$\frac{Ent}{K} = \frac{12}{100}$

do se lo truxeron/q̃ dio en albricias tanto al q̃ se lo cõpro:como hauia dado al que se lo vẽ
dio. Mo dos meses despues q̃ marco antonio hauia cõprado aquel cauallo/se dio la ba/
talla enla mar:entre el y su enemigo octauio augusto:en la qual batalla se quiso hallar/la
su amiga cleopatra/para mayor infamia della:y para mas perdicion del. Quan infelice
fin huuo marco antonio:y quan apressurada muerte padescio la su cleopatra:a todos es
notorio:los q̃ han leydo al buen plutarco. Muerto marco antonio:avn toda via quedo
vuo aquel cauallo infelice y desdichado:el qual vino a manos de vn cauallero de aia q̃
hauia nõbre nigidio:y como el cauallo era ya algo viejo/cõpro le al presente barato/avn
q̃ despues le costo muy caro:porq̃ dentro de vn año que le compro:al passar del rio nara
hon:el cauallo tropeço y cayo:por manera/q̃ amo y cauallo se ahogaron y jamas no pa
resciẽron. Estos pues son los cinco caualleros/q̃ estauan alos pies del cauallo seyano de
rrocados:es a saber:seyano:dolobela:cañõ:marco antonio:y nigido:la qual hystoria:avn
que es sabrosa de leer:es por otra parte muy lastimosa de oyr. Despues q̃ en ella cayeron
enla cuenta:de reconoscer la mala fortuna que aquel cauallo traya cõsigo:leuãtose entre
llos vn comun refran:de dezir al hõbre muy infortunado y desdichado:q̃ hauia tenido en
su casa al cauallo seyano. Semejãte caso acontescio quando scipion robo los templos de
tholosa de francia:en que todos los que lleuaron de aquello y riquezas para sus casas:nin
guno escapo:que dentro de vn año el no muriesse:y toda su familia y casa no se perdiesse.
Hasta hoy en dia es costumbre de dezir en toda frãcia al hõbre q̃ es mal fortunado:muy

ron esta batalla enla mar.

Nota vn prouerbio antiguo.

El robo dela yglesia nunca se goza.

muy

R.37
3/16

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA SEVILLA

ſa tan perfecta:enla qual no haya alguna nota/o tacha:fue tan maldito el hado deſte ca/
uallo:q̃ todos los q̃ le criaron/y cõpraron:y enel caualgaron/infame y miſerablemẽte mu
rieron. Y porq̃ no parezca q̃ hablamos de gracia/y contamos la hiſtoria muy ſoſpecho/
ſa:tocaremos aqui breuemente:quienes fueró los q̃ a eſte cauallo cõpraron y poſſeyerõ:
y los grandes infortunios q̃ con el les vinieron. Enel año de quatrocẽtos y treze dla fun
dacion de roma/muerto el dictador quinto cincinato:embiarõ los romanos a grecia por
conſul a vn romano q̃ hauia nõbre gneo ſeyano:varon q̃ en ſangre era tenido por illuſtre:
y en coſas de gouernaciõ por cuerdo. Quãdo el cõſul gneo ſeyano fue a grecia/era potro
de treynta meſes aq̃l cauallo:al qual el cõpro y domo:y fue el primero q̃ enel caualgo. A
cauſa q̃ eſte gneo ſeyano/eſtãdo en roma/figuio la parcialidad d octauio auguſto/no vn
año deſpues q̃ fue a grecia:y no ſeys meſes deſpues q̃ compro el cauallo:marco antonio
le mãdo cortar la cabeça:y avn ſu cuerpo quedar ſin ſepultura. Por ocaſiõ que gneo ſe/
yano/fue el primero que cõpro y domo a eſte cauallo:y avn experimento con la muerte a
ſu infelice hado:le llamaron entonces y deſpues el cauallo ſeyano. Deſcabeçado gneo ſe/
yano;ſuccedio le enel officio del conſulado/vn romano q̃ hauia nõbre dolobela:el q̃l luego
q̃ fue conſul:compro por cient mil ſeſtercios aquel cauallo:y de verdad:ſi el ſupiera el mal
q̃ para ſu caſa comprauа:es de creer/q̃ el diera otros cient mil por no le hauer comprado.
Dentro de vn año q̃ el cõſul dolobela huuo cõprado aquel cauallo/ſe leuãto enla ciudad
de epiro/a do el reſidia/vna popular ſedicion: enla qual el triſte de dolobela fue muerto:y
avn por todas las calles arraſtrado. Muerto el conſul dolobela/acobdicioſe a comprar
aquel cauallo otro conſul/q̃ hauia nõbre gayo caſion:varon de quiẽ eſcriue plutarco/ha/

De gneo ſeyano ſe llamo el caua llo ſeyano.

Seys mil ſeſter cios podiã vale agora tres mi ducados.

Nota q̃ no solo las personas mas vn las casas sõ desdichadas.

desdichado: q̃ tiene en su casa el oro tolosano. Laercio dize/q̃ en athenas hauia vna casa: a do todos nascian locos: y hauia otra casa: a do todos nascia bobos: y como por discurso de tiẽpo cayessen en la cuenta los del senado: mãdaron/q̃ las casas no se habitassen: y avn q̃ se derrocassen. Herodiano dize/que enel campo marcio de roma/hauia vna generosa casa: enla qual todos los dueños morian muerte subitanea: y como los vezinos della hizziessen desto relacion al emperador aureliano: no solo la mando derrocar/mas avn toda la madera quemar. Solon solonino/vedo en sus leyes alos egypcios/que no vendiessen ninguna cosa delos muertos/sino que se repartiesse todo entre sus herederos: diziendo: q̃ si alguna cosa mal fortunada o desdichada aquel muerto tenía/se quedasse en su familia:

Del almoneda di hombre malo nadie due comprar cosa alguna.

y parentela: y no passasse ala republica. Luego que murieron/caligula/y nero/principes romanos que fueron muy infames: proueyo el senado/en que todas sus riquezas y alhajas fuessen quemadas y empozadas / temiendo se que en aquella hazienda tiranica / no estuuiesse abscondida alguna mala fortuna: por cobdicia dla qual/roma se perdiesse/y la republica se emponçoñasse. He querido señor escreuiros todos estos exemplos de casos desastrados/no para q̃ creays en agueros/mas para q̃ penseys que hay en este mundo algunas cosas tan mal fortunadas: que paresce que trahẽ consigo las mesmas desdichas. No mas/sino que nuestro señor sea en su guarda. ꝛc.

¶ Letra para el duque de alua dõ fadrique de toledo: enla qual se tracta delas enfermedades y prouechos dellas.

¶ Illustre y muy estimado señor.

EL tiempo que palomeque su criado me

y alos enemigos entrar. Mo exẽplo digno de notar: y de ala memoria encomẽdar: pues de vn mesmo caso y infortunio/ saco el escudero la vida: los cõpañeros escaparõ dela afrẽta: y el buẽ príncipe alcãço para si renõbre de clemẽcia. Ihe querido traher estos exẽplos antiguos: para auisar alos q̃ soys supremos juezes/ y estays cõstituydos en altos estados: a q̃ sino quisierdes hazer todo lo q̃ os pedimos: alomenos no nos riñays quando algo os rogaremos: porq̃ la obligacióõ q̃ tiene vn juez ỏ ser justo enlo q̃ juzga: aq̃lla misma tiene vn bueno de ser importuno/ quãdo por otro ruega. El oficio del hõbre bueno es/ rogar y importunar: no solo por los buenos/ mas avn por los malos: es a saber/ por los buenos/ q̃ los mejorẽ: y por los malos/ q̃ los perdonẽ: pues no hay ley enel mũdo tan rigurosa/ q̃ en buena o en mala parte no puede ser interpretada. Ihan ỏ presuponer los juezes/ q̃ no les rogamos q̃ sus leyes quebrantẽ/ sino q̃ las moderẽ. Muchas vezes se queya el pleyteãte/ no ỏla sentẽcia en q̃ fue cõdenado/ sino ỏl desseo q̃ mostraua el juez dele cõdenar. Vicio intolerable es enel juez/ cõdescẽder a todo lo q̃ le pidẽ: mas tãbiẽ es grã estremo/ no hazer nada ỏlo q̃ le ruegã: porq̃ el buẽ juez/ ha de ser siẽpre enlo q̃ sentẽcia justo: y enlo q̃ le ruegã alguna vez humano. Como se presciasse el cõsul ascanio/ de q̃ nũca enel oficio ỏ cẽsor hauia admitido/ mi avn oydo ruegos ỏ amigos: dixo le vn dia enel senado el buẽ cathõ cẽsorino. No esta el daño/ o ascanio en ỏxarse el juez rogar: sino en cõsentir se ỏ alguno mãdar. No ỏ pocos sino ỏ muchos juezes podriamos cõ mucha verdad dezir/ q̃ lo q̃ no hazẽ por ruego ỏ vn cauallero/ lo hazẽ despues por cõsejo de algũ su priuado o amigo. Mouiẽdo yo vna vez a vna muger ỏ vn juez/ q̃ hiziesse ver el pleyto ỏ vn amigo mio: la qual me respondio. Rogar o q̃: no pẽseys señor gueuara q̃ tiene mi marido muger q̃ le ha de rogar/ sino ỏ mãdar. Y assi fue como lo dixo/ q̃ lo q̃ no se pudo alcãçar en medio año: despacho ella en vna

Como hemos de rogar por los malos como por los buenos.

Peor es que se dexe el juez mãdar ỏl criado que no rogar ỏl negociãte.

Que las mugeres suelen mandar a los juezes.

Tarragona/los godos a lusitania/y los romanos a pirenea:mas de todas estas nueue nasciones/de ninguna leemos q̃ passasse la peña de orduña/ni osasse llegar ala peña horadada. Alos q̃ somos mõtañeses/no nos puedẽ negar los castellanos/q̃ quãdo españa se perdio/no se hayã saluado en solas las mõtañas todos los hõbres buenos:y q̃ dspues aca no hayã salido de alli todos los nobles. Dezia el buẽ yñigo lopez de santillana/q̃ en esta nra españa/q̃ era peregrino/o muy nueuo/el linage q̃ en la montaña no tenia solar conoscido. Ihe querido padre abad deziros todo esto/para q̃ veays en quãto tẽgo lo q̃ me embiastes:lo vno/porq̃ era cecina:y lo otro porq̃ era sazonada en mi tierra. No es mucho/me sepan a mi biẽ las cecinas de mi tierra:pues el emperador seuero nũca se vestia camisa/sino de lino de africa/q̃ era su natural tierra. De aurelio el emperador cuẽtã sus chronistas: q̃ dezia muchas vezes/q̃ todos los mãjares q̃ comiamos dotras tierras/los comiamos cõ sabor:mas los q̃ erã de nra tierra/los comiamos cõ amor y sabor. Enlo de mas q̃ vra paternidad me escriuio y encomẽdo:fray benito su subdito y mi amigo/le dira como hable enello a su magestad:y lo q̃ me respõdio/y al presente se despacho. No mas sino q̃ gra dei nri iesu christi sit tecũ y mecũ. De madrid a.xij.de março. M.D.xxij.

Del emperador q̃ no se vestia camisa sino de lino de su tierra.

¶ Letra para el doctor manso presidente de valladolid:enla qual se declara/ que enel negocio ageno puede hombre ser importuno.

¶ Muy magnifico y muy reuerendo proconsul cesareo.

Tanto timore ad vos scribam:nouit ipse quem timemus in vobis. Con mucho temor/y no poca verguença escriuo

portunado. Creed me señor/q̃ es muy estraña cosa para mi yr a importunar / ni avn q̃rer
ser importunado por q̃ hombre importuno. Ruego
dante sufrido/callado/y bien criado/holgamos de oyr le/resp̃der le/y despachar le: y por el
contrario al q̃ es bullicioso/reagudo entremetido/y importuno/cerramos le la puerta/ata
jamos le la platica/boluemos le la cara: y avn damos le entre dientes vn vẽgays en hora
mala. Ciceró en el libro de amicicia dize/q̃ en los negocios q̃ solamente tocan a nosotros/
no tenemos fino de rogar: mas por lo q̃ toca a nuestros antiguos amigos/deuemos rogar/
y podemos importunar. En el negociar deue se mucho considerar/quien es el que nego/
cia/con quien negocia/que es lo que negocia/y avn a que tiempo negocia: por que querer
despachar vn negocio fuera de tiẽpo es cortar por los huessos el pauo. Negocios hay de
tal calidad/que avn hablar en ellos es fealdad: y si se procuran para otros/es muy grã ca
ridad. El magno alexãdro/la cosa q̃ el mas loaua/en el su grã philosopho calistenes era/
q̃ para otros le pedia muchas cosas/y para si ninguna. Mortales enemigos eran julio
cesar y ciceron: mas al fin/dixo vn dia en el senado julio cesar a ciceron. No puedo negar te
o ciceró: fino q̃ en las cosas q̃ tocã a ti eres muy remisso: y en las q̃ tocan ala republica muy
importuno. Ley era entre los romanos muy vsada/y muy guardada/q̃ so pena de la cabe/
ça/ninguno fuesse osado de llegar ala tiẽda/do el emperador comia y dormia: excepto los
q̃ de dia le seruiã/y de noche le guardauã. Fue pues el caso: q̃ estãdo el emperador aurelia
no en la guerra de dacia cõtra cenobia/entro de noche vn escudero greciano en la tiẽda de el em
perador: el qual como fuesse preso/y luego a muerte cõdenado: dixo a grãdes bozes desde
la cama/aurelia[illegible] fuesse hõbre venia a pedir algo para si/muera: y si venia a negocia
algo de otros yã. Hallo se pues por verdad/q̃ venia a rogar algunos hõbres pobres cõ
pañeros/q̃ se hauiã dormido fiẽdo centinelas: a los q̃es mãdaua su capitã açotar/

El importuno
[illegible]
mos.

E
q̃ nuestros ne
gocios deuemos
rar y por los de
migo importu

Ata tie
perado
saua lle

a el em
alie o

Notable e
de vno que
rogar por sus a
migos.

ẽplo
fue a

tum & huiuſ
alia plumbo v
cidiſsima ſpe
ra eſſe denſa,
etiam eſſe ter
nec teſtacea,
colores omn
beant: inde e
reflexos radio
rectis, & ſimu

Linea inci
conſideraria
culum deduc
tur tota pyra
rum. Hęc qu
ciem ſpeculi
lum reflexa.

Cathetus
rectas, tanqua
incidentiæ (d
in ſuperficien
curſum cum t
in quo res vid
pellatur baſis
perficiem ſpe
tos appellatur
ſuperficié pr
ſa tendit ad ce

In omni refle
les angul

Hæc propo
ſtratur verò a
niſi fuerit pro

m, vt vitrum, cryſtallum, &
obturare curauit, vt inde lu
portet autem ſpecula corpo-
dij reflecti nequeant: oportet
is aſperitas amoueatur. vnde
abere ſpecula: & cùm recipiãt
enit ex politura debilem ha-
ercipimus rerum figuras per
: quoniã reflexi miſcentur di-
gine repręſentata percipimus.
criùs, axem pyramidis radioſę
uam linearum à re viſa ad o-
n e ſpeculari corpore reflecta
gimus nomine omnium alia-
a fit duo, a re viſa in ſuperfi-
perficie autem ſpeculi ad ocu

exa conſideramus tres lineas
ſtilinei: quarum vna eſt linea
eſt portio illius, quæ ab oculo
ur, & procedit vſque ad con
t directum, vſque ad locum
icendum eſt: & portio illa ap-
quæ a puncto rei viſæ, ad ſu-
ducitur: & iſta eſt quæ cathe
perpendicularis iſta eſt ſuper
iſam: in curuis autem a re ui-

io.

t cum ſpeculo duos æqua-

unctanter recipitur: demon-
od nõ videtur res in ſpeculo,
entis ad locum incidentiæ, &

MATHEMATICAE

QVAEDAM SELECTAE PRO-

positiones, ex Euclidis, Boëtij, & antiquorum alio rum libris decerptæ, quibus liberales disciplinę in compendium quoddam redactæ non magno negotio peruiæ addiscentibus erunt.

In eorum gratiam qui grauioribus studijs occupati integros autores euoluere nequeunt.

A Ioanne Segura Doctore Complutensi, Collega Diui Illefonsi, luculentissimè expositæ.

Quibus accessit vtilissimum Arithmeticæ Geometricæq; praxis compendium.

COMPLVTI.

Excudebat Andreas de Angulo.

1566.

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

EL REY.

POR quanto por parte de vos el Doctor Segura Catredatico de Mathematicas en la vniuersidad de Alcala, me a sido hecha relacion que vos aueys fecho y compuesto vn libro en latin delos principios de Mathematicas el qual era muy vtil y prouechoso suplicandome vos diesse licencia para que vos o la persona que vos nombrassedes, y no otra persona alguna pudiessedes imprimir y vender el dicho libro o como la nuestra merced fuesse. E yo touelo por biẽ, y por la presẽte doy licẽcia y facultad a vos el dicho Doctor Segura, o a quien vro poder huuiere para que por tiempo de ocho años, primeros siguientes que se quenten desde el dia dela fecha desta mi cedula, en adelante vos el dicho Doctor Segura, o la persona que vos nombraredes, o vuestro poder huuiere, y no otro puedan imprimir y vender el dicho libro en estos mis reynos so pena que la persona o personas que sin tener vuestro poder lo imprimieren, o vendieren, o hizieren imprimir o vender, o traxeren de fuera parte impresso pierdan la impresion y los moldes y aparejos con que los hizieren y incurran mas cada vno dellos en pena de treynta mil marauedis. La qual dicha pena se reparta en esta manera la tercia parte para la persona que lo acusare, y la otra tercia parte para nuestra camara, y fisco y la otra tercia parte para el juez que lo sentenciare con tanto que despues de impresso lo traygays a tasar al nuestro consejo, y mando alos del mi consejo presidente y oydores delas mis audiencias alcaldes alguaziles de la mi casa y corte, y a todos los corregidores asistente gouernadores alcaldes alguaziles y otras qualesquier justicias destos mis reynos, que os guarden y cumplan y hagan guardar y cumplir esta mi cedula, y contra lo en ella contenido, no vayan ni passen en tiempo alguno, ni por alguna manera. Fecha en el escurial, a quatorze dias del mes de Octubre, de mil y quinientos y sesenta y cinco años.

Yo el Rey.

Por mandado de su Magestad Pedro de Hoyo.

Inter Mathematicas ſcientias primo loco Arithmetica non ineptè collocatur, eò quòd eius cognitio ad reliquas neceſſaria ſit: quam ſequitur geometria, magnitudines.n.de quibus geometria agit numeros præſupponere non eſt dubiũ: figuræ ſiquidem vna vel pluribus lineis ſiue ſuperficiebus cõtinentur, vnũ autem & plura ad multitudinẽ pertinẽt, & ſic ad Arithmeticã: reliquas autem perſpectiuã.ſ.& Muſicã ad has etiam reduci planum eſt, vnde & ordine poſteriores ſunt.

Huius Arithmeticæ Compendium tribus partibus breuiſsimè comprehenditur: quarum prima agit de quibuſdam proprietatibus quæ conueniunt numeris in ſe ipſis: ſecunda vero de proprietate proportionis quæ conuenit ſingulis numeris non in ſe, ſed per reſpectum ad alios. In tertia vero parte pauca quædam de figuris, tam planis quam ſolidis traduntur: & non nihil de medietatibus, ſiue proportionalitatibus.

Del Colegio de la Sp.ª de Jesu. de Salamanca

Descartes

DE NVMERIS.

Definitiones.

Vnitas est qua quælibet res vna dicitur.

Numerus est multitudo ex vnitatibus collecta.

Pars est numerus minor, qui aliquoties sumptus conficit maiorem numerum.

Totum siue multiplex, est numerus ille maior, qui conficitur ex minore.

Numerus par est qui bifariam diuiditur.

Impar verò, qui bifariam non diuiditur. Vel qui vnitate differt à numero pari.

Pariter par numerus est, quem par numerus metitur per numerũ parem tantum.

Pariter impar, quem par metitur per imparem.

Impariter par, & impar, quem quidam pares secundum parem, quidam verò metiuntur secundùm imparem.

Primus numerus est, quem sola vnitas metitur.

Compositus numerus est, quem numerus aliquis metitur.

Primi interse sunt numeri, quorum sola vnitas est mensura cõmunis.

Compositi interse sunt numeri, qui habent numerum quempiam pro communi mensura.

Numerus numerum multiplicat, cùm toties est multiplicatus in producto, quoties vnitas in multiplicante.

Numerus qui producitur ex multiplicatione duorum numerorũ dicitur planus: illi autem ex quorũ multiplicatione producitur, sunt latera eius.

Numerus

Numerus qui producitur ex multiplicatione trium numerorum, dicitur ſolidus: multiplicantes verò ſunt latera ipſius.

Quadratus numerus eſt, qui ex ductu duorum æqualium numerorũ, vel ex eodem in ſeipſo producitur.

Cubus numerus, qui fit ex tribus æqualibus, vel ex eodem in ſeipſo bis multiplicato.

Numeri proportionales ſunt, quando ſe habet primus ad ſecũdum, ſicut tertius ad quartum, in æqualitate vel inæqualitate.

Similes numeri ſunt plani & ſolidi, habẽtes latera proportionalia.

Perfectus numerus eſt, qui omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis eſt æqualis,

Petitiones.

Cuilibet numero poſſe ſumi quotlibet numeros æquales.

Dato numero, maiorem quantumlibet numerum dari poſſe.

Seriem numerorum terminum creſcendo non habere.

Communes ſententiæ.

Omnis pars eſt minor ſuo toto.

Quicunq; numeri eidem fuerint æquè multiplices, vel ſubmultiplices, ſunt æquales.

Vnitas eſt pars cuiusuis numeri denominata ab illo.

Maior pars minorem habet denominationem, & e conuerſo:

Numerus qui eſt pars aliquorum numerorum, erit pars compoſiti ex illis: & qui eſt pars totius & detracti, erit & pars reſidui.

DE NVMERIS.

Prima propoſitio.

Numerus par quemcũq; numerum multiplicet, producit numerum parem: impar verò imparem multiplicans, producit tantùm imparem.

HAEC propoſitio aſſerit ex multiplicatione duorum numerorum, quorum alter ſit par, ſemper produci numerum parem: hoc autẽ ex definitione numeri paris eſt manifeſtũ, quia ſcilicet habet medietatẽ: vnde medietas eius multiplicata per numerũ q̃ per totũ ipſum parẽ erat multiplicatus, producit medietatẽ producti ex multiplicatione totius; vnde & productũ habet medietatẽ, & ſic eſt par. Vt ſi. 4. qui eſt par, multiplices per. 5. imparẽ producit 20. numerũ parẽ. Medietas. n. 4. ſcilicet. 2. per eundẽ. 5. multiplicata, producit. 10. medietatẽ. 20: Si autẽ. 4. per. 6. parẽ multiplices, producit. 24. parem. Nam medietas ſcilicet. 2. per eundem. 6. producit. 12. medietatem, 24. At vero ſi numerum imparem per imparẽ multiplices, productus medietatem non habebit: ſi. n. eſſet poſſibile, medietas illa eſſet ex multiplicatione vnius imparium prędictorum, in medietatem alterius: quam cùm ſit vterque impar neuter habet.

Secunda Propoſitio.

Si pariter par pariter parem multiplicet, productus erit pariter par.

Ex definitione pariter paris numeri colligitur omnes eius partes neceſſariò eſſe pares numeros. ſi. n. illum ſemper par numerus metitur per parem, & ille eſt pars qui metitur alium, omnes partes erunt neceſſariò pares: vnde quamlibet illarum poſſumus bifariam diuidere, & ſic ad vnitatem diuidendo peruenire: & indeomnes & ſoli numeri pariter pares per continuam duplationem ab vnitate inueniuntur: inde etiam patet partes omnes pariter paris, non ſolùm pares, ſed pariter pares. Cùm ergo multiplicatorũ partes omnes pares ſint, & producti neceſſario erunt pares: par. n. (vt in prędecedente dictum eſt) ſemper parem producit: & partes componentiũ ſunt etiam partes compoſiti, vt de ſe eſt manifectum: vn

de

de vera eſt propoſitio. vt ſi ducas.8.in.4.cõficies.32.qui partes omnes habet pares ſcilicet medietatem.16.quartam partem,8.octauam autem.4.decimam ſextam,2.trigeſimam ſecũdam vnitatem: qui omnes numeri ſunt pariter pares: vnitas. n. non numerus, ſed principium numerorum exiſtens, omnes aliorum numerorum appellationes habet, Hic etiam vides partes numeri pariter paris ſe mutuò denominare: vt.2.denominat. 16. meditatem:& 16. denominat binarium, decimam ſextam partem in exemplo adducto: & quaternarius denominat. 8. quartam:& idem quaternarius denominatur ab.8.octaua pars, & eodem modo de omnibus partibus pariter parium.

Propoſitio tertia.

Numerus cuius dimidium eſt impar, eſt pariter impar.

Hæc etiam eſt manifeſta ex definitione numeri pariter imparis: ſi quidem medietas quę à binario pari numero denominatur, eſt impar:& ſic par numerus (ſcilicet binarius) metitur illum per imparem, ſcilicet por medietatem. Vt bis quinque facit denarium: & ſexies ter. 18. vnde & partes pariter imparis quæ fuerint pares, denominantur ab imparibus:& impares à paribus.

Quarta Propoſitio.

Numerus qui non exiſtens à binario duplus, medium habet par, eſt impariter par, & pariter impar.

Impariter par numerus definitus eſt: quem numerus par partim ſecundum parem, & partim ſecundum imparem metitur: vnde & nomen ſortitus eſt pariter par & impar. De illo igitur aſſerit hæc propoſitio, quod nõ exiſtens à binario duplus, medietatem habet, numerum parem. Quod ſic patet: ſi. n. non eſt à binario duplus, & bifariam diuidatur, & medietas iterum bifariam, & cum ſic procedendo in iſta diuiſione non deueniatur ad vnitatem, deuenietur ad numerum aliquem imparem, qui pars erit neceſſariò totius, denominata a numero pari: quia in reliqua medietate adhuc ille impar erit pars: & cùm medietas poſita ſit numerus par, iam talem numerum par numerus per parem, & per imparem metietur. Vt.12.

qui non exiſtens a binario duplus, habet medietatem. 6. numerum parem, cum diuidatur bifariam in duos ſenarios, & iterũ ſenarius in duos ternarios: quoniam ternarius eſt medietas medietatis, erit quarta pars totius. Vnde duodenarium binarius par metitur per ſenarium parem & quaternarius per ternarium imparem: quæ eſt definitio impariter paris.

Quinta Propoſitio.

Quilibet numerus duorum circum ſe poſitorum, & à ſe æque diſtantium in naturali ſerie, eſt medietas: & quilibet duo immediati numeri æquales ſunt duobus circum ſe poſitis, vel à ſe æquè diſtantibus.

Naturalis ſeries in numeris dicitur quãdo æqualiter creſcũt, quã poſtea appellabimus medietatẽ arithmeticã: vt naturalis ſeries numerorum ſe immediatè per vnitatem excedentiũ. vt. 1. 2. 3. 4. naturalis ſeries parium. vt. 2. 4. 6. 8. naturalis ſeries impariũ per binariũ excedẽtiũ etiamſe ab vnitate. vt. 1. 3. 5. 7. &c. Sed & pariter impariũ per. 4. ſe excedentiũ a binario vt. 2. 6. 10. 14. 18. &c. & in vniuerſum quãdo numeri ſe excedunt æqualiter exceſſu Arithmetico, per quẽcunq; numerum conueniet tali ſeriei proprietas huius propoſitionis. & probatur prima pars: nam ſi tantum excedit numerus quicũq; immediate præcedentem in naturali ſerie, quantum exceditur à ſequente: ſi à maximo auferas exceſſum, & illum addas minimo, remanẽt tres numeri æquales: & ſic quilibet eorum medietas eſt duo
2. 3. 4. rum reliquorum. vt ſumptis in naturali ſerie numerorum. 2. 3. 4.
6. 4. 2. ex maximo deme vnitatem, (quæ eſt exceſſus) quam adde minimo, reliquuntur tres ternarij: & ſic intermedius medietas duorum circumſepoſitorũ: eodem modo probabis de æquè diſtantibus. vt. 6. & 2. æquè diſtant. a. 4. vnde quantum ſenarius excedit quaternarium, tantum quaternarius binarium, & redit eadem demonſtratio. Secũda pars eodem modo patet: ſi. n. ſint. 2. 3. 4. 5. duo intermedij erunt ęquales duobus extremis: quia ſi exceſſum maximi addas minimo, ſcilicet ſi ex quinario ablatam vnitatẽ addas binario, fiunt. 4. & 3. ex. 5. &. 2. & ſic æquales intermedijs extremi: quod erat demonſtrandum.

Sexta

Sexta propositio.

Inuenire numerum habentem Partes datas.

Hoc est, cùm numerus constet ex indiuisibilibus, & sic solùm habeat partes numeros, vel vnitates ipsum componentes, (non.n. in. ueniũtur in numeris sicut in cõtinua quãtitate quælibet partes) inuenire quis numerus habeat partes datas: vt pote quis numerus habeat medietatẽ tertiã & quartã partes. Quod cũ inuenire volueris, sume denominatores partium illarum, hos multiplica in inuicẽ, & numerus productus erit quęsitus. Vt capio binarium denominatorem medietatis, & ternarium denominatorem tertiæ, & quaternarium denominatorem quartæ, duco. 2. in. 3. fit. 6. hunc in. 4. fit. 24. qui est numerus quæsitus.

Septima propositio.

Si propositis duobus numeris, volueris nosse sint ne adinuicẽ primi vel compositi, subtrahe minorem ex maiore quoties poteris, & residuum de minore etiam quoties potueris, & si aliquid relinquitur illud ex primo reliquo, & ita quousq; nihil remaneat: quod si ad vnitatem subtrahendo perueniſti, illi erant ad inuicẽ primi: sin autẽ sunt compositi: & maximus componens est ille qui vltimo subtractus nihil reliquerat.

Cape duos numeros. 27. &. 5. ex. 27. subtrahe. 5. quinquies remanet binarius qui ex. 5. bis subtractus relinquit vnitatem: erant igitur ad inuicem primi. 27. &. 5. rursus cape. 27. &. 15. minor ex maiore subtractus relinquit. 12. qui ex. 15. relinquit. 3. qui ex duodecim nihil relinquit: sunt igitur. 27. &. 15 ad inuicem compositi: & ternarius maximus numerus numerans illos.

Octaua Propositio.

Si duo numeri sunt ad inuicem primi, compositus ex illis est primus ad quẽlibet illorũ: & ex multiplicatione primorũ in se ipsis, producti erunt ad inuicẽ primi: & qui ex multiplicatione alterius primorũ in se, erit primus ad reliquũ.

Vt ſi.9.&.5. ſumas ad inuicē primos.14. ex illis compoſitus ad vtrumq; illorum eſt primus : nullus. n. numerus eſt cōmunis. 14.&.9.neq;.14.&.5.ſimiliter.81.&.25.qui fiunt ex ductu ſingulorum in ſe ſunt ad inuicem primi.ſi.n.minorem ſcilicet 25.ex.81. ter auferas,remanet.6.quē ſi quater.ex.25.relinquit vnitatē. Eodē modo.81. eſt primus ad.5 quia.5.ex. 81.ſedecies ablatus relinquit vnitatem,& ex.25.bis. ablato. 9. relinquit.7.qui ex.9.ſemel relinquit.2.qui ex 7.ter,relinquit vnitatem.

Hinc patet quomodo numeri ad inuicem primi ſunt minimi in ſua proportione: ſi quidem minimi in ſua proportione cōponūt omnes reliquos in tali proportione ſe habentes, ſecundum aliquē numerum: talis autem numerus eſſet menſura vtriuſq; in tali proportione ſi non eſſent minimi. Sed de proportione ſtatim.

Secunda pars de proportione.

Definitiones.

Proportio eſt vnius quantitatis ad aliā eiuſdem generis habitudo, ſecundum æqualitatem vel inæqualitatem.

Rationalis, quæ in numeris & in his que ſe habent tanquā numeri inuenitur.

Maioris inæqualitatis: quando maior quātitas refertur ad minorem.

Multiplex quum maior continet minorem ſecundum aliquem numerum preciſe.

Super particularis, quando maior continet minorem ſemel, & vnam quampiam eius partem.

Super partiens, cum maior continet minorem ſemel, & plures eius partes non facientes vnam.

Multiplex cum ſuper particulari, quando maior continet minorem pluries, & vnicam eius partem.

Multiplex ſuper partiens, cùm maior quantitas cõtinet minorem pluries, & plures eius partes.

Similes vel æquales dicũtur proportiones, quæ habent eãdẽ denominationẽ: maior quę maiorẽ; & minor quæ minorẽ.

Propriũ eſt quantitati, vt ſecundũ ipſam res quãtæ ęquales vel inæquales dicãtur: vnde quæcũq; duæ res quantitatẽ habẽtes, neceſſariò æquales vel inæquales erũt. Æqualitas autẽ vnicã & ſimplicẽ habet rationẽ; non.n. in æqualitate poteſt eſſe diuerſitas: inæqualitas autẽ multis modis contingit, ſecundũ quod vna quantitas excedere poteſt aliam infinitis fere modis. Inter quantitates autẽ communicãtes (quales ſunt numeri) proportio appellatur rationalis: quoniam & ſignari & denominari poteſt. Quanuis ergo quilibet numerus ad alium inæqualẽ relatus diuerſam ab alijs faciat proportionem, reducuntur tamen omnes proportiones inæqualitatis ad quinq; genera, quæ ſuperius ſunt definita. Vel enim maior numerus continet minorem aliquoties præciſe, & ſic facit multiplicem proportionem: cuius ſpecies in immensũ procedũt, ſecundum quod naturalis ſeries numerorum ad vnitatem comparandorum ſine termino creſcere poteſt. Et denominationem habent iſtę ſpecies proportionis à numero, ſecundum quam minor quantitas continetur in maiori. Vt ſi bis continetur, appellabitur proportio dupla: ſi ter, tripla: ſi quater, quadrupla: & ſic ſine termino. Si autem maior quantitas minorem ſemel tantùm contineat, & aliquid vltra (cum ſit maior) tunc illud quo maior minorẽ excedit, vel eſt pars minoris, vel partes: eſt enim talis exceſſus numerus (de numeris ſiquidem loquimur) omnis autem numerus minor, vel eſt pars vel partes maioris: Si igitur exceſſus eſt pars, conſtituit proportionem ſuperparticularem denominatam ex denominatione partis: vt ſi illa eſt medietas, proportio denominatur ſeſquialtera: ſi tertia, ſeſquitertia: ſi quarta, ſeſquiquarta: & ſic ſine termino. Cõtingit.n. in diuiſione continuorũ ſine termino procedere. Si autẽ exceſſus ſit partes nõ faciẽtes vnã, tunc cõſtituit proportionẽ ſuper partientẽ: quæ bifariã denominatur, ſcilicet ex numero partium, & ex denominatione earum: vt ſi partes ſint duę, eſt proportio ſupra bipartiens: ſi tres, ſupra tripartiens: ſi quatuor, ſupra quadripartiẽs: & ſic ſine termino. Si partes illę erãt tertię, & duę, appellat ſupra bipartiẽs tertias. Si aũt tres partes & quartę, ſu

pra tripartiens quartas: & eodem modo de reliquis. Iſtæ verò tres ſpecies appellantur ſimplices, poteſt. n. adhuc maior quantitas cõtinere minorem plus quam ſemel & vnam eius partẽ: & tũc proportio erit multiplex ſuperparticularis, denominata a multiplici & ſuperparticulari ex quibus componitur. vt dupla ſeſquialtera, dupla ſeſqui tertia: tripla ſeſqui altera, tripla ſeſqui tertia; Vel continere minorem iterum pluſquam ſemel, & plures eius partes nõ componentes vnã: & tunc dicitur proportio multiplex ſuperpartiens, denominata a multiplici & ſuperpartiente cõponentibus. vt dupla ſupra bipartiens tertias inter. 8. &. 3: tripla ſupra tripartiens quartas inter. 15. &. 4. vnde ſufficientiſsime quinq; iſta genera proportionum continent omnes proportiones rationales: non. n. aliter ſe habere poſſunt duo in æquales numeri quàm vno ex illis quinq; modis. Eſt tamen aduertendum quod contingit cõparare maiorem quantitatem ad minorẽ, & tunc proportio dicitur maioris inæqualitatis & tales ſunt ſpecies ſupradictæ: Si autẽ minorem ad maiorem compares, appellatur proportio minoris inęqualitatis: & iſta habet totidem ſpecies, & eiſdem nominibus denominatas præpoſita præpoſitione ſub: vt ſub dupla, ſubſeſquialtera, ſub ſupra bipartiens tertias &c.

Prima Propoſitio.

Cuiuslibet proportionis datæ numeros minimos aſſignare.

De multiplici proportione: hoc eſt facillimum, quoniã illius minor extremitas ſemper eſt vnitas: maior vero numerus denominans porportionem: vt duplæ porportionis, minor extremitas eſt vnitas, maior binarius: triplę minor eadem vnitas, maior ternarius: & hoc modo de omnibus alijs.

Super particularium etiam facilè inuenies minimos numeros: ſemper. n. denominator proportionis eſt minor illius terminus: ſiue extremitas quæ à maiore per vnitatem ſuperatur. vnde ſi in naturali ſerie capias binos immediatos numeros, habebis omnes ſpecies proportionis ſuper particularis in minimis numeris: vt inter. 3 &. 2: ſeſquialterã: inter. 4. &. 3. ſeſquitertiam: & ita de reliquis.

Super partientium verò habebis minimos numeros, ſi pro minori extremo capias numerum denominantem partes: pro maiore autem compoſitum ex minore & numeron partium. vt pro ſuperbipartiente tertias 3; eſt minus extremum: cui ſi addas bina-

rium numerum partium habebis quinarium maius extremum. Vnde minimi in supra bipartiente tertias sunt. 5. &. 3, In supra tripartiente autem quartas, eadem ratione. 4. est minus extremum: cui. 3. additus componit. 7. maius extremũ & ita in omnibus alijs.

Pro multiplici superparticulari cape denominatorem superparticularis pro minore, eundem multiplica per denominatorem multiplicis, producto adde vnitatem proueniet numerus maior. vt in triplici sesquialtera binarius denominator superparticularis est minor, qui ductus in ternarium denominatorem multiplicis producit senarium, cui adiuncta vnitas componit. 7. maiorem numerum talis triplæ sesquialteræ proportionis: & sic. 7. &. 2. sunt in illa minimi.

Si autem multiplicis superpartientis volueris habere minimos numeros, denominator partium erit minus extremum: quo ducto in denominatorem multiplicis, si producto iungas numerum partium, conficies maius extremũ: vt in proportione dupla supra tripartiente quintas. 5. erit minus extremum, qui ductus in. 2. producit. 10. cui. 3. numerus partium additus conficit. 13. maius extremum, & sic. 13. &. 5. sunt numeri minimi in illa proportione.

Quod si datis duobus numeris inçqualibus cognoscere volueris quam habeant inter se proportionem, vide primo an illi sint inter se primi modo superius tradito; quia tunc illi erant in sua proportione minimi, vt supra dictum est: Quod si non sunt primi nota communem numerum numerantem eosdem, & vide quoties ille continetur in maiori, & etiam quoties continetur in minore, nam numeri quotiẽtes erunt minimi in proportione quæsita. Vt si vellem cognoscere proportionem. 30. ad. 18. subtraho minorem ex maiore remanet. 12. hunc ex minore manet. 6. hunc ex relicto scilicet. 12. nihil relinquitur. erat igitur. 6. maximus componens. 30. &. 18. at. 6. in maiore continetur quinquies, in minore vero ter. 5. igitur &. 3. erant minimi in illa proportione & sic. 30. ad. 18. est supra bipartiens tertias.

Secunda Propositio.

Numeros quotlibuerit inuenire in data proportione minimos.

Hoc est inuenire tres vel plures numeros, quorum si primus ad secundum se habet in data proportione, secũdus ad tertium, se ha

. 3. 2. beat in eadem & tertius ad quartũ &c. Et iſti ſint minimi vel prio
9 . 6. 4 res qui tot ſint in tali continuata proportione. Sũptis igitur duo-
27. 18. bus minimis in data proportione, per precedentem multiplica pri
12. 8. mum in ſeipſum, & eundem in ſecundum, ſecundum autem in ſeipſum: habebis tres numeros productos, qui erũt in tali propor tione minimi. Si autem quatuor volueris, duc primum duorum minimorum in tres iam inuentos, & ſecũdum duorum in vltimũ triũ: habebis quatuor quæſitos. Quod ſi volueris plures, eodem modo procede ducendo primum duorum in omnes iam inuẽtos: & ſecundum in vltimũ: & ſic inuenies ex quatuor quinque, & ex quinque ſex, & inde quot libuerit.

Tertia Propoſitio.

Omnis proportio extremorum componitur ex proportionibus inter mediorum.

Id eſt, ſi eſt aliqua proportio inter cuius extrema ſit aliquod me dium, talis proportio componitur ex proportione prioris extremi ad mediũ, & proportione medij ad reliquũ extremum. Hoc autẽ patebit, ſi addas duas illas proportiones: addes autem ſi ducas primum extremum vnius in primũ alterius: & ſecundum vnius in ſecundum alterius: habebũt enim ſe producti numeri in proportione cõpoſita quæ erit eadẽ cum proportione quæ erat inter extrema, vt inter. 4. & .2. mediat. 3, proportio igitur. 4. ad. 2. componitur ex proportionibus. 4. ad. 3. & .3, ad. 2. ductus. n. 4. in. 3. producit. 12, & .3. ductus in .2. producit .6. qui producti ſcilicet. 12. & .6. ſe habent in eadem proportione in qua .4. & .2. quia in dupla.

4 . 2
4 3
3 2
12 . 6

Nec ſolum ſi extrema ad inter medium cõpares, conficies proportionem extremorum ex additione proportionum extremorũ cum medio: ſed etiam ſi pro medio accipias quemlibet numerum extra (vt Ptolemæus in li. Almag.) vt ſi inter. 4. & .2. accipias, 7. ex propor. 4. ad. 7. & .7. ad. 2, conficitur eadem proportio vt patet.

4 . 7 .
7 2
28 . 14

Vnum tamen notandum eſt, quod ſi addas proportiones maioris inæqualitatis: compoſita erit maior quacunq; componẽte: ſi autem ſint minoris inæqualitatis, compoſita ẽſt minor quacunq; componente: Si autem altera eſt maioris & reliqua minoris, producta eſt minor illa quæ erat maioris inæqualitatis. Vt ſi ſeſquialtere addas ſubſeſquitertiã, producitur ſeſquioctaua quę minor eſt ſeſquialtera per ſeſquitertiam.

3 . 2
3 . 4
9 8

Quarta Propoſitio.

Quantum excedit proportio primi ad ſecundum, proportionem tertij ad quartum: tantum proportio primi ad tertium, proportionem ſecundi ad quartum: & quarti ad tertium, proportionem ſecundi ad primum.

Ad cognoſcendum exceſſum vnius proportionis ſuper aliam, oportet ſubtrahere vnam proportionem ex alia: quod fiet, ſi poſitis extremis ſubtrahendę, ſub extremis eius à qua ſubtrahẽda eſt, ducamus primum illius à qua in ſecundum ſubtrahendæ, habebimus inde primum extremum reſidui ſiue exceſſus. & ducto ſecundo extremo proportionis à qua in primo ſubtrahẽdę, habebimus ſecundum extremum exceſſus. Vnde ad cognoſcẽdum exceſſum ſeſquialteræ proportionis ſuper ſeſquitertiam, diſpono minimos numeros, & ternarium primum ſeſquialteræ duco in ternarium ſecundum ſeſquitertiæ fit. 9. & binarium ſecundum extremũ ſeſquialteræ duco in quaternarium primum ſeſquitertiæ, fit. 8, & ita. 9. & 8. ſunt extrema exceſſus: ſiquidem ſeſquialtera excedit ſeſquitertiam per ſeſquioctauam proportionem. Hæc doctrina de ſubtractione & additione proportionũ neceſſaria eſt pro intelligentia libri Magnæ conſtructionis Ptolemæi. Iam facile demonſtratur propoſitio: Nam ſi proportio primi ad ſecundum eſt ſeſquialtera: & proportio tertij ad quartum ſeſquitertia: exceſſus proportionis primi ad ſecundum, ſuper proportionem tertij ad quartum eſt ſeſquioctaua: & eadem ſeſquioctaua eſt exceſſus proportionis primi ad tertium, ſuper proportionem ſecundi ad quartum: & eadem quarti ad tertium, ſuper proportionem ſecundi ad primum: quod & in omnibus alijs proportionibus facile patebit operãdo. Idem enim numerus producitur ex ductu quarti in primum, & primi in quartum: ſimiliter idem ex ductu ſecundi in tertium & tertij in ſecundum.

3 · 2
4 · 3
9 · 8
3 · 4
2 · 3
9 · 8
3 · 4
2 · 3
9 8

Quinta Propoſitio.

Si idem numerus ad duos inæquales comparatur: habet ipſe maiorem proportionem ad minorem illorum, quam ad maiorem: maior tamen ad illum maiorem, quàm minor.

In definitione ſimilium vel æqualium proportionum dictum eſt, quòd illę proportiones dicũtur ſimiles vel æquales, quę habẽt eandem denominationem, vt duæ duplæ: non enim maior proportio eſt inter. 100. & 50. quam inter. 10. &. 5. Inæquales autem appellantur proportiones diuerſarum denominationum: & illa eſt maior altera, cuius primum extremum magis excedit ſecundũ ſi ſunt maioris inæqualitatis: vel minus exceditur a ſecundo, ſi ſunt minoris inæqualitatis. vt ſeſquialtera eſt maior proportio quam ſeſquitertia, quia in ſeſquialtera maius extremum excedit minus medietate minoris: in ſeſquitertia autem maius excedit minus parte tertia: maior autem exceſſus eſt medietas quam tertia pars. E conuerſo autem maior eſt ſubſeſquitertia quã ſubſeſquialtera, quia in ſubſeſquitertia primum extremum exceditur à ſecundo per tertiam ſui partem, in ſubſeſquialtera verò per medietatem: minor autem exceſſus eſt tertia pars quam medietas. vnde ſiue ille qui cõparatur ad inæquales ſit maior quolibet illorum, ſiue minor, ſiue altero maior & altero minor: neceſſariò habebit ad minorem maiorem, & ad maiorẽ mniorem proportionem: Excedit enim minorem magis quam maiorem, & excedetur minus a minore quã a maiore. Quòd ſi illi inæquales ad ipſum comparentur: cum exproportione maioris inæqualitatis fiat proportio minoris inæqualitatis & e conuerſo, patet quòd proportiones ſe habent oppoſito modo, id eſt, quæ erat maior fit minor, & quę minor maior.

Sexta Propoſitio.

Si fuerint quatuor numeri proportionales: erunt conuerſim permutatim coniunctim atque diuiſim proportionales.

Cum duæ proportiones ſunt ſimiles, extrema illarum dicuntur proportionalia: & ſic numeri proportionales ſunt, quãdo ſicut primus vnius proportionis ad ſecũdum eiuſdem, ita ſe habet primus alterius ad ſecundum: inter duas aũt proportiones ſimiles habitudo appellatur ab aliquibus proportionalitas: quo nomine & nos in ſequentibus vtemur diſtinctionis gratia. Sit ergo proportionalitas ſimilitudo proportionum: & quantitates proportionales extrema proportionum ſimilium.

Proportionalitas quędam eſt continua, & eſt quando ſicut primus numerus ad ſecundum, ſic ſecundus ad tertium, & tertius ad

quartum

quartum, vt 2. 4. 8. 16. & 4. 6. 9. & hæc poteſt eſſe inter tres terminos, quorum medius ſuppleat vicem duorum. Alia proportionalitas eſt diſcontinua, in qua ſunt neceſſarij quatuor termini: quia licet primus ad ſecundum ſe habeat ſicut tertius ad quartũ, ſecundus tamen ad tertium ſe habet in diuerſa proportione: vt ſicut. 8. ad. 4. ſic. 6. ad. 3. Iam vero ſiue proportionalitas ſit continua ſiue diſcontinua, inter extrema ſemper erunt proportionalitates: de quibus in propoſitione dicitur.

Conuerſim enim erunt proportionales termini, vt quia primus ſe habet ad ſecundũ ſicut tertius ad quartum: fiet ſi e cõuerſo compares, ſecundus ad primũ ſe habeat ſicut quartus ad tertiũ. Erunt enim ſecundo comparati in conuerſa proportione, id eſt ſi primò proportiones erant maioris inæqualitatis, ſecundo erunt minoris inæqualitatis eiuſdem denominationis: & ſi primo minoris, ſecundo maioris: quare erunt conuerſim proportionales. Vt quia. 5. ad. 3. ſe habet ſicut. 10. ad. 6. in proportione ſupra bipartiente tertias. 3. ad. 5. ſe habebit ſicut. 6. ad. 10. hoc eſt in proportione ſub ſuprabipartiente tertias.

3 . 5
10 . 6

3 . 6
6 . 10

Permutatim erunt etiam proportionales, vt ſi ſicut. 3. ad. 2. ita 9. ad. 6. ſe habent in ſeſquialtera proportione: ita ſi primũ ad tertium compares. ſ. 3. ad 9 ſe habebit ſicut ſecundus ad quartum: ſcilicet. 2. ad. 6. in ſubtripla proportione. Nam maior extremitas proportionis habet ſe velut totum, minor autem ſicut pars, ſeu partes. At quemadmodum ſe habent duo tota, eodem modo & partes ſimiles illorum, vt medietates tertiæ &c. Eſt enim permutata proportionalitas quando comparamus ex quatuor proportionalibus primum ad tertium, qui ſolent appellari antecedentes, & ſecundum ad quartum qui appellantur conſequentes. Argumentãtur ſiquidem in his proportionalitatibus, atq; ideo primos extremos proportionum appellant antecedentes: & ſecundos conſequentes.

Coniuncta proportionalitas eſt, quando primum & ſecundum extrema vnius proportionis, ſimul comparantur ad ſecundum extremum eiuſdem: & tertium & quartum, ſimul ad quartum. vt inter hos proportionales numeros 2. 4 8. 16. quia ſicut. 2. ad. 4. ſic. 8. ad. 16 quia vtrobiq; ſubdupla erit coniunctim: ſicut. 2. & 4. ſimul, ſcilicet. 6. ad. 4. ſecundum extremum prioris. ſic. 8. & 16. ſimil, ſ. 24. ad. 16. vltimũ extremũ quia vtrobiq; ſeſquialtera.

2 . 4
8 . 16

6 . 4
24 . 16

Diuiſa verò proportionalitas eſt, quando oppoſito modo dicitur, ſi prima quantitas & ſecunda ſimul ſe habent ad ſecundam, ſicut tertia & quarta ſimul ad quartam, habebit ſe prima ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam. Quod ex ſuperiori exemplo facilè patet.

Eſt & alius modus argumentandi in proportionalitatibus, quæ appellatur cuerſa proportionalitas: quando ſcilicet datis quatuor proportionalibus, comparantur primum & ſecundum ad primum, fit enim eadem proportio, ſi tertium & quartum compares ad tertium.

2 . 4
8 . 16
6 . 2
24 . 8

Item, in pluribus quatuor terminis proportionalibus inuenitur æqua proportionalitas: in qua argumentantur dicentes. Si fuerint quotlibet numeri in vno ordine, & totidem in alio ordine; directè ſiue indirectè proportionales, quæ fuerit proportio inter extrema vnius ordinis, eadem erit inter extrema alterius ordinis. vt ſi ſumas in vno ordine tres numeros. 6. 4. 2. & in alio. 12. 8. 4. qui directè ſunt proportionales: ſicut enim primus ad ſecundum in priori ordine, ſic primus ad ſecundum in ſecundo, quia vtrobique ſeſquialtera: & ſicut ſecundus ad tertium in primo, ſic ſecundus ad tertium in ſecundo, quia dupla: ergo ſicut extrema prioris ordinis ſunt in tripla, ſic & extrema ſecundi. Hæc directa proportionalitas ab aliquibus appellatur ordinata, ad differentiam indirectæ quæ & perturbata ſiue inordinata dicitur: & eſt, quando ſicut primus ad ſecundum in primo ordine, ſic ſecundus ad tertiũ in ſecundo: & ſicut ſecundus ad tertium in primo, ſic primus ad ſecundum in ſecundo. vt ſi in priori ordine ſint iſti tres numeri. 18. 9. 6. in altero. 6. 4. 2. eſt indirecta: & eadem modo inter extrema vtriuſque ordinis eſt tripla proportio.

6 . 12
4 . 8
2 . 4
18 . 6
9 . 4
6 . 2

Septima Propoſitio.

Si fuerint quatuor numeri proportionales, productus ex ductu extremorum, æqualis eſt producto ex ductu interme diorum. Quod ſi tres numeri ſunt in cõtinua proportionalitate, quadratus intermedij eſt æqualis ꝓducto ex extremis.

Huic propoſitioni innititur aurea illa regula trium numerorum, de qua in Arithmetica praxi. ſint igitur quatuor numeri proportionales. 3. 2. 6. 4. dico quòd productus ex. 3. in. 4. æqualis eſt producto ex. 2. in. 6. Et licet in numeris ſtatim pateat veritas de-

monſtrationis, quia tamen tenet etiam in continua quantitate, probatur ex hoc quod vnus aliquis numerus ad vtrumq; productorum habet eandem proportionem: quòd niſi eſſent æquales, fieri non poſſet. Qui enim producitur ex primo in ſecundum, ad illum qui ex primo in quartum, eandem habet proportionem quã ſecundus ad quartum: quoniam multiplicati ſecundus & quartus per primum, producunt æquè multiplices ad ſecundum & quartum: multiplicium autem & ſubmultiplicium eadé eſt proportio. At veroidem numerus producitur ex ductu ſecundi in primum, qui ex ductu primi in ſecundum: & illic ad productum ex ſecundo in tertium, eandem proportionem habet quã primus ad tertium eadem ratione: proportio autem primi ad tertium, per permutatam proportionalitatem eſt eadem cum proportione ſecundi ad quartum: & (vt dictũ eſt) vnius numeri producti ex primo in ſecundum, vel ex ſecundo in primum, habet ad alterũ productum proportionem ſecundi ad quartum: & ad reliquũ, proportionẽ primi ad tertium: ergo eandem ad vtrumq;, quod demonſtraſſe oportuit.

6
3. 2
6. 4
12. 1

Secunda pars propoſitionis facile patet: cùm in tribus quantitatibus continue proportionalibus intermedius ſuppleat vicem ſecũdi & tertij. Vnde ductus in ſe ipſum, & Sic quadratus, producet æqualem producto ex extremis per præcedentia.

Octaua Propoſitio.

Datis tribus numeris æqualibus, ex illis adinuenire totidẽ in multiplici & in reliquis ſpeciebus proportionis.

Hæc propoſitio adducta eſt, vt appareat antiquorum in numeris curioſitas: Et eſt inuenire modũ ex numeris æqualibus: inæquales ex additione quadã taliter procreandi, vt inæquales ſe in proportione habeant multiplici, & ex illis alios totidẽ in alia: & ſeruato eodẽ additionis modo, ſpecies omnes proportionis inæqualitatis reperire. Id autem fit hoc pacto. Sume tres vnitates (nam idem contingit de numeris omnibus) ſub prima pone æqualem primę, ſub ſecũda æqualem primæ & ſecundæ, ſub tertia æqualẽ primæ, duplũ ſecundæ, & æqualem tertiæ, habebis enim tres numeros in dupla proportione: quod ſi his ſubſcribas eodem modo operãdi tres alios, illi erũt in tripla proportione: & ex illis qui in tripla, habebis tres in quadrupla: & eadem arte omnes multiplices.

1. 1. 1.
1. 2. 4.
1. 3. 9.
1. 4. 16.

4.2.1 Ex multiplicibus autem conuerſo modo poſitis creabis omnes
4.6.9 ſuperparticulares: ſcilicet extribus qui erant in dupla, ponẽdo ma
9.3.1. ximum pro primo, & minimum pro tertio ſeſquialteram: & ex il-
9.12.16 lis qui in tripla ſeſquitertiam, & ita in omnibus reliquis.

4.6.9. Iam verò ex ſuper particularibus, eodem ordine fiunt multipli-
4.10.25 ces ſuperparticulares etiam omnes. vt ex ſeſquialtera, dupla ſeſqui altera: & ex illa, tripla ſeſquialtera: & ſic reliquæ. Ex ſeſquitertia dupla ſeſquitertia, tripla ſeſquitertia &c. Ordine autẽ conuerſo fiunt ſuperpartientes: vt ex ſeſquialtera ſuperbipartiens tertias: ex ſeſquitertia, ſupra tripartiens quartas, ex iſtis autem eodem ordine fiunt multiplices ſuperpartientes: vt ex ſuprabipartiente tertias dupla ſuprabipartiens tertias: ex iſta, tripla ſuprabipartiens tertias: ex ſupra tripartiente quartas, dupla ſupra tripartiens quartas: ex illa, tripla ſupra tripartiens quartas: & ita de reliquis. Et hoc modo ex tribus æqualibus fiunt omnes ſpecies inæqualium proportionum, vt dictum eſt.

Quod ſi e conuerſo volueris eaſdem inæqualitatis proportiones reducere vſque ad æqualitatem, vnica etiam regula id efficies, quæ talis eſt. Collocatis tribus numeris in aliqua proportione ſe habentibus, ſub primo pone æqualem illi, à ſecundo aufer primum, & reſiduum pone ſub ſecundo: à tertio aufer primum, & duplum illius qui ſub ſecundo, reſiduum pone ſub tertio. Et hac vnica regula ſubtractionis ſeruata, immutando ordinem dum opus fuerit, ſicut ex tribus æqualibus factę ſunt ſpecies omnes inæqualitatis, ſic ex vna proportione inæqualium habebis aliam, quouſque perueenias ad tres numeros æquales. Vt ex multiplici ſuperpartiente fit ſuperpartiens, ex ſuperpartiente ſuperparticularis, ex ſub ſuperparticulari multiplex, ex ſub multiplice æqualis.

Tertia pars de figuris in numeris.

Definitiones.

Superficialis numerus eſt qui duobus lateribus continetur.
Solidus verò qui continetur tribus lateribus.

Conſiderarunt antiqui ſapientes etiam in numeris figuras, de quibus pauca quædam dicenda ſunt: Et in primis notandum, quòd

ex numeris figuræ fient, si pro vnitatibus globulos, vel aliquid huius modi habeas, quos in data figura disponas. Porrò figuras illas in numeris tantum modo considerabimus, quæ habent latera æqualia: æqualia verò latera habebunt, quando numerus vnitatum vnius lateris, est æqualis numero vnitatum cuiusuis alterius. Augentur autem figuræ, si singulis lateribus addas vnitatem, vel plures vnitates. Vnitas tamen ipsa habet vicem, & est principium omnium figurarum, tam superficialium quam solidarum: vnde & punctum est, & linea, triangulus, quadratum, cubus, sphæra. &c.

Qui autem sint numeri singulas cõstituentes figuras, hoc pacto inuenitur, si ordinem rectilinearum figurarum attendas: vt prima sit triangulus, secunda quadratum, tertia pentagonus &c. Pro prima figura debes addere numeros vnitate maiores: pro secunda numeros binario maiores: pro tertia numeros ternario maiores: & sic in reliquis.

Vt si vis inuenire numeros omnes triãgulares, vnitati (quæ primus est triangulus) adde binarium vnitate maiorem, habebis triangulum binas in singulis lateribus habentem vnitates: cui si ternarium addas, habes etiam triangulum trinarum vnitatum in singulis lateribus: cui addito quaternario, manet eadem figura aucta per vnitatem in quolibet latere: & hoc modo figura illa potest in immensum augeri. Hinc patet nõ omnes numeros esse triangulares, sed illos tãtùm qui fiunt ex additione prædicta: vt vnitas, ternarius, senarius &c.

Quadratos vero numeros omnes habebis, si primo quadrato (scilicet vnitati) addas ternarium binario maiorem vnitate, & sic fiat quaternarius: cui si addas quinarium (qui maior est ternario) . . . . . per binarium habebis. 9. etiam quadratum: cui si addas. 7. fit. 16. . . . . etiam quadratus: huic adde. 9. fit. 25. &c. Pentagoni autem omnes . . . . . hoc pacto inueniuntur: vnitati adde quaternarium, fit quinarius . . . . . qui est secundus pentagonus. cui. 7. fit. 12. tertius pentagonus: & . . . . . isto ordine addendo semper numerum ternario maiorem, habes omnes pentagonos. Et ita fiet in reliquis figuris superficialibus planis, vnde quãdo in definitione dicimus, superficiale numerũ duobus lateribus contineri, non est dicere quòd superficiales habent tantùm duo latera: sed est idem quòd supra diffinitum est, numerum qui fit ex multiplicatione duorum esse planum.

Solidi etiam appellantur numeri quidam ex denominatione si-

gurarum ſolidarum geometricarum: Et licet plures tales figuræ poſsint conſiderari, quæ prçcipuæ ſunt (ſcilicet cubus, aſſer laterculus pyramis & ſphæra) adducẽtur in exemplũ. Fit cubus ex ductu cuiuſuis numeri in ſeipſum bis, vel (quod idem eſt) ex ductu quadrati in ſuam radicem. Vt ſi dicas ter tria ter, producitur. 27. numerus cubus: bis duo bis, ſiue bis quatuor fit. 8. cubus. Numerus verò qui in ſe ducitur ſemel, dicitur radix quadrata: qui verò ſemel in ſe, & iterum in productum, radix eſt cubica. Aſſeres autẽ numeri fiunt, ſi ducas numerum minorem radice quadrati in quadratum ipſum: vt dicendo ter tria quater, ducis quaternariũ in nouenarium: nouenarius autem quadratum eſt, cuius radix. 3. fit autem inde. 36. numerus aſſer.

Cuneus numerus fit ex ductu trium inæqualium, vt bis tria quater fit. 24.

Laterculus fit ex ductu numeri minoris radice quadrati in quadratum ipſum: vt ter tria bis fit. 18.

Pyramis ex aggregatione ſimilium planarum figurarũ inæqualium immediatè ſe ſequentium: Et laterateę poſſunt tot modis fieri quot ſunt figuræ planæ regulares, vt ſi pyramidem trilaterã vis habere, compone numeros triangulares ordinatos quot volueris, à maximo illorum ad vnitatẽ ordine perueniendo, conficies pyramidẽ trilaterã. Quòd ſi nõ perducis prædictos numeros ad vnitatem, erit curta pyramis vt in geometricis amplius videbitur. Et ſicut de trilatera pyramide dictum eſt, ita de alijs plurium laterum eſt dicendum.

Sphæricus autem numerus erit, qui ex ductu alicuius in ſe cubice productus deſinit in numerum digitũ, ex cuius multiplicatione eſt, vt ſexies ſex ſexies, facit. 216. qui quia deſinit in ſenarium (ex cuius multiplicatione factus eſt) appellatur ſphæricus: ſicut. 36. qui ex ductu. 6. in ſe quadratæ, appellatur eadem ratione circulus: Tales autem rari ſunt.

Prima Propoſitio.

Latere trigoni dato, ſumam totius inuenire.

Cum numeri omnes poſsint eſſe latera cuiuslibet figuræ, quærat aliquis quem trigonum numerum conſtituat numerus prolatere datus. Pro quoeſto regula. Si numerus ille eſt par, duc medietatem eius in numerum vnitate maiorem ipſo, productus erit

triangulus quæsitus. vt si latus sit. 4. medietas scilicet. 2. ducta in quinarium facit. 10. triangularem numerum: cuius latus. 4. Quòd si est numerus impar multiplica eundem per medietatem numeri vnitate maioris: vt si. 5. est datus multiplica ipsum per medietatẽ. 6. scilicet per. 3, habebis. 15. trigonum quæsitum.

Secunda Propositio.

Si quotlibet numeri fuerint ab vnitate continuè proportionales: tertius quisque ab vnitate est quadratus, & quartus quisque cubus.

Dictum est superius quomodo inueniantur quotliber numeri in proportione data, vnde in præsenti figura triangulari conspicies tres ordines numerorum in tribus lateribus, quorũ vnus procedit in proportione dupla ascendendo, secũdus in tripla, tertius in sesquialtera transuersaliter. Iam videre est.

64. 96. 144. 216. 324. 486. 729.

32. 48. 72. 108. 162. 143.

16. 24. 36. 54. 81.

8. 12. 18. 27.

4. 6. 9.

2. 3.

1.

In latere duplorum tertius ab vnitate est. 4. quadratus cuius. R. 2. deinde intermisso. 8. 16. quadratus cuius. R. 4. atq; intermisso. 32. ordine venit. 64. quadratus cuius. R. 8. Et in codẽ ordine quartus ab vnitate inuenitur. 8. cubus cuius. R. 2. & ab eodem. 8. quartus. 64. etiam cubus cuius. R. 4. Et in latere triplorum eodem modo ab vnitate tertius est. 9. à quo tertius. 81. à quo tertius 729. quadrati quorum primi. R. 3. secundi. 9. tertij. 27. Item ab vnitate quarto loco. 27. à quo quarto loco. 729. cubi. R. primi. 3. secundi. 9. In transuersalibus autem lateribus, non in singulis tamẽ sed in tertijs quibusque, eadẽ inuenitur proprietas. Vt in linea tertia ab vnitate sunt. 9. &. 4. quadrati: in quinta 16. 36. 81. in septima. 64. 144. 324. 729. quadrati, radices quadratorum tertiæ sunt omnes numeri secũdæ. radices quintæ omnes numeri tertię: radices septimæ omnes numeri quartæ.

Et de cubis etiã ſuo modo in quarta linea ſũt. 8. &. 27. cubi, quorũ radices 2. & 3. numeri ſecundæ, in ſeptima vero. 64. 216. 729. cubi quorum radices 4. 6. 9. numeri tertiæ lineæ.

Tertia Propoſitio.

Si inter duos numeros ſumantur duo alii proportionaliter, & maior iſtorum fuerit ad priores in medietate Arithmetica, minor erit ad eoſdem in medietate harmonica.

Libet tantiſper ludere adhuc in proportionalitatibus, ſiue medietatibus. Tres igitur medietates conſiderant Arithmetici, ſecundum quod tribus modis diſponunt tres terminos habentes ſe in aliqua proportionalitate, vel ſecundum ſe ipſos, vel ſecundum ſuas differentias. Alia eſt medietas Arithmetica, quæ eſt quando tantùm excedit maior numerus medium quantum medius minimum: vt. 2. 4. 6, excedit medius minimum per binarium & per eundem exceditur à maximo. Alia eſt Geometrica medietas, & eſt quando proportio maximi ad medium eſt, ſicut proportio medij ad minimum: vt. 2 4. 8. Tertia medietas appellatur harmonica, & eſt diſpoſitio trium numerorum, quorum maximi ad minimũ eſt proportio, ſicut proportio differentiæ maioris ad medium, ad differentiam medij ad minorem: Vt. 2. 3. 6. vbi proportio maximi ad minimum eſt tripla: differentia autem maximi ad medium eſt. 3. medij autem ad minimum vnitas: ternarij autem ad vnitatem eſt etiam tripla proportio. Similiter. 3. 4. 6. ſunt etiam in eadem harmonica medietate, eſt enim proportio 6. ad. 3. dupla, & eadem binarij differentiæ maioris ad medium, ad vnitatem differentiã medij ad minimum. Probatur nunc propoſitio, ſumo duos numeros. 24. &. 12. inter quos ſumo duos alios proportionaliter, qui erunt. 18. &. 16. ſicut enim. 24. ad. 18. eſt ſeſquitertia, ſic. 16 ad. 12. eſt etiam ſeſquitertia: Maior autem duorum ſecundo loco ſumptorum eſt in medietate Arithmetica, quia ſicut. 24. excedit. 18. per ſenarium, ſic. 18. excedit. 12. per eundem. 6. ſunt igitur tres illi numeri in medietate Arithmetica per definitionem: At. 24. excedit. 16. per. 8. eſt ergo. 8. differentia inter. 24. & 16. inter. 16. verò &. 12. differentia eſt. 4. ſed ſicut. 24. ad. 12. eſt dupla proportio, ita 8. ad. 4. eſt dupla: ſunt igitur 24. 16. 12. in medietate harmonica: quod exemplariter probare intendimus.

Quarta Propoſitio.

Si plures numeri in dupla proportione abvnitate ſumantur, ex quorũ aggregatione proueniẽs numerus fuerit primus. talis numerus per vltimum illorum multiplicatus producet numerum perfectum.

Tandem de perfecto numero pauca quædã dicenda ſuperſunt: Eſt enim perfectus numerus(vt ſupra diffinituseſt)qui ęqualis eſt aggregato ex omnibus ſuis partibus: Conſyderant ſi quidẽ Arithmetici aggregatũ ex partibus reſpectu totius,an æquale vel inæquale ſit: vnde quoſdã appellãt diminutos, quoſdã ſuperfluos ſiue abundantes,quoſdã perfectos. Diminuti numeri ſunt,quorũ aggregatũ partiũ minus eſt toto ipſo: vt. 10. cuius partes 5. 2. 1. quę ſimul aggregatæ conficiunt. 8. minorem ipſo. 10. Superflui autem, quorum aggregatum partium maius eſt ipſo toto. Vt. 12. cuius partes. 6. 4. 3. 2. 1. ſimul ſumptæ cõficiũt. 16 qui. 12. excedit. Perfectus autẽ(vt ſæpe dictum eſt)cuius aggregatum partium æquale eſt ipſi toti: vt. 6. cuius partes. 3. 2. 1. ſimul aggregatæ conficiunt ipſummet. 6. Docet igitur propoſitio inuenire numeros omnes perfectos ſunt enim rariſsimi: adeo vt inter vnitatem & denarium ſit vnus, inter. 10. &. 100. itẽ vnus, inter. 100. & 1000. vnus: atq; hoc pacto in vno ordine articulorũ tantũ vnus. Igitur ſi omnes pariter pares ordine diſponas, ab vnitate ſumendo initium (illi enim procedunt in dupla proportione)ſumasque cũ ipſa vnitate quot libuerit ſuo ordine,& addas omnes: ſi aggregatũ ex illis fuerit numerus primus, tunc ducto maximo illorũ in aggregatũ, numerus productus erit perfectus. Vt ſi aggreges vnitatem & binarium fit. 3. quicum ſit primus ductus in binarium, producit. 6. perfectum numerum. Eodem modo ſi colligas. 1. 2. 4. fit. 7. quicum ſit etiam primus: ductus in quaternarium(maximum ſcilicet collectorum)producit. 28. namerum etiam perfectum. Si vero addas. 1. 2. 4. 8. fit. 15. quicùm non ſit primus non conficit perfectum numerum. Si autem. 1. 2. 4. 8. 16 fit. 31. qui primus cum ſit ductus in. 16 producit. 496. perfectum ſcilicet numerum. Quilibet enim iſtorum perfectorum æqualis eſt aggregato ſuarum partium, vt facilè ſupputando inueniemus: Nec alium aliquando perfectum inuenire poteris, quam qui hoc modo ſunt producibiles.

.64.
.32.
.16.
.8.
.4.
.2.
.1.

Arithmetici Compendij. Finis.

Geometrica Elementa.

Elementum Primum.

Definitiones.

Punctum est quod nullas partes habet.

Linea est longitudo latitudinis expers, cuius extrema sunt puncta.

Linea recta, à puncto ad punctum breuissima via.

Angulus planus, duarum linearum se non directe tangentium mutua inclinatio.

Angulus rectus dicitur, quando duo qui fiunt linea super aliam cadente sunt æquales: & linea quæ cum alia duos rectos facit, est perpendicularis.

Angulus maior recto, dicitur obtusus. Minor verò acutus.

Superficies est, quæ longitudinẽ & latitudinẽ tãtùm habet.

Plana superficies est, breuissima inter suas lineas extensio.

Terminus, est vniuscuiusque rei finis.

Figura est, quæ termino aut terminis continetur.

Circulus est figura plana vnica linea contenta, quæ peripheria dicitur; ad quam ex puncto medio (quod est cẽtrum) omnes lineæ rectæ sunt æquales.

Diameter est linea recta, quæ per centrum transiens ad peripheriam terminatur.

Semicirculus diametro & medietate peripheriæ cõtinetur.

Portio circuli, linea recta quę minor sit diametro, & parte peripherię continetur.

Triangulus (inter recti lineas prima) qui tribus rectis continetur.

Quæ autem quatuor rectis lineis continẽtur, quadri laterę dicuntur.

Quæ verò pluribus dicuntur multi laterę.

Triangulus trium æqualium laterum, dicitur æquilater siue isopleurus: duorum autem æqualium æquicrurus siue isoscheles, trium vero inæqualiũ gradarius siue scalenos.

Si triangulus habet vnum angulorum rectum, appellatur orthogonius siue rectangulus: Si vnum maiorem recto ambligonius siue obtusiangulus: Si autem omnes minores recto oxigonius, siue acutiangulus.

Inter quadrilatera quadratum omnia latera habet æqualia, & angulos rectos.

Quadrangulum siue altera parte longior, latera oppositæ æqualia & angulos rectos.

Rhombus omnia latera ęqualia, non tamẽ angulos rectos.

Rhomboides latera oppositæ & oppositos angulos æquales: non tamen æqui latera neque rectangula est.

Reliquę quadrilaterę appellantur trapezię.

Parallelę lineę siue æquè distantes sunt, quæ quantumcunq; protrahantur nunquam concurrent.

Postulata.

Petitur vt concedatur, à dato puncto ad quotlibet aliud posse rectam lineam duci, & eandem quantumlibet in continuum & directum protrahi.

Item ſuper datum punctum ad quodcunque ſpatium, deſcribi poſſe circulum.

Omnes angulos rectos eſſe ęquales.

Si linea recta duas rectas ſecuerit, & ex vna parte duos angulos fecerit interiores minores duobus rectis, ex illa parte prędictas lineas ſi protrahantur tandẽ cõcurrere.

Communes ſententiæ.

Quæ vni tertio ſunt ęqualia ſunt etiam ęqualia inter ſe.

Æqualia æqualibus addita, ęqualia etiam componunt.

Æqualia ab ęqualibus dempta, relinquunt etiã æqualia.

Quę eidem ſunt ęquemultiplicia, inter ſe ſunt ęqualia.

Quæ eiuſdem ſunt medietates, ſunt inuicem ęqualia.

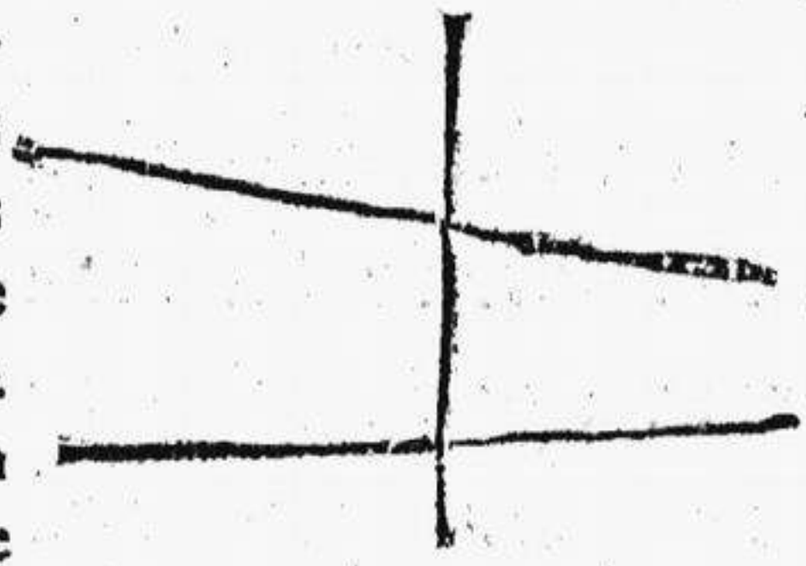
Omne totum Maius eſt ſua parte.

Duæ rectę lineæ non claudunt ſuperficiem.

Duo priora poſtulata facilè ſuadentur, ſi intelligas lineas rectas imaginari indiffinitę magnitudinis: vt in aſtronomia imaginãtur, lineam rectam a centro mundi per centrũ ſolis ad primum vſque & ſupremũ orbem produci. Similiter de circulis ſemidiametros habentes indefinitę magnitudinis: Imaginantur ſiquidem ijdem Aſtrologi, lineam ſuper centro mundi perpendicularem cum axe vna cęli reuolutione circulum ęquinoctialem deſcribere, & hoc pacto plures alios circulos tam maiores, appellatos quã minores imaginantur. Quod autẽ omnes anguli recti ſint ęquales, inde poteſt ſuaderi: quia inclinatio illa linearum conſtituẽtium angulum, ex cuius diuerſitate anguli ſunt inæquales, in rectis ſemper eſt eadem. Conſueuerunt tamen practici, quantitatem angulorũ ex numero partium peripheriæ circuli ſupra contactum linearum angulum conſtituentium ducti, inter eaſdem lineas incluſarum venari: vnde cum lineæ angulum rectum conſtituentes perpendiculares ſint interſe, ſemper intercipiunt quartam partem peripheriæ circuli prędicti: obtuſi autem anguli lineæ maiorem partem

quam ſit quarta, acuti vero minorẽ. Vnde diuiſo circulo communi Aſtrologorũ diuiſione in .360. partes &c. quia tantus dicitur angulus quãtus arcus inter ſuas lineas interceptus: Rectus vero angulus ſemper eſt .90. partium fit vt omnes tales ſint æquales.

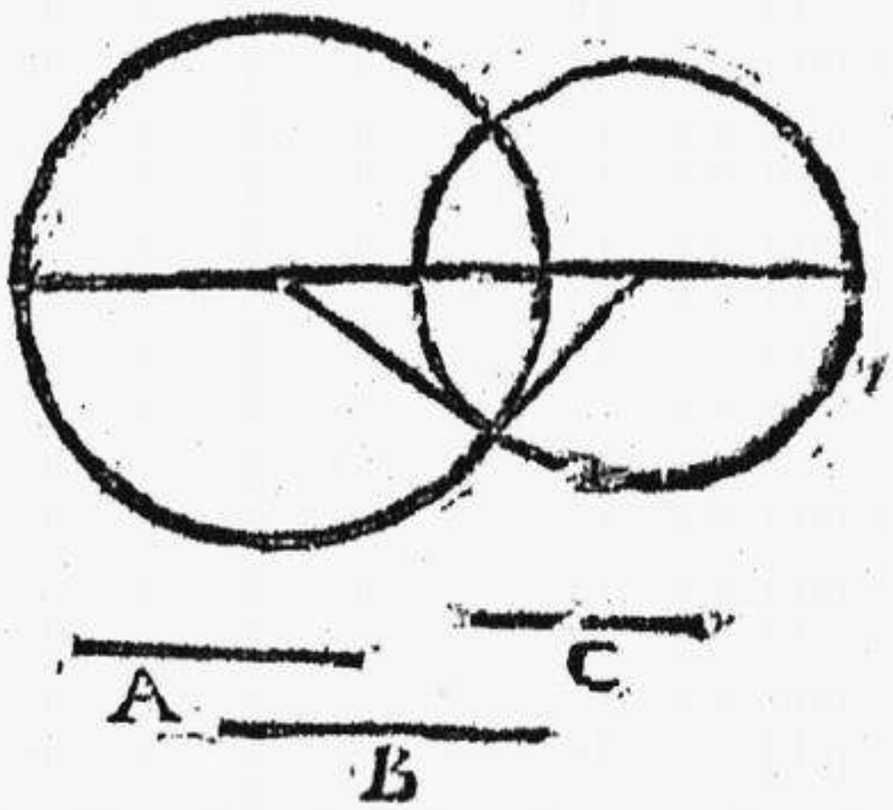
Vltimum poſtulatũ ſic ſuadebitur: duæ illæ lineæ ſuper quas tertia cadẽs illas ſecat, ſi ex altera parte duos angulos interiores minores duobus rectis cauſat, illæ duæ lineæ verſus ſe inuicem inclinantur: quòd ſi protrahantur ex illa parte creſcet inclinatio & appropinquabunt mutuò: vnde tandem neceſſariò concurrent.



Prima Propoſitio. & eſt Eucl. 22.

Triangulum conſtituere ex tribus rectis lineis quę ſint tribus datis lineis æquales, dum modo duę illarum ſint maiores reliqua.

Hæc propoſitio quæ apud Euclidem eſt. 22. docet trianguium conſtituere cuius latera æqualia ſint tribus datis lineis. Sint ergo tres lineæ datæ. a. b. c. capio lineam indefinitæ magnitudinis, vt puta. d. e. ex qua tres abſcindo portiones immediatas, quarum prima ſit æqualis. a. ſecunda. b, tertia. c. & ex termino lineæ primæ ad quantitatem ipſius duco circulum: & eodẽ modo ex termino tertiæ ad quantitatem ipſius, duco alium circulum: ita vt duo illi ſe interſecẽt, quod neceſſariò eueniet (modo centra ſint puncta quibus prima & tertia portiones continuantur cum ſecunda) ſi duę iſtarum ſint maiores reliqua, alias impoſsibile eſt ex eis fieri triangulum. Ad punctum igitur interſectionis peripheriarum ducantur ex centris duorum circulorum duæ lineæ, quæ cum inter media cauſabunt triangulum talem, qualis proponebatur: Siquidem illa quæ à centro prioris circuli ducta eſt æqualis eſt lineæ. a. quia

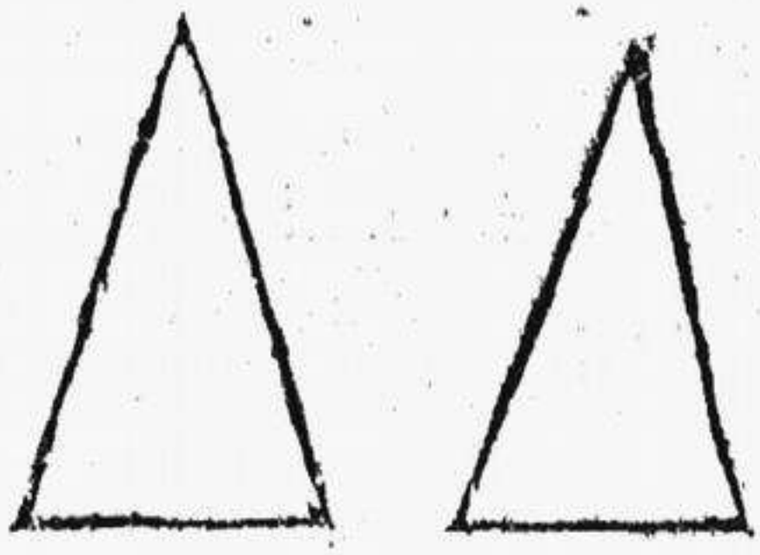


eſt æqualis priori portioni, ſunt enim ſemidiametri eiuſdem circuli. ſimiliter quæ à centro alterius, æqualis eſt lineæ. c. eadem ratione. linea verò inter duo centra æqualis poſita eſt lineæ. b. vnde tria latera trianguli æqualia ſunt tribus datis lineis, quod erat propoſitum.

Propoſitio ſecunda. Eucl. vero. 4.

Si fuerint duo trianguli, quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, & anguli æquis lateribus contenti æquales: erit baſis vnius baſi alterius æqualis: & reliqui anguli reliquis angulis: & totus triangulus toti triangulo.

Propoſitio hæc ex æqualium definitione probatur. Sunt enim duæ magnitudines æquales, quarũ ſi vna alteri ſuperponitur, nec excedit illam, nec exceditur ab illa. Sint ergo duo trianguli. a. c. f. & b. d. e. ſitque. a. c. latus vnius, æquale. a. d. lateri alterius: & latus. a. f. lateri. b. e. anguluſque. a. angulo.



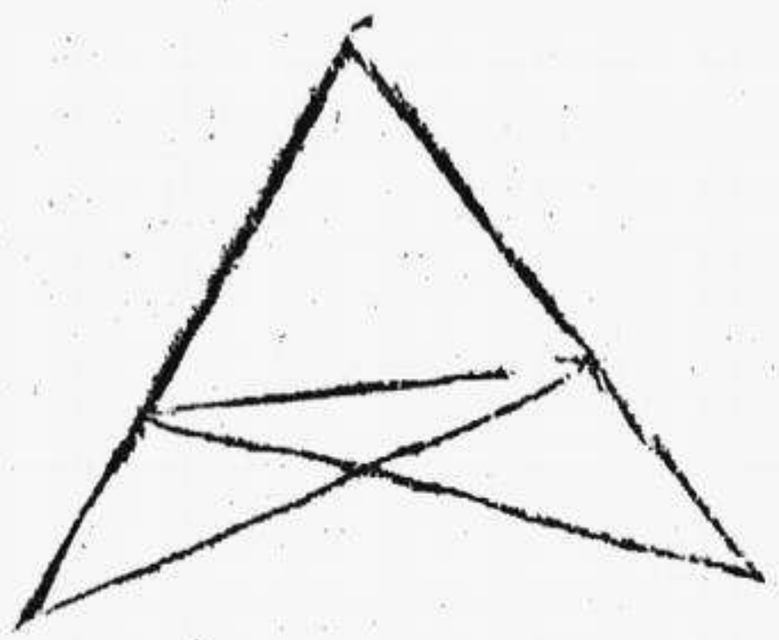
b. dico quòd baſis. c. f. eſt æqualis baſi. d. e. & angulus. c. angulo. d. & angulus. f. angulo. e. & totus triangulus toti triangulo. Ponatur latus. a. c. ſuper latus. b. d. & latus. a. f. ſuper latus. b. e. quæ quoniam poſita ſunt æqualia, non excedunt, neque excedentur à ſe inuicem: & quoniam angulus. a. æqualis eſt angulo. b. æqualis eſt inclinatio laterum vtrobiq; vnde non magis diſtabunt termini laterum vnius quàm termini laterum alterius: diſtantia autem illa eſt quantitas baſium, vnde neceſſariò baſes ſunt æquales; & ſic reliqui anguli reliquis angulis, & totus triangulus toti triangulo. Quòd ſi baſis vnius eſt æqualis baſi alterius in eiſdem, erit æqualis angulus. a. angulo. b. cùm ſit æqualis inclinatio laterum æqualium.

Tertia Propoſitio. & Eucl. 5.

Si duo latera alicuius trianguli fuerint æqualia, anguli qui ſupra baſim, erunt æquales. Quòd ſi latera protrahantur, an

guli etiam qui ſub baſi, erunt ęquales.

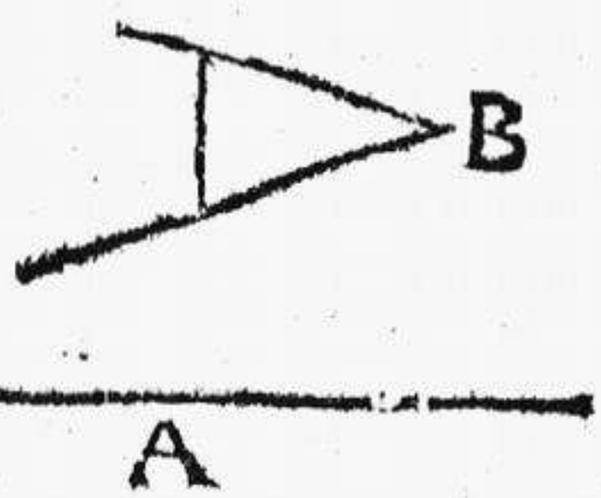
Sit triangulus.a.b.c.cuius latus . a.b.ſit æquale lateri. a. c. dico quòd angulus.b.eſt æqualis angulo.c, protrahantur duo hæc late ra æqualiter vſque ad. d. &.e.& producantur.d.c.&. b. e.intelligo duos triangulos.a.c.d.&.a.b.e.quorũ quilibet cõpoſitus eſt ex ſuperiori,& altero eorum qui ſub baſi: hi ſe habent ſecundum diſpoſitionem prędecedentis. Latus enim.a.d.lateri.a.e.eſt ęquale:ſimiliter latus.a.b.lateri.a.c.& angulus.a. communis: igitur. d.c &. b. e.baſes æquales ſunt:& duo anguli.a.b.e.&.a.c.d. etiam ęquales. Rurſus trianguli qui ſub baſim, eodem modo ſe habent: nam portio.d.b.æqualis eſt portioni.c.e.& linea.d.c.oſtenſa eſt æqualis lineæ,b.c.& angulus.d angulo.e, vnde& angulus.d.b.c.ęqualis eſt angulo.b.c.e.quæ eſt ſecunda pars propoſitionis. Item angulus.b.c.d.æqualis angulo.c.b.e.quibus demptis ex angulis a.b.e.&.a.c.d.æqualibus, remanent anguli.a.b.c.&.a.c.b.ęquales, quę erat prima propoſitionis pars.



Quarta Propoſitio. Eucl. vero. 23.

Ex puncto in data linea ſignato conſtituere angulum: dato angulo ęqualem.

Sit data linea & punctum in ea ſignatum.a. angulus verò datus.b.duabus igitur lineis continentibus angulum.b. addo tertiam perficientem triangulum quomodocunque contingat:ex prędicta autem linea . a. capio tres portiones æquales tribus lineis triangulum conſtituentibus:ita vt in puncto. a. terminentur duæ æquales duobus conſtituentibus angulum . b . & per doctrinam primæ huius cõpleatur triangulus, qui neceſſariò per præcedentẽ ſecundam, erit ęqualis cum triangulo.b.& quia ſingula latera ſingulis lateribus, anguli ſinguli ſingulis etiã angulis æquales:& ſic angulus.

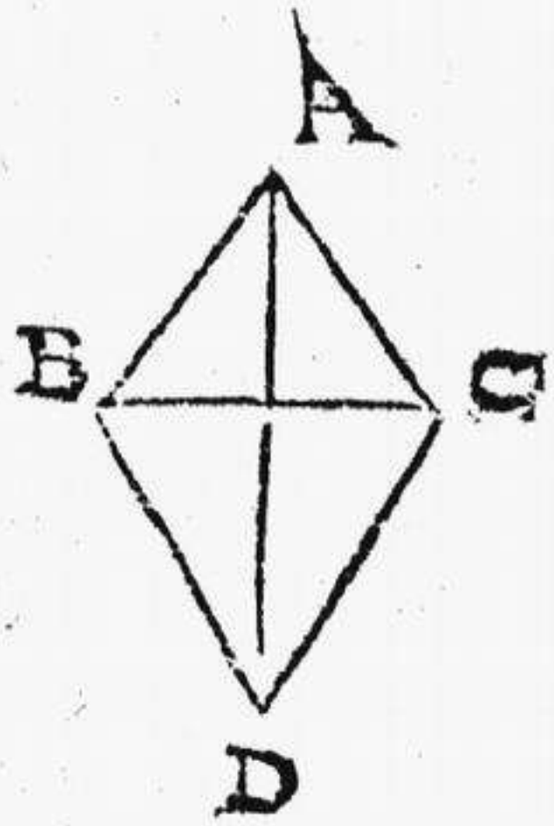


a.angulo.b.ęqualis erit,per conuerſam ſecundæ.

Quinta Propoſitio quę Eucl. 9.

Angulum datum per ęqualia diuidere.

Sit. a. angulus per æqualia diuidendus.

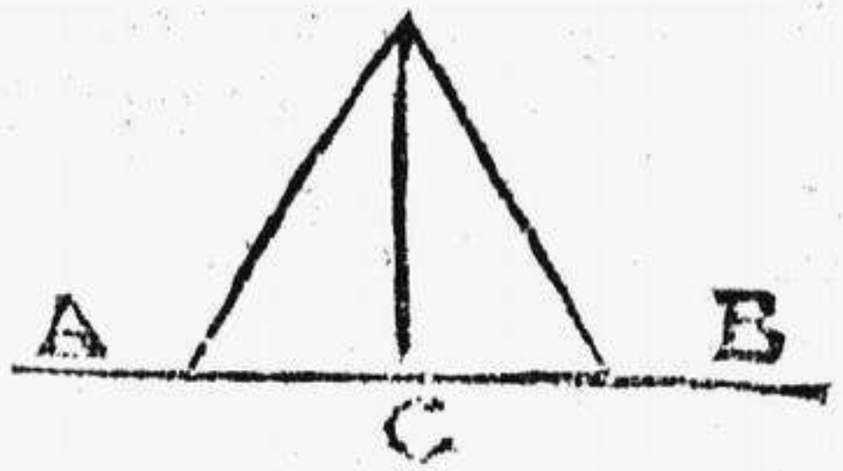


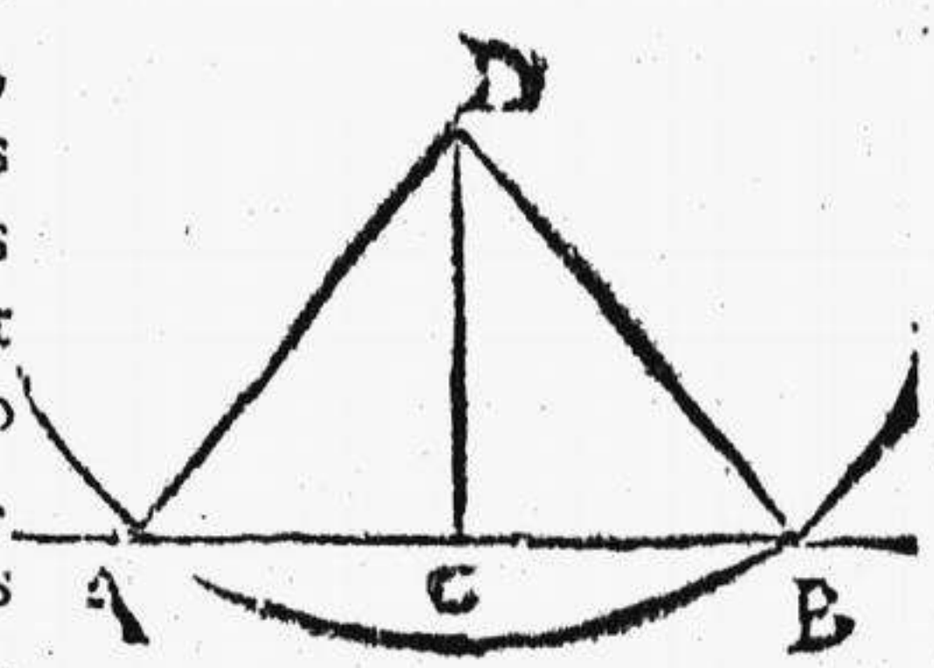
Duæ lineæ continentes angulum ſecentur æqualiter vna tertia, quæ ſit.b.c.ſuper hanc(vt baſim)conſtituo per primam triãgulum æquilaterum.b. d. c. & à puncto.d. ad punctum.a. duco rectam per primum poſtulatũ,quę diuidet angulum.a.in duos angulos ęquales:ſiquidem & totam quadrilateram in duos ęquales, & ęquiangulos triangulos (vt patet)per ſecundam huius.

Sexta Propoſitio. Eucl.verò.11.&.12.

Super datam lineam perpendicularem l.neam erigere.

Sit linea.a.b.ſuper quam perpendicularis eſt erigenda:& primo proponatur, perpẽdicularem à puncto ſignato in eadem(putà à puncto.c)erigi debere:capio ex illa à pũcto illo duas ęquales portiones vtrinq;,ſuper quas (vt baſim)conſtituo triangulum ęquilaterum: Et à puncto. c. ad angulum oppoſitum duco lineam rectam, illa eſt perpẽdicularis. Siquidem duo trianguli, in quos diuiditur æquilater, habẽt latera vnius æqualia lateribus alterius:&ſic ſingulos angulos vnius ſingulis angulis alterius: quo fit, vt duo qui ſunt ad.c.ſint ęquales,& proinde recti:& ſic linea perpẽdicularis. Quòd ſi à puncto extra lineam talis perpendicularis debet duci vt ex. d. fiat portio circuli à puncto illo interſecans prædictam lineam in duas par



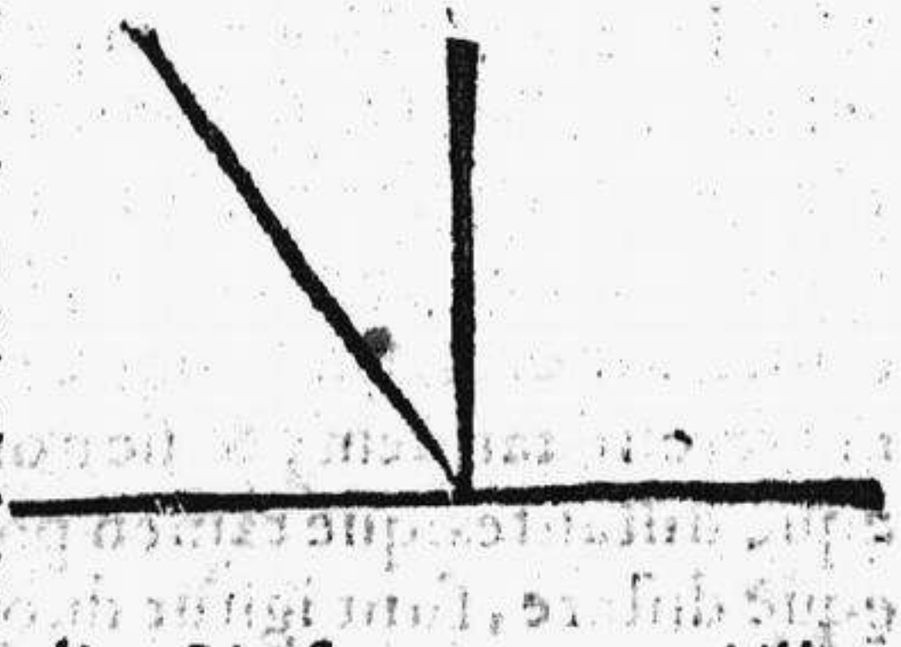


tes,

tes, producti eadem si opus fuerit: & à puncto extra lineam ad intersectiones peripheriæ ducantur duæ rectæ: & angulus. d. diuidatur per præcedentem in duo æqualia: linea enim diuidens erit quę sita perpendicularis: sunt enim duo anguli quos cum priori linea causat æquales, & sic recti: nam duo trianguli in quos diuiditur prior, æqualium laterum sunt & æqualium angulorum ad inuicē: vt patet.

Septima Propositio. Eucl. vero. 13.

Si linea recta super aliam rectam ceciderit: duo anguli ab illis constituti, æquales erunt duobus rectis.



Hæc propositio ex quantitate angulorum est manifesta: cùm enim (vt dictum est) quantitas vnius recti sit quarta pars circuli, duorum rectorũ erit semicirculus: duo autem anguli prædicti (quomodocunq; linea supra lineam cadat) quantitatem habent semicirculi: quòd si vna in aliam perpẽdiculariter cadit, manifesti sunt anguli recti: sin autem, qui illorum obtusus est, tantùm excedit rectum quantum acutus exceditur a recto. Quòd facilę ostenditur, ducta perpendiculari à puncto contactus linearum: est. n. excessus idem vt visu patet.

Octaua propositio. Eucl. 15.

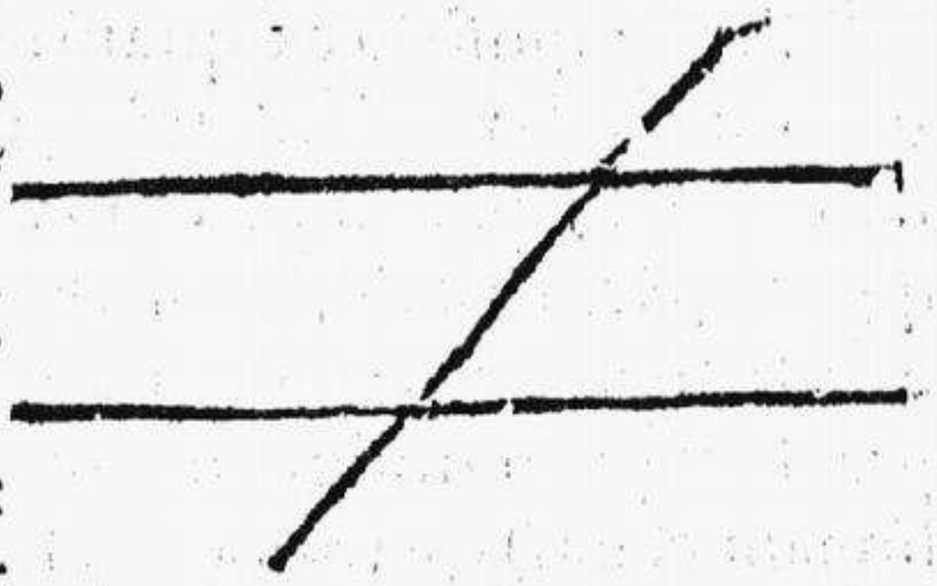
Duę lineę se mutuò secantes, causant angulos contra positos æquales.

Sint duæ lineæ se intersecãtes, & constituẽtes quatuor angulos, superiorẽ & inferiorem, dextrũ & sinistrũ: dico quòd superior æqualis est inferiori: similiter sinister dextro. Si quidem superior cum dextro per præcedentem æquales sunt duobus rectis: similiter dexter cum inferiori æquales duobus rectis: vnde si dextrum communem auferas, remanent æquales superior & inferior: & eodem modo probabis de dextro & sini-

ſtro:& tales ſunt qui contra poſiti appellantur.

Nona Propoſitio. Eucl. 29.

Si linea recta ſuper duas æquè diſtantes ceciderit, coalterni anguli erunt æquales: & extrinſecus ęqualis intrinſeco ſibi oppoſito:& duo intrinſeci ex vna parte, duobus rectis ęquales.



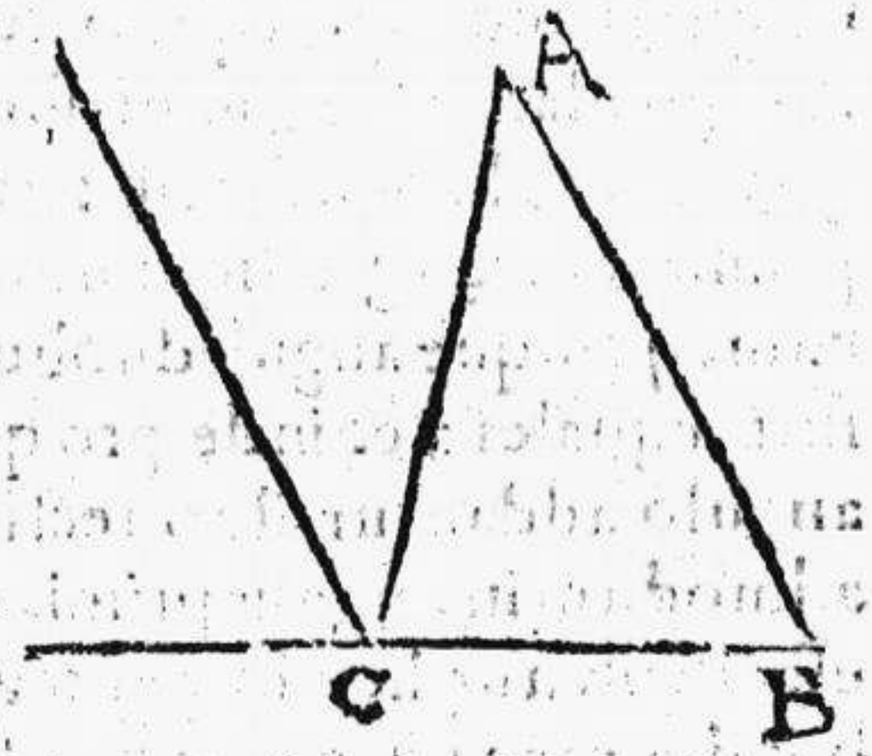
Quod vltimo proponitur in hac propoſitione ex diffinitione æquè diſtantiũ linearũ cũ vltimo poſtulato, eſt manifeſtũ. Nã ſi duo illi intrinſeci anguli nõ ſunt æquales duobus rectis; ex vna parte maiores, & ex alia erunt minores. Vnde lineæ illę concurrerent tandem; & ſic non eſſent ęquè diſtantes: quę tamen poſitæ ſũt ęquè diſtare, ſunt igitur duo anguli inter æque diſtantes comprehenſi, ex altera parte ęquales duobus rectis: rurſus in parte dextra extrinſecus ſuperior angulus cum ſuo conterminali intrinſeco, æquales etiam ſunt duobus rectis per ſeptimam præcedentem: vnde ſi predictum ſuperiorem intrinſecum auferas, remanet ille extrinſecus ſupremus ęqualis intrinſeco inferiori, qui eſt ſibi oppoſitus: item extrinſecus idem ſupremus per prędcedentem eſt æqualis intrinſeco ſiniſtro ſibi contra poſito: & ille eſt coalternus inferiori dextro, erit igitur illi ęqualis: per illam communem ſentẽtiam, quę ſunt ęqualia vni tertio, ſunt ęqualia interſe.

Decima Propoſitio, Eucl. 32.

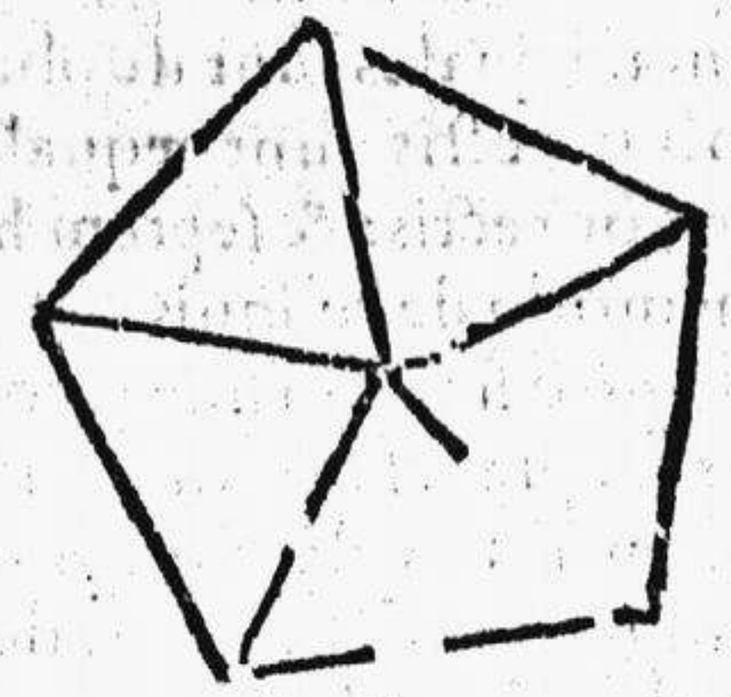
Si trianguli latus protrahatur, fiet angulus exterior duobus internis & oppoſitis ęqualis: vnde tres interni anguli, duobus rectis ſunt ęquales.

Latus. b. c. triãguli a b. c. protrahatur: dico quod angulus. c qui extra triangulum conſiſtit, eſt ęqualis duobus angulis. a. &. b. qui

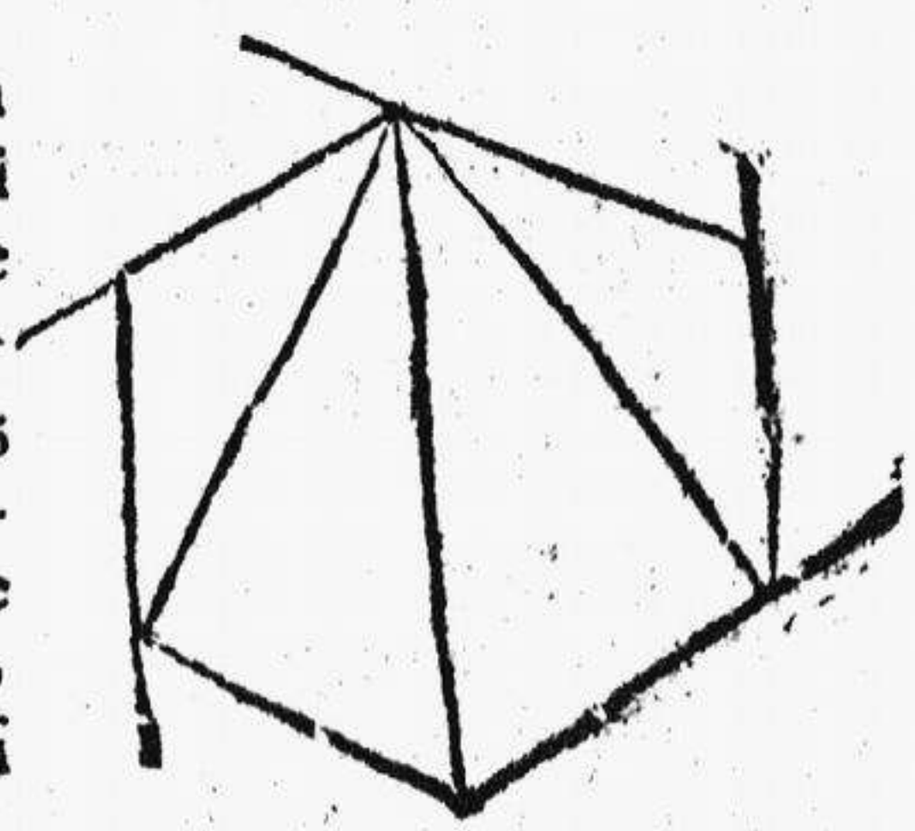
intra triangulum ſunt ſibi oppoſiti. Ex punto.c. ducatur linea ęque diſtans.a.b.quę diuidet prędictum angulũ.c.externũ in duos: quorũ alter qui coniunctus eſt triãgulo, eſt coalternus angulo a.&.ſic illi ęqualis per prędecedentem: reliquus verò eſt extrinſecus & oppoſitus angulo. b. & ſic illi ęqualis per eandem. Etcùm totus.c.exterior cũ angulo.c.interiori valeant duos rectos per.7. patet corollarium: quod tres anguli trianguli valent duos rectos.



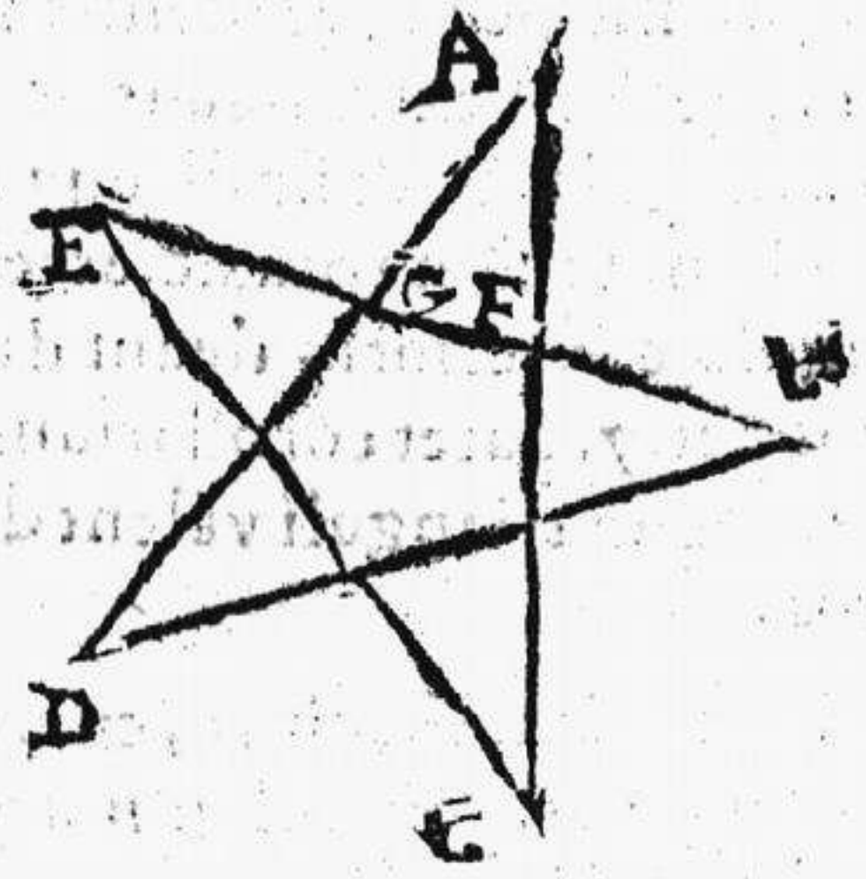
Inde etiam ſequitur, cuiuslibet figuræ multorum angulorum omnes angulos ſimul ſumptos tot ęquales eſſe rectis, quot ipſi ſũt duplicati, dẽptis ſẽper quatuor: vt triãguli tres anguli duplicati fiunt. 6. dẽptis. 4. remanent duo. Quadrilateri quatuor duplicati ſunt. 8. demptis. 4. remanent. 4. Pentagoni quinque duplicati ſunt. 10. ęqualibus dẽptis. 4 remanent. 6. & ſic de cęteris. Nam à pũcto in medio figurę ad omnes angulos ſi ducas ſingulas lineas; tot conficies triangulos quot erant anguli: & cuiuslibet triangulorum tres anguli ęquales ſunt duobus rectis: demptis igitur in qualibet figura illarum. 4. quos valent omnes ſimul qui ſunt ad punctum in medio figurę, relinquuntur ſupradicti.



Præterea ſequitur, omnes ſimul angulos externos cuiuslibet figurę rectilineę ęquales eſſe quatuor rectis præciſe: cùm enim externus cum interno ſemper ęquivaleãt duobus rectis; & omnes interni (vt dictum eſt) valeant ſinguli binos rectos minus. 4. relinquitur, omnes externos neceſſariò quatuor rectis eſſe ęquales. Quòd ſi



latera figurę multorum angulorum adeo protrahantur, vt secũdo concurrant (vt in pentagonis, & plurium laterum figuris contingit:) tunc anguli qui ex concursu secundo fiunt, qui & egrediẽtes appellantur, seruant similem in quantitate habitudinem: vt scilicet primæ figurę egredientium angulorum, quinque anguli duobus rectis sint æquales: & inde pro quolibet angulo addantur duo recti; quemadmodum in angulis primis dictum est. Probatur hoc in pentagono. a. b. c. d. e. cape triangulum. a. f g. angulus. f est exterior in triangulo. f. c. e. vnde ęqualis. c. &. e. angulus itẽ. g. exterior est in triangulo. g, b d. & sic. g. æqualis. b. &. d. at. f. & g. cum. a. æquales sunt duobus rectis, igitur quinque illi egredientes duobus rectis sunt æquales. Sic, 6. anguli egredientes exagoni quatuor rectis: & septem heptagoni sex rectis ęquales sunt: & eodem modo de reliquis.



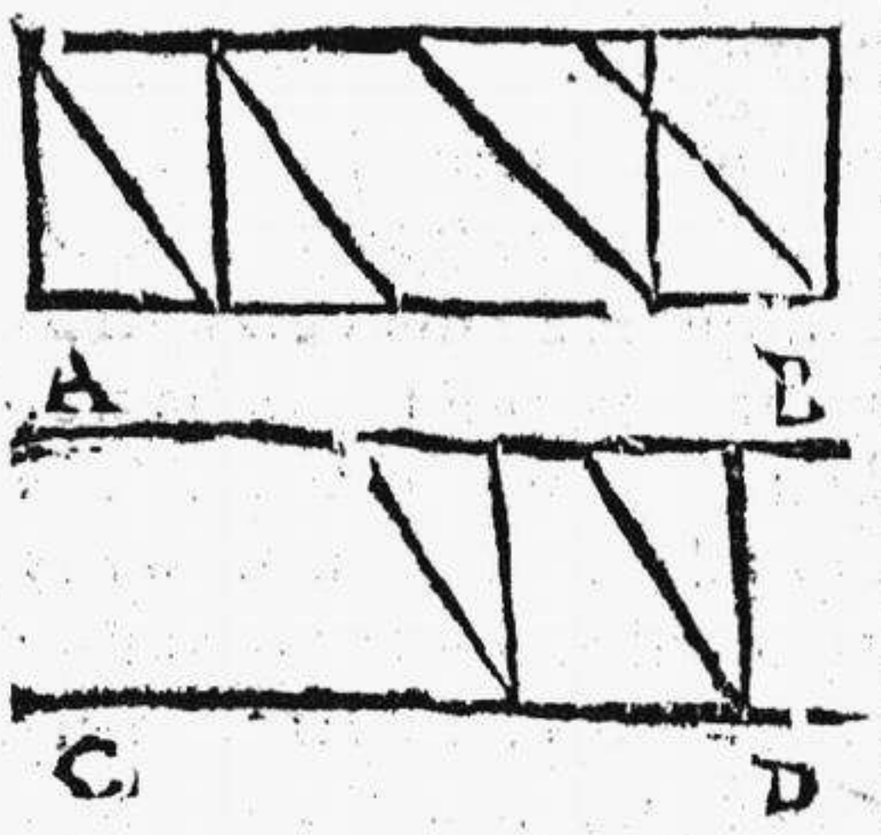
Quòd si tertio lineas concurrere contingat (quod primùm in figura septem laterum contingit) septem anguli secundi ordinis egredientium valent duos rectos: & sic in alijs figuris pro quolibet angulo addendi sunt duo recti: eodem modo de tertio & quarto ordine egredientium. Sed de his plusquam satis: parum enim vtilitatis habet harum figurarum consideratio.

Vndecima Propositio. Eucl. 35.

Omnia parallelogramma super eandem basim, vel super æquales bases; & inter lineas æquè distantes consistentia; sunt æqualia.

Parallelogramma sunt figurę quadrilateræ, quæ angulos oppositos & latera opposita habent æqualia: sint ergo inter duas ęque distantes: ab. & c. d & supereandem basim duæ figuræ parallelogrammæ, quarum altera sit rectangula, altera sit rhomboides: du-

ctis ex duobus angulis qui in basi rectangulæ duabus lineis paralle lis, quæ quidem vno ex tribus modis contingit vt se habeant cum

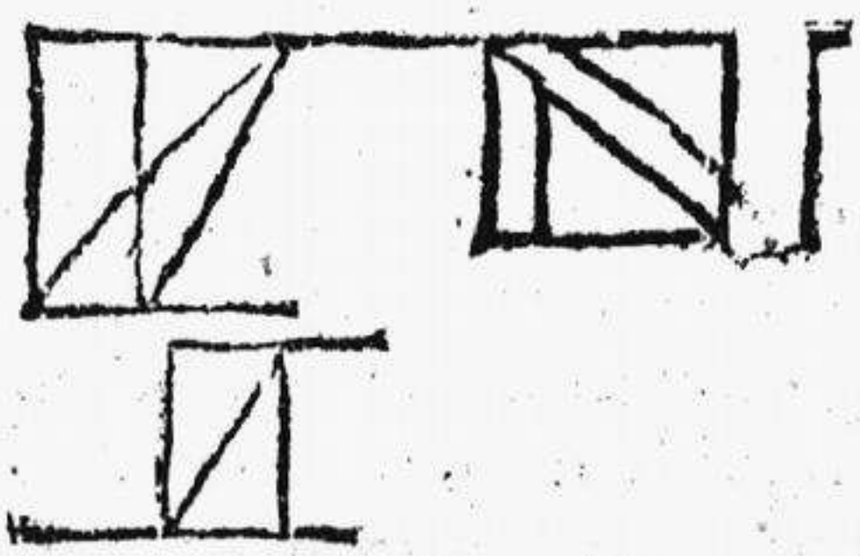


lateribus primæ figuræ rectangulæ: quia latus rhomboidis quod ex angu lo. c. vel non attingit latus rectan- guli oppositum, vel tangit tantum in angulo opposito vel ipsum interse car, quomodocunque contingat, di- co rectangulum æquale rhomboidi. In prima siquidem figuratione duo qui fiunt trianguli sunt æquales: & irregularis figura (quæ est inter illos) communis vtrique: vnde addita il- lis remanent figurę æquales. Probatur autem quod trianguli sunt ęquales: duæ enim lineæ perpendiculares æquales sunt quia late- ra parallelogrammi: bases etiam æquales sunt, quia ex duobus æ- qualibus lateribus parallelogrammorum ablato quod inter illas bases interest, necessariò remanent æquales: sed & anguli æquis lateribus contenti sunt recti totus ergo triangulus toti triangulo æqualis. Si verò latus quod erigitur pro rhomboide ex. c. contin- gat oppositum latus rectanguli in angulo opposito, tum clariùs patet: siquidem tota figura diuiditur in tres triangulos æquales: in quorum vno communicant duo illa parallelogramma, & cuili- bet restat alius peculiaris: sunt igitur æqualia: quoniam æquali- bus idem communeaddimus. In tertia verò figuratione eodem modo patet, nam duo latera rhomboidis cum perpendicularibus rectanguli, causant duos æquales triangulos communicantes in alio triangulo: quo sublato, remanent duæ irregulares figuræ æ- quales ex triangulis: quibus si addas triangulum aliũ in quo com- municant rectangulum & rhomboides, remanent æqualia eadem parallelogramum & rhõboides: quod erat probandum.

Inde facile colliges, super æquales bases inter æquê distantes li- neas, parallelogramma esse æqualia: vt rectangulum. b. rectangu lo. c. sunt enim æquales vni tertio scilicet rhomboidi.

Duodecima Propositio. Eucl. 41.

Si inter lineas æquè distantes, parallelogrammũ & triangulus super eandem, vel superæquales bases fuerint: erit parallelogrammum duplum triangulo.

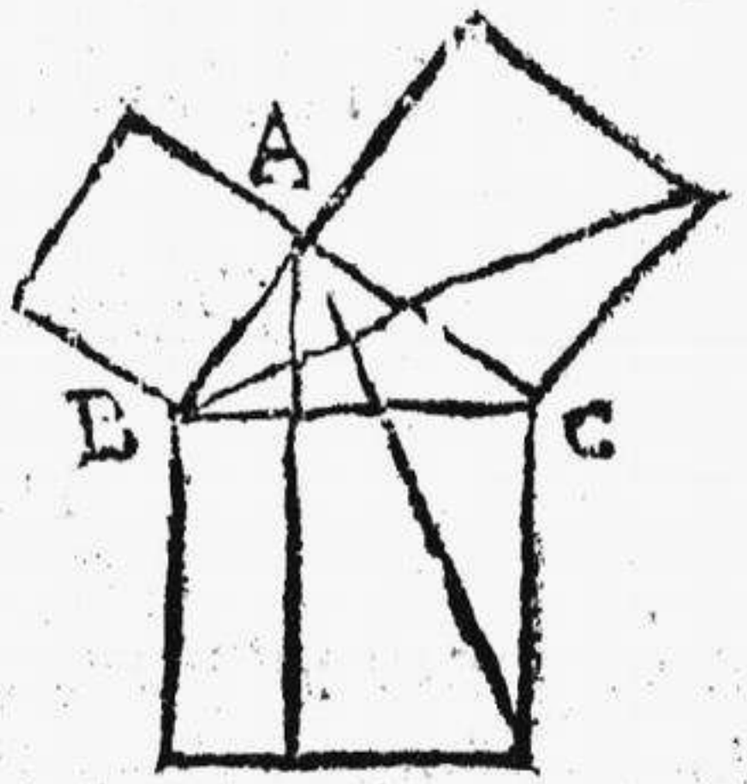


Hæc propòsitio manifesta est ex superiori: nam in prima figuratione (scilicet. a.) triangulus est medietas parallelogrammi: linea enim quæ diameter est, est latus triangulorũ diuidens ipsum parallelogrammum in duos æquales triangulos: quorum quilibet est medietas totius. In secunda figuratione in qua duo latera trianguli egrediuntur extra aream parallelogrammi, patebit idem si ex altero angulo basis ducas lineam æquè distãtem lateri opposito trianguli: fit enim rhomboides æqualis rectangulo per superiorem, quia ab alio latere triãguli diuiditur in duas medietates: vt dictum est. Quod si super æquales bases fiant: idem patet ex præcedente demonstratione.

Propositio Tertiadecima. Eucl. 47.

In triangulo rectangulo quadratum lateris angulo recto oppositi est æquale duobus quadratis reliquorum laterum simul sumptis.

Quadratũ alicuius lineæ, est quod fit ex quatuor lineis illi æqualibus. Sit igitur in præsenti figura triangulus, qui est inter tria quadrata rectangulus: & quadratum inferius lateris oppositi angulo recto: dico quod illud est æquale duobus superioribus quadratis reliquorum laterum. Ducatur ex angulo recto perpendicularis in basim per. 6. præcedẽtẽ, quæ diuidat inferius quadratũ in duas portiones: dico portionẽ dextrã æqualẽ esse quadrato dextro: & sinistrã sinistro. Duco enim ex angulo triãguli opposito isti quadrato dextro lineã ad oppositũ quadrati angulũ: itẽ ex angulo recto triãguli ad angulũ oppositũ in prædicta portione dextra, cõficio-



his lineis duos triangulos: quorũ angulus vnius communicat cum angulo alterius in angulo vno trianguli prioris: quos duos triangulos cùm æquales probauero ; facile habebo quod probare intẽdebã: ſcilicet quod quadratum dextrum ſuperius eſt æquale portioni dextrę inferioris quadrati. Nam ſuperior triangulus cum quadrato illo dextro inter lineas æque diſtantes & ſuper eandem baſim continetur : vt facile patet: ſimiliter & triangulus reliquus cũ portione illa dextra eadem ratione. Probo igitur hos duos triangulos eſſe æquales, habent enim ſe ſecundum diſpoſitionem ſecũdæ huius, quæ eſt. 4. Eucl. cuiuſlibet enim illorũ duo latera ſunt æqualia duobus lateribus alterius: quia alterum eſt latus quadrati inferioris, & alterum latus quadrati dextri, latera autem quadrati æqualia ſunt: duo igitur latera vnius iſtorum duobus alterius ſunt æqualia: ſed & anguli æquis lateribus contenti æquales ſunt, cum quilibet contineat vnum rectum & præter illum, angulum trianguli communem: igitur totus triangulus ſuperior toti inferiori eſt æqualis. Et quia (vt dictum eſt in proximè præcedẽte) ſuperior triangulus ſit medietas quadrati (quia ſuper eandem baſim & inter lineas equè diſtantes) & inferior eadem ratione medietas portionis dextrę: patet quadratum & portionem eſſe æqualia, per illam communem ſententiam. Quorum medietates ſunt æquales, ipſa tota ſunt æqualia. Sed eodem modo probabis de reliqua portione & quadrato ſiniſtro: vnde æquale eſt quadrati rectanguli inferius latus quod opponitur angulo recto, duobus quadratis reliquorũ laterum: quod probare oportuit.

Primi Elementi finis.

Elementa Geometrica.

Elementum Secundum.

Definitiones.

Parallelogrammum rectangulum ſub duabus lineis angulum rectum ambientibus, contineri dicitur.

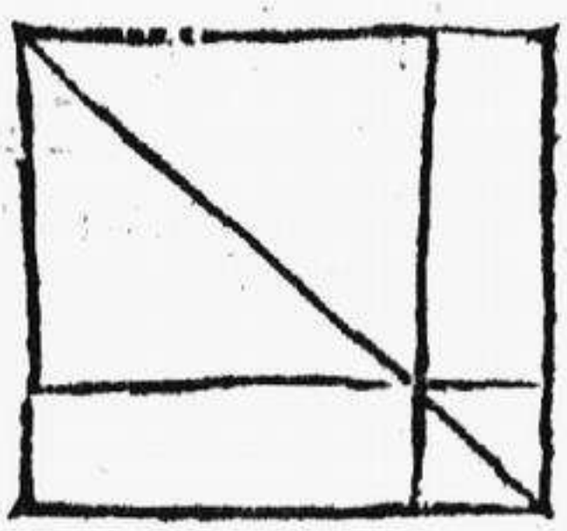
Parallelogramma (ſiue æqui diſtantium laterum figurę) licet habeant quaterna latera, & quaternos angulos, tamen dicuntur fieri ex duabus lineis comprehendentibus rectum angulum ſi rectã gula (ſũt) quia de his præcipuè eſt ſermo) ex hoc quod reliqua duo latera ſunt illis æqualia: quodlibet ſuo oppoſito. Et is erit deinde nobis modus loquendi, quod fit ex vna linea in aliam, pro parallelogrammo ex illis duabus lineis & alijs duabus ſibi æqualibus.

Parallelogramma quæ diameter ſecat per medium, dicũtur conſiſtere circa diametrum.

Diameter in parallelogrammo, eſt linea ab vno angulo parallelogrammi ad angulũ oppoſitum, vnde cum in parallelogrammo latera oppoſita ſint æqualia: diameter ſemper in partes æquales ſecat parallelogrammum: quia in duos æquales triangulos per ſecundam primi præcedentis.

Gnomon autem dicitur, quod libet illorũ quæ circa diametrum conſiſtunt vnà cum duobus ſupplementis.

Supplementa in præſenti figura dicuntur duo parallelogramma, quæ diameter non ſecat: duo autem ſupplementa cum altero eorum qui circa diametrum conſiſtunt, conficiũt gnomonẽ: Inde eſt illud Ariſt. in Categorijs: ſi quadrato gnomonem addas creſcit ſed nõ alteratur, quia manet eiuſdem figuræ cuius antea.

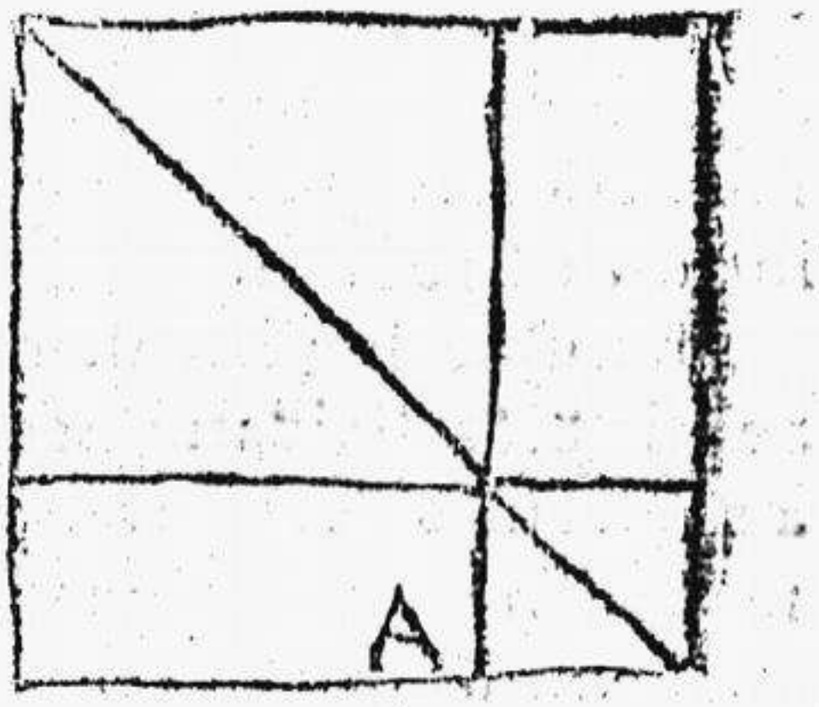


Prima

Prima Propoſitio. Eucl. vero. 4.

Si linea recta in duas partes diuidatur, quadratum totius erit æquale quadratis duarum partium cum duobus parallelogrammis, quæ fiunt ex vna partium in alteram.

Tres priores huius ſecundi Euclı. propoſitiones clariſsimę ſunt, nec demonſtratione indigent, & ad ſequentia non ſunt ad modū neceſſariæ: ideo quartam pro prima demonſtramus, & quidem in præſenti figura etiam ſenſui patet, nam linea inferior totius quadrati diuiſa eſt in puncto .a. inq; quadrato conſpicis duo quadrata circa diametrum conſiſtentia: quorum paruum manifeſtum eſt eſſe quadratum minoris partis, cum minor pars ſit latus eius. Maius autē quadratum ideo quadratum maioris partis dicitur, quia latera æqualia ſūt maiori parti: præterea ſupplementa duo dicuntur fieri ex partibus, quia latera illorū ſunt illis partibus æqualia. Quòd ſi in numeris volueris exē plum: ſit prædicta infima linea. 6. diuidaturque in. 4. &. 2. quadratum totius ſcilicet. 36. ęquale eſt duobus quadratis partium (ſcilicet. 16. &. 4.) & duobus parallelogrammis qui ex. 4. in. 2. nam. 16. quadratum maioris &. 4. quadratū minoris cum duobus octonarijs, qui fiunt qui libet ex bis quatuor, conficiunt. 36. quadratū totius.

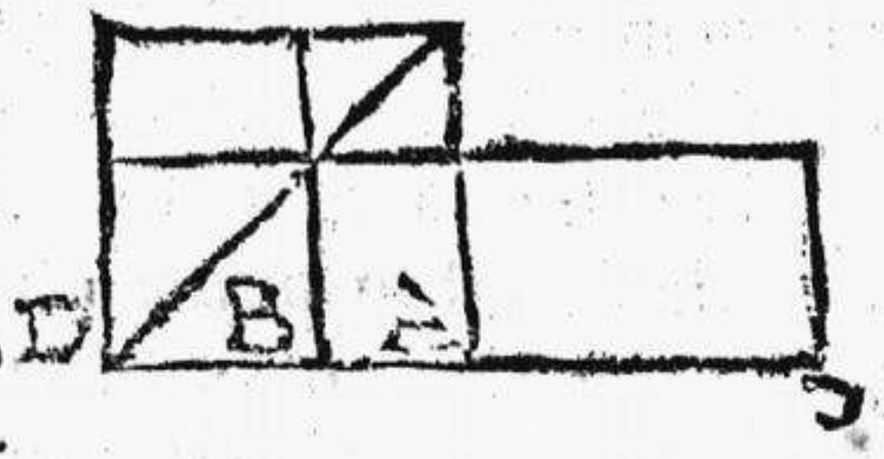


Propoſitio ſecunda. Eucl. 5.

Si eadem linea ſecetur per æqualia & per in æqualia, rectangulum ſub in æqualibus ſectionibus contentum, cū quadrato partis intermediæ adæquatur quadrato medietatis totius lineæ.

Sit diuiſa linea præſentis figuræ. c. d. per æqualia in puncto. a. & eadem per in æqualia in puncto. b. parallelogrammum autem contentum ſub inæqualibns ſectionibus ſit ab initio lineæ, id eſt, a puncto. c. vſque ad punctum. b. nam linea à principio ad illud pūctum eſt maior pars: & quæ cum illa cauſat parallelogrammū eſt

æqualis minori parti: Hoc parallelogrammũ cum quadrato partis intermediæ, quæ est inter. a. &. b. patet esse æqualia quadrato medietatis lineę, quod est in eadem figura. Nam tale est quadratum illud superius quòd existit circa diametrum: quale & quantũ esset quadratum prædictæ intermediæ, cum latera eius sint æqualia eidem. a. b. Rursus prædictum parallelogrammum cum eodem quadrato, minus est tota figura per quadratum inferius circa diametrũ consistens cum supplemẽto quod supra ipsum est: id autem totũ (id est quadratum inferius cũ supplemento) æquale est parti parallelogrammi extra quadratum medietatis existenti: vnde ęqualia remanent ex vna parte quadratum medietatis: & parallelogrammum ex inæqualibus cum quadrato intermedij ex alia.

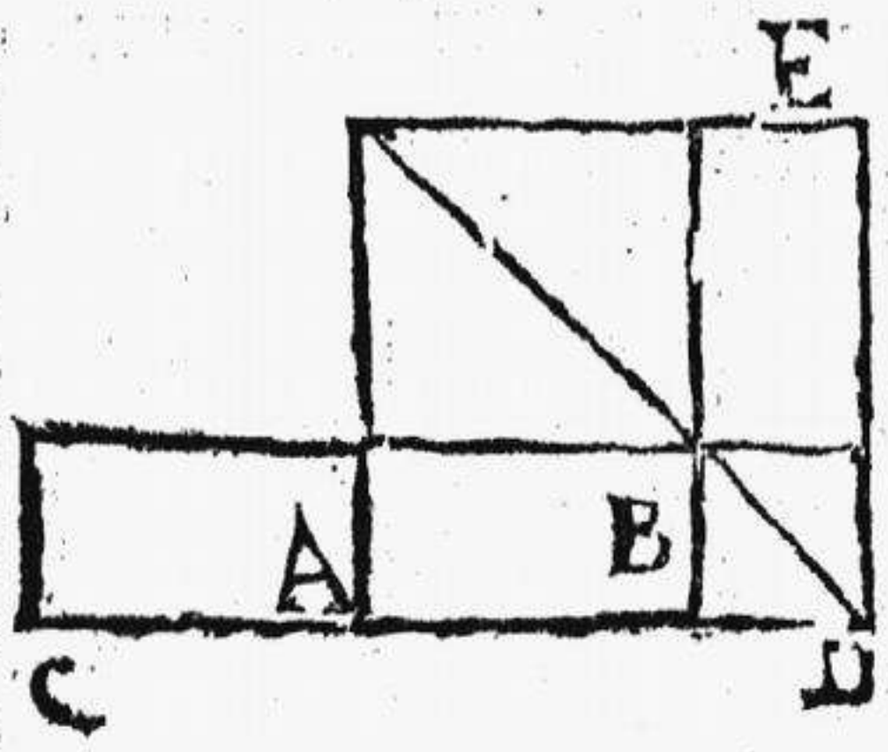


In numeris etiam demonstratur idipsum. vt si tota inferior linea sit. 8. & diuidatur per æqualia in duos quaternarios: & per inæqualia in. 6. &. 2. parallelogrammum ex inæqualibus scilicet. 6. in. 2. erit. 12. qui cum quadrato binarij lineæ intermediæ (quod est. 4.) facit. 16. quadratum. 4 medietatis. 8.

Propositio Tertia. Eucl. 6.

Si diuidatur linea per æqualia, & ei alia in longum addatur, parallelogrammum quod fit ex tota composita in partem additam cum quadrato medietatis prioris, æquale est quadrato compositæ ex medietate & addita.

Sit infima linea prędentis figuræ. c. b. diuisa in duas medietates in puncto. a, addaturque ei in longum linea à puncto. b. ad finem. d. parallelogrãmum ergo infimum totius figuræ cũ quadrato medietatis æquale est quadrato compositæ ex medietate & addita: quod facile patet, quandò quidẽ prædicta parallelogrammum & quadratũ, sunt minus tota figura per supplemẽtum dextrum & superius: qua



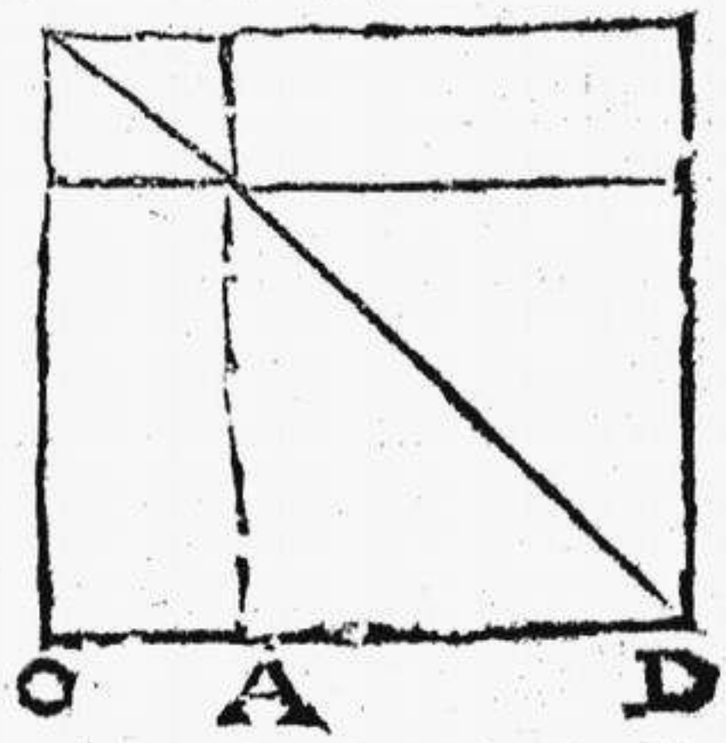
dratum vero totum minus etiam est tota figura per parallelogrã-mum, quod est extra quadratum, si ergo loco vnius ponas aliud, cum sint æqualia (quia æqualia supplemento reliquo, vt patet) relinquuntur æqualia ex vnà parte, totum parallelogrammum inferius cum quadrato medietatis existente circa diametrum: & ex alia, quadratum compositæ ex medietate & addita.

In numeris verò prior linea. c. b. sit. 8. cui diuisę in duos quaternarios addatur binarius, parallelogrammum ex tota composita (scilicet. 10.) in binarium additum est. 20. quadratum mediæ prioris. 16. quæ simul sumpta faciunt. 36. tantum est quadratum medietatis cum addita scilicet. 6. sexies enim sex facit. 36.

Quarta Propositio Eucl. 7.

Si recta linea in duas partes diuidatur, quadratum totius cum quadrato vnius illarum partium æquum est illis quę fiunt ex tota linea in eandem partem bis, & quadrato alterius partis.

Sit vt superius linea. c. d. infima. diuisa in puncto, a. vt contigerit, accipio quadratum totius & quadratũ minoris partis, illa duo quadrata sensu patet esse æquaiia duobus parallelogrammis scilicet inferiori composito ex paruo quadrato circa diametrum consistente, & supplemento illo inferiori, & composito ex eodem quadrato & supplemento reliquo, cum quadrato alio circa diametrum consistente: nam vtrobiq; paruum quadratũ bis sumitur: semel cum toto quadrato, & iterum per se: & item bis cũ componit duo parallelogramma cum duobus supplementis.

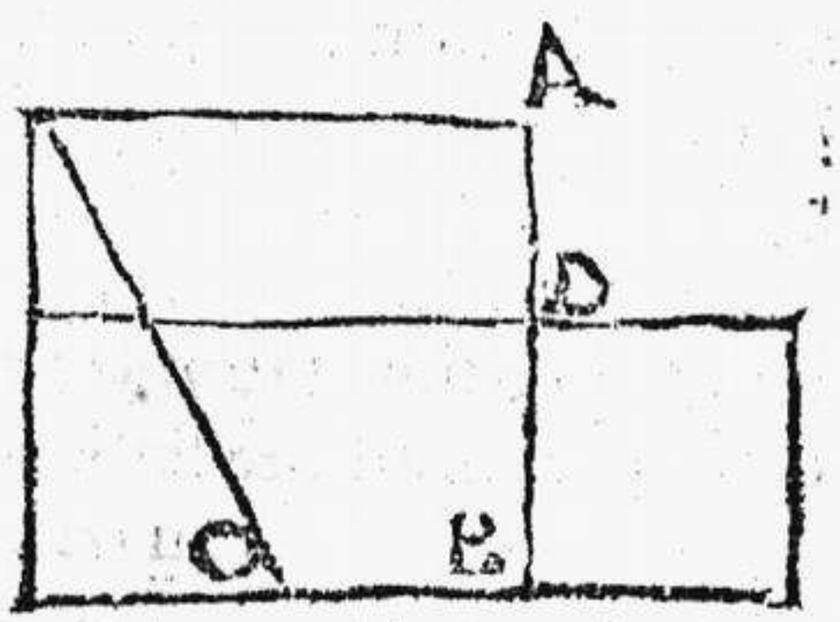


Patet etiam in numeris: si prædicta linea sit. 6. diuisa. in. 4. &. 2. quadratum totius est. 36. quod cũ quadrato minoris partis quod est. 4. facit. 40. idem eueniet ex. 6. in. 2. bis &. 4. in semetipsum.

Quinta Propositio. Eucl. vero. 11.

Datam lineam sic secare, vt rectangulum (quod sub tota & vna eius portione continetur) sit æquale quadrato alterius partis.

Sit linea.a.b.quæ eſt latus quadrati maioris:quæ diuidenda eſt vt hæc propoſitio aſſerit: & fiat quadratum ex illa: latus quadrati infimum diuidatur in duas medietates in puncto c.àquo ad angulum dextrum ſuperiorem ducatur linea:ad cuius ęqualitatem protrahatur latus illud infimum, ab eo dem puncto.c.in directum:remanet neceſſario portio quędam iſtius lineę extra quadratum: ſuper quam portionem conficio quadratū extra quadratum prius:& latus ſuperius iſtius quadrati ſecabit lineam priorem in puncto.d.illud punctū eſt quod quęrebam. Protracto.n.latere illo ſuperiori minoris quadrati vſq; ad latus oppoſitum maioris,diuidetur quadratum maius in duo parallelogramma: quorum ſuperius eſt æquale quadrato paruo. Quod ita probatur: intelligatur infima illa linea.b.e.diuiſa per medium in puncto.c.& illi addita pars quę eſt latus quadrati parui erit per. 3. præcedentem: quod fit ex tota in iſtam additam cum quadrato medietatis: æquale compoſito ex medietate & addita:& inde quadrato illius quæ a puncto.c.ad angulum ducta eſt: & per vltimam primi iſtius:quadratis duarum linearum.c.e. &.f. e. continentium angulum rectum trianguli exprædicta facti. Vnde ſi vtrinque auferas quadratum medietatis ſupradictum remanent æqualia, quadratum prioris lineæ,& parallelogrammum compoſitum ex paruo quadrato & inferiori parallelogrammo. Et ſi ab his æqualibus demas præfatum inferius parallelogrammum:æqualia manent parallelogrammum ſuperius quod ex tota linea.a.b.in partem ſuperiorem, & quadratum partis inferioris:quod erat demonſtrandum. Hæc in numeris non oſtenditur:erit tamen neceſſaria in ſequentibus:quia diuiditur hac diuiſione linea ſecundum rationem habentem medium & duo extrema.

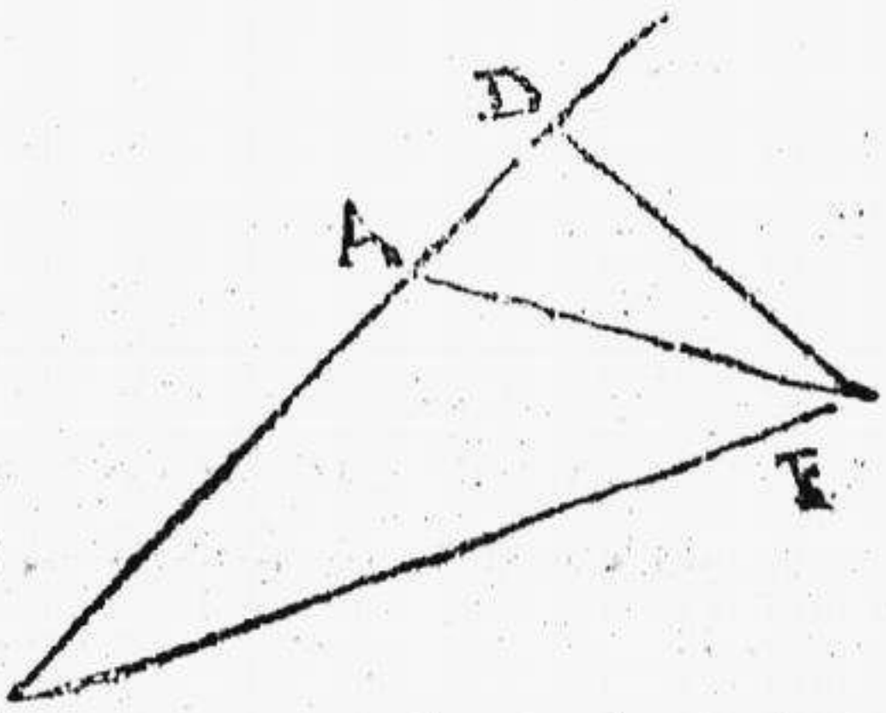


Sexta Propoſitio.Eucl.12.

In triangulis obtuſiangulis,quadratum lateris oppoſiti angulo obtuſo maius eſt duobus quadratis reliquorum laterū, per duo parallelogramma quæ fiunt ex vno illorum late-

rum, in lineam quæ ſibi adiuncta ad perpendicularem, ab obtuſo angulo protrahitur.

Sit in preſenti triangulo .angulus a. obtuſus. & linea.b.c. illi, oppoſita addatur eq; lineę b.a. in cõtinuũ alia linea: ad quã ex pũto. c. perpendicularis ducatur.c.d. Iam linea.b.d. per primã iſtius quę Euclidis eſt. 4. diuiditur in puncto.a. & per eandem quadratum ipſius valet quantum duo quadrata ſuarum partium, & amplius duo parallelogramma ex vna parte in alteram: ſed per vltimam primi præcedentis, latus.b.c. poteſt quantum.b.d.&.d.c. eo quod angulus.d. eſt rectus: erit igitur quadratum lineæ.b.c. æquale tribus quadratis linearum. b.a.&.a.d.&.d.c.& prętereaduobus parallelogrammis ex.b.a.in.a.d. At verò per eandem vltimam primi quadratum lateris.a.c. valet duo quadrata linearum.a.d.&.d.c. Quadratum ergo lineæ.b.c. valet quantum duo quadrata linearum. b.a.&.a.c,& vltra duo parallelogramma ex.b.a.in.a.d. quod erat probandum.

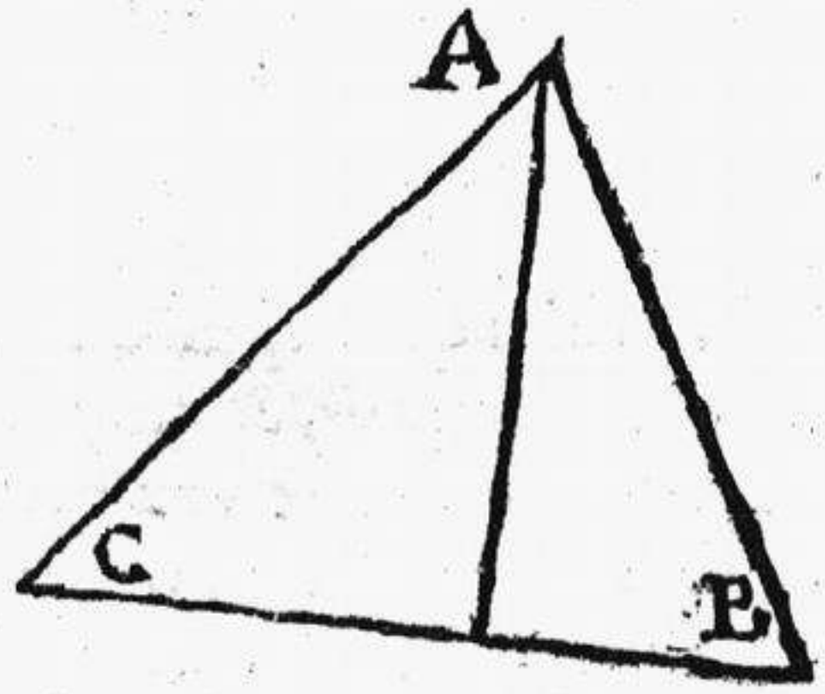


Septima Propoſitio. Eucl. 13.

Latus quod opponitur angulo acuto cuiuslibet trianguli tanto minus poteſt reliquis acutum continentibus: quantum eſt quod fit ex vno illorum bis ducto in illam ſui partem quæ eſt inter acutum angulum & perpendicularem ab oppoſito ſibi angulo ductam.

Hæc propoſitio. 13. ſecundi Eucl. tenet tam in orthogonijs quã in ambligonijs & oxigonijs triangulis, quilibet enim triãgulus ad minus habet duos angulos acutos: vnde ad latus quod commune

eſt duobus acutis: perpendicularis ex oppoſito angulo ducta: neceſſario cadit intra triangulum, & ſic (vt in practica Geometrica dicetur) omnes trianguli hac demonſtratione metiuntur, ſit itaque in triangulo. a, b. c. angulus. c. acutus latus. a, b. illi oppoſitus: cuius quadratum dico minus eſſe duobus reliquorum laterum quadratis: per duo parallelogramma ex. b. c. in. d. c. Quoniam enim linea. b. c. diuiſa eſt vt cunq; in pũcto. d, erit per quartam prẽcedentẽ quæ eſt. 7. Eucl. quadratum totius. b. c. cũ quadrato partis. d. c. æquale duobus parallelogrãmis quæ ex tota. b c. in eandem partem. d. c. & quadrato reliquæ partis. b. d. quibus æqualibus ſi addas commune quadratum. a. d. remanebunt ex vna parte tria quadrata linearum. b. c. & . d. c. & . a, d. & ex altera duo quadrata linearum. a. d. & . b. d. & duo parallelogramma prædicta æqualia, at quadratum lineæ. a. c. per vltimam primi: æquum eſt duobus quadratis. a. d. & . d. c. ponatur igitur loco illorum: & erunt duo quadrata duorum laterum. a. c. & . b. c. æqualia duobus quadratis. a. d. & . b. d. ſimul cum duobus parallelogrammis ſupradictis, per eandem vero vltimam primi quadratum lateris. a. b. æquale eſt duobus. a. d. & . b. d. ſuperatur ergo a duobus quadratis reliquorum laterum per duo parallelogramma ex. b. c. in. d, c. confecta: quod erat demonſtrandum.



Finis Secundi Elementi.

Elementa Geometrica.

Elementum Tertium.

Definitiones.

Circuli quorum diametri ſunt æquales, ſunt ipſi æquales: & cuius diameter maior, eſt maior: cuius vero minor, minor.

Linea dicitur contingere circulum quæ tangens: vtrinque producta ipſum non ſecat.

Circuli etiam ſe tangentes erunt: cum ſe tangentes non ſecant.

Sectio ſiue portio circuli eſt: quæ recta linea intra circulum quæ corda appellatur & parte circumferentiæ quæ arcus dicitur continetur.

Angulus portionis eſt, qui a lineis quæ exterminis cordæ in aliquo puncto arcus producuntur cauſatur.

Sector circuli eſt figura, quæ duabus à centro ad circunferẽtiam lineis rectis & parte peripheriæ continetur.

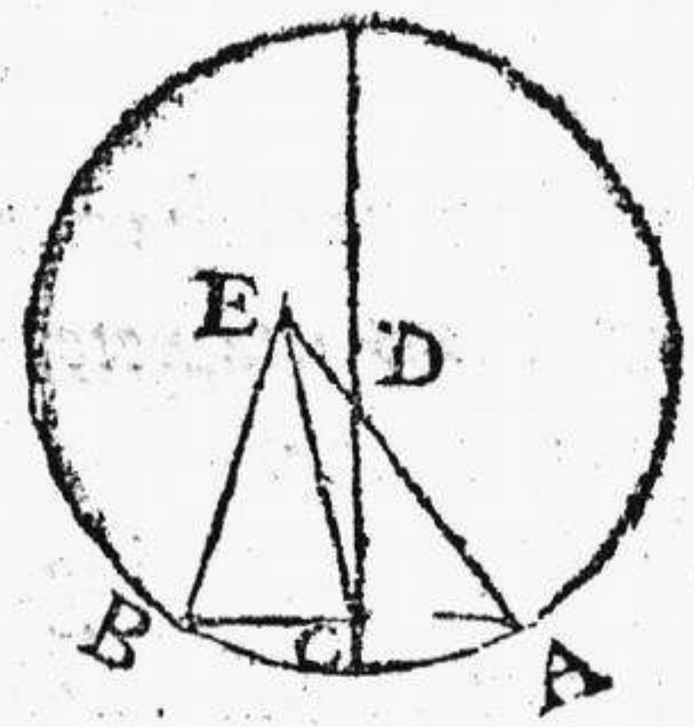
Similes ſunt portiones: quorum anguli ſunt æquales.

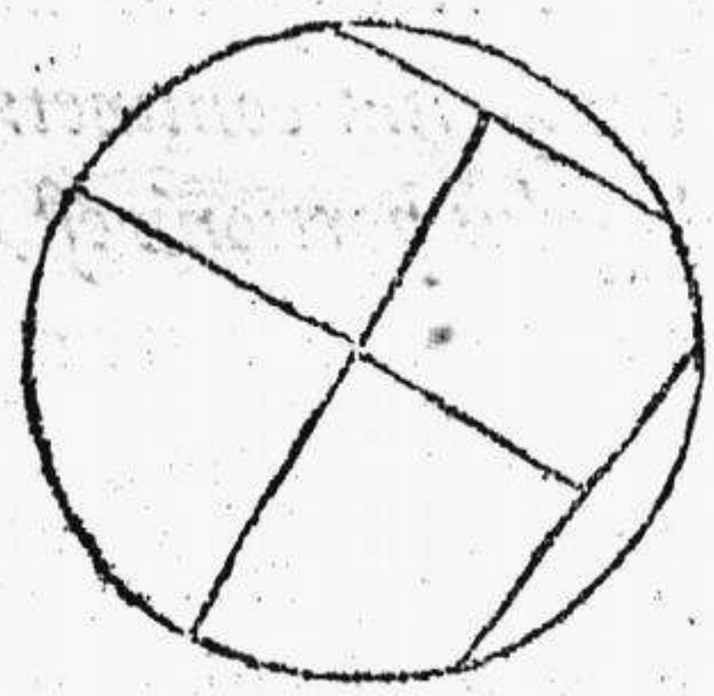
Prima Propoſitio.

Data peripheria ſiue parte perpheriæ circuli: inuenire centrum.

Huic primę Eucl. viſum eſt iungere. 25. eiuſdem: facile enim conſequitur ipſam, ſit ergo primo peripheria totius circuli data: cuius centrũ inquirimus, huic apto lineam rectam vt intra circu-

lum quomodocunq; cadat: & eius extrema ſint in circunferentia: vt linea. a. b. hĩc diuido per æqualia in puncto. c. atq; inde erigo perpendicularem ſuper ipſam: quæ vtrinq; protracta erit diameter circuli: & ita diuiſa per æqualia habet in medio cẽtrum. Quod enim in nullo alio puncto poſsit eſſe centrum patet, nam in eadẽ linea non: quia ſemi diametri non eſſent æquales. 1. àcentro ad circunferentiam: quod eſt contra definitionẽ circuli, ſed neq; extra lineam: nam ſi eſſet vt in puncto. d. ducam lineas a terminis prioris lineæ: & a medietate ipſius ad prædictum punctum. d. erunt duo trianguli quorum latera vnius, lateribus alterius eſſent æqualia, vnde & anguli etiam æquales. vnde & anguli qui ad. c. æquales, & ſic recti: ſed qui fiebant ex linea perpendiculari etiam erant recti, & ſunt reſpectu illorum pars & totum, ſequeretur igitur quod pars eſſet æqualis toti quod eſt impoſſibile, nam oẽs anguli recti ſunt æquales. Hinc facile patet: ſiue toti peripheriæ ſiue cuilibet eius parti duas rectas applices: & ex medietate illarum erigas perpendiculares: cũ in vtraq; ſit centrũ, eſſe neceſſariò in pũcto interſectionis illarũ, vt in figura patet: atq; hinc habetur modº perficiendi in cũpletũ circulũ. Inde etiã patet, per quæcũq; tria pũcta quæ tamen nõn ſint in eadem linea recta, poſſe nos deſcribere circulum: nam ex medietate cuiuslibet duarum linearum quæ a duobus illorum ad tertiam ducuntur: poſſunt duci duo perpendiculares ad eandem partem: quæ ſe interſecabunt in puncto quod erit centrum, vt ſi ſint tria puncta. a. b. c. ab. a. & . b. ad c. ducantur lineę & a medietate illarum verſus. d. perpendiculares ſupra ipſas oſtendunt centrum. d. peripheriæ quæſitæ.



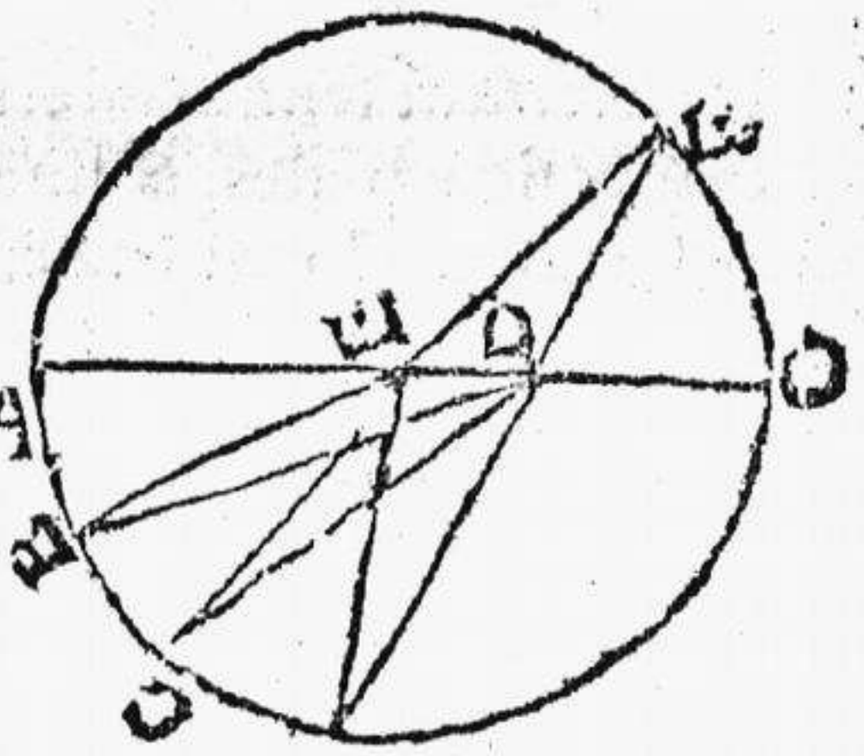


Secunda

Secunda Propoſitio. Eucl. 7.

Si intra circulum à ſignato puncto extra centrum lineæ ducantur ad peripheriam: quæ per centrum tranſit erit omnium longiſſima, quæ cum illa complet diametrum erit omnium breuiſſima: quæ ab his æquè diſtant erunt æquales: quæ autem magis appropinquant longiſſimæ ſunt longiores, & quę appropinquant breuiſſimę ſunt breuiores.

Hæc propoſitio ſic probatur, a puncto. d. extra centrum in circulo præſenti ducantur ad circumferentiam lineæ. vt. d, a. &. d. b. &. d, c. aſſerit hæc propoſitio quod linea. d . a . longior eſt quam linea. d. b. & linea. d. b, quam linea. d. c. Probatur hoc quoniam ſi ex centro. e. ducãtur ad puncta. b. & c. lineæ facient triangulos cum prædictis & portione quæ eſt inter centrum circuli & punctum. d . at duo latera trianguli. e. b. d. ſcilicet. c. d. & e. b. ſimul longiora ſunt. b. d (dictum eſt enim in prima propoſitione primi pręcedentis non poſſe fieri triangulum ex tribus lineis niſi duæ illarũ ſint longiores reliqua) & eadem duo latera ſunt æqualia. d. a. cũ c. a. &. e. b. ſint ſemidiametri &. d. e. &. e. a. ſint partes lineæ. d. a. illa igitur longior eſt quam. d, b. Item in triangulo. c. e. d. duo latera. c. d. & d. e. ſunt æqualia duobus lateribus. b. e. &. e. d. trianguli. b e. d. angulus tamen in centro trianguli. c. e. d. minor eſt angulo qui in centro trianguli. b. e. d. vnde & baſis. d c. minor baſi. d. b. ex maiori inclinatione laterum æqualiũ. Item probo quod minor ſit linea. d g. quam linea. d. f. quæ. d. g. complet diametrũ cũ longiſſima, nam. e. f. &. e. g. æquales ſunt quia a centro. Sed. d e. &. d. f. ſimul maiores ſunt quam. e. f. ergo maiores quam e. g non autem in portione. e. d. cõmuni ergo. d. f. maior eſt. d. g. quæ autem æque diſtant a longiſſima ſiue breuiſſima ex dictis probãtur æquales vnde non indigent alia probatione.

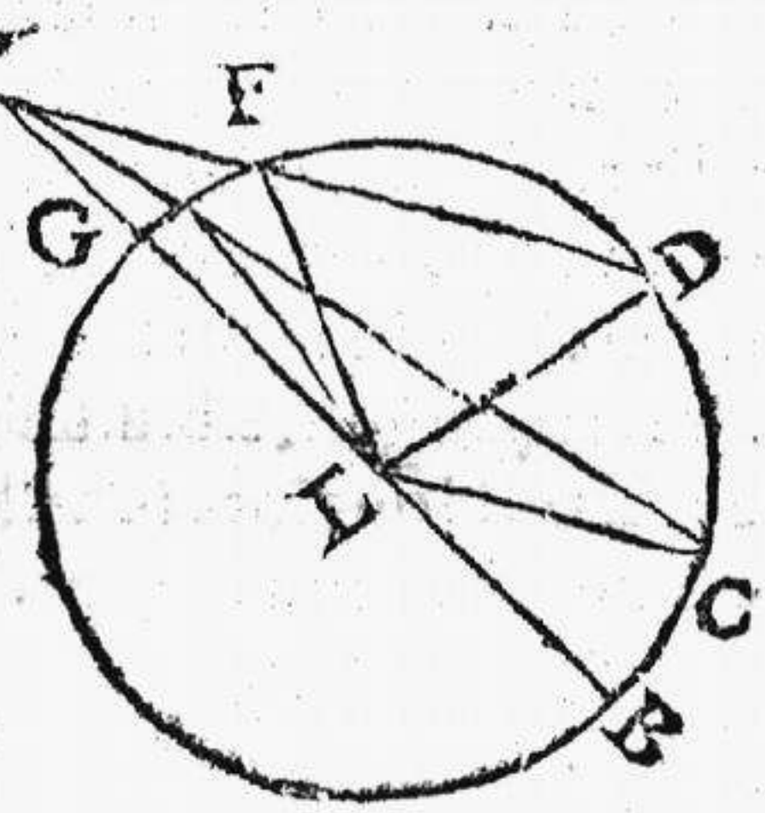


BIBLIOTECA UNIVERSITARIA SEVILLA

Tertia Propoſitio. Eucl.8.

Si à puncto extra circulum ad peripheriam circuli ducantur plures lineę intra eundem, quę tranſit per centrum eſt omnium longiſsima: ex reliquis verò quę magis appropinquant longiſsimę ſunt longiores, portiones verò illarum quę manent extra circulum, econuerſo ſe habent: vt illius quę per centrum ſit breuiſsima: & illi propinquiores breuiores.

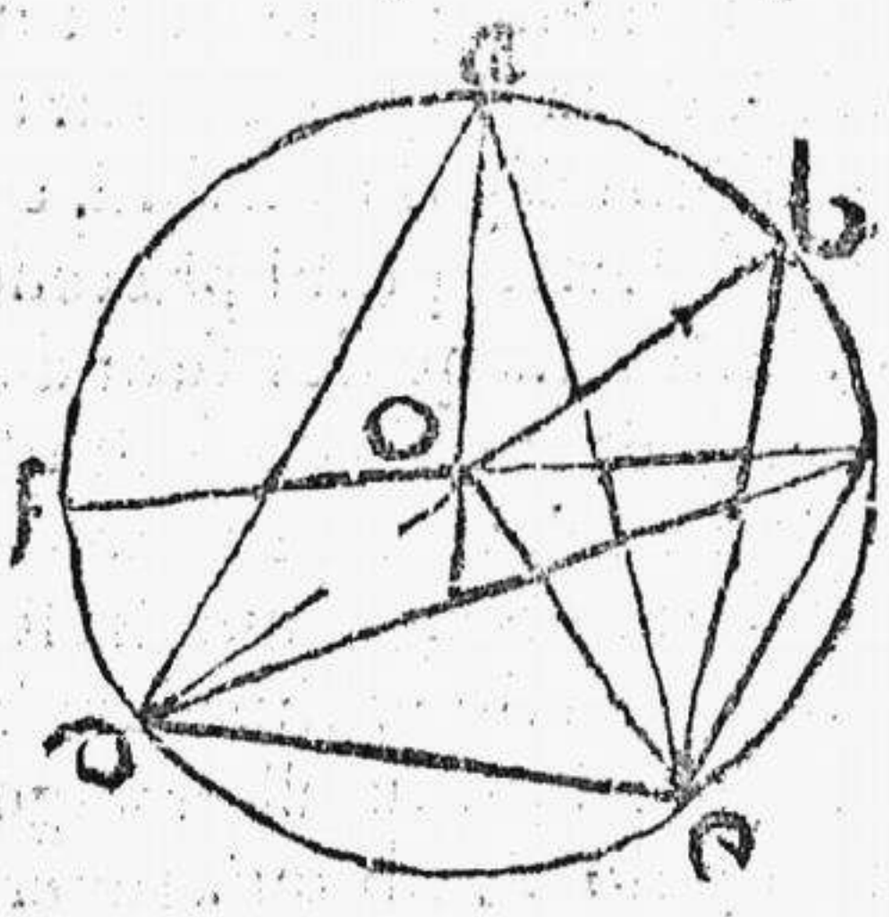
Eodem modo probatur iſta quo ſuperior: nam a puncto. a. extra circulum ductis lineis. a.b. &. a.c. &. a.d. ad peripheriam intra circulum: ſi à centro ducas lineam. e.c. erunt in triangulo. a. e.c, duo latera. a. e. &, e.c. ſimul ſumpta longiora. a. c. & tame duo illa erãt ęqualia lineæ. a.b. quia. c.b. &. e.c. ſunt ſemidiametri eiuſdẽ circuli & ſic æquales: & linea. a. e. eadem, igitur. a.b. longior. a.c. Item angulus qui eſt ad centrum in triangulo. a. e.c. maior eſt angulo qui ad centrum in triangulo. a. e.d. quia continet ipſum & aliquid aliud, ergo baſis. a. c, maior eſt baſi. a, d. Quòd autem in portionibus quæ ſunt extra circulum ſit è conuerſo, eodem modo probatur: ſi ab eodem centro. e. ad interſectiones cum peripheria ducantur lineæ vt. c. f. e, g. in triangulo enim. a. e. g. duo latera. a, g. &. g. e. ſũt longiora latere. a. e. at portio lineę. a. e. ſcilicet e. h. æqualis eſt lateri. e. g quia à centro ad circumferẽtiã, ergo. g. a. maior eſt h. a. Itẽ quia ad latera. a. e. &. e. g. ſunt ęqualia duobus lateribus. a. e. &. e. f. & in centro angulus. f. e. a. eſt maior quã angulus. g. e. a. erit baſis. f. a. maior baſi. g. a.



Quarta Propoſitio. Eucl. 18.

Si intra circulum in eadem portione fiant duo anguli, vnus ad centrum & alius ad circumferentiam: qui ad centrũ duplus eſt reliquo.

Sit in præſenti circulo in portione maiori à terminis lineæ.d. e.chordæ illius portionis angulus in cẽtro.o.dico illum eſſe duplum angulo quolibet exiſtente in peripheria: qui ab eiſdẽ chordæ terminis productis lineis fiat, & primo dico quod eſt duplus angulo.a. Ducatur enim linea.a.o. & intelligo angulum. o.diuiſum. in duos angulos quorum vterq; duplꝰ eſt medietate anguli.a ergo totus.o. toti.a.ſiquidem lineæ.o.a.&.o.e.æquales ſũt, quia ſemidiametri: anguli igitur ſuper lineam.a.e.æquales,& cum medietas dextra anguli.o.ſit in illo triangulo angulus extrinſecus: eſt æqualis vtrique, ergo duplus ad quemlibet illorum, & eodem modo dicẽdum de reliqua medietate: totus ergo angulus.o.duplus eſt angulo.a.Quod autẽ ſit duplus angulo.b. facile etiam patet, nam duo latera.o.b.&.o.e.æqualia ſunt quia ſemidiametri:ergo anguli ſupra baſim.b.e.æquales,& totus angulus.o. eſt extrinſecus: ergo æqualis vtriſq;: & ſic duplus ad quemlibet illorum & ſic ad.b.Sed & angulo.c.etiam duplus probatur,ſi ducas diametrum.f.o.e.ſunt.n.æqualia latera. o. e. &. o. c.ergo angulus.f.o. e. duplus ad totum angulum.c. compoſitum ex priori & illo qui fit propter.f.c.&.d.c, ſed angulus qui etiam in centro additus eſt propter prædictam diametrum, eſt duplus illi qui in circunferentiam propter eandem diametrum addebatur angulo. c.eò quòd ille eſt extrinſecus in triangulo.d.o.c. reſiduum ergo anguli.o.erit duplum reſiduo anguli.c. Remanet ergo angulus. o.prior qui ad centrum in portione cuius chorda.d.e. duplus cuilibet in circunferentia eiuſdem portionis: quod erat oſtendendum.



Quinta Propoſitio. Eucl.20.

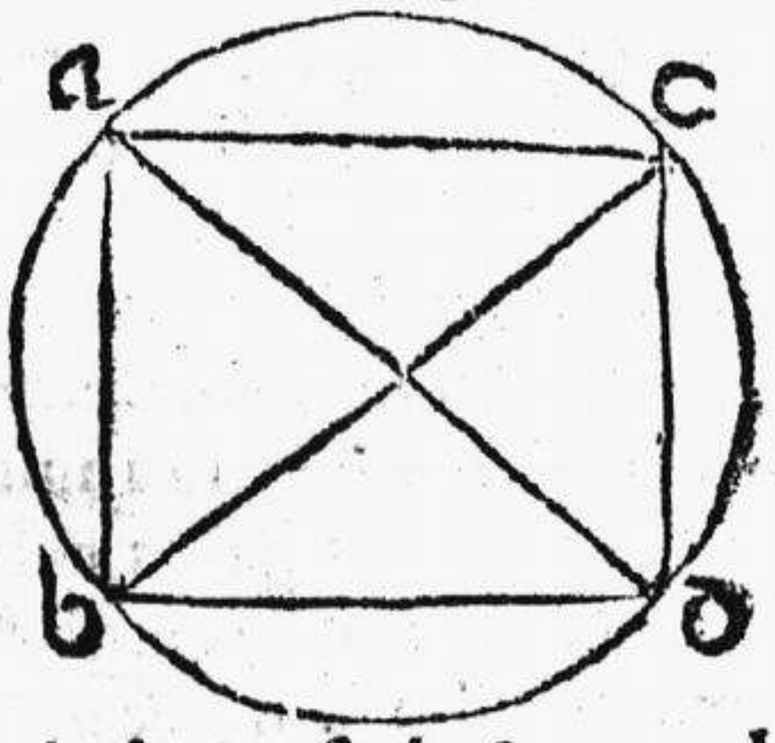
Omnes anguli in circunferentia eiuſdem portionis æquales ſunt ad inuicem.

Hæc eſt quaſi corollarium eorum quæ dicta ſunt in præcedẽte: nam ſi angulus in centro eſt duplus ad quencumque in circunferentia, illi omnes neceſſariò ſunt æquales: quia medietates eiuſdem.

Sexta propoſitio. Eucl. 22.

Si in circulo quadrilaterum inſcribatur: habet binos angulos oppoſitos æquales duobus rectis.

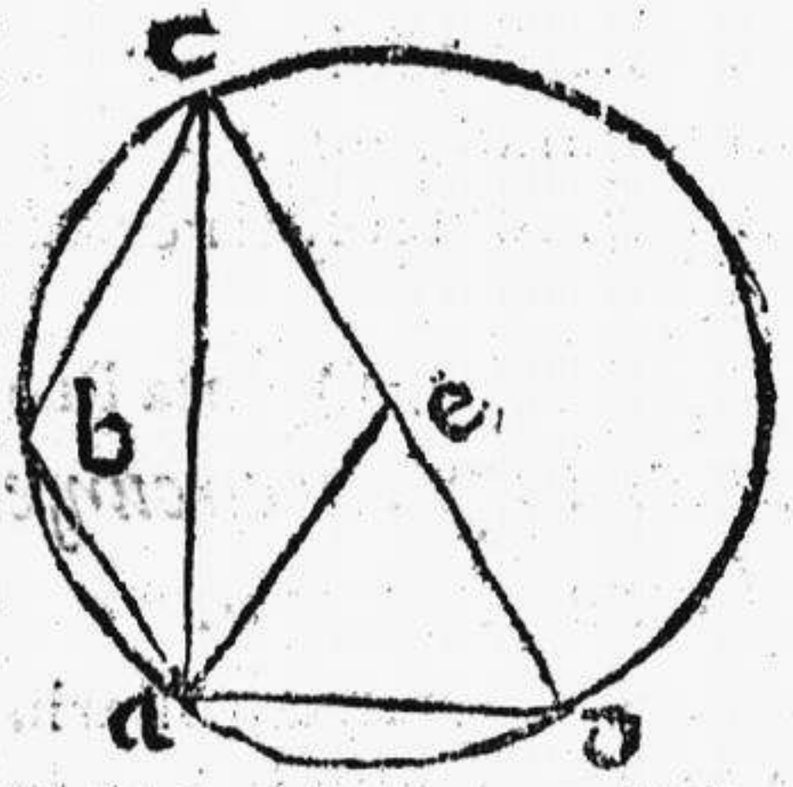
In circulo præſente ſit quadrilaterum quomodocunq;. a.b. c.d. & ducantur duæ lineæ ab angulis. a. &. b. ad oppoſitos, iam intelligo triãgulum. a.b.d. cuius tres anguli per. 10. primi præcedẽtis quæ &. 32. Eucl. æquales ſunt duobus rectis: ſed & angulus qui eſt ad. c. eſt æqualis duobus illius trianguli angulis. vt pote. b. c. a. æqualis eſt angulo. a.d.b. quia ſuper chordam. b.a. in eadem portione ſimiliter angulus. b.c. d. angulo. d, a.b. quia ſuper chordã. b.d. eſt igitur totus. c. æqualis. b. a. d, &. b.d, a. & ſic. b. &. c. totales eiuſdem æquilateri æquales duobus rectis.



Septima Propoſitio. Eucl. 31.

In ſemicirculo angulus qui ad circunferentiam, rectus eſt: in portione maiore ſemicirculo, eſt acutus: in portione verò minore, obtuſus.

In præſenti figura angulus ſemicirculi eſt angulus. d. a. c. quẽ probo rectum eò quod æqualis angulo extrinſeco, qui ex productione lineæ c.a. cauſatur, & quod ſit illi æqualis probatur: angulus. a. extrinſecus eſt æqualis duobus. d. &. c. per. 10. primi quę eſt 32. Eucl. ſed ducta linea à centro ad. a. angulus. a. intrinſecus cõponitur ex duobus. ſcilicet. d. a. e. æquale. e. d. a. &. e. a. c. æquale. e. c. a. per tertiã huius quæ eſt. 5. Eucl. igitur æqualis eſt angulus. a. intrinſecus angulo. a. extrinſeco, & ſic vterq; rectus, per definitionem anguli recti: at tam angulus. d. quã angulus. c. quia in portione maiore ſemicirculo minor eſt recto, quia per. 10. ſupradictã omnes tres ſimul æquantur duo-



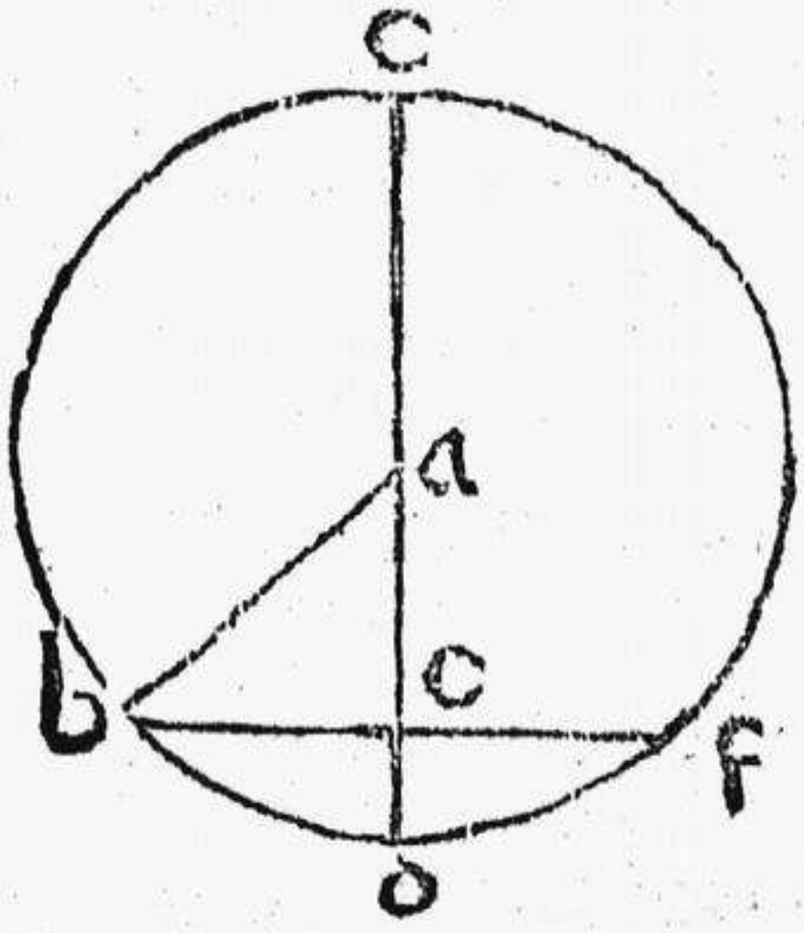
bus rectis, cum ergo vnus est rectus quilibet reliquorum minor est recto.

Quod autem angulus. b. in portione minore sit maior recto, patet ex præcedente. nam in quadrilatero. d. c. b. a. duo anguli opposiri. d. &. b. æquales sunt duobus rectis: sed angulus. d. (vt probatum est) minor est recto: ergo angulus b. erit maior recto.

Octaua propositio. Eucl. 34.

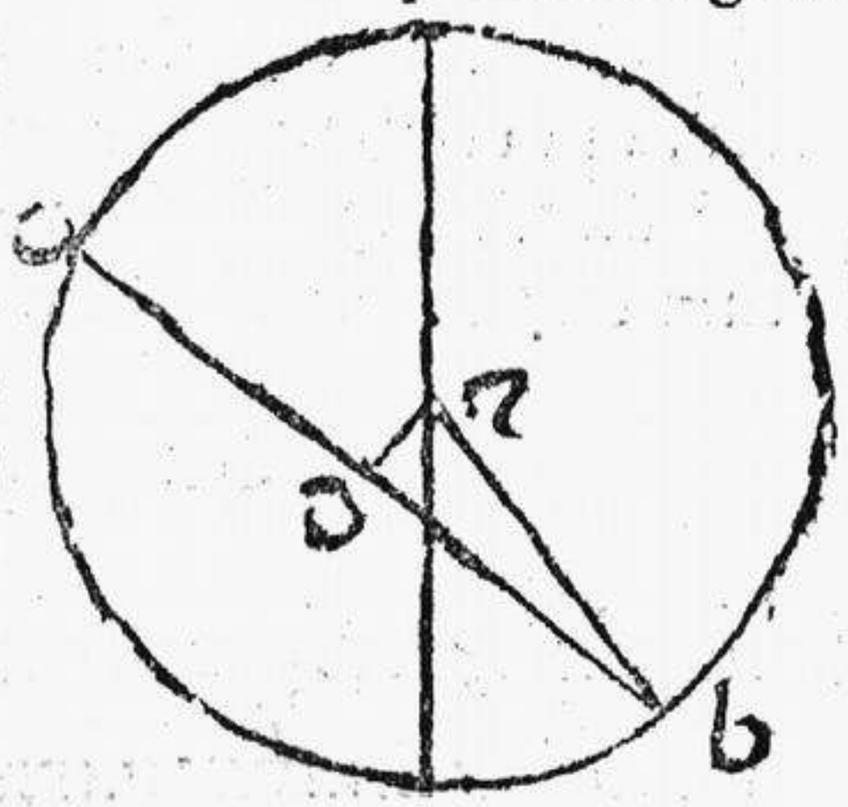
Si duę lineę rectę se intra circulum secuerint: rectangulum quod sub duabus partibus vnius illarum continetur, ę-quale est rectangulo sub partibus alterius contento.

Duæ lineæ in circulo se intersecantes, aut ambæ per centrũ transibunt, aut altera, aut neutra: si ambæ, cum vtriusq; partes sint æquales (quia semidiametri) clarum est quod quadrata crũt æqualia: si altera tantum transit per centrum, vel secat aliam in partes ę-quales, vel inæquales: si in æquales (vt in prima figura) ducam à centro a. lineam: a. b. erit (per secundam secundi præcedentis quæ est. Eucl. 5.) quod fit ex. c. c. in. c. d. cum quadrato. a. c. æquale quadrato. a. d. & sic quadrato, a. b. & per vltimam primi pręcedentis quadratis duarum linerum. a. c. &. c. b. Dẽpto igitur vtrina q; quadrato. a. c. remanet parallelogrammum ex. c. c. in. d. c. æquale quadrato. c. b. quæ est medietas totius lineæ. f. b.



Quòd si per inæqualia intersecet, vt in secunda figura inter secat diameter. g. a. f. lineam. c. b. ducatur ex centro ad. b. c. perpendicularis. a. d. &. per eandem secundam secundi præcedentis, quod fit ex. g. e. in. e. f. cum quadrato. a. e. & per vltimam primi cum quadratis. a. d, &. d. e. erit ęquale quadrato. a. f. & sic quadrato. a. b. & per eandem vltimam duobus quadratis. a. d. &. d. b.

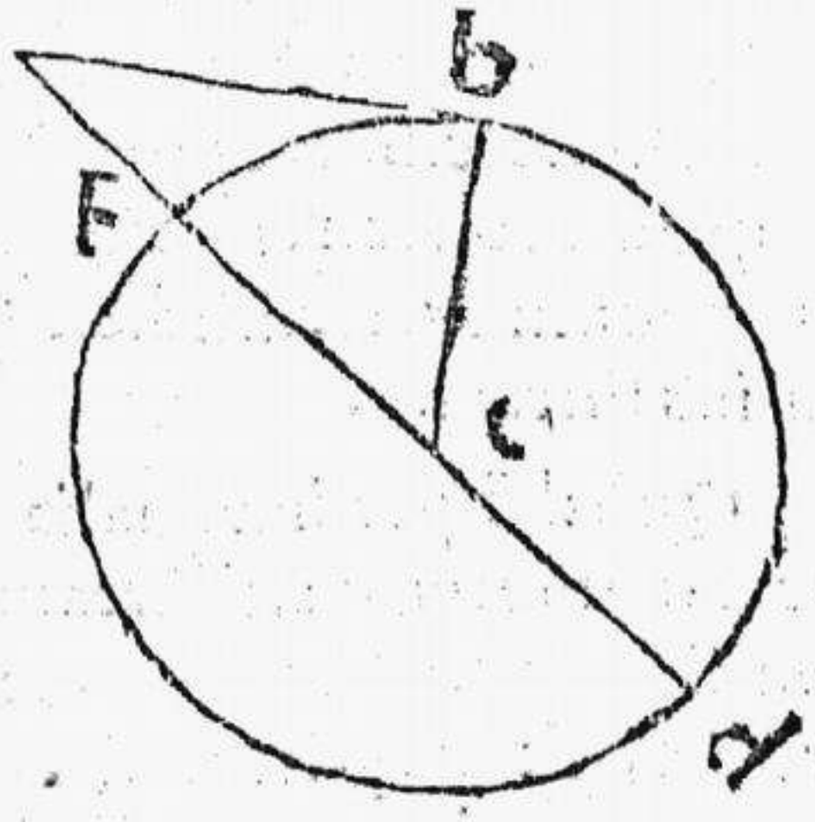
si ergo vtrinq; auferas quadratum.a.d.remanet quod sub. g.e.& e.f.cum quadrato.d.e. æquale quadraro.d.b. Sed per eandem secundã idem quadratum.d.b. est æquale parallelogrammo quod ex.c.b.in.e.b. cum quadrato eodem. d.e. Si ergo vtrinq; auferas quadratum.d.e. remanent æqualia parallelogramma quæ ex. g.e.in.e.f.& ex.c.e. in. e. b. quod erat probandum.



Quòd si nulla istarum transeat percentrum, ducatur diameter perpunctum intersectionis illarum: & cum diametri partes cum singulis illarum (perea quæ demonstrata sunt) causent æqualia parallelogramma, etiam illarum partesinterse æqualia causabunt.

Nona Propositio. Eucl. 35.

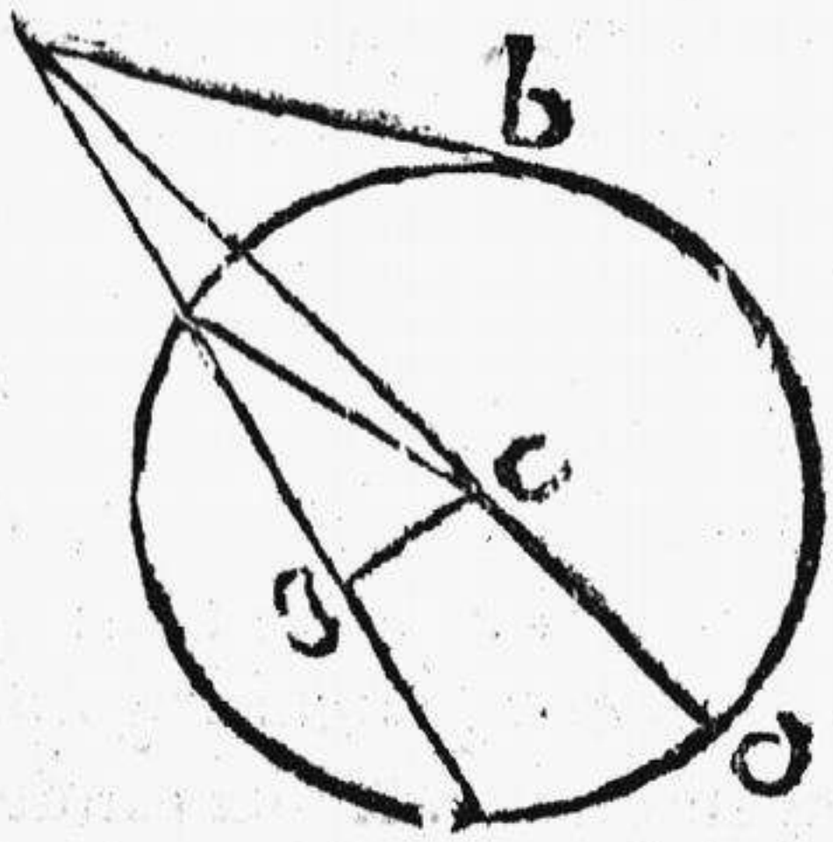
Si à puncto extra circulum ducantur lineę, quarum vna tangat circulum, alię secent ipsum, quod fit sub tota secante, & parte extra circulum existente, equale est quadrato lineę contingentis.



Sit a puncto.a. linea.a.b.contingens circulum in puncto.b. & linea a.d.intersecans circulum, quæ transeat per centrum, vt in prima figura: iam diameter. e. d. diuisa est per medium in puncto. c & in longum addita illi. e.a. Est igitur per tertiam secundi præcedentis quæ est Eucl. 6. quod fit ex.d.a. in. e.a.cum quadrato.e.c.& sic cũ quadrato.e.b.equale quadrato.c.a.& per vltimã primi præcedẽtis quadratis. a.

b.&.b.c. (cauſat enim linea contingens cum illa quæ à centro ad punctum contingentiæ angulum rectum) dempto ergo vtrinq; quadrato.b.c.remanet quod ex.d.a.in.e.a.æquale quadrato.a.b.

Si verò non tranſeat per centrum linea ſecans, vt in ſecunda figura: linea.a.b. ducatur perpendicularis ad illam à centro, ſcilicet.c.g &.per eandem tertiam ſecundi: quoniam.b.f.diuiſa eſt per medium in puncto. g. & addita illi.f.a.erit igitur quod fit ex. h.a.in. a.f cum quadrato. f. g. æquale quadrato.g a. addatur vtriuſq; quadratũ. c.g.erit quod fit ex.h.a. in.f.a.cũ duobus quadratis. f. g. &.g.c.& ſic quadrato.f.c.ac proinde quadrato. e.c æquale duobus quadratis.g.a.& c. g. vnde & quadrato c.a. ſed eodẽ modo ſe habebat quod fiebat. ex. d. a. in. a. e.cum eodem quadrato.e.c. ſi ergo quadratum illud ab vtriſq; demas remanet æquale quod fit ex.h.a.in.a.f.illi parallelogrammo quod ex.d.a.in.a.e.& illud probatum eſt æquale lineæ.a.b.ergo vtraq;.



Tertij Elementi Finis.

Quartum Elementum.

Definitiones.

Figura inſcribi intra figuram dicitur, in qua vnus quiſq; angulus inſcriptę vnum quodq; latus eius cui inſcribitur tangit.

Circa figuram verò deſcribi dicitur, quando vnumquodq; latus circumſcriptæ vnum quemq; angulum illius circa quam deſcribitur, tangit.

Circulus autem circumſcribitur, cùm peripheria tangit o-

mnes angulos: inſcribitur autem, cùm peripheria tangit omnia latera.

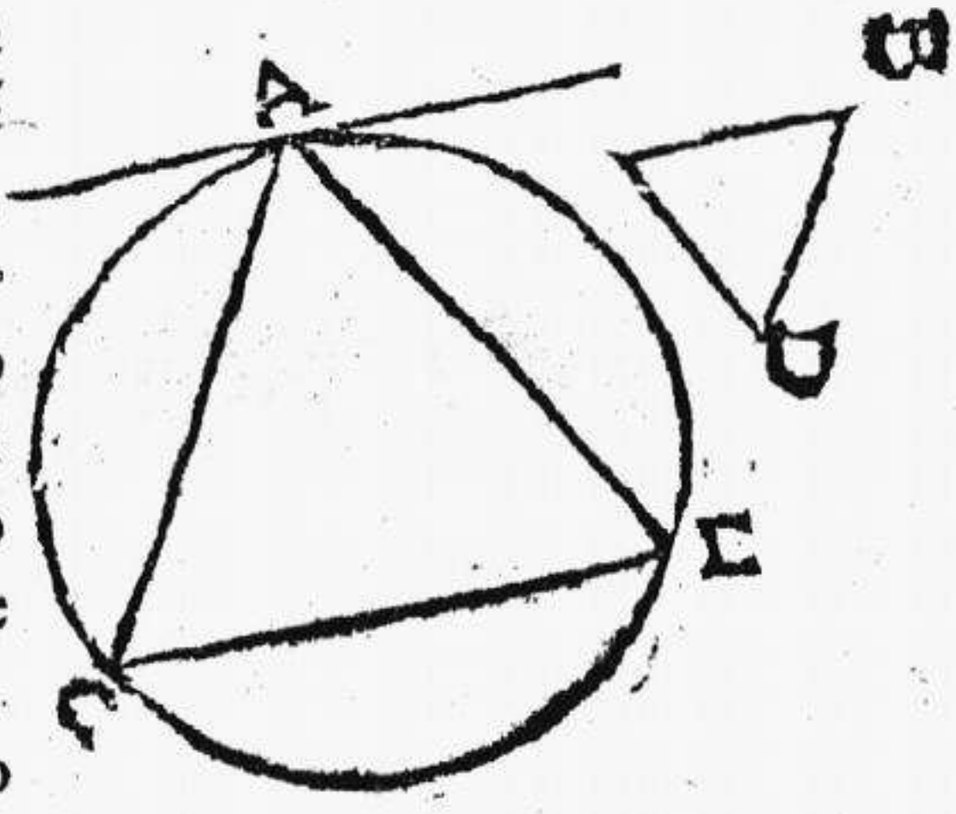
Linea dicitur aptari in circulo, cùm eius extremitates ſunt in circunferentia.

Quoniam inſcriptio & circumſcriptio figuratum (præcipuè in circulo) multum vtilitatis habet, viſum eſt quartum nõ præterire elementum: breuiſsimè tamen paucas inſcribemus in circulo figuras, quibus ad reliqua via præparetur.

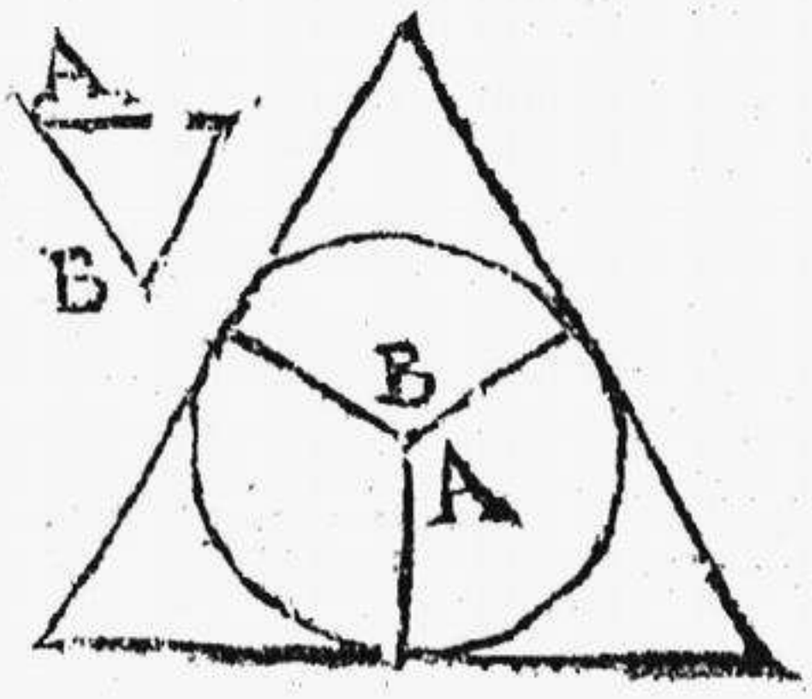
Prima Propoſitio. Eucl. 2.

Intra ſignatum circulum triangulum alteri (triangulo dato) æquiangulum conſtituere.

Ducatur recta linea tangens circulum in puncto. a. & per ſecundam primi præcedentis quæ Eucl eſt. 23. faciamus in puncto a. angulum æqualem angulo. b. trianguli dati: ducta intra circulum linea. a. c. & per eandem in eodem puncto augulum æqualẽ angulo. d. ducta. a. e. & ducatur. c. e. eritq; angulus. e. æqualis angulo. b. & angulus. c. æqualis angulo d. & ſic tertius æqualis tertio. Cũ autem intra datum triangulũ volueris inſcribere circulum: diuide duos angulos per medium per 5 primi, quæ Eucl eſt. 9. & in ſectione linearũ diuidentiũ eſt centrũ, à quo ad propinquioreẽ partem lateris ducta circunferentia perficies prædictum circulum.



Ad circunſcribendum autem, cùm in principio tertij docebamus per quæcunq; tria puncta nõ exiſtentia in eadem linea recta duce re peripheriam circuli, ſufficienter traditur modus. Circa circulum autem deſcribere triangulũ etiã triangulo dato æquiangulum, erit facile: ſi in centro circuli duos angulos tribus lineis ductis ſemidiametris fecerimus æquales duobus extrinſecis dati

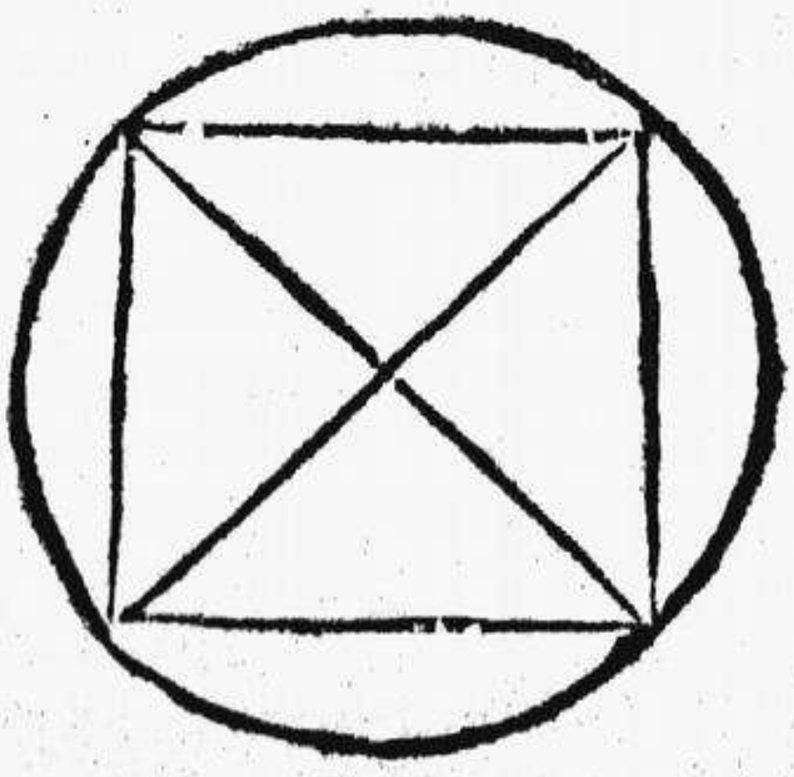


dati trianguli: & à terminis illorum ſemidiametrorum duxerimus contingentes lineas quouſque concurrant: fiet. n. triangulus circa circulum. vt ſi in centro circuli angulus. a. ſit æqualis angulo. a. extrinſeco in triangulo, & angulus. b. etiam angulo. b. extrinſeco: tunc deſcriptus circa circulum triangulus, erit æquiangulus triangulo dato.

Secunda Propoſitio. Eucl. 6.

Intra datum circulum quadratum deſcribere.

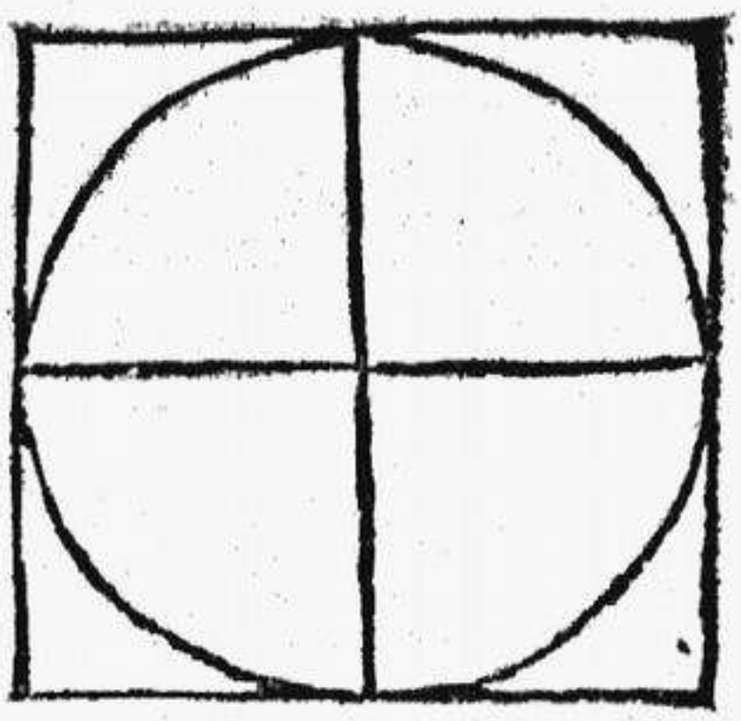
Hoc facillimum eſt, ductis duabus diametris ſe in centro ad angulos rectos ſecantibus, & a terminis illarũ ductis lineis ad terminos earundem: fiunt enim quatuor trianguli quorum bina latera ſunt ſemidiametri & anguli in centro recti: vnde & baſes quæ ſunt latera quadrati æqualia ſunt interſe, ac proinde anguli recti: & ſic quadratum circulo inſcriptus eſt.



Propoſitio Tertia. Eucl. 7.

Circa circulum datum quadratum deſcribere.

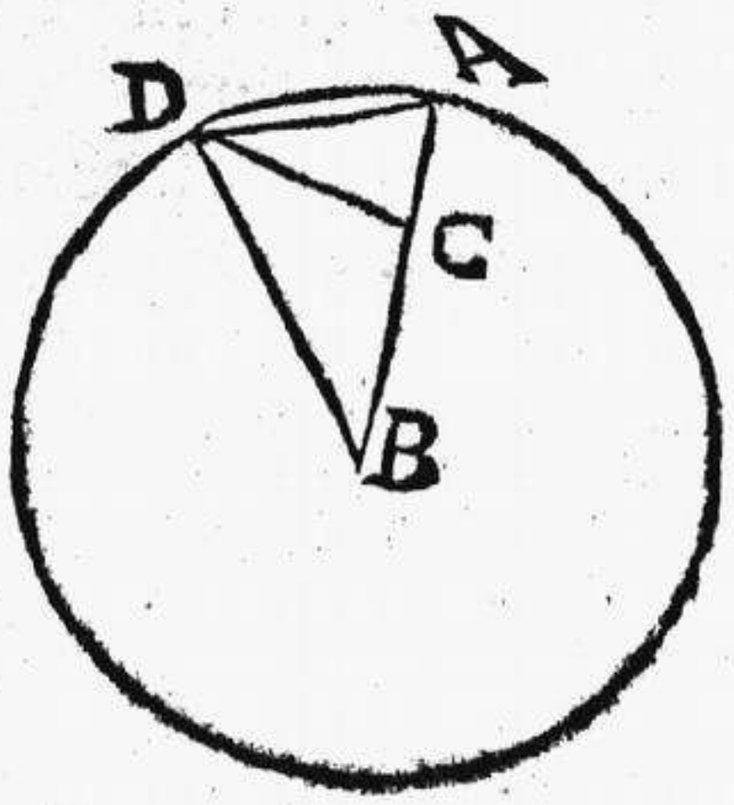
Non minus facilitèr circunſcribitur quadratum circulo, ſi ex terminis dictarum diametrorum ducas contingentes lineas, quæ ad angulos rectos vtrinq; ductæ concurrent, & conficient quadratum propoſitum: erũt enim quælibet duo latera oppoſita æqualia & æque diſtãtia alteri diametrorum, ergo & interſe: & præterea anguli oẽs recti, quia opponuntur in quadratis paruis angulis in centro, qui omnes recti ſunt: vnde per definitionem quadrati, eſt quadratum circa circulum. *Per hæc* facile circa quadratum conficies circulum: & etiam intra quadratum. Eſt enim facilè munire centrum quadrati: quod & centrum talis circuli erit.



Propoſitio Quarta. Eucl. 10.

Triangulum deſcribere habentem duos angulos æquales: quorum quilibet ſit duplus tertio.

Sit linea. a. b. diuiſa ſecundum quod docet. 5. ſecundi præcedentis quæ Euci. eſt. 11. ita vt quod ex tota in parte. c. a. ſit æquale quadrato. c. b. ſuper punctum. b. ad quantitatem. b. a. duco circulum: & à puncto. a. in circunferentia apto lineam. a. d. æqualem lineæ. c. b. & linea à centro. b. ad punctum d ducta, linea enim a pũcto. c. ad d. diuidet angulum. d. in duos, quorũ quilibet eſt æqualis angulo. b. & ſic totus. d. duplus ad quemlibet illorũ. Quòd autem duo illi anguli ſint æquales interſe, & quilibet angulo. b. ſic probatur. Fiat per quartam primi præcedentis, quæ eſt. 23. Eucl. in pũcto. d. ſuper. a. d. angulus. a. d. c. ęqualis angulo. b. & quia illi ſunt æquales addatur vtriq; communis angulus. c. d. b. erunt duo anguli qui ad. d. æquales duobus. c. d. b. &. b. ſed angulus. a. c. d. extrinſecus in triangulo. b c. d. etiam eſt æqualis illis, ergo æqualis angulo. d. totali, ac proinde angulo. a. cum linea. a. b. ſit æqualis lineæ. b. d. vnde &. c. d. æqualis. a. d. & ſic. c. b. ac proinde anguli. c b. d. &. c. d. b. æquales & inde angulus. d. totalis duplus ad. b & eodem modo angulus. a. qui angulo. d. æqualis eſt quod erat probandum.

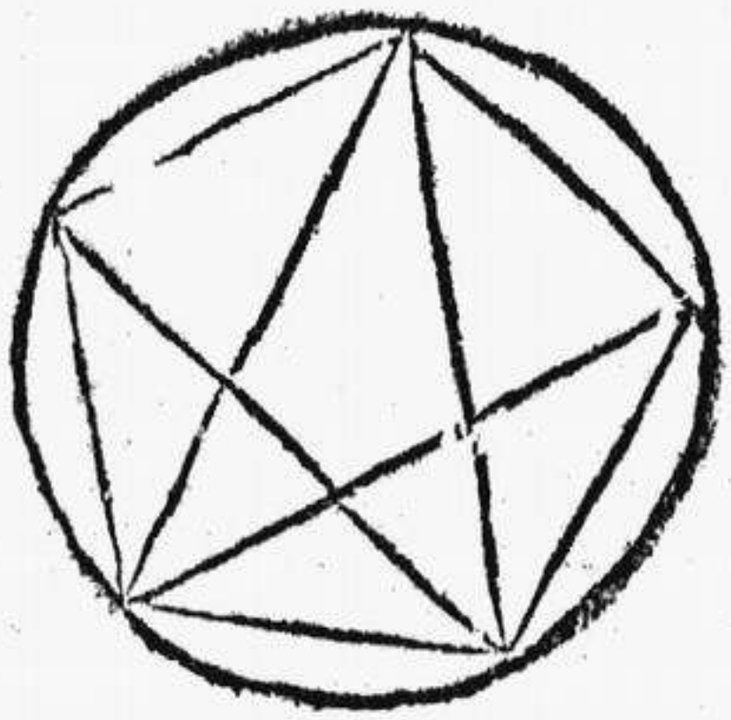


Quinta Propoſitio. Eucl. 11.

Pentagonum æquilaterum in dato circulo inſcribere.

Hoc erit facilè ſi in circulo inſcribas triangulum qualẽ proximè præcedens docuit, & angulos qui ad baſim diuidas per æqualia ductis lineis ad circunferentiam; diuident enim totam

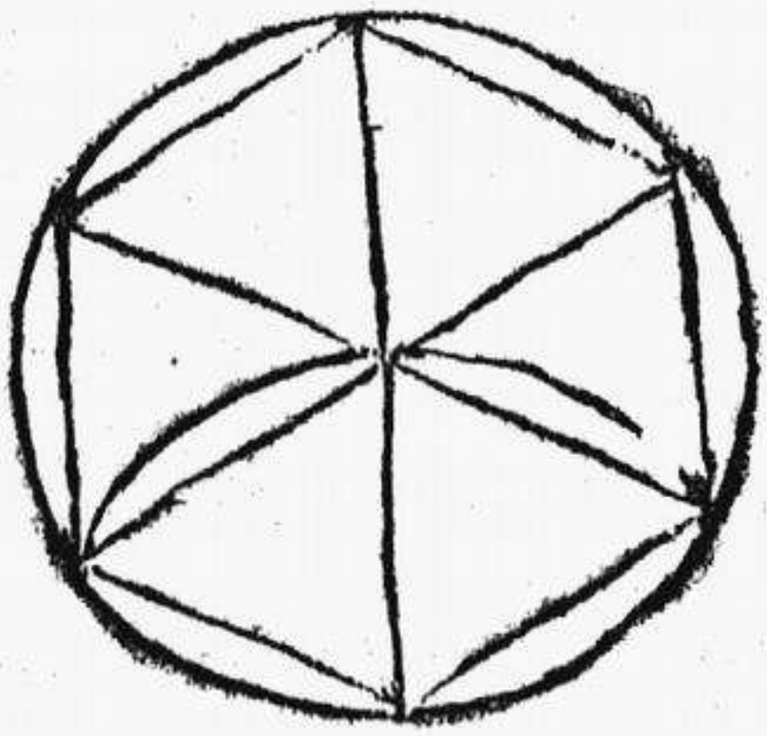
illam in quinq; æquales arcus: quos inde cognoſces ęquales eſſe, quia anguli in illis portionibus dati ſunt æquales, cùm ex diuiſione duorum duplorum fiant quatuor æquales, qui cum tertio conficient quinque angulos in illis quinq; portionibus: vnde pentagonus æqualiter & per conſequens æquiangulus in circulo inſcriptus eſt.



Propoſitio ſexta. Eucl. 15.

Exagonum æquilaterum intra circulum deſcribere.

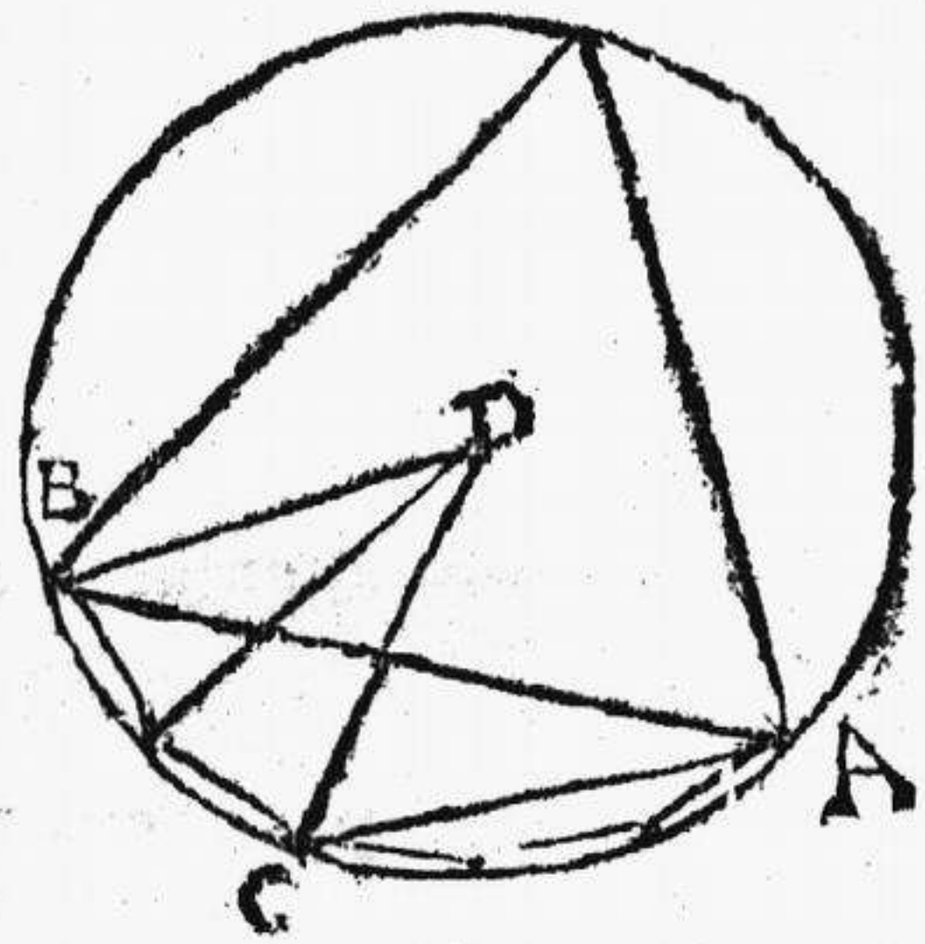
Ex extremitate diametri facta centro ad quantitatem ſemidiametri, duc arcum circuli quouſque ſecetur peripheria prioris, à duobus punctis ſectionis duc duas diametros, quæ cum prima totam peripheriam in partes ſex æquales ſecabunt, duc in peripheriam lineas exterminis diametrorũ & perfeciſti exagonum propoſitum: habet enim omnia latera æqualia, & per conſequens omnes angulos æquales: ſunt enim latera omnia ſemidiametri circulorum æqualium: vnde & latus exagoni qui eſt in circulo, eſt æquale ſemidiametro: & ſic ſex ſemidiametri replent circulum.



Propoſitio Septima. Eucl. 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum deſcribere.

Sit in præſenti circulo linea. a.b. latus trianguli æquilateri, & linea. a. c. latus pentagoni etiam æquilateri, arcus. a. b. excedit arcum. a. c. per duas tertias. a. c. Diuide igitur arcum. b. c. per æqualia, diuiſo angulo in centro qui erat ex ſemidiametris . d . c . & d. b . & duc chordas in prædictas diuiſiones, eſt enim quælibet diuiſio illarum quindecima pars totius circunferentiæ: Iam apta æquales illis in tota circunferentia, proueniet quindecagonus propoſitus æquilater & ſic æqui angulus.



Ptolemęus in primo magnæ conſtructionis, ex proportione laterum figurarum circulo inſcriptarum docet per chordas inuenire arcus, & econuerſo: & quodlibet latus quantumcunq; paruum in duo æqualia diuidit: quod & nos facile faciemus diuiſo angulo in centro per æqualia: & inde habentur in circulo inſcriptiones figurarum duplorum laterum ad eas quas docuimus inſcribere. Cæterum quoniam angulum in tres æquales Euclides non diuidit, & Ptolemæus negat poſſe diuidi (quamuis archimedes ipſum diuidat) à reliquarum inſcriptione ſuper ſedendum eſt.

Quarti Elementi Finis.

Elementa Geometrica.

Elementum Quintum.

Definitiones.

Proportio eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis ad inuicem habitudo quædam.

Proportionalitas eſt ſimilitudo proportionum.

Eandem dicuntur habere porportionem prima magnitudo ad ſecundam, quam tertia ad quartam: quando æquè multiplicia primæ & tertiæ, ad æque multiplicia ſecundæ & quartæ eodem modo ſe habuerint in æqualitate vel inæqualitate.

Quando tres magnitudines continuè proportionales fuerint, proportio primæ ad tertiam eſt dupla proportione primæ ad ſecundam.

Quando verò quatuor magnitudines fuerint continuè proportionales, proportio primę ad quartã eſt tripla ad proportionem primæ ad ſecundam.

Quoniam cùm de numeris tractaremus diximus id quod vi debatur ad introductionem pro rationali proportione pertinere, pauca nunc quædam propter irrationalem proportionem addenda ſunt: pertinet enim quicquid dictũ eſt in proportione numerorum ad quantitatem etiam continuam: vnde non oportet illud repetere. In his autem principijs notandum eſt, quod quãdo dicimus eandem proportionem dicuntur habere &c. definitio eſt magnitudinum proportionalium: & quoniam definiuntur per proportiones æquè multiplicium, quæ quidem vel ma-

gis vel æque ſunt incognitæ, intelligamus oportet definitionem dari vniuerſalem de proportionalibus quantitatibus tam rationali quam irrationali proportione, & quod per nullos terminos clariores potuit definiri proportionalitas, quàm per multiplices. Quamuis enim reuera multiplicium & ſubmultipliciũ eadem ſit proportio, tamẽ etiam ſi diuerſa ſint multiplicia & primi tertij à multiplicibus ſecũdi & quarti, ſemper eadem erit proportio in magnitudinibus proportionalibus: quod non contingit in improportionalibus: & ſic non omnino inepta eſt definitio.

9. 8.
3. 2.
6. 4
18. 16.

Et licet conueniat omnibus tam rationalibus quam irrationalibus, non tamen erit inconueniens ſi claritatis gratia exempta ponamus in numeris, & ſic in rationali proportione: dummodo intelligas doctrinam vniuerſaliorem quàm quæ numeris cõprehenditur. Sint quatuor quantitates proportionales, ita vt prima ad ſecundam ſe habeat in ſeſquialtera proportione vt. 3. ad. 2. & in eadem tertia ad quartam vt. 6. ad. 4. multiplico per ternariũ primam & tertiam, fiunt. 9. &. 18. Multiplico per quaternarium ſecundam & quartam, fiunt. 8. &. 16. Multiplex primæ (ſcilicet. 9.) ſe habet ad. 8. multiplicem ſecundæ in ſeſqui octaua proportione: & multiplex tertiæ (ſcilicet. 18. ad. 16. multiplicem quartæ in eadẽ ſeſqui octaua: vnde illæ quatuor quantitates erãt proportionales.

9. 10.
3. 2.
4. 3.
12. 15.

Quòd ſi quatuor quantitates non proportionales ſumas, ſit primæ ad ſecundam itidem ſeſqui altera: tertiæ verò ad quartam ſeſqui tertia: ad primum & tertium ſumantur multiplices ſecũdum ternarium: ad ſecundum autem & quartum ſecundũ quinarium: eſt multiplex primæ ad multiplex ſecundæ in ſubſeſqui nona proportione: multiplex autem tertij ad multiplicem quartæ in ſubſeſquiquarta proportione: iſtæ enim quatuor primæ quantitates improportionales ſunt.

Quod autem dicitur, quòd in tribus quantitatibus continue proportionalibus proportio primi ad vltimum eſt dupla proportione primi ad ſecundum, facilè intelliges verum eſſe, ſi memini ſti proportionem extremorum conſurgere ex proportionibus intermedijs: ſi enim iungas duas æquales proportiones, quæ conſurget dupla erit ad quamlibet earum. & hoc contingit in tribus continuê proportionalibus, eadem enim eſt proportio primi ad medium, quæ medij ad vltimum. vnde in illa quæ eſt primi ad

vltimum est bis eadem proportio, & ideo dupla ad vnam illarũ. vt si hos tres terminos in numeris. 9. 6. 4. (qui sunt in continua sesquialtera proportione) iungas, conficitur dupla sesquiquarta, quæ est inter. 9. & . 4. dupla ad sesqui alteram.

9. 6.
6. 4.
54. 24.

Eodem modo facilè intelliges, quomodo in quatuor proportionales terminos proportio primi ad vltimum est tripla ad proportionem primi ad secundum: si attenderis quòd proportio primi ad secundum, est ter inter illos extremos: in numeris enim facilè est hoc videre, vt in figura præsenti patet: vbi quatuor numeri in dupla proportione. 1. 2. 4. 8. conficiũt octuplam, quæ tripla est ad duplam: quia in octupla ter continetur dupla, vt patet.

4. 8.
2. 4.
1. 2.
8. 64.

Prima Propositio. Eucl. 7.

Si duæ quantitates æquales ad vnam aliam comparentur, eadem erit proportio & cuiuslibet earum ad illam, & illius ad quamlibet illarum.

Hæc conclusio adeò facilis est & plana, vt fere innotescat eius veritas ex cognitione terminorum. Nam duæ quantitates æquales ad vnam tertiam, eodem modo se habebũt in æqualitate vel inæqualitate: ita quòd si vna excedit, excedet & reliqua: & si exceditur vna, exceditur & alia: & semper eodem excessu: vndenõ est opus demonstratione aliqua.

Secunda Propositio. Eucl. 8.

Si duæ quantitates inæquales ad vnam tertiam comparentur, maior illarum maiorem ad illam habebit proportionem, quàm minor: illa verò ad easdem ex opposito, ad maiorem minorem proportionem: quàm ad minorem.

Hæc propositio (quæ in numeris posita est quinta) repetitur solũ modo, vt intelligamus habere veritatem in omnibus quantitatibus: si quidem (vt ibidem ostensum est) in proportionibus maioris inæqualitatis illa est maior altera, cuius maior extremitas magis excedit minorẽ: in proportione verò minoris inæqualitatis illa est maior altera, cuius minor extremitas minus exceditur a maiore. Exempla vtriusq; sunt ibidem clariora, quã quæ hîc debeant iterum adduci.

Tertia Propoſitio Eucl. 15.

Partes eodem modo multiplicium eandem habent cum illis proportionem.

Alio modo ſolet hoc idem dici: ſcilicet multiplicium & ſubmultiplicium eadem eſt proportio. & hæc etiam de ſe eſt manifeſta terminis intellectis: nam quis non videat eandem eſſe portionem inter. 100. &. 50. quam inter. 10. &. 5. ſi quidem vtrobiq; maior continet minorem bis: & per quemcunq; numerum multiplicentur quantitates, ſemper producta habebunt eandem rationem: quia ſicut vnum totum ad ſuam medietatem, ita decẽ talia tota ad decem tales medietates. Et iſta propoſitio quæ neceſſaria eſt ad plura in ſequentibus, tamen potuit aſſumi tanquam per ſe nota: & ita aliquo modo prę ſupponitur ad definitiones proportionalium, & improportionalium quantitatum.

Quinti Elementi Finis.

Elementum Sextum.

Definitiones.

Similes figuræ ſunt, quæ habent ſingulos angulos vnius ſingulis angulis alterius æquales: & latera illos continentia proportionalia.

Linea dicitur diuidi, ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema: quando eadem eſt proportio totius ad maiorem partem, quæ maioris ad minorẽ.

Altitudo figuræ eſt perpendicularis à vertice ad baſim educta.

Proportio componitur ex proportionibus quæ reſultant ex multiplicatione earum quantitatum, quæ tales proportiones conſtituebant.

Simi-

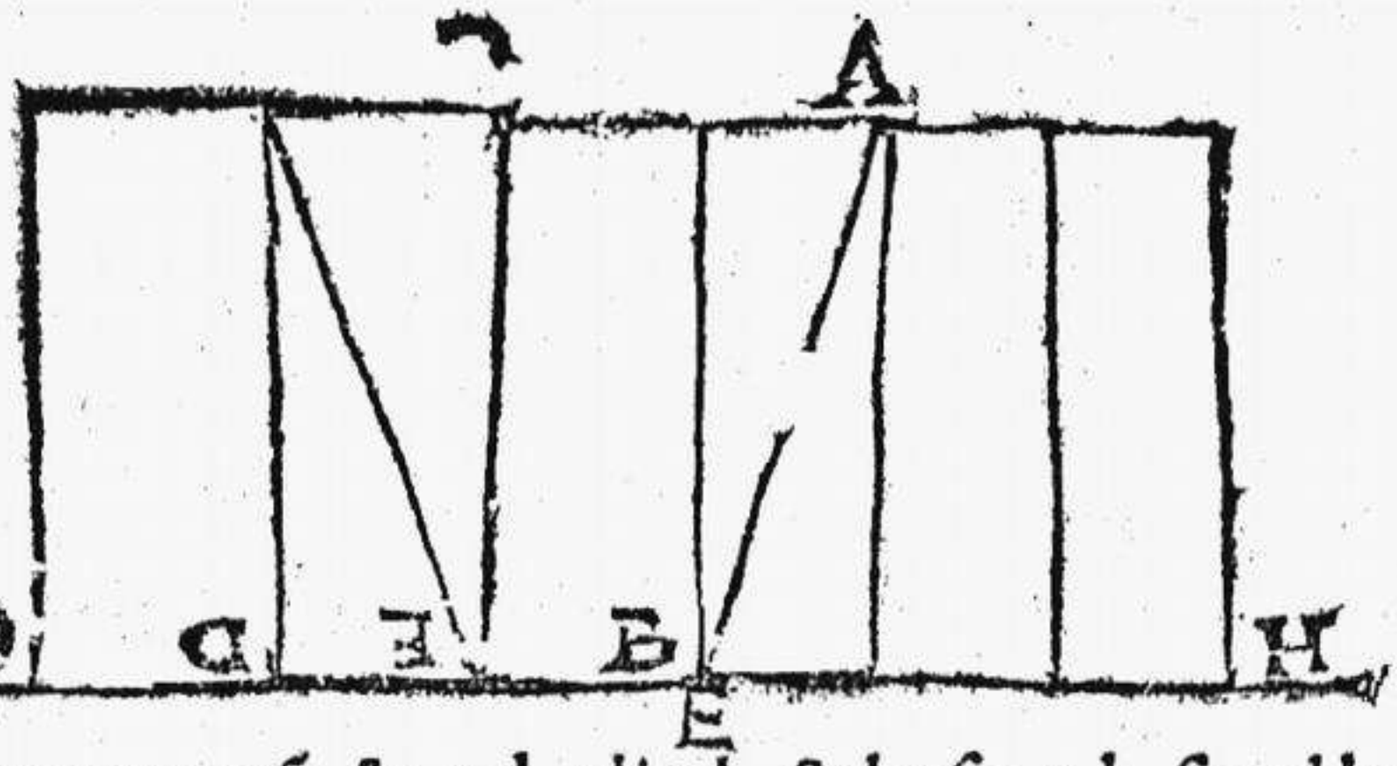
Similitudo figurarum in duobus consistit: quòd scilicet anguli sint æquales, & latera proportionalia: id est, sicut duo latera continentia angulum in vna figura, ita duo continentia angulũ illi æqualem in reliqua. Porportio cõponitur &c. quia (vt in numeris dictum est) proportio extremorum consurgit ex proportionibus intermediorum: vnde ad coniungendas plures proportiones (vt dicebamus) multiplicamus ad inuicem priores siue antecedentes quantitates: & in alio ordine secundas siue consequẽtes: consurgunt. n. ex tali multiplicatione quantitates in proportione illa composita. Hoc tamen aduertendum est in multiplicatione tam antecedentium, quàm consequentium: quòd si fuerint plures quam duæ, oportet multiplicari primum per secundum, & productum per tertium: & si plures fuerint, productũ ex tribus per quartum: & sic consequenter. Vt in præsenti figura duco. 5. in. 4. fit. 20. ipsum in. 3. fit. 60. qui in. 2. fit. 120. eodem modo de consequentibus. 3. duco in. 3. fit. 9. qui in. 2. fit. 18. qui in vnitatem remanet idem 18. vnde dicemus quod proportio. 120. ad. 18. (id est sexcupla suprabipartiens tertias) cõponitur ex quatuor proportionibus. Dupla, sesquialtera, sesquitertia, & suprabi partiens tertias.

2. 1.
3. 2.
4. 3.
5. 3.
120. 18.

Propositio prima.

Trianguli & parallelogramma eiusdem altitudinis, habent ad inuicem illam proportionem quam earundem bases.

Si paralelogramma sunt eiusdem altitudinis, possũt poni inter lineas paralleles. sint ergo. a. b.



parallelogrammum vnũ, &. c. d. aliud, & basis. e. b. sit ad basim. f. d. in aliqua proportione: dico quod in eadem se habet paralle-

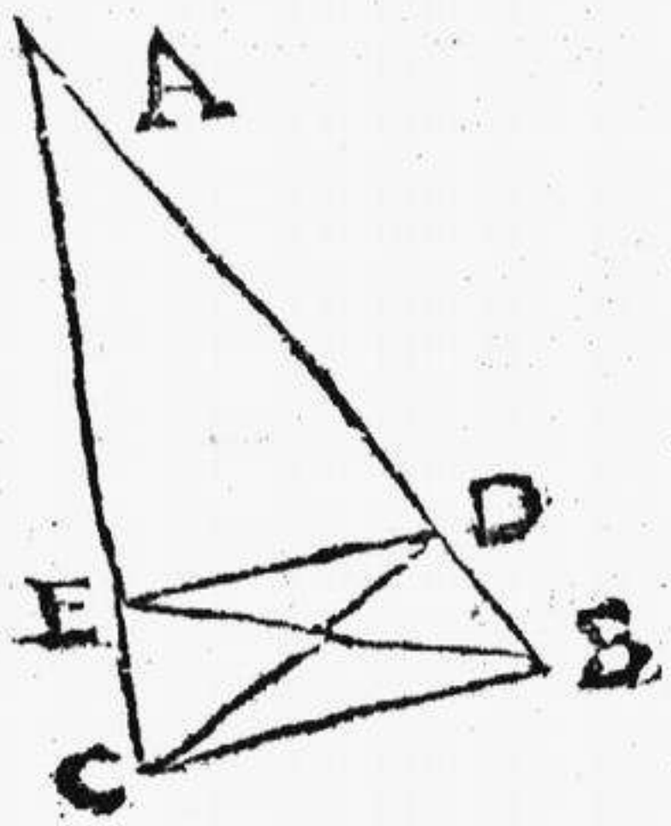
logrammum. a. b. ad parallelogrammum. c. d. produco baſim vtriuſq; & ſumo in linea.b.h.duas partes æquales.e.b.in quibus compleo parallelogramma (erunt enim tria æqualia)in linea autem.f. g. ſumo vnam æqualem. f. d.& compleo parallelogrammum , erunt ergo duo æqualia.Sicut ergo tres portiones æquales in linea.h.b.ad portionem.e.b.ita parallelogrammum compoſitum ex tribus illis ad parallelogrammũ.a.b.& ſicut tota.f.g. ad partem.f.d.ita totum parallelogrammum.c. g. ad. parallelogrammum.c.d.erant igitur per definitionem proportionalium quantitatum baſes & parallelogramma proportionalia: ſicut baſis ad baſim, ſic parallelogrammum ad parallelogramum.

De triangulis autem idipſum patet: cùm demonſtratum ſit inter parallelas lineas eſſe medietates parallelogrammorum: vnde quia (vt ſupra dictum eſt) medietatum & ſuorum multiplicium eadem eſt proportio,facilè patet triangulos ſe habere ſicut baſes, ſi ſunt eiuſdem altitudinis.

Secunda Propoſitio.

Si in triangulo ducatur linea æque diſtans vni ex lateribus,ſecabit duo reliqua latera proportionaliter.

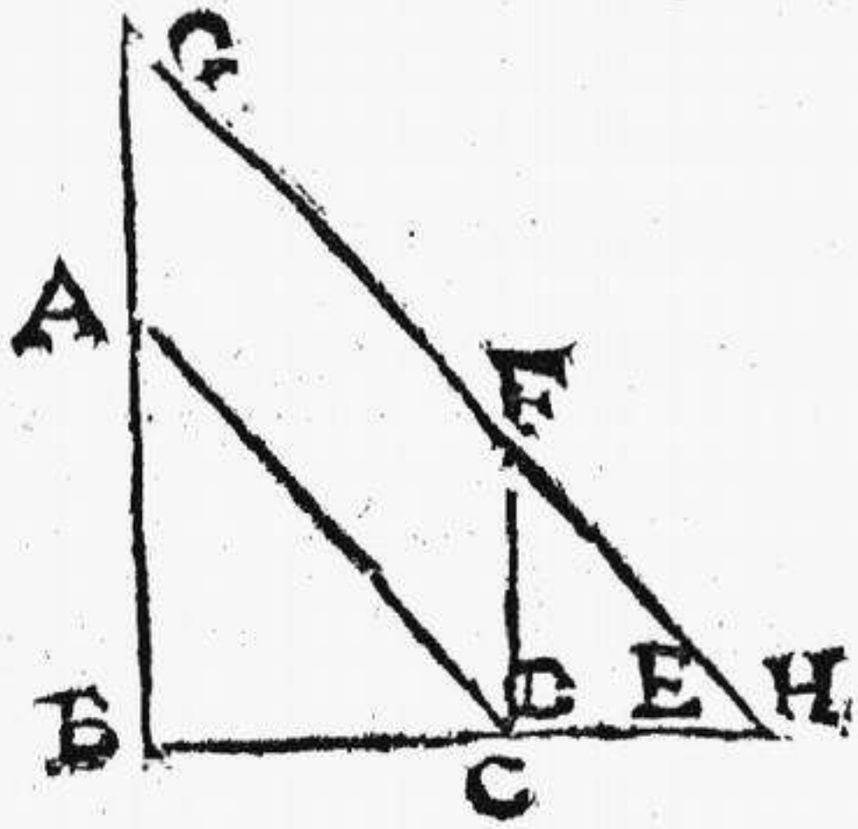
Sit, vt intra triangulum,a.b.c.ducatur linea.d.e.æque diſtãs lineæ.b.c.dico ipſam interſecare latera.a.b.&.a.c. proportionaliter: ita vt ſicut. a. d. ad.d.b.ſic,a.e. ad e.c. ducam lineas.b.e.&.e.c.quibus cũ linea.d.e. intelligo duos triãgulos.d.e.b.&.c.d,e.qui cum ſint inter lineas ęque diſtantes,& in eadem baſi erunt ęquales. vnde per primam quinti præcedentis (quæ eſt.7.Eucl.) eadem eſt proportio cuiusvis illorũ ad triangulum.a,d.e. Sed per præcedentem baſis.a.d.ad,baſim.d.b.ſe habet ſicut triangulus.a.e.d.ad triangulum.d.e.b.quia ſunt eiuſdem altitudinis,ſcilicet ad punctum vſq;.e Et per eandẽ.a.e.&.e.c.ſicut triangulus.a.d.e.ad triangulũ. e.d.c,triangulorũ autem ſub.d.e. erat eadem proportio ad triangulum.a.d.e.igitur & laterum interſectorum eadem erit..



Tertia Propoſitio. Eucl. 4.

Si duo trianguli fuerint æqui anguli, latera æquos angulos continentia erunt proportionalia.

Sint duo trianguli. a. b. c. & . d. e. f. æqui anguli, ita vt quilibet angulus vnius habeat in altero angulum æqualem, ponam eoſdem ſuper eandem lineam rectam vt ſuper, b. h. ita vt angulus. b. & angulus . d . æquales ſint in prædicta linea, ſimiliter angulus. c. & angulus. d. etiam æquales, iungoq; angulum. c. angulo. d. eueniet vt quia angulus. d. eſt extrinſecus & oppoſitus angulo. b. lineæ. a. b. & . f. d. ſint æque diſtantes. Protrahantur. a. b. & . e. f. quouſq; concurrant in puncto. g. fiet parallelogrãmum æque diſtantium & æqualiũ laterum : & fit triangulus. b. g. e. in quo ſecundum diſpoſitionem præcedentis, linea. a. d. ſecat latera. b. g. & . b. e. æque diſtans baſi. g. e. & linea. d. f. latera. e. g. & . e. b. æque diſtans baſi. b. g. Vnde per eandem præcedentem ſicut. g. f. ad. f. e. ſic. b, c. ad. c. e. & ſicut. b. c, ad. d. e ſic. b. a. ad. a. g. ſed. g. f. eſt æqualis. a. c. & . g. a. æqualis. f. d eadem igitur eſt proportio. b. c. ad. d. e. quę. a. d. ad. f. e. & . b. a. ad. f. d. quod erat demonſtrandum.

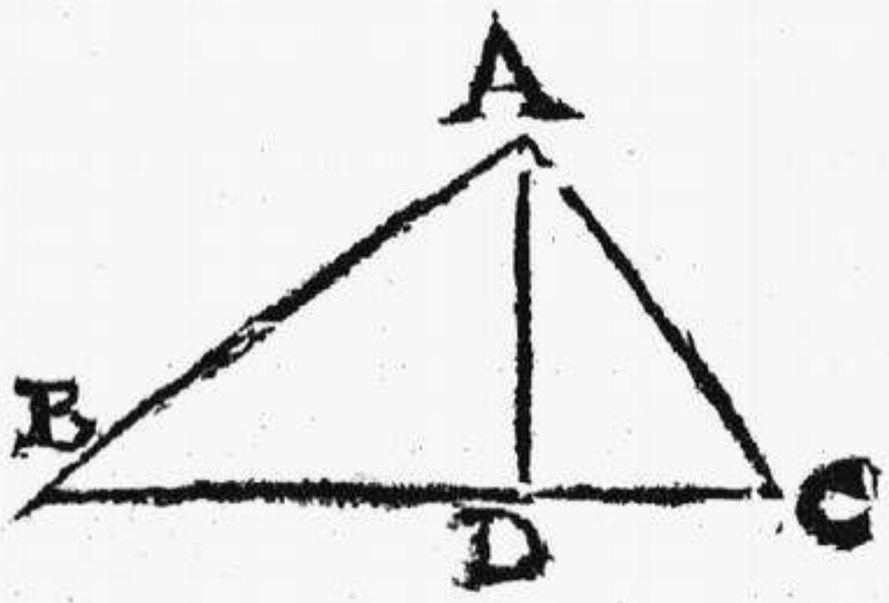


Propoſitio Quarta. Eucl. 8.

Si ab angulo recto alicuius trianguli ducatur perpendicularis ad latus oppoſitum: diuidet totum in duos triangulos, & ſibi inuicem & toti ſimiles .

Sit triangulus. a. b, c. cuius angulus. a. rectus, à quo ad. b. c. duco perpendicularem. a. d. dico quòd duo trianguli. a b. d. &. a. d. c. ſunt æqui anguli, & cum toto & interſe. Primò ſunt cum to

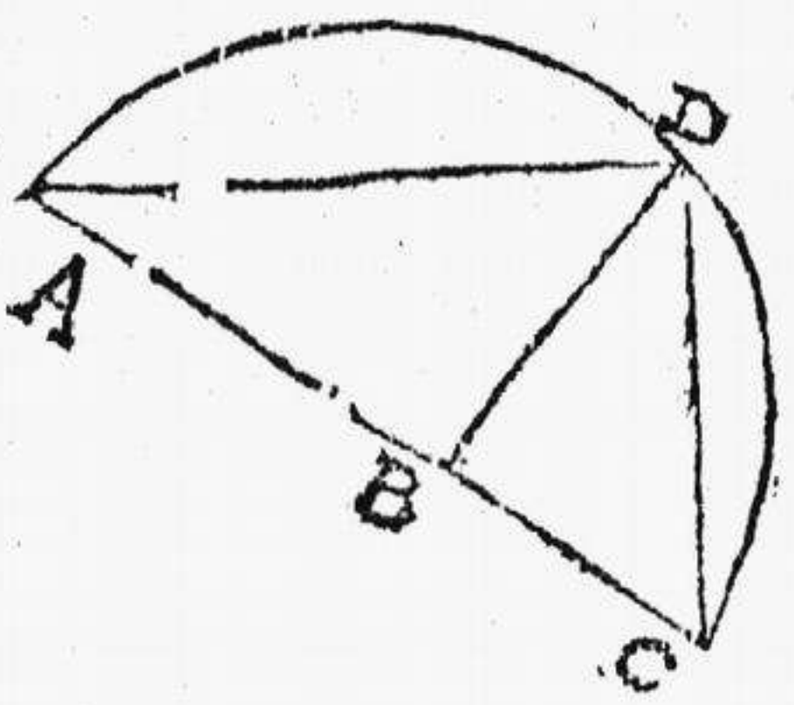
to æqui anguli, nam in triangulo.a.b.d.angulus.d.rectus eſt æqualis angulo.a.totali: & angulus. b. communis: ergo reliquus qui ad.a.reliquo ſcilicet.c.eſt æqualis. Item in triangulo.a.d, c.angulus.d.rectus.angulus.c.communis, ergo reliquus qui ad. a.æqualis angulo.b.tres igitur trianguli ſũt æqui anguli:& per præcedẽtem latera illorum proportionalia : talis fuit definitio figurarum ſimilium.



Propoſitio Quinta, Eucl. 9. alias. 13.

Datis duabus lineis, inuenire inter eas lineam mediã proportionalem.

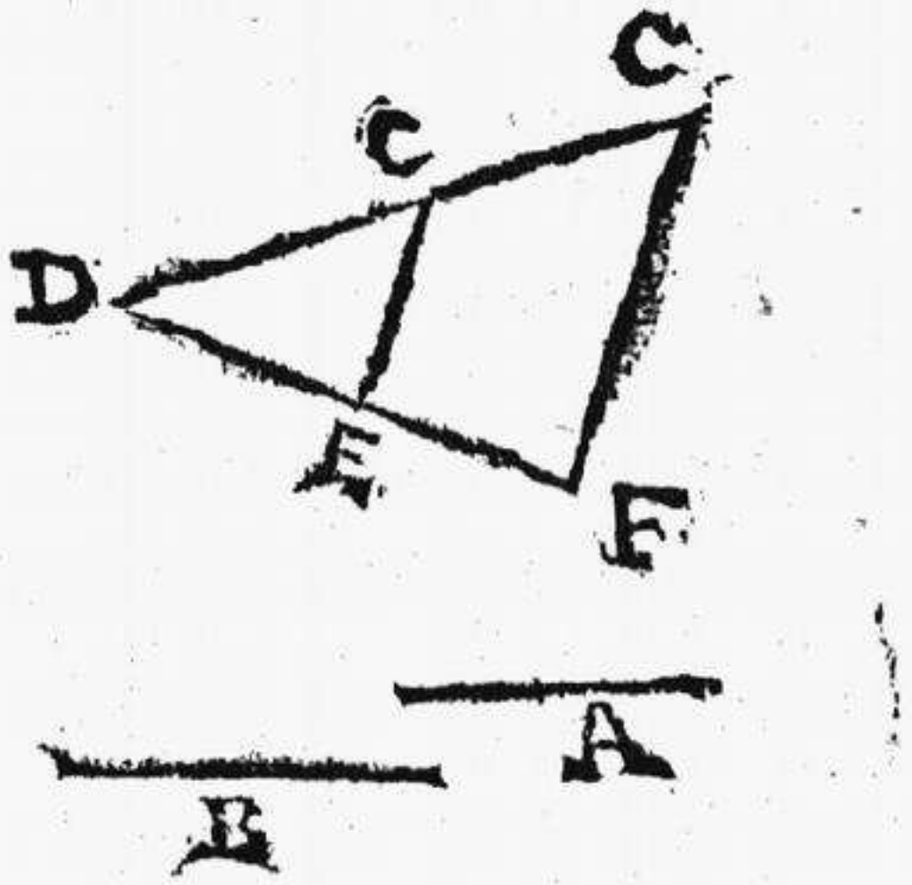
Iunge datas lineas vt fiat vna recta, ſuper quam per mediũ diuiſam ducatur peripheria ſemicirculi, cuius prædicta compoſita ſit diameter: à puncto autem cõiunctionis erigatur perpendicularis, quæ producta vſque ad peripheriam eſt illa quam quærimus. Vt in præſenti figura, linea.b.d.eſt.media proportionalis inter.a.b. &.b.c.ducantur enim.a.d.&.d. c. & per præcedentem, quia angulus. d. rectus vt pote ſemicirculi, duo trianguli ſunt æqui anguli: latera igitur. a. b. &.b.d.Item.b.d.&.b.c.ſunt proportionalia: quia ſicut. a.b.ad. b.d.ſic.b.d.ad. d.c.quod erat demonſtrandum.



Propoſitio Sexta. Eucl. 11.

Duabus lineis datis, tertiam addere in eadem proportione.

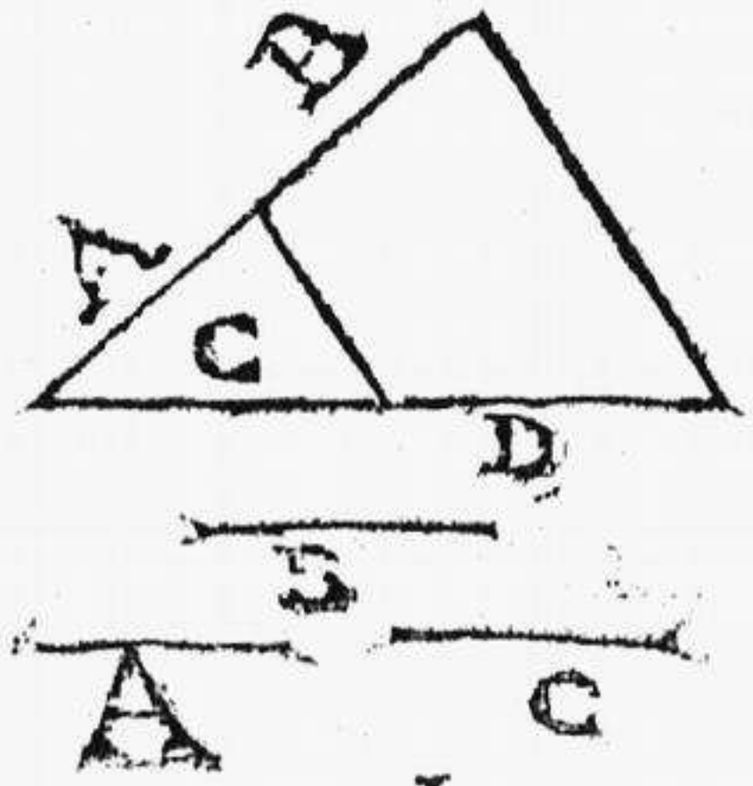
Cùm duabus lineis vis addere tertiam in continua proportionalitate, iunge eaſdem ad angulum qualitercũque, & comple cum eis triangulum ducta linea tertia, deinde protrahe alteram duarum ad quantitatem alterius cui vis inuenire proportionalem, & à termino illius duc æque diſtantem cum baſi trianguli, & comple triangulum, nam illa cũ qua illũ perfeciſti, eſt quãquæris. vt ſi duabus lineis. a. &. b. in aliqua ſe habentibus proportione vis addere tertiam, ad quam linea b. ſe habeat quemadmodum ad illam ſe habet linea. a. iungo. c. d. æqualem. a. &. e. d. æqualem. b. ad angulum. d. qualitercunq;, & duco. c. e. vt fiat triangulus. c. d. e. lineæ verò. c. d. addo. c. g ęqualem. e. d. & ex puncto. g. duco. g. f. æque diſtantem. c. e. & compleo. e. f. quam dico eſſe lineam queſitã: nam per ſecundam huius latera. g. d. &. f. d. diuiduntur proportionaliter a linea. c. e. vnde ſicut. c. d. ad. c. g. ſic. d. e. ad. e. f. ſed. d. e. æqualis eſt. b. ſunt igitur in eadem proportione continua. a. &. b. &. f. e. quod erat probandum.



Propoſitio Septima. Eucl. 12.

Tribus datis lineis quartam proportionalem inuenire.

Sint duæ lineæ in aliqua proportione, & ſit tertia quantacunque, ſiue ſit proportionalis cum duabus prioribus, ſiue non: volo habere quartam quæ ſit ad tertiam, ſicut ſecunda ad primam: cõiungo primam quæ ſit. a. & tertiam quæ ſit. c. ad angulum quomodocunque, & perficio triangulum ducta baſi, deinde lineæ a. iungo in directum lineam ſecun-



dam quæ ſit.b. & à termino illius duco æque diſtantem baſi prioris trianguli, quæ concurrat cum linea.d.quæ protrahatur ex. e. concurrat autem in puncto. e. dico quod linea. d. eſt quæ quærebatur: per eandem enim ſecundam huius ſicut ſe habet. a. ad b. ſic. c. ad. d. vnde inuenitur hoc modo quarta proportionalis quæſita.

Propoſitio Octaua. Eucl. 29.

Quam libet lineam ſecare, ſecundum proportionem habẽtem medium & duo extrema.

In quinta propoſitione ſecundi pręcedentis quæ Eucl. eſt. 11. docebamus diuidere lineam taliter, vt quod fit ſub tota & vna eius parte, eſſet ęquale quadrato alterius partis. Dico quòd linea illa diuiditur vt proponitur: Nam quòd linea diuidatur, ſecundum rationem habentem medium & duo extrema, eſt quòd tota linea ad maiorem illius partem habeat eandem proportionẽ, quam maior pars ad minorem: vnde ſunt tres lineæ tota & partes in continua proportionalitate. Sed in Arithmetica probatum eſt, quòd ſi ſunt tres numeri continuè proportionales, quadratum intermedij æquale eſt illi parallelogrammo quod fit ex extremis: & eadem eſt ratio in omni quantitate, illa ergo linea diuiſa eſt vt proponitur.

Sexti Elementi Finis.

PERSPECTIVA.

Prima pars de viſione per radios directos.

Definitiones.

Luminoſum, eſt corpus de ſe lumen producens.

Diaphanum eſt corpus ſecundum ſe totum luminis recep-
tiuum.

Pyramis radioſa eſt, cuius baſis res viſa: vertex autem pũ
ctum viſionem terminare aptum.

Linea viſualis eſt, quæ a reipſa viſa ad viſum protrahitur:
quę etiam radius appellatur.

Petitiones.

Per ſe viſibilia ſunt tantùm, lux et color.

Comprehenditur viſu res maioris quantitatis, quam eſt
oculus.

Videtur res ſecundum figuram ſitum & ordinem ſuarum
partium.

Viſiua virtus finita eſt, nec in infinitum extenditur.

Perſpectiua ſcientia, quæ partim mathematica, partim phyſica eſt, quoniam delinea non quacumque ſed viſuali agit, cuius natura non eſt adeò manifeſta ſicut mathematicarum linearum, ideo principia nõ tam nota habet quantũ Geometria & Arithmetica, imò complures paſsiones demonſtrantur non demonſtratione propter quid & mathematica, ſed a poſteriori (quod aiunt) & experientia: vnde non mirum ſi aſſenſus concluſio-

num non adeo ſit euidens, vt intellectui ſemper ſatisfiat.

Diaphanum (quoniam lumini eſt peruium, adeo vt facile per ipſum lumini pareat tranſitus) totum recipit lumen: quod opa cum corpus ſolummodo recipit in obiecta ſuperficie.

Pyramis radioſa dicitur, id quod inter viſum & rem viſam in tercipitur: quoniam ad modum pyramidis oportet imaginari eſ ſe viam, qua res viſa viſum tangit: ſiue viſio fiat per radios ab ip- ſo viſu, ſiue per ſpecies (quas vocant) viſibiles ab ipſo viſibili ad viſum deductas: percipimus ſiquidem res multò maiores quã ſit oculus noſter: vnde oportet vt à rebus ad nos radijrem com prehendentes magis & magis ſibi ipſis appropinquantes, vt tota forma rei viſæ oculo percipiatur, talem figuram pyramidalem efficiant.

Radius, ſiue linea viſualis, a quocunque puncto rei viſæ ad oculum peruenire intelligitur: multoties tamen appellabimus lineam viſualem mediam, quæ eſt axis totius pyramidis.

Petitiones nõ ſunt difficiles creditu: prima enim aſſerit, quòd ſolùm lux & color ſunt per ſe viſibilia: quod & philoſophiæ cõ- ſonat & experientiæ; licet enim viſu percipiantur alia quædam, vt diſtantia, propinquitas, magnitudo, numerus, figura, ſitus, continuitas, diuiſio, motus, quies, aſperitas, lenitas, raritas, den ſitas, tenebræ, & ſi quæ ſunt alia, hęc procul dubio non ſolùm vi ſu percipiuntur, neque per ſe viſu, ſed per accidens aut per aliud vt patet.

Quòd autem comprehendatur viſu res maioris quantita- tis quam ſit oculus, experientia patet: & ratio eſt in promptu. ſi- quidem oculus eſt figuræ ſphęricę & foramẽ vueæ, quod vulga riter pupillam appellamus, pars eſt ſphęrę & corpus diaphanũ potens recipere & lumen & figurã colore affectam: & tota eiuſ- dem naturæ: vnde tota receptiua vel tota emiſſiua radiorum. vi debitur ergo quicquid comprehendi poteſt, lineis a centro per peripheriam foraminis eductis, quæ quo magis protrahuntur, rem maiorem comprehendunt: atq; adeo dicebamus id quod vi detur, videri ſub pyramidali figura, cuius vertex ſit aptus termi- nare viſionem.

Quòd autem videatur res ſecundum ordinem, ſitum, & fi- guram ſuarum partium facile patet: ſi enim diuerſificarentur in organo viſus, nõ ſemper eodem modo videretur eadem res: ſed

experimur

experimur ſemper nos eodem modo cõſpicere eaſdem, niſi aliũ de contingat vt poſtea dicemus. Item ſitum & figuram aliis ſenſibus percipimus conformiter ad viſum: manet ergo eadem figura, ſitus, & ordo partium in viſu quæ in re ipſa.

Quòd autem virtus viſiua non extendatur in infinitum, inde patet: quoniã quæ ſunt à nobis remotiora, quia acutiorem angulũ cauſant, minora vidẽtur: & adeo remota minus vidẽtur, vt tã dem non appareant. Si autem in infinitum extenderetur virtus viſiua, non minus poſſet in diſtans quam in propinquum.

Prima propoſitio.

Lumen diffunditur per totum ſibi proportionatum mediũ tempore imperceptile.

Multa de luce & lumine ſolẽt initio perſpectiuę adduci, quę quidẽ nos breuiſsimè tranſcurrẽtes annotabimus ea quæ magis neceſſaria videntur, pro reliquorũ intelligentia. Lumen per diaphanum corpus quibuſdam videtur in inſtanti diffundi: tũ quia qualitas corporis expers, tum quia nulla reſiſtentia eſt in medio. Et reuera ſenſui ita videtur: nihilominus difficultatem habet. Quia qualitas hæc licet videatur omnino incorporea & ſpiritualis, tamen à corpore dependet, tam in produci quam in conſeruari. Medium autem licet ſua natura ſit luminis receptiuum, illudq; auidiſsime recipiat, quia eſt ipſius aliquo modo perfectio: tamen unde corpus videtur aliquantulum reſiſtere, vnde ſecundum diuerſitatem raritatis medij diaphani, radij tam viſus quam luminis rectitudinem amittunt: cuius cauſa ſolum videtur eſſe reſiſtentia denſioris diaphani: hanc autem non quatenus diaphanũ ſed quatenus corpus habet: ac proinde videtur non in inſtanti ſed in tempore lumen per medium diffundi. Quod autem tẽpus imperceptibile ſit, ſatis probant illi qui non in tempore, ſed in inſtanti dicunt lumen diffundi.

Secunda Propoſitio.

Radii luminoſi & viſuales breuiſsima via quantum fieri poteſt incedunt.

Hæc experimento patet, non enim infirma ratio eſt quæ ſenſu comprobatur, cùm circa ſenſibile proprium philoſophia nolit ſenſum decipi: coniunximus radio viſuali radium luminis ſi-

ue lucis quia omnino eodem modo procedũt, tam in medio vniformi cum directè pergunt: quam cum diuersitate medij incurruantur, quam etiam cum ab obiecto denso terso & polito reflectuntur. Eodem (inquam) modo procedũt radius lucis & radius visualis, & quomodocunq; fiat visio siue illuminatio, semper per breuissimam lineam fit. Nam opus naturale est visio & etiam lucis diffusio: vnde cum natura semper secũdum quod perfectius, melius, & facilius, & breuius fieri potest operetur, oportet vt productio lucis à corpore luminoso per lineam fiat directam atque breuissimam: præcipuè quia resistentia medij (si qua est) hoc non impedit, saltem quantum ad perpẽdicularem de qua postea dicendũ est. Hinc radijs qui sunt in terminis, vmbræ tanquã lineis rectis quæ à luminoso per verticem vel aliã opaci corporis partem transeunt, vtimur tam in mensuris, quàm in alijs pluribus operationibus.

Hinc præterea ex diuersitate opaci corporis diuersitas causatur vmbrarum, eò quòd rectæ lineæ ex luminoso opacum contingentes directe transeunt in partem oppositam: vnde si luminosum & opacũ fuerint æqualia vmbra fiet columnaris: si opacũ maius vmbra fit quasi euersa pyramis quam cabito idem appellant: si vero minus vmbra est pyramidalis siue conordalis.

Aduertere nihilominus oportet lumen ipsum nullo pacto lineam esse vel linealiter procedere, si quidem quodlibet punctũ luminosi corporis (saltẽ hemisphærialiter) illuminat & irradiat, & lux ipsa non solum recte sed & lateraliter procedit, alias vmbra non esset diminutum lumen sed tenebræ: quod & termini vmbræ etiam ostendunt, non enim videtur lux terminari in superficie opposita ad lineam, sed per aliquantum spatium remittitur lux. Vnde & anguli radiorum solis per fenestram ingressorum potius arcum circuli quam angulos quadrati repræsentant, & radij per foramen ingressi ad circularem figuram quantũ possunt tendunt. Semper tamen lux per directos radios diffusa est intensior: vnde illi appellantur radij primi, siue lux prima, respectu lucis se lateraliter diffundentis, quæ lux secunda dici consueuit.

Tertia Propositio.

Omnium radiorum ſiue viſus ſiue lucis perpendicularis eſt fortiſsimus.

Ex corpore ſphærico omnes lineæ à centro ad lineas contingentes in punctis contingentiæ dicuntur perpendiculares, & quæ in planum incidunt ad angulos rectos dicuntur etiam perpendiculares: vnde cum luminoſum corpus vt in plurimũ ſphęricitatem habeat vel participet, radius lucis perpendicularis dicetur ille ſolus qui a cẽtro progreditur, & in obiecta ſuperficie angulos cauſat æquales.

Item oculus ſphæricam habet figuram ſecundum eſſentiales partes, licet partes ex quibus componitur ſphæricam habentes vel participantes diuerſa habeãt centra: linea igitur viſualis à cẽtro oculi imo per centra omnia oculi (quæ vt dictum eſt plura ſunt) tranſiens, atque in obiectam ſibi rem viſam ad pares angulos ducta, perpendicularis eſt.

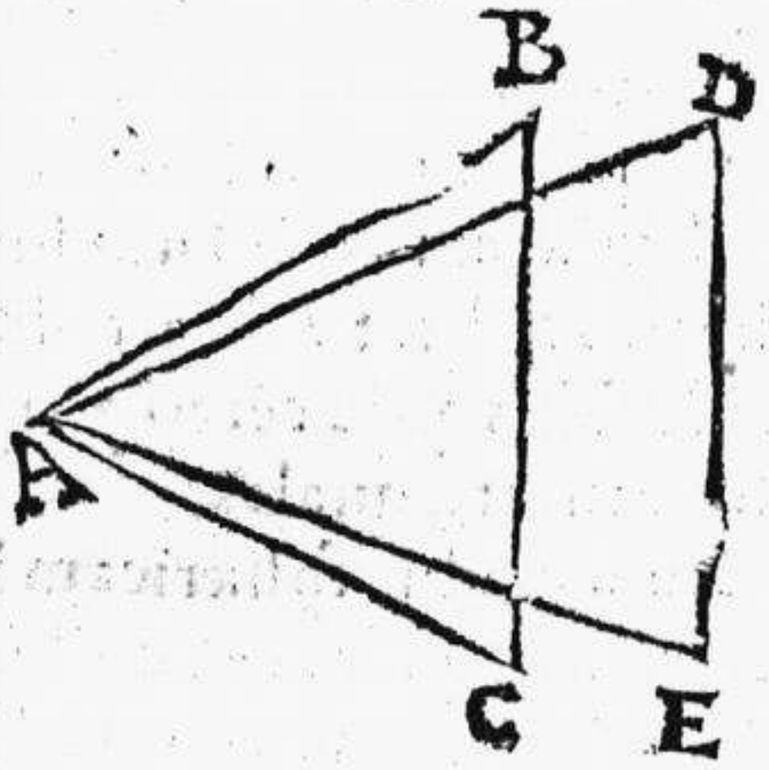
Quòd autem perpendicularis ſit omnium fortiſsima ratio eſt in promptu: nam incedit ſecundum totam vim illius ex quo procedit: quod radijs obliquis non contingit. Item in obiecto fortiſsimè omnium agit quæ directe agit. Hinc experimur quando certificari de re viſa volumus nos axem per partes omnes corporis viſi circumducere, vt legentes facimus vel picturam conſpicientes. Licet tota charta ſimul oculo præſentetur & ſic literæ omnes viſum immutent, ducimus tamen aciem oculorum per ſingulas lineas & per ſingulas literas vt ſcripturam ipſam cõprehendere poſſimus, & de illa certificari. Eodem modo cum lux ſuper aliquam rem obliquè incidit, quãdo non clare percipitur res curamus rẽ ipſam luci facialiter obijcere, vt fortius illumineture: vel lumen illi facialiter obijcere: vt noctu contingit, cum ad candelæ lumen de aliqua re certificari volumus, hoc non ob aliud quàm quia radij perpendiculares fortius & meliùs & perfectiùs operantur, & inde etiam patet verum eſſe quod propoſitum eſt.

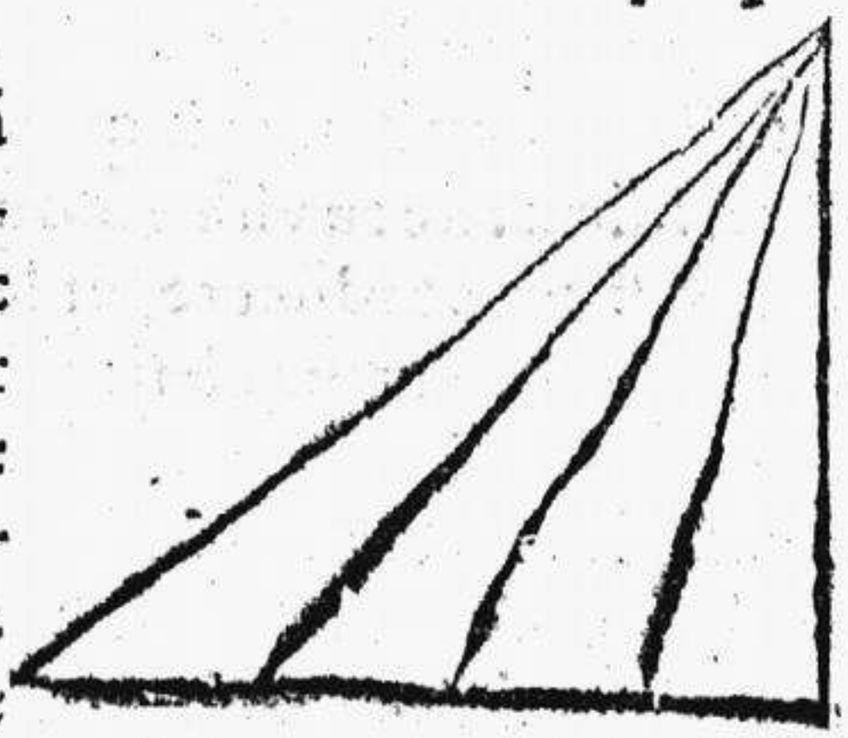
Quarta Propoſitio.

Si æquales magnitudines ad inæqualem diſtantiam conſpiciantur: quæ propinquior fuerit maior apparebit.

PERSPECTIVA.

Licet in visione quæ per rectas lineas fit, minus contingat visum decipi: tamen sunt plures deceptionis causæ etiam in ista visione, ex quibus pauca adducemus. Visio (vt dictum est) fit per hoc, quod lineæ visuales à re visa ad oculum perueniunt, vel è cõuerso, & hoc ad modum pyramidis vnde in centro oculi causaretur angulus, qui quidem vertex esset talis pyramidis: nisi propter diuersitatẽ humorum oculum constituẽtium, tales radij incuruarentur: manent tamen radii inclinati acsi angulum essent perfecturi. Cùm autem secũdum quòd lineę maiorem angulum essent causaturæ, maiorem partem occupent oculi: hinc fit, vt quę per maiorem angulum videntur, maiora appareant: & quæ per minorem, minora. vnde si duæ quantitates. b. c. & .d e. æquales inæqualiter distent ab oculo. a. necessariò inæquales causabunt in illo puncto oculi angulos: atq; distantior minorem: & propinquior maiorem. Angulus enim . b. a. c. continet angulum. d a. e. tanquã suam partem: apparebit igitur maior quantitas. b. c. quàm. d. e. Hinc etiam si longam spectes viam inter lineas, vel parietes æque distantes: quò longiùs procedit angustior apparet: quod satis patet experientia. Hinc etiam in eadem linea recta æquales portiones inæquales apparent propter inæqualitatem angulorum: & minores remotiores: maiores vero propinquiores. Imò hinc etiam non difficile erit intelligere, in plano æquali (quod sub oculis iacet) partes remotiores apparere sublimiores propinquioribus: & in supra nos posito, partes remotiores apparere humiliores: propinquiores verò altiores. Si quidem radij ad oculum concurrentes, ex diuersitate angulorum diuersam repræsentant quantitatem & sublimitatem, etiam inæquali & plano.





Quinta propositio.

Ex intemperata proportione circunstantiarum rei visibilis & visus solet decipi videns.

In visione quæ per rectas lineas fit, multis de causis contingit deceptio: & ex parte organi visus, & etiam ex parte rei visæ, ex parte etiam medij. Si quidem oculus oportet sit sanus, & virtutem habeat proportionatam visibili, secũdum magnitudinem & distantiã: sunt enim oculi, qui ad maiorem distantiam clariùs quàm ad minorem, & econuerso qui ad minorem clariùs quam ad maiorem vident. Ex parte etiam rei videndæ oportet sit debita proportio, nesit adeò parua res, vt angulum in organo non causet: tunc enim non videbitur. Item oportet vt sit res solida, nam si medium in soliditate non superet, non distinguetur ab illo. Diaphanum enim non retinet colores, neque lucem: & licet aliquo modo visu percipiatur (cùm distantiam etiam visu deprehendamus) tamen quæ per medium diaphanum videnda sunt alium oportet colorem habeant.

Ex parte medij requiritur debita illuminatio: maxima enim lux impedit visum, vt patet ex intuentibus solem: debilis etiam lux non sufficit ad colores educendos. Item debita distantia: si enim visu superponatur res videnda, non videbitur: item si nimis elongetur, causabit angulum adeò acutum, vt sub illo non cõtingat aliqua distinctio. Requiritur adhuc debitus situs: nam si plana superficies adeò inclinata obiiciatur vt appareat linea, nihil videbitur eorum quæ in illa superficie continentur. Sed & tẽporis proportio conueniens sit oportet: adeò enim citò aliqua transeunt, vt visum effugiant: & ea quæ velocissimè & circulariter mouentur multoties visum decipiunt.

Si quidem lineæ visuales non aliquantulũ permanẽtes, de re visa rectè iudicare non permittunt. Patet igitur experientia, quòd ex intemperata ac indebita proportione harum & huiusmodi circunstantiarum contingit deceptio. Ita enim quod sphæricum est (vt sol & luna) apparet planum: non enim in tanta di-

ſtantia cognoſcere poſſumus quantitates radiorũ, & inde figuras diſtantium rerum percipere nequimus. Sed & quæ quadrata ſunt, apparent oblõga: & quæ aſpera læuia: & huiuſmodi multæ ſunt deceptiones, quas quilibet attendens experitur.

Primæ partis Perſpectiuæ finis.

Pro Reflexis lineis, Secunda pars.

Definitiones.

Speculum dicitur corpus politum natura vel arte.

Linea incidentiæ dicitur radius viſualis ſpeculo incidens:

Reflexa verò, quæ à ſuperficie ſpeculi ad oculum peruenit.

Cathetus dicitur perpendicularis ſupra ſpeculi ſuperficiem cadens.

Poſtulata.

Qui ſuperficiem ſpeculi conſpicit, non videt omnia quæ in illo repræſentantur:

Multa videntur in ſpeculo, quæ oculus directo aſpectu nõ videret.

De his quæ accidunt viſui per lineas rectas, pauca quædam dicta ſunt: nunc autem pauciora dicenda ſunt de accidentibus eidem, cùm per reflexas lineas figuram rei contemplatur.

Speculum notiſsima res eſt, tam quod natura, quã quod ars fabricauit: ſunt em̃ multa naturalia corpora, in quorũ ſuperficie figuræ obiectarũ rerũ apparẽt. vt de aqua experientia nos docet, & de gemmis quibuſdam: quæ aliæ clariùs, aliæ obſcuriùs imagines reddunt. vnde & hominum ſolertia naturam imitata, corpora denſiora tergere, & plana leniaq; reddere, vt ferrum argen

tum & huiuſmodi: item diaphanum, vt vitrum, cryſtallum, & alia plumbo vel alio corpore opaco obturare curauit, vt inde lucidiſsima ſpecula nobis offerret. Oportet autem ſpecula corpora eſſe denſa, ne propter poros radij reflecti nequeant: oportet etiam eſſe terſa atq; polita, vt omnis aſperitas amoueatur. vnde nec teſtacea, nec linea poſſumus habere ſpecula: & cùm recipiãt colores omnes, colorem ipſa conuenit ex politura debilem habeant: inde enim minus perfecte percipimus rerum figuras per reflexos radios, quam per directos: quoniã reflexi miſcentur directis, & ſimul ſpeculum cum imagine repreſentata percipimus.

Linea incidentiæ) diximus ſuperiùs, axem pyramidis radioſę conſiderari a nobis tãquam præcipuam linearum à re viſa ad oculum deductarum: nũc etiam cum e ſpeculari corpore reflecta tur tota pyramis, de ſola illa linea agimus nomine omnium aliarum. Hęc quidem in viſione reflexa fit duo, a re viſa in ſuperficiem ſpeculi dicitur incidens: a ſuperficie autem ſpeculi ad oculum reflexa.

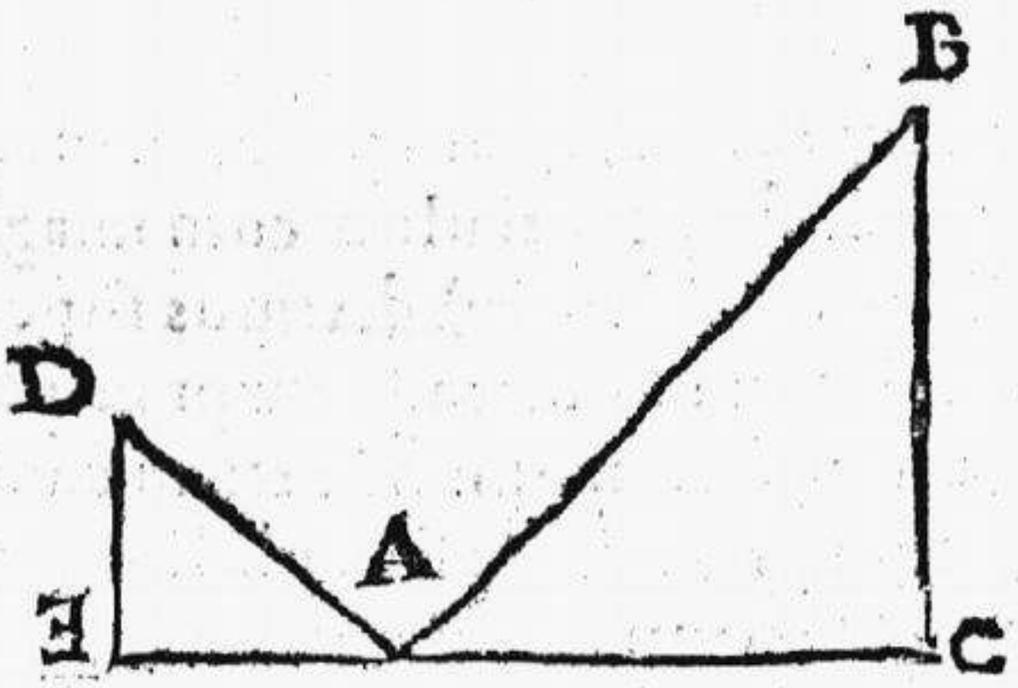
Cathetus) in omni viſione reflexa conſideramus tres lineas rectas, tanquam latera trianguli rectilinei: quarum vna eſt linea incidentiæ (de qua dictum eſt) alia eſt portio illius, quæ ab oculo in ſuperficiem ſpeculi reflexa dicitur, & procedit vſque ad concurſum cum tertia in continuum & directum, vſque ad locum in quo res videtur, de quo ſtatim dicendum eſt: & portio illa appellatur baſis trianguli. Tertia eſt quæ a puncto rei viſæ, ad ſuperficiem ſpeculi perpẽdiculariter ducitur: & iſta eſt quæ cathetos appellatur. Et in planis ſpeculis perpendicularis iſta eſt ſuper ſuperficiẽ protractã verſus rem viſam: in curuis autem a re uiſa tendit ad centrum ſpeculi.

Prima Propoſitio.

In omni reflexione radius cauſat cum ſpeculo duos æquales angulos.

Hæc propoſitio ab omnibus incunctanter recipitur: demonſtratur verò ab Eucl. ſuppoſito quod nõ videtur res in ſpeculo, niſi fuerit proportio diſtantiæ videntis ad locum incidentiæ, &

reflexionis in ſpeculo, ad diſtantiam eiuſdem loci in ſpeculo, ad lineam perpendicularem: quæ eſt à reuiſa in baſim trianguli (de quo ſuperius dictum eſt) eadem inquam proportio, quæ eſt eleuationis viſus ſuper planum ſpeculi, ad eleuationem rei viſæ ſuper eundem planum. Vt ſi res viſa ſit in.b. ſuperficies ſpeculi, in linea.e.c. oculus, in.d. radius incidens. b, a. & inde reflexus. a.d. eſt inquit, proportio.c.a.ad.a.e. eadem cũ proportione.b.c.ad.d.e. quia aliâs res non videbitur. Et tũc (inquit) manifeſtũ eſt, quòd duo iſti trianguli ſũt ſimiles, ergo æqui anguli: ergo angulus.b.a.c. æqualis angulo. d. a,e. Principium huius demõſtrationis experientiæ innititur, vnde quidam naturalem rationem addunt: Quòd ſcilicet linea viſualis eſt linea naturalis, & ſic agit eodem modo, ſiue cadendo ſiue reſiliendo: vnde dicunt, eundem angulum cauſat cum ſuperficie cùm reflectitur, quẽ cauſaret ſi tranſiret: ſed ſi tranſiret cauſaret contrapoſitum, & ſic æqualem per. 15. Eucl: atque adeò dicunt, neceſſe eſt angulos incidentiæ & reflexionis eſſe æquales.



Reuera experientia ita videtur, attamen difficultatem habet: quia radius reflexus (vt communiter conceditur) debilior eſt quam directus: vnde videtur, quòd non eadem virtute ſurgat qua cecidit: & ſi medium dicamus aliquo modo reſiſtere, magis reſiſtet reflexo quam directo: At ſi iſti anguli æquales nõ ſunt, inæqualitas tamen non eſt ſenſu perceptibilis.

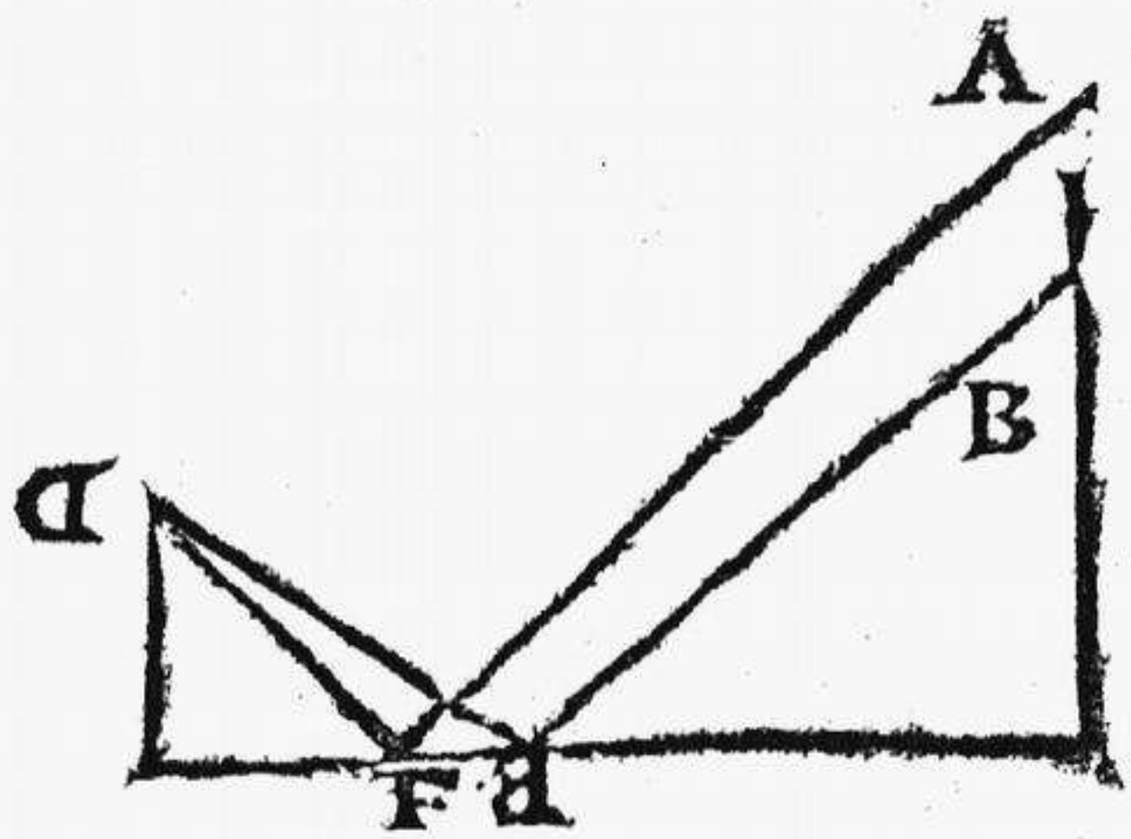
Secunda propoſitio.

In planis ſpeculis celſitudines & craſsitudines conuerſæ apparent.

Corollariè aliquo modo ſequitur hæc ex præcedente: magis

eleuata

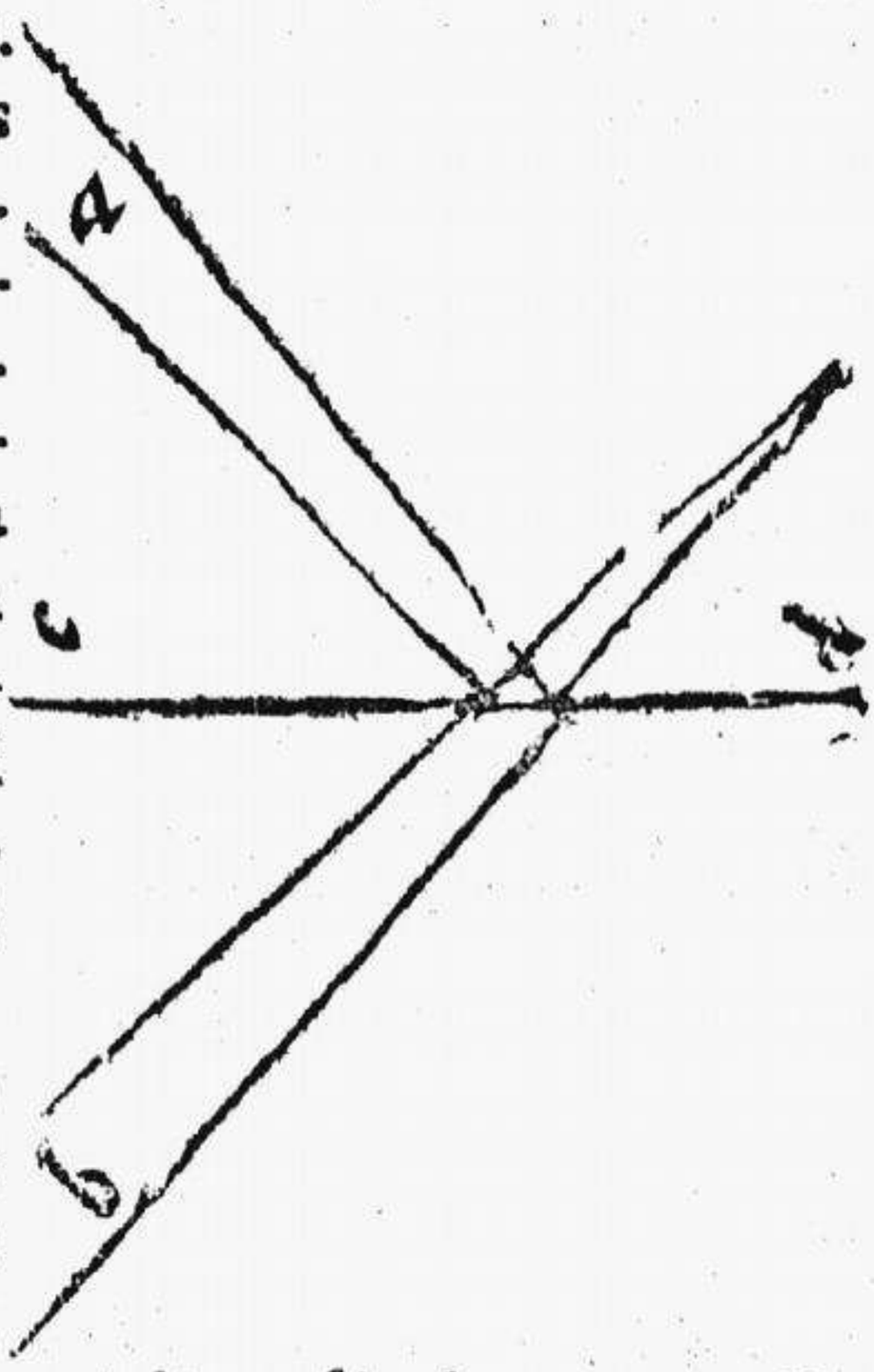
leuata enim res ꝓpinquior videbitur, (id eſt) a propinquiore nobis puncto reflecti tur radius illius. Quod em̃ eſt in. a. reflectitur ex puncto. e. & quod in. b. ex puncto. f. vt in præſenti figura patet: quod ergo ſublimiùs erat, videbitur humilius; & e conuerſo.



Tertia Propoſitio.

Locus apparens imaginis rei in plano ſpeculo ſpectatæ, eſt in perpendiculari à re viſa ad ſuperficiem ſpeculi.

Sit ſuperficies plana ſpeculi in linea. d. e. res viſa in, a. oculus in. c. ex. g. reflectatur imago. a. ad. c. dicit hæc propoſitio quòd apparẽs locus imaginis. a. eſt in linea. a. e. b. Hæc ex præcedentibus taliter demonſtratur: a. non reflectitur ex. g. niſi ad punctum. c. quia non cauſaret angulos æquales: ſunt ergo in eadem plana ſuperficie. a, g. &. c. & in eadem eſt tota linea. a. b. ergo in illa apparet imago: & cùm viſus in directum tendat, erit locus. b. vbi illa perpendicularis cum viſuali cõ currit. Hæc ex Eucl.



Vitellioni placet addere rationẽ, quare locus apparens imaginis eſt in cõcurſu viſualis cum catheto (vt ipſe loquitur) Dicitq; non ſolùm vi ſupercipitur res colorata, ſed etiam medium diaphanum: poſſumus enim imaginari, nos ſemper viſu pyramidem percipere tãtæ magnitudinis, quanta comprehendi poteſt radijs, qui à cen-

tro primo oculi per peripheriam foraminis ducti, ad obiecta corpora perueniant. Partes autem ipsius pyramidis (scilicet basis, & quæcũq; in ea sunt colorata) in acie pyramidis: & sic in oculo eo dẽ situ & figura repræsentãtur, quasunt interse. Vnde & propinquiora propinquius, & remotiora remotius, & quę sublimiora sublimiꝰ, inferiora inferius, & quæ in parte dextra & quæ in sinistra collocatæ sunt, eodem modo, ordine & situ videntur: & hoc visione directa. Cũ autẽ prædicta pyramis e speculo reflectitur, oportet tota reflectatur: & omnes eius partes seruantes situm & figuram interse, quæ seruarẽt in visione directa, præterquã quòd conuersæ apparent, vt quod altius est apparet inferius, & quod dextrum sinistrum. Cùm ergo non solum rem ipsam, sed mediũ & omnes partes tam in medio quam in basi pyramidis, speculũ nobis reddat in ordine, figura, atq; situ: necesse est, vt & loca rei visæ (secundum quod à talibus radijs repręsentari possunt) respectu situs suarum partium, ea diuersitate quam in medio, vel basi pyramidis sortiuntur, nobis repræsenter. At loca situs, & ordinem prædictum partium totius pyramidis requiruntur, vt pyramis perfecta repræsentetur: terminus autem eius & partium, non alibi terminantur, quam in prædicto concursu: nam cùm visus reflexionem non percipiat, & secundum breuissimam lineam videat, & perpendicularis a re visa ad superficiem sit breuissima: illa terminet oportet visionem.

Ex prædictis sequitur, si duo in eodem speculo vnam aliquã rem contemplentur, videre illos diuersas imagines, & in diuersis locis. Nam non potest ab eodem puncto superficiei speculi, ad duo puncta in qua sunt oculi, idem radius reflecti: & cùm sint diuersa puncta, & diuersis in locis oculi, erunt diuersæ superficies: & sic diuersæ perpendiculares, in quibus loca imaginum.

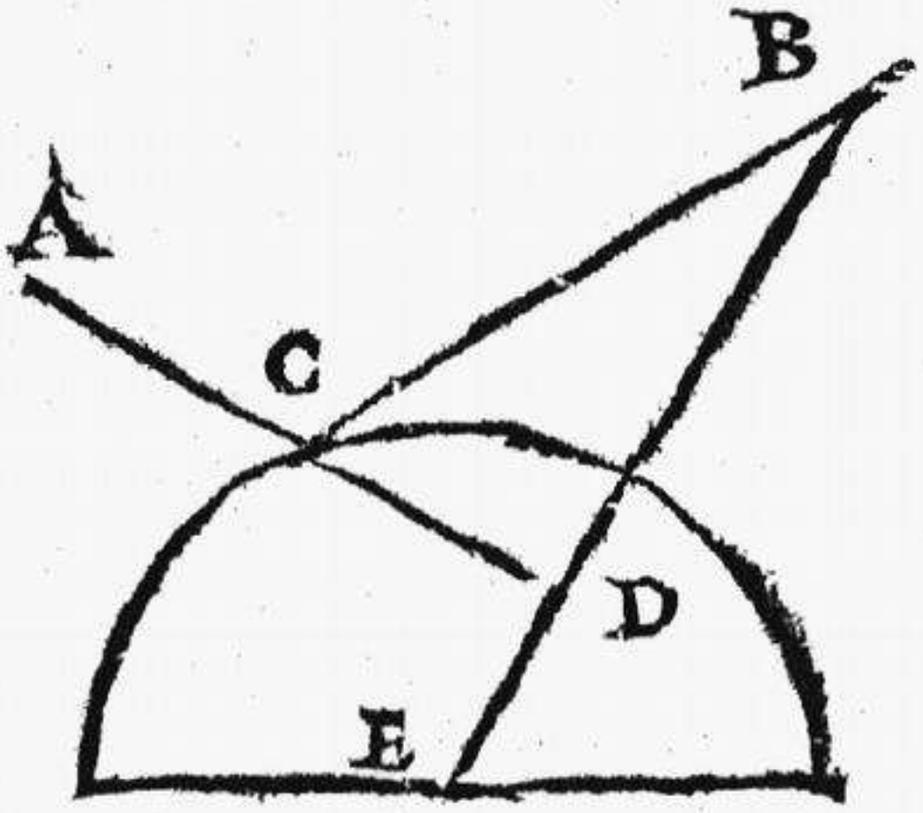
Quarta Propositio.

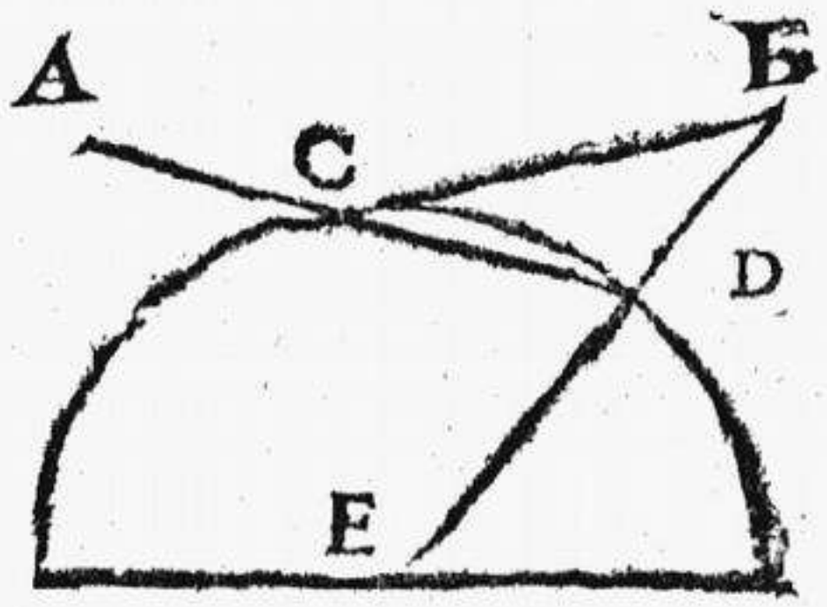
In speculis sphæricis tam conuexis quam concauis, apparet imago in linea à re visa ad centrum speculi.

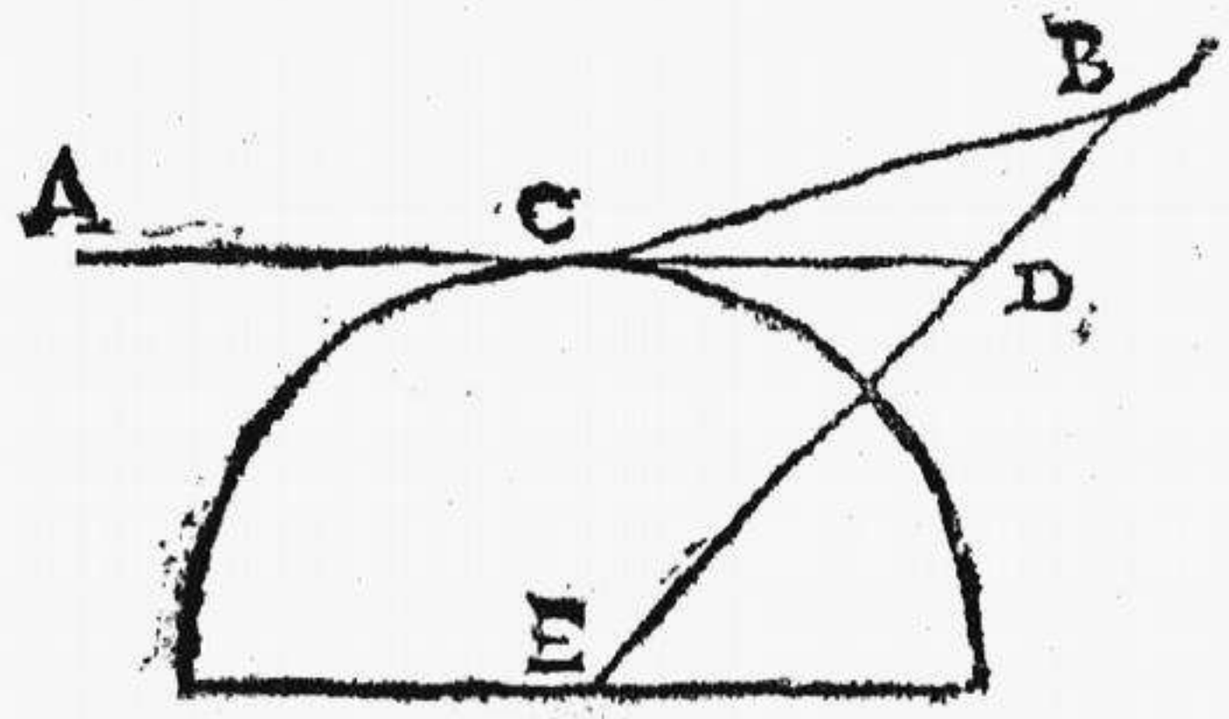
Figuræ speculi diuersæ, necesse est diuersas faciant earundẽ rerum imagines: & licet possint specula fieri innumeris modis

diuersa in figura, de regularibus figuris tantummodo tractant perspectiui: regulares autem appellant, quæ per totum habent vniformem superficiem: talia sunt specula plana, & sphærica cõuexa, sphærica concaua, columnaria & pyramidalia: arq; ex-his plana, conuexa, & concaua præcipuè considerantur: nam columnaria & pyramidalia (quoniam ex recto & curuo sunt composita) habebunt conditiones partim planorum, partim sphæricorum: conuexorum, si conuexa: & concauorum, si fuerint concaua.

Seruatis igitur in vniuersis speculis duobus illis, quæ superius dicta & aliquo modo probata sunt, scilicet quòd anguli incidentiæ & reflexionis æquales sunt, & locus visionis in linea perpendiculari: sequuntur plura in speculis conuexis, plura etiã in concauis, & plurima in columnaribus & pyramidalibus circa locum & situm imaginis in speculo visæ, quæ quidem videntur contraria, vel certè diuersa ab his quæ contingunt visione directa, & etiam visione reflexa in planis. Atque primo in loco apparentis imaginis, apparet enim in concursu visualis semper in directum tendentis cum perpendiculari, a re ipsa cuius imago spectatur ad superficiem speculi, perpẽdicularis autem ad sphæricam superficiem, est sola illa quæ ad centrum tẽdit: vnde in illa oportet appareat locus imaginis. Hinc fit, vt aliquando intus in speculo videatur locus figuræ: aliquando in ipsa superficie speculi: aliquando extra speculum. Vt si in his tribus figuris sit res visa in. b. oculus in. a. pũctus reflexionis in. c. locus apparentis imaginis semper necessariò erit in. d. in prima intus in speculo: in secunda in ipsa super







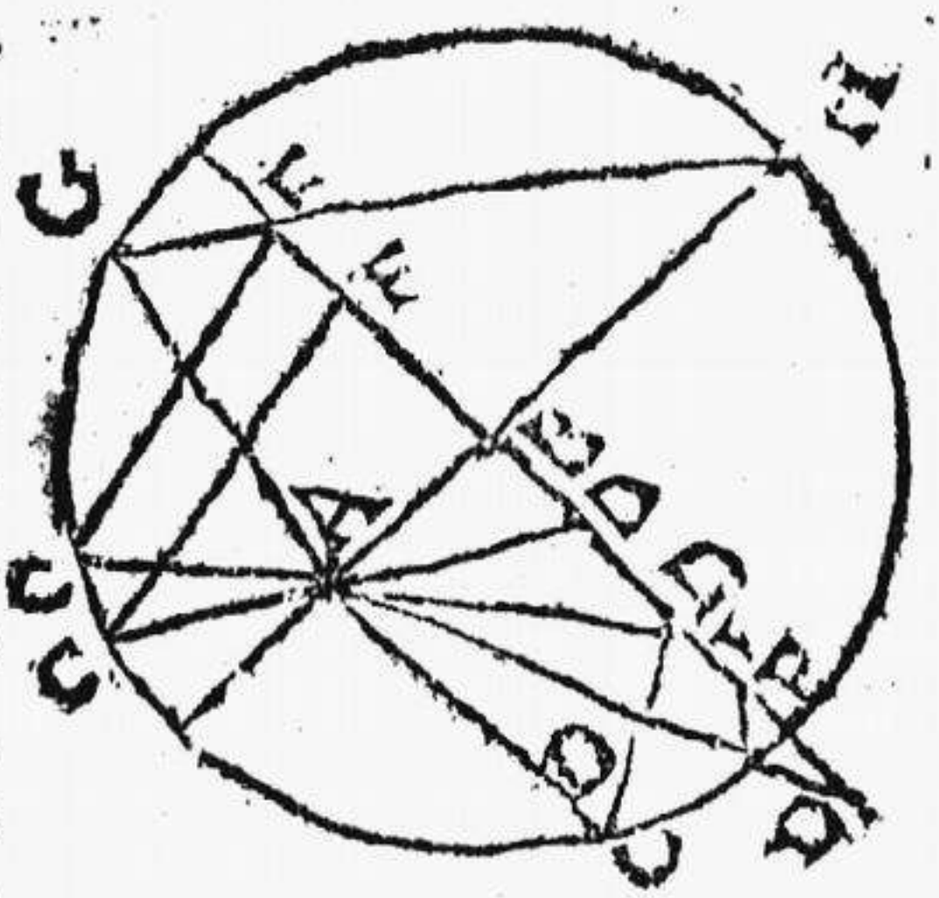
ficie ſpeculi : in tertia extra ſpeculum ipſum.

Neceſſariò indeſequitur, in cõ uexis ſpeculis nõ percipere nos diſtantiam rei viſæ a ſuperficie ſpeculi, ſicut contingebat in planis : in quibus linea viſualis a ſuperficie ſpeculi ad concurſum cũ perpendiculari, erat æqualis cum linea a re viſa ad punctum reflexionis : in his autem ſatis patet, quòd vt in plurimum minor eſt illa. Sequitur etiam in eiſdem conuexis ſemper imagines rerum apparere minores, quam apparerent in planis. Nam lineæ in oculo concurrentes vel quaſi concurrentes, quæ imaginem cõprehendunt, minores cùm ſint a puncto reflexionis, minorem cõprehendent imaginem rei viſæ : cuius cauſa eſt propinquior cõcurſus cum cathecis ad centrum tendentibus, & inde anguſtior locus imaginis.

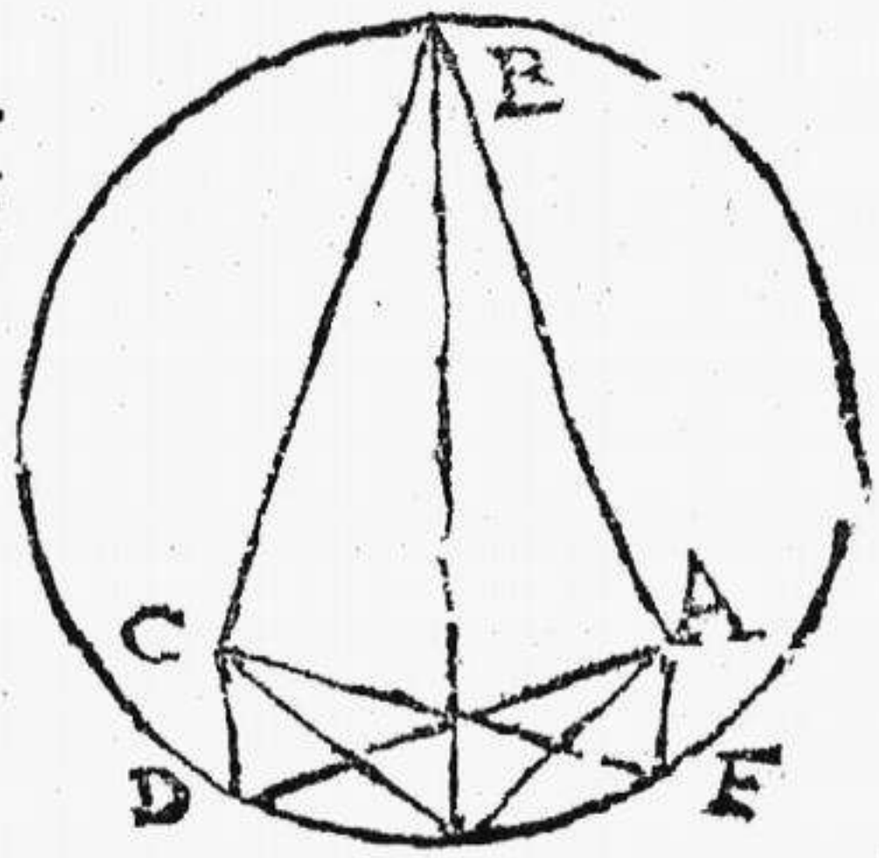
In concauis autem ſpeculis, licet aliquando contingat viſualem radium cum perpendiculari non concurrere: tamẽ vt in plurimum concurrunt. Vnde mirabiliora continguntin loco, ſitu, & figura apparentium imaginum: poteſt.n.in aliquo ſitu oculus (& præcipue intra ſpeculum ipſum) conſtitui, vnde appareant imagines rerum, quædam intra ſpeculum: quædam extra, & in ipſa ſuperficie : imò & in oculo, & ponè oculum.

Apparet etiam aliquando res maioris quantitatis, quam ſit: aliquando minoris: aliquando conuerſa: aliquando directa: & aliquando vnius rei plures imagines ſimul, vel certe eadem in diuerſis locis. De quibus omnibus, cùm non tractatum ſed compendium ſcribere ſit animus, vnum aut alterũ adducam exemplum : curioſis relinquens ea quæ pulchra quidem, ſed nõ adeo vtilia, vt in his multum temporis qui ad altiora properant, inſumere debeant.

Si in hac prima figura ſit concauum ſpeculum, & ab omnibus punctis. f. reflectantur ad oculum. a. radij, loca rerum viſarum erunt ſemper in punctis. d. vbi viſuales cũ perpendiculari concurrent, & quãdo res viſæ ponuntur in vna diametro, omnes perpendiculares tendũt ad centrum. b. & ſic loca ſunt in eadem diametro, præter vnam æque diſtantem. Quòd ſi ex termino reliquę diametri, puta ex. h. reflectatur linea in pũcto. g. ad viſum, locus erit oculus ipſe.



In ſecunda figura ſi oculus ſit. a. res autem viſa. c. poteſt reflecti ex quatuor punctis. b. d. e. f. quoniam anguli incidentiæ & reflexionis æquales ſunt in omnibus illis pũctis: vt pote anguli æqualium portionum eiuſdem circuli.



Quinta Propoſitio.

Columnaria & pyramidalia ſpecula diuerſo modo imagines reddunt, quàm plana & ſphærica.

Superficies pyramidalium & columnarium ſpeculorum, cõpoſitæ ſunt (vt ſupradictum eſt) ex linea recta in longitudine, & curua in aliis dimenſionibus, vnde ex hoc quòd anguli incidentiæ & reflexionis ſint æquales, ſicut in omni reflexione contingere dictum eſt, ſequitur quòd rerum imagines neceſſariò in his ſint diuerſæ ab eiſdem, in alijs ſpeculis: nam in ſphæricis vnũ eſt

tantùm centrum, ad quod perpẽdiculares omnes feruntur: in his autem ſunt plura centra, licet omnia ſint in linea media columnæ ſiue pyramidis, quæ axis vocatur. vnde ſi intelligas angulos angulos æquales in punctis reflexionis, & locum imaginis in concurſu: viſualis & perpendicularis (quod vt dictum eſt, in omnibus reflexionibus experimur) contingunt diuerſiſsima in ſitu, loco, & figura apparentium imaginum.

Sunt & ſpecula irregularia appellata, quia ſuperficies nõ eſt vniformis per totum: in quibus neceſſe eſt, ex diuerſitate partium diuerſos accidere etiam figurarũ modos: & hinc mira quædam de ſpeculis enarrantur ab autoribus, quę tamen ex his quę dicta ſunt, non difficile erit cognoſcere, & illorum rationem reddere.

Secundæ perſpectiuæ partis finis.

De viſione per radios fractos, tertia pars.

Definitiones.

Radius fractus dicitur, qui diuerſo medio occurrens incuruatur.

Punctus fractionis eſt in ſuperficie diaphani diuerſæ raritatis.

Supereſt pauca quædam ſubnectere de viſione, quæ fit per radios fractos: viſuales enim radij (qui vt dictum eſt, a re viſa ad oculum ſiue conuerſo per totum medium tendentes, quãto rectius & breuius fieri poteſt incedunt, & ſemper ſi licuiſſet per lineam rectam viſionem facerent) impediuntur in ſuo proceſſu ab obtecto corpore: quod ſi adeò ſit denſum vt trãſgredi nõ poſſent, reflectuntur radij ſuo ordine, ſecundum quod melius & rectius poſſunt: & inde in terſis & politis reflexione percipiuntur rerum imagines, de quibus ſupradictum eſt. Si autem obiectum corpus diaphanum ſit, per quod radijs tranſitus pateat, eſt tamen maioris ſpiſsitudinis ſiue raritatis quam mediũ, per quod

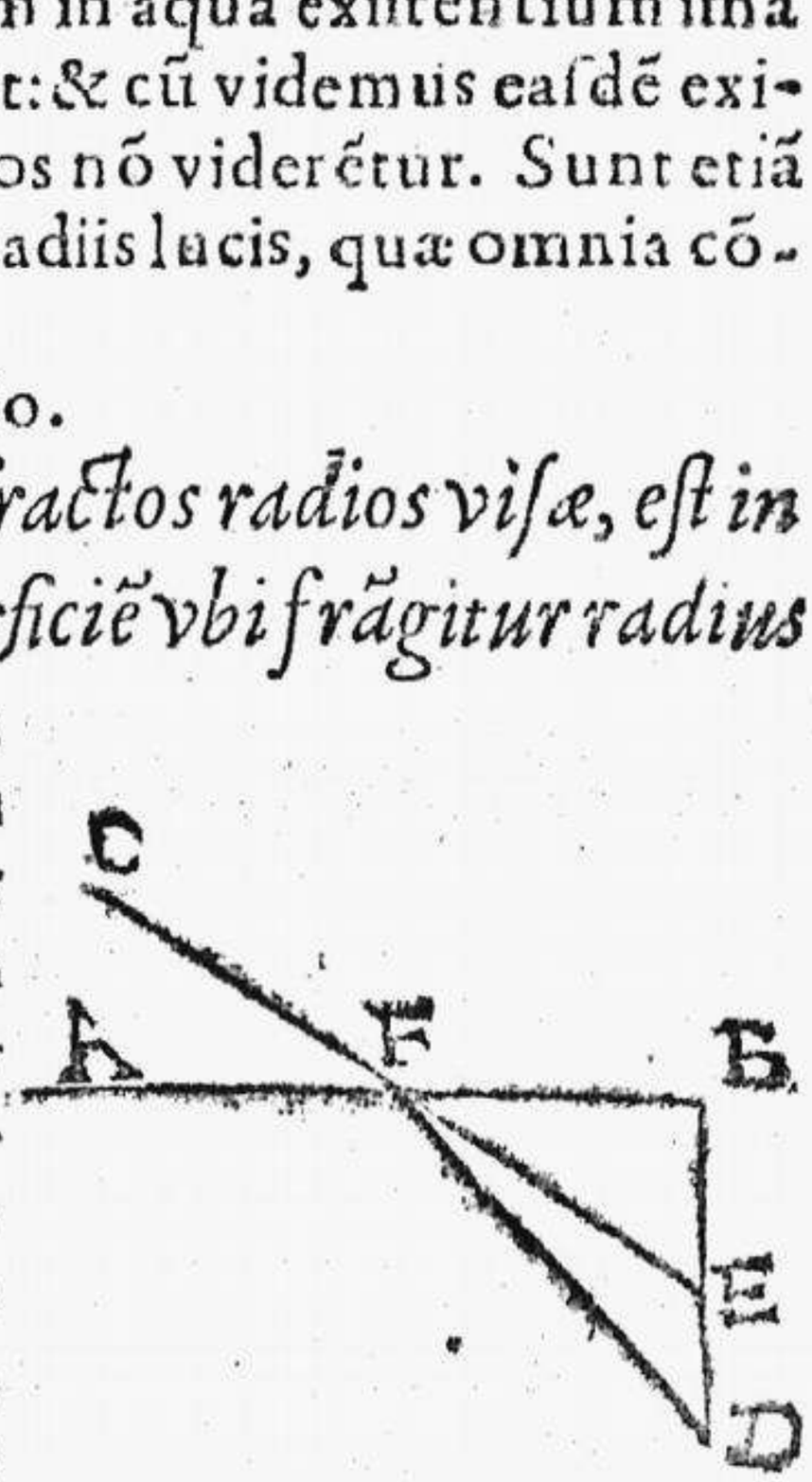
cœperat licet tranſeant, tamen non omnes radij (ſiue viſus, ſiue lucis ſint) directe tranſeunt: ſed omnes, qui oblique in ſuperficiem incidunt corporis illius diuerſi, ſtatim in ipſa ſuperficie frãguntur: ſi corpus occurrens ſit rarius a perpendiculari (quod aiunt) ſi autem denſius ad perpendicularem.

Fractionem autem horum radiorum in hac materia loquentes fieri dicunt, propterea quod virtus illa diffundens radios lucis ſiue viſus, reſiſtentiã aliquomodo in denſioribus diaphanis inuenit: vnde radijs in penetrãdo denſius maior difficultas, quam vt ſuperent & facilius tranſeãt fortiores efficiuntur, cũ perpendiculari fortiſsimo radiorum aſsimilantur. Et hæc iſtis videtur ratio, quare radij obliqui cum denſius medium occurrit, verſus perpendicularem franguntur: perpendicularis enim radius infractus per omnia media quantumcunq; diuerſa tranſit. Cùm autem rarius occurrit, radij franguntur a perpendiculari recedẽdo: eſt enim talis natura radiorũ, vt ſeſe diffundant per totũ medium: & cùm minorem inueniunt in medio reſiſtentiam ampliꝰ ſe diffundunt. Et hæc eſt iſtorum qualis qualis ratio: experimur tamen veritatem doctrinæ, cum rerum in aqua exiſtentium imagines nobis apparẽt in loco vbi nõ ſunt: & cũ videmus eaſdẽ exiſtẽtes in loco, in quo per radios directos nõ viderẽtur. Sunt etiã & quędã excogitata inſtrumẽta pro radiis lucis, quæ omnia cõſonant.

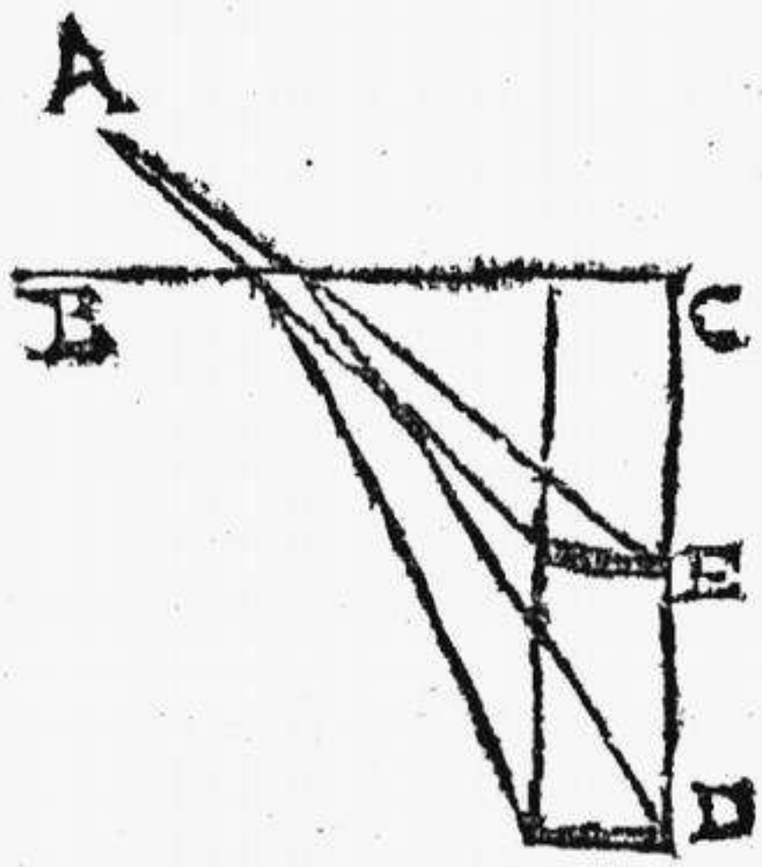
Prima Propoſitio.

Locus apparẽtis imaginis rei per fractos radios viſæ, eſt in perpẽdiculari ab ipſa re ad ſuperficiẽ vbi frãgitur radius

Et hoc præter experientiam conuincit ratio ſuperius poſita: ſi quidem viſus fractionem radiorum non percipit, ſicut nec reflexionem: imo in hoc decipitur, quia apprehendit ſemper lineam a re viſa ad oculum, tanquam rectam & breuiſsimã. At pyramis illa, quam radioſam appellant, ſiue directa, ſiue reflexa, ſiue fracta ſit, ſecundum ordinem ſitum & figuram partium rei viſæ (quantum per media



licet)breuiſsime & directe tẽdit: ac proinde locus vniuscuiuſq; partium talis pyramidis erit in ſua perpendiculari: quia(vt ſupra dictum eſt, cùm de reflexarum imaginum locis agebamus)illa eſt breuiſsima omnium: & eſt in illa plana ſuperficie, in qua ſunt & viſus & res viſa, & punctus fractionis. Vt ſi ſit ſuperficies diuerſi medii.a,b.& oculus.c.in rariori medio, res viſa in.d. denſiori, punctus fractionis in.f.(ibi.enim radius.d.c.frãgitur)locus viſionis erit in.e.& ſic in linea perpendiculari ex.d.in.a.b.vbi. c.f. directè tranſiens cum prædicta perpendiculari concurrit. Inde etiam patet, quod apparet in alio loco quàm reuera ſit quia in. e. Patet etiam quod res partim in aqua, partim in aère exiſtẽtes, apparent fractæ: eò quòd radij viſuales partim recti, & partim ſunt fracti.



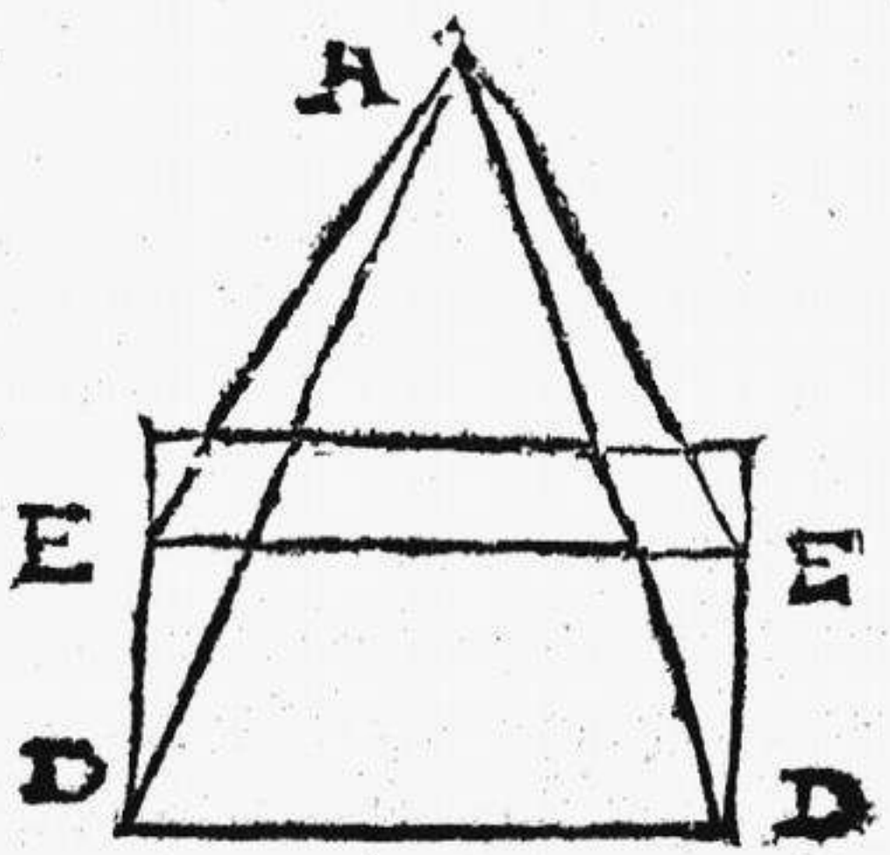
Patet etiam, quare res quæ directe videri non poterat, videtur per radios fractos: vt oculus in.a. videt. d. in.e. quod tamen non videret per radios rectos in ſuo loco.

Patet etiam, quòd in ſuperficie plana res videtur maior quam ſit, exiſtẽte oculo in medio rariori: quoniã propius videtur quàm videretur viſione directa: vnde radij rem comprehendentes maiorem angulum cauſant in oculo. Videtur enim tota pyramis, & tantæ magnitudinis quãta ſi vere eſſet in loco in quo apparet, vt patet in præſenti figura, in qua res quæ in.d. erat, apparet in.e. & ſic à terminis. e. maiorẽ cauſant angulum lineæ, quàm ex termino.d. Aliud autem eſt ſi ſuperficies denſioris medij plana non ſit: tunc enim apparet aliquando maior: aliquando æqualis: aliquando etiam minor: ſecundum quod magis vel minus locus apparens oculo appropinquat, & centro curuitatis ſuperficiei denſioris corporis, Et hæc eſt ratio quare rerum per fractos radios viſarum non ſatis percipimus quantitatem, nec loca: eſt enim difficillimum cognoſcere angulos fractionis, cum illi ex maiore raritate vel denſitate, & etiam ex diuerſa obliquitate incidentium radiorum diuerſificentur.

Secunda Propositio.

Congregatio multorum radiorum solis fractorum siue reflexorum, potens est generare ignem.

Hanc veritatem multoties sumus experti in corporibus diaphanis regularibus, & sphęricam participantibus figuram: cùm solares radij perpendicularem fugientes, egressi ex densa crystallo, in vnũ adunati facillime obiectam materiam incenderent. Imò ex vase vitreo sphærico aqua pleno emissos solares radios vidimus incẽdere materiam oppositam (licet non ita faciliter) etenim solares radij coniuncti aërem disgregant atq; inflammant.



Nec diuersa ratio est de reflexis radijs, qui à speculo vel diuersis speculis reflectuntur ad idẽ punctum aeris: vnde & illos ignẽ generare testes sunt & archimedis historia, & tractatus qui de combustorio speculo circunferuntur.

Tertia propositio.

Iris apparet ex reflexis & fractis radiis luminosi corporis.

Tandem de iride (vt perspectiuo negotio finis imponatur) quæ ad perspectiuam spectare videtur breuissime absoluemus. In iride enim figuram semicirculo minorem, triplici distinctam colore conspicimus, semperque luminari obiectam: conspexi quidem ipse lunarem iridem multis astantibus & admirantibus, debiliorum tamen & colorum & lucis, quàm quæ a sole causatur.

Figura verò circularis causatur, quoniam radij luminosi ab

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA SEMPLA

eodem puncto (puta solis) ad roridam nubem deuenientes, & in de ad oculum videntis reflexi, angulos incidentiæ & reflexionis æquales (vt in speculo dicebamus) causant. Inueniuntur siquidem in nube illa rorida, in qua iris apparet, corpuscula quædam & diaphana & specularia: vbi radij duplices (reflexi scilicet & fracti) ex simplicibus in superficiem incidentibus fiunt: vt in alijs etiam diaphanis (& præcipue in aqua) experimur. Quò fit, vt radii corpuscula illa diaphana ingressuri frangantur, & fortiores effecti ingressi lucem sensibilem causent: quæ mixta opaco & subnigro colore illorum corpusculorum colorem efficiũt diuersum, secundũ quod corpuscula illa liqueſcẽtia & ad aquam tẽdentia, plus vel minus nigredinis habent. Radij vero reflexi speciem luminosi repræsentarent in oculo, si corpuscula illa specularia tantæ essent magnitudinis, quanta ad talem repræsentationem requiritur. Propter illorum verò paruitatem, non totius luminaris (vt in superficie aquæ contingit) sed solùm lucis imaginem repræsentat: & hanc debiliter, tum propter motum corpusculorum illorum, quæ continuò alia alijs succedũt: tum etiam, quia mixta coloribus supradictis videtur. Sunt ergo in repræsentatione iridis triplices radij: directi, quibus in nubem roridam tendimus; reflexi a luminari in nube & inde ad visum, qui nobis in circulari forma lucem & luminosum (quantũ possunt) manifestant: fracti, qui sensibilem illud lumen, & colore affectum reddunt.

Ex his patet, quòd plures videntes iridem, non vnam sed plures vident: siquidem radij reflexi ad angulos æquales, non possunt ad diuersa puncta tendere: & cũ tota iris vicem habeat speculi sphærici concaui, centrum ipsius, & centrum oculi, & centrum solis oportet sint in eadem superficie: imo sunt in eadem linea recta. Vnde oculi existentes in diuersis lineis a centro solis habebunt diuersa centra iridis: & sic diuersas irides. Hinc iris videtur fugere insequentem: & sequi fugientem: & alia quædam quæ norantur in iride: Variantur enim anguli, variato loco visus: & sic centrum iridis, & proinde tota iris.

Tertiæ partis & totius perspectiuæ finis.

MVSICA.

Definitiones.

Interuallum, eſt habitudo inter ſonum grauem & acutum.

Tonus, eſt conſonantiæ principium, ex ſeſquioctauo interuallo proueniens.

Conſonantia, eſt mixtura acuti grauiſq; ſoni, ad aures vniformiter ſuauiterq; perueniens.

Diateſſaron, eſt conſonantia ex ſeſquitertio interuallo cõſurgens.

Diapente, naſcitur ex ſeſquialtero interuallo.

Diapaſon, ex duplo.

Diapaſon cum diapente, conficiunt interuallum triplum.

Bis diapaſon, ex duobus duplis conficit quadruplum.

Petitiones.

Data æquali chorda, quæ eſt proportio ſpatii ad ſpatium, eam eſſe ſoni ad ſonum.

Totum ad ſuam partem, & laxius ad ſeipſum tenſum, grauiorem ſonum edere.

Congruè Perſpectiuam ad viſum ſenſuum nobiliſsimum pertinentem, ſequitur Muſica nobiliſsimum obiectum auditus: de qua quamplurima eademq; pulcherrima traduntur ab antiquis: & de qua diuus Auguſtinus per ſex volumina diſſerere non dubitauit: & D. Seuerinus Boetius grauiſſimus & doctiſsimus phi

losophus introductiones ludere non est dedignatus. Quæ omnia ad commendationem diuinæ artis sufficere debent. Quoniam tamen huic negotio sicut,& alijs Mathematicis disciplinis, tempus non suppetit:ad alias scientias (quæ grauiores certè vtiliores videntur) properantibus, principia tantùm modo eaque quam fieri potest & breuissimè & clarissime(quantum cum breuitate claritas in hac re copulari potest)tradere conati sumus.

Pro definitionibus notandum, quòd consistit musica in diuersitate & similitudine sonorum : quæ diuersitas & similitudo (licet sit inter res diuersæ speciei ab alijs cõtinuis& discretis)quoniam tamen mensurabilis omnino videtur, de illa philosophamur, quasi de diuersitate aliarum quantitatum.vnde diuersitatem istam & similitudinem (quemadmodum in alijs quantitatibus) rationem siue proportionem appellamus : & inde non inepte possemus exponere interuallum, proportionem inæqualitatis:graue.n.& acutum in sono se habent, sicut maior quantitas & minor: Ita vt graue sit maius : acutum minus. Quemadmodum ergo dicebamus, proportionem esse inter duas eiusdem generis quantitates, habitudinem quãdam secundum æqualitatẽ vel inæqualitatem : eodemmodo dicimus, interuallum habitudinem esse inter sonum grauem & acutum,quasi inter duas quãtitates inæquales eiusdem generis.

TONVS. Quemadmodum punctum in magnitudine, & vnitas in multitudine, ita & tonus supponitur principium in consonantijs:differt tamen ab illis, quia tonus diuisibilis est: punctum verò & vnitas minime. Et quoniam in sonis tonus dicitur prouenire ex sesquioctaua proportione,notandũ est quòd interuallum siue proportio inter sonos,est illa habitudo inæqualitatis qua graue acutum excedit: excessus autẽ iste diuersis modis contingit, adeo vt non solùm rationales ibidem inueniamus proportiones, sicut in numeris: sed etiam irrationales, sicut in continua quantitate. Experimur siquidem, tam in voce quam in sono chordarum & alijs,continuitatem quandam soni ex graui in acutum ascendentis: vt quando chordam in instrumento paulatim extendimus, vt acutiorem efficiat sonum. Et licet ita sit, quòd hæc tendentia à graui in acutum,naturam continui potiùs quam discreti habere videatur : philosophantes potius voluerunt, musicum negotium ad discretam quàm ad continuam

quantitatem referre: quoniam inter ſonos præcipuum (vocem .ſ.humanam & ſic orationem) quantitatem eſſe diſcretam (Muſico forſan ſpiritu ducti) definierunt. Vnde interualla omnia & ſic proportiones grauis ad acutum, rationales (ac ſi vnius numeri ad alium numerum eſſent) conſiderarunt. Quando igitur dicimus tonum cõſiſtere in ſeſquioctaua proportione, perinde eſt ac ſi diceremus: inter duos ſonos illos eſt iſtud interuallum toni, quorum grauis eſt vt nouem, acutus vero vt octo, quicquid illa ſint quæ ſonos ediderunt. Vt exempli gratia ſonus chordæ extenſæ nouem palmorum, ad portionem eiuſdem octo palmorum: & eodem modo de aere in cantu, & in reliquis.

CONSONANTIA. Inter mirabilia naturæ, & quorum ratio non ſatis nobis eſt manifeſta, vnũ eſt: quòd cũ duo ſoni æquè graues videantur vnum, ſi tamen illorum alter in acutiem aſcendat reliquo inuariato, ſtatim grauiter offendunt auditum: quòd ſi pergat aſcendens, tandem eueniet vt conſonet cũ priori, auditũq; demulceat. Si autem inde profectus adhuc aſcẽdat, iterum aures offendit, donec ad aliud interuallum perueniat, in quo iterum iocunde permiſceatur priori: & tandem ſæpius in ſuo aſcenſu audientes offendens, interualla certis limitibus determinata inueniat, in quibus cum priori & inuariato ſono ſuauiter, & quaſi vniformiter auribus incidat audientium.

DIATESSARON. Conſonantia ergo erit inter grauẽ & acutum ſonum quoties ſuauiter miſcentur. Et quoniam antiquorũ autoritas & experientia, ſiue ex Pythagoricis malleis ſiue certe ex chordis & alijs inſtrumentis, quinq; præcipue interualla in quibus duo ſoni conſonantiam faciant, inuenit: de his quinq; tantummodo differunt. Eſt igitur diateſſaron tale interuallũ, in quo graue ſit vt quatuor, acutum vero vt tria: & ſic eſt inter hæc proportio ſeſquitertia: eodem modo de reliquis. Diapente. n. graue habet vt. 3. acutum vt duo: differunt autem hæ duæ conſonãtiæ per tonum. 1. ſeſquioctauam proportionem, atq; illę cõplent diapaſon. i. duplam proportionem: de cæteris patet.

DATA ÆQVALI. Hæc petitio ſenſui eſt manifeſta. Et quoniã (teſte Boetio) hic ſenſus in huiuſmodi multipliciter decipitur: rationi etiam conſonat. Quo. n. maior eſt chorda (in æquali extenſione) grauius edit ſonũ: cõueniẽs igitur eſt, vt in eadẽ proportione ſonus acutiem acquirat, in qua chorda minuitur.

TOTVM AD SVAM. Hæc adeò ſenſui manifeſta eſt, vt nulla ratione negari poſsit.

Prima propoſitio.

Tonorum quotcunq; continuatorum proportionem in minimis numeris reperire.

In Arithmeticis proportionibus docebamus inuenire quotcunq; numeros in data proportione minimos. Inde habes (ſi volueris) duorum tonorum continuatorum proportionem in minimis numeris, quo pacto tres numeros in ſeſquioctaua proportione minimos inuenias: ducendo. 9. maiorem numerum in ſe & in. 8. & .8. in ſe, fient. 81. 72. 64. tres minimi numeri in ſeſquioctaua proportione: & inde habes, quòd proportio quæ componitur ex duobus tonis, eſt illa quæ eſt. 81. ad. 64. qui cum ſint numeri contra ſe primi, erunt minimi in ſua proportione. Eodem modo ſi quatuor numeros in eadem proportione cõtinuare volueris, duc. 9. in tres iam inuẽtos. ſ. 81. 72. 64. & .8. in vltimum .ſ. 64. inuenies quatuor numeros. ſ. 729. 648. 576. 512. habentes ſe in eadem ſeſquioctaua proportione. Et quoniam (vt in eadem Arithmetica oſtenſum eſt) proportio extremorum conſurgit ex proportionibus intermediorum: habes inde quod proportio grauioris ad acutiorem horum, eſt vt proportio. 729. ad. 512. qui numeri contra ſe primi cum ſint, minimi ſunt in ſua proportione. Eadem arte potes. 4. 5. 6. & plures ſi volueris tonos continuare: ducendo. 9. in omnes inuentos. & .8. in vltimum eorum, conficies ex tribus. 4. ex. 4. quinq;: & ſic deinceps, vt in præſenti figura conſpicere licet.

	9.	8.	
Duo toni.	81.	72.	64.
Tres toni.	729.	648.	579. 512.
Quatuor toni.	6561.	5832.	5184. 4608. 4099.
Quinq; toni.	59049.	52488.	46656. 41472. 36864. 32768.

Secunda propoſitio.

Interuallum duorum tonorum, minus est interuallo diatessaron, parte toni quæ minor est eius medietate: vnde pars illa semitonium minus appellatur.

Proportionum additio & diuisio præcipuè musico negotio deseruit: cum.n.(vt dictum est) interualla musica secundum rationem numerorũ considerentur, & præcipua interualla. s. consonantiæ, rationales proportiones habere dicantur, oportet omnem additionem & diuisionem interuallorũ per rationales proportiones fieri. Diuisio autem proportionum rationaliũ (si per rationales proportiones fiat) non potest esse in quotlibuerit proportiones: sicut continua quantitas diuiditur in quotlibet æquales partes: sed habent proportiones singulæ suas partes, in quas & non in alias diuidi possunt: quemadmodum & numeri suas habent signatas partes, in quas & non in alias diuiduntur. Vt binarius, qui diuiditur tantummodo in duas medietates: nec vllam habet aliam partem: & ternarius medietate carens, diuiditur in tres solummodo tertias: & ita reliqui.

Eodem modo de proportionibus dicendum est. Sunt. n. aliquæ proportiones quæ medietatem non habent. r. quæ non possunt diuidi in duas proportiones rationales ęquales: vt est dupla cum plęrisque ex multiplicibus: & sunt omnes superparticulares: de reliquis. n. nõ attinet ad præsens negotium. Inde est quòd neq; tonus, neq; diatessaron, diapente vel diapason, habent medietatem: & sic illorum diuisio semper est in partes. i. in proportiones inæquales. Vnde tonus, cum interuallum sit in superparticulari proportione, diuidi non potest in duo ęqualia semitonia ac proinde diuiditur in duo inæqualia interualla. Sed quoniam in inæqualia diuersis modis possit diuidi, quando quidem diuidi tur in omnes proportiones ex quibus componitur (componitur autem ex proportionibus intermediorum, quæ possunt esse in numera) tamen ex tota sesquioctaua assumpta est pars illa, quæ cum duobus tonis complet sesquitertiam: & cum tribus sesqui alteram: & inde cum quinq; tonis bis sumpta compleat duplam proportionem. Portionem autem istam ideo semitonium minus appellant, quia minor proportio est quàm reliqua quæ cum illa complet tonum. Sunt. n. numeri inter quos cadit ista propor:

tio minimi. 256. 243. inter quos proportio inter ſeſquidecimã octauam, & ſeſquidecimam nonam conſtituta eſt. Minimi autẽ termini ſemitonij maioris ſunt. 2187. &. 2048. qui etiam inter ſe primi ſunt, & ſic minimi in ſua proportione. Porportio autẽ iſta inter ſeſquidecimam quintam & ſeſquidecimam quartã conſiſtit: vnde maior eſt quam ſemitonium minus. Vt autem hæc omnia demonſtrentur ita eſſe, duobus tonis in minimis numeris iungatur ſemitonium minus: ſicut docebamus in arithmeticis proportionibus: ducto extremo maiori ſemitonij in extremum maius duorum cõiunctorum tonorum, & etiam minore extremo ſemitonij in minus duorũ tonorum. Sicut in præſenti figura numerus. c. multiplicatus per numerum. a. producit numerum. e. & numerus. d. multiplicatus per numerum. b. producit numerum. f. inter. e. autem & f. ſeſquitertia proportio eſt. Si enim a numero. e. auferas numerum. f. relinquitur numerus. g. tertia pars ipſius. f. Quod facile inuænies ſi per ternarium diuiſeris. f. erit. n. numerus quoties. g. Idem facilius probaueris, ſi ex ſeſquitertia proportiõe ſubduxeris duas ſeſquioctauas, relinquitur. n. idem ſemitonium minus, vt ſint. a. &. b. extrema ſeſquitertiæ. c. &. d. extrema duorum tonorum cõtinuatorum: ducto. a. in. d. fit. e. & ducto. c. in. b. fit. f. extrema eiuſdem minoris ſemitonij, quod erat demonſtrandum.

a. b.
81. 64.
256. 243.
c. d.
20736. 15552.
e. f.

20736.
15552.
5184.
21.
f. 155.52.
g. 5184.
3333.

a. 4. 3. b.
c. 81. 64. d.
e. 256. 243. f.

a. 3. 2. b.
c. 729. 512. d.
e. 1536. 1454. f.

Quod ſi experiri libet: an etiam cum tribus tonis idem ſemitonium ſeſquialteram conficiat proportionem: aufer ex ſeſquialtera tres ſeſquioctauas proportiones, & inuenies eandem. Vt ſi ex numeris. a. &. b. extremis ſeſquialteræ proportionis, auferre volueris extrema trium continuatorum tonorum. c. &. d. ex ductu. a. in. d. conficies. e. &, ex ductu. b. in. e, conficies. f. quæ etiam ſunt extrema ſemitonij: habent. n. ſe in ſeſcupla proportione ad minimos terminos ſemitonij: multiplicium autem

& ſubmultipliciū eadem eſt proportio, vt patuit ex quinto geometrico Elemento.

Tertia Propoſitio.

In data chorda tonum collocare: atq; eidem vnum vel plures quot libuerit adiungere.

Sit linea. a. b. chorda quæcunq; extenſa ſuper datum inſtrumentum, in qua ſit propoſitum inuenire interuallum toni: diuidam totum ſpatium extenſionis chordæ in. 9. partes æquales: & ſignabo vnam ex illis, & in termino illius partis aliquid apponã: quo cum voluero impediam ne tota chorda ſonet, ſed tantummodo. 8. ex. 9. partibus: dico quòd inueni interuallū toni. Tota .n. chorda ad portionem. 8. partiū ſe habet in ſeſquioctaua proportione: & ſicut proportio chordæ ad chordam, ita ſoni ad ſonum: ſonus igitur totius ad ſonum. 8, partium erit in ſeſquioctaua proportione & ſic tonus.

tonus. c.

A I I I I I I I I I I B.

Quod ſi huic primo tono. a. c. volueris alium tonum ſubiungere: portionem illam. 8. partium diuide in. 9. æquales partes, & in termino prioris & immediatę poſt tonum appone ſignum, erit. n. eadem ratione interuallum toni inter prius ſignū & iſtud ſecundo loco poſitum. Quod ſi tertium adiungere volueris in reliqua portione chordæ, eodemmodo operare: diuidendo illam in. 9. partes æquales, & vnam illarum quæ immediata ſit tonis iam ſumptis aſſumendo, erit interuallum toni: & ſic poteris quot libuerit aſſumere: ſequens tamen interualli ſpatium ſemper minus eſt priori.

to to to to

A I I I I I B.

Quarta propoſitio.

Semitonium minus duobus tonis in data chorda præponere, poſt ponere, vel inter ponere.

Cape in data chorda per præcedentem duos continuatos tonos, qui cū minus ſint quam ſeſquitertia proportio per interual

lum ſemitonij: ſi totam chordam diuiſeris in quatuor partes æquales, & vnam illarum ſumpſeris in qua deſignatum erat interuallum duorum tonorum, inuenies interuallum ſemitonij interduos illos tonos: & punctū illius quartæ portionis, vt in chorda.a.b interuallum.a.c. eſt tonus.c.d. etiam tonus, quarta autem pars totius chordæ eſt.a.e. vnde interuallum ſemitonij erit.d.e. poſtpoſitum duobus tonis.

to to ſe
A I I I I B.

Quod ſi idem interuallum præponere volueris duobus tonis: diuide prius totam chordam in quatuor æquales partes, tres autem illius ſimul diuide in.8.æquales, & de reliqua quarta parte accipe portionem æqualem vni ex.8. prædictis, & iterum cõpoſitũ ex.9 his partibus diuide in.8.æquales: & de reliquo prædictæ quartæ cape æqualem vni ex his octauis, nam duæ iſtę portiones ſic ſũ præminus ſũt quàm prędicta quarta per idẽ ſemitonij ſpatiũ. vt in linea.a.b. tres illius quartæ.c.b. diuidãtur in.8. in quarta autem.a.c. pars.d.c. ſit æqualis vni illarum, & ſtatim tota.d.b. diuidatur in.8.æquales, vni autem illarum ſit æqualis.e.d. manifeſtum eſt igitur quod.a.e. eſt interuallum ſiue ſpatium ſemitonij: & eſt in chorda præpoſitum duobus tonis.

ſe to to
A I I I I B.

Si autem libet interponere prædictũ interuallum interduos tonos: facile ex duabus prioribus operationibus patet quomodo fieri debeat. Diuide prius totam chordam in.9. æquales partes, & eandem in.4. & in priori quarta cape vnam ex nouẽ partibus ſignato eius termino, habes alterum tonorum: tres autem alias quartas partes diuide in.8.æquales, & à termino trium illarum in priori quarta cape portionem æqualem vni ex.8. prædictis, quæ erit etiam tonus: inter hos igitur duos tonos neceſſario relinquitur ſpatium interualli ſemitonij, vt ſupradictum eſt.

Quinta Propoſitio.

Conſonantias omnes in data chorda ordine collocare, vt ſenſu poſſint experiri.

Non erit difficile ſpatium ſuper quod extenſa eſt chorda diuidere: taliter, vt ſi apponamus aliquid quod impediat ſonum partis chordæ quam voluerimus, efficiamus vt totius chordæ ſonus grauis ad ſignatæ partis acutiorem ſonum, interuallum conſonãtiæ habeat. Si.n. prædictum ſpatium in quatuor æquales partes diuiſerimus, atq; inde vnam aſſumamus: & in termino illius impediens apponatur: tota chorda ad tres eius partes quartas habebit ſe in ſeſquitertia proportione. Et quoniam per primam petitionem, quæ eſt proportio ſpatij ad ſpatium, eadem eſt & ſoni ad ſonum: & diateſſaron conſonantia cõſiſtit in ſeſquitertia proportione, erit ſonus totius chordæ ad ſonum portionis triũ quartarum, in eadem ſeſquitertia proportione & diateſſaron.

Si autem prædictum ſpatium in tres ęquales partes diuiſeris, & in termino prioris tertiæ impediens appoſueris, erit propter eandem rationem, ſoni totius ad ſonum portionis duarum tertiarum ſeſquialtera proportio: & ideo diapente conſonantia.

Si autem totum ſpatium in duas æquas partes diuidatur, proportio totius chordæ ad ſuam medietatem eſt dupla: atque adeò ſoni totius ad ſonum medietatis diapaſon conſonantia.

Si autem duas tertias aſſumpſeris, erit ſpatiũ totius ad ſpatiũ vnius tertiæ tripla: tres.n tertiæ ad vnam tertiam habent triplã: & cum tripla proportio componatur ex dupla cum ſeſquialtera, erit ſoni totius ad ſonum portionis tertiæ partis diapaſon cũ diapente: quæ conſonantia vt dictum eſt, conſiſtit in tripla proportione.

Si autem ex toto ſpatio aſſumpſeris tres quartas partes, erit proportio totius ad vnam eius quartam quadrupla. Et quia quadrupla proportio ex duabus duplis conſurgit, interuallum ſoni totius ad ſonum quartæ partis erit bis diapaſon. Conſiſtit. n. dis diapaſon (vt ſupra dictum eſt) in quadrupla proportione.

Sexta Propoſitio.

Differentias conſonantiarum ſic in chorda poſitarum inuenire.

Differunt conſonantiæ iſtæ, quoniam diapente excedit diateſſaron tono: eſt.n. ſeſquialtera maior ſeſquitertia per ſeſquioctauam. Diapaſon maior eſt quã diateſſaron per diapente: quia dupla ſeſquitertiam per ſeſquialteram ſuperat. Diapaſon cum

BIBLIOTECA

diapente excedit diateſſaron interuallo non conſono : ſiquidem bis diapente, & ſic bis ſeſquialtera, facit duplam ſeſquiquartam in tali autem proportione nulla eſt cõſonantia. Bis diapaſon excedit diateſſaron per diapaſon cum diapente.

Diapaſon excedit diapente per diateſſarõ: diapaſon cum diapente, per diapaſon: dis diapaſon autẽ ſuperat diapente per diapaſon cum diateſſaron: quod interuallum licet ſuauiter ſonans ſit, tamen conſonantia non eſt. Addunt.n.in definitione conſonantiæ muſici: quod conſiſtat in proportione multiplici aut ſuperparticulari, quod hic non contingit: conficitur.n.ex dupla & ſeſquitertia, dupla ſuprabipartiẽs tertias. Qua etiam ratione ſeſquitonus.1.interuallum vnius toni cum ſemitonio minore, licet vniformem habeat ſonum, non tamen dicitur conſonantia.

Diapaſon ſuperatur à diapaſon cum diapente per diapente, vt patet: & a bis diapaſon per ſemetipſum.

Hinc patet, quod diuiſio chordæ ſiue ſpatij extenſionis eius, ferè ſemper fit per inęqualia: & quòd nulla conſonantia præter dis diapaſon, diuiſibilis eſt in duas proportiones æquales. Vt.n. ſuperius dicebamus, proportiones muſicæ ſequuntur potius cõditionem numerorum, quam quantitatis continuæ: & ſic licet inter duas datas lineas liceat ſemper inuenire medium proportionalem, vt ex.9.ſexti Eucl. dictum eſt, in geometricis: In numeris tamen rarò inueniuntur, vt pote inter duos quadratos numeros (vt in Arithmeticis patuit) & in alijs nõ adeo multis: & ideo licet proportio quæcunque facilè diuidi poſsit in duas proportiones æquales, ſi quantitates inter quas ſunt proportiones illæ fuerint continuæ, tamen proportiones illæ rarò erunt rationales. Irrationales autem proportiones quæ neq; numerum habere, neq; ad genera aliquot reduci poſſunt, ab arte ſunt meritò alienæ: vnde antiqui muſici videntur rationabilius in muſicis modulationibus, proportiones numerorum (quæ in artem facile rediguntur) conſideraſſe, quàm proportiones continuorum, quæ (vt dictum eſt) quandam habent diuerſitatum infinitatem difficilimè ad artem reducibilem. In interuallis. n. ſonorum, quamuis (vt ſuperius dictum eſt) ſoni videantur habere rationem continui, & ſic interualla ſonorum: quemadmodum & ſpatia & partes chordæ ſint diuiſibilia admodũ continuæ quãtitatis, congruentius tamen diuidentur diuiſione numerorum

quàm continuorum: omne.n.continuum diuiſibile eſt, ſicut numeri: & nobilior diuiſio videtur illa, quæ vtriq; quantitati conuenit. Vnde cum muſica modulatio tam ſit ſecundum naturam, & natura ſemper quod melius eſt operetur, & maxime rationẽ ſequatur, & artem ex ſui imitatione perficiat: proportiones iſtę muſicarum conſonantiarum congruentius aſsignatæ ſunt rationales quam irrationales.

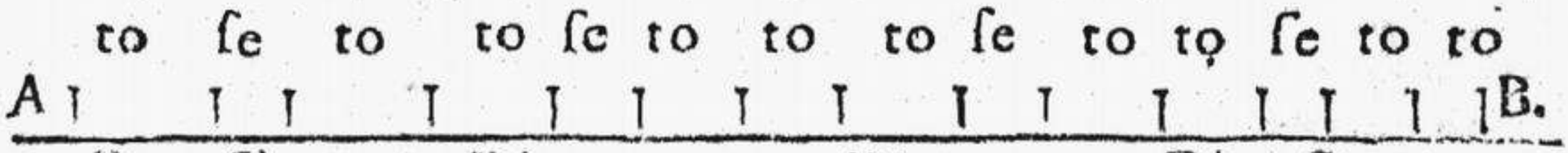
De melodiarum ſpeciebus.

Diatonicum genus melos eſt cuius partitio per ſemitoniũ minus & duos tonos continuè procedit.

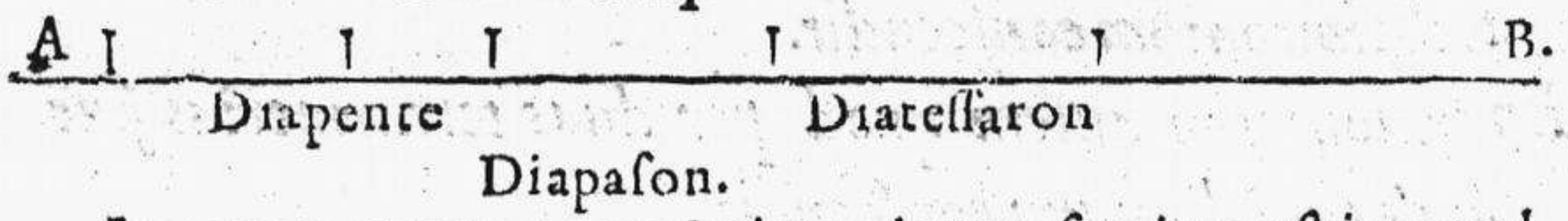
Chromaticum verò quod per duo inæqualia ſemitonia & tribemitonium conſcendit.

Enarmonicum autem quod per duas tetrarmerias ſiue dieſes & ditonum conſcendit.

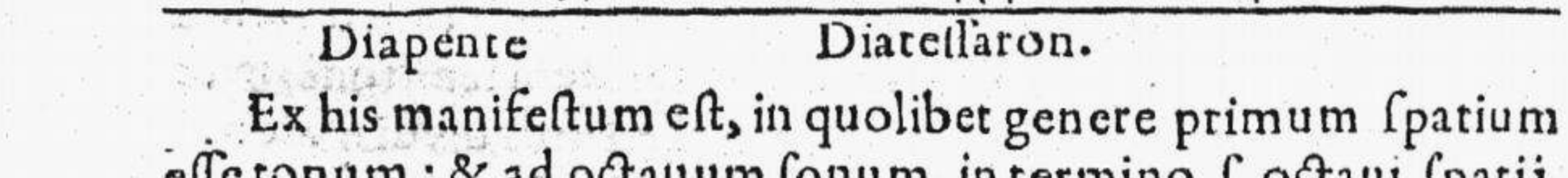
Ex diuerſo modo diuidendi ſpatium chordæ in inſtrumento, diuerſa genera melorum (vt ipſi dicunt) adinuenerunt antiqui: volunt.n. ſpatium chordæ in quolibet inſtrumento ita diuidere, vt in eo interualla inueniantur quinq; prædictarum conſonantiarũ a tono ad dis diapaſon: quod.n. acutius ſonare poteſt, potius iudicarunt ſtridorem quam vocem. Diuerſitas autem talis diuiſionis eſt, vt ſpatium quod diuiditur ſecundum genus diatonicum, per ſemitonium minus & tonum & tonum, ad conficiendum proprium diapaſon diuidatur. Vt in ſequenti linea, primũ. n. ſpatium eſt vnus, ſequitur ſemitonium, tertium tonus. Ita vt. a. e. ad. a. b. ſit diateſſaron: ſequitur tonus ſemitonium: & duo toni vſq; ad. c. & ſic diapente: & cum diateſſaron primum diapaſon. Sequitur tonus ſemitonium, & duo toni vſq; ad. d. aliud diapente: vnde diapaſon cum diapente, tandem ſemitonium & duo toni conficientes diateſſaron & perficientes dis diapaſon. Et hæc diuiſio eſt quæ dicitur in genere diatonico.



In genere autem Chromatico diuiditur ſpatium ita, vt primo loco ſit tonus, ſecundo ſemitonium minus: tertio ſemitonium maius: quo.ſ. tonus ſuperat minus ſemitonium: quarto ſpatio ſit ſeſquitonus, conſtans ex tono & ſemitonio minore, qui & trihemitonium appellatur, quibus diapente conficitur. Si quidē tonus integer primo loco conſtitutus, atq; idem diuiſus ſecundo & tertio loco, cum ſeſquitono conficiunt interuallum trium tonorum cum ſemitonio minore: quibus dictum eſt diapente conſtare. Sequitur iterum ſemitonium minus quinto loco: ſexto ſemitonium maius: ſeptimo ſeſquitonium conficientes diateſſarō: & cum diapente iam conſtituto diapaſon: eodem modo ſequuntur iterum diapente & diateſſaron ad complendum dis diapaſō.



In genere autem enarmonico primum ſpatium eſt interuallum toni: ſecundum & tertium continent ſemitonium minus: diuiditur.n. ſpatium ſemitonij in duas partes æquales, quarum quęlibet appellatur dieſis, ſiue tetrarmeria, ſiue diaſchiſma, quod interuallum non ſignatur in numeris, eſt.n. irrationalis proportio. Sequitur quarto loco ditonus ſpatium duorum tonorum, cum ſupradictis conficiens diapente: quinto autem & ſexto ſpatio itetum duæ dieſes: ſeptimo verò ditonus, cum illis complēs diateſſaron, & cum prædicto diapente diapaſon. Rurſus eodem ordine ſequuntur ſpatia conficientia, diapente & diateſſaron, & ſic diapaſon.



Ex his manifeſtum eſt, in quolibet genere primum ſpatium eſſe tonum: & ad octauum ſonum, in termino. ſ. octaui ſpatij, conſonare diapaſon: & in termino quartidecimi ſpatij quindecimam vocem ſiue quindecimum ſonum dis diapaſon conſonantiam terminare.

Ex hac diuerſitate diuiſionis ſpatij ſonorum atq; chordarū, deprehenditur diuerſitas ſenſus auditus in diuerſis hominibus:

quando quidem alijs alio & diuerſo modo placet modulatio ſonorum. Apparet etiam locupletiſsima abundantia muſicæ quę his omnibus ſatisfacere potuit: imò (ſi placet) inde poſſumus percipere, quàm ſit difficile omnibus placere, & ſatisfacere voce. Quod dixerim, quia plures noſtri temporis muſici inſtrumenta conficientes, & factis vtentes, non contenti his diuiſionibus, ſuas adinuenire ſtudent: & diuerſum ab omnibus antiquis ſentire: & ſuas inuentiones illorum inuentionibus præferre nõ dubitant: & iudicem appellant auditum, nec iniuria: muſicæ ſiquidem modulationis finis eſt, aures audientium de mulcere. Quorum ego iudex nec eſſe debeo: cùm non adeo in his verſatus ſim, vt meam interponam ſententiam, quæ aliquid ponderis habitura ſit. Nec ſi maxime id valerem, cum multis & doctiſsimis & exercitatiſsimis muſicis de autoritate contendere debeo. Tantummodo bona fide principia iſta breuiſſima ex antiquorum monumentis decerpta in gratiam eorum qui aliàs impeditiſsimi, & grauioribus addicti ſcientijs, hæc penitus ignorare noluerint, in medium proferre curaui: relinquens illis quibus tempus ſuppetit, & qui illa exactiùs noſſe deſiderant, plenius iudicium de his, & reliquis ad artem iſtam pertinentibus.

Muſices, & ſic iſtius Mathematici Compendii finis.

ARITHMETICA

PRAXIS.

Primùm oportet nomina nùmerorum, & naturalem eorum seriem didicisse: characteres etiam cuicunq; numero, eius valorem exprimentes congruè assignare. Characteres numerorum nouem tantum sunt, eò quòd apud nos & complures etiam nationes vltra nouenarium numerum non progrediatur, sed statim sequatur numerus alterius ordinis, & cum illo repetitis nouem, ad secundum eiusdem ordinis, & sic vsq; ad nouem eiusdē pergatur. Quibus completis ad tertium ordinem, & sic ad quartum, & deinceps sine termino progrediatur.

Et licet diuersi diuersis characteribus gaudeant, nobis commodiores visi sunt nouem pluribus nationibus communes: nā addita cifra sufficientissime per illos & facillimè operamur. Sūt autem illi huiusmodi. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. & nullius valoris. o. quæ adinuenta est ad supplendum in aliquo ordine characterē numeri.

Ordines verò numerorum quæ in infinitum progrediuntur, sic habent. Primus ordo ab vnitate vsq; ad. 9. dicitur vnitatum, & est nobis vltima litera: prima verò Hebræis, Chaldæis, & Arabibus, qui opposito modo scribunt, & numeros colligūt. ſ. à dextra in sinistram: & à minori numero incipiunt. Sequens litera est in ordine denariorū: qui secundus est, & a. 10. ad. 90. progreditur. Tertius centenariorum est, & valent characteres. a. 100. in 900. Quartus milliaria eodem modo cōtinet. Quintus dena milliaria. Sextus centena milliaria. Septimus verò ordo millies milliaria continens, à nobis vulgo appellatur Quento. Et sic per dena, centena & Milliaria progredimur (etiam nomina imponētes cum defuerint) quousq; libuerit. Est tamen in hoc aduertēdum, quod ordo debet vel maxime obseruari: ne vel digitum pro articulo, vel articulum minoris ordinis pro articulo maioris sumamus: vel econtra. Solemus. n. appellare digitum, numerum denario minorem: articulum verò illum, qui diuisibilis est in decem æquales partes.

Additio.

Additio.

Addere eſt, plures numeros in vnam ſummam colligere, i. numerum inuenire qui æquiualeat omnibus numeris propoſitis. Fit autem hoc pacto. Scribe numeros quorum vis ſummam habere ſeruato ordine (vt ſupradictũ eſt) vnum ſub alio, quibus rite collocatis duc ſubtus lineam rectam, & collige omnes numeros qui ſunt in primo illo ordine vnitatũ appellato, & numerum inde prouenientem: ſi digitus. 1. denario minor fuerit, ſcribe ſub illo eodem primo ordine: ſi autem fuerit articulus denarius vel centenarius, ſerua illum pro ſequenti ordine: nam ad ſecundum vel terrium ordinem pertinet: ſi vero fuerit compoſitus ex digito & articulo, digitum in eo ordine appone: & articulum pro ſequenti ordine ſerua: & quemadmodum in iſtis primi ordinis numeris operatus es, operare in reliquis. Quòd ſi in vltimo ordine collegeris numerum, articulum illum in alio ordine debitè collocabis: quę omnia exercitio facillime conſequêris.

2. 3. 5. 6. 7. 4.	
5. 6. 2. 0. 3. 1.	
7. 4. 5. 7. 2. 0.	
6. 3. 0. 1. 5. 9.	3
2. 1. 7. 3. 5. 8. 4.	3

Quod ſi experiri volueris vtrum bene fueris operatus, multipliciter id facere potes. Quod autem facillimum videtur eſt, vt ex omnibus illis numeris prodigitis reputatis auferas nouenarium quoties poteris, reſiduum ſerua, nam ex ſumma collecta, eodemmodo ablato. 9. quoties poteris: idem relinquetur ſi bene operatus es. Non tamen ſequitur ſi idem ſuperſit ex ſubtractione. 9. prædicta: bene operatum eſſe. Vnde ſi vna ex prioribus numerorum lineis neglecta, reliquas colligas: & quod inde collegeris ſubtrahas à ſumma omnium prius collecta: oportet vt relinquatur numerus æqualis lineæ illi neglectæ: & iſte eſt modus experiendi an recte facta ſit additio certior, vt exẽplo patet. Si. n. quatuor præpoſitas lineas collegeris. a. b. c. d. conficies quintum. e. Quod ſi neglecta quarta. ſ. d. collegeris tres priores. a. b. c. conficies ſummam. f. quæ ablata a priore ſumma. e. relinquet.

2. 3. 5. 6. 7. 4.	A.
5. 6. 2. 0. 3. 1.	B.
7. 4. 5. 7. 2. 0.	C.
6. 3. 0. 1. 5. 9.	D.
2. 1. 7. 3. 5. 8. 4.	E.
1. 5. 4. 3. 4. 2. 5.	F.
6. 3. 0. 1. 5. 9.	D.

numerum. d. æqualem lineæ illi neglectæ.

Quod si plurimæ fuerint lineæ colligendæ, consulam quod il lustriss. Cardinalis siliceus in sua Arithmetica. s. vt semel ascendendo colligas; & rursus descendendo idem facias: raro. n. eueniet vt consonent duæ operationes, nisi vtraq; bene collegerit.

Subtractio.

Subtrahere est numerum minorem ex maiore demere: & residuum assignare. Vt si quis accipiat aliquam summam dispẽsandam, distribuatq; partem: cognoscere vult quantũ sibi restat distribuendum. Dixi minorem ex maiore, quoniam neq; maiorẽ ex minore, neq; æqualem ex æquali propriè dicimur subtrahere.

Disponeigitur duos illos numeros secundum ordinem prædictum: superius maiorem, & inferius minorem subtrahendũ: ita vt digitus minoris sub digito maioris, & articuli suo ordine disponantur: & tunc à digitis incipiendo, aufer digitum minoris à digito maioris: & quod supersit sub linea nota suo charactere. Eodemmodo de primo articulo, & de reliquis dicendum est, donec venias ad maximum articulorum. Quod si aliquando digitus vel articulus minoris numeri fuerit æqualis superiori, cum nihil sit residuum: appones. o. literam nullius valoris ad supplendum locum & ordinem. Si autem contigerit aliquem digitum vel articulum inferioris maiorem esse quam qui supra ipsum est, tuncillum subtrahe ex. 10. & residuum iunctum cũ superiori pone sub linea pro residuo, & habes vnitatẽ articuli immediatè maioris, iungendum sequenti articulo inferiori, vt subtrahantur simul ex superiore. vt exemplo facile hæc omnia patebunt. Sit numerus. a. maior numerus a quo subtrahendus est numerus. b. minor, digitũ numeri. b. scilicet. 2. subtrahe ex digito numeri. a. s. 4. remanet. 2. sub linea ponendus pro parte residui: similiter articulum. 1. ex articulo. 3. remanet iterum. 2. suo ordine ponendus. Rursus quoniam. 9. maior est quã sibi suprapositus. 4. abstraho. 9. a. 10. residuum. s. 1. iungo. 4. fit. 5. pro residuo sub linea collocandus. & quia denarium vnum ex illa additione vnitatis ad. 4. soluisti: iunge vnitatem sequẽti articulo. s. 8. vt subtrahas. 9. ex. 7. quod quia impossibile est, iterum. 9. subtrahe ex. 10. relinquitur itidẽ vni-

2. 5. 3. 9. 7. 4. 3. 4. A.
4. 4. 0. 8. 9. 1. 2. B.
2 0. 9. 8. 8. 5. 2, 2. C.

tas, adiungenda.7. vt pro reſiduo habeas.8.& pro ſequenti articulo habes vnitatem, quam (quia in ſequenti illo articulo nulla eſt litera ſignificatiua cui iungatur) ſubtrahe ex.9.reſiduum eſt. 8. Rurſus.4. ex.3. non poteſt ſubtrahi: vnde ex.10.auferri: & quod relinquitur (ſcilicet.6.) cum ternario ſuperiori debet ſub linea poni.ſ.9 . Potes tamen quoties inferior eſt maior, addere ſuperiori denarium , vt ex compſito inferior ſubtrahatur: vt in hoc loco quia.4.eſt maior.3.adde.10.fit.13.à quo ablato. 4. remanet idem.9. ſemper tamen ſequenti inferiori adde vnitatem (quoties hoc contigerit) vel à ſuperiori deme. Tandem vnitatem adde.4.efficies.5.æqualem ſuperiori & ſic pro reſiduo appones. 0. Vltimo quoniam pro.2.ſummæ maioris nihil in inferiore habes, idem.2 eſt reſiduum, & ita habes numerum.c.qui remanet ſubtracto.b.ex.a.

Pro examine autem operationis, iunge reſiduũ numero ſubtracto: ſi.n.recte operatus es, erit numerus qui colligitur æqualis numero ex quo ſubtractus eſt minor ille.

Multiplicatio.

Multiplicare eſt, ex ductu duorum numerorum tertium numerum producere, in quo toties ſit alterduorũ illorum, quoties in reliquo eſt vnitas. Vt ſi. 4.per.3.multiplicaueris efficies.12.in quo ternarius eſt quater,& quaternarius ter. Et licet duo illi numeri ex quorũ ductu producitur tertius, ſinguli indifferẽter poſſunt eſſe multiplicans & multiplicandus, tamẽ diſtinctionis gratia appelletur alter illorum in quo alius ducitur multiplicãdus, & qui ducitur in illo multiplicans. Modus autem operandi ſit iſte: Ponantur duo illi numeri ex quorum ductu producitur tertius, multiplicans ſub multiplicando, & quælibet litera ſignificans multiplicantis ducatur in ſingulas literas multiplicandi, quod inde prouenit ſub linea ordine apponatur, ita vt numerus ex digiti multiplicatione proueniens congruo ordine. 1.digitus ſub digito & articuli in ſuo ordine collocentur: & quod prouenit ex multiplicatione alicuius articuli ita diſponatur, vt ad locum ipſius articuli tanquam ſi eſſet digitus terminetur. Quod enim ex additione harum multiplicationum prouenit, eſt ille numerus qui quærebatur. Vt exẽplo, ſit multiplicãdus numerus a,

multiplicans. 6. duco. 6. ſcilicet. 4. in. 5. proue-
nit. 20. qui cum articulus ſit ſeruo duas vnita-
tes iungendas numero qui producetur ex mul
tiplicatione eiuſdem. 4. multiplicantis per. 2.
multiplicandi, & ſub multiplicante. 4. pono. 0.
& duco. 4. in. 2. fit. 8. adiungo illi. 2. ſeruatum fit 10. qui cum ar-
ticulus ſit etiam, reſpectu ſecundę literæ multiplicãdi, ponetur.
0. ſub 2. & in alio ordine articulorũ. 1. & ſic erit. 100. numerus. c.
quæſitus,

2. 5. A.
4. B.
1 0 0.

In ſecundo exemplo ſit numerus. a. multiplicandus, &. b. mul
tiplicans, duco. 4. digitum multiplicantis in. 8. priorem literam
multiplicandi, producetur. 32. cuius digitum
ſuo loco appono. &. 3. articulum ſeruo: duco
iterum. 4. in ſecundam multiplicantis fit. 20.
cui adiungo. 3. ſeruatum fit. 23. cuius. 3. acſi di
gitus eſſet appono in loco primorum articu-
lorũ, &. 2. ſeruo pro ſequenti, tandem. 4. in
vltimam multiplicãdi duco, quæ cum ſit vni
tas remanet. 4. cui adiuncto. 2. ſeruato fit. 6. quem pono in loco
articulorum ſecundi ordinis. ſ. centenariorum. Eodem modo cũ
. 3. ſecunda litera multiplicantis operandum eſt, appoſitis produ
ctis ordine congruo vt ſupra dictum eſt, additiſq; duobus, proue
nit. c. numerus productus ex multiplicatione. Duo præcipue in
ueniuntur in iſta ſpecie numerationis, quæ difficilem aliquo mo
do illam reddũt, & nondum ſatis exercitatos remorari poſſunt.

1 5 8. A.
3 4: B.
6 3 2.
4 7 4.
5 3 7 2. C.

Quorum primũ eſt, non habere in promptu numerum quẽcũq; productũ ex ductu numerorũ. Pro quo impedimento auferendo, in hoc loco Arithmetici tabulam ſiue mẽſulam pythagoream appellatam, à tyronibus huius diſciplinæ ediſcendam, afferre ſolent: ea eſt huiuſmodi.

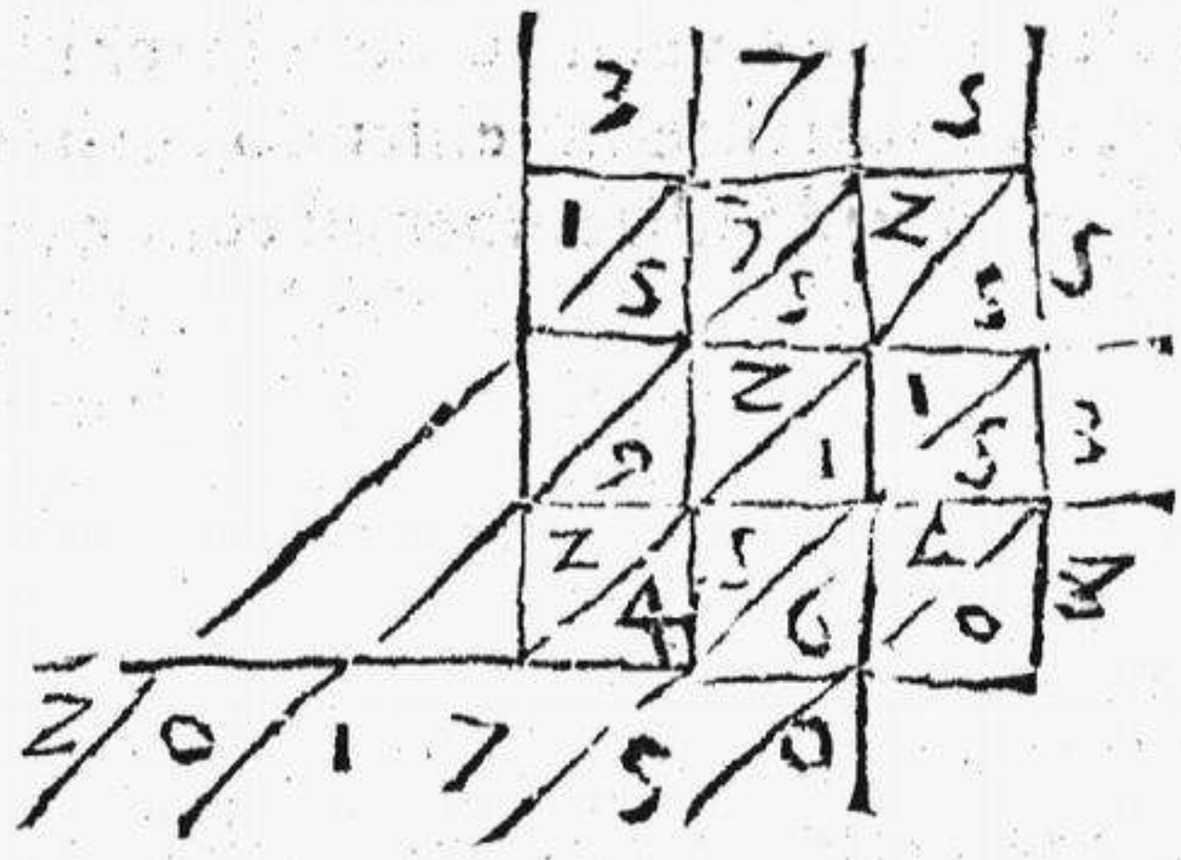
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9. 1
4.	6.	8.	10.	12.	14.	16.	18.	2
9.	12.	15.	18.	21.	24.	27.		3
16.	20.	24.	28.	32.	36.			4
25.	30.	35.	40.	45.				5
36.	42.	48.	54.					6
49.	56.	63.						7
64.	72.							8
81.								9

Cum ergo multiplicando numeros omnes pro digitis reputemus, ſatis eſt ſi productū ex quibuſcunq; digitis cognouerimus. Vnde ad inueniendum tale productum, ſume digitum multiplicandum in capite tabellæ, multiplicantem in latere vel econuerſo: in angulo. n. communi reperies productum quæſitum.

Et quoniam vſque ad ſenarium facile etiam rudiores quicūque inuenire poterunt productum: pro maioribus duobus digitis multiplicandis, eſto regula. Pone vnum illorum ſubaltero, & è regione cuiuſlibet eorum pone numerum per quod denarius excedit illum, illos duos exceſſus multiplica, & quod prouenit ſerua. Iam verò exceſſum ſecundi illorum priorum numerorum aufer à primo, vel exceſſum primi a ſecundo (idem. n. eueniet) & habebis articulum iungendum producto ex exceſsibus, & ſeruato. Vt in exemplo, volo noſſe productum ex. 8. in. 7. ſub. 8. pono. 7. e regione. 8. pono. 2 quo 8. exceditur a denario è regione. 7. ternarium, quo etiam a denario. 7. exceditur, multiplico. 3. per. 2. fit. 6. ſub linea pro digito ponendus, & ex. 8. aufero. 3. vel ex. 7. binarium, remanet. 5. pro articulo vnde ſepties. 8. fiunt. 56. & eodem modo de alijs.

8	2.
7	3.
56.	

Aliud quod remorari ſolet multiplicantes eſt, quòd cum ex ductu duorum numerorum producatur vt in plurimū numerus compoſitus ex digito & articulo, ſubſcripto digito, dū inueſtigare contendunt alterum productum, obliuiſcuntur articuli ſeruati: vnde plures adinuenerunt modos vtrunq;. ſ. articulū & digitum ſubſcribendi, ex quibus tibi faciliorem trademus: is eſt huiuſmodi. Volo multiplicare. 3. 7 5. per. 5. 3. 8. conſtruo figuram huic figuræ ſimilem: & alterū numerorum in capite totius figurę colloco, alterum in latere: & pro qualibet litera vtriuſque ſpatia quadrata in figura confício, quę etiam diuido ſingulis diametris: iā duco in præſenti figura ſuperiorem lateralis numeri, qui & maior eſt articulus in digitum multiplicādi numeri in capite figuræ poſiti. & quo



niam quinquies quinq; facit.25. numerum compoſitum, inſcribe digitum ſub diametro quadrati ad vtrumq; numerum pertinẽtis. ſ. ad.5.multiplicantis.& ad.5.multiplicandi, articulũ autẽ ſupra eande diametrum intra quadratum, & hoc modo procede multiplicans per ſingulas literas,& producta inſcribẽs in quadrato communi multiplicanti & multiplicando, vt facile eſt videre in figura: Poſtea vero addendi ſunt numeri ſecundũ quod inter diametros inueniuntur, nam diametri continuatæ oſtendunt differentiam articulorũ, quod exercitio facillimũ,euadet.

Diuiſio.

Diuidere eſt numerum inuenire qui tota pars ſit diuidendi, quota eſt vnitas diuiſoris.Id eſt datis duobus numeris, quorum alterum diuidere volumus per reliquum,inuenire tertium numerum,per quem diuiſus ille qui diuidendus erat, æquas illius tot partes faciat,quod vnitates haber diuiſor. Diuidendus autẽ numerus dicitur ille, cuius partes cognoſcere volumus quantæ ſint. Diuiſor autem ille, qui partes numerat quot ſunt. Tertius autem numerus qui quoties appellatur, eſt qui partium magnitudinem oſtendit. Vt ſi.12 per.4.diuiſerimus, vt cõficiamus ternarium tunc.12.erat diuidendus.4.diuiſor.3.quoties. Nam ternarius tota pars(.ſ.quarta)eſt.12.diuidendi, quota vnitas quaternarij diuiſoris.

Diuidemus ergo numerum datum hoc pacto: diſponantur diuidendus & diuiſor, ita vt diuidendus ſit ſupra diuiſorem intercidente linea, vel ſi volueris inter illos relinque ſpatium pro numero quotiente inueniendo, prima tamen diuiſoris litera ſub prima diuidendi ſemper eſt collocanda,quamuis litera diuiſoris ſit ſuperioris ordinis articulus, dum tamen totus diuiſor minor vel æqualis ſit tot literis diuidẽdi numeri ex prioribus,quot ſunt in ipſo diuiſore: & quoties diuiſor cõtinetur in literis diuidẽdi quæ ſunt ſupra ipſum, notetur per numerũ, vel inter ipſos diuidẽdũ & diuiſorem, vel alibi ſi libuerit ſcribendum:numerus iſte quoties appellatus multiplicetur per totum diuiſorem: quod inde prouenit auferatur ex literis diuidendi ſupra diuiſorem conſtitutis. Quod ſi adhuc remanet in diuidendo maior numerus quã ſit diuiſor, diuiſor ipſe ſub remanentibus iterum deſcribatur:ita

vt per vnicum locum literæ omnes diuiſoris. verſus digitũ diuidendi mutentur: & iterum redeat prior operatio: nec deſiſtẽdum quouſque ex toto diuidendo partem ſiue quotientem numerum inuenias. Quod ſi aliquando mutans diuiſorem, literas ſupra ipſum inuenias minus quam diuiſor valentes: loco partis appone.o. & iterum muta diuiſorem. Oportet.n. diuiſorem mutare quęrendo partem, quouſque digitus diuiſoris ſit ſub digito diuidendi. Quod ſi aliquid completa operatione ſuperfuerit diuidẽdum (quod ſemper eſſe debet minus diuiſore) totum illud fractio appellatur, de nominanda a diuiſore. Vt ſi numerum. 573. per. 5. diuidere vis, ſubſcribe. 5. ſub prima diuiſoris: & quia ſemel continetur in illa, ſigna vnitatem pro parte ſiue quotiente: quæ multiplicata per ipſum diuiſorem, relinquit eundem. 5. Dele ergo. 5. diuidendi, & rurſus mutato diuiſorem ſub ſecũda diuidendi litera. ſ. 7. & quoniam. 5. ſemel tantũ cõtinetur in. 7. ſume etiam vnitatem pro parte: & multiplicatam per. 5. aufer ex. 7. remanet. 2. Rurſus mutato diuiſore ſub. 3. vltima diuidendi, inueniſti ſupra ipſum. 23. in quibus. 5. continetur quater. Sumpto igitur. 4. pro parte ſiue quotiente, multiplica ipſum per diuiſorem. 5. fit. 20. auferendus à. 23. vnde remanet. 3. qui cũ minor ſit diuiſore, erit partes ipſius diuiſoris. ſ. tres quintæ. Habes igitur. 114. qui interprædictos, diuidendum & diuiſorem, pro quotiente quæſito. Sume & aliud exemplum: ſit numerus diuidendus. 7956. diuiſor autẽ. 34. (quoniã diuiſor duas habet literas) ſubſcribe ipſum ſub duobus prioribus diuidendi numeri. ſ. 7. & 9. & quoniam bis tantũ cõtinetur. 34. in. 79. noto. 2. pro quotiẽte, quo multiplicato in diuiſorem fit. 68. quẽ à. 79. ſubtraho, remanent. 11. ſupra deletos. 79. ſcribendi: iam muto diuiſorem, vt. 4. eius ſit ſub. 5. diuidendi, ſupra diuiſorem ſunt. 115. in quib⁹ diuiſor continetur ter, & ſic. 3. pro quotiente notato multiplico ipſum in diuiſorem, fit. 102. quem aufero ex. 115 remanet. 13. Muto iterũ diuiſorem, & digitus eius eſt ſub digito diuidẽdi: ſunt igitur ſupra diuiſorem. 136. in quibus diuiſor continetur quater, & ideo. 4. in quotiente appoſitum duco in diuiſorem. fit. 136. æqualis diuidendo: quare in iſta operatione nihil relinquitur indiuiſum: numerus verò quoties eſt. 234.

```
        2
    5 7 3
    1 1 4
    5 5 5

        2 1
    1 1 3
    7 9 5 6(234
    3 4 4 4.
      3 3.
```

Quod si tertium volueris exemplum: sit diuidendus numerus. 2 7 1 8 7 5. diuisor vero. 3 7 5. (quoniam tres literæ diuisoris maiores sunt tribus prioribus diuidendi) oportet diuisorem ante operationem mutare, ita vt tertia diuisoris sit sub quarta diuidendi: & quoniam tũc supra diuisorem sunt. 2 7 1 8. continetur diuisor in illis septies: vnde pars erit. 7. qui ductus in diuisorem, producit 2625. quo ex superiore ablato, remanet. 93. & mutato diuisore sunt supra ipsum. 937. in quo diuisor bis continetur, & sic. 2. pro parte signato & ducto in diuisore, facit. 75. qui ex. 937. ablatus relinquit. 187. mutato tandem diuisore, iterum sunt supra ipsum. 1875. in quibus diuisor continetur quinquies præcise: vnde. 5. est quoties, & ductus in diuisorem facit eundem numerum. 1875. qui ablatus ex superiore nihil relinquit: est igitur quæsitus numerus quoties. 725.

18
93
271875 (725
3755.5.5.
377.
3.

Examen multiplicationis est diuisio, diuisionis autem multiplicatio. Habes. n. ex speculatiua arithmetica: si numerus aliquis alium multiplicet, atq; idem productum diuidat, redire multiplicatũ: vnde e conuerso si numerus numerum diuidat, idemq; ducatur in quotiente redibit diuidendus. Item multiplicando & diuidendo fit reductio diuersi valoris nummorum: si. n. maioris valoris numos ad minores reducere volueris, multiplica valorem vnius maiorum per numerum illorum maiorum, producetur numerus minorum quæsitus, vt si volueris reducere. 158. regales argenteos numos hispanos ad marauedinos minuta numismata hispana, duc. 34. valorẽ vnius argẽtei in numerũ. 158. numorum argenteorum, fit. 5372. valor. s. illorum. 158. argenteorum regalium: vt habes in secundo exemplo multiplicationis. Eodem modo in tertio exemplo multiplicationis habes reductionẽ aureorum ducatorum: duximus. n. 538. per. 375. valorem vnius ducati, vnde productus. s. 101750. est valor. 538. ducatorum.

Si autem numos minoris valoris ad numos maioris valoris reducere vis: diuide summã minorum per valorem vnius maioris: & quoties erit summa talium maiorum numorum. Vt in secundo exemplo diuisionis summam. 7956. diuisi per. 34. valorem vniusargentei regalis: pro quotiente habui. 234. numerum argẽteorum æquiualentium prædictæ summæ. Et in tertio exemplo

diuisi.

diuiſi.271875.per valorem vnius ducati aurei,inueni.725.numerum ducatorum æquiualentium eidem ſummæ.

Trium numerorum Regula.

Quãuis radicũ quadratarũ & cubicarũ inuẽtio (vt pote ſpecies diuiſionis) hunc locum poſtulare videbatur, quoniam tamen neceſſe eſt vt arithmetici exerceantur in diuiſione & multiplicatione, prius hanc afferre viſum eſt regulam, quæ docet inueſtigare quartũ proportionalem numerũ datis tribus alijs: quoniam hæc vtiliſsima cùm ſit, per multiplicationẽ & diuiſionem procedit. Datis igitur duobus numeris in aliqua proportione, & dato tertio numero, ſi inuenire volueris quartũ proportionalẽ .1. qui ſe habeat ad tertium ſicut ſecundus ad primũ, multiplicatis ſecundo & tertio ſi productus diuidatur per primũ, pars ſiue quoties numerus ex diuiſione conſurgens, eſt quartus qui quærebatur. Vt.n.in.7. propoſitione ſecundæ partis arithmeticæ dictum eſt, datis.4.proportionalibus numeris, qui fit ex ductu ſecundi in tertium, eſt æqualis illi qui ex ductu primi in quartum. Cùm ergo ex multiplicatione ſecundi in tertium, habeamus numerũ qui produceretur ex primo cognito in quartũ incognitũ: diuiſo numero illo per primum, quoties erit quartus. Vt.n.ſepe dictum eſt) ſi numerus numerum multiplicet, & productum diuidat, conficiet multiplicatum.

Modus verò operationis eſt: Vt primus numerus qui & diuiſor eſt, & ſemper eiuſdem ſpeciei & rationis cum tertio, ponatur in primo loco: ſecundus autem (cuius ad primũ proportio nota eſt) ſit in ſecundo loco: tertius verò (cuius comes in data proportione quæritur) ſit in tertio loco: vt ſi ſic inquiras. Alicui debebatur pro mercede vnius anni decem M. quota pars debetur pro ſeptẽ menſibus? Reduc primũ.ſ.annum ad mẽſes, & ſic.12. menſes eſt primus numerus, qui ad decẽ M. ſe habet in proportione aliqua: & ſic decem M. eſt ſecundus: ſeptem verò mẽſes eſt tertius numerus. Quæritur quis numerus ſe habet ad.7.ſicut.10000.ad.12. diſpono igitur tres prædictos numeros vt dictũ eſt.12.10000.7.duco.7. in.10000.fit 70000.qui diuiſus per.12.habet pro parte.5833.ſ. numerũ quæſitũ: in eadẽ. n.

12. 10000. 7.
7.
70000.
14444.
70000. 4
(5833 4/12
12.2.2.2. 12
1 1 1.

proportione ſe habet. 12. ad decem M. in qua. 7. ad. 5833. 12

Complura exempla quę hic facilè adduci poſſunt relinquimus omnia. n. eodem modo procedunt, ſi rectè cognoueris qui ſunt terminini qui debent multiplicari, & quis diuiſor: in hoc. n. ſolet eſſe aliqua difficultas. Et primo communiter inter mercatores, qui plures conuenire ſolent & pecuniam conferunt, vt proportione cuiuſq; pecuniæ lucrum de negotiatione accipiant. In hoc caſu tota pecunia ſimul gerit vicem primi numeri, & ſic diuiſoris: totum lucrum eſt ſecũdus numerus: pro tertio autem debet ſumi illa pars, quam attulit ille cuius portionem lucri ſcire cupimus quanta ſit.

Vt exempli: nauis onuſta mercibus appulit portui: quas cum vnus mercator non poſſet emere, conuenit cum alijs duobus vt omnes ſimul merces emerent, & quod de illis lucrum proueniret diuiderent ſecundum portionem cuiuſq; pecuniæ: itaq; vnus attulit. 2500. alter. 1900, tertius. 3600. omnes ſimul. 8000. poſt annum lucrati ſunt ex illis mercibus. 1450. cum ergo quęris quãtum ex prędicto lucro debeat quilibet illorum habere, fac primũ & diuiſorem numerum. 8000. ſecundum ve- 2500.
rò. 1450. tertium vnum ex trib⁹ allatis: quod 80000. 1450. 1900.
.ſ. ille cuius partem cognoſcere vis attulit. Vt 3600.
volo noſſe quantum debetur illi qui attulit. 2500. ſit tertius numerus. 2500. qui multiplicatus per ſecundum. ſ. 1450. producit. 3625000. quæ ſumma. diuiſa per primum. ſ. 8000. conficit. 453.
1/8 partẽ. ſ. illius qui. 2500. adduxerat. Sunt. n. 8000. ad. 1450. ſicut. 2500. ad. 453. cum vna octaua vnius: eodem modo multiplica. 1900. per totum locrum. ſ. 2450. reperies. 2755000. qui diuiſus per. 8000. conficit. 344. cum tribus octauis: pars. ſ. illius qui. 1900. attulit. Tertio multiplica. 3600. quod vltimus attulit per idem lucrum. 1450. producitur. 5220000. qui diuiſus per eundem primum & diuiſorem conficiet. 652. cum quatuor octauis, reſiduum totius lucri: & hoc modo operaberis in omnibus ſimilibus.

Addunt in hoc loco arithmetici modum inueniendi diuiſorẽ, quando contigerit prædictos mercatores qui ſocietatem inierũt, non æquali tempore pecuniam ſuam habuiſſe negotio expoſitã: tunc. n. aliter & diuiſorem & ſecundum numerum qui multiplicandus eſt cum lucro, venari oportet. Vt ſi in exemplo ſuperiori

ille qui attulerat.3600. voluit auferre.1000.per aliquot menſes ante diuiſionem lucri:tunc.n.minus lucrari debet, quàm ſi toto tempore habuiſſet totam pecuniã expoſitã: vnde tunc pro parte pecuniæ adductæ vniuſcuiuſq;, multiplicetur tempus quo habuit expoſitam pecuniam, per numerũ pecuniæ quam habuit illo tempore, & reliquam per reliquum tempus: quod ſi pluries etiam ille variauit ſummam pecuniæ, plures multiplicationes huiuſmodi fiant: quod inde prouenerit, ſit pars iſtius: pro tertio numero, & pro reliquis eodemmodo fiat multiplicatio vel multiplicationes: & tunc demum addito quod ex omnibus multiplicationibus prouenerit, illud eſt primus numerus qui & diuiſor:lucrum autem ſemper erit ſecundus numerus: pro tertio autem vnicuiq; illorum cuius partem quærimus, multiplicationũ productum adducemus, & operabimur vt ſupra.

Notandum tamen quod aliquando contingit, quòd quò maior eſt aliquis numerus horum, diminuit reliquum: & quo minor auget reliquum.ſ.comitem vel extremum proportionis. vt ſolet adduci exemplum de obſeſsis & frumento: quò.n. plures fuerint obſeſsi, minus erit tempus quo ali poſſunt frumento, & alijs cibis ſeruatis. Item eſt exemplum de trimodio (vulgo fanega) tritici, ſupppoſito quod binæ libræ (pondus vulgatum panis) vendantur eodem pretio. & vnciæ ponderis panis proportione valoris trimodij debeant variari. Pro his & ſimilibus, quoniam videtur euerſa proportio, debet eſſe & euerſa operatio.ſ. quod primus & ſecundus numerus multiplicentur ad inuicem: tertius autem ſit diuiſor.

Exemplo: ſint obſeſſa.5000.hominum, victum habent ſufficientem pro nouem menſibus, non tamen ſperant vſque ad.15. menſem:ab obſidione liberari, volunt noſſe, quot ali poſſunt illis.15.menſibus frumento illo:quo.n.plures ſunt menſes pauciores poſſunt ali milites. Multiplica ergo quinque.M.per.9.habebis.45000.quæ diuiſa per.15.relinquunt.3000.tot milites ali poſſunt.15. menſibus. Iſte modus operandi ſolet appellari regula trium euerſa. Sunt permulta, quæ per iſtam trium numerorum regulam adinueniri poſſunt: vnde meritò Geber acutiſsimus aſtrologus, Ioannes etiam de Mõteregio inſignis Mathematicus, omnia quæcunq; Ptolemæus per illam ſex proportionum regulam demonſtrat, ad hanc reducere curarunt.

Falsi.

Sed & regulam falsi appellatam ad hanc etiam reducere conatisunt quidam, nec ineptè vt statim videbimus: est, n. hęc regula falsi modus quidam inueniendi numerum aliquem ignotum per alium vel alios notos. Vt si inquiras quãtus sit numerus, quo aliquis emere volens pullos, si pro singulis soluat. 51. remaneret sibi. 68. si autem pro singulis. 68. solueret, deficeret illi. 136. Ignoro numerum pecuniæ quam afferebat ipse, & numerum pullorum quos emere voluit, quos per hanc falsi regulam inuenire potero, vt statim patebit.

Item sunt tres socij habentes singuli numerum quempiam pecuniæ nobis ignotum, summa vero omnium sit nota: nouerimus tamen secundum habere triplum illo quod habet primus: & plus .3. tertium verò habere quantum primus & secundus, & plus. 5. totum autem est. 67. Hæ quæstiones & permultæ aliæ per hanc falsi regulam absoluuntur: quę ideò falsi nomen habet, quia supponimus numerum quempiam esse talem qualis ille qui quæritur, qui vt in plurimum non est talis: at mediante illo & quod deest vel superabundat, deuenimus in notitiam quæsiti.

Modus operandi in primo exemplo est, vt quæras quis numerus multiplicatus per. 51. & producto additis. 68. est æqualis illi qui multiplicatus per. 68. & ablatis ex producto. 136. remanent æquales producti: pone ad libitum & dic esse. 8. is per. 51. multiplicatus producit. 408. cui si addas. 68. fit. 476. Idem autem. 8. multiplicatus per. 68. facit. 544. a quo si auferas. 136. remanent, 408. At deberent esse. 476. vt esset æqualis primo producto cũ suo addito, non erat ergo. 8. numerus quæsitus: deest. n. 68. ex multiplicatione secunda ablatis qui erant auferendi. Vnde positionem illam numeri. 8. signo, & sub ipso appono. 68. cũ signo minus, quia minus habui in operatione: & sumam alium numerum pro libito maiorem uel minorem, vt puta. 9. qui ductus in. 51. facit. 459. & cum. 68. 527. ducam eũdem 9. in. 68. fit. 612. aufero. 136. manet. 476. qui adhuc in æqualis est priori, & minor illo: per. 51. noto eodem modo. 9. & 51. sicut prius cũ noto minus. Tunc quia vtrobiq; inueni minus, auferam minorem differentiam a maiori. s. 51. a. 68. manet. 17. Et primam positio

8.	9.	
mi	mi	
68.	51.	
204.		
408	612	
8.	9.	

nem.ſ.8.ducam in ſecundam differentiam.ſ.51.ſecundam autem poſitionem.9. duco in primam differentiã.68.ex priori ptoducitur. 408. ex ſecunda. 612. auferam minorem de minore remanet.204. diuidendus per.17. differentiam duarum differentiarũ, ex qua diuiſione fit. 12. numer⁹ quæſitus: iſte.n.eſt numerus pullorum quos emere habebat ille cuius pecuniam ignorabamus: qui ductus per. 51. & additis. 68. producit.680. cui æqualis eſt, qui fit ex ductu. 12. per. 68. ſi inde auferas, 136. habebat igitur.680.

mi	mi
68.	51.
17.	

Eſt notandum, quòd ſi operantes inueniamus differentias in vtraq; operatione minores.ſ.quod inueniamus minus quam poſitum erat, vt in prædicto exemplo: vel in vtraque maiores: tunc ſemper minora maiori auferetur ad habendum diuiſorem: & ex duobus productis ex multiplicationibus poſitionum in differentijs, minus productum auferetur a maiori pro numeri diuidẽdi inuentione. Si autem in vna operatione differentia minor eſt, & in altera maior, tunc adduntur differentiæ pro diuiſore, & duo producti pro diuidendo. Vt ſi in prædicto exemplo cum ſecũdo loco ſumpſi nouem ſumpſiſſem.15. ex ductu.51.in.15. cũ. 68.fit. 833. ex ductu autem.15.in.68.ablatis ex producto.136. remanent. 884 qui maior numerus eſt quam.833.vnde differentia debet apponi cum titulo plus, & additis duabus differentijs fit.119. diuiſor: additis autem duobus productis. ſ. 408. & 1020.fit.1428.diuidendus per. 119. diuiſorem, vt maneat. 12. qui erat numerus quæſitus vt dictum eſt.

1428.	
408.	1020.
8.	15.
mi	p.
68.	51.
119.	

In ſecundo exemplo, pone primum habere.5.ſecundus haberet.18.tertius.28.omnes ſimul.51.deberent autem eſſe.67. vnde differentia eſt.16.& minor ponenda cum titulo,mi: & quia non euenit quæſitus,pono.8.ſecundo loco pro primo: haberet ſecundus.27.tertius autem.40.omnes ſimul.75. deberent autem eſſe. 67.vnde differentia eſt maior & ſic titulus plus. Eſt autem differentia.8.addenda priori.ſ.16.& ſic 24.diuiſor: pro ducti autem primæ poſitionis per differentiam ſecundam.40.ſecũdæ per primam.128. additi faciũt 168. qui diuiſus per.24.facit partem ſiue quotientẽ. 7. qui quærebatur: tantum.n.habebat primus.

168.	
40.	128.
5.	8.
mi.	pl.
16.	8.
24.	

Ad habendam autem demonſtrationem & veritatem eorum quæ dicta ſunt, arithmetici practici in his quęſtionibus diſſoluẽdis adiutorio quatuor proportionalium numerorum vtuntur. Nam cũ in operatione cum altera ſuppoſitione inueniſti plus, & cum reliqua minus: coniunctum ex erroribus ad primũ errorem ſe habet in tali proportione, in quali differentia poſitionum ad diſtantiam inter priorem poſitionem & quæſitum numerum. Vt in proximo exemplo: coniunctum errorum .ſ.24.ad primũ errorem.ſ.16.ſe habet vt.3.differentia poſitionum ad.2.diſtantiã prioris poſitionis.ſ.5.ad.7.quæſitum numerum.

Cùm autem in vtraque poſitione inuenitur plus, vel in vtraque minus: tunc ſicut differentia erroris ad minorem errorẽ, ſic differentia poſitionum ad diſtantiam inter propinquiorem poſitionem & quæſitum numerum. Vt in priori exemplo, differẽtia errorum.ſ.17.ad minorem errorẽ.ſ.51.ſe habet in ſubtripla proportione: in qua etiam ſe habet differentia poſitionum.ſ. vnitas ad diſtantiam propinquioris poſitionis.ſ.9. ad veritatem quæſitam.ſ.12.quæ differentia eſt ternarius ad quem vnitas ſe habet in ſubtripla. Ac proinde cum his differentijs per prædictam regulam trium poſſes abſoluere quæſtiones ſine multiplicationibus: imò ex prædictis proportionibus adiuuante prima proportione ſecundi elementorum, demonſtratur veritas operationis quæ per multiplicationem procedit, vt dictum eſt.

Radicum extractio.

Conſiderantur numeri, vt in arithmetica ſpeculatrice viſum eſt, tanquam ſi eſſent figurę quædam tam planæ & ſuperficiales, quàm etiã ſolidæ: de quibus multories neceſſe eſt inquirere, vel ſuperficies vel latera vel aliquid huiuſmodi quantum ſit: & hoc præcipuè contingit in numeris quadratis & cubicis, propter dimenſiones planorum & diſtantiarum ac aliarum rerum. Vnde cùm aliquando ex latere figuram, aliquando èconuerſo ex figura latera inquiramus: quod in his difficultatem & vtilitatem habet, præcipuè eſt inuentio laterum quadrati, & cubici numeri. Latera autem iſtorum radices vulgo appellantur, de quarum in-

uentione ſiue extractione ars quædam arithmeticè traditur, quæ eſt huiuſmodi.

Inquiritur dato quouis numero, cui⁹ numerus ſit ei⁹ radix quadrata: quod idē eſt acſi inquiras, quis numerus in ſe ipſū multiplicatus ꝓducit talē numerū (quadrati. n. numeri cōſurgunt ex multiplicatione numeri alicuius in ſeipſum. vt. 4. conſurgit ex multiplicatione. 2. in ſeipſum: &. 9. ex multiplicatione. 3. in ſeipſū) cubici verò fiunt ex multiplicatione numeri ſemel in ſeipſum & iterum in productum. vt. 8. fit ex multiplicatione. 2. in ſe ſemel, & iterum in. 4. productum: bis. n. duo faciunt. 4. &. bis. 4. faciunt. 8. Numeri autem ex quorum multiplicatione producuntur, appellantur eorum radices ſiue latera: quadratæ, ſi conſurgant ex ſimplici multiplicatione: cubicæ, ſi ex duplici.

Et quamuis quilibet numerus poſsit eſſe. R. tam quadrati quam cubi (nam quilibet poteſt multiplicari in ſe & in productum) non tamen omnes ſunt quadrati vel cubi: rari. n. ſunt quadrati, & rariores cubi vt patet. vnde inter duos quadratos multi numeri intercipiūtur: numeri autē qui quadrati non ſunt. R. nō habent proprie & præciſe, licet fingantur pro regulis quæ appellantur Algebra. Vnde vt plurimum cùm. R. inuenire cupimus, non inuenimus. R. quæſiti numeri, cùm illam ille nō habeat: ſed inuenimus. R. numeri quadrati, maximi ex his qui in tali numero continentur. Vt ſi quæreremus. R. 120. quia ille non eſt quadratus, inueniem⁹. 10. R. 100. qui maximus numerus eſt quadratorū in. 120 contētorū: & in. R. cubicis à fortiori: plures. n. numeri intercipiuntur inter duos numeros cubos immediatos, quā inter duos immediatos quadratos æqualium. R.

Cùm ergo alicuius numeri quadrati volueris inuenire. R. vel maximi quadrati in aliquo numero contenti: ſcribe numerum & characteres numeri ſigna binos, incipiendo à digito: ita vt interduas ſignatas vna relinquatur ſine ſigno: nam tot characteres pro. R. inquirere debes, quot ſignatos in ſumma habes. Vt in præſenti exemplo vides, in quo quatuor ſunt ſignati characteres, incipiendo a. ſ. digito.

Tunc pro vltimo ſignato. ſ. 2. in

							1.
						2.	
				2.	3.	6.	
1.		6.		4.	1.	7.	
2.	8.	0.	5.	6.	2.	5.	(1675.
		2.		2.		4.	
			3	3	3.		

quire digitum, qui in ſe multiplicatus conficiat æqualem vel proximo minorem ſignato, quem pro radice ſerua, & quadratum illius ſubtrahe ex litera ſignata reſiduo ſuper cācellatam poſito, vt in diuiſione: eſt autē digitus in hac operatione vnitas, qui in ſe ductus ſeipſum producit: & ex binario ſubtractus relinquit vnitatem ſupra cancellatum. 2. ponendam. Tunc digitus ille inuentus duplari debet: & duplatum ſubſequenti litera non ſignata poni: & tunc quęrendus eſt digitus qui ductus in duplatū, quod ſupra ipſum eſt & poſt ipſum, vel quam maximam poteſt partē exhauriat: & ductus in ſe, quod ſupra ſequentem ſignatum, & poſt ipſum, vel quam maximam eius partem etiam exhauriat: talis erit. 6. qui ductus in. 2. producit. 12. qui ſubtractus ex. 18. relinquit. 6. & iterum. 6. ductus in ſeipſum producit. 36. qui ex. 60. ſupra literam ſignatam exiſtente ſubtractus, relinquit ſupra ſignatum. 24. Et tunc dupletur. 16. numerus qui pro. R. inuentus eſt, fit. 32. cuius digitus ponēdus eſt ſub nō ſignata litera ſequenti. ſ. ſ: articulus autem retro in ſuo ordine: & iterum inquirēdus eſt digitus, qui ductus in duplatum (quod eſt ſupra illud: & ductus in ſe, quod ſupra ſignatam ſequentem literam deleat, vel quam maximam poteſt partem: talis eſt. 7. qui ductus in maiorem duplati. ſ. 3. facit. 21. qui ſubtractus ex. 24. ſupra. 3. exiſtēte relinquit 3. & iterum. 7. ductus in. 2. ſecundam literam duplicati facit. 14. qui ex. 35. ſupra illum. 2. relinquit. 21. & tandem. 7. in ſe ductus facit. 49. qui ex. 216. ſupra ſignatum exiſtente relinquit. 167. tunc iterum duplandæ ſunt tres literæ radicis, & faciunt. 334. cuius digitus ponatur (vt ſupradictum eſt) ſub litera non ſignata & articuli in ſuo ordine, & tandem quærēdus eſt iterum digitus, qui ductus in duplatum deleat quod ſuper duplatum: & in ſeipſum, quod ſupra ſignatum: eo modo quo ſupra factum eſt: talis eſt. 5. Et in hoc exemplo nihil relinquitur: nā numerus. 2805625. quadratus eſt, & eius. R. 1675. quæ hoc modo inuenta eſt.

In ſecundo exemplo ex numero. 178965. eodem modo proceditur: nam pro maiori articulo ſignato ſ. 7. inquirendus fuit digitus, qui in ſe ductus produceret æqualem, vel proximo minorem compoſito ex ſignato & qui ante illum erat nō ſignatus: talis fuit. 4. qui in ſe ductus produxit. 16. qui ex. 17. relinquit vnitatem: duplatoq; quaternario & ſuo loco poſito, inuenimus. 2. qui in duplato. ſ. 8. ex. 18. & in ſe ductus ex. 9. reliquit. 5. & iterū duplatis.

duplatis. 42. appoſuimus ſuis locis. 84. &. 3. inuenimus, qui in. 84. ductus & tã dem in ſeipſum, relinquit. 36. (non. n. numerus prius ſumptus erat quadrat⁹: vnde nec inuenta. R. ſ. 423. eſt. R. illius, tamẽ. R. eſt maximi quadrati in illo nu mero contenti. ſ. 178929. Quæ rema-

```
        1  3
     1  2  5  4  6
1  7  8  9  6  5  (423
   I     I     I
   8.    4.
   8.
```

nent autem fractiones ſunt, quarum denominatorem ſi noſſe cu pis, dupla radicem inuentam, & duplato adde vnitatem: & ha bebis denominatorem fractionum. Vt in iſto exemplo, duplata R. 423. fit, 846. denominator fractionum, erit itaq;. R. 423. cum 36. octingẽteſimis quadrageſimis ſextis, fere: nã numerinõ qua drati qui & ſurdi nec in ſe neq; in fractionibus poſſunt habere o mnino præciſam radicem: ſatis eſt habere quam proximam. De monſtrationem autem iſtius operationis facile habes, ſi memini ſti ex. 4. ſecundi Eucl. quadratum lineę in duabus partibus diui ſæ componi ex duobus quadratis partium, & duobus paralleloo grammis ex partibus: & cùm compoſita reſoluantur in compo nentibus, ſicut ad componendum quadratũ ex duobus numeris 3. & .4. ſumeremus tertria: & quater quatuor: & bis ter quatuor: & ita conficeremus. 49. quadratũ. 7. ita diſſoluendo prius accipi mus. R. quadratam primi ſignati: & ideo illam duplamus, vt per R. ſecundi ſignati in duplatum ductam auferamus duo illa paral lelogramma, quæ ex duabus partibus totius lateris erant cũ qua dratis partium coponentia totum quadratum.

Pro cubicarum autem. R. inuentione, nota numerum cuius R. inuenire volueris: & ex characteribus ſigna à digito duobus in termiſsis quartũ quẽque: quot. n. ſignati fuerint, tot erũt literæ in R. Iã verò pro initio operationis, inquire digitũ qui in ſe cubice ductus deleat quod eſt vſq; ad primum ſignatum characterem, vel quam maximã partem fieri poteſt. Vt in præſenti exẽplo pro primis duabus literis. ſ. 98. inueni. 4. qui in ſe cubice ductus fa-

```
      1  2  7
   3  4  4  9  5  2
9  8  6  1  1  3  2  8(462
   I     I     I
   1  2.    1  3  8.
```

cit, 64. hunc ex. 98. ſubtraho, manet ſupra illud. 34. Quaternarius autem R. inuẽta debet triplari, & triplũ ſub ſumma ita diſponi, vt digitus ſit ſub litera immediate ante ſequentem ſignatam & articuli in ſuo ordine: &

tunc inquirendus est alius digitus, qui simul cum priori in triplatum ductus & per se in productum, deleat de numero qui est supra triplatum quam maximam partem fieri possit: & in se cubice ductus de numero supra signatum quam maximam poreſt partem, vel totum. in præsenti exemplo talis digitus est senarius: igitur. 46. in. 12. ductus producit. 552. in quē. 6. ipse ductus. 3312. qui ex. 3461. supra triplatum existente subtractus, relinquit. 139. supra triplatum: tunc demum. 6. in se cubice ductus producit 216. qui ex. 1491. supra signatum existente subtractus relinquit supra ipsum. 1275. Rursus eadem redit operatio, nam. 46. pro R. inuentus triplari debet, & triplatum (vt supradictum est) disponendum est, & iterum inquirendus digitus, qui cum superiobus in triplatum ductus & per se in productum, deleat quod est supratriplatum: & in se cubice ductus, quod supra signatum. Talis digitus in præsenti exemplo est. 2. nam. 462. in. 138. triplatum ductus producit. 63756 in quo. 2. ductus facit. 127512. qui subtractus ex. 127532, supra triplatum existente relinquit, 20. & randem in se cubicè ductus. 2. facit. 8. qui quoniã æqualis est characteri signâto illũ delet: vnde. R. maximi numeri cubici in proposito numero contenti erit. 462. remanet. n. 20. per quem excedit propositus numerus maximum cubicum in eo contẽtũ.

Demonstratio istius operationis non dissimilis est demonstrationi. R. quadratarum: componitur. n. cubus alicuius numeri in duabus partibus diuisi, ex duobus cubis partium, & ex illo quod fit ter ex vna partium in quadratũ alterius partis: & rursus quod fit ter, ex reliqua parte in quadratum prioris. Vt cubus. 5. s. 125. fit ex duobus cubis partium. s. binarij & ternarij, qui sunt. 8. & 27. & ex. 36. producto ex. 3. ter in quaternarium quadratum. 2. ducto, & .54. qui producitur ex binario ter in. 9. quadratum. 3. ducto: vnde simul. 8. 24. 36. 54. perficiunt. 125. cubum. s. compositi. Quod & sensui etiam patet, si solida cubica & parallelipeda adducantur: & cùm (vt supra dictum est) ex modo componendi facile habeamus modum resoluendi, paret quomodo ex cubo habeamus latus resoluendo totum in partes.

Fractiones.

Fractiones quæ appellantur vulgares, sunt partes alicuius totius diuisi: vt medietates, tertiæ, quartę &c. de quibus quoniam non adeo necessarius est tractatus, breuissime pauca quædam dicenda sunt.

Et primo in fractione quacunq; duo sunt numeri, quorum vnus denotat numerum partium: reliquus vero quotæ sunt partes. Vti si dicas, duæ tertiæ, binarius denotat numerum: quia duæ sunt partes illę: ternarius autem, quotæ sint: quia quamlibet illarum dicit tertiam esse totius. describuntur autem ita, vt numerator sit supra denominatorē interiecta linea vt. $\frac{2.}{3}$ $\frac{3}{4}$

Quando autem plures fractiones sunt eiusdem denominationis, facilis est additio & subtractio: quoniā in hoc sequuntur integrorum naturam. $\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{4}$ vt si addere volueris. addenumerato res. f. 3. & .2. fit. $\frac{5}{4}$ ex. $\frac{3}{4}$ si subtrahere volueris. $\frac{2}{4}$ ex numeratore maiori subtrahe minorem. f. 2. ex. 3. remanet. $\frac{1}{4}$

Si autem fractiones fuerint diuersarum denominationū, tūc primum reducendę sunt ad fractiones eiusdem denominationis & eodem modo operandum est, acsi essent eiusdem denominationis a principio. vt si fuerint. $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ reducam illas ad eandem denominationem: & videbo quot vna quæque illarum conficiat partes denominationis illius communis: & sic facile addam vel subtraham. Modus autem reducendi est, vt denominatores ducantur in se inuicem: vt in prædictis. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ duco ternarium in quaternarium, fit. 12. communis denominator: & tunc duco numeratorem vnius in denominatorem alterius & è contra: nam hoc modo inuenio quot duodecimas continet quælibet fractio illarum. Vt duco. 2. in. 4. dico duas tertias tantum esse quantum .8. duodecimę: iterum duco. 3. in. 3. fit. 9. dico igitur quod nouem duodecimæ tantum sunt quantum tres quartæ. vnde si addendæ erāt duæ illæ fractiones. $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ addam. 8. &. 9. numeratores fractionis communis, & dicam esse. $\frac{17}{12}$ quod si subtrahenda erat vna illarum ex alia, subtraham .8. ex. 9. & remanet. $\frac{1}{12}$.

In additione autem quoniā aliquando plures duabus veniunt addendæ, reduc primo duas: deinde cum aggregato duarum ac

si vna esset tertiam: & cum aggregato triũ quartam: & sic de reliquis. vt si addas. $\frac{2.3.4.}{3\ 4\ 5}$ reduc primum. $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ ad $\frac{17}{12}$ & tunc $\frac{17}{12}$ & $\frac{4}{5}$ ad $\frac{133}{60}$ & sic deinceps.

Pro reductione autem fractionum non simplicium. i, quando pars est non totius alicuius, sed alterius partis (vt si quæras quomodo reducetur medietas vnius quartæ, vel tertia pars vni⁹ quintæ ad simplicem fractionem) duc numeratores in se inuicẽ, & denominatores etiam in se inuicem; & habebis reductionem quæsitam, hoc pacto. Scribe fractionem illam, ponẽdo denominatorẽ sub numeratore linea interiecta vt in simplicibus: & partẽ seu partes cuius seu quarũ illa est pars seu partes, consequẽter nota distinctionis gratia sine interiectione lineæ, vt pro duabus tertijs⁹ vnius $\frac{2\ 1}{3\ 5.}$ & pro tribus quartis $\frac{3\ 2}{4\ 5.}$ Ducendo igitur numeratores. s. bis vnum est duo, fit numerus fractionũ simplicium, ad quas reducebatur illa fractio fractionis: ducẽdo autem denominatores. s. ter quinque fit denominator. s. 15. illarum partiũ reductarum. Duæ. n. tertiæ vnius quintæ valẽt duas quindecimas vnius integri. Eodem modo in secundo exemplo, ducti denominatores. 4. &. 5. in se inuicẽ faciunt. 20. & ductis etiam in inuicẽ numeratoribus. s. 3. &. 2 fit senarius numerator: idẽ. n. valent tres quartæ duarum quintarum quod. $\frac{6}{20}$

Non dissimiliter fit multiplicatio fractionum: cùm. n. vnam fractionem in aliam ducere volueris, duc numeratorem vnius in numeratorem alterius: & denominatorem vnius, in denominatorem alterius: quod inde producitur, est fractio consurgens ex multiplicatione. Vt ducendo. $\frac{3}{4}$ in $\frac{4}{5}$ fiunt $\frac{12}{20}$ Diuisio fractionũ fit, si numeratorẽ diuidendi per denominatorem diuisoris multiplicaueris, fit. n. numerator: econuerso autem, ex ductu denominatoris diuidendi in numeratorẽ diuisoris prouenit denominator. Vt si diuidas. $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$ duc. 2. in. 5. fit. 10. &. 3. in. 4, fit. 12. vnde quoties erit. $\frac{10}{12}$.

Complura compẽdia inuenies pro fractionum tractatu, quæ quoniam exercitio facilè consequi possunt volentes, libenter prætereo.

PHYSICARVM verò fractionum (quarũ vsus in astro-

nomicis multus est)facilis est ars, quantum satis est ad tabularũ exercitium pro quo sunt inuentæ. Procedunt siquidem astrologi per sexagenariam & diuisionem & multiplicationẽ,propter.60. numeri commoditatem:ita vt.60.partes minoris denominationis conficiãt vnam partem immediate maioris denominationis, tam in tempore quàm in spatio motus orbium.

In tempore.n.vnum integrum (puta diem) diuidunt in. 60. partes, quæ scrupula siue minuta appellantur: & quamlibet istarum in.60.partes: quæ quoniam sunt partes primæ partis,secũdæ appellantur: & quælibet secũda fractio diuiditur in.60.partes tertias,& quęlibet tertia in.60.quartas:& sic deinceps quãtũlibet procedendo in diuisione. Sed &.60.dies appellant secundum non fractionis sed multiplicationis,&.60.istorum secũdorum faciunt vnũ tertium,tertiorum autem.60.conficiunt quartum, & ita in multiplicatione sicut in fractione pro libito procedunt.

In spatio autem (quoniam de motu circulari agunt, qui circulo completur) circulum quemlibet diuidunt in.360.æquales partes,quæ & gradus appellantur:& ipse numerus.360.fit ex sexies 60.quamlibet autem illarũ partium diuiduntin.60.scrupulos siue minuta,& quodlibet minutum in 60.secunda, & quod libet secundum in.60,tertia:& sic vsq; quo libuerit sicut de temporis diuisione dictum est.

Pro numeratione verò istarum fractionum, oportet quamlibet fractionem secundum ordinem suarum denominationum aptari incipiendo a maioribus siue partibus siue integris:siue etiã qui ex multiplicatione fiunt numeris, more nostro à sinistra in dexteram. Vt si ex multiplicatione dierum, habeamus secunda tertia & quarta:prius quarta & statim tertia: consequenter secũda & inde dies qui.1.notantur: postea fractiones, m̃.2̃.3̃.4̃.&c. quodlibet in suo ordine, pro quolibet duas tantùm literas apponendo, secundum exigẽtiam numeri illius denominationis,qui sẽper minor est.60.vt si dicas pro reductione dierũ ab incarnatione ad hanc horam,duas habere quartas multiplicationis.38.tertia.17.secundas.7. dies,& diuisionis.51.minuta.15.secunda.

4̃.3̃.2̃.1̃.m̃.2.3̃.4̃.
2.38.17.7.51.15.0.0.

Pro spatio autem maxima denominatio est signorum: signa autem dupliciter accipiuntur, dicunt.n.signum physicum esse

ſextam partem totius circuli, & ſic continere. 60. partes ſeu gradus circuli: commune autem ſignum duodecima pars eſt totius circuli, & gradus continet. 30. fractiones verò (ſicut ſupradictũ eſt) per ſexagenariam diuiſionem continuè procedunt: vnde in numeratione, prius ponenda ſunt ſigna: ſtatim gradus: tũ minuta: ſecũda, tertia, &c. q̃ his characterib⁹ notã s. g. m. 2. 3. 4 tur. s. ſigna. g. grad⁹. m. minuta. 2. ſecũda, &c. 5. 37. 49. 53. 41. 10

Pro additione autẽ ſi habueris plures addẽdas adde eiuſdẽ denominationis digitos: ſi reſultet cõpoſitus, appone ſuo ordine digitũ: & cũ articulo adde reliquos articulos eiuſdẽ denominationis: à numero reſultãte ſubtrahe. 6. quoties poteris, & ſi q̃d remanet pone loco articuli: & quot ſenarios ſubtraxiſti, tot vnitates habes addendas digitis maioris &c. immediate ſequentis fractionis: & ſicut in vna fractione operatus es, ita & in reliquis, quo vſque ad ſigna peruenies: quæ ſi fuerint phyſica & plura quam. 6. ſemper abijcienda ſunt quę per ſenarium diuidi poſſunt: ſiquidem ſex ſigna totum complent circulum vt dictum eſt: quod autem ſupereſt reiectis ſenarijs ſubtitulo ſ. ſerua, ſi autẽ ſigna cõmunia habueris ſecundũ exigẽtiã tuarũ tabularũ, tũc ex ſignis reijce. 12. & reliqua ſerua

ſ	g̃	m̃	2̃	3̃	4̃
3	32	47	54	35	12
0	49	38	54	20	16
5	27	31	49	57	6
3	49	58	38	52	34

Pro ſubtractione autẽ, ſubtrahe digitum vnius fractionis ex digito fractionis eiuſdẽ denominationis, ſi potes: ſin autẽ cõple denariũ (vt in integris dictũ eſt) & pro reſiduo pone quod deerat denario: & ſi quis digitus erat in ſuperiori a quo extrahebas, & cũ vnitate ſi denariũ cõpleſti, ex articulo illi⁹ denominationis ſubtrahe cõpoſitũ ex vnitate & articulo ſubtrahẽdo ſi potes: quòd ſi nõ, quia vel nullus eſt articulus vnde ſubtrahatur, vel minor quã ſubtrahendus: tunc cõple nõ denariũ, ſed ſenarium vice denarij: & quod deerat ſenario, cum articulo ſuperiori (ſi quis erat) pone pro reſiduo, ſeruando vnitatem pro digitis ſequentis ordinis:

s.	g̃.	m̃.	2.	3̃.	4̃.
2	38	47	50	30	12
5	27	52	49	56	12
3	10	55	00	34	00

quæ omnia facillimè vſu conſequeris, ſunt. n. frequentiſsima aſtrologis. Eſt tamen aduertendum, quòd multoties oportet extrahere maiorem arcum de minori: & tunc minori arcui addũtur. 6. ſigna ſiue totus circulus, vt in præſenti exẽplo cõſpicitur.

Pro multiplicatione autem & diuisione istarum physicarum fractionum (quoniã ad habendas partes proportionales passim necesse erat multiplicare arq; diuidere, idq; non sine tædio & labore, quo nos liberat tabula quæ pro habenda parte proportionali tabulis est annexa) habeamus illi gratias oportet: & multiplicationem & diuisionem & radicum extractionẽ relinquamus alijs, qui copiosius & fusiùs quantum satis est de arithmetica scripserũt, & quotidie scribunt: cùm nos compendium pro occupatissimis in grauioribus scientijs tradere decreuerimus: monentes tantummodo, quòd facile reducendo omnes istas fractiones cũ suis integris ad minimas fractiones per superiùs traditam doctrinam, poterũt multiplicare & diuidere, & alia omnia in his exercere quæ in integris fecerunt. Arithmeticæ practicæ finis.

De Geometrica Praxi.

Quemadmodum trina est quantitatis dimensio secundũ longum. s latum & profundum, ita triplex est mensura: quædã quę longitudinem metitur, quædam verò quæ superficiem, quædam verò quæ metitur corpus: & cùm longitudo sit prior, & suo modo mensura aliarum (longitudine.n. certificamur non solum quanta sit longitudo, sed quanta latitudo, & quanta etiam profunditas: est.n. linea quę solam longitudinem habet latus tam superficiei quam corporis) oportet cognoscamus prius mensuram lineę: per illam em̃ facilè cognoscentur & reliquæ.

Est vsitatissimum sumere mensuram ex membris humanis, vt digito, palmo, pede, passu &c. quamuis semper, sicut & nunc, diuersæ apud diuersos fuerint mensuræ. Vnde & geometrici pedes diuersam apud diuersos habere longitudinem compertũ est: ac proinde stadia & milliaria inæqualia inueniuntur. Sit tamen gratia exempli pes communis. s. tertia pars vlnæ mensoriæ, mensura lõgitudinis: quę tamẽ diuidatur in quatuor partes ęquales, quæ palmi appellãtur: palmi autẽ in quaternos digitos: digiti autem diuidantur in latum quaternorum hordei granorum: multiplicetur verò pes in. 5. vt fiat passus: & passus in. 125. vt fiat stadiũ stadium verò in. 8. vt fiat Milliare: Milliaria autem multiplicata ostendant longitudines. 1. distantias locorum oppidorum. s. & huiusmodi: Pro minore autem longitudine vtemur alijs.

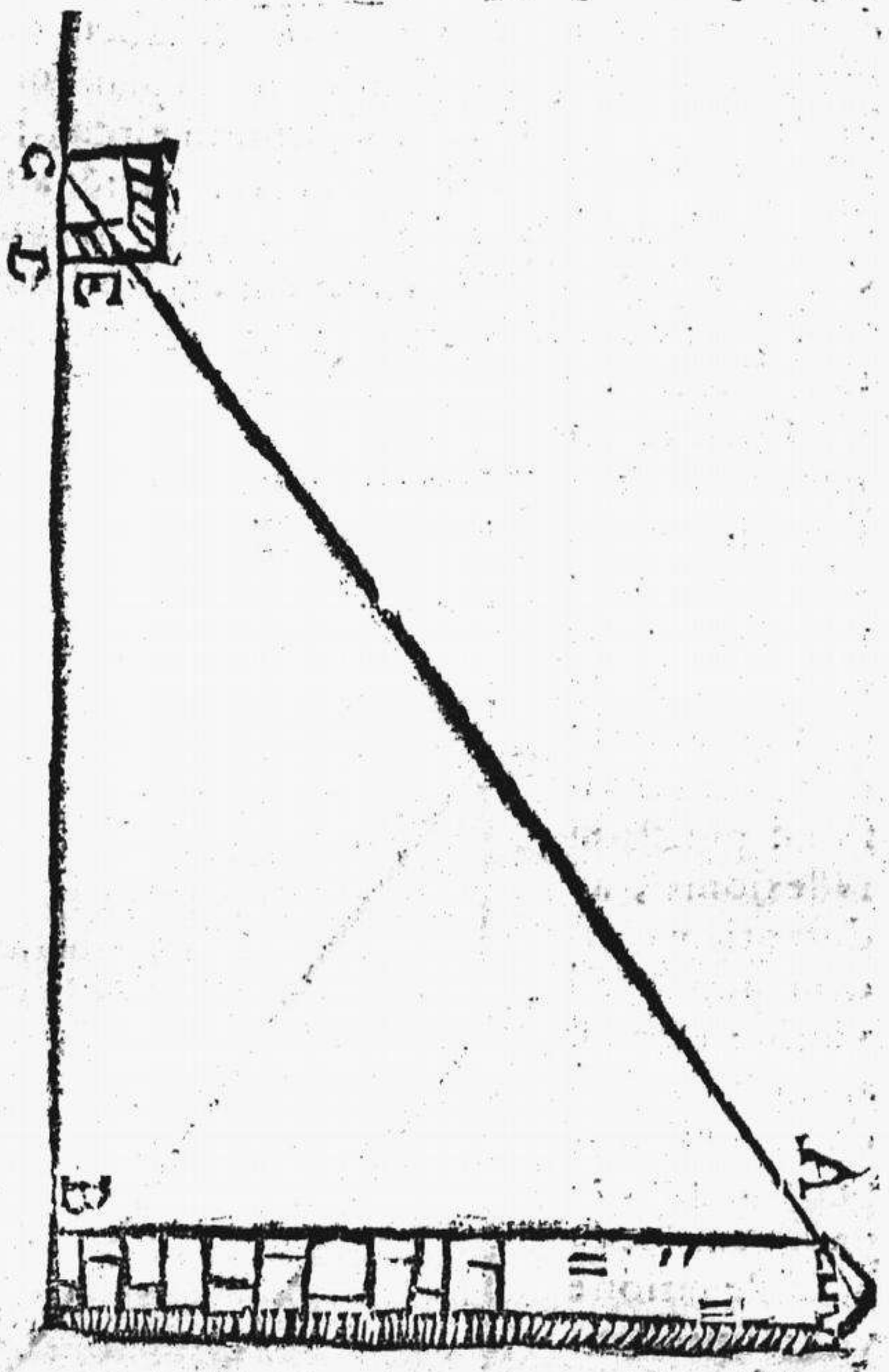
De longitudine autem ſolent tria inquiri: primum quanta ſit ſublimitas alicuius rei eleuatæ ſuper terrã: vt de turre,& de quauis alia re in ſublimi poſita etiam ſupra montem,& de ſimilibus: poteſt ſecundo inquirí, quãtum diſtet vna aliqua res ab alia per lineam rectam in aliquo plano:& tertio, quãta ſit profunditas alicuius rei quæ ſit ſub terra: vt putei vel alterius huiuſmodi. Et quoniam non ſemper licet pedibus, chorda, vel alijs menſuris certificari de tali longitudine, Geometræ artem metiendi inuenerunt adiutorio proportionum, & mediantibus inſtrumentis, vmbra & alijs de quibus ſtatim dicemus.

Altitudinem rei ſupra terram eleuatæ cognoſcemus, ſi diſtantiam radicis eius à loco vbi nos ſumus prius habuerimus explorata tam:& præterea proportionem quæ eſt inter diſtantiam & altitudinem. Diſtãtiam autem oportet metiri funiculo vel pedibus ſi detur:proportio verò cognoſcitur ſi habueris triangulũ, cuius latera vel duo illorum nota ſint:æquiangulũ triangulo cuius baſis ſit diſtãtia,cathetus verò ſublimitas rei eleuatæ,vnde cũ æquiangulorum latera ſint proportionalia, & habeamus vnius illorũ nota duo latera continentia angulũ rectum:habebimus & ꝓportionem notam duorum alterius continentia etiam anguſum rectum: cuius vnum extremum nobis eſt notum,ſ.diſtantia. Vnde per regulam trium numerorum in Arithmetica traditam inueniemus quartum proportionalem, quæ eſt altitudo quæſita.

Triangulũ autẽ iſtũ,cuius duo latera circa rectum angulũ cõſiſtentia nobis nota eſſe debent,varijs modis tradunt geometræ: omnes tamen in idem conueniunt, nam ſcala altimetra (quæ appellatur)& eſt quadratum in dorſo Aſtrolabij,& eadem in quadrãte & in quadrato & in pluribus alijs inſtrumentis:nihil aliud quam triangulum illum metientibus oſtendit: cuius vnum latus ſemper indiuiſum notum eſt metienti. 12. vel. 60. partium: vel in alio aliquo numero noto:aliud autem diuiſum eſt in totidẽ partes:ex quibus non ſemper omnes, ſed vt in plurimũ aliquam partem illarum ſecat mobilis linea, quę à cẽtro inſtrumenti cum prædictis locum tenens hipotenuſæ cauſat triangulum. Semper igitur erunt notæ, linea indiuiſa quę cum diuiſa cauſat angulum rectum, & pars diuiſæ quæ eſt inter angulum rectum & lineam illam mobilem:& cum eadem ſit proportio diſtantiæ & altitudinis, quæ iſtarum duarum in triangulo rectũ angulũ continẽtiũ:

cognita

tium cognita distantia, cognoscetur & altitudo & e contra. Vt si metiẽda esset altitudo.a.b. oporter mensorem habere distantiã. b. c.notam : & præterea trianguli. d. e.c.qui est in instrumento cognitalatera.c.d. &. d. e. sicut.n. se habet.c.d.ad. d.e.continentia angulum rectũ, sic se habet. c.b. distãtia ad. a. b. altitudinẽ: sunt .n . æquianguli triangulus. a.b. c.& triangulus. d.e.c.si ergo ponamus distantiã c. b. 20. pedum & latus.c.d. 12.

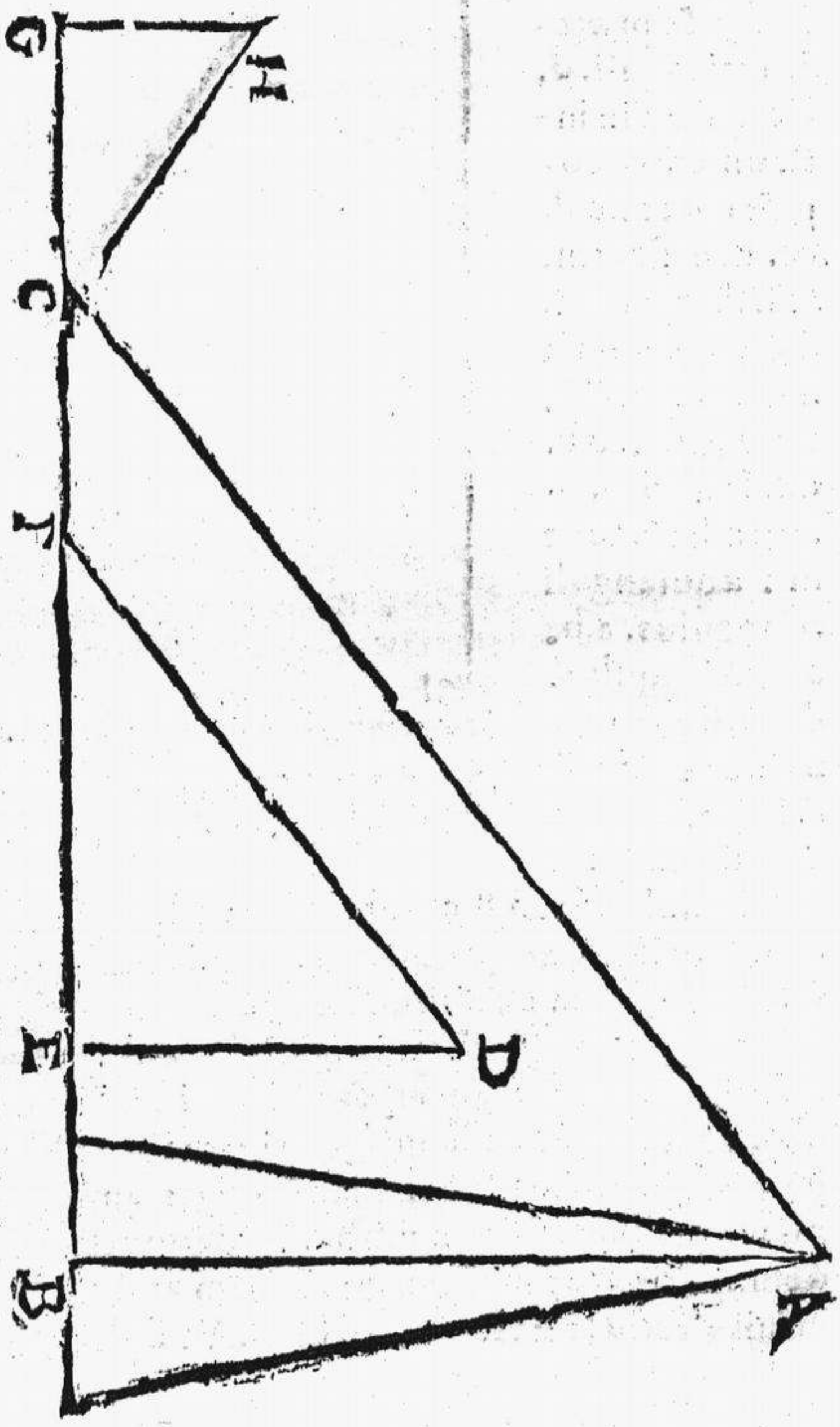


partium.d.e.vero.8.erunt sicut.12.ad.8.sic.20. ad altitudinẽ: vnde ductis.8.in.20.producit.160.qui diuisus per.12.facit.13.cum vna tertia,tanta est altitudo quæsita.

Potes & per vmbram cognoscere altitudinem rei perpendiculariter supra terram erectæ, si metiaris longitudinẽ vmbræ in planũ extensæ, & alicuius alterius rei puta baculi vel virgę quã perpendiculariter super planũ erigas vmbram : & longitudinis virgæ illius ad suam vmbram cognoueris proportionem: eadem.n.erit proportio virgæ ad suam vmbram, quæ turris vel cuiuslibet alterius rei eleuatæ ad suam. Vt si altitudinẽ vnius pyrami

dum ægyptiarum quis metiri vellet, habens virgam in manibus quam eleuat perpendiculariter ſupra planum : Si inueniat vmbram virgæ duplam eſſe longitudini virgæ, judicabit vmbram pyramidis duplam altitudini pyramidis: & altitudine eſſe dimidium vmbræ: fiunt enim æquianguli trianguli ex altitudine & diſtantia pyramidis & virgæ cum radio luminoſo terminante vmbram: vnde & latera angulum rectum ambientia proportionalia ſunt.

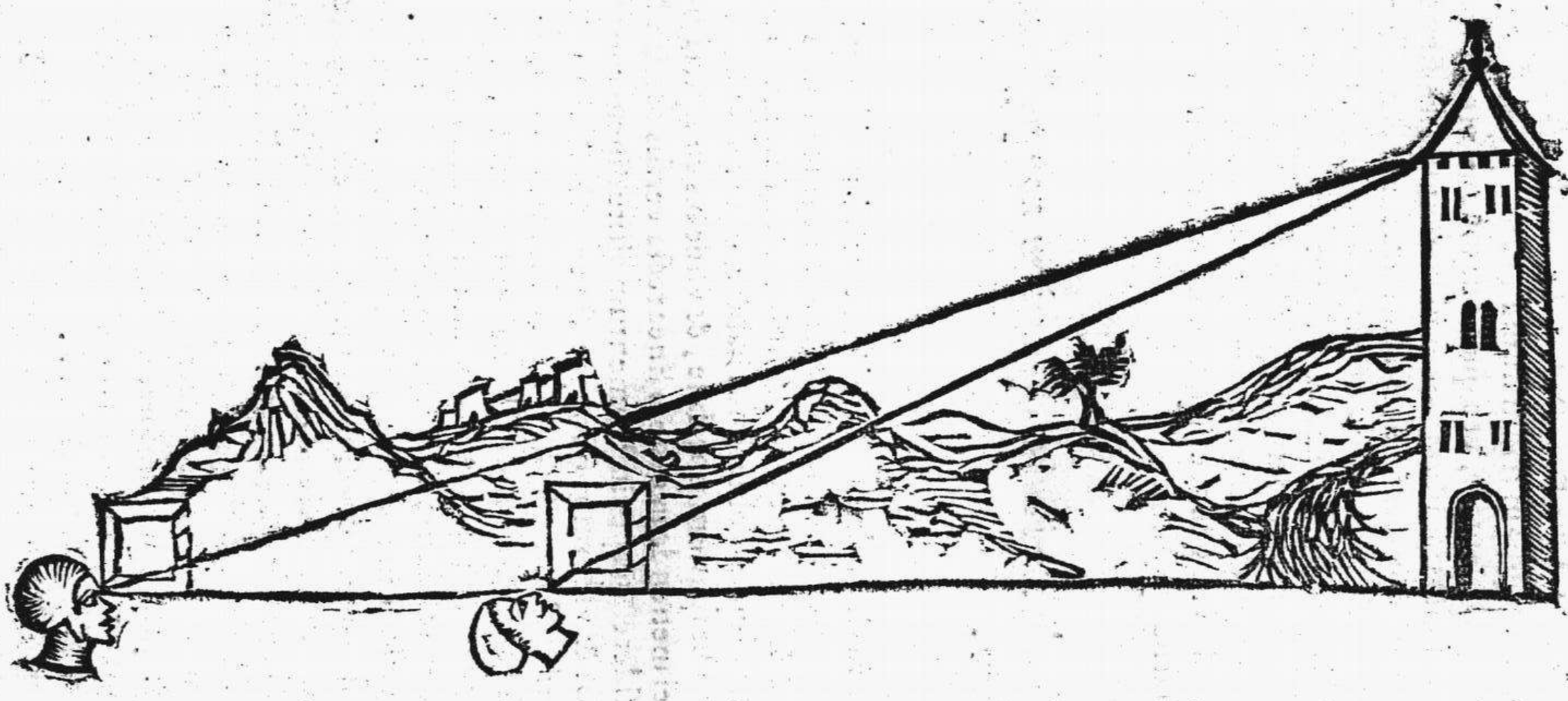
Quin etiam quoniam (vt in ſpeculis dictum eſt) non poteſt videri res in ſpeculo, niſi ſit eadem proportio diſtantiæ rei viſæ ad punctum reflexionis, ad diſtantiam eiuſdem puncti ad viſum: quæ eſt altitudinis eiuſdem rei viſę ſupra planam ſuperficiem ſpeculi, ad eleuationẽ viſus ſuper eandem: fit vt ſi cognoueris proportionem altitudinis tui viſus ſuper ſpeculum ad diſtantiam inter te & ſpeculũ, habita diſtantia inter ſpeculũ & turrem, habebis & altitudinem



per eandem regulam trium numerorum. Vnde si cures in plano speculum ita aptare, vt æqualis sit distantia tua à speculo altitudini tui visus:& illum ponas in loco vnde tibi summitas turris in speculo appareat: dices altitudinem turris esse æqualem distantiæ turris à speculo: & sicut de æqualitate, ita de quacunque alia proportione iudicabis. A.b.altitudo,pyramis. 500. passuum.b.c.quantitas vmbræ.m.passuum.d.e. virga perpendicularis.10.palmorum.e.f.vmbra virgæ. 20.palmorum.c. speculũ. g.h.altitudo visus duorum passuum.g.c.distantia videntis à speculo quatuor passuum,

De altitudine rei cuius distantiam non possumus prius habere.

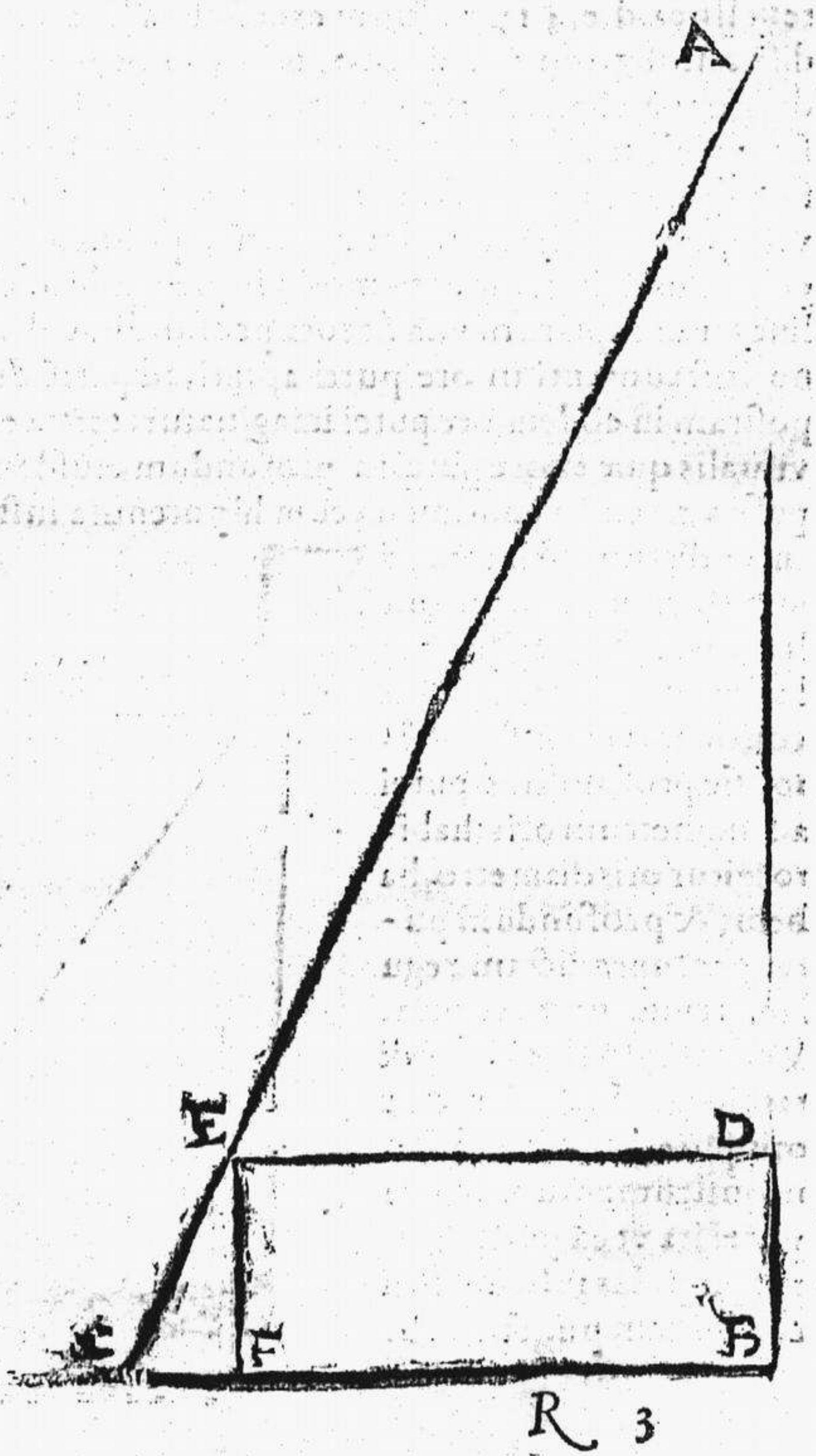
Contingit multoties, vt alicuius rei altitudò inquirenda sit, ad cuius radicem non facile pateat accessus: ac proinde non possumus ex distantia habere altitudinem: vnde quando huiusmodi rei altitudinem voluerimus habere, oportet vt in aliquo plano in quo sit spatium notabile, & vnde bis conspiciamus sũmitatem rei metiendę in eadem linea recta versus metiendam rem bis consideremus per instrumentum altitudinem eius: modo supradicto: & videamus quot puncta ex linea diuisa instrumenti secentur: & ista puncta quota pars sint totius lineæ: & quoniam duarum considerationum diuersa erunt puncta, & sic diuersæ partes: auferatur denominator minoris a denominatore maioris, & per residuum diuidatur spatium inter duo loca duarum considerationum: nam quoties erit numerus altitudinis quæsitæ. Vt si in prima consideratione puncta essent. 4. & totum. 12. essent puncta tertia pars totius denominata à ternario, & si in secunda consideratione puncta essent. 6. esset medietas denominata a binario. Igitur subtracto binario a ternario remanet vnitas per quam diuidenda erat distantia inter duas considerationes: & quoniam vnitas nec multiplicando auget, nec diuidẽdo minuit, tanta erit altitudo rei metiendæ quantum spatium inter præ dictas considerationes.



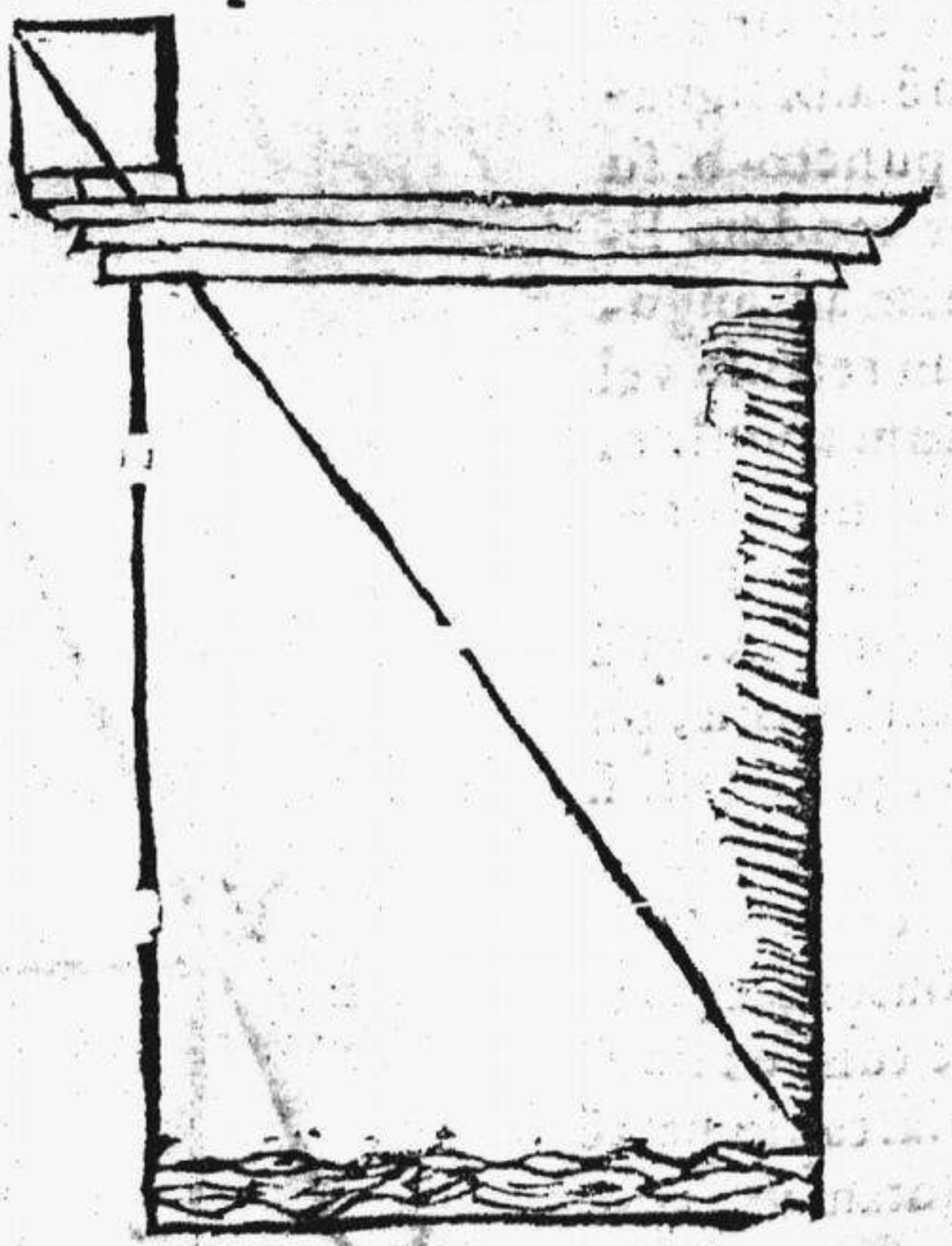
De mensura distantiæ rerum in plano positarum.

Sicut media proportione laterum triangulorum, cognita distantia venimus in cognitionem altitudinis, facilè vice versa ex altitudine cognita deueniemus in cognitionem distantiæ: atque hoc pacto planum metiuntur cõmuniter. Quoniam tamen non adeo magna est distantia quæ instrumentis mensurari potest, aliam faciliorem & vtiliorem viam pro maiori distantia tradunt & est talis.

Si cognoscere vis distãtiam alicuius rei visę, attende ex aliquo plano rẽ visam, & signa locum: vt si vel lem cognoscere distantiam alicuius loci qui sit in. a. ex loco b. id est longitudiné. a. b. signato puncto. b. super candem lineam ad angulum rectum vel alium angulum notum, sumo ex spatio plano lineam. b. c. quãtitatis notæ, puta. 500. passuũ & signo locum. c. ex quo etiam conspiciatur. a. & tunc ex linea b. a. capio partẽ notam vt. 200. passuum a pun-



cto.b.ad punctum.d.a quo ad angulum equalem priori,& sic equę distanter lineæ.b.c. progredior quousque perueniam ad lineam.c.a.in puncto.c.lineam autem istam.d.e.metiar, & quoniam necessario minor est quam linea.c.b seruabo excessum,sicut.n.se habet excessus ille ad lineam.d.b.notam, sic se habet linea.c.b.ad lineam.b.a.vnde per regulam trium numerorum. s. c.b.per.d.b.multiplicaueris, productum autem diuiseris per illum excessum: habebis quæsitam longitudinem lineæ.a.b.sit autem linea.d.e.413.passuum excedit ur a linea. c. b. per.87.tunc dispono.87.200.500.duco.200.in.500.proueniunt.100000.qui diuisus per.87.facit.1149.cum tribus quartis ferè tanta erat distantia.s.longitudo.a.b.quod erat quæsitũ.Pro habẽda vero profunditate putei, vel alicuius alterius rei profunditatẽ habentis, vti oportet triãgulis instrumẽtorũ, quibus æqui anguli fiãt triãguli vnus in instrumento modo supra tradito, alius vero triũ linearum : quarum vna sit tota profunditas alia sit quę ex termino instrumenti in ore putei aptati, ad partẽ diametraliter oppositam in eodem ore putei imaginatur: tertia est hipotenusa & visualis quæ ex ore putei in profundum eiusdem ad partem oppositam tendit continuata cum hipotenusa instrumenti : sunt .n. vt dictum est latera triangulorum proportionalia: vnde sicut se habent latera angulum rectum continentia in instrumẽto, sic profunditas putei ad diametrum oris:habito igitur oris diametro, habebis & profundum putei,per supradictam regulam trium numerorum. Vt exempli sit profunditas linea.a.b. & diameter oris putei linea.c.a. dispono instrumentum in ore putei ita vt ex puncto. c. per pinnulas instrumenti conspiciam punctum. b.



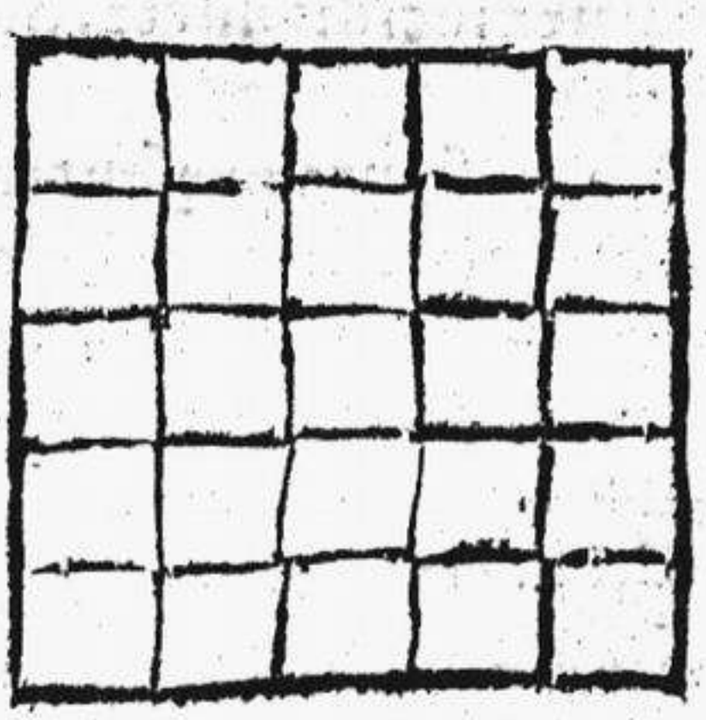
confeci in inſtrumento triangulum.d. e. c. æquiangulum triangulo.a.b.c.& quia nota ſunt mihi duo latera.d.e.&.e.c.continẽtia angulum rectum in triangulo inſtrumenti & ex triãgulo maiori habeo latus.c.a.cognitum facile per prædictam regulam habeo quantitatem lateris.a.b.quod cum.a.c.continet angulũ rectum. Vt ſi ex latere diuiſo.e.c.ſecat linea. d. b. quatuor partes qualium.d.e eſt.12.& linea.c.a eſt.6.pedum: tunc ſicut. 4. ad. 12.ſic.6.ad lineam.a.b.multiplico.12. per. 6.producetur. 72. qui diuiſus per.4.facit.18.tanta eſt linea. a. b.cuius quantitas quærebatur.

Complures alij modi longitudines metiendi paſſim inueniũtur,quos facile per ea quæ dicta ſunt percipere licebit.

Pro menſura ſuperficierum.

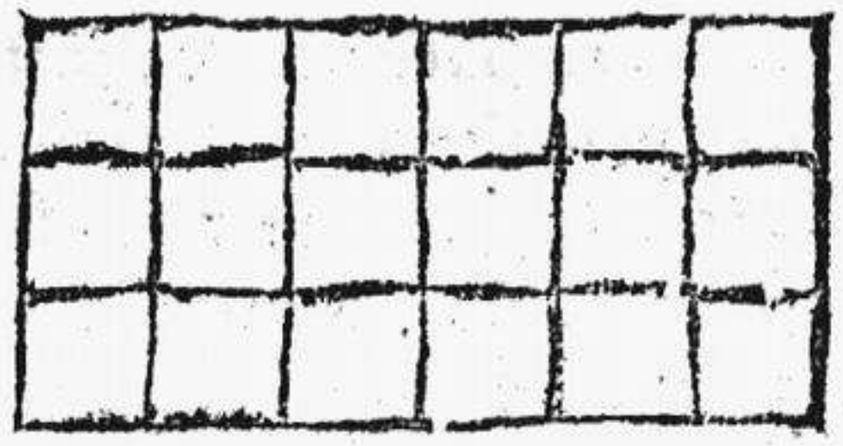
Menſura ſuperficiei oportet ſit ſuperficies. Eſtq; merito inter omnes figuras planas quadratum mẽſura omnium aliarum, menſura autem quadrati erit denominata ex menſura lateris eiuſdem:ſi enim latus quadrati ſit vnius pedis, quadratum dicetur pedale: ſi duorum bipedale &c. Vnde cum menſuram alicuius ſuperficiei quærimus quanta ſit, idem eſt acſi quæramus quot quadrata contineantur in illa ſuperficie, quadrata autem alicuius notæ menſuræ.1.cuius latus ſit menſuræ notæ. Nos autem gratia facilitatis ſupponemus pedale quadratum in exemplis ſequentibus,idem enim erit iudicium de maioribus vel minoribus.

Adinueniendum autem menſuram quadratæ figuræ multiplica lõgitudinem lateris in ſe ipſam & habebis numerum quadratorũ in tali quadrato cõtentorũ. Vt in preſenti exẽplo ſit quadratũ.a. b.c.d. cuius quodlibet latus habeat. 5.pedũ lõgitudinis,ductus.5.in ſe ꝓducit.25. tot quadrata preciſè ſũt in illo quadrato, & interrogatus de menſura illi⁹ dices eſſe.25. pedes quadratos.

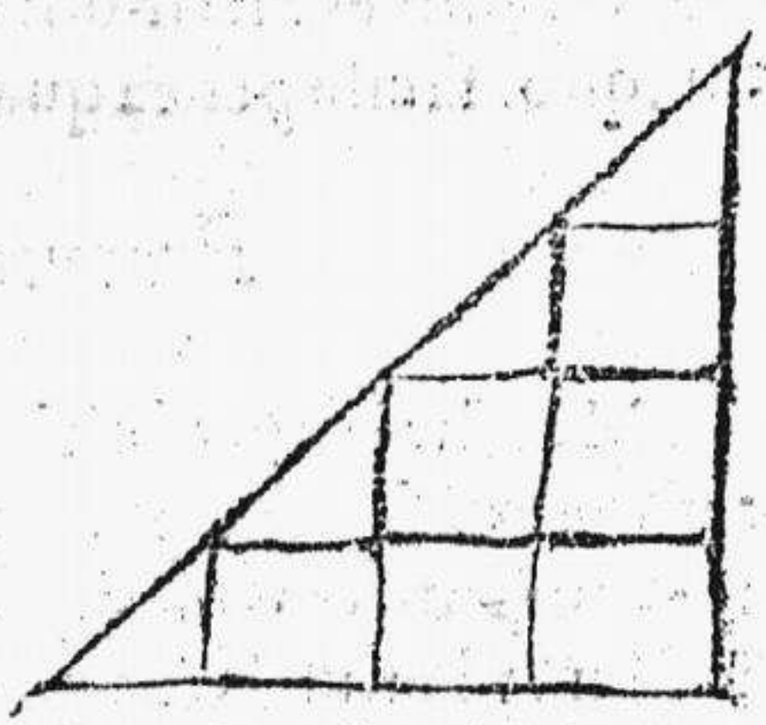


BIBLIOTECA SEVILLA

Si autem parallelogrammum rectangulum altera parte longius metiri vis, cape duo latera que circa vnum rectorum angulorum sunt, & vnum illorum per aliud multiplica nam productum ostendet quantitatem illius altera parte longioris, vt in parallelogrammo. e. f. g. 1. multiplica latus. e. f. s. 3. per latus. f. g. s. 6. producitur. 18. ea erat magnitudo parallelogrammi.

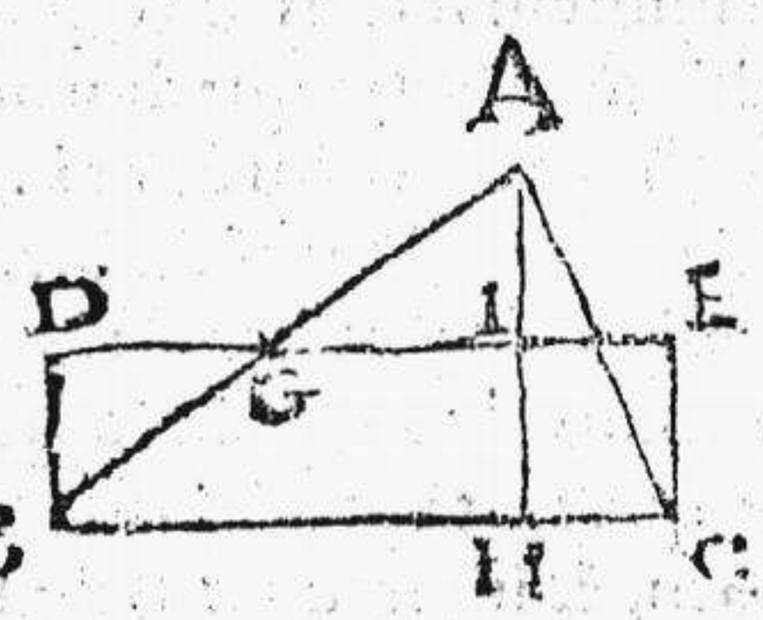


Et quoniam inter lineas æque distantes, triangulus est medietas parallelogrammi ęiusdem vel æqualis basis, omnis triangulus rectãgulus erit medietas producti ex multiplicatione duarum linearum continẽtium angulum rectum.



Cæterorum triangulorum, imò vniuersaliter omnium aream dupliciter poteris metiri: cognita longitudine singulorum laterum, & mediante perpendiculari intra triangulum ab vno angulorum ad latus oppositum ducta. Si quidẽ cum in omni triangulo sint duo anguli acuti adminus, ad lineam quæ est inter duos illos acutos semper poterit ex angulo opposito duci perpendicularis intra triangulum. Cuius medietas in eandem lineam cui perpendiculariter incidit ducta, ostendet quantitatem areæ totius trianguli.

Est. n. in figura pręsenti triangulus. a. b. c. æqualis parallelogrãmo. d. b. c. e. quando quidem duo trianguli qui sunt extra triangulum in parallelogrãmo, sunt æquales duobus qui in triangulo extra parallelogrammum. Sunt. n. æquianguli & laterum æqualium, si quidẽ. d. b. est æqualis. i. h. & sic. a. i. linea. n. a. h. diuisa est per mediũ in puncto. r. & b. g. æqualis est. g. a. quia

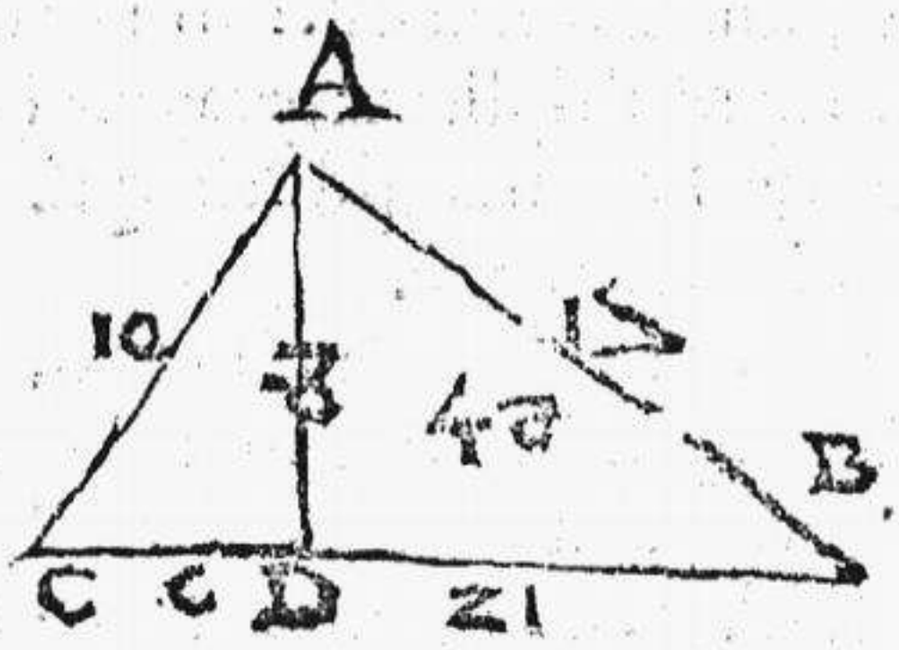


linea.

línea.g.r.æque diſtans.b.h.proportionaliter ſecat latera.a.b. & a.h.& anguli qui ad.g.ſunt æquales quia cõtrapoſiti:& recti qui ad.d.&.r.etiam æquales, vnde & prædicti trianguli ſunt æquales.Sicut ergo ſi ducerem lineam.b.c.in.b.d. haberem prædicti parallelogrammi aream,eodem modo ducta.i.h.in eadem.b.c. habeo aream trianguli illi æqualem.

Habemus autem quantitatem perpendicularis per penultimam ſecundi elementorum.Eucl.ſi latus illud in quo perpendicularis ducenda eſt cum vno reliquorum quadratè multiplicemus quodlibet per ſe,& ex duobus quadratis ſimul additis ſubduxerimus quadratum reliqui lateris:qui.n. relinquitur numerus tantus eſt, quantus qui produceretur ex ſupradicto latere ad quod perpendicularis erat ducẽda bis multiplicato in partẽ, quæ eſt inter angulum oppoſitum illi lateri cuius quadratum ex duobus ſubtraxeramus,& lineam perpendicularem illam cuius magnitudo quæritur. Diuidatur igitur medietas numeri illius remanentis per latus illud in quo ducenda erat perpendicularis: in quotiente proueniet longitudo partis illius quæ inter angulũ ſupradictum & perpendiculare intereſt,cuius quadratum ſi ex quadrato lateris quod cum prædicta portione cauſabat angulũ ſubtraxeris,remanet quadratum cuius radix eſt perpendicularis quæſita, quæ ducta in medietatem illius lateris in quo cadit, vel medietas eius in totum latus,producit aream trianguli.

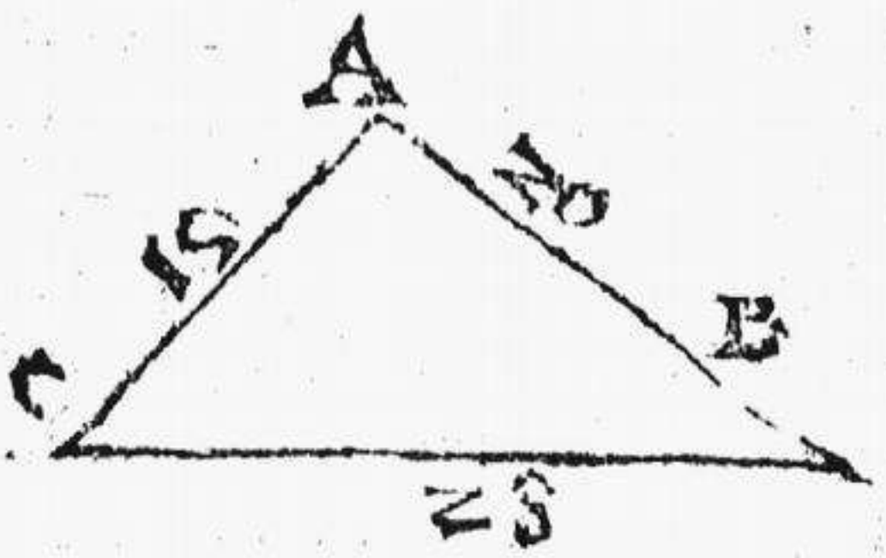
Proponatur metiẽda area trianguli.a.b.c.cuius latus.a.b.ſit.17.paſſuum,a.c.10.paſſuum.b.c.vero.21.paſſuum,ducam latus.a.c.in ſe fit.100.& latus.b.c.item in ſe fit.441. addo duo iſta quadrata fit,541,a quo ſubtraho.289.quadratum lateris.a.b.remanet.252. cuius medietas.126. diuiſa per.21,relinquit pro quotiente.6.talis eſt pars.d.c.linea inter angulum.c. & punctum in quo eſt perpendicularis. Rurſus.6.ductus in ſe producit.36 qui ex quadrato lateris.a.c. ſubtractº relinquit,64.cuius.R.8. eſt quãtitas perpendicularis quæſitæ. Si ergo eius medietatem.ſ.4. ducas in.b.c.ſ.21,vel totam perpendicularem in medietatem.b.c.



ſemper proueniet. 84. quantitas areæ trianguli prædicti.

Quod ſi adhuc ſine inuentione perpendicularis volueris aream dati trianguli inuenire, adde longitudines trium laterum & ex medietate reſultãtis numeri ſubtrahe ſingula latera, quod ex his ſubtractionibus remanet multiplica in inuicem, primum in ſecundum & productum in tertium, & adhuc productum ex his multiplicationibus in eandem medietatem, & producti.r. quadrata erit quantitas areæ trianguli.

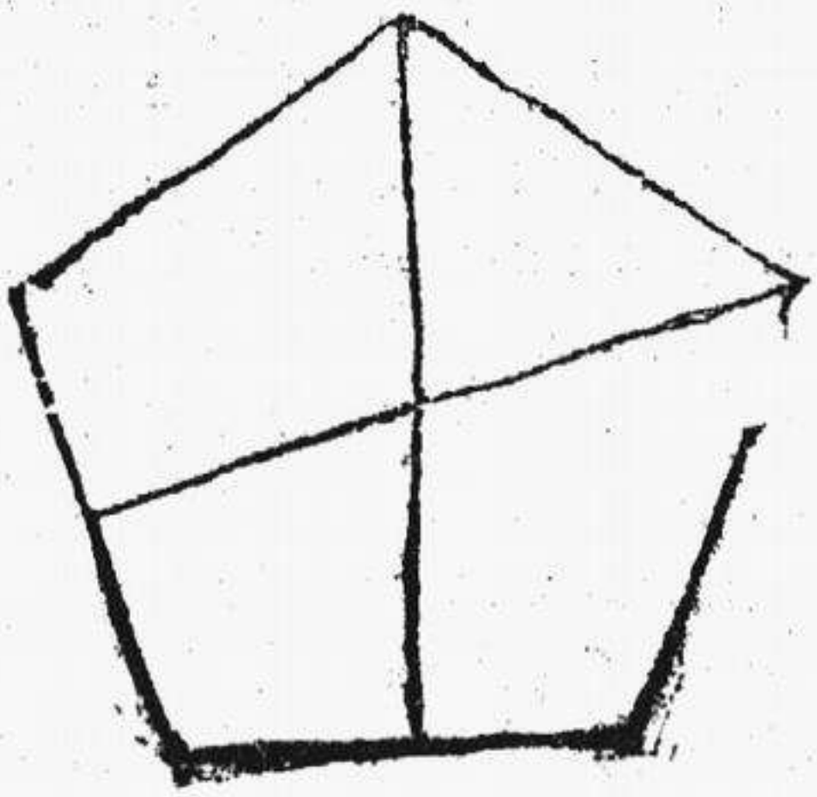
Sit triangulus. a.b.c. cuius latera ſint. 20. 15. 25. quæ ſimul addita faciunt. 60. ex cuius medietate. ſ. 30. aufero ſingula latera remanent. 10. 15. 5. duco. 10. in. 15. fit. 150. quẽ duco in. 5. fit. 750. quem rurſus in. 30. fit. 22500. cuius. R. quadrata. 150. tanta eſt area prædicti triãguli quã quærebamus.



Cognita triangulorum menſura facile eſt omnium aliarum rectilinearum figurarum habere menſuras: omnes. n. in triangulos facile reſolui poſſunt quorum menſuræ additæ ad inuicẽ cõficiẽt menſuram figuræ ſiue illa regularis ſiue irregularis fuerit.

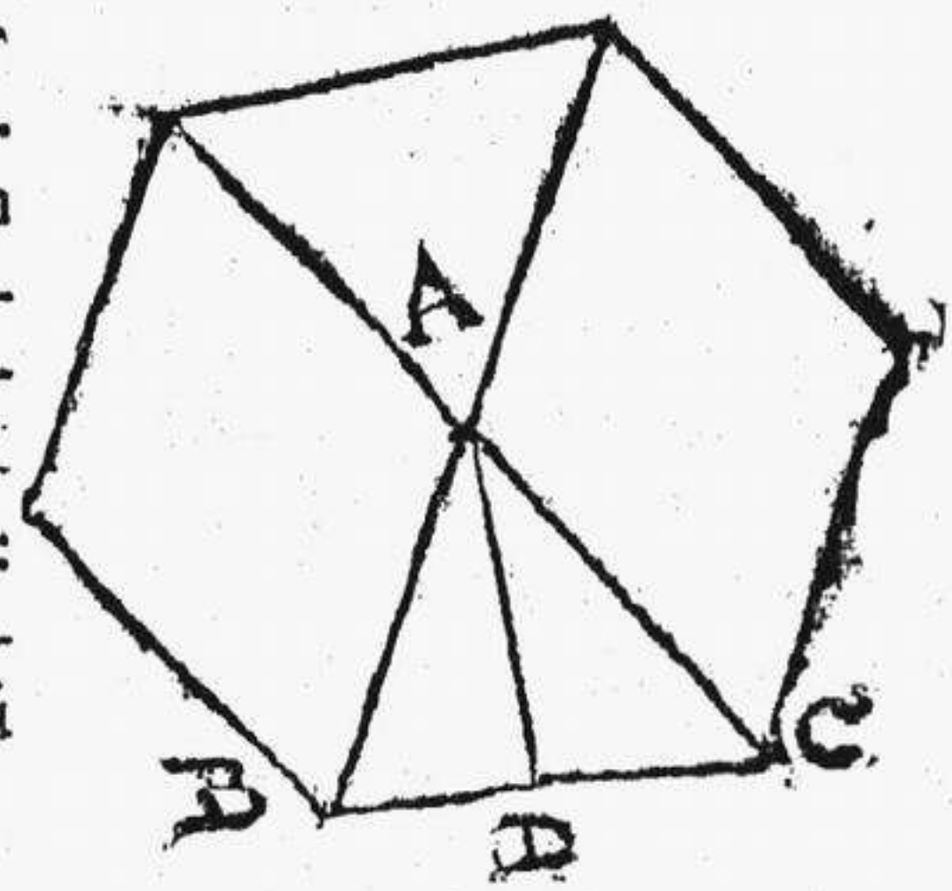
Eſt tamen compendium non contemnendum pro regularibus figuris. r. habentibus æqualia latera recti linea, & ſic æquales angulos: ſi. n. habes quantitatem omnium laterum & quantitatẽ lineæ quæ perpendicularis a centro eiuſdẽ figuræ ad vnum laterum illorum ducitur per medietatem quãtitatis omnium laterum multiplicata, prædictã perpendicularis ꝓducit quãtitatẽ totius areæ.

Vt in præſenti pentagono, habita menſura omnium laterum quæ habeant exempli gratia ſeptenos pedes. ſi angulos duos diuidas per æqualia, lineæ diuidentes ſecabunt latera oppoſita etiam per æqualia: & ſeſe ſecabunt in cen



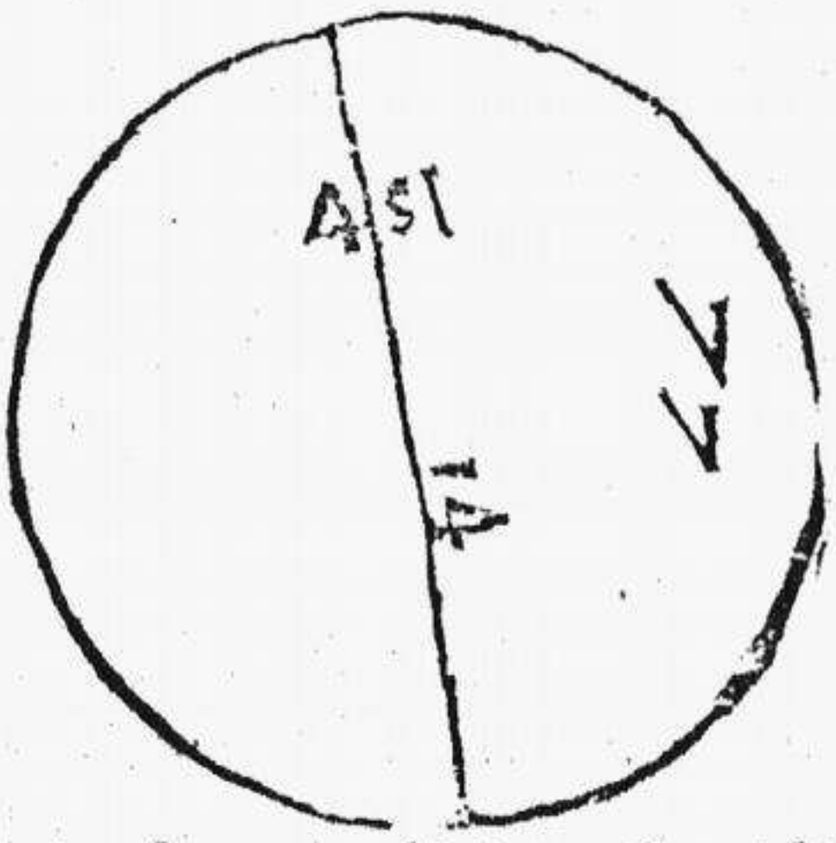
tro pentagoni. Metire ergo portionẽ vnius a cẽtro ad medietatẽ lateris, & ſit gratia exempli. 5. quæ ducta in medietate laterũ. ſ. 17. cũ dimidio producit. 87. cũ dimidio, tãta eſt area pẽtagoni. Cẽtrum autẽ illarum figurarum quarum latera ſunt in numero impari, inuenitur in ſectione duarum linearum diuidentium angulos per æqualia. Si vero fuerint latera in numero pari, lineæ quæ ab vno angulo: ad oppoſitũ angulũ ducũtur ſe ſecabunt in cẽtro: & tunc a cẽtro ad medietatẽ lateris ducatur perpendicularis multiplicanda per medietatem totius peripheriæ ad habendam aream.

Demonſtratur facilè iſta operatio in præſenti exagono, triangulum .n.a.b.c. ſextam. ſ. partem exagoni habemus, ſi multiplicemus lineam .a.d. perpendicularem, per medietatem lateris. b. c. ſcilicet. b. d. vt ſuperius demonſtratum eſt. Vnde ſi latera haberent ſenos pedes, & perpendicularis. 5. totus triangulus. a. b. c eſſet. 15. quadratorum pedum, & eodem modo ſinguli trianguli eſſent metiendi, & perpendicularis in medietatem ſingulorum laterum eſſet ducenda pro ſingulis triangulis: idem autem eſt quod ſemel ducatur in medietatem omnium illorũ vnde &c.



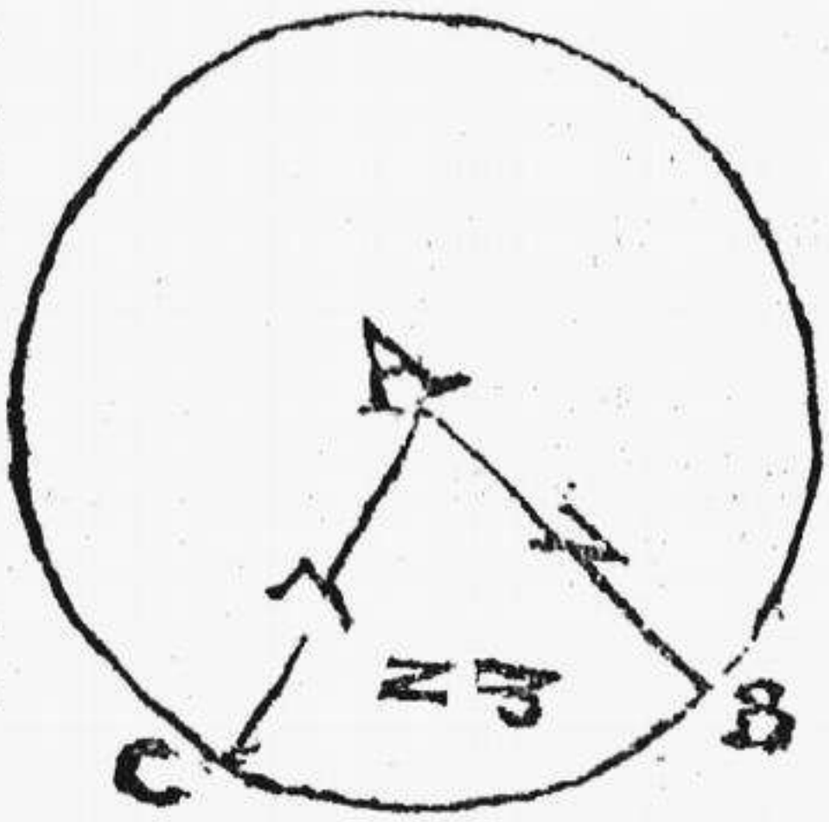
Hac eadem arte habemus & aream circuli dati, ſi duxerimus medietatem peripheriæ circuli in medietatem diametri: quando quidẽ figuræ regulares & circunſcribi & inſcribi circulo poſſunt: & demonſtratio præcedens omnes regulares figuras, tam paucorum quàm multorum laterum comprehẽdit. Vnde ſi fingamus curuam peripheriam circuli fieri ex innumeris lineis rectis, ita paruis vt ſenſum fugiant, demonſtratur de figura illa ſicut de reliquis. Nec practicè alia demonſtratio petenda eſt: quã doquidem licet linea recta ſit diuerſa à linea curua, ita vt nõ videatur habere eandem menſuram, nec comparari in æqualitate vel inæqualitate illi poſſe, nihilominus non eſt adeò inepta comparatio, vt non ſufficiat operanti ad aſſentiendum ſe ſine ſenſibili errore operari.

Vnde pro habenda area dati circuli metire diametrum, eſt. n. proportio eius ad peripheriam ſicut. 7. ad. 22. ferè, vnde per diametrum cognoſces quanta ſit circũferentia: vtriuſq; accipe medietates, ininuicẽ multiplicandas, pro habenda area circuli. Vt ſi diameter præſentis circuli ſit. 14. pedum, erit peripheria. 44. vnde medietas diametri. ſ. 7. per medietatem circunferentiæ. ſ. per. 22. multiplicata facit. 154. tanta eſt area totius circuli.

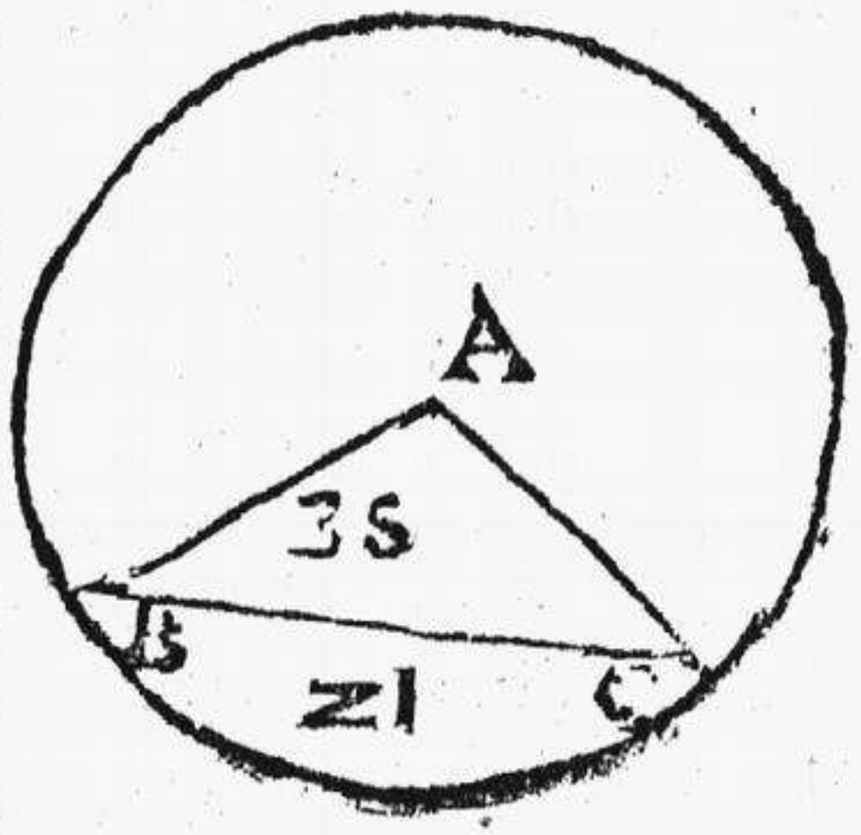


Quòd ſi ſemicirculi aream volueris, duc prædictam ſemidiametrum in medietatem peripheriæ ſemicirculi. 1. in quartam totius peripheriæ partem: habebis quantitatem ſemicirculi, vt. 7. per. 11. fiunt. 77. tanta eſt area ſemicirculi.

Quòd ſi ſectoris cuius piam volueris aream habere, duc etiam ſemidiametrum in medietatem arcus peripheriæ illius ſectoris: habebis aream illius. Vt ſi ſectoris. a. b. c. cuius duo ſemidiametri haberẽt ſeptenos pedes, arcus verò. b. c. talium eſſet. 8. qualium tota peripheria. 44. ducta ſemidiametro. ſ. 7 in. 4. produceret. 28. tanta eſt aria prædicte ſectoris.



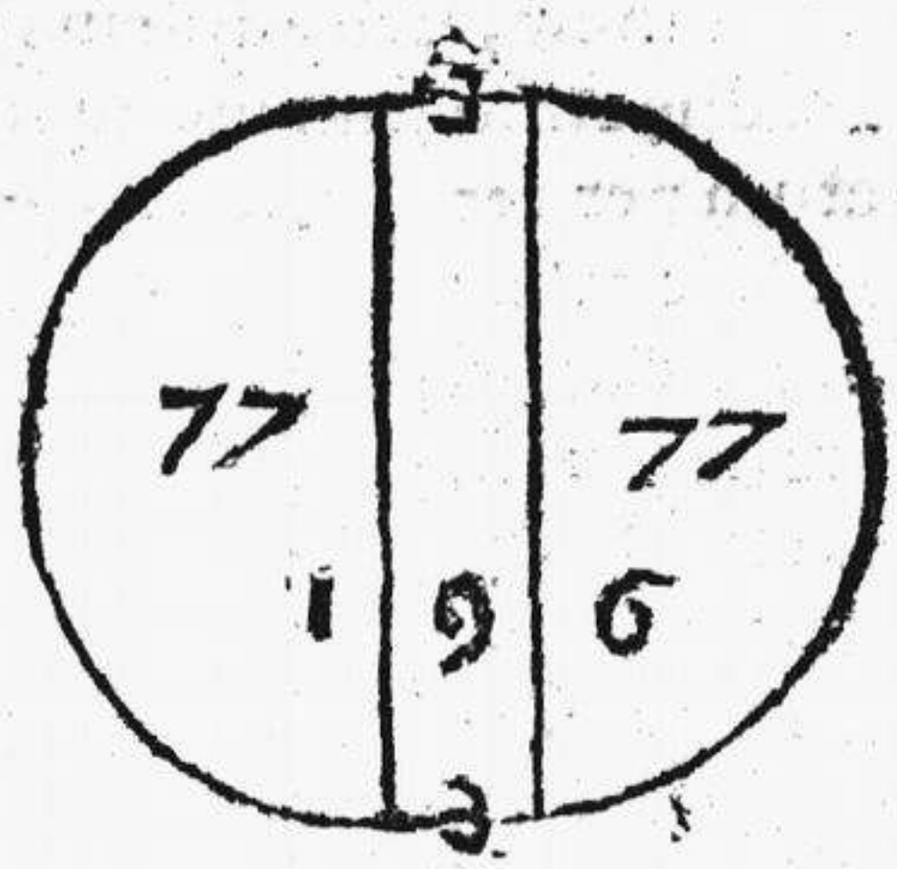
Quòd ſi portiones circuli per chordam diuiſi metiri libet, vt in præſenti circulo quem chorda. b. c. diuidit in duas portiones: tunc à cẽtro. a. ducantur lineæ ad terminos. b. c. quæ cauſabunt cum arcu. b. c. ſectorem, & cum chorda triangulum: metire ergo ſectorẽ vt ſupra, à quo ſubtrahe triangulum, remanebit portio minor ſemicirculo:



qua a toto circulo ſublata, remanet portio maior ſemicirculo. Vt ſi ſit ſemidiameter. a.b. 7. arcus. b.c. 16. erit ſector. 56. ſit autẽ triangulus. 35. remanet area portionis minoris. 21. qua ex toto circulo. ſ. 154. ablata remanent. 133. quantitas portionis maioris ſemicirculi.

Et cùm figura oualis appellata ſint duæ portiones minores ſemicirculo ſimul coniunctę, facilè ex illorum mẽ ſura habebimus menſuram oualis: ſi .n. quælibet illarum eſt ſicut præcedens. 21. pedum, erunt ſimul. 42.

Sed & lenticularem aream, quæ ex duobus ſemicirculis & parallelogrammo rectangulo completur, metiri facilè poſſumus, cum duobus ſemicirculis addiderimꝰ parallelogrammum. Vt ſi ſinguli ſemicirculi habeant. 77. latera parallelogrammi minora ternos pedes maiora quaterdenos, erit parallelogrammum. 42. pedum magnitudinis: qui cum. 154. duorũ ſemicirculorũ, conficiet. 196. proꝰ area totius lenticularis figuræ.



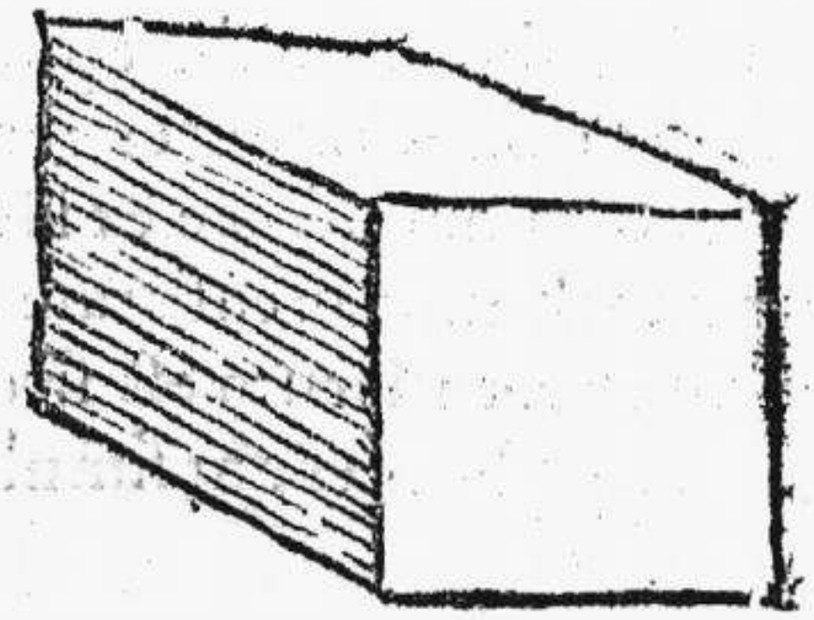
Pro menſura ſolidorum.

Quemadmodum menſura linearum linea, & ſuperficierum eſt ſuperficies, ſic ſolidi menſura ſolidum ſit oportet. Eſtq; inter ſolidas figuras cubus menſura omnium reliquarum: quia omnes ſuperficies, omnia latera, & omnes angulos habet æquales, ſuperficies omnes quadratas, & angulos rectos.

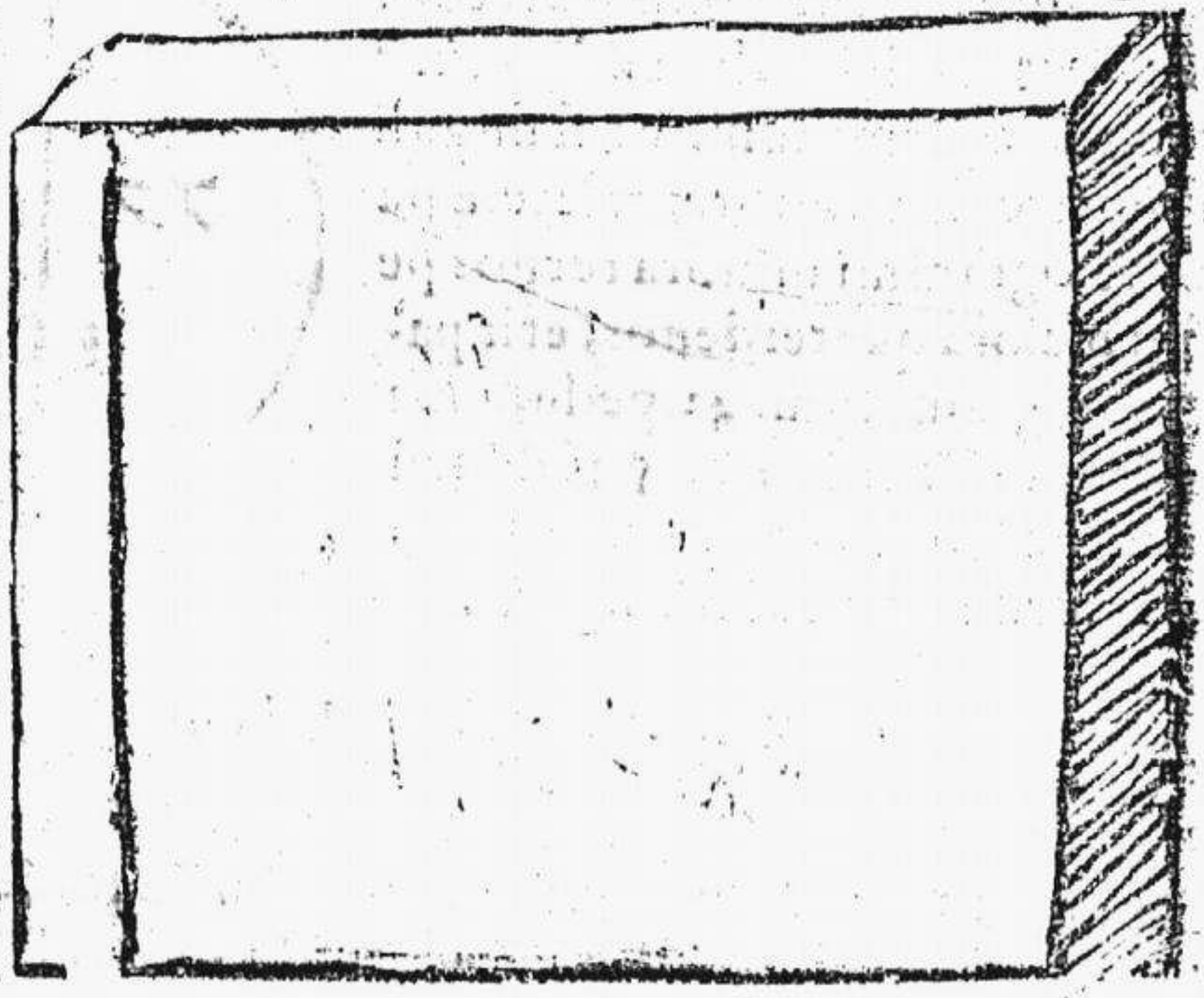
Menſura autem cuborum diuerſa erit ex diuerſitate longitudinis laterum eius, vt in quadratis dictum eſt: ſit tamen latus

quodlibet in exemplis ſequentibus vnius pedis, erit nobis menſura cubus (ſolidum. ſ. corpus,) habens in longum vnum pedem, & tantundem in latum, tantundemque in profundum.

Primam autem ſolidarum (ſ. cubum) ſi metiri volueris, duc vnum latus in ſeipſum, & idem latus in productum: habebis magnitudinem cubi notam. Vt ſi vnum latus habet. 3. pedes, ternario in ſe ducto producitur. 9. in quo ductus iterum ternarius producit. 27. tot pedes cubicos habet magnitudo talis cubi: conficietur enim præciſè. ex. 27. cubis pedalibus.



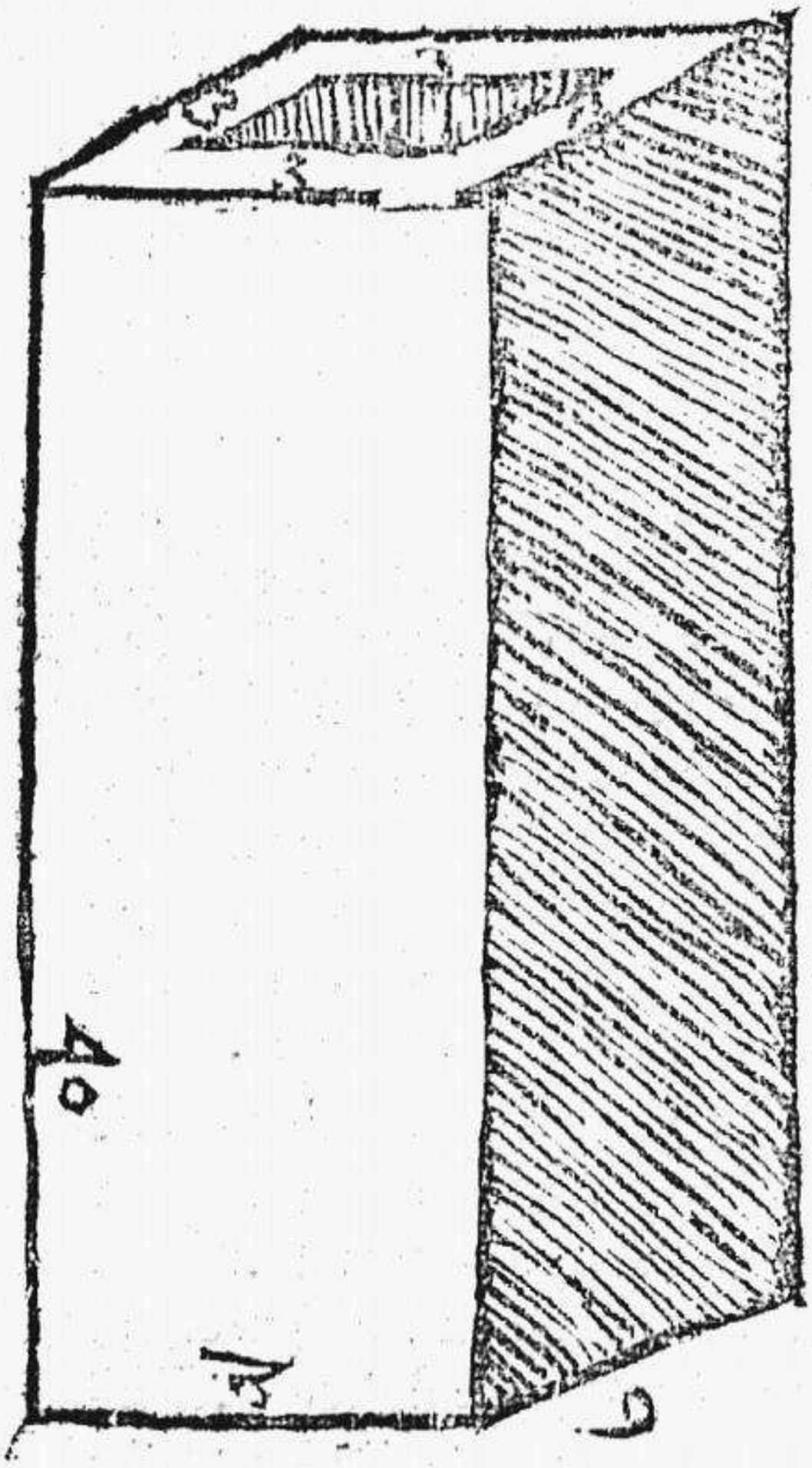
Quòd ſi altera parte longiorem ſolidum metiri vis: cognoſce longitudinem, latitudinem, & profunditatem: numeros harũ trium dimenſionum multiplica primum per ſecundum, & productum per tertium (nec refert quem facias primum, ſecundũ, vel tertiũ) quod prouenit eſt numerus pedũ cõtentorum in tali altera parte lõgiori. Vt murus vel paries in longitudine. 10. pedum in latitudine. 8. in craſsitie. 3. Multiplica. 3. per. 8. fit. 24. hunc per. 10. fit. 240. tot cubici pedes ſunt in tali muro.



Quòd ſi turrem ſolidam volueris metiri, duc prædicto modo longitudinem in latitudinem, & productum in altitudinem: habes quot cubos continet turris.

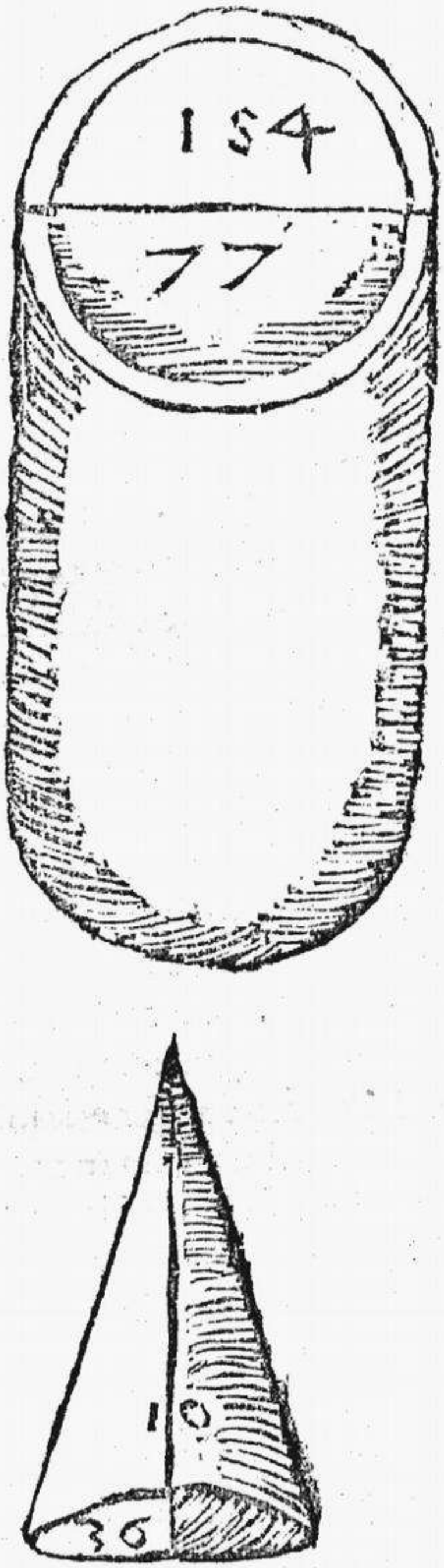
Eodemmodo metiri poteris omnia ſolida quæ altitudinem habuerint regularem, ſiue columnæ lateratæ ſiue rotundæ fuerint, ſiue aſſeres, ſiue priſmæ, vel ſerratilia corpora. Si enim baſim cuiuſq; illorum ducas in altitudinem, proueniet quantitas ſolida talis corporis.

Quòd ſi non ſolida ſed caua fuerint, vt turres lateratæ vel rotundæ ſolent: tunc meti re totum acſi eſſet ſolidum, & quantitatem ſerua: & ſuperficiem concaui duc in altitudinem: productum ſubrrahe ex toto ſolido, remanet cauum. Vt ſi ſit turris cuius lõgitudo. 9. pedum, latitudo. 8. altitudo 40. ducta lõgitudine in latitudinẽ fit. 72. qui in altitudinẽ. 2880. Iam vero ex longitudine aufer. 6. pro craſsitudine duorum parietum, remanet. 3. ex latitudine aufer etiam. 6. pro parietibus remanet. 2. duc. 2. in. 3. fit. 6. qui in. 40. fit 240. ablato ex. 2880. remanet 2640. pedes cubi in tali turri exiſtentes.



Si etiam cylindri excauati baſis totius aream duxeris in altitudinem, habes cylindri quantitatem acſi ſolidus eſſet: auferes tamen cylindrum cauitatis ex ſolido, vt habeas quantitatem excauati. Vt ſit turris cylindrica, cuius baſis circulus. 154. baſis autem cõcauitatis. 77. & ſit altitudo. 20. duco 154. in. 20. fit. 3080. tanta eſſet quantitas illius ſi ſolida eſſet. Duco item. 77. circularem baſim in. 20. altitudinem, fit. 1540. qui ex. 3080. ablati relinquũt. 1540. tanta eſt magnitudo cylindri ſiue rotundæ colum-

næ excauatæ. At ſi quantitatem pyramidum volueris exploratã habere: duc pyramidis baſim in axem ipſius, productiaccipe tertiam partem, tanta erit pyramis prædicta: vel duc eandem baſim in tertiam partem axis & idem producetur. Axẽ verò habebis, ſi vnam lineam in ſuperficie à ſũmitate ad baſim, quæ locum habeat hypotenuſæ in ſe ipſam duxeris, & à producto ſubtraxeris quadratum lineæ à termino, ſtius in baſi ad centrum ipſius baſis: quadrati numeri remanẽtis radix erit lõgitudo axis, per vlt. primi elemen. Vt ſi baſis circularis pyramidis erit. 36, longitudo axis. 10. tota pyramis erit. 120. ſi quidem columna ad pyramidem eiuſdem altitudinis eſt tripla, ex archimede.

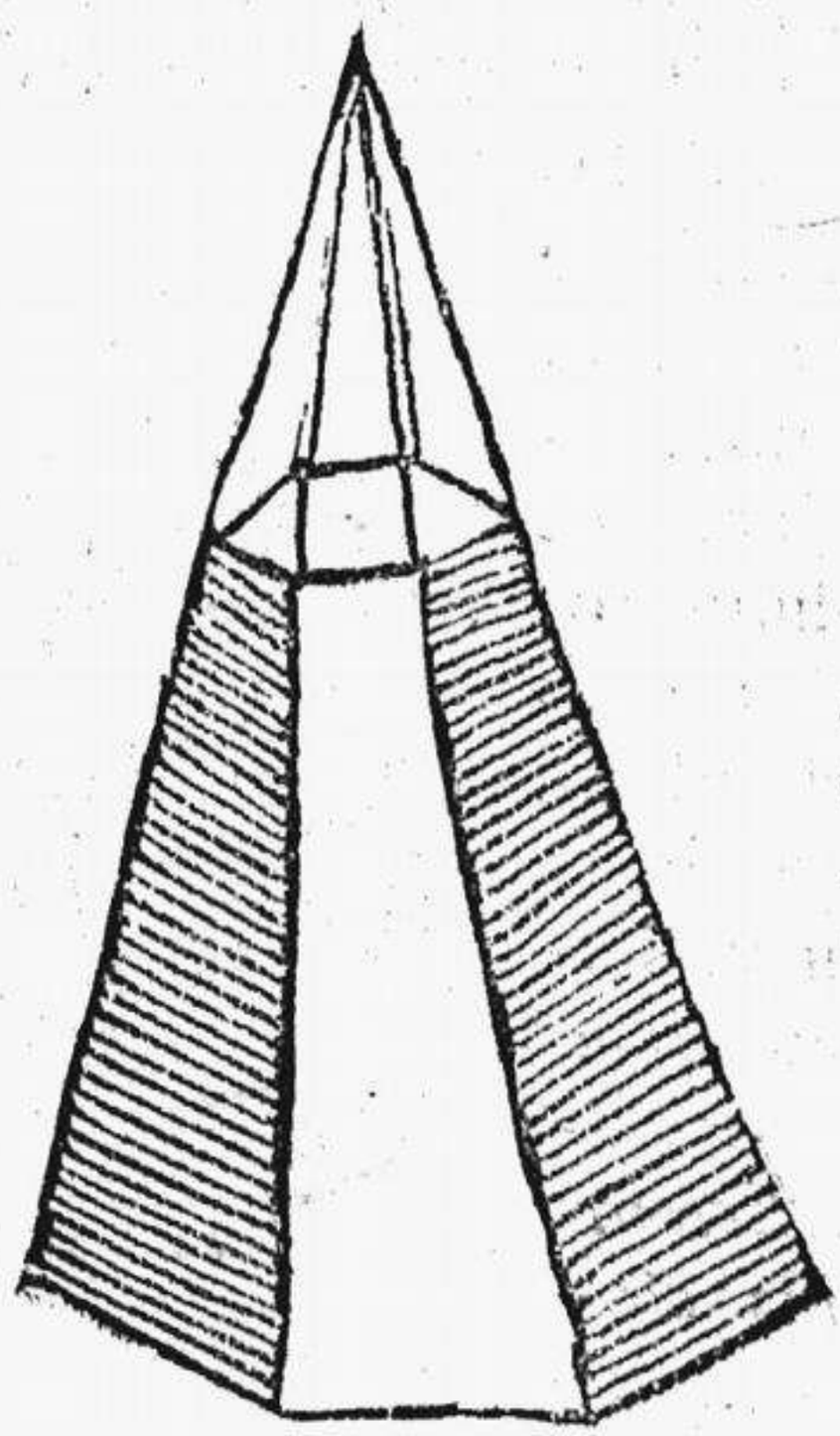


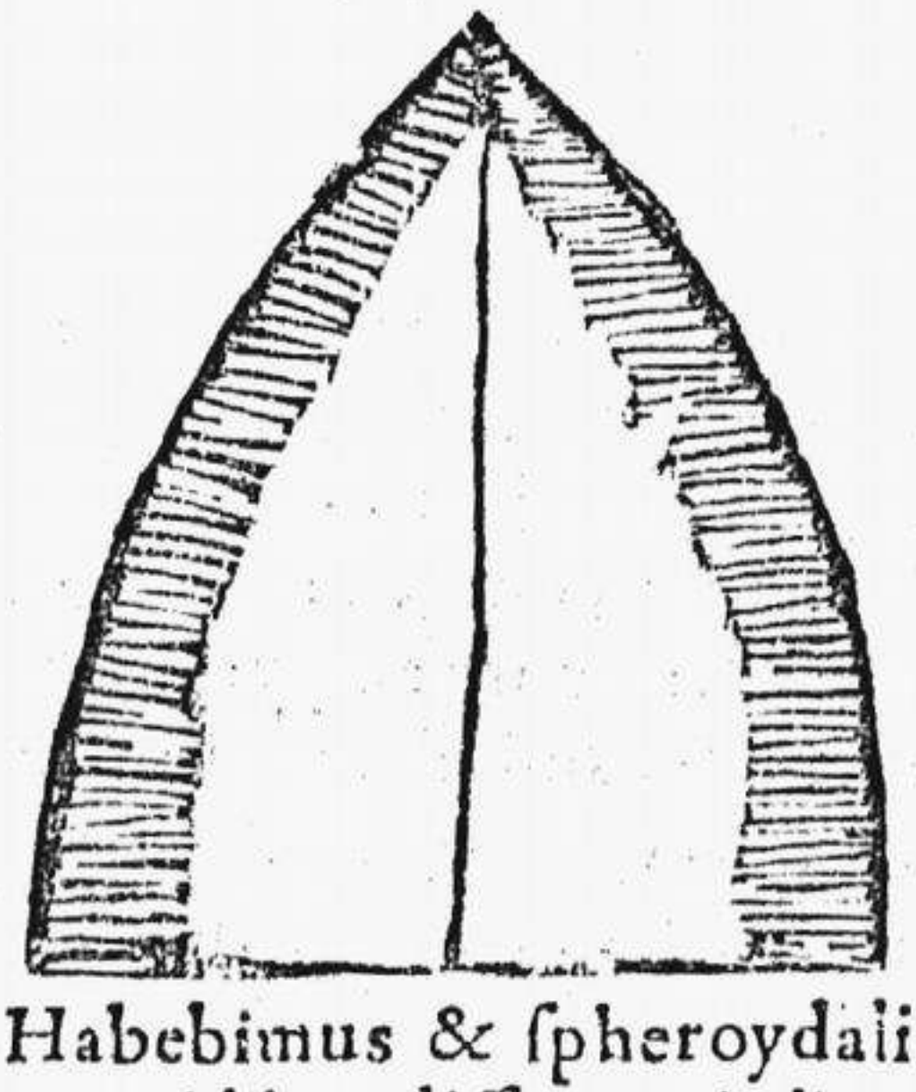
Quod ſi pyramis non ſit integra ſed curta, vt eſt figura lateratæ pyramidis: metire prius totam acſi integra eſſet, & partem quæ deficit acſi eſſet alia pyramis, & ſubtrahe ex integra partem: remanebit quantitas curtæ pyramidis.

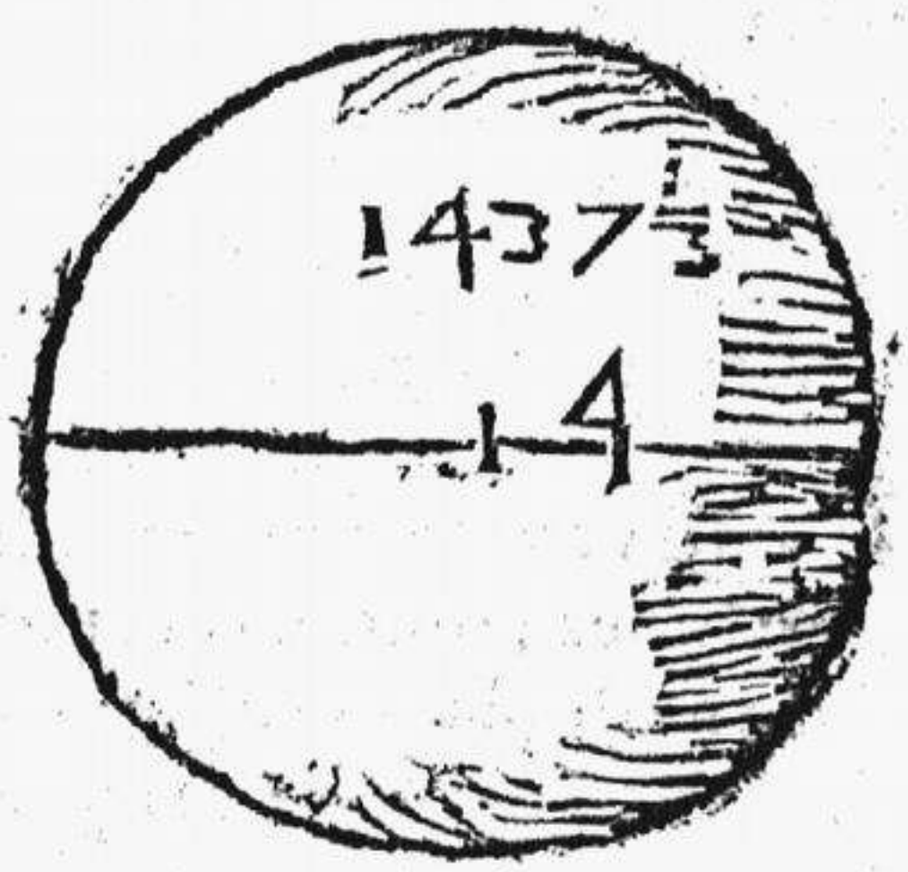
Quòd ſi excauatæ eſſent pyramides, ſicut de columnis & corporibus alijs lateratis dictum eſt, ſunt metiendæ. Hinc facile habebis quantitatem cõcaui cuiuſcunq; corporis excauati, imo puteorum & cellarum capacitatem, ſi ad cubicam menſuram reduxeris menſuras liquoris, frumenti, & alias huiuſmodi.

Spe-

Spheræ autem metiri quantitatẽ non difficile eſt, ſi noſti proportionem cylindri cuius baſis maximus circul' ſpheræ, altitudo verò diameter ipſius, ad ipſam ſpheram: ea ex archimede eſt ſeſquialtera, vnde ſi aream maximi circuli in totam diametrum ducas, & producti capias duas tertias partes, habebis quantitatem ſphæræ quæſitam. Vt ſi præſentis ſphæræ maximus circulus ſit 154. diameter. 14. ducta diametro in aream fit. 2156. cuius duæ tertiæ ſunt. 1437. cum vna tertia: tanta eſt magnitudo totius ſphæræ. Medietatis autem ipſius habebis menſurã, ex multiplicatione maximi circuli per medietatem diametri, ſumptis ex producto duabus tertijs.





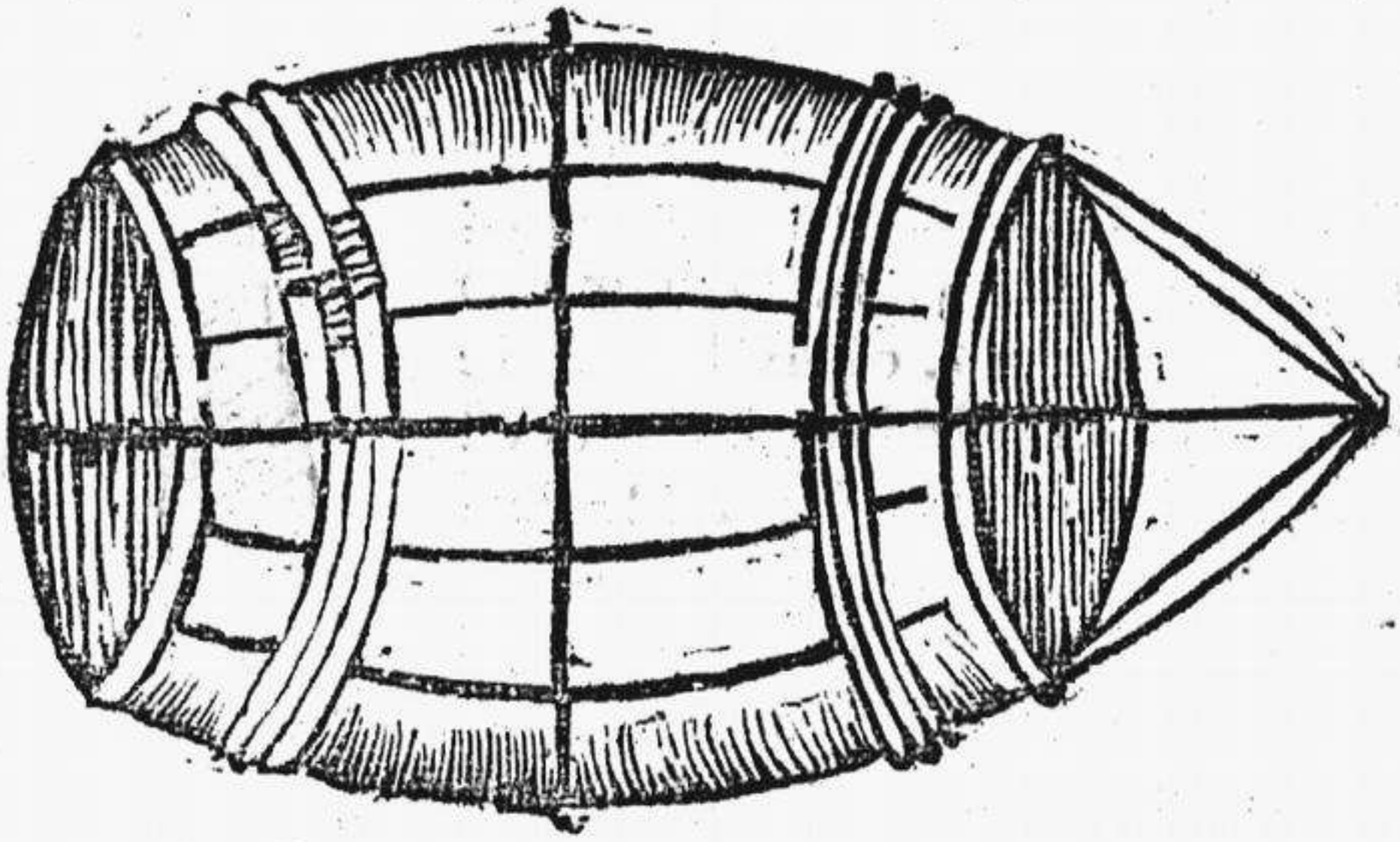


Habebimus & ſpheroydalium figurarum menſuram, quæ à pyramidibus differunt in hoc quòd lineę a vertice ad baſim ſũt curuæ, quæ in pyramidibus ſunt rectæ. Habebimus inquam illius menſuram, cognita proportione pyramidis eiuſdem altitudinis ad ſpheroydem, ea eſt ex demonſtratis archimedis. li. de conoydalibus & ſpheroydalibus ſubdupla. Vnde cum pyramidẽ

eiuſdem altitudinis metieris, duplica pyramidis quantitatem & habebis quantitatem ſpheroidis.

Hac arte inuenies capacitatem vinarij vaſis ſiue dolij: qui vt in plurimum figurã habet ex duobus ſpheroidibus per baſes cõiunctis compoſitam, licet decurtatis.

Cuius ſi vis habere menſuram, imaginare medium totius *vaſis* circulum, qui baſis ſit vtriuſque ſpheroidis: ſuperficiem iſtius circuli multiplica per altitudinẽ axis, producti cape duas tertias pàrtes, & numerum ſerua: deinde ab illo auferes decurtationes quæ ad verticem ſunt, remanebit capacitas totius vaſis quæſita. Portiones autem ſectionum ſpheroidũ quæ ad verticem non menſurãtur ſicut pyramidum curtarum portiones, non.n. (ſicut tota ſpheroides figura ad pyramidem) habent duplam proportionem: eſt.n. ſectionis ſpheroidis ad ſectionem pyramidis proportio fere ſuprabipartiens tertias: vnde habita portione pyramidis, poteris habere ſine adeo notabili errore portionem ſpheroidis.



FINIS.

C O M P L V T I.

Excudebat Andreas de Angulo.

1 5 6 6.

Errata.

Fol.4.pag.1.lib.1.ſi duas 8.m.4.lege in 4.linea 17.ibi por medietatem lege per medietatem.fol.6.pag.1.linea 20.ſecundum quam lege ſecundũ quem.pag.2. lin.penultima numeron lege numero.fol.5.pag.1. in margine vb.3.3.lege 5.3.& vbi 3.6.lege 5.6.fol. 10.pag.1.in margi. vbi 12.1. lege 12.12,pag.2.lin.10.ibi minorẽ lege maiorem. fol. 12. in figura lin. 2.vbi 143.lege 243.fol.14.pag.1.linea 24.pro quotlibed lege quodlibet. fol.15.in 2.figura in terminis diametri pone d.e. in 2.pag. in figura pone in tribus angulis vnius trianguli a.c.f.& in trib⁹ reliqui.b .d .e.in ſingulis angulis ſingulas literas.fol.16.pag.1.in figura apta literas figurę ſecũdum quòd in litera ordinantur.linea.16.ibi b.c.lege b.e.fol.18.pag.1.li. 20.ibi æqualibus lege è quibus.fol.19:pag. 1.lin.5. ibi lo. C. pro c. lege d.fol.20.pag. 1.li. 23. pro ſit medietas lege eſt medietas.fol.23.pag.2.li. 2.ibi geometrica lege geometria.fol.24. pag.2.lin. 27. ibi in cumpletũ lege in completum. fol.25.pag.2 .in figura vbi eſt.g. pone.h. g. vero inter lineas in eodẽ loco,lin.28. ibi quia ad latera lege quia latera. fol.26. pag.1.li. 22.ibi f.o.c.lege.f.o.c.fol.27.pag. 1.li.24. ibi vtrina leg. vtrin. pa.2.li.5.ibi ex c.b.le.c.e.fol.28.pa.1.li.10.ibi vtriuſque lege vtriſque.li. 20.ibi æquale lineæ lege æquale quadrato lineæ.fol.29.pa.1. li. penultima ibi munire lege inuenire.pa.2.li.10.ibi ducta adde, remanet triangulus qualis proponitur.fo130.pa.1.li.8.ibi æqualiter lege æquilater.fo.31. pa.1.li.6.ibi porportionem lege proportionem,pag.2.lin.6.ibi & primi tertij lege primi & tertij, lin.11. ibi exempta lege exempla.fol.32. pa. 2. li.6.ibi por lege pro.fol.33.pag.1.li.4.ibi porportio lege proportio.pag. 2.li 23.ibi b.e.& e.c.le.& d.c.li.34.ibi.& e.c.lege ad d.c.fol.37.pa.1.lin. 2.ibi contingat adde deceptio,pa.2.li.20.ibi cabito idem le.calato ydem, 21.conordalis le.conoydalis.fol.38.pa.1.li.26.ibi quando lege quoniam. fo.40.pa.1.li.6 ibi linea lege lignea.fol.47.pa.2.li.28.ibi 579.le.576.fo. 48.pa.1.lin 31.ibi numera lege numeræ.fol.50.pa.1.li.1 3. ibi diuiſcir 2. lege diuiſeris.pa.2.li.21.ibi medium lege mediam.fol. 51.pa.1.li. 24. ibi vnus le.tonus.fol.54.pag.2.li.1.ibi multiplicans e.duco e.lege multiplicans b.duco b.fo.56.figuras exemplorum quoniam non ſatis aptati ſunt in illis numeri tu ipſe ex litera aptius appone ſuis locis. fol.57,pa.1. lin. penul. aufer.4.vltimã literam & de vltima linea aufer 12. quæ non ſunt in ſuis locis,in eadem vltima ibi 5833 adde 4.
2 pag.li.16.ibi 19000.le.1900.lin.27.ibi $\overline{12}$
2450.lege 1450.lin.30.ibi 522000.lege 5220000.fol.59.pa.1.li.4. ibi minorem lege maiorem,pa.2.li.21.ibi proportione lege propoſitione. fol. 60.pag.1.li.3.ibi cuius le.quis,& figuram numerorum quia inepte ſunt collocati emenda per literam.pag.2.li.vltima ibi ex 18.ade 2.fol.61.pa.1 lin.20.ibi tertia lege tertria.pa.2.lin.20.ibi 24.lege 27.fol.62.pa.2.lin. 33.ibi 3.m.le.3.in.fol.63.pa.2.lin.13.ibi &.c.aufer c.fol.64.pag.1.li. 26. ibi geometrici lege geometricos.fol.70 pag.2.lin.26.ibi aria lege area. fol.71.pag.2.li.29.ibi latitudine,lege altitudine.

i 19652112