgit. Multi- 2
 plex/multiplicis modus atq; species. 3
 Omnis multiplex maiorē habet multiplicem. 3

Spe cie rum mul ti pli cis pro prie ta tes. 1
 Omnes dupli ex singulis paribus a binario sumptis ad singulos serici numeroz 1
 ab vnitae continue comparatis: nascuntur. 1
 Omnis triplus: a ternario duobus post singulū quēq; triplum naturalis serici nume- 2
 rozum continue dimissis procreatur. 2
 Quadruplus itidem continue tribus post singulū quemq; quadruplū relictis nume- 3
 ris nascitur. et hoc pacto de quincuplo/escuplo z ceteris. 3

Su per par ti cu la ris pro prie ta tes. 1
 Omnis supparticularis: supparticularem supra se relinquit minorē. Adinorē enim 1
 eam esse dicimus: cuius pars a maiori numero denominat. 1
 Omnis supparticularis ex continua serie numeroz: continue proxime sequētis ad 2
 suum precedentem comparati: sumit initium. 2

Spe cie rum su per par ti cu la ris pro pri e ta tes. 1
 Omnis sesquialter ex naturalibus/cōtinuisq; triplis: ad naturales/cōtinuosq; duplos 1
 comparatis enascitur. 1
 Omnis sesquitercius pari pacto ex continuis quadruplis ad continuos triplos com- 2
 paratis elicitur. 2

Omnes sesquiquarti ex continue quincuplis ad continuos quadruplos comparatis 3
 simili origine extrahuntur. Et hoc pacto sesquiquinti ex sescuplis et quincuplis. et
 sesquiseptu ex septuplis et sescuplis z ita deinceps.

Su per par ti en tis pro pri e ta tes.

- 1 Omnis superpartiens maiorē supra se superpartientē relinquit. Maior ea est: que a maiore numero suam denominationē sumit.
- 2 Omnes superpartientes ex continue a quinario imparibus ad numeros cōtinua serie ternario succedentes comparatis surgunt.

Spe ci e rum su per par ti en tis pro pri e ta tes

- 1 Continue superbipartientes nascentur si in vtrunq; terminū primi superbipartientis binarius ducitur et rursus in terminos producte superbipartientis et ita quoties in productos terminos ducetur binarius.
- 2 Continue suptripartientes simili creatione surgent si in terminos prime supertripartientis ternarius ducitur et in productos terminos. et ita deinceps. Et superquadripartientes si in primos eiusdem inequalitatis terminos duxeris quaternariū. Et idem quoq; valuerit si aliū quēcunq; duxeris numerū. et simili creatione reliquas superpartientis specierum formationes elicias.

Abul ti pli cū su per par ti cu la riū pro pri e ta tes

- 1 Multiplices superparticulares continue nascuntur ex imparibus suo ordine a quinario collectis continue numeris a binario succedentibus cōparatis.
- 2 Dupli sesquialteri continue creantur: si continuis a binario paribus: numeri a quinario sese continue quinario transsiliētes cōparabuntur.
- 3 Dupli sesquiterij itidem orientur: si perpetua serie a ternario surgentibus triplis: numeri a septenario sese continuo septenario excedentes cōparabuntur.
- 4 Dupli sesquiquarti nascentur: si a quaternario continue quadzuplis: numeri a nouenario sese continue nouenario trāssiliētes coaptabuntur/ cōparabunturq;. et hoc pacto sesquiquiti ex quicuplis et vndenariis et eque in reliquis pfacilis est inuētio.

Abul ti pli cū su per par tien tiū pro pri e ta tes

- 1 Dupli superbipartientes nascentur: si octonarius ternario/ et continue se octonario transgredientes continue se ternario excedentibus cōparabuntur.
- 2 Dupli supertripartientes: certa lege nascentur: si ab vndenario et se continue eodem numero excedētes quaternario et se quoq; indiscōtinuata serie iugiter quaternarij summa transsiliētib; continue cōparabuntur.
- 3 Et dupli superquadripartientes a decimoquarto et se eodem transgrediētibus et quinario eodēq; se excedētib; reperiūtur. Et ita omnīū hac industria facillima est inuētio. Et de triplis superbipartientibus/ supertripartientibus et quibuslibet aliis hac arte facile series colligitur.

Nu me ri pla ni et so li di pro pri e ta tes.

- 1 Omnis numerus planus in triangulos est resolubilis.
- 2 Omnes figure plane sibi proxime adinuicē comparate vt tetragonus trigono et pentagonus tetragono et hoc pacto consequētes sese triangulo superant.
- 3 Omnis numerus solidus primordiū sui tenet pyramidem.

Spe ci e rum nu me ri pla ni pro pri e ta tes.

- 1 Omnes trigoni surgunt si disposita naturali numerorum quātitate: prioribus semper proxime sequens adiciatur.
- 2 Tetragoni sunt omnes qui numeris naturaliter et in longum et in latum duplici serie dispositis et in seinuicē quolibet in quēlibet ductis: angulares reperiunt. Angulares dicuntur qui sursum a monade diametralē seriem ad angulum e regione oppositum complent.

- Omnes tetragoni ex naturali serie ordinatis imparibus in vnam summam coaceruati collectisq; nascuntur. 3
- Omnis tetragonus ex duobus proximis quibusq; trigonis exurgit compositus. 4
- Tetragoni: sumptis quacumq; ab unitate continue similium habitudinum numeris: locis imparibus vno semper in medio intermisso sumuntur. 5
- Omnes tetragoni vna medietate iunguntur. 6
- Si tetragonus tetragonum multiplicet: tetragonus prouenit. 7
- Si vero tetragonus altera parte longior: nunquam proueniet tetragonus. 8
- Pentagoni surgunt ex numeris naturali serie ab unitate sequentibus: duorum continuo post pentagonum facta intermissione vna cum prioribus pentagonis collectis. 9
- Omnis pentagonus ex toto tetragono et proxime minori trigono componitur. 10
- Hexagoni hoc pacto tribus in medio dimissis generantur. 11
- Omnis hexagonus ex trigono et proxime sequenti pentagono constituitur. 12
- Heptagoni quattuor in medio hoc pacto dimissis numeris generantur. 13
- Omnis heptagonus ex hexagono et proxime inferiori trigono constituitur. In creatione huius figure duo trigoni proxime minores debent eminus constitui. 14
- Octogoni: quinque gignuntur intermissis. 15
- Omnis octogonus ex heptagonorum proximo sub se trigono surgit compositus. Et hoc pacto de ennagonis/ decagonis/ endecagonis/ dodecagonis continue vno plura intermittendo sentiendum est. et ex proximis minoribus figuris et trigonis proxime sub illis minoribus instar aliorum constituuntur. Quo fit ut omnes figure ex trigonis consurgere et in eodem resolui facillime deprehendantur: quod cum ad Pythagoricam tum ad nonnullos Platonicoz intelligentiam non nichil presidij affert et momenti. 16

Al te ra par te lon gi o ris pro pri e ta tes.

- Altera parte longiores ex dispositis naturaliter paribus adiuicem coaceruatis perinde ac quadrati ex imparibus procreantur omnes. 1
- Omnis altera parte longior procreabitur si naturaliter ordinati pares: in naturaliter dispositis imparibus singulatum ducantur. 2
- Omnes longilateri/ alteraq; parte longiores circumstant angulares quadratos duabus naturaliter numerorum seriebus secundum longum latumq; dispositis et in seiuicem ductis. 3
- Singuli altera parte longiores naturaliter dispositi singulis quadratis itidem dispositis comparati: omnem numerorum partem gignunt/ et procreant. 4
- Singuli altera parte longiores naturaliter siti singulis tetragonis a secundo naturaliter ordinatis comparati: similiter omnes restituent superparticulares. 5
- Altera parte longiores differetibus paribus perinde ac quadrati imparibus distinguntur. 6
- Altera parte longiores continue in proximorum quadratorum medio collocati: eadem proportionis habitudinem seruant. iterumq; a dupla proportione in omnem superparticularium speciem se porrigunt atq; diffundunt. 7
- Omnis altera parte longior bis sumptus cum duobus altrinsecis quadratis coaceruatus: quadratum efficit. 8
- Proximi quicq; altera parte longiores cum duplo medij quadrati itidem tetragonum efficiunt. 9
- Parte altera longiores duplati suis duobus altrinsecis quadratis aggregati: quadratos reddunt sed quos aliquis impar numeret. 10
- Proximi altera parte longiores cum duplo medij quadrati itidem quadratos sed quos numerus par numeret: efficiunt. 11
- Altera parte longiores naturaliter ordinati: singuli singulis naturalem seriem seruatis quadratis copulati: continua serie triangulares numeros constituent. 12
- Omnes altera parte longiores: continuo ex quadratis vno detracto latere nascuntur. 13

- 3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
- 14 Altera parte longiores continue alternatim quadratis interiecti: ad quadratos habi-
tudiū similitudinē: non autem differentiarū seruant. Contra vero intercepti qua-
drati ad altera parte longiores relati: continue differentiarū equalitatē: non autē
proportionū retinent/obseruantq; similitudinē
- 15 Alternati constitutis altera parte longioribus atq; quadratis: a binario differentie du-
plantur et adinuicē eandē que ⁊ totorū est inter se: seruant habitudinē.

Py ra mi dis pro pri e ta tes

- 1 Omnis pyramis ex aliqua numeroꝝ multangula figura: cui oēs congenee/similesq;
figure superponatur: consurgit.
- 2 Cuiuslibet pyramidis basis est multanguloꝝ numeroꝝ in pyramidis structurā apta-
torum maximus
- 3 Pyramis trigona ex continue trigonis ad vnitatē vsq; supra seinuicē erectis gignit̃.
- 4 Et tetragona ex tetragonis et pentagona ex pēthagonis/ hexagona ex hexagonis
hoc pacto supra seinuicē erectis et ita deinceps.

Lu bi pro pri e ta tes

- 15
16
- 1 Cubi producentur omnes si dispositis naturaliter post vnitatē imparibus duo primi
coniūgantur. post quos alij tres. post quos quattuor. et hoc pacto consequēter.
- 2 Numeri cubi duabus eiusdē proportionis medietatibus iungūtur.
- 3 Si cubus cubum multiplicet: cubi forma conficitur.
- 4 Si cubus altera parte longiorē numeret: nunq; nascetur cubus.

Arith me ti ce pro pri e ta tes

- 1 Medietas arithmetica suoꝝ terminoꝝ semper proportionū dissimilitudinē gerit
- 2 Medietas arithmetica cōtinue nascetur si naturalis numeroꝝ series indiscōtinuata
protrahatur. Similiter et numeris hoc modo digestis si simili intercapedine abin-
uicem distantes: continue accipiātur. Quo fit vt pares: naturaliter sese cōsequētes
itidem et impares hanc medietatis normam iustolabiliter seruent.
- 3 Arithmetice medietatis coniuncte medius terminus extremorū simul iunctorum est
medietas.
- 4 Arithmetice medietatis disiuncte extremi simul iuncti collectis/ coniunctisq; mediis
adequantur.
- 5 Eiusdē medietatis vt termini ad seipsos: ita differentie ad differentias.
- 6 Medietas arithmetica cōiuncta: sub extremitatibus minus continet eo numero qui
ex medietate conficitur quantum possunt sub se due differentie que inter ipsos sunt
terminos constitute.
- 7 Disiuncta vero tanto minus sub extremitatibus cōtinet eo qui cōtinetur sub mediis:
quantum est quod fit ex differentia maximi ad vnum medioꝝ in differentiā mediū
eiusdem ad minimum.
- 8 Ihuus medietatis quocunq; cōtinue dispositoꝝ numeroꝝ minores ēmini maiores
proportiones: maiores vero: minores proportionū habitudines cōtinue seruāt.
- 9 Arithmetice medietatis determinatoꝝ extremorum medius reperitur numerus: si ex
tremorum coniunctorū medietas accipitur.

Ge o me tri ce me di e ta tis pro pri e ta tes.

- 1 Geometrica medietatis quocunq; terminoꝝ continue dispositoꝝ et maiorum et
minorū terminoꝝ equales sunt proportionū habitudines.
- 2 Geometrica medietas suoꝝ terminoꝝ conuersam seruat proportionalitatē vt semp
si primus ad secundū quēadmodū secundus ad tertium: ita cōuerso tertius ad scōꝝ
vt secundus ad primū quod ⁊ in disiuncta medietate silit̃er cūenire cognoscit̃.

Eadem quoque medietas quattuor terminis distributa semper permutatam proportionem
 nalitatem retinet. ut si quemadmodum primus ad secundum: sic tertius ad quartum.
 ita ut primus ad tertium et secundus ad quartum.

Medietatis geometricae terminorum et eorumdem dierum similis est proportio. 4

Medietatis geometricae que in multiplicibus existit: maior numerus ad minorem com-
 paratus: ipsum minorem suam habet differentiam/aut multiplicem minoris/vno minus
 quam maioris ad minorem sit habitudo.

In continua medietate geometrica: quod continetur sub extremis/equum est ei qui ex
 medio in se ducto nascitur. Et in discontinua ei qui fit ex duabus in se ductis medietatibus

Continuae proportionalitatum species: quadratis ab unitate et altera parte logarithmicis
 alternatim una serie dispositis: a prima multiplicum medietate in omnes superparti-
 cularium habitudines/ proportionalesque discurrunt.

Geometricae medietatis determinatis extremis medius proportionalis reperitur: si
 numeri sub extremitatibus contenti tetragonici latus accipiatur. 8

Harmonice proportionales

Medietas harmonica in maioribus terminis maiorem servat proportionem
 Musice medietatis medius terminus in collectas extremitates ductus: duplum nu-
 mero qui fit ex extremo in extremum producit. 2

Musice medietatis determinatis extremis: medius reperitur terminus si per extre-
 morum coniunctorum numerum: numerus qui ex differentia extremorum in minimum con-
 surgit dividitur/ isque qui ex divisione relinquitur accipiatur atque minimo extremo
 aggregetur. diciturque is numerus qui ex divisione relinquitur latitudo/ latitudinisque latus

Contingit ex harmonica medietate: primordium consonantiarum consonantiasque musicas
 omnes elicere. 4

Reliquarum medietatum proportionales

Si quarte medietatis extremi adinvicem sunt habitudinis duples: quod continetur sub
 maximo et medio duplum est ei qui continetur sub medio et minimo. Et omnino que
 habitudo maximi ad minimum. ea erit eius quod sub maximo et medio continetur
 ad id quod continetur sub medio et minimo et id in omni medietate commune est

Si quarte medietatis medius ad minimum sit duplex: quod continetur sub maximo ter-
 minorum et medio: duplum erit ad id quod continetur sub extremis. Et omnino que habi-
 tudo medij ad minimum: ea erit numeri qui fit ex maximo in medium et minimum. et id
 quoque omnibus publicum atque commune est.

Diuus Severinus medietatum denariam Pythagore plenitudinem implevit: Jordanus
 autem denario unitatem adiecit.

Denarius medietatum Boetij.

Undenarius medietatum Jordani.

| | |
|---------|----------|
| Prima | 1. 2. 3. |
| Secunda | 1. 2. 4. |
| Tertia | 3. 4. 6. |
| Quarta | 3. 5. 6. |
| Quinta | 2. 4. 5. |
| Sexta | 1. 4. 6. |
| Septima | 6. 8. 9. |
| Octava | 6. 7. 9. |
| Nonna | 4. 6. 7. |
| Decima | 3. 5. 8. |

| | |
|----------|-----------|
| Prima | 1. 2. 3. |
| Secunda | 1. 2. 4. |
| Tertia | 3. 4. 6. |
| Quarta | 1. 4. 6. |
| Quinta | 6. 9. 11. |
| Sexta | 3. 4. 6. |
| Septima | 3. 4. 7. |
| Octava | 4. 6. 7. |
| Nonna | 3. 5. 6. |
| Decima | 6. 7. 9. |
| Undecima | 6. 8. 9. |

Formula proprietatum ex Boetio reperiendarum
atque ex Jordano demonstrandarum.

| Di uis Se ue ri nus Bo e ti us | | Jor da nus. | | |
|--|--------|-------------|-------------|--------|
| Numerozum proprietates. | Caput. | Liber. | Propositio. | Liber. |
| Numerozum. | | | | |
| 1 | 7 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 7 | 1 | 2 | 1 |
| Numerozum par. | | | | |
| 1 | 5 | 1 | 2 | 7 |
| 2 | 5 | 1 | 2 | 7 |
| 3 | 46 | 2 | 10 | 7 |
| 4 | 46 | 2 | 12 | 7 |
| Numerozum impar. | | | | |
| 1 | 5 | 1 | 3 | 7 |
| 2 | 46 | 2 | 11 | 7 |
| 3 | | | 10 | 7 |
| Numerozum pariter par. | | | | |
| 1 | 9 | 1 | 31 | 7 |
| 2 | 9 | 1 | 29 | 7 |
| 3 | 9 | 1 | 32 | 7 |
| 4 | 9 | 1 | 54 | 7 |
| 5 | 9 | 1 | 25 | 4 |
| 6 | 9 | 1 | 26.40 | 2.7 |
| Numerozum pariter impar. | | | | |
| 1 | 10 | 1 | 33 | 7 |
| 2 | 10 | 1 | 34 | 7 |
| 3 | 10 | 1 | 35 | 7 |
| 4 | 10 | 1 | 35 | 7 |
| 5 | 10 | 1 | 2 | 1 |
| 6 | 10 | 1 | 3 | 1 |
| Numerozum impariter par. | | | | |
| 1 | 11 | 1 | 37 | 7 |
| 2 | 11 | 1 | 38 | 7 |
| 3 | 11 | 1 | 40 | 7 |
| Numerozum perfectus | | | | |
| 1 | 20 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 20 | 1 | 60 | 7 |
| Numerozum diminutus et abundans | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 55 | 7 |
| 2 | 0 | 0 | 55 | 7 |
| Numerozum primus et compositus | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| 2 | 0 | 0 | 2 | 5 |
| 3 | 17 | 1 | 25 | 7 |
| 4 | 17 | 1 | 25 | 7 |
| Numerozum ad alterum primus. | | | | |
| 1 | 17 | 1 | 12 | 3 |
| 2 | 18 | 1 | 15 | 3 |

Di uis Se ue ri nus Bo e ti us For da nus.

| Numerozum proprietates. | Caput. | Liber. | Propositio. | Liber. |
|------------------------------------|--------|--------|-------------|--------|
| Equalitas/inequalitas. | | | | |
| 1 | 32 | 1 | 70 | 9 |
| 2 | 32 | 1 | 70 | 9 |
| 3 | 1 | 2 | 75 | 9 |
| Multipler. | | | | |
| 1 | 26.27. | 1 | 38.70 | 9 |
| 2 | 23 | 1 | 37 | 9 |
| 3 | 23 | 1 | 52 | 9 |
| Species multiplicis. | | | | |
| 1 | 23 | 1 | 38 | 9 |
| 2 | 23 | 1 | 38 | 9 |
| 3 | 23 | 1 | 38 | 9 |
| Superparticularis. | | | | |
| 1 | 24 | 1 | 52 | 9 |
| 2 | 24 | 1 | 37 | 9 |
| Species superparticularis. | | | | |
| 1 | 24 | 1 | 38 | 9 |
| 2 | 24 | 1 | 38 | 9 |
| 3 | 24 | 1 | 38 | 9 |
| Superpartiens. | | | | |
| 1 | 28 | 1 | 52 | 9 |
| 2 | 28 | 1 | 42 | 9 |
| Species superpartientis. | | | | |
| 1 | 28 | 1 | 7 | 2 |
| 2 | 28 | 1 | 7 | 2 |
| Multipler superparticularis | | | | |
| 1 | 29 | 1 | 43 | 9 |
| 2 | 29 | 1 | 7 | 2 |
| 3 | 29 | 1 | 7 | 2 |
| 4 | 29 | 1 | 7 | 2 |
| Multiplikes suppartientes. | | | | |
| 1 | 31 | 1 | 7 | 2 |
| 2 | 31 | 1 | 7 | 2 |
| 3 | 31 | 1 | 7 | 2 |
| Numerozum planus. | | | | |
| 1 | 6 | 2 | 0 | 0 |
| 2 | 19 | 2 | 0 | 0 |
| Numerozum solidus. | | | | |
| 1 | 21 | 2 | 0 | 0 |
| Species numeri plant. | | | | |
| 1 | 9 | 2 | 1 | 8 |
| 2 | 27 | 1 | 38 | 9 |
| 3 | 12 | 2 | 26 | 7 |
| 4 | 18 | 2 | 5 | 8 |
| 5 | 38 | 2 | 10 | 6 |
| 6 | 46 | 2 | 4 | 6 |

Di uis Se ue ri nus Bo e ti us Cor da nus.

| Numerozum proprietates. | Caput. | Liber. | Propositio. | Liber. |
|------------------------------|--------|--------|-------------|----------|
| 7 | 46 | 2 | 14 | 6 |
| 8 | 46 | 2 | 14.26 | 6 |
| 9 | 14 | 2 | 12 | 8 |
| 10 | 18 | 2 | 12 | 8 |
| 11 | 15 | 2 | 14 | 8 |
| 12 | 18 | 2 | 14 | 8 |
| 13 | 16 | 2 | 21 | 8 |
| 14 | 18 | 2 | 21 | 8 |
| 15 | 16 | 2 | 22 | 8 |
| 16 | 00 | 0 | 00 | 0 |
| Parte altera longior. | | | | |
| 1 | 26 | 2 | 27 | 7 |
| 2 | 28 | 2 | 38 | 9 |
| 3 | 27 | 1 | 38 | 9 |
| 4 | 33 | 2 | 38 | 9 |
| 5 | 33 | 2 | 38 | 9 |
| 6 | 33 | 2 | 27 | 7 |
| 7 | 33 | 2 | 38 | 9 |
| 8 | 33 | 2 | 32 | 6 |
| 9 | 33 | 2 | 31 | 6 |
| 10 | 33 | 2 | 32 | 6 |
| 11 | 33 | 2 | 31 | 6 |
| 12 | 34 | 2 | 11 | 8 |
| 13 | 35 | 2 | 10.5 | 1.8 |
| 14 | 37 | 2 | 38.5.2.22 | 9.8.1.10 |
| 15 | 37 | 2 | 20 | 10 |
| Pyramis. | | | | |
| 1 | 23 | 2 | 28 | 8 |
| 2 | 23 | 2 | 28 | 8 |
| 3 | 23 | 2 | 27 | 8 |
| 4 | 23 | 2 | 28 | 8 |
| Cubus. | | | | |
| 1 | 39 | 2 | 28 | 7 |
| 2 | 46 | 2 | 4 | 6 |
| 3 | 46 | 2 | 16 | 6 |
| 4 | 46 | 2 | 17.26 | 6 |
| Medietas arithmetica. | | | | |
| 1 | 43 | 2 | 1 | 10 |
| 2 | 43 | 2 | 0 | 0 |
| 3 | 43 | 2 | 2 | 1 |
| 4 | 43 | 2 | 3 | 1 |
| 5 | 43 | 2 | 0 | 0 |
| 6 | 43 | 2 | 3 | 10 |
| 7 | 43 | 2 | 20 | 1 |
| 8 | 43 | 2 | 16 | 2 |
| 9 | 150 | 2 | 5 | 10 |

Di uis Se ue ri nus Bo e ti us For da nus.

| Numerozum proprietates. | Caput. | Liber. | Propositio. | Liber. |
|-----------------------------|--------|--------|-------------|--------|
| Medietas geometrica. | | | | |
| 1 | 43 | 2 | | |
| 2 | 44 | 2 | 1 | 2 |
| 3 | 44 | 2 | 3 | 2 |
| 4 | 44 | 2 | 20 | 10 |
| 5 | 44 | 2 | 5 | 2 |
| 6 | 44 | 2 | 25.26 | 2 |
| 7 | 44 | 2 | 0 | 0 |
| 8 | 50 | 2 | 38 | 9 |
| Medietas musica. | | | | |
| 1 | 45 | 2 | 34 | 10 |
| 2 | 47 | 2 | 37 | 10 |
| 3 | 50 | 2 | 40 | 10 |
| 4 | 48 | 2 | 32 | 3 |
| Quarta medietas. | | | | |
| 1 | 51 | 2 | 7 | 2 |
| Quinta medietas. | | | | |
| 1 | 51 | 2 | 7 | 2 |

Epitomes librorum Arithmeticozum Boetij finis.

Jacobus Stapulensis Bernardo Clencario
doctoz medico numerozum amatozi.

Considerasti mi Bernarde: oēs disciplinas ad quas generoso spiritu sit
annitendum difficiles esse siquidem virtus ois circa difficile versetur.
verū hāc difficultatem nullos unq̄ absterre: preter eos solos qui de
re litteraria male meriti quod capere diffidant ceteris dissuadent: aut
q̄ ip̄is inuideant velut felicioribus/ aut potius q̄ eos ip̄os nescire pu-
dibūdum sit. At scis q̄ procul presertim ab hoc p̄clarissimo Parhisiēsi
studio liuor ois absit/ q̄ ignorātia pellat/ q̄q̄ probent Clitomachū Cartaginensem
qui quadragesimū annum natus: primū studia litterarū petijt. in quibus adeo p̄fecit
vt Carneadi sederit successor. quominus dubitādum est hūc locum: tutam cē disci-
plinarum stationem/ securūq̄ portum: et vndecunq̄ aduenerint benigno excipi fauore/
peramicoq̄ hospitio. Quapropter cum Arithmetice z Musice superioribus diebus in
studentū fauorem: huic loco tanq̄ asylo cōmitterētur voluisti Rithmimachiā simul
formari: ludum quidem numerozū non illiberalem/ sed quem deceat studiosos ado-
lescentes cognoscere ne nimū tetrice videātur aduentasse discipline z quo interdum
studio defessi primi earum Tyrones solent animum et cum vtili ocio/ tum honesto vi-
res custodiāt incolumes. tale profecto consilium medicum decuit. Et si qui hanc ludi
honestatem amabunt: gaudebunt tua opera post serias disciplinas hic esse insertum.
Introducunt Alameon mathematicus Pythagore discipulus: z Brōtinus z Bathil-
lus eius temporis adolescentes. Vale.

Bathillus/Alcmeon/Brontinus.

Alcmeon q̄ tempestiuus ades. Alc. quid hoc o adolefcētes. Bat. qm̄ non nichil abs te ego r̄ Brōtin⁹ perdiscere cupimus. Alc. quid nam id o Bathille. Bat. P̄lusq̄ in secentorum numero Pythagoram cōgrediamur: cupimus in rudibus aliq̄tulū formari. Et cū iam e nocturno cōgressu redeunt Pythagore discipuli sciscitamur leuioza quedā que silenda non tradiderit. Atq̄ nos ipsi iam Abacum atq̄ mensulam perdidicimus. n̄c aut̄ ludum quendā querimus inter vos confictū: plerūq̄ vestras curas post seria studia leuantem r̄ quem vos ipsi in numeris vt et pleraq̄ alia exercere soletis. Alc. Rithmimachiam o Bathille forsitan itelligis. Bat. Eam ipsam Alcmeon. Alc. Dic age igitur Bathille

quot numerozū simplices inequalitates. Bat. Tres: multiplex/supparticularis/ r̄ superpartiens. Alc. Maioris scz habitudinis ad minorem. et in his tribus ḡib⁹ oīno cōsistit ludus a te r̄ Brōtino n̄c a me peritus. Quid maxima harmonia: et quid harmonia minor? Bat. Maxima harmonia est cū quattuor numerozū in geometrica medietate cōstitutozū: extremi ad vnū mediorū Arithmetica/ ad alterū r̄o Musica seruāt medietatē. Et harmonia minor solum in q̄ttuor terminis duas seruat medietates. Et quid medietas Arithmetica/ quid Geometrica/ et quid Musica vocef: dudum perq̄siuimus/ atq̄ satis qd̄ sint nos ipsi nobis tenere psuademus. Alc. Recte multa tenes o Bathille. artū paulo latius hoc in loco noīe vr̄tur maxime harmonie: vt eaīpa dicat̄ quoties in quattuor terminis minoribus quidē maiores gradatim sequētib⁹: he tres repiūtur p̄portionū medietates. mox dispo nunt p̄mo duobus ordinibus multiplices ex quattuor primis paribus ortos atq̄ ab ipsi denoiatos: duplos/quadruplos/ sescuplos/ octuplos in leui/ plana q̄ sit sexaginta q̄ttuor quadris spacijs viremp̄ta alternis se intersecātibus lineis. post quos itidem duobus ordinibus cōsimiles supparticu lares locant: sesquialteros/ sesquiquartos/ sesquiseptos/ atq̄ sesquioctauos. dehinc cōsimilif suppar tientes illis quidē affines/ atq̄ cōgeneos: supbipartiētes/ supquadripartiētes/ supersextupartiētes/ atq̄ supoctupartiētes. et spacia illa campos vocant et ordinatos in ipsi numeros parium aciem. Et e regione in totidem campis/ similiq̄ processu multiplices ordinant a quattuor p̄mis imparibus du ctos atq̄ ab eisden denoiatos: triplos/ quincuplos/ septuplos/ nōcuplos. post quos consiles suppar ticulares. post superparticulares cōsimilis affinitatis suppartiētes/ structeq̄ erūt e regione duobus ordinibus hic imparium/ illic vero parium acies hoc pacto

Acies Parium in Rithmimachia.

| | | | | | |
|---------------------------|----|----|-----|-----|-----------------|
| Duces superpartientium. | 25 | 81 | 169 | 289 | Calculi quadrā- |
| Comites superpartientium. | 15 | 45 | 91 | 153 | tales. |
| Duces supparticularium. | 9 | 25 | 49 | 81 | Triquetri. |
| Comites supparticulariū. | 6 | 20 | 42 | 72 | Triquetri. |
| Duces multiplicium. | 4 | 16 | 36 | 64 | Rotundi. |
| Comites multiplicium. | 2 | 4 | 6 | 8 | Rotundi. |

Primi campi prime aree.

Primi campi secunde aree

| | | | | | |
|---------------------------|----|-----|-----|-----|------------------|
| Comites multiplicium. | 3 | 5 | 7 | 9 | Calculi rotundi. |
| Duces multiplicium. | 9 | 25 | 49 | 81 | Rotundi. |
| Comites supparticulariū. | 12 | 30 | 56 | 90 | Triquetri. |
| Duces superparticulariū. | 16 | 36 | 64 | 100 | Triquetri. |
| Comites superpartientium. | 28 | 66 | 120 | 190 | Quadratales. |
| Duces superpartientium. | 49 | 121 | 225 | 361 | Quadratales. |

Acies Imparium in Rithmimachia.

Bat. Satis hanc numerozū assituationem app̄hendo. Alc. Abiq̄ consilium respōsus vt campi sibi inuicem subiecti duplos/ sesquialteros/ mox superbipartiētes tenent: et iterū sibi muruo subiecti quadruplos/ hinc sesquiquartos/ atq̄ supquadripartiētes. Et hoc pacto de reliquis. Artū assignati numeri designatos sibi vendicant calculos eisden numeris inscriptos: multiplices quidē rotundos sup partiales trigonos/ suppartiētes tetragonos: excepto decimi noni loci partium numero qui tetra gona Pyramis est sex p̄mis tetragonis orta: r̄ hinc sex basium/ sexq̄ facierū Pyramis dicitur. Huic ergo numero mete Pyramidis q̄ forma debita est: que p̄mos sex quadratos mioribus quidē maio ribus supposit: habeat inscriptos. et hec p̄fecta Pyramis nūcupatur q̄ citra vnitatem eius Pyra midis mucro atq̄ vertex non deficiat. Cōsimili quoq̄ modo vicesimi loci imparium nūero imperfecte Pyramidis tetragonice forma debita est cui Pyramidi tres p̄mi tetragoni ad complementū defiat atq̄ iccirco tricurta dicitur et quia ex quinq̄ sequentibus tetragonis surgit: iccirco quinq̄ basium/ facierūq̄ eadem Pyramis nūcupatur. et illi quinq̄ tetragoni suis lateribus suo modo inscribuntur.

Bront. quid est Alcmeon q̄ calculos in officinis extornatium multicolores sepe fiero ego ipse aspe-
 xerim. Alc. neq̄ absurde queris Brontine. hoc ad acierū discrimen existimār: sed duo colores michi
 satis esse videntur vt acies pariū sit nigricans q̄ pares ad mundū pertineant sensibile. acies autem
 impariū niuea sit et candidās: q̄ impares masculi sint et indiuidue semper q̄ eiusdē substantie expri-
 mant similitudinē. Pyramides tamē ob excellentiā cum sue nature tum diuinitatis quadratorū sub-
 stantie ex quorū coacervatione surgunt coalescunt q̄ nobili quodā par est insignire colore. vt perfectā
 pyramida rubro et tricuriā ceruleo. Bat. Perfectiorē colorem pyramidi parium tribuis q̄ ei que
 presidet aciei impariū. Alc. Rec iniuria o Bathille nam et eadē impar est et in eius mucrone ac ver-
 tice summo residet diuinitas. et latus sue basis infime: primus est a monade perfectus numerus/ et
 suarū basium numerus eiusdē sue basis latus est/ numerusq̄ perfectus. et illa eadē sua basis primus
 est sensibiliū/ rerūq̄ mobiliū circulus: verū tamē in ordine circuloꝝ tertius. primus enī simplicissim⁹
 est atq̄ plenissimus cuius centrum vbiq̄ est et circumferentia nūq̄. secundus est eternitatis horizon
 atq̄ supra tempus. tertius est horizon eui at cū tempore indefessa Xtigine reuolutus. primus est nre
 pyramidis sūmus mucro/ sūmusq̄ vertex. secundus secūda basis. tertius prima/ infimaq̄ basis. Bat.
 Paradigmata fingis Alcmeon: ludum querimus non symbola. Alc. Recte amones Bathille. vep
 ego memetipm negligebā: et a suscepto officio deerrabam longius. colores ergo vestri arbitrij sunt.
 nam cū et alijs vñ fueritis nichil refert. verū quod superest his paucis deprehēdeti regulis: et quo in
 re parua modicus vobis satis sit sermo regularum Prima sit hec.

¶ Calculi vñdecūq̄ in vacuos dimoueat̄ur campos: rotondi in scdm. trigoni in tertium. tetragoni cū
 sua pyramide in quartum. Bat. Dimoueri in scdm intelligis forte in primū campum. Alc. Ita
 volunt. est enim secundus a se sed post se primus.

¶ Secda. Calculus ois quōcūq̄ recto incessu calculum tollere potest: s; angulari atq̄ obliquo nunq̄.
 ¶ Tertia. Numerus numerum partis aduerse et quātitatis eiusdeꝝ suo recto cursu offendēs: eūdem
 tollit.

¶ Quarta. Si duo numeri eiusdē partis: numero partis aduerse quē iuncti cōstituūt: circūponāt̄ur:
 clausum auferūt. hinc fit: ternarius ⁊ quīnarius clausum octonariū partis aduerse tollant: et qua-
 ternarius ⁊ octonarius duodenarium. et hoc pacto de similibus.

¶ Quinta. Si inter duos aduerse partis numeros vacui interiacētes campi per minorem numerum
 multiplicati maiorem efficiant: numerus tollit̄ maior. hinc euenit vt binarius duodenariū sex inter-
 facentibus campis auferat/ et sextundenarium octo. et ternarius senariū interiacētibus duobus/
 et nouenarium tribus: et quintundenarium quinq̄.

¶ Sexta. Quicūq̄ numerus: cui vt recto calle dimoueat̄ur ois adempta est potestas: tollitur.
 ¶ Septima. Si maxima pyramidis basis offendit pyramidem: eam tollit. si offenditur: tollitur.

¶ Octaua. Si numerus per interceptos cāpos multiplicatus basim pyramidis maximam restituat
 eandem tollit.

¶ Nona. Si alie bases pyramidem offendant cōsimilis in campis (si adest) auferat̄: et idem eueniat
 si numerus per interualla multiplicatus aliquam illarū basium efficiat. si offendatur: eedem tollāt̄ur.

¶ Decima. Victoria parta est si in aduersis castris maxima constituit̄ harmonia. itidem sed inferior
 ignobiliorq̄: si constituitur harmonia minor.

¶ Undecima. Calculi acquisiti ad complendam harmoniam aduerse parti auxiliares accipiūt̄ur.
 ¶ Duodecima. Cū maxima harmonia parat̄ calculus ad complendam harmoniam acquisitus a suo
 loco non dimouetur.

| Maxime | d | c | b | A | | | | | | | |
|----------|----|----|----|-----|-------------|-----------------|-------------|-------------|----------|------|---|
| Victorie | 2 | 3 | 4 | 6 | 2.4.6 | Medietas arith. | 2.3.4.6 | Geo. | 2.3.6 | har. | 1 |
| Pro acie | 4 | 6 | 8 | 12 | 4.8.12 | Medietas arith. | 4.6.8.12 | Geo. | 4.6.12 | har. | 2 |
| Parium | 6 | 8 | 9 | 12 | 6.9.12 | Medietas arith. | 6.8.9.12 | Geo. | 6.8.12 | har. | 3 |
| | 4 | 6 | 9 | 12 | 6.9.12 | Medietas arith. | 4.6.9 | Geo. | 4.6.12 | har. | 4 |
| | 2 | 9 | 16 | 72 | 2.9.16 | Medietas arith. | 2.9.16.72 | Geo. | 9.16.72 | har. | 5 |
| Maxime | 3 | 5 | 15 | 25 | 3.5.15.25 | Medietas arith. | 3.5.15.25 | Geo. | 3.5.15 | har. | 1 |
| Pro acie | 5 | 9 | 45 | 81 | 5.9.45.81 | Medietas arith. | 5.9.45.81 | Geo. | 5.9.45 | har. | 2 |
| Impariū | 5 | 25 | 45 | 225 | 5.25.45.225 | Medietas arith. | 5.25.45.225 | Geo. | 5.45.225 | har. | 3 |
| Minores | 5 | 15 | 25 | 45 | 5.15.45 | Medietas arith. | 5.15.45 | Geometrica. | | | 1 |
| Victorie | 12 | 15 | 16 | 20 | 12.16.20 | Medietas arith. | 12.15.16.20 | Geometrica. | | | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| Prime maxime victorie consonantie musice A b diapente B c diatessaron A c diapaion A d diapason ac diapente B ad diāam c d bis diapason | Secunde maxime victorie consonantie musice A b diapente B c diatessaron A c diapason A d diapason ac diapente B ad diāam c d bis diapason | Tertie maxime victorie consonantie musice A b diatessaron B c tonus cōsonantiaz principiū. A c diapente A d diapason A ad diāaz a c diapasō ac diapēte C ad diāam c d bis diapason |
|---|---|---|



Legatū. si. e. li.
 legatū. s; aliter dif-
 finitur. vt. ff. e. lega-
 tū.
 m? non sine cā sequenti loco pot̄ hec
 Ge pereditatis: peres fieri. D. ob hec
 vero postq̄. Si autē pe-
 nit̄ ips ad delibēradum
 ⁊ facit etiā inuētariū. etc.

per o postp. Si autē pe
tristps ad delibradum
z facit etiā inuētariū. cret

ditioribus quidem tenetur in solidum. sed de legatis detrahit falcidiam. si
ue adierit hereditatem infra deliberationis tempus sine non recusauerit
sed si non fecisset inuētariū oibus in solidū teneret. vt. C. de iure deli. l. si. §.
si autē hoc aliq. z. §. si q. aut.

Fre ad legitimā. i. in re ciuili. aliud iure p. torio. tūc cni necesse bz corā p.
toze agnoscere. vt. C. de iure delib. l. p. uerē. z. l. suū. z. C. qui admit. ad bo.
possess. l. vi.

Mada. oz tū q. extinsecus declaref. si qd ergo p. herede vt. vt beres get
fit. vt. hic dicit. tūc volūtate illā declarat. nisi p. testef se nō vt beredez face
re. vt. bic. z. ff. de acq. bere. l. p. berede. in p. n. z. l. gerit. s. p. id qd dicit b. nu.
da volūtate est. C. de iure deli. l. poti. Sed certe est necessaria voluntas z
act? si ab actu incipias. sic z alias. ff. de acq. pos. quē admodū.

Ado berede. i. fact? ipsis gerēdo p. berede.
Bijce. alias nisi hoc sciat nō p. iudicat sibi aditio. naz nō videt adire
vt. bic. z. ff. de acqui. bere. si is ad que. z. l. eū q. duobus.

Beredē esse. etiā pure. nā si sub p. ditione nō p. t ante existēte p. ditionē
adire. vt. ff. de acq. bere. is qui beres. Sūt z alia necessaria. s. vt sit liber. z
sui iur? q. adit: als nō poterit nisi iussu patris vel dñi p. edēte. vt. ff. e. si q. s
mibi. §. iussum. z. l. quoties. Fre oportet q. sit cōpos mētis. vt in fi. huius
ti. Fre q. sit maior xiiij. an. als nō p. t adire. vt. C. de iure deli. p. uir. z. l.
si infanti. Fre q. sciat mortuū esse testatorē. als nō p. t adire. vt. ff. de acq.
bere. is qui beres. §. si q. s. dubitet. z. l. q. bereditatē. z. l. neminē. z. l. q. sup. sti
tis. Fre cert? de p. ditione testator? esse dz. vt. ff. de acq. bere. l. beres. §. sim. z.
l. se. **A**do dño. v. nde ber? i. dñs. vt. ff. ad. l. aq. l. itē. mela. §. lex aq. l. itē
dicit t. b. e. tonici ber. i. dñi.

Destinatōe. dū modo z hoc actu extr. in seco declaratur. arg. tū p. tra. ff.
de pecul. leg. l. nō statim.

m? non sine cā sequēt? loco pōt bee

Legatū. si. e. l. i.
legatū. s. aliter dicit
finitur. vt. ff. e. lega
tū.

Quedā donatio. sunt enim tres donationes. vt. ff. e. l. i. z. differ
bet a donatiōe cā mort. vt dicitur. §. de dona. §. i. in fi. §. itē a dona
tio. inter viuos cū legatū reuocari possit vsq. ad mortē. vt. ff. de adl.
leg. l. iij. in fi. z. l. iij. sed in donatiōe inter vsuos nō est ita. §. de don.
§. z. alie. Fre differūt ab hereditate. cū b. singulare. z. si ne onere sit. s. b.
lud vero vniuersale z. cū onere. vt. ff. ma. si hereditatē. z. ar. ff. de eedē.
quedam. §. nibil. ac.

Quedā vba. vt si dicat legatario. v. dico tibi rē talē vel beres
dī dicat. dāno te illū ere alieno liberare. vt. j. e. §. sed z tale. itē si sic di
cat. finito illū hē talē rē. itē si dicat vni heredū p. cipito rē illā. i. an. p.
tē capito. vt. ff. e. l. i. si a plurib? in secūda charta.

Constitutio. b? quas nō habem?
Sublata est. s. dūdū retro. p. stitutio q. est. C. cōia de leg. l. i.

Zugubratio. e. i. vigilatōe marie nocturna. nā fm p. filosofos
Ima dicit hē radios iugubres: sed sol claros. sic in aut. vt iud. sine
quo. suffr. in p. n. acc.

Validiores. interdū nō est volūtas validior scriptura. vt. ff. d.
vsufr. l. si alij. z. ff. de supel. lega. l. labeo. z. facit ad hoc qd in text.
dī. s. q. volūtas sit validior scriptura. qd est vez. vt. ff. de le. ij. l. cum
pater. §. cū in p. fecta. z. de le. i. l. iij. fm iob. z. hoc nisi sit impossibilis
vel p. z. o. s. a. vt. j. e. §. si. vel incepta. vt. ff. e. l. seruo alieno. §. si. accur.

Lupitēs. q. vba solēnia. legat. i. oī generi legator. acc.
Matura. q. tū ad b. vt debeant. sunt in qdā fauorabiliora alijs.
vt. j. de ob. q. ex q. si p. et. §. si.

Verbis. aptis tū ad b. sic. ff. de p. sti. p. e. q. affi. in fi. z. l. se.
Personales. s. ex testō.

Per rem. i. p. rei redicationē. nā recta via trāst dñi in legatoy

cessarij. s. fi.
b. Non veniunt. l.
no vedunt.

Qui aut in poi
pue possit qd s
patre no fuit b'is.
sed dr desinere q'
n ad id qd futurū
erat sic z als. vt ff
de usufruc. que ad.
ca. l. in. s. desinere.
l. Intercepti. s. si
lus.

¶ Rōne veluti
emācipatiōe v' de
potatiōe. vt. s. q.
mo. ius pa. po. sol.
s. p'erea. z. s. cū au
tem.
¶ Liberat' emā
cipatiōe.

¶ Sucedit ita
vt etiā fili' emanci
pat' repellat' z ne
pos q' remanet in p'ate ex eo vel alio filio nat' admittat' z hoc iure
civili qd no cognouit emācipatos: qz erat capite minuti. vt. i. de be
re. q' ab inre. d. s. emācipati. de iure aut' p'oxio soli filij emācipari ad
mittunt' no nepotes. vt. d. s. emācipati. sed p' edictus de iungendis
cū emācipatis liber' et' admittit' simul filij z nepos. vt. ff. de iugē.
cū emā. l. i. n. rñ. d. s. i. qd simul nepos cū p'fe vel fratre p'fis admit
tat' loci bodie no h'eret. cū sit sub lata oīs differētia que fiebat occa
sione emācipatiōis. vt in aut. de bere. q' ab inresta. de se. s. i. colla. i.
¶ Sed sui appellanē. s. supra dicti filij z nepotes. q' Quia do
mestici. no. filij domesticum p'li. sunt z alij multi domesticij. vt. C. de
bis q' ad ecclē. d. su. p'fenti. s. sane. ¶ Existimant. s. et artificio iu
ris causis. qd fugit eadē p'sonā patre z filij. vt. C. de ipu. z alij. sub. l.

est vt pr ei' vno pre suo desierit su'
esse b'is aut morte intercepti' aut q' b'
statiōe m' liberat' a pa. p'ate. tunc
em nepos nepuue in locu p'is su'
est i successioe liberorū. ¶ Necessarij
vo iō dicunt' qz o iuno siue velic siue
nolir tam ab inrestaro q' ex restō ex
lege. rñ. ta. p'ides siur'. sed is p'roz p'
mittit' volētib' se abstinere ab p'fai
tare vt poss' p'atēres q' ipoz bona
sua a creditozib' possideantur.

¶ Qui no est in p'ate mortuus ipe mortis dr be
res extrane'. b. d. Zinge.
¶ Terri q' restarozis iuri subiecti no
sunt: rñei b'ides appellanē' itaq' li
beri q' nostri q' i p'ate nostra no sūt
heredes a nobis iheruiri ērnei heres
des nobis vident' q' de eā z q' p'ides
a matre iheruunt' eodē nūero sunt.

¶ Quis no est in p'ate mortuus ipe mortis dr be
res extrane'. b. d. Zinge.
¶ Terri q' restarozis iuri subiecti no
sunt: rñei b'ides appellanē' itaq' li
beri q' nostri q' i p'ate nostra no sūt
heredes a nobis iheruiri ērnei heres
des nobis vident' q' de eā z q' p'ides
a matre iheruunt' eodē nūero sunt.

¶ Sucedit ita
vt etiā fili' emanci
pat' repellat' z ne
pos q' remanet in p'ate ex eo vel alio filio nat' admittat' z hoc iure
civili qd no cognouit emācipatos: qz erat capite minuti. vt. i. de be
re. q' ab inre. d. s. emācipati. de iure aut' p'oxio soli filij emācipari ad
mittunt' no nepotes. vt. d. s. emācipati. sed p' edictus de iungendis
cū emācipatis liber' et' admittit' simul filij z nepos. vt. ff. de iugē.
cū emā. l. i. n. rñ. d. s. i. qd simul nepos cū p'fe vel fratre p'fis admit
tat' loci bodie no h'eret. cū sit sub lata oīs differētia que fiebat occa
sione emācipatiōis. vt in aut. de bere. q' ab inresta. de se. s. i. colla. i.
¶ Sed sui appellanē. s. supra dicti filij z nepotes. q' Quia do
mestici. no. filij domesticum p'li. sunt z alij multi domesticij. vt. C. de
bis q' ad ecclē. d. su. p'fenti. s. sane. ¶ Existimant. s. et artificio iu
ris causis. qd fugit eadē p'sonā patre z filij. vt. C. de ipu. z alij. sub. l.

no iuris ho nocet heredi: qz vt dixi
m' rra rpa' inspic' debent. ¶ Esti' au
re factioe non solū is h'ere videtur
q' resti' facere potest. sed etiā q' p'alle
cere non possit: at tamē ex restō vel
sibi vel alijs acq'ere p'nt.

¶ Extraneis heredibus facultas libera est adire
vel repudiare nisi semel fuerit hereditas adita. qz
no p'ot repudiari nisi a minore. ¶ Dodie vero p'ot
heres sine deliberatiōe cōficiēdo inuētarius secu
re z sine dāno adire hereditatē. b. d. Zinge.

¶ Extraneis aut' heredit' delibes
rādiprās est de adēnda hereditate
vel no adēnda. s. siue is cui abstinē
di p'ras est imiserit se bonis heres
ditatis siue extrane' cui de adēnda
hereditate deliberare licet adierit
postea reliquēde hereditatis facultas
tare no h'z minimoz sit. rrv. annis.

¶ Siquidem si actiua significatiōe. e' Acq'ere s' p'rt. s' factioe i pas
sua significatiōe. f' Sibi. si sūt iurij. ac. q' Zili. si sūt i alia p'ate.
vt. b. z. ff. de test. filius. z fa. ff. d. su. l. i. s. f. ¶ Sine. abstinēdi. vt. e' su' p'is
cui dat' abstinēdi factas p' p'ozē. vt. s. e. s. necessarij. i' Zidēnda. no. h' qe
tuoz p'portō alia. s. i' m'icē z abstinē. q' duo p'inet ad suos b'ides. itē adire z
repudiare. q' duo p'inet ad ērneos. vt. b. d. s. q' q' su' d' adire z repudias
re. vt. C. d. le. de desinē. l. i. ¶ Deliberare. i' fra annū deliberatiōis petito
rpe z indulto ab ipiali culmine a n'is aut iudicib' i' fra. i. r. mēses. z no ni

¶ Eoz. nā seruo i' h'is
to d' si p'sona inspicit. vt
s. de be. i' n' s. s. leuus
plurij. id. s. qd sit capax.
¶ Quob' h'ib' q' ap' e'
nemem capax. vt. b'ic.
z. ff. de be. i' n' s. sed si in
p' d' h'ōe. s. solemus. z. l.
si alienū. s. in extraneis.
¶ Sed s. ff. de acq' her. si
seru' et' q. Sed certe q'
seru' i' seruitute no dice
bat capax: vt. b'ic. ex p'lo
na d'ni p'ncipali erat. nā
d'ns erat no capax vñ eo
manumisso non nocet ei
manumisso cū p'umatur
nūc q' z tūc fuerat capax
Zit' sūt ar. s. ff. p' emp.
l. i. in pu. z in aut. vt cum
de app. cog. s. g' g' aliter.

¶ Pa. s. in extraneo be
rede. sed in suo z necessas
rio erigit vñ p' m'io. s. i. e'
pus mortis. vt. s. e. sui. vel fm azo. etiam tempus testamenti inspicitur. rēz
pus aut' adire b' d'itar' no inspicit: qz san' sūt b'ides p'fe mortuo. s. de ius
re cū illi. vt. ff. de suis z le. in suis. in necessariis aut' tñ duo ipa inspicunt'.
s. testamēt' z rps mort'. vt. ff. de be. i' n' s. si alienū. l. i. rñ. z. l. seruūm.

¶ Esti. vt. s. i' actiua significatiōe. e' Acq'ere s' p'rt. s' factioe i pas
sua significatiōe. f' Sibi. si sūt iurij. ac. q' Zili. si sūt i alia p'ate.
vt. b. z. ff. de test. filius. z fa. ff. d. su. l. i. s. f. ¶ Sine. abstinēdi. vt. e' su' p'is
cui dat' abstinēdi factas p' p'ozē. vt. s. e. s. necessarij. i' Zidēnda. no. h' qe
tuoz p'portō alia. s. i' m'icē z abstinē. q' duo p'inet ad suos b'ides. itē adire z
repudiare. q' duo p'inet ad ērneos. vt. b. d. s. q' q' su' d' adire z repudias
re. vt. C. d. le. de desinē. l. i. ¶ Deliberare. i' fra annū deliberatiōis petito
rpe z indulto ab ipiali culmine a n'is aut iudicib' i' fra. i. r. mēses. z no ni

¶ Siquidem si actiua significatiōe. e' Acq'ere s' p'rt. s' factioe i pas
sua significatiōe. f' Sibi. si sūt iurij. ac. q' Zili. si sūt i alia p'ate.
vt. b. z. ff. de test. filius. z fa. ff. d. su. l. i. s. f. ¶ Sine. abstinēdi. vt. e' su' p'is
cui dat' abstinēdi factas p' p'ozē. vt. s. e. s. necessarij. i' Zidēnda. no. h' qe
tuoz p'portō alia. s. i' m'icē z abstinē. q' duo p'inet ad suos b'ides. itē adire z
repudiare. q' duo p'inet ad ērneos. vt. b. d. s. q' q' su' d' adire z repudias
re. vt. C. d. le. de desinē. l. i. ¶ Deliberare. i' fra annū deliberatiōis petito
rpe z indulto ab ipiali culmine a n'is aut iudicib' i' fra. i. r. mēses. z no ni

Quiat in potestate potestatis...
Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

40

DIPUTACION PROVINCIAL
 DE BARCELONA
 BIBLIOTECA CENTRAL
 Reg.^o 368197
 Sig.^a
 Inc. 33-40

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...

Quiat in potestate potestatis...



