

In hoc opere contenta.  
Arithmetica decem libris demonstrata  
Musica libris demonstrata quattuor  
Epitome i libros arithmeticos diui Seuerini Boetij  
Rithmimachie ludus q̄ z pugna nūcroꝝ appellat̄

S. Bonterius Labilonensis: in  
laudē Arithmetices z Musices.

Tempore iam multo docte latuere sorores:  
Quas retinet comites flaua minerua suas.  
Nūc placide terras post tempora multa reuisunt.  
Grata quoq; ante alias Gallica terra placet.  
His olim celebris fuit omnis Acaica tellus.  
Pythagoza patriam diffugiente samon.  
Hellada nunc inquit: et doctas palladis vrbes.  
Sequanosq; petunt/parhisiiosq; lares.  
Hec venit omnimoda numeroꝝ cincta cāterua.  
Atq; docet numeris quidquid in orbe situm est.  
Altera dulcisono cantu/fidibusq; canoris  
Edomuisse viros traditur atq; feras:  
Que sua Pierijs tenet vnica nomina musis  
Q; nichil hac musis gratius esse solet.  
Attamen artificem stapule misere marine:  
Qui leta hoc studijs fronte dicaret opus.  
Hoc solum studium atq; hec illi cura: iuuare/  
Irritus et ne sit/dispercatq; labor.

**P**aucis me digne amonuiti Clarissime vir: quot cognita p̄moditates adducat discipli-  
narum parens arithmetica / q̄tq̄ ignota relinquat tenebras. vt quē nullius discipline  
fugiat studium. In primis enī legum autoritas (in quibus potissimū tua v̄sa opera)  
tibi numeris egere visa est. vt q̄ iusticiā vnicuiq̄ p̄ dignitate dispēsāt: nunc Arithmetica / nūc  
v̄o Geometrica rōne p̄stantē. que agros / agrozū limites / aquaz diuergia / alluuiōnesq̄ z ple-  
raq̄ silia sollicite p̄siderat q̄ Mathematico destituta p̄sidio nunq̄ plane assequi valeat. Hinc  
imperatores rhomani Clespasian⁹ / Adrianus / Traian⁹ / Theodosius / Archadi⁹ / Honorius /  
Constātinus z alioz q̄ plurimi legūtur peritos agrimēsores instituisse: qui podismozum rōem  
ad publicam vtilitatē tenerent quā numeroz p̄ficit sagacitas. Hic Lucius Moderatus illaz  
rez studiosus insignem libellū reliquit. Et Arithmetica cōtēplatio rite cognita faciem p̄bet  
musicaz modulationū intelligentiā / astronomicarūq̄ subtilitatū ingressus. et prisca Theolo-  
gia numeris olim vt quibusdā ad diuina gradibus tota imitabā: q̄uis z nūc in sacris litteris  
sua retineāt mysteria nūcri. Tolle igit̄ numeros / numerozūq̄ disciplinā: leges imp̄ficis. iu-  
sticia ceca relinq̄tur. nulla modulationū reperiet̄ regla. nullus celestiuū p̄tentionū aditus.  
sacraz l̄raz delitebūt mysteria: imo z vniuersa philosophia q̄ pariter humanoꝝ / diuinoꝝq̄  
cognitio describit̄. Quicquid ē p̄moditates affecute discipline / atq̄ incōmoda neglecte p̄scos  
mīme latuere: vt q̄ haud alio tramite crediderint q̄ p̄ eā incedētes nos posse q̄c̄q̄ digna satis  
p̄tēplatiōe cognoscē. Pythagoras enī sine nūeroz p̄sidio nichil posse sciri p̄tēdebat. et Plato  
in sue academie vestibulo hoc inculpsit epigramā. Nemo huc mathematice expers introeat.  
qui ī toto ferme Timeo de nasa rez p̄ numeros disputat: z in octauo z nono reipublice m̄tra  
de hac re disserit. que Theon smirneus mathematicus ob rei arduitatē intacta reliquit.  
Quapropt̄ non ab re dolabas hāc numerosam hui⁹ almi parisiēsi studij philosophātiū turbā  
et bonaz l̄raz cupidā: tā necessaria semita / tum ad diuina asurgēdi / tum descēdēdi ad hūana  
esse destitutam. Accipe ergo nūc hūfactor vnice decem Arithmetice discipline Jordanī cla-  
rissimi viri libellos noua cōmentatiōis luce n̄ris laboribus illustratos / tueq̄ nomini dicatos  
qui cōmoditates enumeratas secū afferre valebūt sufficiētissime. Et si iubes opus tuis auspi-  
cij absolutum iam migret ad ceteros. vt vel sic intelligant omnes presertim tibi se gratias  
habitueros per quem fuerint hanc litterariam facultatem affecuti. Vale felicissime.

Argumentum decem librorum Jordanī.

Primus passionēs numeroz cōmunes: suaz partium / et quātū ex diuīsi numeri partibus fiat  
discutit.

Secundus est de proportionum et proportionalitatum cōmunibus passionibus.

Tertius de numero primo / composito / ad alterum primo / et numeris in aliqua proportione  
minimis.

Quartus de numeris continue proportionalibus / cōmensurabilibus z incōmensurabilibus.

Quintus de additione / subtractione / et partitione proportionum.

Sextus de numeris quadratis / cubicis / superficialibus similibus / et solidis.

Septimus de numero pari / impari / pariter pari / pariter impari / impariter pari / perfectis / abū-  
dantibus / et diminutis.

Octauus de formis numerozum: trigonis / tetragonis / pentagonis / hexagonis / heptagonis /  
octogonis / pyramidibus / ferratilibus / et tesseris.

Nonus de equalitate / inequalitate / multiplicibus / superparticularibus / et superpartientibus

Decimus de medietate Arithmetica / Geometrica / Musica: et de medietatibus minus prin-  
cipalibus.

**C** Jordanii Memorarij Clarissimi viri Elementa Arithmetica: cū demonstratiōibus  
Jacobi Fabri Stapulensis: ad Joannē de Banay Senatōrē Parisiensem.

**V** **V**itas est rei per se discretio. Numerus est quātitas discretorum col-  
lectiua. Naturalis series numerorum dicitur: in qua s̄m unitatis ad-  
iectionem fit ipsorū computatio. Differētia numerorum appellat̄ ille:  
quo maior super minorem abūdat. Numeri ab aliis equidistare dicū-  
tur: cum ipsorū ad illos equales sunt differentie. Numerus per alium  
multiplicatur: qui toties coaceruatur sibi: quoties in multiplicāte est  
unitas. et qui ex multiplicatione concreuit: productus nominatur. Numerus alium  
numerare dicitur: qui s̄m aliquem multiplicatus illum producit. Pars est numerus:  
numeri minor maioris: cum minor maiorem numerat. et qui numeratur: numerātis  
multiplex appellatur. Denominans est numerus: s̄m quem sumitur pars in suo toto  
Similes dicūtur partes: que ab eodem numero denominantur. Numerus s̄m quem  
alius diuiditur: diuisor nominatur. partes vero in quas distribuitur: diuidētia appel-  
lantur. Prima et simpla nūeri pars: est unitas. quādo duo numeri partem habuerint  
cōm: quoties eadem pars fuerit in minore: tot partes maioris dicetur esse minor et  
tote partes quoties ea cōmunis pars fuerit in maiore. **C** Dignitates.

- 1 **A**nis numeri pars: est minor suo toto.
- 2 **O** **A**nis minor est: que maiorem habet denominationem
- 3 **Q**uicunq; equalium siue eiusdem eque multiplices fuerint: ipsi quoq; erunt  
4 **e**quales.
- 5 **Q**uibus idem nūerus eque multiplex fuerit: siue quorū multiplices eāles fuerint: ipi  
6 **e**tiam sunt equales
- 7 **O**mnis numeri pars est unitas: ab ipso denominata.
- 8 **Q**uilibet numerus totus est ab unitate: quota pars ipsius est unitas.
- 9 **S**i unitas in aliquem numerum ducatur: siue idem in unitatem: seipsum producit.
- 10 **E**xtremorum differentia ex differentis eorūdem ad medium est composita.
- 11 **S**i numerus numerum superet: differentia minori addita: aut a maiore sublata: nu-  
12 **m**eri relinquuntur equales
- 13 **Q**ui eidem equantur: inter se sunt equales.
- 14 **E**t si ab equalibus equales aut idem cōmunis dematur: relinquuntur equales.
- 15 **E**t si ab equalibus dempti sint inequales: relinquuntur inequales.
- 16 **S**i duo maiores simul addantur pariter et duo minores simul: maiorum compositum  
17 **c**omposito minorum maius euadit.
- 18 **S**i equales equalibus addas: toti quoq; fient equales.
- 19 **E**t si inequales equalibus: toti erunt inequales.
- 20 **P**artes simul: suo toti equantur.
- 21 **Q**uorūcunq; ad eundem numerum proportio est vna: ipi inter se sunt equales.
- 22 **Q**oties numerus a numero substrahi potest: toties in eodem numerabilis est
- 23 **P**roportiones que ex equalibus constant pportionibus: inter se sunt equales.
- 24 **Q**uorū dimidia sunt equalia: et toti sunt equales. **C** Petitiones.

- 1 **U**iliber numero: quotlibet posse sumi equales.
- 2 **C** **Q**uolibet numero: aliquem q̄tūlibet esse maiorem.
- 3 **S**eriem numerorum in infinitum posse extendi.
- 4 **N**ullum numerum in infinitum decrescere.
- 5 **M**aius non numerare minus
- 6 **S**i numerum datum numerus multiplicet: idēq; p̄ductum diuidat: numerū datum  
redire. et contra si aliq; numerus datum numerum diuidat: et quod prouenit rursus  
multiplicet: idem numerum datum redire.

**C** Dignitates atq; petitiones paucas vt disciplina se faciliore vbiq; prestat / adieciimus: quas passim  
necessarias tanq; omnibus notas autor suppressit.



**¶ Omnis numerus minor: maioris aut pars est aut partes.**

**¶** Sint a/b/c/d quotlibet numeri. a maior: et b c d minores. dico b esse partem aut ptes a: et c z d sif Ham aut minor numerat maiorem vt d numerat a: et tunc d per diffinitionem est pars a. aut mior nō numerat maiorem quēadmodum b non numerat a: sed est alius eos cōter numerans qui sit e. et tunc quoties e fuerit in b minore: tot partes b minor per vltimam diffinitionem erit a maioris. qd si mior non numerat maiorem vt c: non numerat a. neq; numerus cōis eos numerat: cum per quintam conce- ptionem cuiuslibet numerivitas sit pars ab ipso denominata: per vltimam diffinitionem idem efficit. constat igitur oēm minorem maioris esse partem aut partes.

**¶ Omnis numerus/ circum se positorum z equaliter ab eo distantium est medietas.**

**¶** si eorūdem fuerit medietas: illos ab eo equidistare conueniet.

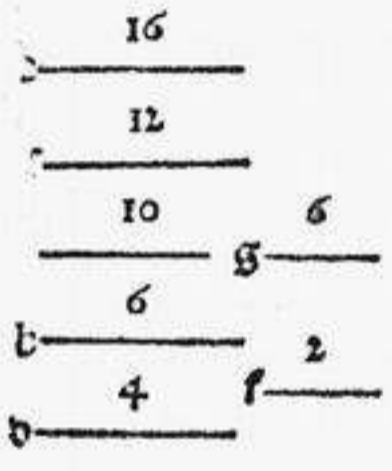
**¶** Sit a quicunq; numerus: et b et c circumpositi et ab eo equidistantes. b maior: et c minor. et sit d differentia cōmunis eadem b ad a: et a ad c. sitq; e numerus cōpositus ex b z c. dico a esse medietatem e. et si a sit medietas e: dico b et c circumpositos equidistare ab a. **¶** Primum autem sic ostenditur. nam q̄tum a superat c: itē b superat a. dempta ergo d cōi differentia ab b: per scōam partem none dignita- tis residuū b equatur a. sed et eadem differentia d addita c qd sit f per primam partem eiusdē digni- tatis equatur a. ergo per decimū ploquiū residuū b et f que eidem numero a equatur: int se equabū- tur. sed residuum b et d et c sit p decimā sextā dignitatem equatur e. igitur z residuū b z f que equantē residuo b et d et c simul etiā equatur e. et residuū b: z f monstrata sunt equalia. igitur f est medietas e sed f monstratus est equari a: igitur a medietas est e. qd est primum. et in oībus alijs cōsimili agatur argumento. Scdm aut sic pz: sit a medietas numeroz b z c simul iunctoz. si b c non equidistant nūero a: eoz differentie ad a per diffinitionem nō sunt equales. sit igitur d differentia a ad c illoz numeroz minimum addo d ad a: z compositus sit g. qz igitur a ad c differētia est d z eadem differētia est g ad a igitur per diffinitionem g z c equidistat nūero a. qz ergo g z c equidistant a per immediate mōstratū a ipsoz simul iunctoz est medietas. sed z a ponit medietas b z c simul iunctoz. per tertiā igit pcepti- onem b c simul: et g c simul eidē numero a eque multiplices adinuicem sunt equales. ab vtroq; igitur dempto cōi numero c per vndecimā cōem scientiam residui b et g adinuicem sunt equales. que igitur differentia g ad a: eadem erit b ad a. quare equidistabūt b z c ab numero a. qd est ptra hypothelium et ppositum.



**¶ Si duo numeri a duobus numeris circum se positis equaliter distent: illis pūctis erunt equales.**

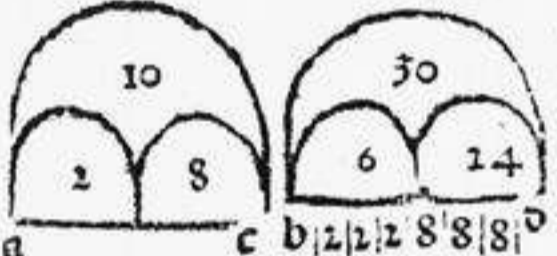
**¶** si eis equales fuerint: ab ipsis equidistare necesse est.

**¶** Eadem que in precedenti demōstratio est. Sint igit a et b inter c et d equidistates: c maximus et d minimus et f differentia cōis: sitq; e ppositus ex c d: et dētia e ad a sit g. dico numeros a b simul iunctos equales esse c d simul iūctis. et ptra si c d simul iuncti sunt equales a b simul iūctis: a b equidistantes esse c d. **¶** Primū patet: nam cū d differētia sit e ad c. Est enī d numerus quo superat e numerū c: g dētia extremoz e a cōstabit ex d f differētijs scz extremoz ad medium c. Est enī vt ostensum est d differētia e ad c et f differētia c ad a per hypothelium: cū posita sit f cōis differētia c ad a et b ad d. at qz b cōstat ex eisdem: qd patet nam cū f sit differētia b ad d: ea siquidē differētia f addita miori numero d p nonā pceptiōem reddit b. est itaq; b equalis g. quare e pstabit ex a b: cū per eadēz pceptiōē pstituat e ex a et g sua quidem differentia ad a: que equatur ipsi b. Sunt igitur a b iūcti et c d iuncti eidem tertio e equales: adinuicem equales. qd est primum. **¶** Rursum dico si c d simul equantur a b simul: etiā a b equidistare c d. Nam capio h qui equidistet ad c q̄tum b ad d: qui h b quia sic equidistabunt: per im- mediate monstratum h b simul equatur c d. sed et a b ponūtur eidem c d simul iunctis equari. quare h b et a b eidem tertio equales: adinuicem equabūtur. Subtracto igitur ab vtroq; cōi b: remanent p cōem sciam h et a adinuicem equales. ergo equalis differētia a ad c et b ad d. quare p diffinitionem adinuicem equidistabunt. quod est scdm atq; totum ppositum.



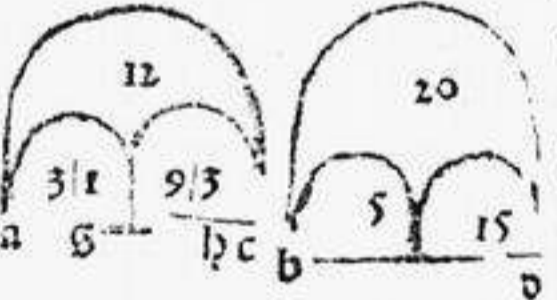
**¶ Si fuerit primus scōi quota pars tertius quarti: erunt primus et tertius tota pars secundi z quarti: quota primus secundi.**

**¶** Sit a primus numerus: b secundus: c tertius: et d quartus. quia a tota pars est ipsius b: quota ps c est ipsius d: intelligo b et d in similes illas partes diuisos. et quia prima vnus cum prima alterius est tanq̄ a c et similiter scōa cum secūda. et hec coniūctio toties fieri potest quoties p̄mus in secūdo. toties igitur numerus equalis a c primo et tertio: sumi potest in b d secūdo z quarto: quoties a in b. quare a c simul p̄mus et tertius per diffinitionem erūt similis et tota pars secundi et quarti quota primus secundi. quod est ppositum.

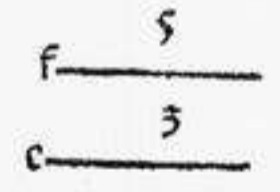


**¶ Si fuerit primus tote partes secundi quote tertius quarti: erunt primus et tertius tote partes secundi et quarti: que te primus secundi.**

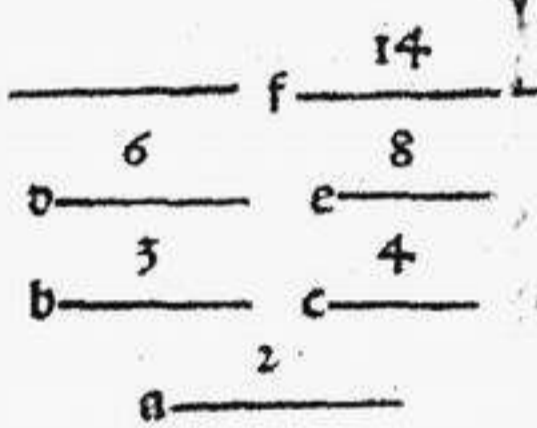
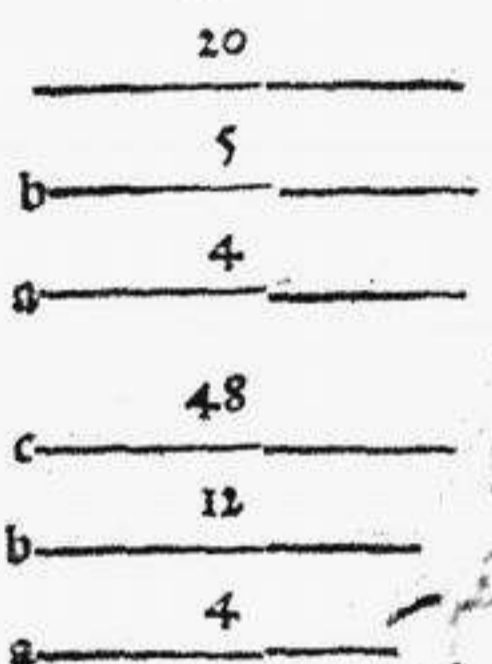
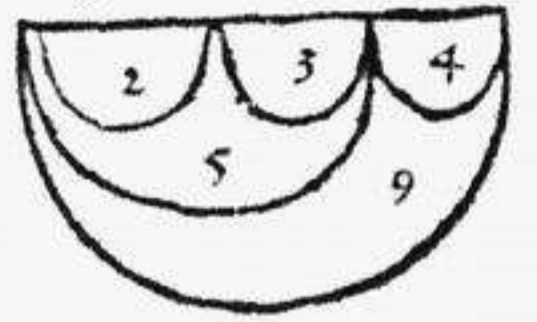
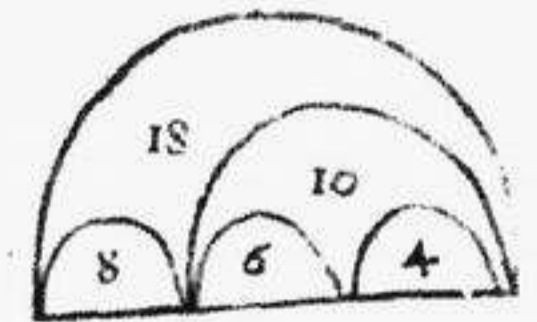
**¶** Sit vt prius primus numerus a: secūdos b: tertius c: et quartus d. sitq; a partes b sumpte fm e et denominate in b fm f. sitq; g vna illaz partium a: et h vna partium c. cū igitur g primus tota pars sit b secūdi quota h tertius est d quarti: per p̄missam compositum ex g et h primo z tertio tota ps erit b d secūdi et quarti: atq; denominata fm f. at partes a et c sumūtur fm e: erunt igitur partes a et c ad b d sumpte fm e: et denominate fm f. quare et similes et quote partes fuerit a in b. qd est ppositum



**¶ Si fuerint quotlibet numeri totidem alijs eque mltiplices: erit quoq; compositus ex eis composito ex illis eque multiplex.**



**S**int a. b. c. d. e. f quotlibet numeri: sintq; d e f eā multiples a b c singulis singuli: intelligo itaq; a primum. d scdm. b tertium. e quartum: eritq; per penultimam compositus ex a b pmo ⁊ tertio tota pars compositi ex d e secūdo ⁊ quarto quota pars a est d. quare compositus ex d e eque multiplex ad compositum ex a b vt d ad a. Facio itaq; numerum ex a b compositum primum: et compositum ex d e scdm et c tertium et f quartū: et cōsimiliter argumentor. quia quota pars a b ad d e: tota pars e ad f. cōpositus igitur ex a b ⁊ c primo ⁊ tertio tota pars erit compositi ex d e et f secūdo et quarto: quota pars a b ad d e. qre compositus ex d e f eque multiplex ad compositū a b c vt d ad a. et ita si cōplures nūeri succrescerēt: semp vtare precedentium cōposito vsq; dum ad vltimū decūbas: efficietq; ppositū.



7 **S**i quoties vnitas in primo toties secūdos in tertio: quoties vnitas in scdo: toties primus in tertio.

**S**int a b c tres numeri: a primus. b secūdos. c tertius: sitq; vt quoties fuerit vnitas in a: toties sit b in c. dico ergo q; quoties vnitas fuerit in b: toties a esse in c. diuido enī a primum nūerū in vnitates ⁊ c tertium in totidem partes: quaz; quelibet erit equalis b secundo. quia enī quoties prima pars a in prima parte c toties secūda in secūda: et tertia in tertia: et ita deinceps. ergo per precedentem cōpositus a tota pars erit compositi c: quota pars prima pars eius ad primam partem c: et c eque multiplex ad a vt eius prima pars ad primam ptem a. at quoties vnitas in b: toties prima pars a in pma parte c. Nam vnitas equatur pme parti a: ⁊ b prime parti c. ergo quoties vnitas in b secūdo: toties a primus in c tertio. quod erat demonstrandum.

8 **S**i alterna fiat duoz; numerorum multiplicatio: idem numerus vtrobicq; pueniet.

**S**i a multiplicat b et proueniat c: dico etiā si b multiplicat a itidem prouenire c. nam si a multiplicat b et pueniat c: per diffinitionem quoties erit vnitas in a: toties erit b in c. ergo per premissam quoties vnitas in b secūdo: toties a primus in c tertio. per diffinitionem igitur si a sibi toties coceruat quoties vnitas in b: per diffinitionem a per b multiplicatur. at cum hoc fit prouenit c. nam pbatū est a toties coceruari in c: quoties vnitas in b. constat ergo propositum.

9 **Q**uod fit ex ductu alicuius numeri in quotlibet: tm̄ est q̄tum est quod fit ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

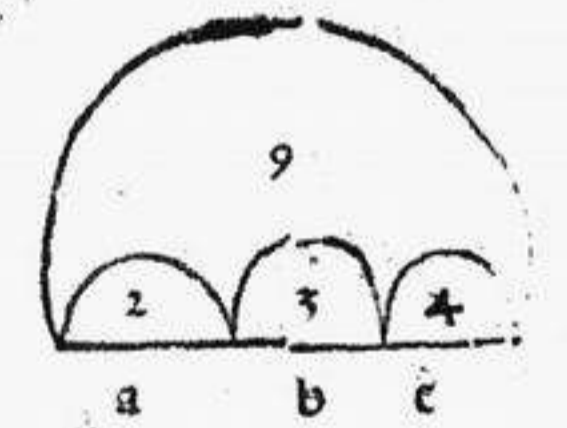
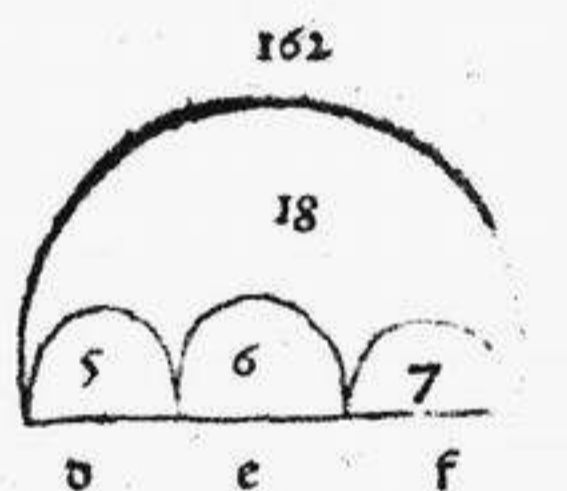
**S**it a numerus qui ducatur in b et proueniat d: et in c et proueniat e: dico ergo q; compositus ex d e pducitur ex ductu a in compositum b c. cū enim b multiplicet d scdm a: b per diffinitionem nūerat d scdm a: et per idem c numerat e scdm a. sunt igitur d et e eque multiples b et c: quare per sextam compositus ex d e eque multiplex ad compositum ex b c. Sit igitur f productus ex ductu a in pposito b c. cū itaq; b c multiplicet f scdm a: nūerabit igitur numerus b c ipm f scdm a. quare eque multiplex f ad b c vt d ad b. sed eidem b c aggregatus d e pbatū ē eque multiplex. sunt igitur d e et f eidem b c eque multiples: per tertiam conceptionem adinuicem equales. Est igitur qd fit ex ductu alicuius numeri in quotlibet tm̄: q̄tum qd fit ex ductu eiusde; in cōpositum ex illis quēadmodū erat ppositū.

10 **Q**uod fit ex ductu quotlibet numerorum in aliquem: equum est illi quod fit ex cōposito illorum in eundem.

**S**it eadem cū precedentī hypothesi sed cōuerso ordine: vt ducātur b et c in a et proueniant d et e. Dico quod fit ex ductu b et c in a singillarim equū esse ei quod fit ex composito b c in a. nam p precedentem qd fit ex ductu a in b ⁊ c singillarim: equū est ei quod fit ex ductu a in compositum b c. q; alternatim per octauam qd fit ex ductu b et c in a: equū est ei quod fit ex composito b c in eūdem. qd est ppositū.

11 **Q**uod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet numeros: equale ē ei quod fit ex composito ipsorum in compositum ex alijs.

**S**int a b c quotlibet numeri qui ducātur in d e f quotlibet alios vt quilibet primorum ducatur in quēlibet secūdoz; dico quod fit ex ductu a b c singillarim in quēlibet alioz; d e f eāle esse ei quod fit ex ductu compositi a b c in compositum d e f. nam qd fit ex ductu a b c singillarim in d: equū est ei qd fit ex pposito a b c in d. et cōsimiliter de ductu a b et c singillarim in e et f argumētare qd nichil aliud est q̄ qd fit ex ductu a b et c in d e et f singillarim: per precedentem equale esse ei qd fit ex composito a b c in d e et f singillarim. At per nonam qd fit ex composito a b c singillarim in d e et f: equum est ei quod fit ex pposito a b c in compositum d e f. quare cōstat quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet numeros equum esse et quod fit ex composito illoz; in compositum ex alijs. Et hē quattuoz; octaua: nona: decima: et vndecima: paxim multiplicandiq; modū: plane declarant.

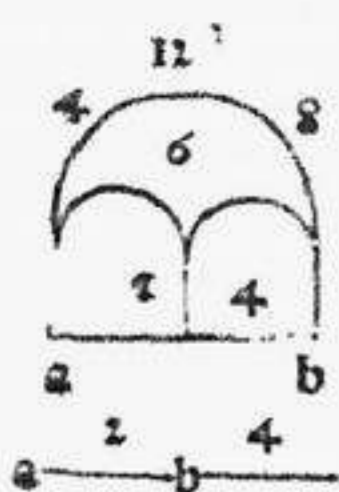


12 **Q**uicunq; numerus numerat totum et deductum: numerat et residuum.

**S**it a b totum: a deductum et b residuum. dico q; si c numerat a b et a: ipm nūerare b. numeret enī a b scdm numerum d e et a quidē scdm d. quia igitur per nonam q̄tum est c in d e: tm̄ est c in d et c in e. At a equale est ei qd fit ex c in d: igitur a cū eo qd fit ex c in e: equū est a b. quare qd fit ex c in e: equū est b. sed c numerat qd fit ex c in e per diffinitionem: igitur ⁊ b suū equale numerabit. qd est ppositū.

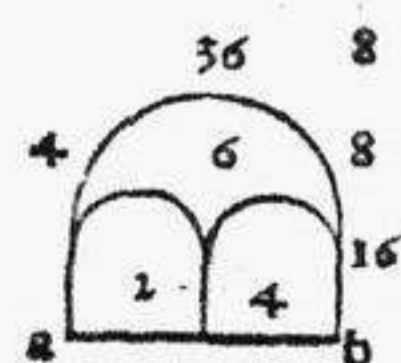
13 **T**m̄ est qd fit ex ductu nūeri in se: q̄tū qd fit ex ductu eiusdem in oēs suas partes.

**S**it a quicūq; nūerus quē semel pono diuisum in oēs suas ptes q̄ sint b c d e: ⁊ semel indiuisū: tūc qd fiet ex a in b ⁊ in c ⁊ in d ⁊ e p nonā equū est ei qui fit ex a in ppositū ex b c d e. at ppositū b c d e: est a. qd fit igit; ex ductu numeri in oēs suas partes: equū est ei qd fit ex ductu eiusde; numeri in se. qre ⁊ alternatim per octauam qd fit ex ductu nūeri in se: tm̄ est q̄tum qd fit ex ductu eiusde; in oēs suas ptes.



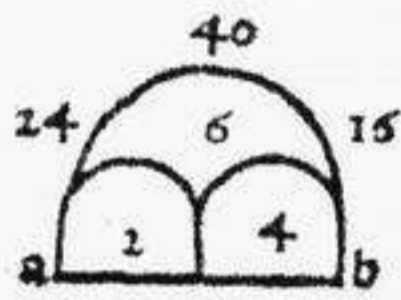
**¶** Numero in duo diuiso quod fit ex ductu totius numeri in alterz illoz: est q̄tum qđ fit ex ductu eiusdem in se 7 in reliquum. 14

**¶** Sit a b n̄erus in duo a 7 b diuisus: dico qđ fit ex ductu a b in a equū esse ei qđ fit ex ductu a in se 7 in b. et ita quoq; qđ fit ex a b in b: equale eē ei qđ fit ex b in se 7 b in a. ducatur ergo a b in a: tunc qđ fiet ex ductu a b in a p̄ octauam equū erit ei qđ fit ex ductu a in a b. at qđ fit ex ductu alicuius in a 7 in b equū est per nonā facto ex ductu in compositū a b. ergo cū a ducit̄ in seipm a 7 in b: t̄m̄ facit q̄tum a b in a. et ita argumentare si a b ducatur in b. et consimili modo concludes p̄positum. Por̄ esq; id clarus videre si bis ponis a et bis ponis b.



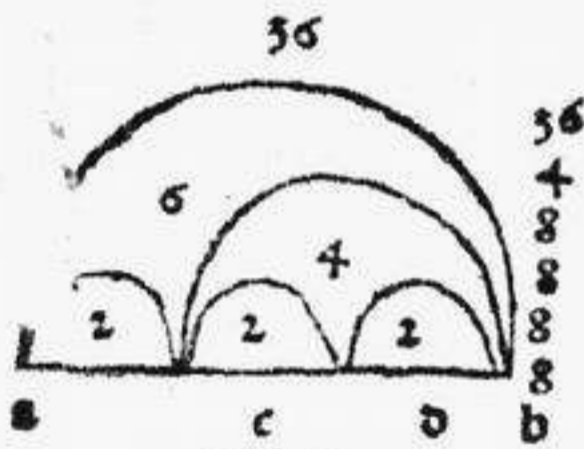
**¶** Si numerus in duo diuidatur: qđ fit ex ductu totius in se t̄m̄ est: q̄tum quod fit ex ductu vtriusq; diuidentium in se 7 vnus bis in alterz. 15

**¶** Sit a b numerus in duo a 7 b diuisus: dico qđ fit ex ductu a b in se equū eē ei quod fit ex ductu a in se 7 b in se: et ex ductu bis a in b. Nam qđ fit ex a b in se: equū est ei quod fit ex ductu eius in a 7 b p̄ trī decimam. At qđ fit ex ductu a b totius in a 7 in b p̄ precedentem bis sumptam: equū est ei quod fit ex ductu a in se 7 in b et b in se 7 in a. sed qđ fit ex a in b 7 b in a alternatim p̄ octauā equaf̄ ei qđ fit ex ductu bis a in b. quod fit igit̄ ex a b in se: equaf̄ ei quod fit ex a in se 7 b in se: et ex a bis in b qđ p̄ponebatur. Et ex hoc cognoscitur modus eliciendi latus tetragonum.



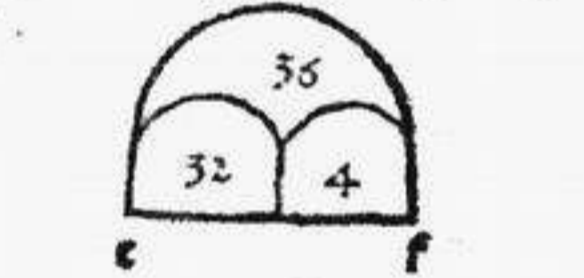
**¶** Si numerus in duo diuidat̄: qđ fit ex toto in se cū eo qđ fit ex altero in se fit: equū est ei qđ ex toto in illud idem bis: qđq; ex reliquo in se ducto p̄ducitur. 16

**¶** Sit v̄ prius a b numerus in duo a 7 b diuisus: dico quod p̄ducit̄ ex a b in se cū eo quod fit ex a in se: equū esse ei quod fit ex a b bis in a 7 b in se. Nam qđ fit ex a b in se: p̄ precedentem t̄m̄ est q̄tū quod fit ex a in se 7 b in se: et a bis in b. quod ergo fit ex a b in se cū eo quod fit ex a in se: t̄m̄ erit q̄tum quod ex a in se bis 7 a in b bis 7 b in se. sed quod fit ex a in se bis / et bis in b per 14 equaf̄ ei quod fit ex a b in a bis. cui adde quod fit ex b in se. tunc qđq; quod fit ex a b in se cū eo quod fit ex a in se: equabit̄ ei quod fit ex a b in a bis 7 b in se. quod est p̄positum.



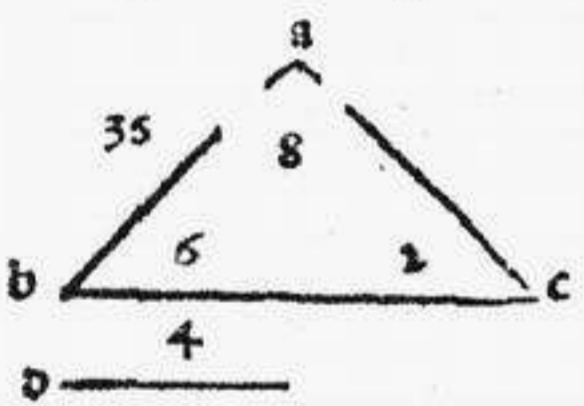
**¶** Si numerus in duo diuidatur qđ fit ex toto in se: equū est ei qđ fit ex ductu vnus partis in aliud quater: cum eo qđ fit ex differentia in se. 17

**¶** Sit a b n̄erus in duo a 7 b diuisus sitq; b maior: diuidat̄ q; itez b in duo scz in d equale a: 7 c d̄ am b ad a. dico quod fit ex a b in se: equū eē ei quod fit ex ductu quater a in b 7 c in se. Nam p̄ decimāquintā quod fit ex a b in se: equū est ei quod fit ex a bis in b 7 a in se 7 b in se. at p̄ p̄cedentē quod fit ex b in se cū a in se equali d vni priū b: equaf̄ ei quod fit ex b bis in a 7 c in se: q̄re alternatim p̄ octauam 7 ei quod fit ex a bis in b 7 c in se. Igit̄ a b in se tantus est q̄tus a quater in b cū differentia c in se. quod intenditur.



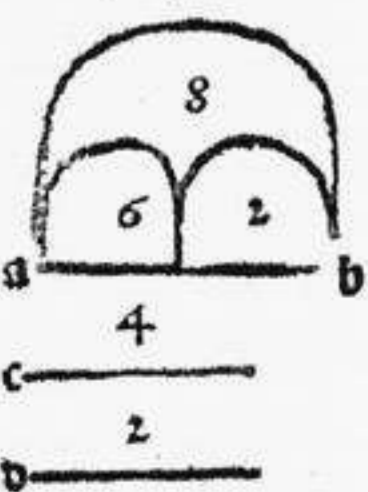
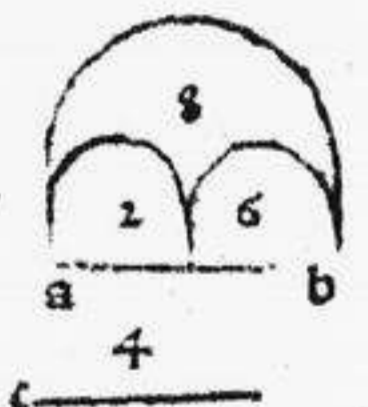
**¶** Qđ fit ex minore diuidētium in se cum eo qđ fit ex toto in eoz differentiam t̄m̄ est q̄tum quod puenit ex maiore eozdem per se multiplicato. 18

**¶** Sit a numerus diuisus in b maior 7 c minor: sitq; d differentia b ad c. dico quod fit ex c in se: cum eo quod fit ex a in d: t̄m̄ esse q̄tum quod fit ex b in se. Nam per decimam quod fit ex a in d: equaf̄ ei qđ fit ex b in d 7 c in d. Sit itaq; illd e. et quia b diuisum est in c 7 d differentiam: per 14 quod fit ex b in d alterz diuidentium: equum est ei quod fit ex d in se 7 in c. et cum per octauam c in d etiam equaf̄ d in c: erit igit̄ a in d equum ipis d in se 7 bis d in c simul. quibus si addas c in se quod fit f: totum quod puenit ex a in d 7 c in se scz e 7 f equabit̄ d in se: c in se. et bis d in c. at b in se / cum ipm̄ diuisum sit in d 7 c aut equale) per decimāquintā t̄m̄ etiā est q̄tū d in se c in se: 7 bis d in c. scz q̄tum fit ex ductu vtriusq; partium in se: 7 vnus in alteram bis. Est igit̄ quod fit ex a in d toto scz in differentiam: cum c minore parte in se: q̄tum quod fit ex b maiori parte in se multiplicata. quod intendit p̄positio.



**¶** Si numerus per duo equalia duozq; unequalia secetur: qđ ex ductu vnus equaliū in se producit̄ t̄m̄ est: q̄tum qđ fit ex ductu vnus unequalium in reliquū cum eo qđ fit ex differentia in differentiam. 19

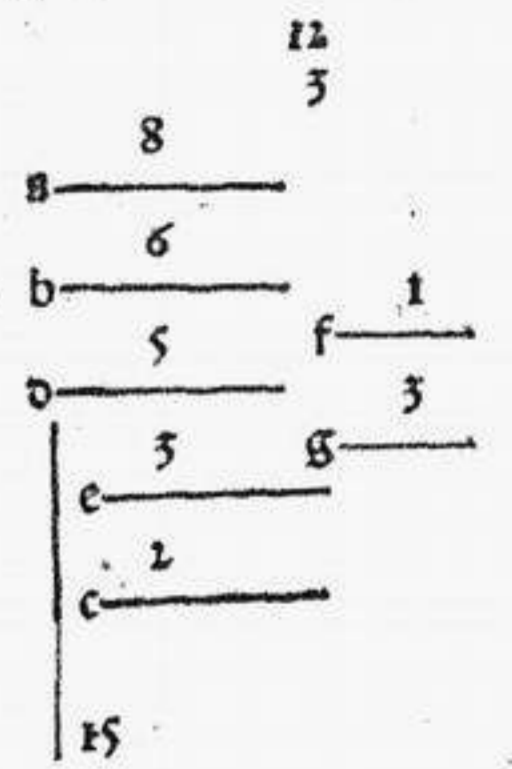
**¶** Priusq; veniamus ad demonstrationem: notatu dignum arbitror q; quādo aliq; numerus vt a b in duo equalia pariter 7 in duo unequalia vt in a minus 7 b maior diuisit̄: illa duo unequalia ad vnū equalium quod totius medietas est: eandem atq; cōem habere differentiam. nam cum illozū duozum unequalium simul iunctoz illud equale sit medietas: illa ab eo equidistare per secūda; partem secūde huius necesse est: quare ad ipm̄ cōem habebunt differentiam. Hic fit etiā vt differentia vnus unequaliū ad reliquum: dupla sit ad differentiam cōem ipsius equalis ad ipsa. Nam cum ipsa unequalia vt a 7 b extrema sint et ipm̄ equale medium: per octauam conceptionem differentia ipsoz constituta est ex differentijs eozum ad ipm̄ medium. Sed hec statim nota sunt. Nos ergo ad p̄positi demonstratiōem cōuertamus. Sit a b n̄erus diuisus in a maiorem portionem 7 b minorem: sitq; c vna eius medietas: et d sit differentia cōmunit̄ c ad a et ad b. Nam vt ostēsum est c ad vtrunq; eandē communēq; habebit differentia. Dico q; fit ex c in se t̄m̄ esse quantū qđ fit ex a in b cum eo qđ ex d in se. qz enī c diuisum ē in d et b. ideo per decimāquintā qđ fit ex c in se equū ē ei qđ fit ex d in se et b in se et b in d bis. et qz a maior portio est totū et eius partes b et differentia dupla ad d. ergo per decimāquartā a in b tantū est quantū qđ fit ex b in se et b bis in d. adde igit̄ ei qđ fit ex a in b numerū qui fit ex d in se: 7 tunc totū qđ fit ex a in b et d in se equabit̄ ei quod fit ex d in se b in se et b in d bis: cui demonstratum est equari



et in se. constat igitur quod fit ex ductu unius equalium in se tantum esse quantum quod ex uno inequalium in reliquum cum eo quod fit ex differentia in differentiam.

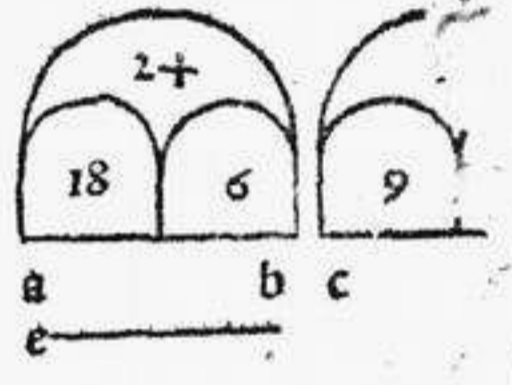
20 ¶ Si numerus per duas quolibet divisiones dividatur: quod fit ex ductu maximi dividendi in minimum cum eo quod fit ex differentia ipsius maximi ad alterum mediorum in differentiam eiusdem ad minimum tantum est quantum quod fit ex ductu duorum mediorum unius in alterum.

¶ Et in precedenti id ante animadvertere licet quod cum quilibet numerus duabus hoc pacto divisionibus secatur ut a una divisione in b et c et secunda in d et e. quorum b sit maximus et c minimus et d mediorum maior et e minor que differentia primi ad secundum eandem esse tertium ad quartum ipsis sic ordinatis. Nam quia d et e equales sunt circumpositis b et c: ab illis per secundam partem tertie equidistant. quare que differentia b ad d que sit f: eadem erit e ad c. et etiam que differentia b ad e que sit g: eadem erit d ad c. Nam per octavam conceptum onem differentia extremorum b et c constituitur ex differentiis b ad d et d ad e. et differentia d ad c extremorum per idem constituitur ex differentiis d ad e et e ad c. Sed differentia d ad e est utriusque communis: et differentia e ad c probata est equalis differentie b ad d. erunt igitur differentie b ad e et d ad c ex equalibus quidem constitute adinvicem equales. Esto ergo a numerus eo qui positus est modo divisus et differentie ut posite sunt assignate. dico ergo quod fit ex ductu b maximi dividendi in c minimum cum eo quod fit ex f in g: equalis esse ei quod fit ex d in e unius videlicet mediorum in reliquum. quod enim fit ex ductu d in e per nonam adinvicem octava tamen est quantum quod fit ex d in c et in f. Nam e divisum est in c et diam f. Sed quod fit ex d in c et f per octavam equum est ei quod fit ex c et f in d. et quod fit ex f in d equat per nonam ei quod fit ex f in c et g. at quod fit ex f in c tamen est per octavam quantum quod ex c in f. quod autem ex c in d et in f tamen est per nonam quantum quod ex c in b. constat igitur quod fit ex d in e tamen esse quantum quod ex c in b cum eo quod fit ex f in g et propositum.



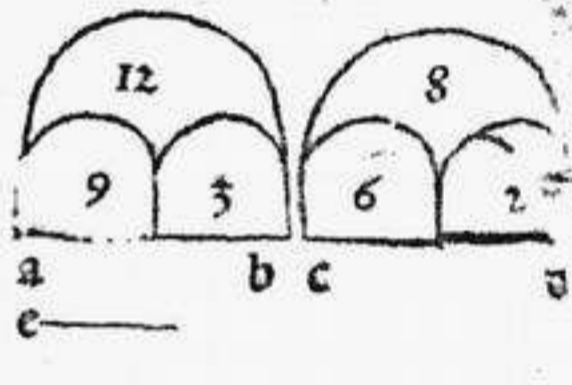
21 ¶ Si quota pars totus totius tota pars detractus detracti: erit residuus residui tota pars quota totus totius.

¶ Sit a b numerus cuius detractus sit b et residuus a. sitque alius numerus c d cuius detractus sit d et residuus c et quota pars totus c d est totius a b: tota pars sit d detractus detracti b. dico ergo totam partem c residuum esse residui a: quota pars est totus c d totius a b. capio numerum e cuius c tota pars sit quota d est b. et intelligo quattuor numeros c primum e secundum d tertium b quartum. constat enim per quartam quia c tota pars est e quota d est b: compositum c d totam partem esse compositi e b quota pars c est e et tota pars positus est c d ad a b. est igitur a b eque multiplex ad c d ut e b ad c d et per tertiam conceptionem adinvicem equales. quare e est equalis a. et ut c ad e: ita quoque c ad a. sed c ad e est ut detracti ad detractum et totius ad totum. est igitur c ad a residuus ad residuum ut totus ad totum et quota pars totus totius quod est propositum.



22 ¶ Si quote partes totus totius tote partes fuerit detractus detracti: erit residuus residui tote partes quote totus totius.

¶ Sit a b numerus cuius detractus sit b et residuus a. et c d alius numerus cuius detractus sit d et residuus c et quote partes totus c d est totius a b: tote sit detractus d detracti b. dico ergo c totas partes esse a quote c d est ipse a b. pone numerum e cuius c tote partes sint quote d est b et arguere per nitus eodem modo per quintam quomodo in precedenti arguere per quartam.



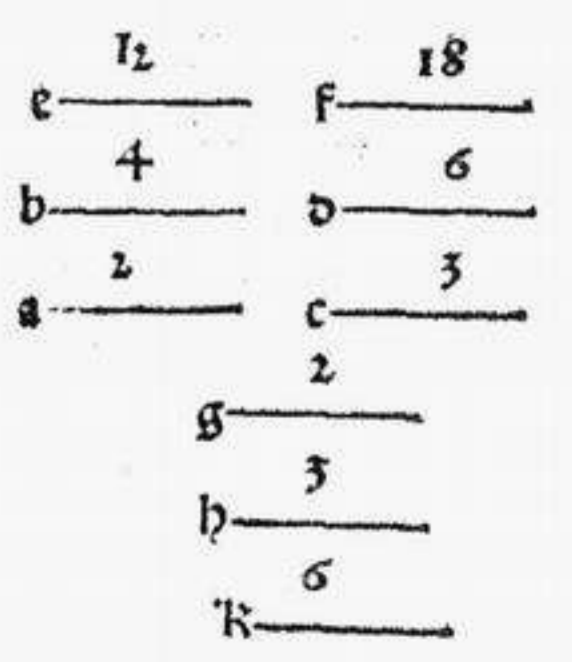
23 ¶ Omnis pars partis: est pars totius denominata a numero qui fit ex ductu duorum numerorum unius in alterum partes illas denominantium.

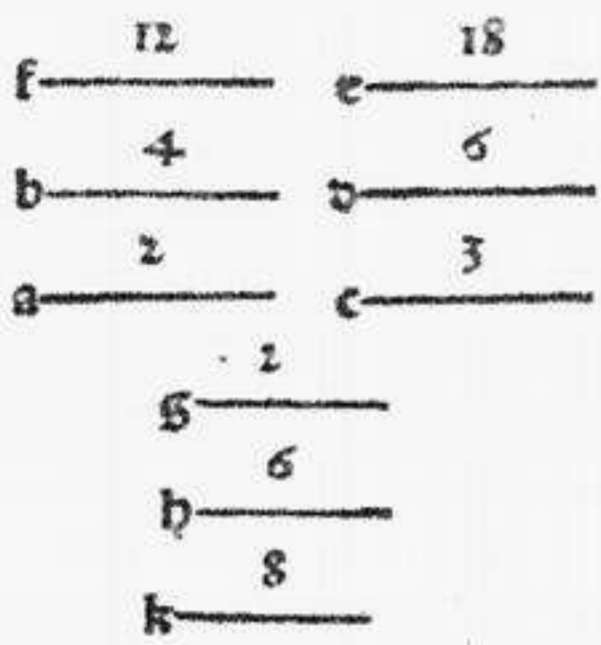
¶ Sit a totus numerus: b eius pars et c pars b et numerus denominans b in a sit d et denominans c in b sit e. sitque f numerus qui fit ex ductu d in e. dico ergo c denominari in a ab f numero scilicet qui fit ex ductu duorum denominantium unius in alterum. Divido enim f in partes equales e: et similiter a in partes equales b. et quia quoties b est in a: toties e est in f. est enim d denominator utriusque communis per hypothese cum b secundum ipsum numerum e in a: et c secundum eundem numerum e in f. Ideo quot partes numero habet a ad b: tot habet f ad e. at quia c numerat b secundum e cum ex hypothese e sit denominans quoties c in b. numerabit igitur c primam partem a equalis ipsi b per primam partem f equalis ipsi e. et eadem ratione secundam per secundam et tertiam per tertiam. et ita de ceteris si plures sunt. quare c per decimam numerabit a secundum f. per definitionem igitur denominabitur quoties c in a secundum f atque f erit ipsum denominans. est itaque c pars partis denominata pars totius a ab f numero quidem qui fit ex ductu duorum numerorum illas partes denominantium unius in alterum quod intenditur.



24 ¶ Si fuerit primus secundi tota pars quota tertius quarti: itaque secundus quinti quota pars quartus sexti: erit primus quinti tota pars quota tertius sexti.

¶ Sint sex numeri: a primus: b secundus: c tertius: d quartus: e quintus: f sextus. sitque a tota pars b quota c est d et b tota pars e quota d fuerit f. dico igitur a totam partem esse e quota pars c est ipse f. sit enim g denominans quoties a in b et h quoties b in e. cum a sit pars b et b pars e. ducautem g in h et perveniat l. quia igitur a est pars b partis scilicet ipsi e per precedentem a denominatur pars e a numero l qui fit ex ductu g in h numerorum illas partes denominantium unius in alterum. at numerus h denominans b in e est etiam numerus denominans d in f et g denominans a in b etiam denominat c in d. denominabitur igitur per eandem precedentem c in f ab eodem numero l qui fit ex ductu g in h denominantium illas





partes quare quota pars est a primus e quinti tota pars est c tertius f sexti utpote que ab eodem numero l: denominatur: quod est propositum.

**¶** Si primus in secundo quoties quartus in sexto: itemque tertius in quarto quoties scds in quinto: necesse est toties esse primū in quinto quoties fuerit tertius in sexto. 25

**¶** Sint ut prius sex numeri: a primus: b secundus: c tertius: d quartus: e quintus: f sextus. sitque a tota pars b quota d est f et c tota pars d quota b est ipsius e. dico a totam partem esse e quota c est f. hec penitus ut precedens demonstratur.

**¶** Si fuerit primus tota pars scdi quota tertius quarti: itemque primus quinti quota tertius sexti erit primus tota pars secundi et quinti quota tertius quarti et sexti. 26

**¶** Sint sex numeri: a primus: b secundus: c tertius: d quartus: e quintus: f sextus. sitque primus in scdo ut tertius in quarto et primus in quinto ut ternus in sexto. dico a primū esse totā partem b e secundi et quini quota c tertius est d f quarti et sexti. qz per hypothesim primus in secundo ut tertius in quarto sit ergo g numerus denominās quoties a in b et c in d. et qz etiam per eandem hypothesim primus in quinto ut tertius in sexto. sit ergo h numerus denominās vtriusque scz quoties a in e et c in f. sitque propositum ex g h numerus l. tunc sic: qd sit ex ductu a in g et h: tantū est q̄tum b et e. et per nonam quod fit ex a in g et h: tantū est q̄tum qd ex a in l. compositū ex ipsis. Similiter quod fit ex c in g et h: tantū est q̄tum d et f. et q̄tum qd fit ex c in l. igitur a primus tota pars est b e secundi et quinti quota c tertius d f quarti et sexti: ut qui numeretur in illis fm eundem numerū l: quod vult propositio.

**¶** Si fuerit primus secundi tota pars quota tertius quarti primis quidē minoribus erit primus tertij tota pars aut partes quota pars aut partes secundus quarti. 27

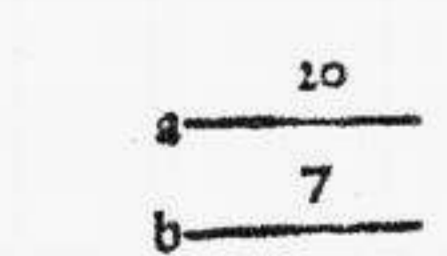
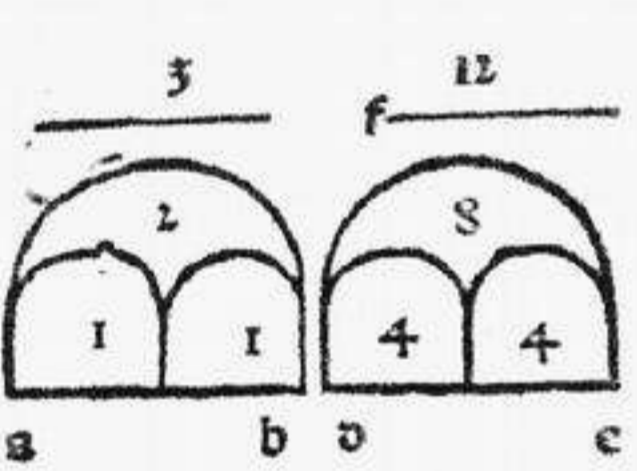
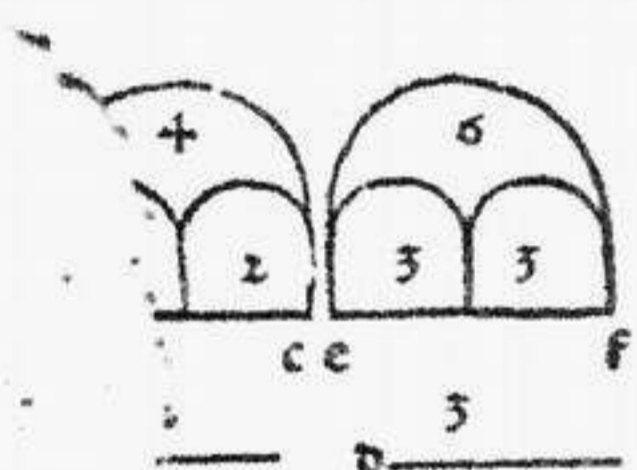
**¶** Sit a primus numerus: b c secundus: et d tertius: e f quartus: a et b c simul existētibus minoribus et quota pars a est b c tota pars d sit e f. dico igitur quarta pars aut partes b c fuerit e f totam partē aut partes numerū a esse d. Diuido enī b c in partes suas equales a que sint b et c. item diuido e f in partes suas equales d. et qz e f est eque mltiplex ad d ut b c ad a ex hypothesi: ideo tot partes numero erunt ipsius e f quot posite sunt b c. Sint igitur ille e et f. cum igitur b prima pars b c sit equalis a et e prima pars ipsius e f sit equalis d quota pars aut partes b erit e tota pars aut partes a est d. et ita de parte c respectu partis f et reliquis partibus vnus ad reliquas partes alterius si plures essent. Intellige igitur b esse primū numerū: c secundum: d tertium: e quartū. et si b est partes e argumēto: per quintā: qz primus b probatus est tote partes e secūdi quote ptes est c tertius f quarti. ergo b c primus et tertius tote partes sunt e f secūdi et quarti quote partes b primus est e secūdi. at a ad d monstrat est tote partes quote b est e. igitur et quote b c secundus est e f quarti. et si b esset pars e omnino consimili modo per quartā ut nunc quoque factum est per quātam elicerem argumentū. Manifestū itaque est si primus in secundo ut tertius in quarto primis existentibus minoribus: primum totam partem aut partes esse tertij quota pars aut partes secundus e quarti.

**¶** Si primus tote partes secūdi quote tertius quarti primo et secundo minoribus erit primus tota pars aut partes tertij quota ps aut partes secundus quarti. 28

**¶** Sint quattuor numeri: a b primus: c secundus: d e tertius: et f quartus. quorum a b et c duo primi duobus reliquis sint minores: et sit a b tote partes c: quote d est f. dico a b totam partē vel partes eē d e quota pars vel partes c est f. diuido enī a b in suas partes ad c que sint a et b et similiter d e in suas ad f que sint d et e. cum igitur per hypothesim a b tot partes sit c quot partes d e est f: tot erunt ptes numero a b diuisi quot et d e. et a prima pars a b tota erit c sui totius quota d prima pars d e est sui totius f. quare per precedentē a prima pars a b ad d primam partem d e tota pars aut partes quota aut quote cad f. et similiter b secunda pars primi ad e secundam partem tertij tota pars aut partes quota vel quote cad f. sicque de reliquis partibus primi ad reliquas tertij si plures sint partes. At si a ad d sit pars facio a primum numerū: d secundum: b tertium: et e quartum. et argumēto: per quartam: quia a tota pars est d quoa b est e. ergo a b ad d c tota pars quota a ad d. sed a ad d monstratus est tota ps quota c ad f. ergo a b primus ad d e tertium tota pars quota c ad f secundus ad quartum. Quod si a ad d sit partes penitus consimili modo per quātam argumentabere quomodo nunc per quartam de parte constat esse argumentatū. Planum itaque est solidum esse propositum. Et si contingeret duos primos numeros duobus ultimis esse maiores: conuerso modo concludēdum esset tertium primi totam partem aut partes quota quartus secūdi. quod facile monstrari potest ordine permutato constituendo scz duos ultimos priores et primum et secundū posteriores.

**¶** Omnis numerus minor aut maioris pars est: aut eo ab maiore quoties potest de- 29 tracto relinquatur ipsius aut pars aut partes

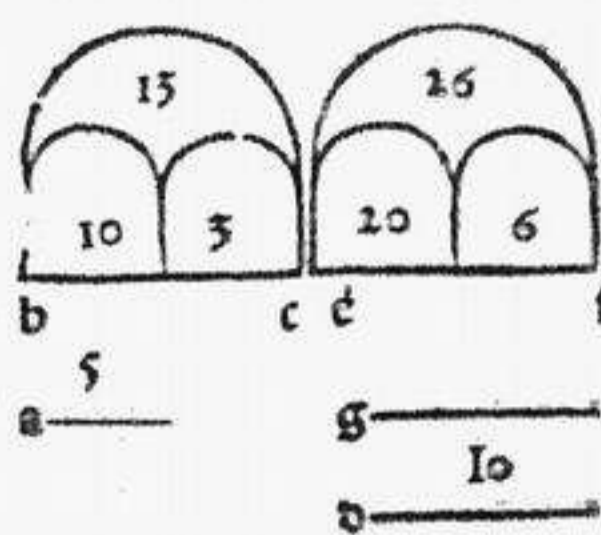
**¶** Sint a b duo numeri a maior et b minor. dico b esse partem a vel eo detracto quoties poterit ab a remanere ipsius b aut partem aut partes. si enim b minor numerat a maiorem per diffinitionē b est pars a. si secus autem b non metitaur. subtracto igitur b quoties poterit ab a remanebit minor b. Nam si nichil remaneret numeraret a secundū numerum denominantē quoties subtraheretur. quoties enim aliquis numerus ab aliquo substrahi potest: toties in ipso numerabilis est per sextā petitionem qui si remanet minor b per primam propositionem est ipsius b aut pars aut partes: quod est propositum.





30 ¶ Si quotie partes primus secundi tote tertius quarti primis itidē semp minoribus: quoties erit primus in secūdo toties tertius in quarto. et quota pars vel partes pmi superunt in secūdo: tota pars aut partes tertij superunt in quarto.

¶ Sit a primus numerus / secūbus b / tertius d / et quartus e f / et primi a et b c miores: sitq; a pmius tot et tote partes b c secūdi quot et quote ptes d tertius est e f quarti. Dico quoties a est in b c: toties d esse in e f. et quota pars vel partes a primi supsunt in b c secūdo totam ptē vl' ptes d tertij remanere in e f q̄rto. subtraho enī a primū a sc̄do b c q̄ties possum: sitq; totus subtractus b z residuus c: sitq; d toties i g: q̄ties a i b. quo q̄dē ita posito qz a tote ptes ē b c q̄te d ē e f: ergo p vicesimā octauā a tota ps vel ptes ē d: q̄ta ps vel ptes b c ē e f. Rursus itelligo a pmiū numerū. b sc̄dm. d tertij. g quartū: z p̄s̄lr argumētoz p vicesimā septimā. qz a tota ps est b q̄ta d est g p hypothesim: ergo p vicesimā septimā q̄ta ps vel ptes b ē g: tota ps vel ptes a ē d. at a ostēsus est tota ps vel ptes d q̄ta ps vel ptes b c est e f: igit̄ quota ps vel ptes ē b c ad e f: tota ps vl' ptes ē b ad g. at qz q̄t ptes a ē b c: tot ptes d ē e f. et quot ptes a ē b: tot ptes d ē g. nā b z g e q̄ multiplices: et a ē pauciores tote ptes b q̄ totius b c: igit̄ z d pauciores tote ptes ē g q̄ e f. subtrahat̄ igit̄ g ab e f: sitq; detractus e z residuus f: z p̄stabit primū p̄pōnis p̄pōstrū. scz q̄ties a in b c: toties d eē in e f cū e sit e q̄lis g. ex hoc etiā manifestū est b totā ptē vel ptes esse e f. nā e z g equant̄: detracti scz ad detractū q̄ta pars vel ptes ē totus b c ad e f totū. si aut̄ nūerus b ipi⁹ e tota ps fuerit: g p vicesimā p̄mā erit c residuus. residui f tota ps q̄ta tot⁹ totius. si aut̄ tote ptes: erit p vicesimā sc̄daz c residuo tote ptes residui f: q̄te b c totus e f totū. s̄z esto g vt b tota ps sit e q̄ta ps tot⁹ tus b c: ē totū e f. Itelligo c p̄mū. f sc̄dm. b c tertij. et e f quartū: z argumētoz p vicesimā septimā. qz quota ps c ē f: tota ps b c ē e f vt nōstratū est: ergo q̄ta ps vel ptes c ē ad b f: tota ps vel ptes f est ad e f. et si b eēt ptes e p̄s̄lr argumētare p vicesimā octauā z p̄clude itex p cā c totā ptem vel ptes eē totius b c: quota pars vel partes f est totius e f. et hoc est totum propositum.

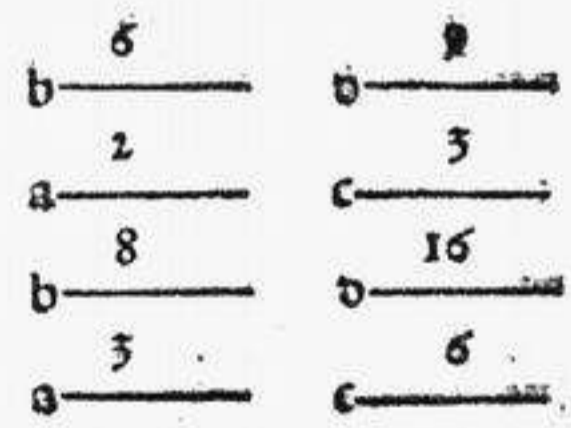


31 ¶ Si toties dempto primo de secundo quoties tertio de quarto tota pars vel partes primi relinquātur in secundo quota aut quote tertij in quarto: primū totas cē partes secundi quotas tertium quarti necesse est.

¶ Hec est p̄uersa p̄cedētis que vt p̄cedētes duobus primis nūeris minoribus intelligat̄. sit igitur a vt prius p̄mus numerus / b c secūbus / d tertius / et e f quart⁹: et sint duo p̄mi mores: z toties demat̄ primus a secūdo sitq; dēptus b: quoties tertij a quarto qui dēptus sit e et sit vt q̄ta pars vel ptes pmi relinquātur in sc̄do tota pars vel ptes tertij relinquātur in quarto: sitq; c relicta ps vel ptes in sc̄do et f in quarto. Dico ergo a primū totas eē partes b c secūdi quote d tertius est e f quarti. Capio g qui sit tote ptes e f quote ptes a est b c z p̄ p̄cedentem quoties a est in b c: toties g erit in e f. et quota ps aut ptes a supsunt in b c: tota ps aut ptes g superūt i e f. At toties positus est d eē in e f: q̄ties a est in b c. et totā ptem vel ptes d supesse in e f: quora ps vel ptes a supsunt in b c igitur g z d adiucem sunt equales. quote igitur partes a est b c: tote d est e f. quod est propositum.

¶ Primi elementorum Arithmetices Jordani finis.

p ¶ Proportio est duarū quātitatum eiusdem generis vnus ad alteram certa in quātitate relatio. ¶ Numeri ad numerū dicitur p̄portio minoris q̄dē ad maiorem in eo q̄ pars est vel partes: maioris x̄o ad minorem fm q̄ cum cōtinet et eius partem aut partes. ¶ Proportionalitas est similitudo p̄portionū. ¶ Continua p̄portionalitas est q̄n p̄nectūtur nō dissociatis mediis. hec aut̄ ad minus iter tres coalescit terios: cū saltē vnū sumēdum sit mediū. ¶ Incont̄inua x̄o est in qua intercedit mediōzū interruptio. Et hec ad mīmum quattuor exigit terios p̄pter alterius mediū sumptionem. ¶ Quādo fuerit tres numeri p̄tinue p̄portionales: dicitur primi ad tertium p̄portio primi ad secūdum duplicata et ad quartum triplicata. ¶ Cum aut̄ cōtinuate fuerint vel cedem vel diuerse p̄portiones: dicitur primi ad vltimum p̄portio ex oībus composita. Denotiatio dicitur p̄portiois minoris quidē ad maiorem pars vel partes quota vel quote illi⁹ fuerint: maioris x̄o ad minorem numerus fm quem eū cōtinet et pars vel partes minoris que in maiore superfluunt. Similes siue vna aliū eadem: dicūtur p̄portiones que eandem recipiunt denotationem. maior x̄o que maiorem: et minor que minorem.



¶ Si fuerit p̄portio primi ad sc̄dm que tertij ad quartum: erit ecōuerso que secūdi ad primum eadem quarti ad tertium.

¶ Hec demōstrat p̄uersam p̄portionalitatem: que ab euclīde quito geometrie ponit̄ p̄ia spēs p̄portionalitatum. et est quoties cōcludimus p̄ns ad āncedens vt p̄ns ad āns: q̄ āns ad p̄ns sese habuerit vt āncedens ad p̄ns. āncedēs enī est primū p̄portionis extremum: p̄ns x̄o sc̄dm. Sint itaq; quattuor numeri: a primus / b secundus / c tertius / d quartus: sitq; vt que p̄portio a ad b: eadem sit c ad d. dico ecōuerso que p̄portio b ad a: eadēz esse d ad c. Nam cū ea sit p̄portio c ad d que a ad b p̄ diffinitionē eandem habebūt denotationem. si itaq; a sit minor b ex diffinitionibus tota pars vel partes erit a ad

b: quota pars vel partes c ad d. Si aut sit a ad b tota pars quota c ad d: ut in prima figuratiōe mōstratur: erit d eque multiplex ad c ut b ad a. quare que pportio b multiplicis ad a: eadem erit d eque multiplicis ad c. at si a tote partes sit b quota c est d: per tricesimā igitur primi b toties cōtinebit ip̄ni a et totā eius partē vel partes: quoties d p̄tinet c et quotā eius partem vel partes. q̄re silis erit denotatio b ad a que d ad c: et que pportio b ad a eadem et d ad c. q̄ si a numerus eēt maior b: p̄simili argumēto pateat propositum ponēdo b primum numerum. a sc̄dm / d tertium / c quartum.

**¶ Si fuerit primus ad sc̄dm sicut tertius ad quartum: fueritq̄ primus maior secūdo erit tertius maior quarto.**

**¶** Sint ut prius quattuor numeri: a primus / b secūdos / c tertius / d quartus: sitq̄ a maior b. dico etiā c esse maiorem d. Nam per precedentem q̄: que pportio a ad b ea est c ad d: ideo t̄tra que pportio b ad a eadem erit d ad c. at b ponit̄ minor a: igit̄ erit per primam primi b pars aut partes a. quare et d tota ps vel ptes c. atq̄ d mīor c q̄d intēdit̄. Potes t̄ directe pbare q̄ a ē maior b aliq̄ties p̄tinet b vel aliquotes et ptē aut partes. et cū c eandem pportionē hēat ad d: ergo toties c cōtinebit d aut toties et partem aut partes. q̄re c maior est d. q̄d est propositum. Et cōsilt̄ pbare possis q̄ facillime si p̄mus minor sc̄do fuerit: tertiu quarto eē minorem. Nam si primus sit mīor sc̄do per primam primi erit pars vel partes sc̄di. et cū tertius ad quartum eādē habeat pportionē: tota ps aut partes erit tertius quarti: quare minor quarto. et si primus eēt equalis sc̄do p̄silt̄ pbabis tertium esse equalem quarto.

**¶ Si fuerit primus ad sc̄dm sicut tertius ad quartum: erit pmutatim sicut primus ad tertium: ita secūdos ad quartum.**

**¶** Hec demonstrat pmutatam pportionalitatem: que est quoties cōcludimus ut ahs ad ahs: ita p̄ns ad p̄ns: q̄ ut ahs ad p̄ns: ita ahs ad p̄ns sese habuerat. Sint ergo quattuor numeri: a primus / b secūdos / c tertius / d quartus: sitq̄ similis pportio a ad b et c ad d. dico silē esse pportionem a ad c et b ad d. Nam primo si a sit minor t̄ pars b: q̄ similis est pportio a ad b et c ad d: hinc euenit ut q̄ta pars a sit b tota pars c sit d. ergo per vicesimā septimā primi: quota pars vel partes b est ad d: tota ps vel partes erit a ad c. erit itaq̄ eadem pportio a primi ad c tertium: et b secūdi ad d quartum. Si v̄o si a sit ptes b ut in sc̄da figuratiōe: eūdem t̄ similiter argumētabere per vicesimā octauā primi. Tertio si a sit maior b: facto b primo / a secūdo / d tertio / c quarto: auxilio prime huius idē efficies q̄ facillime.

**¶ Si fuerit primus ad sc̄dm sicut tertius ad quartum fueritq̄ primus maior tertio: erit quoq̄ secūdos maior quarto.**

**¶** Sit a primus numerus: b secūdos c tertius d quartus: t̄ similis pportio a ad b et c ad d: sitq̄ a maior c. dico b eē maiorem d. Nam q̄: ut a ad b: ita c ad d. pmutatim igitur per precedentem ut a ad c: ita b ad d. sed a maior est c: ergo et b maior d per secūdam. quod est propositum.

**¶ Si sicut totus ad totum fuerit detractus ad detractum: erit residuus ad residuum sicut totus ad totum.**

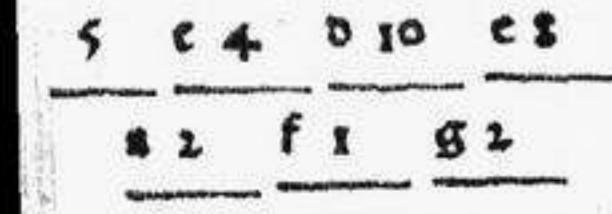
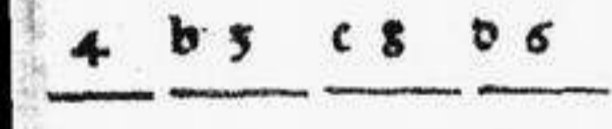
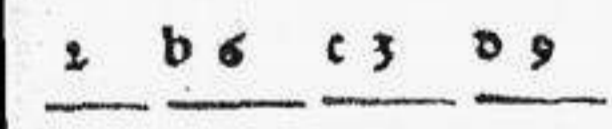
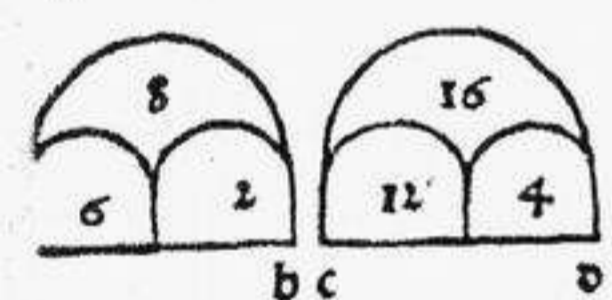
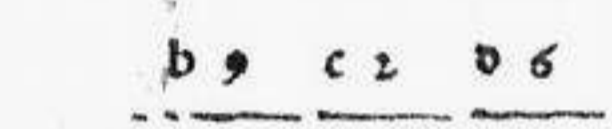
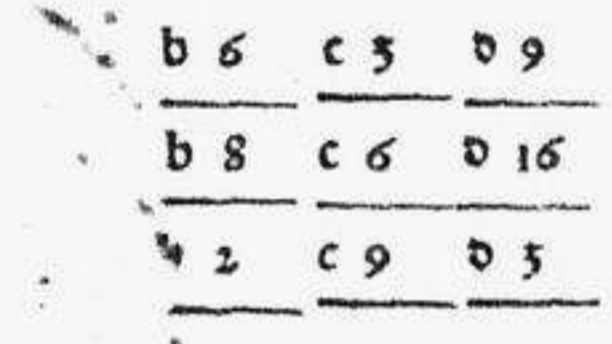
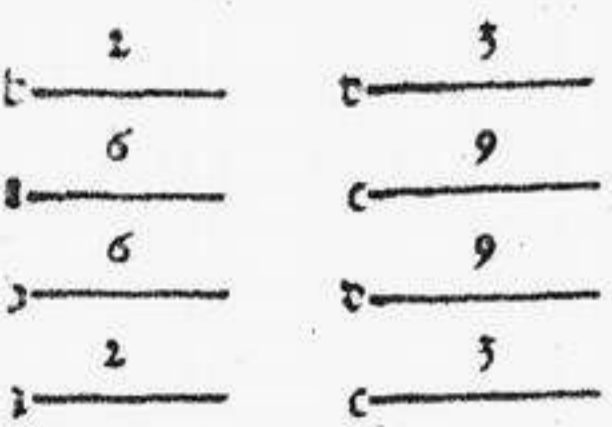
**¶** Sit a b totus numerus: a detractus / et b residuus: et c d alter totus c ab eo detractus t̄ d residuus sitq̄ similis pportio a b ad c d: et a ad c: dico b ad d pportionem esse que est a b ad c d. Nam si a b fuerit minor c d: erit per vicesimā primam t̄ vicesimā secūdam primi sub distinctione q̄ta pars aut partes fuerit a b ad c d: ut tota pars vel partes sit b ad d residui ad residuum. quare q̄ pportio totius ad totum: ea erit t̄ residui ad residuum. at si a b sit maior c d: eōuerso quota pars vel partes c d ad a b: tota pars vel partes erit d ad b. quare itē per primam huius cōcluditur propositum.

**¶ Si fuerit primus ad sc̄dm sicut tertius ad quartum: erit primus t̄ secūdos ad sc̄dm sicut tertius et quartus ad quartum.**

**¶** In hac demonstratur cōstructa pportionalitas: que est quoties cōcludimus cōstructum antecedētis et p̄sequētis ad p̄sequēs ut p̄dictum ahs t̄ p̄ntis ad p̄sequens: q̄ ahs ad cōsequens se habeat ut antecedēs ad consequens. Sit ut a primus numerus se habeat ad b secūdos: ita c tertius se hēat ad d quartum. Dico ergo ut a b ad b: ita et c d ad d. Nam quia est similis pportio a ad b et c ad d: si a ergo sit minor b: erit ut quota pars vel partes a est b: tota pars vel partes c sit d. ergo semel b est in a b: et semel d in c d. et in a b superat a tota pars vel partes b: quota pars vel partes c est ip̄sius d exuperans in c d. quare que pportio b ad a b: eadem erit d ad c d. per primā ergo huius que pportio a b ad b: eadem erit c d ad d q̄d est propositum quo ad hoc. At x̄o si a penatur maior b ut in sc̄da figuratiōe per primam quota pars vel partes b erit ad a: tota pars vel partes d est ad c. ergo b semel se supaddēs in a b: tota pars vel partes erit a b: quota pars vel partes d erit c d se itidem semel supaddēs in c d. quare eadem pportio b ad a b et d ad c d. per primam ergo huius que pportio a b ad b: eadem erit c d ad d. quod itē est propositum.

**¶ Si vnus numerus duos multiplicet: erit pductor t̄ multiplicator eadē pportio. unde manifestū est multiplicū d̄nas submultiplicū differentis eē eque multiplices.**

**¶** Multiplicet a numerum b t̄ proueniat d: et idem a multiplicet c t̄ proueniat e. dico que pportio b ad c / multiplicati sc̄z ad multipl. catum eādē esse d ad e. p̄ducti sc̄z ad p̄ductum. Nam cū b sit in d fm a: et c in e etiam fm a: quoties b est in d toties c est in e. ergo q̄ pportio b ad d ea erit c ad e. pmutatim igitur per tertiam q̄ pportio b ad c ea erit d ad e. q̄d est propositum quo ad hoc: t̄ correlariū



hoc intēdit, si g sit differētia d ad e: et f differētia b ad c. qz d et e sunt sumpti eque mltiplices ad b et c: proportionem g ad f esse eque multiplicem vt d ad b. et sint b d duobus reliquis maiores. quia p presentem ea est proportio d ad e: que b ad c. ergo permutatim per tertiam q proportio d ad b totius ad totum: ea est e ad c detracti ad detractum. ergo per quintam g ad f residuus ad residuum vt d ad b totius ad totum. qd est propositum.

8 **¶** Si duo nūeri eūdem multiplicent: erit multiplicantiū ac pductor eadem pportio. **¶** Et si in figuracione precedētis b multiplicet a: et pueniat d. et c itidem multiplicet a: et pueniat e. Dico q proportio b ad c multiplicātis ad multiplicantem: eādē esse c ad e producti ad productum. Nam per octauam primi idem puenit multiplicando a p b et b per a scz d. et siltter idem puenit multiplicando a per c et c per a scz e. sed per precedētem b et c multiplicatis per a: eādē est pportio b ad c et d ad e. ergo et multiplicātibus b et c a: eādē erit proportio b ad c et d ad e. qd est propositum.

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline c \\ 3 \\ \hline b \\ 6 \\ \hline a \end{array}$$

9 **¶** Si duo nūeri ad tertiuū pparent: maioris ad ipm maior erit pportio et minor minor: ipsius xō ad maiorem pportio minor ad minorem maior. vñ manifestū est si duo nūeri ad eūdem cōparati: eādē seruent pportiois habitudinē: illis vnū / eūdeqz cē nūerū.

**¶** Comparētur a b ad tertium c sitqz a maior b: dico ipsius a ad c maiorem eē pportionem qz b ad c: dico etiā c ad a minorem esse pportionem qz c ad b. Prīmū patet et sit primo c tertius vtroqz a et b maior. qm c est maior a et maior b: erit a pars vel partes c p primam partem: et per eādē b eiusdē erit pars vel partes. et cū a positus sit maior b ipse erit plures ptes c qz b. quare maior proportio a ad c qz b ad c. Sit scdo c tertius vtroqz a et b minor: si a plures ptinebit c qz b ipm c ptineat: cōstat ppositū. Et si a et b equaliter ptinebūt c: qz a maior b plures partes ipsius vltra ptinebit a qz ptineat ipse b. qre idem cōcluditur a scz ad c maiorem eē pportionem qz b ad c. Sit tertio c tertius minor a et maior b: quia denotatio pportiois a ad c fit a toto multiplice aut a toto et parte aut partibus: et denotatio pportiois b ad c est a parte aut partibus: pstat et hoc mō maiorem eē pportionem a ad c qz b ad c. et cū non possit c tertius esse maior a et minor b. qz quicūqz est maior maiore maior est et minor: pstat prima ps quo ad oēs eius modos firma. Scda pz: et sit pzo c tertius maior a et b cū c sit maior a et b et a sit maior b. si c ptinet plies b minozē qz a maiore: pstat pportionē c ad b esse maiore qz c ad a. et si c cōtinet b et a equalit: cōtinebit insuper plures partes b minozis qz a. quare itez idem cōcluditur. Sit scdo c vtroqz minor. erit itaqz sumptis vnitatibus totidem partes maioris quot minozis. sed maioris per conceptionem erit totidez partes minozes: cum partes ille a maiore numero sint denotate. quare ipsius ad maiorem itez minor pportio. Sit tertio c tertius minor a et maior b: cū sit solum pars vel partes a et excedat ipm b: maior erit ipsius ad b pportio qz ad a. et cū nō possit vt dictum est eē maior a et minor b: cōstat scda pars quo ad oēs eius partes monstrata. Corclarū ex prima parte facile cognitum esse potest.

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline c \\ 8 \\ \hline b \\ 9 \\ \hline a \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline c \\ 3 \\ \hline b \\ 9 \\ \hline a \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline c \\ 6 \\ \hline b \\ 9 \\ \hline a \end{array}$$

10 **¶** Si idem numerus ad duos cōparet ad quē ipsius maior pportio fuerit: minorem / et ad quem minor: maiorem esse necesse est.

**¶** Hec est pversa precedētis. Sint ergo a b duo nūeri ad quos cōparetur c tertius. et sit c ad a minor pportio: et c ad b pportio maior. dico a eē maiorem: et b minorem. Nam pmo non erunt equales: quia c ad vtrūqz cēt eadem pportio. neqz a erit minor b. nam per primam partem precedētis: minor eēt a ad c pportio qz b ad c. et per scdam partem eiusdem maior c ad a pportio: et minor c ad b. qd est ptra hypothesim. relinqtur igitur propositum verum.

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline b \\ 9 \\ \hline a \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline d \\ 4 \\ \hline c \\ 6 \\ \hline e \end{array}$$

11 **¶** Si fuerit pportio primi ad scdm maior qz tertii ad quartum: erit secūdi ad primū pportio minor qz quarti ad tertium.

**¶** Hanc in multiplicibus demonstrare p facile est: vt si sit a ad b in genere multiplici maior pportio qz c ad d: dicam b ad a minorem esse pportionem qz d ad c. capiam enī e eque multiplicem ad d: vt a ad b. qz ergo a ad b et e ad d eque multiplices: erit a ad b et e ad d eadem pportio. at pportio a ad b posita est maior qz c ad d: ergo et pportio e ad d maior est qz c ad d. per scdam partem igitur nonē maior est pportio d ad c qz d ad e. at qz eadem est pportio a ad b et e ad d. per primā igitur huius eadem erit pportio b ad a et d ad e. sed d ad c pbatā est maior pportione d ad e: maior igitur erit et sua equali b ad a. qd est propositum. at qz demonstratio hec non eque aptanda est alijs gnibus: idcirco alia vniūsalior adhibenda est. Sit ergo a ad b maior pportio qz c ad d: dico b ad a minorem eē pportionem qz d ad c. duco enī c in b et proueniat c: et idē c in a et pueniat f. per septimā huius q pportio a ad b: eadem erit f ad e. Rursus duco d in a et pueniat g. qz c et d multiplicauerūt a p octauam eadem erit pportio f ad g producti ad productum: qz c ad d multiplicātis ad multiplicantem. Est igitur f ad e pportio vt a ad b: et f ad g vt c ad d. sed pportio a ad b posita est maior pportioe c ad d: igitur pportio f ad e maior est pportioe eiusdē f ad g. per precedētem igitur e minor est et g maior. igitur per primam partem nonē huius pportio e ad f minor est qz g ad f. sed pportio e ad f est eādē pportio nō b ad a: et pportio g ad f eadem pportio nō d ad c vt facile per primam huius cognoscere potes: igit pportio b ad a scdi ad primū minor est qz pportio d ad c quarti ad tertiuū. qd erat demonstrādū.

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline b \\ 6 \\ \hline a \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \hline d \\ 10 \\ \hline c \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ \hline e \\ 60 \\ \hline f \\ 48 \\ \hline g \end{array}$$

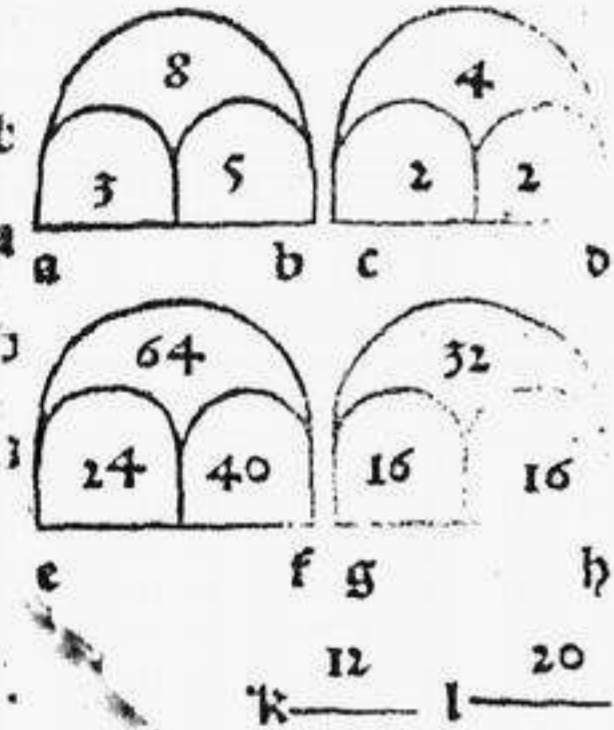
12 **¶** Si fuerit primi ad scdm pportio maior qz tertii ad quartum: erit primi ad tertiuū maior qz secūdi ad quartum.

**¶** Sint vt prius qttuor numeri: a primus. b scds. c tertius. d quartus: et sit a ad b pportio maior qz c ad d. dico maiorem esse pportioem a ad c primi ad tertiuū: qz b ad d secūdi ad quartū. duco enī a in b

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline b \\ 9 \\ \hline a \\ 27 \\ \hline c \\ 81 \\ \hline f \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline d \\ 4 \\ \hline c \\ 18 \\ \hline g \\ 36 \\ \hline h \\ 12 \\ \hline k \end{array}$$

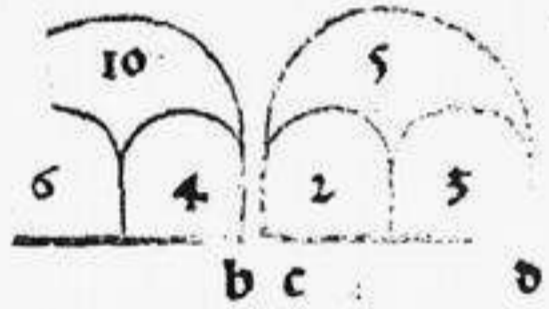
et proueniat e. et a in se et proueniat f. et in d et proueniat g. et in c et proueniat h. per septimam huius que proportio a ad b: ea est f ad c. et que c ad d: ea h ad g. deinde duco b in c et proueniat k: eritque per octauam huius h ad k sicut f ad e. at proportio f ad e quae equatur proportioni a ad b: est maior proportione c ad d. ergo et proportio h ad k eadez proportioni f ad e: maior est proportione h ad g. cum h ad g equetur c ad d. ergo per decimam k minor est g. et quae f ad e ut h ad k: per tertiam ut f ad h: ita e ad k. et quae g probatus est minor k: ergo per scdam partem none minor erit proportio e ad g quam e ad k. sed e ad k per octauam huius adequatur proportioni a ad c primi ad tertium: et e ad g proportioni b ad d secundi ad quartum. Est igitur proportio primi ad tertium maior quam secundi ad quartum quod proponitur.

**¶ Si fuerit proportio totius ad totum maior quam detracti ad detractum: erit residui ad residuum proportio maior quam totius ad totum.** 13



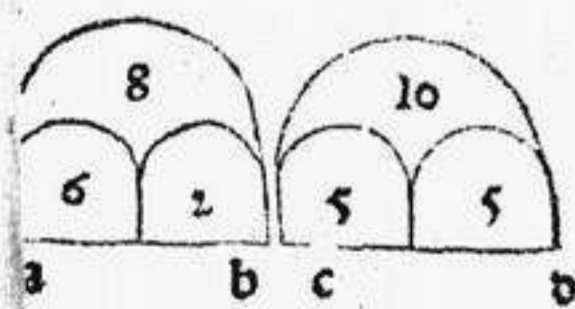
**¶ Sit a b totum et ab eo detractus a et residuus b. sit item c d aliud totum et ab eo detractus c et residuus d. sitque totius a b ad totum c d proportio maior quam a ad c: dico b ad d residui ad residuum maiorem esse proportionem quam a b ad c d totius ad totum. duco enim a b in a et in b et proueniat e f cuius detractus sit e et residuus f. et duco idem a b in c et in d et proueniat g h: cuius g sit detractus et residuus h. Item ducaſ a in c d et proueniat k: substrahaturque k ab toto g h et relinquatur l. cum enim per nonam primi quod sit ex ductu alicuius numeri in omnes partes alicuius totius: equum sit ei qui sit ex ductu illius numeri in eundem totum: totus e f equabitur ei qui sit ex ductu a b in seipsum a b. et cum idem a b ductus in a prouerit e detractus e f. per septimam huius que proportio a b ad a: eadem erit e f ad e. et eadem ratio que a b ad b: eadem e f ad f. et que a b ad c d: eadem e f ad g h. et ut c d ad c: ita g h ad g. et g h ad h: ut c d ad d. et cum duo numeri scilicet totus a b et a detractus: ducti sint in eundem c d: et prouerit numerus a b numerum g h et a numerum l: per octauam que proportio a b ad a: eadem est g h ad l. sed et cum e prouerit ex a in a b: et l ex a in c d. per septimam que proportio a b ad c d: eadez erit e ad l. quare ut e f ad g h: ita e ad l. detractus ad detractum. per quintam igitur ut e f ad g h: ita f ad l residuus ad residuum. et cum e ad g sit proportio que a ad c: erit proportio e ad g minor quam e ad l. quare per decimam l minor est g. igitur et l qui restabit ex h et differentia l ad g: maior erit h. igitur per eadem decimam proportio f ad h maior est numerum maior est quam ad l. at proportio f ad l. probata est eadem proportioni e f ad g h: quare et proportio a b ad c d totius ad totum. Est igitur proportio f ad h: que est eadem proportioni b ad d residui ad residuum: maior proportione a b ad c d totius ad totum. quod est propositum.**

**¶ Si vero detracti ad detractum fuerit proportio maior quam totius ad totum: erit residui ad residuum proportio minor quam totius ad totum. Ex his quoque perspicuum euadit si fuerit proportio residui ad residuum sicut detracti ad detractum: proportionem detracti ad detractum esse tanquam totius ad totum.** 14



**¶ Sit a b aliquis totus numerus et ab eo detractus a et residuus b: et c d alter totus et ab eo detractus c et residuus d. sitque a ad c maior proportio quam a b ad c d. dico b ad d minorem esse proportionem quam a b ad c d. quia enim a ad c est proportio maior quam a b ad c d: per undecimam huius e contra minor erit proportio c ad a quam c d ad a b. cum itaque maior erit proportio c d ad a b totius ad totum quam c ad a detracti ad detractum. per precedentem igitur maior est proportio d ad b residui ad residuum quam c d ad a b totius ad totum. Intellego igitur d primum numerum. b secundum. c tertium. et a b quartum. quod d ad b maior est proportio quam c d ad a b: per undecimam e contra minor est proportio b ad d quam a b ad c d. est itaque notum totius ad totum maiorem esse proportionem quam residui ad residuum et propositum. Correlarium patet: nam si totius ad totum maior esset proportio quam detracti ad detractum: ergo per precedentem residui ad residuum maior erit proportio quam totius ad totum. quare multo fortius residui ad residuum maior esset proportio quam detracti ad detractum. quod est contra hypothesim. Si autem totius ad totum minor sit proportio quam detracti ad detractum: ergo per presentem residui ad residuum minor erit proportio quam totius ad totum. quare et multo fortius residui ad residuum minor erit proportio quam detracti ad detractum. quod est ite contra hypothesim. Cum itaque proportio totius ad totum neque maior neque minor esse possit quam detracti ad detractum: relinquatur eidem equalis.**

**¶ Si primi ad secundum fuerit proportio maior quam tertij ad quartum: erit primi et secundi ad secundum maior proportio quam tertij et quarti ad quartum: ad primum vero minor quam tertij et quarti ad tertium.** 15

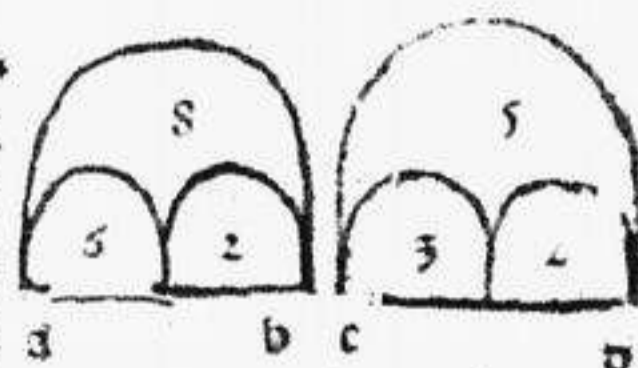


**¶ Si a ad b maior proportio fuerit quam c ad d: dico primo a b ad b maiorem esse proportionem quam c d ad d. scdm a b ad a minorem esse quam c d ad c. Primum patet: nam si a b ad b et c d ad d ponatur equales: ut que proportio a b ad b: ea sit c d ad d. ergo permutatim per tertiam huius erit proportio a b ad c d: que b ad d. que per quintam que proportio a b ad c d: ea erit et a ad c residui ad residuum. quare et que b ad d. et cum similes sint a ad c et b ad d: ergo permutatim per tertiam que proportio a ad b ea est c ad d. quod est contra hypothesim. Si autem ponatur a b ad b minor et c d ad d proportio maior: cum c d ad d sit proportio maior quam a b ad b ergo per duodecimam huius c d ad a b maior quam d ad b detracti ad detractum. ergo per decimam tertiam c ad a maior residui ad residuum quam c d ad a b. quare multo potius quam d ad b. cum itaque c ad a sit maior quam d ad b: ergo per undecimam minor est a ad c quam b ad d. Intellego ergo quattuor numeros: b primum. d secundum. a tertium. c quartum: quia maior est proportio b ad d quam a ad c: ergo per duodecimam maior est b ad a quam d ad c: proportio: ergo per undecimam minor a ad b quam c ad d. quod est contra hypothesim. Relinquit igitur proportio a b ad b: cum neque equalis neque minor ut probatum est esse possit: maior esse proportio c d ad d. quod est primum.**

Secūm patet: nam p̄ immediate mōstratum a b ad b: maior est p̄portio q̄ c d ad d. ergo p̄ duodecimam p̄portio a b ad c d: maior q̄ b ad d detracti ad detractū. ergo p̄ decimātertiam a ad c residui ad residuū maior p̄portio q̄ a b ad c d. quare itez per duodecimā a ad a b maior q̄ c ad c d. per undecimā igit̄ a b ad a: minor q̄ c d ad c. quod est sc̄dm 7 totum p̄positum.

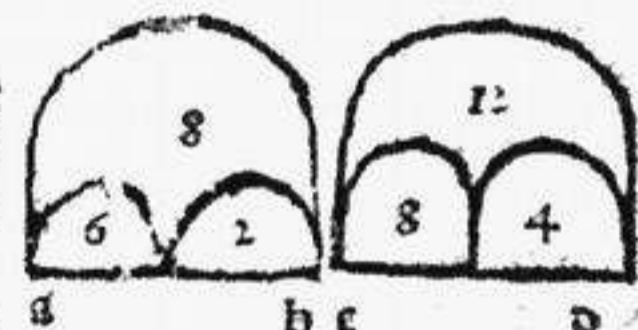
15 ¶ Si inaequales nūeri equalibus addātur: erit p̄positoꝝ minor p̄portio q̄ adiūctoꝝ.

¶ Sint a c numeri inaequales: b d o r d equalis 7 cōpositi a b 7 c d: sitq̄ a maior c. dico a ad c adiūcti ad adiūctum maiorem esse p̄portioem q̄ a b ad c d cōpositi ad cōpositum. nam cū b 7 d idem sint numerus: 7 a sit maior c: per nonam igitur maior est p̄portio a ad b q̄ c ad d. ergo per duodecimam maior p̄portio a ad c detracti ad detractū q̄ b ad d residui ad residuū. ergo maior p̄portio a ad c detracti ad detractum: q̄ a b ad c d totius ad totum. nam si a ad c: 7 a b ad c d eadem esset p̄portio: per quintam eadē eēt a ad c: 7 b ad d. cuius oppositū demōstratum est. Si autē maior eēt a b ad c d p̄portio q̄ a ad c: ergo per decimātertiam esset p̄portio b ad d residui ad residuū: maior q̄ a ad c detracti ad detractū. cuius etiā oppositum modo monstratum est. relinq̄tur igitur a ad c p̄portio maior adiuncti sc̄z ad adiūctum: q̄ a b ad c d cōpositi ad cōpositum 7 p̄positum.



17 ¶ Si fuerit p̄portio primi ad sc̄dm maior q̄ tertij ad quartū: fueritq̄ primus minor tertio: erit secundus minor quarto.

¶ Sint quattuor numeri: a primus / b secūsus / c tertius / d quartus: sitq̄ a ad b p̄portio maior q̄ c ad d: et sit a minor c. dico b esse minorem d. nam cū c sit maior a: ergo per nonā maior est p̄portio c ad b: q̄ a ad b. quare multo fortius c ad b maior est p̄portio q̄ c ad d. per decimam igitur d maior est b. quod est p̄positum.



18 ¶ Cum fuerit p̄portio primi ad sc̄dm maior q̄ tertij ad quartum: et cōpositum ex primo et secundo equale cōposito ex tertio et quarto: primum tertio maiorem esse necesse est.

¶ Sit a ad b maior p̄portio q̄ c ad d: et nūerus cōpositus a b equalis cōposito c d: dico a eē maiorem c. nam primo non erit equalis: q̄ si a eēt equalis c: etiam b eēt equalis d per conceptionem. alioquin si equalibus inaequalia adderētur: tota fierent inaequalia. quare equalis eēt p̄portio a ad b: 7 c ad d. q̄ est p̄tra hypothēsīm. neq̄ erit c maior a: et a minor. nam per precedentem b sc̄ds esset minor d quarto per conceptionem igitur a et b duo minores simul sumpti minus sunt q̄ c d duo maiores simul. quod itez est p̄tra hypothēsīm. relinq̄tur igitur a eē maiorem c 7 p̄positum.

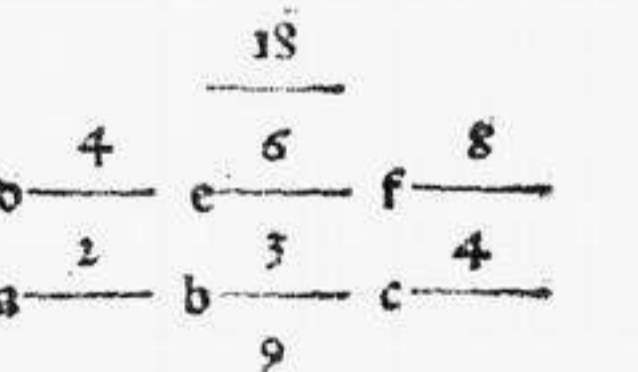


19 ¶ Si primus fuerit maior tertio: 7 cōpositus ex primo 7 secundo equalis cōposito ex tertio 7 quarto: maior erit p̄portio primi ad sc̄dm q̄ tertij ad quartum.

¶ Hec est p̄versa precedentis. Sit vt prius a primus nūerus maior c tertio: et cōpositus a b equalis cōposito c d. dico maiorem eē a ad b p̄portioem q̄ c ad d. Nam q̄ a e maior c: 7 a b 7 c d equalis: erit b minor d. non enī esse potest b equalis d. nam ipsis a 7 c inaequalibus additis: tota non fierent equalia. neq̄ est b maior d. nam per cōceptionem q̄d fieret ex a 7 b duobus maioribus plus esset. quod est p̄tra hypothēsīm. et cū sit maior c: ergo p̄ nonam p̄portio a maioris ad d: maior erit q̄ p̄portio c ad d. sc̄z 7 cū b demōstratus sit minor d: per decimam igitur a ad b maior p̄portio q̄ a ad d. quare multo fortius q̄ c ad d. quod est p̄positum.

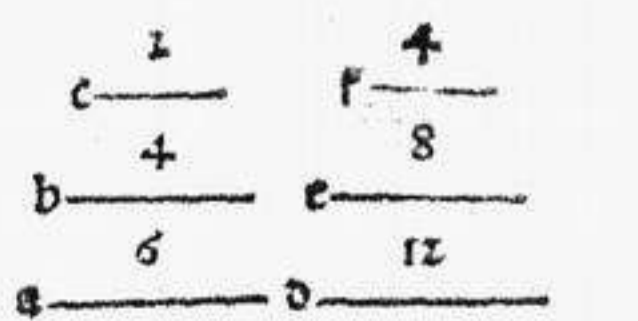
20 ¶ Si quotlibet numeroꝝ ad totidem alios fuerit vna p̄portio: que vnus ad vnum ea oīm ad omnes pariter acceptos erit p̄portio.

¶ Sint a / b / c q̄tlibet nūer: et d / e / f totidem alij. et sit a ad d: et b ad e: 7 c ad f p̄portio vna. dico que p̄portio a ad d: eadēz eēt totius a b c ad totū d e f. nam facile ex sc̄da huius cognōcis tres aīcedētes eēt eque aut maiores aut minores aut equalis ad suos p̄sequētes. Si aut sint eā mīores: quora pars vel ptes erit a ad d tota ps vel ptes erit b ad e: 7 c ad f. ergo p̄ quartā 7 quintā primi sub disiunctione quoties oportuerit repetitas erit totus a b c tota ps vel ptes totius d e f: quora pars vel ptes a ad d. quare eadēz erit p̄portio a ad d: et totius a b c ad totū d e f. Et si sint tres aīcedētes eque maiores quia q̄ p̄portio a ad d: ea est b ad e 7 c ad f. ergo p̄ primā huius q̄ p̄portio d ad a: ea est e ad b 7 f ad c. q̄re q̄ta ps vel ptes d ad a: tota vel tore est e ad b 7 f ad c. per quartā igit̄ 7 quintā primi sub disiunctione q̄tes opus fuerit repetitas quora ps vel ptes est d ad a: tota ps vel ptes est d e f ad a b c. q̄re q̄ p̄portio d ad a: eadē erit totius d e f ad totū a b c. ergo p̄ primā huius q̄ p̄portio a ad d: eadē totius a b c ad totum d e f. q̄d itez est p̄positum. Si x̄o singuli singulis sint equalis: statim adiuvāte p̄ceptione si equalis numeros equalibus addae totos fieri equalis: idem efficies. est itaq̄ totum p̄positum notum.



21 ¶ Si fuerint quotlibet numeri / aliq̄ fm eundem numerum p̄tinue in eadem p̄portione sumpti: extremoz eandem esse p̄portioem necesse est.

¶ Hec declarat equā p̄portionalitatem que est quoties sumptis quotlibet numeris ad alios totidē in cōtinua p̄portionalitate se h̄ntibus: cōcludimus vt illoꝝ p̄portio extremi ad extremum: ita hoꝝ extremi ad extremū p̄portioem esse. quid aut sit cōtinua p̄portionalitas: iam dictū est. et hec equa p̄portionalitas bifariā formari potest p̄mo directe: ordineq̄ recto. vt si hunc in modum dixerō: sicut a ad b: ita d ad e. et sicut b ad c: ita e ad f. sicut a ad c: ita d ad f. p̄ quo eque p̄portionalitatis modo ponitur p̄sens p̄positio. Sc̄do x̄o formaf indirecte p̄uersoq̄ ordine. vt si dixerō que p̄portio a ad b ea est e ad f: et que b ad c ea d ad e. ergo que e a ad c: ea est d ad f. p̄ quo quidē eque p̄portionalitatis



modo sequens ponet ppositio. Sint ergo a b c quotlibet numeri in cōtinua pportioalitate et directe se hñtes ad totidē d e f. ut sicut se hñt a ad b: ita d ad e. et sicut b ad c: ita e ad f: dico eadēz eē pportio-  
cnem a ad c et d ad f. nā qz q pportio a ad b: ea est d ad e. q pmutatim p tertiā huius q pportio a ad  
d ea est b ad e. et qz q pportio b ad c ea est e ad f: igit p eadēz tertiā pmutatim q pportio b ad c: ea  
est c ad f. quare et que a ad d. cum itaqz que pportio a ad d ea sit c ad f: ergo pmutatim per tertiā  
que pportio a ad c: eadem est d ad f: quod est ppositum.

c	2	f	6	k	54
l	4	c	9	h	108
a	6	d	18	g	162

**¶ Si quotlibet numeri totidem alijs indirecte pportioales fuerint: extremi quoqz 22**  
in eadem pportione pportioales erunt.

**¶ Sit a ad b ut e ad f: et b ad c ut d ad e pverso ordine pportioales: dico a ad c ut d ad f. Dico enī**  
d in e et in f: et pueniāt g h: et e in f. et pueniat k. per septimā huius q pportio e ad f eadem est g ad h  
quare et que a ad b: eadem est g ad h. et qz d et e multiplicāt f: p octauā q pportio d ad c: ea est h ad k  
qre et q b ad c. et qz g sit ex d in c: et k ex e in f: et idē k p octauā pmi alternatim sit ex f in e: ergo per  
octauā huius q pportio d ad f: ea est g ad k. At p pcedētem qz ut a ad b: ita g ad h. et ut b ad c: ita h  
ad k. ergo ut a ad c: ita g ad k. et cū pportio g ad k monstrata sit eadēz pportioni d ad f: erit igitur  
ut a ad c: pportio d ad f. quod erat demonstrandum.

**¶ Si fuerit primus ad secūndum: sicut tertius ad quartū. Itēqz primus ad quintum 23**  
sicut tertius ad sextum: erit sicut primus ad scōm et quintū: ita tertius ad quartum et  
sextum.

**¶ Sit pmi nūerus a: scōs b: tertius c: quartus d: quītus e: sextus f. sitqz a ad b: sicut c ad d. et a itēz**  
ad e sicut c ad f: dico ut a ad totū b: ita c ad totū d f. quia enī a ad b sicut c ad d erit per primā huius ut  
b ad a: ita d ad c. erūt igit p: ut ne pportioales ut b ad a: ita d ad c. ut a ad e: ita c ad f. qre p vicesimā  
primam ut b ad e: ita d ad f. ergo p sextam huius erunt pūctum ut b et e ad e: ita d et f ad f: per primā  
igitur huius ut e ad b: ita f ad d. qz ergo ut a ad e: ita c ad f. et ut e ad b: ita f ad d. ergo p vicesimā  
primam ut a ad b: ita c ad d quod est ppositum.

**¶ Si fuerit primus ad secūndum sicut tertius ad quartū fueritqz primus maximus: 24**  
numerus compositus ex primo et quarto maior erit numero cōposito ex scōo et tertio

**¶ Sit a b primus numerus: c secūdo: d e tertius: f quartus. sitqz ut a b ad c: ita d e ad f. et sit a b illoz**  
quattuor: numeroz maximus. dico compositum ex a b et f: maiorem esse composito ex c et d e. cū enī  
a b sit maximus est maior c secūdo: quare per scōam huius d e maior f quarto. et cū ut a b ad c: ita d e  
ad f. ergo pmutatim per tertiā huius ut a b ad d e: ita c ad f. sed cū a b sit maximus per hypothesim  
est maior d e. ergo per secūdam huius et c maior f. est itaqz f illoz minimus. esto ergo b differentia a b  
ad c et e differentia: d e ad f. qz sicut a b ad d e: pbatus est c ad f. et a adequatur c. et d equatur f. ergo q  
pportio a b ad d e ea est a ad d detracti scz ad detractum. ergo per quītas huius ut a b ad d e: ita b ad  
e residuus ad residuū. qre p scōam huius cū a b sit maior d e: etiā b est maior e. sunt itaqz b et f maius  
d e. quare itēz a b et f maius c et d e. at a et b simul per cōm cōceptum equatur toti a b. est itaqz com-  
positus ex a b et f primo et quarto maior composito ex c et d e secūdo et tertio. qd est ppositum.

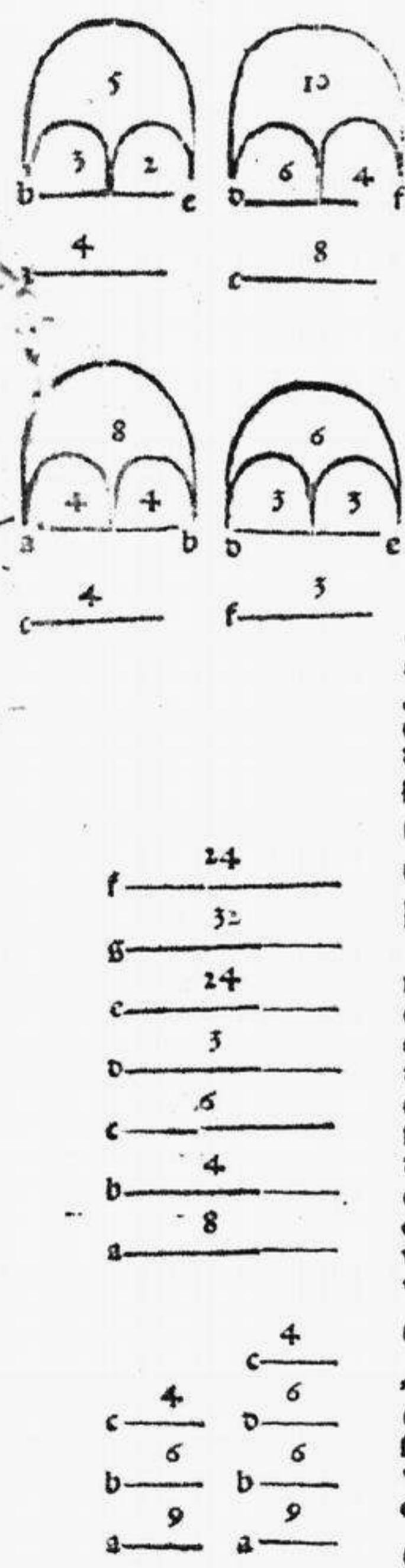
**¶ Si fuerint quattuor numeri pportioales: quod sub extremis continetur equale 25**  
est ei quod productur ex medijs. quod si producta fuerint equalia: erunt et numeri  
pportioales.

**¶ Id sub extremis contineri dicitur qd ex extremo in extremum productur. Sint a b c d quattuor**  
numeri pportioales: itavt q pportio a ad b: ea sit c ad d. dico primo qz sit ex a in d qd sit e equale eē  
ei quod sit ex b in c quod sit f. Secundo si quod sit ex a in d: equale sit ei qd sit ex b in c numeros illos  
esse pportioales. Primum patet: et ut dictum est ex ductu a in d fiat e: et ex ductu b in c fiat f: quos  
dico esse equales. Dico enī itēz a in b et pueniat g. erit per septimā huius g ad e ut b ad d. sed  
et quia ex a in b puenit g alternatim ex b in a puenit g. et etiā ex b in c puenit f. ergo itēz per  
septimā g ad f ut a ad c. et quia ut a ad b ita c ad d: ergo pmutatim per tertiā ut a ad c: ita b ad  
d. quare g ad f ut b ad d. et pbatus est etiā g ad e ut b ad d quare e et f quoz ad g eūdē numerum  
est pportio vna: adinuicem sunt equales. quod est primum. Preterea dico si e et f adinuicem sunt  
equales: a b c d esse pportioales. nam cū e et f sint equales: ipius g ad eos est pportio vna. et quia  
ut dictum est g ad f ut a ad c: et g ad e ut b ad d: erit a ad c ut b ad d. ergo pmutatim per tertiā a ad b  
ut c ad d qd est numeros a b c d: esse adinuicem pportioales: et secūdam.

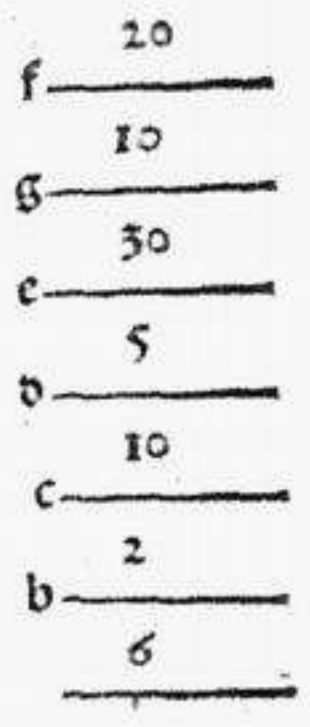
**¶ Tribus numeris pportioalibus q sub extremis continetur / quoz ex medio in se 26**  
pducit sunt cōles. Si illi cōles fuerint: tres qz numeri erunt pmiue pportioales.

**¶ Sint a b c tres numeri cōtinue pportioales: dico pmo qd sit ex a in c: equale esse ei qd sit ex b in**  
se. Secdo si qd sit ex b in se: equale sit ei qd sit ex a in c tres numeros a b c eē cōtinue pportioales.  
Primam partem probas per primam partem pcedentis pō b bis aut quēcūqz numerum ut d  
equalem b. Et scōam partem per pcedentis secūdam partem: nec ut demonstratur est difficultas.

**¶ Si fuerit pportio primi ad secūndum maior qz tertii ad quartum: qui ex primo in 27**  
quartum producti: maior est producto ex secundo in tertium. Si pductus ex pmo  
in quartum sit maior: et pportio primi ad secūndum maior erit.



**S**it a ad b pportio maior q̄ c ad d: dico p̄mo qd̄ sit ex a in d maior esse eo qd̄ sit ex b in c. Secundo si qd̄ sit ex a in d maior est eo qd̄ sit ex b in c pportione a ad b maiorem esse pportione c ad d. Primum patet et duco a in d et pueniat e et b in c et pueniat f: dico e maiorem esse f. Duco p̄terea b in d et fiat g. quia g a in d producit e et b in d producit g: ergo per octauam huius q̄ pportio a ad b ea est e ad g et q̄ f sit ex b in c et g ex b in d: per septimā huius q̄ pportio c ad d ea est f ad g. mōstratū est igitur ut que pportio a ad b: ea sit e ad g. et que c ad d: ea sit f ad g. At pportio a ad b posita ē maior pportioe c ad d: ergo pportio e ad g maior est pportioe f ad g. ergo per nonā huius e maior est f qd̄ est p̄mū. Ecōuerso dico si e est maior f pportione a ad b maiorem esse pportioe c ad d. Nam quia e est maior f: per nonā maior est pportio e ad g q̄ f ad g. At pportio e ad g ea est q̄ a ad b. et pportio f ad g ea q̄ c ad d ut ostensum est. igit̄ pportio a ad b maior pportioe c ad d qd̄ est sc̄dm atq̄ totū ppositū.



**28** **P**ositis duobus numeris an sit tertius cū illis continue pportionalis: perscrutari. **D**atis ergo duobus nūeris ponatur eorū quilibet quē uoles secūdus: quē duc in seipm: si reliquus pductum sc̄dm aliquē numeret numerus sc̄dm quē pductū numerabit erit tertius nūerus in p̄tinua pportionalitate ip̄is per uicesimā sextam adiungēdus. Sin reliquus pductum fm aliquē numerū non numerabit: per eādē nullus ip̄is adhibebitur p̄tinue pportionalis.

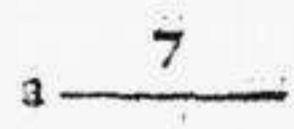
**29** **D**atis trib⁹ nūeris an sit tertius ad aliquē fm pportioem p̄mi ad sc̄dm: iuestigare. **E**adē facilitate hec pateat. nam datis tribus numeris duc secūdū in tertiu: et si primus numeret pductum fm aliquem: is fm quem productum numerat est per uicesimā quintam ad quem tertius ut primus ad secūdum se habet. At si primus productum fm aliquem non numeret per eādē uicesimā quintam nullus tertio in pportione primi ad sc̄dm adiungetur.

**S**ecundi elementorū arithmetices Jordani finis.

**N**umerus primus dicitur: qui non habet partem p̄ter unitatem. **C**ompositus uero qui habet alium numerum ip̄m numerantem. **C**ōmensurabiles siue cōicātes uocātur: quos cōiter aliquis nūerus numerat. **C**ōtra se primi autē dicūtur: qui a nullo cōiter numerātur excepta sola unitate.

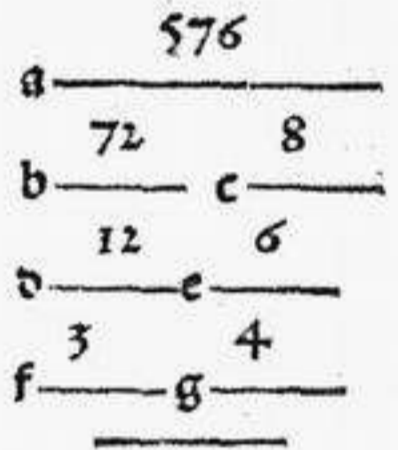
**T**ermini pportionis dicūtur numeri minimi: inter quos inuenitur illa pportio

**1** **O**mnis numerus primus: ad oēm quem non numerat est primus.



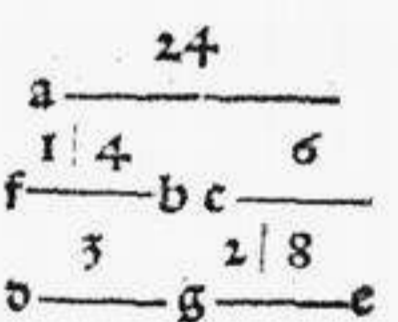
**S**it a quicūq̄ numerus primus: dico a ad quēcūq̄ numerū quē numerat esse cōmensurabilē atq̄ cōicāte et ip̄m et quēcūq̄ alterū quē non numerat esse p̄tra se primos. Primum patet nā si a aliquem numerū numerat: illū fm seipm aliquoties sumptum numerabit: quare ip̄e a seipm et alterū nūerabit: erit utiq̄ per diffinitionem cōmensurabilis atq̄ cōicāns ad alterū. Sc̄dm patet: nam si a aliquem numerum non numerat nullus numerus utrūq̄ cōiter numerabit: alioquin numeraret a: et a nō esset primus. quod est p̄tra hypothesim. p̄ diffinitionem igitur a et numerus quem non numerat sunt p̄tra se primi: et a primus ad illum quod est sc̄dm.

**2** **O**mnis numerus compositus: ab aliquo primo numeratur.



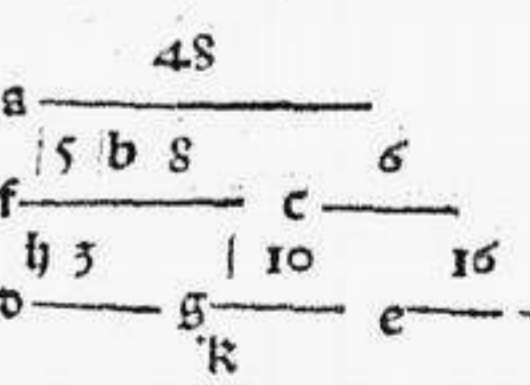
**S**it a quicūq̄ numerus compositus pductus ex b in c. aut ergo b aut c est primus: et sic de eo hētur ppositum. aut uterq̄ est cōpositus. qd̄ si sic fiat ergo b ex d i est i iter uterq̄ d et e sit compositus: fiat iter d ex f in g. si iter uterq̄ eorū est compositus: hac rōne in infinitum numeri decrescent. qd̄ est cōtra petitionem et impossibile: nisi deueniatur tādē ad numerum quem nullus alius numerabit. deueniemus igitur tādē ad aliquem numerum quem nullus alius numerabit et p̄pter hoc primū: qui cum erit pars partis: ergo et per uicesimā tertiam primi erit et ps totius. quare per diffinitionem partis numerabit ip̄m totum quod est ppositum.

**3** **O**mnis numerus aut est primus: aut a primo numeratur.

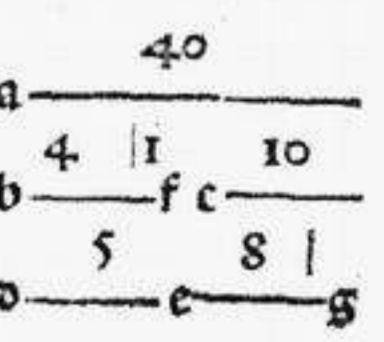


**N**am omnis numerus aut est primus aut compositus. atqui per precedentem omnis numerus cōpositus a primo numerat̄. igit̄ oīs numerus aut est p̄mus aut a p̄mo numeratur. qd̄ intēdit ppositio

**4** **S**i aliquis numerus primus numerum ex duobus pductum numeret: necesse est eundem alterum eorum numerare.



**S**it a numerus pductus ex b in c: quē numeret numerus primus d sc̄dm e: dico numerū primū d numerare alterū duorū b aut c. Et esto non numeret b: dico ip̄m nūerare c. Intelligo enī primū numerū d: sc̄dm b: tertium c: quartū e. quia qd̄ cōtinet̄ sub extremis d et e: equū est ei qd̄ cōtinetur sub med̄is b et c. ergo per secūdam partem uicesime quinte secūdi: d b c e sunt pportionales. ut que pportio d ad b: ea sit c ad e. si ergo b fuerit maior d: etiā et e maior c. ut ex demōstratiōe secūde sc̄di cognoscitur. **D**etractis ergo quoties fieri poterit d et c de b et e relinquantur f et g. eritq̄ per tricesimā primī ut quota pars uel partes f relictā sit d: tota pars uel partes g sit c. q̄ si f relictā sit pars d: cuz d sit nūerus primus f est unitas. quota ergo unitas est in d: tota pars g est in c. ergo per septimā primī quota pars unitas est in g: tota pars d erit in c. numerabit igitur d ip̄m c. At x̄o si f relictus sit partes d: est unitas ut ostensum est: et tote partes erit g ip̄ius c. capiam ergo vnā unitatem ab f que sit h: et vnā partem ab g que sit k: et argumentabor ut prius per septimā primī. quota pars h unitas est ad d: tota ps est k ad c. ergo per septimā primī q̄ta pars h ad k: tota d ad c. quare iter d numerat c. At x̄o si d maior est b per sc̄daz sc̄di: c est maior e. et q̄ q̄ pportio d ad b eadē est c ad e: g p̄ primā sc̄di etiā que pportio b ad d: eadē erit e ad c. quare quota pars uel partes b est ad d: tota ps uel ptes e ad c. **D**iuido g b et e in illas



partes: manifestū est enī cum d sit numerus primus/ vnā partīū b eē vnitatē. capio ergo vnā partīū b que sit f: et vnā partīū e q̄ sit g: q̄a igit̄ quota pars f vnitas est d: tota pars g est ipsius c: ergo per septimā primī quota pars f vnitas ad g: tota pars d est ad c: numerabit igit̄ d ipsū c q̄d iterū ē ppositū

**¶ Si numerū ex duobus pductū tertius numeret: idē alteri illoꝝ erit cōmēsurabilis**

**¶** Sit a numerus ex b in c pductus quē numeret d: dico d alteri numeroꝝ b aut c esse cōmensurabilem. nam aut d est primus: aut cōpositus. si primus: ergo per pcedentē alterū eoz numerat/ quare alteri eoz erit p̄mēsurabilis. si cōpositus: ergo per secundā huius ab aliquo primo numerat d: qui sit e. q̄a e numerat d: numerabit etiā p̄vicesimā tertīā primī a: quare e per pcedentē numerabit b aut c et cū etiā cōter numeret d: sunt per diffinitionē d et alter duoz b aut c quos cōter e idē numerus numerat/ cōmensurabiles: quod intenditur.

**¶ Sūptis quotlibet numeris primis: diuersū ab illis numerū primū esse necesse est.**

**¶** Sint a b c quotlibet numeri primī: dico alterū ab ipsis esse. Dico enī numerū primū in secundū et pueniat d: et tertīū in pductū et pueniat e: et si esset quartus: ducerē ipsū in pductū e: et ita deinceps et quia priores semp̄ erūt partes partīū vltimi pducti: ergo p̄vicesimā tertīā primī et diffinitionē: oēs illi numeri primī numerabūt vltimū pductū: cui addo vnitatē: et sit totus pductus f: qui aut est primus/ sicq̄ cōstabit ppositū. aut cōpositus: qui si fuerit cōpositus: per secundā huius ab aliquo primo numerat qui sit g. et cum g sit primus et nō sit aliqs p̄dictoz: numeraret f cum numeret detractū e vt ostensū est: per duodecimā primī numeraret residuū: numer⁹ scz vnitatē. quod est impossibile: constat igit̄ aliū ab ipsis esse numerū primū.

**¶ Si fuerint duo numeri p̄tra se primī: q̄cūq̄ numerat alterū est ad reliquū primus.**

**¶** Sint a et b p̄tra se primī et c numeret a: dico b et c esse p̄tra se primos: alioquin si c numerat b aut alius quicūq̄ b et c: cum idē p̄vicesimā tertīā primī numeraret a: nō essent a et b contra se primī quod est contra hypothēsim.

**¶ Quicūq̄ numerat numeros contra se primos: et ipsi sunt adinuicem primī**

**¶** Sint a b numerātes c d numeros cōtra se primos: a quidē c et b ipsū d: dico a b eē cōtra se primos nam si sint cōmēsurabiles sit e eos cōter numerās: q̄a ergo e numerabit a etiā p̄vicesimā tertīā primī numerabit c. et q̄a e etiam numerat b per eādē numerabit d. nō sūt igit̄ c d contra se primī: q̄d est contra hypothēsim.

**¶ Numerus cōpositus ex duobus numeris p̄tra se primis: ad vtrūq̄ illoꝝ est primus**

**¶** Sint a et b numeri cōtra se primī: et cōponāt c: dico c ad vtrūq̄ eoz esse primū. nam si est cōmensurabilis vni eoz vt nūero a: numeret igit̄ eos aliqs numerus vt d: q̄a ergo d numerat c et a detractū: ergo per duodecimā primī d etiā numerat b residuū. nō sūt igit̄ a b p̄tra se primī: q̄d est cōtra positū.

**¶ Si duorum numeroꝝ vterq̄ ad tertium fuerit primus: et qui ex ipsis produciē ad eundem erit primus.**

**¶** Sint a b duo numeri quoz vterq̄ ad c sit primus: et sit d pductus ex a in b: dico d esse primū ad c. nā si c et d essēt cōmēsurabiles: aliqs eos vt e cōter numeraret: qui cū numeraret d pductū ex duob⁹ scz a et b: p̄ quartā hui⁹ cōcabat alteri eoz: q̄d p̄ septimā hui⁹ ē impossibile. nō itaq̄ c et d sūt p̄mēsurabiles

**¶ Si fuerit duo numeri p̄tra se primī: q̄ ex alto i se ducto pducit̄ ad reliquū erit prim⁹**

**¶** Sint a et b p̄tra se primī: et a in se ductus pducatur c: dico c esse primū ad b. capio d equale a: et q̄avter q̄ a et d est primus ad b: ergo per pcedentē qui sit ex a in d est primus ad b. sed qui sit ex a in se: equat̄ ei qui sit ex a in d: igitur qui sit ex a in se est primus ad b. quod est p̄positum.

**¶ Si fuerint duo numeri contra se primī: qui ex eis in se pducenē erūt adinuicē primī. Si iidem in pductos ducant̄: et qui inde pducētur erunt cōtra se primī. Sicq̄ deinceps si principia in pductos ducantur: pducti erunt incommensurabiles.**

**¶** Sint a et b cōtra se primī: ducant̄ a in se et fiat c: et b in se et fiat d: dico c d esse cōtra se primos. Item dico si a ducatur in c et fiat e: et b in d et fiat f: similiter e f eē incōmēsurabiles atq̄ cōtra se primos. et si iterū duxeris a in e et b in f/ qui pducenē esse cōtra se primos: et hoc quoties feceris ita euenire. Primū patet: nam per pmissā quia a est primus ad b et c fit ex a in se: per pcedentem c est primus ad b et quia c est primus ad b et d fit ex b in se: per eādē c est primus ad d quod est primū. P̄terea q̄a vterq̄ a et c est primus ad b: igitur per decimam e qui ex ipsis produciētur est primus ad b. quia igit̄ e b sunt contra se primī: et d produciētur ex b in se: per pcedentem e etiaz est primus ad d. cum itaq̄ vterq̄ duorum b d sit primus ad e vt monstratum est: igitur per decimam f qui sit ex ipsis scilicet ex b in d est primus ad e. et ita q̄tūcūq̄ series pcedat cōcludē. et hoc est scdm. ¶ Ex huius prima parte cognoscit̄: tetragonos quoz latera incōmensurabilia sunt esse incōmensurabiles. et ex secundā: tetragonas incōmensurabiles esse quarū latera sunt incōmensurabilia. et cōtra demonstrare p̄romptū est si latera sunt cōmensurabilia: tetragonos et tesseras esse cōmensurabiles. Et sint a b latera cōmensurabilia et c tetragonus a: et e eius tessera. d tetragonus b: et f eius tessera: quia a b sūt cōmensurabiles: ergo ē nūerus cōter eos numerās qui sit g: quia g numerat a: ergo per vicesimā tertīā primī numerat c et e: et quia etiā g numerat b: per eandē vicesimā tertīā numerat d et f. sūt igit̄ tetragoni c d: itidē et tessera e f adinuicē cōmensurabiles. sed de his hactenus: quoz in sexto huius vbi de numeris tum quadratis tum cubis agatur exactissima determinatio futura est.

386

85

35

11

7

6

9

8

4

9

3

7

3

72

9

7

64

9

8

125

25

5

4

16

25

4

5

16

25

4

5

16

25

4

5

16

25

4

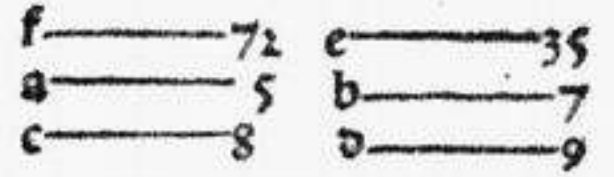
5



III

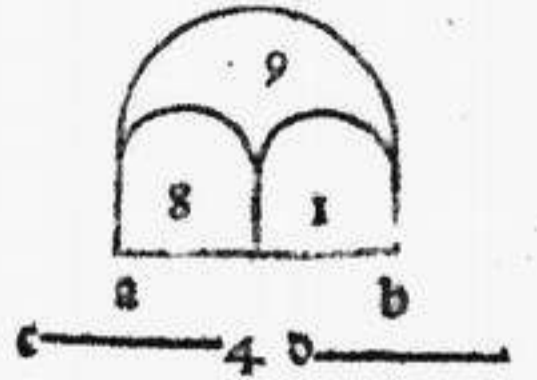
13 **¶** Si duo numeri ad aliquos duos vterq; ad vtrumq; fuerit primus: et qui ex eis pro ducitur ad productum ex reliquis erit primus

**¶** Sint a b primi ad c et primi ad d: et ex a in b fiat e et ex c in d fiat f. dico e et f esse inter se primos. na qz vterq; numerus a et b est primus ad c per decimam huius e est primus ad c. et qz iterum vterq; a et b est primus ad d: ergo per eandem e est primus ad d. est itaq; vterq; duorum c et d monstratus primus ad e: quare per eandem decimam f productus ex illis est primus ad e: quod erat demonstrandum.



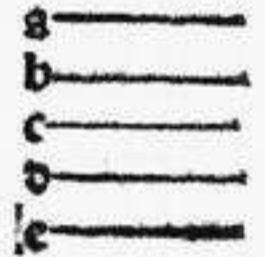
14 **¶** Si fuerint duo numeri contra se primi minorq; de maiore aliquoties detrahatur: aut relinquatur vnitas aut numerus ad detractum primus

**¶** Sint a b et c contra se primi: a b maior / c minor. detrahatur c de a b aliquoties: sitq; subtractus a et residuum b. dico b aut esse vnitate aut esse numerum primum ad c. Nam si b sit commensurabilis c: sit d illorum commensura. qz d numerat c p vicesimam tertiam primi etiam numerabit a. et qz etiam numerat b per nonam primi numerabit totum a b. non erunt igitur a b et c contra se primi: quod est contra hypothesis.



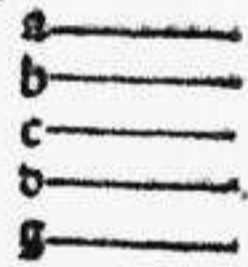
15 **¶** Cum fuerint duo numeri contra se primi et minore de maiore quoad potest detracto: residuum a prius detracto detrahatur continua hoc pacto detractioe facta: vnitate relinquere necesse est. qz si vnitas residua fuerit: positos numeros incommensurabiles esse conueniet.

**¶** Sint a b duo numeri contra se primi: a maior et b minor: detrahatur b ab a quoties id fieri potest et reliqua c qui detrahatur quoties potest a numero b. et ita continue hoc pacto detractio quoad potest. dico primo tandem relictum tri vnitate. dico scdo qz si hoc pacto continuata detractioe relictum sit vnitas datos numeros esse contra se primos. Primum p3. nam detrahatur b de a quoties potest et relictum residuum sit c: ipsum c relictum minus est b. et p precedentem aut est vnitas aut numerus primus ad b. si vnitas constat quod proponitur. si numerus primus ad b detraho ipsum quoties possit ab ipso b et relinquitur minus c quod sit d. quod quod est id per precedentem sicut est vnitas aut numerus primus ad c. si numerus primus ad c ipsum detraha ab c: quare aut semper decrescet numerus dando minorem ad primum secundum exigentiam precedentis: aut relinquitur vnitas quod est primum. Scdm p3. nam si a et b sunt commensurabiles idem numerus numerabit totum et detractum. quare p duodecimam primi idem numerabit residuum numerus scz vnitate quod est impossibile. quod quidem vt clarius percipias sic considera. si a et b sint commensurabiles d: ergo eos commiter numeret: substrahatur b ab a quoties potest et reliqua c si c sit vnitas cum numerus d numeret b numerabit oem numeratum ab b p 23 primi: quare totum detractum ab a et numerat etiam a vt positum est. ergo p duodecimam primi d etiam numerabit residuum scz c: numerus scz vnitate quod est impossibile. et si c sit numerus qz d numerat totum a et detractum vt probatum est: ergo p duodecimam primi d etiam numerabit c residuum. detrahatur ergo quoties potest c de b et relinqua e. si e est vnitas argumetur vt prius numerus d numerare e vnitate. si vero e sit numerus consistit d ipsum numerabit. et sic procedendo habebis quod quicunq; dabitur vnitas ipsam d numerabit: quod est impossibile. Et ex hac demonstratione elice si duorum commensurabilium alter ab altero quoties potest substrahatur sitq; residuum residuum illis esse commensurabile.



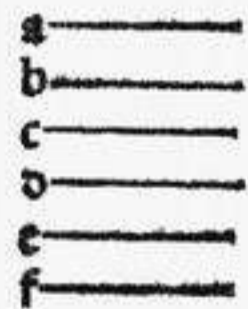
16 **¶** Datis duobus numeris commensurabilibus: maximum eos numerantem inuenire. vnde manifestum est quod ois numerus duos quoscunq; numeras maximum eos numerantem numerabit

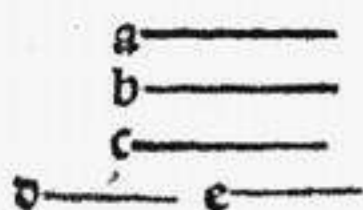
**¶** Sint a b duo numeri commensurabiles: a maior et b minor. propositum est maximum numerum ipsos numerantem inuenire. Si enim b numerat a: cum b se etiam numeret ipse est maximum eos numerans. si autem b non numerat a detrahatur b ab a quoties potest et sit relictus c: quod si numeret vtrumq; ipse est numerus petitus. si non numeret detraha ergo iterum c ab b quoties potest et sit relictus d quod erit minor c. si numeret d vtrumq; b et a ipse est petitus. at si non numerat qz non decrescet numerus in infinitum neq; decumbet ad vnitate: qz per precedentem a et b essent contra se primi tandem deueniret ad aliquem qui autem relictum numeret quem primum habebimus dico ipsum esse maximum numerum eos commiter numerantem. nam si eo maior ponatur: accidet p duodecimam primi maiorem numerare minorem: quod est impossibile. Ex hoc correlariu est notum. ponatur enim a b numeri commensurabiles et b minor subtractus ab a quoties potest et relictus c: et c subtractus ab b quoties potest et relictus d quod subtractus ab c nichil relinquat: quod ideo erit maximum numerus a et b per primum: et sit g commiter numerus a b. dico g numerare d maximum numerantem. si enim g sit idem numero d: cum ois numerus seipsum numeret etiam de eo verum est propositum. si est alius ab d non erit maior d. nam d non esset maximum numerus numerans a b verum potius g. erit ergo minor de necessitate: qui quia numerat b. ergo p vicesimam tertiam primi numerabit totum detractum ab a. et cum etiam numeret a: per duodecimam primi numerabit residuum c: et cum numeret c per vicesimam tertiam primi numerabit totum detractum a numero b. et cum numeret b: ergo per duodecimam primi numerabit residuum scz d: quod est propositum.



17 **¶** Propositis quolibet numeris adiuicem propositis maximum eos commiter numerantem reperire.

**¶** Sint a b c quolibet numeri adiuicem propositi. propositum est maximum numerum eos numerantem inuenire. Inuenio enim per precedentem maximum numerantem a et b quod sit d. quod si numerat c: ille est qui petitur alioquin si dabis maiorem accidet p duodecimam primi minorem numerare maiorem. si autem d non numerat c: qz ergo quicunq; numerat a b c numerat a b. et quicunq; numerat a b p correlariu precedentis numerat d maximum numerum eos numerantem. ergo d et c sunt commensurabiles. inuenio ergo p precedentem maximum numerum numerantem c et d quod sit e quem dico esse maximum numerantem a b c. nam si sit quicunq; alius maior e eos commiter numerans: is sit f. quia ergo f numerat a b p correlariu precedentis numerat d maximum eos numerantem. et quia numerat d et etiam c per positum: ergo per idem correlariu numerat e maximum eos numerantem. at f ponitur maior e. numerat igitur maior minorem: quod est impossibile. relinquitur igitur e esse maximum numerantem a b c et propositum.



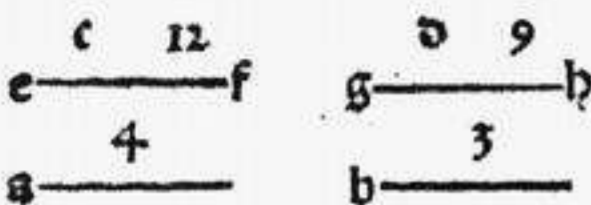


**Quilibet duo numeri in sua proportione minimi: sunt contra se primi.** 18

**Sint a b duo numeri in sua proportione minimi: dico eos esse contra se primos.** nā si sint positi sit cōis eoz mēsurā c q̄ nūeret a fm d et b fm e p septimā scđi q̄ pportio d ad e ea est a ad b. at cū d sit minor a et e minor b non erant a et b in sua proportione minimi: quod est contra positum.

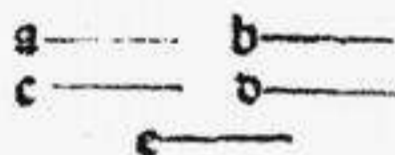
**Numeri quilibet in sua proportione minimi numerant quoslibet in eadem proportione sumptos minorē et maiorē maiorem equaliter.** 19

**Sint a et b minimi in sua proportione: a maior b minor: sintq̄ eiusdē proportionis c d: c quidē maior d minor.** dico a numerare c et b numerare d equalit̄. nā qz vt a ad b ita c ad d: ergo permutatī per tertiā scđi vt a ad c ita d ad b. quota ergo pars vel ptes est a ad c tota pars vel ptes est b ad d. si tota pars constat ppositū a equalit̄ nūerare c et b numerare d. si tote partes ergo p tricesimā primi qz toties erit a in c quoties b in d. et quota pars vel ptes a remāserint in c: tota pars vel ptes b remanebūt in d. subtrahō ergo quoties possum a de c et detract⁹ sit e et residuus f. similif̄ subtrahō quoad possum b de d et detract⁹ sit g et residuus h. qz ergo a nūerat e: et b numerat g equalit̄ atq̄ fm eundē numerū. ergo per octauā scđi que proportio a ad b ea est e ad g: ergo et q̄ proportio c ad d totius ad totū: ea est e ad g detractū ad detractū. igitur p quintā secūdi q̄ pportio c ad d totius ad totum: ea est f ad h residui ad residuū. quare iterum q̄ proportio a ad b: ea est f ad h. at cum f et h relicta sint minora a et b: nō erant itaq̄ a et b in sua proportione minimi: quod est contra hypothesim. constat ergo quoscūq̄ in sua proportione minimos ceteros vt dictum est numerare.



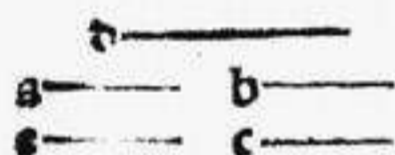
**Si fuerint duo numeri adinuicē primi ipsi erunt in sua proportione minimi.** 20

**Sint a et b numeri adinuicē primi: a maior b minor.** dico eos in sua proportione esse minimos. nā si sint alij q̄ sint in illa proportione minimi: sint ergo illi c d: qz ergo c d sunt in illa proportione minimi p pcedentē numerabūt quoslibet in eadē proportione minorē et maiorē maiorē equalit̄. nūeret ergo c numer⁹ a scđm e et d numeret b secundū eundem numerū e manifestū est qz e numerabit a et b: quare nō sunt a et b contra se primi: quod est contra hypothesim.



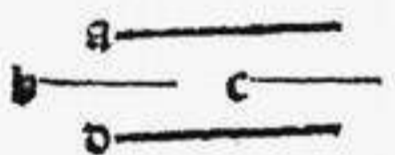
**Positis duobus numeris contra se primis si alter ducatur in numer⁹ quē reliquus nō numerat productus quoq̄ ab eodem non numerabitur.** 21

**Sint a b numeri contra se primi et a ducatur in c et proueniat d et b nō numerat c: dico b nō numerare d.** Si ergo b numeret d: numeret ergo ipsum fm e intelligo primū numerū a: secundū b: tertiū e et quartū c. qz ergo qd cōtinetur sub extremis a c equū est ei quod cōtinetur sub medijs b e. ergo per vicesimā quintā secūdi que proportio a ad b: ea est e ad c. qz ergo a b sunt primi per pcedentem sunt in sua proportione minimi: ergo per ante pcedentē a numerabit e: et b numerabit c equaliter: quod est contra hypothesim. positū enim erat b nō numerare c.



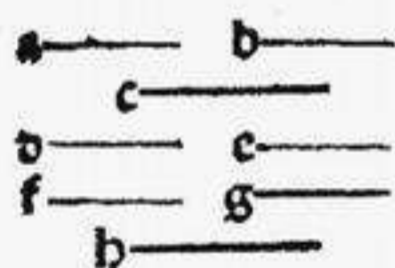
**Si numerum a duobus productum tertius numeret: idem alterum eorum numerabit aut erit vtriq̄ commensurabilis.** 22

**Sit a numerus productus ex b in c quē d numeret: dico d numerare b aut c aut esse vtriq̄ cōmensurabilem.** Si enī alteri fuerit incōmensurabilis vt verbi causa b: cū ergo b et d sint contra se primi et b in c producat a: ergo per pcedentē si d nō numerat c neq̄ quidē d numerabit a. at positus est d numerare a. numerat igitur d alterū eoz. Si itaq̄ vni fuerit incōmensurabilis necessario numerat alterū ideo vtriq̄ incōmensurabilis eē nequit q̄ sit vt aut nūeret alterū aut vtriq̄ sit cōmensurabilis et ppositū.



**Numeros minimos: fm proportionē numeroz assignatorū perscrutari. patetq̄ ex hoc maximū duos numeros cōiter numerantē: fm minimos illius proportionis nūerare** 23

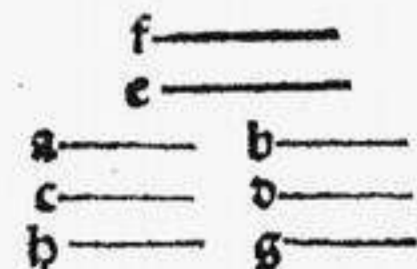
**Sint a b in aliqua proportione: ppositū est minimos numeros proportionis a ad b reperire.** aut enim a et b sunt contra se primi et tunc per vicesimā huius illi sunt in sua proportione minimi neq̄ alij q̄rendi sunt. aut sunt cōpositi et tunc per decimā sextam hui⁹ quero maximū numerū eos numerantē qui sit c nūeretq̄ a fm d: et b fm e. p septimā ergo scđi eadē est pportio a ad b et d ad e. dico itaq̄ d et e esse minimos nūeros in illa proportione. si enī sint alij sint f et g: qz f et g sunt minimi in illa proportione. ergo p decimā nonā huius numerat a b: maior maiorē et minor minorē fm eundē numerū qui sit h. intelligo ergo quattuor nūeros: c primū: f secundū: h tertius: et d quartū. qz a cōtinetur sub extremis c d: et idē a sub medijs f h: ergo p vicesimā quintā secūdi q̄ proportio c ad f ea est h ad d. ergo pmutatī per tertiā scđi eadē est pportio c ad h et f ad d. sed f posit⁹ est mior d: ergo et c minor h. tūc sic c est maxim⁹ numerus numerās a b p hypothesim et h positus est etiā numerare a b: ergo h p correlariū decimā sexte huius numerabit c maior scz minorē quod est impossibile. nō dabūtur igitur alij ab ipsis d e in illa proportione minimi quod est ppositū: et in hoc etiam correlariū notum est.



c  
f  
h  
d

**Quilibet duo numeri minimos numeros sue proportionis maiorē minorē et minorē maiorē multiplicantes: minimū ab ipsis numeratum producant. Ex quo constat minimum quē duo numerant: quēlibet ab eis numeratū numerare.** 24

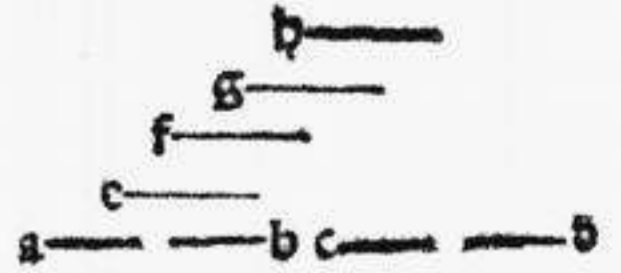
**Sint duo numeri a b multiplicātes c d minimos sue proportionis maiorē minorē et minorē maiorē: dico ipsos minimū ab ipsis numeratū pducere.** nā qz sicut a ad b ita c ad d: ergo per vicesimā quintā scđi qui cōtinetur sub extremis a d equus est ei q̄ continet̄ sub medijs b c qui sit e quem dico esse minimū ab ipsis numeratū. Si enī sit alter esto ergo ipse f quē a fm g producat et b scđm h. positus ergo ordine fminis a b h g: qz qui cōtinetur sub extremis a g equat̄ ei qui cōtinetur sub medijs b h. ergo per vice



simāquintā secundi q̄ proportio a ad b ea est h ad g: quare et q̄ c ad d. et qz a pducit e scdm d et idem a pducit f scdm g. ergo p septimā secūdi q̄ proportio d ad g: ea est e ad f. at cū c ad d sicut h ad g: ergo pmutatum sicut c ad h: ita d ad g. quare sicut c ad h: ita e ad f. sed c numerat h per decimānonā huius ergo et e numerat f: et f positus est minor e. numerat igitur maior minorē: quod est impossibile et propositum. Et ex modo demonstrationis patet correlarium.

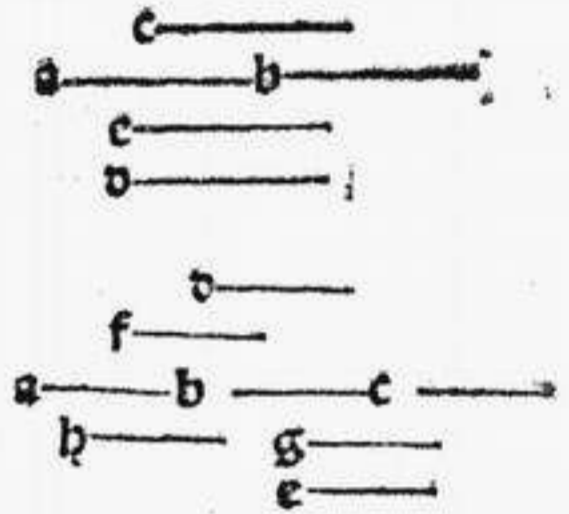
25 ¶ Propositis quotlibet numeris: minimū ab eis numeratū inuestigare.

¶ Sint a b c d quotlibet numeri: quoz proponit̄ minimū ab eis numeratū inuenire. quero primo mīnimū quem numerat a et b: q̄ si a numerat b certū est b esse mīnimū ab eis numeratū. et si a et b sunt cōtra se primī duco vnū in alterū. et qz illi sunt p̄mi: ergo p vicesimā hui⁹ erūt in sua p̄portione mīmi p̄ precedentē igit̄ p̄ductus ab ipsis erit mīmus quē numerabūt. at si ipsi fuerint cōcantes sumo per p̄cedentē mīnimū quē numerat q̄ sit e: et cons̄tr̄ cap̄tā mīnimū quē numerat c et q̄ sit f et mīnimū quē numerat d f q̄ sit g quē dico eē mīnimū numez quē numerat a b c d. numerabunt enī eum p 23 p̄mi. at q̄ nō numerēt minorē p3. nā si sit dabilis nūerus minor g quē numerat a b c d sit ille h: qz ergo a b numerat h. ergo p correlariū p̄cedētis e mīmus ab eis numerat⁹ nūerat h. et qz e et c numerat h: ergo p idē correlariū f mīmus ab eis nūeratus nūerat h. et qz f nūerat h et d posit⁹ est etiā ipsum nūerare ergo per idem correlariū g mīmus ab f et d numeratus numerabit h. at h positus est minor g: nūerat igitur maior minorē: quod est impossibile.



26 ¶ Si mīnimū numez a quotlibet numeratum aliquis primus numeret: eundē quoqz aliquem illozum numerare necesse est.

¶ In duob⁹ numeris id facile p̄pendit̄. Sint ergo a b duo nūeri: c mīmus ab eis numerat⁹: et d nūerus p̄mus numerans c: dico d nūerare a vel b. numeret enī a mīnimū numeratū c scdm e: ergo per 24 hui⁹ e est vnus mīmoz p̄portiois a ad b numeras b. tūc sic d numer⁹ prim⁹ nūerat c p̄ductū a duob⁹ nūeris a et e. ergo p quartā huius d nūerat alterū numez a aut e. si a cōstat p̄positū: si e itidē. nā p vicesimāquartā numerabit b. In pluribus asit̄ cons̄tr̄ ostēditur. Sint a b c quotlibet nūeri d mīmus ab eis nūeratus: e nūerus p̄mus numeras d: dico e nūerare a b aut c. capio enī fm̄ exigentiā p̄cedētis mīmū numez quē numerat a b q̄ sit f: et mīmū numez quē numerat f c quē ex p̄cedēti manifestū est eē d et nūeret c mīmū d scdm g q̄ per 24 huius est vnus nūer⁹ p̄portiois f ad c et q̄ numerat f. Cum itaqz e numerus p̄mus numeret d p̄ductū ex duob⁹ numeris c g: ergo p quartā huius e nūerat alterū numez c g. si numerat c cōstat p̄positū: si numerat g ergo p vicesimāquartā numerat f. qz ergo f est mīmus numer⁹ quē numerat a b. nūeret ergo a mīnimū f scdm h q̄ per sepe sumptā vicesimāquartā hui⁹ erit vnus mīmoz p̄portiois a ad b et numeras b. cum ergo e p̄batus sit nūerare f p̄ductū ex duobus numeris a h: ergo per quartā huius numerat a aut h. si numerat a constat p̄positum. si h itidē. nam h numerat b: quare e per vicesimātertiam p̄mi etiā numerabit b: et p̄positū.



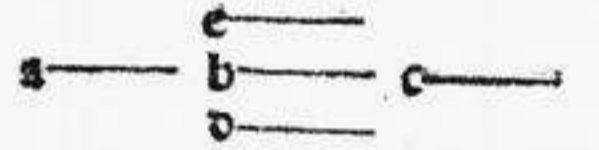
27 ¶ Cum fuerint quotlibet numeri ad aliquem primī: et minimus quem numerant ad eundem erit primus.

¶ Sint a b c quotlibet numeri primī ad d: sitqz e mīmus numer⁹ quē numerat a b c: dico e esse primū ad d. nā si d est cōmēsurable ad e: ergo est aliq̄s numer⁹ eos cōlter numeras q̄ sit f. Si enī f sit nūer⁹ p̄mus cū numeret e: ergo p p̄cedentē nūerabit a b aut c. et cū etiā nūeret d nō sunt ergo a b c p̄mi ad d qd̄ est contra h̄ypothesim. at si f sit nūerus p̄positus ergo p scdm huius f ab aliquo p̄mo numeratur q̄ sit g: qui p vicesimātertiam p̄mi numerabit d et e: qz ergo g est primus et nūerat e. ergo p p̄cedentē nūerabit a b aut c et etiā numerat d. nō sunt igitur a b et c primī ad d: quod est contra h̄ypothesim.



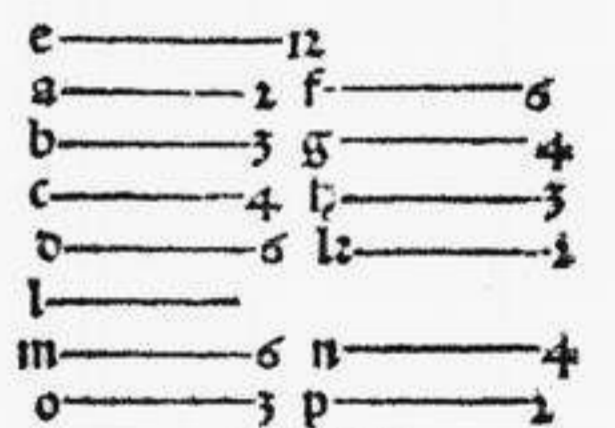
28 ¶ Si sumatur mīnimus numerus quē numerant aliquot primī numeri assignatī: aliū ab illis numerum primū: eundem numerare impossibile est.

¶ Sit e mīmus nūerus quē nūerat a b c quotlibet nūeri p̄mi: dico nullū ipsos p̄mū aliū ab ipsis nūerare e. nā si dareē aliq̄s d: qz ipse nūeraret e. ergo p 25 nūeraret etiā a b aut c: qd̄ est h̄ypothesim.



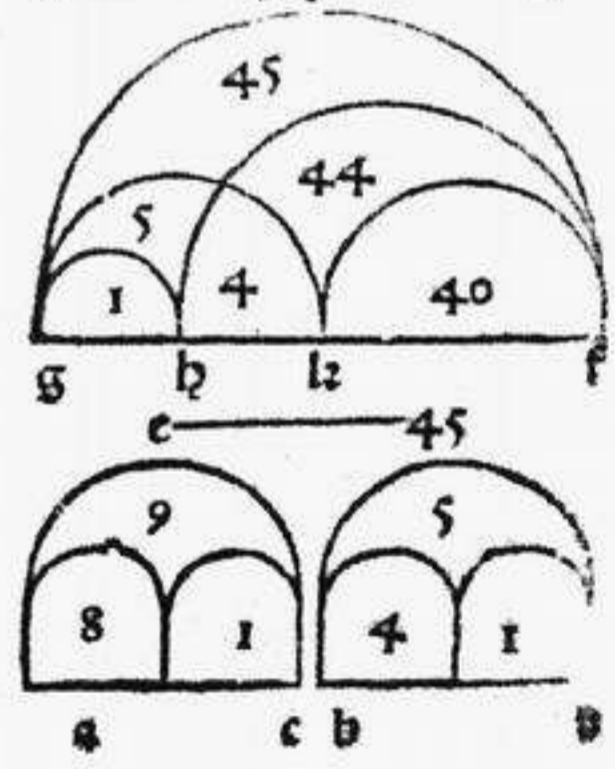
29 ¶ Numerū mīnimū: p̄positarū denoiationum partes habentē inuenire.

¶ Si p̄positarū partium vt verbi cā vnus secūde tertie quarte et sexte p̄positū sit mīnimū numez ptes illas h̄ntem reperire. capio a b c d nūeros partes illas denoiantes quoz mīmus ab eis nūerat⁹ sit e: nūeretqz a mīnimū e scdm f: et b eundē scdm g: et c eundē scdm h: et d eundē e scdm l. alternatim ergo p octauā primī f g h l numerabūt e fm̄ a b c d datos nūeros: erūt ergo in e partes denoiate ab a b c d quē et dico esse mīnimū in quo ptes ille reperiātur. q̄ enī partes illas habeat: iam notū est: sed si nō sit mīmus sit ergo ille l minor eo illas habēs: et eius partes ab illis denominated sint m n o p. erunt ergo alternatim per octauā a b c d partes l denominated ab m n o p. nō erat ergo e mīmus quē nūerabant a b c d. nam l ponitur minor: quod est contra h̄ypothesim.

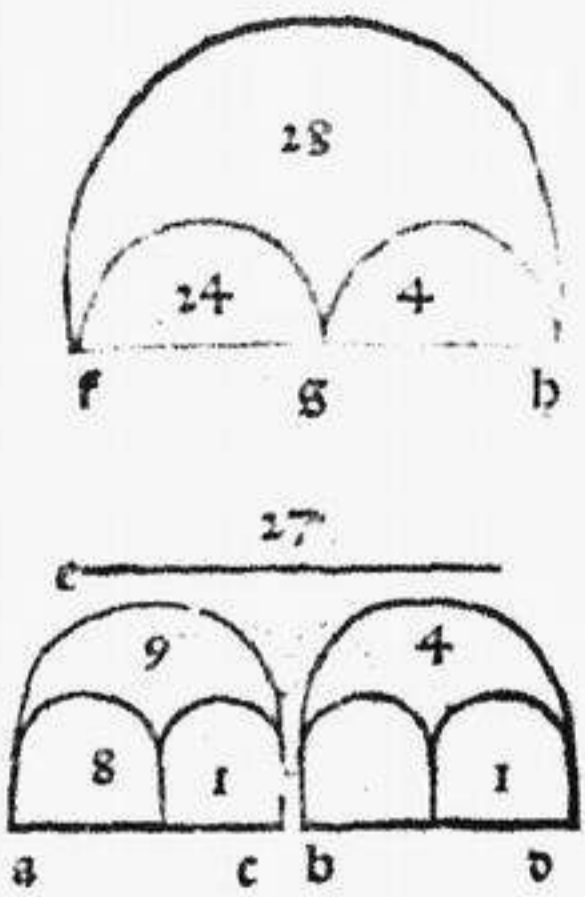


30 ¶ Sumptis duob⁹ numeris contra se primis quozū minore de maiori quoad potest detracto residua sit vnitas: multiplicem cuiuslibet eozum qui super alterius multiplicem: solam apponat vnitatem reperire.

¶ Sint a b nūeri p̄tra se p̄mi: a maior b mīor: detractoqz b de a quoties pōt reliquat vnitas: p̄positū est dare m̄ultiplicē ad a: sola vnitate multiplicē ad b supantē. detraho ergo q̄tū possum b p̄tiale de totali a et sit totus detract⁹ a p̄tialis: q̄ quidē est idē aut m̄ultiplex ad b. et sit c relicta vnitas et addo ad b vnitatē q̄ sit d. et duco a totū in b d et pueniat e quē manifestū est eē m̄ultiplicē totalis a. Deinde duco



b2

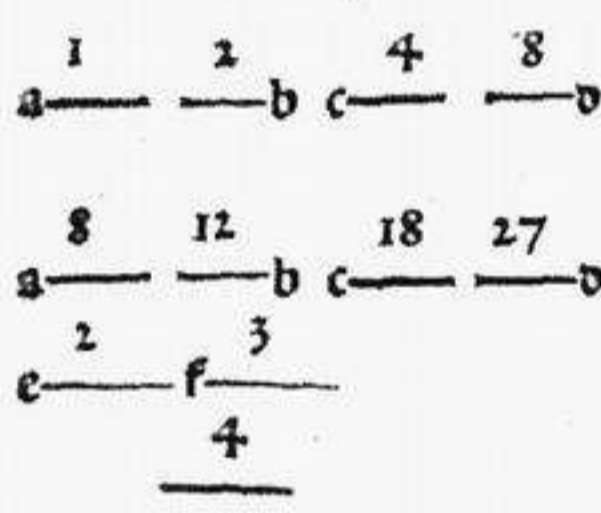


a partialē eundē scz aut multiplicē ad b in b d et pueniat fl: quē manifestū est p 23 primi eē multiplicē ad b ptiale. Deī dūco c vnitatē in b d et veniat l: g q qz vnitā in quēcunqz numex ducāf illū pducit est eālis b d: sed b d supat b sola vnitāte. ergo l: g superat b sola vnitāte. Hanc igitē demo q sit h g tūc aggregat<sup>9</sup> f h est mltiplex ad b: sed aggregat<sup>9</sup> f h superat totū f g sola vnitāte h g. sed cū f g fiat ex ductu a partialis z c in b d equat e q sit ex ductu a totalis in b d per decimā primi. at dictū est e eē multiplicē ad a z f h multiplicē ad b. igitē e multiplex ad a equalis quidē f g supat f h multiplicē ad b sola vnitāte qd erat demōstrandū et propositū quo ad vnā partē. Sed rursū demōstrandū est vabilē esse multiplicē ad b q solā hz vnitāte super multiplicē ad a: aufero vnitāte ab b totali q sit d et dūco b partialē in totalē a et proueniat e manifestū est e eē multiplicē ad a. et dūco iterū b partialē in a partiali equali aut multiplicē totius b et proueniat f g manifestū est f g esse multiplicē ad totū b. deinde dūco b d in c vnitāte z fiat g h qui qz quicūqz numer<sup>9</sup> in vnitāte ducāf seipsum pducit g h est equalis toti b quare totus f h est mltiplex ad b. Sed cū per nonā primi qd sit ex b ptiali in a c equet ei q sit ex eodē b partiali in a et in c: z ille q sit ex b ptiali in a: et b totali in c solā vnitāte super addat illi q sit ex b ptiali in a et in c. sequitur ergo q multiplex ad b scz f h q sit ex b partiali in a et b ptiali in c: solā addet vnitāte super e multiplicē ad a qui sit ex b partiali in a c: quod est secundū et totum propositū.

**Propositus duobus numeris cōtra se primis: multiplicē cuiuslibet eoz inuestigare cuius ad multiplicē alterius differētia sit dato numero equalis.**

Sint a b duo nūeri contra se pmi quoz cuiuslibet iubemur assignare multiplicē cuius dria ad multiplicē alteri<sup>9</sup> sit dato nūero q sit c equalis. capio fm exigentiā precedentis multiplicē a q sit d et multiplicē b q sit e addēs super multiplicē a solā vnitāte z multiplico d per c numex datū et proueniat f z e p eundē c et pueniat g. z qz tm est c in e qm c in d et vnitāte per nonā primi z oīs nūerus in vnitāte seipm producit. ergo dria g ad f est nūerus datus c. et cū a sit pars d et d ps f: z silf b pars e z e pars g ergo pvice simātertā primi a est pars f et b ps g. quare f et g multiplices sunt ad a b int quos nūerus assignat<sup>9</sup> est dria. et posses silf p pcedentē capere multiplicē a q sup adderet vnitāte mltiplici ipius b. deinde pcedere vt dictū est. Ceterū si minor quoties pōt de maiore detract<sup>9</sup> nō solā relinquat vnitāte sed vltior fiat subtractio quo min<sup>9</sup> per pcedentē operari posses hoc mō poteris operari. Datis enī a b nūeris contra se pmi et c numero cui sit capiēda dria multipliciū equalis et detracto b ab a quoties pōt remaneat d et d detracto ab b quoties pōt reliqu<sup>9</sup> sit e: z e detracto ab d quoties pōt maneat f et qz tandē per decimāquintā huius relinqtur vnitāte sit ergo vt detracto f ab e quoties poterit reliqua vnitāte. si ergo multiplex a debet addere supra multiplicē b sumo alterū extremū quoz qui est in situ ipari ab a vt f et sumāf h multiplex eius q addat vnū super multiplicē e z i quo sit f fm g ducāf qz g in d et fiat h l: q addet super multiplicē e vnitāte: qm g in d qm in e vel eius multiplicē z in f. dempto ergo vno de h l: remaneat m l: vt sit m et vnitāte equalē h sitqz e in m l: fm l q ductus in b faciat n: cui addito vno fiat o quē numerabit d eadē rōne z sit vt scdm p q ductus in a faciat r: qui silf addit super multiplicē b qui sit q vnitāte. multiplico igitē r et q per c numex datū et producat s r t q erunt multiplices b z a int se dria z fm c numex assignatū seruātes. Tertij elemētoz arithmetices Jordani finis

g	676	c	4
f	672	b	13
e	169	a	8
d	168		
t	676	r	169
s	672	q	168
	13 5	o	65
g	d	p	13
	8 3	n	64
b	e		9 15
	5 2	m	12
d	f	l	8
e	3		25
f	2		10 15
	1	h	12
		g	5

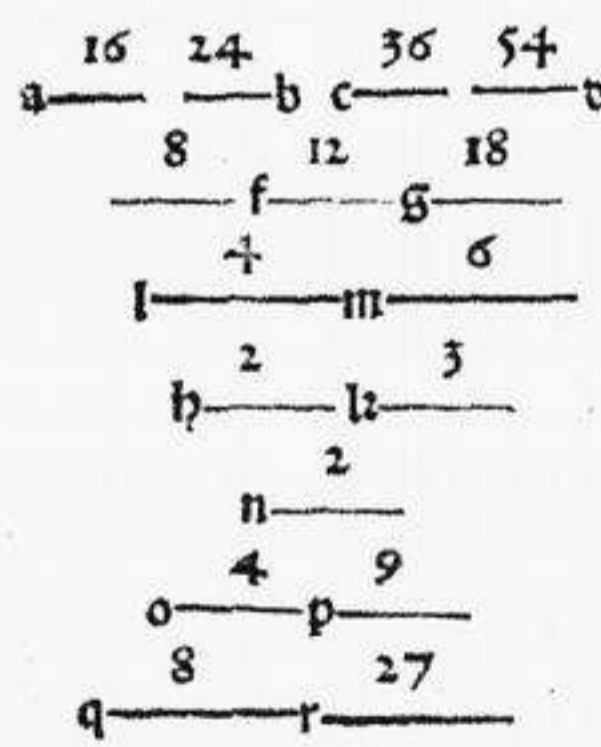


**Si fuerint quotlibet numeri continue proportionales: duo et duo proximi erunt commensurabiles.**

Sint a b c d quotlibet nūeri continue proportionales: dico a b esse cōmensurabiles. Itē z b c et c d. Si enī a nūeret b manifestū est a et b esse cōmensurabiles. et qz q proportio a ad b ea est b ad c z c ad d ideo b nūerabit c: et c nūerabit d. quare cōstabit propositū: a b: b c: c d: esse cōmensurabiles. at si a non nūerat b: qz ipossibile est tūc a et b eē in sua proportione mimos. nā si a et b essent in sua pportione mimi essent p decimā octauā tertij adinucē primi: et per decimā nonaz numerarēt quoslibet in sua pportione: z qz q proportio a ad b: ea est b ad c. a ergo nūeraret b pmi cōtra se primū qd est ipossibile et etiā oppositū possit. nō erunt ergo a et b in sua pportione mimi. capiā ergo p vice simātertiaz tertij e f mimos in illa pportione q per decimā nonā eiusdē numerabūt a b fm eundē numerū equalē vt fm g: et consit b c et c d. sunt igitē a b: b c: z c d adinucē cōmensurabiles: quod est propositū.

Si nūeroz cōtinue pportionalium duo extremi fuerint cōicantes erit nūerus cōiter oēs numerās maximus q oēs numerabit erit maximus extremos numerās. Ex hoc cōstat q si aliquot pportionales int duos cōicantes ceciderit: totidē inter vtrūqz eoz et maximū numerū eos cōiter numerantē cadere necesse est. Palāqz sit etiā maximos qui binos z binos numeroz pportionalium cōiter numerāt esse cōtinue pportionalēs

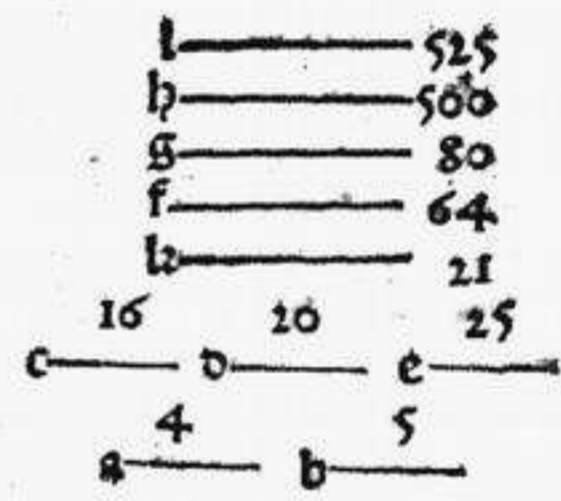
Sint a b c d nūeri pportionalēs quoz a d extremi sint cōicantes: dico pmo aliquē esse numerū eos oēs cōiter nūerantē. scdo maximū nūex oēs numerātē esse maximū numerantē extremos. Cū enī p pcedentē a b cōicent z silf b c et c d: capio p 16 tertij maximū numex numerātē a b q sit e: z maximū nūerantē b c q sit f. et maximū nūerantē c d q sit g. ponoqz h l: mimos in pportioe a ad b et per 23 tertij et 19 eiusdē e f g numerabūt a b c fm h: et g nūerabit d fm l: sumo itē maximū numerantē e f q sit l: z maximū numerantē f g q sit m: per vice simātertiam tertij l nūerabit e z m fm h. et iterū l nūerabit f fm k z m numerū g scdm k. per. 19. tertij et l z m sunt diuersi nūeri ab h k. nā si idē essent h in se produceret e z l: in se produceret g z h in e producit a et l: in g producit d z h l: per. 18. tertij sunt contra e primi. erūt ergo a d per duodecimā tertij cōtra se primi qd est contra hypothesim. sunt ergo l z m alii ab h l: qz ergo h l: numerāt l et m equalit: numerēt ergo ipsos scdm n q per. 23. tertij est maximus eos



numerās qui et idē n per. 23. primi numerabit a b c d: quod est primū in propōne intentū. Et per decimā septimā tertii n erit inuētus maxim⁹ numerus numerās a b c d alioqñ p correlariū 16 accidit maiorē numex numerare minorē. et qz h denotat n m l i in e: ergo p 23 primi nūerus q sit ex h in se qui sit o denotat n in e. et qz h etiā denotat e in a: ergo p eandē 23 numerus qui sit ex h in o q sit q denominat n in a. et eadē rōne qz l denotat n in m et m in g. ergo per vicesimā tertā primū numer⁹ qui sit ex l in se qui sit p denotat n in g: et etiā q: l denominat g in d: igit per eandē numerus q sit ex l in p qui sit r denotat n in d. numerat igitur n numerū a scdm q et numerū b scdm r. et qz h l sunt adinuicē primi: ergo per duodecimā tertii q et r sunt cōtra se primi: quare per vicesimā eiusdē in sua pportione mīmi. Per correlariū igitur vicesimetertie eiusdē q et r numerabit a et d scdm maximū numex numerantē a et d. est igitur n maximus nūerus numeros a d extremos numerās quod est secundū. Primū correlariū hinc cognoscit. nam qz idē numerus h in n l e: producit l e a. ergo per septimā primū a e l n erunt cōtinue pportionales. et per idē qz l in n m g producit m g d: ergo d g m n erūt cōtinue pportionales quare sicut inter a et d cadūt b c duo mediū pportionales sicut inter a et n cadūt duo e l. et inter d et n cadunt g m duo mediū pportionales scz totidē mediū pportionales int̄ duos cōcantes et totidem inter vtrūqz eoz et maximū eos cōiter numerantē: quod est primū correlariū. scdm vero hinc sit notū. nam qz per vicesimā tertiam tertii et decimā nonam h in e in f et in g pducit a b c. ergo per septimam secundū a b c et e f g sunt cōtinue pportionales: quod est secundū correlariū et propositū.

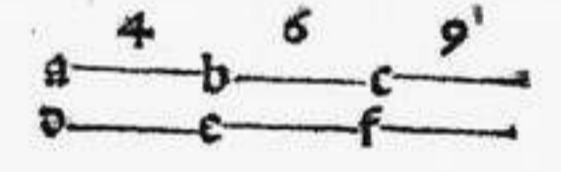
5 **¶ Numeros diuersarum proportionū sumere: quorum maximī cōmuniter binos et binos numerantes sint continue proportionales.**

¶ Sint a b nūeri contra se primi: a minor et b maior et a in se pducat c et in b pducat d et b in se pducat e: per septimā secundū q proportio a ad b ea est c ad d. et p octauā eiusdē iterū que pportio a ad b ea est d ad e. sunt ergo c d e cōtinue pportioales. duco g a in c et fiat f et in d et fiat g: eritqz p septimā secundū g ad f sicut d ad c. quare et sicut b ad a et qz q proportio a ad b ea est c ad d: ergo per 25 secundū quod sit ex a in d equū est et quod sit ex b in c. at quod sit ex a in d positū est esse g. quod ergo sit ex b in c est g. et quod sit ex c in a est f. ergo p correlariū vicesimetertie tertii c est maxim⁹ numerus numerās f g. Item duco d in e et pueniat h: qz ergo d in a pducit g: et d in e pducit h. ergo p septimā scdū q pportio c ad a ea est h ad g: et proportio e ad a nō est vt b ad a. nā e et b totū scz et pars equarent: quod est ipossibile. ergo pportio h ad g nō est pportio g ad f. Itē qz a b sunt cōtra se pmi et e producit ex b in se. igit p vndecimā tertij est pmius ad a. sunt igit e et a in sua pportione mīmi. at d nūerat g fm a et idē d nūerat h fm e. igit p correlariū vicesimetertie tertij d ē maxim⁹ nūerus numerās g et h. sumo ergo l primū ad d et maiorē d in alia quidē pportione q b ad a et q e ad a: et duco spm l in e et pueniat l. qz ergo e in d facit h et e in l facit l per septimā secundū q pportio l ad d ea est l ad h. at pportio l ad d posita est alia a pportioe b ad a et e ad a. ergo ē alia qz g ad f et h ad g. et qz l b sunt cōtra se pmi et idē in sua pportione mīmi et numerāt h l fm e. est igit p idē correlariū 23 tertij e maxim⁹ nūerus numerās h et l. supri sunt igit f g h l numerī diuersarū pportionū quoz maximī c d e binos et binos cōiter numerātes sunt pportiones continue proportionales: quod est propositum.



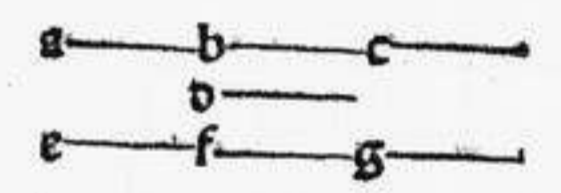
4 **¶ Si numerorū continue pportionalium duo extremi sunt contra se primi: erunt oēs illi in sua pportione minimi**

¶ Sint a b c cōtinue pportionales quoz a et c sint cōtra se primi: dico tres nūeros a b c esse mīmos in pportione a ad b. nā si sint tres mīores sint d e f: qz p vicesimā primā scdū et equā pportionalitatē q proportio a ad c ea est d ad f et a et c p hypothesim sunt contra se primi. ergo p vicesimā tertij sunt in sua pportione minimi. numerāt ergo numeri a c per decimā nonam eiusdē numeros d et f maiores scz minores quod est ipossibile.



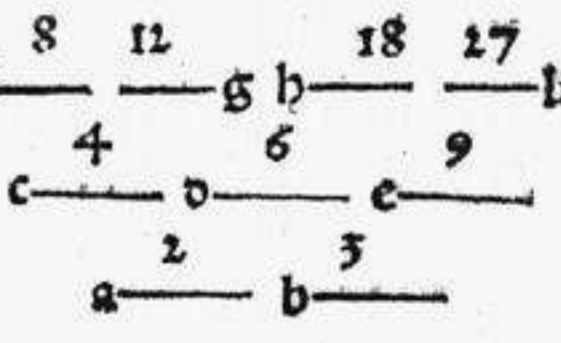
5 **¶ Si quotlibet nūeri fuerit in sua pportioe mīmi: ipsoz duo extremi erūt cōtra se pmi**

¶ Hec est cōuersa pcedentis. Sint ergo a b c in sua pportione minimi: dico a et c esse contra se pmos. Itā si a et c sint cōcantes erit nūerus aliqz idem p secundā hui⁹ eos oēs cōiter numerās q sit d quos qz a b c sunt tres nūeri inaequales: nūerabit fm tres diuersos nūeros. numeret ergo a fm e et b fm f et c fm g: per septimā secundū e f g sunt in eadem pportione cum a b c et cū sint minores a b c vtpote q sunt eozum partes nō sunt igitur a b c dati minimi: quod est contra hypothesim.

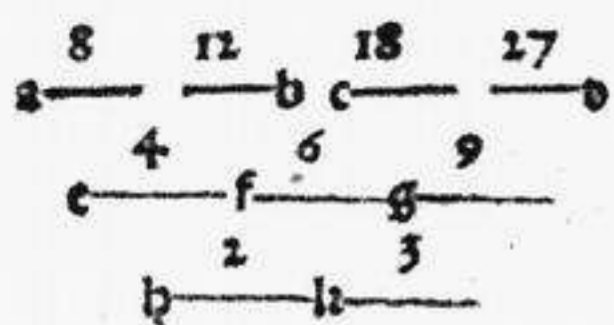


6 **¶ Numeros quotlibet fm datā pportione minimos iuestigare. Cū manifestū erit ex duoz in aliqua pportione minimoz primo in ambos et scdo in se: tres. et ex eodē pmo in illos tres eodēqz scdo in tertij: quattuor pmius enasci illius pportionis minimos. qz si primū hoc pacto in omnes ducere pergis et secundū in vltimū: quotquot libuerit in aliqua pportione minimos effices.**

¶ Illius pportionis mīmi p vicesimā tertā tertij reperiātur q sint a b: duco a in se et pueniat c et a in b et pueniat d et b in se et pueniat e per septimā et octauā scdū tres nūeri c d e erūt continue pportiones et p duodecimā tertij extremi c e sunt cōtra se pmi quare per quartā hui⁹ illi tres nūeri sunt in sua pportione mīmi. Itē duco a in oēs illos et pueniat f g h et b in e et pueniat l et eadē rōne f g h l sunt cōtinue pportionales et extremi f et l contra se pmi et illi qttuor in sua pportione mīmi. et hoc processu quinqz sex septē et quotquot voles reperiātur. Correlariū ex mō demonstrationis cognitū est.



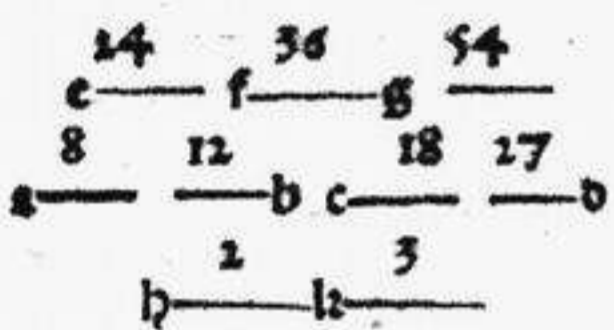
7 **¶ Si numeri cōtinue pportionales in sua pportione fuerint mīmi: quotcūqz inter extremos fuerit mediū totidē inter vtrūqz extremoz tynitatē pportioales eē pueniet**



**S**int a b c d nūeri cōtinue proportionales in sua pportione mīmi: dico quot fuerint mediū cōtinue proportionales int a et d totidē esse medios pportionales int a et unitatē et totidē int d et unitatē. nā qz p primā hui⁹ qlibet duo nūeri proximi erūt cōmēsurabiles sumo maxios binos et binos numerātes q sint e f g qui p scōm correlariū scōe hui⁹ erūt cōtinue proportionales et sumo maxios illoz maxioz duos et duos numerātes q sint h l: erūtqz h l vt a ad b qz p vicesimā tertīā tertij numerāt e f et f g fm mimos illius pportiois. at cū e numeret a: et g nūeret d et sint a et d p quintā hui⁹ contra se pmi erūt ergo e et g p octauā tertij contra se pmi. et eadē rōne h et l sunt cōtra se pmi. ideoqz in sua pportione mīmi. p correlariū igif vicesime tertij e nūerat a scōm h et h nūerat e scōm h. et itē g nūerat d fm l et l g scōm l. quoties ergo p diffinitionē eius qd est numerū p altū multiplicari unitas in h et h in e et e in a. et sūt quoties unitas in l toties l in g et g in d. sunt igif unitas h e a p tinue pportioales sūt et unitas l g d cōtinue pportioales. qre sicut int extremos a d p tinetur b c duo mediū pportioales. sūt int a et unitatē p tinetur duo e h et inter d et unitatē itidē duo g et l: mediū pportioales: quod est ppositū.

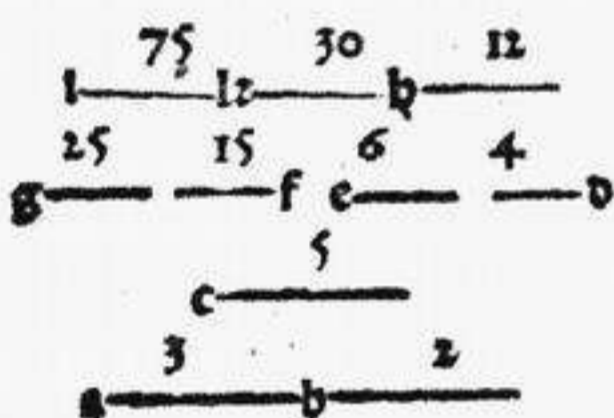
**S**i inter vtrunqz duozū numeroz et unitatē numeri pportionales equales nūero ceciderint: inter ipsos quoqz totidē cadere necesse est.

**H**ec est cōuersa pcedēris vt si int unitatē et a cadāt h et e duo nūeri cōtinue pportioales et int unitatē et d cadant l g: totidē mediū pportioales dico int a et d totidē cadere. nā qz quoties unitas in h toties h in e. iō h in se duct⁹ producet e et p idē l in se producet g et h et l ducti in e et g producit a et d duco ergo h in l et fiat f manifestū erūt p septimā et octauā scōi e f g in p tina pportioe eē vt h ad l deinde duco h in f et fiat b et l in f et fiat c cōstabitqz p septimā scōi vt a ad b ita b ad c et c ad d cadent itaqz duo nūeri b et c mediū pportioales int a et d quē ad modū cadebāt inter unitatē et a et inter unitatem et d: quod est ppositū.



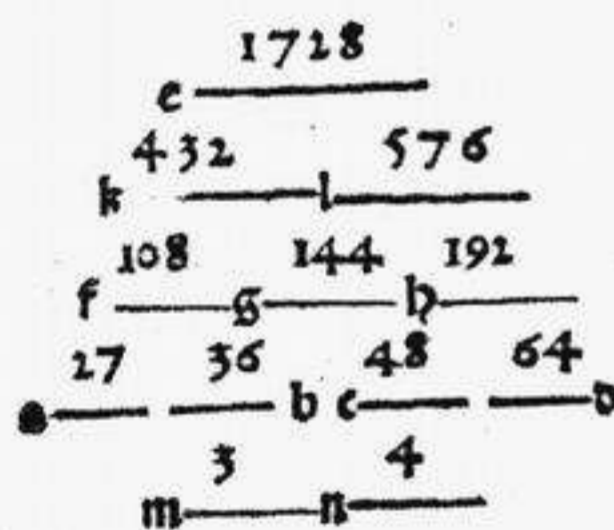
**S**i fuerint quotlibet numeri continue proportionales: minimi quos duo et duo proximi numerant: in eadem pportione pportionales erunt.

**S**int a b c d numeri p tinue pportioales at vero mīmi quos duo et duo proximi numerāt sint e f g dico e f g eē p tinue pportioales. sumo enī h l in illa pportioe mimos et p 24 tertij a b c numerāt e f g fm l. et b c d nūerāt eodē fm h. ergo p septimā pmi e f g sūt p tinue pportioales: qd ē ppositū



**N**umeros diuersarum pportionum sumere: a quozum binis et binis numerati minimi: sint continue proportionales.

**V**olo sumē nūeros diuersarū pportionū a quoz binis et binis mīmi numerati sint pportioales capio a b nūeros cōtra se pmos a quidē maiorē et b minorē quoz cōpositus sit c q cum vtroqz p nonā tertij ē prim⁹. et duco b in se et proueniat d et b in a et proueniat e et a in c et fiat f et c in se et fiat g: per septimā pmi q pportio a ad b ea ē e ad d et f ad e tanqz c ad b et c ē maior a ergo p nonā scōi maior est f ad e qz e ad d et g ad f vt c ad a que non est vt b ad a. nā c b essent eāles neqz vt a ad b. nā per primā hui⁹ qz esset cōtinua pportionalitas c ad a et a ad b pōide c et a cōcarent. est itaqz pportio g ad f alia a pportioe f ad e et e ad d. capio ergo minimū quē numerāt d e q sit h et mīnū quē numerāt e f. et sit l et mīnū quē numerāt f g et sit l. dico h l l esse cōtinue pportioales. nam p 24 tertij b in e facit h. et qz f ad e tanqz c ad b et c b sunt in sua pportioe mīmi ergo p eandem 24 b in f producit l est ergo l ad h vt f ad e quare vt c ad b. et qz per idē c ducit in f ad pportioē l. nā f est mīor et g maior ergo p octauā scōi erit l ad l tanqz c ad b. nā b in f facit l et c in f facit l. sunt igif l h cōtinue pportioales mīmi a binis et binis numeroz diuersarū pportionū sumptoz nūerati: qd est ppositū

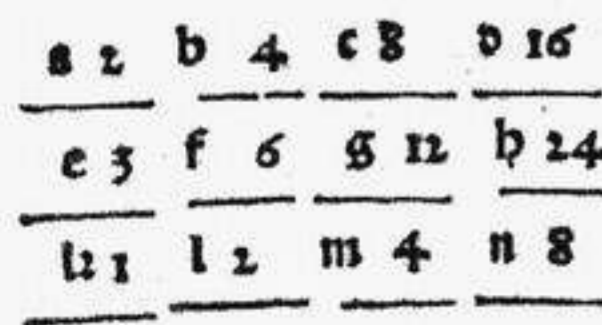


**S**i inter duos numeros quotlibet cōtinua pportionalitate sumatur: inter vtrūqz eozum et minimū quem omnes numerāt totidem assignari necesse est.

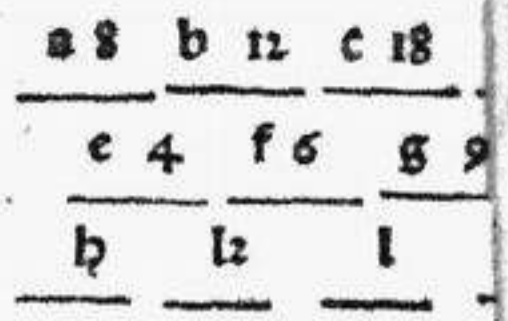
**S**int a b c d nūeri cōtinue pportioales quoz p 25 tertij e sit inuētus mīmus quē numerāt: dico quot nūeri cōtinue pportioales cadūt int a et d: totidē cōtinue pportioales cadere int a et c et int d et e. sint f g h mīmi quos a b b c: et c d bini et bini numerāt. erūt f g h p nonā huius cōtinue in eadē pportioe a ad b pportioales. Itē mīmi quos f g et g h bini et bini numerāt sint l l dico l eē mīnū quē numerāt a b c. nā si esset mīor p correlariū 23 tertij f et g eundē numerarēt quare et p idē correlariū l mīmus ab eis numerat⁹: maior scz minorē qd est ipossibile. et eodē argumēto l est mīmus quē numerāt b c d et ex eodē oñdetur mīnū quē numerāt l l eē mīnū quē numerāt a b c d. at mīn⁹ quē numerāt a b c d possit⁹ est c. igif c est mīmus quē numerāt l l. Sint p terea m et n mīmi pportiois a ad b: ergo p 24 tertij a numerat f et f l et l e fm n et per idē d numerat h et h l et l e scōm m. quare p octauā scōi a f l e sunt p tinue pportioales. itē et d h l e: atqz sicut int a et d sunt b c duo mediū pportioales: ita inter a et e sunt duo f l et inter d et e duo h l itidē mediū pportioales: qd est ppositū

**S**i primus ad secundū sicut tertius ad quartū quocunqz inter primū et secundum totidem inter tertium et quartum pportionaliter medios cōsistere necesse est.

**S**it a ad b sicut e ad h: et int a et d sint b c duo mediū pportioales. dico etiā int e et h eē duos medios pportioales. Sumo q ttoz mimos illius pportioalitatē q sint l l m n: p 21 secūdi et equā pportioalitatē l ad n sicut a ad d quare et sicut e ad h. et qz per quintā p tnis l n sunt cōtra se pmi erunt p 20 tertij in sua pportione mīmi et p decimā nonā eiusdē mīmi l n numerabūt equalit⁹ e et h. numerēt igif numerū l m numeros f et g fm eundē numerū. et per septimā secūdi e f g h erunt cōtinue pportioales. sunt igif f g itidē duo mediū pportioales int e et h vt duo d c int a et d: qd est ppositū.

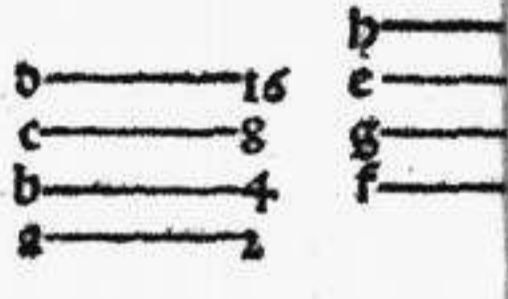


13 **C** Numerorum continue proportionalium si primus non numeret secundum non numerabit aliquis eorum ultimum. quod si primus numeret ultimum numerabit et secundum.



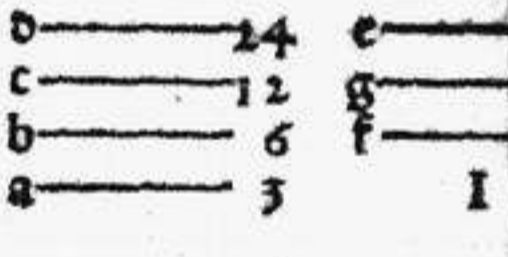
**C** Sint a b c d numeri continue proportionales et a non numeret b: dico nullum eorum numerare d. et certum est quod sicut a ad b ita c ad d. et a non numerat b: c etiam non numerare d. at quod b non numeret d patet. capio enim e f g tres minores proportionis a ad b. per equam enim proportionem que proportio e ad g: ea est b ad d. at e et g per quintam sunt contra se primi: ergo e non numerat g: quare neque b numerabit d. si enim e numerat g ipsum e esset unitas. et cum que proportio e ad f: ea sit a ad b et e unitas numeret f a etiam numeraret b: quod est contra hypothesein. et consimiliter probabis a non numerare d acceptis quattuor minoribus in illa proportione que sint h l m. nam cum primus non sit unitas (alioquin omnes numeraret et ita a omnes) primus et ultimus per quintam huius erunt contra se primi et primus h non numerabit m: quare neque a numerabit d. ut enim h ad m: ita per equam proportionalitatem a ad d quod est primum. Secundum patet ex opposito patris huius ultimi monstrati. Si enim a non numerat b: etiam non numerat d. ut monstratum est per primam partem: ergo ex opposito patris si a numerat d numerat et b: quod est secundum.

14 **C** Si primus in tertio quoties unitas in secundo: inter primum et tertium et inter unitatem et secundum numeri proportionales numero equales invenientur.



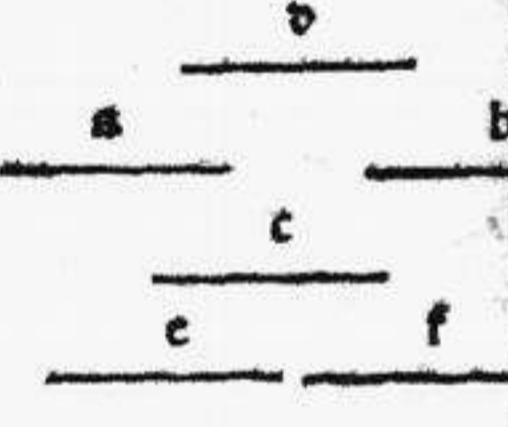
**C** Sint tres numeri a e d: a primus: e secundus: d tertius. et sit ut quoties a est in d: toties unitas sit in e dico ergo quot numeri inter a et d continue proportionales inveniuntur: totidem inter unitatem et e reperiri. Reperiatur enim inter a et d duo numeri b c continue proportionales: quoniam enim a numerat d ergo per premissam a numerabit b. unitas ergo numeret f quoties a est in b: itaque f numeret g quoties b numerat c: numeret etiam g toties quocumque numerum. ut verbi causa h quoties c numerat d: quare ergo ut a ad b: ita unitas ad f et ut b ad c. ita f ad g. et ut c ad d: ita g ad h. ergo per equam proportionalitatem ut a ad d: ita unitas ad h. sed et ut a ad d ita et unitas ad e. sunt ergo h et e idem numerus: quare inter unitatem et e duo pariter numeri f et g reperiuntur medii proportionales ut inter a et d duo b et c: quod est propositum.

15 **C** Si fuerint duo numeri contra se primi quotcumque inter alterum eorum et minimum quem numerant: totidem inter reliquum et unitatem proportionales reperiri contingit.



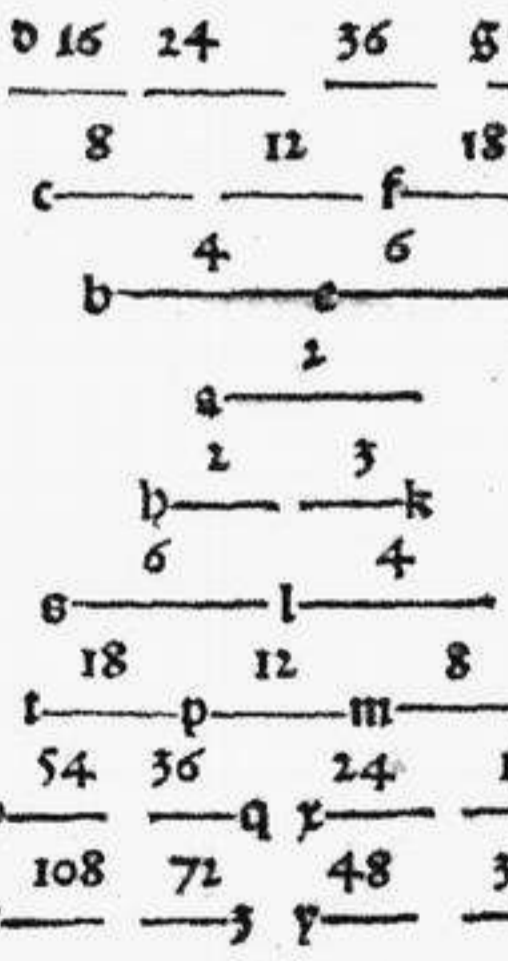
**C** Sint contra se primi a et e et minimus quem numerant sit d: dico quod si inter a et d cadunt b c duo medii continue proportionales totidem cadent inter unitatem et e: quia a est contra se primi. et ideo in sua proportione minimi et d est minimus quem numerant: ergo per vicesimam quartam tertius a numerat d secundum e. est ergo toties a in d quoties unitas in e: ergo per precedentem quot numeri inveniuntur inter a et d primum et tertium: totidem continue proportionales inveniuntur inter unitatem et e secundum: quod est propositum.

16 **C** Si fuerit duo numeri concordes: quotcumque inter alterum eorum et maximum quod eos numerat totidem inter reliquum et minimum ab eis numeratum continue proportionales consistere necesse est.



**C** Sint a b numeri ad invicem commensurabiles et c maximum eos numerans et d minimum ab eis numeratum: dico quot proportionales cadunt inter c et b: totidem cadere inter a et d. item quot cadunt inter c et a: totidem cadere inter b et d. Sint enim e et f minimi in proportione a ad b: ergo per vicesimam tertiam tertius e in c facit a. et per vicesimam quartam eiusdem e in b facit d: ergo per septimam scilicet que proportio c ad b ea est a ad d. ergo per duodecimam huius quotcumque cadunt medii proportionales inter c et b primum et secundum: totidem cadunt inter a et d tertium et quartum et iterum quod ut c ad b: ita a ad d. ergo per mutati c ad a ut b ad d: quare per eandem duodecimam quot medii proportionales cadunt inter c et a: totidem cadent inter b et d. manifestum est ergo quotcumque inter alterum eorum et maximum eos numerant cadant: totidem inter reliquum et minimum ab eis numeratum cadere: quod est propositum.

17 **C** Si ab uno principio duo ordines numerorum proportionalium numero equalium sumantur quotcumque inter primum et alterum extremorum: totidem inter extremos medii secundum proportionem proximorum a primo proportionales erunt.



**C** Incipiat ab a ad d unus ordo numerorum continue proportionalium et ab eodem a ad g secundus et numero quidem equalium: dico quot medii proportionales continebuntur inter a et d: totidem contineri inter d et g secundum proportionem proximorum a primo. contineantur ergo b c medii proportionales inter a et d: et e f medii proportionales inter a et g: totidem contineri dictum est inter d et g secundum proportionem b e: quod ostendit. Capio enim h l m minores proportionis b ad e et duco h in omnes illos et fiant l m n o ex una parte: et ex altera pre fiant l p q r per septimam secundam l m n o sunt continue proportionales: similiter et l p q r. et per eandem que proportio b ad e: ea est m ad p. Deinde duco l in a et f et proveniant s t v: eruntque per septimam secundam s ad t et t ad v sicut l ad p: p ad q et q ad r. et per octavam eiusdem sicut h ad l: ita et l ad s. quare m ad p sicut l ad s. et quod p sit ex h in e et t ex l in e: ideo per octavam secundam p ad t ut h ad l: quare ut m ad p. sunt igitur continue proportionales m p t. et quod dictum est ut s ad t et t ad v: ita l ad p: p ad q et q ad r. est ergo econverso r ad q ut v ad t: ergo permutatim r ad v ut q ad t. et quia iterum q ad p ut t ad s: ergo permutatim q ad t ut p ad s: quare p ad s: q ad t et r ad v erunt in eadem proportione. et quia que proportio m ad l: ea est n ad m et o ad n: et m ad l probata est ut p ad s. ergo ut n ad m: ita q ad t. ergo permutatim que proportio n ad q: ea est m ad t. ergo per duodecimam huius cum inter m et t contineatur unum medium proportionale scilicet p secundum proportionem m ad p: itidem continebit unum medium proportionale inter n et q secundum proportionem n ad p quod sit x. et quod q sit ex h in f et v ex l in f per octavam primum erit proportio q ad v ut h ad l: quare ut m ad p. sunt igitur n x q v continue proportionales secundum

pportionē m ad p. at rursū cū que pportio o ad n ea sit r ad v. ergo pmutati o ad r vt n ad v: sed inf  
 n et v cōtinentur r q duo mediū pportionales fm pportionē m ad p. ergo per duodecimā huius fm  
 eandē pportionē totidem cōtinebuntur mediū inter o r q sūt 7 3. at cū o fiat ex h in d et r ex h in g.  
 ergo per septimā secūdi que pportio o ad r ea est d ad g. ergo per duodecimā huius quot mediū pro-  
 portionales cōtinentur inter o et r fm pportionē m ad p totidem continebūtur inter d et g. at duo  
 mediū 7 3 vt monstratū est fm pportionē m ad p siue b ad e qd idem est cōtinetur inter o et r. igitur  
 et duo fm eandē pportionē cōtinentur inter d et g: qd erat demonstrandū.

**¶ Si fuerint quotlibet numeri in sua pportionē minimi: quicumq; aliquem illorum numerat alteri terminorū illius pportionis erit cōmensurabilis.** 18

**¶** Termini diffiniti sūt q in aliqua pportionē sūt mīmi. Sint ergo a b c d quotlibet numeri p̄tinue  
 pportionales in sua pportionē minimi et sint e f termini in pportionē a ad b et numeret g numerū a  
 aut b aut c aut d: vt verbi cā dico g esse cōmensurabilē e aut f. capio tres mīmos in pportionē a ad b  
 per sextā huius q sūt h l i. q: igitur ex correlario eiusdē sexte ex e in l sit c. ergo p quintā tertij g cōmu-  
 nicabit cum e aut cum l. si cum e constat propositum. si autem cum l: q: per idem correlarium ex f in se  
 sit i per eandē quintam tertij cōmunicabit cum f: quod est propositum.

**¶ Si fuerint quotlibet numeri in sua pportionē minimi: quilibet eorum ad compo- 19  
 situm ex reliquis erit primus.**

**¶** Sint a b c d quotlibet numeri continue pportionales in sua pportionē minimi. e f vero termi pro-  
 portionis a ad b. dico p̄positū ex a b c esse primū ad d. Nam si aliquis numeraret p̄positū ex a b c et d.  
 ergo p̄ precedentē cōdicabit cum e aut f erit ergo aliqs numerus cōiter numerās e aut f. et compositū  
 ex a b c et d q sit g: q: ergo g numerat e aut f et p̄positum ex a b c et numerū d et vterq; c et f numerat b  
 etc per decimānonā tertij. ergo per vicesimātertij primū g numerabit b et c. ergo et g per quintā scđi  
 numerabit a residuū: sed g positus est etiā numerare d: et a et d per quintā huius sūt contra se primū  
 igitur g numerat contra se primos qd est impossibile. nō ergo cōpositus ex a b c est cōpositus ad d sed  
 necessario primus: quod est propositum. et ita de quolibet alio ad cōpositum ex reliquis argumētare

**¶ Si quotlibet numeri fuerint in sua pportionē minimi: qui ex omnibus compo- 20  
 nitur ad quemlibet eorum erit primus.**

**¶** Hoc ideo est q numerus cōpositus ex duobus contra se primis ad quēlibet eorū per nonam tertij  
 est primus. at p̄ precedentem quilibet numerorū in sua pportionē minimorū ad compositū ex reliquis  
 est primus: ergo cōpositus ex illis per eandē nonam ad quēlibet illorum numerorū et compositū ex  
 reliquis est primus. quare ad quēlibet illorum erit primus: quod est propositum.

**¶ Si fuerint duo numeri contra se primi: tertium eis in continua ppportionalitate 21  
 adiungi est impossibile.**

**¶** Nam si tertius eis in cōtinua ppportionalitate adiūgeretur: ergo p̄c primā huius primus et scđs  
 erunt cōmensurabiles: quare nō erunt contra se primi quod est contra hyp̄thesim et propositū.

**¶ Si duo numeri contra se primi numerent alios duos fm numerū a neutro eorum 22  
 numeratum: illis quoq; in continua ppportionalitate non adiungetur tertius.**

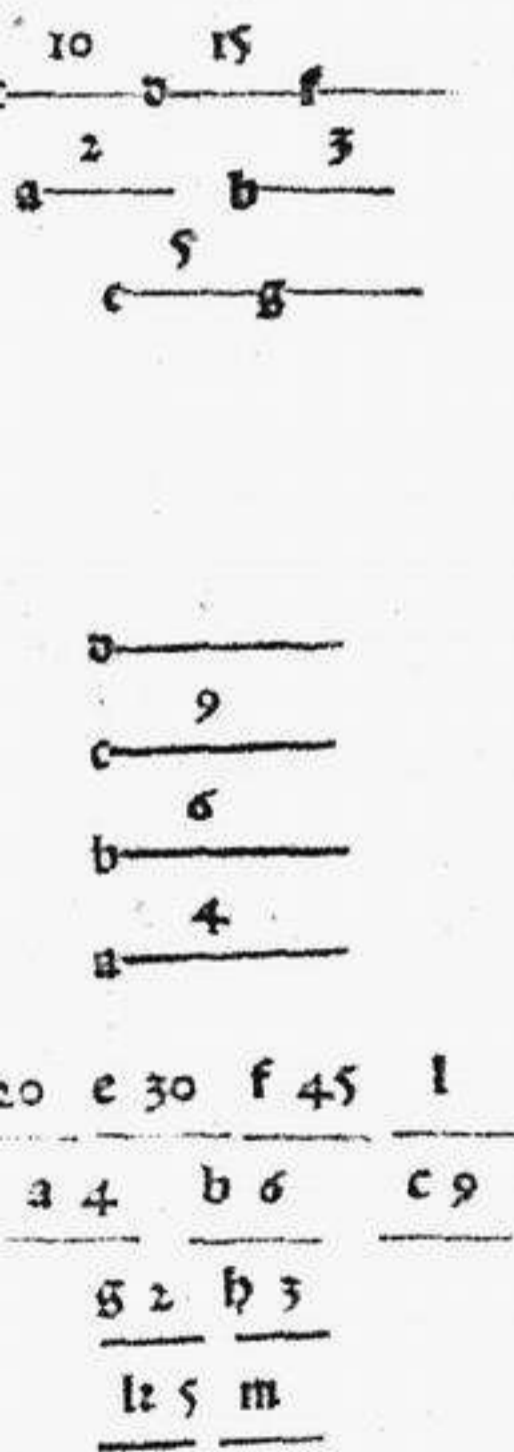
**¶** Sint a b numeri contra se primi et e numerus neq; ab a neq; ab b numeratus fm quē a numeret c  
 et b numeret d: dico non esse numerū in continua ppportionalitate numeris c et d adiungendū. Si enī  
 sit aliquis esto ille f: q: per octauā secūdi ppportio c ad d vt a ad b erit: ergo d ad f vt a ad b. et a b sūt  
 contra se primi quare per vicesimā tertij sūt in sua ppportionē minimi et per decimānonam eiusdem  
 quoties a numerat d toties b numerat f. sit ergo vt equalit numerēt fm g: cum itaq; b numeret d fm e  
 et f fm g. ergo per septimā secūdi q ppportio d ad f: ea est e ad g. quare et q a ad b: ea est e ad g. et a b  
 pbati sūt in illa ppportionē mīmi. igitur p̄ decimānonam secūdi a b numerāt e g equalit. numerabit  
 igit alter numerorū a aut b numerū e: quod est contra hyp̄thesim.

**¶ Si numeri ppportionales fuerint in sua ppportionē minimi: non erit extremi ad 23  
 aliquem ppportio que primū ad secundum.**

**¶** Sint a b c continue ppportionales in sua ppportionē mīmi: dico c ad nullū esse ppportionē q a ad b.  
 Si enī sit aliqs esto ille d. q: ergo a ad b sicut c ad d: ergo pmutati a ad c sicut b ad d. et q: a b c sūt in  
 sua ppportionē mīmi: ergo p̄ quintā huius a c sūt cōtra se p̄mi. quare p̄ vicesimā tertij in sua ppportionē  
 mīmi quare p̄ decimānonā eiusdē a nūerabit b: et c nūerabit d equalit. at si a nūerat b: etiā b nūerat c.  
 nam eadem ppportio quare per vicesimātertiam primū et a numerabit c: verū tamen a c erant contra se  
 primi. hoc igitur impossibile et propositum.

**¶ Si quotlibet numeri in sua ppportionē minimi totidē alios numerēt fm numerū 24  
 a neutro illius ppportionis numeratū: nō erit alius cum illis cōtinue ppportionalis.**

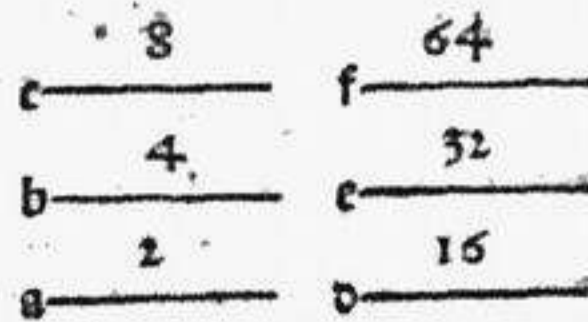
**¶** Sint a b c nūeri p̄tinue ppportionales in sua ppportionē minimi q numerēt totidē d e f fm l q neq;  
 numeret ab g neq; ab h in ppportionē a ad b mīmis: dico q d e f nō est adiūgendū aliqs cū illis p̄tinue  
 ppportionalis. Si enī fuerit aliqs sit l q adiūgat post f: nūerabunt ergo a b c tres mīmi tres vltimos  
 illius ppportionis e f l equalit: sitq; id fm m. et q: c numerat f fm l et l fm m: p̄ septimā ergo scđi l ad m  
 sicut f ad l: quare et sicut g ad h per decimānonam. ergo tertij g h in illa ppportionē minimi nūerabunt  
 l m equaliter: qd est contra hyp̄thesim. positū enī erat neq; g neq; h numerare l.





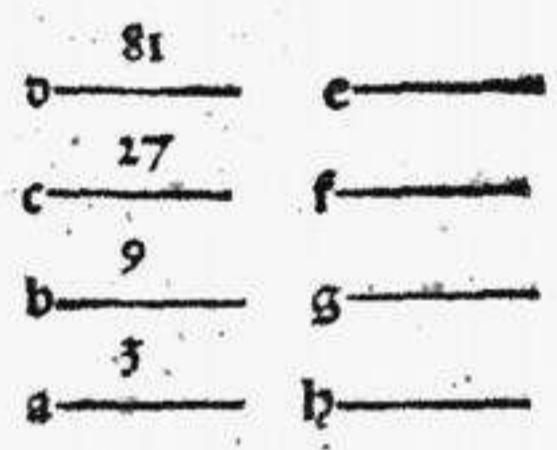
25 **¶** Si sumantur numeri ab unitate continue proportionales: nullus eorum numerabit ultimum nisi fm aliquem in illa serie dispositorum.

**¶** Sint a b c d e f numeri continue proportionales ab unitate: dico nullum eorum numerare nisi fm aliquem in illo ordine positum. nam qz quoties unitas in a toties e in f: ergo per definitionem e numerat f scdm a. Item qz ut unitas ad a: ita d ad e. et ut a ad b: ita e ad f. ergo per equam proportionalitatem ut unitas ad b ita d ad f. quoties ergo unitas in b: toties d in f. per definitionem igitur d numerat f scdm b. et qz itez per equam proportionalitatem per vicesimam primam secundi ut unitas ad c: ita c ad f. quoties ergo unitas in c toties c in f: quare c numerat f scdm se. et qz monstratus est d numerare f scdm b: ergo alternatim per octavam primi b numerat f scdm d. et qz etiam e monstratus est numerare f scdm a: alternatim a numerabit f scdm e. est itaqz ostensum a b c d e numerare f ultim fm aliquem in illo ordine positum. qd erat ppositum.



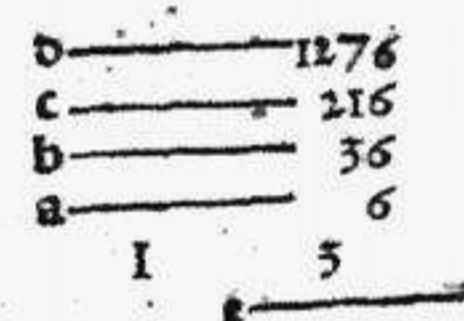
26 **¶** Si numerorum ab unitate continue proportionalium secundus ab unitate fuerit numerus primus: nullus numerabit ultimum nisi aliquis in ordine antecedentium.

**¶** Sint a b c d numeri continue ab unitate proportionales: et a numerus primus. dico qz nullus numerabit d: nisi aliquis precedentium d in ordine numerorum a b c d. Si eni aliquis alius numeret d sit e qui numeret e scdm f. qz ergo a numerus primus numerat d productum ex e in f: ergo p quartam tertij a numerat e aut f. sit ergo ut numeret e intelligo quatuor numeros: a e f c: et qz per precedentem a in c extremus in extremum pducit d et eundem pducit e in f medius in medium. ergo per vicesimam quintam scdm ut a ad e: ita f ad c. s; a numerat e: ergo et f numerat c. numeret ergo f numerum c scdm g: eadem rone f vel g numerabit b: sitqz id scdm h. p idem quoqz tandem cludes g aut h numerare a: qre a non e numerus primus. qd e contra hypothesim. at si g aut h ponat equalis a: argumetaberis p pmissam reliquos ee equalis iis qui sunt in ordine a b c d: et ppositum.



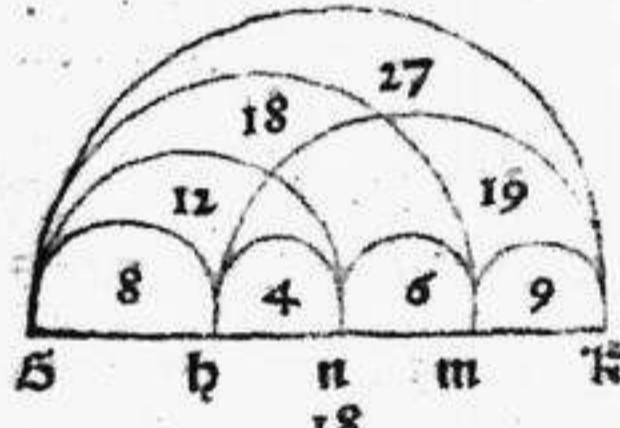
27 **¶** Numeris ab unitate proportionalibus si aliquis primus ultimum numeret: secundum quoqz ab unitate numerabit.

**¶** Sint a b c d continue proportionales ab unitate: sitqz e numerus primus qui numeret d, ultim: dico ipm e numerare a scdm ab unitate. Si eni e primus non numerat a: ergo p primam tertij e erit primus ad a. et cu quoties unitas in a toties a sit in b: ergo a scdm se numerat b. quare per undecimam tertij b est primus ad c. et cu quoties unitas in a toties b sit in c: g b numerat c secundum a. quare per decimam tertij e est primus ad c. et itez quoties unitas in a toties c in d: ergo c numerat d secundum a. per eadem ergo decimam: e est primus ad d. non ergo e numerat d. quod est oppositum positi.



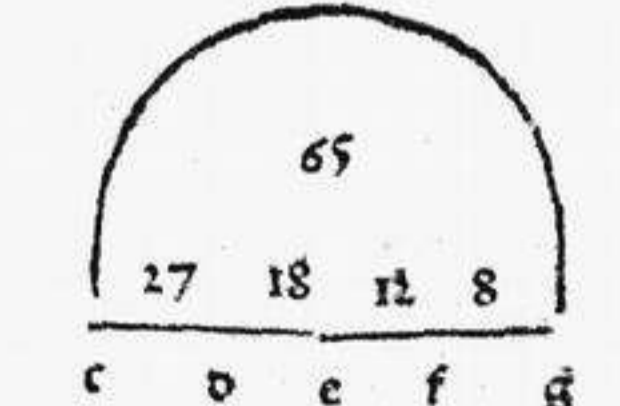
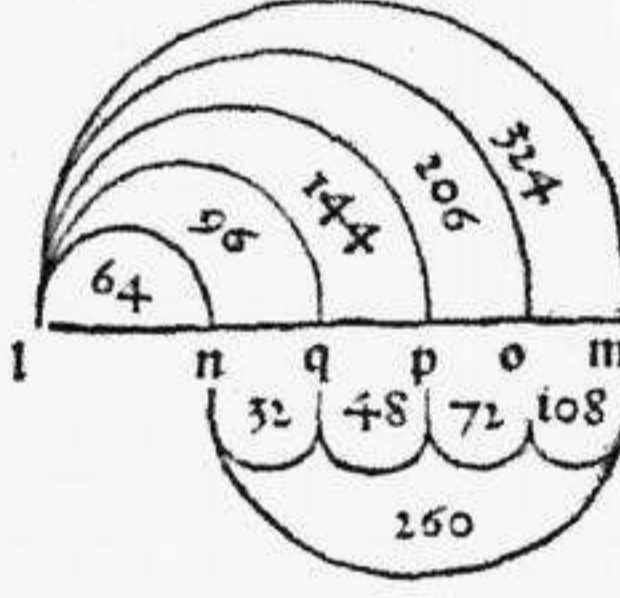
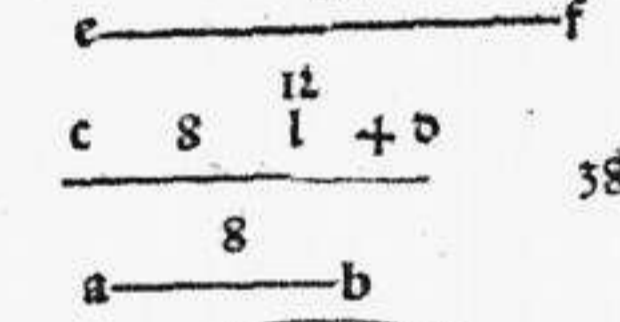
28 **¶** Si numerorum continue proportionalium primus de secundo et ultimo tollatur: que proportio fuerit residui secundi ad primum ea est residui ultimi ad compositum omnium precedentium.

**¶** Sint a. b. c. d. e. f. et g k: numeri continue proportionales et detrahatur a b primus de c d secundo: sitqz residuus secundi l d. Itē detrahatur a b de ultimo g k: sitqz residuus h k. dico que proportio l d ad a b: ea esse h k ad ppositum ex a. b. c. d. et e. f. sumo eni ex g k numerum g m equalē e f: et g n equalē c d. et intelligo g k. g m. et g n. ut tria tota. qz ergo g m equalē e f: que proportio g k ad e f: ea est totius g k ad totum g m. et qz g n equalē c d: ideo que proportio e f ad c d: ea est totius g m ad totum g n. et per idem qz proportio c d ad a b: ea est g n ad g h. et ultra qz proportio totius g k ad totum g m: ea est g m detracti g k ad g n detractum g m: qz numeri g. k. e. f et c. d positi: sint continue proportionales. et qz proportio totius g m ad totum g n: ea est g n detracti g m ad g h detractum g n. quare p quintam scdm m l ad n m: et n m ad h n residuorum ad residua ut totorum ad tota: id est m l ad n m: sicut e f ad c d. et n m ad h n sicut c d ad a b. ergo pmutatim per tertiam secundi sicut m l ad e f: ita n m ad c d et h n ad a b: ergo p vicesimam secundi h n m l sit qui sunt h l: ad h positum ex c f c d et a b: sicut h n unius illoz ad a b unum horum. at cu g n equetur c d et g h equetur a b: ergo g h equabitur c l. equalē ergo h n numero l d. ablatis eni equalibus ab equalibus: residua sunt equalia. qre ergo que proportio l d ad a b: ea erit h l ad ppositum ex oibus precedentibus. qd est ppositum.

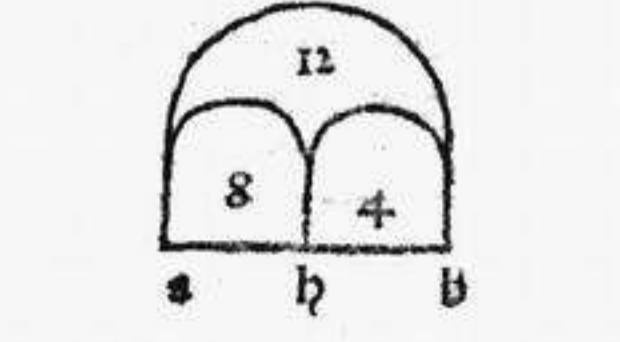


29 **¶** Propositis duobus numeris/sumptisqz quotlibet scdm proportionem eorum proportionalibus: si minor in minorem et maior in maiorem ducatur et productorum differentia per differentiam ppositorum dividatur: exibit numerus qui ex omnibus aliis coaceruat.

**¶** Sint a b et a h duo numeri et h b eorum differentia: et sint c d / d e / e f / et f g: quotlibet in continua proportione a b ad a h: ducaturqz a b in c d et pueniat l m. item a h in f g et pueniat l n: sitqz differentia l m et l n numerus n m. dico qz si n m dividatur p h b: differentiam primi ad scdm puenire c g numerum ex c d e f g compositum. Nam ex a b in d e fiat l o et in e f fiat l p et in f g fiat l q. qz per decimam primi qd sit ex ductu a b in f g: equum est ei quod sit ex ductu a h et h b in eundem numerum f g: et ex a b in f g sit l q: et ex a h in eundem sit l n. ergo ex h b in f g per eadem decimam sit n q. Preterea intelligo quatuor numeros: a b primum / a h secundum / e f tertium / et f g quartum. et qz q proportio primi ad scdm ea est tertij ad quartum: g p vicesimam quintam secundi quod sit ex ductu a b in f g primi in ultimum: equum est ei qui sit ex a h in e f medio in medium. at quod sit ex a b in f g est l q: ergo quod sit ex a h in e f est l q. at qd sit ex toto a b in e f est l p: ergo per decimam primi quod sit ex h b in e f est q p. Et eadem p similiaz argumetatione: quod sit ex h b in d e est p o: et in c d est o m. quare per nonam primi h b in toto c g producit n m. ergo per sextam peritiam primi si productus n m dividatur per eundem numerum h b: redibit prior numerus c g. qd erat demonstrandum.



**¶** Quarti elementorum Arithmetices Jordani finis.



o **Omnis proportio super aliam qualesbet addere proportionem dicitur: que cum illa continuata ipsam componit. differentia proportionis ad aliam: vocatur illa proportio qua eadem supra reliquam abundare dicitur.**

**Quod addit proportio primi ad secundum super proportionem tertii ad quartum: est proportio que est inter productum ex primo in quartum et productum ex secundo in tertium.**

e 6	f 4	g 3
a 2	b 1	c 4
d 3		

**Hec docet subtrahere proportionem a proportione: et quod quantaque proportio minore proportionem a maiore subtracta relicta sit: qua hic dicitur proportionem a proportione nominamus. Sint quattuor numeri: a primus / b secundus / c tertius / d quartus: et sit maior proportio a ad b quam c ad d / et ex a in d fiat e: et ex b in c fiat f. Dico proportionem quam addit a ad b super proportionem c ad d: eam esse quam est inter e et f. duco enim iterum b in d et fiat g. quod enim b in c facit f / et in d facit g: ergo per septimam secundam quod proportio c ad d: ea est f ad g. et quia a in d facit e: et b in c facit g: ergo per octavam secundam e ad g ut a ad b. et quod posita est a ad b maior proportio quam c ad d: ergo et e ad g maior proportio quam f ad g. quare per nonam secundam e maior est quam f. est itaque ex definitione proportionis posite ex secundo huius habita proportio e ad g posita ex proportionibus e ad f et f ad g. addit ergo proportio e ad g proportionem e ad f: super proportionem f ad g. quare et proportio a ad b eadem proportio e ad f addit super proportionem c ad d. quod est propositum. **Ad tria adverti dignum est si semel minore proportionem de maiore subtracta relicta sit differentia proportio maior: iterum ab ea demat minor et id toties fiat quousque relicta sit aut subtracte equalis aut ea minor. sicque cognoscere poterit quod erit quies proportio minor fuerit in maiore et quam insuper superaddet minorem: si ultra superaddat.****

**Quo abundat proportio primi ad secundum super proportionem tertii ad quartum: eo abundat proportio primi ad tertium super proportionem secundi ad quartum. Itemque proportio quarti ad tertium super proportionem secundi ad primum.**

e 6	f 4	g 12
a 2	c 4	b 1
d 3		
e 6	f 4	g 8
d 3	c 4	b 1
		g 3

**Sit eadem hypothesis quam prius: dico primo qua proportio ut e ad f abundat proportio a ad b super proportionem c ad d: eadem proportio abundat a ad c super proportionem b ad d. Secundo eadem quod proportio abundat d ad c super proportionem b ad a. Primum patet: nam quod a ad b primi ad secundum maior est proportio quam c ad d tertium ad quartum. ergo per duodecimam secundam maior est proportio a ad c primi ad tertium: quam b ad d secundum ad quartum. fac ergo a primum / c secundum / b tertium / d quartum: et argumentare per precedentem et videbis propositum. Secundum similiter patet: nam quia a ad b maior quam c ad d: ergo per undecimam secundam erit d ad c maior quam b ad a. fac ergo d primum / c secundum / b tertium / a quartum: et argumentare per precedentem: et facile videbis propositum.**

**Si addat aliqua proportio super alteram quartum tertia super quartam: erit ut composita ex prima et quarta composita ex reliquis sit equalis.**

e 8	f 4	g 3
a 2	b 1	d 3
c 4		
a 2	c 4	e 4
b 1	d 3	f 2
		g 8
l 16		
m 8		
n 6		
o 64		
p 48		
q 32		
r 24		

**Priusquam ad propositum demonstrandum veniamus: volo demonstrare quo pacto proportio proportioni addenda sit: et dico proportionem productorum ex primo tertio vni proportionis in primum aliter: et ex secundo in secundum esse ex duabus illis proportionibus positam. Sint enim a ad b et c ad d due proportionem: quas volo sic addere atque ex ipsis positam ostendere. duco c in a et perveniat e: et d in b et perveniat g. dico proportionem e ad g: esse positam ex proportionibus a ad b et c ad d. duco enim iterum c in b et perveniat f: et per septimam secundam quod proportio a ad b: ea est e ad f. et per octavam eiusdem quod proportio c ad d: ea est f ad g. et proportio e ad g componitur ex proportionibus e ad f et f ad g. quare et ex proportionibus a ad b: et c ad d: quod intendebatur. Hunc ergo ad demonstrandum propositum veniamus. Sit ergo ut quatuor proportio a ad b addit super proportionem c ad d tria addat proportio e ad f super proportionem g ad h. dico ergo proportionem positam ex proportionibus a ad b et g ad h: esse equalis proportioni posite ex proportionibus c ad d et e ad f. duco enim g in a et in b et fiant l et m: et b in h et fiat n: per septimam ergo primi l ad m sicut a ad b. et quod b in g facit l et in h facit m: per eandem l ad m sicut g ad h. quare erit proportio l ad m posita ex proportionibus a ad b et g ad h: per tria scilicet tertiam. Deinde duco c in l / et in m: et perveniat n / o / p: qui per septimam secundam erunt proportionales sicut proportionem l ad m. quod ergo n ad o sicut l ad m: et o ad p sicut l ad m: ergo per equam proportionalitatem n ad p sicut l ad m. quare equalis sunt proportionem l ad m et n ad p. deinde duco d in l et perveniat q. quod ergo n fit ex c in l et q ex d in l: per octavam ergo secundam est n ad q sicut c ad d. Item quod l ad m sicut a ad b: addet l ad m super proportionem c ad d quatuor a ad b addit super eandem proportionem c ad d. Intelligo ergo quattuor numeros l / m / n / o. et quia l in d facit q: et m in d facit o ut monstratum est: ergo per primam huius q ad o est quod addit a ad b super proportionem c ad d. et quod eandem proportionem addit e ad f super g ad h: addit g et ad f proportionem q ad o super proportionem g ad h. at proportio o ad p est ut g ad h: et q ad o est quod addit e ad f super g ad h: ergo q ad p posita ex q ad o: et o ad p equalis proportioni e ad f. et n ad q ut dictum est equalis c ad d: et n ad p equalis l ad m posite ex prima et tertiam. et n ad p posita ex secunda et tertiam. sic itaque constructum est propositum.**

**Si inaequales proportionem vni addantur: erit additarum et positarum eadem dicitur.**

p 14	q 6	r 20	s 8
a 4	c 6	e 5	
b 2	d 3	f 4	
g 24			
h 12			
i 6			
j 120			
k 60			
l 48			
m 30			

**Sit a ad b quaecumque proportio: sintque c ad d et e ad f due proportionem inaequales ut c ad d maior / et e ad f minor: addatque proportio c ad d proportionem a ad b: sitque posita proportio p ad q. addat item proportio e ad f eidem proportionem a ad b et perveniat posita r ad s: dico eandem esse differentiam proportionem p ad q ad proportionem r ad s quam est proportionem c ad d ad proportionem e ad f. duco enim c in a et in b et perveniat g: et b in d et perveniat h. per septimam secundam erit proportio g ad h ut a ad b: et h ad l ut c ad d quare proportio g ad l est posita ex proportionibus a ad b et c ad d: atque eadem proportionem p ad q. duco item e in g / in h / et in l: et perveniat m / n / o: qui per septimam secundam erunt proportionales sicut per septimam secundam g h l. et duco f in h et**

proveniat o. erit enī l ad m sicut g ad h: quare sicut a ad b. et q: e in h producit m: et f in h producit o: g per octavam secūdi q̄ proportio e ad f: eadē est m ad o. quare proportio l ad o cōposita ē ex proportiōe a ad b et e ad f. atq; eadem proportiōi r ad s. at qz l ad n et g ad l et p ad q equatur: et sicut l ad o et r ad s adinvicem equatur: et l ad n superat l ad o proportiōe o ad n. erit o ad n dīa p ad q: et r ad s proportiōum ppositaz. at cū m ad n equetur c ad d: et m ad o equetur proportiōi e ad f vt hec oīa mōstrata sunt: et proportio m ad n superat proportiōem m ad o in proportiōe o ad n. erit ergo eadem proportio o ad n differētia c ad d et e ad f proportiōum scz additaz et ppositaz. quod est propositum.

5 **Proporcionēs minores minoribus siue eālib⁹ addite: minorē pporcionē pstituit.**

**S**it a proportio minor b: et c minor d: et e minor f. dico proportiōem ppositā ex a c minorem eē proportiōe pposita ex b et c et proportiōem ex c e minorem eē proportiōe ex d e. sicut itē proportio g equalis proportiōi f. dico proportiōem ex e g: minorem eē proportiōe ex f g. Prīmū p: nam cū proportiōes a b sint inaequales et b sit maior a. sit ergo h differētia qua abūdat b sup a: et proportio ex b addita c sit l et ex a addita c sit i: per pcedentē eadē erit dīa l ad l et b ad a. sed b est maior a in proportiōe h: igit et l maior i in eadē proportiōe. et eadē rōe mōstrabilis proportiōem ppositā ex d e maiorem eē proportiōe pposita ex c e. qd̄ est p̄mū. Scdm p̄ idē p: nā qd̄ a maior ē e sit m differētia f ad e. et pposita ex f g sit n: et ex e g sit o. per pcedentē eadem est differētia f ad e et n ad o. sed f maior est e in proportiōe m igit et n proportio pposita ex f g: maior ē proportiōe o pposita ex e g in eadē proportiōe m. qd̄ ē scdm.



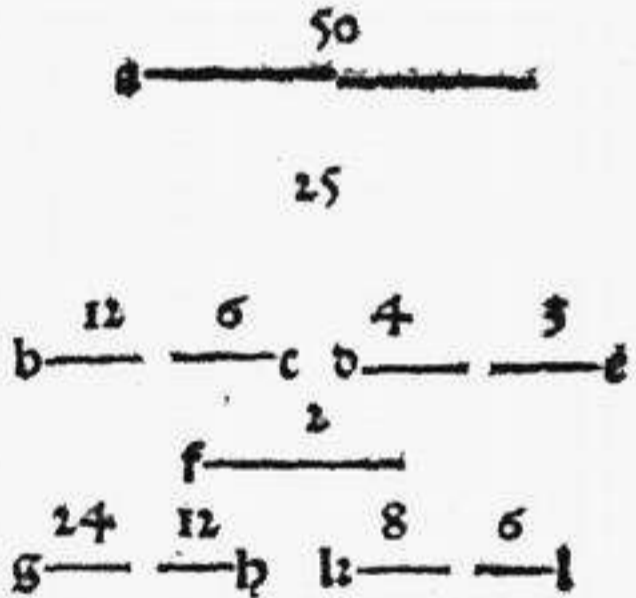
6 **Datas proporcionēs: in minimis terminis cōtinuare.**

**S**int a ad b. c ad d. et e ad f: date proportiōes in minimis terminis: quas in proportiōalitate p̄tinua in minimis numeris assignare lubemur. capio m̄mū quē nūerat b c qui sit g. et quoties b ē in g: toties sit a in h. et per septimā secūdi tunc q̄ proportio a ad b: ea est h ad g. et quoties c est in g: toties sit d in l. per eadē septimā eadē erit proportio c ad d et g ad l. erūt ergo due pporciōes a ad b et c ad d in p̄tinua pporciōalitate in numeris h g l: et etiā in minimis numeris. nā si in minoribus eē possint p̄tinue sit ergo vt in t v x. per decimānonam tertij b sicut et c nūerabit v. quare et p correlariū vicesimequarte tertij g m̄m⁹ ab eis nūeratus etiā nūerabit v. nō sunt igit t v x m̄mi hoc pacto p̄tinuati vt p̄ebat. et si e numeraret aliq̄ties l: caperem l quem fm eūdē numeraret f. quare p septimā secūdi q̄ pporcio eēt f ad e: eadem eēt l ad l: sicq; addita eēt tertia pporcio in p̄tinua pporciōalitate et in minimis teris. In minimis quidē ppter causam imēdiatē adductā. at qz h e non nūerat k: capio m̄mū numerū quē numerant e et k qui sit m. et quoties k est in m scdm eūdē numerum sit g in n et h in o. Item quoties e est in m toties scdmq; eūdē numerum sit f in p. et per septimā secūdi erit o ad n sicut h ad g. q̄re sicut g ad b. et n ad m: sicut c ad d. et m ad p: sicut e ad f. q̄re tres pporciōes date sunt in p̄tinua pporciōalitate in numeris o ad n/n ad m et m ad p. et etiā in minimis numeris. nā si assignarētur minores: vt q r f y: per decimānonam secūdi b et c numerarent r. ergo g m̄mus ab eis nūeratus p correlariū vicesimequarte tertij etiā numerat r. et cū que pporcio g ad l ea sit r ad s: ergo pmutatim que pporcio g ad r ea est l ad s. sed g numerat r: ergo l numerat s. et etiā per decimānonam tertij e numerat s. quare et m m̄mus ab eis nūeratus p correlariū vicesimequarte tertij numerabit s. nō sunt igit q/r/s/y m̄mi: illas pporcionēs p̄tinue retinētes: vt p̄ponebat. quare nulli tales erūt: p̄ter o n m p. qd̄ est ppositum.



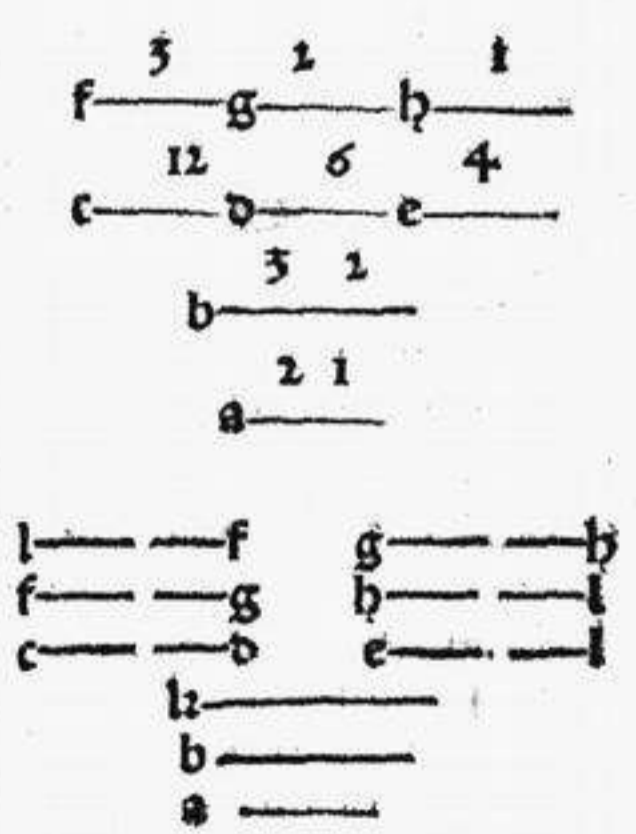
7 **Numerum propositum per partes inaequales fm assignatas pporcionēs continue sumptas: diuidere.**

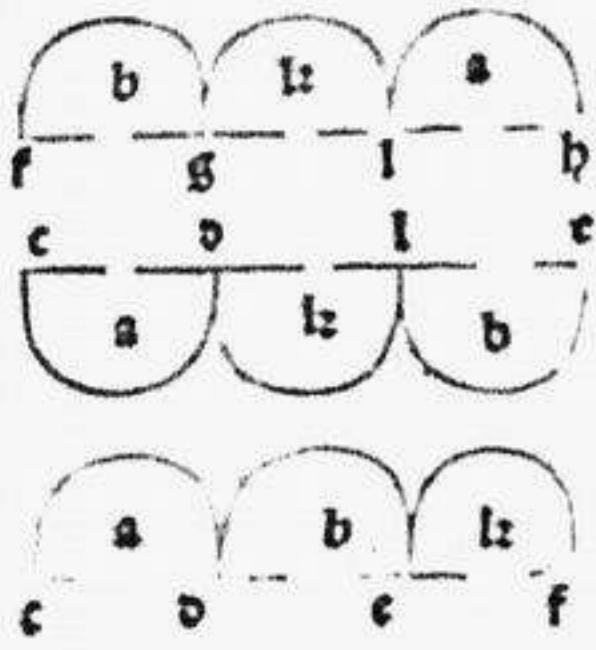
**N**umerus datus is eē debet qui per numerum proportiōes assignatas in minimis p̄tinuam diuidi possit: alioquin in eo partes assignatis proportiōibus r̄ndētes inuenire eēt impossibile. Sit ergo t̄lis nūerus datus a: quē ppositum est diuidere in quattuor ptes inaequales: quaz p̄ia ad scdā sit dupla scdā ad tertiam sesquialta et tertia ad quartam sesquialta. p̄tinuo per pcedentē tres assignatas pporcionēs scz duplam/ sesquialterā/ et sesquiterciā in minimis terminis qui sint b c d e: sitq; totus ex ipis compositus b e. et quia a ex hypothesi diuidi potest per b e: diuidat ergo per b e scd̄y f: eritq; f nūerus ex diuisione pueniēs. duco b c d e in f et pueniant g h l l qui p octavam secūdi p̄tinēbūt eadē pporciōes cū b c d e: ita vt sit g ad h vt b ad c/ et h ad l vt c ad d/ et l ad l vt d ad e. et qz per decimā p̄mi quod sit ex ductu b e in f: equat̄ ei quod sit ex ductu b c d/ et d e in f. et per sextam petitionem p̄mi ducto b e in f sit atq; reuertitur a. est ergo a diuisus in quattuor partes inaequales g h l l in p̄tinua pporciōalitate proportiōes assignatas p̄tinētes. quod est propositum.



8 **Quolibet proportiōes quocūq; ordine cōtinuate: eādē proportiōem pstituit.**

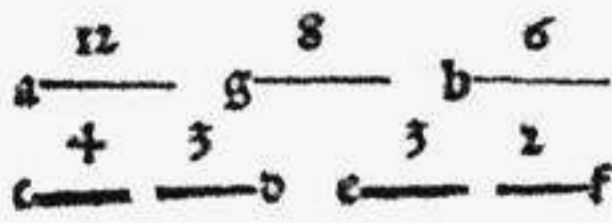
**I**d p̄mo in duabus pporciōibus ostēdendū est. Sint ergo a b quecūq; due pporcionēs vt a dupla et b sesquialta: et continuetur p̄mo dupla sesquialte in numeris c d: ita vt dupla pporcio p̄cedat: et sesquialta sequat̄. erit enī c ad d duplus: et d ad e sesquialt. p̄tinuetur secūdo cedē pporciōes in nūeris f g h: ita tñ vt sesquialta p̄cedat et dupla sequat̄. erit enī f ad g sesquialter: et g ad h duplus. dico c ad d et d ad e: item f ad g et g ad h eādē cōstituire pporciōem. Nam q̄ proportio g ad h ea est c ad d: et q̄ f ad g ea est d ad e. ergo p vicesimā scdā secūdi et equā pporciōalitatē indirectam: q̄ proportio f ad h eadem est c ad e. quod est propositum in duobus p̄clusum. In tribus autē pporciōib⁹ id adiuuāribus duabus ostēdīf. vt si qua sit tertia pporcio q̄ ip̄sis p̄tinuāda sit: p̄tinuet ergo illis p̄mo in sine. vt e ad l sit pporcio l. et sicut h ad l. quia vt ostēsum ē: que pporcio f ad h: ea est c ad e. et que h ad l: ea est d ad l. ergo p equā pporciōalitatē q̄ proportio f ad l: ea est c ad l. et ita sicut p̄ponat̄. at si vni p̄ponat̄ vt e l sit proportio l postposita: et l f eadem p̄posita. qz que pporcio f ad h ea ē c ad e: et que l ad f ea est





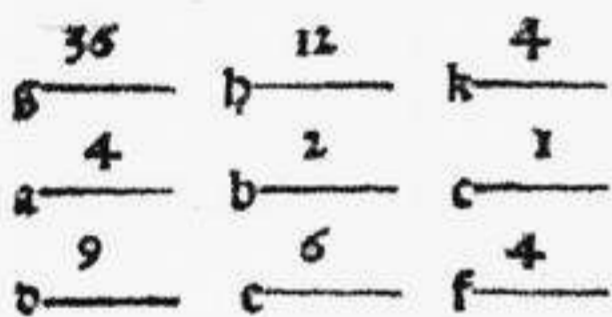
e ad l. ergo p indirectam pportionalitatem q pportio l ad h: eadē est c ad l. et si lz inferat duabus alijs tra vt c ad d sit pportio a:z d ad l sit l: et l ad e sit b. item f ad g sit b/ et g ad l sit l: et l ad h sit a. que p portio l ad h ea ē c ad d: et que g ad l ea est d ad l: et que f ad g ea l ad e. ergo p equā pportionalitatem directam q pportio f ad h: eadē est c ad e. et si hic postponat l: illic xō inferat vt sit in duabus vltimis figuratiōibus: quia q pportio d ad l ea est e ad l. et que l ad e ea est d ad e. ergo p indirectam pportionalitatem que pportio d ad e: ea ē d ad l. addita ergo vtriq; eadē pportioe c ad d: erit tota pportio c ad e: equalis toti c ad l. at pportio f ad h equat pportioni c ad e: ergo 7 pportioni c ad l. quod est propositum. Et si de quattuor pportioibus id desideras adiuuātib; tribus adinuicem ptinuatīs id efficere studeas. nam idem demonstrandi modus est.

**¶** Sim duoz compositor pportio que est vnus ad alterum: est ex laterum suozū ad latera alterius composita pportionibus. 9



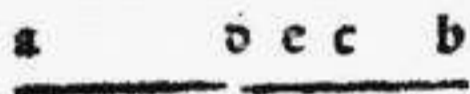
**¶** Latera ppositi dicitur nūeri qui in seinuicem ducti: ppositū pducūt. Sint ergo duo ppositi a b. et latera a: sint c d: c quidē maius 7 d minus. et latera a b sint e f: e quidē maius / f minus. dico pportioem a ad b ppositam eē ex pportioibus c ad e 7 d ad f. duco enī c maius laterū a: in f minus laterum b: 7 proueniat g. quia enī c in d facit a: 7 c in f facit g: ergo p septimā secūdi que pportio d ad f ea est a ad g. et quia f in c facit g et f in e facit b: ergo p eadē septimā que pportio c ad e ea est g ad b. at pportio a ad b pstituit ex pportionibus a ad g et g ad b: ergo 7 ex pportioibus c ad e et d ad f. quod est propositum.

**¶** Si numeri continue pportionales in totidem alios ptinue etiam pportionales ducantur: et qui inde prouenient continue pportionales erunt. 10



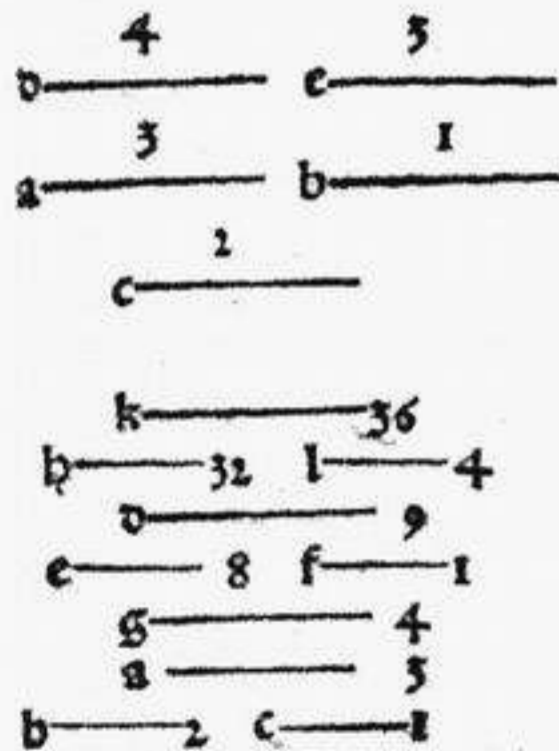
**¶** Sint a b c numeri ptinue pportionales itidē 7 d e f alij totidē cōtinue pportionales: 7 ducaſ d i a 7 proueniat g: 7 e in b 7 proueniat h: 7 f in c 7 proueniat l. dico productos g h l eē ptinue pportionales. Nam cū latera g sint d a: 7 latera h sint e b: 7 latera l sint f c: ergo p pcedētem pportio g ad h cōstat ex pportioibus d ad e 7 a ad b. 7 pportio h ad l ex pportioibus e ad f 7 b ad c. 7 pportioes e ad f 7 b ad c eadē sūt pportioib; d ad e 7 a ad b: ergo 7 pportio h ad l ex illis pstitas: eadē est pportioni g ad h. que igit pportio g ad h ea est h ad l. qd demonstrandum erat 7 propositum.

**¶** Numerum ita diuidere vt q totius ad maiorem portionem: ea maioris ad minore sit pportio est impossibile. 11



**¶** Si et hoc pacto quisq; nūerus diuidereſ: dicereſ diuidi fm pportioem hntem mediū 7 extrema. hec itaq; pponit nullū numerum fm pportioem hntez mediū et extrema diuidi posse. Nam si aliq; hūc in modū diuidi potest: sit ille a b q sit diuisus in a d minorem portionem 7 d b maiorem: sitq; vt a b ad d b: ita d b ad a d. detraho ab maiori portione d b numerum c d equalem a d. et qz que pportio a b ad d b: ea est d b ad a d. et quia a d 7 d c equant: qz q pportio totius a b ad totum d b ea est d b ad d c detractū ad detractū. ergo p quintam secūdi q pportio a b ad d b: ea est a d ad c b residuū ad residuū quare 7 eadē d c ad c b. quare itez q pportio d b ad d c: ea est d c ad c b. capio itez d e equalē c b. et quia sicut d b ad d c: ita d c ad c b 7 d e equalē c b. ergo sicut d b ad d c totus ad totū: ita d c ad d e detractus ad detractum. quare per quintam secūdi sicut d b ad d c totus ad totum: ita c b ad e c residuū ad residuum. quare itez simili argumentatione detracto e c ab c b: erit residuus ad residuum perinde vt totus ad totum. atq; hoc habebit in infinitum. qd per quartam petitionem ē impossibile certū est ergo numerum aliquem ita diuidi non posse.

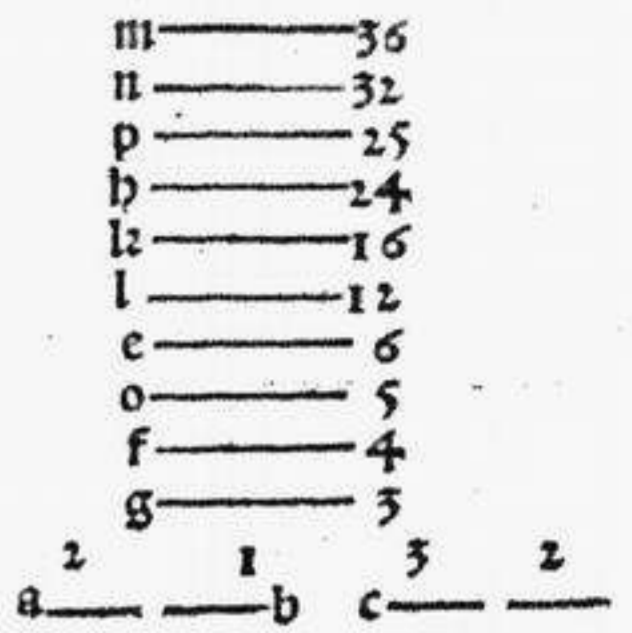
**¶** Numerum ex duobus constatē inuenire: cuius ad maiorem pportio addet sup pportionem eozūdem data pportione minus. 12



**¶** Sint a b minimi termini pportionis date: a maior et b minor: et sit pmo differentia a ad b numerus c 7 maior pportio a ad b qz b ad c: et sit d numerus pstitutus ex duobus scz a 7 b que dico minore hntē pportioem ad a maiorem eius portionem qz sit a ad b pportio assignata: sit e ppositus ex b c. quia enī pportio a ad b pmi ad scdm maior est qz b ad c tertij ad quartū: ergo p primam ptē deciequite secūdi d ad b pportio maior qz e ad c. et per scdm ptem eiusde; erit d ad a pportio mior qz e ad b. at cū e pstituat ex b 7 c d fia a ad b: equabit ipsi a. ergo d ad a pportio minor qz a ad b. qd ē ppositū. Sit scdo vt minor sit pportio a ad b qz b ad c: capio quēcunq; numerum maiorem a qui sit d: a quo detraho f equalē c 7 residuum sit e. et intelligo c detractū ab a 7 b residuū. et qz maior est pportio d ad a totius ad totum qz f ad c detracti ad detractū: ergo p decimātertiam secūdi: maior est pportio e ad b residuū ad residuū qz d ad a totius ad totum. et vltra maior est pportio e ad b qz d ad a. ergo p duodecimam eiusde; maior est pportio e ad d qz b ad a. quare per vndecimam eiusdem erit pportio d ad e minor qz a ad b. et cū e f pstituat d: 7 e maior sit f: si vterq; e 7 f sit nūerus pstat d numerum ex duobus e 7 f pstitutū eē quem querimus. qz si f sit vnitas: duco aliquē numerum vt g in e et proueniat h: et in d et proueniat k et in f et proueniat l. per septimam secūdi que pportio e ad d et d ad f: pstitis est h ad k et k ad l. et cū per nonam pmi quod sit ex g in e 7 in f equet ei qui sit ex g in d: ergo k pstituit ex duob; numeris h et l. quare k est talis numerus qui queritur.

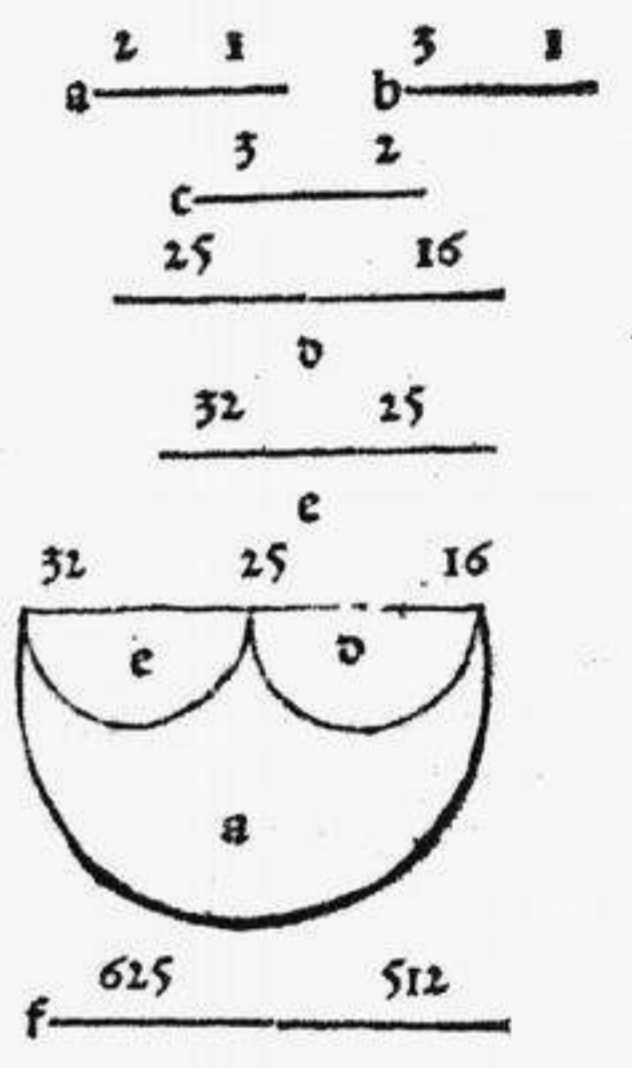
**¶** Duabus pportioibus inqualibus ppositis: tertiam reperire que duplicata: minore sit maior: et maiore minor. 13

**S**int termini maioris proportionis a b: et termini minoris c d: et a et c numeri maiores / ppositus sit tertiam proportionem repire q̄ duplicata: minore sit maior et maiore minor. ducam enī a in c et in d et pueniant e f: et b in c et pueniat g. manifestū est enī per septimam secūdi e esse ad f vt c ad d: et p octauam eiusdē e ad g eēt a ad b. et quia e ad f minor est proportio q̄ c ad g: ergo p decimam secūdi f est maior g. deinde ducō f in e et in se et in g et pueniāt h / k / l qui p septimā secūdi erūt in pportioe e / f / g: vt scz h k sit vt e / f et h l vt e / g. deinde ducō e in se et pueniat m. tūc enī q̄ a f in e facit h: et e in se facit m: ergo p octauam secūdi m ad h vt e ad f: quare et vt h ad k. Si ergo pportio m ad k ex duabus pportioibus minori assignate equalibus pstituta: sit minor pportione h ad l quero aliquē numerum vt o: qui in se ductus pducatur p maiorem h et minorem aut equalem m. et dico pportioem o ad f esse cuius dupla maior est pportioe c ad d et minor pportioe a ad b. nam cū f in se faciat l: et o in se faciat p: ergo p ea que in principio tertie pportiois huius demonstrata sunt est pportio o ad f addita ad seipam. quare et pportio p ad k dupla ad pportioem o ad f. at cū p sit maior h pportio p ad l per nonam secūdi maior est q̄ pportio h ad l. quare et pportioe c ad d. et cū pportio m ad l minor eēt pportioe h ad l: et pportio p ad l pportioi quidē o ad f assignate dupla minor eēt eadē pportioe h ad l: quare et pportione a ad b et ppositū. at si pportio m ad l maior est pportioe h ad l: sit ergo illaz differētia m ad n. tūc enī pportio n ad l erit eqlis pportioi h ad l. et tūc querā aliquē nūerū vt o qui ductus in se pducatur p maiorem quidē h sed minorem n. et argumētabor vt prius pportioez p ad l duplā quidē pportioi date o ad f maiorem eē pportioe h ad l: quare et pportioe c ad d. et minorem eē pportione n ad l: quare et pportione h ad l et pportione a ad b. q̄ itez est ppositū. Sic tñ attende q̄ vbi non facile possis inuenire numerum similem o: tunc duc l in h in se et in l: et itez h in se donec oportune talis numerus tibi occurrat.



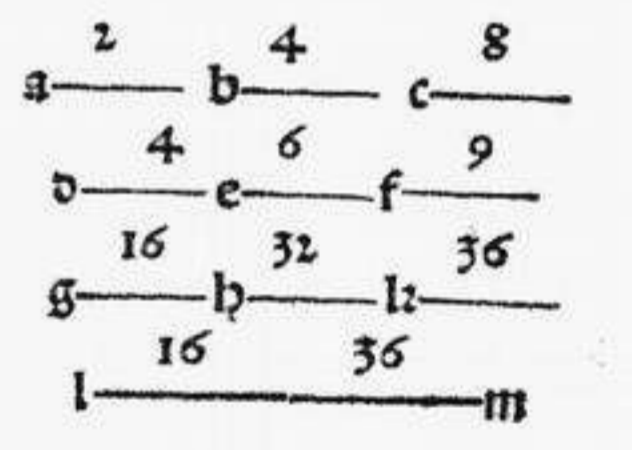
**14** Quālibet pportioem in duas diuidere: quaz dñia sit data pportioe minor.

**S**it b data pportio: ppositus sit a alteram pportionem datam in duas pportioes diuidere: quaz vnus ad alteram differentia sit data pportione b minor. capio p primam huius differentiam pportiois b ad a que sit c. Si c sit eqlis aut maior a / oportet c minorem eē b. cū p diffinitioem c eēt pportio qua b suparet pportioem a. quare et a aut eque aut multo fortius minor eēt b. in quascūqz ergo duas pportioes diuidat a: ille erunt minores a. nā eius ptes. quare et differētia vnus ad alteram (cū ea sit alius partis portio q̄ sup alteram addit) minor erit altera partium: quare minor toto a. quare et multo fortius minor toto b / sicqz in quascūqz diuideret a: haberet ppositū. Si pportio c minor sit a inuenio p precedentem pportionem aliquā cuius dupla sit maior c / et minor a. sitqz illa duplicata pportio d. capioqz dñiam d ad a p primam huius q̄ sit e quā dico eē minorem b. nā si ipsi eēt equalis: cū b cequētur a: ergo d que est maior c. cū e equali b maiorem pportioem pstituit q̄ sit a. nō ē ergo e differētia a ad d q̄ est ptra hypothesim. Et si e eēt maior b multo fortius d et e maiore pportionem pstituit q̄ b et c. quare maiorem pportioem q̄ sit a: q̄ itez eēt e nō esse dñiam a ad d et ptra hypothesim. Relinquit ergo pportioem e esse minorem pportione b. et quia due pportiones d et e equantur pportioi a: intelligo pportioem a in illas esse diuisam: et dico differentiam illaz scz d ad e que sit f eē data pportione b minorem. nam si esset equalis b: cū b et d maiorem pstituat pportionem q̄ a vt dictum est etiā d et f maiorem pstituerēt alquare et d et e. quare f non eēt dñia d ad e et p idem f non potest esse maior b. cōstat ergo pportioem a vt pponit ppositio eē diuisam et ppositum.



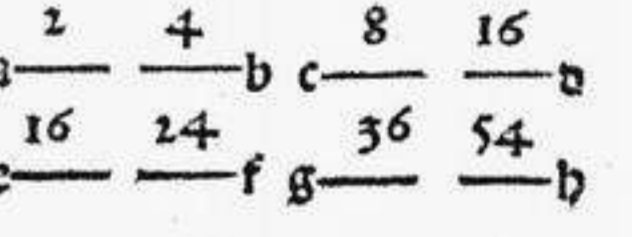
**15** Si tres nūeri pportioales: tribus aliis pportioalibus comparētur: extremoz ad extremos pportioes ptinuate erunt tanqz mediozū pportio duplicata.

**S**int a b c tres numeri pportioales: item d e f tres alij pportioales. dico pportioes a ad d et c ad f adinuicem ptinuatas: equari pportioi b ad e: duplicate. ducō enī c in a et in d et pueniāt g / h: et f in d et pueniat l. eritqz per septimam secūdi pportio g ad h vt a ad d: et h ad l per octauam eiusdem vt c ad f. atqz pportiones a ad d et c ad f adinuicem ptinuate per g h l et p tertiam huius addo pportioem a ad d pportioi c ad f ducēdo a in c et pueniat l. et d in f et pueniat m. manifestū est pportionem l ad m pstituta esse ex pportioibus g ad h et h ad l: atqz ipsis simul supris equari. deinde duplo pportionem b ad e addendo per tertiam huius pportioem b ad e sibiipi ducendo scz b in se. et quia a b c sunt pportioales: p vicesimā sextam secūdi pueniet l: et ducēdo e in se et p eadē vicesimā sextam secūdi pueniet m. quare duplicata pportio b ad e equat pportioi l ad m que pbata est equari pportioibus g ad h et h ad l scz pportioibus a ad d et c ad f adinuicem continuatis. quod est ppositum.

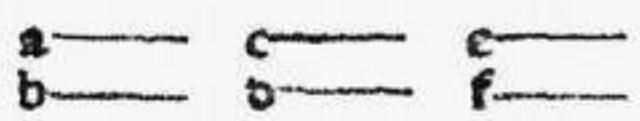
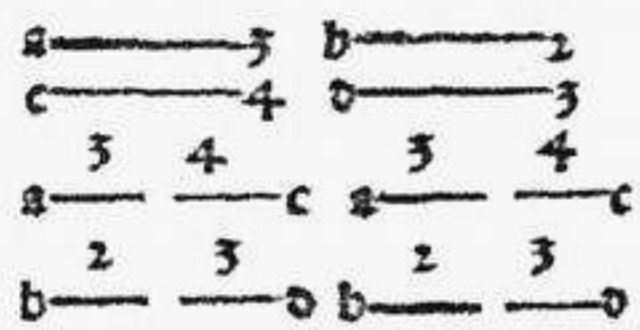


**16** Si quattuor numeris cōtinue pportioalibus alij totidem cōtinue pportioales adaptentur: erunt pportiones extremozū ad extremos pūcte tanqz pportiones mediozū ad medios cōtinuate.

**S**int a / b / c / d: quattuor numeri pportioales: et e / f / g / h totidem alij pportioales. dico pportionem cōpositam ex pportioibus a ad e et d ad h equari pportioibus ptinuatis b ad f et c ad g. ptinuatis siq̄dē pportioibus b ad f et c ad g: vt in pcedenti factum est. p septimā et octauam secūdi hec ex tertia huius et vicesimaquarta secūdi cognoscitur vt pcedens ex vicesima sexta.



**17** Si quotlibet numeri ad totidem alios comparētur: pportioes eoz quolibet mō sumptozū eandem pportionem componunt.

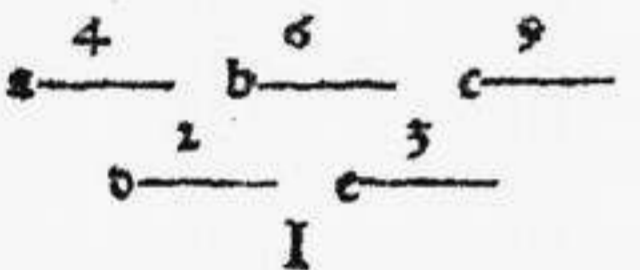


In duobus numeris id primo videndum est, sint eni a et b duo numeri / et c d duo alij qui duobus primis comparent: dico eadem pportioem ppositam esse ex a ad b et c ad d / et ex c ad d et a ad b. Si eni numeri illi eent equales: statim de se notum eet. Similiter si duo primi eent equales inter se / et duo secundi inter se: et sicut si tres eent equales et unus inequalis, sed esto proportio a ad b maior proportioe c ad d facio a ad b primam pportioem / c ad d scdam / et itez a ad b tertiam / et c ad d quartam, et quia qdum a ad b prima addit sup c ad d scdam tñ addit a ad b tertiam supra c ad d quartam, ergo p tertia huius pposita ex a ad b et c ad d prima et quarta equaf coposite ex c ad d et a ad b secuda et tertia, quod intēdebat. Idem quoq; in tribus efficies. Sint a / c / e tres numeri qui pparent b / d / f, dico eandem compositam ee ex a ad b / c ad d / et e ad f: et ex c ad d / a ad b / et e ad f, nam per immediate mōstratū eadem ē pposita ex a ad b et c ad d / et ex c ad d et a ad b: ergo pportioe e ad f vtriq; addita: pportioes erūt equales, qd erat pbandum, dico item eadem ee compositam ex a ad b / et c ad d / et e ad f: et ex e ad f / a ad b / et c ad d, Nam per nup mōstratū eadē est pportio coposita ex a ad b et e ad f: et ex e ad f / et a ad b, ergo pportione c ad d: vtriq; adiecta sūt pportioes a ad b / e ad f / et c ad d, item e ad f / a ad b / et c ad d: adiuicem equales, qd pponebat pbandum, Et ita alias pbinatioes pba et adiuuātibus tribus: de q̄ttuor expedi Et ita consequēter.

Quinti elementoy Arithmetices Jordani finis.

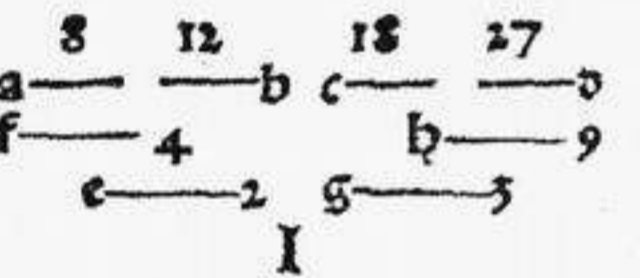
Altera numeroy dicuntur: quoy multiplicatioe: numeri pducuntur. Supficialis appellat numerus: qui duobus lateribus continetur. Solidus x̄o qui sub tribus: ex quoy p̄tinua multiplicatione habet pcreari. Quadratus est numerus supficialis equalibus lateribus cōtētus. Altera parte longior: est cuius latera sunt ineqlia sed sola vnitare distātia. Cubus est numerus solidus equalibus consistens in lateribus. Similes dicuntur numeri siue supficiales siue solidi: quoy latera sunt pportionalia.

Si tres numeri fuerint in sua pportione minimi: duo extremi erunt quadrati.



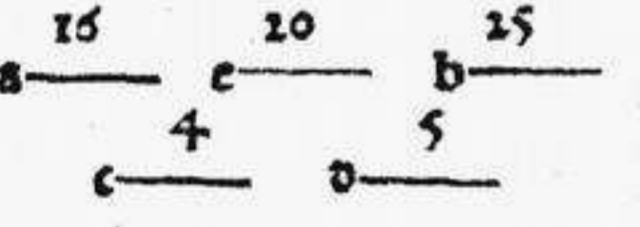
Sint a b c tres numeri cōtinue pportioales in sua pportioe minimi: dico a esse numerum quadratū atq; sicut esse numerum quadratum. Nam per septimā quarti erit vnus medius pportioalis inf a et vnitare qui sit d: et sicut vnus inf c et vnitatem qui sit e, quia ergo quoties vnitas in d toties d est in a: ergo d in se ductus multiplicat / atq; pducit a, est g a quadratus, nam d et d eius latera sunt equalia Et qz etiam quoties vnitas in e toties e est in c: ergo e in se ductus pducit c, quare c etiam quadratus, quod est ppositum.

Si fuerint quattuor numeri in sua pportione minimi: duo extremi erunt cubi.



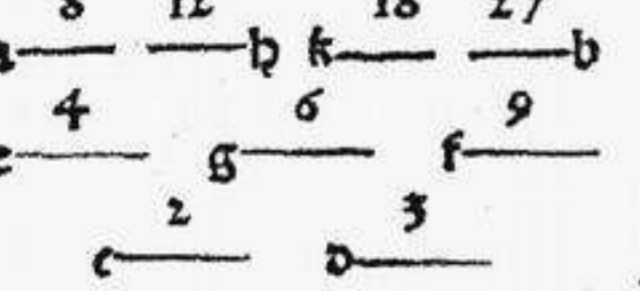
Sint a / b / c / d quattuor numeri p̄tinue pportioales: in sua pportioe minimi, dico a cubum esse atq; d cubum esse. Nam p septimam quarti erūt duo medij pportioales inter a et vnitatem qui sint e et f: et sicut duo inter d et vnitatem qui sint g et h, et quia quoties vnitas in e toties e in f: ergo e in se pducit f, et quoties vnitas in g toties g in h: ergo g in se pducit h, et quoties vnitas in g toties h in d: ergo g in h suum quadratum: pducit d, quare etiā d cubus, quod est ppositum.

Quis qdrati ad quadratū est tanq; lateris ipius ad latus altius pportio duplicata.



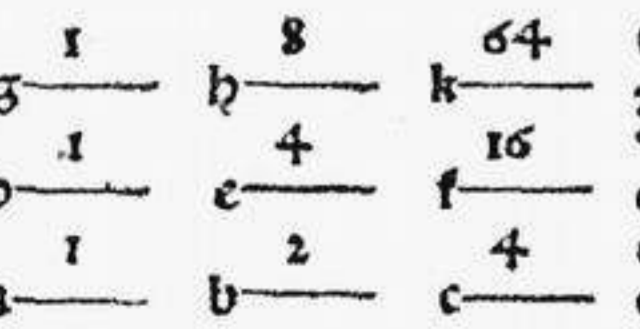
Sint duo quadrati a et b: et latus a sit c / et latus b sit d, dico pportioem a ad b ee tanq; pportio c ad d duplicata, duco eni c in d et fiat e, et erit p septimam secūdi a ad e sicut c ad d, et p octauā eiusdey e ad b vt c ad d: est ergo a ad e vt e ad b, at pportio a ad b constat ex pportioib⁹ a ad e et e ad b: quaz quelibet equatur c ad d, est ergo a ad b tanq; pportio c ad d duplicata: vt pponebatur.

Pportio cubi ad cubū: est tanq; lateris ad latus triplicata, vnde manifestum est inter quoslibet duos quadratos vnū: atq; int cubos duo pportioalit media p̄sistere.



Sint duo cubi a et b, et latus a sit c: et latus b sit d, sitq; e quadratū c / et f quadratū d, inter quos ex demōstratione pcedētis est vnus medius pportioalis qui sit g, deñ duco c in e et certū est puenire a: et c in g et pueniat h: et d in f et certū est puenire b: et d in g et pueniat k, manifestū est ex pcedēti eandem esse pportionem e ad g et c ad d: et eadē g ad f et c ad d, sed p septimā secūdi a ad h vt e ad g, quare vt c ad d: et per octauam eiusdem h ad k vt c ad d, et per septimam eiusdey l ad b vt g ad f, qre vt c ad d, est igitur quelibet trium pportionum a ad h / h ad k / et k ad b alteri equalis: atq; equalis c ad d, sed pportio a ad b pstat ex illis tribus, est igit pportio a ad b tanq; pportio c ad d triplicata, Et correlarium ex modo demōstrationis cognitum est et ppositum.

Quoy latera pportioalia sunt quadratos pportioales ee: atq; si quadrati pportioales sunt: et latera pportionalia esse necesse est.



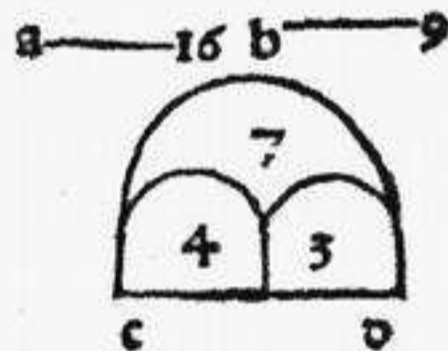
Sint a / b / c tres numeri p̄tinue pportioales: quoy quadrati sint d / e / f, dico quadratos d / e / f esse p̄tinue pportioales, Itē dico si d / e / f sunt p̄tinue pportioales: et a / b / c eoy latera ee pportioalia, Prima pars statim ex decima quiti cognoscitur, et scda ostendit, Nam quia pportio d ad e p nonā quiti est composita ex pportioibus a ad b et a ad b: et sicut pportio e ad f pposita ex pportioibus b ad c et b ad c: pportioes a ad b et b ad c sunt equales, alioquin p quintam eiusdem singulis adite sue equales: non pstituerēt d ad e et e ad f pportiones equales, qd est ptra hypothesim.

6 **¶** Si cubi fuerint proportionales: erunt et latera proportionalia. qd si latera proportionalia fuerint: cubi quoque proportionales erunt.

**¶** Sit hypothesis ea qd prius: sed g/h/k sint cubi numeroz a/b/c. Scda pars huius patet ducendo a b c continue proportionales in d e f suos quadratos qui p primam prem precedentis sunt continue proportionales et pueniet g h k qui p decimam quinti sunt continue proportionales. qd est scdm. Et pma pars declarat illam per nonam quinti proportio g ad h pposita est ex proportioibus d ad e et a ad b. et proportio h ad k coposita ex proportioibus e ad f et b ad c. et si a ad b et ad c no sunt proportionabilia: neq d e f. si ergo a ad b maior sit proportio qd b ad c: ergo per quintam quinti maior erit d ad e qd e ad f. ergo per eandem quintam g ad h pstituta ex d ad e et a ad b maioribus proportionibus erit maior qd h ad k. no sunt igit g h k proportionales. quod est contra hypotheseim et totum propositum.

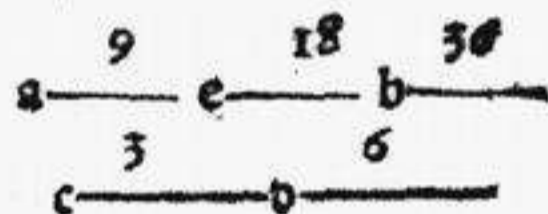
7 **¶** Quo abundat quadrat super quadratu est numerus ex lateribus ipsoz coaceruatus et fm laterum differentiam multiplicatus.

**¶** Sint a et b duo quadrati: a maior et b minor. sitq c latus a: et d latus b. dico numerum quo a superat b: esse numerum qui pcreat ex ductu differentie c ad d in coaceruatum c d. Intelligo eni coaceruatum c d esse diuisum in c maiorem numerum: et d minorem. et quia p decimoctauam pmi quod fit ex d in se: cu eo quod fit ex differentia c ad d in coaceruatum c d: equu est ei quod fit ex c in se. sed qd fit ex c i se est quadratu minus a: et qd fit ex d in se est b quadratu minus: qd b quadratu minus superat ab a qdrato maiore in eo numero qd fit ex d fia c ad d in coaceruatu c d. abundat g a sup b in eode numero. qd e ppositu.



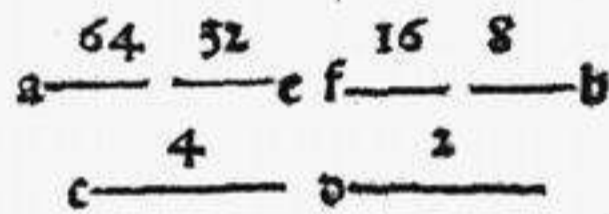
8 **¶** Si quadratus quadratum numeret: et latus suu latus alterius numerabit. qd si latus a latere numerabitur: et quadratus a quadrato numerabitur.

**¶** Sint a b duo quadrati: et a numeret b: sitq c latus a et d lat b. dico c numerare d. dico ite si c numerat d: etia a numerare b. sit eni p correlariu quarte huius e medium proportioale inter a et b: erit enim a ad e et e ad b in continua proportioe vt c ad d. sed a primus numerus p hypotheseim numerat b vltimu: ergo per decimatertiam quarti: a pmi numerat e scdm. quare c numerabit d. qd est pmi. Scdm p3: na si c numerat d: g et a numerat e et e numerat b. qre p vicesimatertiam pmi a numerabit b. qd e scdm et totu ppositu.



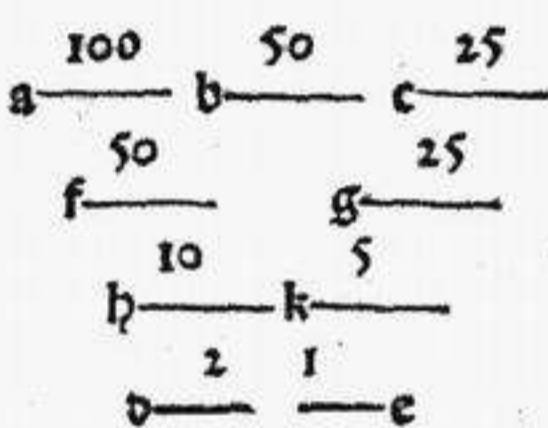
9 **¶** Si cubus cubum numeret: et latus ipsius latus alterius numerabit. qd si latus numerat latus: et cubus cubum numerabit.

**¶** Quod de quadratis modo ostensum est: hic de cubis demonstrandum pponitur. Et pma ppositis medijs proportionalibus in cubos p correlariu quarte huius vt pma pcedetis cognoscit: et scda vt scda.



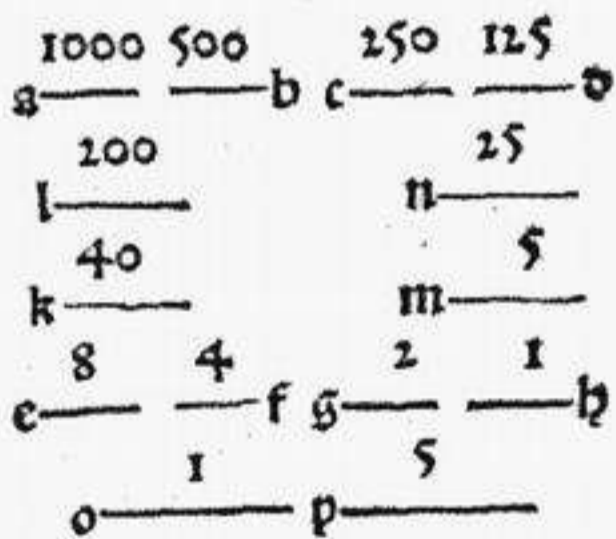
10 **¶** Trium numeroz continue proportionalium: si primus fuerit quadratus: tertium quoque quadratum esse necesse est.

**¶** Sint a b c tres numeri continue proportionales: et sit a quadratus: dico c ee quadratum. sint eni d e mimi in proportioe a ad b. per decimanonam tertij d numerabit a. sitq id scdm f. et e etiam per eadem numerabit c. cu per hypotheseim eade sit proportio a ad b et b ad c: sit ergo id scdm g. et quia a ponitur quadratus: sit ergo eius latus h. qa eni h in se tm est qrtum d in f: ergo p scda ptem vicesime sexte scdi d/h/f sunt continue proportionales. et p nonam quiti pportio a ad c: pposita ex proportioibus d ad e et f d/h/f sunt continue proportionales. et p nonam quiti pportio a ad c: pposita ex proportioibus d ad e et f ad g. ergo qz a ad b vt d ad e: erit b ad c vt f ad g. est ergo d ad e vt f ad g. ergo pmutatim d ad f sicut e ad g. ergo per duodecimam quarti inter e et g tot media proportioalia cadut: quot inter d et f. at in d et f cadit h vnu medium proportioale: igit et inter e et g cadet vnu qd sit k. et qz ex e in g positu est fieri c: ergo p vicesimasextam secundi ex l: in se fiet idem c. est igit c quadratus. quod erat demonstrandum.



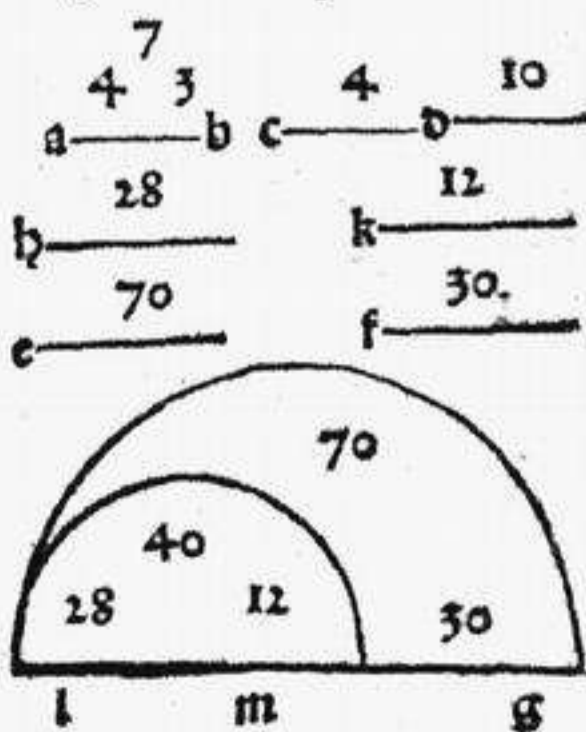
11 **¶** Si quatuor numeroz proportionalium pmi fuerit cubus: quartu quoque cubu ee pueniet.

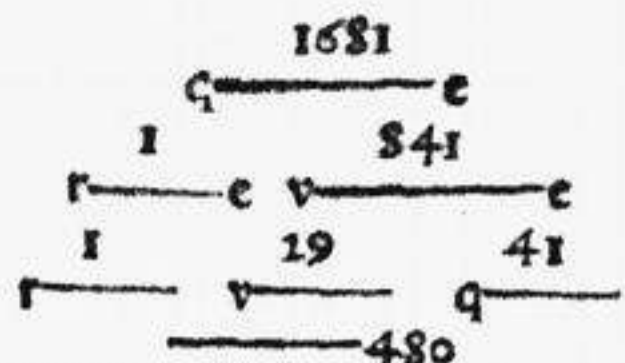
**¶** Sint a/b/c/d quatuor numeri continue proportionales: quoz a pmi sit cubus. dico d quartu ee cubu. sicut eni e/f/g/h quatuor in eadem proportioe mimi: crutq per scdam huius e et h cubi. et qz e et a sunt cubi: erit p correlariu quarte huius duo proportioales medij inter e et a qui sint k l. et quia p equam proportioalitate que pportio e ad h ea est a ad d: ergo pmutatim q pportio e ad a: ea est h ad d. sed inter e et a pbatu sunt ee duo pportioales medij. ergo p duodecimam quarti et in h et d duo snt erit pportioales medij qui sint m et n. et qz p decimanonam tertij h numerat d: ergo per scdam prem decime tertie quarti h numerabit m. Sit igit o latus cubi h: sitq quoties h in m toties o in p. qz igit pportio d ad h tanq m ad h triplicata: erit eade pportio d ad h tanq pportio p ad o triplicata. et qz p quartam huius eadem est pportio in cubum p et cubu h. erit igit d cubus: et eius latus erit p. qd est ppositu.



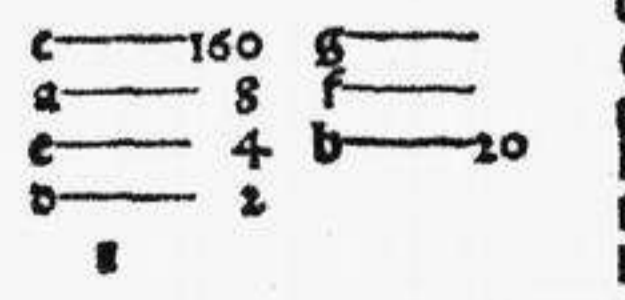
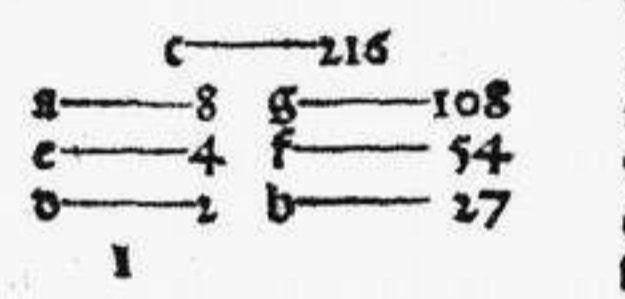
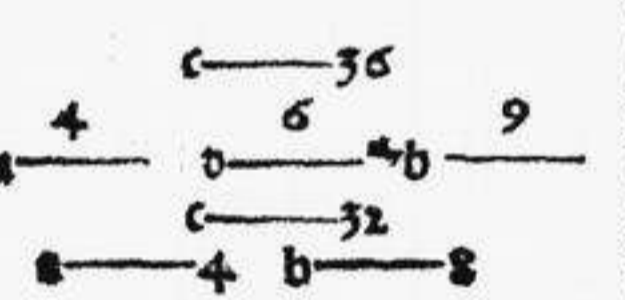
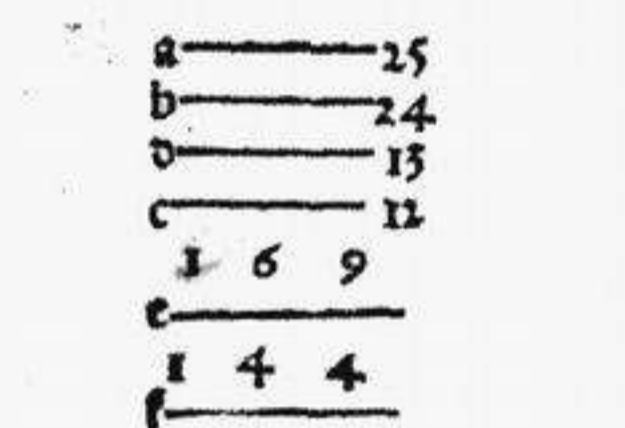
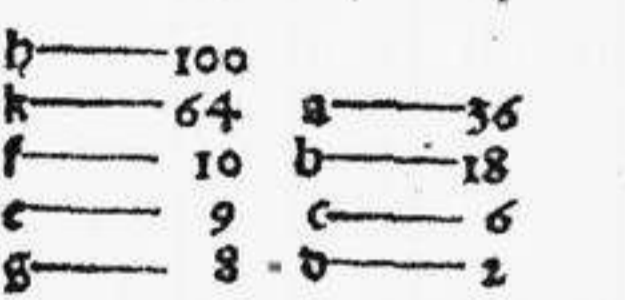
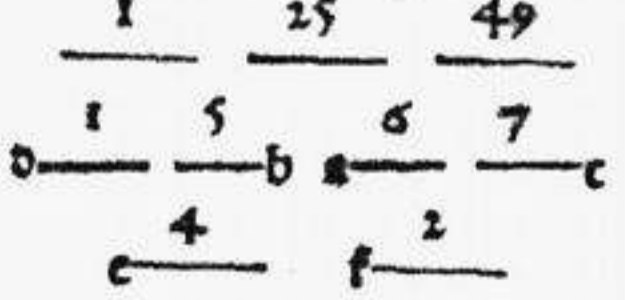
12 **¶** Quadratos tres inuestigare: quoz continue sumptoz differentie sint equales.

**¶** Sit c duplum cuiuslibet numeri. addatq c cuilibet numero b. sitq a ppositus ex b c. et ex a et b fiat d. et ex c in a et in b fiat h et l. et ex a et b in d fiant e et f. et ponatur numerus l/m/g equalis numero e: ita vt g sit equalis f. quia eni e/et l/m/g equatur: et ex a in d fit e: etia ex a in d fit l/m/g. sed g equatur f qui fit ex b in d: ergo residuu l et m per decimam primi equu est ei qd fit ex c in d. quare p nona eiusde l et m sunt tanq h et k. Sit ergo l equalis h: et m equalis l. dico ergo l g posse diuidi in duo equalia. Nam cu b in d fiat g: et d sit tanq b bis et c: ite b in se bis. hoc est in suu duplum. et in c facit g. et a in c facit l. erit ergo l g tanq qd fit ex b in se bis. et a b (quod est d) in c: cui dimidiu est quod fit ex b in se semel: et ex d in dimidiu c. est ergo numerus l g: in duo media eidez dimidio eqlia diuisibile. diuido





Differentia trium quadratorum continuorum eadem



ergo l g in duo media equalia: sitq; r differentia unius illorum dimidioz ad g. et v numerus equalis dimidio. et q differentia dimidij l g: ad totum l m g. dico tres quadratos numeroz r. v. z q: q sint r e: v e: q e: e qui pe-  
 titur. Nam cum differentie quadratorum sint p septimam huius q ex differentijs laterum in opposita ex ipsis  
 producantur: prout videbis ex vna r ad v in oppositum r v qd est g. et ex vna v ad q in oppositum v q qd est l  
 m g: equalium numerum produci p vicesimam quintam secundum q eadem sit proportio differentie r ad v ad vnam  
 v ad q. sicut aggregati q v ad aggregatum r v. siue sicut l m g ad m g: quod idem est. Sed hoc vltimum  
 facilius forte capies in minoribus numeris z eodem ingenio inuentis. vt sit a senarius. et primi hinc z  
 inde sint b z c. b minor: z c maior. certum est b esse quinarium: cuius vna ad a sit d. qua certum est esse vnitatem  
 sitq; e differentia d ad b vnitatis ad quinarium: qua constat esse quaternarium. sitq; f differentia b ad c. que  
 quia dupla differentie b ad a: ideo erit binarius. est itaq; e ad f duplus. sed d b per proportionem sunt a. et  
 per secundam primi b c simul sunt duplus ad a. igitur et b c simul: sunt duplus ad d b. quare que proportio e  
 ad f differentie ad differentiam ea est aggregati b c ad aggregatum d b. ergo per vicesimam quintam scdm  
 tm est quod sit ex e in d b qd est qd ex f in b c. ergo per septimam huius tres quadrati numeroz d b z  
 c sunt quales propositi sunt inueniri possibiles. quod est propositum.

**¶ Numerum quadratum inuenire: qd cum quadrato dato numerum quadratum constituat.** 13

¶ Sit pmo datus numerus quadratus a: qui diuisibilis sit in duo equalia. cuius medietas sit b. latus  
 aut eius sit c. sitq; d binarius. quia ergo qd sit ex d in b: equat ei quod sit ex c in se: erit p vicesimam sextam  
 secundum c proportionaliter medius inter binarium z b. et quia d binarius est numerus primus: z p primam  
 quartam coiccat cum c z c cum b: etiam d coicabit cum b. p primam tertiam d numerabit b. cuius qd est b: medietas sit e.  
 et numeri circumpositi sint f maior z g minor: quoz quadrata sint h z k. dico qd quadratum h esse tanquam numerum  
 quadratum l: numero quadrato a additum. Nam differentia f z g e binarius z oppositus ex ipsis per  
 secundam primi est b. et quia ex binario in b per hypothesim sit a: ergo per septimam huius cum a fiat ex  
 differentia laterum in compositum ex ipsis a est vna quadratorum h z l. quadrat ergo l additus quadrato dato a  
 constituit numerum quadratum h. qd est propositum. Sed esto secundo vt sit quadratus a assignatus: sed  
 in duo equalia partiri non possit. cum ergo binarius eum non numeret: et sit binarius numerus primus:  
 ergo per primam tertiam binarius ad ipsum erit primus. quare p decimam quintam tertium binarium numerabit  
 inferiorem numerum quadrato a: vnitatem dempta qui sit b. cuius medietas sit c: z maior eovnitatem sit  
 d: cuius quadratus sit e: et quadrat c sit f. dico ergo quadratum e abundare super quadrato a quantum est  
 f quadratus c. Nam quia c bis cum vnitatem constituit a: ergo per decimam octauam primi quod sit ex c in se  
 cum eo qd sit ex a in vnam d maioris partis ad c: equum est ei qd sit ex d maiore parte in se. excedit igitur  
 quadratus d quadratum numeri c in quadrato dato a. nam differentia d z c erat vnitatem. qd est propositum.

**¶ Si quadratus in quadratum ducatur: producet quadratus. Si vero in non quadratum non quadratus pueniet. Unde p3 si quadratus quadratum numeret: ipsum secundum quadratum numerare.** 14

¶ Sint pmo a z b duo quadrati: ducaturq; a in b et pueniat c. dico c esse quadratum. Nam p correlarium  
 quarte huius inf a et b est vnus proportionalis medius. sit ergo ille d. quia ergo a d z b sunt continue propor-  
 tionales: ergo p vicesimam sextam secundum quod sit ex a in b: equum est ei qui sit ex d in se. at quod ex a in b  
 producitur est c. est igitur c quadratus. qd intenditur. Secundo: sit a quadratus z b non quadratus: ducaturq;  
 a in b et pueniat c: dico c non esse quadratum. Nam si c esset quadratus p secundam partem vicesime  
 sexte secundum latus quadrati c esset medius proportionalis inter a z b. quare cum a primus sit quadratus  
 p decimam huius z b esset quadratus. qd est contra hypothesim. Correlarium ex his duabus partibus satis constat.

**¶ Quadratus non quadratum: secundum non quadratum numerat.** 15

¶ Nam si ponatur possibile quadratum secundum quadratum: ipsum numerare: ergo per primam partem precedentem  
 productus erit quadratus. at ponitur quadratus numerare non quadratum: sequitur igitur ex hoc contrarium  
 hypothesis. quod est propositum.

**¶ Si cubus in cubum ducatur: qui producet erit cubus.** 16

¶ Sint a b duo cubi: z ducatur a in b et pueniat c: dico c esse cubum. Sumo enim latus cubi a quod sit  
 d: et quadratum lateris d qd sit e. manifestum est d z e esse proportionales inter vnitatem et a. et qd qd  
 vnitatem in a toties b in c. cum a multiplicet c secundum b. per decimam quartam quartum quot medij  
 proportionales erunt inter vnitatem z a: totidem erunt inter b et c. sunt ergo duo medij similiter proportionales inf b et c qd  
 sint f g. cum ergo b f g c sint quattuor numeri proportionales: et b primus per hypothesim sit cubus: ergo  
 per vndecimam huius z c quartus erit cubus. quod est propositum.

**¶ Si in non cubum cubus ducatur: producet non cubus. Ex quo liquet qd si cubus cubum numeret: ipsum secundum cubum numerare.** 17

¶ Ducatur a cubus in numerum b non cubum et pueniat c: dico c non esse cubum. Nam si c productus  
 ponatur esse cubus: manifestum est vt in precedenti per decimam quartam quartum quot medij  
 proportionales erunt inter vnitatem et a: totidem esse inter b z c. sint ergo similiter duo scilicet f z g. quia ergo c g f b  
 sunt continue proportionales: z c est positus cubus. ergo per vndecimam huius: b etiam erit cubus. at  
 b per hypothesim positus e non cubus: accidet itaq; contrarium hypothesis. qui igitur inde producet: non  
 erit cubus. quod est propositum. Correlarium satis ex hac z precedenti cognitum est.

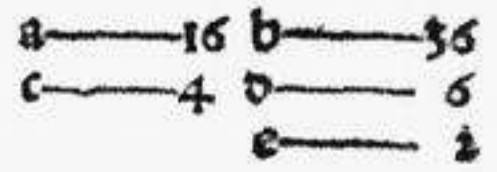
**¶ Si non cubum cubus numeret: secundum non cubum eum numerabit.** 18



¶ Nā si ponat numerari fm cubū: p penultimā qui pducetur erit cubus. at positus est nō cubus nō itaq; ipsum numerabit fm cubū: quare si ipsum cubus numeret: fm nō cubū nūerabit: qd̄ intēditur.

19 ¶ Si quadrati cōmunicant: latera quoq; cōmunicabunt. si vero quadrati sint incom- mensurabiles: et latera ipsorum incōmensurabilia erunt.

¶ Sint a b duo quadrati et c latus a et d latus b: dico primo si quadrati a b cōicant et eorū latera c d cōicare. nā si c d nō cōicant: ergo per duodecimā tertij neq; quadrati a b cōicabunt. ex opposito igitur p̄ntis si quadrati cōicabunt et eorū latera cōicant. dico sc̄do si quadrati a b non cōicant neq; eorū latera cōicare. nā si c d latera cōicant est aliq; nūerus eos cōiter numerās q̄ sit e: q; ergo e numerat c ergo p̄ vicesimātertā primū etiā numerat a. et q; etiā e nūerat d: p̄ eandē vicesimātertā nūerabit et b. si ergo latera sunt cōmunicātia et quadrati cōicant: quare ex opposito p̄ntis si quadrati non cōmunicāt neq; latera cōmunicabunt: quod est secundū et totum p̄positum.

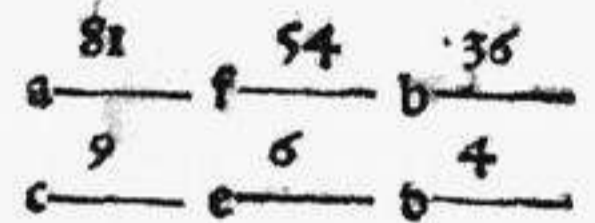


20 ¶ Si cubi fuerit p̄mēsurablez lafa. q; si cubi nō cōicent: neq; ipsoz latera cōicabūt

¶ Duius prima pars vt precedentis prima et secunda vt precedentis secunda p̄tescunt.

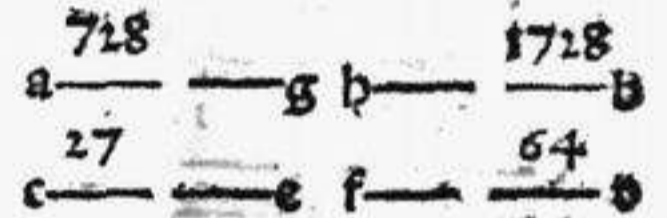
21 ¶ Si quadrati ad aliquem fuerit proportio tanq; quadrati ad quadratum illum ali- quem: quadratum esse necesse est.

¶ Sit a quadratus qui ad aliquē numerū vt b eam habeat p̄portionē que quadrati c ad quadratū d dico b esse numerū quadratū. nā q; c et d sunt quadrati per correlariū quarte huius est vnus medius p̄portionalis inter c et d qui sit e. et q; que p̄portio c ad d ea est a ad b: ergo per duodecimā quartū erit vnus medius p̄portionalis inter a et b qui sit f. q; ergo a f b sunt p̄portionales et a primū positus ē quadratus: ergo per decimā huius et b tertius est quadratus: quod est p̄positum.



22 ¶ Quicumq; se hz ad cubū sicut cubus ad cubū: idē ex necessitate erit cubus.

¶ Si ad a numerū cubum se habeat aliquis numerus vt b sicut d cubus ad c cubū: dico b esse cubum nā per correlariū quarte huius inter c et d erunt duo medij p̄portionales. et cū que p̄portio c ad d ea sit a ad b. ergo per duodecimā quartū cadent cōsimiliter duo medij p̄portionales inter a et b: et a pri- mus ponitur cubus erit igitur et b per vndecimā huius cubus quod erat demonstrandum.



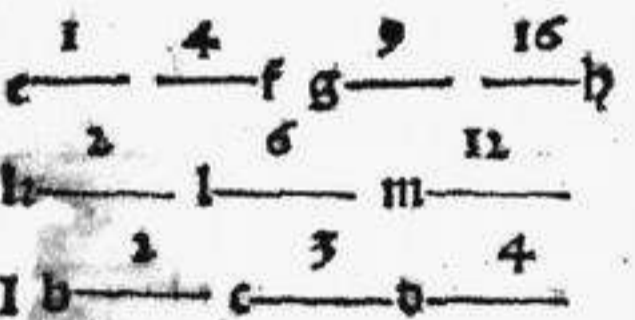
23 ¶ Si quadratus in quadratum vel cubus in cubum ducatur: latus producti erit nu- merus qui ex latere vnus in latus alterius producitur.

¶ Sint primo duo quadrati a b: et latus a sit c: et latus b sit d. ducat q; a in b: et pueniat e q; per deci- māquartā huius erit quadratus: et ducat c in d: et pueniat f. dico f esse tetragonici latus e. nā per sep- timā et octauā secundū f est medius p̄portionalis inter a et b. et p̄ vicesimāsexta; eiusdē qd̄ sit ex a in b equū est ei q; sit ex f in se. ē igit f latus quadrati e qd̄ erat p̄bandū. sc̄do sint g et h cubi laterū c et d et g in h pducatur l q; per decimāsexta; huius erit cubus. dico f esse latus cubicū l. q; enī c in a pducit g et f in se pducit e erit p̄ nonā quintū p̄portio g ad e cōposita ex p̄portionib; c ad f et a ad f. et q; iterū ex c in d sit f: et ex d in b sit h erit per eandē nonā p̄portio f ad h cōposita ex p̄portionib; c ad d et d ad b: q; c ad d est sicut a ad f: sed et permutatū d ad b sicut c ad f: q; eandē esset p̄portio c ad d et f ad b. est igitur p̄portio f ad h equalis p̄portionibus a ad f et c ad f: quare p̄portioni g ad e. ordinatis ergo quattuor nūeris g e f h: q; que p̄portio g ad e ea est f ad h. ergo p̄ vicesimāquintā secundū idē est nūerus q; p̄du- citur ex g in h et ex f in e suū quidē quadratū quare p̄ducti cubi l: latus ē f: qd̄ est totū p̄positū.



24 ¶ Si dispositis ab vnitāte numeris quadratis: p̄portionaliter medij inter proximos quosq; sumantur: sicut omnes parte altera longiores. et cuiuslibet illorum ad illos differentiam lateri suo equalem esse constabit.

¶ Sint e f g h quotlibet nūeri quadrati ab vnitāte p̄nter dispositi: eorū vero latera vnitās: et b c d nu- meri p̄nter ab vnitāte sumpti. dico medios p̄portionales inē proximos quosq; quadratos sumptos eē altera p̄te longiores. duco enī vnitātē in b et pueniat l q; est medius p̄portionalis inter e et f: et q; eius latera vnitās et b sunt equalia sola vnitāte distātia: p̄ diffinitionē l est altera p̄te longior. sicut duco b in c et pueniat l q; erit medius p̄portionalis inē proximos quat. atos f g. et per idē vt prius altera p̄te longior. et ita de reliq; p̄portionalid; medijs proximoz quadratorū quotquot p̄nter assignati fuerit quadrati. Dico p̄terea differentia l ab quadrato f equalē esse b lateri f: et differentia l a quadrato g esse equalē c lateri g: et ita cōsequenter. q; enī b superat vnitātē sola vnitāte: intelligo ergo b diuisum in duas vnitates. et q; b in se facit f: ergo per decimātertiam primū b ductus in primā et secundam vni- tatem procreat equū f: sed subtracto qd̄ sit ex b in vnitāte remanet l. est igitur subtractū eius qd̄ sit ex b in vnitāte differentia l ad f: sed et idem subtractū est equalē b: q; vnitās in quēcunq; nume- rum ducta idem faciat. constat ergo id esse verum de l. de l autem cōsimiliter ostenditur: q; c excedit b sola vnitāte. diuido ergo c latus sc̄licet quadrati g in b et vnitātem. et quia c in se facit g et idem c in b et vnitātem facit equalē g: per eandē decimātertiam primū: et subtracto eo qui sit ex c in vnitātem remanet l. differentia igitur l et g est quod sit ex c in vnitātem: sed et illud est equalē c per idem quod prius. constat igitur p̄positum de altera parte longiore l. et ita de quibuslibet alijs argumentabere Similiter etiam ostendes differentiam l ad e esse vnitātem: et differentiam l ad f esse b et m ad g esse c. Nam cum b sola vnitāte superet vnitātem: intellecto ergo b in duas vnitates diuiso per decimā- quartam primū quod sit ex b in alteram vnitātem equalē est ei qui sit ex illa in se: et illa in alteram. sed



quod sit ex illa unitate in se est quadratum et unitas. et quod sit ex illa in altera itidem est unitas et equalitas unitati. constat ergo diam lz ad e esse unitatem. Similiter diuido c in duas partes scilicet unitatem et b: et quod per eandem decimam quartam primi quod sit ex c in b scilicet: equum est ei qui sit ex b in se quod est quadratus sit ex b in unitatem qui est latus b. constat ergo differentiam lz ad f esse b: et ita per decimam quartam primi de similibus ostende. constat ergo totum propositum.

**¶ Si sumantur ab unitate numeri altera parte longiores proximis quibusque coniunctis: dimidiis coniunctorum sumptis prouenient omnes quadrati** 25

¶ Et parte altera longioribus figuratis quemadmodum in superiori factum est: dico lz et l altera longiorum similiter sumptorum medietatem esse quadratum. Similiter l et m simul sumptorum medietatem esse quadratum et ita binorum et binorum continue sumptorum quotquot essent: medietatem esse tetragonam. Nam quia per secundam partem precedentis monstratum est diam lz minoris ad f esse b: et l maioris ad f etiam esse b: lz et l sunt circumpositi atque equidistantes f. ergo per secundam primi f est numerorum lz et l simul sumptorum medietas. at f cognoscitur esse quadratum: ergo de lz et l constat propositum esse verum. et consimiliter de l et m constabit: quod eorum differentia ad g per precedentem est c latus g: quare per secundam primi concluditur quadratus g esse numerorum l et m simul iunctorum medietatem.

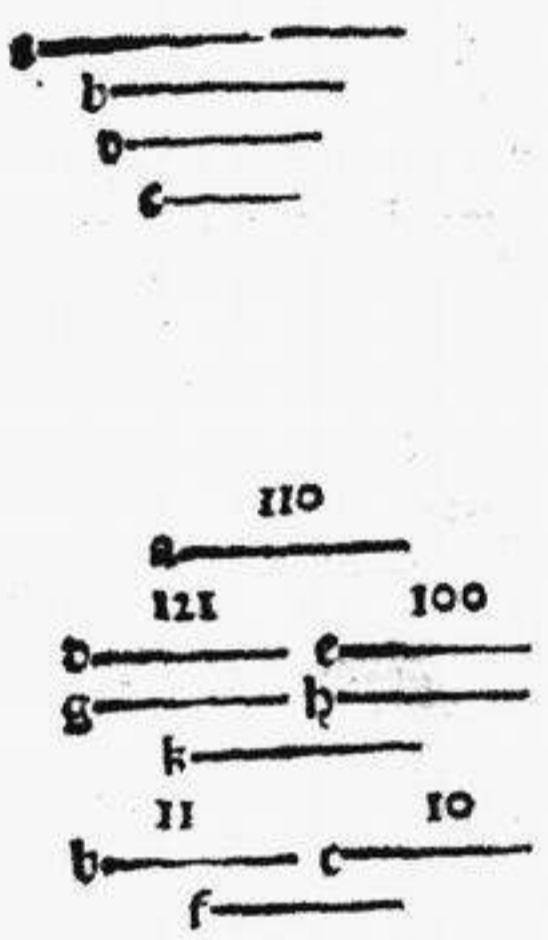
**¶ Nullus altera parte longior est quadratus vel cubus.**

¶ Nam si aliquid altera parte longior ut a esset quadratum: per definitionem eius latera essent equalia. et quia esset altera parte longior eius latera sola unitate distaret. si ergo illa datur et sint b maior et c minor: quia etiam a esset quadratum sit eius tetragonum latus d. et quod quod sit ex b in c est equalis ei quod sit ex d in se: ergo per vicesimam sextam secundi b d c sunt continue proportionales quod est impossibile. Nam cum b et c sola unitate distet inter b et c nullus cadit numerus medius. sed h dicat aduersari quod esse equalis b aut c. cum ergo b c d continue proportionem oportet b et c esse equalia quod est contra hypothesis. At dicat d esse maiorem b et c. tunc ergo b ad d est proportio minoris numeri ad maiorem: et d ad c proportio maior ad minorem. et ille ponit eodem hoc aut impossibile. At dicat ultio d utroque et b et c esse minores: tunc proportio b ad d est maior ad minorem et d ad c minoris ad maiorem: et ponunt eodem hoc iteque impossibile non est igitur a altera parte longior: quadratus quod est primum. ostendo deinde a altera parte longior non esse cubum. nam si id possibile est sit a altera parte longior cubus et eius latera sint: malus quidem b et minus c et quadratum b sit d et quadratum c sit e: sitque f latus a in eo quod cubus: cuius quadratum sit lz. erit enim per correlarium quarte huius unus medius proportionalis inter d et lz quod sit g. et per idem unus inter e et lz quod sit h: et septima secundi quod proportio b ad f ea est d ad g: et g ad lz. et si h quod proportio c ad f ea erit e ad h et h ad lz. et quod ex lz in f sit a et idem sit per hypothesis ex b in c: ergo per secundam partem vicesime quarte secundi erit lz ad b sicut c ad f. et etiam permutati lz ad c sicut b ad f. erunt igitur inter d et c continue proportionales g et lz: et sicut inter e et b. itidem duo h et lz. et quod b et e vel erunt commensurabiles vel contra se primi. si commensurabiles cum b numeret d eius quadratum: ergo per vicesimam tertiam primi quocumque numerus numerabit b etiam numerabit d. quare d et e erunt commensurabiles. at tamen quod b et c sunt contra se primi d et e esse commensurabiles per duodecimam tertiam est impossibile. si autem b et e sint incommensurabiles per secundam huius b et e sunt cubi. si h si c et d essent commensurabiles per idem quod prius d et e essent commensurabiles quod per duodecimam tertiam est impossibile. si autem c et d sint incommensurabiles ergo per secundam huius utroque est cubus quare inter b et c erunt duo media continue proportionalia per correlarium quarte huius at non modo duo vix et vix quidem incidere mediam ut in prima parte monstratum est: est impossibile. constat igitur verum esse propositum.

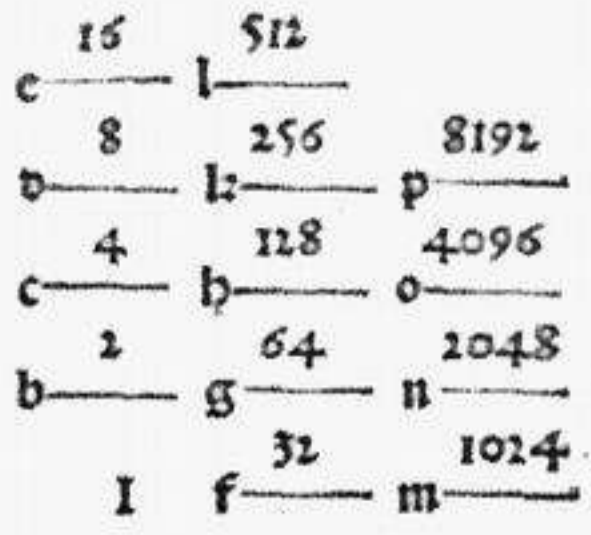
**¶ Dato altera parte longiore: alium ab eo altera parte longiorem inuenire cuius ad illum sit proportio que quadrati ad quadratum.** 27

¶ Sit a datus numerus altera parte longior et eius maior latus sit b: minor vero sit c: sitque d duplus ad b et e duplus ad c: et quadratum d sit f: et primus sub eo quadratum sit g quo numerus unitate minor sit h et parte altera longior inter f et g sit lz. quod enim per secundam partem vicesime quarte huius diam f et lz est d: et diam lz ad g est numerus eo minor unitate. ideo diam lz ad h est equalis d. et cum diam d et e sit binarius: quoniam duplum diam b ad c. nam per correlarium septime secundi duplatores: dupli sunt diam. et cum ex d in se fiat f et ex d in binario qui est diam eius ad e fiat diam f ad h: quod sit diam f ad lz et lz ad h quod est dupla ad d: ut postsum est. erit igitur h reliquus numerus quod sit ex d in e. duco igitur g in h quod numeri solam unitate distare sunt positi: fiatque l altera parte longior que dico esse: que querimus. ducaut enim b in h et fiat m: et c in g et fiat n. eritque per octavam secundi ea proportio l ad m quod g ad b. et per eandem etiam ea proportio n ad a que g ad b. quare ea est proportio l ad m que n ad a. et quia ex b in h sit m: et ex c in g sit n: ideo per nonam quinti erit proportio m ad n posita ex proportionibus b ad c et h ad g. et quia d in se facit f: et d in e facit h erit proportio f ad h quod d ad e. quare et quod b ad c: et quia proportio f ad g composita est ex proportionibus f ad h equali b ad c et h ad g: ergo proportio m ad n equali proportioni h ad g. et quia per correlarium quarte huius inter f et g est unus proportionalis medius erit unus similis proportionalis medius inter m et n quod sit o. cum sit ergo o ad n sicut m ad o et n ad a sicut l ad m. ergo per equam proportionalitatem indirectam erit l ad o sicut o ad a. capio ergo in proportione l ad o tres numeros in continua proportionalitate minores quod sint r q p: manifestum est r et p esse quadratos: tunc sic quod proportio r ad q ea est l ad o: et quod q ad p ea est o ad a: ergo per equam proportionalitatem que proportio r ad p quadrati ad quadratum ea est l ad a altera parte longioris ad altera parte longioris: quod est propositum.

**¶ Si numeri ab unitate proportionales disponantur tertium ab unitate quadratum: atque uno intermisso tertium semper esse quadratum quartum vero ab unitate cubum et duobus intermissis quartum semper esse cubum: septimum autem quadratum cubicum atque quinque intermissis septimum semper esse quadratum cubicum est necesse** 28

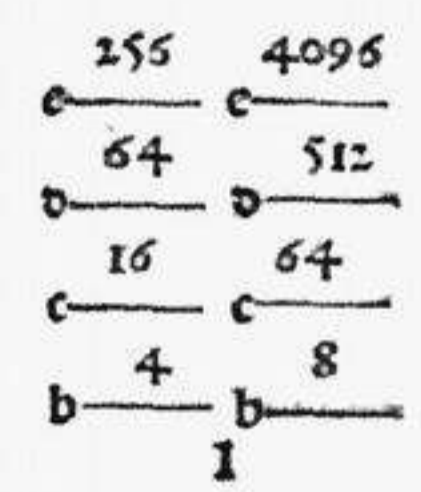


**Q**uadratus cubicus est quadratus q̄ pariter est et cubus. **P**osita enī vnitate r̄ b c d e f g h l i m n o p: vel quotquot voles numeris cōtinue ab vnitate p̄portionalibus hec statim ex decima r̄ vndecima huius cognoscit̄. q̄z enī vnitas potētia et quadrat⁹ est r̄ cubus. ideo per decimā huius c erit quadrat⁹ et p vndecimā d erit cubus. r̄ per eandē decimā e iterum erit quadratus et iterū per decimā: q̄z e est quadratus g erit quadrat⁹. Sed et q̄z d est cubus p vndecimā g etiā erit cubus q̄ venit vt liq̄do cōstat septimus ab vnitate: quare septimus ab vnitate quadratus ē cubicus. et ita cōtinue procede similēq̄ offendes demonstrandi modum vbiq̄.

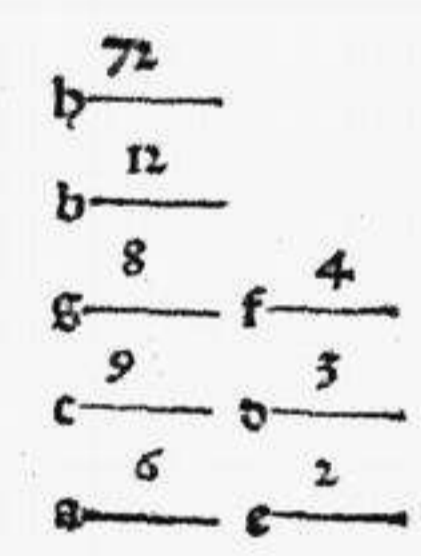


29 **S**i numerorū ab vnitate cōtinue p̄portionalium secūdos ab vnitate fuerit quadrat⁹ omnes erunt quadrati. q̄ si idem fuerit cubus: erunt et omnes cubi.

**P**rima pars patet. nā per p̄missā etiā tertiu⁹ erit quadratus. r̄ q̄a secūdos est quadratus p̄ decimā huius tertius ab illo q̄ est quartus etiam est quadratus. et per p̄missā q̄a tertius est quadratus vno intermisso quātus erit quadratus. et ita deinceps quare numerorū ab vnitate cōtinue p̄portionalium si secūdos est quadratus oēs erunt quadrati. Sc̄da pars mōstratur. nā si secūdos fuerit cubus: cum quoties vnitas in secūdo toties secūdos in tertio. sc̄bus in se q̄ est cubus producet tertiu⁹: quare p̄ decimā sextā huius tertius erit cubus. et per p̄missā quartus etiā erit cubus. et per vndecimā huius a quolibet illorū assumptus quartus erit cubus. at illis cōtinue sumptis oēs sumentur. constat itaq̄ si secūdos fuerit cubus omnes cubos esse.

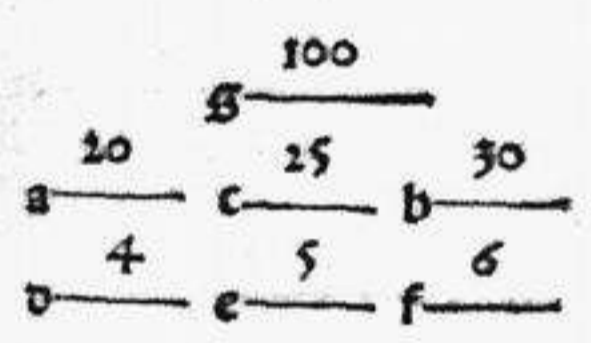


30 **S**i proximorū altera parte longior vnus in aliū ducat: pueniet altera pte longior  
**S**int a et b duo hunc in modū altera parte lōgiores et medius inter eos quadratus sit c cui⁹ latus sit d q̄b per vicesimā quartā huius erit differētia inter a et c r̄ inter c et b. sitq̄ s minoris altera parte longioris latus alterū e. eritq̄ d maior e vnitate. r̄ q̄z d in se facit c et d in e facit a erit p̄portio c ad a tanq̄ d ad e. Sit itē vt ex d in f fiat b erit f vnitate maior d. addat itaq̄ e ad a et sit cōpositus g: q̄z ex d in e sit a ex f in e fiet g: vt facile p̄ decimā primi ostēdatur cū numerus f numerū d sola vnitate superet et q̄a f in e facit g et d in e facit a: erit per octauā secūdi ea p̄portio g ad a q̄ est f ad d. Ied r̄ p̄ septimā eiusdē etiā b ad c sicut f ad d: quare r̄ b ad c sicut g ad a. quare p̄mutatī b ad g sicut c ad a: ergo p̄ vicesimā quintā secūdi q̄b sit ex b in a datis altera parte lōgioribus equale est ei q̄ sit ex g in c at q̄ sit ex g in c est altera pte longior p̄ diffinitionē: cū g et c sola vnitate differāt. q̄ g sit cōpositus ex a et e r̄ d̄ia a ab ipso quadrato c sit d̄ia qua q̄dem d̄ia d numerus e additus a in cōpositione sola distat vnitate. cōstat igitur numerū qui p̄ducetur ex b in a esse altera parte longiorē. r̄ propositum.



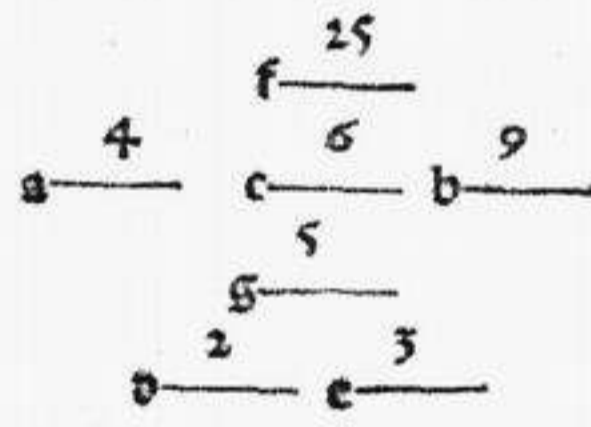
31 **S**i primi quicq̄ pte altera lōgiores cū duplo quadrati inter eos cōstituti p̄ponant pueniet quadrat⁹ cui⁹ radix erit ex minore minoris r̄ maiore maioris laterib⁹ p̄stituta

**S**int enī a et b duo quicq̄q̄ proximi altera pte longiores et eorū medius quadratus c. sintq̄ d e latera altera pte lōgioris a: r̄ e latera alius altera pte longioris b. dico q̄ si a b cōponatur cū duplo c totū aggregatū vt g esse quadratū: cuius radix est cōposita ex d et f. nā per vicesimā quartā huius e est d̄ia a ad c et b ad c: ergo p̄ secūda p̄mi cōpositum ex a r̄ b est duplū ad c. at duplū c cum a b duplo eiusdē erunt eius quadruplū quodq̄dem positū est g. quattuor igit in c. p̄ducit g. at quattuor n̄merus est quadratus cum producat ex duobus in se ductis r̄ sicut c positus est quadratus. ergo p̄ decimā quartā tam p̄sentis et g est quadratus. et cū g quadratus quadrupl⁹ sit ad c quadratū: ergo per tertā huius p̄portio latis g ad latus c erit dupla. at cū e sit radix c et d r̄ f circūpositi equidistant ipsi e. ergo p̄ sc̄daz p̄mi d et f simul sunt duplū e lateris c: quare radix quadrati g est p̄posita ex d et f: q̄b est p̄positū.



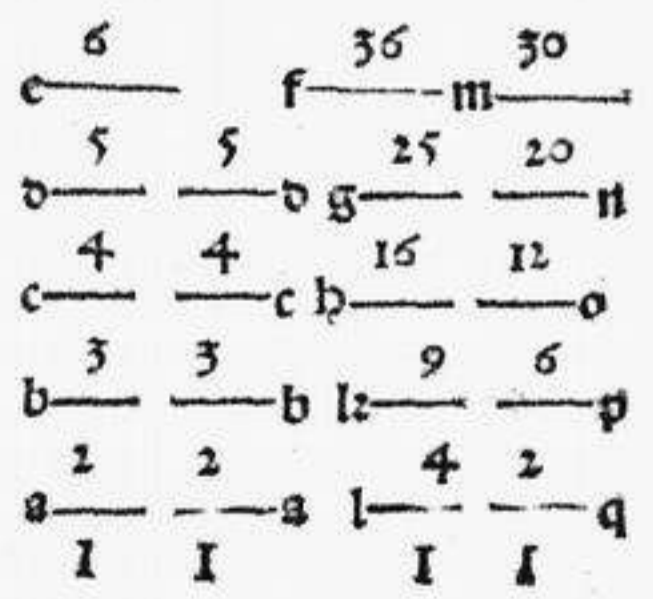
32 **S**i duo quilibet proximi quadrati cū duplo medij inter eos altera pte longioris cōiungantur: cōpositus erit quadratus latusq̄ ipsius ex laterib⁹ ipsoz cōpositū.

**S**int a b duo quilibet proximi quadrati et c medius inter eos altera parte lōgior et d e eorū latera dico quadratos a b cū duplo c efficere quadratū vt f cui⁹ latus erit cōpositum ex d e. Nam p̄ vicesimā quartā huius ex d in e fiet c altera parte lōgior inter a et b: quare per nonā p̄mi erunt a et c tanq̄ q̄b sit ex d in p̄positū ex d e: quodq̄dem cōpositum sit g et per eandē c cū b tanq̄ quod sit ex e in p̄positum d e id est in g. et p̄ eandē nonā q̄b ex d et e in g tanq̄ quod sit ex g in se. erit igit quadratū numeri g r̄ h q̄tum a r̄ c r̄ c bis: ergo q̄tum a et b r̄ c bis. fuit enī c bis sc̄z semel cū a et semel cum b sumptū: sed illud quod fiebat ex a et b r̄ c bis positū est esse f. est igitur f quadratus cuius latus est g. et q̄a g est p̄posit⁹ vt positum est ex d et e lateribus quadratorū a et b: constat totum propositum.



33 **S**i ad duos vsq̄ nūeros vnitate distātes: oēs numeri ab vnitate coaceruetur: q̄ ex coaceruatione p̄oueniet erit nūerus quadratus latusq̄ ipsius coaceruatorū maxim⁹.

**S**int nūeri ab vnitate dispositi p̄ duos ordies vsq̄ ad e r̄ d duos q̄dē nūeros vnitate distātes p̄mus hoc mō vnitas a b c d e: r̄ sc̄bus hoc mō vnitas a b c d: r̄ sit quadrat⁹ e numerus f. dico quadratū f esse tanq̄ oēs numeri illorū duorū ordinū coaceruati. Signo enī oēs quadratos inferiores f q̄ sint dispositi p̄ ordinē f g h l i vnitas. eritq̄ g quadrat⁹ d: et h quadrat⁹ c: r̄ l quadratus b: et i quadrat⁹ a. r̄ postea vnitas q̄ est p̄me vnitatis quadrat⁹. Intelligo sicut m n o p q̄ medios altera pte lōgiores. et q̄a per vicesimā quartā huius d̄ia f ad m est e: r̄ d̄ia m ad g est d. ergo p̄ octauā conceptionē d̄ia extremorū f g ē e d. et sicut argumēto d̄ia g ad h est d. et d̄ia h ad l est c b: r̄ d̄ia l ad i est b a: et d̄ia i ad vnitatē est a et vnitas. addita ergo vnitate ad a et vnitatē: fiet l. et additis b a d̄ia sc̄z ad l. ad a r̄ duplā vnitatē. i. ad l: fiet l. addita insup c b d̄ia l ad h ad b a r̄ a et duplā vnitatē. i. ad l: fiet h: r̄ similf addita d c d̄ia h ad g ad c b: b a: a et duas vnitates: hoc est ad h: fiet g. et addita e d d̄ia g ad f ad d c: c b. b a: a et duas vnitates fiet f. per nonā igitur conceptionē constat p̄positum demonstratum.



	30	
	m	
d	5	5
c	4	4
b	3	3
a	2	2
I	1	1

g	64	d	512
e	16		
b	8		
c	4		

g	4096	f	262144
d	256		
c	512		
e	128		
b	64		

a	729	e	386691489	o	0
b	243	f	4348907	p	0
c	81	g	59049	q	0
d	27	h	19683	r	0
e	9	i	729	s	0
f	3	l	27	t	0

c	12	q	m	g	0
a	2	p	l	f	0
b	3	o	k	e	0
		n	h	d	0
		m	g	r	0

a	6	g	12	b	24
c	3	e	6		
d	2	f	4		

a	9	c	12	b	16
d	3	f	3		
e	+	g	4		

**Quicumque ex numeris ab unitate bis sumptis coaceruatur: est parte altera longior minusque laterum ipsius: coaceruatorum maximus** 34

**Sint huiusmodi numeri bino ordine sumpti unitas a b c d q simul aggregetur fiatq: m: que dico esse altera parte longior: eiusque minus latus esse d. na per precedentem si predictis numeris addo e fiet quadratus f: cuius tria a medio altera parte longiore est e. remoto igitur numero e a quadrato f remanet altera parte longior: medi<sup>9</sup> inf f et proximum minor quadratum. Sed q remanet amoto e est aggregat<sup>9</sup> duorum assignatorum ordinu scz m: igitur m est altera parte longior medi<sup>9</sup> inter f et proximum minor quadratum. Sed ille medi<sup>9</sup> altera parte longior sit ex d in e illozu quadratorum lateribus pervicissimam quartam partem d aut minus est: ergo altera parte longioris m minus latus e d. at d ordinu assignatorum maxim<sup>9</sup> e numerus. stat q tota ppo firma**

**Si fuerit numerus quadratus cubicus: latus quidem quadrati erit cubus latus vero cubi quadratus** 35

**Sit a numerus quadratus cubicus cui<sup>9</sup> quatenus quadrati latus sit b: quatenus vero cubi latus sit c: dico b esse cubum et c esse quadratum. Primum pz. duco enim b in a et fiat d ppa est d esse cubum et a cubus ipm numerat fm b: ergo p correlariu decimeseptime huius b est cubus qb est primum. Scdm ostenditur sit e quadratum c: qz qb sub c et e extremis continetur equu est ei qb sit ex b in se. ergo p vicesimasextam secundi e b c sunt continue proportionales sed e primus est positus quadratus: igitur et c per decimam huius est quadratus: sicq: totum constat propositum.**

**Si fuerint duo numeri quadrati cubici: medius inter illos in continua proportionalitate erit cubus: duorum vero medioru vterque quadratus.** 36

**Sint a et b duo quadrati cubici: qz a et b sunt quadrati p correlariu quarte huius e inter eos unus medius pportionalis q sit c. et qz a et b sunt cubi p idem correlariu inter eosde sunt duo medij pportionales q sint d et e. dico ergo c esse cubum et d et e esse quadratos. c aut esse cubum declaraf. nam duco a in b et pueniat f: qz a et b sunt cubi: f etia per decimasextam huius erit cubus et cu a et b sint proportionales: ergo p vicesimasextam secundi f cubus fiet ex c in se. quare f est quadratus ipsius c. est igitur f quadratus cubicus: quare c latus f ut quadrati per precedentem est cubus qb est primum. sed d et e esse quadratos hinc liquet: qz b et d sunt continue proportionales et b primus est quadratus. igitur et tertius d per decimam huius. Item a d et e sunt numeri pportionales et a primus est quadratus igitur per eandem decimam et e tertius quadratus. Est igitur tota propositio nota.**

**Duos quadratos cubicos iuenire: inter quos numeri quotlibet medij pportionalis sumantur** 37

**Si duos quadratos cubicos iubeor iuenire inter quos quotlibet infiacent medij pportionales sumo numeros pportionales ptes duobus: ipsis medijs: quos iubeor iuenire. verbi ca si iubeor iuenire duos quadratos cubicos inter quos sint quattuor medij pportionales sumo sex numeros continue pportionales ut a b c d e f: quoru per ordinem sumantur cubi g h i l m n: q per sextam huius sunt etia pportionales quicquid cubi in se per ordinem ducatur et proueniat o p q r s t. dico itaq: o et t esse duos tales quadratos cubicos. na cum g h et ceteri in se ducatur o p q et ceteri sunt quadrati: et qz g h et ceteri eoru scz latera sunt pportionales: per quintam huius o p q et ceteri eoru quadrati sunt pportionales. at cum g et n sint cubi ergo per decimasextam huius o et t erunt cubi. sunt igitur o et t quadrati cubici inter quos quattuor numeri p q r s sunt medij pportionales: qb est propositum.**

**Duos quadratos cubicos repire: inter quos medios fm datos numeros sume sit possibile** 38

**Sint dati numeri a et b: ppositus sit duos quadratos cubicos iuenire: inter quos sint numeri pportionales fm a et etia fm b: sitq: a binarius et b ternari<sup>9</sup>. qa enim pportiones semp sunt vno plures ipsis medijs et a est binarius: id vt medij inueniantur fm a oportet tres esse pportiones. et qa b est ternari<sup>9</sup> vt inueniantur medij scdm b opz quattuor esse pportiones. Duco ergo tria in quattuor et proueniat c et scdm c ordinem continue pportiones in numeris r d e f g h i l m n o p q: quoz q et r p precedentem ponantur quadrati cubici: et pigo quattuor ex illis pportioib<sup>9</sup> vt hic scdm quafnos et qternos ordies: et hebo tres medios pportionales scz n l f p equa pportionalitate. et sicut ptingo tres ex illis vt hic p quinos et quos ordines et hebo m et g duos medios pportionales inter q et r quadratos cubicos: qb est propositum.**

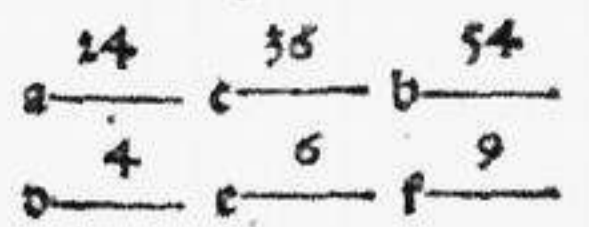
**Inter quoslibet duos superficiales siles: tertium in continua proportionalitate mediu esse necesse est** 39

**Sint a et b numeri superficiales siles: et latera a sint c et d: et latera b sint e et f. dico inter a et b esse unum numeru in continua pportionalitate. na qa a et b sunt siles p diffinitionem eius latera sunt pportionalia. ideo q pportio c ad d: ea est e ad f. quare pmutari q pportio c ad e: ea est d ad f. duco ergo e in d et fiat g: et qa c in d facit a: et b in eundem d facit g: ergo p octavam scdm pportio a ad g vt c ad e. et qa iteru e in d facit g et e in f facit b: ergo pportio g ad b vt d ad f. sed pbata est pportio c ad e vt d ad f: ergo pportio a ad g vt g ad b. est igitur inter a et b numerus g medius pportionalis: qb erat demonstrandum.**

**Si tertium inter eos medij pportionalis ceciderit: duo quilibet numeri est superficiales siles** 40

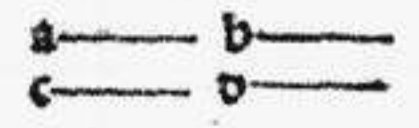
**Hec est conuersa precedentis. Sint enim a et b quicumque duo numeri inter quos sit c medij pportionalis: dico a et b superficiales esse et siles. capio enim d e mimos in pportione a ad c qz qz mimi per decimanonam tertij numerabunt a et c equali: sitq: id scdm f et sicut numerabunt c et b equali: sitq: id scdm g manifestu itaq: est cu a sub duobus lateribus d et f: et b sub duobus e g contineat: a et b p diffinitionem esse superficiales. Sed q sint similes pz. na qz per hypothesim d et e numerat c et b secundum g: d numerat c scdm g: et e numerat c secundum f vt et positu est. igitur per vicesimasquintam secundi d f et e g sunt proportionales: scz d f sunt latera a: et e g sunt latera b. sunt igitur a et b per diffinitionem superficiales siles: qb est propositum.**

41 ¶ Si fuerit duo numeri superficiales siles: erit pporo vni<sup>o</sup> ad alter<sup>o</sup> tãq̃ q̃drati ad q̃dratũ  
 ¶ Sint a et b duo superficiales similes: dico pportione a ad b esse q̃ quadrati ad quadratũ. nam p ante  
 pmissam erit inter eos vnus medius pportionalis q̃ sit c. Sumo ergo tres minimos in eoz pportioe  
 q̃ sint d e f p primã huius d et f erũt quadrati. et cum q̃ pportio d ad e ea sit a ad c. et q̃ e ad f ea sit c ad b  
 ergo p equã pportionalitatẽ q̃ pportio d ad f quadrati ad quadratũ ea est a ad b: qd̃ est ppositũ.

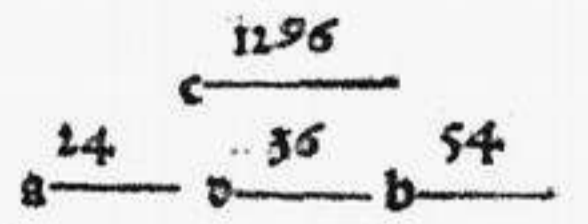


42 ¶ Si duorum numerorum proportio fuerit que quadrati ad quadratum illos super-  
 ficiales similes esse necesse est.

¶ Necesse est cõuersa precedentis. Sint a et b quadrati et sit pportio c ad d q̃ a ad b: dico c et d numeros esse  
 superficiales siles. Nam p corre. ariũ quartẽ hui<sup>o</sup> est vnus medi<sup>o</sup> pportionalis int̃ a et b. q̃re et p duodeci  
 mã quartũ vn<sup>o</sup> erit medi<sup>o</sup> pportionalis int̃ c et d. q̃re p 40 hui<sup>o</sup> c et d sunt superficiales siles: qd̃ e ppositũ

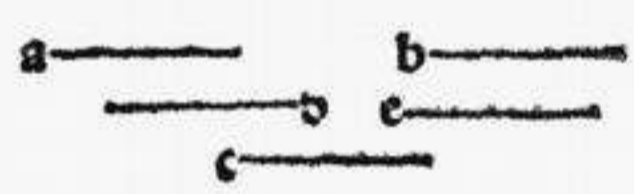


43 ¶ Si duoz superficialiũ similiũ alter in alterũ ducat: quadratus numerus producti.  
 ¶ Sint a et b superficiales similes: ducatur q̃ a in b et pueniat c: dico c esse quadratũ. Nam p tricesimã  
 nonã huius inter a et b est vnus medius pportionalis q̃ sit d. q̃a ergo a d b sunt cõtinue pportioales  
 per vicesimã sextam secundi idem est qui sit ex a in b et ex d in se. at qd̃ ex d in se sit est quadratũ: igitur  
 et c quod sit ex a in b: quod est ppositum.



44 ¶ Si ex ductu duorum numerorum vnus in alterum producat: quadratus: illos  
 duos superficiales similes esse conueniet.

¶ Nec conuertit precedentẽ. vt si ex a in b producat c quadratus: dico a et b esse superficiales similes  
 Nam per vicesimã sextam secundi latus tetragonum c erit medius pportionalis inter a et b. ergo  
 per quadragemã huius a et b sunt superficiales similes: quod intenditur.



45 ¶ Si duo numeri superficiales vni fuerint similes: erunt et inter se similes.

¶ Sint a b duo numeri superficiales similes: dico a et b esse inter se similes. Nam q̃a a e similis c int̃  
 a et c est vnus medius pportionalis qui sit d. et q̃a b etiam similis c inter b et c similiter vnus medius  
 pportionalis qui sit e. igitur per decimã sextam quartã et inter a et b erit vnus medius pportionalis  
 quare per quadragemã huius a et b erunt superficiales similes: et ppositum.

46 ¶ Si aliquis numerus in superficialem ducatur: proueniens erit solidus.

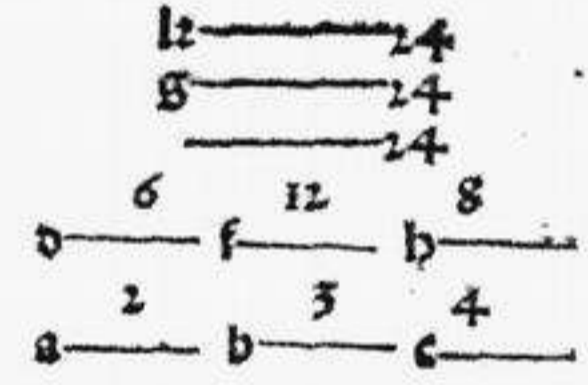
¶ Nam superficialis sit ex ductu numeri in numerũ facta vna multiplicacione. qui igitur ex ductu  
 alicuius in ipsum producat tribus lateribus cõtinetur cõtinua facta multiplicacione. quare per  
 diffinitionẽ erit solidus: quod intendebatur.

47 ¶ Omnis solidus ab aliquo superficiali numeratur.

¶ Nam ois solidus per diffinitionẽ habet tria latera quoz tertium ducit in productũ ex reliquis. at  
 talis pductus est superficialis. numerat igitur ois solidus ab aliquo superficiali vt proponebat.

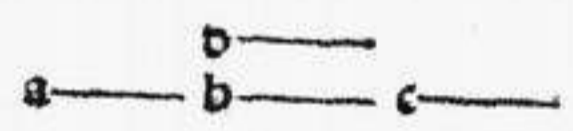
48 ¶ Datis trib<sup>o</sup> nũcris cũ triplici mō solid<sup>o</sup> pccet: vnus tñ idẽq̃ crit q̃ ex oib<sup>o</sup> pduccẽ

¶ Sint tria latera a b c: et primo ex a in b fiat d: et ex c in d fiat solidus e. scõo ex b in c fiat f et ex a in f  
 fiat solidus g. tertio ex a in c fiat h et ex b in h fiat solidus l. dico tres solidos e g l ex tribus laterib<sup>o</sup>  
 triplici mō creatos eosdẽ esse atq̃ equales. Nam q̃ a in b facit d: et c in b facit f. ergo p octauã secundi  
 d ad f vt a ad c. ergo p vicesimã quintã secundi idẽ est q̃ sit ex a in f et c in d: sed a in f facit g et c in d facit e  
 sunt igit̃ e g solidi equales. Itẽ q̃ ex b in c fiat f et ex a in c fiat h: ergo p eandẽ octauã que pportio b ad  
 a ea est f ad h. ergo p vicesimã quintã secundi iterũ idem fiet ex a in f et b in h. sed ex a in f sit solidus g:  
 et ex b in h sit solidus l. sunt igit̃ solidi e et l aduicẽ equales: sed et solid<sup>o</sup> e posit<sup>o</sup> est equalis solid<sup>o</sup> g  
 g p cõem sciam l et e sunt solidi eq̃les. sunt igit̃ vt pponebat tres solidi e g l aduicẽ eq̃les: et ppositũ



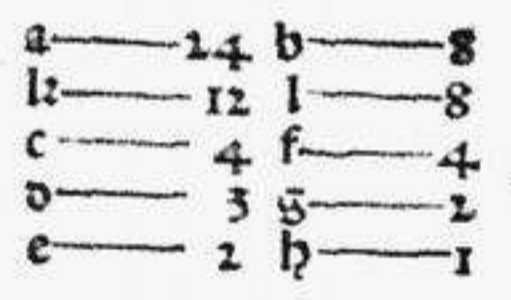
49 ¶ Omnis numerus a tribus numeris numeratus solidus esse probatur.

¶ Sint a b c tres nũcri numerãtes d: dico d esse numex solidũ. nãvel a est pmius vel pposit<sup>o</sup>. si pposit<sup>o</sup>  
 ergo p quadragemã sextã huius q̃cunq̃ nũcris in ipm ducat pducet solidũ: sicoq̃ cõstabit ppositũ.  
 Si aut̃ sit prim<sup>o</sup> q̃: b nũerat d fm aliquẽ numerũ: ergo p quartã tertã a numerat b: vel alterũ fm quẽ  
 nũerat. quare b aut is fm quẽ nũerat est superficialis. erit itaq̃ p quadragemã sextã: vt prius d solid<sup>o</sup>.



50 ¶ Dim duoz solidozũ pportio: e ex laterũ vni<sup>o</sup> ad latera alteri<sup>o</sup> pducta pportioib<sup>o</sup>.

¶ Sint a et b duo solidi: sintq̃ c d e latera a: et f g h latera b. dico pportione a ad b esse cõpositã ex  
 pportionibus c ad f: d ad g: et e ad h. duco enĩ c in d et pueniat l et f in g et pueniat l. p nonã igitur  
 quinti pportio l ad l cõposita est ex pportionibus c ad f et d ad g. et q̃ per quadragemã octauã  
 huius sit e ducatur in l et h in l pueniet a et b. ergo per nonã quinti pportio a ad b vt l ad l et e ad  
 h: sed pportio l ad l monstrata est cõposita ex c ad f et d ad g. ergo pportio a ad b cõposita est ex  
 pportionibus c ad f: d ad g: et e ad h: quod est ppositum.



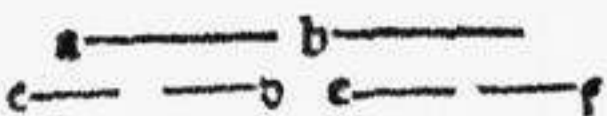
51 ¶ Si duo solidi siles alios duos equalit̃ numeret: illos quoq̃ solidos siles eẽ necẽ eẽ.

¶ Sint a b duo solidi similes: numeretq̃ d e equalit̃ vt secundũ c. dico d e pariter eẽ solidos similes  
 assigno enĩ f g h latera a: et l m latera b. ducoq̃ f in g et pueniat n et l in l et pueniat o. et q̃: h in n  
 p quadragemã octauã huius facit a: et m in o facit b. est itaq̃ n in a fm h: et a in d fm c. ergo p vicesi-  
 mã tertã primi n est in d secundũ productũ ex c in h q̃ sit p. et similiter q̃: o est in b fm m et b in e fm c:  
 per eandẽ vicesimã tertã o est in e fm productũ ex c in m q̃ sit q. et q̃ c in h facit p et c in m facit q. ergo  
 que pportio h ad m p septimã secundi ea est p ad q: quare et q̃ f ad l et g ad l. sed p in n facit d et q̃ in o  
 facit e vt monstratũ est. Sed tñ est f in g q̃tum n: et l in l q̃tum o. ergo p f g in se facit d: et q̃ l l in se



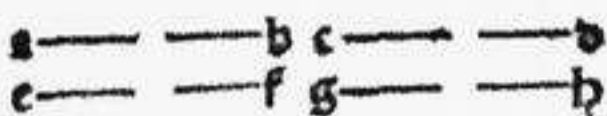
facient e. sunt ergo d et e solidi et latera d sunt p f g et latera e sunt q l l. sed illa probata sunt pportionalia: ergo d et e sunt etiam similes: quod est totum propositum monstratum.

**Inter quoslibet duos solidos similes: duo numeri in continua proportionalitate medij intercidunt.** 52



**Quam p penultima ppositione erit pportio unius illoz solidoz ad reliquum tanq lateris ipsius ad latus alterius pportio triplicata.** Sumam ergo quattuor numeros in pportione lateris ad latus. et qz pmi ad quartum erit pportio lateris ad latus triplicata: illa erit eade pportioni solidi ad solidum. ergo per duodecimam quarti quot media sunt inter primu et ultimum tot erunt inter solidum et solidum. at media sunt duo: ergo inter solidum et solidum itidem erunt duo: quod est propositum.

**Si fuerint quattuor numeri continue proportionales: duo extremi erunt solidi similes.** 53



**Hec est conuersa precedentis.** Sint a b c d quattuor numeri continue proportionales: dico a et d esse solidos similes. Sumo eni e f g h quattuor illius pportionis mimos q si cu assignatis lid fuerint cum p scbam huius e et h sint cubi sicut a et d erunt cubi. quare solidi similes sicut firmu stabit ppositu. Porro si itidem no sint cu e et h per quintam quarti sint contra se primi: quare per vicesimam tertiam in sua pportione mimis et p decimanona eiusdem equaliter numerabunt a et d. sed e et h cum p secundam huius sint cubi ipsi sunt solidi similes. ergo iteru per quinquagesimam primam huius a et d sunt solidi similes: qd est propositum.

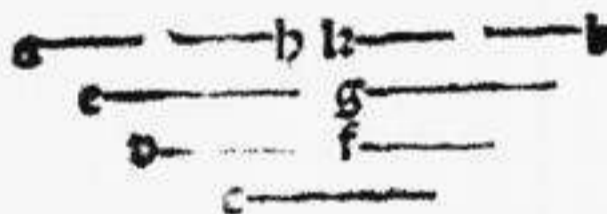
**Omniu duozu solidoz similiu: est pportio unius ad alteru tanq cubi ad cubum.** 54

**Sint a et d solidi similes: dico pportione a ad d esse pportione tanq cubi ad cubu.** qz p quinquagesimam secundam huius inter a et d sunt duo medij pportionales. sint ergo illi b c: capto vt prius e f g h in illa pportione mimos quoz p scbam huius constat e et h esse cubos q si lid sint cu pdictis stat ppositu si no idem: qz p equa pportionalitate q pportio e ad h cubi ad cubu eade e a ad d: qd iteru e ppositu.

**Si vnus ad alterum fuerit pportio tanq cubi ad cubum: quoslibet duos numeros solidos similes esse necesse est.** 55

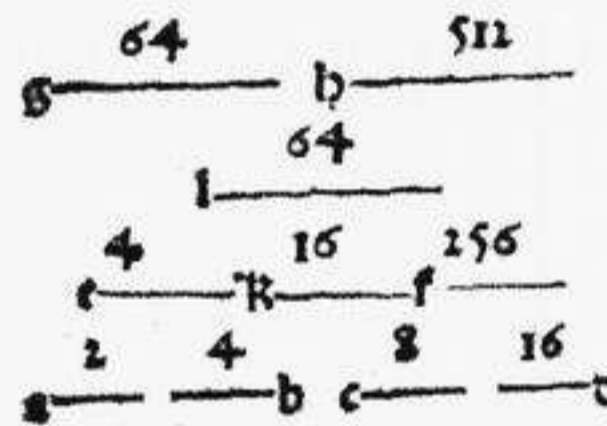
**Hec est conuersa precedentis q ideo vera esse conuincit:** qz p correlariu quarte huius inf quoslibet cubos duo incipiatur medij pportionales. igit p duodecimam quarti et inf illos solidos itidem duo incipiebunt medij pportionales. ergo p 53 huius duo extremi q erunt solidi assignati erunt solidi similes: qd est propositu.

**Si fuerint duo solidi vni solido similes: ipsi quoqz inter se erunt similes.** 56



**Sint a b duo solidi similes solido c: dico a et b esse solidos inter se similes.** Ma qz a c sunt solidi inf se similes: ergo per quinquagesimam secundam huius inter a et c sunt duo medij pportionales q sint d e. et similiter per eandem inter b et c q sint f g. igitur p decimam septimam quarti duo similiter erunt inter a et b. quare a et b per quinquagesimam tertiam huius inter se sunt solidi similes: qd erat demonstrandum.

**Si fuerint quattuor numeri proportionales et duorum extremorum quilibet in quadratum alterius ducatur: prouenient cubi aliorum.** 57



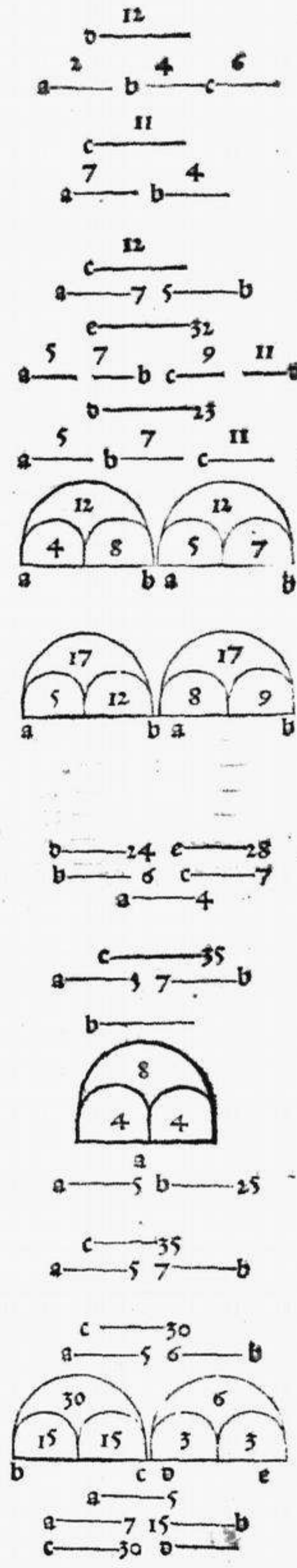
**Sint a b c d quattuor numeri continue proportionales: sitq e quadratu a et f quadratu d ducaturqz d in e et pueniat g et a in f et pueniat h. dico igitur g et h esse cubos b et c.** duco eni b in se et fiat lz: qz e et lz sunt quadrati quoz latera sunt a b erit per tertiam huius pportio e ad lz tanq pportio a ad b duplicata: quare tanq b ad d: ergo per vicesimam quintam secundi idem est qui fit ex b in lz et e in d. sed qui fit ex b in lz est cubus b. qui autem ex e in d est g: igitur g est cubus b. similiter si ducatur c in se et fiat l erit per eandem tertiam huius pportio l ad f tanq a ad b duplicata. quare tanq a ad c: quare per vicesimam quintam secundi vt prius idem erit qui fit ex c in l et a in f: qui autem fit ex c in l est cubus c: et qui fit ex a in f est h igitur h est cubus c: quod est propositum.

**Datis lateribus siue lateru pportionibus: solidoz summam hitudinēqz inuestigare.** 58

**Hec in solidis ptinuis eq et discretis eandem hz veritatis certitudinē.** si primo detur latera duc quocunqz illa in se inuicē tria scz vni et tria alterius et puenient statim p quadragesimam octauam huius solidoz similes. si autem lateru pportiones detur copone per tertiam quinti lateru pportiones: siue eas per sextam quinti continua et pportio ex lateru pportionibus coposita per quinquagesimam huius aut q ex cōtinuatis coponetur: erit pportio solidi ad solidu sicut nota erit solidoz habitudo atqz totum quod ppositio proponit notum. Sexti elementoz arithmetices Jordani finis.

**Ar numerus est qui in duo equalia diuidi potest. Impar est in quo aliqua prima pars est absqz pari: additqz supra parem vnitatē. Parium numerozū alius pariter par: alius pariter ipar: et alius impariter par. Pariter par est quē nullus impar numerat. Pariter ipar est quē quicunqz pares numerat: cum scdm iparē numerat. Impariter par est quē quidā par fm parē et quidā fm iparē numerat. Medius inter duos numerus dicitur: qui inter eos positus equaliter ab vtroqz distat. Medij dicuntur duo numeri qui no habētes aliquē interpositu: equales habent ad extremos differētiā. Perfectus numerus appellatur qui ex omnibus suis partibus cōunctis perficitur. Abundans dicitur: ad quem omnes sue partes cōparate: maius habere reperitur. Diminutū vero cuius partes cōiuncte oēs minus ipso constituūt.**

- 1 **¶ Si quotlibet sibi coaceruentur pares: qui proueniet erit par.**  
**¶** Nam ex diffinitione paris quotquot assignabuntur eorum quilibet huius medietate. at omnes eorum medietates per sextam primi adinuicem conficte: coaceruati dimidium constituunt. coaceruatus igitur cum in duo equa diuidi possit erit par: quod intendebatur.
- 2 **¶ Si par et impar coniungantur: compositus erit impar.**  
**¶** Nam si ab impari auferatur unitas cum solam unitate per diffinitionem super par addat: relinquitur par. qui si addatur alteri pari: per precedentem compositus erit par. cui quidem si ablata restitua unitas: totus per diffinitionem fiet impar. at ille erit qui ex pari et impari constat. ratum est ergo quod propositum intendebatur.
- 3 **¶ Si impar impari addatur: proueniet numerus par.**  
**¶** Nam si ab utroque eorum dematur unitas relinquetur duo pares qui per antepremissam constituent numerum parem: cui quidem composito si iungatur due ablata unitates que parum constituunt per eandem antepremissam totus rursus euadet par. hoc autem intendebatur propositio.
- 4 **¶ Si impares numero pares sibi coaceruentur: totus ex eis constatus erit par.**  
**¶** Nam cum numerus quo eos sumimus sit par: in eo binario aliquoties sumemus qui toties per precedentem binario copulati erunt pares. igitur per primam huius adinuicem simul additi constituent numerum parum: quod est propositum.
- 5 **¶ Si impares numero impares coaceruentur: compositus erit impar.**  
**¶** Nam si unus eorum omittatur per precedentem compositus erit par: ergo per secundam presentis si proposito addatur omissus impar: totus qui inde nascitur ex omnibus compositus erit impar quod est propositum.
- 6 **¶ Si a pari detrahatur par: reliquetur par.**  
**¶** Nam si relinqueretur impar: idem cum detracto additus per secundam presentis constitueret impar: quod est contra hypothesim. verum igitur est propositum.
- 7 **¶ Si impar a pari tollatur: residuus erit impar.**  
**¶** Nam si residuus poneretur par: idem detracto appositus per secundam huius constitueret impar: quod est contra hypothesim. erit igitur verum propositum.
- 8 **¶ Si ab impari impar tollatur: remanebit par.**  
**¶** Nam si remaneret impar: idem ablato additus per tertiam huius constitueret parem: at positus est impar. relinquitur igitur par: quod est propositum.
- 9 **¶ Si par impari substrahatur: reliquus erit impar.**  
**¶** Nam si residuus esset par: subtracto additus per primam huius constitueret parum: quod est contra propositum. relinquitur igitur propositum verum.
- 10 **¶ Omnis numerus per parem multiplicatus: parem producit.**  
**¶** Nam si multiplicat parum per diffinitionem toties multiplicat erit in producto quoties unitas in multiplicante. et cum multiplicat sit par tot illi pares simul additi per primam huius constituent productum parum. si autem multiplicet imparum per idem toties erit multiplicat impar in producto quoties unitas in multiplicante. at unitas in eo ponitur esse in numero pari: ergo per quartam huius illi impares numero pares simul additi constituent itere parem: quod est totum propositum.
- 11 **¶ Si impar in imparem ducatur: qui producet erit impar.**  
**¶** Nam multiplicatus impar per diffinitionem toties erit in producto quoties unitas in multiplicante impari. at in illo unitas est in numero impari. igitur per quintam huius illi impares et numero quidem impares simul additi constituent productum imparem: quod est propositum.
- 12 **¶ Quicumque par numerat: cum esse parem necesse est.**  
**¶** Nam par numerat per diffinitionem potest in duo equa diuidi in cuius medietates si numerus secundum quem numerat ducatur: per nonam primi eundem productum producit. at idem numerus in altera medietate ductus productum producit dimidium. igitur productus ut qui potest in duo equa partiri per diffinitionem est par: quod est propositum.
- 13 **¶ Quicumque imparem numerat: impar est.**  
**¶** Nam si ponas quod qui eum numerat sit par: per precedentem numeratus erit par: quod est contra hypothesim. qui igitur eum numerabit si quis numeret: erit impar: quod est propositum.
- 14 **¶ Si impar imparem numeret: secundum imparem cum numerabit.**  
**¶** Nam si impar numeraret imparum secundum parem: ergo alternati per octavam primi par numeraret eundem secundum imparum: quod per duodecimam huius est impossibile. verum igitur propositum.
- 15 **¶ Si impar parem numeret: secundum parem eum numerare conueniet.**  
**¶** Nam si impar secundum imparum eum numeraret: ergo per undecimam huius totus esset impar. at propositus est par. accideret itaque contra hypothesim. relinquetur igitur propositum.
- 16 **¶ Si parem impar numeret: dimidium quoque ipsius numerabit.**  
**¶** Nam si impar parem numeret: per premissam secundum parem eum numerabit. cum itaque omnis par medietatem habeat impar ergo ille per illius medietatem multiplicatus per octavam et nonam primi producit totius medietatem. numerabit igitur impar ille: numerati dimidium: quod est propositum.
- 17 **¶ Si numerus impar ad aliquem numerum fuerit primus: idem quoque et ad eius duplum erit primus.**  
**¶** At si impar a sit primus ad b dico ipsum esse primum ad c duplum b. nam si non fuerit primus ad c ergo a et c coincidunt. erit igitur per diffinitionem numerus comiter numeros a et c numerat: qui sit d. et quia d numerat a et c: et c est par qui duplus b. et ideo qui potest in duo equa partiri: igitur per precedentem d etiam numerabit d dimidium c. quare a et b coincidunt: quod est contra hypothesim. erit igitur a primus ad c: quod est propositum.



f	7	o	14
e	6	sesquiferti.	12
d	5	sesquidnti.	10
c	4	sesquiquarti.	8
b	3	sesquitercii.	6
a	2	sesquialteri.	4
I	1	Dupla	2

**¶ Si dispositozum ab vnitare numerozū secundū naturalem seriem: omniū dupli sumantur: proueniēt omnes pares ab vnitare: eruntq; parium eodē ordine sumpte que et numerozū ab vnitare dispositozū proportioncs.**

**¶ Dispono numeros ab vnitare secundū naturālē seriem vnitas a b c d e f: quoz per ordinē sumo duplos g h k l m n o. dico primo oēs pares ab vnitare vsq; o esse acceptos. secūdo q̄ proportioncs sunt numerozū ab vnitare dispositozū: vt a ad vnitare: b ad a: c ad b: d ad c: e ad d: f ad e: tales esse per ordinē in ordine parium: vt h ad g et l: ad h et l ad l et ita ceterozū. Primū patet. nam primo duplos esse pares manifestū est cum quilibet eozū in duo dimidia que equa sunt diuidi possit. Et q̄ nullus alius ab acceptis sit par certū est q̄ talis nō haberet mediū in numeris: q̄ si haberet vllū coincideret cū aliquo assignatozū. certū est ergo oēs pares fuisse acceptos. Secūdo patet. nā que pportio a ad h: ea est vnitate ad g. ergo pmutati per tertiā secūdi q̄ pportio a ad vnitare: ea est h ad g. Itē que b ad l: ea est a ad h. ergo p eandē q̄ b ad a: ea est l: ad h. et ita p eandē consilr pcedē et totū firmū pcludes ppositū.**

**¶ Si numerozū ab vnitare naturali serie dispositozū: duo et duo continue cōiungātur fient oēs ipares ab vnitare. ipsozūq; impariū proximi quicq; erunt contra se primi.**

**¶ Disponat ordo numerozū ab vnitare fm eozū naturālē seriem: cōiungāturq; quicq; duo et duo proximi. dico primo omnes ab vnitare fieri ipares. scdo vero quosq; duos primos esse contra se primos. Primū patet. nā quicq; duo primi in naturali serie numerozū p diffinitionē sola vnitate distāt: q̄re eozū alter est par et alius ipar. ipsi igitur simul additi p secundā huius totū constituūt imparē. Sed q̄ nullus sit impar preter illos sic cōstat alioquin nō posset ille impar diuidi in pmas partes quaz vna super alterā addit vnitate quod est contra diffinitionē. aut si diuidat cōstitueretur ex duobus numeris in naturali serie numerozū proximis qd̄ est propositum. Secūdo patet. nā cum oīs impar ab vnitare addita vnitate et vnitate subtracta habeat circūpositos pares: et oīs par circūpositos impares ab eo sola vnitate distātes per cōceptionē igitur dīa quozūcūq; primozū impariū est binarius. at binari⁹ est numerus primus cū a nullo alio nūero preter vnitate numeret. additus igitur binarius q̄ est numerus primus vnitate cōstituet primū imparē numezū primum: q̄quidem binarius numerus primus additus ternario numero etiā primo: per primā tertiū cōstituet numezū ad alterum primū. Itē dē et per nonā tertiū argumētare: et ita de quibuslibet duobus primis ostendere p facile est: qd̄ est propositū.**

**¶ Si numerozū ab vnitare pportionaliū secundus ab vnitare fuerit par reliquos oēs pares esse: q̄ si idem fuerit impar: reliquos itidem ipares esse necesse est.**

**¶ Hāc si secūdos est par q̄a numerat ab vnitare scdus nūerabit tertiū et tertiū quartū: scq; deinceps quare p vicefimā tertiā primi scdus q̄ est par nūerabit oēs reliquos. sunt igit̄ reliq; oēs p duodecimā hui⁹ pares qd̄ est ppositū quo ad hoc. et si scdus est ipar q̄a nūerat ab vnitare: iō ipse in se ducit nūerabit tertiū et per vicefimā quintaz scdū tertiū fm eundē quartū et ita deinceps. igitur per vndecimā huius eozū quilibet erit impar: quod est totum propositū.**

**¶ Inter quoslibet duos numeros quoz vterq; par est aut vterq; impar: vnus est medius q̄ si vnus fuerit medius vtrūq; parē aut imparē esse necesse est.**

**¶ Hāc si vterq; fuerit par: ipsi simul additi p primā huius cōstituunt numerū parē. et si vterq; fuerit impar p tertiā huius idē eueniet. si itaq; illius sumat medietas p scdam partē secunde primi illa erit nūerus a quo illi numeri eq̄ distabūt p diffinitionē. igit̄ numer⁹ ille erit inter illos medius. Scdm p nā si inf̄ eos sit medius p primā partē scde primi idē duplicat⁹ est tanq̄ illi p̄fecti q̄ cū sit par eo q̄ est dupl⁹ si alter eozū sit par: p sextā huius et reliquos. et si alter eozū sit ipar p septimā eiusdē et reliquos quod est propositum.**

**¶ Inter parē et imparē vel nullus est medius vel duo: q̄ si duo fuerint inter eos medij: alterum parē et alterum imparē esse cōiungitur.**

**¶ Si vnitate distiterit par atq; ipar: inter eos nullus inf̄cidet medius. q̄ si āplius q̄cūq; distiterint vt par a et ipar b: dico inf̄ a et b eē duos medios. nā p secundā huius a et b iūcti p̄stituūt numezū iparē vt c. q̄ per nonā eiusdē diuidi poterit in duos vnitate distātes q̄ sint d e: quos dico p tertiā primi equi distare a et b. quare per diffinitionē sunt medij qd̄ est primū. Scdo dico q̄ si inter a et b sint duo medij alterū esse parē et alterū imparē. nā si duo vt d e interiācēt medij: p diffinitionē vnitate distabūt. quare eozū alter erit par et alter impar. cōiuncti igit̄ d e p scdam huius constituent imparē. at a b coniecti per tertiā primi cōstituunt eandē. quare si alter fuerit par per nonā huius reliquus erit impar. et si alter fuerit impar per octauā huius reliquus erit par: quod est propositū.**

**¶ Inter quēlibet imparē et vnitatem vnus est medius: idēq; est maior ipsius portio.**

**¶ Si inter vnitate et ipm vnus medi⁹ extiterit: quēlibet talē numezū imparē esse pueniet**  
**¶ Sit a quilibet impar et b vnitas: dico inter a et b esse vnum mediū qui est maior portio a. dico etiā q̄ si inter a et b vnus sit medius numerū a esse imparē. Primū patet. nā cum a numerus ipar superet b vnitate in numero par vt in c q̄ est differētia a ad b. et q̄ c est par diuidat in duo equa d atq; e. capio ergo numerū f cuius e sit differētia ad b: quē dico esse mediū inter a et b. nā q̄a per conceptionē differētia a ad b cōstitutata est ex differētiis a ad f et f ad b: et differētia a ad b sit c. erit ergo c cōstitutus ex e differētia f ad b eius dimidio et d altero eius dimidio: quare d equalis e differētia est a ad f. est igit̄**

f	7	n	13
e	6	m	11
d	5	l	9
c	4	k	7
b	3	j	5
a	2	i	3

f	64	n	729
e	32	m	243
d	16	l	81
c	8	k	27
b	4	j	9
a	2	i	3

b	8	e	7
c	6	f	5
a	4	d	3

c	13
a	4
d	6
e	7
b	9

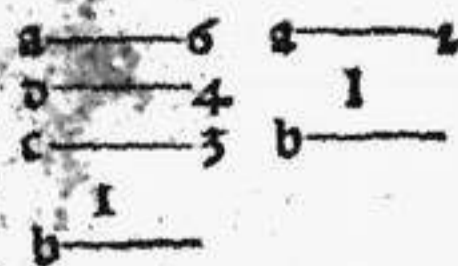
a	5
c	4
d	2
f	3
e	2
I	1
b	1



f medius inter a et b. et cum a addat unitatem super c differentiam eius ab unitate b: et e similiter unitatem super c: erit a constitutus ex portionibus e f. et f qui est medius numerus maior est portio et e minor. constat itaque inter impari et unitatem esse unum medium: eundemque esse impari maiorem portione quam est primum. Secundum similiter. nam si inter a et unitatem b sit f medius: per definitionem a ad f et b ad f equales sunt differentie sed cum perceptionem differentia a ad b opposita sit ex differentijs a ad f et b ad f. illa cum in duo equa dividi possit: erit par. et illam numerus a unitate superat. a igitur per definitionem est impar. quod est secundum et totum propositum.

24 **¶** Inter parem et unitatem vel nullus erit medius: vel duo minoris paris dimidium. quod si inter ipsum et unitatem duo fuerint medij: eum esse parum necesse est.

**¶** Sit a quilibet par: et b unitas: si a sit par prime sequens unitatem cum sola unitate distent: inter a et unitatem nullus erit medius. quod si amplius unitate distent: dico primo inter a et b duos esse medios: minorisque esse paris dimidium. Secundo quod si inter a quicumque numerum et b unitatem duo medij constituerint: a esse parum. Primum ostenditur. nam a paribus ab unitate b differentia est impar. quod ideo per parum et impari unitate distantes per nonam huius partiri potest. partiatur itaque illa differentia in duas tales portiones. tunc capio c numerum: cuius quidem minor portio sit differentia ab b. per perceptionem maior portio erit differentia a ad c. et maior portio minor unitate superat. capio ergo numerum continue sequentem c qui sit d. differentia enim a ad d: minor erit unitate differentia a ad c. quare differentia a ad d et c ad b sunt equales. sunt igitur c et d medij inter a et b. et quia per secundam primi c est medietas d et differentia c ad b simul inficitur: et d et differentia c ad b equatur a: cum d et differentia c ad b addant unitatem a ad c et c ad b. est igitur c minor mediorum medietas paris a. et hoc est primum. Secundum declaratur. nam si inter a et unitatem b: sint duo medij ut c d: quorum c sit minor: et d maior: differentia c ad b minor est unitate differentia ipsius c ad a. eorum igitur una est par: et altera impar. addite igitur simul per secundam huius constituit numerum imparem: qui per perceptionem est differentia a ad b: cui si quidem addideris unitatem: constitues a. est igitur a par. quod est secundum.



25 **¶** Si impares omnes ab unitate disponantur et totidem post quolibet sumantur: quotus ipse ab unitate fuerit: extremum ab illo numerari perveniet. et item totus ab illo quotus ipse a primo idem a primo numerabitur: sicque deinceps. omnesque in medio relictos erunt primi.

**¶** Sint a/b/c/d/e/f/g/h/k/l/m/n/o/p/q/r/s impares ab unitate sequenter dispositi: et quotquot ulterius voles. dico primo quod si accepto a qui ternarius est primo ab unitate impari: quotus ipse est ab unitate totum impari post ipsum accipias ut dicitur est tertium: a ipsum numerare. et si totum iterum post d accipias ut g: iterum a ipsum numerare. et si totum post g ut l: iterum a ipsum numerare. et ita sequenter. Secundo: medios omnes ut b/c/e/f/h/k: et ita consequenter ad a esse primos. Primum patet. nam quia ternarius scilicet est ab unitate: tres post accepti impares et ipsi sunt quattuor. quare inter a ternarium et d tertium post ipsum sunt b et c duo impares medij: et tres differentie equales. imparium enim continue ordinatoz ad impares: differentia est binarius: differentia scilicet totidem quot sunt unitates in illo. sed tota differentia d ad a per perceptionem bis repetitam: proponit ex illis tribus differentijs. igitur a in unam illarum ductus: producit totam. et ipse toti differentie additus: constituit d. igitur a numerat d. et similiter ostendit a numerare g. sunt enim quinque intermedij impares et sex binarij differentie equales: duples quidem tribus primis. et differentia g ad a est opposita ex illis sex. ergo a per vice simam tertiam primi illam numerabit. et a toti differentie g ad se additus constituit g: a igitur numerat g. et similiter numerabit l. quia differentia l ad a erit tripla differentia d ad a. similiterque numerabit o. quia differentia quadrupla. et hinc in modum sequenter. Secundum patet. nam primo a non numerabit b: quoniam de detracto a de b. per duodecimam primi a numeraret binarium differentiam residua maior scilicet minorem. quod est impossibile. neque per idem numerabit c. nam ipso subtracto d c numeraret differentiam c ad a. que cum sit binarius bis sumptus: si subtrahatur ab illa differentia numerabit residuum differentiam scilicet differentie que erit unitas: maior scilicet minorem: et numerus unitatem. quod est impossibile. Ita quoque probabis e et f et reliquos intermedios esse primos ad a. nam si a numeraret e: subtrahere e ab g. et quia a numerat g ut ostensum est: et e per hypotheseum numerum subtractum: ergo per duodecimam primi numerat differentiam e ad g: que est constituta ex duobus binarijs. quod nuper monstratum est impossibile. Similiter si numeraret f subtrahere f ab numero g: et residuum erit binarius ut notum est: et a numerat g et detractum f: ergo numerat residuum qui est binarius maior minorem. quod est impossibile. Et ita probabis b numerare g/n/s: sed intermedios omnes esse ad b primos. et c numerare l et s et intermedios ad ipsum esse primos. habebisque similibus ubique argumentatione propositum. atque ita habebis impares relictos qui post aliquem totorum totum nonveniunt: omnes per tridecimam huius esse primos.

s	35
r	33
q	31
p	29
o	27
n	25
m	23
l	21
k	19
h	17
g	15
f	13
e	11
d	9
c	7
b	5
a	3

26 **¶** Si ab unitate impares coaceruetur: qui perveniet erit quadratus.

**¶** Sit unitas: et suo ordine sequentes impares a/b/c/d/e/f. dico unitatem et a constituisse quadratum. Item unitatem a et b constituisse quadratum: et unitatem a b et c. et ita sequenter quotquot simul aggregaveris. dividendo enim a primum impari in duas portiones unitate distantes: et certum est maiorem distare unitate ab unitate et minorem unitate esse equalem: quas uno ordine situo iuxta primam unitatem certum est duos esse ordines ab unitate sumptos usque ad duos unitate distantes (unitatem enim hic nomine numeri censemus) ergo per tricesimam tertiam sexti unitas et due ille portiones aggregate constituit quadratum. at due ille portiones equantur impari unitatem sequenti. unitas igitur et a impari sequens simul iuncta: constituit quadratum. Item resoluta a in unitatem et binarium: cum binarius sit differentia b ad a: b resolvetur per nonam huius in duas portiones: quarum una erit binarius: et altera binario unitate maior: id est equa a. quod cum prima unitate statuatur uno ordine iuxta portiones a. tunc erunt duo ordines ab unitate ad numeros usque unitate distantes dispositi: ergo per eandem tertiam et tricesimam sexti illi simul aggregati constituit

f	13	49
e	11	36
d	9	25
c	7	16
b	5	9
a	3	4

quadratum. at vnitas cū portioibus b et portioibus a equatur vnitati a et b simul: igitur vnitas a et b  
 sit aggregata p̄stituit quadratū. Si sit si diuidas c in duas portiones vnitate distātes: cū c supet b solo  
 binario maior ei⁹ portio sola vnitate maior erit maiore portione b/ et minor eqlis maiori. statū ergo  
 eas iuxta portiones b. et tūc erūt duo ordines ab vnitate vsq; ad nūeros vnitate distātes dispositi. ergo  
 illi sit aggregati per eādem tricesimātertiam sexti efficiēt quadratum. at vnitas et ille portiones sit  
 equatur vnitati a/b/ et c. igitur illa simul aggregata sicut p̄stituit quadratum. et ita de quolibet alio  
 argumētābere: ordinādo portiones vnitate distātes vt inceptum est p̄ duos ordines. Itā quia sequēs  
 impar ab inferiore sp̄ binario distat: ideo eius mior portio maiori inferioris equabit: et maior sequēt  
 eādem inferioris maiorem vnitate supgrediet. sicq; clarum habebis p̄positū. Et ex hac cognoscit qd  
 in tertio auditiōis phisice ex Pythagora adducit aristoteles suis quadratis p̄sequēter adiūctos im-  
 pares nunq̄ mutare sp̄m: sed sp̄ q̄dratos relinq̄re. hincq; impares quadratorū gnomonas appellari.

**¶ Si pares ab vnitate sibi coaceruētur: coaceruatus ab oibus crit altera pte lōgior.** 27

**¶** Dispono pares ab vnitate a/b/c/d/e/f: et quotquot voluerō: dicoq; a et b simul: eē altera pte lōgiorē  
 et a/b/ et c. sicut a/b/c/ et d. et ita p̄sequēter. nam ipsos p̄ equalia diuido: quoz vnas medietates hinc  
 et alias illinc ordino. et quia p̄ decimāoctauam huius illi erant dupli numeroz ab vnitate seriatim p̄  
 cedentiū: ordines illi ab vnitate fm naturalem numeroz seriem p̄cedunt: ergo per tricesimāquartam  
 sexti: duo prima media et duo secūda simul coaceruata p̄stituit altera parte longiozem. at illa equant  
 a et b simul et p̄ eādem tricesimāquartam duo tertia media cū medijs prius positis cōstituit altera pte  
 longiozem: et illa equatur a b et c: et ita p̄sequēter. sicq; constat p̄positum.

**¶ Si dispositis imparibus ab vnitate duo primi post vnitatem p̄iungant: ac post illos** 28  
**tres: post quos x̄o quattuor sicq; deinceps scdm naturale numeroz augmentum:**  
**qui p̄ducētur erunt cubi. latusq; cuiuslibet p̄iunctoz imparium numerus.**

**¶** Disponatur ab vnitate impares: p̄mo vnitas p̄ se que est cubus et cubi ei⁹: latus. deinde primi duo  
 impares vt a. post quos tres sequētes p̄ se vt b. post quos quattuor vt c. dehinc quinq;. postea sex. et ita  
 p̄sequēter fm naturale augmentū numeroz dico duos p̄mos aggregatos facere cubum: cuius latus  
 est numerus impariū: id est binarius. Si iter tres alios p̄gregatos cōstituere cubum: cui⁹ latus est  
 nūerus illoz impariū p̄iūctoz. i. snari⁹. et ita deinceps. capto primo alique nūerum fm que sumūtur  
 impares ad cubum p̄stituendū: sitq; p̄mo par vt c: cuius quadratus sit g. qz enī c per p̄ceptiōem totus  
 est ab vnitate quota p̄ eius est vnitas: crit vt ipse et vnitas et om̄s infra cum numeri vt a et b tot sint  
 numeri quot in ipso sunt vnitates. et cū numeri fm naturale nūeroz augmentum sint capti: ipe totus  
 erit parium quot sub ipso sūt impares vnitatem enī imparem voco: tot igitur impares sub eo sunt q̄t  
 in eius dimidio sunt vnitates. dispensatur ergo duo ordines ab vnitate: quoz vnus terminctur in c/ et  
 alter in b: sitq; b minor c vnitate. quia enim per tricesimātertiam sexti illi simul aggregati p̄stituit  
 quadratum: cuius latus est c. qui q̄dē quadratus positus est eē g et c ē par: quare p̄ decimā huius/ et g  
 eius q̄dratus est par. Et hinc q̄q; euenit vt medietas c cū b et inferioribus b sit tanq̄ medietas q̄drati  
 g. ideo quot vnitates in b et inferioribus eius et dimidio tot erūt impares vsq; g: q̄ numeris p̄ ordinē  
 dispositis qlibet par tot impares sub se hēat: quot in eius medietate p̄tinet vnitates. Sumo item tot  
 impares vltra g: quot sunt vnitates in reliqua medietate c: sitq; vltim⁹ h. erit ergo h totus imparium  
 ab vnitate quot vnitates sunt in c et in inferioribus eius: sed prius sumptozum imparium vltim⁹ vt k  
 totum ab vnitate eē manifestum est. erit igitur k idem cū h. et qm̄ imparium fm se sumptoz medietas  
 est supra g sumpta: reliqua medietas erit infra g locata. et q̄a g per sc̄bam primi duoz circūstantium  
 p̄rimozū est medietas: vt in figuratiōe l et m. et per eādem duoz alioz: vt h et n medietas. et ita quot q̄t  
 fuerint. ergo adiūante vndecima primi eueniet vt numerus ex illis imparibus aggregatus sit tanq̄  
 numerus ex c imparium nūero in g p̄ductus. erit igitur p̄ductus ex illis imparibus cubus atq; nūe-  
 rus imparium latus eius. qd est p̄positū quo ad hoc. Sit sc̄do b numerus impar aliquoz imparium  
 fm quem p̄stituendus est cubus: cuius quadratus sit f. quia enī b est impar: igitur p̄ vndecimam huius  
 et f est impar. diuido enī f in duas portiones inaeuales et vnitate distātes p̄ decimānonā huius quaz  
 maior sit p/ et minor q. quia enī f numerus impar supfluit fm numeroz seriem absq; pari hinc fiet  
 vt quoties vnitas in p totus imparium sit f ab vnitate: et quoties vnitas in q tot sint pares sub ipso.  
 cōstituo itaq; duos ordines: primum ab vnitate vsq; b/ et sc̄dm ab vnitate vsq; a. sitq; b maior vnitate a.  
 et intelligo b diuisum in duas partes vnitate distātes: qz est impar. quaz maior sit r/ et minor sit s. per  
 tricesimātertiam sexti: illi aggregati p̄stituit quadratū: cuius latus est b. ille aut quadratus positus  
 est f. quare adiūante eadem a cū suis inferioribus et r maiore portione b: tot cōtinent vnitates: quot et  
 continētur in p. sunt igitur tot impares supra f: quot vnitates in s. sit ergo vltimus t. quia enī f totus  
 erat imparium ab vnitate quot sunt vnitates in a in inferioribus et in r. ergo r totus est imparium ab  
 vnitate: quot sunt vnitates in b et in oibus suis inferioribus. sed et sumptoz imparium vltimus totus  
 erat ab vnitate. q̄re t est illoz vltimus. numeri igit b: assignatoz imparium tot sunt supra f quot infra  
 eritq; filloz medius. oēs igitur per idem qd prius cū f p̄numerati: erunt tm̄/ q̄tum ipe per numerum  
 oīm: id est b multiplicatus. et qm̄ b in se p̄ducit ipm̄ f/ manifestum est b in ipm̄ p̄ducere cubum: cuius  
 latus est ipse b numerus assignatoz imparium. sicq; totum constat p̄positum.

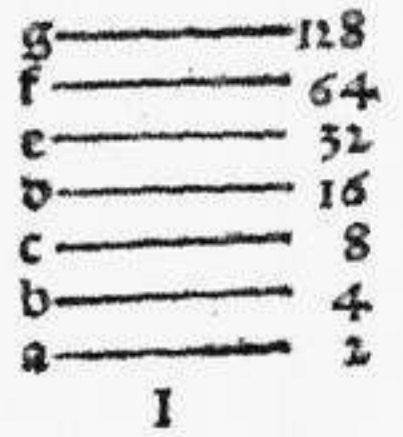
**¶ Numeri ab vnitate dupli: sunt pariter pares tantum.**

**¶** Ordinētur ab vnitate oēs p̄sequēter dupli: dico eos oēs esse pariter pares. et nullos p̄ter eos esse  
 pariter pares. cum ei duplus vnitate sit binarius qui est par/ et secūdos illoz numeroz ab vnitate

f	12	6	n		
e	10	5	m		
d	8	4	l		
c	6	3	k		
b	4	2	j		
a	2	1	i		
1	2	3	4	5	6

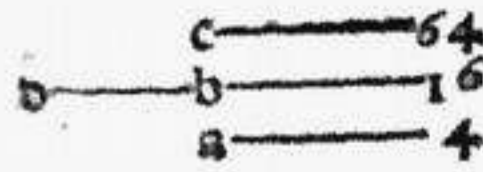
h	25	29	125		
d	25	27	5		
	23				
	21				
g	16	19	64		
c	15	17	4		
	13				
f	9	11	27		
b	9		3		
	7				
e	4	5	8		
a	3		2		
b	19	p	5	q	4
l	17	r	2	s	1
g	16	b	3		
m	15	a	2	s	2
n	13	l			1
		t	11		

pproportionalium: p vicesimam huius oēs alij sunt pares. et cū binarius scōs ab vnitāte sit nūerus p̄must ergo per vicesimā sextam quarti quicūq; assignabit eo facto vltimo: nullus ip̄m numerabit nisi aliq; in ordine illoꝝ parium aſcedētū positus. quare cū quilibet erit par quē nullus impar p̄ter vnitātem nūerat: p diffinitōem quilibet eoz erit pariter par. at q; nullus p̄ter eos sit pariter par p3. nam si detur alius: diuidat̄ per mediū: et ei⁹ medietas p mediū. et ita donec occurrat q nō possit āplius diuidi. qui si fuerit impar qm̄ p vicesimā tertiam p̄mi nūerabit extremū: non erit nūerus datus pariter par / q̄lis ponebatur. si aut̄ fuerit vnitā: q; eius duplum fuit binarius: ipse erit de numeris ab vnitāte duplus.



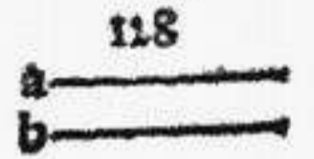
30 **¶ Si pariter par in pariter parem ducatur: pducetur pariter par.**

¶ Sit a et b duo numeri pariter pares: ducaturq; alter in alterum et pueniat c. dico c esse numerum pariter parem. Nam si c non sit pariter par: numeret ergo eum quicūq; impar si possibile est qui sit d. q; ergo d impar numerat c pductum ex duobus a et b in se ductis: ergo per quātam tertij d impar cōicat cum altero a aut b. numerabit ergo cōiter quicūq; numerus: d et a aut b. qui q̄a d ponitur impar: per decimā tertiam huius erit impar. numerabit igitur impar a aut b numerum sc3 pariter parem. qd̄ est impossibile. non igitur c numerabit ab impar: qui cū per duodecimam huius sit par: p diffinitōem constat ip̄m esse pariter parem. quod est propositum.



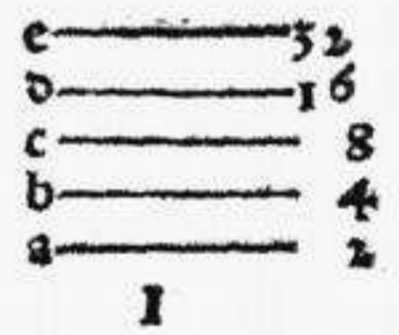
31 **¶ Quicūq; numerat pariter parem: ipse quoq; est pariter par.**

¶ Sit a pariter par: quē numerat b quicūq; numerus: dico b esse numerum pariter parem. nam si b esset nūerus impar cū positus sit numerare a: non eēt a nūerus pariter par. quod ē p̄tra hypothesim. erit igitur b numerus par: qui si non fuerit pariter par numerabit eum aliquis impar. quare et idem impar p vicesimā tertiam p̄mi numerabit a numerum pariter parem. qd̄ est impossibile. manifestum est ergo nullum imparem numerare b. quare per diffinitionem est pariter par.



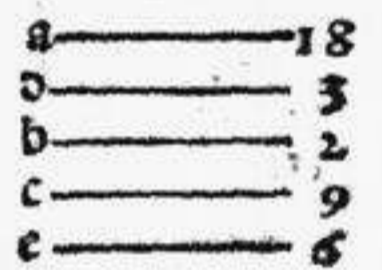
32 **¶ Si sumātur quotlibet nūeri pariter pares ab vnitāte pcedentes: oēs et vnitā cum eis coaceruata numerum p̄mo pariter par: vnitāte minorem efficient.**

¶ Sit vnitā: et a/b/c/d/e ordine pcedētes pariter pares: dico q; vnitā a b c d sit aggregata p̄stituit numerum vnitāte minorem e. nam p vicesimā nonam huius quilibet sequētū est duplus pcedētis: q̄re sequens est tanq̄ pcedens duplicatus. At a secūdus ab vnitāte supat eā vno: quare vnitā et a minus sunt vno q̄ ipse a duplicatus. ergo min⁹ vno q̄ b. quare vnitā et b minus vno q̄ b duplicatus: ergo q̄ c. q̄re vnitā a b et c minus vno q̄ d. q̄re itē vnitā a/b/c/ et d simul minus vno q̄ e. qd̄ est ppositū.



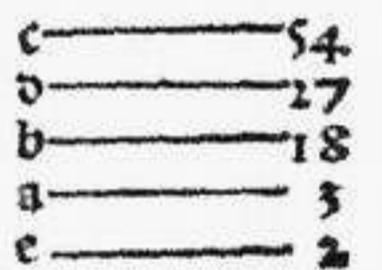
33 **¶ Omnis numerus cuius medietas est impar: est pariter impar.**

¶ Sit numerus par a: cuius medietas sit c numerus impar et b binarius: dico a eē numerum pariter imparem. nam q̄a c est medietas a: ergo b binarius numerabit a scōs se. dico rursū q; quicūq; alius par numerabit a scōm imparem ip̄m numerare. et esto vt e alius par ip̄m numeret scōm d: dico d esse imparem. nam q̄a qd̄ sit ex d in e est a / et qd̄ ex b in c s̄s̄t est a: ergo p vicesimā quātam secūdi q; pportio d ad b ea est c ad e. ergo pmutatim que d ad c: ea est b ad e. at cū oīs numerus par alius a binario fiat cōtinue addēdo binarium p̄mo ad binarium et deinde ad suā pcedentem: binarius ergo oēm parem numerat. b ḡ numerabit e: quare et d numerabit imparem c. est ergo d per decimā tertiam hui⁹ impar. quicūq; ergo par numerat a scōm imparem eum numerat: quare p diffinitōem a est pariter impar. quod est propositum.



34 **¶ Si impar in numerum pariter imparem ducatur: qui pueniet erit pariter impar.**

¶ Sit a numerus impar: b nō pariter impar: et c numerus pductus ex a in b. dico c eē numerum pariter imparem: sit enī d medietas c cū c per duodecimam huius sit par / et e binarius. q̄a e in d facit c et s̄s̄ter a in b facit eūdem c: ergo p vicesimā quātam secūdi que pportio e ad a: ea est b ad d. quare permutatim que pportio e ad b ea est a ad d. sed e binarius impariter est in b: cū b sit pariter impar. ergo et a impar est impariter in d. nūeratq; a nūerum d scōm imparē. ergo p vndecimam hui⁹ d est impar et c per pcedentem: cū eius medietas d sit impar: erit pariter impar. quod est propositum.



35 **¶ Numeris paribus ab vnitāte dispositis tertius a p̄mo: atq; ab illo tertius: vno q̄q; intermisso oēs a prius sumptis tertij: sunt pariter impares tm̄.**

¶ Continuētur pares ab vnitāte: sintq; a/b/c/d/e/f/g/h/i/k/l/m: et sic psequēter. dico tertij c: et e t̄tū ab illo: et g rursus ab hoc tertium et ita deinceps vno sp̄ intermisso eē pariter impares. Nam p decimā octauam huius illoꝝ parium medietas sunt numeri ab vnitāte naturali ordine dispositi: quoz vnus est par / et alius impar alternatim positi. p̄mi ergo parium. i. binarij qm̄ medietas eius ē vnitā que potētia ē impar: erit et potētia pariter impar. secūdus nō ab eo nō erit pariter ip̄ar: q; eius medietas est par. At c tertius et quīt⁹ et septimus et nonus erūt pariter impares per penultimam huius cū eoz medietates sint impares. qd̄ est ppositum quo ad hoc. Neq; alij pares quicūq; erūt pariter impares: q; eoz medietates sunt pares sicq; par vt binarius eos scōm parem numerabit: quare p diffinitōem non erunt pariter impares. quod est totum propositum.

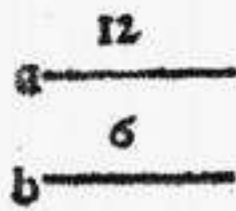


36 **¶ Numerorum pariter imparium continue sumptozum: equales sunt differentie.**

¶ Hoc enī ideo est q; si oēs pares p̄tinue sumant: erit oīm illoꝝ eadem d̄fia. nā binarius. Sūptis igit̄ fm̄ exigētiam pcedētis paribus et p̄tinue pariter impares vno intermisso: erunt per p̄ceptiōem eoz differentie ex differentijs ipsoꝝ ad medios compositae: quaz cū media sint equalia / et tote per p̄ceptiōem erunt equales. quod est propositum.

**Numerus a duobus non duplus cuius medietas est par: est impariter par.**

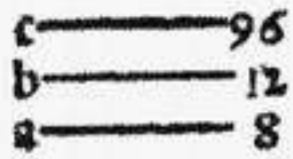
37



**Sit a quilibet numerus par: cuius medietas b sit par: et non sit a de numero duplorum ab unitate sumptorum. dico a esse numerum impariter parum. Nam cum eius medietas b sit par: non est pariter impar. et cum non sit de numero duplorum ab unitate sumptorum: ergo pervicesimānonam huius non est pariter par. a sufficienti igitur divisione est impariter par. quod est propositum. Sed et ostenditur sic. cum medietas a sit par: et binarius numerus par secundum eam ipsum numeret: per definitionem a: non est numerus pariter impar. sed et cum non sit de numero duplorum ab unitate sumptorum si ipse in duo media dividatur: et media iterum in media. in hac continua divisione necesse est aliud ab unitate occurrere: quod divisionem in duo media sistat. quare numerus ille erit impar. et quia ille est pars partis: ergo pervicesimātertiam primi est et pars totius. quare per decimāquintam huius ille impar totum secundum parum numerabit. at cum par ipsum secundum parum numeret: ergo per definitionem a totus: est impariter par. quod iterum est propositum.**

**Ex ductu pariter paris in impariter parum: pervenit impariter par.**

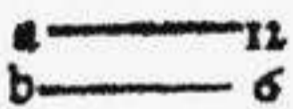
38



**Sit a numerus pariter par: ducatur in b impariter parum et perveniat c. dico c esse numerum impariter parum. Nam per hypothesein a numerus par numerat c secundum b qui est par. et quia impar numerat b cum sit impariter par: idem impar pervicesimātertiam primi numerabit c. et non nisi secundum parum: alioquin pervndecimam huius c esset impar. constat ergo per definitionem: c esse impariter parum. et propositum.**

**Quis impariter par fit ex pariter pare in pariter imparem. Quo fit ut omnem impariter parum: numeret pariter par impariter.**

39



**Sit a quilibet numerus impariter par: dico ipsum fieri ex pariter pare in pariter imparem. nam medietas a est par. alioquin a esset pariter impar. esto itaque b medietas a: si medietas b sit impar: ergo b per tricesimātertiam huius est pariter impar. et cum binarius numeret a secundum b constat pariter parum numerare a secundum pariter imparem. at si b medietas impariter paris a: sit par: sit ea d cuius quidem medietas sit impar. dico d per tricesimātertiam huius erit pariter impar. et per vicesimātertiam primi numerabit a. sitque hoc secundum e: et sit c binarius. quia b numerat a secundum c: et d numerat e: idem secundum e: ergo per vicesimāquintam secundi quod propositio b ad d ea est e ad c. sed b est duplum d: igitur et e duplum c. quare per decimāoctavam huius e est pariter par: et numerat a secundum d pariter imparem. constat ergo iterum propositum. et si tertius numerus primum divisione facta occurreret pariter impar: accepto penultimo parium loco b: et eius dimidio loco d et e loco c: per eandem vicesimāquintam secundi concludes propositum. et universaler quoties hec subdivisio fiet: toties fiat ab unitate pariter parium duplatio. et sumpto penultimo parium cum suo dimidio per tricesimātertiam huius et vicesimāquintam secundi concludes propositum. Correlariū patet accepta medietate pariter imparis et duplo pariter paris: quidem pariter par cum pariter impare numerabat impariter parum adiuvante se vicesimāquinta secundi.**



**Si disponatur in longum pariter pares: et in latum pariter impares: qui secundum angulares convenientur: producantur: sunt impariter pares termini. et ipsorum in longitudine quidem est similitudo proportionum: in latitudine vero differentiarum equalitas.**

40

Longitudo Continuae proportionales. Pariter impares Pariter pares. Longitudo	26	52	104	208	416	832	1664
	22	44	88	176	352	704	1408
	18	36	72	144	288	576	1152
	14	28	56	112	224	448	896
	10	20	40	80	160	320	640
	6	12	24	48	96	192	384
		2	4	8	16	32	64
		b	c	d	e	f	

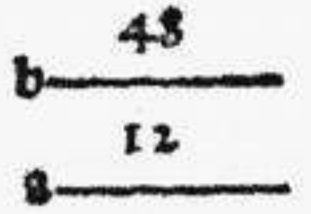
**Disponatur b/c/d/e/f pariter pares secundum longum: et g/h/k/l/m: pariter impares secundum latum. Dico primo qui producantur ex b in g/h/k/l/m et ex c in eisdem: et similiter ex d/e et f in eisdem: esse impariter pares et solos tales. nam omnes illi fiunt ex ductu pariter paris in pariter imparem. et per tricesimāoctavam huius quilibet eorum est impariter par. et si alius esset impariter par propter eos qui ex illis pariter paribus secundum suam serie ordinatis et pariter imparibus producantur: ille non fieret ex pariter pare in pariter imparem. quod per precedentem est impossibile. ratum est ergo quod dicitur. Secundo dico omnes in longitudine ut omnes in linea g et omnes in linea h: et ita de reli-**

**quis: esse continue proportionales. nam quia b binarius primus pariter parium ducit in g: manifestum est secundum in linea g: qui inde producantur esse duplum ad g: et in proportione c ad b. sed et quia b in g facit secundum ab ipso g et c in g facit tertium: ergo per octavam secundi quod proportio c ad b ea est tertij ad secundum. et ita similiter ostende de reliquis per octavam secundi adiuvante vicesima nona huius que b/c/d/e/f continue proportionales esse demonstrat. Et ex hoc demonstrare proptum est pervicesimātertiam secundi quod fit ex ductu unius mediorum in tertium esse quantum quod fit ex ductu circūpositorum unius in alterum. et per vicesimāquintam eiusdem quod fit ex ductu unius mediorum in alium: tamen esse quantum quod fit ex ductu circūpositorum et equaliter ab eis distantium unius in alterum. Tertio dico omnes numeros secundum latitudinem in unaquaque linearum ab g incipientes et ad m in latum euadentes: equales habere differentias. quod enim in prima linea que est pariter imparium dicitur continue sint equales: statim per tricesimātertiam huius est cognitum. Sed quod secunde linee numerorum equales sunt differentie: declaratur. nam per nonam primi tamen est quod fit ex b in g et in differentia h ad g quantum quod fit ex b in h. addit igitur quod fit ex b in h secundus scilicet impariter parium secunde linee super eo quod fit ex b in g**

primo scz impariter parium eiusdem lineae: tñ q̄tum est quod sit ex b in differentiam g ad h. et quia itez per eandem nonam primi tñ est quod sit ex b in h et in differentiam k ad h: q̄tum qd sit ex b in k. addit igitur qd sit ex b in k sup eo qd sit ex b in h scz tertius impariter parium sup secundum: q̄tum est qd sit ex b in differentiam k ad h. sed differentia k ad h tanta esse pbata est: q̄ta differentia h ad g. est igitur eglis dñia illoz impariter parium. et ita psequēter p nonam de reliquis expedies. Et ex hoc facile demonstra bile est p scdam pmi q̄ qlibet illoz duplatus tñ est: q̄tum duo circūpositi p̄iūcti. et p tertiā eiusdem primi q̄ duo mediū p̄iūcti tñ sunt: q̄tum circūpositi/ et equali infuallo ab eis distātes pariter accepti.

41 **Quaecunq; numerat impariter par: idem etiam est impariter par.**

**Sit a quicūq; nūerus impariter par: qui numeret b. dico b esse impariter par.** Nam quia a par numerat b: ergo per duodecimam huius b erit par. quo sit vt quoties a numerat b: toties medietas a numeret medietatem b. sed medietas a cū sit impariter par est par. igitur p duodecimā huius et medietas b est par. sed et aliq; impar numerat a numerum impariter par: igitur idem numerabit b p vicesimātertiam primi. est igitur b per diffinitionem numerus impariter par. quod est propositum.



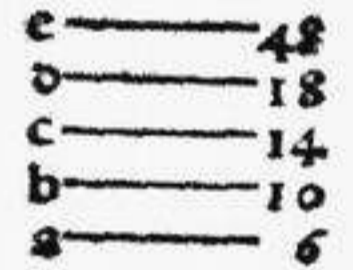
42 **Si pariter impari impariter par: siue pariter par sup binarium p̄iūgatur: p̄positus erit pariter impar.**

**Sit a quicūq; pariter impar: cui adiūgat b quicūq; impari par aut pariter par sup binarii: sitq; c compositus. dico c esse pariter imparem.** nam qz a est pariter impar: ei<sup>9</sup> medietas est impar. et quia b est impariter par: per tricesimāseptimam huius: eius medietas est par. medietas igitur b et medietas a simul p scdam huius p̄stituūt numerum imparem. at numerus ex medietate a et medietate b p̄stitu tus: est medietas compositi c. igitur per tricesimāseptimam huius c est pariter impar. et ita argumētābere si pariter impari additur numerus pariter par sup binarium. quod est propositum.



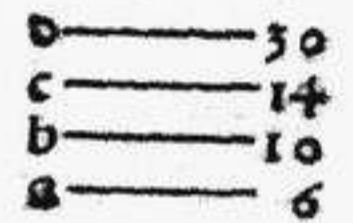
43 **Si pariter impares nūero pares p̄iūgant: p̄posit<sup>9</sup> erit pariter par vt impari par.**

**Nam quia cuiuslibet illoz medietas est impar: per quartam huius compositi medietas erit par. non est igitur compositus per tricesimātertiam huius: pariter impar. quare a sufficiēti diuisione erit aut pariter par/ aut impariter par. quod est propositum.**



44 **Si pariter impares numero impares coniūgant: componetur pariter impar.**

**Nam quia cuiuslibet illoz pariter imparum medietas est impar/ et sunt in numero impari: igitur per quintam huius illoz medietates coaceruate p̄stituūt numerum imparem. p̄positi igitur medietas est impar. ergo per tricesimātertiam huius: compositus est pariter impar. quod intenditur**



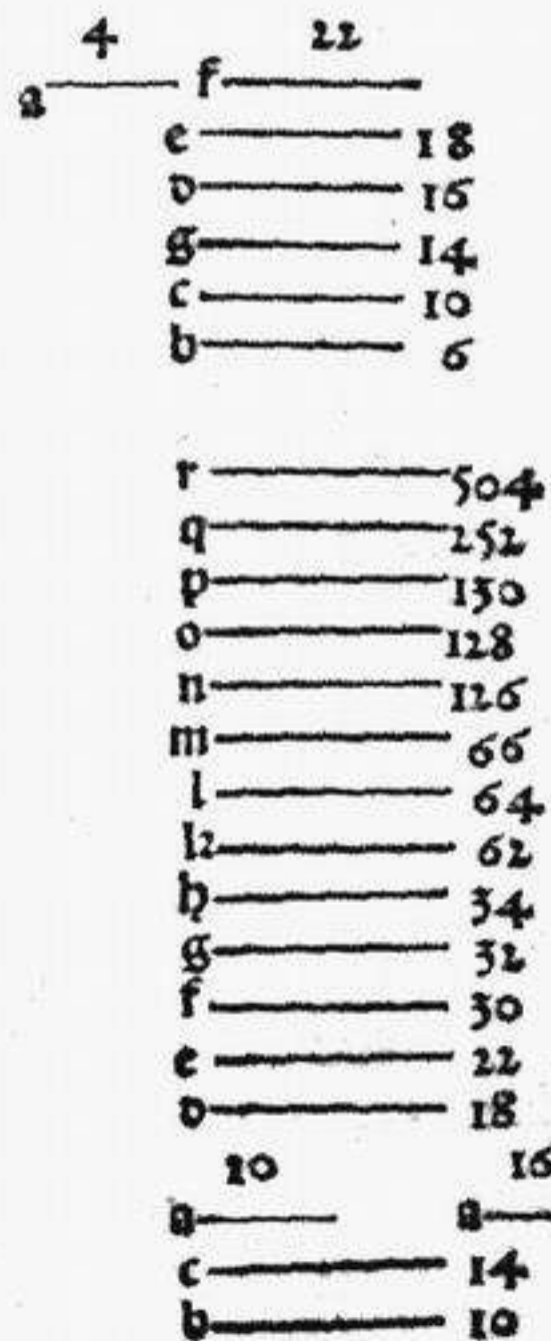
45 **Si diuersi pariter pares q̄libet supra binarium sibi coaceruetur: ex ip̄is cōstitutus erit impariter par.**

**Sint a/b/c/d quotlibet nūeri pari pares supra binarium et d maximus: sitq; e duplus ad d: sitq; f p̄positus ex a/b/c/d. dico f eē impariter par.** nam qz a b c d sunt pares: p primam huius f est par. et qz sunt a b c d pariter pares supra binarium: eoz medietates sunt numeri pares. addite ergo simul per primam huius p̄stituūt par. et qz p tricesimāscdam huius a/b c d simul aggregati minus sunt q̄ e: ergo f est minor e. at e est p̄mus pariter par post d: igitur f non est pariter par. et cum eius medietas sit par: ergo per tricesimāseptimam huius: est impariter par. quod est propositum.



46 **Pariter impares fm datū nūerum parē inuenire: qui p̄iūcti faciāt parē parē.**

**Sit primo a nūerus par fm quem iubemur parē impares tales qui p̄ponūtur inuenire: q̄ et idem a sit pariter par. quot ergo sunt vnitates in a: tot p̄tinuo pariter impares ab vnitate quoz medietas sit b c: sitq; d primus ascēdendo pariter par. et si inter c et d sit itez aliq; pariter impar: circa d hinc et inde sumo pariter impares fm dimidium a: itavt oēs sint sumpti fm numerum a. sumpt; inferiores: c g/ et supiores e f. quia enī d est par/ et nō est parē impar: per tricesimāquātam huius primi pares hīc et inde g et e sunt pariter impares. quare et g e equalit distant a nūero d. et qz siltter p eādem vno parē infposito post e seq̄tur f: et vno interposito post g seq̄tur c. etiā equidistabūt hīc et inde c et f ab numero d. ergo p scdam pmi g et e simul sunt duplum pariter parē d. quare p vicesimānonam huius g et e sūt sunt pariter par. et p eādem scdam primi c et f simul: sunt duplum d eiusde; pariter parē. sunt igitur pariter impares simul sumpti fm numerum a scz g/e/ et c f quadruplum d: et duplū duplo ad d. quare p vicesimānonam huius c/g/e/f simul sunt parē par siue sunt tñ q̄tum qd sit ex a pariter parē: in d pariter parē. quare p tricesimā huius: q̄ inde p̄ductur est pariter par. quod itez est propositum: quo ad hoc. At si a non sit pariter par: capio quēcunq; numerum pariter parē vt a alterū: qui vltro/ citroq; hēat pariter impares: vt b/c/d/e. et sumo duplum a: q̄ sit g. qui etiā per vicesimānonam huius est pariter par. sintq; f/h sul circūpositi pariter impares. deinde capio l duplū g: qui etiam est pariter par. et h/m circūpositos pariter impares. siltter capio o duplum l et circūpositos pariter impares n/p et hoc toties eoq; vsq; fiat quousq; habeamus pariter impares acceptos fm numerum datum a: quos quia hīc totidē accepī dico numerum ex b/c/d/e/f/h/k et ceteris sumptis pariter imparibus: p̄positū esse pariter parē. et sit q pariter par acceptus duplus ad o. quia enī per scdam primi c d simul: sunt q̄tum g duplum a. et etiam per eādem b e: q̄tum g duplum a. igitur c/d/ et b/e simul: q̄tum l duplū g. sed per eandem scdam primi f h q̄tum l duplum g. ergo b/c/d/e/f/h: q̄tum o duplum l. sed k n: q̄tum o duplum l p eādem scdam. igitur b/c d e f h k m n p simul: q̄tum duplum o. sed et per eādem scdam n p q̄tum q duplum o. igitur b/c d e f h k m n p simul: q̄tum duplum q. qui p vicesimānonam huius est pariter par. sicq; constat propositum.**



m	64
l	34
h	32
k	30
g	18
e	16
f	14
d	10
b	8
c	6

**¶ Scdm datum parem: pariter impares sumere: q̄ impariter parem ꝑiuncti ꝑstituāt.** 47

**¶** Sit a datus numerus par fm quē iubeat sumere numeros pariter impares: qui ꝑiuncti ꝑstituāt numerum impariter parem. sumo b/e/h/ꝑtinue numeros pariter pares post binarium fm medietatē nūeri a circa quos sint c/d/f/g/k/l circūpositi pariter impares. dico c/d/f/g/l parit̄ impares fm nūerū a sumptos: simul iunctos ꝑstituere numerum ipariter parem. et sit m duplum h qui etiā ꝑ vicesimam nonam hui⁹ est pariter par. quia enī per secundam ꝑmi c/d simul sunt tm̄ q̄tum e duplum b: et ꝑ eandē f/g q̄tum h. et lz l q̄tū m. erūt c/d/f/g/l sit q̄tum tres pariter pares e/h/m ꝑtinue sumpti post binariū. at e/h/m simul ꝑ quadragesimam quintā huius ꝑstituūt impariter parem: igitur et c/d/f/g/l simul. q̄d est propositum.

**¶ Impariter pares quolibet reperire: qui coaceruati faciant pariter parem.** 48

**¶** Sit ꝑmo a nūerus datus par fm quē ꝑpositū est impariter pares reperire: qui coaceruati ꝑstituāt pariter parem: iuenio ꝑ q̄dragesimā sextam hui⁹ totidem parit̄ impares q̄ coaceruati ꝑstituāt nūerū pariter parem: qui sint b/c/d/e. et duco aliquē pariter parem in quēlibet eorū: ꝑueniāt f/g/h/lz totidem qui ꝑ tricesimā octauā huius erūt imparit̄ pares. at ꝑ nonam ꝑmi idē est q̄d sit ex illo parit̄ pare in b/c/d/e: et in ꝑpositum ex b/c/d/e. at cōpositum ex b/c/d/e per hypothesim est pariter par: ergo ꝑ tricesimam huius quod sit ex pariter pare in b/c/d/e est pariter par. illud autē est cōpositū ex impariter paribus f/g/h/lz fm datum nūerū inuenis. est igitur effectū q̄d ꝑponebat̄ quo ad hoc. **¶** Sit secūdo vt a sit impar scdm quem ꝑpositum sit reperire impariter pares qui cōstituūt pariter parem sumo per immediate mōstratū impariter pares scdm parem minorem vno a: qui aggregati ꝑstituāt pariter parem: sint q̄ b/c. sit q̄ d pariter par ex b/c coaceruatus. sumo f tertiu pariter parem ab ip̄o: e quidē medio parit̄ pare inꝑposito. et q̄ differētia f ad d cōstat ex differētia d ad e q̄ est d pariter par ꝑ differētia e ad f que est e pariter par: cum sp̄ sequens sit ꝑcedētis duplus. ergo ꝑ quadragesimam quintā huius d̄tia f ad d est impariter par. sit ergo d̄tia illa g. dico ergo b/c/g eē impariter pares qui ꝑtūtur. nam b/c simul sunt d quibus additus impariter par g tm̄ facit sicut f. nam erat differētia d ad f. at d̄o f est nūerus pariter par. constat ergo totum ꝑpositum demōstratum.

**¶ Ex dato nūero: imparit̄ pares ex quibus ꝑiunctis impariter par efficiat̄ inuestigare** 49

**¶** Sit ꝑmo datus nūerus par qui sit a scdm quem iubemur impariter pares inuestigare: qui ꝑiuncti ꝑstituāt impariter parem. inuenio totidem pariter impares ꝑ quadragesimā sextam hui⁹ qui cōiuncti ꝑstituāt pariter parem: sint q̄ b/c/d/e. capio g ꝑxim pariter imparē post e. qui q̄ solo quafnario distat ab e: manifestū est b/c/d/g simul plus eē pariter pare b/c/d/e simul ꝑ minus duplo b/c/d/e simul. quare ꝑ vicesimā nonam huius: aggregatus ex pariter imparibus b/c/d/g nō est pariter par. et cū ꝑ primā hui⁹ sit par: idem erit a diuisione aut pariter impar aut impariter par. duco ergo f nūerum quēcūq̄ parit̄ parem in b/c/d/g: ꝑueniāt h/lz l m: totidē quot vnitates in a: qui ꝑ tricesimā octauā huius sunt impariter pares. at aggregatum ex h/lz l m tm̄ est q̄tum q̄d sit ex f in b/c/d/g simul ꝑ nonam ꝑmi. at si b/c/d/g simul sunt pariter impar: ꝑ tricesimā octauā huius: aggregatus ex h/lz l m erit impariter par. et si b/c/d/g sit impariter par: idem accidet ꝑ quadragesimā primā huius: sicq̄ sp̄ habebitur ꝑpositū. **¶** 2do si a sit numerus impar: sumo totidem pariter impares: qui aggregati ꝑ quadragesimā quartā huius erunt parit̄ impar. quos multiplico ꝑr quēlibet pariter parem: ꝑueniēt totidem impariter pares ꝑ tricesimā octauā huius. et q̄ ip̄i impariter pares simul tm̄ sunt q̄tum quod sit ex illo parit̄ pare in aggregatum ex pariter imparibus qui monstratus est pariter impar. ergo ꝑ tricesimā nonā erit aggregatus ex impariter paribus impariter par. quod est propositum.

**¶ Quolibet impariter pares: ꝑ pariter pares sup binarium: sil iuncti: pariter parem** 50  
vel impariter parem component.

**¶** Nam oīm medietates pares sunt. at ip̄e simul: ꝑpositi medietatem ꝑstituūt: ergo ꝑ primam huius compositi medietas est par. non est igitur compositus pariter impar. a diuisione ergo aut est pariter par/ aut impariter par. quod intendebatur.

**¶ Pariter pares ꝑ impariter pares q̄tlibet inuestigare: q̄ ꝑiuncti parit̄ parem cōstituāt.** 51

**¶** Sit a numerus datus scdm quē debemus aggregare pariter pares ꝑ impariter pares qui ꝑstituāt parit̄ parem. capio totidē imparit̄ pares qui ꝑ quadragesimā octauā huius simul cōgregati cōstituāt pariter parem: sint q̄ b/c. et sit parit̄ par quē ꝑstituūt d. capio totidem ꝑtinue parit̄ pares supra d q̄ sint e/f: certū est e esse duplum d et f duplum e. dico ergo impariter pares b/c/ ꝑ totidē pariter pares d/e simul ꝑstituere pariter parem. Nam q̄ b/c simul ꝑstituūt d: ergo b/c/e simul ꝑstituūt e duplū d sed et per idem b/c/d et e simul cōstituēt f duplum e. at f est pariter par: igitur totidem pariter pares et totidem impariter pares quora ꝑstituūt pariter parem. quod est propositum.

**¶ Scdm datū numerum pariter pares reperire: qui cū quolibet impariter paribus** 52  
numerum impariter parem constituent.

**¶** Sit datus nūerus a: scdm quē iubeamur reperire pariter pares: qui cū quolibet imparit̄ paribus vt sumptis scdm b ꝑstituāt numerum impariter parem. sumo ꝑmo ꝑ quadragesimā octauā huius impariter pares scdm b qui sit ꝑstituāt pariter parem: sint q̄ c/d/e ꝑstituāt f pariter parem. ꝑ sumo pariter pares post f scdm a nūerum datū q̄ sint g/h/lz l quos dico cū impariter paribus c/d/e ꝑstituere impariter parem. nam q̄ c/d/e ꝑstituūt f: ergo c/d/e/f ꝑstituūt g duplū f. et c/d/e/f/g nūerum h duplū g. ergo c/d/e/g plus ꝑstituūt q̄ duplum f: ꝑ minus q̄ duplū g. et ita argumētare ꝑsequēter c/d/e et h

a	4
k	88
h	72
g	56
f	40
b	10
e	22
d	18
c	14
b	10

f	128
e	64
d	32
g	96
c	20
b	12

m	104
l	72
k	56
h	40
g	26
e	22
d	18
c	14
b	10
f	4

f	128
e	64
d	32
c	20
b	128

b	3
f	128
l	2008
h	1004
e	96
c	502
d	20
h	256
g	12
g	12

plus p̄stituerē q̄ dupli g ⁊ minus duplo h. et similif c d e g ⁊ l: plus p̄stituerē duplo h et minus duplo l: sicq; deinceps. quare c/d e g h l simul p̄ vicesimānonam huius non p̄stituet̄ pariter parem. ergo p̄ quinquagesimam huius c d e g h l simul p̄stituit̄ impariter parem. quod est propositum.

53 **Omnis numerus primus: est diminutus.**

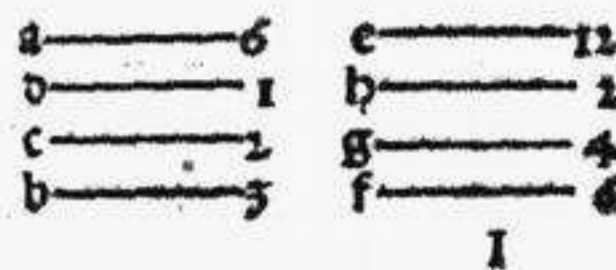
¶ Nam oīs numerus solam partem habet vnitatem: que vt certum est minus eo p̄stituit. est igit̄ oīs talis per diffinitionem diminutus. quod est propositum.

54 **Quilibet pariter par: diminutus esse p̄batur.**

¶ Nam per vicesimānonam huius oīs talis est de duplis ab vnitatem sumptis: quē p̄ vicesimāsextam quarti nullus n̄uerabit nisi aliq; in illo ordine sumptus. at p̄ tricesimāsc̄dam huius oīs in illo ordine si aggregati p̄cedētes min⁹ illo p̄ficiūt. cōstat igit̄ p̄ diffinitionem illā esse diminutum. qd̄ est p̄positū.

55 **Oīs quem numerat numerus aut abundans aut perfectus: vt abundet necesse est.**

¶ Sit a n̄uerus p̄fectus aut abūdans: habēs tres ptes b c d easdēq; sc̄dam / tertīā / ⁊ sextam: ducatq; a in quēcunq; numerum vt in c ⁊ pueniat e. erūt p̄siles tres ptes q̄ sint f g h. eedēq; sc̄da tertia sexta. quia q̄ p̄portio b ad a ea est f ad e: ergo p̄mutatim b c d vt a ad e. Itē c ad a vt g ad e: ergo p̄mutatim c ad g vt a ad e. Itē d ad a vt h ad e: ergo ⁊ p̄mutatim d ad h vt a ad e. erunt ergo tres numeri b c d ad totidem f g h in eadē p̄portioe vt que est a ad e. ergo p̄ vicesimam secūdi b c d simul ad f g h simul sūt in eadem p̄portioe q̄ a ad e. tunc sic. b c d simul ad f g h simul vt a ad e: ergo p̄mutatim b c d simul ad a vt f g h simul ad e. ergo si b c d simul abūdāt sup̄ a: et f g h si abūdāt sup̄ e. et si b c d p̄fecte p̄ficiunt a: itidem ⁊ f g h p̄fecte p̄ficiēt e. at si f g h p̄fecte p̄ficiūt e: cum e p̄ceptioem habeat aliam partem ab ipso denotatam que est vnitās: ea si q̄dē p̄dicti adiuncta facit totum abūdare sup̄ e. erit igit̄ quicūq; talis quem numerat aut abundans aut p̄fectus: abundans. quod est propositum.

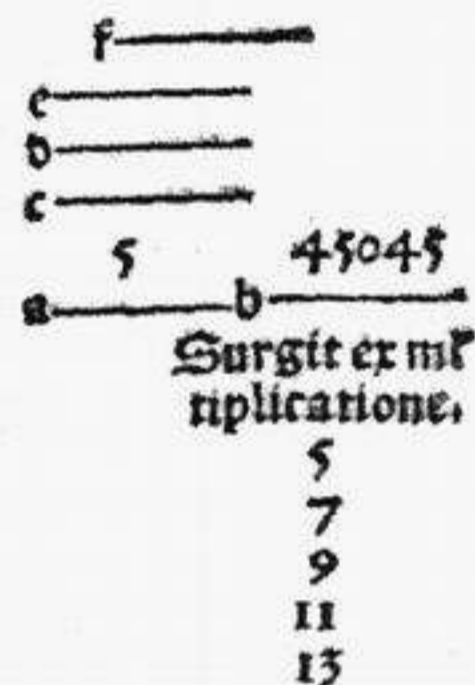


56 **Quicunq; perfectum numerat: est diminutus.**

¶ Nam si is qui numerat p̄fectū diminutus non sitia diuisione erit aut p̄fectus aut abūdans: qui si est p̄fectus aut abūdans p̄ p̄cedentem ille quēcunq; n̄uerat est abūdans at ponitur p̄fectus. non est igitur perfectus aut abūdans. relinquit igit̄ quēadmodum p̄ponitur eē diminutus. qd̄ est p̄positū.

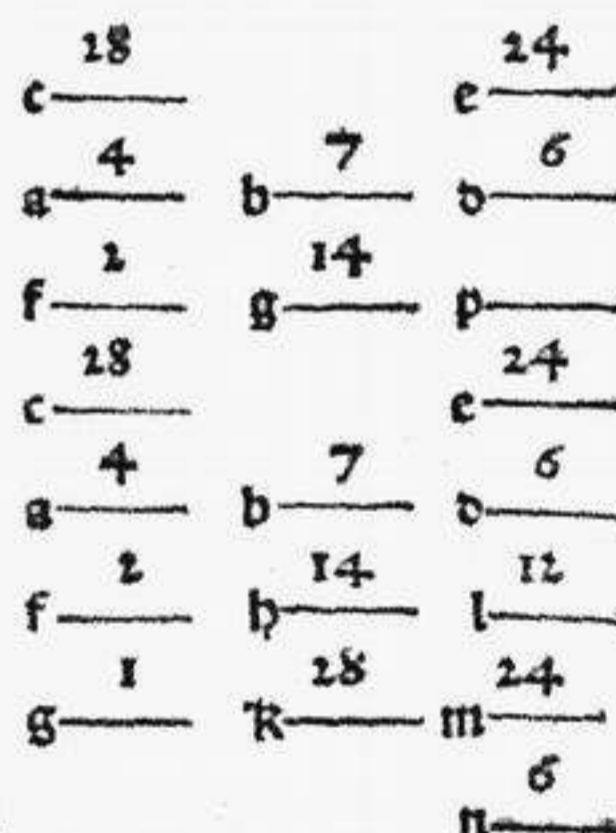
57 **Numerum imparem abundantem inuenire: cuius sumptax partiū maxia: a posito impare denominetur.**

¶ Nec videtur supponere aliquem imparem eē abundātem: qd̄ ⁊ verum est. Sit ergo a impar posit⁹ qui maxiam partium sumptax imparis abundātis denotare debet et b quicunq; imparium abūdans qui si sit minor a: duco ipm̄ in aliquē imparem donec eueniat impar maior a qui p̄ quinquagesimam quitam hui⁹ erit abūdās. si aut sit maior a: non quero aliū. et ita sit in p̄posito. deinde sumo impares denotantes quotquot volo supra a: ita vt a sit denotatiuū minus. alioquin vnitatem p̄positio h̄re nō posset: sintq; c d e et duco a in c ⁊ pueniet impar p̄ vndecimam huius ⁊ d in p̄ductum: ⁊ e in vltimum p̄ductum: et ille vltimus p̄ductus p̄ vicesimātertiam primī h̄bit ptes denotatas ab a c d e. deī duco in ipm̄ totum: b. sitq; p̄ductus f qui p̄ vndecimam huius erit impar: sed et p̄ quinquagesimāquintam huius erit abūdans. q̄a b est abundans ⁊ habet ptes denotatas p̄ vicesimātertiam p̄mi ab a c d e ⁊ b. et q̄a p̄tiū assumptax p̄s denotata ab a habet minorem denotationem: q̄: positus est a oīm denotans minimus per p̄ceptioem p̄s denotata ab a est oīm sumptax sc̄z sc̄dm a c d e ⁊ b maxia. qd̄ est p̄positū.

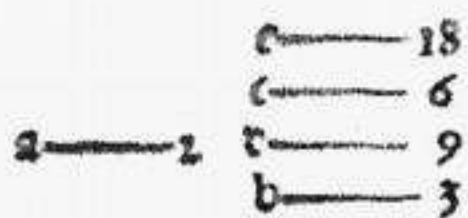


58 **Si aliq; in n̄uerū primū ductus p̄fectū numerum p̄duxerit idem in eo minorem et se non numerantem ductus: p̄ducat numerum abundantem.**

¶ Sit b numerus p̄mus: ⁊ a ductus in b p̄ducat c q̄ sit n̄uerus p̄fectus: sitq; d minor b nec numeret a et ducatur itē a in d ⁊ pueniat e. dico e esse numerum abundātem. nullus enī in alium ductus n̄uera bit c: quoz alter non numeret a. vt si f in g p̄ducat c: intelligo f primū / a sc̄dm / b tertium / ⁊ g quartū p̄ vicesimāquintam secūdi f ad a vt b ad g. sed ⁊ per quartā tertij b numerat alter. at cum b maior sit a / et g maior f vt supponit: b n̄uerabit g. q̄re ⁊ f n̄uerabit a. p̄stat q̄ nullus in aliū ductus n̄uerabit c quoz alter non numeret a. et ideo si a eēt primus non haberet c nisi a ⁊ b ⁊ vnitatem ptes suas: et a ⁊ b vnitatem distarent. at nulli sunt primī vnitatem distātes nisi binarius ⁊ ternarius: cū oporteat alterū eoz esse parem / ⁊ alterū imparem: et oīs alius par a binario / sit compositus. quicūq; igit̄ sumeretur sub b aut eēt a aut ipm̄ n̄ueraret. alioquin dicatur non distare vnitatem sola vt f et p: qui in se faciunt p̄fectū. non habebit ptes q̄ nisi e f ⁊ vnitatem. at p̄ductus ex illis toties habet in se maiorē e quoties vnitās est in f. at vnitās ⁊ f simul minus faciūt q̄ e aliq̄tics sumptus: ergo f ⁊ e ⁊ vnitās non p̄stituit̄ p̄fectū. erit ergo a p̄positus. sint ergo eius partes f ⁊ g: que p̄ vicesimātertiam primī numerabunt c. numerēt ergo ipm̄ sc̄dm h ⁊ l. et eedem partes p̄ idem etiā numerabunt e: sitq; sc̄dm l ⁊ m. eritq; per septimam secūdi ter repetitam c ad b h k: sicut e ad d l m. cum ergo c supet b ⁊ h in numeris a f g: supabit etiā e numeros d l: sitq; id in numero n. quē dico eē minus q̄ a f g. qd̄ sic ostenditur. q̄ c ad b h: sicut e ad d l. ergo vt c ad e totus ad totum: et b h ad d l detractus ad detractum. ergo residuus a f g: ad b residuum vt c totus ad e totum. at c maior est exigitur ⁊ a f g maior n. igitur a f g partes viderē e addite ad d l: plus faciunt q̄ e. est igitur e numerus abundans. quod erat demonstrandum.



59 **Si numerus in alium ductus perfectum vel abundantem p̄duxerit: in quolibet ab eo numeratum ductus abundantem producat.**



**Sit a quicūq; numerus qui in alium ductus ut b pducatur c numerum pfectum aut abundātem: et b numeret d. dico q; a ductus in d pducit nūmerum abundātem. nam quia p septimam secūdi q; pportio b ad d ea est c ad e: sed b per hypothesim nūerat d: igitur c numerabit e. c autē positus est pfectus aut abundans. igitur p quinquagesimāquintram huius et e abundabit. quod est propositum**

**Cum dispositi fuerint ab unitate nūeri pariter pares qui pūcti fecerint numerum primum: extremus in illum ductus pducet numerum perfectum.**

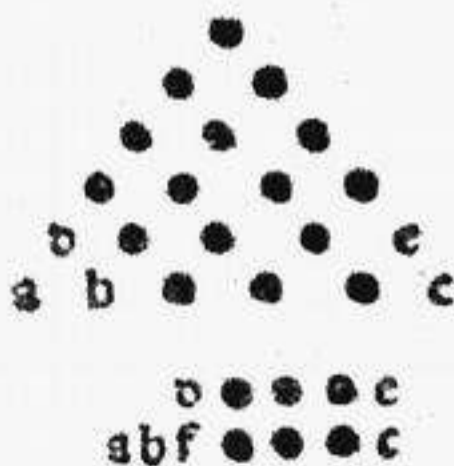
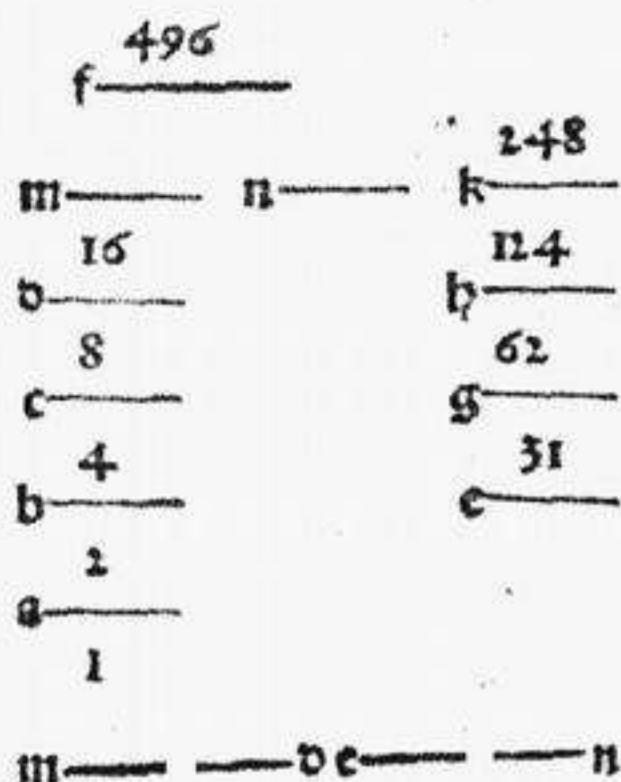
**Sit unitas: et a b c d continue dupli: qui p vicesimānonam huius erunt pariter pares: et coaceruatus ex eis et unitate sit e qui ponatur esse primus et d extremus parium ducat in e oīm aggregatum et pueniat f. dico f eē numerum pfectum. manifestum est enī p vicesimātertiam pmi a/b c d duplos sūptos oēs numerare f. sitq; id scdm e/g h k ut scz d numeret f scdm e: scdm g: b scdm h: et a scdm k. quoties ergo unitas in d toties e in f: et quoties unitas in c toties g in f. quare et adiuuante vicesimāsecūda scdī et equa pportionalitate quoties a in d toties g in f: et p idem quoties b in d toties h in f. et quoties c in d toties k in f. Hinc tote ptes sunt e/g h k ad f: q̄te unitas a b c ad d. sed p tricesimāscdā huius unitas et a b et c simul minus sunt unitate q̄ sit d. queq; dē unitas est ps d denoiata per conceptiōem ab d. ergo e g h k simul minus faciūt f vna eius pte denoiata a numero d. pars autē f denoiata a numero d: est e. sunt igitur e g h k simul minus f in numero e. at unitas a b c et d sunt tanq; e: igitur e g h k unitas a b c d simul tm sunt sicut f. si autē f plures partes non habeat: constat p diffinitionem ipm f numerum esse perfectum sed q; nullam aliam habeat declaratur. nam si hoc sit possibile numeret ergo m: numerum f scdm n. qz enī e est pmi qui nūerat f: numerabit ergo per quartam tertij m aut n. quare p vicesimā quintam secūdi reliquos eoz numerabit d. et cū a secūdos ab unitate sit numerus pmi: ergo p vicesimātertiam quartū quicūq; nūerat d est aliqd in ordine precedentium: ut c b a. at si sit c nūerat f scdm g: et si b scdm h: et si a scdm k partes scz prepositas et ut dictum est. constat ergo nullum alium a pōctis nūerare f. quare pūcti sunt oēs sue partes. et ipsi simul mōstrati sunt ipm complere atq; pficere. constat ergo diffinitionem numeri pfecti ei pgruere: ipm q; existere perfectum. quod est pposit. m.**

**Septimi elementorum Aristh. metices Jordani finis.**

**Orme numerorum ex unitatū dispositiōe ppendūtur. Est autē dispositiō prima in longum tm: altera in longum et latum: tertia dō in lōgum/latum/ et altum. Cuius unitatum dispositiō in longum tm est: linearis numerus dicitur. In latum disponūtur supficiales linearibus vndiq; pclusi: quoz unitates directe et ad se et ad alias equales habent distantias. Qd fit dupliciter scz vt vt unitates unitatibus directe adaptētur: vel eaz intualis opponātur: ita vt singloz ordinum termini in lateribus reliquis excipiātur. In altum dō dispositiō solidozū est: coaptatis insim ul supficialibus: ex quoz lateribus directe sibi appositis solidozū supficies erecte constituūtur. Numerorum in superficie dispositozum: quidam sunt triangulares tria habentes latera: alij quadrilateri: alij pētagoni: alij pluriū laterum. Quadrilaterozū autē quidam latera opposita habēt equidistātia: quidam minime. Numerorum autem quoz latera opposita sunt equidistātia: alij oia latera habent equalia et tetragoni dicūtur. alij siquidē latera habent unitate distantia et parte altera longiores vocātur: aut amplius et dicūtur anlōgiores. Numeroz in altū ppositoꝝ diuersas esse bases cōtingit: quozūdā triangulas/atq; quadrāgulas: et ita de ceteris. Horum oīm quidam habent latera simul applicata: et dicūtur pyramides. quidam habent latera: que etsi insimul tendāt: non tm pueniūt: et curte pyramides appellanr. quidam habent latera equidistātia et equaliter erecta: qui supiozem et inferiozem supficiem habent similes. Istozū quicūq; habent basim triangulam: serratiles vocanr: q; quadrangulam et ipsi in longum/latum/ et altum equaliter distēduntur: cubi dicūtur. quicūq; dō bases habuerint pentagonas hexagonas siue pluriū laterum: et latera equidistantia erecta: colūne nominentur.**

**Dis numerus triangularis: tria habet latera equalia. Un manifestum est quēlibet triangularem ex numeris ab unitate ordine cōtinuo dispositis: esse compositum: atq; latus trianguli esse seriei numerum.**

**Sint a b c unitates basis trianguli: a b pxi: et a c extremitates. dico ergo q; in secūdo ordine cuius extremitates sunt d e: erunt pauciores unitates. nam si totidem fuerint in ordinibus a c et d e: latera a d et c e erunt equidistātia. qm unitates in vtroq; ordine equalit distant: sicq; non cōcludent triangulum. pauciores ergo erunt in ordine d e. et qm q̄tum distat a ab b tm distat a ab d et c ab e: si ergo ponitur f tota ab c quota d ab e: distabit f ab d q̄tum c ab e. et ideo q̄tum a ab d. si ergo f non fuerit pxi post a sed fuerit b unitas media: cū distent a ab d q̄tum a ab b: erit longitudo inter a et f q̄ta inter a et d et inter f et d vt amplius: sicq; unitates et ad se invicem et ad alias non equaliter seruabūt distātia. quod est impossibile. Ordo ergo d e minor est ordine a c unitate. et eadem rōne sp ordo sequens minor vno**

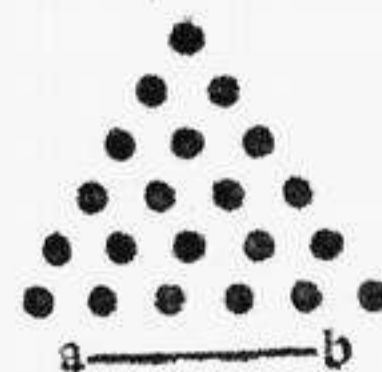




¶ precedēs donec extremū sit vnitas, et qz ideo totidem erunt ordines quot in base sunt vnitates: p3 retroagendo vnitate esse primū potentia triangulū cui due adiuncte secundū claudunt triangulum: cui secundo tres addite facient tertiu: qz semper est vnitate maior precedētī. et ita cōsequenter scdm naturalem numerorū progressum sicqz propositio 7 correlariū nota sunt.

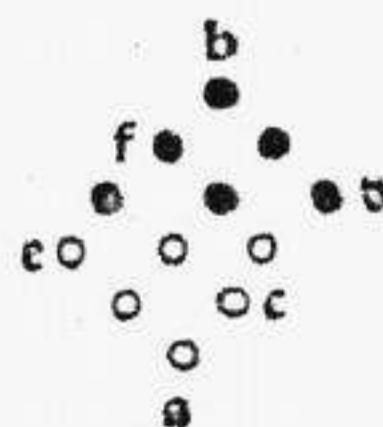
2. **¶ Si a quolibet triangulari numero latus suum detrahatur: relinquetur triangulus ipsi descendendo proximus.**

¶ Triangulus triangulo descendēdo proximus: est cuius latus latere alterius est vnitate minus. a triāgulo ergo a b subtracto latere a b: dico qz relinquit triāgulus ipst triāgulo a b descendendo proximus nā qz triāgulus a per pcedentē habet tria latera equalia: et sequētia sola vnitate vincentia. subtracto ergo latere a b erūt reliqua latera vno cōtractiora. s3 7 qz vnitatū ordines fm vnitate semp decrescūt p3 per correlariū precedētis residuū esse triāgularē. 7 qm latus eius vnitate vinci a latere triāguli a b cognitū est: patet relictū triāgularē esse proximū descendendo triāgulo a b: qd est propositū.



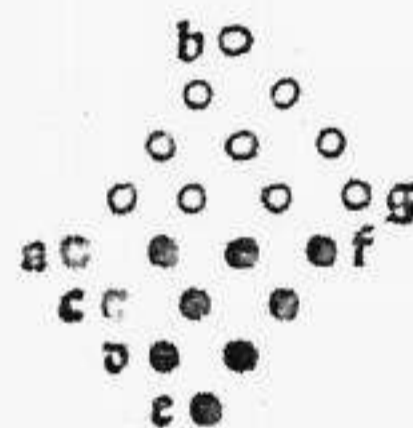
5. **¶ Omnis triangularis duplicatus: parte altera longiorem efficit.**

¶ Sumātur a et b duo triāgulares equales: adiciatqz lateri c trianguli a b extrema vnitas triāguli b. itidē lateri f triāguli b adiciat e extrema vnitas triāguli a: sientqz duo latera vnitate quotlibet latus a triāguloz a et b superātia. et si addis aptasqz hoc pacto medios ordines vnus mediis ordinib9 alterius: sient per tertiam primū cōpositi ordines sibi mutuo et extremis ordinibus e f et c d equales. verbi cā vt si ordinē sequentē latus c addis ad aptasqz ordini sequenti vnitate d. qz enī per correlariū prime huius ordo sequens latus c tantū distat ab c qm ordo sequens vnitate d distat ab d. ergo per tertiam primū illi simul iuncti equatur ordini c d. et ita de aliis mediis ordinib9 si qui mediū relictū sunt tunc ergo cōpletus erit quadrāgulus cuius latera opposita erunt equalia 7 ob hoc equidistātia. vt qz latus e f equale esse mōstratū est lateri c d et mediis: ergo vnitates lateris b d equidistāb it vnitatib9 lateris a e. 7 similiter qz latus b d equatur lateri e a. nā sunt latera trianguloz equaliam et mediis ordinibus: latus e f equidistabit lateri c d. 7 qz latera b d et e a opposita 7 equidistātia sunt latera trianguloz assignatorū: 7 duo reliqua e f 7 c d similiter opposita 7 equidistātia quorum quodlibet reliquo aliorū vnitate sunt maiora. patet p diffinitionē totā figurā a b d e ex duobus equalibus triāgularib9 cōstitutam (quare 7 ex triāgulari vno duplicato) esse altera parte longiorem: quod est propositū.



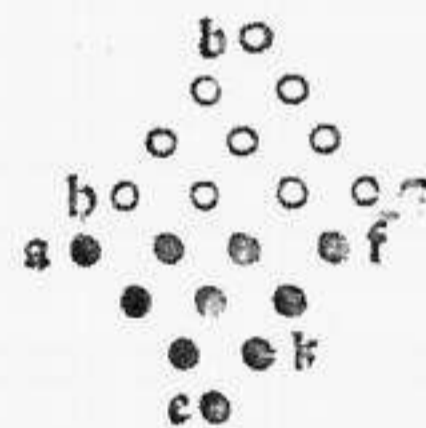
4. **¶ Cuiuslibet altera parte longioris: medietas est triangularis.**

¶ Hec est cōuersa precedētis. Sit altera parte longior quicunqz a b e 7 vnum eius longius latus a b. dico eius medietatē esse triangularē. de latere enim longiori a b detraho vnitate a et de c secundo ordine duas: de d tertio tres: de e quarto quattuor. 7 si plures sunt tot cōsequenter auferā quotus ordo ille fuerit ab vnitate: per correlariū prime huius totus detractus vt a e f est triangularis. et per idem qz continue minus vno relinquebat vsqz ad vnitatem: relictus est triangularis. sed et qz detracti latus e f equatur residui lateri g b. nam latus g e superabat latus g b vna vnitate: sed 7 g e superat latus f e vna vnitate. equantur igitur g b et f e: quare 7 reliqua vnus reliquis alterius cum per primā huius omnis triangularis sit equalis 7 totus trigonus a e f toti trigono a b g equalis. est igitur datus altera parte longior in duas medietates diuisus quaz quelibet est triangularis: quod est propositū.



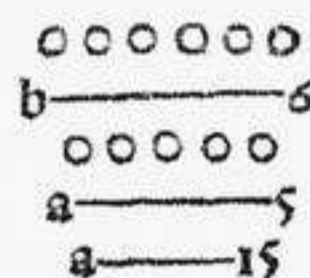
5. **¶ Quilibet duo triangulares proximi: tetragonum constituunt**

¶ Sit vt in precedētī a b g e quicunqz altera parte longior qui per eandem diuidatur in b g h et e a f duos triāgulos equales. erit vt a e sit latus triāguli e a f et latus b a altera parte longioris 7 sūū oppositū g maius latere a e 7 sequētibus ordinib9 vnitate. Ammoto ergo latere a e remanebit b h equale lateri h l: lz g et g b. 7 ideo quattuor illa latera adinuicē distantia: quod ergo per diffinitionē relictum est: est tetragonum. sed 7 ammoto latere a e ab trigono a e f per secundā huius relinquit triangularis triāgulari a e f proximus: quare 7 triāgulari h b g sibi equali proximus. constat ergo tetragonum h l g b ex duobus proximis triāgularibus: quod est propositū. ¶ Potest quoqz et id esse notum quod tricesimo quinto capitulo sue Arithmetices diuis affert Seuerinus omnē tetragonū si ei proprium latus adiciatur aut ab eo detrahatur altera parte longiorem fieri. Nam cum tetragonum omnis vndiquaqz latera equalia possideat: si cuipiā vnum latus adiciatur efficiuntur latera vnitate distantia porro si latus vnum a quopiam detrahatur: relinquētur latera vnitate distantia: quare vtrobiz facti erunt altera parte longiores. Quo fit iterū vt proximi quoz altera parte longiores a medio tetragono equali differentia distent. Nam equali latere subtracto 7 addito.



6. **¶ Latere pposito numeri triāgularis summā inuenire. Unde manifestū est si datus sit numerus impar summā triangularis prouenire si paris proxime maioris subduplum in ipsum imparē ducatur. et si numerus sit par: summa triangularis proueniet si paris medietas in imparem ducatur proxime maiorem.**

¶ Sit a datū latus cuiuslibet numeri triāgularis cuius summa querit: duco a in b proximū numerū maiore 7 per diffinitionē proueniet altera parte longior cuius b maius latus erit vnitate maius a mī



nore latere et latere trianguli cuius summa peti. per quartam ergo huius summa trianguli petiti est medietas altera parte longioris inuenti: sicq; constat ppositum. Correlariu ex demonstratione conclusionis adiunãte decima primi notu est. et hec cu correlario suo proxim pgressionis demonstrat.

**Omne perfectum est trinum.**

Ternarius totus est religione sacer et a Pythagoric Magis et Sacerdotib<sup>9</sup> olim in arcanis mirum in modum veneratus. et Aristoteles Pythagoricoz symbolis insistent corporea magnitudine ipsumq; vniuersum perfectu astruit q; ipsum trinu sit in uero trinu est: q; ipsum perfectu est qd prio Pythagoras coperit in numeris: numerozq; mysteriis. hic ergo suscipit demonstrandum omne numerum perfectu esse trigonum. Nam per tricesimasecundam septimi quocunq; nueri pariter pares connumerata unitate coaceruati efficiunt numeru proximo sequente pariter pare: unitate minore qui quidem proxime sequens pariter par per vicesimanonam septimi est coaceruatoru maximu duplus: quare totus coaceruatus est impar. at per sexagesima septimi ois numerus perfectus gignitur ex coaceruatione unitatis et pariter pariu quoties coaceruat<sup>9</sup> est primus qui vt dictu est p vicesimanonam septimi sola unitate distat a proximo pariter pari: qui ad aggregatoz maximu duplus est. ergo maximus aggregatoz subduplus paris numeru aggregatoz impari proxime sequentis: in ipsum impari ductus: per prima partem correlarij precedentis constituit numeru triangulari. est igitur ois numerus perfectus triangularis atq; trigonus: qd est propositu. Et eius latus p precedentem et correlariu prime huius erit ille impar ex omnibus coaceruatus.

**Omnis numerus par media sui parte multiplicatus tanto minore summa pducit q; omnes summe que in ipso sunt coaceruate: q; tum sua ipsius medietas.**

Hec ex analyticis numeroz decepta est. et ex scda parte correlarij superioris conclusionis adiunãte nona primi et coi dignitate: unitate in quocunq; numeru ducta: ipsum pducere: statim cognita esse pot.

**Si sumantur triangulares ab unitate: duos primos impares et sequentes duos pares atq; ita vicissim duos et duos impares atq; pares inueniri necesse est.**

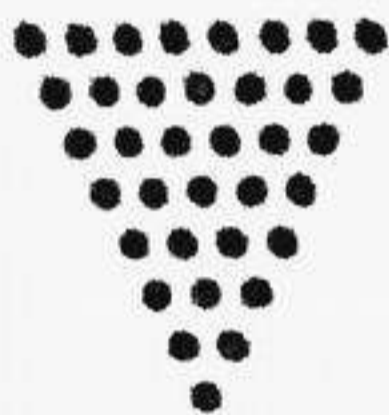
Quia eni per correlariu prime hui<sup>9</sup> triangulares creatur ex nueris ordine continuo ab unitate dispositis et unitas primus est potentia triangularis et potentia impar. addita igitur numero sequenti q est par constituet p correlariu prime huius fm triangulari et per secunda septimi impari. erunt ergo duo primi trianguli nueris hoc pacto dispositis ipares. Sed et q; tertius numer<sup>9</sup> est impar et cu precedenti triangulo p idem correlariu constituit triangulu et pcedens monstratus est impar: ergo p tertia septimi tertius triangularis erit par. et q; quartus ab unitate nuerus est par q cum pcedenti triangulo pari p idem constituit quartum triangulum. ergo quartus triangularis per prima septimi est par. erunt ergo duo sequentes pares. et si eodem rationibus monstrantur duo sequentes esse impares et vicissim alij duo sequentes pares sicq; sine difficultate certum apparebit propositum.

**Si post unitatem sumantur numeri triangulares: inter duos et duos disiunctim: erunt que inter numeros ab unitate naturali serie: sumpte proportionales.**

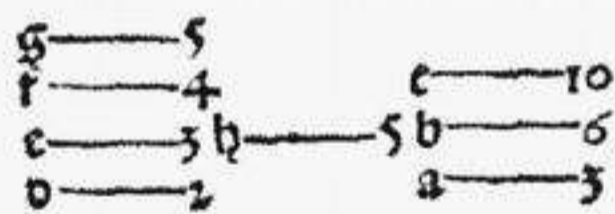
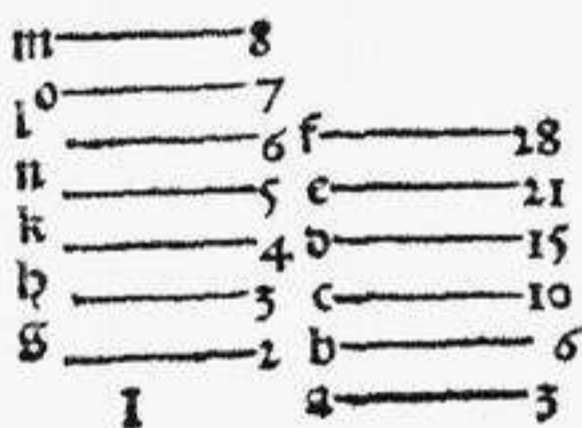
Sit primus triangularis post unitate a et b c d e f ordine psequentes sitq; unitas et g h l nueri ab unitate naturali serie. pcedentes: dico que pportio g ad unitate ea esse b ad a: et q h ad g ea esse d ad c: et que l ad h ea esse f ad e. et ita pcedendo in his disiunctim: in illis vero coiuncti. nam p precedentem a est impar b c pares: d e impares: et f par. sumo eni quattuor pares ab unitate q sint g l l m et medij inter eos impares sint h n o. et q; g q est binari<sup>9</sup> est latus a q est ternari<sup>9</sup>. et per correlariu prime hui<sup>9</sup> h latus b et l latus c et n latus d et l latus e et o latus f: ergo p quartam huius g in h facit altera pte longiore duplu a et h in l duplu b et l in n duplu c et n in l duplu d et l in o duplu e: atq; per eandem o in m duplu f. q; ergo g in h et l in h constituunt duplu ad a et ad b. erit ergo per octauam secundi vt que pportio l ad g ea sit dupli b ad duplu a: sed et b ad a subduplus ad subduplu per correlariu decimequarte secundi sicut eoz duploz duplus ad duplum. ergo sicut l ad g ita b ad a. et per idem sicut l ad l ita d ad c. et sicut m ad l ita f ad e. et cu g l l m sint sumpti ab unitate continue pares: ergo p decimoctauam septimi est pportio b ad a vt g ad unitate et d ad c vt h ad g et f ad e vt l ad h: quod est propositum.

**Si tres continui triangulares statuuntur: qui sub extremis continetur erit altera parte longior: cuius laterum maius erit illorum trium medius.**

Sint a b c tres continui triangulares et eoz latera d e f: sitq; g vno maior f. dico qd sit ex a in c esse altera pte longiore cui<sup>9</sup> maius latus erit b. na q; a b c sunt continui triangulares: ergo p correlariu pte huius d e f sunt fm continua serie numeroz sumpti. et q; per quartam huius d in e constituit duplu ad a ergo si d est par queadmodu hic est: medietas d in e constituit a. et per idem medietas f in e constituit b. et medietas f in g constituit c. si aut d esset impar numeraret a fm medietate e: et f b fm medietate e. et sic cosequenter fm medietate parium ipares numeraret triangulares. ergo per octauam primi adiunãte correlario decimequarte secundi que pportio f ad d: ea est b ad a. et q g ad e: ea est c ad b. et q; a b c sunt continue sumpti triangulares: ergo p correlariu prime huius b superat a q; tum est e. sumo ergo h vno minore b: manifestu est h superare a q; tum est d. et quo abudat c super b est f. et quia b ad a sicut f ad d oriam h ad a. et sicut detractus ad detractu: ita residuus ad residuu. erit ergo vt sicut b ad a ita c ad h totus ad totu: quod igitur sit ex a in c p vicesimaquinta secundi tm est q; tum qd sit ex h in b. at manifestu est qd sit ex h in b esse altera parte longiore. igitur et qd sit ex a in c. est altera pte longior: cuius maius lateru est b illorum trianguloz medius. et propositum.



1	3	6	10	15	21	28	36
1	2	3	4	5	6	7	8



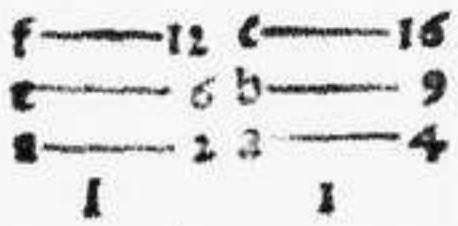
VIII

10 ¶ Si sumatur primi post unitatem par et impar: et composito ex ipsis minor addatur: itemque ex his confecto minor adiciatur: erit ut cum primorum primus sit par: sequentes sint impares. tertiorum primus par et sequentes impares ac sic deinceps. duploque quadrati parium et quadrato extremi imparium: tetragonum triangulares terminentur.

4	9	25	49	144	289	841	1681
		k	l	m	n	o	p
q	r	s	t	u	v	w	x
36	1225	41616	1413721				
Tetra gonum triangulares							

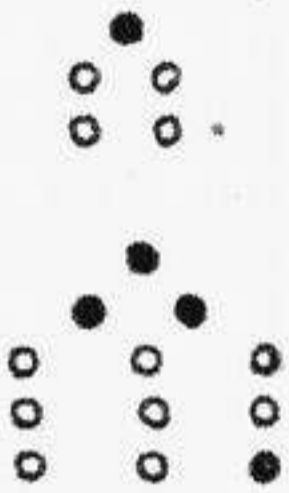
¶ Sint a et b numeri primi post unitatem par et impar binarius scilicet atque ternarius qui iuncti faciunt c cui addito a fiat d. item c et d component e cui addat c et fiat f atque e et f component g et e addatur g et fiat h. dico primo a esse par et b impar et c d impares. item e par et f et g h impares. a enim esse par et b impar est hypothesis. et quia c componitur ex a et b: per secundam septimi c etiam est impar. et quia d constat ex a pari et c impari per eandem secundam d est impar. et quia e constat ex c d duobus imparibus e per quartam eiusdem erit par. et quia f constat ex c et e impari atque pari per secundam eiusdem f est impar et per eandem erunt g et h impares: quod intendebat. Secundo dico duplum quadrati a terminare tetragonum triangulare. terminare enim tetragonum triangulare est esse latus quadrati qui pariter est et triangularis. patet id nam quia unitas duplicata constituit a et a bis sumptus suum perficit quadratum: duabus igitur unitatibus a distat a suo quadrato et unicum suscipit medium scilicet b: cuius differentia ad a est unitas. et quia per septimam sexti quo abundat quadratus b super quadratum a est quod fit ex unitate in b et a simul. sed b et a simul sunt uno maius quadrato a qui duplus erat ad a. igitur quadratus b est uno maius duplo quadrati a. sed et quia duplum quadrati a in quadratum b cum sola unitate distat producit per definitionem altera parte longioris quadratus a qui est medietas in quadratum b per octavam secundi producit illius altera parte longioris medietatem. ergo per quartam huius quadratum a in quadratum b producit triangulare. et quia producit ex ductu quadrati in quadratum: ergo per decimam quartam sexti idem erit et tetragonum. effectum est ergo quod dicebat. Tertio dico quadratum d extremi imparium terminare tetragonum triangulare. sumo enim quadratum c qui sit l et quadratum d qui sit l: dico l duplicatum excedere uno l. nam quadratum c duplicatum per decimam quintam primi est tanquam duplum quadrati a et duplum quadrati b. et quod fit ex b in a quater et quia per eandem decimam quintam quadratum d est quantum c in se et a in se et a in c bis: sed c in se est tantum per eandem quantum b in se et a in se et a in b bis. et a in c bis est tantum per nonam primi quantum a in se bis et a in b bis. ergo quod fit ex d in se est quantum quod fit ex b in se et quadruplum quadrati a et quadruplum producit ex a in b. sed cum duplum quadrati c sit monstratum quantum duplum quadrati b et duplum quadrati a et quadruplum quod fit ex a in b: et ex secunda parte huius quadratum b excedat uno duplum quadrati a. sicut ergo duplum quadrati c continens quadratum b loco huius quantum quadratum d pertinet duplum quadrati a ceteris omnibus consimilibus excedat uno quadratum d. duplum ergo quadrati c in quadratum d per definitionem producit altera parte longioris cuius longioris latus excedit uno quadratum d. illius ergo dupli dimidius qui est quadratus l in l quadratum d producit illius altera parte longioris dimidium per octavam secundi qui per quartam huius est triangularis et cuius latus est l quadratus extremi imparium qui et idem per decimam quartam sexti est tetragonum. et hac ratione de sequentibus molire id quod propositum est ostendere: et omnino constabit propositum.

**¶ Si ab unitate continue designentur parte altera longiores et quadrati: duo et duo cō iuncti: triangulares omnes efficient.**



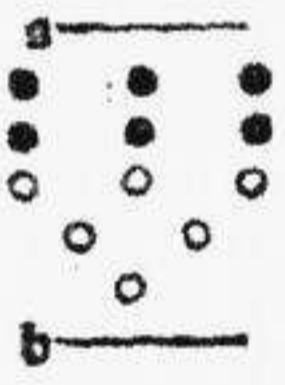
**¶** Designo ab unitate a b c quadratos et ab unitate altera parte longiores qui sint d e f: dico quoslibet duos primos quadratū et altera parte longiorem simul: cōstituere triāgularem. nā si fuerit prim⁹ quadratus q̄ est unitas et primus altera parte longior qui est binarius manifestū est illos simul additos p̄ correlariū prime huius cōstituere triāgularem. q̄ si fuerit a scđus quadrat⁹ et d primus ab unitate alia pte longior sūt per vicesimā sextā septimi quadratus a p̄stat ex iparibus ab unitate scđ ex unitate et p̄io ipari et d est primus par: quare si resoluaſ a erūt accepti cōtinue numeri ab unitate. p̄ correlariū igitur p̄me hui⁹ p̄stituūt triāgularem. et ita ostēde a et e cōstituere triāgularem resoluta a in suis iparibus p̄ 26 septimi et e in suis paribus p̄ vicesimā sextā eiusdē. et ita de quibuslibet duobus hoc mō sumptis.

**¶ Si sumantur triangulares et tetragoni: fuerintq; illi toti triangularium ab unitate quoti isti tetragono: ū post unitatem: coniuncti facient numeros pentagonos.**



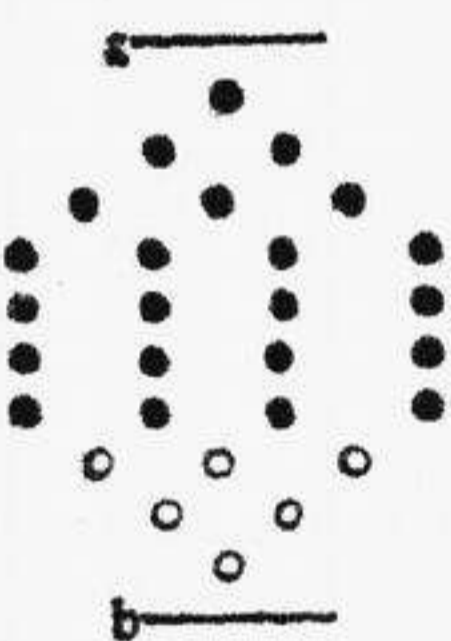
**¶** Nam si unitati que est primus trigonus adiungas primū quadratū post unitatē qui est quaternari⁹ fiet p̄tagonus post unitatē habēs quinq; latera equalia. et si capis scđm trigonū ab unitate habebit binariū in latere et secūdus tetragonus post unitatē habet ternariū in latere. adiecto ergo latere quadrati fiet per correlariū prime hui⁹ triāgulus sequēs habens latus trium unitatū et figura p̄tagonā recipiens totidē in quolibet eius latere unitates. et qz semper totus tetragonus post unitatē habebit vno plus in latere q̄ trigonus totus ab unitate: hac rōne de quibuslibet aliis p̄positum efficere. et qz latera illoſū pentagonoſ equalia sunt lateribus tetragonozū datorum: hinc etiā fit vt illi pentagoni toti sint post unitatē quoti et tetragoni. **¶** Et ex hac et vicesimā sexta septimi cognoscit qd̄ diu⁹ Seuerinus asserit boetius: 14 capite secundi sue institutiōis arithmetice: p̄tagonozū generatiōē nasci ex numeris naturali serie ordinatis quādo cōtinue duo a monade duozū semper in medio facta intermissione iungūtur. Nam per p̄sentem accepta unitate que est primus trigonus et quaternario tetragon⁹ duozū in medio binariū scđ atq; ternariū facta infmissione iunctis: fit secūdus p̄tagonus duo in latere gerēs. Et rursus duobus intermissis septenarius acceptus quaternariū includit et binarium. Et quaternarius impar per vicesimā sextā septimi additus tetragono quaternario: proximū cōstituit tetragonū et binarius unitati adiectus per correlariū prime proximū unitati cōstituit trigonum. ergo p̄ p̄sentē unitas 4 et 7 cōstituunt pentagonū. Et rursus duobus dimissis post septenariū accepto denario qui 7 includit sequentē imparē et ternarium: qui septenarius quadrato prioris pentagoni additus p̄ vicesimā sextā septimi succedētem constituit quadratū et ternarius trigono pentagoni adiectus propriū quum trigonum. erit igitur per p̄sentē numerus ex unitate 4: 7 et 10 constitutus pentagonus: et ita de quibuslibet aliis argumentabere.

**¶ Si parte altera longior: cum toto post unitatem triangulari coniungatur: compositus erit pentagonus post unitatem totus.**



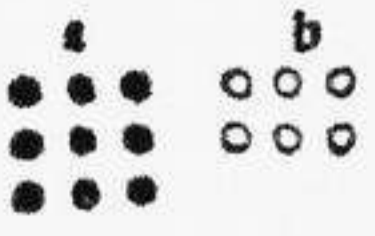
**¶** Sit a aliquotus ab unitate altera parte longior vt secūdus: cuius ideo minus latus erunt due unitates: sitq; b triāgulus totus post unitatē cui⁹ latus ideo erit ternarius et equale maiori lateri altera parte longioris. adiungo ergo maius latus trigoni b maiori lateri altera parte longioris a: et fiet tetragonus sed et illud quod restat dempto maiore latere b per secundam huius est triāgulus minor descendendo ergo per precedentem ille cum quadrato ex altera parte longiore et longiore latere triangulari cōstituto: erit pentagonus: quod est p̄positum.

**¶ Quilibet pentagonozū post unitatē cum toto triangulari ab unitate: hexagonum post unitatem simili loco positū constituit: et huiusmodi tetragonicus dicatur.**



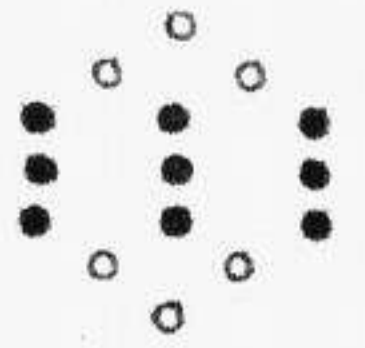
**¶** Unitas oīs numeri potestatē optinere dicitur cuius equalia latera designātur. hinc ipsa est primus triāgulus primus tetragonus pentagonus hexagonus et ita deinceps. et p̄dictozū numerozū primus post ipsam est cuius latus fuerit binarius: et secūdus post ipsam cuius latus fuerit ternarius secūdus vero ab unitate cuius latus fuerit binarius. et dicitur hexagonus tetragonicus cuius latus est equale lateri mediū tetragoni. dico ergo qz si capiatur aliquotus p̄tagonus post unitatē vt a: qui verbi causa post unitatē sit tertius et b totus triāgulus ab unitate: dico a cum b cōstituere hexagonū post unitatē totum pariterq; et tetragonicū. nam per duodecimā huius quotus p̄tagonus fuerit post unitatē ex toto post unitatē tetragono constat et triāgulari ab unitate toto. ergo equalis triāgularis qui est quē p̄pō p̄ponit ex opposito tetragoni latere appositus hexagonū constituet: cuius latus erit equale lateri mediū tetragoni. et qz latus eius ē equale lateri mediū tetragoni est et equale lateri pentagoni quare et hexagonus totus erit post unitatē quotus et p̄tagonus. et qz eius latus est equale lateri mediū tetragoni est idē et tetragonicus: qd̄ est p̄positū. Et hac et duodecima hui⁹ et correlariū p̄me cognoscē p̄romptū est ḡnatiōē hexagonozū eo pacto q̄ docet Boeci⁹ 15 capite scđi arithmetices

**¶ Oīs tetragonus cū precedēte altera pte longiore: hexagonū tetragonicū p̄stituit.**



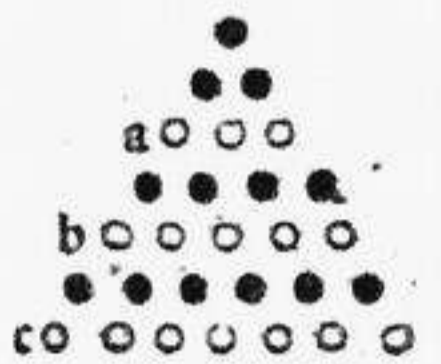
**¶** Primus enim altera parte longior post unitatem est qui habet unitatem minus latus et secundus qui h̄ unitatē et ita deinceps. et precedēs tetragonū est cuius minus latus est vno minus latere tetragoni qui et post unitatē totus ē quotus et altera parte longior ab unitate. dico ergo quēcunq; tetragonū vt a cū precedēte altera parte longiore vt b cōstituere hexagonū tetragonicū. nā p̄ quartā hui⁹ altera

parte longior b diuidit in duos triangulares quoz vterqz totus est ab vnitare quoz pte altera longior post vnitare: qz latus illoru triangulorum equale sit minori lateri altera parte longioris. quare z vterqz totus est ab vnitare quoz tetragonus a post vnitare. vnus ergo illoz trigonoz per duodecimam huius cu tetragono a constituit pentagonu postvntate totu: sed et per precedentem idem pentagonus cu altero triangulari qui est totus ab vnitare constituit hexagonu tetragonu. a igitur cum b altera parte longiore precedente constituit hexagonu tetragonu: quod erat demonstrandum z ppositum.



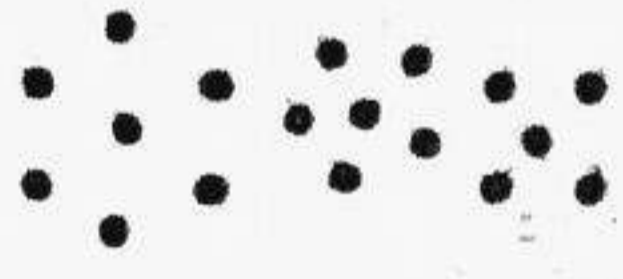
16 **¶** Si disponantur triangulares ab vnitare: tertius atqz vno intermisso a prius sumpto tertius: erit hexagonus.

**¶** Ita per vndecimam huius dispositis ab vnitare pte altera longioribus et quadratis si duo z duo sumantur fient oes triangulares. at cu primus triangularis post vnitare fiat ex vnitare z primo altera parte longiore: scdus triangularis post vnitare q est tertius ab vnitare fiet ex primo tetragono post vnitare z primo post vnitare altera parte longiore per eandem vndecimam qui est tetragonu precedens. ergo p precedentem tertius triangularis ab vnitare e hexagonu. sed z eadem rone qz vno intermisso tertius semp a quadrato et precedente altera parte longiore p vndecimam huius nascit: ergo per precedentem tertius semper erit hexagonus quod est propositum.



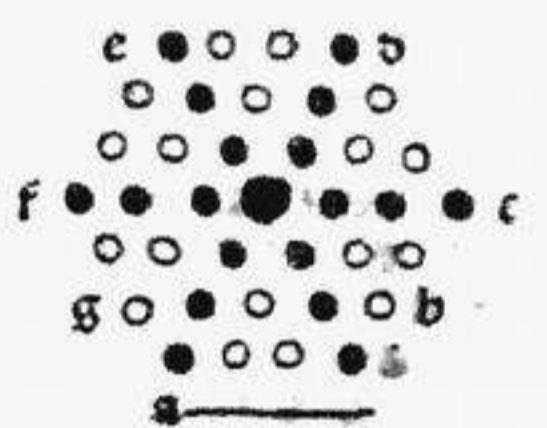
17 **¶** Si sex vnitates vni circūponantur: ita vt illaru adinuicē z ad illam eadē sit distātia hexagonum equiangulū constituent.

**¶** Ita quilibet due illaz vnitatu cum media vnitare triangulum equilateru constituent. fient ergo sex trianguli equilateri quos dico etiā esse adinuicē equiangulos. nā cum illoz vnitates abinuicē z a media distet vnitare: si vnitates vnus vnitatibz cuiuslibet alterius applicent erunt supra se inuicē apposite et anguli vnus angulos alterius nō excedetes: quare sex anguli hexanguli erunt equales. erit igitur talis hexagonus equiangulus qd intenditur. et ita de tetragono equiangulo z pentagono si placeret ostēdere.



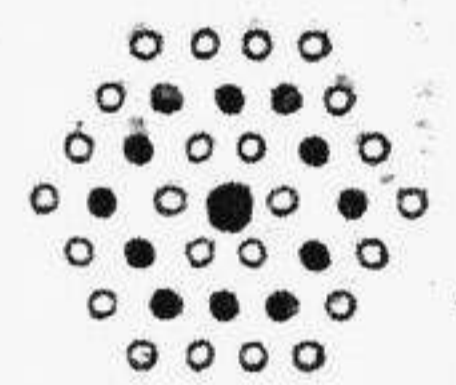
18 **¶** Latere proposito hexagonum equiangulū constituere.

**¶** Sit a vnitates dati lateris quibus vna plures applico: ita semp augēdo donec tot sint ordines quot vnitates sunt in latere. fiatqz hoc mō descēdendo donec tot cōpleantur ordines quot vnitates sunt in eodem latere. z qz sunt tria latera equalia ascēdēdo et tria similia descēdēdo pz creatū esse hexagonu que dico equiangulum. nā medius ordinu semp per vicefimā tertiam septimi e impar qz totus sit a numero lateris quoz vnus lateris ab vnitare. habet igitur ille maximus numerus vnus mediu. z si signas extremitates sex laterum per b c d e f g erit illa media vnitas media ordinis f c: e b: et ordinis d g. qz equales sunt et ea cōtinent. distat ergo equalit ab f z c et ab e z b et ab d z g. quare sex trianguli: scz media vnitas f e: media vnitas e d: media vnitas d c: media vnitas c b: et media vnitas b g: z media vnitas g f: adinuicē eqlateri sunt et vt in pcedēti equianguli. e igitur hexagonu b c d e f g equiangulu: qd e ppositu



19 **¶** Si cuilibet hexagono equiangulo totus senarij multiplex addatur quoz ipse est ab vnitare: similem hexagonu prouenire necesse est.

**¶** Si primo hexagono q est vnitas senarius circūponat per penultimā fiet sequēs hexagonus equiangulus. nā habēs duo in latere qz si eoz interuallis que etiā sunt sex: sex aptetur vnitates in eadē distātia: atqz ipsis sex vnitatibz alie sex angularif: fiet sequēs hexagonus equiangulus habens ternariu in latere. z vt pcedēs hexagonus scdus erat ab vnitare ita acceptus est totus senarij multiplex: scilz duplus ad senariu qui est duodenarius: cui si rursus circūponas triplu senarij: scz duodeci vnitates in duodeci interuallis et sex ad sex angulares vnitates efficies sequētem hexagonu equiangulum qui vt in pcedēte probaref habet quaternariu suu latus. et qz semp interualla crescūt in senario tot angulis semp manētibus apposto sequēti senarij mltiplici semp efficies hexangulu equiangulu z eadem rone sequētem: quod intendit propositio.

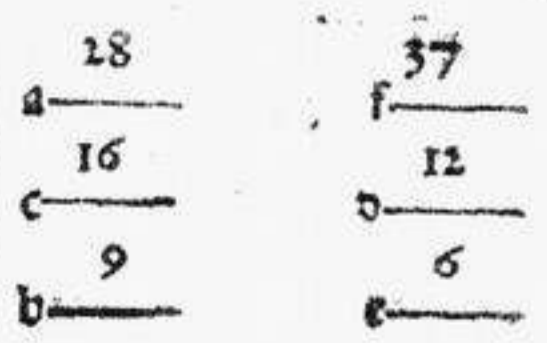


20 **¶** Si ordinentur ab vnitare triangulares et singuli secundū senarium multiplicētur: producti addita vnitare erunt hexagoni equianguli.

**¶** Si enim vnitare que primus triangularis est senario multiplices: scdus hexagonus nascitur: qui addita vnitare circūclusa cognoscit z equiangulus. et qz per pcedētem quilibet hexagonus tot addit senarios super pcedētem quoz ipse pcedēs fuerit ab vnitare. z quilibet triangularis p correlariu pme tot hz vnitates supra pcedētem quoz ipse fuerit ab vnitare. ergo si scdus triangularis q vno hz duas vnitates supra primu multiplicet p sex addet tot senarios supra pcedētem hexagonu qui fuit scdus: quoz ipse scdus hexagonu fuit ab vnitare. ergo p pcedētem erit sequēs hexagonu. z ita quoz tto triangulari q addit tres vnitates supra scdus p sex mltiplicato: z quolibet alio: addes ex multiplicatiōe tot senarios quoz z triangularis z pcedēs hexagonus fuerit ab vnitare: sicqz p pcedētem semp concludes propositum.

21 **¶** Omnis hexagonus equiangulus tanto abundat super hexagonum tetragonu simili post vnitare loco sumptu: qstus est tetragonus ab vnitare similiter dictus

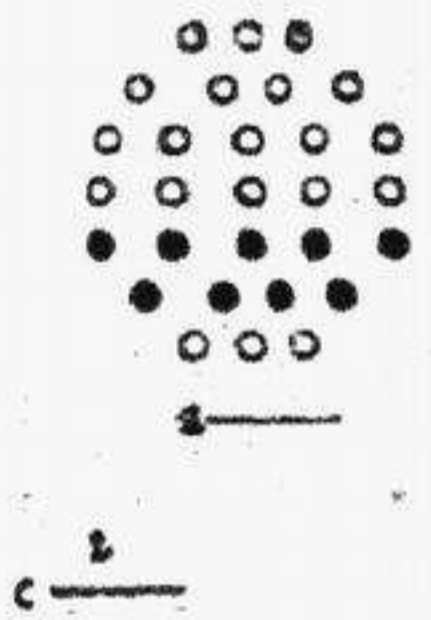
**¶** Sit exēpli cā a quartus ab vnitare hexagonu tetragonu q z tertius e post vnitare: sitqz b totus ab vnitare tetragonus id est tertius: z quartus tetragonus c z medius altera parte longior d. dico tertiu hexagonu equiangulu post vnitare tantu distare ab a qstus est b tertius ab vnitare tetragonus. nam per decimā quintā huius c et d cōponunt a: sed z qz differētia b ad d per vicefimā quartam sexti est ternarius latus b: z differētia c ad d est quaternarij latus c. erūt ergo p secundā primi b z c simul maius vno q duplum d. capio e totum ab vnitare triangularem quoz est b tetragonu: quia minus latus



altera parte longioris d est latus b: quodquidē idem est latus e. ergo per quartā huius d erit duplus c: sed r b c mōstrata sunt vno maius duplo d. sunt ergo b c vno maius q̄d: uplo e: ergo b c d simul sunt vno maius sexcuplo e. at per p̄cedentē e sexies sumptus addita vnitare tertiū post vnitare creat hexagonum equiāgulum qui sit f. constat ergo f ex b c et d: sed a solū constat ex c dvt ostensum est. abundat ergo f hexagonus equiāgulus ab a hexagono tetragonico toto post vnitare d̄rtum est b totus ab vnitare tetragonus: q̄d est p̄positū. ¶ Animaduerte quēadmodum diuus mōstrat seuerinus heptagonos continue fieri ex hexagonis et inferioribus trigonis duobus equis inferioribus eminus adiūctis trigonis. quod r idem euenit si dispositis naturalis numeris: extremi cōtinue quattuor inf̄medis relictis iungātur. vt secūdus heptagon⁹ sit ex senario sc̄do hexagono r vno: p̄mo trigono emin⁹ equali adiūcto trigono. qui idē sit ex vno et senario quattuor in medio p̄termisissis numeris: r tertius heptagonus sit ex 15 tertio hexagono r ternario sc̄do trigono e regiōe adiūcto equali trigono hexagoni qui idē sit ex vno senario r vndenario. et hoc pacto in figuracione r collectione suozū numerozū in ceteris est procedendum.

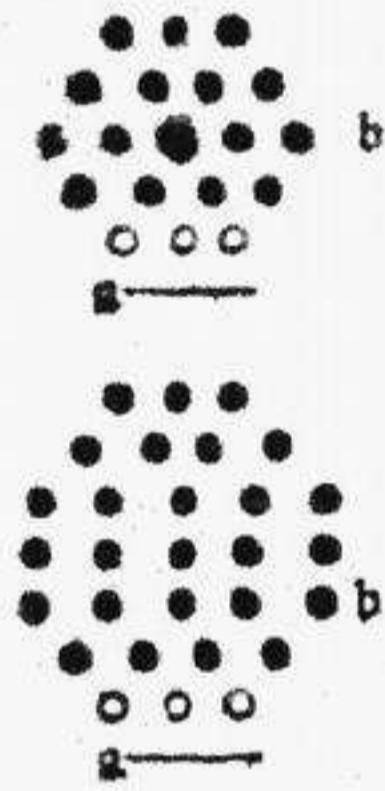
**¶ Supra datum numerum octogonum equilaterum constituere.**

¶ Sit a datus nūerus supra quē iubemur octogonū equilaterū cōstituere. p̄cedo et apponēdo ordies vno semper se excedētes donec totidē sint quot sunt vnitates i latere: erūtq; facta tria latera equalia et maximo ordini addo ordies equales quousq; tot sint quot sunt vnitates in latere erūtq; facta quīq; latera equalia. deinde ab vltimo ordine p̄cedendo appono ordines cōtinue vnitare minores donec tot sint quot in dato latere vnitates fientq; sic descēdendo tria latera p̄dictis equalia cruntq; simul octo equalia latera atq; octogonus equilaterus cōstitutus: q̄d erat faciendū. ¶ Alia apud diuū seuerinū octogonoz inueniēdoz ratio modusq; est vt cōtinue ex toto heptagono et sub se trigono surgant. r idē sunt si ex dispositis naturalis numeris cōtinue in medio quinq; relictis: extremi iungātur. vt si 7 sc̄do heptagono iungas vnum primū trigonū surgit octonarius et sc̄bus octogonus. qui idē sit ex vno et septē quinq; numeris binario ternario quaternario quinario senario iterstitibus: dimissis. et si 18 tertio heptagono iungas ternariū: secūdū trigonū: fiet 21 tertius octogonus. qui idem colligitur ex 1: 7: 13: r hoc pacto in reliquis est procedendum



**¶ Si cuilibet hexangulo equiāgulo post vnitare: totus tetragonus ab vnitare cum sequēte altera parte longiore iungatur pueniet octogon⁹ post vnitare sibi loco sumpt⁹.**

¶ Sit quilibet hexagonus equiāgulus cuius latus sit a et maximus ordinū eius sit b qui addat supra numerū c. qm̄ enim hexagonus datus habet triāguloz in media vnitare cōciantium latera equalia: hinc ordinis b maximi: linea minor est vno: duplo lateris a ergo c minor vno q̄ a. addo ergo ad b ordines equales secūdū c. et qz ab a ad b fiunt tria latera equalia fient rursus ab b cum additis ordinib⁹ duo alia equalia quibus addo relictos hexagoni post b: fientq; rursus tria alia reliquis equalia eritq; formatus octogonus. et qz per nonā primū c in b fm̄ ordines additos est tantum q̄rtum c in se r in a. at q̄d in se facit est tetragonus: et quod in a facit est altera parte longior. cum c et a sola vnitare distent: et tetragonus ille totus sit ab vnitare quotus octogonus formatus post vnitatem. nam hexagonus vno maius latus habet latere tetragoni: r altera parte longior sequēs tetragonū. cōstat ergo qz hexāgulo equiāgulo assignato post vnitare: additus totus ab vnitare tetragonus cū sequēte altera pte longiore cōstituit octogonū qui cū equalia hexagono latera hēat: totus erit post vnitare octogonus: r p̄positū



**¶ Formarū sex equilateraz quālibet fm̄ vnitatū dispōnem figuratiter cōstituere.**

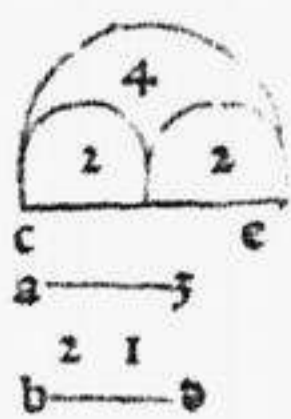
¶ Si enim triāgulos tetragonos p̄tagonos hexagonos tetragonicos hexāgulos equiāgulos r octogonos secūdū vnitatū dispōnem figuratiter cōstituere desideras: ex prima huius trigonos figurare disce. ex quīta tetragonos: ex duodecima p̄tagonos: ex decimaquarta hexagonos tetragonicos: et ex decima septima r decima octaua hexagonos equiāgulos: et ex vice sima secunda octogonos. sicq; per vniū habebis p̄positum.

**¶ Latere dato figurarum p̄assignatarū cuiuslibet summā reperire.**

¶ Sit latus datū a qui ponat esse par r medietas a sit b: sitq; c minor vno a r d eodē vno maior. addi toq; c ad d fiat e. r iterū c addito ad e fiat f. et sibi c addito ad f fiat g: duca qz b in d et sequentes r pueniant h l l m. qz enī a in d p̄stituit altera pte longiorē cuius triāgularis lateris a est medietas. ergo p quartā huius b medietas a in d p̄ducit triāgularē lateris a: sicq; h ostēdit summā triāgularis lateris dati. et qz c d simul cōstituūt e qui p̄ secūdā primū est duplus a. ergo b a e sunt cōtinue p̄portionales q̄d ergo sit ex b in e p̄ vice simā sextā secūdū est quadratū a. et cū id sit l: ostendet l summā tetragonū lateris dati a. r qz q̄d sit ex b in f per nonā primū tm̄ est q̄rtum q̄d ex b in e r in c. et cum c in a cōstituat altera parte longiorē cuius medietas est triāgulus c per quartā huius. ergo b medietas a in c p̄ducit triāgularē cuius latus est c. sed et b in e p̄ducit tetragonū a qui totus est post vnitare quotus triāgularis c ab vnitare. ergo per duodecimā huius b in f p̄ducit totum post vnitare pentagonū. at ille est pentagonus a et productus est l. ostendet igitur l summam pentagoni lateris a. r qz quod sit ex b in g est tātum q̄rtum quod sit ex b in c et in f. r dictum est ex b in c fieri triāgularē totum ab vnitare quotus est post vnitare pentagonus ex b in f factus. ergo per decimā quartā huius b in g constituer hexagonum tetragonici totum post vnitare quotus r post vnitare est pentagonus at hexagonus ille erit hexagon⁹ a r p̄ductus m monstrat itaq; m summam hexagoni a: lateris assignati. Duco item c in se r pueniat n qui erit totus ab vnitare tetragonus quorus hexagonus tetragonicus m est post vnitare. addo ergo m et n simul r pueniat o qui per vice simā primam erit hexagonus equiāgulus a. nam totus post vnitare quorus hexagonus m. duco item c in a: et pueniat p qui erit altera parte longior:

q — 58	p — 12
o — 37	h — 9
m — 28	g — 14
l — 22	f — 11
k — 16	e — 8
b — 10	d — 5
	c — 3
	a — 2

sequens tetragonum c scz n. additis ergo iterum n et p tetragono scz et sequente altera parte longiore hexagulo equitragulo o pvicefirmatertiam huius puenit octogon<sup>o</sup> totus postunitate quorus post unitate erat hexagulus equitragulus o. quare octogonus prouentis qui sit q erit octogon<sup>o</sup> lateris dati a atq summam petita ostendens. Sed esto rursus a latus datu numerus ipar et b c circupositi pares b minorz c maiorz et medietas b sit d et medietas c sit e: per secundam primi d et e simul constituent a. addo d super a et fiat f: et super f et fiat g: et duco a in e et pueniat h qui ea ratione qua superius erit triangularis a. et duco a in se et pueniat l: qui erit eius tetragonus et a in f et pueniat l: qui ea ratione qua prius erit pentagonus a et duco a in g et pueniat m qui etiam per decimam quartam huius erit hexagonus tetragonicus lateris dati a: sed et hexagonu equitragulum et octogonu a quere vt paulo ante monstratu est.



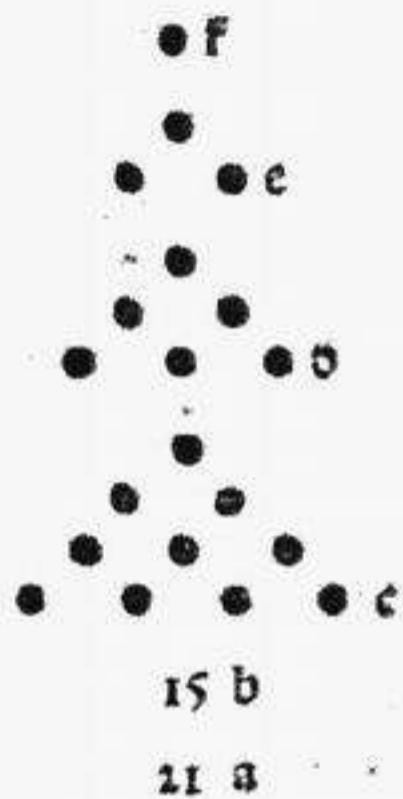
- o — 29
- n — 19
- m — 15
- l — 12
- l: — 9
- h — 6
- g — 5
- f — 4

26 **Omnis pyramis cui<sup>9</sup> basis triangularis est: quattuor triangularibus et equalibus p<sup>o</sup> tinet.**

**Ita tres a tribus lateribus basis triangulares eriguntur q simul applicatur atq conueniunt et basis est quartus triangularis. Et qm duo et duo latus habent comune: erunt omnes inter se equilateri: quare et equales. quod igitur asseritur per diffinitionem ratum est.**

27 **Si triangulares ab unitate in altum sibi continue adaptentur: prouent omnes ab unitate pyramides: et cuiuslibet basis erit triangulorum suorum maximus.**

**Sint a b c d e f ad f vsq unitate scz quotlibet sumpti triangulares continue vno minores q sibi similes eo ordine aptentur applicentur: ita vt b supponat a: et c supponat b: et d ipsi c: et e ipsi d: et f inde ipsi e dico pyramides ab unitate esse sumptas oes et cuiuslibet basim suorum triangulorum esse maximam. cum eni numeri i. li in altu constituti in unitate conueniant per diffinitionem constituunt pyramidem: eruntq p correlariu prime huius oes ab unitate sumpti triangulares. si itaq unitate consideras eadem est et prima potentia pyramis. si primu triangulari cuius latus est binari<sup>9</sup> cu ipsi supraposita coaptataq unitate appositi appareant equales simulq conuenientes triangulares: erit constituta scda pyramis cui<sup>9</sup> latus erit secundus triangularis. et cu sint in altu continue accepti triangulares erit et tertia pyramis constituta cui<sup>9</sup> latus erit tertius triangularis: et quarta cuius quartus triangularis erit latus atq ita deinceps. sed q cuiuslibet basis sit suorum triangularium maximus hoc id est q p precedentem basis e triangularis cuiuslibet triangularium laterum equalis. si itaq latus sit quintus triangularis p correlariu prime huius ex oibus precedentibus triangulis constitutus ita et basis quintus erit triangularis et ex oibus inferioribus constitutus qui erit illius pyramidis maximus: et ita de quacumq altera sicq constare potest propositu**



28 **Si cuiuslibet numero equalium laterum oes ab unitate sibi similes in altu apponantur: qui componitur erit pyramis basemq ipsius eadem esse conueniet. si vero citra unitate huiusmodi eiusdem generis formatu in altu suppositio erectioq deficiat: quot ab unitate illius generis relicte fuerint: toties curta pyramis nascetur.**

**Hec docet tetragonice basis / pentagone / hexagone / heptagone / octogone / ennagone / decagone: et quotquot angulorum volueris eodem ingento quo et precedens de triangularibus pyramides formare. nam si hoc pacto tetragoni ab aliquo dato ad unitate vsq suppositi aptentur: oia latera (que p correlariu prime huius erit triangulares numeri ab unitate continue sumpti sunt) in vnu vertice concurrerit totaq pyramidem constituent cui<sup>9</sup> basis erit datus tetragonus sup cuius latera sunt erecta latera pyramidis in vnu cacumen conuenientia imo oes tetragonice pyramides infra illa essent formate. et ita si pentagoni hexagoni et sequentes hunc in modu aptentur pentagonas hexagonas octogonas ennagonas: reliquaq oes formabiles pyramidas scda pars statim nota est na si detur quotuscumq triangularis vt sextus ab unitate cui supponatur mo atedicto p ordine quintus quartus tertius et scdus. at desit unitas quis latera illi simul tendant non tm conueniunt: ideo figura illa p diffinitionem erit curta pyramis. q si quintus quartus et tertius soli suprapositi in altu fuissent: defuissetq duo scdus et unitas hec biscurta pyramis diceret q si omitti fuissent tres diceretur tricurta. et ita quotquot omittentur toties curta diceret. et ita de curtis pyramidibus que a quadratis pentagonis hexagonis et sequentibus figuris nascuntur sentientiu est. est itaq notum quod proponitur.**

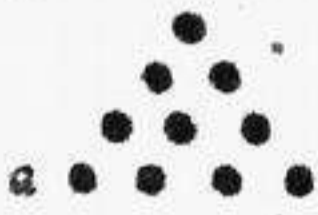
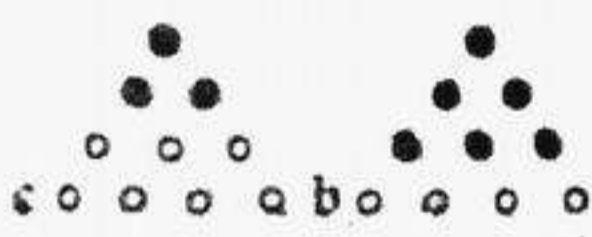
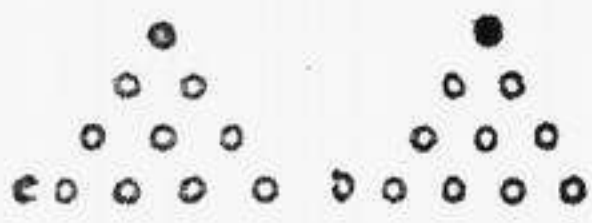
29 **Si due pyramides quarum bases sunt triangulares proximi coniungantur: efficietur pyramis cuius basis erit tetragonus maiori triangularium equilaterus.**

**Ita quelibet earu erit composita ex oibus triangularibus q sunt a triangulari basis sue vsq ad unitate at basis minoris primus est triangularis post basem maioris. coniuncti igit simul p quinta hui<sup>9</sup> faciunt tetragonu et scdus vnus et scdus alteri<sup>9</sup> sequentem tetragonu. et sic eousq du extrema vnitas minoris cu penultimo alterius triangulari primu post unitate coficiat tetragonu. vnitas igitur si apponatur oes ad ipsiusq tetragonos suprapositos habebim<sup>9</sup> ab illo scz tetragono cui<sup>9</sup> latus est equale lateri triangularis basis maioris pyramidis. at per pmissam ex oibus ab unitate tetragonis componitur pyramis cuius basis est quadrangula et coniuictorum vltimus tetragonus. effectum est igitur qd proponebat.**

30 **Si quotlibet triangulares equales in altu componantur: fiet ex eis numerus serratilis.**

**Itam q: equales erunt poterunt directe continue in altum latera vnus super latera alterius aptari applicariq: vt latus d e supra latus a b et d f: et f e supra latera a c et c b: et latus g h supra latus d e: et latera g l et l h supra latera d f et f e: et ita de consequentibus vsq ad vltimu. et quonia omniu latera sunt equalia: erit vt supra posita directe latera que supremu locum optinent extremis equalia sint et equidistantia. patet itaq per diffinitionem factum esse serratile quod proponebatur.**





**31** **¶** Omnis ferratilis pyramide sue basis vno altior: addit super eam: pyramidē cuius basis tetragona est: basi alterius equilatera.

**¶** Nam depta triangula pyramide: ita videlicet vt basis in basi tollatur et de secundo equalium triangulorū secundus pyramidis detrahatur et de tertio tertius: sicq; deinceps. qz ferratilis vno altior pyramide sue basis positus est de penultimo triangulariū equaliū auferet suprema vnitas atq; pyramidis vertex: sicq; totus vltimus triangularis ferratilis integer relinquitur. at qz in basi ferratilis fuit ablata basis triangule pyramidis. ideo per secundā huius: secundi triangularis relictū est latus  $\tau$  in omnibus superiorib<sup>9</sup> similiter qui qm tot sunt quot in illo latere vnitates: constat latus ipsum cū sequētium lateribus summā quadrati pficere. p̄terea qz tertij triangularis ferratilis remanet latus suū  $\tau$  minor sequēs et in sequētibus similiter: erit vt illa sint sequētis quadrati latera. et hoc pacto ad vnitate vsq; quadratorū numerus excrescit. erit ergo vt in supremo triangulari residua strvnitas et que est primus tetragonus. ergo per vicesimā octauam huius constat relictam esse tetragonā pyramidē. et qz latus basis eiusdē est latus triangulariū equalium et latus basis pyramidis triangule ablate idē: constat pyramidē relictam esse pyramidi basis ferratilis equilaterā atq; ipsum ferratilē eam super pyramidem basis sue addere: quod est propositum.

**32** **¶** Omnis ferratilis pyramide sue basis duobus altior: eidē triplus esse probatur

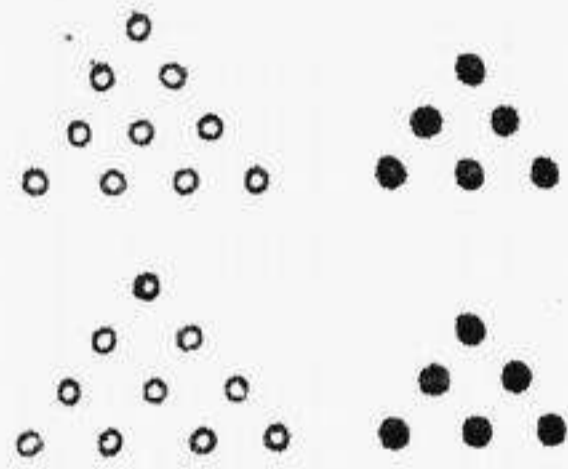
**¶** Substraho enī ab ipso ferratili extremū triangulariū relinque qz ferratilis vno altior pyramide: q̄ per precedentē in duas secabilis est pyramidas: quarū vna est triangula pyramis basis ferratilis  $\tau$  altera tetragonica cuius basis tetragona est et basi alterius equilatera. sed  $\tau$  hec eadē tetragonica pyramis pervicesimā nonam huius in duas rursus secabilis est triangulas pyramides: quarū vna triangule prioris est equalis et altera ea minor q̄rum est basis triangule prioris. addito igitur prius depto triangulari eidē basi prioris triangule pyramidis equali ad minorē: illa fiet alteri equalis. sic fiet tres equales triangule pyramides totum ferratilem constituentes. constat itaq; totum huiusmodi ferratilem pyramidi sue basis esse triplum: quod est propositum.

**33** **¶** Latere basis triangularis dato: triangule pyramidis sup eam p̄stitute summā reperire.

**¶** Reperiatur triangularis lateris dati per sextā huius: in quē latus ipsum ducatur  $\tau$  habebimus ferratilē eque altū pyramidi cui adice duos equales triangulares puenietq; ferratilis duob<sup>9</sup> pyramide sue basis altior cuius tertā partem accipet p̄ precedentē habes pyramidis sup latus cōstitute summā atq; qd̄ ex triangulari lateris dati vna cū oībus suis inferiorib<sup>9</sup> triangularib<sup>9</sup> coaceruat: qd̄ ē p̄positū.

**34** **¶** Pyramidis totius summā reperire: cuius basis tetragona: eiusdemq; basis latus datum fuerit.

**¶** Et precedēs docuit dato triangularis latere qd̄ ex ipso  $\tau$  oībus sub eo cōtēntis coaceruat inuenire ita quoq; et p̄sens nos instruit dato tetragoni latere qd̄ ex ipso et omnibus sub eo p̄tēntis tetragonis coaceruat reperire. hoc enī est tetragone pyramidis summā reperire quod ostēditur. nam dato latere quero per sextā huius eius triangularem in quē vt in precedentē factū est duco latus p̄positū et p̄ueniet ferratilis eque atq; eius pyramis altus cui addo vnū consimiliū triangularum et pueniet ferratilis vno pyramide sue basis altior. detracta igitur p̄ precedentē inuenta basis pyramide: per tricesimā primā huius relinquetur tetragona pyramis cuiusquidē basis tetragona est atq; triangulari equilatera que scz est summa petita et p̄positum.



**35** **¶** Si duo ferratiles quorum bases triangulares proximi existant: et quorum altitudo vna: et lateri maioris equa fuerit: coniungantur: efficietur cubus.

**¶** Nam bases in ipsis equaliter scz secundum numerū lateris maioris ferratilis sunt multiplicatē  $\tau$  basis vnus et basis alterius cōiuncte per quintā huius tetragonū efficiūt cuius latus lateri maioris est equalis  $\tau$  secundus triangulus vnus secundo alterius cōiunctus per eandē tetragonū consimilē.  $\tau$  ita cōsequenter vt tot tetragoni equales superponantur sibiq; inuicē aptētur quot in latere sunt vnitates at cum ex illis figura sit constituta basim quadrangulā habens in longum latum et altum equaliter distensa per diffinitionem concluditur esse cubus.

**36** **¶** Si cuilibet cubo adiungatur basis sua et triangularis basi sue equilaterus: efficietur triplus sue pyramidi.

**¶** Sumo duos triangulares proximos quorū maior sit equilaterus tetragono cubi assignati et constituo per tricesimā huius super eos ferratiles quorū altitudo sit equalis lateri basis maioris qui duo ferratiles cōiuncti per precedentē equabūtur cubo assignato.  $\tau$  qz maior illorū ferratiliū est eā altus sue pyramidi: duplo ergo sue basis sibi addito per tricesimā secundā hui<sup>9</sup> fiet pyramidi sue basis triplus. at qz alter ferratilis est alteri eque altus: erit vno altior sua pyramide. basi igitur ipsi semel addita fiet eidē sue pyramidi triplus. at basis sua cum basi alterius per quintā huius faciūt tetragonū cubi: quare si predicto cubo addatur basis sua cū basi maioris ferratilis que est triangularis basi sue equilaterus: efficietur numerus pyramidi sue triplus: qd̄ erat demonstrandū. **¶** Sunt p̄terea collūne que vt ferratiles per tricesimā huius facile formabūtur et quarū summa ducendo basim in costā cognoscitur que qz facilia sūt autor omisit. sunt etiā numeri circulares qui proprā semp p̄ncipiū reuersione formantur. et eadē ratione spherē sphericorū cubi vt viginti quinque et triginta sex qui a radicibus



quinaria scz senaria nascuntur numeri circulares dicuntur et centum viginti quinque: sicut ducta decem et sex sphaere sphericorum cubi notant qui a radicibus quinaria et senaria in suos circulares quadratos ductis preantur. Sed quia hi numeri a paucis et constitutis numeris nascuntur quinario scz et senario et demonstrationis difficultatem non requirant: aut sicut cum ceteris quadratis et cubis normam obseruent: horum ampliozem determinationem auctor non ab re omisisse videtur.

Octaui elementorum Arithmetices Jordani finis.

**Qualitas est inequalitatis principium. Inequalitatis quinque sunt species: aut enim maior terminorum continet minorem aliquoties ut nichil supfluat: et dicitur multiplex proportio. aut semel tantum et eius aliquam partem: et supparticularis appellatur. aut semel et eius aliquot partes: et dicitur suppartiens. aut pluries et eius aliquam partem: et multiplex supparticularis vocatur. aut pluries et eius aliquot partes: et multiplex suppartiens nominatur.**

**Ab inozis quoque ad maiorem habitudo totidem species continet: que inter se sicut priores secundum denotantium diuersitatem variatur. Secundum partem aliquid multiplicare: est totam illius sumere partem: quota fuerit que multiplicat. Quodcumque aliud multiplicet: illud produci dicimus quod ita se habet ad multiplicatum: sicut multiplicans ad unum. diuidi dicitur aliquid per aliud: cum illud sumitur diuidens quod per idem multiplicatum summam diuisi restituat.**

**Inequalium numerorum maioris ad minorem ea est: que partis ab ipso minore de nominate: ad partem a maiore dictam proportio.**

Sint a et b numeri inequales: a maior et b minor. sintque d et e partes ab ipsis denotate b scz denotata ab b et e denotata ab a. dico eadem proportionem esse a ad b et d ad e. pono enim unum inter a et b quod sit c: et unum inter d et e quod sit f. et quia que proportio a ad unum ea est unius ad partem ab a denotatam: at ea est proportio f ad e. et que proportio c unius ad b: ea est partis denotate ab b ad unum. at ea est d ad f. igitur per vice similitudinem secundam et equam proportionalitatem indirectam que proportio a ad b ea est d ad e: patet scz a minore denotate ad partem a maiore denotatam. quod est propositum.

$$\begin{array}{r} \frac{4}{a} \\ \frac{2}{b} \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{1}{c} \\ \frac{1}{f} \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{2}{b} \\ \frac{4}{e} \\ \hline 1 \end{array}$$

**Partes quotlibet in partes equales redigere.**

Sint partes date a/b c: et numeri eas denotantes d/e f: et propositum sit reducere a b c in partes eiusdem denotationis atque equales. sumo per vice similitudinem tertiam minimum numerum quem numerant d e f: quod sit g numeretque ipsum secundum h/k l: et sit m pars denotata ab g. erit enim per precedentem ut g ad d: ita a ad m. at d numerat g secundum h: igitur et m numerabit a secundum h. et per eandem ut g ad e: ita b ad m. e autem numerat g secundum k igitur et m numerabit b secundum k. itidem et m numerabit c secundum l per idem. eruntque reducte partes ille in partes equales scz a in partes dictas ab g secundum h/et b in easdem secundum k/et c in easdem partes ab g dictas secundum l. at si a b c singule non sint pars: sed b sit partes et c partes idem eveniet. eruntque partes dicte ab g secundum h k l. et ducendo a in h pueniunt partes a dicte ab g. et ducendo b in k pueniunt partes b ab eodem numero dicte et ducendo c in l pueniunt reducte partes c dicte ab g. quas si una colligis collectum ostendit summam partium a b c ad eandem denotationem scz g reductarum.

$$\begin{array}{r} \frac{5}{d} \\ \frac{2}{b} \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{12}{e} \\ \frac{3}{k} \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{4}{f} \\ \frac{4}{l} \\ \hline 1 \end{array}$$

**Numerum cum parte vel partibus datum: in partes similes reducere.**

Sit a numerus: et b/c d partes date: et iubeatur primo a et b in partes similes reducere. duco numerum denotantez partem b in a. et quia b est pars unius et unum pars totius a: denotata ab a: ergo per vice similitudinem tertiam primum b est pars a denotata a numero qui sit ex ductu denotantis in se scz denotantis b: in a denotantem unius: partis scz a. duco ergo b in a et producat numerus denotans illam partem: et per diffinitionem multiplicans a secundum illam partem. capio ergo similes illi parti secundum productum numerum qui erit omnes similes partes a cui addo partem b et sit aggregatus et factus apparebit propositum. si iubeamur a numerum et partes b c et d in similes partes reducere: reduco primo per precedentem b c et a in similes partes. deinde ut prius duco numerum denotantem in a et pueniet numerus denotans illam partem quem ut prius compleo et cui addo numerum partium ad eandem denotationem reductarum: et efficiet propositum.

$$\begin{array}{r} \frac{4}{a} \\ \frac{2}{b} \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{2}{c} \\ \frac{8}{d} \\ \hline 1 \end{array}$$

**Quod sit ex ductu duarum partium unius in aliam: est pars denotata ab numero qui sit ex ductu duorum numerorum unius in alium illas partes denotantium.**

Sint a et b due partes: et numeri eas denotantes sint c et d: et ex c in d fiat e: et pars denotata ab e sit f. dico f esse partem productam ex a in b. erit enim ex diffinitione ut unum ad c: ita d ad e. sed et ut unum ad c: ita a ad unum. ergo ut a ad unum: ita d ad e. sed per primam huius ut d ad e: ita f ad b. at per diffinitionem ut a ad unum: ita productum ex a in b ad b. at f ita se habet ad b. est igitur f per diffinitionem quod sit ex a in b. quod est propositum.

$$\begin{array}{r} \frac{e}{c} \\ \frac{3}{d} \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{12}{e} \\ \frac{4}{d} \\ \hline 1 \end{array}$$

**Si plura quotlibet in aliquid ducantur: tantum productum si quolibet eorum ducatur in illud.**

Hec decime primi similis est sed color. sit numerus a c collectus ex a b c quod multiplicet d siue d sit numerus siue psvel ptes et pueniat e. et ex ductu a in d fiat f/et b in d fiat g/et c in d fiat h. dico f g h simul tantum esse quantum e. nam ex diffinitione erit unum ad a/et ad b et ad c: tanquam d ad f/et ad g et ad h. ergo per vice similitudinem tertiam secundam unum ad a b c: sicut d ad f g h. at per diffinitionem sicut unum ad a b c: ita d ad e. sunt igitur f g h simul quantum e. quod est propositum.

$$\begin{array}{r} \frac{15}{a} \\ \frac{4}{b} \\ \frac{5}{c} \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{28}{f} \\ \frac{55}{g} \\ \frac{42}{h} \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{105}{e} \\ \hline 1 \end{array}$$

**¶ Si duorum quodlibet in reliquum ducatur: que pducetur equa esse necesse est.** 6

**¶** Nec fere est octava pmi sed paulo cōior q̄ etiā ad minutias / fractionesq̄ se extendat. vt si a nūerus pars vel partes multiplicet b numerum ptem vel ptes et pueniat c: et b multiplicet a et pueniat d. dico c et d eē equalia. nā ex diffinitōe erit c ad b sicut a ad vñū: ergo pmutatim c ad a sicut b ad vñū. ergo ex puerfōe diffinitōis b in a pducit c. est igit̄ d q̄ fit ex b in a equū c. quod erat demōstrandū.

**¶ Producti ex duobus erit ad vtrūq̄ pportio a reliquo denoiata. q̄ si eius ad alterū fuerit pportio a reliquo dicta: idem ex ductu alterius in alterum pducetur.** 7

**¶** Ex duobus nūeris a in b pducatur c: dico pportioem c ad a eē denoiatam ab b: et pportioem c ad b esse denoiatam ab a. nam p pcedentē ex a in b fit c: et ex b in a fit etiā c. et p diffinitōem ea ē pportio b ad vñū: que c ad a. at pportio b ad vñū denoiatur ab b: igitur et pportio c ad a denoiabitur ab b. et p̄st̄ q̄: ex a in b fit c: p diffinitōem que pportio a ad vñū: ea est c ad b. at pportio a ad vñū denoiatur ab a: igitur pportio c ad b denoiabitur ab a. quod est ppositum. Cōuersum p̄simili puerfō modo pbabit. Et ex hac ad quēlibet numerum q̄ tūlibet multiplicem demōstrare possumus. capiēdo totum numerum ab vnitare quotus numerus multiplex ad nūerū sit petitus et ducēdo numerum ab vnitare totum acceptū in nūerum assignatū. et per p̄sentem totus pueniet ad numerū assignatū multiplex.

**¶ Quis pportio ex duabus cōposita: ex ductu vnus eaz in reliquam pducatur.** 8

**¶** Ducere pportioem aliquā in aliam: est ducere denoiationē vnus in denoiationē alius. hīc duas pportioes aliquā ppositā pducē: est denoiatioes illaz duaz pportionū denoiatioem ppositē pducē. Esto ḡ pportio c ad a pposita ex pportioib⁹ c ad b et b ad a. dico pportioes c ad a pducī ex ductu pportiois c ad b: in pportioes b ad a. capio enī d denoiantē pportiois c ad b et e denoiantē pportiois b ad a et f denoiantē totū c ad a. q̄ enī pportio c ad a denoiat ab f: ergo p sc̄am ptem pcedētī f in a facit c et p eadē e in a facit b. ergo p septimam sc̄i sicut c ad b ita f ad e: sed d est denoians pportioem c ad b per hypothesim. ergo p sc̄am partem pcedētis d in e pducit f denoians sc̄ vnus illaz pportionū in denoiatioes alterius pducit totus denoiatioem. quod est ppositum.

**¶ Trium p̄tinue pportioalium q̄ fit ex primo in vltim equū est ei: quod ex medio in se ducto pducitur.** 9

**¶** Nec fere in vicesima sexta secūdi mōstrata est: nisi q̄ hec paulo latior est / atq̄ hīc alio demōstrandī modo innititur. Sunt ergo a b c tria p̄tinue pportioalia / atq̄ ex b in se fiat d: et sit e denoians pportiois b ad a. dico equū esse q̄ fit ex a in c: et b in se. nā q̄ e denoiat pportioem b ad a: etiā denoiabit pportioem c ad b. ergo p sc̄am ptem penultime e in b pducit c. ergo p octauam secūdi q̄ pportio d ad c ea est b ad e: sed et p eadē sc̄am pte penultime a in e facit b. ergo per primam partem eiusdē: a denoiat pportioem b ad e: quare et pportioem d ad c. ergo a in c per eiusdē sc̄am ptem pducit d. constat igitur quod fit ex b in se: equū esse ei q̄ fit ex a in c. et p̄positum.

**¶ Si primum ad sc̄m sicut tertū ad quartū: quod fit ex primo in quartum: equale est ei q̄ ex secundo in tertium pducitur.** 10

**¶** Nec sīte q̄ vicesima quita secūdi pponit. Sit ergo pportio a ad b vt c ad d: et ex b in c fiat e. dico e in esse q̄tum q̄ fit ex a in d. sit enī f denoians pportioem b ad a: denoiabit etiā pportioem d ad c. ergo p sc̄az partem septime huius f in c p̄stituit d. ergo p octauam sc̄i e ad b sicut d ad f. sed et f in a per eadē sc̄am partem septime huius facit b: ergo p primā pte eiusdē a denoiat pportioem b ad f. quare et pportioem e ad d. per sc̄am ergo partem eiusdē a in d facit e. q̄ est ppositum.

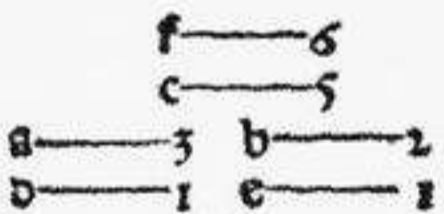
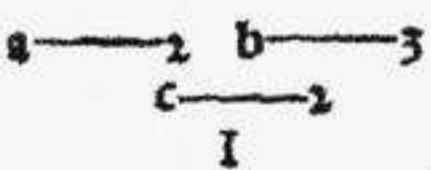
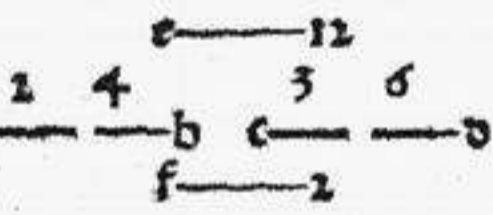
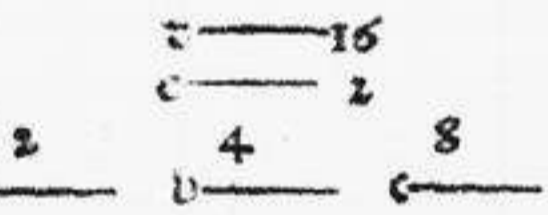
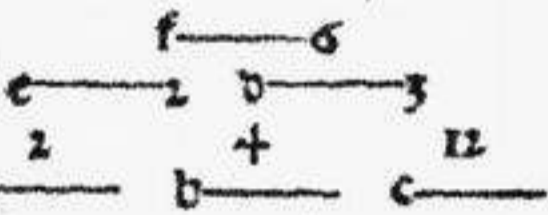
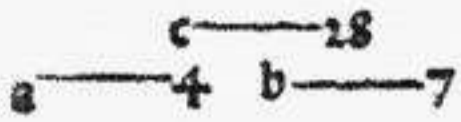
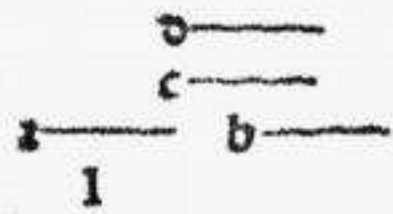
**¶ Si sc̄m alterz duorū nūerorum sumātur partes a reliquo dicte: erit ab eo quod ex eis pponit pportio eiusdem ad reliquum denoiata. vnde manifestum est q̄ oēs ille se habent ad vñum sicut reliquus ad denoiantem.** 11

**¶** Sint a et b duo nūeri: sumāturq̄ fm a ptes denoiate ab b: sitq̄ c cōpositum ex ip̄is. dico pportioem a ad b denoiari ab c. nam q̄ tot sunt in vno partes siles: quot sunt vnitates in b. erit vt sicut a ad b: ita partes ille ad vñum. sed vñū in illis pducit ip̄m c: ergo p septimā huius pportio c ad vñum denoiat ab c cōposito ex ip̄is partibus. ergo et pportio a ad b ab eodem denoiatur. Correlarium ex modo demōstrandī notum est. pponerat enī hūc esse notū sicut c ad vñū: ita a ad denoiantem b qui p̄stus erat denoiare c. et hoc fuit ostensum.

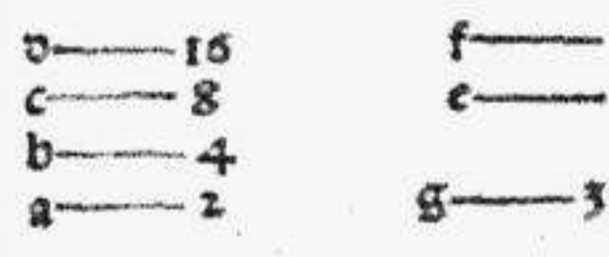
**¶ Que a p̄tra se primis partes denoiantur: vnā non cōstituūt.** 12

**¶** Sint a et b numeri p̄tra se p̄mi: et aggregatus ex ip̄is sit c qui p nonam tertij est primus ad vtrūq̄ a et b: et sit d pars denoiata ab a / et e pars denoiata ab b. dico d et e nō p̄stituere partem vnā. duco enī a in b: et pueniat f qui p vicesimāquārtam tertij est mīmus quē nūerant a b: qui et idem f per decimam eiusdē tertij est primus ad c. et p sc̄am huius: d est reducte ptes denomiante ab f et sumpte fm b. et e reducte partes denoiate ab f et sumpte fm a. quare d et simul sunt ptes denoiate ab f: et sumpte fm c. quare per correlarium pcedentis d et simul ad vñū: sicut c ad f. at c nō est ps f: cū ip̄i mōstratus sit esse primus: igitur neq̄ d et pars vnus. non p̄stituūt igitur d et partem vnā. q̄ est ppositum.

**¶ Si a quotlibet nūeris numeroz ab vnitare pportionalium partes denominent: vnā ex eis componi est impossibile.** 13

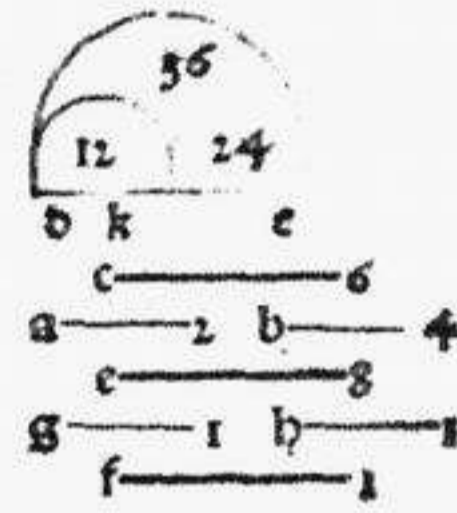


**S**int a b c d numeri ab unitate continue proportionales: et a quotlibet eorum ut c d denominetur e et f scz e ab c/ et f ab d. dico e et f non constituere partem unam. et sit g aggregatum ex a et unitate. qz eni c numerat d manifestum est pvicefimam quintam tertij d e minimum numerum quem nuerant c d. at p vicefimam quintam secundi c numerat d scdm a: et d seipm fm unitatem. et per scdam huius e est reducte ptes denoiate ab d et sumpte fm a. et f est pars denoiata ab d sumpta scdm unitatem. igitur e f simul est ptes denoiate ab d sumpte scdm g. quare p correlariu penultime huius e f simul ad unu ut g ad d. sed g non est pars d. nam si g sit numerus primus et numeraret d: p vicefimam septimam quarti etiam numerabit a totu scz suam partem. qd est impossibile. et si g sit compositus: ergo p scdam tertij ab aliquo pmo nuerabitur qui p vicefimam tertiam primi nuerabit d. quare p vicefimam septimam quarti numerabit a: et etiam nuerat totum g. ergo p duodecimam pmi numerabit residuu: numerus scz unitate. qd est impossibile. non est igitur g pars d: quare neqz e f pars unius. non igitur e f constituunt partem unam. quod est propositum.



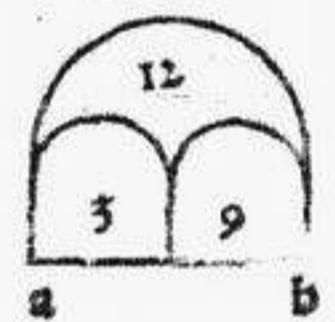
**P**artes a duobus numeris dicte sic se habent ad partem a numero ex eis opposito denoiata: sicut quadratum oppositi ad numerum qui ex ductu unius in alterum producit.

**S**int a et b duo numeri: et c ex ipsis oppositus: sitqz d quadratus c. et ducatur a in b et fiat e. et sit f ps denoiata ab c. et sit rursus g ps denoiata ab a: et h pars denoiata ab b. dico ut d ad e: ita g et h ad f. duco eni c in a et fiat k/ et c in b et fiat l. eruntqz p novam primi k et l sit tanqz d. intelligo ergo sex numeros e/k/f/h/l/g quoz dico e ad k primu ad scdm: sicut f ad h tertiu ad quartu. Itē e ad l pmi ad quintum sicut f ad g tertiu ad sextum. nam p septimam secundi e ad k tanqz b ad c. sed p primam huius b ad c tanqz f ad h. est igitur e ad k tanqz f ad h. Item per eadem septimam secundi e ad l tanqz a ad c. sed p primam huius a ad c tanqz f ad g. est igitur e ad l tanqz f ad g. ergo p vicefimam tertiam secundi e primus ad k et l simul scdm scz et quintum tanqz f tertius ad g et h simul quartum et sextum. at k et l simul sunt d: igitur d ad e tanqz g et h simul ad f. quod est propositum.



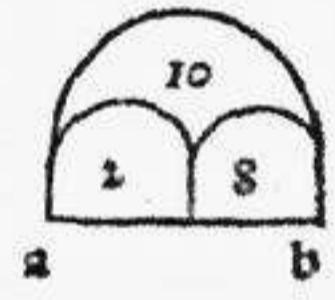
**S**i duo numeri componantur fueritqz compositi ad alterum multiplex proportio: erit reliquus alteri equalis aut multiplex.

**S**it numerus a b compositus ex duobus a et b: sitqz compositus a b multiplex ad a. dico b e equalē a vel eidem multiplicem. nam cu a b sit multiplex ad a: ipe a numerat totu a b et seipm etiam detractum numerat. ergo p duodecimam primi numerat b residuum. qz si semel a numeret b: ipe a erit equalis b. at si a multoties numeret b: erit per diffinitionem b multiplex ad a. quod est propositum.



**S**i totius ad alterum fuerit proportio supparticularis: erit illius ad reliquum similis denominationis proportio multiplex.

**P**roportio tota supparticularis aut tota multiplex dicitur quotus fuerit supparticularis aut multiplex: ut primus supparticularis est sesquialter et sequitur p ordinem sesquialterus/ sesquiquartus. et ita deinceps fm numeroz seriem. et primus multiplex est duplus: et sequitur p ordinem triplus/ quadruplus/ quicuplus: sicqz deinceps fm seriem numeroz. sit a b totus numerus constitutus ex a et b: sitqz a b supparticularis ad b. dico b totu esse multiplicem similisqz denoiatiōis ad a. nam qa compositus a b supparticularis ad b addit sup b numerum a: ergo p diffinitionem a est ps aliqua b. at quota fuerit a pars b totus est a b supparticularis ad b. et quota pars a fuerit b totus erit b multiplex ad a. per diffinitiones igitur quota fuerit proportio supparticularis a b ad b: tota erit b ad a proportio multiplex. quod est propositum.

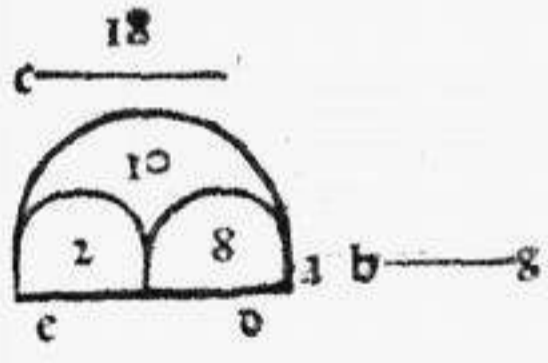


**S**i alterius ad alterum fuerit proportio multiplex: erit totius ad ipsum proportio superparticularis.

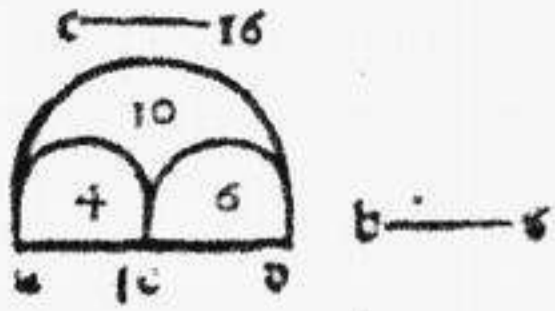
**H**ec est pversa pcedētis. ut sit b ad a proportio multiplex: dico compositi a b ad b totam eē pportioem supparticularem. nam qz b est multiplex ad a: erit a p diffinitionem aliqua ps b. at tota ptem b addit a b sup b. nam addit a. igitur quota fuerit b ad a proportio multiplex: tota erit a b ad b proportio supparticularis. quod intenditur.

**S**i maioris ad minorem fuerit supparticularis vel multiplex supparticularis: proportio: oppositi ex eis ad minorem multiplex supparticularis: ad maiorem vero suppartiens erit proportio.

**S**it a maior numerus/ et b minor: et sit a ad b proportio supparticularis: et sit c compositus ex a et b. dico c ad b pportioem esse multiplicem supparticularem: et c ad a pportioem eē suppartientem. capio eni ab a maiore numero partem equalem b que sit d: et residuu sit e. quia eni a est supparticularis ad b: manifestum est a addere sup b qrtum est e: et e esse partem b. et qz c est qrtum e d et b: et d b duplum est ad b cui sup addit c qrtum e e. igitur c addit sup b duplu ad b et qrtum est e pars eius aliqua. et tinet igitur c bis b et totam eius partem quota est e. est igitur p diffinitionem c ad b multiplex supparticularis. qd est primum. Sed et c ad a eē suppartientem ostēditur. nā cum b sit minor a et nō sit pars a/ alioquin a ad b eē proportio multiplex. qd est ptra hypothesim. ergo p primam pmi b est partes a. sed c addit sup a qrtum est b. erit igitur c tines a et partes eius: ad a proportio suppartiens. quod est propositum. Et si maioris ad minorem fuerit proportio multiplex supparticularis: oppositi ad minorem eē multiplicē supparticularem et ad maiorem esse suppartientem eadem demonstratio est accepto maiore numero multiplicē supparticulari ad minorem.



**S**i maioris ad minorem fuerit proportio suppartiens vel multiplex suppartiens: erit compositi ad maiorem suppartiens: ad minorem vero multiplex suppartiens proportio.



**C** Sit a ad b suppartiens: et ppositus ex a et b sit c. dico c ad a esse suppartientem: et c ad b esse multiplicem suppartientem. Sumo eni ex maiore a: numerum d equalem b: sitq; e residuus qui qz a est supparties ad b: p diffinitionem erit partes b. et qa c est tanq; e d et b: et d b duplum est ad b: addet c q; tum est e sup duplum b. et emonstratus est esse partes b: ergo c p;inet b aliquoties et ptes eius. est igitur p diffinitionem c ad b multiplex suppartiens. qd est p;entis theorematiss scdm. Primum aut q; c sit supparties ad a patet. nam qa e est partes b erit vt b sit partes a: alicuin a cet multiplex ad b. qd est p;tra hypothesim. at c addit sup a q; tum est b. est igitur c ad a suppartiens. quod est propositum.

**C** Dis ppositi ad maiorem pponentiu supparticulari vel supparties: ad maiorem x0 20  
multiplex/multiplex supparticularis vel multiplex supparties pportio reperitur.

**C** Primum q; ppositus ad maiorem pponentiu sit supparticulari aut supparties patet. na ppositus addit super maiorem pponentium q; tum est minor qui per primam primi erit pars vel partes maioris si pars maioris per diffinitionem ppositus ad maiorem pponentium est supparticularis. si partes erit suppartiens. multiplex aut ad maiorem nunq; ee potest. Scdm q; ppositus ad maiorem sit multiplex/multiplex supparticularis aut multiplex suppartiens ostenditur. na maioris pponentiu ad maiorem pportio: a diuisione aut est multiplex aut supparticularis aut suppartiens aut multiplex supparticularis aut multiplex suppartiens. Si aut maioris pponentium ad maiorem pportio sit multiplex: cu minor maiorem numeret et etiam scipm ipse aliquoties sumptus nserabit totu. quare tuc ppositus erit multiplex ad ipm. et si maior ad maiorem sit supparticularis aut multiplex supparticularis p decimam octauam huius compositus ad maiorem est multiplex supparticularis. et si maior ad maiorem sit superparties aut multiplex supparties: per decimanenam huius erit copositus ad maiorem multiplex superparties. est igitur totum propositum notum.

**C** Quocunq; maioris ad maiorem pportio multiplici addatur: tota erit aut multiplex/ 21  
aut multiplex supparticularis/ aut multiplex suppartiens.

**C** Sit quecuq; pportio multiplex data: et alia quecuq; maioris ad minus: que p sextam quinti p;inertur in minimis terminis a/b/c. ita vt a ad b sit data pportio multiplex: et b ad c sit altera maioris hitu dinis. dico tota pportioem a ad c esse multiplicem aut multiplicem supparticularem aut multiplicem suppartientem. nam qz a est maior b/ et b maior c/ et a ad b pportio est multiplex: per nonam scdi pportio a ad c maior est pportioe a ad b. ad it igit pportio a ad c sup pportioem a ad b vel nserum. sicq; tota erit multiplex vel partem aut numerum cu parte: et sic erit multiplex supparticularis: vel partes aut numerum cu partibus et sic erit multiplex suppartiens. est itaq; notum quod dicitur.

**C** Si due multiplices coniungantur: composita erit multiplex. 22

**C** Nam vtraq; a numero denotaf: que p si alter in alteri mducatur pueniet nserus a quo p octauam huius denotatur composita: quare erit multiplex. quod est propositum.

**C** Data multiplice supparticularem inuenire: que cu illa multiplicem constituat. vnde 23  
perspicuum est ex qualibet multiplice cu tota supparticulari: multiplicem vno maioris denotationis puenire.

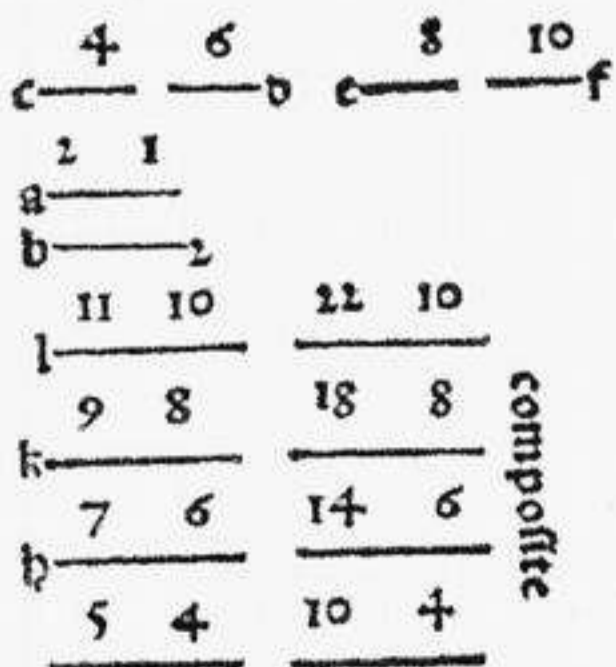
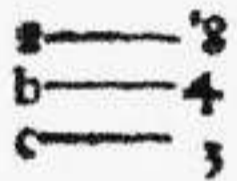
**C** Multiplices et supparticulares tete dicuntur: quaz denotatio multiplicis et denotatio partis superparticularis ab eodem nsero sumitur. vt tripla et sesquialfa. de pla eni a duobus et sesquialfa s. milie sumitur. nam sesquialfa p;inet totum et vnam scda. tripla et sesquialfa/ quadrupla/ et sesquiquarta: sicq; deinceps. Sit a quecuq; multiplex pportio data et b numerus eam denotans: et sit c pportio supparticularis cuius numerus d denotet partem. sitq; d equalis b. et sit e totalis t;rofiatio pportiois supparticularis c: quequid denotatur ab vno et numero partis. et qz vnu in b facit b et pars denotata ab b in b facit vnum: q; tota denotatio e ducta in b facit nserum vno maiorem b qui sit f: et qui p octauam huius est denotans pportiois compositae ex a et c. est igitur pportio pposita ex a et c: a numero scz denotata: multiplex. et quia numerus denotans compositam est vno maior numero denotante pportioem a: ex hoc correlatum et totum propositum notum est.

**C** Data supparticulari quolibet multiplices reperire: quaz quolibet cum illa multi- 24  
plicem componat.

**C** Sit eni a data pportio supparticularis et pars que cum vno eam denotant sit b. capio quequet multiplices voluero: quaz cuiuslibet numerus denotans: sit totu ad b/ et b pars. et ex mo demonstradi pcedentis a: cu qualibet illaz multiplicum pstituet multiplicem/ efficieturq; propositum.

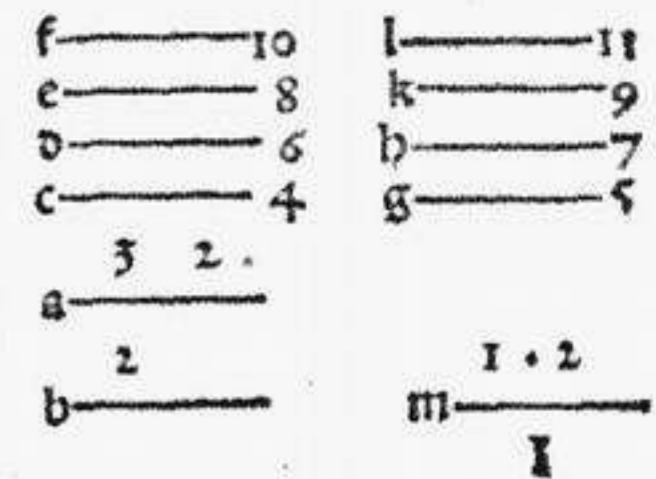
**C** Data multiplice quolibet sumere supparticulares: quaz quolibet cum ea efficiat 25  
multiplicem supparticularem.

**C** Sit a data pportio multiplex ad qua iubemur quolibet supparticulares inuenire: quaz quolibet cu ea pstituat multiplicem supparticularem. capio b numerum denotantem pportioem multiplicem a: et sumo c/d/e/f et quotquot voluero multiplices ad b: et ptes ab ipis denotatas p ordinem. et capio supparticulares denotatas a ptibus c/d/e/f: que sint g/h/k/l quaz quolibet cu data multiplice dico constitutere multiplicem supparticularem. nam qa g supparticularis sumpta ab c et sua parte: denotaf a toto c et parte denotata ab c. et b in toto c semel pstituit multiplicem: et in parte c pstituit totam ptem quota ps ipe ppositus sit ad c. pposita g ex a data multiplice et g supparticulari sumpta a pte c pstituit multiplicem supparticularem. et eadem rone pposita ex a et h/ et ex a et k/ et ex a et l. qd est propositum.



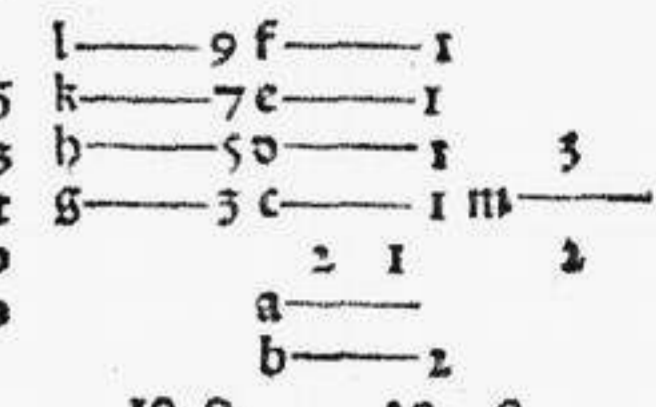
26 Quotlibet multiplices inuenire: que cū data supparticulari multiplicem supparticularem constituent.

Sit a data supparticularis / z b numerus denoiāns eius ptem / z m tota eius denoiatio cui q̄libet multiplices supassumatur: vt quoz nūeri denoiāntes sint c / d / e / f: manifestū est per vicesimātertiam hui⁹ b in c / z in d / z in e / z in f p̄stituerē nūerū multiplicisq; denoiatiōez. capio ergo g / h / k / l totidem multiplices vno maioris denoiationis. et q; g addit vnū sup multiplicē c: s; ergo m totalis denoiatio p̄portiois supparticularis ducatur in g. pueniet numerus cū parte denoiata ab b: quare p̄portio multiplex supparticularis. vt in presenti figuratiōe pueniret p̄portio septupla / sesquialta. et ita de h / et k / z l demonstrabis.



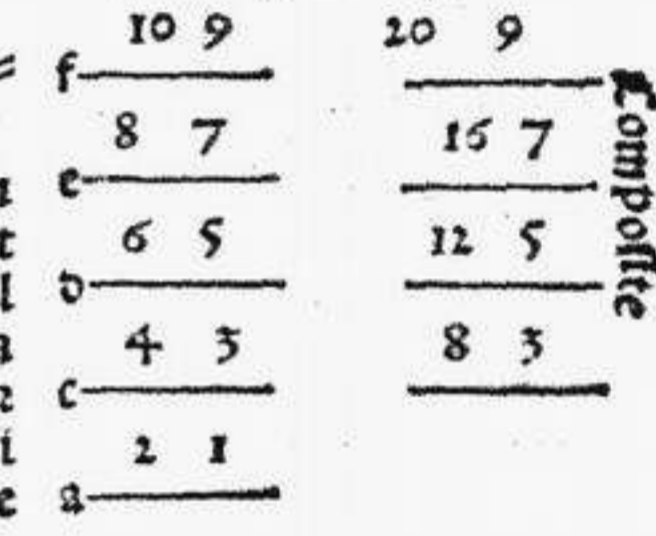
27 Data multiplice quotlibet supparticulares inuenire quaz quelibet cū eadem multiplicem suppartientem componat.

Sit a data multiplex / z b numerus ipam denomiāns: sumo quotlibet numeros eo maiores sed nō multiplices qui sint g h k l et partes ab ipsis denomiāte sint c d e f. vt c sit denoiata ab g / z d ab h: sicq; p̄sequēter. dico q̄ b in c / in d / in e / z in f non partem sed partes p̄ducit. nam si ducas b in c z pueniat m ptes denoiate ab g: p correlariū vndecime hui⁹ q̄ p̄portio b ad g: ea ē m ad vnū. sed p̄ hypothesim b est ptes g: igit̄ z m est ptes vnus. et ita si b ducas in d z e z f. puenient ptes. itaq; supparticulares ab illis partibus dicte cum data multiplice quelibet p̄stituet multiplicem superpartientem.



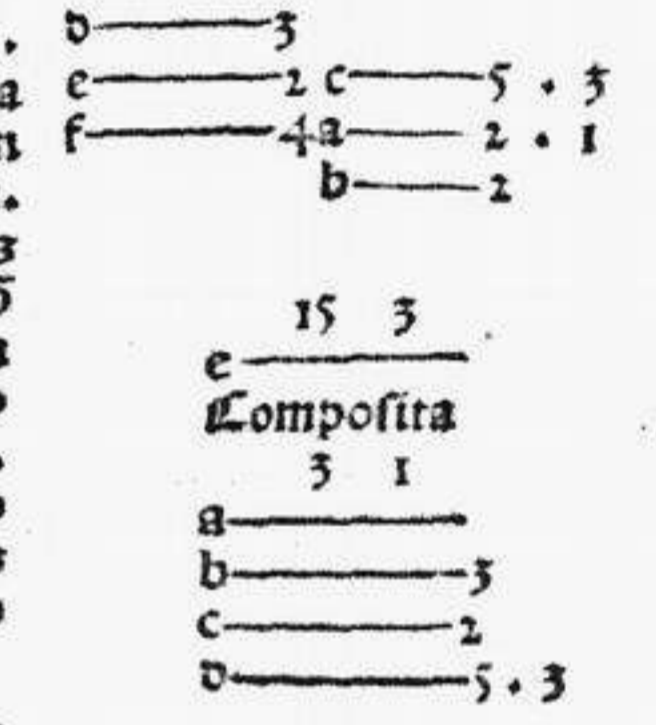
28 Sola supparticularium sesquialtera: est q̄ cū nulla multiplice / multiplicem suppartientem producit.

Nam q; sesquialta denoiatur a sc̄ba que est vnus dimidiū et dimidiū in oēm numerum ductum aut vnū p̄ducit aut numerum aut dimidiū addit. nam binarius oēm nūerū numerat aut supfluit vnitas ergo denoiāns partis sesquialte in denoiāntem multiplicis: aut multiplicem p̄ducet / aut multiplicem supparticularem. non itaq; cū multiplice multiplicem suppartientem p̄ducet. at q̄ oīs alia supparticularis cū aliqua multiplice multiplicem suppartientem efficere possit hinc cognoscitur. q; si sumas numerum denoiāntem / multiplicem vno minorem numero denoiāntem partem date supparticularis ex precedēte efficies p̄positum. potes z primam partem facile et modo demonstrandi vicesime sexte huius cognoscere: quē admodum secundam partem ex precedente cognoscis.



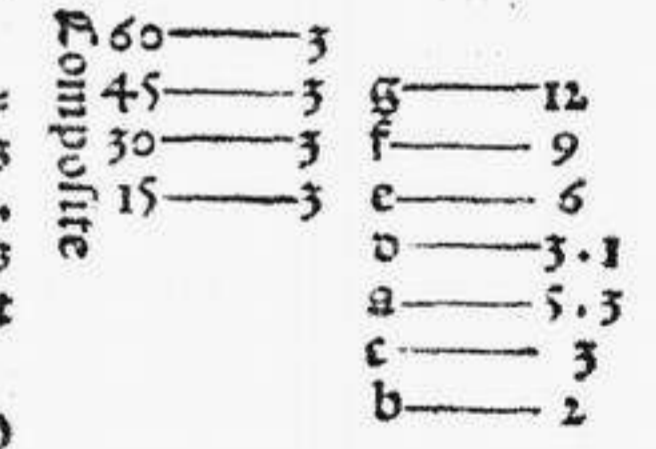
29 Sola multiplicium dupla: cū nulla suppartiente multiplicem efficit p̄portionem.

Hec p̄ponit duplam cū nulla suppartiente multiplicem p̄stituere z oēm aliā multiplicem cū aliqua suppartiente: posse multiplicem constituere. Primum patet et sit a p̄portio dupla et b numerus ipam denoiāns: sitq; c quecūq; p̄portio suppartiens. dico a cum c non constituere p̄portioem multiplicem. Sumo enī partes c q̄ denomiāntur ab d et numerētur ab e: et duco b in illas partes z pueniēt partes siles z numerate a numero qui sit ex binario: id est b in e. sit ergo nūerū illaz partium f: quē dico nō esse numerum. nam nō erit equalis d: q; e numeraret d. neq; d ipm numerabit. nam fm vnitatem non numerabit: q; eēt ei equalis. neq; fm binarium q; d et e equarētur. neq; fm maiorem binario: quia d maior est e. cū ergo b in e denoiāns in partes alius non p̄stituatur numerum non p̄ducetur multiplex. Sc̄dm patet nam data quacūq; alfa multiplice vt a: capio b numerum ipam denoiāntem quem facio aliquaz partium denoiāntem: et sumo numerum partium vno minorem b qui sit c: sitq; d supparties partium c. dico a et d simul p̄stituere multiplicem. nam q; b est denoiāns a et denoiāns p̄tū d: ideo b in c p̄stituet nūerū. denoiābitur itaq; cōposita a numero: quare erit multiplex. q̄ est p̄positum.



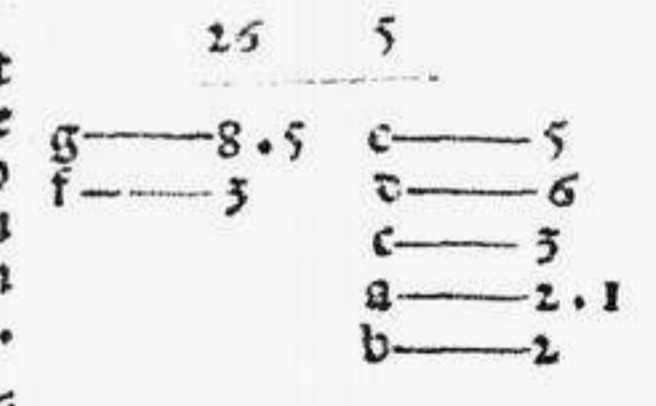
30 Data superpartiente multiplices quotlibet reperire: quaz quelibet in illam ducta producat multiplicem.

Sit a data suppartiens: et numerus partium sit b: z nūerū illas denoiāns sit c. capio p̄mo multiplicem que denoiatur ab c que sit d: deinde que denoiatur ab multiplicib⁹ c quotquot voluerō: sintq; sui denoiāntes e f g. dico a datam suppartientez cū qualibet multipliciū d e f z g p̄stituere multiplicē. nam b in c p̄stituet numerum z in e etiā numerum q; duplum et in f triplū z g quadruplum acceptis sc̄z per ordinem multiplicibus denoiāntis c. ergo supparties a cū qualibet illaz multipliciū cōstituit multiplicem. quod est p̄positum.



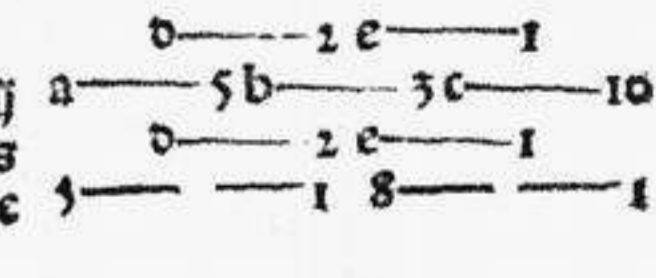
31 Quotlibet suppartientes / quaz quelibet cum p̄posita multiplice multiplicem supparticularem constituat / inuenire.

Sit p̄posita multiplex a cuius numerus denoiāns sit b: sumo quēlibet nūerū maiorem b qui sit c. et duco b in c z fiat d. et capio e minorem vno d. capio item partes denoiatas ab e fm nūerū c que sint f. qm̄ enim b in c p̄stituit d: ideo b in f cōstituet siles partes fm numerum d. at ipē fm numerum d sumpte faciūt vnū z vnā amplius. sit itaq; g suppartiens denoiata a p̄tibus dictis ab e z sumptis fm numerum c q̄ (q; b in f p̄stituit numerum z partem) eadem supparties cū a p̄stituet supparticularem z quotq̄t voles eadem rōne tibi sumas suppartientes q̄ cū a p̄stituent supparticularem. q̄ est p̄positū.



32 Multiplices aliquot sumere: que in datam supparticularem ducte: p̄creent multiplices superparticulares.

Sint a z b mīmi fm̄ni date p̄portiois suppartientes: qui q; sunt p̄tra se p̄mi quero p̄ vltimā tertij multiplicem a q̄ addat sup multiplicem b vnitatem que sit c: sitq; nūerū fm̄ quē a numerat c nūerū d. sumo vnitatem que sit e. eritq; d ad e multiplex denoiata ab d. at per demonstratū in principio tertie



10 — 3  
 25 — 3  
 40 — 3  
 Composita.

b — 5    c — 4  
 a — 2  
 e — 10    d — 14  
 f — 7  
 g — 17 — 10  
 34 — 10  
 Composita.

f — 10    50 — 3  
 e — 7    35 — 3  
 d — 4    20 — 3  
 Composita  
 a — 5 — 3  
 b — 3  
 c — 2

c — 6 — 4    12 — 4  
 b — 3 — 2    6 — 2  
 a — 2 — 1    Composita.

16 — 3    c 8 — 3  
 10 — 3    b 5 — 3  
 Composita. a 2 — 1

k — 10  
 h — 9  
 g — 8  
 f — 7  
 e — 6  
 d — 5  
 c — 4  
 b — 3  
 a — 2  
 1

quinti pportio composita ex a ad b et d ad e est que est inter pductum ex b in a: ad pductum ex e in b: at e in b facit b: et d in a facit c continens aliquoties b et eius vna partem. nam positus est c maior vnitare multiplice ad b. igitur pposita ex data suppartiente et multiplici d ad e est multiplex supparticularis: quod intenditur. et ita qualibet aliam inuenias.

**Suppartientes quotlibet que cu data multiplice pficiant suppartientes multiplices: 33**  
 inquirere.

**Sit a denotans multiplicem: sumo duos numeros c et d quorum vnus non nueret alium: sitq b maior et primus ad a per vltimam tertij quero multiplicem ad a: qui addat sup multiplicem b numerum c. sitq huiusmodi multiplex ad a numerus d que numerat a fm f: et multiplex ad b sit e. dico suppartientem cuius denotans partium sit e multiplex b: et nuerus partium sit f esse vnam suppartientem q queritur. nam a in f partes illas ductus siles partes pducit: quaz numerus est d: ideo numerum pducunt sed et supfluit partes fm numerum c que non numerant b: ergo a et suppartiens pti f denotataz ab e que sit g constituent pportioem multiplicem suppartientem. et hoc pacto quotquot voles quere.**

**Proposita suppartiente multiplices perscrutari: que cum eadem multiplices suppartientes constituent. 34**

**Sit a suppartiens data et b denotans ptes: exo numerus partium: et sit d maior b vno/ducaturq c in d et pueniet multiplex b: et insup totidem ptes. quare multiplex denotata ab d cum suppartiente assignata a pstituet multiplicem suppartientem. et ita fiet si qlibet multiplice ad b maior vno sumaf vt e et f. Reqz has ppones que inuentionem pponit accuratius exequi curauit: que vbi exactior psecutio facta fuisset etiam legentibus allatura fuisset fastidium.**

**Supparticularis et simul multiplex supparticularis cum eadem multiplice: similes 35**  
 producant proportionem.

**Sit a pportio multiplex/ et b pportio supparticularis/ et c pportio multiplex supparticularis sit. Dico pportioes compositas ex b et a: et ex c et a esse siles. nam cu supparticularis denotetur ab vno et parte/ et multiplex supparticularis denotetur a numero et eadem parte: numerus igitur multiplicis in vnum et numerum ductus seip facit numeru. addito igitur vtrobiqz qd sit ex eodem multiplicis nuro in partem que sup est si cum vno nuerum facit et cu reliquo facit eudem: et si cum vno pars vel partes supfluit: itidem et cum reliquo. quare puenient siles pportioes. Id tamen aduerte q si qntitas denotatiōis crescit in altera pductaz qd maxime in suppartientibus accidere solet: non tñ inde genus pportionis mutabitur.**

**Quacumqz pportioem suppartiens cum multiplice constituit: eiusmodi etiā cum eadem efficiet simul multiplex suppartiens. 36**

**Sit a multiplex: b suppartiens quecuqz: et c simul suppartiens multiplex. dico b et a simul/ item c et a simul similem constituere pportioem. huius vt precedentis demonstratio est.**

**Si ab vnitare numeri continue disponantur: et singuli ad primos descendo consistantur: fient oēs supparticulares proportionem: tanto minores qto remotiores. ad vnitatem vero omnes multiplices: tanto minores quāto ppinquoiores 37**

**Sint a/b/c/d/e/f/g/h/k numeri ab vnitare continue sumpti: dico pmo k ad h esse supparticularem proportionem. et h ad g. et g ad f. sicqz deinceps vsqz ad vnitatem. et k ad h minorem esse pportioem q h ad g et cetera inferiores. et h ad g minorem q cetera inferiores. nam cu vnitatis sit cuiuslibet nueri pars: et quilibet superiorum addat vnitatem ipsam tñ excludendo sup primum inferiorem: ergo per diffinitionem k ad h et h ad g atqz ita deinceps: est pportio supparticularis. et quia per conceptioem pars ea minor est que maiorem habet denotationem et vnitatis similiter per conceptioem sit cuiuslibet numeri pars ab ipso denotata: ergo pportioes ille ab vnitare remotiores: que a minori parte denotantur sunt minores. et quāto ipsi vnitati ppinquoiores a maiori parte denotantur: quare tum crūt maiores. et si tota series numerorum esset ordiata: oēs supparticulares specte quidem habite essent non aut fm numerum accepte. nam ea pportio que est ternarij ad binarium: est senarij ad quaternarij et duodenarij ad octonarium: non tamen due vltie in ordine proximorum numerorum essent accepte. Secūdo dico omnes cōsimiliter pntue ad vnitatem sumptas esse multiplices tanto minores qto ipsi vnitati viciniore. nam a primus post eam nuerus bis eam pntet et b ter et c quater. et ita psequēter fm oēs species multiplicium sed et pntue a maiore numero denotaf multiplex. et qto vnitati viciniore a minore: nullus enim binario minor est. est igitur cognitum quod erat demonstrandum.**

**Si a cōmuni angulo naturalis series numerorum in longum et latum extendatur: et ipsis inuicem multiplicatis: et qui pueniūt in angulari cōuentu positus: si singulorum ordinum ad primum fiat collatio ordo cōtinuus multiplicium pcedet: si ad primos pterqz ad primum ordo supparticulariū. et qui circa diametrum collocati sunt: oēs erunt quadrati. qui vero his hinc inde pxiimi: sunt altera parte longiores. 38**

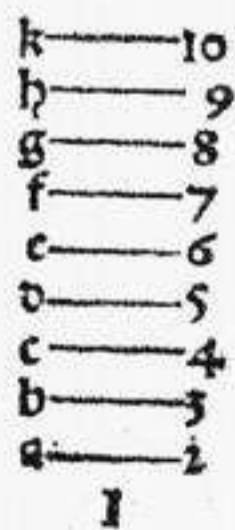
**N O N G I T U O .**

N O N G I T U O .	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Compartio vbiq; ad primā
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	Dupla ad eandem.
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	Tripla ad eandem
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	Quadrupla ad eandem
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	Quincupla ad eandem.
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	Sescupla ad eandem.
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	Septupla ad eandem.
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	Octupla ad eandem.
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	Noncupla ad eandem
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	Decupla ad eandem.
										Sesquimonia	
										Sesquioctaua	
										Sesquiseptia.	
										Sesquisepta	
										Sesquiquinta	
										Sesquiquarta	
										Sesquitertia	
										Sesquialtera.	
										Dupla.	
										trifeca primū	
										lōgatio ab als	

Formata ergo hac mēsula Pythagore et dispositisvt pponit propositio numerorū ordinibus: dico pmo q si singuli ordines ad primum comparētur puenire per ordinem mltiplices. nā cum vnitas sit caput prime linee: et secūde linee caput pmutusq; numerus sit binarius. est ergo primus numerus scbe linee pmo numero duplus et pmutus multiplex. et quia binarius multiplicat omīs nūeros prime linee: et ex multiplicatione p̄tinue scda linea p̄creat et secūdus numerorū ordo. ergo p̄ diffinitōem quoties vnitas in binario toties p̄tinue singuli p̄mi ordinis in singulis secūdi existunt. igitur singuli secūdi ordinis ad singulos p̄mi dupli sunt atq; eque mltiplices. et qz primus tertij ordinis est triplus p̄mo p̄mi qui est vnitas et ex p̄tinua multiplicatione singulorū p̄mi ordinis per ipm̄ producitur singuli tertij ordinis: ergo p̄ idē qd̄ prius singuli tertij ordinis sunt tripli ad singulos p̄mi ordinis. hac qz rōne pbabis singulos quartū ad singulos p̄mi esse quadruplos/ et quinti quincuplos: sicq; deinceps. Secūdo dico q si fiat comparatio tertij ordinis ad scdm/ et quartū ad tertium/ et quintū ad quartum/ et sextū ad quintum: et ita p̄sequēter p̄tinue supparticularium ordines surgere. nam p̄tinue videmus singulos horū et singulos illoz ex ductu duoz p̄rimoz numerorū descēdendo ab vnitate sumptoz in eos enasci. at per p̄cedētem illi numeri p̄tinue seriem supparticularium complent. igit̄ et singuli postioris ordinis ad p̄riorem ordinem s̄sem retinebunt p̄portioem. qd̄ est scdm. Tertio dico nūeros qui constant circa diāmetrum esse quadratos. illi enī sunt quoz caput est vnitas: et supremus est oīm maximus quasi lōgissima linea: et numerorū ordines quasi ex equo p̄ medium secātes. quos dicimus esse quadratos. nam illos p̄tinue videbis ex lateribus equalibus p̄ductos vno sp̄ fm̄ nūerorū seriem crescentibus. erūt igit̄ oēs quadrati. et si lineas ad eoz latera equidistāter p̄traxeris: p̄tinue quadra tam cōclūdes figuram. Quarto dico numeros hinc et inde quadratis altrifecus prime adiacētes: esse altera parte longiores. nam oēs illi fm̄ numerorū seriem p̄ducūtur ex lateribus vno distātibz: q̄ vnum eoz latus sit quadrati latus: et alterū sit vno latere eiusdē quadrati minus. sicq; tota cognoscit̄ p̄positio. Et ex hoc qz notum eē potest q si singuli altera parte lōgiores singulis quadratis quibus altrifecus circūstunt comparētur: a p̄portione dupla oēs supparticularium species p̄creantur: vt duo primus altera parte lōgior vnitati primo quadrato cōparatus est duplus. et 6 altera p̄te longior ad 4 scdm̄ quadratum relatus per scdam partem huius est sesquialter. et 12 tertius alfa parte lōgior ad 9 tertium quadratū p̄ idem est sesquiquintus: et hoc pacto p̄sequēter. Et idem de supparticulariū speciebus euenerit: si primum altera parte longiorem secūdo quadrato/ et scdm̄ alfa parte lōgiorē tertio/ et tertium quarto. et hoc pacto deinceps comparaueris. Et rursus si primum altera parte longiorem inter primum quadratū et scdm̄ collocaueris: similis p̄portionū habitudo seruetur/ eritq; cōtinue p̄portio dupla. Et si scdm̄ alfa parte longiorem/ inter scdm̄ quadratum et tertium collocaueris: p̄tinue sesquialfa habitudo seruetur ex prima et scda parte huius. et ita p̄sequenter reliquas supparticulariū p̄dictas h̄itudines reperias si reliquos lōgilateros nūeros suis quadratis medios inflexueris: ex quibus digna illa p̄templatio ad Pythagoricā et Platonīcam intelligentiam momētum habens q̄ de quadratis et alfa parte longioribus diuus Severinus 33 capite scdi sue Arithmetices elegantissime affert: vel perspectissima esse potest.

39 Si supparticulares ab vnitate sumātur: binis et binis disūctim p̄iūctis prima multiplicium: ac consequēter oīm supparticularium species p̄uenire cōueniet.

Sint a/b/c/d/e/f/g/h/k p̄tinue ab vnitate sumpti supparticulares numeri: et p̄iungātur disūctim binū et binū scz c a. e c. g e. et k g. dico c ad a esse primam multiplicium et e ad c et g ad e et k ad g p̄tinue p̄stituere species supparticularium. nam p̄ penultimam erūt a/b c d e f g h k numeri p̄tinue ab vnitate sumpti: sed et vno sp̄ intermisso hoc pacto binis et binis disūctim sumptis: sumuntur oēs ab vnitate pares. quare per decimā octauam septimi ipsoz p̄tinue sunt eedem p̄portioēs que numerorū ab vnitate cōtinue dispositoz. at binarij ad vnitatem est prima multiplicium et sequētiū ad suū p̄cedentem est series supparticularium. constat igitur quod erat demonstrandum.



**¶ Si ppositis ab unitate quadratis: nūeri eis vno minores sumātur: supparticlares ab illis dicte: proportionum ab unitate erunt differentie.** 40

$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{15}{8}$
$\frac{2}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{3}{1}$

**¶** Sit unitas: et numeri post ipsam a b c: et quadrati eorū d e f: et minores eis vno g h k. dico supparticulares denotatas ab g/h/k que sint d ad g. e ad h. et f ad k: esse differentias proportionum ab unitate sumptarū d ad g esse proportionem qua abundat dupla sup sesquialteram et e ad h esse qua abundat sesquialtera sup sesquialteram: hūc q̄ in in modum psequēter. Nam p primam quiti differentia qua abundat a ad unitatē. et b ad a est pportio q̄ sit ex pductis a in se et unitatis in b: sed a in se facit d q̄ siquidē d est eius quadratus et unitas in b per scdam et decimānonam primi q̄ tum g. igitur pportio d ad g est differentia pportions a ad unitatem et b ad a. et hac rōne ostēdetur pportioem e ad h esse differentiam pportiois b ad a et c ad b. et ita de quibuscūq̄ consequēter. quod est propositum.

$\frac{16}{9}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{1}$
$\frac{9}{8}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{1}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1}$

**¶ Si ordinētur p̄tinue multiplices et supparticulares: erit vt extremarū multiplicium quelibet due coniūcte minus sint q̄ media duplicata vel due medie coniūcte: supparticulares vero maiores.** 41

**¶** Sint primo p̄tinue multiplices a b c: dico cōpositam ex a et c minorem esse pportioem q̄ pportio b duplicata. nam quia denominātes p̄tinue equaliter se excedūt: ergo per scdam primi denotans b est medietas denotantiū a et c simul sumptorū. et p decimānonam eius dē denotans b in se maiorem pducit numerum q̄ a in c. at p octauam huius b in se pducit equalē: composita ex pportione b duplicata que per vicēsimāscdam huius erit multiplex. et denotans a in denotantem c: pducit denotantem per idem mltiplicis ex a et c. igitur multiplex ex b duplicata: a maiore nūero denotata q̄ multiplex pposita ex a et c maior est multiplice cōposita ex a et c. qd est p̄mum. Sint secūdo d e f p̄tinue sumpte supparticulares quax d sit maxima: et differentie eay g et h. dico pportioes d et f simul maiorem p̄tinuere pportioem q̄ sit pportio e duplicata. nam qz per p̄cedētē partes g denotant a minori numero et partes h ab maiori: nam a numeris cōtinuorū quadratorū vno minoribus. ergo per primam huius pportio g maior est pportioe h. at d et f sunt tanq̄ e et g. nam d per se tm̄ est q̄ tum e g. et e bis tanq̄ e f et h. et monstrata est e maior h. igit p̄ quintam quiti erūt d et f maius q̄ e duplicata. et hoc modo facile idem p̄ vtraq̄ parte ostēdas si due ponātur medie pportioes. sicq̄ cōcluditur propositum.

$\frac{20}{18}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{1}{1}$
-----------------	-----------------	-----------------	---------------

Composita mediarum.

$\frac{18}{10}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{1}{1}$
-----------------	-----------------	---------------

Composita extremarū.

$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{1}$
$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{1}$
$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{1}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{1}$

**¶ Si impares post ternarium p̄tinue sumpti: ad nūeros post binarium naturali serie ordinatos comparētur: exhibunt suppartientes p̄tinua denotatione crescentes.** 42

$\frac{f}{9}$	$\frac{c}{5}$
$\frac{e}{7}$	$\frac{b}{4}$
$\frac{d}{5}$	$\frac{a}{3}$

**¶** Sint a b c numeri post binarium cōtinue sumpti: et d e f sumpti cōtinue impares post ternarium. dico d ad a/et e ad b/et f ad c suppartientes p̄tinua denotatione crescentes. nam cū differentia imparium sit binarius d addit sup a binarium qui minor est eo vno. igitur d ad a est supparties. et itē cum differentia imparium sit binarius: et nūerorū ab unitate dispositorū differentia sit unitas: addet e sup b vno plus q̄ d sup a. sed et qz c/e/f sunt continue impares: addet f sup c adhuc vno plus q̄ e sup b. crescunt igitur differentie imparium sup nūeros ab unitate sumptorū sicut et ipsi nūeri: ita q̄ cōtinue p̄cedēs est differentia imparis sup sequētem. sed numeri unitate distātes sunt p̄tra se primi. igitur differentia q̄ est numerus p̄cedētis ad sequētem nūerorū ab unitate dispositorū: non est pars sequētis. est igitur p primam p̄mi eius ptes. erit igit pportio e ad b suppartiens/ et f ad c supparties. et qz sue partes fm nūerorū unitate dispositorū q̄ritatem crescunt: erūt et eay p̄tinue crescentes denotationes: imo et quia denotant a numeris p̄tra se primis p̄tinue p̄cedent diuerse suppartientiū species. qd est propositum.

**¶ Si compositus ex primo pari et impari et qui ex reliquis imparibus eidem p̄iūctis aggregātur: ad numeros a duobus dispositos comparētur: pueniēt diuerse multiplices supparticulares fm nūeros multiplicium et denotationes partium siles habētes.** 43

$\frac{5}{4}$	$\frac{9}{7}$	$\frac{26}{17}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{10}{5}$
$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{5}{1}$

**¶** Sint a b c d nūeri a binario p̄tinue succedētes: sintq̄ e/f/g/h nūeri a ternario p̄sequēter impares sitq̄ k compositus ex a et e primo pari et impari. et l compositus ex f et k. et m cōpositus ex g et l. et n ex h et m: dico k/l/m/n cōpatos ad a/b/c/d/ facere multiplices supparticulares fm nūerum multipliciū et siles partium denotationes. nam k pponit ex a et e binario et ternario. at e addit sup a partem vnā ab ipso denotatam scz vnā mediani seu scdam qd idem valcat: ergo k comparatus ad a bis ipm p̄tinet et eius mediani et ad ipm est primus multiplex supparticularis. sed et p decimānonam septimi f cōponitur ex a et b. et g ex b et c. et h ex c et d. et per septimā sexti quadratū cuiuslibet addit sup quadratū primi qd ex ipsis cōponit vt quadratum b sup quadratum a: q̄ tum qd cōponit ex a et b. et quadratū c sup quadratum b q̄ tum cōponit ex b et c. et ita deinceps. et quia k addit sup quadratū a unitatem: l similiter addet sup quadratum b: et m sup quadratum c: et n super quadratum d unitatem. quare singuli eorū singulos illoz cōtinent fm se et partem p̄ conceptioem ab ipsis dictam. erūt igitur p̄sequēter fm ipsos: multiplices supparticulares. quod est propositum.

$\frac{6}{5}$	$\frac{35}{24}$	$\frac{11}{9}$
$\frac{4}{3}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{7}{5}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{5}{3}$

**¶ Si duo p̄mi impares p̄iūgant: cōpositoq̄ reliqui ipares applicētur: erit vt pportiones cōpositoꝝ ad nūeros post binarium sumptos sint diuerse multiplices suppartientes et ab eodem numero et partes numeratas et multiplices denotatas habētes.** 44

**¶** Sint duo primi ipares a et b: et cōpositus sit c: sintq̄ reliq̄ ipares d e f qui addant p̄posito c: sintq̄ aggregati g/h/k/et l/m/n/o/ numeri p̄tinue post binariū sumpti. dico c ad l/et g ad m/et h ad n/et k ad o diuerfas eē multiplices suppartientes et singulas ab eodem numero multiplices denotatas et partes



numeratas. nā b addit super a binariū: ergo c bis continet a illi superaddēs binariū. sed binarius est vno minor a: ergo est eius totidē partes. est igitur c ad a prima multiplex superparties: quare 7 ad 1. qz a et l sunt idem numerus. Item qz vtrūsum est c addit binariū super eo qd fit ex binario in a. et binarius in m per nonā primī facit c: ergo c bis cōtinet m. sed et per decimānonā septimi d cōstat ex l et m: 7 g cōstat ex c et d. ergo g cōtinet ter m. 7 insuper l tres scz eius partes. eritqz g ad m secūda multiplex suppartiens. et hunc in modū probabis l in n cōstituere g. 7 per decimānonā septimi m n cōstituere e. 7 h cōtinere n secundū m. et insup m quattuor scz partes n. et ita cōsequenter inuenies multiplicium denotaciones et ab eodē numero suppartientū partes numeratas: qd est propositū.

45 **¶** Si due diuerse superparticulares conūgantur composita aut erit dupla aut superparticularis aut superpartiens.

¶ Sint a b c d e f quotlibet per ordinē supparticulares: dico qz si due quelibet simul iungantur compositam esse aut duplā aut superparticulare aut suppartietem. nam si a et b sesquialtera et sesquitercia cōiungis cōposita erit dupla. nā constituta dupla: inuenis per primā quinti sesquitercia pportionem qua abundat dupla super sesquialtera. constituēt igitur due prime duplā. sed si cum a aut c aut d aut e aut f cōiunxeris: qz per tricesimāseptimā huius quelibet est minor b cōposita pportio erit illa dupla minor et ideo nō multiplex. est em̄ dupla per eandē tricesimāseptimā huius multipliciū minima: igit cōposita pportio aut erit supparticularis aut superparties: quod est propositū.

46 **¶** Superparticularem inuenire: cum qua quotlibet superparticularium quelibet: superparticularem componant.

¶ Sint a b c quotlibet numeri ab vnitāte pportionales: et sit d primus ad a qui idē etiā per vicesimā septimā quarti erit primus ad b et c 7 cōiungatur d cuilibet eorum et proueniāt compositi e f g. eritqz per nonā tertij quilibet eorū ad quelibet eorū et quotlibet alios illius ordinis pportionalis primus. sumo iterū cōtinue pportionalē post primos qui sit h et per vicesimāquintā tertij minimū quē numerant d e f g qui sit l: qui per vicesimāseptimā tertij erit primus ad h. sit itē per vltimā tertij l multiplex h 7 m multiplex l. addatqz l super m q̄tum est d. deinde addo sigillatī ad l numeros a b c et proueniāt cōpositi n p q: manifestū est l esse superparticulare ad m. nā ei superaddit suā partem scz d: sed et n ei superaddit d 7 a quod est e. et p ei superaddit d et b quod est f. 7 q ei superaddit d et c quod est g. 7 per vicesimātertiam primi e f g quilibet est pars m: qz est pars l. igitur n p q pariter et l sunt supparticulares ad m. constare ergo potest propositum.

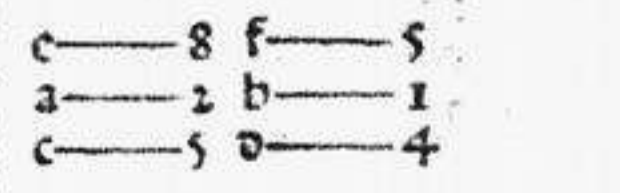
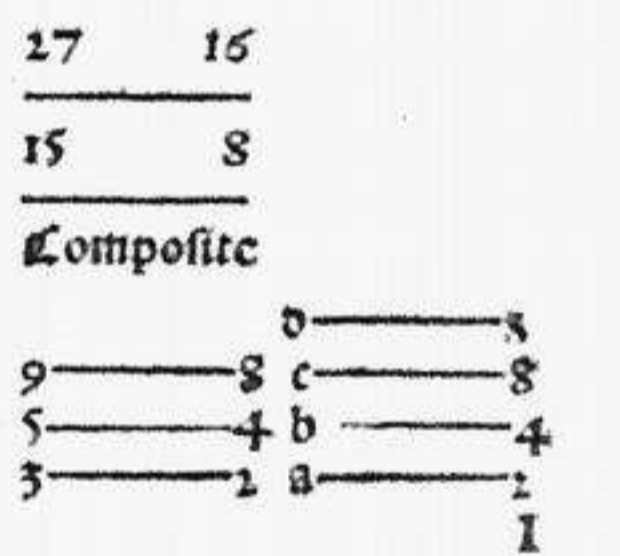
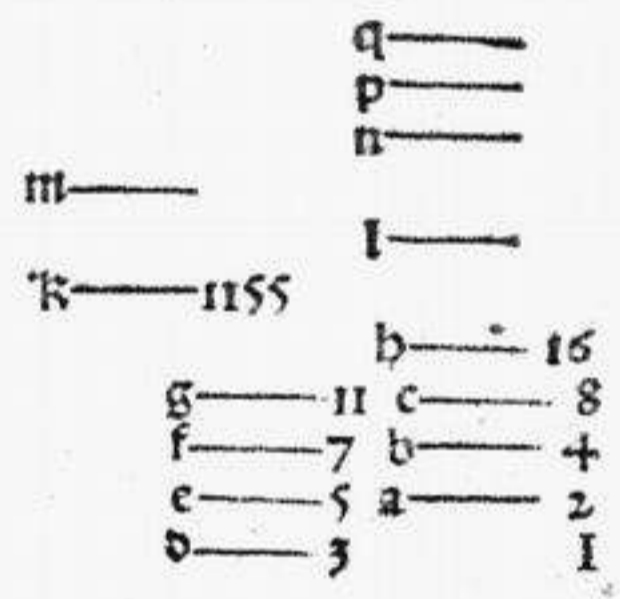
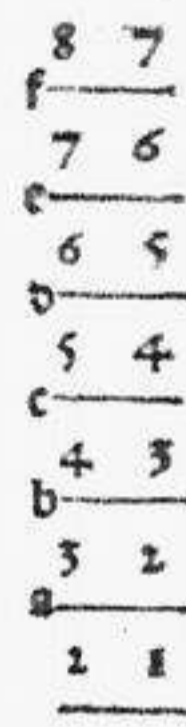
47 **¶** Data superparticulari: quotlibet alias inquirere quarum quelibet cum eadem: superpartientem efficiat.

¶ Sit a denominās partem date supparticularis. sumo ab vnitāte cōtinue pportionales quorū ipse sit vnus qui sint a b c. dico pportionē superparticulare dicitā ab a cum supparticulari cuius pars denominat ab b vel ab c cōstituere superpartientē: qualis presens proponit inuentionē. nam cōposita ex pportione supparticulari 7 enotata ab a et denotata ab b habet in denotacione suā vnū et partes q̄ dicuntur ab a 7 ab b per octauā huius. q̄quidē partes per quartā huius denominātur ab eo qd fit ex a in b qui sit d sed ille per decimātertiam huius nō cōstituunt partē: ergo cū pportio cōposita ex demōstratione penultime nō sit multiplex neqz supparticularis: qz partes compositae non cōstituunt partē vnā. relinquit ergo compositā esse superpartientē: 7 ita de qualibet alia.

48 **¶** Omnis supparticularis cū qualibet suppartietē: cōstituit pportionē tripla minorē  
¶ Nam dupla cū sesquialtera que per tricesimāseptimā huius est maxima superparticulariū pponunt per correlariū vicesimetertie huius triplā: sed oīs pportio suppartiens est minor pportione dupla igitur quecūqz pportio superparties cū maxima supparticulari aut minori supparticulari p̄ quintā quinti cōstituet pportionē tripla minorē: quod est propositū.

49 **¶** Datā pportionē que tripla minor sit: in supparticulare 7 suppartientē partiri.

¶ Sit primo supparticularis quecūqz data que hoc modo diuidi petatur. capio a 7 b minimos terios a quidē minorē 7 b maiorē inter quos cōsistat. qui per tricesimāseptimā huius erunt numeri in continua serie numeroꝝ sumpti: solaqz vnitāte distātes. sitqz c cōpositus ex eis cui addatur a et pueniat d: quoquidē maior vnitāte sit e 7 ducatur a et b in d et proueniāt f et g. eritqz per octauā secūdi pportio g ad f ea que b ad a. Itē duco a in e 7 pueniat h: addetqz h super f per nonā primī q̄tum ē a: et a est ps f. nā a positus est numerare f secundū d: igitur h ad f est pportio supparticularis. Item qz b est maior a vnitāte per decimā primī g addit super f q̄tum est d. ergo g addit super h minus d quantū est a: sed subtracto a ab d manet c. igitur g addit super h quantū est c 7 per nonā 7 decimā tertij c est primus ad g. erit itaqz g ad h pportio superparties: quare pportio supparticularis assignata que est g ad f in duas diuisa est: scz h ad f supparticulare et g ad h superpartientē: quod est propositū quo ad hoc. Secundo sit superparties inter a et b minimos terminos: sitqz b maior terminus et ducatur b in se et in a et proueniāt c 7 d. eritqz per septimā secūdi pportio c ad d ea supparties que b ad a. Item addo a ad d et proueniāt e. per decimā primī a numerabit e secundū numerū vno maiorē b. quare e ad d est superparticularis. et quia per decimā tertij e est primus ad b: ergo per vndecimā eiusdem est etiam primus ad c. et cum differentia c ad e non sit vnitāte sed vnitāte maior: ergo non erit supparticularis. Relinquitur igitur c ad e pportionē esse superpartietem: quare supparties assignata c ad d diuisa est in duas: scz e ad d superparticulare 7 c ad e superpartietem queadmodū erat propositū. Tertio sit



inter a et b pportio dupla que qz vt demōstratum est in quadragesima quinta huius constat ex sesquialtera et sesquitercia subtrahat per primā quinti pportio supparticularis c ad d quecūqz minor sesquialtera a pportione a ad b: sitqz residua e ad f qua abūdat a ad b super c ad d. et qz maior est pportione sesquialtera que est maxia superparticulariū neqz est multiplex: qz pportio a ad b est minima multipliciū que nō resoluitur in multiplices. reliquitur ergo pportione e ad f esse suppartientem. et qz c ad d et e ad f cōstituunt pportione a ad b constat pportione duplam in supparticularē et superpartientem esse diuisam. Quarto sit inter a et b quelibet pportio a dupla ad triplā cōstituta: sitqz inter c et d pportio cōposita ex dupla et sesquitercia si pportio a ad b est minor pportione c ad d. ergo subtracta pportione sesquitercia a pportione a ad b remanebit pportio minor dupla: sed maior sesquialtera. quare illa residua erit superpartiens: et sic pportio a ad b esset cōposita ex supparticulari vt sesquitercia et suppartiente atqz in eas diuisibilis. et si a ad b sit equalis c ad d aut maior: qz pportio addita duple in pportione a ad b: erit minor sesquialtera cū dupla et sesquialtera per correlariū vicecimetertie huius constituāt triplā. et sesquialtera addita sesquialtere minus cōstituāt q̄ dupla cū sesquitercia q̄ sesquialtera et due sesquitercie plus sint q̄ sesquialtera sesquitercia et sesquioctaua. at per primā quinti hec cognoscitur equari duplate sesquialtere: et illi duple et sesquitercie. ergo subtracta sesquialtera de pportione a ad b remanebit pportio minor dupla: sed et maior sesquialtera. quare suppartiens. esset itaqz pportio a ad b in pportione supparticularē sesquialterā et superpartientem quomodo ppositū est secabilis: quod est ppositum.

a ——— 8  
c ——— 8  
b ——— 3  
d ——— 3

45 ——— 98  
32 ——— 43  
12

e ——— 15  
c ——— 5  
a ——— 3  
f ——— 8  
d ——— 4  
b ——— 2

**C** Maxima superpartientē inuenire: que ex duabus supparticularibus pducitur. 50  
**C** Sit a ad b pportio sesquialtera et c ad d pportio sesquiquarta: sitqz e ad f pportio ex his cōposita dico pportione e ad f esse maximā suppartientem que ex duabus supparticularibus pducitur. nā qz dupla ex quadragesima quinta huius producit ex sesquialtera et sesquitercia que sunt maxie supparticularis: ergo pportio e ad f est minor pportione dupla. sed et eadē maior est sesquialtera: qz ex ea cum altera cōposita sit. ergo e ad f est pportio suppartiens: sed et quelibet minor supparticularis cū pportione a ad b sesquialtera: aut c ad d sesquiquarta p quintā quinti minorē pportione cōstituet q̄ c ad f. est igitur e ad f maxima suppartiens ex duabus supparticularibus pducta: quod est ppositum.

e ——— 29  
a ——— 8  
c ——— 7  
b ——— 15  
d ——— 14

**C** Superpartientē inuenire: que in duas superparticulares diuidi non possit. vnde patet qualibet superpartiente aliam esse maiorem. 51

**C** Sit b ad a maxima pportio suppartiens per pcedentē cognita: que ex duabus supparticularibus pducta sit et differētia b ad a sit c: manifestū est a esse maiore c suis quidē partibus. capio itē numerū d vno minore b: et tunc pportio a ad c: qz a maiore parte denotatur maior est q̄ pportio b ad d. addo ergo d cū b et fiat e: manifestū est e ad b esse superpartientē cum cōtineat b et d eius pres. et per secundā partē decimequite secundi erit maior pportio c ad b q̄ b ad a. et qz pportio b ad a diuidit in maxias supparticulares constituētes suppartientem vt ex pcedenti cognoscit et suppartiens e ad b sit maior superpartiente b ad a. nō diuidet ergo suppartiens e ad b in duas minores q̄ b ad a: neqz in eadē in quas diuidit b ad a. relinquit ergo in nullas duas supparticulares superpartientē e ad b posse diuidi quod est ppositū. Et correlariū ex modo demōstrationis cognoscit.

**C** Sola multiplice qualibet non potest sumi minor: et sola superparticulari qualibet non potest sumi maior. 52

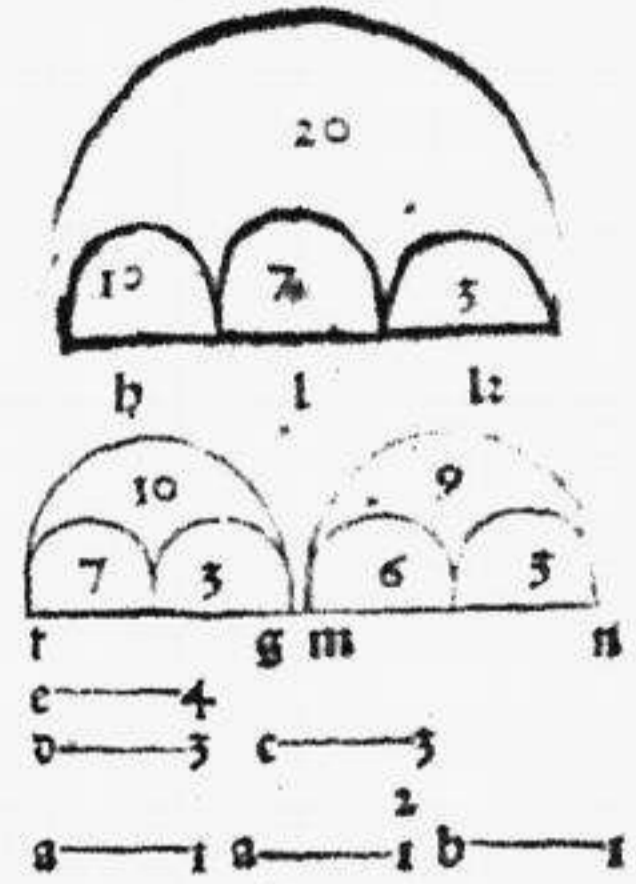
**C** Dico primo qualibet multiplice posse sumi maiore. nā per tricesimā septimā huius oēs numeri ad vnitatē pparati cōstituunt multiplices et tāto maiores quāto ab vnitare remotiores et series nseroz in imensum euadit. igitur qualibet multiplice potest sumi maior. Secūdo dico qz nō qualibet multiplice potest sumi minor. nā per eadē quāto numerus ppinquior vnitare fuerit: tanto ille ad vnitatē minore cōstituit multiplice. at descēdendo nō abitur in infinitū. non igitur qualibet multiplice est vane minore qd in aliis minime quēadmodū monstrabit accidit. Tertio dico qualibet supparticulari esse minore. Nā pars per primā huius que a minore numero denotatur maior est: et quāto a maiori minore. et qz series numerorū in infinitū succrescit: nō dabitur pars adeo parua qua minor dari non possit. qualibet igitur supparticulari potest dari minor. Quarto dico nō qualibet supparticulari esse maiore. nā p que a numero ppinquiore vnitare denominat maior est: et qz nō contigit numerū in infinitū decrescere dabit ergo tandē supparticulariū maxima. at vtriusqz oppositū vt iam ostēsum est in multiplicibus accidebat. Quinto dico qualibet superpartiente esse maiore. hoc ex correlario pcedentis notū est. Sexto dico omni superpartiente esse minore. nam quacūqz data vt verbi causa supbipartiente tertias sumo aliā a totidē partibus: denominatis a maiore numero quē nō numerēt: vt supbipartientē quitas quidē qz a totidē minoribus partibus denominat: neqz pluribus erit minor superpartiente data. qua supbipartiente quitas supbipartiens septimas minor est et hac supbipartiens nonas: sicqz cōsequens fm crementum numerorū infinitū: quod est ppositum. Potest et id vltimū ostēdi ex tertia parte presentis: adiuuante quadragesima nona huius.

e ——— 3  
b ——— 5  
a ——— 7

**C** Quelibet due superpartientes coniūcte: pportione quadrupla minore constituēt. 53  
**C** Sit inter a et b pportio superpartiens: itidem inter b et c. dico pportione a ad b et b ad c simul: minore quadrupla constituere pportione. nam a est minus duplo b: et b similiter minus duplo c. ergo a ad c per quintam quinti est minor pportione quadrupla: que per octauam huius ex duabus duplis constat. est ergo clarum ppositum.

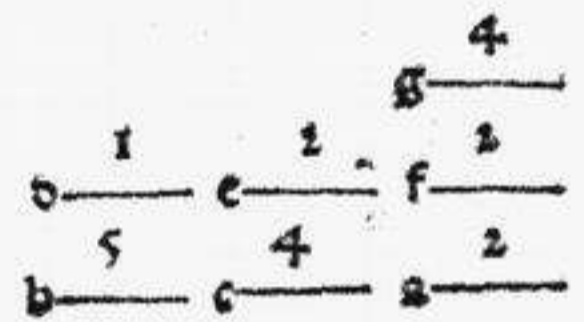
**¶** Datā proportionē que quadrupla minor sit in duas superpartientes diuidere.

**¶** Sint date proportionis minimi termini a et b: qui coniuncti faciant d: sitq; e maior d vno qui coniuncti faciant f: cui addatur equale d. sitq; totus f g: ducaturq; a in f g et pueniat h: et ex a b in eisdem fiat h l l. patet igitur q; ex b in f g fit l l: et ex b in g fit l. quare ex b in f fit l. sit item c triplus ad a et ex c in g fiat m n: sitq; n equalis l. per octauam secundi erit proportio h l l ad h tanq; a b ad a. et quia a b per hypothesim est minus q; quadruplū a: est ergo b minus q; triplum a. quare minus q; c. et quia g est equale d et n equalis g: constat m esse equalem vel multiplicem ad d per duodecimā primi. Item q; d et e sunt contra se primi: ergo per nonam tertij f erit ad vtrumq; primus. et per eandē f et g simul ad d primus. et q; a est minor d et ad ipsum primus per eandē nonam: quod fit ex a in f g scz b non numerabitur per decimā eiusdem ab d. et q; d numerat l et d nō numerat h: ergo l per vicesimā tertiam primi nō numerabit h. et quia f g maius est q; triplum d: ergo maius erit h q; n: maius ergo q; l. erit ergo l partes h. et eadem ratione q; a b est minor et primus ad f nō numerabit f quod fit ex a b in f g: scz h l l. et q; f numerat l: ergo l nō numerabit h l l: quare neq; h l l. et q; per nonā primi l est quātum l bis et b. et n est equalis l et m equalis vel maior d et maior b et h maior m n: erit h l maior l. erit igit l partes eius. constat itaq; h l l ad h esse superpartientē et h l l ad h l l etiam esse superpartientē: in quas diuisa est proportio que est inter a et a b: factumq; esse propositum.



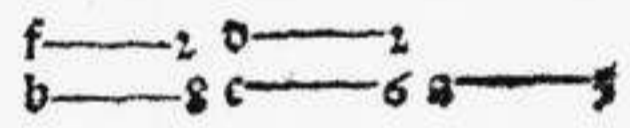
**55** **¶** Omnis multiplex superparticularis addit super similez multiplicē: superparticularē a numero qui fit ex ductu numeri multiplicis in numerū partis de nominatā.

**¶** Sit b ad a proportio multiplex superparticularis: sitq; c ad a similis multiplex. dico proportionē b ad a addere super proportionem c ad a superparticularem denominatam a numero qui fit ex ductu numeri multiplicis in numerū denominatē partis superparticularis. Sit enī d quo abundat b sup c et denominās multiplicis sit e et denominans superparticularis sit f: manifestū est ergo q; a erit in c secundū e: et d in a secundum f. fiat ergo g ex e in f: eritq; per vicesimā tertiam primi d in c secundū g. quare b continebit c et partem denominatā ab g. continet igitur proportio b ad a proportionē superparticularem denominatā ab g numero qui fit ex ductu e denominātis multiplicis in f numerū denominantem partis superparticularis: quod est propositum.



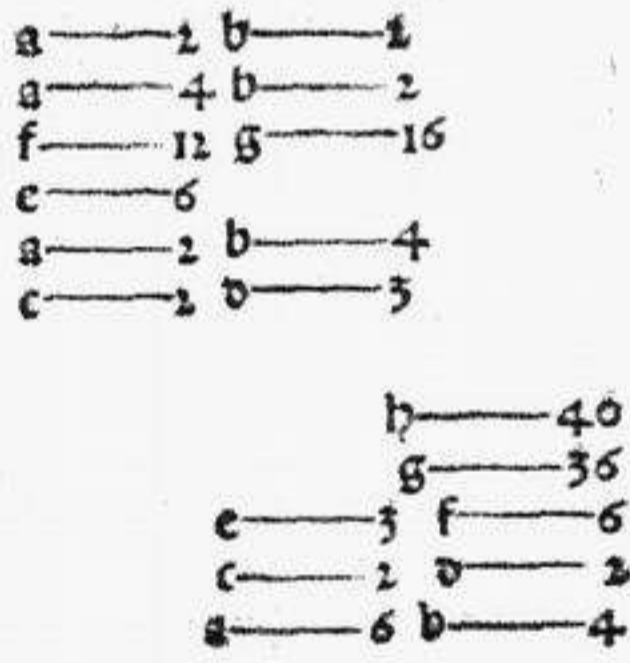
**56** **¶** Omnis multiplex superpartiens cuius multiplicis numerus partes numerat: addit super eandem multiplicē: superparticularē ab vna partium denominatā.

**¶** Sit proportio b ad a proportio multiplex superpartiens: sitq; d numerus denominās multiplicē scdm quē sit sumptus numerus partū b ad a. dico proportio b ad a addere super simile multiplicē: superparticularē denominatā ab vna illarum partū. Sumo enī c ad a simile multiplicē. et q; b maior est c: sit f quo abundat b super c. q; enī f est partes a sumpte scdm d et denominatē ab a: et a est pars c denominatā ab d. et cū ex d in a fiat c ex f in a fiet c. est ergo f pars c denominatā ab a. continet igitur b ad a proportionem superparticularē super proportione c ad a denominatā ab vna partium superpartientis: quod erat demonstrandum.



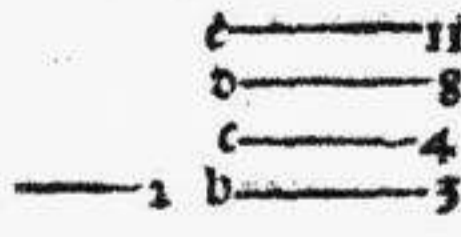
**57** **¶** Multiplicē superpartientē inuenire: que super totā multiplicē addat superparticularē: cū sint numerus partū et numerus denominans multiplicē dati cōmensurabiles.

**¶** Proponit hec: q; si dati numeri quorū vnus denotat multiplicē et alter est numerus partū simul multiplicis superpartientis: sint adinuicē cōmensurabiles inuenire multiplicē superpartientem que super similem multiplicē addat superparticularē. Sint pmo a numerus denominās multiplicē et b numerus partū dati cōmensurabiles. sitq; b numerus sumptus scdm a et per pcedentē factum erit propositum. Sint scdo a et b cōmensurabiles: sed b sit pars a et adiuuante pcedente p vicesimā tertiam primi cōcludes propositū. Sit tertio a pars b dicta ab c: sumo quēlibet numerū maiorē a: quē tamen nō numeret qui sit d: et duco c in d et pueniat e. et q; c in a facit b: erit e maior b. et q; p seprimā secūdi b ad e sicut a ad d et a nō numerat d. igitur neq; b numerabit e. duco a in e et pueniat f: cui adiuncto b fiat g. dico ergo g ad e esse superpartientē que querit. nam g cōtinet e secundū a et insup b partes e. et q; b est pars f q; e multiplex sit ad c: et a in c faciat b. addet igitur g sup f multiplicē ad e denominatū ab a: numerū b eius partē: quod est propositum. Quarto sint a et b cōmensurabiles: sed neuter alterū numeret. et sit c maximus eos numerās: numeretq; c numerū b scdm d. capio e quēcunq; numerū maiorē c: quē tamē c nō numeret: quē duco in d et pueniat f qui erit maior b: neq; ab eo numerabitur. dico ergo vt in pcedenti parte imediatē mōstratū est: proportioem superpartientē denominatā ab a et a partibus dictis ab f sumptis secundū numerum b: addere super multiplicem dictam ab a: superparticularē. hoc vt in pcedenti parte monstratur: sicq; totum construitur propositum.



**58** **¶** Multiplicē superpartientē cuius multiplicis numerus et numer⁹ partes numerās fuerint adinuicē primi: super simile multiplicē: superpartientē addere necesse est.

**¶** Sit a numer⁹ multiplicis et b numerus partū superpartientis: sintq; a et b numeri adinuicē primi dico multiplicē superpartientē denominatā ab a et partū b: super simile multiplicē addere proportionē superpartientē. sit enī c denominās partes b manifestū est c esse maiorē b: neq; b ipm numerare duco ergo a in c et fiat d per vicesimā primam tertij b nō numerabit d. addo igitur b super d et fiat e: q; enī e continet c secundū a. et insup partes c sumptas secundū b est proportio e ad c multiplex superpartiens denotata ab a et partium b. sed et proportio d ad c est multiplex dicta ab a: et e addit super d

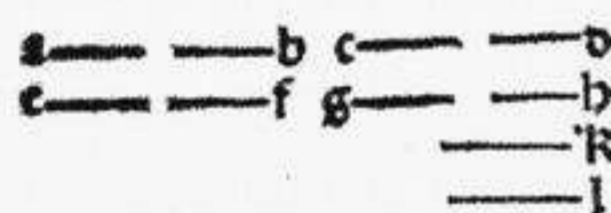
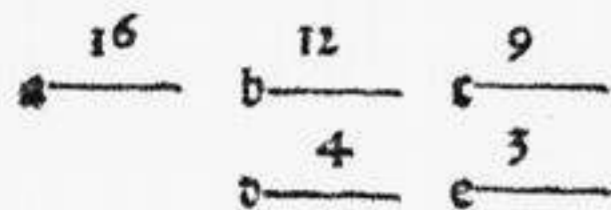
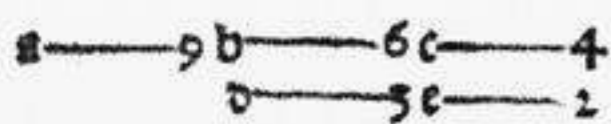


numerū b qui monstratus est partes d. constat itaq; pportione multiplicē superpartientē dictā ab a: et partiū b addere super similitē multiplicē: vt pponcbat pportione suppartientē: qđ est propositū.

**Sola superparticulariū sesquialtera multiplicē superparticularē procreat.**

59

Est a ad b sesquialtera et b ad c similiter. manifestū est pportione a ad c compositā esse ex duabus sesquialteris et a continet b et eius medietatē que sit d: et b cōtinet c et eius medietatē que sit e. et quia per quintā secundū d ad e sicut b ad c: ergo d continet e et eius medietatē. d ergo et e simul tantū sunt q̄tum c et vna pars dicta ab c. cōtinet ergo a numerū c bis: et vnā eius partē. q̄ a cōtineat c et d et totā differentiā a ad c: quare due sesquialtere cōstituunt multiplicē superparticularē. Secundo ostendit nullā aliā supparticularē duplicatā constituere multiplicē superparticularē. et sūto a b c pportiones alte supparticulares: vt pportio a ad c sit pportio a ad b duplicata. a cōtinet b et partem eius que sit d: quequidē bis sumpta minuit a toto aut seip̄z semel si esset tertia: aut bis si quarta: aut plures fm q̄ minor pars fuerit. et similif b continet c et similitē partem eius que sit e. et qz d ad b sicut e ad c: ergo d ad e sicut b ad c. cōtinet ergo d semel e et eius vnā similitē partem: ergo d et e simul minus sunt q̄ c. quare a ad c nō est multiplex sed et cū d et e sint contra se primū vt supponim⁹: d et e simul per nonā tertij est primus ad e. sed et per vndecimā eiusdē c etiam erit primus ad d et e simul. ergo d et e simul nō numerabūt c. est ergo a ad c pportio suppartiens: quod est ppositum.



**Multiplex pportio in aliq̄t equals pportiones distribui non pōt pter mltiplices.**

60

Sit pportio a ad b multiplex que diuidatur in quorlibet pportiones equals q̄ sint a ad c: c ad d et d ad b. qz enim b ad d et d ad c et c ad a sunt continue pportiones et b primus per hypothesim numerat a vltimum: ergo per decimā tertiam quarti b numerabit d secundū. quare et d numerabit c et c itidem a. diuisa est igitur a ad b in pportiones multiplices: quod intēdebat.

**Nulla supparticularis pportio in aliquot equals pportiones est diuisibilis.**

61

Sit a ad d quelibet pportio superparticularis: que diuidat si possibile est in pportiones equals a ad b: b ad c: c ad d. capio e f g h pportiones in minimis terminis pportionis a ad b: et per equam proportionalitatē que pportio a ad d ea est e ad h. sed a cōtinet d et eius partē: igitur et e cōtinebit h et eius partē que sit l: que si fuerit numerus cū l: numerabit h et etiā e. ergo h et c nō erunt minimi quod per quintā quarti repugnat hypothesi. alioquī si l: est vnitā est pars denotata ab h. addo ad h vnitātē: sitq; cōpositus l: eritq; que pportio a ad d ea l ad h. ergo per duodecimā quarti quot medij pportiones interciderūt inter a et d: totidē et inter l et h sola vnitāte distātes: qđ est ipossibile. Ex hac cognoscit tonus in musica qui ex sesquialtera pportione nascitur: in duo equa parti nō posse.

**Superpartientē pportione que duplicata suppartientē constituat: inuenire.**

62

Sumo quālibet pportione que minor sit dupla quā per quinquagesimā quartā huius partioz in duas superpartientes quarū minor si dupletur efficietur pportio minor dupla: quare qualibet multiplice. que qz per precedentē nō erit superparticularis alioquin superparticularis in duo equa secaretur: constat eam esse superpartientē: factumq; esse propositum.

**Multiplicē supparticularē q̄ ex duab⁹ suppartientibus equalib⁹ pponat: reperire.**

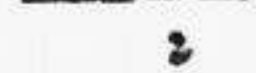
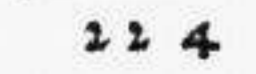
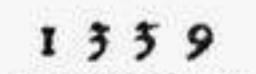
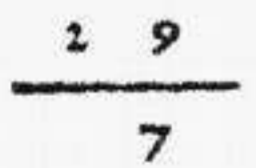
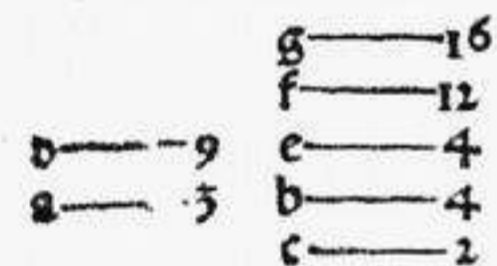
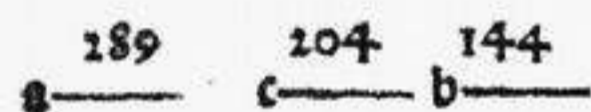
63

Sumo secundū exigentiā decime octauī quadratos a et b pter primos quozū a addat super duplū b vnitātē manifestū est pportione a ad b esse multiplicē superparticularē. at ex illa decima facile cognosces pportione lateris a ad latus b esse superpartientē. sumo ergo secundū exigentiā correlarij quarte sexti mediū proportionale inter a et b: eritq; per tertiā eiusdē sexti pportio a ad c tanq; pportio lateris a ad latus b. quare constat pportione multiplicē superparticularē a ad b compositā esse ex pportionibus a ad c et c ad b duabus scz equalibus suppartientibus: qđ est propositū.

**Superpartientē inuenire que duplicata multiplicē superpartientē constituat.**

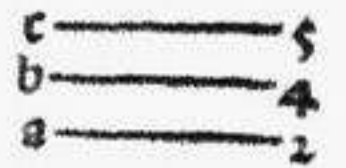
64

Sit a quilibet impar et b proximus par maior cuius medietas sit c. capio superpartientē sumptā a partibus denominatis ab a et numeratis ab c: quam duplicatā dico esse petitam. nam si illa in se ducatur proueniet numerus et partes numerate ab a et a quadrato c qui sit et denominatē a quadrato a qui sit d. sed cum a et c sint contra se primū alioquin a et b cōmunicarēt. ergo per vndecimā tertij a est primus ad e: et per nonā eiusdem a et e simul sunt primus ad a. quare a et e simul per vndecimā eiusdē sunt primus ad d. ergo partes numerate ab a et e nō numerabūt d. quare pportio superpartiens que assignata erat duplicata cōstituit multiplicē superpartientē. Si hec demonstratio tibi suboscuro vis detur pro hac et sequētib; declarationē accipe. qz enī in presenti superpartiens inuenta erat superbipartiens tertias que denominat ab vno et duabus tertiis. duc ergo denominationē superbipartientis tertias per octauā huius in denominationē superbipartientis tertias scz ducēdo primo duas tertias in duas tertias. et per quartā huius prouenit quattuor none. secūdo duas tertias in vnū et prouenit vnum: habebitq; quattuor nonas duas et duas tertias et vnū: sed due et due tertie: id ē quattuor tertie faciunt vnum integrū et vnam tertiam: quod quidē vnum alteri vni additū constituit binarium et vna tertia est tres none: quod per secundā huius facile cognoscas. que siquidem tres none aliis quattuor nonis primo inuētis addantur fiunt septem none. Patet itaq; pportione superbipartientē tertias duplicatā: constituere duplam et superseptupartientē nonas que est multiplex superpartiens: vt proponebat propositio: quod est propositū declaratum.



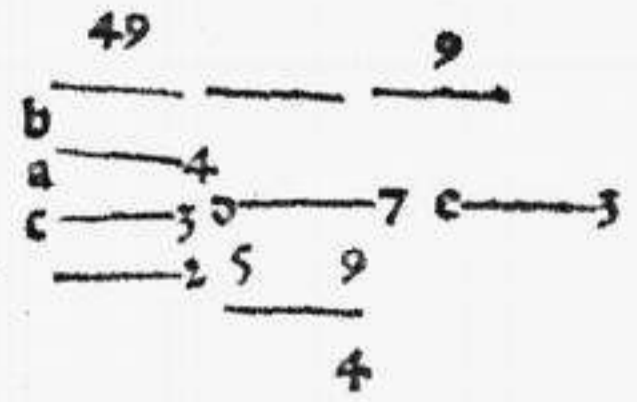
65 **C** Multiplicem superparticularem inuestigare: que multiplicem superparticularem duplicata producat.

**C** Capio a numerū quēcumq; quem duco in se et proueniat b cui addo unitatē: sitq; totus c manifestū est proportionē c ad a esse multiplicē superparticulare: que si in se ducatur est rātum q̄tum a in se et in partē bis et pars in se: sed a in se et in partem bis numerū producit: et pars in se producit partē. igit̄ quod producitur est numerus et pars. erit itaq; proportio composita multiplex superparticularis. Posses item probare ut quinquagesimānonam huius.



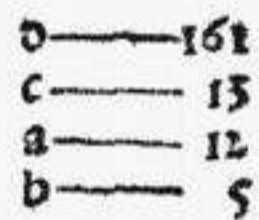
66 **C** Multiplicem superparticularem inquirere: que bis sumpta multiplicem superpartientem componat.

**C** Sit quilibet impar a et b proximus par et eius medietas sit c. sumo multiplicē superparticularem cuius multiplicis numerus sit c et pars dicta ab a. que proportio sit d ad e: dico proportionem multiplicem superparticulare d ad e bis sumptā constituere multiplicē superpartientē. nam si hec in se ducatur pueniet quadratus c et partes similes sumpte fm b et pars a quadrato a dicta. ille autē partes vnum constituūt et vna supfluit cū illa. et q; ille due partes per duodecimā huius vnā non cōstituunt productum erit numerus et partes. quare proportio composita erit multiplex superpartiens. et in proposito esset quincupla superquadrupartiens nonas.



67 **C** Multiplicem superpartientem perscrutari: que duplicata multiplicem superparticularem componat.

**C** Sumo per sexagesimātertiam huius superpartientē que duplicata multiplicē superparticulare cōponat et numer⁹ denominās partes sit a et numerās sit b et vno maior q̄ a sit c: atq; ducatur in a: et producto addatur b. sitq; totus d manifestū proportionē d ad a esse multiplicē superpartientē cui⁹ numerus denominās multiplicis est c et denominās partū est a et numerus earū est b: quā duplicatā dico esse multiplicē superparticulare. nam denominatio ipsius in se ducta producet numerū et partē quod ut in precedentibus videre promptum est.

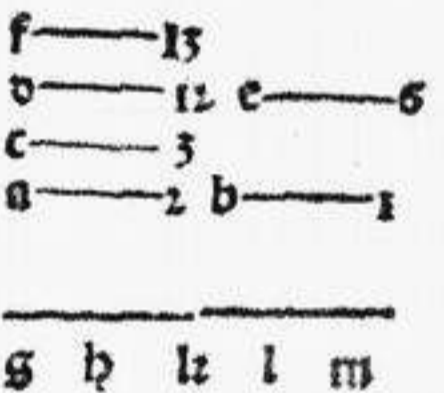


68 **C** Multiplicem superpartientem: ex qua geminata multiplex superpartiens proueniat: demum restat inspicere.

**C** Queratur per sexagesimāsecundam huius superpartiens que geminata multiplicē superpartientē constituat: qua inuenta ut in precedente procedendū est.

69 **C** Datam proportionem in proportiones: quarum quotlibet sint superparticulares equales redigere.

**C** Sint minimi termini date pportionis a et b: sitq; c numerus fm quem sumēde sunt superparticulares equales. deinde maior c ducatur in a et in b et fiant d et e: ita tamen ut inter d et e sint plures numeri q̄ unitates in c et primus post d qui erit maximus eorū sit f. manifestū est pportionē f ad d esse proportionem superparticulare et minimā omnium que continue sunt inter numeros ab d vsq; ad e: q; denominata est a minore parte. continuo proportionē f ad d vno plures q̄ sit numerus c: sintq; g h l l m: eritq; proportio h ad m composita ex pportionibus f ad d sumptis secundū numerum c. et quia d per decimānonam tertū est aliquoties in h sit e toties in n manifestū est h ad n eē ut d ad e. quare ut a ad b. constat ergo proportionē a ad b esse diuisam in pportiones quarū aliquot sumpte erunt equales superparticulares secundū numerum assignatū: quod est propositū.



70 **C** Propositis quotlibet equalibus terminis et illis totidē in ordine duplos: atq; ex illis triplos procreare: atq; ex prius inuētis totidē in proxima multiplicitate cōnue pportiones producere. itemq; ex illis similes elicere superparticulares.

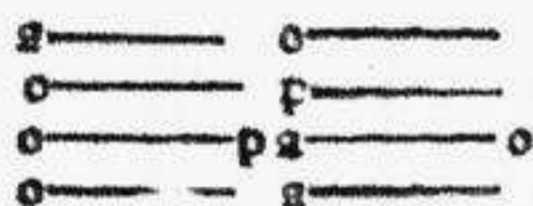
**C** Figura equalitatis quotcumq; terminorum equalium.

	S	E	R	A	R	A	A	16	16	S	E	R	A	R	A	A	16	16	16	
	E	Q	A	R	T	A	S	4	4	4	E	Q	A	R	T	A	S	4	4	4
Equaita:	A	1	1	1	1	1	1	tes.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
Dupl.	B	1	2	4	8	16	32		1	2	4	8	16	32	64					
Tripli.	C	1	3	9	27	81	243		1	3	9	27	81	243	729					
Quadrupli	D	1	4	16	64	256	1024		1	4	16	64	256	1024	4096					
Sesq̄teri.	E	32	48	72	108	162	243		64	96	144	216	324	486	729					
Sesq̄titi.	F	243	324	432	576	768	1024		729	972	1296	1728	2304	3072	4096					
Sesq̄rti.	G	1024	1280	1600	2000	2500	3125		4096	5120	6400	8000	10000	12500	15625					
		D	R	T	M	A			D	R	T	M	A							

**Figuratrine equalitatis:**

- Precepta sunt hec.**  
 1 Primum.  
 2 Primum/secundum.  
 3 Primum secundum bis/tertium

		1	1	1	qua	2	2	2	li	3	3	3	tas	4	4	4
Tuna	e	A	1	1	1	2	2	2	li	3	3	3	tas	4	4	4
Dupli.		B	1	2	4	2	4	8		3	6	12		4	8	16
Tripli.		C	1	3	9	2	6	18		3	9	27		4	12	36
Quadrupli		D	1	4	16	2	8	32		3	12	48		4	16	64
Dupli conuersi		E	4	2	1	8	4	2		12	6	3		16	8	4
Sesquialteri.		F	4	6	9	8	12	18		12	18	27		16	24	36
Tripli conuersi.		G	9	3	1	18	6	2		27	9	3		36	12	4
Sesquitertiu.		H	9	12	16	18	24	32		27	36	47		36	48	64
Quadrupli conuersi.		I	16	4	1	32	8	2		48	12	3		64	16	4
Sesquiquarti.		K	16	20	25	32	40	50		48	60	75		64	80	100
			M	H		M	H			M	H			M	H	



**P**ythagorici/Magi/Priisci sacerdotes atq; qui p̄cipue de rebus agunt diuinis admiratur equalitate pariter ⁊ trinitate in suis archanis in imagine numeroꝝ veneratur taciti: tanq̄ rerum omnium p̄cipia: a quibus ois reru p̄ofuit p̄portio: p̄portioꝝ nexus: oisq; admirabilis harmonia et in que tandem reuocatu eunt oia. Propter ergo mysteria p̄isicoꝝ qd̄ autoꝝ generalius int̄dit: p̄imu in trina demost̄radum e equalitate. ad qd̄ quide rite peragendu tria satis sunt vbiq; vet̄ p̄cepta a Diuo nob̄ anotata Severino. P̄imu est: P̄imu. Scdm̄ est: P̄imu/secdm̄. Tertiu est: P̄imu/secdm̄ bis/tertium. Sint ergo a o p̄ tres termini equales quicq; vt monadu dyadu/triadu aut cuiuscq; alterius numeri voles. Et oꝝ primo p̄cepto capioq; p̄ima vnitatem qua colloco sub p̄ma sitq; b. deinde v̄do scdo p̄cepto capio p̄ima ⁊ scdam simul: quas colloco sub scda. sintq; m et v̄do tertio p̄cepto: capio p̄ima ⁊ scda ⁊ bis: et tertiam semel: quas colloco sub tertia sintq; n. dico b m n p̄tinue ex equalitate natos duplos. Ita cu a p̄ima vnitatis ⁊ b sint id̄: et p̄ima et scda vnitatis sint dupli ad p̄ima vnitatem a et p̄ma ⁊ secunda vnitatis sint m: ergo numerus m duplus e ad b: et cu scda vnitatis bis supra equat m et sicut p̄ima ⁊ tertia simul equentur m ⁊ n sit scda vnitatis bis et p̄ma ⁊ tertia semel. ergo n duplus est ad m. sunt igit b m n p̄tinue dupli ab equalitate scz que admodu dictu est p̄ime geniti. Potes id̄ mōstrare p̄vice sima et sexta secundi. Ita qz a ad o: vt o ad p. ergo p vice sima secundi o et p ad a ⁊ o vt o ad a. et qz o ⁊ p ad a et o: sicut o ad a. ergo p sexta eiusde secundi o p et a o: ad a ⁊ o sicut o et a ad a. at o p et a o simul sunt n et a ⁊ o sunt m et a est id̄ b. igit b m n cōtinue p̄portio n̄tur: sed m ad b cognit̄ est duplus igit et n ad m duplus. Et in oibus sequētib; hic argumētandi modus e efficax. Et quonq; trina capiet terminoꝝ equalitas: ead̄ valeat argumēta. Scdo dico ex b m n duplis cōtinue p̄creari triplos. capio equale b et colloco sub b in tertia linea sitq; c. deinde capio b m sit ⁊ colloco sub m sintq; m tertia linee rursus capio b m bis et n ⁊ colloco sub n: sitq; suo modo n. dico c m n tertia linee eē triplos. Ita per vice sima scdi adiunāte sexta eiusde c m n sunt cōtinue p̄portio n̄tur: sed et qz c equatur b ⁊ m superius duplus e ad b: igit b et m superius sunt triplus ad b. sed b ⁊ m superius sunt m inferius: igit inferius m ad c tripl̄. quare n ad idem m etiā triplus. sunt igit c m n cōtinue tripli. et eiusde p̄ceptis ⁊ demost̄rationib; ex triplis nascetur quadrupli. ex quadruplis quicupli. ⁊ ex cōsequētib; hoc pacto multiplices oēs qui libet ex p̄imo minore. Tertio dico ex multiplicib; cōtinue nasci sup̄particulares. vt ex duplicib; sesquialteri ex triplis sesquitertiu. ex quadruplis sesquiquarti. ⁊ ita p̄sequētes sup̄particulares per ordinē ex naturalib; p̄tib; multiplicib;. Couerto duplos q̄ reperti sunt: sintq; conuersi e m n: eritq; e ad m duplus et m ad n duplus: quare m dimidiu e. Capio equale e qd̄ sit f ⁊ colloco sub e. deinde capio e m simul et colloco inferius sub m: sintq; m inferius. rursus capio e m bis ⁊ n simul: et colloco inferius sub n sintq; itid̄ inferius n. p̄ vice sima secudi adiunāte sexta eiusde f m n cōtinue p̄portio n̄tur. sed cu e ⁊ f equentur et m sit dimidiu e: ergo e m simul cōtinet totum e ⁊ dimidiu. quare e m ad e per diffinitionē e sesquialt̄ sed e m simul sunt m inferius. ergo m inferius est sesquialter ad f. quare ⁊ n ad m etiā sesquialt̄ qd̄ est p̄positu. et ita eiusde p̄ceptis expedi de sesquitertiu/ sesquiquarti/ sesquiquitis ⁊ reliq; sup̄particularibus couertēdo tertios suar multitudinū. Hunc id̄ superest demost̄randu qd̄ autoꝝ int̄dit sumptis quocūq; termis. Quotq; sumpti fuerit termini equales: dupli cōtinue nascetur si cōtinuat; rite vtamur sup̄ioribus p̄ceptis. p̄mo quide capiēdo p̄imu terminu et collocādo sub primo. Et scdo capiēdo p̄imu et scdm̄ ⁊ collocādo sub secudo. Et tertio capiēdo p̄imu scdm̄ bis et tertiu: et collocādo sub tertio. deinde intelligēdo tertia quartā et quinta equalitatem cōtinue sumi fm numeroꝝ tertiu extremi subter collocati. et resume p̄cepta primo capiēdo p̄imu terminu trine equalitatis ⁊ collocādo sub tertio imo iam collocatu reperies. Secudo capiēdo p̄imu et scdm̄ ⁊ collocādo sub quarto. Et tertio capiēdo p̄imu scdm̄ bis et tertiu ⁊ collocādo sub quinto. et secundū numeroꝝ illius quinti termini subter collocati intelligo iteru cōtinue tres tertios equalitatis scz quintu sextu et septimu. et resumtis p̄ceptis cum quinto iam habito: perficio sextu et septimu inferiores terminos et secundū exigentiā septimi extremi intelligo rursus trine equalitatis terminos: scz septimu octauu et nonu et a singulo quoq; tertio loco cōiunctim trinā equalitatem intelligo cuius quilibet terminus intelligit̄ secundū numeru extremi in singulo quoq; loco subter venietis. et si id̄ placet in infinitu extendi libet. ⁊ dico cōtinue collocatos eē duplos. id̄ resumtis demost̄rationibus quoties erunt resumpte equalitatu trinitates: sicut et superiora facillime demonstrabis. Si cupis triplos eodem ferme modo nascetur de duplis. Id̄ solum obseruandū est vt in tertiis quibusq; locis cōiunctim capiant termini triploꝝ a tribus duplis qui nas-

cuntur ex trina equalitate terminorū sumptorum secundū numerū tertij cuiusq; extremi triplorum, et quadrupli cōsimiliter a triplis acceptis cōtinue tribus triplis secundū exigentiā equalitatis tertij extremi triplorū et hac analogia in consequētibus multiplicibus. Et sesquialteri sesquitertij sesqui-quarti et consequētes nascentur cōuersis duplis triplis quadruplis et consequētibus sumptis simili obseruantia duplis conuersis triplis quadruplis et reliquis quoties oportet a trina equalitate: sed quorū multipliciū conuersorū primum atq; maximū extremorū equetur singulo quoq; tertio supparticulariū et vbiq; vt in precedētibus est idem demonstrandi modus.

71 **D**atis superparticularibus vel multiplicibus supparticularibus multiplices superparticulares et superpartientes: datis vero superpartientibus aut multiplicibus suppartientibus superpartientes et multiplices superpartientes procreare.

d	e	f	
4	6	9	Supparticulares
4	10	25	Multiplices supparticulares
a	b	c	particulares

**S**int a b c supparticulares termini et sumatur a semel et sit e primus numerus et a semel b semel et sit f secundus numerus et ita secundū trine profectionis precepta vt in precedēti factū est et pueniāt d e f qui vt in precedēti erunt continue pportionales. at per decimā octauam huius proportio e ad d est multiplex supparticularis: igit et f ad e. erunt igitur cōtinue d e f multiplices supparticulares. et eodē modo ex multiplicib<sup>9</sup> supparticularib<sup>9</sup> nascētur multiplices supparticulares. Si vero cōuersis terminis ab c incipias per eandē decimā octauā huius proueniēt cōtinue superpartientes. sicq; constat primū. Secundū verō eodē modo patebit per decimā nonam huius dato ordine superpartientū aut multipliciū suppartientū. nam si aggregatio a minori incepta fuerit per dictā decimā nonam proueniēt multiplices superpartientes. si a maiori termino: proueniēt superpartientes: sicq; constat ppositum.

**E**x duab<sup>9</sup> vltimis cōclusionib<sup>9</sup> colligē potes. Ex equalitate prime nasci duplos. Ex duplis triplos. Ex triplis quadruplos: et hoc pacto de reliq; multiplicib<sup>9</sup> sequēter. Et ex multiplicib<sup>9</sup> conuersis nasci supparticulares: vt ex duplis sesquialteros. Ex triplis sesquitertios: et ita de cōsequētibus supparticularibus ex sequētibus multiplicib<sup>9</sup>. Et ex supparticularib<sup>9</sup> multiplices supparticulares: vt ex sesquialteris duplos sesquialteros. Ex sesquitertis duplos sesquitertios: et hūc in modū de reliquis. Ex multiplicibus supparticularib<sup>9</sup> itidē multiplices supparticulares: sed ex duplis supparticularibus tripli supparticulares. Et ex triplis supparticularib<sup>9</sup> quadrupli supparticulares. Ex supparticularib<sup>9</sup> et multiplicibus supparticularib<sup>9</sup> cōuersis superpartientes: vt ex sesquialteris supbipartientes. Ex sesquitertis suptriparties. Ex duplis sesquialteris et ex duplis sesquitertis cōsist supbipartientes et suptriparties. Ex superpartientibus multiplices superpartientes: vt ex supbipartientibus duplas supbipartientes. Ex suptripartientibus duplas suptripartientes. Ex multiplicib<sup>9</sup> superpartientibus: itidē multiplices superpartientes: sed ex duplis triplis aut quadruplis superpartientibus: tripli quadrupli aut quicupli superpartientes. Ex cōuersis superpartientibus aut multiplicib<sup>9</sup> superpartientibus: nascūtur superpartientes. Et ex tribus preceptis hec vbiq; latissime patēt. et expressa quācumq; voles longa series supparticulariū cōtinue pportionaliū si cōtinue tria pcepta tribus et tribus terminis seriei aptādo pcedis: nascētur multiplices supparticulares sed solū per tres et p tres cōtinue pportionales. et eodē pacto conuerso ordine nascētur superpartientes sed solū in tribus et tribus terminis cōtinue pportionales. at de his hactenus.

72 **D**atas superparticulares in multiplices atq; easdem in miores multiplices donec ad equalitatem perueniant: reducere.

l	m	n
g	h	l
9	12	16
a	b	c
9	3	1
d	e	f

**I**do aduertere licet pportiones in illas tm̄ resoluī ex qbus procreā. Quo fit vt in oibus idē resoluendi modus appareat: in qbus idē erat modus pcreādī. Sint a b c dati termini cōtinue supparticulares et sit d equalis a et primus nūerus: et ab b tollat d et remaneat e et de c tollatur d et e bis et remaneat f. dico d e f esse cōtinue pportionales et multiplices. q; sint cōtinue pportionales declaraf. caplo enī g h l tres terminos in cōtinua pportione d ad e: q; ex illis superiori aggregādī modo pueniēt erunt ex pcedētibus cōtinue pportionales et sint l m n. et q; l ad g sicut a ad d et m ad h sicut b ad e. et ita pnter igitur d e f sunt cōtinue pportionales. et q; b ad a p hypothesim est supparticularis p decimā septimam huius erit e ad f simili denoationis multiplex. quare supparticulares date: sunt in suas mltiplices reducte. si itaq; superparticulares date erant sesquitertie resolute sunt in triplas si sesquialtere in duplas q; si reducte sint in triplas eodē modo quo prius adiuuante septuagesima huius probabis illas multiplices reduci in duplas et duplas in equalitatē: quod est ppositum.

73 **M**ultiplices superparticulares in superparticulares: et multiplices superpartientes in superpartientes resolucere.

**S**int a b c tres fmini multiplices supparticulares. et d equalis a q; substrahat ab b et relinquatur e et eo mō quo in precedēti substrahatur. si b ad a erit multiplex supparticularis vtriq; ab eodē nūero denoatus p quadragesimā primā huius factū erit ppositū. et ita de superpartientibus. At si multiplex sit maioris denoationis nō fiet hoc pma resolutione: sed resoluem<sup>9</sup> primo in multiplices vno minoris denoationis denoatione partis semper eadē manente: donec ad hoc veniamus vt eadē sit denoatio multiplicis et partis sicq; quod pponitur facile apparebit.

**Q**uālibet superpartientes in superparticulares reduci est possibile.

9	15	25
a	b	c
9	6	4
d	e	f

74 **I**tem q; per septuagesimā primā huius superpartientes ex supparticularibus nascūtur. ideo sint a b c huiusmodi superpartientes et d equetur a: substrahaturq; d ab b et relinquat e et d et e bis ab c: et relinquatur f et veniēt per illam septuagesimā primā superparticulares a quibus nascebantur. at non oportet id semper in prima reductione contingere quod tamen nunc cōtingebat. sed aliquādo resoluētur prima resolutione in multiplices superparticulares que per pcedentē in supparticulares tandē reducē: quo facto factū erit ppositū. Aliqñ in superpartientes aut multiplices superpartientes

et multiplex suppartiens per pcedentē reducitur in suppartientē que tēp reducetur in supparticularē ut si detracto d de b remaneat e quē contineat d et eius partes: vel in supparticularē si eo detracto remaneat e quē contineat d et eius partē. at si remaneat e quē contineat d et partes. qz illa detractio in infinitū fieri non pōrvt semp in suppartientes resolnatur aliqñ occurrer supparticularis. factūqz appareret propositū. Occurrer dico tandē superparticularis et nō multiplex: qz ex multiplicibus non imediante suppartientes sed superparticulares per septuagesimā huius gignūtur.

**D**atas proportionē quascunqz ad equalitatem reducere.

**C**lam per septuagesimātertiam huius multiplices suppartientes reducūtur in superpartientes et multiplices supparticulares in superparticulares et per pcedentē suppartientes in supparticulares. et per septuagesimāsecundam huius supparticulares reducūtur in multiplices et mltiplices in alias multiplices donec in equalitatē restitute sint. omnes igitur in equalitatē reducūtur.

Noni elemētoꝝ Arithmetices Jordani finis.

**M**edietas est connectio extremorū: habitudine vtriusqz ad mediū. **M**edietatum quedam sunt principales: et quedam principalibus collaterales.

**P**incipales sunt tres. **P**rima est quādo maioris/medij/ac minoris equalē sunt differētie. et hec dicitur Arithmetica medietas. **S**ecūda est quādo

maximi ad mediū eadē est proportio: q̄ mediū ad minimū. et hec geometrica vocatur

**T**ertia est qñ maximi ad minimū eadē est pportio: que dicitur maximi ad mediū ad differētiā mediū ad minimū. et hec musica nūcupatur. **C**ollaterales sunt octo. **P**rima

est qñ maximus ad mediū sicut dicitur minorū ad differētiā maiorū. **S**ecūda est qñ medius ad minimū: sicut dicitur minorū ad differētiā maiorū. **T**ertia est qñ maximus ad mediū sicut dicitur extremorū ad differētiā maiorū. **Q**uarta est qñ medius ad minimū sicut dicitur extremorū ad differētiā maiorū. **Q**uinta est qñ medius ad minimū: sicut differētiā extremorū ad differētiā minorū. **S**exta est qñ maximus ad minimū: sicut differētiā minorū ad dicitur maiorū. **S**eptima est qñ maximus ad minimū: sicut dicitur extremorū ad differētiā maiorū. **O**ctava est quando maximus ad minimū: sicut differētiā extremorū ad differētiā minorū.

**S**i fuerint tres numeri in arithmetica medietate dispositi: erit maioris ad medium minor proportio q̄ mediū ad minimum.

**S**int a b c tres numeri in arithmetica medietate dispositi quoz maximus sit a: dico a ad b minoz esse pportionē q̄ b ad c. nā per diffinitionē a ad b et b ad c equalē sunt dicitur: qz igitur a et b sunt vt cōpositi ex b et c ipsi additis numeris equalibus scz differētiis eozū. ergo per decimāsextam secūdi pportio a ad b minor erit pportione b ad c: quod est propositum.

**I**n eadē medietate duo extremi cōiuncti tm reddunt: q̄tum mediū duplicatus.

**C**lam p diffinitionē primi ad mediū et mediū ad extremū equalē sunt dicitur: igitur p secūdā primi mediū est extremorū cōiunctoz medietas. duplicat⁹ igitur equat extremis p̄iunctis: qd est propositū.

**I**n eadē medietate quod sub extremis continetur cum quadrato differētie equalē est quadrato mediū.

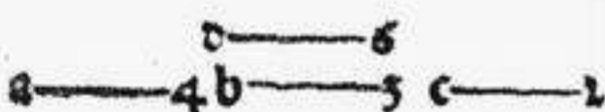
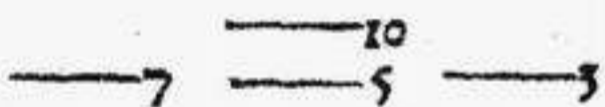
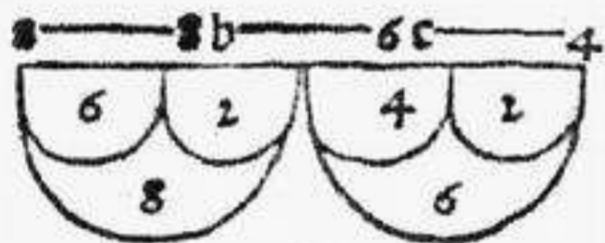
**C**lam per pmissam duo extremi simul sunt tanq̄ duplus mediū. **P**onat ergo duplus mediū q̄ sit d divisus p duo equalia quoz mediū est vnū: et per duo unequalia q̄ sint a c extremi: et p decimānonā primi erit quadratus b vnus equalium q̄tum quod fit ex a in c cum eo quod fit ex differētiā a ad b in differētiā b ad c. at qz differētie ille sunt equalē: tantum ergo erit quadratū mediū b q̄tum quod cōtinetur sub extremis a et c cum quadrato dicitur mediū ad extremū: quod est propositū.

**I**n eadem quoqz medietate quadrata extremorum: duplum sunt quadrato mediū et quadrato differētie.

**S**int a b c numeri in hac medietate dispositi: sitqz d quadrata a et c. dico d duplū esse quadrato mediū et quadrato dicitur simul. **S**it enī f qd fit ex a in c bis et quadrata b mediū bis sint e: qz enī per secūdā huius a et c cōiuncti tantū sunt q̄tum duplus b. et per decimāquintā primi d et f simul tm sunt q̄tum quadratū totius a c: sed et per eandē decimāquintā e erit medietas d et f simul. igit per secūdā partē secūde primi e ad d et ad f equalē sunt dicitur. igitur per diffinitionē e hac medietate mediū est inter d et f. et qz per pcedentē qd fit ex a in c semel cū quadrato dicitur tantū est q̄tum b in se. igit e addit super f duplū quadrati dicitur: quare et d tantum addet sup e. quare et duplū quadrati differētie b ad a equalē d. igitur quadratus b q̄ est medietas e cū quadrato differētie b ad a est medietas d: qd est propositū.

**T**rium numeroꝝ in hac medietate dispositoz duob⁹ extremis datis: mediū repire.

**S**int a b duo extremi in hac pportione: illos simul addo atqz aggregati sumo medietatē que per secūdam huius erit mediū petitus: factumqz erit propositū.





6 Si fm pportioem medii datoru numeroꝝ ad dñam: sumatur tres núcri in eadem medietate: erit medii illoꝝ ad differētiā: que inter extremos passignatoꝝ pportio.

Sint a b c tres numeri in Arithmetica medietate quoz maximus sit a. et sit d differētia a ad c: et e medietas que est differentia a ad b et differentia b ad c. sumo item in eadem medietate numeros f g h quoz extremoz sit pportio tanq̄ b ad e: sitq; f maximus. dico g ad differētiā f ad g q̄ sit l eam pportionem esse que a ad c. capio enī differētiā f ad h q̄ sit k: cuius medietas sit l. et cōpositus ex f et h sit m. qz enī per hypothesim b ad e tanq̄ f ad h: et b et e sunt a. igitur p sextam secūdi a ad e sicut m ad h. et quia vt dictū est b ad e vt f ad h: ergo pmutatim b ad f totus ad totū: sicut e ad h deductus ad deductum. igitur per quintam secūdi c ad k residuus ad residuum sicut totus ad totū. quare g et vt e ad h: ita c ad l. permutatim ergo e ad c vt h ad l. ergo p vicesimā primam secūdi et equā pportionalitatem m ad l sicut a ad c. ergo qz per scđam huius g sit dimidium m: erit a ad c sicut g ad l: dimidium scđ ad dimidiā differentiam sicut totum m ad l totam differentiam. quod est propositum.



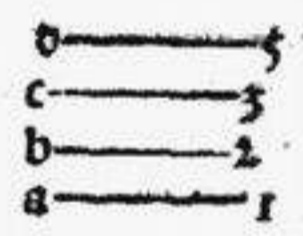
7 Si fuerint tres núcri in hac medietate dispositi: extremoz et medij ad differētiā eandem esse proportionem impossibile est. maiorem v̄o siue minorem: possibile.

Sint tres numeri a b c in hac medietate pstituti: et a maximus: et differentia a ad b / et b ad c sit d. dico impossibile esse eādem pportioem a ad c et b ad d. nam si id possibile foret: ponat̄ ergo vt sit a ad c tanq̄ b ad d. ergo p vicesimā quintam secūdi qd sit ex a in d: equū est ei qui sit ex b in c. at p decimā quartam primi qd sit ex a in d tm̄ est q̄tum qd sit ex d in se et d in b qui sint e et f. sed per eandem b in c tm̄ est q̄tum qd sit ex c in d et c in se qui sint g et h. equabūtur ergo adinuicem e f simul et g h simul. qd est impossibile. qd sic ostēdo. nam p septimā secūdi f ad e sicut b ad d. et per eandem h ad g sicut c ad d. sed p nonā secūdi pportio b ad d maior est q̄ pportio c ad d. igit̄ et pportio f ad e maior erit pportione h ad g. quare si f equet̄ h p eādem e erit minor g. quare e et f non equabūtur g et h. et si f sit mior h ergo p decimā septimā secūdi e etiā erit minor g. quare cōpositus ex e et f duobus minoribus non equabitur cōposito ex g et h. at si f ponit̄ maior h / et cōpositus e et f equetur cōposito g et h: ergo per decimā nonā secūdi pportio f ad e minor erit q̄ pportio h ad g: cui⁹ oppositum mōstratum est. cōstat ergo qd dictū est. Sed extremi ad extremum pportio maior possibilis est q̄ medij ad differētiā si abvitate tres p̄tinue ponant̄ termini qui erūt in hac medietate. et qz extremi scđ ternarij ad vnitatem est pportio tripla: sed medij binarij ad vnitatem (que differētia est) pportio dupla: pstat extremi ad extremum maiorem esse pportioem q̄ medij ad differētiā. et ita si post vnitatem in hac medietate numeri apte discōtinue sumatur. Possibilis est etiā extremi ad extremum pportio mior q̄ medij ad differētiā. nam acceptis quibuscūq; tribus terminis continue post vnitatem: maior erit pportio medij ad vnitatem que erit differentia q̄ extremi ad extremum quoz differentia semp est binarius.



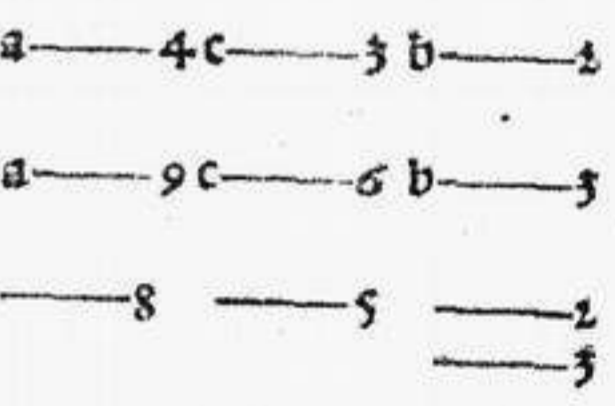
8 Tres numeros in hac medietate inuenire quoz pportionis medij ad differētiā: ad proportionem extremorum differentia sit qualibet data pportione maior.

Sint a et b núcri date pportiois et b maior: addo b ad a et fiat c cui etiā addo b et fiat d. manifestum est d c a esse tres numeros in hac medietate cōstitutos cū b sit cōis differentia d ad c et c ad a: quoz dico differētiā pportionis c ad b medij ad differētiā: ad pportionem d ad a esse data pportione b ad a maiorem. nam pportio c ad a addit sup pportionem c ad b pportionem b ad a. et pportio d ad a est maior pportione c ad a. addet igit̄ pportio d ad a sup pportioem c ad b maius pportioe data b ad a. est itaq; differētia pportiois c ad b ad pportioem d ad a data pportione maior.



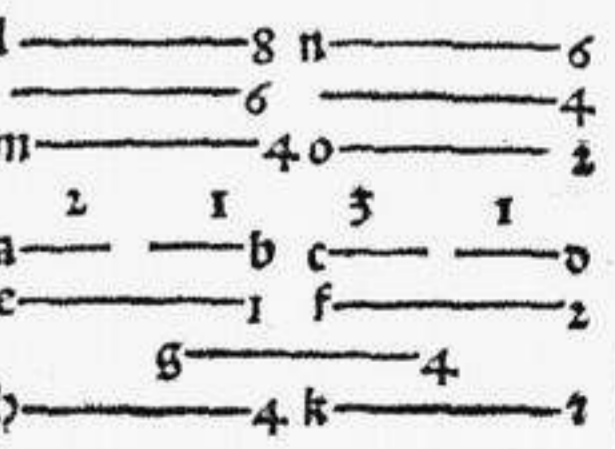
9 Si extrem⁹ extremi duplus: erit medius differentie triplus: et cōuertitur. qz si alter a: terius maius duplo fuerit: erit medius minus triplo differentie: et ecōuerso.

Nam si a maximus sit duplus b mimi: erit b duplus differentiaz. quare c ex b et differētia illa cōstitutus eidem differētie erit triplus. et si c est triplus ad differētiā cū pstituat̄ ex illa differētia et b: ergo b erit duplus ad differētiā. quare a pstitutus ex b et dupla differētia que equatur b itez inuenietur duplus ad b. quod est primum. et si a est triplus ad b: idem b equabit̄ vni differētiā. at b et vna equalium differentiaz pstituit̄ c. igitur c duplus est ad differētiā. et si c duplus est ad differētiā erit rursus a triplus ad b. nam si c sit duplus ad differētiā cū sit pstitut⁹ ex differētia et b: differentia illa equabitur b. sed b cum equali differētia bis sumpta pstituit̄ a. igitur a triplus est ad b. et vniuersaliter si maximi ad mimum pportio maior q̄ dupla inueniatur: erit semp mimum ad differētiā minor q̄ duplus. igit̄ et medius ex mimo et differentia cōstitutus ad differētiā minor erit q̄ triplus. Et cōuertitur vt in alijs quoz mōstratum est.



10 Datis quibuslibet duabus pportioibus: fm vtrāq; in Arithmetica medietate tres terminos ordinare: quoz adinuicem differentie sint equales.

Sint minimi termini duarū datarū pportionum a b et c d. et differētie illoꝝ sint e et f. sumo itez g nūcerum aliquem quem cōiter numerent differentie e et f. et sint numeri fm quos ipm numerat̄ h et k. deinde multiplico a et b per h: et pueniāt l et m. et multiplico c et d per k et pueniāt n et o. p septimā secūdi l ad m vt a ad b. et n ad o vt c ad d. et differētia l ad m est g. et silit̄ differētia n ad o est g. si igit̄ g est par: sumo medium inter l et m qui cōstabit ex m et dimidio g. et medij inter n et o qui cōstabit ex o et dimidio g. et erūt tres termini l et m cū suo medio fm pportioem a ad b / et tres alij n et o cōsiderato eoz medio fm pportioem c ad d in arithmetica medietate quoz adinuicem differentie sunt equales



si aut g esset impar dupladi essent l/m/n/et o. et dupla ad g p correlariu septime secudi pueniret dif-  
ferentia. si ergo inter illos medij sumatur tam horu q illoz differentia ad medium erit g. sicq totum  
manifestum erit propositum.

**¶** Quolibet numeros fm Arithmetica medietate sumere: quoz differentie dato 11  
numero non sint minores: extremoz vero pportio sit date pportioni equalis.

**¶** Sint a z b termini date pportionis: et c eoz differentia: et d sit numerus fm quem sumendi sunt  
quotlibet numeri: z e numerus quo non minores debeant esse differentie. multiplico a z b fm nuerum  
vno minorem d z pueniant f et g: quoz differentia c toties nuerabit. sumo ergo media fm differentias  
equales et fiet vt oes numeri sint fm nuerum d. multiplicez item c donec pueniat maior e: et fiat hoc  
fm h. ducoq h in f z g et omnes medios et pueniat k l z medij inter illos. manifestu est extremorum  
pportionem esse pportioni a ad b equalem: et numerum sumptum esse fm d z differentias inter se  
equales et numero e dato maiores. quod est propositum.

**¶** Si sumptis quotlibet nueris in hac medietate: alij totidem eandem habentes dif- 12  
ferentiam maiores minoribus coniungant: numeros equales puenire necesse est.

**¶** Sint a b c d qlibet numeri in hac medietate quoz a sit minimus: z e f g h totidem in hac medietate  
et e illoz maximus: sintq horz et illoz equales differentie. dico a et e simul equari b et f et reliquis hoc  
modo sequentibus. nam quia a z e sunt circumpositi b z f et equales per hypothesim differentie: ergo per  
tertiam primi a et e simul equatur b et f. et hunc in modum de reliquis argumentare.

**¶** Numeros quocunq in hac medietate datos coaceruare. 13

**¶** Hec demostat aggregatoz summam reperire: qua nonnulli pgressioem vocant. si eni sunt in nuro  
pari vt a b c d. e f g h q igit p precedentem a h equatur b g et c f et d e fm seriei medietatem. si ergo in  
coaceruatum ex a z h duobz extremis ducat totius seriei medietas pueniet summa totalis ex oibus  
coaceruata. Et si numerus eoz sit impar vt a b c d e f g erit vnus eoz medius vt d. et eius ad extremos  
a et g eadem erit differentia. quare per scdam primi est medietas a et g/ et similiter medietas b z f/ et  
medietas c z e. numerus igitur seriei oim in ipm ductus oim summam coficit. quod est propositum.

**¶** Si qlibet nueri huius medietatis alij totidē siue cqlibus siue in eadez medietate 14  
sumptis minores mioribus addatur: ppositi quoq fm eadem medietate disponetur.

**¶** Nam siue equales equalibus addatur siue hoc modo nueri quicunq totidem alij in eadem medietate  
constituitis: quia equalibz differentijs equales differentie addetur et tote differentie adiuicem erunt  
equales. quare per definitionem compositi erunt in hac medietate pstituti. quod est propositum.

**¶** Si equales totidem auferant siue ipi ab cqlibus substrahatur: residuum in eadem 15  
medietate inuenietur.

**¶** Nam equalibus de quibuslibet eoz demptis erunt eodem residuoz que z totoz differentie idētidem  
quibuslibet eoz ab equalibus demptis eodem que subtracte p manebunt differentie. igitur per dif-  
finitionem residua erunt in arithmetica pportione. quod intendebatur.

**¶** Si vero de eisdem alij in eadem medietate dati minores a minoribus tollantur: resi- 16  
dui vel erunt equales vel eiusdem medietatis rationem suscipient.

**¶** Hec quodammodo decimequarte et decimequite pcursa est. nam datis a b c in hac medietate maiorz  
bus et d e f minoribus: quoz ad primos differentie sint equales: subtractis d e f ab a b c. residui erunt  
equales: differentie a ad d. quare adiuicem equales. at si numeri sumpti vt g h k non hant singuli ad  
singulos a b c equalem differentiam. qz detractorum z totoz eqles sunt differentie: erunt z residuoz  
equales differentie. et cu residua no sint equalia: inter eos erit hęc medietas. quod est propositum.

**¶** Si quotlibet numeri huius medietatis fm eundem nuerum vel multiplicentur vel 17  
diuidatur: erunt z pducta z diuidentia in hac medietate eodem ordine continuata.

**¶** Sint dati quotlibet numeri in hac medietate: vt a b c qui multiplicetur p e et pueniant f g h z qui  
diuidatur per e et pueniant k l m. dico pducta f g h et diuidentia k l m eodem ordine in hac medietate  
pstinuata. nam qz multiplicatorum a b c differentie sunt equales: ergo per correlariu septime secudi  
et productorum. et etiam per scdm quoz diuidentia l l m numerabunt a b c: z toties differentie nu-  
merabunt differentias et eodem ordine. est ergo notum quod proponitur.

**¶** Datum nueru in quotlibet partes que arithmetica medietate se excedat diuidere. 18

**¶** Sit numerus diuidendus a: et b nuerus fm quem pponit diuidi. Inuenio per decimatercia huius  
numerum ex oibus ab vnitate ad b coaceruatum qui sit c. et qui sit vt partes ab ipso denotate. et resol-  
uas si vis a in cōsimiles partes: dehinc resolutum diuidas per c et reuertetur numerus fm a qui sit d  
per quem multiplica oes numeros ab vnitate ad b qui sunt in hac medietate vt notum est et pueniat  
f g h l partes denotate ab c que per precedentem erunt in hac medietate. et per nonā primi manifestu  
est eas cōstruere a. et sunt sumpte fm numerum b. effectum est igitur propositum.

**¶** Si inter numeros pportioales medij fm hanc medietatem designetur: erit extre- 19  
morum ad illos pportio vna.

40	35	30	25	20
k	8	7	6	5
f				g
a	2	b	1	
c	1	h	5	
d	5			
e	4			

4	5	6	7
a	b	c	d
9	8	7	6
c	f	g	h

8	7	6	5
a	b	c	d
1	2	3	4
h	g	f	e
7	6	5	4
3	2	1	
a	b	c	d
e	f	g	

3	2	1
3	2	1
6	4	2

10	10	10
g	h	k
8	6	4
a	b	c
2	2	2
d	e	f

4	3	2
g	h	k
8	6	4
a	b	c
6	4	2
d	e	f

16	12	8
f	g	h
8	6	4
a	b	c
	2	
	e	
4	3	2
k	l	m

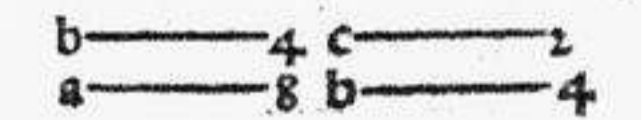
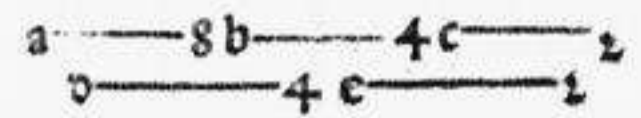
5	k	20
4	h	16
5	g	12
15	f	8
4	e	4

**S**int a b c numeri in hac medietate constituti et similiter totidem d e f: sicut a ad c sicut d ad f. dico a ad b ut d ad e et b ad c ut e ad f. nam si a c et d f sint equales: constat propositum. si non: sint ergo d f maiores et a c minores. quia enim que proportio d ad f totus ad totum: ea est a ad c detracti ad detractum: ergo per quintam secundi differentia d ad f ad differentiam a ad c residuum ad residuum: sicut d ad f totum ad totum quare medietas differentie d ad f que sit h ad dimidium differentie a ad c que sit g per correlariū decime quarte secundi sicut d ad f. et cum que proportio d ad f ea sit a ad c: ergo permutatum d ad a sicut f ad c. cum itaq; f ad c sicut h ad g: ergo per idem correlariū e ad b sicut d ad a. quare permutatum d ad e sicut a ad b. et consiliter probabis f ad e sicut c ad b aut e contra. quod est propositum.



**S**i in geometrica medietate tres numeri statuatur: erit que maximam ad medium: ea differentie ipsorum ad differentiam medii ad minimum proportio.

**S**int a b c tres numeri in geometrica medietate dispositi per definitionem que proportio a ad b ea est b ad c. et sit d f a ad b numerus d. et differentia b ad c medii ad minimum numerus e. dico eandem esse proportionem a ad b et d ad e. capio enim b et ut totum et ut detractum. et quare que proportio a ad b totum ad totum: ea est b ad c detracti ad detractum. igitur que proportio a ad b totum ad totum et maximam ad medium: ea est d f a ad b ad differentiam b ad c per quintam secundi residui ad residuum. quod est propositum.

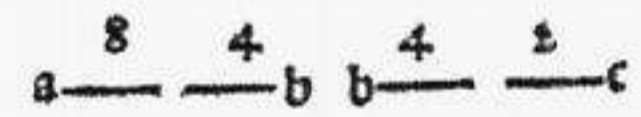


**I**n hac medietate quod sub extremis continetur: equale est quadrato medii.

**H**ec ex definitione et vicesima sexta secundi statim cognoscitur.

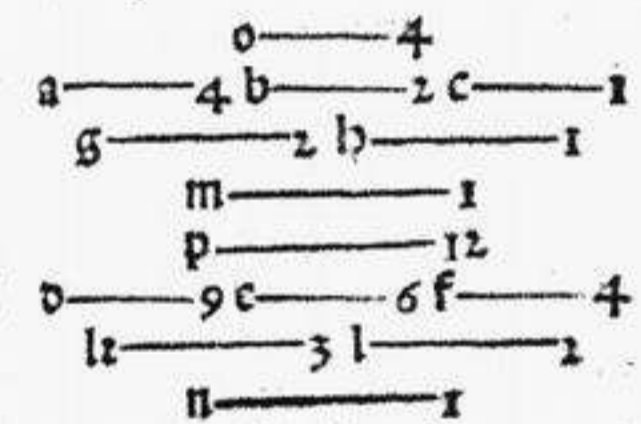
**I**n eadem medietate duo extremi iuncti: maius sunt quam medius duplicatus.

**H**ec itidem statim cognoscitur per vicesimam quartam secundi: sumpto medio per secundo et tertio.



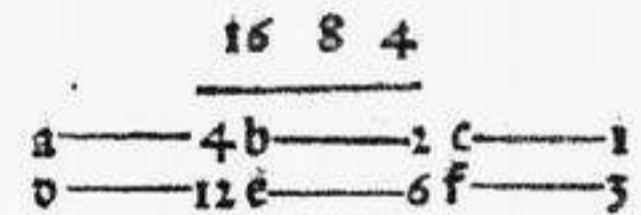
**I**n eadem medietate quanto maximam ad medium maior est proportio: tanto etiam maximam et minimam ad duplum medii maior erit proportio.

**S**int a b c continue proportionales: et d e f idem continue proportionales sed in maiore proportione. dico quod quanto maior est proportio a ad b quam d ad e: tanto maiorem esse proportionem a et c ad duplum b quam proportio e et f ad duplum e. sit enim g differentia a ad b: et h differentia b ad c: similiter k differentia d ad e: et l differentia e ad f. et quo g excedit h sit m: quo h excedit l sit n. quia enim maior est proportio a ad b quam d ad e: ergo per duodecimam secundi a ad d totum ad totum maior est proportio quam b ad c detracti ad detractum. ergo per decimam tertiam eiusdem g ad k residui ad residuum maior est proportio quam a ad d totum ad totum: quare multo fortius quam b ad c detracti ad detractum. quare igitur g ad k maior est proportio quam b ad e: igitur per duodecimam eiusdem g ad b maior proportio quam k ad e. quare per undecimam eiusdem b ad g minor proportio quam e ad k. et per vicesimam huius g ad h maior est proportio quam k ad l. nam g ad h ut a ad b: et k ad l ut d ad e. quare eadem argumentatione qua paulo ante g ad m minor proportio quam k ad n. quare per quintam quinti erit b ad m minor proportio quam e ad n. per eandem igitur dupli b ut o ad m minor proportio quam dupli e ut p ad n. et quare a et c superant duplum b quantum est m: et similiter compositus ex d et f excedit per duplum e quantum est n: ut facile ex precedente cognoscas. et proportio p ad n maior proportione o ad m. igitur per secundam partem decime quinte secundi p et n ad p minor proportio quam o et m ad o. igitur d et f simul ad p proportio minor quam a et c simul ad o. quod est propositum.



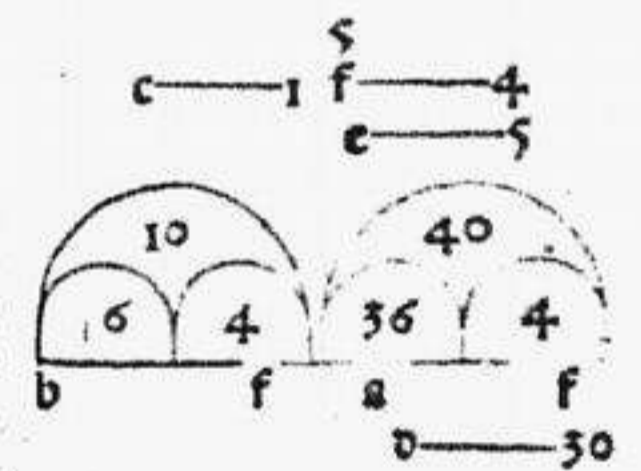
**S**i quotlibet numeris in hac medietate sumptis totidem alii eiusdem proportionis maiores maioribus addantur: compositi quoque in hac medietate inveniuntur dispositi.

**H**am si que proportio a ad b et b ad c: ea sit d ad e et e ad f. igitur permutatum que proportio a ad d: ea est b ad e et c ad f. igitur per vicesimam secundi que proportio a ad b: ea erit compositi ex a d ad propositum b e. et compositi b e ad compositum c f. quod est propositum.



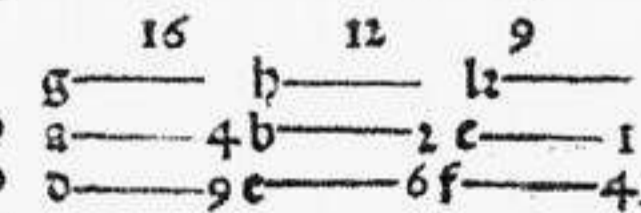
**S**i dispositis aliquot numeris in hac medietate numeri equales singulis addantur: erit inter compositorum maiores proportio maior.

**S**int a b c in geometrica medietate dispositi: et d e eorum differentie: et f numerus singulis addendus. quia igitur quo abundat f a super f b est d. et quo abundat f b super f c est e. et per nonam secundi f ad d minor est proportio quam f ad e. et per vicesimam huius permutatum argumentando a ad d ut b ad e: per idem erit f a ad e maior proportio quam b f ad e. itidem et proportio b f ad e maior quam c f ad e. et quia d ad e ut a ad b ut dictum est: et differentia a f ad b f est d. et differentia b f ad c f est e: erit proportio a f ad b f maior quam b f ad c f. et quanto differentia fuerit maior: tanto d f a vnius proportionis super differentiam alterius erit maior.

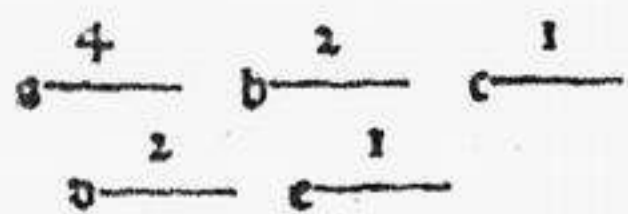


**S**i quotlibet numeris in hac medietate datis: totidem alii in eadem quidem medietate sed non secundum eandem proportionem sumpti: maiores minoribus addantur: inter compositorum maiores: maiorem esse proportionem conueniet.

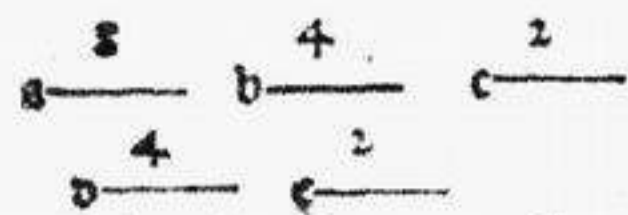
**S**int continue proportionales a b c et similiter d e f: sed in minori proportione. dico quod a d ad b e maior proportio quam b e ad c f. Sit enim qd ex a in f perducit g. et qd ex b in e h. et qd ex d in c k. per primam quinti proportio g ad h est d f a ad b super proportionem e ad f. sed et proportio h ad k est per eandem d f a ad b super proportionem d ad e. quare sicut g ad h: ita h ad k. quare per vicesimam secundam huius g et k plus sunt quam dupli h. et quare qd ex a in c et qd ex d in f sunt quantum qd ex b in e et in se per vicesimam sextam secundi erunt ergo eadez cum g et k maius quam quadrata b et e cum duplo h. magis quam qd ex a d in c f quam qd ex b e in se. et ideo maior proportio a d ad b e quam que est b e ad c f per vicesimam septimam secundi. quod est propositum.



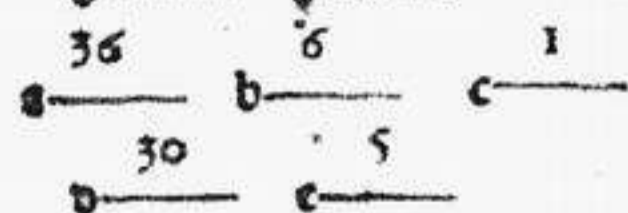
**T**ribus numeris in hac medietate sumptis: maximū ad mīnū et mediū ad alteram differentiarum eandem esse proportionem impossibile est. 27



**S**int a b c tres nūeri in hac medietate: et differentie eorū d et e. dico impossibile esse eādē pportioem a ad c et b ad d vel b ad e. nam si esset a ad c sicut b ad e: ergo pmutatim esset a ad b sicut c ad e. et qz per vicesimam huius b ad c sicut d ad e erit pmutatim b ad d sicut c ad e. quare que pportio a ad b ea erit b ad d: sed a ē maior d. igitur per quartam secūdi b maior d. igitur que pportio a ad b maiorem eius portionem erit b maioris portionis ad minorem. qd per vndecimā quinti est impossibile et ppositum.



**T**rium numerorum huius medietatis quo maximū ad mīnū maior est proportio: eo mediū ad quālibet differentiarum proportio minor. 28



**S**i hypothesis vt prius. hoc enī ideo est qz quāto a ad c maior: tanto differentia b ad c erit maior: quare tanto numerus c maior. et ideo pportio b ad e minor sicut quanto a ad c maior: tanto etiā a ad b maior et quāto a ad b maior: tanto d differentia maior. quāto autē d differentia maior: tāto b ad ipam pportio minor. quod est ppositum.

**N**umeros quotlibet in geometrica medietate ptinuare: quorū extremorū pportio non sit data pportioe maior: minorum xō differentia non sit dato numero minor. 29

**D**ivido per sexagesimānonam nonū pportioem datam in pportioes quaz quotlibet sint equales: et si differentia minorum sit equalis dato numero aut maior: effectum est ppositum. si autē minorum differentia sit dato numero minor. duco datum numerum in quēlibet numerum illaz pportionum et factum apparebit ppositum.



**S**i inter numeros eiusdem medietatis: fm arithmetica medietatem mediū statuatur: illi quoqz in geometrica medietate disponētur. 30

**S**int a b c cōtinue in hac medietate dispositi: sitqz d mediū inter a et b: et e inter b et c fm arithmetica medietatem. dico que pportio a ad b: eam esse d ad e. nam p decimānonam huius vt a ad d: ita b ad e. igitur permutatim vt a ad b: ita d ad e. quod est ppositum.

**S**i inter duos numeros mediū duo proponātur alter in arithmetica et alter in geometrica medietate: qui est scdm arithmetica reliquo tanto amplius potest q̄tum est quadratum differentie ipius ad alterutrum extremorum. 31

**A**t inter a et d sint b c duo mediū: scz b in arithmetica medietate: et c in geometrica. dico b amplius tanto posse sup c q̄tū est quadratum differentie b ad a aut b ad d: qd idem est. nam p vicesimāprimam huius qd fit ex a in d im est q̄tum quadratum c. at p tertiam huius quadratum b addit sup id qd fit ex a in d q̄tum quadratum differentie a ad b. igitur et im addet sup quadratum c. quod est ppositum.

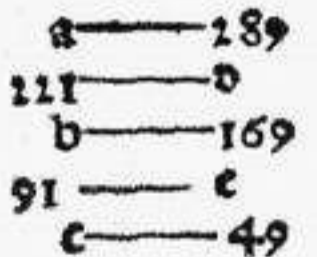
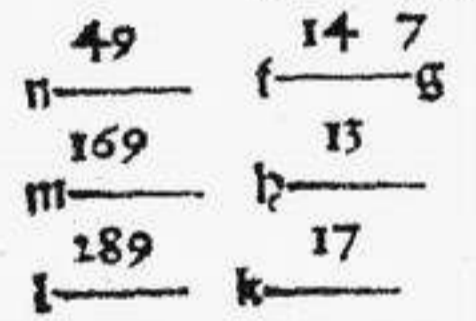
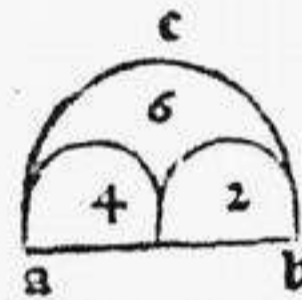
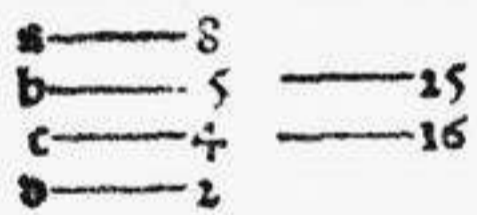
**T**res numeros in arithmetica medietate reperire: inter quorū binos et binos scdm geometricam medietatem medios assignare cōtingat. 32

**S**int a et b duo nūeri pares: et b aut equalis aut numerās a. et ppositus ex a et b sit c cuius duplus sit d. ducaturqz a in c et pueniat e. quia p primam septimi cōpositus ex a et c est par: et p duodecimam eiusdē e est par. ergo p sextam eiusdē si ppositus ille detrahatur ab e: relinquetur par. sit ergo par relictus f. et eius medietas g. et cōpositus ex g et c sit h. itemqz h et a cōponat k sintqz l m n quadrati l h g quos dico esse numeros quales querimus. nam p decimāquintam primi l quadratum l h addit sup m quadratum h: q̄tum est quadratum a. et qd fit ex h bis in a. hoc est q̄tum quadratum a et qd fit ex a in d et f. et qd fit ex a in se et in f minuit ex eo qd fit ex a in e q̄tum est qd fit ex a in c. et qd fit ex a in d est q̄tum qd fit ex b in e. et qz qd ex a et b in e equalē ei qd ex c in e: erit qd addit quadratum k sup quadratum h minus eo qd ex c in e q̄tum est qd fit ex c in a. et ex eodem patere potest qz quadratum h addit sup quadratum g q̄tū qd fit ex c in se et in f: qd min⁹ est eo qd fit ex c in e q̄tum est qd fit ex c in a. quare quanto labundat sup m tanto m abundat sup n. quare quadrati l m n sunt in arithmetica medietate constituti. et p correlarium quarte sexti inter l et m est vnus medius pportionalis: et sicut inter m et n. factum est ergo ppositum.

**S**i sumptis tribus terminis in arithmetica medietate mediū inter illos fm geometricam medietatem statuatur: inter quadratos illoz quadratū mediū alioz in arithmetica medietate constare necesse est. 33

**S**int a b c numeri in arithmetica medietate cōstituti p precedentem inuēti inter quos sint d e fm geometricam medietatem. dico quadratū mediū b cē in arithmetica medietate inf quadrata mediōz d et e. nam qz quadratum d p vicesimāsextam secūdi est q̄tum qd fit ex b in a. qz per nonam primi quadratum d addet sup quadratum b q̄tum qd fit ex b in d fiam suam ad a. et sicut quadratum b addet sup quadratum e q̄tum qd fit ex b in d fiam suam ad c. sed b ad a et b ad c equalis est differentia: igitur quadrata numerorum d b c sunt in arithmetica medietate. quod est ppositum.

**O**rdiatis tribus terminis in harmonica medietate: erit maximū ad mediū: q̄ mediū ad minimum maior proportio. 34



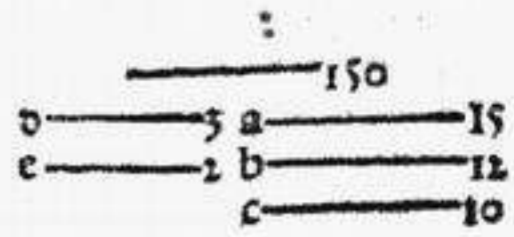
Sint a b c tres numeri in harmonica medietate constituti: sit a maximus. dico a ad b maiorem esse proportionem quam b ad c. Sit enim d differentia a ad b: et e differentia b ad c. erit enim per definitionem d ad e sicut a ad c. et per nonam secundi a ad c maior proportio quam a ad b. quare a ad b minor proportio quam b ad c totius scilicet ad totum minor proportio quam detracti ad detractum. ergo per decimam quartam secundi b ad c residui ad residuum minor proportio quam a ad b totius ad totum. quod est propositum.

35 In eadem medietate duo extremi iuncti: maius medio duplicato efficient.

Quam per secundam secundi differentia maiorum est maior quam differentia minorum. sumpto ergo numero minore maximo extremorum qui addat super medium primum medium super minimum: per secundam primum ille cum minimo equabuntur medio duplicato. igitur per eandem scientiam maximus extremorum qui eo est numerus maior cum eodem minimo constituet numerum medio duplicato maiorem. quod est propositum.

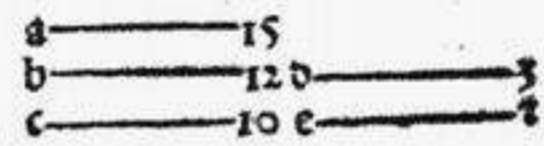
36 In eadem medietate quod continetur sub extremis est quantum quadratum medij cum eo quod fit ex differentia in differentiam.

Sint ut prius a b c tres numeri in hac medietate constituti: et eorum differentie d et e. dico quod fit ex c in a esse tantum quantum quod fit ex b in se cum eo quod fit ex d in e. nam quod fit ex c in a est tantum quantum quod fit ex c in b et in d per nonam primi. et per vicesimam quintam secundi quod fit ex c in d est quantum quod fit ex e in a. et quod fit ex e in a quantum quod fit ex e in b et d. et quod fit ex e et c in b per decimam primi quantum quod fit ex b in se. ergo quod fit ex c in a est quantum quod fit ex b in se et e in d. quod proponitur.



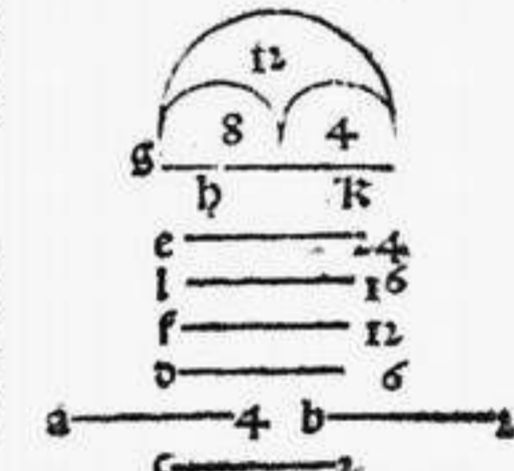
37 In eadem quoque medietate quod fit ex medio in extremos: duplum est eius quod continetur sub eisdem.

Quam quod fit ex b in a est quantum quod fit ex c in a et e in a per decimam primi. et quod fit ex e in a quantum quod fit ex d in c per vicesimam quintam secundi et per decimam primi iterum quod fit ex d in c cum eo quod fit ex b in c quantum quod fit ex a in c. quare quantum quod fit ex c in a. est itaque quod asstruitur notum.



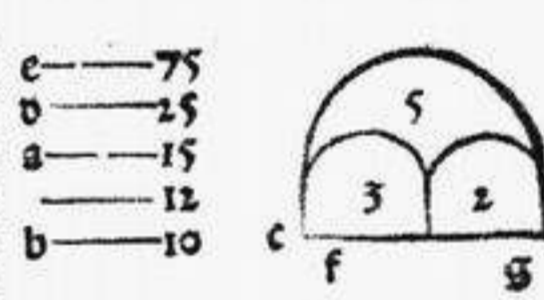
38 Inter unitatem et aliquem numerum: siue inter numeros in sua proportione minores secundum harmonicam medietatem non est assignare medium.

Inter numerum et unitatem non assignabitur. nam cum que proportio numeri dati ad unitatem ea esset differentie numeri dati ad medium ad differentiam medij ad unitatem. et omnia numeri dati ad medium minor eest numero dato: oporteret medij numeri dati et unitatis ad unitatem: minorem esse differentiam unitate. de numeris autem in sua proportione minimis idem statim patet. nam cum eadem eest differentie ad differentiam que illos numerorum adinvicem. proportio et eorum differentie sunt minores. illi ergo non essent in sua proportione minimi. quod est contra hypothesein.



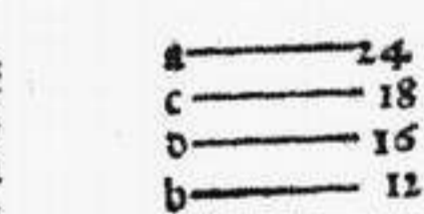
39 Secundum datam proportionem: musicam invenire medietatem.

Sint a et b extrema date proportionis: et c differentia eorum: et compositus ex eis sit d. ducatur igitur a et b in d et perveniat e et f. sitque eorum differentia g. quam per nonam primi d numerabitur secundum c. et quia d est tantum quantum a et b ergo c ductus in a et in b facit g. et eo quod fit ex c in a quod fit h: dempto de g remaneat l: que prouocet b in c. sumatur ergo l medius inter e et f cuius differentia ad e sit h: certum est differentiam eius ad f esse k. et quia per septimam secundi h ad k tantum quantum a ad b. et per octavam eiusdem etiam e ad f tantum quantum a ad b. constat ergo per definitionem factum esse propositum.



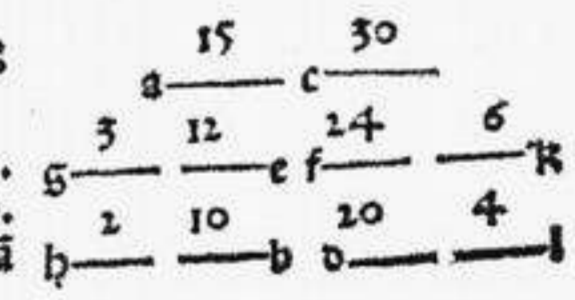
40 Terminis extremis propositi: medium inter eos secundum harmonicam medietatem reperire.

Sint a et b extrema harmonicam medietatis quorum iubeat medium invenire. capio eorum differentiam que sit c: et compositum ex ipsis qui sit d. deinde duco a in c et perveniat e qui dividatur per b: et dividens sit f. eritque per conversam vicesime quinte secundi que proportio d ad a eadem c ad f. dempto ergo f de c remaneat g. eritque f ad g sicut a ad b. quod ostendo. nam quod sicut d ad a: ita c ad f. ergo permutatim d ad c totus ad totum ut a ad f detractus ad detractum. quare iterum ut a ad f: ita b ad g residuus ad residuum. ergo permutatim a ad b sicut f ad g. sumo igitur inter a et b medium numerum cuius differentia ad a sit f. et quia relinquetur differentia eius ad b esse g: per definitionem constat factum esse propositum.



41 Si inter duos numeros duo statuatur medij: alter secundum arithmetice et alter secundum harmonicam medietatem: qui secundum arithmetice maior est et qui maximus ad ipsum eadem alterius ad minimum proportio.

Sint extremi a b. et medij secundum arithmetice medietatem c. et secundum harmonicam d. dico c esse maiorem d: et eam esse proportionem a ad c quam d ad b. quod autem c maior sit d: statim patet quod per definitionem ea sit proportio d ad a ad d ad d: et d ad b que a ad b. sed d ad a ad c et c ad b equatur: ergo maior erit d ad a ad d quam a ad c. et quod ea sit proportio a ad c que d ad b patet. nam per quintam huius est medietas a et b: si iunctorum et per tricesimam septimam huius quod fit ex d in a et in b prouocitur duplum est ad id quod fit ex a in b. igitur quod fit ex d in c dimidium per secundam primi a et b: equabitur ei quod fit ex a in b. igitur per vicesimam quintam secundi a c b sunt proportionales ut dicitur. quod est propositum.



42 Si inter numeros proportionales medij secundum harmonicam medietatem statuatur: extremorum ad illos erit proportio una.

Sit proportio a ad b sicut c ad d. et sit e medius harmonicam inter a et b. et sit f medius inter c et d. dico a ad e sicut c ad f. Sint enim d: et e h: et k: l. quod proportio a ad b ea est c ad d. et q ad b ea est g ad h. et que c ad d ea est k ad l. idcirco erit g ad h ut k ad l. quare permutatim g ad k ut h ad l. quare per vicesimam

Secūdi g h ad k l sicut g ad k. et itē qz pmutatim a ad c sicut b ad d: erit per idem a ad c sicut g h ad k l quare sicut g ad k. et qz a z c sūt tota et g z k detracta: erit ergo e ad f residuus ad residuum p quāram secūdi vt a ad c totus ad totum. quare pmutatim a ad e sicut c ad f. quod est propositum.

**¶ Si inter duos numeros alij duo medij pportionaliter sumantur: sumaturq; maior fm arithmetica medietate: sumetur minor fm harmonicam. q; si minor fm harmonicam: maior fm arithmetica sumetur.** 43

e ——— 48  
g ——— 36  
h ——— 32  
f ——— 24

a ——— 14  
c ——— 18  
d ——— 16  
b ——— 12

**¶ Sit enim a ad c sicut d ad b. et c maior sit medius fm arithmetica medietatem inter a z b. dico d esse mediu fm harmonicam medietate inf a z b. et pvertitur. Sumo enī p quadragesimā primā hui⁹ e z f q; sint in pportioe a ad b. inter q; sit g fm arithmetica medietate medi⁹ / z h fm harmonicam. quia igif p quadragesimā primā e ad g sicut h ad f. et p decimā nonam hui⁹ e ad g sicut a ad c. q; re cū d ad b vt a ad c: et h ad f vt e ad g. erit g h ad f vt d ad b. sed z qz h est medius harmonicus ad quem f extremum habet eam pportioem q; b ad d: facile p precedentem inuenies d eē in harmonica medietate inter a et b. cōuersum aut facile pbabis per quadragesimā primā hui⁹ ostēdēdo mediu arithmetice medietatis quēcunq; inuentum: esse equalem c maiori.**

**¶ Numeros quotlibet in arithmetica medietate ptinuare: inter quoz binos z binos fm harmonicam medietatem possint assignari medij.** 44

n	189
f	27
g	21
h	15
k	9
m	5
l	3
o	147
t	135
p	105
q	63
r	35
s	21

a ——— 9  
d ——— 7  
c ——— 5  
e ——— 3  
b ——— 1

**¶ At si iubeat continuare tres numeros in arithmetica medietate inter quoz binos z binos possint assignari in harmonica medietate medij. capio a b c totidem numeros in arithmetica medietate cōstitutos: quoz differētia sit par: z inter illos sumatur medij in eadem medietate qui sint d z e. et multiplicentur oēs per e. et pueniant f/g/h/k/l qui p decimā septimā hui⁹ erūt in arithmetica medietate. ducaturq; itē c in b z fiat m. et quia p septimā secūdi que pportio c ad e ea est h ad k. et p octauam eiusdem itē q; c ad e ea est m ad l. et inter h z l numerus k maior est in arithmetica medietate medi⁹. igitur p precedentem m est medius inter h z l in harmonica medietate. multiplicētur itē oēs hi per d: et pueniāt n/o/p/q/r/s et erūt vt prius n/o/p/q/s in arithmetica medietate: et r inter p z s in harmonica medietate. ducatur itē a in h z pueniat t. et eadem rōne qua prius mōstrabis ipm eē mediu in harmonica medietate per precedentem inter n z p. sicq; erūt ptinuati vt ppositum est in arithmetica medietate numeri / factiq; apparebit propositum. ¶ Et si de pluribus ageretur: quoties erit apponendus medius harmonicus: toties faciēda erit modo predicto multiplicatio.**

**¶ Quobus numeris ad alios duos proportionalibus: vtrozūq; alterū inter reliquos medium esse in harmonica medietate: est impossibile.** 45

a ——— 8  
c ——— 6  
b ——— 4  
d ——— 3

**¶ At sit a ad b sicut c ad d: dico c nō eē medius fm medietatem harmonicam inter a z b: neq; b inter c et d. si enī possibile sit: esto ergo c in harmonica medietate inter a z b: et b inter c z d. quia enī a ad b sicut c ad d. et inter a z b et c z d numeros quidē pportionales: pstituitur c z b medij fm medietatem harmonicam. igitur per quadragesimā secūdam hui⁹ erit pportio a ad c sicut c ad b maximi scz ad medium que medij ad mimum. quod per tricesimā quartam hui⁹ est impossibile et propositum.**

**¶ Si tres numeri in arithmetica medietate sumpti aliquem numerum numerent: illi fm quos cum numerant in ordine harmonice medietatis inueniētur.** 46

d	12
a	6
b	4
c	2
e	2
f	3
g	6
h	4
k	6
l	12
m	8

**¶ Sint a b c in medietate arithmetica sumpti: numerētq; d fm e f g. dico e f g esse in harmonica medietate ordinatos. Sint enī tres dupli eoz h k l qui et sīdem erūt vt patebit in harmonica medietate et sit m inter h z l in arithmetica medietate medius. qz enī a in e z c in g cōstituit d: ergo p vicesimā quintam secūdi que pportio a ad c ea est g ad e: et que g ad e per quintam secūdi ea est l ad h. sed per decimā nonam hui⁹ l ad m sicut a ad b. et qz per eadē vicesimā quintam secūdi a ad b sicut f ad e: erit ob hoc l ad m sicut k ad h. sed p quadragesimā tertiam hui⁹ k est medius harmonicē inter l z h. igif et f harmonicē medius inter g z e. quod est propositum.**

**¶ Numeros quattuor perscrutari: quoz secundus inter primum z tertium: z tertius inter secundum z quartum in harmonica medietate cōstituatur.** 47

e ——— 24  
a ——— 8  
b ——— 6  
c ——— 4  
d ——— 2  
f ——— 3  
g ——— 4  
h ——— 6  
i ——— 12

**¶ Sint a b c d quattuor numeri in arithmetica medietate cōstituti qui numerent eūdem numerum e fm f/g/h/k. dico f g h k esse quattuor numeros quoz g secūds est in harmonica medietate inter f z h primum z tertiu. et h tertius itidem eē in harmonica medietate inter g z k scdm z quartum. nam qz tres nūeri a b c in arithmetica medietate pstituti numerant e fm f/g/h: g per precedentem f/g/h sunt in harmonica medietate. et per idem quia b/c/d tres alij arithmetice medietatis numerant eundem e fm g/h/k. ergo g h k sunt in harmonica medietate. est igif vt pponebat g medius harmonicē inter a et h: et h itidem medius harmonicē inter g z k. quod est propositum.**

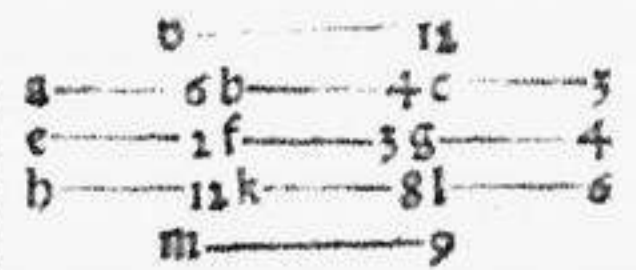
**¶ Si tres numeri geometricē medietatis aliquem numerum numerent: et illos scdm quos numerant in eadem inueniri necesse est.** 48

d ——— 24  
a ——— 8  
b ——— 4  
c ——— 2  
e ——— 3  
f ——— 6  
g ——— 12

**¶ At sint a b c in geometrica medietate pstituti q; nūerent d fm e/f/g: dico g/f/e in eadem pportione reperiri. nam p vicesimā quintam secūdi vt a ad b ita f ad e: et per eandem vt b ad c ita g ad f. quare erit e ad f vt f ad g: et f in geometrica medietate medius. quod est propositum.**

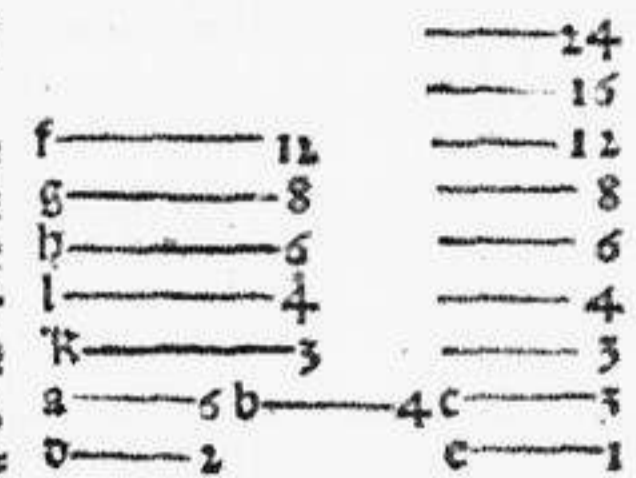
**¶ Si tres numeri musice medietatis aliquem numerent: illi fm quos cum numerant in arithmetica medietate disponētur.** 49

**H**ec est quersa quadragesimesexte. sint ergo a b c in harmonica medietate dispositi qui numerentur a b c d e f g. dico e f g esse in arithmetica medietate constitutos. Si mo h l l duplos ad a b c qui sicut erunt in harmonica medietate et in medium fm arithmetice medietatem inter h et l. erit p quod a gesimāzimam huius h ad m sicut l ad l. quare sicut g ad f adiuuā vicecima quita secundi. sed et per eādem vicecimāquā scōl cognosces g ad e sicut h ad l. sed h ad m mediu m: sicut g ad f suū mediu et m ad l ut f ad e. igitur per decimānonam huius f medius erit in medietate arithmetica inter g et e. quod est propositum.



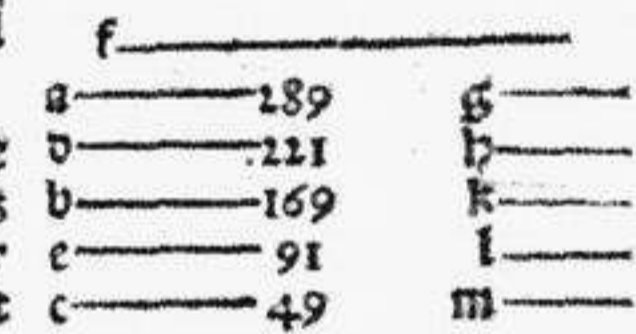
**50** Quolibet nūeros in geometrica medietate fm datam pportioem pnuare: inter quoz singulos fm harmonicam medietatem medios assignare sit possibile.

**P**er tricesimānonam huius sumatur fm datam pportioem a/b/c tres numeri in harmonica medietate: et sint d e termini pportionis a ad c. et ducat d in oēs illos et pueniant f g h qui p septimam secūdi erunt in eadē medietate q per correlarium eiusdem septime differētie f ad g et g ad h sint eque multiplices ad d e. ducat q e in c et pueniat l. erit p octauam secūdi f ad h sicut h ad l. Itē ducatur e in b et pueniat l. erit p l ad l sicut b ad c. quare l harmonice medi⁹ inter h et l. sicq habes duos fm datam pportioem geometricē pnuatos: inter quos et duo medij harmonice medietatis sunt inuēti. Si plures desideras duc d in oēs inuētos et e in duos extremos et habebis tres i medietate geometrica pnuatos et inter binozū singulos ea rōne qua prius medios in harmonica medietate sumptos et hoc quoq pacto quotquot voles inuenies.



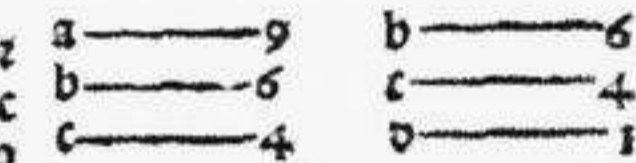
**51** Tres numeros in harmonica medietate disponere: ita ut iter binos et binos medij fm medietatem geometricam cōsistant.

**S**cōm exigentiam tricesimesecunde huius inueniatur a b c tres numeri in arithmetica medietate pstituti: inter quos sint d et e in geometrica medietate. et sit f numerus quē oēs numerant: numerētq eum fm g h l z m. et patet p quadragesimāsextam huius g/l/z/m eē in harmonica medietate: sed et per quadragesimāoctauam hui⁹ h inter g et l: et l inter l et m erūt in geometrica medietate. sicq patet effectum propositum.



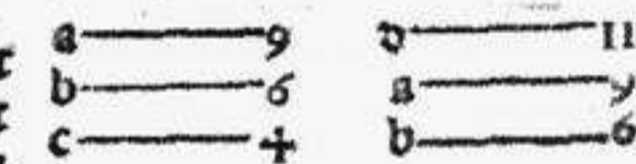
**52** Primam residuarum medietatum: in numeris constituere.

**H**ec a geometrica sumitur. Et sint a b c in geometrica medietate ita tamen ut c minimus sit maior q d fia maiorum. subtrahat igitur differētia maiorum ab c mīmo et residuū sit d. dico b c d eē in hac prima collateralium medietatum pstitutos. nā quia a b c sunt in geometrica medietate cōstituti: ideo que pportio a ad b: ea est p vicecimam huius differentie maiorum ad differentiam minorum. sed differētia a ad b est eadem differentie c ad d. igitur differētia c ad d minorum ad differentiam b ad c maiorum sicut a ad b. quare sicut b ad c maximi ad mediu. per diffinitionem itaq patet ppositum.



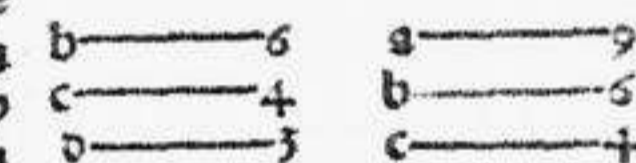
**53** Secunde inuentionem declarare.

**S**int ut prius a b c in geometrica medietate quoz differētiā minorum addo ad a. et ppositū sit d. dico d ad b esse in secūda reliquaz medietate. nam per vicecimam huius que pportio a ad b ea erit differētie maiorum ad differentiam minorum nūerōzū in geometrica medietate pstitutor. et eadem est pportio differētie a ad b ad differētiā a ad d. igitur per diffinitionem cōcluditur propositum.



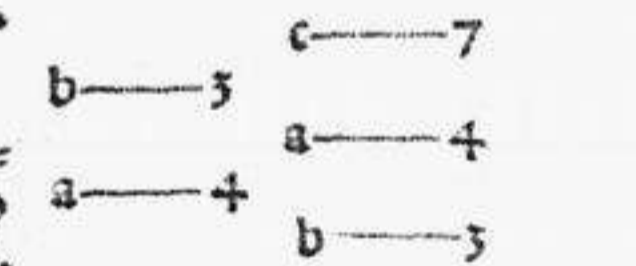
**54** Tertiam eandem in numeris assignare.

**H**ec etiam habetur p geometricam medietatem. sit ergo pcedētum hypotheiss et maiorum differētia dematur ab b medio: sitq residuum d. dico b/c/d esse in tertia medietate. nam que differētia a ad b: ea est b ad d. igitur que pportio differētie a ad b ad differentiam b ad c ea est differētie c ad d ad differentiam b ad c. quare que pportio b maximi ad c mediu: ea est differentie b ad d extremorum ad d fiam b ad c maiorum. cōstat igit p diffinitionem b c d eē in pposita medietate. qd est ppositum.



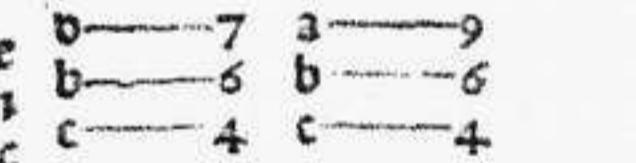
**55** Quartam in terminis manifestare.

**S**int a b quilibet duo numeri: et cōpositus ex ipis sit c. dico c/a/b eē tres terios in hac quarta medietate datos. qz enī d fia c et b extremoz: est a. et d fia c a maiorū: est b. q que pportio a ad b medij ad mīmū: ea erit d fie extremoz ad d fiam maiorum. per diffinitionem itaq pstat factum esse ppositum.



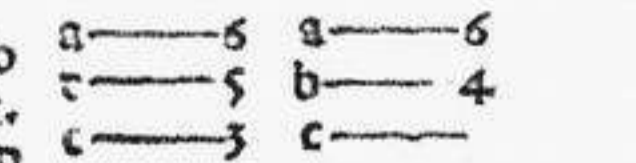
**56** Quinte demonstrationem explicare.

**H**ec a geometrica medietate elicitur. Sint igitur ut prius a b c tres nūeri i geometrica medietate quoz c mīmo addo differentiam maiorum: et cōpositus sit d. dico d b c esse in pposita medietate. nam differētia d c extremorum est differentia a ad b: igitur adiuuante vicecima huius que pportio b ad c medij ad mīmū: ea erit differentie d ad c extremorum ad differentiam b ad c minorum. Itaq per diffinitionem demonstratum est propositum.



**57** Sextam sub exemplo demonstrare.

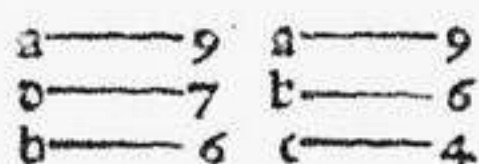
**H**ec ex harmonica cognosci potest. Sint a b c in harmonica medietate: p diffinitioem que pportio a ad c ea est d fie maiorum ad d fiam minor. capio nūerum d inter a et c: cuius d fia sit ad a que b ad c. erūt itaq trāsmutate differētie. quia que differētia a ad b maiorum: ea est d ad c minorum. et que b ad c minorum: ea erit a ad d maiorum. dico itaq a d c esse qui pferūt. nam que pportio a ad c extremoz ea est differētie d c minorum ad differentiam a d maiorum. per diffinitioem igitur patet effectum esse ppositum. Quod si capite secūdi sue arithmetices diuus Seuerinus testatur huic medietati quam suo ordine quartam ponit proptium esse: qd cōtinetur sub maiore terio et medio duplum sit et quod



cōtinetur sub medio ⁊ parvissimo: hoc indubitātū est per septimam secūdi quoties maximi ad mīmū est habitudo dupla / alioquin per eandem non teneat sed per eandem semper que pportio maximi ad mīmum ea erit eius quod cōtinetur sub maximo ⁊ medio ad id qđ cōtinetur sub medio ⁊ mīmū / imo id omni medietati cōmune est.

**¶ Septime terminos inuestigare.**

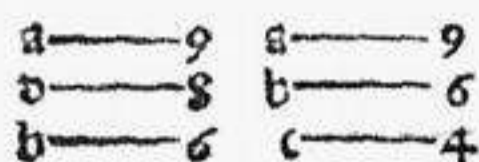
58



**¶** Hec ex geometrica. Sint a b c tres numeri in geometrica medietate ab a maximo eorū subtrahō differentiam minorum ⁊ sit residuum d. et patebit vt prius que pportio a ad b maximi ad mīmū: eam esse differentie extremorū ad differentiam maiorum. quare per diffinitionem constabit propositum.

**¶ Octauam demum restat explanare.**

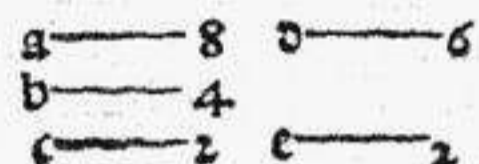
59



**¶** Hec etiam ex geometrica. Sint septius dati numeri a/b/c in geometrica medietate: et minorū differentia addatur medio: fiatq; compositus d. dico a/d/b esse in hac vltia medietate. nam que pportio a ad b maximi ad mīmum: ea est adiuuāte vicesima huius differentia a ad b extremorū ad differentiam d b minorū. nam equatur differentie b ad c. igitur per diffinitionem a/d/b sunt in hac medietate. sicq; constant octo collaterales medietates monstrate.

**¶ Trium numerorum maximi ad medium: atq; differentie maximi ad minimum ad differentiam mediū ad ipm: eandem esse proportionem impossibile est.**

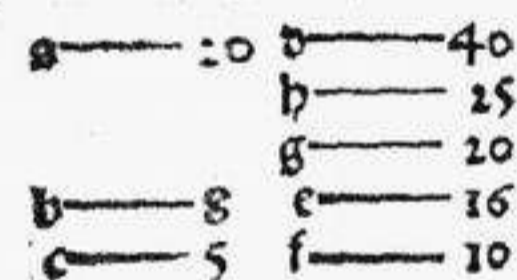
60



**¶** Sint a/b/c tres diuersi numeri quicūq; quorū a sit maximus/b medius/et c mīmus: et differentia a ad c sit d. et differentia b ad c sit e. dico impossibile esse eandem pportione a ad b maximi ad mediū que d ad e differentie maximi ⁊ mīmū ad differentiam mediū ad mīmum. nam si ea pportio sit a ad b que d ad e totius scz ad totum que detracti ad detractū: erit c residui ad c residui: que a ad b totius ad totum. est enim c vtriusq; residuum. quare a et b idem sunt numerus atq; equales. quod est contra hypothesim.

**¶ Si inter duos numeros sumātur tres mediū: vnus fm arithmetica medietatem: et vnus fm geometricam: et tertius fm harmonica: arithmeticum maximū: ⁊ harmonicū mīmum: atq; inter illos geometricū medium esse pportionalit̄ est necesse.**

61



**¶** Sit a ad c pportio quecūq; que potest in duo equa diuidi. vt exempli causa quadrupla inter cuius extrema per tricesimānonam huius sit inuentus b in harmonica medietate duplo a b et c ⁊ pueniant d/e/f qui pportionalit̄ erūt in eadem medietate. et quia per septimam secūdi d ad f vt a ad c: et a ad c posita est partibilis in duas equas pportiones: partietur etiam d ad f in equas. diuidatur igitur per g. erit igitur d ad g vt g ad f. quare g per diffinitionem medius est geometricus inter d ⁊ f. et quia f ⁊ d sunt pares: ipsoꝝ simul iunctorum capio medietatem que sit h: que per quintam huius est in arithmetica medietate inter d ⁊ f. habemus igit̄ inter duos numeros d et f tres medios h g e scz h in arithmetica medietate/g in geometrica/ ⁊ e in harmonica demōstratos. qđ supponebat ppositio. dico igitur d esse maximum mediorum: et e mīmū: et g medium pportionalit̄ atq; geometricū inter h ⁊ e. nam quia h est medius inf d ⁊ f fm arithmetica medietate ⁊ e fm harmonica: ergo p quadragesimāprimā huius h maior est q̄ e. et que pportio d ad h ea est e ad f. igitur per vicesimāquintam secūdi qđ sit ex d in f: equū est ei qui sit ex h in e. sed quia g est medius pportionalis inter d ⁊ f: igitur per vicesimāsextam eiusdem quod sit ex d in f: equū est ei qui sit ex g in e. quare quod sit ex g in e: it̄ est q̄tum quod ex h in e. igitur per secūdam partem eiusdem vicesime sexte secūdi h g e sunt pportionalis. quare h erit maximus: g medius pportionalis: ⁊ e mīmū. quod intendebat ppositio.

**¶ Duos numeros quorū pportio non sit data proportione maior / inuestigare: inter quos fm tres dictas medietates medios assignare sit possibile.**

62

**¶** Datam proportionem quācūq; diuidamus per sexagesimānonam noni in quotlibet pportiones: quaz due sint equales: que pposite nō sint data proportioe maior. fm igit̄ illam pportioem ppositam quero medium harmonicū fm exigentiam tricesimenone huius et oīno consimilit̄ operādo vt in principio precedentis factum est inueniam tres medios modo qui in precedenti dictus est. inter duos numeros quorū pportio non erit data proportione maior. sicq; constabit propositum.

**¶ Decimi elementorum arithmetices Jordani finis.**



Jacobi Fabri Stapulensis Elementa Musicalia ad clarissimū virū  
Nicolaum de haqueulle inquisitorum Præsidentem.

Ecceuerā clarissime vir nulli meas elementorū musicalium qualescunq;  
sunt prius dicere vigilas: q̄ probatas cognouisse. q̄uis id me mime  
lateret/demonstrationes: in quibus vel solis vis scientie cōsistit: nō pro  
bari non potuisse. Verū si presentium iudicia parui ducis/reputasq;: hī  
tibi ex antiquis sūm opere musicos cōmendare labores iure valebunt.

Mercurius	Tamyras	Ptolomeus
Orpheus	Thymenias Thebanus	Eubolides
Pythagoras Samius	Terpander lesbicus	Hippasus
Amphion thebanus	Lycaon Samius	Aristoxenus
Linus	Prophrastus Periotus	Philolaus Pythagoricus.
Arion lesbicus	Estiacus Colophonius.	Archytas tarentinus
Hydas Phrygius	Tymotheus milesius	Albinus
Corebus lydius	Thicomachus	Diuus Scuerin <sup>o</sup> Boecius.
Thyagnis Phryx	Plato	
Tharsias	Aristoteles.	

Et similia q̄ plurimi quos oēs eterna memoria disciplinarū eblāditissima Musica  
reddidit insignes inter quos: duos p̄ceptores meos Jacobū Labiniū & Jacobū turbe  
linū ā numero: tanq̄ ea arte posteritati victuros. Comēdant & eā iurifici eius effect<sup>o</sup>.  
Pythagorici enī animorū ferociā tibiis/fidibusq; emollicebant. Esclapiades fremētis  
vulgi seditiones crebro cantu compescuit. Idēq; tuba surdis medebatur.  
Damon pythagoricus ebrios et proinde petulātes adolescētes: grauiorib<sup>o</sup> modulis  
ad tēperantiam reduxit. Scbrē & vulnera: musica modulatione curauit antiq̄tas  
Eadē quoq; suauitate schias/correndicūq; dolores emēdauit: qd̄ hismenias theban<sup>o</sup>  
tētasse memoratur. Theophrastus ad animi pturbationes moderādas musicos adhi  
buisse memorat modules. Nec iniuria quidē. est enī musica vt quedā moderatiōnis  
lex atq; regula. Quamobrē bono iure eos ridebat diogenes musicos: qui cū citharā  
ad harmonicos cōsensus haberent temperatā: animū gererent incōpositū et proflus  
harmonia vite destitutū. Xenocrates organicis modulis lymphaticos liberauit.  
Tales Cretensis suauitate cithare: morbos/pestilentiaq; fugauit. Terpāder et arion  
zones & lesbios cantu a grauissimis morbis leuasse: diuus Scuerinus auctor est.  
Herophilus medicus egrorum venas musicis pensiculabat numeris.  
Tymotheus autē musicus dum voluit efferatū reddidit alexandriū ad armaq; furentē  
atq; aliter cū libuit ab armis ad cōiuiua retraxit emollitū. Thracius Orpheus ferarū  
sensus fidibus/cātūq; inflexit. hoc est ferinos hoīm mores leges ad citharā canendo  
ad moderatā humanitatē reduxit. Cerui fistulis capiūtur studioq; modulationū deti  
nentur. Lygni hyperbozei cithare cātibus alliciūtur. Elephātes indi organica dulce  
dine permulcētur. Buicule fistulis irretūtur. Teneros adhuc infantū sensus permo  
uent cātus/crepitaculaq; vagientū sedāt. Delphinos suis sibi fidibus cōciliavit arion  
Serpētes cātibus rūpuntur. Sepulcorū manes cantibus excitātur. In actiaco littoze  
mare citharā personare memorātur. Aegaris citharā personat saxū: et ad cuiuslibet  
pulsantis ictum fidicanat. Et possem pleraq; talia vir clarissime ad musicā cōmenda  
tionē adducere. at tot/tantisq; & recentū & priscoꝝ cōmendatā auctoritatibus tibi nūc  
ab me atq; bonarū litterarū studiis dicatā disciplinā: equo suscipias animo tuis auspi  
cis lucem habiturā. Et me vnum inter tuos cliētulos tuarum virtutū/tuorū nominis  
obseruatozem esse cognoscito. Vale.

**Jacobus Stapulensis Jacobo Labinio et Jacobo Turbelino Musicis: suis  
charissimis preceptoribus.**

Uod inter oratorē atq; rhetora: id inter cantorem et musicum interesse vo-  
lunt: neq; oratorem quemq; dici mereri qui idem rhetor non sit. ita vestruz  
semper iudicium fuit: vt ne cantor quidē dici mereatur vnq;: qui idem mu-  
sicus non fuerit: pulchre mimos/ et hystriones a cantorum honesto cetu se  
questrātes tanq; Epicureos a sobria mensa Icastoq; philosophorū dogmate. nec in-  
iuria nam Homerus diuinus Poeta vbiq; doctum et scia modulatū introducit can-  
torem vt apud Odysseam vbi Penelopē Phemiū Sidicinē ad neruos verba mouē-  
tem his verbis allocutam effingit.

Preterea illachrimans diuum est affata canentem  
Phemi multa tenes hominum mulcentia pectus  
Facta hominum atq; decum: et que laudē autoribus addunt.  
Ex iis pange aliquid.

Et quales Homerus probat: vos minime tales esse dubito vt qui dudū a vobis priā  
musices rudimenta perceperim. Quapropter ad vos nostros labores examinandos  
cōmitto. quos eo libentius me suscepisse fateor: quo musicalē scientiā neq; apud gre-  
cos neq; latinos quidē vnq; elementis traditam esse legeri: at introductiones q̄ plu-  
rimas inter quas ea omnium nobilissima est quam diuus Seuerinus Boccius sui mo-  
numentū reliquit. quem vnū in hac re presertī delegi meorū studiorū ducē. Si ergo  
probaueritis satis michi est. In re enim nostra malumus aliorū iudicia sequi: q̄ pro-  
pria probare. Valete.

Antiqui qui de musica scripserunt		Insignes ex recentiorib <sup>9</sup> qui de eadē scripserunt.
Democritus	Plato	Albinus
Heracides ponticus	Aristoteles	Diuus Seuerinus
Timotheus milesius	Theophrastus	Basilius
Philolaus Pythagoricus	Nichomachus	Hylarius
Architas tarentinus	Aristoxenus	Augustinus
Duo Theodozi	Ptolomeus	Ambrosius
Xanthus atheniensis		Helasius.

**Argumentum quattuor librorū musices.**

**Primus** liber interualla muscis modulationibus acōmoda discutit. multiplex: du-  
plare/triplare/quadruplare. superpartulare: sesquialter/ sesquiterciū/ sesquioctauū/  
bis sesquioctauū/ ter sesquioctauū/ quater sesquioctauū/ quinquesz sexies sesquioctauū  
**Secundus** de tono/ integro toni dimidio/ semitono minore/ semitono maiore/ cō-  
mate/ schismate/ atq; diaschismate.

**Tertius** de sesquitono/ ditono diatessarū/ diapente/ diapente et tono/ diapason/ dia-  
pason et trisemitono/ diapason et ditono/ diapason et diatessarō/ diapason et diapēte/  
diapason diapente et tono/ disdiapason/ ac integro toni et cōsonantiarū oīm dimidio.  
Et de maximarum Harmoniarum consonantiis: et quarundā medietatum.

**Quartus** de monochordo/ tetrachordo/ pentachordo/ heptachordo/ octochordo/  
pentadecachordo/ diatonicis/ chromaticis/ enarmonicis melodiis. Et de melodiarū  
modis. et hec sub breuitate contracta: argumentū libri sunt.

**J**acobi Fabri Stapulensis Elementorū musicaliū  
ad clarissimum virum Nicolaum de haqueuille presi-  
dentem parisiensem liber primus.

**I**nteruallum est soni grauis / acutiq; spaciozum habitudo.  
Spacium vocamus neruū / chordam / expiratum aerem / et quid-  
quid simile est: a quo sonum elicimus.

**M**ultiplex interuallū est quoties maius spaciū continet minus  
pluries. vt bis: et duplex interuallum dicitur. vt tertio: et dicitur  
triplex. vt quarto et quadruplex nuncupat. et hoc pacto deinceps  
Interuallum superparticulare est cum maius continet minus: et

partem eius aliquam.

**P**ars est que metitur totum: ipsum aliquoties sumpta restituens.

**S**i maius continet minus et eiusdē dimidiū: sesquialterū nominatur interuallum.

**S**i maius continet minus et minoris partem tertiā: dicitur sesquitertium.

**S**i vero cōtinet minus et eiusdē minoris partem octauā: epogdōum / sesquioctauūq;  
nominatur. Et ita reliqua superparticularia iterualla: per facile est diffinire: sed parū  
musico conducunt proposito.

**S**uperpartiēns autem diceretur interuallum: si maius contineret minus et minoris  
partes aliquot: que partē vnā non efficiunt.

**N**umeri sunt adinuicem primi: quos sola metitur vnitas.

### Dignitates.

**Q**uidquid metitur alterum: metitur et omne mensuratū ab illo.

**C**ompositum in ea resoluitur simplicia: ex quibus componitur.

**C**uiuslibet numeri pars est vnitas: ab eo denominata.

**U**nitas in quemcunq; numerum ducta: ipsum producit.

**Q**uidquid metitur detractum et residuum: metitur et totum.

**Q**uecunq; vni et eidem equa sunt: et ea inter se sunt equa.

**E**t que inter se sunt equa: eiusdem sunt eque multiplicia aut submultiplicia.

**E**orum quorum tota sunt equa: et dimidia sunt equa.

**Q**uidquid bis auctum aliquid transcendit: id vltra illius dimidiū esse necesse est.

**E**t quod duplicatum non implet integrum: id profecto non continet dimidiū.

**O**mne totum est maius sua parte.

### Petitiones.

**D**ata equali chorda: que spaciū ad spaciū proportio est: eam esse et soni ad sonum.

**I**nter numeros sola vnitate distantes: nullum intercipi posse medium.

**S**pacium quodlibet in quotlibet equas partes diuidere.

**T**otum ad suam partem / et laxius ad se tensum: grauiorem sonum edere.

**O**mnem proportionem esse tanq; numeri ad numerum.

**S**i numerus numerū datum multiplicet: idēq; productū diuidat: numerū datū redire.

**S**i numerū datū numerū diuidat: et qd̄ puenit rursus multiplicet: numerū datū redire.

**E**xteriorū proportionē ex interiorū proportionib; vt suis partibus esse compositā.

**E**xtrēmi ordinararū proportionū: maximus / minimusq; terminus intelliguntur.

**S**ciētia subalternata qualis ad Arithmetica Musica est: principiis et demonstratis scientie prioris  
subalternatisq; vtitur. at studuimus vt q̄ fieri potest rarissime id in hac disciplina fiat. verum plerūq;  
vbi oportunū videbitur alio q̄ in arithmeticiis factū est vtemur demonstrandi mō: quo singula magis  
ex propriis facta videantur q̄uis arithmetico suffragio atq; iis que in arithmeticiis monstrata sunt ea  
dem prōptius faciliusq; fierent: attamen quando id fiet et quando nō sequentibus demonstrationibus  
cuilibet per q̄ perspicuum euadere poterit.

**¶ Si interuallum multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione interuallum multiplex est.**

d	e	c	
16	8	4	Multiplex ex duplicatione.
4	2		Multiplex interuallum.
B	B		

**¶ Interuallum binario multiplicare: est interualli habitudinem duplare que quo pacto duplāda sit dudum tertia propositioe quinti Arithmetices notum esse potest. vt si a b sit interuallum quodcūq; quod binario multiplicare iubeamur: ipsum per tertiam quinti multiplicabimus si ducimus a in se et b in se proueniantes d c eritq; productorum d et c duplex interuallum interuallo producentiū a b. Et si rursus ducimus a in b proueniatq; productum e erit per sextam quarti que proportio d ad e eadem e ad c et interuallum d c in duo equa partitum. Sed esto nunc vt interuallum a b sit multiplex quādammodum proponit propositio quod modo pauloante dicto: binario multiplicetur: sitq; duplum d c et ea proportio d ad e et e ad c: dico interuallū d ad c esse multiplex. Nam cum a ad c multiplex sit interuallum cum geminatur manifestum est multiplex addi multiplici quare per vicesimā secundam noni Arithmetices statim notum est interuallum compositum multiplex esse. et propositū. Sed idem aliter hic demonstratur. Quoniam enim que proportio a ad b ea est d ad e et e ad c. nam vtraq; proportionis duplate a ad b medietas. Proportio autē a ad b posita est multiplex: igitur et proportio d ad e multiplex est. metit igitur per diffinitionē multiplicis: e ipsum d vel bis vel ter vel deinceps. Et eodē quoq; iure c toties metitur ipsum e. quare et c per primū communē conceptū etiam metitur ipsum a. Quicquid enim alterū metitur: metitur et omne quod mensuratū est ab illo. est itaq; per diffinitionē interuallum a c multiplex. quod erat ostendendum.**

**¶ Si fuerint termini pportionaliter constituti: cum primus fuerit vltimo cōparatus si primus vltimum fuerit mensus: metietur et secundum.**

2	4	8	1	2	4	A b c tres termini proportio-
a	b	c	d	e	f	nales quorū a numerat b.

**¶ Tamen si hanc decimatertia quarti demōstret sufficienter: eam tamen ap̄lius hoc in loco volumus manifestare. Sint enim a b c termini proportionaliter constituti et a numeret c: dico idem a numerare b. capio enim d e f terminos in ea proportione minimos. Quoniam enim d ad e vt a ad b: et e ad f vt b ad c. igitur per equam proportionalitatē quam vicesimā prima secundi Arithmetices monstrat d ad f vt a ad c. sed a per hypothesim metitur c: igitur et d metietur f. Et quia d e f positi sunt in sua proportione minimi. ergo per quintam quarti d et f sunt adinuicem primi. Et cum d seipsum metiat: pariter et f per diffinitionē d est vnitas. Et vero cum vnitas sit omnis numeri pars: d ergo metietur e. Et cum a ad b vt d ad e: metietur igitur a ipsum b secundū terminum: quod erat cognoscendum atq; propositum.**

**¶ Si interuallum binario multiplicatū: multiplex effecerit interuallum: ipsum quoq; multiplex erit.**

2	4	8	A b interuallum binario multiplicatū
a	b	c	multiplex efficiens.

**¶ Hec est conuersa prime: cuius hec est ratio. Nam cum interuallum compositū multiplex sit et per secundam cōmunem scientiam resoluator in id interuallum ex cuius multiplicatione creuit siquidē compositū omne: in ea simplicia dissoluitur ex quibus coalitū concretum/compositūq; esse cognoscit per sexagesimā noni interuallum simplex multiplex erit. Et id idem aliter ostenditur. Nam si a b c geminatum interuallū sit multiplex sic vt c multiplex sit ad a et ea proportio a ad b et b ad c: quoniam c ad a erit multiplex: a per diffinitionē metietur ipsum c. quare et per precedentem a metietur ipsum b. est igitur interuallum simplex b ad a per diffinitionem multiplex. et propositum.**

4 **C** Si terminorum interualli primus ad secundum comparatus sese ut tertius ad quartum habuerit: quot proportionaliter medij primo et secundo: totidem tertio et quarto interuenire necesse est.

*E* medium proportionale inter *d* et *f* tertium et quartum ut *b* inter primum et secundum.

27	18	12		18	12	8		9	6	4		2
<i>A</i>	<i>b</i>	<i>c</i>		<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>		<i>g</i>	<i>h</i>	<i>k</i>		<i>l</i>

**C** Hanc duodecima quarti monstrat cuius adhuc hic ut ad sequentia momentum habens: cognitio promptior habeatur: repetitur demonstratio.

**C** Sit *a* cuiuscumque interualli primus terminus ad *c* secundum ut *d* tertius ad *f* quartum: et sit *b* medius proportionaliter constitutus inter *a* et *c*. dico etiam inter *d* et *f* interuenire unum proportionaliter medium. **C**apio enim per sextam quarti *g h l* tres minimos secundum proportionem *a* ad *b* et argumentor ex vicesima prima secundi per equam proportionalitatem *g* ad *h* ut *a* ad *b* et *h* ad *l* ut *b* ad *c*. igitur *g* ad *l* ut *a* ad *c*. quare et ut *d* ad *f*. at si *d* et *f* sunt idem termini cum *g l* manifestum iam est inter *d* et *f* interuenire unum proportionaliter medium. **S**im minus: ergo per vicesimam tertiam Arithmetices *g* et *l* metietur *d* et *f* equaliter: sitque id secundum *l*. duco ergo *l m g h* et *l* et *g* proueniant *d* et *f* per septimam secundi *d* ad *e* ut *g* ad *h* et *e* ad *f* ut *h* ad *l*. quare *e* interuenit proportionaliter medius terminis *d* et *f*: quod erat monstrandum.

5 **C** Superparticularis interualli medius numerus: neque vnus neque plures proportionaliter interuenient.

**Q**uod proportio superparticularis: in duo equa diuidi non possit.

27		18						<i>A c</i> spacium superparticulare.				
<i>A</i>	<i>b</i>	<i>c</i>		<i>d</i>	<i>e</i>	<i>g</i>	<i>f</i>	<i>D e f</i> tres minimi proportionis <i>a</i> ad <i>b</i> .				

**C** Hanc intelligimus: nullum superparticulare interuallum in duas aut plures interualloz habitus diuisiones proportionalesque secabile esse. quod demonstratione proxime subiuncta per se facile liquebit.

**C** Sit *a c* interuallum superparticulare quod diuidatur in duo equalium habitudinum spacia *a b* et *b c* certis constitutisq; numeris si possibile est. sitque ictirco ut *a* ad *b* ita *b* ad *c*. capio per sextam quarti arithmetices *d e f* tres minimos continue, proportionales in proportione *a* ad *b*. et quod *d* ad *e* ut *a* ad *b* et *e* ad *f* ut *b* ad *c*: ergo per equam proportionalitatem *d* ad *f* ut *a* ad *c*. at qui *a* ad *c* positum est superparticulare interuallum: igitur et *d* ad *f* est superparticulare. **A**terro quoniam *d e f* sunt tres illius habitudinis minimi termini: igitur *d* et *f* primus et ultimus per primam quarti sunt adiuuicem primi. **A**t cum *d* monstratus sit superparticularis ad *f*: per definitionem continet *f* et eius partem que ideo per definitionem metitur *f*. **E**t si ea pars sit numerus cum ea etiam per communem conceptum metiatur *d*: metietur enim se partem de tractam et residuum quod equum est *f*. non erunt ergo *d* et *f* adiuuicem primi cuius oppositum iam monstratum est et impossibile. erit ergo ea pars unitas. **T**unc addo unitatem ipsi *f* et fiat *g*: ut *g* et *f* solius unitatis discrimine dissent mox argumentor *d* ad *f* ut *g* ad *f*. sed inter *d* et *f* positus est vnus interuenire medius igitur per precedentem et inter *g* et *f* numeros sola unitate distantes interuenit intercepturque aliquis numerus medius quod per secundam petitionem est impossibile. non igitur superparticularis interualli vnus medius interuenit numerus. neque quoque eodem argumento interuenient plures. **E**t hac etiam demonstrat sexagesima prima noni. **E**t et hac quoque cognoscitur reprehensionem demonstrationis **A**rchite: quod nulla superparticularis in duo equa diuidi possit quam tertio institutionis musice capite vndecimo videtur diuus **S**euerinus adducere non tam esse diui **S**euerini quam **R**ichomachi aut aliorum quos interpretatur elegantissime qui et simile in plerisque tum **A**rithmetice tum **M**usice institutionis locis fecisse comperitur. **E**t non verentur quidam (pace omnium dixerim) eius libros perlustrare non ut sciant sed ut exsurculent et canino more si quid hians subsultansque appareat: alius dentem insigant: mordeant et reprehendant et sanctum et venerabile **P**hilosophie nomen et suorum conuictis lacerent: et quod aliorum vicium est si quod est: diui **S**euerini exclament errorem faciantque aliorum crimine reum. et cum nichil nos nro volunt literarios duces insectando carpendo laniando omnia scire videri: atque supra **P**hilosophicas vertices sese gloriabundos extollere: faciuntque quod est apud **L**omicum ne intelligendo ut nichil intelligant quos idem statim ut maledicere desinat ammonet malefacta ne cognoscant sua. **S**ed hec preter presentis negotii officium. de **P**hilosophis enim qui recte fuerint natura instituti vel absque monitione semper recte cogitabunt qui enim secus faciunt ab eorum se segregant consortio et ut **P**hilosophi quales se videri volunt non amplius esse cognoscantur necesse est.

**¶** Si interuallum non multiplex binario multiplicetur: id quod sit ex hac multiplicacione neq; multiplex est/ neq; superparticulare. 6

9	6	4	B c interuallum neq; multiplex neq; superparticulare.
B	b	c	B c duplatum interuallum a b qd quidem est non multiplex.

**¶** Sit interuallū non multiplex a b: et duplum sit a c. ita vt ea sit proportio a ad b et b ad c. dico interuallum a c neq; multiplex esse neq; superparticulare. quoniam si a c primo ponitur multiplex: ergo per tertiā presentis et a b interuallū erit multiplex at positum est nō multiplex. Et si secundo dixeris a c esse interuallū superparticulare cū sit a ad b vt b ad c erit interuallū superparticularis medius proportionalis terminus quod per precedentē est impossibile. est itaq; notum si interuallū nō multiplex binario multiplicetur compositum interuallum minime aut multiplex aut superparticulare esse. et propositum.

**¶** Si interuallum binario multiplicetur: atq; id quod ex ea multiplicacione creabitur multiplex non sit: ipsum quoq; non erit multiplex. 7

**¶** Nec est conuersa precedentis. Sit ergo superioris propositionis figura in qua interuallū a c proueniat ex duplatione habitudinis interualli a b et nō sit a c interuallum multiplex. dico itidem interuallum a b nō esse multiplex. Nam si a b interuallū multiplex est: cū a c per hypothesim ex interuallo a b binario multiplicato surgat: ergo per primā presentis interuallū a c multiplex erit. at positū est nō multiplex: ergo si interuallū non multiplex ex alicuius interualli binario multiplicacione nascat neq; ipsum quoq; ex cuius multiplicacione ortū est multiplex erit: qd erat monstrandū.

**¶** A numero partiū superparticularis interualli que in vnum adacte totum restituūt et numero vno maiore: quot interualli maiores termini simul: minoribus simul acceptis respondeant: cognoscuntur. 8

A	3	4	5	6	7	8	9
B	2	3	4	5	6	7	8
C	2	3	4	5	6	7	8
D	3	4	5	6	7	8	9

**¶** Sit a ad b interuallū superparticulare manifestū est per diffinitionē superparticularis a cōtinere b et vnam partiū b. ea igitur pars secundū numerum c: constituat suum totū b: et sit d numerus vno maior c: dico a sumpta secundū numerum c equa esse b sumptis secundum d. Nam a secundū c sumpta continent b secundum c sumpta et insuper partes b sumptas secundū c. Biqui positū est eas secundū c constituere vñ b. igitur a secundū c sumpta continent b sumpta secundū numerum vno maiorem c. At vero d positus est numerus vno maiore c. ergo a sumpta secundum c: continent b sumpta secundū d. quod erat monstrandū. **¶** Et si exemplarē requiris declarationē: sit a ad b interuallū est sesquialterū: quoniam a sesquialterū est ad b. ergo a continet b et eius dimidiū: et duo dimidia per cōmune proloquū suum totū reddunt. dico ergo duo a tantū esse q̄tum tria b: quoniam enim duo a continent duo b. et insuper duo dimidia b que vñ b restituunt: ergo duo a continent tria b/ tribusq; euadunt equalia. Et si a ad b est sesquiterciū a continet totum b et tertiam partē b. at tres tertie b eque sunt vni b. ergo superiore argumento tria a cōtinent quattuor b/ quattuorq; euadunt equalia. imo data quacūq; superparticulari maiores termini secundū proportionis minorē numerū: equantur minoribus terminis scōm proportionis maiorē numerū sumptis. vt si a ad b sit sesquiquinta: quoniam minimi sesquiquinte sunt 6 et 5. idcirco quinq; a equi sunt sex b. et in nō minimis quoniam 12 et 10 sunt termini sesquiquinte 10 a equantur 12 b. Et si a ad b sit sesquioctaua: quoniam minimi sesquioctave sunt 9 et 8. idcirco 8 a tantū sunt q̄tum nouem b. Et qz rursus 18 ad 16 sesquioctaua: ideo sexdecim a equi sunt 18 b. et ita in ceteris. Sed si id nō modo particulariter sed et vniuersaliter contēplari cupis id vniuersaliter verū erit.

**¶** Data quacūq; proportione: maiores termini secundū numerū minorum sumpti: equi sunt minoribus secundum numerum maiorum sumptis. 9

A Suppti	3	4	5	6	7	8	9	Mlti:	7	3	4	5	6	Supp	5	7	9	11
B culares	2	3	4	5	6	7	8	plices.	1	1	1	1	1	tiētes.	3	4	5	6

¶ Et sit a ad b quecumq; proportio et a maior terminus: b vero minor. dico a sumptos secundū b numerum minorē equos esse b sumptis secundū a numerū maiorem. Nam per octauam primi Arithmetices quod sit ex a in b: equum est et quod sit ex b in a. At vero quod sit ex a in b: sunt a sumpti secundū b. et quod sit ex b in a sunt b sumpti secundū a. igitur a sumpti secundū b equatur b sumptis secundū a et in quibuslibet aliis eadē est demōstratio et propositū.

10 ¶ Cum aliquot maiores termini aliquot minoribus equi sunt: ea vnius maiorum ad vnum minorum reperitur proportio: que et numeri minorum collectorum ad maiorum collectorum numerum.

¶ Hec est cōuersa pcedentis. Quoniam per pcedētem minores collecti secundum numerū maiorum equi sunt maioribus secundū numerum minorū collectis. Sed numerus maiorū est vnus terminus maior et numerus minorū vnus terminus minor. ergo eadem est proportio vnius maiorū ad vnum minorū: que numeri minorū collectorum ad numerū maiorum collectorū. ¶ Et quāq; he due vltime conclusiones faciles sunt: vsus tamē eorum paulo latētiōr est. Per primā enim carū que nona est: habemus si numerus maior ad minorē sesquialter est vt triū ad duo: duo maiores equi sunt tribus minoribus. Et si maior ad minorē sesquitercius vt 4 ad 3: tres maiores equi sunt quattuor minoribus. Et si maior sesquiquartus vt 5 ad 4: quattuor maiores equi sunt quinq; minoribus. Si vero maior sesqui octauus: octo maiores equi sunt nouē minoribus. et ita in cōsimilibus. In multiplicibus autē si maior duplus est vt duorū ad vnum: vnus maior equus est duobus minorib⁹. Si triplus: vnus maior equus est tribus. Si quadruplus: vnus equus est quattuor. Si octuplus: vnus equat ad octo. In superpartientibus vero cōsimile est: vt si maior est superbitertius vt 5 ad 3: tres maiores equi sunt quinq; minoribus. Si supertriquartus vt 7 ad 4: quattuor maiores equi sunt septē minoribus. Si vero super octupartis vt 17 ad 9: nouem maiores equi sunt decem et septē minoribus. et hoc pacto in reliquis. ¶ Ex vltima autem hanc in superparticularibus vtendī regulā elicimus. Si duo maiores equi sunt tribus minoribus quattuor ad sex: sex ad nouē: octo ad duodecim: vnus maior ad vnum minorē sesquialter est. Et si tres equi sunt ad quattuor: sex ad octo maior ad minorē est sesquiterci⁹. Si quattuor maiores equi sunt quinq; minoribus: aut octo ad decē: vnus maior vnius minoris est sesquiquartus. Si vero octo maiores nouē minoribus sunt equi: vnus maiorū ad vnum minorū cognoscit sesqui octau⁹. In multiplicibus. si vnus duobus: duo ad quattuor: tres ad sex equi sunt: maior minoris est duplus. Si vnus tribus duo ad sex: vnus maior minoris est triplus. Si vnus ad quattuor: et duo ad octo: vn⁹ maiorū ad vnum minorū est quadruplus. Si vero vnus ad octo duo ad sedecim: maior minoris est octuplus. In superpartientibus. si tres maiores equi sunt quinq; minoribus: aut sex ad decē: vnus maior ad minorē est superbitertius. Si quattuor maiores septē minoribus: maior minoris est supertriquart⁹. Si vero nouē equi sunt ad decem et septem: maior minoris est superoctupartis. Et in compositis numeris simile est. vt si duo a equi sunt quattuor b et dimidiū vnius: quē admodum in duobus coniunctis sesquialteris. quoniam 4 et vnius dimidiū ad 2 duplū sunt et sesquiquartū: iccirco vnus a ad vnum b duplus est atq; sesquiquartus. Si tres a equi sunt ad quattuor b et tertiū vnius: vt in duobus sesquiterciis quoniam quinq; et tertiū vnius cōtinent tres semel duas tertias et vnā nonā: proinde vnus a continebit b vnum duas eius tertias et vnā eius nonā. Si quattuor equi sunt ad sex et quartā vnius: vt in duobus iunctis sesquiquartis: quoniam sex et quarta vnius cōtinent quattuor dimidiū. et decimā sextam ex quattuor: ideo vnus maior cōtinet minorē semel eius dimidiū et eius vnā decimā sextam. Si vero octo valent decē et octauam vnus vt in duobus sesqui octauis: quoniam decem cōtinent octo et quartā: et octaua vnius ad octonos vna est sexagesima quarta: ideo vnus maiorū cōtinet minorē semel eius quartā partem et eius sexagesimā quartā. Et si cōpositionis series protensior euadit: vt si duo a equi sunt sex b medietati vnius et quarte vt in coniūctione trium sesquialterorū: quoniam sex cōtinent duos ter et dimidiū vnius est quarta pars duorū: et quarta pars vnius est octaua pars duorū. iccirco vnus a triplex est b vnus in super quartā atq; octauam partē b continens. Et si tres equi sunt ad septem et nonā vnius quod in tribus sesquiterciis coniunctis euenit: quoniam septem: bis cōtinent tres et triū tertiā partem: et nonā vnius ad tres est vicesima septima. ideo vnus maiorū cōtinet minorem bis eius tertiā et eius vicesimā septimā. Et si quattuor equi sunt septē dodranti vnius hoc est tribus quartis et in super decimesexte vnius: vt in coniūctione trium sesquiquartorū: quoniam septē cōtinent semel quattuor et tres quaternariū partes: et tres quarte vnius ad quattuor sunt tres decimeserte: et decimesexta vnius est ad quattuor vna sexagesima quarta. iccirco vnus maior cōtinet vnum minorē semel et dodrantē et tres decimesextas atq; vnā sexagesimā quartā. Si vero octo equi sunt ad vndecim tres octauas vnius et vnā sexagesimā quartā: vt in tribus sesqui octauis iunctis: quā vndecim cōtinent semel octonariū et octonariū tres partes: et tres octaue vnius sunt ad octo tres sexagesime parte. et vna sexagesima quarta ad octo est vna quingētesima duodecima. hinc fit vt vnus maiorū cōtineat minorem semel tres eius octaue tres sexagesimas quartas et vnā quingētesimā duodecimā. Et hec adiecimus quovis harū duarū vltimarū in sequētib⁹ patentior manifestiorq; habeatur.

**C** Duplex interuallū ex duobus maximis supparticularibus: sesquialtero atq; sesquitercio coniungitur. 11

6	4	3	A c duplex interuallum.
a	b	c	B b sesquialter. b c sesquitercius.

**C** Sint a b c interuallū: a quidem sesquialter ad b: b vero sesquitercius ad c: dico a duplum esse ad c. Quoniā enim a sesquialter est ad b: ergo per octauā huius duo a equi sunt ad tres b. et rursus quia b sesquitercius ad c: igitur per eandem tres b equi sunt quattuor c: et tres b positi sunt equi duobus a. duo igitur a equi sunt ad quattuor c. cum quęquę vni eidemq; equalia sunt inter se sint et equalia. et quattuor numerus minorū collectorū duplex est duorum numeri sc; collectorū maiorū. igitur per precedentē vnus a duplex erit ad vni c. qđ erat demonstrandū potest et hoc vltimū etiam demonstrari. Quā enī duo a equi sunt quattuor c: vnus a per octauū proloquū equus est duobus c. quorū enī tota equalia sunt et eorū quoq; dimidia sunt equalia. Et duo c dupli sunt vnus. igitur et vnus a duobus c equus: duplex erit c vnus quod fuisse monstrandum.

**C** Ex duplici interuallo atq; sesquialtero: triplex nascitur interuallum. 12

6	3	2	A c triplex interuallum.
a	b	c	B b duplex interuallū. b c sesquialterū.

**C** Sint a b c interuallū: et a quidē ad b duplex et b ad c sesquialter. dico a eius quod est c triplicē esse quoniā enim a ad b duplex est: ergo a per diffinitionē continet bis b. igitur a equatur duobus b. et q; b sesquialter est ad c: igitur b continet c et eius partem dimidiā. ergo per octauam huius duo b equi sunt tribus c: et duo b equi erant vni a. igitur et tres c equi erunt vni a. tres autem triplex sunt vnus. igitur per decimā vnus a triplex est vnus c: quod erat demonstrandū.

**C** Duo duplicia interualla: quadruplex coniungunt interuallum. 13

4	2	1	A c duplex interuallum
a	b	c	A c geminatū duplex interuallū

**C** Sit a duplex ad b: et b duplex ad c. dico quoniā a quadruplex est ad c. Nam quia a duplex est ad b: igitur duo b equi sunt vni a. et rursus q; b duplex est ad c: igitur duo c equi sunt vni b. et si duo c equi sunt vni b: quattuor c equi erunt duobus b. et duo b positi sunt equi vni a: igitur et quattuor c equalibuntur vni a. et quattuor quadrupli sunt vnus. igitur per decimam vnus a quadruplex est vnus c: quod erat ostendendum.

**C** Terminū reperire: ad quē quocunq; volumus: liceat supparticulares assignare. 14

9	8	6	B ad c sesquialter.
a	b	c	B ad c sesquitercius

**C** Sit propositū terminum reperire ad quem sesquialterū et sesquiterciū valeamus assignare. Capio duo et tria numeros denominātes partes sesquialteri atq; sesquiterciū: duo siquidē sesquialterū et tria sesquiterciū denomināt. et duco duo in tria: proueniatq; ductu illo c. manifestum est c habere partem dimidiā pariter et tertiam. iungo ad c partē eius dimidiā: et compositus sit a. et iterū ad c iungo partē eius tertiam: et sit cōpositus b. quoniā enim a continet c et eius partem dimidiā: ergo per diffinitionē a ad c sesquialter est. et quoniā b continet c et eius partem tertiam: b itidem ad c sesquitercius. c igitur repertus est terminus ad quē petiti superparticulares rite sunt assignati. et hac lege de quibuscunq; esset operandū: vt si essent assignādi sesquioctauus et sesquiquintus duc octo in nouē et surget terminus octauam/nonāq; partem possidens: ad quē et sesquioctauū et sesquiquintū rite assignaueris. et eodem quoq; pacto modo tres modo quattuor aut quotquot libuerit ad eundem terminum assignabis.

640	600	576	540	480
a	b	c	d	

vt si ad eundē terminū peterentur assignari sesquitercius/sesquiquartus/sesquiquintus. et sesquioctauus ducatur tria/quattuor/quinę et octo in seinuicē et proueniat e qui in circo habet in se tertiam/quartam quintā et octauam. adiungo e suam tertiam compositusq; sit a. et suam quartā et compositus sit b. suam quintā compositus sit c. suā deniq; octauā et cōpositus sit d. dico demonstratione superiore: quoniā ad e constituti sunt a b c d sesquitercius/sesquiquartus/sesquiquintus/et sesquioctauus: quę admodum prefixa monstrat formula.



15 ¶ Si sesquialtero intervallo sesquitercium demptum fuerit intervalum: erit qđ relinquitur sesquioctauum.

9	8	6		A c sesquialter. B c sesquitercius.
a	b	c		B ad b sesquioctauus.

¶ Sit c terminus ad quem p precedentē assignati sint a sesquialter: et b sesquiterci<sup>o</sup>. Ab a c sesquialtere subduco intervalum sesquitercium b c: relicto intervallo a ad b: quod dico esse sesquioctauū. qm̄ enim a eius quod est c est sesquialter: a semel habet c et eius dimidiā partem. quare per octauā huius vno a equi sunt tribus c. et quattuor a sex c. et octo a ad duodecim c. Rursus qm̄ b huius quod est c sesquitercius est. b igitur habet in se c et eius tertiā partem. quo fit ut p eandē octauā tres b equi sint quattuor c. et sex b octo c et nouē b ad duodecim c. at octo a quidē equi erāt ad duodecim c: igitur octo a equi sunt ad nouem b. per decimam igitur a p̄tinet b et eius octauā partem. estq; a sesquioctauus ad b et p̄positū.

16 ¶ Interualli quarta et duodecima: vnam eius tertiarum restituunt.

¶ Nam quattuor interualli quarte: totū complēt intervalū. et duodecim eiusdē interualli duodecime: totū itidem cōplent intervalū. quare quattuor quarte et duodecim duodecime adinuicē equātur. due igitur quarte sex duodecimis / et vna quarta tribus duodecimis sunt eque. quoz enī tota equa sunt: et eoz dimidia. At quattuor duodecime: duodecim duodecimaru sunt vna tertia: qre et vna totius tertia cui quidē duodecim ille duodecime cognoscūtur esse idem atq; eque. vna igitur totius quarta q̄ tribus duodecimis equa esse mōstrata est et vna duodecima illi adiuncta: totius tertiā partem restituunt. Equātur enī vna tertia et vna duodecima quattuor duodecimis. qđ erat demonstrandum. Et quis hec demonstratio sequētis gratia particulariter facta sit: possis tñ modo p̄simili monstrare oēm minorem cuiuscūq; totius interualli partem: prime maiorem partem efficere: illi adiecta vna partium a nūero qui ex ductu denotationū vtriusq; partium nascitur: denotata. ut totius tertia pars minor est: et sc̄ba prime maior: et si duo in tria duxeris sunt sex: iccirco vna tertia atq; vna sexta vnam restituūt sc̄bam. Similiter quoq; quarta et quinta partes sunt prime maior atq; minor: et si duob; quib; in quattuor surgunt viginti: proinde vna quinta et vnauicesima: vnā quartam restituūt. et hoc pacto in sequētib; ut subiecta monstrat formula.

Tertia et sexta	vnam secundam efficiunt.
Quinta et vicesima	vnam quartam.
Sexta et tricesima	vnam quintam.
Septima et quadragesimasexta	vnam sextam.
Octaua et quinquagesimasexta	vnam septimam.
Nonā et septuagesimasexta	vnam octauam.

17 ¶ Due proportionēs sesquioctauę: minores sunt sesquitercio intervallo.

81	72	64		A c duo sesquioctauū cōiuncti.
a	b	c	d	B d sesquiterciū intervalū.

¶ Cōtinua per sextam quarti Arithmetices duas sesquioctauas inter a et cita ut a sesquioctau<sup>o</sup> sit ad b / et b sesquioctauus ad c. et sit a ad d sesquitercium intervalū. dico a ad c minus eē intervalum: qđ a ad d. Qm̄ enī a sesquioctau<sup>o</sup> est ad b: ergo p octauam huius octo a equi sunt ad nouem b. sed et qz b etiam sesquioctauus est ad c: per eādē octo b tñ sunt atq; nouem c. Et cum vnus b equus sit vni c et octauę eius: ergo nouem b equi sunt decem c et octauę vnus c. Atqui nouem b mōstrati sunt equi esse octo a: igitur octo a equi sunt decem c et octauę vnus. et decem et octauę vnus p̄tinet octo semel / eius quartam et eius vnā sexagesimā quartā. ergo per decimā huius vnus a p̄tinet vnū c / vnā eius quartā / et vnā sexagesimā quartā: et vna quarta et vna sexagesimā quarta per precedentem minus sunt vna tertia: cōplent enī quarta et duodecima vnā tertiā. duo igitur sesquioctauū minus sunt vno sesquitercio intervallo. quod erat demonstrandum.

18 ¶ Tres sesquioctauū: amplius sunt sesquitercio: minus autē sesquialtero intervallo.

729			512	A d tres sesquioctauū cōiuncti
a	b	c	d	

¶ Sint a b c d tres cōiuncti sesquioctauū: ut a ad b primus sit sesquioctauus / b ad c secūdus / et c ad d tertius: dico primo a ad c amplius esse sesquitercio. Qm̄ enī a ad b et b ad c duo sūt sesquioctauū: ergo per octauam huius octo a equi sunt decem c et octauę vnus. Sed et cum c itez ad d positus sit sesquioctauus: ergo p eādē octo c equi sunt nouem d / et nouē c equi decem d et octauę vnus et decem c equi vndecim d et duabus octauis. et cū octo octauę c p̄tineant nouem d: qđ per decimam huius vna octaua c continet octauam d et eius octauam partem: hoc est vnā sexagesimā quartā. decem ergo c et vna octaua vnus equātur vndecim d / tribus octauis / et vni sexagesime quarte. et per decimā ut vndecim res octauę et vna sexagesimā quarta ad octo: ita a ad d. sed vndecim cōtinent octonos semel tres eoz

partes / tres octavas / et vnā sexagesimā quartam vnus. ac tres octonozū partes amplius sunt tertia eoz parte. Superāt enī tres octonarij partes: tertiam eiusdē partem triente vnus: hoc ē tertia vnus parte. a fortiori igitur tres octonozū partes / et tres octaue vnus ⁊ vna sexagesima quarta ita āplius sunt tertia octonozū parte. cōtinent ergo vndecim / tres octaue vnus / ⁊ vna sexagesima quarta: octo semel ⁊ amplius eoz parte tertia. quare ⁊ a cōtinet d ⁊ āplius tertia eius parte. est itaq; a ad d āplius sesquitercio intervallo. Scdo dico a ad d minorem eē sesquialtero intervallo. Nam vndecim p̄tinēt octo ⁊ tres octavas: deest ergo vna octava ad complēdas quattuor octavas / q̄ sunt octonozū dimidium. At vero q̄ superāt: tres octaue vnus / et vna sexagesima quarta minus efficiūt dimidio vnus octaue. quare ⁊ multo minus efficiunt vna octava. vndecim ergo / ⁊ tres octaue / ⁊ vna sexagesima quarta vni⁹: cōtinent octo semel et minus octonozū dimidio. ergo per decimam huius ⁊ a cōtinet d semel ⁊ minus eius dimidio. est itaq; intervallo a ad b minus sesquialtero intervallo.

**¶ Quattuor sesquioctavi coniūcti: sesquialterum superant intervallo.**

19

6561				4096	¶ e quattuor sesqui-
a	b	c	d	e	octavi coniūcti.

¶ Sint a b c d e quattuor p̄fici sesquioctavi: a ad b primus / b ad c secundus / c ad d tertius / ⁊ d ad e quartus: dico qm̄ intervallo a e amplius est sesquialtero intervallo. Nam vt in precedētī visum est octo a equi sunt vndecim d / tribus octavis / ⁊ vni sexagesime quarte vnus. et vndecim d / tres octaue vnus ⁊ vna sexagesima quarta: equātur duodecim e / sex octavis / quattuor sexagesimis quartis / ⁊ vni quingentesime duodecime. ergo octo a equi sunt duodecim e / sex octavis / quattuor sexagesimis quartis / et vni quingentesime duodecime. At vero duodecim / sex octaue / q̄ttuor sexagesime quarte / et vna quingentesima duodecima cōtinent octo semel et amplius q̄ octonozū dimidium: qm̄ cōtinet octo semel ⁊ dimidium: et insup sex octavas / quattuor sexagesimas quartas / ⁊ vnā quingentesimā duodecimam vnus. igitur per decimam huius a cōtinet e semel ⁊ amplius q̄ eius dimidium. supat itaq; a e intervallo quattuor sesquioctavis p̄fici: sesquialterum intervallo. quod erat monstrandum.

**¶ Quinq; coniūcti sesquioctavi: minus duplici intervallo coniūgunt.**

20

¶ Nam p̄ vndecimam huius duplex intervallo ex duobus maximis supparticularibus: sesquialtero scz et sesquitercio p̄fici. at p̄stitutis quinq; sesquioctavis tres p̄mi sesquioctavi: per decimā octavā huius minus sunt sesquialtero intervallo. ⁊ duo sequētes sesquioctavi qui vna cū tribus p̄oribus quinq; cōplent: per decimā septimam huius minus sunt sesquitercio. coniūgunt igitur quinq; sesquioctavi minus duplici intervallo.

**¶ Sex proportiones sesquioctave: maiores sunt vno duplici intervallo.**

21

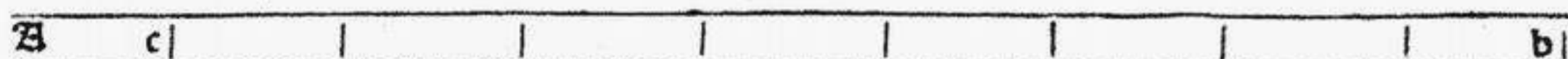
531441						262144	¶ g sex sesqui-
a	b	c	d	e	f	g	octavi cōiūcti.

¶ Sit a g intervallo sex p̄fici sesquioctavoz: ita vt a ad b sit primus sesquioctavus / b ad c scd⁹ / c ad d tertius / d ad e quartus / e ad f quintus: f aut ad g sextus. dico qm̄ a ad g amplius est duplici intervallo. Qm̄ enī a ad b sesquioctavus est: ergo per octavā huius octo a equi sunt nouem b. et nouem b per eādem equi sunt decem c / ⁊ octaue vnus. et decem c ⁊ octava vnus: equa sunt vndecim d / tribus octavis / et vni sexagesime quarte vnus. et vndecim d / tres octaue / et vna sexagesima quarta vni⁹: equātur duodecim e / sex octavis / q̄ttuor sexagesimis quartis / et vni quingentesime duodecime. duodecim aut e / sex octaue / quattuor sexagesime quarte / et vna quingentesima duodecima: equantur tridecim f / decem octavis / decem sexagesimis quartis / quinq; quingentesimis duodecimis / et vni quarte millesime nonagesime sexte. At vero decem octaue vni cōtinent integrum ⁊ insup duas octavas. quo fit itez vt duodecim e / sex octaue / q̄ttuor sexagesime quarte / ⁊ vna quingentesima duodecima: equētur q̄ttuordecim f / duabus octavis / decem sexagesimis quartis / quinq; quingentesimis duodecimis / et vni quarte millesime nonagesime sexte. At vero q̄ttuordecim f / due octaue / decem sexagesime quarte / quinq; quingentesime duodecime / et vna quarta millesima nonagesima sexta: equa sunt quidecim g ⁊ octo octavis eius (hoc est equa sunt sedecim g) duodecim sexagesimis quartis / quindecim quingentesimis duodecimis / sex quartis millesimis nonagesimis sextis / ⁊ vni tricesime secunde millesime septingentesime sexagesime octaue. At sedecim ⁊ duodecim sexagesime quarte / ⁊ relique sequētes particule: continent octo bis et amplius. igitur per decimā huius a ad g maior ē duplici intervallo. sex igit sesquioctavi maiores sunt vno duplici intervallo: vt intēdit p̄positio. ¶ Et si hec p̄positio quo ad suā demonstratiōez nōnullis subdificilioz videat: hoc tccirco pueniet q̄ illis p̄optitudo. vt ediq; habilitas octaue. none. ⁊ decime hui⁹ deerit. iccirco par cōsentaneūq; erit eos qui in musicis modulatiōibus ⁊ eaz p̄replatiōibus se exercitare volent: multos sesquialteros / deinde sesquitercios / et alios sequentes supparticulares colligere: quousq; vsus colligendaz p̄portionū ipsis iam sit factus p̄uis / patensq; ⁊ q̄si iam ipsis domesticus.

**¶ Primi Elementorum Musicalium finis.**

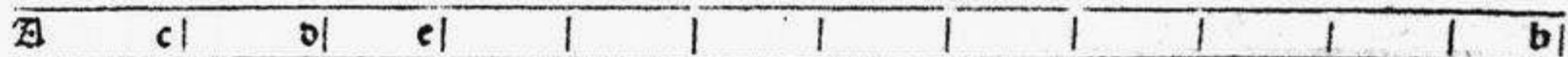
**C**onsonantia est soni grauis/acutiq; mixtura: suauit/ vniformiterq; auribus incidens: ex multiplici aut supparticlarum ratione pfecta. **D**issonantia est duorum sonorum non se natura suauiter miscantium: ad aurem pueniens aspera/iniocundaq; percussio. **T**onus est consonantie principiu: ex soni ad sonum sesquioctaua pportione pueniens. **S**emitonium minus qd et diesis dicitur: est toni pars: qua sesquitercia pportio duobus tonis maior est. **S**emitoniu maius quam  $\tau$  vocant Apothomen: est toni reliqua ps: et qua ipse semitoniu minus supat. **C**omma est quo sesquioctaua pportio: duobus semitonis minoribus maior est: qd et idem est quo Apothome semitonium minus vincit ac superat. **S**chisma est coma tis dimidiu. **D**iaschisma e dimidium semitonij minoris. **H**emispherium: musicu est instrumentum per qd aut neruo aut chorde vt decet suppositum: semitonia/tonos/ psonantiasq; /z consonantiaru particulas: ad sensum puestigamus. **S**onus emmelis is est quo apte vtimur in melo. **E**cmelis vo is dicitur: que melos/concentusq; non admittit. **E**quales soni atq; similes dicuntur: qd ex eadem interualli pportione nascuntur. **N**umeroru atq; interuallozum pars ea maior est: que a minore numero denotat. et minor que denotatur a maiore. **M**ultiplex pportio maior est: qua maior denotat numerus. et minor: que denotatur a minore. **S**upparticularis pportio maior est: que a maiore denotatur parte. minor aut: que denotatur a minore.

**1** **T**onum super datam chordam collocare.



**S**it a b c chorda quecuq; supra qua iubeamur tonu collocare: diuido p tertiam petitionem chorda a b in nouem equas portiones: ita vt c b illaz nouenaru octo teneat  $\tau$  a c vniam. dico qm a b  $\tau$  c b tonu pntinet/ pstitutuq; supra data chordam esse tonum. Nam totu chorde spaciū a b pntinet spaciū c b  $\tau$  insup octauam eius parte: qd a c vni illaz octauaz equa str. igit per diffinitionem spaciū a b epogdoū: sesquioctauūq; est spacio c b. quare per primam petitionem ea erit soni totius chorde a b ad sonum c b pportio. Est itaq; tonus in chorde a b qui in epogdo/ sesquioctauazq; ratione consistit: collocatus.

**2** **T**onum tono et quotquot libuerit: in data chorde subiungere.



**S**it data chorde a b in qua ppositum sit tres psequetes tonos subiungere partioz per tertiam petitionem vt in precedenti factum est spaciū totius chorde a b in nouem equas portiones. et in nota octaue portiois pono c: ita vt b c octauas illaz nouem partium teneat. manifestu est per precedentem a b  $\tau$  c b esse tonum. et per eadem petitionem partioz spaciū c b in nouem equas portiones. et in tercio octaue partice pono d: ita vt d b pntineat octo eaz partium quaz c b nouem pntinet. per precedentem c b ad d b sonat tonum/ estq; iam vni tono: tonus vnus subiuctus. Rursum spaciū d b p simili modo in nouem equas portiones diuido:  $\tau$  notam octaue sectionis littera e designo: ita vt e b octo eaz partiu cōtineat: quaz d b pntinet nouem per precedentem d b ad e b resonat tonum. sunt igitur in data chorde a b tres pntinue subiucti toni: scz a b/ c b. c b/ d b. d b/ e b. qd erat ppositum. et hoc pacto quotquot lubet subiungere qfacillimu est. Et si id sensu experiri/ deprehendereq; cupias post pulsuz toni chorde a b suppone hemispherium chorde a b in signo c: ita vt sola perstrepat resonetq; particla c b et sensus iudicio dephendes soni totius a b ad sonu c b esse toni interuallū. qd si hemispheriu trāffers ad notam d: ex pulsu c b  $\tau$  d b itez tonum deprehendas. sed ex totius a b sono ad sonu particule d b duos tonos/ duozq; tonozum infuallū perpendet auditus. et hoc pacto sensuum iudicijs quotqt voles tonos dephendēdos cōmitteres: et eoz mixturas tum suaues/ tum incōcinnas (quas auditus tanq; offensus horret refugitq;) decernendas.

**3** **T**onozum continuatozum: minimos numeros assignare.

59049	52488	46656	41472	36864	32768	Quinq; tonozum adinuicem conti-
n	o	p	q	r	s	nuatozum minimi numeri.
6561	5832	5184	4608	4096		Quattuoz tonozum adinuicem cō-
h	i	k	l	m		tinuatozum minimi numeri.
729	648	576	512			Trium tonozum adinuicem conti-
v	e	f	g			nuatozum minimi numeri.
81	72	64				Duozum tonozum adinuicem con-
a	b	c				tinuatozum minimi numeri.

**S**i duo/ tres/ qttuoz/ quinq; aut quotlibet toni sint pntinue in neruo pstituti: sic eoz mimos numeros reperiemus. **Q**ui eni nouem  $\tau$  octo mimi sunt numeri toni duco nouem in se  $\tau$  pueniat a:  $\tau$  nouem in

octo et pueniat b: et octo in se et pueniat c. per vicesimātertiam tertij Arithmetices inf a b et b c sunt duo sesquioctavi in minimis numeris pificti / et p inde duo toni in minimis numeris pnuati. Et si nouē duco in a b c et octo in c et surgant d e f g. per eandem inter d e f g tres sunt in minimis numeris sesquioctavi cōstituti: quare d e f g sunt trium cōtinuatorū tonorum mīmi nūeri. Et si ducis nouem in d e f g et octo in g et surgāt h i k l m per idem qd prius h i k l m quattuor pnuatorū sesquioctauorū mīmi sunt nūeri: quare et quattuor cōtinuatorū tonorum. Et si rursum hoc pacto ducis nouem in h i k l m et octo in m et surgant n o p q r s: ipi erūt quinqs cōtinuatorū tonorum mīmi numeri. et hoc modo quotquot tonorum voles mīmos numeros reperias. Attamen in modis musicis tot cōtinue subiūgere opus non est: sed tonis semitonia subiūgunf: de quibus posterior pprius / accōmodusq; expectāus est sermo.

**¶ Spatio quolibet per quotlibet equa spacia diuiso: totius ad totam prime sectiōis partem minor est pportio: q̄ eiusdē partis ad totam reliquā prime sectiōis partem. Quo fit vt quanto tonus tono subiūgit acutior: tanto ipm ptractiora p tincāt spacia.**

a	c	d	e	f	g	h	i	k	b
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**¶** Cho:dam / neruū / tibiam / eflatū / aera / es tinnulū et quicqd sonū edit in harmonicis modis (vt iam quoq; dictū est) spacium nūcupamus: in quibus analogie ratio vim naturāq; seruat eādē. Sit ergo a b totum spacium per a c / c d / d e / e f: et reliquas nouem equas partes vt fit in interuallo toni habendo diuisum: quotq̄t enī alias posueris idem valuerit. dico minorem eē pportioē a b ad c b q̄ c b ad d b. Nam cū a b positū sit in nouem equas partes per medias nctas c d e f et reliquas diuisum: c b cōtinet solū eaz partū octo: quaz a b p tinet nouem. ergo a b p tinet spacium c b et eius octauam partem. sed et cū c b octo partes partē c d equas p tineat: ergo d b p tinet partū totaz solū septē. ergo c b p tinet spacium d b et insup eius septimā partem. at octaua ps per diffinitōem minor ē parte septima: igit̄ itex per diffinitōem a b ad c b pportio / supparticularis minor est q̄ c b ad d b vtpote q̄ a minore parte denoietur. est enī hec a septima parte sesquiseptima pportio: illa x̄o ab octaua sesquioctaua. Et hāc nō modo in supparticularib⁹: verū et quibuslibet medietatibus demōstrat pma decimi Arithmetices vbi scz ratio medietasq; arithmetica cōperiat. qd et in dicta spacij diuisiōe et sumpta (vt ppositū est) pportione: inuentū pspiciebat. **¶** Correlariū x̄o hinc cognoscat q̄ totū per quartam petitionem ad suam partem graui⁹ sonat: pars aut ad suū totū acutius. Itaq; si tono a b et c b tonū subiūxeris: subiūctus erit acutior. Et qm spacium c b in nouem equas partes partiref: quaz quelibet mīor erit spacio c d qd eius octaua est: nam quelibet eaz est nona et a maiore nūero denoīata. erit igit̄ et quelibet eaz nouem partū mīor: spacio a c. equa sunt enī a c et c d. et hoc pacto de quibuslibet subiūcti acutiorib⁹ tonis eēt dicēdum. manifestū est igit̄ vt quāto tonus tono subiūgit acutior: tāto ipm ptractiora p tincāt spacia.

**¶ Medio extremitatū toni spacio in duo equa diuiso: ton⁹ mīme in duo secāt cōlia.**

a	c	d	e	f	g	h	i	k	b
l	m	n	o	p	q	r	s	t	

**¶** Hec et sequentia intelligūt vt tonus mīme in duo equa ratione geometrica dirimat: non autem arithmetica. nam et hic tonus toniq; interuallum in duo equa rōne arithmetica dirēptum est. diuido ergo spacium a b vt prius in nouem equa spacia: per notas a / c / d / e / f / g / h / i / k / b manifestū est a b et c b esse toni extremitates / tonūq; cōtinere. dico ergo qm a c medio harsū extremitatū interstitio in duo equa p signum l dirēptō: tonus mīme in duo equa partiaf / q̄q; sonus a b et l b equalis non sit l b et c b. diuido enī singula reliquoz octo equaliū spacio:ū p simili modo p equalia per notas m / n / o / p / q / r / s / t: manifestum est totū spacium a b diuisum eē in 18 equalia spacia que sunt a / l / c / m / d / n / e / o et reliqua. ergo per precedētem mīor est pportio a b et l b q̄ l b et c b. est enī hec sesquiseptadecima: illa x̄o sesquiseptadecima. non est ergo tonus hoc pacto in duo equa diuisus. et soni a b l b / et l b c b p diffinitōem adinuicem inuales: quiquidem soni ecmeles sunt / musicoq; melo perparū apti.

**¶ Toni spacio hoc modo diuiso: totius medie sectionis sonus: maioris extremi toni sonum acumine: minoris vero grauitate superat.**

a	c	d	e	f	g	h	i	k	b
l									

**¶** Sit a b vt in precedēti iam dictū est diuisum: itavt a b ad c b recrepet tonum. dico qm sonus l b acumine superat sonū a b. q̄q; idem sonus l b grauitate vincit c b. Nam a b totum est et l b eius pars: ergo per quartam petitionem a b grauidorem sonū edit et l b graciliorē. et per eādē qm l b totū est ad c b: sonus l b grauior est sono c b. superat ergo l b malus toni extremum acumine: et minus grauitate. quod propositum erat demonstrandum.

**¶ Tonum in duo equa: certo / cōstitutoq; numero diuidi impossibile est.**

**¶** Nam per quintam pumi huius nullū supparticulare interuallum in plura equalia dirimit: et que pportio spaciozū inualli inter se ea quoq; est et soni ad sonum. Atqui tonus ex supparticulari nascit̄ interuallo. nascit̄ enī ex epogdoā / sesquioctauaq; ratōe. igitur tonus mīme in duo equalia dirimitur / diuidit̄q;. imo x̄o neq; in plura duebus equa: vt in tria aut quattuor. **¶** Ex quo facile cognoscat̄ Aristoxenus muscus aurū iudicio cuncta cōmittēs perparū eē pbāus. qui semitonia secus q̄ Pythagorici non arbitrat̄ esse dimidio tono ptractiora: sed quēadmodū semitonia dicūtur: ita quoq; et esse integra tonorum dimidia. Hec minus Martianus felix simili lapsus errore deprehēdit: qui nō modo



7 septem et productum diuidendo per 17 et veniet 18 septimodecime: que unum complent integrum / vnam septimodecimam. Est ergo vnitas 7 vna vnitate septimodecima date summe decem 7 octo p r vna septimodecima. Si vero summe decem 7 septem volo partem octauam repere: duco 17 in octo 7 ad productum fuerit diuidendo per octo 7 pueniet 17 octaue q̄ duas vnitates 7 vnam octauam efficit. erit q̄ duo 7 octaua vnus totus sume 7 decem 7 septem pars octaue. q̄d querebat. Et ita in quibuslibet se quis valeat exercitare: habent tñ q̄ particulari / exemplarij demōstratiōe sunt ostensa: ad sequentia p̄odus ac momentum.

**¶ Si duo inaequales numeri ad eundem minorem comparentur: maioris ad ipsum maior est proportio / et minoris minor.** 11

9	8	7
B	b	c

¶ **¶** Sint a b duo inaequales n̄eri quorū a sit maior / et b minor: qui comparētur ad eūdem minorem c. dico a ad c maiorem eē p̄portioem q̄ b ad c. Nam cū per octauam petitiōem extremorū a ad c p̄portio p̄posita sit ex p̄portioibus a ad b 7 b ad c vt suis partibus: ergo p̄portio b ad c pars est p̄portiois a ad c et p̄portio a ad c totū. et cū per vltimū cōmune p̄loquium om̄ne totū minus sit sua parte: igitur p̄portio a ad c maior est p̄portione b ad c. et ita de quibuslibet alijs simili argumēto est agendum.

**¶ Seseptadecima p̄portio: integrum toni dimidium superat.** 12

B	c	d	e	f	g	h	i	k	l
1	m	n	o	p	q	r	s	t	

¶ Quia huius monstrauit medio extremorū toni spacio in duo equa diuiso: tonū mīme in duo equa geometrice partiri: et sectionem hinc 7 inde alit̄m̄ecus seseptimodecimā / et seseptadecimā retinere p̄portioem. Hec vero ostēdit seseptadecimā p̄portioem que illic ex parte intensiois acuminisq̄ relinquit: hemitonio / integroq̄ toni dimidio esse maiorem. et sequēs mōstrabit seseptimodecimā ex grauiori parte sumptam: eodē toni dimidio esse minorem. Sit ergo vt in quita huius spacio a b in decem 7 octo equas partes per a c d e f 7 reliquas notas diuisum. itavt a b eaz partū ptineat decem 7 octo / 7 c b sedecim / 7 l b decem 7 septem. manifestū est a b 7 c b vt prius visum est esse tonum: et l b 17 ad c b 15 eē seseptadecimā quā habitudinem dico esse integro semitonio maiore. qm̄ enī per decimam huius vnitas 7 sextadecima vni⁹: est summe decem 7 septem pars sextadecima. q̄ si eidē sume adiciat̄ fient decē 7 octo / et sextadecimavni⁹. at octodecim 7 sextadecimavni⁹ ad decē 7 septem p̄ diffinitioez est seseptadecima. Sunt q̄ decē 7 octo 7 sextadecimavni⁹ ad decē 7 septem et decem 7 septem ad sedecim due p̄iuncte seseptadecime. sed decem 7 octo 7 sextadecimavni⁹: p̄ precedentem maior est seseptadecimā ad sedecim. Nam decem 7 octo ad sedecim vt prius visum est: seseptadecimā est. igit̄ seseptadecima bis aucta tonum / toniq̄ interuallum trāscēdit. quare p̄ nonum p̄loquiū seseptadecimā p̄portio integrū toni dimidium superat. quodq̄ enī bis auctū trāscēdit aliqd̄: id vltra eius dimidium eē necesse est. Ex quo valētiore iure cognoscit̄ seseptadecimā 7 oēm p̄portioem seseptadecimā maiorem: integro toni dimidium superare.

**¶ Seseptimodecima: minor est integro toni dimidio.** 13

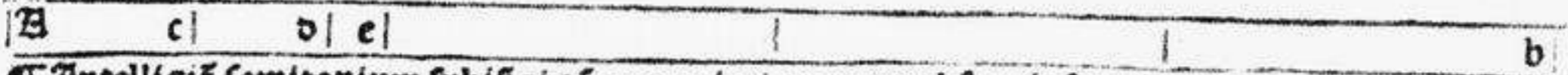
19	1	19	1	18	17	B ad b seseptadecimā septimam p̄portioem
d	8	c	17	a	b	ptinet: q̄ integro toni dimidio p̄tractior est.

¶ Sint a decem 7 octo interualli partes 7 b decem 7 septem / c decem 7 nouem 7 vna septimodecima / d vero decem 7 nouem 7 vna octaua. per decimā huius a ad b est seseptimodecima. et c ad a similis seseptimodecima. sunt ergo c ad b due seseptimodecime adiuicem coniuncte. sed et p̄ eandem d ad b seseptadecimā est atq̄ tonus. d enī cōtinet b 7 eius partem octauam. at d ad b p̄portio maior est p̄portioe c ad b. nam vnus ps octaua maior est vna septimodecima. ergo seseptimodecima p̄portio per decimum p̄loquiū minor est integro semitonio. qd̄ enī duplatū non implet integrum: neq̄ id quoq̄ cōtinet dimidium. Est ergo notum seseptimodecimā p̄portioem integro toni dimidio esse minorem.

**¶ Integram toni medietatem: inter seseptadecimā 7 seseptimodecimā proportioem cadere necesse est.** 14

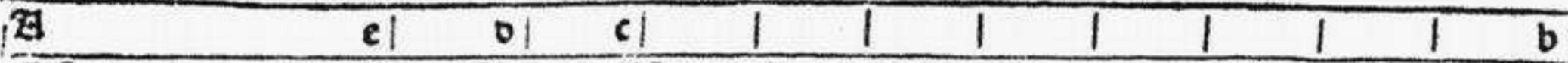
¶ Nam per duodecimā seseptadecimā maior est toni dimidio: 7 p̄ decimā tertiam minor est eodē toni dimidio. at per cōm sc̄lētiam inter minus atq̄ minus dimidio: p̄m̄ dimidiū cōsistere necesse est. ergo integrum toni dimidium inter seseptadecimā et seseptimodecimā cadere necesse est. Sed id in noto / integroq̄ numero nullo pacto vt septima huius mōstrauit fieri cōtinget: vt neq̄ in geometricis diameter quadrati: eius coste certo / p̄stitutoq̄ numero cōmensurari potest. Sed hoc vltimū ex altero loco requirendum est.

**¶ Semitonium minus: duobus tonis in chorda subiūgere.** 15



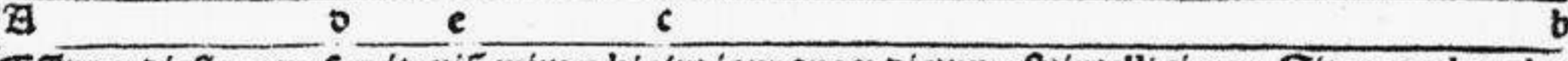
**I**ntelligit semitonium subijgi qñ ex acuriori parte duob<sup>9</sup> quidē tonis ad grauiorem ptē relictis ipm semitonium collocat. pzeisigi x<sup>o</sup> qñ ipm ex parte remissiori duob<sup>9</sup> tonis adhibet. Continuo ergo per scdam hulus duos tonos in chorda a b per notas a c d b. sitq; a b c b: primus. et scds sit c b d b qui quita per diffinitionem in sesquioctaua pportioe consistit: et per decimas septimā primi hui<sup>9</sup> due sesqui octauē minores sunt sesquitercia pportioe. erit ergo a b et d b minus sesquitercio. diuidō ergo a b in quattuor partes equas: et in tritu tertie sectionis, facio notam e. ita vt e b tres eaz quartarū cōtineat: per diffinitionem igitur a b ad e b sesquitercia pportio est. sed sesquitercia pportio a b et e b superat duos tonos a b et d b in pportioe d b et e b. est igit d b et e b per descriptionem semitonii minus duobus tonis: vt propositum erat subiunctum.

16 **S**emitonium minus: duobus tonis preponere.



**F**acio a b ad e b sesquitercia interuallū et diuido c b in octo equas partes et supra c versus a: facio d c vñ eaz octo partium equā: ita vt d b eaz partiu nouem ptineat. et per diffinitionem d b et c b vnum ptituū tonum. Similit diuido d b in octo equas partes: et vñ eaz ad lūgo supra d p notam e. quare itez e b et d b erit tonus. suntq; duo toni e b et c b. sed a b et c b sesquitercia pportio: maior est duobus illis tonis in pportione a b et e b. est igitur per diffinitionem a b et e b semitonium minus. qd cum sit duobus tonis prepositum: qm ex parte remissa illis adiectum. factum est propositum.

17 **D**uobus tonis: diesim / semitoniiq; minus interponere.



**I**dem diesim atq; semitonii minus hic (vt iam quoq; dictum est) intelligimus. Sit ergo a b et c b vt in precedenti sesquitercia pportio in tota chorda a b. ab a: versus: intēdo tonum per notam d. et ab c versus a remitto tonū vt in precedēti factū est per notam e: ita vt a b et d b sit tonus / et similit e b et c b tonus. manifestum a b et c b sesquitercia pportioem superare duos illos tonos in media pportioe d b et e b. est igitur per diffinitionem d b et e b semitonii minus duobus tonis interceptū et ppositū.

18 **S**emitenū minoris mimos numeros reperire: et quomodolibet semitonii minus in chorda vna aut pluribus collocare.

324	288	256	243
f	g	h	k
81	72	64	
c	d	e	
9	8		
a	b		
+	3		
l	m		

**S**it a nouenarius et b octonarius minimi numeri toni. duco a in se / et a in b / et b in se / et cōsurgant numeri c d e. inter quos per sextam quarti Arithmetices erūt duo sesquioctauū / duob<sup>9</sup> toni in minimis pñuati. Sit ptesea l quaternarius et m ternarius. duco l in c d e et pvideat f g h: inter quos p septimā secūdi Arithmetices similit cōiūcti sunt duo sesquioctauū / et pvideat duo toni. duco ptesea itidē m in c et pueniat k p octauā secūdi Arithmetices f ad k est pportio sesquitercia q p 17 primi hui<sup>9</sup> maior est f h et differētia ē h k. dico ergo h k esse mimos nūeros semitonij minoris. qñ sint numeri semitonij minoris per diffinitionem notū est. sed q mimi: id iam declarandū est. Nam qz c e sunt in sua pportioe mimi: per decimā octauā tertij Arithmetices sūt ptra se pmi. et qz etiā l et a quaternarius et nouenarius sunt cōtra se primi. ergo per vndecimā tertij Arithmetices l est pmius ad c. et per decimā eiusdem h qui nascit ex l et e pmius eidē numero c: erit primus ad c. Rursus m et b ternarius atq; octonarius sunt adinuicem pmi. ergo p vndecimā tertij et m primus est ad e sed et cū l / m quaternarius et ternarius sint etiā primi: ergo per decimā eiusdem m etiā primus est ad h. Cū ergo c et m mōstrati sunt primi ad h ergo per eadem decimā tertij numerus k ex c et m pductus: primus est ad h. sunt itaq; h et k semitonij minoris numeri adinuicem primi: quare per vicesimā tertij Arithmetices in sua pportione mimi. qd est ppositū quo ad hoc. Et data quacūq; chorda si eā diuides scdm nūerū h et eaz partiu accipias scdm numerum k numeros scz semitonij minoris vbilibet in eadem chorda pstrutū erit semitonij minoris interuallum. In diuersis aut facillime idem feceris: si eas chordas equales eqliter tensas vñ sonasq; posueris / et partiaris eaz quacūq; voles scdm h quaz partium alterius acceperis scdm k erit tum in pluribus chordis semitonij minoris constitutum interuallum. quod est totum propositum.

19 **S**emitonium minus in minore qz sesquiseptimadecima sit: pportione consistit. Quo sit vt regula semitonij sumendi: non sit differētiā extremorū toni in duo equa partiendo.

324	288	257	5	256	243
f	g	h	17	h	k

**S**int vt in precedenti h k minimi numeri semitonij minoris vt ducenta quinquaginta sex et duceta quadraginta tria. capio p decimam huius: septimadecima partem nseri k ducentozu scz quadrginta trium/ eritq quattuordecim et quinq septimedecime. addo itaq quattuordecim et 5 septiadecimas ad k et fiat l numerus 257 et 5 septimedecime. erit ergo nserus l ad k sesquiseptimusdecimus. at l du- ceta qnquaginta septē et qnq septiedecime trāscēdit h qui solū est ducētozū qnquaginta sex. p̄sistet itaq semitonij minus per vndecimam huius in mīore p̄portioē q̄ sit p̄portio sesquiseptimadecima. quare et a fortioze in minore cōsistit p̄portioē q̄ sit sesquiseptadecima. Correlarium hinc notum est. Nam hoc pacto partiēdo extremozū toni spacium: ex quita huius cognoscitur sesquiseptadecia atq̄ sesquiseptimadecima altrinsecus constitui: quaz vtraq̄ presens mōstrauit semitonij minoris habitu- dinem esse minorem.

**S**esquioctauadecima p̄portio: semitono minore rursus maior euadit.

20

256	1	256	243
c	2	a	b

**S**int a b mīmi numeri semitonij minoris per decima octauā huius reperti scz duceta quinquagita sex/ et ducenta quadraginta tria. capio per decimā huius octauā decimā partem nseri b: quā reperio esse tridecim et semis: quā quidē addo numero b/ fiatq̄ aggregatus c. tunc c ad b sesquioctauadecima p̄portio est. at c maior numerus est a. nam a dūtaxat cōtinet ducenta quinquaginta sex: c v̄o equaliū partiū totidē et insup semissem vnus. est igit̄ sesquioctauadecima p̄portio semitono minore maior.

**S**esquinonadecima: est semitono minore minor. Quo fit vt semitonij minus inter sesquioctauadecimam/ et sesquinonadecimam consistat collocatum.

21

256	255	15	243
B	c	19	b

**S**int vt prius mīmi termini semitonij minoris a et b: dūco sesquinonadecimā p̄portioē minorem esse p̄portione a ad b. capio enī per decimam huius: nonadecimā partem numeri b: quā inuenio esse duodecim et quindecim nonadecimas. quā partem adūcio numero b et fiat c. p̄portio c ad b est sesqui- nonadecima. sed a maior est q̄ c. igitur p vndecimam huius maior est semitonij minus sesquinona- decima p̄portioē/ atq̄ sesquinonadecima p̄portio semitono minore minor. Correlariū v̄o vt decima quarta huius notum esse potest.

**S**emitonium maius: in data chorda constituere.

22

a	c					b
---	---	--	--	--	--	---

**S**it a b et c b semitonij minoris interuallum. diuidō cb in octo partes equas: quibus equam facio partem cd. ita vt d b nouem p̄tineat. ergo d b et c b erit tonus. demo igitur a tono d b et c b semitonij minus scz a b et c b/ relinquetq̄ d b et a b toni reliqua pars et qua ip̄e semitonium minus superat. igit̄ per diffinitioē d b et a b semitonium maius est in data chorda (vt p̄positū erat) cōstitutū. et quē ad- modum semitonium maius collocasti ad partem grauiorem ita quoz ad partem acuminis collocare facillimum esset.

**S**emitonij maioris: minimos numeros reperire.

23

2187	2048		1944
e	d		c
	256		243
	a		b
		8	
		f	

**S**int a b minimi numeri semitonij minoris ex decima octaua huius reperti et f octonarius. quā ex demōstratioē decime octauē huius f octonarius primus est ad b. ergo f non numerat b. non habet igit̄ tur b octauam partem. duco igitur f in b et a et cōsurgant c d: per septimam secūdi elementoz Arith- metices d ad c vt a ad b. est igitur inter d c semitonium minus/ semitonijq̄ minoris interuallum. et qz c habet p̄tem octauā vt b: addo eidem nsero c p̄tem octauam eius b: et coaceruatus fiat e. cōtinet igit̄ e numerum c/ et partem eius octauam. quare e c tonus. et quia ton⁹ e c superat semitonij minus d c



2187  
2048  
139  
102  
37  
28  
9  
1

interuallu e d: ergo e d sunt nūeri semitonij maioris. Q' autē idē sint minimi facile ex decimaquinta tertij arithmetices cognoscas distrahēdo d ab e et quod reliquū fuerit iter quoties potes distrahēdo ab d. et hoc pacto deinceps et videbis ad vltimum relictam vnitatē eritq; modo qui ad latus apparet distractio. quare per eandem decimaquintam d et e sunt adinuicem primi. sunt igitur per vicesimam eiusdem in sua proportione minimi: quod est propositum.

24 **Semitonij maioris habitudo: sesquiquintadecimam superat proportionē.**

2187	2184 8	2048	136 8
A	c 15	b	d 15

Sint a b minimi termini habitudinis semitonij maioris per precedentem reperti: dico habitudinē a ad b maiorē esse sesquiquintadecima. sumo enī vt in precedentibus iam sepe factū est per decimā huius quintadecimam partē numeri b et hec inuenitur centū trigintasex et octo quintedecime vnus q̄ sit d adiuicio ergo d ad b et fiat c: certū est c ad b esse sesquiquintadecimā. at c minor numer⁹ est q̄ a. est enī a numerus duum miliū centū octuagintaseptē. c autem solum duū miliū centū octuagintaquartuor et fere semis paulo amplius. Est igitur per vndecimā huius semitonij maioris habitudo sesquiquintadecima pportione maior: eamq; superans: quod est propositum.

25 **Apotomes interuallum: minus est sesquiquartodecimo interuallo. Unde manifestum est semitonij maioris proportionem inter sesquiquintadecimam et sesquiquartadecimam reperiri collocatam.**

2194 4	2187	2048	146 4
c 14	A	b	d 14

Apotomē et semitonij maius: idem esse iam dixim⁹. Sint ergo a b mimi nūeri semitonij maioris vt duo milia centū et octuagintaseptē et duo milia quadraginta octo. sumo per decimā huius quartadecimā partem b scz duum miliū et quadraginta octo quā inuenio esse centū quadragintasex et quattuor quartedecime que sit d. addo eam quartadecimam ad b: et fiat numerus aggregatus c. tunc numeri c ad b sesquiquartadecima pportio est. at c maior numerus est a siquidē duo milia quadraginta octo et centū quadragintasex et quattuor quartedecime summā simul attollant c: duum miliū centū nonagintaquattuor et fere quartavnius. et a solum summa sit duum miliū centum octuagintaseptē. constat ergo sesquiquartadecimam proportionē maiorem esse semitono maiore: atq; propositum. Correlarium vt precedentium notum est.

26 **Semitonium minus atq; semitonium maius in superparticulari proportione non cadunt: sed ea in superpartiente ratione consistere necesse est.**

Itam semitonij minus per correlariū vicesimeprime huius cadit inter sesquioctauā decimam et sesquinonadecimam. atqui inter sesquioctauā decimam et sesquinonadecimā nulla cadere valet intercepta: mediaq; superparticularis habitudo. sunt enī ille superparticulares proxime maior atq; minor igitur semitonij minus in superparticulari ratione non consistit. neq; per idem semitonium maius. Itam per correlariū precedentis cadit in aliqua pportione media inter sesquiquintadecimā et sesquiquartadecimam duas proximas superparticulares: que superparticularē mediā nullā admittunt nō igitur semitonij maius cadit in superparticulari ratione. sed et cum rationes semitonij minoris atq; maioris multis superparticularibus vt iam visum est sint minores: erūt etiam minores ratione duplicari que multiplicum minima est: vt que a minimo numero denominetur. nullus enim numerus binario minor. nō est ergo semitonij minoris habitudo multiplex: sicut neq; semitonij maioris. relinquitur igitur a sufficienti diuisione cum ille sint inter maiorē terminum et minorē: eas esse in superpartienti genere. quod est propositū. Ad tamē propter sophistas aduertere licet q' tonus et sue partes consonantie et consonantiarum partes intense: semper in superparticulari/ superpartienti aut multiplici habitudine cadunt: remisse vero in subsuperparticulari/ subsuperpartienti aut submultiplici. Breve: et si ita sit: solemus tamen eas omnes dicere esse in superparticulari habitudine superpartienti/ aut multiplici idem superparticulare et subsuperparticulare reputātes et pro vno computantes. similiter superpartiens et subsuperpartiens et multiplex et submultiplex.

27 **Musicum comma in chorda reperire.**

A	f	g	c	b
256		243		
d		e		

Sit a b chorda supra quam sit propositū reperire musicū comma: in qua a b et c b sit sesquioctaua proportio atq; tonus. sint preterea d e minimi termini semitonij minoris. diuido spaciū a b in partes equales secundū d: ex quarum numero ab ipso b versus a: capio secundū numerū e et in termino earū pono notam f. tunc que proportio d ad e: ea erit a b ad f b. quare a b ad f b semitonij minus. Rursus a c b spaciū seco in equas partes secundū numerum e et earum partium ab ipso b versus a metiendo: sumo secundū numerum d: et in earum termino pono notam g. manifestū etiam est g b c: c b esse semi

tenim minus. sed et cum a b et f b probatum sit etiam semitonii minus. ergo interuallum f b et g b est quo sesquioctaua proportio a b et c b: maior est duobus semitonis minoribus. est igitur per diffinitionem f b et g b inuentam muscum comma: quod erat monstrandum.

**Comma: in minimis numeris constituere.**

28

531441	524288	497664	472392
l2	g	b	f
	65536	62208	39049
	c	d	e
	256	243	
	B	b	
		g	
		f	

531441  
524288  
7153  
2119  
796  
527  
269  
258  
11  
5  
1

Sint a b minimi numeri semitonii minoris. duco a in se et in b et b in se et exurgant c d e: erunt c d et d e duo semitonii minora coniuncta. sit praeterea f octonarius qui ex decima octaua huius est primus ad b. quare per undecimam tertii arithmetices et primus ad e. non habet igitur e octauam. duco ergo f octonarium in c d e: et proueniant g h i: ut i scilicet oriatur ex f in e. certum est etiam inter g h et h i esse duo semitonii minora. et q: e est octaua pars i addo e et i simul: sitque eorum aggregatus l2. dubium nullum est l2 ad i esse sesquioctauam: et l2 g esse proportionem qua sesquioctaua maior est g h et h i duobus semitonis minoribus. sunt igitur l2 g numeri commatis. sed quod sint minimi ex decima quinta tertii arithmetices notum est. Nam subtracto ut ea ipsa docet g ab l2 et eo quod relictum est subtracto quoad potest ab g. et sic deinceps tandem ut ad latus adiectum apparet: relinquatur unitas. Et quemadmodum comma duabus diesibus est prepositum: ita quoque quod facillimum est comma duabus diesibus subiungere aut duabus interferere.

**Sesquiseptuagesima quarta: commatis proportionem transcenditur.**

29

531441	531372 72	524288	7084 72
B	d 74	b	c 74

Sint enim a b minimi numeri commatis per precedentem reperti. elicio per decimam huius septuagesimam quartam b que sit c. adiecto itaque b et c simul et coalescat aggregeturque numerus d. qui si ad b conferatur cooperitur sesquiseptuagesimus quartus. atque idem d minor a esse deprehenditur. superat ergo per undecimam huius ratio commatis septuagesimam quartam proportionem

**Comatis ratio: sesquiseptuagesima tertia proportio minor est. unde fit ut commatis ratio inter septuagesimam quartam et septuagesimam tertiam constituta reperiat habitum**

30

531470 2	531441	524288	7182 2
d 73	B	b	c 73

Sint a b ut prius minimi numeri commatis. capio septuagesimam tertiam partem b que sit c. iungo b et c simul et aggregetur d. eritque d ad b sesquiseptuagesimus tertius. et d maior a esse conspicitur. ergo commatis ratio sesquiseptuagesima tertia proportio minor est: quod erat monstrandum. Correlarium ut alia notum est.

**Comatis ratio: in superpartiente ratione consistit.**

31

Non enim in superparticulari consistet quandoquidem due superparticulares proxime sesquiseptuagesima quarta et sesquiseptuagesima tertia: omnem proorsus mediam excludant superparticulari. et tanto minus in genere multiplici consistere valebit. ut que septuaginta duas superparticulares habeat se maiores. relinquatur ergo ut ea in superpartiente genere consistere possit. est enim ea maioris et minoris habitudo.

**Rationes schismatis atque diaschismatis sunt ignote atque irrationales. quo fit ut quarum minimi numeri tetragonici latus non habeant: medietatum rationes ignote irrationalesque sint omnes**

32

256	243			
B	b	c	d	e
531441	524288			

Has rationes ignotas atque irrationales dicimus que nullo certo constitutoque numero designari valent unquam: ut neque in geometricis diametri et costae quadrati proportio: quales schismatis et diaschismatisque

pporitiones esse dicim<sup>9</sup>. Sint ergo pmo a b minimi numeri semitonij minoris : p decimaoctaua hui<sup>9</sup> inueni: b eni vt illic quoq<sup>9</sup> monstratu est nascit ex nouenario in se ⁊ ternario in productu nouenaru in se at nuerus q<sup>9</sup> ex ductu nouenaru in se exurgebat: et at quadrat<sup>9</sup> et ternarius no est quadrat<sup>9</sup>: ergo per decimaquarta sexti arithmetices b min<sup>9</sup> semitonij minoris extremu ex ductu qd<sup>9</sup> no qdrati in qdratu proueniens: no est numerus quadratus. si possibile est ergo vt diaschismatos pporio in numeris sit nota: sint ergo per sexta quarti arithmetices duo diaschismata in minimis c d e coniuncta. manifestu eni est cum diaschisma sit semitonij minoris dimidiu c d et d e simul esse semitoniu minus. ⁊ c ad e esse semitonij minoris interuallu. sed et cum pporiones c d ⁊ d e sint continue in minimis ergo per quita quarti arithmetices c e sunt in sua pporione minimi. sunt ergo minimi in pporione semitonij minoris. sed et tales positi sunt a ⁊ b: igitur c et e idem erunt numeri cu a ⁊ b scz c idem a et e idem b. Preterea qz que pporio c ad d ea est d ad e: ergo per prima sexti arithmetices c numerus est quadratus et e numerus quadratus: quare ⁊ b idem numero e etiam quadratus. at b demonstratus est no quadratus. erit itaq<sup>9</sup> idem numerus quadratus et no quadratus: quod est impossibile. no igitur diaschisma note pporionis habebitur. et idem de pporione schismatos monstrabitur. Sint enim a b subter designati minimi numeri comatis: qz per viceoctauam huius b minor pporionis comatis terminus sit ex ductu octonarij in quadratu lateris ducetorum quinquaginta sex. et octonarius no est quadratus: ergo per decimaquarta sexti arithmetices b minor terminus comatis no est quadratus. no igitur simili vt prioris partis demonstratione a b certis designatisq<sup>9</sup> numeris potest equis pporionibus deduci. est igitur schismatos eius scz medietatis ratio ignota ⁊ atq<sup>9</sup> irrationalis. Correlarium ex modo demonstrationis notum est.

**Tonus : duobus semitonis minoribus / et commate constat.**

¶ Nam ratio sesquioctaua duobus semitonis minoribus atq<sup>9</sup> vno commate constat. superat eni duas dieses duosq<sup>9</sup> semitonis minoris vno commate: ac tonus in eadem ratione consistit. constat igitur tonus ex duobus semitonis minoribus et commate.

**Tonus a duobus semitonis minoribus: vno commate distat.**

¶ Nam subtracto a sesquioctaua pporione vno commate relinquuntur duo semitonis minoris: igitur et eodem commate a tono deducto due dieses ⁊ duo semitonis minoris relinquuntur. distat ergo tonus a duobus semitonis minoribus vno commate.

**Semitonium minus tribus commatibus maius est: minus vero quattuor. vnde manifestum est apotomen plura quattuor et pauciora quinque continere comata.**

r	2 7 7 5 3 1 9 9 5 2 2 3 2 5 8 3 0 1 6 2 1 5 3 0 7 4 7 9 9 4 1 1 2
q	3 2 8 1 2 8 3 8 9 4 4 3 6 9 3 5 1 1 2 5 7 2 8 5 7 7 6 2 3 1 7 6 1
p	2 6 3 6 0 0 0 6 1 9 5 2 4 0 1 8 0 2 3 6 0 3 1 2 3 8 9 6 9 7 5 3 6
o	2 1 7 8 3 9 6 1 7 9 6 3 2 9 5 0 6 2 6 7 4 6 3 6 8
n	2 1 5 3 6 9 3 9 6 3 0 7 5 5 5 7 7 6 6 3 1 0 7 4 7
m	2 0 6 7 8 9 5 4 3 0 9 8 7 9 6 4 8 5 2 7 3 1 9 0 4
l	1 7 0 9 8 6 0 4 8 3 5 1 7 2 3 5 2
lz	1 6 6 7 7 1 8 1 6 9 9 6 6 6 5 6 9
h	1 6 2 3 1 2 6 5 5 2 7 1 3 6 2 5 6
g	1 3 4 2 1 7 7 2 8
f	1 2 9 1 4 0 1 6 3
e	1 2 7 4 0 1 9 8 4
d	5 2 4 2 8 8
c	5 3 1 4 4 1
b	2 4 3
a	2 5 6

¶ Non e greca curiositas calculi labore deterrita quo minus quot comata in diesi quot in apotome quot deniq<sup>9</sup> in tono sint: peruestigare. quod nisi aprioribus tetatum cognouissem cu id quoq<sup>9</sup> plus laboris q<sup>9</sup> (vt michi visum est) in musicis modulationib<sup>9</sup> vsus / vtilitatisq<sup>9</sup> afferat: missus fecissem. qui tamen id cognoscere desiderauerint hoc pacto deprehendent. Sint a b minimi numeri semitonij minoris et c d minimi comatis: per decima septima ⁊ decima octauam huius reperti: duco b in c et d ⁊ pueniat e f et a in c ⁊ veniat g: per septima secundi arithmetices f ad e est comatis habitudo / et per octauam eiusdem g ad e habitudo dieseos / semitonisq<sup>9</sup> minoris. Deinde duco e in e ⁊ f in f et e in g ⁊ nascantur h lz l: per sextam quarti arithmetices per q<sup>9</sup> facile cognosci potest lz h continere duo commata. et per

septimam secundi eiusdē l ad h esse semitonium minus. Deinde duco d in h / et e in l / et d in l : et eo ordine veniant m n o : per eandem sextam quarti cognitu facillimū est n m continere tria commata. et per septimam secundi: o m continere semitonium minus. at n n. merus cognoscitur esse minor o. ergo o ad m semitonium minus tria vincit / exsuperatq; commata. Deinde duco h in h et l in l et h in l. et suo ordine exurgāt / orianturq; p q r. manifestū est per idē qd prius q p continere quattuor cōmata et r p continere semitonii minus. at numerus r minor est ut mero q. igitur quattuor cōmata amplius sunt semitono minore. Correlariū autem hinc notū est q semitonii maius solo cōmate superat semitonium minus. atqui semitonii minus plura tribus et pauciora quattuor ut modo visum est continet cōmata. igitur unico superadiecto cōmate semitonii maius quod vocant apotome: plura quattuor et pauciora quinque continere est necesse.

**T**onum: plura septem continere commata necesse est.

36

**T**am tenuis ex semitono minore et apotome coalescit atq; cōstituitur. at semitonii minus per penultimā tria continet cōmata et amplius: et per precedentē apotome quattuor et amplius tria autem et quattuor et amplius: septē sunt et āplius. igitur tonus plura q̄ septem cōtinet commata.

**C**Secundi Elementorum Musicalium finis.

**T**ritonus: est qui tonum ac semitonium minus continet. quem et trisemitoniū / trisemitoniūq; inferius dicemus.

**D**itonus est qui duos cōplectitur tonos.

**T**ritonus vero qui tres.

**C**onsonantie simplices sunt: diatessaron / diapente et diapason.

**C**omposite vero: diapason diapente / bis diapason.

**D**iatessaron est cōsonantia: que ex interualli sesquitercia ratione nascitur.

**D**iapente: que nascitur ex sesquialtera.

**D**iapason vero: que ex dupla.

**D**iapason diapente: est quā adinvicē iuncte constituūt diapason ac diapente cōsonantie

**B**is diapason: est quam coniūgunt due diapason consonantie.

**H**ec altius ascēdunt Pythagorici q̄ altius ascēdētibus voces quod pacto illis stridule vise sint et q̄ vnicuiq; ferme sue vocis modū / limitesq; ad consonātiā bis diapason natura fecerit q̄q; habita cōtēplatione musca adulq; cōsonantiā bis diapason: reliquāvt habeatur q̄ facillimā putauerunt ut qui ad ter atq; quater diapason musicos modulos aptare voluerint. et hac queq; de causa musci ferme oēs in definiēda / determinādaq; atq; tradēda disciplina musica limites Pythagore nō transcendūt: purātes eius limitibus cōtenti: et priscam / veterēq; autoritatē secuti sufficiēter determinasse. quod et nos in hoc opere tētabimus imitari.

**S**esquitonus inter sesquiquintam atq; sesquisextam collocatus est. vnde fit ut c̄ssi sesquitonus iocunde / suaviterq; auditū feriat: nondū tamen consonātia ponēdus sit.

1291 3	288	283 3	256	243	48 3	40 3
b 5	A	e 6	b	c	f 5	g 6

**S**it ergo a ducenta octuaginta octo: b vero ducenta quinquaginta sex: et c ducenta quadraginta tria. per decimā octauam secūdi huius manifestū est a ad b esse tonū / et b ad c esse semitonii minus. quare a ad c per diffinitionē erit sesquitonus. quē dico in p̄portione minore consistere q̄ sit sesquiquinta / et maiore sesquisexta. Nam capio per decimam secūdi huius quintā partem c et veniet numerus 48 et tres quinte qui sit f. addo igitur f ad c et aggregatus fiat d: qui maior inuenitur q̄ a. igitur per vnde cimam secūdi huius d ad c p̄portio maior est q̄ a ad c. At vero d ad c sesquiquinta est. est itaq; sesquitonus in p̄portione minore cōstitutus q̄ sit sesquiquinta p̄portio. Capio deniq; per eandē decimam secūdi sextā partem c et veniet michi numerus 40 et semis qui sit g. aggregatus igitur g ad numerum c restituat numerū e. certum est numerū e minore esse q̄ a. quare vt prius a ad c sesquitonus maior est q̄ e ad c: qui in sesquisexta p̄portione cōstituitur. quod est propositū. Correlariū enim cognoscitur. et primū q̄ sesquitonus suaviter fertur auditum: cuiuslibet musicis modulationibus intēti fidem facit sensus. q̄ vero nōdum cōsonantia sit: circo euenit q̄ sesquitonus in superparticulari ratione nō consistit: quādoquidem inter sesquiquintā et sesquisextā proximas superparticulares nulla cadit interstēs: mediaq; superparticularis habitudo. neq; quidē est in multiplici genere: quoniā per vnde cimā primi huius dupla p̄portio que multipliciū minima est: ex sesquialtera / et sesquitercia p̄portione maximis quidē superparticularibus: exurgit atq; nascitur. cōsonantia autem omnis per diffinitionē in superparticulari aut multiplici ratione consistit. est ergo totum propositum notum.

2 **T**ritonus ditonus inter sesquiterciam atq; sesquiquartam medius: minime musicam complet atq; perficit harmoniam.

85	1	81	72	64	21	1	15
D	3	B	E	B	F	3	B

**H**armonia et consonantiam idem dicimus et huiusvt precederis procedit demonstratio. Sint ergo a b c duo toni in minimis constituti. vt 81|72|64. dico ditonum a ad c consistere in proportione minore sesquitercia: et maiore sesquiquarta et musicam consonantiam haud quaq; perficere. Capio eni tertiam partem c per decimam secundi huius vt sepe factum est. et venit vnum et viginti cum triente vnus: qui numerus sit f. addo itaq; f 21 et triente ad numerum c 64. et aggregatus est 85 cum tertia parte vnus: qui idem sit d. manifestu est d ad c esse sesquiterciu. at d maior est a: continet eni a dumtaxat vnum et octuaginta: d vero octuaginta quinque et amplius. est ergo sesquitercia proportio ditono maior. Et rursum capio quartam partem c que sit g: quam addo ad c et surgat e: qui erit ad c sesquiquartus. at a maior est e. igitur per vndecimam secundi huius: ditonus sesquiquartu transcendit. et cum inter sesquitercium et sesquiquartu nullus cadat superparticularis medius neq; multiplex: erit ergo ditonus in proportione superparticeti collocatus. quare musicam consonantiam (etsi in musicis modulationibus sit euphonus suauiterq; auditum feriens) nodum tamen perficit.

3 **D**itoni interuallum: sola sesquitonum superat apotome.

**H**am sesquitonum vnum tonum continet integrum et secundi toni continet semitoniu minus. sed est tonus et semitonio minore et apotome constet euadateq; coalitus. ergo sesquitono ad secundi toni completionem sola deest apotome. at ditonus solos duos incolumes integrosq; possidet tonos. ergo ditoni interuallum sola apotome/ soloq; semitonio maiore: sesquitoni superat interuallu. qd est propositu.

4 **D**iatessaron consonantiam in data chorda collocare.

4	3	1	1	1
B	c	d	e	b

**C**um enim epitrita/ sesquiterciaq; proportio: consonantiam diatessaron creet: iccirco data quacunq; chorda vt a b eam in quattuor equas portiones diuido. vt a c c d d e: et b. et dico a b ad c b consonare diatessaron. Nam a b continet c b et insuper a c que tertie parti c b equatur. est ergo interuallum a b sesquiterciu ad c b. ergo a b ad c b per diffinitionem consonat diatessaron: et consonantia diatessaron in chorda a b data: collocata. quod est propositum.

5 **T**ritonus: consonantiam diatessaron transcendit.

**H**am per decimaoctauam primi tres sesquioctane proportionis amplius sunt sesquitercio interuallo. atqui in tribus sesquioctauis: per diffinitionem tres consistunt toni. igitur in tribus sesquioctauis consistit tritonus. et in epitrito/ sesquitercioq; interuallo consistit consonantia diatessaron. igitur consonantiam diatessaron transcendit vt proponebatur: tritonus.

6 **C**onsonantiam diatessaron: duobus tonis atq; semitonio minore constare necesse est. Unde facile comparatum est sesquitonum tono/ et ditonum semitonio minore citra diatessaron concetum deficere. Compertum item est consonantiam diatessaron quinque dieses et duo commata continere.

Diatessarum consonantia				
B	c	1	1	b

**S**it a b et c b consonantia diatessaron. dico eam duobus tonis et semitonio minore constare. Nam cum a b et c b sit diatessaron: erit a b et c b per conuersionem diffinitionis sesquitercius. at cum semitonium minus per diffinitionem sit id quo sesquitercia duobus tonis maior est. continet ergo a b et c b semitonium minus et duos tonos. igitur consonantia diatessaron duobus tonis/ semitonioq; minore constat. Et primu correlatiu hinc facile cognoscitur. Cum enim sesquitonus solu tonum et semitoniu minus contineat: deest igitur ipsi ad consonantiam diatessaron completam per presenrem vnus tonus. et cum ditonus solum duos complectatur tonos: deest ipsi ad eandem completam semitoniu minus. Secundum vero hinc haud difficile perspicitur cognitu. Nam cum tonus per tricesimam tertiam secundi duas dieses et vnum comma contineat: duo toni quattuor dieses et duo continebunt commata. at per presentem diatessaron consonantia duobus tonis vnam diesim superaddit. continet igitur consonantia diatessaron quinque dieses atq; duo commata. quod est totum propositum.

**¶** Quinq; toni: duas diatessaron consonantias vno commate vincunt/ euaduntq; maiores. 7

**¶** Putauit Aristoxenus musicus diatessaron cōsonantiam duobus tonis et integro semitonio constare. et proinde duas diatessaron cōsonantias: quinq; tonos implere. cuius error ex tertio musices diuisi Seuerini boecij et ex hac r̄precedēte facile cōuincitur. Nam per precedētem cōsonantia diatessaron nō ex duobus tonis et semitonio integro constat: verū ex duobus tonis et semitonio minore. quod ex vicesimaprīma secūdi inter sesquioctauā decimā et sesquinonā decimā proportionē collocatur. integrū autē semitonij per decimāquarrā eius dem: inter sesquiseptimā decimā et sesquiseptimā decimā collocaretur. diminutus est ergo semitonij minus integro semitonio. Quia ergo vt per precedētem dictū est: cōsonantia diatessaron duos tonos et semitonij minus cōtinet: due igitur diatessaron cōsonantie cōtinebunt tonos quattuor. et duo semitonia minora. et q; per tricesimātertiam secūdi tonus cōtinet duo semitonia minora et vnum cōma. ergo due diatessaron cōsonantie quinq; tonos vno commate minus: cōtinent. quinq; igitur toni: duas diatessaron cōsonantias vno commate vincunt atq; euadunt maiores. quod intēdebat. 8

**¶** Consonantiā diapente: in assignato neruo constituere.

3	2		Consonantia diapēte.
A	c	d	b

**¶** Sit assignatus numerus a b supra quē iussu sit cōsonantiā diapente collocari: diuido a b in tres aduicē equas partes per notas a c d b: ita vt a b tres cōtineat et c b earum contineat duas. erit per diffinitionē a b ad c b hemiolij/ sesquialterūq; interuallū. sed cum cōsonantiā diapente: per diffinitionē ex ea interualli ratione nascat. ergo a b ad c b cōsonabit diapēte. eritq; a b ad c b in data chorda assignatoue neruo cōsonantia diapēte collocata.

**¶** Tres toni: consonantia diapente minus sunt. et quattuor eandem consonantiam transcendunt. 9

**¶** Est ex quinta huius satis cognoscat tritonū nō posse efficere diapēte cōsonantiā: hec etiā ostēdit tritonum diapēte consonantia esse minorem. Nam per decimā octauam primi huius tres sesquioctauū minus sunt sesquialtero interuallo. et per decimā nonam eiusdē quattuor sesquioctauū sesquialterum superat interuallū. consonantiā autē diapēte in sesquialtero sita est. ergo tres toni in tribus sesquioctauis constituti: minus sunt cōsonantia diapente. et quattuor toni in quattuor p̄sistentes sesquioctauis eādē consonantiā magnitudine transcēdunt: quod est totum propositum.

**¶** Consonantia diapente: tribus tonis/ semitoniq; minore constat. Quo fit vt a diapente subducto tono: diatessaron consonantia relinquatur. subducta autē diatessaron consonantia: relinquatur et tonus. 10

**¶** Nam per decimā quintam primi si a sesquialtero interuallo sesquitertij demptū fuerit: relinquet sesquioctauum. sed vt in demonstratiōe sexte huius visum est: sesquitertij continet duos tonos cum semitonio minore. ergo cōsonantia diapente sesquioctauū hoc est tonum ultra duos tonos cum semitonio minore continens: tribus tonis et semitonio minore constabit quemadmodum propositum est. Correlariū cognoscitur. Nam diapente per presentem continet tres tonos cum semitonio minore. at substracto tono residui sunt duo toni: atq; semitonij minus. et per sextam huius duo toni cū semitonio minore constituunt cōsonantiam diatessaron. substracto igitur tono a cōsonantia diapente: relinquitur diatessaron. sed et cum diapēte constet ex tribus tonis cum semitonio minore: substracta ergo diatessaron cōsonantia que duobus tonis et semitonio minore completur: relinquet quēadmodum secunda pars correlarij proponit: tonus. quod est totum correlarium.

**¶** Diapente consonantia: minus octo semitonis minoribus continet.

**¶** Nam cum tonus vnus duo semitonia minora et vnum cōma cōtineat: tres toni et vnus semitonij minus septem semitonia minora et tria commata cōtinebunt. ac tria commata per tricesimā quintam secūdi huius semitonio minore sunt contractiora. ergo diapente que per precedētem tribus tonis et semitonio minore constat: minus octo semitonis minoribus cōtinebit. sed quēadmodum facile monstratum est diapente cōsonantiam nōdum octauum attingere semitonij minus/ octauāq; diesim: ita quoq; facile monstratum esset: eandem consonantiā nōdum septimam attingere apotomē. 11

**¶** Diapente consonantia: ditono/ sesquitonoq; coniungitur.

**¶** Nam diapente per penultimā tribus tonis et semitonio minore constat. et ditonus et sesquitonus simul tres tonos et semitonij minus efficiunt. igitur ditonus atq; sesquitonus pariter copulati cōsonantiam diapente iungunt: quod intenditur. 12

**¶** Consonantiarū diapente et diatessaron: tonus differentia est. quo fit vt diatessaron consonantia adiuncto tono: consonantiam diapente restituat. 13

**D**ifferētia hic vocat ea pportio qua maior superat minorē. Nam p correlariū decime huius sub ducto tono a cōsonantia diapente relinquit cōsonantia diatessaron. solo igitur tono cōsonantia diapente cōsonantia diatessaron est maior. est igitur per diffinitionē: harum cōsonantiarū tonus vna. & correlariū statim ex propositione notum est.

- 14 **B**is diatessaron: sesquitono cōsonantiam diapente transcendit.  
**D**iatessaron enī p sextā huius duos tonos atq; semitonū minus cōtinet. ergo bis diatessarō quat tuor tonos et duo semitonia minorā p̄tinebit. atqui a quattuor tonis & duobus semitonis minorib⁹ dempto sesquitono: relinquitur tres toni et semitonū minus. Arvero per decimā huius cōsonantia diapente totidē tonos cū semitono minore cōplectitur. ergo bis diatessaron: sesquitono cōsonantiā diapente transgreditur transcēditq; quēadmodum proponitur.
- 15 **C**ōsonantie diatessaron / ac diapente: in maximis supparticularibus sunt collocate  
**N**am ex diffinitione cōsonantia diatessaron in epitrita sesquiterciaq; pportione collocatur. et di a pente in hemtolla atq; sesquitercia. at nulle supparticulares sesquialtera & sesquitercia sunt maiores nam a secūda & tertia parte q̄ maxime sunt sese cōsequētes partes: denominātur. igitur he cōsonantie ex maximarum superparticulariū originibus ducte: in maximis superparticularibus sunt collocat quod est propositum.
- 16 **B**is diatessaron / aut bis diapente: nullam cōsonantiam cōponere potest.  
**H**ec proponit duas diatessaron cōsonantias aut duas diapente cōsonantias: nullā conflare posse cōsonantiā. Nam et diatessaron & diapēte nō in multiplicibus sed supparticularibus sunt constitute et per primā petitionē que iterualli ad interuallū pportio est: ea quoq; est et soni ad sonū. at p sextā primi duo similia interualla nō multiplicia: neq; multiplex neq; supparticulare creant interuallum. quare neq; illorū soni in multiplici: neq; in supparticulari ḡne existunt. omnis aut cōsonantia aut in supparticulari aut in multiplici rōne collocāda est. sic enī cōsonantie noie hoc in loco Pythagoricā sequētes autoritatē: suscepimus vtēdum. ergo due cōsonantie diatessaron aut due diapente: nullam efficiēt cōsonantiā. et nō modo idverū sit: sed & quotquot cōsonantie diatessarō in īmensum copulētur et quotquot diapēte: nullā vnq; cōsonantiā ex quinta primi huius efficere valebūt.
- 17 **A**diuncto ad cōsonantiam diapente tono: nulla parabitur cōsonantia. item neq; ad diatessaron trisemitonio.

B	11		Numerorū vna		C	3384		Numerorū B S vna
E	27	F	16	Sexta maior	B	9216	S	5832
C	9	D	8	Tonus	P	2304	Q	1944
A	3	B	2	Diapente	R	4	Q	3
					L	256	M	243
					D	9	K	8
								Semitoniū minus
								Tonus

**E**t si hic sonorū congressus nōdum cōsonantia sit: euphonū tamen musici reputant melo / modula mibus aptum: sextāq; q̄ sex impleatur vocib⁹ nostri nunc nūcupant. et quattuor tonis atq; vna diesi hoc est semitono minore constat. qui q̄ nōdum cōsonantia sit patet. Accipio enī a & b ternariū et bina rium: minimos scz numeros cōsonantie diapente. & c d nouenariū atq; octonariū minimos numeros toni. et duco c in a & veniat d septem supra viginti. et d in b & veniat e decem et sex. per tertiam quinti Arithmetices d ad e cōtinet sesquialterū & sesquioctauū: quare d ad e cōtinet diapente atq; adiunctū tonum. at manifestū est d ad e 27 scilicet ad 16 nō esse multiplex. nam septem & viginti nō continēt bis aut tertio aut deiceps sedecim. neq; d superparticularis est ad e. nam vna numeri d ad e est vndecim qui numerus summe 16 pars nulla est. transcēdit enī vndenarius sedenariū dimidiū. igitur adiunctus ad cōsonantiā diapente tonus: nullam parit cōsonantiā. et simili argumento adiecto ad cōsonantiā diatessaron sesquitono: nulla fit cōsonantia vt ex secūda figuratione perfacile patere potest. fit tamē euphona vocum congressio: quā item sextam nūcupant: sed que a prima contractio: tota distet apote me. est ergo hec minor: illa vero maior. constat enī prima vt dictum iam est: quattuor tonis et vna diesi. secunda vero tribus tonis & duabus diesibus. Primā sonat Parhypate hypaton ad mesen: secūdam vero que contractio: est: sonat hypate hypaton ad Lichanon meson. que autem hypate: que parhypate: qui lichani: et que mese dicātur: sequēs liber declarabit.

- 18 **Q**uo pacto diapasōn cōsonantia: in chōda sit adiungenda.

	B		C		B		Cōsonantia diapasōn
--	---	--	---	--	---	--	---------------------

**H**ec cōsonantiarum vt in libro problematū testatus est Aristoteles: elegātissima / pulcherrimaq; est Chordam ergo a b seco per medium per notā c. et quia a b ad c b est dupla interualli habitudo. ergo per diffinitionem a b ad c b consonat diapasōn.

**C**onsonantia diapason: in sex tonis minime consistit. sed quinque amplior: sex vero 19  
tonis: consonat contractior.

**C**ham per vicesimam primi quinque coniuncti sesquioctavi: minus duplici intervallo conifigunt. et per vicesimam primam eiusdem sex coniuncti maiores vno duplici intervallo euadunt. ergo quinque toni minores sunt diapason consonantia: et sex eadem sunt ampliores. consonat ergo diapason quinque tonis amplior: sed et sex eadem modulabitur inferior.

**C**Diapason: ex diatessaron et diapente consonantius coniungitur. 20

**C**ham per decimam quartam huius diatessaron et diapente in maximis supparticularibus sunt collocatae. at per undecimam primi duplex intervallicum ex duobus maximis supparticularibus coniungitur. et duplex intervallicum: consonantie diapason intervallicum existit. igitur consonantiam diapason: diatessaron et diapente consonantie simul coniungunt. quod est propositum.

**C**onsonantia diapason: quinque tonis et duobus semitonis minoribus que tonum minime complent: perficitur. Unde quoque manifestum esse potest: consonantiam diapason solo a sex tonis commate distare. 21

**C**Per precedentem enim diatessaron et diapente consonantiam diapason iungunt. diatessaron autem per sextam huius duobus tonis et semitonio minore consistere monstrata est: et diapente per nonam tribus tonis semitonioque minore. at duo toni et semitonium minus et tres toni et item semitonium minus simul constati: quinque efficiuntur toni atque duo semitonia minora. at qui duo semitonia minora tonum non perficiunt: verum ab eo deficiunt commate. igitur consonantiam diapason quinque tonis et duobus semitonis minoribus: que tonum minime implent quemadmodum iam propositum est perficit. **C**Correlarium ex demonstrationis calce notum esse potest. Ex quo liquet profacile esse in nervo musicum comma peruestigare. Nam in eo a principio constituto: continuatisque sex tonis et ab eodem nervi initio ad mediam chorde notam intensa diapason consonantia quod inter mediam nervi notam et ultimum sex tonorum signum continetur: ex precedentis correlario erit commatis interstitium.

**C**Dempta ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron. et ex eadem dempta 22  
consonantia diatessaron: relinquitur diapente. demptis autem ex ea diapente et tono relinquitur sesquitonus.

**C**Prima pars et secunda statim per penultimam cognite sunt. Item et per precedentem. Nam per precedentem diapason quinque tonis et duobus semitonis minoribus constat: a quibus si tres tonos et unum semitonium minus tollas que per decimam huius diapente consonantiam continent: relinquentur duo toni et semitonium minus: quod per sextam huius diatessaron consonantiam efficiunt. dempta igitur ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron: quod est primum. Secundum eadem facilitate declaratur. Nam ex quinque tonis et duobus semitonis minoribus si duos tonos et semitonium minus tollas: relinquentur tres toni et semitonium minus. Tertium consimiliter. demptis enim a consonantia diapente hoc est a quinque tonis et duobus semitonis minoribus demptis inquam quattuor tonis et semitonio minore reliquus est tonus unus et semitonium minus. Ex quot dieses quot apotomas quot denique commata contineat diapason: deprehensionis sunt facillime: in nulla tamen equaliter: tota ipsa diuisiva est quandoquidem diapason in multiplici ratione consistit que omnino in quotlibet equas proportionales que multiplices non sunt per sexagesimam noni arithmetices diuisi non potest.

**C**Nulla simplex consonantia: in duo equalia: certo constitutoque numero diuisibilis est. 23

**C**Simplices consonantias vocamus diatessaron, diapente, diapason. de diatessaron autem et diapente constat quod ex supparticularibus intervallicis surgunt: que per quintam primi nullo pacto hunc in modum dirimi possunt. de diapason vero consonantia idem subit iudicium. Nam quoniam minimi eius numeri sunt duo et unum: et duo quadratus non est: igitur per correlarium tricesime secunde secundi huius consonantia diapason que consistit in proportione duorum ad unum minime in duo equalia partiet. et eodem quoque iure neque eadem consonantia in plura duobus dimetiet: dirimeturque equalia. Et profecto velle hoc pacto consonantiam diapason in plura equa diuidere. est in geometricis diametrum coste quadrati velle commensurare. sed id ultimum musicum non est.

**Diapason ac diatessaron: consonantiam non esse.**

E	g	f	3	g	2
r	r	4	3		
B	b	c	d		

**C**Essi in diapason ac diatessaron sit duarum vocum dulcis amenaque congressio ut quemadmodum cum pulsatur sesquitonus: non ideo tamen euenit diapason ac diatessaron consonantiam dici mereri. Tametsi Ptholomeo secus quam Pthagorice hac in re visum sit: quod monstratum facillimum est. Sint enim a et b binarius et unitas: minimi scilicet numeri consonantie diapason et c d quattuor et tria minimi idem consonantie diatessaron duco c in a et veniet octonarius qui sit e: et d in b et veniet ternarius: qui sit f. per tertiam quinti Arithmetices e ad f continet duplam et sesquiterciam: quare diapason ac diatessaron.



sed e octonarins non est multiplex ad ternarium/ neq supparticularis q eū bis cōtineat et insuper binariū qui ternariū nō pars vlla est sed partes. est enī octonarius ad ternariū duplex subpartitēs. Non est igitur diapason ac diatessaron consonātia. oīs enī consonātia aut in supparticulari/ aut in multiplici genere ex definitione cōsistit. Et in hoc facile cognosci potest ex nouo pblematurū libro q Pythagoricis cōsensit Aristoteles: cū inquit cur non bis diapente aut bis diatessaron reddi consonātia potest: vt bis diapason coaptari solet. Hoc inquit ideo est q diapente consonātia posita in proportione sesquialtera est diatessaron xō in sesquialtera. q si duo sesquialteri aut sesquiterij numeri ordine disponantur: extremi nullam inuicem proportionem habebūt. neq enī supparticulares neq multiplices esse poterūt. at diapason scinētia qm̄ in duplari proportione cōsistit: hac gemiata: quadruplam inuicem extremi tenebūt/ habebūtq pportioem. Videt ergo quo pacto Aristoteles consonantiarū pportiones solas supparticulares aut multiplices efficit: suppartitēs qm̄ profus nulle sint repudians. Et re va Ptholomei cū Pythagoricis magis in noīe q in re ipsa dissentio putanda est. sed de his hactenus.

25 **Diapason ac diapente: in triplici consistit ratione. estq diapason ac diapente consonantia vna.**

Quia enim diapason ac diapente in tripla rōne cōsistat: hoc ideo est q ex duodecima primi ex duplici atq sesquialtero interuallo triplex nascit interuallū. duplex aut r sesquialter sunt consonantiarū diapason et diapente infualla. igitur iuncte consonantie diapason ac diapente in tripla rōne cōsistunt. sed cū sensu iam satis sit exploratū hūc cōcentū modulate/ suauiterq ad auditū puenire: ergo per definitionem is concētus consonantia est. quod est totum propositum.

25 **Diapason diapente ac tonus: melos citra consonantiam eliciunt.**

27			8
e			f
3	1	9	8
a	b	c	d

Melos hic vocamus suauem auribus acceptam uoculationem/ amenūq plurū uocum cōgressum. sed q diapason diapente r tonus simul iuncta melos constituūt: statim notum est. Nam hec sonorum uoculatio suauiter vt experientia discitur auribus accidit. sed q consonantiam nullā parēt: ostēdit. qm̄ enī per precedētē diapason ac diapente in tripla proportioe consistit. sint ergo a b tria r vñū minimi consonantie diapason ac diapente numeri/ et c d nouem r octo minimi numeri toni. duco c in a r d in b et ueniāt e f r 7 scz et 8 inter que est diapason diapente atq tonus. sed e ad f neq supparticularis neq multiplex: quinimo e r tinet f ter et tres eius octauas: estq e ad f triplus suptripartitēs octauas. non cōcinit igitur e f aliqua consonantia. quod totum est propositum.

27 **Bis diapason consonantia: in quadruplari constituta reperitur habitudine.**

Quia enim bis diapason in quadruplari cōsistat: statim est manifestum. Nam per decimāternā pmi duo duplicia interualla quadruplex iungunt infuallū. diapason aut in duplari cōsistit. igit bis diapason quadruplarem iungit habitudinem: que est multiplex. et cū bis diapason ad auditū suauis/ emodulataq pueniat vt id quoq sensu satis perceptum est. q p definitionem erit consonantia. qd erat mōstrandū.

Pythagorici r priores musici oēs: pcentū modū in terminis quadruple atq in finibus consonantie bis diapason perstrinxerūt: non temere lōgius progressi aut q inter illos terminos vnicuiq factus a natura reperitur sue uocis modus/ aut q stridulū ille canor illis vt iam quoq dictū est uisus est q ue seriam iam relinquūt mediocritatem/ aut q hactenus contēplatio satis ipis esse uisa est ad musicam institutiōem. posteritas aut ad ter diapason vel r amplius adauxit ad terios vsq octuple lōgius enagata: de quibus necessaria speculatio non incubere uidetur: sed pauca paucis strinxisse satis erit. Nam qui modulatiōem supra bis diapason cognoscere desiderabūt: facili demōstratiōe vt precedētia percipient. bis enī diapason ac diatessaron in pportioe quicupla sesquitertia cōsistit. et proinde plane consonantia putēda nō est. bis diapason ac diapente in pportioe sescupla et ideo consonantijs ānumerata. ter vero diapason in proportione octupla.

28 **Omnes consonantias: in data chorde suo ordine subiūgere: et eas sensu perceptibiliter experiri.**

A	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

Sit a b data chorde in qua ppositū sit consonantias diatessaron/ diapente/ diapason/ diapason ac diapente/ et bis diapason situare. colloco in signo a brachiū circini immobile et ad totius chorde quartam partem extendo circini brachiū mobile: et in termino eius pono notam c. deinde extendo idem brachiū ad eiusdem chorde partem tertiam: et in terio pono d. mox ad totius chorde partē mediam quā designo nota e. deinde eodē brachio capio totius chorde bissen: hoc est duas tertias: et in terio bissen pono f. mox extēdo circinū ad chorde doctātem: hoc est ad tres eius completas quartas: in cuius fine affigo notam g. tunc sic a b r cb per quartā huius consonat diatessaron. a b r d b per octauā diapente a b r e b per decimāoctauam diapason a b r fb per vicesimāquintam diapason ac diapente. postremo xō a b r gb per precedētē bis diapason. Suppone igit musicale hemispheriū sensum singulis chorde notis et sonos ad totius chorde sonum diligētē attēde. et suo ordine ppositas scinētijs annotabis. quod pōptius experiri valebis: si chorde a b chordam equisonam/ vnisonāq etiā collocaueris: cuius sonū cum singulis sectionum a b pussionibus non segniter attenderis.

**C**onsonantiarū hoc pacto digestarum: finis consonantie diatessaron: ad finem diapente sonat tonum / ad finem diapason: consonat diapente. ad finem diapason ac diapente: incōsonus. ad finem vero bis diapason: consonat diapente ac diapason.

a	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

**C** Sint a/c/d/e/f/g/b modo qui dicitur est digeste consonantie: dico c b finem consonantie diatessaron ad d b sonare tonum / ad e b esse diapente / ad f b incōsonū esse / ad g b xō cōsonare diapente ac diapason. Nam per precedentem a b et c b est diatessaron et a b et d b diapente. depra ergo a b et c b diatessaron cōsonantia ad c b et d b diapente: per correlariū decime huius relinquit tonus. quōd aut relinquit est c b et d b igitur c b ad d b sonat tonum. et quā per precedentē a b et e b scinit / modulaturq; diapason subtracta: igitur a b et c b diatessaron ab a b et e b vicecimāscām huius quōd relinquit est diapente. atqui quod relinquit est c b et e b igitur c b ad e b sonat diapente. et q; per precedentem a b et f b consonat diapason ac diapente: subducta igitur a b et e b consonantia diapason: quōd relinquitur est diapente. quod aut relinquit est c b et f b. igitur e b et f b consonantia est diapente. sed p modo monstratū c b et e b etiā diapente est: igitur c b et f b est bis diapente. at p decimāquartā huius bis diapente consonantia componi nō potest: igitur c b ad f b incōsonus est. postremo quā ut ex pcedēti notū est a b et g b sonat bis diapason. depra igitur a b et e b diapason consonantia relinquitur e b et g b eē diapason. atqui c b et e b per scām ptem huius mōstrata est esse diapente. igitur adūcta c b et e b consonantia diapente ad e b et g b cōstituitur diapente ac diapason. cōsonat ergo c b et g b diapente ac diapason. quod est totum ppositum.

**C** Sic positis consonantijs: finis diapente ad finem diapason modulatur diatessaron / et ad finem diapason ac diapente: modulatur diapason. ad finem vero bis diapason euphonus est: sed qui nondum consonantia est.

a	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

**C** Esto pcedētisū hypothesis: dico d b finem diapente ad e b consonare diatessaron. ad f b diapason. et ad g b sonare diatessaron ac diapason. Nam per penultimā a b et e b cōsonantia est diapason. et a b et d b diapente. subtracta igitur a b et d b diapente: ab a b et e b consonantia diapason: per vicecimāscām huius relinquitur diatessaron. quōd aut relinquitur est d b et e b: igitur d b ad e b sonat diatessaron. et q; in pcedēti monstratū est e b et f b eē diapente: et nūc d b et e b esse diatessaron: ergo per vicecimā huius d b et f b ex illis duabus cōflata / coalitac; cōsonantia modulabit diapason. Rursum cū e b et g b in pcedenti mōstrata sit diapason: et e b et f b diapente: ergo per vicecimāscām huius f b et g b est diatessaron. et d b et f b nunc mōstrata est diapason. igitur d b et g b est diapason ac diatessaron: que cū modulatio sit euphona et eā monstrauerit vicecimaquarta huius non esse consonantia totū liquet mōstratū ppositū. et ex hac quoq; pariter cognitū est finem diapason: ad finem diapason ac diapente modulari diapente ut e b ad f b et ad finem bis diapason cōsonare diapason.

**C** Consonantiarū sic collocatarū: totius chorde atq; cuiusq; sectionis nūeros designare.

24	18	16	12	8	6	
a	c	d	e	f	g	b

**C** Dico duo / tria / et quattuor in seinuicem: et numerū inde surgentem atq; pductū qui hēbit scām tertiam et quartā: pono totius linee numerum quē iccirco voco numerum a b ab quo demo quartam partem et reliquus sit c b: et erit p̄mus numerus ad ipm sesquitercius. quare diatessaron. et ab eodez numero demo partem tertiam et residuus sit d b: eritq; a b ad d b sesquialter: quare cōsonantia diapente. et itē ab a b diduco ptem mediā et residuus sit e b: eritq; a b ad e b duplus. q̄circa diapason consonantia inter eos exurget. et nūeri a b sumo solā tertiam q̄ sit f b: erit ergo a b ad f b h̄tudo tripla. cōtinebūt igitur a b et f b diapason ac diapente. Rursum numerū a b sola quarta sit g b: erit a b ad g b quadruplus. quare a b et g b sunt numerū bis diapason. sunt itaq; totius chorde a b et cuiusq; sectionis eius fm assignatas consonantias designati numerū. quod erat demonstrandum.

**C** Quotcunq; harmonicas medietates assignare: inter quarū terminos eorūq; differentias omnes musice reperiantur consonantie.

Harmonice	12	8	6	Epitritus	b c	Diatessaron
Medietates	6	4	3	Demiolus	a b	Diapente
	a	b	c	Duplaris	a c	Diapason
Differentie		2	1	Triplaris	c c	Diapason diapente
		d	e	Quadruplaris	b c	Bis diapason.

**C** Harmonica medietas in Arithmetiis definita est qm̄ trium terioꝝ vt maximus ad m̄mū: ita d̄tia maiorū ad d̄tia minorū. Sit ergo c quicūq; nūerus partem tertiam habens que sit e: duplo c. sitq; duplatus a. manifestū est a ad e esse duplum. et q; c p̄inet tria e: ipm a p̄inet sex e. addo e ad c et fiat b

et erit notū b ad c esse sesquiterciū: et b cōtinere quattuor e atq; e esse dñam b ad c. Itidē q; b cōtinet quattuor e et a cōtinet sex e: a erit sesquialter ad b. et q; b equatur quattuor e / et a sex: ergo dñia a ad b equatur duobus e que sit d. quia enī d equat duobus e: ergo d duplus est ad e. dico ergo a b c datam esse harmonicam medietatem: inter cuius terminos a b c et eorū differentias d e oēs mūice consonātie reperiātur. nam a ad b maximī ad mīmū mōstrata est pportio eē dupla et sūter habitudo d ad e dñie scz maiorū ad differentiam minorū etiā ostensa dupla. sunt igitur per diffinitōem a b c termini in harmonicā medietate pstituti. At si b ad c cōpares mōstratus est sesquifertius: quare consonātie diatessaron interuallū. et si a ad b: mōstratus est sesquialter atq; hemiolus et diapēte interuallū. et si a ad c: duplū habes et consonantiā diapason. si vō c ad e cōtuleris: habes triplū: et p vicesimāquintā tertū consonantiā cōpositam diapason ac diapente. et si b ad e: quadruplū / et p vicesimāseptimam tertū bis diapason. at cū cetera mōstrata sint non eē consonātiās: cōstat diatessaron / diapente / diapason / diapason ac diapente / et bis diapason oēs consonātiās quibus in disciplinis se exercere solent musici: inter terminos harmonicē medietatis et eorū differentias: fuisse repertas. et si duxeris binariū in a b c et in illos q; inde puenierint et quoties volueris in pueniētes: ex septima secūdi Arithmetices cognoscere pōptum est toties cōstitui harmonicam medietatem cōsimiles inter suos terios et suozū teriozū dñias: cōsonātiās musicas seruātem. et idem fuerit si quēcūq; alterū numerum in illos terios duxeris. placuit tñ diuo Seuerino quadragesimo octauo capite secūdi sue Arithmetices ad oēs consonātiās musicas cōplectēdas: duas ordinare medietates harmonicās: vnā in duplari / et alteram in triplari. sed et idem etiā fieri posse vna sola constituta iam satis monstratum arbitramur.

53 **Quotlibet maximas harmonias quaz quolibet primordium consonantiarū / consonantiāsq; contineat omnes: constituere.**

Maxima har.	24	18	16	12		
Maxima har.	12	9	8	6	Epogdous	b c / Tonus
	a	b	c	d	Epitritus	a b / Diatessaron,
Differentie	3			3	Hemiolus	a c / Diapente
	c			f	Duplari	a d / Diapason
Differentie		4		2	Triplari	d h / Diapason diapēte
		g		h	Quadruplus	c h / Bis diapason.

Maximam harmoniam vocant qñ quattuor solidozū teriozū in geometrica medietate cōstituto ū: inter maxim / vnū mediozū et mīmū medietas Arithmetica p̄tinet: et rursū inter maxim teriozū / alterū mediozū / et mīmū cōtinetur harmonica. Medietas geometrica est qñ terminozū est pportio silitudo. Arithmetica vō qñ teriozū est differentiarū equalitas. quid Harmonica tam dicitū est. Solidi termini dicunt qui ex triū in se laterū ductu pducuntur. sed hec oīa ex Arithmeticas p̄notissima sunt. Primordium consonantiāz appellamus tonum. **C**apio ergo d numerū quēcūq; qui scōam et tertiam hēat: utq; eius secūda f et tertia h. duplo d et sit duplari a: quicquidē a duplus erit ad d. addo b ad d utq; cōpositus c. eritq; sesquitercius ad d. sed et cū a mōstratus sit duplus ad d: g per vndecimam p̄mi huius a ad c est sesquialter. **P**refea f scōam partem d addo ip̄i d et cōpositus sit b: certū est b ad d esse sesquialterū. q̄re p eadē vndecimam p̄mi a ad b est sesquifertius. **A**b a c igit qñ mōstratus ē sesquialter: ablato a b sesquitercio per quītādecimā p̄mi relinq̄tur b ad c sesquioctauus. **S**it p̄flea g dñia a ad c qz d p̄tinet tria h: c continebit q̄tuo: et a sex. ergo g dñia a ad c p̄tinet duo h. est itaq; g ad h duplus. et quia f est medietas d / et b est sesquialterū ad d: ergo b cōtinet tria f. est itaq; f tertia ps b. sed et a sesquitercius ad b addit sup eū tertiaz p̄tem ip̄ius b: ergo dñia a ad b que sit e c quaf f. dico ergo a / b / c / d maximā cōstituere harmoniam: que tonū consonantiarū elementum / et oēm cōplectif consonantiā. Nam a ad b mōstratus sesquifertius et sūter c ad d sesquitercius. cōtinēt igit a ad b et c ad d per diffinitōem: geometricam medietatem. et dñia a ad b maximī ad vnū mediozū est e. et b ad d eiusdē medij ad mīmū est f / et e et f mōstrate sunt equari. igitur per diffinitōem a ad b et b ad c constituūtur in Arithmetica medietate. sed et a ad d maximus ad mīmū mōstratus est duplus: et sūter g dñia a ad c maximī ad reliquū mediozū demōstrata dupla ad h dñiam c ad d eiusdem medij ad mīmū. igitur per diffinitōem a c d p̄sūt in harmonica medietate. **C**ōstat igit p̄ diffinitōem a / b / c / d si solidi sint cōstituere maximā harmoniam. q̄ si solidi non sint: duc quēcūq; nūerū in quēlibet ipsozū et pueniēt solidi in eisdem habitudinibus quoz cuiuslibet latera erūt vnitas / numerus in illos ductus et singuli eoz ad singulos: sicq; cōstabit maximā constitutam esse harmoniam. sed iam ostensus est b ad c sesquioctauus: igitur per diffinitōem b ad c cōtinet tonū consonantiarū p̄mordiū. et a ad b est sesquifertius. igit a ad b p̄tinet diatessaron. et a ad c mōstratus est sesquialter: igitur a ad c cōtinet diapente. et a ad d duplus: igitur a ad d diapason. et d ad h triplus: igitur d ad h diapason ac diapente. et c ad h mōstratus quadruplus: igitur c ad h cōtinet bis diapason. et quoties duxeris quēcūq; numerum in a / b / c / d aut in p̄ductos ex illis adiuuāte septima secūdi Arithmetices et diffinitōibus: toties cōstitues maximā harmoniā: tonum et oēs consonātiās continentem. est igit effectum qd̄ p̄ponebatur. Et ex hac intelligere potes esse demōstratum que diuus Seuerinus affert de harmonia cubi quadragesimonono / et de maxima harmonia quinquagesimo quarto capite secūdi sue Arithmetices.

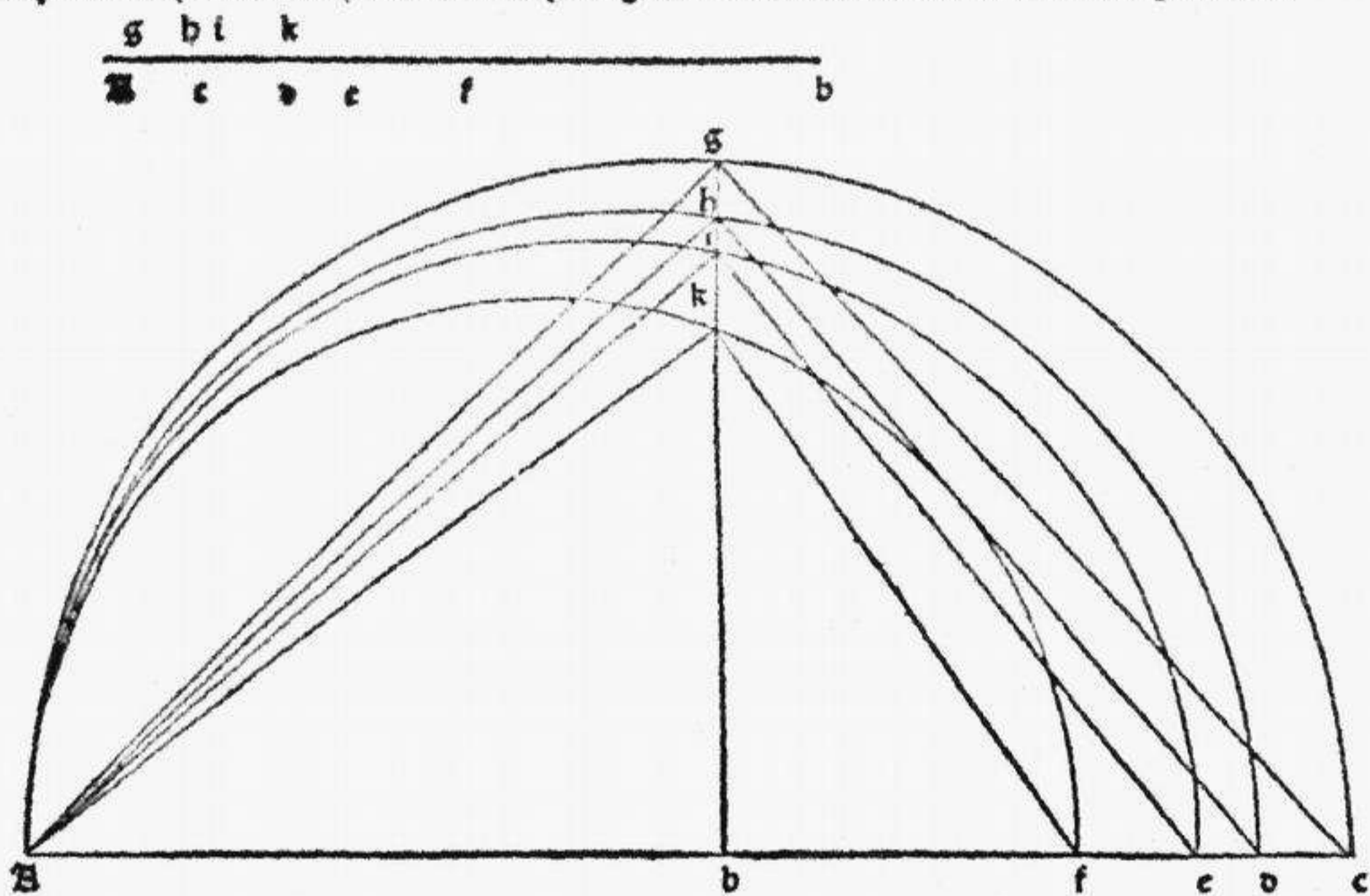
54 **Dis numerus ternaria p̄gressionē ad se adiectus: oēm consonantiā in Arithmetica medietate complet.**

Consonantie Arithmetica medietate				A primavnitare				A scda vnitare				A terttavnitare			
3	6	9	12	1	2	3	4	10	20	30	40	100	200	300	400
duplus diapason				sesquialt <sup>o</sup> diates.				duplar				epitrit <sup>o</sup>			
sesquialt <sup>o</sup> diapente								diapas.				diates.			
triplus diapason diapē.								hemiol.				diapē.			
				Triplaris				diapa.diap				diapa.diapēte			
Quadruplus.bis diapason				Quadruplaris				Bis diapason				Bis diapason			

Intelligit ternaria pgressioe ad se addi numerus qsi additur pmo ad se semel/ deinde bis/ deinde ter. dico ergo quécunq; numeru ad se hoc pacto additum: oem cōstituet e consonantiaz musicam. Nam semel sibi adiectus: duplex ad se efficit/ et diapason consonantiam. et bis sibi additus: ad primā additiōem sesquialter cōstituit et diapente: et ad se triplū atq; diapason ac diapente. nam in pma additiōe bis/ et in scda ter cōtinetur. ter xō sibi additus ad scdaz additiōem facit sesquiterciū et diatessaron: nam primus nberus hic quater/ illi xō ter cōtinetur. et ad se quadruplū facit et bis diapason. in hac igitur pgressione ois cōtinetur cōsonantia musica. et qz cōtinue numerozū ex eius additiōe surgentū ipse numerus additus est differētia: ergo reperte consonantie in Arithmetica medietate continetur. et ex hac cognoscitur cur in oim vnitatum quaternaria pgressione que vbiq; denarū Pythagorici plenitudinem implet: oēs consonantie musice et in Arithmetica quidem medietate repertiātur.

Tonum et oem consonantiam simplicem: in duo equa partiri/ veracq; medietatum 35 puncta in chorda: geometrice monstrare.

Precedētes septima scdi/ et vicesimatertia tertū prædētū tonū/ diatessaron/ diapente ac diapason: in duo equa diuidi non posse. hec xō mōstrat quo pacto ea omnia possint in duo equa partiri. nec hoc quidē repugnat. Nā precedētes contēdunt id effici non posse Arithmetice certo/ cōstitutoq; numero/ atq; rationali habitudine: hec xō id effici posse geometricē sine numeri certa/ cōstantiq; ratione.



Si ergo data chorda a b superior: in qua iubeamur integrum semitonium/ et consonantiarū diatessaron/ diapente/ ac diapason vera media reperire. facio a b et c b tonum. a b et d b diatessaron. a b et e b diapente. a b et f b diapason eo qui in precedētibus mōstratus est modo. deinde in inferiori linea a c indefinite quāritatis capio a b equalē lineę superiori a b et b c p̄tinue equalē lineę b c superiori. et a puncto b versus c capio lineam b d equalē chorde b d et b e equalē chorde b e et b f chorde b f. et intelligo quatuor dimidios circulos a c/ a d/ a e/ a f. et a puncto b educo perpendicularē lineę a c ad circū: ferētias semicirculozū a c/ a d/ a e/ a f. et p̄cta vbi ees cōtingit lineę sint g/ h/ i/ k: at que p̄ s̄icta educo a g/ c g/ a h/ d h/ a i/ e i/ a k/ f k. at per nonā secti geometrie a b ad b g vt b g ad b c. factio igit in chorda superiore a b lineam b g equalē inferiori lineę b g et cū p̄portio a b ad b g vt b g ad b c vt p̄cōstēsūm est: seq̄tur tonum a b et c b esse in duo equa diuisū: et p̄ctū g esse medium veri semitonij signū. et per eādem que p̄portio a b ad b h ea sit b h ad b d. esto igitur h b in chorda a b equalis lineę b h per idē vt prius: ea erit p̄portio a b ad h b que h b ad d b. quare a b et d b diatessaron in duo equa partita est. et eodem pacto facta chorda i b superiori equali lineę b i. et chorda k b equali lineę b k: mōstrabis cō-

sonantias diapete & diapason in duo equa esse partitas. et re & a hoc pacto & a schismata atq; diaschismata / et dieses tetrarterias reperias assignat' comatis dieses atq; copleti semitonij intervallis et sumptis vt in precedentibus factum est medijs pportionalibus chordis. sed hec statim aliquid in geometricis exercitatis nota esse possunt. Nec aut posteaq; repereris disce (si liber) per chordam in voce tonum mediare et semitonium: et quacumq; voles in arte musica consonantiam.

**Tertij elementorum Musices finis.**

Armonica regula instrumentu est: quo cum (ratiois adhibito iudicio) consonantie / consonantiaruq; partes: in chorda perquiruntur. Adde rura tria sunt genera: Diatonicum / Chromaticu / Enarmonicu. Diatonicum genus: melos est cuius partitio per semitonium minus & duos tonos continue pcedit. Chromaticum: qd per duo inequalia semitonia & trihemitonium conscendit. Enarmonicu vo: qd per duas dieses conscendit et ditonum. Diesis hoc in loco semitonij minoris medietas est: ex differentie extremorum habitudinis eius: partitione pueniens: que & tetrarteria dicta est. sed vt eaz semp maior que acutior / et minor q grauior: reperiatu necesse est. Voces nerui / chordae / spacia: hoc ordine a graui in acumen nitentia in vnoq; melorum gne sunt nuncupata.

Grece nuncupationes	Nuncupationes latine.
Proslambanomenos	Acquisitus
Hypate hypaton	Principalis principalium
Parhypate hypaton	Subprincipalis principalium
Lichanos hypaton	Index principalium
Hypate meson	Principalis mediarum
Parhypate meson	Subprincipalis mediarum
Lichanos meson	Index mediarum
Adese	Adedia
Trite synezeugmenon	Tertia coniunctarum
Paranete synezeugmenon	Penultima coniunctarum
Mete synezeugmenon	Ultima coniunctarum
Paramese diezeugmenon	Submedia disiunctarum
Trite diezeugmenon	Tertia disiunctarum
Paranete diezeugmenon	Penultima disiunctarum
Mete diezeugmenon	Ultima disiunctarum
Trite hyperboleon	Tertia excellentium
Paranete hyperboleon	Penultima excellentium
Mete hyperboleon	Ultima excellentium

Adonochordum: est qd vnica chorda coninet modulatiōem. Tetrachordum: quod chordis quattuor. Polichordum vo: quod pluribus chordis id coninet q; quattuor. vt pentachordum: qd quinq;. hexachordum: quod sex. et ita de heptachordo / octochordo / ennachordo / decachordo / endecachordo / dodecachordo / tridecachordo / tetradecachordo / & pentadecachordo est intelligendum: qd vltimum oino quindecim constat chordis. Proslambanomenos: est in vnoq; genere: primo tetrachordo: u grauisimus neruus adiuctus: a primo primi tetrachordi neruo: toni infuallo distas. Tetrachordum conuictu: est cuius principiu est pcedentis tetrachordi finis. Disiuctum vo: cuius primordialis neruus in vnoquoq; melorum genere: a primo pcedentis tetrachordi finali neruo: vno tono disiungitur.

**T**etrachorda sunt quibus: Tetrachordū hypaton / Tetrachordū meson / Synezeu-  
gmenon / Diezeugmenon / Hyperboleon.

<b>T</b> etrachordum hypaton est:	Tetrachordum synezeugmenon.
hypate hypaton	Abesc
Parhypate hypaton	Trite synezeugmenon
Lichanos hypaton	Paranete synezeugmenon
hypate meson	Acte synezeugmenon
<b>T</b> etrachordum meson est:	Tetrachordon diezeugmenon .
hypate meson	Paramese diezeugmenon
Parhypate meson	Trite diezeugmenon
Lichanos meson	Paranete diezeugmenon
Abesc	Acte diezeugmenon
	<b>T</b> etrachordum hyperboleon
	Acte diezeugmenon
	Trite hyperboleon
	Paranete hyperboleon
	Acte hyperboleon

**M**odū hic vocamus remissionem aut intensionem oīm tetrachordorū gradatim  
in aliquo genere melorum: sui generis progressionem seruans.

**M**odi sunt septem.

<b>P</b> rimus hypodorius	1
<b>S</b> ecundus hypophrygius	2
<b>T</b> ertius hypolydius	3
<b>Q</b> uartus Dorius	4
<b>Q</b> uintus Phrygius	5
<b>S</b> extus Lydius	6
<b>S</b> eptimus Mixolydius	7

**M**onochordi regularis partitionem: in diatonico genere demonstrare.

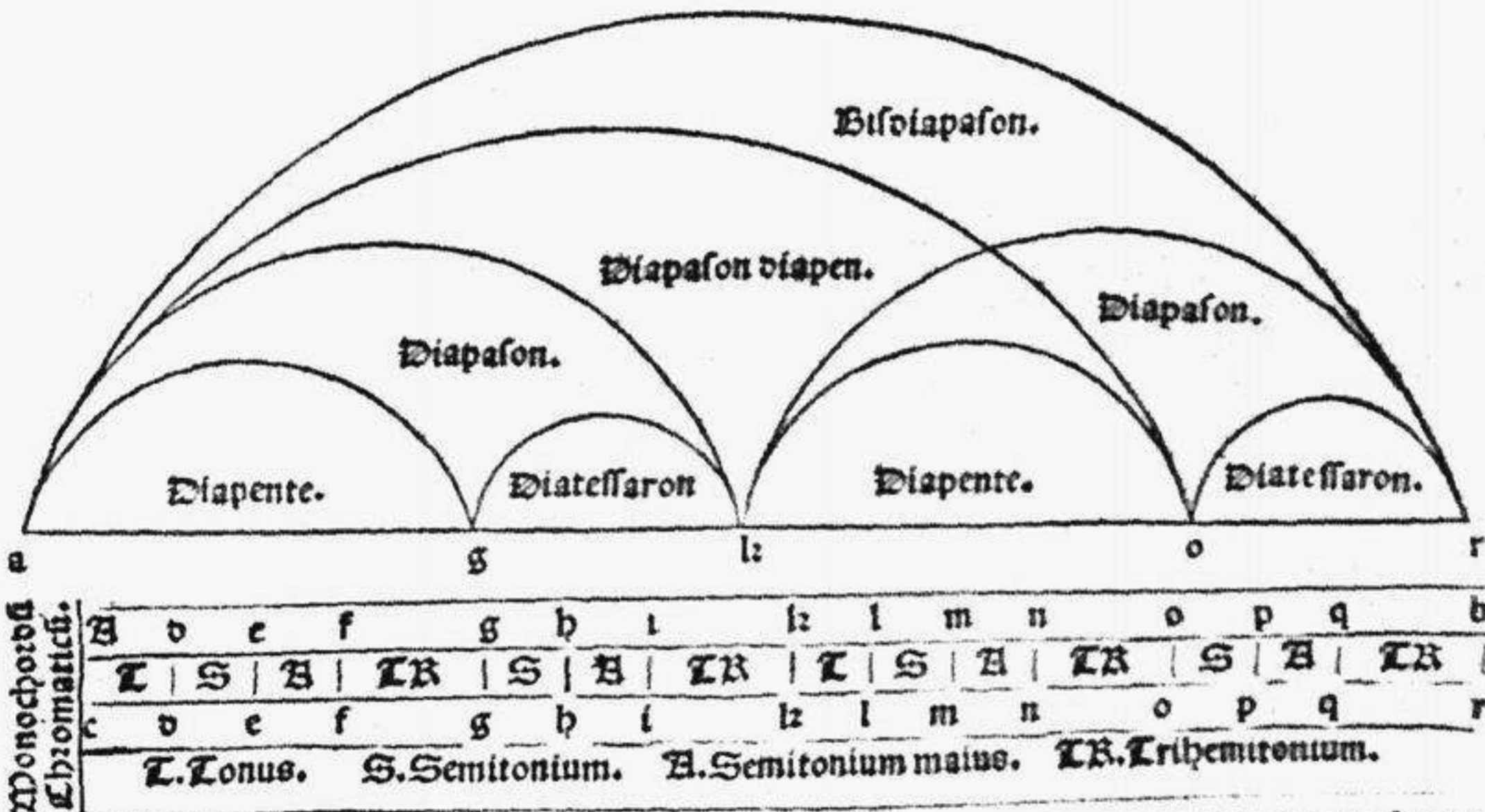
**Q**uāuis instrumēta musices q̄pluria reperiātur vt Lithare / Libie / Tuba / Tuli / Multiforatile  
fistule: Dextre / Leue / Simples / Duplices: in quib⁹ vno spiritu animādis vt inquit Apuleius. ferē  
Diaguis Lydorū rex Marsles pater pmus in canēdo manus discapedinasse: pretea vt Pelte / Chor-  
vacille / Sambuci / Hydraule / Habille / Psalteria / Magades / Barbiti / Haula / Pērades / Cornua /  
Heptagona / Mele / Testudo / Barbatū / Plectra / Monochorda / Tetrachorda / Polychorda: et cetera  
in gen⁹ musica instrumēta. placuit tñ Philosophis in Monochordis / Tetrachordis / atq; Polychor-  
dis monstrādis: ceterorū nos intelligere rōem / atq; compositionem. quocirca vt de Monochordorum  
et Tetrachordorū compositione intelligemus: ita de reliquis est intelligendum. nunc ergo ad Mono-  
chordi regularis nos ostensionem cōuertamus.

Monochordi diatonici.	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r
	<b>T</b>	<b>S</b>	<b>T</b>	<b>T</b>	<b>S</b>	<b>T</b>	<b>T</b>	<b>T</b>	<b>S</b>	<b>T</b>	<b>T</b>	<b>S</b>	<b>T</b>	<b>T</b>			
	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r		
	<b>T</b> onus								<b>S</b> Semitonium minus								

**M**onochordum igit̄ reglarē iccirco dicitur q̄ in vnico neruo musice consonātie harmonica regula  
peruestigētur. Sit ergo a b chorda in qua volumus in diatonico ghe cōsonātas regularitē collocare.

Accipio c planissimā regulam / nullaq; ex parte subsultātem: equalem linee a b. et per primā & decimā octanam secūdi huius ab c in d intēdo tonum. et ab d in e semitonū minus. et ab e in f & f in g intēdo duos tonos. et ab g in h semitonū minus. ab h in i et i in k duos tonos. Rursus ab k in l tonum. et ab l in m semitonū minus. ab m in n et n in o duos tonos. ab o in p semitonū. ab p in q et q in r duos tonos. ita q; continue semitonio minori subiecti sint duo toni: vēptis c d qui p proslambanomeno pmo semitonio ppositus est tonus: et k l tono qui tetrachordi diezeugmeni hoc est disiecti principii est. Rursus applico totam regulā harmonicā ex toti chorde a b. itavt c sit cum a / et r cū b. et in chorde a b vbi applicatur d / e / f / g / & relique sectionum regule note: signo d / e / f / g / h / i / k / l / m / n / o / p / q et dico monochordū a b esse in gñe diatonico regulariter divisum. Quā enī sua intervalla intervallis regle c r rident / eadēq; equalia a b et d b sonat tonū et d b et e b semitonū: et iterū e b et f b tonū continet. igitur a b et f b duos tonos & semitonū minus continens: per sextam tertij sonat diatessaron. Et quia f b et g b vt in regula continet tonum. et g b et h b semitonū minus. et h b a b. & i b & k b duos tonos. ergo per decimam tertij f b et k b tres tonos semitonūq; minus continens: cōcinat diapēte. Sed & mōstratū est a b & f b modulari diatessaron: q̄ per vicesimam tertij a b et k b q̄ ex cōsonātijs diatessaron & diapente cōsurgit coalitum: cōsonat diapason. Rursus k b et l b sonat tonum / l b et m b semitonū minus m b n b et o b duos tonos: quare k b et o b tres tonos & semitonū minus continens: per decimā tertij cōsonat diapēte. Sed a b et k b mōstrata est diapason cōsonātia: ergo a b & o b cōsonat diapason ac diapēte. Prefea q; o b & p b semitonū est et p b q b et b duo toni: ergo o b et b cōcinat diatessaron. k b igitur et b ex diapente / diatessaronq; cōstans: p vicesimā tertij cōsonat diapason. At x̄o a b & f b itidē mōstratū est cōcinere diapason. ergo a b & p cōcinat bis diapason. Et q; hec monochordi partitio per semitonū & duos tonos facta pcessit: et ee que modo mōstrate sunt cōsonantie harmonicę regule suffragio peruestigate: ergo monochordi regularis partitio in genere diatonico per definitiōem mōstrata est. quod est propositum.

1. **C** Monochordi regularis constitutionem: in genere Chromatico declarare.



In omni Monochordo / atq; Polyphordo hec obfuaā ppetas vt octava modo nota / modo chorde prime: et decimaquīta octave: in consonātia diapason recrepet. et vbiq; p proslambanomeno pteūgīf tonus / inferitq; vbiq; inter mesen atq; paramesen p concētu disiecto tonus. hoc est in monochordis a prima nota in scdam et ab octava in nonam collocatur tonus. Sit ergo a b vt prius chorde in qua volumus cōsonantias in genere chromatico regulariter reperire. capto c r regulam planissimā et illi assignare corde equā. facioq; per primam secūdi huius c d tonum: et p decimā octavā eius d e e semitonū minus: et itex per primam d f toni intervallū. erit ergo e f semitonū maius: et d e et e f duo semitonū: s; & ab f ad g metior tonum & semitonū min⁹: que equa erūt trihemitonio: et g h et h i facio duo semitonū: minus scz atq; maius et i l extēdo ad tonū & semitonū minus. Simili quoq; pacto l k fiat tonus: et l / m / n duo semitonū: et n o trihemitonū. et itex o / p / q duo semitonū: q r x̄o trihemitonū. Et regulā hoc pacto divisam applico ex equo linee a b: et in linea a b signo p̄similes & p̄sīb⁹ distātijs notas: scz a / d / e / f / g / h / i / l / l / m / n / o / p / q / b. quo pacto dico lineam a b esse regulariter in melodia chromatica divisam. Itā c d tonus et d f tonus et f g tonus & semitonū minus. quare a & g continent tres tonos & semitonū minus. ergo per decimā tertij a ad g cōsonat diapēte. et q; g h i continent tonū: et i l trihemitonū: igitur g ad l duos tonos & semitonū minus continens per sextam tertij modulari diatessaron. sed et a g pbata est diapente: ergo a l cōstans ex a g et g l diapente & diatessaron per vicesimam tertij cōcinat diapason. Et penitus eadem rōne pbaueris l o cōsonare diapente / et l b diapason. quare a o diapason ac diapente & a b recrepabit bis diapason: quā consonātia nos trāscēdere Pythagoricorū vetat auctoritas. qui rñ vult vltierius conscēdere ex his q̄ iam demōstrata sunt & que

postea demonstrata suscipiens: facile concedet. Et cum iam monstrata partitio per semitonium et semitonium et tribemitonium processerit: nisi ubi integer adiectus est tonus ut cum diapason tum cunctus distincti servet proprietates: Patet ergo ex diffinitione factum esse quod in chromatico genere proponebat fieri atque propositum.

**Idem: in enarmonico genere regulariter ostendere.**

A														Monochordum Enarmonicum.														b													
II				D				II				D				II				D				II																	
c	d	e	f	g	h	i	l	l	m	n	o	p	q	r																											
D. Diesis tetrartemeria.														II. Ditonus.																											

Sit ut prius chorda a b et c r regula eadem ut in ceteris equa: ab puncto c ad d extendo tonum: et ab d ad f semitonium minus: et spatium d f partio: in equalia per notam e. eruntque d e f due dieses. et f g facio duos tonos: qui ditonum implent. g h i ut prius duas dieses. i l ditonum. l l tonum. l m n duas dieses. n o ditonum. o p q duas dieses. et q r ditonum. quia regulam hoc pacto partitam equaliter applico lineae a b: et si les notas: equaliaque intervalla in linea a b designo per medias inter a et b litteras d|e|f|g|h|i|l|l|m|n|o|p|q|b. et quia a d tonus: et d e f due dieses semitonium minus implentes: et f g ditonus: ergo a g tres toni et semitonium minus per decimam tertiam sonant diapente. sed et g h i due dieses et i l ditonus duos tonos et semitonium minus continentes: per sextam tertiam sunt diatessaron. igitur ut prius per vicissimam tertiam a l continet diapason. et hoc pacto monstrat l o continere diapente et l b diapason: quare a o sonare diapason ac diapente et a ad b consonare bis diapason. et quia hec modulationis progressio per duas dieses et ditonum procedit: constat per diffinitionem monochordi enarmonici regulariter esse partitum: in eorum musicalis situatas esse consonantias et propositum.

**Tetrachordum hypaton: in diatonico melo dividere.**

Proslambanomenos	A	B
Hypate Hypaton	b	II B
Parhypate Hypaton	c	S L
Lichanos Hypaton	d	II D
Hypate Meson	e	II E

Superiores: Monochorda docuerunt ordinare. Inferiores autem: Tetrachorda Pentachorda Hexachorda et alia quaeque Polychorda ad Pentadecachordum usque: quibus cognitis cetera que amplius desiderarentur cognoscantur facillime. Constitue ergo b c d e tetrachordum hypaton: ut b sit hypate hypaton c parhypate hypaton d Lichanos hypaton e Hypate meson: cui praefigo ad gravitatis partem a Proslambanomenon chordam quidem que in tetrachordis non computatur: sed primo adiecta tetrachordo creat pentachordum. facio ergo intervallum chordae a sesquioctavum ad chordam b: et sesquitercium ad chordam d: et sesquialterum ad e. Item facio e ad d sesquioctavum. dico ergo tetrachordum hypaton in genere diatonico (ut dictum est) esse divisum. Nam per diffinitionem a ad b proslambanomenos ad hypaten hypaton: erit tonus. et quia a ad d sesquitercium est: itidem per diffinitionem proslambanomenos ad lichanon hypaton concinit diatessaron. sed et cum a ad e proslambanomenos ad hypaten meson sit sesquialterum: per idem a ad c consonat diapente. per decimam tertiam igitur tertium d ab e Lichanos hypaton ab hypate meson tono disjungit. Rursum quia c ad d sesquioctavum est: ergo c ad d sonat tonum. at d o quia a ad d diatessaron est: et a b tonus est: et c d tonus: igitur per sextam tertiam b ad c relinquitur semitonium minus. Est itaque hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus. et parhypate hypaton ad lichanon hypaton tonus: lichanos hypaton ad hypaten meson tonus. constitutum est ergo b|c|d|e tetrachordum hypaton: per semitonium minus et duos subiectos tonos procedens: per diffinitionem in genere diatonico pariter et pentachordum a|b|c|d|e. Sed incidit dubitatio forsitan: cur nostra tempestate musici duos tonos ad tetrachordorum partem seriam graevos praecolat: nos autem solum tonum qui est proslambanomeni atque hypates hypaton: responsio perita in propterea est musicos nostra tempestate proslambanomeno alteram chordam tono distantem praefixisse et id primum memorat Gregorium fecitasse.

**In eodem diatonico melo: tetrachordum meson subiungere. et in octochordo: a proslambanomeno in mesen: diapason contineri.**

Proslambanomenos	A	B
Hypate Hypaton	b	II B
Parhypate Hypaton	c	S L
Lichanos Hypaton	d	II D
Hypate Meson	e	II E
Parhypate Meson	f	S F
Lichanos Meson	g	II G
Mese	h	II H

Sit e|f|g|h tetrachordum meson. facio e sesquitercium ad h: et g sesquioctavum ad h: et f sesquioctavum ad g: erit ergo per diffinitionem e ad h hypate meson ad mesen diatessaron. et quia g ad h tonus et si litter



f ad g tonus. nam vtrūq; et sesquioctava pporiōe nascitur. ergo p sextam tertū e ad f erit semitonū minus. est itaq; e f g h tetrachordum meson per semitonium minus ⁊ duos tonos pcedens in genere diatonico diuisum. et q; a e proslābanomenos ⁊ hypate meson in pcedēri mōstrata sunt cōsonare diapente: et in p̄senti e h hypate meson ⁊ mese diatessaron. ergo per vicesimā tertū: proslābanomenos ad mesen cōsonat diapason. cōtinet igitur octochordum a b c d e f g h consonātiā diapason. quod est totum propositum.

¶ Preposito octochordo: in eodem genere tetrachordum disjunctarum submittere. et dodecachordum diapason ac diapente continere.

Proslābanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	b
Parhypate hypaton	c	c
Lichanos hypaton	d	d
Hypate meson	e	e
Parhypate meson	f	f
Lichanos meson	g	g
Mese	h	h
Paramese diezeugmenon	lz	Trite coniunctarum lz
Trite diezeugmenon	l	Paranete cōiunctarū l
Paranete diezeugmenon	m	Hete coniunctarum m
Hete diezeugmenon	n	n

¶ Sit k l m n tetrachordū diezeugmenon quot et disjuncta: ū dicif. facio h ad k mesen ad paramesen diiunctarū sesquioctauā. et ad m paraneten diiunctarū sesquiterciā. ad n vero neten diiunctarū sesquialterā. deinde l ad m triten ad paranete facio sesquioctauā: lic ergo mese ad paranete diiunctarum cōcinit diatessaron et ad neten diapente. est ergo per decimātertiam tertij m ad n paranetes ad neten tont interuallū. et l ad m trites diezeugmenō ad paranete similif tonus est. sed ⁊ cū mese ad paranete cōsonet diatessaron et l ad m sit tonus ⁊ similif h ad k tonus ergo per sextā tertij k ad l erit semitonū minus. erit itaq; paramese ad triten diezeugmenō semitonū minus: trite ad paraneten tonus: et paranete ad neten diezeugmenon p̄similiter tonus. quare tetrachordū disjunctarū superior octochordo in diatonico genere subiunctū est. Et cum pcedens mōstrauerit a h esse diapason et p̄sens h n esse diapente: igit a n proslābanomenos ⁊ nete diezeugmenō in dodecachordo a b c n cōtinent diapason ac diapente. ¶ Si in moliori canēdi modo: tetrachordū a chorda mese cōiunctū partiri cōstitueret; volemus: sit id tetrachordū h k l m: que sunt mese trite synezeugmenō paranete synezeugmenō nete synezeugmenō: facioq; mesen ad neten synezeugmenon sesquiterciā. quare ⁊ cōcinentē diatessaron et l ad m paranete synezeugmenō ad neten tono distātem pariter et k ad l tono. erit ergo per sextā tertij h ad k meses ad triten synezeugmenon semitonū minoris interuallū et k l ⁊ l m duo toni ⁊ tetrachordum synezeugmenon hoc est diiunctarū in genere diatonico diuisum.

¶ Tetrachordum hyperboleon in eodem diatonico genere predictis copulare: et in pentadecachordo: bis diapason consonātiā compleri

A re	Proslābanomenos	A	A
b mi	Hypate hypaton	b	b
c faut	Parhypate hypaton	c	c
d solre	Lichanos hypaton	d	d
e lami	Hypate meson	e	e
f faut	Parhypate meson	f	f
g solreut	Lichanos meson	g	g
a lamire	Mese	h	h
b mi	Paramese diezeugmenō	lz	b fa Trite syn. lz
c solfaut	Trite diezeugmenon	l	c solfaut Paranete syn. l
d la solre	Paranete diezeugmenon	m	d la solre Hete syn. m
e lami	Hete	n	n
f faut	Trite hyperboleon	o	o
g solreut	Paranete hyperboleon	p	p
a lamire	Hete hyperboleon	q	q

Tetrachordū hypaton						Tetrachordū diezeug.									
To.	Semi.	To.	To.	Semi.	To.	To.	To.	Semi.	To.	To.	Semi.	To.	To.		
A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q
Tetrachordū meson						Tetrachordū hypboleō									

¶ Sit n o p q tetrachordū hyperboleon facio vt in prioribus n neten diezeugmenon ad q netē hyperboleon sesquitertia: et iccirco ad eam cōcontinentem diatessaron. et p ad q facio toni interuallū. 7 o ad p itidem toni interuallū. per sextam tertij n ad o crit semitonij minus. est ergo tetrachordum hyperboleon n o p q ex semitonio minore duobus subiunctis tonis in genere diatonico dimēsum. sed et p precedente h mese ad n neten diezeugmenon sonat diapente: ergo h ad q mese ad neten hyperboleon ex cōsonantia diapente 7 diatessaron constans: cōsonat diapason. ergo a ad q prosilabanomenos ad netē hyperboleon cōsonabit bis diapason. et cum totum polychordum a q omnino quindecim perficiatur chordis: in pētaecachordo 7 in genere diatonico cōstitutum est bis diapason. qd est totū propositū.

¶ Pentadecachordi in diatonica melodia constituti: numeros reperire.

Prosilabanomenos	A	9	21 6	172 8	1382 4	
Hypate hypaton	b	8	19 2	153 6	1228 8	Tonus
Parhypate hypaton	c			145 8	1166 4	Semi. minus
Lichanos hypaton	d		16 2	129 6	1036 8	Tonus
Hypate meson	e		14 4	115 2	921 6	Tonus
Parhypate meson	f				874 8	Semi. minus
Lichanos meson	g			97 2	77	Tonus
Mese	h		10 8	86 4	691 2	Tonus
Paramese diezeugmenō	i			76 8	614 4	Tonus
Trite diezeugmenon	k			72 9	583 2	Semi. minus
Parante diezeugmenō	m		8 1	64 3	518 4	Tonus
Mete diezeugmenon	n		7 2	57 6	460 8	Tonus
Trite hyperboleon	o				437 4	Semi. minus
Parante hyperboleon	p			48 5	338 8	Tonus
Mete hyperboleon	q		5 4	43 2	345 6	Tonus
		p <sup>m</sup>	sc <sup>o</sup>	tert <sup>o</sup>	q <sup>r</sup> tu <sup>o</sup> loc <sup>o</sup>	

¶ Numeri qui in musica disciplina precipue desiderantur: sunt duplares / triplares / quadruplares / hemiolij / epitriti epogdoi: hoc est dupli / tripli / quadrupli / sesquialteri / sesquiterij / et sesquioctavi. quo circa si desideras cognoscere ad quem numerū numerus maior est duplus: ipsum partire per duo. Ad quem trip<sup>us</sup> partire per tria. Ad quem quadruplus partire per quattuor. Ad quem sesquialter partire per tria et tertiam auge per duo. Ad quem sesquiterius partire per quattuor et quartā auge per tria. Ad quem sesquioctavius partire per nouem 7 nonam auge per octo. Et numeri: per octauā secundi Arithmetices ubiq; surgent petiti: si maior duplus / triplus / quadruplus / sesquialter / sesquiterius / aut sesquioctau<sup>o</sup> est. ¶ Et si ru: sum cognoscere desideras quē numerus minor duplū habet: ipsum auge per duo. Quem triplum: auge per tria. Quem quadruplū: auge per quattuor. Quem sesquialterū: partire per duo 7 illi medietatē adde. Quem sesquiterijū: partire per tria / 7 tertiam adde. Quem sesquioctauū: partire per octo / et octauam adde. Et statim per eandē octauā et diffinitiones cognosces petiti. ¶ Sed nunc ad monstrandū propositum nos cōuertamus. Sit pentadecachordū in diatonico genere modo repertum: cuius numeri querūtur: a b c d e f g h i k l m n o p q. duco in seinticem duo / tria / quattuor / et minimos toni: hoc est viginti quattuor: in 9 et 8 minimos terminos toni et veniant in secundo loco a b que per septimā secundi arithmetices sunt in pportione sesquioctaua / et continentia tonum. capio sesquiterijū numeri a: sit q d / et sesquialterū qui sit e 7 subduplū qui sit h. Rursum sumo sesquiterijū numeri h qui sit m et sesquialterum qui sit n 7 eius subduplum qui sit q. quia a ad d est diatessaron et a ad e diapēte: g per decimā tertiam tertij d ad e tonus est et eadē quoq; ratione m ad n tonus. Et si d octauā partem haberet ea eidē adiecta facerē c sesquioctauū ad d: et c d cōtinentia tonū. modo autē qz d cōperitur octaua parte carere: atgeo a b d e h m n q p octo: surgātq; tertio loco a b d e h m n q: q nūeri per eandē septimā adiuicē eandē seruabūt pportionē: quā 7 nūeri scōdo loco positi. qz g d tertio loco positus h3 octauā: ea igif adiecta ad d fiat c: eritq; c ad d sesquioctau<sup>o</sup> atq; cū eo tonū ptes. itidē adiecta octaua parte h ad h fiat g. et octaua pte m ad m fiat l. 7 octaua q.

ad q fiat p. eruntq; idētidē g ad h l ad m et p ad q sesquioctauū ⁊ numeri tonorum. et h comperitur habere nonam partē: illam augeo per octo et veniat k: eritq; h ad k per octauā secundā arithmetices sesquioctauus. Et si g octauā partem haberet facerē f sesquioctauū ad g. At vero qm̄ ea caret: augeo oēs numeros tertio loco repertos per octo et erurgant in quarto loco a b c d e g h k l m n p q: qui per eandē septimā erunt in eisdem adinuicē habitudinibus vt et numeri tertij loci. adiecta igitur octaua eius parte ad g facio f. ⁊ octaua parte ad p facio o. dico ergo numeros quarto loco cōstitutos esse numeros pēradecachordi. Itā a ad d est diatessaron/ et a ad b tonus: ⁊ c ad d tonus. ergo per sextā tertij b ad c semitonij minus. et qz a h est diapason ⁊ a e diapente: ergo per vicesimā tertij e h est diatessarō et g h ⁊ f g monstrati sunt sesquioctauū atq; toni. ergo per sextā tertij e f est semitonij minus. et eodē pacto ostendas k l et n o esse semitonia minora: ⁊ ceteri adinuicē sunt cogniti toni. igitur pentadecachordi diatonici numeri sunt reperti. Est enī numerus proslābanomeni ad numerū hypates hypatō tonus: ⁊ hypates hypaton ad parhypatē hypatō semitonij minus. parhypates hypaton ad lichanō hypaton: et lichani ad hypaten meson duo teni. hypates meson ad parhypaten meson semitonij minus. parhypates meson ad lichanō meson: et lichani ad mesen: ⁊ meses ad paramesen dissonctarum: tres toni. parameses ad triten semitonij minus. trites ad paranetē/ ⁊ paranetes ad neten: duo toni. Netes ad triten hyperboleon semitonij minus. trites ad paraneten et paranetes ad neten duo toni. Et igitur notum propositum.

9 ¶ Tres diatonice diatessarō consonantie species a proslābanomeno ad parhypatē meson cōtinunt. et quattuor diapente species a proslābanomeno ad triten diezeugmenon. septē vero diapason spēs inter proslābanomenon ⁊ paraneten hyperboleon.

	Species diatessarō			Species diapente			Species diapason								
Postlamba.	A	p̄ma	sc̄da	tertia	p̄ma	sc̄da	tertia	q̄rta	p̄ma	sc̄da	tertia	q̄rta	quinta	sexta	septia
Hypate hyp.	b	To.	o	o	To.	o	o	o	To.	o	o	o	o	o	o
Parhyp. hyp.	c	Se.	Se.	o	Se.	o	o	o	Se.	Se.	o	o	o	o	o
Licha. hyp.	d	To.	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	To.	ton <sup>o</sup>	o	o	To.	ton <sup>o</sup>	tonus	o	o	o	o
Hypate me.	e		ton <sup>o</sup>	tonus	To.	ton <sup>o</sup>	o	o	To.	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	o	o	o
Parhyp. me.	f		Semi		Se.	Se.	o		Se.	Se.	Se.	Se.	Se.	o	o
Licha. me.	g				ton <sup>o</sup>	tonus	ton <sup>o</sup>		To.	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	o
Mese	h					tonus	ton <sup>o</sup>		To.	ton <sup>o</sup>	tonus	ton <sup>o</sup>	tonus	ton <sup>o</sup>	tonus
Para. die.	k					tonus	ton <sup>o</sup>		ton <sup>o</sup>	tonus	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	tonus
Trite die.	l						Se.			Se.	Se.	Se.	Se.	Se.	Se.
Para. die.	m									ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	tonus		
Nete die.	n										ton <sup>o</sup>	ton <sup>o</sup>	tonus		
Trite hyper.	o												Se.	Se.	
Para. hyp.	p													tonus	
Nete hyp.	q														

¶ Prima species diatessaron tono/ semitonia minore atq; tono constat. Secūda semitonia et duob<sup>o</sup> tonis. Tertia duobus tonis et sequēte semitonia. ¶ Prima species diapente est que constat ex tono/ semitonia minore ⁊ duobus tonis. Secūda duobus tonis/ semitonia/ atq; tono. Tertia semitonia et tribus tonis. Quarta tribus tonis et semitonia. ¶ Prima species diapason est que constat ex tono/ semitonia minore/ duobus tonis/ semitonia minore/ atq; duobus tonis. Secūda semitonia/ duobus tonis/ semitonia et tribus tonis. Tertia duob<sup>o</sup> tonis/ semitonia/ trib<sup>o</sup> tonis/ atq; semitonia. Quarta tono/ semitonia/ tribus tonis/ semitonia/ atq; tono. Quinta semitonia/ tribus tonis/ semitonia/ duobus tonis. Sexta tribus tonis/ semitonia/ duobus tonis/ semitonia. Septima duobus tonis/ semitonia/ duobus tonis/ semitonia/ atq; tono. ¶ Erit itaq; p̄ diffinitionē prima diatessarō spēs a proslābanomeno in lichanō hypaton. Itā proslābanomenos ad hypaten hypatō tonus est: et hypate hypaton ad parhypatē hypaton semitonij minus ē: parhypate vero hypatō ad lichanō hypaton tonus. ⁊ itidē per diffinitionē secūda diatessaron species ab hypate hypaton in hypaten meson reperiet. ⁊ tertia a parhypate hypaton in parhypaten meson. ¶ Species vero diapente hoc pacto per diffinitiones sumentur. Prima a proslābanomeno in hypaten meson. Secūda a parhypate hypaten in lichanon meson. Tertia ab hypate meson in paramesen diezeugmenon. Et quarta a parhypate meson in triten diezeugmenon. ¶ Et septē species diapason cōsimiliter per diffinitiones querentur. Prima a proslābanomeno in mesen. Secūda a parhypate hypaton in paramesen diezeugmenō. Tertia a parhypate hypaton in triten diezeugmenon. Quarta a lichano hypaton in paranetē diezeugmenō. Quinta ab hypate meson in neten diezeugmenō. Sexta a parhypate meson in triten hyperboleō. Septima vero a lichano meson in paranetē hyperboleō. s; hęc cognitu facilia sunt: inspecta diligēter supioze figura.

**Chromaticum principalium tetrachordum: constituere.**

Proslambanomenos	A	B
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e

Chremata apud Lacedemonios induxit olim Timotheus milesius molliore cantum superiore dia tonico: in quo canendi modo hic tetrachordū hypaton querimus. Sit ergo b c d e tetrachordū ad hyp atas in chromatico melo constituendas assignatū. prepono chordam a: que sit proslābanomenos: quā facio sesquioctavam ad b hypaten hypaton primam tetrachordi cōstituendi chordam: deinde facio a sesquialterā ad e hypaten meson: eritq; ut in omnibus a ad b tonus/ et a ad e diapente. deinde facio b ad c semitonium minus et b ad d tonum. erit ergo c ad d apotome. et qz per decimā tertij depto a b tono ab a e cōsonantia diapente: relinquatur diatessaron. ergo b e modulabitur diatessaron. Sed cum per sextā tertij diatessaron ex duobus tonis et semitono minore constet et b c et c d simul sint tonus: ergo d e continet tonum et semitonium minus. est igitur d e trisemitonium. Cum ergo b c hypate hypaton et parhypate hypaton sit semitonium minus. et c d parhypate hypaton et lichanos hypaton sit semitonium maius et d e lichanos hypaton et hypate meson trisemitonium ut monstratum est. constat ergo p diffini tionē tetrachordū b c d e in gñe chromatico eē constitutum. idē enī trisemitonium et trisemitonium dicim⁹.

**Chromaticum tetrachordum meson: subiungere.**

Proslambanomenos	A	B
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e
Parhypate meson	f	Semi.minus f
Lichanos meson	g	Apotome g
Mese	h	Trisemitonium h

Sint pro tetrachordo meson in gñe chromatico constituendo e f g h: facio a ad h duplā et concinētem diapason. et e ad f semitonium minus et idē e ad g facio tonum. erit g f ad g apotome. sed cū a ad e mōstra ta sit consonantia diapente. ea igitur subtracta ab a h cōsonantia diapason: per vice simā secundā tertij reli quitur diatessaron. Est ergo e ad h hypate meson ad mesen diatessaron. et cum diatessaron duos tonos et semitonium minus impleat: et e g sit tonus ergo g h continet tonum et semitonium minus. erit ergo g h tri semitonium. erit igitur e f g h ex duobus semitonis e f et f g: et trisemitonio g h constitutum in genere chromatico tetrachordum. quod erat monstrandum.

**Reliqua duo tetrachorda: in eodem genere predictis adicere. et in pētaecachor do consonantiam bis diapason collocare.**

Proslambanomenos	A	B
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.min⁹ c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e
Parhypate meson	f	Semi.minus f
Lichanos meson	g	Apotome g
Mese	h	Trisemitonium h
Paramese diezeugmenon	k	Tonus   Tritesyn. Semi.minus k
Trite diezeugmenon	l	Semi.mi.   Paranete syn. Apotome l
Paranete diezeugmenon	m	Apotome   Hete syn. Trisemitonium m
Hete diezeugmenon	n	Trisemitonium n
Trite hyperboleon	o	Semi.minus o
Paranete hyperboleon	p	Apotome p
Hete hyperboleon	q	Trisemitonium q

Sint pro reliquis tetrachordis complendis l: l m n o p q: qz tetrachordum meson disiunctum est a tetrachordo netai um diezeugmenon: iccirco facio meses ad paramesen diezeugmenon distantia esse tonum. et mesen ad neten diezeugmenon facio consonare diapente. ⁊ ad netē hyperboleon diapason et tetrachordū l: l m n partioz vt tetrachordū hypaten. tetrachordū vero n o p q partioz vt in prece denti tetrachordū mesen eritqz vtrūqz in genere chromatico diuisum. et qz a ad h cognita est esse dia pason: et h ad q itidem diapason. ergo a ad q consonat bis diapason. Quia cum quindecim vocibus atqz chordis contētum sit: constat effectū esse id quod erat propositū. Sed si l: l m facis tetrachordū syne zeugmenon ipsum partiaris vt tetrachordū chromaticum meson. et facile factū intuebere ppositū.

13. Chromatici pentadecachordi numeros assignare.

Proslambanomenos	A		2592	5971968	
Hypatehypaton	b	256	2304	5308416	Tonus
Parhypatehypaton	c	243	2187	5038848	Semi. minus
Lichanos hypaton	d		2048	4718592	Semi. maius
Hypatemeson	e		1728	3981312	Trisemitoniū
Parhypate meson	f			3779136	Semi. minus
Lichanos meson	g			3538944	Semi. maius
Mese	h		1296	2985984	Trisemitoniū
Paramese diezeugmenō	l		1152	2654208	Tonus
Trite diezeugmenon	l			2519424	Semi. minus
Paranete diezeugmenō	m			2359296	Semi. maius
Mete diezeugmenon	n		964	2221056	Trisemitoniū
Trite hyperboleon	o			2108268	Semi. minus
Paranete hyperboleon	p			1974272	Semi. maius
Mete hyperboleon	q		648	1492992	Trisemitoniū

Sint b et c minimi numeri semitonij minoris per decimaoctauam secūdi huīus reperti. qz b nona parte caret: augeo b et c per nouem et veniāt b et c in secundo loco. quonā igitur in secundo loco b nona parte caret: eam augeo per octo et fiat d. tunc b ad d per septimā secūdi arithmetices erit sesq octauus. quare b d cōtinenta tonum. et b ⁊ c per eādem est semitonium minus. ergo c d est apotome. Rursum qz b habet octauā adicio eidem suam octauā ⁊ fiat a: eritqz a ad b sesqui octauus atqz tonus et quonā a habet tertiam facio a ad e sesquialterū. ⁊ qz habet secūdam facio itidem a duplum ad h. Reperio item h habere nouam. tertiam et secūdam. facio igitur h sesqui octauū ad l: sesquialterū ad n ⁊ duplū ad q. quo facto duco b secūdi loci in a b c d e h l: n q et veniant in tertio loco a b c d e h l: n q. Deinde duco c d secūdi loci in e secūdi et veniant f g ⁊ in l: et veniant l m et in n ⁊ veniant o p in ter tio loco. eruntqz per septimā et octauam secūdi arithmetices numeri pēta decachordi chromatici in tertio loco assignati. Nam a b erit tonus et b c semitonij minus ⁊ c d apotome. et qz a ad e est sesqual ter: a et e sunt numeri diapente. ⁊ a b numeri toni. dempto igitur a b tono relinquitur b c diatessaron et b c ⁊ c d simul sunt tonus. igitur per sextam tertij d e sunt trisemitoniū. Et a h est diapason ⁊ a e dia pente. igitur e h est diatessaron. et per octauam secūdi arithmetices e f ⁊ f g sunt semitonij minus ⁊ apotome. igitur g h est trisemitonium et cōsimiliter monstrabis h l esse tonū l ⁊ l m duo semitonia et m n trisemitoniū n o p duo semitonia ⁊ p q trisemitoniū. clarum igitur euadit propositum.

14. Chodorum diatonici et chromatis parhypate parhypatis: paramese paramesis/ atqz trite tritis correspondent.

Nam in vtrisque generibus hypate ad parhypatas semitonij minoris obseruāt interuallū. et mese ad paramesas tonum. ⁊ trite ad tritas minus semitonij. est igitur notum illas voculas in vtroque canendi modo sibi inuicē respōdere. ⁊ nō modo id verum sit: sed et hypate hypatis ⁊ mese mesis et nete netis correspondent. Nam vtrōqz proslambanomeni ad hypatas hypaton cōtinunt tonum. et ad hypa tas meson diapente. ad mesas diapason. ad netas disiunctarum diapason ac diapente. ⁊ ad netas hy perboleon bis diapason. est ergo quod pponebatur et amplius: facile cognitū.

**Pentadecachordum enarmonium constituere.**

Proslambanomenos	A	A	
Hypate hypaton	b	Tonus	b
Parhypate hypaton	c	diefis	c
Lichanos hypaton	d	diefis	d
Hypate meson	e	ditonus	e
Parhypate meson	f	diefis	f
Lichanos meson	g	diefis	g
Mese	h	ditonus	h
Paramese diezeugmenon	lz	tonus	Trite syn. diefis lz
Trite diezeugmenon	l	diefis	Paranete syn. diefis l
Paranete diezeugmenon	m	diefis	Hete syn. ditonus m
Hete diezeugmenon	n	ditonus	n
Trite hyperboleon	o	diefis	o
Paranete hyperboleon	p	diefis	p
Hete hyperboleon	q	ditonus	q

Huius cōpositio perfacilis est. facio enī vt in ceteris precedētibus a ad b interuallū toni. et a ad e diapēte. et b ad d facio semitonū minus. et diuido chordā c in medio differētie b ad d erit ergo b ad c diefis tetrarteria atq; quadripartialis pariter et c ad d diefis. sed per quartam secundi huius hec latior illa vero contractior neq; per tricesimā secundam eiusdem semitonū minus in duo equa certo cōstitutoq; numero diuidi potest. et a ad e diapente. subtracto igitur a b tono relinquitur b ad e esse diatessaron. et cum diatessaron semitonū minus et duos tonos cōplectatur: et b ad d sit semitonū minus: relinquit igitur d ad e esse ditonus. erit igitur b c d e hypates hypaton parhypates hypaton lichanos hypatō et hypates meson tetrachordū: per b c d: et d c diefis et diefis et ditonū procedēs p diffinitionē in enarmonico gñe diuisum. Similiter cōstituas e f g h tetrachordū meson faciēdo a ad h diapason. et e ad g semitonū minus. et partiēdo mediā diā per f ita vt e f et f g sint due diefes. Itā ab a h cōsonantia diapason subducta a e cōsonantia diapēte: relinquit e h esse diatessaron. et cū e g sit semitonū min⁹: igitur g h erit ditonus. et cū e f et f g sint due diefes et g h diton⁹. g hec tetrachordi partitio in genere enarmonico facta cōspicitur. Et facta h mese ad netē disiunctarum diapente: et ad neten hyperboleon diapason: et chorda mese a paramese tetrachordi disiunctarū tono disclosa: perinde ac proslambanomeno ab hypate hypaton: partieris tetrachordum disiunctarū lz l m n vt b c d e tetrachordū hypaton. et tetrachordum n o p q hyperboleon excellentiūq; vt e f g h tetrachordū meson. tetrachordū autem cōiunctarum h lz l m partieris vt tetrachordū meson et id quoq; facile est.

**Pentadecachordi enarmonici: numeros colligere.**

Proslambanomenos	A	1 3 8 2 4		1 3 8 2 4	
Hypate hypaton	b	1 2 2 8 8	Tonus	1 2 2 8 8	Tonus
Parhypate hypaton	c	1 1 6 6 4	Semi mi.	1 1 9 7 6	diefis
Lichanos hypaton	d	1 0 3 6 8	Tonus	1 1 6 6 4	diefis
Hypate meson	e	9 2 1 6	Tonus	9 2 1 6	ditonus
Parhypate meson	f	8 7 4 8	Semi mi.	8 9 8 2	diefis
Lichanos meson	g	7 7 7 6	Tonus	8 7 4 8	diefis
Mese	h	6 9 1 2	Tonus	6 9 1 2	ditonus
Paramese diezeugmenon	lz	6 1 4 4	Tonus	6 1 4 4	Tonus
Trite diezeugmenon	l	5 8 3 2	Semi mi.	5 9 8 8	diefis
Paranete diezeugmenon	m	5 1 8 4	Tonus	5 8 3 2	diefis
Hete diezeugmenon	n	4 6 0 8	Tonus	4 6 0 8	ditonus
Trite hyperboleon	o	4 3 7 4	Semi mi.	4 4 9 1	diefis
Paranete hyperboleon	p	3 8 8 8	Tonus	4 3 7 4	diefis
Hete hyperboleon	q	3 4 5 6	Tonus	3 4 5 6	ditonus

**S**int numeri a b c d e f g h i l m n o p q in primo loco constituti numeri pentadecachordi diatonici per octavam huius reperti. pono iterum a b e h l n q in secundo loco in respondentibus locis rursus c in secundo loco transmuto ad d et f ad g et l ad m et o ad p. quibus ita in secundo loco dispositis: ex ipsis quidem in secundo loco capio differentiam b d et eius medietatem adicio ad d et fiat e. similiter differentiam e g et medietatem addo ad g et fiat f. et differentiam l m et medietate differentie adiecta ad m fiat l. et differentiam n p et medietate adiecta ad p fiat o. dico a b c d e f g h i l m n o p q numeros secundo loco positos esse numeros pentadecachordi enarmonici. Nam a b erit tonus. b c et c d due dieses constituentes semitonium minus b d. quod enim est b c in diatonico factum est b d in enarmonico et d e est ditonus. Nam quod est in diatonico c e est hic in enarmonico d e. at diatonice modulationis c e ditonus est. Nam continens c d tonum et d e tonum. et hoc pacto reperietur e f g due dieses et g h ditonus. h i tonus: l m due dieses: m n ditonus. n o p due dieses: p q ditonus. Sunt itaque collecti numeri pentadecachordi enarmonici quemadmodum propositum fuerat. quod est propositum.

17 **M**odi diatonici parhypate hypaton: in enarmonica modulatione transit in lichanon: et parhypate meson in lichanon meson atque trite in paranetas.

**I**d prospici statim promptum est. Nam in diatonico pentadecachordo a proslabanomeno ad hypate hypaton incidit tonus. et ab hypate ad parhypaten hypaton semitonium minus. in enarmonico vero a proslabanomeno ad hypaten hypaton similiter incidit tonus. et ab hypate ad lichanon hypaton semitonium minus. diatonica igitur parhypate: in enarmonica modulatione permutatur: transitque in lichanon. et hoc pacto de reliquis ostendatur. quod et facile sensu deprehendetur: si in utroque emodulandi genere et diatonico et enarmonico proslabanomeni ponantur equisoni. tunc enim manifestum erit huius lichanos: illius parhypatis esse equisonos: unisonosque: pariter et huius paranetas: illius tritis esse equisonas.

18 **C**onsentiunt in tribus modulationum generibus: proslabanomeni/hypate principales/hypate medie/mese/paramese/nete/cum disiuncte/tum coniuncte/atque excellentibus netis excellentes.

**N**am in tribus generibus per quartam/quintam/sextam/septimam/decimam/undecimam/duodecimam et quintadecimam huius proslabanomeni ad hypatas hypaton sonant tonum. et idem ad hypatas meson sonant diapente. ad mesas diapason. ad netas disiunctas sonant diapason ac diapente. ad netas autem coniunctas dempto tono sonarent diapason ac diatessaron. et ad netas excellentes: consonant ubi libet proslabanomeni bis diapason. consentiunt igitur in tribus generibus que adducte sunt vocule. quod est propositum

19 **Q**ue chorde mobiles queve immobiles in pentadecachordis existant: investigare.

Proslabanomeni	A   Stabiles	
Hypate hypaton	b   Stabiles	
Parhypate hypaton	c   Instabiles	
Lichani hypaton	d   Instabiles	
Hypate meson	e   Stabiles	
Parhypate meson	f   Instabiles	
Lichani meson	g   Instabiles	
Mese	h   Stabiles	
Paramese diezeugmenon	i   Stabiles	Trite synezeugmenon. Instabiles
Trite diezeugmenon	l   Instabiles	Paranete synezeugmenon. Instabiles
Paranete diezeugmenon	m   Instabiles	Nete synezeugmenon. Stabiles
Nete diezeugmenon	n   Stabiles	
Trite hyperboleon	o   Instabiles	
Paranete hyperboleon	p   Instabiles	
Nete hyperboleon	q   Stabiles	

**C**horde stables immobilesque vocamus: que in omni pentadecachordum divisione: eadem servant intervalla: eandemque ad proslabanomenon habitudinem. Instabiles vero atque mobiles: que id non servant. sic ergo stables ac instabiles reperiemus. cum enim per precedentem in tribus generibus consentiant proslabanomeni: principales hypate: medie hypate: mese: paramese: nete tum synezeugmene tum diezeugmene ac hyperboles: et eadem ut ex demonstratis iam patet servant intervalla. erunt ergo proslabanomenos hypate hypaton: hypate meson: mese: paramese nete synezeugmenon: nete diezeugmenon: et nete hyperboleon: simpliciter immobiles atque firme. Sed cum decima: septima huius monstraverit parhypatas diatonice modulationis: in enarmonico melo transire

permutariq; in lichanas & tritas in paranetas: constat ergo reliquas a predictis esse mobiles: ut parhypaten hypaton lichanon hypaton parhypaten meson lichanon meson triten synezeugmenon paranete synezeugmenon triten diezeugmenon paranete diezeugmenon triten hyperboleon paranete hyperboleon. Id tamen animadverti dignum est qd cum per decimam quartam huius parhypate & trite in diatonicis et chromaticis respondeant: similiaq; possideant intervalla: eas non usq; adeo (ut cetera sunt) esse instabiles. Et proinde partim mobiles partimq; immobiles bono iure dici posse videntur.

**I**n tetrachordis diatonicis ab hypate hypaton primo limite consonantiarum: ad quartum usq; limitem ter diatessaron continetur sed semel dumtaxat in stabilibus/immobiles. Et ad quintum limitem idem ter diapente: semel in mobilibus/semel partim variabilis/et semel penitus invariabilis atq; firma. ad octavum vero septies consonabit diapason: ter in immobilibus/et quater in mobilibus.

Hypate hyp et consequentes suis locis.

	Semi	Ton <sup>o</sup>	Ton <sup>o</sup>	Semi	Ton <sup>o</sup>	Ton <sup>o</sup>	Ton <sup>o</sup>	Semi	Ton <sup>o</sup>	Ton <sup>o</sup>	Semi	Ton <sup>o</sup>	Ton <sup>o</sup>
Stabiles	b		c		d	e	f		g	h	i		p
Instabiles		c	d		e	f	g		h	i		p	

**C**um dicitur a primo limite ad quartum usq; limitem quintum/ac octavum: primus limes non excludit sed quartum quintum/ac octavum excludi intelligimus. Sint ergo b c d e f usq; ad p quattuor tetrachorda et b hypate hypaton/ cetera vero consequentes. Dico primo ab b usq; e ter contineri diatessaron: sed semel solum in immobilibus. Nam per quartam huius b ad c continet semitonium minus et c ad d tonum et d ad e tonum. ergo b ad e consonat diatessaron: eritq; b ad e prima diatessaron consonantia reperta. Et cum ostensum sit c ad d et d ad e esse duos tonos et per quintam huius e ad f sit semitonium minus: ergo c ad f consonat diatessaron. eritq; c ad f secunda diatessaron. Item monstratus est d ad e esse tonum et e ad f semitonium minus: et per quintam huius f ad g est tonus. ergo d ad g est diatessaron/ eritq; d ad g tertia diatessaron. Sed cum prima harum trium que est b ad e sit ab hypate hypaton ad hypaten meson: quas monstravit precedens stabiles immobilesq; et secunda ab c in f parhypate hypaton in parhypaten meson: et tertia ab d in g lichano hypaton in lichanon meson. et parhypate & lichane monstratae sunt mobiles. constat ergo ab b ad e ter diatessaron sed semel dumtaxat in stabilibus/immobilesq; contineri. **S**ecundo dico ab b hypate hypaton ad f usq; parhypaten meson: solum ter contineri diapente. Nam per decimam tertiam diapente tribus tonis semitonioq; minore constat. sed per quartam & quintam huius b ad f solum duos tonos & duo semitonia minora continet: q; duo semitonia minora p 34 scilicet minus vno tono: commate restituit. q; ut b ad f diapente consonantiam pleat: plena deest apotome. non constituit ergo b ad f diapente. Item c ad g per quartam et quintam huius continet tres tonos qui sunt c ad d: d ad e: & f ad g: et vnum semitonium minus quod est e ad f. igitur per decimam tertiam e ad f consonat diapente. eritq; c ad g prima diapente et per eandem d ad h continet tres tonos: qui sunt d ad e: f ad g: et g ad h: & semitonium minus e ad f. ergo d ad h consonat diapente: eritq; d ad h secunda diapente. & ab e ad i per quartam et sextam similiter continetur tres toni et semitonium minus. erit ergo e ad i tertia diapente. ter igitur ab b usq; ad f continetur diapente. sed cum prima sit ab c parhypate hypaton in g lichano meson. et parhypatas & lichanas monstraverit decimanona huius esse mobiles. erit ergo c ad g prima diapente in mobilibus constituta. & cum secunda sit ab d lichano principalis in h meson: lichanos autem mobilis sit/et mese immobilis: secunda igitur diapente partim variabilis existit. Et cum tertia sit ab e hypate meson ad i paramesen que per eandem decimanonam stabiles monstratae sunt. erit igitur tertia diapente omnino stabilis atq; firma. **T**ertio dico ab b hypate hypaton usq; ad i paramesen septies contineri diapason: sed solum ter in immobilibus/ quater autem in mobilibus. Nam b ad i per quartam/ quintam et sextam huius continet quinque tonos et duo semitonia minora. ergo per vice simam primam tertiam b ad i consonat diapason/ eritq; b ad i prima diapason. Et per idem c ad l: d ad l & e ad m: singule intercipiunt quinque tonos et duo semitonia minora. erit ergo c ad l secunda diapason. et d ad l tertia. & e ad m quarta. sed per quartam/ quintam/ sextam atq; septimam simul f ad n similiter continebit quinque tonos & duo semitonia minora. similiter et g ad o & h ad p. erit ergo quinta diapason f ad n. sexta g ad o. et septima h ad p. igitur ab b ad i usq; continetur septies diapason. atqui primam prebent hypate hypaton & paramese diezeugmenon. et quartam hypate meson & nete diezeugmenon. et septimam mese & nete hyperboleon. hypatas autem mesas paramesas et netas monstravit decima octava immobiles atq; stabiles. igitur inter illas septem diapason consonantias: diapason ter in immobilibus reperit. Sed secundam prebent parhypate hypaton et trite diezeugmenon. Tertiam lichanos hypaton et paranete diezeugmenon. Quintam parhypate meson & trite hyperboleon. Sextam lichanos meson et paranete hyperboleon sed decimanona parhypatas/ tritas/ lichanas & paranetas: monstravit esse mobiles. igitur inter illas septem consonantie diapason vices: quater in mobilibus mutabilibusq; facta reperitur: quod est totum propositum. **Q**ui autem diuus Severinus sapientium latinorum disciplinas sectantium primus: quem & in hoc opere quantum valemus imitamus suis disciplinis non parum adiuti decimo tertio capite quarti sue musices species diapente numerando eas quattuor faciit: id introductorie factum putetur: ubi precisam non curavit veritatem. sed communem secutus illic est estimationem. quod facile ex eius superiori determinatione cognoscitur. hic autem non introductionis sed exacte determinationis locus est.



21 **T**essara decachordi chromatici inter assignatos limites ter itidē diatessaron: solū semel immobiliter. bis diapēte: semel immobiliter/ semelq; partim mobiliter. septies aut diapasōn: ter vt in diatonico gñe immobiliter/ quaterq; mobiliter cōtinet.

Semi.	Apo.	Trise.	Semi.	Apo.	Trise.	Tonus	Semi.	Apo.	Trise.	Semi.	Apo.	Trise.
b		e		h	i			m			p	
	c	d	f	g		k	l	n	o			

**T**essara decachordum ex quattuor tetrachordis cōstituit: iccirco sic nūcupatim: q; quattuordecim chordis/ neruis/ vocalisue cōtineatur. dico enī primo quattuordecim chordarū in genere chromatico cōtinue per litteras b|c|d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p ab hypate hypaton dispositarū a primo ad quartum vsq; limitem: ter cōtineri diatessaron solū semel immobiliter. Itā per decimā b ad e cōcinit diatessaron. eritq; b ad e p̄ma diatessaron. sed ⁊ quia per decimā c ad d est apotome et d ad e trisemitoniū: ergo c ad e cōtinet duos tonos. et per vndecimā e ad f est semitonium. ergo per sextam tertij c ad f duos tonos et semitonium cōtinet: erit diatessaron. erit igitur c ad f secūda diatessaron. et quia rursus per vndecimā e ad f est semitonium minus et f ad g apotome: ergo e ad g tonus. sed d ad e monstratum est trisemitoniū. ergo d ad g cōtinet duos tonos ⁊ semitonium: estq; d ad g tertia diatessaron. Et cū p̄ma b ad e sit ab hypate hypaton in hypaten meson per decimā octauā sit immobilis. secūda hō c f/ et tertia d g: sunt a parhypate ⁊ lichano principalium: q̄ decimanona patefecit esse mobiles. cōstat ergo p̄mū.

**S**ecūdo dico solū bis intra quintū limitem cōtineri diapente. quia enī b ad e per imediate mōstratū est diatessaron. et e ad f/ et f ad g simul tonus. ergo p̄ decimā tertij b ad g cōcinit diapente. eritq; b ad g p̄ma diapente. ea tñ sex vocibus ⁊ non quinq; explebit: proprietatem diapente nō seruans. at c ad g non explebit diapente. Itā per modo mōstratū ad diapēte cōplementū deerit b ad c semitonium minus. neq; c ad h. Itā per vndecimā huius g ad h cōtinet trisemitoniū. at c g ad diapente cōplementum solū deerat semitonium minus: superat igitur c h consonantiaz diapente completo tono. neq; d h cōtinet diapente. Itā cū c h superet consonantiam diapente integro/ cōpletq; tono: dempta ergo c d apotome relinquet d h superās diapente cōsonantiam semitono minore. sed e ad i cōsonat diapēte: est enī h ad i per duodecimam tonus. sed d ad h per imediate mōstratum superat consonantiam diapente semitono minore. dēpto ergo d e trisemitono minore: relinq̄tur e h deficiens tono a diapēte: addito igitur h i tono fiet diapente. est itaq; e ad i secūda diapēte. Ab b igitur ad f quintū limitem solum bis sumitur diapēte. Et cū p̄ma diapente b g sit ab hypate hypaton immobilis ad lichanon meson partim mobilem: sit ergo primo partim mobiliter. At hō cū secūda e i sit ab hypate meson ad paramesen que mōstrate sunt immobiles: sit ergo secūdo modo immobiliter seruāq; secūdo modo diapēte proprietate vt de quinto loco in quintum fiat locum. **T**ertio dico septies fieri diapasōn ter immobiliter/ quater hō mobiliter. Itā cū b ad e per primam partem huius monstrata sit diatessaron: et per sc̄bam e ad i diapente. ergo per vicesimā tertij b ad i cōsonat diapasōn. erit itaq; b ad i p̄ma diapasōn. Preterea quia c ad f fuit inuēta secūda diatessaron: et f g est apotome g h trisemitoniū: ergo f h duo sunt toni et h i tonus et i k semitonium. ergo f k diapēte: et c f vt iā dictū est diatessaron. cōcinit igitur c ad l diapasōn: eritq; c l secūda diapasōn. et eodē iure d l tertia diapasōn adiuuāte duodecima huius. et e m quarta. f n quinta. g o sexta. et h p septima. Sed ter fieri immobiliter et quater mobiliter eodē modo vt in vicesima monstratur.

22 **I**n tetradechordo enarmonico: inter assignatos limites ter diatessaron ⁊ septies diapasōn vt in precedētibus continetur. at semel dūtaxat diapente atq; immobiliter.

Die.	Die.	Dito.	Die.	Die.	Dito.	Tonus	Die.	Die.	Dito.	Die.	Die.	Dito.
b		e		h	i			m			p	
	c	d	f	g		k	l	n	o			

**T**etradechordum ⁊ tessara decachordum idē dicimus. sit igit b|c|d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p tessara decachordū enarmonicū. dico p̄mo inter b e ter cōtineri diatessaron. Itā quia per decimā quintam huius b c d sūt due dieses tetrartermerie: erit b d semitonium minus. et d e est ditonus. erit igit b e p̄ma diatessaron. et eodē iure c f secūda. et d g tertia. et quia b e sunt hypate hypaton ⁊ hypate meson: sit igitur p̄ma immobiliter. et c d sunt parhypate hypaton ⁊ lichanos hypaton mobiles: sit igit et duobus modis mobiliter. **S**ecūdo dico solū semel a primo ad quintum limitem fieri diapente: et id quidē immobiliter. nam non fiet diapente b f quia solā supaddit consonantie diatessaron b e diesim tetrartermeriam. neq; b g quia solū supaddit consonantie diatessaron duas dieses que sunt semitonium minus. neq; fiet b h quia cōsonantie diatessaron supaddit semitonium minus ⁊ duos tonos. neq; per idem fiet diapente c g aut c h. nam hic abundabit tonus ⁊ diesis: illic aut deerit tonus min⁹ vna diesis. neq; d g. nam deerit tonus. neq; d h. nam tonus abundabit. at hō cū e h sit diatessaron: nā e f g due dieses ⁊ g h ditonus/ et cū h i sit tonus: erit igitur e i diapēte. et cū e sit hypate meson et i paramese q̄ monstratē sunt immobiles. sit igitur inter assignatos limites solū semel diapēte atq; immobilis. Tertio septies fieri diapasōn vt in diatonico ex decima quinta declarat quē admodum vicesima huius mōstrata est.

23 **D**iatonice modulationis: septem modos ordine collocare.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
<b>B</b> Hypodorius															p 7 dia
<b>S</b> Hypophrygi <sup>9</sup>	Tonus														p 10
<b>T</b> Hypolydius	Semito.	A													p ni
<b>A</b> Dorius	Tonus	A													p cl
<b>X</b> Phrygius	Tonus	A													p mo
<b>Y</b> Lydius	Semitonium	A													di
<b>Z</b> Myxolydius	Tonus	A													

¶ Sit a b c d vsq; ad p pentadecachordum diatonicum. sit r p hypodoroio pentadecachordum diatonicum a b c d e f g h i k l m n o p grauiissimū: qđ vt alioꝝ bassis atq; fundamētum statuas: extendo vno tono in acumen proslambanomenon pentadecachordi s amplius qđ sit proslambanomenos r ad quem ceteras voces suo ordine per quartā/ quintā ⁊ sextam huius in diatonico modulādi genere subiūgo. eritq; pentadecachordum s per diffinitionem hypophrygiū modi. similif extēdo proslambanomenon pentadecachordi t semitonio āplius qđ tensus sit proslābanomenos pētađecachordi s cui tetrachorda per quartā/ quintā ⁊ sextam huius vt pilus coapto. eritq; per diffinitionem t pentadecachordū hypolydiū modi. et proslābanomenon v vno tono extēdo amplius qđ hypolydiū: cui ceteras voces suo ordine sequētes in diatonico genere coapto. eritq; cōcentus pētađecachordi v per diffinitionem dozius. et si amplius extēdo x vno tono: erit pentadecachordi x cantus phrygius. et si y semitonio mīoze: erit eius concētus lydius. Et z amplius extēso vno tono: fiet concētus myxolydius. sicq; factū p diffinitiones patebit propositum.

¶ Que diuersorū modozum in aliquo genere fuerit p̄me vocis ad primā habitudo: ea erit secunde ad secundam et tertie ad tertiam et cuiuslibet totius ad totam similis/ eademq; habitudo. 24

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
<b>B</b> Hypodorius															
<b>S</b> Hypophrygius															

¶ Sit a/b/c/d ad p vsq; pentadecachordum hypodorij in aliquo gñe vt diatonico: et q/r/s ⁊ sequētes pentadecachordū hypophrygiū. distabitq; iccirco q proslambanomenos hypophrygiū ab a proslābanomeno hypodorij modi acutior vno tono. dico ergo singulas hypophrygiū: singulis hypodorij vt hypatas hypatis/ parhypatas parhypatis/ lichanas lichanis et ita consequētes: sicut tonos/ toniq; proportione distare. Nam cū pentadecachordum a p et pentadecachordum q g sint vtraq; a proslābanomeno in neten hyperboleon diatonice extēsa: ergo que pportio a ad b ea est per quartā huius q ad r: ergo per tertiam secundi Arithmetices permutatim vt a ad q ita b ad r. at a ad q mōstratus est esse tonus: igitur et b ad r tonus. et cōsimiliter de sequentibus ostendatur.

¶ Totus ordo diatonicus pētađecachordi hypophrygiū modi: totum hypodorium vnus acuminē toni superat: et totus hypolydius eūdem trisemitonio. singule quoq; dozij singulas hypodorij diatessaron consonantia. totus vero phrygius consonantia diapente. lydius autē diapēte atq; semitonio. et myxolydius diapēte atq; scsquitono. 25

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
<b>B</b> Hypodorius															p 7 dia
<b>S</b> Hypophrygi <sup>9</sup>	Tonus														p 10
<b>T</b> Hypolydius	Semito.	A													p ni
<b>A</b> Dorius	Tonus	A													p cl
<b>X</b> Phrygius	Tonus	A													p mo
<b>Y</b> Lydius	Semitonium	A													di.
<b>Z</b> Myxolydius	Tonus	A													

¶ Hā proslambanomenos hypophrygiū tono superat acuminē proslambanomenon hypodorij. ergo per precedētem totus hypophrygius ordo totū hypodorium ordinem: toni superat acuminē. et quia proslambanomenos hypolydiū superat acuminē semitonij mīozis hypophrygiū: ergo idem superat acuminē proslambanomenon hypodorij trisemitonio. igitur per precedētem totus hypolydius ordo totū hypodorij ordinē trisemitonio superauit acutior. sed ⁊ qz dozius toni acutie vincit hypolydiū: ergo dozius duobus tonis ⁊ semitonio acutior est hypodoroio. ergo per sextā tertij eo acutior: est cōsc

nantia diatessaron. quare per precedentem singule dorij singulis hypodorij diatessaron consonantia sonant acutiores. et phrygius addit tonum in acumine dorio: igitur totus phrygius toto hypodorio diapente consonantia modulatur acutior. et lydius phrygio addit semitonium minus et myxolydius lydio tonum. igitur lydius hypodorio diapente et semitono et myxolydius diapente et sesquitono sonabit acutior. quod totum est propositum.

26 ¶ Hypolydius diatonicus hypophrygium diatonicum semitono / et dorius trisemitonio / phrygius diatessaron / lydius diatessaron et semitono / myxolydius diatessaron consonantia / atque sesquitono supercuius acutior: et dorius hypolydio tono / phrygius ditono / lydius diatessaron et myxolydius diapente: phrygius autem ad dorium sonat tonum lydius trisemitonium et myxolydius diatessaron / lydius phrygio semitonium et myxolydius sesquitono: myxolydius autem lydio tonum.

¶ Hec ut precedentis vel quae facillime monstrabitur.

27 ¶ Septem modos chromatische modulationis constituere.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
R Hypodorius															p 7
S Hypophrygi <sup>9</sup>	Tonus														p Chro
T Hypolydius	Semiton. A														p ma
A Dorius	Apotome A														p tici
X Phrygius	Trisemitoniu A														p mo
Y Lydius	Semitonium A														di
Z Myxolydius	Apotome A														

¶ Facio r pentadecachordum chromaticum per decimam / undecimam / et duodecimam huius et similiter sex alia scilicet s / t / v / x / y / z: facioque pentadecachordum s tono acutius r. et t pentadecachordum semitono acutius s. v vero apotomes interuallo acutius t. et x trisemitonio amplius quam v. y semitono amplius quam x. et z apotome transcedere y: dico ergo septem modos chromatische modulationis esse ordinatos. nam r erit hypodorius s p diffinitionem hypophrygius chromaticus. t hypolydius. v dorius. x phrygius. y lydius. z myxolydius.

28 ¶ Quo pacto singuli cuilibet inter se chromatici modi respondeant ostendere.

¶ Distat p precedentem hypophrygius ab hypodorio chromatico tono. et hypolydius ab hypophrygio semitono. distat igitur hypolydius ab hypodorio acutior trisemitonio. et dorius ab hypolydio distat apotome. igitur dorius ab hypodorio remotus est ditono. phrygius autem ab dorio trisemitono. igitur phrygius ab hypodorio remouet tribus tonis et semitono: hoc est totius consonantie diapente inuallo. et lydius a phrygio semitono. igitur lydius ab hypodorio diapente atque semitono. myxolydius ab lydio distat apotome. igitur myxolydius ab hypodorio diapente consonantia distat acutior atque tono. Et hoc pacto de reliquis ex precedente perfacilis est ostensio. ut hypolydius ab hypophrygio distat semitono. dorius tono. phrygius diatessaron. lydius diatessaron et semitono myxolydius diapente. dorius a phrygio distat apotome. phrygius ditono. lydius diatessaron. myxolydius tritono. Phrygius a dorio trisemitono. lydius tono et duobus semitonis minoribus. myxolydius vero diatessaron. Lydius a phrygio semitono et myxolydius tono. distat autem myxolydius ut iam quoque dictum est a lydio maiore semitono. sicque constructum est propositum.

29 ¶ Septem itidem enarmonicos modos ordinare.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
R Hypodorius															p 7
S Hypophrygi <sup>9</sup>	Tonus														p Enar
T Hypolydius	Diesis A														p mo
A Dorius	Diesis A														p ni
X Phrygius	Ditonus A														p ci
Y Lydius	Diesis A														mo
Z Myxolydius	Diesis A														di.

¶ Sint r / s / t / v / x / y / z septem pentadecachorda: et sit per decimaquintam huius r pentadecachordum enarmonicum: intendo proslambanomenon pentadecachordi s vno tono amplius pentadecachordo r. et t diesi amplius quam s. et v diesi amplius quam t. et x ditono amplius quam v. et y amplius diesi x. et z amplius itidem diesi quam y. erunt ergo fini acumen intensa sex post primum pentadecachorda: primo tono. deinde duabus diesibus et ditono. demum duabus diesibus: qui quidem intendendi modus enarmonice modum

lationi peculiari, propriusque habetur. sunt igitur septem perat ecachorda r/f, t/v, x/y/z: septem enarmonice modulationis modos continetia, quod demonstrari propositum erat.

**Singulorum enarmonicorum modorum: ad quolibet habitudines demonstrare.**

30

• Cuius ex precedenti demonstratio clara esse potest. Primo hypophrygi ab hypodorio distantia esse tonum. hypolydi tonum et diesim. dorii scisquitenum. phrygi diapente. lydi diapente ac diesi. myxolydi diapente et semitonio. Secundo hypolydi distare ab hypophrygio diesi. dorii semitonio. phrygium diatessaron. lydium diatessaron et diesi. myxolydium diatessaron et semitonio. Tertio dorii ab hypolydio diesi. phrygium ditono et diesi. lydi diatessaron. myxolydium diatessaron et diesi. Quarto phrygium a dorio ditono. lydi ditono et diesi. myxolydium diatessaron. Quinto lydium a phrygio diesi. et myxolydium semitonio. Sexto myxolydium distare diesi a lydio. **Septem enim modos et non plures adiecit prisorum autoritas pythagoricorum. ut enim numerus a monade ad denarium usque varius crescens, progreditur: mox vero sequens denarius unitatis vicem obtinet primamque explicat unitatem eiusdem induitque monadis consors et emulus: quod ad centenarium usque rursus nouenaria progressione se extendit: relapsus tandem in tertiam unitatem. Ita quoque vocum dissimilitudo ac varietas ex quibus instar celestis harmonie concentus humani/modis formatur ad octonarium usque surgit. suntque septem continue voces inter se varie quibus succedens octonaria vocis plenitudo (Primus enim numeralis cubus primaque tessera octonarius) ad primam rursus sonat ut cadem: et ad eam sese habens perinde ac denarius ad unitatem. Et hec octonaria series in omni modulationis genere sic rata procedit: ut continue octavo quoque loco octauum per similem sibi et pene eundem sonum offendat sonum. atque ex duobus natura quadam/concordiaque affinitate iam unum sonum et non multos parere videatur: usque adeo enim se miscet/et mutua se iungit/copulatque amicitia. Et harum septem vocum que grauissima tardissimaque est: Saturno debetur. prima Ioui: tertia Marti. quarta Iphero. quinta Veni. sexta Mercurio. septima vero eaz acutissima/cocitissimaque. Unde octava aut rursus reuoluit ad Saturnum/nona ad Iouem/decima ad Martem. et hoc pacto sequentes: ut sapiens voluit antiquitas. Et reuera totius vniuersi harmonia septenario completa est. et hec septem in celo celestem: in his aut inferioribus corpoream/sensibilemque temperat harmoniam. sed hec magis plenius discutiunt. hinc licet cognoscere cur hypermyxolydius: septem pythagoricis modis haud multum veniat accommodandus. Nam si in diatonico genere myxolydium perat ecachordum per hypermyxolydio vno tono amplius acuat: totus is vbiusque modus ad hypodorium resonaret diapason/octauusque natus esset sonus: qui ad primum idem/congenitusque naturali affinitate redditur. quare non ab hypodorio primo modo omnifariam varius putandus est. et eque si myxolydius intenderetur trisemitonio in chromate et ditono in enarmonio: sed de his forte amplius quam presenti negotio par sit dictum est. Et modi quos adiecerent recentiores ut diuus Gregorius ab hac modorum antiquitate recedunt. et plerumque alia que posteriores musici inculcauerunt et que ab illis facile requiras. et nostra quoque tempestate musicum modulamen/atque omnem concinentiam ad celeritatem quamdam precipitem leuitatem reducere conantur: modestam grauem seriāque ac decoram concentuum moderatiōem perparum attendentes. a moderatiōe enim dicti sunt modi. parum item attendentes prisorum musices honestatis/grauitatisque decus: qua amentes arreptitiosque soluebant. sanitates inducebant feros hominum mores ut olim Thracius Ophreus/ad mansuetos et virtutis callem reuocabant. et ex sensibili harmonia ad celestis harmonie desiderium captiuas animas tanquam sui iam memores exilij vbertim fluentibus oculis euocabant. hoc enim modorum accommoda mediocritate Pythagore discipuli faciebant. non enim is inter homines modestior: cuius ois incessus cursus videtur. neque is cuius preceptis nimium loquela presentium ludit intelligentiam. Ita quoque neque si modestiores modi: qui nimia sui festinantia quasi in venerea chorea lasciuientes preffugunt auditum. Hac enim de causa Pythagorea schola molles chromatis modos repudiavit et Spartiate solenni decreto Thimothem Miliesium increpauerunt vehementer diatonicos concentus potius approbantes. qui si apte moderentur virtutis pre se ferunt modestiam. ut enim nimia tarditate ceu torpore quodam fastidimur inani. ita nimia celeritas molliciem quamdam pre se fert inhonestam. medium enim neque celeritate preceptis nec ignaua tarditate pigrum: laudabile virtutisque emulum. quam ois etas probauit probaturaque est: et ad quam musici modi tanquam moderationis animi quedam certe regule nos perducere debent: et ad diuina mentes nostras iugiter rapere. et felices si erunt qui hoc fine et musicen et omnem mundanam philosophiam quesierint. neque talibus esse solet celestis fauor atque presidium. qui autem secus faciunt miseri: quales nullos ad quos nostra hec modulationum elementa peruenerint futuros desideramus: quin eis ois harmonie vite decus: feliciter optamus/nostrique victuros memores.**

**Quarti elementorum Musices Jacobi Stapulensis finis.**



¶ Jacobus Faber Stapulensis Magnifico dño: Joanni Stephano Ferrerio designato Episcopo Uersellensi studiozum amanuissimo.

In diebus metallicis formulis Arithmetices pariter atq; Abusices cō  
 missis clemētis: cogitanti michi dignissime p̄sul quid illoꝝ facilem  
 b prepararet intelligētiam: occurrit si introductio quedā ex diuina illa  
 et Pythagorica diui Seuerini Doctij nūmerozū institutione in mediū  
 afferretur: que et vt domestica/familiarisq; ante alioꝝ lectiōem et tāta  
 demonstrationū pōdera directrix haberet. Ita enī ferme compatum  
 est vt nisi mens nre preparata fuerit: nullum in disciplinis capiat emolumentum. Ut  
 enī periti medici potiones/digerentiaq; fortibus p̄mittunt pharmacijs quo firmiore  
 inducant valitudinem: ita quoq; in omni disciplinarū genere opere precium est intro-  
 ductiones p̄mittere vt faciliorem assequamur discipline intelligētiam velut quādam  
 perfectam nre mētis sanitatem. Quapropter ilico ex libris diui Seuerini Epitomen  
 sum aggressus: cuius multiplex cōmoditas futura est. Ea enim assecuta: ad numeroꝝ  
 demonstratiōes vt quibusdam Pythagore ritibus iniciati preparatiq; accedent atq;  
 illoꝝ librorum prisca sapientia refertozum institutionis Arithmetices: perfacilem  
 capessent intelligētiam. imo ex vltima comparationis diui Seuerini et Jordani for-  
 mula vniuersam elegāntissime et nunq; satis laudate numeroꝝ institutionis cōmen-  
 tationem consequētur facillime et ad quecunq; que numeroꝝ desiderant operam:  
 viam perfacilem atq; aditum. Hanc ergo introductiunculam dignissime p̄sul non  
 dubitavi nomini tuo designare: tametsi tue dignitatis habita ratione res sit erigua.  
 Ut qui nozim q̄ feruidus oia studia complecteris/q; in illis versaris assiduus schole  
 ppe Socrance assertor: nullum preter sapientiam bonum esse/ nullum preter studia  
 litterarum. Non potest ergo obseruantia in te mea in re litteraria grata non fore: qui  
 facis litteras/literatosq; omnes obseruando: vt te debeant omnes obseruare littere.  
 quod vti nam aliquādo pro dignitate facere possim tue virtutis iam satis longa con-  
 suetudine probate: iugis/assiduusq; cultor. Vale.

¶ Jacobi Fabri Stapulensis Epitome in duos libros Arithmeticos  
 dñi Severini Boecij ad Magnificum dñm: Joannem Stephanum  
 Ferrerium Episcopum Clericalem.

1 Inter disciplinas mathematicas quibus neglectis omnis obscuratur  
 disciplina: tanq̄ ceterarū parens/dux atq̄ domina: primum sibi ven-  
 dicat Arithmetice locum que vt rite cognoscat̄ quēadmodū et cetera  
 certis eget aduinculis. inter que primo menti figenda est vniuersorū  
 circa que versatur subiecta formula/mox singulorū diffinitiones/post  
 quas numerorum affectiones/proprietatesq̄/post proprietates: quo  
 ex loco vniuerse sunt monstrande.

¶ Formula vniuersorum circa que negociat̄ Arithmetica.

Numerus	Sesquiquintus	6.5.	Ante longior	15.	
Secundum se 2.	Superpartiens		Solidus		
Ad aliquid 4.2.	Superbipartiens	5.3.	Pyramis	4.	
Scdm figurā 3.	Supertripartiens	7.4.	Cubus 8.	latus 2.	
Numerus scdm se	Superquadrupartiens	9.5.	Pyramis		
Par 2.	Superquantupartiens	11.6.	Trigona	4.	
Impar 3.	Supersextupartiens	13.7.	Tetragona	5.	
Par	Admultiplex superparticularis		Pentagona	6.	
Pariter par 4.	Duplus sesquialter	5.2.	Hexagona	7.	
Pariter impar 6.	Duplus sesquitercius	7.3.	Curta pyramis	29.	Sui tetragoni sūt 16.9.4.
Impariter par 12.	Duplus sesquiquartus	9.4.	B secura	25.	Sui tetragoni sunt 16.9.
Perfectus 6.	Triplus sesquialter	7.2.	Tricurta	41.	Sui tetragoni sunt 25.16.
Diminutus 4.	Triplus sesquitercius	10.3.	Laterculus	18.	Latera sunt 3.3.2.
Abundans 12.	Triplus sesquiquartus	13.4.	Asser	12.	Latera sunt 2.2.3.
Impar	Admultiplex superpartiens		Luncus	24.	Latera sunt 2.3.4.
Primus 3.	Duplus superbipartiens	8.3.	Nūcus circularis	25.	
Compositus 9.	Duplus supertripartiens	11.4.	Sphericus	125.	
Ad altū p̄ 9.25.	Duplus superquadrupartiens	14.5.	Parallelepipedus	12.	Latera sunt 2.3.2.
Numerus ad aliqd	Triplus superbipartiens	11.3.	Adiectas	6.4.2.	
Æq̄litas 10.10.	Triplus supertripartiens	15.4.	Arithmetica	6.4.2.	
Ineq̄litas 10.5.	Triplus superquadrupartiens	19.5.	Geometrica	9.6.4.	
Inequalitas	Numerus scdm figuram		Adusica	6.4.3.	
maior ineq̄. 10.5.	Linearis	2.	Arithmetica		
minor ineq̄l. 5.10.	Planus	4.	Continua	6.4.2.	
Ad maior inaequalitas	Solidus	8.	Disiuncta	7.5.6.4.	
Admultiplex 2.1.	Planus		Geometrica		
Supparticularis 3.2.	Trigonus	3.	Continua	9.6.4.	
Suppartiens 5.3.	Tetragonus	4.	Disiuncta	9.6.3.2.	
Admultiplex	Pentagonus	5.	Quarta medietas	6.5.3.	
Duplus 2.1.	Hexagonus	6.	Quinta medietas	5.4.2.	
Triplus 3.1.	Heptagonus	7.	Sexta	6.4.1.	
Quadrupl <sup>o</sup> . 4.1.	Octogonus	8.	Septima	9.8.6.	
Quincuplus 5.1.	Ennagonus	9.	Octaua	9.7.6.	
Superparticularis	Decagonus	10.	Nona	7.6.4.	
Sesquialter 3.2.	Endecagonus	11.	Decima	8.5.5.	
Sesquitercius 4.3.	Dodecagonus	12.			
Sesquiquart <sup>o</sup> 5.4.	Altera parte longior	6.			

**Numerus** est multitudo ex vnitatibus aggregata.

**Numerus scdm se sumptus** est numerus qui in comparatione ad alterum minime consideratur / neq; vt ad figuras geometricas applicatur.

**Numerus ad aliquid** est qui in comparatione ad alterum sumptus: consideratur.

**Numerus scdm figuram** dicitur: prout ad figuras geometricas applicatur.

**Numerus par**: est qui in duo equa diuidi potest.

**Numerus impar**: est qui in duo equa minime diuidi potest.

**Numerus pariter par**: est numerus par cuius partes in duo equa ad vnitatem vsq; sectionem recipiunt.

**Numerus pariter impar** est numerus par cuius media: equalium partitionem non admittunt.

**Numerus impariter par**: est numerus par cuius media equalium partitionem admittunt sed partium in duo equa partitio citra vnitatem deficit.

**Numerus perfectus** est numerus par: cuius omnes cōposite simulq; accepte partes: sui totius summam implent. Pars est que aliquoties sumpta neq; excrecendo neq; deficiendo suum totum metitur.

**Numerus diminutus** est cuius collecte partes: minus ipso toto reddunt. qui z impfectus dicitur.

**Numerus abundans**: est cuius in vnum ad eate partes totius summam excedunt: qui et idem superfluus nuncupatur.

**Numerus primus** est numerus impar: qui sola vnitatem metitur. et idem quoq; incōpositus nominatur.

**Numerus compositus** est numerus: quem nō sola vnitatem sed z alter numerus ipsum mensurat: qui z idem secundus appellatur.

**Numerus solum ad alterū primus** est numerus: qui fm se compositus est: ad alterū vero comparatus sola cū illo cōmuni metitur vnitatem. Par. impar.

**Equalitas**: est cum equalis numerus ad equalem comparatur.

**Inequalitas vero** est cum inequalis ad inequalem comparatur.

**Maioz unequalitas**: est cum numerum maiozem ad minozerem comparamus.

**Minoz vero unequalitas contra**: quoties minozerem maiozi comparamus.

**Numerus multiplex** est cum maioz nūerus minozi comparatus: eūdem plusq; semel continet vt bis / ter / quater: et ita deinceps.

**Vnitatem numerorum fontem / principiūq;** etiam numeri appellatiōe censemus. Duplus est cum maioz numerus minozi comparatus: minozerem bis continet.

**Triplus** cum ter continet.

**Quadruplus** cum quater.

**Quincuplus** cū quinq; et hoc pacto deinceps fm naturalē nūeroz pgressiōem.

**Numerus superparticularis** est cum maioz numerus minozi comparatus totum in se numerum minozerem continet: et eius partem aliquam.

**Sesquialter** est numerus superparticularis cum maioz totum cōtinet minozerem: et eius medietatem. et idem dicitur hemiolus.

**Sesquitercius** est cum maioz continet totum minozerem: et eius tertiam partem. qui z dicitur epitritus.

**Sesquiquartus** est cū maioz continet totum minozerem: et eius quartam partem. Et si quintam cōtinet vocatur sesquiquintus. et ita deinceps fm numerorum seriem.

**Numerus superparticiens** est cū maioz continet in se totū minozerem: et eius insup aliquot partes vt duas / tres / q̄ttuoꝝ aut quotquot attulerit ipsa cōparatio. De us partibus id intelligitur: que minoꝝ vnam partem non efficiunt.

**Superbiparticiens** est cum maioz continet minozerem et duas eius partes.

**Supertriparticiens** est cum tres eius partes insup continet.

**Superquadruparticiens** cum quattuor: et hoc pacto deinceps.



**Numerus multiplex supparticularis** est quoties maior numerus ad minorem comparatus habet cum plusquam semel et eius partem aliquam.  
 Et si bis continet et eius medietatem vocatur duplus sesquialter.  
 Et si bis et tertiam duplus sesquitercius.  
 Et si ter et medietatem triplus sesquialter et ita deinceps: ex utriusque denominatione multiplicis et supparticularis prout comparatio attulerit nomina colligendo  
**Numerus multiplex suppartiens** est quoties maior numerus minori comparatus minorem plusquam semel continet et insuper eius aliquot partes. et nomina sumit proposita ex utraque comparationis denominatione. ut hec: duplus superbipartiens/duplus supertripartiens/triplus/quadruplus/quincuplus superbipartiens et similia. Et quo pacto quinquem sumunt species comparando maiorem numerum ad minorem eo pacto sumuntur quinquem correlatiue comparato minore ad maiorem: quorum et suorum specialium modorum specierum nomina: sola sub prepositione addita effingimus: que sunt. submultiplex subsuperparticularis/subsuperpartiens/submultiplex subsupparticularis/submultiplex subsuperpartiens. et species submultiplicis sunt subduplus/subtriplus/subquadruplus/subquincuplus. et hoc pacto deinceps.  
**Species subsuperparticularis:** subsesquialter/subsesquitercius/subsesquiquartus/subsesquiquintus. et hoc pacto deinceps.  
**Species subsuperpartientis** sunt subsuperbipartiens/subsupertripartiens/subsuperquadrupartiens. et hunc in modum consequenter.  
**Species submultiplicis subsupparticularis** subduplus subsesquialter/subtriplus subsesquialter et similes.  
**Species submultiplicis subsuppartientis** sunt subduplus subsuperbipartiens subduplus subsupertripartiens atque cetera similes secundum rationis/comparationisque naturam. sed hec statim nota sunt.  
**Numerus linearis** est qui per plures in unam/eandemque partem adiectas: describitur unitates.  
**Numerus planus** est qui per suas unitates descriptus: in longum atque latum porrigitur.  
**Numerus autem solidus** est qui per suas unitates descriptus longitudini et latitudini crassitiem superaddit/ trinocum distenditur interuallo.  
**Trigonus** est numerus planus: qui suis unitatibus explicatus tria latera possidet equalia.  
**Tetragonus:** quattuor equalibus angulis perficitur.  
**Pentagonus:** quinquem.  
**Hexagonus** sex.  
**Heptagonus** septem.  
**Octogonus** octo.  
**Ennagonus** nouem.  
**Decagonus** decem.  
**Endecagonus** undecim et hunc in modum deinceps: quos appellatione latina nuncupare possumus triangulos/quadrangulos/quinquangulos/sexangulos/septangulos/octangulos/nonangulos/decangulos/undecangulos et hoc pacto consequenter.  
**Numerus altera parte longior** est numerus planus qui per unitates descriptus: longitudini latitudinem habet unitate discrepantem. et idem longilaterus appellatur.  
**Numerus vero antelongior:** est qui per unitates descriptus latera sua habet plusquam unitate disiuncta. hoc est longitudinem latitudini plusquam unitate dissentientem.  
**Pyramis** est numerus solidus cuius singula latera sunt ab uno planorum ad unum cacuminis verticem eleuata. Et planus numerus a quo latera eriguntur: pyramidis basis nuncupatur. **Punctus** autem/unitasque in quam conueniunt pyramidis conus/microvertexque dicitur. que si ex base triangula nascitur: pyramis triangula nominatur. Si ex base quadrangula: pyramis tetragona. et hoc pacto deinceps.

**P**erfecta pyramis ea est cuius laterū ad verticē erectio: citra vnitatē non deficit.  
**C**urta vero pyramis ea est cuius laterū erectio ad vnitatē vsq; nō ascendit: cui si sola monas deest q̄ est prima pyramis: curta dicit̄. Si vnitās et planus vnus: biscurta. Si duo tricurta nominatur. et hoc pacto deinceps.  
**C**ubus est nūerus solidus sex equis supficialibus/ planisq; numeris contentus: equā de se longitudini et latitudini altitudinē prebens. et iudē numeri: tessere nūcupant̄ que duodecim equa latera semp habent/ solidos angulos octo/atq; supficies sex.  
**L**aterculus is solidus est: qui longitudini latitudinem equam habens: altitudinem possidet contractiorem.  
**A**sser: cuius cū longitudo latitudini sit equa: altitudinē habet maiorem.  
**L**uneus vero qui longitudinē/latitudinem/ et altitudinē in se cōtinet inequales  
**C**ircularis numerus est cū latus in se ducitur et tetragonus inde nascens in idem terminatur. et rursus cū idem latus in tetragonū: nascitur cubus qui in idē reuoluit̄ et is cubus sphaera/sphericusq; cubus appellat̄. Et cum rursus quotiēs idem latus in cubum vel si in infinitū duxeris: qui inde nascitur numerus: in eiusdē lateris numerum terminat̄/ reuoluiturq;  
**P**arallelepipedus solidus numerus est equidistātib; supficialibus/ planisq; nūeris cōtentus neq; omnino quidē equalibus neq; omnino inequalibus.  
**M**edietas est duar; pluriūue proportionū similis habitudo.  
**M**edietas arithmetica est medietas: cuius termini equas seruant orias.  
**T**ermini sunt numeri: medietatis proportionēs constituentes.  
**D**ifferentia est quo numerus numerum superat ac vincit.  
**C**ontinua medietas arithmetica ea est que in tribus continue numeris continetur.  
 Si vero in quattuor discōtinue cōtineat̄: disiūcta medietas arithmetica nūcupat̄.  
**M**edietas geometrica est medietas cuius termini equas seruāt proportionēs. Que si in tribus continue terminis cōtinetur: cōtinua. Sin vero in quattuor discōtinue: disiūcta nominatur.  
**M**edietas harmonica ea est in qua quēadmodum maximus terminus ad minimum ita differētia maiorum ad differētiā minorum sese habet.  
**Q**uarta medietas est in qua quēadmodum maximus terminus ad minimū: ita differētia minorum ad differētiā maiorum.  
**Q**uinta medietas in qua quēadmodum medius ad minimū: ita minorum differētia ad differētiā maiorum.  
**S**exta est in qua quēadmodum maximus ad medium: ita minorū differētia ad differētiā maiorum.  
**S**eptima vt quēadmodum maximus ad minimū: ita extremorum differētia ad differētiā minorum.  
**O**ctaua quemadmodum maximus ad minimum: sic eorum differētia ad differētiā maiorum.  
**N**ona quēadmodum medius ad minimum: sic extremorū differētia ad differētiā minorum.  
**D**ecima quēadmodum medius ad minimū: ita extremorū differētia ad differētiā maiorū. Et he septem vltime presertim adiecte: quo Pythagore denarius impleat̄ in tribus terminis consistunt.

N u m e r i p r o p r i e t a t e s.

**O**mnis numerus circum se proxime positorum atq; simul iunctorum comperitur medietas. 1  
**O**mnis numerus duorū quorūcunq; extrinsecus iacentium et ab eo equaliter distan- 2  
 tum: itidem est medietas.

**¶ Nu me ri pa ris pro pri e ta tes**

- 1 Quilibet numerus par in duo partitur: si earum partium vna par est et alterā parem esse necesse est.
- 2 Cum par itidem in duo partitur si earum partiū vna impar est: altera erit impar.
- 3 Par parem multiplicet semper nascitur par.
- 4 Par imparem si multiplicet nascitur par.

**¶ Nu me ri im pa ris pro pri e ta tes.**

- 1 Quilibet numerus impar in duo partitus: vt vnam partem parem ⁊ alterā imparem habeat necesse est.
- 2 Impar imparē si multiplicet protinus nascitur impar.
- 3 Impar si multiplicet parem: procreabitur par.

**¶ Nu me ri pa ri ter pa ris pro pri e ta tes.**

- 1 Quilibet numerus pariter par partem quālibet ⁊ nomine et quātitate parem habet. Nomine quidem ⁊ denominationē habeat a numero pariter pare: quātitate vero ⁊ ea ipsa numerus sit pariter par.
- 2 Omnis numerus pariter par est aliquis dupliciū ab vno continue sumptoz. Et quēlibet duplozū ab vno et solum talem: pariter parem esse necesse est.
- 3 Quotcūq; parit̄ pares ab vno cōnumerata vnitāte collecti: sequēti min⁹ vno restituūt.
- 4 Omnis numerus pariter par est diminutus.
- 5 Omnis numerus pariter par: ex respōdentibus sibi mutuo partibus procreatur. Partes mutuo sibi respondentes: pars denominās/et denominata.
- 9 Numerozū pariter parium cōtinue dispositoz si series est impar: quod sub extremis cōtinetur equū est ei qui continetur sub medio in se ducto. deinde sub circūpositis vsq; ad seriei expletionē. Si vero fuerit par: equum est ei qui sub duobus mediis p̄tinet̄. deinde is q; altrifecus illis adiiciūtur et hoc pacto vsq; ad seriei expletionē

**¶ Nu me ri pa ri ter im pa ris pro pri e ta tes.**

- 1 Quilibet numerus pariter impar: medietatē habet imparem.
- 2 Omnis numerus pariter impar quālibet sui partē alterius quātitatis retinet/ pariter et denominationis. Nā si quātitas est par: denoiatio erit impar/ ⁊ contra semp eueniat.
- 3 Omnis numerus pariter impar gignitur ex imparibus continue ab vnitāte sumptis: in quos binarius ducitur.
- 4 Omnes numeri pariter impares sese quaternaria numerositate trāscendūt: quattuoz naturali serie inceptos cōtinue relinquētes/ ⁊ ab sese cōtinue quinto loco distātes.
- 5 Omnis numerus pariter impar: duoz simul pariter impariū altrifecus equidistāter iacentium et naturali serie collectozū est medietas.
- 6 Omnium numeroz pariter impariū pari/ptinuaq; serie dispositoz: duas medietates simul iunctas suis proxime altrifecis numeris et illis qui super illos sunt vsq; ad vnitātē: simul/in vnūq; collectis equari necesse est.

**¶ Nu me ri im pa ri ter pa ris pro pri e ta tes.**

- 1 Omnis numerus impariter par aliquas eius partes habet ⁊ denominatione et quātitate respondentes: aliquas vero denominatione/ quātitateq; dissentientes.
- 2 Omnis numerus impariter par ex numero pariter pari et pariter impari procreat̄.
- 3 Completa ad longitudinē ⁊ latitudinem impariter parium serie: qui per longitudinē descripti sunt: sextam pariter parium seruāt proprietatē. qui aut̄ in latitudine sextā seruant pariter imparium. Longitudo seriei est que a sinistro porrigitur in dextrū. Latitudo vero que ab imo euadit ad sursum.

- Numeri perfecti proprietates.**  
**Omnis numerus perfectus alternatim altero senario/octonarioque terminatus comperitur.** 1  
**Omnis numerus perfectus ex pariter paribus ab unitate sua serie collectis nascitur: qui in unum congesti/congregati: numerus primum constituunt: in quem ducitur aggregatorum maximus.** 2
- Numeri diminuti et abundantis proprietates**  
**Omnis numerus diminutus: a sola monade aut a numero diminuto numeratur.** 1  
**Numerus abundans: solum abundantem numerat.** 2
- Numeri primi et compositi proprietates.**  
**Omnis numerus primus ad omnem quem non numerat primus est.** 1  
**Omnis numerus compositus: a primo numeratur.** 2  
**Omnis numerus compositus post aliquem imparium naturali serie dispositorum totus esse probatur: quotus numerus ille impar ab unitate fuerit aut post aliquem supra ipsum impar totorum: totus. Quotus/et totus: ut tertius/quintus/septimus et hoc pacto deinceps.** 3  
**Omnis numerus primus aliquis imparium est hoc pacto dispositorum qui post nullum imparium aut aliquem supra ipsum totorum: totus venerit quotus aliquis imparium fuerit ab unitate.** 4
- Numeri ad alterum primi proprietates.**  
**Omnis numerus ad invicem primi singuli in se ducti: numeros ad invicem primos procreant** 1  
**Omnis numerus minor qui ad maiorem est primus a maiore detractus quotus potest et eo qui relinquitur quotus potest a minore detracto: et hoc pacto continue quotus opus est: tandem que detractionis vicem impediatur: relinquitur unitas.** 2
- Equalitatis et inequalitatis proprietates**  
**Equalitas est inequalitatis principium.** 1  
**Omnis inequalitas ex equalitate nascitur.** 2  
**Omnis inequalitas in equalitatem resolvitur.** 3
- Multiplicis proprietates.**  
**Multiplices ceteris inequalitatibus sunt antiquiores/originemque priores.** 1  
**Omnis multiplex ex continua numerorum serie ad unitatem relata consurgit. Multiplex/multiplicis modus atque species.** 2  
**Omnis multiplex maiorem habet multiplicem.** 3
- Specierum multiplicis proprietates.**  
**Omnis dupli ex singulis paribus a binario sumptis ad singulos seriei numerorum ab unitate continue comparatis: nascuntur.** 1  
**Omnis triplus: a ternario duobus post singulum quemque triplum naturalis seriei numerorum continue dimissis procreatur.** 2  
**Quadruplus item continue tribus post singulum quemque quadruplum relictis numeris nascitur. et hoc pacto de quincuplo/sexcuplo et ceteris.** 3
- Superparticularis proprietates.**  
**Omnis superparticularis: superparticularem supra se relinquit minorem. Minorem enim eam esse dicimus: cuius pars a maiori numero denominatur.** 1  
**Omnis superparticularis ex continua serie numerorum: continue proxime sequentis ad suum precedentem comparati: sumit initium.** 2
- Specierum superparticularis proprietates.**  
**Omnis sesquialter ex naturalibus/continuisque triplis: ad naturales/continuosque duplos comparatis enascitur.** 1  
**Omnis sesquitercius pari pacto ex continuis quadruplis ad continuos triplos comparatis elicitur.** 2  
**Omnis sesquiquarti ex continue quincuplis ad continuos quadruplos comparatis simili origine extrahuntur. Et hoc pacto sesqui quinti ex sexcuplis et quincuplis. et sesqui sexti ex septuplis et sexcuplis et ita deinceps.** 3

**Su per par ti en tis pro pri e ta tes.**

- 1 **Omnis superpartiens maiorē supra se superpartientē relinquit. Abaloz ea est: que a maiore numero suam denominationē sumit.**
- 2 **Omnes superpartietes ex continue a quinario imparibus ad numeros cōtinua serie ternario succedentes comparatis surgunt.**

**Spe ci e rum su per par ti en tis pro pri e ta tes**

- 1 **Continue superbipartientes nascentur si in vtrunq; terminū primi superbipartientis binarius ducitur et rursus in terminos producte superbipartientis et ita quoties in productos terminos ducetur binarius.**
- 2 **Continue suptripartientes simili creatione surgent si in terminos prime suptripartientis ternarius ducitur et in productos terminos. et ita deinceps. Et superquadrupartientes si in primos eiusdem inequalitatis terminos duxeris quaternariū. Et idem quoq; valuerit si aliū quēcunq; duxeris numerū. et simili creatione reliquas superpartietis specterum formationes elicias.**

**Abul ti pli cū su per par ti cu la riū pro pri e ta tes**

- 1 **Abultiplices superparticulares continue nascuntur ex imparibus suo ordine a quinario collectis continue numeris a binario succedentibus cōparatis.**
- 2 **Dupli sesquialteri continue creantur: si continuis a binario paribus: numeri a quinario sese continue quinario transsilientes cōparabuntur.**
- 3 **Dupli sesquiterij itidem orientur: si perpetua serie a ternario surgentibus triplis: numeri a septenario sese continuo septenario excedentes cōparabuntur.**
- 4 **Dupli sesquiquarti nascentur: si a quaternario continue quadzuplis: numeri a nouenario sese continue nouenario trāssilientes coaptabuntur / cōparabunturq;. et hoc pacto sesquiquinti ex quicuplis et vndenariis et eque in reliquis pfacilis est inuētio.**

**Abul ti pli cū su per par tien tiū pro pri e ta tes**

- 1 **Dupli superbipartientes nascentur: si octonarius ternario / et continue se octonario transgredientes continue se ternario excedentibus cōparabuntur.**
- 2 **Dupli suptripartientes certa lege nascentur: si ab vndenario et se continue eodem numero excedētes quaternario et se quoq; indiscōtinuata serie iugiter quaternarij summa transsilientibus: continue cōparabuntur.**
- 3 **Et dupli superquadrupartietes a decimoquarto et se eodem transgrediētibus et quinario eodēq; se excedētib; reperiūtur. Et ita omniū hac industria facillima est inuentio. Et de triplis superbipartientibus / suptripartientibus et quibuslibet aliis hac arte facile series colligitur.**

**Nu me ri pla ni et so li di pro pri e ta tes.**

- 1 **Omnis numerus planus in triangulos est resolubilis.**
- 2 **Omnes figure plane sibi proxime adinuicē comparate vt tetragonus trigono et pentagonus tetragono et hoc pacto consequētes sese triangulo superant.**
- 3 **Omnis numerus solidus primordiū sui tenet pyramidem.**

**Spe ci e rum nu me ri pla ni pro pri e ta tes.**

- 1 **Omnes trigoni surgunt si disposita naturali numerorum quātitate: prioribus semper proxime sequens adiiciatur.**
- 2 **Tetragoni sunt omnes qui numeris naturaliter et in longum et in latum duplici serie dispositis et in seinuicē quolibet in quēlibet ductis: angulares reperiunt. Angulares dicuntur qui sursum a monade diametralē seriem ad angulum e regione oppositum complent.**

- Omnes tetragoni ex naturali serie ordinatis imparibus in vnam summam coaceruatj 3  
collectisq; nascuntur.
- Omnis tetragonus ex duobus proximis quibusq; trigonis exurgit cōpositus. 4
- Tetragoni: sumptis quarūcunq; ab vnitāte continue similium habitudinū numeris: 5  
locis imparibus vno semper in medio intermisso sumuntur.
- Omnes tetragoni vna medietate iunguntur. 6
- Si tetragonus tetragonū multiplicet: tetragonus prouenit. 7
- Si vero tetragonus altera parte longiorē: nunq; proueniet tetragonus. 8
- Pentagoni surgūt ex numeris naturali serie ab vnitāte sequētibus: duoz continuo 9  
post pentagonū facta inmissione vna cū priorē vel priorib; pentagonis collectis
- Omnis pentagonus ex toto tetragono et proxime minori trigono cōponitur. 10
- Hexagoni hoc pacto tribus in medio dimissis generātur. 11
- Omnis hexagonus ex trigono et proxime sequenti pentagono cōstituitur. 12
- Heptagoni quattuor in medio hoc pacto dimissis numeris generantur. 13
- Omnis heptagonus ex hexagono et proxime inferiori trigono constituitur. In crea 14  
tione huius figure duo trigoni proxime minores debent eminus constitui.
- Octogoni: quinq; gignuntur intermissis. 15
- Omnis octogonus ex heptagonoz proximo sub se trigono surgit cōpositus. Et hoc 16  
pacto de ennagonis/ decagonis/ endecagonis/ dodecagonis continue vno plura  
intermittendo sentiendū est. et ex proximis minoribus figuris z trigonis proxime  
sub illis minoribus instar alioz constituūtur. Quo fit vt omnes figure ex trigonis  
censurgere z in eisdē resolui facillime deprehendātur: quod cum ad Pythagoricā  
tum ad nōnullos Platonicoz intelligentiā nō nichil presidij affert z momenti

Al te ra par te lon gi o ris pro pri e ta tes.

- Altera parte longiores ex dispositis naturaliter paribus adinuicē coaceruatjs peride 1  
ac quadrati ex imparibus procreatur omnes.
- Omnis altera parte longior procreabitur si naturaliter ordinati pares: in naturaliter 2  
dispositis imparibus singulatim ducantur.
- Omnes longilateri/ alteraq; parte longiores circūstant angulares quadratos duab; 3  
naturaliter numerozū scriebus scdm longum latūq; dispositis et in seinuicē ductis
- Singuli altera parte longiores naturaliter dispositi singulis quadratis itidem dispo 4  
sitis comparati: omnē numerozū partem gignunt/ et procreant.
- Singuli altera parte longiores naturaliter siti singulis tetragonis a secundo natura 5  
liter ordinatis comparati: similiter omnes restituent superparticulares.
- Altera parte longiores differētis paribus perinde ac quadrati i paribus distīgunt. 6
- Altera parte longiores cōtinue in proximozū quadratorum medio collocati: eādē 7  
proportionis habitudinē seruant. iterūq; a dupla proportione in omnē superpar-  
ticularium speciem se porrigunt atq; diffundunt.
- Omnis altera parte longior bis sumptus cum duobus altrinsecis quadratis coacer 8  
uatus: quadratum efficit.
- Proximi quicq; altera parte longiores cum duplo mediū quadrati itidem tetragonū 9  
efficiunt.
- Parte altera longiores duplati suis duobus altrinsecis quadratis aggregati: quadra- 10  
tos reddunt sed quos aliquis impar numeret.
- Proximi altera parte longiores cum duplo mediū quadrati itidē quadratos sed quos 11  
numerus par numeret: efficiunt.
- Altera parte longiores naturaliter ordinati: singuli singulis naturalem seriem seruā- 12  
tib; quadratis copulati: continua serie triangulares numeros cōstituunt.
- Omnes altera parte longiores: continuo ex quadratis vno detracto latere nascunt. 13

- 14 Altera parte longiores continue alternatim quadratis interiecti: ad quadratos habitudinū similitudinē: non autem differentiarū seruant. Contra vero intercepti quadrati ad altera parte longiores relati: continue differentiarū equalitatē: non autē proportionū retinent/obseruantq; similitudinē
- 15 Alternati constitutis altera parte longioribus atq; quadratis: a binario differentie duplicantur et adinuicē eandē que ⁊ totorū est inter se: seruant habitudinē.

### Pyramidis proprietates

- 1 Omnis pyramis ex aliqua numeroꝝ multangula figura: cui oēs congenee/similesq; figure superponātur: consurgit.
- 2 Cuiuslibet pyramidis basis est multangulorū numeroꝝ in pyramidis structurā aptorum maximus
- 3 Pyramis trigona ex continue trigonis ad unitatē vsq; supra seinuicē erectis gignit̃.
- 4 Et tetragona ex tetragonis et pentagona ex pēthagonis/ hexagona ex hexagonis hoc pacto supra seinuicē erectis et ita deinceps.

### Cubi proprietates

- 1 Cubi producentur omnes si dispositis naturaliter post unitatē imparibus duo primi ceniūgantur. post quos alij tres. post quos quattuor. et hoc pacto consequēter.
- 2 Numeri cubi duabus eiusdē proportionis medietatibus iungūtur.
- 3 Si cubus cubum multiplicet: cubi forma conficitur.
- 4 Si cubus altera parte longiorē numeret: nunq; nascetur cubus.

### De di e t a t i s A r i t h m e t i c e p r o p r i e t a t e s

- 1 Medietas arithmetica suoz terminozū semper proportionū dissimilitudinē gerit
- 2 Medietas arithmetica cōtinue nascetur si naturalis numeroꝝ series indiscōtinuata protrahatur. Similiter et numeris hoc modo digestis si simili intercapedine abinuicem distantes: continue accipiātur. Quo fit vt pares: naturaliter sese cōsequētes itidem et impares hanc medietatis normam iuicelabiliter seruent
- 3 Arithmetice medietatis coniuncte medius terminus extremozū simul iunctorum est medietas.
- 4 Arithmetice medietatis disiuncte extremi simul iuncti collectis/ coniunctisq; mediis adequantur.
- 5 Eiusdē medietatis vt termini ad seipsos: ita differentie ad differentias.
- 6 Medietas arithmetica cōiuncta: sub extremitatibus minus continet eo numero qui ex medietate conficitur quantum possunt sub se due differentie que inter ipsos sunt terminos constitute.
- 7 Disiuncta vero tanto minus sub extremitatibus cōtinet eo qui cōtinetur sub mediis: quantum est quod fit ex differentia maximi ad vnum medioꝝ in differentiā mediū eiusdem ad minimum.
- 8 Huius medietatis quocunq; cōtinue dispositoz numeroꝝ minores ēmini maiores proportionēs: maiores vero: minores proportionū habitudines cōtinue seruāt.
- 9 Arithmetice medietatis determinatoꝝ extremozum medius reperitur numerus: si extremozum coniunctorū medietas accipitur.

### Geometrice medietatis proprietates.

- 1 Geometrice medietatis quozūcunq; terminoz continue dispositozum et maiorum et minorū terminoz equalēs sunt proportionū habitudines.
- 2 Geometrica medietas suozū terminoz conuersam seruat proportionalitatē vt semp si primus ad secundū quēadmodū secundus ad tertū: ita ecōuerso tertius ad scōꝝ vt secundus ad primū quod ⁊ in disiūcta medietate siliter euenire cognoscit̃.

Eadem quoque medietas quattuor terminis distributa semper permutatam proportionem  
 nalitatem retinet. ut si quemadmodum primus ad secundum: sic tertius ad quartum.  
 ita ut primus ad tertium et secundus ad quartum.

Medietatis geometricae terminorum et eorumdem distans similis est proportio. 4

Medietatis geometricae que in multiplicibus existit: maior numerus ad minorem com- 5  
 paratus: ipsum minorem suam habet differentiam / aut multiplicem minoris / vno minus  
 quam maioris ad minorem sit habitudo.

In continua medietate geometrica: quod continetur sub extremis / equum est ei qui ex 6  
 medio in se ducto nascitur. Et in discontinua ei qui fit ex duabus in se ductis medietatibus

Continue proportionalitatum species: quadratis ab unitate et altera parte logarithmibus 7  
 alternatim una serie dispositis: a prima multiplicum medietate in omnes superparti-  
 cularium habitudines / proportionescum discurrunt.

Geometricae medietatis determinatis extremis medius proportionalis reperitur: si 8  
 numeri sub extremitatibus contenti tetragonum latus accipiantur.

Abc di e ta tis har mo ni ce pro pri e ta tes

Medietas harmonica in maioribus terminis maiorem servat proportionem 1

Abusice medietatis medius terminus in collectas extremitates ductus: duplum nu- 2  
 mero qui fit ex extremo in extremum producit.

Abusice medietatis determinatis extremis: medius reperitur terminus si per extre- 3  
 morum coniunctorum numerum: numerus qui ex differentia extremorum in minimum con-  
 surgit dividitur / isque qui ex divisione relinquitur accipiantur atque minimo extremo  
 aggregentur. diciturque is numerus qui ex divisione relinquitur latitudo / latitudinisque latus

Contingit ex harmonica medietate: primordium consonantiarum consonantiasque musicas 4  
 omnes elicere.

Re li qua rum me di e ta tum pro pri e ta tes

Si quarte medietatis extremi adinvicem sunt habitudinis duples: quod continetur sub 1  
 maximo et medio duplum est ei qui continetur sub medio et minimo. Et omnino que  
 habitudo maximi ad minimum. ea erit eius quod sub maximo et medio continetur  
 ad id quod continetur sub medio et minimo et id in omni medietate commune est

Si quarte medietatis medius ad minimum sit duplus: quod continetur sub maximo ter- 2  
 minorum et medio: duplum erit ad id quod continetur sub extremis. Et omnino que habi-  
 tudo medij ad minimum: ea erit numeri qui fit ex maximo in medium et minimum. et id  
 quoque omnibus publicum atque commune est.

Diuus Severinus medietatum denariam Pythagore plenitudinem implevit: Jordanus  
 autem denario unitatem adiecit.

Denarius medietatum Boetij.

Undenarius medietatum Jordani.

Prima	1. 2. 3.
Secunda	1. 2. 4.
Tertia	3. 4. 6.
Quarta	3. 5. 6.
Quinta	2. 4. 5.
Sexta	1. 4. 6.
Septima	6. 8. 9.
Octava	6. 7. 9.
Nonna	4. 6. 7.
Decima	3. 5. 8.

Prima	1. 2. 3.
Secunda	1. 2. 4.
Tertia	3. 4. 6.
Quarta	1. 4. 6.
Quinta	6. 9. 11.
Sexta	3. 4. 6.
Septima	3. 4. 7.
Octava	4. 6. 7.
Nonna	3. 5. 6.
Decima	6. 7. 9.
Undecima	6. 8. 9.



Formula proprietatū ex Boetio reperendarū/  
atq; ex Jordano demonstrandarum.

Di uis Se ue ri nus Bo e ti us    Jor da nus.

Numerozum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
<b>Numerozum.</b>				
1	7	1	2	1
2	7	1	2	1
<b>Numerozum par.</b>				
1	5	1	2	7
2	5	1	2	7
3	46	2	10	7
4	46	2	12	7
<b>Numerozum impar.</b>				
1	5	1	3	7
2	46	2	11	7
3			10	7
<b>Numerozum pariter par.</b>				
1	9	1	31	7
2	9	1	29	7
3	9	1	32	7
4	9	1	54	7
5	9	1	25	4
6	9	1	26.40	2.7
<b>Numerozum pariter impar.</b>				
1	10	1	33	7
2	10	1	34	7
3	10	1	35	7
4	10	1	35	7
5	10	1	2	1
6	10	1	3	1
<b>Numerozum impariter par.</b>				
1	11	1	37	7
2	11	1	38	7
3	11	1	40	7
<b>Numerozum perfectus</b>				
1	20	1	0	0
2	20	1	60	7
<b>Numerozum diminutus et abundās</b>				
1	0	0	55	7
2	0	0	55	7
<b>Numerozum primus et compositus</b>				
1	0	0	1	3
2	0	0	2	3
3	17	1	25	7
4	17	1	25	7
<b>Numerozum ad alterum primus.</b>				
1	17	1	12	3
2	18	1	15	3

Di uis Se ue ri nus Bo e ti us Coz da nus.

Numerozum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
<b>Equalitas/inequalitas.</b>				
1	32	1	70	9
2	32	1	70	9
3	1	2	75	9
<b>Multiplex.</b>				
1	26.27.	1	38.70	9
2	23	1	37	9
3	23	1	52	9
<b>Species multiplicis.</b>				
1	23	1	38	9
2	23	1	38	9
3	23	1	38	9
<b>Superparticularis.</b>				
1	24	1	52	9
2	24	1	37	9
<b>Species superparticularis.</b>				
1	24	1	38	9
2	24	1	38	9
3	24	1	38	9
<b>Superpartiens.</b>				
1	28	1	52	9
2	28	1	42	9
<b>Species superpartientis.</b>				
1	28	1	7	2
2	28	1	7	2
<b>Multiplex superparticularis</b>				
1	29	1	43	9
2	29	1	7	2
3	29	1	7	2
4	29	1	7	2
<b>Multiplices suppartientes.</b>				
1	31	1	7	2
2	31	1	7	2
3	31	1	7	2
<b>Numerozum planus.</b>				
1	6	2	0	0
2	19	2	0	0
<b>Numerozum soltus.</b>				
1	21	2	0	0
<b>Species numeri plant.</b>				
1	9	2	1	8
2	27	1	38	9
3	12	2	26	7
4	18	2	5	8
5	38	2	10	6
6	46	2	4	6

Di uis Se ue ri nus Bo e ti us For da nus.

Numerozum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
7	46	2	14	6
8	46	2	14.26	6
9	14	2	12	8
10	18	2	12	8
11	15	2	14	8
12	18	2	14	8
13	16	2	21	8
14	18	2	21	8
15	16	2	22	8
16	00	0	00	0
Parte altera longior.				
1	26	2	27	7
2	28	2	38	9
3	27	1	38	9
4	33	2	38	9
5	33	2	38	9
6	33	2	27	7
7	33	2	38	9
8	33	2	32	6
9	33	2	31	6
10	33	2	32	6
11	33	2	31	6
12	34	2	11	8
13	35	2	10.5	1.8
14	37	2	38.5.2.22	9.8.1.10
15	37	2	20	10
Pyramis.				
1	23	2	28	8
2	23	2	28	8
3	23	2	27	8
4	23	2	28	8
Cubus.				
1	39	2	28	7
2	46	2	4	6
3	46	2	16	6
4	46	2	17.26	6
Medietas arithmetica.				
1	43	2	1	10
2	43	2	0	0
3	43	2	2	1
4	43	2	3	1
5	43	2	0	0
6	43	2	3	10
7	43	2	20	1
8	43	2	16	2
9	50	2	5	10

¶ Di uis Se ue ri nus Bo e ti us ¶ For da nus.

Numeroꝝum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositiō.	Liber.
<b>Medietas geometrica.</b>				
1	43	2		
2	44	2	1	2
3	44	2	3	2
4	44	2	20	10
5	44	2	5	2
6	44	2	25.26	2
7	44	2	0	0
8	50	2	38	9
<b>Medietas musica.</b>				
1	45	2	34	10
2	47	2	37	10
3	50	2	40	10
4 ex musica	48	2	32	3
<b>Quarta medietas.</b>				
1	51	2	7	2
<b>Quinta medietas.</b>				
1	51	2	7	2

¶ Epitomes librorum Arithmeticoꝝum Boetij finis.

¶ Jacobus Stapulensis Bernardo Alencario  
doctori medico numeroꝝum amatori.

Considerasti mi Bernarde: oēs disciplinas ad quas generoso spiritu sit  
 annitendum difficiles esse siquidem virtus oīs circa difficile versetur.  
 verū hāc difficultatem nullos vnq̄ abstertere: preter eos solos qui de  
 re litteraria male meriti quod capere diffidunt ceteris dissuadent: aut  
 q̄ ip̄is inuideant velut felicioribus/aut potius q̄ eos ip̄os nescire pu-  
 dibūdu sit. At scis q̄ procul presertim ab hoc p̄clarissimo Parhisiēsi  
 studio liuor oīs absit/ q̄ ignorātia pellat/ q̄ q̄ probent Clitomachū Cartaginensem  
 qui quadragesimū annum natus: primū studia litterarū petijt. in quibus adeo p̄fecit  
 vt Carneadi sederit successor. quominus dubitādu est hūc locum: tutam eē discipli-  
 narum stationem/ securūq̄ portum: et vndecunq̄ aduenerint benigno exapi fauore/  
 peramicoq̄ hospitio. Quapropter cum Arithmetice ⁊ Musice superioribus diebus in  
 studentū fauorem: huic loco tanq̄ asylo cōmitterētur voluisti Rithmimachiā simul  
 formari: ludum quidem numeroꝝū non illiberalem/ sed quem deceat studiosos ado-  
 lescentes cognoscere ne nimū tetrice videātur aduentasse discipline ⁊ quo interdum  
 studio defessi primi earum Tyrones solent animum et cum vtili ocio/ tum honesto vi-  
 res custodiāt incolumes. tale profecto consilium medicum decuit. Et si qui hanc ludi  
 honestatem amabunt: gaudebunt tua opera post serias disciplinas hic esse insertum.  
 Introducunt Alcmeon mathematicus Pythagore discipulus: ⁊ Protinus ⁊ Bathil-  
 lus eius temporis adolescentes. Vale.

Bathillus / Alcmeon / Brontinus.

Alcmeon  $\Phi$  tempestiuus ades. Alc. quid hoc o adolefcetes. Bat. qm non nichil abs te ego  $\tau$  Brontino perdiscere cupimus. Alc. quid nam id o Bathille. Bat. Priusq in secentorum numero Pythagoram cogrediamur: cupimus in rudibus aliquotulu formari. Et cu iam e nocturno congressu redeunt Pythagore discipuli sciscitamus leuioza quedā que silenda non tradiderit. Atq nos ipsi iam Abacum atq mensulam perdidicimus. nūc aut ludum quendā querimus inter vos confictū: plerūq vestras curas post seria studia leuantem  $\tau$  quem vos ipsi in numeris vt et plerūq alia exercere soletis. Alc. Rithmimachiam o Bathille forsitan itelligis. Bat. Eam ipsam Alcmeon. Alc. Dic age igitur Bathille

quot numerozū simplices inqualitates. Bat. Tres: multiplex / supparticularis /  $\tau$  superpartiens. Alc. Maioris scz habitudinis ad minorem. et in his tribus gñib<sup>9</sup> oino cōsistit ludus a te  $\tau$  Brōtino nūc a me petitus. Quid maxima harmonia: et quid harmonia minor? Bat. Maxima harmonia est cū quatuor numerozū in geometrica medietate cōstitutorū: extremi ad vnū mediorū Arithmetica / ad alterū  $\times$  Musica seruāt medietatē. Et harmonia minor solum in quatuor terminis duas seruat medietates. Et quid medietas Arithmetica / quid Geometrica / et quid Musica voce: vudum perq̄siuimus / atq̄ satis qd sint nos ipsi nobis tenere psuademus. Alc. Recte multa tenes o Bathille. atq̄ paulo latius hoc in loco noie vrūtur maxime harmonie: vt ea ipa dicať quoties in quatuor terminis minoribus quidē maiores gradatim sequētibz: he tres repiūtur pportionū medietates. mox disponunt pmo duobus ordinibus multiplices ex quatuor primis paribus ortos atq̄ ab ipsis denotatos: duplos / quadruplos / sescuplos / octuplos in leui / plana q̄ sit sexaginta quatuor quadris spaciis dirempta alternis se interfecātibus lineis. post quos itidem duobus ordinibus cōsimiles supparticulares locant: sesquialteros / sesquiquartos / sesquiseptos / atq̄ sesquioctauos. dehinc cōsimilif suppartientes illis quidē affines / atq̄ cōgeneos: supbipartiētes / supquadripartiētes / supersextupartiētes / atq̄ supoctupartiētes. et spacia illa campos vocant et ordinatos in ipsis numeros parium aciem. Et e regione in totidem campis / similiq̄ processu multiplices ordinant a quatuor primis imparibus ductos atq̄ ab eis dem denotatos: triplos / quincuplos / septuplos / nōcuplos. post quos consiles supparticulares. post superparticulares cōsimilis affinitatis suppartientes / structeq̄ erūt e regione duobus ordinibus hic imparium / illic vero parium acies hoc pacto

Acies Parium in Rithmimachia.

Duces superpartientium.			25	81	169	289			Calculi quadratales.
Comites superpartientium.			15	45	91	153			
Duces supparticularium.			9	25	49	81			Triquetri.
Comites supparticulariū.			6	20	42	72			Triquetri.
Duces multiplicium.			4	16	36	64			Rotundi.
Comites multiplicium.			2	4	6	8			Rotundi.

Primi campi prime arce.

Primi campi secunde arce

Comites multiplicium.			3	5	7	9			Calculi rotundi.
Duces multiplicium.			9	25	49	81			Rotundi.
Comites supparticulariū.			12	30	56	90			Triquetri.
Duces superparticulariū.			16	36	64	100			Triquetri.
Comites superpartientium.			28	66	120	190			Quadratales.
Duces superpartientium.			49	121	225	361			Quadratales.

Acies Imparium in Rithmimachia.

Bat. Satis hanc numerorum assituationem apphendo. Alc. Abiq̄ consilium respōsus vt campi sibi inuicem subiecti duplos / sesquialteros / mox superbipartiētes tenent: et iterū sibi mutuo subiecti quadruplos / hinc sesquiquartos / atq̄ supquadripartiētes. Et hoc pacto de reliquis. Atq̄ assignati numeri designatos sibi vendicant calculos eisdē numeris inscriptos: multiplices quidē rotundos supparticulares trigonos / suppartientes tetragonos: excepto decimi noni loci parium numero qui tetragona Pyramis est sex primis tetragonis orta:  $\tau$  hinc sex basium / sexq̄ facierū Pyramis dicitur. Huic ergo numero mete Pyramidisq̄ forma debita est: que primos sex quadratos minoribus quidē maioribus suppositi: habeat inscriptos. et hec perfecta Pyramis nūcupatur q̄ citra unitatem eius Pyramidis mucro atq̄ vertex non deficiat. Cōsimili quoq̄ modo vicesimi loci imparium nūero imperfecte Pyramidis tetragonice forma debita est cui Pyramidi tres primis tetragonis ad complementu desunt atq̄ iccirco tricurta dicitur et quia ex quinq̄ sequentibus tetragonis surgit: iccirco quinq̄ basium / facierūq̄ eadem Pyramis nūcupatur. et illi quinq̄ tetragonis suis lateribus suo modo inscribūtur.

Brent. quid est Almeon q̄ calculos in officinis extomatium multicolores sepe fiero ego ipse aspe-  
 rerum. Alc. neq̄ absurde queris Bronine. hoc ad acierū dīcrimen existimār: sed duo colores michi  
 satis esse videntur vt acies parū sit nigricans q̄ pares ad mundū pertineant sensibilē. acies autem  
 imparū nivea sit et candidās: q̄ impares masculi sunt et indiuidue semperq̄ eiusdē substantie expri-  
 mant similitudinē. Pyramides tamē ob excellentiā cum sue nature rum diuinitatis quadratorū sub-  
 stantie ex quorū coaceruatione surgunt coalescuntq̄ nobili quodā par est insignire colore. vt perfectā  
 pyramida rubro et tricurrā ceruleo. Bat. Perfectiore colorem pyramidi parium tribuis q̄ ei que  
 p̄sudet aciei imparū. Alc. Hec iniuria o Bathille nam et eadē impar est et in eius mucrone ac ver-  
 tice summo residet diuinitas. et latus iue basiq̄ infime: primus est a monate perfectus numerus/ et  
 suarū basium numerus eiusdē sue basis latus est/ numerusq̄ perfectus. et illa eadē sua basis primus  
 est sensibilū/ rerūq̄ mobiliū circulus: verū tamē in ordine circuloꝝ tertius. primus enī simplicissim⁹  
 est atq̄ plenissimus cuius centrum vbiq̄ est et circumferentia nūq̄. secundus est eternitatis horizon  
 atq̄ supra tempus. tertius est horizon eui at cū tempore indelessa X̄tigne reuolutus. primus est n̄re  
 pyramidis sūmus mucro/ sūmusq̄ vertex. secundus secūda basis. tertius prima/ infimaq̄ basis. Bat.  
 Paradigmata singis Almeon: ludum querimus non symbola. Alc. Recte amenes Bathille. vix  
 ego memetip̄m negligebā: et a suscepto officio deerrabam longius. colores ergo vestri arbitriū sunt o.  
 nam cū et alijs vsi fueritis nichil refert. verū quod superest his paucis deprehēdet regulis: et quo in  
 re parua modicus vobis satis sit sermo regularum Prima sit hec.

¶ Calculi vnde cūq̄ in vacuis dimoueat̄ r̄ can. p̄s: rotandi in sc̄dm. trigoni in tertium. tetragoni cū 1  
 sua pyramide in quartum. Bat. Dimoueri in sc̄dm intelligis forte in p̄ximū campum. Alc. Ita  
 voluit. est enim secundus a se sed post se primus.

¶ Secūda. Calculus oīs quōcūq̄ recto incessu calculum tollere potest: s̄ angulari atq̄ obliquo nunq̄. 2

¶ Tertia. Numerus numerum partis aduerse et quātitatis eius eꝝ suo recto cursu offendēs: eūdem 3  
 tollit.

¶ Quarta. Si duo numeri eiusdē partis: numero partis aduerse quē iuncti cōstituūt: circūponātur: 4  
 clausum auferūt. hinc fit ternarius 7 quinaris clausum octonariū partis aduerse tollant: et qua-  
 ternarius 7 octonarius duodenarium. et hoc pacto de similibi s̄.

¶ Quinta. Si inter duos aduerse partis numeros vacui interiacētes campi per minorem numerum 5  
 multiplicati maiorem efficiant: numerus tollit̄ maior. h̄c euenit vt binarius duodenariū sex inter-  
 tacentibus campis auferat: et sextum denarium octo. et ternarius senariū interiacētibus duobus/  
 et nouenarium tribus: et quintum denarium quinq̄.

¶ Sexta. Quicūq̄ numerus: cui vt recto calle dimoueat̄ oīs adempta est potestas: tollitur. 6

¶ Septima. Si maxima pyramidis basis effendit p̄r. mit̄ em: eam tollit. si offenditur: tollitur. 7

¶ Octaua. Si numerus per interceptos cāpos multiplicatus basim pyramidis maximam resituat 8  
 eandem tollit.

¶ Nonā. Si alie bases pyramidem effendant cōsimilis in campis (si adest) auferat̄: et idem eueniat 9  
 si numerus per interualla multiplicatus aliquam illaz basium efficiat. si offendatur: eodem tollatur.

¶ Decima. Victoria parata est si in aduersis castris maxima constituit̄ h̄a monia. itidem sed in certoz 20  
 ignobiliorq̄: si constituitur harmonia minor.

¶ Undecima. Calculi acquisiti ad complementam harmoniam aduerse parti auxiliares accipiūtur. 11

¶ Duodecima. Cū maxima harmonia parat̄ calculus ad complendam harmoniam: acquisitus a suo 12  
 loco non dimouetur.

Maxime	v	c	b	A				
Victorie	2	3	4	6	2.4.6 Medietas arith.	2.3.4.6 Geo.	2.3.6 har.	1
Pro acie	4	6	8	12	4.8.12 Medietas arith.	4.6.8.12 Geo.	4.6.12 har.	2
Parium	6	8	9	12	6.9.12 Medietas arith.	6.8.9.12 Geo.	6.8.12 har.	3
	4	6	9	12	6.9.12 Medietas arith.	4.6.9 Geo.	4.6.12 har.	4
	2	9	16	72	2.9.16 Medietas arith.	2.9.16.72 Geo.	9.16.72 har.	5
Maxime	3	5	15	25	3.5.15 Medietas arith.	3.5.15.25 Geo.	3.5.15 har.	1
Pro acie	5	9	45	81	3.9.45.81 Medietas arith.	5.9.45.81 Geo.	5.9.45 har.	2
Impariū	5	25	45	225	5.25.45.225 Medietas arith.	5.25.45.225 Geo.	5.25.45.225 har.	3
Minores	5	15	25	45	5.15.45 Medietas arith.	5.15.45 Geometrica.		1
Victorie	12	15	16	20	12.16.20 Medietas arith.	12.15.16.20 Geometrica.		2

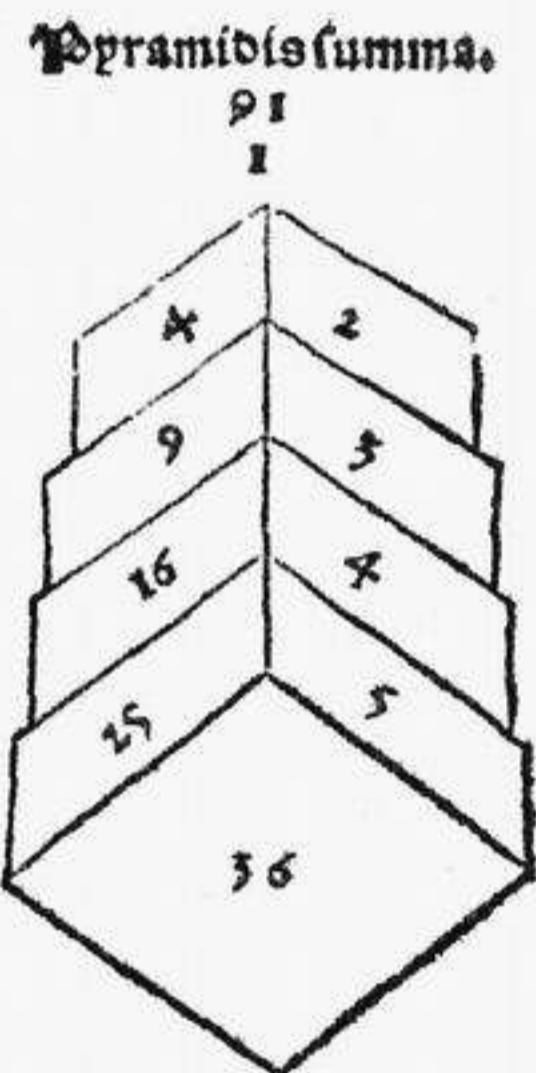
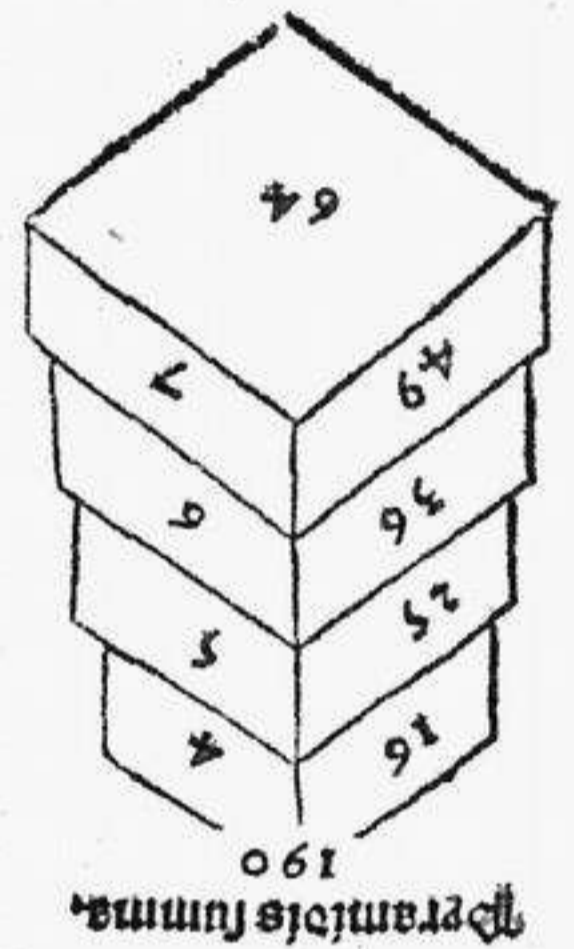
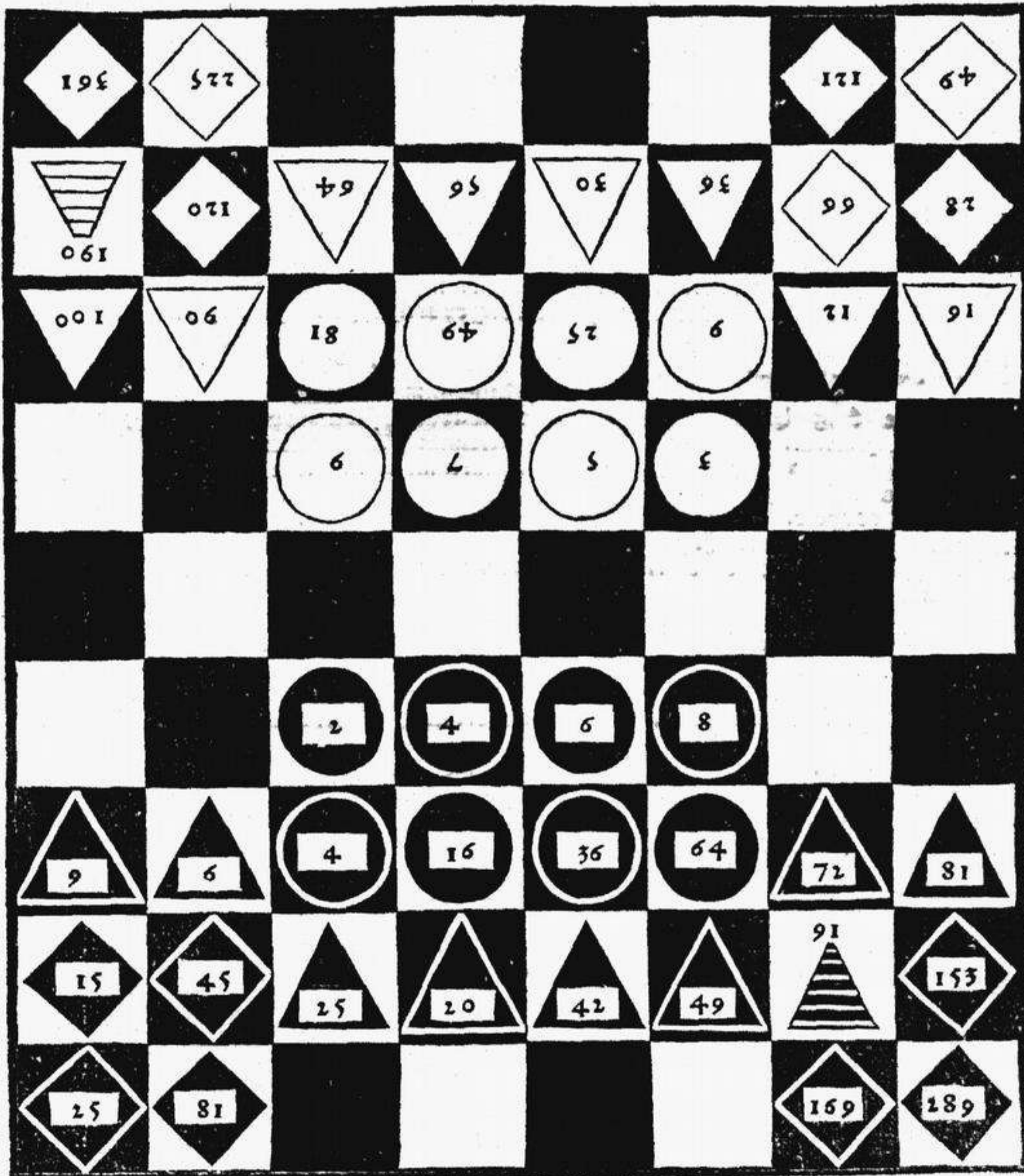
Prime maxime victoriae consonantie musicae A b diapente B c diatessaron A c diapason A d diapason ac diapente B ad diuam c d bis diapason	Secunde maxime victoriae consonantie musicae A b diapente B c diatessaron A c diapason A d diapason ac diapente B ad diuam c d bis diapason	Tertie maxime victoriae consonantie musicae A b diatessaron B c tonus colonantiaz principii. A c diapente A d diapason A ad diuam a c diapason ac diapente C ad diuam c d bis diapason
---	---	---

**M**inores victorias ppaucas posui: vt vos venatoribus similes relinquā: qui magis fere inuentione q̄ oblata sine venatione gaudere solent. Ex tribus tamen Bathille preceptis minorum victoziarum cognitio pendet.

**P**rimum. Datoz duoz campozū numeros iunge: iūctozū dimidium est inter eos in Arithmetica medietate medius numerus.

**S**ecundum. Datis iridem duobus nūeris: duc primū in scdm: et p̄ducti accipe latus tetragonici. et illud est eozum rationis geometricæ medius numerus.

**T**ertium. Datoz duoz numeros aggrega: et qui aggregatus est serua. duc primū in scdm: et p̄ductum dupla: et duplatū diuide per seruatū aggregatū: et qui puenit est illoz numerozū harmonicæ p̄portionalitatis medius. Et si hoc pacto quēadmodū hec tria docēt precepta integros numeros non reptas: numeri dari nullos habebūt in illa rōne/ p̄portionalitateq̄ medios. et nō modo minores victozias: seu sint ex Arithmetica et Geometrica/ seu ex Arithmetica et Harmonica/ seu ex Geometrica et Harmonica reperias: sed et si volueris maximas. Verū solent o Bathille aliter cāpos/ acierū duces/ comitesq̄ ordinare. vt area sit campozū sexagintaquattuoz. aut limite campozum medio aciemvtranq̄ dirimēt superadiecto duozum atq̄ septuaginta.



**E**t campis hoc modo digestis rudes adhuc et quos ad mysteria ipse cæus silētium candidissimus pater nondum admittit ex supioribus preceptis inter se concertant. mox x̄o puerilibus actis/ iocisq̄ reiectis ad silentia hymnosq̄ assuefacti: presentis preceptoris tanq̄ numinis cuiusdā fruūtur/ solan

tur / et vitam sine crimine transigunt innocuam / labore carentem. hoc illis studium / hoc solamen / hec vigilantissima cura:

Et sese rotos rimentur ad vnguem

Ne quid hiet / ne quis perturbet se angulus / equis

Partibus ut coeat / nil ut declinet amissis.

Rec prius in dulcem declinant lumina somnum:

Omnia q̄ longi reputarint acta diei.

Quo pretergressi / quid gestum in tempore / quid non.

Offensi p̄tauis: dant palmam et premia rectis.

Tales candidi discipulos decet esse Pythagore. Ergo meum consilium est o Bathille et Brontine generosi adolescentes: ut tantisper ludo indulgeatis dum tenerior etas vos ad altiora conscendere non sinit / dum tardat aditum. mox aut plusculo robustiores animo facti: nostrum silētium querite / et vos nostro cetui comites asciscite: vitam semper que frugi sit querentes innocuam. et me potius magistro (aut si mauultis vobiscū condiscēte) doctrinam / moresq̄ q̄ iocos discite. vos aut dū etas teneriuscula patitur: a iunioribus que petiti ludi suspun̄ vel q̄ facillime discetis / nūcq̄ ambo recte valete. **Bar.** Hos q̄ valemus / q̄q̄ possumus o Alcmeon ego et Brōsinus: bonas p̄ tue humanitatis officio habemus nunc / habebimusq̄ semp̄ gratias. et cognoscimus te preter dignitatem hec minutula percōtatos esse. q̄d vero superest nobis facile vēdicabimus. atq̄ tu interim dū te ad seria magis erga nos vtemur preceptoris opera; nostri semper memor felicissimus valeto.

### Rithmimachie Finis.

Has duas Quadrifas partes et artium liberalium precipuas atq̄ duces cum quibusdam amini-  
cularijs adiectis: curarunt vna formulis emendatissime mandari ad studiorum vtilitatem Joannes  
Digmanus / et Wolfgangus Hopilius suis grauissimis laboribus et impensis Parhisi Anno salutis  
domini: qui oīa in numero atq̄ harmonia formauit 1496 absolutūq̄ reddiderunt eodem anno: die  
vicesima secunda Julij suos labores vbiq̄q̄ valebunt semper studiosis deuouentes. Et idem quoq̄  
facit David Laurius Brytannus Edinburgensis: vbiq̄ ex archetypo diligens operis recognitor.

Registrum presentis operis.

a b c d e f g h i  
Omnes quaterni.

a  
Primum: In hoc opere.  
Secundum: Jordani Memorarij.  
Tertium: C Si sint a b c d e f.  
Quartum: c in se.

b  
Primum: C Si duo numeri.  
Secundum: simā quintam.  
Tertium: nūerans qui et idem.  
Quartum: C Numerorum cōtinue.

c  
Primum: C Nam si.  
Secundum: C Quadratus cubicus.  
Tertium: C Si fuerint duo numeri.  
Quartum: C Si quotlibet.

d  
Primum: q̄ precedens.  
Secundum: C Si sumatur.  
Tertium: parte longior.  
Quartum: sequens tetragonum.

e  
Primum: numeratas.  
Secundum: C Datam proportionem.  
Tertium: C Multiplicem.  
Quartum: cun̄ ex trina.

f  
Primum: C Jacobi.  
Secundum: C Jacobi.  
Tertium: C Si terminoz.  
Quartum: A supparti.

g  
Primum: interuallo e d  
Secundum: pportiones esse.  
Tertium: C Idem ditonus.  
Quartum: C Differentia.

h  
Primum: f ad g.  
Secundum: ad q̄ fiat p.  
Tertium: C Sint p̄ reliquis.  
Quartum: C Sint numeri.

i  
Primum: Numerus multiplex.  
Secundum: Numeri paris.  
Tertium: Suppartiētis.  
Quartum: Altera parte.

