 19

EXAMEN MATHEMATICO,

QUE,

DIVIDIDO EN DOS CERTAMENES,

SE CELEBRARÁ

EN LOS REALES ESTUDIOS DE SAN ISIDRO

DE LA CORTE

DIA 9 DE ENERO DE 1774;

SUSTENTADO

POR D. FRANCISCO BATALLER,

ALUMNO QUE HA SIDO EN ELLOS,

BAXO LA DIRECCION

DE D. JOACHIN DE LEON Y ALFARO,

su Catedratico de Mathematicas.

MADRID.

Por D. JOACHIN IBARRA, Impresor de Cámara de S. M.

Con las Licencias necesarias.

EXAMEN
MATHEMATICO.
CERTAMEN PRIMERO
MATUTINO
DE DIEZ Á DOCE.

CERTAMEN MATEMATICO.

De la Analysi de las quantidades finitas.

INTRODUCCION.

LA Analysi, como ciencia universal, toca por via de reflexion, y con estilo mas elevado, muchas de las materias, que sirven de especial asunto á las demás Ciencias Matematicas. Por esta causa omitimos el demonstrar las partes Teorematicas, y Problematicas concernientes á la Arithmetica, Geometría, y Trigonometría, segun el metodo sintetico, de que se usa en estas Ciencias, contentandonos con solo el Analytico. No obstante tomamos de aquellas algunos principios, que supondremos por ahora como verdades inalterables, y que por ser con especialidad relativos al sito de las quantidades, no se hallan aún comprehendidos baxo algun nuevo método de generalizacion. Para este fin dividimos este primer Certamen en dos Secciones.

SECCION PRIMERA.

De la Arithmética especiosa.

CAPITULO I.

De las Quantidades racionales.

THEOREMAS.

I. Las quantidades positivas siendo mayores que cero, las negativas serán menores que él.

II. Las quantidades positivas son ethereogeneas con las negativas.

III. En la substraccion deben mudarse los signos de la quantidad substrahenda en sus contrarios, para que unida asi con la minuenda exprese el residuo.

IV. En la multiplicacion, y division, signos semejantes deben dar *mas*; desemejantes *menos*.

PROBLEMAS.

I. Exercer las quatro operaciones de la logística en las quantidades literales, moderando las injustas, ó ilegítimas.

II. Elevar una potnecia dada á otra de un determinado exponente; ó extraher de ella la raiz, que se indique, por un exponente dado.

CAPITULO II.

De las Quantidades irracionales.

PROBLEMAS.

I. Reducir las quantidades irracionales á los minimos términos, siendo factible; y á una misma denominacion teniéndola diversa.

II. Exercer la logística en las quantidades irracionales simples, compuestas, posibles, é imposibles.

CAPITULO III.

Aplicacion de esta parte de la Analysi á la invencion de Theoremas.

PROBLEMAS.

I. Hallar por este cálculo la 47 del primero de los Elementos de Euclides.

II. Deducir por el mismo todos los Theoremas contenidos en el segundo de los Elementos, excepto los de las proposiciones 12, y 13.

III. Hallar inductivamente un Theorema general para elevar un polinomio á una qualquiera potencia, sea de exponente entero, fraccional, positivo, ó negativo.

IV. Determinar la diferencia de dos qualesquiera potencias, cuyas raices se diferencian en una qualquiera quantidad.

SEC-

SECCION SEGUNDA.

Algebra.

CAPITULO PRIMERO.

De las Equaciones.

PROBLEMAS.

I. Explicar la naturaleza de las equaciones en general.

II. Aumentar, disminuir, multiplicar, ó dividir las raices de una equacion dada dé, ó por una determinada quantidad; completando la que estuviere falta de algun termino; quitando de ella el que se pida, y libertandola de fracciones.

III. Hallar las raices racionales de una equacion, ó determinar si carece de ellas.

IV. Hallar los limites entre quienes se contenga una raiz de la equacion, con especialidad en las del tercer grado.

V. Sacar la raiz de una equacion por aproximacion.

CAPITULO II.

Algebra aplicada á la Aritmetica.

PROBLEMAS DETERMINADOS.

I. Dadas tres de las cinco cosas que pueden

ig-

ignorarse en una progresion Arithmetica, ó Geometrica, determinar las remanentes.

II. Hallar el numero de terminos que sumados en la progresion de los impares, produzcan la potencia que se pida de un numero dado.

III. Hallar el numero de terminos impares, que siendo igual al numero de unidades de que se componga un qualquier numero dado, componga una qualquiera potencia del tal numero.

IV. Sabiendose el camino, que diariamente hace un caminante, y el tiempo que há que salió, determinar el que deberá hacer otro, que lo sigue, para que lo alcance en un tiempo dado.

Problemas indeterminados.

I. Hallar el numero que se pida de quantidades, cuya suma iguale á su producto.

II. Hallar dos numeros, en quienes la suma de dos de sus potencias de un mismo grado iguale á una potencia determinada del menor de ellos.

III. Hallar dos numeros cuyo producto sea el cubo del producto del numero primero por el quadrado del segundo.

CAPITULO III.

Algebra aplicada á la Geometria.

A LA PARTE THEOREMATICA.

Se demonstrarán con el auxilio de la Analysi las proposiciones 12 y 13 del 2º: las 7, 8, 9, 14, 15, 35, 36 del 3º; y las 8, y 31 del 6º de los Elementos de Euclides.

A LA PARTE PROBLEMATICA.

I. Construir geometricamente las equaciones del primero, y segundo grado.

II. Dar en numeros racionales quantos triangulos rectangulos se pidan, y determinar en los mismos dos que tengan un comun catheto.

III. Hallar en numeros racionales, y enteros triangulos obtusangulos, y acutangulos, de forma que puedan en numeros demonstrarse las proposiciones 12, y 13 de los Elementos en el segundo de Euclides.

IV. Resolver por la Analysi las proposiciones 11, y 14 del 2º: la 17 del 3º; y la 25 del 6º de los Elementos.

V. Dado el perimetro, y area de un triangulo rectangulo hallar su hypotenusa, y lados.

CAPITULO IV.

Algebra aplicada á la Trigonometria rectilinea.

PROBLEMAS.

I. Dado el seno, tangente, ó secante de un qualquier angulo, hallar los senos, tangentes, y secantes de los multiplos de el mismo angulo.

II. Dada la basa, y los angulos adyacentes á ella en qualquier triangulo, determinar su altura.

III. Dada la suma de dos lados de un triangulo, y los angulos adyacentes á el tercero, hallar los lados.

IV. Dada el area de un triangulo rectangulo, y uno de los angulos adyacentes á la hypotenusa, hallar los cathetos.

CAPITULO V.

Algebra aplicada á la Geometria superior.

§. I.

De las lineas curvas.

THEOREMAS.

I. La diversidad ordinal de las curvas solo nace del grado de las funciones, y no de su uniformidad, ó multiformidad, ni del numero de sus terminos.

II. Si una aplicada hubiere de cortar á la curva en un numero impar de puntos, será preciso que á cada abscisa corresponda á lo menos una aplicada. Pero habiendola de cortar en un numero par de puntos, á cada abscisa habrá de corresponder, ó un numero par de ordenadas, ó ninguna.

PROBLEMAS.

I. Determinar la funcion, ó equacion general, que represente todas las curvas comprehendidas baxo un orden dado.

II. Determinar por medio de estas algunas propriedades mas comunes á todas las curvas del orden primero, llamadas comunmente SECCIONES CONICAS; y hacer que su equacion general contrahida degenere en las especiales para deducir

Por respeto á la Parabola:

I. Que su foco dista del vertice de esta la quarta parte del parametro correspondiente al diametro, que se tire por dicho punto vertical.

II. Que si desde el foco, como centro, se describe un circulo con el radio igual á qualquiera recta tirada desde él á qualquiera punto de esta curva, este circulo determinará en su exe prolongado la subtangente, y subnormal correspondientes á la tangente, y normal á dicho punto.

Por

Por respeto á la Elipse:

I. Que la distancia del foco al centro es la raiz de la diferencia que hay entre los quadrados del semiexe transverso, y conjugado.

II. Que dos qualesquiera rectas tiradas desde los focos á un qualquier punto de la curva son juntas iguales á el exe transverso.

Por respeto á la Hyperbola con relacion á su exe:

I. Que la distancia del centro al foco es igual á la raiz quadrada de la suma de los quadrados del semiexe transverso, y conjugado.

II. Que si desde los focos se tiran rectas, que concurran en un mismo punto de esta curva, será su diferencia igual á el exe transverso.

Por respeto á la Hyperbola con referencia á sus asymptotos:

I. Que la potencia de la hyperbola es la decima sexta parte de la suma de los quadrados de los exes conjugado, y transverso.

II. Que si en la hyperbola se prolonga una qualquiera ordenada hasta que corte á su asympto-to, la diferencia de los quadrados de la ordenada, y de la ordenada prolongada, es constantemente igual al quadrado del semiexe conjugado.

Que

III. Que si una doble ordenada se prolonga por ambas partes hasta que concurra con las asymptotos; el rectangulo de toda la doble aplicada mas un segmento externo, por el otro segmento externo, es igual al quadrado mismo del semiexe conjugado.

§. II.

De la permutacion de las Coordenadas.

PROBLEMAS.

I. Dada la equacion que represente la relacion de las coordenadas orthogonales en una curva, determinar su misma naturaleza por otras equaciones deducidas, ya por haberse variado el origen de las abscisas; ya por haberse mudado el exe de direccion; ó ya por ser diferente el angulo de las coordenadas.

II. Contrayendo esta doctrina á las curvas del orden primero, determinar los lugares geometricos á las secciones conicas referidas.

§. III.

Del corte de las curvas.

PROBLEMAS.

I. Se dirá en quántos puntos pueda una recta dada de posicion cortar una curva, cuya equa-

equacion ordinal se nos proponga; y en qué casos la cortará en menos, y quando en ninguno.

II. Se determinarán tambien los puntos en que se podrán cortar dos curvas, cuyas equaciones entre sus aplicadas orthogonales estén dadas.

III. Con el artificio anterior tomado inversamente se descubrirá otro no menos feliz, por el que logremos el construir las equaciones superiores.

§. IV.

De las superficies curvas de los cuerpos.

I. Por respeto á un plano arbitrario de direccion, y por equaciones en quienes se hallen tres variables, careciendo de divisor exacto, se determinarán todos los puntos de las superficies de los cuerpos; pudiendo usarse aqui, como en las curvas, de la permutacion de las coordenadas por respeto á tres planos orthogonales de un paralelepipedo.

II. Se darán las equaciones generales representativas de todas las superficies pertenecientes á cada orden, y se dará fin al Certamen primero.

equacion ordinal se nos proponga; y en què casos la cortarà en menos; y quando en ninguno.

II. Se determinaràn tambien los puntos en que se podràn cortar dos curvas, cuyas equaciones entre sus aplicadas orthogonales estèn dadas.

III. Con el artificio anterior, tomado inversamente se descubrirà otro no menos feliz, por el que logremos el construir las equaciones superiores.

§. V.

De las superficies curvas de los cuerpos.

I. Por respeto à un plano arbitrario de direccion, y por equaciones en quienes se hallen tres variables, careciendo de division exacta, se determinaràn todos los puntos de las superficies de los cuerpos; pudiendo usarse aqui, como en las curvas, de la permutacion de las coordenadas por respeto à tres planos orthogonales de un paralelepipedo.

II. Se daràn las equacione[illegible]epresentativas de todas las super[illegible]entes à cada orden, y se darà fi[illegible] primero.

EXA-

EXAMEN
MATHEMATICO.
CERTAMEN SEGUNDO
VESPERTINO
DE TRES Á CINCO.

CERTAMEN SEGUNDO.

De las Quantidades infinitas.

INTRODUCCION.

HAbiendo establecido los fundamentos para el celebrado calculo diferencial, é integral; aquel feliz descubrimiento de la Arithmetica de los infinitos, y su aplicacion; nos ha parecido proceder metodicamente, tratando en primer lugar de esta, y reservando aquel para el segundo: asi dividimos este Certamen tambien en dos Secciones.

SECCION PRIMERA.

Arithmetica de los infinitos.

CAPITULO PRIMERO.

De la serie de los numeros naturales, que empiezan por cero, de las de sus potencias, raices, &c. de las que resultan multiplicando, ó partiendo los terminos de una qualquiera de estas series por los de otras tomadas en orden directo; como asimismo de las que se formen buscando medios geometricos entre los terminos de qualquiera dos.

THEOREMA.

La razon que tiene la suma de los terminos de qualquiera de las series mencionadas con el producto de su maximo termino por el numero de sus terminos, es constantemente como la unidad á el exponente de la serie elegida aumentado de la unidad misma.

Aplicacion á la Geometria.

PROBLEMAS.

I. Hallar el area de un paralelogramo, de un triangulo, de un circulo, de una parabola de qualquier genero que sea, y de sus complementos parabolicos.

Ha-

II. Hallar la solidez de un paralelepipedo, de un pyramide, de un paraboloyde de qualquier genero, y del solido formado por la circunvolucion de un complemento parabolico al rededor de la tangente al vertice.

III. Hallar la superficie de qualquiera de los sólidos mencionados en el antecedente.

IV. Determinar el sólido que resultará multiplicando los elementos de un triángulo, de un rectangulo, de una semiparabola, ó semicomplemento parabolico de qualesquier genero que sean, por los elementos de un plano qualquiera de los mismos, hechas todas las combinaciones binarias posibles, y conservando alturas iguales.

V. Averiguar el plano que resultará tomando como elementos suyos los medios proporcionales hallados entre los elementos de un plano, y los de otro de los mencionados en el antecedente Problema.

VI. Determinar el plano que resultará tomando como sus elementos los quocientes, que nazcan de la particion de los elementos de un pyramide, por los de un rectangulo, por los de un triangulo, ó por los de una semiparabola.

VII. Averiguar el plano que resultará partiendo los quadrados de los elementos de un com-

complemento parabolico por los de una semiparabola.

VIII. Determinar el plano que resultará dividiendo los planos elementares de un paralelepipedo por los de un triangulo, por los de una parabola, ó por los de un complemento parabolico.

CAPITULO II.

De las series mencionadas restadas unas de otras, y sumadas las unas con las otras por orden directo; pero multiplicadas unas por otras por el inverso.

Theoremas.

I. Si una qualquiera serie se resta de otra qualquiera, el residuo será á el ultimo termino, multiplicado por el numero de los terminos, como la diferencia entre el exponente de la substrahenda, y minuenda al producto de los mismos exponentes aumentados de la unidad.

II. Habiendo quitado de la serie de los iguales qualquiera de las series mencionadas, y elevado los terminos de la serie, que forma el residuo á qualquiera de sus potencias: las sumas de las de estas serán al ultimo termino multiplicado por el numero de los terminos, como la unidad á el exponente de la potencia á que

se

se eleven los residuos aumentados de la unidad.

III. Multiplicando los terminos de una serie por los de la misma, ó por los de otra tomadas en orden inverso, podrá conocerse la razon que tuviere la suma, que resulte del producto, con el maximo termino multiplicado por el numero de los terminos, siempre que la serie resultante no se componga de raices de cantidades complexas, y en quienes una se reste de la otra.

IV. Multiplicando los terminos de una serie, que resulte de la suma de otras dos, por los de otra, que resulte de la substraccion hecha entre dos qualesquiera series, podrá conocerse la razon de los productos juntos, excepto que en este producto se hallen raices de quantidades binomias.

Aplicacion á la Geometría.

Problemas.

I. Quitando de los elementos de un cilindro los del solido formado por la rotacion de un complemento parabolico, determinar la razon que el solido remanente tendrá con ambos solidos propuestos.

II. Determinar la razon que tiene el solido producido por la rotacion de una semiparabola al rededor de una ordenada con el cilindro circunscripto.

III. Determinar la razon que tendrá el plano que resulte sumando los elementos de un rectangulo con los de un triangulo, con los de una semiparabola, al rectangulo formado de la misma basa, y altura.

IV. Determinar la razon que tendrá un segmento de parabola formado por una recta tirada desde su principal vertice á el extremo de una ordenada con el rectangulo formado por la abscisa, y aplicadas respectivas.

V. Determinar la razon que tiene la esfera, el esferoide oblongo, ó aplanado con sus cilindros circunscriptos.

VI. Determinar la razon que tendrá el sólido producido por la multiplicacion de los elementos de un complemento parabolico, tomados perpendiculares al exe por los elementos de su segmento parabolico tomados tambien del mismo modo, con el sólido formado por el quadrado de la basa multiplicado por la altura.

SEC.

SECCION SEGUNDA.

De los calculos Diferencial, é Integral.

CAPITULO I.

Calculo Diferencial.

PROBLEMAS.

I. Diferenciar las quantidades en que las variables se hallen sumadas, restadas, multiplicadas, ó divididas por variables, ó constantes.

II. Diferenciar una qualquiera potencia de exponente entero, fraccional, positivo, ó negativo.

III. Diferencio-diferenciar las quantidades dadas.

CAPITULO II.

Aplicacion de este calculo.

PROBLEMAS.

I. Dada la equacion de una curva algebraica hallar la subtangente, subnormal, normal, tangente, segmento externo, y porcion de tangente al vertice, deduciendo sus formulas geneles.

II. Dada la dicha equacion, determinar la posicion de las asymptotos, si las tiene, dando razon del artificio.

III. Dada la misma determinar su maxima, y minima aplicada, si las hay, manifestando la razon del artificio, y determinando la ambiguedad.

IV. Dada la misma, y un punto en su exe, ó dentro, ó fuera de su perimetro, determinar la minima recta, que desde él puede tirarse á la curva.

V. Determinar quál sea el maximo triangulo, que pueda asignarse isoperimetro, con otro dado, y de igual basa con él.

VI. Dividida una linea en dos partes, dividir la una de ellas de forma que con las tres se forme el maximo solido.

CAPITULO III.

Del Calculo Integral.

PROBLEMAS.

I. Determinar quándo una diferencial pueda ser inmediatamente integrada por la regla general; quándo se descubrirá la legítima integral transformandola; y quando, juzgando infructuosos ambos medios, sea preciso recurrir á la aproximacion por series.

In-

II. Integrar en todos los casos las diferenciales que se propongan.

CAPITULO IV.

Aplicacion de este calculo á la quadratura de las curvas.

Problemas.

I. Deducir la formula, que generalmente represente el elemento momentaneo de las areas.

II. Dada la equacion de una curva algebraica, determinar su quadratura.

III. Determinar la quadratura de los segmentos, sectores, y porciones contenidas entre dos aplicadas en las quatro secciones conicas, deduciendo una regla, que nos dirija para restituir la completa integral.

CAPITULO V.

Aplicacion del mismo á la rectificacion de las curvas.

Problemas.

I. Determinar el elemento momentaneo lineal de las curvas.

II. Dada la equacion á una curva algebraica, rectificarla, deduciendo la rectificacion de un qualquier arco, y la quadratura de un qualquier sector.

III. Rectificar qualquier arco de circulo por las ordenadas, por la tangente, ó por su seno.

CAPITULO VI.

Aplicacion de este calculo á la cubicacion de los solidos.

Problema.

Considerando una area inscripta dentro de un paralelogramo, y sabiendo su equacion, determinar el elemento solido correspondiente: hagase la rotacion al rededor de qualquiera de sus lados, y averiguar por su medio la razon del solido que resulte.

CAPITULO VII.

Aplicacion de este calculo á la averiguacion de las superficies de estos solidos.

Problema.

Determinar el elemento momentaneo superficial de estos solidos en general, y por su medio decidir quál sea la superficie particular, dada la equacion.

CAPITULO VIII.

Aplicacion de este calculo al metodo inverso de las tangentes.

PROBLEMA.

Dada la particular expresion de la tangente, normal, subnormal, subtangente, segmento externo, area, y solidez de una curva especial incognita, conocerla deduciendo por este calculo la equacion representativa de su naturaleza.

CAPITULO IX.

Calculo exponencio-diferencial.

PROBLEMAS, Y APLICACION.

I. Diferenciar una expresion logarithmica.
II. Diferenciar una quantidad exponencial.
III. Hallar la subtangente, subnormal, &c. de una curva exponencial.

CAPITULO X.

Del calculo exponencio-integral.

PROBLEMAS, Y APLICACION.

I. Integrar una expresion diferencial logarithmica.

In-

II. Integrar una diferencial, que contenga alguna expresion exponencial.

III. Quadrar una curva exponencial dada su equacion, y con la misma determinar la solidez del cuerpo, que resulte de la rotacion al rededor de su exe.

FIN.