Destinado á la Biblio-
teca del Museo Pedagógico
El Autor
Juan Benavente
Barquín

1.907.
don. del a.
2 ejs.

B.

NOCIONES
DE
ARITMETICA

POR

JUAN BENAVENTE BARQUÍN

BACHILLER EN ARTES.
MAESTRO NORMAL DE PRIMERA ENSEÑANZA
Y DE SORDO-MUDOS Y CIEGOS.
Propietario de la

Obra aprobada para servir de texto en las escuelas de primera enseñanza, por R. O. de 14 Julio de 1895.

MADRID
LIBRERÍA DE CALIXTO G. DE LA PARRA
1 y 3—Latoneros—1 y 3
1894

ES PROPIEDAD

Est. tip. de G. Pedraza. Huertas, 58. Madrid.

AL EXCMO. SR.

D. Eugenio C. España

Presidente de la Excma. Diputación Provincial de Madrid, Senador del Reino y Profesor de la Escuela Normal Central de Maestros.

Al dar al público estas NOCIONES DE ARITMÉTICA, *he creído un deber de gratitud dedicarlas al que fué mi Profesor de dicha asignatura en la Escuela Normal Central.*

Dígnese V. E. aceptar este modesto trabajo que le dedica en prueba de reconocimiento su discípulo y amigo

EL AUTOR,

ADVERTENCIAS.

Al publicar las presentes Nociones de Aritmética, no ha sido mi ánimo el pretender enseñar nada nuevo, pues harto sabido es que la verdad no tiene más que un camino, y que la Aritmética forma parte de las Matemáticas, ó sea de las Ciencias llamadas exactas; lo único que me propuse fué recopilar en poco espacio, y de la manera más breve y clara posible, todo lo que no debe ignorar persona alguna, para las muchas y continuas aplicaciones que ha de hacer en los casos comunes de la vida.

Expongo las operaciones de quebrados comunes y números complejos, á pesar de creerlas innecesarias, dado nuestro sistema de numeración y el uso que debe hacerse, según las leyes vigentes, del sistema métrico decimal, porque en muchas localidades está aún admitido, por costumbre, el tratar y calcular por medio del antiguo sistema de pesas y medidas.

He dividido el tratado de Aritmética en cuatro partes, y cada parte trata de las siguientes materias:

Primera parte. Preliminares. — Operaciones con los números enteros.—Divisibilidad de los números. —Máximo común divisor. —Mínimo múltiplo.

Segunda parte. Operaciones con los decimales.—Sistema métrico decimal.

Tercera parte. Operaciones con los quebrados. —Números complejos.

Cuarta parte. Razones y proporciones.—Reglas principales que se resuelven por medio de proporciones.

PRIMERA PARTE

Preliminares.—Operaciones con los números enteros.—Divisibilidad de los números.—Máximo común divisor —Mínimo común múltiplo.

PRELIMINARES

1. Qué se entiende por aritmética?—2. Qué es cantidad?—3. Qué es unidad?—4. Qué es número.—5. Idea de la cantidad, de la unidad y del número con ejemplos.

1.—*Aritmética* es la ciencia que trata de los números, de sus propiedades y de las operaciones que con ellos pueden hacerse.

2.—*Cantidad* es todo aquello que puede sufrir aumento ó disminución, con relación al número, peso ó medida; ó sea cuanto se pueda contar, pesar ó medir.

3.—*Unidad* es toda medida ó cosa que se elige como término de comparación para averiguar las que hay de su especie en la cantidad. Así: en 28 tinteros, la unidad es el tintero.

4.—*Número* es el resultado de comparar la cantidad con la unidad. Así: en 15 libros, el número es 15.

5.—*Ejemplos de cantidad, unidad y número.*

Sobre una mesa veo una porción de dinero, inmediatamente formo idea de la cantidad, mas no podré formar la del número hasta que, eligiendo un término de comparación tal como el real, la peseta, etc., que es lo que se llama unidad, vea las veces que dicha unidad está contenida en la cantidad; las que resulten es lo que llamamos número; así es que si elijo la peseta y resulta que la cantidad es igual á 400, este resultado 400 es el *número*, la *peseta* la unidad.

Si tenemos una pieza de tela y para medirla tomamos por medida el metro y resultan 20 metros, la pieza misma es la *cantidad*, el metro la *unidad*, y 20 metros el *número*.

NUMERACIÓN

1. Qué es numeración?—2. De cuántas maneras puede ser la numeración?—3. En qué consiste la numeración hablada?—4. Cuáles son las palabras que se emplean en la numeración hablada?—5. Cómo se forman los números?--6. Qué es unidad?—7. Qué es decena?

—8. Qué es centena?—9. Qué es unidad de millar?—10. Cómo se llama á la reunión de diez unidades?—11. Y á la de diez decenas?—12. Y á la reunión de diez centenas?—13. Cuánto vale una decena y dos y ocho, etcétera?—14. Cuánto vale una centena y tres y nueve?—15. Cuánto vale un millar y cuatro y siete?

1.—*Numeración* es la parte de la aritmética que tiene por objeto expresar todos los números por medio de palabras ó de un corto número de signos.

2.—La numeración se divide en hablada ú oral, y escrita ó gráfica.

3.—La numeración hablada enseña á expresar, por medio de palabras, todos los números imaginables.

4.—Las palabras empleadas en nuestro sistema de numeración para expresar todos los números, son las siguientes: una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa, ciento, mil y millón.

Uno para expresar un solo objeto. *Dos* para expresar uno y uno. *Tres* para expresar uno y uno y uno, ó sean dos y uno más. *Cuatro* para expresar tres y uno, y así sucesivamente para expresar *cinco*, *seis*, *siete*, *ocho*, *nueve*. *Diez* para expresar nueve más uno; considerando á la reunión de estas diez unidades, como una nueva unidad llamada *decena*.

Cuéntase por decenas lo mismo que por unidades, diciendo: *Una* decena ó diez unidades. *Dos* decenas ó veinte unidades. *Tres* decenas ó treinta unidades. *Cuatro* decenas ó cuarenta unidades. *Cinco* decenas ó cincuenta unidades. *Seis* decenas ó sesenta unidades. *Siete* decenas ó setenta unidades. *Ocho* decenas ú ochenta unidades. *Nueve* decenas ó noventa unidades, y á la reunión de nueve decenas y una más, ó sean diez decenas, se considera como una nueva unidad de orden superior á las decenas, llamada *centena*.

Cuéntase por centenas lo mismo que por decenas y unidades, diciendo: *Una* centena ó cien unidades. *Dos* centenas ó doscientas unidades. *Tres* centenas ó trescientas unidades.... Nueve centenas y una más se la considera como una unidad de un orden superior á las centenas, llamada *millar* y se cuenta por millares lo mismo que por unidades, decenas y centenas, diciendo: *Un* millar ó mil unidades. *Dos* millares ó dos mil unidades. *Tres* millares ó tres mil unidades..... etc.

Después llega, contando progresivamente como antes, la *decena de millar* y luego la *centena de millar*. Diez centenas de millar componen la nueva unidad llamada *millón*. Desde éste contaremos como queda dicho hasta un *billón*, siguiendo orden el *trillón*, *cuatrillón*, etc.

Para expresar los números comprendidos entre las decenas, se añaden á los nombres de cada una los de los nueve números primeros, así decimos: diez y uno, diez y dos, diez y tres, diez y cuatro, diez y cinco, diez y seis, diez y siete, diez y ocho y diez y nueve; sólo que por una irregularidad de la lengua, admitida por el uso, decimos *once*, *doce*, *trece*, *catorce*, *quince*, en lugar de decir diez y uno, diez y dos, diez y tres, diez y cuatro, diez y cinco.

Para expresar los números comprendidos entre las centenas, se añaden á los nombres de estos los de los noventa y nueve numeros primeros. Y para expresar los números comprendidos entre los millares, se añaden á los nombres de estos los de los novecientos noventa y nueve números anteriores. Así se continúa.

5.—Los números los formamos por el agregado sucesivo de la unidad hasta el infinito.

6, 7, 8.—A una sola cosa entera se llama unidad. El conjunto de diez unidades forma una decena, así como la reunión de diez decenas ó cien unidades constituyen una centena.

NUMERACIÓN ESCRITA

1. En qué consiste la numeración escrita?—2. Cuántas son las cifras ó guarismos que se emplean en la numeración escrita?—3. Cuántos valores tienen cada cifra?—4. Qué es valor absoluto de un número?—5. Cuáles son los valores absolutos de las diez cifras¿—6. Qué es valor relativo?—7. Cómo se llaman los lugares que ocupan las cifras?—8 Cuáles son los valores relativos de cada cifra?—9. A qué se llama terna?—10. Qué nombre recibe cada terna?—11. Cómo se lee y escribe una cantidad?—12 A qué se llama base en la numeración?—13. Cuál es la base de nuestro sistema de

numeración?—14 Cómo se llama nuestro sistema de numeración según su base?

1.—Se entiende por numeración escrita, el sistema de representar los números por medio de signos.

2.—Las cifras, notas ó figuras que se usan en la numeración escrita son diez, cuya forma es la siguiente: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Las nueve primeras se llaman cifras significativas, porque tienen por sí mismas un valor propio, y el 0 cero, insignificativo por que no tiene valor alguno, sirviendo sólo para ocupar aquellos órdenes ó lugares para los cuales no se den guarismos significativos.

3, 4, 5, 6.—Los guarismos tienen dos valores: uno llamado *absoluto*, que es el que representa por su figura, ó sea al que convencionalmente se le ha dado á cada cifra; y otro denominado *relativo*, que es el que tiene por razón del lugar que ocupa en combinación con los demás.

7, 8.—Estos lugares son los siguientes: el primer lugar de derecha á izquierda, está destinado para las unidades absolutas; el segundo para las decenas; el tercero para las centenas; el cuarto para los millares; el quinto para las decenas de millar y así sucesivamente.

Ejemplo: Un 8 siempre vale ocho en cualquier orden en que se halle; pero si ocupa el primer lugar, serán 8 unidades; si el segundo, 8 decenas, que valen 80 unidades; si el tercero, 8 centenas, que valen 800 unidades, y lo propio sucede á los demás guarismos.

9, 10.—Al conjunto de una unidad, una decena y una centena, se llama *terna* (1), y reciben los nombres siguientes: la primera de la derecha, simple ó sin nombre; la segunda de los millares; la tercera de los millones, la cuarta de millar de millón, la quinta de billón, etc., etc.

11.—Para leer una cantidad de algún número de cifras, se la divide en secciones ó separaciones de tres guarismos, empezando á contar por la primera cifra de la derecha; en la primera división se pone una coma que se leerá mil; en la segunda un punto y un uno que se leerá millón; en la tercera otra coma; en la cuarta un punto y un dos que se lee billón, y así se continúa hasta terminar. Después se leerá cada sección, empezando por las superiores, como si estuviese sola, dando á cada una de ellas la denominación de sus unidades.

Para escribir una cantidad se principia por la izquierda, ó sea por las unidades superiores, atendiendo á sus tres órdenes, que son: unidad, decena y centena; y á las diferentes clases de unidades, para saber colocar cada guarismo en el lugar

(1) Otros dan al conjunto de estas tres órdenes el nombre de *clase*, y á la reunión de dos clases denominan *período*.

que le corresponda, y el lugar que carezca de algún orden se pone cero.

12, 13, 14.—Recibe el nombre de *base* en la numeración el conjunto de unidades que se necesitan para formar un orden inmediato superior. La base en nuestro sistema de numeración es diez, y por eso se llama decimal.

NUMERACIÓN ROMANA

1. Qué entendemos por numeración romana?—2. Cuántas y cuales son las letras con que se expresa esta numeración? —3. Cuáles son sus valores?—4. Cómo se representa una cantidad en números romanos?—5 Qué. advertencias hay que tener presentes para la escritura de una cantidad en números romanos?—6 Cuándo se hace uso de esta clase de números.

1, 2, 3.—Numeración romana es el arte de representar los números enteros con las siete letras mayúsculas que siguen: I, V, X, L, C, D, M, y cuyos valores son respectivamente: 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000.

4, 5.—Para representar una cantidad en números romanos, se combinan estos entre sí, debiendo tenerse presente que si la cifra menor precede á la mayor, le quita á esta un valor equivalente al suyo y se le aumenta cuando le sigue: IX=9, XV=15.

Ningún signo solo ó pospuesto á otro mayor puede repetirse más de tres veces; y antepuesto á otro mayor, no debe escribirse más de una vez.

Una letra menor colocada entre dos cifras mayores modifica á la posterior.

Las unidade simples pasan á ser millares poniendo una *m* por la parte inferior de las letras correspondientes, ó una línea horizontal encima de las mismas: $\overline{X}\overline{X}XXX = 20030$, $\underset{m}{D}XC = 50090$.

De manera que para escribir un número entero cualquiera, basta poner dichas letras unas al lado de otras, cuidando siempre de no olvidar que una letra menor antepuesta á otra mayor, rebaja á ésta el valor de aquélla.

6.—Los números romanos no se usan en el día más que en numeración de fechas anuales, inscripciones, ordenación de títulos, capítulos y artículos de cualquier escrito.

DIVISIÓN DEL NÚMERO

1. En qué se divide el número por su expresión?—2 Qué es número abstracto?—3. Qué es número concreto ó denominado?—4. Los números concretos en qué se subdividen?—5. Qué son números homogéneos?—6. Qué son números hetereogéneos?—7. Los números concretos por las unidades que expresan ¿en qué se divi-

den?—8. Qué es número incomplejo?—9. Qué es número complejo?—10. En qué se divide el número con relación á las cifras de que consta?—11. Qué es número simple ó dígito?—12. Qué es número compuesto?—13. En qué se divide el número según el modo que tiene de representar la cantidad?—14. Qué es número entero?—15. Qué es número quebrado?—16. Qué es número mixto.

1.—Por su expresión ó calidad se divide el número en abstracto y concreto ó denominado.

2.—Será *abstracto* cuando no determina la especie de sus unidades, como 4, 20, 72.

3.—*Concreto* ó denominado es el número que expresa la especie de la unidad á que se refiere, como 4 naranjas, 3 pesetas, 18 libros.

4.—Los números concretos pueden ser homogéneos y heterogéneos.

5.—Se entiende por números *homogéneos*, los que expresan unidades de una misma especie, como 18 varas, 70 varas, 6 varas.

6 —*Heterogéneos* son los números que se refieren á diferentes especies de unidades, como 8 reales, 6 limones, 3 mesas.

7.—Por las unidades que expresa se divide el número en complejo é incomplejo.

8.—Número *complejo* ó denominado es la reunión de varios números concretos de diferente especie pero de una misma naturaleza, como 7 meses, 12 días, 4 horas y 8 minutos.—5 resmas, 2 manos, 3 cuadernillos y 2 pliegos.

9.—Número *incomplejo* es el concreto de una sola especie, como 7 kilómetros, 72 pesetas, 18 horas.

10.—Con relación á las cifras de que constan, el número puede ser simple, ó dígito y compuesto.

11 —*Simple* es el que se expresa ó escribe con una sola cifra ó guarismo, 5 palmas, 3 bancos.

12.—*Compuesto* el formado por dos ó más cifras, 23, armarios, 174 puertas.

13.—Según el modo que tiene de representar la cantidad, se divide en entero, quebrado y mixto.

14.—*Entero* el que representa una ó más unidades enteras, exactas, cabales, completas; 5 muestras, 3 plumeros.

15.—*Quebrado* el que expresa parte ó partes de de la unidad, media gruesa, tres cuartos de hora.

16.—*Mixto* es el número que expresa unidades y partes de otra unidad; 23 naranjas y media, 6 horas y cuarto.

Operaciones fundamentales y signos

1. Cuántas son las operaciones que con los números pueden verificarse?—2. A cuántas se pueden reducir?—3. Signos empleados en la aritmética para indicar las operaciones?—4. Cuál es el signo de igualdad?

1.—Las operaciones principales que con los números pueden verificarse son cuatro: adición ó suma, sustracción ó resta, multiplicación y división

2.—Estas cuatro operaciones se pueden reducir á dos, que son la suma y la resta, tomando el nombre de operaciones de composición, las del primer grupo, ó sean la suma y multiplicación, por cuanto sus resultados aumentan ó tienden á ser mayores que los datos, y reciben el nombre de operaciones de descomposición las del segundo grupo, á saber: la resta y división, por cuanto sus resultados son menores y tienden á disminuir.

3.—Los signos empleados en la aritmética para indicar estas operaciones son las siguientes:

Para la suma una cruz + que se lee *más*.

Para la resta una línea — horizontal que se lee *menos*.

Para la multiplicación un × aspa ó un punto que se lee *multiplicado por*.

Para la división dos puntos : , un ángulo ó la la línea de — quebrado que se lee *dividido por*.

4.—El signo de igualdad consiste en = dos líneas horizontales y paralelas que se leen *igual á*.

ADICIÓN Ó SUMA

1. Qué es adición ó suma? —2. Cómo se llaman los números que se dan para sumar?—3. Y el resultado?—4. Cuál es el signo de esta operación?—5. Cómo se verifica la suma?—6. Cómo han de ser los números para poderlos sumar?—7. Qué es prueba de una operación?—8. Cuáles son las pruebas de la suma?

1. 6—*Sumar* es una operación que tiene por objeto reunir en uno solo el valor de dos ó más cantidades de la misma especie.

2.—Las cantidades que se dan para sumar se llaman *sumandos*.

3.—El resultado de la operación, que contiene el valor de todos, se le llama *suma* ó importe.

4.—La adición se indica con una cruz, en esta forma (+), que se lee más colocada á continuación de cada sumando; y entre los sumandos y la suma se colocan dos líneas horizontales en esta forma (=) que se lee igual.

5.—Para sumar más fácil y cómodamente, se colocan los sumandos unos debajo de otros, de manera que se correspondan las cifras de igual orden formando columna, unidades con unidades, decenas con decenas, etc., se tira una línea para separarar los sumandos de la suma, y se principia la operación por la derecha ó sea por las unidades simples: se suman estas, y si de la suma resulta alguna decena, se suma con las decenas, continuando de esta manera hasta terminar.

7.—Prueba de una operación es una segunda operación que se hace para asegurarnos de haber ejecutado bien la primera.

8.—Se prueba la suma:

1.° Ejecutando nuevamente la operación en un orden inverso, es decir, principiando á sumar de abajo para arriba, y si la operación está bien ejecutada, las sumas deben ser iguales.

2.° Se separa un sumando, se suman los restantes, y sumando esta segunda suma con el sumando separado nos ha de dar la primitiva suma.

3.° Se separa un sumando, se suman los demás, y restada esta segunda suma de la primera, nos dará el sumando separado.

4.° Se empieza á sumar de nuevo otra vez por la columna primera de la izquierda, y restando estas sumas parciales ordenadamente de sus respectivas anteriores, el último resultado deberá ser cero, si la operación esta bien hecha.

5.° Prueba de los nueves. Se suman en su valor absoluto todas las cifras de los sumandos menos los nueves, y después de rebajar los nueves que contenga, se coloca el resultado sobre una línea horizontal, se hace la misma operación con las cifras de la suma total, y el resultado se coloca debajo de la rayita. Cuando estos dos números resulten iguales, la operación estará bien ejecutada.

Ejemplo de la suma.

En una casa se han hecho de gasto por un concepto 345 pesetas, por otro 89, por otro 897 y 614 por otro. ¿Cuántas pesetas se habrán gastado?

$$\begin{array}{rl} \left.\begin{array}{r}345+\\89+\\897+\\614=\end{array}\right\} & \text{Sumandos}\\ \cline{1-1} 1945 & \text{Suma.}\end{array}$$

Resolución. 5 y 9 son 14, 14 más 7 son 21, 21 y 4 son 25; en 25 hay 5 unidades, las cuales escribo debajo de su columna, y 2 decenas que reservo para sumarlas con la columna de las decenas, principiando la segunda columna diciendo: 2 que teníamos y 4 son 6, 6 y 8 son 14, 14 y 9 son 23, 23 y 1 son 24; en 24 hay 4 decenas que coloco debajo de su columna y 2 centenas que llevo á la suya y digo: 2 y 3 son 5, 5 y 8 son 13, 13 más 6 son 19, coloco el 9 debajo de las centenas y 1 millar que como no hay con quien sumarla la escriba á la izquierda en el lugar de los millares.

Ejemplos de pruebas.

1

```
 345+
  89+
 897+
 614=
1945
1945
```

2

```
 345+
  89+
 897+
 614=
1945
1600+
 345=
1945
```

3

```
 345+
  89+
 897+
 614=
1945
1048
 897
```

4

```
 345+
  89+
 897+
 614=
1945
0220
  00
```

5

```
 345+
  89+
 897+
 614=
1945
```

$\frac{1}{1}$

Suma 1+4=5+5=10−9=1

$$\text{Sumandos}\begin{cases} 3+4=7+5=12-9=3 \\ 3+8=11-9=2 \\ 2+8=10+7=17-9=8 \\ 8+6=14+1=15+4=19-9=10-9=1 \end{cases}$$

ALTERACIONES DE LA SUMA

1. Varía la suma si se altera el orden de colocación en los sumandos?—2. Qué ocurrirá á la suma si aumentamos cierta cantidad á uno ó más sumandos?—3. Y si se disminuye?—4. Y si á uno ó varios aumentamos y á otros disminuimos la misma cantidad?—5 Y si fuese distinta cantidad?

1.—La suma no varía aunque se altere el orden de colocación en los sumandos.

2, 3.—Si á un sumando se le añade ó quita cualquier cantidad, la suma aumenta ó disminuye en la misma cantidad.

4.—Si á un sumando se le añade una cantidad cualquiera y á otro se le quita otra igual, la suma no varía.

5.—Si á un sumando le añadimos una cantidad cualquiera y á otro le quitamos otra diferente, la suma aumentará ó disminuirá según sea mayor ó menor la cantidad que agreguemos.

Usos ó aplicaciones de la suma.

Se hace uso de la operación de sumar cuando queremos saber lo que componen juntas muchas cosas de una misma especie, ó cuando se desee averiguar la cantidad total que componen varias cantidades aisladas pero de la misma especie.

SUSTRACCIÓN Ó RESTA

1. Qué es sustracción ó resta?—2. Qué nombre toma la suma dada?—3. Y el sumando conocido?—4 Y el sumando que se busca?—5. Cuál es el signo de esta operación?—6. Cómo se colocan los datos para restar?—7. Qué casos pueden ocurrir en la resta? -8. Cómo se verifica la sustracción cuando todas las cifras del minuendo sean mayores que la de su correspondiente el sustraendo? - 9. Cómo ejecutaremos la operación de restar cuando ocurra que alguna cifra del minuendo fuese menor que su correspondiente del sustraendo?

1.—La sustracción es una operación que tiene por objeto averiguar la diferencia que hay entre dos cantidades de una misma especie.

De otro modo; dada una suma de dos sumandos y uno de estos, averiguar el otro sumando.

2, 3, 4.—La suma dada recibe en esta operación el nombre de *minuendo*, el sumando conocido *sustraendo* y el sumando que se va á hallar *resto, resta, exceso ó diferencia.*

5.—La sustracción se indica colocando entre el minuendo y sustraendo una línea horizontal en esta forma (—) que se lee *menos;* y entre los datos y el resultado dos líneas horizontales que se leen igual.

6.—Con objeto de verificar la resta más fácil y cómodamente, se empieza por escribir el minuendo y debajo el sustraendo, de manera que se correspondan las cifras de igual orden, ésto es: unidades debajo de las unidades, decenas bajo las decenas, etc., se tira una línea debajo para separar los datos del resultado y se principia á restar por la derecha ó sea por las unidades simples.

7.—En la sustracción pueden ocurrir dos casos:

1.° Que todas las cifras del minuendo sean mayores que sus correspondientes del sustraendo.

2.° Que alguna cifra del minuendo sea menor que la de su correspondiente del sustraendo.

8.—En el primer caso no hay más que ir restando cada cifra del sustraendo de su correspondiente del minuendo y la diferencia se coloca debajo de la raya.

9.—En el segundo caso, ó sea cuando alguna cifra del minuendo fuere menor que la correspondiente del sustraendo, se añade á la cifra del minuendo una unidad del orden inmediato superior que siempre vale diez; y para que el resultado no varíe, se añade una unidad de su especie á la cifra siguiente del sustraendo, al verificar la resta de estas cifras.

También se puede considerar disminuída en una cantidad la cifra siguiente del minuendo, por cuanto se tomó una anteriormente.

Ejemplos.

Un cosechero recogió 4374 decálitros de trigo y vendió 2853, ¿cuántos le quedaron?

4274—	Minuendo
2853=	Sustraendo
1421	Resto ó diferencia.

Resolución. De 3 unidades á 4 unidades va 1 unidad, que se coloca debajo; pasamos á las decenas y decimos de 5 á 7 van 2 que se escriben debajo, y continuando con las centenas decimos de 8 á 2 no puede ser—por ser mayor el guarismo del sustraendo que el del minuendo—tomamos una unidad del 4 que vale 10 respecto del 2, y decimos: 10 y 2 son 12, de 8 á 12 van 4 y queda 1 que sumada con el 2 de los millares, dan 3, de 3 á 4 va 1 que escribimos debajo.

Pruebas de la resta.

1.ª Se suma la diferencia con el sustraendo y nos debe dar el minuendo, si la operación está bien hecha.

2.ª Se resta la diferencia del minuendo y debe resultar el sustraendo.

3.ª Prueba de los nueves: Se suman los valores absolutos de las cifras del minuendo, y el resultado, después de descontar los nueves, se pone encima de una línea horizontal. Súmense después los valores de las cifras del sustraendo y resto, y el resultado ha de ser igual al obtenido anteriormente, le pondremos debajo de la línea.

Ejemplos de pruebas.

5728—	5728—	5728—	5728—	$\frac{4}{4}$
2146=	2146=	3582=	2146=	
3582	3582	2146	3582	
5728				

5+7=12, 12+2=14, 14+8=22, 22—9=13
13—9=4. Minuendo.
2+1=3, 3+4=7, 7+6=13, 13—9=4
4+3=7, 7+5=12, 12—9=3, 3+8=11, 11+2=13,
13—9=4. Sustraendo ó resto.

Alteraciones que sufre la resta segun los diversos cambios que pueden experimentar minuendo y sustraendo.

1. Qué ocurrirá si al minuendo agregamos ó añadimos cierta cantidad?—2. Y si se disminuye ó quita?—3. Y si lo ejecutamos con el sustraendo?—4. Y cuando á uno añadimos cierta cantidad y al otro se la quitamos?—5. Y cuando añadimos ó quitamos á ambos la misma cantidad.

1, 2.—Si el minuendo aumenta ó disminuye en una cantidad cualquiera, la diferencia aumentará ó disminuirá en la misma cantidad.

3.—Si el sustraendo aumenta ó disminuye, el resto disminuirá ó aumentará en una cantidad igual.

4.—Si á minuendo y sustraendo les añadimos ó quitamos cualquier cantidad, la diferencia no varía.

Siendo iguales el minuendo y sustraendo, el resto será cero.

Usos ó aplicaciones de la resta.

Usamos la resta: 1.° cuando es preciso averiguar la diferencia que hay entre dos cantidades de la misma especie.—2.° Cuando se desea saber cuantas unidades le faltan á un número para ser igual á otro.

MULTIPLICACIÓN

1. Qué es multiplicar?—2. Cómo se llama el número que se quiere hacer mayor?—3. Y al que indica las veces que el otro se quiere hacer mayor? —4. Y al resultado? 5. Multiplicando y multiplicador juntos qué nombre reciben?—6 De qué especie es el multiplicando.—7. Y el multiplicador?—8. Cuáles son los signos de esta operación?—9. Cómo se colocan los datos para multiplicar?—10. Cuántos y cuáles son los casos de la multiplicación?—11. Cómo se multiplica un número dígito por otro dígito?—12. Cómo se multiplica un número compuesto por un dígito? - 13. Cómo se multiplica un número compuesto por otro compuesto?—14. Qué nombres toman los diferentes produ tos que van resultando? —15. Y la suma de todos ellos qué nombre recibe?—16. Qué cuidado hemos de tener al escribir los productos parciales?

1.—La multiplicación es una operación que tiene por objeto hallar un tercer número que sea relativamente al primero lo que el segundo es con relación á la unidad: ó hacer á un número tantas veces mayor, como unidades tiene otro.

Así, pues, multiplicar 8 por 3, es hallar un tercer número que sea respecto del 8, lo que tres es respecto de la unidad. Y puesto que 3 es tres veces mayor que el 1, el número que busquemos ha de ser tres veces mayor que 8 ó sea 24.

2, 3, 4.—El número primero, ó sea aquel que se quiere hacer mayor, recibe en esta operación el nombre de *multiplicando;* el número segundo, ó sea aquel que indica las veces que se quiere hacer mayor, se llama *multiplicador;* y el tercero, que es el resultado de la operación, se denomina *producto.*

5.—El multiplicando y multiplicador juntos reciben el nombre de *factores del producto.*

6, 7.—Los datos en esta operación son heterogéneos, siendo siempre el multiplicando de la misma especie de lo que se busca en el producto; y el multiplicador, ó abstracto, ó de la misma que la unidad.

La multiplicación equivale á una suma abreviada que se puede usar solo cuando los sumandos sean iguales.

Así si tenemos que sumar 7+7+7+7 usamos de la suma abreviada, es decir, multiplicamos 7 por 4=28; pero si tenemos 7+4+5 no podremos hacer uso en este caso de la multiplicación sino de la suma.

8.—La multiplicación se indica colocando entre el multiplicando y multiplicador una cruz en forma de aspa, en esta forma ×, ó bien un punto que se lee multiplicado por.

9.—Como el orden de colocación de los factores no altera en nada el producto, tomamos por regla general como multiplicando la cantidad que tenga más guarismos, y por multiplicador la que tenga menos; pues de este modo la operación es más breve, menos larga y complicada.

Cuando tengamos que multiplicar cualquiera cantidad por una unidad simple ó dígita, se escribirá ésta debajo del primer guarismo de la derecha, y se tira una raya horizontal por la parte inferior de ambos factores.

Casos de la multiplicación.

10.—Tres casos pueden ocurrir en la multiplicación:

1.° Multiplicar un número dígito por otro dígito.

2.° Multiplicar un número compuesto por un dígito ó viceversa.

3.° Multiplicar un número compuesto por otro compuesto.

11.—Primer caso. Cuando multiplicando y multiplicador son números simples ó dígitos, basta saber de memoria la tabla de multiplicar para encontrar el producto. Esta tabla contiene los productos de todos los números de una cifra por otro de una.

Tabla de multiplicar.

1	por 1	es 1	4	por 1	es 4	7	por 1	es 7
1	2	2	4	2	8	7	2	14
1	3	3	4	3	12	7	3	21
1	4	4	4	4	16	7	4	28
1	5	5	4	5	20	7	5	35
1	6	6	4	6	24	7	6	42
1	7	7	4	7	28	7	7	49
1	8	8	4	8	32	7	8	56
1	9	9	4	9	36	7	9	63
1	10	10	4	10	40	7	10	70

2	por 1	es 2	5	por 1	es 5	8	por 1	es 8
2	2	4	5	2	10	8	2	16
2	3	6	5	3	15	8	3	24
2	4	8	5	4	20	8	4	32
2	5	10	5	5	25	8	5	40
2	6	12	5	6	30	8	6	48
2	7	14	5	7	35	8	7	56
2	8	16	5	8	40	8	8	64
2	9	18	5	9	45	8	9	72
2	10	20	5	10	50	8	10	80

3	por 1	es 3	6	por 1	es 6	9	por 1	es 9
3	2	6	6	2	12	9	2	18
3	3	9	6	3	18	9	3	27
3	4	12	6	4	24	9	4	36
3	5	15	6	5	30	9	5	45
3	6	18	6	6	36	9	6	54
3	7	21	6	7	42	9	7	63
3	8	24	6	8	48	9	8	72
3	9	22	6	9	54	9	9	81
3	10	30	6	10	60	9	10	90

12.—Segundo caso. Para multiplicar un número compuesto por un dígito, se multiplica cada una de las cifras significativas del multiplicando por la única cifra que tiene el multiplicador, empezando por la derecha, cuidando de añadir á cada producto parcial las unidades de su especie que resultan del producto anterior.

Ejemplo.—¿Cuánto valdrán 176 metros de tela á 4 pesetas?

Multiplicando	176
Multiplicador	×4
Producto	704

13, 14, 15, 16.—Tercer caso. Para multiplicar un número compuesto por otro compuesto, se multiplica todo el multiplicando por cada una de las cifras significativas del multiplicador, cuidando que la primera cifra de cada producto parcial ocupe el mismo lugar que la correspondiente del multiplicador que sirve para formar aquel producto; lo cual se consigue corriendo un lugar á la izquierda cada producto parcial, y así colocados éstos, la suma será el producto total.

Ejemplo: Hacer al número 34789 325 veces mayor.

34759	Multiplicando.
325	Multiplicador.
173945 79578 104367	Productos parciales.
11406425	Producto total.

Usos ó aplicaciones de la multiplicación

Hacemos aplicación de la operación de multiplicar:

1.º Cuando á una cantidad cualquiera se la quiere hacer cierto número de veces mayor.

2.º Cuando conocido el valor de una unidad cualquiera, se desea hallar el valor de varias de la misma especie.

3.º Cuando se quieren reducir unidades de especie superior á inferior

Para resolver el primer caso práctico, se multiplica el número dado por aquel que expresa las veces que se le quiere hacer mayor.

Ejemplo: A la cantidad 87425 hacerla 9 veces mayor de lo que representa.

$$\begin{array}{r} 87425 \\ \times 9 \\ \hline 786825 \end{array}$$

Para resolver el segundo, se multiplica el valor de la unidad por el número de ellas, y el producto será el valor de todas.

Ejemplo: Cuánto valdrán 163 kilogramos de carne, sabiendo que el kilo cuesta dos pesetas?

$$\begin{array}{r} 163 \\ \times 2 \\ \hline 326 \end{array}$$

Para ejecutar el tercer caso, se multiplican el número de unidades de especie superior, por aquel que expresa las veces que la unidad de especie inferior está contenida en la superior.

Ejemplo: Cuántos cuadernillos tendrán 278 manos de papel?

Una mano tiene 5 cuadernillos, luego 278 manos tendrá $278 \times 5 = 1390$ cuadernillos.

Pruebas de la multiplicación.

La operación de multiplicar se puede probar de varias maneras:

1.ª Invirtiendo el orden de factores, esto es, poniendo al multiplicador por multiplicando, y al multiplicando por multiplicador, y nos ha de dar el mismo producto que anteriormente.

2.ª Se divide el producto por uno de los factores y nos ha de dar por cociente el otro factor.

3.ª Prueba de los nueves: Se suman los valores absolutos de las cifras del multiplicando y al producto que resulte después de descontar los nueves, se pone encima de una rayita, se hace lo mismo con las cifras del multiplicador y se coloca la cifra que resulte debajo de la raya. Multiplicamos estos, dos números, y la suma del valor absoluto de las cifras del producto que resulte, se coloca en un extremo de la línea. Se suma, por último, las cifras del producto total, y si el resultado es igual al número colocado en el extremo de la línea, la operación estará bien hecha. Con más sencillez se puede ejecutar esta prueba del siguiente modo: Súmense como unidades absolutas las cifras del multiplicando, y las cifras de la suma vuélvanse á sumar escribiendo el resultado en el ángulo superior de dos líneas cortadas en forma de aspa.

Se suman igualmente las cifras del multiplicador y la suma obtenida después de volver á sumar sus cifras, se coloca en el ángulo inferior del aspa, ó sea debajo del número primero; se multiplica el uno por el otro y las cifras del producto se suman como unidades absolutas, colocando la suma en el ángulo derecho; se hacen las mismas sumas expresadas con el producto de la operación fundamental y se coloca esta suma en el ángulo izquierdo, debiendo ser esta suma igual que la de la derecha para que la operación esté bien ejecutada.

Ejemplos:

$$\overbrace{\begin{array}{rr} & 12 \\ 274 & 274 \\ 12 & \overline{48} \\ \overline{548} & 84 \\ 274 & 24 \\ \hline 3288 & 3288 \end{array}}^{1} \qquad \overbrace{\begin{array}{r|l} 274 & \\ 12 & \\ \hline 548 & \\ 274 & \\ \hline 3288 & \underline{274} \\ 548 & 12 \\ 000 & \end{array}}^{2}$$

$$\overbrace{\begin{array}{r} 274 \\ 12 \\ \hline 548 \\ 274 \\ \hline 3288 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & 4 & \\ 3 & \overline{} & 3 \\ & 3 & \end{array}}^{3}$$

Multiplicando: 2+7=9, 9—9=0, 4.

Multiplicador: 1+2=3.

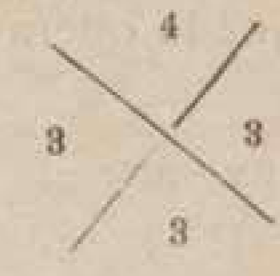
Producto de los números: 4×3=12, 12—9=3.

Suma de las cifras del producto total:

3+2=5, 5+8=13, 13—9=4, 4×3=12, 12—9=3,

6

$274 \times 12 = 3288$



Multiplicando: $2+7+4=13$. $1+3=4$.
Multiplicador: $1+2=3$ y $3 \times 4=12$. $2+1=3$.
Producto: $3+2+8+8=21$. $2+1=3$.

Alteraciones de la multiplicaciou.

1 El orden de factores ¿altera el producto? 2 Qué producto resultará de multiplicar una cantidad por cero?—3 Qué producto resultará cuando el multiplicador es la unidad?—4 Cuando el multiplicador sea menor que la unidad ¿cómo será el producto?—5 Y cuándo sea mayor?—6 Si cualquiera de los factores aumenta ó disminuye alguna cantidad ¿qué pasará al producto?—7 Y si á un factor se le multiplica y á otro se le divide por el mismo número ¿como quedará el producto?

1.—El orden de colocación de los factores no altera el producto.

2.—Cuando el multiplicador es cero, el producto es cero también; pues todo número multiplicado por nada, nada dará de producto.

3.—Siendo el multiplicador la unidad, el producto será igual al multiplicando.

4, 5.—Cuando el multiplicador es mayor que la unidad, el producto será mayor que el multiplicando. Por el contrario, cuando el multiplicador sea menor que la unidad, el producto resultará menor que el multiplicando.

6.—Si cualquiera de los dos factores aumenta ó disminuye, el producto aumentará ó disminuirá con relación á lo que aumentó ó disminuyó el factor.

7.—Si á un factor se le multiplica y á otro se le divide por el mismo número, el producto permanece invariable.

Abreviaciones de la multiplicación.

1 Cómo se multiplica abreviadamente por la unidad seguida de ceros?—2 Cómo por un número que termine en ceros?—3 Cómo cuando ambos factores terminan en ceros?—4 Idem por un número entre cuyas cifras significativas haya uno ó más ceros?—5 Cómo se abrevia la multiplicación cuando el multiplicador es 11, 12, 13 y en general un número compuesto de dos cifras y que tiene un 1 en decenas?—6 Cómo cuando el multiplicador es 11, 21, 31 y en general un número compuesto de dos cifras y que tiene un 1 en unidades?—7 Cómo cuando hay que multiplicar por 9, 99, 999 y en general por un número todo compuesto de nueves?—8 Cómo se abrevia la multiplicación cuando el multiplicador es 5, 25, 50, ó 125?

1.—Cuando hay que multiplicar por la unidad seguida de uno ó más ceros, queda verificada la operación con solo añadir á la derecha del multiplicando tantos ceros como acompañen á la unidad.

Ejemplos: Si tenemos que multiplicar 753 por 100, no hay más que poner los dos ceros á continuación del 753 y tendremos 75300.

$14635 \times 1000 = 14635000$
$597 \times 10000 = 5970000.$

2, 3.—Cuando el multiplicando, el multiplicador ó ambos terminan en ceros, entonces se multiplican únicamente las cifras significativas y al producto se le añaden tantos ceros como haya en el multiplicando, en el multiplicador ó en los dos factores.

EJEMPLOS:

$$\begin{array}{r} 7245 \\ \times 700 \\ \hline 5071500 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1896200 \\ \times 53 \\ \hline 56886 \\ 94810 \\ \hline 100498600 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 473600 \\ \times 240 \\ \hline 18944 \\ 9472 \\ \hline 113664000 \end{array}$$

4.—Cuando el multiplicador tiene ceros intermedios, se multiplican sólo los guarismos significativos que tenga; pero teniendo cuidado de correr el producto del primer guarismo después de los ceros, tantos lugares hacia la izquierda como ceros haya, mas uno.

Ejemplo:

$$
\begin{array}{r}
76557652 \\
\times 600803 \\
\hline
229672956 \\
612461216 \\
459345912 \\
\hline
45996066994556
\end{array}
$$

5.—Cuando el multiplicador sea 11, 12, 13, y en general un número compuesto de dos cifras y que tenga un 1 en decenas, se multiplica el número por las cifras de las unidades, y este producto se coloca debajo del multiplicando, corriéndole un lugar hacia la derecha; y así sumados se tendrá el producto total.

Ejemplos: $986 \times 11 = 10846$ $318 \times 16 = 5088$

$$
\begin{array}{r}
986 \\
986 \\
\hline
10846
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
318 \\
1908 \\
\hline
5088
\end{array}
$$

6.—Cuando el multiplicador sea 11, 21, 31, y en general un número compuesto de dos cifras y que tenga un 1 en unidades, se multiplica el número dado por la cifra de las decenas, y este producto se coloca debajo del multiplicando, corriéndolo un lugar hacia la izquierda, y así sumados se tendrá el producto total.

Ejemplos: 198×11=2178 493×81=39933.

```
 198
198
────
2178
```

```
  493
 3944
─────
39933
```

7.—Cuando el multiplicador sea 9, 99, 999, y en general un número compuesto de nueves, se ponen á la derecha del número tantos ceros como nueves tenga, y de este número así formado se resta el número propuesto.

Ejemplos:

346×99=34254. 2873×9999=28727127

```
34600 -
  346=
──────
34254
```

```
28730000-
    2873=
─────────
28727127
```

Comprobación:

```
 346
 ×99
────
 3114
3114
─────
34254
```

```
       2873×
       9999=
   ─────────
       25857
      25857
     25857
    25857
   ────────
   28727127
```

Si se quiere multiplicar un número por 9, 19, 29, 39, 399, etc., bastará multiplicar por 10, 20, 30, 40. 400, (lo cual es muy sencillo) y del producto restar el multiplicando.

Ejemplo.—128×39=128×40=5120—128=4992.

7.—Cuando el multiplicador sea 8, 98, 998, y en general sea un número compuesto de nueves menos su última cifra de la derecha, ó sean las unidades, se ponen á la derecha del número que queramos multiplicar tantos ceros como nueves y ochos tenga el multiplicador, de este número así formado se restan dos veces el número propuesto y el resultado será el pedido.

Ejemplo: 816×998=814368

```
816000—
   816=
815184—
   816=
814368
```

Comprobación método ordinario.

```
  816×
  998
 6528
7344
7344
814368
```

8.—Cuando el multiplicador sea 5, se añade un cero al multiplicando y el resultado se divide por 2.

Ejemplo.—328×5=3280 : 2=1640

```
 328
   5
1640
```

8.—Si el multiplicador fuera 25 se agregarán dos ceros al multiplicando y se dividirá por 4 el resultado.

Ejemplo.—235×25=23500 : 4=5875.

8.—Si el multiplicador es 125, entonces se agregan tres ceros al multiplicando y se divide por 8.

Ejemplo.—692×125=692000 : 8—86500.

DIVISIÓN

1 Qué es dividir?—2 Cómo se llama al producto dado?—3 Y el factor conocido ¿qué nombre recibe?—4 Y el factor que se busca?—5 Qué nombres reciben dividendo y divisor juntos?=6 Cómo se llaman los números que se dan para dividir?—7 Cuál es el dividendo?—8 Cuál el divisor?—9 Cómo se llama al número que expresa las veces que el dividendo contiene al divisor?—10 Qué es resíduo?—11 Qué es cociente exacto, entero y completo?—12 De cuántas maneras puede ser la división?—13 Qué es división exacta.—14 Qué es división inexacta?—15 Cuáles son los signos de la operación de dividir?

1.—Dividir es una operación que tiene por objeto averiguar las veces que una cantidad menor está contenida en otra mayor; ó de otro modo. Es la operación que tiene por objeto hallar uno de dos factores, dado el producto y el otro factor.

Así; pues, dividir 8 entre 4, es dado el producto 8 y el factor 4, hallar otro factor que multiplicado por 4 nos de 8. El factor incógnito es, pues, 2 porque multiplicado por 4 da 8.

2, 3, 4.—El producto recibe en esta operación el nombre de *dividendo*, el factor conocido *divisor* y el factor que se busca se denomina *cociente*.

5.—El dividendo y divisor juntos reciben el nombre de *términos de la division*.

6, 7, 8, 9.—El *dividendo* es el que contiene al menor, es decir al divisor. El *divisor* es el que está contenido en el mayor, esto es, en el dividendo. *Cociente* se llama al número que expresa las veces que el dividendo contiene al divisor.

10.—*Resíduo* es el exceso del dividendo sobre el producto del divisor por el cociente entero.

11.—Llámase *cociente entero* al número entero del cociente.

Cociente completo se llama al cociente entero mas un quebrado cuyo numerador es el resíduo y el denominador el divisor.

Cociente exacto es el mismo cociente cuando no queda resíduo.

12.—La división puede ser exacta é inexacta.

13.—División exacta es aquella en que el dividendo contiene al divisor ó este se halla contenido en el dividendo un número justo de veces.

En este caso no hay resíduo, el cociente se llama exacto y el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente.

14.—La división inexacta es aquella en que el dividendo no contiene al divisor un número exacde veces.

En este caso hay resíduo, el cociente se llama entero y el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente más el resíduo.

La división equivale á una resta abreviada: así es que dividir 18 entre 6, equivale á buscar las veces que el 6 se puede restar del 18: verbigracia: 18—6=12, 12—6=6, 6—6=0, donde vemos que se puede restar tres veces, que es lo mismo que nos resulta dividiendo 18 entre 6.

15.—Para indicar que una operación es de dividir hacemos uso de uno de los tres signos siguientes:

Dos puntos (:) colocados entre dividendo y divisor.

Una raya (—) colocando sobre ella al dividendo y debajo al divisor.

O escribiendo el divisor, que es como más se usa, á continuación del dividendo, separado por una línea perpendicular y otra horizontal por debajo del divisor. (|____)

En los tres casos se lee dividido por.

CASOS DE LA DIVISIÓN

1 Cuántos son los casos que pueden ocurrir en la división de números enteros?—2 Cómo se divide un número dígito ó un compuesto de dos cifras menor que diez veces el divisor por un dígito?—3 Se encuentra siempre un número que multiplicado por el divisor nos dé el dividendo?—4 Qué se hace en ese caso?—5 Cómo se divide un número compuesto por un dígito?—6 Qué observaciones hay que tener pretentes en toda división? —7 Qué se hace cuando la primera cifra del dividendo es menor que el divisor?—8 Cuántas cifras se pueden poner de una vez en el cociente, y cuál es la mayor?—9 Qué se hace cuando un dividendo parcial es menor que el divisor?—10 Si nos resultase algún resto mayor que el divisor ¿qué habría que hacer con la cifra del cociente?—11 Y si nos resultase mayor que el dividendo parcial?—12 Cómo se divide un número compuesto por otro compuesto?—13 Qué variante ofrece este caso? —14 Cómo se averiguará si el cociente ha de tener una ó varias cifras?—15 Cuando haya de tener varias ¿cómo sabremos cuántas serán éstas?—16 Se puede dar alguna regla para tantear con facilidad la cifra del cociente? —17 Se puede abreviar de algún modo toda división?

1.—Los casos que pueden ocurrir en la división de enteros son los siguientes:

1.° Dividir un número dígito ó un compuesto de dos cifras menor que diez veces el divisor por un dígito.

2.° Dividir un número compuesto de más de dos cifras por un dígito.

3.° Dividir un número compuesto por otro compuesto.

En el primer caso el cociente tendrá una sola cifra, en el segundo tendrá varias, y en el tercero podrá tener una ó varias cifras.

2, 3, 4.—Primer caso: Para resolver este caso, basta saber la tabla de dividir, que es la inversa de la de multiplicar; pues en ella existe necesariamente el cociente que multiplicado por el divisor dé el dividendo, ó un número menor que éste; pero lo más aproximado posible. Se multiplica la cifra del cociente, por la del divisor y el producto, se resta de la del dividendo.

Ejemplo: $6 : 3 = 2$, $85 : 9 = 9\frac{4}{9}$, $78 : 8 = 9\frac{2}{8}$

5.—Segundo caso: Cuando tengamos que dividia un número compuesto de más de dos cifras por un dígito, escribiremos el compuesto y á su derecha el dígito separado por el signo de dividir, se toman ó separan de la izquierda del dividendo la primera ó dos primeras cifras si fuese menor que el divisor: se vé cuantas veces éste está contenido en la cifra ó cifras separadas, y el número de veces será la primera cifra del cociente. Multiplíquese esta cifra por el divisor y el producto se resta de las cifras separadas en el dividendo, que forman el primer dividendo parcial. A la derecha del resto, que será de una sola cifra, caso de haberla, se coloca la cifra siguiente del dividendo, formándose así el segundo dividendo parcial; se ve las veces que el divisor está contenido en este segundo dividendo parcial, y el número de veces será la segunda cifra del cociente que escribiremos á la derecha de la anterior; se hace la multiplicación y resta como antes, continuando de este modo hasta que no haya más cifras en el dividendo.

6.—Consideraciones que hay que tener presentes en toda división.

1.ª La operación de dividir se empieza por la izquierda con objeto de ir descomponiendo los resíduos en unidades de la especie inmediata inferior.

7.—2.ª Cuando la primera cifra del dividendo es menor que el divisor, se toman para dividendo parcial las dos primeras cifras de la izquierda.

8.—3.ª No puede ponerse de una vez en el cociente más guarismos que uno, por manera que la mayor cifra que puede ponerse en una división parcial será el nueve.

9.—4.ª Cuando un dividendo parcial es menor que el divisor, se pone cero en el cociente y se baja la cifra siguiente del dividendo.

10.—5.ª Si nos resultase algún resto mayor que el divisor habría que desechar la cifra correspondiente como pequeña.

11.—6.ª Si al multiplicar una cifra del cociente por el divisor nos diese un producto mayor que el dividendo parcial y por lo tanto no se pudiese restar, entonces habría que desechar por grande la cifra del cociente, y rebajándole una unidad volverla á comprobar.

12, 13.—Tercer caso. Cuando tengamos que dividir un número compuesto por otro compuesto, se procurará averiguar en primer término si el cociente ha de tener una sola cifra ó más de una.

14.—Se conocerá que ha de tener una sola cifra, cuando añadiendo un cero al divisor resulte un número mayor que el dividendo; pues en tal caso, añadir un cero al divisor es lo mismo que si el cociente fuese el número 10, cuyo cociente compuesto de dos cifras, da un producto mayor que el dividendo y por lo tanto no puede ser 10, ó lo que es igual, no puede tener más que una cifra. Si añadiendo un cero al divisor, resulta un número menor que el dividendo, el cociente tendrá más de una.

15.—Cuando el cociente haya de tener más de una cifra y se quiera averiguar cuantas han de ser éstas, se logrará multiplicando el divisor por 10, 100, 1000, etc., y viendo entre cuales de estos números se halla comprendido el dividendo, en cuyo caso el cociente tendrá por lo menos tantas cifras como el menor de los productos.

Cuando el cociente haya de tener una sola cifra, se divide todo el dividendo por todo el divisor y nos dará la cifra del cociente, que con multiplicarla por el divisor y restar este producto del dividendo, habremos terminado la operación.

Cuando el cociente ha de contener varias cifras, se ejecuta la operación como hemos indicado en el segundo caso.

16.—El tanteo para averiguar cada cifra del cociente se verifica del siguiente modo: Se vé cuantas veces la primera cifra de la izquierda del divisor está contenida en la primera ó dos primeras de la izquierda del dividendo; y el número de veces será la primera cifra del cociente diferenciándose á lo más en una ó dos unidades; si multiplcando esta cifra por la primera de la izquierda del divisor y restada de la primera ó dos primeras del dividendo, da por resíduo un número igual ó mayor que la cifra que se ensaya, ésta será buena; pero si es menor se coloca á la derecha del resto la cifra siguiente del dividendo, y si este resto así modificado es mayor que el producto de la cifra del cociente por la segunda de la izquierda del divisor, la cifra hallada será la verdadera.

Cuando la segunda cifra del divisor sea mayor de 5, se considerará la primera de éste y la primera ó dos primeras del dividendo parcial, aumentadas en una unidad; la cifra que así se halle será en la mayor ía de los casos la verdadera.

17.—La operación de dividir se puede abreviar verificando la sustracción, sin escribir el sustraendo, al mismo tiempo que se va haciendo la multiplicación del divisor por la cifra del cociente.

Usos ó aplicaciones de la división.

Hacemos aplicación de la operación de dividir en los casos siguientes:

1.° Cuando deseemos averiguar las veces que una cantidad contiene á otra, ó ésta está contenida en aquella.

2.° Cuando hay que dividir un número ú objeto en partes iguales, ó tomar de él una parte.

3.° Cuando conocido el valor de varias cantidades se desea saber el de una.

4.° Cuando conocido el valor de varias unidades y el de una se quiere averiguar el número de estas unidades.

5.° Cuando se quieren reducir unidades de especie inferior á unidades de especie superior.

6.° Cuando queremos repartir cierto número de cosas entre cierto número de personas.

El primer caso práctico se resuelve poniendo por dividendo el número que contiene al otro, y por divisor el otro.

Ejemplo: ¿Cuántas veces el número 5228 contiene al número 4.

```
5228 | 4
12     1307
 028
   0
```

Para resolver el segundo caso dividiremos el número propuesto por el que expresa las partes en que se le quiere dividir.

Ejemplo: Dividir 86736 metros cuadrados de terreno en 6 partes iguales.

```
86736 | 6
26      14456
 27
  33
   36
    0
```

Tercer caso. Cuando sabemos lo que valen varias unidades y deseamos averiguar lo que vale una, no tenemos que hacer sino dividir el valor de todas las unidades por el número de ellas.

Ejemplo: Con 4096 céntimos se han comprado 128 litros de vino ¿cuál será el valor de un litro?

```
4096 | 128
 256   32 céntimos
 000
```

Cuarto caso. Cuando conocido el valor de varias unidades y el de una deseemos saber el número de estas unidades, dividiremos el precio total de todas entre el valor de la unidad.

Ejemplo: Se desea saber cuantos kilogramos de carne se han comprado con 276 pesetas valiendo el kilogramo 2 pesetas.

$$\begin{array}{r|l} 276 & 2 \\ \cline{2-2} 07 & 138 \text{ kilogramos se han comprado} \\ 16 & \\ 0 & \end{array}$$

Quinto caso. Cuando tengamos que reducir unidades de especie inferior á unidades de especie superior, dividiremos el número de unidades inferiores que se nos dé, por el que exprese las veces que la unidad inferior se halle contenida en la superior á que las queremos reducir.

Ejemplo: 1894 días ¿cuántos meses son?

$$\begin{array}{r|l} 1894 & 30 \\ \cline{2-2} 094 & 63\ \frac{4}{30} \\ 04 & \end{array}$$

Para resolver el sexto caso práctico, dividiremos el número de cosas por el de personas.

Ejemplo: Hay que repartir 185 naranjas entre 37 niños ¿cuántas tocan á cada niño?

$$\begin{array}{r|l} 185 & 37 \\ \cline{2-2} 00 & 5 \end{array}$$

Pruebas de la división.

La operación de dividir se prueba de los siguientes modos.

1.º Multiplicando el cociente por el divisor, y añadiendo el resíduo, si lo hay, nos debe resultar el dividendo.

2.º Dividiendo el dividendo por el cociente y nos debe dar por resultado el divisor.

3.º Prueba de los nueves. Se suman los valores absolutos de las cifras del divisor, se restan los nueves que contengan y el resultado se coloca encima de una línea; se ejecutan las mismas operaciones con las cifras del cociente y el resultado se coloca debajo de la línea; luego se multiplican los dos números y la cifra que resulte después de sustraer los nueves que contenga el producto y de agregar el resíduo, si lo hay, se escribe á la derecha de la línea. Por último, súmense las cifras del dividendo y si el resultado es igual al número colocado en el extremo de la línea, la operación estará bien ejecutada.

También puede ejecutarse esta prueba de una manera análoga á la indicada en la multiplicación. (*Véase página* 36).

Ejemplos de las tres pruebas.

1.ª

```
3594 | 72
714    49  cociente
 66    72  divisor
       98
      343
       66  resíduo
     3594  dividendo
```

2.ª

```
3594 | 49 cociente
 164   72 divisor
  66
resíduo
```

3.ª

Suma de las cifras del divisor: 7+2=9, 9−9=0.

Suma de las cifras del cociente: 4.

Producto de estos números: 0×4=0.

Agregando el resíduo: 0+6+6=12, 12—9=3.

Suma de las cifras del dividendo: 3+5+4=12, 12—9=3.

$$3 \frac{0}{4} 3$$

Alteraciones de la división.

1 Qué cociente resultará de dividir cualquier número por la unidad?—2 Si el divisor es mayor que la unidad ¿qué cociente obtendremos?—3 Y si el divisor es menor que la unidad?—4 Y cuando dividendo y divisor son iguales?—5 Qué alteración experimentará el cociente si al dividendo le multiplicamos ó dividimos por un número cualquiera?—6 Y si fuese el divisor el que multiplicásemos ó dividiésemos?—7 Y si multiplicásemos al dividendo y divisor por el mismo número ¿cómo quedaría el cociente?

1.—Todo número dividido por la unidad dará por cociente el dividendo.

2.—Si el divisor es mayor que la unidad el cociente será menor que el dividendo.

3.—Si el divisor es menor que la unidad el cociente será mayor que el dividendo.

4.—Cuando dividendo y divisor son iguales, el cociente es la unidad.

5.—Si aumenta el dividendo aumenta el cociente.

Si disminuye el dividendo, disminuye el cociente.

6.—Si aumenta el divisor, disminuye el cociente.

Si disminuye el divisor, aumenta el cociente.

Si el dividendo le multiplicamos ó dividimos por un número cualquiera, el cociente queda multiplicado ó dividido por el mismo número.

Si al divisor se le multiplica ó divide por un número, el cociente, por el contrario, quedará dividido ó multiplicado por dicho número.

7.—Si á dividendo y divisor se les multiplica ó divide por un mismo número, el cociente no varía.

Abreviaciones de la división.

1 Cómo se abrevia la división cuando el divisor es la unidad seguida de ceros?—2 Cómo cuando el divisor termina en ceros?—3 Cómo cuando dividendo y divisor terminan en ceros?—4 División abreviada por los números dígitos.

La división se puede abreviar en los casos siguientes:

1.° Cuando el divisor es la unidad seguida de ceros.

2.° Cuando el divisor termina en ceros.

3.° Cuando el dividendo y divisor acaban en ceros.

1.—En el primer caso, ó sea cuando el divisor es la unidad seguida de ceros, se separan á la derecha del dividendo, con una coma, tantas cifras como ceros acompañan á la unidad. Las cifras que se hallan á la izquierda de la coma forman el cociente y las de la derecha el resíduo.

Ejemplo: 8432 : 10=843'2.

12599 : 100=125'96.

2.—Para ejecutar la división en el segundo caso, ó sea, cuando el divisor termina en ceros, suprimiremos los ceros en el divisor y separaremos de la derecha del dividendo tantas cifras significativas como ceros haya en el divisor, ejecutando después la operación como si no existiesen los ceros ni las cifras separadas, y á la derecha del resíduo se ponen las cifras separadas.

Ejemplo:	76.5.(59	33(00	41.2.4.(63	24(00
	10 5	23	17 2	171
	6 59		0 4 4	
			2 0 63	

3.—Para practicar la división en el tercer caso ó sea, cuando dividendo y divisor acaban en ceros, se tachan en ambos igual número de ceros y después se ejecuta la operación como en el segundo caso, ó se resuelve como si no hubiese ceros.

Ejemplo:
```
275.4.0.0.(00 | 36(00
234           | 7650
 180
  000
```

Divisibilidad de los números.

1 Qué se entiende por divisibilidad de los números? —2 Qué es múltiplo de un número?—3 Qué es factor de un número?—4 Qué son factores simples ó números primos?—5 Qué son factores compuestos?—6 Qué se entiende por número par y que por número impar?—7 En qué se conoce que un número es divisible por 10, 100, 1000, etc.?—8 Cuándo se dice que un número es exactamente divisible por 2?—9 Cuándo por 3?—10 Cuándo por 4? -11 En qué conoceremos que un número es divisible por 5?—12 Cuándo por 7?—13 Cuándo por 8?—14 Cuándo por 9?—15 Cuándo por 11?—16 Cómo se hallan los factores simples de un número? —17 Cómo se averiguarán los compuestos?

1.—*Divisibilidad* es una parte de la Aritmética que tiene por objeto dar reglas para conocer desde luego si un número es ó no divisible por otro.

Cuando se dividen dos números y el primero contiene un número exacto de veces al segundo, se llama divisible ó múltiplo al primero y divisor ó submúltiplo al segundo.

2.—Por manera que se llama *múltiplo de un número*, al que contiene á otro cierto número exacto de veces; como el 8 respecto del 2 que le contiene 4 veces; el 30 respecto del 2, del 5 y del 6.

3.—Recibe el nombre de *factor*, *divisor submúltiplo ó parte alícuota* de un número, cuando está contenido en este cierto número de veces exactas; como 2 y 5 son divisores del 20.

Se dice que un número es *duplo*, *triplo*, *cuádruplo*, *quíntuplo*, etc., de otro cuando le contiene *dos*, *tres*, *cuatro*, *cinco*, etc. veces exactamente.

Ejemplos: 24 es duplo de 12, triplo de 8, cuádruplo de 6 y séstuplo de 4.

4.—Llámase *número primo ó factor simple* al número que solo es divisible por sí mismo y por la unidad.

Los números primos menores que 100 son: 1—2—3—5—7—11—13—17—19—23—29—31—37—41—43—47—53—59—61—67—71—73—79—83—89—97.

5.—Son *factores compuestos* los números que además de ser divisibles por sí mismos y por la unidad, lo son también por otro número.

6.—Número *par* es el que dividido por *dos* da cociente exacto.

Los números pares de una cifra son: 2, 4, 6, 8.

7.—*Impar* es el número que dividido por *dos* no da cociente exacto.

Los números impares de una sola cifra son: 1, 3, 5, 7, 9.

Todo número es divisible por, 10 cuando su primera cifra de la derecha es cero; pues el cociente exacto de dicho número dividido por 10 es el número sin el cero de su derecha.

Todo número es devisible por 100, cuando sus dos primeras cifras de la derecha son ceros; pues el cociente exacto de dicho número dividido por 100 es el mismo número sin los dos ceros de la derecha.

Todo número es divisible por 1000, 10000 etcétera cuando sus tres, cuatro, etc. primeras cifras de la derecha son ceros.

8.—Se conocerá que un número es exactamente divisible por 2 cuando su primera cifra de la derecha es un cero ó cifra par; como, 1240, 8976, 512.

9.—Un número es divisible por 3 cuando sumados los valores absolutos de sus cifras den cero, tres ó múltiplo de tres; como 111, en el cual la la suma de los valores absolutos de sus cifras es $1+1+1=3$.
50421 cuya suma es 12 y 63 que da 9 de suma, son múltiplos de 3.

10.—Un número es divisible por 4 cuando sus dos primeras cifras de la derecha son ceros, ó componen un múltiplo de 4.

Si termina en dos ceros es divisible por 100; y como 100 ó su igual 4×25 es divisible por 4, el número dado también lo será.

Si sus dos últimas cifras componen un múltiplo de 4 se puede descomponer en dos partes, la una que termine en dos ceros y el múltiplo de cuatro; y como ambos son divisibles por cuatro el número propuesto también lo será

Ejemplo: $4728=4700+28$.

879600 y 564 son múltiplos de 4.

11.—Un número es divisible por 5 cuando termine en cero ó en 5: como 1270, 975, 150, 85.

12.—Se conocerá que un número es divisible por 7 cuando la suma que resulte de múltiplicar la cifra de las unidades por 1, las de las decenas por 3, las de las centenas por 2, las de las unidades de millar por 6, y las de las decenas de millar por 4 y las de las centenas de millar por 5, es un múltiplo de 7.

Ejemplo. 546231 y 612257 son múltiplos de 7.

13.—Un número es divisible por 8 cuando sus tres primeras cifras de la derecha son ceros ó componen un múltiplo de 8.

Si termina en tres ceros es divisible por 1000; y como 1000 ó su igual 125×8 es divisible por 8, el número propuesto también lo será.

Si componen un múltiplo de 8 sus últimas cifras, puede descomponerse el número en dos partes una terminada en tres ceros y el múltiplo de 8, y como ambas son divisibles por 8, el número propuesto también lo será.

659304 y 12416 son divisibles por 8

14.—Un número es divisible por 9 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es cero, 9 ó un múltiplo de 9; como 432 en donde $4+3+2=9$.

15.—Un número es divisible por 11 cuando la diferencia entre la suma de los valores absolutos de las cifras de lugar par y las del lugar impar—contando de derecha á izquierda—sea *cero*, *once* ó un múltiplo de 11.

16.—Para hallar los factores simples que constituyen un número se divide el número y los cocientes que vayan resultando por su menor factor hasta que resulte un número primo ó la unidad.

Los factores que vayan resultando se escriben á la derecha de una línea vertical colocada junto al número y los cocientes debajo de este.

Ejemplos: Descomponer en sus factores simples los números 40, 25, 60, 150, 504 y 2310.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 504 & 2 \\ 225 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 51 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2310 & 2 \\ 1155 & 3 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \end{array}$$

17.—Para averiguar los factores compuestos se multiplica cada factor simple por todos los que tiene debajo, escribiendo el producto á la derecha del segundo factor primo: este producto se multiplica del mismo modo por los factores primos que tiene debajo separándolos de los anteriores por una línea vertical, y así se continúa hasta encontrar el número propuesto.

Ejemplos: Hallar todos los factores del número 70.

$$\begin{array}{r|l|l|l} 70 & 2 & & \\ 35 & 5 & 10 & \\ 7 & 7 & 14-35 & 70 \\ 1 & & & \end{array}$$

Hallar los factores del número 360.

$$\begin{array}{r|l|ll|l|l|l|l} 360 & 2 & & & & & & \\ 180 & 2 & 4 & & & & & \\ 90 & 2 & & & 8 & & & \\ 45 & 3 & 6 & & 12 & 24 & & \\ 15 & 3 & 9 & & 18 & 36 & 72 & \\ 5 & 5 & 10 & 15 & 90-30-45 & 40-60-90 & 120-180 & 360 \\ 1 & & & & & & & \end{array}$$

Hallar todos los factores del número 120:

120	2				
60	2	4			
30	2		8		
15	3	6	12	24	
5	5	10-15	20-30	40-60	120
1					

Hallar los divisores simples y compuestos del número 2080:

2080	2	
1040	2	4
520	2	8
260	2	10
130	2	32
65	5	10. 20. 40. 80. 160.
13	13	26. 52. 104. 108. 116. 65. 130. 200. 520. 1040. 2080.

También se descompone un número en sus factores compuestos escribiendo la unidad y potencias sucesivas del primer factor simple y multiplicando estos números por las potencias sucesivas del segundo factor simple, luego se multiplican todos los números obtenidos por el tercer factor simple y sus potencias, continuando de este modo hasta que hayamos multiplicado todas las potencias del último factor simple.

Ejemplo: Hallar todos los divisores del número 2160.

2160	2	1	2	4	8	16
1080	2	3	6	12	24	48
540	2	9	18	36	72	144
270	2	27	54	108	216	432
135	3	5	10	20	40	80
45	3	15	30	60	120	240
15	3	45	90	180	360	720
5	5	135	270	540	1080	2160

Hallar todos los divisores del número 360 (ya resuelto por el otro método).

360	2	1	2	4	8
180	2	3	6	12	24
90	2	9	18	36	72
45	3	5	10	20	40
15	3	15	30	60	120
5	5	45	90	180	360
1					

Máximo común divisor.

1 A qué se llama máximo común divisor de dos ó más números?—2 Cómo se halla el máximo común divisor de dos números?—3 Cómo se halla el máximo común divisor de varios números?

1.—Se llama máximo común divisor de varios números al mayor número que esté contenido exactamente en todos ellos.

2.—Se halla el máximo común de dos números de dos maneras.

1.ª Dividiendo el mayor por el menor y si el cociente es exacto el número menor será el m. c. d. pedido; si queda resíduo se divide el menor por el primer resíduo, éste por el segundo y así sucesivamente hasta hallar un divisor que dé cociente exacto en cuyo caso el último divisor será el m. c. d, ó quede la unidad por resíduo y entonces serán los números primos entre sí.

Ejemplos: Hallar el m. c. d. de 260 y 80.

260	80	20
	3	4
20	0	

20 es el m. c. d. de los números 260 y 80.

Hallar el máximo común divisor de los números 420 y 310.

420	310	110	90	20	10	m. c. d.
	1	2	1	4	2	
110	90	20	10	0		

Hallar el máximo común divisor de los números 3836 y 1652.

3836	1652	532	56	28	es el m. c. d.
	2	3	9	2	
532	56	28	0		

Hallar el máximo común divisor de los números 965 y 187.

965	187	30	7	2	1
	5	6	4	3	2
30	7	2	1	0	

es el m. c. d., luego los números propuestos son primos entre sí.

2.ª Para hallar el máximo común divisor por este método, se descomponen los números en sus factores simples, y el producto de las menores potencias de los factores primos comunes á ambos números es su m. c. d.

Ejemplos: Hallar el máximo común divisor de 420 y 360.

$$\left.\begin{array}{l}420=2^2\times3\times5\times7\\360=2^3\times3^2\times5\end{array}\right\}2^2\times3\times5=60$$

Hallar el máximo común divisor de los números 200 y 140.

$$\left.\begin{array}{l}200=2^3\times5^2\\140=2^2\times5\times7\end{array}\right\}2^2\times5=20.\ \text{m. c. d.}$$

Hallar el máximo común divisor de los números 700 y 605.

$$\left.\begin{array}{l}700=2^2\times5^2\times7\\605=5\times61\end{array}\right\}5.\ \text{m. c. d.}$$

3.—Para hallar el máximo común divisor de varios números, se averigua el m. c. d. de dos de ellos, luego el del m. c. d. hallado y otro número, después el m. c. d. de estos tres números y el cuarto y así hasta terminar. El último m. c. d. hallado será el de todos los números propuestos.

Si se hace uso del segundo método, entonces se descomponen los números propuestos en sus factores simples; y el producto de las menores potencias de los factores primos comunes á dichos números es su máximo común divisor.

Ejemplos: Hallar el máximo común divisor de los números 578, 374 y 85.

578	374	204	170	34	m. c. d. de 578 y 374.
	1	1	1	5	
204	170	34	00		

85	34	17	m. c. d. de los números propuestos.
	2	2	
17	00		

Segundo procedimiento:

$$\left.\begin{array}{r} 578=2\times17\times17 \\ 374=2\times11\times17 \\ 85=5\times17 \end{array}\right\} 17 \text{ m. c. d.}$$

Hallar el máximo común divisor de los números 612, 420 y 105:

612	420	192	36	12	m. c. d. de 612 y 420.
	1	2	5	3	
192	36	12	0		

105	12	9	3
	8	1	3
9	3	0	

m. c. d. de los números propuestos.

Segundo procedimiento:

$$\left.\begin{array}{l} 612=2^2\times3^2\times17 \\ 420=2^2\times3\times5\times7 \\ 105=3\times5\times7 \end{array}\right\} 3 \text{ m. c. d.}$$

Mínimo común múltiplo.

1. Qué se entiende por mínimo común múltiplo de varios números?—2 Cómo se halla el mínimo común múltiplo de dos números?—3 Cómo se halla el mínimo común múltiplo de tres ó más números.

1.—Se llama mínimo común múltiplo de varios números al menor número que puede dividir exactamente á todos ellos.

2.—Para hallar el mínimo común múltiplo de dos números se pueden seguir los procedimientos siguientes:

1° Se halla el máximo común divisor de los dos números, se divide uno de ellos por este m. c. d. y el cociente se multiplica por el otro número.

Si los dos números propuestos fueran primos entre sí, su máximo común divisor es la unidad, y por lo tanto el menor múltiplo de los dos números será su producto.

2.° Se divide el producto de ambos números por su m. c. d.

3.° Se descomponen los dos números en sus factores simples; y el producto de las mayores potencias de todos los factores simples que haya distintos en ambos números, será el mínimo común múltiplo que se busca.

Ejemplos: Hallar el mínimo común múltiplo de los números 120 y 84.

Primer procedimiento;

El m. c. d. de 120 y 84 es 12.

Dividiendo 120 entre 12, da de cociente 10.

Multiplicado el cociente 10 por 84. da de producto 840 que es el m. c. m. de los núms. 120 y 84.

Segundo procedimiento.

$120 \times 84 = 10080$.

10080 : 12 m. c. d. de ambos=840 m. c. m. de los números propuestos.

Tercer procedimiento:

$$\left.\begin{matrix} 120 = 2^3 \times 3 \times 5 \\ 34 = 2^2 \times 3 \times 7 \end{matrix}\right\} 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 = 840 \text{ m. c. m.}$$

Hallar el mínimo común múltiplo de los números 24 y 18.

El m. c. d. de 24 y 18 es 6.

Dividiendo 18 entre 6 da de cociente 3.

Multiplicando el cociente 3 por 24 se tendrá 72 que es el m. c. m. de los números 24 y 18.

Segundo procedimiento:

$24 \times 18 = 432$.

432 : 6 m. c. d. de ambos=72 que es el m. c. m. buscado.

Tercer procedimiento:

$$\left.\begin{array}{l} 24=2^3\times 3 \\ 18=2\times 3^2 \end{array}\right\} 2^3\times{}^2 3=72 \text{ m. c. m.}$$

3.—Cuando tengamos que hallar el m. c. m. de tres ó más números, empezaremos por hallar el menor múltiplo de los dos primeros, después se haya el m. c. m. de este menor múltiplo, y del tercer número, después el de éste y el del cuarto número, y así sucesivamente, hasta llegar al último número. El último m. c. m. hallado será el de todos los números propuestos.

En la práctica se tomarán por primeros números los menores.

3.—Para hallar el m. c. m. de varios números por medio de la descomposición en sus factores simples, se prescinde desde luego de los números que sean divisores unos de otros, si los hay, se descomponen los restantes en sus factores primos y se multiplican las mayores potencias de todos estos factores simples, cuyo producto será el mínimo común múltiplo de los números propuestos.

Ejemplos: Hallar el menor múltiplo de los números 1830, 445 y 4514.

El m. c. d. de 1830 y 445 es 5.

Dividiendo 445 entre 5 resulta 80.

Multiplicando el cociente 80 por 1830 da 162870 m. c. m. de los primeros números.

El m. c. d. de 162870 y 4514 es 122.

Dividiendo 4514 entre 122 da de cociente 39, que multiplicado por 162870 da 6026190 m. c. m. de los tres números propuestos.

$1830 = 2 \times 5 \times 3 \times 61$ $445 = 5 \times 89$ $4514 = 2 \times 61 \times 37$	Multiplicando las mayores potencias de los factores simples, el producto $2 \times 3 \times 5 \times 37 \times 61 \times 89 = 6026190$ será del m. c. m. de los números propuestos.

Hallar el mínimo común múltiplo de los números 2, 4, 6, 7, 9, 14, 35, 36 y 63.

El m. c. d. de 4 y 2 es 2.

Dividiendo 4 entre 2 da de cociente 2, que multiplicado por 2 da 4 de m. c. m. de los números 4 y 2.

El m. c. d. de 6 y 4 es 2.

$6 : 2 = 3$ $3 \times 4 = 12$ m. c. m. de los números 2, 4, y 6.

El m. c. d. de 12 y 7 es 1.

$7 : 1 = 7$ $7 \times 12 = 84$ m. c. m. de los números 2, 4, 6 y 7.

El m. c. d. de 84 y 9 es 3.

$9 : 3 = 3$ $3 \times 84 = 252$ m. c. m. de los números 2, 4, 6, 7 y 9.

El m. c. d. de 252 y 14 es 14.

$252 : 14 = 18$ $18 \times 14 = 252$ m. c. m. de los números 2, 4, 6, 7, 9 y 14.

El m. c. d. de 252 y 35 es 7.

$35 : 7 = 5$ $5 \times 252 = 1260$ m. c. m. de los números 2, 4, 6, 7, 9, 14 y 35.

El m. c. d. de 1260 y 36 es 36.

$36 : 36 = 1$ $1 \times 1260 = 1260$ m. c. m. de los números 2, 4, 6, 7, 9, 14, 35 y 36.

El m. c. d. de 1260 y 63 es 63.

$1260 : 63 = 20$ $23 \times 63 = 1260$ m. c. m. de los números propuestos.

Segundo procedimiento.

Prescindiendo de los números 2, 4, 6 y 9 que son factores de 36, y prescindiendo también de 7 que es factor de 14.

Descomponemos los restantes en sus factores simples y tendremos:

$14 = 2 \times 7$	Multiplicando las mayores poten-
$35 = 5 \times 7$	cias de los factores simples, el produc-
$36 = 2^2 \times 3^2$	to $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1260$ será el m. c. m.
$63 = 3 \times 7$	de los numerós propuestos.

FIN DE LA PRIMERA PARTE.

SEGUNDA PARTE

Operaciones con los decimales.—Sistema métrico decimal.

NÚMEROS DECIMALES

PRELIMINARES

1 Qué se entiende por número puramente decimal? —2 Qué por mixto decimal?—3 Qué nombre tiene cada lugar de las cantidades decimales?—4. Cómo se escriben las cantidades decimales?—5 Cómo se leen?

1.—Son números puramente decimales, los que expresando parte ó partes de la unidad entera, sus unidades aumentan ó disminuyen de diez en diez.

Otros los definen diciendo que son los que tienen por denominador la unidad seguida de ceros

2.—Se llama número mixto decimal al formado por un entero y un decimal.

Los números que representan enteros están á la izquierda, y separados siempre de los que representan fracciones, por medio de una coma en la parte superior.

3.—Si dividimos la unidad entera en diez partes iguales estas toman el nombre de *décimas;* cada décima dividida en otras diez partes iguales da lugar á otras partes llamadas *centésimas*, divididas estas á su vez en otras diez porciones cada una, obtendremos las *milésimas*, y así sucesivamente las *diez-milésimas, cienmilésimas*, *millonésimas*, etc.

4.—Los números decimales se escriben colocando primeramente los enteros, si los hay, ó un cero en su lugar si no los hubiere, después una coma, y á continuación de ésta las décimas, después las centésimas ó céntimos, luego las milésimas, y así sucesivamente las diezmilésimas, cienmilésimas, millonésimas, etc.

Los ceros colocados á la derecha de una fracción decimal no alteran su valor, pues lo mismo es 0,2 que 0,20, que 0,200; pero si los ceros se añaden á la izz qúierda entre la coma y las décimas, disminuye diez veces con un cero, ciento con dos, y mil con tres.

Ejemplo: 0'37; si ponemos un cero entre la coma y las décimas, tendremos 0'037 que es diez veces menor, si dos ceros, será 0'0037 cien veces menor, etc.

Una cantidad se hace diez veces mayor por cada lugar que se corra la coma hacia la derecha, y diez veces menor por cada lugar que se corra á la izquierda. Si se corre un lugar á la derecha será diez veces mayor; si se corren dos será ciento, si se corren tres será mil.

Ejemplo.—0,7560 7,560, 75,60.

Los decimales siguen el mismo sistema que los enteros; esto es, cada orden vale diez veces más que el de su derecha y diez veces menos que el de su izquierda.

2.—Para leer una cantidad se sigue el mismo procedimiento que si fuese entera, expresando al final la denominación que corresponda á la última cifra según el lugar que ocupa.

Ejemplo: 0'865432, se leerá ochocientas sesenta y cinco mil cuatrocientas treinta y dos millonésimas.

Esta lectura se llama colecctiva por leerse de una vez la cantidad fraccionaria decimal.

La lectura separada consiste en dar el nombre que corresponda á cada cifra de por sí. Ejemplo: 0,865432, se leerá ocho décimas, seis céntimos ó centésimas, cinco milésimas, cuatro diezmilésimas, tres cienmilésimas, y dos millonésimas.

Reducción á un común denominador.

Para reducir los decimales á un común denominador, ó lo que es igual se hace que todos tengan la misma denominación, añadiendo ceros á la derecha del que tenga menos.

Este aumento de ceros, no hace variar el valor de ios decimales porque siempre tendrán las mismas décimas, centésimas, milémas, etc., y porque si bien aumenta el número de unidades decimales, al añadir ceros á la derecha, también disminuye proporcionalmente de valor el conjunto de la cantidad.

Simplificación de decimales.

Solo se pueden simplificar los decimales cuando terminan en ceros.

Esta simplificación puede hacerse suprimiendo de la derecha de los decimales, uno, dos, tres ó más ceros, ó tantos como quisiéramos ó fueren necesarios. La supresión de ceros no disminuye el valor de los decimales, por cuanto quedan siempre las mismas décimas, centésimas ó céntimos, milésimas, etc., y porque si bien disminuye el número de unidades decimales, también aumenta proporcionalmente el conjunto de la cantidad.

Suma de cantidades decimales.

¿Cómo se suman las cantidades decimales?

La adición de las cantidades decimales se verifica colocando los enteros bajo los enteros si los hubiere, unas comas debajo de otras, las décimas bajo las décimas, las centésimas bajo las centésimas, y así sucesivamente los demás órdenes de unidades. Se tira una línea debajo y se adicionan como los enteros, cuidando que la coma de la suma se corresponda frente á la de los sumandos.

Ejemplos: 53 pesetas 30 céntimos, más 276 pesetas con 6 céntimos, más 3825 ptas. 8 décimas, más 7 ptas. 174 milésimas, ¿cuánto suman?

$$\begin{array}{r} 53‘30 + \\ 276‘06 + \\ 3825‘8 \ \ + \\ 7‘174= \\ \hline 4162‘334 \end{array} \text{ pesetas.}$$

Sustracción de los números decimales.

1. Cómo se restan las cantidades decimales?—2 Si al restar cantidades decimales, no hubiese cifras en el minuendo ó fuesen las de éste menor que su correspondiente del sustraendo, cómo se verifica la resta?

1.—La sustracción de decimales se verifica colocando el minuendo y debajo el sustraendo, de manera que los enteros, si les hubiere, estén bajo los enteros; una coma bajo la otra, las décimas bajo las décimas; las centésimas bajo las centésimas y así sucesivamente los demás órdenes de unidades. Se tira una línea y se restan como los enteros, cuidando que la coma de la resta se halle frente á la del minuendo y sustraendo.

2.—Si minuendo y sustraendo no tuviesen igual número de cifras decimales, se igualarán con ceros á su derecha, lo que no altera el valor de los datos.

Ejemplos: De una pieza de tela que tenía 74 metros 28 centímetros, se han vendido 52 metros, 36 centimetros, ¿cuánto quedará?

$$\begin{array}{l} 74‘28- \\ 52‘36= \\ \hline 21‘92 \text{ metros.} \end{array}$$

Restar 0‘2372 de 0‘58.

$$\begin{array}{r} 0‘5800 \\ 0‘2372 \\ \hline 0‘3428 \end{array}$$

Para restar 0‘2372 de 0‘58 añado dos ceros al minuendo, como se vé, y la resta será 0‘3428.

Multiplicación de números decimales.

1. Cuántos y cuáles son los casos de la multiplicación de decimales?—2 Cómo se multiplica una cantidad decimal por 10, por 100, por 1000 y en general por la unidad seguida de ceros?—3 Cómo se multiplica una cantidad decimal por un entero y al contrario?—4 Cómo se multiplica un número decimal por otro?

1.—La multiplicación de decimales comprende tres casos:

1.° Multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros.

2.° Multiplicar una cantidad decimal por un entero ó viceversa.

3.° Multiplicar un número decimal por otro decimal.

2.—Caso primero. *Para multiplicar un decimal por la unidad seguida de ceros*, bastará correr la coma tantos lugares á la derecha como ceros acompañen á la unidad, poniendo ceros si no hubiera cifras suficientes.

Ejemplos:

0‘8674×100=86·74.
7·83×100=783.
9·5×1000=9500.
34‘76×1000=34760.

3.—Caso segundo. *Para multiplicar un número decimal por un entero,* ó al contrario, se prescinde de la coma en la cantidad decimal y se multiplican como si fueran enteros, separando después con una coma de derecha á izquierda del producto total, tantas cifras como decimales hubiere en el factor que los llevaba.

Ejemplo: Multiplicar 47 por 3‘51.

$$\begin{array}{r} 3‘51 \\ 47 \\ \hline 24\,57 \\ 140\,4 \\ \hline 164‘97 \end{array}$$

4.—Caso tercero. *Para multiplicar un número decimal por otro decimal*, se multiplican como si fuesen enteros, prescindiendo de las comas en ambos factores y separando de derecha á izquierda del producto total, tantas cifras como decimales haya en los dos factores.

Ejemplo: Cuánto costarán 96 metros 74 centímetros tela á 3'15 pesetas el metro.

$$\begin{array}{r} 96'74 \\ \times 3'15 \\ \hline 48370 \\ 9674 \\ 29022 \\ \hline 304'7310 \end{array} \text{ pesetas.}$$

División de los números decimales.

1. Cuántos casos pueden ocurrir en la división de números decimales?—2 Cómo se divide un número decimal por la unidad seguida de ceros?—3 Cómo se divide un decimal por un entero?—4 Idem un entero por un decimal?—5 Cómo se divide un decimal por otro decimal?—6 Cómo aproximaremos por decimales un cociente inexacto de números enteros?—7 Cómo se convierte un quebrado ordinario en fracción decimal?

1.—La división de decimales comprende cuatro casos:

1.° Dividir una cantidad decimal por la unidad seguida de ceros.

2.º Dividir un número decimal por un entero.
3.º Dividir un número entero por un decimal.
4.º Dividir un decimal por otro.

2.—Primer caso. *Para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros,* se corre la coma tantos lugares hacia la izquierda como ceros acompañen á la unidad, poniendo ceros y además uno de enteros si no hubiese cifras decimales.

Ejemplos.

75'8 : 100=0'758. 96'3 : 100=0'963.
94'75 : 1000=0'09475. 52'675 : 10000=0'0052675.

3.—Segundo caso. *Para dividir un número decimal por un entero,* se prescinde de la coma en el dividendo, se ejecuta la operación como si fueran enteros y separando después de derecha á izquierda del cociente tantas cifras decimales como tenga el dividendo; ó poniendo la coma en el cociente, tan luego como la primera cifra decimal forme parte del primer dividendo parcial.

Ejemplo: Supongamos que tenemos que repartir 8976'85 pesetas entre 18 personas, lo ejecutaremos así:

```
89.7.6'85 | 18
177       |------
 156      | 498'71
   128
    0'25
     07
```

4.—Tercer caso. *Para dividir un número entero por un decimal*, se igualan en cifras decimales añadiendo al dividendo tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor; se prescinde de las comas y se dividen como si fuesen enteros.

De otro modo, se multiplican dividendo y divisor por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor, con lo cual se quedará hecho entero el divisor. y la operación reducida á dividir enteros ó un decimal por un entero.

Ejemplo: Si tuviésemos que dividir 274 entre 8'25, multiplicando dividendo y divisor por 100 se convertirán en 27400 dividido entre 825, dando por cociente 33 enteros 21 centésima.

5.—Cuarto caso. *Para dividir un número decimal por otro decimal*, se igualan primeramente en cifras decimales añadiendo ceros al que tenga menos, se prescinde de las comas y se dividen como los números enteros.

De otro modo. Se multiplica dividendo y divisor por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor, con lo cual éste quedará convertido en entero y la operación reducida ó á dividir enteros, ó un decimal por un entero.

EJEMPLO.

Sea dividir 184'262 entre 7'58.

```
1842.6'.2  | 758
 326 6      24'30
  23 4 2
   0 6 80
```

6.—Para aproximar por decimales un cociente inexacto de números enteros, basta escribir una coma después del cociente entero y agregar un cero al último resto, y sucesivamente otro á cada uno de los que después vayan resultando.

7.—Para convertir un quebrado ordinario en fracción decimal, se considera aquel quebrado como una división indicada del numerador por el denominador, y el cociente se aproxima por decimales como hemos dicho anteriormente.

Valuación de números decimales.

¿Cómo se valúan las cantidades decimales?

Para valuar un número decimal, se multiplica por las veces que la unidad á que se refiere contiene á la de especie inferior inmediata, y se hace igual operación con la fracción que vaya resultando, hasta que desaparezca ó se llegue á la especie inferior.

EJEMPLO: Sea valuar 0'75 de arroba y diremos:

0'75×25 libras=18'75 libras.

Las 0'75 libras se valúan multiplicando por 16 onzas que tiene una libra, de este modo:

0'75×16 onzas=12 onzas.

Luego las 0'75 de arroba componen 18 libras y 12 onzas.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

---

1. Qué entendemos por sistema métrico decimal?—2. Por qué se llama métrico?—3. Por qué decimal?—4. Qué entendemos por medida?—5. Cuál es la base fundamental de este sistema?—6. Qué es el metro y cómo se averiguó?—7. Ventajas del sistema métrico decimal sobre el antiguo sistema de pesas y medidas.—8. Qué diferencia hay entre unidad principal y unidad usual?—9. Cuántas y cuáles son las unidades fundamentales ó principales de este sistema?—10. Qué entendemos por número múltiplo y qué por submúltiplo, factor ó divisor?—11. Con qué palabras se expresan los múltiplos?—12. Y los submúltiplos?—13. Con qué letras se escriben en abreviatura las unidades, los múltiplos y los submúltiplos?—14. Cómo se escriben las cantidades métrico-decimales?—15. Cómo se leen?—16. Cómo se reducen unidades de especie superior á inferior en el sistema métrico?—17. Cómo unidades de especie inferior á

superior?—18. Cómo se reduce un número complejo del sistema métrico á incomplejo de una especie determinada?

1.—Llámase sistema métrico decimal á una colección legal de pesas y medidas que se han adoptado para las transaciones mercantiles, mandado usar en España por la ley de pesas y medidas del 19 de Julio de 1849 y R. D. de 1.º de Julio de 1880. Se llama así porque tiene por objeto determinar de una manera uniforme las pesas y medidas cuya base es el metro.

2, 3.—Se denomina *métrico* porque todas sus unidades se derivan del *metro*, palabra que significa *medida;* y *decimal* porque sus unidades aumentan y disminuyen de diez en diez.

4.—Entiéndese por *medida* toda cantidad convencional elegida para apreciar la magnitud absoluta ó relativa de los objetos.

5.—La base fundamental de este sistema es el *metro*.

Para hallar el metro se dividió el meridiano terrestre que pasa por París, en cuatro partes llamadas cuadrantes; uno de estos cuadrantes, el que va desde el Ecuador al Polo Norte, se dividió en diez millones de partes, siendo una de estas el metro.

6.—El *metro* pues es la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano del globo terrestre que va desde el Ecuador al Polo Norte, pasando por París.

El sistema métrico decimal proporciona las ventajas de que, basadas sus unidades de medida en la acabada de explicar, que no se puede perder, sea general en todas partes, facilitando de esta manera el comercio. Con el sistema antiguo no sucedía ésto, porque en aquel sistema muchas de las unidades de medida variaban de una provincia á otra, y aun dentro de los pueblos de una misma provincia.

8.—*Unidad principal* es la medida, pesa ó moneda de la que se derivan las demás de su naturaleza, y *unidad usual* es la de uso más frecuente también entre las de su naturaleza.

9.—Las unidades principales del sistema métrico son:

El *metro* para las medidas de longitud.

El *metro cuadrado* y el *área* para las superficiales.

El *metro cúbico* para las de volumen.

El *litro* para las de capacidad, así de áridos como de líquidos.

El *gramo* para las de peso.

La *peseta* lo es en las monedas.

Además de éstas y con objeto de medir con facilidad las cantidades muy grandes ó muy pequeñas, se han inventado otras que se llaman múltiplos ó submúltiplos de la unidad.

10.—Llámase número *múltiplo* de otro al que contiene á éste exactamente cierto número de veces, y *factor divisor submúltiplo* ó *parte alícuota* al número que está contenido en otro exactamente cierto número de veces también.

Así, pues, 12 es múltiplo de 6, de 4, de 3 de 2 y de 1; y 1, 2, 3, 4 y 6 son divisores.

11, 12.—Para la formación de los *múltiplos* se anteponen á la unidad principal las palabras griegas *deca*, *hecto*, *kilo y miria* que equivalen respectivamente á 10, 100, 1000 y 10000; y para formar los *divisores* se les anteponen las palabras latinas *deci*, *centi*, *mili*, que significan *decima*, *centésima*, y *milésima* parte de la unidad, respectivamente.

13.—Las unidades principales se escriben abreviadamente con la cifra inicial de cada palabra, usando las mayúsculas para los múltiplos y las minúsculas para los divisores. Las unidades cuando están solas se indican con letra mayúscula; pero cuando forman la segunda parte de un múltiplo ó de un submúltiplo con letra minúscula. Ejemplos: Dm. Decámetro, cl. centílitro; G. gramo; Dg. Decágramo; ca. centiárea; Ha. héctárea.

14.—Las cantidades métrico-decimales se escriben como si fuesen decimales, teniendo presente en su colocación, que la palabra *miria* representa las decenas de millar; *kilo* los millares; *hecto* las centenas; *deca* las decenas; *metro*, *litro*, etc., las unidades; *deci* las décimas; *centi* las centésimas, y *mili* las milésimas.

Las *cuadradas* llevan á la derecha en la parte superior un 2 y las cúbicas, un 3, en esta forma: m^2 metro cuadrado; dm^3 decímetro cúbico.

Cuando alguna de estas denominaciones faltasen, se pondrá un cero en su lugar.

15.—La lectura de las cantidades métrico-decimales, se verifica como si fuesen decimales, leyendo las cifras que están antes de la coma como enteros, expresando al fin la especie de la unidad, y las que están después se leen como decimales expresando también la especie de la última cifra según se hace con aquellos.

La coma puede colocarse en cualquier sitio siempre que los diferentes órdenes de medida de la izquierda de la coma, no pierdan su nombre, clasificando á los de la derecha como partes decimales de la primera cifra que figura en la parte entera.

Ejemplo: 344'32 Metros, se leerá, después de colocar la coma dos lugares á la izquierda, 3'4432, tres hectómetros, cuatro mil cuatrocientas treinta y dos diez milésimas de hectómetro.

37 Mm., 5 Km., 6 Hm., 9 Dm., 7 M., 3 d. m., 4 cm. y 8 mm. es igual á 375697'348 metros.

50 Dm., 9 dm y 7 mm. es igual á 500'907 metros.

8 Kl., 9 Hl., 10 L. y 15 cl. es igual á 8910'15 litros.

5 Dl. y 193 dl. es igual á 519'3 litros.

16.—Para *reducir unidades métricas de un orden superior á inferior*, se corre la coma de izquierda á derecha cuantos lugares ó cifras sean necesarias hasta llegar á la denominación que se pida, cuya operación no es más que multiplicar un decimal por la unidad seguida de uno ó más ceros.

Ejemplo: 85'724 kilómetros es igual á
857'24 hectómetros, igual á
8572'4 decámetros, igual á
85724 metros.

17.—Para reducir *unidades de especie inferior á superior* se corre la coma tantos lugares de derecha á izquierda como sea preciso hasta llegar al de la especie superior que se busca, poniendo ceros, y uno más de enteros, si no hubiese cifras suficientes, lo que equivale á dividir por la unidad seguida de ceros.

Ejemplo: 4368'96 metros reducidos á hectómetros son 43'6896 hectómetros, y reducidos á miriámetros son 0'436896 miriámetros.

18.—Para reducir un número *complejo del sistema métrico decimal é incomplejo de una especie determinada* se reunen por su orden en un solo guarismo todas las unidades superiores á la especie determinada, y considerando á la reunión de los inferiores como fracción decimal de la misma especie. Si alguna unidad faltara, se suple con ceros. En las medidas cuadradas cada múltiplo y submúltiplo debe ocupar dos lugares y en las cúbicas tres.

Ejemplo: Reducir á metros el complejo 4 Km., 6 Hm., 5 Dm., 7 M., 3 dm., y 7 cm. = 4657'37 metros.

Reducir á litros el complejo 4 Kl., 6 Dl., 3 L., y 9 ml.=4063'009 litros.

Reducir á áreas el complejo 6 Ha , 8 A. y 3 ca. =608'03 áreas.

Reducir á metros cúbicos el complejo 8 Mm^3., 6 Km^3, 7 $Dm.^3$, 17 $M.^3$ y 628 $cm.^3$, igual á

8.006.000.007017'000628 $M.^3$

Medidas longitudinales

1 Qué son medidas longitudinales?—2 Cuál es la unidad fundamental y usual de esta clase de medidas?—3 Qué es el metro?—4 Cuáles son sus múltiplos?—5 Cuáles sus submúltiplos?—6. A qué medida reemplazan?—7. Cuál es la relación del metro con la vara en números complejos?—8 Relación aproximada del metro con la vara.—9 Idem de la vara con el metro.—10 Cómo se reducen metros á varas?—11 Y varas á metros?—12 Cómo se reducen leguas á kilómetros?—13 Cómo kilómetros á leguas?

1.—Medidas longitudinales ó de largura son aquellas que sirven para medir las distancias entre dos objetos, la longitud de los géneros comerciales, etc.

2, 3.—La unidad fundamental y usual de esta

4.—Los múltiplos ó unidades superiores del metro son.

El Miriámetro que vale diez mil metros.

El Kilómetro que vale mil metros.

El Hectómetro que vale cien metros.

El Decámetro que vale diez metros.

El Metro unidad principal.

5.—Submúltiplos del metro.

Decímetro que es la décima parte del metro.

Centímetro que es la centésima parte del metro.

Milímetro que es la milésima parte del metro.

6.—El metro con sus múltiplos y divisores reemplaza á la vara con los suyos.

clases de medida, es el *metro*.

7, 8.—El metro equivale á 1 vara 7 pulgadas y 80 centésimas de línea, ó sea 1 vara y 196 milésimas de vara.

9.—La vara es igual á cero metro y 836 milésimas de metro.

10.—Cuando hayamos de reducir *metros á varas* multiplicaremos los metros por 1 vara y 196 milésimas de vara que tiene el metro.

Ejemplo: 15 metros cuántas varas componen?

1,196 varas×15 metros=17 varas y 940 milésimas de vara.

11.—Para reducir *varas á metros* multiplicaremos el número de varas que se nos dé por cero metros y 836 milésimas que tiene la vara.

Ejemplo: 8 varas cuántos metros tienen?

0'836 metros×8 varas=6 metros y 688 milésimas de metro.

12.—Se reducen las *leguas á kilómetros* multiplicando las leguas por 5 kilómetros y 573 milésimas de kilómetro que tiene la legua.

Así: 5'573 kilómetros×7 leguas, es igual á 39 km. y 0'11 milésimas de kilómetro.

13.—Para reducir *kilómetros á leguas* no hay más que múltiplicar los kilómetros por cero leguas y 179 milésimas de legua que tiene el kilómetro.

Ejemplo: 394 km. cuántas leguas son?

0'179 leguas×394 km.=70 leguas y 526 milésimas de legua (1).

---

(1) Van indicadas todas las reducciones por medio de la multiplicación como medio más sencillo y menos expuesto á equivocación, pero pueden hacerse también por la división, con tal que se dividan por su equivalencia respectiva.

Ejemplo: Los metros se reducen á varas dividiéndolos por 836 milésimas de metro que tiene la vara, y los varas se reducen á metros dividiendo las varas por 1 vara y 196 milésimas de vara que tiene el metro.

Medidas superficiales.

1 Qué se entiende por superficie?—2 Cuál es la unidad fundamental y usual de esta clase de medidas?—3 En qué consiste el metro cuadrado?—4 Cuáles son sus múltiplos?—5 Cuáles sus divisores?—6 Relación del metro y la vara cuadrada.—7 Qué es el área?—8 Cuáles son los múltiplos del área?—9 Cuáles sus divisores?—10 A qué medidas reemplazan?—11 Cuánto vale en esta unidad la especie superior más que la inferior inmediata?—12 Por qué?—13 Relación aproximada del área con la vara cuadrada y viceversa.—14 Cómo se reducen varas cuadradas á metros cuadrados?—15 Y metros cuadrados á varas cuadradas?—16 Cómo se reducen fanegas superficiales á hectareas?—17 Y hectáreas á fanegas superficiales?—18 Como se reducen pies cuadrados á metros cuadrados?—19 Cómo metros cuadrados á pies cuadrados?

1.—*Superficie* se llama á la extensión que tiene dos dimensiones, largo y ancho.

Medidas superficiales ó de largura y anchura son aquellas que sirven para medir terrenos, el piso de las habitaciones, el area de las paredes, etc.

2, 3.—La medida fundamental es el *metro cuadrado* que consiste en un cuadrado cuyo lado es el metro lineal.

4.—Los múltiplos del metro cuadrado son.

Miriámetro cuadrado.	100.000.000 metros cuadrados.	
Kilometro cuadrado. .	1.000.000	íd.
Hectometro cuadrado.	10.000	íd.
Decametro cuadrado.	100	íd.

Metro cuadrado unidad (ó centiarea).

5.—Los divisores son:

Decímetro cuadrado.	0'01 de m.² ó sean cien decímetros cuadrados.
Centímetro cuadrado.	0'0001 de m.² ó sean mil centímetros cuadrados.

Milímetro cuadrado. 0'000001 de m.², ó sean un millón de milímetros cuadrados.

El metro cuadrado con sus múltiplos y divisores reemplaza á la vara cuadrada con los suyos.

6.—Un metro cuadrado es igual á 1 vara cuadrada y 431 milésimas de vara cuadrada.

La vara cuadrada es igual á cero metros y 699 milésimas de metro cuadrado.

7.—En las medidas superficiales denominadas agrarias existe una unidad principal, el *area*, que es un cuadrado que tiene diez metros por cada lado, ó sean cien metros cuadrados.

8.—El único múltiplo usual del area es la *Hectárea* igual á 100 areas ó sean 10000 metros cuadrados.

9. El único divisor usual es la *centiárea*, que es la centésima parte del area ó sea un metro cuadrado.

En el area no hay *deca* ni *kilo*; y el miria, aunque matemáticamente existe, no se usa porque no hay medida que lo represente. Por la misma razón no hay *deci* ni *mili* en los submúltiplos.

10.—La Hectárea con sus múltiplos y divisores reemplazan á la fanega superficial con los suyos.

11, 12.—En esta clase de medidas. la especie superior vale cien veces más que la inferior inmediata, porque en las medidas cuadradas es centesimal; es decir que los respectivos órdenes de unidades van aumentando y disminuyendo de ciento en ciento, necesitándose para cada orden dos cifras, y advirtiendo además que no es lo mismo dm^2 que décimas de metro cuadrado, ni $cm.^2$ que centésimas de metro cuadrado; ni $m\,m^2$ que milésimas de metro cuadrado. Estas últimas son unidades diez veces mayores que aquellas.

13.—El area es igual á 143 varas cuadradas, un pié cuadrado y 5'47 pulgadas cuadradas.

La *fanega superficial de marco real* es igual á 64 areas, 39 centiáreas 5 decímetros cuadrados y 40 centímetros cuadrados.

14.—Para reducir *varas cuadradas á metros cuadrados* se multiplican las varas por cero metros cuadrados y 699 milésimas de metro cuadrado que tiene la vara cuadrada.

Ejemplo: 7 varas cuadradas ¿cuántos metros cuadrados son?

7 varas cuadradas $\times 0'699 m.^2 = 4'893$ metros cuadrados.

15.—Cuando tengamos que reducir *metros cuadrados á varas cuadradas* se multiplicarán los metros por una vara cuadrada y 431 milésima de vara cuadrada que tiene el metro.

Ejemplo: 4 metros cuadrados ¿cuántas varas cuadrados son?

$4\ m^2 \times 1'431\ v^2 = 5'724$ varas cuadradas.

16.—Para reducir *pies cuadrados á metros cuadrados*, se multiplican los pies cuadrados por cero metros cuadrados 078 milésimas de metro cuadrado que tiene un pie cuadrado.

Ejemplo: ¿Cuántos metros cuadrados componen 8 pies cuadrados?

8 pies cuadrados $\times 0'078\ m^2 = 0'624$ metros cuadrados.

17.—Para reducir *metros cuadrados á pies cuadrados*, no hay más que multiplicar los metros cuadrados por 12 pies cuadrados y 880 milésimas de pie cuadrado que tiene el metro cuadrado.

Ejemplo: 3 metros cuadrados ¿cuántos pies cuadrados son?

3 $m^2 \times$ 12'880 pies cuadrados = 38'640 pies cuadrados.

18.—Para convertir *fanegas superficiales á hectáreas,* multiplicaremos las fanegas por cero hectárea 644 milésimas de hectárea que tiene una fanega superficial.

Ejemplo; ¿Cuántas hectáreas componen 5 fanegas superficiales?

5 fanegas $\times$ 0'644 hectáreas = 3'220 hectáreas.

19.—Para reducir *hectáreas á fanegas superficiales* se multiplican las hectáreas por 1 fanega superficial y 553 milésimas de fanega superficial que tiene la hectárea.

Ejemplo: Se desea saber cuántas fanegas superficiales componen 3 hectáreas.

3 Ha $\times$ 1'553 fanega superficial = 4'659 fanegas superficiales.

Medidas cúbicas ó de volumen.

1 Qué se entiende por cubo?—2 Metro cúbico qué será?—3 Cuáles son los múltiplos y divisores del metro cúbico?—4 A qué medida reemplaza?—5 Cuánto vale en esta unidad la especie superior más que la inferior inmediata?—6 Cómo se reducen varas cúbicas á metros cúbicos?—7 Y metros cúbicos á varas cúbicas?—8

Cómo se reducen pies cúbicos á metros cúbicos?—? Cómo metros cúbicos á pies cúbicos?

Medidas cúbicas ó de largura, anchura y grueso son el metro cúbico con sus múltiplos y divisores.

1.—*Cubo* es un cuerpo que tiene seis caras cuadradas é iguales.

2.—El *metro cúbico* es un cubo que tiene por lado un metro lineal.

En el métro cúbico no se usan generalmente los múltiplos que aumentarían de mil en mil, porque la base es milesimal.

3.—Los múltiplos y divisores del metro cúbico son:

El *miriámetro* cúbico que tiene *diez mil* metros por cada lado y vale *un billón* de metros cúbicos.

El *kilómetro* cúbico que tiene *mil* metros por cada lado y vale *mil millones* de metros cúbicos.

El *hectómetro* cúbico que tiene *cien* metros por cada lado y vale *un millón* de metros cúbicos

El *decámetro* cúbico que es un cubo que tiene por cada lado *diez* metros y vale mil metros cúbicos.

El *metro* cúbico unidad que tiene un metro lineal por cada lado.

El *decímetro* cúbico, que es un cubo que tiene por lado *un decímetro* y vale la *milésima* parte del metro.

El *centímetro* cúbico que tiene *un centímetro* por cada lado y vale la *millonésima* parte del metro cúbico.

El *milímetro* cúbico que tiene *un milímetro* por cada lado y vale la *mil millonésima* parte del metro cúbico.

4.—El metro cúbico reemplaza á la vara cúbica.

5.—Las medidas cúbicas en el sistema métrico decimal van aumentando ó disminuyendo de mil en mil, por eso se necesitan para cada orden tres cifras. Ha de tenerse presente que el *d* m^3 es cien veces menor que la décima de m^3, el cm^3 es cien veces menor que la centésima y el mm^3 es cien veces menor que la milésima de métro cúbico.

6.—Para reducir *varas cúbicas á metros cúbicos* se multiplican las varas por 0'm^3 y 584 milésimas de metro cúbico que tiene la vara cúbica.

Ejemplo: ¿Cuántos metros cúbicos componen 5 varas cúbicas?

5 varas cúbicas × 0'584 m^3=2'920 metros cúbicos.

7.—Para reducir *metros cúbicos* á *varas cúbicas* se multiplican los metros por 1 vara cúbica y 172 milésima de vara cúbica que tiene el metro cúbico.

Ejemplo. 3 metros cúbicos ¿cuántas varas cúbicas componen?

3 $m^3 \times 1'172\ v^3 = 3'516$ varas cúbicas.

8.—Cuando tengamos que reducir *pies cúbicos á metros cúbicos* se multiplicarán los pies cúbicos por 0'm^3 y 022 milésimas de metro cúbico que tiene el pie cúbico.

Ejemplo: Se desea saber cuántos metros cúbicos son 8 pies cúbicos.

8 pies cúbicos $\times$ 0'022 m^3=0'176 metros cúbicos.

9.—Para reducir *metros cúbicos á pies cúbicos* se multiplican los metros por 46 pies cúbicos y 227 milésimas de pié cúbico que tiene el metro cúbico.

Ejemplo: 7 metros cúbicos ¿cuántos pies cúbicos son?

7 $m^3 \times 46'227\ p^3 = 323'589$ pies cúbicos.

Medidas de capacidad.

1—Cuál es la unidad fundamental y usual para esta clase de medidas?—2 Qué es el litro?—3 Cuáles son los múltiplos del litro?—4 Y los divisores?—5 A qué medida reemplaza?—6 Relación del litro de áridos con el cuartillo —7 Relación del litro para aceite con la libra. —8 Relación del litro de líquidos con el cuartillo.—9 Cómo se reducen fanegas á litros y viceversa?—10 Cómo se reducen cántaras á litros y al contrario?—11

Cómo se reducen cuartillos de líquido á litros y al revés?—12 Cómo se reducen libras de aceite á litros y al contrario?—13 Cómo se reducen fanegas á hectólitros y viceversa?—14 Cómo se reducen cuartillos á litros y al contrario?

Llámanse medidas de *arqueo* á las que sirven para medir todas las semillas, como los cereales. —Y de *capacidad* las que sirven para medir todos los líquidos.

1, 2.—La unidad usual y fundamental para estas clases de medidas es el *litro*, que es un cubo que tiene por cada lado un decímetro lineal. Por manera que es un decímetro cúbico.

3, 4.—Los múltiplos y divisores del litro son:

El Miriálitro que vale. .	10000	litros.
El Kilólitro que vale. .	1000	íd.
El Hectólitro que vale.	100	íd.
El Decálitro que vale. .	10	íd.

El Litro unidad principal.
El Decílitro que es la decima parte del litro.
El Centílitro que vale la centésima.
El Mililitro la milesima parte del litro.

No se usan el miriálitro ni el mililitro.

5.—El litro con sus múltiplos y divisores reemplaza al cuartillo y libra de aceite con los suyos, y el hectólitro á las fanegas en los áridos.

Se usan generalmente medidas cilíndricas de estaño para los líquidos, y de madera, también cilíndricas. para los áridos.

6.—El *litro para áridos* es igual á 0 cuartillos y 865 milésimas de cuartillo.

7.—El *litro para aceite* es igual á 1 libra y 98 céntimos de libra ó sea 1 libra 3 panillas y 93 cén. tesimas de panilla.

8.—El *litro* es igual á 1 cuartillo y 98 centésimas de cuartillo, para los líquidos menos el aceite, ó sea 1 cuartillo, 3 copas y 93 centésimas de copa.

9.—Cuando tengamos que reducir *fanegas á litros*, multiplicaremos las fanegas dadas por 55 litros y 50 centílitros que tiene la fanega.

10.—Cuando queramos reducir *cántaras á litros* se multiplicarán las cántaras por 16 litros y 13 centílitros que tiene la arroba.

Ejemplo: ¿Cuántos litros componen 6 arrobas?
6 arrobas × 16'13 litros=96'798 litros.

Si hubiésemos de reducir litros á cántaras los multiplicaremos por cero cántaras 062 milésimas de cantara que tiene el litro.

11.—Para reducir *cuartillos* de vino á *litros* se multiplican los cuartillos por cero litros 504 milé. simas de litro que tiene el cuartillo.

Ejemplo: 7 cuartillos ¿cuántos litros son?
7 cuartillos ×0'504 litros=3'528 litros.

Para reducir *litros á cuartillos* de vino, se multiplican los litros por 1 cuartillo y 984 milésimas de cuartillo que tiene un litro.

Ejemplo: ¿Cuántos cuartillos son 7 litros?

7 litros × 1'984 cuartillos=13'888 milésimas de cuartillo.

12.—Para reducir *libras de aceite á litros* se multiplicarán las libras por 0 litros y 503 milésimas de litro que tiene una libra.

Ejemplo: Reducir 5 libras á litros:

5 libras × 0'503 litros=2'515 litros.

Para reducir *litros á libras* de aceite, se multiplican los litros por 1 libra y 99 centésimas de libras que tiene un litro

Ejemplo: 9 litros ¿cuántas libras de aceite son?

9 litros × 1'99 libras=17'91 libras.

13.—Para reducir *fanegas y hectólitros* se multiplican las fanegas por 555 milésimas de hectólitro que tiene la fanega.

Ejemplo: Se desea averiguar cuántos hectólitros serán 4 fanegas:

4 fanegas × 0'555 Hl.=2'220 hectólitros.

Para reducir *celemines á litros* se multiplican los celemines por 4 litros y 625 milésimas de litro que tiene el celemín.

Ejemplo: 5 celemines ¿cuántos litros son?
5 celemines × 4'625 litros=23'125 litros.

Los *litros* se reducen á *celemines* multiplicando los litros por cero celemines y 216 milesimas de celemín que tiene el litro.

Ejemplo: 23 litros ¿cuántos celemines son?
23 litros ×0'216 celemines=4'968 celemines.

14.—Para reducir *cuartillos á litros* se multiplican los cuartillos por 1 litro y 156 milésimas de litro que tiene un cuartillo.

Ejemplo: ¿Cuántos litros serán 3 cuartillos?
3 cuartillos × 1'156 litros=3'468 litros.

Los *litros* se reducen á *cuartillos* multiplicando los litros por cero cuartillo y 865 milésimas de cuartillo que tiene el litro.

Ejemplo: 8 litros ¿cuántos cuartillos serán?
8 litros×0'865 cuartillos =6'920 cuartillos.

Medidas ponderales ó de peso.

1 Cuál es la unidad fundamental para esta clase de medidas? - 2 Qué es el gramo?—3 Cuáles son los múltiplos del gramo?—4 Y los divisores?—5 Unidad usual para es-

ta clase de medidas.—6 Qué es el kilogramo?—7 Cuáles son sus múltiplos y cuales sus divisores?—8 Relación del kilogramo con la libra y viceversa.—9 Cómo se reducen arrobas á kilogramos?—10 Y kilogramos á arrobas?—11 Cómo se reducen libras á kilogramos?—12 Cómo kilogramos á libras?

1.—La unidad fundamental de las medidas ponderales ó de peso es el *gramo* con sus múltiplos y divisores.

2.—El gramo es igual á lo que pesa en el vacío la cantidad de agua destilada á la temperatura de su mayor concentración, que es la de 4 grados del termómetro centígrado, contenida en un centímetro cúbico.

3, 4.—Los múltiplos y divisores del gramo son:

El Miriagramo que vale.	10000	gramos
El Kilogramo que vale.	1000	íd.
El Hectógramo que vale.	100	íd.
El Decágramo que vale.	10	íd.

Gramo unidad principal.

El Decígramo que vale la décima parte del gramo.

El Centígramo que vale la céntesima parte del gramo.

El Milígramo la milésima parte del gramo.

5, 6.—La unidad usual para estas medidas es el *kilogramo*, cuyo peso equivale á mil gramos y es igual á lo que pesa en el vacío la cantidad de agua destilada á la temperatura de su mayor concentración, contenida en un litro ó sea un decímetro cúbico.

7.—Los múltiplos y divisores del kilógramo son:

Tonelada de peso. .	1000 kg.	ó sean		1000000	gs.
Quintal métrico. . .	100 íd.	íd.		100000	gs.
Miriagramo.	10 íd.	íd.		10000	gs.
Kilogramo unidad usual.				1000	g..
Hectógramo. . .	0'1	de kg.	íd.	100	gs.
Decágramo . . .	0'01	íd.	íd.	10	gs.
Gramo.	0'001	íd.			
Decígramo. . . .	0'000I	íd.	íd.	0'1	gs.
Centígramo. . .	0'00001	íd.	íd.	0'01	gs.
Milígramo. . . .	0'000001	íd.	íd.	0'001	gs.

El quintal métrico y la tonelada de peso se toman por unidades cuando se quieren expresar cantidades de un peso considerable. Cuando por el contrario haya que indicar pequeñas cantidades, será la unidad el gramo.

El kilogramo con sus múltiplos y divisores reemplaza á la libra con los suyos.

8.—El kilogramo equivale á 2 libras, 2 onzas y 12'409 adarmes, ó sean 2'1735 libras.

Una libra vale 460 gramos.

9.—Para reducir *arrobas á kilogramos* se multiplicarán las arrobas dadas por 11' kilogramos 502 gramos que tiene la arroba.

10.—Por el contrario para reducir *kilogramos á* *arrobas* se multiplicarán los kilogramos dados por cero arrobas y 087 milésimas de arroba que tiene el kilogramo.

Ejemplo: ¿Cuántas arrobas componen 200 kilogramos?

200 Kg. × 0'087 @=17'400 arrobas.

11.—Cuando se hayan de reducir *libras á kilogramos* se multiplicarán las libras dadas por 460 gramos que tiene la libra.

Ejemplo: 7 libras ¿cuántos kilogramos son?

7 libras × 460 gramos=3'220 kilogramos.

12.—Para reducir *kilogramos á libras* se multiplican los kilogramos por 2 libras y 173 milésima de libra que tiene el kilogramo.

Ejemplo. 5 kilogramos ¿cuantas libras son?

5 kilogramos × 2'173 libras=10'865 libras.

Observación. Cuando la unidad de la cantidad que se trate de reducir al otro sistema sea distinta de aquella cuya equivalencia se sabe, en este caso la cantidad dada se reduce á la especie cuya equivalencia se conoce.

Ejemplo: 37 celemines ¿qué litros son?

$$\frac{37}{12} \text{ fanegas} \times 5'55 \text{ litros} = \frac{37 \times 5'55}{12} = \frac{205'35}{12}$$

$=17'113$ litros.

SISTEMA MONETARIO

1 Cuál es la unidad monetaria en el sistema métrico decimal?—2 Qué es la peseta?—3 Cuáles son los múltiplos de la peseta?—4 Cuáles son las divisores?

1, 2.—La unidad monetaria es la *peseta*, moneda efectiva de plata que tiene nueve partes de plata y una de cobre, y pesa cinco gramos.

3.—Los múltiplos de la peseta son:

De oro, la pieza de 100 pesetas, la de 50, la de 25, la de 20, la de 10 y la de 5.

De plata la pieza de 5 pesetas y la de 2.

4.—Los divisores de la peseta son:

De plata la pieza de 50 céntimos la de 25 y la de 20 céntimos.

De cobre la pieza de 10 céntimos, la de 5, la de 2 y la de un céntimo.

Operaciones con los números métricos.
Adición.

1 Qué operaciones pueden ejecutase con los números métrico-decimales?—2 Cómo se suman los números métrico-decimales?

1.—Como los números métrico-decimales están en un todo sujetos á los mismos principios que los decimales, para lo cual se consideran como enteros los múltiplos y las unidades principales y como decimales los divisores, por eso las operaciones que con aquellos se ejecutan son las mismas que con estos hemos visto.

2.—Para sumar números complejo-métricos, se reducen á incomplejos de una misma especie, se colocan los sumandos de manera que se correspondan en columna, las unidades de un mismo orden, igualmente que la coma de cada sumando, y después se suman como los decimales.

EJEMPLOS:

¿Cuántos metros sumarán 7 Km., 6 Hm., 5 Dm., 9 M., 2 dm. y 3 cm.+8 Dm., 7 m., 4 dm.+8 Km., 1 Dm., 7 cm.

$$\left.\begin{array}{r} 7659'23+\\ 87'40+\\ 8010'07=\\ \hline 15756'70 \end{array}\right\}\text{metros.}$$

125 Hm. y 75 M. + 2583 M. y 24 cm.+173 dm., ¿cuántos metros componen?

$$\left.\begin{array}{r} 12575'00\\ 2583'24\\ 17'30\\ \hline 15175'54 \end{array}\right\}\text{metros.}$$

Sustracción.

1 Cómo se restan los números métrico-decimales.

Para restar números métrico-decimales, se reducen minuendo y sustraendo á incomplejos de una misma especie, se colocan los datos de manera que se correspondan las unidades de un mismo orden, formando la coma columna en el minuendo, sustraendo y resto, y después se restan como los decimales.

Ejemplos: De 189 Hm^2, 6 M^2 y 13 mm^2 hay que restar 97 $Dm.^2$ y 18 $cm.^2$ ¿cuántos metros cuadrados quedarán?

1890006'000013—
9700'001800=
1880305'998213 metros cuadrados.

Multiplicación.

1 Cómo se multiplican las cantidades métrico-decimales?

Para multiplicar números métrico-decimales, se reducen á incomplejos; el multiplicando hasta las unidades en que se pide el producto, y el multiplicador hasta la especie de unidades que señale el precio, y después se multiplican como los decimales.

Ejemplos: ¿Cuánto valen 17 metros de tela á 9 pesetas uno?

17 metros × 9 ptas. =153 pesetas.

100 metros de tela á 3 pesetas y 25 céntimos metro, ¿cuánto valen?

100 metros × 3'25 ptas. = 325 pesetas.

300 kilogramos de carne á 1 peseta 50 céntimos kilogramo, ¿cuánto importan?

300 Kg. × 1'50 ptas.=450 pesetas.

Valiendo un kilogramo de pólvora á 3 pesetas y 25 céntimos ¿cuánto valdrán 425 Kg. y 29 gramos?

425'009 Kg, × 3'25 ptas. = 1381'28 pesetas.

División.

1 Casos que pueden ocurrir en la división de números métrico-decimales.

1.—En la división de números métricos decimales pueden ocurrir dos casos:

1.° Que dividendo y divisor sean de la misma naturaleza.

2.° Que dividendo y divisor sean de naturaleza diferente.

Cuando dividendo y divisor fueren de igual naturaleza, se reducen á la misma especie. Si son de distinta naturaleza, se reduce el divisor á la especie de la unidad cuyo valor se quiere hallar, y el dividendo á la especie principal; después se dividen como los decimales.

Ejemplos: Sabiendo que un hectólitro de trigo pesa 80 Kg., 4 Hg. y 3 gramos, se desea saber cuántos hectógramos del mismo género contendrá una carga que pesa 3 quintales métricos, 2 Hg. y 3 gramos:

300203 gramos : 80403 gramos = 3733 Hg.

17 Kg., 4 Hg., 5 Dg. y 6 gramos han costado 340 pesetas, ¿á cómo sale el kilogramo?

340 pesetas : 17'456 Kg. =

340000 ptas. : 17456 Kg. = 19'48 pesetas.

Correspondencia recíproca de las pesas y medidas de Castilla y las del sistema métrico decimal.

Unidades de longitud

1 kilómetro....	0'179 leguas	1 legua...	5'573 Km.
1 metro.......	1'196 varas	1 vara....	0'886 M.
1 decímetro....	0'350 pies	1 pié.....	2'786 dm.

Superficiales y agrarias

1 Km^2......	0'032 legs. cds.	1 leg^a cd^a.	31'055 Km^2.
1 metro^2....	1'431 varas íd.	1 vara íd.	0'699 M^2.
1 dm^2......	0'129 pies íd.	1 pié íd.	7'763 dm^2.
1 hectárea ..	1'553 fs. íd.	1 f^a. spl.	0'644 Ha.
1 area......	0'183 cls.	1 celemín	5'366 áreas

Volumen

1 metro^3...	1'712 varas^3.	1 vara cúbica.	0'584 m^3
1 dm^3.....	0'046 pies^3. .	1 pié cúbico..	21'633 dm^3

Capacidad, áridos

1 Hectólitro ...	1'802 fanegas	1 fanega..	0'555 Hl.
1 litro.......	0'865 cts.	1 cto....	3'156 litros.

Líquidos

1 Decálitro. .	0'620 cántaras	1 cántara. .	1'613	Dl.
1 litro.	1'984 cts.	1 cuartillo.	0'504	litros.

Aceite

1 Decalitro. .	0'796 arroba	1 arroba. . .	1'256	Dl.
1 litro.	1'989 libras	1 libra. . . .	0'502	litros.

Peso

1 kilogramo.	0'087 arroba	1 arroba. .	11'502	Kg.
1 kilogramo.	2'173 libras	1 libra. . .	0'460	Kg.
1 gramo. . . .	0'035 onzas	1 onza. . .	28'756	gramo.

Equivalencias aproximadas entre las medidas y pesas más usadas de Castilla y las del sistema métrico decimal.

Longitud

11 Kilómetros = 2 leguas.
39 íd. = 7 íd.
5 metros = 6 varas
52 íd. = 61 íd.
7 centímetros = 3 pulgadas.

Cuadradas ó de superficie.

7 metros cuadrados = 10 varas cuadradas.
1 íd. = 13 pies cuadrados.
9 hectáreas = 14 fanegas superficiales.

Cúbicas ó de volumen

7 metros cúbicos = 12 varas cúbicas.
1 íd. íd. = 46 pies cúbicos.

Capacidad

5 hectólitros = 9 fanegas.
37 litros = 8 celemines.
1 litro (líquido)..... = 2 cuartillos.
1 íd (aceite) = 2 libras.
100 litros íd. = 199 íd.

Peso

6 Kilógramos = 13 libras.
46 íd. = 100 íd.

1 metro = 1 vara 7 pulgadas y 0'0 línea.
1 litro = 1 cuartillo 3 copas y 0'93 copas
1 litro = 1 libra 3 panillas y 0'96 panilla.
1 kilógramo = 2 libras, 2 onzas y 12 adarmes.

FIN DEL SEGUNDO CUADERNO.

TERCERA PARTE

Operaciones con los quebrados comunes—Números complejos.

QUEBRADOS O FRACCIONES COMUNES

PRELIMINARES.

1 Qué se entiende por número quebrado? —2 De cuántos términos consta un quebrado?—3 Qué indica el denominador.—4 Y el numerador?—5 Cómo se lee un quebrado?—6 De cuántas maneras puede ser un quebrado?—7 Qué se entiende por quebrado propio y qué por impropio?—8 Un quebrado cuyo numerador es igual á su denominador; ¿á qué es igual?—9 Un quebrado cuyo numerador es mayor que su denominador ¿á qué es igual? —10 Cómo se averiguan los enteros que contiene un quebrado impropio?—11 Cómo se reduce un número mixto á quebrado impropio?.—12 Cómo se dá á un entero la forma de quebrado?—13 Cómo se pone la unidad en forma de quebrado?—14 Cómo se pone un entero en forma de quebrado de una especie determinada?

1.—Llámase número *quebrado* el que expresa una ó más partes de la unidad entera, ó sea el que no llega á valer la unidad.

2.—Un quebrado consta de dos términos, llamados, *numerador* y *denominador* los cuales se escriben el primero sobre una linea horizontal y el segundo debajo, en esta forma: tres cuartas de tela, tres quintos de duro, dos séptimos de naranjas; se escriben

$$\frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{2}{7}.$$

3. 4.—El *numerador* indica las partes que se toman de la unidad dividida y el *denominador* el número de partes iguales en que se considera dividida la unidad, El numerador se llama así porque numera ó cuenta las partes que contiene el quebrado; y el segundo se llama denominador porque denomina ó da nombre al quebrado.

5.—Se leen los quebrados nombrando primero el numerador con los numerales absolutos cardinales y luego el denominador con los partitivos medio, tercio, cuarto, etc., y en pasando de diez, se expresa también con los numerales absolutos añadiendo la terminación *avos* que quiere decir partes.

Ejemplos. $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$

se leen un medio, cinco sextos, siete dozavos.

6.—Los quebrados se clasifican en *propios é impropios.*

7.—Son *propios* los quebrados que no llegan á valer una unidad entera.

Son *impropios* los que valen la unidad ó más de la unidad.

Los primeros se conocen en que el numerador es menor que el denominador, y los segundos en que el numerador es igual ó mayor que el denominador.

$$\frac{8}{8}, \frac{9}{5}, \frac{5}{4}.$$

8. 9.—Si el numerador es igual al denominador el quebrado impropio es igual á la unidad. Y si el numerador es mayor que el denominador, el quebrado vale más que la unidad.

Todo quebrado equivale á una división indicada, en que el numerador es el dividendo y el denominador el divisor.

10.—Para averiguar los *enteros que contiene un quebrado impropio* no hay más que dividir el numerador por el denominador.

Ejemplo:

$$\frac{35}{4}=35:4=8\frac{3}{4} \qquad \frac{18}{6}=18:6=3$$

$$\frac{17}{5}=17:5=3\frac{2}{5}.$$

11.—Cuando tengamos que reducir *un número mixto á quebrado impropio*, multiplicaremos el entero por el denominador del quebrado agregando al producto el numerador, y pondremos á esta suma por denominador el mismo del quebrado.

Ejemplos: $8\frac{3}{4}=\frac{8\times4+3}{4}=\frac{35}{4}$, $3\frac{1}{5}=\frac{3\times5+1}{5}=\frac{16}{5}$

12, 13.—Para poner un *entero en forma de quebrado* no hay más que poner por denominador la unidad. Así 5 será igual á $\frac{5}{1}$, 9 en forma de quebrado será $\frac{9}{1}$; 6 será $\frac{6}{1}$. Y para poner *la unidad en forma de quebrado* se pone un quebrado, cuyo numerador y denominador sean iguales.

Ejemplo: $1=\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \frac{15}{15}$.

14.—Cuando tengamos que poner un *entero en forma de quebrado dándonos el denominador determinado*, se multiplicará el entero por el denominador dado, y este producto será el numerador del quebrado, al que se le pone por denominador el dado.

Ejemplo: Si queremos transformar el número 5 en un quebrado que tenga por denominador 7, será:

$$5=\frac{5\times7}{7}=\frac{35}{7}$$

Reduccion de quebrados á un común denominador.

1 Qué quiere decir reducir quebrados á un común denominador?—2 Cómo se reducen los quebrados de di-

ferentes denominadores á un común denominador?—3 De dos quebrados que tengan igual denominador, ¿cuál es el mayor?—4 De dos quebrados que tengan igual numerador, ¿cuál es el mayor?—5 Cómo se aumenta un quebrado?—6 Cómo se disminuye?

1.—Reducir los quebrados á un común denominador es hallar otros de igual valor pero que tengan los denominadores iguales.

2.—Para reducir los quebrados á un común denominador se multiplican el numerador y denominador de cada uno por el producto de los denominadores de los demás.

EJEMPLOS:

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{2}{3}, = \frac{1\times4\times3}{2\times4\times3} \quad \frac{3\times2\times3}{4\times2\times3} \quad \frac{2\times4\times2}{3\times4\times2} =$$

$$\frac{12}{24}, \quad \frac{18}{24}, \quad \frac{16}{24}.$$

$$\frac{3}{4}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{4} = \frac{3\times3\times2\times4}{4\times3\times2\times4} \quad \frac{2\times2\times4\times4}{3\times2\times4\times4}$$

$$\frac{1\times4\times4\times3}{2\times4\times4\times3} \quad \frac{1\times2\times3\times4}{4\times4\times3\times2} = \frac{72}{96}, \quad \frac{64}{96}, \quad \frac{48}{96}, \quad \frac{24}{96}.$$

También pueden reducirse quebrados á un común denominador por medio del mínimo común múltiplo.

Se llama mínimo común *múltiplo*, según dijimos en el primer cuaderno, al menor número que contiene á varios.

Consiste, en averiguar el m. m. c. de los denominadores, y multiplicar los dos términos de cada quebrado por el cociente de dividir el m. c. m. por el denominador respectivo.

También se hace averiguando los factores simples que componen á cada denominador y el m. m. c. y multiplicar los dos términos de cada quebrado por los factores que faltan á su denominador para componer dicho número común múltiplo.

EJEMPLOS:

$$\frac{3}{8},\ \frac{7}{12},\ \frac{9}{20}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 8=2^3 \\ 12=2^2\times 3 \\ 20=2^2\times 5 \end{array}$$

$$\text{M. c. m.}=2^3\times3\times5=120$$

$$\begin{array}{l} 120:\ 8=15 \\ 120:12=10 \\ 120:20=\ 6 \end{array}$$

$$\frac{3\times15}{8\times15}\quad \frac{7\times10}{12\times10}\quad \frac{9\times6}{20\times6}=\frac{45}{120},\ \frac{70}{120},\ \frac{54}{120}$$

De otro modo:

$$\frac{3}{8},\ \frac{7}{12},\ \frac{9}{20}=\frac{3}{2^3},\ \frac{7}{2^2\times3},\ \frac{9}{2^2\times5}=\frac{3\times3\times5}{2^3\times3\times5},$$

$$\frac{7\times2\times5}{2^2\times3\times2\times5}\quad \frac{9\times2\times3}{2^2\times5\times2\times3}=\frac{45}{120},\ \frac{70}{120},\ \frac{54}{120}$$

3.—De dos quebrados que tienen iguales denominadores es mayor el que tiene mayor numerador.

Ejemplo: De los quebrados: $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$ el mayor es $\frac{4}{5}$; porque siendo uno mismo el denominador, la unidad está dividida en igual número de partes, y por lo tanto, estás serán iguales, y siendo iguales, será mayor aquel en que más partes tomemos.

4.—De dos quebrados que tienen iguales los numeradores, es mayor el que tiene menor denominador.

Ejemplo: De los quebrados: $\frac{3}{4}$ y $\frac{3}{5}$ es mayor el $\frac{3}{4}$; porque siendo uno mismo el numerador tomamos igual número de partes, y siendo el denominador menor, mayores serán las partes.

5, 6.—Un quebrado se aumenta, aumentando su numerador ó disminuyendo su denominador. Y se disminuye, disminuyendo su numerador ó aumentando su denominador.

Luego para multiplicar un quebrado por un número entero basta multiplicar el numerador ó dividir el denominador.

EJEMPLO:

$$\frac{4}{11}\times 2=\frac{4\times 2}{11}=\frac{8}{11}.\quad \frac{7}{15}\times 5=\frac{7}{15:5}=\frac{7}{3}.$$

Para dividir un quebrado por un número entero basta dividir el numerador ó multiplicar el denominador.

Ejemplo: $\frac{3}{5}:4=\frac{3}{5\times 4}=\frac{3}{20}.\quad \frac{6}{7}:3=\frac{6:3}{7}=\frac{2}{7}$

Un quebrado no altera de valor aun cuando sus dos términos se multipliquen ó dividan por un mismo número.

Simplificación de quebrados.

1 Qué es simplificar un quebrado?—2 Cuándo un quebrado es simplificable?—3 Cómo se simplifican los quebrados?—4 Por qué números suele simplificarse principalmente un quebrado y cuándo puede hacerse por cada uno de ellos?

1.—*Simplificar un quebrado* es reducirle á otro de igual valor pero de menores términos, es decir, en que numerador y denominador sean menores.

2, 3.—Para que un quebrado se pueda simplificar han de ser sus dos términos divisibles por un mismo número, por eso para simplificar un quebrado se divide numerador y denominador cuantas veces se pueda por 2, después por 3, por 5, por 11, y últimamente por el máximo común divisor de sus dos términos.

4.—Un quebrado se puede simplificar por 2, ó es divisible por 2, cuando numerador y denominador terminan en cero ó cifra par, ó uno en cero y en cifra par el otro.

Ejemplo: $\frac{32}{48}=\frac{16}{24}=\frac{8}{12}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}.$

Se puede simplificar por 3 cuando sumadas las cifras del numerador y separadamente también las del denominador den por suma 3 ó un múltiplo de tres.

Ejemplo: $\frac{108}{243}=\frac{36}{81}=\frac{12}{27}=\frac{4}{9}.$

Se puede simplificar por 5 cuando numerador y denominador terminan en cero ó en 5, ó uno en cero y otro en cinco.

Ejemplo: $\frac{625}{1250}=\frac{125}{250}=\frac{25}{50}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}.$

Se puede simplificar por 11 cuando sumadas las cifras que ocupan lugar par, y las que ocupan lugar impar, y restada una suma de otra, la resta es cero, once ó un múltiplo de once.

Ejemplo: $\frac{235840}{789767}=\frac{21440}{71697}.$

También se pueden simplificar los quebrados hallando el máximo común divisor de los dos términos.

Máximo común divisor de varias cantidades (según queda dicho en el primer cuaderno) es aquella cantidad que las divide exactamente, y al mismo tiempo es la mayor de todas las que las divide.

Para hallar el m. c. d. de dos cantidades, se divide la mayor parte por la menor, la menor por la resta, la primera por la segunda, y así sucesivamente; el último divisor es el máximo común divisor que se busca. Si el último divisor es la unidad, no tiene m. c. d. distinto de la unidad: así el quebrado $\frac{642}{2466}$ simplificado es $\frac{107}{411}$.

2466	642	540	102	30	12	6 m. c. d.
540	3	1	5	3	2	2
	102	30	12	6	0	

2466 : 6=411 denominador $\left(\frac{107}{411}\right)$
642 : 6=107 numerador

Adición de quebrados.

1 Cuántos son los casos de la adición de quebrados? —2 Cómo se suman los quebrados entre sí?—3 Cómo se suma un entero con un quebrado?—4 Cómo se suman los números mixtos?

1.—En la adición de quebrados se pueden distinguir tres casos:

1.° Sumar quebrados entre sí.
2.° Sumar un entero con un quebrado ó viceversa.
3.° Sumar números mixtos.

2.—Caso primero.—Para *sumar quebrados entre sí*, se suman los numeradores si tienen igual denominador; y si no lo tienen igual se reducen á un común denominador; se suman sus numeradores y se pone por denominador el de los nuevos quebrados; se simplifican luego si se puede y se hallan los enteros que contenga el quebrado que resulte si es impropio.

Ejemplo: Para sumar $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}+\frac{4}{5}$ sumaremos los numeradores $3+1+4=8$ y tengo $\frac{8}{5}$ que como es quebrado impropio, saco los enteros y será $\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$.

3.—Caso segundo. Para sumar un *entero con un quebrado* ó viceversa, se multiplica el entero por el denominador, el producto se suma con el numerador y á esta suma se le pone por denominador el del quebrado.

Ejemplo: $3+\frac{5}{9}=\frac{3\times 9+5}{9}=\frac{32}{9}$.

4.—Caso tercero. Para *sumar números mixtos.* Se puede ejecutar la operación reduciéndolos á quebrados y sumando después estos quebrados como queda dicho, ó bien sumando primero los quebrados y después los enteros añadiendo á éstos los que resulten de la suma de los quebrados, ó reduciendo cada número mixto á decimal y sumándolos después como tales.

EJEMPLOS:

Caso 1.° $\frac{5}{7}+\frac{2}{7}+\frac{4}{7}=\frac{11}{7}=1\frac{4}{7}$.

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=\frac{12}{24}+\frac{18}{24}+\frac{16}{24}=\frac{46}{24}=\frac{23}{12}=1\frac{11}{12}.$$

Caso 2.° $7+\frac{3}{6}=\frac{7\times 6+3}{6}=\frac{45}{6}.$

Caso 3.° $8\frac{3}{4}+5\frac{6}{9}+2\frac{4}{5}=\frac{35}{4}+\frac{51}{9}+\frac{14}{5}=$

$$\frac{1575}{180}+\frac{1020}{180}+\frac{504}{180}=\frac{3099}{180}=\frac{1033}{60}=17\frac{13}{60}.$$

2

$$\left.\begin{array}{l} 8\frac{3}{4}=\frac{135}{180} \\ 5\frac{6}{9}=\frac{120}{180} \\ 2\frac{4}{5}=\frac{144}{180} \end{array}\right\} \frac{399}{180}=\frac{133}{60}=2\frac{13}{60}$$

$$17\frac{13}{60}$$

$$\begin{array}{lll} 30:4=0'75 & 8'75+ & \\ 60:9=0'66 & 5'66+ & \left.\right\} 17'21. \\ 40:5=0'80 & 2'80= & \end{array}$$

Sustracción de quebrados.

1 Cuántos son los casos que pueden ocurrir en la sustracción de quebrados?—2 Cómo se resta un quebrado de otro quebrado?—3 Cómo se resta de un entero un quebrado?—4 Como se resta de un quebrado impropio un entero?—5 Cómo se resta de un número mixto otro mixto?

1.—La sustracción de quebrados comprende cuatro casos:

1.° Restar un quebrado de otro quebrado.
2.° Restar de un entero un quebrado.
3.° Restar un entero de un quebrado impropio.
4.° Restar números mixtos.

2.—Caso primero. Para restar *un quebrado de otro* quebrado se reducen primeramente á un común denominador, si no lo tienen; se restan luego los numeradores y á la diferencia se le pone por denominador el que lo es común; luego se simplifica este resultado si se puede.

Ejemplo: $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{6}{8}-\frac{4}{8}=\frac{6-4}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

$\frac{4}{5}-\frac{2}{5}=\frac{2}{5}$. $\frac{5}{7}-\frac{3}{7}=\frac{5-3}{7}=\frac{2}{7}$.

3.—Caso segundo. Para restar de un *entero un quebrado* se puede hacer de tres maneras: 1.ª Se multiplica el entero por el denominador; del producto, se resta el numerador, y á la diferencia se pone por denominador el del quebrado.

Ejemplo. $9-\frac{5}{7}-\frac{9\times7-5}{7}=\frac{63-5}{7}=\frac{58}{7}=8\,\frac{2}{7}$

2.ª Se quita al entero una unidad, la cual se pone en forma de quebrado de la misma especie que el sustraendo y de esta unidad se resta el quebrado.

Ejemplo: $9-\frac{5}{7}=8\,\frac{7}{7}-\frac{5}{7}\;8\,\frac{2}{7}$.

3.ª Se pone desde luego por diferencia el entero menos una unidad, y un quebrado cuyo numerador sea el exceso del denominador sobre el numerador, y por denominador el mismo del quebrado,

Ejemplo: $9-\frac{5}{7}=8\frac{7-5}{7}=8\frac{2}{7}$

También puede ponerse la unidad por denominador del entero, y queda este caso reducido al primero de la sustracción.

Ejemplo. $9-\frac{5}{7}=\frac{9}{1}-\frac{5}{7}=\frac{63}{7}-\frac{5}{7}=\frac{58}{7}=8\,\frac{2}{7}$

4.—Caso tercero. Para restar de un *quebrado impropio un entero*, se multiplica el entero por el denominador y el producto se resta del numerador, y á la diferencia se le pone por denominador el del quebrado.

Ejemplo: $\frac{24}{7}-3=\frac{24-(3\times7)}{7}=\frac{24-21}{7}=\frac{3}{7}$

5.—Caso cuarto. Para restar *números mixtos* se puede hacer de tres maneras:

1.ª Se reducen á quebrados y se restan como tales.

2.ª Se restan separadamente los quebrados y después los enteros, si el quebrado minuendo fuese menor que el sustraendo, se le quita al entero minuendo una unidad, la cual se pone en forma de quebrado de la misma especie que los quebrados y se suma con el quebrado minuendo, y de esta suma se resta el quebrado sustraendo.

3.ª Se reduce cada quebrado á decimal y se restan como decimales.

Cuando solo el minuendo tiene quebrado, se restan los enteros poniendo á continuación el citado quebrado, así $712\frac{3}{4}-206=506\frac{3}{4}$.

Si el sustraendo solo es el que tiene quebrado, se quita una unidad al entero minuendo, formando con ella un quebrado cuyos términos sean iguales al denominador dado, quedando la operación reducida á restar primero los quebrados y después los enteros, sin olvidarse al ejecutar la resta de los enteros, de la unidad que se quitó.

Ejemplo: $357-108\frac{3}{4}=356\frac{4}{4}-108\frac{3}{4}=248\frac{1}{4}$

Ejemplos del caso 4.°

$8\frac{3}{5}-6\frac{2}{9}$

$$8\frac{3}{5}-6\frac{2}{9}=\frac{8\times5+3}{5}-\frac{6\times9+2}{9}=\frac{43}{5}-\frac{56}{9}=$$

$$\frac{387}{45}-\frac{280}{45}=\frac{107}{45}=2\frac{17}{45}.$$

$$\left.\begin{array}{l} 8\frac{3}{5}=\frac{27}{45} \\ 6\frac{2}{9}=\frac{10}{45} \end{array}\right\} \frac{27}{45}-\frac{10}{45}=\frac{17}{45}$$

$$2\ \frac{17}{45}.$$

$$\begin{array}{ll} 3:5=0{'}60 & \left.\begin{array}{l} 8{'}60- \\ 6{'}22= \end{array}\right\} 2{'}38 \\ 2:9=0{'}22 & \end{array}$$

Multiplicación de quebrados.

1 Cuántos casos pueden ocurrir en la multiplicación de quebrados?—2 Cómo se multiplica un quebrado por otro?—3 Cómo se multiplica un quebrado por un entero ó viceversa?—4 Cómo se multiplica un número mixto por otro mixto?—5 A qué se llama quebrado de quebrado?—6 Cómo se resuelven los quebrados de quebrados?

1.—En la multiplicación de quebrados podemos distinguir tres casos:

1.° Multiplicar un quebrado por otro.

2.° Multiplicar un quebrado por un entero ó al contrario.

3.° Multiplicar números mixtos.

2.—Primer caso. Para multiplicar *un quebrado por otro*, ó varios quebrados entre sí, no hay más que multiplicar los numeradores y el resultado será el numerador del producto; luego se multiplican los denominadores y el resultado será el denominador del producto. Este se simplifica si se puede, y si resulta un quebrado impropio se hallan los enteros que contengan.

Ejemplo: $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}=\frac{2\times3\times5}{3\times4\times6}=\frac{30}{72}=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

3.—Segundo caso. Para multiplicar un *entero por un quebrado* ó al contrario, se multiplica el entero por el numerador del quebrado y al producto se pone por denominador el que tenía el quebrado.

Otros ponen al entero por denominador la unidad y queda la cuestión reducida á multiplicar un quebrado por otro.

Ejemplo: $5\times\frac{3}{7}=\frac{5\times3}{7}=\frac{15}{7}=2\,\frac{1}{7}$, ó bien $5\times\frac{3}{7}$
$=\frac{5}{1}\times\frac{3}{7}=\frac{5\times3}{1\times7}=\frac{15}{7}=2\,\frac{1}{7}$.

4.—Tercer caso. *Para multiplicar números mixtos*, se reducen primeramente á quebrados y luego se multiplican estos quebrados como queda dicho en el primer caso. O bien se reducen á decimales y se multiplican como tales.

EJEMPLOS:

$$6\frac{3}{5}\times 3\frac{2}{7}=\frac{33}{5}\times\frac{23}{7}=\frac{33\times 23}{5\times 7}=\frac{759}{35}=21\frac{24}{35}$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{3}{5}=3:5=0'60\\ \frac{2}{7}=2:7=0'28\end{array}\right\} 6'60\times 3'28=21'648.$$

En la multiplicación de quebrados pueden ocurrir también los casos de multiplicar un número entero por un mixto, un mixto por un quebrado, etc. Todos estos casos se resuelven reduciendo los enteros á quebrados ó poniendo por denominador la unidad y los mixtos convirtiéndolos en quebrados.

EJEMPLOS:

$$4\times 2\frac{1}{2}=\frac{4}{1}\times\frac{5}{2}=\frac{4\times 5}{1\times 2}=\frac{20}{2}=10.$$

$$8\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{17}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{17\times 3}{2\times 4}=\frac{51}{8}=6\frac{3}{8}.$$

5.—Se llaman *quebrados de quebrados* á los que expresan parte ó partes de otro quebrado.

Así: $\frac{2}{6}$ de $\frac{3}{4}$ indica que cada una de las tres cuartas partes que contiene el segundo quebrado, se ha dividido en seis partes iguales, según indica el denominador del quebrado primero, y de éllas contiene el quebrado dos, es decir, que el resultado final es dos sextas partes de cada una de las tres cuartas en que se considera dividida la unidad entera.

6.—Los quebrados de quebrados se resuelven multiplicando entre sí todos los numeradores y poniendo el resultado por numerador del producto, y luego todos los denominadores cuyo producto se pondrá por denominador.

EJEMPLO:

$$\frac{2}{3}\text{ de }\frac{3}{4}\text{ de }\frac{5}{6}\text{ de }24=\frac{2\times3\times5\times24}{3\times4\times6}=\frac{720}{72}=\frac{360}{36}$$

$=\frac{180}{18}=\frac{90}{9}=\frac{30}{3}=\frac{10}{1}=10$. Simplificando antes de ejecutar las operaciones tendremos $\frac{2\times3\times5\times24}{3\times4\times6}$ suprimiendo el factor 3 en numerador y denominador, quedará $\frac{2\times5\times24}{4\times6}$, y suprimiendo ahora el factor 24 en el numerador y los factores 4×6 en el denominador, nos resultará $\frac{2\times5}{1}=10$.

División de quebrados.

1 Cuántos casos pueden ocurrir en la división de quebrados?—2 Cómo se divide un quebrado entre otro?

—3 Cómo un quebrado entre un entero?—4 Cómo se divide un entero entre un quebrado?—5 Cómo un mixto entre otro mixto.

1.—En la división de quebrados suelen distinguirse cuatro casos:

1.° Dividir un quebrado de otro.
2.° Dividir un quebrado entre un entero.
3.° Dividir un entero entre un quebrado.
4.° Dividir números mixtos,

2.-Primer caso. La división *de un quebrado entre otro* se ejecuta multiplicándolos en cruz, es decir, el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el producto que resulte será el numerador del cociente; y el denominador del dividendo por el denominador del divisor, cuyo resultado será el numerador del cociente. Este se simplifica si se puede. y si resulta un quebrado impropio se hallan los enteros que contenga.

Ejemplo. $\frac{2}{6} : \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{6 \times 3} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$.

3.—Segundo caso. Para dividir *un quebrado entre un entero* se multiplica el entero por el denominador del quebrado, cuyo producto se pone por numerador del cociente y por denominador pondremos el numerador del quebrado.

Otros dan al entero la forma de quebrado, poniéndole por denominador la unidad, y queda reducido á dividir un quebrado de otro.

EJEMPLOS:

$$14 : \frac{5}{6} = \frac{14 \times 6}{5} = \frac{84}{5} = 16\frac{4}{5}.$$

$$14 : \frac{5}{6} = \frac{14}{1} : \frac{5}{6} = \frac{14 \times 6}{1 \times 5} = \frac{84}{5} = 16\frac{4}{5}.$$

4.—Tercer caso. Para dividir *un entero entre un quebrado* se multiplica el entero por el denominador del quebrado, y á este producto se pone por numerador el mismo del quebrado.

Otros ponen por denominador la unidad, y se verifica la operación como en el primer caso.

EJEMPLOS:

$$\frac{5}{7} : 8 = \frac{5}{7 \times 8} = \frac{5}{56}.$$

$$\frac{3}{4} : 6 = \frac{3}{4} : \frac{6}{1} = \frac{3 \times 1}{4 \times 6} = \frac{3}{24}.$$

5.—Cuarto caso. La división *de números mixtos* se ejecuta reduciendo los números mixtos á quebrados y dividiendo estos quebrados como queda dicho.

También se pueden reducir á decimales y dividirlos como tales.

EJEMPLOS.

$$6\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2} = \frac{20}{3} : \frac{7}{2} = \frac{20 \times 2}{3 \times 7} = \frac{40}{21} = 1\frac{19}{21}.$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{2}{3}=2:3=0'67\\[2ex]\frac{1}{2}=1:2=0'50\end{array}\right\} 6'67:3'50=1'91.$$

Observación

Todos los casos que hemos distinguido en la suma, resta, multiplicación y división de números quebrados, se pueden reducir á uno solo, cual es el de sumar, restar, multiplicar ó dividir *quebrados* con *quebrados*; pues si hay algún entero no tenemos más que ponerle la unidad por denominador y queda reducido á operar con dos quebrados; y si son números mixtos se reducen á quebrados impropios.

También pueden ejecutarse las operaciones convirtiendo los quebrados comunes en decimales, para lo cual, no hay más que dividir el numerador, por el denominador é ir agregando ceros al residuo, y practicar con los decimales las operaciones que habíamos de ejecutar, con los quebrados comunes.

Valuación de quebrados.

1 Qué es valuar un quebrado?—2 Cómo valuaremos un quebrado?

1.—Valuar un quebrado es hallar su valor en unidades de especie inferior á la que se refiere.

2.—Para valuar un quebrado, se multiplica el numerador por las veces que la unidad á que se refiere contiene á la de la especie inferior, y á este producto se le pone por denominador el mismo que tiene el quebrado. Si queda resíduo se continúa valuando de igual modo hasta llegar á la ínfima especie, y si resulta un quebrado impropio se hallan los enteros que contenga.

Ejemplo: Sean $\frac{3}{4}$ de arroba el quebrado que se quiere valuar y diremos: $\frac{3}{4}$ @ $\times$ 25 libras$=$

$$\frac{3\times 25}{4}=\frac{75}{4}=18 \text{ libras y } \frac{3}{4}.$$

$$\frac{3}{4} \text{ libras} \times 16 \text{ onzas} = \frac{3\times 16}{4} = \frac{48}{4} = 12 \text{ onzas.}$$

Luego $\frac{3}{4}$ de arroba valen 18 libras y 12 onzas.

De otro modo. Se multiplica el numerador por el número de veces que la unidad á que se refiere el quebrado contiene á la inmediata inferior, este producto se divide por el denominador, y el cociente entero es el número de unidades de superior especie que el quebrado contiene; el resíduo se multiplica por el número de veces que la unidad á que se refiere contiene á la de especie inferior inmediata; el producto se divide por el mismo denominador, y el cociente entero es el número de unidades de segunda especie que contiene el quebrado, y así se continúa hasta que se halle el cociente exacto ó se llegue á la ínfima especie.

Reducción de quebrados ordinarios á decimales.

1 Cómo se reduce un quebrado ordinario á decimal? —2 De cuántas maneras puede ser la fracción decimal que resulte?—3 Qué se entiende por fracción decimal exacta ó no periódica?—4 Qué se entiende por fracción decimal periódica?—5 A qué se llama período?—6 De cuántas maneras puede ser la fracción decimal periódica?—7 Qué se entiende por fracción decimal periódica pura y qué por periodica mixta.

1.—Para reducir un quebrado *ordinario á decimal* se divide el numerador por el denominador. Siendo el quebrado propio, esta operación no se podrá verificar y se pondrá un cero en el cociente y después la coma; se añade luego un cero al dividendo y se divide por el divisor; al resto, si le hay, se le añade otro cero y así se continúa.

2.—De aquí pueden resultar tres clases de quebrados ó fracciones decimales.

1.ª Fracción decimal exacta ó no periódica.

2.ª Fracción decimal periódica pura.

3.ª Fracción decimal periódica mixta.

3—Se llama fracción decimal *exacta* ó no periódica á la que contiene un número limitado de cifras como 0,75, 0,25.

4, 5.—Es fracción decimal *periódica* la que contiene un número ilimitado de cifras, algunas de las que se repiten indefinidamente, como 0,5333, 0,464646... llamándose período á las cifras que se repiten.

6, 7.—Las fracciones periódicas se subdividen en puras y mixta. Será *periódica pura* cuando el período ó cifras que se repiten principian desde la coma.

Ejemplo: 0'4646... 0'373737 ... Se denomina fracción decimal *periódica mixta* aquella cuyo período no principia desde la coma de decimales.

Ejemplos: 0'5333...., 0'378434343...

Redución de fracciones decimales á quebrados comunes.

1 Cómo se reduce una fracción decimal exacta á quebrado común?—2 Como se reduce á quebrado ordinario una fracción decimal periódica pura?—3 Cómo se reduce á quebrado común una fracción decimal periódica mixta?

1.—Cuando necesitemos reducir una fracción *decimal exacta á quebrado común*, no hay más que poner el denominador de manifiesto, esto es, poniendo á la parte decimal por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales hay.

Ejemplo: $0'436 = \frac{436}{1000}$, $0,37 = \frac{37}{100}$.

2.—Para reducir á quebrado común una fracción *decimal periódica pura* se pone un quebrado cuyo numerador sea el periodo y por denominador tantos nueves como cifras tenga el período.

Ejemplo: $0{,}434344\ldots = \frac{43}{99}$ $\quad 0{,}3737\ldots = \frac{37}{99}$.

3.—Si tuviésemos que reducir á quebrado ordinario una fracción *dedimal periódica mixta*, formaríamos un quebrado poniendo por numerador la parte no periódica, seguida del período menos la parte no periódica, y por denominador tantos nueves como cifras tiene el período seguidos de tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica.

Ejemplo: $0'5343434\ldots\ldots = \frac{534-5}{990}$.

NÚMEROS COMPLEJOS

PRELIMINARES.

1 Qué se entiende por número complejo, y qué por incomplejo?—2 Cómo se reduce un número complejo á incomplejo de su especie inferior? 3 Cómo se reduce un número complejo á incomplejo de una especie cualquiera que no sea la inferior?—4 Cómo se reduce un número incomplejo á complejo?

1—Número *complejo* ó denominador es la reunión de varios números concretos de diferente especie, pero de una misma naturaleza; como 7 onzas, 5 duros y 3 pesetas; 12 días, 7 horas y 20 minutos.

Número *incomplejo* es un número concreto, pero de una sola especie; 5 kilómetros; 20 días, 72 pesetas.

2.—Para convertir *un número complejo á incomplejo de la especie inferior* se multiplican las unidades superiores por las veces que una de ellas contiene á la de especie inferior inmediata y á este producto se añaden las que de esta misma especie haya en él; esta suma se reduce á la especie inferior inmediata, y así se continúa hasta llegar á la especie inferior.

Ejemplo: Queremos reducir á días, que es la especie inferior, el complejo 15 años, 7 meses y 14 días.

15 años × 12 meses= 180 meses.
180 meses+ 7 meses= 187 meses.
187 meses× 30 días =5610 días.
5610 días + 14 días =5624 días.

Luego los 15 años, 7 meses y 14 días componen 5624 días.

Reducir el complejo 7 onzas, 5 duros y 3 pesetas á incomplejo de peseta.

7 onzas ×16 duros =112 duros.
112 duros + 5 duros =117 duros.
117 duros × 5 pesetas =585 pesetas.
585 ptas. + 3 pesetas =588 pesetas.

Luego las 7 onzas, 5 duros 3 pesetas componen 588 pesetas.

3.—Cuando deseemos reducir un número *complejo á incomplejo de una especie distinta de la inferior*, se reduce primero á ésta (á la inferior) y luego se pone por denominador de este producto, las veces que la unidad á que quiere reducirse contiene á la de su especie inferior.

Ejemplo: 15 años, 7 meses y 14 días ¿cuántos meses componen?

15 años × 12 meses = 180 meses.
180 meses + 7 meses = 187 meses.
187 meses × 30 días = 5610 días.
5610 días + 14 días = 5624 días.

Luego 15 años, 7 meses y 14 días componen $\frac{5624}{30}$ meses, ó sean 187 $\frac{7}{14}$ meses.

4.—Para reducir un número *incomplejo á complejo*, se verifica dividiendo la especie más inferior á la inmediata superior; ésta ó sea el cociente entero, á la superior inmediata y así sucesivamente.

Ejemplo: Reducir el incomplejo 823 reales á complejo de reales, pesetas, duros y onzas:

823 reales : 4 reales = 205 pesetas y 3 reales.
205 pesetas : 5 ptas. = 41 duros.
41 duros : 16 duros. = 2 onzas y 9 duros.

Por manera que 823 reales son 2 onzas, 9 duros y 3 reales.

Reducir á complejo 138 pulgadas:

138 pulgadas : 12 pulgadas = 11 pies y 6 pulgadas.
11 pies : 3 pies = 3 varas y 2 pies.

De manera que 138 pulgadas componen 3 varas, 2 pies y 6 pulgadas.

Adición de los números complejos.

¿Cómo se suman los números complejos?

Para sumar números complejos se colocan los sumandos unos debajo de otros, de modo que se correspondan las unidades de una misma especie. Se principia á sumar por las inferiores continuando por las superiores inmediatas, luego por las más superiores y así sucesivamente. Si de alguna suma parcial resultaren unidades de la especie superior se agregan á éstas y así se continúa la operación hasta concluir.

Ejemplos: Súmense 8 arrobas, 12 libras y 9 onzas; con 3 arrobas, 14 libras y 13 onzas; con 2 arrobas, 8 libras y 6 onzas; con 3 arrobas, 20 libras y 14 onzas:

2	2		
8 arrobas	12 libras	9 onzas	+
3 »	14 »	13 »	+
2 »	8 »	6 »	+
3 »	20 »	14 »	=
4 qq. 2 arrobas	6 libras	10 onzas.	

2	1	
123 onzas	11 duros	3 pesetas.
49 »	13 »	4 »
200 »	10 »	2 »
372	34	9
374 onzas	3 duros	4 pesetas.

También se puede ejecutar la suma reduciendo cada complejo á incomplejo de su menor especie, y se suman como enteros.

EJEMPLOS:

1	1		
3 varas	2 pies	6 pulgadas	138 pulgadas.
4 »	0 »	8 »	152 »
9 »	1 »	7 »	343 »
17 »	1 »	9 »	633 »

2	1			
5 varas	2 pies	6 pulgadas	=	210 pulgadas.
3 »	1 »	0 »		120 »
4 »	0 »	7 »		151 »
2 »	2 »	8 »		104 »
16 »	0 »	9 »		585 »

Sustracción de los números complejos.

1 Cómo se restan los números complejos?

Para restar números complejos se colocan las diferentes especies de unidades unas debajo de otras, principiando á restar por las de especie inferior.

Si al verificar alguna sustracción parcial resulta el sustraendo mayor que el minuendo, se añaden á este tantas unidades de su especie, como tenga una del orden superior, y para que la resta no varíe se añade otra unidad al sustraendo inmediato ó bien se considera luego al minuendo parcial siguiente rebajado en una unidad.

Cuando por ser mayor alguna de las unidades del sustraendo pasamos á tomar una unidad superior del minuendo y ocurre que no la hay en la inmediata, entonces pasaremos á tomarla de la superior donde las haya, la cual se reduce á la inferior inmediata dejando en ella todas menos una, la cual se reduce á las unidades inferiores sumándolas con la que hay, y de esta suma se restan sus correspondientes, teniendo cuidado de rebajar una unidad á aquella especie superior del minuendo de donde se tomó, ó añadirla al sustraendo.

Ejemplos: De 18 fanegas, 13 celemines y 2 cuartillos, réstense 11 fanegas, 10 celemines y 1 cuartillo:

18 fanegas	13 celemines	2 cuartillos	—
11 »	10 »	1 »	=
Resultado: 7 fanegas	3 celemines	1 cuartillo.	

---

23 varas	2 pies	8 pulgadas	9 líneas	—
13 »	1 »	11 »	10 »	=
10 »	0 »	8 »	11 »	

---

8 arrobas	6 libras	5 onzas	4 adarmes	—
3 »	12 »	4 »	5 »	=
4 »	19 »	0 »	15 »	

		$\overbrace{0}^{365}$		
2 siglos	15 años	0 días	20 minutos	—
1 »	22 »	241 »	14 »	=
0 »	92 »	124 »	6 »	

	$\overbrace{0}^{19}$	$\overbrace{10}^{34+10}$	
18 duros	0 reales	10 maravedises	—
14 »	16 »	20 »	=
3 »	3 »	24 »	

También puede verificarse la resta reduciendo minuendo y sustraendo á incomplejos de su menor especie, y luego restándolos como si fueran enteros.

EJEMPLOS:

17 varas	$\overbrace{0}^{3}$ pies	11 pulgadas	=	623	pulgadas.
6 »	2 »	9 »		249	»
10 »	1 »	2 »		374	»

---

7 siglos	40 años	8 meses	20 días	266660—
4 »	57 »	3 »	15 »	164625=
2 »	83 »	5 »	5 »	102035

Multiplicación de los números complejos.

1 De qué especie es el multiplicando?—2 Y el multiplicador?—3 Cuántos son los casos de la multiplicación de números complejos?—4 Cómo se verifica la multiplicación de un número complejo por otro incomplejo ó al contrario?—5 Cómo se multiplica un número complejo por otro complejo?—6 Cómo se verifica la multiplicación de complejos por el método llamado de las partes alícuotas?

1, 2.—En la multiplicación de numeros complejos hay que advertir que el multiplicador es de la misma especie que la unidad y el multiplicando es de la misma especie que lo que se va á buscar en el producto, que generalmente es dinero.

3.—Los casos que pueden ocurrir en la multiplicación de números complejos se reducen á dos:

1º Multiplicar un número complejo por otro imcomplejo ó al contrario.

2.º Multiplicar un número complejo por otro complejo.

4.—Primer caso. Para multiplicar un número *complejo por un incomplejo* ó al contrario, se multiplican separadamente todas las especies del complejo por el que no lo es, principiando por la especie inferior, á fin de que si de algún producto parcial resultan unidades de la especie superior siguiente, se agreguen á este producto.

Ejemplos: Cuánto valdrán 5 arrobas de tocino, costando 36 reales y 12 maravedises la arroba?

36 reales 12 maravedises
×5 arrobas

60

181 reales 26 maravedises.

Se multiplican primero los 12 maravedises por el 5 multiplicador, y como el producto 60 componen un real y 26 maravedises, se escriben éstos y el real se agrega al producto de 36 reales por el mismo 5.

Cuando los productos parciales son complicados, la reducción de unidades de especie inferior inmediata se efectúa después.

Cuál será el importe de 28 varas de tela á 2 duros, 1 peseta y 3 reales?

	2 duros	1 peseta	3 reales
			×28 varas
resultado:	56	28	84
	9	21	0
	65	49	
ó sean:	65	4 ptas.	0 reales.

También se pueden multiplicar reduciendo el complejo á incomplejo de su especie inferior, y así se multiplica por el incomplejo, y el producto se reduce á complejo si se quiere.

Cuánto costarán 3 varas de paño á 28 reales y 13 maravedises la vara?

28 reales	13 mars.	965
	×3 varas	3
85 reales	5 mars.	2895

5.—Segundo caso. Para multiplicar un número *complejo por otro complejo*, se reduce el multiplicador á incomplejo de aquella especie cuyo valor expresa el multiplicando, y queda este caso reducido al anterior.

Ejemplo: Cuánto costará 3 quintales, 2 arrobas y 16 libras á 4 pesetas y 3 reales la libra?

4 ptas. 3 reales.
366 libras.

3 qq. × 4 arrobas= 12@
12 @ + 2 arrobas= 14@ 1464 1098
14 @ ×25 libras =350 ls. 274 2
350 ls. +16 libras =366 ls. 1738 pts. 2 reales,

Para multiplicar números complejos también puede hacerse reduciendo el multiplicando á su inferior especie ó á aquella en que se quiere saber el producto y el multiplicador á la especie á que se refiere la unidad, se multiplican entre sí, y el producto se divide por las veces que la unidad de especie inferior del multiplicador está contenida en la superior del mismo, y el resultado será el de la especie inferior del multiplicando, que se reducirá á las especies superiores.

Elemplo: Cuánto importan 8 varas de paño, 1 pie y 7 pulgadas á 80 reales y 8 maravedises cada vara?

Multiplicador

8 varas × 3 pies=24 pies,
24 pies + 1 pie=25 pies,
25 pies ×12 pulgadas=300 pulgadas.
300 pgs. + 7 pgs. =307 pgs.

Multiplicando

80 reales× 34 mrs. = 2720 maravedises.
2720 mrs. + 8 mrs. = 2728 mrs.
2728 mrs. ×307 pgs. =837496,

```
837,4,9,6 | 36 pgs.
117         232,6,3, ms.  | 34 ms.
 94          28 6           684 reales
 229         143
  136          7
   28
```

Resultado: 684 reales y 7 maravedises.

Otro procedimiento. Después de haber reducido el multiplicando á la menor de sus especies y el multiplicador á la especie á que se refiere la unidad, se multiplican, ó como un entero por un quebrado, ó como un entero por otro. El producto será un incomplejo de la especie inferior del multiplicando, que se reduce á complejo si se quiere.

Ejemplo Cuánto costarán 8 varas 2 pies y 9 pulgadas de paño, costando el pié 2 duros 3 reales y 6 maravedises.

2 duros 3 reales y 6 maravedises $=$ 1468 ms.
8 varas 2 pies 9 pulgadas $= \frac{321}{12}$ pies

$$1468 \times \frac{321}{12} = \frac{1468 \times 321}{12} = \frac{471228}{12} = 57 \text{ duros}$$

14 reales y 33 maravedises?

Si una vara vale 2 pesetas y 3 reales, ¿cuánto, valdrán 4 varas y 2 pies?

Multiplicando:
2 pts.×4 reales= 8 reales.
8 rs. +3 reales=11 reales.
Multiplicador:
4 varas×3 pies=12 pies.
12 pies +2 pies=14 pies.

$$\frac{11}{4}\times\frac{14}{3}=\frac{11\times14}{4\times3}$$
$$\frac{154}{12}=\frac{77}{6}=12'83$$

Resultado: 12'83 pesetas.

3 arrobas 14 libras y 12 onzas de aceite á 2 duros y 14 reales la arroba, ¿cuánto importa?

3 arrobas, 14 libras y 12 onzas$=\frac{1436}{400}$ arrobas.

2 duros y 14 reales = 54 reales.

$$\frac{1436}{400}\times54=\frac{1436\times54}{400}=\frac{77544}{400}=\frac{38772}{200}=\frac{19386}{100}$$
=193'86 reales.

6.—Para verificar la multiplicación de complejos por el método llamado de *las partes alícuotas*, se halla primeramente el valor del entero, si el multiplicador es número mixto, y después se descompone el quebrado, en otro cuyos numeradores sean la unidad ó un número que sea divisor del denominador, y se halla separadamente el valor de estos quebrados.

Si el multiplicador es número complejo, se halla primero el valor de las unidades superiores del multiplicador, multiplicándolas por cada una de las diferentes órdenes de unidades del multiplicando, y para hallar el de las especies inferiores, se descomponen estas alícuotas de la unidad. La suma de los productos parciales será el producto total.

Ejemplo Cuánto importan $6\frac{4}{5}$ arrobas, habiendo costado una arroba 46 reales?

	46	
	$6\frac{4}{5}$	
Valor de 6 arrobas producto por 46 rs.	276	
» $\frac{1}{5}$ de arroba..........	9	$6\frac{4}{5}$
» $\frac{3}{5}$ de arroba.........	27	$20\frac{2}{5}$
Resultado:	312r.	$27\frac{1}{5}$ ms.

¿Cuánto importan 987 varas, 3 pies, 7 pulgadas y 5 líneas á 65 reales y 23 maravedises la vara.

65 r. 23 m. 987 v. 2 p.
7 pulgadas 5 líneas.

Valor de 987 varas	Producto por 65 rs.	4935 5922			
	—por 17 ms.	493 rs.	17 ms.		
	—por $\frac{1}{7}$ de 17 ms. ó 1 maravedí	29	1		
	— 5 ms.	145	5		
Valor de $\frac{1}{5}$ de vara ó un pie		21	30	$\frac{1}{5}$	$\frac{144}{432}$
» de íd. ó de íd.		21	30	$\frac{1}{5}$	$\frac{141}{432}$
» de $\frac{1}{2}$ de pie ó 6 ps.		10	32	$\frac{1}{6}$	$\frac{700}{432}$
» de $\frac{1}{6}$ de 6 ps. ó 1 pda.		1	28	$\frac{1}{36}$	$\frac{12}{432}$
» de $\frac{1}{5}$ de pda. ó 4 ls.			20	$\frac{73}{108}$	$\frac{292}{432}$
» de $\frac{1}{4}$ de 4 ls. ó 1 lna.			5	$\frac{73}{432}$	$\frac{73}{432}$
Resultado		64879 rs.	33 $\frac{395}{473}$ ms.		

¿Cuánto pesarán 72 fanegas de trigo habiendo pesado 3 arrobas 5 libras y 8 onzas una fanega?

3 ar. 5 lbs. 4 ozs.
72

Producto por 3 ar.	216 arrobas	
por $\frac{1}{5}$ de ar. ó sean 5 lbs. .	14	10 libras
por $\frac{1}{5}$ de 5 lbs. ó sea 1 lba..	2	22 pro. aux.
por $\frac{1}{4}$ de lba. ó sean 4 ozs.		18
Resultado	231 ar.	3 libras

Este problema y sus análogos se resuelven en la práctica con suma facilidad reduciendo el complejo á cuarterones, el que se convierte en 321 : multiplicándole por 72 y separando con una coma las dos cifras de la derecha del producto 23112; de modo que el resultado es de 231'12 arrobas, ó valuando las 0'12 de arroba dan 231 arrobas y 3 libras.

Este procedimiento se funda en que la arroba tiene *cien* cuarterones; luego reduciendo aquellas á éstos, un factor se hace cien veces mayor, luego el producto 23112 es cien veces mayor de lo que le corresponde; luego separando las dos últimas cifras de la derecha quedará convertido en el verdadero.

División de los números complejos.

1 De qué especie es el dividendo?—2 Cuántos son los casos de la división de complejos?—3 Cómo se divide un número complejo por un incomplejo?—4 Cómo se divide un número incomplejo por un complejo?—5 Cómo se divide un complejo por otro?

1—En la división de números complejos hay que tener presente que el dividendo es de la misma especie que aquella que se va á buscar.

También puede ocurrir que dividendo y divisor sean homogéneos, en cuyo caso el cociente es un número abstracto, que expresa las veces que el divisor esté contenído en el dividendo, y puede suceder que sean de distinta especie, en cuyo caso el cociente será de la misma especie que el dividendo.

2.—La división de números complejos comprende tres casos.

1.° Dividir un número complejo por un incomplejo.

2.° Dividir un incomplejo por un complejo.

3.° Dividir un complejo por otro.

3.—Primer caso. Para dividir un número *complejo por un incomplejo*, se puede hace rde dos maneras; ó reduciendo el complejo á incomplejo y se dividen como enteros, ó se dividen separadamente las diferentes especies de unidades principiando por las superiores, para que si de alguna división parcial quedare resto, reducirle á la especie inferior inmediata añadiendo las unidades de la misma especie que haya en el dividendo, y continuando así hasta terminar la división.

EJEMPLO:

Tres jornaleros han ajustado una obra en 4 duros 3 reales y 26 maravedises, se desea saber cuánto corresponde á cada uno.

4 drs. 3 rs. 26 ms. | 3 jornaleros
1×   1 dro. 7 rs. 31 ms.
20
———
20+
3=
———
23 reales
2 rs.×
34 maravedises
———
68+
26
———
94 maravedises
01 maravedís

14 varas de tela han costado 31 duros 7 reales y 23 maravedises. ¿A cómo ha costado la vara?

```
31 drs. 7 rs. 23 ms. | 14 varas
                     |--------------------
  3 duros×              2 ptas. 4 rs. 28 ms.
 20 reales
-----------
 60 rs.+7 rs.=67 rs.
              11 rs.×
              34 ms.
            --------
              34
             34
           ---------
             374 ms.+23 ms.=397
                            117
                              5 resíduo
```

4.—Segundo caso. Para dividir un número *incomplejo por un complejo*, se reduce el complejo á incomplejo de la especie que indique el problema, y queda reducido á la división de dos incomplejos.

También se hace reduciendo el complejo á la ínfima especie; se dividen entre sí y el cociente se multiplica por el número de veces que la especie inferior del dividendo está contenida en la superior, y el resultado viene expresado en la especie del dividendo.

Ejemplo: 8 quintales 2 arrobas y 7 libras han costado 56 duros ¿cuántos valdrá el quintal?

8 quintales×4 arrobas=32 arrobas
32 arrobas +2 arrobas=34 arrobas
34 arrobas×25 libras=850 libras
580 libras+7 libras=857 libras

56 drs: 857 lbs.$=56:\frac{857}{100}=\frac{5600}{857}=$6 drs. 10 reales y 23 maravedises.

5.—Tercer caso. Para dividir *un complejo por otro* se reduce el divisor á incomplejo y se resuelve como el caso primero; ó se convierten ambos en incomplejos y como tales se dividen.

Ejemplo: Se han comprado 3 qq 1 @ y 13 libras de un género por 30 onzas, 14 duros y 3 pesetas. ¿Cuántos duros costó la arroba?

$30\times16+14\ \frac{3}{5}:\left(3\times4+\frac{13}{25}\right)=4946\quad 13{'}52=36{'}583$ duros.

También se puede, después de reducidos á su menor especie, poner en forma de quebrado, cuyo numerador será el producto que resulte en cada reducción y por denominador servirá el número que exprese las veces que la unidad de especie superior contiene á la inferior. Después se sigue el procedimiento indicado en la división de quebrados.

Ejemplo: Si 4 varas y 2 pies valen 12'83 pesetas. ¿A cómo vale la vara?

$$\frac{12{'}83}{1}:\frac{14}{3}=\frac{12{'}83\times3}{1\times14}=\frac{38{'}49}{14}=2{'}75 \text{ pesetas.}$$

Una carga de 4 quintales 3 arrobas 19 libras y 2 onzas de bacalao ha costado 48 duros y 16 reales. ¿Cuánto costará la libra?

48 duros×20 reales=960 reales
960 reales+16 reales=976 reales

4 quintales×4 arrobas=16 arrobas
16 arrobas+3 arrobas=19 arrobas
19 arrobas×25 libras=475 libras
475 libras+19 libras=494 libras
494 libras×16 onzas=7904 onzas
7904 onzas+2 onzas=7906 onzas

El precio de la carga ha sido 976 reales, que es preciso dividir por las libras de la carga que son $\frac{7906}{16}$, luego será $976 : \frac{7906}{16} = \frac{946 \times 16}{7906}$

$= \frac{15616}{7906} = \frac{7808}{3953} =$ 2 reales y 2 maravedises.

Asimismo puede dividirse un complejo por otro, reduciéndolos á la inferior especie, después se dividen entre sí poniendo por dividendo la cantidad de moneda, y el cociente se multiplica por el número de veces que la especie inferior del divisor está contenida en la superior del mismo, y el producto viene expresado en la ínfima especie del dividendo que se reducirá á las especies superiores.

Ejemplo. 3 cahices, 8 fanegas y 5 celemines, han costado 96 duros, 14 reales y 24 maravedises:

¿A cómo saldrá el cahiz?

3 cahices×12 fanegas=36 fanegas
36 fanegas+8 fanegas=44 fanegas
44 fanegas×12 celemines=528 celemines
528 celemines+5 celemines=533 celemines

96 duros×20 reales=1920 reales
1920 reales+14 reales=1934 reales
1934 reales×34 maravedises=65756 maravedises
65756 ms.+24 ms.=65780 maravedises

65780 ms. | 533 cls.
1248 $123\frac{221}{533}$
1820   ×144
221
    492
    492
    123
    59
    17771 ms. | 34 ms.
    077   522 rs. | 20 reales
    091   122   26 duros
    (23   0(2

221
144 cls. que tiene el cahiz
884
884
221
31824 | 533
5174   59
377

Sale el cahiz á 26 duros 2 reales y 23 maravedises.

Observación

Para convertir un número complejo en incomplejo de forma decimal, se reducen las unidades de orden superior al que se pide á esta especie, y el resultado será la parte entera. Hallaremos la parte decimal reduciendo á la especie inferior, todas las unidades siguientes á la pedida, y dividiendo el número de las que resulten por el que expresa las veces que la especie inferior está contenida en la superior.

También puede hacerse convirtiendo el complejo en incomplejo de una especie distinta de la inferior, y reduciendo el quebrado resultante á decimal.

Ejemplo: Dar la forma decimal incompleja de pie al número 18 varas 2 pies y 8 pulgadas.

$$\left.\begin{array}{l}18\text{ vs. y }2\text{ pies}=\ 46\text{ p.}\\ 8\text{ pls: }12\text{ pls.}=0'66\text{ p.}\end{array}\right\}\begin{array}{l}\text{Luego 18 varas, 2 pies y}\\ 8\text{ pls.}=46'66\text{ pies.}\end{array}$$

Reduciéndolo á incomplejo de pulgadas.

$$\left.\begin{array}{l}18\text{ vs.}\times 3\text{ pies}=44\text{ pies}\\ 44\text{ pies}+2\text{ pies}=46\text{ pies}\\ 46\text{ pies}\times 12\text{ pls.}=552\text{ pls.}\\ 552\text{ pls.}+8\text{ pls.}=560\text{ pls.}\end{array}\right\}\frac{560}{12}=46'66\text{ pies.}$$

Según esta regla pueden ejecutarse las operaciones de los números complejos, convirtiéndoles en incomplejos bajo forma decimal y así preparados los datos, practicar con ellos las operaciones indicadas, que siempre será mucho más fácil y sencillo.

FIN DE LA TERCERA PARTE

CUARTA PARTE

Razones y proporciones.—Reglas principales que se resuelven por medio de proporciones.

RAZONES Y PROPORCIONES

1 Qué es razón? —2 Qué nombre recibe cada una de las cantidades que componen una razón?—3 Y el resultado?—4 De cuántas maneras pueden ser las razones?—5 Qué entendemos por razón aritmética y qué por geométrica?—6 Qué signos empleamos para escribir las razones?—7 Cómo se leen?—8 A qué se llama razones compuestas?

1.—Se llama *razón* á la relación que existe entre dos cantidades de la misma especie.

2.—La primera cantidad ó sea la que se compara se llama *antecedente*, y la segunda ó sea, aquella con la cual se compara, toma el nombre de *consecuente*, también se les suele dar el nombre de términos.

3.—Al resultado de comparar estas dos cantidades se llaman *exponente de la razón*.

4.—Las razones pueden ser de dos maneras:

aritméticas ó por diferencia y geométricas ó por cociente.

5.—Se llama razón *aritmética* á la comparación de dos cantidades, para hallar la diferencia que hay entre ellas, y se entiende por razón *geométrica* á la comparación de dos cantidades, para hallar las veces que la una contiene á la otra.

6, 7.—Los signos que empleamos para escribir las razones son *un punto* en las aritméticas y *dos* en las geométricas, colocados entre el antecedente y el consecuente que se leen *es á*. Así, pues, la razón de 9 á 3 se escribe 9 . 3 ó 9: 3, y se lee 9 es á 3.

8.—Razones compuestas son las que resultan de la multiplicación de dos ó más simples.

1 Qué es proporción?—2 Qué nombres reciben los érminos de una proporción?—3 De cuántas maneras pueden ser las proporciones?—4 Qué se entiende por proporción aritmética y qué por geométrica?—5 Cómo se indican las proporciones?—6 Cuándo la proporción será contínua y cuando discreta?

1.—*Proporción* es la igualdad ó comparación de dos razones de la misma especie.

2.—Los nombres que toman los cuatro términos de una proporción son: el primero y último *extremos*; y el segundo y tercero *medios*. El primero y tercero *antecedentes* y el segundo y cuarto *consecuentes*.

3.—Las proporciones, atendiendo á las razones que las forman, pueden ser *aritméticas* ó *geométricas*.

4.—Llámase proporción *aritmética* la formada por dos razones aritméticas, y proporción *geométrica* á la igualdad de dos razones geométricas.

5.—Las proporciones se indican ó escriben poniendo dos puntos entre las dos razones, si es aritmética: y cuatro puntos entre las geométricas, los cuales se leen *como*. Ejemplo 9 . 3 : 12 . 6   5 : 24 : : 30 : 144. se leen 9 es á 3 como 12 es á seis; cinco es á veinticuatro como treinta es á ciento cuarenta y cuatro.

6.—Las porporciones pueden ser continuas ó discretas según sean iguales ó desiguales sus términos medios. En las continuas, se suprime uno de los dos términos medios y el signo que les une, escribiendo delante de ellas este signo (÷) en las aritméticas y este otro (∻) en las geométricas.

Ejemplos:

Proporciones discretas: 9:3::18:6. 17.10:12.5
Id. continua aritmética 7.5:5·3 ó ÷7.5.3
Id. continua geométrica: 2:6::6:18 ó ∻2:6:18

1 Cuál es la propiedad fundamental de toda proporción?—2 Qué hay que tener presente en las proporciones contínuas?—3 Cómo averiguaremos un término extremo de una proporción aritmética discreta conociendo los otros tres?—4 Cómo sabremos hallar un término

medio en una proporción aritmética discreta, conocidos los otros tres?—5 Cómo hallaremos un término extremo en una proporción geométrica discreta conocidos los restantes?—6 Cómo averiguaremos el valor de un término medio en una proporción geométrica discreta conocidos los tres restantes?—7 Cómo se averigua un término extremo de una proporción aritmética contínua?—8 Cómo averiguaremos el término medio?—9 Cómo sabremos cuál es el término extremo de una proporción geométrica contínua?—10 Cómo averiguaremos el término medio?—11 Qué consecuencias se despren den de que el producto de extremos es igual al de los medios?—12 Cómo se permutan, invierten ó alternan las proporciones?

1.—El fundamento de toda proporción aritmética consiste en que la *suma de los términos extremos es igual á la suma de los medios*.

Así; en la proporción 5·3:9·7 tenemos que $5+7=3+9$.

En toda proporción geométrica se verifica que *el producto de extremos es igual al producto de medios*.

Así en la proporción 2:4::8:16 se verifica que $2\times16=4\times8$.

2.—En las proporciones continuas hay que tener presente.

1.° Que en las aritméticas la *suma de extremos es igual al duplo del término medio*.

Ejemplo: ÷6.8.10, tenemos que $6+10=8\times2$.

2.° Que en las geométricas el *producto de extremos es igual al cuadrado del término medio.*

Así en la proporción ∺4:12:36 tendremos $4\times36=12^2$.

3.—Para averiguar un término extremo de una proporción aritmética discreta conocidos los otros tres, no hay mas que sumar los medios y de la su ma restar el extremo conocido.

Así; para buscar el cuarto término en la proporción 8.2:10:∞ sumaremos los medios $2+10=12$ y de esta suma restaremos el extremo 8 diciendo $12-8=4$, luego el cuarto término es 4.

4.—Para buscar un término medio de una proporción aritmética discreta, conocidós los otros tres, sumaremos los extremos y de la suma restaremos el medio conocido.

Ejemplo. 10.7: ∞ : 6. ∞ $=(10+6)-7=9$.

5.—Para averiguar un término extremo de una proporción geométrica discreta, conocidos los tres restantes, no hay más que multiplicar los medios y el producto que nos resulte dividirlo por el extremo conocido.

Así en la proporción 2 : 3 :: 4 : ∞ tendremos que ∞ es igual á 3×4 ó sean 12 dividido entre 2, lo cual da por resultado 6; luego 6 es el cuarto término que buscábamos.

6.—Si fuera un término medio el que quisiéramos buscar, entonces multiplicaríamos los extremos y el producto lo dividiríamos por el medio conocido.

EJEMPLO

$$8 : 32 :: \infty : 72 \text{ de donde } \infty = \frac{72 \times 8}{32} = 18.$$

Luego 18 será el término medio que queríamos buscar.

7.—Cuando en una proporción aritmética continua queremos buscar un término extremo, no hay más que duplicar el término medio y restar de este duplo el extremo conocido.

Ejemplo. $\div 8 \,.\, 24 \,.\, \infty \qquad \infty = (2 \times 24) - 8 = 40.$

Término extremo que buscábamos, 40.

8.—Si fuera el término medio el que deseábamos buscar, entonces sumaríamos los extremos y la suma la dividiríamos por dos.

Ejemplo. $\div 7 \,.\, \infty \,.\, 9. \qquad \infty = (7+9) : 2 = 8.$

Término medio que buscábamos, 8.

9.—Cuando en una proporción geométrica continua necesitamos buscar un término extremo, elevamos al cuadrado el término medio y el resultado se divide por el extremo conocido.

Ejemplo: $∺ 8 : 12 : \infty \qquad \infty = (12 \times 12) : 8 = 18.$

Término extremo que deseábamos hallar, 18.

10.—Si lo que necesitamos averiguar es un término medio, entonces multiplicaremos los extremos, y del producto extraeremos la raíz cuadrada.

Ejemplo: $∺ 8 : \infty : 18 \qquad \infty = \sqrt{18 \times 8} = 12.$

Luego 12 sería el término medio que buscábamos.

11.—De la propiedad que tienen las proporciones de que el producto de extremos es igual al producto de los medios se deducen varias consecuencias, á saber:

1.ª Una proporción no varía aunque se añada ó quite un mismo número á todos sus términos.

2.ª Si dos proporciones tienen una razón común con las otras dos se puede formar una nueva proporción.

3.ª En toda proporción, se pueden alternar, invertir y permutar sus términos sin que la proporción altere.

4.ª Antecedente de la primera razón es á su consecuente, como antecedente de la segunda razón es á su consecuente. $2 : 3 :: 4 : 6.$

5.ª Suma de antecedente y consecuente de la primera razón es á su antecedente como suma de antecedente y consecuente de la segunda razón es á su antecedente.

$$2+3 : 2 :: 4+6 : 4.$$

6.ª Suma de antecedente y consecuente de la primera razón es á su consecuente, como suma de antecedente y consecuente de la segunda razón es á su consecuente.

$$2+3 : 3 :: 4+6 : 6.$$

7.ª Diferencia entre antecedente y consecuente de la primera razón es á su antecedente, como la diferencia entre el antecedente y consecuente de la segunda razón es á su antecedente.

$$3-2 : 3 :: 6-4 : 6.$$

8.ª Diferencia entre antecedente y consecuente de la primera razón es á su consecuente, como la diferencia entre el antecedente y consecuente de la segunda razón es al suyo.

$$3-2 : 2 :: 6-4 : 4.$$

9.º Suma de antecedente y consecuente de la primera razón es á su diferencia, como la suma de antecedente y consecuente de la segunda razón es á su diferencia.

$$3+2 : 3-2 :: 6+4 : 6-4.$$

12.—*Invertir* una proporción es cambiar los términos de una razón.

Permutar es poner la segunda razón por primera y ésta por segunda.

Alternar es poner los medios por extremos y éstos por medios.

Ejemplos. Sea la proporción	2 : 3 :: 4 : 6
invirtiendo sus extremos tendremos	6 : 3 :: 4 : 2
invirtiendo los medios	2 : 4 :: 3 : 6
permutando la primera, tendremos	4 : 2 :: 6 : 3
alternando nos dará	3 : 2 :: 6 : 4

Regla de tres.

1 A qué se llama regla de tres?—2 De cuántas partes consta un problema de tres?—3 De cuátas maneras puede ser la regla de tres?—4 Qué es regla de tres simple? —5 Cuándo se llama compuesta?—6 Cuándo la regla de tres es directa y cuándo inversa?—7 Cómo se plantea y resuelve la regla de tres simple directa?—8 Y la inversa?—9 Cómo se resuelve una regla de tres compuesta aplicando el procedimiento de las proporciones?—10 Método sencillo y especial que puede emplearse para resolver este género de problemas.—11 En qué consiste el método de reducción á la unidad.

1.—*Regla de tres*, es aquella que dados tres términos conocidos nos enseña á hallar un cuarto que forme proporción.

Los términos conocidos se llaman datos, y el desconocido incógnita.

2.—Un problema de tres consta de dos partes: supuesto y pregunta.

Se llama cantidad *principal* á la que es conocida en el supuesto y en la pregunta; y *relativa* á la que es de la misma especie que lo que se busca.

3.—La regla de tres puede se r simple y compuesta.

4.—Es *simple* cuando no hay más que un par de homogéneas y por lo tanto su resolución depende de una sola proporción.

5.—Es *compuesta* cuando entran más de un par de homogéneas, en cuyo caso se resuelve por tana tas proporciones como pares de homogéneas tengmenos una.

6 —Tanto la regla de tres simple como la compuesta puede ser directa ó inversa.

Será *directa* cuando aumentando los datos, aumentan los resultados, ó disminuyendo aquellos disminuyen también esto s, ó lo que es lo mismo, cuando van de más á más ó de menos á menos.

Será *inversa* cuando aumentando los datos disminuyen los resultados, ó disminuyendo los datos aumentan los resultados; ó lo que es lo mismo cuando va de más á menos ó de menos á más.

7 —Para resolver una regla de tres *simple directa* formaremos una proporción que tenga por primer término la cantidad principal del supuesto, por segundo la principal de la pregunta, y por tercero la relativa conocida del supuesto.

Ejemplos: Si 13 metros de paño han costado 546 reales, 40 metros cuánto costarán?

13 metros principal del supuesto 546 rs. relativo
40 metros principal de la pregunta » id.

$13:40::546:\infty \qquad \infty=\frac{546\times40}{13}=\frac{21840}{13}=1680$ rea-

les, valor de los cuarenta metros.

Se han comprado cien naranjas por 12'20 reales, á como sale la docena?

100 naranjas 12'20 reales $\qquad 100:12::12'20.\infty$

12 íd. $\infty \qquad \infty=\frac{12'20\times12}{100}=1'46$

valor de la docena, 1'46 reales.

8 —Para resolver una regla de tres *simple inversa* se forma una proporción cuyo primer término sea la cantidad principal del supuesto, el segundo la principal de la pregunta, el tercero la incógnita y el cuarto la relativa conocida del supuesto.

Ejemplos: Si 12 albañiles tardan 8 meses en hacer una casa, 30 albañiles, ¿cuánto tiempo tardarán en hacer la misma casa?

12 albañiles 8 meses
30 íd. ∞ íd.

$12:30::\infty:8 \quad \infty=\frac{12\times8}{30}=\frac{96}{30}=3$ me-

ses y 6 días, tiempo que tardarán los 12 albañiles en hacer la casa.

Habiendo calculado un carpintero que necesita 588 tablas de 30 centímetros de ancho para entarimar una habitación, ¿cuántas tablas habrá que darle de 35 centímetros de anchura?

30	centímetros	588	tablas
35	íd.	∞	íd.

$30:35::\infty:588 \quad \infty=\frac{588\times30}{35}=\frac{17640}{35}=504$ tablas.

9.—Para resolver una regla *de tres compuesta*, se forman tantas razones como pares de hemogéneas ó condiciones haya, comparando para ello cada par de hemogénea con el par donde está la incógnita, y colocadas convenientemente las proporciones se multiplicarán ordenadamente; después se eliminan las incognitas quedando sola la de todo el problema.

Ejemplo: 12 escribientes en 12 dias, trabajando 6 horas diarias, han escrito 4000 páginas con 30 líneas de 6 palabras y cada palabra de 6 letras, ¿cuántos escribientes serán necesarios para que escriban 4500 páginas de 20 líneas cada una con 8 palabras de 4 letras, en 8 dias á 5 horas diarias?

12 escribientes	12 ds.	6 hs.	4000 ps.	30 ls	6 ps.	6
∞ »	8	5	4500	20	8	4

$$\frac{8}{12}:\frac{12}{s} \quad \frac{5}{6}:\frac{s}{t} \quad \frac{4000}{4500}:\frac{t}{u} \quad \frac{30}{20}:\frac{u}{\infty}$$

$$\frac{6}{8} : \frac{x}{y} \quad \frac{6}{4} : \frac{s}{z} =$$

$$8 \times 5 \times 4000 \times 30 \times 6 \times 6 : 12 \times 6 \times 4500 \times 20 \times 8 \times 4$$
$$:: 12 : z$$

$$z = \frac{12 \times 6 \times 4500 \times 20 \times 8 \times 4 \times 12}{8 \times 5 \times 4000 \times 30 \times 6 \times 6} \text{ simplificando}$$

$$\frac{9 \times 2 \times 4}{5} = \frac{72}{5} = 14\frac{2}{5} \text{ escribientes.}$$

10. *Método sencillo* consiste en formar un quebrado el cual tiene por numerador: 1.° la homogénea de la incógnita, 2.° las cantidades del supuesto cuando son inversamente proporcionales y 3.° las de la pregunta cuando son directamente proporcionales y en el denominador los demás.

Ejemplo: 80 hombres en 40 dias han construido 50 kilómetros de un camino, ¿cuántos kilómetros harán 30 hombres trabajando 60 dias?

80 hombres 40 dias 50 kilómetros.
30 » 60 » x »

$$x = \frac{50 \times 30 \times 60}{80 \times 40} = \text{simplificando } \frac{5 \times 3 \times 15}{8} =$$

$$\frac{222}{8} = 28 \text{ kilómetros } 125 \text{ metros.}$$

11.—La regla de tres puede también resolverse por el método llamado de *reducción á la unidad* que consiste en averiguar por medio de la división el valor de una unidad en el supuesto, y conocido este, hallar en la pregunta por medio de la multiplicación el valor de varias unidades.

Ejemplo: Si 25'50 metros de tela han costado 495'40 pesetas, ¿cuánto costarán 13'25 metros de la misma tela?

Si 25'50 metros han costado 495'40 pesetas un metro costará 495'40 : 25'50 = 1'943 pesetas; luego los 13'25 metros costarán 13'25 × 1'943 = 257'44 pesetas.

Regla de interés.

1 Qué se entiende por interés de un capital?—2 A qué se llama capital?—3 Qué es tanto por ciento?—4 Qué entendemos por regla de interés?—5 De cuántas maneras puede ser la regla de interés?—6 Qué es interés simple?—7 Cuándo se llama compuesto?—8 Cómo se plantea y resuelve la regla de interés simple cuando la imposición es por un año?—9 Idem cuando es por meses?—10 Idem cuando es por días?—11 Idem cuando el tiempo es más de un año?—12 Cómo se resuelve la regla de interés compuesta?—13 Fórmula general abreviada para resolver esta clase de cuestiones.

1.—Se llama *interés* á la ganancia ó pérdida que produce un capital prestado, con la condición de que cien unidades de dinero produzcan al prestador una cierta cantidad al cabo de un año.

2.—*Capital* se llama á la cantidad que produce el interés.

3.—Es *tanto por ciento* la cantidad que producen cada cien unidades del capital.

4.—*Regla de interés*, es la que enseña á averiguar lo que corresponde de ganancia á una cantidad, con relación á un tanto convenido, por cada cien unidades.

5.—La regla de interés puede ser de dos maneras, simple y compuesta.

6, 7.—Será *simple* aquella en que solo el interés se paga por el capital; y *compuesta* cuando determina lo que corresponde al capital é intereses que dejan de pagarse.

5.—Las cuestiones que pueden ocurrir en la regla de interés se reducen á que el tiempo sea un año ó diferente de un año. Cuando es diferente puede ocurrir que sea más del año ó menos de un año, en cuyo caso se hace la operación por meses ó por días.

8.—Si el préstamo es por un año se multiplica el capital por el tanto por ciento, y el producto se divide por ciento, ó bien se forma la siguiente proporción *ciento es á capital impuesto, como tanto por ciento es al interes que se busca.* 100 : C :: r : i.

EJEMPLO.

Cuánto producirá en un año el capital 3860 reales al 7 por ciento?

$$100 : 3860 :: 7 : i.$$

$$i = \frac{3860 \times 7}{100} = \frac{27020}{100} = 270 \text{ reales.}$$

9 —Si por *meses* esta otra: 1200 : ct :: r : i.

Cuando la imposición es por años haremos uso de esta proporción: 100 : ct :: r : i.

10.—Cuando la imposición es por *días* se hace uso de la siguiente proporción: 36000 : ct :: r : i.

El interés del capital en un tiempo determinado es igual al producto del capital por el tiempo y por el tanto por ciento dividido por 100, por 1200 ó por 36000, según que el tiempo se exprese por años, meses ó días.

Con las anteriores fórmulas ó proporciones se puede buscar el capital, el tanto por ciento, ó el interés, conocidos los restantes términos, despejando la incógnita correspondiente.

EJEMPLOS.

Qué interés producirán anualmente al 5 p°/₀ 726'50 pesetas?

$$100 : 726'50 :: 5 : i.$$

$$i = \frac{726'50 \times 5}{100} = \frac{3632'50}{100} = 36'33 \text{ pesetas.}$$

Qué capital colocado al 5 p % producirá un interés anual de 185'40 reales?

$$100 : c :: 5 : 185'40.$$

$$c = \frac{185'40 \times 100}{5} = \frac{18540}{5} = 3708 \text{ reales.}$$

A qué interés se colocarán 2630 pesetas para que produzcan anualmente 131'50 pesetas de interés?

$$100 : 2630 :: r : 131'50.$$

$$r = \frac{100 \times 131'50}{2630} = \frac{13150}{2630} = 5, \text{ al 5 por ciento.}$$

Qué interés producirán 3400 reales en 4 meses al 5 por 100 al año?

$$1200 : 3400 \times 4 :: 5 : i.$$

$$i = \frac{3400 \times 4 \times 5}{1200} = \frac{68000}{1200} = 56{,}67 \text{ reales.}$$

Cuánto producirán en 55 días 680 pesetas al 5 por 100 anual.

$$36000 : 680 \times 55 :: 5 : i.$$

$$i = \frac{680 \times 55 \times 5}{36000} = 5'19 \text{ pesetas.}$$

11.—Cuando el préstamo se hace por más de un año, entonces multiplicaremos el tanto por ciento por el capital multiplicado por los años y el producto lo dividiremos por ciento; ó bien haremos uso de la siguiente proporción: $100 : ct :: r : i$.

EJEMPLOS.

6800 reales en 5 años al 4 por 100 al año, qué producirán?

$$100 : 6800 \times 5 :: 4 : i.$$

$$i = \frac{6800 \times 5 \times 4}{100} = \frac{136000}{100} = 1360 \text{ reales.}$$

Qué interés producirán 960 pesetas al 5 por 100 en 6 años?

$$100 : 960 \times 6 :: 5 : i.$$

$$i = \frac{960 \times 6 \times 5}{100} = \frac{28800}{100} = 288 \text{ pesetas.}$$

12.—*Interés compuesto.*—Cuando tengamos que averiguar lo que ha producido un capital prestado á interés compuesto por cierto número de años, comenzaremos por hallar los intereses que corresponden al primer año y se suman con el capital, formando la suma un nuevo capital, se vuelven á hallar los intereses que ha producido en el segundo año, y sumados con el capital anterior formará el capital del tercer año; y de esta manera se continúa hasta completar el número de años.

Si uno presta, por ejemplo, 2000 reales al 10 por por 100 á interés compuesto, dicha cantidad en el primer año produce 200 reales, que no se perciben entonces, sino que se capitalizan y acumulan al capital primitivo; de manera que éste al principio del segundo año es de 2200 reales. Este capital produce en el segundo año 220 reales que se capitalizan de nuevo formando al principio del tercer año un capital de 2420 reales. El interés producido por este capital en el tercer año se vuelve á capitalizar al principio del cuarto; y así se continúa hasta la terminación del tiempo extipulado ó hasta que se haya devuelto el capital é intereses producidos.

Ejemplo Qué interés producirán 5600 reales en 3 años, al interés compuesto de 6 por 100 al año?

$$100:5600::6:i. \quad i=\frac{5600\times6}{100}=\frac{33600}{100}=336 \text{ reales}$$

intereses del primer año.

$$100:5936::6:i. \quad i=\frac{5936\times6}{100}=\frac{35616}{100}=356{`}16 \text{ rea-}$$

les interés del segundo año.

$$100:6292::6:i \quad i=\frac{6292\times6}{100}=\frac{37752}{100}=377{`}52 \text{ rea-}$$

les, interés del tercer año.

Intereses de los tres años 336+356‘16+377‘52= 1069‘68 reales.

13.—*Fórmula abreviada.*—Hay una fórmula general por medio de la cual se pueden resolver todos los casos más breve y fácilmente. La fórmula es la siguiente: $S=C\times(1+r)^n$ que significa suma de capital é intereses es igual al capital multiplicado por la unidad más el rédito de un año elevado al número de años porque se presta.

Ejemplo: Pondremos el mismo ejemplo anterior, y sustituyendo en la formula las letras por los valores determinados, tendremos:

$S=5600\times(1+0'06)^3=5600\times1'06^3=5600\times1'191=$ 6669'60 reales.

Regla de descuento

1 Qué es regla de descuento?—2 Qué se entiende por descuento? —3 Qué por letra de cambio, librador, pagador y tomador? -4 Giro á la vista y á plazo, vencimiento.—5 Valor nominal y valor actual de una letra. —6 Métodos de descontar y su resolución.

1 —Regla de *descuento* es la que enseña á calcular el tanto que debe descontarse por hacer efectivo el pago de una letra ó pagaré antes de la época de su vencimiento.

Cuando una deuda no es exigible más que á una época futura y fija, se la puede recibir inmediatamente, pagando el interés que corresponde á esta epoca, y á esto es á lo que se llama descontar una suma.

2.—Por manera que *descuento* se llama á la pérdida ó quebranto que sufre una letra que se cobra antes del tiempo prefijado, ó sea á la diferencia entre el valor nominal y el actual de una letra.

Esta diferencia es evidentemente el interés que debe producir el valor actual de la letra hasta el fin de su plazo.

3.—*Letra de cambio* se llama á un documento al portador por el cual se reconoce deber cierta cantidad que ha de abonar otra persona en un plazo determinado á la órden de un tercero.

Su objeto es facilitar las contrataciones mercantiles sin necesidad de abonar en el acto, ó remitir en metálico la deuda, que puede ser pagada en distinto punto de la plaza donde se contrató, y circular de una á otra población y de una en otra persona.

En las letras de cambio se consigna su importe ó valor nominal, el nombre del que libra ó gira la letra, el del que debe pagarla, y el del dueño ó tenedor (que es el que debe cobrar su importe) y si ha de pagarse á la vista ó á un plazo determinado.

Librador es la persona que extiende la letra, *tomador* es quien la recibe y *pagador* quién la hace efectiva.

Endoso se llama á la donación que se hace de la letra á otra persona para su cobro, pudiendo este á su vez endosarla á otra. Los endosos, se hacen escribiendo á la espalda que se pague á la orden del tenedor.

4.—Se entiende por *giro á la vista* ó *letra á la vista* cuando el pagador tiene que hacer efectiva la letra al presentarla al cobro: y se llama á *plazo* cuando ha de mediar cierto tiempo desde que se presenta al cobro hasta que se hace efectiva. En este caso el pagador la firma *aceptándola* ó sea comprometiéndose al pago de su valor, después de transcurrido dicho plazo.

5.—Llámase valor *nominal*, el que está escrito en la letra ó sea todo su valor; y valor *actual* ó *efectivo* la cantidad que se percibe al negociarla antes de su vencimiento.

6.—De dos modos se suelen hacer los convenios para el cálculo del descuento. Consiste el primero en hacer el descuento con arreglo á la cantidad líquida que percibe el tenedor de la letra, y el segundo en rebajar cierta cantidad llamada *tanto de descuento*, del valor nominal de la letra.

Este segundo método de descontar, aunque no es rigurosamente equitativo, es el que generalmente se sigue en el comercio.

Primer método de descontar.

En este método se distingen dos casos: 1.° Cuando el plazo de la letra es de un año. 2.° Cuando es diferente de un año.

El primer caso se resuelve por medio de la proporción $100+t\ p\%\ :\ 100\ ::\ v.\ n : v.\ e$, que quiere decir *ciento mas el tanto por ciento es á cien unidades, como el valor nominal es al valor efectivo.*

Ejemplo Cuánto vale actualmente una letra de 20000 reales que vence dentro de un año, siendo seis el tanto por ciento de interes, según convenio?

$100+6:100::20000 : v.e.$

$$v.e.=\frac{20000\times100}{100\times6}=\frac{2000000}{106}=18867{`}92 \text{ reales.}$$

Cuando el plazo de la letra es de menos de un año, entonces hallaremos en primer lugar lo que corresponde á cien unidades en los meses ó días que sean, por la proporción 12 : meses $::\ r : v.\ e$; ó 360 : días $::\ r : v.\ e$. Conocido el interés de los meses ó días hallaremos el valor actual de la letra por la anterior proporción; ciento más tanto por ciento es á cien unidades como valor nominal es al valor efectivo ó sea $100+t\ p\ \%\ 100 : 100 : v.\ n : v.\ e.$

Ejemplos Cuánto vale actualmente una letra de 20000 reales que vence dentro de 7 meses, siendo 6 el tanto por ciento de interés al año.

1ª. proporción $12:7::6 : i$ $\qquad i=\frac{7\times6}{12}=\frac{42}{12}=3{`}50$

2ª. proporción $100+3{`}50 : 100 :: 20000 : v.e.$

$$v.e = \frac{20000 \times 100}{100 \times 3{`}50} = \frac{2000000}{103{`}50} = 19323{`}67 \text{ reales.}$$

Cuál será el valor actual de una letra de 15000 reales que vence á los 90 dias siendo 6 por 100 el descuento?

1ª. proporción 360 : 90 : : 6 : i

$$i = \frac{90 \times 6}{360} = \frac{540}{360} = \frac{54}{36} = \frac{27}{18} = \frac{3}{2} = 1{`}50$$

2ª. proporción 100+1'50 : 100 : : 15000 : v.e

$$ve = \frac{15000 \times 100}{100 \times 1{`}50} = \frac{1500000}{101{`}50} = 14778{`}33$$

Regla. Luego para hallar el descuento se multiplica el valor nominal de la letra ó pagaré por el tanto por ciento y por el tiempo reducido á años ó fracción de años, y el producto se divide por el tanto por ciento multiplicado por el tiempo.

Segundo método de descontar.

Rebajando de cada cien unidades el tanto de descuento se hallará facilmente lo que hay que rebajar del capital, suponiendo que el plazo es de un año. Si el plazo es diferente del año, se calcula en la práctica el descuento correspondiente admitiendo la proporción entre el descuento y el tiempo.

Hallado el descuento, se tendrá el valor actual, restando el descuento del valor nominal de la letra.

Ejemplos: Cuánto vale una letra de 20000 reales al 6 por 100 de descuento, cuyo plazo es un año?

$100:20000::6:i \quad i=\frac{200(00\times 6}{1(00}=1200$ luego 20000

$-1200=18800$ reales.

Cuánto vale actualmente una letra de 5000 pepesetas, cuyo plazo es de 7 meses y 5 el tanto por ciento de descuento.

$100:5000::5:i \qquad i=\frac{50(00\times 5}{1(00}=250$ pesetas

$12:7::250:\infty \qquad \infty=\frac{250\times 7}{12}=\frac{1750}{12}=145{'}38$ pesetas, luego $5000-145{'}38=4854{'}62$ pesetas.

También puede resolverse por la proporción siguiente: $1200:5000\times 7::5:\infty$

$\infty=\frac{5(000\times 7\times 5}{12(00}=\frac{50\times 7\times 5}{12}=\frac{1750}{12}=145{\cdot}38$ pesetas,

igual al resultado anterior.

Regla de compañía.

1 Qué se entiende por regla de compañía? –2 En qué se divide la regla de compañía?—3 Cuándo será simple?—4 Cuándo compuesta?—5 Cómo se resuelve la regla de compañía simple?—6 Cómo se plantea y resuelve la regla de compañia compuesta?

1.—Regla de *compañía* es la que enseña á determinar la ganancia ó perdida correspondiente á cada uno de varios compañeros proporcionalmente al capital de cada socio, y al tiempo que este capital estuvo en el fondo común.

2.—La regla de compañía se divide en simple y compuesta.

3.—*Simple* cuando los capitales han permanecido el mismo tiempo en el fondo ó cuando los capitales son iguales y los tiempos diferentes.

4.—*Compuesta* cuando capitales y tiempos son diferentes.

La resolución de los problemas de compañía se funda en los siguientes principios:

Las ganancias ó perdidas de dos capitales que estan el mismo tiempo en la sociedad, son proporcionales á los capitales.

Las ganancias ó pérdidas de dos capitales son proporcionales á los tiempos que dicho capital está en la sociedad.

Las ganancias ó pérdidas de dos capitales diferentes, que están diferente tiempo en la sociedad, son proporcionales á los productos de los capitales por los tiempos.

5.—La regla de *compañía simple* se resuelve formando tantas proporciones como asociados haya en la forma siguiente: *suma de capitales es á su ganancia ó pérdida total, como capital de cada socio es á su ganancia ó pérdida correspondiente.*

Si los tiempos son diferentes y el capital igual entonces se forma la siguiente proporción: *Suma de tiempos es á su ganancia ó pérdida, como el tiempo de cada socio es á su ganancia ó pérdida correspondiente.*

Ejemplos: Tres personas forman sociedad: la primera pone 1500 reales, la segunda 1800; y la tercera 1960: han ganado 4200 y se desea saber qué parte de esta ganancia corresponde á cada uno.

$$\begin{array}{lcl}
\left.\begin{array}{l} 1^{o}.\ 1500 \\[1ex] 2^{o}.\ 1800 \\[1ex] 3^{o}.\ 1960 \end{array}\right\}\text{ganancia} & 4200 & \begin{array}{l} 1.^{o} = \dfrac{4200\times1500}{5260} = 1197{'}72 \\ 2.^{o} = \dfrac{4200\times1800}{5260} = 1437{'}26 \\ 3.^{o} = \dfrac{4200\times1960}{5260} = 1565{'}02 \end{array} \\
\hline
5260 \text{ capital total} & & \qquad\qquad\qquad\quad 4200{'}00
\end{array}$$

6.—La regla de *compañía compuesta* se resuelve como la simple, pero multiplicando antes el capital de cada socio por el tiempo que le tuvo impuesto.

El tiempo se ha de reducir para todos los socios á una misma unidad, ya sea años, meses ó días.

Ejemplos: Tres asociados formaron una empresa comercial; el primero impuso 1500 pesetas por medio año; el segundo 1860 por 7 meses y el tercero 1700 por diez meses; la asociación ha perdido 1200 pesetas, ¿cuánto corresponde á cada socio?

$$\left.\begin{array}{l} \text{El } 1^{\circ}\ 1500 \text{ pesetas} \times 6 \text{ meses} = 9000 \\ \text{El } 2^{\circ}\ 1860 \quad « \quad \times 7 \quad « \quad = 13020 \\ \text{El } 3^{\circ}\ 1700 \quad « \quad \times 10 \quad « \quad = 17000 \\ \hline \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 39020 \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Pérdida.}\\ \text{1200 pts.}\end{array}$$

$$1.^{\circ} \quad \frac{1200 \times 9000}{39020} = \frac{10800000}{39020} = 276‘782 \text{ pesetas.}$$

$$2.^{\circ} \quad \frac{1200 \times 13020}{39020} = \frac{15624000}{39020} = 400‘410 \quad »$$

$$3.^{\circ} \quad \frac{1200 \times 17000}{39020} = \frac{20400000}{39020} = 522‘808 \quad »$$

$$\text{Suma} \quad 1200‘00$$

Han obtenido 450 reales de beneficio dos sujetos que se reunieron para un negocio. Puso el primero 500 reales por espacio de 18 meses, y el segundo 350 por 22 meses. Qué beneficio corresponderá á cada uno?

$$\left.\begin{array}{ll} 1.^{\circ} & 500 \text{ rs.} \times 18 \text{ meses} = 9000 \\ 2.^{\circ} & 350 \text{ »} \times 22 \quad \text{»} \quad = \underline{7700} \end{array}\right\} \text{ganancia 450 rs.}$$
$$16700$$

$$1.^{\circ} \quad \frac{450 \times 9000}{16700} = \frac{40500(00}{167(00} = 242'51$$

$$2.^{\circ} \quad \frac{450 \times 7700}{16700} = \frac{34650(00}{167(00} = \underline{207'49}$$
$$\text{Suma} \quad 450'00$$

Dos tapiceros han entendido en el arreglo de una habitación, recibiendo por el trabajo manual empleado 2680 reales. El primero ha llevado 8 obreros por 15 días y el segundo 5 por 16 días, cuánto deberá percibir cada tapicero?

$$\left.\begin{array}{ll} 1.^{\circ} & 8 \times 15 \text{ días} = 120 \\ 2.^{\circ} & 5 \times 16 \quad \text{»} = \underline{\ 80} \end{array}\right\} \text{ganancia 2680 rs.}$$
$$200$$

$$1.^{\circ} \quad \frac{268(0 \times 12(0}{2(00} = \frac{268 \times 6}{1} = 1608 \text{ rs.}$$

$$2.^{\circ} \quad \frac{268(0 \times 8(0}{2(00} = \frac{268 \times 4}{1} = \underline{1072} \text{ »}$$
$$\text{Suma} \quad 2680$$

De las muchas aplicaciones á que se presta la regla de compañía hablaremos solamente de alguna.

Para dividir un número en partes proporcionales á otros números dados se multiplica el número que se quiere repartir por cada uno de los números á que ha de ser proporcional y después se divide por la suma de todos ellos

Ejemplo: Dividir el número 60 en partes proporcionales á los números 2, 3 y 5.

$$\left.\begin{array}{ll} 1.^{\circ} & \dfrac{60\times 2}{10}=\dfrac{12(0}{1(0}=12 \\ 2.^{\circ} & \dfrac{60\times 3}{10}=\dfrac{180}{10}=18 \\ 3.^{\circ} & \dfrac{60\times 5}{10}=\dfrac{300}{10}=30 \end{array}\right\} 60.$$

Dos personas de igual habilidad han hecho una obra trabajando la primera 7 días y la segunda 9 días; se les ha pagado por dicha obra 584 reales, y se trata de repartir esta cantidad entre dichas dos personas, ¿cuánto debe percibir cada una?

$$\left.\begin{array}{ll} 1.^{\circ} & \dfrac{584\times 7}{16}=\dfrac{4088}{16}=255{\cdot}55 \\ 2.^{\circ} & \dfrac{584\times 9}{16}=\dfrac{5256}{16}=328{`}50 \end{array}\right\} 584{`}05.$$

Luego corresponde percibir al primero 255'55 reales y al segundo 328'50 reales.

Los repartos de contribuciones, quintas (antiguamente), seguros, etc., dan origen á repartimientos proporcionales y se calculan por los procedimientos empleados para ellos y la regla de compañía.

Derechos de aduanas son ciertos derechos que el Gobierno de una nación se reserva cobrar de los géneros que vienen del extranjero. Los puntos donde se cobran suelen estar situados en las fronteras y en los puertos.

Los rendimientos se hacen de dos maneras ad-valoren y ad-especie, es decir ó por el valor de los géneros ó por la especie de ellos.

Se calcula por proporciones.

Derechos de consumo son ciertos impuestos establecidos por el Gobierno para satisfacer las cargas del estado y que se cobran de los géneros que consume el pueblo.

Para repartir la cuota impuesta por este concepto se hace proporcional al número de habitantes de cada provincia, estas á su vez y por el mismo procedimiento las reparten á los pueblos y luego los municipios los reparten entre los vecinos.

Otras veces suelen hacer una subasta que toman entre sociedades en los pueblos, estas responden de toda la cuota y después cobran con arreglo á tarifa general los derechos de lo que se consume.

Seguros. Hay sociedades que mediante un tanto por ciento de cantidades iguales en valor á ciertas clases de fincas, asumen para sí los siniestros casuales, como el fuego. Estas llevan el nombre de sociedades de seguros.

También á veces suelen juntarse determinado número de personas asociándose con el mismo objeto y á estas se las llama sociedad de seguros mutuos.

Se calcula por una regla de tres.

Ejemplos: Cuánto importa el seguro de 2 por 100 sobre un valor de 24572 reales?

$$100 : 24572 :: 2 : i \quad i=\frac{24572\times2}{100}=\frac{49144}{100}=491`44.$$

Cuánto importa el seguro de 3 por 100 sobre un valor de 400,729 reales?

$$100 : 400729 :: 3 : i \qquad i=\frac{400729\times3}{100}=\frac{1202187}{100}=$$
12021'87 reales.

Nociones de fondos públicos

1 A qué se llama deuda pública ó fondos públicos? – 2 De cuántas maneras puede ser la deuda pública?—3 Cuándo recibe el nombre de flotante, cuándo consolidada ó perpétua, cuándo amortizable, del personal ó del material? – 4 A qué se llama título y á qué cupón? – 5 Qué es la Bolsa?—6 Qué se entiende por cotización?—7

Qué por alza y qué por baja? –8 A qué se llama corretaje?

1.—Se llaman fondos públicos los capitales prestados al Gobierno de una nación, y cuyos intereses satisface el estado respectivo.

2.—La deuda pública se divide en varias clases, siendo las principales la flotante y la consolidada.

3.-*Deuda flotante* es la que no está reconocida como perpetua por el Gobierno, sino que ha de extinguirse una vez votados los fondos necesarios para ello; procede de anticipos hechos á plazos al Gobierno.

Deuda consolidada es la que está reconocida como perpertua por el Gobierno, procede de anticipos hechos á renta perpetua, y cuya devolución no puede exigirse

Deuda amortizable se llama cuando todos los años se vá pagando cierta cantidad, recogiendo los resguardos correspondientes, para hacer que desaparezca en los años que se estipuló.

Se llama del *personal* ó del *material*, según proceda de sueldos que no se han pagado á funcionarios públicos; ó de objetos de toda especie suministrados al Estado, y cuyo valor no se ha satisfecho.

4.—*Título* se llama al documento ó resguardo que marca con su capital el interés de cada año, y con el cual el poseedor acredita su derecho.

El Gobierno tiene el deber de satisfacer por trimestres, que vencen en 31 de Marzo, 31 de Junio, 30 de Septiembre y 31 de Diciembre de cada año el interés estipulado, quedándose con una parte del título llamada *cupón*.

Los títulos pueden ser negociables ó transferibles, y no negociables ó intrasferibles.

Son negociables cuando pueden cederse á otro sin formalidad alguna recibiendo de él el importe convenido, esto es, cuando son documentos al portador. Y son no negociables cuando llevan el nombre del propietario, el cual no puede cederlos á otro sino por escrito.

5.—Los títulos se negocian en un sitio público autorizado por el Gobierno llamado *Bolsa*, donde se reunen los agentes, comerciantes y capitalistas á comprar y vender títulos, acciones de carreteras, ferro-carriles eccétera.

6.—*Cotización* es el estado de los precios á que se han negociado los valores de la Bolsa.

7.—Hay *alza* cuando aumenta el valor del papel y *baja* cuando disminuye. Cuando un título se negocia por todo su valor nominal, se dice que se ha negociado *á la par*.

Llámase valor *nominal* de un título al que tiene escrito, cuyo valor se paga al amortizarse la deuda y valor *real ó efectivo* es el que tiene según la cotización del día, cuyo valor puede ser menos que el nominal y á veces cuando ofrece seguridades su cobro puede elevarse sobre el valor nominal.

8.—Es *corretaje ó comisión* el premio de un tanto por ciento, que se abona á los corredores ó comisionistas por las operaciones que hacen á cuenta de otro.

Su cálculo por regla de interés.

EJEMPLOS:

Un almacenista dió en comisión á un sujeto varios géneros para que los realizara; al cabo de un mes le pidió cuentas y había vendido 16000 pesetas, teniendo el 5 por 100 de comisión, que honorarios ganó el comisionista?

$$100 : 16000 :: 5 : \mathrm{ii} = \frac{160(00 \times 5}{1(00} = 160 \times 5 = 800$$
pesetas.

Cuánto se abonará á un corredor que se ha encargado de comprar papel del Estado por valor de 148079 reales á 0'25 reales de corretaje?

$$100 : 148079 :: 0'25 : \mathrm{i} \qquad \mathrm{i} = \frac{148079 \times 0'25}{100} = 370'20$$
reales.

Los problemas referentes á fondos públicos se resuelven por medio de una regla de tres.

Un sujeto compró ó empleó 40000 reales en títulos del 4 por 100 consolidado, estando estos á 43 por 100. Qué cantidad de papel compró?

Si con 43 reales efectivos se compran 100 en papel, con 40000 reales efectivos, cuántos se comprarán?

$43 : 100 :: 40000 : \infty$

$$\infty : \frac{40000 \times 100}{43} 93023'25 \text{ reales.}$$

Regla de aligación.

1 Qué se entiende por regla de aligación?—2 De cuántas maneras puede ser?—3 En qué consiste la medial? —4 Y la alternada?—5 Cómo se resuelven estas cuestiones?—6 Cuando se quiere obtener una cantidad determinada de una mezcla, ¿cómo se consigue?—7 Y si alguna de las cantidades que han de mezclarse fuese limitada, ¿cómo se resuelve el problema?

1.—Regla de *aligación* es la que enseña á determinar el precio á que se ha de vender la mezcla de géneros cuando se dan conocidas las cantidades que entran en ella y sus valores; ó la que enseña á determinar en qué razón se han de tomar las cantidades de la mezcla, dado que sea el precio medio, y los precios de las cantidades que se han de mezclar.

2.—La regla de aligación puede ser de dos clases: media y alternada.

3.—Es *medial* la que trata de averiguar el precio medio de la moneda, dadas las cantidades de cada especie y sus precios respectivos.

4.—Es *alternada* la que enseña á averiguar las cantidades de diferente precio que deben mezclarse, dados el precio medio y el de las cantidades de cada especie que entran en la mezcla.

5.—Para resolver la regla de aligación media, se multiplica el número de unidades que entran de cada género por su precio respectivo, se suman los productos y esta suma se divide por la suma de las cantidades de la mezcla.

Ejemplos: Se quieren mezclar 69 litros de vino de 95 céntimos de pesetas el litro con 87 litros de 45 céntimos; á cómo saldrá el decálitro de la mezcla?

$$\left.\begin{array}{r} 69 \times 0'95 = 65'55 \\ 87 \times 0'45 = 39'15 \\ \hline 156 \text{ litros. ptas. } 104'70 \end{array}\right\}$$

Precio medio 104'70 : 156 =0'671 el litro; pero como nos piden el precio del decálitro, y un decálitro, tiene diez litros, multiplicaremos por 10 y tendremos el valor pedido; y como para multiplicar por 10 no hay más que correr la coma un lugar á la derecha nos resultará que el precio del decálitro de mezcla valdrá 6'71 pesetas.

Se mezclaron 50 kilogramos de arroz de á 50 céntimos kilogramo, con 80 de á 36 y con 70 de á 75 céntimos. Cuál será el precio medio de la mezcla?

$$\left.\begin{array}{lr} 50 \text{ kg.} \times 50 = 25'00 \\ 80 \text{ »} \quad \times 36 = 28'80 \\ 70 \text{ »} \quad \times 75 = 52'50 \\ \hline 200 \text{ kg.} \qquad 106'30 \text{ ps.} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Precio medio,} \\ 106'30 : 200 = 0'53 \text{ ptas.} \end{array}$$

Para resolver la regla de aligación alternada se resta el precio medio del de la especie superior y la diferencia será la cantidad que debe tomarse de la especie inferior. Se resta del precio la cantidad de la especie inferior, y la diferencia será la cantidad que debe entrar en la mezcla.

Si las cantidades que se quieren mezclar fuesen más de dos, se procede con cada dos como queda dicho.

Ejemplos: Cuántos hectólitros de vino á 48, 40, 32 y 30 pesetas se han de mezclar para que el precio de la mezcla sea 38 pesetas?

$$38 \left\{\begin{array}{lr} 48. \;.\;. & 8 \\ 40. \;.\;. & 6 \\ 32. \;.\;. & 2 \\ 30. \;.\;. & 10 \end{array}\right.$$

Luego hay que mezclar 8 hectólitros de á 48 pesetas, 6 de á 40, 2 de 32 y 10 de 30.

Cuántos kilogramos de pólvora de á 4'50 pesetas, 5 y 6 pesetas, se han de mezclar para vender la mezcla á 5'37 pesetas?

$$5'37 \left\{\begin{array}{lr} 6'00. \;.\;.\; 0'87 + 0'37 = & 1'24 \\ 5'00. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; & 63 \\ 4'50. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; & 63 \end{array}\right.$$

Luego habrá que mezclar 1'24 kilogramos de á 6 pesetas, 1'63 de á 5 pesetas y 1'63 de á 4'53 pesetas.

6.—Cuando se quiere obtener una cantidad determinada de mezcla, se suman los números que expresan las razones, y se dirá: si en esta suma entran tantos de tal género, en la mezcla que se ha de formar cuántos entrarán?

Ejemplo: Un cosechero tiene arroz de 30, 33, 35 y de 40 reales, arroba; quiere mezclar 200 arrobas del mismo género á 36 reales, cómo haremos esta operación?

$$\begin{array}{r} \text{Precio} \\ \text{medio } 36 \end{array}\left\{\begin{array}{l} 40 \;.\;.\; 6 \\ 35 \;.\;.\; 3 \\ 33 \;.\;.\; 1 \\ 30 \;.\;.\; 4 \\ \hline 14 \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} 14 : 200 :: 6 : \infty = 85'71 \\ 14 : 200 :: 3 : \infty = 42'85 \\ 14 : 200 :: 1 : \infty = 14'29 \\ 14 : 200 :: 4 : \infty = 57'15 \\ \hline \text{Arrobas que se} \\ \text{han de mezclar } 200'00 \end{array}$$

7.—Si alguna de las cantidades que han de mezclarse *está limitada*, en este caso resulta la regla como la anterior, se forma una proporción, cuyo primer término es la cantidad que debe entrar del género que se limita; el segundo, la cantidad del otro género; el tercero, la cantidad que se limite.

Ejemplo: Con trigo de 78 y 68 reales el hectólitro hecha la mezcla, quiero venderlo á 72 reales; de lo de 78 reales solo hay dos hectólitros, cuánto habré de mezclar de lo de 68 reales?

$$\begin{array}{l} \text{Precio} \\ \text{medio } 72 \end{array}\left\{\begin{array}{llll} 78. \;.\;.\; 4. \;.\;.\; 2 & \text{hectólitros} & \text{de } 78 \\ 68. \;.\;.\; 6. \;.\;.\; 3 & \quad » & \text{de } 68 \end{array}\right.$$

$$4 : 6 :: 2 : \infty \qquad \infty = \frac{6 \times 2}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

Regla conjunta.

1. A qué se llama regla conjunta?—2. A qué se llama equivalencia?—3. Cuál es el fundamento de la regla conjunta?—4. Cómo se plantean y resuelven estas cuestiones?

1.—Regla *conjunta* es la que tiene por objeto determinar la relación entre dos cantidades por medio de la relación que estas tienen con otra ú otras intermedias.

2.—*Equivalencia* es la igualdad en valor de dos cantidades de diferente especie, por ejemplo: 3 duros=60 reales.

3.—La resolución de la regla conjunta se funda en esta proposición: Si se multiplican ordenadamente varias equivalencias tales que el primer miembro de cada una sea de la misma especie que el segundo de la anterior; resulta otra equivalencia cuyo primer miembro corresponde á la primera especie y el segundo á la última.

4.—Se resuelve la regla conjunta formando con los datos y la incognita (principiando por esta para mayor claridad) una serie de equivalencias tales, que el primer miembro de cada una sea de la misma especie que el segundo de la anterior, hasta que el último miembro sea de la misma especie que la incognita; después se divide el producto de los segundo miembros por el producto de los primeros y resultará el valor de la incógnita.

Ejemplo: Cuántas pesetas costarán 50 kilos de arroz, sabiendo que 46 kilógramos equivalen á 4 arrobas, que 20 arrobas han costado 700 reales y que 4 reales hacen una peseta?

$$\left.\begin{array}{rlcl} \infty & \text{pesetas} & = & 50 \text{ kg.} \\ 46 & \text{kilogramos} & = & 4 \text{ @} \\ 20 & \text{arrobas} & = & 700 \text{ rs.} \\ 4 & \text{reales} & = & 1 \text{ pta.} \end{array}\right\} \infty = \frac{50\times4\times350\times1}{46\times20\times4} = \frac{5\times350}{46} = \frac{5\times175}{23} = \frac{875}{23} = 38\text{'}04 \text{ pesetas.}$$

La aplicación más importante de la regla conjunta es la redución recíproca de las monedas, pesas y medidas de dos países, dadas las relaciones que estas tengan con las de otros paises diferentes.

Si la reducción se refiere excluxivamente á monedas, la regla conjunta se llama *regla de cambio.*

Cambio en el comercio es el mayor ó menor número de monedas de una plaza que se dan por las de otra, ó sea el trueque de unos valores por otros.

Se divide el cambio en interior y exterior. Es interior cuando se verifica entre plazas de una misma nación; y exterior cuando tiene lugar entre plazas de naciones diferentes.

El cambio es *directo* cuando no intervienen más plazas que dos, la remitente y la aceptante ó la que recibe; se llama *indirecto* cuando intervienen varias plazas.

Entre plazas de una misma nación se calcula el cambio—como la unidad de moneda es la misma—sabiendo el daño ó beneficio á que se halla el cambio, y la cuestión está reducida á rebajar el *daño* de la cantidad que ha de girarse ó aumentar el *beneficio.*

Ejemplo: Un comerciante de Madrid quiere enviar á Segovia 20000 pesetas y halla letra sobre Segovia á 0'25 por 100 daño; qué cantidad tiene que desembolsar?

$$100 : 20000 :: 0'25 : x$$

$$x = \frac{200|00 \times 0'25}{1|00} = 200 \times 0'25 = 50 \text{ pesetas.}$$

Todas las cuestiones referentes al cambio se resuelven por medio de una proporción ó regla de tres simple, de la cual se deducen las dos reglas prácticas que siguen:

1.ª Para reducir pesetas á monedas extranjeras, se multiplica el número dado por el cambio y el producto se divide por 5.

Ejemplos: Cuántos francos equivalen 2625 pesetas al cambio de 5 francos y 30 céntimos?

Si 5 pesetas valen 5'30 francos, 2625 pesetas ¿cuántos francos valdrán?

$5 : 5'30 :: 2625 : \infty$

$\infty = \frac{2625 \times 5'30}{5} = \frac{13912'50}{5} = 2782$ francos y 50 céntimos.

Reducir 5000 pesetas á francos al cambio de 5'21 franco.

$5 : 5'21 :: 5000 : \infty$

$\infty = \frac{5000 \times 5'21}{5} = \frac{26050}{5} = 5210$ francos.

2.ª Para reducir monedas de cambio extranjeras á pesetas españolas, se multiplica el número dado por 5 pesetas, y el producto se divide por el cambio.

Ejemplos: Cuánto valen en España 500 francos al cambio de 5'20.

$5'20 : 5 :: 500 : \infty \quad \infty = \frac{500 \times 5}{5'20} = \frac{2500}{5'20} = 480'75$ pesetas.

Reducir 600 florines á pesetas al cambio de 2'45 florines.

$2'45 : 5 :: 600 : x \qquad x = \frac{600 \times 5}{2'45} = \frac{3000}{2'45} =$ 1224'49 pesetas.

Cuando no se conoce el cambio directo entre dos plazas se usa la regla conjunta.

Cuántos reales valen 300 libras esterlinas inglesas, sabiendo que una libra esterlina vale 24 francos, y que 5'26 francos valen 20 reales?

x reales=300 libras esterlinas
1 l. est.=24 francos
5'26 fr. =20 reales

$$x = \frac{300 \times 24 \times 20}{1 \times 5'26} = \frac{144000}{5'26} = 27376 \text{ reales.}$$

Cuántos reis vale un real, en el supuesto de que 19 reales equivalen á 5 francos, 277 francos á 11 libras esterlinas y una libra esterlina á 4?20 reis

x reis $=1$ real
19 reales $=5$ francos
277 francos $=11$ libras esterlinas
1 libra esterlina $=4220$ reis.

$$x=\frac{1\times5\times11\times4220}{19\times277\times1}=\frac{232100}{5263}=44'10 \text{ reis.}$$

Regla de falsa posición.

1 A qué se llama regla de falsa posición?—2 De cuántas maneras puede ser?—3 Cuándo se llama simple?—4 Cuándo compuesta?—5 Cuál es el fundamento en que descansa la regla de falsa posición?—6 Cómo se resuelve la regla de falsa posición simple?—7 Cómo la compuesta?

1.—Llamamos regla de *falsa posición* á la que enseña el modo de hallar un número desconocido por medio de otro ú otros conocidos que se suponen como verdaderos.

2.—La regla de falsa posición puede ser de dos maneras *simple* y *doble ó compuesta*.

3.—Es *simple* cuando solo se hace un supuesto. Se conocerá que un problema es de falsa posición simple cuando aumentando ó disminuyendo la cantidad principal, aumentan ó disminuyen en todas las demás en la misma proporción; porque todas las condiciones dependen de un solo número.

4.—Será *doble ó compuesta* cuando se necesitan dos suposiciones.

5.—Esta regla tiene su fundamento en el siguiente teorema: Cuando cuatro números forman proporción la formarán también sus cuadrados, cubos raices y partes alícuotas.

6.—Para resolver la *regla de falsa posición simple* no hay más que tomar un múmero cualquiera y practicar con él todas las operaciones que haríamos con el verdero para probar si cumplia con las condiciones del problema. Después formaremos una proporción con los tres números que nos resultasen, en esta forma: *resultado del número supuesto es al resultado verdadero, como el número supuesto es al verdadero que se busca.*

Ejemplos:

Cuál será el número que añadiéndole su mitad, tercera y cuarta parte sume 125.

Supongamos que sea el número 12 cuya mitad es 6, su tercera parte es 4 y su cuarta es 3; se dirá $12+6+4+3=25$ resultado del número supuesto, y formaremos esta proporción $25:125::12:\infty$ de donde x es igual á $\frac{125\times12}{25}=60$. Esto es resultado del número supuesto, 25, es á 125, resultado conocido, como número supuesto 12, es á 60, número desconocido que se buscaba; el cual sumándole con su mitad 30, su tercera parte 20 y su cuarta parte 15 tendremos $60+30+20+15=125$ que resuelve la cuestión.

Cuál es el número que sumado con su mitad, tercera y octava parte da por resultado 470?

Supongamos que es el número. .	24
sumado con su mitad.	12
más la tercera parte	8
más la octava.	3
resultado del supuesto	47

Tendremos la proporción

$$47:470::24:x \qquad x=\frac{470\times24}{47}=240.$$

Prueba	Número	240
	mitad	120
	3.ª parte.	80
	octava.	30
	Suma. . .	470

La edad de Moisés septuplicada, más la mitad, sesta parte y duodécima de la misma edad, completan justamente los 930 años que vivió Adán. ¿De qué edad murió Moisés?

De 120 años.

Interrogado un maestro por el número de niños que tenía respondió: mis discípulos, otros tantos, el triplo y la mitad suman 517. ¿Cuál era el número de niños que tenía?

Tenía 94 discípulos.

Un padre que tiene 3 hijos, al hacer testamento deja entre otras mandas á su hijo mayor la tercera parte de sus bienes, al mediano la quinta y al menor la cuarta, cuyas partes ascienden á 8000 duros ¿á cuánto ascendían sus intereses?

Número supuesto 60.

Proporción

$$\begin{array}{lr} & 60:3=20 \\ & 60:5=12 \\ & 60:4=15 \\ \hline \text{Suma} & 47 \end{array}$$

$47:8000::60:\infty$ $\quad \infty=\dfrac{8000\times 60}{47}=$ 10212'78 duros.

Prueba

10212'78 : 3=3404'26 duros para el 1.º
10212'78 : 4=2553'19 » » 2.º
10212'78 : 5=2042'55 » » 3.º

Suma de las partes 8000'00 duros.

7.—Para resolver la regla de *falsa posición doble*, se suponen dos números y ejecutamos con cada uno por separado las mismas operaciones que se praticarían con los verdaderos para probar si cumplían con las condiciones propuestas. Después se comparan los resultados de cada uno de estos números con el que deberían dar si fuesen los verdaderos y se anotan los errores que haya enfrente de su número supuesto respectivo con el signo más si el resultado del supuesto es mayor que el de la pregunta; y con el signo menos si es menor.

Enseguida se multiplica cada número supuesto por el error del otro, y cuando los errores soñ ambos por defecto ó por exceso se restan los dos productos y la resta se divide por la diferencia de los errores; pero si los errores tienen diferente signo, esto es que uno fuese por defecto y otro por exceso, entonces se divide la suma de los preductos por la suma de los errores y el cociente en sus respectivos casos nos daría el número que íbamos á buscar.

Ejemplos: Preguntando Juan á Pedro, cuánto dinero tenía, respondió: si tú me das un duro, tendré tanto como tú; entonces le dijo Juan: pues si tú me das un duro tendré doble que tú. ¿Cuánto dinero tenía cada uno?

Primer supuesto.

Suponiendo que Pedro tiene 7 duros, Juan tendrá 9; porque prestando 1 duro á Juan, habían de quedar iguales; y en efecto, prestándosele, Pedro tedrá $7+1=8$ y Juan $9-1=8$.

Pasando á la segunda condición, esto es, si Pedro da 1 duro á Juan, le quedarán 6 y Juan tendrá 10; pero como para cumplir con la condición había de tener Juan doble dinero que Pedro, teniendo éste 6, Juan debía tener 12, y como sólo reune 10, hay un error de 2 por defecto.

Segundo supuesto.

Suponiendo ahora que Pedro tiene 11, Juan tendrá 13, y ejecutadas las operaciones como se ve en (A), resulta un error de 6 que será también por defecto.

Hecho esto, se multiplica el primer supuesto 7 por el error 6 del segundo, y el segundo supuesto 11 por el error del primero 2. Se divide la diferencia 20 de los productos por la de los herrores 4 —como se vé en (B)—y resulta que Pedro tiene 5 duros y Juan 7.

PRIMER SUPUESTO

Primera condición

Pedro. . . . . 7+1=8
Juan.. . . . . 9—1=8

Segunda condición

Pedro. . . . . 7—1= 6
Juan.. . . . . 9+1—10

SEGUNDO SUPUESTO

A. *Primera condición*

Pedro.. . . 11+1=12
Juan. . . . 13—1=12

Segunda condición

Pedro.. . . 11—1=10
Juan. . . . 13+1=14

	Supuestos:		Errores:
B	Primero. . . .	7	— 2
	Segundo.. . .	11	— 6

$$\left.\begin{array}{r} 7\times 6=42 \\ 11\times \underline{2}=\underline{22} \\ 4 \quad 20 \end{array}\right\} 20:4=5 \text{ dinero que tenía Pedro.}$$

Comprobación:

Primera condición.
Pedro. . . . . 5+1=6
Juan.. . . . . 7—1=6

Segunda condición.
Pedro. . . . . . 5—1=4
Juan.. . . . . . 7+1=8

Un padre para estimular á su hijo á que estudie, le da 12 céntimos por cada día que sepa la lección, pero el día que no la sepa tiene el hijo que dar al padre 6 céntimos; al cabo de 30 días ajustan cuentas y el padre tiene que abonar al hijo 1'80 pesetas. Se pregunta, ¿cuántos días habrá sabido la lección y cuántos no?

Primer supuesto:

18 días los que estudió, y por consiguiente, 12 dias serán los que no estudió.

18 días×0'12 ptas.=2'16 ptas. que ganó.
12 » ×0'06 ptas.= 72 » que perdió.

Diferencia.. . . . 1'44

Resulta que ganó 1'44 debiendo ganar 1'80; luego hay un error por menos de 36 céntimos que se expresa así:

Primer número compuesto 18. . . . . . —0'36

Segundo supuesto.

22 días los que estudió; 8 días serán los que dejó de hacerlo.

22 días × 0'12 ptas. = 2'64 ptas, que ganó.
8 » × 0'06 » = 48 » que perdió.

Diferencia. . . 2'16

Resulta que ganó 2'16 debiendo ganar 1'80; luego hay un error de 36 céntimos por más.

Segundo número supuesto 22. . . . . . +0'36

18×0'36 = 6'48
22×0'36 = 7'96 } 14'40 : 0'72 = 0'20 pesetas.
0'72 14'40

Prueba.

$$\left.\begin{array}{r} 20\times0'12 = 2'40 \\ 10\times0'06 = \underline{\quad 60} \\ 1'80 \end{array}\right\}$$

$2'40 - 0'60 = 1'80$ número de pesetas que según el problema ganó.

FIN DE LA CUARTA PARTE.

ÍNDICE

Páginas.

SEGUNDA PARTE

Páginas.

TERCERA PARTE

CUARTA PARTE